

# ***Bases de fonctions sur les variétés***

Bruno Vallet

INRIA Nancy Grand Est / LORIA / ALICE

## *Plan*

---

# Introduction

I. Harmoniques Variétés

II. Champs de Directions

# ***Géométrie numérique***

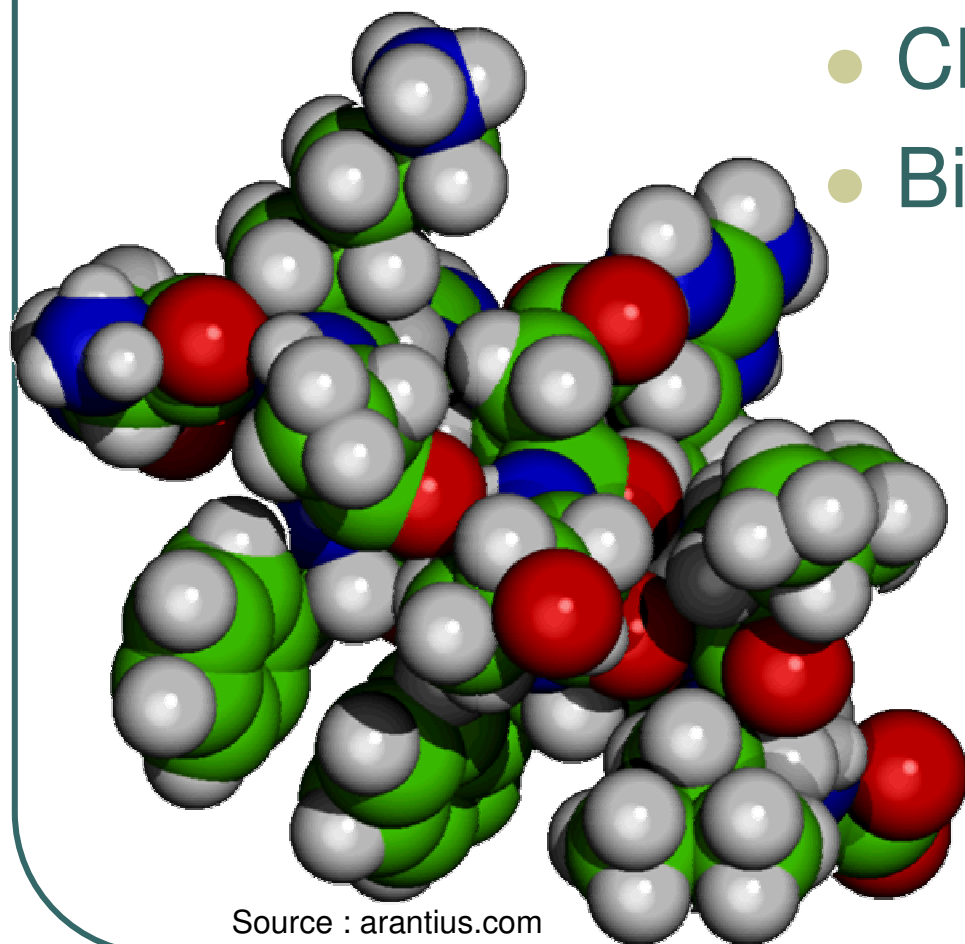
---

- Organisation de l'espace:
  - Représentation
  - Description
  - Manipulation

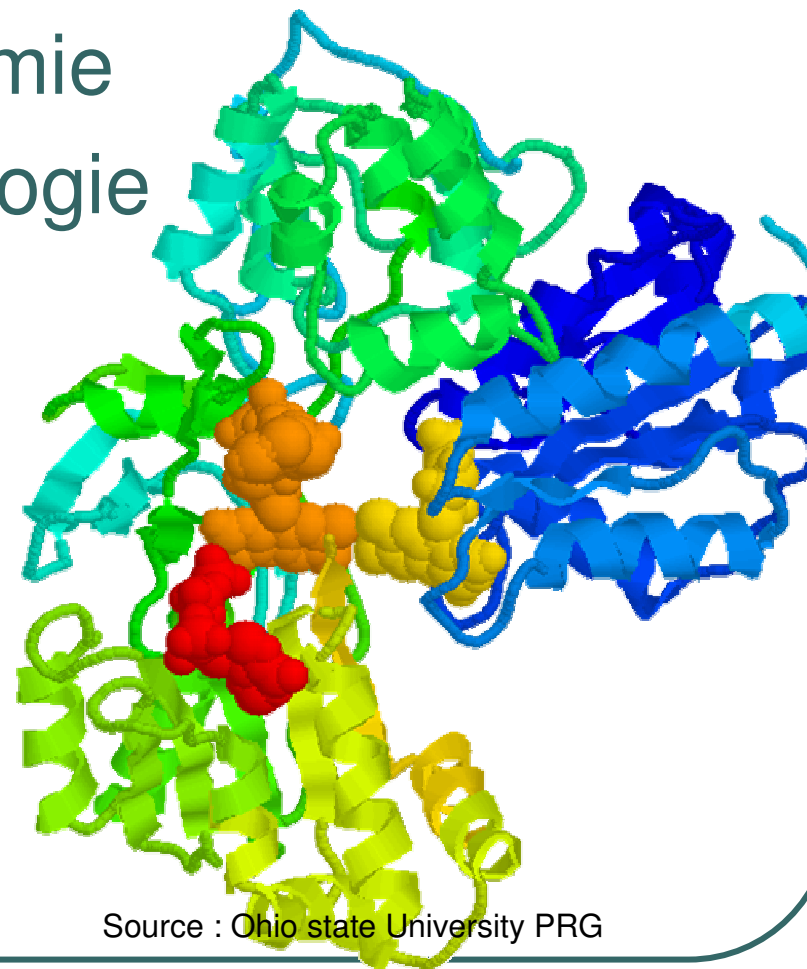
# ***Géométrie numérique***

---

- Chimie
- Biologie



Source : arantius.com

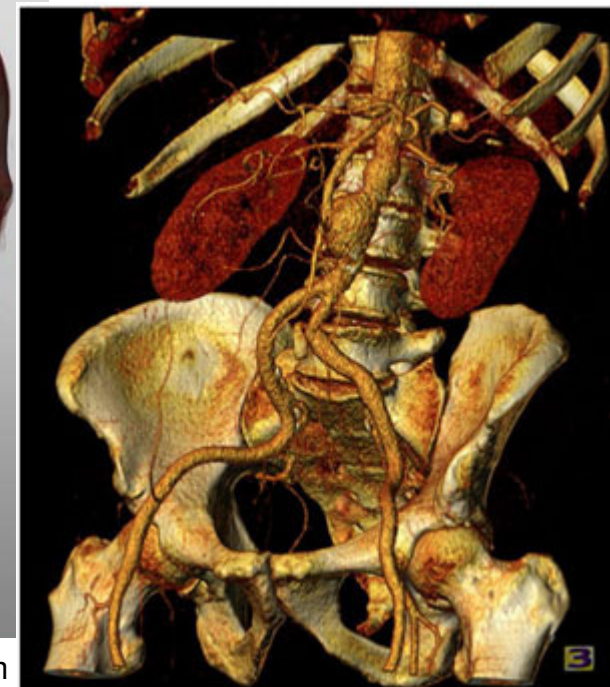
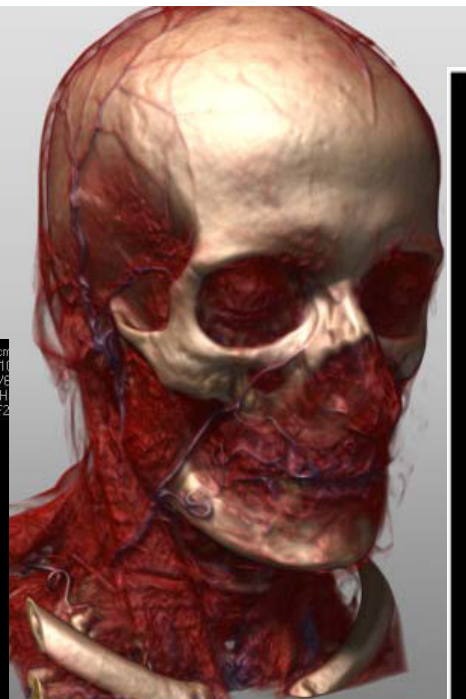
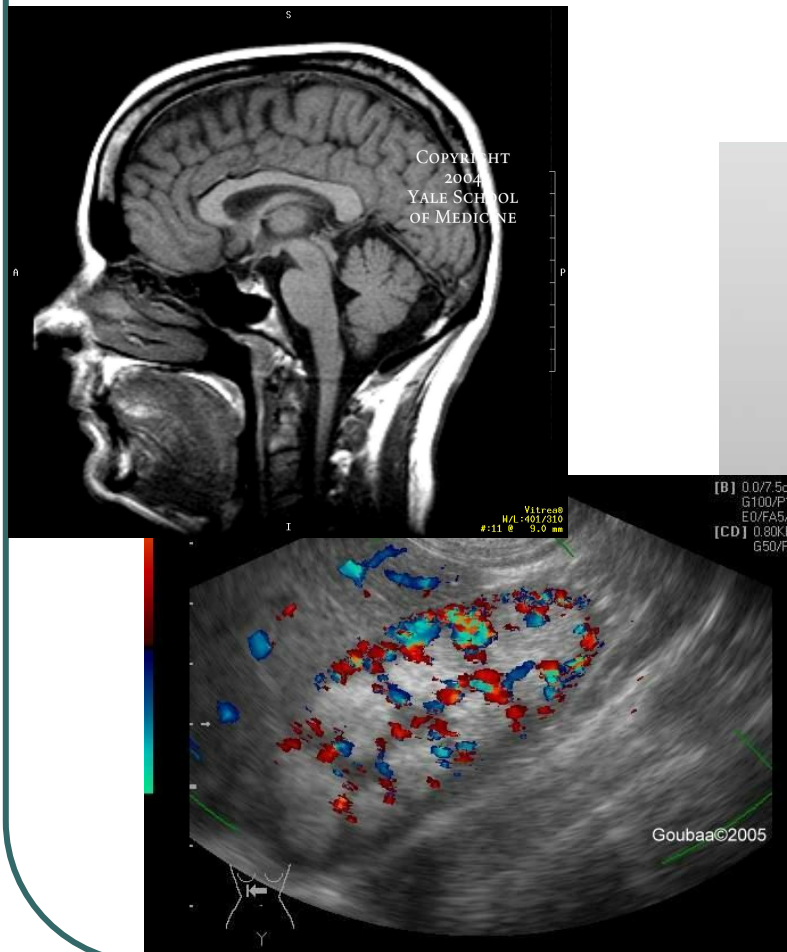


Source : Ohio state University PRG



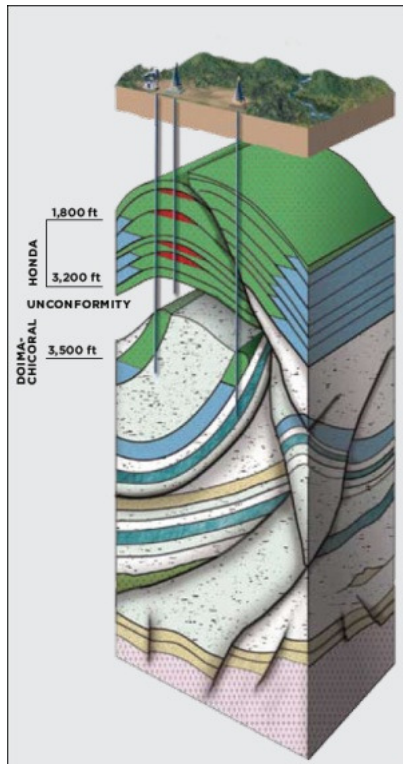
# Géométrie numérique

- Médecine

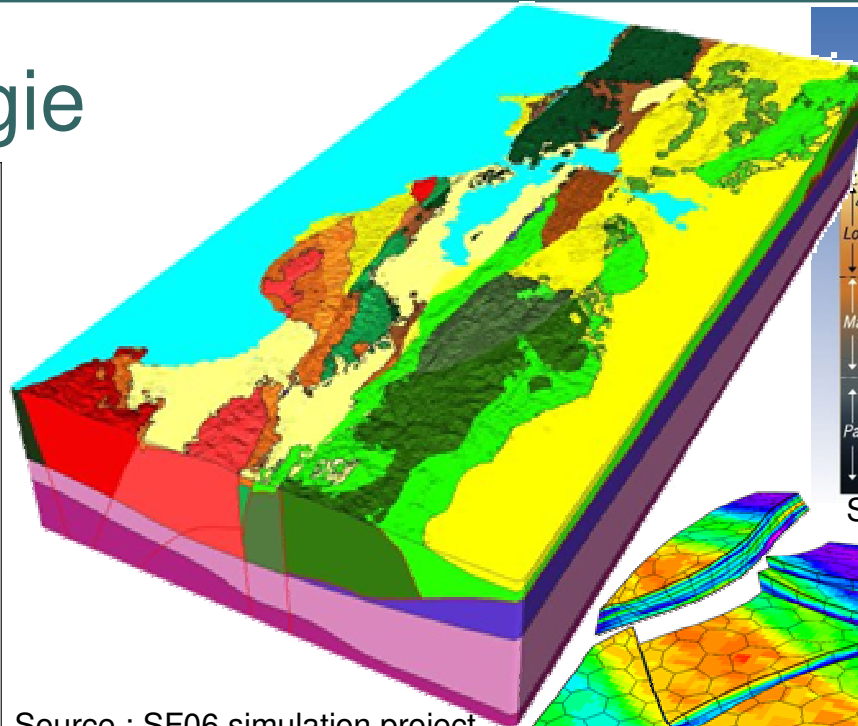


# Géométrie numérique

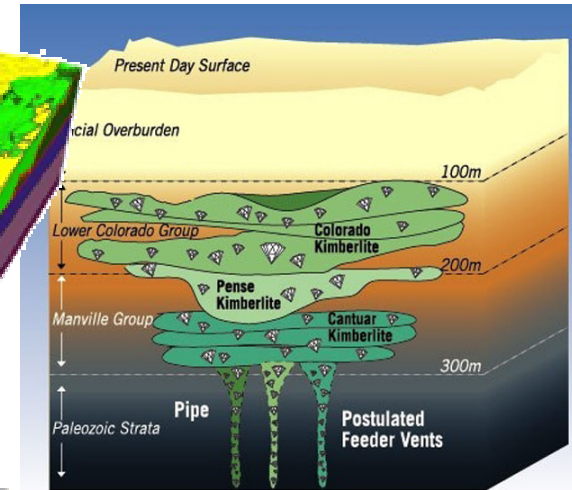
- Géologie



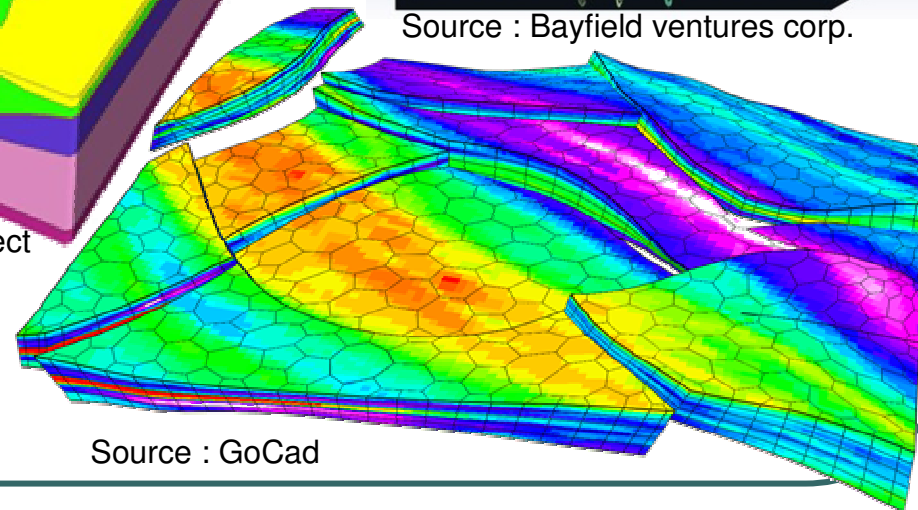
Source : petrominerales.com



Source : SF06 simulation project



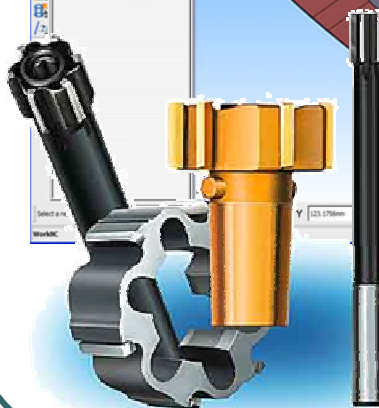
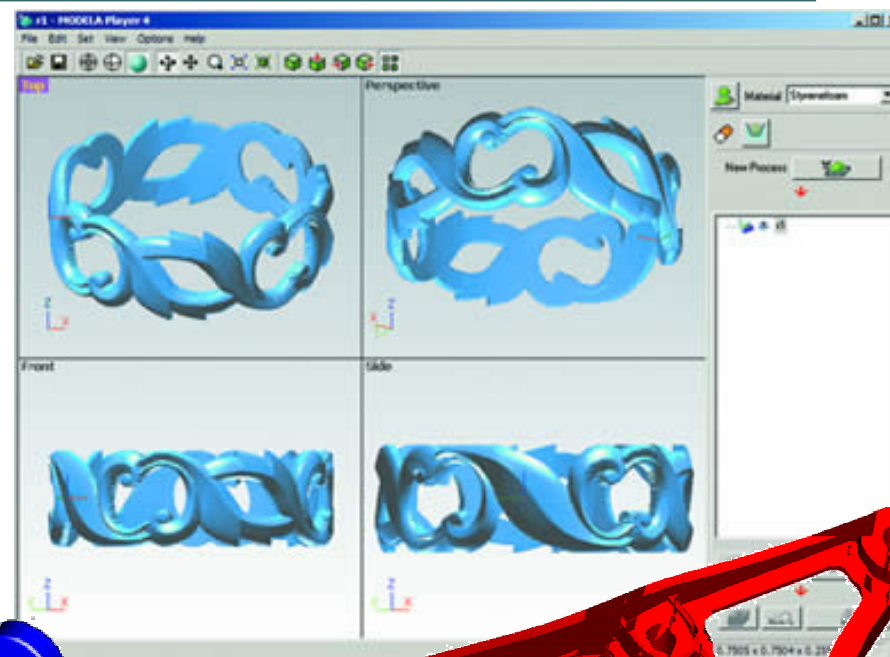
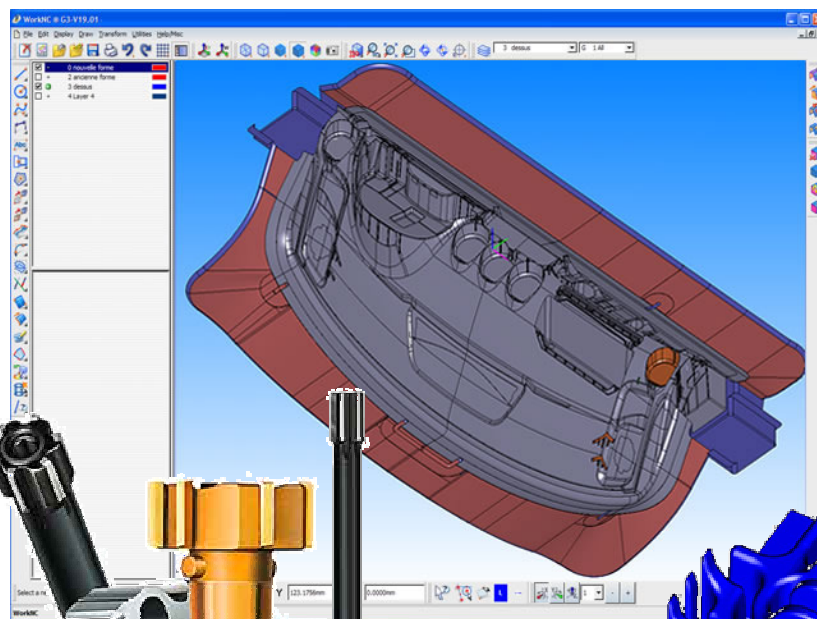
Source : Bayfield ventures corp.



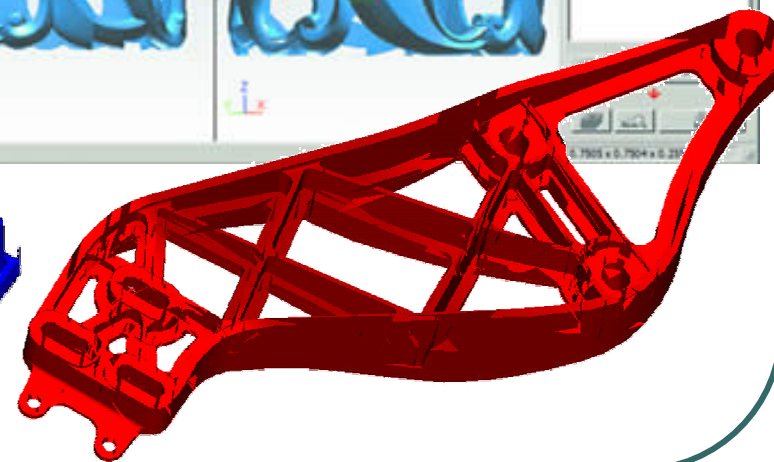
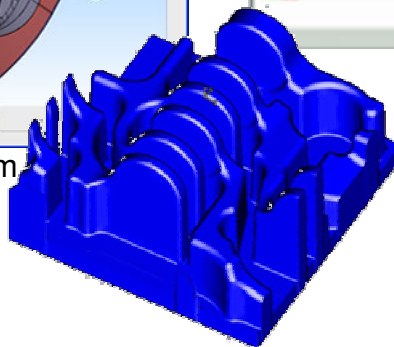
Source : GoCad

# Géométrie numérique

- CAD/CAM



Source : sescoi.com





# *Géométrie numérique*

- Jeux Vidéo



Trackmania



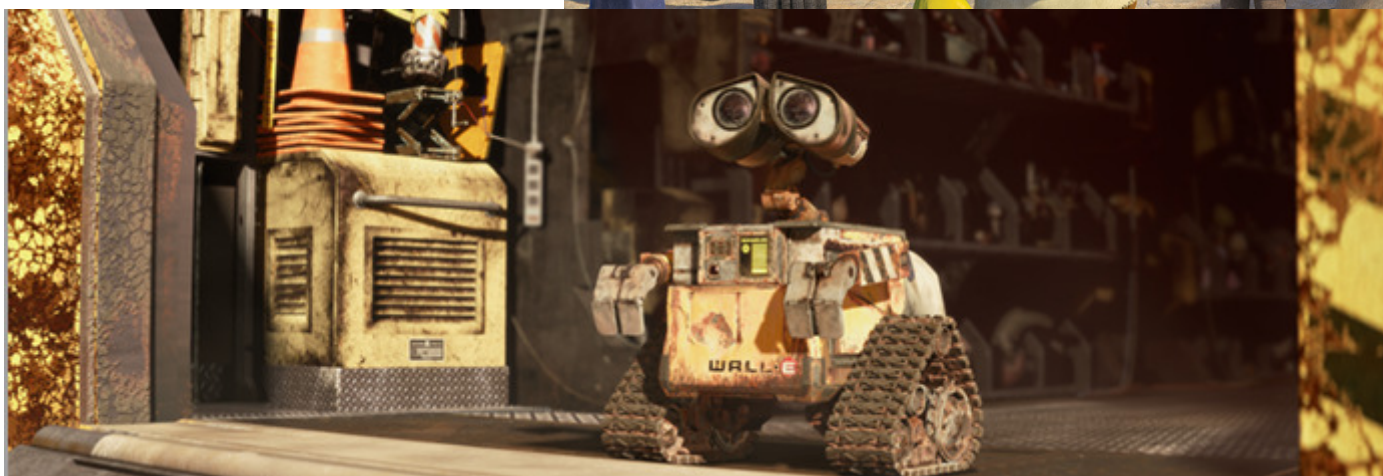
Far Cry

# *Géométrie numérique*

- Animation



Shrek III



Wall-E

# ***Géométrie et variétés***

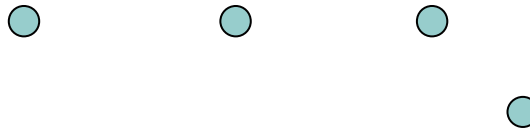
---

- Points
  - Courbes
  - Surfaces
  - Volumes
- } Variétés

# *Représentation de la Géométrie*

---

● Points



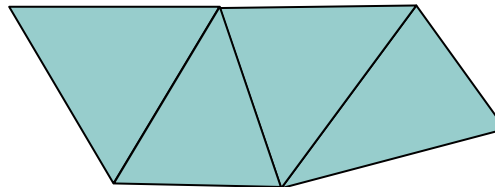
● Sommets

● Courbes



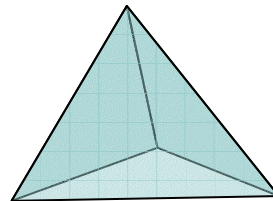
● Arêtes

● Surfaces



● Triangles

● Volumes

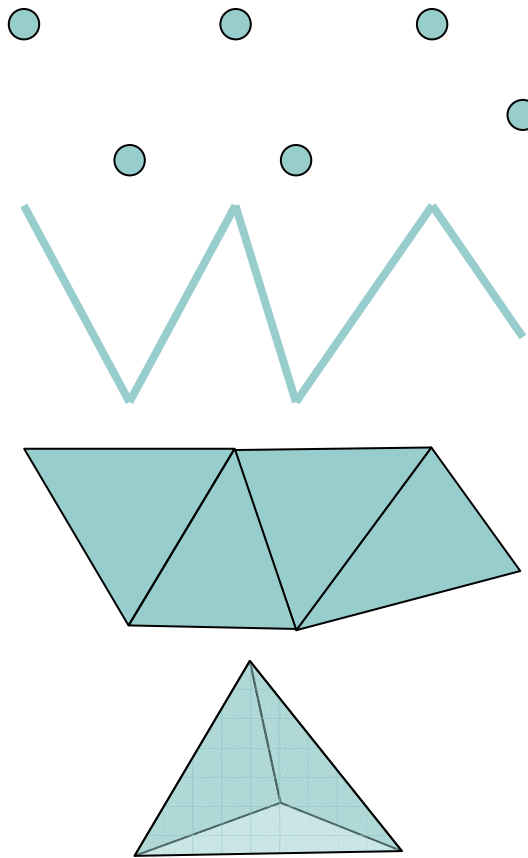


● Tétraèdres



# Représentation de la Géométrie

Simplexes



● Sommets

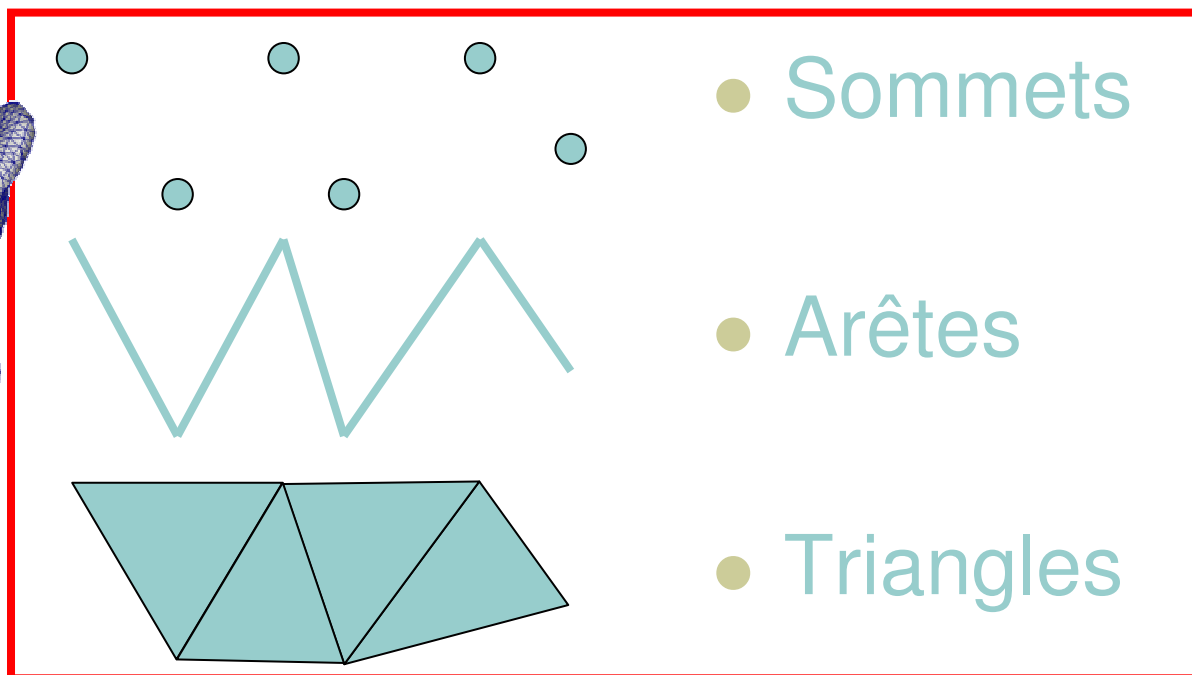
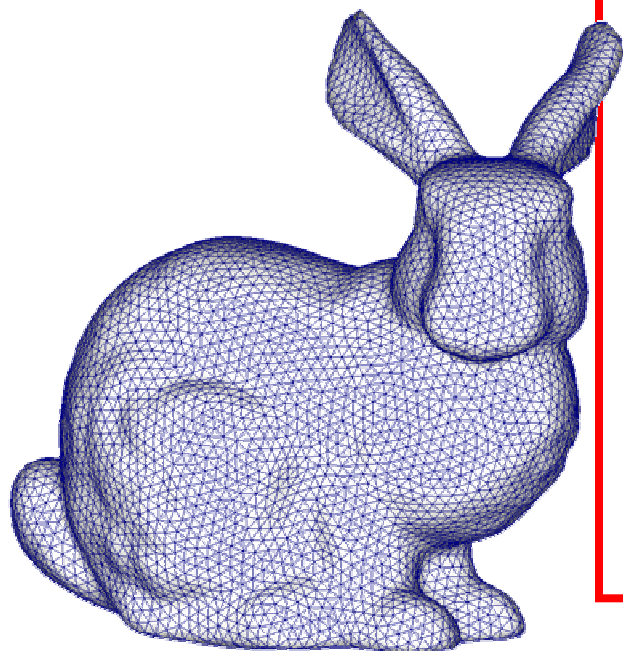
● Arêtes

