



HAL
open science

Raisonnement transitif et dyscalculie : étude par IRMf chez l'enfant

Flora Schwartz

► **To cite this version:**

Flora Schwartz. Raisonnement transitif et dyscalculie : étude par IRMf chez l'enfant. Sciences cognitives. Université de Lyon, 2017. Français. NNT : 2017LYSE1332 . tel-01737805

HAL Id: tel-01737805

<https://theses.hal.science/tel-01737805>

Submitted on 19 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON

opérée au sein de
l'Université Claude Bernard Lyon 1

Ecole Doctorale N° 476
Neurosciences et Cognition (NSCo)

Spécialité de doctorat : Neurosciences Cognitives

Soutenue publiquement le 14/12/2017, par :
Flora Schwartz

Raisonnement transitif et dyscalculie : étude par IRMf chez l'enfant

Devant le jury composé de :

Pr Marie-Pascale Noël, Université catholique de Louvain
Dr Emmanuelle Volle, Institut National de la Santé et de la
Recherche Médicale
Pr Pierre Fourneret, Université Claude Bernard Lyon 1
Dr Jérôme Prado, Centre National de la Recherche Scientifique

Rapporteure
Examinatrice
Examineur
Directeur de thèse

UNIVERSITE CLAUDE BERNARD - LYON 1

Président de l'Université

Président du Conseil Académique

Vice-président du Conseil d'Administration

Vice-président du Conseil Formation et Vie Universitaire

Vice-président de la Commission Recherche

Directrice Générale des Services

M. le Professeur Frédéric FLEURY

M. le Professeur Hamda BEN HADID

M. le Professeur Didier REVEL

M. le Professeur Philippe CHEVALIER

M. Fabrice VALLÉE

Mme Dominique MARCHAND

COMPOSANTES SANTE

Faculté de Médecine Lyon Est – Claude Bernard

Faculté de Médecine et de Maïeutique Lyon Sud – Charles Mérieux

Faculté d'Odontologie

Institut des Sciences Pharmaceutiques et Biologiques

Institut des Sciences et Techniques de la Réadaptation

Département de formation et Centre de Recherche en Biologie Humaine

Directeur : M. le Professeur G.RODE

Directeur : Mme la Professeure C. BURILLON

Directeur : M. le Professeur D. BOURGEOIS

Directeur : Mme la Professeure C. VINCIGUERRA

Directeur : M. X. PERROT

Directeur : Mme la Professeure A-M. SCHOTT

COMPOSANTES ET DEPARTEMENTS DE SCIENCES ET TECHNOLOGIE

Faculté des Sciences et Technologies

Département Biologie

Département Chimie Biochimie

Département GEP

Département Informatique

Département Mathématiques

Département Mécanique

Département Physique

UFR Sciences et Techniques des Activités Physiques et Sportives

Observatoire des Sciences de l'Univers de Lyon

Polytech Lyon

Ecole Supérieure de Chimie Physique Electronique

Institut Universitaire de Technologie de Lyon 1

Ecole Supérieure du Professorat et de l'Education

Institut de Science Financière et d'Assurances

Directeur : M. F. DE MARCHI

Directeur : M. le Professeur F. THEVENARD

Directeur : Mme C. FELIX

Directeur : M. Hassan HAMMOURI

Directeur : M. le Professeur S. AKKOUCHE

Directeur : M. le Professeur G. TOMANOV

Directeur : M. le Professeur H. BEN HADID

Directeur : M. le Professeur J-C PLENET

Directeur : M. Y. VANPOULLE

Directeur : M. B. GUIDERDONI

Directeur : M. le Professeur E.PERRIN

Directeur : M. G. PIGNAULT

Directeur : M. le Professeur C. VITON

Directeur : M. le Professeur A. MOUGNIOTTE

Directeur : M. N. LEBOISNE

Remerciements

Je tiens d'abord à remercier les personnes qui ont accepté d'évaluer le travail effectué pendant cette thèse. Merci aux rapporteurs, le Pr Marie-Pascale Noël et le Dr Sandrine Rossi et merci au Pr Pierre Fourneret et au Dr Emmanuelle Volle pour leur participation au jury de soutenance.

Ce travail n'aurait bien sûr pas été possible sans l'encadrement de mon directeur de thèse, le Dr Jérôme Prado. Merci pour la confiance que tu m'as accordée dès l'automne 2013, au moment de commencer le master recherche. Tu as partagé ton expérience et ton savoir depuis le début de notre collaboration et jusqu'aux tous derniers moments de la rédaction. Tu t'es montré très disponible et pragmatique à chaque fois qu'un imprévu menaçait les différents projets. Les imprévus n'ont certes pas été très nombreux, et se sont même faits attendre. Mais ils ont pour la plupart entraîné des remises en cause importantes, notamment dans la dernière année. Il est difficile d'imaginer quel aurait été l'avancement de ma thèse sans tes conseils avisés.

Parmi les personnes qui ont contribué à ce travail de thèse, je tiens à remercier Justine Epinat-Duclos et Jessica Leone pour leur aide précieuse à tous les niveaux. Recrutement de participants, passation des expériences, tâches administratives...votre travail, votre présence et votre bonne humeur contagieuse ont été indispensables à la réalisation de nos projets de recherche.

Je souhaiterais maintenant m'adresser à tous ceux qui ont partagé mon bureau depuis mes premiers jours à l'Institut des Sciences Cognitives de Bron. Romain, Audrey, Philippine, Violette. Vous méritez des remerciements officiels car c'était un privilège d'évoluer à vos côtés. Merci également à Ludivine et à Yang, pour le chemin parcouru ensemble.

Je voudrais aussi remercier l'ensemble des étudiants, ingénieurs, chercheurs du laboratoire, gestionnaires. Il y règne une ambiance agréable, et c'est grâce à l'attitude de chacun d'entre vous. Merci aux doctorants restants, Rob, Zoé, Marie, et aux anciens étudiants et post-docs, Gustavo, Manu, Thomas, Xavier, Cécile, Christopher, Quentin, Marie D, Diana. Merci à Maël, Benoit, Nicolas et à Marie M. Merci aux gestionnaires, chercheurs et ingénieurs : Auriane, Marie-Line, Ira, Jean-Baptiste, Yves, Christiane, Tatjana, Johan, Anne, Amandine, Olivier, Jacques, Naïma, Anne, Aurore, Liuba, Jean-Rémy. Merci à tous les étudiants, post docs et personnels du CNC que j'ai pu côtoyer Martina, Mathilda, Rémi, Miguel, David, Slimane, Fabio, Arthur, Laure, Sameh.

Je suis également très reconnaissante envers les personnes qui ont contribué à l'acquisition des données IRMf, dont les ingénieurs Danielle et Franck du centre d'imagerie, et toute l'équipe de radiographes de l'hôpital neurologique, notamment Philippe, Catherine, Sylvaine, Jean-Michel. Merci au Dr Alice Poisson qui est l'investigateur principal de l'étude IRM présentée dans cette thèse. Merci au Pr Christian Scheiber, qui est lui l'investigateur principal d'une deuxième série d'études non présentées dans cette thèse. Merci aussi à Marie-Claire Thiollier et Mathilde Vernet du réseau dys/10 pour leur aide en tout début de recrutement. Enfin, merci aux familles qui ont participé aux différentes études.

Et puis, en ces semaines d'automne, j'ai une pensée pour mes amis et ma famille. Merci pour tous vos rayons de soleil qui ont éclairé mon chemin à un moment ou un autre.

Résumé

La dyscalculie se caractérise par d'importantes difficultés d'apprentissage des mathématiques, malgré une scolarisation adéquate et des capacités intellectuelles dans la norme. Même si ce trouble affecte 3 à 7% des enfants d'âge scolaire, ses causes restent encore peu connues. Il a été proposé que la dyscalculie consiste en un déficit spécifique de représentation des quantités numériques, causé par des anomalies cérébrales au niveau du sillon intra-pariétal (IPS). Cependant, des études récentes suggèrent que la dyscalculie serait plutôt caractérisée par des déficits dans certaines fonctions cognitives générales, comme le raisonnement déductif. Cette thèse s'est intéressée au lien entre apprentissage des mathématiques et une forme de raisonnement déductif qui implique l'IPS, à savoir le raisonnement transitif ($A > B$, $B > C$ donc $A > C$). Dans une première étude en Imagerie par Résonance Magnétique fonctionnelle (IRMf), nous avons comparé l'activité cérébrale d'enfants dyscalculiques de 9 à 12 ans à celle d'enfants neurotypiques de même âge pendant l'écoute d'histoires comprenant des relations transitives. Cette étude a montré l'activation de l'IPS gauche lors de l'intégration de relations transitives chez les enfants neurotypiques, mais pas chez les dyscalculiques. Ces derniers faisaient également plus d'erreurs que les enfants neurotypiques dans la tâche de raisonnement transitif. Par ailleurs, les capacités de mémoire de travail des participants étaient corrélées à la performance et à l'activité de l'IPS lors du raisonnement transitif. Ceci suggère que des déficits de mémoire de travail pourraient expliquer l'absence d'activation de l'IPS et les performances inférieures des enfants dyscalculiques. Dans une seconde étude, nous avons suivi longitudinalement les enfants neurotypiques et avons mesuré leurs progrès en mathématiques sur une période de 1,5 an après la session IRMf. Nous avons déterminé si les mesures cérébrales associées au raisonnement transitif pouvaient prédire l'amélioration en mathématiques. Cette étude a montré que l'activité cérébrale de l'IPS pendant le traitement des relations transitives prédisait de façon significative les progrès en mathématiques. Ces résultats soulignent l'importance du raisonnement transitif pour l'apprentissage des mathématiques et suggèrent qu'un déficit de traitement des relations transitives dans l'IPS pourrait contribuer à la dyscalculie.

Mots clés : dyscalculie ; raisonnement déductif ; relations transitives ; troubles de l'apprentissage ; mathématiques ; mémoire de travail ; IRMf

Abstract

Children who struggle to learn math despite normal intelligence and adequate schooling may suffer from dyscalculia. Although this learning disability is thought to affect 3 to 7% of children worldwide, its causes remain poorly understood. Previous research has suggested that dyscalculia is due to a domain-specific deficit in the processing of numerical magnitudes that results from neural anomalies to the Intraparietal Sulcus (IPS). However, recent studies have suggested that dyscalculia might rather be associated with deficits in domain-general functions, such as deductive reasoning. The goal of the present thesis was to investigate the neural relationship between math learning and a type of deductive reasoning that relies on the IPS, namely transitive reasoning ($A > B$, $B > C$, therefore $A > C$). In a first study, we used functional Magnetic Resonance Imaging (fMRI) to measure brain activity in both typically developing (TD) children and children with dyscalculia while they listened to stories that included transitive relations. We found that the processing of transitive relations was associated with enhanced activity in the left IPS in TD children, but not in children with dyscalculia. We also found that children with dyscalculia made more errors when processing transitive relations than TD peers. Finally, IPS activity and behavioral performance was correlated with working-memory skill across all participants, suggesting that working memory impairments contribute to impaired transitive reasoning skills. In a second study, we followed TD children longitudinally to test whether brain measures of transitive reasoning could predict their progress in math over the course of 1.5 years. We found that math gain in TD children was predicted by IPS activity during the processing of transitive relations. Overall, the present findings suggest that transitive reasoning contributes to math achievement in children. Our results further suggest that impaired neural processing of transitive relations in the IPS may contribute to math difficulties in dyscalculia.

Keywords : dyscalculia ; deductive reasoning ; transitive relations ; learning disabilities; math ; working memory; fMRI

Liste des publications

Publications incluses dans la thèse

Schwartz, F., Epinat-Duclos, J., Leone, J. & Prado, J. (submitted). Impaired neural processing of transitive relations in children with Math Learning Disabilities.

Schwartz, F., Epinat-Duclos, J., Leone, J. & Prado, J. (submitted). Neural processing of transitive relations predicts math growth in children.

Autre publication

Schwartz, F., Epinat-Duclos, J., Leone, J. & Prado, J. (2017). The neural development of conditional reasoning in children: different mechanisms for assessing the logical validity and likelihood of conclusions. *Neuroimage*, 163, 264-275

Sommaire

Remerciements	3
Résumé	5
Liste des publications	9
Sommaire	11
Liste des figures	13
Liste des abbréviations	15
Introduction générale	17
Chapitre 1 : La dyscalculie	21
1) Prévalence, critères de diagnostic et comorbidités.....	21
2) Les difficultés en mathématiques dans la dyscalculie	23
2.1) Représentation non-symbolique des nombres.....	23
2.2) Représentation symbolique des nombres	25
2.3) Apprentissage des faits et procédures arithmétiques.....	26
3) Les capacités cognitives générales dans la dyscalculie.....	29
3.1) Structure des fonctions exécutives et de la mémoire de travail.....	29
3.2) Evaluation et séparation des capacités cognitives générales	30
3.3) Les déficits cognitifs généraux dans la dyscalculie.....	31
4) Les anomalies cérébrales associées à la dyscalculie	33
4.1) Anomalies anatomiques	33
4.2) Anomalies fonctionnelles lors de tâches numériques.....	34
4.3) Anomalies fonctionnelles lors de tâches cognitives non numériques	36
Chapitre 2 : Les causes hypothétiques de la dyscalculie	39
1) Un déficit spécifique.....	39
1.1) Un déficit du sens du nombre.....	39
1.2) Un déficit d'accès aux quantités numériques à partir des symboles	42
2) Une dyscalculie secondaire à des déficits généraux.....	43
2.1) Les troubles visuo-spatiaux.....	44
2.2) Un déficit de représentation générale des quantités	45
2.3) Une hypersensibilité à l'interférence.....	49
2.4) Un déficit du traitement des informations ordinales en mémoire de travail.....	51
2.5) Un déficit de mémoire procédurale	54
Synthèse	55

Chapitre 3 : Le lien entre raisonnement déductif et apprentissage des mathématiques...	57
1) Le raisonnement déductif.....	57
1.1) Qu'est-ce que le raisonnement déductif ?	57
1.2) Comment raisonne-t-on ?	59
1.3) Les bases neurales du raisonnement déductif.....	62
2) Quel serait le lien entre raisonnement déductif et apprentissage des mathématiques ?.....	65
2.1) Des notions logiques essentielles à l'acquisition des mathématiques.....	65
2.2) Preuves comportementales du lien entre raisonnement déductif et compétences mathématiques	66
2.3) Mécanismes cognitifs communs au raisonnement transitif et à la manipulation des nombres.....	68
Hypothèses expérimentales	71
Chapitre 4 : Atteinte des bases neurales du raisonnement transitif dans la dyscalculie ...	75
Chapitre 5 : Les mesures cérébrales du raisonnement transitif prédisent les progrès en mathématiques chez l'enfant	101
Discussion.....	121
1) Rappel des résultats expérimentaux	121
2) Un déficit de raisonnement transitif dans la dyscalculie	122
3) La corrélation entre performance en mathématiques et en raisonnement transitif peut être en partie expliquée par les capacités de mémoire de travail.....	124
4) Un déficit de fonctionnement de l'IPS lors de l'intégration des relations transitives est observé chez les dyscalculiques	125
5) Implication pour les théories de la dyscalculie.....	127
6) Utilité des mesures du raisonnement transitif pour prédire la trajectoire de l'apprentissage des mathématiques.....	129
Conclusion	133
Références	135

Liste des figures

Figure 1. Tâche typique de comparaison non-symbolique.	24
Figure 2. Exemple d'erreurs commises par un enfant dyscalculique lors d'une dictée de nombres....	25
Figure 3. Exemple de calcul posé par un enfant dyscalculique de 11 ans.	28
Figure 4. Anomalies de connectivité structurale dans la dyscalculie.....	34
Figure 5. Principales anomalies cérébrales associées à la dyscalculie.	36
Figure 6. Contrôle des dimensions continues dans les tâches de comparaison de nombres.....	48
Figure 7. Principales régions cérébrales impliquées dans le raisonnement déductif.....	63
Figure 8. Principales régions cérébrales associées au raisonnement transitif linéaire.....	64
Figure 9. Relation hypothétique entre les mécanismes neurocognitifs du raisonnement transitif et les difficultés d'apprentissage des mathématiques.	127

Liste des abréviations

ATOM : A Theory Of Magnitude

DTI : Diffusion Tensor Imaging

IFG : Gyrus Frontal Inférieur

IPS : Sillon Intra-Pariétal

IRMf : Imagerie par Résonance Magnétique fonctionnelle

OCDE : Organisation pour la Coopération et le Développement Economiques

ONU : Organisation des Nations Unies

PISA : Program for International Student Assessment

QI : Quotient Intellectuel

SNARC : Spatial-Numerical Association of Response Code

TDAH : Trouble du Déficit de l'Attention avec Hyperactivité

TMS : Stimulation Magnétique Trans-crânienne

VBM : Voxel-Based Morphometry

Introduction générale

L'alphabétisation, c'est-à-dire savoir lire, écrire et compter, est un des principaux indicateurs du développement humain d'un pays. C'est l'une des priorités de l'UNESCO, qui soutient que tout être humain a le droit fondamental à l'éducation (article 13 du Pacte international relatif aux droits économiques, sociaux et culturels, ONU, 1999). En particulier, la capacité à compter et à manipuler les quantités s'avère indispensable pour que les citoyens puissent exercer leurs droits, surtout dans les sociétés de plus en plus tournées vers la finance et le numérique. Les compétences mathématiques permettent par exemple de bien gérer ses ressources au quotidien, de comprendre les indications données par les autorités, d'interpréter les informations scientifiques, ou de prendre de bonnes décisions financières à long terme. Bien d'autres exemples pourraient être cités tant les nombres occupent une place importante dans nos vies personnelle et professionnelle.

Depuis quelques années, plusieurs études ont évalué les conséquences de faibles compétences en mathématiques pour la société et pour les individus. Par exemple, au Royaume-Uni, l'impact économique des faibles compétences en mathématiques atteindrait l'équivalent de plusieurs milliards d'euros (Gross et al, 2009). Ceci peut s'expliquer par une demande croissante d'emplois plus qualifiés qui requièrent une maîtrise suffisante des mathématiques. Or, dans certains pays industrialisés, plus de 20% des employés ne disposeraient pas des compétences mathématiques nécessaires à leur travail (http://nces.ed.gov/programs/coe/indicator_nal.asp). Surtout, au niveau individuel, de faibles compétences en mathématiques ont été associés à de plus faibles revenus, à un risque de chômage de longue durée plus élevé chez les jeunes adultes (Bynner & Parsons, 1997), mais aussi à davantage de problèmes de santé physique et mentale (Parsons & Byrner, 2005). Etant donné l'influence des compétences en mathématiques sur la qualité de vie et la prospérité économique des nations, l'apprentissage des mathématiques est devenu un sujet incontournable. Des études internationales très commentées ont été menées afin d'évaluer le raisonnement scientifique et le niveau en mathématiques des élèves à travers les 72 pays de l'Organisation pour la coopération et le développement économiques (OCDE). Il ressort de l'étude PISA 2015 (OCDE, 2015) une grande disparité entre les pays et parfois au sein de chaque pays. En France, environ 20% des élèves de 15 ans n'aurait pas acquis des notions mathématiques fondamentales. Par exemple, une proportion non négligeable d'adolescents ne saurait pas utiliser correctement les données quantitatives d'un énoncé pour résoudre un problème (OCDE, 2015).

Le retard en mathématiques d'une partie de ces élèves peut s'expliquer par des facteurs motivationnels, familiaux ou socio-économiques. Par exemple, les mathématiques ont la réputation d'être difficiles à acquérir et le fait d'être confronté à des nombres ou des notations mathématiques peut même générer de l'anxiété chez certaines personnes, et ainsi affecter leur réussite (Ashcraft & Kirk, 2001). En parallèle, l'hétérogénéité du niveau en mathématiques des élèves peut être attribuée à des inégalités socio-économiques. La catégorie socio-professionnelle des parents influence nettement la réussite scolaire (White, 1982), y compris dans certains pays relativement égalitaires. Par exemple, les élèves de milieu socio-économique défavorisé ont un risque trois fois plus grand de ne pas atteindre le niveau de compétence attendu en sciences (OCDE, 2015). En outre, les interactions parents-enfants autour des nombres favorisent la maîtrise de la notion de nombre (Berkowitz et al, 2015). Ainsi, certains facteurs sociaux et motivationnels expliquent en partie le faible niveau en mathématiques des élèves. Pourtant, certains enfants et adolescents présentent des

lacunes importantes en mathématiques malgré un environnement familial et scolaire adapté et une intelligence normale. Leur retard d'acquisition des mathématiques peut donc provenir de différences cognitives, en particulier d'un trouble de l'apprentissage appelé dyscalculie. La dyscalculie se caractérise par des difficultés importantes en mathématiques qui ne sont pas dûes à un retard intellectuel ou à un déficit sensoriel (von Aster & Shalev, 2007 ; Kaufman et al, 2013). Bien que ce trouble neurodéveloppemental toucherait 3 à 7% des enfants (Devine et al, 2013), ses causes sont encore méconnues. En particulier, il est difficile de conclure sur la spécificité de la dyscalculie. Cela vient du fait que les difficultés en mathématiques sont parfois considérées comme hétérogènes. Certaines compétences mathématiques peuvent être relativement préservées chez une partie des dyscalculiques, mais très atteintes chez d'autres. Une des principales théories soutient que ces troubles d'acquisition des mathématiques sont causées par l'atteinte spécifique d'une région cérébrale impliquée dans le traitement des quantités numériques (Butterworth et al, 2011 ; Piazza et al, 2010). Cette région, le sillon intrapariétal (IPS), permettrait d'estimer et de manipuler les nombres chez l'enfant comme chez l'adulte (Cantlon et al, 2006). Or, de nombreuses études comportementales ont mis en évidence des déficits de compétences plus générales chez les dyscalculiques. Des fonctions cognitives comme l'inhibition et la mémoire de travail seraient aussi atteintes (Passolunghi et al, 2004 ; De Visscher & Noël, 2014 ; Szucs et al, 2013). En parallèle, des études de neuro-imagerie ont montré que l'IPS était impliquée dans des fonctions cognitives générales comme l'attention, la mémoire de travail verbale et la mémoire de travail visuo-spatiale (Davranche et al, 2011 ; Majerus et al, 2006 ; Klingberg, 2006). Ainsi, l'association entre les Neurosciences, la Neuropsychologie et les Sciences Cognitives a encore beaucoup à apporter à la connaissance de la dyscalculie.

Comme pour d'autres troubles du développement, les difficultés des dyscalculiques persistent, surtout si elles ne sont pas prises en charge. Une remédiation adaptée doit donc être mise en place le plus tôt possible. D'où l'importance d'identifier au mieux les individus dyscalculiques, et ceux qui risquent de le devenir. Les outils de diagnostic actuels reposent sur des bilans neuropsychologiques et des tests de compétences en mathématiques. Cependant, le tableau clinique de la dyscalculie fait encore débat. Il est par exemple difficile de s'accorder sur l'existence de sous-types de dyscalculie à partir du profil cognitif des individus. Une aide supplémentaire au diagnostic pourrait alors venir des techniques de Neurosciences, permettant d'isoler un marqueur biologique de la dyscalculie. Ceci rendrait possible le fait de prédire l'évolution de capacités cognitives à partir de mesures de l'activité cérébrale. Ainsi, il serait envisageable d'identifier les enfants à risque et de prédire l'évolution des compétences en mathématiques d'un enfant diagnostiqué dyscalculique.

Dans cette thèse, nous nous sommes intéressés à un aspect peu étudié de l'apprentissage des mathématiques: le raisonnement déductif. Cette capacité à générer une conclusion certaine à partir d'informations existantes est à la base de la démarche hypothético-déductive. Nous avons plus précisément étudié le raisonnement transitif qui permet par exemple de conclure que « Berlin est au nord de New York » à partir des seules informations « Berlin est au nord de Londres » et « Londres est au nord de New York ». Ou encore, que « toutes les baleines sont des vertébrés » à partir des indications « toutes les baleines sont des mammifères » et « tous les mammifères sont des vertébrés ». Le raisonnement transitif consiste donc à établir une relation d'ordre entre les éléments d'une série. Ce processus est essentiel à la compréhension des notions de catégorisation et de sériation (Rabinowitz & Howe, 1984 ; Wright, 2001). Il n'est donc pas surprenant que quelques études comportementales chez l'enfant et l'adulte ont montré un lien entre les capacités de

raisonnement transitif et le niveau en mathématiques (Handley et al, 2004 ; Morsanyi et al, 2013 ; Morsanyi et al, 2017). Une explication possible de ce lien serait d'une part l'importance des capacités cognitives générales, comme la mémoire de travail, pour le raisonnement transitif et les mathématiques. D'autre part, la performance en mathématiques et en raisonnement transitif pourrait reposer sur des mécanismes cérébraux communs. En effet, l'IPS, une région centrale de la cognition numérique, est également essentielle au raisonnement transitif (Waechter & Goel, 2013, Knauth et al, 2003 ; Prado et al, 2011). Dans cette thèse, nous avons donc testé l'hypothèse selon laquelle les dyscalculiques présenteraient des déficits comportementaux et cérébraux dans le traitement des relations transitives. Nous avons également déterminé si le traitement cérébral des relations transitives était associé à l'apprentissage des mathématiques.

Ce manuscrit de thèse commence par un état de l'art des connaissances actuelles sur la dyscalculie. Le premier chapitre décrit les difficultés en mathématiques et les déficits cognitifs associés à ce trouble de l'apprentissage. Les différentes anomalies cérébrales observées chez les dyscalculiques sont également abordées. Le second chapitre présente les théories avancées pour expliquer les causes de la dyscalculie. Le lien entre raisonnement et apprentissage des mathématiques fait l'objet d'un troisième chapitre d'introduction. Après avoir évoqué les principales théories du raisonnement déductif, les mécanismes cognitifs et cérébraux communs au raisonnement transitif et à la cognition numérique y seront détaillés. Ces trois chapitres d'introduction sont suivis d'une partie expérimentale comprenant deux études. La première étude, exposée dans le chapitre 4, utilise l'IRMf pour comparer les bases neurales du raisonnement transitif chez les enfants dyscalculiques de 9 à 12 ans par rapport aux enfants neurotypiques de même âge. La deuxième étude porte sur le suivi longitudinal des enfants neurotypiques de la première étude. Les techniques d'analyse IRM multivariées ont été utilisées pour déterminer si les bases cérébrales du raisonnement transitif pouvaient prédire l'évolution des compétences mathématiques sur une période de 18 mois. Enfin, le manuscrit se termine par une discussion générale qui met en perspective les résultats expérimentaux et commente leur pertinence vis-à-vis des théories actuelles sur la dyscalculie et sur le raisonnement transitif.

Chapitre 1 : La dyscalculie

La dyscalculie fait partie des troubles des apprentissages scolaires. Elle est définie par un retard sévère d'acquisition des mathématiques, qui n'est lié ni à un retard intellectuel, ni à un retard scolaire général, ni à un autre trouble neurologique ou psychiatrique (Shalev & von Aster, 2008; Kaufmann et al, 2013). Peu connue du grand public, la dyscalculie est souvent présentée comme « l'équivalent de la dyslexie, mais pour les maths ». D'ailleurs, les mêmes questions théoriques qui se posaient autour de la définition de la dyslexie se posent aujourd'hui pour définir la dyscalculie. Ces questions renvoient à la spécificité des difficultés, à leur sévérité, aux éventuelles comorbidités et aux critères de diagnostic à utiliser. Dans ce chapitre, nous tentons d'abord de préciser ce qu'est la dyscalculie en présentant les principaux critères de diagnostic et leur variabilité. Nous décrivons ensuite les difficultés en mathématiques rencontrées par les dyscalculiques, puis les déficits cognitifs associés à ce trouble de l'apprentissage. Les anomalies cérébrales de la dyscalculie sont exposées en fin de chapitre.

1) Prévalence, critères de diagnostic et comorbidités

La prévalence de la dyscalculie serait comprise entre 3 et 7%, avec un taux variant de 1 à 10% selon les études démographiques (Devine et al, 2013). Cette variabilité est due à la divergence des critères utilisés pour caractériser un individu comme « dyscalculique ».

Un premier critère essentiel pour identifier la dyscalculie est bien entendu la sévérité des difficultés en mathématiques. Pourtant, il n'existe pas de consensus quant au seuil statistique à appliquer, ni quant à la nature des troubles à observer. Les études démographiques ont considéré comme pathologique un score en mathématiques allant des 3% les plus faibles (Desoete et al, 2004) aux 25% les plus faibles (Barbarese et al, 2005 ; Dirks et al, 2008). Certaines études estiment que la dyscalculie se caractérise par un retard en mathématiques d'au moins 2 ans rapport aux enfants de même niveau scolaire (Gross-Tsur et al, 1996). Par ailleurs, les troubles ne doivent pas être transitoires mais doivent au contraire persister dans le temps (Geary, 1999 ; Mazzocco & Myers, 2003), voire se maintenir après une remédiation (Desoete et al, 2004). Aussi, la nature des tests à effectuer pose question. Faut-il utiliser des tests scolaires, impliquant plusieurs compétences ? Faut-il privilégier des tests de compétences numériques élémentaires (Kaufmann et al, 2013) ? En tout cas, le choix des tests de mathématiques influence l'identification des dyscalculiques puisque différentes compétences seront mesurées. L'influence du test utilisé pour le diagnostic dépend en plus du stade développemental (Mazzocco & Myers, 2003). Les différences individuelles sont susceptibles de s'effacer lorsque le test choisi cible des capacités mathématiques précoces, qui auront été acquises par les dyscalculiques. Pour finir, une anxiété aux mathématiques chez certains individus (Ashcraft & Kirk, 2001) risque de dégrader leur performance dans une situation de test. Alors que leurs capacités à manipuler les nombres seraient tout à fait dans la norme, l'anxiété générée par un test de mathématiques dégraderait leur performance (Ashcraft & Kirk, 2001), au point d'être considérée comme pathologique.

Deuxièmement, puisque la dyscalculie n'est pas sensée venir d'un retard mental, les capacités intellectuelles devraient être prises en compte dans la définition de ce trouble. Notamment, le Quotient Intellectuel (QI) devrait être dans la norme, à tout le moins supérieur à 80. Il est même indiqué dans le DSM V (APA, 2013) qu'un écart conséquent entre le QI et le score standardisé en mathématiques constitue un des critères de diagnostic. L'écart entre le niveau d'une compétence académique et le niveau attendu par rapport aux capacités intellectuelles est souvent utilisé en clinique pour diagnostiquer les troubles de l'apprentissage. Certaines études épidémiologiques qui ont ainsi pris en compte cet écart entre les compétences en mathématiques et le QI global (Barbaresi et al, 2005; Barahmand, 2008) ou le QI non-verbal (Lewis et al, 1994) reportent une prévalence de 1.3 à 10%. Cependant, l'importance de cet écart entre QI et niveau en mathématiques a été remise en cause (Mazzocco & Myers, 2003) puisqu'il ne permettrait pas d'identifier de façon plus fiable les individus dyscalculiques. Certains enfants ne présentant pas d'écart entre QI et score en mathématiques sont susceptibles de présenter des troubles en mathématiques aussi pénalisants que les enfants montrant un écart entre QI et score en mathématiques. Ainsi, il serait bénéfique d'utiliser des mesures complémentaires pour détecter la dyscalculie (Mazzocco & Räsänen, 2013).

Une mesure supplémentaire s'avère être le niveau en lecture, qui est souvent testé dans les études de prévalence. Toutefois, les capacités de lecture sont fortement corrélées au niveau en mathématiques (Bull & Scerif, 2001; Devine et al, 2013). D'ailleurs, une proportion importante de dyscalculiques présenterait un retard en lecture (Ostad, 1998a; Lewis et al, 1994 ; von Aster et al, 2007). Plus précisément, environ la moitié des dyscalculiques présenterait également une dyslexie (Ostad, 1998a ; Lewis et al, 1994 ; von Aster et al, 2007). Un autre trouble fréquemment associé à la dyscalculie est le trouble du déficit de l'attention avec hyperactivité (TDAH), qui pourrait toucher jusqu'à 25% des dyscalculiques (Gross-Tsur et al, 1996). La présence de ces comorbidités représente un enjeu supplémentaire pour le diagnostic de la dyscalculie. En effet, ces comorbidités peuvent rendre la dyscalculie plus difficile à détecter (von Aster & Shalev, 2007). Au contraire, les comorbidités peuvent avoir un effet additif sur les difficultés en mathématiques. Il a été montré que les enfants présentant à la fois une dyscalculie et une dyslexie réussissaient moins bien certaines tâches mathématiques que les « dyscalculiques purs » (von Aster & Shalev, 2007 ; Hanisch et al, 2001).

Enfin, on peut se demander si les différences culturelles (notamment linguistiques) et le sexe des individus ont un impact sur la prévalence. Cependant, cela ne semble pas être le cas. En effet, plusieurs études ont montré que la dyscalculie toucherait les garçons autant que les filles (Gross-Tsur et al, 1996 ; Koumoula et al, 2004 ; Devine et al, 2013). Aussi, une prévalence comparable d'environ 5% a été reportée à travers différents pays avec différentes langues, d'Israël (Gross-Tsur et al, 1996) aux Etats-Unis (Geary et al, 2010), en passant par l'Iran (Barahmand, 2008), la Grèce (Koumoula et al, 2004), les Pays-Bas (Dirks et al, 2008) et la Belgique (Desoete et al, 2004).

Une meilleure caractérisation de la dyscalculie nécessiterait donc de tester plusieurs compétences mathématiques et leur évolution dans le temps, d'écarter l'anxiété en mathématiques comme principale source de difficulté, de vérifier la présence de comorbidité et d'évaluer les capacités cognitives générales.

2) Les difficultés en mathématiques dans la dyscalculie

Les mathématiques font appel à un large ensemble de compétences, dont certaines sont plus importantes que d'autres à un âge donné. La connaissance du nombre comporte elle-même plusieurs concepts à acquérir, notamment la cardinalité et l'ordinalité, ainsi que plusieurs notations à maîtriser, des entiers naturels aux nombres décimaux et fractions. Apprendre la correspondance entre une quantité numérique, un chiffre arabe et un mot-nombre est déjà un premier défi. Maîtriser l'arithmétique et les notions de base de géométrie sont d'autres défis de l'école primaire. Extraire les informations numériques pertinentes d'un énoncé est une compétence supplémentaire à développer. Toutes ces compétences et bien d'autres peuvent être atteintes chez les dyscalculiques. Nous présentons ici les difficultés observées chez les dyscalculiques, en gardant à l'esprit que la définition de la dyscalculie varie en fonction des études expérimentales. Nous commençons par les déficits observés lors d'activités numériques non-symboliques, avant d'évoquer les difficultés à maîtriser le comptage et les différentes notations numériques, puis les retards d'acquisition de l'arithmétique. Notons que, à notre connaissance, les capacités en géométrie n'ont pas été étudiées directement chez les enfants dyscalculiques (seule une étude chez l'adulte de Butterworth et al (1999) a suggéré que les adultes dyscalculiques auraient des compétences géométriques préservées).

2.1) Représentation non-symbolique des nombres

Les activités numériques non symboliques renvoient à l'estimation et à la manipulation de nombres présentés sous forme de nuages de points ou de collections d'objets, voire de séquence de sons. Une tâche très fréquemment utilisée par les psychologues et neuroscientifiques consiste à comparer deux quantités numériques présentées simultanément ou successivement, ou à estimer la quantité numérique présentée. Les très petits nombres (de 1 à 4) sont généralement étudiés séparément des plus grands nombres puisque leur traitement serait qualitativement différent (Feigenson et al, 2004). L'être humain aurait une représentation exacte des nombres inférieurs à 4 (le comptage ne serait pas nécessaire). A l'inverse, la représentation des quantités supérieures à 4 est considérée approximative (Feigenson et al, 2004).

D'une part, la représentation approximative des quantités numériques a été largement étudiée chez les dyscalculiques, par des tâches de comparaison (voir la revue de De Smedt et al, 2013). La difficulté de ce type de tâches (illustré par la **Figure 1**) dépend à la fois de la distance entre les deux quantités et de leur taille. En effet, plus les quantités sont « proches », plus la comparaison est difficile. Par exemple, il est plus difficile de comparer 24 à 28 points que de comparer 24 à 48 points. Mais il est également plus difficile de comparer deux quantités de grande taille que de petite taille. Par exemple, il est plus difficile de comparer 44 à 48 points que 24 à 28 points (même si la distance entre les deux quantités est égale). Ces effets de « distance » et de « taille » peuvent être calculés pour le temps de réponse et le taux de réponses correctes de chaque participant. Il est également possible de combiner ces effets. En effet, plus les deux quantités à comparer augmentent, plus la différence entre ces deux quantités doit augmenter pour qu'elles puissent être distinguées. L'écart minimal nécessaire à la comparaison de deux quantités est variable d'un individu à l'autre et se nomme « l'acuité numérique ». L'acuité numérique obéit à la loi de Weber (Van Offelen & Vos,

1982), qui postule que la différence de sensibilité sensorielle entre deux stimuli de même type dépend de leur rapport, plus que de leur valeur absolue (Fechner, 1860). L'acuité numérique s'exprime sous forme de fraction ou de nombre décimal (la fraction de weber) obtenue en divisant la différence entre les 2 nombres comparés par le plus petit nombre. Plus l'acuité numérique est élevée, plus l'individu est capable de discriminer des ratios proches de 1. Un déficit de représentation des quantités non-symboliques dans la dyscalculie est suggéré par plusieurs études, mais n'a pas toujours été répliqué. Ainsi, quelques études ont montré que les dyscalculiques auraient une acuité numérique plus faible que les enfants neurotypiques (Piazza et al, 2010 ; Mazzocco et al, 2011). Les dyscalculiques auraient également un effet de distance plus marqué que les neurotypiques (Price et al, 2007; Mussolin et al, 2010 ; Mejias et al, 2012) : la différence de performance entre les comparaisons faciles et difficiles serait plus conséquente. En effet, ils auraient besoin de plus de temps pour les comparaisons difficiles que les neurotypiques. Deux autres études reportent aussi un temps de réponse moyen plus long chez les dyscalculiques (Landerl, 2013 ; Kucian et al, 2011). En revanche, d'autres travaux n'ont pas trouvé de différences entre tout-venants et dyscalculiques au niveau de la représentation des quantités non-symboliques (Rousselle & Noël, 2007 ; Landerl & Kölle, 2009 ; De Smedt & Gillmore 2011).

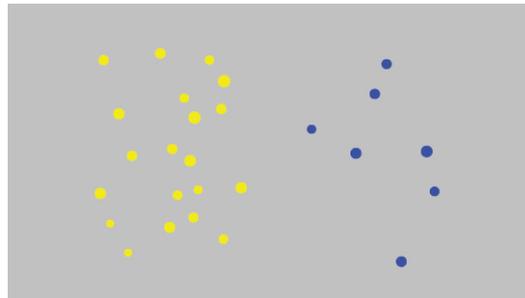


Figure 1. Tâche typique de comparaison non-symbolique (reproduit à partir de Panamaths ©). Le participant doit juger s'il y a plus de points jaunes ou de points bleus.

D'autre part, la reconnaissance exacte des quantités de 1 à 4, appelée « subitizing », a aussi été documentée chez les dyscalculiques. Cette capacité très précoce serait affectée chez les dyscalculiques, qui seraient plus lents à distinguer les petits nombres (Schleifer & Landerl, 2011 ; Landerl, 2013) et montreraient même un effet de distance (Ashkenazi et al, 2013 ; Landerl, 2013). Par exemple, reconnaître la quantité 4 serait plus long que reconnaître la quantité 2. A l'inverse, une telle différence est réduite voire inexistante chez les enfants contrôles, qui distinguent aussi rapidement 2 que 4. La latence observée chez les dyscalculiques par rapport aux individus de même âge pourrait venir d'une exploration visuelle moins efficace, comme suggéré par Ashkenazi et al (2013) et par l'étude de cas en eye-tracking de Moeller et al (2009). Cependant une autre étude récente n'a pas montré de difficulté de subitizing chez les dyscalculiques (Szucs et al, 2013).

En somme, la représentation des quantités non-symboliques semble être une des difficultés associée à la dyscalculie. Ce déficit est toutefois plus controversé que la représentation des quantités symboliques et pourrait dépendre de l'âge des enfants testés (Noël & Rousselle, 2011).

2.2) Représentation symbolique des nombres

La maîtrise des mathématiques passe par l'association d'une quantité numérique donnée à un symbole (mot-nombre ou chiffre arabe). Il faut aussi comprendre la correspondance entre différents formats de notation. Le passage d'un format à un autre, ou transcodage est essentiel à la compréhension du système numérique (Seron & Fayol, 1994). Le système numérique indo-arabe que nous utilisons fonctionne avec un système positionnel en « base 10 » : 10 unités forment une dizaine, 10 dizaines forment une centaine, etc. En d'autres termes, il faut 10 éléments d'un niveau hiérarchique pour passer au niveau hiérarchique suivant. Les différents niveaux hiérarchiques sont notés dans un ordre précis : par exemple, pour « 267 », les unités sont notées à droite du nombre et les centaines à gauche. Ces structures enchâssées rappellent que les mathématiques comportent une dimension syntaxique qui nécessite un apprentissage rigoureux. Les dyscalculiques montreraient un retard dans la maîtrise de cette syntaxe numérique. Ils auraient plus de difficulté à nommer un chiffre arabe présenté (Landerl et al, 2004), ou à écrire un chiffre dicté (**Figure 2**), ainsi qu'à manipuler des nombres à plusieurs chiffres (Andersson, 2010). A un niveau scolaire plus avancé, les dyscalculiques auraient plus de difficulté à lire un nombre decimal et à identifier un nombre rationnel (Mazzocco & Devlin, 2008). Ce retard d'acquisition du système numérique est en lien avec leurs difficultés à comprendre le système positionnel (Andersson et al, 2010).

<i>Verbally given number by experimenter</i>	<i>Written number by child</i>
503	<u>5003</u>
169	<u>40 169</u>
4658	<u>40006058</u>
756	<u>7056</u>

Figure 2. Exemple d'erreurs commises par un enfant dyscalculique lors d'une dictée de nombres. Le système positionnel n'est que partiellement acquis. (reproduit à partir de Kucian & von Aster, 2015)

Une maîtrise moins efficace du code associé à chaque quantité numérique devrait (sans surprise) entraîner des difficultés à comparer des nombres présentés sous un format donné. La méthode utilisée pour évaluer cette compétence est la même que celle employée pour les comparaisons non-symboliques. La plupart des études ont montré que la comparaison de nombres sous forme symbolique était plus lente chez les dyscalculiques, aussi bien pour les nombres à un chiffre (De Smedt & Gilmore, 2011 ; Rousselle & Noël, 2007 ; Landerl et al, 2004 ; Luculano et al, 2008 ; Landerl & Kölle, 2009 ; Landerl et al, 2009) que pour les nombres à plusieurs chiffres (Landerl

& Kölle, 2009 ; Landerl et al, 2009). L'effet de distance serait également plus marqué chez les enfants dyscalculiques (Mussolin et al, 2010 ; Andersson et al, 2012 ; Ashkenazi et al, 2009).

La reconnaissance moins efficace des symboles numériques chez les dyscalculiques est à considérer dans le contexte de l'association des nombres avec l'espace. Il a été montré que les nombres étaient associés à un côté ou un autre de l'espace mental, selon leur valeur (Dehaene et al, 1993). Cette relation est connue sous le nom d'effet « SNARC » (Spatial-Numerical Association of Response Code). Elle est initialement basée sur une différence de temps de réaction lorsque les participants jugent la parité d'un nombre. Plus précisément, le temps de réponse des participants pour les petits nombres est dans l'ensemble plus rapide avec la main gauche qu'avec la main droite. A l'inverse, le temps de réponse pour les grands nombre est dans l'ensemble plus rapide avec la main droite qu'avec la main gauche. La relation entre quantités numériques et espace a été montrée dans différentes cultures (Shaki & Fisher, 2008), surtout dans la direction horizontale, mais également dans la direction verticale (Ito & Hatta, 2004). L'effet SNARC horizontal serait de plus observable chez l'enfant avant 9 ans (Berch et al, 1999 ; Yang et al, 2014). Dès cet âge, les enfants représenteraient donc les nombres de gauche à droite en fonction de leur grandeur. Il existe un autre marqueur de ce lien nombres-espace chez l'enfant. Au cours du développement, les enfants apprennent normalement à représenter les nombres sur un espace mental (Siegler & Opfer, 2003), appelé ligne numérique mentale (Dehaene, 1997). Ceci est généralement testé en demandant à l'enfant de placer un nombre sur une ligne dont les extrémités gauche et droite sont notées respectivement 0 et 100. Au début de l'apprentissage des mathématiques, une partie disproportionnée de la ligne serait occupée par les petits nombres, tandis que les grands nombres seraient compressés à l'extrémité droite de la ligne. Cette représentation se modifie progressivement en fin d'école maternelle et début d'école primaire de sorte que l'écart entre les quantités numériques devient proportionnel à l'espacement de leur symbole sur la ligne numérique mentale (Siegler & Opfer, 2003). Le degré de linéarisation de la ligne numérique mentale serait un prédicteur essentiel de l'apprentissage des mathématiques en début d'école primaire (Booth & Siegler, 2006 ; Gunderson et al, 2012). Ces associations des symboles numériques avec l'espace seraient notamment atteintes chez les dyscalculiques. En premier lieu, les enfants dyscalculiques ne présenteraient pas d'effet SNARC (Bachot et al, 2005). Ensuite, les dyscalculiques présenteraient une ligne numérique mentale immature (Geary et al, 2007 ; Geary et al, 2008). En d'autres termes, la linéarisation de la ligne numérique mentale serait ralentie.

La manipulation des symboles numériques est donc limitée chez les dyscalculiques, qu'il s'agisse de l'association entre nombres et espace ou du passage d'un format numérique à un autre. Ces différentes anomalies de représentation des nombres se répercutent sur l'apprentissage de l'arithmétique et des notions mathématiques plus complexes.

2.3) Apprentissage des faits et procédures arithmétiques

L'apprentissage de l'arithmétique est un des piliers de l'école primaire et mobilise de nombreuses compétences. Une maîtrise solide de l'arithmétique requiert non seulement une exécution sans faille des procédures de calcul, mais aussi une mémorisation de certains faits, de bonnes connaissances conceptuelles et des capacités de résolution de problème (Dowker, 2005).

Différentes études ont montré les limites des dyscalculiques dans un ou plusieurs de ces aspects de l'arithmétique.

Pour résoudre une opération arithmétique simple comme « $4 + 3$ », un large panel de stratégies peut être utilisé (Baroody & Ginsburg, 1986). Il est généralement admis qu'au début de l'apprentissage de l'arithmétique, les enfants ont recours au comptage. Une première stratégie observée à l'école maternelle, le « comptage du tout » consiste à dénombrer les deux opérands 4 et 3 séparément (Baroody, 1987). Chaque opérande peut être matérialisé par une collection d'objets ou par ses doigts. Ainsi, l'enfant va réciter la séquence numérique en partant de 1 jusqu'à atteindre le cardinal du premier opérande, puis répéter cela pour le second opérande. Pour finir, l'enfant va dénombrer l'ensemble formé par les deux opérands. Des stratégies de plus en plus efficaces vont rapidement se développer après 5 ans (Carpenter & Moser, 1984 ; Groen & Parkman, 1972). Par exemple, l'enfant ne comptera qu'à partir du premier terme, jusqu'au résultat. Puis l'enfant choisira de compter à partir du plus grand terme, ce qui lui fera gagner du temps. Enfin, le comptage sur les doigts s'effacera progressivement (Carpenter & Moser, 1984) tandis que le recours à la décomposition va également être observé en milieu de primaire (Russell & Ginsburg, 1984). Par exemple, pour calculer « $6 + 7$ » alors qu'il connaît le résultat de « $6 + 6$ », l'enfant va transformer l'opération en « $6 + 6 + 1$ ». Ce raccourci permet d'ajouter simplement une unité à un résultat déjà mémorisé. Les stratégies plus rapides vont remplacer progressivement les stratégies élémentaires. Le calcul va donc s'automatiser avec la pratique chez la majorité des élèves d'école primaire. La stratégie considérée comme la plus optimale consiste à récupérer en mémoire le résultat d'opérations (Ashcraft et Fierman, 1982). Ainsi, vers l'âge de 10 ans, il est généralement admis que les enfants récupèrent en mémoire le résultat des opérations simples. Les faits arithmétiques mémorisés formeraient un réseau, dont les éléments seraient plus ou moins fortement associés selon leur proximité sémantique (Ashcraft, 1992).

En revanche, les enfants dyscalculiques continueront souvent à avoir recours à des stratégies immatures pour résoudre les opérations simples. Par exemple, ils continueront à compter sur leurs doigts plus longtemps que leurs pairs (Geary et al, 2000). La stratégie consistant à dénombrer l'ensemble des opérands est également davantage utilisée (Geary et al, 1991), alors que la décomposition est moins souvent utilisée (Hanich et al, 2001).

Dans l'ensemble, ces différences de stratégies de résolution chez les dyscalculiques sont associées à des temps de réponse plus longs et/ou à des erreurs plus nombreuses lors de l'exécution des procédures de calcul (Andersson, 2010 ; Geary et al, 1991; Jordan et al, 2003), y compris lorsque les opérations arithmétiques sont présentées sous forme d'énoncé (Jordan & Montani, 1997 ; Ostad, 1998b ; Jordan et al, 2003). L'exécution imprécise des procédures est à mettre en lien avec une connaissance conceptuelle plus faible. En particulier, les dyscalculiques ont une moins bonne maîtrise des principes arithmétiques tels que la commutativité et l'inversion (Jordan et al, 2003 ; Andersson, 2010). La commutativité désigne le fait que la position des opérands n'a pas d'influence sur le résultat de l'addition ou de la multiplication (par exemple, « $8 + 7 = 7 + 8$ »). L'inversion renvoie à la relation complémentaire entre les opérations, notamment entre l'addition et la soustraction (par exemple, si « $7 + 3 = 10$ » alors « $10 - 3 = 7$ »). Une compréhension limitée de ces principes arithmétiques peut expliquer un manque d'automatisation des procédures.

Lorsque la stratégie la plus automatisée, à savoir la récupération en mémoire, est utilisée, elle s'avère moins efficace chez les dyscalculiques (Russell & Ginsburg, 1984 ; Geary et al, 1991; Barrouillet et al, 1997 ; Geary et al, 2000 ; Andersson et al, 2008). En particulier, le réseau de faits arithmétiques serait plus sensible aux interférences (Barrouillet et al, 1997). Ceci est suggéré par l'analyse des erreurs commises par exemple lors de la résolution de multiplications (qui reposent généralement sur un apprentissage par coeur) ou d'additions. Les réponses incorrectes proviennent souvent de la table de l'un des opérandes. Par exemple, lors de la résolution de « 8 x 7 », une erreur fréquente est de répondre « 48 », un produit de la table de 8. De même, lors de la résolution de « 3 + 4 », le produit de « 3 x 4 » serait parfois récupéré. Les dyscalculiques seraient plus sujets à ces intrusions lors de la résolution de multiplication (Barrouillet et al, 1997) et d'additions (Geary et al, 2000).

Enfin, si les dyscalculiques montrent des performances nettement inférieures pour les opérations simples, c'est sans surprise également le cas pour les opérations complexes (Russell & Ginsburg, 1984 ; Jordan et al, 2003 ; Andersson, 2010) sur des nombres à plusieurs chiffres ou sur des nombres décimaux. Les erreurs sont susceptibles de venir d'une mauvaise compréhension du système positionnel, entraînant une erreur de placement des nombres lors d'un calcul posé. Le **figure 3** illustre la résolution par un enfant dyscalculique de 11 ans (testé au laboratoire) d'une addition de 3 termes, dont deux nombres décimaux (« 2,50 + 3,25 + 5 = ? »). Ce participant commet l'erreur de placer le dernier terme entier dans une colonne correspondant aux décimales. Son erreur de positionnement le conduit à conclure que « 2,50 + 3,25 + 5 = 5,80 ».

$$\begin{array}{r}
 \\
 + 3,25 \\
 + 2,50 \\
 + 5 \\
 \hline
 5,80
 \end{array}$$

Figure 3. Exemple de calcul posé par un enfant dyscalculique de 11 ans.

Nous venons de résumer un ensemble de difficultés procédurales, factuelles et conceptuelles rencontrées par les enfants dyscalculiques en mathématiques. Plusieurs études suggèrent un défaut de traitement des quantités non-symboliques (Piazza et al, 2010 ; Mazzocco et al, 2011), alors que d'autres soulignent davantage le déficit de représentation des quantités symboliques (Rousselle & Noël, 2007). La nature des difficultés en mathématiques et le degré d'atteinte d'une compétence peut donc varier d'un individu à l'autre.

3) Les capacités cognitives générales dans la dyscalculie

Les études de psychologie développementale ont souligné le lien entre les capacités générales et la réussite scolaire, en particulier le niveau en mathématiques (Espy et al, 2004 ; Bull & Lee, 2014). L'apprentissage des différentes notions mathématiques fait appel à de nombreuses capacités, que ce soit pour retenir les tables de multiplication, organiser un calcul ou comprendre un problème. La réussite à ces différents exercices dépend notamment des fonctions exécutives et de la mémoire de travail, qui seraient moins développées chez les dyscalculiques (Geary et al, 1993; Andersson, 2010 ; Szucs et al, 2013). Avant de détailler ces déficits, nous présentons la structure des fonctions exécutives et de la mémoire de travail et quelques méthodes pour évaluer ces capacités.

3.1) Structure des fonctions exécutives et de la mémoire de travail

Une large partie de nos processus mentaux nécessitent de retenir temporairement des informations dans le but d'accomplir une tâche donnée. L'exécution de la tâche est limitée à la fois par les ressources attentionnelles qui lui sont consacrées et par la quantité d'informations qui peut être stockée en mémoire. La capacité de stockage est d'ailleurs influencée par la nature des informations. Ces mécanismes cognitifs renvoient au concept de mémoire de travail (Miller et al, 1960). Le modèle le plus consensuel de la mémoire de travail a été initialement proposé par Baddeley & Hitch (1974) et décrit un système « faisant le lien entre perception, mémoire à long-terme et action » (Baddeley, 2003). Le système comprend deux unités de stockage temporaire : la boucle phonologique (maintenance des informations verbales) et le calepin visuo-spatial (maintenance des informations visuo-spatiales). Il a plus récemment été suggéré qu'un « buffer épisodique » ferait le lien entre la mémoire à long terme et les unités de stockage temporaire (Baddeley, 2000). Ces systèmes de stockage temporaire sont sous le contrôle d'un administrateur central, qui serait composé de plusieurs fonctions exécutives dont les principales seraient l'inhibition, la flexibilité et la mise à jour des informations verbales et spatiales (Miyake et al, 2000 ; Friedman & Miyake, 2017). Plus précisément, l'inhibition est la capacité à retenir des réponses automatiques. On pourrait même distinguer l'inhibition « chaude » lorsque la réponse à retenir implique un enjeu affectif et l'inhibition « froide » lorsqu'aucun enjeu affectif est présent (Zelazo & Müller, 2005). La flexibilité désigne la capacité à alterner entre deux tâches (Monsell, 1996). Il faut se désengager de la tâche qui n'est plus pertinente pour s'engager dans la tâche qui devient pertinente. Enfin, la mise à jour est le remplacement d'informations stockées par de nouvelles informations plus pertinentes. Ces fonctions exécutives interagissent entre elles lors de l'exécution de tâches complexes comme la planification ou la résolution de problème. On notera que les notions de mémoire de travail et de fonctions exécutives se rejoignent en partie dans le concept d'attention de Cowan (2005). D'après cet auteur, la mémoire de travail correspondrait à l'attention maintenue dans la durée.

