



HAL
open science

Modélisation, optimisation en vue du dimensionnement d'une nouvelle structure de démarreurs à griffes pour les véhicules “ micro-hybrides ”

Sara Bazhar

► **To cite this version:**

Sara Bazhar. Modélisation, optimisation en vue du dimensionnement d'une nouvelle structure de démarreurs à griffes pour les véhicules “ micro-hybrides ”. Electromagnétisme. Université de Lorraine, 2017. Français. NNT : 2017LORR0131 . tel-01743853

HAL Id: tel-01743853

<https://theses.hal.science/tel-01743853v1>

Submitted on 26 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



AVERTISSEMENT

Ce document est le fruit d'un long travail approuvé par le jury de soutenance et mis à disposition de l'ensemble de la communauté universitaire élargie.

Il est soumis à la propriété intellectuelle de l'auteur. Ceci implique une obligation de citation et de référencement lors de l'utilisation de ce document.

D'autre part, toute contrefaçon, plagiat, reproduction illicite encourt une poursuite pénale.

Contact : ddoc-theses-contact@univ-lorraine.fr

LIENS

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 122. 4

Code de la Propriété Intellectuelle. articles L 335.2- L 335.10

http://www.cfcopies.com/V2/leg/leg_droi.php

<http://www.culture.gouv.fr/culture/infos-pratiques/droits/protection.htm>

**MODELISATION, OPTIMISATION EN VUE DU DIMENSIONNEMENT
D'UNE NOUVELLE STRUCTURE DE DEMARREURS A GRIFFES
POUR LES VEHICULES « MICRO-HYBRIDES »**

THÈSE

Présentée et soutenue publiquement le 12 juillet 2017
pour l'obtention du

Doctorat de l'Université de Lorraine

Spécialité : Génie Electrique

Par

Sara BAZHAR

Ingénieur de l'École Nationale Supérieure d'Électricité et de Mécanique de Casablanca

Master SEE

Composition du jury :

<i>Président :</i>	<i>Jean-Claude Vannier</i>	PR à Centrale Supélec
<i>Rapporteurs :</i>	<i>Georges Barakat</i>	PR de l'Université de Havre, GREAH
	<i>Carole Hénaux</i>	MCF- HDR de l'INPT, Laplace
<i>Examineurs :</i>	<i>Abdelmounaim Tounzi</i>	PR de l'Université de Lille, L2EP
	<i>Thierry Lubin</i>	MCF-HDR de l'Université de Lorraine, GREEN
	<i>Nicolas Labbe</i>	Docteur Ingénieur à Valeo L'Isle-d'Abeau
<i>Directeur :</i>	<i>Noureddine Takorabet</i>	PR de l'Université de Lorraine, GREEN
<i>Co-directeur :</i>	<i>Julien Fontchastagner</i>	MCF de l'Université de Lorraine, GREEN

Remerciements

Ces travaux de recherches se sont déroulés dans le cadre d'une thèse CIFRE entre le Groupe de Recherche d'Electrotechnique et d'Electronique de Nancy (GREEN) rattaché à l'Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique (ENSEM) de Nancy et l'équipementier automobile VALEO. Cette thèse s'est effectuée sous la direction de monsieur Noureddine Takorabet Professeur avec l'aide de monsieur Julien Fontchastagner maître de conférences et en collaboration avec Nicolas Labbe ingénieur-docteur master expert chez Valeo (Isle d'Abeau), Systèmes Electriques division démarreurs.

A l'issue de ces travaux, je souhaite adresser mes respectueux remerciements à monsieur Jean-Claude Vannier qui m'a fait honneur en acceptant de présider le jury et pour ses remarques judicieuses. Je remercie également monsieur Georges Barakat et madame Carole Henaux pour avoir accepté de rapporter cette thèse et pour l'intérêt qu'ils ont porté à mes travaux de recherches, sans oublier les examinateurs monsieurs Abdelmounaim Tounzi et Thierry Lubin pour leurs remarques pertinentes.

Mes sincères remerciements vont bien sûr à l'égard de monsieur Noureddine Takorabet pour avoir accepté de diriger ces travaux, pour ses conseils et sa disponibilité malgré son calendrier chargé et à mon co-directeur de thèse Julien Fontchastagner pour ses encouragements, sa sympathie et son soutien permanent qui m'était d'une aide précieuse. J'exprime ma gratitude envers Nicolas Labbe mon encadrant industriel pour son apport technique autour des démarreurs, pour sa sympathie et pour le soutien qu'il a toujours porté à mes travaux concernant la machine à griffes.

Je remercie également les chercheurs qui ont participé de près ou de loin à la réalisation de ce travail et à ceux qui ont irradié mes journées, à commencer par monsieur Farid Meibody-Tabar pour m'avoir proposé de rejoindre le GREEN à la fin de mes études d'ingénieur et également pour ses conseils, discussions scientifiques et ses qualités humaines. Mes pensées vont vers monsieur Serge Pierfederici pour son humour et sa bonne humeur permanente qui était source de motivation au quotidien pour moi. Sans oublier monsieur Denis Netter pour les nombreux échanges, sa gentillesse et pour ses conseils à la fin de ma thèse.

Je tiens également à remercier mes collègues au GREEN principalement Fadi Sharif pour sa sympathie et ses grandes qualités humaines, pour ses barbecues et ses blagues. Je remercie spécialement Blaise Laptre avec qui j'ai eu beaucoup d'échanges d'idée sur la modélisation des phénomènes magnétiques dans les machines électriques et pour son soutien permanent. Merci à mes collègues du bureau Geoffrey Devornique et Baptiste Ristagno avec qui j'ai beaucoup échangé sur la modélisation, et pour les nombreuses et longues discussions philosophiques que nous avons eues ensemble, je leur souhaite une bonne continuation. Sans oublier tous les doctorants du GREEN qui ont fait partie de ma vie quotidienne au laboratoire et avec qui j'ai partagé de bons moments de thèse : Davide, Thibault, Marc, Hassan, Ivano, Jeremy, Najla,

...Sans oublier les visiteurs habitués du laboratoire : Roghayeh Gavaksaz, Majid Zandi, Sisuda Chaithongsuk.

J'exprime mes remerciements également vers l'équipe Valeo. Mes pensées vont à Raphael Andreux mon prédécesseur pour ses conseils et son amitié. Je remercie également les membres que j'ai eu l'occasion de côtoyer que ce soit pour la réalisation du prototype ou simplement pour apporter un grain de bonheur dans ma vie : Christian, Éric, Jean-Sébastien, Marius, Chaoqun, Rachid, Jordan, Sarah, Guillaume, Gauthier, Antoine,...

Et à la fin j'adresse mes profonds remerciements à ma famille, à commencer par mes parents, mes frères et sœur, ainsi qu'à la famille Izague et Bazhar pour leur soutien inconditionnel durant toutes mes études.

Table des matières

Chapitre 1 : Contexte et Etat de l'art du démarreur.....	13
1.1 Introduction	15
1.2 Fonctionnement des démarreurs	15
1.3 Composants de la machine à courant continu	18
1.3.1 Structures de l'inducteur	19
1.3.2 Bobinages de l'induit	21
1.3.3 Commutation du courant dans le bobinage rotorique	23
1.3.4 Usure du système balai-collecteur.....	24
1.4 Contraintes des démarreurs	26
1.4.1 Caractéristiques de la machine	26
1.4.2 La durée de vie du démarreur.....	30
1.4.3 Le coût de fabrication.....	31
1.5 Diminution des têtes de bobines dans les machines électriques.....	32
1.6 État de l'art de la topologie à griffes	35
1.6.1 Les structures à rotor à griffes	35
1.6.2 Les structures à stator à griffes.....	38
1.7 Les différents modèles magnétiques.....	40
1.7.1 Modèles analytiques	41
1.7.2 Modèles numériques	42
1.7.3 Modèles de réluctances	42
1.7.4 Modèles hybrides	44
1.8 Objectif de la thèse	46
1.9 Conclusion.....	47
Chapitre 2 : Modélisation magnétique de la machine à plots	49
2.1 Introduction	51
2.2 Démarche de la modélisation par réseau de réluctance	52
2.2.1 Définition des réseaux de réluctances	52
2.2.2 Résolution par la méthode de la réduction de Kron	53

2.2.3	Traitement des non-linéarités	55
2.2.4	Calcul des grandeurs électromagnétiques	57
2.3	Modélisation d'une machine à courant continu à plots.....	58
2.3.1	Description de la topologie de la machine	58
2.3.2	Identification des ampères tours au rotor	60
2.3.3	Approches de discrétisation du modèle de réluctances	61
2.3.4	Traitement des machines électriques non symétriques	62
2.3.5	Modélisation de la machine avec un rotor lisse équivalent.....	63
2.3.6	Modélisation avec répartition des forces magnétomotrices	63
2.3.7	Modélisation par une machine symétrique équivalente	71
2.4	Utilisation du modèle de réluctances dans un processus d'optimisation	79
2.4.1	Optimisation mono-objective	80
2.4.2	Optimisation multi-objectif	82
2.5	Conclusion	83
	Chapitre 3 : Etude et dimensionnement d'une nouvelle topologie à griffes de la machine à courant continu	85
3.1	Introduction	87
3.2	La structure à griffes appliquée aux démarreurs	88
3.2.1	Principe de fonctionnement de la MCC à griffes	88
3.2.2	Choix préliminaires	90
3.2.3	Définition des différentes topologies d'inducteur	91
3.2.4	Modélisation par éléments finis 3D de la machine à griffes	95
3.3	Prédimensionnement exploratif du domaine d'intérêt de la MCC à griffes	95
3.3.1	Modélisation simplifiée des topologies.....	96
3.3.2	Formulation du problème	98
3.3.3	Comparaison des topologies.....	104
3.3.4	Choix de la machine et de la topologie finale	111
3.4	Dimensionnement fin de la topologie à griffes choisie	114
3.4.1	Prise en compte de la réaction magnétique et des effets 3D	115
3.4.2	Validation du modèle	118
3.4.3	Optimisation couplée au modèle fin.....	120
3.5	Étude expérimentale	123
3.5.1	Présentation du prototype.....	123
3.5.2	Caractéristiques du démarreur.....	124

3.5.3	Bilan des pertes du démarreur	127
3.6	Conclusion	131
Chapitre 4 : Nouvel aspect de modélisation hybride entre circuit de réductances et équations de Maxwell		133
4.1	Introduction	135
4.2	Principe du couplage du modèle hybride	135
4.2.1	Résolution de l'équation de Laplace en coordonnées polaires	138
4.2.2	Décomposition spectrale des conditions aux frontières	140
4.2.3	Calcul des coefficients du potentiel U ou A	143
4.2.4	Calcul des forces magnétomotrices	145
4.2.5	Le couplage entre les modèles.....	147
4.2.6	Résolution du modèle	148
4.2.7	Calcul du couple par le tenseur de Maxwell	150
4.3	Validation du modèle hybride sur une machine à courant continu à plots.....	152
4.3.1	Présentation du modèle hybride de la MCC.....	152
4.3.2	Résultats de la validation.....	154
4.3.3	Validation statistique du modèle	158
4.4	Modèle hybride en trois dimensions.....	159
4.4.1	Résolution de l'équation de Laplace en coordonnées cylindriques	160
4.4.2	Décomposition spectrale des conditions aux frontières de l'entrefer dans le cadre d'une topologie à griffes de forme tridimensionnelle	162
4.4.3	Calcul des coefficients du potentiel scalaire U.....	166
4.4.4	Calcul des forces magnétomotrices	168
4.4.5	Calcul du couple par le tenseur de Maxwell	170
4.4.6	Validation du modèle	171
4.5	Conclusion	175
	Annexe.....	181
	Liste des publications	195

Introduction générale

Au lancement de la première voiture automobile disposant d'un moteur à combustion interne à pétrole (monocylindre) en 1886, le démarrage du moteur thermique était réalisé à l'aide d'une manivelle permettant, avec une poignée de main, de lancer le mouvement des cylindres et d'amorcer la combustion. Il a fallu attendre 1912 pour que la marque américaine Cadillac intègre le démarreur électrique au moteur à propulsion permettant d'apporter un confort aux véhicules à pétrole.

Par ailleurs, le démarreur est une machine électrique tournante. En effet, la première machine électrique, qui est à courant continu, est inventée par Zénobe Gramme en 1870. Au départ, elle était destinée à la génération de courant. Puis sa réversibilité est démontrée par Hippolyte Fontaine en 1873. Ensuite, les machines asynchrones sont apparues en 1887 et les synchrones en 1888. Vers la fin du 20^{ème} siècle, l'utilisation des machines à courant continu d'une puissance dépassant 1kW est progressivement réduite et remplacée par les machines asynchrones qui sont plus robustes et de performances supérieures grâce au contrôle vectoriel. La présence de la machine à courant continu est courante dans le secteur automobile pour son faible coût et le fait qu'elle ne nécessite pas d'électronique de puissance. C'est pour cette raison qu'elle est utilisée dans le démarreur du moteur à combustion.

Plusieurs types de machines à courant continu existent, telles que les machines à excitation séparée, à excitation parallèle ou à excitation série. À cause de la viscosité élevée du diesel par rapport à l'essence, le moteur diesel nécessite un couple plus élevé au démarrage que le moteur à essence. Pour cela, les équipementiers automobiles ont conçu deux types de démarreurs. Le démarreur utilisant la machine à excitation séparée à stator à aimant fournit un couple adapté au moteur essence. Cependant, le démarreur muni d'une machine à excitation série est destiné principalement au moteur diesel, pour son couple élevé. L'inconvénient de la machine à courant continu à aimant est que les aimants sont sensibles à la température et peuvent se désaimanter provoquant ainsi l'emballement de la machine. Par ailleurs les machines à excitation série peuvent s'emballer à vide, mais cette condition est peu présente dans l'application démarreur. De plus, la machine série est la plus utilisée dans les applications de traction pour son fort couple.

Par ailleurs, en raison de la pollution atmosphérique créée suite à l'augmentation des véhicules automobiles, l'Union européenne introduit la norme européenne dite « norme Euro » à partir de 1992 afin de limiter l'émission du CO_2 des véhicules à combustion interne. Plusieurs solutions permettant de réduire ces gaz polluants existent. L'une des solutions consiste à formuler de nouveaux carburants moins polluants en diminuant leur teneur en soufre et d'améliorer la technologie des moteurs à combustion interne, par exemple, en utilisant davantage de moteurs à injection multiple plutôt qu'une seule injection. D'autres solutions de type hybride électrique-thermique ont été proposées par les équipementiers automobiles, à

savoir, les technologies micro-hybride, mild-hybride et full-hybride. Les solutions micro-hybrides sont les plus rapides à mettre en œuvre et les moins coûteuses, car elles permettent de conserver l'architecture du groupe motopulseur.

Par ailleurs, en cycle urbain, les véhicules sont à l'arrêt 35% du temps, l'arrêt total du moteur thermique permet de réduire de 15% le gasoil consommé et le CO_2 . Cette réduction est possible en arrêtant le moteur thermique lorsque le conducteur s'arrête au feu rouge et en le redémarrant à sa demande. Pour assurer cette fonctionnalité « micro-hybride » VALEO propose deux technologies du système « Stop-Start », à savoir un démarreur renforcé « Re-Start » et un alterno-démarreur « i-Stars ».

En effet, le démarreur est muni d'une machine à courant continu à balais alimentée directement par une batterie de 12V pour fournir une puissance mécanique allant de 700 W à 2,2 kW. Tandis que l'alterno-démarreur est une machine synchrone à griffes munie d'un pont à diodes réversible permettant de charger la batterie et de démarrer le moteur thermique. Le démarreur renforcé est plus utilisé que l'alterno-démarreur en raison de sa fiabilité par la quasi-absence de l'électronique de puissance. Ce dernier fait l'objet de cette thèse.

Par ailleurs, suite aux réglementations européennes le démarreur « Stop-Start » doit remplir sa fonction de démarrage et durer plus longtemps, ceci dans le même encombrement. En effet, le démarreur renforcé étant sollicité souvent par rapport au démarreur classique, il nécessite donc d'augmenter ses cycles de démarrages afin d'allonger sa durée de vie. Le démarreur classique est conçu pour 30 000 cycles contre le démarreur « Stop-Start » qui, lui, doit effectuer 500 000 cycles. En plus de ces contraintes de durée de vie s'ajoute la contrainte du bruit pour le confort d'utilisation, et son coût de fabrication.

D'autres aspects constituent une contrainte pour le démarreur. Ils sont principalement dus à son mode de fonctionnement. En effet, le démarreur fonctionne principalement en régime transitoire, car il est directement lié au volant d'inertie du moteur thermique lui permettant d'atteindre une vitesse de rotation nécessaire aux pistons afin d'auto-entretenir la combustion au sein du moteur thermique. Ce mode de fonctionnement principalement transitoire nécessite d'être pris en compte pour le dimensionnement du démarreur.

Dans cette thèse, nous cherchons à dimensionner un démarreur renforcé dans le but d'augmenter sa durée de vie tout en prenant en compte les contraintes imposées par la batterie et par le moteur thermique. Ces travaux de thèse ont été réalisés au sein du laboratoire GREEN et de la société VALEO dans le but d'améliorer la gamme du démarreur « Stop-Start » en cherchant à déterminer s'il est possible de remplacer la structure de l'inducteur à plots actuelle par un inducteur à griffes. Pour cela, nous avons choisi de développer les problématiques du système et les différentes procédures de modélisation adoptée en vue du dimensionnement de cette machine en quatre chapitres.

Dans le premier chapitre, nous allons présenter le fonctionnement du démarreur et ses éléments permettant ainsi de comprendre les contraintes imposées sur la machine à courant continu utilisée. De plus, les contraintes sur la machine et un état de l'art du bobinage des machines électriques ainsi que des structures à griffes nous permettent de faire le choix du

dimensionnement d'une machine à courant continu à griffes à bobinage cylindrique. Enfin, nous terminons le chapitre par un état de l'art des différents types de modélisation magnétostatique utilisés pour le dimensionnement des machines électriques sous contraintes.

Dans le deuxième chapitre, une modélisation basée sur un réseau de réluctances est mise en place sur la machine à courant continu dans le but de cerner les phénomènes magnétiques nécessaires pour une modélisation précise de la machine à courant continu utilisée. De plus, les machines à courant continu série utilisées dans les démarreurs sont non symétriques afin de minimiser les ondulations de couple. Leur modélisation nécessite de représenter l'ensemble de la machine. Dans ce chapitre, deux méthodes sont comparées, la première consiste à négliger les phénomènes d'encoche au rotor par une modélisation à rotor lisse et une modélisation considérant le phénomène de l'encoche, mais sur une machine symétrique équivalente. Ce chapitre permettra de mettre en évidence l'importance de prendre en compte la réaction magnétique d'induit dans la modélisation de la machine à courant continu pour les démarreurs, ainsi que la nécessité de séparer la modélisation de l'entrefer de la modélisation du stator et rotor à travers une étude statistique. Nous montrons ensuite que le modèle réluctant développé à rotor encoché, par sa rapidité, sa précision et sa robustesse est tout à fait adapté à l'amélioration des performances des machines à travers une optimisation.

Dans le troisième chapitre, nous commencerons par définir le contexte de la définition de la structure à griffes à courant continu ainsi que les différentes topologies possibles permettant de balayer le domaine d'étude. Basée sur un modèle simplifié, une optimisation multiobjective prenant en compte les contraintes du démarreur permettra à partir des fronts de Pareto d'illustrer le comportement des structures et de choisir ainsi la plus prometteuse. Une modélisation plus fine de la topologie choisie permettra, à l'aide des routines d'optimisation, de trouver une machine optimale. L'ensemble des machines obtenues suite à une optimisation utilisant les modèles réluctant (simplifié et fin) sont vérifiées par un modèle éléments finis 3D. Nous finirons ce chapitre par présenter le prototype de la machine optimale obtenue ainsi que les différentes expérimentations permettant de le caractériser.

Dans ce troisième chapitre, le stator à griffes a été dimensionné en conservant le rotor du démarreur actuel afin de simplifier le dimensionnement de la machine. Par ailleurs, si l'on souhaite dimensionner une nouvelle machine à griffes sans connaître le nombre d'encoches au rotor ni le nombre de pôles au stator, il est nécessaire d'avoir un modèle robuste et adapté à toutes les topologies. Dans le chapitre quatre, un nouvel aspect de modélisation magnétique basé sur un modèle hybride combinant les avantages du modèle de réluctance et la résolution de l'équation de Laplace dans l'entrefer est présenté. Ce modèle a la particularité de coupler, par des forces magnétomotrices fictives, la résolution analytique adoptée dans l'entrefer aux réseaux de réluctances du stator et du rotor. Les différentes étapes du développement du modèle sont présentées. Une application à la machine à courant continu classique permettra de comparer l'apport de ce modèle par rapport au modèle de réluctances présenté dans le deuxième chapitre. Enfin, ce type de modélisation hybride sera le plus adapté au dimensionnement d'une structure à forme complexe tel que le démarreur à griffes et permettra de définir la topologie du stator et du rotor en découplant l'entrefer des pièces ferromagnétiques. Pour cela, le

développement de la formulation tridimensionnelle de ce modèle est ensuite présenté sur une machine à griffes.

Chapitre 1 : Contexte et Etat de l'art du démarreur

1.1	Introduction	15
1.2	Fonctionnement des démarreurs	15
1.3	Composants de la machine à courant continu	18
1.3.1	Structures de l'inducteur	19
1.3.2	Bobinages de l'induit	21
1.3.3	Commutation du courant dans le bobinage rotorique	23
1.3.4	Usure du système balai-collecteur.....	24
1.4	Contraintes des démarreurs	26
1.4.1	Caractéristiques de la machine	26
1.4.1.1	Critères statiques	26
1.4.1.2	Critères dynamiques.....	28
1.4.1.3	Les pertes dans la machine.....	29
1.4.2	La durée de vie du démarreur	30
1.4.3	Le coût de fabrication.....	31
1.5	Diminution des têtes de bobines dans les machines électriques.....	32
1.6	État de l'art de la topologie à griffes	35
1.6.1	Les structures à rotor à griffes	35
1.6.2	Les structures à stator à griffes	38
1.7	Les différents modèles magnétiques.....	40
1.7.1	Modèles analytiques	41
1.7.2	Modèles numériques	42
1.7.3	Modèles de réluctances	42
	▪ Modèle d'Ostrovic	43
	▪ Modèle de Hecquet et Brochet.....	43

1.7.4	Modèles hybrides	44
1.8	Objectif de la thèse	46
1.9	Conclusion	47

1.1 Introduction

Le système Stop-Start consiste à couper automatiquement le moteur thermique à chaque arrêt du véhicule et le démarreur Stop-Start permet de le redémarrer lorsque l'embrayage est enclenché. Cela nécessite que le démarreur Stop-Start renforcé ait un nombre de cycles de démarrage élevé (environ 500 000 cycles) afin de durer plus longtemps en comparaison avec un démarreur classique (30 000 cycles) qui est moins sollicité. Par ailleurs, les constructeurs automobiles souhaitent continuellement augmenter la durée de vie du démarreur. Pour cela il est nécessaire que celui-ci puisse faire de plus en plus de démarrages.

Dans le but d'augmenter la durée de vie des démarreurs, il est envisagé de diminuer la vitesse de rotation de la machine pour une puissance donnée afin de diminuer les frottements. Cette diminution de la vitesse va de pair avec l'augmentation du couple du moteur. Par ailleurs, en parallèle de la volonté d'augmenter le couple des démarreurs, des recherches sont menées pour réduire leur coût de fabrication, car généralement ces machines coûtent plus cher en raison du bobinage en cuivre. La machine utilisée dans le démarreur est une machine à courant continu à inducteur bobiné. Cependant, son coût de fabrication est actuellement considéré élevé en raison de la quantité de cuivre utilisée dans le bobinage de son inducteur.

L'une des solutions possibles permettant de diminuer le coût et d'améliorer les performances repose sur le dimensionnement d'une nouvelle structure à inducteur à griffes, proposée dans cette thèse. Cette nouvelle structure de machine à courant continu permettra de réduire le volume de cuivre au stator. De plus, elle paraît prometteuse en termes de performances et de coût.

Dans ce chapitre, nous présentons tout d'abord les différents éléments et le mode de fonctionnement du démarreur. Cette étape est suivie d'une présentation des différentes machines électriques utilisées dans cette application ainsi que leur fonctionnement. Ensuite, une définition de l'ensemble des contraintes du démarreur permettra de comprendre les différents critères primordiaux à prendre en compte pour son dimensionnement. Ces contraintes englobent à la fois les contraintes imposées par ces machines et par l'application.

Dans un second temps, une comparaison des volumes de cuivre entre la structure classique et une structure à inducteur à griffes montre que cette dernière peut avoir un coût de fabrication plus faible. Ensuite, un état de l'art et le principe de fonctionnement de cette topologie à caractère tridimensionnel sont présentés et permettent de souligner la complexité du dimensionnement magnétostatique de cette structure. Nous terminerons le chapitre par un état de l'art des différents modèles magnétiques englobant les phénomènes nécessaires à prendre en compte pour le dimensionnement de telles structures.

1.2 Fonctionnement des démarreurs

Le moteur thermique d'un véhicule nécessite un apport d'énergie mécanique extérieure pour démarrer. Cette énergie est fournie par le démarreur qui transforme de l'énergie électrique

stockée dans la batterie en énergie mécanique. Le démarreur exerce un effort mécanique sur le moteur thermique où le rapport couple-vitesse est adapté au moteur thermique par l'intermédiaire d'un réducteur. En effet, le couple est transféré du pignon du démarreur à la couronne du moteur thermique, comme le montre la Figure 1.1.

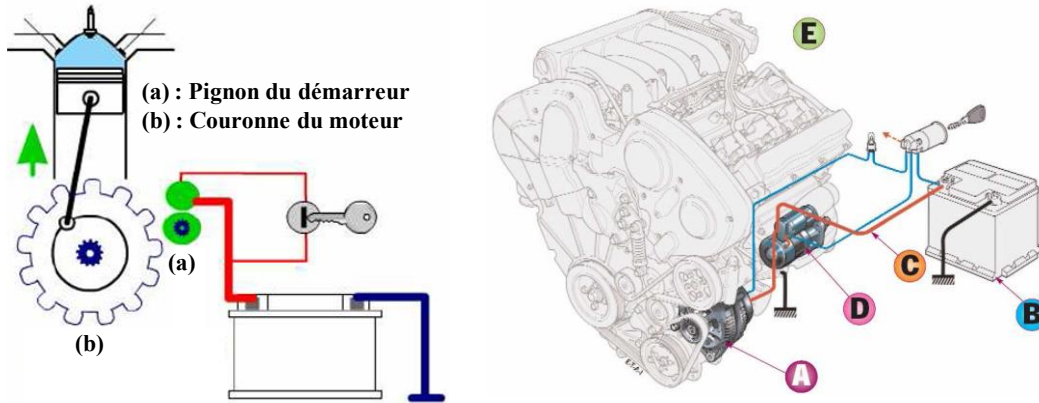


Figure 1.1 : Emplacement du démarreur par rapport à la batterie et au moteur thermique [1], [2]

Le démarreur est une machine à courant continu accompagnée d'éléments mécaniques et électriques supplémentaires lui permettant de remplir cette fonction. Il est constitué du moteur électrique, d'un système de lancement, du pignon d'entraînement et d'un dispositif de roue libre (Figure 1.2).

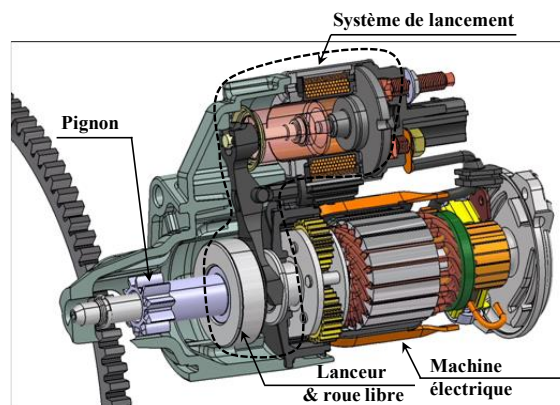


Figure 1.2 : Vue d'une coupe du démarreur

Le système de lancement est composé d'un contacteur, d'un levier et d'un lanceur. Le contacteur électromagnétique permet de commander le démarreur. Ces différents éléments sont indiqués dans la Figure 1.3. Dans ce qui suit, nous allons voir plus en détail comment le contacteur et le lanceur fonctionnent, ainsi que leurs compositions.

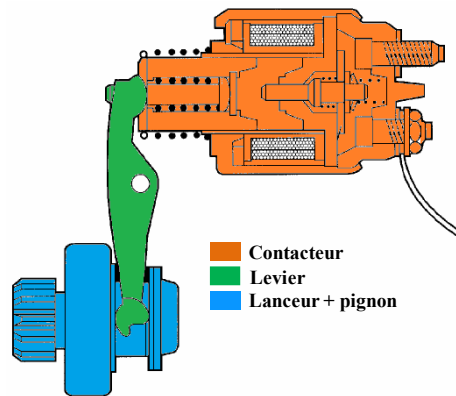


Figure 1.3 : Le système de lancement du démarreur [3]

Le contacteur est composé d'une bobine d'appel, d'une bobine de maintien et d'un noyau mobile. Son schéma électrique équivalent est représenté dans la Figure 1.4. Lorsque la clef ferme le contact, les deux bobines sont alimentées et permettent de fermer le contacteur de puissance. La bobine d'appel est ensuite court-circuitée et uniquement la bobine de maintien est alimentée. À l'ouverture de la clef, les flux des deux bobines sont opposés permettant d'ouvrir le contact de puissance. Le noyau mobile du contacteur permet d'assurer le contact électrique entre la borne de la batterie et le moteur thermique. Pendant cette phase, le noyau qui est lié mécaniquement au levier permet de déplacer le lanceur.

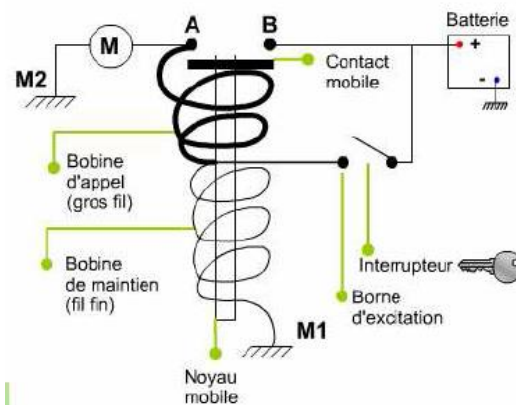


Figure 1.4 : Schéma électrique du contacteur [1]

Le lanceur permet de positionner le pignon sur la couronne. Ses différents éléments sont définis dans la Figure 1.5. Le pignon a pour rôle d'assurer la liaison mécanique entre le démarreur et le moteur thermique. Cette liaison mécanique permet au démarreur d'entraîner la couronne jusqu'à une vitesse de démarrage, afin d'initier les cycles de combustion. Au démarrage du moteur thermique, ces cycles de compression et de détente s'auto-entretiennent généralement au bout de quelques cycles. À l'issue de cette phase, le moteur électrique est découplé du moteur thermique.

La montée en régime entraîne le pignon à des vitesses élevées avant qu'il se désengage de la couronne. Ceci entraîne un bruit amplifié qui indique l'application des forces mécaniques provoquant l'usure et une destruction éventuelle du bobinage et du collecteur de l'induit. Afin de protéger le moteur électrique, le système de roue libre tel qu'il est présenté dans la Figure

1.5 permet d'isoler le pignon du moteur lors de ces phases de montée en régime du moteur thermique.

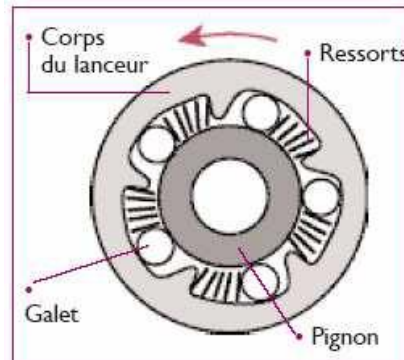


Figure 1.5 : Roue libre [2]

De plus, pour démarrer, le moteur électrique doit tourner à une vitesse se situant entre 80 et 120 tr/min pour un moteur à essence, et entre 100 et 150 tr/min pour un moteur diesel. Cette vitesse de démarrage dépend du nombre de cylindres dont dispose le moteur ainsi que des conditions climatiques. En effet, à basse température, le moteur thermique présente un couple résistant plus élevé au démarrage du fait que les huiles sont figées et leur viscosité est importante.

- **Étapes de fonctionnement du démarreur :**

Pour résumer, le démarreur fonctionne en trois étapes différentes. La première étape que l'on appelle « **phase d'entraînement** », et dont la durée est d'environ 1 seconde, correspond à la phase où le démarreur accompagne le moteur thermique jusqu'à la phase d'auto-entretien des cycles de combustion. Lors de cette phase, quand le moteur thermique est froid, il exerce une résistance mécanique plus importante. Cela nécessite un courant d'alimentation du moteur électrique pouvant atteindre 1000 A afin de compenser le couple résistant durant une très courte durée.

Ensuite, lors de la phase de compression et détente, il arrive que le moteur thermique entraîne le démarreur, ce qui peut l'endommager. Afin de le protéger, un système de roue libre permet de désaccoupler les deux moteurs. Cette phase est appelée « **phase de roue libre** » et dure moins d'une seconde. Pendant cette phase, le moteur est lâché, tourne à vide et sa vitesse augmente jusqu'à sa valeur maximale.

La dernière phase est la « **phase d'arrêt** », à cette étape, la machine n'est plus alimentée et le rotor s'arrête de tourner grâce au frottement mécanique des balais sur le collecteur. Cette étape est courte afin de limiter l'usure des balais.

1.3 Composants de la machine à courant continu

Afin de mieux comprendre les différentes problématiques spécifiques aux démarreurs, nous allons définir les différents éléments constituant les machines à courant continu. Dans un premier temps, nous présenterons les avantages et les inconvénients des différentes structures de machine à courant continu. Dans un second temps, différents types de bobinages rotoriques

sont présentés ainsi que leur fonctionnement. Pour finir, nous définirons les différentes causes d'usure du système de commutation.

1.3.1 Structures de l'inducteur

Dans les machines à courant continu, le stator peut être à excitation série, séparée ou parallèle avec le bobinage du rotor. Dans le cas d'une machine à excitation séparée, le stator dispose d'aimants permanents, tandis que dans le cas d'une excitation parallèle ou série le stator est forcément à plots bobinés.

▪ Inducteur à aimants :

Dans cette structure, le flux inducteur est créé par les aimants, il est constant. La machine se comporte donc comme une machine à excitation parallèle ou indépendante pour lesquelles le courant inducteur est constant. Souvent, les démarreurs à aimants disposent d'un stator à 6 pôles d'aimants, comme le montre la Figure 1.6. Il est possible d'avoir un nombre de paires de pôles plus faible au stator, mais souvent les machines disposant de moins de 6 pôles ont des problèmes de désaimantation des aimants à cause de la forte réaction magnétique. En effet, le flux créé par la réaction magnétique d'induit étant plus fort dans le cas de 4 pôles, celui-ci se reboucle dans l'aimant, ce qui peut être responsable de sa démagnétisation.

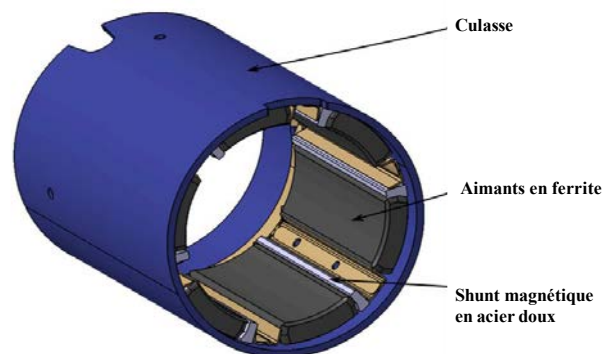


Figure 1.6 : Allure de l'inducteur d'un démarreur à aimant [4]

▪ Inducteur bobiné :

Les démarreurs à inducteurs bobinés sont composés de plots statoriques, qui sont des pièces mécaniques compactées, où chaque plot est bobiné, tel que le montre la Figure 1.7. Ces machines sont généralement constituées de 4 pôles, car permettant d'avoir un volume de cuivre au stator plus faible et un volume extérieur de la machine plus compact que dans le cas d'une machine à 6 pôles.

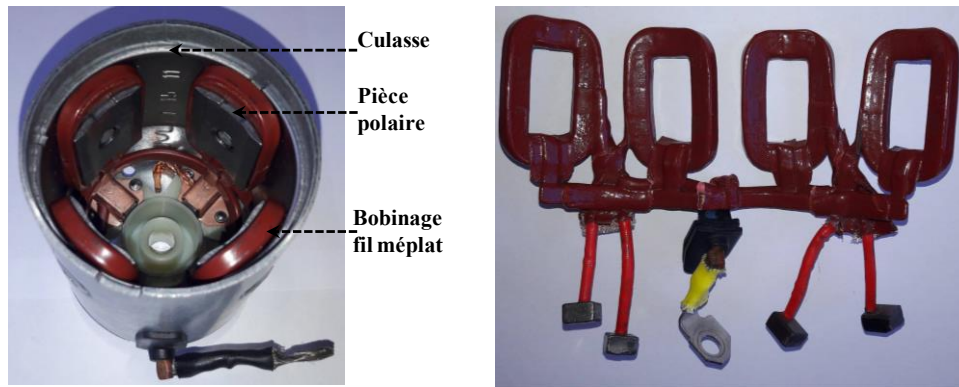


Figure 1.7 : Allure d'un démarreur à inducteur bobiné

▪ Schéma électrique équivalent :

Le schéma électrique équivalent d'une machine à courant continu à inducteur à aimant (excitation séparée) et à inducteur bobiné (excitation série) est présenté sur la Figure 1.8. Dans une machine à courant continu, l'inducteur crée un flux constant ϕ . Les bobines du rotor sont traversées par un courant en quadrature avec ce champ d'inducteur. Ainsi un couple permettant de faire tourner le rotor est créé. De ce fait, le couple est proportionnel au flux et au courant $\Gamma \propto \phi \cdot I$.

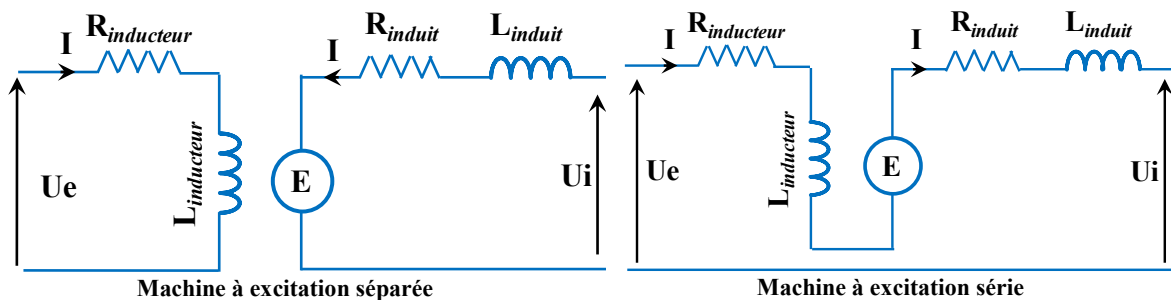


Figure 1.8 : Schéma électrique des machines à courant continu à inducteur à aimant et bobiné série.

Les machines à excitation série produisent plus de couple que les machines à courant continu à aimant. En effet, l'inducteur à aimant crée un flux constant $\phi = cte$ qui dépend de l'induction rémanente des aimants et de sa géométrie. L'inducteur bobiné crée un champ proportionnel au courant d'alimentation des bobines inductrices $\phi = \phi(I)$. En régime linéaire, le flux ϕ évolue linéairement par rapport au courant ($\phi(I) = kI$) et se stabilise en régime saturé où il devient constant $\phi(I) = cte$ nettement supérieur à celui générés par les aimants. De ce fait le couple maximum créé par la machine à excitation série est supérieur à celui de la machine à courant continu à aimant pour un même encombrement.

C'est pour cela, les démarreurs à inducteur bobiné sont utilisés à la fois pour le démarrage des moteurs diesel et essence. Tandis que les démarreurs à aimants sont souvent utilisés pour démarrer uniquement les moteurs à essence en raison de leurs faibles puissances volumiques. Dans cette thèse, uniquement le démarreur à inducteur bobiné est étudié.

1.3.2 Bobinages de l'induit

L'induit des machines à courant continu est bobiné tel que le montre la Figure 1.9. Il est constitué d'un empilement de tôles muni d'un bobinage connecté à un collecteur. Dans cette partie, nous présentons les deux types de bobinage les plus répandus pour les machines à courant continu, à savoir le bobinage ondulé et imbriqué [5].



Figure 1.9 : Induit d'une machine à courant continu

Ces deux types de bobinages sont définis par le pas de bobinage, le pas de couplage et le pas au collecteur, tel que :

- y_1 est la distance orientée en pas dentaire entre le faisceau « aller » et le faisceau « retour » d'une même spire, que l'on appelle « le pas de bobinage » ;
- y_2 est la distance orientée en pas dentaire entre le retour d'une bobine et l'aller de la bobine qui la suit, cette connexion s'effectue en passant par une lame du collecteur, que l'on appelle « le pas de couplage » ;
- y_c est la distance en pas dentaire au collecteur entre le faisceau « aller » et le faisceau « retour » d'une même bobine, que l'on appelle « le pas au collecteur ».

Le pas au collecteur est égal à la somme du pas de bobinage et du pas de couplage.

$$y_c = y_1 + y_2 \quad (1.1)$$

Ces différents pas sont illustrés sur ces deux types de bobinage dans les Figure 1.10 et Figure 1.11.

La réalisation d'un bobinage de type ondulé est caractérisée par :

$$p y_c = N_e + m \quad (1.2)$$

Avec p le nombre de pair de pôle et N_e le nombre d'encoches au rotor.

Lorsque $m > 0$, ce cas de figure est appelé « **progressif** » et correspond au cas où le retour de la $i^{\text{ème}}$ bobine située après un tour de collecteur se retrouve soudé sur une lame située devant l'allée de $1^{\text{ère}}$ bobine. Le cas contraire où $m < 0$, est appelé « **rétrograde** ».

Dans le cas où $|m| = 1$, ce bobinage ondulé est appelé « **série** », sinon si $|m| > 1$ il est appelé « **série-parallèle** ». Ces différents cas sont résumés dans la Figure 1.10.

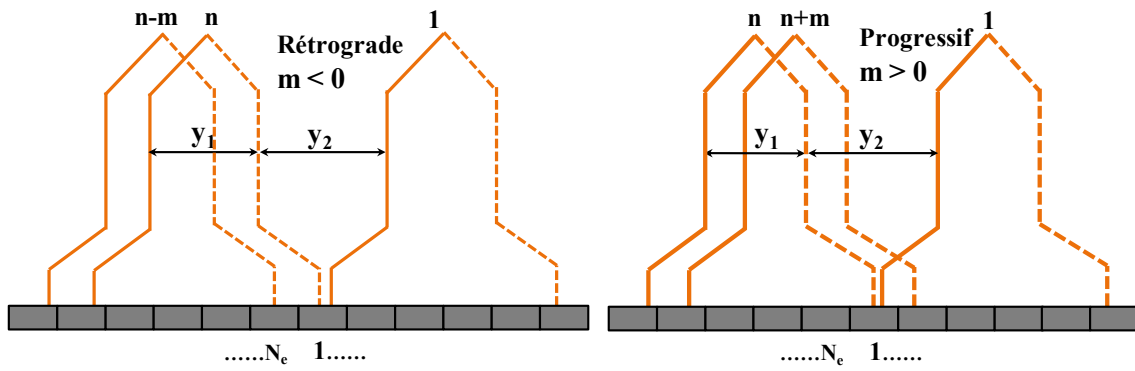


Figure 1.10 : Bobinage ondulé, rétrograde et progressif

Par ailleurs, dans le cas du bobinage imbriqué, lorsque $y_c > 0$ le retour des bobines est placé sur une lame en avant par rapport à son aller (Figure 1.11), ce cas est appelé « **non-croisé** ». Dans le cas contraire, ($y_c < 0$), cela correspond au cas où le retour des bobines est placé sur une lame en arrière par rapport à son aller, et est appelé « **croisé** » (Figure 1.11).

Lorsque $|y_c| = 1$, le bobinage imbriqué est appelé « **parallèle-simple** » et lorsque $|y_c| > 1$ celui-ci est appelé « **parallèle-multiple** ». Ces différents cas peuvent être constatés sur la Figure 1.11.

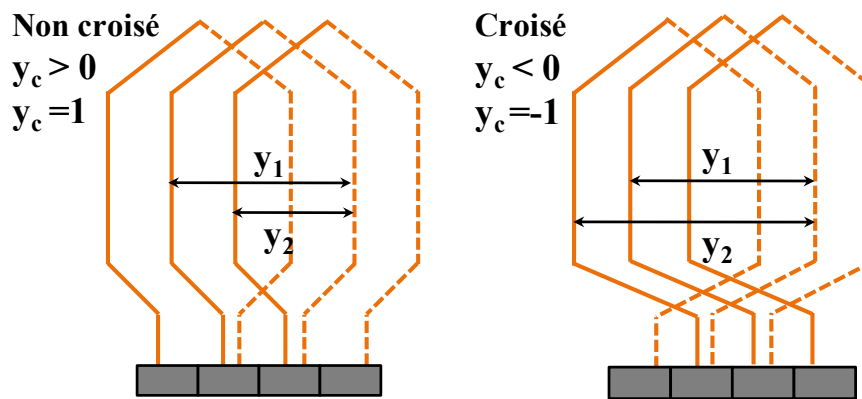


Figure 1.11 : Bobinage imbriqué non croisé et croisé

Généralement dans le bobinage ondulé, l'induit possède $2m$ voies d'enroulement, tandis que dans le bobinage imbriqué, celui-ci constitue $2py_c$ voies en parallèles. Par ailleurs, les voies d'enroulements constituées dans le bobinage ondulé traversent l'ensemble des pôles de la machine, ce qui n'est pas le cas dans le bobinage imbriqué. Le bobinage ondulé a la particularité d'avoir des enroulements plus équilibrés que le bobinage imbriqué. En effet, les voies d'enroulements sont dites équilibrées si elles se composent d'un même nombre de faisceaux. C'est pour ces raisons que le bobinage ondulé est souvent utilisé dans les démarreurs.

D'autre part, afin de diminuer les coûts de fabrication des démarreurs, le bobinage ondulé type série ($|m| = 1$) est favorisé, car il permet de diminuer le volume de cuivre utilisé. Cependant, afin de constituer des voies d'enroulements dans un bobinage ondulé série tout en traversant l'ensemble des pôles, il est nécessaire d'avoir un nombre impair de lames et donc d'encoches.

Cette condition est nécessaire afin d'éviter le cas de court-circuit permanent. Le pas de couplage est choisi en respectant le nombre d'encoches et de pôles de la machine.

1.3.3 Commutation du courant dans le bobinage rotorique

Dans les machines à courant continu, le système balai-collecteur (voir Figure 1.12) permet de transmettre le courant de la batterie aux spires de l'induit à travers un contact par frottement entre le balai et les lames du collecteur.

Ce système est actuellement utilisé dans les démarreurs en raison de son faible coût et de sa fiabilité en comparaison aux systèmes à commutation électronique. Ces derniers sont souvent sujets aux pannes en raison de la faible durée de vie des composants électroniques.

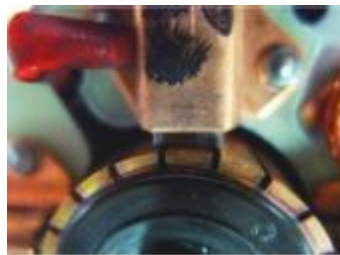


Figure 1.12 : Système balai-collecteur

Au fur et à mesure que le rotor tourne, le contact entre le balai et les lames évolue. Idéalement, lorsque le balai quitte une lame, le courant décroît de façon linéaire, ainsi la forme du courant traversant chaque spire de l'induit variant en fonction de la position du rotor est de forme trapézoïdale comme le représente la Figure 1.13.

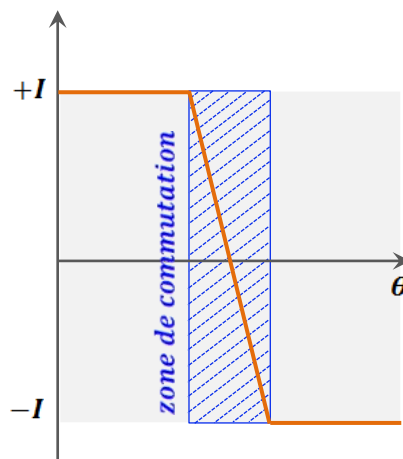


Figure 1.13 : Évolution du courant dans une section d'induit

Pour étudier ce phénomène de commutation lié au bobinage de l'induit en contact avec les balais à travers les lames du collecteur, nous prenons comme exemple une machine 4 pôles au stator et 19 encoches au rotor disposant de 4 balais et dont le rotor dispose d'un bobinage ondulé type série. Dans cet exemple, nous étudions à travers le contact balai-lames, l'évolution des voies d'enroulements ainsi que les spires en commutation.

En effet, pour une position donnée aléatoire du rotor, lorsqu'un balai entre en contact avec une lame, les spires de la voie d'enroulement correspondante sont parcourues par un courant

$\pm I_{bat}/\left(\frac{N_b}{2}\right)$. La Figure 1.14 montre une première voie allant du balai +2 au balai -1 et composée de 12 faisceaux, une deuxième voie est illustrée par la Figure 1.15 en partant du balai +1 au balai -2 composée elle aussi de 12 faisceaux.

Les autres bobines qui ne forment pas l'une des voies d'enroulement sont en cours de commutation. Dans cette durée dite de « commutation » l'aller et le retour d'une même bobine se trouvent en court-circuit : par exemple, dans la Figure 1.15, une bobine en commutation dont l'aller (en trait plein) est relié à la lame n°1 et se trouve sous le balai +1 et son retour (en trait pointillé) se trouvent sous la lame n°10 en contact avec le balai +2.

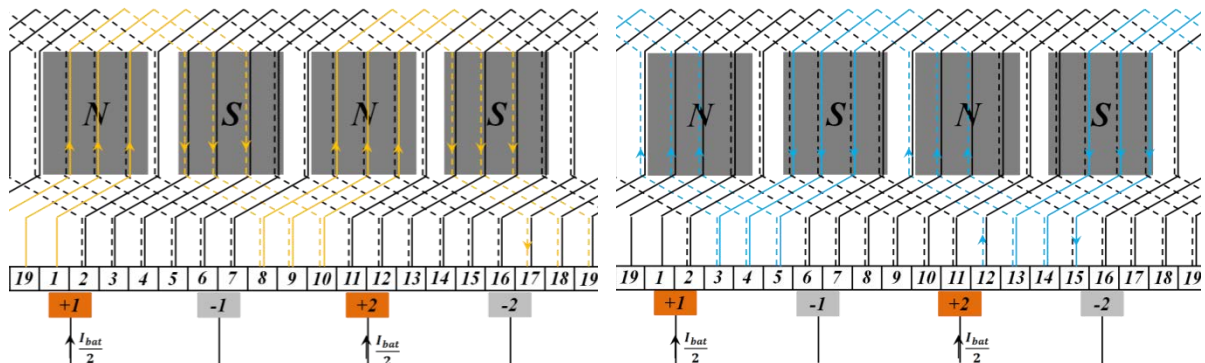


Figure 1.14 : Première voie d'enroulement d'un bobinage simple ondulé au rotor d'une machine 4 pôles /19 encoches

Figure 1.15 : Deuxième voie d'enroulement d'un bobinage simple ondulé au rotor d'une machine 4 pôles /19 encoches

Ces spires sont en court-circuit pendant une durée δ_{com} . Cette durée de commutation dépend du type de bobinage (série $|m| = 1$ ou parallèle $|m| > 1$), des ouvertures β des balais et α des lames du collecteur (voir Figure 1.16).

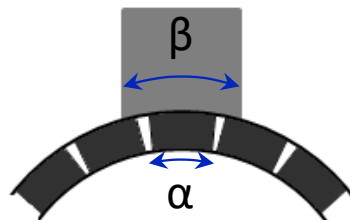


Figure 1.16 : Définition des ouvertures des lames et balai

Dans le cas d'un nombre de balais de $2p$, la durée de commutation peut être calculée à partir de l'expression suivante :

$$\delta_{comm} = \left(\alpha + \beta - \frac{m}{p} \right) \cdot \frac{360}{N_e} \quad (1.3)$$

1.3.4 Usure du système balai-collecteur

La durée de vie du démarreur est liée à l'usure des balais et du collecteur. En effet, les balais utilisés sont fabriqués à base de graphite. Lorsqu'ils frottent sur les lames, ils s'usent en libérant une poussière qui est déposée sur le collecteur formant une couche de quelques micromètres,

qu'on appelle la patine. Cette fine couche de patine est composée de graphite et d'oxydes de cuivre.

La patine peut améliorer le contact balai-lames, mais aussi le détériorer, tout dépend de son épaisseur. En effet, une bonne patine est très fine et recouvre toute la surface de contact, elle joue le rôle d'un lubrifiant et permet donc de créer un contact glissant. Elle se régénère au fil du temps. La nature de la patine évolue en fonction du temps, lorsque son épaisseur augmente elle devient électriquement très résistive, le passage d'un arc électrique de forte intensité détruit la patine et l'empêche de se régénérer, ce qui peut provoquer une soudure au niveau des lames du collecteur. Par ailleurs, l'absence de la patine accélère l'usure des balais.

Afin d'augmenter la durée de vie du démarreur, il est donc essentiel de veiller sur la qualité de la patine. Celle-ci est influencée par plusieurs paramètres, à savoir :

- la pression des ressorts des balais;
- la composition chimique des balais, et leur résistivité électrique;
- la température, l'humidité, etc.;
- l'intensité de l'arc.

En effet, lorsqu'un balai quitte une lame, la chute de tension brutale provoque un arc électrique entre le balai et la lame. Cette chute de tension est gérée à la fois par la résistance de contact $r_{contact}$, l'inductance des spires L_{spire} et la durée de commutation de ce courant selon l'équation suivante :

$$\Delta V = r_{contact} I + L_{spire} \frac{\Delta I}{\delta_{com}} \quad (1.4)$$

Concernant la résistance de contact, sa mesure est inséparable à la fois de la vitesse et du courant. Elle évolue dépendamment du point de fonctionnement (Ω, I) , de la pression de contact, de la nature des balais, de la température, comme l'expliquent [6] et [7]. L'étude de l'ensemble de ces phénomènes influents concerne le domaine de la tribologie. Dans notre cas, un moyen d'améliorer la résistance de contact est de diminuer la vitesse de rotation en améliorant le couple de la machine pour une même puissance utile.

Concernant la chute de tension d'origine inductive, plus l'inductance est élevée plus le phénomène d'arc est important et néfaste pour le système balai-collecteur. Or, une faible valeur d'inductance permet d'accélérer l'inversion du courant tout en diminuant le phénomène de l'arc grâce à la minimisation de la chute de tension, comme le montre la Figure 1.17.

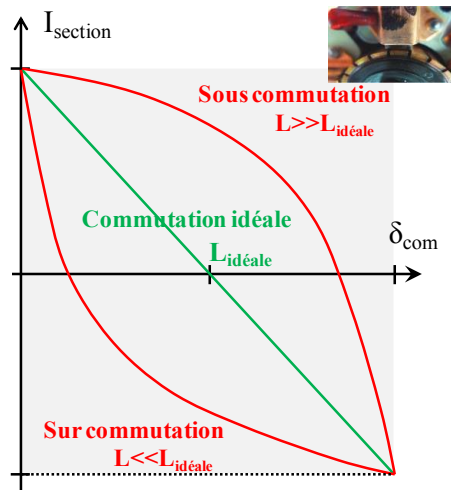


Figure 1.17 : Effet de l'inductance sur l'inversion du courant lorsqu'un balai quitte une lame

D'autre part, une faible durée de commutation provoque une chute de tension élevée ce qui induit donc l'apparition d'un arc suite à cette inversion forcée d'un courant d'une amplitude élevée.

1.4 Contraintes des démarreurs

Afin de comprendre le fonctionnement du démarreur, nous présentons les différentes contraintes statiques et dynamiques du démarreur : le bilan des pertes, la durée de vie et le coût de fabrication. Les contraintes statiques et dynamiques sont incluses dans les caractéristiques du démarreur. L'ensemble de ces contraintes est essentiel pour le dimensionnement de la machine.

1.4.1 Caractéristiques de la machine

Le démarreur doit tout d'abord remplir sa fonction qui est d'assurer le démarrage du moteur thermique afin de l'emmener à une vitesse nécessaire lui permettant d'auto-entretenir les cycles de combustion. Ce régime permanent est atteint au bout de quelques secondes uniquement, mais avant d'arriver à ce stade, le moteur électrique doit pouvoir accompagner le moteur thermique pendant la phase transitoire. Le passage par son régime transitoire est régi par la dynamique de son rotor et celle du vilebrequin. Pour cela, nous présentons dans ce qui suit les contraintes en statique et en dynamique du démarreur.

1.4.1.1 Critères statiques

Le démarreur doit pouvoir fournir un couple nécessaire au démarrage du moteur thermique, indépendamment de son état (froid ou chaud). Le démarreur est aussi caractérisé par sa vitesse de rotation lui permettant d'assurer le bon déroulement du démarrage sans détériorer la couronne du moteur ou user excessivement les balais. En effet, le couple, la vitesse et la puissance utile du démarreur évoluent en fonction du courant.

D'autre part, étant donné que le démarreur est directement alimenté par une batterie, le courant maximal doit être limité. Au-delà de cette limite, une forte chute de tension aux bornes de la

batterie peut provoquer la réinitialisation du calculateur. En effet, le courant de court-circuit de la batterie est limité par la résistance d'entrée du démarreur.

On considère que la batterie est modélisée par une source de tension et une résistance qui rassemble la résistance de la batterie R_{bat} et celle des câbles de liaison R_{cab} . Tout au long de cette thèse, on peut utiliser l'une des deux sources suivantes :

Tableau 1.1 : Caractéristiques de la batterie

	E_0 en V	$R_{cab} + R_{bat}$ en $m\Omega$
Source 0	11,5	10
Source1	11,5	6,7

Le point de fonctionnement au courant de court-circuit I_{cc} est déterminé par la source qui alimente la machine et par la résistance R_{dem} du démarreur. Ce courant de court-circuit s'exprime sous forme :

$$I_{cc} = \frac{E_0}{R_{bat} + R_{cab} + R_{dem}} \quad (1.5)$$

Pour un démarrage à froid correspondant à une température extrême d'à peu près $-25^\circ C$, les huiles du moteur sont figées, le démarrage du moteur thermique nécessite un couple très élevé. Ce couple est proche du couple à rotor bloqué Γ_{cc} correspondant au courant de court-circuit I_{cc} . Pour le démarrage à chaud, le couple nécessaire est plus faible et correspond à un courant $I_{bat} < I_{cc}/2$.

La puissance utile délivrée par la machine dépend de la source et de la résistance du démarreur :

$$P = U \cdot I_{bat} = (E_0 - (R_{bat} + R_{cab} + R_{dem})I_{bat}) \cdot I_{bat} \quad (1.6)$$

Cette puissance utile prend une valeur maximale à un courant proche de la moitié du courant de court-circuit $I_{bat} \approx I_{cc}/2$. Ainsi, la courbe des différentes caractéristiques du démarreur est illustrée sur la Figure 1.18.

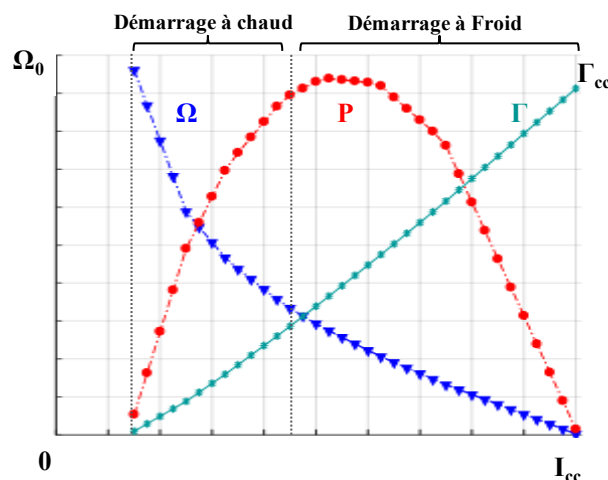


Figure 1.18 : Caractéristiques couple, vitesse, puissance en fonction du courant pour plusieurs zones de fonctionnement

Par ailleurs, l'ondulation de couple est aussi une contrainte à prendre en compte. En effet, dans les démarreurs, une forte ondulation de couple se répercutera dans le réducteur et peut entraîner sa destruction. C'est pour cette raison que, dans le démarreur, les nombres d'encoches au rotor et au stator sont choisis afin de minimiser ces ondulations.

L'amplitude de l'ondulation est inversement proportionnelle au nombre d'ondulations. Pour diminuer leurs amplitudes, il faut donc chercher à augmenter le nombre d'ondulations. Ce nombre est plus élevé lorsque le nombre de pôles au stator et le nombre d'encoches au rotor sont premiers entre eux, il est donné par la relation :

$$N_{ond} = ppmc(N_e, N_p) \quad (1.7)$$

Ce critère contribue fortement au choix du nombre d'encoches N_e , et de pôles N_p . Ainsi, les ondulations de couple sont très faibles dans les démarreurs. Pour cela, uniquement la valeur moyenne du couple à rotor bloqué est un critère dans le dimensionnement magnétique.

1.4.1.2 Critères dynamiques

Le démarreur Stop-Start doit être conçu en respectant une durée de démarrage donnée. Celle-ci est gérée à la fois par l'inertie de l'induit de la machine à courant continu et par son inductance.

Pendant la phase de démarrage, le moteur compense le couple de frottement et le couple de charge correspondant au moteur thermique. Ce dernier est variable, car il subit les phases de compression et détente du cycle de combustion, comme le montre la Figure 1.19. Afin d'amener le moteur rapidement à la vitesse nécessaire à son démarrage, l'inertie du moteur doit être faible. En effet, en négligeant l'inertie du vilebrequin et en considérant uniquement l'inertie de l'induit du moteur J_{ind} , nous établissons l'équation dynamique qui repose sur la compensation du couple de charge :

$$k_r^2 J_{ind} \frac{d\Omega_{pignon}}{dt} = \Gamma_m(t) - \Gamma_{ch}(t) \quad (1.8)$$

avec : k_r le rapport de réduction du réducteur, Γ_m le couple du démarreur, Γ_{ch} le couple résistant du moteur thermique et Ω_{pignon} la vitesse du démarreur au pignon.

Nous remarquons à partir de cette équation que plus l'inertie de la machine est faible, plus la vitesse souhaitée est atteinte rapidement.

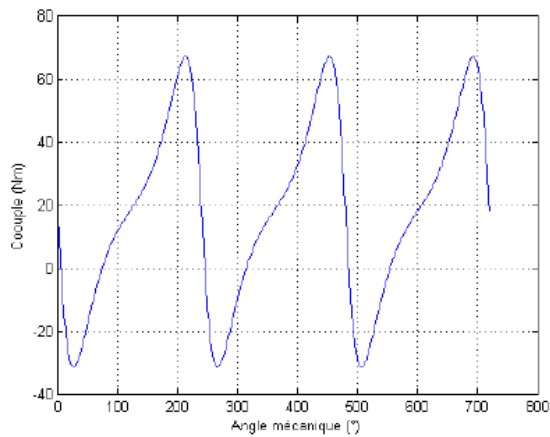


Figure 1.19 : Evolution du couple de charge en fonction des compressions et des détente [8]

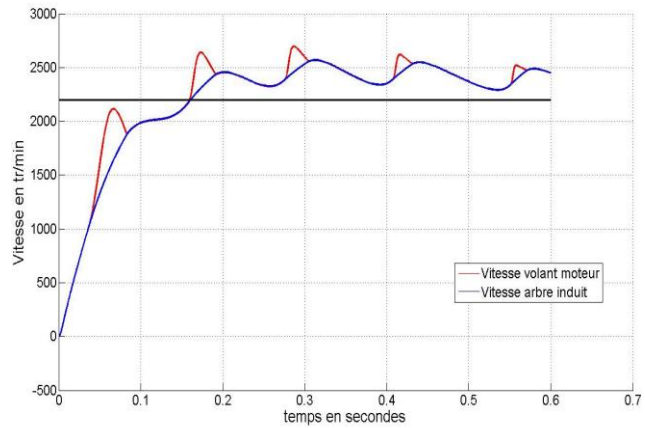


Figure 1.20 : Evolution de la vitesse du vilebrequin et du moteur électrique [4]

D'autre part, le courant atteint son régime permanent après une constante de temps électrique gérée par l'inductance et la résistance des bobines $\tau_e \approx L/R$. Plus l'inductance est faible, plus le temps de démarrage est faible, ce qui est avantageux. Mais lorsque l'inductance est faible, le courant est atteint rapidement et le pic de courant batterie risque d'être néfaste. Pour cela, la prise en compte de l'inductance et de l'inertie de l'induit sont donc des critères dynamiques de dimensionnement nécessaires dans cette application.

1.4.1.3 Les pertes dans la machine

La caractérisation d'une machine électrique nécessite d'identifier son rendement. Généralement les démarreurs ont un rendement de 60%. L'affaiblissement des pertes dans la machine permettra d'augmenter la puissance utile. Les pertes se distinguent en trois types différents, les pertes mécaniques, les pertes Joule et les pertes fer.

Les pertes mécaniques englobent les pertes aérodynamiques et les pertes dues aux frottements. Les premières sont très négligeables dans cette application en raison de la compacité de la machine. Par contre, en raison du système balai-collecteur, les pertes mécaniques dues aux frottements sont élevées. Elles peuvent être modélisées par un couple de frottement sec Γ_f :

$$P_{meca} = \Gamma_f \Omega \quad (1.9)$$

Ces pertes sont nécessaires pour arrêter le démarreur au bout de 3 secondes, comme nous l'avons expliqué dans la section 1.2. Ainsi des pertes mécaniques faibles impliquent une durée d'arrêt plus longue de la machine ce qui n'est pas souhaitable.

Concernant les pertes Joule, elles sont dues à l'effet résistif qui transforme la puissance dissipée sous forme de chaleur dégagée dans le système. Ces pertes dépendent de la résistance du démarreur et du courant de batterie.

$$P_{Joule} = R_{dem} I_{bat}^2 \quad (1.10)$$

Étant donné que dans cette application, le démarreur est directement alimenté par une batterie de 12V, la résistance de la batterie détermine la chute de tension maximale aux bornes de celle-ci.

$$U_{bat} = E_0 - (R_{dem} + R_{bat} + R_{cab})I_{bat} \quad (1.11)$$

Une faible résistance permettra de diminuer les pertes Joule, mais entrainera une grande chute de tension aux bornes de la batterie. Ainsi la résistance du démarreur doit à la fois satisfaire le critère de pertes Joule et de chute de tension batterie. Pour ces raisons, lors d'un dimensionnement de la machine, la résistance est fixée à une valeur déterminée préalablement.

Par ailleurs, les pertes fer qui sont à la fois proportionnelles à l'amplitude de l'induction et à sa fréquence dépendent de la structure de la machine, de ce fait un effort conséquent de modélisation doit être fait pour les déterminer, alors qu'elles représentent dans nos machines généralement moins de 15 % des pertes totales. En effet, la quantification des pertes fer, nécessite d'établir des modèles numériques en magnétique transitoire et présentent donc un temps de calcul relativement élevé. C'est pourquoi nous avons choisi de les négliger dans notre première approche de dimensionnement.

1.4.2 La durée de vie du démarreur

L'une des principales spécifications techniques du démarreur Stop-Start est sa durée de vie. Celle-ci est gérée par le système balai-collecteur, qui comme nous l'avons vu, se détériore par le frottement, mais aussi à cause des arcs électriques.

La génération de l'arc électrique est due à la chute de tension aux bornes de la bobine. Celle-ci dépend de la résistance de la bobine r_k , de son inductance propre L_k , des inductances mutuelles M_{kn} des autres bobines alimentées et de l'inductance mutuelle entre le stator et cette spire M_{sk} , comme l'exprime l'équation suivant :

$$\begin{cases} U_k = r_k i_k + L_k \frac{di_k}{dt} + M_{kn} \frac{di_n}{dt} + M_{sk} \frac{di_s}{dt} + E_k \\ k = [1 \dots N] \text{ et } n \neq k \end{cases} \quad (1.12)$$

Dans la littérature, une amélioration de ce phénomène proposée par plusieurs auteurs concerne le bobinage de l'induit. Dans les démarreurs, Andreux et al proposait un bobinage ondulé parallèle sur un rotor à 26 encoches à la place d'un bobinage ondulé série sur un rotor impair à 19 encoches permettant de réduire le phénomène des arcs et d'améliorer la commutation électrique [4], comme le montre la Figure 1.21. Le choix de ce bobinage est le résultat d'une optimisation grâce au schéma électrique du bobinage de l'induit. Cette solution est intéressante, mais augmente le volume de cuivre au rotor.