● Triangles

● Tétraèdres



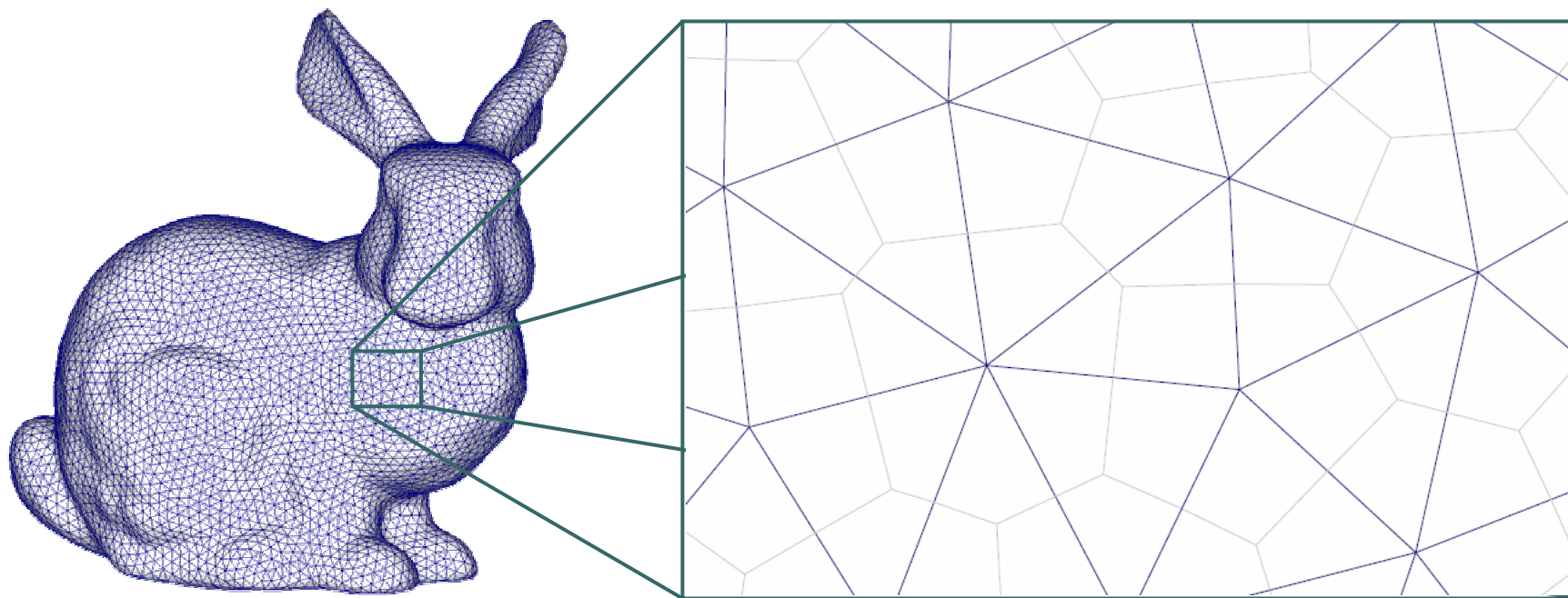
# Maillage



Maillage

# *Maillage primal*

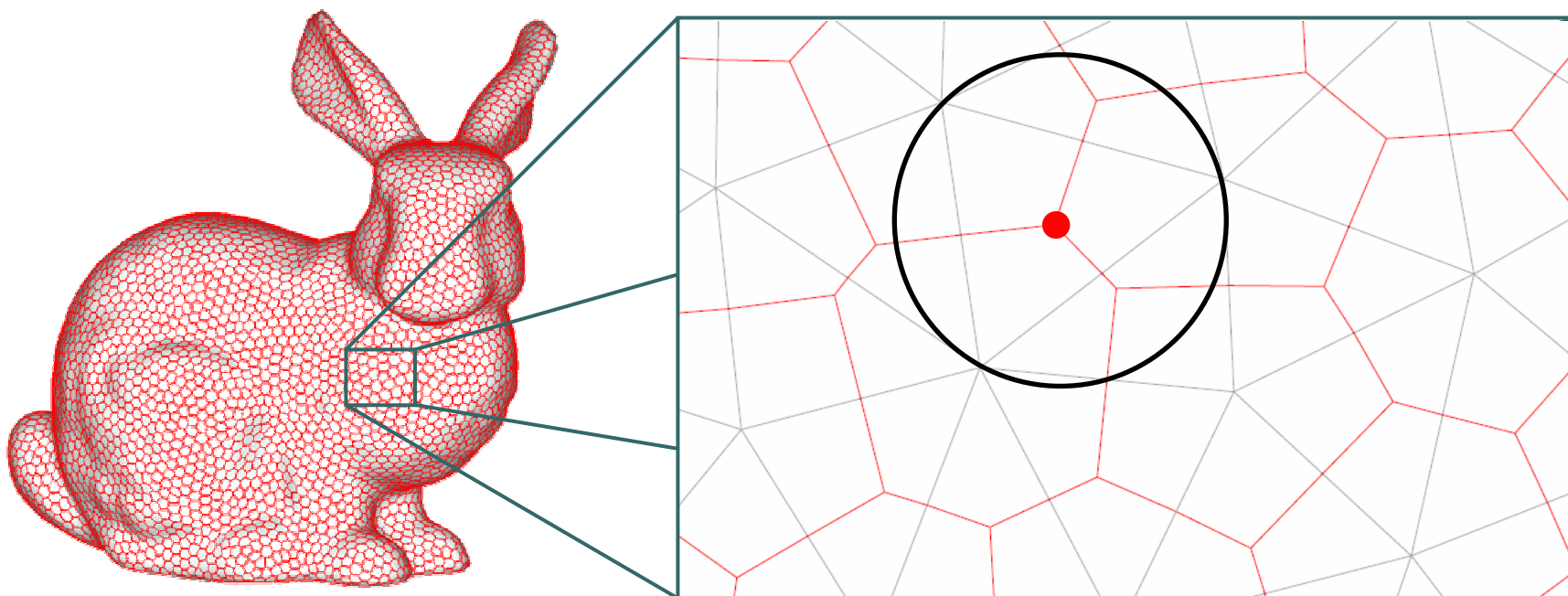
---



Maillage primal

Maillage dual

# Maillage dual



Maillage primal

Maillage dual

## ***Calcul Extérieur Discret***

---

- Sur un maillage, on veut:
  - définir des **quantités**
  - définir des **opérateurs différentiels** (div, grad, rot)
  - discrétiser des **équations**.
- Le **Calcul Extérieur Discret** fait cela de façon:
  - simple
  - rigoureuse.
- [Arnold], [Mercat], [Hirani], [Desbrun]

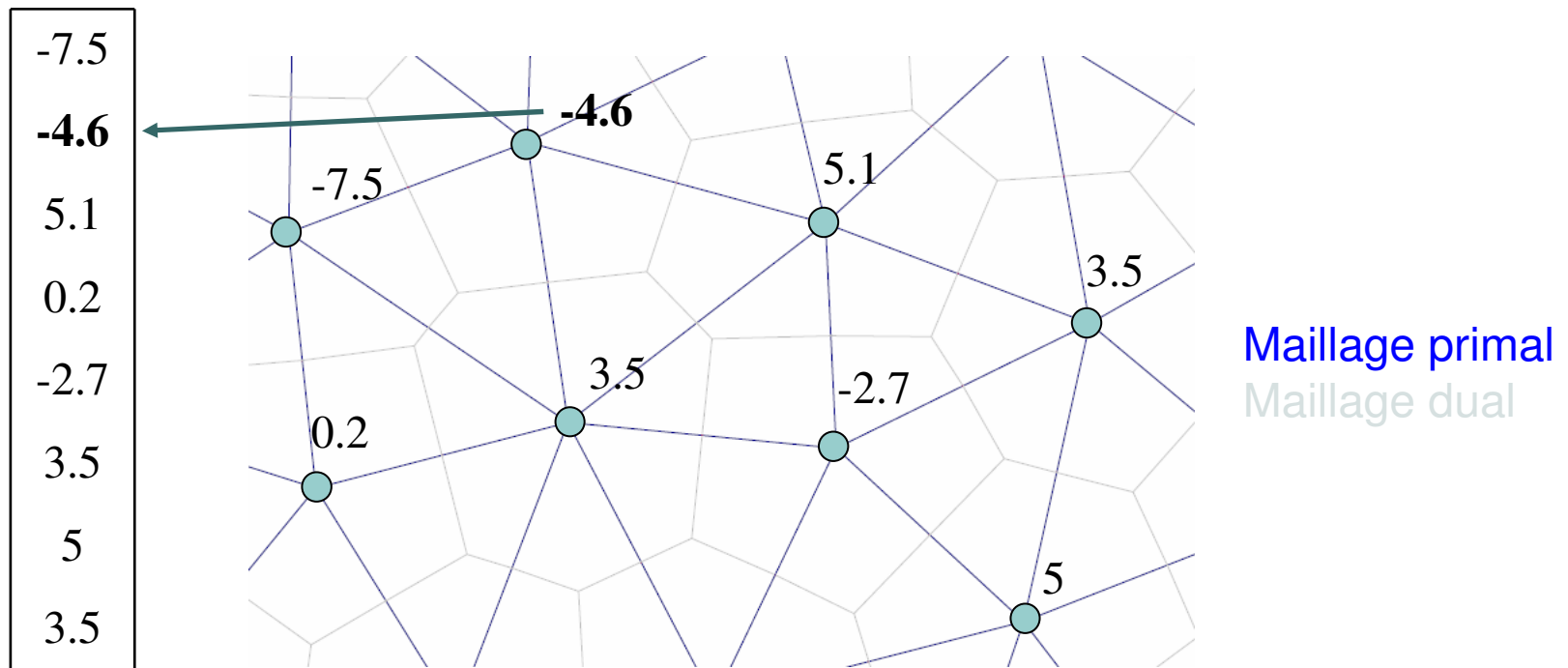
## ***Calcul Extérieur Discret***

---

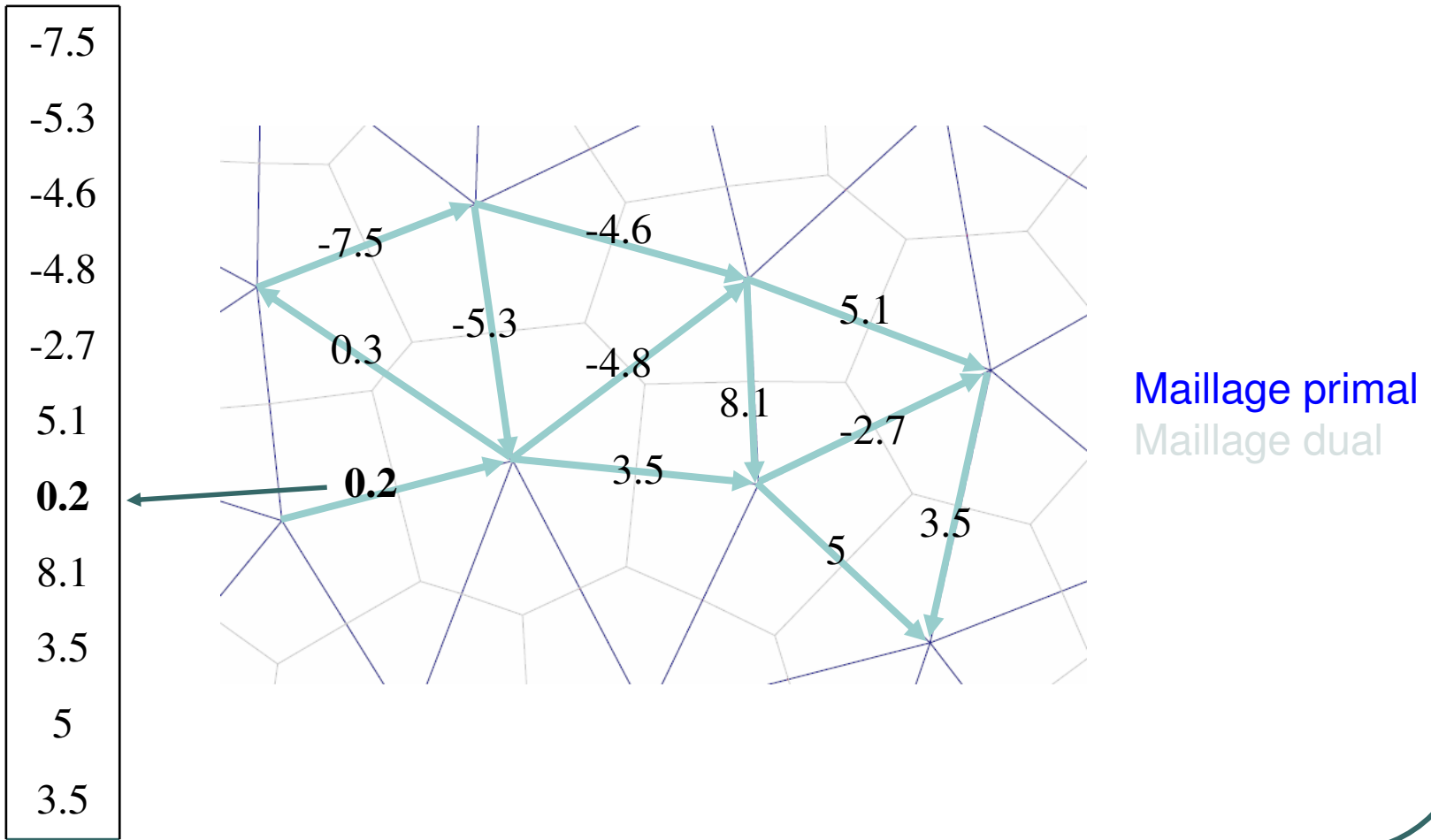
Le calcul extérieur discret se base sur des:

- **k-formes/k-formes duales**
  - quantités définies sur des **simplexes** orientés
  - généralisent les **fonctions**
  - vues comme des **vecteurs** de coefficients
- **Opérateurs** linéaires:
  - reliant les **k-formes**
  - discrétisent les **opérateurs différentiels**
  - vus comme des **matrices**.