Cette compartimentation théorique de la mémoire de travail et des fonctions exécutives vient de données empiriques de psychologie cognitive et neuropsychologie qui ont montré une indépendance relative de ces composantes chez l'adulte, mais également chez l'enfant dès 4 ans (Gathercole et al, 2004). Pour mieux comprendre les processus cognitifs sous-tendus par ces

différentes composantes et leur lien avec l'apprentissage des mathématiques, nous allons mentionner quelques tests cognitifs qui évaluent ces différentes composantes.

3.2) Evaluation et séparation des capacités cognitives générales

Une évaluation de la capacité de la boucle phonologique consiste à annoncer (oralement) au participant une liste de mots ou une série de chiffres qui doivent être répétés dans l'ordre (par exemple, le digit span (Wechsler, 1974)). Le nombre maximum d'unités restituées dans l'ordre définit la capacité de stockage verbal. Un exercice plus complexe de traitement verbal consiste à maintenir des informations annoncées tout en effectuant une seconde tâche. C'est le cas lorsque le participant doit restituer dans l'ordre inverse la série de chiffres présentée ou lorsqu'il doit retenir le dernier mot de chaque phrase d'un texte tout en jugeant si la phrase est vraie ou fausse (Listening span, Daneman & Carpenter, 1980). En plus de la capacité de stockage de la boucle phonologique, ces deux exercices font intervenir les fonctions exécutives et plus précisément la mise à jour des informations verbales.

Afin d'évaluer la capacité du calepin visuo-spatial, les blocs de Corsi sont fréquemment utilisés (De Agostini et al, 1996). Dans cette tâche, des formes géométriques sont placées devant le participant. L'expérimentateur pointe plusieurs formes les unes après les autres. Le participant doit ensuite reproduire la séquence vue. Une variante est de présenter une grille ou matrice de dimension donnée dont certaines cases sont colorées. A la présentation de la matrice suivante, le participant doit juger si la distribution des cases colorées est identique à celle de la première matrice. Si ces deux tests évaluent la capacité de stockage visuo-spatial au sens large, certaines études montrent une distinction entre le traitement spatial et le traitement visuel (Della Sala et al, 1999 ; 2002). Le traitement spatial impliquerait un mouvement ou changement dans le temps (blocs de Corsi), contrairement au traitement visuel (matrices). Comme pour le traitement phonologique, on distingue les tâches de maintenance pure des tâches faisant appel non seulement à la maintenance mais aussi à la mise à jour des informations. C'est le cas pour une version des blocs de Corsi qui exige la restitution de la séquence visuo-spatiale dans l'ordre inverse de celle présentée.

L'évaluation des fonctions exécutives peut être réalisée de façon plus globale par des tâches cognitives complexes comme le test de Wisconsin (Grant & Berg, 1948). Le test de Wisconsin consiste à trier des cartes selon une règle indiquée, cette règle changeant régulièrement. Cependant, les fonctions exécutives peuvent être évaluées plus finement chez l'adulte comme chez l'enfant grâce à des tests ciblant plus spécifiquement les 3 composantes principales. Premièrement, une mesure de l'inhibition est donnée par le Stroop (Stroop, 1935). La version originale de ce test consiste à nommer la couleur avec laquelle est écrite un nom de couleur (par exemple, dire « bleu » quand le mot rouge apparaît en lettres bleues). Deuxièmement, une méthode d'évaluation de la flexibilité est le test « soustraire-ajouter » (Spector & Biederman, 1976). Les participants doivent additionner un même chiffre à une liste de nombres puis soustraire le même chiffre à une seconde liste de nombres, et enfin alterner entre addition et soustractions pour une dernière liste. Troisièmement, la capacité de mise à jour peut être mesurée par le test « N-back » (Kirchner, 1958). Une série de stimuli visuels ou auditifs est présentée et il faut restituer l'élément en $n^{\text{ième}}$ position avant l'arrêt de la séquence.

Les outils de mesure de la mémoire de travail et des fonctions exécutives ont été utilisés pour mieux identifier les déficits cognitifs des dyscalculiques de différents groupes d'âge, avec ou sans comorbidité. Les déficits identifiés par les différentes études sont mis en relation avec les déficits observés en mathématiques.

3.3) Les déficits cognitifs généraux dans la dyscalculie

La dyscalculie serait associée à une plus faible capacité de stockage temporaire des informations et à un contrôle cognitif moins efficace, entraînant des difficultés de traitement des informations verbales et visuo-spatiales (Swanson & Jerman, 2006 ; Andersson, 2010 ; Attout & Majerus, 2015). L'intégrité de chaque composante de la mémoire de travail ou des fonctions exécutives a été testée par différentes études.

Premièrement, plusieurs études rapportent un déficit de mémoire de travail verbale dans la dyscalculie. Une méta-analyse de Swanson et Jerman (2006) souligne l'atteinte de la mémoire de travail verbale chez les dyscalculiques. Il faut cependant faire une distinction entre la capacité de stockage (ou mémoire à court terme) et la mise à jour des informations verbales. D'une part, le stockage des informations verbales serait en général préservé (Geary et al, 2000 ; McLean & Hitch, 1999 ; Passolunghi & Siegel, 2004 ; Andersson, 2010 ; Szucs et al, 2013) et ne serait plus faible que pour les informations verbales numériques (McLean & Hitch, 1999 ; Passolunghi et al, 2001 ; Passolunghi & Siegel, 2004). Toutefois, il a récemment été démontré que les dyscalculiques auraient plus de difficulté à encoder l'ordre de présentation des stimuli verbaux (Attout & Majerus, 2015). D'autre part, la mise à jour verbale serait atteinte dans la dyscalculie (Passolunghi & Siegel, 2004 et Passolunghi et al 2001; McLean & Hitch 1999; Andersson & Lyxell 2007 ; Passolunghi & Siegel 1999). Ces études sont en lien avec une méta-analyse plus récente de Friso-van den Bos et al (2013) qui montre que la capacité de mise à jour verbale est la composante de la mémoire de travail et des fonctions exécutives la plus importante dans l'apprentissage des mathématiques. La mise à jour verbale a notamment été associée à de meilleures performances chez des enfants de primaire en résolution de problèmes (Swanson, 2004 ; Swanson & Fung, 2016), en comptage (Noël, 2009) et en résolution d'additions simples (Barrouillet & Lépine, 2005 ; Noël, 2009). Cette capacité pourrait permettre la maintenance de résultats intermédiaires lors du calcul mental (Dehaene & Cohen, 1997). Ainsi, l'atteinte de la mémoire de travail verbale est susceptible d'entraîner un retard d'acquisition des faits et des procédures arithmétiques. Comme le propose Geary (1993), ce déficit peut nécessiter l'utilisation de supports physiques pour compter, comme les doigts. Cette stratégie de compensation chez les dyscalculiques augmenterait le nombre de procédures à exécuter, ce qui multiplierait le risque d'erreur.

Deuxièmement, la dimension visuo-spatiale de la mémoire de travail serait atteinte chez les dyscalculiques. La plus faible capacité de stockage de l'information visuo-spatiale a été démontrée plusieurs fois (Mc Lean & Hitch, 1999 ; Van der Sluis et al, 2005 ; Rotzer et al, 2009 ; Andersson, 2010 ; Szucs et al, 2013). L'atteinte d'une capacité très liée à la maintenance visuo-spatiale, à savoir l'attention visuo-spatiale, a également été mise en évidence chez des adultes dyscalculiques (Ashkenazi & Henik, 2010a). Quant à la mise à jour visuo-spatiale, cette dimension peu étudiée serait aussi atteinte chez les dyscalculiques (Szucs et al, 2013), d'autant plus chez ceux avec une dyslexie

associée (Andersson, 2010). En outre, il a été montré que la mise à jour visuo-spatiale aurait autant d'importance pour l'apprentissage des mathématiques que le stockage des informations visuo-spatiales (Friso-van den Bos et al, 2013), ces deux composantes ayant un rôle plus déterminant que le stockage verbal (Friso-van den Bos et al, 2013). Plusieurs études longitudinales chez l'enfant neurotypique suggèrent que le stockage et la mise à jour des informations visuo-spatiales sont des prédicteurs spécifiques des compétences mathématiques (Verdine et al, 2014; Bull et al, 2008 ; Schuchardt et al, 2008 ; Geary, 2011 ; Pina et al, 2014), et ce de façon stable au cours de l'école primaire (Geary, 2011). Chez les plus jeunes, les capacités visuo-spatiales (comme la rotation mentale) seraient cruciales pour affiner la représentation de la ligne numérique mentale (Gunderson et al, 2012). Plus tardivement, les capacités visuo-spatiales permettraient l'acquisition de concepts et de procédures plus complexes, comme les notions de géométrie ou l'exécution d'opérations à plusieurs chiffres. En résumé, un déficit de mémoire de travail visuo-spatiale peut expliquer un grand nombre de difficultés en mathématiques dans la dyscalculie, au niveau procédural comme au niveau conceptuel.

Troisièmement, des études se sont intéressées à la capacité d'inhibition et de flexibilité mentale dans la dyscalculie. De manière générale, l'inhibition semble atteinte (Bull et al, 1999; Szucs et al, 2013 ; Van der Sluis et al, 2005) et il a récemment été proposé que les dyscalculiques seraient particulièrement sensibles à l'interférence (De Visscher & Noël, 2013 ; 2014). La mémorisation et la restitution d'informations seraient perturbées lorsque ces informations cibles sont associées avec des informations partageant un fort degré de similarité (De Visscher & Noël, 2013 ; 2014 ; De Visscher et al, 2015). Les données concernant la flexibilité sont moins nombreuses, mais montrent aussi une plus faible flexibilité dans la dyscalculie (Bull et al, 1999; Van der Sluis et al, 2005). En parallèle, différentes études chez les enfants neurotypiques ont souligné le rôle de l'inhibition et de la flexibilité dans la réussite en mathématiques (Mazzocco et al, 2007 ; Bull et al, 2008). Plus précisément, l'inhibition semble être plus importante que la flexibilité chez l'enfant jeune (Espy et al 2004; Bull & Scerif 2001). Un défaut d'inhibition pourrait perturber le dénombrement, la récupération de faits arithmétiques ou encore entraîner l'exécution d'une procédure inappropriée (par exemple, soustraire au lieu d'additionner). A l'inverse, la flexibilité jouerait un rôle plus important après 7ans (Bull & Scerif 2001; Bull et al, 1999; McLean & Hitch 1999). Une flexibilité très limitée pourrait ralentir un changement de stratégie lors de la résolution d'un problème. Les déficits d'inhibition et de flexibilité associés à la dyscalculie pourraient donc avoir des répercussions à des périodes différentes du développement.

En résumé, la dyscalculie serait associée à un déficit de mise à jour de l'information, qui semble aussi bien concerner les informations visuo-spatiales que verbales. Le déficit de maintenance pourrait en revanche être limité aux informations visuo-spatiales et à la mémorisation des informations ordinales. Enfin, il est possible que les dyscalculiques présentent des capacités d'inhibition et de flexibilité moindres que les enfants neurotypiques de même âge. Les contradictions apparentes concernant certaines composantes des fonctions exécutives et de la mémoire de travail peuvent venir de la forte corrélation entre certaines mesures et de la présence de comorbidités dans certaines études. Au-delà de ces quelques contradictions, il est envisageable que tous ces déficits cognitifs généraux dans la dyscalculie aient des répercussions sur différentes compétences mathématiques, sollicitées à différents moments de la scolarité.

4) Les anomalies cérébrales associées à la dyscalculie

Les différences inter-individuelles de compétences mathématiques ont été explorées sous l'angle des Neurosciences cognitives. Les techniques de neuro-imagerie ont notamment permis de caractériser les anomalies cérébrales associées à la dyscalculie. La structure aussi bien que le fonctionnement cérébral présentent des particularités chez les dyscalculiques. En particulier, des anomalies fonctionnelles ont été observées dans des tâches impliquant aussi bien des quantités numériques que d'autres stimuli (Price et al, 2007 ; Mussolin et al, 2010 ; Rotzer et al, 2009). Nous décrivons d'abord les différences anatomiques entre les enfants dyscalculiques et les enfants neurotypiques de même âge, puis les différences d'activité et de connectivité fonctionnelle.

4.1) Anomalies anatomiques

Lorsque l'on s'intéresse aux structures cérébrales, il faut distinguer la substance grise (corps cellulaire et arborisation dendritique des neurones) et la substance blanche (axones). Le volume local de substance grise dépend du nombre de neurones et de la taille de leur arbre dendritique. Le volume de substance blanche est lié à la connectivité au sein d'une aire cérébrale et entre différentes aires cérébrales. Ces paramètres changent au cours du développement, soit naturellement (phénomène de pruning), soit sous l'influence de l'environnement (plasticité cérébrale). Le pruning correspond à la destruction programmée des connexions synaptiques, entraînant la perte de substance grise dans certaines régions. Ce phénomène se produit de la naissance jusqu'à la fin de l'adolescence. La plasticité cérébrale correspond à la modification de la structure du cerveau suite aux interactions avec l'environnement. Par exemple, la répétition d'une tâche cognitive peut entraîner une augmentation locale du volume cérébral. Un exemple très connu est l'hippocampe plus développé des chauffeurs de taxi londoniens (Maguire et al, 2000).

Le volume de substance grise et de substance blanche est mesurable par voxel-based morphometry (VBM). En utilisant cette technique d'analyse structurale, des différences de compétences mathématiques ont été associées à des différences anatomiques. Chez des adolescents dyscalculiques nés prématurés, Isaacs et al (2001) ont montré pour la première fois que la dyscalculie était associée à un plus faible volume de substance grise dans l'IPS. Ce résultat a été reproduit chez des enfants dyscalculiques de 8 à 10 ans (Rotzer et al, 2008) et chez des enfants de 7 à 9 ans dont le niveau en mathématiques était inférieur au 45^{ème} percentile (Rykhlevskaia et al, 2009). Ces résultats sont en accord avec le fait que le volume de substance grise de l'IPS chez les enfants neurotypiques corrèle avec leurs compétences arithmétiques (Li et al, 2013 ; Price et al, 2016). La réduction du volume de matière grise dans la dyscalculie pourrait également concerner le cortex préfrontal (Rotzer et al, 2008) ainsi que le gyrus fusiforme, le gyrus parahippocampique et le cortex temporal (Rykhlevskaia et al, 2009). Des différences de volume de substance blanche ont aussi été reportées dans ces deux études chez les dyscalculiques, bien que leurs localisations soient contradictoires. Alors que Rotzer et collègues (2008) ont observé un volume plus faible au niveau des régions frontales gauches et parahippocampiques droites, Rykhlevskaia et al (2009) ont montré une différence au niveau du corps calleux et de la région temporo-pariétale droite.

Les différences anatomiques individuelles (de substance blanche) peuvent aussi concerner la connectivité structurale, c'est-à-dire l'organisation des fibres reliant des régions cérébrales entre elles. Il existe des connections intra- et interhémisphériques dont la structure détermine l'efficacité des communications neuronales entre différentes régions cérébrales. L'imagerie par diffusion ou DTI permet d'analyser l'intégrité de ces fibres. Leur intégrité dépend du nombre d'axones et de la cohérence de leur orientation. A l'heure actuelle, quelques études ont montré une anomalie de connectivité structurale dans la dyscalculie. Premièrement, Kucian et collègues (2014) ont proposé que l'intégrité du faisceau longitudinal supérieur (reliant le cortex frontal aux régions corticales postérieures) serait réduite chez les enfants dyscalculiques de 10 ans (**Figure 4**). Ce résultat recoupe une étude menée chez des participants neurotypiques de 10 à 15 ans (Tsang et al, 2009). Cette étude montre une corrélation positive entre les capacités d'approximation dans une tâche arithmétique et l'intégrité de la partie antérieure du faisceau longitudinal supérieur. Deuxièmement, l'intégrité du faisceau longitudinal inférieur (fibres reliant les régions occipitales aux régions temporo-pariétales) et du faisceau fronto-occipital inférieur (fibres reliant les régions occipitales aux régions frontales) serait réduite chez les dyscalculiques (Rykhlevskaia et al, 2009) (**Figure 4**), ainsi que l'intégrité des fibres au sein des régions temporales et occipitales (Rampura et al, 2013).

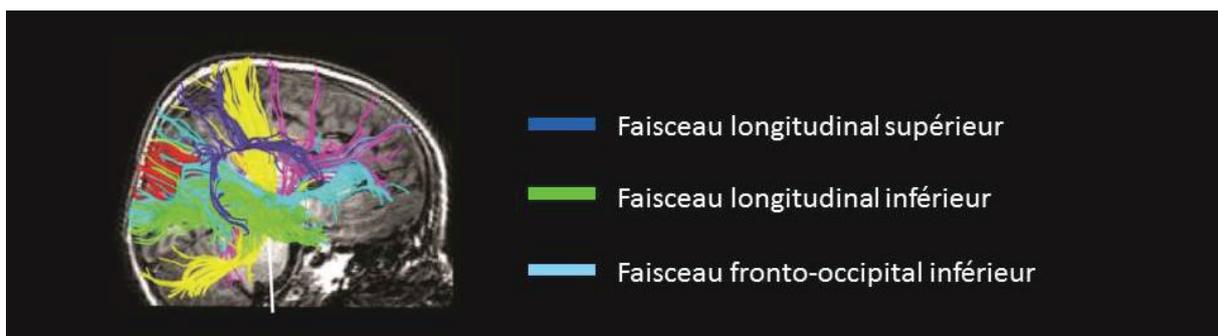


Figure 4. Anomalies de connectivité structurale dans la dyscalculie. L'intégrité des faisceaux longitudinaux supérieur et inférieur et du faisceau fronto-occipital inférieur serait atteinte chez les dyscalculiques. (adapté de Rykhlevskaia et al, 2009)

Les différences structurales chez les dyscalculiques concernent plusieurs régions cérébrales en plus de l'IPS et suggèrent un développement atypique des réseaux cérébraux. Les anomalies structurales décelées peuvent être la cause ou la conséquence d'anomalies fonctionnelles.

4.2) Anomalies fonctionnelles lors de tâches numériques

Le traitement des nombres et l'arithmétique implique un large réseau fonctionnel chez l'adulte comme chez l'enfant (Rivera et al, 2005 ; Kaufmann et al, 2008). Les bases neurales associées à la manipulation des quantités numériques dépendent en partie du format des nombres, du type d'opérations à effectuer et de la difficulté de la tâche. Ces différents facteurs sont à prendre en compte pour identifier les dysfonctionnements cérébraux dans la dyscalculie.

En ce qui concerne la comparaison de nombres, plusieurs études se sont intéressées à l'effet de distance neural au niveau de l'IPS. L'effet de distance neural décrit le fait que chez les individus neurotypiques, adultes comme enfants, l'activité de l'IPS est modulée par la distance entre les nombres à comparer (Ansari & Dhital, 2006). La latéralisation de cet effet pourrait dépendre du format des nombres. Plus précisément, il se pourrait que l'IPS gauche se spécialise au cours du développement pour les nombres symboliques, alors que l'IPS droit serait davantage recruté lors du traitement des quantités non-symboliques (Vogel et al, 2015). L'effet de distance neural chez les dyscalculiques est en revanche moins clair. D'une part, Price et al (2007) et Mussolin et al (2010) n'ont pas observé d'effet de distance dans l'IPS chez les dyscalculiques, pour des quantités non-symboliques et symboliques, respectivement. L'effet de distance était présent seulement chez les sujets neurotypiques. Cependant, Kucian et al (2006 ; Kucian et al, 2011) n'ont rapporté aucune différence pariétale entre enfants neurotypiques et dyscalculiques lors d'une tâche de comparaison de quantités approximatives. Dans d'autres régions cérébrales, des différences d'activité variables d'une étude à l'autre ont aussi été notées chez les dyscalculiques lors de la comparaison de nombres. Les enfants dyscalculiques présentaient un effet de distance plus important au niveau de l'aire motrice supplémentaire et du gyrus fusiforme (Kucian et al, 2011), une déactivation plus forte au niveau du cortex préfrontal médian (Price et al, 2007) ou encore une déactivation plus faible au niveau du gyrus cingulaire (Mussolin et al, 2010).

Une différence d'activité cérébrale entre enfants neurotypiques et dyscalculiques a également été constatée dans les régions fronto-pariétales latérales pour le calcul approximatif, tâche où le participant doit choisir le résultat le plus proche de celui de l'opération présentée. La direction de cette anomalie est là aussi contradictoire : l'activité chez les dyscalculiques était plus faible dans Kucian et al (2006) et plus forte dans Davis et al (2009).

Les bases neurales de l'arithmétique exacte ont été davantage documentées dans la dyscalculie. On retrouve une nouvelle fois des résultats contradictoires en ce qui concerne la différence d'activité cérébrale entre dyscalculiques et neurotypiques. Une première étude n'a pas relevé de différence lors de tâche d'addition (Kucian et al, 2006). Une autre étude souligne l'activité réduite dans l'IPS et les régions inférieure frontale et temporale moyenne lors de la résolution de multiplication (Berteletti et al, 2014). D'autres montrent au contraire une activité plus importante chez les dyscalculiques pendant la résolution d'addition et de soustractions, essentiellement dans les régions pariétales et frontales (Davis et al, 2009 ; Iuculano et al, 2015 ; Rosenberg-Lee et al, 2015), mais aussi dans les régions temporales et occipitales (Iuculano et al, 2015 ; Rosenberg-Lee et al, 2015). Enfin, la représentation des opérations simples et complexes au sein de l'IPS serait moins bien dissociée chez les dyscalculiques que chez les enfants neurotypiques (Ashkenazi et al, 2012).

Au delà de l'intensité de l'activité cérébrale au sein d'une région, les anomalies cérébrales caractérisant une population peuvent se traduire en terme de connectivité fonctionnelle. Puisque l'arithmétique implique de nombreuses régions cérébrales, une communication efficace entre ces régions serait cruciale pour atteindre une performance adéquate. Chez les dyscalculiques, il y aurait une hyperconnectivité entre l'IPS et d'autres régions pariétales et frontales, voire temporales (Jolles et al, 2016 ; Rosenberg-Lee et al, 2015). Une connectivité anormale pourrait refléter l'utilisation de stratégies de résolution inappropriées ou une grande difficulté à résoudre les problèmes arithmétiques, et une utilisation plus importante des ressources cognitives (Menon, 2016). Il est toutefois intéressant de noter que chez les enfants neurotypiques de 7 à 9 ans, l'IPS et le cortex

préfrontal deviennent (en une année seulement) plus connectés lors du calcul mental (Rosenberg-Lee et al, 2011). Il est donc pour l'instant difficile d'interpréter une différence de connectivité fonctionnelle dans la dyscalculie.

Ainsi, la dyscalculie serait associée à des différences cérébrales fonctionnelles (illustrées par la **Figure 5**), en particulier au niveau du cortex pariétal et du cortex frontal lors de tâches numériques. Le manque de consensus autour de la localisation et surtout du sens de ces anomalies viendrait en partie de la nature des tâches expérimentales et de leur niveau de difficulté.

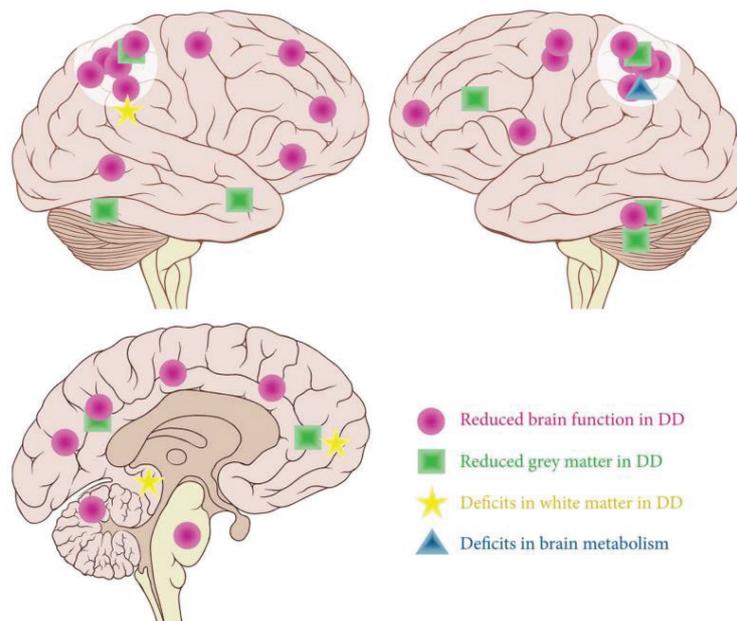


Figure 5. Principales anomalies cérébrales associées à la dyscalculie (d'après Kucian et al, 2014). Les différences d'activité cérébrale sont indiquées en violet.

4.3) Anomalies fonctionnelles lors de tâches cognitives non numériques

Comme détaillé dans les pages précédentes, la dyscalculie s'accompagne de déficits cognitifs généraux. Des fonctions cognitives comme la mémoire de travail, les fonctions exécutives, l'attention seraient atteintes chez au moins une partie des dyscalculiques. Les bases cérébrales de ces déficits généraux ont pourtant été très peu examinées.

Dans une tâche faisant appel à la mémoire de travail visuo-spatiale (maintenance), adaptée des blocs de Corsi, Rotzer et al (2009) ont montré une différence d'activité cérébrale entre enfants dyscalculiques et neurotypiques. En particulier, les dyscalculiques présentaient une activité réduite dans l'IPS droit, le gyrus frontal inférieur (IFG) droit et l'insula droite, malgré des performances similaires. Ces auteurs ont suggéré que l'activité réduite au niveau de l'insula et de l'IFG droits pouvait refléter un déficit d'inhibition, alors que l'activité réduite de l'IPS droit pouvait indiquer une atteinte de la voie visuelle dorsale dans la dyscalculie (Rotzer et al, 2009). Une activation anormale du cortex pariétal chez les dyscalculiques par rapport aux enfants neurotypiques a également été trouvée lors d'une tâche d'ordinalité impliquant un nombre de sujets limité (Kaufmann et al, 2009).

Lorsque les participants devaient juger si une série de chiffres ou de lettres était rangée dans l'ordre, les dyscalculiques montraient une activité plus importante au niveau du lobe pariétal supérieur et inférieur gauche pour les stimuli numériques comme non numériques. Ces résultats suggèrent une atteinte générale des mécanismes cérébraux de l'ordinalité (Kaufmann et al, 2009). Ces conclusions sont en partie en accord avec une étude menée chez des adultes dyscalculiques. Une plus faible capacité de mémorisation des informations ordinales chez les dyscalculiques a été associée à une plus faible activité du gyrus frontal moyen droit (Attout et al, 2015), alors qu'aucune différence dans l'IPS n'a été retrouvée. Enfin, lors d'une tâche de rotation mentale, aucune différence d'activité n'a été constatée entre des adolescents dyscalculiques et neurotypiques (McCaskey et al, 2017). En revanche, dans une tâche de comparaison de dimensions continues (angles), les dyscalculiques ont montré une activité plus élevée dans l'IFG gauche (McCaskey et al, 2017). Cette dernière étude conclut que la comparaison de dimensions continues pourrait recruter des régions moins spécialisées chez les dyscalculiques que chez les neurotypiques.

En conclusion, de multiples anomalies cérébrales structurales et fonctionnelles ont été identifiées chez les individus dyscalculiques, même si la localisation et le sens de ces différences cérébrales n'ont pas toujours été répliquées. Cette variabilité pourrait être liée à la fois aux changements développementaux des substrats de la cognition numérique, et aussi à la diversité des tâches utilisées (numériques et générales). A cet égard, alors que de plus en plus de recherches mettent l'accent sur les déficits généraux de la dyscalculie, trop peu d'études de neuroimagerie ont exploré leurs corrélats fonctionnels. De telles études permettraient de mieux informer les causes de la dyscalculie.

Chapitre 2 : Les causes hypothétiques de la dyscalculie

Les études de Psychologie cognitive et développementale ont révélé l'atteinte de multiples compétences numériques et générales dans la dyscalculie. La diversité des déficits observés pose la question de la spécificité de ce trouble de l'apprentissage. Les premières recherches suggéraient déjà l'existence de différents « sous-types » de dyscalculie qui seraient causés par différents facteurs (Temple, 1991 ; Geary, 1991). A l'heure actuelle, plusieurs théories (dont certaines très récentes) proposent d'expliquer les causes de la dyscalculie en combinant les données comportementales et de neuroimagerie. Nous commençons par présenter la théorie selon laquelle la dyscalculie serait due à une atteinte spécifique du sens du nombre (Butterworth, 2005 ; Wilson & Dehaene, 2007 ; Piazza et al, 2010), puis nous verrons que la dyscalculie pourrait venir d'une incapacité à associer une grandeur numérique à un symbole (Rousselle & Noël, 2007). Ces deux hypothèses impliquent que la dyscalculie serait liée à un déficit primaire et spécifique. Nous présentons ensuite les théories qui soutiennent que les difficultés mathématiques des dyscalculiques sont causées par des atteintes cognitives générales. Celles-ci incluent des troubles visuo-spatiaux (Rourke, 1993 ; Szucs et al, 2013), un déficit global de représentation des grandeurs (Skagerlund et al, 2014 ; Leibovich et al, 2016), un déficit de ressources attentionnelles et de mémoire de travail (Ashkenazi & Henik, 2010a ; De Visscher & Noël, 2013), un déficit de traitement des informations ordinales en mémoire de travail (De Visscher et al, 2015) et un déficit de mémoire procédurale (Evans & Ullman, 2016).

1) Un déficit spécifique

1.1) Un déficit du sens du nombre

Peut-être l'une des hypothèses parmi les plus populaires postule que la dyscalculie serait liée à une anomalie cérébrale affectant spécifiquement le traitement des quantités numériques non-symboliques. Plus précisément, un dysfonctionnement du sillon intra-pariétal entraînerait des difficultés à reconnaître les quantités numériques non-symboliques, ce qui empêcherait l'acquisition des mathématiques symboliques (Butterworth, 2005 ; Wilson & Dehaene, 2007 ; Piazza et al, 2010). Cette hypothèse découle des théories dites du « sens du nombre » (Dehaene, 1997 ; Feigenson et al, 2004) postulant que la représentation des quantités numériques serait une capacité innée, ou en tout cas extrêmement précoce sur le plan du développement. Il est important de noter que les théories diffèrent quant à la définition de « sens du nombre ». Pour certaines, ce « sens du nombre » fait référence à la capacité à traiter et comparer des quantités numériques non-symboliques approximatives (Feigenson et al, 2004). D'autres auteurs définissent le « sens du nombre » comme la capacité à représenter la quantité exacte dans un ensemble (Butterworth, 2005). D'autres encore font la distinction entre les petites quantités exactes et les quantités approximatives (Feigenson et al, 2004) qui seraient traitées selon deux processus distincts, respectivement le subitizing et le système numérique approximatif. Dans tous les cas, ces théories reposent sur l'idée que la faculté à reconnaître les quantités numériques serait très ancienne au niveau de l'évolution. Cette capacité serait partagée par de nombreuses espèces animales, dont les primates non-humains (Brannon & Terrace, 2000), les oiseaux (Brannon et al, 2001) jusqu'aux invertébrés comme les poissons (Agrillo et

al, 2009) et les abeilles (Gross et al, 2009). Chez l'homme, les mécanismes de traitement numérique semblent présents dès la naissance (Izard et al, 2009). Les bébés seraient capables de subitizing (Wynn, 1992), et pourraient également détecter une différence entre des quantités numériques approximatives (Izard et al, 2009 ; Xu & Spelke, 2000) et effectuer des opérations approximatives (Mc Crink & Wynn, 2004). Ces observations comportementales suggèrent que les substrats cérébraux du sens du nombre ont été conservés au cours de l'évolution (Dehaene, 1997). En effet, l'implication de l'IPS dans le traitement des nombres a été montrée chez le singe (Nieder & Miller, 2004). Des enregistrements électrophysiologiques ont révélé que des neurones de l'IPS répondent préférentiellement à une quantité numérique donnée. Plus la quantité présentée s'éloigne de la quantité préférée, moins le neurone décharge (Nieder & Miller, 2004). La représentation des quantités numériques viendrait de l'intégration des signaux émis par les différentes populations de neurones sensibles aux différentes quantités numériques. Plus des quantités numériques à comparer seraient éloignées, plus les populations de neurones répondant à chaque quantité seraient distinctes (Dehaene & Changeux, 1993), ce qui faciliterait la comparaison. Chez l'homme, l'IPS répond de la même manière aux différences de quantités numériques (Piazza et al, 2004). La réponse de l'IPS aux quantités numériques s'observe aussi bien dans des conditions passives (Piazza et al, 2004 ; Cantlon et al, 2006) qu'actives (Dehaene et al, 1999), quel que soit le format des nombres (Pinel et al, 2001) et quelle que soit la modalité de présentation (Eger et al, 2003). De plus, les structures cérébrales impliquées dans le sens du nombre chez l'adulte sont les mêmes chez l'enfant de 4 ans (Cantlon et al, 2006) et chez le bébé de 3 mois (Izard et al, 2008).

Même si les théories du « sens du nombre » postulent que les mécanismes de traitement des quantités numériques sont présents dès la naissance, ces théories ne voient pas ce « sens du nombre » comme une capacité figée. Ainsi, l'acuité numérique (la capacité à différencier des quantités numériques) s'affinerait rapidement au cours des premières années (Halberda & Feigenson, 2008). Alors que le nouveau-né serait sensible à une différence de quantités de 1:3 (Izard et al, 2009), le bébé de 6 mois serait sensible à une différence de 1:2 (Lipton & Spelke, 2003) et le bébé de 9 mois détecterait une différence de 2:3 (Lipton & Spelke, 2003). L'acuité numérique continuerait à progresser au début de l'enfance pour atteindre 3:4 à 3 ans et 5:6 à 5-6 ans (Halberda & Feigenson, 2008). Chez l'adulte, l'acuité numérique serait d'environ 7:8 en moyenne (Barth et al, 2003) mais pourrait varier de 5:6 à 9 :10 selon les individus (Pica et al, 2004). Les différences inter-individuelle d'acuité numérique chez l'adulte se retrouvent par ailleurs dès le plus jeune âge et seraient relativement stables au cours du développement (Libertus & Brannon, 2010). Il a par exemple été observé que les bébés disposant d'une moins bonne acuité numérique à 6 mois étaient ceux qui montraient la moins bonne acuité numérique à 9 mois (Libertus & Brannon, 2010). De telles différences d'acuité numérique pourraient en partie être innées, et dans le même temps liées à un rythme de développement différent (Piazza et al, 2010). Dans tous les cas, les théories du « sens du nombre » soutiennent que la précision avec laquelle les quantités numériques sont représentées chez le jeune enfant serait essentielle à l'acquisition des symboles numériques (Butterworth, 2005 ; Piazza et al, 2010 ; Libertus et al, 2011 ; Mazocco et al, 2011). L'acuité numérique serait effectivement un prédicteur de la réussite en mathématiques à différents stades ontogéniques. Par exemple, la capacité à discriminer des quantités approximatives à 4 ans est corrélée au niveau en mathématiques à 6 ans (Mazocco et al, 2011). Aussi, l'acuité numérique à 14 ans est corrélée à la réussite arithmétique des mêmes individus à 8 ans (Halberda et al, 2008). Cette corrélation positive entre précision du sens du nombre et niveau en mathématiques se maintient même chez l'adulte

(Lourenco et al, 2012). A l'extrémité du continuum, plusieurs travaux présentés au chapitre précédent ont montré un déficit d'acuité numérique ou plus globalement un déficit du sens du nombre chez les dyscalculiques (Landerl et al, 2009 ; Piazza et al, 2010 ; Mussolin et al, 2010 ; Mazzocco et al, 2011). Par exemple, Piazza et collègues (2010) ont montré que des enfants dyscalculiques de 10 ans présentaient l'acuité numérique attendue à 5 ans. Il a donc été suggéré que c'est un dysfonctionnement du sens du nombre qui retarderait l'association entre un symbole et sa grandeur numérique chez les dyscalculiques et compliquerait l'acquisition des mathématiques symboliques.

Quelques études de neuro-imagerie ont examiné l'intégrité des substrats cérébraux du « sens du nombre » chez les dyscalculiques. Comme nous l'avons mentionné dans les paragraphes précédents, l'IPS présente des atteintes structurales chez ces individus (Isaacs et al, 2001 ; Rotzer et al, 2008). Au niveau fonctionnel, l'IPS est moins sensible aux variations de quantités numériques chez les dyscalculiques (Price et al, 2007 ; Mussolin et al, 2010) et son activité est réduite lors du calcul approximatif (Kucian et al, 2006). Ces quelques études soutiennent l'hypothèse d'une atteinte pariétale affectant le traitement des quantités numériques dans la dyscalculie. Des recherches chez d'autres populations ont également associé un déficit du « sens du nombre » à des dysfonctionnements pariétaux. Premièrement, une acalculie avec déficit de représentation des quantités non-symboliques a été observée chez des patients présentant une lésion limitée à l'IPS gauche (Ashkenazi et al, 2008) ou à l'IPS droit (Dehaene & Cohen, 1997). Deuxièmement, une étude chez des patients atteints d'une maladie génétique (syndrome de Turner) et présentant des difficultés à manipuler les quantités numériques approximatives a aussi révélé des anomalies structurales et fonctionnelles de l'IPS (Molko et al, 2003). Cette dernière étude est pertinente pour l'hypothèse d'un déficit du « sens du nombre » puisqu'elle montre qu'une malformation de l'IPS d'origine génétique serait associée à un dysfonctionnement du « sens du nombre ». Cependant, le développement cérébral des patients atteints d'une maladie génétique étant difficilement comparable à celui des enfants atteints d'un trouble de l'apprentissage (Karmiloff-Smith, 1998), il est difficile de conclure que les déficits du « sens du nombre » dans ces deux populations ont une origine commune. Une preuve plus directe de l'atteinte du traitement numérique dans l'IPS comme cause de la dyscalculie vient d'une étude par stimulation cérébrale. La stimulation magnétique trans-crânienne (TMS) consiste à appliquer localement un champ magnétique à la surface du crâne. A une certaine intensité, la stimulation perturbe le fonctionnement de la région corticale ciblée. Cohen-Kadosh et al (2007) ont appliqué une stimulation inhibitrice au niveau de l'IPS droit d'adultes en train de réaliser une tâche de comparaison de quantités. Cette inhibition temporaire affectait le traitement des quantités numériques (Cohen-Kadosh et al, 2007). A l'inverse, une autre étude a montré qu'une stimulation électrique excitatrice au niveau du cortex pariétal augmentait à moyen terme l'efficacité d'un entraînement du système numérique approximatif (Cappelletti et al, 2013). Ces résultats soulignent davantage le rôle de l'IPS dans le « sens du nombre » et appuient l'hypothèse selon laquelle la dyscalculie pourrait être causée par un déficit pariétal de traitement des quantités numériques.

Les théories du déficit du « sens du nombre » ont donc été appuyées par des données empiriques variées. Cependant, le déficit de représentation des quantités numériques chez les dyscalculiques n'a pas toujours été mis en évidence dans le cas de quantités non-symboliques et s'avère au contraire plus robuste dans le cas de quantités symboliques (Rousselle & Noël, 2007 ; Luculano et al, 2008 ; Landerl & Kölle, 2009 ; De Smedt & Gilmore, 2011). Une cause de la dyscalculie

pourrait alors être un déficit de représentation des quantités numériques à partir des symboles. L'hypothèse a été nommée « *access-deficit* » ou « déficit d'accès aux quantités numériques » (Rousselle & Noël, 2007).

1.2) Un déficit d'accès aux quantités numériques à partir des symboles

Si la précision du système numérique approximatif est un prédicteur de la réussite en mathématiques au cours de la scolarité (Mazzocco et al, 2011 ; Gilmore et al, 2013), les compétences symboliques compteraient davantage (Holloway & Ansari, 2009 ; Lyons et al, 2014). Une des principales caractéristiques de la dyscalculie est la difficulté à manipuler les symboles numériques, par exemple lors de simples comparaisons ou lors de l'exécution d'un calcul (Geary et al, 1991). D'ailleurs, plusieurs études comportementales ont souligné des difficultés à comparer des nombres symboliques chez les dyscalculiques en l'absence de déficit de comparaison de nombres sous forme non-symbolique (Rousselle & Noël, 2007 ; Luculano et al, 2008 ; Landerl & Kölle, 2009 ; De Smedt & Gilmore, 2011). Il a donc été proposé que la dyscalculie serait dûe à un déficit d'accès aux représentations non-symboliques à partir des symboles numériques (Rousselle & Noël, 2007 ; Noël & Rousselle, 2011). L'association symbole-grandeur numérique ne serait pas automatisée chez les dyscalculiques, alors que cette automatisation s'acquiert en début d'école primaire chez les enfants neurotypiques (Rubinsten & Henik, 2002) (au moins pour les unités). Quelques travaux ont même montré que les adultes dyscalculiques n'accédaient pas automatiquement à la représentation non-symbolique à partir des chiffres arabes (Rubinsten & Henik, 2005 ; Ashkenazi et al, 2009). Les participants de ces études devaient réaliser une tâche de Stroop numérique consistant à comparer des chiffres arabes. Le chiffre ayant la plus grande valeur était affiché soit en caractère plus petit que le chiffre ayant la plus petite valeur (5 7), soit en caractère plus grand (5 7). Les participants devaient juger soit la taille physique soit la valeur numérique. En d'autres termes, la quantité numérique interagissait avec un aspect perceptif (facilitation ou interférence). Au contraire des participants contrôles, les adultes dyscalculiques ne montraient pas d'effet d'interférence avec la grandeur numérique lors de la comparaison de taille physique. Ainsi, la présentation d'un chiffre de plus petite valeur en caractère plus grand n'augmentait pas le temps de réaction comme chez les participants contrôles (Rubinsten & Henik, 2005 ; Ashkenazi et al, 2009). Cela indique que, au contraire des participants contrôles, les dyscalculiques n'accèdent pas automatiquement à la représentation numérique dans cette tâche. Ce résultat suggère un déficit de traitement automatique des symboles numériques et appuie l'hypothèse d'un déficit d'accès aux grandeurs numériques. Des données de neuro-imagerie récentes rejoignent en partie cette théorie en laissant penser que la dyscalculie serait un « syndrome de déconnexion » (Jolles et al, 2016). Les auteurs ont en effet montré une atteinte de la connectivité fonctionnelle entre l'IPS et de nombreuses autres régions cérébrales chez les enfants dyscalculiques, suggérant que le traitement des quantités non-symboliques serait mal synchronisé avec les autres processus (notamment linguistiques) impliqués dans l'arithmétique (Jolles et al, 2016). Ces résultats sont notamment en accord avec le modèle du triple-code selon lequel, chez l'adulte, la représentation analogique des quantités numériques (e.g., ··) serait connectée à une représentation verbale (e.g., « trois ») et à une représentation visuelle (e.g., « 3 ») (Dehaene, 1992). Une communication anormale entre ces codes pourrait donc engendrer des difficultés dans le traitement des nombres.

Un déficit d'accès aux quantités numériques à partir des symboles aurait des répercussions importantes car le traitement des chiffres arabes, adjectifs cardinaux et quantifieurs rencontrés au quotidien pourrait permettre l'acquisition d'une représentation exacte des nombres (Carey, 2004). L'apprentissage du comptage, en associant un symbole à une quantité donnée, améliorerait ainsi la représentation des quantités correspondantes. Par exemple l'acquisition du mot « sept » induirait le concept associé à ce terme, c'est-à-dire une unité de plus que la quantité 6 déjà connue. Ainsi, une fois que l'enfant sait compter jusqu'à 100, il aurait acquis la représentation de ce nombre (Carey, 2004). Le « sens du nombre » serait donc renforcé par la confrontation aux symboles numériques. Cette proposition est appuyée par des données empiriques indiquant que l'apprentissage des mathématiques formelles améliore l'acuité numérique (Piazza et al, 2013). Chez les indiens Mundurucu d'Amazonie, dont le langage ne comporte pas d'adjectifs cardinaux après 5, une partie de la population suit un enseignement primaire en portugais. Les enfants scolarisés sont alors confrontés aux adjectifs cardinaux portugais et à la correspondance entre un mot, un symbole et un nombre entier. Les enfants scolarisés présentent un système numérique approximatif plus développé que les enfants non-scolarisés, un avantage qui ne semble pas dû à des différences sociales ou cognitives (Piazza et al, 2013). Ainsi, après un développement « programmé » dans les premières années de vie, un environnement culturel riche en symboles numériques permettrait l'amélioration du système numérique approximatif (Piazza et al, 2013). A l'inverse, une telle amélioration pourrait être empêchée par un déficit de traitement symbolique. Les quantités numériques ne seraient pas reliées aux mots et chiffres arabes correspondants. Ainsi, la théorie du déficit d'accès permet d'expliquer les différences apparaissant au cours du développement entre dyscalculiques et neurotypiques en ce qui concerne la représentation des quantités non symboliques. Le déficit du « sens du nombre » émergerait progressivement suite à l'affinement du système numérique approximatif par la manipulation des symboles numériques. Ce processus se déroulerait chez les enfants neurotypiques, mais pas chez les dyscalculiques. Cette idée expliquerait pourquoi le déficit de « sens du nombre » ne serait pas observable chez les enfants dyscalculiques avant 9 ans (Noël & Rousselle, 2011). Nous voyons donc que la théorie du déficit d'accès aux quantités numériques à partir des symboles n'est pas totalement incompatible avec les théories du « sens du nombre ». Mais il existe des différences essentielles, en particulier en ce qui concerne la direction du lien entre la représentation analogique et symbolique des nombres.

2) Une dyscalculie secondaire à des déficits généraux

Si la dyscalculie se définit surtout par des difficultés à manipuler les nombres, une grande partie des dyscalculiques présente également des déficits cognitifs plus généraux (Kucian & von Aster, 2015 ; Rubinsten & Henik, 2009). Les difficultés en mathématiques pourraient donc également être attribuables à ces déficits. En particulier, l'une des premières hypothèses avancées pour expliquer la dyscalculie est la présence de troubles visuo-spatiaux (Rourke, 1993).

2.1) Les troubles visuo-spatiaux

Dans une série d'études neuropsychologiques, Rourke et collègues ont comparé les capacités cognitives de différents groupes d'enfants présentant des déficits en arithmétique en l'absence de retard intellectuel global (Rourke & Finlayson, 1978 ; Rourke & Strang, 1978 ; Strang & Rourke, 1983). Les auteurs ont dans l'ensemble caractérisé deux groupes d'enfants. Dans un premier groupe, les enfants présentaient un retard en lecture et en arithmétique, le retard en lecture étant plus marqué que le retard en arithmétique. Les enfants de ce groupe avaient un QI verbal inférieur au QI de performance. De plus, leurs compétences phonologiques étaient inférieures à celles correspondant à leur âge. Au contraire, leurs capacités visuo-spatiales étaient dans la norme. Les enfants du second groupe, en revanche, ne présentaient pas de difficulté de lecture mais leur retard en arithmétique était extrêmement important. Ces enfants montraient un QI verbal normal et un QI de performance inférieur à la norme. Leurs capacités phonologiques étaient épargnées, mais leurs capacités visuo-spatiales (motrices et perceptives) étaient très atteintes. Les auteurs ont détaillé les atteintes cognitives chez ce groupe d'enfants : problèmes de coordination motrice, d'orientation droite-gauche, dysgraphie, incapacité à bénéficier d'un feed-back, plus faible perception tactile, représentation des doigts moins développée (agnosie digitale). Ce tableau très similaire au syndrome de Gertsman développemental (Benson & Geschwind, 1970) fait penser à une atteinte de l'hémisphère droit observé en neuropsychologie chez l'adulte. Ce tableau clinique est désigné sous le terme de «dysfonctions non-verbales » ou *nonverbal learning disability* (Gross-Tsur et al, 1995).

L'un des déficits présents chez les enfants avec dysfonctions non-verbales est susceptible d'être davantage associé à des difficultés arithmétiques : l'agnosie digitale. En effet, l'utilisation des doigts serait importante pour l'apprentissage du comptage. Une meilleure représentation sensori-motrice des doigts a été associée à de meilleures compétences numériques, indépendamment du QI (Fayol et al, 1998 ; Marinthe et al, 2001 ; Noël, 2005). Ce lien entre la représentation des doigts et des nombres peut s'expliquer par la proximité de leurs représentations au niveau cérébral (Zago & Pesenti, 2002). Ainsi, une atteinte pariétale associée à une agnosie digitale pourrait dégrader la représentation des quantités numériques (Butterworth, 1999), entraînant une dyscalculie. Dans ce contexte, une partie des enfants diagnostiqués dyscalculiques pourrait en réalité souffrir de dysfonctions non-verbales.

La catégorisation des dyscalculiques en fonction de leur profil cognitif établie par Rourke (1993) a été reprise par une méta-analyse récente (Szucs, 2016). L'auteur propose de distinguer d'une part les enfants dyscalculiques avec de faibles capacités de mémoire de travail verbale (maintenance et mise à jour) et un retard en lecture, et d'autre part les dyscalculiques avec de faibles capacités de mémoire de travail visuo-spatiale (maintenance et mise à jour) sans retard en lecture (Szucs, 2016). Alors que le premier profil pourrait être qualifié de comorbidité dyslexie-dyscalculie (avec des difficultés en mathématiques secondaires à la dyslexie), le deuxième profil pourrait être considéré comme une dyscalculie « pure » (sans comorbidité). Il faut noter que les troubles visuo-moteurs ou l'agnosie digitale ne sont pas mentionnés dans les travaux de Szucs et al (2013) et Szucs (2016). Ceci peut s'expliquer par le cadre des troubles neurodéveloppementaux de Karmiloff-Smith (2006). D'après cette auteure, les troubles du développement qui se caractérisent par des déficits spécifiques à un âge donné (difficultés à manipuler les quantités) peuvent provenir de déficits généraux (troubles visuo-spatiaux). Il est envisageable que pour certains dyscalculiques, les symptômes comme l'agnosie digitale ou la dysgraphie soient moins sévères et moins remarquables

au quotidien que les difficultés à manipuler les quantités numériques. Ainsi, ceci soulève l'hypothèse que les difficultés des dyscalculiques « purs » ne seraient pas dûes à une atteinte d'une capacité isolée comme le « sens du nombre », mais plutôt à des déficits cognitifs généraux, notamment en mémoire de travail visuo-spatiale (Szucs et al, 2013). Cette idée suggère également que les difficultés à manipuler les symboles numériques peuvent venir d'une représentation plus fragile de la ligne numérique mentale en mémoire de travail visuo-spatiale, plutôt que de difficultés d'accès au cardinal correspondant (von Aster & Shalev, 2007). En effet, les capacités visuo-spatiales sont liées à la linéarisation de la ligne numérique mentale (Gunderson et al, 2012). Un déplacement efficace le long de la ligne numérique mentale facilite la réalisation de tâches numériques (Fias et al, 2016). À l'inverse, les individus avec des capacités visuo-spatiales atteintes, comme les patients avec hémiparésie gauche, montrent un déficit de représentation de la ligne numérique mentale (Zorzi et al, 2002). De la même manière, une anomalie du lien nombres-espace chez les dyscalculiques (Bachot et al, 2005 ; Ashkenazi & Henik, 2010b) pourrait venir de difficultés à mettre la jour la représentation de la ligne numérique mentale en fonction des nombres à manipuler (Fias et al, 2013).

En conclusion, certaines recherches indiquent que la dyscalculie serait liée à des troubles visuo-spatiaux généraux (notamment de mémoire de travail visuo-spatiale), au moins pour une partie des enfants dyscalculiques (Rourke, 1993 ; Szucs et al, 2013).

2.2) Un déficit de représentation générale des quantités

Une autre théorie de la dyscalculie s'est plus récemment développée, à mi-chemin entre la théorie de l'atteinte du sens du nombre et les troubles visuo-spatiaux. Cette théorie postule que la dyscalculie aurait pour origine un déficit général de représentation des grandeurs (ou dimensions physiques), comme la taille, la durée, ou bien encore l'intensité lumineuse (Skagerlund et al, 2014; Leibovich et al, 2016). Cette proposition repose notamment sur l'idée que les quantités numériques ne seraient pas traitées par un système spécifique, mais par un système global de représentation des grandeurs (Walsh, 2003). On remarquera au passage que pour les didacticiens, les nombres peuvent être considérés aussi bien comme des quantités discrètes (les entiers naturels) dans un contexte de dénombrement que comme des quantités continues (par exemple, pour indiquer une mesure comme la taille). Par souci de simplification, les termes « nombres » et « quantités numériques » désignent les quantités discrètes dans cette section. Le terme « grandeur » est synonyme de « quantité » et inclut à la fois les quantités continues et les quantités numériques.

La théorie *ATOM (A Theory Of Magnitude, Walsh, 2003)* propose qu'un système commun de traitement des grandeurs faciliterait les interactions avec l'environnement. Cette théorie est alimentée par plusieurs observations. Premièrement, la loi de Weber, qui prédit que la discrimination des nombres dépend de leur rapport (Van Offelen & Vos, 1982), s'applique également à d'autres grandeurs comme la luminosité et l'intensité sonore (Stevens & Marks, 1965) ainsi que les dimensions spatiales (Johnson, 1939). Deuxièmement, de nombreux travaux montrent un lien entre le traitement cognitif des différentes grandeurs chez l'homme comme chez l'animal, en particulier l'interaction entre les nombres, l'espace et le temps (Hubbard et al, 2005). Le lien nombre-espace décrit précédemment (Chapitre 1, section 2.2) est le plus documenté, avec notamment l'existence de l'effet SNARC et de la ligne numérique mentale (van Dijck et al, 2011) chez l'adulte comme chez

l'enfant. Les nombres seraient également associés à des durées chez l'adulte (Cappelletti et al, 2009 ; 2013), chez le bébé (Lourenco & Longo, 2010 ; Van Marle & Wynn, 2006) et chez l'animal (Meck & Church, 1983) et seraient pour finir associés à la luminosité (De Havia et al, 2012) et à la puissance musculaire d'un mouvement de la main (Lindenman et al, 2007). En somme, le traitement d'une grandeur continue influencerait le traitement simultané des nombres, suggérant des mécanismes cérébraux partagés. Troisièmement, la représentation des grandeurs continues pourrait se développer de façon similaire à l'acuité numérique (Odic et al, 2013), avec une amélioration très rapide au début de l'enfance, puis une stabilisation de l'acuité à un seuil de discrimination donnée.

Si les grandeurs continues et les nombres sont traités par un même système, les substrats cérébraux impliqués dans la représentation de ces stimuli devraient se recouper (Walsh, 2003). Le cortex pariétal, et en particulier l'IPS, serait le principal substrat du traitement des grandeurs (voir la revue de Hubbard et al, 2005). Ceci a été mis en évidence par des études en électrophysiologie chez le singe et en neuro-imagerie chez l'homme. Chez le singe, des neurones situés au niveau de l'IPS répondraient à la fois aux longueurs et aux quantités numériques (Tudusciuc & Nieder, 2007). Chez l'homme, la comparaison d'intensité lumineuse et de taille recrute les mêmes régions que la comparaison de nombres (Pinel et al, 2004), à savoir des régions occipitales ainsi que l'IPS gauche et droit. Une méta-analyse récente a également conclu que les régions pariétales impliquées dans le traitement de grandeurs continues étaient aussi impliquées dans le traitement des nombres (Sokolowski et al, 2017). Une stimulation cérébrale excitatrice au niveau de l'IPS droit pendant une tâche de comparaison de nombres entraînerait simultanément une amélioration de la capacité à discriminer les quantités numériques et les durées (Cappelletti et al, 2013). A l'inverse, une stimulation magnétique inhibitrice appliquée sur la même région perturberait à la fois le traitement des nombres et des longueurs (Dormal et al, 2012). Ces études neuroscientifiques complètent les données comportementales en indiquant que les quantités numériques et continues seraient traitées par les mêmes régions cérébrales.