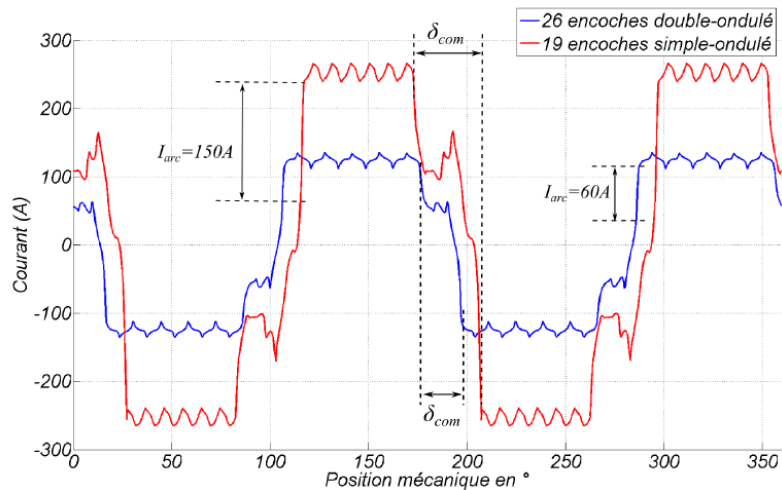


Figure 1.21 : Amélioration de la commutation via un bobinage ondulé parallèle par rapport à un bobinage ondulé série [4]

Un bobinage concentrique remplaçant un bobinage imbriqué, permettant à la fois d'améliorer la commutation tout en réduisant significativement le volume de cuivre est proposé par Cros et al [9]. Le passage à un bobinage concentrique (Figure 1.22) permet de minimiser l'inductance des bobines. Cela implique une amélioration de la commutation par un affaiblissement du phénomène de l'arc électrique.

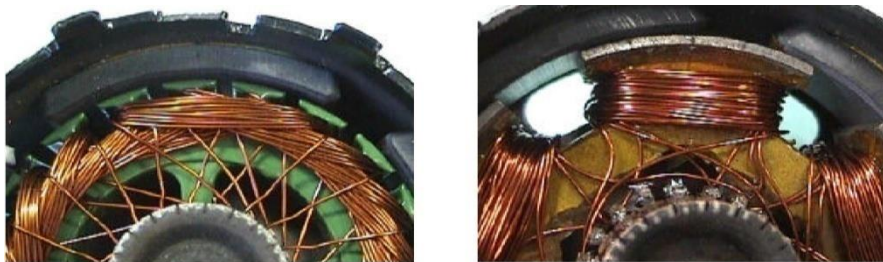


Figure 1.22 : Amélioration de la commutation à travers un bobinage concentrique au lieu d'un bobinage imbriqué [9]

Il est possible d'améliorer la commutation en jouant sur la force électromotrice (f.é.m). En effet, il s'agit de compenser l'effet inductif des bobines par la génération d'une f.é.m. Deux solutions existent dans la littérature [10]. La première consiste à fournir une f.é.m via les pôles d'aide à la commutation dans les moteurs de grande taille. Une autre solution que l'on retrouve dans les petits moteurs consiste à modifier le calage angulaire des balais d'un angle de sens contraire au sens de rotation. Nous pouvons conclure, qu'une modification des caractéristiques de la f.é.m à travers différentes formes de l'inducteur pourrait être une piste d'amélioration de la commutation.

1.4.3 Le coût de fabrication

Le coût de fabrication est un critère important pour les fabricants de machines électriques et plus particulièrement dans le secteur automobile. Une machine est généralement composée d'une partie en fer et du bobinage. La diminution de coût peut être faite soit par la minimisation du volume de cuivre utilisé ou bien par la minimisation du volume de fer. Or, le couple produit

par la machine augmente proportionnellement au volume de fer et de cuivre utile. Par contre, les têtes de bobines représentent du cuivre inutile et sont souvent source de chaleur du fait qu'elles produisent plus de pertes Joule. En effet, l'effet de proximité est plus accentué au niveau des têtes de bobines [11].

La diminution de coût de fabrication peut être faite à l'aide d'une nouvelle topologie qui permet d'utiliser le cuivre d'une manière intelligente sans dégrader ses performances magnétiques. Dans ce qui suit, nous allons présenter une nouvelle topologie de démarreur qui fera l'objet de cette thèse.

1.5 Diminution des têtes de bobines dans les machines électriques

Comme nous l'avons vu dans la partie précédente, l'une des principales contraintes du démarreur est son coût de fabrication. Cette réduction des coûts est possible grâce au raccourcissement des têtes de bobines qui occupent de la place dans la machine inutilement. Ces têtes de bobines consomment un volume de cuivre important dans les machines à courant continu type série étudiées dans cette thèse.

Pour diminuer les têtes de bobines, nous rencontrons dans la littérature trois types de bobinage utilisés au stator des machines électriques, à savoir : les bobinages distribué, concentré et cylindrique. Dans cette partie nous allons mener une étude permettant de comparer le volume de têtes de bobines pour plusieurs types de bobinage statorique.

▪ Bobinage distribué

Ce type de bobinage est souvent utilisé dans les machines synchrones et asynchrones. Ce bobinage peut être réalisé avec un pas diamétral ou un pas raccourci, tel qu'il est montré dans la Figure 1.23. Les bobinages à pas diamétral sont les plus simples à réaliser. Par contre, les ondulations de couple sont importantes en raison du contenu harmonique de l'induction dans l'entrefer. Pour diminuer ces ondulations de couple, il est possible d'avoir plusieurs encoches par pôle et par phase ($q > 1$). Par ailleurs, pour éliminer au maximum les harmoniques de l'induction d'entrefer, le raccourcissement du pas permet de rendre l'induction plus sinusoïdale et donc de réduire les pertes fer dans la machine. Dans ce type de bobinage à pas raccourci, un court-circuit peut être créé entre deux phases en raison de l'insertion de deux phases différentes dans les mêmes encoches.

Le bobinage à pas diamétral à simple couche génère une longueur importante des têtes de bobines en raison des croisements des phases. Un bobinage double couche permet cependant de diminuer cette longueur des têtes de bobines, ces différents cas sont illustrés sur la Figure 1.24.

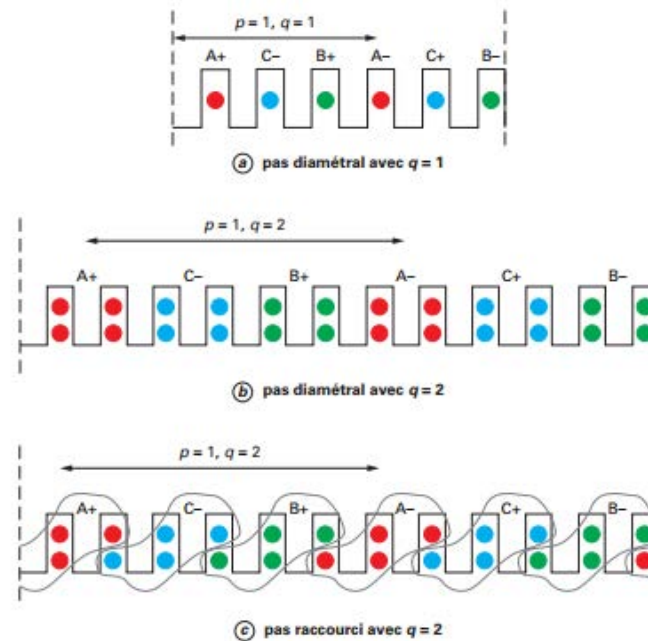


Figure 1.23 : Définition du bobinage distribué à pas diamétral et raccourci [12]

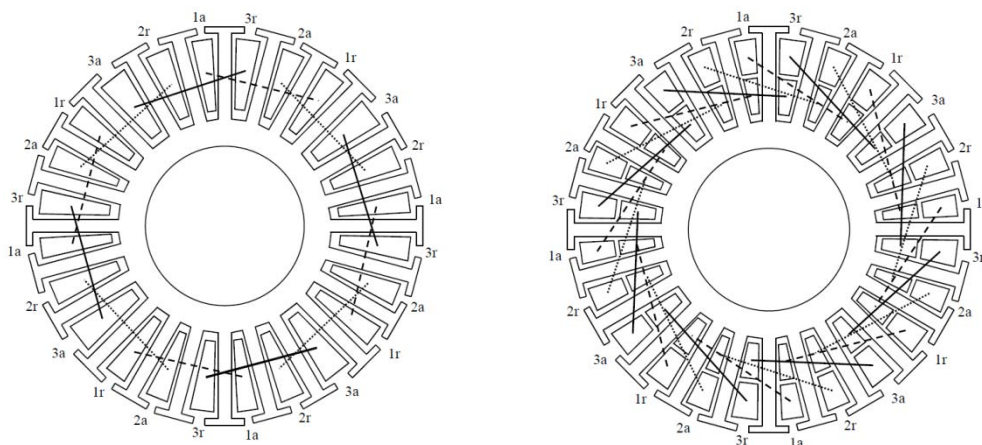


Figure 1.24 : bobinage à pas diamétral simple-couche et double-couche [13]

▪ Bobinage concentré

Il s'agit d'un bobinage concentré autour des dents. Ce type de bobinage est très courant dans les machines à pôles larges, telles que les machines synchrones à aimant permanent et à réluctance variable, ou bien au stator des machines à courant continu, comme on peut le voir sur la Figure 1.25.

Ce type de bobinage est simple à réaliser et peut être facilement automatisable pour l'industrialisation du processus de bobinage des machines à grandes séries. Il permet d'avoir une densité plus importante de cuivre dans les encoches tout en ayant un encombrement réduit à travers des têtes de bobines écourtées. De ce fait, grâce à ce bobinage, les machines ont un couple volumique plus élevé.

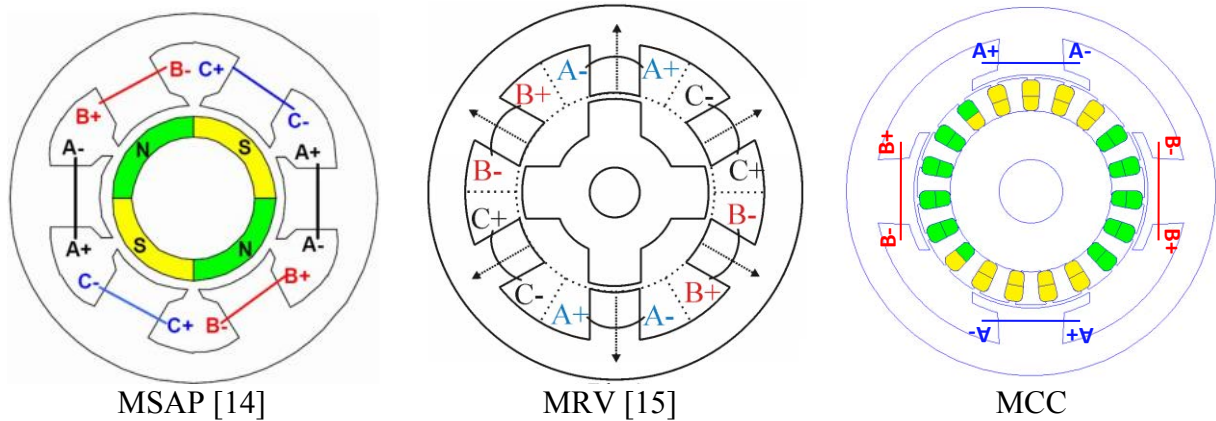


Figure 1.25 : Bobinage concentré au stator d'une machine synchrone à aimant permanent, à réluctance variable, à courant continu

Dans le stator de la machine à courant continu utilisée dans le démarreur étudié, chaque plot est bobiné. Bien que le bobinage concentré réduise les têtes de bobines par rapport à un bobinage distribué, le volume utilisé reste conséquent lorsque la machine a une longueur axiale faible. En effet, les machines utilisées dans cette application disposent de pôles ayant une largeur L_1 et une longueur axiale L_2 proches, comme le montre la Figure 1.26.

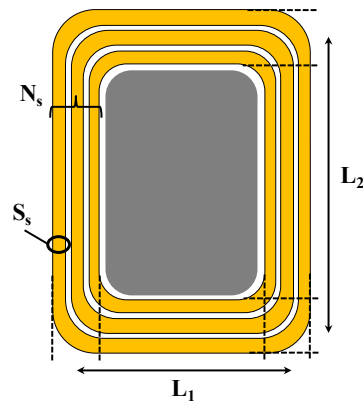


Figure 1.26 : Volume de cuivre utile et têtes de bobines dans la structure à plots

Si on considère que la machine dispose d'un nombre de pôles N_p et que la bobine de chaque plot est constituée de N_s spires de section S_s , tout en supposant que la longueur axiale et la largeur du pôle sont proches ($L_1 \approx L_2$), ceci implique un volume dédié aux têtes de bobines s'approchant de 50% du volume de cuivre utilisé au stator.

En effet, à partir du schéma de la Figure 1.26 on peut approximer le volume des têtes de bobines et celui du cuivre utile par :

$$\begin{cases} V_{têtes} = N_p N_s 2 L_1 S_s \\ V_{utile} = N_p N_s 2 L_2 S_s \end{cases} \quad (1.13)$$

▪ Bobinage cylindrique

Pour une alimentation en courant continu, une bobine de forme cylindrique traversant l'ensemble des pôles est souvent utilisée dans les alternateurs automobiles à griffes. Dans ce

type de bobinage, les têtes de bobines sont inexistantes, car la bobine est insérée entre un jeu de polarité nord-sud et ne contourne pas les pôles, comme le montre la Figure 1.27. L'avantage de ce bobinage réside dans la facilité du processus de fabrication, de son coût faible en raison d'un faible volume de cuivre assuré grâce à l'élimination des têtes de bobines.

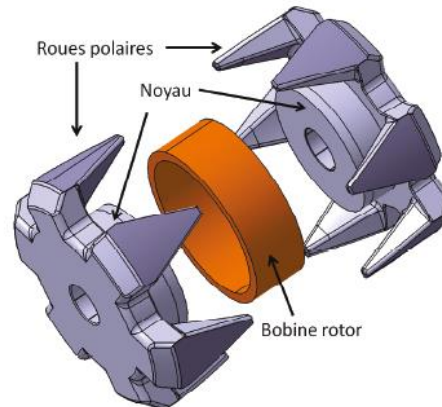


Figure 1.27 : bobinage cylindrique inséré entre les dents du rotor à griffes (alternateur automobile), [16]

Pour une bobine cylindrique de rayon moyen R_m constituée de N_s spires de section S_s , nous exprimons les deux volumes de cuivre :

$$\begin{cases} V_{têtes} = 0 \\ V_{utile} = N_s R_m 2\pi S_s \end{cases} \quad (1.14)$$

Nous remarquons que le volume de cuivre ne dépend pas du nombre de pôles N_p contrairement au bobinage concentré (1.13). Par ailleurs, une augmentation du nombre de pôles dans le cas d'un bobinage cylindrique peut améliorer les performances de la machine sans impacter le volume de cuivre nécessaire.

Le bobinage cylindrique permet d'éliminer les têtes de bobines. Ce type de bobinage est fortement lié à la structure à griffes. Pour cela, nous avons choisi dans cette thèse d'étudier une nouvelle topologie à griffes au stator permettant d'avoir un bobinage cylindrique.

1.6 État de l'art de la topologie à griffes

Dans cette partie, un état de l'art de la structure à griffes est réalisé. Il permet de présenter l'ensemble des structures à griffes existantes au stator, au rotor, ou bien les deux. Un recul sur cette structure nous permettra de connaître les avantages et les inconvénients de celle-ci afin de prendre en compte les différents phénomènes magnétiques dans notre raisonnement pour un meilleur dimensionnement.

1.6.1 Les structures à rotor à griffes

La structure à griffes est très répandue dans les machines synchrones telles que les alternateurs utilisés en automobile. La Figure 1.28 présente un rotor d'un alternateur, composé d'une bobine centrale insérée entre deux roues polaires portant des griffes. Le rotor étant réalisé en matériau massif dans lequel une seule bobine centrale de forme cylindrique est insérée présente

l'avantage d'un faible coût de fabrication et d'une facilité de réalisation. De plus, cette technique de bobinage permet d'avoir un coefficient de remplissage élevé.

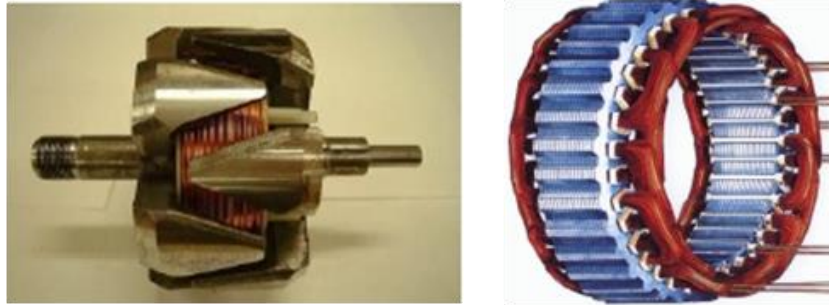


Figure 1.28 : Rotor à griffes et stator d'un alternateur utilisé en automobile [17]

L'inconvénient de la structure à griffes est son encombrement dû au fait d'avoir une forme tridimensionnelle. De plus, le passage de flux selon les trois directions favorise les fuites entre les griffes. Pour limiter les flux de fuites et renforcer le flux utile, certains alternateurs disposent d'un rotor muni d'aimants orientés de manière tangentielle, comme le montre la Figure 1.29. Ces aimants permettent à la fois de limiter les fuites inter-griffes et de désaturer le rotor [18], [19].

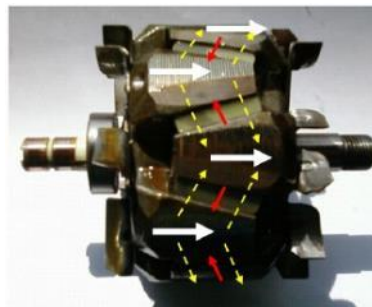


Figure 1.29 : Rotor d'un alternateur avec des aimants inter-griffes [19]

Par ailleurs, pour de forts courants débités par l'alternateur, une forte réaction magnétique d'induit est observée au niveau des griffes. Une atténuation de ce phénomène par l'agrandissement de l'entrefer moyen à travers la création d'une fente au milieu de chaque griffe (voir Figure 1.30) permettant d'améliorer les performances de la machine est proposée par [20].



Figure 1.30 : Insertion d'une fente dans les griffes du rotor de l'alternateur [20]

La structure hybride qui consiste à insérer des aimants au rotor bobiné à griffes a été proposée

par Messo dans [21] pour une machine synchrone diphasée destinée à équiper les tableaux de bord des voitures (indicateur de vitesse), comme le montre la Figure 1.31.

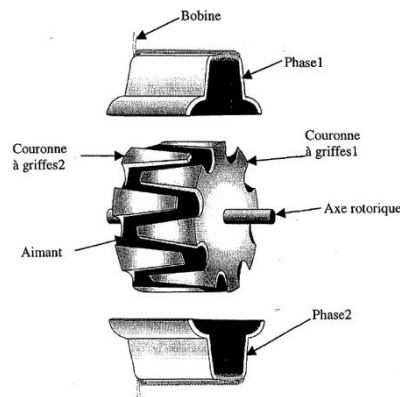


Figure 1.31 : Moteur diphasé à aimants et à griffes au rotor [21]

Dans cette application, l'ondulation de couple est un des critères primordiaux du dimensionnement de la machine. L'auteur conclut que la forme de la griffe détermine l'allure du couple. L'optimisation de sa forme permet alors de diminuer ces ondulations de couple.

Dans la littérature, nous rencontrons d'autres formes d'hybridation de la structure à griffes au rotor des machines synchrones. Burkhardt propose, dans [22], une machine synchrone disposant d'un rotor constitué d'une partie interne contenant un bobinage cylindrique et d'une partie externe contenant des griffes et des aimants. Le flux total généré est dû aux deux excitations, comme le montre la Figure 1.32. Cette structure est proposée dans le but de limiter les chutes de tension de batterie à travers l'insertion des aimants, mais elle a l'inconvénient de favoriser les flux de fuites à travers deux entrefers entre le rotor interne et le stator. De plus, cette solution rend la structure complexe à réaliser.

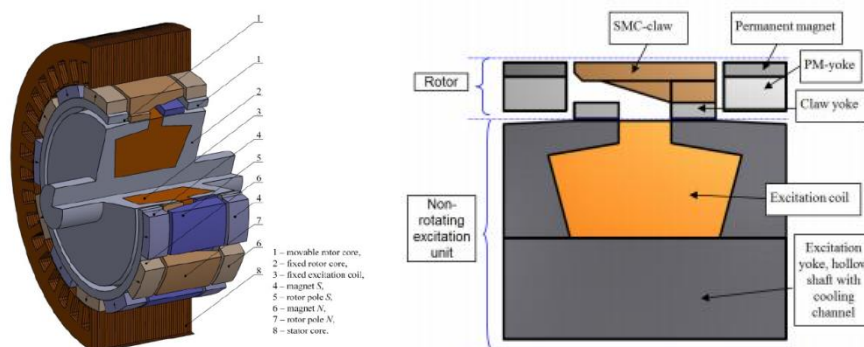


Figure 1.32 : Rotor hybride à double excitation d'une machine synchrone [22]

Une autre forme de rotor hybride proposée par Melcescu et al [23], permet d'augmenter le couple grâce à une induction renforcée par les deux sources d'excitation au rotor (bobines et aimants), comme le montre la Figure 1.33. L'inconvénient de cette structure réside également dans la complexité de sa réalisation.

Une solution hybride qui s'inscrit dans le but de diminuer la réaction magnétique d'induit afin de permettre à l'alternateur de débiter un courant plus élevé consiste à insérer un aimant au milieu de la griffe. Elle est proposée par Wardach et al [24], comme le montre la Figure 1.34.

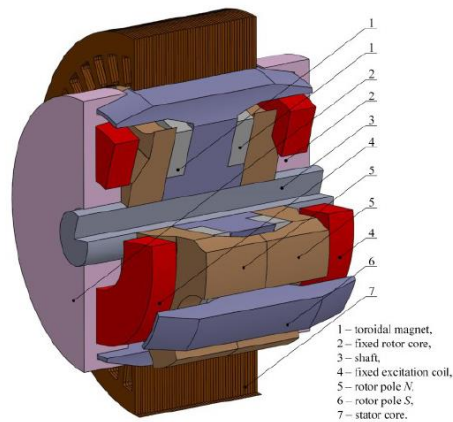


Figure 1.33 : Rotor d'une machine synchrone à double excitation [23]

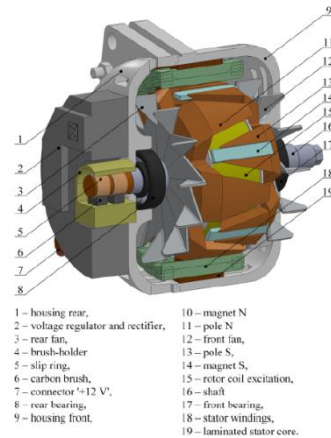


Figure 1.34 : Insertion d'aimant au milieu de la griffe [24]

1.6.2 Les structures à stator à griffes

Dans la littérature, on trouve la structure à griffes également au stator des machines synchrones. Njeh et al dans [25] proposent de faciliter le processus de fabrication des machines à aimants permanents (reconnues pour leur couple volumique élevé) par l'utilisation d'un stator à griffe avec un bobinage cylindrique.

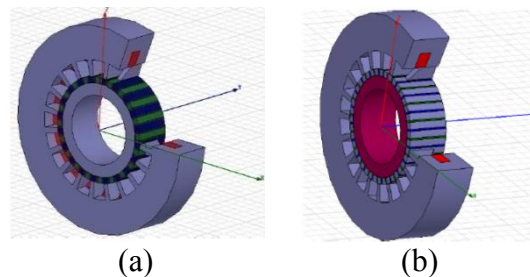


Figure 1.35 : Machine synchrone monophasée à rotor à aimants permanents : surfaciques (a) et enterrés (b) [25]

Des machines polyphasées à stator à griffes ont été proposées par Messo [21] et Njeh [25], pour la réalisation d'un moteur servant d'indicateur de vitesse respectivement pour les tableaux de bord et pour la réalisation d'une machine triphasée à aimants enterrés. Ceci est possible grâce aux structures « multi-stack ». En effet, Messo propose un moteur diphasé synchrone à stator à griffes où les deux roues polaires sont décalées d'un demi-pas polaire et les deux stacks du rotor sont décalés de 90 degrés électriques, comme le montre la Figure 1.36. Pour la machine triphasée proposée par Njeh, les trois stacks du stator sont décalés de 120° et la machine dispose d'un rotor à aimants permanents réalisé en une seule pièce, mis en face des trois stacks, comme le montre la Figure 1.37.

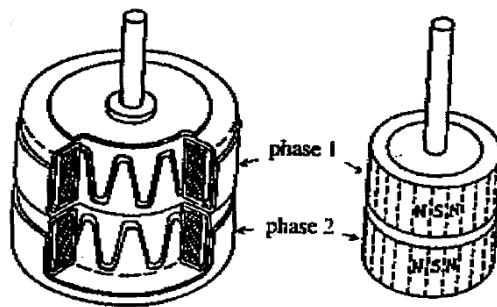


Figure 1.36 : Moteur diphasé à aimants et à griffes au stator [21]

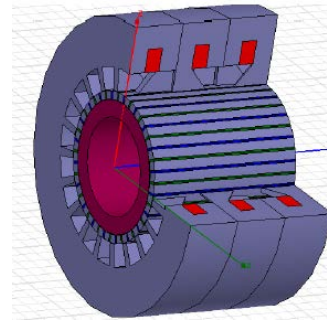


Figure 1.37 : Moteur synchrone triphasé à aimants enterrés [25]

Cette structure à griffes a l'inconvénient d'un fort encombrement. Afin d'augmenter le couple volumique, une structure inverse a été proposée par Zhang et al [26] et [27], sur une machine synchrone triphasée. Cette machine contient un stator triphasé interne composé de trois stacks et d'un rotor externe à aimants permanents, comme le décrit la Figure 1.38. Cette idée s'inscrit dans la même logique que celle proposée sur la Figure 1.37.

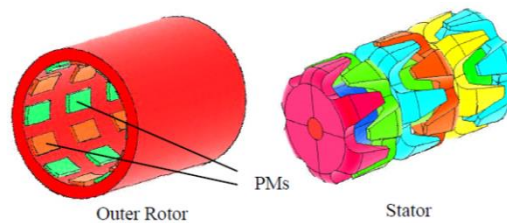


Figure 1.38 : Machine synchrone triphasée à structure inverse, [26]

Par ailleurs, pour sa facilité de réalisation, la structure à griffes fait l'objet du stator et du rotor d'une machine synchrone à aimant permanent proposée par Lundmark [28] et Alatalo [29]. Elle consiste en un stator à griffes triphasé multi-stack et d'un rotor multi-stack à aimants cylindriques enterrés. Une représentation d'une phase de la machine est illustrée sur la Figure 1.39. Cette machine est proposée dans le but de recycler les machines électriques. En effet, la machine à griffes ne nécessite pas de colle pour son assemblage et peut être fabriquée en matériaux recyclables de type fer à poudre.

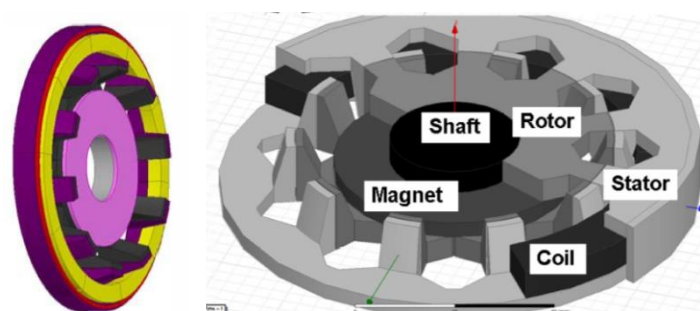


Figure 1.39 : Représentation d'une phase d'une machine à aimant permanent [28], [29]

On retrouve la griffe également dans les machines à structure axiale [30]. Dans l'objectif d'augmenter le couple volumique et de diminuer l'inductance de fuite, une structure axiale à

stator à griffes et à double rotor à aimant permanent permet d'améliorer ses caractéristiques magnétiques. Elle est présentée sur la Figure 1.40.

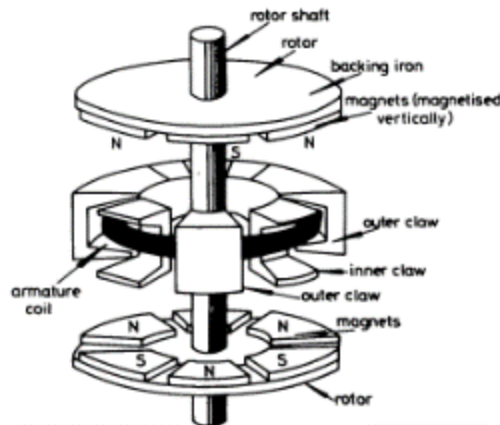


Figure 1.40 : Machine à griffes à structure axiale avec un stator à griffe interne et deux rotors à aimants externes [30]

Pour résumer, la topologie à griffes a l'avantage de faciliter le processus de fabrication et de diminuer son coût à travers une bobine cylindrique et une structure de fer massive. Par contre, du fait qu'elle génère un flux dans les trois dimensions, l'inductance de fuites augmente, ce qui implique des machines encombrantes. La topologie à griffes est donc généralement caractérisée par un couple volumique plus faible.

Par contre, la griffe pouvant prendre une forme triangulaire, trapézoïdale ou sinusoïdale, l'optimisation de sa forme permet d'éliminer les harmoniques d'induction de l'entrefer, ce qui implique une f.é.m lisse et un couple avec moins d'ondulations.

Cette structure appliquée à notre machine à courant continu peut présenter un réel intérêt au niveau de la commutation, à travers l'optimisation des griffes dans le but d'avoir une f.é.m permettant de lisser ce phénomène. Mais le dimensionnement de la machine en vue de produire le couple nécessaire au démarrage est notre objectif principal.

Dans ce qui suit, nous présentons différentes démarches permettant de modéliser ce type de machines tridimensionnelles pour conduire à un dimensionnement prenant en compte les contraintes statiques du démarreur.

1.7 Les différents modèles magnétiques

Pour le dimensionnement des machines électriques, plusieurs types de modélisation magnétique sont déjà présentés dans la littérature. On distingue trois grandes familles, les modèles analytiques, numériques et les modèles de réluctances. L'objectif principal de cette thèse est de dimensionner une machine à courant continu. Pour cela, un processus d'optimisation peut être mis en œuvre. Ce processus nécessite d'établir des modèles rapides. L'application du démarreur a la particularité de présenter des niveaux d'induction très élevés du fait qu'elle nécessite des structures très compactes traversées par de forts courants. Par ailleurs, en raison de la commutation mécanique, une étude complète de la machine à courant continu nécessite de développer des modèles magnétiques pouvant être couplés aux modèles électriques. Nous

avons donc besoin de développer des modèles prenant en compte les phénomènes de saturation magnétique et de rotation dans le but de calculer le couple de la machine.

Dans la suite, nous allons introduire les différentes méthodes (analytiques, numériques et à réductances) ainsi que le champ d'application de chacune.

1.7.1 Modèles analytiques

Pour le dimensionnement des machines électriques, les modèles analytiques sont souvent utilisés dans les premières phases de dimensionnement, qui consistent à explorer un domaine large de solutions, en raison de leur rapidité. Cette étape de prédimensionnement a pour objectif de réduire le domaine d'étude aux solutions potentiellement optimales. Nous nous intéressons dans cette partie uniquement aux modèles de type champ.

Pour le dimensionnement des machines électriques, nous rencontrons dans la littérature des modèles analytiques basés sur la résolution de l'équation de Laplace dans l'entrefer [31] [32]. Cette résolution permet par la suite de calculer le couple grâce au tenseur de Maxwell. Le dimensionnement de la machine est donc basé sur un couple souhaité. Pour améliorer la précision de ces modèles, une méthode consiste en la résolution des équations de Maxwell dans plusieurs domaines (entrefer, bobines, aimants, encoches). La Figure 1.41 présente la modélisation d'une machine à aimants permanents avec prise en compte des isthmes polaires, et la Figure 1.42 illustre la modélisation d'un accouplement magnétique au rayon moyen.

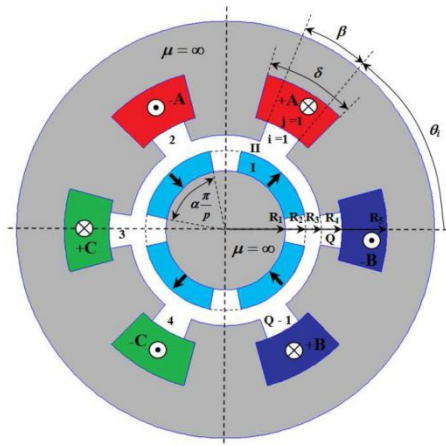


Figure 1.41 : Modélisation d'une machine à aimant permanent [33]

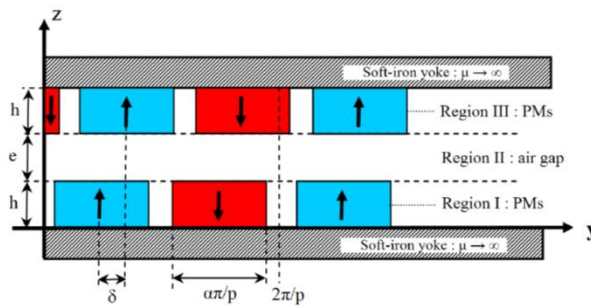


Figure 1.42 : Modélisation d'un accouplement magnétique [34]

La résolution de ces équations en deux dimensions donne des solutions relativement simples. Lorsqu'il s'agit d'un problème tridimensionnel, une solution basée sur les équations de Bessel rend la résolution complexe. Afin de simplifier la modélisation des dispositifs tridimensionnels, Bai [35] et Lim [36] proposent un modèle de type champ permettant d'obtenir la f.é.m d'une machine à griffes trapézoïdales. Cette f.é.m est obtenue à partir d'une décomposition en série de Fourier des forces magnétomotrices générées dans l'entrefer et d'une décomposition spectrale de la perméance de l'entrefer, comme illustré sur la Figure 1.43.

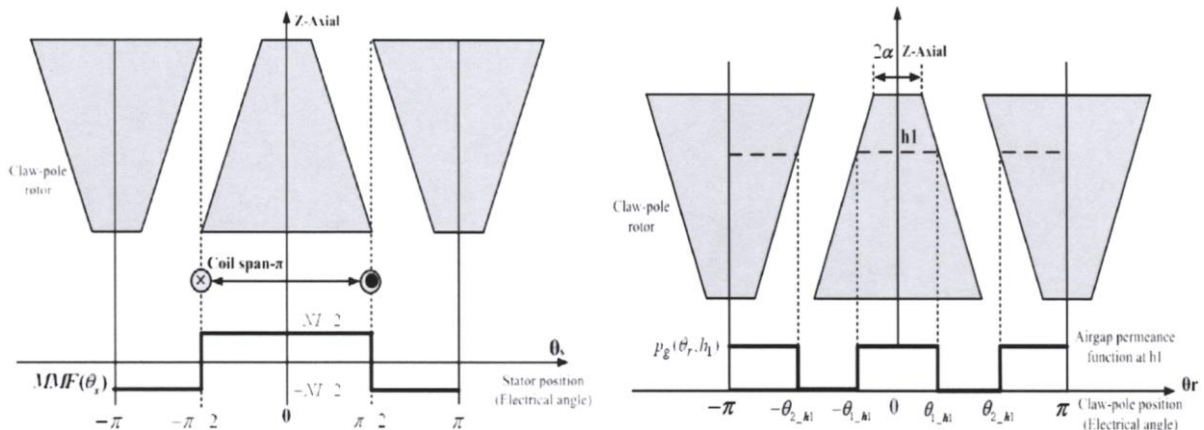


Figure 1.43 : Décomposition spectrale de la force magnétomotrice (MMF) et de la perméance de l'entrefer d'une machine à griffes [36]

L'avantage de ces modèles réside dans leur rapidité, mais ils sont limités en raison de l'hypothèse adoptée sur la nature du matériau ferromagnétique (infiniment perméable). Le dimensionnement des machines électriques fortement impactées par la saturation magnétique nécessite la prise en compte de ce phénomène dès la phase initiale de dimensionnement. Ceci remet en cause l'utilisation des modèles analytiques face à des modèles numériques ou à réluctances pour la modélisation des dispositifs fortement saturés.

1.7.2 Modèles numériques

On rencontre dans la littérature plusieurs modèles numériques. Parmi eux, la plus répandue pour la modélisation des machines électriques est la méthode des éléments finis. Cette méthode s'appuie sur une formulation intégrale des équations aux dérivées partielles dans les éléments de maillage [37].

Cette méthode, bien qu'elle soit plus précise que les modèles analytiques par la prise en compte des non-linéarités et des phénomènes magnétiques complexes, reste coûteuse en temps de calcul lorsqu'il s'agit de modéliser une structure tridimensionnelle.

1.7.3 Modèles de réluctances

Pour un dimensionnement optimal d'une architecture à griffes fortement saturée où la circulation du flux est tridimensionnelle, un réseau de réluctances permet de modéliser son circuit magnétique. Dans la littérature, on rencontre des modèles réluctants, permettant d'améliorer le rendement des machines à griffes par couplage avec des outils d'optimisation [38]. L'avantage réside dans la prise en compte de la saturation des matériaux ferromagnétiques. Ces modèles présentent un temps de calcul avantageux tout en étant précis.

Nous avons rencontré, dans la littérature, deux modèles de réluctances : le modèle d'Ostrovic [39] et le modèle de Hecquet et Brochet [40]. Dans les deux modèles, l'entrefer est traité différemment. En effet, concernant le premier modèle, la rotation est prise en compte par plusieurs réluctances d'entrefer reliant chaque réluctance appartenant à la frontière rotor-entrefer avec les réluctances appartenant à la frontière stator-entrefer. Ce modèle est très complexe de par le nombre d'éléments d'entrefer. Le deuxième modèle, plus simple, consiste à prendre en compte le phénomène de la rotation à l'aide d'une perméance calculée par éléments

finis pour plusieurs positions du rotor. Cette méthode rend cependant le modèle lent en temps de calcul.

▪ Modèle d'Ostrovic

Ce réseau de perméance se base sur une méthode analytique. À partir des tubes de flux, le réseau de perméance est établi. Il consiste à multiplier les réluctances pour augmenter la précision. Ce modèle représente un temps de calcul assez court. Par contre, il est assez complexe à mettre en œuvre vu le nombre d'éléments qu'il faut déterminer pour le réaliser.

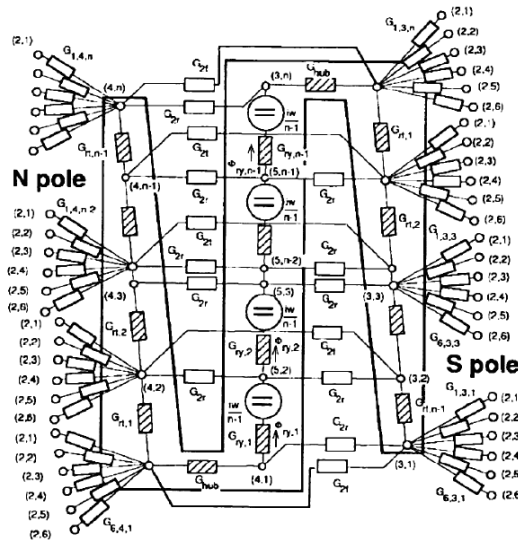


Figure 1.44 : Modélisation d'un alternateur à griffes en multipliant les réluctances d'entrefer [39]

▪ Modèle de Hecquet et Brochet

Les auteurs ont modélisé un réseau de perméance dans le but de déterminer les bruits magnétiques à partir des efforts locaux de type électromagnétique. Les perméances utilisées dans ce modèle dépendent de la position du rotor et sont calculées par éléments finis à partir de plusieurs simulations 3D en magnétostatique. Les calculs par ce réseau de perméance restent précis et corrects. Par contre le modèle est assez lourd, et permet difficilement d'utiliser des outils d'optimisation.

Ce type de modèle permettant de calculer la perméance de l'entrefer par la méthode des éléments finis a été aussi utilisé par Fankem [41] dans un modèle de réluctances pour contrôler une machine à réluctance variable à caractère fortement tridimensionnel.

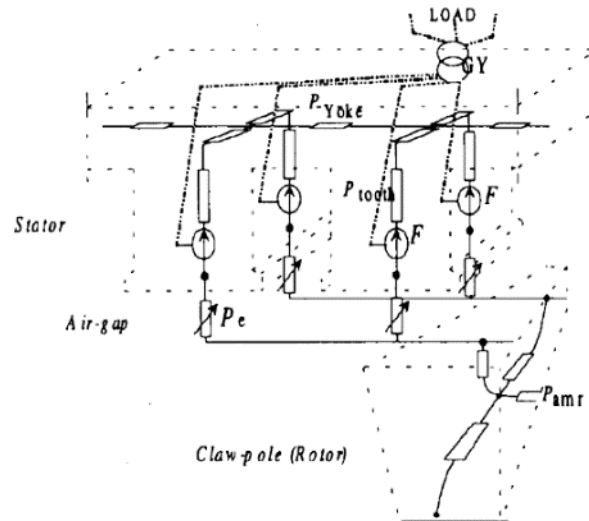


Figure 1.45 : Modèle de réductance d'un alternateur à griffes [40]

1.7.4 Modèles hybrides

L'entrefer étant un domaine linéaire ($\mu_r = 1$) où le flux n'est pas canalisé, il est donc sujet à plusieurs variations telle que la variation du chemin de flux due à la saturation du fer ou due à la rotation du rotor.

Afin de prendre en compte la rotation dans les modèles de machines tout en ayant des modèles rapides et précis, nous rencontrons dans la littérature deux types de modèles hybrides qui permettent de traiter l'entrefer indépendamment des parties non linéaires. En effet, ces modèles consistent à résoudre dans l'entrefer une formulation analytique connue pour sa rapidité et précision, et de coupler cette résolution soit à un modèle éléments finis comme le propose Razek et al [42] ou bien à des réductances comme le proposent Mirzayee et al [43] et Amara et al [44].

▪ Modèle éléments finis couplé à une formulation analytique

Dans ce type de modèle hybride, l'entrefer est traité sous forme d'un « macroélément ». Cette méthode qui consiste à combiner les modèles éléments finis et le modèle analytique a été proposée par Razek [42]. Celle-ci a été développée afin de simuler le mouvement dans les machines tournantes et présentait une bonne précision par rapport à la méthode de la ligne d'entrefer qui était habituellement utilisée pour la prise en compte de la rotation, Figure 1.46.



Figure 1.46 : Prise en compte du mouvement par la méthode de ligne d'entrefer [45]

En effet, la méthode de ligne d'entrefer consiste en l'insertion d'une ligne au milieu de l'entrefer dans le but de modéliser le mouvement du rotor. Sur cette ligne, les maillages du côté stator et rotor sont directement liés. Il est donc nécessaire, pour simuler le mouvement, de décaler le rotor d'un nombre entier de mailles. Ceci crée des oscillations de grandeurs globales qui ne sont

pas réalistes et qui sont dues à une variation brusque de la position du rotor [45]. Pour cela, le modèle hybride dit de « macroélément » qui consiste en une bande d'air dans l'entrefer comme le montre la Figure 1.47 est proposé.

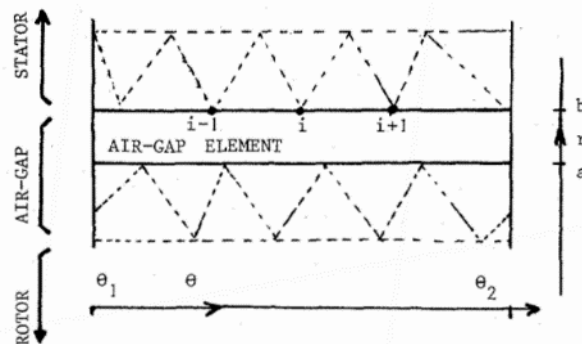


Figure 1.47: Principe du modèle hybride : « macroélément » dans l'entrefer et méthode des éléments finis

Une comparaison a été menée par Messier [45] qui montre que cette méthode est moins rapide que la méthode de la ligne d'entrefer, car nécessite un espace mémoire plus important dû à la taille de la matrice qui est plus grande. Par ailleurs cette méthode est destinée à être utilisée pour modéliser des machines périodiques ou antipériodiques.

Dans notre cas nous avons choisi de ne pas utiliser ce type de modélisation hybride. En effet, les machines à courant continu de type série utilisées dans l'application démarreur sont majoritairement à rotor non symétrique (nombre impair d'encoches) et sont magnétiquement très saturées, une simulation par éléments finis couplée à la formulation analytique de toute la machine présenterait un temps de calcul trop élevé.

- **Modèle de réductances couplé à une formulation analytique**

Le deuxième type de modèle hybride combinant un modèle de réductances et un modèle analytique est préférable. Ce type de modèle a déjà été présenté dans la littérature [43], [44], [46], [47], [48] et [49]. Ce modèle s'appuie sur la modélisation analytique de l'entrefer (à partir de la résolution de l'équation de Laplace) et une modélisation par des réseaux de réductances du stator et du rotor (Figure 1.48). L'entrefer est modélisé par un ensemble de réductances calculées à partir du potentiel scalaire U . La résolution de l'équation de Laplace peut être appliquée à plusieurs domaines tels que les encoches ou les aimants [49] [50], comme on peut le voir sur la Figure 1.48. Cette méthode montre une bonne concordance avec la méthode tout éléments finis tout en prenant en compte le mouvement dans la machine. Cependant, cette méthode utilise le couplage entre les modèles en moyennant des perméances qui génèrent un nombre élevé d'éléments dans l'entrefer.

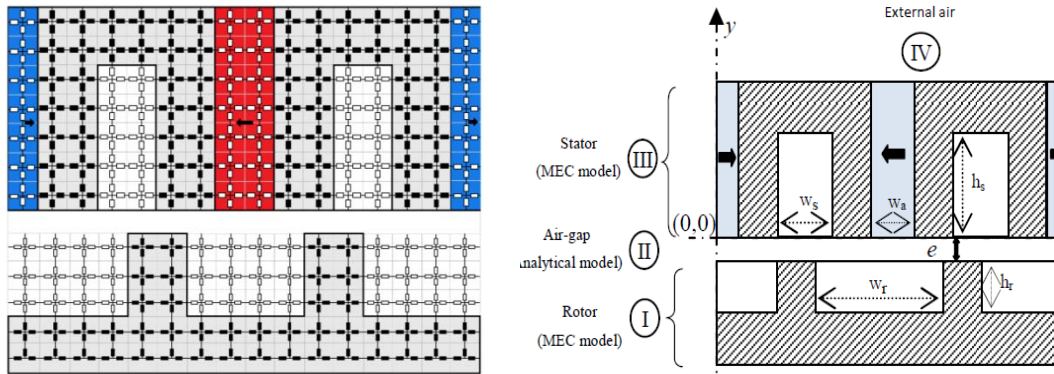


Figure 1.48 : Modélisation d'une machine axiale à commutation de flux à aimant permanent par un modèle hybride : analytique + réductant [46], [49]

Ces modèles permettent d'avoir une bonne précision et de mieux prendre en compte le phénomène de rotation. Grâce à une formulation analytique dans l'entrefer, un calcul plus précis du couple est possible en appliquant le tenseur de Maxwell. Ceci n'est pas possible dans les réseaux de réductances où le modèle donne uniquement la composante radiale de l'induction.

1.8 Objectif de la thèse

L'objectif de cette thèse se résume au dimensionnement d'une topologie à griffes au stator de la machine à courant continu utilisée dans les démarreurs. Il s'agit de comparer les performances de la structure actuelle à plots à celle de la structure à griffes en termes de couple magnétique fourni et de coût de fabrication. Pour cela, nous avons choisi d'étudier une structure à griffe au stator dans le même encombrement que la structure à plots et de conserver le même rotor.

En effet, la structure à griffes appliquée au stator de la machine à courant continu permet à l'aide du bobinage cylindrique d'utiliser la partie dédiée aux têtes de bobines (dans une structure à plots) pour augmenter la surface d'échange entre le stator et le rotor. Ceci permettra donc à la fois de réduire le coût de fabrication de la machine en réduisant le volume de cuivre au stator et d'augmenter le couple produit par le moteur en augmentant la surface de l'entrefer, comme nous pouvons le constater à partir de la Figure 1.49.

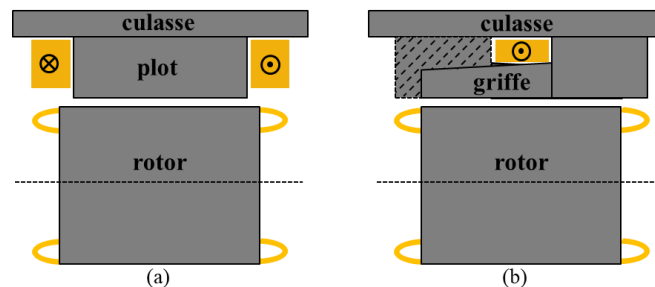


Figure 1.49 : Remplacement du stator de la machine à courant continu à plots à bobinage concentré (a) par une structure à griffes à bobinage cylindrique (b)

Pour atteindre cet objectif technologique, une démarche de modélisation adaptée à l'optimisation sera mise en œuvre. De plus, le dimensionnement optimal de cette machine dans une application nécessitant un fort couple dans un encombrement réduit exige le développement

de modèles prenant en compte la saturation dans le but d'avoir des modèles magnétostatiques robustes. Pour cela, un modèle basé uniquement sur le réseau de réluctances et un modèle hybride combinant une formulation analytique et le réseau de réluctances seront développés. Par ailleurs, un modèle éléments finis 3D sera aussi mis en œuvre afin de valider les modèles développés et d'affiner les résultats.

D'autre part, étant donné que nous souhaitons dimensionner une nouvelle topologie tout en gardant le même rotor de la machine, nous nous préoccupons dans un premier temps uniquement des contraintes de dimensionnement statique afin de simplifier le problème.

1.9 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons pu voir, dans un premier temps, à partir du fonctionnement de la machine à courant continu et du démarreur, les différentes contraintes de dimensionnement de ce type de machine dans l'application démarreur Stop-Start. Ces contraintes sont liées au régime statique et dynamique du démarreur, à sa durée de vie et à son coût de fabrication. Dans un deuxième temps, nous avons constaté à partir de plusieurs types de bobinages des machines qu'une structure à griffes au stator muni d'un bobinage cylindrique est une solution adaptée pour augmenter le couple de la machine et diminuer son coût de fabrication.

Ensuite, dans un troisième temps, à partir d'un état de l'art établi sur les différentes structures à griffes, nous avons résumé les avantages et les inconvénients de la topologie à griffes en termes d'encombrement et de performances magnétiques. Cette topologie à forme tridimensionnelle utilisée dans un démarreur généralement à forte saturation dispose d'un nombre d'encoches impair au rotor est difficile à modéliser. Un état de l'art des différents modèles magnétostatiques nous a permis de constater que les modèles à réluctances et hybrides sont les plus adaptés pour un dimensionnement de ce type de machine.

Afin d'entamer la procédure de dimensionnement du stator à griffes, nous allons développer dans le chapitre suivant, un modèle de réluctances pour la machine à plots afin de comprendre quels sont les avantages et les inconvénients de ce type de modèle et savoir s'il est adapté à un dimensionnement d'une nouvelle topologie.

Chapitre 2 : Modélisation magnétique de la machine à plots

2.1	Introduction	51
2.2	Démarche de la modélisation par réseau de réductance	52
2.2.1	Définition des réseaux de réductances	52
2.2.2	Résolution par la méthode de la réduction de Kron	53
2.2.3	Traitement des non-linéarités	55
2.2.4	Calcul des grandeurs électromagnétiques	57
2.3	Modélisation d'une machine à courant continu à plots.....	58
2.3.1	Description de la topologie de la machine	58
2.3.2	Identification des ampères tours au rotor	60
2.3.3	Approches de discrétisation du modèle de réductances	61
2.3.4	Traitement des machines électriques non symétriques	62
2.3.5	Modélisation de la machine avec un rotor lisse équivalent.....	63
2.3.6	Modélisation avec répartition des forces magnétomotrices	63
2.3.7	Modélisation par une machine symétrique équivalente	71
2.4	Utilisation du modèle de réductances dans un processus d'optimisation	79
2.4.1	Optimisation mono-objective	80
2.4.2	Optimisation multi-objectif	82
2.5	Conclusion	83

2.1 Introduction

La machine à courant continu utilisée dans l'application du démarreur Stop-Start subit des niveaux de saturation élevés, ce qui impacte la génération du couple. Le dimensionnement d'une nouvelle topologie dans cette application nécessite de prendre en compte la saturation des matériaux ferromagnétiques. Pour cela, un modèle rapide et précis permettant d'être couplé aux processus d'optimisation est nécessaire.

Dans la littérature, nous rencontrons trois grandes familles de modèles magnétiques dédiés à la conception de machines électriques. Parmi les modèles analytiques les plus précis, nous citons les modèles qui consistent à résoudre l'équation de Maxwell dans l'entrefer afin d'obtenir l'expression du potentiel vecteur. Ces modèles reposent sur l'hypothèse forte des matériaux ferromagnétiques ayant une perméabilité infinie, mais sont avantageux pour leurs temps de calcul très courts. Ensuite, viennent les modèles éléments finis qui permettent de calculer avec précision les grandeurs magnétiques, mais qui sont coûteux en temps de calcul surtout en trois dimensions. La troisième famille est celle des modèles de type circuit magnétique (réseaux de réluctances) qui combinent l'avantage des modèles analytiques en termes de rapidité, et de la précision des modèles numériques par la prise en compte de la non-linéarité des matériaux ferromagnétiques. Leurs inconvénients résident dans leur développement qui est souvent fastidieux. Ces modèles de réluctances ont été choisis pour la modélisation de notre machine dans cette partie.

Les modèles réluctants portant sur les machines à courant continu sont très peu présents dans la littérature. C'est pourquoi nous nous sommes intéressés dans une première partie à la modélisation des phénomènes magnétiques liés à la machine à courant continu en modélisant tout d'abord la structure à plots du démarreur en deux dimensions, avant de modéliser la machine à griffes en trois dimensions (qui fera l'objet du chapitre3). La machine ne présentant pas de symétrie, nous l'avons tout d'abord modélisée en supposant que le rotor est lisse. Bien qu'il soit précis, ce modèle ne permet pas de prendre en compte les paramètres géométriques du rotor, ce qui ne permettra pas d'optimiser le rotor de la machine. Pour remédier à ce point, nous avons opté dans une deuxième partie, pour un modèle de la machine à encoches en l'approchant d'une machine équivalente à nombre pair d'encoches au rotor. Cette discrétisation nécessite d'établir un réseau fin de réluctances modélisant l'entrefer ainsi que la prise en compte de la réaction magnétique d'induit dans le réseau du stator. Dans cette étape, nous mettrons en évidence la modélisation de l'effet de la réaction magnétique d'induit dans cette application et nous montrerons comment ce phénomène a été pris en compte dans notre modèle. Le modèle est validé en effectuant une étude statistique sur un nombre élevé de machines tests. Il est ensuite utilisé dans un processus d'optimisation et permet d'obtenir plusieurs machines optimisées.

Ainsi, ce chapitre résume les différents types de modèles de réluctance pouvant être établis pour modéliser les machines à courant continu non symétriques à forte saturation. Pour chaque modèle, le couple est calculé en utilisant une formulation adaptée. Nous citerons dans ce qui suit les avantages et les inconvénients que présente chaque modèle dans le but de son utilisation dans une démarche d'optimisation des machines en vue d'augmenter leur couple moyen.

2.2 Démarche de la modélisation par réseau de réluctance

2.2.1 Définition des réseaux de réluctances

Par analogie avec les modèles circuit électrique, la réluctance R représente une résistance au flux magnétique, le flux φ est analogue à un courant et la force magnétomotrice F une différence de potentiels magnétiques telle qu'une tension aux bornes d'une résistance. La force magnétomotrice et le flux sont liés par la réluctance selon la loi de Hopkinson :

$$F = R \varphi \quad (2.1)$$

Cette analogie permet de représenter des systèmes magnétiques complexes tels que les machines à courant continu sous forme de réseaux de réluctances magnétiques. Dans cette partie, le calcul du flux, de la force magnétomotrice et de la réluctance ainsi que leurs hypothèses est introduit.

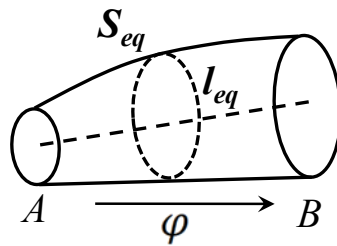


Figure 2.1 : Un tube de flux élémentaire définie par une section moyenne et une longueur moyenne

Nous supposons que la réluctance modélise un tube de flux d'une longueur moyenne l_{eq} , d'une section moyenne S_{eq} et de perméabilité équivalente μ_{eq} (Figure 2.1). Ainsi, à partir de la courbe $B(H)$ du matériau ferromagnétique, nous pouvons calculer le flux et la force magnétomotrice dans chaque tube de flux.

En effet, à partir du théorème de conservation du flux sur une surface fermée, on peut écrire :

$$\varphi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = B_m \cdot S_{eq} \quad (2.2)$$

où B_m est l'induction moyenne sur S_{eq} .

La force magnétomotrice est calculée à partir du champ magnétique H circulant le long du tube de flux. Cette force magnétomotrice est donc une différence de potentiel magnétique entre un point A appartenant à la surface d'entrée du tube et un point B appartenant à la surface de sortie :

$$F = \int_A^B \vec{H} \cdot d\vec{l} = H_m \cdot l_{eq} \quad (2.3)$$

où H_m est le champ moyen entre A et B.

D'autre part, selon le théorème d'Ampère lorsqu'une bobine alimentée par un courant I et comportant N tours entoure un circuit magnétique, ces ampères tours $N \cdot I$ constituent une force

magnétomotrice qui génère un flux circulant dans le circuit magnétique le long d'un contour fermé.

$$\oint \vec{H} \cdot d\vec{l} = N \cdot I \quad (2.4)$$

En ce qui concerne le calcul de la réductance d'un tube de flux, nous pouvons déduire à partir de la relation de Hopkinson (2.1), des équations du flux (2.2) et de la force magnétomotrice (2.3), que la réductance d'un tube de flux de perméabilité constante est exprimée par la relation :

$$R = \frac{l_{eq}}{\mu_0 \mu_{eq} S_{eq}} \quad (2.5)$$

En réalité, dans les machines électriques, la saturation n'est pas la même le long d'une ligne de champ, la perméabilité est donc non homogène. Pour cela, la modélisation par réseau de réductances s'appuie sur la décomposition du domaine étudié en plusieurs tubes de flux de façon à avoir une perméabilité constante par morceaux.

2.2.2 Résolution par la méthode de la réduction de Kron

Dans les modèles de réductances, chaque branche est constituée de réductances et de forces magnétomotrices (Figure 2.2). L'ensemble de ces branches forme un seul réseau. Lors de la modélisation d'une machine électrique, les réseaux de réductances considérés deviennent complexes en raison du nombre de réductances mises en jeu. La démarche de résolution du système magnétique s'appuie sur la méthode de Kron que nous présentons ici.

Chaque réseau est constitué de b branches et n nœuds. Chaque branche i du réseau, contient une réductance R_i , une source de flux magnétique E_i , un flux φ_i et une différence de potentiel à ses bornes F_i (Figure 2.2). On retrouve donc $2b$ inconnues (F et φ dans chaque branche).

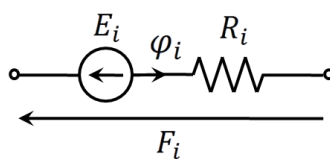


Figure 2.2 : Composition d'une branche dans un modèle réductant

Afin de retrouver ces inconnues, il est nécessaire d'établir pour l'ensemble des branches et des nœuds du réseau, la loi des mailles et la loi des nœuds. L'ensemble des équations est mis sous la forme matricielle :

$$\begin{cases} F = Z \varphi - E \\ \sum_{i=1}^b \varphi_i = 0 \end{cases} \quad (2.6)$$

F : vecteur de taille b des différences de potentiel de l'ensemble des branches.

Z : matrice diagonale de taille b qui représente l'ensemble des réductances.

φ : vecteur de taille b des flux de l'ensemble des branches.

E : vecteur de taille b des sources de potentiels magnétiques dans toutes les branches.

φ_i : les flux entrants ou sortants du nœud i .

Lorsque le réseau dispose d'un nombre élevé de nœuds, il devient difficile de résoudre le système d'équations. Pour cela, la méthode de réduction de Kron peut être utilisée. Elle consiste à réduire la taille du système moyennant des matrices de connexions dans la loi des mailles et des nœuds.

Le principe de ces matrices de connexions est basé sur l'établissement d'un arbre et d'un co-arbre. En effet, un arbre est formé d'une chaîne de branches entre deux nœuds en passant par l'ensemble des nœuds du réseau. Le co-arbre est l'ensemble des branches restantes du réseau.

Cette méthode peut être expliquée à travers un exemple simple. Dans un réseau orienté, comme le montre la Figure 2.3, l'arbre est composé de $a = n - 1$ branches et le co-arbre de $b - n + 1$ branches. Celles-ci sont affectées aléatoirement comme dans la Figure 2.3. Chaque maille est définie par une seule branche du co-arbre et d'une ou plusieurs branches de l'arbre, où chaque maille prend le sens de la branche du co-arbre.

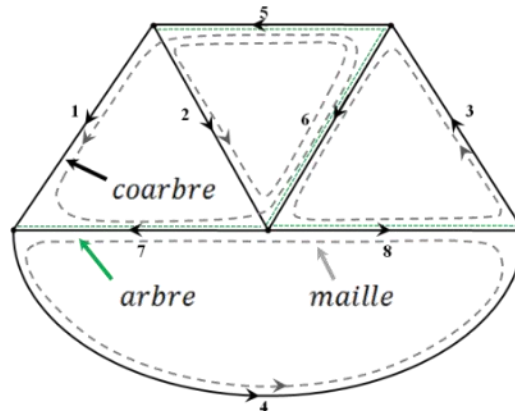


Figure 2.3 : Un réseau connexe constitué de 5 nœuds, 8 branches et forme 4 arbres et 4 mailles

Ces mailles donnent donc lieu à $m = b - n + 1$ équations basées sur la loi des mailles et a équations basées sur la loi des nœuds. Ainsi, les matrices de connexions A et C sont définies telles que :

$$\begin{cases} F = A F_a \\ \varphi = C \varphi_m \end{cases} \quad (2.7)$$

A : matrice de taille $b \times a$ est une matrice de connexion des différences de potentiel magnétiques.

F_a : vecteur de taille a est le vecteur réduit des différences de potentiel aux bornes des branches.

C : matrice de taille $b \times m$ est la matrice de connexion des flux.

φ_m : vecteur de taille m est le vecteur réduit des flux principaux dans les arbres.

La relation entre les flux de l'arbre et les flux des mailles est définie dans la matrice C à partir de la loi des nœuds et de la relation entre les tensions du co-arbre. Les tensions de l'arbre sont définies par la loi des mailles suivant une convention récepteur pour chaque maille comme le montre la matrice A ci-dessous.

$$C(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{si } \varphi_j \text{ appartient à la maille } i \text{ et circule dans le même sens que } \varphi_i, \\ -1 & \text{si } \varphi_j \text{ appartient à la maille } i \text{ et circule dans le même contraire à } \varphi_i, \\ 0 & \text{si } \varphi_j \text{ n'appartient pas à la maille } i. \end{cases}$$

$$A(i, j) = \begin{cases} 1 & \text{si } F_i \text{ est du même sens que } F_j \text{ et appartient à la même maille,} \\ -1 & \text{si } F_i \text{ est de sens contraire à } F_j \text{ et appartient à la même maille,} \\ 0 & \text{si } F_i \text{ n'appartient pas à la même maille que } F_j. \end{cases}$$

Suivant les règles qu'impose l'établissement de ces matrices de connexion, à partir de l'exemple choisi Figure 2.3, nous trouvons :

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Une fois que ces matrices sont établies, leur orthogonalité est vérifiée par $A^t C = C^t A = 0$. Cette étape nous assure que ces matrices sont bien calculées. Le système étant orthogonal, la résolution se fait directement par l'équation déduite de (2.6) et (2.7). Ainsi :

$$\begin{cases} C^t F = C^t A F_a = 0 \\ C^t Z C \varphi_m = C^t E \end{cases} \quad (2.8)$$

Cette équation permet de retrouver les flux φ_m correspondants aux flux des arbres, et à partir de l'équation (2.7), nous retrouvons l'ensemble des flux du réseau. Cette méthode de résolution peut être automatisée grâce à des algorithmes permettant de trouver le chemin le plus court en établissant les mailles, comme peut le faire l'algorithme de Prim qui consiste à définir une série d'arbres à partir des poids des sommets [51].

2.2.3 Traitement des non-linéarités

Les matériaux ferromagnétiques utilisés dans les machines électriques ont un comportement non linéaire. Les réluctances du réseau ne sont pas constantes, mais dépendent des flux. Dans ce cas, l'équation (2.8) devient :

$$C^t Z(\varphi_m) C \varphi_m = C^t E \quad (2.9)$$

La résolution du système nécessite l'usage d'une méthode de résolution non linéaire exigeant un processus itératif.

Plusieurs méthodes itératives de résolution des équations du type $f(x) = 0$ peuvent être appliquées. Parmi ces méthodes itératives, on trouve la méthode de Newton-Raphson reconnue pour sa rapidité de convergence, mais nécessitant un point initial proche de la solution. Cette méthode consiste, à partir d'un point initial x_0 appartenant au domaine de définition de la fonction f , à construire par récurrence la suite :

$$\begin{cases} J(x_k) \cdot \delta_k + f(x_k) = 0 \\ x_{k+1} = x_k - \delta_k \text{ avec } x_k \in \mathbb{R}^n \end{cases} \quad (2.10)$$

Dans un système matriciel, cette méthode nécessite de calculer pour chaque itération l'inverse de la matrice jacobienne J . Celle-ci est parfois difficile à calculer. Une solution consiste à approximer ses éléments à partir des itérations antérieures.

Une deuxième méthode itérative appelée la méthode de point fixe peut être utilisée pour sa simplicité et sa robustesse, car elle permet de converger pour n'importe quel point initial. En effet, il s'agit d'une suite récurrente x_k défini par un point initial x_0 :

$$x_{k+1} = g(x_k) \quad (2.11)$$

Tel que :

$$f(x) = g(x) + x$$

On considère que le système a convergé lorsque l'erreur relative entre deux points consécutifs est plus petite qu'un seuil faible ε préalablement choisi :

$$\frac{|x_{k+1} - x_k|}{|x_k|} < \varepsilon \quad (2.12)$$

Dans certains cas, et selon la nature de la non-linéarité des matériaux utilisés, la méthode ne permet pas de converger. Dans ces conditions, afin d'aider le système à converger et d'accélérer cette convergence, un coefficient de relaxation λ est introduit dans l'équation (2.11) rendant ainsi la suite sous la forme :

$$x_{k+1} = (1 - \lambda)x_k + \lambda g(x_k) \quad (2.13)$$

Cette méthode de point fixe reste simple à mettre en œuvre et est jugée robuste pour résoudre les systèmes d'équations relatifs aux réseaux de réductances. Tout au long de ce chapitre, cette méthode est adoptée et le coefficient de relaxation est considéré constant.

2.2.3.1 Exemple de mise en œuvre de la méthode du point fixe

D'une manière générale, dans les réseaux de réductances nous commençons par initialiser les perméabilités du fer à une valeur correspondant au coude de saturation μ_i de la courbe $B(H)$ permettant ainsi de calculer les valeurs initiales des réductances du réseau. La résolution du système (2.8) nous permet de retrouver les flux initiaux φ_0 des différentes branches, correspondant au point x_0 .

D'une manière classique, le critère d'arrêt des itérations peut être établi à partir des valeurs successives des flux, mais il est nécessaire d'établir les courbes $\varphi(F)$ pour toutes les réluctances du réseau. Une manière de simplifier la démarche consiste à définir le critère de convergence sur les valeurs des perméabilités μ qui s'appuient sur une seule et même courbe $B(H)$.

À partir des flux calculés à l'itération k , les valeurs μ_{eq}^k de chaque réluctance sont déterminées en utilisant la courbe $B(H)$. Ces valeurs de perméabilités sont comparées à celles obtenues à l'itération précédente μ_{eq}^{k-1} . Si le critère d'arrêt (2.12) n'est pas satisfait, les nouvelles perméabilités sont réactualisées moyennant le coefficient de relaxation. Dans le cas contraire, la convergence est satisfaite et la solution est obtenue. Une représentation de l'évolution de la perméabilité relative pendant les itérations est illustrée sur la Figure 2.4.