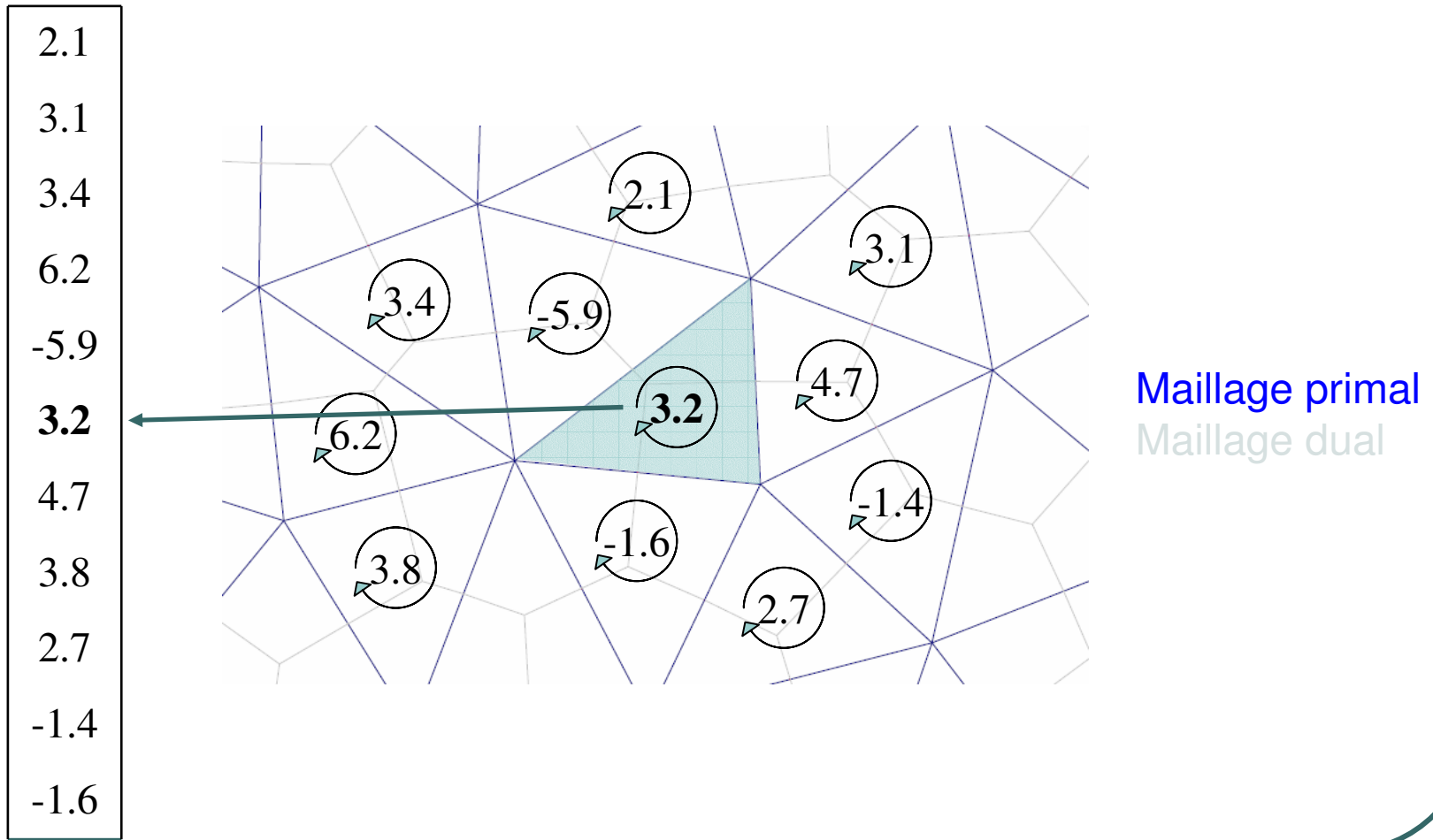
## 0-formes



# 1-formes

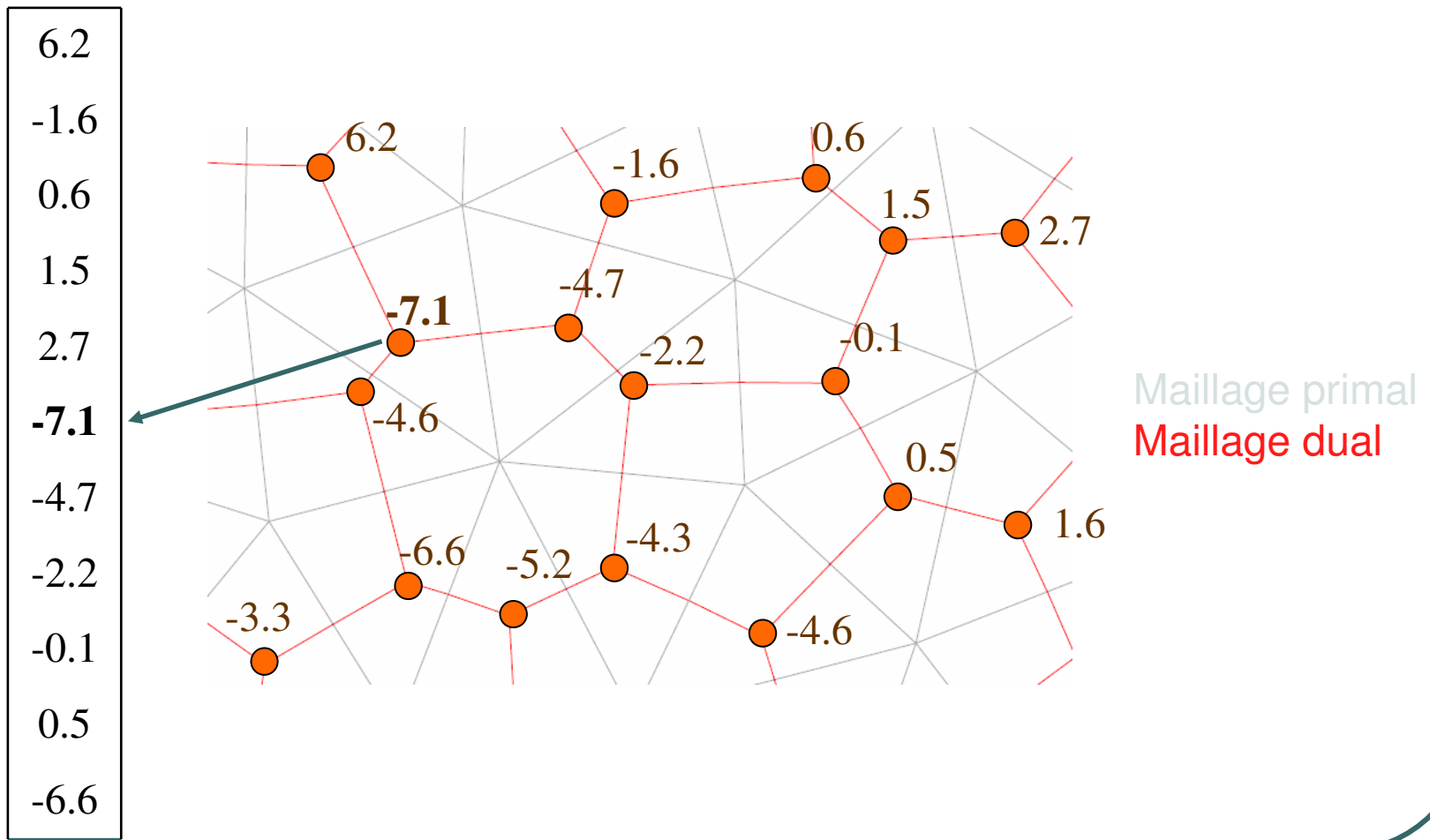


# 2-formes

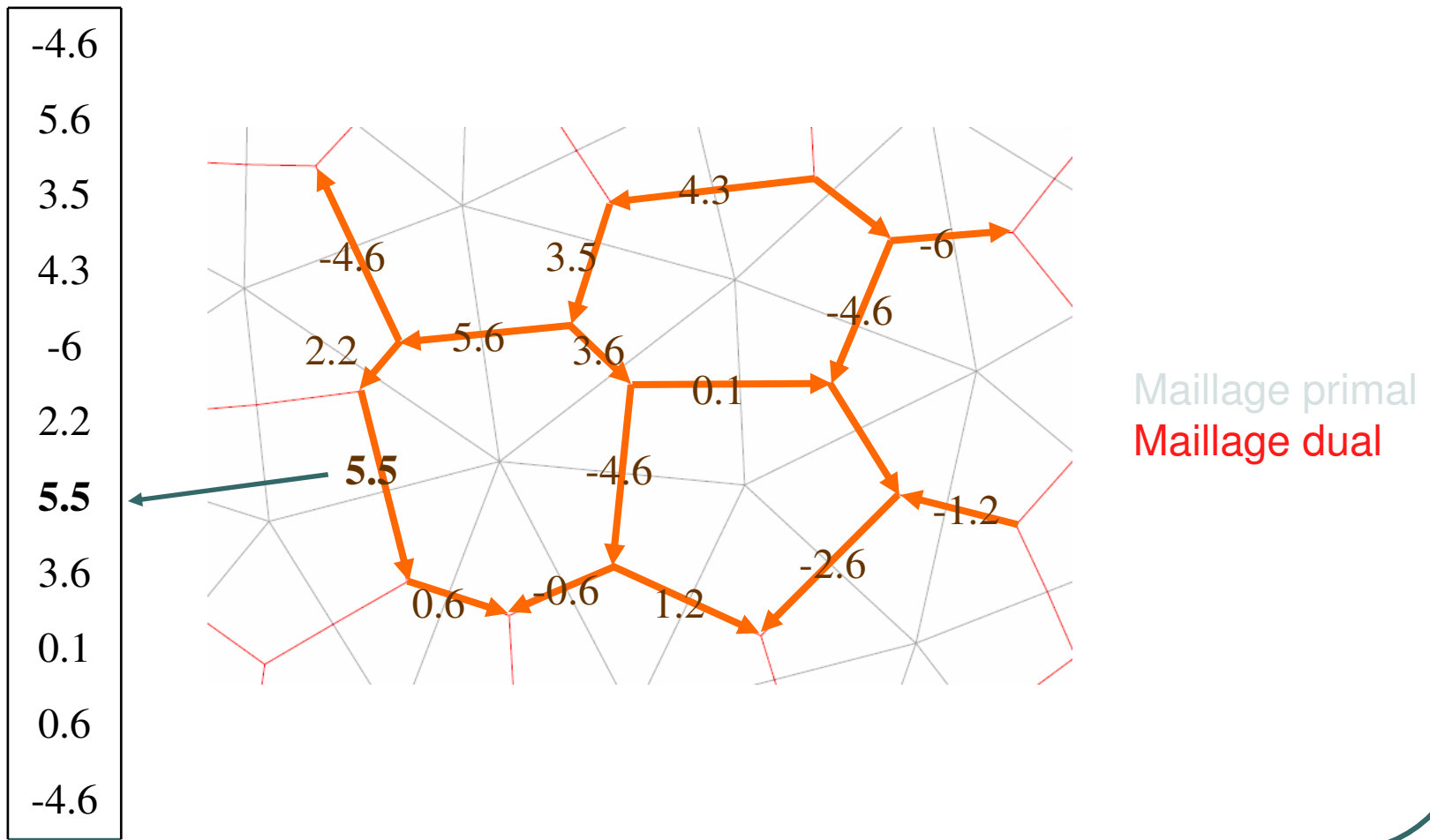




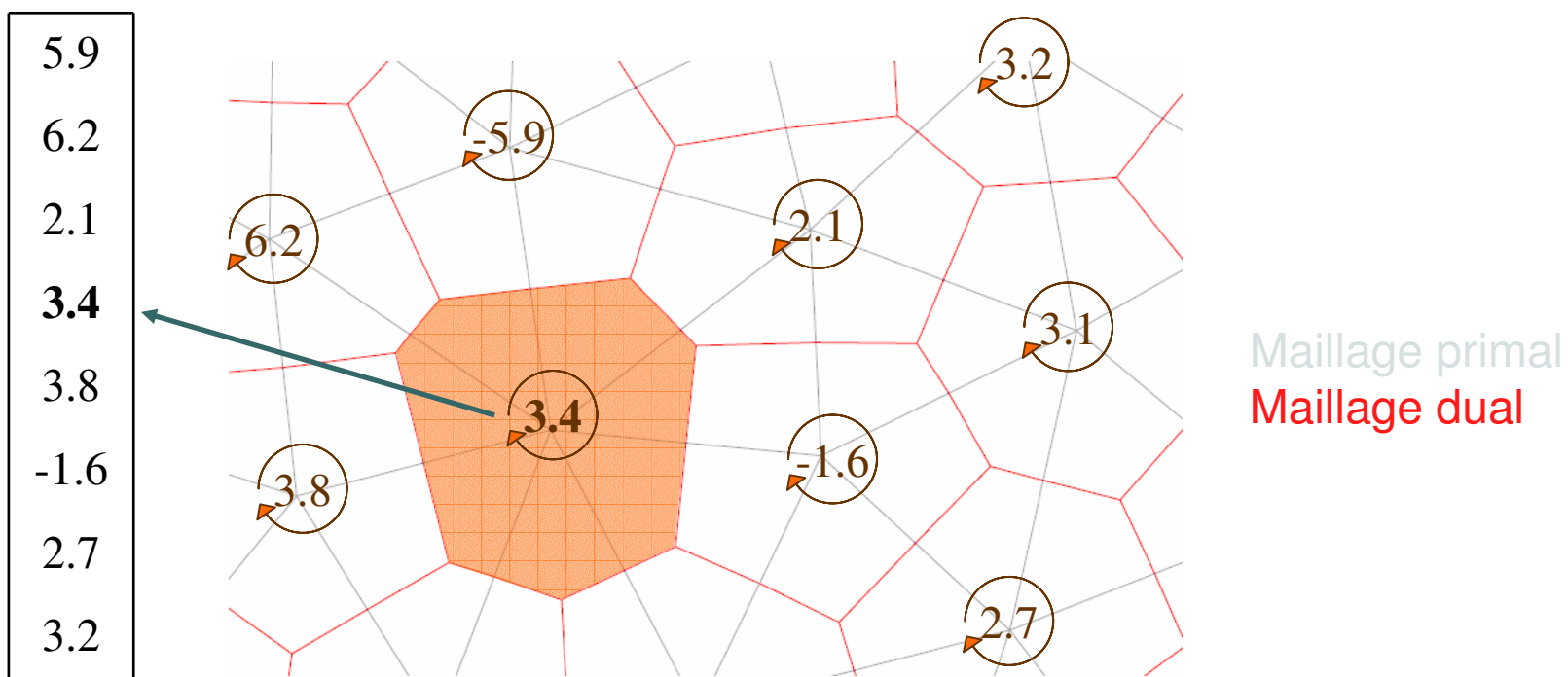
# 0-formes duales



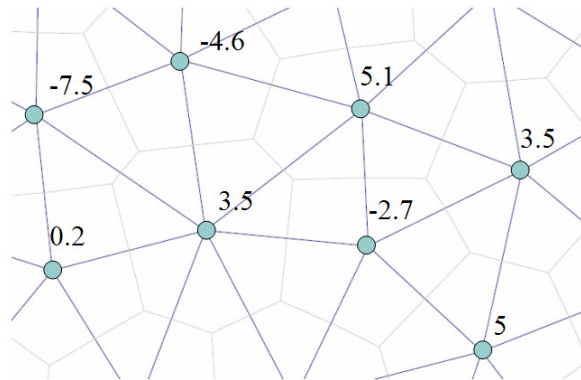
# 1-formes duales



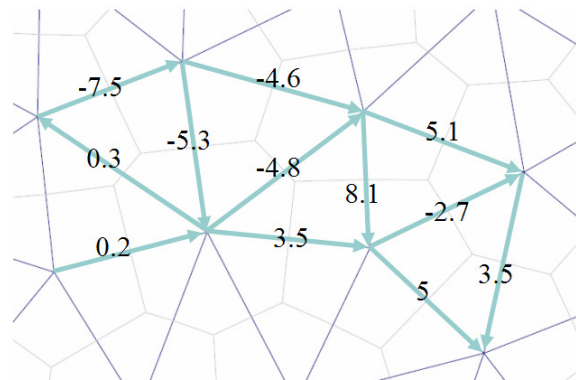
# 2-formes duales



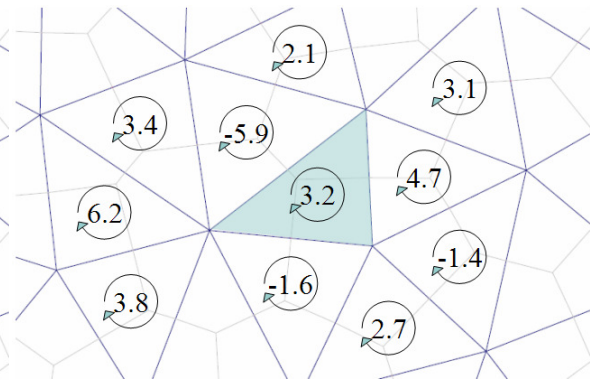
# *k-formes*/*k-formes duales*



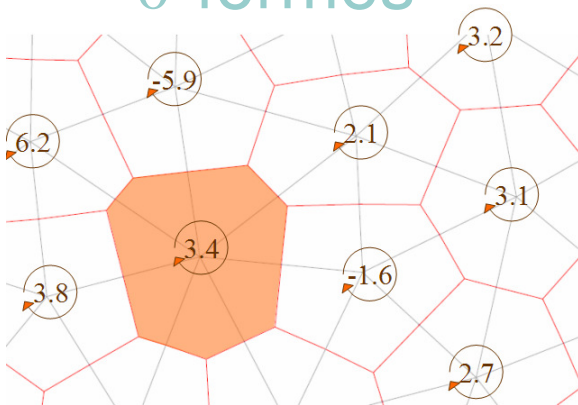
0-formes



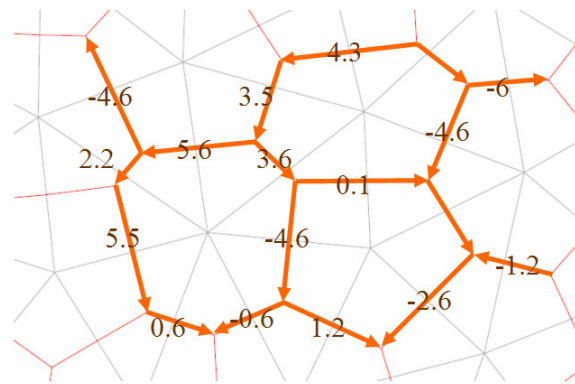
1-formes



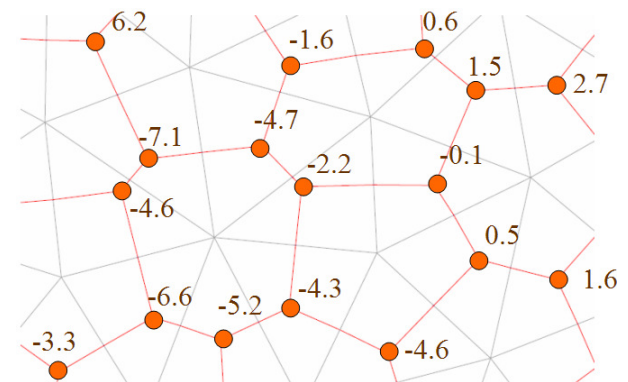
2-formes



2-formes duales



1-formes duales



0-formes duales

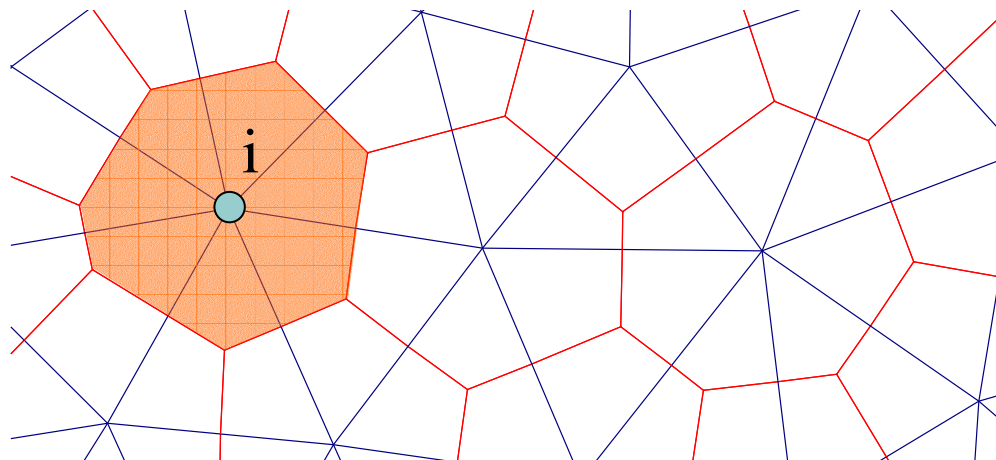
## **b) Opérateurs**

---

	de	vers	contient
$*_k$	k-formes	(2-k)-formes duales	géométrie
$d_k$	k-formes	(k+1)-formes	connectivité

# Etoile de Hodge $\star_0$

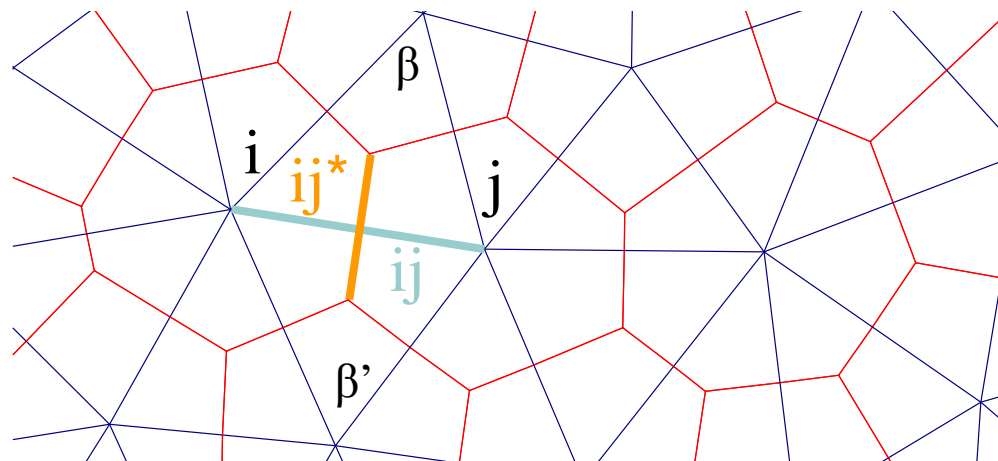
de	vers	terme
0-formes	2-formes duales	$ i^* $



Maillage primal  
Maillage dual

# Etoile de Hodge $*_1$

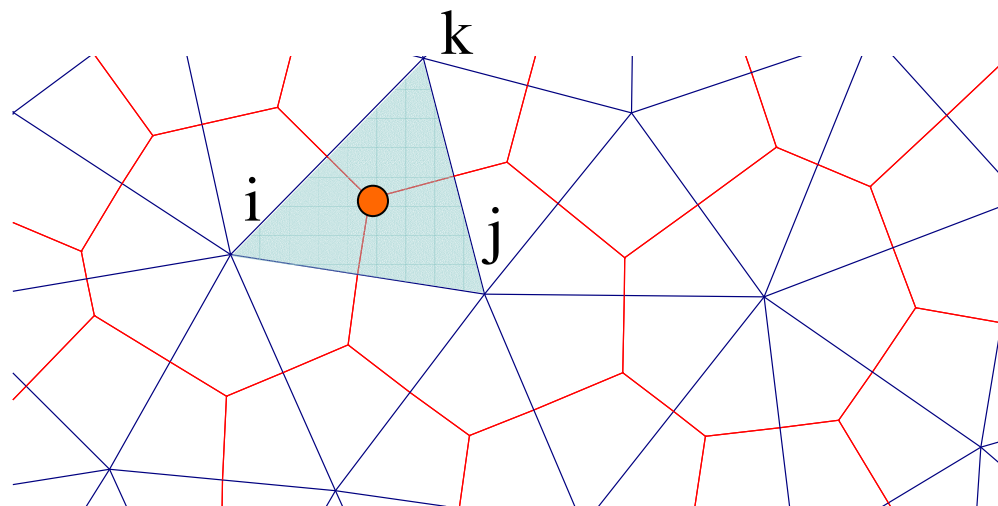
de	vers	terme
1-formes	1-formes duales	$ ij^* / ij  = \cot(\beta) + \cot(\beta')$



Maillage primal  
Maillage dual

# Etoile de Hodge $\star_2$

de	vers	terme
2-formes	0-formes duales	$1/ijkl$



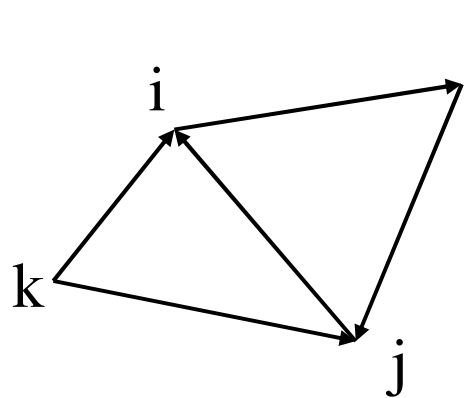
Maillage primal  
Maillage dual



# Dérivée extérieure $d_1$ (gradient)

de	vers	terme
0-formes	1-formes	$d_1 f (ji) = f_i - f_j$

Connectivité  
sommet/arête orientée



	$d_1$	i	j	k	1	$f$	$d_1 f$
ji	+1	-1	0	0	0	$f_i$	$f_i - f_j$
kj	0	+1	-1	0	0	$f_j$	$f_j - f_k$
ki	+1	0	-1	0	0	$f_k$	$f_i - f_k$
il	-1	0	0	0	+1	$f_l$	$f_l - f_i$
lj	0	+1	0	0	-1		$f_j - f_l$

$\times$

# Dérivée extérieure $d_1$ (gradient)

de	vers	terme
0-formes	1-formes	$d_1 f (ji) = f_i - f_j$

Connectivité  
sommet/arête orientée

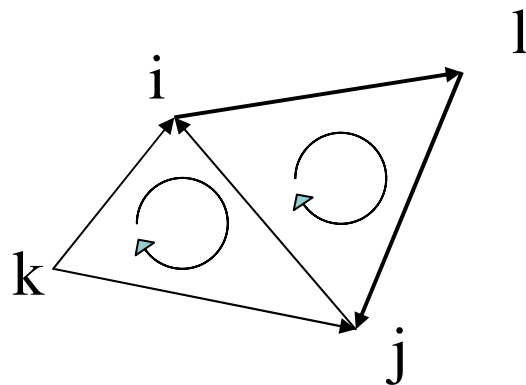


Connectivité	$d_1$	i	j	k	1	f	$d_1 f$
ji	+1	-1	0	0	0	$f_i$	$f_i - f_j$
kj	0	+1	-1	0	0	$f_j$	$f_j - f_k$
ki	+1	0	-1	0	0	$f_k$	$f_i - f_k$
il	-1	0	0	0	+1	$f_l$	$f_l - f_i$
lj	0	+1	0	0	-1		$f_j - f_l$

# Dérivée extérieure $d_2$ (rotationnel)

de	vers	terme
1-formes	2-formes	$d_2 f$ (ijk) = $-f_{ji} - f_{kj} + f_{ki}$

Connectivité  
arête/face orientée



$d_2$	ji	kj	ki	il	lj	$f$
ijk	-1	-1	+1	0	0	$f_{ij}$
ilj	+1	0	0	+1	+1	$f_{jk}$
						$f_{ki}$
						$f_{il}$
						$f_{lj}$

$d_2 f$

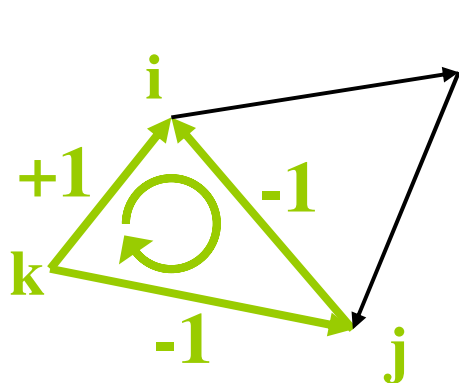
=

$f_{ij} + f_{jk} + f_{ki}$
$f_{ij} + f_{jk} + f_{ki}$

# Dérivée extérieure $d_2$ (rotationnel)

de	vers	terme
1-formes	2-formes	$d_2 f(ijk) = -f_{ji} - f_{kj} + f_{ki}$

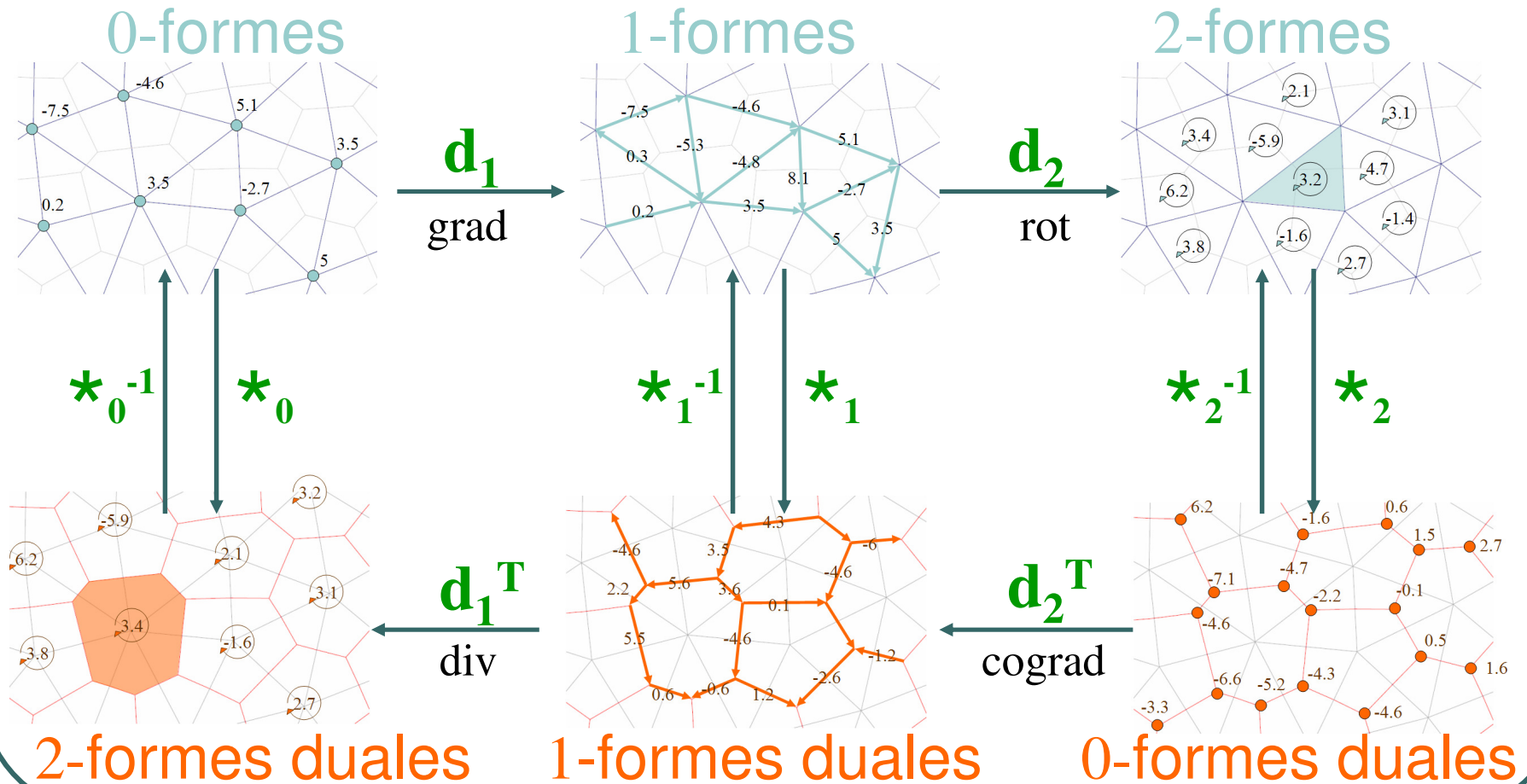
Connectivité  
arête/face orientée



$d_2$	ji	kj	ki	il	lj	f
ijk	-1	-1	+1	0	0	$f_{ij}$
ilj	+1	0	0	+1	+1	$f_{jk}$

$$d_2 f = \begin{matrix} f_{ij} + f_{jk} + f_{ki} \\ f_{ij} + f_{jk} + f_{ki} \end{matrix} \begin{matrix} f_{il} \\ f_{lj} \end{matrix}$$

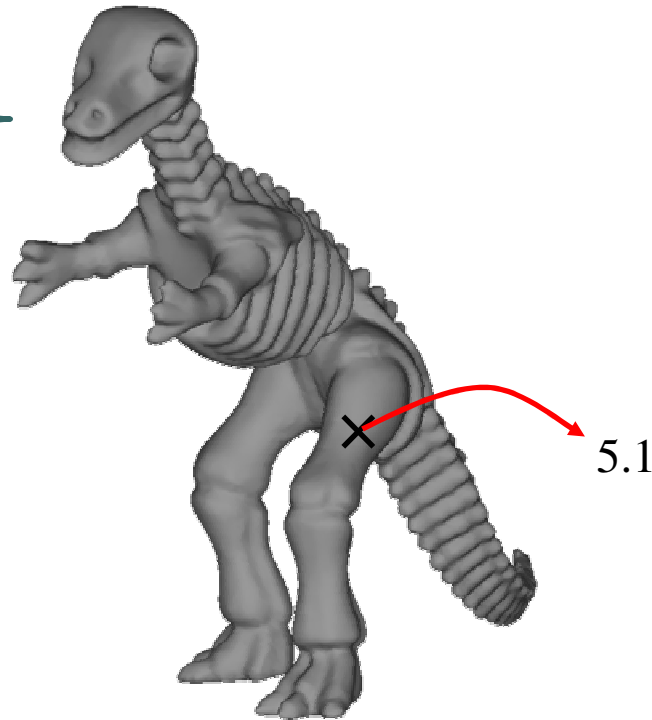
# Complexe de De Rham discret



## *Formes et fonctions*

---

- 0-formes
- 2-formes

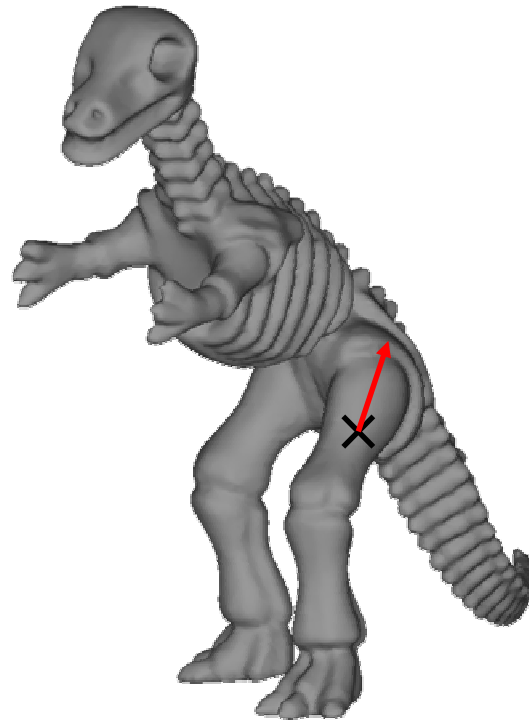


- Partie I: Harmoniques Variétés (filtrage)

# *Formes et fonctions*

---

- 1-formes



- Partie II: Champs de Directions

## ***Plan***

---

Introduction

- **Harmoniques Variétés**

[Computer Graphics Forum, Eurographics 2008]

- **Champs de Directions**



# ***Introduction***

---

## **Introduction**

1) Harmoniques

2) Filtrage

Conclusion

## ***Introduction***

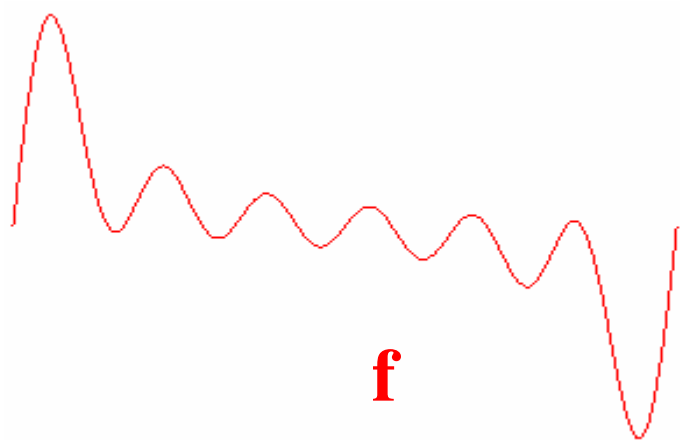
---

Etendre:

- La transformée de **Fourier**
- Le filtrage **spectral**

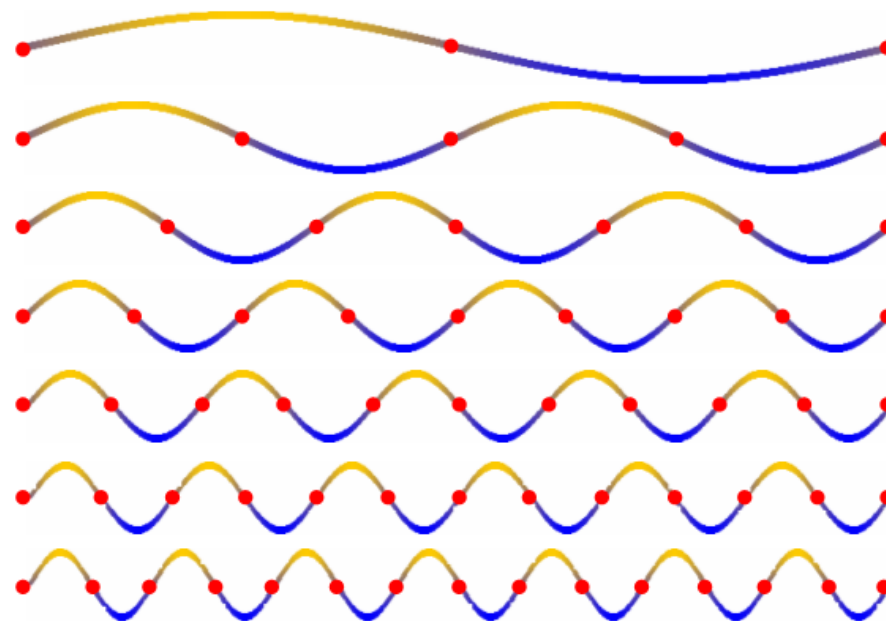
aux fonctions définies sur des maillages