L'existence d'un mécanisme général de traitement des grandeurs implique qu'un déficit de traitement d'une grandeur donnée ne peut survenir seul. Etudier la représentation des grandeurs chez les dyscalculiques permet donc de tester à la fois une théorie de la dyscalculie et la théorie *ATOM*. Il découle de la théorie de Walsh (2003) que les individus dyscalculiques présentant un déficit de traitement des quantités numériques devraient éprouver des difficultés à traiter les grandeurs continues (Skagerlund et al, 2014 ; Henik 2017). Et en effet, les enfants dyscalculiques ont des difficultés à traiter les durées (Vicario et al, 2012 ; Skagerlund et al, 2014) et les dimensions spatiales (Skagerlund et al, 2014). Dans la première étude, Vicario et collègues (2012) ont trouvé que les dyscalculiques de 8 ans sous-estimaient les durées de l'ordre de la seconde par rapport aux enfants de même âge. Dans la seconde étude, Skagerlund et collègues (2014) ont comparé le traitement des nombres, des durées et des dimensions spatiales chez les dyscalculiques par rapport à un groupe d'enfants de même âge et à un groupe d'enfants plus jeunes de mêmes compétences arithmétiques. Les auteurs ont trouvé que les capacités de discrimination des dyscalculiques de 10 ans étaient inférieures à celles des enfants de même âge pour les 3 types de grandeurs. Ces travaux récents rejoignent donc l'hypothèse que la dyscalculie serait liée à un déficit « général » de traitement des grandeurs. Cependant, il faut noter que quelques études n'ont pas retrouvé un déficit général de traitement des grandeurs chez les dyscalculiques (McCaskey et al, 2017 ; Cappelletti et al, 2014). Par exemple, Cappelletti et al (2014) n'ont pas observé de difficulté à juger les longueurs et les durées chez des adultes dyscalculiques. D'autre part, McCaskey et al (2017) ont montré que des adolescents

dyscalculiques réussissaient à discriminer des angles aussi bien que leur pairs, malgré une performance réduite à une tâche de comparaison de nombres non-symboliques. Ces résultats ne semblent donc pas soutenir la théorie *ATOM* (Walsh, 2003) et sont en contradiction avec ceux reportés chez les enfants dyscalculiques par Skagerlund et al (2014) et Vicario et al (2012).

Néanmoins, comme nous l'avons vu plus haut, il est vrai que les dyscalculiques peuvent présenter des difficultés lorsqu'une grandeur continue interagit avec les nombres (Cappelletti et al, 2011). Sans nécessairement impliquer l'existence d'un système global de représentation des grandeurs comme postulé par *ATOM* (Walsh, 2003), ces résultats suggèrent tout de même que des systèmes impliqués dans le traitement de différentes dimensions continues pourraient recouper celui supportant le traitement des quantités numériques (Canton et al, 2009). Ainsi, bien que les études IRMf chez l'homme semblent indiquer un rôle de l'IPS dans le traitement des quantités en général (Hubbard et al, 2005), il est possible que différentes populations de neurones de l'IPS répondent préférentiellement à différentes grandeurs (Cantlon et al, 2009). L'existence de différents systèmes se recoupant partiellement expliquerait d'une part l'interaction entre le traitement des différentes grandeurs (Cantlon et al, 2009). Par exemple, la discrimination des durées chez des adultes dyscalculiques est atteinte seulement lorsqu'elle interfère avec les nombres (Cappelletti et al, 2011). Les déficits de représentation des grandeurs continues chez les dyscalculiques seraient donc plus facilement observables lorsque ces grandeurs interfèrent avec les quantités numériques (Cappelletti et al, 2011). D'autre part, l'existence de différents systèmes de traitement des quantités se recoupant partiellement explique le fait que les interactions entre les grandeurs ne sont pas toujours symétriques (Bueti & Walsh, 2009). Notamment, le traitement des durées n'aurait pas d'effet sur le traitement de nombres alors que le traitement des nombres aurait un effet sur le traitement des durées (Brown, 1997). De plus, il y aurait des liens privilégiés entre certaines grandeurs. L'association nombres-espace pourrait notamment être plus forte que l'association nombres-luminosité (De Hevia & Spelke, 2013). Enfin, à l'heure actuelle, très peu de recherches ont comparé les fonctions psychophysiques des différentes quantités continues. Il n'est donc pas certain que les représentations des différentes grandeurs se développent au même rythme (Feigenson, 2007), ce qui devrait être attendu dans le cas d'un système unique de représentation des grandeurs (Feigenson, 2007). Une étude développementale chez l'enfant de 3 à 6 ans suggère même que l'acuité pour les dimensions spatiales se développerait plus rapidement que l'acuité numérique (Odic et al, 2013). A cet égard, on peut proposer que l'âge des participants peut expliquer la contradiction entre les études chez les dyscalculiques de Skagerlund et al (2014), Vicario et al (2012) d'un côté et McCaskey et al (2017), Cappelletti et al (2014) de l'autre côté. L'association entre nombres et grandeurs continues (en particulier spatiales) serait très forte chez les plus jeunes (Leibovich & Henik, 2013). Le traitement des nombres chez les dyscalculiques pourrait alors être autant retardé que le traitement de l'espace ou des durées. Puis, la dissociation entre la représentation des nombres et des quantités continues augmenterait au cours du développement, les nombres étant décorrélés des dimensions continues (Leibovich & Henik 2013). Si l'acuité de certaines grandeurs spatiales se développe plus vite que l'acuité numérique, le retard d'acuité « spatiale » pourrait être compensé à l'adolescence, contrairement au retard d'acuité numérique.

Un élément qui pourrait perturber la représentation des quantités numériques chez les dyscalculiques serait ainsi la forte corrélation entre quantités discrètes et dimensions continues (Leibovich & Henik 2013) qui biaiserait la représentation des nombres. L'exemple le plus célèbre est peut-être l'heuristique « longueur = nombre » (Piaget, 1965). Au cours du développement, l'enfant

apprendrait à décorrélérer les quantités discrètes (en l'occurrence, le nombre de jetons alignés) des dimensions continues (la longueur de la rangée de jetons) (Piaget, 1952 ; Leibovich & Henik, 2013). Ceci permettrait une estimation du nombre d'entités d'une collection indépendamment des grandeurs continues de cette collection. Or, des contradictions existent dans la littérature quant à la faible performance des dyscalculiques en comparaison de nombres non-symboliques (Noël & Rousselle, 2011). Des études récentes ont avancé une nouvelle explication à ce manque de consensus (Gebius & Reynvoet, 2012 ; Bugden & Ansari, 2016). Pour ces auteurs, la performance des dyscalculiques à ces tâches serait en réalité liée au degré d'interférence entre les dimensions visuo-spatiales continues des stimuli et leur valeur numérique. Les tâches de comparaison d'objets ou de nuages de points contrôlent par différentes méthodes les grandeurs visuo-spatiales continues comme le périmètre, l'aire et la densité (voir Leibovich et al, 2016, pour une analyse critique). Le plus souvent, la grandeur contrôlée varie au cours de la tâche. Par exemple, l'aire des points sera égalisée entre les deux nombres à comparer, puis la densité sera égalisée à l'essai suivant. Dans l'idéal, toutes les grandeurs continues devraient être égalisées à chaque essai afin que la seule variation entre les stimuli à comparer soit la quantité numérique. Pourtant, il est matériellement impossible d'égaliser simultanément toutes ces grandeurs entre deux nombres différents (Leibovich et al, 2016). En conséquence, il y a toujours une grandeur qui varie avec la quantité numérique (**Figure 6**).

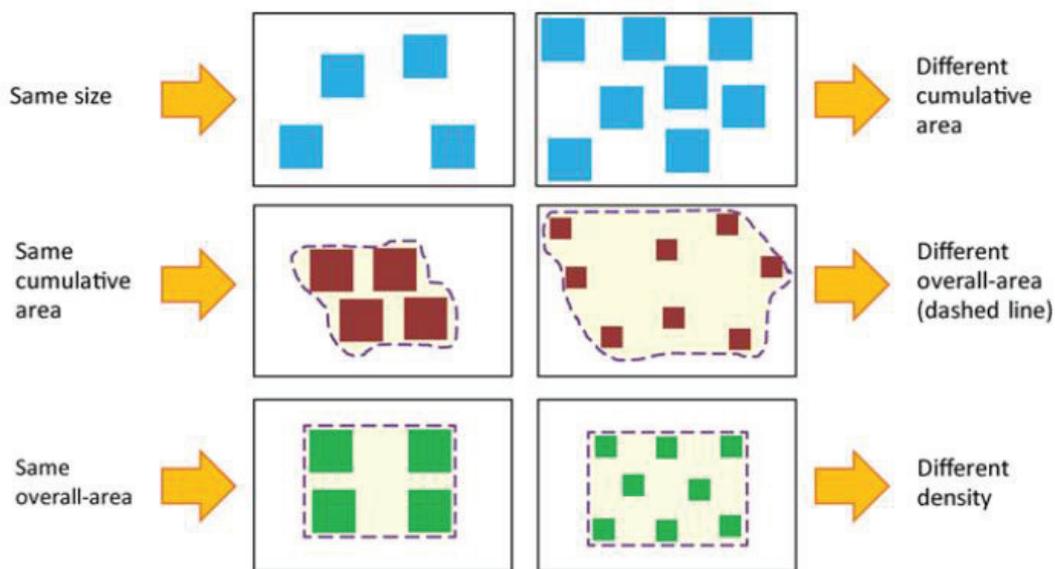


Figure 6. Contrôle des dimensions continues dans les tâches de comparaison de nombres. La variation de la quantité numérique est toujours associée à la variation d'une dimension continue. (D'après Leibovich & Henik, 2013)

La corrélation entre les quantités numériques et continues influence la performance des participants qui réussissent d'autant mieux lorsque les grandeurs continues corrélerent avec la quantité numérique (Gebius & Reynvoet, 2012). Chez les dyscalculiques, les plus faibles performances sont observées en cas d'incongruence entre la quantité numérique et les grandeurs continues (Bugden & Ansari, 2016). Au contraire, lorsque les grandeurs continues sont cohérentes avec la quantité numérique, les dyscalculiques ne montrent pas de déficit de traitement des nombres (Bugden & Ansari, 2016). Cette dernière étude met en lumière l'importance du contrôle cognitif chez les dyscalculiques pour décorrélérer les quantités numériques et continues. Ceci expliquerait entre autre le recrutement plus

important chez les dyscalculiques des régions impliquées dans le contrôle cognitif comme le cortex cingulaire antérieur, l'aire motrice supplémentaire et l'IFG droit lors de comparaisons de nombres (Kaufmann et al, 2009 ; Kucian et al, 2011). Au vue des données récentes de Bugden & Ansari (2016) et des théories présentées, le lien entre le contrôle cognitif et l'acuité numérique peut se concevoir dans un sens comme dans l'autre. Soit les dyscalculiques présentent un déficit de représentation des grandeurs qui nécessite plus de ressources cognitives lors de tâches de comparaison de nombres, notamment pour décorrélérer les grandeurs continues des nombres (Leibovich et al, 2016). Soit les dyscalculiques présentent un déficit de ressources cognitives qui rendrait plus difficile la comparaison de nombres lorsque les grandeurs continues interfèrent avec les quantités numériques (Bugden & Ansari, 2016). Dans la suite de ce chapitre, nous allons justement détailler les hypothèses proposant que des déficits d'attention et de mémoire de travail sont impliqués dans la dyscalculie.

2.3) Une hypersensibilité à l'interférence

Dans le cadre des déficits généraux d'attention et de mémoire de travail associés à la dyscalculie, une hypothèse récente offre une explication aux déficits en arithmétique fréquemment rencontrés par les dyscalculiques (Geary, 2004). Les difficultés à maîtriser l'arithmétique élémentaire pourraient venir d'une hypersensibilité à l'interférence (De Visscher & Noël, 2013 ; 2014 ; De Visscher et al, 2015). Pour mieux comprendre ce dysfonctionnement potentiel de la mémoire de travail et des ressources attentionnelles chez les dyscalculiques, revenons sur les mécanismes de résolution des problèmes arithmétiques.

Les faits arithmétiques seraient stockés en mémoire à long terme, formant un réseau de faits arithmétiques constitué progressivement lors de l'apprentissage du calcul (Campbell, 1995). L'association d'un problème arithmétique et de son résultat serait encodée et ajoutée à ce réseau. Avec la pratique, l'association problème-résultat se renforcerait (Siegler, 1996). La trace mnésique des faits arithmétiques appris se consoliderait. En conséquence, la confrontation à un problème entraînerait la récupération du résultat, qui serait activé temporairement en mémoire de travail (Campbell, 1995). Cependant, la présentation d'un problème activerait non seulement le résultat, mais aussi les faits fortement associés au résultat, c'est-à-dire, sémantiquement proches (Campbell & Timm, 2000). Par exemple, la présentation du problème « 6×3 » pourrait activer le résultat « 18 », mais également les réponses non pertinentes « 9 » (confusion avec « $6 + 3$ ») ou « 12 » (confusion avec 6×2). Ces faits non pertinents, qui peuvent venir de la même table que l'un des opérandes, ou être obtenus en changeant l'opérateur, entreraient en compétition avec le résultat. Plus la similarité entre le résultat et les « compétiteurs » est élevée, plus l'interférence en mémoire de travail est importante (Jonides & Nee, 2006). Ainsi, plus la « trace » mnésique de l'association problème – résultat est forte, plus ce résultat a de chances d'être récupéré par rapport aux faits non pertinents.

Ce mécanisme d'interférence en mémoire de travail est susceptible de perturber la résolution de problèmes arithmétiques à différents niveaux. Tout d'abord, le niveau d'interférence peut influencer l'encodage de l'association problème-résultat (Campbell, 1985). En effet, lors de l'apprentissage de l'arithmétique, les enfants doivent mémoriser de nombreuses associations problème-résultat dont certaines partagent une forte similarité. Un exemple serait la série de faits suivants : « $2 + 2 = 4$; $2 \times 2 = 4$; $4 + 2 = 6$; $4 \times 2 = 8$ ». Or, la similarité entre les faits à encoder

diminuerait le poids accordé à chaque fait et réduirait leur trace mnésique (Oberauer & Kliegl, 2006). Un niveau d'interférence important entraîne donc la formation d'un réseau très fragile en mémoire à long terme (Campbell, 1995). Les associations problèmes-résultats étant relativement faibles, l'interférence est à nouveau élevée au moment de la récupération d'un fait du réseau (Campbell, 1995). L'inhibition proactive, ou la capacité à résister à l'interférence en mémoire de travail, est donc susceptible d'expliquer des différences de performance en arithmétique (Barrouillet & Lépine, 2005 ; De Visscher & Noël, 2014). Les individus capables de résister à l'interférence sont en effet en mesure d'encoder un nombre plus important d'associations (Barrouillet & Lépine, 2005). Ces individus s'avèrent également plus performants pour récupérer la solution d'un problème arithmétique (Barrouillet & Lépine, 2005). À l'inverse, les individus avec des déficits sévères en arithmétique élémentaire sont plus affectés par le niveau d'interférence lors de la production ou de la vérification d'un résultat (Barrouillet et al, 1997). Il a également été reporté que ces individus étaient davantage sensibles aux informations non pertinentes dans une tâche de mémoire de travail (Passolunghi & Siegel, 2004). Cette sensibilité accrue à l'interférence pourrait contribuer aux déficits arithmétiques d'une partie des dyscalculiques (De Visscher & Noël, 2013 ; 2014 ; De Visscher et al, 2015). Cette hypothèse d'hypersensibilité à l'interférence dans la dyscalculie a été testée dans une étude de cas chez le patient adulte (De Visscher & Noël, 2013), dans une seconde étude chez des enfants de primaire dyscalculiques et neurotypiques (De Visscher & Noël, 2014) et dans une dernière étude sur deux groupes d'adultes dyscalculiques présentant des déficits distincts (De Visscher et al, 2015).

Une première étude de cas a mis en évidence des difficultés d'inhibition proactive chez une patiente dyscalculique (DB) dont les capacités intellectuelles, phonologiques et visuo-spatiales étaient intactes (De Visscher & Noël, 2013). Ses compétences mathématiques se caractérisaient par des difficultés très marquées en arithmétique, notamment en résolution d'additions et de multiplications simples. En revanche, ses capacités à manipuler les quantités non-symboliques étaient préservées. Ses capacités à résister à l'interférence ont été testées notamment par des tâches d'apprentissage associatif nécessitant de mémoriser des paires d'éléments. Lorsque les éléments d'une paire présentent peu de ressemblance (tels qu'un nom d'objet associé à un nom d'animal), l'interférence est faible. À l'inverse, lorsque les éléments d'une même paire sont similaires (par exemple, un prénom associé à un nom de famille), l'interférence est élevée. La performance de DB était similaire à celles d'individus neurotypiques dans la condition de faible interférence. Au contraire, lorsque l'interférence était élevée, la performance de DB était très dégradée, aussi bien en rappel immédiat qu'en rappel après délai. Ces résultats indiquent une sensibilité élevée à l'interférence à l'encodage ou à la récupération. D'autres tâches adaptées du paradigme de *recent-probe task* de Monsell (1978) ont testé la sensibilité à l'interférence de cette patiente. Dans ce type de tâche, il s'agit de déterminer si un stimulus (en l'occurrence mot ou symbole) apparaissant à l'écran a été présenté quelques secondes plus tôt. Dans une première condition, le stimulus cible a bien été présenté juste avant. Dans une deuxième condition, le stimulus cible n'a jamais été présenté. Dans une troisième condition, dite interférente, le stimulus cible n'a pas été présenté juste avant, mais a été présenté à l'essai précédent. La performance de DB à ce type de tâche est conforme à celle des individus contrôles pour les deux premières conditions non interférentes, indiquant un empan mnésique dans la norme. En revanche, la performance de DB est affectée par l'interférence. En somme, l'ensemble des résultats de cette patiente dyscalculique révèlent un défaut d'encodage des informations en mémoire dans un contexte de forte interférence. Bien que les

difficultés mentionnées par cette personne soient limitées à l'arithmétique, son déficit ne s'avère pas spécifique au traitement des symboles arithmétiques (De Visscher & Noël, 2013).

L'hypothèse de l'hypersensibilité à l'interférence comme cause des déficits arithmétiques a été confirmée par deux études successives utilisant des paradigmes d'apprentissage associatifs avec différents niveaux d'interférence. Premièrement, les enfants avec déficits en arithmétique élémentaire étaient moins efficaces que leurs pairs pour mémoriser des associations de stimuli visuels familiers dans des conditions de forte interférence entre ces stimuli (De Visscher & Noël, 2014). Les auteurs ont conclu que la sensibilité à l'interférence en mémoire de travail empêcherait les enfants dyscalculiques de se constituer un réseau de faits arithmétiques solide. Cette hypersensibilité à l'interférence pourrait toutefois ne concerner qu'un sous-type de dyscalculiques. Ceci est suggéré par De Visscher et collègues (2015), qui ont testé la résistance à l'interférence proactive chez des adultes dyscalculiques dont les déficits mathématiques étaient soit limités à l'arithmétique, soit généraux. Tandis que les participants avec déficits généraux étaient dans l'ensemble moins performants dans l'apprentissage d'une séquence de syllabes, la mémorisation des participants avec déficits spécifiques en arithmétique dépendait du niveau d'interférence. L'apprentissage s'avérait moins efficace que chez les individus contrôles en cas de forte interférence (De Visscher et al, 2015).

Cette série d'études rejoint les propositions d'autres auteurs concernant un déficit de fonctions exécutives dans la dyscalculie, notamment de mémoire de travail (Kaufmann et al, 2002 ; Passolunghi & Siegel, 2004 ; Geary et al, 2012 ; Attout & Majerus, 2015 ; Menon, 2016) et d'attention (Ashkenazi & Henik, 2010a). Ces propositions mettent l'accent sur la mobilisation anormale des fonctions exécutives chez les dyscalculiques lorsque des informations doivent être maintenues et manipulées. Puisque les notions d'administrateur central de la mémoire de travail et d'inhibition proactive sont très liées (Cowan, 2005; Jonides & Nee, 2006), il s'avère difficile de s'accorder sur le poids de chaque composante dans l'exécution d'une tâche cognitive aussi complexe que l'arithmétique. Dans tous les cas, l'hypothèse d'un défaut d'inhibition proactive dans la dyscalculie permet d'expliquer les déficits limités à l'arithmétique, mais ne propose pas d'expliquer l'ensemble des difficultés rencontrées par les dyscalculiques. L'hypothèse de l'hypersensibilité à l'interférence n'exclut donc pas que d'autres déficits généraux puissent entraîner une dyscalculie (De Visscher & Noël, 2013).

2.4) Un déficit du traitement des informations ordinales en mémoire de travail

En lien avec l'atteinte des capacités de mémoire de travail dans la dyscalculie, une autre théorie a été proposée par De Visscher et collègues (2015). Cette théorie postule que la dyscalculie pourrait venir d'un déficit de traitement des informations ordinales en mémoire de travail. Lorsqu'une série d'éléments doit être mémorisée, deux facteurs entrent en jeu : l'identité des éléments et leur position les uns par rapport aux autres. Par exemple, afin de réaliser une recette de cuisine, il est essentiel de retenir l'ordre dans lequel ajouter les ingrédients à la préparation, en plus de mémoriser l'identité de ces ingrédients. Une propriété fondamentale de la mémoire de travail consisterait donc à retenir l'ordre des informations présentées. Cette propriété serait fondamentale lors de l'apprentissage des séquences numériques chez le jeune enfant, et un déficit dans le

traitement des informations ordinales en mémoire de travail pourrait donc expliquer les difficultés à acquérir les séquences de mots-nombres chez les enfants dyscalculiques (Landerl et al, 2004). Cette théorie est soutenue par plusieurs résultats. Tout d'abord, De Visscher et collègues (2015) ont montré que des adultes présentant une dyscalculie qualifiée par les auteurs de « globale » (c'est à dire avec des difficultés mathématiques qui dépassent les simples faits arithmétiques) étaient plus lents à apprendre des séquences non-numériques que des participants contrôles et présentaient une dégradation plus rapide de la trace mnésique associée. D'autres études ont montré que les enfants dyscalculiques présentent une plus faible capacité à retenir l'ordre des éléments d'une série verbale, même s'ils sont capables de retenir l'identité des éléments aussi bien que les enfants neurotypiques (Attout & Majerus, 2015).

Ainsi, le mécanisme de traitement des informations ordinales en mémoire de travail qui serait touché chez les dyscalculiques ne serait pas dépendant de la nature des informations à maintenir (Marshuetz et al, 2000 ; van Dijck et al, 2011 ; Ginsburg et al, 2017). Ceci est cohérent avec le fait que les mêmes effets comportementaux et cérébraux ont été généralement observés pour le traitement de l'ordre d'une série de chiffres, de lettres ou encore d'images (Marshuetz et al, 2000 ; Fias et al, 2007 ; Ischebeck et al, 2008 ; Attout et al, 2014 ; Ginsburg et al, 2017). Premièrement, au niveau cérébral, le substrat commun des représentations ordinales a été identifié au niveau de l'IPS (Fias et al, 2007 ; Ischebeck et al, 2008 ; Attout et al, 2014), certaines études le plaçant même au niveau de sa partie antérieure. Deuxièmement, un effet de distance a pu être observé dans les tâches d'ordinalité. Dans certaines études par exemple, les participants devaient retenir l'ordre d'apparition d'une série de lettres, puis juger si deux lettres présentées simultanément à l'écran étaient rangées selon leur ordre d'apparition dans la série (Marshuetz et al, 2000 ; Attout et al, 2014). Les participants étaient plus lents pour juger l'ordinalité lorsque les éléments d'une paire occupaient une position proche dans la série que lorsque les éléments d'une paire occupaient une position plus éloignée (Marshuetz et al, 2000 ; Attout et al, 2014). Troisièmement, un effet de type « SNARC » a été mis en évidence pour le traitement des informations ordinales verbales et visuo-spatiales dans une série d'études par van Dijck et collègues (van Dijck & Fias, 2011; van Dijck et al, 2013 ; 2014 ; Ginsburg et al, 2017). Dans la condition verbale, les participants devaient maintenir en mémoire une série de noms communs (fruits et légumes) et juger leur catégorie (fruit ou légume). De la même manière qu'en effet SNARC a été observé pour le jugement de parité des nombres, van Dijck et collègues ont montré qu'un code de réponse spatial était retrouvé pour juger la position des éléments d'une série. Les participants répondaient plus rapidement avec la main gauche qu'avec la main droite pour juger la catégorie des éléments du début de liste. A l'inverse, les participants répondaient plus rapidement avec la main droite qu'avec la main gauche pour juger la catégorie des éléments présentés en fin de liste. Une telle association entre ordinalité et espace a également été démontrée pour des stimuli visuels (Ginsburg et al, 2017).

Plus généralement, il est probable que le traitement de l'ordinalité soit, au même titre que le traitement de la cardinalité, un mécanisme fondamental qui contribue à la compréhension du nombre chez l'enfant (Rubinsten & Sury, 2011). Le traitement de l'ordinalité et le traitement de la cardinalité pourraient même contribuer aux compétences numériques de façon relativement indépendante (Vogel et al, 2015 ; Goffin & Ansari, 2016). En effet, des travaux chez l'adulte et l'enfant ont souligné que la capacité à juger l'ordre d'une série de chiffres arabes était associée au niveau en arithmétique plus fortement que la capacité à comparer des nombres (Lyons & Beilock, 2011 ; Lyons et al, 2014). Le lien entre la capacité d'ordinalité et les capacités en mathématiques

pourrait toutefois se renforcer au cours du développement. Alors que chez les jeunes enfants, la capacité à comparer la grandeur des nombres serait plus importante que la capacité à les ordonner (Colomé & Noël, 2012 ; Vogel et al, 2015), l'importance de la capacité d'ordinalité pour l'apprentissage des mathématiques serait grandissante au cours de l'école primaire (Lyons et al, 2014). Puisque le jugement de l'ordinalité d'une paire (ou d'une série) de nombres ferait appel à une capacité générale de traitement des informations ordinales en mémoire de travail (van Dijck & Fias, 2011 ; Fias et al, 2007), cette capacité générale devrait être liée à la réussite en arithmétique. La capacité de traitement des informations ordinales en mémoire de travail s'avère en effet associée aux performances en arithmétique chez l'enfant (Attout et al, 2014 ; Attout & Majeurs, 2015 ; 2017).

Il est cependant important de noter que le mécanisme par lequel le traitement des informations ordinales en mémoire de travail interagit avec la performance à une tâche d'ordinalité numérique reste à éclaircir. En effet, comme nous l'avons vu, il a été proposé que le mécanisme général de traitement ordinal en mémoire de travail serait de nature spatiale (Marshuetz et al, 2000 ; Abrahamse et al, 2014), bien qu'il existe des variations entre les modèles proposés. La position des éléments d'une série serait donc associée à une position spatiale dans l'espace mental. Les éléments occupant des positions plus éloignées dans la série seraient représentés à des positions relativement éloignées de l'espace mental. Ces éléments seraient donc plus facilement distinguables que les éléments de la même série occupant une position proche, ce qui expliquerait l'effet de distance comportemental. Cependant, plusieurs études chez l'adulte (Turconi et al, 2006 ; Lyons & Beilock, 2013) comme chez l'enfant (Lyons et al, 2014 ; Goffin & Ansari, 2016) ont démontré un effet de distance inverse dans des tâches nécessitant un traitement ordinal des informations numériques (par exemple lorsque le participant doit décider si la séquence 2 - 5 - 8 est dans le bon ordre). En d'autres termes, pour évaluer l'ordinalité d'une série numérique, les participants sont plus d'autant plus rapides que les nombres sont proches. A première vue, cet effet de distance inverse est difficile à concilier avec l'idée que l'ordinalité des nombres, lors de la réalisation d'une tâche numérique, serait codée en mémoire de travail par un mécanisme général de nature spatiale. Une possibilité évoquée par Abrahamse et collègues (2014) permettrait de concilier ces données. Dans le contexte d'une tâche d'ordinalité, lorsque les participants peuvent s'appuyer sur des représentations familières pour lesquelles les éléments d'une série seraient suffisamment individualisés (par exemple, la ligne numérique mentale), les individus pourraient déplacer leur attention dans l'espace mental, en balayant de la gauche vers la droite le continuum formé. Ce déplacement attentionnel serait plus rapide pour les éléments proches que pour les éléments éloignés. D'autres études seraient cependant nécessaires pour mieux comprendre le lien entre les capacités de traitement des informations ordinales en mémoire de travail et la performance à une tâche d'ordinalité numérique.

Dans tous les cas, la capacité à maintenir l'ordre des éléments en mémoire de travail se révélerait importante pour le développement des compétences arithmétiques (Attout et al, 2014 ; Attout & Majerus, 2017). Une atteinte des mécanismes généraux de traitement des informations ordinales en mémoire de travail pourrait donc être une des causes de la dyscalculie (De Visscher et al, 2015 ; Attout & Majerus, 2015). Cette hypothèse permettrait non seulement d'expliquer les difficultés mathématiques chez les dyscalculiques, mais aussi leurs déficits de mémoire de travail verbale et visuo-spatiale.

2.5) Un déficit de mémoire procédurale

La dernière hypothèse que nous allons aborder soutient que la dyscalculie aurait pour origine un déficit de mémoire procédurale (Evans & Ullman, 2016). Il faut noter que l'hypothèse d'un déficit de mémoire procédurale a été proposée initialement pour expliquer un autre trouble neuro-développemental, la dysphasie (Ullman & Pierpoint, 2005). L'application de cette théorie à la dyscalculie se justifie en partie par la comorbidité importante entre la dyscalculie et un autre trouble de l'apprentissage affectant le langage, la dyslexie (von Aster & Shalev, 2007).

D'après Evans et Ullman (2016), l'association de ces deux troubles de l'apprentissage révélerait des dysfonctionnements communs. Des structures cérébrales impliquées dans la mémoire procédurale seraient importantes pour le langage comme pour les mathématiques, et seraient atteintes dans la dyslexie comme dans la dyscalculie. Les structures concernées comprendraient le cervelet, les structures sous-corticales, en particulier les ganglions de la base, et un réseau fronto-pariétal (Ashby et al, 2010). Des anomalies ont été trouvées dans une partie du système de la mémoire procédurale chez les dyscalculiques (Fias et al, 2013 ; Kucian & von Aster, 2015). La localisation et la sévérité des atteintes neurologiques seraient variables selon les individus dyscalculiques et détermineraient les difficultés cognitives (Evans & Ullman, 2016). En effet, les structures décrites rempliraient des fonctions différentes. Par exemple, les ganglions de la base semblent davantage impliqués dans l'apprentissage des procédures (Doyon et al, 2009), tandis que l'IPS jouerait le rôle de répertoire des procédures acquises (Heilman et al, 1997). Malgré cette dissociation fonctionnelle au sein du réseau de la mémoire procédurale, la théorie de Evans et Ullman (2016) ne prédit pas précisément l'association entre une atteinte cérébrale dans ce réseau et des difficultés cognitives ou des difficultés mathématiques. Une raison à ce manque de spécificité est que les structures impliquées dans la mémoire procédurale interviennent dans d'autres mécanismes cognitifs généraux (de mémoire déclarative par exemple). Une deuxième raison est que la mémoire procédurale peut être impliquée dans de nombreux aspects des mathématiques, de l'apprentissage de la comptine à la résolution d'un problème arithmétique (Baroody, 1983). L'hypothèse du déficit de mémoire procédurale se propose donc d'expliquer un large spectre de difficultés mathématiques et de difficultés cognitives chez les enfants dyscalculiques, ainsi que la présence éventuelle de comorbidités. A ce propos, les structures impliquées dans la mémoire procédurale jouent également un rôle dans la production du langage (Ullman, 2004) et dans l'attention (notamment l'IPS, Davranche et al, 2011). Cette théorie peut ainsi expliquer les comorbidités avec la dyslexie et les troubles de l'attention.

D'autres auteurs ont proposé un lien plus spécifique entre la mémoire procédurale et l'apprentissage de l'arithmétique (Thévenot et al, 2016). La maîtrise de l'arithmétique passe par l'application de procédures de calcul, qui sont dans un premier temps lentes et coûteuses (Baroody, 1983). La résolution de problèmes arithmétiques serait automatisée progressivement au cours de l'apprentissage (Ashcraft, 1992). La confrontation avec des problèmes entraînerait une exécution de plus en plus efficace des procédures de calcul (Thévenot et al, 2016 ; Uittenhove et al, 2016). La mémoire procédurale, plus que la récupération en mémoire déclarative, serait donc importante pour cette automatisation (Thevenot et al, 2016). On peut alors imaginer qu'un défaut d'automatisation entraînerait alors les difficultés en arithmétique observées chez les dyscalculiques.

En résumé, l'hypothèse de déficit de mémoire procédurale offre une explication aux difficultés d'apprentissage spécifiques et générales rencontrées par les dyscalculiques (Evans & Ullman, 2016). En ce qui concerne spécifiquement l'apprentissage de l'arithmétique, cette théorie recoupe les conclusions récentes de Thevenot et al (2016) et Uittenhove et al (2016). Un tel déficit de mémoire procédurale reste cependant à tester chez les dyscalculiques avec et sans comorbidité.

Synthèse

L'exposé de ces différentes théories de la dyscalculie peut se résumer de la façon suivante. Deux hypothèses principales soutiennent que la dyscalculie aurait une origine spécifique. Pour l'une (Wilson & Dehaene, 2007 ; Piazza et al, 2010), un dysfonctionnement de l'IPS entraînerait un déficit spécifique du sens du nombre. Il en résulterait des difficultés à manipuler les quantités numériques non symboliques et symboliques. Pour l'autre (Rousselle & Noël, 2007), la dyscalculie viendrait non pas d'un déficit du sens du nombre, mais plutôt d'un déficit d'accès au sens du nombre à partir des symboles numériques. En conséquence, les difficultés seraient dans un premier temps limitées à la manipulation des quantités symboliques. Ces deux théories ont été confrontées à des propositions mettant l'accent sur les déficits généraux associés à la dyscalculie. Les difficultés de représentation des nombres pourraient notamment s'inscrire dans un déficit de représentation des grandeurs (Leibovich & Henik, 2013 ; Skagerlund et al, 2014), qui pourrait d'ailleurs être dû à des troubles visuo-spatiaux (Rourke, 1993 ; Szucs et al, 2013). Ces deux dernières hypothèses sont en lien étroit avec les anomalies pariétales reportées chez les dyscalculiques. Elles prédisent des difficultés de traitement des quantités non symboliques et de grandes difficultés à acquérir des connaissances factuelles et conceptuelles dans de nombreux aspects des mathématiques. Enfin, plusieurs hypothèses avancent que la dyscalculie serait causée par un déficit de mémoire ou de mobilisation des ressources attentionnelles (Ashkenazi & Henik, 2010a ; De Visscher & Noël, 2013 ; De Visscher et al, 2015 ; Evans & Ullman, 2016). Ces théories sont compatibles avec les résultats récents de neuro-imagerie indiquant des anomalies cérébrales dans un large réseau plutôt que dans une région unique (Fias et al, 2013 ; Menon, 2016). Aussi, ces théories générales de la dyscalculie ne sont pas exclusives et permettent d'expliquer la présence de certaines comorbidités comme le TDAH (Ashkenazi & Henik, 2010a) ou la dyslexie (Evans & Ullman, 2016). Par ailleurs, les hypothèses proposant que la dyscalculie est causée par des déficits généraux sont soutenues par les études soulignant l'importance des capacités générales dans l'apprentissage des mathématiques (Geary, 2011 ; Bull & Lee, 2014). Une de ces capacités générales pourrait d'ailleurs être le raisonnement transitif, comme décrit dans le chapitre suivant.

Chapitre 3 : Le lien entre raisonnement déductif et apprentissage des mathématiques

Le raisonnement déductif est la capacité à générer une information (conclusion) qui découle nécessairement d'informations existantes (les prémisses). Le raisonnement déductif a souvent été considéré comme étant au centre de la pensée humaine (Evans, 2005). Il est vrai que cette capacité, fréquemment considérée comme propre à l'être humain, joue un rôle important dans plusieurs disciplines scientifiques comme la physique, les mathématiques ou la médecine (Wulff, 1986, Michal & Ruhama, 2008). Le raisonnement déductif est également au cœur du raisonnement juridique (Ellsworth et al, 2005). C'est donc une faculté cognitive que l'on peut penser très importante pour l'apprentissage, et notamment pour le développement de la pensée scientifique et l'acquisition des concepts et procédures mathématiques (Piaget 1952 ; Nunes et al, 2007). C'est pourquoi la psychologie cognitive du raisonnement s'attache depuis longtemps à comprendre comment le cerveau humain réalise des déductions. Ce chapitre situe d'abord le raisonnement déductif, et en particulier le raisonnement que l'on appellera transitif, dans le champ de recherche de la psychologie du raisonnement. Ensuite sont exposées les principales théories qui se proposent d'expliquer comment l'être humain raisonne, puis les études de neuro-imagerie qui ont éclairé les théories du raisonnement déductif. Le chapitre se poursuit par la présentation des rares études qui ont testé directement le lien entre apprentissage des mathématiques et capacités de raisonnement déductif, avant de proposer des explications à ce lien. L'accent sera mis sur les mécanismes communs entre la manipulation des nombres et le raisonnement transitif.

1) Le raisonnement déductif

1.1) Qu'est-ce que le raisonnement déductif ?

Le raisonnement déductif consiste à aboutir à une conclusion qui découle nécessairement d'informations existantes (prémisses). Par exemple, le raisonnement déductif permet de répondre par l'affirmative à la question posée dans le problème suivant :

- (1) La Russie est plus grande que le Brésil
Le Brésil est plus grand que la Suisse
Est-ce que la Russie est plus grande que la Suisse ?

Comme mentionné précédemment, le raisonnement déductif se révèle essentiel à la pensée scientifique (Piaget, 1952 ; Michel & Ruhama, 2008) comme à de nombreuses activités quotidiennes, telles que la planification ou la communication (Lea, 1995 ; Mercier & Sperber, 2011).

L'une des caractéristiques fondamentales du raisonnement déductif est que la validité de la conclusion ne dépend pas du contenu sémantique des prémisses. Par exemple, la réponse à la question dans le problème (1) serait toujours affirmative même si le problème faisait référence à des pays imaginaires, comme dans l'exemple (2) ci-après :

- (2) Le Belgistan est plus grand que le Sustan
Le Sustan est plus grand que la Buvaria
Est-ce que le Belgistan est plus grand que la Buvaria ?

Cette indépendance de la validité logique vis-à-vis du contenu des prémisses est l'une des forces du raisonnement déductif. Mais c'est aussi une source de difficulté importante pour des individus exposés à ce type de problème. En effet, lorsque le contenu renvoie à des connaissances générales, les participants ont souvent tendance à s'aider de leurs connaissances pour générer une conclusion ou évaluer la validité d'une conclusion. Prenons l'exemple du problème (3) ci-après :

- (3) La Suisse est plus grande que la Russie
La Russie est plus grande que le Brésil
Est-ce que la Suisse est plus grande que le Brésil ?

Dans ce problème, la réponse valide est toujours affirmative puisque la conclusion (*la Suisse est plus grande que le Brésil*) découle nécessairement des prémisses (*la Suisse est plus grande que la Russie et la Russie est plus grande que le Brésil*), bien que le contenu de ces prémisses soit contraire à nos connaissances en Géographie. De la même manière, il est possible d'imaginer une situation où une conclusion serait conforme à nos connaissances générales mais ne découlerait pas logiquement des prémisses, comme en (4) ci-après:

- (4) La Suisse est plus grande que le Brésil
Le Brésil est plus grand que la Russie
Est-ce que la Russie est plus grande que la Suisse ?

Dans le cas du problème (4), la réponse à la question est négative puisque la conclusion (*la Russie est plus grande que la Suisse*) ne découle pas des prémisses, même si cette conclusion est vraie d'après nos connaissances générales. Il est cependant établi que dans des problèmes comme en (3) ou en (4), les connaissances des participants interfèrent avec la réponse valide et sont susceptibles de biaiser la génération ou l'évaluation de la conclusion (Evans, 1983). En d'autres termes, les participants répondent souvent en fonction de leurs croyances et non en fonction de la validité logique des problèmes (Evans, 1983 ; Stanovich & West, 1999). Cet effet, appelé biais de croyance, fait l'objet d'un large champ de recherche (Kahneman et al, 1982 ; Evans, 2006) qui dépasse l'objectif de cette thèse. On retiendra simplement que le raisonnement déductif est indépendant du contenu sémantique des prémisses, même si ce contenu interfère souvent avec une tâche déductive. Ceci est cependant variable d'un individu à l'autre et dépend des capacités cognitives générales chez l'adulte comme chez l'enfant, et notamment des fonctions exécutives (Stanovich & West, 2000 ; Morsanyi & Handley, 2008).

En plus du contenu des prémisses, un autre facteur qui est susceptible d'influencer la performance en raisonnement déductif est la structure (ou forme) du problème. Par exemple, les problèmes (1) à (4) présentés précédemment peuvent être nommés problèmes linéaires (ou *sylogismes* linéaires) puisque les prémisses décrivent une relation linéaire entre les éléments. D'autres problèmes peuvent reposer sur des quantificateurs comme *Tous*, *Aucun*, *Quelques* ou *Certains*. Un exemple de ce type de problème est donné ci-après en (5) :

- (5) *Tous les Bavarois sont des Allemands*
Tous les Allemands sont des Européens
Est-ce que tous les Bavarois sont des Européens?

Ainsi, dans le problème en (5) le quantificateur *Tous* permet de spécifier des relations entre des catégories. Il est intéressant de noter que les problèmes présentés jusqu'à présent, de l'exemple (1) à (5), sont *transitifs*. Le concept de transitivité implique que les éléments énoncés dans les prémisses partagent une même dimension et peuvent être comparés entre eux selon cette dimension (Piaget & Inhelder, 1957 ; Wright, 2001). Ainsi, la dimension partagée est la taille dans les exemples de (1) à (4) ou l'inclusion dans un ensemble dans le problème (5). La transitivité signifie aussi que la relation entre deux éléments est asymétrique. Bien entendu, si *la Russie est plus grande que la Suisse*, alors il n'est pas vrai que *la Suisse est plus grande que la Russie*. De même, si *tous les Bavarois sont des Allemands*, il n'est pas garanti que *tous les Allemands sont des Bavarois*. Bien que les travaux effectués dans cette thèse se focalisent exclusivement sur le raisonnement transitif, il est important de noter que ce type de raisonnement ne représente qu'une partie du raisonnement déductif. En effet, les problèmes contenant les quantificateurs *certains* et *aucun* ne sont pas transitifs car ils ne permettent pas toujours une comparaison certaine entre la totalité des éléments (Favrel & Barrouillet, 2000). Par exemple, le problème catégorique « *Aucun A n'est B, Tous les B sont C* » ne permet pas d'établir une relation certaine entre A et C. Un autre type de raisonnement déductif non-transitif est le raisonnement faisant appel à des connecteurs logiques comme *si, et, ou*. Ce type de raisonnement (dit propositionnel) est illustré par les exemples (6) et (7) ci-après. Le cas (6) est un exemple de raisonnement conditionnel et le cas (7) est un exemple de disjonction :

- (6) *Si le soleil brille alors les températures seront élevées.*
Le soleil brille.
Est-ce que les températures seront élevées ?

- (7) *Jean est à la plage ou à la montagne*
Jean n'est pas à la montagne
Est-ce que Jean est à la plage ?

Dans tous les cas, la résolution d'un problème déductif, quelles que soient sa structure et sa complexité, implique la représentation des prémisses et leur intégration afin de produire une conclusion (ou de vérifier une conclusion déjà produite). Plusieurs théories cognitives ont cherché à expliquer la façon dont cette intégration pourrait s'effectuer.

1.2) Comment raisonne-t-on ?

Différentes théories ont été élaborées pour expliquer comment l'esprit humain raisonnait de façon déductive. Deux des théories les plus influentes postulent qu'un même mécanisme entre en jeu chez tous les individus et s'applique à tous les problèmes logiques. Il s'agit de la théorie de la Logique Mentale (Braine & O'Brien, 1998 ; Rips, 1994) et de la théorie des Modèles Mentaux (Johnson-Laird, 1983). Ces deux cadres théoriques ont en commun leur approche universaliste, mais diffèrent par la nature des mécanismes supposés du raisonnement déductif.

La théorie de la Logique Mentale (Braine, 1990) (ainsi que la théorie associée du Système Dédectif Naturel, Rips, 1983) postule que le raisonnement déductif pourrait reposer sur des mécanismes de type syntaxique. Cette théorie, qui a principalement été appliquée au raisonnement propositionnel, fait l'hypothèse que la capacité de raisonnement déductif repose sur douze règles abstraites (voir **Tableau 1**), indépendantes du sens des prémisses et déclenchées automatiquement. L'application de ces règles nécessiterait l'utilisation de la mémoire de travail verbale et permettrait une activité inférentielle automatique et rapide. Par exemple, la règle Modus Ponens (Si P alors Q ; P ; donc Q) serait appliquée automatiquement aux prémisses de l'exemple (6) (*Si le soleil brille alors les températures seront élevées et Le soleil brille*) pour produire la conclusion *Les températures seront élevées*. Cette théorie prédit également que le niveau de difficulté d'un problème de raisonnement dépend du nombre de règles employées pour aboutir à une conclusion. Il y aurait donc une « syntaxe du raisonnement » comme il existe une syntaxe dans le langage, qui consiste en un ensemble de règles dirigeant la production et l'évaluation d'une conclusion. Plusieurs travaux soutiennent la vision de la Logique Mentale selon laquelle les prémisses de problèmes de raisonnement sont intégrées de façon spontanée lors de la compréhension d'un discours écrit (Lea et al, 1995). Une autre étude plus récente montre que des prémisses conditionnelles présentées de manière sub-consciente (pendant une durée subliminale) sont traitées automatiquement par des participants adultes (Reverberi et al, 2012). Ces données expérimentales sont globalement en accord avec la théorie de la logique mentale, en tout cas en ce qui concerne le raisonnement propositionnel.

Des règles peuvent-elles s'appliquer à des problèmes ne contenant pas de connecteurs logiques comme les problèmes transitifs vus plus haut ? Notons que, même si la Logique Mentale est avant tout une théorie du raisonnement propositionnel, les problèmes transitifs peuvent être transformés en problèmes propositionnels (Goodwin & Johnson-Laird, 2005). Par exemple, le problème transitif linéaire en (1) peut apparaître ainsi : *Si la Russie est plus grande que le Brésil, et si le Brésil est plus grand que la Suisse, alors la Russie est plus grande que la Suisse*. De la même manière, le problème transitif catégorique présenté en (5) peut être transformé de la façon suivante : *Si un individu est Bavarois alors il est Allemand et Si un individu est Allemand alors il est Européen ; donc Si un individu est Bavarois alors il est Européen*. La Logique Mentale pourrait donc en théorie s'appliquer à plusieurs formes de problèmes.

Une autre théorie très influente du raisonnement déductif est la théorie des Modèles Mentaux. Celle-ci propose que le raisonnement déductif repose sur la construction d'une représentation sémantique du contenu des prémisses par des modèles mentaux de nature spatiale (Johnson-Laird, 1983). Ces modèles servent de base à la production d'une conclusion, qui est ensuite évaluée par la recherche de contre-exemples. Si aucun contre-exemple n'est trouvé, la conclusion est acceptée. Cette idée s'avère très intuitive dans le cas des problèmes linéaires. Par exemple, les prémisses du problème (1) plus haut pourraient être représentées par les modèles suivants :

(8) Russie Brésil

(9) Brésil Suisse

Les modèles (8) et (9) peuvent ensuite être intégrés pour former le modèle unique (10) ci dessous :

(10) Russie Brésil Suisse

Tableau 1 : Les douze inférences de base selon la théorie de la Logique Mentale.

Prémisses	Conclusion	Dénomination
Non non-P	P	Double négation
Si P ou Q alors R ; P	R	Modus Ponens disjonctif
P ou Q ; non P	Q	Elimination de la disjonction
Pas P et Q simultanément; P	Non-Q	Conjonction niée
P ou Q ; Si P alors R ; Si Q alors R	R	-
P ou Q ; Si P alors R ; Si Q alors S	R ou S	-
Si P alors Q ; P	Q	Modus Ponens
P ; Q	P et Q	Introduction de la Conjonction
P et Q	P	Elimination de la Conjonction
P et (Q ou R)	(P et Q) ou (P et R)	-
P et non-P	Incompatibilité	Contradiction
P ou Q ; Non-P ; Non-Q	Incompatibilité	Contradiction

Le modèle (10) mène à la conclusion « La Russie est plus grande que la Suisse », qui est acceptée car il n’y a pas de contre-exemples (le modèle (10) étant le seul modèle possible).

Bien sûr, certains problèmes peuvent être compatibles avec plusieurs modèles. Par exemple, imaginons le problème suivant en (11) :

- (11) La Russie est plus grande que la Suisse
Le Brésil est plus grand que la Suisse

Ce problème est compatible avec les modèles (12) et (13) ci-dessous :

- (12) Russie Brésil Suisse
(13) Brésil Russie Suisse

Bien que le modèle (12) suffise à générer la conclusion « *La Russie est plus grande que la Suisse* », l'étape de recherche de contre-exemples permet de construire un modèle alternatif (13). Le modèle en (13) étant également compatible avec la conclusion « *La Russie est plus grande que la Suisse* », il est possible d'inférer que le problème (11) ne mène à aucune conclusion certaine. On dit qu'il est indéterminé. On soulignera que la théorie des Modèles Mentaux est loin de ne s'appliquer qu'aux problèmes linéaires. En effet, elle peut également s'appliquer aux problèmes catégoriques (Johnson-Laird & Bara, 1984) et aux arguments propositionnels (Johnson-Laird et al, 1992). Par exemple, dans le cas des problèmes catégoriques, les prémisses du problème (5) sont représentées de cette façon (les crochets indiquent une représentation exhaustive de la catégorie) :

(14) [Bavarois] Allemands

(15) [Allemands] Européens

Les modèles (14) et (15) peuvent ensuite être intégrés pour former le modèle unique (16) ci dessous :

(16) [Bavarois] Européens

Le modèle (16) mène à la conclusion « *Tous les Bavarois sont des Européens* », qui est acceptée car il n'y a pas de contre-exemple. Le modèle (16) est en effet le seul modèle possible. Pour la théorie des Modèles Mentaux, les erreurs de raisonnement viendraient de l'incapacité à construire l'ensemble des modèles compatibles avec les prémisses. Ainsi, les sujets n'envisageraient pas toujours les contre-exemples possibles, en raison de la capacité limitée de la mémoire de travail visuo-spatiale (Johnson-Laird & Byrne, 1991 ; Markovits & Barrouillet, 2001).

En résumé, les théories de la Logique Mentale et des Modèles Mentaux font des hypothèses très différentes quant aux mécanismes cognitifs du raisonnement déductif. Pour la théorie de la Logique Mentale, le raisonnement déductif est avant tout un processus faisant appel à des règles syntaxiques comparables à celles du langage. Pour la théorie des Modèles Mentaux, le raisonnement déductif est plutôt un processus de nature sémantique faisant appel à la manipulation de modèles mentaux en mémoire de travail visuo-spatiale. Naturellement, ces hypothèses divergentes conduisent à postuler l'implication de mécanismes cérébraux différents. Ainsi, la théorie de la Logique Mentale a souvent été interprétée comme faisant l'hypothèse que le raisonnement déductif serait un processus verbal qui repose sur les régions impliquées dans la syntaxe du langage, en particulier le gyrus frontal inférieur gauche (Reverberi et al, 2007 ; 2010). Au contraire, la théorie des Modèles Mentaux est interprétée comme faisant l'hypothèse que le raisonnement déductif ferait appel aux représentations spatiales encodées dans les cortex pariétaux et occipitaux (Knauff et al, 2003). Ces prédictions ont servi de base à la majorité des études en neuroimagerie fonctionnelle à ce jour.

1.3) Les bases neurales du raisonnement déductif

Une trentaine d'études de neuro-imagerie, pour la très grande majorité en IRMf, se sont intéressées aux mécanismes cérébraux du raisonnement déductif. Globalement, elles ont révélé l'implication d'un réseau fronto-pariétal (**Figure 7**), dans l'ensemble latéralisé à gauche (Goel, 2007, Prado et al, 2011). Cependant, ces travaux montrent plusieurs dissociations dans les systèmes cérébraux supportant le raisonnement déductif, notamment en fonction des effets du contenu du

problème et de l'influence de la forme du problème (qui sera plus longuement évoquée car elle s'avère plus pertinente dans le cadre de cette thèse).

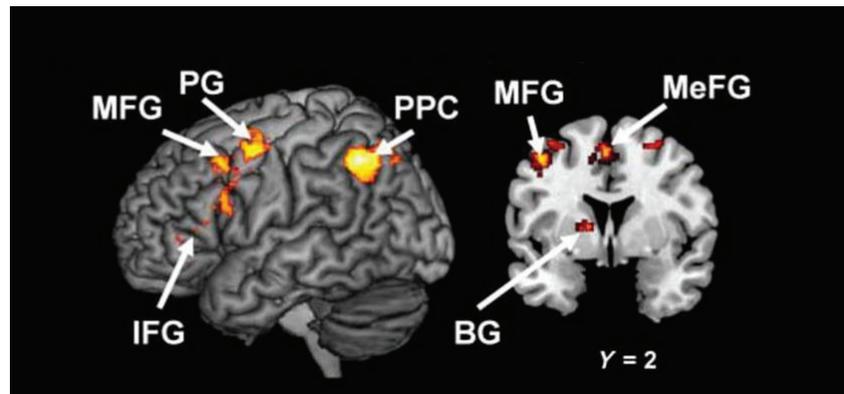


Figure 7. Principales régions cérébrales impliquées dans le raisonnement déductif. (D'après Prado et al, 2011). BG : ganglions de la base, IFG : Gyrus Frontal Inférieur, MFG : Gyrus Frontal Moyen, MeFG : Gyrus Frontal médian, PG : Gyrus Précentral, PPC : cortex Pariétal Postérieur.