L'ensemble de ces étapes est défini ci-dessous :

Tableau 2.1 : Étapes du processus de convergence

Processus de convergence dans les conditions non linéaires

1. Initialisation : $k = 1, \varepsilon_k = \infty, \mu_k = \mu_i$ pour chaque perméance
2. Tant que $\varepsilon_k > \varepsilon$
3. Calculer le flux de chaque perméance φ_{k+1}
4. Déduire l'induction équivalente B_{k+1}
5. Déduire la perméabilité équivalente μ_{k+1} de la courbe $B(H)$ et stocker dans le vecteur $[\mu_{k+1}]$
6. $\varepsilon_{k+1} = \frac{\|[\mu_{k+1}] - [\mu_k]\|}{\|[\mu_k]\|}$
7. $[\mu_{k+1}] = [\mu_{k+1}] + \alpha([\mu_{k+1}] - [\mu_k])$
8. $k = k + 1$
9. Fin

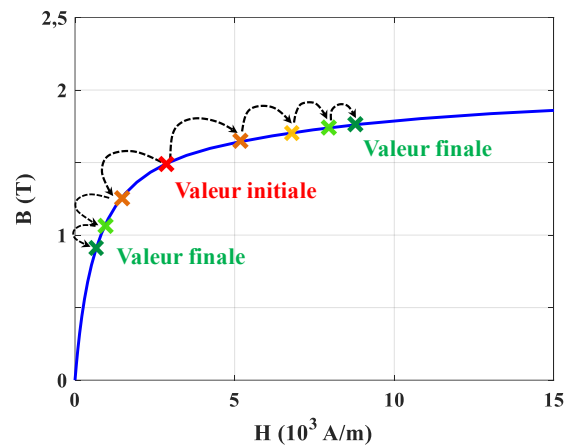


Figure 2.4 : Étapes de convergence de la perméabilité

2.2.4 Calcul des grandeurs électromagnétiques

Après résolution des équations (2.8), l'ensemble des flux φ_i des différentes branches et les différences de potentiel magnétique F_i aux bornes des branches sont connus. Nous déterminons à partir de ces grandeurs l'énergie, la coénergie et le couple.

À partir de la courbe $B(H)$, nous exprimons les densités volumiques d'énergie et de coénergie en nous basant sur la loi de Hopkinson (2.1). Cela revient aux expressions de l'énergie et de la coénergie dans chaque branche du réseau de perméances (2.14). Les expressions de la densité d'énergie en fonction des réluctances et des flux, et de la densité de coénergie en fonction des perméances et des forces magnétomotrices sont données ci-dessous :

$$\begin{cases} W_i(\theta, \varphi_i) = \int_0^{\varphi_i} R_i(\theta, \varphi) \varphi \, d\varphi \\ \tilde{W}_i(\theta, F_i) = \int_0^{F_i} P_i(\theta, F) F \, dF \end{cases} \quad (2.14)$$

À partir de la coénergie totale des N réductances du circuit, il est alors possible de déterminer le couple grâce au théorème des travaux virtuels, en effectuant une dérivation par rapport à la position θ du rotor à courants fixés :

$$\begin{cases} C(\theta, F) = \left. \frac{\partial \tilde{W}(\theta, F)}{\partial \theta} \right|_{I \text{ fixé}} \\ C(\theta, F) = \frac{\delta}{\delta \theta} \left(\sum_{i=1}^N \int_0^{F_i} P_i(\theta, F) F dF \right) \end{cases} \quad (2.15)$$

2.3 Modélisation d'une machine à courant continu à plots

Le but de ce chapitre est de développer un modèle rapide de la machine à courant continu à plots pouvant être utilisé dans un processus d'optimisation. Dans un premier temps, le fonctionnement de la machine à courant continu à plots et le phénomène de commutation nécessaire à sa modélisation magnétique sont présentés. La description du bobinage s'enchaîne par une discussion sur la dissymétrie de la machine qu'implique le bobinage des machines à collecteurs. Dans une seconde partie, deux approches permettant de simplifier la modélisation des machines dissymétriques sont abordées. La première approche consiste à modéliser une machine à rotor lisse équivalent, la deuxième approche consiste à modéliser une machine à rotor encoché symétrique équivalent. Ces deux modèles sont validés par éléments finis et expérimentalement pour un jeu de paramètres donné. Nous verrons que la deuxième démarche est plus intéressante en termes de précision, tout en étant rapide comparée aux éléments finis. Sa robustesse est mise à l'épreuve à travers une variation paramétrique par une méthode statistique.

2.3.1 Description de la topologie de la machine

Afin de modéliser la machine à courant continu en vue de calculer le couple, la connaissance des courants statorique et rotorique qui sont à l'origine de la création du champ magnétique est nécessaire.

Dans l'application démarreur, la machine à courant continu à excitation série est alimentée directement par une batterie de 12V. Elle est caractérisée par un nombre pair de pôles au stator et d'un nombre impair d'encoches au rotor. Une machine à $2p = 4$ pôles au stator et $N_e = 19$ encoches au rotor est prise comme exemple dans cette partie comme le montre la Figure 2.5. Au stator, les pôles magnétiques sont générés par des plots bobinés mis en série ou en parallèle. Quant au rotor, deux types de bobinage d'induit sont principalement utilisés, l'enroulement imbriqué et ondulé. L'enroulement ondulé étant le plus répandu, nous détaillerons dans ce qui suit le phénomène de la commutation en se basant sur ce bobinage, dans le but de déterminer précisément la répartition des ampères tours dans les encoches.

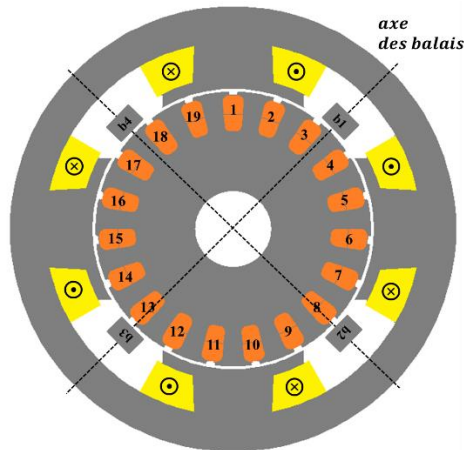


Figure 2.5 : Topologie de la machine à courant continu série à 4 pôles au stator et 19 encoches au rotor

Lorsque la machine est alimentée, les bobines statoriques créent un champ fixe selon l'axe des pôles (Figure 2.6) et les bobines rotoriques créent un champ selon un axe situé dans l'espace interpolaire (Figure 2.7), c'est cette quadrature des champs qui est à l'origine de la production du couple.

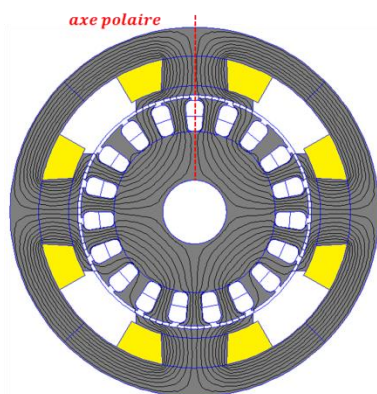


Figure 2.6 : Génération du flux statorique selon l'axe polaire

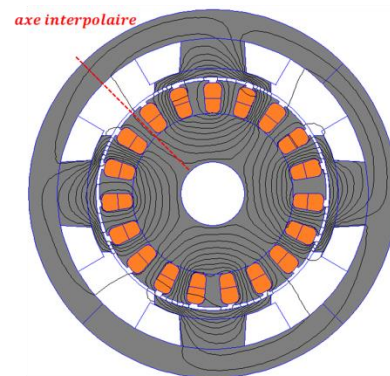


Figure 2.7 : Génération du flux rotorique selon l'axe interpolaire

Le couple est créé par l'interaction des deux champs inducteur et induit, entraînant ainsi la rotation du rotor. Lors de cette rotation, les courants dans les spires changent de signe en passant d'un pôle à un autre. Pendant cette inversion de signe, dite « commutation », le courant change d'amplitude d'une manière continue.

Dans l'exemple que nous avons pris, 2 balais positifs et 2 balais négatifs alimentent le bobinage rotorique (Figure 2.5), chaque balai peut être en contact à la fois avec 2 ou 3 lames. Ainsi la Figure 2.8 montre le schéma électrique de la machine et illustre les circuits du stator et du rotor ainsi que le contact balais-collecteur.

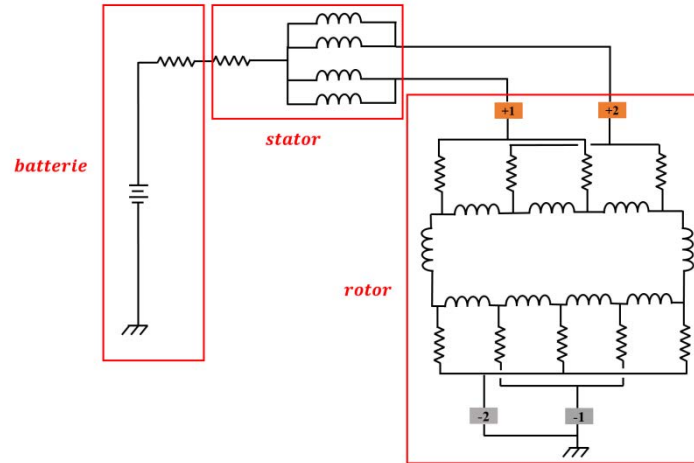


Figure 2.8 : Schéma électrique équivalent de la machine à courant continu alimentée par une batterie

2.3.2 Identification des ampères tours au rotor

La modélisation de la partie rotorique par un réseau de réductances nécessite la connaissance des ampères tours des différentes encoches du rotor. Or, comme nous l'avons expliqué dans le chapitre 1, le courant dans les spires du rotor évolue en fonction de la position du rotor. En effet, chaque spire peut être modélisée par un circuit R-L-E. Cependant, si on considère que l'effet inductif de la spire est négligeable, le courant évolue d'une façon linéaire dans la zone de commutation, ainsi la forme du courant traversant chaque spire de l'induit variant en fonction de la position du rotor est de forme trapézoïdale comme nous l'avons présenté dans le chapitre 1. Le modèle de commutation idéal présenté ici est suffisant dès lors que l'étude dynamique n'est pas prise en compte.

De ce fait, basée sur l'allure de l'évolution du courant, la Figure 2.9 illustre les valeurs des courants des faisceaux « aller » dans le cas d'une machine 4 pôles au stator et 19 encoches au rotor. Cependant chaque encoche dispose d'un faisceau « aller » et d'un faisceau « retour ». La distribution totale des courants aux encoches rotoriques est illustrée dans la Figure 2.10.

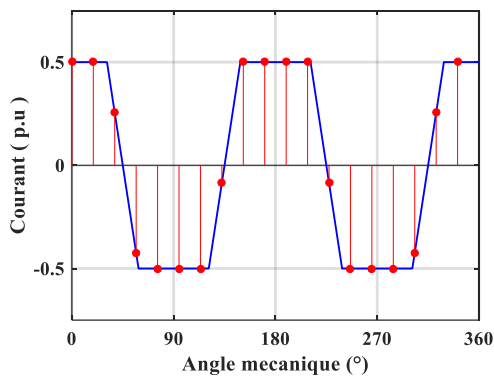


Figure 2.9 : Forme d'onde théorique dans une section de l'induit

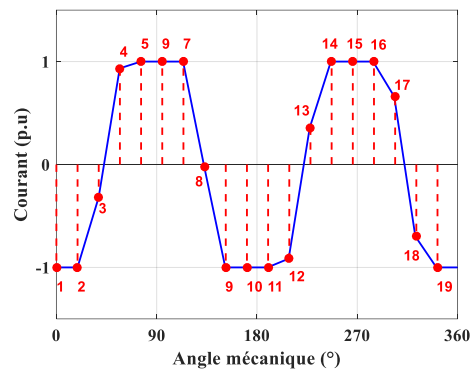


Figure 2.10 : Nappe de courant au rotor obtenue à partir des courants des bobines allers et retours dans différentes encoches au rotor d'une machine 4 pôle 19 encoches

La modélisation de ces courants est obtenue à l'aide d'une fonction qui reprend le motif élémentaire d'une nappe de courant, en fonction du nombre de pôles, de la durée de commutation et de la durée de conduction. À partir du pas dentaire, de la position du rotor et du calage des balais, le courant du premier faisceau aller est déterminé. Les courants des faisceaux restants sont déduits par projection sur la courbe idéalisée de la nappe de courant.

Ainsi en utilisant cette démarche, il est possible de déterminer les ampères-tours totaux dans les encoches en fonction de la position du rotor, qui tient compte du calage des balais ainsi que des largeurs des balais et des lames. Ces ampères tours seront utilisés comme source de champs dans les modèles réductants.

2.3.3 Approches de discrétisation du modèle de réductances

Dans la littérature, il existe deux types de modélisation par réductance d'un élément. La première modélisation consiste à représenter un élément surfacique par une seule réductance (modèle unidirectionnel) selon la direction du champ [39], [40]. La deuxième modélisation repose sur le principe des réseaux maillés où chaque élément est représenté par 4 réductances dans les deux directions de l'espace (modèle bidirectionnel) prenant ainsi en compte l'ensemble des composantes de l'induction [52], comme le montre la Figure 2.11.

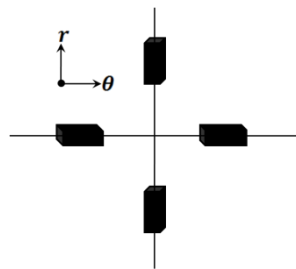


Figure 2.11 : Principe d'un réseau de réductance maillé en deux dimensions

Cette approche a été proposée dans le but de rendre les modèles de réductances plus robustes au changement de paramètres géométriques et leur établissement systématique [52]. Dans cette thèse, il a été choisi d'adopter l'approche unidirectionnelle dans le but d'avoir un réseau compact et rapide avec le moins de nœuds possible.

Afin de construire le modèle de réductances correspondant à un dispositif magnétique quelconque, la première étape consiste à établir les lignes de champ à partir d'un raisonnement physique ou à partir de l'observation du trajet de flux issu d'une simulation numérique.

Le niveau de discrétisation du réseau est défini en régime saturé afin d'avoir un modèle précis. Le découpage des réductances est effectué en respectant l'homogénéité de l'induction dans les parties saturables comme l'explique la partie 2.2.1, tout en cherchant rapidité et précision, ce qui détermine le niveau de complexité du modèle.

De ce fait, à partir de l'observation des lignes de champ, le réseau de réductances des parties ferromagnétiques est établi. Dans la Figure 2.12, le principe de discrétisation du modèle est illustré en prenant comme exemple un plot statorique d'une machine à courant continu. En effet, une discrétisation par réseau de réductance est affectée selon la répartition de l'induction. La

discrétisation du pôle en plusieurs éléments est illustrée sur cette Figure 2.12. Dans la partie haute du pôle, 4 réductances radiales permettent de la modéliser. Dans la partie basse du pôle, 6 réductances sont définies selon la direction radiale et 4 réductances sont définies selon la direction tangentielle.

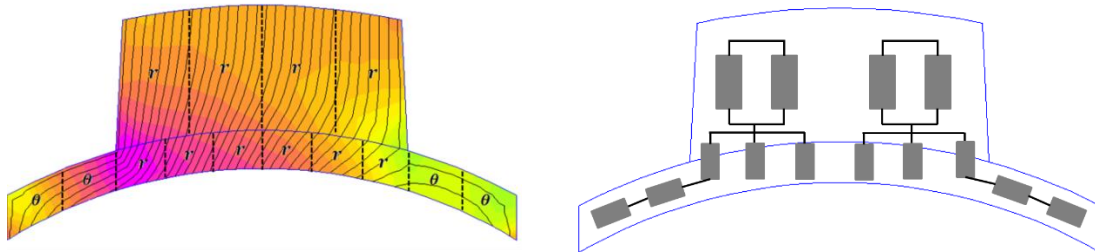


Figure 2.12 : Répartition de l'induction dans un pôle sous l'effet de la réaction magnétique d'induit, et modélisation équivalente par réductances

La démarche présentée ici est adoptée pour la modélisation de l'ensemble des parties de la machine.

2.3.4 Traitement des machines électriques non symétriques

Comme il a été expliqué précédemment, le bobinage ondulé utilisé dans les rotors des démarreurs impose un nombre impair d'encoches, ce qui permet également de réduire les ondulations de couple. Ceci est bénéfique dans l'application démarreur, car le pignon est ainsi protégé lors de l'engagement sur la couronne.

Ces machines à géométrie non périodiques présentent un nombre fractionnaire d'encoches par paire de pôle. Habituellement, les machines non périodiques nécessitent d'établir un modèle de la machine entière. La modélisation par un réseau de réductance rend le modèle très lourd et lent en temps de calcul. Une solution alternative consiste à modéliser une machine équivalente en remplaçant le rotor soit par un rotor lisse équivalent ou bien par un rotor équivalent à nombre pair d'encoches (Figure 2.13). Ces deux approches sont détaillées dans ce qui suit.

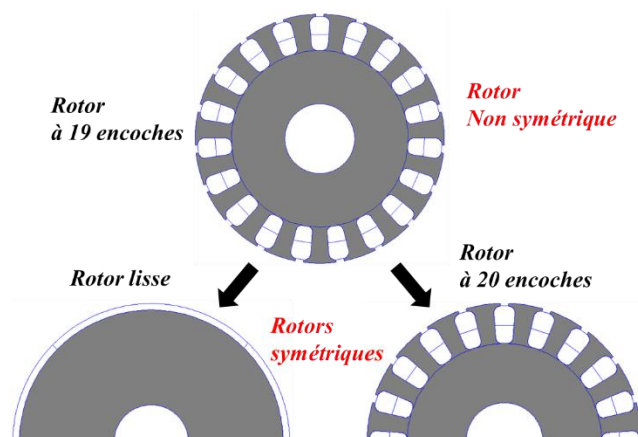


Figure 2.13 : Modélisation de la machine à nombre impair d'encoches par une machine à rotor lisse équivalente ou à nombre pair d'encoches équivalentes

2.3.5 Modélisation de la machine avec un rotor lisse équivalent

Dans cette partie, le modèle de la machine à rotor lisse équivalente à la machine à rotor encoché est établi. Le calcul du couple moyen est possible en effectuant une légère variation autour de la position des balais. Le modèle est ensuite validé à l'aide d'une comparaison avec des simulations par éléments finis dans des conditions saturées.

2.3.6 Modélisation avec répartition des forces magnétomotrices

Afin de modéliser la machine à 4 pôles 19 encoches (Figure 2.5) par un modèle de réluctance simplifié représentant uniquement deux pôles, la machine ayant un rotor à nombre impair d'encoches peut être approchée par un rotor lisse (Figure 2.14) ayant quatre nappes de courant identiques. Le modèle construit dans cette partie permettra de calculer le couple moyen de la machine en fonction de l'angle de calage des balais.

Comme il a été expliqué précédemment, le courant total de la $i^{\text{ème}}$ encoche noté I_{enc_i} est connu pour une position du rotor et un calage des balais α donné (Figure 2.10). L'ensemble des courants des encoches est réparti uniformément sur les quatre nappes de courant, comme le montre l'équation (2.16). I_{nappe} représente la valeur absolue des ampères tours totaux d'une nappe sous un pôle.

$$I_{nappe}(\alpha) = \frac{\sum_{i=1}^{N_{enc}} |I_{enc_i}(\alpha)|}{2p} \quad (2.16)$$

La Figure 2.14 illustre le principe de la modélisation d'une machine à rotor lisse avec des nappes de courant équivalentes au rotor.

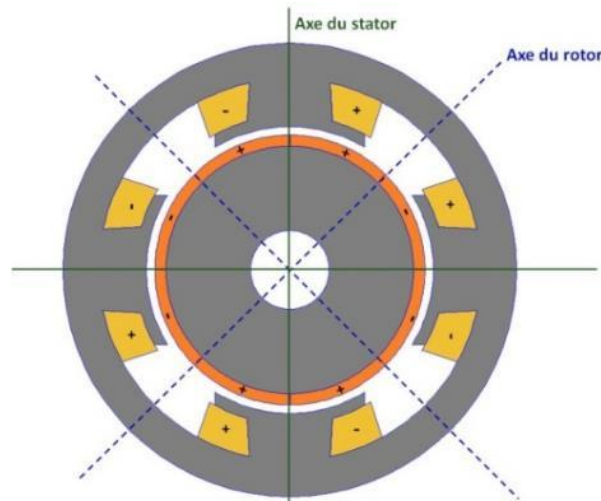


Figure 2.14 : Topologie d'une machine 4 pôles au stator et à rotor lisse avec des nappes de courant au rotor, représentation des différents axes

Lors de cette modélisation, nous avons décidé de représenter chaque nappe de la Figure 2.14 par trois forces magnétomotrices (FMM), dont une sous le pôle notée V_{r_p} et les deux autres dans l'espace inter-polaire notées V_{r_i} . La Figure 2.15, illustre les différentes sources de FMM au rotor qui seront incluses dans le modèle.

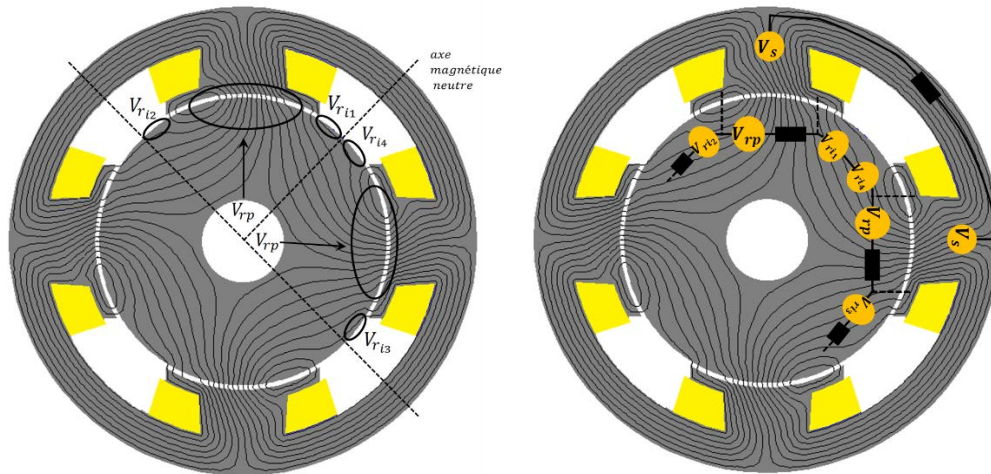


Figure 2.15 : Répartition des courants d'une nappe rotorique entre les espaces polaire et inter-polaire par rapport à l'axe magnétique neutre et leur modélisation

Ces 3 sources rotoriques modélisant les 3 nappes de courants sont calculées à partir des ampères tours totaux qu'elles représentent :

$$\begin{cases} V_{rp} = I_{nappe}(\alpha) \times \frac{\theta_{p\hat{o}le}}{\left(\frac{\pi}{p}\right)} \\ V_{ri_n} = \frac{1}{2} I_{nappe}(\alpha) \times \left(\frac{\frac{\pi}{p} - \theta_{p\hat{o}le}}{\frac{\pi}{p}}\right), \text{ avec } n = 1, \dots, 4 \end{cases} \quad (2.17)$$

Où $\theta_{p\hat{o}le}$ représente l'épanouissement polaire.

Les courants statoriques sont modélisés par une force magnétomotrice équivalente V_s qui représente les ampères tours totaux par bobine comme le montre la Figure 2.15.

L'ensemble de ces sources statoriques est intégré au modèle de réluctance établi pour la machine. Dans ce modèle, les flux de fuites au stator sont considérés négligeables. De ce fait, le réseau de réluctance modélise le stator, le rotor et l'entrefer d'une demi-machine. Le modèle équivalent du pôle statorique est celui présenté dans la section 2.3.3.

De la même façon que pour le pôle, les culasses statorique et rotorique sont représentées par un ensemble de réluctances suffisant pour respecter l'homogénéité de l'induction dans chaque partie.

La discrétisation de l'entrefer et sa représentation par un ensemble de réluctances équivalentes dépend de la discrétisation adoptée sous un pôle, comme le montre la Figure 2.12. Par ailleurs, la machine à rotor encoché a été approchée par une machine à rotor lisse dont l'entrefer magnétique est de même épaisseur, comme le présente la Figure 2.16. Dans ce modèle le coefficient de Carter prenant en compte l'effet de l'encoche rotorique n'est pas considéré. C'est cet entrefer magnétique qui a été considéré pour le calcul des réluctances de l'entrefer.

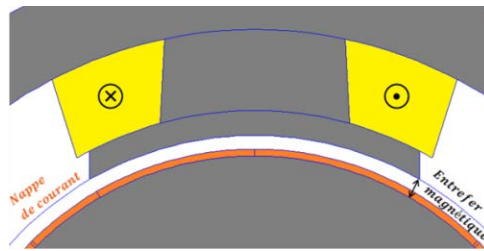


Figure 2.16 : Entrefer magnétique équivalent dans la machine à rotor lisse

En considérant l'ensemble de ces aspects de modélisation, on parvient au modèle complet de la machine donné par la Figure 2.17. Les sources sont présentées en orange, les réluctances du fer en gris et les réluctances de l'entrefer en bleu.

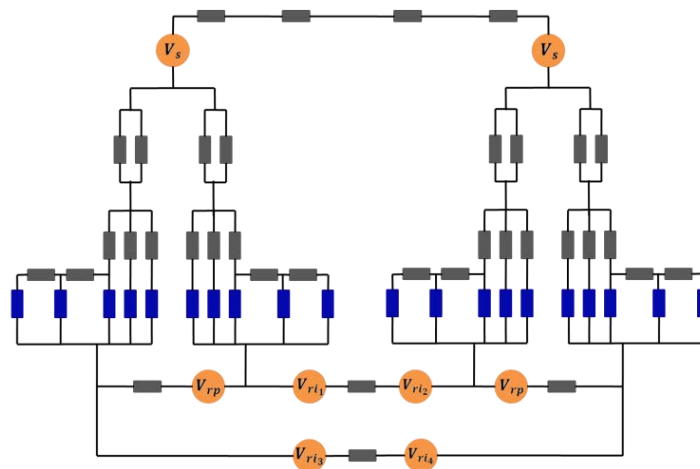


Figure 2.17 : Modèle complet de la moitié d'une machine 4 pôles à rotor lisse

Dans ce modèle, la saturation du matériau magnétique ainsi que la réaction magnétique d'induit sont considérées et les flux de fuites statoriques sont négligés en raison de leur faible influence.

2.3.6.1 Calcul du couple

Dans la machine à rotor encoché, le couple généré est de forme ondulée autour d'une valeur moyenne. Cette ondulation de couple est principalement due à la denture du rotor. Dans cette application, les nombres d'encoches au rotor et de pôles au stator choisis permettent de minimiser ces ondulations. Et la saturation prononcée du fer dans cette application diminue encore davantage ces ondulations. Pour les démarreurs, le couple moyen est donc notre critère de dimensionnement. Ainsi, un modèle équivalent à rotor lisse est suffisant.

Comme nous l'avons expliqué dans la section 2.2.4, le couple peut être calculé à partir d'une variation de la coénergie autour d'une position donnée du rotor. Dans le cas des machines à courant continu, lorsque le rotor tourne, la nappe de courant reste constante pour une position donnée des balais. Dans ce cas, on peut considérer que le rotor est figé et on effectue une variation autour de la position des balais pour calculer le couple de la machine.

Pour rappel, la modélisation de la machine à courant continu par un modèle externe permet d'exprimer le flux sous la forme :

$$\begin{bmatrix} \psi_s \\ \psi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_s \\ i_r \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Avec :

ψ_s et ψ_r : le flux équivalent respectivement au stator et au rotor.

L_s et L_r : l'inductance propre respectivement du stator et du rotor.

i_s et i_r : le courant dans les enroulements statorique et rotorique.

M : l'inductance mutuelle entre le stator et le rotor.

En négligeant l'effet de la denture, les inductances L_s et L_r sont constantes. Par contre, la mutuelle dépend de la position relative α des deux bobines équivalentes.

La coénergie magnétique est donc exprimée en régime linéaire sous la forme :

$$\tilde{W} = \frac{1}{2} L_s i_s^2 + \frac{1}{2} L_r i_r^2 + M(\alpha) i_s i_r \quad (2.19)$$

Le couple est déterminé par la variation de la coénergie par rapport à l'angle de calage des balais, à partir de l'équation (2.19) et s'exprime sous la forme :

$$T = \frac{\partial \tilde{W}}{\partial \alpha} = \frac{\partial M}{\partial \alpha} i_s i_r \quad (2.20)$$

Ce principe de calcul du couple moyen à partir d'une variation de la position des balais est appliqué dans notre modélisation. Classiquement, dans les modèles de réluctances des machines à rotor saillant, le couple est calculé via la variation de la réluctance de l'entrefer par rapport à une position du rotor. Dans les machines à rotor lisse, la réluctance de l'entrefer reste constante lorsque le rotor ou les balais changent de position. Dans le cas du modèle à rotor lisse équivalent, nous cherchons donc à déterminer la variation de la coénergie en fonction de la position des balais.

À travers des simulations par éléments finis en fonction de la position des balais, la compréhension des phénomènes magnétiques permet d'introduire une méthode pour le calcul du couple. En tournant les balais dans un sens de 5° à 15° mécaniques, les nappes de courants se déplacent avec l'axe magnétique neutre, comme le montre la Figure 2.18. Pour les trois positions des balais, l'induction normale est tracée sous un pôle statorique en fonction de l'angle de calage des balais (Figure 2.19).

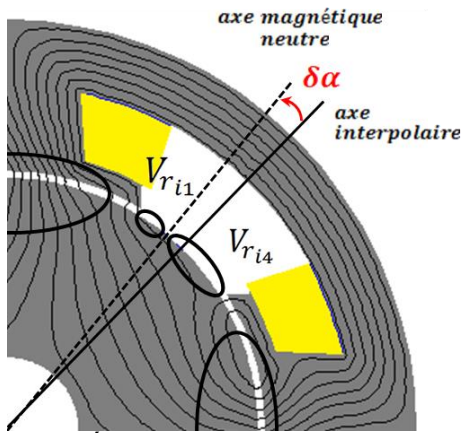


Figure 2.18 : Évolution des sources de flux par rapport à l'axe magnétique neutre en fonction d'une rotation du rotor de $\delta\alpha$

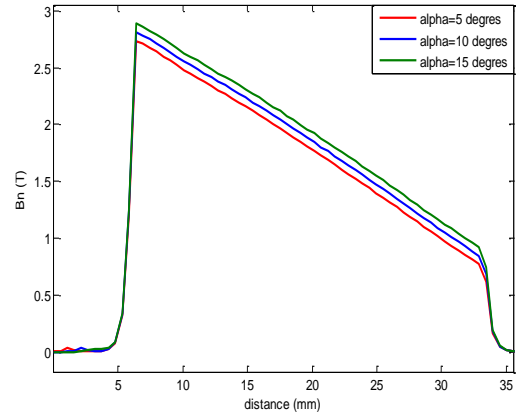


Figure 2.19: Évolution de l'allure de l'induction normale dans l'entrefer sous un pôle en régime linéaire pour une position du rotor allant de 5° à 15°

À partir de cette illustration, on constate que les trois courbes ont la même pente, ce qui veut dire que l'impact de la réaction magnétique d'induit est le même pour les trois positions et donc que le pôle est en face des mêmes ampères tours. En effet, à partir de la Figure 2.18, lorsque le rotor tourne, l'axe magnétique neutre se déplace avec et s'écarte de l'axe interpolaire du même angle de rotation.

Le déplacement de ces pentes (Figure 2.19) est dû au flux qui est plus ou moins produit suite au déséquilibre des sources rotoriques dans l'espace inter polaire. En effet, en appliquant le théorème d'ampère, les lignes de champs entourent les sources statoriques et les sources rotoriques comme le montre la Figure 2.18. Initialement, lorsque les deux axes sont confondus, la somme des sources rotorique est nulle, mais plus on déplace les balais, plus les axes s'écartent créant un déséquilibre entre la valeur absolue de la force magnétomotrice V_{ri_1} et V_{ri_4} , comme le montre la Figure 2.18. La somme des courants rotoriques est ainsi non nulle et le flux produit est plus ou moins élevé selon le sens de calage des balais.

Dans ce modèle, la somme des forces magnétomotrices d'une nappe équivalente reste constante. Uniquement la répartition entre elles varie en fonction de la position des balais. Ces FMMs sont déterminées, par :

$$\begin{cases} V_{ri_1}(\alpha, \delta\alpha) = V_{ri_3}(\alpha, \delta\alpha) = \frac{1}{2} I_{nappe}(\alpha) \times \left(\frac{2\pi/2p - \theta_{p\delta le} - \delta\alpha}{2\pi/2p} \right) \\ V_{ri_2}(\alpha, \delta\alpha) = V_{ri_4}(\alpha, \delta\alpha) = \frac{1}{2} I_{nappe}(\alpha) \times \left(\frac{2\pi/2p - \theta_{p\delta le} + \delta\alpha}{2\pi/2p} \right) \end{cases} \quad (2.21)$$

La coénergie et le couple s'expriment donc par :

$$\begin{cases} \tilde{W}(\alpha, \delta\alpha) = \sum_{p=1}^{N_R} \int_0^{F_p} P_i(F_i) F_i(\delta\alpha) dF_i \\ C(\alpha) = \frac{d\tilde{W}(\alpha, \delta\alpha)}{d(\delta\alpha)} \end{cases} \quad (2.22)$$

2.3.6.2 Validation du modèle

Le modèle de la machine à rotor lisse développé permet de déterminer les caractéristiques de la machine. On s'intéresse principalement au flux sous un pôle, la coénergie et le couple pour plusieurs points de fonctionnement, en variant le courant à position fixe des balais d'une part, et en variant la position des balais à courant donné d'une autre part. Par ailleurs, la machine à rotor encoché 4 pôles 19 encoches et la machine à rotor lisse équivalente sont modélisées par éléments finis afin de comparer les résultats à ceux du modèle de réductances. Dans les modèles utilisés, les caractéristiques magnétiques du rotor et du stator illustrées dans la Figure 2.20 permettent de tenir compte de la saturation magnétique.

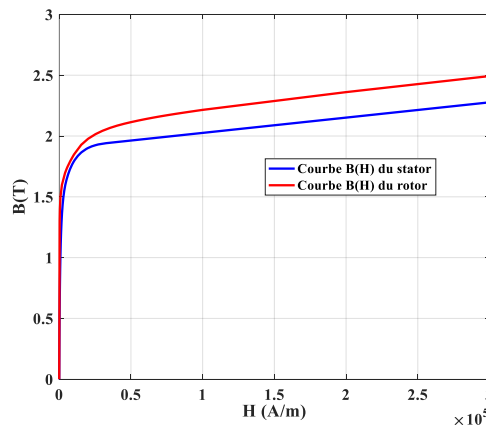


Figure 2.20 : Courbe B(H) du matériau XC10 utilisé au stator et du matériau M800-60A utilisé au rotor

Dans la Figure 2.21, le flux sous un pôle est calculé par le modèle de réductance et comparé au flux issu du modèle éléments finis de la machine à rotor lisse pour plusieurs valeurs du courant.

Dans un souci d'homogénéité et pour ne pas rentrer dans le détail des valeurs numériques des grandeurs physiques, nous présenterons les résultats en unités réduites (p.u) où les valeurs de références sont celles d'un démarreur standard fabriqué par Valeo.

À faible courant (courant < 0,1 p.u), la machine n'est pas saturée, la perméabilité du matériau est suffisamment élevée permettant de canaliser le flux. Les flux de fuites sont négligeables ce qui explique la précision des résultats de la Figure 2.21. Dans ces conditions, les réductances du fer sont négligeables par rapport aux réductances de l'entrefer, ce qui justifie la précision du calcul de ces dernières. Par ailleurs, à fort courant (courant > 0,1 p.u) le fer de la machine devient saturé, une partie du flux se retrouve sous forme de fuites qui ne sont pas prises en compte dans ce modèle. Ceci justifie l'écart observé entre les deux courbes de la même figure. D'autre part, et étant donné que le flux calculé tient compte de la réaction magnétique de l'induit, nous pouvons affirmer que la répartition des forces magnétomotrices rotoriques introduites dans ce modèle est cohérente.

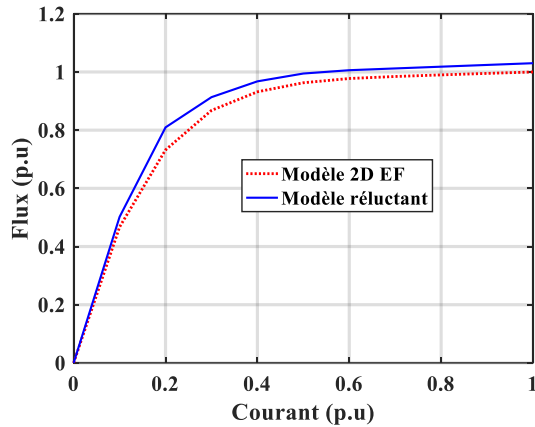


Figure 2.21 : Flux sous un pôle en fonction du courant pour une seule position du rotor d'une machine lisse, calculé par éléments finis 2D et par le modèle de réductances en régime saturé

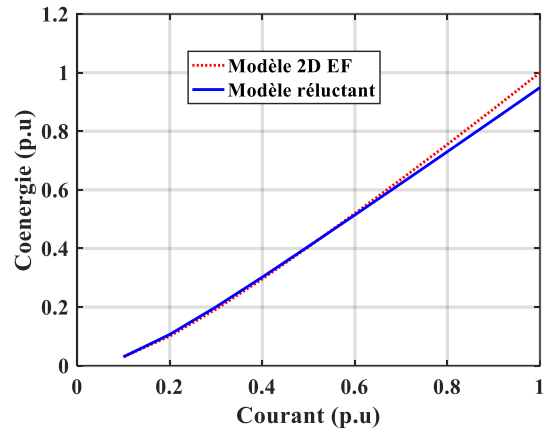


Figure 2.22 : Coénergie en fonction du courant pour une seule position du rotor d'une machine lisse, calculé par éléments finis 2D et par le modèle de réductances en régime saturé

La coénergie calculée par les deux modèles (à réductances et éléments finis) est comparée sur la Figure 2.22. On remarque que le modèle sous-estime la coénergie d'à peu près 5% sur le dernier point calculé (Courant = 1 p.u) par rapport aux éléments finis. Cette coénergie est plus faible, car la non prise en compte des fuites suppose que tout le flux est utile et traverse les réductances en surestimant la saturation.

La Figure 2.23 illustre une comparaison du couple obtenu par le modèle de réductance avec le couple calculé à partir des deux modèles éléments finis de la machine à rotor lisse et à rotor encoché en fonction du courant. On observe un écart relatif entre les deux modèles éléments finis de moins de 5%, cette différence est dû à la non prise en compte du coefficient de Carter dans la machine à rotor lisse équivalent. Mais, le coefficient de Carter est habituellement calculé en supposant une perméabilité constante du fer, ce qui ne permet pas de bien modéliser la saturation dans la machine. C'est pour cette raison que ce coefficient n'est pas introduit dans ce modèle.

À faible courant, le modèle de réductances de la machine à rotor lisse fournit le même couple que le modèle par éléments finis équivalent. À fort courant, les deux modèles à rotor lisse (éléments finis et réductant) donnent sensiblement le même couple ce qui montre la précision du modèle en termes de prise en compte de la saturation.

D'autre part, le calcul du couple par le modèle utilisant une variation de la coénergie présente une précision élevée grâce à la variation de la répartition des forces magnétomotrices par rapport à la ligne neutre magnétique dans l'espace inter-polaire tel que présenté dans l'équation (1.20), ce qui confirme le principe.

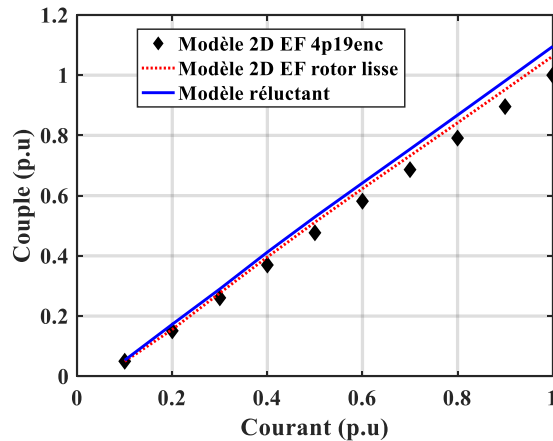


Figure 2.23 : Couple en fonction du courant pour une seule position du rotor d'une machine lisse et d'une machine à rotor encochés, calculé par éléments finis 2D et par le modèle de réductance en régime saturé

Le couple donné par le modèle éléments finis est comparé au couple issu du modèle de réductance en variant la position des balais de -5 à 5 degrés mécaniques pour un courant de batterie donné. Dans la Figure 2.24, le modèle circuit magnétique et le modèle éléments finis présentent une très bonne concordance en termes de couple. L'écart relatif entre les deux modèles est du même ordre de grandeur que celui observé dans la Figure 2.23.

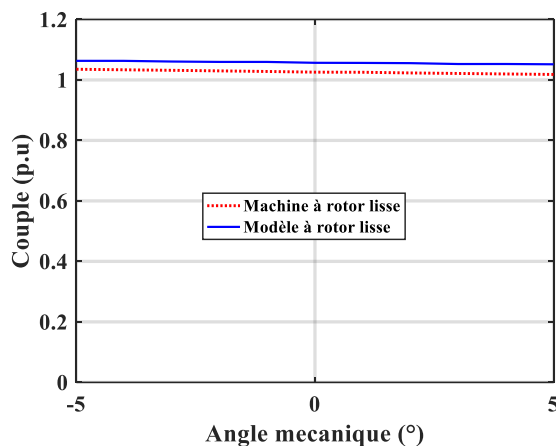


Figure 2.24 : Couple en fonction de la position des balais pour un courant donné calculé par éléments finis et par le modèle de réductance.

Le modèle à rotor lisse à l'avantage d'être simple à construire, il présente des résultats suffisamment précis sur les grandeurs globales en comparaison avec les modèles éléments finis. Son inconvénient réside dans la non prise en compte de la saturation locale notamment concernant la saturation des encoches rotoriques, ce qui nous empêche de dimensionner correctement le rotor de la machine. La modélisation des encoches est nécessaire, un modèle d'une machine équivalente à la machine 4 pôles 19 encoches ayant un nombre pair d'encoches au rotor est donc présenté dans ce qui suit.

2.3.7 Modélisation par une machine symétrique équivalente

La modélisation de la machine à plots non symétrique par une machine à rotor lisse présente une bonne précision du calcul et une rapidité d'exécution, mais ne tient pas compte de la forme géométrique des encoches, ne permettant pas donc d'optimiser leurs formes. Pour cela et afin d'inclure ces paramètres dans le dimensionnement du rotor, il est préférable d'inclure l'encoche rotorique dans le modèle réductant par l'utilisation d'une machine à nombre pair d'encoches équivalente.

2.3.7.1 Choix d'une machine équivalente

Afin d'optimiser les dimensions de la machine à rotor 19 encoches, un modèle équivalent d'une machine à nombre pair d'encoches est développé. L'idée est de comparer le couple instantané et le couple moyen de la machine 4 pôles /19 encoches avec ceux des machines 4 pôles /20 encoches et 4 pôles /18 encoches (nombre pair d'encoches voisin de 19). La comparaison entre les machines est faite tout en gardant les mêmes ampères-tours totaux dans le rotor, permettant ainsi de changer uniquement le circuit magnétique rotorique entre les 3 différents cas.

Pour cela, nous utilisons la même nappe de courant théorique correspondant à une section de l'induit, en gardant la même durée de commutation, et nous changeons uniquement l'amplitude maximale du courant de la nappe proportionnellement au nombre d'encoches, comme illustré sur la Figure 2.25.

$$I_{N_e} max = \frac{19}{N_e} \cdot I_{19} max ; N_e = 18 \text{ ou } 20 \quad (2.23)$$

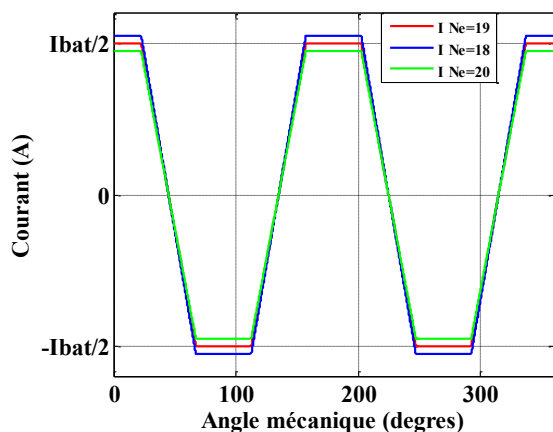


Figure 2.25 : Forme d'onde théorique des sections pour trois machines à nombre d'encoches rotoriques respectivement $N_e = 18, N_e = 19, N_e = 20$

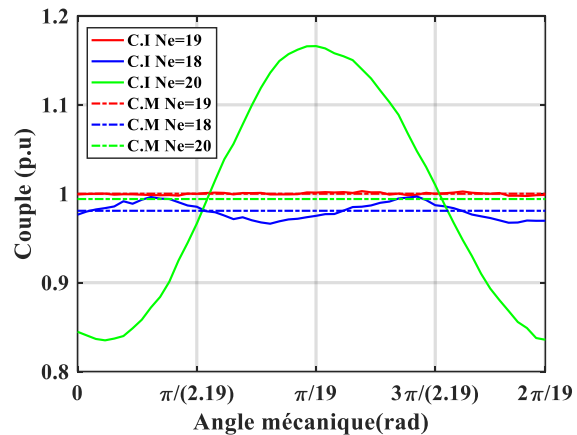


Figure 2.26 : Allure du couple instantané et du couple moyen des machines à 18, 19 et 20 encoches au rotor en régime saturé à courant de court-circuit

Ces nappes de courant sont utilisées pour obtenir la distribution des courants dans les encoches des trois machines correspondant à la Figure 2.10.

Afin de comparer les trois machines, nous calculons le couple instantané sur la plus grande période. Cette période est déterminée à partir du plus petit multiple commun (PPMC) entre les pôles statoriques et les dents rotoriques.

$$\tau_{ond} = \frac{2\pi}{PPMC(N_p, N_e)} \quad (2.24)$$

Les formes d'onde du couple instantané et le couple moyen sont calculés par éléments finis et tracés sur la Figure 2.26.

À partir des courbes, il est clair que la machine 19 encoches est bien meilleure en termes de taux d'ondulation de couple. Ce qui est prévisible et nécessaire dans le cas de cette application démarreur permettant ainsi de moins user le pignon lors du démarrage du moteur thermique. Notre objectif étant d'évaluer le couple moyen, nous constatons que la machine 20 encoches fournit un couple moyen légèrement moins élevé, car celle-ci est légèrement plus saturée que la machine 19 encoches. Par ailleurs, la machine 18 encoches présente un écart plus important du fait qu'elle dispose d'un nombre inférieur d'encoches rotoriques en face des pôles statoriques, ce qui explique une diminution plus importante du couple moyen.

La machine à 20 encoches au rotor a l'avantage d'avoir un nombre entier d'encoches par pôle, ce qui simplifie la construction du réseau de l'entrefer dans le modèle équivalent. De plus, cette machine étant plus saturée que la machine 18 encoches, nous optons pour modéliser la machine à 20 encoches équivalente.

Dans le cas de la machine 4 pôles 20 encoches, la modélisation pourrait être réduite à un quart de la machine, mais en raison d'une forte réaction magnétique d'induit qui crée un champ en quadrature avec le champ inducteur, cette réduction serait plus complexe à mettre en œuvre. Nous avons donc choisi de modéliser une paire de pôles.

2.3.7.2 Modélisation de la réaction magnétique d'induit

Lors de la modélisation de la machine à rotor lisse, en face de chaque pôle, le rotor est modélisé par une seule réluctance globale (Figure 2.17). La modélisation d'un rotor encoché nécessite d'introduire plusieurs réluctances permettant de modéliser les différentes encoches et dents. Afin de tenir compte de la saturation magnétique inhomogène dans chaque dent, celles-ci peuvent être représentées par plusieurs réluctances en série, comme le montre la Figure 2.27 dans le cas d'une subdivision en deux réluctances. Cette modélisation du rotor nécessite une discrétisation fine de l'entrefer à travers un nombre élevé de réluctances de l'entrefer permettant de connecter les circuits équivalents du rotor et du stator.

D'autre part, la réaction magnétique d'induit a un plus grand impact lorsque le rotor est saillant et les courants sont concentrés dans les encoches par rapport à un rotor lisse avec une nappe de courant homogène. Dans ce cas, la modélisation du phénomène de la réaction magnétique d'induit ne peut pas être traduite uniquement par les courants rotoriques mais aussi par des réluctances tangentielle dans la partie inférieure des pôles. Celles-ci apparaissent en rouge dans la Figure 2.27. Ces réluctances de la réaction magnétique d'induit permettent de relier les différentes réluctances radiales du flux principal et donc de bien répartir ce phénomène le long de l'isthme.

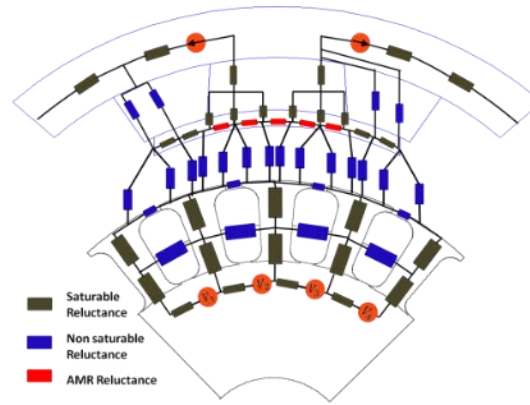


Figure 2.27 : Modèle d'un pôle d'une machine 4 pôles 20 encoches avec prise en compte des fuites et de la réaction magnétique d'induit pour une position donnée du rotor

Dans cette modélisation, les ampères tours totaux dans chaque encoche sont représentés par les différentes sources représentées dans la Figure 2.27. Cela permet de tenir compte de la répartition réelle de la saturation locale dans le rotor.

2.3.7.3 Calcul du couple

Le modèle réductant établi pour une position donnée permet de calculer une valeur du couple en un point de la courbe illustrée sur la Figure 2.26. Comme le montre cette figure, la machine à 20 encoches au rotor présente une forte ondulation de couple. Pour calculer le couple moyen, une possibilité consiste à calculer le couple pour plusieurs positions sur une période électrique et de calculer sa valeur moyenne. Une méthode plus simple consiste à calculer le couple pour deux positions du rotor θ_0 et $\theta_0 + \tau_{ond}/2$ décalées d'une demi-période d'ondulation de couple. En effet, le couple instantané de la Figure 2.26 peut s'exprimer sous la forme :

$$\Gamma(\theta) = \Gamma_0 + \sum_{n \geq 1} \Gamma_n \cos(nN_e \theta) \quad (2.25)$$

Γ_0 est l'amplitude du couple moyen et Γ_n l'amplitude de l'harmonique de couple de rang n.

Dans cette machine, uniquement les harmoniques impairs sont non nuls, ce qui nous conduit donc à l'expression du couple moyen à partir de ces deux valeurs de couple :

$$\Gamma_m = \frac{\left(\Gamma(\theta_0) + \Gamma\left(\theta_0 + \frac{\tau_{ond}}{2}\right) \right)}{2} \quad (2.26)$$

Nous prenons comme première position θ_0 celle qui correspond au cas où l'axe du pôle est en face du milieu d'une encoche ; cette position est appelée centrée (voir Figure 2.28 (a)). La deuxième position correspond au cas où l'axe du pôle est en face du milieu d'une dent rotorique ; cette position est appelée décentrée (voir Figure 2.28 (b)).

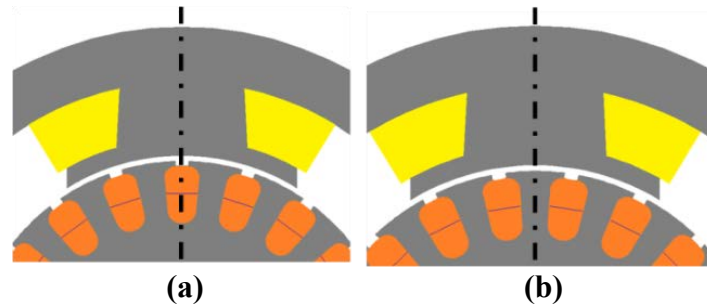


Figure 2.28 : Les deux positions du rotor pour le calcul du couple,

(a) position centrée, (b) position décentrée

Le trajet des lignes de champ dans l'entrefer est différent d'une position à une autre, exigeant ainsi d'établir deux modèles de réluctance dont le réseau de l'entrefer est différent. En effet, les connexions changent entre les réluctances du stator et du rotor. Pour cela, deux modèles de réluctances sont construits et illustrés sur la Figure 2.29. Le schéma de l'entrefer en gris correspond à la position centrée du rotor θ_0 et la position en rouge correspond à la position décalée $\theta_0 + \tau_{ond}/2$.

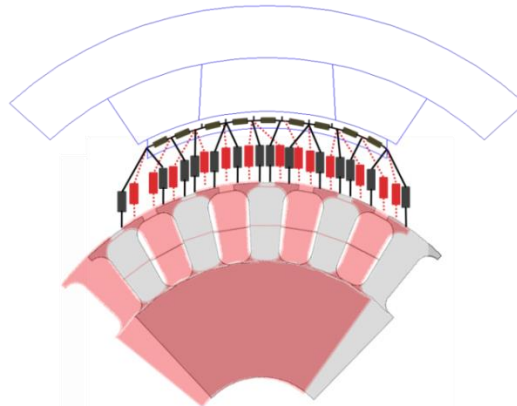


Figure 2.29 : Modèle de l'entrefer en rouge pour une position centrée, en gris pour une position décalée

Le mouvement des encoches rotoriques introduit une variation des réluctances de l'entrefer. De ce fait, le calcul du couple est effectué ici par une variation des réluctances de l'entrefer autour de la position où on souhaite calculer le couple contrairement au cas du modèle à rotor lisse. Ce calcul est basé sur l'expression du couple de l'équation (2.15).

2.3.7.4 Mise en œuvre et validation du modèle

Dans un premier temps, le modèle est mis en œuvre pour un jeu de paramètres connus de la machine. Pour plusieurs valeurs du courant, le couple est calculé par le modèle de réluctance est comparé au couple donné par le modèle éléments finis à 20 encoches. À partir d'un calcul de couple pour les deux positions précédemment évoquées, le couple moyen est déduit et comparé à celui donné par le modèle éléments finis.

D'abord, il s'agit de valider le modèle en position centrée et décentrée, les coénergies sont calculées et comparées à celles issues d'un calcul par éléments finis 2D dans la Figure 2.30. À partir de cette grandeur, le couple est calculé pour les deux modèles et comparé aux modèles numériques 2D dans la Figure 2.31.

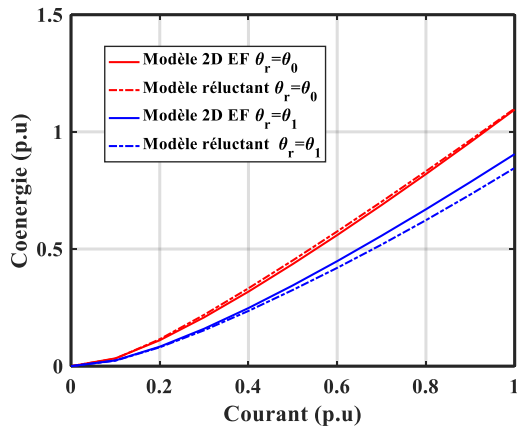


Figure 2.30 : Coénergies pour une position centrée et décalée calculées par le modèle réductant comparées aux éléments finis 2D

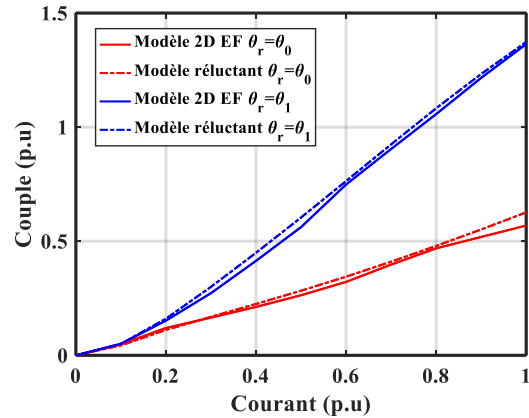


Figure 2.31 : Couples pour une position centrée et décalée calculés par le modèle réductant comparés aux éléments finis 2D

Une bonne concordance du calcul de la coénergie et du couple entre les deux types de modèles (réductants et éléments finis) est observée pour ce jeu de paramètres géométriques, ce qui justifie la précision du réseau de l'entrefer et la prise en compte de la saturation par le réseau de réluctances dans le fer. La précision du couple pour les deux positions mène à un couple moyen précis comparé aux modèles éléments finis 2D (courbe rouge) dans la Figure 2.32. Le couple de la machine à rotor 19 encoches (courbe noire) est projetée sur la même courbe et montre que ce modèle est bien un modèle équivalent de cette machine non symétrique. Le modèle est donc validé pour cette géométrie.

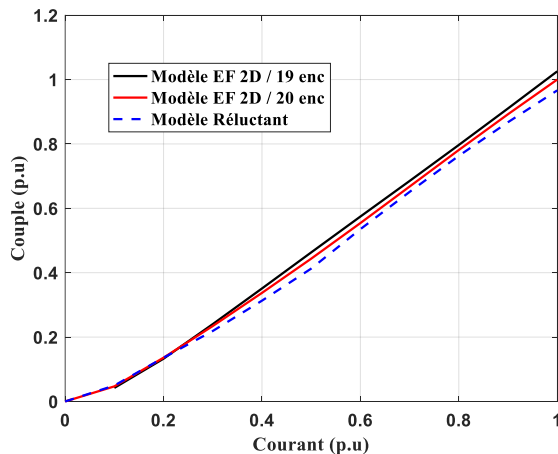


Figure 2.32 : Couple en régime saturé calculé par éléments finis en 2D et 3D comparée au calcul du couple par le modèle avec et non prise en compte de la réaction magnétique d'induit

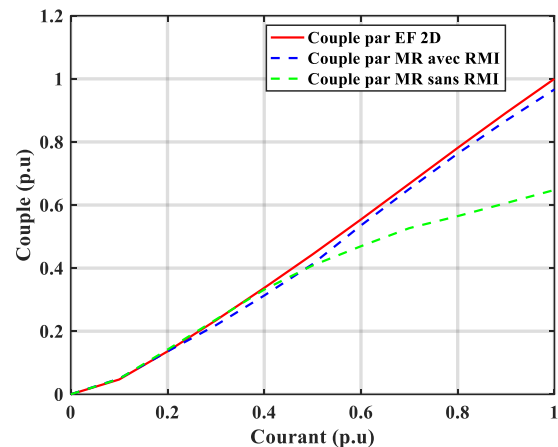


Figure 2.33: impact de la non prise en compte des réluctances de la RMI dans le calcul de couple

La réaction magnétique d'induit est plus forte dans une machine à rotor saillant que dans une à rotor lisse. Ce phénomène est modélisé pour une machine à rotor lisse par une simple source de flux dans le rotor. Pour vérifier l'utilité des réluctances tangentielles, désignées en rouge, dans le modèle à rotor saillant (cf. Figure 2.27), le même calcul de couple a été effectué sans considérer l'effet de ces réluctances. Celui-ci est tracé en superposition avec le calcul précédent ainsi que le modèle par éléments finis de la machine dans la Figure 2.33.

Le couple calculé en considérant les réluctances tangentielles se superpose parfaitement au couple par éléments finis. Par ailleurs, dès que ces réluctances sont négligées, l'erreur commise sur le calcul du couple est de plus en plus flagrante que la saturation de la machine augmente.

Par ailleurs, nous souhaitons valider les résultats du modèle par des mesures expérimentales. En effet, la machine possède des effets 3D qui ne sont pas pris en compte par les modèles 2D éléments finis. Dans cette partie, le modèle éléments finis utilisé est un modèle corrigé par des coefficients correcteurs, tel qu'il a été expliqué dans [53]. Ces coefficients prennent en compte les effets 3D du modèle par un modèle élément fini $2D_{eq}$ ¹. Pour montrer que le modèle considéré est juste, la caractéristique couple-courant de la machine est comparée entre les modèles 3D et $2D_{eq}$ éléments finis ainsi que les mesures expérimentales. La superposition des courbes dans la Figure 2.34 justifie la validité du modèle EF $2D_{eq}$ considéré.

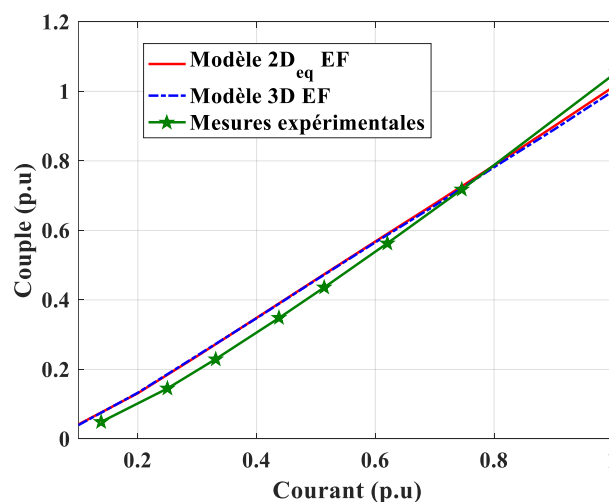


Figure 2.34 : Caractéristique couple-courant de la machine 4 pôles /19encôches par les modèles $2D_{eq}$ et 3D et les mesures

D'autre part, afin de montrer le niveau de saturation considéré dans le modèle, la carte de champ magnétique (Figure 2.35) ainsi que l'état de saturation des réluctances du modèle projeté sur les courbes B(H) des matériaux ferromagnétiques du stator et du rotor (Figure 2.36) sont présentés. Les réluctances de la partie basse du pôle et de la culasse statorique qui sont sursaturées correspondent à la zone après coude de saturation. Nous remarquons également que les encoches rotoriques sont très saturées et se situent donc très loin dans la partie après-coude. Le reste des réluctances se situe avant le coude de la saturation.

La sensibilité du calcul de couple à ce phénomène est liée à la saturation des réluctances de l'isthme polaire et des encoches rotoriques. En effet, lorsque les réluctances tangentielles modélisant la réaction d'induit sont négligées, le modèle dispose d'une répartition déséquilibrée de l'induction sous le pôle. Dans ce cas, la saturation est surestimée d'un côté du pôle tandis qu'elle est sous-estimée dans le côté opposé du même pôle. L'alimentation du rotor crée une induction décroissante en partant d'un bout du pôle à l'autre tout en formant une pente

¹ Modèle 2D équivalent

décroissante due à la diminution progressive de l'induction. Ce phénomène est correctement décrit grâce aux réluctances tangentielles désignées précédemment en rouge sur la Figure 2.27.

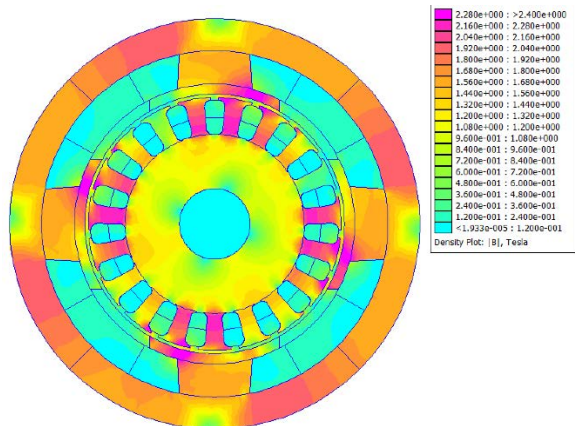


Figure 2.35 : État de la saturation de la machine à fort courant de batterie (démarrage à froid)

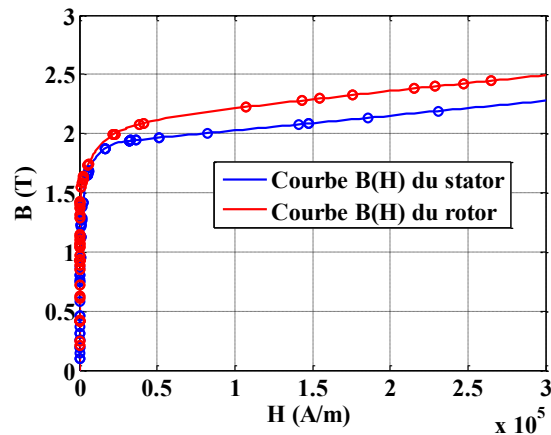


Figure 2.36 : État de saturation des réluctances du stator et du rotor pour un courant de court-circuit

Nous pouvons conclure qu'une modélisation de la partie basse des pôles prenant en compte la réaction magnétique d'induit met en évidence l'impact de ce phénomène sur le calcul du couple dans les machines à courant continu fortement saturées à rotor saillant.

2.3.7.5 Validation statistique du modèle

L'utilisation du modèle pour l'optimisation nécessite de s'assurer de sa validité dès lors que les paramètres géométriques de la machine changent. Pour cela, une validation basée sur une étude statistique est nécessaire. Cette validation statistique donne une idée sur la robustesse des modèles destinés à l'optimisation. Nous avons défini les paramètres géométriques que nous souhaitons modifier afin d'optimiser la machine ainsi que leurs intervalles de variation. La Figure 2.37 illustre ces paramètres géométriques et le Tableau 2.2 présente les différents intervalles pour notre application.

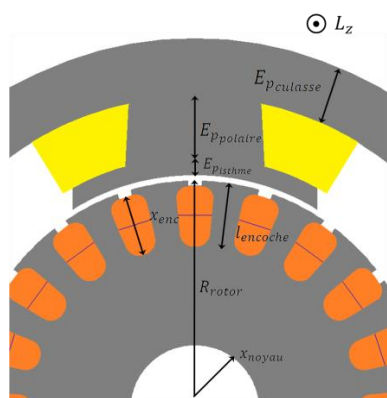


Figure 2.37 : Paramètres géométriques pour la variation paramétrique du modèle réluctant

Tableau 2.2 : Domaine de variation des différents paramètres géométriques de la machine

Paramètres variables	Domaine de variation
$R_{rotor} (mm)$	[22,5 ... 27,5]
$x_{noyau} (%)$	[15 ... 40]
$lencoche (mm)$	[6 ... 11]
$x_{enc} (%)$	[75 ... 96]
$E_{ppolaire} (mm)$	[5,5 ... 10]
$E_{pculasse} (mm)$	[3 ... 13]
$L_z (mm)$	[20 ... 45]

Lors de cette étude, 1000 machines sont générées aléatoirement dans ce domaine de variation. Pour chaque machine, le couple moyen est calculé par le modèle de réluctance et comparé au couple moyen déterminé par éléments finis 2D. L'écart relatif entre ces deux valeurs prend la forme d'une gaussienne. Dans la Figure 2.38, cette gaussienne est centrée sur la valeur -5% .

On remarque que le modèle présente pour à peu près 900 machines sur 1000 un écart relatif de moins de 10% ce qui permet de dire que le modèle est validé et peut être utilisé pour une optimisation de la machine.

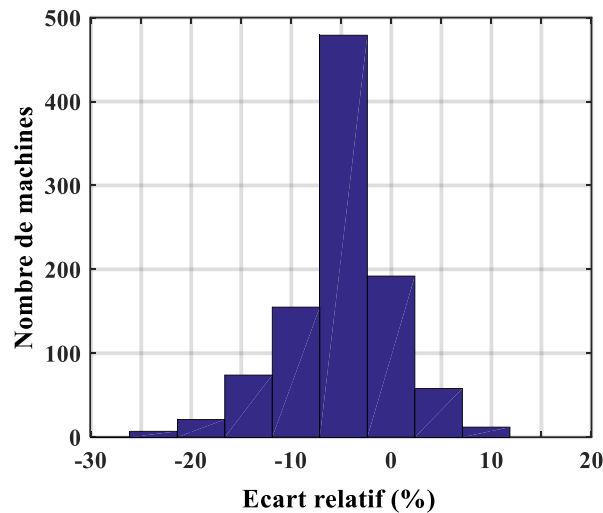


Figure 2.38 : Histogramme de l'écart relatif sur le couple moyen entre le modèle réductant et les éléments finis 2D pour 1000 machines aléatoires

Par ailleurs, certaines machines présentent une erreur absolue relative supérieure à 15%. Ces machines correspondent à des structures où les encoches rotoriques sont trop larges créant ainsi des dents très fines avec une saturation élevée et inhomogène dans la partie haute de l'encoche (cf. Figure 2.39).