# Transformée de Fourier



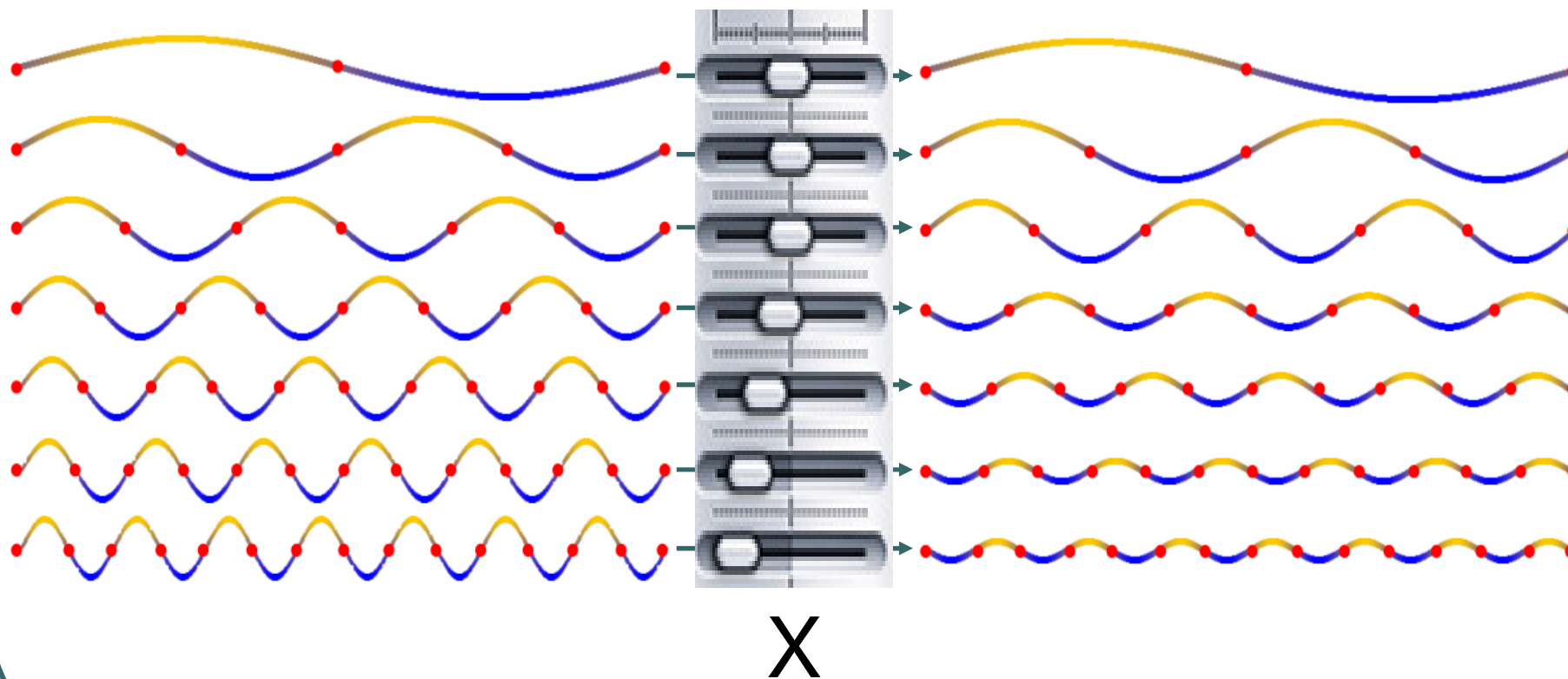
$f$

$= \sum$

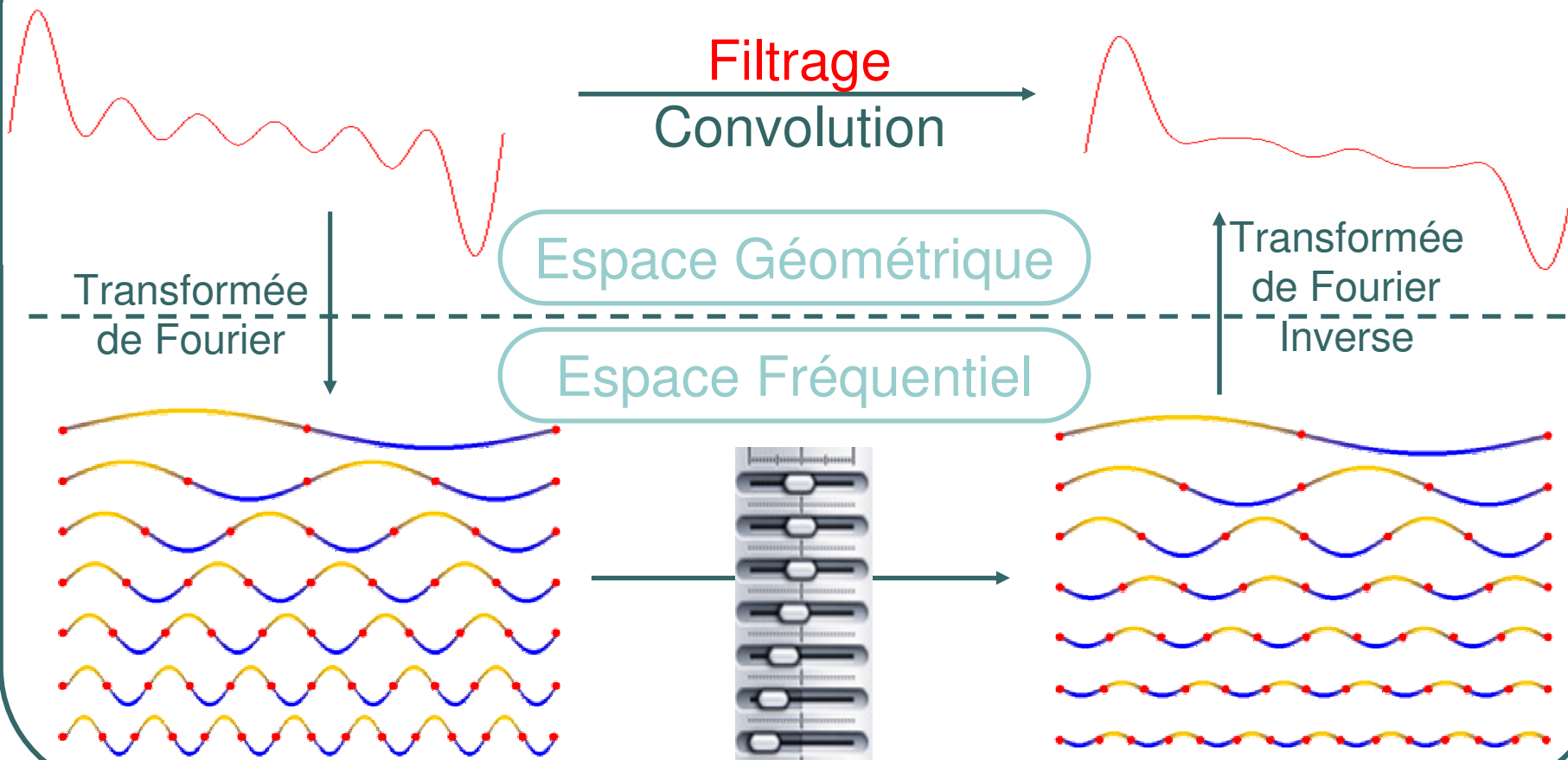


$\sin(kx)$

# Filtrage



# Filtrage



# Filtrage sur un maillage



Filtrage  
[Taubin 95]



Espace Géométrique

Espace Fréquentiel



# Filtrage sur un maillage



Filtrage

[Taubin 95]



Espace Géométrique

Espace Fréquentiel



# Filtrage sur un maillage



Filtrage

[Taubin 95]



Espace Géométrique

Espace Fréquentiel



[Karni00] compression de maillages  
[Zhang06] appariement de formes  
[Dong06] quadrangulation





## I.1) Harmoniques

---

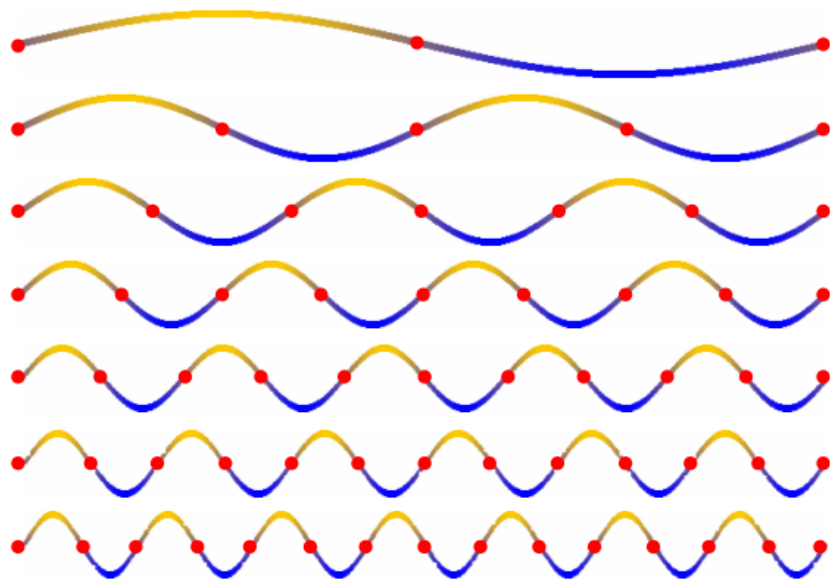
Introduction

**1) Harmoniques**

2) Filtrage

Conclusion

# Question



$$\sin(kx)$$

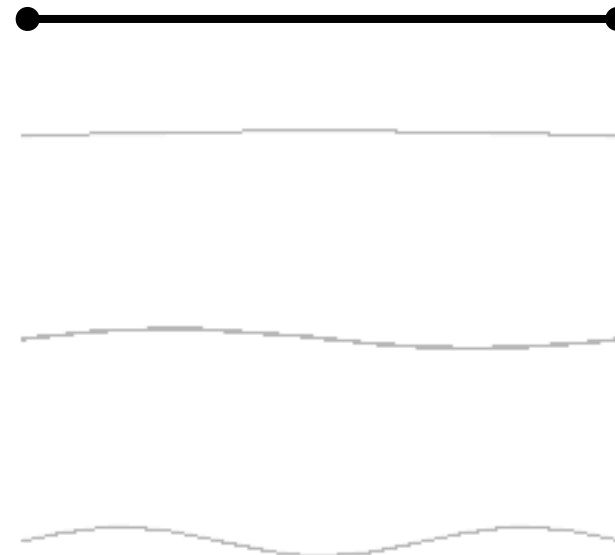
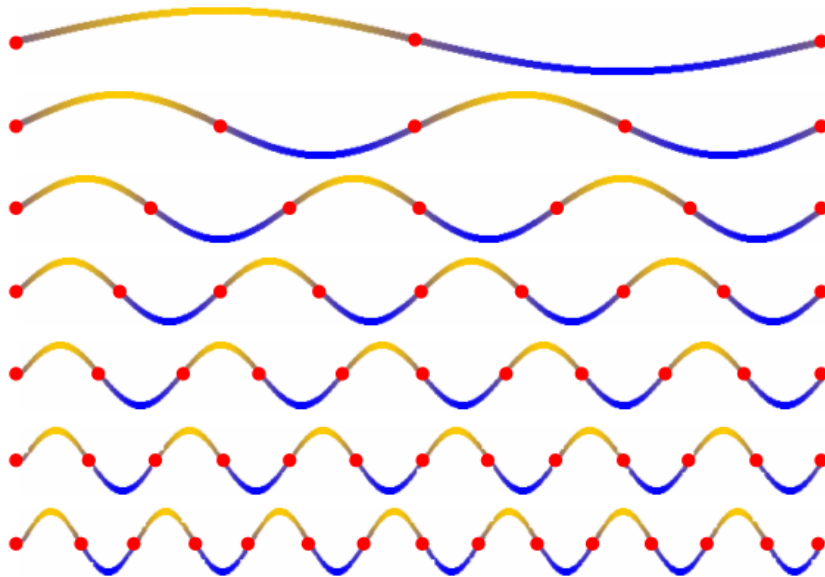
sur



?

# *Harmoniques et vibrations*

---

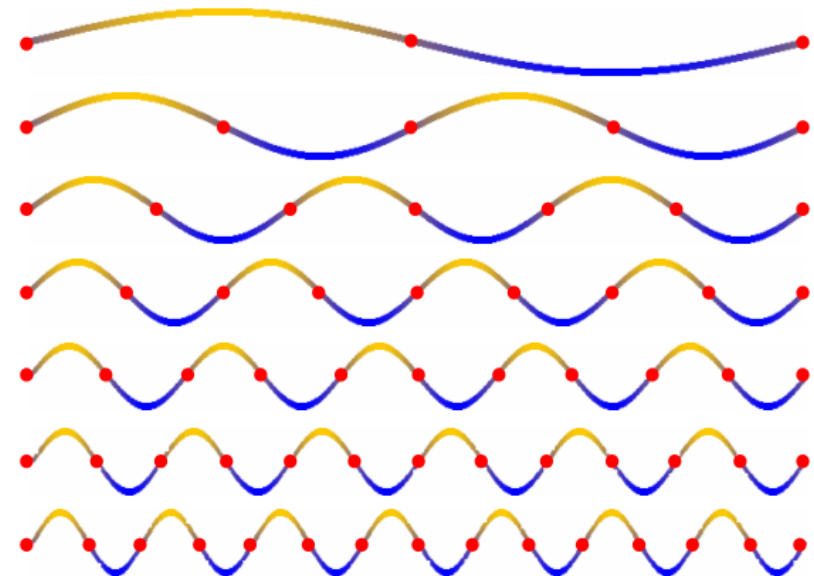


Les  $\sin(kx)$  sont les modes de vibration = **harmoniques** d'une corde

# Harmoniques Variétés



Harmoniques



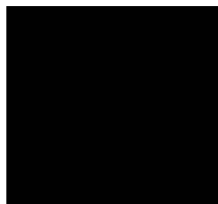
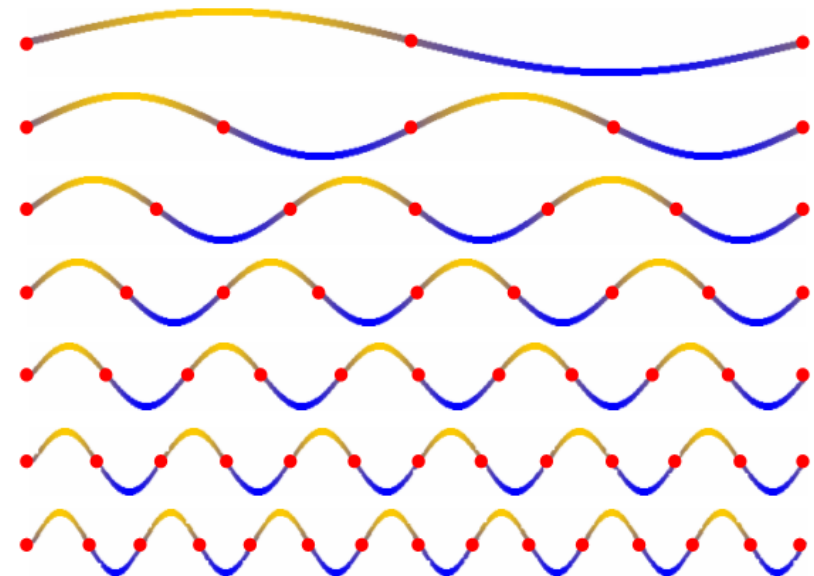
Harmoniques



# Harmoniques Carrées



Harmoniques

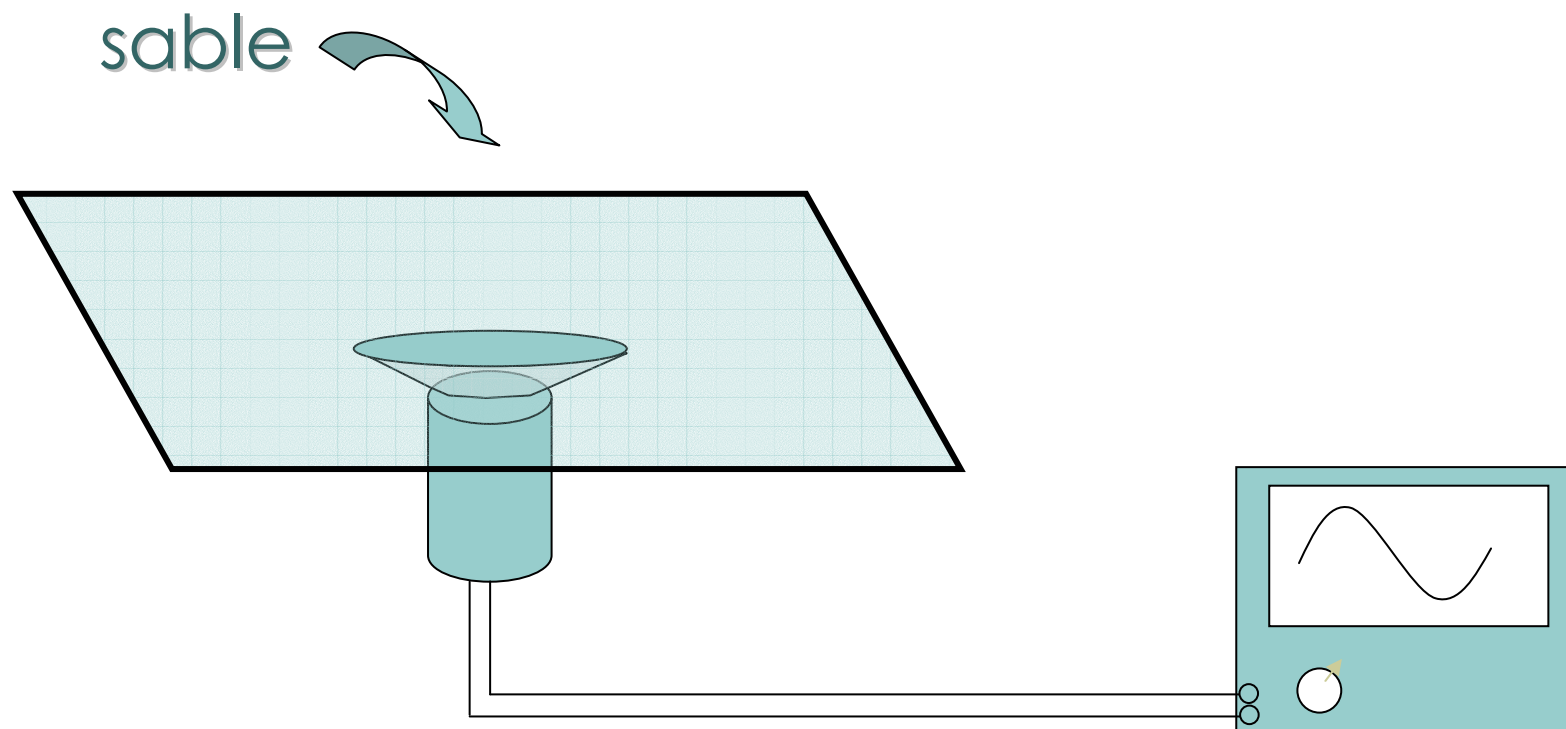


Harmoniques



# *Plaques de Chladni*

---

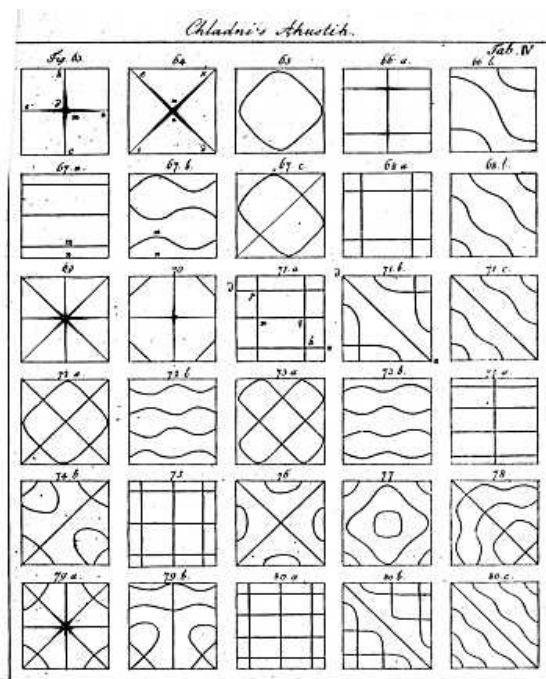


## ***Plaques de Chladni***

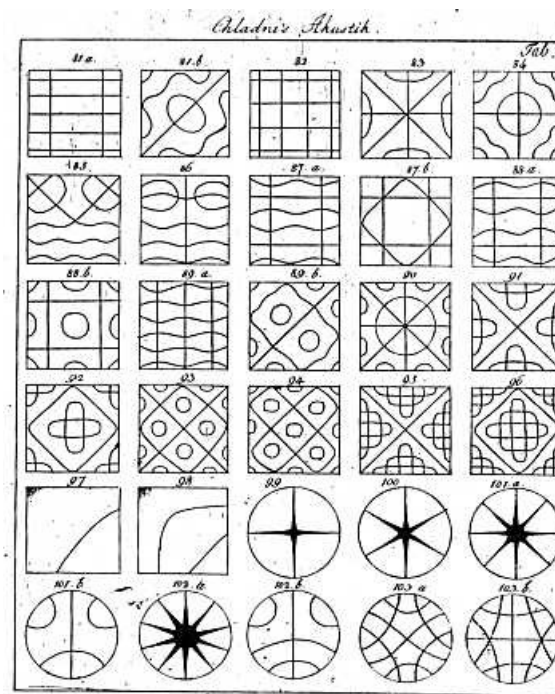
---



# Plaques de Chladni



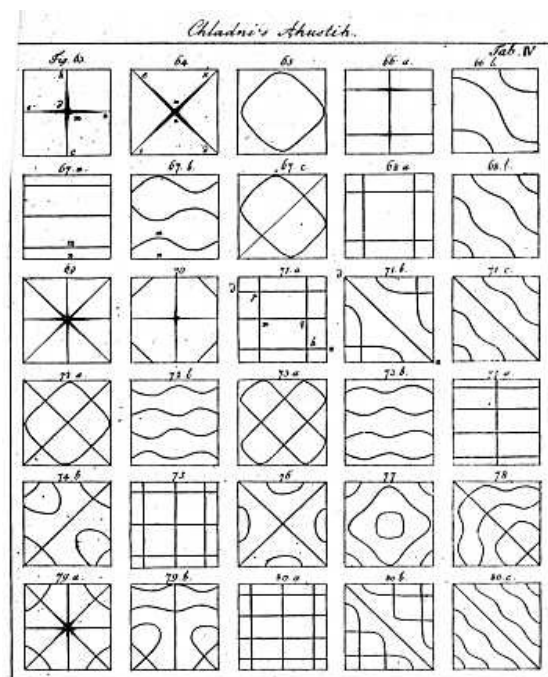
Source : Wikipedia



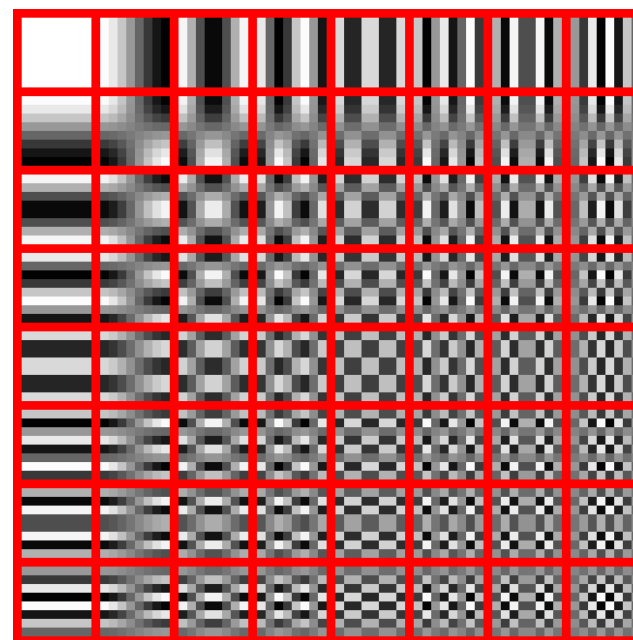
Découvertes concernant la théorie de la musique, Chladni, 1787



# Plaques de Chladni et jpeg



Source : Wikipedia

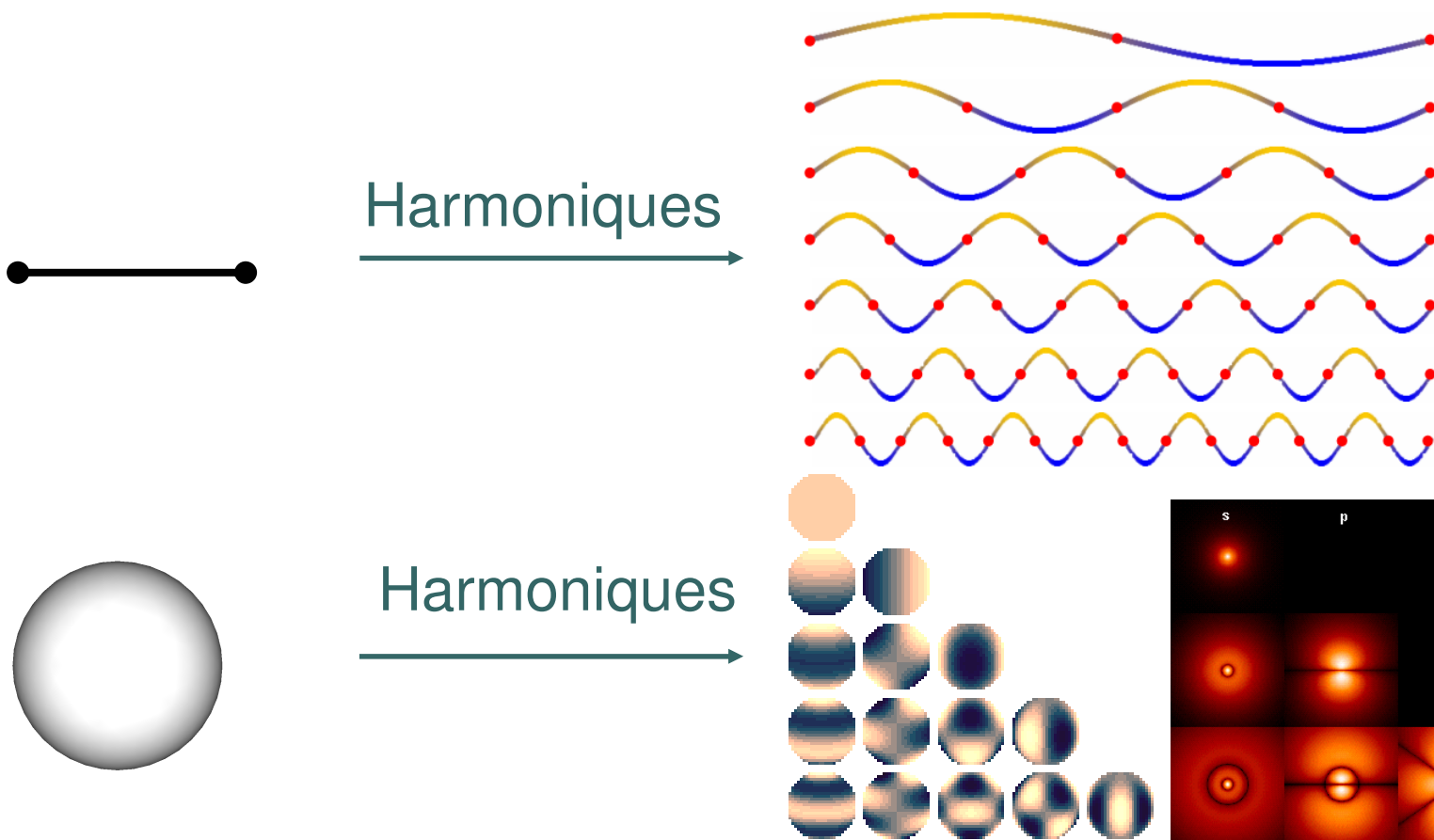


Source : Wikipedia

Plaques de Chladni, 1787

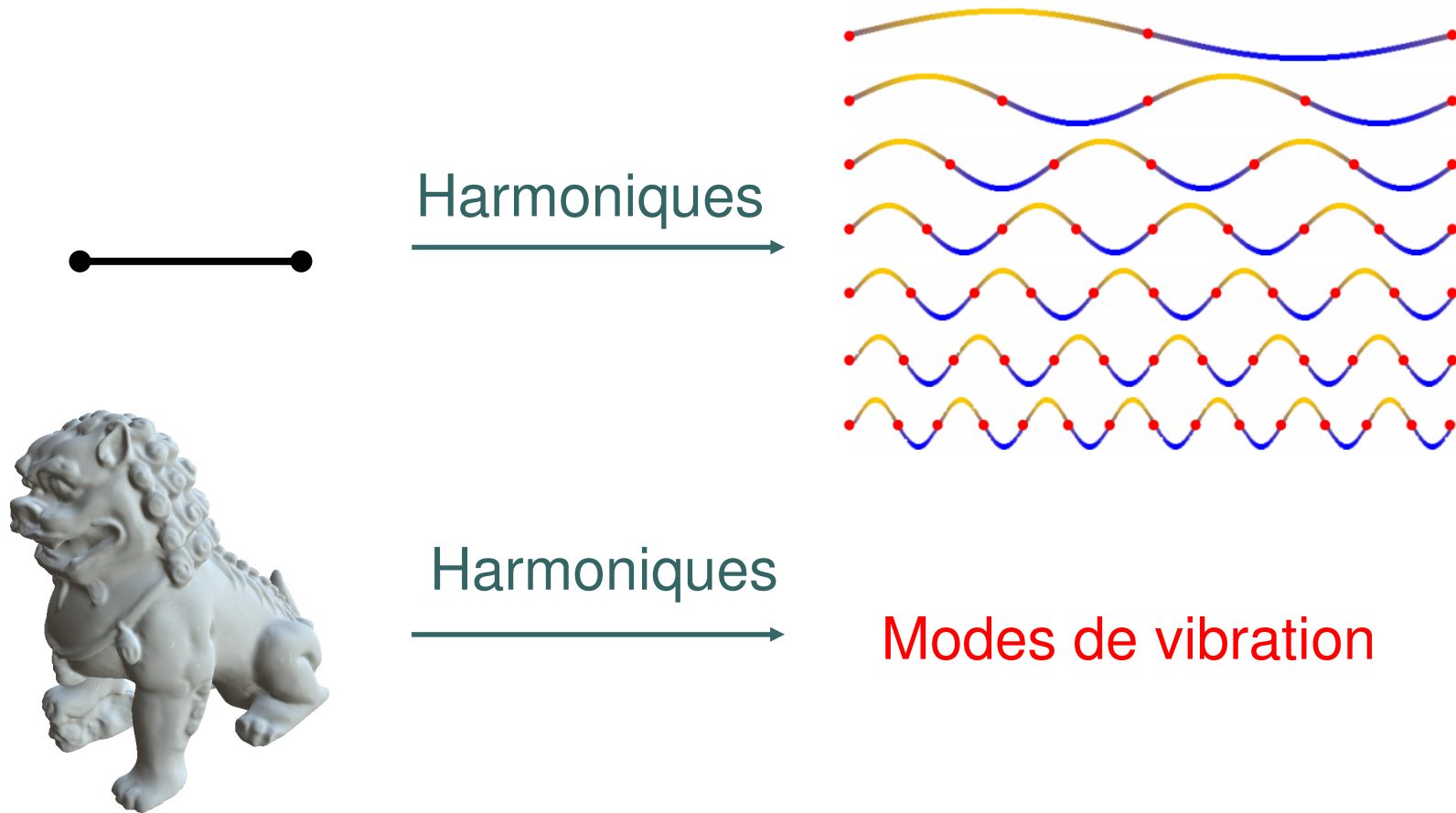
Transformée en cosinus discrète (jpeg), 1974