Premièrement, le contenu sémantique des problèmes et les instructions influenceraient en partie les mécanismes cérébraux du raisonnement déductif (Goel et al, 1997 ; Osherson, 1998 ; Monti et al, 2007 ; Stollstorff et al, 2012). Par exemple, lorsque le contenu de problèmes évoque une navigation dans l'espace (comme dans des bâtiments), l'aire parahippocampique est particulièrement active. Au contraire, lorsque des problèmes font référence à des visages, la région fusiforme est engagée (Monti et al, 2007). Il a également été montré que des prémisses facilement visualisables entraînerait une plus grande activité cérébrale dans les régions occipitales, par rapport à des prémisses évoquant une image moins saillante (Knauff et al, 2003). À l'inverse, un contenu abstrait, par rapport à un contenu familier, serait associé à une activité plus importante du cortex pariétal bilatéral (Goel et al, 2000). Enfin, juger de la validité d'une conclusion qui contredit nos connaissances (comme dans les exemples (3) et (4)) est souvent associé à une activité plus importante dans le cortex préfrontal droit (Goel et al, 2000 ; Goel & Dolan, 2003 ; Stollstorff et al, 2012). Il a notamment été proposé que le recrutement de cette région serait lié à une meilleure inhibition de la réponse non pertinente (Goel & Dolan, 2003). En parallèle des effets du contenu, les consignes reçues par les participants influenceraient les mécanismes cérébraux du raisonnement déductif. Par exemple, l'activité de l'IFG gauche serait plus importante lorsqu'il est explicitement mentionné de raisonner de façon logique et non pas probabiliste (Goel et al, 1997 ; Goel & Dolan, 2004 ; Schwartz et al, 2017).

Deuxièmement, la forme des problèmes logiques affecte les bases neurales du raisonnement déductif (Goel, 2007 ; Prado et al, 2011). Contrairement à ce que prédisaient la théorie de la Logique Mentale et la théorie des Modèles Mentaux, un même individu pourrait avoir recours à des traitements de nature différente en fonction de la forme du problème logique (Prado et al, 2010a ; Prado et al, 2013 ; Reverberi et al, 2010). Ainsi, le raisonnement propositionnel a été associé à un recrutement des régions frontales gauches, notamment l'IFG et le gyrus précentral gauche (Noveck et al, 2004 ; Reverberi et al, 2007 ; Monti et al, 2007 ; Reverberi et al, 2010 ; Prado et al, 2010a). Une étude en neuropsychologie a aussi montré que les patients frontaux gauches avaient de grandes difficultés à résoudre les problèmes propositionnels, malgré des capacités de compréhension et de mémoire de travail préservées (Reverberi et al, 2009). Enfin, l'activité dans l'IFG gauche lors du

raisonnement propositionnel semble corrélée à la difficulté du problème (Noveck et al, 2004) ainsi qu'à la performance des participants adultes (Reverberi et al, 2007) et enfants (Schwartz et al, 2017). Au vu du rôle majeur de l'IFG gauche dans la syntaxe du langage (Friederici et al, 2003), l'ensemble de ces résultats laisse supposer que la résolution de problèmes propositionnels serait assurée par des traitements de nature verbale, en particulier syntaxique. Les prémisses pourraient être combinées de façon séquentielle au sein de cette région selon les mêmes mécanismes qui traitent les propositions des phrases (Reverberi et al, 2010). Les données de neuro-imagerie concernant le raisonnement propositionnel plaident donc en faveur de la théorie de la Logique Mentale (Prado et al, 2011 ; Reverberi et al, 2010).

Au contraire, le raisonnement transitif impliquerait d'autres mécanismes que le raisonnement propositionnel (Prado et al, 2011). Ainsi, les régions pariétales (et notamment l'IPS) joueraient un rôle essentiel dans ce type de raisonnement. La forme de raisonnement transitif qui a été la plus fréquemment examinée est de loin le raisonnement transitif linéaire, que ce soit chez l'adulte sain (Goel & Dolan, 2001 ; Acuna et al, 2002 ; Knauff et al, 2003 ; Fangmeier et al, 2006 ; Goel et al, 2009 ; Prado et al, 2010a ; Prado et al, 2010b ; Prado et al, 2013), chez le patient adulte (Waechter et al, 2013) ou chez l'enfant (Mathieu et al, 2015). Par exemple, l'étude neuropsychologique de Waechter et al (2013) a montré qu'une atteinte du cortex pariétal affectait le traitement des problèmes transitifs linéaires, soulignant ainsi l'importance de cette région dans le raisonnement transitif. Chez l'individu sain, l'activité dans des régions pariétales comprenant l'IPS ou voisines de l'IPS est fréquemment reportée chez l'adulte (Knauff et al, 2003 ; Fangmeier et al, 2006 ; Prado et al, 2010a ; Prado et al, 2013) comme chez l'enfant (Mathieu et al, 2015). Une méta-analyse de Prado et al (2011) a ainsi montré que l'activation du cortex pariétal postérieur était l'un des résultats les plus constamment retrouvés dans les études sur le raisonnement transitif linéaire (**Figure 8**). Pour finir, une étude chez l'enfant de Mathieu et al (2015) a également montré que le traitement pariétal des problèmes transitifs linéaires ne changeait pas entre l'enfance et l'adolescence. En d'autres termes, les mécanismes pariétaux impliqués dans le raisonnement transitif linéaire atteindraient leur maturation avant l'âge de 8 ans (Mathieu et al, 2015).

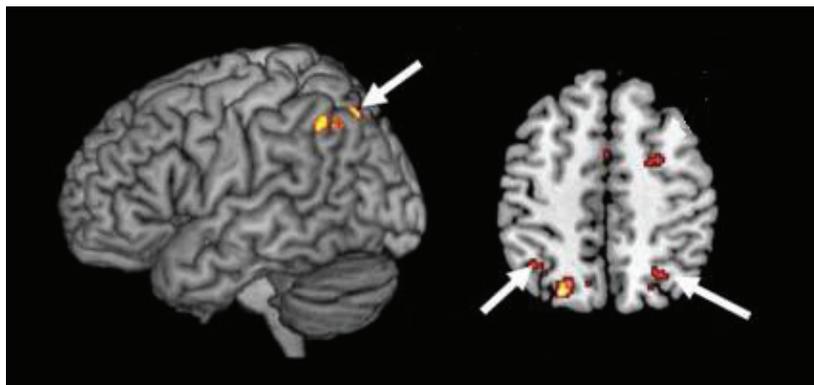


Figure 8. Principales régions cérébrales associées au raisonnement transitif linéaire. Les flèches désignent le cortex pariétal postérieur (d'après Prado et al, 2011).

Contrairement au raisonnement transitif linéaire, un nombre limité d'études s'est intéressé à la résolution de problèmes transitifs catégoriques. En effet, la plupart des études s'intéressant aux problèmes catégoriques ont utilisé à la fois des quantificateurs universels (tous, aucun) et existentiels (certains, quelques) sans dissocier ces différents types de quantificateurs (Goel et al, 1997 ; Osherson

et al, 1998 ; Goel & Dolan, 2004 ; Rodriguez-Moreno & Hirsch, 2009). Etant donné que seul le quantificateur *Tous* permet vraiment une inférence transitive, il est difficile de savoir quelles sont les régions impliquées dans le traitement de ce type de problèmes à partir de la littérature actuelle. A notre connaissance, seulement deux études ont étudié spécifiquement ce type de raisonnement, l'une chez l'adulte (Prado et al, 2013) et l'autre chez l'enfant (Mathieu et al, 2015). La première étude chez l'adulte a pu mettre en évidence l'implication de l'IPS gauche et de l'IFG gauche (Prado et al, 2013). La seconde étude chez l'enfant a reporté une activité dans le gyrus frontal moyen gauche (Mathieu et al, 2015). Ainsi, l'IPS semble également engagé dans le raisonnement transitif à partir de problèmes catégoriques, du moins chez l'adulte. Dans l'ensemble, l'activité de l'IPS dans les tâches de raisonnement déductif a souvent été interprétée comme le recours à un traitement plus spatial que verbal des problèmes (Prado et al, 2011). Le fait que le raisonnement transitif repose en partie sur l'IPS plaide plutôt pour une représentation des problèmes transitifs sous forme de modèles mentaux.

Au final, les mécanismes du raisonnement déductif seraient relativement hétérogènes, contrairement à ce que soutenaient les principales théories (Braine & O'Brien, 1998 ; Johnson-Laird, 1983). La variabilité inter-individuelle semble notamment dépendre de la forme du problème logique. Le raisonnement propositionnel impliquerait davantage des régions frontales gauches, alors que le raisonnement transitif impliquerait surtout des régions du cortex pariétal postérieur (Prado et al, 2011).

2) Quel serait le lien entre raisonnement déductif et apprentissage des mathématiques ?

2.1) Des notions logiques essentielles à l'acquisition des mathématiques

Les principes logiques régissent la manipulation et la transformation des quantités. Ainsi, il a souvent été supposé que comprendre ces principes et les domaines dans lesquels ils s'appliquent est à la base de l'acquisition de concepts mathématiques (Piaget, 1952 ; Nunes et al, 2007). En effet, à certaines étapes de l'apprentissage de l'arithmétique pourraient correspondre un principe logique. Plusieurs exemples peuvent être cités. Premièrement, l'apprentissage du comptage repose sur le principe de correspondance terme-à-terme (Gelman & Gallistel, 1978). Les enfants apprennent à associer chaque adjectif cardinal à une quantité donnée. Ceci permet notamment d'accéder à la notion de cardinalité. Deuxièmement, le principe de correspondance un-à-plusieurs est important pour la compréhension de la multiplication (Park & Nunes, 2001). Troisièmement, au cours de l'apprentissage du calcul, une stratégie qui se développe consiste à décomposer une opération (Russell & Ginsburg, 1984), par exemple « $5 + 4 = 4 + 4 + 1$ ». Comprendre que tout nombre entier peut être exprimé comme la somme de deux autres nombres témoigne d'une compréhension du principe d'additivité des nombres, qui pourrait être acquis dès 6 ans par la plupart des enfants (Nunes & Bryant, 1996). Ce principe d'additivité pourrait même être plus précoce dans le domaine des déplacements dans l'espace (Piaget & Inhelder, 1969), puis se transférer au domaine numérique. Ainsi, les enfants de 2 ans seraient en mesure de comprendre qu'un déplacement de A vers B suivi d'un déplacement de B vers C équivaut à un déplacement de A vers C (Piaget & Inhelder, 1969).

Quatrièmement, la maîtrise des mathématiques nécessite de comprendre le principe d'inversion entre les opérations. La soustraction est l'inverse de l'addition, la division est l'inverse de la multiplication. La maîtrise de la relation inverse entre les opérations a d'ailleurs été associée à des différences de compétences arithmétiques (Andersson, 2010). Cinquièmement, la notion de preuve logique est à la base du raisonnement hypothético-déductif et de la démonstration mathématique (Jones, 2000). Les exercices de géométrie en particulier exigent de prouver les différentes propriétés d'une figure à partir d'un théorème, ou de démontrer qu'une propriété donnée est généralisable. Sixièmement, même si elle est rarement enseignée explicitement, comprendre la notion de transitivité et le contexte dans lequel elle s'applique (e.g., *A est le père de B* et *B est le père de C* ne signifie pas que *A est le père de C*; Nunes et al, 2007) est l'une des bases de l'apprentissage des mathématiques. Par exemple, il est important que les enfants comprennent le principe d'inclusion, par lequel la propriété d'un ensemble est attribuée à un sous-ensemble (e.g., Si tous les éléments de l'ensemble A sont B et tous les éléments de l'ensemble B sont C, alors tous les éléments de l'ensemble A se caractérisent par la propriété C). Le principe de sériation ou d'ordinalité s'avère également important pour la connaissance des nombres (Piaget, 1952) et les procédures de calcul (Mix et al, 2002). Ainsi, les symboles numériques et les mots de la comptine numérique se succèdent dans un ordre précis et la position d'un chiffre détermine sa valeur.

Malgré l'importance des principes logiques pour l'acquisition des compétences mathématiques (Piaget, 1952 ; Nunes et al, 2007 ; Michal & Ruhama, 2008), il est surprenant que peu d'études aient mis en évidence un lien direct entre niveau en mathématiques et capacités de raisonnement déductif. Parmi les études existantes (Handley et al, 2004 ; Nunes et al, 2007 ; Morsanyi et al, 2013 ; Attridge & Inglis, 2013 ; Attridge et al, 2015 ; Morsanyi et al, 2017), trois ont cependant établi un lien causal entre raisonnement déductif et apprentissage des mathématiques (Attridge & Inglis, 2013 ; Attridge et al, 2015 ; Nunes et al, 2007).

2.2) Preuves comportementales du lien entre raisonnement déductif et compétences mathématiques

La relation entre les capacités de raisonnement déductif et la réussite en mathématiques a été étudiée de manière longitudinale chez l'adolescent et l'adulte (Attridge & Inglis, 2013 ; Attridge et al, 2015). Plus précisément, ces auteurs ont testé l'évolution des capacités déductives chez des lycéens (Attridge et al, 2015) et étudiants (Attridge & Inglis, 2013) ayant suivi un enseignement en mathématiques par rapport à un enseignement littéraire. Au contraire des étudiants inscrits en filière littéraire dont la performance n'a pas évolué, les étudiants inscrits en filière mathématiques ont progressé dans un intervalle de 2 ans vers une interprétation plus formelle des problèmes logiques (Attridge & Inglis, 2013). En parallèle, les auteurs ont inclus des mesures contrôles au début et à la fin cette période d'enseignement afin de déterminer si l'effet de l'enseignement en mathématiques était dû au changement de capacités cognitives générales. Les scores au Test de Réflexion Cognitive (CRT ; Frederick, 2005) et aux matrices analogiques de Raven (Raven, 1938), ainsi que la réussite scolaire des participants des deux groupes ont donc été pris en compte. L'amélioration du raisonnement déductif chez les étudiants inscrits en filière mathématiques n'était corrélée ni aux mesures cognitives au temps initial, ni à la variation de ces mesures sur la période de suivi. Un protocole similaire a répliqué ces résultats chez des lycéens (Attridge et al, 2015). Un enseignement

plus intense en mathématiques a permis l'amélioration des capacités déductives, indépendamment de l'intelligence fluide. Ces deux études longitudinales mettent donc l'accent sur l'importance des mathématiques pour l'amélioration des capacités déductives après l'enfance. D'après ces résultats chez l'adolescent et l'adulte, le lien entre raisonnement déductif et mathématiques ne serait pas attribuable à l'intelligence contrairement à ce que soutenaient Kyllonen & Christal (1990). La contribution d'autres capacités générales comme les fonctions exécutives et la mémoire de travail n'a cependant pas été déterminée.

L'importance du raisonnement déductif pour l'amélioration en mathématiques a été démontrée par une autre étude longitudinale (Nunes et al, 2007). Les auteurs ont mesuré la compréhension des principes logiques et les capacités de mémoire de travail (mise à jour) chez des enfants de 6 ans. Ces différentes mesures ont été corrélées à la réussite en mathématiques à 6 ans et 7,5 ans. Les enfants qui manifestaient une meilleure compréhension des principes logiques à 6 ans étaient ceux qui progressaient le plus au test de mathématiques en 1,5 an. L'amélioration était en partie expliquée par les capacités de mémoire de travail à 6 ans (Nunes et al, 2007). Par la suite, le lien causal entre raisonnement déductif et compétences mathématiques a été mis en évidence par une intervention. Des enfants de 7 ans ont suivi pendant 12 semaines un enseignement en logique en remplacement d'une partie de l'enseignement traditionnel en mathématiques. Le niveau en mathématiques a ensuite été évalué 3 mois après et 11 mois après l'intervention chez les enfants du groupe test et chez les enfants de même âge du groupe contrôle. En tenant compte des mesures initiales comme les capacités de mémoire de travail, le niveau en mathématiques et les capacités déductives, Nunes et collègues (2007) ont souligné l'efficacité de l'entraînement à la logique par rapport à l'enseignement traditionnel en mathématiques. Les effets de l'entraînement étaient maintenus à 3 mois puis à 11 mois après l'intervention. Ainsi, ces travaux attestent de l'importance du raisonnement déductif pour l'apprentissage des mathématiques. Cependant, la possibilité que ce lien soit en partie influencé par la mémoire de travail n'est pas exclue (Nunes et al 2007) et a été signalée par d'autres études (Handley et al, 2004 ; Morsanyi et al, 2013 ; Morsanyi et al, 2017).

Les capacités de mémoire de travail et les fonctions exécutives s'avèrent en effet importantes pour la résolution de problèmes logiques (Barrouillet & Lecas, 1999 ; Handley et al, 2004 ; Morsanyi & Handley, 2008), tout comme pour l'apprentissage des mathématiques (Mazzocco et al, 2007 ; Geary, 2011 ; Bull & Lee, 2014). Il serait envisageable que ces capacités cognitives générales soient responsables, au moins en partie, du lien entre la performance en raisonnement déductif et le niveau en mathématiques. Cela est suggéré par deux études chez l'enfant de 10 ans. Dans la première, des enfants de 10 ans devaient résoudre des problèmes conditionnels et des problèmes transitifs linéaires (Handley et al, 2004). Dans la deuxième, seuls des problèmes transitifs linéaires étaient présentés (Morsanyi et al, 2013). Dans chacune de ces études, certains problèmes avaient un contenu faisant référence à des connaissances générales. Dans ce cas, la moitié des problèmes menait à des conclusions qui étaient incohérentes avec les connaissances sur le monde, comme dans les exemples en (3) et (4) plus haut (chapitre 3.1.1). Ces travaux ont indiqué une corrélation entre niveau en mathématiques et capacités de raisonnement déductif, indépendamment du contenu des prémisses. En outre, ils ont suggéré que les capacités d'inhibition seraient déterminantes pour résoudre les problèmes dans lesquels la validité logique entre en conflit avec les croyances (Handley et al, 2004 ; Morsanyi et al, 2013). Ainsi, les enfants les plus performants sur les problèmes dans lesquels la validité logique entraine en conflit avec les croyances étaient également ceux disposant des meilleures compétences numériques (Handley et al, 2004). Aussi, par

rapport à des enfants neurotypiques, les enfants dyscalculiques étaient particulièrement en difficulté lorsqu'ils devaient évaluer un problème dans lequel la validité logique était opposée aux connaissances générales (Morsanyi et al, 2013). Toutefois, lorsque les prémisses n'impliquaient pas de croyance, les capacités d'inhibition ne semblaient pas influencer la résolution de problèmes logiques, contrairement aux capacités de mémoire de travail mesurées par le *counting span* (Handley et al, 2004). Aussi, il est possible que les difficultés des dyscalculiques à résoudre des problèmes transitifs puissent être liées à un déficit de mémoire de travail (Morsanyi et al, 2013).

2.3) Mécanismes cognitifs communs au raisonnement transitif et à la manipulation des nombres

Comment expliquer le lien entre capacités mathématiques et capacités de raisonnement déductif ? Comme vu précédemment, les mathématiques font souvent appel à des principes logiques, ce qui pourrait expliquer le lien observé. Cependant, il est également possible que cognition numérique et raisonnement déductif partagent des représentations et des mécanismes neurocognitifs communs. Il est même probable que ces représentations et mécanismes soient de nature spatiale. Trois éléments soutiennent cette hypothèse.

Premièrement, nous avons vu que l'un des effets comportementaux les plus robustes observés lors de tâches de comparaison de nombres est l'effet de distance (initialement montré par Moyer et Landauer, 1967). Cet effet décrit le fait que comparer la grandeur de deux nombres qui sont proches (e.g., 9 et 8) prend plus de temps que comparer la grandeur de deux nombres éloignés (e.g., 9 et 2). Cet effet est généralement interprété comme reflétant une organisation linéaire des nombres, la ligne numérique mentale. Ainsi, comparer deux nombres proches sur cette ligne prendrait plus de temps que comparer deux nombres éloignés car ils sont moins facilement discernables. Il est intéressant de mentionner que ce même effet de distance s'observe dans le domaine du raisonnement transitif linéaire. Par exemple, Prado et al (2008) ont demandé à des participants adultes de mémoriser un enchaînement de prémisses linéaires comme "Anne est à gauche de Louise, Claire est à gauche de Eve, Maud est à gauche de Anne, Jeanne est à gauche de Claire, Louise est à gauche de Jeanne ». Un modèle mental de ce problème serait le suivant :

(17) Maud Anne Louise Jeanne Claire Eve

Les participants devaient ensuite répondre à des questions qui testaient leur connaissance du problème, par exemple « Est-ce que Anne est à gauche de Louise ? » ou « Est-ce que Anne est à gauche de Claire ? ». Les résultats montrent qu'il est plus difficile de juger la relation entre des éléments adjacents ou proches (comme Anne et Louise) que de juger la relation entre des éléments éloignés (comme Anne et Claire). En d'autres termes, il existe ici aussi un effet de distance : le temps de réaction diminue avec la distance séparant les éléments à comparer. Cet effet a d'ailleurs été montré plusieurs fois dans la littérature (Potts, 1974 ; Favrel & Barrouillet, 2000). L'effet de distance n'est donc pas spécifique à la cognition numérique.

Un deuxième effet très présent dans la littérature en cognition numérique est l'effet SNARC (Spatial Association of Response Codes) (Dehaene et al, 1993). Cet effet décrit le fait que, lors de tâches de comparaison numérique ou même de parité, les participants sont plus rapides à traiter les

petits nombres avec la main gauche qu'avec la main droite et les grands nombres avec la main droite qu'avec la main gauche (voir Wood et al, 2008, pour une méta-analyse). L'une des interprétations les plus populaires de cet effet est que celui-ci indique que la ligne numérique mentale est organisée spatialement, avec les petits nombres à gauche et les grands nombres à droite (du moins chez les sujets occidentaux). Tout comme l'effet de distance, il semble cependant que ce type d'association spatiale ne soit pas spécifique aux nombres. En effet, il peut également s'observer dans d'autres domaines (van Dijck & Fias, 2011), comme dans le domaine du raisonnement transitif linéaire (Prado et al, 2008). Dans la tâche de Prado et al (2008) décrite plus haut, la manipulation expérimentale ne se limitait pas à faire varier la distance entre les éléments. La main utilisée pour répondre était aussi manipulée. Ainsi, les participants jugeaient, tantôt avec la main gauche, tantôt avec la main droite, la relation entre les paires d'éléments. Les auteurs ont observé que les participants étaient plus rapides à juger des éléments à gauche de la représentation (Maud, Anne, Louise) avec la main gauche qu'avec la main droite. A l'inverse, les participants étaient plus rapides à juger des éléments à droite de la représentation (Jeanne, Claire, Eve) avec la main droite qu'avec la main gauche. Ainsi, le modèle mental intégrant les prémisses serait orienté de gauche à droite, tout comme la ligne numérique mentale.

Enfin, il semble que la même région de l'IPS soit impliquée à la fois dans le traitement des nombres et dans le raisonnement transitif. Comme évoqué plus haut, l'activation de l'IPS a été reportée dans ces deux types de tâches (Dehaene et al, 2003 ; Prado et al, 2011). Cependant, l'IPS est un long sillon s'étendant de la partie postérieure à la partie antérieure du cortex pariétal postérieur et cela ne signifie pas que les activités liées aux nombres et au raisonnement dans l'IPS se recoupent. Pour le déterminer, Prado et collègues (2010) ont demandé à des sujets de mémoriser les prémisses d'un problème de raisonnement transitif linéaire avec de multiples prémisses. Puis ils ont demandé à des sujets de faire deux tâches dans un scanner IRM. Dans la première tâche, les sujets devaient évaluer la validité de conclusions impliquant des distances variées entre les éléments à comparer. Dans la deuxième tâche, les sujets devaient comparer la valeur de paires de nombres. Dans une même portion de l'IPS, il a été observé à la fois une augmentation de l'activité inversement proportionnelle à la distance des nombres à comparer et une augmentation de l'activité inversement proportionnelle à la distance des éléments à comparer dans les problèmes transitifs. Bien que la résolution spatiale de l'IRM ne permette pas de conclure que les mêmes populations neuronales sont impliquées dans ces deux tâches, ces résultats suggèrent que les nombres et les éléments des prémisses transitives seraient encodés selon un même mécanisme de nature spatiale dans l'IPS. Ceci est en accord avec une représentation sous forme de modèle mental (Johnson-Laird, 1983). Les éléments des prémisses seraient alignés le long d'un continuum spatial selon leur position. Un simple déplacement le long de ce continuum suffirait à déduire la relation entre deux éléments des prémisses (Goodwin & Johnson-Laird, 2005). En résumé, les études existantes indiquent que des représentations spatiales communes dans l'IPS sous-tendent à la fois le traitement des nombres et l'intégration de prémisses des problèmes transitifs.

Hypothèses expérimentales

Pourquoi certains enfants qui suivent un enseignement traditionnel éprouvent-ils de grandes difficultés à apprendre les mathématiques, en l'absence de déficits sensoriels et intellectuels ? Cette question a fait l'objet d'un nombre grandissant d'études visant à mieux comprendre les troubles présentés par les enfants dyscalculiques. Nous avons vu dans le premier chapitre que la définition même de ce trouble de l'apprentissage fait encore débat (Mazzocco et al, 2013 ; Kaufmann et al, 2013). En effet, il a souvent été reporté que le profil des enfants dyscalculiques est relativement hétérogène (Geary et al, 1991 ; Rubinsten & Henik, 2009). Il est vrai que l'étendue et la sévérité des déficits en mathématiques sont difficiles à caractériser. Ceci s'explique en partie par la diversité des compétences mathématiques, qui font appel à différentes capacités cognitives, dont l'importance évolue au cours de la scolarité en fonction des notions mathématiques à maîtriser. Ainsi, des études ont cherché à identifier les dysfonctionnements neurocognitifs à la base des difficultés mathématiques des dyscalculiques. Les atteintes cognitives et cérébrales plus ou moins spécifiques ont donné lieu à différentes théories proposant une cause à ce trouble neurodéveloppemental (voir chapitre 2). En particulier, de nombreuses études en IRM ont mis l'accent sur les anomalies de l'IPS, situé dans le cortex pariétal postérieur. Cependant, les différences observées au niveau de l'IPS chez les dyscalculiques par rapport aux individus neurotypiques ont été interprétées de plusieurs manières en raison de la diversité des fonctions cognitives qui seraient sous-tendues par cette région et de ses connexions structurales et fonctionnelles avec d'autres régions cérébrales. Tandis que certains auteurs ont attribué à l'IPS un rôle dans la représentation des quantités numériques (Ansari et al, 2008), d'autres ont mis en évidence son implication dans la représentation générale des grandeurs (Hubbard et al, 2005). D'autres études encore ont souligné la contribution de l'IPS aux processus attentionnels (Corbetta et al, 2000) et à la manipulation des informations en mémoire de travail (Fias et al, 2007 ; Majerus et al, 2010). Des anomalies affectant une même région cérébrale peuvent donc conduire à des différences comportementales variées.

Cette thèse prend sa source à la fois dans les études de neuro-imagerie montrant que l'IPS est impliqué dans le raisonnement transitif (voir chapitre 3) et dans une étude comportementale récente suggérant que les dyscalculiques pourraient avoir des difficultés dans le raisonnement transitif (Morsanyi et al, 2013). En d'autres termes, ces études permettent de faire l'hypothèse qu'un déficit de fonctionnement de l'IPS chez les dyscalculiques pourrait avoir des conséquences sur le traitement neural des relations transitives et être la cause de difficultés de raisonnement. Etant donné l'importance du raisonnement transitif dans l'apprentissage des mathématiques, cette atteinte pourrait expliquer une partie des difficultés rencontrées par les enfants dyscalculiques. A ce jour, le lien entre les capacités de raisonnement transitif et le niveau en mathématiques reste peu connu. Comme indiqué au chapitre 3, ce lien pourrait être expliqué par des mécanismes visuo-spatiaux communs. Plus précisément, la manipulation des nombres et des relations transitives donnent lieu à un effet de distance comportemental, qui est associé à un effet de distance neural dans une région commune au niveau de l'IPS. Une atteinte du traitement des relations transitives dans l'IPS risque ainsi d'entraîner des difficultés à résoudre les problèmes transitifs. Un tel déficit pourrait engendrer des difficultés en mathématiques. A l'inverse, des mécanismes cognitifs efficaces de résolution des problèmes transitifs sont susceptibles d'accompagner un apprentissage plus efficace des mathématiques.

Dans une première étude, nous avons mesuré les capacités de raisonnement transitif d'un groupe d'enfants neurotypiques et d'un groupe d'enfants dyscalculiques. Nous avons également identifié les mécanismes cérébraux qui sous-tendent ces capacités dans chacun de ces groupes. Les enfants dyscalculiques avaient entre 9 et 12 ans et étaient appariés en âge avec les enfants neurotypiques. Aucun participant ne présentait de retard mental, ni de TDA(H). Les compétences en mathématiques des sujets ont été évaluées par trois tests standardisés complémentaires : un test d'arithmétique élémentaire en temps limité, un test de calcul plus complexe sans limite de temps, et un test de résolution de problèmes. Pour qu'un participant soit considéré comme dyscalculique, son score à au moins deux tests devait être inférieur au 25^{ème} percentile, ce seuil étant régulièrement utilisé dans les études de neuro-imagerie sur la dyscalculie. Une mesure standardisée de la mémoire de travail a aussi été obtenue par un test d'empan verbal simple et complexe (répétition de chiffres dans l'ordre puis dans l'ordre inverse). La tâche de raisonnement transitif comportait des problèmes transitifs contenant soit des relations linéaires, soit des relations catégoriques. Même si le contenu des problèmes était concret, les connaissances des participants n'interféraient pas avec la validité logique. Une question suivait chaque problème de raisonnement afin d'en évaluer la résolution. La condition contrôle consistait en des problèmes de même structure, mais dont les éléments des prémisses n'étaient pas intégrables. Ces relations non-intégrables permettaient d'une part d'isoler les mécanismes de raisonnement, et d'autre part de contrôler le niveau d'attention des participants à l'aide d'une question de compréhension suivant chaque problème. En lien avec les études sur les atteintes neurocognitives dans la dyscalculie et sur les bases cérébrales du raisonnement transitif, nous avons fait les prédictions suivantes. Premièrement, les capacités de raisonnement transitif des enfants dyscalculiques devraient être inférieures à celles des enfants neurotypiques. Deuxièmement, ce déficit cognitif devrait être associé à une activité plus faible de l'IPS chez les dyscalculiques par rapport aux neurotypiques pendant l'intégration des relations transitives. Troisièmement, puisque la mémoire de travail joue un rôle important dans le raisonnement transitif, les capacités de mémoire de travail des participants devraient être corrélées aux mesures comportementales et cérébrales du raisonnement transitif.

Dans une seconde étude, étant donné l'importance du raisonnement transitif pour l'apprentissage des mathématiques, nous nous sommes demandés si l'activité cérébrale liée au raisonnement transitif chez les enfants neurotypiques de l'étude 1 pouvait prédire leurs progrès en mathématiques. Pour cela, nous avons évalué la différence de score standardisé aux mêmes tests de mathématiques entre le temps T_1 (au moment de la session IRM) et le temps T_2 (1,5 an après l'IRM). Nous avons utilisé des analyses multivariées avec un algorithme de machine-learning qui teste si les données comportementales observées (différence de score standardisé en mathématiques entre T_1 et T_2) sont bien corrélées aux données comportementales prédites par le modèle à partir des différences inter-individuelles d'activité cérébrale à T_1 . La prédiction principale de cette étude était que le lien entre raisonnement transitif et apprentissage des mathématiques était si fort que la mesure de l'activité cérébrale de l'IPS lors de l'intégration des relations transitives à T_1 pouvait prédire les progrès en mathématiques de T_1 à T_2 .

Les chapitres 4 et 5 de cette thèse évoquent respectivement les études 1 et 2. Dans ces deux chapitres en anglais, on notera que le groupe d'enfants neurotypiques est désigné selon les termes « Typically-Developing » (TD) alors que le groupe d'enfants dyscalculiques est désigné selon les termes « Math-Learning Disability » (MLD). De même, les relations transitives linéaires sont appelées

respectivement *linear-order relations* et les relations transitives catégoriques sont appelées *set-inclusion relations*.

Chapitre 4 : Atteinte des bases neurales du raisonnement transitif dans la dyscalculie

Etude 1

Impaired neural processing of transitive relations in children with Math Learning Disability

Flora Schwartz, Justine Epinat-Duclos, Jessica Léone & Jérôme Prado

Abstract

Math Learning Disability (MLD) affects up to 10% of children worldwide and -- given the importance of math skills in our society -- has far-reaching consequences for affected individuals. Although converging evidence suggests that MLD is associated with anatomical and functional impairments in the intraparietal sulcus (IPS), the role that these deficits play in MLD remains unclear. Here we use functional magnetic resonance imaging (fMRI) to explore the role of the IPS in transitive reasoning ($A > B$, $B > C$, therefore $A > C$), both in typically developing children and children with MLD. Specifically, we measured brain activity while children listened to stories that included transitive relations. There are three main findings. First, the on-line processing of transitive relations was associated with enhanced activity in the left IPS in typically developing children, but not in children with MLD. Second, children with MLD made more errors when making transitive inferences than typically developing peers. Third, IPS activity and behavioral performance was correlated with working-memory skill across all participants, suggesting that working memory impairments contribute to impaired transitive reasoning skills. Given the importance of transitive reasoning for math learning, our study suggests that a deficit in transitive reasoning contributes to MLD.

Introduction

The ability to manipulate numbers and understand quantitative information is crucial in today's world. Not only are math skills important for academic success (Duncan et al., 2007), they are also pervasive in everyday life and in the workplace (Parsons & Bynner, 2005). However, individuals differ greatly in their quantitative skills and up to 10% of children may have some form of Math Learning Disability (MLD) (Devine, Soltész, Nobes, Goswami, & Szűcs, 2013; Szűcs & Goswami, 2013). MLD is a neurodevelopmental disorder characterized by persistent difficulties in acquiring math skills, despite normal intellectual abilities and adequate schooling (Kaufmann et al., 2013). Given its prevalence and the life-long impact of poor math skills on personal and professional achievements (Parsons & Bynner, 2005), MLD represents a major biomedical issue. Yet, the disorder is much less researched than reading disability (Bishop, 2010) and its causes remain unclear.

Over the past ten years or so, studies that investigated neural impairments in children with MLD have most consistently pointed to anatomical and functional impairments in the intraparietal sulcus (IPS) (Ansari, 2008; Szűcs & Goswami, 2013). For instance, it has been shown that children with MLD have less grey matter in the IPS than typically developing (TD) peers (Isaacs, Edmonds, Lucas, & Gadian, 2001; Rotzer et al., 2008; Rykhlevskaia, Uddin, Kondos, & Menon, 2009). Studies have also found abnormal functional connectivity between the IPS and various fronto-parietal regions in children with MLD (Jolles et al., 2016; Rosenberg-Lee et al., 2015). Finally, activity in the IPS during the processing of numerical and arithmetic stimuli differs between children with and without MLD (Ashkenazi, Rosenberg-Lee, Tenison, & Menon, 2012; Berteletti, Prado, & Booth, 2014; Luculano et al., 2015; Kucian et al., 2006; Mussolin et al., 2010; Price, Holloway, Räsänen, Vesterinen, & Ansari, 2007; Rosenberg-Lee et al., 2015). The IPS has long been linked to the representation of approximate numerical information in animals and healthy individuals (Ansari, 2008; Nieder & Dehaene, 2009). Therefore, it has been proposed that IPS impairments may affect approximate numerical skills, which in turn may cause MLD (Butterworth, 2010; Feigenson, Libertus, & Halberda, 2013; Piazza et al., 2010). Recently, however, researchers have begun to question this so-called “number sense” hypothesis of MLD for at least two reasons (Leibovich, Katzin, Harel, & Henik, 2016; Szűcs & Goswami, 2013). First, it is increasingly believed that the non-symbolic stimuli that are typically used to test approximate numerical abilities may capture differences in executive functioning (Bugden & Ansari, 2016) and continuous magnitude processing (Leibovich et al., 2016) rather than in number sense *per se*. Second, the “number sense” hypothesis is a domain-specific account, which is difficult to reconcile with the observation that individuals with MLD also exhibit impairments in domain-general skills such as attention (Ashkenazi, Rubinsten, & Henik, 2009; Swanson, 2011), inhibition (Bull & Scerif, 2001a; Espy et al., 2004; Swanson, 2011), working memory (Bull & Scerif, 2001b; Geary, 2011; Hitch & McAuley, 1991; Passolunghi & Siegel, 2004; Swanson, 2011), and serial-order processing (Attout & Majerus, 2015; Attout, Salmon, & Majerus, 2015; De Visscher, Szmalec, Van Der Linden, & Noel, 2015). Because the IPS is central to all of these abilities (Anderson, Ferguson, Lopez-Larson, & Yurgelun-Todd, 2010; Attout, Fias, Salmon, & Majerus, 2014; Pessoa, Gutierrez, Bandettini, & Ungerleider, 2002; Zorzi, Di Bono, & Fias, 2011), impairments in the IPS may explain difficulties in any of these skills (Szűcs & Goswami, 2013). Thus, in line with the fact that math relies on a wide range of cognitive skills, it has also been proposed that MLD may be a more heterogeneous disorder caused by impairments in various domain-general skills (Fias, Menon, & Szucs, 2013; Szűcs & Goswami, 2013).

This domain-general view raises the possibility that math difficulties in children with MLD may stem from factors that are not necessarily related to basic numerical processing. For instance, it has been recently hypothesized that the impaired working memory skills of children with MLD may affect their ability to make transitive inferences (Morsanyi, Devine, Nobes, & Szűcs, 2013). That is, those children may have difficulties manipulating and integrating transitive relations such as “The triangle is bigger than the circle” and “The circle is bigger than the square” to infer conclusions such as “The triangle is bigger than the square”. Neuroimaging studies have associated transitive reasoning with regions in and around the IPS in healthy adults (Goel & Dolan, 2001; J. Prado, Mutreja, & Booth, 2013; Jérôme Prado, Chadha, & Booth, 2011; Jérôme Prado, Noveck, & Van Der Henst, 2010) and TD children (Mathieu, Booth, & Prado, 2015). Studies also indicate that the ability to order items in working memory relies on the IPS (Attout et al., 2014; Marshuetz, 2005). Therefore, it is possible that the neural (and behavioral) processing of transitive relations may be impaired in children with MLD. If that were the case, such deficits would likely lead to important math difficulties down the road. Indeed, although it is never explicitly taught to children, transitive reasoning is an important aspect of scientific thinking in general and of math learning in particular. For instance, it may play an important role in understanding concepts such as ordinality, measurement, and set-inclusion in young children (Newstead, Keeble, & Manktelow, 1985; Rabinowitz & Howe, 1994; Wright, 2001). Older children are also likely to use transitive reasoning when solving complex math operations (Morsanyi et al., 2013). Finally, transitive reasoning is central to the notion of deductive proofs in geometry (Michal & Ruhama, 2008). Therefore, there is little doubt that processing transitive relations significantly contributes to math competence.

The present study aimed to test whether the processing of transitive relations in the IPS is impaired in children with MLD, and whether such impairment is associated with difficulties in making transitive inferences. To our knowledge, no prior study has compared neural activity associated with the processing of transitive relations in children with and without MLD. However, one previous behavioral study did find impaired transitive reasoning performance in children with MLD, at least when participants had to inhibit prior beliefs to provide a correct response (e.g., in problems such as “Cars are faster than bicycles, Bicycles are faster than airplanes, Are cars faster than airplanes?”) (Morsanyi et al., 2013). In that study, however, no difference between children with MLD and TD controls was found when problems were neutral with respect to prior beliefs. Thus, it remains unclear whether children with MLD show a poor understanding of transitive relations *per se* (e.g., rather than a deficit in inhibiting prior knowledge). It is also unknown whether any impaired processing of transitive relations in children with MLD would be restricted to relations of linear-order such as those exemplified above, or would extend to other types of transitive relations like those using quantifiers (i.e., set-inclusions). Here, children with MLD and age-matched controls listened to stories made out of different scenarios in which we embedded transitive relations of linear-order (e.g., A is faster than B, B is faster than C) and set-inclusion (All As are Bs, All Bs are Cs). Brain activity during listening of these (belief-neutral) transitive relations was measured on-line using fMRI. After hearing each scenario, children also answered questions about the relations between items or characters, so as to evaluate whether transitive inferences were made on-line during story listening. Finally, working memory skill was measured outside of the scanner. For both linear-order and set-inclusion relations, we made 3 predictions. First, we predicted higher error rates in questions testing for transitive reasoning in children with MLD than in TD peers (whereas no difference should be observed in other questions testing for overall comprehension of stories). Second, we anticipated

that children with MLD would show reduced activity in the IPS compared to TD peers upon listening to transitive relations. Third, given the major role that working memory plays in logical reasoning (De Neys, 2006; Handley, Capon, Beveridge, Dennis, & Evans, 2004), we hypothesized that IPS activity and behavioral performance during transitive reasoning would correlate with working-memory skill on a child-by-child basis.

Material and methods

Participants

51 right-handed children from 9 to 12 were recruited using advertisements in schools, learning disabilities centers, newspapers and social media. Twelve of these participants were excluded from the analyses because of performance at chance level on the experimental task ($n=3$), excessive head motion on at least 2 of the 4 fMRI runs ($n=5$), and technical issues during the scanning session ($n=4$). Therefore, 39 children were included in the analyses. All children were native French speakers and had no hearing deficit, no MRI counter-indications and no history of neurological and psychiatric disorder. They also had no diagnosis of mental retardation or high intellectual potential, and a full scale IQ equal or above 80 as measured by the Nouvelle Echelle Metrique de l'Intelligence (NEMI-2; Cagnet, 2006). The NEMI-2 is a French IQ test composed of six subtests (digit repetition, general knowledge, vocabulary, item comparisons, Raven's matrices, and cube counting). Its full-scale score correlates with that of the WISC IV (Wechsler, 2003). From the NEMI-2, we also isolated scores on the digit repetition subtest to obtain a measure of working-memory skill (reflecting a combination of forward and backward digit spans) in each child.

Children were classified into the MLD or TD group based on their performance on 3 subtests of the Woodcock-Johnson Test of achievement (WJ III; Woodcock et al, 2001): Math Fluency, Calculation, and Applied Problems. In the Math Fluency subtest, participants have 3 minutes to solve as many single-digit addition, subtraction and multiplication problems. The Calculation subtest is an untimed test in which participants solve single-digit and double-digits operations of increasing difficulty. The test is stopped after six consecutive errors or when the last item is reached. Finally, the Applied Problems subtest measures the ability to analyze and solve math problems. While early items require application of basic numerical concepts (e.g., counting, performing simple addition and subtraction, reading clocks and coin values), most items require children to understand and analyze word problems. The test is untimed and testing stops after 6 consecutive errors or when the last item is reached. Because the WJ III is only available in English, we translated all subtests in French and normed them in 830 children from schools in the Lyon area before the present experiment. Using these French norms, we considered that children had MLD if they scored below the 25th percentile on at least 2 of the subtests or on the average of the 3 tests. Following these criteria, we included 17 children in the MLD group. Fifteen of these children with MLD scored at or below the 10th percentile on either the average math score ($n=11$) or at least one of the subtests ($n=4$). The TD group was composed of children who scored above the 25th percentile in at least 2 of the subtests and whose average scores were also above the 25th percentile. Following these criteria, we included 22 children in the TD group. Twenty-one of these TD children scored at or above the 40th percentile on either the average math score ($n=19$) or at least one of the subtests ($n=2$).

Finally, reading fluency was assessed in all participants with the Alouette test (Lefavrais, 1967). During 3 minutes, participants read aloud a text in French. The number of words read and the number of pronunciation errors were used to evaluate reading speed and reading accuracy, respectively. Demographic information and scores for each measure are presented for both the MLD and the TD group in **Table 1** (as well as results of statistical tests between groups for each measure).

Parents gave their written informed consent and children gave their assent to participate in the experiment. Families were paid 80 euros for their participation. The experiment was approved by the local ethics committee (CPP Lyon Sud-Est II).

Familiarization to the fMRI environment

On the day of standardized testing, children were familiarized with the fMRI environment in a mock scanner. They listened to a recording of the noises associated with all fMRI sequences. A motion tracker system (3D Guidance trak STAR, Ascension Technology Corporation) was used to measure head movements and provide on-line feedback to participants. Finally, children practiced the task in that mock scanner. The practice session differed in two ways from the brain imaging session. First, the task was shorter (i.e., there was only a single run with 8 trials). Second, the content of the trials differed from the imaging session.

Reasoning task

In the scanner, participants listened to 4 stories that each included a series of 12 short scenarios (see **Table 2**). Each scenario ended up with a question that the child had to answer. To maximize children's involvement, the task followed a "choose your own story" structure. That is, children were told to pay attention to every scenario because their responses to questions were critical for making progress in the story. There were 24 scenarios that involved linear-order relations (e.g., X is more than Y) and 24 scenarios that involved set-inclusion relations (e.g., All Xs are Ys). In half (i.e., 12) of each type of scenario, the relations overlapped so that they could be integrated and a conclusion could be inferred. For instance, the linear-order relations "White cows give more milk than black cows" and "Black cows give more milk than brown cows" in the bottom left cell of **Table 2** should lead to the conclusion that "White cows give more milk than brown cows". Similarly, the set-inclusion relations "All old farms are made of stone" and "All farms that are made of stone are uphill" in the top left cell of **Table 2** should lead to the conclusion that "All old farms are uphill". The question that followed these scenarios always tested whether children had inferred these conclusions when reading the scenario and was termed *Reasoning question*. In the examples above, children were for instance told that they needed to milk the cows giving the most milk and were asked "Are you milking the brown or the white cows?". In the set-inclusion example, they were told that they needed to find an old farm and were asked "Are you going uphill or downhill?". The remaining scenarios also contained two linear-order or set-inclusion relations. However, these relations were not overlapping and could not be integrated. Thus, no particular conclusion could be inferred upon reading the scenario. For instance, the linear-order relations "The chocolate cake is baking faster than the apple pie" and "The strawberry pie is baking faster than the cheesecake" in the bottom right cell of **Table 2** are not integrable. Similarly, the set-inclusion relations "All bedrooms with a red door are on the side of the chicken coop" and "All bedrooms with a green door are on the side of the barn" in the top right cell of **Table 2** are not integrable. In those cases, the question that

followed simply tested whether children remembered some information that was explicitly given in the scenario and was termed *Comprehension question* (see **Table 2**).

Table 1. Demographic information and psychometric measures in TD children and children with MLD

Measure	TD (n=22) Mean (SD)	DD (n=17) Mean (SD)	Statistical difference
Age (in years)	10.75 (1.33)	11.26 (1.22)	P = 0.22
Male/Female	12/10	12/5	P = 0.31
NEMI-2			
Full-scale IQ ⁽¹⁾	109.81 (9.01)	97 (10.74)	P < 10 ⁻³
General knowledge ⁽²⁾	4.68 (1.25)	3.65 (1.50)	P = 0.024
Vocabulary ⁽²⁾	4.64 (1.26)	4.12 (1.14)	P = 0.23
Items comparison ⁽²⁾	5.10 (1.50)	4.47 (1.38)	P = 0.19
Raven's matrices ⁽²⁾	4.82 (1.14)	2.94 (1.35)	P < 10 ⁻³
Digit repetition ⁽²⁾	4 (1.41)	2.41 (1.37)	P = 0.001
Cube counting ⁽²⁾	4.10 (1.15)	3.35 (1.54)	P = 0.095
Alouette			
Reading accuracy ⁽¹⁾	99.55 (17.65)	93.97 (18.11)	P = 0.03
Reading speed ⁽¹⁾	106.82 (15.63)	99.49 (17.68)	P = 0.003
WJ-III			
Average math score ⁽¹⁾	112.01 (15.48)	77.92 (11.27)	P < 10 ⁻³
Math Fluency ⁽¹⁾	105 (19)	73.59 (14.35)	P < 10 ⁻³
Calculation ⁽¹⁾	112.32 (20.68)	78.59 (17.43)	P < 10 ⁻³
Applied Problems ⁽¹⁾	118.95 (15.99)	81.59 (16.76)	P < 10 ⁻³

(1) standardized score (Mean = 100, SD = 15)

(2) scaled score (min=1, max=7)

Table 2. Examples of each type of scenario (translated from French)

	Integrable relations	Non-integrable relations
Set-inclusion relations	<p>1. “You are going on vacation to the countryside.” “You are planning to stay in a farm for a few days.” “There are farms uphill and downhill.” <u>“All old farms are made of stone.”</u> <u>“All farms that are made of stone are uphill.”</u> “You have to find an old farm.” <i>Reasoning question: “Are you going uphill (response 1) or downhill (response 2)?”</i></p>	<p>2. “You are going uphill and you find the old farm.” “The farmers invite you in.” “You need to bring your bag to your bedroom on the 2nd floor.” <u>“All bedrooms with a red door are next to the chicken coop.”</u> <u>“All bedrooms with a green door are next to the barn.”</u> “The farmers’ house is very big.” <i>Comprehension question: “Are you taking your bag to the 2nd floor (response 1) or to the 3rd floor (response 2)?”</i></p>
Linear-order relations	<p>4. “You are taking the pastries out of the oven.” “You would like some milk for your breakfast.” “You are going to milk cows with the farmer.” <u>“White cows give more milk than black cows.”</u> <u>“Black cows give more milk than brown cows.”</u> “You need to milk the cows giving the most milk.” <i>Reasoning question: “Are you milking the brown cows (response 1) or the white cows (response 2)?”</i></p>	<p>3. “You are going to the first floor and bring your bag in.” “The next morning, the farmer is baking pastries.” “The farmer is asking you to take them out of the oven now.” <u>“The chocolate cake is baking faster than the apple pie.”</u> <u>“The strawberry pie is baking faster than the cheesecake.”</u> “It is very hot in the kitchen.” <i>Comprehension question: “Are you taking the pastries out of the oven now (response 1) or later (response 2)?”</i></p>

Notes: Numbers 1 to 4 indicate the order of presentation within the experimental run.

Each scenario was composed of 6 narrative sentences followed by a question. Sentences 1 to 3 introduced the context (and gave some information that children could be tested on in Comprehension questions). Sentences 4 and 5 were statements that systematically used either linear-order or set-inclusion relations. Sentence 6 was a wrap-up sentence (this sentence gave participants a goal to achieve in scenarios that ended with a Reasoning question). In all scenarios, the question presented two options and participants had to choose one of these. The content of the sentence that followed the question (i.e., the first sentence of the next scenario) changed as a

function of the participant's prior response so that the story was coherent and children thought they were choosing their own path through the story.

Overall word count was controlled across the 4 types of scenarios. On average, word count was 69.1 for scenarios with integrable set-inclusion relations, 69.7 for scenarios with non-integrable set-inclusion relations, 73.6 for scenarios with integrable linear-order relations and 72.4 for scenarios with non-integrable linear-order relations. Because word count was not normally distributed, non-parametric testing was used to assess differences as a function of type of scenarios. First, a Kruskal-Wallis ANOVA indicated that word count did not differ between types of scenarios ($H_{(3,48)} = 4.14$, $p = 0.25$). Second, Mann-Whitney tests revealed that word count of sentences 4 to 6 (the critical sentences included in the fMRI analysis, see below) did not differ between scenarios with integrable and non-integrable relations, both for linear-order relations ($Z = 1.56$, $p = 0.12$) and set-inclusion relations ($Z = -1.18$, $p = 0.24$).

The task was split into 4 runs that contained one story each. Each story contained 3 scenarios with integrable linear-order relations, 3 scenarios with non-integrable linear-order relations, 3 scenarios with integrable set-inclusion relations and 3 scenarios with non-integrable set-inclusion relations. Two wrap-up sentences concluded each story. Runs were randomized but scenarios were presented in a fixed order within a run. This was because scenarios were embedded in a coherent story. However, two scenarios of the same type were never following each other. Additionally, responses were counterbalanced across different variables. First, the order of the correct response was counterbalanced across type of scenario for the whole experiment. Second, within a run, the order of the correct response was counterbalanced between scenarios with integrable and non-integrable relations and between scenarios involving linear-order relations and set-inclusion relations. Third, to prevent participants from developing expectations during the task and using heuristic strategies to respond to Reasoning questions, integrable relations were switched around in half of the problems. For example, linear-order relations could be presented in the order "A is faster than B and B is faster than C" in some scenarios and in the order "B is faster than C and A is faster than B" in other scenarios.

Procedure

Stimuli were generated using Presentation software (Neurobehavioral Systems, Albany, CA). Stories were spoken through headphones sentence by sentence. During each scenario, a black-and-white picture illustrating the setting was displayed on a computer screen that was viewed by the participants through a mirror attached to the head coil. Behavioral responses were recorded using MR-compatible keypads placed in the left and right hands. Participants were instructed to listen carefully to each sentence and to press on a response button placed below their right index when they were ready to hear the next sentence. Participants were then instructed to press on one of two response buttons to answer the question. If the correct response was the first option heard, they had to press on a button placed below their right thumb. If the correct response was the second option heard, they had to press on a button placed below their left thumb. If no target button was pressed within the 12 seconds following the onset of a sentence, the next sentence was automatically spoken. The beginning of each story was indicated by a red fixation cross at the center of the screen. The red cross turned orange after 6 s and green after 2 s. The green cross lasted 2 s and was immediately followed by the auditory presentation of the first sentence of the first scenario. There

was a 500 ms interval between each sentence in a scenario. A question was spoken after the last sentence of each scenario. This question was preceded and followed by a random interval ranging from 2 s to 4 s (during which a white fixation cross was also displayed on the screen). Finally, each story ended with 20 s of visual fixation (during which no sentence was spoken).

Behavioral analysis

Accuracy to Reasoning and Comprehension questions was analyzed using General Linear Models (GLM) with the within-subject factors Question type (reasoning versus comprehension), Relation (linear-order versus set-inclusion) and the between-subject factor Group (TD versus MLD). Significant interactions were explored with Post-hoc HSD Tukey tests. Additionally, Pearson's correlations were used to investigate the relationship between working-memory and accuracy to Reasoning and Comprehension questions.

fMRI data acquisition

Functional and anatomical images were acquired with a Siemens 3T Prisma (Siemens Medical solutions, Malvern, PA, USA) at the CERMEP Brain Imaging Center in Lyon. A high-resolution anatomical scan was collected for each participant with a standard MPRAGE sequence (TR = 3500 ms, TE = 2.24 ms, flip angle = 8°, slice thickness = 0.90 mm, number of slices = 192, isovoxel resolution = 0.875 mm). Functional sequences were collected with a gradient-echo, echo-planar sequence (TR = 2000 ms, TE = 24 ms, flip angle = 80°). Thirty-two interleaved transverse slices were acquired per volume (slice thickness = 3.48 mm, voxel size = 1.72 x 1.72).

fMRI data preprocessing

Images were analyzed with SPM12 (Wellcome department of Cognitive Neurology, London, UK). The first 4 images of each run were discarded to allow for T1 equilibration effects. Functional images were corrected for slice acquisition delays and spatially realigned to the first image of the first run to correct for head movements. Realigned images were smoothed with a Gaussian filter (4 x 4 x 8 mm full-width at half maximum). An artifact repair software (ArtRepair, Mazaika et al, 2009) was used to identify volumes with excessive head motion. Volumes showing rapid scan-to-scan movement greater than 1.5 mm were substituted by the interpolation of the 2 nearest non-repaired volumes. Runs with more than 10% of repaired volumes were excluded from the analysis. Based on these criteria, one run was discarded for eleven participants (i.e., 4 TD children and 7 children with MLD). Finally, functional images were normalized into the standard Montreal Neurological Institute (MNI) space. This was done in two steps. First, after coregistration with the functional data, the structural image was segmented into gray matter, white matter, and cerebrospinal fluid by using a unified segmentation algorithm (Ashburner and Friston, 2005). Second, the functional data were normalized to the MNI space by using the normalization parameters estimated during unified segmentation (normalized voxel size, 2 x 2 x 3.5 mm³)

fMRI data analysis

Statistical analysis of fMRI data was performed according to the GLM. The sentences containing either linear-order or set-inclusion relations constituted the period of interest. They were modeled as epochs with onsets time-locked to the presentation of sentence 4 and with offsets time-locked to the end of sentence 6 (i.e., the wrap-up sentence). A regressor of no interest coded activity

from sentences 1 to 3 and another coded activity during the presentation of the question. Because the task was self-paced, different regressors were constructed for each participant based on their own timings. This was done separately for the 4 types of scenarios (i.e., integrable linear-order relations, integrable set-inclusion relations, non-integrable linear-order relations, and non-integrable set-inclusion relations). Finally, another regressor of no interest coded activity during the last 2 sentences of each story. Therefore, our model included 13 regressors for each run and for each subject. All epochs were convolved with a canonical hemodynamic response function (HRF). The time series data were high-pass filtered (1/128 Hz), and serial correlations were corrected using an autoregressive AR(1) model.