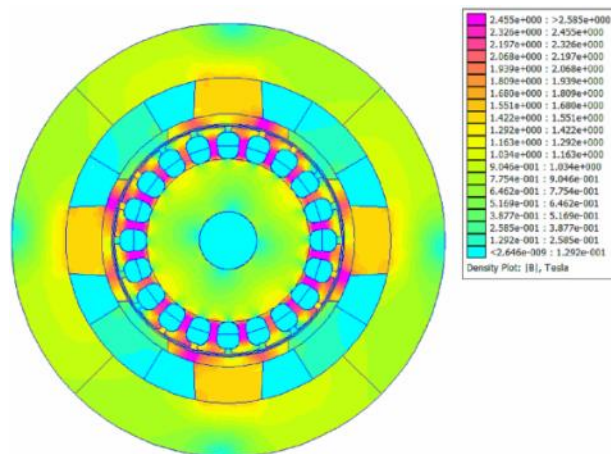


Figure 2.39 : Exemple de machine présentant un écart supérieur à 10% sur le couple

2.3.7.6 Comparaison des temps de calcul

La rapidité du modèle est un critère essentiel pour son implémentation dans un processus d'optimisation. Le modèle réductant développé pour la machine possède 135 réductances et donc 270 inconnues, alors que le modèle éléments finis utilise 37500 nœuds avec un maillage triangulaire du 1er ordre. Comme le présente le Tableau 2.3, le calcul de couple moyen basé sur un point de fonctionnement donné est obtenu en moyenne au bout de 3,6 secondes contre 112 secondes par éléments finis. Ce modèle circuit est donc 31 fois plus rapide tout en gardant

une bonne précision comme illustré dans l'étude statistique, ce qui le rend plus adapté pour être utilisé dans des processus d'optimisation.

Tableau 2.3 : Comparaison du temps de calcul entre les éléments finis et le modèle réductant

Les différents Modèles	Modèle Réductant	Modèle EF 2D
Nombre d'inconnues	270	37500
Temps de calcul	3,6 s	112 s

Dans ce chapitre, un modèle réductant de la machine à plots avec un rotor lisse est modélisé et présente une bonne précision de calcul, mais ne permet pas de tenir compte des paramètres géométriques de l'encoche afin d'optimiser le rotor. L'optimisation de la machine complète nécessite donc d'établir un modèle de la machine à plots avec un rotor à encoches en l'approchant à une machine symétrique équivalente. Cette prise en compte de l'effet de l'encoche montre que le modèle présente une bonne précision de calcul tout en ayant un nombre de nœuds importants par rapport au modèle à rotor lisse. Cependant, il présente une limitation sur le domaine de validité. En effet, ce modèle est valable pour une petite plage de variation du rayon du rotor et de la largeur de pôle, car les connexions établies dans l'entrefer entre les nœuds à la surface du stator et du rotor sont figées. Si on se trouve dans une configuration où on a d'autres lignes de champs qui se créent entre une réductance et une autre, on constate donc que le modèle n'est plus valide, car il ne tient pas compte de cette variation.

2.4 Utilisation du modèle de réductances dans un processus d'optimisation

Le modèle de réductance à encoches développé précédemment est suffisamment rapide et précis pour être utilisé dans un processus d'optimisation. Par ailleurs, l'objectif principal pour un démarreur Stop-Start est d'allonger sa durée de vie. Cette durée de vie est directement liée à l'usure du système balai-collecteur dû à la vitesse de rotation. La fonction Stop-Start nécessite un redémarrage rapide du véhicule, ce qui se traduit par un démarreur qui assure un couple plus élevé en comparaison avec un démarreur classique. L'objectif est donc d'avoir une machine qui produit plus de couple dans un encombrement donné V_{ref} tout en ayant une vitesse de rotation faible.

La machine est directement alimentée par une batterie, ce qui ajoute à notre problème d'optimisation une contrainte sur la résistance électrique R qui doit être à la fois élevée pour limiter la chute de tension de la batterie et à la fois faible pour limiter les pertes Joule. Il a été choisi de garder la résistance fixe, égale à la valeur de la résistance des démarreurs actuels R_{ref} .

De plus, la sollicitation excessive du démarreur Stop-Start s'accompagne d'un échauffement de la machine. Il est important de limiter cet échauffement afin de conserver les performances magnétiques de l'appareil. Il est à noter que pour maintenir les pertes Joule constantes, il faut

fixer la densité de courant J à une valeur de référence J_{ref} , imposant donc une section constante des encoches rotoriques. La section de l'encoche reste constante, mais sa forme peut varier.

Dans cette partie, deux démarches d'optimisation sont mises en œuvre. Dans un premier temps, la machine est optimisée en respectant les objectifs et les contraintes par une formulation mono-objectif à l'aide d'un algorithme stochastique global, puis à l'aide d'un algorithme déterministe local. Lors de cette première étape ce processus utilise à la fois le modèle réductant et à la fois le modèle éléments finis afin de comparer les machines obtenues par les deux types de modélisation. Dans un deuxième temps, l'optimisation est menée en considérant un problème multi-objectif résolu par un algorithme méta-heuristique.

2.4.1 Optimisation mono-objective

L'optimisation est faite à l'aide de deux algorithmes où le premier est un méta-heuristique classique de type essaims de particules (PSO) qui permet d'obtenir une première machine respectant les contraintes. Cette première machine est ensuite injectée sous forme d'un point initial dans le deuxième algorithme qui est déterministe local de type programmation quadratique successive (SQP). Pour l'algorithme PSO, la fonction objectif est évaluée 1000 fois en utilisant 20 particules qui évoluent pendant 50 itérations.

Les paramètres géométriques variant sont les mêmes que dans la Figure 2.37 et varient tous dans le même domaine D que le Tableau 2.2. Le problème d'optimisation est formulé comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{x \in D} \Gamma(x) \\ \text{Avec :} \\ x = (R_{rotor}, x_{noyau}, l_{encoche}, x_{enc}, E_{pisthne}, E_{polaire}, E_{pculasse}, L_z) \\ \text{Contraint à :} \\ \left\{ \begin{array}{l} V_{ext}(x) \leq V_{ref} \\ R(x) = R_{ref} \\ J(x) = J_{ref} \end{array} \right. \end{array} \right.$$

Lors de cette optimisation, quatre méthodes différentes sont utilisées pour résoudre notre problème :

- Méthode n ° 1 : seul l'algorithme PSO est associé au modèle réductant.
- Méthode n ° 2 : seul algorithme PSO est associé au modèle éléments finis 2D.
- Méthode n ° 3 : utiliser la méthode n ° 1 pour obtenir une solution x_0 qui est utilisée comme point de départ pour l'algorithme SQP également associé au modèle de réductance,
- Méthode n ° 4 : utiliser la méthode n°3 en remplaçant le modèle réductant par le modèle EF avec le SQP.

Le résultat de ces quatre méthodes est projeté dans la Figure 2.40. La méthode n°1 est mise en œuvre dans un premier temps, après deux heures de calcul, une machine présentant un couple plus élevé de 17% par rapport à la machine de référence, est obtenue. Compte tenu des écarts observés dans l'étude statistique (Figure 2.38), la machine obtenue est recalculée en utilisant le

modèle éléments finis 2D. Finalement, cette machine fournit un couple plus élevé de 7% et respecte la contrainte d'encombrement et de résistance.

La méthode n°2 suit le même processus que la méthode n°1 mais cette fois-ci l'optimisation est faite par un modèle éléments finis. Les 1000 évaluations de la fonction objectif nécessitent 38 heures de simulations et se terminent par une machine avec un couple plus faible de 23% par rapport au couple souhaité.

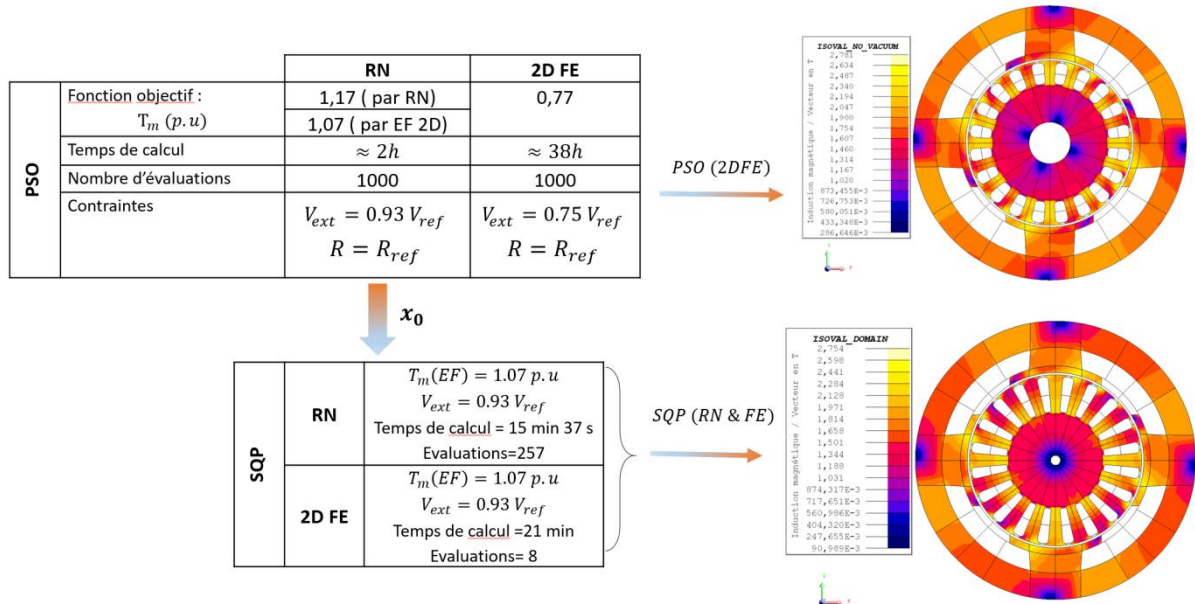


Figure 2.40 : Optimisation mono-objective par le modèle éléments finis et par le modèle réductant en utilisant PSO et SQP

Le point initial x_0 utilisé pour les méthodes n°3 et n°4 est celui donné par le modèle réductant car présentant une meilleure machine. Pour les méthodes n°3 et n°4, les deux modèles ont été comparés à nouveau. La solution retournée au bout de 15 minutes par le modèle réductant après 257 évaluations de la fonction et la solution obtenue par la modèle éléments finis au bout de 21 minutes après 8 évaluations de la fonction sont exactement les mêmes que le point x_0 . Cette solution correspond sûrement au minimum du problème. Par ailleurs, la méthode n°1 est suffisamment efficace pour résoudre ce problème de conception mono-objectif puisque cette solution finale est directement obtenue par le PSO en utilisant uniquement le modèle de réductance. Cette comparaison prouve l'intérêt du modèle réductant.

La machine n°1 obtenue par le PSO en utilisant le modèle éléments finis et qui fournit un couple plus faible est illustrée en haut à droite de la Figure 2.40. La machine n°2 obtenue par le PSO en utilisant le modèle de réductance est représentée en bas à droite de la même figure. La première machine présente une culasse magnétique moins épaisse et des dents rotoriques moins profondes par rapport à la solution finale (machine n°2) qui fournit plus de couple dans le même volume.

Pour cette dernière machine, les réluctances des dents rotoriques ont certes augmentées mais la culasse statorique a une réluctance plus faible en raison de son épaisseur, ce qui permet de compenser la réluctance du rotor en fournissant donc plus de flux total.

2.4.2 Optimisation multi-objectif

La première méthode d'optimisation effectuée permet d'obtenir une seule machine répondant à un cahier des charges donné. Une autre façon de procéder consiste à chercher de nombreuses solutions ou machines qui satisfont les contraintes du problème. Pour cela, un algorithme méta-heuristique multi-objectif de type génétique (NSGA II) est utilisé pour construire un front de Pareto. Cette représentation des évolutions des machines en fonction des objectifs permet de déterminer de nombreuses machines différentes qui respectent ces critères. Dans cette partie, l'optimisation consiste à maximiser le couple et à minimiser le volume de la machine, tout en respectant les contraintes liées à la résistance R et aux pertes Joule. Le problème est alors formulé comme suit :

$$\left\{ \begin{array}{l} \max_{x \in D} \Gamma(x), \min_{x \in D} V_{ext}(x) \\ \text{Avec :} \\ x = (R_{rotor}, x_{noyau}, l_{encoche}, x_{enc}, E_{p_{isthme}}, E_{p_{polaire}}, E_{p_{culasse}}, L_z) \\ \text{Contraint à :} \\ \begin{cases} R(x) = R_{ref} \\ J(x) = J_{ref} \end{cases} \end{array} \right.$$

Dans cette partie, uniquement le modèle de réluctance est utilisé dans le processus d'optimisation. Plusieurs machines constituent le front de Pareto comme le montre la Figure 2.41.

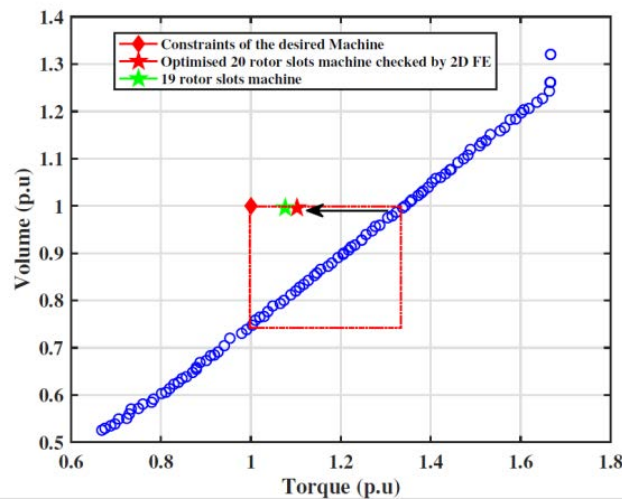


Figure 2.41 : Optimisation multi-objectif par le modèle réluctant en utilisant NSGAII

Les machines respectant le cahier de charge à savoir un couple $\Gamma(x) \geq 1 p.u$ et un volume extérieur $V(x) \leq 1 p.u$, se trouvent dans le rectangle rouge. Dans cette zone, une machine aléatoire a été vérifiée par éléments finis. Celle-ci présente un couple plus faible par rapport au calcul obtenu par le modèle de réluctance. D'autre part, rappelons que le modèle de réluctance est un modèle d'une machine symétrique de 4 pôles au stator et 20 encoches au rotor (étoile rouge). La machine à 4 pôles / 19 encoches équivalente (étoile verte) fournit un couple de 7% plus élevé que le couple fixé par le cahier des charges. Cette machine optimisée 4 pôles/19 encoches est représentée par la Figure 2.42.

La machine obtenue après une optimisation mono-objectif en utilisant une approche basée sur l'algorithme PSO puis complétée par un algorithme SQP mène à la machine présentée dans la Figure 2.40 où la culasse est épaisse et les dents rotoriques sont plus profondes. Cependant l'optimisation multi-objective par le NSGAIII donne une machine différente avec des dents rotoriques moins profondes et une culasse statorique plus fine. Ces deux machines respectent les mêmes contraintes d'encombrement, même rayon extérieur.

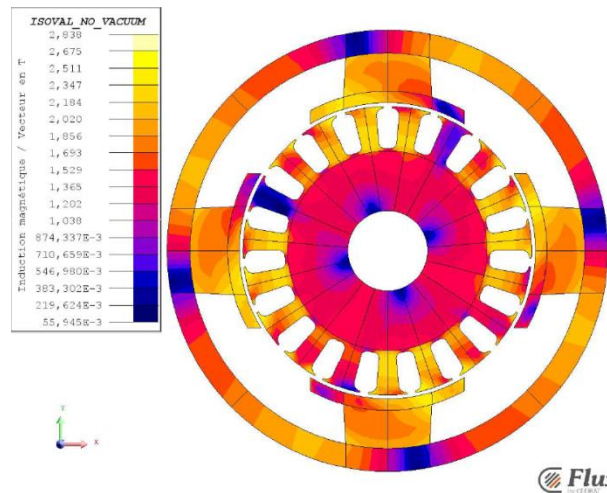


Figure 2.42 : La machine 4pôles /19encôches obtenue par l'algorithme NSGAIII

2.5 Conclusion

Ce chapitre a permis d'aborder différentes manières de modéliser des machines à courant continu fortement saturées par réseaux de réductances dans le but de calculer le couple moyen. Les avantages et les limites des différents modèles de réductances ont été présentés.

La première partie a permis d'introduire le principe des modèles de réductance, leur résolution, ainsi que la méthode de convergence appropriée dans les conditions de forte saturation. La deuxième partie concerne la modélisation d'une machine à courant continu à plots en établissant deux modèles de réductances en deux dimensions permettant de mettre en évidence les avantages et les inconvénients de chacun. Un modèle équivalent à rotor lisse est avantageux en termes de nombre de nœuds, mais ne permet pas d'accéder aux paramètres géométriques du rotor lors de l'optimisation. Puis un modèle équivalent à rotor saillant à nombre pair de dents a été développé. Il présente un nombre de nœuds élevé, mais reste néanmoins avantageux en termes de précision et de temps de calcul.

Deux méthodes différentes de calcul de couple ont été utilisées. Pour la machine à rotor lisse où la réductance de l'entrefer ne varie pas en fonction de la position du rotor, une méthode originale basée sur la variation de répartition des forces magnétomotrices présentant une bonne précision a été utilisée. Pour la machine à rotor saillant où le mouvement des encoches (du rotor) introduit une variation des réductances, une formulation basée sur cette variation des réductances de l'entrefer permet de calculer le couple. Les deux méthodes présentent une bonne précision de calcul.

Un exemple d'utilisation du modèle de réluctances à encoches dans un processus d'optimisation a été présenté en utilisant une formulation mono-objective et une formulation multi-objective. Des machines différentes dans le même encombrement sont obtenues et fournissent plus de couple que la machine actuelle. Le modèle réluctant montre donc un réel intérêt pour l'optimisation des machines électriques puisqu'il permet de trouver des machines plus intéressantes en termes de couple après un temps d'optimisation plus rapide comparé aux éléments finis.

Chapitre 3 : Etude et dimensionnement d'une nouvelle topologie à griffes de la machine à courant continu

3.1	Introduction	87
3.2	La structure à griffes appliquée aux démarreurs	88
3.2.1	Principe de fonctionnement de la MCC à griffes	88
3.2.2	Choix préliminaires	90
3.2.3	Définition des différentes topologies d'inducteur	91
3.2.3.1	Stator mono-stack /multi-stacks.....	91
3.2.3.2	Pôles à structure chevauchée et non chevauchée	92
3.2.3.3	Différentes polarités de machines	92
3.2.4	Modélisation par éléments finis 3D de la machine à griffes	95
3.3	Prédimensionnement exploratif du domaine d'intérêt de la MCC à griffes	95
3.3.1	Modélisation simplifiée des topologies	96
3.3.2	Formulation du problème	98
3.3.2.1	Calcul des fonctions objectifs	100
3.3.2.2	Calcul des contraintes	103
3.3.3	Comparaison des topologies.....	104
3.3.3.1	Topologies non chevauchées	104
3.3.3.2	Topologies chevauchées	108
3.3.4	Choix de la machine et de la topologie finale	111
3.4	Dimensionnement fin de la topologie à griffes choisie	114
3.4.1	Prise en compte de la réaction magnétique et des effets 3D	115
3.4.2	Validation du modèle	118
3.4.3	Optimisation couplée au modèle fin.....	120
3.5	Étude expérimentale	123

3.5.1	Présentation du prototype	123
3.5.2	Caractéristiques du démarreur	124
3.5.3	Bilan des pertes du démarreur	127
3.6	Conclusion	131

3.1 Introduction

Actuellement, l'objectif principal des fabricants de démarreurs automobiles est de fournir aux constructeurs automobiles un démarreur Stop-Start permettant d'avoir une longue durée de vie et assurant un démarrage rapide dans le but de diminuer l'émission de CO_2 et de répondre aux normes européennes tout en ayant un coût abordable.

D'autre part, les démarreurs sont contraints par leur volume extérieur qui est fixé à la fois par une longueur maximale et un diamètre maximal. Dans cet encombrement, on trouve le système de commutation mécanique (balais-collecteur) qui occupe une bonne partie de cet encombrement, ainsi que le fer du stator et du rotor et leurs têtes de bobines. Ces têtes de bobines consomment un grand pourcentage du volume de cuivre total et occupent de l'espace qui peut être dédié au fer afin d'augmenter le couple produit par le moteur. De plus, ces têtes de bobines introduisent un échauffement supplémentaire dans la machine.

Il peut donc être utile de les supprimer à la fois au stator et au rotor. En effet, la suppression des têtes de bobines rotoriques nécessite de changer de technologie en passant à des machines à commutation électronique. Par contre la suppression des bobines du stator est possible à travers une structure à griffes telle que nous l'avons présentée dans le chapitre 1.

De plus, les machines à courant continu utilisées dans cette application disposent généralement de pôles larges ayant une faible longueur axiale, ce qui implique un volume des têtes de bobines s'approchant de 50% du volume de cuivre au stator. C'est pour cela qu'une structure à griffes est avantageuse en matière d'économie de cuivre.

Par ailleurs, comme nous l'avons expliqué précédemment (cf. chapitre1), dans les démarreurs à inducteur bobiné, chaque plot est bobiné. Le volume de cuivre dans les machines à plots évolue donc en fonction du nombre de pôles. Tandis que le volume d'une bobine cylindrique qui traverse l'ensemble des pôles dans la structure à griffes est indépendant du nombre de pôles. Ainsi, une augmentation du nombre de pôles peut améliorer les performances de la machine sans impacter le volume de cuivre nécessaire.

De ce fait, le volume libéré par l'absence des têtes de bobines peut être utilisé pour augmenter la surface d'échange entre le stator et le rotor permettant ainsi d'augmenter le couple produit par le moteur. Ceci nous permettra donc, grâce à ce principe de bobine cylindrique, de réduire le coût de fabrication de la machine, de faciliter le processus de réalisation du bobinage et d'augmenter les caractéristiques de la machine.

L'objectif de ce chapitre est d'étudier cette structure à griffes afin de savoir si cette topologie peut répondre aux exigences des démarreurs Stop-Start. Rappelons que le principal critère de dimensionnement de cette nouvelle topologie consiste à assurer un couple équivalent à un démarreur à plots. Notre but est donc de comparer les performances d'une structure à griffes à une structure classique à plots.

Pour cela, ce chapitre est décliné en quatre parties. Dans un premier temps, le principe de fonctionnement de la machine à griffes est présenté, ensuite la polarité du stator et du rotor de la machine est discutée afin d'effectuer une comparaison entre la structure à plots et la structure à griffes. Cette étape est suivie par une présentation de deux topologies du stator et deux topologies de pôles pouvant être étudiées. À l'issue de ces deux dernières étapes, un ensemble de machines est sélectionné pour un prédimensionnement visant une exploration de la zone d'intérêt de la structure à griffes. Une démarche de modélisation par éléments finis est ensuite décrite. En raison du temps de calcul lourd des éléments finis 3D nécessaire pour étudier cette structure, ce modèle sert uniquement à la validation des machines dimensionnées ainsi que des modèles développés dans les parties qui suivent.

Dans un deuxième temps, nous présentons une démarche de prédimensionnement qui permettra de balayer l'espace d'évolution de la structure à griffes. Pour cela un modèle de réluctance simplifié permettant de s'adapter à l'ensemble des machines dimensionnées dans la première étape est présenté. Celui-ci est ensuite couplé à une optimisation multi-objectif permettant de comparer les différentes machines à travers des fronts de Pareto. À l'issue de cette étape, une comparaison de l'ensemble des machines mène à choisir une topologie optimale de la MCC à griffes disposant de 6 pôles au stator.

Une troisième partie consiste en l'optimisation en vue du dimensionnement de la topologie choisie. Pour cela, l'établissement d'un modèle fin prenant en compte les effets tridimensionnels, de saturation et de réaction magnétique est présenté. Ensuite, une optimisation couplée à ce modèle fin prenant en compte de nouvelles contraintes de réalisation du bobinage par la définition d'un nouveau bobinage modifié est effectuée. Elle a permis grâce à ce nouveau principe de bobinage de trouver les paramètres optimaux d'une machine à griffes répondant aux contraintes de l'application démarreur. Cette machine est donc destinée à la fabrication d'un prototype.

Enfin, une étude expérimentale menée sur cette machine optimisée à travers une mesure des caractéristiques du démarreur, à savoir le couple, la vitesse et la puissance, et par l'identification des pertes (Joule, mécaniques et fer) a permis d'évaluer la structure et de valider le modèle développé. L'ensemble de ces mesures a été effectué sur la machine à griffes à 6 pôles en comparaison à un démarreur à plots classique à 4 pôles.

À l'issue de cette étape, une vision globale de nouvelles contraintes introduites par la griffe et par l'application est définie, permettant de proposer des solutions en vue d'améliorer cette structure.

3.2 La structure à griffes appliquée aux démarreurs

3.2.1 Principe de fonctionnement de la MCC à griffes

La machine à courant continu à plots dispose de plusieurs plots statoriques où chaque plot est bobiné. Cette structure utilise à peu près la moitié du volume de cuivre dans les têtes de bobine compte tenu de sa faible longueur axiale. Ces têtes de bobines peuvent être supprimées si on

utilise un stator à griffes défini comme un rotor de machine synchrone à griffes connues essentiellement dans les alternateurs de voitures.

Nous avons donc besoin de connaître précisément son fonctionnement avant de pouvoir développer un modèle de dimensionnement fiable.

Une particularité de l'inducteur de ce type de topologie est que tous les pôles nord sont regroupés d'un même côté de la culasse, et les pôles sud de l'autre côté. La présence de griffes permet de créer une alternance de polarités au niveau de l'entrefer. Les différentes parties du pôle sont définies dans la Figure 3.1.

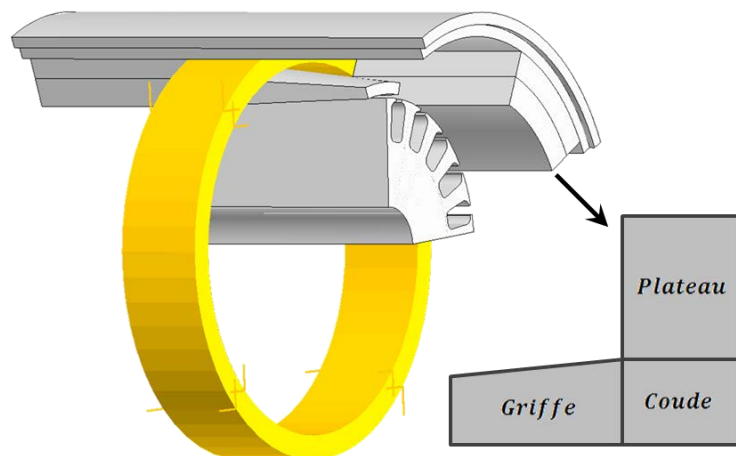


Figure 3.1 : Emplacement des pôles et de la bobine cylindrique, définition des différentes parties du pôle

Le principal intérêt de ce type de topologie est de s'appuyer uniquement sur une bobine inductrice centrale de forme simple : c'est un anneau (bobine cylindrique). Cette bobine permet de créer un flux radial dans les plateaux et tangentiel dans les parties griffe. Il est transmis radialement au rotor, qu'il parcourt dans le sens des tôles. Il se reboucle dans la culasse statorique de façon azimutale. Un exemple de ces trajets de flux est illustré dans la Figure 3.2. Comme nous pouvons le constater, l'étude d'une telle topologie est un pur problème 3D.

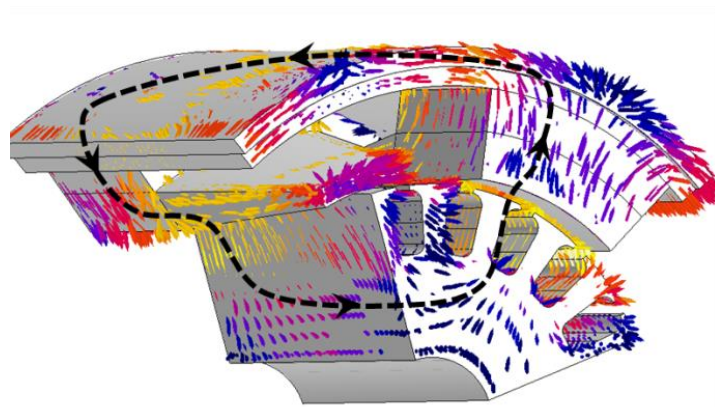


Figure 3.2 : Trajet des lignes de champs en trois dimensions dans la machine à griffes

3.2.2 Choix préliminaires

En partant du fonctionnement de la machine à griffes, nous cherchons à déterminer si ce type de structure peut être adapté pour répondre aux contraintes des démarreurs automobiles. À partir des structures à plots, on peut étudier plusieurs topologies. Pour cela, dans les travaux qui ont été menés, nous sommes partis de deux structures existantes dans le but de simplifier la réalisation du ou des prototypes.

La première machine, d'une puissance de 1 kW, sert à démarrer un moteur thermique à essence. Ce démarreur ne nécessite pas de réducteur étant donné qu'il produit un couple suffisant au démarrage. On parle de machine « Direct-Drive ». La deuxième machine, quant à elle, est destinée au démarrage d'un moteur thermique diesel. Ce dernier nécessite une puissance plus importante : de l'ordre de 2 kW. À l'inverse de la première, cette machine dispose d'un réducteur de rapport $k = 4,5$ permettant de multiplier le couple pour atteindre les caractéristiques recherchées.

La machine 1 kW est composée de 4 pôles au stator et 21 encoches au rotor, avec un bobinage au rotor de type ondulé série double couche. Quant à la machine 2 kW, elle est composée de 4 pôles au stator et 19 encoches au rotor avec un bobinage au rotor ondulé série simple couche. Ces deux bobinages sont présentés sur la Figure 3.3.

Afin de nous focaliser sur les différences entre les inducteurs, en termes d'encombrement et de performances magnétiques, nous avons choisi de conserver les rotors des machines actuelles. Nous parlerons dorénavant des machines 19 encoches et 21 encoches.

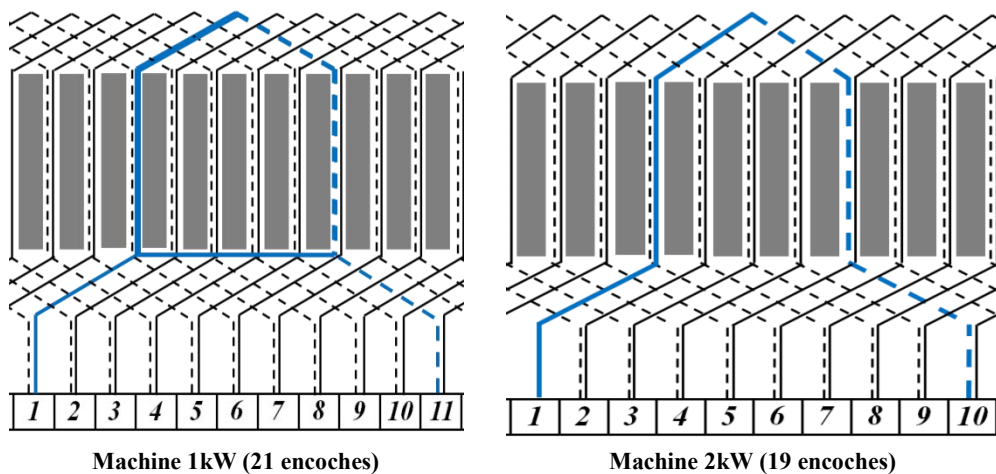


Figure 3.3 : Bobinages rotoriques des deux machines étudiées.

Les principales caractéristiques de ces deux machines retenues sont résumées par le Tableau 1. Dans ce tableau, nous prenons comme référence la machine à 19 encoches afin de comparer les deux machines en termes de grandeurs en p.u. Dans la suite, ces différences entre les deux machines sont toujours considérées lors des comparaisons entre les différentes solutions possibles. Nous nous intéressons principalement à l'encombrement (longueur du rotor), au coût (volume de cuivre) ainsi qu'aux aspects magnétiques (couple) et électriques (résistance).

Tableau 3.1 : Différences entre les machines à plots initiales à rotor 19 encoches et 21 encoches

	La machine à 19 encoches	La machine à 21 encoches
Résistance du stator	$R_{stator} = 1 p.u$	$R_{stator} = 5 p.u$
Couple à rotor bloqué	$T = 1 p.u$	$T = 1 p.u$
Courant à rotor bloqué	$I_{bat} = 1 p.u$	$I_{bat} = 0,35 p.u$
Longueur du rotor	$L_{rotor} = 35 mm$	$L_{rotor} = 45 mm$
Longueur du stator	$L_{stator} = 60 mm$	$L_{stator} = 80 mm$
Volume de cuivre	$V_{cuivre} = 1 p.u$	$V_{cuivre} = 0,7 p.u$
Puissance utile	$P_u = 2 kW$	$P_u = 1 kW$

La machine 21 encoches a une résistance de bobinage statorique 5 fois plus élevée que la machine 19 encoches. Donc, pour le même couple, la machine 21 encoches consomme un courant plus faible que la machine 19 encoches. Nous notons également que la machine 21 encoches dispose d'un rotor et d'un stator de longueurs axiales plus élevées. Elle consomme également moins de cuivre et est plus résistive que la machine 19 encoches.

3.2.3 Définition des différentes topologies d'inducteur

Dans cette sous-partie, nous explorons plusieurs variantes de topologies d'inducteur correspondant aux rotors retenus. Nous présentons, dans un premier temps, la possibilité des structures multi-stacks. Puis nous montrons que le positionnement axial des pôles favorise certaines structures et nous distinguons deux types : pôles chevauchés et non chevauchés. Enfin, plusieurs polarités réalisables sont présentées.

3.2.3.1 Stator mono-stack /multi-stacks

Dans la griffe, le flux est transversal. De ce fait, un stator qui dispose d'une griffe longue est moins efficace, car l'induction s'affaiblit le long de la griffe. C'est pour cela qu'il a été décidé d'étudier et de comparer un stator composé d'une seule rangée de pôles nord et sud qu'on appelle 1 stack et un stator composé de deux rangées appelé 2 stacks. Un nombre de stacks supérieur à 2 peut être étudié, mais il est jugé inutile dans ce type d'application où l'encombrement axial est fortement limité.

La topologie à 1 stack est constituée d'une rangée de pôles nord et une de pôles sud entre lesquelles est insérée une bobine. La topologie à 2 stacks est constituée, elle, de deux rangées de pôles entre lesquelles sont placées deux bobines alimentées en sens opposés. Ceci permet d'avoir, au centre de la machine, deux rangées côte à côte d'une même polarité. Une représentation schématique de ces deux cas est donnée sur la Figure 3.4.

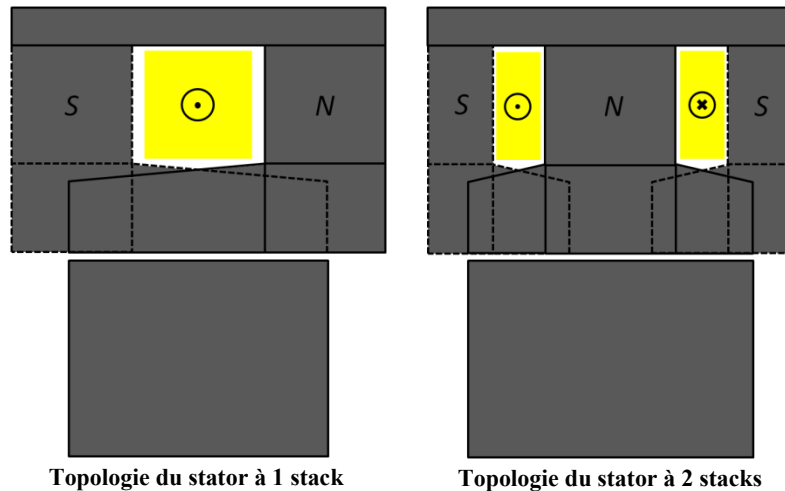
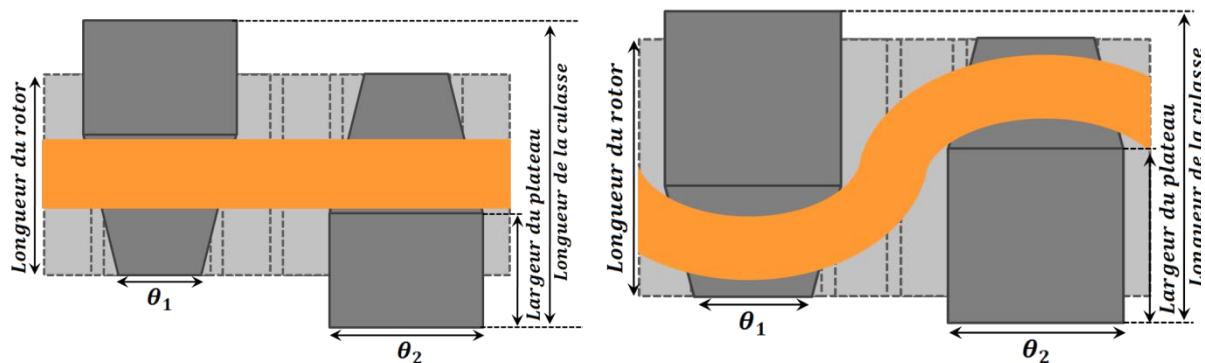


Figure 3.4 : Représentation schématique des structures mono et double-stack

3.2.3.2 Pôles à structure chevauchée et non chevauchée

Dans ce qui précède, les bobines statoriques sont parfaitement cylindriques. On appelle ce type de structures « non-chevauchées ». Il existe également des structures dites « chevauchées ». L'intérêt de ces dernières est d'augmenter la surface d'échange entre le rotor et le stator dans le même encombrement. Dans le premier cas, la largeur du plateau est inférieure à la moitié de la longueur de la culasse statorique. Dans le deuxième, elle est supérieure. Un exemple schématique dans le cas mono-stack est donné sur la Figure 3.5.



Structure à pôles non-chevauchés

Structure à pôles chevauchés

Figure 3.5 : Représentation schématique des types chevauchés et non-chevauchés

Dans le cas chevauché (et dans le cas non-chevauché avec une petite fenêtre de bobinage), on note que la bobine inductrice n'est plus cylindrique. Elle est obligée de contourner les pôles prenant la forme d'un cylindre ondulé.

3.2.3.3 Différentes polarités de machines

À partir des trajets de flux présentés dans la partie 3.2, nous constatons que pour avoir un flux homogène au rotor, il est utile d'avoir une griffe épaisse permettant de faciliter le passage du flux du stator au rotor. Pour rappel, l'objectif de cette étude consiste à dimensionner un stator à griffes permettant à la machine de produire le même couple dans le même encombrement que la machine à plots. Une alternative classique permettant de diminuer les épaisseurs des parties du pôle à griffes (telles que la culasse et la griffe), tout en produisant le même flux total, consiste

à augmenter le nombre de pôles statoriques. Il est donc nécessaire de déterminer les différentes combinaisons de machines possibles.

Rappelons que le nombre d'encoches au rotor est figé et que le bobinage rotorique doit être adapté à la polarité. De ce fait, le bobinage ondulé doit respecter certains critères. En effet, sa faisabilité se traduit par des pas de bobinage (introduits dans le chapitre 2) y_1, y_2 , et y_c entiers et non fractionnaires. De plus, le bobinage doit assurer une bonne commutation en constituant deux voies d'enroulements équilibrées qui traversent l'ensemble des pôles statoriques, comme il a été expliqué dans le chapitre 2. Pour cela, l'équation (3.1) doit être vérifiée.

$$\begin{cases} p(y_1 + y_2) = N_e + m \\ y_1 \approx \frac{N_e}{2p} \end{cases} \quad (3.1)$$

Le bobinage contribue à maximiser le couple créé par la machine en ayant une durée de commutation faible par rapport à la durée de conduction. Celle-ci peut être calculée en tenant compte des largeurs des balais (β), des lames (α), du nombre de paires de voies d'enroulements (a) et du nombre de paires de pôles (p) par :

$$\delta_{com} = \left(\alpha + \beta - \frac{a}{p} \right) \frac{360}{N_e} \quad (3.2)$$

Le Tableau 3.2 dresse une comparaison entre les différentes ouvertures des balais β , durées de commutation δ_{com} et de conduction δ_{cond} , ainsi que les différents pas au collecteur y_c , pour l'ensemble des configurations réalisables. Chacune de ces configurations peut s'appuyer sur un bobinage rotorique progressif ou rétrograde (respectivement $m = 1$ ou -1), comme nous l'avons défini dans la section 1.3.2 du premier chapitre.

Tableau 3.2 : Caractéristiques du bobinage du rotor pour les différentes configurations de la machine à griffes

Configurations	y_c	β	δ_{com}	δ_{cond}	
4 pôles /19 encoches	$m = 1$	10	6,5	37%	63%
	$m = -1$	9	6,5	37%	63%
6 pôles /19 encoches	$m = 1$	6,66	4,5	47%	53%
	$m = -1$	6	4,5	47%	53%
8 pôles /19 encoches	$m = 1$	5	4,5	66%	34%
	$m = -1$	4,5	4,5	66%	34%
4 pôles /21 encoches	$m = 1$	5,5	6,5	26%	74%
	$m = -1$	5	6,5	26%	74%
6 pôles /21 encoches	$m = 1$	7,33	4,5	35%	65%
	$m = -1$	6,66	4,5	35%	65%
8 pôles /21 encoches	$m = 1$	5,5	4,5	54%	46%
	$m = -1$	5	4,5	54%	46%

Comme le montre le Tableau 3.2, à rotor donné, la polarité du stator influence fortement la durée de commutation : plus le nombre de pôles statoriques augmente plus la durée de

commutation augmente. De plus, en fonction du type de bobinage, le pas de bobinage peut devenir fractionnaire. Un tel bobinage est alors irréalisable, et la configuration peut être écartée. Pour ces raisons, les six configurations mises en évidence en rouge dans le Tableau 3.2 sont éliminées.

De plus, nous considérons qu'une durée de commutation supérieure à 50 % n'est pas souhaitable, nous pouvons donc éliminer les structures correspondantes. Nous avons néanmoins conservé le cas 8 pôles / 21 encoches, car c'est le seul cas présentant une polarité supérieure à 4 pour un rotor 21 encoches.

Notre but étant de diminuer le volume de cuivre tout en assurant un couple suffisant, c'est pour cela que nous privilégions un bobinage rétrograde, car il consomme moins de cuivre [5]. Finalement, des douze configurations initiales, nous en conservons seulement quatre.

Ces quatre configurations retenues se déclinent en mono et double-stack, avec pôles chevauchés et non-chevauchés. Ainsi, seize machines au total sont étudiées. Ces seize machines sont récapitulées dans le Tableau 3.3.

Tableau 3.3 : Différents cas de machines à griffes à explorer

		Stator 1 stack	Stator 2 stacks
Pôles chevauchés	4 pôles /19 encoches	4 pôles /19 encoches	4 pôles /19 encoches
	6 pôles /19 encoches	6 pôles /19 encoches	6 pôles /19 encoches
	4 pôles /21 encoches	4 pôles /21 encoches	4 pôles /21 encoches
	8 pôles /21 encoches	8 pôles /21 encoches	8 pôles /21 encoches
Pôles non-chevauchés	4 pôles /19 encoches	4 pôles /19 encoches	4 pôles /19 encoches
	6 pôles /19 encoches	6 pôles /19 encoches	6 pôles /19 encoches
	4 pôles /21 encoches	4 pôles /21 encoches	4 pôles /21 encoches
	8 pôles /21 encoches	8 pôles /21 encoches	8 pôles /21 encoches

Leurs performances sont comparées aux structures classiques correspondantes (cf. Tableau 3.4).

Tableau 3.4 : Différentes topologies de la machine à griffes pouvant remplacer les machines 4p/19enc et 4p/21enc

Topologies à plots	4 pôles /19 encoches	4 pôles/21 encoches
Topologie à griffes	4 pôles /19 encoches	4 pôles /21 encoches
	6 pôles /19 encoches	8 pôles /21 encoches

Pour mener à bien cette étude, nous avons développé un modèle par réseaux de réluctance pouvant être appliqué à chaque machine. Pour valider le modèle de réluctances de la structure à griffes, nous procédons dans une première étape à une modélisation par éléments finis 3D.

3.2.4 Modélisation par éléments finis 3D de la machine à griffes

La machine à griffes est modélisée en utilisant le logiciel commercial FLUX3D. Nous avons choisi d'utiliser une formulation en potentiel scalaire magnétique dans le but de réduire le nombre d'inconnues du problème et donc de diminuer les temps de calcul. Nous avons cherché également à diminuer le temps de calcul en négligeant l'effet des têtes de bobines. Les termes sources (courants dans les bobines) sont pris en compte par des bobines non maillées. Ainsi, le champ source sur lequel repose la formulation est issu d'un calcul par la formule de Biot-et-Savart [54].

Nous avons choisi un maillage mixte tétraèdres / hexaèdres / prismes, car cela correspond à un bon compromis entre le nombre de nœuds utilisés et qualité du maillage. Un exemple de géométrie maillée est donné sur la Figure 3.6.

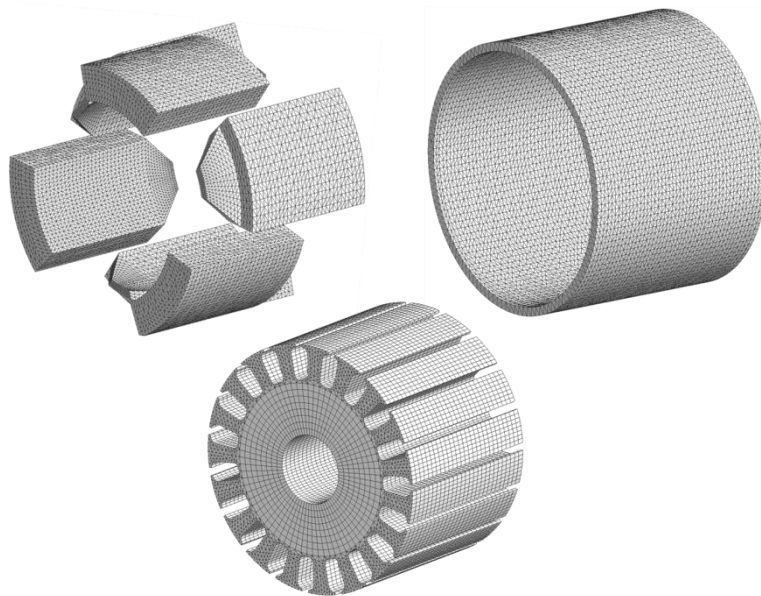


Figure 3.6 : Vue éclatée du maillage des différentes parties d'une machine à griffe.

Une fois que la machine est maillée, globalement celle-ci contient aux alentours de 180000 nœuds, ce qui correspond à un système à résoudre de même taille. Ainsi, le calcul d'un point de fonctionnement en magnétostatique en régime saturé prend environ 7 minutes sur une station de travail classique (CPU @2.4 GHz, 32 Go de RAM). Ce temps de calcul ne peut pas être réduit en utilisant des conditions de périodicité et symétrie, car notre machine n'en possède aucune (nombre impair d'encoches rotorique et forme purement 3D de la griffe).

Le calcul de couple via le postprocesseur est effectué par variation de la coénergie magnétique selon l'implémentation proposée par FLUX3D [55]. Le couple calculé ici permet de valider les modèles de réductance présentés dans ce qui suit.

3.3 Prédimensionnement exploratif du domaine d'intérêt de la MCC à griffes

L'ensemble des topologies retenues précédemment peuvent être comparées en termes de couple produit et de volume de cuivre consommé au stator, tout en conservant le même encombrement

(diamètre extérieur et longueur axiale de la machine). Cette comparaison peut être faite grâce à des fronts de Pareto représentant le couple en fonction du volume de cuivre. Cette méthode nécessite des modèles rapides. La méthode par éléments finis 3D ne peut donc être utilisée. Un modèle réductant, comme montré dans le chapitre 2, donne de bons résultats. Un inconvénient majeur est qu'il est nécessaire de développer un modèle par topologie. Cette solution est éliminée puisqu'il s'agit de comparer 16 cas de figures. Dans un premier temps, un modèle simplifié permettant de retenir la structure la plus pertinente est développé. Dans un second temps, un modèle plus fin de la topologie retenue permettra de la dimensionner.

3.3.1 Modélisation simplifiée des topologies

Nous avons décidé d'établir un modèle simplifié qui peut s'adapter à l'ensemble des topologies retenues sous certaines hypothèses fortes :

- La réaction magnétique d'induit est considérée négligeable.
- Le rotor est considéré lisse.
- L'induction est homogène dans chaque partie de la machine.
- Les flux de fuites sont considérés négligeables.

Le but de ce modèle est de traiter l'ensemble des topologies rassemblées dans le Tableau 3.3. Pour qu'il puisse s'adapter à différents nombres de pôles au stator, uniquement la moitié d'un pôle sud et la moitié d'un pôle nord est modélisée. Ceci est permis parce que nous négligeons la réaction magnétique d'induit. Considérer un rotor lisse, nous permet de modéliser de la même façon un rotor à 19 ou 21 encoches. Cette modélisation s'appuie sur le chemin de flux principal comme le montre la Figure 3.7.

Sous les hypothèses précédentes, le modèle établi est représenté par la boucle de réductance présentée en Figure 3.8. Pour ce dimensionnement, les différentes réductances du modèle sont calculées à partir des paramètres géométriques présentés dans la Figure 3.9 et définies dans le Tableau 3.5.

Dans ce modèle, chaque partie du pôle est modélisée par une simple réductance en considérant que la saturation est homogène dans chaque partie du pôle statorique. Dans un premier temps, uniquement la culasse statorique est modélisée par plusieurs réductances. En effet, le flux passant d'un pôle nord à un pôle sud à travers la culasse se partage en trois chemins dans cette partie comme le montre la Figure 3.10. Finalement, ces différentes réductances de la culasse sont remplacées par une seule réductance équivalente (R_{cu} dans la Figure 3.8) afin de simplifier le réseau en une seule boucle.

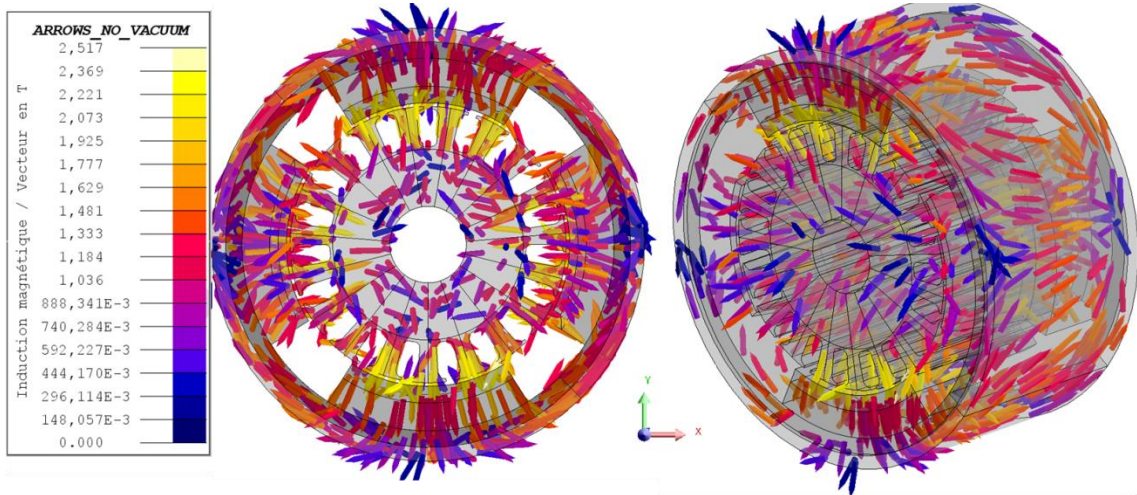


Figure 3.7 : Trajet des lignes de champs du flux principal issu d'une simulation en saturé à vide de la machine à griffes

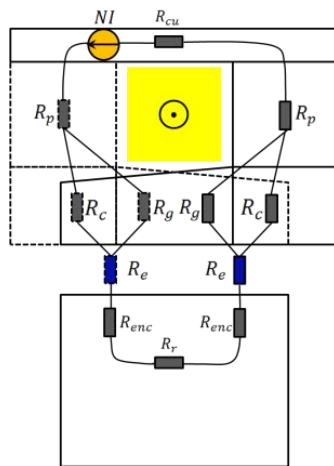


Figure 3.8 : Modèle réductant simplifié pour le dimensionnement des différentes machines

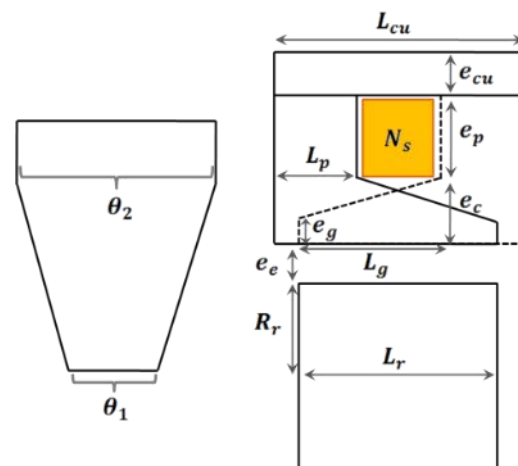


Figure 3.9 : Paramètres géométriques du stator considérés pour le dimensionnement

Tableau 3.5 : Définition des paramètres géométriques des différentes parties du stator à griffes

e_{cu} : épaisseur de la culasse	L_p : largeur du plateau
e_p : épaisseur du plateau	L_g : largeur de la griffe
e_c : épaisseur du coude	L_{cu} : longueur de la culasse
e_g : épaisseur de la griffe	θ_1 : ouverture du bout de la griffe
N_s : nombre de spires par stack	θ_2 : ouverture du pôle

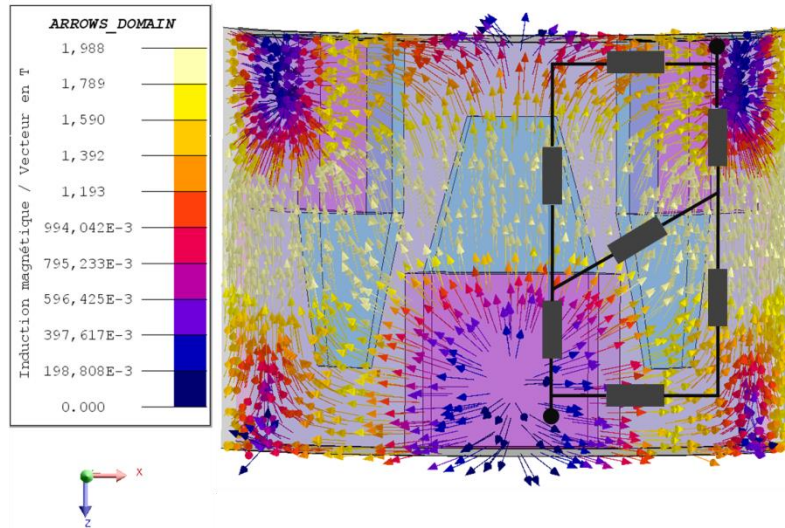


Figure 3.10 : Trajets de flux dans la culasse d'une structure à pôle non chevauchée

Dans ce modèle, le rotor est considéré comme un rotor lisse modélisé par trois réluctances où la saturation magnétique due à l'encoche est prise en compte par un coefficient de Carter. Ceci est dû au fait que la saturation des dents rotoriques est plus élevée que la saturation du noyau.

La boucle finale (stator et rotor) modélise la machine dans le cas d'un seul stack et modélise la moitié de la machine dans le cas de deux stacks. Par ailleurs, dans le cas des machines chevauchées et non chevauchées, uniquement les réluctances de la culasse statorique intervenant dans le calcul de la réluctance équivalente R_{cu} changent, ce qui ne modifie pas le schéma global retenu. Ainsi, notre modèle est adapté aux quatre différents cas de figures.

Ce modèle nous permet de calculer le couple de la machine en fonction du flux produit par pôle qui est donné par :

$$\Phi_{p\text{ôle}} = N_{stack} \times 2 \times \phi_p \quad (3.3)$$

Où : ϕ_p est le flux par pôle et par stack issu du modèle réluctant.

En utilisant le théorème d'Ampère et la loi de Hopkinson, l'équation générale non linéaire du modèle est donnée par (3.4).

$$\left(R_{cu} + 2 R_p + 2 \frac{R_c R_g}{R_c + R_g} + 2 R_e + R_r \right) \phi_p = N I_{bat} \quad (3.4)$$

Des itérations sont effectuées afin de retrouver les différentes perméabilités relatives propres à chaque réluctance. La convergence du système définit ainsi pour chaque partie un niveau de saturation localisé.

3.3.2 Formulation du problème

Le modèle simplifié présenté ci-dessus est utilisé dans un problème d'optimisation multi-objectif. Celui-ci est résolu par un algorithme stochastique de type NSGA II. Nous pouvons ainsi tracer les fronts de Pareto représentant l'évolution du couple en fonction du volume de cuivre pour chaque topologie.

Cette comparaison permet d'identifier les zones d'intérêt de chaque structure. Les deux objectifs considérés sont la maximisation du couple de démarrage à froid, et la minimisation du volume de cuivre statorique.

Au fur et à mesure des itérations, les individus (jeux de variables correspondants à différentes machines) évoluent tout en respectant les contraintes permettant d'avoir des configurations réalisables. Ces contraintes sont de types électriques, thermiques, de coût et d'encombrement.

- **Contrainte électrique :** La machine est directement alimentée par une batterie, comme il a été expliqué dans le chapitre 1. La résistance est donc fortement limitée. Dans cette partie, le but principal est d'atteindre un couple souhaité. Il a donc été décidé de ne pas fixer la résistance R , mais de la limiter entre une valeur minimale R_{min} et une valeur maximale R_{max} . Ceci permet d'éviter de trop contraindre le problème.
- **Contrainte thermique :** La chaleur produite est due aux pertes Joule. Afin de limiter ces dernières, on peut agir à la fois sur la résistance ainsi que sur la densité de courant J_c . Celle-ci est donc limitée à une valeur maximale J_{max} .
- **Contrainte de coût :** Le coût se traduit par un volume de cuivre V_{cuivre} maximal fixé au volume de la topologie à plots V_{ref} . En effet, le but de notre travail est de remplacer cette structure conventionnelle par une topologie à griffes si elle est plus intéressante en termes de coût.
- **Contrainte d'encombrement :** Le diamètre extérieur de la machine à griffes étudiée est fixé à sa valeur maximale, et la longueur L_{cu} est limitée à la valeur maximale L_{lim} de la machine à plots.

Notre problème comporte 9 variables. Celles-ci correspondent à 8 paramètres définis dans le Tableau 3.5. En effet, deux paramètres géométriques peuvent être recalculés à partir des autres (L_{cu} et e_p). On ajoute également le coefficient de remplissage de la fenêtre de bobinage statorique C_r . Toutes nos variables sont rassemblées dans le vecteur inconnu \mathbf{x} .

On aboutit alors à la formulation générale du problème à résoudre :

$$\left\{ \begin{array}{l} f = \max \Gamma(\mathbf{x}), \min V_{cuivre}(\mathbf{x}) \\ \text{avec :} \\ \mathbf{x} = (L_g, L_{p_2}, e_c, e_{cu}, e_g, \theta_1, \theta_2, N_s, C_r) \\ \text{Contraint à :} \\ \left\{ \begin{array}{l} R_{min} \leq R_{stator} \leq R_{max} \\ J_c \leq J_{max} \\ L_{cu} \leq L_{lim} \\ V_{cuivre} \leq V_{ref} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (3.5)$$

L'ensemble des objectifs et des contraintes du problème formulé sont détaillés dans ce qui suit.

3.3.2.1 Calcul des fonctions objectifs

Dans cette section nous présentons les différentes expressions du volume de cuivre correspondant à chaque cas de figure ainsi que la formulation du calcul de couple utilisée.

3.3.2.1.1 Calcul du volume de cuivre

Le volume de cuivre total au stator est calculé à partir des nombres de spires par stack, de la section et de la longueur de la bobine. La section de la fenêtre de bobinage par stack est calculée directement à partir des paramètres géométriques. Le coefficient de remplissage est limité par une valeur maximale traduisant la faisabilité du bobinage. Ainsi, la section de la bobine est déterminée à partir de la section de la fenêtre de bobinage, du coefficient de remplissage et du nombre de spires par stack. On en déduit alors l'expression du volume de cuivre par :

$$\begin{cases} V_{cuivre}(x) = N_{stack} N_s S_{bobine} l_{bobine} \\ S_{bobine} = \frac{C_r \cdot S_{fenetre}}{N_s} \\ S_{fenetre} = S_{fen_{ondulée}} \text{ ou } S_{fen_{centrale}} \\ l_{bobine} = l_{bob_{ondulée}} \text{ ou } l_{bob_{centrale}} \end{cases} \quad (3.6)$$

La longueur et la section correspondantes à une bobine ondulée cylindrique ou à une bobine centrale cylindrique sont calculées comme suit :

$$\begin{cases} l_{bob_{ondulée}} = 2p \cdot \left(R_m \frac{2\pi}{2p} + L_p \right) \\ S_{fen_{ondulée}} = e_p \cdot (L_{cu} - L_p) \\ l_{bob_{centrale}} = R_m \cdot 2\pi \\ S_{fen_{centrale}} = e_p (L_{cu} - 2 \cdot L_p) \end{cases} \quad (3.7)$$

Avec : R_m le rayon moyen de la bobine.

▪ Notion de spires équivalentes

Pour calculer le volume de cuivre, il est nécessaire de connaître le nombre de spires équivalent et non le nombre de spires totales par stack. Pour comprendre cette nuance entre spires totales ou équivalentes, une explication à travers des exemples dans le cas des machines à courant continu classiques à plots est fournie.

Dans les démarreurs, il est possible de trouver dans certains cas un nombre fractionnaire de spires équivalent par pôle. En effet, prenons le cas d'une machine à 4 pôles / 19 encoches qui nécessite $NI = 2500$ ampères-tours à chaque plot statorique pour un courant d'alimentation de 1000 A. Comme le montre la Figure 3.11, il est possible de bobiner soit l'ensemble des pôles en série (a), ou deux pôles en série eux-mêmes en parallèle avec deux autres pôles en série (b), ou encore l'ensemble des pôles en parallèle (c).

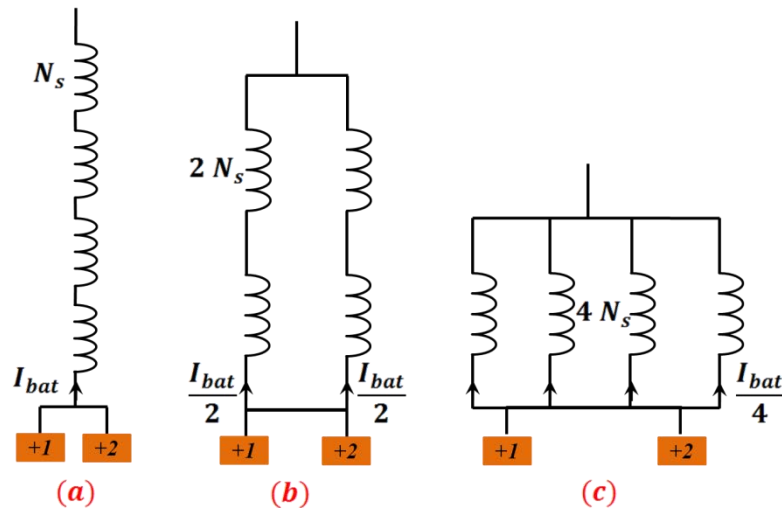
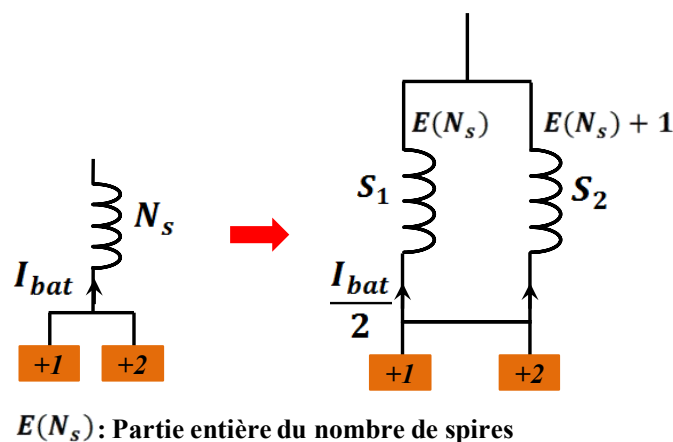


Figure 3.11 : Mises en parallèle possibles des bobines statoriques dans les démarreurs à plots

Le premier cas (a) est éliminé puisqu'il faudrait 2,5 spires par plots. Dans le deuxième cas (b), nous avons 5 spires par plots et dans le troisième (c) 10 spires. Dans les trois cas, le nombre de spires équivalent par plot est de 2,5. Ce nombre de spires équivalent correspondant à une seule bobine et le nombre de spires totales par plot est égal au nombre de spires équivalent multiplié par le nombre de voies parallèles.

Dans notre problème de dimensionnement de machines à griffes, le nombre de spires par stack considéré est le nombre de spires équivalent noté N_s qui correspond au cas d'une bobine qui traverse l'ensemble des pôles statorique.

Dans le cas d'un stack, les nombres de spires fractionnaires ne peuvent pas être considérés. En effet, si on considère qu'au stator chaque pôle doit voir un nombre d'ampères-tours totaux égal à 2500 A avec un courant de batterie de 1000 A, le seul bobinage réalisable comporte 2 spires en parallèle avec 3 spires (Figure 3.12). Si on veut équilibrer les résistances des deux branches, les sections doivent être différentes. Nous préférons ne pas traiter ce cas de figure qui complexifie inutilement notre problème. Nous avons donc choisi d'éviter un nombre de spires équivalent fractionnaire pour le dimensionnement des stators un stack.



$E(N_s)$: Partie entière du nombre de spires

Figure 3.12 : Parallélisation de la bobine dans le cas d'un stack en présence d'une demie spire

Par contre, dans le cas de deux stacks, il est possible d'avoir un nombre de spires équivalent par stack fractionnaire. En effet, si on considère que chaque stack doit voir 2500 A pour un courant de batterie de 1000 A, on peut utiliser 5 spires totales par stack ce qui représente 2,5 spires équivalentes par stack (voir Figure 3.13). Dans ce cas, le nombre de spires équivalent est bien un nombre fractionnaire : 2,5.

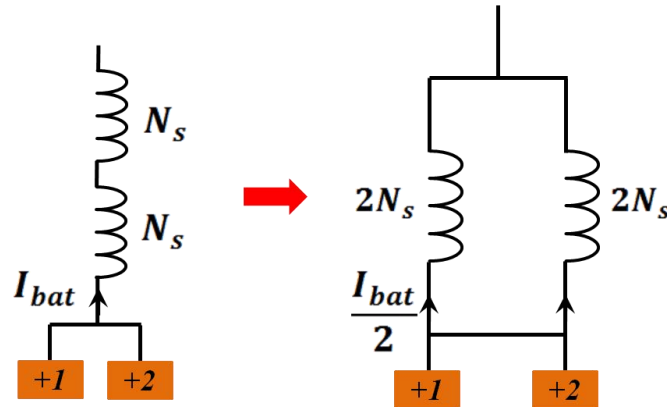


Figure 3.13 : Parallélisation des bobines dans le cas d'un stator à deux stacks

3.3.2.1.2 Calcul du couple

Dans ce modèle simplifié, les réluctances ne dépendent pas de la position du rotor. Nous souhaitons donc calculer le couple à partir du flux sous un pôle qui permet un calcul direct du couple.

Nous supposons que le pôle a une largeur de π/p , que la durée de commutation est nulle et que l'induction sous le pôle est constante. Autrement dit, toutes les spires au rotor voient la même induction dont l'allure est représentée dans la Figure 3.14.

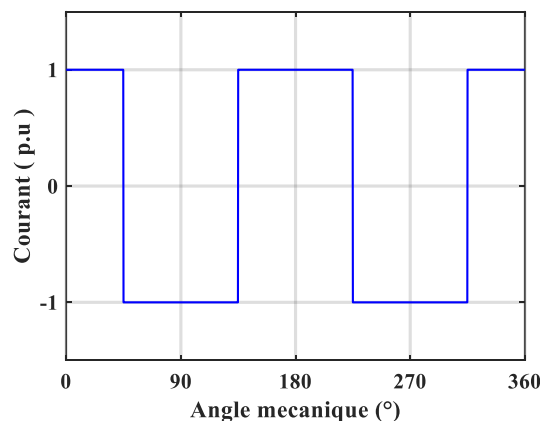


Figure 3.14 : Forme d'onde du courant avec durée de commutation nulle dans une section au rotor

Si l'on considère une machine à courant continu à bobinage surfacique, le couple est la conséquence de la force de Laplace appliquée sur l'ensemble des encoches équivalentes du rotor. La force totale est la somme des forces appliquées sur chaque encoche. La force appliquée

sur une encoche est la somme des forces appliquées sur les n_b brins de celle-ci. Le champ est orthogonal à la longueur du conducteur, la force appliquée sur une encoche est donc :

$$F_{enc_k} = n_b B_k i_{c_k} l \quad (3.8)$$

Dans le cas d'un bobinage simple ondulé à α paires de voies d'enroulement, chaque conducteur est traversé par un courant $i_{c_k} = I_{bat}/2\alpha$, et selon l'hypothèse initiale (Figure 3.14), chaque conducteur voit la même induction B . Le couple électromagnétique appliqué sur l'ensemble des conducteurs sous « $2p$ » pôles s'exprime donc par :

$$\Gamma = 2p \left(n_b \frac{N_{enc} I_{bat}}{2p} B l \right) R \quad (3.9)$$

Finalement dans cette modélisation simplifiée, le couple est le produit du flux sous un pôle, du courant et un coefficient K dépendant de la topologie de la machine :

$$\begin{cases} C = K \phi_{p\delta le} I_{bat} \\ \phi_{p\delta le} = B \left(\alpha \frac{\pi}{p} \right) R l \\ K = p \frac{n_b N_{enc}}{2\alpha\pi\alpha} \end{cases} \quad (3.10)$$

Où : α est le pourcentage d'ouverture du pôle sur 180 degrés électriques qui permet de prendre en compte une ouverture angulaire du pôle différente d'une période polaire.