# Harmoniques sphériques



Source : Wikipedia

# Harmoniques Variétés



## Harmoniques et vibrations

- Equation d'onde:

$$T \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \mu \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$

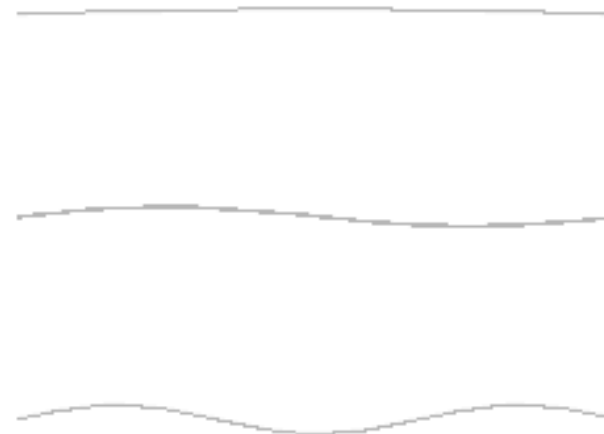
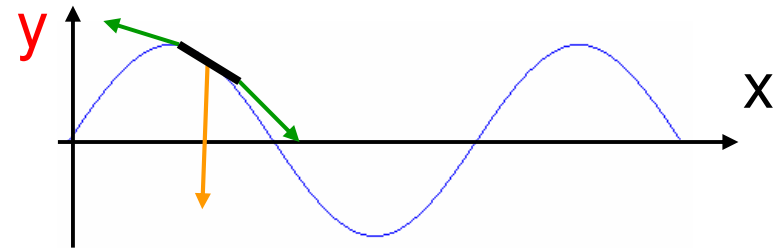
T: tension       $\mu$ : masse

- Modes stationnaires:

$$y(x,t) = y(x) \sin(\omega t)$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = - \boxed{\mu \omega^2 / T} y$$

Fonctions propres de  $\partial^2 / \partial x^2$

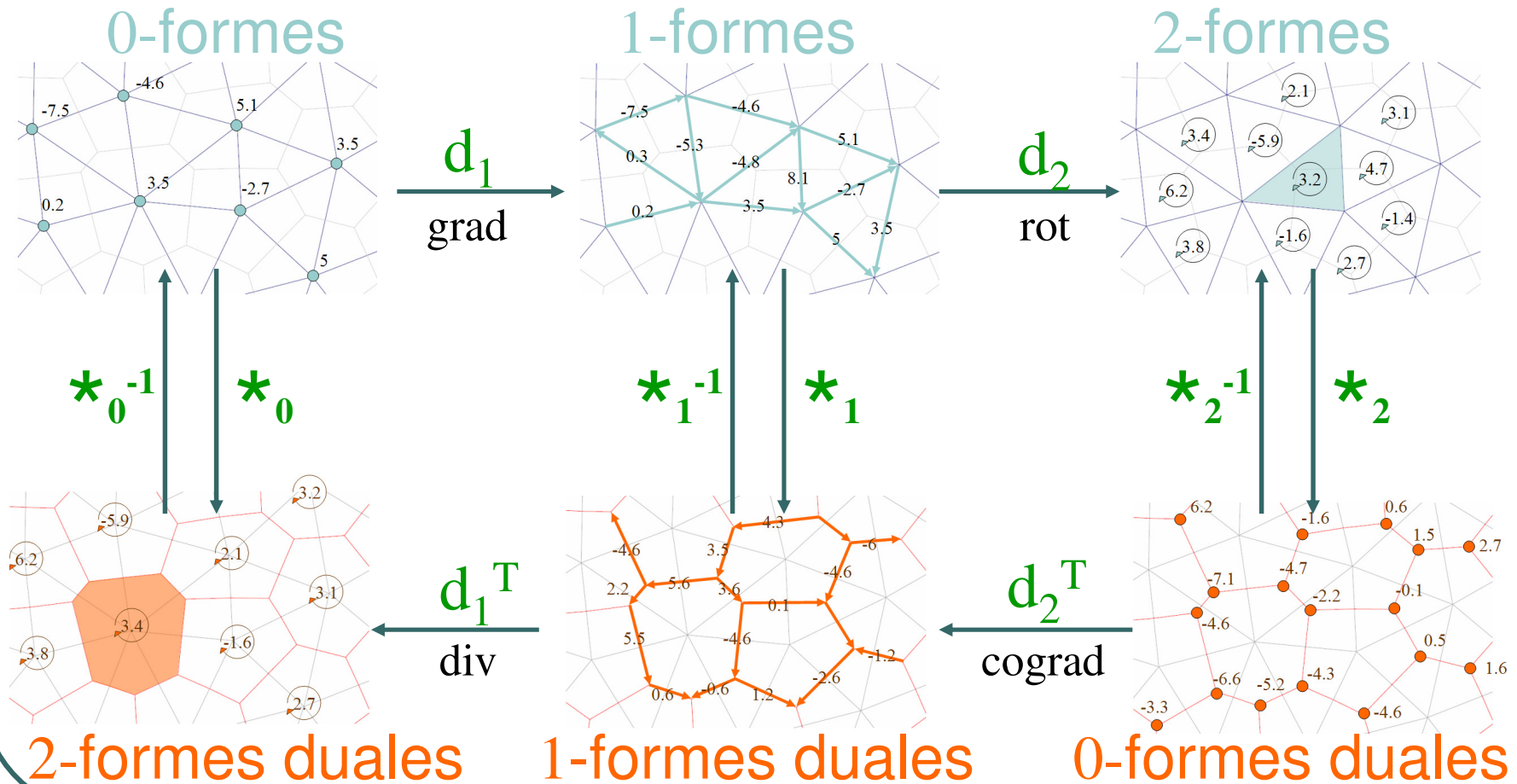


## ***Harmoniques Variétés***

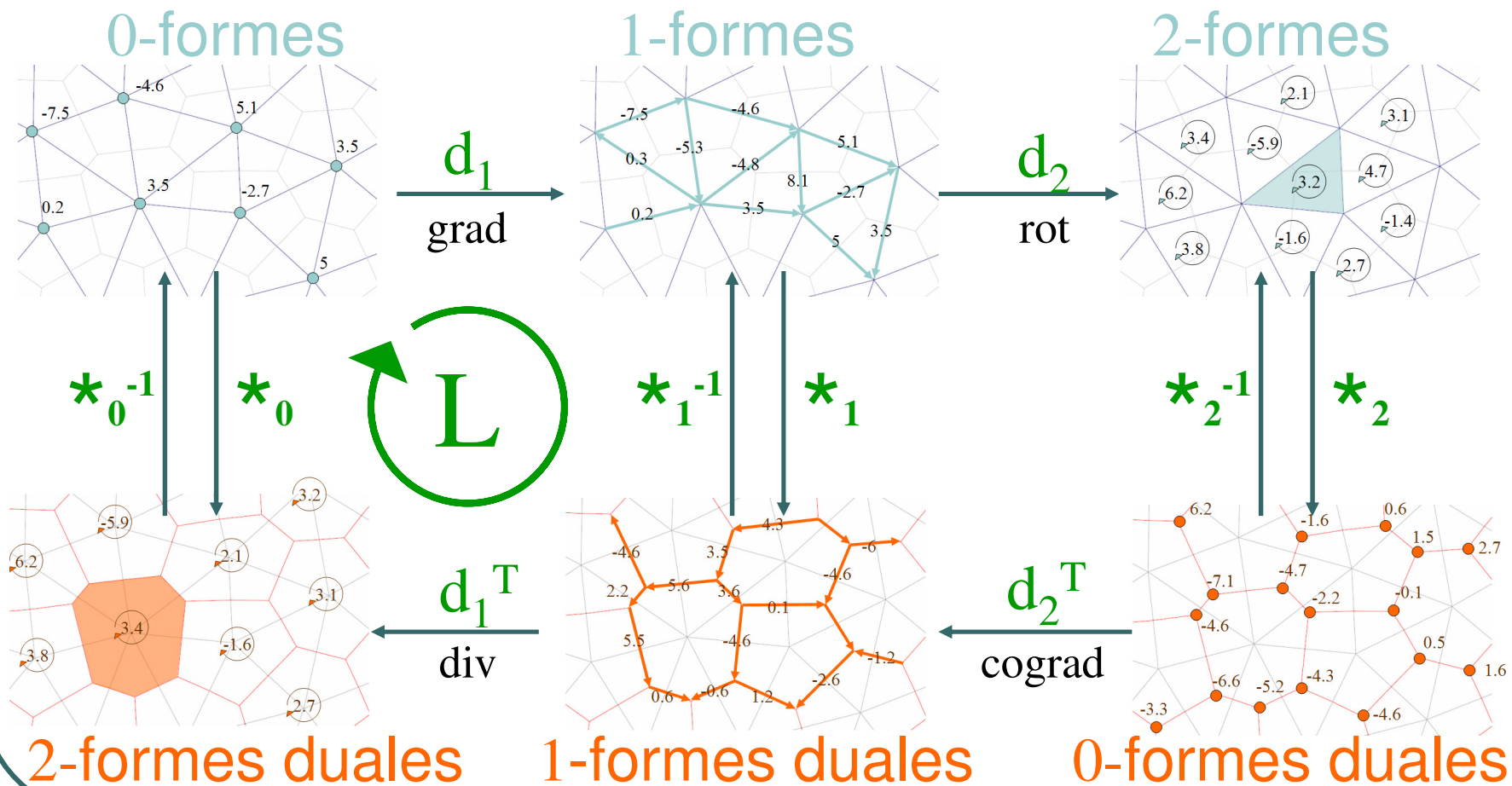
---

- Sur un maillage,  $\partial^2/\partial x^2$  est le Laplacien  $\Delta$
- Les Harmoniques Variétés sont les **fonctions propres** de  $\Delta$
- Utilisons le **Calcul Exterieur Discret**

# Complexe de De Rham discret



## Laplacien



## ***Laplacien en CED***

---

En CED, le Laplacien est  $*_{\mathbf{0}}^{-1} d_1^T *_{\mathbf{1}} d_1$

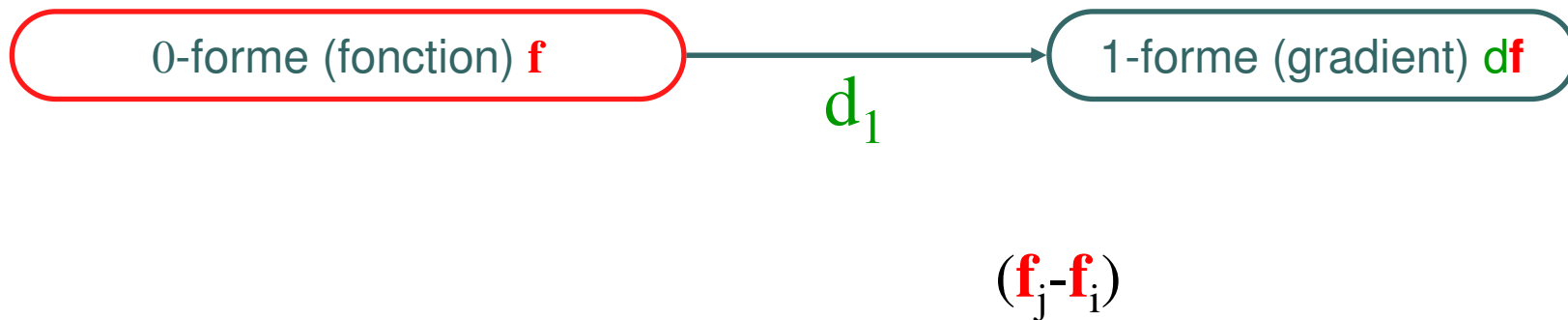
0-forme (fonction) **f**



## ***Laplacien en CED***

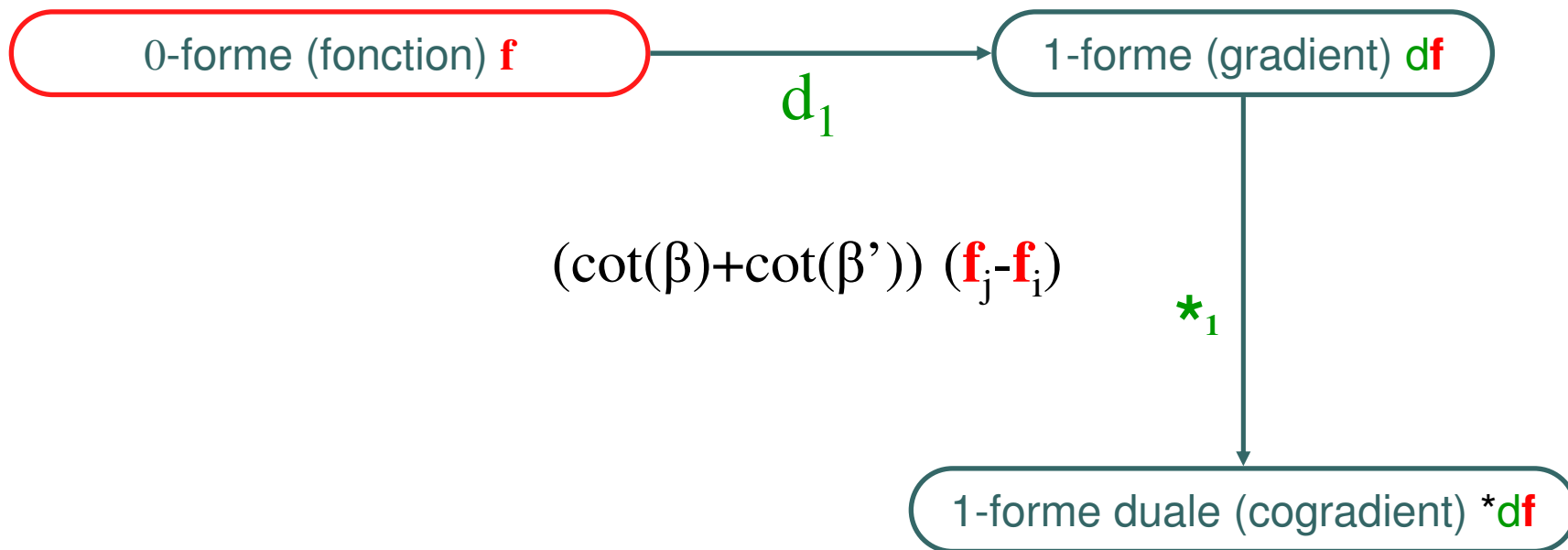
---

En CED, le Laplacien est  $*_0^{-1} d_1^T *_1 d_1$



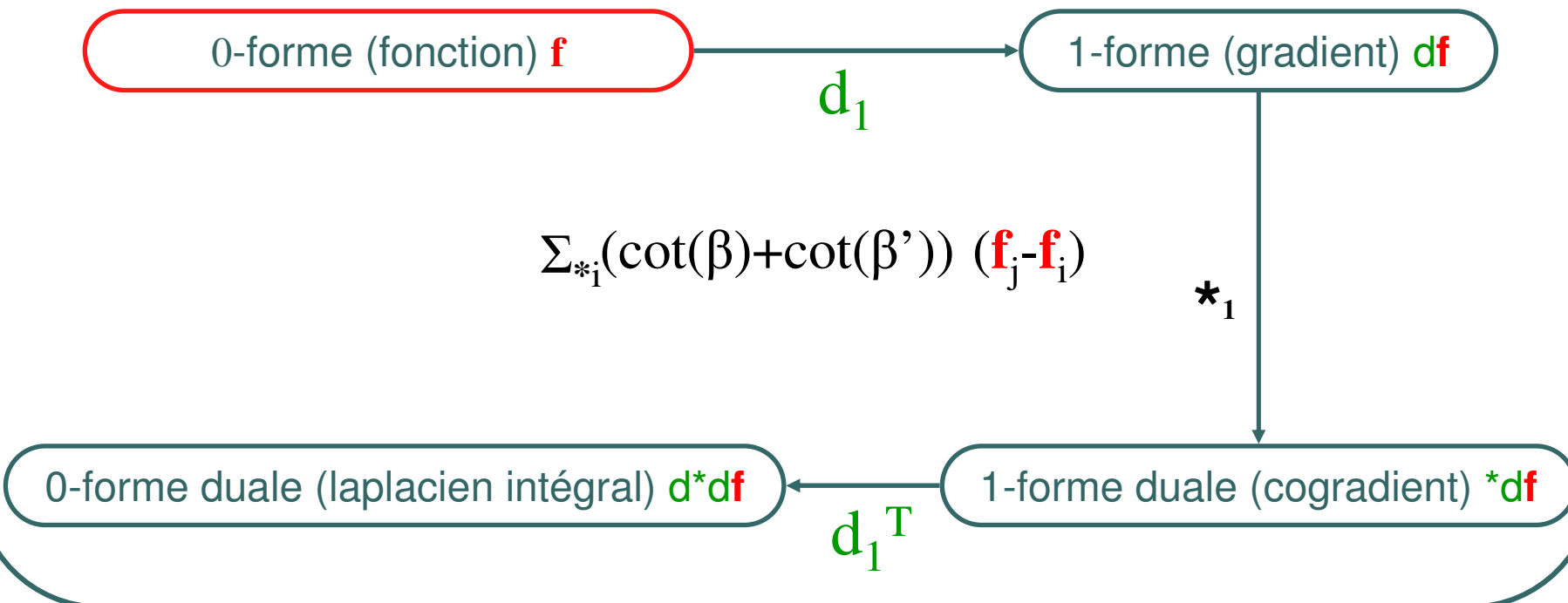
# Laplacien en CED

En CED, le Laplacien est  $*_0^{-1} d_1^T *_1 d_1$



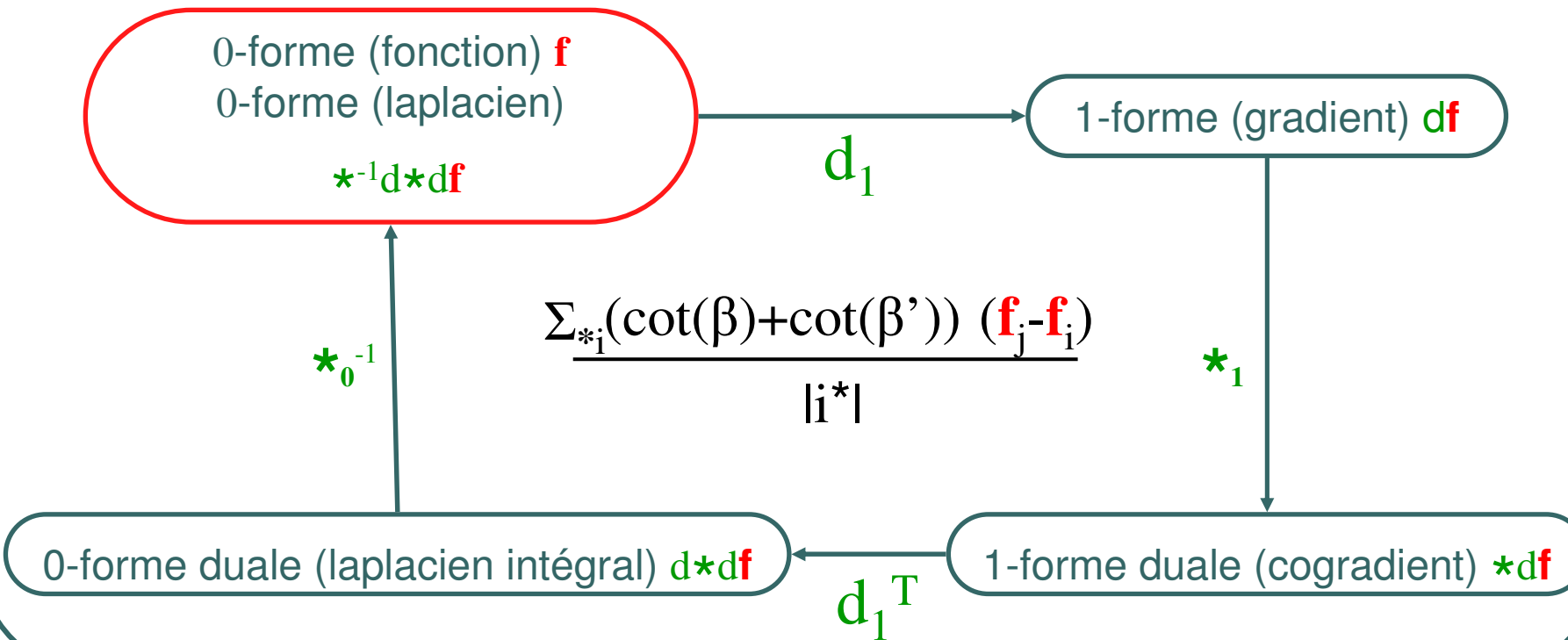
# Laplacien en CED

En CED, le Laplacien est  $*_0^{-1} d_1^T *_1 d_1$



# Laplacien en CED

En CED, le Laplacien est  $*_0^{-1} d_1^T *_1 d_1$



# Base d'Harmoniques Variétés

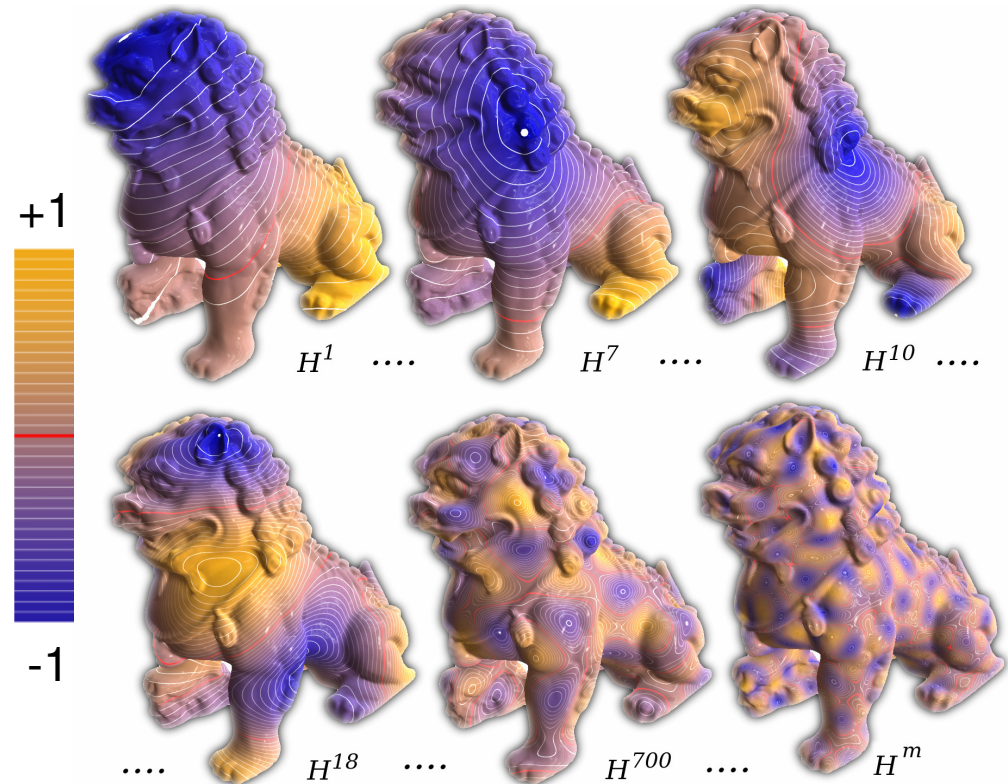
Fonctions propres  
de l'opérateur  $\Delta$

**CED**

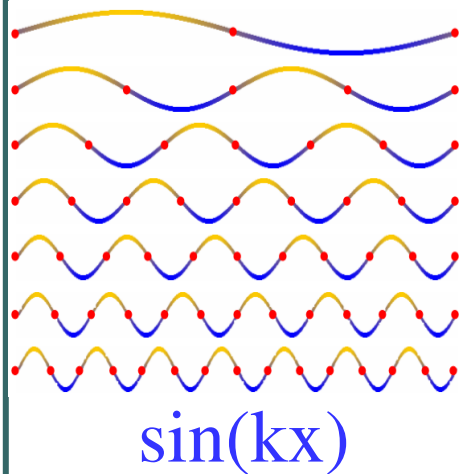


Vecteurs propres  
de la matrice  $L =$

$$*_{0}^{-1}d^T *_{1}d$$



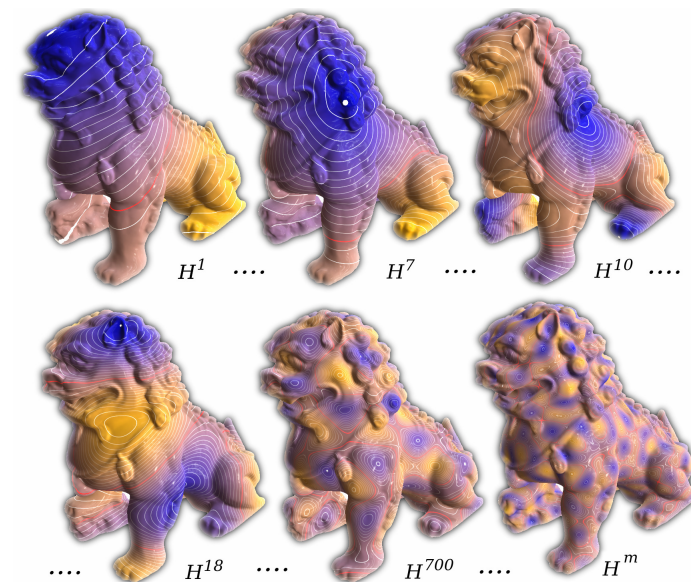
# I.1) Conclusion



sur



=



Vecteurs propres de  $L = *_{0}^{-1}d^T *_{1}d$

## I.2) Filtrage

---

Introduction

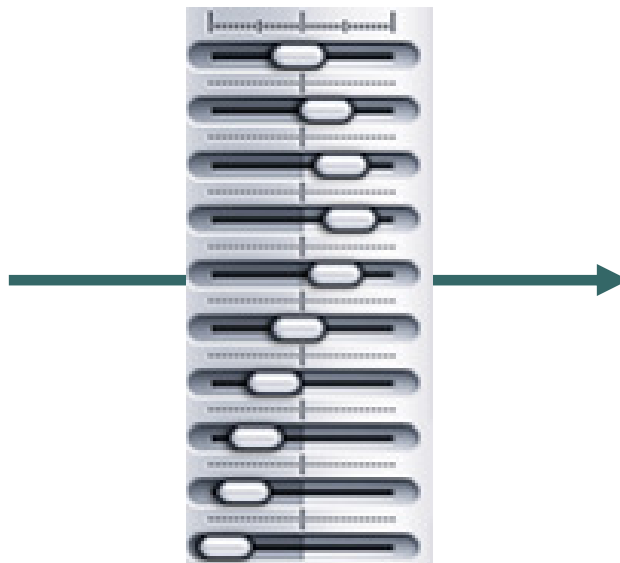
1) Harmoniques

**2) Filtrage**

Conclusion

## I.2) Filtrage

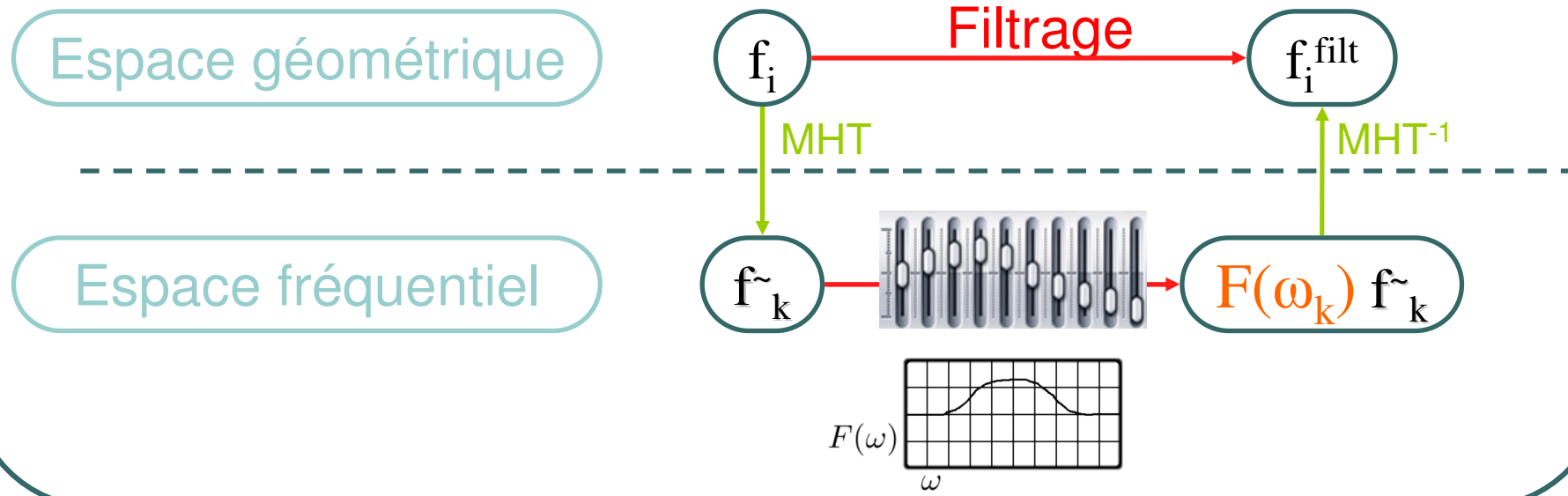
---





# Filtrage spectral

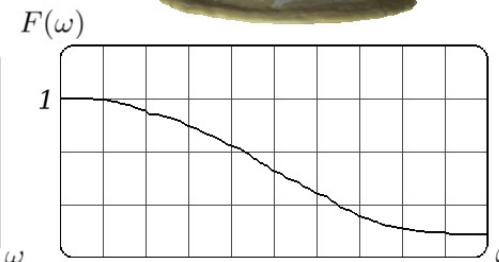
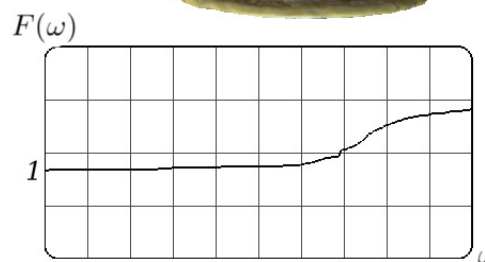
- Les  $H^k$  sont associées à une **valeur propre**  $\lambda_k$
- Les  $\lambda_k = \omega_k^2$  sont des carrés de **fréquences spatiales**
- Un filtre est une fonction de transfert  $F(\omega)$