For each subject, we measured brain activity associated with the on-line integration of linear-order or set-inclusion relations by contrasting integrable to non-integrable relations. At the 2nd level, these contrasts were submitted to separate one-sample t-tests for TD children and children with MLD. Statistical differences between groups were further assessed using two-sample t-tests comparing TD children to children with MLD, separately for linear-order and set-inclusion relations. Across the whole-brain, statistical maps were controlled using a FWE-corrected cluster-level threshold of $p < 0.05$ (defined using a voxel-level threshold of $p < 0.005$, uncorrected). One exception was made for the parietal cortex. Because we had a clear a priori hypothesis that differences between TD children and children with MLD would be observed in the parietal cortex (particularly around the IPS, see **Introduction**), we used a small volume correction (SVC) procedure to examine activity in this region. Activity in the bilateral parietal cortex was considered significant if it was below a FWE-corrected cluster-level threshold of $p < 0.05$ (defined using a voxel-level threshold of $p < 0.005$, uncorrected) across an anatomical mask of the parietal cortex, bilaterally (defined with the WFU PickAtlas Tool).

Finally, Region of interest (ROI) analyses were also conducted to determine whether brain response to transitive relations in the IPS was modulated by working memory ability. Using the SPM toolbox Marsbar (<http://marsbar.sourceforge.net/>), we built a 8-mm radius sphere centered around each coordinate of interest. For each participant, the average activity of an ROI was calculated by averaging the fMRI signal across all voxels within that ROI. The difference in activity for integrable versus non-integrable relations was then correlated with working memory score, separately for linear-order and set-inclusion relations.

Results

TD children and children with MLD differ in their behavioral responses to Reasoning but not Comprehension questions

Accuracy to Reasoning questions was 71.9% overall, with an average of 75.8% for scenarios with linear-order relations and 68% for scenarios with set-inclusion relations. Accuracy to Comprehension questions was 79.1% overall, with an average of 80.4 % for scenarios with linear-order relations and 77.8% for scenarios with set-inclusion relations. Differences between groups were assessed by entering accuracy to Reasoning and Comprehension questions in a GLM with the within-subject factors Question type (reasoning versus comprehension) and Relation (linear-order versus set-inclusion), as well as the between-subject factor Group (TD versus MLD). There was a main effect of Group ($F_{1,37} = 16.47$, $p = 0.00025$), indicating that MLD participants were overall less

accurate than TD participants. However, Group also interacted with Question type ($F_{1,37} = 7.75$, $p = 0.0084$). That is, the difference in performance between TD children and children with MLD was significant for Reasoning questions ($p = 0.00019$) but not for Comprehension questions ($p = 0.24$). This effect did not change with Relation ($F_{1,37} = 1.05$, $p = 0.31$) (see **Figure 1**). Thus, TD children were more accurate than children with MLD on Reasoning questions following both linear-order relations ($p = 0.020$) and set-inclusion relations ($p = 0.003$). In contrast, accuracy to Comprehension questions did not differ between groups, neither for linear-order relations ($p = 0.68$), nor for set-inclusion relations ($p = 0.91$). Finally, there was a main effect of Question type ($F_{1,37} = 11.01$, $p = 0.002$), indicating that Reasoning questions were responded less accurately than Comprehension questions across all subjects. This effect, however, was larger for set-inclusion than linear-order relations, as revealed by an interaction between Question type and Relation across groups ($F_{1,37} = 14.40$, $p = 0.00053$).

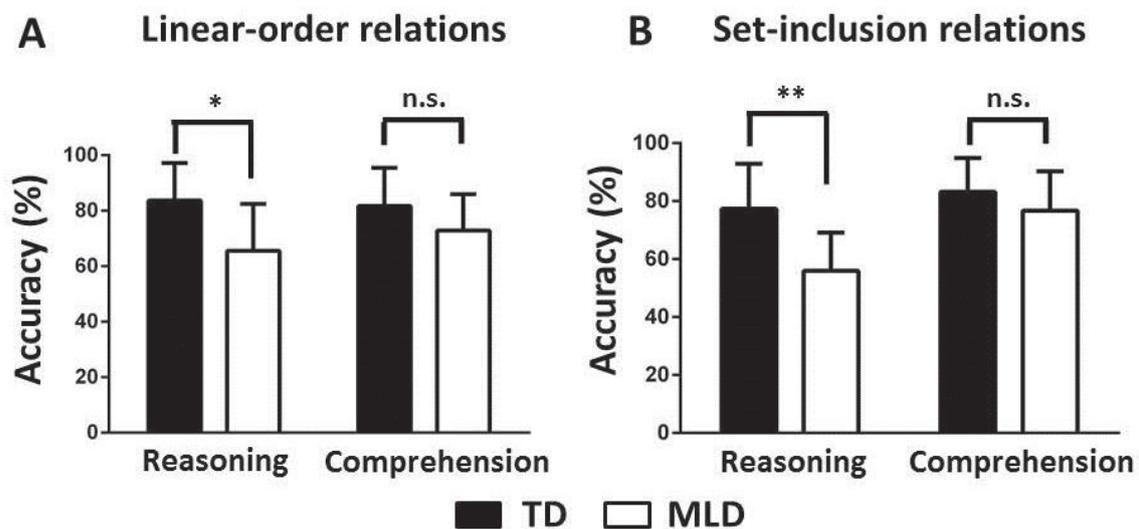


Figure 1. Accuracy to Reasoning and Comprehension questions as a function of group and type of relation. (A) Linear-order relations. TD children were more accurate than children with MLD on Reasoning questions ($p = 0.020$), but not on Comprehension questions ($p = 0.68$). (B) Set-inclusion relations. TD children were more accurate than children with MLD on Reasoning questions ($p = 0.003$), but not on Comprehension questions ($p = 0.91$). n.s., not significant; * $p < 0.05$; ** $p < 0.01$.

On-line integration of linear-order and set-inclusion relations is associated with enhanced left IPS activity in TD children, but not in children with MLD

First, we identified brain activity associated with the on-line integration of linear-order and set-inclusion relations in TD children. This was done by contrasting integrable to non-integrable relations. For linear-order relations, this contrast revealed significant activity in the left IPS, as well as in other posterior regions such as the left Cuneus, right Middle Temporal Gyrus (MTG) and bilateral Superior Occipital Gyrus (see **Table 3** and **Figure 2A**). For set-inclusion relations, the contrast only revealed significant activity in the left IPS (see **Table 4** and **Figure 2B**).

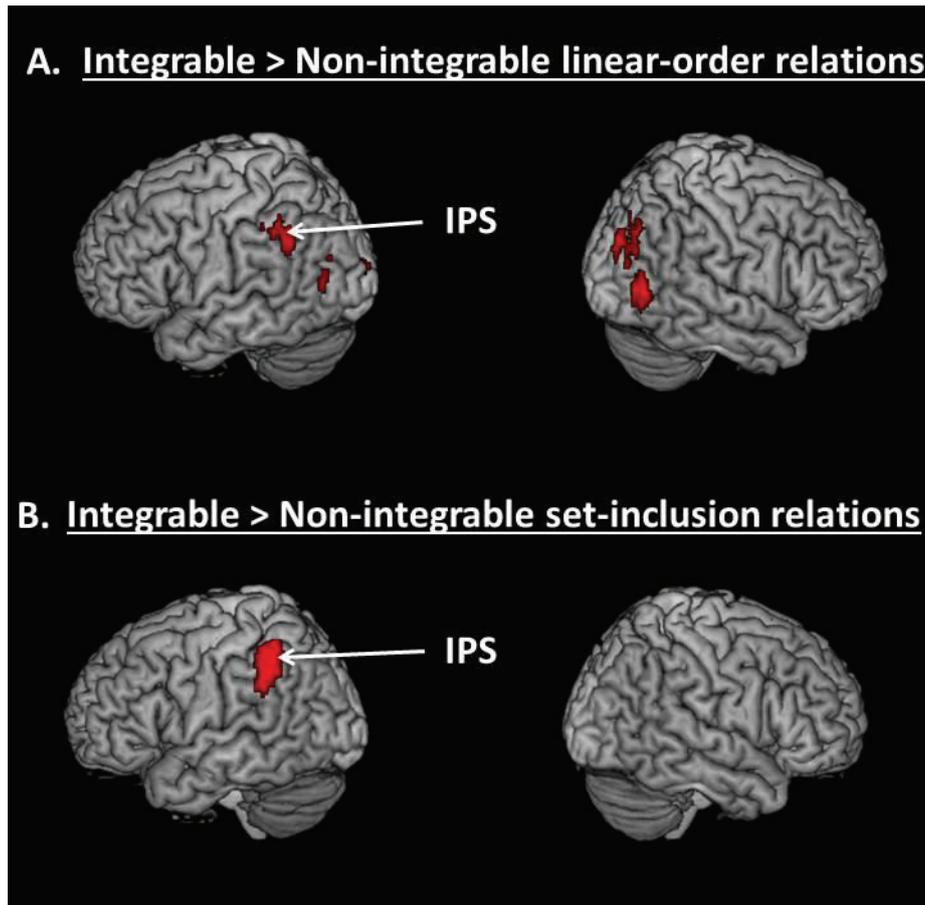


Figure 2. Whole-brain activity associated with the contrast of integrable versus non-integrable relations. (A) Linear-order relations. TD children showed more activity for integrable than non-integrable linear-order relations in the left intraparietal sulcus (IPS). No difference was observed for children with MLD (not depicted). (B) Set-inclusion relations. TD children showed more activity for integrable than non-integrable set-inclusion relations in the left intraparietal sulcus (IPS). No difference was observed for children with MLD (not depicted).

Second, we identified brain activity associated with the on-line integration of linear-order and set-inclusion relations in children with MLD. No significant activity could be detected across the whole-brain for linear-order or for set-inclusion relations (see **Table 3** and **Table 4**). This was also the case when a SVC was applied to the bilateral parietal cortex (see **Methods**). In fact, no significant cluster was detected in either the left or the right IPS even when a more lenient uncorrected voxel-wise threshold of $p < 0.01$ was applied for linear-order relations. For set-inclusion relations, a small cluster of 83 voxels was identified in the left IPS using that uncorrected threshold.

Table 3. Brain regions activated in the contrast of integrable versus non-integrable linear-order relations in TD children and children with MLD

Anatomical location	~BA	MNI coordinates			Z-score	Cluster size (mm ³)
		X	Y	Z		
TD children						
L. IPS	40	-48	-42	41	3.98	2828
L. Cuneus	17	-18	-90	6	4.04	2114
L. SOG	19	-30	-72	24	3.99	2548
R. SOG	19	32	-86	34	4.16	4480
R.MTG	39	50	-70	6	4.05	2926
Children with MLD						
<i>No suprathreshold cluster</i>						

Notes. BA: Brodmann area; MNI: Montreal Neurological Institute.

Table 4. Brain regions activated in the contrast of integrable versus non-integrable set-inclusion relations in TD children and children with MLD

Anatomical location	~BA	MNI coordinates			Z-score	Cluster size (mm ³)
		X	Y	Z		
TD children						
L. IPS	40	-50	-50	48	4.04	5852
Children with MLD						
<i>No suprathreshold cluster</i>						

Notes. BA: Brodmann area; MNI: Montreal Neurological Institute.

Third, brain activity associated with the on-line integration of linear-order and set-inclusion relations in TD children was directly compared to brain activity associated with the on-line integration of linear-order and set-inclusion relations in children with MLD. This was done by testing differences in the contrast of integrable versus non-integrable relations between groups (for each type of relation). For linear-order relations, we found one cluster in the left IPS that was significantly more activated in TD children than in children with MLD (BA 40, x = -40, y = -46, z = 34, Z = 3.55) (see **Figure 3**). This cluster survived multiple comparisons after SVC over the bilateral parietal cortex (see **Methods**). For set-inclusion relations, no between-group difference in brain activity reached

significance, even when using the SVC procedure. Finally, no brain region showed increased activity in MLD participants as compared to TD participants for linear-order as well as set-inclusion relations.

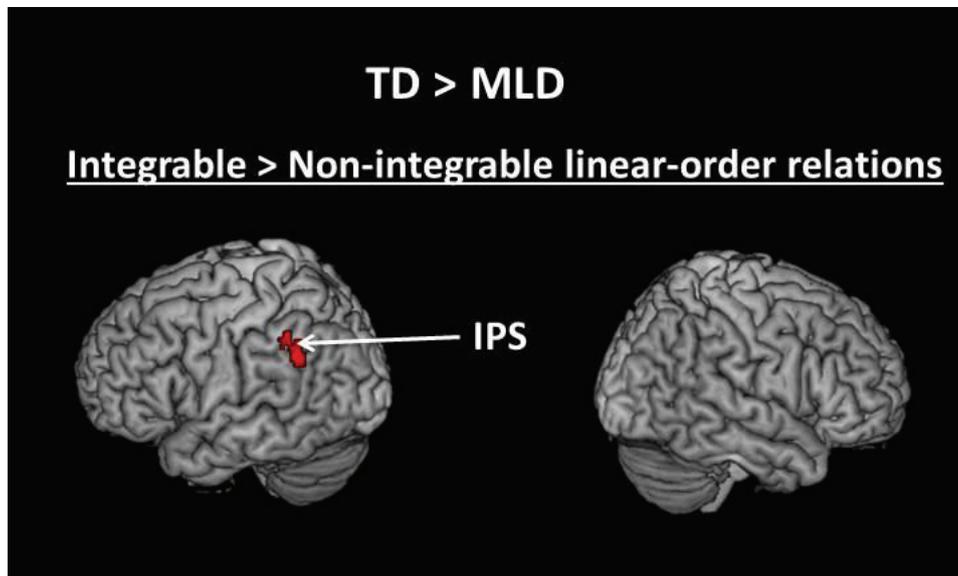


Figure 3. Brain regions in which activity was greater in TD children than children with MLD for the contrast of integrable versus non-integrable linear-order relations. Enhanced activity was only found in the left intraparietal sulcus (IPS)

Inter-individual differences in working-memory skill relate to inter-individual differences in transitive reasoning performance and brain activity

MLD has long been found to be associated with impairments in working-memory skill in the literature (McLean & Hitch, 1999, Bull & Scerif, 2001). In line with these studies, TD children differed from children with MLD in terms of their working-memory skill in the present study (see **Table 1**). Therefore, we tested whether inter-individual differences in working-memory skill (measured using the digit repetition subtest of the NEMI-2) were related to differences in (i) accuracy to Reasoning questions and (ii) IPS activity across all children.

First, we found working-memory skill to be highly correlated with accuracy to Reasoning questions, both for scenarios involving linear-order relations ($p = 0.0007$, $r^2 = 0.27$) and for scenarios involving set-inclusion relations ($p = 0.0017$, $r^2 = 0.24$) (see **Figure 4A, left and right**). In contrast, working-memory was weakly correlated with accuracy to Comprehension questions when those followed linear-order relations ($p = 0.049$, $r^2 = 0.10$), and not correlated with accuracy to Comprehension questions when those followed set-inclusion relations ($p = 0.19$, $r^2 = 0.046$) (see **Figure 4B, left and right**).

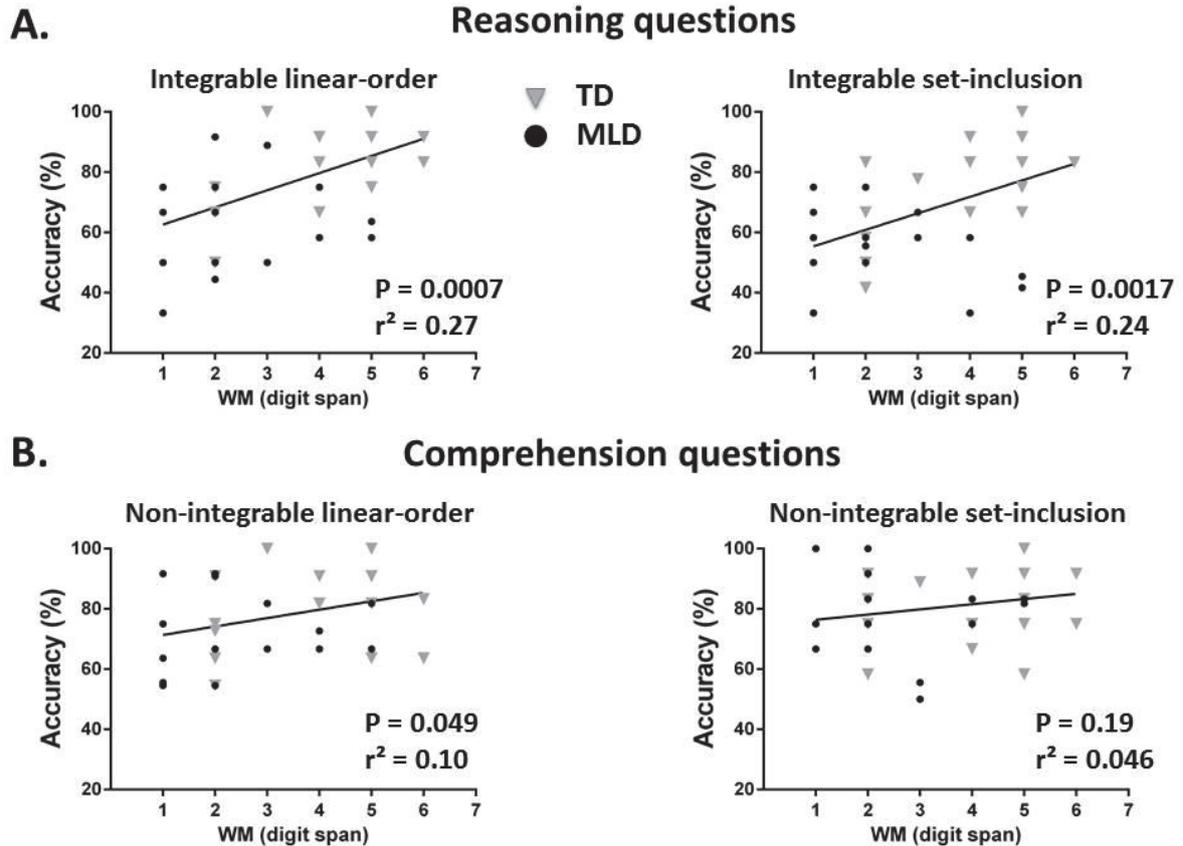


Figure 4. Correlation between working memory skill and accuracy to Reasoning and Comprehension questions across all children. (A) Reasoning questions. Across participants, working-memory skill was correlated with accuracy to Reasoning questions when those followed both integrable linear-order relations (left) and integrable set-inclusion relations (right). (B) Comprehension questions. Working-memory was weakly correlated with accuracy to Comprehension questions when those followed non-integrable linear-order relations (left), and not correlated with accuracy to Comprehension questions when those followed non-integrable set-inclusion relations (right).

Second, we measured the correlation between inter-individual differences in working-memory skill and inter-individual differences in left IPS activity during on-line integration of linear-order and set-inclusion relations across all subjects. For linear-order relations, we extracted activity in the left IPS cluster showing a difference between integrable and non-integrable relations in TD children (see **Methods**). In this region, the correlation between working-memory skill and IPS activity was significant ($p = 0.042$, $r^2 = 0.11$) (see **Figure 5A**). Similarly, for set-inclusion relations, we extracted activity in the left IPS cluster that was activated in TD children for the contrast integrable versus non-integrable relations. In this region, the correlation between working-memory skill and IPS activity failed to reach significance ($p = 0.50$, $r^2 = 0.012$) (see **Figure 5B**). Thus, inter-individual differences in working-memory skill were related to inter-individual differences in left IPS activity during on-line integration of linear-order but not set-inclusion relations.

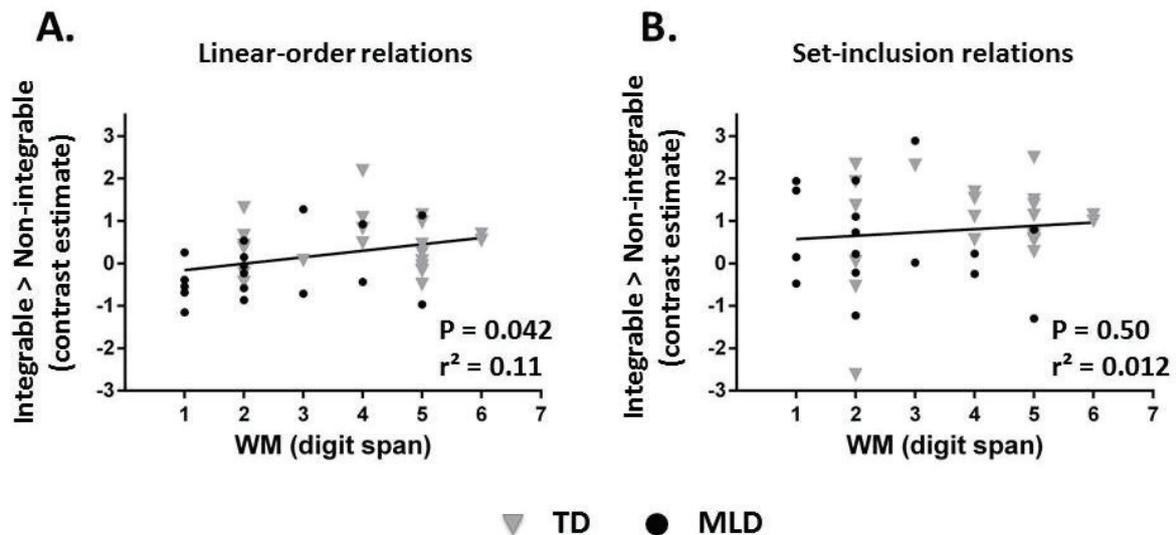


Figure 5. Correlation between working memory skill and brain activity in the left IPS for integrable versus non-integrable relations across all children. (A) For linear-order relations, working memory score significantly correlated with left IPS activity. (B) For set-inclusion relations, working memory score did not significantly correlate with left IPS activity.

Control analyses

Although our results appear to indicate specific differences between TD children and children with MLD in terms of on-line integration of transitive relations, it is important to consider potential confounding factors in our analyses.

First, given that our task was self-paced, it is possible that some of the observed between-group difference during the on-line integration of relations results from differences in listening time. This hypothesis can be ruled out because the difference in listening time between integrable and non-integrable relations was not statistically different between TD children and children with MLD, both for linear-order relations ($t(37) = 1.31$, $p = 0.20$) and set-inclusion relations ($t(37) = 0.48$, $p = 0.63$).

Second, although all children had a full-scale IQ above 80, it is important to note that TD children had on average a higher IQ than children with MLD (see **Table 1**). Thus, the differences observed here could be related to differences in IQ. To control for that factor, we ran the same behavioral and fMRI analyses after equating IQ between groups. This was achieved by excluding from the analyses the 5 children with the lowest IQ in the MLD group and the 5 children with the highest IQ in the TD group. Therefore, the supplementary analyses were run on 17 TD children (mean IQ = 106) and on 12 children with MLD (mean IQ = 102).

The main behavioral results were similar to the results obtained with all children. That is, there was a (near) significant interaction between Question type and Group ($F_{1,27} = 3.25$, $p = 0.082$), indicating that TD children were more accurate than children with MLD on Reasoning questions ($p = 0.0093$), but not on non-integrable relations ($p = 0.51$). Therefore, the impaired performance on

Reasoning questions of children with MLD (as compared to TD children) is not due to an IQ difference between groups.

The control fMRI analyses showed a pattern also very similar to what we observed with all children. In TD children, the contrast of integrable versus non-integrable linear-order relations revealed the same bilateral parieto-occipital clusters, including the left IPS (BA40, $x = -48$, $y = -42$, $z = 41$). The contrast of integrable versus non-integrable set-inclusion relations in TD children also resulted in the same IPS cluster, albeit no longer surviving a corrected cluster-level threshold of $p < 0.05$. As in our main analyses, children with MLD did not show increased activity for integrable versus non-integrable relations in any region (both for linear-order and for set-inclusion relations). Finally, the direct comparison of TD children and children with MLD during on-line integration of linear-order relations revealed a difference in the IPS at the exact coordinates found in our main analyses (although the cluster no longer survived a corrected cluster-level threshold of $p < 0.05$). Therefore, a difference in full-scale IQ between the TD and the MLD groups does not appear to account for our main results.

Discussion

In this study, we tested whether the processing of transitive relations in the IPS is altered in children with MLD, and whether this impairment is associated with difficulties in making transitive inferences. In an MRI scanner, TD children and children with MLD heard stories that were built around scenarios involving either linear-order and set-inclusion relations. In half of the scenarios, relations overlapped and a transitive inference could be drawn (i.e., integrable relations). In the other half of the scenarios, relations did not overlap and no inference could be drawn (i.e., non-integrable relations). A question was asked at the end of each scenario, either testing for transitive reasoning in the case of integrable relations (i.e., Reasoning question) or overall comprehension of scenarios in the case of non-integrable relations (i.e., Comprehension question).

TD children activate the left IPS when listening to integrable transitive relations

As predicted, the on-line integration of transitive relations during story listening (i.e., the contrast of integrable versus non-integrable relations) was associated with increased activity in the left IPS in TD children, both for linear-order and set-inclusion relations. Involvement of the left IPS in reasoning is one of the most consistently reported findings in the neuroimaging literature (Prado et al, 2011). More generally, enhanced activity in both the posterior parietal cortex (including the IPS) and occipital areas is reported in most studies that investigate the neural bases of linear-order reasoning in adults and children (e.g., Fangmeier et al, 2006; Prado et al, 2010; Mathieu et al, 2015; Knauff et al, 2003; Prado et al, 2013). Activity in these brain regions - typically associated with spatial processing - is broadly consistent with the idea that linear-order relations are represented and integrated by means of mental models in spatial working memory (Johnson-Laird, 1983), with transitive items being arranged into a unified ordered representation (Prado et al, 2008). For instance, the relations “Tom is older than Sam” and “Sam is older than Bill” may lead to the construction of the model *Tom-Sam-Bill* in working memory. The conclusion “Tom is older than Bill” may then be inferred from the scanning of the model (Favrel & Barrouillet, 2000; Prado et al, 2013). Overall, this hypothesized role of the IPS in integrating transitive relations is consistent with the idea

that this region might house domain-general comparison mechanisms involved in processing order information (e.g., numbers, alphabet) in both working and long-term memory (Fias et al, 2007; Ischebeck et al, 2008; Attout et al, 2014). The present study further indicates that the contribution of IPS mechanisms to transitive reasoning is not restricted to linear-order relations in TD children, but also extend to set-inclusion relations. Engagement of the posterior parietal cortex is generally less consistently reported in neuroimaging studies of reasoning with set-inclusion relations (Prado et al, 2011), perhaps because such relations may also evoke verbal representations (Prado et al, 2013). However, several studies have found that processing set-inclusion relations does engage regions around the left IPS in adults (Goel et al, 2000; Reverberi et al, 2007; Rodriguez-Moreno et al, 2009; Prado et al, 2013). Left IPS activity during the processing of set-inclusion relations also increases with the quantity of information to be held and manipulated in working memory (Prado et al, 2013). Overall, the present results in TD children are in line with previous fMRI studies that associate transitive reasoning to enhanced activity in and around the IPS in adults.

Children with MLD fail to activate the left IPS when listening to transitive relations

The central finding of the present study is that, in contrast to TD children, children with MLD did not activate the left IPS (or any other region) when listening to integrable linear-order or set-inclusion relations. That is, the contrast of integrable versus non-integrable relations was not associated with any brain activity in children with MLD, for linear-order as for set-inclusion relations. In fact, the left IPS was even significantly less activated in children with MLD than in TD children during the on-line integration of linear-order relations. Anatomical and functional impairments in the IPS are perhaps the most consistently reported neural correlates of MLD in the literature. For instance, voxel-based morphometry (VBM) studies have found that MLD individuals have reduced grey matter volume in the IPS when compared to TD peers (Isaac et al, 2001; Rotzer et al, 2008; Rykhlevskaia et al, 2009). Abnormal IPS activation in children with MLD has also been observed in tasks involving approximate calculation (Kucian et al, 2006) and exact arithmetic (Ashkenazi et al, 2012; Berteletti et al, 2014), as well as symbolic (Mussolin et al, 2010) and non-symbolic number comparisons (Price et al, 2007).

Although most neuroimaging studies pointing to abnormalities in the IPS in MLD have used tasks relying on numerical manipulation, one study showed hypoactivation of the IPS in children with MLD during a non-numerical visuospatial working memory task. This suggests that mechanisms supporting working memory in the IPS may be altered in MLD (Rotzer et al, 2009). Because integrating transitive relations requires one to represent and manipulate these relations in working memory, it is possible that the lack of IPS response to integrable transitive relations may be related to impairments in mechanisms supporting working memory in the IPS. Two lines of evidence support this claim. First, consistent with the observation that children with MLD typically show lower working memory skills than TD peers (Mc Lean and Hitch, 1999; Passolunghi & Siegel, 2001; 2004; Attout & Majerus, 2015), children with MLD in the present study did have lower working-memory skill than TD children (see **Table 1**). Second, across all participants, working memory ability measured outside of the scanner was correlated with activity in the left IPS, at least during the processing of linear-order relations. Therefore, we speculate that low working memory skill may prevent children with MLD from representing transitive relations in the IPS during on-line story listening.

Transitive reasoning is impaired in children with MLD

A potential consequence of this failure to engage the IPS when exposed to integrable transitive relations is that children with MLD may not be able to integrate these relations into a unified mental model and may fail to draw the necessary conclusions. In keeping with this hypothesis, we found that children with MLD made more errors than TD peers when answering Reasoning questions in our study. In other words, it was more difficult for them to make correct transitive inferences from relations that were included in the scenarios. Such an impairment, which was observed for both linear-order and set-inclusion relations, was not due to a general difficulty in comprehending stories. Indeed, children with MLD and TD children responded equally well to Comprehension questions, which asked children about the validity of some information mentioned in the story. Therefore, our results indicate that children with MLD have specific difficulties integrating transitive relations, not comprehending (or remembering information from) stories.

These results are consistent with but also extend recent findings from Morsanyi and colleagues (2013). These authors reported that children with MLD perform worse than TD controls when solving transitive reasoning problems that involve linear-order relations. In that study, however, reasoning impairments were restricted to problems leading to conclusions that were logically valid but unbelievable (as in the problem “Students are older than pensioners, Toddlers are older than students, Are toddlers older than pensioners?”). The ability to solve such problems is typically related to executive control (Handley et al, 2004; DeNeys & Everaerts, 2008). Because individuals with MLD may be particularly sensitive to interference (De Visscher et al, 2015; De Visscher & Noël, 2014) and have inhibition deficits (Bull et al, 1999; Landerl & Kollé, 2009; Szucs et al, 2013), it remained unclear whether impaired reasoning performance in such belief-laden problems stems from an impaired ability to integrate transitive relations *per se* or from an impaired ability to suppress the interference caused by the problem content. The present study clarifies these results in four important ways. First, we show that children with MLD exhibit impaired transitive reasoning performance even when they process transitive relations that refer to an imaginary setting and therefore do not clearly conflict with real-world beliefs. Second, we show that the transitive reasoning impairments of children with MLD are not limited to linear-order relations, but are also observed with set-inclusion relations involving the quantifier *All*. Third, we show that these impairments most likely result from impaired neural processing in the IPS. Four, our results suggest that impairments in transitive reasoning in children with MLD might result from impaired working memory resources. That is, we found that, across all participants, working memory ability was positively correlated with accuracy to Reasoning questions. This is consistent with a wealth of studies showing a link between working memory and logical reasoning in adults (Barrouillet et al, 1996; Klauer et al, 1997; Vandierendonck & De Vooght, 1997; Handley et al, 2002; Markovits & Doyon, 2004) and children (Handley et al, 2004; Barrouillet & Lecas, 1999).

Relevance for the understanding of MLD

Although several prior neuroimaging studies have demonstrated impairments of the IPS in MLD, most of these studies have used tasks involving numerical or arithmetic stimuli (Kucian et al, 2006, Price et al, 2007, Mussolin et al, 2010, Kucian et al, 2011, Rosenberg-Lee et al, 2015). Here we show that children with MLD exhibit impaired processing of non-numerical transitive relations in the

IPS. The fact that IPS deficits would be associated with difficulties in numerical as well as non-numerical tasks is broadly consistent with the fact that this region supports both numerical cognition (Pinel et al, 2001; Piazza et al, 2004; Cantlon et al, 2006) and domain-general processes such as attention (Klinberg et al, 2002; Corbetta et al, 2000) and working memory (Majerus et al, 2006). The importance of the IPS in math learning is thus likely to extend beyond its hypothesized role in providing a “number sense” (Dehaene, Piazza, Pinel & Cohen, 2003). For instance, our study suggests that the IPS may contribute to math learning through its role in transitive reasoning, a skill that is likely important in domains such as complex arithmetic, geometry, and word problem-solving. This is consistent with a growing body of literature that points to a link between math and logical reasoning in children, adolescents and adults. For example, Handley et al. (2004) found that numeracy and arithmetic skills were positively correlated with logical reasoning performance (including the understanding of linear-order relations) in 10 year olds. Morsanyi et al. (2016) further demonstrated a relationship between numerical and reasoning skills in adolescents, although that relationship appeared to be modulated by the type of relation and the presence of a conflict between the semantic content of the problem and its logical validity (Morsanyi et al, 2016). Finally, Attridge and colleagues (Attridge & Inglis, 2013; Attridge et al, 2015) found that improvement in logical reasoning skills were related to improvement in formal math skills in adolescents and adults. Therefore, inter-individual differences in math skills may be largely related to inter-individual differences in reasoning skills. This raises the possibility that transitive reasoning impairments in children with MLD significantly contributes to the disability. Overall, this is consistent with emergent domain-general theories of MLD (Kaufmann et al, 2013; Szucs et al, 2013; Kucian & von Aster, 2015), as well as with the idea that impairments in the same brain regions (e.g., the IPS) may contribute to MLD through different mechanisms, thus leading to different MLD profiles (Rubinsten & Henik, 2009).

Limitations

We would like to discuss here some potential limitations of our study. First, there was a difference in IQ and reading ability between TD and MLD children. It is unlikely, however, that these differences might have driven our results. Indeed, control analyses in which full-scale IQ was matched between the TD and MLD groups revealed behavioral and fMRI results that were largely similar to our main findings (see **Results**). It is also important to note that the task in the scanner did not involve reading but only listening. Thus, differences in reading skills between children with MLD and TD children (which are expected given the comorbidity between MLD and dyslexia (von Aster & Shalev, 2007)) are also unlikely to explain our results.

Second, although we found that integrating set-inclusion relations was associated with left IPS activity in children with TD and did not find such enhanced activity in children with MLD, there was not significant difference between the groups in that region (unlike for linear-order relations). It is always difficult to interpret a null result. However, it is possible that this lack of difference might result from the fact that set-inclusion relations rely less uniformly on the IPS than linear-order relations. For instance, previous studies have also found activity in the left inferior frontal gyrus during reasoning with set-inclusion relations, suggesting that set-inclusion relations may also be associated with verbal representations in some participants (Reverberi et al, 2007; Prado et al, 2013). We speculate that this heterogeneity might make set-inclusion relations less susceptible to IPS

impairments and might explain the lack of difference between TD children and children with MLD taken as a group. Future studies need to investigate this possibility using larger sample sizes.

Conclusion

In sum, our results suggest that IPS deficits in children with MLD may impair their ability to integrate transitive relations and negatively affect their reasoning performance. Given the role that transitive reasoning plays in math learning, our study raises the possibility that a deficit in transitive reasoning contributes to math difficulties of children with MLD. We believe that this finding may be of both theoretical and clinical relevance. First, it supports theories of MLD that emphasize the fact that MLD is a disorder that may be caused by impairments in domain-general functions (Kaufmann et al, 2013; Rubinsten & Henik, 2009; Szűcs & Goswami, 2013), and not only in an approximate number system (Piazza et al, 2010; Butterworth, 2010; Feigenson et al, 2013). Second, it may pave the way for incorporating transitive reasoning measures to clinical tools, thereby improving the diagnosis and remediation of MLD.

Reference

- Anderson, J. S., Ferguson, M. A., Lopez-Larson, M., & Yurgelun-Todd, D. (2010). Topographic maps of multisensory attention. *Proc Natl Acad Sci U S A*, *107*(46), 20110-20114. doi: 10.1073/pnas.1011616107
- Ansari, D. (2008). Effects of development and enculturation on number representation in the brain. *Nat Rev Neurosci*, *9*(4), 278-291. doi: 10.1038/nrn2334
- Ashkenazi, S., Rosenberg-Lee, M., Tenison, C., & Menon, V. (2012). Weak task-related modulation and stimulus representations during arithmetic problem solving in children with developmental dyscalculia. *Dev Cogn Neurosci*, *2 Suppl 1*, S152-166. doi: 10.1016/j.dcn.2011.09.006
- Ashkenazi, S., Rubinsten, O., & Henik, A. . (2009). Attention, automaticity, and developmental dyscalculia. . *Neuropsychology*, *23*, 535-540.
- Attout, L., Fias, W., Salmon, E., & Majerus, S. (2014). Common neural substrates for ordinal representation in short-term memory, numerical and alphabetical cognition. *PLoS One*, *9*(3), e92049. doi: 10.1371/journal.pone.0092049
- Attout, L., & Majerus, S. (2015). Working memory deficits in developmental dyscalculia: The importance of serial order. *Child Neuropsychol*, *21*(4), 432-450. doi: 10.1080/09297049.2014.922170
- Attout, L., Salmon, E., & Majerus, S. . (2015). Working memory for serial order is dysfunctional in adults with a history of developmental dyscalculia: evidence from behavioral and neuroimaging data. *Developmental neuropsychology*, *40*(4), 230-247.
- Berteletti, I., Prado, J., & Booth, J. R. (2014). Children with mathematical learning disability fail in recruiting verbal and numerical brain regions when solving simple multiplication problems. *Cortex*, *57*, 143-155. doi: 10.1016/j.cortex.2014.04.001
- Bishop, D. V. (2010). Which neurodevelopmental disorders get researched and why? *PLoS One*, *5*(11), e15112. doi: 10.1371/journal.pone.0015112
- Bugden, S., & Ansari, D. (2016). Probing the nature of deficits in the 'Approximate Number System' in children with persistent Developmental Dyscalculia. *Dev Sci*, *19*(5), 817-833. doi: 10.1111/desc.12324
- Bull, R., & Scerif, G. (2001a). Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: inhibition, switching, and working memory. *Developmental Neuropsychology*, *19*, 271-293.

- Bull, R., & Scerif, G. (2001b). Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: inhibition, switching and working memory. *Dev Neuropsychol*, *19*, 273-293.
- Butterworth, B. (2010). Foundational numerical capacities and the origins of dyscalculia. *Trends Cogn Sci*, *14*(12), 534-541. doi: 10.1016/j.tics.2010.09.007
- De Neys, W. (2006). Dual processing in reasoning: two systems but one reasoner. *Psychological Science*, *17*, 428-433.
- De Visscher, A., Szmalec, A., Van Der Linden, L., & Noel, M. P. (2015). Serial-order learning impairment and hypersensitivity-to-interference in dyscalculia. *Cognition*, *144*, 38-48. doi: 10.1016/j.cognition.2015.07.007
- Devine, A., Soltész, F., Nobes, A., Goswami, U., & Szűcs, D. . (2013). Gender differences in developmental dyscalculia depend on diagnostic criteria. *Learning and Instruction*, *27*, 31-39.
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Pagani, L. S., . . . Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental psychology*, *43*(6), 1428-1446.
- Espy, K. A. , McDiarmid, M. M. , Cwik, M. F. , Stalets, M. M. , Hamby, A., & Senn, T. E. (2004). The contribution of executive functions to emergent mathematic skills in preschool children. *Developmental Neuropsychology*, *26*(1), 465-486.
- Feigenson, L., Libertus, M. E., & Halberda, J. (2013). Links Between the Intuitive Sense of Number and Formal Mathematics Ability. *Child Dev Perspect*, *7*(2), 74-79. doi: 10.1111/cdep.12019
- Fias, W., Menon, V., & Szucs, D. (2013). Multiple components of developmental dyscalculia. *Trends in neuroscience and education*, *2*(2), 43-47.
- Geary, D. C. (2011). Cognitive Predictors of Achievement Growth in Mathematics: A Five Year Longitudinal Study. *Dev. Psychol.*, *47*(6), 1539-1552.
- Goel, V., & Dolan, R. J. (2001). Functional neuroanatomy of three-term relational reasoning. *Neuropsychologia*, *39*(9), 901-909.
- Handley, S., Capon, A., Beveridge, M., Dennis, I., & Evans, J. St. B. T. (2004). Working memory, inhibitory control, and the development of children's reasoning. *Thinking & Reasoning*, *10*, 175-195.
- Hitch, G. J., & McAuley, E. (1991). Working memory in children with specific arithmetical learning difficulties. *British Journal of Psychology*, *82*, 375-386.
- Isaacs, E. B., Edmonds, C. J., Lucas, A., & Gadian, D. G. (2001). Calculation difficulties in children of very low birthweight: a neural correlate. *Brain*, *124*(Pt. 9), 1701-1707.
- Iuculano, T., Rosenberg-Lee, M., Richardson, J., Tenison, C., Fuchs, L., Supekar, K., & Menon, V. (2015). Cognitive tutoring induces widespread neuroplasticity and remediates brain function in children with mathematical learning disabilities. *Nat Commun*, *6*, 8453. doi: 10.1038/ncomms9453
- Jolles, D., Ashkenazi, S., Kochalka, J., Evans, T., Richardson, J., Rosenberg-Lee, M., . . . Menon, V. (2016). Parietal hyper-connectivity, aberrant brain organization, and circuit-based biomarkers in children with mathematical disabilities. *Dev Sci*, *19*(4), 613-631. doi: 10.1111/desc.12399
- Kaufmann, Liane, Mazzocco, Michèle, Dowker, Ann, von Aster, Michael, Göbel, Silke, Grabner, Roland, . . . Nuerk, Hans-Christoph. (2013). Dyscalculia from a developmental and differential perspective. *Frontiers in psychology*, *4*, 516. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00516
- Kucian, K., Loenneker, T., Dietrich, T., Dosch, M., Martin, E., & von Aster, M. (2006). Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: a functional MRI study. *Behav Brain Funct*, *2*, 31. doi: 10.1186/1744-9081-2-31
- Leibovich, T., Katzin, N., Harel, M., & Henik, A. (2016). From 'sense of number'to 'sense of magnitude'—The role of continuous magnitudes in numerical cognition. *Behavioral and Brain Sciences*, 1-62.
- Marshuetz, C. (2005). Order information in working memory: an integrative review of evidence from brain and behavior. *Psychol Bull*, *131*(3), 323-339. doi: 10.1037/0033-2909.131.3.323
- Mathieu, R., Booth, J. R., & Prado, J. (2015). Distributed neural representations of logical arguments in school-age children. *Hum Brain Mapp*, *36*(3), 996-1009. doi: 10.1002/hbm.22681

- Michal, Ayalon, & Ruhama, Even. (2008). Deductive reasoning: in the eye of the beholder. *Educational Studies in Mathematics*, 69. doi: 10.1007/s10649-008-9136-2
- Morsanyi, Kinga, Devine, Amy, Nobes, Alison, & Szűcs, Dénes. (2013). The link between logic, mathematics and imagination: evidence from children with developmental dyscalculia and mathematically gifted children. *Developmental science*, 16(4), 542-553. doi: 10.1111/desc.12048
- Mussolin, C., De Volder, A., Grandin, C., Schlögel, X., Nassogne, M. -C., & Noël, M.-P. . (2010). Neural correlates of symbolic number comparison in developmental dyscalculia. *Journal of Cognitive Neuroscience*, 22, 860-874.
- Newstead, S. E., Keeble, S., & Manktelow, K. I. . (1985). Children's performance on set-inclusion and linear-ordering relationships. Bulletin of the. *Psychonomic Society*, 23(2), 105-108.
- Nieder, A., & Dehaene, S. (2009). Representation of number in the brain. *Annu Rev Neurosci*, 32, 185-208. doi: 10.1146/annurev.neuro.051508.135550
- Parsons, S., & Bynner, J. (2005). Does Numeracy Matter More? London: National Research and Development Centre for Adult Literacy and Numeracy.
- Passolunghi, M. C., & Siegel, L. S. (2004). Working memory and access to numerical information in children with disability in mathematics. *Journal of Experimental Child Psychology*, 88(4), 348-367.
- Pessoa, L., Gutierrez, E., Bandettini, P., & Ungerleider, L. (2002). Neural correlates of visual working memory: fMRI amplitude predicts task performance. *Neuron*, 35(5), 975-987.
- Piazza, Manuela, Facoetti, Andrea, Trussardi, Anna Noemi, Berteletti, Ilaria, Conte, Stefano, Lucangeli, Daniela, . . . Zorzi, Marco. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition*, 116(1), 33-41. doi: 10.1016/j.cognition.2010.03.012
- Prado, J., Mutreja, R. , & Booth, J. R. (2013). Fractionating the Neural Substrates of Transitive Reasoning: Task-Dependent Contributions of Spatial and Verbal Representations. *Cereb Cortex*, 23(3), 499-507.
- Prado, Jérôme, Chadha, Angad, & Booth, James. (2011). The brain network for deductive reasoning: a quantitative meta-analysis of 28 neuroimaging studies. *Journal of cognitive neuroscience*, 23(11), 3483-3497. doi: 10.1162/jocn_a_00063
- Prado, Jérôme, Noveck, Ira A, & Van Der Henst, Jean-Baptiste. (2010). Overlapping and distinct neural representations of numbers and verbal transitive series. *Cereb. Cortex*, 20(3), 720-729. doi: 10.1093/cercor/bhp137
- Price, G. R., Holloway, I., Räsänen, P., Vesterinen, M., & Ansari, D. . (2007). Impaired parietal magnitude processing in developmental dyscalculia. *Curr Biol*, 17, R1042-1043.
- Rabinowitz, F. M., & Howe, M. L. (1994). Development of the middle concept. *Journal of experimental child psychology*, 57(3), 418-448.
- Rosenberg-Lee, M., Ashkenazi, S., Chen, T., Young, C. B., Geary, D. C., & Menon, V. (2015). Brain hyper-connectivity and operation-specific deficits during arithmetic problem solving in children with developmental dyscalculia. *Dev Sci*, 18(3), 351-372. doi: 10.1111/desc.12216
- Rotzer, S., Kucian, K., Martin, E., Von Aster, M., Klaver, P., & Loenneker, T. (2008). Optimized voxel-based morphometry in children with developmental dyscalculia. *NeuroImage*, 39, 417-422.
- Rykhlevskaia, E., Uddin, L. Q., Kondos, L., & Menon, V. (2009). Neuroanatomical correlates of developmental dyscalculia: combined evidence from morphometry and tractography. *Front Hum Neurosci*, 3, 51. doi: 10.3389/neuro.09.051.2009
- Swanson, H. L. (2011). Working memory, attention, and mathematical problem solving: a longitudinal study of elementary school children. *Journal of Educational Psychology*, 103(4), 821-837.
- Szűcs, D., & Goswami, U. (2013). Developmental dyscalculia: fresh perspectives. *Trends in Neuroscience and Education*, 2(2), 33-37.
- Wright, B. C. (2001). Reconceptualizing the transitive inference ability: A framework for existing and future research. *Developmental Review*, 21(4), 375-422.

Zorzi, M., Di Bono, M. G., & Fias, W. (2011). Distinct representations of numerical and non-numerical order in the human intraparietal sulcus revealed by multivariate pattern recognition. *Neuroimage*, 56(2), 674-680. doi: 10.1016/j.neuroimage.2010.06.035

Chapitre 5 : Les mesures cérébrales du raisonnement transitif prédisent les progrès en mathématiques chez l'enfant

Etude 2:

Neural processing of transitive relations predicts math growth in children

Flora Schwartz, Justine Epinat-Duclos, Jessica Léone, & Jérôme Prado

Abstract

Children with poor math achievement are at risk of school failure and may struggle later on in their personal and professional life. Because interventions aimed at remediating math difficulties are most effective early in development, it is critical to identify the neuro-cognitive markers that are associated with the growth of math skills in children. Notably, there is increasing evidence that the ability to understand and manipulate transitive relations (e.g., “All squares are rectangles, All rectangles have four sides, therefore All squares have four sides”) is a critical component of math learning in elementary school. Here we used fMRI coupled with a longitudinal design to determine whether the neural processing of transitive relations in 21 children from middle to late elementary school could predict long-term growth in their math skills. At baseline (T_1), children processed transitive relations in an fMRI scanner and completed a battery of standardized math tests. Math skills were again measured 1.5 year later (T_2). Using a machine learning approach with cross-validation, we found that patterns of brain activity associated with transitive reasoning in the parietal cortex accurately predicted change in standardized math score from T_1 to T_2 . In contrast, behavioral measures of transitive reasoning, IQ or reading skills were not associated with math growth. Thus, our study highlights the unique potential of neurobiological measures of transitive reasoning for forecasting math growth in children from elementary school.

Introduction

Math skills are crucial in today's society. This is apparent in everyday life, where one has to constantly manipulate quantities to manage resources such as time and money. This is also the case in the workplace, where an increasing number of technical jobs require math proficiency. Yet, there are large inter-individual differences in math abilities: While some individuals effortlessly manipulate numerical information and learn complex math concepts, others struggle to acquire even the most basic numerical skills. Because interventions aimed at remediating math difficulties are likely to be the most effective in young children, one of the main challenges in the study of math cognition is to identify whether early neuro-cognitive markers can predict math struggles later on. This has far-reaching implications for improving early diagnosis of difficulties, informing teaching methods, and designing better remediation strategies.

Over the past decade, there have been a growing number of studies suggesting that early brain functioning may be a powerful predictor of future learning in children. For instance, electrophysiological measures of auditory or visual processing in pre-reading children have been shown to correlate with future reading performance (Molfese, 2000; Guttorm et al., 2005; Maurer et al., 2009; Bach et al., 2013). Functional magnetic resonance imaging (fMRI) activity associated with phonological processing in older children has also been shown to forecast reading improvements both in typically-developing children (Hoeft et al., 2007; McNorgan et al., 2011) and children with dyslexia (Hoeft et al., 2011), often even better than behavioral measures alone. Although there is less research on the neural markers of future math skill in children, available longitudinal data also highlights the potential of brain measures for forecasting math learning. For example, focusing on a region of Brodmann area (BA) 40 known to support both working-memory and numerical representations (i.e., the intraparietal sulcus or IPS), Dumontheil and Klingberg (2012) found that fMRI activity during a working-memory task in children from 6 to 16 was related to performance in an arithmetic task 2 years later. More recently, Supekar et al. (2013) measured arithmetic problem-solving skills in 3rd graders before and after 8 weeks of one-to-one math tutoring. They also gathered behavioral measures of math skills as well as brain measures of anatomy and resting-state functional connectivity before tutoring. The authors did not find any association between pre-tutoring behavioral measures and math improvements. However, they found that hippocampal volume and connectivity with other brain regions before tutoring predicted which children would improve the most with respect to their arithmetic abilities after tutoring. In a subsequent study, Evans et al. (2015) found that grey matter volume at age 8 in several regions of the parietal, occipital and prefrontal cortices predicted longitudinal change in math skill over a period of 6 years. This was also the case of intrinsic functional connectivity between these regions. Therefore, studies suggest that early anatomical and functional brain measures may be helpful in predicting later improvements in math skills in children.

Math, however, is inherently multi-componential and relies on a variety of both domain-specific and domain-general resources (Mazzocco et al, 2007; Halberda et al, 2008; Geary, 2011; Attout & Noël, 2014). The respective contribution of these cognitive resources is also likely to change with age. That is, although math learning in young children might heavily rely on the ability to represent and discriminate non-symbolic and symbolic numerosities (Mazzocco et al, 2011; Rousselle & Noël, 2007; De Smedt & Gilmore, 2011), later math learning may involve the ability to solve problems and integrate abstract relations. For instance, the ability to infer conclusions from

transitive relations such as in “All squares are rectangles, All rectangles have four sides, therefore All squares have four sides” is likely to be an important component of math learning in middle and late elementary school, if only because of the role of transitive reasoning in processing categories, ordinal information, or understanding geometry concepts (Wright, 2001; Bryant & Kopytynska, 1976; Rabinowitz & Howe, 1994). Several recent studies support this idea of a link between transitive reasoning and math learning in elementary school. For example, Morsanyi and colleagues (2013) found that 10-year-olds with math learning disability (i.e., dyscalculia) performed significantly worse than typically developing controls in a transitive reasoning task. In contrast, children with high math ability performed significantly better than typically developing control on that same task (Morsanyi et al., 2013). This is in line with a prior report showing that math performance is generally related to reasoning ability (including transitive reasoning) in children of this age (Handley et al., 2004). In a recent study, we replicated the finding that 9- to 12-year-olds with dyscalculia exhibit impaired transitive reasoning abilities as compared to age-matched controls (Schwartz, Epinat-Duclos, Léone & Prado, submitted). Using fMRI, we further showed that such impairments are related to hypoactivation of BA 40 in children with dyscalculia, at the level of the IPS. Thus, a growing body of research suggests that transitive reasoning is associated with math learning in children from middle to late elementary school.

Capitalizing on prior studies highlighting the power of brain measures for predicting learning (Gabrieli et al., 2015), the goal of the present longitudinal study was to determine whether the neural processing of transitive relations in children from middle to late elementary school could predict long-term changes in their math performance relative to their peers. fMRI activity of 21 typically-developing children from 9 to 12 was measured while they listened to stories that included transitive relations of either set-inclusion (All As are Bs, All Bs are Cs) or linear-order (A is bigger than B, B is bigger than C). A measure of math skill was also collected for each child at the time of the fMRI session (T_1), as well as 1.5 years later (T_2). We then used a machine learning approach with cross-validation to evaluate whether patterns of brain activity associated with the processing of transitive relations at T_1 could accurately predict the extent to which each child would make gains or regress in math relative to their peers from T_1 to T_2 , both at the whole-brain level and in restricted brain areas.

Material and methods

Participants

Thirty right-handed typically developing children from 9 to 12 were recruited using advertisements in schools, newspapers and social media. Nine of these participants were excluded from the analyses because of performance at chance level on the experimental task ($n=2$), excessive head motion on at least 2 of the 4 fMRI runs ($n=5$), technical issues during the scanning session ($n=1$), and lack of longitudinal data ($n=1$). Therefore, 21 children were included in the analyses (11 females). All children were native French speakers and had no diagnosis of mental retardation or high intellectual potential. They also had no hearing deficit, no MRI counter-indications and no history of neurological and psychiatric disorder. Parents gave their written informed consent and children gave their assent to participate in the experiment, which was approved by the local ethics committee (CPP Lyon Sud-Est II). Families were paid 80 euros for their participation.