3.3.2.2 Calcul des contraintes

À chaque itération, les contraintes relatives à la résistance du bobinage, la densité de courant au stator, la longueur axiale de la culasse, et le volume de cuivre doivent être vérifiés. Le volume de cuivre est calculé dans la partie précédente, et la longueur de la machine est directement déduite à partir des valeurs courantes des variables géométriques. Il reste donc à calculer la résistance de bobinage ainsi que la densité de courant.

La résistance de bobinage est calculée classiquement à partir des nombres de spires équivalents par stack N_s , de la longueur et de la section de la bobine :

$$R_{stator} = \rho \frac{N_s N_{stack} l_{bobine}}{S_{bobine}} \quad (3.11)$$

La résistance de bobinage ne doit pas dépasser une valeur maximale fixée pour ne pas trop s'éloigner de la puissance utile souhaitée. Plus cette résistance est élevée, plus les pertes Joule sont élevées et la puissance utile faible.

Les fronts de Pareto qui sont présentés ultérieurement dépendent d'une valeur maximale de la densité de courant dans les bobines. Cette densité de courant est calculée à partir du courant correspondant au couple du démarrage à froid et de la section de la bobine.

$$J_{stator} = \frac{I_{bat}}{S_{bobine}} \quad (3.12)$$

3.3.3 Comparaison des topologies

En s'appuyant sur la formulation du problème explicitée dans la partie précédente, les quatre différentes structures de machines (4 pôles / 19 encoches, 6 pôles / 19 encoches, 4 pôles / 21 encoches et 8 pôles / 21 encoches) sont comparées pour les quatre différentes topologies de stator (1stack, 2 stacks, pôles non chevauchés, pôles chevauchés).

Pour expliquer les tendances données par les fronts de Pareto, nous procédons en deux parties. La première partie rassemble des topologies à pôles non chevauchés, des illustrations de certains cas et des vérifications par éléments finis 3D sont présentées afin de comprendre le comportement de la griffe. Ensuite, nous traitons de la même façon les topologies à pôles chevauchés. Cette comparaison permettra de choisir la meilleure topologie permettant d'assurer le même couple que la machine à plots tout en économisant le cuivre utilisé au stator.

Lors de cette comparaison, le couple et le volume de cuivre sont normalisés par rapport au couple et au volume de cuivre de la machine à plots correspondante. Pour établir les différents fronts de Pareto, pour chaque topologie 200 individus évoluent durant 100 générations.

3.3.3.1 Topologies non chevauchées

Dans cette partie, les différentes machines sont comparées pour des stators un stack et deux stacks dans le cas de pôles non chevauchés en régime saturé pour $I_{bat} = 1000 A$, comme le montre la Figure 3.15. On remarque à partir de ces deux figures que les machines à 19 encoches sont plus intéressantes que les machines à rotor 21 encoches. En effet, cette dernière a un rotor plus long, ainsi la réluctance globale du chemin de flux est plus grande entraînant un couple produit plus faible par rapport à la machine 19 encoches. On constate également que pour ces machines 19 encoches plus le nombre de pôles est élevé plus le couple produit est élevé. Cela est dû au fait que la réluctance globale du circuit magnétique diminue lorsque le nombre de pôles augmente. En effet, le chemin de flux devient plus court notamment dans la culasse statorique où la saturation de cette partie impacte plus le flux total.

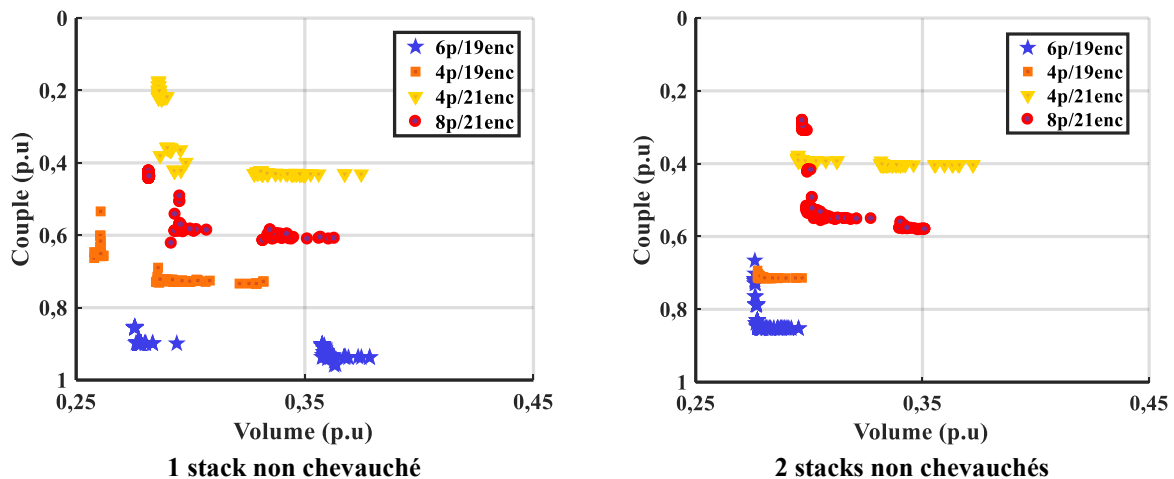


Figure 3.15 : Fronts de Pareto Couple vs Volume de Cuivre

En effet, nous cherchons à nous rapprocher d'un couple de 1 p.u. Pour cela, on constate à partir de la Figure 3.15 que la machine la plus intéressante est la machine 6 pôles / 19 encoches, car s'approchant le plus du couple souhaité (1 p.u).

En ce qui concerne le comportement des stacks, on remarque que la différence entre les topologies à 1 stack et 2 stack est minime. En effet, les topologies 2 stacks dans le cas des pôles non chevauchés consomment un peu plus de cuivre pour produire un peu moins de couple par rapport aux stators 1 stack.

▪ Vérification et discussion :

Pour comprendre la différence de comportement de la topologie à griffes entre 1 stack et 2 stacks, il est nécessaire de faire une comparaison basée sur un calcul analytique en linéaire. Le développement du calcul des réluctances entre la configuration 1 stack et 2 stacks est résumé dans le Tableau 3.6, permettant d'observer l'évolution de la réluctance du circuit magnétique et de justifier ainsi la consommation de cuivre d'une structure à l'autre.

Tableau 3.6 : Comparaison des réluctances entre un stator 1 stack et 2 stacks

Partie de la machine	Configuration 1 stack	Configuration 2 stacks	Evolution de la réluctance de 1 stack à 2 stacks
Culasse	$\begin{cases} l_{culasse} = \sqrt{L_{cu}^2 + \left(R_{ext} \frac{\theta_{pas}}{2}\right)^2} \\ S_{culasse} = e_{cu} R_{int} \frac{\theta_2}{2} \end{cases}$	$\begin{cases} l_{culasse} = \sqrt{\frac{L_{cu}^2}{4} + \left(R_{ext} \frac{\theta_{pas}}{2}\right)^2} \\ S_{culasse} = e_{cu} R_{int} \frac{\theta_2}{2} \end{cases}$	Diminuée
Plateau	$\begin{cases} l_{plateau} = e_p \\ S_{plateau} = L_p \cdot R_{int} \cdot \theta_2 / 2 \end{cases}$	$\begin{cases} l_{plateau} = e_p \\ S_{plateau} = L_p / 2 \cdot R_{int} \cdot \theta_2 / 2 \end{cases}$	Augmentée
Coude	$\begin{cases} l_{coude} = e_c \\ S_{coude} = L_p \cdot R_{int} \cdot \theta_2 / 2 \end{cases}$	$\begin{cases} l_{coude} = e_c \\ S_{coude} = L_p / 2 \cdot R_{int} \cdot \theta_2 / 2 \end{cases}$	Augmentée
Griffe	$\begin{cases} l_{griffe} = L_g \\ S_{griffe} = e_c \cdot R_{int} \cdot \theta_2 / 2 \end{cases}$	$\begin{cases} l_{griffe} = L_g / 2 \\ S_{griffe} = e_c R_{int} \theta_2 / 2 \end{cases}$	Diminuée
Entrefer	$\begin{cases} l_{entrefer} = e_e \\ S_{entrefer} = R_{int} \left(L_p \frac{\theta_2}{2} + L_g \frac{\theta_1 + \theta_2}{4} \right) \end{cases}$	$\begin{cases} l_{entrefer} = e_e \\ S_{entrefer} = R_{int} \left(\frac{L_p \theta_2}{2} + \frac{L_g \theta_1 + \theta_2}{4} \right) \end{cases}$	Augmentée
Rotor	$\begin{cases} l_{rotor} = R_r \frac{\theta_{pas}}{2} \\ S_{rotor} = R_r L_r \end{cases}$	$\begin{cases} l_{rotor} = R_r \frac{\theta_{pas}}{2} \\ S_{rotor} = R_r \frac{L_r}{2} \end{cases}$	Augmentée

Nous constatons qu'en linéaire, la réluctance par stack dans une configuration 2 stacks est à-peu-près deux fois plus importante que pour une configuration 1 stack. Les configurations 2 stacks sont donc plus réluctantes que les configurations 1stack.

$$R_{2stack} \approx 2 R_{1stack} \quad (3.13)$$

Si nous souhaitons produire un couple donné, correspondant à un flux total donné ϕ_{total} , le flux total et le nombre d'ampères tours totaux dans les deux cas s'écrivent sous la forme :

$$\begin{cases} \Phi_{total} = 2 \Phi_{2stack} = \Phi_{1stack} \\ NI_{2stack_{total}} = 2 NI_{2stack} \\ NI_{1stack_{total}} = NI_{1stack_{total}} \end{cases} \quad (3.14)$$

À partir de l'équation (3.13) et (3.14), on remarque qu'il est nécessaire de mettre environ deux fois plus d'ampères tours dans une configuration 2 stacks que dans le cas 1 stack pour obtenir le même flux :

$$\begin{cases} NI_{2stack} = R_{2stack} \phi_{2stack} \\ NI_{1stack} = R_{1stack} \phi_{1stack} \\ NI_{2stack_{total}} \approx 2 NI_{1stack_{total}} \end{cases} \quad (3.15)$$

Nous souhaitons confirmer ce raisonnement analytique à travers des simulations par éléments finis 3D. Pour cela nous comparons en linéaire (perméabilité relative $\mu_r = 1000$) une topologie à stator 1 stack ayant 3 spires avec deux topologies 2 stacks ayant respectivement 5 et 6 spires ce qui revient respectivement à 2,5 spires et 3 spires par stack.

La Figure 3.16 illustre le couple des trois machines en fonction du courant de batterie. On remarque donc que le passage à une topologie 2 stacks, consommant à peu près deux fois plus de cuivre, fournit approximativement le même couple. La configuration 2 stacks n'est donc pas intéressante lorsqu'il s'agit de remplacer la topologie 1stack dans un même volume.

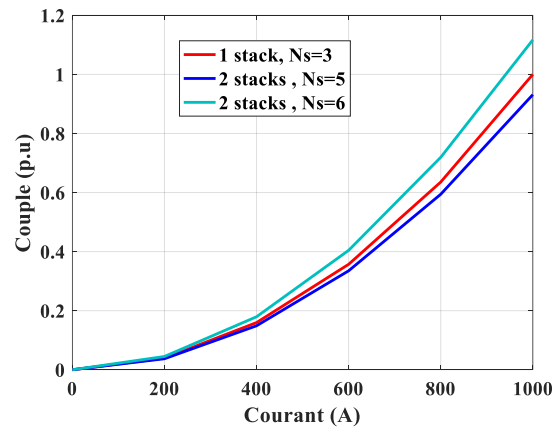


Figure 3.16 : Comparaison du couple entre une structure 1 stack et 2 stacks en linéaire en variant le nombre d'ampères tours (normalisé sur la valeur du 1 stack)

L'analyse menée en régime linéaire ne confirme pas le comportement non linéaire illustré dans la Figure 3.15 où le volume de cuivre pour un couple donné est sensiblement le même en passant de 1 stack à 2 stacks. La même étude en régime saturé est donc nécessaire.

En tenant compte de la saturation, la comparaison entre la structure 1 stack à 3 spires et la structure 2 stacks pour des nombres de spires de 3 à 6, est présentée sur la Figure 3.17. À partir de la caractéristique couple-courant menée en linéaire, la topologie 1 stack est équivalente à

une topologie 2 stacks ayant entre 5 et 6 spires alors qu'en saturé, on pourrait plutôt comparer la machine 1 stack avec une machine 2 stacks ayant 3 à 4 spires. On constate bien, comme vu initialement que le 2 stacks consomme un peu plus de cuivre pour fournir le même couple que la topologie 1 stack.

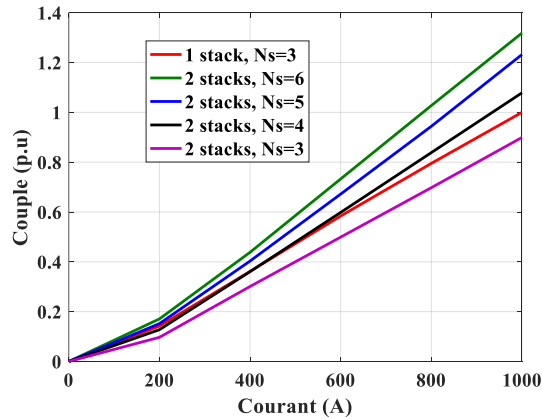
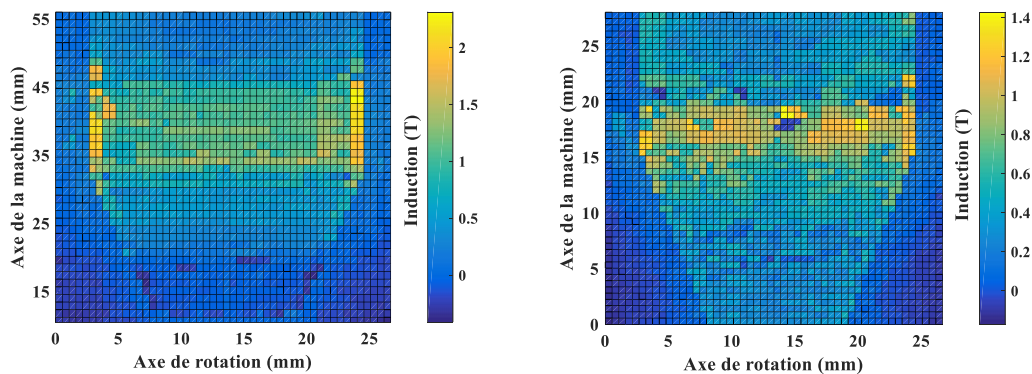


Figure 3.17 : Comparaison du couple entre une structure 1 stack et 2 stacks en saturé en variant le nombre d'ampères tours (normalisées sur la valeur du 1 stack)

Cette comparaison nous a permis également de comprendre que le 1 stack est plus impacté par le régime saturé, car la saturation n'est pas homogène dans le sens de la longueur. Cette inhomogénéité est due à la partie griffe où le flux est transversal. Par contre, dans le 2 stacks, la griffe étant plus courte, la saturation du pôle est plus homogène. Cette explication est confortée par la Figure 3.18 où est représentée l'induction normale à la griffe. L'induction chute brutalement dans le 1 stack le long de l'axe de la machine, alors que dans le 2 stacks elle reste relativement homogène en comparaison. Ce comportement est valable pour les machines à rotor 19 encoches et 21 encoches.



Machine 1 stack

Machine 2 stacks

Figure 3.18 : Induction normale à vide sous un pôle en saturé ($I_{bat} = 1000$ A)

À partir de l'analyse menée dans cette sous-partie, nous constatons que la topologie 2 stacks qui paraissait désavantageuse d'après les calculs en linéaire se rapproche de la topologie 1 stack en saturé. L'avantage de la topologie 1 stack est d'économiser du volume de cuivre par rapport au 2 stacks, comme il a été expliqué et démontré précédemment. Cependant, le stator 2 stacks permet de se rattraper en saturé par l'homogénéisation de l'induction sous un pôle.

3.3.3.2 Topologies chevauchées

Dans cette partie, nous comparons les différentes topologies à pôles chevauchés. Les résultats obtenus pour les topologies à 1 stack et à 2 stacks sont projetés dans la Figure 3.19. On remarque que la topologie à pôles chevauchés consomme plus de cuivre que celles à pôles non chevauchés. Cela s'explique par la longueur de la bobine qui augmente en contournant les pôles. Cependant, le chevauchement des pôles permet de fournir plus de couple à encombrement donné (comparaison avec la Figure 3.15).

On remarque également que, malgré le chevauchement des pôles, les machines à 21 encoches sont toujours loin d'atteindre l'objectif de couple et se situent au mieux à 60% du couple souhaité. De plus, l'augmentation du volume de cuivre est encore plus prononcée pour les machines 8 pôles / 21 encoches. En effet leurs rotors sont plus longs, ce qui augmente la longueur des contournements des bobines. Ces machines ne pourront donc pas être retenues.

Par contre, les machines 6 pôles/19 encoches sont plus intéressantes. En particulier la structure à 1 stack (chevauchée) permet d'atteindre l'objectif de couple pour un volume réduit par rapport à la structure 2 stacks et aux cas non-chevauchés. C'est pour cela que nous l'étudions plus en détail.

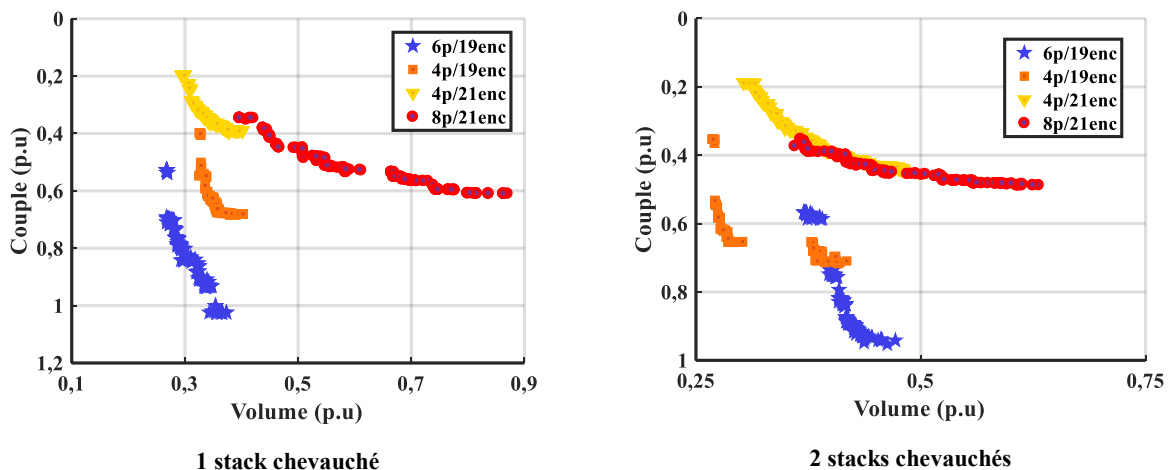


Figure 3.19 : Fronts de Pareto obtenus pour les structures à pôles chevauchés.

▪ Étude du chevauchement :

Afin de quantifier l'influence du chevauchement sur le couple, nous pouvons l'illustrer sur trois cas pour la structure 1 stack. Nous changeons uniquement le positionnement des pôles dans la culasse magnétique via la longueur X_{ch} présentée sur la Figure 3.20. Dans le cas de pôles non-chevauchés cette distance est positive et on considère qu'elle devient négative en cas de chevauchement.

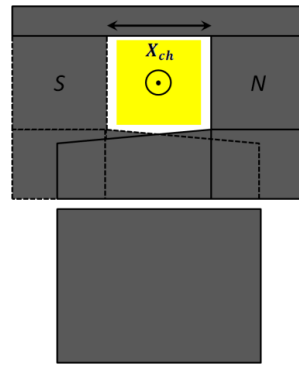


Figure 3.20 : Les pôles sont chevauchés si $X_{ch} < 0$
et non chevauchés si $X_{ch} > 0$

Nous avons étudié par éléments finis, la structure 1 stack 6 pôles / 19 encoches comme exemple. L'ensemble des paramètres géométriques des pôles sont figés, sauf la distance de chevauchement et donc la longueur de la culasse. X_{ch} peut prendre trois valeurs : 8, 0, et -8 millimètres. Une comparaison des couples obtenus en fonction du courant de batterie est donnée par la Figure 3.21.

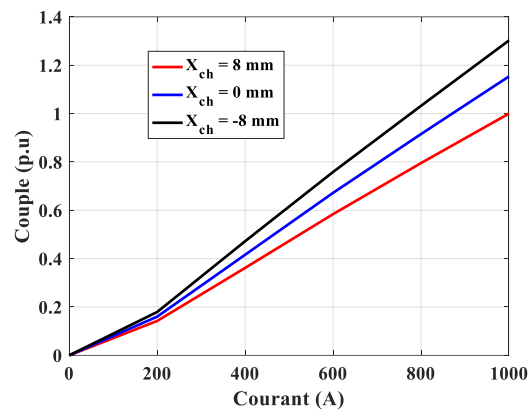


Figure 3.21 : Evolution du couple pour trois valeurs de chevauchement

Nous remarquons que, plus les pôles sont chevauchés, plus le couple augmente. Cela est dû à une diminution de la réluctance de la culasse. Ainsi, la structure ayant la culasse la plus courte et un plus grand chevauchement est la plus intéressante en produisant 30% de couple en plus que la structure de départ à pôles non chevauchés. Ceci est expliqué par une meilleure répartition de l'induction sous un pôle comme montré par la Figure 3.22. On constate qu'elle est bien plus homogène dans le cas où le chevauchement est le plus important.

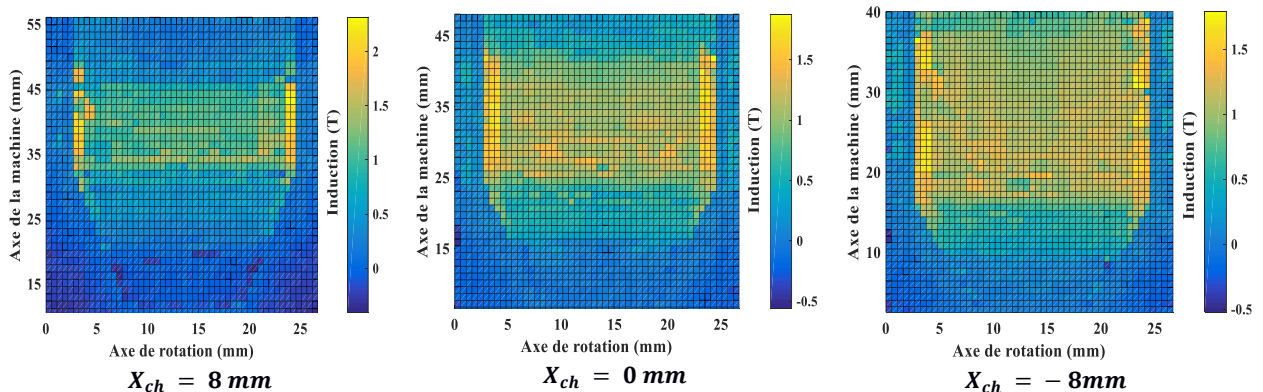


Figure 3.22 : Induction sous un pôle pour les trois cas étudiés.

▪ **Intérêt des pôles chevauchés pour les machines compactes :**

Nous souhaitons pousser notre étude plus loin en comparant une topologie à pôles chevauchés à une topologie à pôles non-chevauchés en termes de couple volumique. Nous effectuons deux dimensionnements en utilisant le modèle simplifié précédent. Dans les deux cas, nous cherchons à obtenir une valeur de couple fixée. Pour le premier problème, nous imposons une contrainte sur le diamètre extérieur, et la structure est libre : chevauchée ou non-chevauchée. Pour le deuxième, nous imposons une forme cylindrique de la bobine (donc une structure non-chevauchée). Les autres contraintes sont communes aux deux problèmes :

- Résistance de bobinage fixée ;
- Densité de courant fixée (section de bobinage constante) ;
- Longueur du stator limitée.

Une représentation schématique (à l'échelle) des deux solutions obtenues est donnée sur la Figure 3.23. On constate que la structure chevauchée permet de réduire fortement le diamètre extérieur de la machine.

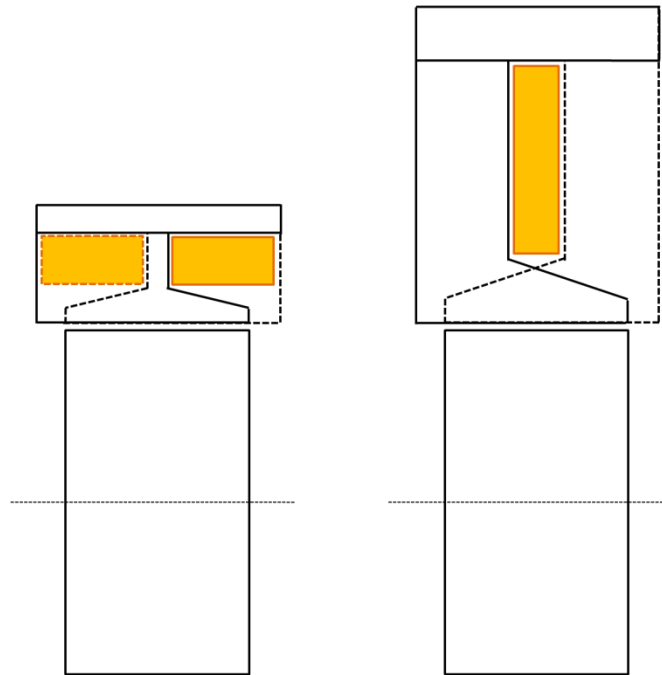


Figure 3.23 : Comparaison entre les deux machines dimensionnées

Pour vérification, ces deux machines ont été simulées en non-linéaire par éléments finis 3D, et leurs caractéristiques couple-courant sont identiques comme le montre la Figure 3.24. Cette vérification nous permet également de valider numériquement le modèle analytique simplifié.

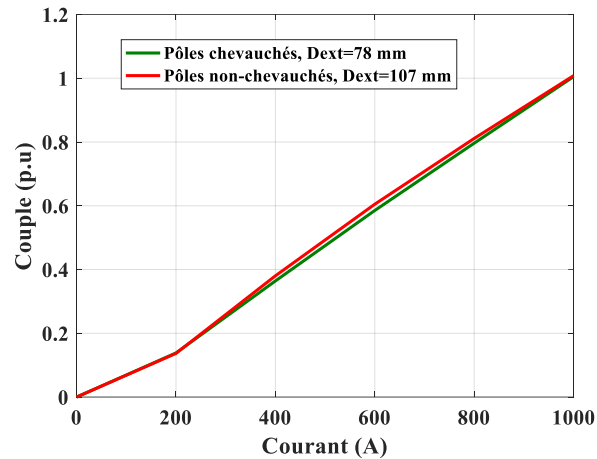


Figure 3.24 : Comparaison de la courbe Couple-courant des structures à pôles chevauchés et non chevauchés obtenues

Pour une application démarreur où on cherche avant tout à réduire l'encombrement de la machine, la topologie à pôles chevauchés présente donc un grand intérêt. Dans le cas d'une application alternateur, la simplicité du processus de fabrication oriente plus les constructeurs vers une structure à bobinage cylindrique.

3.3.4 Choix de la machine et de la topologie finale

L'analyse des différents fronts de Pareto permet de conclure que la machine 6 pôles / 19 encoches est la plus intéressante. Initialement pour les structures à plots, les machines 19 encoches consomment plus de cuivre que les machines à 21 encoches. L'économie en cuivre grâce au passage à une structure à griffe est donc nettement plus prononcée pour les machines 19 encoches. Ainsi nous nous concentrons dans ce qui suit uniquement sur la machine 6 pôles / 19 encoches.

D'après l'analyse des différents fronts de Pareto précédents, il a été conclu que la machine un stack chevauchée est la plus intéressante. Le choix s'est porté sur cette configuration, car corrèle à la fois l'avantage de la topologie un stack en matière d'économie de cuivre et améliore le couple grâce à l'homogénéisation de l'induction dans l'entrefer.

Une comparaison de la machine 6 pôles/19 encoches pour l'ensemble des configurations est résumée dans la Figure 3.25, qui confirme l'analyse précédente, où la topologie un stack chevauchée est la seule à pouvoir satisfaire les deux critères (couple > 1 p.u et volume de cuivre < 1 p.u).

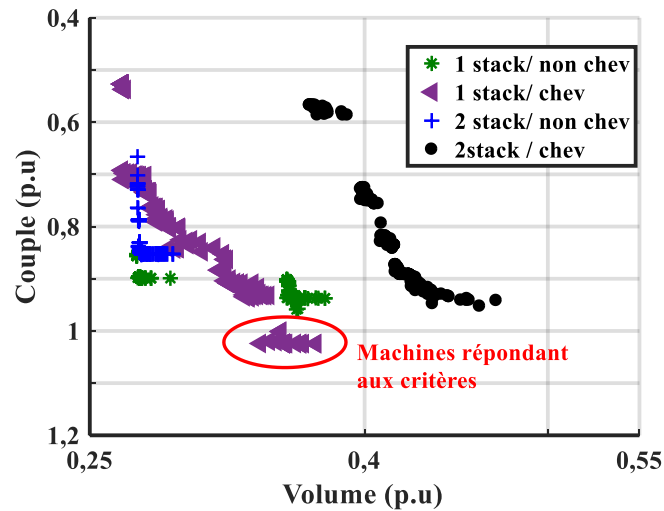


Figure 3.25 : Comparaison des topologies 6 pôles /19 encoches

Cependant, le modèle que nous avons utilisé pour ce prédimensionnement ne tient pas compte de l'ensemble des phénomènes magnétiques. Il est donc nécessaire de vérifier par une simulation par éléments finis 3D cette topologie. Une machine prise au hasard parmi les résultats précédents et permettant de produire théoriquement un couple de $1,02 p.u$ avec un volume de cuivre de $0,35 p.u$ (par rapport à la machine à plots) est présentée Figure 3.26.

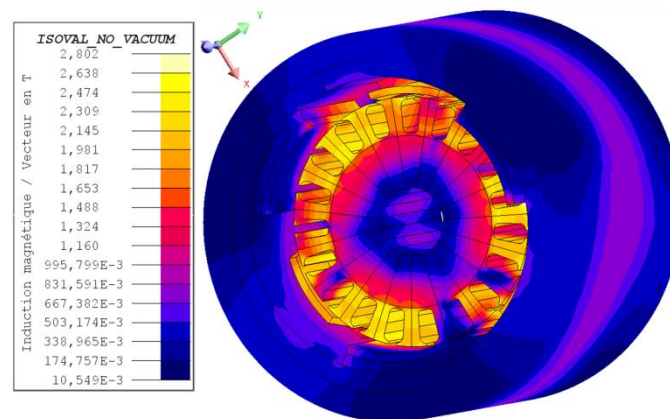


Figure 3.26 : Une machine 6 pôles/19 encoches vérifiée par éléments finis

Comme le montre la figure, la saturation dans cette machine est fortement inhomogène. Le calcul de couple par éléments finis au point de fonctionnement pris en compte lors de ce dimensionnement, donne uniquement $0,65 p.u$. Une différence de 37 % est notée entre ce calcul et celui donné par le modèle simplifié initial.

Afin de comprendre d'où vient cette grande différence, l'analyse des différents phénomènes négligés dans le modèle tels que l'inhomogénéité de la saturation magnétique le long de la machine (selon l'axe z), les flux de fuites et la réaction magnétique d'induit est donc nécessaire.

L'induction normale sous un pôle de la machine est tracée dans la Figure 3.27. On observe une inversion de l'induction sur une partie du pôle. Cette inversion est due à la réaction magnétique d'induit. Ceci a été confirmé par une étude sur plusieurs machines dimensionnées précédemment où les écarts sur les calculs de couple sont toujours au moins supérieurs à 15 %.

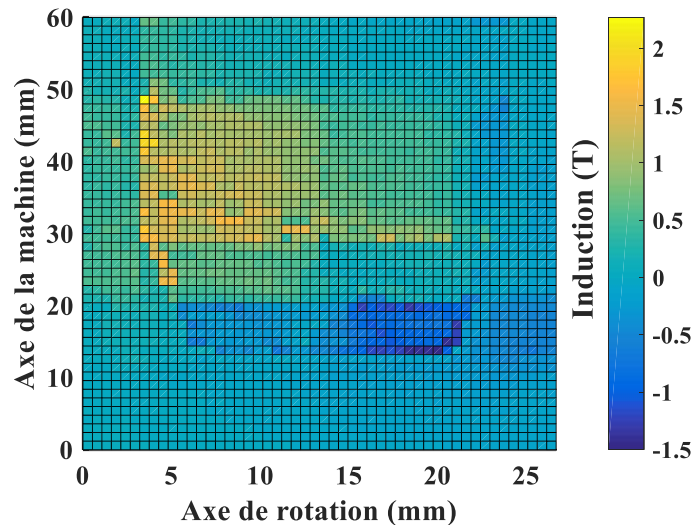


Figure 3.27 : Inversion de l'induction sous le pôle d'une machine 6pôles / 19encoches 1stack à pôles chevauchés

La réaction d'induit a donc un impact important dans la structure à griffe. Ceci est principalement dû à l'épaisseur de la griffe favorisant le passage du flux généré par l'induit, et entraînant une perte de couple due à l'inversion de l'induction. Cette réaction magnétique peut être compensée par l'augmentation de la réluctance de la griffe, comme nous le présentons dans le paragraphe suivant.

- **Compensation de la réaction magnétique d'induit :**

Pour augmenter le couple de la machine, une première solution consiste à limiter ou compenser la réaction magnétique d'induit (Figure 3.28). Pour la limiter, un moyen d'y parvenir consiste à augmenter la réluctance tangentielle par la création d'une fente au sein du pôle. Pour la compenser, on peut insérer un aimant dans cette fente, où l'aimant est orienté dans le sens contraire à cette réaction magnétique d'induit. Ces deux solutions sont représentées dans la Figure 3.29.

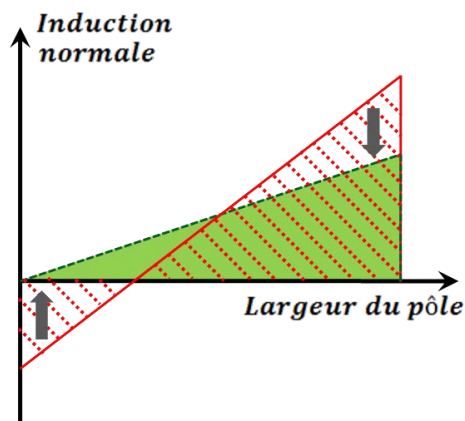


Figure 3.28 : Compensation de l'induction inversé sous le pôle

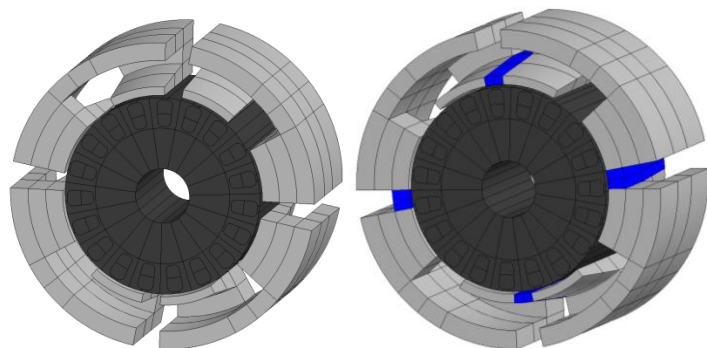


Figure 3.29 : Insertion d'une fente ou insertion d'un aimant

Les machines obtenues précédemment par une optimisation couplée avec le modèle simplifié sont vérifiées par éléments finis. Il s'avère que le couple est surestimé par le modèle simplifié

du fait qu'il ne prend pas bien en compte le phénomène d'inhomogénéité de la saturation et de la réaction magnétique d'induit. Par exemple, intéressons-nous à une machine 6 pôles / 19 encoches 1 stack non chevauchée présentant un couple de $0,95 p.u$ et un volume de cuivre de $0,35 p.u$ prise au hasard sur le front de Pareto de la Figure 3.25. Le couple calculé par éléments finis sur cette même machine est de $0,45 p.u$, ce qui représente un écart de 50 % par rapport au couple estimé. En traçant l'induction sous un pôle de cette machine, une forte inversion de l'induction est observée (cf. Figure 3.30). Malgré les écarts que présentent le modèle simplifié, une vérification par éléments finis nous a permis de conclure que les tendances des machines présentées par le front de Pareto sont bonnes.

La solution de compensation de cette réaction magnétique d'induit par l'insertion d'une fente ou d'un aimant ne serait donc pas suffisante pour compenser cette inversion. De plus, nous avons remarqué en comparant les différents fronts de Pareto précédents que, plus la machine est optimisée, moins elle est impactée par la réaction d'induit (paragraphe 1.5.5.2.).

Pour ces raisons, nous avons préféré ne pas retenir la solution consistant à insérer une fente et/ou un aimant, mais plutôt développer un modèle précis de la machine prenant en compte la réaction magnétique d'induit ainsi que l'inhomogénéité de la saturation magnétique. Et c'est ce modèle qui sera ensuite utilisé pour le dimensionnement. Dans ce qui suit, nous présentons donc un modèle de la machine à griffes basé sur une représentation multicouche selon l'axe z de la machine.

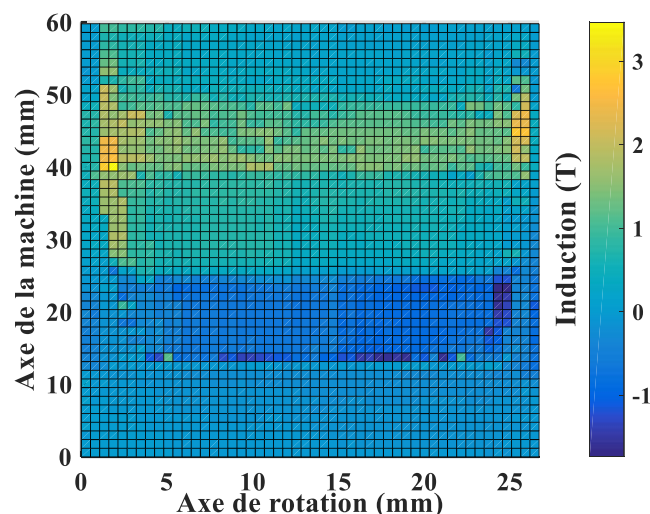


Figure 3.30 : Inversion de l'induction sous le pôle d'une machine 6pôles/19encoches 1stack à pôles non-chevauchés

3.4 Dimensionnement fin de la topologie à griffes choisie

Dans cette partie le modèle fin prenant en compte la réaction magnétique d'induit et l'inhomogénéité de la saturation à travers plusieurs couches est développé et ensuite validé. Ensuite, un dimensionnement de la topologie choisie lors du prédimensionnement est mené à l'aide d'une optimisation couplée à ce modèle.

3.4.1 Prise en compte de la réaction magnétique et des effets 3D

Cette partie est consacrée à la modélisation par réductance de la machine à griffes prenant en compte l'effet tridimensionnel de cette nouvelle topologie par une modélisation multicouche qui n'était pas indispensable dans les modèles précédents de la topologie à plots. Différents phénomènes magnétiques de la machine sont d'abord observés : la saturation magnétique, les flux de fuites et la réaction magnétique d'induit.

1. Dans la machine à plots, comme le montre la Figure 3.31.(a), l'induction le long de l'axe de la machine est relativement uniforme au rotor. Tandis que le rotor de la machine à griffes a une induction inhomogène selon l'axe z (Figure 3.31.(b)) dû au passage du flux transverse dans la griffe.
2. La topologie à griffes présente l'inconvénient de favoriser les fuites à forte saturation magnétique. Les démarreurs sont en général des machines très fortement saturées, nécessitant la prise en compte de ce phénomène de fuites dans le prédimensionnement, et encore plus particulièrement pour cette topologie d'inducteur. La Figure 3.32 montre qu'il existe des fuites entre la griffe et la culasse, entre la griffe et le plateau, et inter-griffes. Les valeurs d'induction présentées dans cette figure montrent à quel point ce phénomène est non négligeable (0,6 T max).

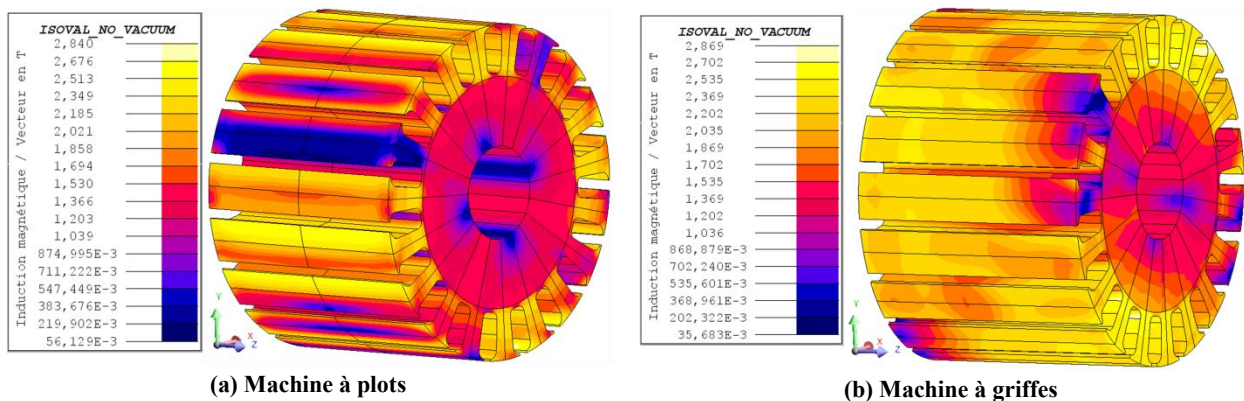


Figure 3.31 : Induction dans le rotor de la machine pour les deux cas : plots et griffes

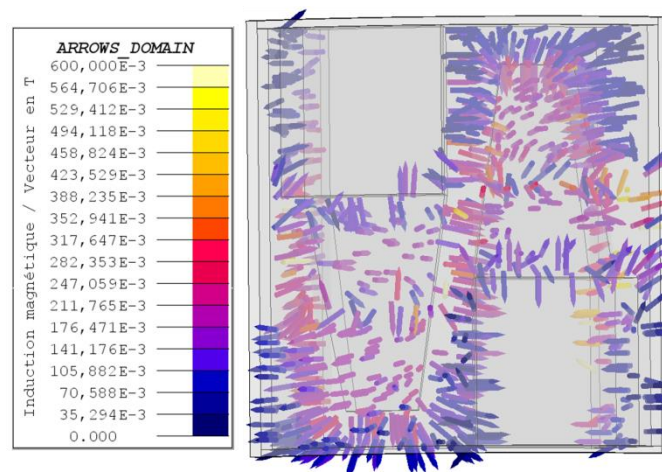


Figure 3.32 : Flux de fuites dans l'air statorique de la machine à griffes

3. Dans la machine à plots, la réaction magnétique d'induit se reboucle dans l'épanouissement du pôle. En général, l'épaisseur de cet épanouissement est choisie au plus court afin de réduire l'impact de la réaction magnétique. Par ailleurs, son ouverture permet de couvrir plus d'encoches et donc d'augmenter le couple de la machine. Dans la machine à griffes, le trajet de flux étant tridimensionnel, la griffe ne joue pas le même rôle que l'épanouissement du plot. En effet, la partie griffe du pôle doit permettre de transférer le plus de flux utile au rotor le long de l'axe. La griffe doit donc être plus épaisse qu'un épanouissement. Le rotor étant toujours le même, l'impact introduit par celui-ci en termes de réaction magnétique d'induit au pôle à griffe est plus important en raison de son épaisseur. D'autre part, la saturation magnétique selon l'axe de la machine s'affaiblit en partant du coude du pôle jusqu'au bout de la griffe. La réaction magnétique étant plus forte, elle inverse l'induction sous le pôle dans la direction de θ comme le présente la Figure 3.33.

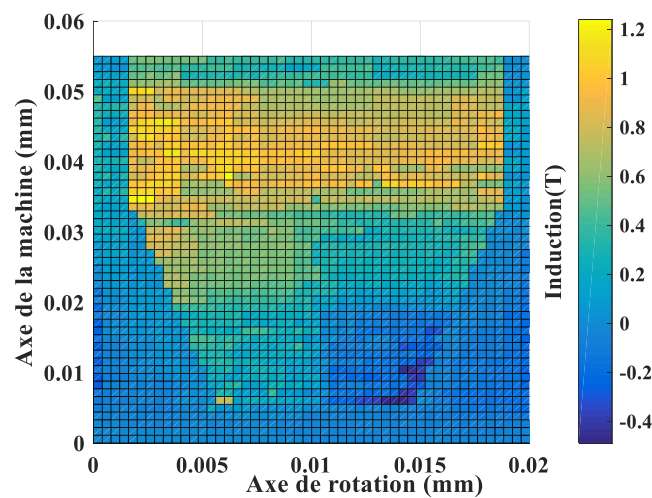


Figure 3.33 : Allure de l'induction sous un pôle en charge

À partir des analyses des phénomènes magnétiques liés à la machine à courant continu dans cette application et aux effets tridimensionnels de la structure, il a été choisi d'établir un modèle réductant composé de plusieurs couches selon l'axe z de la machine. La discrétisation en multicouches permet à la fois de prendre en compte l'inhomogénéité de l'induction, les flux de fuites et la réaction magnétique d'induit en discrétisant davantage l'inducteur. Un exemple sur une structure non-chevauchée est donné en Figure 3.34: chaque zone (stator, entrefer, rotor) est découpée en trois couches. Dans le cas d'une structure à pôles chevauchés, cinq couches sont nécessaires.

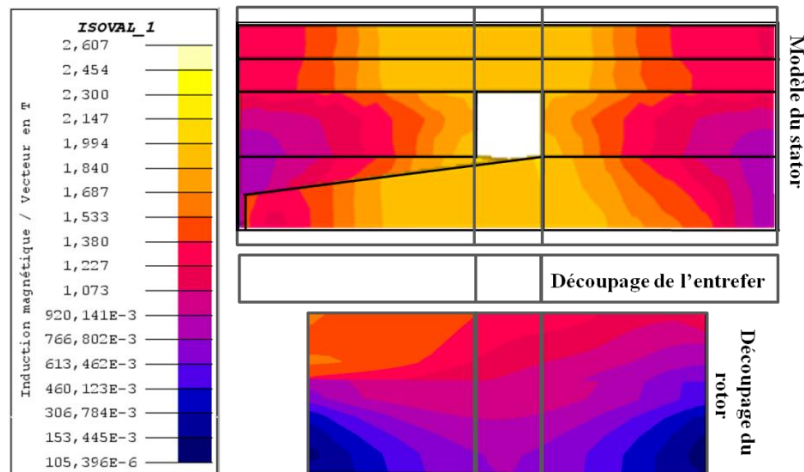


Figure 3.34 : Découpage du modèle réducteur de la machine à griffes avec prise en compte des phénomènes tridimensionnels

Afin de réduire le nombre de nœuds du modèle, uniquement deux pôles de la machine sont modélisés. Sachant que les paramètres géométriques du rotor sont figés et que celui-ci est constitué d'un nombre impair d'encoches, dans cette modélisation celui-ci est considéré comme un rotor lisse. Un autre avantage est de permettre d'étudier plusieurs stators différents sans avoir à changer tout le modèle.

Le pôle statorique est modélisé par le réseau de la Figure 3.35, où la griffe est coupée en deux selon θ afin de modéliser le phénomène de rebouclage lié à la réaction magnétique d'induit. Le pôle est aussi découpé selon l'axe z afin de prendre en compte la variation longitudinale du niveau d'induction. D'autre part, les réductances bleues modélisent les fuites entre la griffe et la culasse et entre les pôles nord et sud.

Concernant le rotor (Figure 3.36), cette partie est modélisée en trois couches selon z , il s'agit du même modèle répété sur les trois plans. Étant donné que le rotor est considéré lisse, chaque plan de celui-ci est modélisé par quatre branches radiales liées entre elles par quatre branches tangentielles.

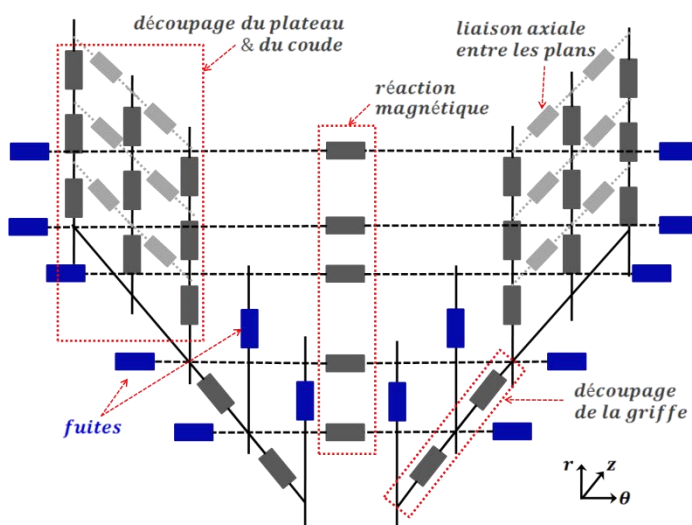


Figure 3.35 : Réseau de réductance du pôle selon les axes r , θ et z

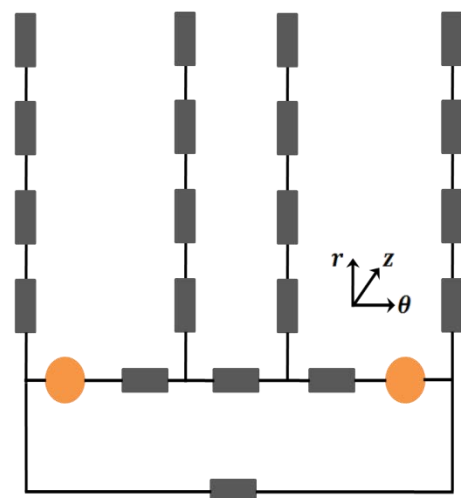


Figure 3.36 : Réseau de réductances du rotor lisse selon les axes r , θ et z

Chaque pôle statorique se situe en face de deux branches radiales modélisant les encoches rotoriques liées entre elles par une source de flux équivalente, ce qui permet de modéliser l'effet de la réaction magnétique d'induit. Les différents plans du modèle sont liés entre eux par des réluctances dirigées selon z permettant de faire passer le flux d'un plan à l'autre, tel qu'il est montré sur la Figure 3.37 qui représente les différentes connexions entre le stator et le rotor permettant d'imaginer le modèle global.

Ainsi le modèle de la machine à griffes nécessite plus de nœuds qu'une machine à plots en raison des effets tridimensionnels. Le modèle de la structure à griffes dispose de 126 nœuds qui correspondent à 164 équations à résoudre contre 59 nœuds correspondant à 100 équations à résoudre pour la machine à plots avec représentation du rotor encoché. En effet, la saturation et la réaction magnétique d'induit accentuent ces effets nécessitant ainsi une discrétisation plus fine de la machine.

Suite à une résolution des équations de circuit, le couple est classiquement obtenu par le flux. Pour valider ce modèle, une comparaison du couple obtenu par le modèle est confrontée au calcul donné par un modèle éléments finis équivalent.

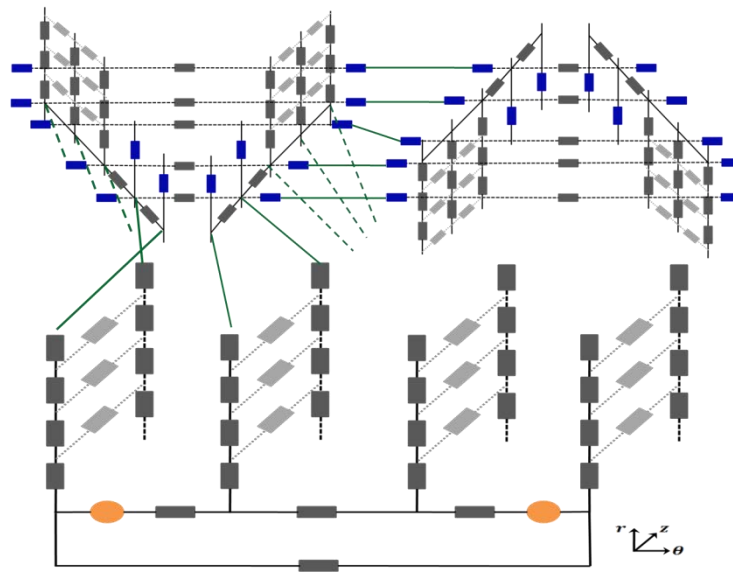


Figure 3.37 : Schéma global du stator et rotor de la machine à griffe

3.4.2 Validation du modèle

Le modèle est validé dans cette partie en comparant à la fois le flux sous un pôle et le couple électromagnétique. Nous montrons ici directement les résultats du modèle en régime saturé. La Figure 3.38 compare le flux sous un pôle donné par notre modèle réluctant et par éléments finis. On observe une très bonne concordance entre les deux modèles. Ceci démontre la précision du modèle développé et la justesse du calcul des réluctances et du schéma.

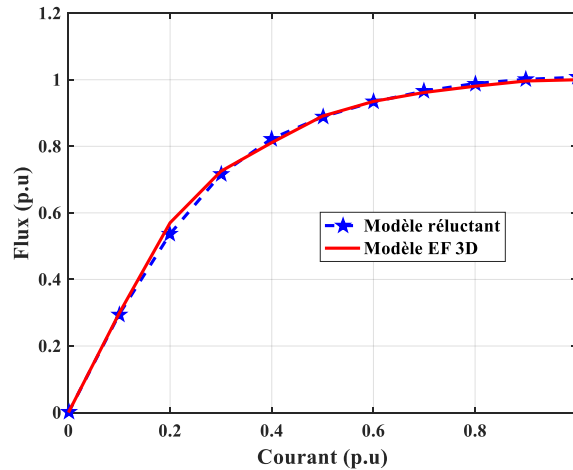


Figure 3.38 : Comparaison du Flux sous un pôle en charge (en régime saturé) calculé par le modèle équivalent à rotor lisse de la machine et par éléments finis 3D

La Figure 3.39 présente les résultats obtenus pour le couple en fonction du courant. Les deux courbes sont bien superposées. Ainsi la méthode de calcul du couple par un coefficient géométrique multipliant le flux sous un pôle et le courant de batterie fournit une précision suffisante pour un dimensionnement.

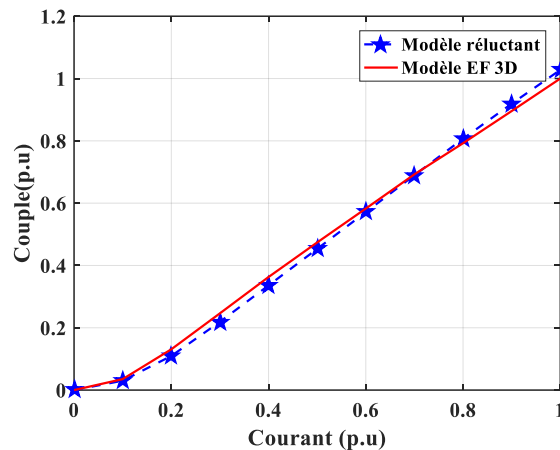


Figure 3.39 : Comparaison du couple de la machine en charge en régime saturé calculé par le modèle équivalent de la machine et par éléments finis 3D

Le modèle est donc validé mais uniquement pour un seul jeu de paramètres géométriques. La validation du modèle devrait englober une étude de robustesse. Celle-ci est habituellement vérifiée par une variation des paramètres géométriques sur un nombre élevé de machines permettant de faire une étude statistique comme présentée au chapitre II. Dans notre cas, le modèle tridimensionnel par éléments finis est établi sur la machine entière en raison de la non-symétrie, et sous conditions fortement saturées. Il nécessite donc un temps de calcul élevé. Pour cette raison, l'étude statistique ne peut être effectuée dans le cas présent. Dans un premier temps, nous nous contentons donc de cette validation partielle et nous considérons que le modèle est validé uniquement grâce à plusieurs points de fonctionnement sur une machine donnée.

En raison du nombre de nœuds élevé constituant le modèle à griffes, il a été choisi de simuler ce modèle sur la bibliothèque Simscape du logiciel Matlab/Simulink. Ainsi, le modèle réductant multicouche de la machine à griffes prend uniquement 1,4 seconde pour chaque point de fonctionnement contre 7 min 16 secondes par éléments finis 3D, ce qui justifie son intérêt dans un processus d'optimisation.

3.4.3 Optimisation couplée au modèle fin

Lors de cette phase d'optimisation nous nous sommes rendus compte que les machines données par le front de Pareto et qui satisfont la contrainte liée à la production de couple disposent d'un coefficient de remplissage élevé de l'ordre de $C_r = 0,7$ (au stator). La machine à plot initiale dispose d'un coefficient de remplissage de 0,7 grâce à une méthode industrielle. Dans le cas d'un prototype de la machine à griffes, le bobinage ne peut être réalisé ainsi. Il a donc fallu prévoir un coefficient de remplissage plus faible en raison des rayons de courbure dans la partie axiale qui prennent plus de place dans le cas d'un bobinage « à la main ».

Nous avons donc rencontré une limitation lorsque nous avons essayé de bobiner le stator d'une machine disposant de trois spires où la partie axiale n'admettait pas l'ensemble, comme le montre la Figure 3.40.

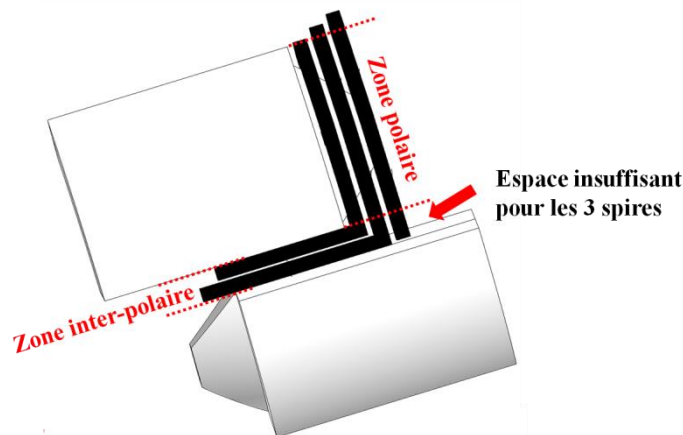


Figure 3.40 : Difficulté du bobinage avec méplat

Nous avons donc décidé de diminuer le coefficient de remplissage, mais les machines obtenues créent un couple inférieur au couple souhaité. En effet, un coefficient de remplissage faible impacte la production de couple en raison de la réduction de l'ouverture polaire et de la diminution du nombre de spires.

Il était donc nécessaire de créer un nouveau bobinage que l'on appelle « bobinage poinçonné à pas variable » où la largeur interpolaire de la bobine est plus faible que la largeur de la bobine sous le pôle. Ce bobinage est réalisé sur une plaque de cuivre qui est découpé par plusieurs méthodes (laser, jet d'eau, etc...), comme le montre la Figure 3.41. Le motif obtenu est ensuite enroulé et forme une bobine cylindrique ondulée de trois spires en série, comme le montre la Figure 3.42.



Figure 3.41 : Allure du nouveau bobinage ondulé série poinçonné à pas variable



Figure 3.42 : Allure du bobinage enroulé

Ce principe de bobinage se traduit dans le problème d'optimisation formulé par deux coefficients de remplissage C_{r_1} et C_{r_2} au lieu d'un seul comme précédemment. En effet, un coefficient de remplissage correspond à la partie tangentielle et un deuxième correspond à la partie axiale. Cette différence est la seule sur le problème d'optimisation résolu par rapport au précédent (Cf. section 3.3.2).

L'algorithme d'optimisation couplé au modèle fin développé pour la machine 6 pôles / 19 encoches en stator un stack avec pôles chevauchés donne le front de Pareto de la Figure 3.43.

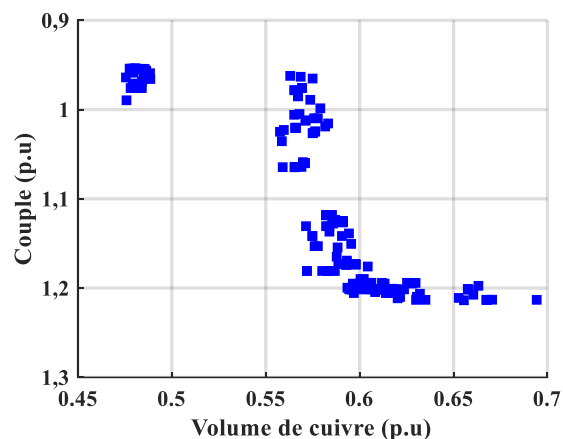


Figure 3.43 : Front de Pareto de la topologie 6 pôles / 19 encoches 1stack à pôles chevauchés utilisant le modèle fin

À partir de ce front de Pareto, nous choisissons une machine permettant de produire un couple de $1,15 p.u$ avec un volume de cuivre de $0,58 p.u$. Cette machine est simulée par éléments finis 3D et, comme le montre la Figure 3.44, présente une saturation plus homogène que celle obtenue par le modèle simplifié (Figure 3.26).

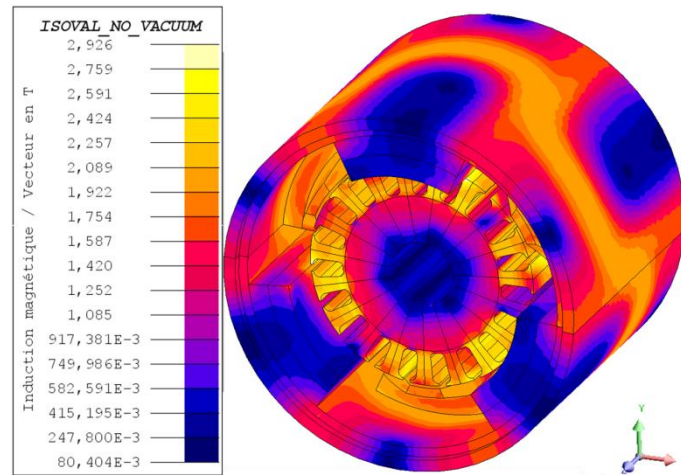


Figure 3.44 : Simulation par éléments finis 3D de la machine choisie

Le couple obtenu par les deux modèles (EF et réductant fin) est tracé pour plusieurs valeurs de courant sur la Figure 3.45. La différence entre le modèle de réductance et les éléments finis 3D est au maximum de 5%, ce qui montre la précision du modèle développé.

Cette machine fournit théoriquement un couple de 10% supérieur à la machine à plot initiale, et ceci pour un volume de cuivre au stator de 42 % de moins contre un volume de fer de 30% de plus. Cette augmentation du fer peut être réduite puisqu'une grande partie de celui-ci n'est pas bien utilisée (zones bleues de la Figure 3.44). La topologie à griffes s'avère donc très intéressante par rapport à la topologie à plots.

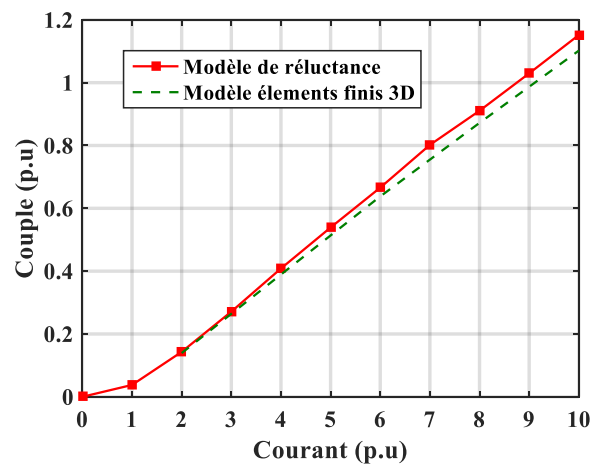


Figure 3.45 : Comparaison de la caractéristique couple-courant entre le modèle fin et les éléments finis 3D

Concernant la réaction magnétique d'induit, comme nous l'avons mentionné précédemment, lorsque la machine est bien optimisée, l'inversion de l'induction n'a pas lieu sous le pôle. Ainsi, tout le flux produit par la machine est un flux utile. L'induction calculée par éléments finis a été tracée sous le pôle en Figure 3.46. Nous remarquons que la partie où l'induction est inversée est très réduite en comparaison avec les machines précédemment étudiées.

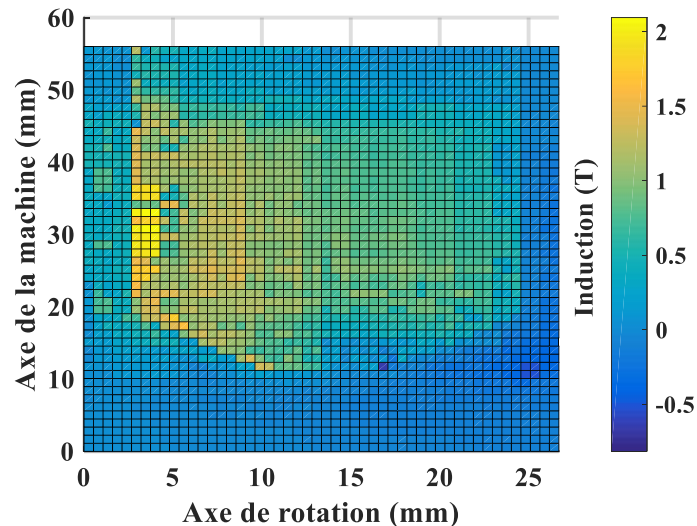


Figure 3.46 : Induction normale sous le pôle de la machine choisie

Compte tenu de ses avantages (couple versus volume de cuivre), nous avons choisi cette machine comme prototype. Ses différents paramètres géométriques sont rassemblés dans le Tableau 3.7.

Tableau 3.7 : Paramètres géométriques du prototype 6 pôles / 19 encoches 1 stack à pôles chevauchés

Paramètres géométrique	
$L_{cu} = 56 \text{ mm}$	$e_{cu} = 4,5 \text{ mm}$
$L_{p_2} = 37 \text{ mm}$	$e_p = 4,3 \text{ mm}$
$L_g = 8,5 \text{ mm}$	$e_c = 4,7 \text{ mm}$
$\theta_1 = 15^\circ$	$e_g = 2 \text{ mm}$
$\theta_2 = 50^\circ$	$N_s = 3$

3.5 Étude expérimentale

3.5.1 Présentation du prototype

Le prototype est construit dans le but de valider à la fois le modèle de réductance et d'effectuer des mesures de pertes permettant de quantifier et d'améliorer la topologie à griffes proposée.

Le stator à 6 pôles correspondant est présenté dans la Figure 3.47, ainsi que l'allure de la griffe, et l'assemblage final. Le bobinage du rotor est adapté à la polarité du stator (6 pôles) en changeant les pas de bobinage, comme nous l'avons expliqué précédemment.



Figure 3.47 : Forme du stator et montage de la machine à griffes 6 pôles / 19 encoches prototypée

Une vue éclatée de l'ensemble est donnée en Figure 3.48.

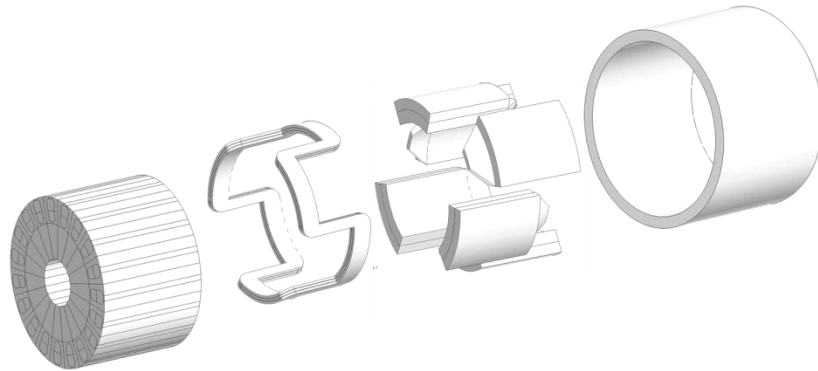


Figure 3.48 : Vue éclatée du prototype

Dans cette partie, il a été décidé de présenter deux tests effectués sur la machine prototypée. Le premier test concerne la mesure des caractéristiques de la machine en termes de couple, vitesse, et puissance utile. Le deuxième test quant à lui permet, à partir du premier test ainsi que de la mesure des pertes mécaniques, d'effectuer un bilan de pertes de la machine réalisée.