# *Filtrage spectral des couleurs*

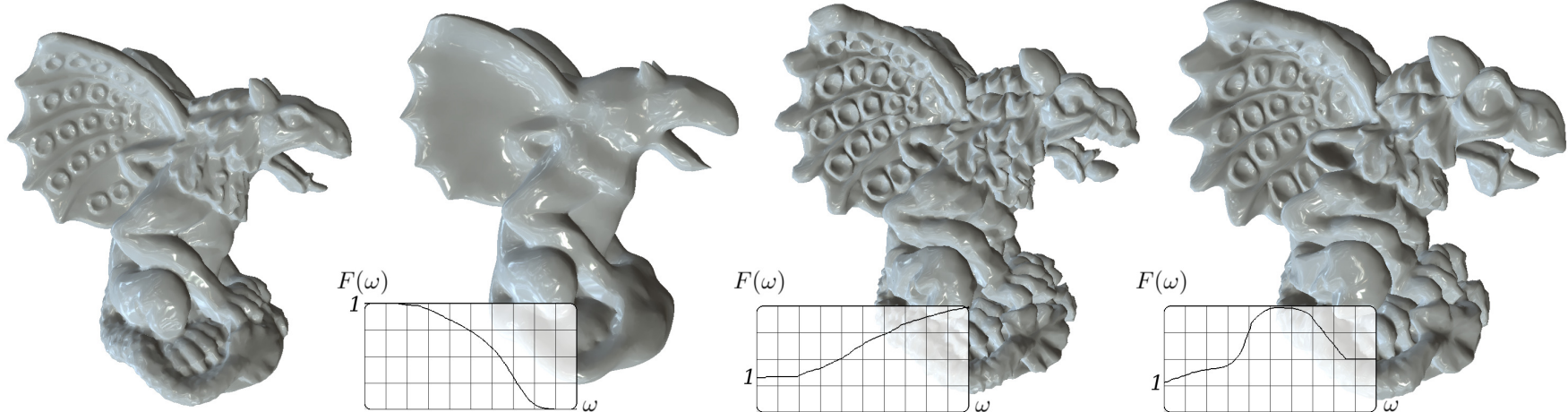


$$\mathbf{f} = (r, g, b)$$



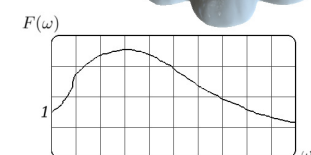
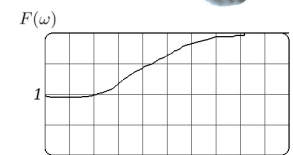
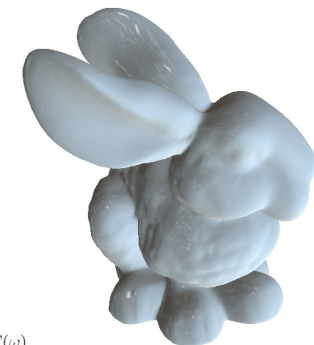
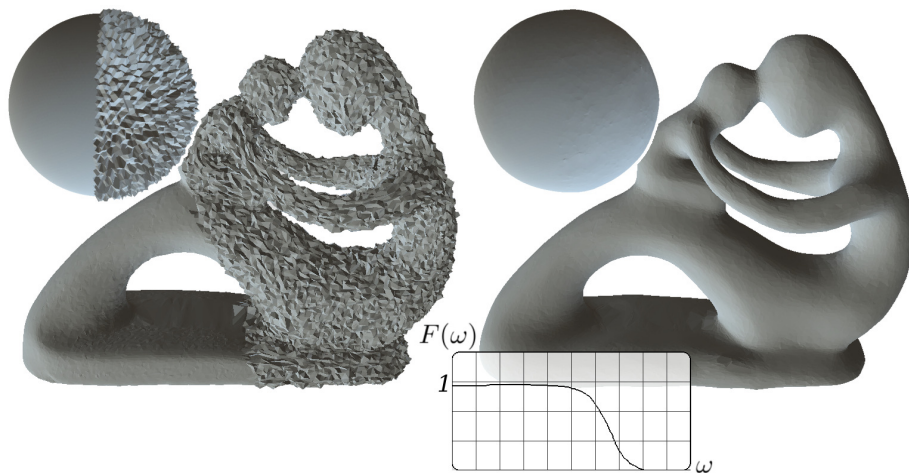
# *Filtrage spectral de la géométrie*

$$\mathbf{f} = (x, y, z)$$



# *Filtrage spectral de la géométrie*

$$\mathbf{f} = (x, y, z)$$



## ***Conclusion***

---

Introduction

1) Harmoniques

2) Filtrage

**Conclusion**

# **Conclusion**

---

- On rend possible:
  - L'analyse de **Fourier**
  - Le **Filtrage** spectralsur les surfaces triangulées.
- Temps pour calculer les **Harmoniques Variétés** ~  
Temps pour calculer un **filtre** par les approches classiques (5 minutes pour 300k sommets)
- Temps pour actualiser un filtre ~ **temps réel**

## II Champs de directions

### ***Plan***

---

Introduction

I. Harmoniques Variétés

**II. Champs de Directions**

[IEEE Transactions on Visualization, Vis' 2006]

[ACM Transactions on Graphics 2008]

[ACM Transactions on Graphics (accepté sous réserve de modifications)]

## ***Introduction***

---

### **Introduction**

- 1) Théorie continue
- 2) Théorie discrète
- 3) Application au:
  - a) contrôle topologique **fort**
  - b) contrôle topologique **faible**

### **Conclusion**



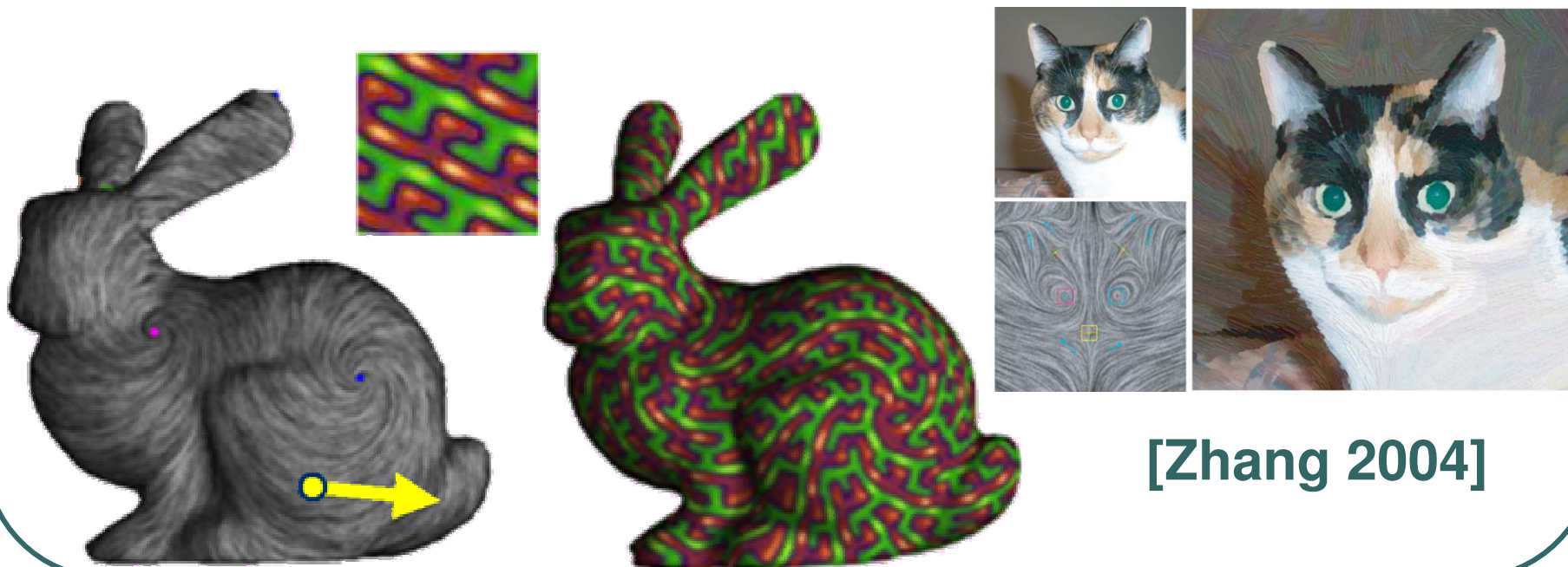
## ***Les champs de directions***

### **Intuition :**

Un champ de directions est une **orientation** locale d'une surface

### **Exemple :**

Un champ de vecteurs est utilisé pour orienter une texture



[Zhang 2004]

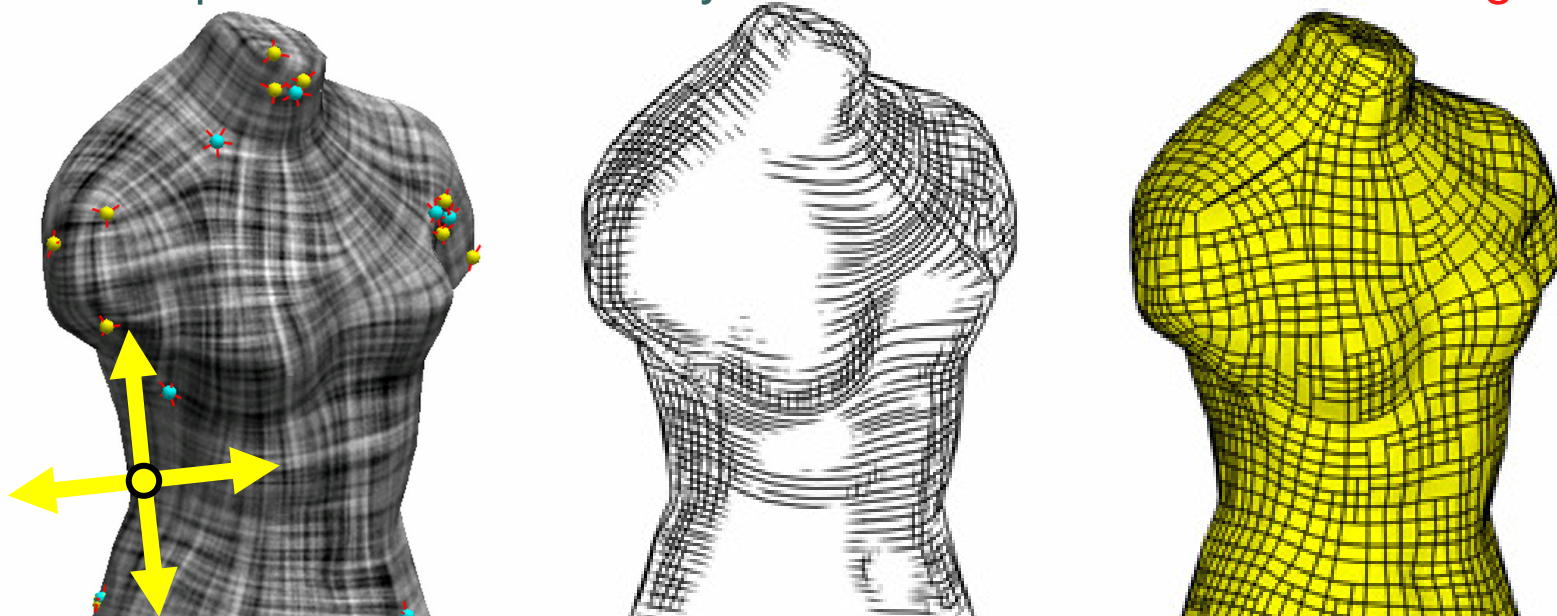
## *Les directions à symétries*

**Intuition :**

Une direction à **N**-symétries est invariante par rotations de  $2\pi/N$

**Exemple :**

Un champs de directions à **4**-symétries utilisée en **NPR/remailage**



[Zhang2007]

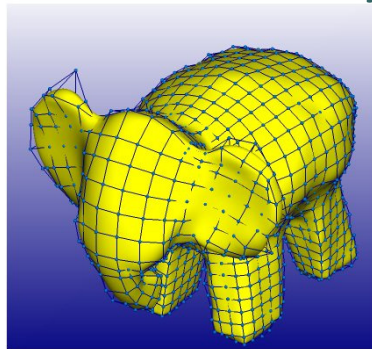
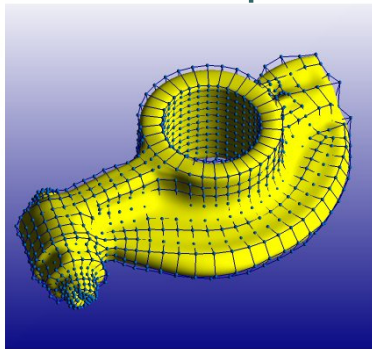
# Les directions à symétries

**Intuition :**

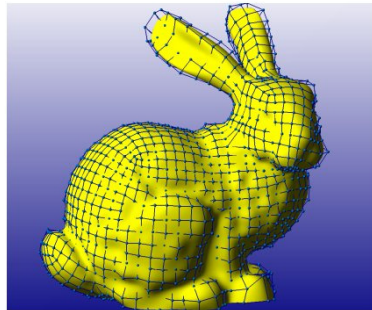
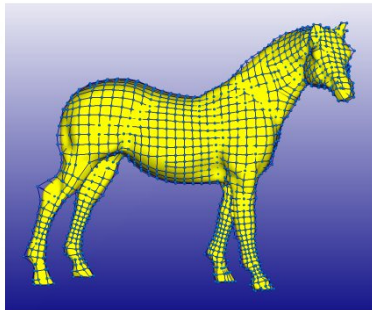
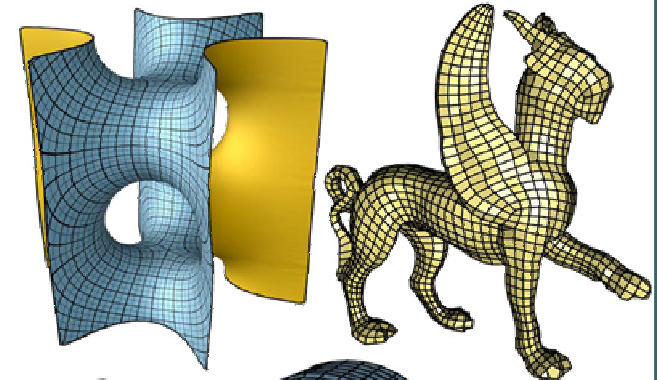
Une direction à **N**-symétries est invariante par rotations de  $2\pi/N$

**Exemple :**

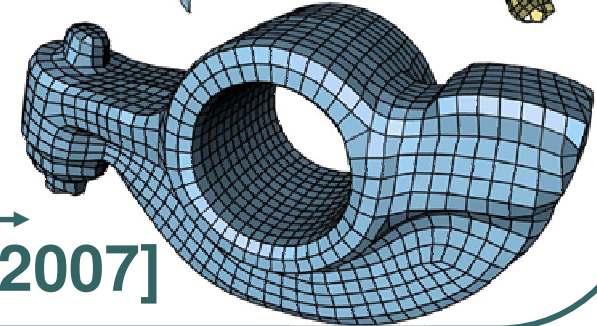
Un champs de directions à 4-symétries utilisée en **Paramétrisation quad**



[Li 2006]



[Kälberer2007]



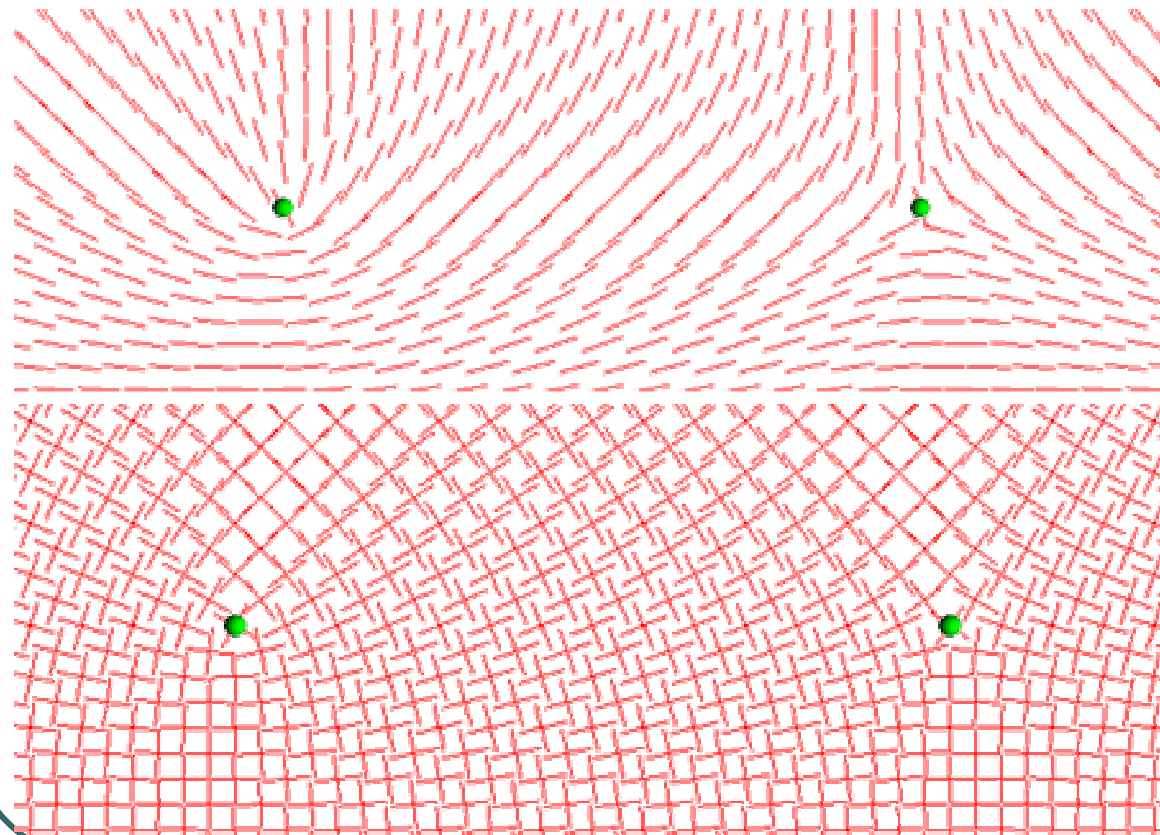
## ***Objectif***

---

**Créer** des champs de directions  
avec des **bonnes** propriétés pour  
ces applications

## *Propriétés désirées*

- Champs de directions à symétries de rotation:



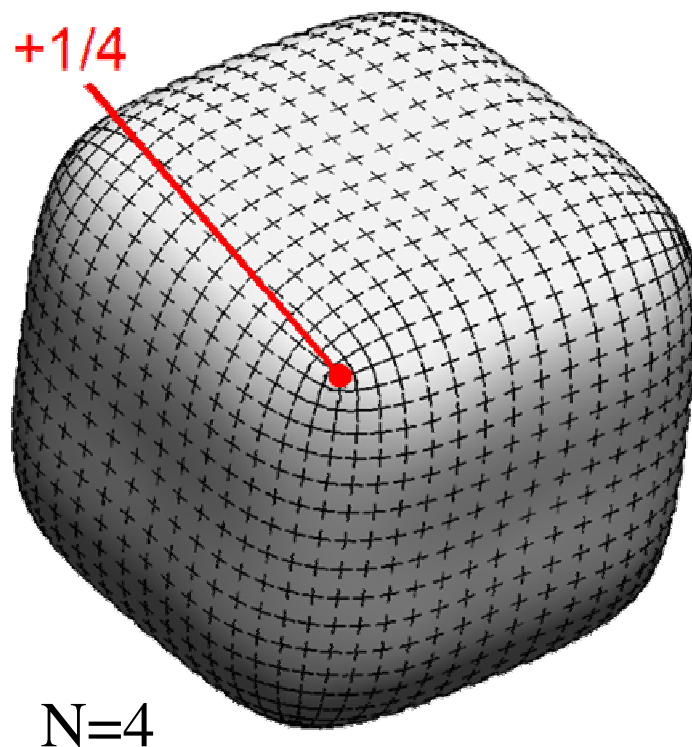
permet de nouveaux types de singularités

$N=2$

$N=4$

## *Propriétés désirées*

- Champs de directions à N symétries de rotation:

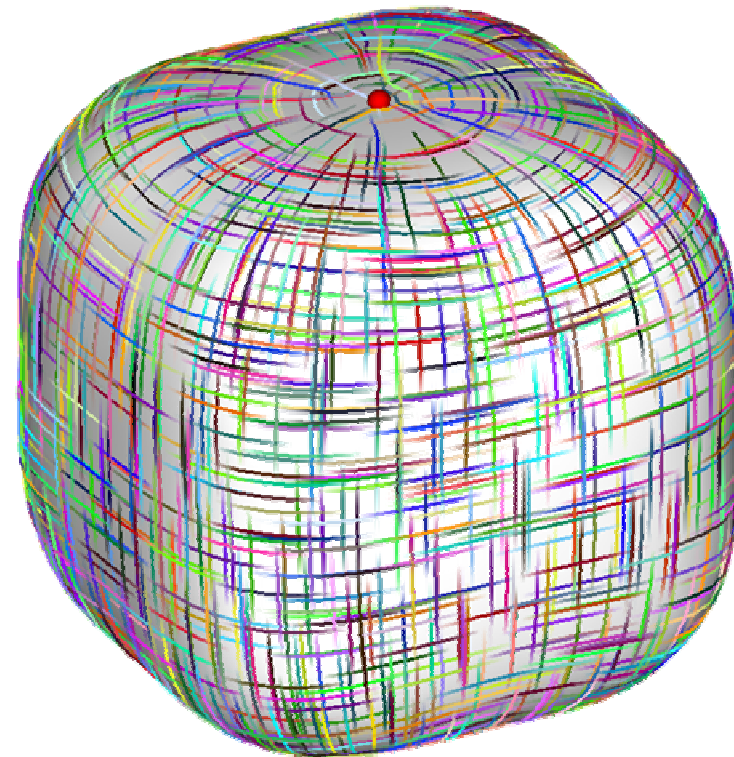
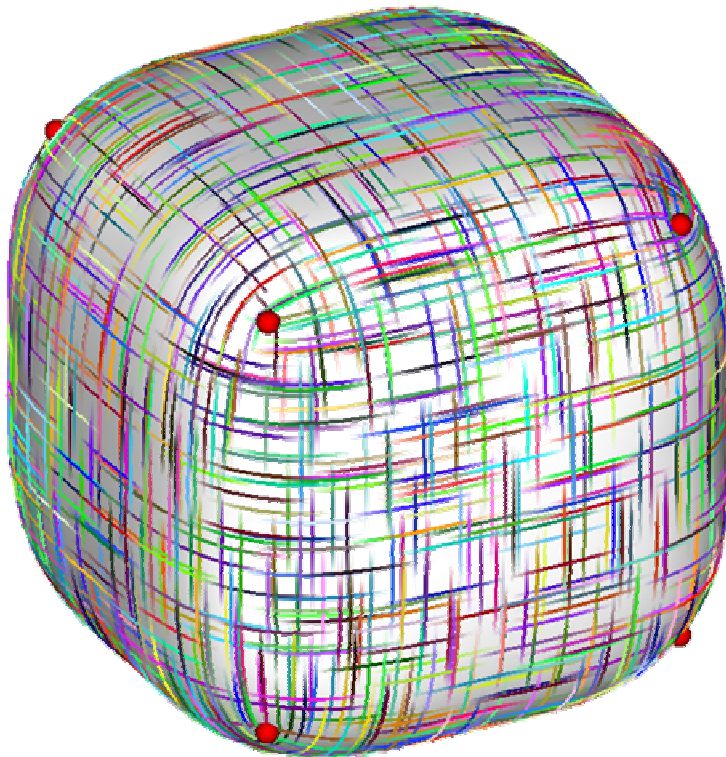




## ***Propriétés désirées***

---

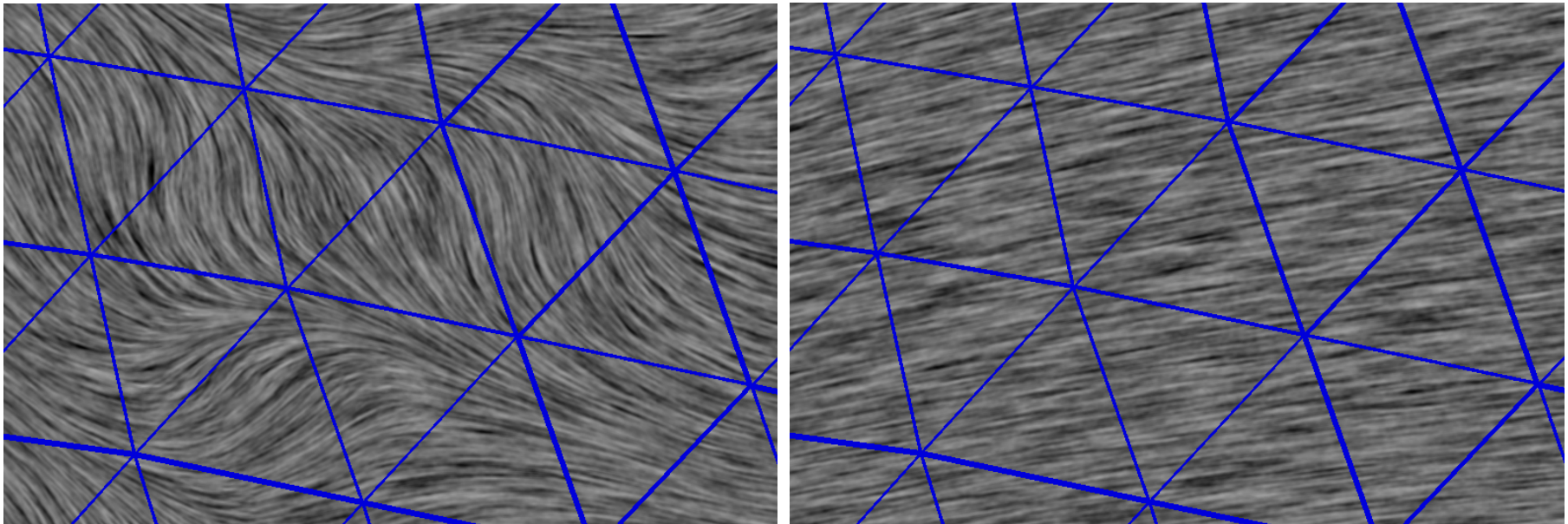
- Champs de directions à N symétries de rotation:



## ***Propriétés désirées***

---

- **Régularité de la direction: résultat lisse**

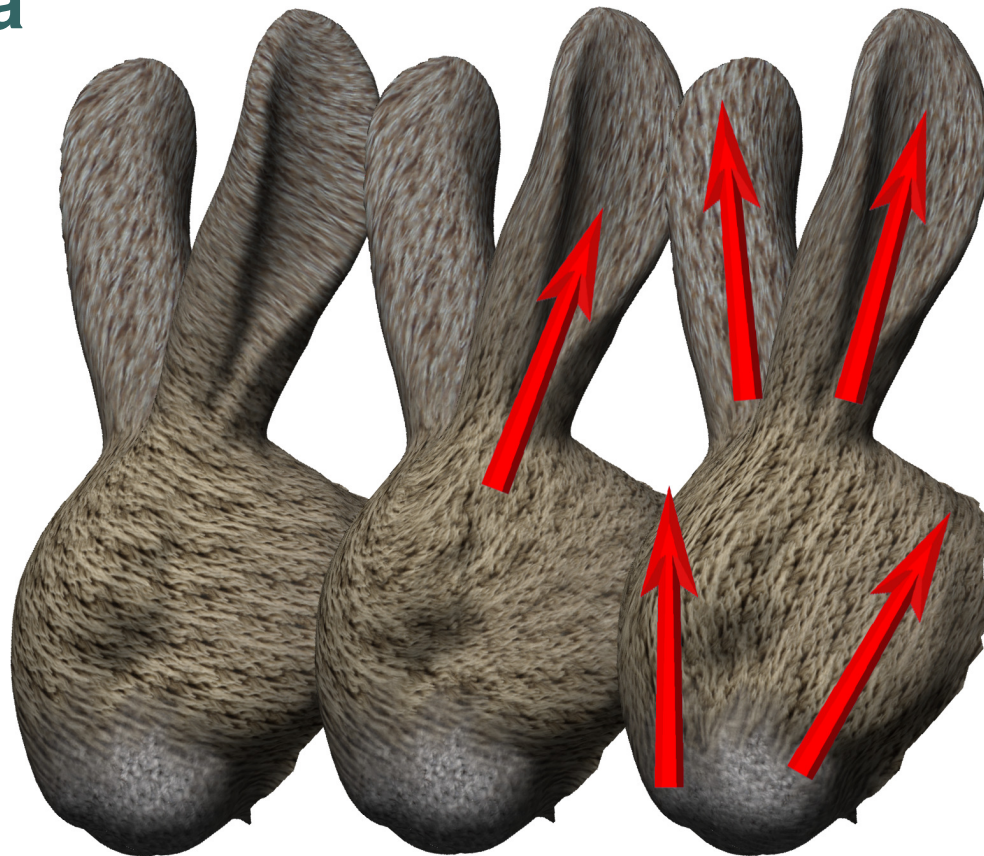




## *Propriétés désirées*

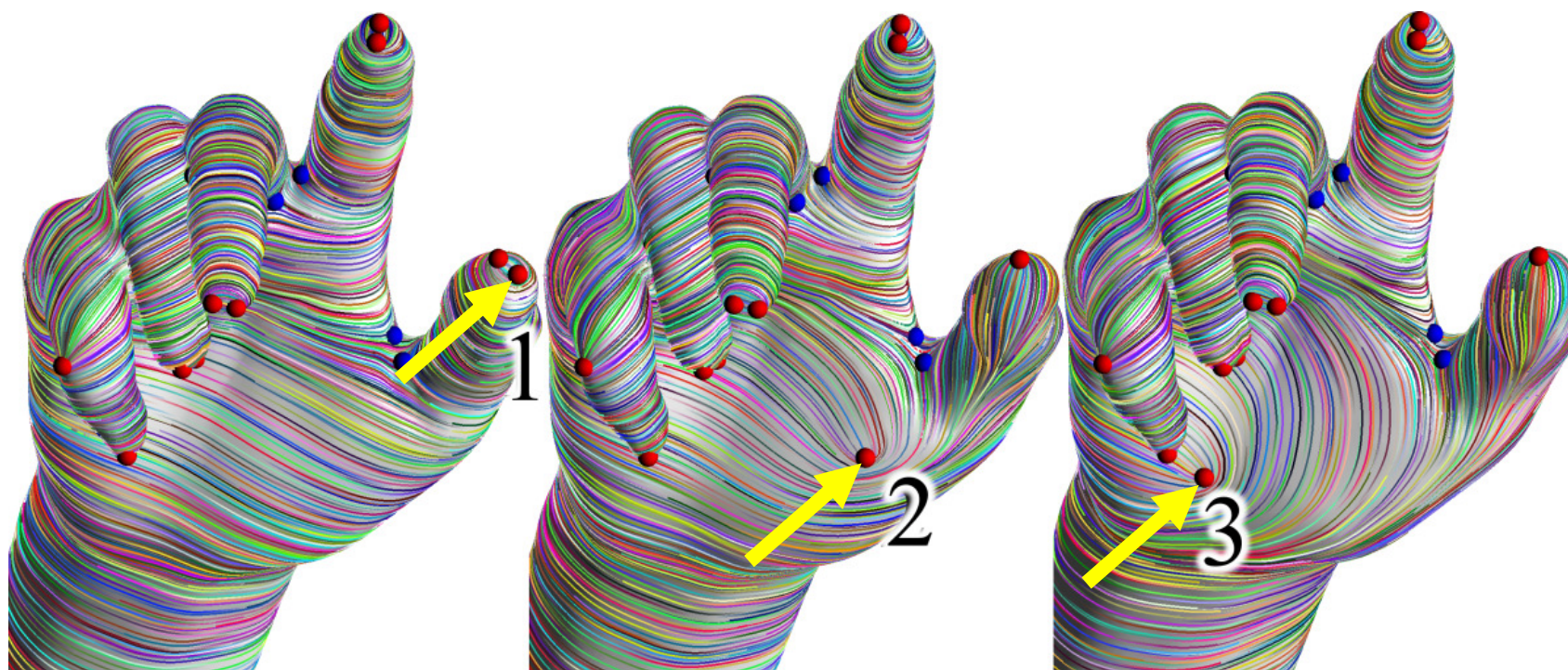
---

- Contrôle de la géométrie



## *Propriétés désirées*

- Contrôle des singularités/de la **topologie**



Etudier la **topologie** des champs de directions

## II.1) *Théorie continue*

---

Introduction

1) **Théorie continue**

2) Théorie discrète

3) Application au:

a) contrôle topologique **fort**

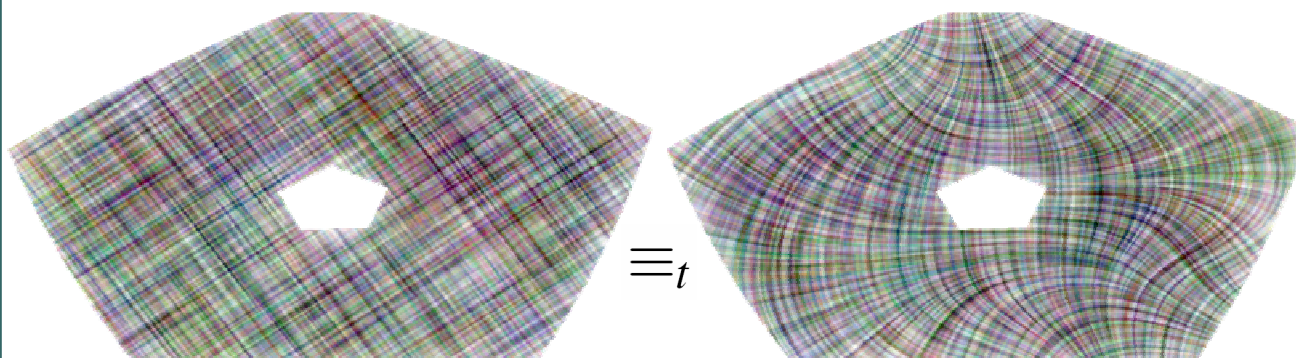
b) contrôle topologique **faible**

Conclusion

## II.1) Introduction

---

- Topologie des champs de directions

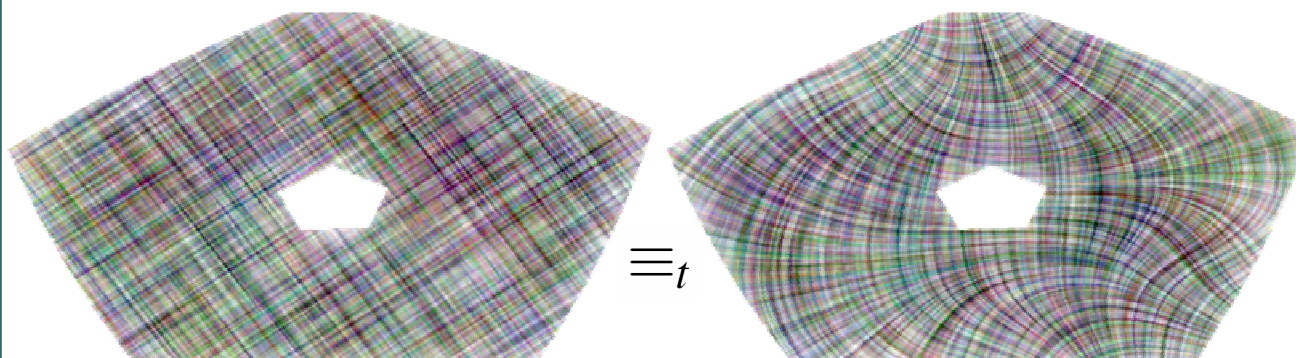


Homotopes

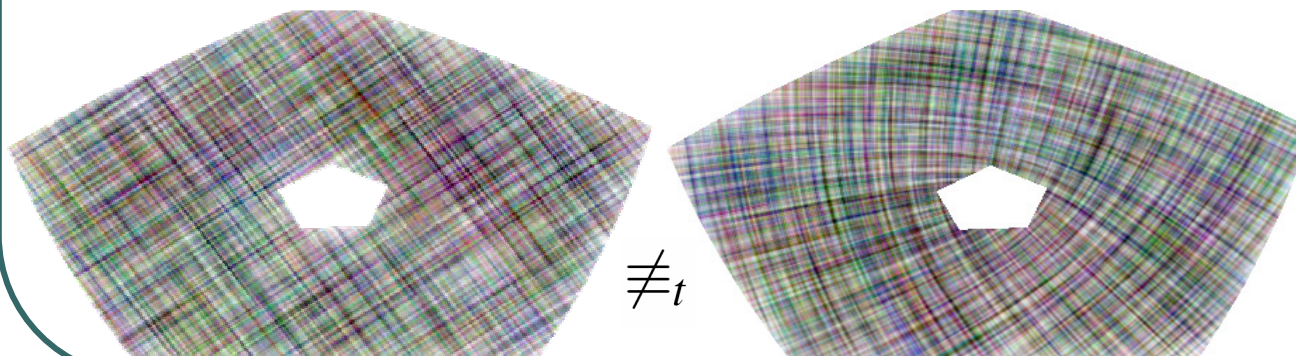


## II.1) Introduction

- Topologie des champs de directions



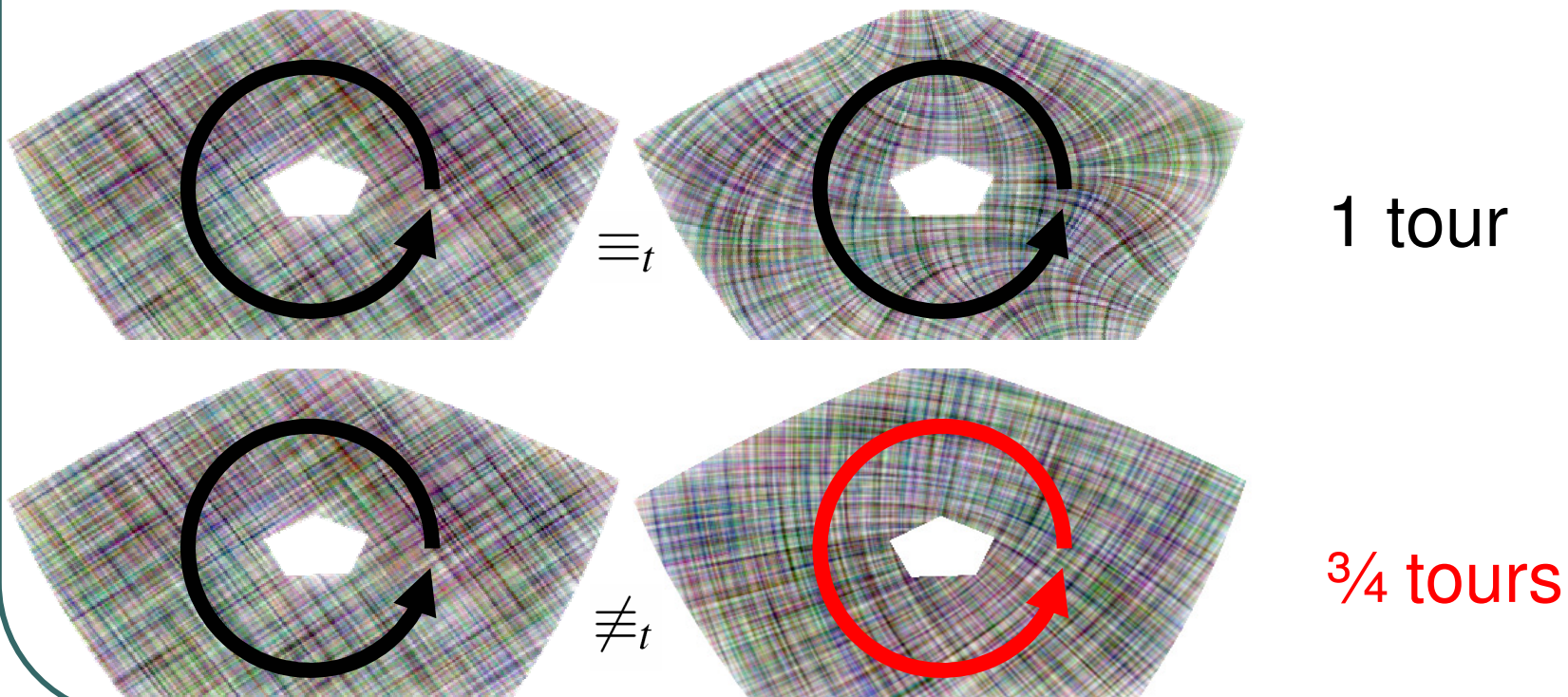
Homotopes



~~Homotopes~~

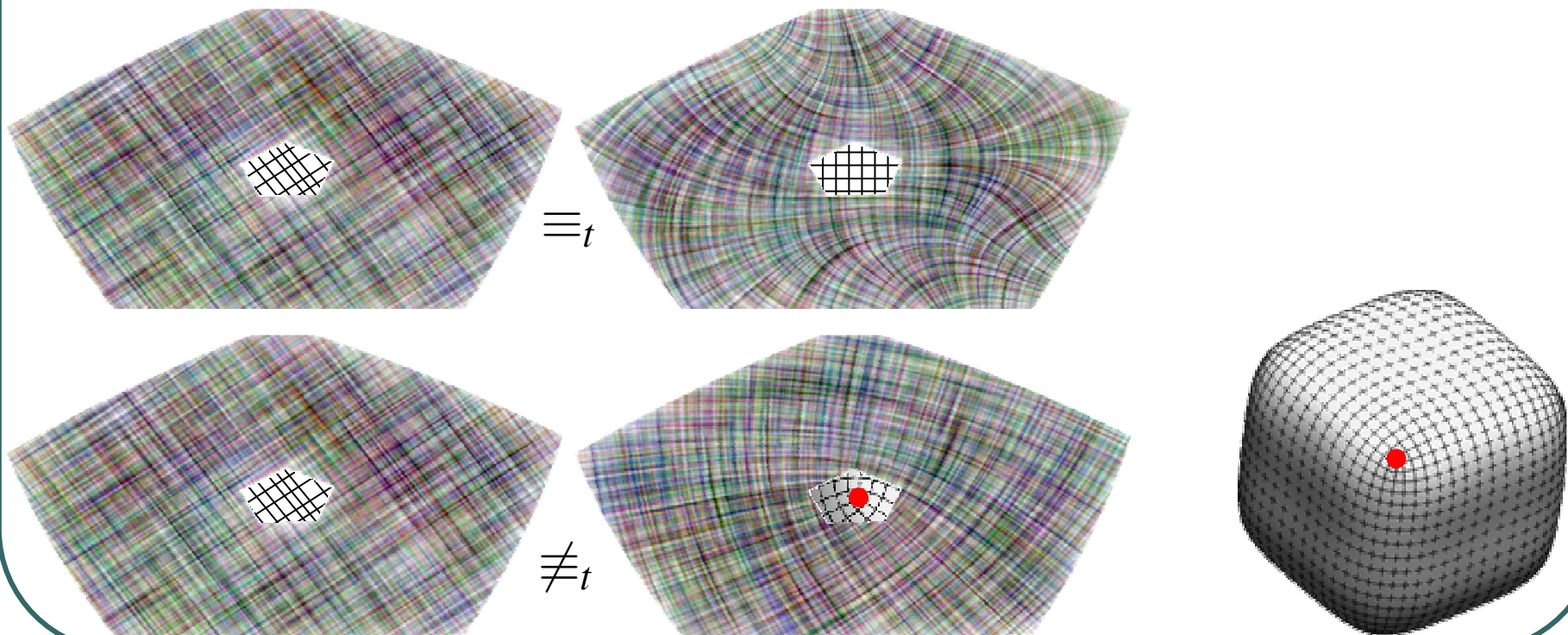
## II.1) Introduction

- Topologie des champs de directions



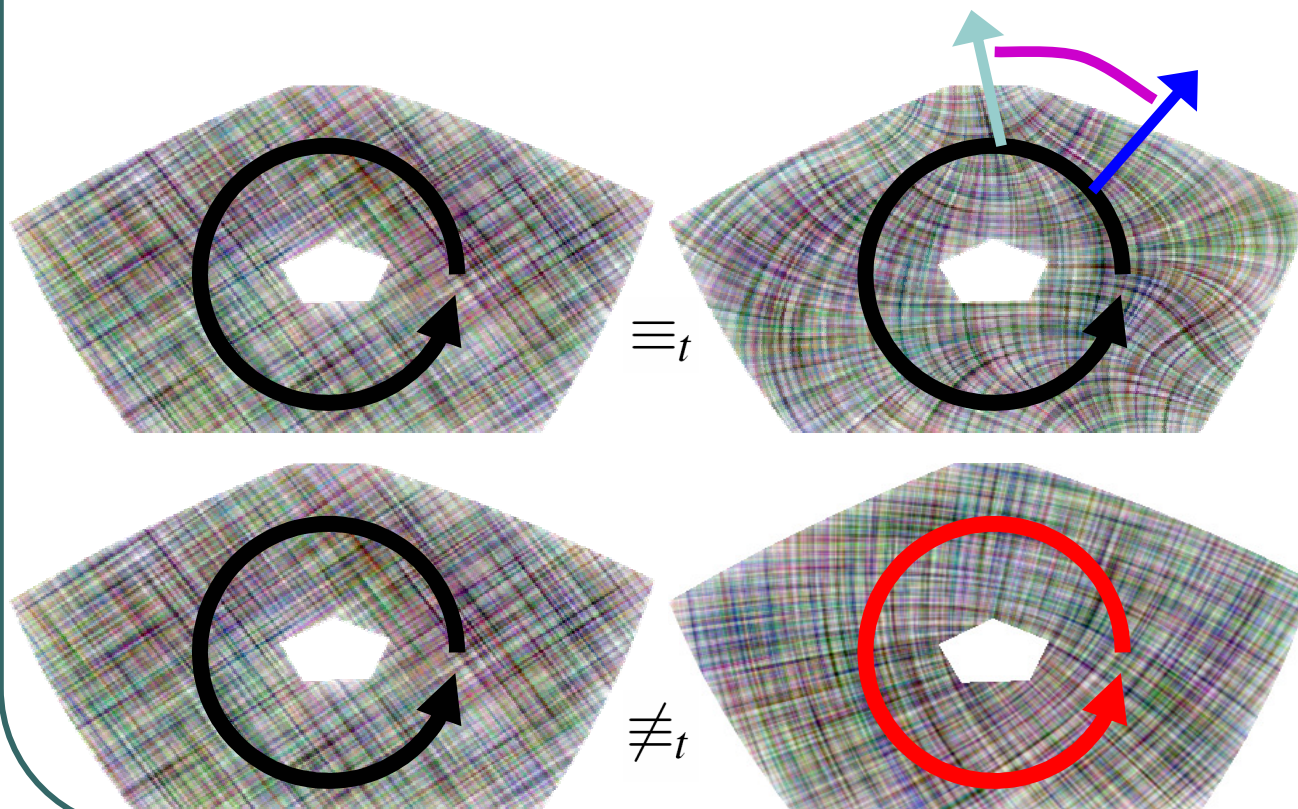
## II.1) Introduction

- Topologie / singularités





## II.1) Introduction



Courbure

Cycle

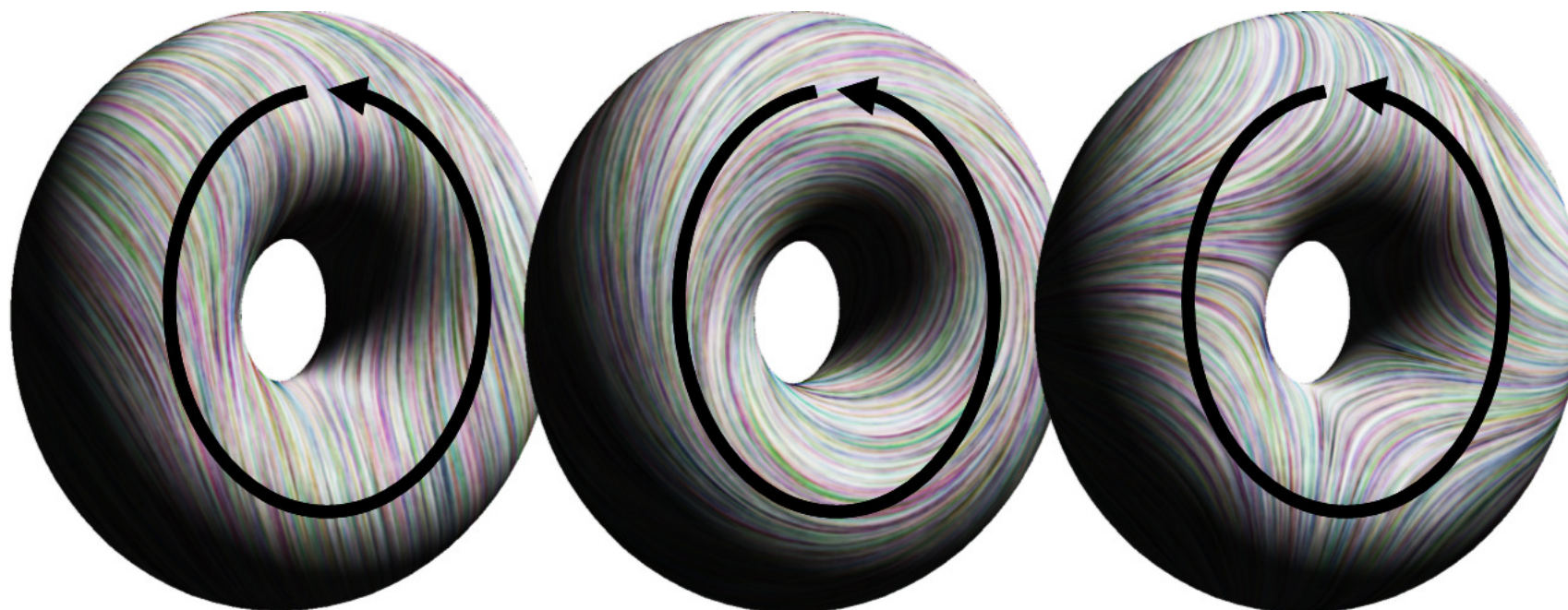
Nombre  
de tours



## II.1) Introduction

---

- Degrés de liberté topologiques



II Champs de directions

1) Théorie continue

## III.1) Introduction

Topologie  
de la  
surface

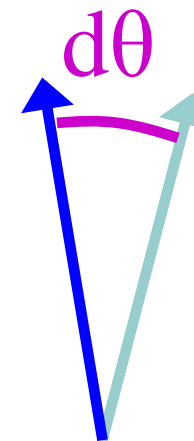
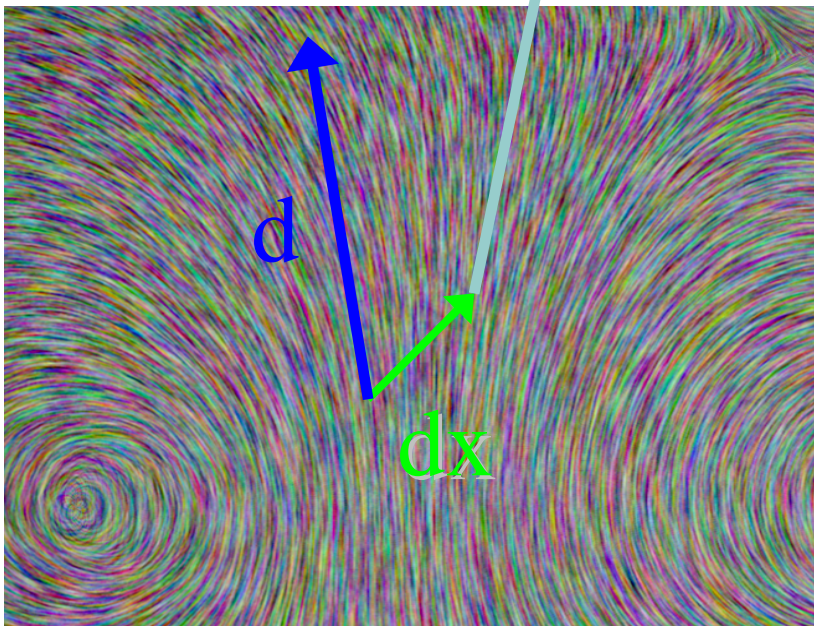


Topologie  
du champ  
de directions

## ***Courbure d'un champ de directions***

- La courbure du champ est:

$$\kappa_d = d\theta/dx$$

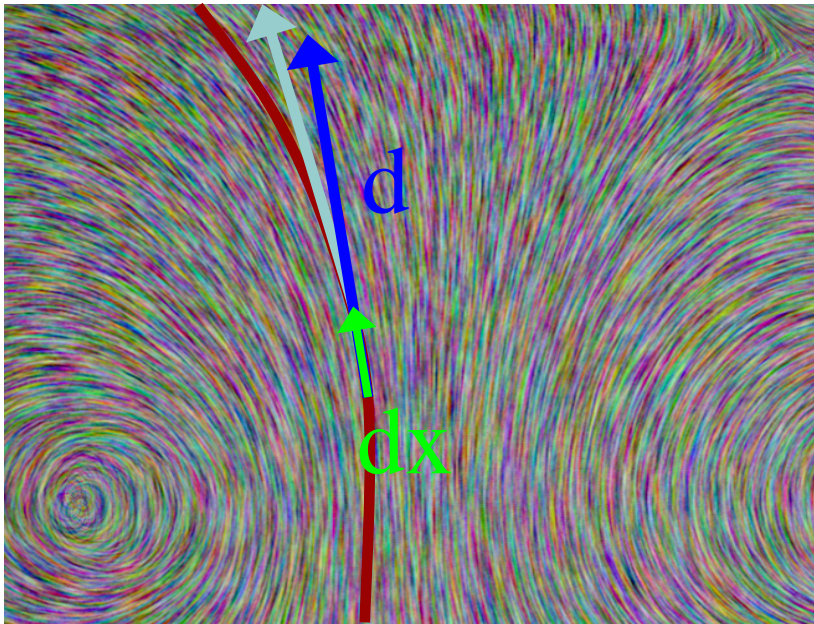




## ***Courbure d'un champ de directions***

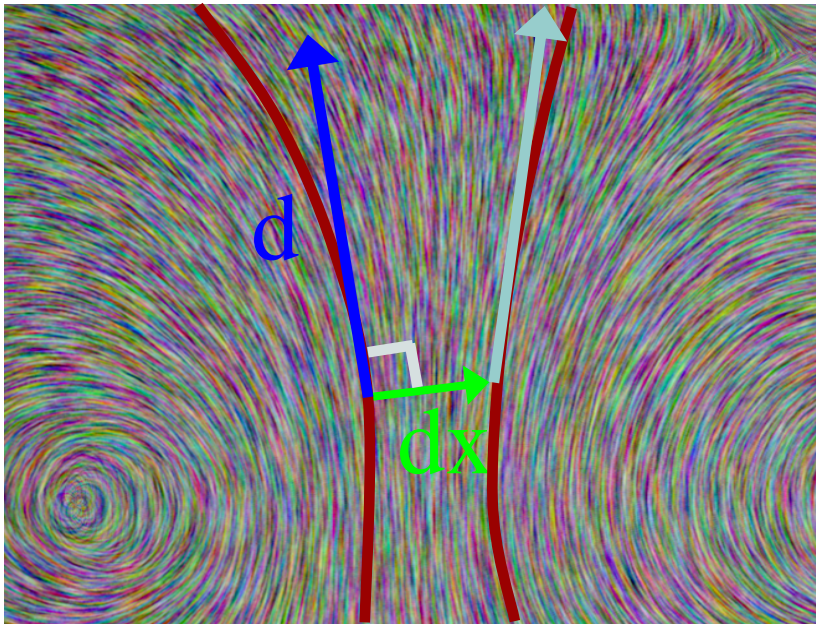
---

- La courbure de  $d$  dans la direction  $d$  est la courbure des lignes de champ