Standardized testing

To ensure that participants had average IQ and to provide a means of measuring overall progress in math, children completed standardized tests at the time of scanning (T_1) and after a follow-up period of between 1.45 and 1.65 years (T_2) (mean = 1.58 years, SD = 0.06). First, full scale IQ was measured at T_1 using the Nouvelle Echelle Metrique de l'Intelligence (NEMI-2; Cagnet, 2006). The NEMI-2 is a French IQ test composed of six subtests (digit repetition, general knowledge, vocabulary, item comparisons, Raven's matrices, and cube counting). Its full-scale score correlates with that of the WISC IV (Wechsler, 2003). Second, reading fluency was assessed at T_1 with the Alouette test (Lefavrais, 1967). During 3 minutes, participants read aloud a text in French. The number of words read and the number of pronunciation errors were used to evaluate reading speed and reading accuracy, respectively. Finally, math skills were measured at T_1 and T_2 using 3 subtests of the Woodcock-Johnson Test of achievement (WJ III; Woodcock et al, 2001): Math Fluency, Calculation, and Applied Problems. These 3 tests were used to tap on a wide range of arithmetic and math problem-solving skills and provide a comprehensive measure of math abilities in each individual. In the Math Fluency subtest, participants have 3 minutes to solve as many single-digit addition, subtraction and multiplication problems. The Calculation subtest is an untimed test in which participants solve single-digit and double-digits operations of increasing difficulty. The test is stopped after six consecutive errors or when the last item is reached. Finally, the Applied Problems subtest measures the ability to analyze and solve math problems. While early items require application of basic numerical concepts (e.g., counting, performing simple addition and subtraction, reading clocks and coin values), most items require children to understand and analyze word problems. The test is untimed and testing stops after 6 consecutive errors or when the last item is reached. Because the WJ III is only available in English, we translated all subtests in French and normed them in 830 children from schools in the Lyon area before the present experiment. At both T_1 and T_2 , we calculated the standardized (i.e., age-normalized) score on each of the math subtests of the WJ-III and averaged these scores to gather a composite standardized score of math skill. Gains or losses in math score (relative to peers) were then calculated by subtracting the composite standardized score at T_1 from the composite standardized score at T_2 . Demographic information and average standardized scores are presented in **Table 1**.

Table 1. Demographic information and average standardized scores (with SDs) at T_1 and T_2

Age (in years)	10.85 (1.27)	12.43 (1.27)	$P < 0.001$
NEMI-2			
Full-scale IQ	109.81 (9.31)	-	-
Alouette			
Reading accuracy	101.19 (16.27)	-	-
Reading speed	106.80 (16.01)	-	-
WJ-III			
Average math score	113.11 (15.09)	107.57 (12.53)	$P=0.053$
Math Fluency	105.53 (19.31)	99.52 (14.46)	$P=0.08$
Calculation	113.33 (20.62)	109.19 (15.41)	$P=0.33$
Applied Problems	120.48 (14.66)	114.00 (13.95)	$P=0.03$

Notes. NEMI-2, Alouette, and WJ-III standardized scores have $M = 100$, $SD = 15$.

Reasoning task

In the scanner, participants listened to 4 stories that followed a “choose your own story” structure. Each story was made of a series of 12 short scenarios that were interrelated (see **Table 2**). The task is described in detail in Schwartz et al. (submitted). There were 48 scenarios in the experiment: 24 involved linear-order relations (e.g., X is more than Y) and 24 involved set-inclusion relations (e.g., All Xs are Ys). In half of the scenario, the relations overlapped and could be integrated in order to infer a conclusion (e.g., “White cows give more milk than black cows. Black cows give more milk than brown cows” or “All old farms

are made of stone. All farms that are made of stone are uphill”). These scenarios were always followed by a *Reasoning* question that tested whether children had inferred the correct conclusions (e.g., “White cows give more milk than brown cows” or “All old farms are uphill”) (see **Table 2**). In the other half of the scenarios, relations were not overlapping and no particular conclusion could be inferred (e.g., “The chocolate cake is baking faster than the apple pie. The strawberry pie is baking faster than the cheesecake” or “All bedrooms with a red door are on the side of the chicken coop. All bedrooms with a green door are on the side of the barn”). These scenarios were followed by a *Comprehension* question that simply tested whether children remembered some information stated in the scenario (see **Table 2**).

Each scenario was made of 6 narrative sentences and a question. While sentences 1 to 3 simply introduced the context, sentences 4 and 5 were the statements of interest and included either linear-order or set-inclusion relations. Sentence 6 was a wrap-up sentence and was followed by a question, which asked participants to choose between two options. The content of the first sentence in each scenario changed as a function of the response given by the participant in the previous scenario (so that children thought that they were choosing their own path through the story). Overall word count was controlled across the 4 types of scenarios (see Schwartz et al., submitted, for additional information)

Each of the stories was presented in a separate run. Each run included 12 scenarios (i.e., 3 with integrable linear-order relations, 3 with non-integrable linear-order relations, 3 with integrable set-inclusion relations and 3 with non-integrable set-inclusion relations). Runs were randomized. However, because scenarios were embedded in a coherent story, scenarios were presented in a fixed order. We nonetheless ensured that two scenarios of the same type were never following each other and that responses were counterbalanced across different variables (see Schwartz et al., submitted, for details). Participants were instructed to press on a response button when they were ready to hear the next sentence and on one of two other response buttons to choose between options in the question. Each story started with a red fixation cross at the center of the screen. The red cross turned orange after 6 s and green after 2 s. The green cross lasted 2 s and was immediately followed by the presentation of the first sentence of the first scenario. There was a 500 ms interval between each sentence in a scenario. A white fixation cross was displayed before and after each question for a random duration between 2 and 4 s. A fixation cross was also displayed for 20 s at the end of each story.

Table 2. Examples of each type of scenario (translated from French)

	Integrable relations	Non-integrable relations
Set-inclusion relations	<p>1. “You are going on vacation to the countryside.” “You are planning to stay in a farm for a few days.” “There are farms uphill and downhill.” <u>“All old farms are made of stone.”</u> <u>“All farms that are made of stone are uphill.”</u> “You have to find an old farm.” <i>Reasoning question: “Are you going uphill (response 1) or downhill (response 2)?”</i></p>	<p>2. “You are going uphill and you find the old farm.” “The farmers invite you in.” “You need to bring your bag to your bedroom on the 2nd floor.” <u>“All bedrooms with a red door are next to the chicken coop.”</u> <u>“All bedrooms with a green door are next to the barn.”</u> “The farmers’ house is very big.” <i>Comprehension question: “Are you taking your bag to the 2nd floor (response 1) or to the 3rd floor (response 2)?”</i></p>
Linear-order relations	<p>4. “You are taking the pastries out of the oven.” “You would like some milk for your breakfast.” “You are going to milk cows with the farmer.” <u>“White cows give more milk than black cows.”</u> <u>“Black cows give more milk than brown cows.”</u> “You need to milk the cows giving the most milk.” <i>Reasoning question: “Are you milking the brown cows (response 1) or the white cows (response 2)?”</i></p>	<p>3. “You are going to the first floor and bring your bag in.” “The next morning, the farmer is baking pastries.” “The farmer is asking you to take them out of the oven now.” <u>“The chocolate cake is baking faster than the apple pie.”</u> <u>“The strawberry pie is baking faster than the cheesecake.”</u> “It is very hot in the kitchen.” <i>Comprehension question: “Are you taking the pastries out of the oven now (response 1) or later (response 2)?”</i></p>

Notes: Numbers 1 to 4 indicate the order of presentation within the experimental run.

Experimental procedure

After standardized tests were administered at T_1 , children were familiarized with the fMRI environment in a mock scanner. They listened to a recording of the noises associated with all fMRI sequences. A motion tracker system (3D Guidance trak STAR, Ascension Technology Corporation) was used to measure head movements and provide on-line feedback to participants. Finally, children practiced the task in that mock scanner. Different stimuli were used in the practice and in the scanning sessions. In the scanning session, stimuli were generated using Presentation software (Neurobehavioral Systems, Albany, CA). Stories were spoken through headphones sentence by sentence. During each scenario, a black-and-white picture illustrating the setting was displayed on a computer screen that was viewed by the participants through a mirror attached to the head coil. Behavioral responses were recorded using MR-compatible keypads placed in the left and right hands.

fMRI data acquisition

Functional and anatomical images were acquired with a Siemens 3T Prisma (Siemens Medical solutions, Malvern, PA, USA) at the CERMEP Brain Imaging Center in Lyon. A high-resolution anatomical scan was collected for each participant with a standard MPRAGE sequence (TR = 3500 ms, TE = 2.24 ms, flip angle = 8° , slice thickness = 0.90 mm, number of slices = 192, isovoxel resolution = 0.875 mm). Functional sequences were collected with a gradient-echo, echo-planar sequence (TR = 2000 ms, TE = 24 ms, flip angle = 80°). Thirty-two interleaved transverse slices were acquired per volume (slice thickness = 3.48 mm, voxel size = 1.72×1.72).

fMRI data preprocessing

Images were analyzed with SPM12 (Wellcome department of Cognitive Neurology, London, UK). The first 4 images of each run were discarded to allow for T1 equilibration effects. Functional images were corrected for slice acquisition delays and spatially realigned to the first image of the first run to correct for head movements. Realigned images were smoothed with a Gaussian filter ($4 \times 4 \times 8$ mm full-width at half maximum). The ArtRepair software (Mazaika et al., 2009) was used to identify volumes with excessive head motion (i.e., volumes showing rapid scan-to-scan movement greater than 1.5 mm). These were removed and replaced by the interpolation of the 2 nearest non-repaired volumes. Because runs with more than 10% of repaired volumes were excluded from the analysis, we ended up discarding one run for 4 participants. Finally, functional images were normalized into the standard Montreal Neurological Institute (MNI) space.

fMRI data analysis: univariate analysis

Whole-brain univariate GLM analyses of fMRI data were performed to identify the brain regions that were involved in integrating transitive relations across all subjects. Sentences of interest (containing either linear-order or set-inclusion relations) were modeled as epochs with onsets time-locked to the presentation of sentence 4 and with offsets time-locked to the end of sentence 6 (i.e., the wrap-up sentence). Different regressors were created for the 4 types of scenarios (i.e., integrable linear-order relations, integrable set-inclusion relations, non-integrable linear-order relations, and non-integrable set-inclusion relations). Finally, regressors of no interest modeled activity during sentences 1 to 3 and the question, as well as during the last 2 sentences of each story. Epochs were convolved with a canonical hemodynamic response function (HRF). The time series data were high-

pass filtered (1/128 Hz), and serial correlations were corrected using an autoregressive AR(1) model. For each subject and type of relation (i.e., linear-order and set-inclusion), we contrasted integrable to non-integrable relations. Individual contrasts were then submitted to one-sample t-tests across subjects. Statistical maps were thresholded using a FWE-corrected cluster-level threshold of $p < 0.05$ (defined using a voxel-level threshold of $p < 0.005$, uncorrected).

fMRI data analyses: multivariate analyses

Regression-based multivoxel pattern analysis (MVPA) was performed using the Pattern Recognition for Neuroimaging Toolbox (PRoNTTo) v2.0 implemented in Matlab (www.mlnl.cs.ucl.ac.uk/pronto; Schrouff et al., 2013). To determine the predictive power of activity related to the integration of linear-order and set-inclusion relations individually, the contrasts of (i) integrable versus non-integrable linear-order relations and of (ii) integrable versus non-integrable set-inclusion relations served as inputs in separate MVPAs. Overall change in math performance relative to peers (the difference between the composite standardized math score at T_2 and the composite standardized math score at T_1) was entered as the regression target in the main analyses. All analyses were conducted using Kernel Ridge Regression (KRR; PRoNTTo, V2.0), using a leave-one-subject-out cross-validation procedure. The procedure involved the following three steps. First, PRoNTTo computed a vector representation of the voxel intensities in the data and calculated the scalar product between the images, thereby generating a 21×21 similarity matrix. This matrix was computed first using a mask of the whole-brain, and subsequently using masks of selected Brodmann areas that were either activated in the univariate analyses or known to be involved in reasoning based on previous studies (Prado et al., 2011). Masks were defined using the WFU PickAtlas v3.0. Second, the similarity matrix was entered as a feature set for the multivariate regression algorithm, which relied on KRR. KRR is equivalent to a maximum a posteriori approach to Gaussian process regression with fixed prior variance and no explicit noise term (PRoNTTo, V2.0). We used a leave-one-subject-out procedure for cross-validation. That is, one subject was left out for testing while the machine-learning algorithm was trained to associate change in math score with the multivariate data of the remaining (i.e., 20) subjects. The trained algorithm was then used to predict change in math score from the image that was left out. This step was successively applied to the data of all subjects (for a total of 21 folds). Goodness-of-fit was calculated for each fold and averaged across the 21 folds. Third, prediction accuracy between the actual and the predicted score was determined based on the correlation coefficient (r) and the normalized mean squared error (nMSE). Positive r values indicate that the model was able to predict the outcome, while negative r values (or r values close to 0) indicate that the model failed to predict the outcome. Statistical significance of predictions was calculated using permutation tests with 1,000 iterations. That is, we compared the correlation and nMSE values obtained to the results of 1,000 random permutations (representing the distribution of correlations and nMSEs corresponding to the null hypothesis). P values associated with the correlation coefficient were calculated based how many times the correlation value obtained with random permutations was higher than the correlation value observed in the data (divided by 1,000). Because multivariate analyses were repeated in 16 different BAs, relationships were only considered significant if their p values were below a critical threshold that was corrected from multiple comparisons using the Bonferroni method (i.e., use of a $p = 0.05 \times 16$ BAs yields to a critical threshold of $p < 0.003$).

Results

Math and reasoning performance

Participants' overall math skills were measured at the time of the fMRI session (T_1) and 1.5 years later (T_2) by averaging their standardized scores on 3 different subtests of the WJ-III (see **Methods** and **Table 1**). Between participants, this composite standardized score ranged from 93 to 147 at T_1 and from 86 to 133 at T_2 . Between T_1 and T_2 , longitudinal gains or losses in composite standardized math score ranged from -23 to 31, with an average of -5.54 (SD = 12.31) (see **Fig. 1**). Across all children, the average composite standardized math score tended to be slightly lower at T_2 than at T_1 across all subjects ($t_{20} = -2.06$, $p = 0.053$). However, such an overall difference might be more apparent than real. Indeed, standardized scores at T_2 might be underestimated because the testing session occurred in the Winter and norms were based on data collected during the Spring term (in contrast, children were tested during Spring at T_1). Nevertheless, it is important to note that the delay between T_1 and T_2 was kept constant across all participants and that our approach only focuses on individual differences. Thus, even though standardized score at T_2 might be slightly underestimated, this underestimation should be constant across participants and therefore cannot affect our results.

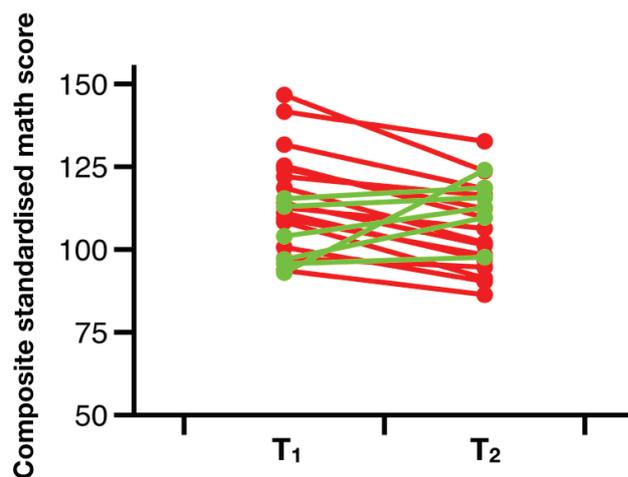


Figure 1. Individual longitudinal change in composite standardized math score between T1 and T2 for each participant. Green lines represent children who made gains relative to their peers. Red lines represent children whose scores declined relative to their peers.

Reasoning performance was measured using accuracy to Reasoning questions during the fMRI task at T_1 . Accuracy to Reasoning questions ranged from 50% to 100% (average = 84%) for linear-order relations and from 55% to 100% (average = 78%) for set-inclusion relations. Accuracy to Comprehension questions ranged from 55% to 100% (average = 82%) for linear-order relations and from 58% to 100% (average = 83%) for set-inclusion relations. A multiple regression analysis was then used to examine the relative contribution of behavioral measures of reasoning (i.e., accuracy to Reasoning questions), story comprehension (i.e., accuracy to Comprehension questions), IQ, reading speed and reading accuracy at T_1 to change in composite standardized math score from T_1 to T_2 . As shown on **Table 3**, none of the behavioral measures were significant predictors of change in math score ($R^2 = 0.45$, $P = 0.24$).

Table 3. Results of the multiple regression analysis examining the relative contribution of behavioral measures of reasoning, story comprehension, IQ, reading speed and reading accuracy at T1 to change in composite standardized math score from T1 to T2. For each predictor is shown the β weight (\pm S.E.) with the associated P value.

	$\beta \pm$ S.E.	P
Linear-order reasoning	-14.38 \pm 16.05	0.39
Set-inclusion reasoning	-8.64 \pm 12.95	0.52
Linear-order comprehension	3.11 \pm 13.66	0.82
Set-inclusion comprehension	14 \pm 13.62	0.32
IQ	-0.48 \pm 0.41	0.28
Reading accuracy	-0.044 \pm 0.21	0.84
Reading speed	-0.017 \pm 0.21	0.93

fMRI results: Univariate analyses

fMRI data were first explored using univariate analyses to identify the Brodmann areas (BA) that were involved in integrating transitive relations across all subjects. That is, brain activity associated with integrable relations was contrasted to activity associated with non-integrable relations, both for linear-order and set-inclusion relations. For linear-order relations, this contrast revealed significant activity in a posterior brain system including BA 40 (i.e., IPS), BA 7 (Precuneus), BA 39 (Middle Temporal Gyrus, MTG) and BA 19 (Superior Occipital Gyrus, SOG) (see **Table 4**). For set-inclusion relations, the contrast only revealed significant activity in BA 40 (IPS) (see **Table 4**).

Table 4. Univariate fMRI results. Brodmann areas activated in the contrast of integrable versus non-integrable linear-order and set-inclusion relations.

Brodmann area (BA)	Anatomical location	MNI coordinates			Z-score	K
		X	Y	Z		
Linear-order relations						
BA 40	L. IPS	-48	-42	41	4.37	2982
BA 39	R. MTG	50	-70	6	3.86	2156
BA 7	R. Prec	8	-60	55	3.93	2156
BA 19	R. SOG	32	-86	34	4.11	5894
Set-inclusion relations						
BA 40	L. IPS	-50	-50	48	3.86	4802

Notes. L.: left; R.: right; MNI: Montreal Neurological Institute; K: Cluster size (mm³)

fMRI results: Multivariate analyses

Multivariate regression analyses were then used to determine whether patterns of brain activity associated with the integration of transitive relations at T_1 could accurately predict change in math score relative to peers on a subject-by-subject basis from T_1 to T_2 . This was done for patterns associated with linear-order and set-inclusion relations, using all of the voxels in the brain as well as using voxels in bilateral masks of BAs that were found involved in integrating relations in the univariate analysis (see **Table 4** and **Figure 2**). Using patterns associated with linear-order relations, multivariate KRR could not significantly predict change in composite standardized math score. This was the case when all voxels in the brain were included in the analysis ($r = -0.20$, $p = 0.51$; $nMSE = 3.76$, $p = 0.77$) (see **Figure 3A, left**), as well as when voxels were selected from BAs identified in the univariate analyses (see **Table 5**). In contrast, using patterns associated with set-inclusion relations, multivariate KRR accurately predicted change in composite standardized math score across the whole-brain ($r = 0.46$, $p = 0.008$; $nMSE = 3.32$, $p = 0.013$) (see **Figure 3A, right**). Accuracy of prediction was even improved when only voxels from right BA 40 were used in the analysis ($r = 0.68$, $p = 0.001$; $nMSE = 2.17$, $p = 0.001$; see **Table 6** and **Figure 3B, right**).

To further investigate the extent to which prediction of change in composite standardized math score was specific to right BA 40, we repeated the multivariate KRR analyses using masks of several prefrontal BAs that have been reported in fMRI studies of reasoning (Prado et al. 2011). Based on Table 1 in the meta-analysis of Prado et al. (2011), these consisted in BA 46, BA 45, BA 9, and BA 8 (see **Figure 2**). Change in composite standardized math score could not be predicted from voxels of any of these BAs, neither for linear-order relations nor for set-inclusion relations (see **Table 6**). Therefore, prediction of change in composite standardized math score was specific to right BA 40.

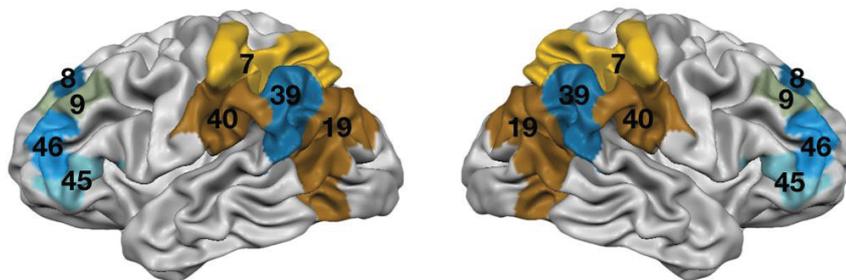


Figure 2. Brodmann areas (BA) used in the multivariate analyses. BA numbers are indicated on a 3D rendering of the MNI-normalized brain. BAs 40, 39, 19 and 7 were identified in the univariate analyses. BAs 45, 46, 9 and 8 were prefrontal regions identified in a previous meta-analysis of reasoning (Prado et al., 2011).

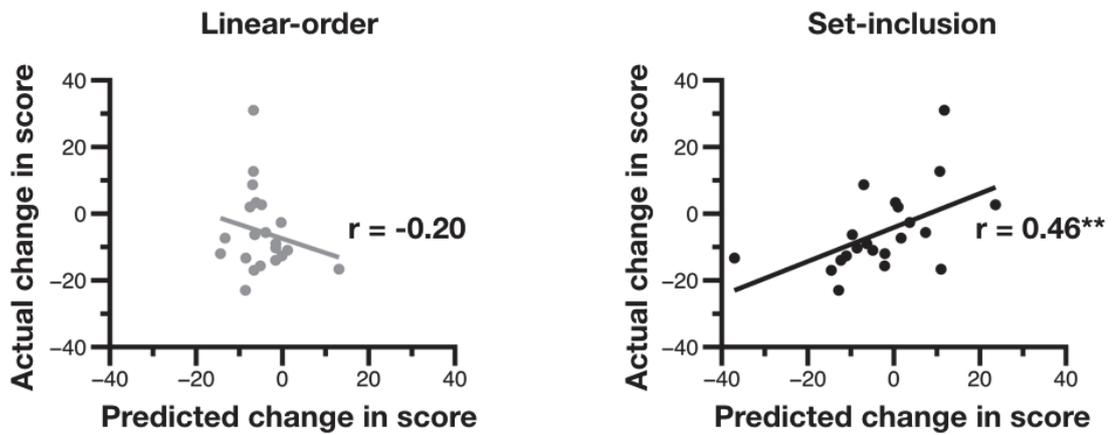
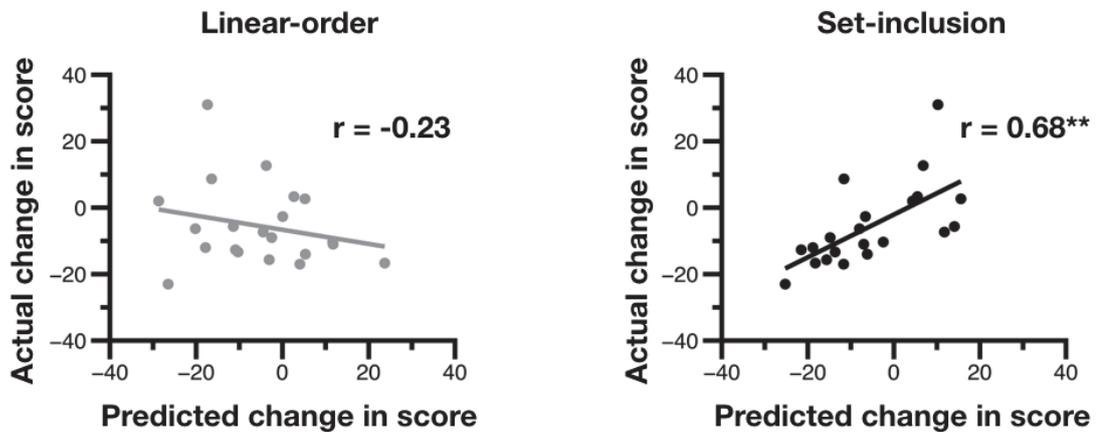
A**Whole-brain****B****Right BA 40**

Figure 3. Relationship between actual and predicted change in composite standardized math score from T1 to T2. (A) Scatter prediction plots obtained when activity associated with the integration of linear-order relations (left) and set-inclusion relations (right) are used as predictors and all voxels in the brain are considered. (B) Scatter prediction plots obtained when activity associated with the integration of linear-order relations (left) and set-inclusion relations (right) are used as predictors and only voxels from right BA 40 are considered. **, $p < 0.01$.

Table 5. Multivariate fMRI results. Size and significance of the relationship between actual and predicted change in composite standardized math score from T₁ to T₂ in **posterior Brodmann areas** (BAs) identified in the univariate analyses.

	Linear-order				Set-inclusion			
	r	p _(r)	nMSE	p _(nMSE)	R	p _(r)	nMSE	p _(nMSE)
L. BA 40	-0.16	0.64	4.51	0.57	0.24	0.15	5.56	0.30
R. BA 40	-0.23	0.77	7.18	0.87	0.68	0.001	2.17	0.001
L. BA 39	-0.03	0.47	6.45	0.70	0.03	0.43	9.44	0.73
R. BA 39	0.13	0.27	4.46	0.35	0.42	0.05	4.21	0.11
L. BA 7	-0.35	0.86	6.29	0.89	0.41	0.05	4.37	0.13
R. BA 7	-0.14	0.61	6.19	0.92	0.46	0.03	3.71	0.05
L. BA 19	-0.57	0.98	7.21	0.98	0.50	0.03	3.12	0.03
R. BA 19	-0.13	0.59	4.86	0.62	0.27	0.11	4.49	0.14

Values are shown when activity associated with integrating linear-order relations and set-inclusion relations are used as predictors. Relationships that remained significant after correction for multiple comparisons are indicated in bold (i.e., use of a $p = 0.05 \times 16$ BAs yields to a critical threshold of $p < 0.003$).

Table 6. Multivariate fMRI results. Size and significance of the relationship between actual and predicted change in composite standardized math score from T₁ to T₂ in **prefrontal Brodmann areas** (BAs) identified in the previous literature (see Prado et al., 2011).

	Linear-order				Set-inclusion			
	r	p _(r)	nMSE	p _(nMSE)	R	p _(r)	nMSE	p _(nMSE)
L. BA 8	-0.27	0.81	6.89	0.88	-0.15	0.63	9.39	0.73
R. BA 8	0.11	0.27	3.67	0.23	0.21	0.18	6.07	0.36
L. BA 9	0.12	0.25	3.78	0.29	0.30	0.14	4.68	0.18
R. BA 9	0.09	0.30	3.47	0.25	0.28	0.12	5.20	0.28
L. BA 45	-0.35	0.91	18.95	0.96	0.20	0.22	5.61	0.21
R. BA 45	0.20	0.20	5.04	0.31	-0.06	0.54	12.98	0.85
L. BA 46	-0.46	0.95	11.98	0.92	0.17	0.26	8.85	0.42
R. BA 46	0.41	0.06	2.52	0.04	0.44	0.05	4.29	0.06

Values are shown when activity associated with integrating linear-order relations and set-inclusion relations are used as predictors. There was no significant relationship after correction for multiple comparisons (i.e., use of a $p = 0.05 \times 16$ BAs yields to a critical threshold of $p < 0.003$).

Discussion

The present longitudinal study shows that math learning in children from middle to late elementary school can be predicted by brain activity associated with the processing of transitive relations before this learning occurs. Specifically, we found that the neural processing of relations of set-inclusion (All As are Bs, All Bs are Cs) in 9- to 12-year-olds could accurately predict the extent to which each child made progress or regressed in math relative to their peers 1.5 year later. Although the prediction was accurate at the whole-brain level, it was improved when only voxels from right BA 40 were considered in the analysis. Interestingly, change in math performance could not be predicted from any other brain region tested or from relations of linear-order (A is bigger than B, B is bigger than C), highlighting the specificity of our results.

A causal relationship between transitive reasoning and math learning

The idea that logical reasoning may contribute to the acquisition of numerical skills has a long history in cognitive and developmental psychology (Piaget & Inhelder, 1957). Only recently, however, have studies explicitly examined the relationship between reasoning and math skills in children. For example, Handley et al. (2004) showed a significant positive correlation between math and logical reasoning (including transitive reasoning) abilities in a large sample ($n = 61$) of 10-year-olds. Further evidence indicates that math learning disability is associated with poor transitive reasoning skill in children from elementary school (Morsanyi et al., 2013; Schwartz et al., submitted). Conversely, math-gifted children exhibit better transitive reasoning skills than normal peers (Morsanyi et al., 2013). Therefore, there is increasing evidence that transitive reasoning is linked to math ability in children from middle to late elementary school.

It is important to note, however, that previous studies showing a relationship between math and reasoning skills in children are *correlational*. In the present study, the longitudinal design coupled with a machine-learning approach (with cross-validation) brings novel evidence that neural activity associated with transitive reasoning in children is *predictive* of future math learning in elementary school. That is, unlike prior studies, our results indicate a *causal* role of transitive reasoning in math learning. Interestingly, we did not find any relationship between longitudinal change in math score (relative to peers) and behavioral measures of reasoning skill, reading skill or IQ. Although it has been shown that behavioral measures of IQ and executive functions may predict math learning in a large sample of children from elementary school (Geary, 2011), neuroimaging studies that typically employ smaller sample sizes have often failed to find any prospective relationship between cognitive measures and math growth. As pointed out by Evans et al. (2015), this may indicate that neurobiological measures are more sensitive than behavioral measurements in predicting learning outcomes. For example, activity in the right inferior frontal gyrus has been found to predict long-term reading gains in children with dyslexia even though no behavioral measures of reading ability could do so (Hoeft et al., 2011). In the domain of math cognition, previous neuroimaging studies have found that neither measures of executive functions nor measures of numerical abilities could accurately predict short-term (Supekar et al., 2013) or long-term (Evans et al., 2015) changes in math performance, whereas functional and anatomical brain measurements were predictive of learning. Therefore, our findings add to growing evidence that brain measures have a unique potential for forecasting learning outcomes. Specifically, we extend previous results by demonstrating the potential of neural measures of transitive reasoning for forecasting math growth.

The predictive power of transitive reasoning is relation-specific

A central finding of the present study is that only the neural processing of relations of set-inclusion -- and not the neural processing of relations of linear-order -- was able to accurately predict change in math score. This result was unexpected because prior studies relating math to transitive reasoning skills in children have used stimuli with linear-order relations (Handley et al, 2004; Morsanyi et al, 2013). In our own previous study on children with dyscalculia (Schwartz et al, submitted), math difficulties were associated with deficits in the ability to integrate both relations of linear-order and set-inclusion. We can see at least two explanations for the lack of predictive power of relations of linear-order. First, our results might depend upon the population studied (i.e. children in middle to late elementary school). That is, it may be that understanding transitive relations of linear-order are particularly important for math learning in early elementary school, where the math curriculum focuses on basic numerical skills and the processing of ordinal information. This calls for studies investigating the relationship between transitive relations of linear-order and math skills in younger children. Second, it is also possible that there is more inter-individual variability in the way relations of set-inclusion (as compared to relations of linear-order) are manipulated and integrated by reasoners, making these relations better candidates for capturing individual differences in processing than relations of linear-order. Indeed, there is evidence that most reasoners largely represent relations of linear-order in the form of integrated spatial mental models (Potts, 1974; Barrouillet, 1996; Prado et al, 2008). For example, the linear-order relations *A is bigger than B* and *B is bigger than C* may lead to a model of the form "A-B-C", such that relationships between items can be inferred from scanning of the model. Evidence for such a strategy is provided by the "distance" effect, wherein reasoners are often more accurate in evaluating the relationship between two items that are distant in the model (e.g., A versus C) than two items that are close (e.g., A versus B). In theory, the same strategy can be used when representing transitive relations of set-inclusion. That is, the set-inclusion relations *All As are Bs* and *All Bs are Cs* may also lead to a model of the form "A-B-C". Yet, a distance effect is not always found in studies investigating relations of set-inclusion (Prado et al, 2013). Some studies even report a reverse distance effect, wherein reasoners are more accurate in evaluating relations between two items that would be close in the model (e.g., A versus B) than two items that would be distant (e.g., A versus C) (Favrel & Barrouillet, 2000). Overall, this indicates that relations of set-inclusion may less uniformly be associated with the construction of an integrated spatial model, and sometimes be integrated in a less efficient step-by-step manner by some reasoners. It has been proposed that such variability in the efficiency with which relations of set-inclusion are represented may result from individual differences in working-memory resources (Barrouillet, 1996). Here, this variability might explain why set-inclusion relations may better capture individual differences in math learning than relations of linear-order.

The predictive power of transitive reasoning is region-specific

Even though brain activity associated with the processing set-inclusion relations was predictive of math growth across the whole-brain, follow-up analyses indicated that this predictive power was mostly restricted to right BA 40 in the parietal cortex. Enhanced activity in BA 40 and neighboring parietal regions is one of the most consistently reported findings across neuroimaging studies of transitive reasoning (Prado et al, 2011; Knauff et al, 2003; Fangmeier et al, 2006; Prado et al, 2010; Goel et al, 2000; Goel & Dolan, 2003). In our previous study investigating the neural processing of transitive relations in children with dyscalculia, we found that the main difference

between children with and without disability was the lack of activation of BA 40 in the latter (Schwartz et al, submitted). Therefore, patterns of brain activity in this region might be a direct index of the quality of the neural representations underlying transitive relations. Given the likely role of transitive reasoning in math development, this -- in and of itself -- might drive the prospective relationship between reasoning-related activity in BA 40 and math learning. Alternatively, it may be that patterns of brain activity evoked by the processing of transitive relations index domain-general processes that are shared between transitive reasoning and various math tasks. For example, BA 40 supports spatial working-memory (Klingberg, 2006; Corbetta, Kincade & Shulman, 2002) and the processing of ordinal information (Marshuetz, 2005; Majerus et al, 2006), two capacities that are central to both transitive reasoning and a range of numerical activities including mental arithmetic, counting, or number comparison (Friso-Van den Bos et al, 2013; Geary, 2011; Lyons et al, 2014; Attout et al, 2014). Such shared domain-general skills, rather than transitive reasoning skills *per se*, may mediate the relationship between patterns of activity related to the processing of transitive relations and math learning. Future studies may test between these different possibilities

Conclusion

In summary, the present longitudinal study indicates that the neural processing of transitive relations forecast math growth in children from middle to late elementary school. Specifically, we found that patterns of activity associated with relations of set-inclusion in the right parietal cortex predicted change in standardized math score 1.5 years later. This relationship was highly specific because it was neither observed with relations of linear-order nor in any other brain region. In keeping with previous studies that tested whether neurobiological measures may forecast math learning (Supekar et al, 2013; Evans et al, 2015), our findings also suggest that fMRI measures may be more sensitive than behavioral measures in predicting learning outcomes. However, our study significantly extends these previous findings by highlighting the potential of measures of transitive reasoning for forecasting math learning. The present results call for future studies investigating the prospective relationship between neurobiological measures of transitive reasoning and math learning in younger children as well as in children with MLD. More broadly, uncovering the neural markers of math learning has great potential for the identification of children at risk of developing MLD.

References

- Attout, L., Noel, M. P., & Majerus, S. (2014). The relationship between working memory for serial order and numerical development: a longitudinal study. *Dev Psychol*, *50*(6), 1667-1679. doi: 10.1037/a0036496
- Bach, S., Richardson, U., Brandeis, D., Martin, E., & Brem, S. (2013). Print-specific multimodal brain activation in kindergarten improves prediction of reading skills in second grade. *Neuroimage*, *82*, 605-615. doi: 10.1016/j.neuroimage.2013.05.062
- Barrouillet, P. (1996). Transitive inferences from set inclusion relations and working memory. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, *6*, 1408-1422.
- Bryant, P. E., & Kopytynska, H. (1976). Spontaneous measurement by young children. *Nature*, *260*, 773-775.

- Cognet, G. (2006). *Nouvelle Echelle Métrique de l'Intelligence*. Paris: Editions du Centre de Psychologie Appliquée.
- Corbetta, M., Kincade, J. M., & Shulman, G. L. (2002). Neural systems for visual orienting and their relationships to spatial working memory. *J Cogn Neurosci*, *14*(3), 508-523. doi: 10.1162/089892902317362029
- De Smedt, B., & Gilmore, C.K. (2011). Defective number module or impaired access? Numerical magnitude processing in first graders with mathematical difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, *108*(2), 278-292.
- Dumontheil, I., & Klingberg, T. (2012). Brain activity during a visuospatial working memory task predicts arithmetical performance 2 years later. *Cereb Cortex*, *22*(5), 1078-1085. doi: 10.1093/cercor/bhr175
- Evans, T. M., Kochalka, J., Ngoon, T. J., Wu, S. S., Qin, S., Battista, C., & Menon, V. (2015). Brain Structural Integrity and Intrinsic Functional Connectivity Forecast 6 Year Longitudinal Growth in Children's Numerical Abilities. *J Neurosci*, *35*(33), 11743-11750. doi: 10.1523/JNEUROSCI.0216-15.2015
- Fangmeier, T., Knauff, M., Ruff, C., & Sloutsky, V. (2006). fMRI Evidence for a Three-Stage Model of Deductive Reasoning. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *18*(3), 320-334.
- Favrel, J., & Barrouillet, P. (2000). On the Relation Between Representations Constructed From Text Comprehension and Transitive Inference Production. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, *26*(1), 187-203.
- Friso-van den Bos, I., van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. H. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational Research Reviews*, *10*, 29-44.
- Gabrieli, J. D., Ghosh, S. S., & Whitfield-Gabrieli, S. (2015). Prediction as a humanitarian and pragmatic contribution from human cognitive neuroscience. *Neuron*, *85*(1), 11-26. doi: 10.1016/j.neuron.2014.10.047
- Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: a 5-year longitudinal study. *Dev Psychol*, *47*(6), 1539-1552. doi: 10.1037/a0025510
- Goel, V., Buchel, C., Frith, C., & Dolan, R.J. (2000). Dissociation of Mechanisms Underlying Syllogistic Reasoning. *Neuroimage*, *12*, 504-514. doi: 10.1006/nimg.2000.0636
- Goel, V., & Dolan, R.J. (2003). Explaining modulation of reasoning by belief. *Cognition*, *87*, B11-B22. doi: 10.1016/S0010-0277(02)00185-3
- Guttorm, T. K., Leppanen, P. H., Poikkeus, A. M., Eklund, K. M., Lyytinen, P., & Lyytinen, H. (2005). Brain event-related potentials (ERPs) measured at birth predict later language development in children with and without familial risk for dyslexia. *Cortex*, *41*(3), 291-303.
- Halberda, J., Mazocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, *455*(7213), 665-668. doi: 10.1038/nature07246
- Handley, S. J., Capon, A., Beveridge, M., Dennis, I., & Evans, J. S. (2004). Working memory, inhibitory control and the development of children's reasoning. *Thinking & Reasoning*, *10*(2), 175-195. doi: DOI: 10.1080/13546780442000051
- Hoefl, F., McCandliss, B. D., Black, J. M., Gantman, A., Zakerani, N., Hulme, C., . . . Gabrieli, J. D. (2011). Neural systems predicting long-term outcome in dyslexia. *Proc Natl Acad Sci U S A*, *108*(1), 361-366. doi: 10.1073/pnas.1008950108

- Hoefl, F., Meyler, A., Hernandez, A., Juel, C., Taylor-Hill, H., Martindale, J. L., . . . Gabrieli, J. D. (2007). Functional and morphometric brain dissociation between dyslexia and reading ability. *Proc Natl Acad Sci U S A*, *104*(10), 4234-4239. doi: 10.1073/pnas.0609399104
- Klingberg, T. (2006). Development of a superior frontal-intraparietal network for visuo-spatial working memory. *Neuropsychologia*, *44*(11), 2171-2177. doi: 10.1016/j.neuropsychologia.2005.11.019
- Knauff, M., Fangmeier, T., Ruff, C. C., & Johnson-Laird, P. N. (2003). Reasoning, models, and images: behavioral measures and cortical activity. *J Cogn Neurosci*, *15*(4), 559-573. doi: 10.1162/089892903321662949
- Lefavrais, P. (1967). *Test de l'Alouette* Paris: Éditions du Centre de Psychologie Appliquée.
- Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1-6. *Dev Sci*, *17*(5), 714-726. doi: 10.1111/desc.12152
- Marshuetz, C. (2005). Order information in working memory: an integrative review of evidence from brain and behavior. *Psychol Bull*, *131*(3), 323-339. doi: 10.1037/0033-2909.131.3.323
- Maurer, U., Bucher, K., Brem, S., Benz, R., Kranz, F., Schulz, E., . . . Brandeis, D. (2009). Neurophysiology in preschool improves behavioral prediction of reading ability throughout primary school. *Biol Psychiatry*, *66*(4), 341-348. doi: 10.1016/j.biopsych.2009.02.031
- Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschoolers' precision of the approximate number system predicts later school mathematics performance. *PLoS One*, *6*(9), e23749. doi: 10.1371/journal.pone.0023749
- Mazzocco, M. M., & Kover, S. T. (2007). A longitudinal assessment of executive function skills and their association with math performance. *Child Neuropsychol*, *13*(1), 18-45. doi: 10.1080/09297040600611346
- McNorgan, C., Alvarez, A., Bhullar, A., Gayda, J., & Booth, J. R. (2011). Prediction of reading skill several years later depends on age and brain region: implications for developmental models of reading. *J Neurosci*, *31*(26), 9641-9648. doi: 10.1523/JNEUROSCI.0334-11.2011
- Molfese, D. L. (2000). Predicting dyslexia at 8 years of age using neonatal brain responses. *Brain Lang*, *72*(3), 238-245. doi: 10.1006/brln.2000.2287
- Morsanyi, K., Devine, A., Nobes, A., & Szucs, D. (2013). The link between logic, mathematics and imagination: evidence from children with developmental dyscalculia and mathematically gifted children. *Dev Sci*, *16*(4), 542-553. doi: 10.1111/desc.12048
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1957). *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*. Paris: Presse Universitaire de France.
- Potts, G. R. (1974). Storing and retrieving information about ordered relationship. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, *10*(3), 431-439.
- Prado, J., Chadha, A., & Booth, J.R. (2011). The Brain Network for Deductive Reasoning: A Quantitative Meta-analysis of 28 Neuroimaging Studies. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *23*(11), 3483-3497.
- Prado, J., Mutreja, R., & Booth, J.R. (2013). Fractionating the Neural Substrates of Transitive Reasoning: Task-Dependent Contributions of Spatial and Verbal Representations. *Cereb Cortex*, *23*(3), 499-507. doi: 10.1093/cercor/bhr389
- Prado, J., Noveck, I., & Van der Henst, J.B. (2010). Overlapping and Distinct Neural Representations of Numbers and Verbal Transitive Series. *Cereb Cortex*, *20*, 720-720. doi: 10.1093/cercor/bhp137

- Prado, J., Van der Henst, J. B., & Noveck, I. A. (2008). Spatial associations in relational reasoning: evidence for a SNARC-like effect. *Q J Exp Psychol (Hove)*, *61*(8), 1143-1150. doi: 10.1080/17470210801954777
- Rabinowitz, F. M., & Howe, M. L. (1994). Development of the middle concept. *J Exp Child Psychol*, *57*(3), 418-448. doi: 10.1006/jecp.1994.1020
- Rousselle, L., & Noel, M. P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: a comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, *102*(3), 361-395. doi: 10.1016/j.cognition.2006.01.005
- Supekar, K., Swigart, A. G., Tenison, C., Jolles, D. D., Rosenberg-Lee, M., Fuchs, L., & Menon, V. (2013). Neural predictors of individual differences in response to math tutoring in primary-grade school children. *Proc Natl Acad Sci U S A*, *110*(20), 8230-8235. doi: 10.1073/pnas.1222154110
- Wechsler, D. (2003). *Wechsler abbreviated scale of intelligence* (P. Corporation Ed.). San-Antonio, TX.
- Woodcock, R, McGrew, KS, & Mather, N. (2001). *Woodcock-Johnson-III Tests of Achievement*. Itasca, IL: Riverside. (Itasca Ed.). IL: Riverside.
- Wright, B. C. (2001). Reconceptualizing the Transitive Inference Ability: A Framework for Existing and Future Research. *Developmental Review*, *21*, 375-422. doi: doi:10.1006/drev.2000.0525

Discussion

Le but des travaux de cette thèse était d'étudier le lien entre mécanismes neurocognitifs du raisonnement déductif (et en particulier transitif) et capacités en mathématiques chez l'enfant neurotypique et dyscalculique. Dans un premier temps, nous rappelons les résultats des deux études présentées. Nous discutons ensuite de ces résultats, et notamment de ce qu'ils apportent à la compréhension de la dyscalculie et des corrélats cérébraux de l'apprentissage des mathématiques.

1) Rappel des résultats expérimentaux

Dans notre première étude, nous avons testé l'hypothèse que les enfants dyscalculiques présenteraient un déficit de raisonnement transitif qui serait associé à des anomalies fonctionnelles de l'IPS. Dans ce but, nous avons utilisé la technique de l'IRMf pour mesurer l'activité cérébrale associée à la résolution de problèmes transitifs catégoriques et linéaires chez des enfants dyscalculiques et des enfants neurotypiques. Plusieurs résultats émanent de cette étude. Tout d'abord, les dyscalculiques avaient plus de difficultés à résoudre les problèmes transitifs linéaires et catégoriques par rapport aux enfants neurotypiques. En parallèle, le traitement neural des relations transitives était atteint chez les dyscalculiques. Alors que les participants neurotypiques présentaient une activité plus importante au niveau de l'IPS lors de l'intégration de relations linéaires et catégoriques par rapport aux relations contrôles, les dyscalculiques ne présentaient pas d'activité de l'IPS spécifique à l'intégration de ces relations transitives. La comparaison directe entre dyscalculiques et neurotypiques a ensuite révélé une différence d'activité cérébrale au niveau de l'IPS gauche pour les relations linéaires. Enfin, pour l'ensemble des participants, les capacités de mémoire de travail étaient corrélées positivement à la performance aux problèmes transitifs linéaires et catégoriques, et à l'activité de l'IPS gauche lors de la résolution de problèmes linéaires.

Le but de notre deuxième étude était de déterminer s'il existe une relation causale entre le traitement cérébral des relations transitives et l'apprentissage des mathématiques. Pour ce faire, nous avons mesuré dans un premier temps (temps T_1) les compétences en mathématiques d'enfants neurotypiques, ainsi que l'activité cérébrale associée à l'intégration de relations transitives catégoriques et linéaires. Nous avons ensuite suivi longitudinalement ces enfants et mesuré leurs compétences en mathématiques 1,5 an plus tard (temps T_2). Des techniques d'analyse de « machine-learning » nous ont permis de tester si les progrès de chaque enfant en mathématiques (différence entre T_2 et T_1) pouvaient être prédits par l'activité cérébrale associée au raisonnement transitif au temps T_1 . Nous avons montré que cela était le cas, mais que cette prédiction dépendait à la fois du type de relation transitive et de la localisation cérébrale. En effet, seul le traitement cérébral des relations transitives catégoriques au niveau de l'aire de Brodmann 40 (incluant l'IPS droit) prédisait l'évolution du niveau en mathématiques sur une période de 1,5 an.

2) Un déficit de raisonnement transitif dans la dyscalculie

Dans notre première étude, les enfants dyscalculiques se sont montrés moins performants que les enfants neurotypiques pour résoudre des problèmes transitifs. Ce résultat complète une étude récente qui a suggéré un déficit de raisonnement transitif dans la dyscalculie (Morsanyi et al, 2013). Toutefois, cette étude ne montrait un déficit de raisonnement que sur des problèmes dont la conclusion rentrait en conflit avec les connaissances des enfants sur le monde (par exemple dans le problème « les vélos sont plus rapides que les avions, les avions sont plus rapides que les voitures donc les vélos sont plus rapides que les voitures »). Dans cette étude, il se pourrait donc que le contenu des problèmes, et pas nécessairement la forme logique, engendre des difficultés de raisonnement chez les dyscalculiques. Dans la même veine, une autre étude chez les enfants neurotypiques a associé les compétences mathématiques à la résolution de problèmes logiques impliquant ce type de conflit entre validité logique et croyance (Handley et al, 2004). La tâche de raisonnement utilisée dans cette thèse comportait certes des problèmes avec un contenu concret. Cependant, les connaissances générales n'interféraient jamais avec la validité logique dans notre tâche. Les participants n'étaient donc pas biaisés par leurs connaissances pour comprendre les histoires et répondre aux questions. Ainsi, dans notre première étude, il est peu probable que la plus faible performance des dyscalculiques comparée aux enfants neurotypiques vienne d'un défaut d'inhibition. Au contraire, nos résultats suggèrent que les dyscalculiques auraient des difficultés à appréhender la structure logique des problèmes transitifs.

Les déficits de raisonnement transitif chez les dyscalculiques peuvent être éclairés par une théorie du raisonnement déductif que nous avons décrite dans l'introduction (chapitre 3.1.2), la théorie des Modèles Mentaux (Johnson-Laird, 1983). En effet, on peut supposer que les dyscalculiques ne construiraient pas efficacement un modèle mental à partir des prémisses. Or, les problèmes transitifs, et en particulier ceux impliquant des relations linéaires, seraient représentés sous forme d'un continuum (Goodwin & Johnson-Laird, 2005). Les éléments des prémisses seraient positionnés sur une ligne mentale et la relation entre les éléments serait déduite par le balayage de cette ligne (Goodwin & Johnson-Laird, 2005). Des études comportementales ont appuyé cette théorie en montrant l'implication de mécanismes visuo-spatiaux dans la résolution de problèmes linéaires (comme détaillé au chapitre 3.2.3). Par exemple, un effet de distance se retrouverait dans le raisonnement transitif (Potts, 1974 ; Favrel & Barrouillet, 2000). Les individus seraient plus lents à comparer les éléments adjacents d'un problème linéaire par rapport aux éléments séparés par plusieurs relations intermédiaires (Potts, 1974 ; Favrel & Barrouillet, 2000). Cet effet de distance est même observé chez l'enfant (Newstead et al, 1985), et ce dès que les capacités à retenir les prémisses des problèmes transitifs sont présentes (Newstead et al, 1985). En plus de l'effet de distance, la présence d'un effet de type « SNARC » dans le raisonnement transitif (explicité au chapitre 3.2.3) soutient que les problèmes linéaires seraient traités de façon spatiale (Prado et al, 2008). Enfin, l'exécution d'une tâche faisant appel à la mémoire de travail visuo-spatiale pendant la présentation de problèmes linéaires fait chuter la performance des participants adultes (Vandierendonck & De Vooght, 1997 ; Klauer, 1997). L'ensemble de ces données comportementales est en accord avec l'idée que les individus, adultes comme enfants, pourraient résoudre les problèmes linéaires à l'aide de représentations spatiales (Goodwin & Johnson-Laird, 2005). Ces représentations pourraient être dysfonctionnelles chez les dyscalculiques, qui pourraient avoir plus de difficulté à affecter une position spatiale à un élément des problèmes linéaires, ou à se déplacer le

long de la représentation construite. Cette hypothèse est conforme à l'idée qui associe la dyscalculie à des déficits visuo-spatiaux (Szucs et al, 2013).

Est-ce possible que le même dysfonctionnement soit responsable de la faible performance des dyscalculiques sur les problèmes transitifs catégoriques ? Jusqu'à présent, la résolution de problèmes catégoriques chez les dyscalculiques n'avait pas été testée. Il a été proposé que le traitement de ces problèmes ferait plutôt appel à un mécanisme de nature verbale, et non à un mécanisme spatial (Prado et al, 2013). Par exemple, l'effet de distance mentionné pour les problèmes linéaires se trouve souvent inversé pour les problèmes transitifs catégoriques (Newstead et al, 1985 ; Favrel & Barrouillet, 2000). Les enfants comme les adultes sont plus rapides et plus précis pour déduire la relation entre deux éléments proches que pour déduire la relation entre deux éléments éloignés. Ce résultat pourrait indiquer que les participants ne construisent pas un modèle mental des prémisses d'un problème catégorique comme ils le font pour un problème linéaire. Au contraire, il a été proposé l'utilisation d'un mécanisme séquentiel (potentiellement de nature verbale) lors de l'intégration des relations transitives catégoriques, avec un enchaînement de règles logiques (Prado et al, 2013). Pour d'autres auteurs en revanche, certains individus sont susceptibles d'utiliser un mécanisme spatial pour représenter les relations catégoriques (Goodwin & Johnson-Laird, 2005 ; Favrel & Barrouillet, 2000). On remarquera aussi que la méthode des cercles d'Euler ou des diagrammes serait appropriée pour résoudre les problèmes catégoriques (Newstead et al, 2002). En d'autres termes, il semble y avoir plus de variabilité dans le type de stratégies que les participants utilisent dans les problèmes transitifs catégoriques que linéaires. Il est ainsi envisageable qu'au niveau des problèmes catégoriques, plusieurs stratégies différentes soient appliquées et dépendent des capacités de chaque individu (surtout de leurs capacités de mémoire de travail). Par exemple, il est possible que des individus ayant des capacités en mémoire de travail spatiale suffisantes utilisent des représentations spatiales plutôt que verbales pour représenter des relations catégoriques. L'inverse pourrait se produire chez des individus dont les capacités en mémoire de travail verbale sont particulièrement développées. La différence de performance entre dyscalculiques et neurotypiques pourrait donc refléter non seulement une difficulté à se représenter les relations transitives catégoriques de façon spatiale, mais aussi des difficultés à former une représentation verbale. Au final, des difficultés d'organisation des informations dans un espace mental pourraient potentiellement expliquer les déficits de raisonnement transitif avec les deux formes de problèmes logiques, linéaire et catégorique.

Une implication pratique apportée par les résultats comportementaux de la première étude serait l'utilité d'entraîner le raisonnement transitif, en particulier chez les enfants dyscalculiques. Nunes et collègues (2007) avaient déjà proposé qu'un enseignement des concepts logiques de correspondance terme à terme, d'additivité, de sériation et de relation inverse améliorerait les compétences en mathématiques des élèves de 6-7 ans. L'effet de l'intervention était maintenu à moyen terme. Il pourrait s'avérer pertinent d'évaluer spécifiquement l'effet d'un entraînement au raisonnement transitif sur le niveau en mathématiques des dyscalculiques, et de déterminer quelles compétences bénéficient le plus de cette intervention. L'influence de certains facteurs (comme la sévérité des difficultés en mathématiques et la présence de comorbidités) sur la réponse à l'intervention serait également intéressante à évaluer.