3.5.2 Caractéristiques du démarreur

Pour mesurer les caractéristiques d'un démarreur, il est nécessaire de le faire sur un banc de charge instrumenté suivant la norme ISO 8856 [56]. Cette norme exige que les caractéristiques figurent sous forme couple-courant, vitesse-courant, et puissance-courant déduite de ces deux derniers. La caractéristique est construite à partir d'un relevé point par point. Elle comporte au minimum 6 points de couple en charge. Chaque essai dure 3 secondes et doit se faire à $23^{\circ}\text{C} \pm 5^{\circ}\text{C}$. Chaque mesure est suivie d'un refroidissement complet du démarreur. Pour mesurer les différentes caractéristiques (Couple, vitesse, Puissance), le prototype réalisé sur la machine à griffes est monté sur le banc expérimental présenté dans la Figure 3.49.



Figure 3.49 : Banc de mesure du couple, de la vitesse, et de puissance des démarreurs

Dans ce banc expérimental, le démarreur est alimenté par une source de tension dont la résistance est équivalente à celle de la batterie et des câbles assurant la liaison. Cette source simulant une batterie est caractérisée par une tension à vide $U_0 = 11,5\text{ V}$ et une résistance $R_{source} = 6,7\text{ m}\Omega$.

Le banc dispose également d'un frein à poudre permettant d'appliquer un couple de charge et de mesurer le couple par un capteur de force. La liaison mécanique entre le frein à poudre et le démarreur est réalisée par une roue dentée. La vitesse de rotation du frein est mesurée par un capteur de vitesse, et celle du démarreur est donc déduite de cette mesure. Par ailleurs, la puissance est calculée à partir de la tension et du courant, mesurés en amont de la machine, comme le montre la Figure 3.50.

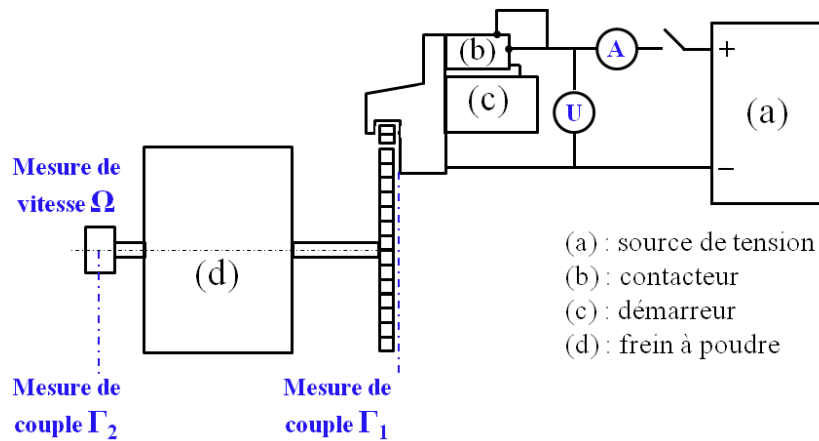


Figure 3.50 : Schéma de principe du banc d'essai

Pour chaque relevé, on souhaite que le démarreur atteigne un couple donné (une consigne). Le frein à poudre est lié au démarreur à travers la roue dentée. Le couple de frein est asservi en courant. Pour chaque relevé, le démarreur est alimenté par une source de tension, celui-ci subit un couple résistant appliqué par le frein à poudre. Une fois que le couple est atteint par le moteur, le courant, la tension et la vitesse sont mesurés. Après un nombre de points suffisant pour la norme, la caractéristique couple-courant, vitesse-courant, puissance-courant du démarreur est établie. Celle-ci part d'un point de fonctionnement à couple nul et vitesse à vide, jusqu'à atteindre la valeur du couple à rotor bloqué.

Dans un premier temps, nous comparons le couple calculé par le modèle, le couple par éléments finis 3D et le couple mesuré. On remarque à partir de cette comparaison (Figure 3.51), que le couple mesuré à partir du banc est 10% plus faible que le couple calculé par le modèle réductant, et 5% plus faible par rapport aux éléments finis. Ceci justifie donc la justesse et la validité du modèle de réductance développé. Le modèle prend bien en compte les phénomènes de la saturation, des fuites et de la réaction magnétique d'induit qui sont très importants dans ce type de machine.

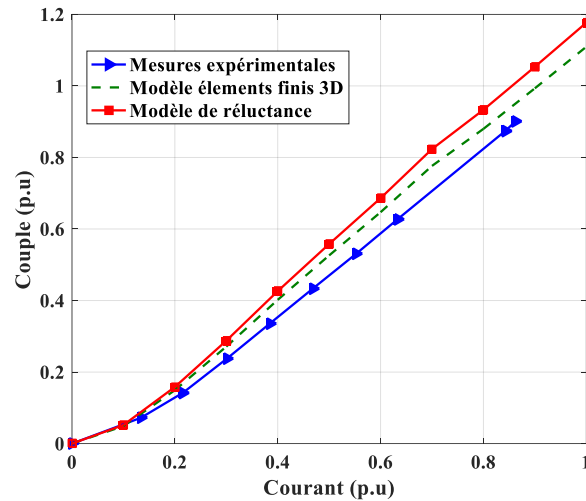


Figure 3.51 : Comparaison entre le couple théorique (EF3D) et le couple mesuré du prototype à griffes

Les différentes caractéristiques (Couple, vitesse, puissance utile) mesurées sur la topologie à griffes sont comparées à deux démarreurs de puissance utile différente (2 kW et 2,2 kW que l'on nomme respectivement M2 et M2.2) données par la Figure 3.52. On remarque que la machine à griffes fournit un couple élevé, mais fournit une puissance utile plus faible par rapport aux démarreurs à plots. Cette baisse de la puissance utile est due à des pertes excessives dans la machine prototypée. Cette perte de puissance entraîne une vitesse de rotation plus faible. Le démarreur à griffes satisfait la condition de couple, mais pas la puissance utile, étant donné que l'étude des pertes n'était pas prise en compte dans notre dimensionnement.

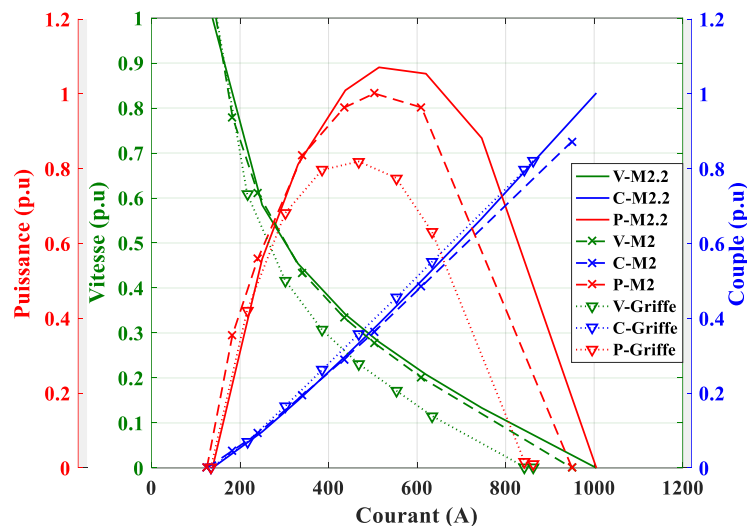


Figure 3.52 : Comparaison des caractéristiques de la griffe avec des démarreurs à plots à puissance de 2.2 kW et 2kW

Afin de comprendre la différence en termes de puissance utile entre les différents démarreurs, un bilan de puissance est jugé nécessaire afin d'approfondir notre compréhension de cette nouvelle topologie, et des nouvelles contraintes à prendre en compte dans le dimensionnement de ces machines.

3.5.3 Bilan des pertes du démarreur

Afin de comparer la machine à griffes aux démarreurs à plots en termes de pertes, il est nécessaire de distinguer l'ensemble de ces pertes. La puissance utile est liée à la puissance d'entrée, aux pertes joules, aux pertes fer et aux pertes mécaniques par l'expression suivante :

$$P_u = U_0 I - P_{joules} - P_{fer} - P_{meca} \quad (3.16)$$

Ainsi, connaissant la tension source U_0 , la puissance utile et la tension mesurée aux bornes du démarreur, nous pouvons déduire l'ensemble des pertes à partir de la mesure des pertes mécaniques.

- **Pertes mécaniques :**

Les pertes mécaniques sont mesurées à l'aide du banc expérimental présenté par la Figure 3.53.



Figure 3.53 : Banc de mesure des pertes mécaniques des démarreurs

Les pertes mécaniques peuvent être mesurées de deux manières. La première méthode permet de caractériser les pertes mécaniques par la méthode dite du lâcher. La deuxième méthode consiste à caractériser les pertes mécaniques en entraînant le moteur à une vitesse de rotation donnée.

Pour la première méthode, le démarreur est couplé à une machine l'entraînant à une vitesse élevée avant de le découpler. Grâce à un capteur de vitesse, le ralentissement est mesuré. En connaissant l'inertie J de la machine obtenue par une mesure de pendule, les pertes mécaniques peuvent être calculées par :

$$P_{meca} = -\Omega \cdot J \cdot \frac{d\Omega}{dt} \quad (3.17)$$

Dans notre cas, nous avons opté pour la deuxième méthode qui consiste à mesurer les pertes mécaniques en entraînant la machine à une certaine vitesse et en mesurant l'accélération plutôt que la décélération. En effet, le démarreur est couplé à un moteur via un arbre permettant d'entraîner la machine jusqu'à une vitesse souhaitée, la vitesse est mesurée et tracée en fonction du temps. Le couple de frottement est le couple appliqué par le moteur. Il est mesuré grâce à un capteur de force. Les pertes mécaniques sont ainsi déduites à partir de :

$$P_{meca} = \Gamma_f \cdot \Omega \quad (3.18)$$

Où Γ_f est le couple de frottement mesuré et Ω est la vitesse de rotation atteinte en régime permanent.

Les deux méthodes (« du lâcher » et « par accélération ») ont été testées sur le démarreur classique (M2.2 ou M2, les deux ont les mêmes pertes mécaniques) afin d'estimer l'erreur commise dans la mesure des pertes sur la machine à griffes. On remarque à partir de la Figure 3.54 que la méthode utilisée pour nos mesures, basée sur l'accélération, surestime les pertes mécaniques en comparaison avec celle du lâcher.

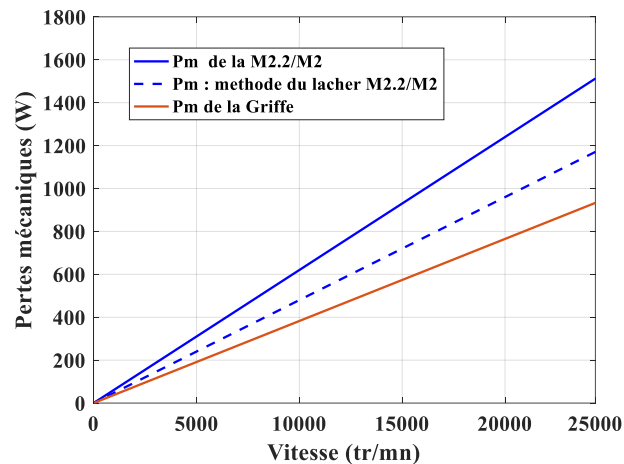


Figure 3.54 : Comparaison des pertes mécaniques entre la machine à griffes et les machines à plots M2.2 et M2

Par ailleurs, nous remarquons, en utilisant la même méthode pour les démarreurs à plots et à griffes, que les pertes mécaniques de la machine à griffes sont plus faibles de 40%. En effet, dans la machine 6 pôles prototypée, nous avons utilisé uniquement 4 balais, et pour améliorer la qualité de la commutation électrique les balais utilisés sont moins larges que ceux de la machine à plots initiale. Le frottement est donc plus faible dans la machine à griffes en raison de la diminution de la surface de contact par rapport à une machine à plots.

- **Pertes Joule :**

Pour calculer les pertes Joule dans la machine, nous avons besoin de connaître sa résistance globale. Dans le démarreur, la mesure de résistance n'est pas une tâche facile, car en plus des résistances du bobinage stator et rotor qui sont en série, s'ajoute la résistance des balais ainsi que la résistance du contact balai-collecteur (voir Figure 3.55). Cette dernière est variable selon la température, le type de matériau et la nature du contact, et évolue suivant le point de fonctionnement.

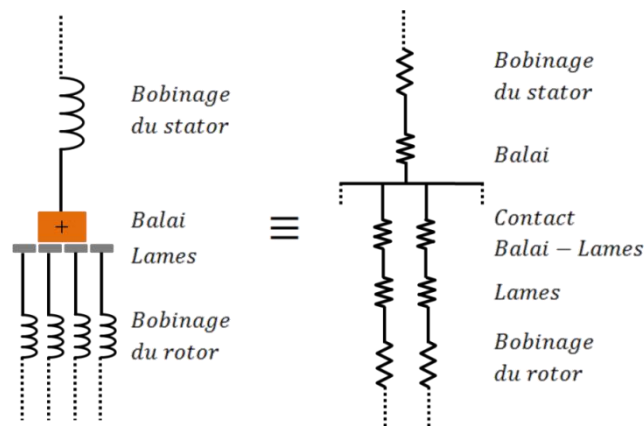


Figure 3.55 : Schéma équivalent de la résistance totale du démarreur

La mesure de la résistance de contact balai-collecteur est très sensible aux conditions de mesure. Nous avons donc choisi de prendre la résistance équivalente du démarreur à partir de la relation tension-courant correspondant au couple à rotor bloqué (f.é.m nulle). Les pertes Joule ont été calculées pour la structure à griffes ainsi que pour les deux machines à plots (2 kW et 2,2 kW), et sont comparées dans la Figure 3.56.

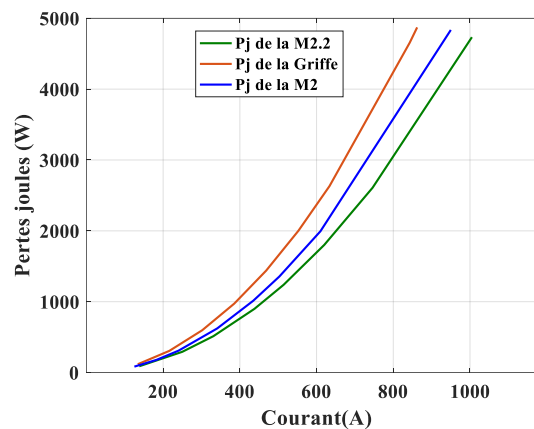


Figure 3.56 : Comparaison des pertes Joule entre la machine à griffes et les machines à plots 2kW et 2,2kW

Nous remarquons à partir des allures des courbes que la machine à griffes produit, pour un même courant, 30% de pertes Joule en plus que la machine à 2,2kW et 15% de plus que la machine 2kW. En effet, la résistance de notre prototype est plus élevée que prévu. Cette augmentation porte sur les trois résistances : bobine statorique, contact balai-collecteur et résistance des balais. En effet, lors du dimensionnement, nous avons uniquement limité la valeur de la résistance statorique, alors que nous aurions dû utiliser une contrainte égalité plus forte. Ce problème n'en sera plus un pour les futurs prototypes.

- **Pertes Fer :**

La connaissance des pertes mécaniques, des pertes Joule, de la puissance utile et de la puissance d'entrée permet de déduire les pertes fer. Afin de comparer l'ensemble des pertes, les bilans de puissance de la machine à griffes et de la machine à 2kW sont présentés respectivement dans la Figure 3.57.

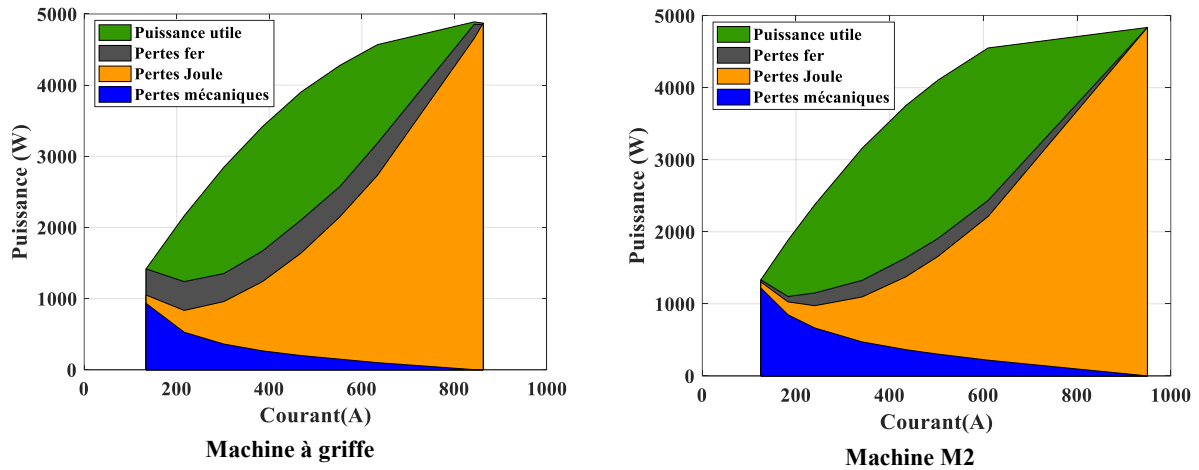


Figure 3.57 : Bilan des pertes des deux machines

On remarque que la machine à griffes présente moins de pertes mécaniques en raison d'une plus faible surface de contact balai-collecteur. Mais cette diminution, ainsi que l'augmentation de la résistance de bobinage, augmentent les pertes Joule.

Par ailleurs, les pertes fer sont aussi plus élevées dans la machine à griffes que dans la machine à plots. Pour comprendre cette augmentation des pertes fer, nous adoptons la théorie du modèle de Bertotti [57], qui suppose que les pertes fer se composent en trois termes différents :

- Les pertes par courant de Foucault P_{cf} qui sont dues aux courants induits dans les tôles ou pièces ferromagnétiques [58], [59].
- Les pertes par hystérésis P_{hyst} qui sont dues à la variation de la norme et de la direction de l'induction selon le cycle d'hystérésis du matériau utilisé [60].
- Les pertes excédentaires P_{exc} qui modélisent l'ensemble des pertes fer qui ne sont pas dues aux deux phénomènes précédents.

Les pertes fer peuvent être estimées par l'équation :

$$\left\{ \begin{array}{l} P_{fer} = P_{cf} + P_{hyst} + P_{exc} \\ P_{cf} = K_{cf} f^2 B^2 \\ P_{hyst} = K_{hys} f B^2 \\ P_{exc} = K_{exc} f^{\frac{3}{2}} B^{\frac{3}{2}} \end{array} \right. \quad (3.19)$$

où les coefficients K_{cf}, K_{hys}, K_{exc} sont donnés par les fabricants de tôles (ou pièces ferromagnétiques) et sont issus de mesures sur cadre Epstein [60]. Ces coefficients sont donnés pour une induction sinusoïdale et pour une fréquence de fonctionnement, dans les conditions où les flux sont dirigés dans le sens de la lamination des tôles.

On remarque à partir de cette équation (3.19) que l'augmentation de la fréquence ou de l'amplitude de l'induction entraîne l'augmentation des pertes fer. En effet, la fréquence augmente lorsque le nombre de pôles augmente ce qui explique l'augmentation des pertes fer dans la machine à griffes réalisée en 6 pôles par rapport à la machine à plots correspondant au démarreur 2kW réalisé en 4 pôles, comme le montre la Figure 3.57. Ainsi, les pertes par

hystérésis sont 1,5 fois plus élevées dans la structure à griffes que dans la machine à plots, et les pertes par courants de Foucault sont, elles, 2,25 fois plus importantes.

- **Rendement :**

Les différents rendements correspondant aux démarreurs à plots et à la machine à griffes sont tracés en fonction du courant de la source sur la Figure 3.58.

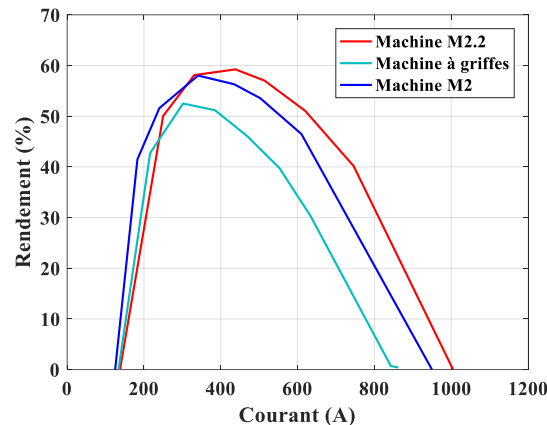


Figure 3.58 : Comparaison entre les rendements des différentes machines

Nous constatons que le rendement de la machine à griffes est 10% plus faible que ceux des deux autres machines à plots, en partie en raison du nombre de pôles élevé par rapport aux autres machines (6 au lieu de 4).

L'analyse globale des caractéristiques de la machine, ainsi que le bilan des pertes, montrent que la machine à griffes consomme plus de puissance en raison des pertes Joule et des pertes fer qui ont augmenté à cause de la polarité. Par ailleurs, en raison de la capacité de la structure à griffes à fournir un couple plus élevé pour un volume de cuivre moindre, il serait plus intéressant de trouver un optimum de la machine à griffes en 4 pôles plutôt qu'en 6 pôles.

3.6 Conclusion

Dans ce chapitre, une exploration de la zone d'intérêt de la griffe a été effectuée grâce à plusieurs variantes à savoir : deux topologies du stator (1 stack et 2 stacks) et deux topologies des pôles (chevauchés et non chevauchés) définies sur une machine 4 et 6 pôles au stator, 19 encoches au rotor et 4 et 8 pôles au stator, 21 encoches au rotor. Ces différentes variantes ont permis de composer 16 cas de figures à étudier.

Ces machines ont été comparées grâce à l'établissement des fronts de Pareto par le moyen d'une optimisation multi-objective basée sur un modèle simplifié pouvant s'adapter à l'ensemble des cas. L'objectif a été de trouver une machine permettant d'atteindre le couple souhaité ($> 1 p.u$) tout en permettant d'économiser le volume cuivre au stator $< 1 p.u$. A l'issue de cette étape une machine 1 stack à pôles non chevauché définie en 6 pôles 19 encoches est définie comme étant la topologie la plus performante en comparaison avec l'ensemble des cas de figure. À travers

cette étude, l'intérêt des topologies à pôles chevauchés à bobinage ondulé est mis en évidence pour les applications compactes.

Par ailleurs, il a été montré à travers une vérification par éléments finis 3D que les machines obtenues à l'issue de l'optimisation basée sur le modèle simplifié présentaient un écart élevé en raison d'une forte réaction magnétique d'induit. Celle-ci n'étant pas considérée dans le modèle simplifié, elle s'avère avoir un effet accentué dans la structure à griffes en comparaison avec les machines classiques à plots. Une méthode de compensation de ce phénomène à travers l'insertion de fente ou d'aimant dans le pôle est présentée, mais l'inversion étant forte, celle-ci n'est pas suffisante pour la compenser.

Pour cela, un modèle fin prenant en compte la réaction magnétique d'induit, l'inhomogénéité de la saturation et les fuites permet d'améliorer la précision du modèle. Par ailleurs, lors de la phase de lancement du prototype, une problématique concernant la réalisation du bobinage avec un coefficient de remplissage similaire à la machine à plots s'avère impossible sans disposer d'outils adaptés. Sachant que les machines trouvées dans l'optimisation couplée au modèle fin disposent d'un coefficient de remplissage élevé, ceci met donc en jeu la faisabilité de la machine à griffes dans cette application où la compacité est nécessaire. Une solution qui consiste en un nouveau bobinage cylindrique ondulé poinçonné à pas variable a été proposée permettant d'augmenter le coefficient de remplissage. Ainsi, une machine optimisée est obtenue pour une réalisation d'un premier prototype de faisabilité.

Une étude expérimentale a été réalisée sur la structure à griffes 6 pôles-19 encoches et comparée au démarreur à plot classique à 4 pôles-19 encoches. Le couple obtenu expérimentalement conforte le calcul effectué par le modèle réductant fin et les éléments finis 3D. Il permet de conclure que la machine à griffes telle qu'elle est définie est adaptée à l'application du démarreur tout en garantissant une économie de cuivre au stator. Par contre, le bilan de puissance montre que cette machine produit plus de pertes en raison de la non prise en compte des pertes fer dans l'étude menée en amont, et de la résistance de bobinage qui a été peu contrainte lors de la phase d'optimisation. Il a été conclu à l'issue de cette étape qu'une machine à 4 pôles-19 encoches en 1stack à pôles chevauchés est plus favorable à cet usage afin de diminuer les pertes fer.

Chapitre 4 : Nouvel aspect de modélisation hybride entre circuit de réluctances et équations de Maxwell

4.1	Introduction	135
4.2	Principe du couplage du modèle hybride	135
4.2.1	Résolution de l'équation de Laplace en coordonnées polaires	138
4.2.1.1	En potentiel scalaire U	138
4.2.1.2	En potentiel vecteur A	139
4.2.2	Décomposition spectrale des conditions aux frontières	140
4.2.3	Calcul des coefficients du potentiel U ou A	143
4.2.4	Calcul des forces magnétomotrices	145
4.2.5	Le couplage entre les modèles	147
4.2.6	Résolution du modèle	148
4.2.7	Calcul du couple par le tenseur de Maxwell	150
4.3	Validation du modèle hybride sur une machine à courant continu à plots	152
4.3.1	Présentation du modèle hybride de la MCC	152
4.3.2	Résultats de la validation	154
4.3.2.1	Évolution du couple en fonction du courant de batterie à position de rotor donnée	154
4.3.2.2	Influence du nombre d'éléments dans l'entrefer	156
4.3.2.3	Évolution du couple en fonction de la position du rotor à courant donné	157
4.3.3	Validation statistique du modèle	158
4.4	Modèle hybride en trois dimensions	159
4.4.1	Résolution de l'équation de Laplace en coordonnées cylindriques	160
4.4.2	Décomposition spectrale des conditions aux frontières de l'entrefer dans le cadre d'une topologie à griffes de forme tridimensionnelle	162
4.4.3	Calcul des coefficients du potentiel scalaire U	166

4.4.4	Calcul des forces magnétomotrices.....	168
4.4.5	Calcul du couple par le tenseur de Maxwell	170
4.4.6	Validation du modèle	171
4.5	Conclusion	175

4.1 Introduction

Dans les armatures statoriques et rotoriques des machines électriques, le fer a une perméabilité magnétique grande, si bien que les chemins des flux magnétiques sont plus ou moins prévisibles comme dans le cas des machines à réluctance variable. À l'inverse, dans les entrefers des machines électriques doublement encochées, les tubes de flux sont à géométrie variable et sont difficilement prévisibles, surtout lorsque l'étude de la machine nécessite la prise en compte de l'effet de l'encochage.

De ce fait, les modèles réluctants qui nécessitent de connaître les chemins de flux sont peu adaptés à la modélisation de l'entrefer et aux variations de sa taille ou de la position. Or, le dimensionnement d'une nouvelle structure inconnue nécessite d'explorer un vaste domaine. Il est donc nécessaire de développer des modèles permettant la plus grande variation possible des paramètres géométriques. De plus, le développement d'un réseau de réluctances pour l'entrefer est une tâche fastidieuse, car les connexions entre les différentes réluctances statoriques et rotoriques, via l'entrefer, dépendent de la saturation, de la position du rotor et des paramètres géométriques des pièces au voisinage de l'entrefer. Ainsi, on retrouve des exemples de modélisation de l'entrefer dans la littérature qui dépendent de nombreux paramètres [61], [62], [38] permettant de prendre en compte la rotation et les variations géométriques.

Pour remédier à cette problématique, on trouve également dans la littérature des modèles permettant de représenter l'entrefer par un modèle analytique couplé à un modèle réluctant [43], [44], [46], [47] que l'on appelle ici modèle hybride. Néanmoins, cette méthode nécessite un grand nombre de réluctances, car tous les éléments en contact avec l'entrefer sont reliés entre eux.

Dans ce chapitre, nous proposons une méthode hybride alternative permettant de réduire le nombre de connexions du modèle réluctant. Elle consiste en la modélisation de l'entrefer par un ensemble de forces magnétomotrices (FMMs), basée sur le principe d'un point de référence dans l'entrefer. Tous les éléments en contact avec l'entrefer sont alors liés à ce seul point de référence. Ces FMMs sont issues de la résolution de l'équation de Laplace en potentiel scalaire ou vecteur dans l'entrefer. Ce modèle présente l'avantage de réduire le nombre de connexions de l'entrefer et de garder les connexions de l'entrefer figées pour n'importe quel angle de rotation du rotor.

Dans un premier temps, le principe du modèle hybride sera présenté sur un exemple simple. Ensuite, le calcul des forces magnétomotrices de l'entrefer basé sur le point de référence est développé. Ce modèle est ensuite appliqué à une machine à courant continu en deux dimensions permettant de mesurer la validité et la robustesse de cette méthode.

4.2 Principe du couplage du modèle hybride

Les machines disposant d'un seul entrefer peuvent être découpées en 3 sous-domaines :

- Le 1er sous-domaine contient l'ensemble des parties fer et air du stator. Ce domaine est modélisé par un réseau de réductance.
- Le 2ème sous-domaine contient l'entrefer. Dans ce sous-domaine, on résout l'équation de Laplace.
- Le 3ème sous-domaine contient l'ensemble des parties fer et air du rotor et est modélisé par un réseau de réductances. La position relative du rotor par rapport au stator est notée α .

Pour relier ces trois sous domaines et leurs modèles associés, il faut alors réaliser un couplage fort entre eux. Pour cela, il a été choisi de modéliser l'entrefer par un ensemble de forces magnétomotrices.

L'avantage des forces magnétomotrices est qu'on peut les déterminer à partir du potentiel scalaire en utilisant n'importe quel chemin entre deux points, car la FMM dérive d'un gradient :

$$F = \int_{M_1}^{M_2} -\overrightarrow{grad}U \cdot \overrightarrow{dl} = U(M_1) - U(M_2) \quad (4.1)$$

Ainsi, comme il sera montré dans les parties qui suivent, nous avons choisi de déterminer les FMMs entre chaque réductance à la frontière de l'entrefer et un point neutre quelconque à l'intérieur que l'on nomme P_0 . Ces forces magnétomotrices peuvent être également déterminées à partir du potentiel vecteur.

Cette représentation en plusieurs sous-domaines est illustrée sur la **Figure 4.1**. Cette figure montre le principe de modélisation de deux domaines de fer et un domaine d'air (entrefer) entre ces deux pièces. Dans les deux sous-domaines modélisés par des réseaux de réductances les forces magnétomotrices dépendent des flux du même sous-domaine, tandis que les forces magnétomotrices de l'entrefer qui sont modélisées analytiquement sont exprimées en fonction des flux des deux sous-domaines qu'elles lient entre eux.

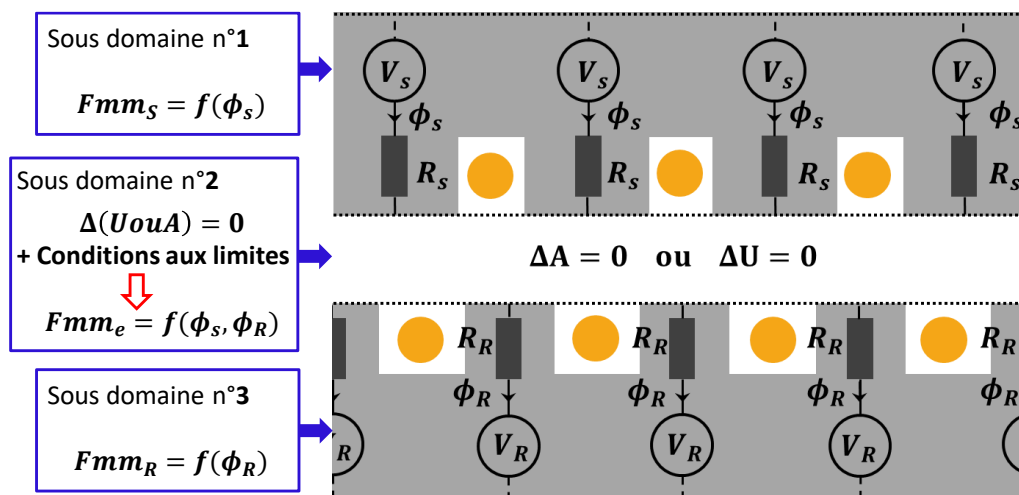


Figure 4.1 : Principe du modèle hybride basé sur trois différents sous-domaines

L'idée que nous venons d'expliciter peut être généralisée à des réseaux plus complexes, au stator comme au rotor, connectés avec un ensemble de forces magnétomotrices F_k . Pour illustrer d'une manière simple le principe de ce modèle, un exemple d'une machine à réductance

variable monophasée est présenté dans la Figure 4.2. Cette machine dispose d'un stator actif (bobiné) et d'un rotor passif. La bobine statorique est alimentée par un courant en créneau purement alternatif permettant au rotor de tourner une fois lancé. En effet, grâce à la commutation du courant dans la bobine, une force est créée entraînant le rotor à la position à réluctance minimale où le flux est maximal. Dans cet exemple, le fer du stator et du rotor de la machine à réluctance variable est modélisé par un ensemble de réluctance, tandis que l'entrefer est modélisé par un ensemble de forces magnétomotrices, comme le montre la Figure 4.3. Dans cette figure, l'ensemble des forces magnétomotrices dans l'entrefer est noté F_k .

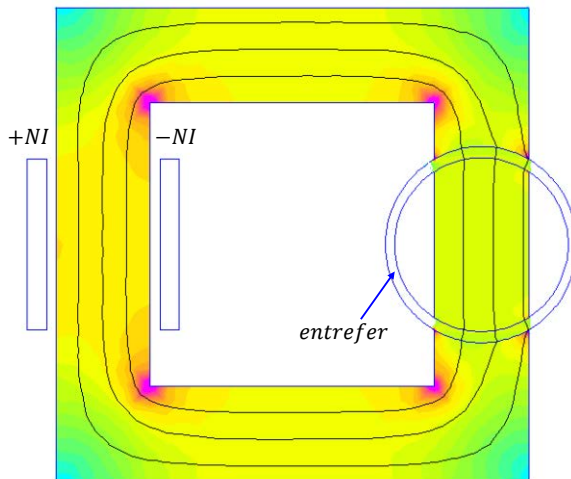


Figure 4.2 : Machine synchrone monophasée élémentaire

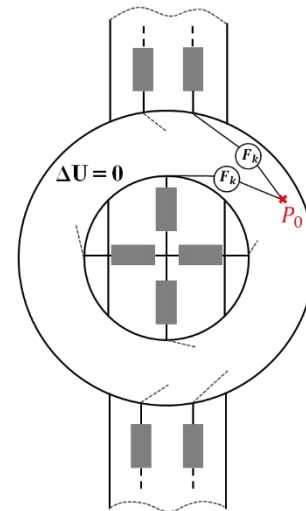


Figure 4.3 : Modélisation de l'entrefer par un ensemble de forces magnétomotrices

Dans la suite, nous montrons alors que le couplage entre le stator et le rotor réside dans l'expression des forces magnétomotrices. En effet, celles-ci peuvent être calculées de façon simple en fonction des flux du stator et du rotor tel que :

$$F_k = \sum K_{ks} \phi_{ks} + \sum K_{kr} \phi_{kr}$$

où K_{ks} et K_{kr} sont respectivement des vecteurs de taille N_s, N_r . Ils ont la même unité qu'une réluctance, mais ne peuvent être appelées « réluctances » en raison de leur principe de calcul. En effet une réluctance est calculée suivant un tube de flux, tandis que ces coefficients sont calculés sans considération du chemin de flux, mais découlent du calcul des forces magnétomotrices.

Les forces magnétomotrices remplacent le réseau de réluctances dans l'entrefer. Contrairement aux réluctances, ces forces magnétomotrices ont l'avantage de ne pas dépendre des tubes de flux, mais de la circulation du champ magnétique \vec{H} d'un point A à un point B. Pour déterminer ces FMM d'entrefer, il est nécessaire de connaître la répartition du potentiel scalaire U ou vecteur \vec{A} dans l'entrefer. Par ailleurs, la détermination du potentiel dans l'entrefer dépend des flux provenant des réluctances à ses frontières. Ainsi le potentiel est exprimé en fonction des flux des réluctances. Les forces magnétomotrices permettent donc de coupler les deux réseaux de réluctances à partir des flux provenant des réluctances aux frontières.

Dans un premier temps, la résolution de l'équation de Laplace dans l'entrefer nous permettra d'exprimer le potentiel scalaire U ou vecteur \vec{A} . Le respect des conditions aux frontières

permettra d'établir ces expressions et donc de connaître la valeur du potentiel choisi en n'importe quel point de l'entrefer. Ainsi les forces magnétomotrices sont calculées entre une extrémité P_k des réluctances R_k appartenant à la frontière fer/entrefer et le point P_0 . Dans une ultime étape, nous allons montrer à partir de l'expression des forces magnétomotrices comment le couplage entre les trois sous-domaines est effectué.

4.2.1 Résolution de l'équation de Laplace en coordonnées polaires

L'équation de Laplace peut être résolue en potentiel scalaire U ou en vecteur \vec{A} . Sa résolution mène à exprimer le potentiel (scalaire ou vecteur) en fonction des coefficients inconnus. Ceux-ci peuvent être calculés en définissant les conditions aux frontières de l'entrefer. Dans ce qui suit, l'ensemble de ces étapes seront développées.

4.2.1.1 En potentiel scalaire U

Dans cette partie, la résolution de l'équation de Laplace du potentiel scalaire exprimée en coordonnées polaires par la méthode de séparation des variables est détaillée.

En coordonnées polaires, l'équation de Laplace est exprimée sous la forme :

$$\frac{\partial^2 U(r, \theta)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U(r, \theta)}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U(r, \theta)}{\partial \theta^2} = 0 \quad (4.2)$$

En utilisant la méthode de séparation de variables, le potentiel scalaire dépendant des deux variables r et θ s'écrit sous forme d'un produit de deux fonctions indépendantes :

$$U_z(r, \theta) = R(r)\Theta(\theta) \quad (4.3)$$

Après substitution dans l'équation (4.2), celle-ci devient :

$$r^2 \frac{R''(r)}{R(r)} + r \frac{R'(r)}{R(r)} = - \frac{\Theta''(\theta)}{\Theta(\theta)} \quad (4.4)$$

Il revient donc à résoudre deux équations différentielles du second ordre indépendantes, en considérant qu'il existe une constante λ tel que :

$$\begin{cases} r^2 \frac{R''(r)}{R(r)} + r \frac{R'(r)}{R(r)} = \lambda \\ - \frac{\Theta''(\theta)}{\Theta(\theta)} = \lambda \end{cases} \quad (4.5)$$

ainsi :

$$\begin{cases} r^2 R''(r) + r R'(r) - \lambda R(r) = 0 \\ \Theta''(\theta) + \lambda \Theta(\theta) = 0 \end{cases} \quad (4.6)$$

Le potentiel étant périodique selon θ imposant $\Theta(\theta) = \Theta(\theta + 2\pi)$ implique λ un entier positif, on pose $\lambda = n^2$ où n est un entier.

Les solutions de ces deux équations sont donc sous la forme :

$$R(r) = \begin{cases} \alpha r^n + \beta r^{-n} & \text{si } n \neq 0 \\ \gamma \ln(r) + \delta & \text{si } n = 0 \end{cases} \quad (4.7)$$

et

$$\Theta(\theta) = \begin{cases} \rho \cos(n\theta) + \sigma \sin(n\theta) & \text{si } n \neq 0 \\ \varphi + \omega\theta & \text{si } n = 0 \end{cases} \quad (4.8)$$

La solution du potentiel est composée des solutions précédentes, elle s'exprime sous forme générale :

$$U(r, \theta) = (a_0 + b_0 \ln(r)) + \sum_{n=1}^{N_h} (\alpha_{1n} r^n + \alpha_{2n} r^{-n}) \cos(n\theta) + (\beta_{1n} r^n + \beta_{2n} r^{-n}) \sin(n\theta) \quad (4.9)$$

où, N_h est le nombre d'harmoniques considérés. Les coefficients $\alpha_{1n}, \alpha_{2n}, \beta_{1n}, \beta_{2n}$ sont des coefficients inconnus qui seront déterminés ultérieurement en fonction des conditions aux limites établies sur l'induction, à la fois sur le rayon intérieur du stator $r = r_{Si}$, et extérieur du rotor $r = r_{Re}$. Quant aux coefficients a_0 et b_0 , en raison de la périodicité du potentiel, ils sont nuls.

Nous remarquons que la résolution de l'équation de Laplace en potentiel scalaire en deux dimensions nous donne une expression dépendante du rayon r et de l'angle de rotation θ . Ainsi, le potentiel vecteur peut être connu dans n'importe quel point de l'entrefer.

4.2.1.2 En potentiel vecteur \vec{A}

Dans un problème magnétostatique bidimensionnel, l'induction magnétique varie selon les directions radiale \vec{u}_r et tangentielle \vec{u}_θ et est considérée invariante selon la direction \vec{u}_z . Seule la composante selon la direction \vec{u}_z du potentiel vecteur est non nulle $\vec{A} = A_z \vec{u}_z$. L'équation de Laplace dans l'entrefer s'écrit donc :

$$\Delta A_z = 0 \quad (4.10)$$

De la même façon, l'équation de Laplace peut être résolue en potentiel vecteur \vec{A} . Sa solution classique générale obtenue par le principe de séparation des variables est sous la forme :

$$A_z(r, \theta) = (u_0 + v_0 \ln(r)) + \sum_{n=1}^{N_h} (\rho_{1n} r^n + \rho_{2n} r^{-n}) \cos(n\theta) + (\sigma_{1n} r^n + \sigma_{2n} r^{-n}) \sin(n\theta) \quad (4.11)$$

Où u_0, v_0 sont nuls en raison de la périodicité du potentiel scalaire, et les coefficients inconnus $\rho_{1n}, \rho_{2n}, \sigma_{1n}, \sigma_{2n}$ sont déterminés grâce aux conditions aux frontières.

Les solutions générales des potentiels scalaire U et vecteur \vec{A} sont les mêmes, la différence entre les deux consiste en l'expression des coefficients inconnus qui sera explicitée dans ce qui suit.

4.2.2 Décomposition spectrale des conditions aux frontières

Dans cette partie, nous cherchons à établir les conditions aux frontières de l'entrefer. Ces conditions sont établies soit sur le champ magnétique \vec{H} pour une formulation scalaire U ou sur l'induction \vec{B} pour une formulation vecteur \vec{A} . Chaque réluctance connectée à une frontière d'entrefer donne un flux qui donne l'image d'un champ ou d'une induction, fixant ainsi une condition à la limite de sa surface. La condition à chaque frontière est donc exprimée sous la forme de la somme des différentes conditions élémentaires. Dans cette partie, nous détaillerons ce processus permettant de faciliter et de généraliser ces conditions.

Nous allons développer le principe de la décomposition spectrale des conditions aux frontières uniquement sur le cas du potentiel scalaire U . En effet, de chaque extrémité P_k d'une réluctance R_k provient un flux ϕ_k . Selon le principe des modèles de réluctances reposant sur les surfaces perpendiculaires au flux, seule la composante normale du champ peut être obtenue et la composante tangentielle du champ est supposée nulle.

$$\begin{cases} \vec{H}_k = H_{r,k}\vec{u}_r + H_{\theta,k}\vec{u}_\theta \\ H_{\theta,k} = 0 \\ H_{r,k} = \frac{\phi_k}{\mu_0 S_k} \end{cases} \quad (4.12)$$

De plus, chaque tube de flux est supposé d'une section constante ce qui permet de déduire directement la valeur du champ correspondante au flux qui la traverse, la composante normale du champ est donc constante le long du tube, comme le montre la Figure 4.4.

On part d'un réseau de réluctances d'une machine dentée où chaque dent est modélisée par une réluctance, comme le montre la Figure 4.5. La condition à la frontière est issue de la somme des champs provenant de l'ensemble des dents, ou chaque dent k représentée par une réluctance R_k d'une largeur X_k correspond à un flux constant normal à la surface de l'entrefer. Il est donc l'image d'un champ H_k comme le montre la Figure 4.4.

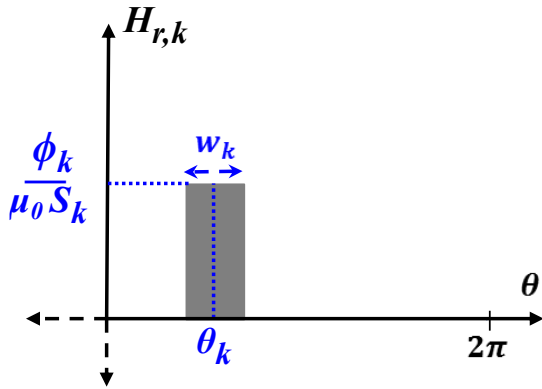


Figure 4.4 : Allure du champ normal provenant d'une réductance à la frontière de l'entrefer

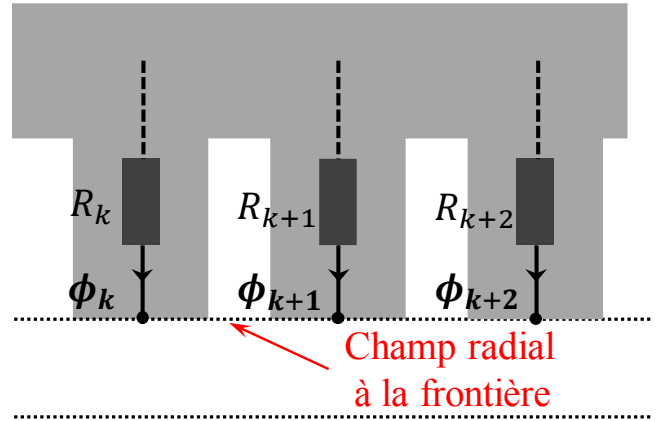


Figure 4.5 : Définition d'un Champ normal comme condition aux frontières

Cette méthode permet donc de généraliser et de faciliter le processus d'obtention du champ magnétique total à chaque frontière à partir du champ élémentaire indépendamment du nombre de discrétisations qui peut être différent au stator et au rotor.

Étant donné que le potentiel scalaire est exprimé sous forme d'une somme d'harmoniques, il est donc nécessaire de décomposer le champ de chaque réductance élémentaire en série de Fourier. Ainsi, le champ radial élémentaire $H_{r,k}$ correspondant au flux ϕ_k de la réductance R_k s'exprime sous forme :

$$H_{r,k}(\theta) = \frac{1}{\mu_0} \frac{\phi_k}{S_k} \Sigma_k(\theta) \quad (4.13)$$

où $H_{r,k}$ représente le champ normal sur l'interface fer-air. Ces zones de la machine sont modélisées par les réductances à la frontière du stator ou du rotor, S_k est la section du tube de flux notée S_k^S pour les éléments du stator et S_k^R pour les éléments du rotor à la frontière de l'entrefer.

Σ_k est une fonction de forme du champ correspondante exprimée en série de Fourier. Elle est notée Σ_k^S lorsqu'il s'agit d'un élément du stator et Σ_k^R pour les éléments rotoriques. Cette fonction de forme (support) correspondant à l'allure du champ comme le montre la Figure 4.4 est exprimée sous la forme :

$$\Sigma_k(\theta) = \frac{w_k}{2\pi} + \sum_{n=1}^{N_h} C_n(k) \cos(n\theta) + D_n(k) \sin(n\theta) \quad (4.14)$$

avec :

$$\begin{cases} C_n(k) = \frac{2}{2\pi n} \left(\sin\left(n\left(\theta_k + \alpha + \frac{w_k}{2}\right)\right) - \sin\left(n\left(\theta_k + \alpha - \frac{w_k}{2}\right)\right) \right) \\ D_n(k) = \frac{2}{2\pi n} \left(\cos\left(n\left(\theta_k + \alpha - \frac{w_k}{2}\right)\right) - \cos\left(n\left(\theta_k + \alpha + \frac{w_k}{2}\right)\right) \right) \end{cases} \quad (4.15)$$

où θ_k est la position de la réluctance R_k par rapport à la première réluctance et w_k la largeur du tube de flux correspondant.

Le champ total à chaque frontière est donc une somme de plusieurs champs élémentaires, comme le montre son allure dans la Figure 4.6.

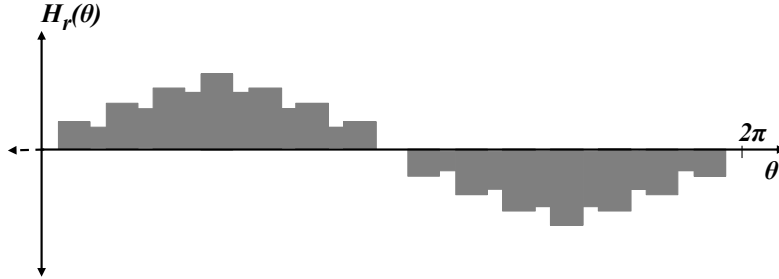


Figure 4.6 : Allure du champ total sur une frontière statorique ou rotorique

La décomposition spectrale du champ total aux frontières entrefer-stator ou entrefer-rotor est déduite à partir de la somme des différentes décompositions spectrales des champs élémentaires. L'expression de champ total sur une période de 2π spatiale aux frontières rotorique et statorique est :

$$H_r(r_{si}, \theta) = \frac{1}{\mu_0} \sum_{k=1}^{N_S} \frac{\phi_k^S}{S_k^S} \Sigma_k^S(\theta) ; H_r(r_{re}, \theta) = \frac{1}{\mu_0} \sum_{k=1}^{N_R} \frac{\phi_k^R}{S_k^R} \Sigma_k^R(\theta) \quad (4.16)$$

avec :

N_S et N_R , respectivement, le nombre d'éléments à la frontière entrefer-stator et entrefer-rotor.

À partir des équations (4.14) et (4.16), et en se basant sur le principe de la conservation du flux sur les surfaces du stator et du rotor, on obtient :

$$\begin{cases} \int_0^{2\pi} B_r(r_{si}, \theta) d\theta = 0 \\ \int_0^{2\pi} B_r(r_{re}, \theta) d\theta = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sum_{k=1}^{N_S} \frac{\phi_k^S}{S_k^S} w_k = 0 \\ \sum_{k=1}^{N_R} \frac{\phi_k^R}{S_k^R} w_k = 0 \end{cases} \quad (4.17)$$

Les expressions des champs totaux sont ensuite mises sous la forme :

$$\begin{cases} H_r(r_{re}, \theta) = \frac{1}{\mu_0} \sum_{k=1}^{N_R} \frac{\phi_k^R}{S_k^R} \sum_{n=1}^{N_h} C_n^R(k) \cos(n\theta) + D_n^R(k) \sin(n\theta) \\ H_r(r_{si}, \theta) = \frac{1}{\mu_0} \sum_{k=1}^{N_S} \frac{\phi_k^S}{S_k^S} \sum_{n=1}^{N_h} C_n^S(k) \cos(n\theta) + D_n^S(k) \sin(n\theta) \end{cases} \quad (4.18)$$

De la même façon si l'on souhaite résoudre le problème en potentiel vecteur, il suffit multiplier le champ par la perméabilité du vide μ_0 afin d'obtenir la décomposition spectrale de l'induction \vec{B} aux frontières. La composante radiale de l'induction correspondante à chaque réluctance est donc :

$$B_{r,k}(\theta) = \frac{\phi_k}{S_k} \Sigma_k(\theta) \quad (4.19)$$

4.2.3 Calcul des coefficients du potentiel U ou \vec{A}

Afin de trouver les quatre coefficients inconnus du potentiel scalaire dans l'équation (4.9) le respect des conditions aux limites fixées sur le champ radial à travers l'expression $\vec{H} = -\overrightarrow{grad}(U)$ sur les deux frontières de l'entrefer (rayon extérieur du rotor r_{Re} et rayon intérieur du stator r_{Si}) permet de constituer un système de deux équations :

$$\begin{cases} H_r(r_{Re}, \theta) = -\left. \frac{\partial U(r, \theta)}{\partial r} \right|_{r=r_{re}} \\ H_r(r_{Si}, \theta) = -\left. \frac{\partial U(r, \theta)}{\partial r} \right|_{r=r_{si}} \end{cases} \quad (4.20)$$

où l'expression de la composante radiale du champ dans l'entrefer en coordonnées polaires s'exprime par :

$$\begin{aligned} -\frac{\partial U(r, \theta)}{\partial r} = & \sum_{n=1}^{N_h} -n(\alpha_{1n}r^{n-1} - \alpha_{2n}r^{-n-1}) \cos(n\theta) \\ & - n(\beta_{1n}r^{n-1} - \beta_{2n}r^{-n-1}) \sin(n\theta) \end{aligned} \quad (4.21)$$

Maintenant, si on développe dans l'équation (4.20) l'expression de l'induction radiale donnée par le gradient du potentiel scalaire dans (4.21) et celle des conditions aux frontières données par la décomposition spectrale (4.18), en égalisant terme à terme, nous retrouvons le système de quatre équations à quatre inconnues suivant :

$$\begin{cases} -n(\alpha_{1n}r_{Re}^{n-1} - \alpha_{2n}r_{Re}^{-n-1}) = \frac{1}{\mu_0} \sum_{k=1}^{N_R} \frac{\phi_k^R}{S_k^R} C_n^R(k) \\ -n(\alpha_{1n}r_{Si}^{n-1} - \alpha_{2n}r_{Si}^{-n-1}) = \frac{1}{\mu_0} \sum_{k=1}^{N_S} \frac{\phi_k^S}{S_k^S} C_n^S(k) \\ -n(\beta_{1n}r_{Re}^{n-1} - \beta_{2n}r_{Re}^{-n-1}) = \frac{1}{\mu_0} \sum_{k=1}^{N_R} \frac{\phi_k^R}{S_k^R} D_n^R(k) \\ -n(\beta_{1n}r_{Si}^{n-1} - \beta_{2n}r_{Si}^{-n-1}) = \frac{1}{\mu_0} \sum_{k=1}^{N_S} \frac{\phi_k^S}{S_k^S} D_n^S(k) \end{cases} \quad (4.22)$$

On peut donc écrire l'ensemble des coefficients sous forme d'une somme de produit entre une matrice géométrique et le flux du stator ϕ_S ou le flux du rotor ϕ_R sous forme :

$$\begin{cases} \alpha_{1n} = [G_{\alpha_{11}}][\phi_R] + [G_{\alpha_{12}}][\phi_S] \\ \alpha_{2n} = [G_{\alpha_{21}}][\phi_R] + [G_{\alpha_{22}}][\phi_S] \\ \beta_{1n} = [G_{\beta_{11}}][\phi_R] + [G_{\beta_{12}}][\phi_S] \\ \beta_{2n} = [G_{\beta_{21}}][\phi_R] + [G_{\beta_{22}}][\phi_S] \end{cases} \quad (4.23)$$

où $[\phi_R]$ et $[\phi_S]$ sont les vecteurs des flux à la frontière entrefer-rotor de taille N_R et entrefer-stator de taille N_S respectivement. Cependant, les vecteurs, $[G_{\alpha_{11}}], [G_{\alpha_{21}}], [G_{\beta_{11}}], [G_{\beta_{21}}]$ et $[G_{\alpha_{12}}], [G_{\alpha_{22}}], [G_{\beta_{12}}], [G_{\beta_{22}}]$ sont des vecteurs dépendant de la géométrie, respectivement de taille N_R et N_S .

$$\begin{cases} G_{\alpha_{11}}(k) = \frac{r_{Si}^{-n-1} C_n^R(k) / (\mu_0 S_k^R)}{n(r_{Si}^{n-1} r_{Re}^{-n-1} - r_{Si}^{-n-1} r_{Re}^{n-1})}; G_{\alpha_{12}}(n) = \frac{r_{Si}^{n-1} C_n^S(k) / (\mu_0 S_k^S)}{n(r_{Si}^{n-1} r_{Re}^{-n-1} - r_{Si}^{-n-1} r_{Re}^{n-1})} \\ G_{\alpha_{21}}(n) = \frac{-r_{Re}^{-n-1} C_n^R(k) / (\mu_0 S_k^R)}{n(r_{Si}^{n-1} r_{Re}^{-n-1} - r_{Si}^{-n-1} r_{Re}^{n-1})}; G_{\alpha_{22}}(n) = \frac{-r_{Re}^{n-1} C_n^S(k) / (\mu_0 S_k^S)}{n(r_{Si}^{n-1} r_{Re}^{-n-1} - r_{Si}^{-n-1} r_{Re}^{n-1})} \\ G_{\beta_{11}}(n) = \frac{r_{Si}^{-n-1} D_n^R(k) / (\mu_0 S_k^R)}{n(r_{Si}^{n-1} r_{Re}^{-n-1} - r_{Si}^{-n-1} r_{Re}^{n-1})}; G_{\beta_{12}}(n) = \frac{r_{Si}^{n-1} D_n^S(k) / (\mu_0 S_k^S)}{n(r_{Si}^{n-1} r_{Re}^{-n-1} - r_{Si}^{-n-1} r_{Re}^{n-1})} \\ G_{\beta_{21}}(n) = \frac{-r_{Re}^{-n-1} D_n^R(k) / (\mu_0 S_k^R)}{n(r_{Si}^{n-1} r_{Re}^{-n-1} - r_{Si}^{-n-1} r_{Re}^{n-1})}; G_{\beta_{22}}(n) = \frac{-r_{Re}^{n-1} D_n^S(k) / (\mu_0 S_k^S)}{n(r_{Si}^{n-1} r_{Re}^{-n-1} - r_{Si}^{-n-1} r_{Re}^{n-1})} \end{cases} \quad (4.24)$$

Nous constatons donc à partir de l'équation (4.24) et des fonctions géométriques D_n et C_n de la décomposition spectrale du champ dans (4.15) que les coefficients $\alpha_{1n}, \alpha_{2n}, \beta_{1n}, \beta_{2n}$ sont exprimés en fonction de la géométrie et de la position angulaire α . Le potentiel scalaire U est ainsi connu dans n'importe quel point de l'entrefer.

Nous procédons de la même façon si on souhaite retrouver les coefficients $\rho_{1n}, \rho_{2n}, \sigma_{1n}, \sigma_{2n}$ du potentiel vecteur \vec{A} exprimé dans (4.11). En effet, à partir de l'égalisation de l'induction magnétique \vec{B} provenant des réseaux de ré reluctances aux deux frontières de l'entrefer (rotor-entrefer et stator-entrefer) avec l'induction calculée à partir du potentiel vecteur \vec{A} par :

$$\vec{B} = \text{rot}(\vec{A}) \quad (4.25)$$

un système analogue à (4.20) est formé :

$$\begin{cases} B_r(r_{re}, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z(r, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{r=r_{re}} \\ B_r(r_{si}, \theta) = \frac{1}{r} \frac{\partial A_z(r, \theta)}{\partial \theta} \Big|_{r=r_{si}} \end{cases} \quad (4.26)$$

Ceci nous ramène à :

$$\begin{cases} \rho_{1n} = [G_{\rho_{11}}][\phi_R] + [G_{\rho_{12}}][\phi_S] \\ \rho_{2n} = [G_{\rho_{21}}][\phi_R] + [G_{\rho_{22}}][\phi_S] \\ \sigma_{1n} = [G_{\sigma_{11}}][\phi_R] + [G_{\sigma_{12}}][\phi_S] \\ \sigma_{2n} = [G_{\sigma_{21}}][\phi_R] + [G_{\sigma_{22}}][\phi_S] \end{cases} \quad (4.27)$$

où $[\phi_R]$ et $[\phi_S]$ sont les vecteurs des flux à la frontière entrefer-rotor de taille N_R et entrefer-stator de taille N_S . Cependant, les vecteurs $[G_{\rho_{11}}], [G_{\rho_{21}}], [G_{\sigma_{11}}], [G_{\sigma_{21}}]$ et $[G_{\rho_{12}}], [G_{\rho_{22}}], [G_{\sigma_{12}}], [G_{\sigma_{22}}]$ sont des vecteurs dépendants de la géométrie, respectivement de taille N_R et N_S .

$$\begin{cases} G_{\rho_{11}}(k) = \frac{r_{S_i}^{-n-1} D_n^R(k) / S_k^R}{n(r_{S_i}^{n-1} r_{R_e}^{-n-1} - r_{S_i}^{-n-1} r_{R_e}^{n-1})}; G_{\rho_{12}}(n) = \frac{-r_{S_i}^{n-1} D_n^S(k) / S_k^S}{n(r_{S_i}^{n-1} r_{R_e}^{-n-1} - r_{S_i}^{-n-1} r_{R_e}^{n-1})} \\ G_{\rho_{21}}(n) = \frac{-r_{R_e}^{-n-1} D_n^R(k) / S_k^R}{n(r_{S_i}^{n-1} r_{R_e}^{-n-1} - r_{S_i}^{-n-1} r_{R_e}^{n-1})}; G_{\rho_{22}}(n) = \frac{r_{R_e}^{n-1} D_n^S(k) / S_k^S}{n(r_{S_i}^{n-1} r_{R_e}^{-n-1} - r_{S_i}^{-n-1} r_{R_e}^{n-1})} \\ G_{\sigma_{11}}(n) = \frac{-r_{S_i}^{-n-1} C_n^R(k) / S_k^R}{n(r_{S_i}^{n-1} r_{R_e}^{-n-1} - r_{S_i}^{-n-1} r_{R_e}^{n-1})}; G_{\sigma_{12}}(n) = \frac{r_{S_i}^{n-1} C_n^S(k) / S_k^S}{n(r_{S_i}^{n-1} r_{R_e}^{-n-1} - r_{S_i}^{-n-1} r_{R_e}^{n-1})} \\ G_{\sigma_{21}}(n) = \frac{r_{R_e}^{-n-1} C_n^R(k) / S_k^R}{n(r_{S_i}^{n-1} r_{R_e}^{-n-1} - r_{S_i}^{-n-1} r_{R_e}^{n-1})}; G_{\sigma_{22}}(n) = \frac{-r_{R_e}^{n-1} C_n^S(k) / S_k^S}{n(r_{S_i}^{n-1} r_{R_e}^{-n-1} - r_{S_i}^{-n-1} r_{R_e}^{n-1})} \end{cases} \quad (4.28)$$

Les résultats obtenus par une méthode en gradient ou en rotationnel en deux dimensions sont les mêmes. Par ailleurs, nous remarquons que le passage d'une notion de gradient, qui lie le potentiel scalaire au champ magnétique, à une notion de rotationnel, qui lie le potentiel vecteur à l'induction, introduit une différence dans les coefficients. Nous allons voir par la suite que cette différence est aussi visible dans les forces magnétomotrices.

4.2.4 Calcul des forces magnétomotrices

À partir de l'expression du potentiel scalaire U exprimée dans (4.9) et des coefficients explicités dans (4.23), nous allons-nous concentrer dans cette section sur le calcul des forces magnétomotrices dans l'entrefer. La force magnétomotrice est une différence de potentiel magnétique calculée entre deux points. Dans ce modèle, elle est exprimée en fonction de la circulation du champ magnétique \vec{H} sur un contour allant de l'extrémité P_k de la réluctance R_k au point de référence P_0 .

Cette force magnétomotrice peut être calculée à partir de la composante normale et tangentielle du champ magnétique \vec{H} dans l'entrefer, en séparant la FMM totale en une somme de deux circulations du champ \vec{H} , l'une dans le sens radial et l'autre dans le sens tangential :

$$F = \int_{P_k}^{P_0} \vec{H} \cdot \vec{dl} = F_r + F_\theta \quad (4.29)$$

Ceci permet de séparer l'intégrale allant du point d'origine P_k , représentant l'extrémité de la réluctance R_k , au point de référence P_0 en deux intégrales, où la première est dans la direction radiale en partant de P_k à un point intermédiaire P_i et la deuxième dans la direction tangentielle allant de P_i au point de référence P_0 , comme le montre la Figure 4.7.

Ces éléments de forces magnétomotrices radiale et tangentielle sont calculés à partir du gradient du potentiel scalaire suivant l'expression :

$$\begin{cases} F_r = \int_{r_k}^{r_i} H_r dr = \int_{r_k}^{r_i} -\frac{\partial U}{\partial r} dr \\ F_\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_0} H_\theta r_0 d\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_0} -\frac{1}{r_0} \frac{\partial U}{\partial \theta} r_0 d\theta \end{cases} \quad (4.30)$$

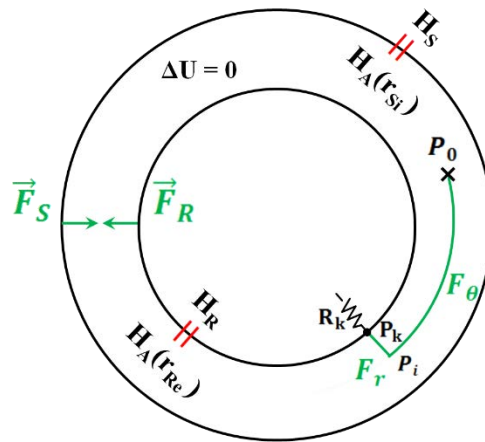


Figure 4.7 : Principe du calcul des forces magnétomotrices dans l'entrefer

L'expression de la composante radiale calculée entre le point P_k et P_i dans le cas d'une formulation en potentiel vecteur \vec{A} est :

$$\begin{aligned} F_r = & - \sum_{n=1}^{N_h} (\alpha_{1n}(r_i^n - r_k^n) + \alpha_{2n}(r_i^{-n} - r_k^{-n})) \cos(n\theta_k) \\ & + (\beta_{1n}(r_i^n - r_k^n) + \beta_{2n}(r_i^{-n} - r_k^{-n})) \sin(n\theta_k) \end{aligned} \quad (4.31)$$

L'expression de la composante tangentielle calculée entre le point P_i et P_0 est :

$$\begin{aligned} F_\theta = & - \sum_{n=1}^{N_h} (\alpha_{1n}r_0^n + \alpha_{2n}r_0^{-n}) (\cos(n\theta_0) - \cos(n\theta_i)) \\ & + (\beta_{1n}r_0^n + \beta_{2n}r_0^{-n}) (\sin(n\theta_0) - \sin(n\theta_i)) \end{aligned} \quad (4.32)$$

Nous attirons l'attention sur le fait que la dénomination composante ne sous-entend pas composante d'un vecteur, mais simplement une des deux parties de la circulation du champ utilisant ses deux composantes radiale et tangentielle.

Le calcul des composantes radiale et tangentielle données par (4.31) et (4.32) à partir de l'intégrale du potentiel scalaire U , nous mène à exprimer ces forces en fonction de la position

θ_k de la réductance R_k et des coefficients $\alpha_{1n}, \alpha_{2n}, \beta_{1n}$ et β_{2n} . Ceux-ci dépendent des rayons r_{re} et r_{si} , du rang d'harmonique n , de la largeur du tube de flux w_k ainsi que l'angle de rotation du rotor α et de la position des réductances θ_k .

Chaque force magnétomotrice liant une réductance R_k appartenant à une frontière de l'entrefer au point de référence P_0 dépend à la fois des flux provenant de l'ensemble des réductances à la frontière stator-entrefer et rotor-entrefer, tel que :

$$F = F(\phi_S, \phi_R) \quad (4.33)$$

De la même façon, nous pouvons calculer les forces magnétomotrices en passant par la composante tangentielle et radiale du champ magnétique \vec{H} provenant d'une formulation en potentiel vecteur \vec{A} . Ces forces magnétomotrices sont directement calculées à partir du rotationnel du potentiel vecteur :

$$\begin{cases} F_r = \int_{r_k}^{r_i} H_r dr = \frac{1}{\mu_0} \int_{r_k}^{r_i} \frac{1}{r} \frac{\partial A_z(r, \theta)}{\partial \theta} dr \\ F_\theta = \int_{\theta_i}^{\theta_0} H_\theta r_0 d\theta = -\frac{1}{\mu_0} \int_{\theta_i}^{\theta_0} \frac{\partial A_z(r, \theta)}{\partial r} r_0 d\theta \end{cases} \quad (4.34)$$

Ce qui ramène directement aux expressions des forces magnétomotrices « radiale » et « tangentielle » suivantes :

$$\begin{aligned} F_r = \frac{1}{\mu_0} \sum_{n=1}^{N_h} & -(\rho_{1n}(r_i^n - r_k^n) - \rho_{2n}(r_i^{-n} - r_k^{-n})) \sin(n\theta_k) \\ & + (\sigma_{1n}(r_i^n - r_k^n) - \sigma_{2n}(r_i^{-n} - r_k^{-n})) \cos(n\theta_k) \end{aligned} \quad (4.35)$$

et :

$$\begin{aligned} F_\theta = -\frac{1}{\mu_0} \sum_{n=1}^{N_h} & (\rho_{1n}r_0^n - \rho_{2n}r_0^{-n}) (\sin(n\theta_0) - \sin(n\theta_i)) \\ & - (\sigma_{1n}r_0^n - \sigma_{2n}r_0^{-n}) (\cos(n\theta_0) - \cos(n\theta_i)) \end{aligned} \quad (4.36)$$

4.2.5 Le couplage entre les modèles

La modélisation de l'entrefer par un ensemble de forces magnétomotrices permet de rassembler la modélisation des trois domaines : deux réseaux de réductances et une modélisation analytique en un seul modèle. Cette méthode nous permet d'avoir une solution immédiate lors de la résolution des équations du modèle global.