L'une des limites de nos études est que nous nous intéressons uniquement au raisonnement transitif. Qu'en est-il des autres formes de raisonnement déductif dans la dyscalculie? Par exemple,

le raisonnement propositionnel est-il moins efficace chez ces individus ? La compréhension des règles logiques élémentaires comme la disjonction, la conjonction, ou les formes conditionnelles, serait pour certains auteurs automatique (Braine & O'Brien, 1998 ; Rips, 1994). L'utilisation de ces règles serait associée à un mécanisme syntaxique et non à un mécanisme visuo-spatial. D'après cette théorie, on pourrait faire l'hypothèse que le raisonnement propositionnel ne serait pas forcément atteint chez les dyscalculiques. Cependant, des données comportementales ont associé le niveau en mathématiques à la performance en raisonnement conditionnel (Handley et al, 2004 ; Morsanyi et al, 2017 ; Attridge & Inglis, 2013 ; Attridge et al, 2015). Dans une de ces études (Handley et al, 2004), nous avons déjà mentionné le fait que le contenu des problèmes conditionnels nécessitait des capacités d'inhibition chez l'enfant. En revanche, dans les études chez les adolescents et les adultes (Morsanyi et al, 2017 ; Attridge & Inglis, 2013 ; Attridge et al, 2015), les croyances n'interféraient pas avec la validité logique. Morsanyi et collègues (2017) ont conclu que les capacités de raisonnement conditionnel étaient moins corrélées au niveau en mathématiques que les capacités de raisonnement transitif. Comparée à la résolution d'autres formes de problèmes logiques, la résolution des problèmes transitifs serait donc particulièrement liée aux compétences mathématiques. Ceci pourrait s'expliquer par le rôle particulier que joue le raisonnement transitif dans l'apprentissage des mathématiques (voir la section 2.1 du chapitre 3). Mais ceci pourrait aussi s'expliquer par le fait que le raisonnement transitif sollicite davantage les ressources en mémoire de travail visuo-spatiale, celle-ci devenant de plus en plus importante pour l'apprentissage des mathématiques au cours de la scolarité (Menon, 2016).

3) La corrélation entre performance en mathématiques et en raisonnement transitif peut être en partie expliquée par les capacités de mémoire de travail

Dans notre première étude, les capacités de mémoire de travail des enfants ont été mesurées par un test de répétition de chiffres (les chiffres étaient présentés d'abord dans l'ordre puis dans l'ordre inverse). La performance en raisonnement transitif chez l'ensemble des participants était corrélée aux capacités de mémoire de travail. L'association entre les différences individuelles de mémoire de travail et les capacités de raisonnement déductif a été mise en lumière à plusieurs reprises (Barrouillet & Lecas, 1999 ; Markovits & Doyon, 2004 ; Morsanyi & Handley, 2008), y compris pour le raisonnement transitif (Barrouillet, 1996 ; Favrel & Barrouillet, 2000 ; Handley et al, 2004). Or, les problèmes transitifs impliquent une relation d'ordre entre les éléments. Le codage de la position des éléments en mémoire de travail pourrait être essentiel à la résolution de problèmes transitifs. Quel est le lien entre le traitement des informations ordinales et les mécanismes visuo-spatiaux du raisonnement transitif que nous avons décrits précédemment ? Un des modèles les plus populaires pour expliquer le codage de la position en mémoire de travail est le *magnitude coding* (voir Marshuetz & Smith, 2006, pour une revue), dont une variante a été proposée récemment par Abrahamse et al (2014). Ce modèle soutient que la position des éléments d'une séquence est codée le long d'un continuum (Marshuetz & Smith, 2006). Les éléments occupant des positions voisines dans la séquence seraient représentés sur des portions adjacentes du continuum. Un effet de distance serait aussi présent pour le codage de la position des éléments (Marshuetz et al, 2000). En somme, le modèle de *magnitude coding* décrit le même mécanisme que la théorie des modèles mentaux pour le raisonnement transitif (Goodwin & Johnson-Laird, 2005). L'effet de type « SNARC » et l'effet de distance reportés dans le raisonnement transitif (Potts, 1974 ; Prado et al, 2008)

pourraient consister en une association temporaire créée entre la position d'un élément en mémoire de travail et une position spatiale, comme le suggèrent van Dijck et Fias (2011) pour la cognition numérique. Ces auteurs ont d'ailleurs proposé que c'est la position des nombres en mémoire de travail, plutôt que leur cardinalité, qui serait responsable de l'association nombres-espace (van Dijck & Fias, 2011). Ainsi, la maintenance de la position ordinale en mémoire de travail serait à la fois liée aux capacités de raisonnement transitif et aux compétences numériques.

On imagine donc bien que les difficultés de raisonnement transitif des dyscalculiques pourraient venir d'un déficit de traitement des informations ordinales en mémoire de travail. Cette conclusion s'appuie en outre sur des études récentes qui ont signalé un tel déficit chez les adultes dyscalculiques (Rubinsten & Sury, 2011 ; De Visscher et al, 2015) et chez les enfants dyscalculiques (Attout & Majerus, 2015). En particulier, l'étude de Attout et Majerus (2015) menée chez des enfants de même âge que dans notre première étude, témoigne d'une plus faible capacité à mémoriser la position des éléments d'une liste, en dépit de capacités intactes à reconnaître les éléments mémorisés. Ces études chez les dyscalculiques sont en lien directe avec d'autres travaux chez les participants neurotypiques dont les capacités de traitement des informations ordinales sont corrélées aux compétences arithmétiques (Morsanyi et al, 2016) et à l'amélioration de ces compétences (Attout et al, 2014), et ce davantage que le traitement de la cardinalité (Attout et al, 2014). Pour certains auteurs, la notion d'ordinalité serait même un second « *core system* » aux côtés de la notion de cardinalité (Rubinsten & Sury, 2011).

Il est envisageable que la relation entre niveau en mathématiques et raisonnement transitif observée dans les études précédentes et dans cette thèse soit expliquée par des différences dans le traitement des informations ordinales permettant la résolution de problèmes transitifs. Ainsi, il est possible que les dyscalculiques aient un déficit de représentation des informations ordinales en mémoire de travail, qui ne concernerait pas seulement les nombres mais pourrait aussi se retrouver dans le domaine du raisonnement transitif. Comme nous allons le discuter dans ce qui suit, ce déficit observé chez les dyscalculiques pourrait venir d'un dysfonctionnement de l'IPS.

4) Un déficit de fonctionnement de l'IPS lors de l'intégration des relations transitives est observé chez les dyscalculiques

Le principal résultat de notre première étude est la différence de traitement cérébral des relations transitives entre enfants dyscalculiques et neurotypiques. Cette différence d'activité cérébrale était localisée au niveau de l'IPS gauche, dont l'activité était moins importante chez les enfants dyscalculiques que les enfants neurotypiques lors de l'intégration de relations transitives linéaires (et dans une moindre mesure lors de l'intégration de relations transitives catégoriques). Les atteintes anatomiques et fonctionnelles de l'IPS chez les dyscalculiques ont été rapportées par plusieurs études de neuro-imagerie (voir la revue récente de Kucian et von Aster, 2015), comme détaillé au chapitre 1.4. Les anomalies fonctionnelles au niveau de cette région cérébrale ont été observées lors de tâches numériques (Kucian et al, 2006 ; Price et al, 2007 ; Mussolin et al, 2010) et non numériques (Kaufmann et al, 2009 ; Rotzer et al, 2009). Notre première étude apporte une contribution supplémentaire à cette littérature en élargissant les dysfonctionnements de l'IPS à une tâche de raisonnement transitif.

Même si nos observations sont uniquement corrélationnelles, il est possible que le dysfonctionnement de l'IPS observé chez les dyscalculiques soit la cause de leur plus faible performance en raisonnement transitif. Cette proposition est motivée par des études en neuro-imagerie et en neuropsychologie. Par exemple, une étude neuropsychologique a démontré qu'une lésion au cortex pariétal postérieur chez des patients adultes empêchait la résolution de problèmes transitifs linéaires (Waechter et al, 2013). Chez l'individu sain, l'implication des régions pariétales (incluant l'IPS) dans le raisonnement transitif a été signalé à plusieurs reprises (Prado et al, 2011), y compris chez l'enfant (Mathieu et al, 2015). L'IPS gauche serait également le substrat cérébral de l'effet de distance observé pour les problèmes transitifs linéaires (Prado et al, 2010b). En revanche, bien que nous ayons observé une activité de l'IPS gauche lors de l'intégration de relations catégoriques chez les enfants neurotypiques et une absence d'activation chez les dyscalculiques, il n'y avait pas de différence significative dans cette région entre les deux populations aux seuils statistiques utilisés. Il est toujours difficile d'expliquer un résultat négatif. Cependant, étant donné la plus grande variabilité dans les stratégies de résolution typiquement utilisées par les participants lors des tâches impliquant des problèmes transitifs catégoriques (voir la section 2. de cette discussion), il est possible que certains enfants dans chaque groupe aient eu recours à un mécanisme autre que la représentation des éléments sur un continuum. Cette hétérogénéité dans les mécanismes utilisés par les sujets rend plus difficile l'identification des différences entre les deux groupes au niveau de l'IPS. En d'autres termes, il est possible que notre étude manque de puissance statistique pour identifier des différences dans l'IPS dans le cas des relations catégoriques. Des études impliquant un plus grand nombre de participants seraient nécessaires pour vérifier cette idée.

L'atteinte du traitement pariétal des problèmes transitifs mis en évidence chez les enfants dyscalculiques pourrait s'inscrire dans une atteinte générale du traitement des informations ordinales en mémoire de travail. Notons en premier lieu que, dans la mesure où la résolution des problèmes transitifs implique d'ordonner des éléments en mémoire de travail, nos résultats de neuro-imagerie sont en accord avec Kaufmann et al (2009). Ces auteurs montrent en effet des différences d'activité entre enfants dyscalculiques et neurotypiques au niveau de l'IPS gauche lors d'une tâche d'ordinalité. Deuxièmement, nous montrons que l'activité de l'IPS gauche était plus faible chez les participants disposant de plus faibles capacités de mémoire de travail (lors d'une tâche de répétition d'une série de chiffres). Ces enfants étaient également ceux qui étaient les moins performants en raisonnement transitif. Troisièmement, il a été suggéré que l'IPS (sa portion horizontale en particulier) serait une région clé du mécanisme d'ordinalité. Ainsi, cette région traiterait les informations ordinales de nature différente, comme les chiffres, les lettres et les mois (Fulbright et al, 2003 ; Fias et al, 2007 ; Ischebeck et al, 2008 ; Attout et al, 2014). Par souci d'exhaustivité, notons que des analyses IRM multivariées de Zorzi et collègues (Zorzi et al, 2011) ont indiqué une dissociation entre la représentation des nombres et des lettres au sein de l'IPS, mais cette différence a été attribuée à la notion de cardinalité rattachée au nombre plutôt qu'à une différence de traitement ordinal dans l'IPS. Par ailleurs, on remarquera que la latéralisation du traitement ordinal n'est pas clairement établie. Tandis que Fias et al (2007) et Ischebeck et al (2008) n'ont pas relevé de différence entre l'IPS gauche et l'IPS droit pour la manipulation des informations ordinales, une spécificité de l'IPS gauche par rapport à l'IPS droit est suggérée par l'étude de Attout et al (2014). Dans cette optique, il semblerait que l'implication de l'IPS gauche par rapport à l'IPS droit soit reportée de façon plus robuste lors de la comparaison de nombres symboliques, par rapport à la comparaison de nombres sous forme non-symbolique (Kaufmann et al, 2011 ; Vogel et

al, 2015). Cette différence de latéralisation en fonction du format des quantités numériques laisse penser que l'implication de l'IPS gauche reflèterait davantage le traitement ordinal des symboles numériques. Une atteinte du traitement des informations ordinales dans l'IPS gauche, comme observé chez les enfants dyscalculiques dans notre première étude, pourrait ainsi causer des difficultés lors de la comparaison de nombres.

5) Implication pour les théories de la dyscalculie

Les résultats de cette thèse présentent un intérêt pour les théories de la dyscalculie. Dans le chapitre 2, nous avons présenté différentes théories expliquant ce trouble neurodéveloppemental, en faisant une distinction entre celles qui attribuent la dyscalculie à un déficit spécifique et celles qui attribuent la dyscalculie à des déficits cognitifs plus généraux. Notre première étude indique que les déficits cognitifs des dyscalculiques s'étendent au raisonnement transitif, une capacité générale peu étudiée chez ces individus. L'atteinte de cette capacité générale pourrait de plus être causée par un dysfonctionnement de l'IPS, dont les anomalies ont été très fréquemment documentées chez les dyscalculiques (Kucian & von Aster, 2015). Nos résultats sont donc conformes à l'idée qu'une atteinte de l'IPS chez cette population n'aboutit pas uniquement à un déficit comportemental lors de tâches numériques, mais est susceptible d'entraîner des déficits cognitifs divers (Rubinsten & Henik, 2009 ; Kaufmann et al, 2013). En d'autres termes, notre première étude plaide en faveur des hypothèses qui considèrent que la dyscalculie serait secondaire à des déficits cognitifs généraux. La **Figure 9** ci-dessous illustre la relation hypothétique entre les anomalies de l'IPS, les déficits de raisonnement transitif et les difficultés en mathématiques dans la dyscalculie.

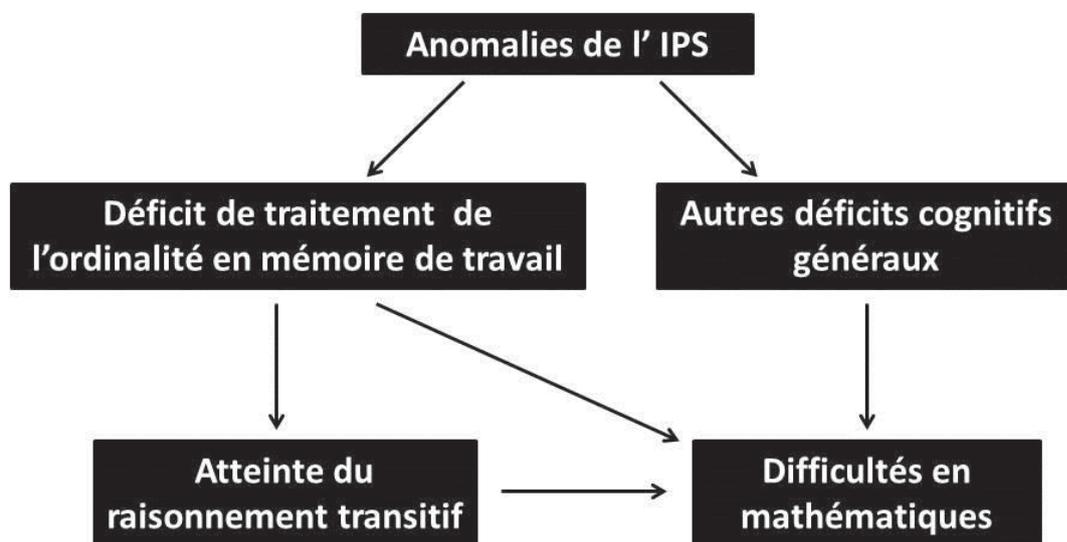


Figure 9. Relation hypothétique entre les mécanismes neurocognitifs du raisonnement transitif et les difficultés d'apprentissage des mathématiques.

Une hypothèse qui semble particulièrement bien s'accorder avec nos conclusions est celle qui propose que la dyscalculie serait due à un déficit de traitement des informations ordinales en mémoire de travail (De Visscher et al, 2015). Puisque ce mécanisme serait commun au traitement

des informations ordinales de nature verbale et visuo-spatiale (Abrahamse et al, 2014 ; Ginsburg et al, 2017), son dysfonctionnement expliquerait les déficits de mémoire de travail tant verbale que visuo-spatiale observés dans la dyscalculie (Swanson & Jerman, 2006 ; Szucs et al, 2013). Cette hypothèse éclairerait donc les contradictions apparentes dans la littérature. En effet, les capacités de mémoire de travail verbale ou visuo-spatiale des dyscalculiques ont fréquemment été testées avec des tâches exigeant de retenir l'ordre de présentation des éléments. C'est le cas de la répétition de chiffres (utilisée dans notre étude) ou des blocs de Corsi.

L'atteinte de la mémoire de travail des informations ordinales dans la dyscalculie pourrait être compatible avec l'hypothèse de déficits visuo-spatiaux et attentionnels soutenue par Szucs et al (2013). En effet, même si les mécanismes d'encodage et de récupération des informations ordinales en mémoire de travail restent à préciser, un certain nombre de travaux indiquent que ces mécanismes seraient de nature spatiale (Marshuetz, 2005 ; van Dijck & Fias, 2011) et pourraient plus précisément impliquer des déplacements attentionnels dans un espace mental (Abrahamse et al, 2014). Cependant, l'hypothèse récente d'un déficit de traitement des informations ordinales n'a pas pu être confrontée à toutes les autres théories testées par Szucs et al (2013). Dans cette thèse, les différentes théories de la dyscalculie n'ont pas été directement testées. Nous n'avons pas mesuré spécifiquement les compétences numériques de base (comme l'acuité numérique ou le subitizing), ni les capacités d'attention et d'inhibition. Nous n'avons pas non plus évalué la représentation des grandeurs ni les capacités visuo-perceptives et visuo-motrices. Il serait particulièrement intéressant d'évaluer la contribution des capacités attentionnelles et visuo-spatiales aux mécanismes du raisonnement transitif dans la dyscalculie. Cette proposition est motivée par l'implication du cortex pariétal postérieur dans ces différentes capacités (Majerus et al, 2010 ; Corbetta & Shulman, 2002), tout comme dans le raisonnement transitif (Prado et al, 2011). On pourrait imaginer qu'un déficit de traitement des informations ordinales soit étroitement lié à des déficits visuo-spatiaux généraux chez les enfants dyscalculiques.

L'hypothèse d'un déficit de traitement des informations ordinales en mémoire de travail expliquerait les troubles du raisonnement transitif et les difficultés conceptuelles et procédurales éprouvées par les dyscalculiques dans différents aspects des mathématiques (Andersson, 2010 ; Geary et al, 1991). En revanche, elle ne suffit pas à expliquer les difficultés factuelles, et notamment les difficultés à maîtriser les tables de multiplication (Barrouillet et al, 1997 ; De Visscher & Noël, 2014). Il est donc possible qu'un sous-type de dyscalculie soit identifiable par ses difficultés en mathématiques limitées à la mémorisation des faits arithmétiques (De Visscher & Noël, 2013 ; De Visscher et al, 2015). Comme l'atteste les résultats de De Visscher et collègues (2015), le traitement de l'ordinalité chez ces individus est dans l'ensemble préservé. D'ailleurs, il semblerait que chez les enfants neurotypiques, les capacités de traitement des informations ordinales en mémoire de travail soient liées à la résolution d'additions et de soustractions, mais pas à la résolution de multiplications (Attout & Majerus, 2017). Conformément à ces données, on pourrait suggérer que les dyscalculiques dont les difficultés mathématiques seraient limitées à la mémorisation de faits arithmétiques ne présentent pas de trouble du raisonnement transitif. A l'inverse, il est possible que les mécanismes du raisonnement transitif soient particulièrement affectés chez les dyscalculiques présentant un déficit global en mathématiques. Dans l'idée de caractériser des sous-types de dyscalculie, un prolongement de ces travaux de thèse viserait à déterminer l'influence des comorbidités sur les mécanismes neurocognitifs du raisonnement transitif. Il est vrai que pour des raisons de faisabilité,

nous avons considéré les participants dyscalculiques de cette étude comme un groupe unique. Aussi, un diagnostic de TDAH était synonyme d'exclusion de l'étude. Nous n'avons donc pas inclus les enfants présentant une comorbidité dyscalculie-TDAH, alors que cette association concernerait une partie non négligeable de dyscalculiques (von Aster & Shalev, 2007). D'autre part, nous n'avons pas non plus testé l'influence d'une dyslexie associée à la dyscalculie, comme c'était le cas pour quelques participants. Cependant, il a récemment été proposé que les dyslexiques auraient des difficultés de traitement des informations ordinales en mémoire de travail (Trecy et al, 2013). Ainsi, les dyscalculiques présentant une dyslexie pourraient présenter des difficultés importantes du raisonnement transitif. Il n'est toutefois pas certain qu'au niveau cérébral, le traitement des relations transitives soit identique entre les dyscalculiques et les dyscalculiques-dyslexiques. L'influence des comorbidités sur les mécanismes neurocognitifs du raisonnement transitif reste ainsi à déterminer. Il serait d'ailleurs intéressant d'associer des différences d'activité cérébrale entre les dyscalculiques à leur progrès éventuels en mathématiques, comme nous allons l'évoquer dans la section suivante.

6) Utilité des mesures du raisonnement transitif pour prédire la trajectoire de l'apprentissage des mathématiques

La seconde étude a mis en lumière le pouvoir prédictif des mesures cérébrales du raisonnement transitif. Plus précisément, lors de l'intégration des relations catégoriques, l'activité cérébrale de l'aire de Brodmann 40 droite (comprenant l'IPS antérieur) permettait de prédire l'évolution du score standardisé en mathématiques des enfants neurotypiques sur une période de 1,5 an. En parallèle, ni les mesures de capacités cognitives prises séparément (QI et compétence en lecture), ni la performance à la tâche de raisonnement transitif ne prédisait de façon significative l'amélioration en mathématiques. Ces résultats rejoignent les études de neuro-imagerie qui ont indiqué que le comportement futur d'un individu pouvait dans certains cas être prédit de façon plus précise par des mesures cérébrales que par des mesures comportementales (Gabrieli et al, 2015). Parmi les travaux visant à identifier des neuromarqueurs, quelques uns se sont intéressés aux compétences scolaires et aux troubles de l'apprentissage, certains portant sur la lecture (Hoeft et al, 2007 ; Hoeft et al, 2011 ; Bach et al, 2013), d'autres sur les mathématiques (Dumontheil & Klingberg, 2012 ; Supekar et al, 2013 ; Evans et al, 2015). Par exemple, chez les dyslexiques, l'activité de l'IFG droit pendant une tâche phonologique prédit le gain en lecture réalisé en 2,5 ans, alors que les mesures des capacités de lecture initiales ne contribuent pas à la prédiction (Hoeft et al, 2011). En ce qui concerne l'apprentissage des mathématiques, Evans et al (2015) ont montré que, contrairement aux capacités générales, des mesures de la connectivité au repos et du volume de substance grise prédisaient l'évolution du niveau en mathématiques de l'école primaire au collège. On notera que les mesures structurales seraient plus facilement répliquables que les mesures fonctionnelles (Wonderlick et al, 2009), puisqu'elles ne dépendent pas de la performance et des paramètres d'une tâche cognitive donnée. En revanche, les mesures fonctionnelles pourraient apporter davantage d'informations à l'étude de comportements spécifiques.

En nous limitant aux mesures de l'activité cérébrale pendant une tâche de raisonnement transitif, nous avons trouvé que l'intégration des relations catégoriques, mais pas des relations linéaires, était associée à l'amélioration du score moyen en mathématiques. La spécificité du type de relation peut refléter la variation des stratégies de résolution pour les problèmes catégoriques

(comme discuté plus haut), alors que les problèmes linéaires seraient résolus selon le même mécanisme visuo-spatial par les individus. Ceci aurait pour conséquence une plus faible variabilité de l'activité cérébrale lors de l'intégration des relations linéaires chez les enfants neurotypiques. Il serait alors plus difficile de corrélérer ces faibles différences individuelles d'activité cérébrale aux différences comportementales individuelles. Il serait particulièrement intéressant de tester si la spécificité du type de relation transitive pour prédire le niveau en mathématiques s'étend à l'ensemble des participants. Les analyses IRM univariées de l'étude 1 ont révélé une différence d'activité cérébrale entre dyscalculiques et neurotypiques qui était plus marquée pour l'intégration des problèmes linéaires. Ainsi, on peut imaginer que la classification des participants en deux groupes (dyscalculiques et neurotypiques) soit plus précise à partir de l'activité cérébrale spécifique à l'intégration des relations linéaires qu'à partir de l'activité cérébrale spécifique à l'intégration des relations catégoriques. En revanche, au sein du groupe de participants dyscalculiques et du groupe de participants neurotypiques, les mécanismes neurocognitifs mis en jeu lors de la résolution des problèmes catégoriques pourraient être plus fiables pour prédire les trajectoires individuelles d'apprentissage des mathématiques.

En plus de la spécificité du type de relation transitive, la deuxième étude met également en évidence la spécificité des régions autour de l'IPS droit pour prédire à moyen terme l'évolution des compétences mathématiques des enfants neurotypiques. Ce résultat recoupe les conclusions d'une étude qui a montré que l'activité de l'IPS lors d'une tâche de mémoire de travail visuo-spatiale prédisait le score en arithmétique chez des participants neurotypiques de 6 à 16 ans mieux que les seules mesures comportementales de mémoire de travail et d'intelligence non-verbale (Dumontheil & Klingberg, 2012). La latéralisation à droite trouvée dans la seconde étude de cette thèse peut surprendre puisque les différences individuelles en mathématiques au temps T1 étaient associées à une différence d'activité cérébrale au niveau de l'IPS gauche, et non de l'IPS droit. Cependant, une étude de neuro-imagerie chez l'enfant a trouvé que l'activité au sein de certaines régions corticales, notamment de la portion antérieure de l'IPS droit, augmentait avec l'âge lors de l'intégration des relations transitives catégoriques (Mathieu et al, 2015). Ce changement développemental a été interprété comme une maturation des mécanismes de résolution des problèmes catégoriques (Mathieu et al, 2015), les participants plus âgés étant davantage susceptibles de former un modèle mental des prémisses. Il est alors possible que parmi les enfants neurotypiques de notre échantillon, ceux dont les progrès en mathématiques étaient les plus importants présentaient un mécanisme plus mûre d'intégration des relations catégoriques. Quant aux progrès en mathématiques des dyscalculiques, pourraient-ils être prédits par l'activité cérébrale de l'aire de Brodmann 40, ou du moins du cortex pariétal droit, lors de la même tâche de raisonnement transitif faisant appel aux capacités de mémoire de travail? Deux études peuvent éclairer cette interrogation. D'une part, Rotzer et collègues (2009) ont constaté un déficit d'activation de l'IPS droit chez les dyscalculiques de 8 à 10 ans par rapport aux enfants neurotypiques de même âge lors d'une tâche de mémoire de travail visuo-spatiale, malgré des performances similaires dans l'IRM. D'autre part, en utilisant également une approche corrélationnelle chez les enfants neurotypiques et dyscalculiques de 7 à 9 ans, Ashkenazi et collègues (2013) ont montré que les capacités de mémoire de travail visuo-spatiale était positivement corrélée à l'activité de l'IPS droit et gauche chez les enfants neurotypiques pendant une tâche arithmétique. Aucune corrélation entre capacités de mémoire de travail et activité cérébrale n'a en revanche été reportée chez les dyscalculiques (Ashkenazi et al, 2013). Les auteurs ont conclu que les ressources de mémoire de travail visuo-spatiale ne seraient pas

mobilisées de façon adéquate chez les dyscalculiques lors de l'exécution d'une tâche numérique. L'idée d'un défaut d'utilisation des ressources visuo-spatiales pourrait être appliquée à une tâche de raisonnement transitif. Les régions impliquées dans les traitements visuo-spatiaux, dont l'IPS bilatéral, ne seraient peut-être pas les plus appropriées pour capturer les différences d'activité cérébrale entre les enfants dyscalculiques et pour associer ces différences à un changement de compétences mathématiques. L'activité au sein de régions frontales ou cingulaires pourrait au contraire s'avérer plus informative des progrès en mathématiques des dyscalculiques. Une activité plus importante de ces régions chez les dyscalculiques a en effet souvent été considérée comme le reflet d'un mécanisme de compensation (Price et al, 2007 ; Kucian et al, 2011).

Les résultats de notre étude longitudinale mènent à des perspectives pour la détection précoce des difficultés en mathématiques. Ici, les mesures cérébrales liées au raisonnement transitif ont été obtenues chez des participants de 9 à 12 ans. Puisque les relations transitives, linéaires comme catégoriques, peuvent être intégrées avant l'entrée en primaire (Newstead et al, 1985) et même dès 4 ans (Bryant & Trabasso, 1971), une variabilité des mécanismes neurocognitifs du raisonnement transitif pourrait s'observer dès cet âge là. Ainsi, on peut imaginer que la prédiction des progrès en mathématiques à partir des mesures cérébrales du raisonnement transitif s'applique à de très jeunes enfants, avant-même l'enseignement des mathématiques formelles. La prédiction pourrait d'ailleurs porter sur une période plus étendue. Par exemple, Evans et al (2015) ont déterminé des prédicteurs anatomiques et fonctionnels de la réussite en mathématiques après un suivi longitudinal de 6 ans. Des études supplémentaires permettraient toutefois de déterminer quelles compétences mathématiques du cadre scolaire seraient davantage liées aux mécanismes d'intégration des relations transitives. Même si l'identification de neuro-marqueurs dans le cadre des apprentissages scolaires en est à ses débuts, cette perspective se révèle intéressante pour identifier, parmi les enfants à risque, ceux qui pourraient présenter une dyscalculie. Il serait envisageable à l'avenir de compléter un bilan neuropsychologique par un examen IRMf. Le développement des techniques d'imagerie cérébrale couplées aux algorithmes de machine-learning permettraient non seulement un diagnostic plus précoce, mais pourraient aussi orienter les enfants dyscalculiques vers une remédiation plus adaptée. Ceci est suggéré par l'étude récente de Supekar et collègues, qui ont identifié chez des enfants neurotypiques des mécanismes cérébraux permettant de prédire la réponse à une intervention visant l'amélioration des capacités arithmétiques (Supekar et al, 2013). Par ailleurs, l'utilisation de l'IRM comme outil biomédical, comme envisagé par plusieurs études dans différents domaines des Neurosciences Cognitives et chez différentes populations (Gabrieli et al, 2015) s'accompagne de considérations éthiques. La balance coûts-bénéfices s'avère-t-elle favorable à long-terme ? La recherche de mesures cérébrales fiables et le développement de protocoles généralisables à une large population représentent bien sûr un investissement très conséquent. Cependant, si de telles techniques d'imagerie cérébrale parviennent à informer les risques de troubles cognitifs et comportementaux, le bénéfice économique et sociétal pourrait se révéler bien supérieur à l'investissement. Par exemple, le coût financier d'un examen IRM est certes non-négligeable, mais n'est pas forcément plus important qu'un bilan neuropsychologique complet. Enfin, si les enfants présentant un trouble de l'apprentissage sont orientés aussi tôt que possible vers une prise en charge adaptée grâce aux outils de neuroimagerie, le bénéfice pour leur réussite scolaire puis professionnelle serait d'autant plus important.

Conclusion

Dans cette thèse, nous avons testé le lien entre les compétences mathématiques chez l'enfant et les mécanismes neurocognitifs du raisonnement transitif. Dans une première étude en IRMf, nous avons montré que les enfants dyscalculiques, par rapport aux enfants neurotypiques, présentaient d'une part un dysfonctionnement de l'IPS lors de l'intégration de relations transitives, et d'autre part des difficultés à résoudre des problèmes transitifs. Ces différences individuelles semblent être liées aux capacités de mémoire de travail. Dans la seconde étude, un suivi longitudinal des enfants neurotypiques sur 1,5 an a mis en évidence un lien causal entre l'amélioration en mathématiques et l'activité cérébrale associée au raisonnement transitif. La prédiction était spécifique à l'activité d'une région pariétale (incluant l'IPS droit) lors de l'intégration des relations catégoriques. Dans l'ensemble, ces résultats indiquent qu'une atteinte de l'IPS, qui pourrait entraîner un déficit de traitement des informations ordinales en mémoire de travail, causerait des déficits de raisonnement transitif dans la dyscalculie. Cette thèse est pertinente pour les théories de la dyscalculie puisqu'elle est cohérente avec l'idée que ce trouble neurodéveloppemental serait lié à des déficits cognitifs relativement généraux. En particulier, les résultats sont compatibles avec l'hypothèse de déficits visuo-spatiaux (Szucs et al, 2013) et avec l'hypothèse d'un déficit de traitement des informations ordinales en mémoire de travail (De Visscher et al, 2015). Enfin, nous avons montré que l'intégrité des mécanismes neurocognitifs du raisonnement transitif pourrait influencer le développement des compétences mathématiques au cours de la scolarité. Cette thèse suggère donc qu'il serait utile de prêter attention aux capacités de raisonnement transitif des enfants dès le début des apprentissages mathématiques, et ce afin d'améliorer la détection des enfants à risque de développer des difficultés dans le futur.

Références

- Abrahamse, E., van Dijck, J. P., & Fias, W. (2016). How Does Working Memory Enable Number-Induced Spatial Biases? *Front Psychol*, 7, 977. doi: 10.3389/fpsyg.2016.00977
- Acuna, B. D., Eliassen, J. C., Donoghue, J. P., & Sanes, J. N. (2002). Frontal and parietal lobe activation during transitive inference in humans. *Cereb Cortex*, 12(12), 1312-1321.
- Agrillo, C., Dadda, M., Serena, G., & Bisazza, A. (2009). Use of number by fish. *PLoS One*, 4(3), e4786. doi: 10.1371/journal.pone.0004786
- American Psychiatric Association. (2013). *Diagnostic and statistical manual of mental disorders* Arlington, VA: American Psychiatric Publishing.
- Andersson, U. (2010). Skill Development in Different Components of Arithmetic and Basic Cognitive Functions: Findings From a 3-Year Longitudinal Study of Children With Different Types of Learning Difficulties. *Journal of Educational Psychology*, 102(1), 115-134.
- Andersson, U., & Lyxell, B. (2007). Working memory deficit in children with mathematical difficulties: a general or specific deficit? *J Exp Child Psychol*, 96(3), 197-228. doi: 10.1016/j.jecp.2006.10.001
- Ansari, D., & Dhital, B. (2006). Age-related changes in the activation of the intraparietal sulcus during nonsymbolic magnitude processing: an event-related functional magnetic resonance imaging study. *J Cogn Neurosci*, 18(11), 1820-1828. doi: 10.1162/jocn.2006.18.11.1820
- Ashby, F.G., Turner, B.O., & Horvitz, J.C. (2010). Cortical and basal ganglia contributions to habit learning and automaticity. *Trends Cogn Sci*, 14, 208-215.
- Ashcraft, M. H. (1992). Cognitive arithmetic: A review of data and theory. *Cognition*, 44(1), 75-106.
- Ashcraft, M. H., & Fierman, B. A. (1982). Mental addition in third, fourth, and sixth graders. *Journal of Experimental Child Psychology*, 33(2), 216-234.
- Ashcraft, M. H., & Kirk, E. P. (2001). The relationships among working memory, math anxiety, and performance. *J Exp Psychol Gen*, 130(2), 224-237.
- Ashkenazi, S., & Henik, A. (2010). Attention networks in developmental dyscalculia. *Behavioral and Brain Functions*, 6(2).
- Ashkenazi, S., & Henik, A. (2010). A disassociation between physical and mental number bisection in developmental dyscalculia. *Neuropsychologia*, 48(10), 2861-2868. doi: 10.1016/j.neuropsychologia.2010.05.028
- Ashkenazi, S., Henik, A., Ifergane, G., & Shelef, I. (2008). Basic numerical processing in left intraparietal sulcus (IPS) acalculia. *Cortex*, 44(4), 439-448. doi: 10.1016/j.cortex.2007.08.008
- Ashkenazi, S., Mark-Zigdon, N., & Henik, A. (2013). Do subitizing deficits in developmental dyscalculia involve pattern recognition weakness? *Dev Sci*, 16(1), 35-46. doi: 10.1111/j.1467-7687.2012.01190.x
- Ashkenazi, S., Rosenberg-Lee, M., Tenison, C., & Menon, V. (2012). Weak task-related modulation and stimulus representations during arithmetic problem solving in children with developmental dyscalculia. *Dev Cogn Neurosci*, 2 Suppl 1, S152-166. doi: 10.1016/j.dcn.2011.09.006
- Ashkenazi, S., Rubinsten, O., & Henik, A. (2009). Attention, automaticity, and developmental dyscalculia. *Neuropsychology*, 23(4), 535-540. doi: 10.1037/a0015347

- Attout, L., Fias, W., Salmon, E., & Majerus, S. (2014). Common neural substrates for ordinal representation in short-term memory, numerical and alphabetical cognition. *PLoS One*, *9*(3), e92049. doi: 10.1371/journal.pone.0092049
- Attout, L., & Majerus, S. (2015). Working memory deficits in developmental dyscalculia: The importance of serial order. *Child Neuropsychol*, *21*(4), 432-450. doi: 10.1080/09297049.2014.922170
- Attout, L., & Majerus, S. (2017). Serial order working memory and numerical ordinal processing share common processes and predict arithmetic abilities. *Br J Dev Psychol*. doi: 10.1111/bjdp.12211
- Attout, L., Noel, M. P., & Majerus, S. (2014). The relationship between working memory for serial order and numerical development: a longitudinal study. *Dev Psychol*, *50*(6), 1667-1679. doi: 10.1037/a0036496
- Attout, L., Salmon, E., & Majerus, S. (2015). Working Memory for Serial Order Is Dysfunctional in Adults With a History of Developmental Dyscalculia: Evidence From Behavioral and Neuroimaging Data. *Dev Neuropsychol*, *40*(4), 230-247. doi: 10.1080/87565641.2015.1036993
- Attridge, N., Doritou, M., & Inglis, M. (2015). The development of reasoning skills during compulsory 16 to 18 mathematics education. *Research in Mathematics Education*, *17*(1), 20-37. doi: 10.1080/14794802.2014.999014
- Attridge, N., & Inglis, M. (2013). Advanced Mathematical Study and the Development of Conditional Reasoning Skills. *PLoS one*, *8*(7), e69399. doi: doi:10.1371/journal.pone.0069399
- Bach, S., Richardson, U., Brandeis, D., Martin, E., & Brem, S. (2013). Print-specific multimodal brain activation in kindergarten improves prediction of reading skills in second grade. *Neuroimage*, *82*, 605-615. doi: 10.1016/j.neuroimage.2013.05.062
- Bachot, J., Gevers, W., Fias, W., & Roeyers, H. (2005). Number sense in children with visuospatial disabilities: orientation of the mental number line. *Psychological Science*, *47*, 172-183.
- Baddeley, A. (2000). The episodic buffer: a new component of working memory? *Trends Cogn Sci*, *4*(11), 417-423.
- Baddeley, A. (2003). Working memory: looking back and looking forward. *Nat Rev Neurosci*, *4*(10), 829-839. doi: 10.1038/nrn1201
- Baddeley, A. D., & Hitch, G. J. (1974). In G. A. Bower (Ed.), *Recent Advances in Learning and Motivation* (pp. 47-89). New York: Academic.
- Baddeley, A. D., & Hitch, G. J. (2000). Development of working memory: should the Pascual-Leone and the Baddeley and Hitch models be merged? *J Exp Child Psychol*, *77*(2), 128-137. doi: 10.1006/jecp.2000.2592
- Barbaresi, W.J., Katusic, S., Colligan, R., Weaver, A., & Jacobsen, S. (2005). Math learning disorder: incidence in a population-based birth cohort, 1976-82. *Ambulatory Pediatrics*, *5*, 281-289.
- Baroody, A. J., & Ginsburg, H. P. (1986). The relationship between initial meaningful and mechanical knowledge of arithmetic. In Hiebert (Ed.), *Conceptual and Procedural Knowledge: The Case for Mathematics*. NJ: Erlbaum: Hillsdale.
- Barrouillet, P. (1996). Transitive inferences from set inclusion relations and working memory. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, *6*, 1408-1422.
- Barrouillet, P., Fayol, M., & Lathulière, E. (1997). Selecting between Competitors in Multiplication Tasks: An Explanation of the Errors Produced by Adolescents with Learning Difficulties. *International Journal of Behavioral Development*, *21*(2), 253-275.

- Barrouillet, P., & Lecas, J.F. (1999). Mental Models in Conditional Reasoning and Working Memory. *Thinking & Reasoning*, 5(4), 289-302.
- Barrouillet, P., & Lepine, R. (2005). Working memory and children's use of retrieval to solve addition problems. *J Exp Child Psychol*, 91(3), 183-204. doi: 10.1016/j.jecp.2005.03.002
- Barth, H., Kanwisher, N., & Spelke, E. (2003). The construction of large number representations in adults. *Cognition*, 86(3), 201-221.
- Benson, D. F., & Geschwind, N. (1970). Developmental Gerstmann syndrome. *Neurology*, 20(3), 293-298.
- Berch, D. B., Foley, E. J., Hill, R. J., & Ryan, P. M. (1999). Extracting parity and magnitude from Arabic numerals: developmental changes in number processing and mental representation. *J Exp Child Psychol*, 74(4), 286-308. doi: 10.1006/jecp.1999.2518
- Berkowitz, T., Schaeffer, M. W., Maloney, E. A., Peterson, L., Gregor, C., Levine, S. C., & Beilock, S. L. (2015). Math at home adds up to achievement in school. *Science*, 350(6257), 196-198. doi: 10.1126/science.aac7427
- Berteletti, I., Prado, J., & Booth, J. R. (2014). Children with mathematical learning disability fail in recruiting verbal and numerical brain regions when solving simple multiplication problems. *Cortex*, 57, 143-155. doi: 10.1016/j.cortex.2014.04.001
- Booth, J. L., & Siegler, R. S. (2006). Developmental and individual differences in pure numerical estimation. *Dev Psychol*, 42(1), 189-201. doi: 10.1037/0012-1649.41.6.189
- Braine M. D. (1990). The "natural logic" approach to reasoning. In W. F. Overton (Ed.), *Reasoning, necessity, and logic: Developmental perspectives*: Erlbaum.
- Braine, M.D., & O'Brien, D.P. (1998). *Mental logic*. Mahwah (NJ): Lawrence Erlbaum.
- Brannon, E. M., & Terrace, H. S. (2000). Representation of the numerosities 1-9 by rhesus macaques (*Macaca mulatta*). *J Exp Psychol Anim Behav Process*, 26(1), 31-49.
- Brannon, E. M., Wusthoff, C. J., Gallistel, C. R., & Gibbon, J. (2001). Numerical subtraction in the pigeon: evidence for a linear subjective number scale. *Psychol Sci*, 12(3), 238-243. doi: 10.1111/1467-9280.00342
- Brown, S. W. (1997). Attentional resources in timing: interference effects in concurrent temporal and non temporal working memory tasks. *Percept. Psychophys*, 5, 1118-1140.
- Bryant, P. E., & Kopytynska, H. (1976). Spontaneous measurement by young children. *Nature*, 260, 773-775.
- Bryant, P.E., & Kopytynska, H. (1976). Spontaneous measurement by young children. *Nature*, 260.
- Bryant, P.E., & Trabasso, T. (1971). Transitive Inferences and Memory in Young Children. *Nature*, 232, 456-458.
- Bueti, D., & Walsh, V. (2009). The parietal cortex and the representation of time, space, number and other magnitudes. *Philos Trans R Soc Lond B Biol Sci*, 364(1525), 1831-1840. doi: 10.1098/rstb.2009.0028
- Bugden, S., & Ansari, D. (2016). Probing the nature of deficits in the 'Approximate Number System' in children with persistent Developmental Dyscalculia. *Dev Sci*, 19(5), 817-833. doi: 10.1111/desc.12324
- Bugden, S., & Ansari, D. (2016). Probing the nature of deficits in the 'Approximate Number System' in children with persistent Developmental Dyscalculia. *Dev Sci*, 19(5), 817-833. doi: 10.1111/desc.12324

- Bull, R., Espy, K. A., & Wiebe, S. A. (2008). Short-term memory, working memory, and executive functioning in preschoolers: longitudinal predictors of mathematical achievement at age 7 years. *Dev Neuropsychol*, 33(3), 205-228. doi: 10.1080/87565640801982312
- Bull, R., Johnston, R. S., & Roy, J. A. (1999). Exploring the roles of the visual-spatial sketch pad and central executive in children's arithmetical skills: Views from cognition and developmental neuropsychology. *Dev Neuropsychol*, 15, 421-442.
- Bull, R., & Lee, K. (2014). Executive Functioning and Mathematics Achievement. *Child Development Perspectives*, 8(1), 36-41.
- Bull, R., & Scerif, G. (2001). Executive functioning as a predictor of children's mathematics ability: inhibition, switching, and working memory. *Dev Neuropsychol*, 19(3), 273-293. doi: 10.1207/S15326942DN1903_3
- Butterworth, B. (1999). *The mathematical brain*. London: Macmillan.
- Butterworth, B. (2005). In J. I. D. Campbell (Ed.), *Handbook of Mathematical Cognition* (pp. 455-467). Hove, UK: Psychology Press.
- Butterworth, B., Varma, S., & Laurillard, D. (2011). Dyscalculia: from brain to education. *Science*, 332(6033), 1049-1053. doi: 10.1126/science.1201536
- Bynner, J., & Parsons, S. (1997). *It Doesn't Get Any Better: The impact of poor basic skills on the lives of 37 year olds*. London: Basic Skills Agency.
- Campbell, J. I., & Timm, J. C. (2000). Adults' strategy choices for simple addition: effects of retrieval interference. *Psychon Bull Rev*, 7(4), 692-699.
- Campbell, J.I.D. (1995). Mechanisms of simple addition and multiplication: A modified network-interference theory and simulation. *Mathematical Cognition*, 1(2), 121-164.
- Cantlon, J. F., Brannon, E. M., Carter, E. J., & Pelphrey, K. A. (2006). Functional imaging of numerical processing in adults and 4-y-old children. *PLoS Biol*, 4(5), e125. doi: 10.1371/journal.pbio.0040125
- Cantlon, J. F., Platt, M. L., & Brannon, E. M. (2009). Beyond the number domain. *Trends Cogn Sci*, 13(2), 83-91. doi: 10.1016/j.tics.2008.11.007
- Cappelletti, M., Freeman, E. D., & Butterworth, B. L. (2011). Time processing in dyscalculia. *Front Psychol*, 2, 364. doi: 10.3389/fpsyg.2011.00364
- Cappelletti, M., Freeman, E. D., & Cipolotti, L. (2009). Dissociations and interactions between time, numerosity and space processing. *Neuropsychologia*, 47(13), 2732-2748. doi: 10.1016/j.neuropsychologia.2009.05.024
- Cappelletti, M., Gessaroli, E., Hithersay, R., Mitolo, M., Didino, D., Kanai, R., . . . Walsh, V. (2013). Transfer of cognitive training across magnitude dimensions achieved with concurrent brain stimulation of the parietal lobe. *J Neurosci*, 33(37), 14899-14907. doi: 10.1523/JNEUROSCI.1692-13.2013
- Cappelletti, M., & Price, C. J. (2014). Residual number processing in dyscalculia. *Neuroimage Clin*, 4, 18-28. doi: 10.1016/j.nicl.2013.10.004
- Carey, S.E. (2004). Bootstrapping and the origin of concepts. *Daedalus*, 133(1), 59-68.
- Carpenter, T. P., & Moser, J. M. (1984). The acquisition of addition and subtraction concepts in grades one through three. *Journal for Research in Mathematics Education*, 179-202.

- Cohen Kadosh, R., Cohen Kadosh, K., Schuhmann, T., Kaas, A., Goebel, R., Henik, A., & Sack, A. T. (2007). Virtual dyscalculia induced by parietal-lobe TMS impairs automatic magnitude processing. *Curr Biol*, *17*(8), 689-693. doi: 10.1016/j.cub.2007.02.056
- Corbetta, M., Kincade, J. M., & Shulman, G. L. (2002). Neural systems for visual orienting and their relationships to spatial working memory. *J Cogn Neurosci*, *14*(3), 508-523. doi: 10.1162/089892902317362029
- Cowan, N., Elliott, E. M., Scott Saults, J., Morey, C. C., Mattox, S., Hismjatullina, A., & Conway, A. R. (2005). On the capacity of attention: its estimation and its role in working memory and cognitive aptitudes. *Cogn Psychol*, *51*(1), 42-100. doi: 10.1016/j.cogpsych.2004.12.001
- Daneman, M., & Carpenter, P. A. (1980). Individual differences in working memory and reading. *Journal of Verbal Learning and Verbal Behavior*, *19*(4), 450-466.
- Davis, N., Cannistraci, C. J., Rogers, B. P., Gatenby, J. C., Fuchs, L. S., Anderson, A. W., & Gore, J. C. (2009). Aberrant functional activation in school age children at-risk for mathematical disability: a functional imaging study of simple arithmetic skill. *Neuropsychologia*, *47*(12), 2470-2479. doi: 10.1016/j.neuropsychologia.2009.04.024
- Davranche, K., Nazarian, B., Vidal, F., & Coull, J. (2011). Orienting attention in time activates left intraparietal sulcus for both perceptual and motor task goals. *J Cogn Neurosci*, *23*(11), 3318-3330. doi: 10.1162/jocn_a_00030
- De Agostini, M., Kremin, H., Curt, F., & G., Dellatolas. (1996). Immediate memory in children aged 3 to 8. Digits, familiar words, unfamiliar words, pictures and Corsi. *Approche Neuropsychologique des Apprentissages chez l'Enfant*, *8*(36), 4-10.
- De Hevia, M.D., & Spelke, E. S. (2013). Not All Continuous Dimensions Map Equally: Number-Brightness Mapping in Human Infants. *PLOS One*, *8*(11), e81241.
- De Hevia, M.D., Vanderslice, M., & Spelke, E. S. (2012). Cross-dimensional mapping of number, length and brightness by preschool children. *PLOS One* *7*, e35530.
- De Neys, W., & Everaerts, D. (2008). Developmental trends in everyday conditional reasoning: the retrieval and inhibition interplay. *J Exp Child Psychol*, *100*(4), 252-263. doi: 10.1016/j.jecp.2008.03.003
- De Smedt, B., & Gilmore, C.K. (2011). Defective number module or impaired access? Numerical magnitude processing in first graders with mathematical difficulties. *Journal of Experimental Child Psychology*, *108*(2), 278-292.
- De Visscher, A., & Noel, M. P. (2013). A case study of arithmetic facts dyscalculia caused by a hypersensitivity-to-interference in memory. *Cortex*, *49*(1), 50-70. doi: 10.1016/j.cortex.2012.01.003
- De Visscher, A., & Noel, M. P. (2014). Arithmetic facts storage deficit: the hypersensitivity-to-interference in memory hypothesis. *Dev Sci*, *17*(3), 434-442. doi: 10.1111/desc.12135
- De Visscher, A., Szmalec, A., Van Der Linden, L., & Noel, M. P. (2015). Serial-order learning impairment and hypersensitivity-to-interference in dyscalculia. *Cognition*, *144*, 38-48. doi: 10.1016/j.cognition.2015.07.007
- Dehaene, D. (1997). *The Number Sense*. New York: Oxford University Press.
- Dehaene, D., Bossini, S., & Giraux, P. (1993). The Mental Representation of Parity and Number Magnitude. *Journal of Experimental Psychology: General*, *122*(3), 371-396.
- Dehaene, S. (1992). Varieties of numerical abilities. *Cognition*, *44*(1-2), 1-42.

- Dehaene, S., & Changeux, J. P. (1993). Development of elementary numerical abilities: a neuronal model. *J Cogn Neurosci*, 5(4), 390-407. doi: 10.1162/jocn.1993.5.4.390
- Dehaene, S., & Cohen, L. (1997). Cerebral pathways for calculation: double dissociation between rote verbal and quantitative knowledge of arithmetic. *Cortex*, 33(2), 219-250.
- Dehaene, S., Piazza, M., Pinel, P., & Cohen, L. (2003). Three parietal circuits for number processing. *Cogn Neuropsychol*, 20(3), 487-506. doi: 10.1080/02643290244000239
- Dehaene, S., Spelke, E., Pinel, P., Stanescu, R., & Tsivkin, S. (1999). Sources of mathematical thinking: behavioral and brain-imaging evidence. *Science*, 284(5416), 970-974.
- Della Sala, S., Gray, C., Baddeley, A. D., Allamao, N., & Wilson, L. (1999). Pattern span: a tool for unwinding visuo-spatial memory. *Neuropsychologia*, 37, 1189-1199.
- Della Sala, S., & Logie, R. H. (2002). In A. D. Baddeley, Kopelman, M. D. & Wilson, B. A. (Ed.), *Handbook of Memory Disorders*. Chichester: Wiley.
- Desoete, A., Roeyers, H., & De Clercq, A. (2004). Children with mathematics learning disabilities in Belgium. *J Learn Disabil*, 37(1), 50-61. doi: 10.1177/00222194040370010601
- Devine, A., Soltesz, F., Nobes, A., Goswami, U., & Szucs, D. (2013). Gender differences in developmental dyscalculia depend on diagnostic criteria. *Learn Instr*, 27, 31-39. doi: 10.1016/j.learninstruc.2013.02.004
- Dirks, E., Spyer, G., van Lieshout, E. C. D. M., & de Sonneville, L. . (2008). Prevalence of combined reading and arithmetic disabilities. *Journal of Learning Disabilities*, 41, 460-473. doi: <http://dx.doi.org/10.1177/0022219408321128>.
- Dormal, V., Andres, M., & Pesenti, M. (2012). Contribution of the right intraparietal sulcus to numerosity and length processing: an fMRI-guided TMS study. *Cortex*, 48(5), 623-629. doi: 10.1016/j.cortex.2011.05.019
- Dowker, A. (2005). Early identification and intervention for students with mathematics difficulties. *J Learn Disabil*, 38(4), 324-332. doi: 10.1177/00222194050380040801
- Doyon, J., Bellec, P., Amsel, R., Penhune, V., Monchi, O., Carrier, J., . . . Benali, H. (2009). Contributions of the basal ganglia and functionally related brain structures to motor learning. *Behav. Brain Res.*, 199, 61-75.
- Dumontheil, I., & Klingberg, T. (2012). Brain activity during a visuospatial working memory task predicts arithmetical performance 2 years later. *Cereb Cortex*, 22(5), 1078-1085. doi: 10.1093/cercor/bhr175
- Eger, E., Sterzer, P., Russ, M. O., Giraud, A. L., & Kleinschmidt, A. (2003). A supramodal number representation in human intraparietal cortex. *Neuron*, 37(4), 719-725.
- Ellsworth, P., Holyoak, K., & Morrison Jr, R. (2005). Legal Reasoning *The Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning* (pp. 685-704). New York: Cambridge University Press.
- Espy, K. A., McDiarmid, M. M., Cwik, M. F., Stalets, M. M., Hamby, A., & Senn, T. E. (2004). The contribution of executive functions to emergent mathematic skills in preschool children. *Dev Neuropsychol*, 26(1), 465-486. doi: 10.1207/s15326942dn2601_6
- Evans, J. S. (2003). In two minds: dual-process accounts of reasoning. *Trends Cogn Sci*, 7(10), 454-459.
- Evans, J. S. B. T. (2005). Deductive Reasoning. In K. J. H. M. R. J. (Ed.), *The Cambridge Handbook of Thinking and Reasoning* (pp. 169-184). New York: Cambridge University Press.

- Evans, T. M., Kochalka, J., Ngoon, T. J., Wu, S. S., Qin, S., Battista, C., & Menon, V. (2015). Brain Structural Integrity and Intrinsic Functional Connectivity Forecast 6 Year Longitudinal Growth in Children's Numerical Abilities. *J Neurosci*, *35*(33), 11743-11750. doi: 10.1523/JNEUROSCI.0216-15.2015
- Evans, T. M., & Ullman, M. T. (2016). An Extension of the Procedural Deficit Hypothesis from Developmental Language Disorders to Mathematical Disability. *Front Psychol*, *7*, 1318. doi: 10.3389/fpsyg.2016.01318
- Fangmeier, T., Knauff, M., Ruff, C., & Sloutsky, V. (2006). fMRI Evidence for a Three-Stage Model of Deductive Reasoning. *Journal of Cognitive Neuroscience*, *18*(3), 320-334.
- Favrel, J., & Barrouillet, P. (2000). On the Relation Between Representations Constructed From Text Comprehension and Transitive Inference Production. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition*, *26*(1), 187-203.
- Fayol, M., Barrouillet, P., & Marinthe, C. (1998). Predicting arithmetical achievement from neuro-psychological performance: a longitudinal study. *Cognition*, *68*(2), B63-70.
- Fechner (1860). *Element der Psychophysik*. Leipzig: Breitkopf and Härtel.
- Feigenson, L. (2007). The equality of quantity. *Trends Cogn Sci*, *11*(5), 185-187. doi: 10.1016/j.tics.2007.01.006
- Feigenson, L., Dehaene, S., & Spelke, E. (2004). Core systems of number. *Trends Cogn Sci*, *8*(7), 307-314. doi: 10.1016/j.tics.2004.05.002
- Fias, W., Lammertyn, J., Caessens, B., & Orban, G.A. (2007). Processing of Abstract Ordinal Knowledge in the Horizontal Segment of the Intraparietal Sulcus. *The Journal of Neuroscience*, *27*(33), 8952-8956.
- Fias, W., Menon, V., & Szucs, D. (2013). Multiple components of developmental dyscalculia. *Trends in Neuroscience and Education*, *2*, 43-47.
- Fias, W., & van Dijck, J. P. (2016). The temporary nature of number-space interactions. *Can J Exp Psychol*, *70*(1), 33-40. doi: 10.1037/cep0000071
- Frederick, S. (2005). Cognitive reflection and decision making. *Journal of Economic Perspectives*, *19*, 25-42.
- Friederici, A. D., Ruschemeyer, S. A., Hahne, A., & Fiebach, C. J. (2003). The role of left inferior frontal and superior temporal cortex in sentence comprehension: localizing syntactic and semantic processes. *Cereb Cortex*, *13*(2), 170-177.
- Friedman, N. P. & Miyake, A. (2017). Unity and diversity of executive functions: Individual differences as a window on cognitive structure. *Cortex*, *86*, 186-2014.
- Friso-van den Bos, I., van der Ven, S. H. G., Kroesbergen, E. H., & van Luit, J. E. H. (2013). Working memory and mathematics in primary school children: A meta-analysis. *Educational Research Reviews*, *10*, 29-44.
- Gabrieli, J. D., Ghosh, S. S., & Whitfield-Gabrieli, S. (2015). Prediction as a humanitarian and pragmatic contribution from human cognitive neuroscience. *Neuron*, *85*(1), 11-26. doi: 10.1016/j.neuron.2014.10.047
- Gathercole, S. E., Pickering, S. J., Ambridge, B., & Wearing, H. (2004). The structure of working memory from 4 to 15 years of age. *Dev Psychol*, *40*(2), 177-190. doi: 10.1037/0012-1649.40.2.177
- Geary, D. C. (1993). Mathematical disabilities: cognitive, neuropsychological, and genetic components. *Psychol Bull*, *114*(2), 345-362.
- Geary, D. C. (1999). Sex Differences in Mathematical Abilities: Commentary on the Math-Fact Retrieval Hypothesis. *Contemp Educ Psychol*, *24*(3), 267-274. doi: 10.1006/ceps.1999.1007

- Geary, D. C. (2004). Mathematics and learning disabilities. *J Learn Disabil*, 37(1), 4-15. doi: 10.1177/00222194040370010201
- Geary, D. C. (2011). Cognitive predictors of achievement growth in mathematics: a 5-year longitudinal study. *Dev Psychol*, 47(6), 1539-1552. doi: 10.1037/a0025510
- Geary, D. C., Brown, S. C., & Samaranayake, V. A. (1991). Cognitive addition: A short longitudinal study of strategy choice and speed-of-processing differences in normal and mathematically disabled children. *Developmental Psychology*, 27, 787-797.
- Geary, D. C., Hamson, C. O., & Hoard, M. K. (2000). Numerical and arithmetical cognition: a longitudinal study of process and concept deficits in children with learning disability. *J Exp Child Psychol*, 77(3), 236-263. doi: 10.1006/jecp.2000.2561
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Byrd-Craven, J., Nugent, L., & Numtee, C. (2007). Cognitive mechanisms underlying achievement deficits in children with mathematical learning disability. *Child Dev*, 78(4), 1343-1359. doi: 10.1111/j.1467-8624.2007.01069.x
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Bailey, D. H. (2012). Mathematical Cognition Deficits in Children With Learning Disabilities and Persistent Low Achievement: A Five-Year Prospective Study. *J Educ Psychol*, 104(1), 206-223. doi: 10.1037/a0025398
- Geary, D. C., Hoard, M. K., Nugent, L., & Byrd-Craven, J. (2008). Development of number line representations in children with mathematical learning disability. *Dev Neuropsychol*, 33(3), 277-299. doi: 10.1080/87565640801982361
- Gebuis, T., & Reynvoet, R. (2012). The Role of Visual Information in Numerosity Estimation. *PLoS one*, 7(5), e37426.
- Gelman, R., & Gallistel, C. R. (1978). *The child's understanding of number*. Cambridge, MA: Harvard university press.
- Goel, V. (2007). Anatomy of deductive reasoning. *Trends Cogn Sci*, 11(10), 435-441. doi: 10.1016/j.tics.2007.09.003
- Goel, V., Buchel, C., Frith, C., & Dolan, R.J. (2000). Dissociation of Mechanisms Underlying Syllogistic Reasoning. *Neuroimage*, 12, 504-514. doi: 10.1006/nimg.2000.0636
- Goel, V., & Dolan, R. J. (2001). Functional neuroanatomy of three-term relational reasoning. *Neuropsychologia*, 39(9), 901-909.
- Goel, V., & Dolan, R.J. (2003). Explaining modulation of reasoning by belief. *Cognition*, 87, B11-B22. doi: 10.1016/S0010-0277(02)00185-3
- Goel, V., & Dolan, R.J. (2004). Differential involvement of left prefrontal cortex in inductive and deductive reasoning. *Cognition*, 93, B109-B121. doi: 10.1016/j.cognition.2004.03.001
- Goel, V., Gold, B., Kapur, S., & Houle, S. (1997). The seats of reason? An imaging study of deductive and inductive reasoning. *NeuroReport*, 8, 1305-1310.
- Goel, V., Stollstorff, M., Nakic, M., Knutson, K., & Grafman, J. (2009). A role for right ventrolateral prefrontal cortex in reasoning about indeterminate relations. *Neuropsychologia*, 47(13), 2790-2797. doi: 10.1016/j.neuropsychologia.2009.06.002
- Goffin, C., & Ansari, D. (2016). Beyond magnitude: Judging ordinality of symbolic number is unrelated to magnitude comparison and independently relates to individual differences in arithmetic. *Cognition*, 150, 68-76. doi: 10.1016/j.cognition.2016.01.018

- Goodwin, G. P., & Johnson-Laird, P.N. (2005). Reasoning about relations. *Psychol Rev*, *112*(2), 468-493.
- Grant, D. A., & Berg, E. A. (1948). A behavioral analysis of degree of reinforcement and ease of shifting to new responses in a Weigl-type card-sorting problem. *J Exp Psychol*, *38*(4), 404-411.
- Groen, G. J., & Parkman, J. M. (1972). A chronometric analysis of simple addition. *Psychological review*, *79*(4), 329-343.
- Gross, H. J., Pahl, M., Si, A., Zhu, H., Tautz, J., & Zhang, S. (2009). Number-based visual generalisation in the honeybee. *PLoS One*, *4*(1), e4263. doi: 10.1371/journal.pone.0004263
- Gross, H. J., Hudson, C., & Price, D. . (2009). The long term costs of numeracy difficulties. London: Every Child a Chance Trust and KPMG.
- Gross-Tsur, V., Manor, O., & Shalev, R. S. (1996). Developmental dyscalculia: prevalence and demographic features. *Dev Med Child Neurol*, *38*(1), 25-33.
- Gross-Tsur, V., Shalev, R. S., Manor, O., & Amir, N. (1995). Developmental right-hemisphere syndrome: clinical spectrum of the nonverbal learning disability. *J Learn Disabil*, *28*(2), 80-86.
- Gunderson, E. A., Ramirez, G., Beilock, S. L., & Levine, S. C. (2012). The relation between spatial skill and early number knowledge: the role of the linear number line. *Dev Psychol*, *48*(5), 1229-1241. doi: 10.1037/a0027433
- Halberda, J., & Feigenson, L. (2008). Developmental change in the acuity of the "Number Sense": The Approximate Number System in 3-, 4-, 5-, and 6-year-olds and adults. *Dev Psychol*, *44*(5), 1457-1465. doi: 10.1037/a0012682
- Halberda, J., Mazocco, M. M., & Feigenson, L. (2008). Individual differences in non-verbal number acuity correlate with maths achievement. *Nature*, *455*(7213), 665-668. doi: 10.1038/nature07246
- Handley, S. J., Capon, A., Beveridge, M., Dennis, I., & Evans, J. S. (2004). Working memory, inhibitory control and the development of children's reasoning. *Thinking & Reasoning*, *10*(2), 175-195. doi: DOI: 10.1080/13546780442000051
- Hanich, L.B., Jordan, N.C., Kaplan, D., & Dick, J. (2001). Performance across different areas of mathematical cognition in children with learning difficulties. *Journal of Educational Psychology*, *93*, 615-626.
- Heilman, K.M., Watson, R.T., & Rothi, L.G. (1997). Disorders of skilled movements: limb apraxia *Behavioral Neurology and Neuropsychology* (pp. 227-235). New York: McGraw-Hill.
- Hoefl, F., McCandliss, B. D., Black, J. M., Gantman, A., Zakerani, N., Hulme, C., . . . Gabrieli, J. D. (2011). Neural systems predicting long-term outcome in dyslexia. *Proc Natl Acad Sci U S A*, *108*(1), 361-366. doi: 10.1073/pnas.1008950108
- Hoefl, F., Meyler, A., Hernandez, A., Juel, C., Taylor-Hill, H., Martindale, J. L., . . . Gabrieli, J. D. (2007). Functional and morphometric brain dissociation between dyslexia and reading ability. *Proc Natl Acad Sci U S A*, *104*(10), 4234-4239. doi: 10.1073/pnas.0609399104
- Holloway, I. D., & Ansari, D. (2009). Mapping numerical magnitudes onto symbols: the numerical distance effect and individual differences in children's mathematics achievement. *J Exp Child Psychol*, *103*(1), 17-29. doi: 10.1016/j.jecp.2008.04.001
- Hubbard, E. M., Piazza, M., Pinel, P., & Dehaene, S. (2005). Interactions between number and space in parietal cortex. *Nat Rev Neurosci*, *6*(6), 435-448. doi: 10.1038/nrn1684

- Ischebeck, A., Heim, S., Siedentopf, C., Zamarian, L., Schocke, M., Kremser, C., . . . Delazer, M. (2008). Are numbers special? Comparing the generation of verbal materials from ordered categories (months) to numbers and other categories (animals) in an fMRI study. *Hum Brain Mapp*, *29*(8), 894-909. doi: 10.1002/hbm.20433
- Ito, Y., & Hatta, T. (2004). Spatial structure of quantitative representation of numbers: evidence from the SNARC effect. *Mem Cognit*, *32*(4), 662-673.
- Iuculano, T., Rosenberg-Lee, M., Richardson, J., Tenison, C., Fuchs, L., Supekar, K., & Menon, V. (2015). Cognitive tutoring induces widespread neuroplasticity and remediates brain function in children with mathematical learning disabilities. *Nat Commun*, *6*, 8453. doi: 10.1038/ncomms9453
- Iuculano, T., Tang, J., Hall, C. W., & Butterworth, B. (2008). Core information processing deficits in developmental dyscalculia and low numeracy. *Dev Sci*, *11*(5), 669-680. doi: 10.1111/j.1467-7687.2008.00716.x
- Izard, V., Dehaene-Lambertz, G., & Dehaene, S. (2008). Distinct cerebral pathways for object identity and number in human infants. *PLoS Biol*, *6*(2), e11. doi: 10.1371/journal.pbio.0060011
- Izard, V., Sann, C., Spelke, E. S., & Streri, A. (2009). Newborn infants perceive abstract numbers. *Proc Natl Acad Sci U S A*, *106*(25), 10382-10385. doi: 10.1073/pnas.0812142106
- Johnson, D.M. (1939). Confidence and speed in the two-category judgment. *Archives of Psychology*, *241*.
- Johnson-Laird, P. N. (1983). *Mental models : towards a cognitive science of language, inference and consciousness*. London: Cambridge University Press.
- Johnson-Laird, P. N., & Bara, B. G. (1984). Syllogistic inference. *Cognition*, *16*, 1-61.
- Johnson-Laird P.N., & M., Byrne R. (1991). *Deduction*: Erlbaum.
- Johnson-Laird, P. N., Byrne, R. M., & Schaeken, W. (1992). Propositional reasoning by model. *Psychol Rev*, *99*(3), 418-439.
- Jolles, D., Ashkenazi, S., Kochalka, J., Evans, T., Richardson, J., Rosenberg-Lee, M., . . . Menon, V. (2016). Parietal hyper-connectivity, aberrant brain organization, and circuit-based biomarkers in children with mathematical disabilities. *Dev Sci*, *19*(4), 613-631. doi: 10.1111/desc.12399
- Jones, K. (2000). Providing a foundation for deductive reasoning: Students interpretations when using dynamic geometry software and their evolving mathematical explanations. *Educational Studies in Mathematics*, *44*, 55-85.
- Jonides, J., & Nee, D. E. (2006). Brain mechanisms of proactive interference in working memory. *Neuroscience*, *139*(1), 181-193. doi: 10.1016/j.neuroscience.2005.06.042
- Jordan, N. C., Hanich, L. B., & Kaplan, D. (2003). A longitudinal study of mathematical competencies in children with specific mathematics difficulties versus children with comorbid mathematics and reading difficulties. *Child Dev*, *74*(3), 834-850.
- Jordan, N. C., & Montani, T. O. (1997). Cognitive arithmetic and problem solving: a comparison of children with specific and general mathematics difficulties. *J Learn Disabil*, *30*(6), 624-634, 684. doi: 10.1177/002221949703000606
- Kahneman, D. et al. (1982). *Judgment Under Uncertainty: Heuristics and Biases*: Cambridge University Press.
- Karmiloff-Smith, A. (1998). Development itself is the key to understanding developmental disorders. *Trends Cogn Sci*, *2*(10), 389-398.

- Karmiloff-Smith, A. (2006). The tortuous route from genes to behavior: A neuroconstructivist approach. *Cogn Affect Behav Neurosci*, 6(1), 9-17.
- Kaufmann, L. (2002). More evidence for the role of the central executive in retrieving arithmetic facts - a case study of severe developmental dyscalculia. *J Clin Exp Neuropsychol*, 24(3), 302-310. doi: 10.1076/jcen.24.3.302.976
- Kaufmann, L., Mazzocco, M. M., Dowker, A., von Aster, M., Gobel, S. M., Grabner, R. H., . . . Nuerk, H. C. (2013). Dyscalculia from a developmental and differential perspective. *Front Psychol*, 4, 516. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00516
- Kaufmann, L., Vogel, S. E., Starke, M., Kremser, C., & Schocke, M. (2009). Numerical and non-numerical ordinality processing in children with and without developmental dyscalculia: Evidence from fMRI. *Cognitive Development*, 24, 486-494.
- Kaufmann, L., Vogel, S. E., Wood, G., Kremser, C., Schocke, M., Zimmerhackl, L. B., & Koten, J. W. (2008). A developmental fMRI study of nonsymbolic numerical and spatial processing. *Cortex*, 44(4), 376-385. doi: 10.1016/j.cortex.2007.08.003
- Kaufmann, L., Wood, G., Rubinsten, O., & Henik, A. (2011). Meta-analyses of developmental fMRI studies investigating typical and atypical trajectories of number processing and calculation. *Dev Neuropsychol*, 36(6), 763-787. doi: 10.1080/87565641.2010.549884
- Kirchner, W. K. (1958). Age differences in short-term retention of rapidly changing information. *J Exp Psychol*, 55(4), 352-358.
- Klauer, K.C., Stegmaier, R., & Meiser, T. (1997). Working Memory Involvement in Propositional and Spatial Reasoning. *Thinking & Reasoning*, 3(1), 9-47.
- Klingberg, T. (2006). Development of a superior frontal-intraparietal network for visuo-spatial working memory. *Neuropsychologia*, 44(11), 2171-2177. doi: 10.1016/j.neuropsychologia.2005.11.019
- Knauff, M., Fangmeier, T., Ruff, C. C., & Johnson-Laird, P. N. (2003). Reasoning, models, and images: behavioral measures and cortical activity. *J Cogn Neurosci*, 15(4), 559-573. doi: 10.1162/089892903321662949
- Koumoula, A., Tsironi, V., Stamouli, V., Bardani, I., Siapati, S., Annika, G., . . . von Aster, M. (2004). An epidemiological study of number processing and mental calculation in Greek schoolchildren. *J Learn Disabil*, 37(5), 377-388. doi: 10.1177/00222194040370050201
- Kucian, K., Ashkenazi, S., Hänqqi, J., Rotzer, S., Jäncke, L., Martin, E., & von Aster, M. (2014). Developmental dyscalculia: a dysconnection syndrome? *Brain structure & function*, 219(5), 1721-1733.
- Kucian, K., Grond, U., Rotzer, S., Henzi, B., Schonmann, C., Plangger, F., . . . von Aster, M. (2011). Mental number line training in children with developmental dyscalculia. *Neuroimage*, 57(3), 782-795. doi: 10.1016/j.neuroimage.2011.01.070
- Kucian, K., Loenneker, T., Dietrich, T., Dosch, M., Martin, E., & von Aster, M. (2006). Impaired neural networks for approximate calculation in dyscalculic children: a functional MRI study. *Behav Brain Funct*, 2, 31. doi: 10.1186/1744-9081-2-31
- Kucian, K., Loenneker, T., Martin, E., & von Aster, M. (2011). Non-symbolic numerical distance effect in children with and without developmental dyscalculia: a parametric fMRI study. *Dev Neuropsychol*, 36(6), 741-762. doi: 10.1080/87565641.2010.549867
- Kucian, K., & von Aster, M. (2015). Developmental dyscalculia. *Eur J Pediatr*, 174(1), 1-13. doi: 10.1007/s00431-014-2455-7

- Kyllonen, P. C., & Christal, R. E. (1990). Reasoning ability (is little more than) working memory capacity. *Intelligence, 14*, 389-433.
- Landerl, K. (2013). Development of numerical processing in children with typical and dyscalculic arithmetic skills-a longitudinal study. *Front Psychol, 4*, 459. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00459
- Landerl, K., Bevan, A., & Butterworth, B. (2004). Developmental dyscalculia and basic numerical capacities: a study of 8-9-year-old students. *Cognition, 93*(2), 99-125. doi: 10.1016/j.cognition.2003.11.004
- Landerl, K., Fussenegger, B., Moll, K., & Willburger, E. (2009). Dyslexia and dyscalculia: two learning disorders with different cognitive profiles. *J Exp Child Psychol, 103*(3), 309-324. doi: 10.1016/j.jecp.2009.03.006
- Landerl, K., & Kolle, C. (2009). Typical and atypical development of basic numerical skills in elementary school. *J Exp Child Psychol, 103*(4), 546-565. doi: 10.1016/j.jecp.2008.12.006
- Lea, B. (1995). On-line evidence for elaborative logical inference in text. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 6*, 1469-1482.
- Leibovich, T., & Henik, A. (2013). Magnitude processing in non-symbolic stimuli. *Front Psychol, 4*, 375. doi: 10.3389/fpsyg.2013.00375
- Leibovich, T., Katzin, N., Harel, M., & Henik, A. (2016). From 'sense of number' to 'sense of magnitude' - The role of continuous magnitudes in numerical cognition. *Behav Brain Sci, 1*-62. doi: 10.1017/S0140525X16000960
- Lewis, C., Hitch, G. J., & Walker, P. (1994). The prevalence of specific arithmetic difficulties and specific reading difficulties in 9- to 10-year old boys and girls. *Journal of Child Psychology and Psychiatry, 35*(2), 283-292.
- Li, Y., Hu, Y., Wang, Y., Weng, J., & Chen, F. (2013). Individual structural differences in left inferior parietal area are associated with schoolchildrens' arithmetic scores. *Front Hum Neurosci, 7*, 844. doi: 10.3389/fnhum.2013.00844
- Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschool acuity of the approximate number system correlates with school math ability. *Dev Sci, 14*(6), 1292-1300. doi: 10.1111/j.1467-7687.2011.01080.x
- Lindemann, O., Abolafia, J. A., Girardi, G., & Bekkering, H. (2007). Getting a grip on numbers: numerical magnitude priming in object grasping. *Journal of Experimental Psychology: Human Perception and Performance, 33*, 1400-1409.
- Lipton, J. S., & Spelke, E. S. (2003). Origins of number sense. Large-number discrimination in human infants. *Psychol Sci, 14*(5), 396-401. doi: 10.1111/1467-9280.01453
- Lourenco, S. F., Bonny, J. W., Fernandez, E. P., & Rao, S. (2012). Nonsymbolic number and cumulative area representations contribute shared and unique variance to symbolic math competence. *Proc Natl Acad Sci U S A, 109*(46), 18737-18742. doi: 10.1073/pnas.1207212109
- Lourenco, S. F., & Longo, M. R. (2010). General magnitude representation in human infants. *Psychol Sci, 21*(6), 873-881. doi: 10.1177/0956797610370158
- Lyons, I. M., & Beilock, S. L. (2011). Numerical ordering ability mediates the relation between number-sense and arithmetic competence. *Cognition, 121*(2), 256-261. doi: 10.1016/j.cognition.2011.07.009
- Lyons, I. M., Price, G. R., Vaessen, A., Blomert, L., & Ansari, D. (2014). Numerical predictors of arithmetic success in grades 1-6. *Dev Sci, 17*(5), 714-726. doi: 10.1111/desc.12152

- Majerus, S., Poncelet, M., Van der Linden, M., Albouy, G., Salmon, E., Sterpenich, V., . . . Maquet, P. (2006). The left intraparietal sulcus and verbal short-term memory: focus of attention or serial order? *Neuroimage*, *32*(2), 880-891. doi: 10.1016/j.neuroimage.2006.03.048
- Marinthe, C., Fayol, M., & Barrouillet, P. (2001). Gnosies digitales et développement des performances arithmétiques. In M. C. Van Hout A. (Ed.), *Troubles du Calcul et Dyscalculies chez l'Enfant* (pp. 239-254). Paris: Masson.
- Markovits, H., & Barrouillet, P. (2001). The development of conditional reasoning: A mental model account. *Developmental Review*, *22*(1), 5-36.
- Markovits, H., & Doyon, C. (2004). Information processing and reasoning with premises that are empirically false: Interference, working memory, and processing speed. *Memory & Cognition*, *32*(4), 592-601.
- Marshuetz, C. (2005). Order information in working memory: an integrative review of evidence from brain and behavior. *Psychol Bull*, *131*(3), 323-339. doi: 10.1037/0033-2909.131.3.323
- Marshuetz, C., & Smith, E. E. (2006). Working memory for order information: multiple cognitive and neural mechanisms. *Neuroscience*, *139*(1), 195-200. doi: 10.1016/j.neuroscience.2005.08.024
- Marshuetz, C., Smith, E. E., Jonides, J., DeGutis, J., & Chenevert, T. L. (2000). Order information in working memory: fMRI evidence for parietal and prefrontal mechanisms. *J Cogn Neurosci*, *12 Suppl 2*, 130-144. doi: 10.1162/08989290051137459
- Mathieu, R., Booth, J.R., & Prado, J. (2015). Distributed neural representation of logical arguments in school-age children. *Human Brain Mapping*, *36*(3), 996-1009.
- Mathieu, R., Booth, J. R., & Prado, J. (2015). Distributed neural representations of logical arguments in school-age children. *Hum Brain Mapp*, *36*(3), 996-1009. doi: 10.1002/hbm.22681
- Mazzocco, M., & Räsänen, P. (2013). Contributions of longitudinal studies to evolving definitions and knowledge of developmental dyscalculia. *Trends in Neuroscience and Education*, *2*, 66-73.
- Mazzocco, M. M., & Devlin, K. T. (2008). Parts and 'holes': gaps in rational number sense among children with vs. without mathematical learning disabilities. *Dev Sci*, *11*(5), 681-691. doi: 10.1111/j.1467-7687.2008.00717.x
- Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Impaired acuity of the approximate number system underlies mathematical learning disability (dyscalculia). *Child Dev*, *82*(4), 1224-1237. doi: 10.1111/j.1467-8624.2011.01608.x
- Mazzocco, M. M., Feigenson, L., & Halberda, J. (2011). Preschoolers' precision of the approximate number system predicts later school mathematics performance. *PLoS One*, *6*(9), e23749. doi: 10.1371/journal.pone.0023749
- Mazzocco, M. M., & Kover, S. T. (2007). A longitudinal assessment of executive function skills and their association with math performance. *Child Neuropsychol*, *13*(1), 18-45. doi: 10.1080/09297040600611346
- Mazzocco, M. M., & Myers, G. F. (2003). Complexities in Identifying and Defining Mathematics Learning Disability in the Primary School-Age Years. *Ann Dyslexia*, *53*(1), 218-253. doi: 10.1007/s11881-003-0011-7
- McCaskey, U., von Aster, M., O'Gorman Tuura, R., & Kucian, K. (2017). Adolescents with Developmental Dyscalculia Do Not Have a Generalized Magnitude Deficit - Processing of Discrete and Continuous Magnitudes. *Front Hum Neurosci*, *11*, 102. doi: 10.3389/fnhum.2017.00102

- McCrink, K., & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychol Sci*, *15*(11), 776-781. doi: 10.1111/j.0956-7976.2004.00755.x
- McLean, J. F., & Hitch, G. J. (1999). Working memory impairments in children with specific arithmetic learning difficulties. *J Exp Child Psychol*, *74*(3), 240-260. doi: 10.1006/jecp.1999.2516
- Meck, W.H., & Church, R.M. (1983). A mode control model of counting and timing processes. *Journal of Experimental Psychology: Animal Behavioral Processes*, *9*, 320-334.
- Mejias, S., Mussolin, C., Rousselle, L., Gregoire, J., & Noel, M. P. (2012). Numerical and nonnumerical estimation in children with and without mathematical learning disabilities. *Child Neuropsychol*, *18*(6), 550-575. doi: 10.1080/09297049.2011.625355
- Menon, V. (2016). Working memory in children's math learning and its disruption in dyscalculia. *Current Opinion in Behavioral Sciences*, *10*, 125-132.
- Mercier, H., & Sperber, D. (2011). Why do humans reason? Arguments for an argumentative theory. *Behav Brain Sci*, *34*(2), 57-74.
- Michal, A., & Ruhama, E. (2008). Deductive reasoning: in the eye of the beholder. *Educational Studies in Mathematics*, *69*.
- Michal, A., & Ruhama, E. (2008). Deductive reasoning: in the eye of the beholder. *Educational Studies in Mathematics*, *69*.
- Miller, G. A., Galanter, E., & Pribram, K. H. (1960). *Plans and the Structure of Behavior*. New York: Rinehart & Winston.
- Mix, K. S., Huttenlocher, J., & Levine, S. C. (2002). Multiple cues for quantification in infancy: Is number one of them? . *Psychological Bulletin*, *128*(278-294).
- Miyake, A., Friedman, N. P., Emerson, M. J., Witzki, A. H., Howerter, A., & Wager, T. D. (2000). The unity and diversity of executive functions and their contributions to complex "Frontal Lobe" tasks: a latent variable analysis. *Cogn Psychol*, *41*(1), 49-100. doi: 10.1006/cogp.1999.0734
- Moeller, K., Neuburger, S., Kaufmann, L., Landerl, K., & Nuerk, H. C. (2009). Basic number processing deficits in developmental dyscalculia: Evidence from eye tracking *Cognitive Development*, *24*, 371-386.
- Molko, N., Cachia, A., Riviere, D., Mangin, J. F., Bruandet, M., Le Bihan, D., . . . Dehaene, S. (2003). Functional and structural alterations of the intraparietal sulcus in a developmental dyscalculia of genetic origin. *Neuron*, *40*(4), 847-858.
- Monsell, S. (1978). Recency, immediate recognition, and reaction time. *Cognitive Psychology*, *10*, 465-501.
- Monti, M., Osherson, D., Martinez, M., & Parsons, L. (2007). Functional neuroanatomy of deductive inference: A language-independent distributed network. *Neuroimage*, *37*, 1005-1016. doi: 10.1016/j.neuroimage.2007.04.069
- Morsanyi, K., Devine, A., Nobes, A., & Szucs, D. (2013). The link between logic, mathematics and imagination: evidence from children with developmental dyscalculia and mathematically gifted children. *Dev Sci*, *16*(4), 542-553. doi: 10.1111/desc.12048
- Morsanyi, K., & Handley, S. J. (2008). How smart do you need to be to get it wrong? The role of cognitive capacity in the development of heuristic-based judgment. *J Exp Child Psychol*, *99*(1), 18-36. doi: 10.1016/j.jecp.2007.08.003

- Morsanyi, K., McCormack, T., & O'Mahony, E. (2017). The link between deductive reasoning and maths. *Thinking & Reasoning*, 1-24. doi: 10.1080/13546783.2017.1384760
- Morsanyi, K., O'Mahony, E., & McCormack, T. (2016). Number comparison and number ordering as predictors of arithmetic performance in adults: Exploring the link between the two skills, and investigating the question of domain-specificity. *Q J Exp Psychol (Hove)*, 1-21. doi: 10.1080/17470218.2016.1246577
- Moyer, R. S., & Landauer, T. K. (1967). Time required for judgements of numerical inequality. *Nature*, 215(5109), 1519-1520.
- Mussolin, C., Mejias, S., & Noel, M. P. (2010). Symbolic and nonsymbolic number comparison in children with and without dyscalculia. *Cognition*, 115(1), 10-25. doi: 10.1016/j.cognition.2009.10.006
- Newstead, S. E., Keeble, S., & Manktelow, K. I. (1985). Children's performance on set-inclusion and linear-ordering relationships. *Bulletin of the Psychonomic Society*, 23(2), 105-108.
- Nieder, A., & Miller, E. K. (2004). A parieto-frontal network for visual numerical information in the monkey. *Proc Natl Acad Sci U S A*, 101(19), 7457-7462. doi: 10.1073/pnas.0402239101
- Noël, M. P. (2005). Finger gnosia: a predictor of numerical abilities in children? *Child Neuropsychol*, 11(5), 413-430.
- Noël, M. P. (2009). Counting on Working Memory When Learning to Count and to Add: A Preschool Study. *Developmental Psychology*, 46(6), 1630-1643.
- Noël, M. P., & Rousselle, L. (2011). Developmental Changes in the Profiles of Dyscalculia: An Explanation Based on a Double Exact-and-Approximate Number Representation Model. *Front Hum Neurosci*, 5, 165. doi: 10.3389/fnhum.2011.00165
- Noveck, I. A., Goel, V., & Smith, K. W. (2004). The neural basis of conditional reasoning with arbitrary content. *Cortex*, 40(4-5), 613-622.
- Nunes, T., & Bryant, P. (1996). *Children doing mathematics*. Oxford: Blackwell.
- Nunes, T., Bryant, P., Evans, D., Bell, D., Gardner, S., Gardner, A., & Carraher, J. (2007). The contribution of logical reasoning to the learning of mathematics in primary school. *British Journal of Developmental Psychology*, 25, 145-166.
- Oberauer, K., & Kliegl, R. (2006). A formal model of capacity limits in working memory. *Journal of Memory and Language*, 55(4), 601-626.
- Odic, D., Libertus, M. E., Feigenson, L., & Halberda, J. (2013). Developmental change in the acuity of approximate number and area representations. *Dev Psychol*, 49(6), 1103-1112. doi: 10.1037/a0029472
- Osherson, D., Perani, D., Cappa, S., Schnur, T., Grassi, F., & Fazio, F. (1998). Distinct brain loci in deductive versus probabilistic reasoning. *Neuropsychologia*, 36(4), 369-376.
- Ostad, S. A. (1998). Comorbidity between mathematics and spelling difficulties. *Log Phon Vovol*, 23, 145-154.
- Ostad, S. A. (1998). Developmental differences in solving simple arithmetic word problems and simple number-fact problems: A comparison of mathematically normal and mathematically disabled children. *Mathematical Cognition*, 4, 1-19.
- Park, J., & Nunes, T. (2001). The development of the concept of multiplication. *Cognitive Development*, 16, 1-11.

- Parsons, L., & Osherson, D. (2001). New Evidence for Distinct Right and Left Brain Systems for Deductive versus Probabilistic Reasoning. *Cereb Cortex, 11*, 954-965.
- Parsons, S., & Bynner, J. (2005). Does numeracy matter more? National research and development centre for adult literacy and numeracy. London: Institute of Education.
- Passolunghi, M. C., & Siegel, L. S. (2001). Short-term memory, working memory, and inhibitory control in children with difficulties in arithmetic problem solving. *J Exp Child Psychol, 80*(1), 44-57. doi: 10.1006/jecp.2000.2626
- Passolunghi, M. C., & Siegel, L. S. (2004). Working memory and access to numerical information in children with disability in mathematics. *J Exp Child Psychol, 88*(4), 348-367. doi: 10.1016/j.jecp.2004.04.002
- Piaget, J. (1952). *The child's conception of number*. London: Routledge & Kegan Paul.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1957). *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*. Paris: Presse Universitaire de France.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1969). *The psychology of the child*. New York: Basic Books.
- Piazza, M., Facoetti, A., Trussardi, A. N., Berteletti, I., Conte, S., Lucangeli, D., . . . Zorzi, M. (2010). Developmental trajectory of number acuity reveals a severe impairment in developmental dyscalculia. *Cognition, 116*(1), 33-41. doi: 10.1016/j.cognition.2010.03.012
- Piazza, M., Izard, V., Pinel, P., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Tuning curves for approximate numerosity in the human intraparietal sulcus. *Neuron, 44*(3), 547-555. doi: 10.1016/j.neuron.2004.10.014
- Piazza, M., Pica, P., Izard, V., Spelke, E. S., & Dehaene, S. (2013). Education enhances the acuity of the nonverbal approximate number system. *Psychol Sci, 24*(6), 1037-1043. doi: 10.1177/0956797612464057
- Pica, P., Lemer, C., Izard, V., & Dehaene, S. (2004). Exact and approximate arithmetic in an Amazonian indigene group. *Science, 306*(5695), 499-503. doi: 10.1126/science.1102085
- Pina, V., Fuentes, L. J., Castillo, A., & Diamantopoulou, S. (2014). Disentangling the effects of working memory, language, parental education, and non-verbal intelligence on children's mathematical abilities. *Front Psychol, 5*, 415. doi: 10.3389/fpsyg.2014.00415
- Pinel, P., Dehaene, S., Riviere, D., & LeBihan, D. (2001). Modulation of parietal activation by semantic distance in a number comparison task. *Neuroimage, 14*(5), 1013-1026. doi: 10.1006/nimg.2001.0913
- Pinel, P., Piazza, M., Le Bihan, D., & Dehaene, S. (2004). Distributed and overlapping cerebral representations of number, size, and luminance during comparative judgments. *Neuron, 41*(6), 983-993.
- Potts, G. R. (1974). Storing and retrieving information about ordered relationship. *Journal of Experimental Psychology: Learning, Memory and Cognition, 103*, 431-439.
- Prado, J., Chadha, A., & Booth, J.R. (2011). The Brain Network for Deductive Reasoning: A Quantitative Meta-analysis of 28 Neuroimaging Studies. *Journal of Cognitive Neuroscience, 23*(11), 3483-3497.
- Prado, J., Mutreja, R., & Booth, J.R. (2013). Fractionating the Neural Substrates of Transitive Reasoning: Task-Dependent Contributions of Spatial and Verbal Representations. *Cereb Cortex, 23*(3), 499-507. doi: 10.1093/cercor/bhr389
- Prado, J., Noveck, I., & Van der Henst, J.B. (2010). Overlapping and Distinct Neural Representations of Numbers and Verbal Transitive Series. *Cereb Cortex, 20*, 720-720. doi: 10.1093/cercor/bhp137

- Prado, J., Van der Henst, J. B., & Noveck, I. A. (2008). Spatial associations in relational reasoning: evidence for a SNARC-like effect. *Q J Exp Psychol (Hove)*, *61*(8), 1143-1150. doi: 10.1080/17470210801954777
- Prado, J., Van Der Henst, J. B., & Noveck, I. A. (2010). Recomposing a fragmented literature: how conditional and relational arguments engage different neural systems for deductive reasoning. *Neuroimage*, *51*(3), 1213-1221. doi: 10.1016/j.neuroimage.2010.03.026
- Price, G. R., & Fuchs, L. S. (2016). The Mediating Relation between Symbolic and Nonsymbolic Foundations of Math Competence. *PLoS One*, *11*(2), e0148981. doi: 10.1371/journal.pone.0148981
- Price, G. R., Holloway, I., Rasanen, P., Vesterinen, M., & Ansari, D. (2007). Impaired parietal magnitude processing in developmental dyscalculia. *Curr Biol*, *17*(24), R1042-1043. doi: 10.1016/j.cub.2007.10.013
- Price, G. R., Wilkey, E. D., Yeo, D. J., & Cutting, L. E. (2016). The relation between 1st grade grey matter volume and 2nd grade math competence. *Neuroimage*, *124*(Pt A), 232-237. doi: 10.1016/j.neuroimage.2015.08.046
- Rabinowitz, F. M., Grant, M. J., Howe, M. L., & Walsh, C. (1994). Reasoning in middle childhood: a dynamic model of performance on transitivity tasks. *J Exp Child Psychol*, *58*(2), 252-288. doi: 10.1006/jecp.1994.1035
- Rabinowitz, F. M., & Howe, M. L. (1994). Development of the middle concept. *J Exp Child Psychol*, *57*(3), 418-448. doi: 10.1006/jecp.1994.1020
- Ranpura, A., Isaacs, E., Edmonds, C., Rogers, M., Lanigan, J., Singhal, A., & Butterworth, B. (2013). Developmental trajectories of grey and white matter in dyscalculia. *Trends in Neuroscience and Education*, *2*(2), 56-64.
- Raven, C. P. (1938). *Wilhelm Roux Arch Entwickl Mech Org*, *137*(5), 661-713. doi: 10.1007/BF00594081
- Reverberi, C., Bonatti, L., Frackowiak, R.S., Paulesu, E., Cherubini, P., & Macaluso, E. (2012). Large scale brain activations predict reasoning profile. *Neuroimage*, *59*, 1752-1764. doi: 10.1016/j.neuroimage.2011.08.027
- Reverberi, C., Cherubini, P., Frackowiak, R.S., Caltagirone, C., Paulesu, E., & Macaluso, E. (2010). Conditional and Syllogistic Deductive Tasks Dissociate Functionally During Premise Integration. *Human Brain Mapping*, *31*, 1430-1445.
- Reverberi, C., Cherubini, P., Rapisarda, A., Rigamonti, E., Caltagirone, C., Frackowiak, R.S., . . . Paulesu, E. (2007). Neural basis of generation of conclusions in elementary deduction. *Neuroimage*, *28*, 752-762. doi: 10.1016/j.neuroimage.2007.07.060
- Reverberi, C., Pishedda, D., Burigo, M., & Cherubini, P. (2012). Deduction without awareness. *Acta Psychologica*, *139*, 244-253. doi: 10.1016/j.actpsy.2011.09.011
- Reverberi, C., Shallice, T., D'Agostini, S., Skrap, M., & Bonatti, L. (2009). Cortical bases of elementary deductive reasoning: Inference, memory, and metaduction. *Neuropsychologia*, *47*(1107), 1116. doi: 10.1016/j.neuropsychologia.2009.01.004
- Rips, L. (1983). Cognitive processes in propositional reasoning. *Psychological Review*, *90*, 38-71.
- Rips, L. (1994). *The Psychology of Proof*. MIT Press: Cambridge, MA.
- Rivera, S. M., Reiss, A. L., Eckert, M. A., & Menon, V. (2005). Developmental changes in mental arithmetic: evidence for increased functional specialization in the left inferior parietal cortex. *Cereb Cortex*, *15*(11), 1779-1790. doi: 10.1093/cercor/bhi055

- Rodriguez-Moreno, D., & Hirsch, J. (2009). The dynamics of deductive reasoning: an fMRI investigation. *Neuropsychologia*, *47*(4), 949-961. doi: 10.1016/j.neuropsychologia.2008.08.030
- Rosenberg-Lee, M., Ashkenazi, S., Chen, T., Young, C. B., Geary, D. C., & Menon, V. (2015). Brain hyper-connectivity and operation-specific deficits during arithmetic problem solving in children with developmental dyscalculia. *Dev Sci*, *18*(3), 351-372. doi: 10.1111/desc.12216
- Rosenberg-Lee, M., Barth, M., & Menon, V. (2011). What difference does a year of schooling make? Maturation of brain response and connectivity between 2nd and 3rd grades during arithmetic problem solving. *Neuroimage*, *57*(3), 796-808. doi: 10.1016/j.neuroimage.2011.05.013
- Rotzer, S., Kucian, K., Martin, E., von Aster, M., Klaver, P., & Loenneker, T. (2008). Optimized voxel-based morphometry in children with developmental dyscalculia. *Neuroimage*, *39*(1), 417-422. doi: 10.1016/j.neuroimage.2007.08.045
- Rotzer, S., Loenneker, T., Kucian, K., Martin, E., Klaver, P., & von Aster, M. (2009). Dysfunctional neural network of spatial working memory contributes to developmental dyscalculia. *Neuropsychologia*, *47*, 2859-2865.
- Rourke, B. P. (1993). Arithmetic disabilities, specific and otherwise: A neuropsychological perspective. *Journal of Learning Disabilities*, *26*, 214-226.
- Rourke, B. P., & Finlayson, M. A. (1978). Neuropsychological significance of variations in patterns of academic performance: verbal and visual-spatial abilities. *J Abnorm Child Psychol*, *6*(1), 121-133.
- Rourke, B.P., & Strang, J.D., 3. (1978). Neuropsychological significance of variations in patterns of academic performance: Motor, psychomotor, and tactile-perceptual abilities. *Journal of Pediatric Psychology*, *3*, 62-66.
- Rousselle, L., & Noel, M. P. (2007). Basic numerical skills in children with mathematics learning disabilities: a comparison of symbolic vs non-symbolic number magnitude processing. *Cognition*, *102*(3), 361-395. doi: 10.1016/j.cognition.2006.01.005
- Rubinsten, O., & Henik, A. (2005). Automatic activation of internal magnitudes: a study of developmental dyscalculia. *Neuropsychology*, *19*(5), 641-648. doi: 10.1037/0894-4105.19.5.641
- Rubinsten, O., & Henik, A. (2009). Developmental dyscalculia: heterogeneity might not mean different mechanisms. *Trends Cogn Sci*, *13*(2), 92-99. doi: 10.1016/j.tics.2008.11.002
- Rubinsten, O., Henik, A., Berger, A., & Shahar-Shalev, S. (2002). The development of internal representations of magnitude and their association with Arabic numerals. *J Exp Child Psychol*, *81*(1), 74-92. doi: 10.1006/jecp.2001.2645
- Rubinsten, O., & Sury, D. (2011). Processing ordinality and quantity: the case of developmental dyscalculia. *PLoS One*, *6*(9), e24079. doi: 10.1371/journal.pone.0024079
- Russell, R. L., & Ginsburg, H. P. (1984). Cognitive analysis of children's mathematics difficulties. *Cognition and Instruction*, *1*, 217-244.
- Rykhlevskaia, E., Uddin, L. Q., Kondos, L., & Menon, V. (2009). Neuroanatomical correlates of developmental dyscalculia: combined evidence from morphometry and tractography. *Front Hum Neurosci*, *3*, 51. doi: 10.3389/neuro.09.051.2009
- Schleifer, P., & Landerl, K. (2011). Subitizing and counting in typical and atypical development. *Dev Sci*, *14*(2), 280-291.
- Schuchardt, K., Maehler, C., & Hasselhorn, M. (2008). Working memory deficits in children with specific learning disorders. *J Learn Disabil*, *41*(6), 514-523. doi: 10.1177/0022219408317856

- Schwartz, F., Epinat-Duclos, J., Leone, J., & Prado, J. (2017). The neural development of conditional reasoning in children: Different mechanisms for assessing the logical validity and likelihood of conclusions. *Neuroimage*, *163*, 264-275. doi: 10.1016/j.neuroimage.2017.09.029
- Seron, X., & Fayol, M. (1994). Number transcoding in children: A functional analysis. *British Journal of Developmental Psychology*, *12*, 281-300.
- Shaki, S., & Fischer, M. H. (2008). Reading space into numbers: a cross-linguistic comparison of the SNARC effect. *Cognition*, *108*(2), 590-599. doi: 10.1016/j.cognition.2008.04.001
- Shalev, R., & von Aster, M. (2008). Identification, classification, and prevalence of developmental dyscalculia. *Encyclopedia of Language and Literacy Development* (pp. 1-9).
- Siegler, R. S. (1996). *Emerging minds: The process of change in children's thinking*. New York: Oxford University Press.
- Skagerlund, K., & Traff, U. (2014). Development of magnitude processing in children with developmental dyscalculia: space, time, and number. *Front Psychol*, *5*, 675. doi: 10.3389/fpsyg.2014.00675
- Skagerlund, K., & Traff, U. (2016). Number Processing and Heterogeneity of Developmental Dyscalculia: Subtypes With Different Cognitive Profiles and Deficits. *J Learn Disabil*, *49*(1), 36-50. doi: 10.1177/0022219414522707
- Sokolowski, H. M., Fias, W., Mousa, A., & Ansari, D. (2017). Common and distinct brain regions in both parietal and frontal cortex support symbolic and nonsymbolic number processing in humans: A functional neuroimaging meta-analysis. *Neuroimage*, *146*, 376-394. doi: 10.1016/j.neuroimage.2016.10.028
- Stanovich, K. E., & West, R. F. (1999). Discrepancies between normative and descriptive models of decision making and the understanding/acceptance principle. *Cogn Psychol*, *38*(3), 349-385. doi: 10.1006/cogp.1998.0700
- Stanovich, K. E., & West, R. F. (2000). Individual differences in reasoning: implications for the rationality debate? *Behav Brain Sci*, *23*(5), 645-665; discussion 665-726.
- Stevens, J. C., & Marks, L. E. (1965). Cross-modality matching of brightness and loudness. *Proc Natl Acad Sci U S A*, *54*(2), 407-411.
- Stollstorff, M., Vartanian, O., & Goel, V. (2012). Levels of conflict in reasoning modulate right lateral prefrontal cortex. *Brain Research*, *1428*, 24-32. doi: 10.1016/j.brainres.2011.05.045
- Supekar, K., Swigart, A. G., Tenison, C., Jolles, D. D., Rosenberg-Lee, M., Fuchs, L., & Menon, V. (2013). Neural predictors of individual differences in response to math tutoring in primary-grade school children. *Proc Natl Acad Sci U S A*, *110*(20), 8230-8235. doi: 10.1073/pnas.1222154110
- Swanson, H. L. (2004). Working memory and phonological processing as predictors of children's mathematical problem solving at different ages. *Mem Cognit*, *32*(4), 648-661.
- Swanson, H. L., & Fung, W. (2016). Working Memory Components and Problem-Solving Accuracy: Are There Multiple Pathways? *Journal of Experimental Psychology*, *108*(8), 1153-1177.
- Swanson, H. L., & Jerman, O. (2006). Math Disabilities: A Selective Meta-Analysis of the Literature. *Review of Educational Research*, *76*(2), 249-274.
- Szucs, D. (2016). Subtypes and comorbidity in mathematical learning disabilities: Multidimensional study of verbal and visual memory processes is key to understanding. *Prog Brain Res*, *227*, 277-304. doi: 10.1016/bs.pbr.2016.04.027

- Szucs, D., Devine, A., Soltesz, F., Nobes, A., & Gabriel, F. (2013). Developmental dyscalculia is related to visuo-spatial memory and inhibition impairment. *Cortex*, *49*(10), 2674-2688. doi: 10.1016/j.cortex.2013.06.007
- Temple, C. M. (1991). Procedural dyscalculia and number fact dyscalculia: Double dissociation in developmental dyscalculia. *Cognitive Neuropsychology*, *8*, 155–176.
- Thevenot, C., Barrouillet, P., Castel, C., & Uittenhove, K. (2016). Ten-year-old children strategies in mental addition: A counting model account. *Cognition*, *146*, 48-57. doi: 10.1016/j.cognition.2015.09.003
- Trecy, M.P., Steve, M., & Martine, P. (2013). Impaired short-term memory for order in adults with dyslexia. *Res.Dev.Disabil.*, *34*, 2211-2223.
- Tsang, J. M., Dougherty, R. F., Deutsch, G. K., Wandell, B. A., & Ben-Shachar, M. (2009). Frontoparietal white matter diffusion properties predict mental arithmetic skills in children. *Proc Natl Acad Sci U S A*, *106*(52), 22546-22551. doi: 10.1073/pnas.0906094106
- Tudusciuc, O., & Nieder, A. (2007). Neuronal population coding of continuous and discrete quantity in the primate posterior parietal cortex. *Proc Natl Acad Sci U S A*, *104*(36), 14513-14518. doi: 10.1073/pnas.0705495104
- Uittenhove, K., Thevenot, C., & Barrouillet, P. (2016). Fast automated counting procedures in addition problem solving: When are they used and why are they mistaken for retrieval? *Cognition*, *146*, 289-303. doi: 10.1016/j.cognition.2015.10.008
- Ullman, M.T., Lum, J.A., & Conti-Ramsden, G. (2014). Domain specificity in language development *Encyclopedia of Language Development*. Los Angeles, CA: Sage Publications.
- Ullman, M.T., & Pierpont, E.I. (2005). Specific language impairment is not specific to language: the procedural deficit hypothesis. *Cortex*, *41*(399-433), 399.
- van der Sluis, S., van der Leij, A., & de Jong, P. F. (2005). Working memory in Dutch children with reading- and arithmetic-related learning deficits. *Journal of Learning Disabilities*, *38*(3), 207-221.
- van Dijck, J. P., & Fias, W. (2011). A working memory account for spatial-numerical associations. *Cognition*, *119*(1), 114-119. doi: 10.1016/j.cognition.2010.12.013
- van Dijck, J. P., Gevers, W., Lafosse, C., & Fias, W. (2011). The heterogeneous nature of number-space interactions. *Front Hum Neurosci*, *5*, 182. doi: 10.3389/fnhum.2011.00182
- van Marle, K., & Wynn, K. (2006). Six-month-old infants use analog magnitudes to represent duration. *Developmental Science*, *9*, F41–F49.
- Van Oeffelen, M., & Vos, P. (1982). A probabilistic model for the discrimination of visual number. *Perception and Psychophysics*, *32*, 163-170.
- Vandierendonck, A., & De Vooght, G. (1997). Working Memory Constraints on Linear Reasoning with Spatial and Temporal Content. *The Quarterly Journal of Experimental Psychology*, *50A*(4), 803-820.
- Verdine, B. N., Irwin, C. M., Golinkoff, R. M., & Hirsh-Pasek, K. (2014). Contributions of executive function and spatial skills to preschool mathematics achievement. *J Exp Child Psychol*, *126*, 37-51. doi: 10.1016/j.jecp.2014.02.012
- Vicario, C. M., Rappo, G., Pepi, A., Pavan, A., & Martino, D. (2012). Temporal abnormalities in children with developmental dyscalculia. *Dev Neuropsychol*, *37*(7), 636-652. doi: 10.1080/87565641.2012.702827

- Vogel, S. E., Goffin, C., & Ansari, D. (2015). Developmental specialization of the left parietal cortex for the semantic representation of Arabic numerals: an fMR-adaptation study. *Dev Cogn Neurosci*, *12*, 61-73. doi: 10.1016/j.dcn.2014.12.001
- Vogel, S. E., Remark, A., & Ansari, D. (2015). Differential processing of symbolic numerical magnitude and order in first-grade children. *J Exp Child Psychol*, *129*, 26-39. doi: 10.1016/j.jecp.2014.07.010
- Von Aster, M., & Shalev, R. (2007). Number development and developmental dyscalculia. *Developmental Medicine & Child Neurology*, *49*, 868-873.
- Waechter, R.L., Goel, V., Raymond, V., Kruger, F., & Grafman, J. (2013). Transitive inference reasoning is impaired by focal lesions in parietal cortex rather than rostralateral prefrontal cortex. *Neuropsychologia*, *51*(3), 464-471. doi: 10.1016/j.neuropsychologia.2012.11.026
- Walsh, V. (2003). A theory of magnitude: common cortical metrics of time, space and quantity. *Trends Cogn Sci*, *7*(11), 483-488.
- Wechsler, D. (1974). *Wechsler intelligence scale for children—revised*. New York: Psychological Corporation.
- White, K. R. (1982). The Relation Between Socioeconomic Status and Academic Achievement. *Psychological Bulletin*, *91*(3), 461-481.
- Wilson, A. J., & Dehaene, S. (2007). Number Sense and Developmental Dyscalculia. In D. G. Coch D, Fischer K (Ed.), *Human Behavior, Learning, and the Developing Brain: Atypical Development*. New York: Guilford Press.
- Wood, G., & Fischer, M. H. (2008). Numbers, space, and action - from finger counting to the mental number line and beyond. *Cortex*, *44*(4), 353-358. doi: 10.1016/j.cortex.2008.01.002
- Wright, B. C. (2001). Reconceptualizing the Transitive Inference Ability: A Framework for Existing and Future Research. *Developmental Review*, *21*, 375-422. doi: doi:10.1006/drev.2000.0525
- Wulff, H. (1986). Rational Diagnosis and Treatment. *J Med Philos*, *11*(2), 123-134.
- Wynn, K. (1992). Addition and subtraction by human infants. *Nature*, *358*(6389), 749-750. doi: 10.1038/358749a0
- Xu, F., & Spelke, E. (2000). Large number discrimination in 6-month-old infants. *Cognition*, *74*(1), B1-B11.
- Yang, T., Chen, C., Zhou, X., Xu, J., Dong, Q., & Chen, C. (2014). Development of spatial representation of numbers: a study of the SNARC effect in Chinese children. *J Exp Child Psychol*, *117*, 1-11. doi: 10.1016/j.jecp.2013.08.011
- Zago, L., & Pesenti, M. (2002). Les activités numériques. In B. M. e. N. T.-M. O. Houdé (Ed.), *Cerveau et Psychologie: introduction à l'imagerie cérébrale anatomique et fonctionnelle*. Paris: Presses Universitaires de France.
- Zelazo, P. D., Li, Q., & Müller, U. (2005). Hot and cool aspects of executive function: Relations in early development: Interrelationships among executive functioning, wo. In W. Schneider, R. Schumann-Hengsteler, & B. Sodian (Eds.), *Young children's cognitive development: Interrelationships among executive functioning, wo* (pp. 71-93). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Zorzi, M., Priftis, K., & Umiltà, C. (2002). Brain damage: neglect disrupts the mental number line. *Nature*, *417*(6885), 138-139. doi: 10.1038/417138a