Par ailleurs, la modélisation de l'entrefer permettant de prendre en compte la position du rotor en utilisant le même modèle est possible grâce au point de référence P_0 , choisi aléatoirement dans l'entrefer. Ce point de référence permet de s'affranchir des connexions créées par l'entrefer entre les éléments du rotor et du stator. Cela signifie que le couplage entre le stator et le rotor

ne peut être effectué d'un point de vue circuit, mais réside dans les expressions des forces magnétomotrices, telles qu'elles sont exprimées dans (4.33).

Dans le but de simplifier la résolution des équations du modèle global, les FMMs reliant les réluctances statoriques et les forces reliant les réluctances rotoriques au point de référence P_0 sont exprimées comme le produit de matrices dépendant uniquement de la géométrie notées $[K]$ et de vecteurs contenant les flux statoriques ou les flux rotoriques notés $[\phi]$. Les deux équations (4.35) et (4.36) sont donc mises sous la forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} [F_S] \\ [F_R] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_{SS}] & [K_{SR}] \\ [K_{RS}] & [K_{RR}] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} [\phi_S] \\ [\phi_R] \end{bmatrix} \quad (4.37)$$

où $[K_{SS}]$, $[K_{SR}]$, $[K_{RS}]$, $[K_{RR}]$ sont respectivement des matrices de taille $N_S \times N_S$, $N_S \times N_R$, $N_R \times N_S$, $N_R \times N_R$. Ces coefficients sont déduits à partir des coefficients illustrés dans (4.27).

4.2.6 Résolution du modèle

Afin de comprendre le principe de résolution des équations du modèle, nous avons simplifié au maximum la représentation de la machine présentée dans la **Figure 4.2**. Un schéma équivalent représentatif est illustré dans la Figure 4.8.

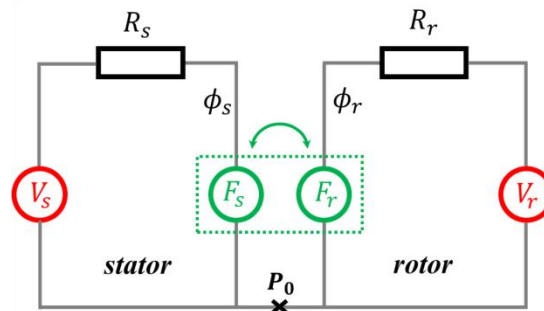


Figure 4.8 : Schéma équivalent représentatif de la machine monophasée à réluctance variable

En se basant sur la loi des mailles, nous formons le système suivant :

$$\begin{bmatrix} V_S \\ V_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_S \\ F_R \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_S & 0 \\ 0 & R_R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_S \\ \phi_R \end{bmatrix} \quad (4.38)$$

En utilisant l'expression des forces magnétomotrices données par l'équation (4.37) nous formons un système permettant d'écrire les sources de flux du stator V_S et du rotor V_R en fonction des flux du stator ϕ_S et du rotor ϕ_R :

$$\begin{bmatrix} V_S \\ V_R \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_S + K_{SS} & K_{SR} \\ K_{RS} & R_R + K_{RR} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \phi_S \\ \phi_R \end{bmatrix} \quad (4.39)$$

En effet, l'ensemble des sources de flux V_S , V_R et des réluctances R_S , R_R ainsi que les coefficients calculés à partir des forces magnétomotrices K_{SS} , K_{SR} , K_{RS} , K_{RR} sont connus. Les flux sont donc directement déduits sans nécessité d'effectuer d'itérations entre le modèle analytique et le modèle réluctant.

Dans le chapitre 2 section 2.2.3 nous avons expliqué la méthode de résolution des équations du modèle tout réductant. La résolution du système hybride se fait donc de la même manière. La seule différence réside dans la matrice de réductance qui passe d'une matrice diagonale dans le cas du modèle tout réductant à une matrice creuse (ou diagonale par morceau) dans le cas des modèles hybrides. En effet, cette matrice $[R]$ n'est que la somme d'une matrice diagonale $[R]_1$ où l'on retrouve l'ensemble des réductances et d'une matrice pleine $[R]_2$ constituée des coefficients des forces magnétomotrices. On peut donc définir à partir de l'équation (4.39) les matrices $[R]_1$ et $[R]_2$:

$$[R]_1 = \begin{bmatrix} R_S & 0 \\ 0 & R_R \end{bmatrix} ; [R]_2 = \begin{bmatrix} K_{SS} & K_{SR} \\ K_{RS} & K_{RR} \end{bmatrix} \quad (4.40)$$

On pourrait croire que la matrice $[R]_2$ est pleine mais en réalité lorsqu'on modélise une machine tournante à l'aide du modèle de réductance, le nombre de réductances au voisinage de l'entrefer est faible par rapport au nombre de réductances total. Ceci induit donc une matrice $[R]_2$ creuse, car les forces magnétomotrices agissent uniquement sur les éléments connectés à l'entrefer.

Un exemple d'une modélisation de la machine synchrone monophasée présentée précédemment (cf. Figure 4.2) est illustré sur la Figure 4.9 afin expliquer l'implémentation de cette méthode en tenant compte de l'ensemble des réductances du fer et non seulement des réductances frontalières. En effet, nous avons choisi de discrétiser le stator en plusieurs réductances avec deux réductances à la frontière de l'entrefer et le rotor en deux réductances frontalières, comme le présente le schéma.

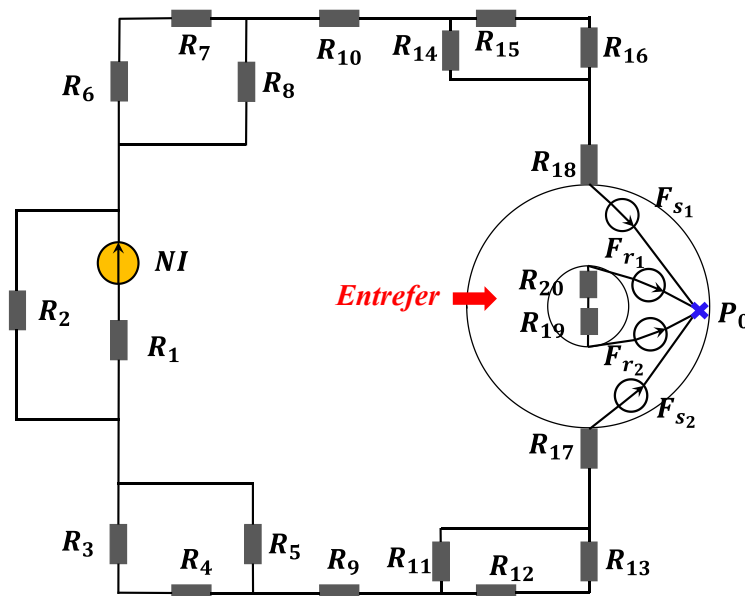


Figure 4.9 : Schéma représentatif de la machine avec une discrétisation du réseau de réductances

En suivant la méthode de résolution des circuits par la méthode de Kron, une matrice $[R]_1$ des réductances des différentes branches est établie comme suit :

$$[R]_1 = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & R_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & R_{20} \end{bmatrix} \quad (4.41)$$

Par ailleurs, suivant l'équation (4.37) où les FMMs sont écrites en fonction des différents flux, cela génère donc une matrice équivalente de réductance fictive $[R]_2$ de la forme :

$$[R]_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & K_{s1s1} & K_{s1s2} & K_{s1r1} & K_{s1r2} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & K_{s2s1} & K_{s2s2} & K_{s2r1} & K_{s2r2} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & K_{r1s1} & K_{r1s2} & K_{r1r1} & K_{r1r2} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & K_{r2s1} & K_{r2s2} & K_{r2r1} & K_{r2r2} \end{bmatrix} \quad (4.42)$$

Enfin dans la matrice $[R]$ complète, apparaissent les réductances du modèle réductant qui sont positionnées en diagonale et les autres termes liés aux forces magnétomotrices dans l'entrefer. Celles-ci permettent de créer le couplage entre le réseau du stator et le réseau du rotor, comme le montre la matrice.

$$[R] = \begin{bmatrix} R_1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_2 & \dots & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & R_{16} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & R_{17} + K_{s1s1} & K_{s1s2} & K_{s1r1} & K_{s1r2} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & K_{s2s1} & R_{18} + K_{s2s2} & K_{s2r1} & K_{s2r2} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & K_{r1s1} & K_{r1s2} & R_{19} + K_{r1r1} & K_{r1r2} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & K_{r2s1} & K_{r2s2} & K_{r2r1} & R_{20} + K_{r2r2} \end{bmatrix} \quad (4.43)$$

Dans cette matrice $[R]$, on remarque que seule les réductances du stator qui ne sont pas en contact avec l'entrefer ($R_1 \dots R_{16}$) ne subissent pas l'influence des flux aux frontières de l'entrefer.

Cet exemple nous a permis d'introduire d'une manière plus simple le principe de ce modèle hybride. Il sera ensuite implémenté dans ce qui suit sur une machine à courant continu à plots.

4.2.7 Calcul du couple par le tenseur de Maxwell

Dans le modèle tout réductant, l'absence de la composante tangentielle de l'induction dans l'entrefer ne permet pas de calculer le couple par le tenseur de Maxwell. Par contre, dans le modèle hybride, et grâce à la résolution analytique dans l'entrefer, l'induction et le champ tangentiels sont connus dans n'importe quel point de l'entrefer, ainsi le couple peut être calculé en utilisant le tenseur de Maxwell. Nous allons présenter dans ce qui suit la méthode de calcul de couple.

Le calcul du couple nécessite de connaître les contraintes magnétiques exercées sur le rotor. L'intégration du tenseur de Maxwell sur un contour fermé dans l'entrefer est utilisée à cet effet.

Le couple magnétique est dû à la contrainte tangentielle sur un contour fermé dans l'entrefer, appliquée sur toute la longueur (L_z) de la machine. A partir de l'expression du tenseur de Maxwell, la contrainte magnétique tangentielle s'exprime sous forme :

$$\sigma_\theta = \frac{B_\theta B_r}{\mu_0} \quad (4.44)$$

Ainsi l'expression du couple par le tenseur de Maxwell est mise sous la forme :

$$\Gamma = \frac{r_m^2 L_z}{\mu_0} \int_0^{2\pi} B_\theta B_r d\theta \quad (4.45)$$

où les inductions radiale et tangentielle correspondant au contour situé dans l'entrefer à un rayon $r = r_m$ sont exprimées à partir du potentiel scalaire par :

$$\begin{cases} B_\theta = -\mu_0 \sum_{n=1}^{N_h} -n. (\alpha_{1n} r_m^{n-1} + \alpha_{2n} r_m^{-n-1}). \sin(n\theta) \\ \quad + n. (\beta_{1n} r_m^{n-1} + \beta_{2n} r_m^{-n-1}). \cos(n\theta) \\ B_r = -\mu_0 \sum_{n=1}^{N_h} n. (\alpha_{1n} r_m^{n-1} - \alpha_{2n} r_m^{-n-1}). \cos(n\theta) \\ \quad + n. (\beta_{1n} r_m^{n-1} - \beta_{2n} r_m^{-n-1}). \sin(n\theta) \end{cases} \quad (4.46)$$

Le produit des deux inductions mène à l'expression :

$$\begin{aligned} B_\theta B_r = \mu_0^2 \sum_{n=1}^{N_h} \sum_{k=1}^{N_h} & \left(-\frac{kn}{2} (\alpha_{1n} r_m^{n-1} + \alpha_{2n} r_m^{-n-1}) (\alpha_{1k} r_m^{k-1} \right. \\ & - \alpha_{2k} r_m^{-k-1}) (\sin((n-k)\theta) + \sin((n+k)\theta)) \\ & + \frac{kn}{2} (\beta_{1n} r_m^{n-1} + \beta_{2n} r_m^{-n-1}) (\alpha_{1k} r_m^{k-1} - \alpha_{2k} r_m^{-k-1}) (\cos((n-k)\theta) \\ & + \cos((n+k)\theta)) \\ & - \frac{kn}{2} (\alpha_{1n} r_m^{n-1} + \alpha_{2n} r_m^{-n-1}) (\beta_{1k} r_m^{k-1} - \beta_{2k} r_m^{-k-1}) (\cos((n-k)\theta) \\ & - \cos((n+k)\theta)) \\ & + \frac{kn}{2} (\beta_{1n} r_m^{n-1} + \beta_{2n} r_m^{-n-1}) (\beta_{1k} r_m^{k-1} \\ & \left. - \beta_{2k} r_m^{-k-1}) (\sin((k-n)\theta) + \sin((n+k)\theta)) \right) \end{aligned} \quad (4.47)$$

Étant donné que pour calculer le couple et selon l'expression (4.47), il faut intégrer le produit de ces inductions sur un contour fermé. Sachant que l'intégrale des termes cosinus et sinus de 0 à 2π est nulle, l'expression de ce produit peut être simplifiée en gardant uniquement les termes ou $\cos((n-k)\theta) = 1$ correspondant donc au cas $n = k$. Ainsi le produit de $B_r B_\theta$ est ramené à l'expression :

$$B_{\theta}B_r = \sum_{n=0}^{N_h} n^2 (\beta_{2n}\alpha_{1n} - \beta_{1n}\alpha_{2n}) r_m^{-2} \quad (4.48)$$

Ce qui mène donc à l'expression finale du couple :

$$\Gamma = 2\pi \frac{L_z}{\mu_0} \sum_{n=0}^{N_h} n^2 (\beta_{2n}\alpha_{1n} - \beta_{1n}\alpha_{2n}) \quad (4.49)$$

4.3 Validation du modèle hybride sur une machine à courant continu à plots

La validation du modèle hybride nécessite d'illustrer la méthode sur une machine tournante en régime saturé permettant à la fois de valider le principe de rotation et le principe de calcul des forces magnétomotrices dans l'entrefer. Dans cette partie, la méthode est appliquée à une machine à courant continu à 4 pôles statoriques et 19 encoches rotoriques étudiée dans le chapitre 2 afin de comparer le modèle tout réductant au modèle hybride. Dans ce qui suit, le modèle de la machine est présenté, la validation du modèle sera faite en comparant l'évolution des grandeurs externes (couple) en fonction du courant de batterie et de la position du rotor mais aussi en visualisant l'évolution de l'induction magnétique sur un contour dans l'entrefer. Comme dans le chapitre 2, une validation statistique est effectuée sur le modèle hybride afin de mesurer sa robustesse.

4.3.1 Présentation du modèle hybride de la MCC

Rappelons que dans le chapitre 2, la machine à 19 encoches a été approchée par une machine symétrique nécessitant d'établir deux modèles de réductances afin de calculer le couple moyen. Les deux modèles conservant le même réseau du fer, mais en raison du changement des trajets des lignes de champs dans l'entrefer entre deux positions du rotor, uniquement les connexions et les réductances de l'entrefer changent. Dans le modèle hybride, grâce à la résolution analytique de l'équation de Laplace dans l'entrefer, on s'affranchit de cette double modélisation. Une seule modélisation permettant de prendre en compte une rotation de 360° mécanique est établie. De plus, dans cette partie, nous avons modélisé la machine 4 pôles / 19 encoches entièrement en raison de la simplification du réseau de l'entrefer.

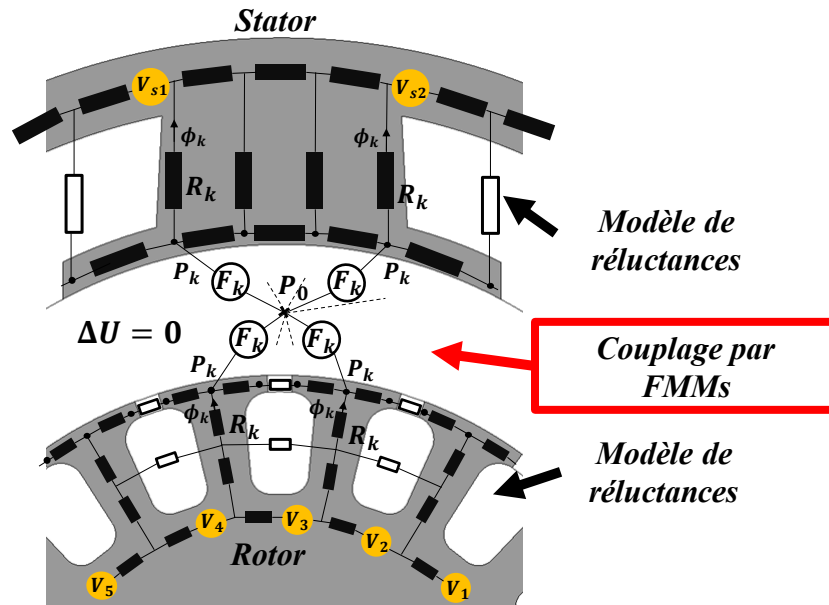


Figure 4.10 : Principe du modèle hybride appliqué à la machine 4 pôles /19 encoches

Dans ce modèle, comme le montre la Figure 4.10, l'entrefer est constitué d'un seul domaine cylindrique. Le stator, l'espace interpolaire, le rotor et les encoches sont modélisés par des réductances. La discrétisation des réseaux de réductances est la même que celle adoptée dans le chapitre 2. L'entrefer est modélisé par des forces magnétomotrices connectées à un point de référence, comme expliqué précédemment.

Ce modèle peut être implémenté sous Matlab/Simulink afin de faciliter sa mise en œuvre. Une bibliothèque permettant de modéliser les réseaux de réductances magnétiques appelée Simscape nous a permis de construire notre modèle. La Figure 4.11, présente le schéma du modèle de la machine 4 pôles 19 encoches implémenté sous Simscape. Dans cette bibliothèque Simscape, nous avons créé nos propres composants de réductance tenant compte de la saturation magnétique en insérant la courbe B-H des matériaux ferromagnétiques utilisés, ainsi que le composant principal central contenant les coefficients des FMMs (K_{ss} , K_{sr} , K_{rs} , K_{rr}).

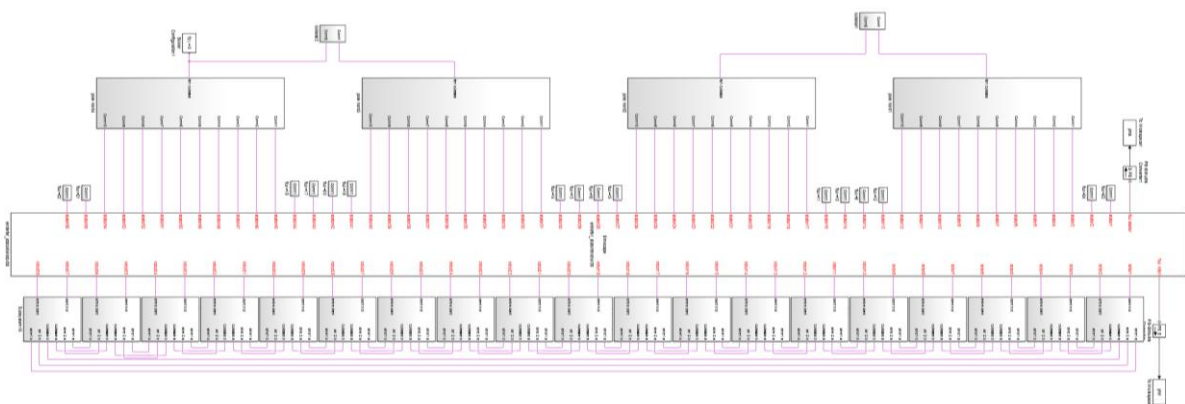


Figure 4.11 : Le modèle hybride de la machine à plots à 4 pôles 19 encoches implémenté sous Simscape (Simulink)

4.3.2 Résultats de la validation

Dans ce qui suit, nous présentons les résultats du modèle hybride basé sur une série de Fourier dans l'entrefer utilisant 100 harmoniques. Ce modèle hybride est comparé au modèle éléments finis de la machine correspondante dont les résultats dépendent du maillage de l'entrefer présenté sur la Figure 4.12.

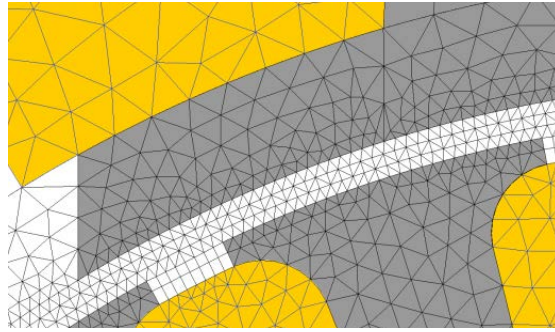


Figure 4.12 : Maillage de la machine dans le modèle éléments finis 2D correspondant

4.3.2.1 Évolution du couple en fonction du courant de batterie à position de rotor donnée

La deuxième étape de validation du modèle consiste à vérifier le comportement du modèle pour une position donnée du rotor en fonction de l'évolution du courant. Pour cela nous commençons par comparer l'évolution du couple pour chacun des modèles en fonction du courant. Les résultats sont présentés à la Figure 4.13.

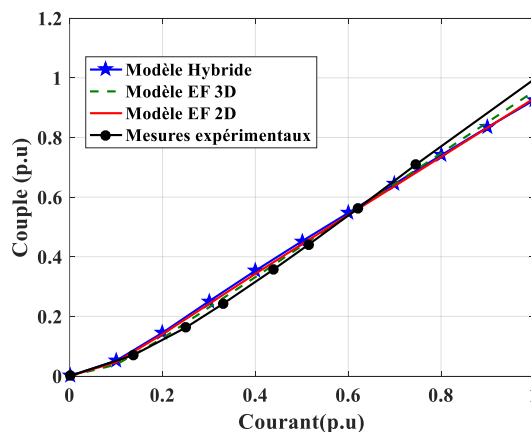


Figure 4.13 : Comparaison de la caractéristique du couple-courant entre différents modèles

On remarque à partir de la figure que le modèle hybride établi en deux dimensions sur la machine concorde parfaitement avec le modèle éléments finis 2D. Par ailleurs, le modèle éléments finis 3D est assez proche, du fait que le modèle 2D sur lequel nous nous basons est un modèle 2D modifié comme nous l'avons présenté dans le chapitre 2. Les résultats expérimentaux mesurés sur la machine 19 encoches permettent de confirmer cette modélisation et la cohérence des différents modèles développés.

Afin de s'assurer de la cohérence des résultats trouvés, nous traçons pour chacune des deux méthodes (éléments finis et modèle hybride) l'induction normale et tangentielle pour des

courants de batterie de 400 A et 1000 A. Nous réalisons également leurs décompositions spectrales afin de mieux comparer les résultats obtenus pour les harmoniques de rangs les plus bas.

Les résultats montrent une très bonne cohérence pour ce qui est des inductions normales. Pour les inductions tangentielles, on remarque que celles-ci semblent éloignées du résultat. Néanmoins, la décomposition spectrale montre que les harmoniques les plus bas sont très proches. Ce résultat semble pouvoir s'expliquer par le fait que l'on a supposé les inductions normales constantes sur les surfaces de l'entrefer ainsi l'induction tangentielle est amplifiée à la jonction de ces surfaces. C'est ce qui explique que le modèle hybride présente des niveaux d'induction tangentielle localement beaucoup plus importants.

Afin d'avoir une précision sur l'induction tangentielle obtenue par le modèle, nous devons tenir compte d'une manière plus précise l'inhomogénéité de la saturation. Pour cela, nous devons discrétiser davantage le rotor de la machine. La partie suivante aborde l'influence du découpage des dents rotoriques sur la précision du modèle.

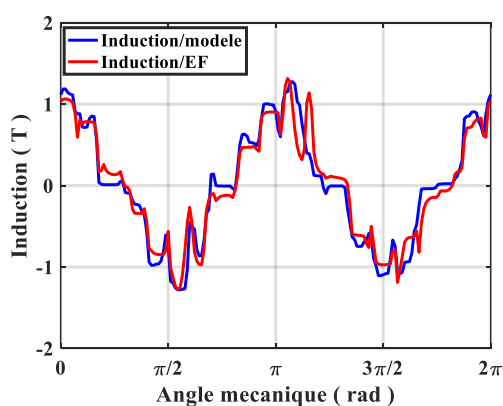


Figure 4.14 : Inductions normales en charge pour un courant de 400 A

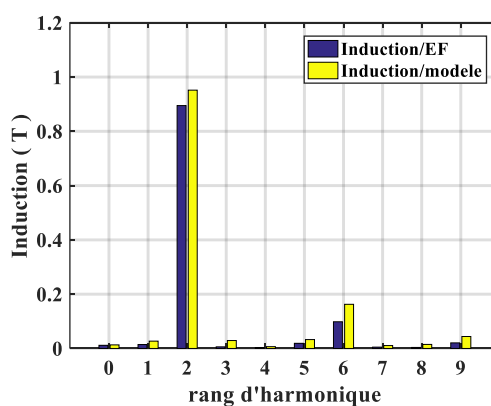


Figure 4.15 : Décompositions spectrales des inductions normales en charge pour un courant de 400 A

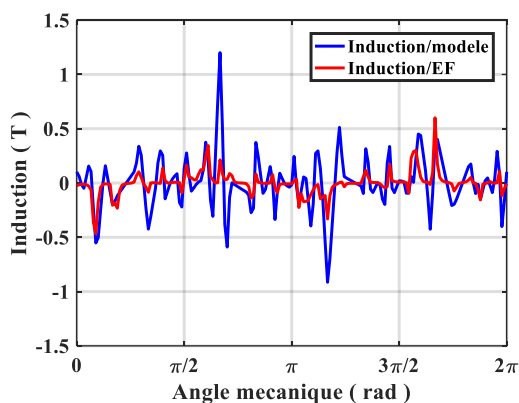


Figure 4.16 : Inductions tangentielles en charge pour un courant de 400 A

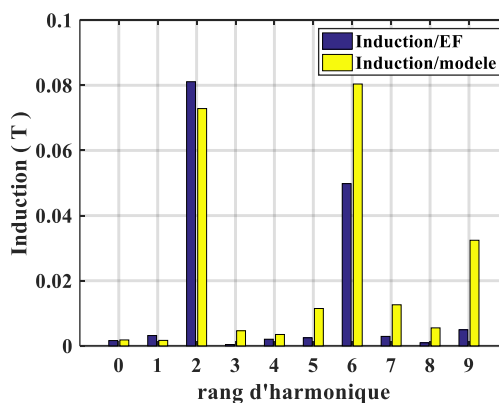


Figure 4.17 : Décompositions spectrales des inductions tangentielles en charge pour un courant de 400 A

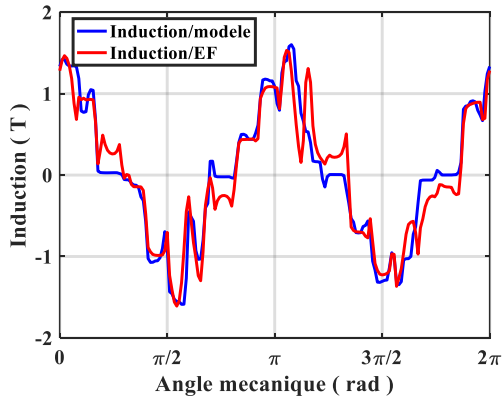


Figure 4.18 : Inductions normales en charge pour un courant de 1000 A

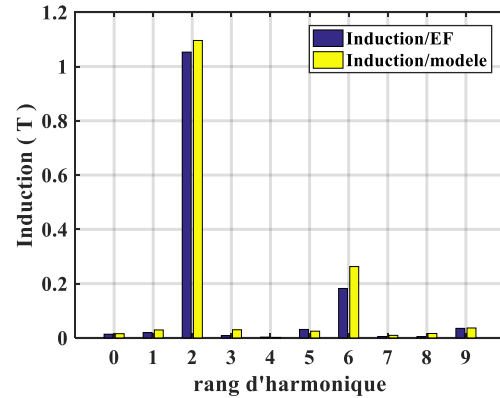


Figure 4.19 : Décompositions spectrales des inductions normales en charge pour un courant de 1000 A

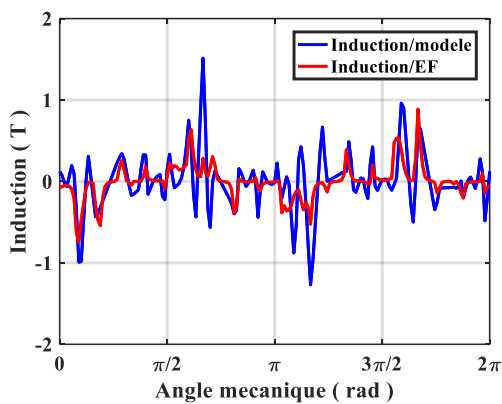


Figure 4.20 : Inductions tangentielles en charge pour un courant de 1000 A

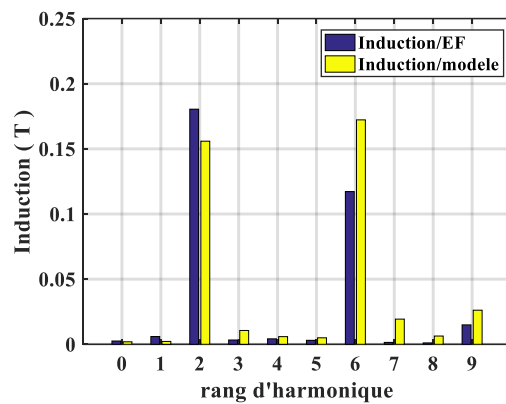


Figure 4.21 : Décompositions spectrales des inductions tangentielles en charge pour un courant de 1000 A

4.3.2.2 Influence du nombre d'éléments dans l'entrefer

Afin de mieux voir l'influence du découpage des différents éléments dans l'entrefer, nous avons choisi de découper les dents du rotor en trois morceaux selon la direction tangentielle afin d'affiner le modèle hybride puis on trace de nouveau les inductions normales et tangentielles pour un courant de 1000 A ainsi que leur décomposition spectrale Figure 4.22, Figure 4.23, Figure 4.24 et Figure 4.25.

Les résultats montrent une nette amélioration sur l'induction tangentielle par rapport au découpage précédent. On voit donc ici que lorsque l'on souhaite établir un modèle le découpage des éléments doit être fait de telle façon à ce que l'induction normale sortant des éléments réductants soit homogène comme nous l'avons considéré dans nos hypothèses.

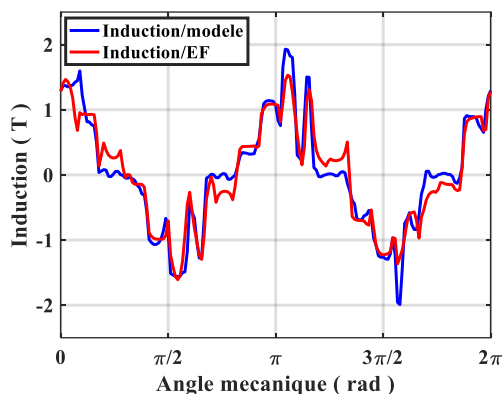


Figure 4.22 : Inductions normales dans l'entrefer avec un découpage important du modèle hybride pour 1000 A

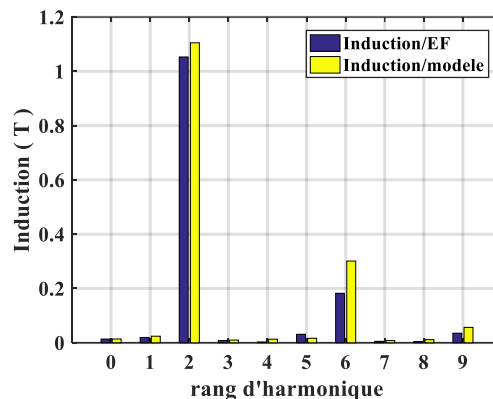


Figure 4.23 : Décompositions spectrales des inductions normales dans l'entrefer avec un découpage important du modèle hybride pour 1000 A

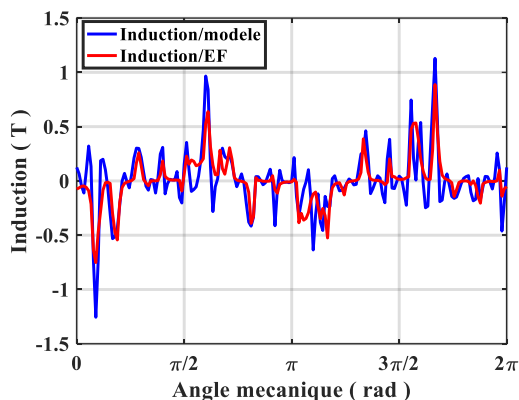


Figure 4.24 : Inductions tangentielles dans l'entrefer avec un découpage important du modèle hybride pour 1000 A

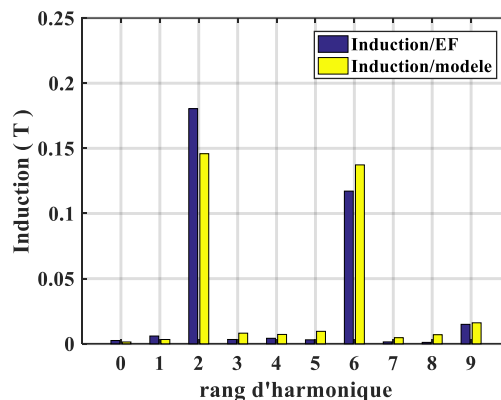


Figure 4.25 : Décompositions spectrales des inductions tangentielles dans l'entrefer avec un découpage important du modèle hybride pour 1000 A

4.3.2.3 Évolution du couple en fonction de la position du rotor à courant donné

Enfin, le point fort de notre modèle hybride consiste en la prise en compte de la position du rotor. Nous allons vérifier qu'il est robuste lorsqu'on change l'angle de rotation pour un point de fonctionnement saturé correspondant à une valeur maximale du courant. Afin de valider le calcul mené sur les forces magnétomotrices incluant l'angle de rotation, les formes d'ondes du couple sont données par les deux modèles (hybrides et éléments finis), sur la Figure 4.26.

Le modèle hybride semble précis sur la prise en compte de l'angle de rotation. Un découpage fin des réductances à la frontière pourrait améliorer le résultat, mais nous nous contenterons de la précision donnée par le découpage considéré. Par ailleurs en termes de couple moyen, la même valeur est obtenue par les deux modèles, comme on peut le constater à partir de la Figure 4.26.

L'illustration des performances du modèle hybride via l'exemple de la machine à courant continu 4 pôles / 19 encoches ne permettent pas de conclure que ce modèle est robuste et adapté pour être utilisé dans un processus d'optimisation. Il est nécessaire d'effectuer une variation paramétrique permettant de définir le domaine de robustesse du modèle ainsi que son degré de précision.

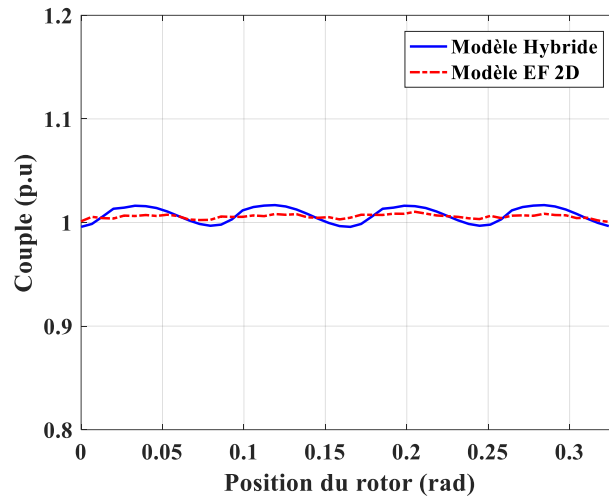


Figure 4.26 : Evolution de la courbe couple-courant par le modèle hybride et le modèle éléments finis 2D

4.3.3 Validation statistique du modèle

La variation paramétrique a prouvé dans le chapitre 2 qu'elle permet de donner une idée sur la robustesse du modèle et sur son domaine de validité où l'optimisation des paramètres géométriques est possible. Dans cette partie nous adoptons la même démarche que celle suivie précédemment pour la validation statistique du modèle tout réluctant afin de comparer, sous les mêmes conditions, la robustesse des deux modèles (hybride et tout réluctant) et la contribution de cette nouvelle méthode de modélisation de l'entrefer. Nous effectuons donc une étude statistique menée dans une plage de variation sur un échantillon de 1000 machines. L'ensemble des paramètres que l'on a choisi de faire varier est présenté dans la Figure 4.27, les plages de variation sont présentées dans le Tableau 4.1.

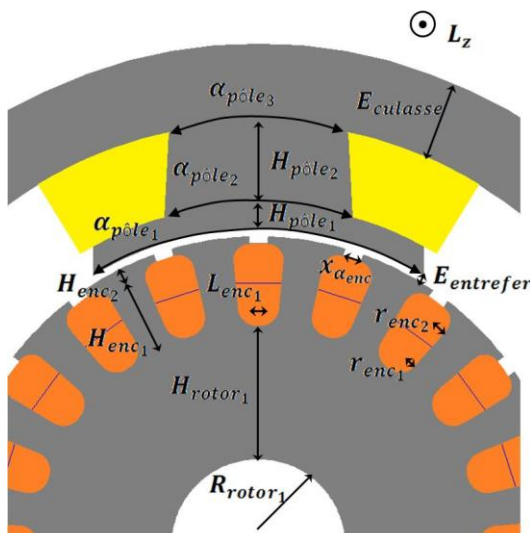


Figure 4.27: Définition des paramètres géométriques variables

Tableau 4.1: Domaine de variation des paramètres géométriques

Domaine de variation des paramètres géométriques	
R_{rotor1} : [4mm : 10 mm]	H_{rotor1} : [7 mm : 12 mm]
H_{enc1} : [2 mm ; 7 mm]	H_{enc2} : [0,3 mm : 0,6 mm]
r_{enc1} : [0,7 mm : 1 mm]	r_{enc2} : [0,7 mm : 1,5 mm]
L_{enc1} : [0,15 mm : 0,35 mm]	α_{enc} : [15% : 50%]
$E_{entrefer}$: [0,5 mm : 2,5 mm]	H_{pole1} : [1 mm : 5 mm]
H_{pole2} : [2 mm : 11 mm]	$E_{culasse}$: [4 mm : 10 mm]
α_{pole1} : [45° : 75°]	α_{pole2} : [22° : 52°]
α_{pole3} : [16° : 50°]	L_z : [30 mm : 80 mm]

Nous remarquons que la plage de variation des paramètres est beaucoup plus large que celle du modèle réluctant donnée dans le chapitre 2 et que le nombre de variables est plus élevé. En

effet, les plages de variation sont limitées par le modèle réluctant et non par le modèle analytique de l'entrefer. Par ailleurs, le nombre de variables montre que le modèle est plus robuste vis-à-vis des changements géométriques.

La génération aléatoire de 1000 machines est menée en calculant, pour chaque machine, le couple à la fois par le modèle hybride et par le modèle éléments finis 2D, permettant de tracer l'histogramme de la Figure 4.28. Cet histogramme affiche les écarts relatifs sur le calcul de couple entre les deux modèles. Ceux-ci ont la forme d'une gaussienne centrée autour de l'erreur 0 où l'on trouve à peu près 350 machines sur 1000. Un peu plus de 800 machines présentent un écart relatif absolu de moins de 5%.

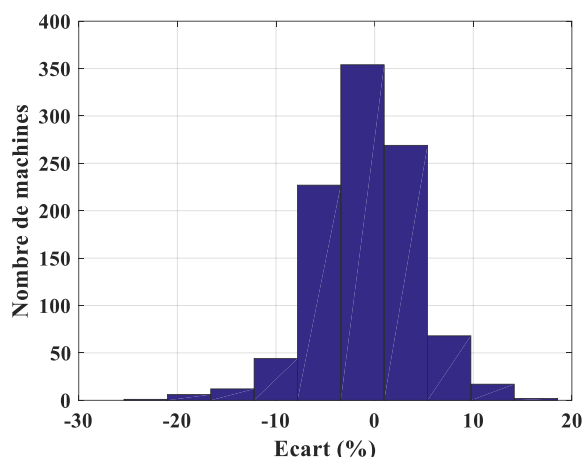


Figure 4.28 : Histogramme de l'écart relatif sur le couple entre le modèle hybride et le modèle éléments finis sur 1000 machine

On conclut donc que ce modèle est plus robuste que le modèle tout réluctant en raison de la précision des calculs menés sur un grand nombre de machines et dans un grand domaine de variation. De plus, le modèle hybride présente un temps de calcul avantageux. En effet, pour un nombre de nœuds de l'ordre de 263 dans la partie circuit (représentant la machine entière à 4 pôles et 19 encoches) et un nombre d'harmoniques considérés de 100 dans l'entrefer, le calcul d'un point de fonctionnement par le modèle hybride dure 2,5 secondes. Le modèle éléments finis correspondants présentant 36000 nœuds met 36 secondes. Le modèle est donc plus de 15 fois plus rapide que le modèle numérique. Si la même machine est simulée par éléments finis 3D, le calcul d'un point de fonctionnement dure 8 minutes, ce qui montre l'intérêt d'utiliser ce type de modèle pour la représentation des géométries tridimensionnelles.

4.4 Modèle hybride en trois dimensions

Le modèle hybride en deux dimensions permet d'apporter un gain important en termes de modélisation des machines électriques telles que les MCCs classiques. Le cas de la machine à griffes nécessite une étude en trois dimensions, il serait intéressant d'étendre son utilisation aux aspects tridimensionnelles. De la même manière nous commençons par résoudre dans cette partie l'équation de Laplace en trois dimensions. Il est certain que la résolution en coordonnées cartésiennes en trois dimensions permet de faciliter la résolution de l'équation. Mais comme

nous avons facilement accès aux conditions aux limites en coordonnées cylindriques, nous avons choisi d'exprimer le potentiel scalaire dans le même repère.

4.4.1 Résolution de l'équation de Laplace en coordonnées cylindriques

L'équation de Laplace du potentiel scalaire U en coordonnées cylindriques s'exprime sous forme :

$$\nabla^2 U = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} \quad (4.50)$$

Par séparation de variables en considérons que $U(r, \theta, z) = R(r) \cdot \Theta(\theta) \cdot Z(z)$, nous pouvons exprimer l'équation (4.50) sous la forme de trois équations indépendantes :

$$\begin{cases} r \frac{\partial R(r)}{\partial r} + r^2 \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} - (\lambda r^2 + k) R(r) = 0 \\ \frac{\partial^2 \Theta(\theta)}{\partial \theta^2} + k \Theta(\theta) = 0 \\ \frac{\partial^2 Z(z)}{\partial z^2} + \lambda Z(z) = 0 \end{cases} \quad (4.51)$$

où k et λ sont des réels positifs ou nuls.

Par ailleurs, afin de pouvoir réaliser une décomposition en série de Fourier selon la direction z . On considère que le système est périodique selon cet axe et qu'il se répète. Il faudra donc être vigilant à l'espace laissé de chaque côté du système afin d'éviter les interactions liées à la répétition.

On peut alors, afin de permettre l'identification par rapport aux conditions limites issues de la décomposition spectrale, poser que :

$$\begin{cases} k = \omega_1 n_1 \\ \lambda = \omega_2 n_2 \end{cases} \quad (4.52)$$

Où ω_1 et ω_2 sont des coefficients permettant de garantir la périodicité ou non du potentiel scalaire. Nous allons voir dans la partie conditions aux limites quelle est leur valeur.

Pour résoudre les trois différentes équations (4.51), quatre solutions se distinguent :

- $n_1 \neq 0$ et $n_2 \neq 0$

Dans ce cas, il s'agit de résoudre l'équation liée à la fonction $R(r)$ qui est de type Bessel modifiée et les deux équations de deuxième ordre liées à $\Theta(\theta)$ et $Z(z)$. Pour faciliter la résolution du système, concernant les deux équations de deuxième ordre nous préférons une solution de forme complexe de la décomposition en série de Fourier. Ce qui donne :

$$\begin{cases} R(r) = (C_1 I_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r) + C_2 K_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_1 n_2| r)) \\ \Theta(\theta) = e^{i\omega_1 n_1 \theta} \\ Z(z) = e^{i\omega_2 n_2 z} \end{cases} \quad (4.53)$$

Il s'agit donc de sommer les éléments de $-N_h$ à N_h dans une solution complexe au lieu de 0 à N_h dans une solution trigonométrique réelle. Ainsi nous sommes amenés à prendre uniquement la valeur absolue de n_1 et n_2 pour les fonctions de Bessel afin d'éviter les solutions inexistantes.

Dans ce cas la solution du potentiel scalaire en trois dimensions est donc :

$$\begin{aligned} U(r, \theta, z) = & \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} (C_1 I_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r) \\ & + C_2 K_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_1 n_2| r)) e^{i\omega_1 n_1 \theta} e^{i\omega_2 n_2 z} \end{aligned} \quad (4.54)$$

Telle que I et K sont respectivement les fonctions de Bessel modifiées de 1^{ère} et 2^{ème} espèce. C_1, C_2 sont des coefficients inconnus.

- $n_1 = 0$ et $n_2 \neq 0$

Dans ce cas, on résout une équation de Bessel de la fonction $R(r)$ et deux équations de deuxième ordre liées à $\Theta(\theta)$ et $Z(z)$ qui nous mène à :

$$\begin{cases} R(r) = (C_1 I_0(|\omega_2 n_2| r) + C_2 K_0(|\omega_2 n_2| r)) \\ \Theta(\theta) = cte \\ Z(z) = e^{i\omega_2 n_2 z} \end{cases} \quad (4.55)$$

Dans ce cas la solution du potentiel scalaire en trois dimensions est donc :

$$U(r, \theta, z) = \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} (C_1 I_0(|\omega_2 n_2| r) + C_2 K_0(|\omega_2 n_2| r)) e^{i\omega_2 n_2 z} \quad (4.56)$$

- $n_1 \neq 0$ et $n_2 = 0$

Dans ce cas il revient à résoudre 3 équations de deuxième ordre, on trouve les différentes solutions $R(r), \Theta(\theta), Z(z)$ suivantes :

$$\begin{cases} R(r) = (C_1 r^{|\omega_1 n_1|} + C_2 r^{-|\omega_1 n_1|}) \\ \Theta(\theta) = e^{i\omega_1 n_1 \theta} \\ Z(z) = cte \end{cases} \quad (4.57)$$

Dans ce cas, la solution est donc :

$$U(r, \theta, z) = \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} (C_1 r^{|\omega_1 n_1|} + C_2 r^{-|\omega_1 n_1|}) e^{i\omega_1 n_1 \theta} \quad (4.58)$$

- $n_1 = 0$ et $n_2 = 0$

Il revient à résoudre 3 équations de deuxième ordre, on trouve donc les différentes solutions $R(r), \Theta(\theta), Z(z)$ suivantes :

$$\begin{cases} R(r) = (C_1 \ln(r) + C_2) \\ \Theta(\theta) = cte \\ Z(z) = cte \end{cases} \quad (4.59)$$

Dans ce cas, la solution est :

$$U(r, \theta, z) = (C_1 \ln(r) + C_2) \quad (4.60)$$

À l'issue des différentes solutions explorées, nous résumons donc la solution générale de l'équation, sous forme :

$$\begin{aligned} U(r, \theta, z) = & (C_{1,0,0} \ln(r) + C_{2,0,0}) + \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} (C_1 r^{|\omega_1 n_1|} + C_2 r^{-|\omega_1 n_1|}) e^{i\omega_1 n_1 \theta} \\ & + \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} (C_1 I_0(|\omega_2 n_2| r) + C_2 K_0(|\omega_2 n_2| r)) e^{i\omega_2 n_2 z} \\ & + \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} (C_1 I_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r) \\ & + C_2 K_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r)) e^{i\omega_1 n_1 \theta} e^{i\omega_2 n_2 z} \end{aligned} \quad (4.61)$$

Où $C_{1,0,0}, C_{2,0,0}, C_{1,n_1,0}, C_{2,n_1,0}, C_{1,0,n_2}, C_{2,0,n_2}, C_{1,n_1,n_2}, C_{2,n_1,n_2}$ sont des inconnues qui sont retrouvées grâce aux conditions aux frontières. Pour cela dans l'étape suivante, nous procédons à une décomposition spectrale des conditions aux frontières selon la direction θ et z .

4.4.2 Décomposition spectrale des conditions aux frontières de l'entrefer dans le cadre d'une topologie à griffes de forme tridimensionnelle

Dans un premier temps afin de faciliter l'implémentation du modèle, nous avons choisi de modéliser une machine symétrique. Dans cette partie nous montrons un exemple de la décomposition spectrale en 2D des conditions aux frontières de l'entrefer sur une machine à 2 paires de pôles au stator et 20 encoches au rotor. Afin de réduire le domaine d'étude, nous nous limitons à modéliser uniquement 2 pôles et 10 encoches.

Dans un premier temps, nous allons montrer un exemple de découpage du stator qui n'est pas forcément celui que l'on prendra pour la validation du modèle en saturé, car le découpage de

l'entrefer dépend de l'homogénéité de la saturation dans le fer ce qui nous ramène le plus possible à l'hypothèse d'une induction constante par morceau.

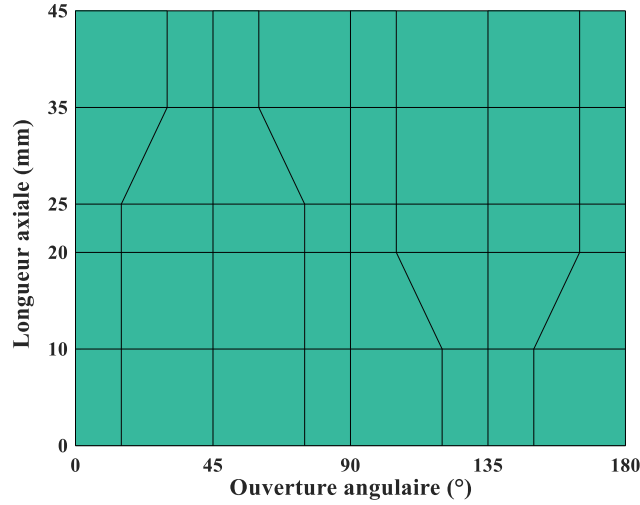


Figure 4.29 : Un exemple de discrétisation du stator à griffes

La décomposition spectrale des conditions aux frontières de l'entrefer s'exprime de la même façon que le potentiel scalaire, afin de pouvoir trouver les coefficients inconnus C_1, C_2 avec une simple égalisation de la composante normale du champ magnétique.

Chaque élément du modèle réductant donne une composante normale du champ \vec{H} qui s'exprime sous forme :

$$H_k(r_{Si}, \theta, z) = \sum_{n_1=-N_h}^{N_h} \sum_{n_2=-N_h}^{N_h} h_{k,n_1,n_2} e^{i\omega_1 n_1 \theta} e^{i\omega_2 n_2 z} \quad (4.62)$$

Avec ω_1 et ω_2 les coefficients de la périodicité du champ magnétique \vec{H} dans l'entrefer respectivement selon les directions θ et z . Le potentiel U est périodique selon les deux directions, ce qui donne donc :

$$\begin{cases} \omega_1 = p \\ \omega_2 = \frac{2\pi}{L_z} \end{cases} \quad (4.63)$$

Avec p : le nombre de périodes selon la direction θ .

Ce qui nous permettrait de calculer h_{k,n_1,n_2} à partir de l'équation :

$$h_{k,n_1,n_2} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \int_0^{L_z} \int_0^{2\pi/p} e^{-i\omega_1 n_1 \theta} e^{-i\omega_2 n_2 z} d\theta dz \quad (4.64)$$

Afin de calculer le coefficient h_{k,n_1,n_2} , nous devons connaître la forme de l'élément à décomposer. Nous remarquons qu'il peut exister quatre différents cas (trapèze pur, trapèze avec un côté droit à droite, trapèze avec un côté droit à gauche et forme rectangulaire), comme le montre la Figure 4.30 :

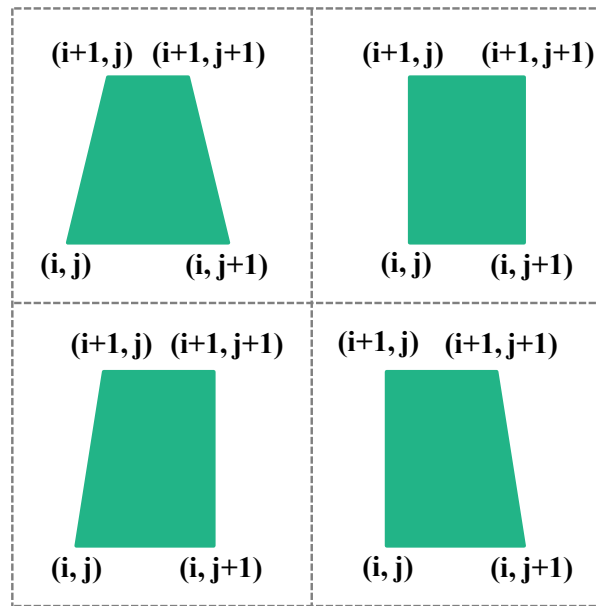


Figure 4.30 : Les différentes formes possible des éléments de la machine

Pour chaque élément en général, nous devons calculer l'intégrale de h_{k,n_1,n_2} d'un angle θ_1 à un angle θ_2 selon l'axe θ puis d'une longueur z_1 à une longueur z_2 selon l'axe z :

$$h_{k,n_1,n_2} = \frac{p}{2\pi L_z} \int_{z_1}^{z_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} f(\theta, z) e^{-i\omega_1 n_1 \theta} e^{-i\omega_2 n_2 z} d\theta dz \quad (4.65)$$

Ces angles θ_1, θ_2 et ces longueurs z_1, z_2 sont représentés sur la Figure 4.31. Nous avons choisi de le représenter sur une forme trapèze, car elle permet de généraliser les quatre différents cas.

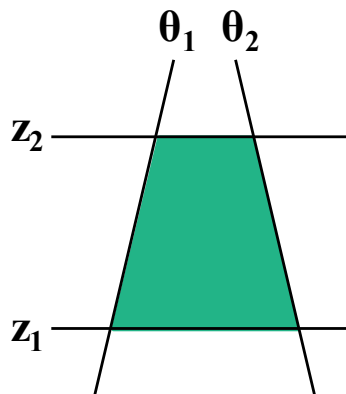


Figure 4.31 : Définition des ouvertures d'angle et des longueurs d'un éléments pour l'intégral de la surface de θ_1 à θ_2 et de z_1 à z_2

En effet, dans le cas trapèze, θ_1 et θ_2 évoluent selon l'axe z . Par ailleurs, si l'on se retrouve dans l'un des cas où nous avons un côté droit, l'expression suivante reste valable, ainsi :

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_1 = \theta(i, j) + \alpha + \left(\frac{\theta(i+1, j) - \theta(i, j)}{z(i+1, j) - z(i, j)} \right) (z - z(i, j)) \\ \theta_2 = \theta(i, j+1) + \alpha + \left(\frac{\theta(i+1, j+1) - \theta(i, j+1)}{z(i+1, j+1) - z(i, j+1)} \right) (z - z(i, j+1)) \\ z_1 = z(i, j) \\ z_2 = z(i+1, j) \end{array} \right. \quad (4.66)$$

Nous distinguons quatre différentes solutions :

- $n_1 \neq 0$ et $n_2 \neq 0$

En général une décomposition d'un signal en N_h harmoniques en deux dimensions s'exprime sous forme :

$$H_{n_k}(r_{Si}, \theta, z) = \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} h_{k, n_1, n_2} e^{i\omega_1 n_1 \theta} e^{i\omega_2 n_2 z} \quad (4.67)$$

Pour chaque élément, il revient donc à calculer l'intégrale suivante :

$$h_{k, n_1, n_2} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \int_{z(i, j)}^{z(i+1, j)} \int_{\theta(i, j) + \alpha + \left(\frac{\theta(i+1, j) - \theta(i, j)}{z(i+1, j) - z(i, j)} \right) (z - z(i, j))}^{\theta(i, j+1) + \alpha + \left(\frac{\theta(i+1, j+1) - \theta(i, j+1)}{z(i+1, j+1) - z(i, j+1)} \right) (z - z(i, j+1))} e^{-i\omega_1 n_1 \theta} e^{-i\omega_2 n_2 z} d\theta dz \quad (4.68)$$

- $n_1 = 0$ et $n_2 \neq 0$:

Dans ce cas le signal est décomposé uniquement selon l'axe z :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{n_k}(r_{Si}, \theta, z) = \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} h_{k, 0, n_2} e^{i\omega_2 n_2 z} \\ h_{k, 0, n_2} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \int_{z(i, j)}^{z(i+1, j)} \int_{\theta(i, j) + \alpha + \left(\frac{\theta(i+1, j) - \theta(i, j)}{z(i+1, j) - z(i, j)} \right) (z - z(i, j))}^{\theta(i, j+1) + \alpha + \left(\frac{\theta(i+1, j+1) - \theta(i, j+1)}{z(i+1, j+1) - z(i, j+1)} \right) (z - z(i, j+1))} e^{-i\omega_2 n_2 z} d\theta dz \end{array} \right. \quad (4.69)$$

- $n_1 \neq 0$ et $n_2 = 0$:

Dans ce cas la décomposition est selon la direction θ :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{n_k}(r_{Si}, \theta, z) = \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} h_{k, n_1, 0} e^{i\omega_1 n_1 \theta} \\ h_{k, n_1, 0} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \int_{z(i, j)}^{z(i+1, j)} \int_{\theta(i, j) + \alpha + \left(\frac{\theta(i+1, j) - \theta(i, j)}{z(i+1, j) - z(i, j)} \right) (z - z(i, j))}^{\theta(i, j+1) + \alpha + \left(\frac{\theta(i+1, j+1) - \theta(i, j+1)}{z(i+1, j+1) - z(i, j+1)} \right) (z - z(i, j+1))} e^{i\omega_1 n_1 \theta} d\theta dz \end{array} \right. \quad (4.70)$$

- $n_1 = 0$ et $n_2 = 0$:

Ce cas correspond au cas homopolaire. Etant donné que le champ entrant est égal au champ sortant, cela équivaut à :

$$H_{n_k}(r_{Si}, \theta, z) = h_{k,0,0} = 0 \quad (4.71)$$

L'expression générale du champ magnétique peu importe sa forme, est donc écrit sous forme :

$$\begin{aligned} H_{n_k}(r_{Si}, \theta, z) = & h_{k,0,0} + \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} h_{k,n_1,n_2} e^{i\omega_1 n_1 \theta} e^{i\omega_2 n_2 z} \\ & + \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} h_{k,n_1,0} e^{i\omega_1 n_1 \theta} + \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} h_{k,0,n_2} e^{i\omega_2 n_2 z} \end{aligned} \quad (4.72)$$

4.4.3 Calcul des coefficients du potentiel scalaire U

Afin de trouver l'expression des différents C_1 et C_2 , nous égalisons tout simplement l'expression de la composante normale du champ magnétique \vec{H} obtenue par la décomposition spectrale des conditions aux frontières (4.72) avec celle issue du potentiel scalaire (4.61).

Le champ magnétique normal H_n obtenu par la décomposition spectrale est la somme de plusieurs éléments obtenus à partir de (4.72) :

$$H_n(r, \theta, z) = \sum_{k=1}^{N_{S,R}} H_{n_k}(r, \theta, z) \quad (4.73)$$

Le champ magnétique H_n est obtenu à partir du potentiel scalaire U , ($H_n = -\overrightarrow{\text{grad}}(U) \cdot \vec{u}_n$) :

$$\begin{aligned} H_n(r, \theta, z) = & - \left(\frac{C_{1,0,0}}{r} + \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} |\omega_1 n_1| (C_{1,n_1,0} r^{|\omega_1 n_1|-1} - C_{2,n_1,0} r^{-|\omega_1 n_1|-1}) e^{i\omega_1 n_1 \theta} \right. \\ & + \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} \left(C_{1,0,n_2} \frac{\partial I_0(|\omega_2 n_2| r)}{\partial r} + C_{2,0,n_2} \frac{\partial K_0(|\omega_2 n_2| r)}{\partial r} \right) e^{i\omega_2 n_2 z} \\ & + \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} \left(C_{1,n_1,n_2} \frac{\partial I_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r)}{\partial r} \right. \\ & \left. + C_{2,n_1,n_2} \frac{\partial K_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r)}{\partial r} \right) e^{i\omega_1 n_1 \theta} e^{i\omega_2 n_2 z} \left. \right) \end{aligned} \quad (4.74)$$

Cela permet de former le système de 8 équations à 8 inconnues suivant :

$$\begin{cases}
 -\left(C_{1,n_1,n_2} \frac{\partial I_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r_r)}{\partial r} + C_{2,n_1,n_2} \frac{\partial K_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r_r)}{\partial r}\right) = \sum_{k=1}^{N_r} h_{k,n_1,n_2} \Big|_{r=r_r} \\
 -\left(C_{1,n_1,n_2} \frac{\partial I_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r_s)}{\partial r} + C_{2,n_1,n_2} \frac{\partial K_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r_s)}{\partial r}\right) = \sum_{k=1}^{N_s} h_{k,n_1,n_2} \Big|_{r=r_s} \\
 -\left(C_{1,0,n_2} \frac{\partial I_0(|\omega_2 n_2| r_r)}{\partial r} + C_{2,0,n_2} \frac{\partial K_0(|\omega_2 n_2| r_r)}{\partial r}\right) = \sum_{k=1}^{N_r} h_{k,0,n_2} \Big|_{r=r_r} \\
 -\left(C_{1,0,n_2} \frac{\partial I_0(|\omega_2 n_2| r_s)}{\partial r} + C_{2,0,n_2} \frac{\partial K_0(|\omega_2 n_2| r_s)}{\partial r}\right) = \sum_{k=1}^{N_s} h_{k,0,n_2} \Big|_{r=r_s} \\
 -|\omega_1 n_1| (C_{1,n_1,0} r_r^{|\omega_1 n_1|-1} - C_{2,n_1,0} r_r^{-|\omega_1 n_1|-1}) = \sum_{k=1}^{N_r} h_{k,n_1,0} \Big|_{r=r_r} \\
 -|\omega_1 n_1| (C_{1,n_1,0} r_s^{|\omega_1 n_1|-1} - C_{2,n_1,0} r_s^{-|\omega_1 n_1|-1}) = \sum_{k=1}^{N_s} h_{k,n_1,0} \Big|_{r=r_s} \\
 -\frac{C_{1,0,0}}{r_r} = \sum_{k=1}^{N_s} h_{k,0,0} \Big|_{r=r_r} \\
 -\frac{C_{1,0,0}}{r_s} = \sum_{k=1}^{N_s} h_{k,0,0} \Big|_{r=r_s}
 \end{cases} \quad (4.75)$$

Ainsi l'ensemble des coefficients $C_{1,0,0}$, $C_{2,0,0}$, $C_{1,n_1,0}$, $C_{2,n_1,0}$, $C_{1,0,n_2}$, $C_{2,0,n_2}$, C_{1,n_1,n_2} , C_{2,n_1,n_2} est calculé. Par ailleurs, les expressions des dérivées partielles des fonctions de Bessel modifiées sont présentées en annexe.

Afin de vérifier la justesse de ces coefficients, nous allons tracer l'allure de l'induction sous les griffes obtenues par le potentiel scalaire en utilisant les coefficients calculés. Supposant que l'induction normale sur toutes les parties de la griffe est égale à 1 T, nous traçons donc l'allure de la décomposition spectrale sur la Figure 4.32. L'obtention de l'allure de la griffe et de l'amplitude de l'induction justifie la justesse des coefficients calculés.

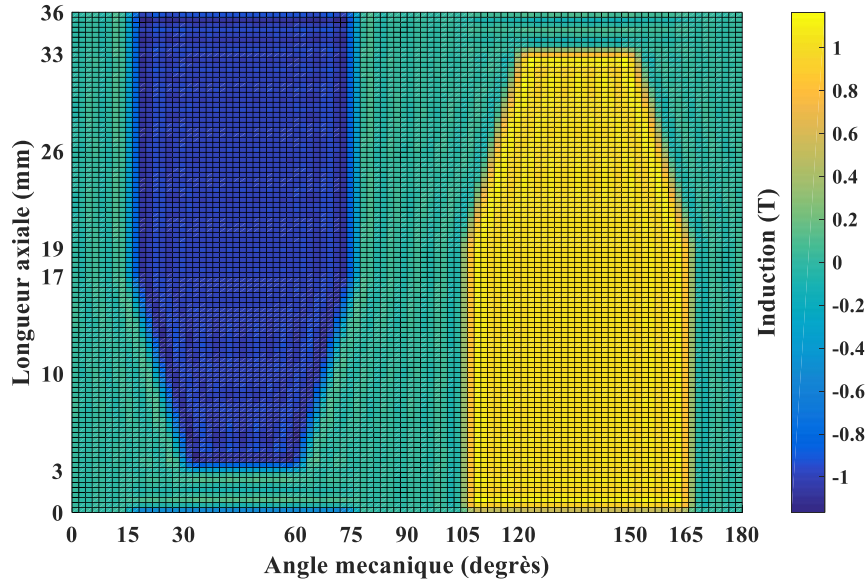


Figure 4.32 : Allure de l'induction obtenue à partir du potentiel scalaire U

4.4.4 Calcul des forces magnétomotrices

Afin de pouvoir relier l'ensemble des réluctances à la frontière de l'entrefer au point de référence, les forces magnétomotrices reliant chaque surface élémentaire au point de référence sont calculées selon les trois directions (normale, tangentielle et axiale) en partant d'une extrémité $P_k(r_k, \theta_k, z_k)$ à un point $P_0(r_0, \theta_0, z_0)$. Ainsi les forces sont exprimées sous forme des intégrales suivantes :

$$\begin{cases} F_{r_k} = - \int_{r_k}^{r_0} \frac{\partial U}{\partial r} dr \\ F_{t_k} = - \int_{\theta_k}^{\theta_0} \frac{1}{r_0} \frac{\partial U}{\partial \theta} r_0 d\theta \\ F_{z_k} = - \int_{z_k}^{z_0} \frac{\partial U}{\partial z} dz \end{cases} \quad (4.76)$$

Ce qui nous donne directement les expressions suivantes :

- Composante tangentielle de la FMM :

$$\begin{aligned} F_{t_k} = - & \left(\sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} (C_{1,n_1,0} r_0^{|\omega_1 n_1|} + C_{2,n_1,0} r_0^{-|\omega_1 n_1|}) (e^{i\omega_1 n_1 \theta_0} - e^{i\omega_1 n_1 \theta_k}) \right. \\ & + \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} (C_{1,n_1,n_2} I_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r_0) \\ & \left. + C_{2,n_1,n_2} K_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r_0)) (e^{i\omega_1 n_1 \theta_0} - e^{i\omega_1 n_1 \theta_k}) e^{i\omega_2 n_2 z_k} \right) \end{aligned} \quad (4.77)$$

- Composante normale de la FMM :

$$\begin{aligned}
F_{n_k} = - & \left(\sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} \left(C_{1,n_1,0} (r_0^{|\omega_1 n_1|} - r_k^{|\omega_1 n_1|}) + C_{2,n_1,0} (r_0^{-|\omega_1 n_1|} - r_k^{-|\omega_1 n_1|}) \right) e^{i\omega_1 n_1 \theta_k} \right. \\
& + \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} \left(C_{1,0,n_2} (I_0(|\omega_2 n_2| r_0) - I_0(|\omega_2 n_2| r_k)) \right. \\
& + C_{2,0,n_2} (K_0(|\omega_2 n_2| r_0) - K_0(|\omega_2 n_2| r_k)) \left. \right) e^{i\omega_2 n_2 z_k} \\
& + \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} \left(C_{1,n_1,n_2} (I_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r_0) - I_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r_k)) \right. \\
& \left. \left. + C_{2,n_1,n_2} (K_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r_0) - K_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r_k)) \right) e^{i\omega_1 n_1 \theta_k} e^{i\omega_2 n_2 z_k} \right) \quad (4.78)
\end{aligned}$$

- Composante axiale de la FMM :

$$\begin{aligned}
F_{z_k} = - & \left(\sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} \left(C_{1,0,n_2} I_0(|\omega_2 n_2| r_0) + C_{2,0,n_2} K_0(|\omega_2 n_2| r_0) \right) (e^{i\omega_2 n_2 z_0} \right. \\
& - e^{i\omega_2 n_2 z_k}) \\
& + \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} \left(C_{1,n_1,n_2} I_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r_0) \right. \\
& \left. + C_{2,n_1,n_2} K_{|\omega_1 n_1|}(|\omega_2 n_2| r_0) \right) e^{i\omega_1 n_1 \theta_0} (e^{i\omega_2 n_2 z_0} - e^{i\omega_2 n_2 z_k}) \left. \right) \quad (4.79)
\end{aligned}$$

L'ensemble des forces magnétomotrices est exprimé en fonction des coordonnées du centre de la surface (r_k, θ_k, z_k) . Afin de bien calculer la force magnétomotrice, le calcul de sa composante tangentielle et axiale doit être précis, nous préférons effectuer une moyenne de ces deux composantes sur la surface entière.

En effet, comme nous pouvons le constater à partir des équations (4.78), (4.77) et (4.79), les composantes normale, tangentielle et axiale s'écrivent $F_{n_k}(r_k, \theta_k, z_k)$, $F_{t_k}(r_0, \theta_k, z_k)$, $F_{z_k}(r_0, \theta_0, z_k)$. Nous remarquons à partir de la Figure 4.33 que pour une modélisation précise il est important de moyenniser la composante tangentielle F_{t_k} de chaque élément. En effet, selon sa forme (trapèze ou rectangle) nous n'obtenons pas la même précision si l'on considère uniquement l'angle médian de l'élément. Nous procédons de la même façon pour la composante axiale F_{z_k} de chaque élément. La composante normale n'est pas affectée.

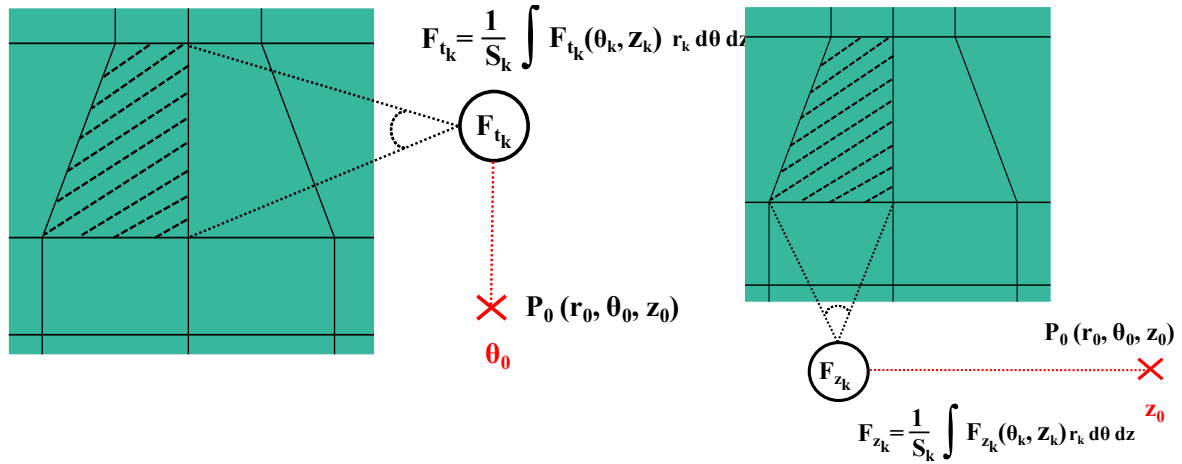


Figure 4.33 : Calcul de la moyenne des composantes tangentielle et axiale des forces magnétomotrices

Ainsi, la moyenne des composantes tangentielle et axiale de la force magnétomotrice est calculée de la façon suivante :

$$\begin{cases} F_{t_k} = \frac{1}{S_k} \int_{z_1}^{z_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} F_{t_k}(r_0, \theta_k, z_k) r_k d\theta_k dz_k \\ F_{z_k} = \frac{1}{S_k} \int_{z_1}^{z_2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} F_{z_k}(r_0, \theta_k, z_k) r_k d\theta_k dz_k \end{cases} \quad (4.80)$$

4.4.5 Calcul du couple par le tenseur de Maxwell

Le calcul du couple par le tenseur de Maxwell en 3 dimensions est géré par l'équation suivante :

$$\Gamma = r_m^2 \cdot \mu_0 \int_0^{L_z} \int_0^{2\pi} H_n \cdot H_t d\theta dz \quad (4.81)$$

L'expression $H_n \cdot H_t$ est non nulle si et seulement si l'exponentiel est égal à 1, cela nous mène directement à l'expression suivante :

$$\begin{aligned} H_n \cdot H_t = & \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} i n_1 \omega_1 \cdot \left(C_{1,n_1,n_2} \frac{\partial I_{|n_1 \omega_1|}(|n_2 \omega_2| r)}{\partial r} \Big|_{r_m} \right. \\ & \left. + C_{2,n_1,n_2} \frac{\partial K_{|n_1 \omega_1|}(|n_2 \omega_2| r)}{\partial r} \Big|_{r_m} \right) \cdot \left(C_{1,n_1,n_2} \frac{I_{|n_1 \omega_1|}(|n_2 \omega_2| r_m)}{r_m} \right. \\ & \left. + C_{2,n_1,n_2} \frac{K_{|n_1 \omega_1|}(|n_2 \omega_2| r_m)}{r_m} \right) \\ & + \sum_{n_1=-N_h}^{N_h} i n_1 \omega_1 \cdot |n_1 \omega_1| \cdot (C_{1,n_1,0} r_m^{|n_1 \omega_1|-1} \\ & - C_{2,n_1,0} r_m^{-|n_1 \omega_1|-1}) (C_{1,n_1,0} r_m^{|n_1 \omega_1|-1} + C_{2,n_1,0} r_m^{-|n_1 \omega_1|-1}) \end{aligned} \quad (4.82)$$

L'expression générale du couple est donc :

$$\begin{aligned}
 \Gamma = \mu_0 & \left(\sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} in_1 \omega_1 \cdot \left(C_{1,n_1,n_2} \frac{\partial I_{|n_1 \omega_1|}(|n_2 \omega_2| r)}{\partial r} \right) \Big|_{r_m} \right. \\
 & + C_{2,n_1,n_2} \frac{\partial K_{|n_1 \omega_1|}(|n_2 \omega_2| r)}{\partial r} \Big|_{r_m} \left. \right) \cdot \left(C_{1,n_1,n_2} I_{|n_1 \omega_1|}(|n_2 \omega_2| r_m) \right. \\
 & + C_{2,n_1,n_2} K_{|n_1 \omega_1|}(|n_2 \omega_2| r_m) \left. \right) \\
 & + \sum_{n_1=-N_h}^{N_h} in_1 \omega_1 \cdot |n_1 \omega_1| \cdot \left(C_{1,-n_1,0} r_m^{|n_1 \omega_1|} \right. \\
 & - C_{2,-n_1,0} r_m^{-|n_1 \omega_1|} \left. \right) \left(C_{1,-n_1,0} r_m^{|n_1 \omega_1|-1} \right. \\
 & \left. + C_{2,-n_1,0} r_m^{-|n_1 \omega_1|-1} \right) \Big) 2\pi r_m L_z
 \end{aligned} \tag{4.83}$$

4.4.6 Validation du modèle

Pour valider ce modèle nous avons considéré le cas d'une machine à griffes en trois dimensions, pour cela nous avons choisi dans un premier temps, afin de faciliter l'implémentation du modèle, de modéliser une machine symétrique. Nous avons donc pris comme exemple une machine à 4 pôles au stator et 20 encoches au rotor, Figure 4.34.

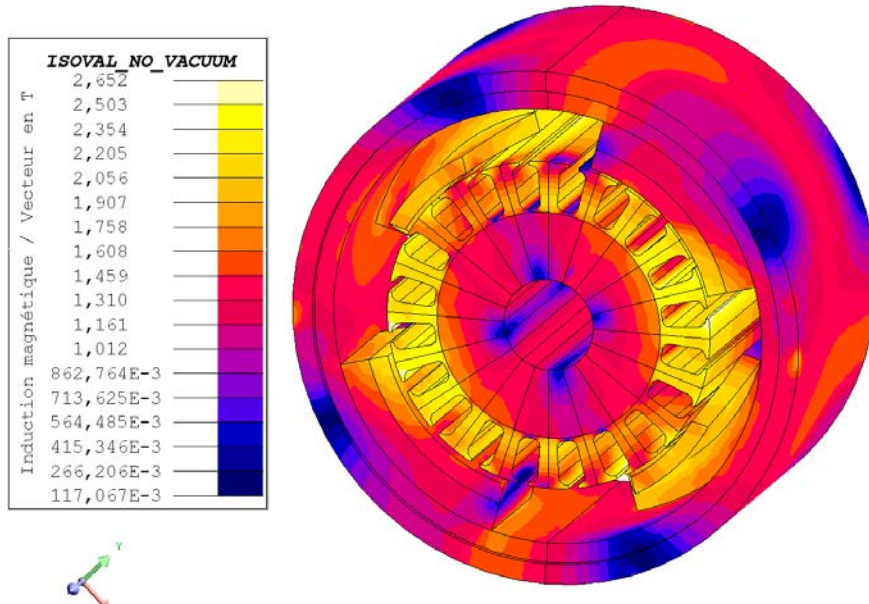


Figure 4.34 : Allure de la machine 4 pôles / 20 encoches modélisée en 3D

Ce modèle est basé sur l'hypothèse d'une induction homogène par morceau, pour cela le découpage des surfaces de l'entrefer est l'un des critères de précision du modèle. Les Figure

4.35 et Figure 4.36 montrent le découpage pris en compte pour la modélisation du stator et du rotor de la machine.

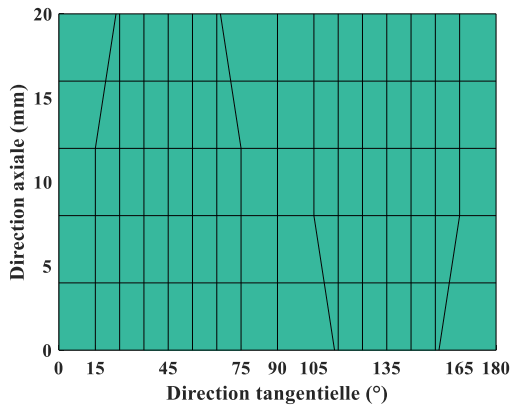


Figure 4.35 : Discretisation des pôles à griffes statorique

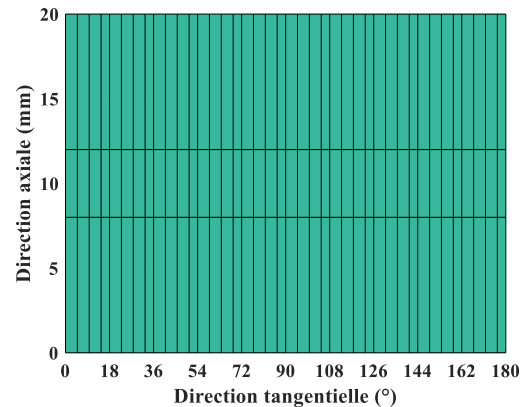


Figure 4.36 : Discretisation des encoches rotorique

Par ailleurs, nous avons choisi de simplifier le modèle éléments finis afin de ne pas avoir à tenir compte des fuites entre les pôles du stator dans le modèle réductant. Pour cela nous avons choisi de donner aux espaces inter-polaire une perméabilité relative nettement inférieure à 1. Cette propriété permet de supprimer l'ensemble des flux de fuite. Afin d'avoir une vision claire de l'impact de ces décisions, l'ensemble des résultats seront présentés avec les courbes obtenues par éléments finis avec cette condition et lorsque l'air est modélisé avec une perméabilité relative de 1. Enfin, nous avons choisi d'avoir une longueur active égale au rotor et au stator.

À partir de cette machine, nous avons choisi de vérifier les résultats obtenus à travers plusieurs étapes : la forme de l'induction normale à vide et en charge, l'induction tangentielle en charge, l'allure du flux sous un pôle en charge et du couple en charge pour une variation de courant et une variation de position.

La Figure 4.37 présentant l'induction à vide pour un courant de 400 A au rayon interne du stator au milieu de la longueur L_z , montre une bonne cohérence entre les inductions obtenues par le modèle hybride et celle obtenue par éléments finis. Par ailleurs, afin de nous assurer de la cohérence des résultats obtenus sur l'ensemble du domaine nous avons superposé les résultats donnés par éléments finis et par le modèle sur une courbe tridimensionnelle en annexe.

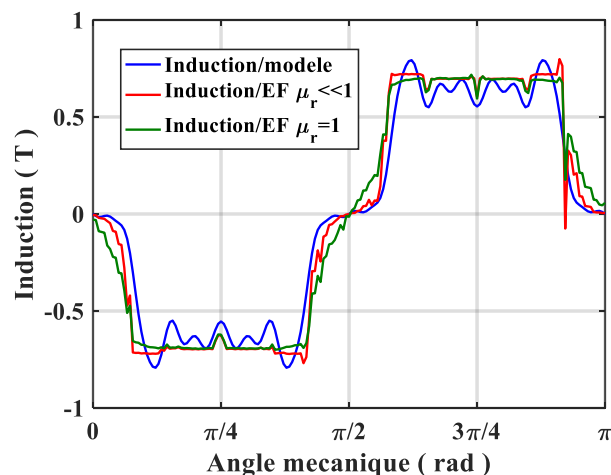


Figure 4.37 : Induction normale à vide à 400A pour une position axiale $z=L_z/2$

Par ailleurs, en charge nous nous intéressons à l'allure de l'induction normale et tangentielle. Nous avons comparé pour un courant de 1000 A, sur deux positions axiales de la machine à 1000 A ($z=0$ et $z=L_z/2$), les résultats obtenus par notre modèle hybride avec ceux obtenus par éléments finis. Les Figure 4.38 et Figure 4.39 montrent une bonne concordance entre les modèles. Pour les courbes des inductions tangentielles présentées sur les Figure 4.40 et Figure 4.41, nous remarquons ici que les résultats obtenus par notre modèle sont plus lisses, mais suivent la même tendance, ce phénomène s'explique à la fois par le découpage choisi dans le modèle et le faible nombre d'harmoniques modélisant notre entrefer. Par ailleurs, deux courbes tridimensionnelles en fonction de l'angle et de la longueur de la machine des deux inductions sont présentées en annexe.

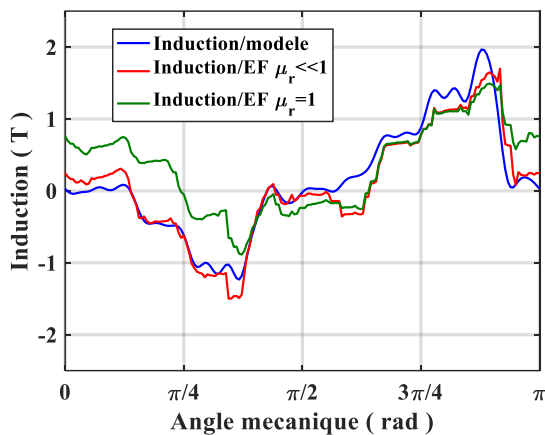


Figure 4.38 : Induction normale en charge à 1000 A pour une position axiale $z=0$

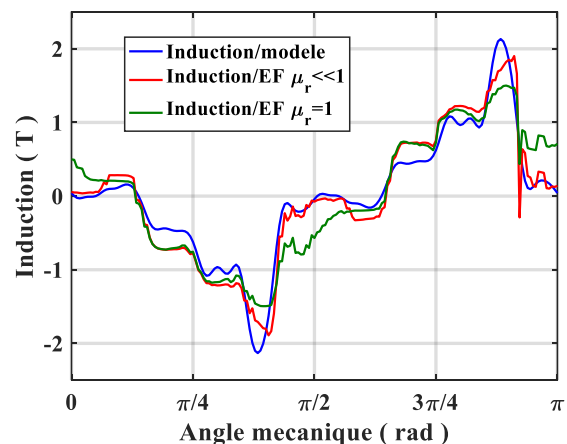


Figure 4.39 : Induction normale en charge à 1000 A pour une position axiale $z=L_z/2$

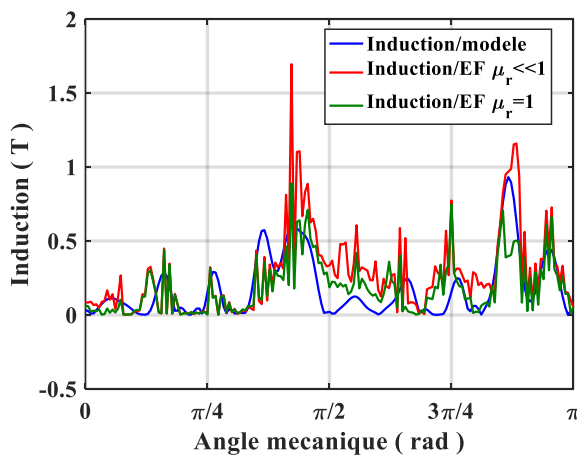


Figure 4.40 : Induction tangentielle en charge à 1000 A pour une position axiale $z=0$

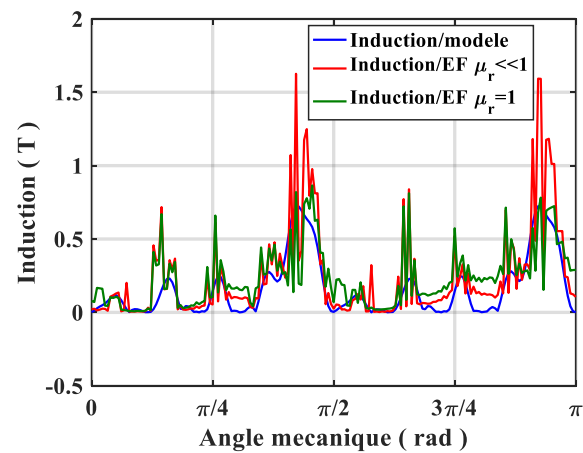


Figure 4.41 : Induction tangentielle en charge à 1000 A pour une position axiale $z=L_z/2$

Nous nous intéressons également aux grandeurs globales. Les comparaisons des flux et du couple par les différents modèles en fonction du niveau de courant sont présentées sur les Figure 4.42 et Figure 4.43. La précision constatée sur les courbes de l'induction normale justifie la précision de la courbe du flux. Et la précision de l'induction tangentielle et normale justifie le calcul de couple obtenu par le tenseur de Maxwell. Cependant, le modèle hybride présente des

différences avec les éléments finis avec prise en compte des fuites ($\mu_r = 1$). Les deux modèles éléments finis montrent que pour gagner en précision il serait nécessaire de tenir compte dans le modèle réductant de la machine des fuites intervenantes au stator.

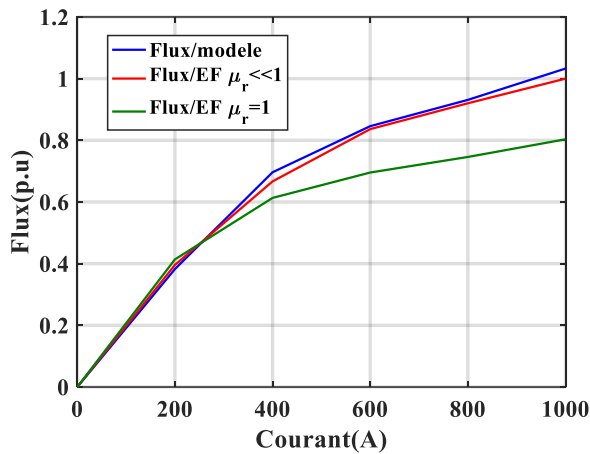


Figure 4.42 : Flux en charge sous un pôle calculé par le modèle hybride et les modèles éléments finis avec et sans fuites

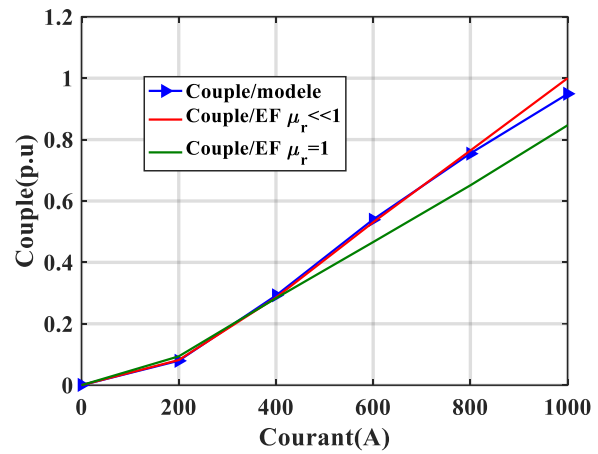


Figure 4.43 : Couple calculé par le modèle hybride et les modèles éléments finis avec et sans fuites

Enfin, pour terminer nous faisons varier la position du rotor pour un pas dentaire. Les résultats obtenus, présentés à la Figure 4.44, montrent que le modèle prend correctement en compte la rotation du rotor sans avoir besoin de modifier le modèle réductant. Ainsi l'objectif de pouvoir créer un modèle réductant indépendant de la position du rotor est rempli pour une machine tridimensionnelle.

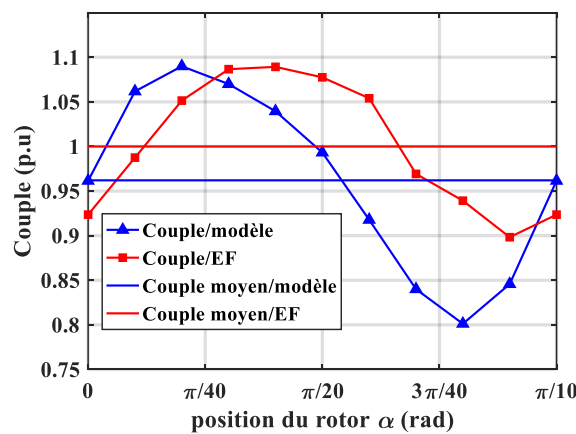


Figure 4.44 : Couple obtenu par le modèle et éléments finis à 400 A

Nous remarquons à partir de la Figure 4.44 que le couple moyen obtenu par le modèle est inférieur de 4% par rapport au couple moyen obtenu par la méthode des éléments finis. Ce résultat montre une bonne cohérence entre les deux méthodes. Par ailleurs, les deux allures de couple présentent un décalage entre elles. Celui-ci peut provenir dû au maillage considéré dans le modèle éléments finis ou de la précision des réductances calculés pour le modèle hybride.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté un nouvel aspect de modélisation hybride liant réseaux de réluctances et modèle analytique. Cette démarche permet de s'affranchir d'une modélisation de l'entrefer par un réseau de réluctances en supprimant les multiples connexions entre le réseau de réluctances du stator et celui du rotor. Une solution consiste à modéliser l'entrefer par un ensemble de forces magnétomotrices toutes liées à un point de potentiel de référence défini aléatoirement dans l'entrefer. Ces forces magnétomotrices sont issues du calcul du potentiel scalaire obtenu à partir de la résolution de l'équation de Laplace.

Dans ce modèle, si le couplage entre les modèles n'est pas visible d'un point de vue circuit, il réside dans l'expression des forces magnétomotrices de l'entrefer, en l'exprimant en fonction de l'ensemble des flux des réluctances aux bords de l'entrefer. Cette prise en compte du couplage par une expression analytique au lieu d'un ensemble de connexions circuit rend la prise en compte de la rotation possible par un seul modèle.

Ce modèle a été validé par comparaison avec les résultats d'un modèle tout élément fini pour la 2D et la 3D ainsi qu'avec des résultats expérimentaux. L'objet utilisé ici est une machine à courant continu à excitation série servant de démarreur pour les véhicules microhybrides équipés de la technologie Stop-Start. La comparaison des grandeurs locales à travers l'allure de l'induction dans l'entrefer sur un tour mécanique justifie et explique la précision du modèle sur le calcul des grandeurs globales à travers le couple.

Par ailleurs, la robustesse du modèle mesurée par la variation paramétrique menée sur 1000 machines en 2D et son temps de calcul avantageux favorise son utilisation pour le dimensionnement des machines électriques à travers des algorithmes d'optimisation. De la même manière, ce modèle hybride a été implémenté pour la machine à griffes en 3D démontrant la faisabilité de cette méthode pour des machines tridimensionnelles.

Conclusion générale

Dans cette thèse, l'objectif principal est d'améliorer les performances du démarreur Stop-Start afin d'allonger sa durée de vie tout en diminuant son coût de fabrication. En effet, le démarreur renforcé est en moyenne sollicité 15 fois plus que le démarreur classique sur toute la durée de vie du véhicule. Pour que les démarreurs renforcés durent plus longtemps, il est nécessaire d'améliorer le couplage magnétique entre le stator et le rotor afin d'améliorer ses performances. Cette amélioration est possible en utilisant au mieux le fer et le cuivre dans un encombrement réduit sans oublier de diminuer le coût de fabrication dans un secteur très concurrentiel. Ces deux objectifs, bien qu'ils soient contradictoires, peuvent être satisfaits en utilisant un stator à griffes à bobinage cylindrique. Basé sur l'état de l'art des bobinages utilisés dans les machines électriques, nous avons montré que le bobinage cylindrique utilisé dans les machines à griffes permet d'éliminer les têtes de bobines et d'améliorer le couplage magnétique en augmentant la surface d'échange du flux entre le stator et le rotor grâce à la topologie à griffes.

Par ailleurs, nous avons conclu des différentes études bibliographiques sur l'utilisation de la structure à griffes dans des machines à courant alternatif qu'elle présente l'inconvénient d'avoir des fuites importantes qui pourraient affaiblir son couple volumique. Ces fuites sont dues à la forme tridimensionnelle de la structure. De plus, à partir du fonctionnement du démarreur, nous avons mis en lumière les différentes contraintes de l'application sur le dimensionnement de la machine à courant continu. En effet, le démarreur fournit un couple volumique élevé pour le démarrage du moteur à combustion ce qui correspond à des niveaux de saturations élevés dans la machine. Cette forte saturation se traduit par une diminution des performances de la machine. Par ailleurs, la nécessité d'avoir des ondulations de couple faibles dans cette application se traduit par des machines généralement non symétriques.

Pour savoir si cette structure à griffes est adaptée à l'application démarreur et permet de diminuer les coûts de fabrication, un dimensionnement tenant compte des aspects tridimensionnels, de la non-symétrie et de la saturation magnétique est nécessaire. Ce dimensionnement a pour but également de comparer la topologie à griffes à la topologie classique à plots.

Pour dimensionner des machines fortement saturées, les réseaux de ré reluctances sont adaptés grâce à leurs précision et rapidité. Ils sont souvent utilisés pour modéliser les machines synchrones généralement symétriques. Nous avons donc proposé de les utiliser pour le dimensionnement des machines à courant continu. Pour connaître les différents phénomènes influant sur le calcul de couple dans une machine à courant continu fortement saturée, nous avons choisi de développer ce modèle dans un premier temps sur une machine à plots. Cette

dernière n'ayant pas l'aspect tridimensionnel nous a permis de faciliter le développement du modèle.

Afin de réduire le domaine d'étude d'une machine non symétrique, nous avons proposé de modéliser la machine avec un rotor lisse équivalent. Ce modèle à rotor lisse donne des résultats corrects par rapport au modèle éléments finis, mais ne permet pas d'optimiser les paramètres du rotor puisque ce dernier est modélisé par un rotor lisse équivalent. C'est pourquoi nous avons choisi de prendre en compte l'encoche rotorique en proposant de développer un modèle d'une machine symétrique équivalente afin de réduire la taille du modèle. Ce modèle à rotor encoché a mis en évidence l'importance de la prise en compte de la réaction magnétique d'induit pour un calcul précis du couple des machines à courant continu fortement saturées. Le modèle de réluctances à rotor encoché s'est révélé précis, robuste et rapide pour une optimisation de la machine en magnétostatique.

Par ailleurs, le dimensionnement de la machine à griffes nécessite de définir la topologie du stator ainsi que les paramètres globaux tels que le nombre de pôles, dans le but de comparer le stator à griffes au stator à plots. Pour cela, nous avons choisi de partir de deux démarreurs différents (à rotor 19 encoches et 21 encoches). Dans un premier temps, il était nécessaire de définir différentes structures de stator. Des stators un stack et deux stacks ainsi que des pôles chevauchés et non chevauchés ont été proposés. Ces différentes structures peuvent être testées sur des machines à nombre de pôles différents (4,6,8) et à rotor différent aussi (19 encoches ou 21 encoches). Plusieurs combinaisons de machines ont donc été définies pour être comparées. Pour cela, un modèle à réluctances simplifié permettant de s'adapter aux différentes machines est utilisé dans un processus d'optimisation multiobjectif dans le but d'établir une comparaison entre les différentes machines. Les fronts de Pareto ont permis de voir que la structure un stack à pôles chevauchés sur une machine 6 pôles et 19 encoches présente un couple volumique et un gain de cuivre plus élevé en comparaison avec l'ensemble des machines.

Afin d'optimiser cette machine, 6 pôles et 19 encoches, un modèle de réluctances fin prenant en compte le comportement axial de la griffe sur la longueur de la machine, la saturation et la réaction magnétique d'induit est développé. Introduit dans une routine d'optimisation, nous avons obtenu une machine répondant au cahier des charges en termes de couple et de volume de cuivre. Un prototype de la machine à griffes a été ensuite fabriqué dans le but de vérifier les hypothèses des modèles et de caractériser la machine en termes de couple, puissance, vitesse et pertes afin de la comparer au démarreur actuel. Les mesures expérimentales ont permis de confirmer la justesse des modèles utilisés permettant de calculer le couple de la machine. Cependant, étant donné que la vitesse de rotation dans la machine à courant continu est une conséquence, contrairement aux machines synchrones et asynchrones, nous avons constaté une différence à ce niveau par rapport à nos attentes. En effet, le dimensionnement des machines synchrones et asynchrones est basé sur une vitesse prédéfinie et fixée. Tandis que dans les machines à courant continu le dimensionnement de la machine permet d'obtenir une vitesse déterminée par la puissance de la machine ainsi que par les pertes qu'elle génère. Le calcul de la vitesse nécessite d'établir un modèle transitoire, ce qui n'a pas été pris en compte lors de notre dimensionnement. Les pertes Joules et les pertes fer sont élevés dans cette machine en raison du nombre de pôles. Une amélioration est possible en optimisant une machine à 4 pôles.

En effet, dimensionner une machine 4 pôles au lieu de 6 pôles permettra de diminuer les pertes et d'obtenir la vitesse souhaitée.

Nous avons vu également dans le chapitre 1 et le chapitre 3, qu'il est nécessaire de prendre en compte l'aspect dynamique dans cette application. Par contre, étant donné que les modèles dynamiques nécessitent de calculer les inductances et les f.é.m en fonction de la position du rotor, un modèle magnétostatique prenant en compte la saturation et la position du rotor est jugé nécessaire. Pour cela, des modèles hybrides 2D et 3D combinant l'avantage des modèles de réluctances en termes de saturation et l'avantage des modèles analytiques pour leur robustesse est développé. Ce modèle consiste à modéliser le stator et le rotor en réseaux de réluctances et l'entrefer par des forces magnétomotrices calculées à partir du potentiel scalaire ou vecteur obtenu par la résolution de l'équation de Laplace. Une validation du principe du modèle en 2D sur une machine à courant continu à plots a permis de mesurer sa robustesse en termes de domaine de validité et sa précision en régime saturé et pour n'importe quelle position du rotor. Par ailleurs, le modèle 3D a été mis en œuvre pour une machine à griffes.

Ce modèle magnétique hybride est donc adapté au dimensionnement des nouvelles topologies de machines électriques et permet de calculer les inductances et f.é.m en fonction de la position du rotor. Il peut donc être couplé à des modèles circuit électrique pour une étude multiphysique.

Perspectives

Lors de cette thèse des modèles magnétostatiques de la machine à griffes ont été développés en considérant que la commutation est idéale. Pour mieux modéliser la machine, il est souhaitable de développer un modèle magnétodynamique permettant de déterminer l'allure des courants au rotor. Ce modèle devrait alors tenir compte de la forme de la f.é.m produite par les griffes de forme trapézoïdale. En effet, l'influence de la f.é.m sur la commutation pourrait nous aider à déterminer la forme optimale de la griffe dans le but d'avoir un couple donné et d'éviter le phénomène des arcs électriques.

Par ailleurs, dans la thèse nous avons conçu un prototype sans tenir compte des pertes fer. Le prototype réalisé a mis en évidence la nécessité de tenir compte des pertes fer dès la phase de dimensionnement. Il est donc nécessaire de développer un modèle magnétique permettant de déterminer les pertes fer et d'estimer la puissance utile de la machine.

Dans le quatrième chapitre, nous avons réalisé un modèle d'un entrefer magnétique composé d'air en négligeant l'effet de l'air entre les dents au rotor et entre les pôles au stator. Pour augmenter sa précision, il serait intéressant de réaliser un modèle hybride tenant compte des espaces d'air au stator et au rotor. Il pourrait être également intéressant de développer ce modèle pour les machines avec aimants afin de généraliser son application.

Par ailleurs, nous avons montré que la topologie à griffes peut être compétitive pour les démarreurs. Nous avons été contraints par des considérations technologiques (rotor imposé). Il serait donc intéressant d'optimiser à la fois le stator et le rotor de la machine à griffes tout en explorant un choix plus large de nombre de pôles et d'encoches. Cela est possible en utilisant le modèle hybride développé dans un problème de dimensionnement global. Ce problème devrait être défini pour obtenir un couple donné à l'aide du modèle magnétostatique et une vitesse donnée à l'aide du modèle magnétodynamique.

Annexe

Dans cet annexe, le calcul du potentiel scalaire dans le cas du modèle hybride en trois dimensions est détaillé. Des résultats relatifs à ce calcul sont également donnés ci-dessous :

- $n_1 \neq 0$ & $n_2 \neq 0$

En général une décomposition d'un signal en N_h harmoniques en deux dimensions s'exprime sous forme :

$$H_{n_k}(r, \theta, z) = \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} h_{k,n_1,n_2} e^{i\omega_1 n_1 \theta} e^{i\omega_2 n_2 z}$$

Pour chaque élément, il revient donc à calculer l'intégral suivant :

$$h_{k,n_1,n_2} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \int_{z(i,j)}^{z(i+1,j)} \int_{\theta(i,j) + \left(\frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{z(i+1,j) - z(i,j)}\right)(z - z(i,j))}^{\theta(i,j+1) + \left(\frac{\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1)}{z(i+1,j+1) - z(i,j+1)}\right)(z - z(i,j+1))} e^{-i\omega_1 n_1 \theta} e^{-i\omega_2 n_2 z} d\theta dz$$

Ceci donne le résultat qui est valable pour toutes les formes :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{k,n_1,n_2} = Ah_{k,n_1,n_2} + Bh_{k,n_1,n_2} \\ Ah_{k,n_1,n_2} = -\frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \cdot \frac{e^{-i\omega_1 n_1 \left(\theta(i,j+1) - \frac{(\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1))}{(z(i+1,j+1) - z(i,j+1))} z(i,j+1) \right)}}{\omega_1 n_1 \cdot \left(\omega_2 n_2 + \omega_1 n_1 \frac{(\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1))}{(z(i+1,j+1) - z(i,j+1))} \right)} \cdot \left(e^{-i\left(\omega_2 n_2 + \omega_1 n_1 \frac{(\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1))}{(z(i+1,j+1) - z(i,j+1))} \right) z(i+1,j)} - e^{-i\left(\omega_2 n_2 + \omega_1 n_1 \frac{(\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1))}{(z(i+1,j+1) - z(i,j+1))} \right) z(i,j)} \right) \\ Bh_{k,n_1,n_2} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \cdot \frac{e^{-i\omega_1 n_1 \left(\theta(i,j) - \frac{(\theta(i+1,j) - \theta(i,j))}{(z(i+1,j) - z(i,j))} z(i,j) \right)}}{\omega_1 n_1 \cdot \left(\omega_2 n_2 + \omega_1 n_1 \frac{(\theta(i+1,j) - \theta(i,j))}{(z(i+1,j) - z(i,j))} \right)} \cdot \left(e^{-i\left(\omega_2 n_2 + \omega_1 n_1 \frac{(\theta(i+1,j) - \theta(i,j))}{(z(i+1,j) - z(i,j))} \right) z(i+1,j)} - e^{-i\left(\omega_2 n_2 + \omega_1 n_1 \frac{(\theta(i+1,j) - \theta(i,j))}{(z(i+1,j) - z(i,j))} \right) z(i,j)} \right) \end{array} \right.$$

- $n_1 = 0$ et $n_2 \neq 0$:

Dans ce cas le signal est décomposé uniquement selon l'axe z :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{n_k}(r, \theta, z) = \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} h_{k,0,n_2} e^{i\omega_2 n_2 z} \\ h_{k,0,n_2} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \int_{z(i,j)}^{z(i+1,j)} \int_{\theta(i,j) + \left(\frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{z(i+1,j) - z(i,j)}\right)(z-z(i,j))}^{\theta(i,j+1) + \left(\frac{\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1)}{z(i+1,j+1) - z(i,j+1)}\right)(z-z(i,j+1))} e^{-i\omega_2 n_2 z} d\theta dz \end{array} \right.$$

Nous obtenons donc pour toutes les formes :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{k,0,n_2} = Ah_{k,0,n_2} + Bh_{k,0,n_2} \\ Ah_{k,0,n_2} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \cdot \frac{1}{i\omega_2 n_2} \cdot XAh_{k,0,n_2} \cdot (e^{-i\omega_2 n_2 z(i+1,j)} - e^{-i\omega_2 n_2 z(i,j)}) \\ Bh_{k,0,n_2} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \cdot \frac{1}{(\omega_2 n_2)^2} \cdot XBh_{k,0,n_2} \cdot \begin{pmatrix} (1 + i\omega_2 n_2 z(i+1,j))e^{-i\omega_2 n_2 z(i+1,j)} \\ -(1 + i\omega_2 n_2 z(i,j))e^{-i\omega_2 n_2 z(i,j)} \end{pmatrix} \end{array} \right.$$

Avec :

$$\left\{ \begin{array}{l} XAh_{k,0,n_2} = \left((\theta(i,j+1) - \theta(i,j)) - \begin{pmatrix} \left(\frac{\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1)}{z(i+1,j+1) - z(i,j+1)}\right) z(i,j+1) \\ - \left(\frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{z(i+1,j) - z(i,j)}\right) z(i,j) \end{pmatrix} \right) \\ XBh_{k,0,n_2} = \left(\left(\frac{\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1)}{z(i+1,j+1) - z(i,j+1)}\right) - \left(\frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{z(i+1,j) - z(i,j)}\right) \right) \end{array} \right.$$

- $n_1 \neq 0$ et $n_2 = 0$:

Dans ce cas la décomposition est selon la direction θ :

$$\left\{ \begin{array}{l} H_{n_k}(r, \theta, z) = \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} h_{k,n_1,0} e^{i\omega_1 n_1 \theta} \\ h_{k,n_1,0} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \int_{z(i,j)}^{z(i+1,j)} \int_{\theta(i,j) + \left(\frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{z(i+1,j) - z(i,j)}\right)(z-z(i,j))}^{\theta(i,j+1) + \left(\frac{\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1)}{z(i+1,j+1) - z(i,j+1)}\right)(z-z(i,j+1))} e^{i\omega_1 n_1 \theta} d\theta dz \end{array} \right.$$

Dans ce cas il est nécessaire de distinguer chaque cas :

1. Pour la forme trapèze, le calcul est :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{k,n_1,0} = Ah_{k,n_1,0} + Bh_{k,n_1,0} \\ Ah_{k,n_1,0} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \frac{e^{-i\omega_1 n_1 \left(\theta(i,j+1) - \frac{\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1)}{z(i+1,j+1) - z(i,j+1)} z(i,j+1) \right)}}{(\omega_1 n_1)^2 \left(\frac{\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1)}{z(i+1,j+1) - z(i,j+1)} \right)} \\ \left(e^{-i\omega_1 n_1 \left(\frac{\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1)}{z(i+1,j+1) - z(i,j+1)} \right) z(i+1,j)} - e^{-i\omega_1 n_1 \left(\frac{\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1)}{z(i+1,j+1) - z(i,j+1)} \right) z(i,j)} \right) \\ Bh_{k,n_1,0} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \frac{e^{-i\omega_1 n_1 \left(\theta(i,j) - \frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{z(i+1,j) - z(i,j)} z(i,j) \right)}}{(\omega_1 n_1)^2 \left(\frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{z(i+1,j) - z(i,j)} \right)} \\ \left(e^{-i\omega_1 n_1 \left(\frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{z(i+1,j) - z(i,j)} \right) z(i+1,j)} - e^{-i\omega_1 n_1 \left(\frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{z(i+1,j) - z(i,j)} \right) z(i,j)} \right) \end{array} \right.$$

2. pour la forme trapèze avec un côté droit à gauche, on obtient :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{k,n_1,0} = Ah_{k,n_1,0} + Bh_{k,n_1,0} \\ Ah_{k,n_1,0} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \frac{e^{-i\omega_1 n_1 \left(\theta(i,j+1) - \frac{\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1)}{z(i+1,j+1) - z(i,j+1)} z(i,j+1) \right)}}{(\omega_1 n_1)^2 \left(\frac{\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1)}{z(i+1,j+1) - z(i,j+1)} \right)} \\ \left(e^{-i\omega_1 n_1 \left(\frac{\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1)}{z(i+1,j+1) - z(i,j+1)} \right) z(i+1,j)} - e^{-i\omega_1 n_1 \left(\frac{\theta(i+1,j+1) - \theta(i,j+1)}{z(i+1,j+1) - z(i,j+1)} \right) z(i,j)} \right) \\ Bh_{k,n_1,0} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \left(\frac{1}{i\omega_1 n_1} e^{-i\omega_1 n_1 \theta(i,j)} \cdot (z(i+1,j) - z(i,j)) \right) \end{array} \right.$$

3. Pour la forme trapèze avec un côté droit à droite :

$$\left\{ \begin{array}{l} h_{k,n_1,0} = Ah_{k,n_1,0} + Bh_{k,n_1,0} \\ Ah_{k,n_1,0} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \left(-\frac{1}{i\omega_1 n_1} e^{-i\omega_1 n_1 \theta(i,j+1)} \cdot (z(i+1,j) - z(i,j)) \right) \\ Bh_{k,n_1,0} = \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} \frac{e^{-i\omega_1 n_1 \left(\theta(i,j) - \frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{z(i+1,j) - z(i,j)} z(i,j) \right)}}{(\omega_1 n_1)^2 \left(\frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{z(i+1,j) - z(i,j)} \right)} \\ \left(e^{-i\omega_1 n_1 \left(\frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{z(i+1,j) - z(i,j)} \right) z(i+1,j)} - e^{-i\omega_1 n_1 \left(\frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{z(i+1,j) - z(i,j)} \right) z(i,j)} \right) \end{array} \right.$$

4. Pour la forme carrée :

$$h_{k,n_1,0} = -\frac{1}{i\omega_1 n_1} \frac{p \phi_k}{2\pi L_z \mu_0 S_k} (z(i+1,j) - z(i,j)) \cdot (e^{-i\omega_1 n_1 \theta(i,j+1)} - e^{-i\omega_1 n_1 \theta(i,j)})$$

- $n_1 = 0$ et $n_2 = 0$:

Ce cas correspond au cas homopolaire. Etant donné que le champ entrant est égal au champ sortant, cela équivaut à :

$$\begin{cases} H_{n_k}(r, \theta, z) = h_{k,0,0} \\ h_{k,0,0} = 0 \end{cases}$$

L'expression générale du champ magnétique peu importe sa forme est donc écrit sous forme :

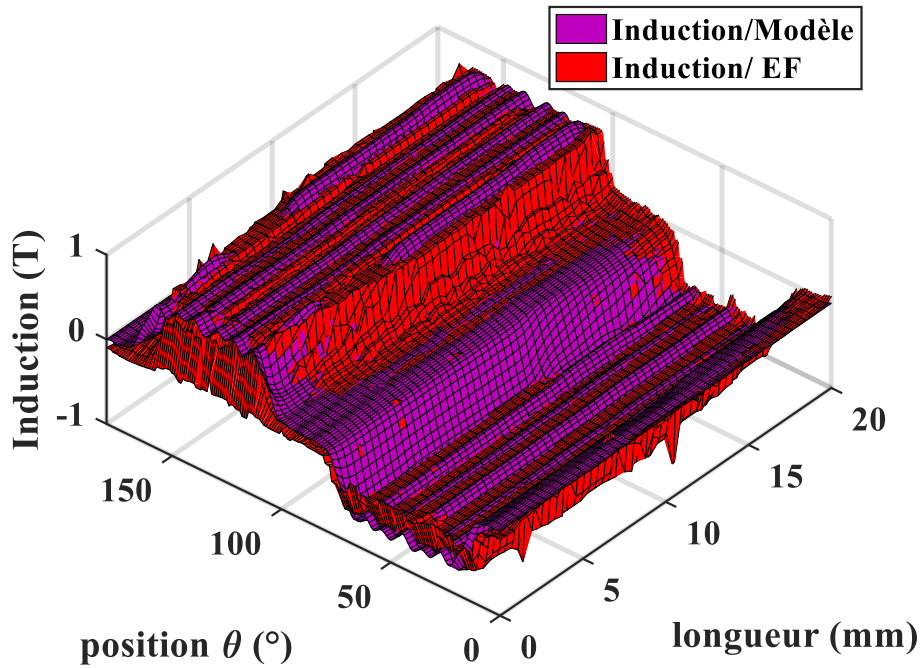
$$\begin{aligned} H_{n_k}(r, \theta, z) = & h_{k,0,0} + \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} h_{k,n_1,n_2} e^{i\omega_1 n_1 \theta} e^{i\omega_2 n_2 z} + \sum_{\substack{n_1=-N_h \\ n_1 \neq 0}}^{N_h} h_{k,n_1,0} e^{i\omega_1 n_1 \theta} \\ & + \sum_{\substack{n_2=-N_h \\ n_2 \neq 0}}^{N_h} h_{k,0,n_2} e^{i\omega_2 n_2 z} \end{aligned}$$

Les dérivées des fonctions Bessel modifiés I et K considérés sont :

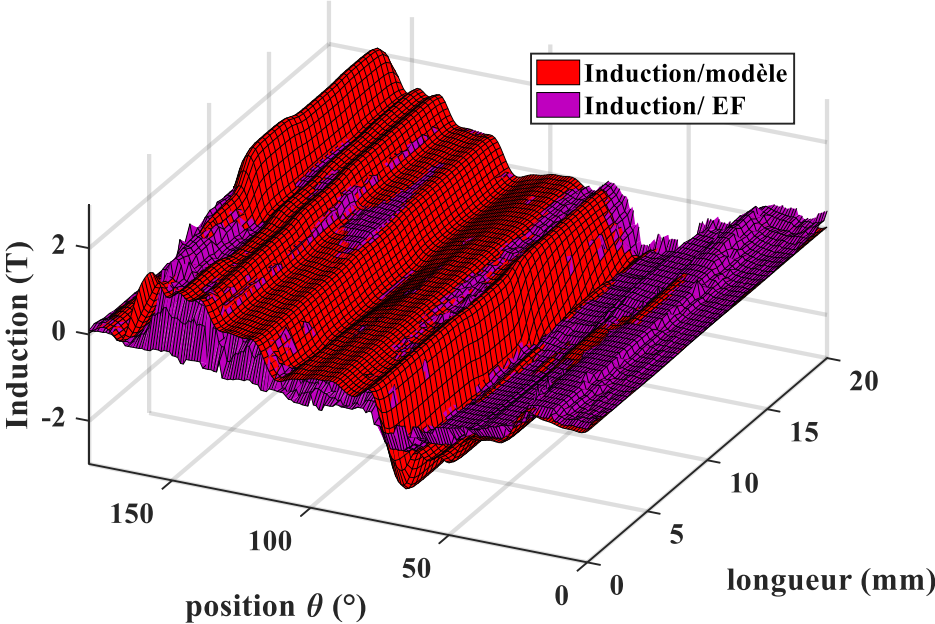
$$\frac{\partial I_n(r)}{\partial r} = \frac{1}{2} (I_{n-1}(r) + I_{n+1}(r))$$

$$\frac{\partial K_n(r)}{\partial r} = -\frac{1}{2} (K_{n-1}(r) + K_{n+1}(r))$$

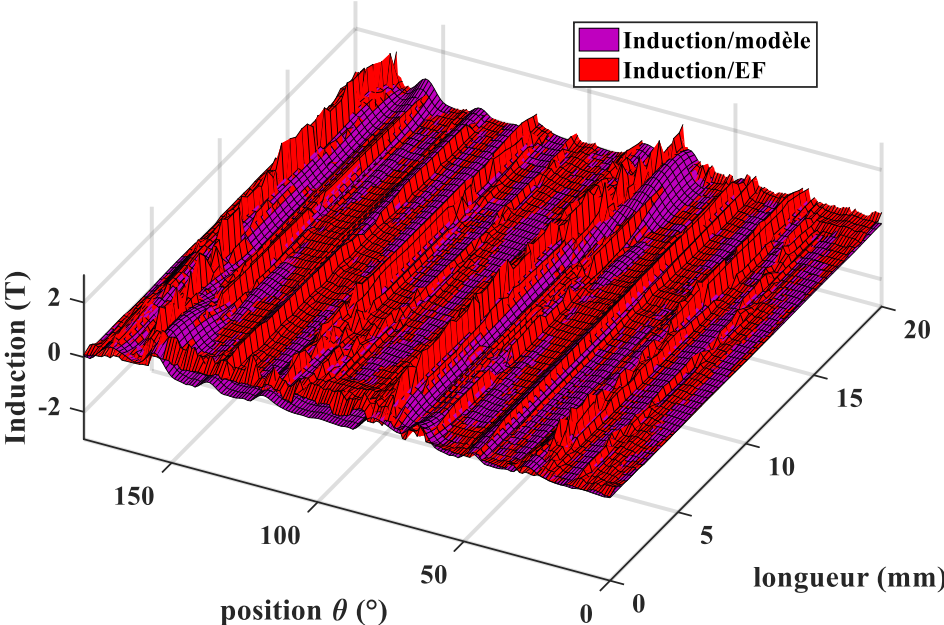
Induction normale à 400 A à vide relevée au milieu de l'entrefer :



Induction normale à 1000 A en charge relevée au milieu de l'entrefer :



Induction tangentielle à 1000 A en charge relevée au milieu de l'entrefer :



Bibliographie

- [1] Valeo, «Connaissance du démarreur,» Document interne.
- [2] N. Labbe, «Notions de base sur le produit démarreur,» Document interne Valeo, 2004.
- [3] G. Vilou, «Système et circuit de démarrage,» Document interne Valeo, 2000.
- [4] R. Andreux, Modélisation et optimisation des démarreurs à inducteur bobiné pour l'application "stop-Start" ou micro-hybride, Thèse de doctorat, Université de Lorraine, 2013.
- [5] B. Laporte, Machines électriques tournantes : conception, dimensionnement, fonctionnement, Ellipses, 2007.
- [6] C. Zeng, M. Renouf, Y. Berthier et R. Hamdi, «Numerical investigation on the electrical transmission ability of a shearing powder layer,» *Granular Matter, Springer Verlag*, 2016.
- [7] R. J. Hamilton, «DC motor brush life,» *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 36, n° 16, pp. 1682-1687, Nov/Dec 2000.
- [8] A. Vauquelin, Contribution à l'amélioration des performances des machines à courant continu à aimants permanents dans des applications automobile à forts courants, Thèse de doctorat, Université de Technologie Compiègne, 2010.
- [9] J. Cros, P. Viarouge et A. Halila, «Brush DC motors with concentrated windings and soft magnetic composites armatures,» chez *Conference Record of the 2001 IEEE Industry Applications Conference. 36th IAS Annual Meeting (Cat. No.01CH37248)*, Chicago IL, USA, 20.
- [10] F. Bernot, «Machines à courant continu : Construction , Rapport technique D3556,» chez *Techniques de l'Ingénieur*, Techniques de l'Ingénieur, 1999.
- [11] R. Wrobel, A. Mlot et P. H. Mellor, «Contribution of End-Winding Proximity Losses to Temperature Variation in Electromagnetic Devices,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 59, n° 12, pp. 848-857, Feb. 2012.

- [12] D. Fodorean et A. Miraoui, « Dimensionnement rapide des machines synchrones à aimants permanents, rapport technique D3554,» chez *Techniques de l'Ingénieur*, Techniques de l'Ingénieur, 2009.
- [13] C. Espanet, Modélisation et conception optimale de moteurs sans balais à structure inversée. Application au moteur roue, Thèse de doctorat, Université de Franche-Comté, 1999.
- [14] A. M. EL-Refaie, M. R. Shah, J. P. Alexander, S. Galioto, K. K. Huh et W. D. Gerstler, «Rotor End Losses in Multiphase Fractional-Slot Concentrated-Winding Permanent Magnet Synchronous Machines,» in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 47, n° 15, pp. 2066-2074, Sept-Oct. 2011.
- [15] G. Li, Contribution à la conception des machines électriques à rotor passif pour des applications critiques : modélisations électromagnétiques et thermiques sur cycle de fonctionnement, étude du fonctionnement en mode dégradé, Thèse de doctorat, Ecole normale supérieure de Cachan, 2011.
- [16] A. Tan-kim, Contribution à l'étude du bruit acoustique d'origine magnétique en vue de la conception optimale de machines synchrones à griffes pour application automobile, Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2015.
- [17] L. Albert, Modélisation et optimisation des alternateurs à griffes, application au domaine automobile, Institut Nationale Polytechnique de Grenoble, 2004.
- [18] R. Rebhi, A. Ibalá et A. Masmoudi, «An attempt to improve the generating capabilities of an hybrid claw pole machine,» chez *International Conference on Electrical Machines and Systems*, Beijing, 2011.
- [19] A. Gimeno, Contribution à l'étude d'alternateurs automobiles : caractérisation des pertes en vue d'un dimensionnement optimal, Thèse de doctorat, Université de Technologie de Compiègne, 2011.
- [20] Y. Tamto Medam, Détermination des Paramètres d'une machine à Griffes. Application au domaine automobile, Thèse de doctorat, Institut Polytechnique de Grenoble, 2008.
- [21] L. Messo, Etude, modélisation et optimisation des moteurs synchrones à griffes pour l'instrumentation des tableaux de bord des véhicules automobiles, Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Lorraine, 2001.
- [22] Y. Burkhardt, K. Schleicher et M. Klöpzig, «A novel hybrid excited synchronous machine for (H)EV applications,» chez *International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Berlin, 2014.

-
- [23] L. Melcescu, M. V. Cistelecan, O. Craiu et M. Popescu, «Numerical analysis of claw pole synchronous machine with hybrid contactless excitation,» *Electrical Review*, 7b/2012, pp. 106-109.
- [24] M. Wardach, «Hybrid excited claw pole electric machine,» chez *21st International Conference on Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR)*, Miedzyzdroje, 2016.
- [25] A. Njeh et H. Trabelsi, «Performance Improvement of different Topologies of Claw Pole TFFPM Based on a 3D FEA,» chez *Progress In Electromagnetics Research Symposium PIERS'2011*, Marrakesh, Morocco, Mar.20-23, 2011 .
- [26] F. Zhang, G. Liu, H. Bai et W. Bo, «Performance analysis and experimental research on multi-section claw pole machine with outer PM rotor,» chez *International Conference on Electrical Machines and Systems*, Beijing, 2011.
- [27] F. Zhang, H. Zhang et G. Liu, «3D Finite element analysis and experiment for axial sectional claw pole machine with permanent magnet outer rotor,» chez *International Conference on Electrical Machines and Systems*, Incheon, 2010.
- [28] S. T. Lundmark et M. Alatalo, «A segmented claw-pole motor for traction applications considering recycling aspects,» chez *Eighth International Conference and Exhibition on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER)*, Monte Carlo, 2013.
- [29] M. Alatalo, S. T. Lundmark et E. Arfa Grunditz, «Electric machine design for traction applications considering recycling aspects-review and new solution,» chez *IECON 2011 - 37th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, Melbourne, VIC, 2011.
- [30] G. W. McLean, «Brushless d.c. drives using claw-type stator and disc rotor,» in *Electrical Engineers, Proceedings of the Institution of*, vol. 126, n° 17, pp. 683-689, July 1979.
- [31] Y. Amara, Modélisation pour le dimensionnement des machines électriques: application à des machines spéciales, 2012: Habilitation à diriger la recherche, Université du Havre.
- [32] T. Lubin, Contribution à la modélisation analytique des actionneurs électromécaniques, 2016: Habilitation à diriger des Recherches, Université de Lorraine.
- [33] T. Lubin, S. Mezani et A. Rezzoug, «2-D exact analytical model for surface-mounted permanent-magnet motors with semi-closed slots,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, n° 12, pp. 479-492, Février 2011.

- [34] T. Lubin, S. Mezani et A. Rezzoug, «Simple analytical expressions for the force and torque of axial magnetic couplings,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 27, n° 12, pp. 536-546, Juin 2012.
- [35] H. Bai et al, «Analytical derivation of a coupled-circuit model of a claw-pole alternator with concentrated stator windings,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 17, n° 11, pp. 32-38, Mar 2002.
- [36] S.-B. Lim, I.-S. Jung, Y.-K. Kim, J.-H. Choi et B.-G. Gu, «Analysis of claw-pole machine using magnetic circuit method applying Fourier series,» chez *International Conference on Electrical Machines and Systems*, Wuhan, 2008.
- [37] J. C. Sabonnadière et J. L. Coulomb, « calcul des champs électromagnétiques,» *Techniques de l'Ingénieur (D3020)*, 2000.
- [38] S. Perez, Contribution au dimensionnement optimal d'alternateur à griffes sans aimant - Apport des alliages FeCo, Université de Grenoble, 2013.
- [39] V. Ostovic, J. M. Miller, V. Garg, R. D. Schultz et S. Swales, «A magnetic equivalent circuit based performance computation of a Lundell alternator,» chez *Conference Record of 1998 IEEE Industry Applications Conference. Thirty-Third IAS Annual Meeting (Cat. No.98CH36242)*, vol.1, St. Louis, MO, USA, 1998.
- [40] M. Hecquet et P. Brochet, «Time variation of forces in a synchronous machine using electric coupled network model,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 34, n° 15, pp. 3214-3217, Sep 1998.
- [41] E. D. K. Fankem, Etude de différentes structures d'actionneurs de positionnement pour l'aéronautique, Thèse de doctorat, Université de Lorraine,, 2012.
- [42] A. Abdel-Razek, J. Coulomb, M. Feliachi et J. Sabonnadiere, «The calculation of electromagnetic torque in saturated electric machines within combined numerical and analytical solutions of the field equations,» Vols. 1 sur 2 *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 17, no. 6, pp. 3250-3252, Nov 1981.
- [43] M. Mirzayee, H. Mehrjerdi et I. Tsurkerman, «Analysis of a high-speed solid rotor induction motor using coupled analytical method and reluctance networks,» chez *IEEE/ACES International Conference on Wireless Communications and Applied Computational Electromagnetics*, 2005.
- [44] Y. Amara et G. Barakat, «Analytical modeling of magnetic field in surface mounted permanent magnet tubular linear machines,» *IEEE Trans. Magn*, vol. 46, n° 11, pp. 3870-3884, Nov. 2010.

-
- [45] C. Messier, Modélisation et conception de moteurs à aimants permanents asynchrones synchronisés à l'aide du calcul des champs, Thèse de doctorat, Université Laval, 1999.
- [46] Y. Laoubi, M. Dhifli, G. Barakat et Y. Amara, «Hybrid analytical modeling of a flux switching permanent magnet machines,» chez *International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Berlin, 2014.
- [47] Y. Laoubi, M. Dhifli, G. Verez, Y. Amara et G. Barakat, «Open Circuit Performance Analysis of a Permanent Magnet Linear Machine Using a New Hybrid Analytical Model,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, n° 13, pp. 1-4, March 2015.
- [48] K. J. W. Pluk, J. W. Jansen et E. A. Lomonova, «Hybrid Analytical Modeling: Fourier Modeling Combined With Mesh-Based Magnetic Equivalent Circuits,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, n° 18, pp. 1-12, Aug. 2015.
- [49] H. Bali, M. Dhifli, Y. Amara et G. Barakat, «Analytical modeling of a flux switching permanent magnet machines,» chez *XXII International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, Lausanne, 2016.
- [50] H. Gholizad, M. Mirsalim et M. Mirzayee, «Dynamic Analysis of Highly Saturated Switched Reluctance Motors Using Coupled Magnetic Equivalent Circuit and the Analytical Solution,» chez *6th International Conference on Computational Electromagnetics*, Aachen, Germany, 2006.
- [51] D. Maquin, Elements de théorie des Graphes, Ecole Nationale Supérieure d'Electricité et de Mécanique, 2003.
- [52] B. Nedjar, Modélisation basée sur la méthode des réseaux de perméances en vue de l'optimisation de machines synchrones à simple et à double excitation, Thèse de doctorat, Ecole Normale Supérieure de Cachan, 2012.
- [53] R. Andreux, J. Fontchastagner, N. Takorabet et N. Labbe, «A Fast Finite Element Model Taking Into Account 3-D Effects for the Optimal Design of Micro-Hybrid Starters,» in *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, n° 15, pp. 1-8, May 2014.
- [54] Cedrat, «Magnéto Statique : sources non maillées (spécificité 3D),» [En ligne]. Available: file:///C:/Cedrat/Flux_12.0/Help/Flux/francais/Website/index.html?FluxGuideDutilisati on1 .
- [55] Cedrat, «Interprétation des résultats : énergie, force, couple,» [En ligne]. Available: file:///C:/Cedrat/Flux_12.0/Help/Flux/francais/Website/index.html?FluxGuideDutilisati on1.

- [56] AFNOR, ISO 8856, Véhicules routiers -- Caractéristiques électriques des démarreurs -- Méthodes d'essai et conditions générales, 2014.
- [57] G. Bertotti, «General properties of power losses in soft ferromagnetic materials,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 24, n° 11, pp. 621-630, Jan 1988.
- [58] P. Arumugam, T. Hamiti et C. Gerada, «Estimation of Eddy Current Loss in Semi-Closed Slot Vertical Conductor Permanent Magnet Synchronous Machines Considering Eddy Current Reaction Effect,» *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, n° 10, pp. 5326-5335.
- [59] P. Arumugam, T. Hamiti et C. Gerada, «Fault tolerant winding design — A compromise between losses and fault tolerant capability,» chez *XXth International Conference on Electrical Machines*, Marseille, 2012.
- [60] T. Gautreau, Estimation des pertes fer dans les machines électriques. Modèle d'hystérésis loss surface et application aux machines synchrones à aimants., Thèse de doctorat, Institut National Polytechnique de Grenoble., 2005.
- [61] J. A. Farooq, Etude de problème inverse en électromagnétisme en vue de la localisation des défauts de désaimantation dans les actionneurs à aimants permanents, Thèse de doctorat, Université de Technologie Belfort-Monbetliard, 2008.
- [62] G. B. Mariani, Machine synchrone à réductance-Modèles équivalents à réseaux de réductances pour la simulation et l'optimisation, Thèse de doctorat, Université de Grenoble Alpes, 2016.
- [63] R. Andreux, J. Fontchastagner, N. Takorabet, N. Labbe et J. S. Metral, «Magnetic field-electric circuit coupled method for brush DC motor simulations,» chez *2012 XXth International Conference on Electrical Machines, Marseille*, Marseille, 2012.
- [64] R. H. Walter et R. T. Wang, «Modeling of universal motor performance and brush commutation using finite element computed inductance and resistance matrices,» in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 15, n° 3, pp. 257-263, Sep 2000.
- [65] H. B. e. al, «Analytical derivation of a coupled-circuit model of a claw-pole alternator with concentrated stator windings,» in *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 17, n° 1, pp. 32-38, Mar 2002.
- [66] J. Passenbrunner, D. Andessner, R. Kobler et W. Amrhein, «, "Modeling, simulation and design of a claw pole machine using soft magnetic composites,» chez *IEEE Vehicle Power and Propulsion Conference*, Chicago, IL, 2011.

-
- [67] S. H. Lee, S. O. Kwon, J. J. Lee et J. P. Hong, «Characteristic Analysis of Claw-Pole Machine Using Improved Equivalent Magnetic Circuit,» chez *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, no. 10, Oct. 2009.
- [68] Y. Shen, Z. Q. Zhu, J. T. Chen, D. R. P et A. Pride, «Analytical Modeling of Claw-Pole Stator SPM Brushless Machine Having SMC Stator Core,» chez *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 49, no. 7, July 2013.
- [69] C. Liu, J. Zhu, Y. Wang, Y. Guo et G. Lei, «Comparison of Claw-Pole Machines With Different Rotor Structures,» chez *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 11, Nov. 2015..
- [70] B. Dolisy, S. Mezani, T. Lubin et J. Lévêque, «A New Analytical Torque Formula for Axial Field Permanent Magnets Coupling,» *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 30, n° 13, pp. 892-899, Sept. 2015.
- [71] B. Multon et C. Jacques, «Comparaison de deux moteurs électriques autopilotés : le moteur synchrone à aimants permanents et le moteur à réluctance variable à double saillance,» chez *Congrès réalités et perspectives du véhicule électrique*, La Rochelle, Nov 1993.
- [72] S. P. Nikam, V. Rallabandi et B. G. Fernandes, «A High-Torque-Density Permanent-Magnet Free Motor for in-Wheel Electric Vehicle Application,» in *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 48, n° 16, pp. 2287-2295, Nov.-Dec. 2012.
- [73] B. Aslan, Conception de machines polyphasées à aimants et bobinage concentré à pas fractionnaire avec large plage de vitesse, Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure d'Arts et Métiers, 2013.
- [74] P. F. Desesquelles, «About the commutation in DC motors,» *Journal de physique.III(Print)*, vol. 5, n° 16, pp. 825-834, 1995.
- [75] J. S. e. J. Coulomb, «calcul des champs électromagnétiques (D3020),» chez *Techniques de l'Ingénieur*, Techniques de l'Ingénieur, 2000.

Liste des publications

Revues

S. Bazhar; J. Fontchastagner; N. Takorabet; N. Labbe, «Hybrid Analytical Model Coupling Laplace's Equation and Reluctance Network for Electrical Machines», in *IEEE Transactions on Magnetics* , vol.53, no.6, pp.1-4

Sara Bazhar. Modélisation par réseaux de réductances d'une machines à rotor encoché avec prise en compte de la réaction magnétique de l'induit . La Revue 3EI, SEE, 2015, pp.72-79.

Conférences

S. Bazhar, J. Fontchastagner, N. Takorabet and N. Labbe, "Hybrid analytical model coupling Laplace's equation and reluctance network for electrical machines, » *2016 IEEE Conference on Electromagnetic Field Computation (CEFC)*, Miami, FL, 2016, pp. 1-1.

S. Bazhar, J. Fontchastagner, N. Takorabet, N. Labbe and R. Andreux, "Torque modeling and optimization of DC machine based on reluctance network taking into account armature reaction magnetic field," *2015 18th International Conference on Electrical Machines and Systems (ICEMS)*, Pattaya, 2015, pp. 1580-1586.

Sara Bazhar, Julien Fontchastagner, Nouredine Takorabet, L. Labbe, Raphael Andreux. Magnetic model of DC machine taking into account armature reaction magnetic field based on reluctance network theory. ISEF 2015, 17th International Symposium on Electromagnetic Fields, Sep 2015, Valence Spain.

Sara Bazhar. Modélisation par réseaux de réductances d'une machine à rotor encoché avec prise en compte de la réaction magnétique de l'induit dimensionnement. JCGE 2015, Jeunes Chercheurs en Génie Electrique, Jun 2015, Cherbourg, France.

Brevet

N. Labbe, E. Vernay, M. Drozdek, Js. Metral, S. Bazhar, N. Takorabet, J. Fontchastagner, « Démarrreur de véhicule automobile muni d'un stator à performances magnétiques améliorées », 16/54821, déposé le 27 Mai 2016.

Résumé

Cette thèse propose une nouvelle structure de machine à courant continu pouvant être utilisée dans une application démarreur Stop-Start automobile. Une structure tridimensionnelle à griffes est proposée pour remplacer le stator à plots actuel dans le but de réduire son coût de fabrication.

La structure de la machine à griffes est modélisée par un réseau de réluctances permettant la prise en compte de la saturation et de la réaction magnétique d'induit. Grâce à sa rapidité et précision, ce modèle est ensuite intégré dans un processus d'optimisation afin d'obtenir rapidement une machine optimale. Enfin, un prototype de machine à courant continu à griffes est réalisé, montrant ainsi la faisabilité de cette topologie.

Par ailleurs, un modèle original combinant réseaux de réluctances et résolution de l'équation de Laplace a été développé pour lever certaines difficultés liées à la modélisation par réseau de réluctances des machines électriques tout en prenant en compte la rotation.

Mots-clés : Modèle hybride réluctant, Topologie à griffes, Dimensionnement de machines électriques, Machine à courant continu série, Démarreur Stop & Start,

Abstract

This thesis deals with a new DC machine structure that can be used in an automotive Stop-Start starter application. A three-dimensional claw pole stator is proposed to replace the current stator in order to reduce its manufacturing cost.

The claw pole machine topology is modeled by a reluctance network to take into account the saturation and the magnetic armature reaction. Thanks to its speed and precision, this model is then integrated in an optimization process to obtain an optimal machine. Finally, a prototype of a machine with DC claws is manufactured to show the feasibility of this topology.

Moreover, an original model combining reluctance networks and solving the Laplace equation has been developed to overtake some difficulties related to modeling by reluctance network of electrical machines while taking into account the rotation.

Key words: Hybrid reluctance model, Claw pole topology, Electrical machine design, DC series machine, Stop & Start automotive starter,