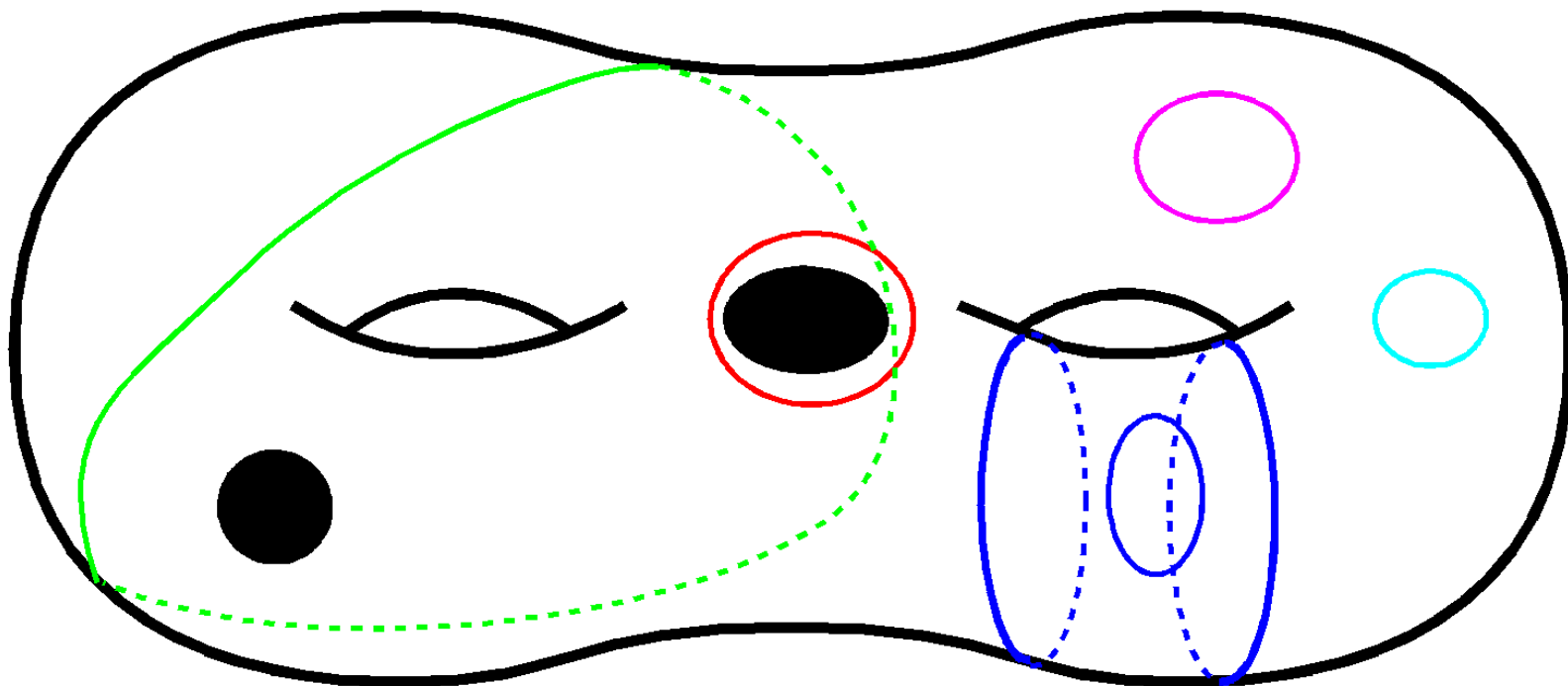
## ***Courbure d'un champ de directions***

- La **courbure** de  $d$  dans la direction  $d^T$  quantifie le parallélisme des **lignes de champ**



# Cycles

---

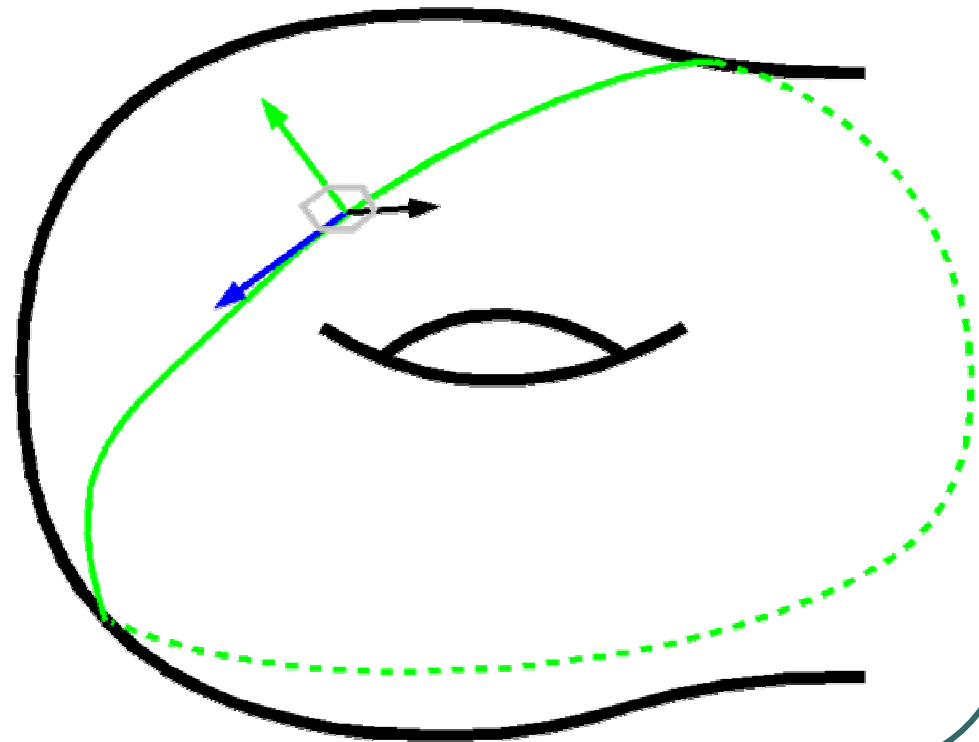


## ***Repère de Darboux***

---

Base **Orthonormale** :

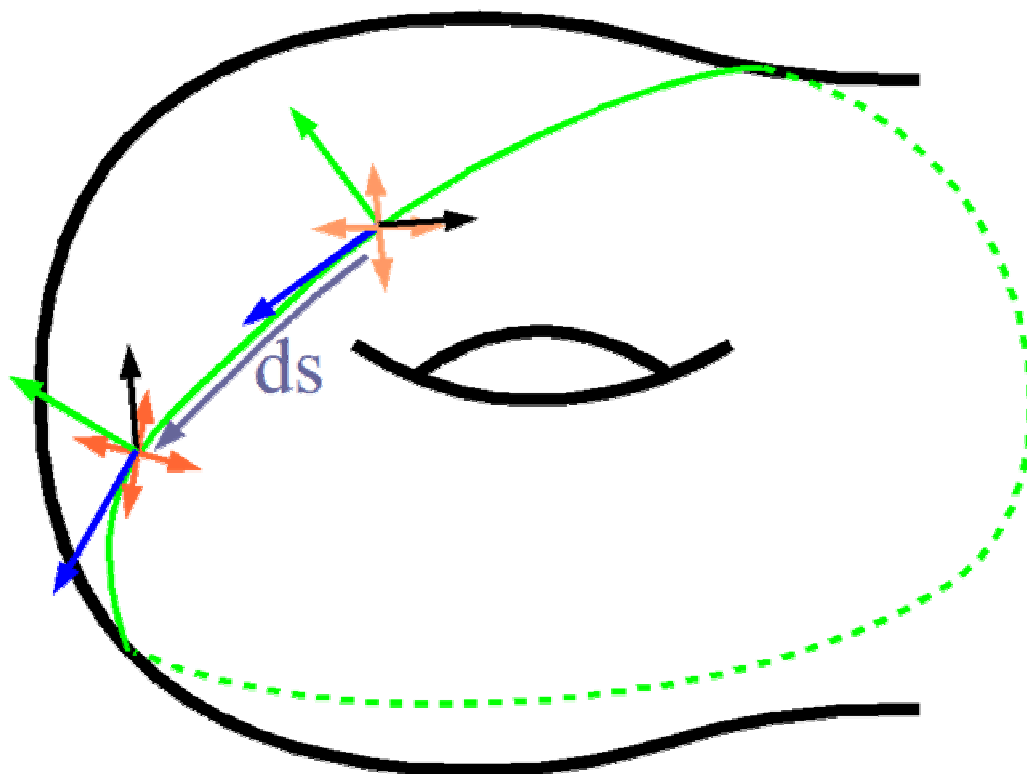
- Tangente
- Normale à la surface
- Normale au cycle



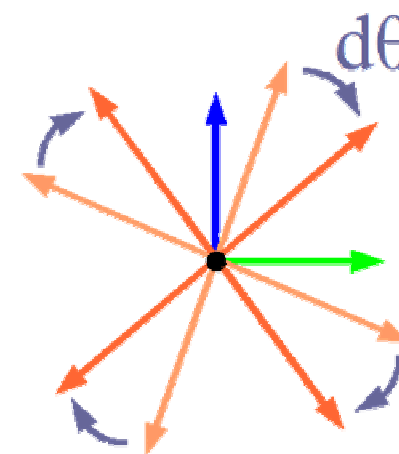
## Nombre de tours

Nombre de tours:

Intégrale de la courbure dans le repère de Darboux



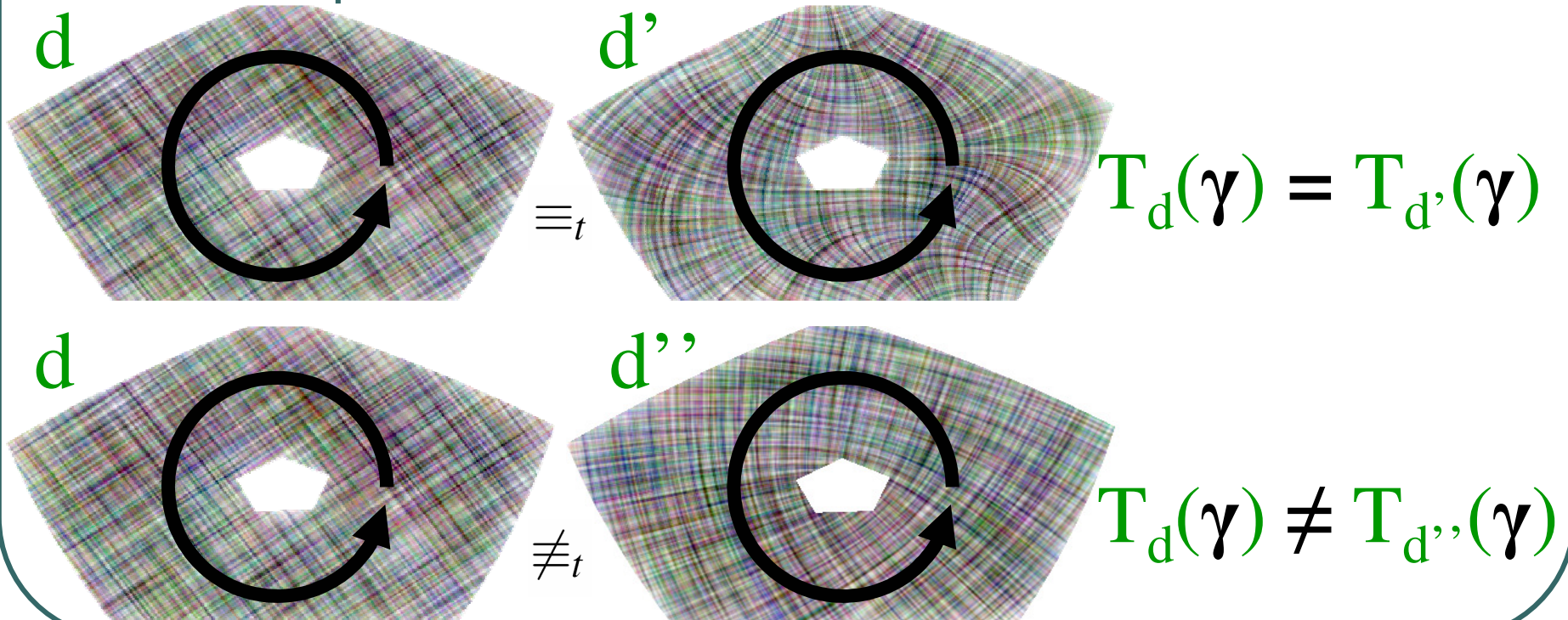
Multiple de  $1/N$



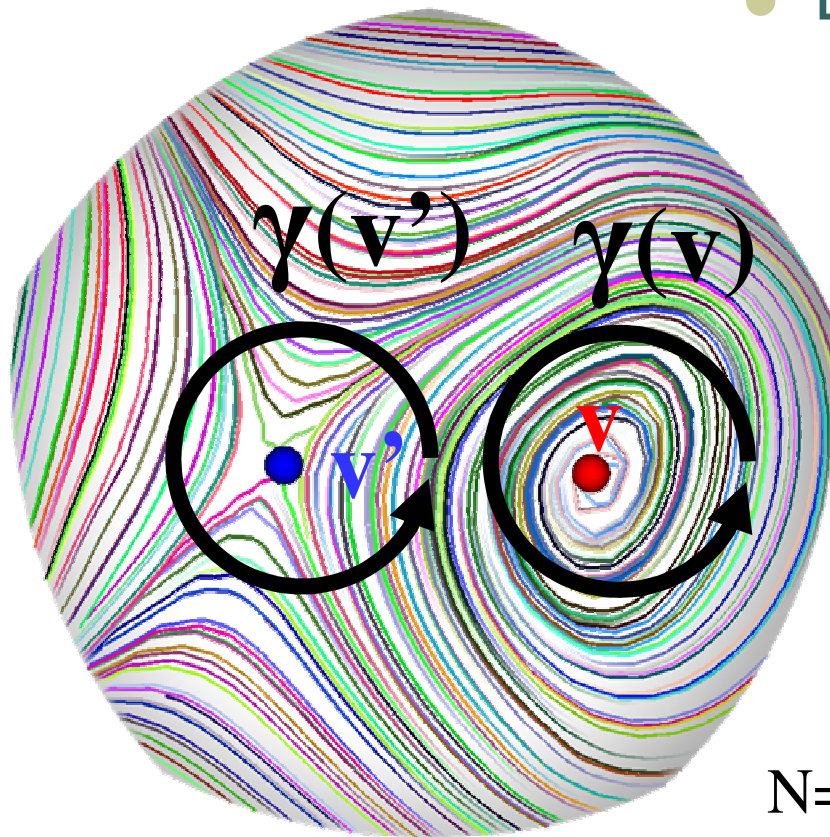


# Topologie des champs de directions

- Les **nombre**s de tours contrôlent la **topologie** des champs de direction.



## *Index des singularités*



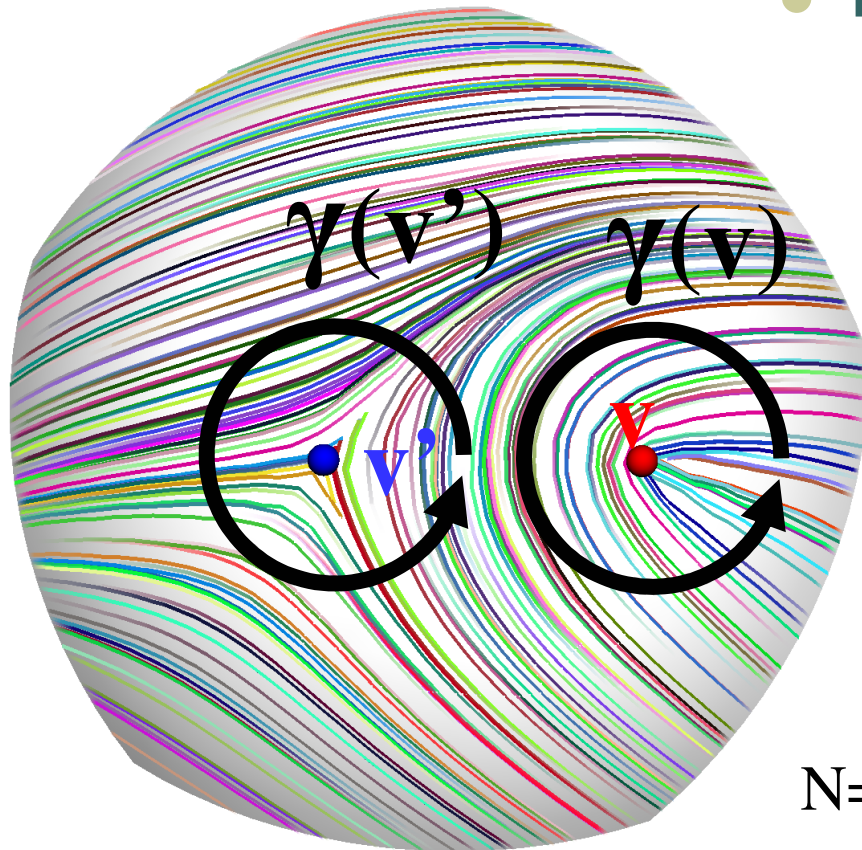
- Les singularités sont:
  - des **trous** dans le domaine de définition
  - classées suivant leur **index**:

$$I(\mathbf{v}) = 1 - T(\gamma(\mathbf{v}))$$

$$I(\mathbf{v}) = 1$$

$$I(\mathbf{v}') = -1$$

## *Index des singularités*



- Les singularités sont:
  - des **trous** dans le domaine de définition
  - classées suivant leur **index**:

$$I(\mathbf{v}) = 1 - T(\gamma(\mathbf{v}))$$

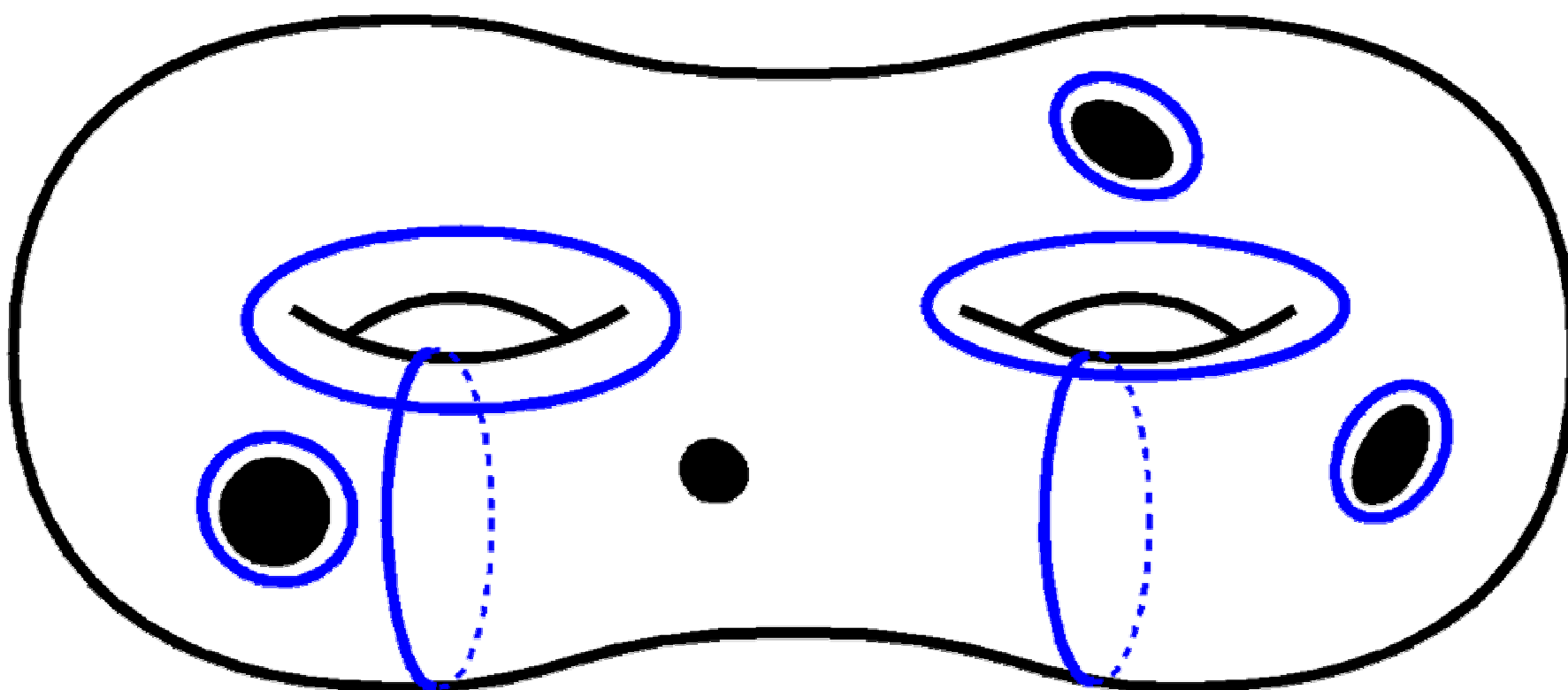
$$I(\mathbf{v}) = 1/2$$

$$I(\mathbf{v}') = -1/2$$

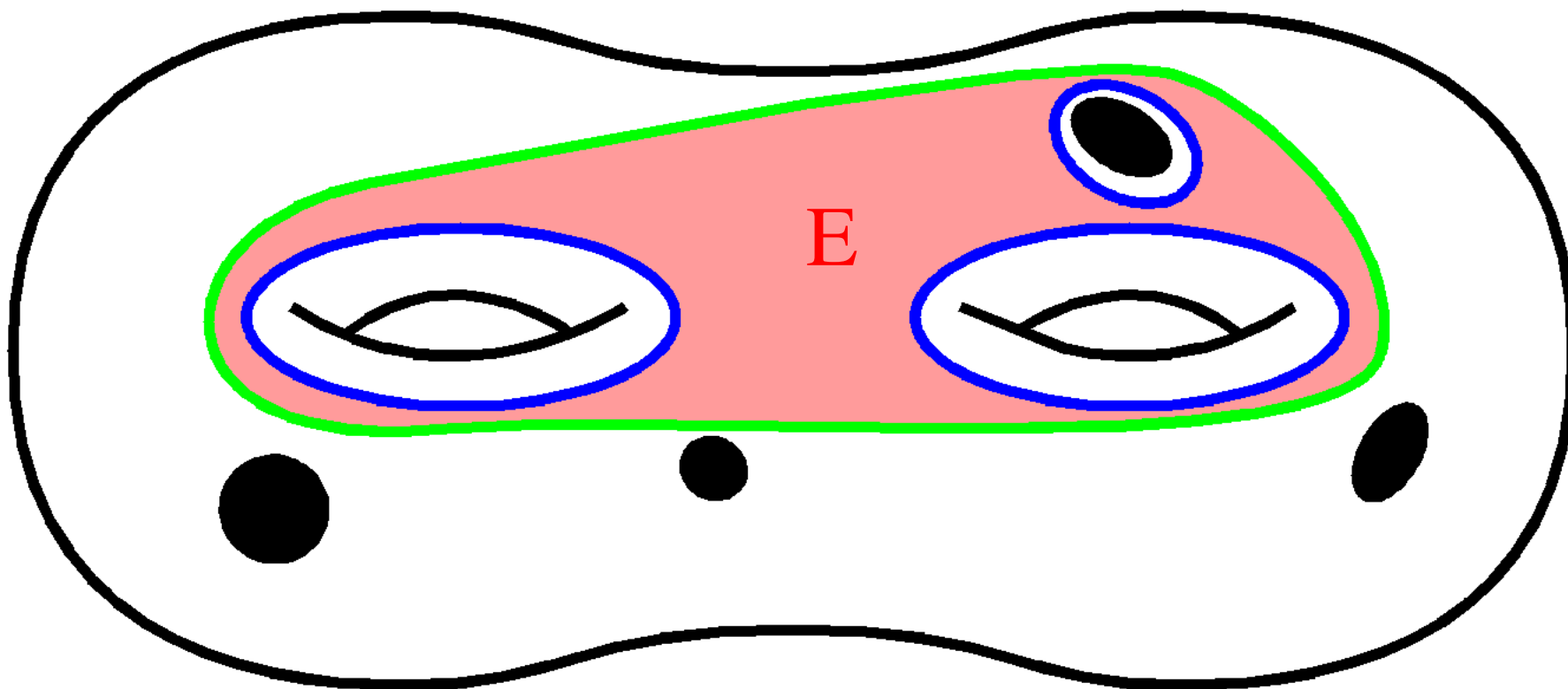
N=2

## ***Base d'homologie***

---



## Base d'homologie



●  $\gamma \equiv_g \sum n_i \gamma_i$

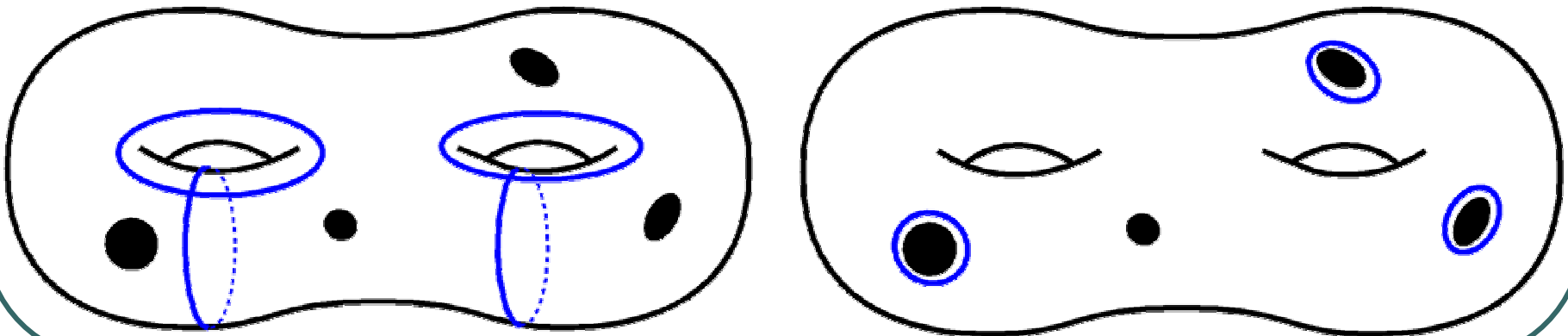
$$\gamma - \sum n_i \gamma_i = \partial E$$

## ***Degrés de liberté topologiques***

---

$$T(\gamma) = \sum n_i T(\gamma_i) - \xi(\mathbf{E})$$

$$2g + (b-1) T(\gamma_i)$$



## II.1) Conclusion

---

- On a trouvé la relation entre:
  - la **topologie** des champs de directions
  - la **topologie** de la surface.
- On a trouvé les **degrés de liberté topologiques**

## II.2) *Théorie discrète*

---

Introduction

1) Théorie continue

2) **Théorie discrète**

3) Application au:

a) contrôle topologique **fort**

b) contrôle topologique **faible**

Conclusion



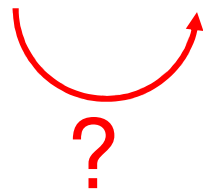
## II.2) Introduction

---

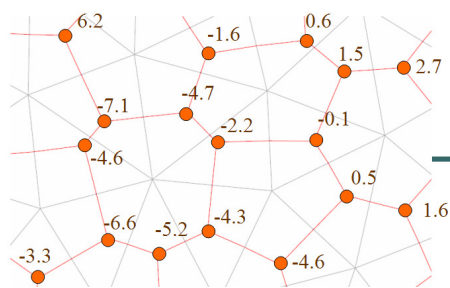
Angles  $\theta$

Courbures  $\kappa$ ,  $\kappa^r$   
Sauts de périodes  $k$

Défaut angulaire  $K$   
Index de  
singularités  $I$

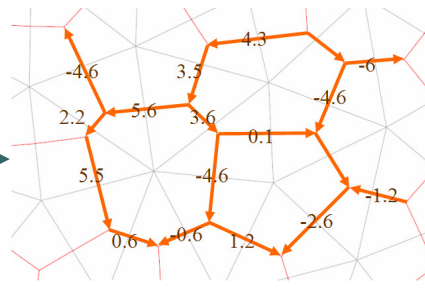


## II.2) Introduction



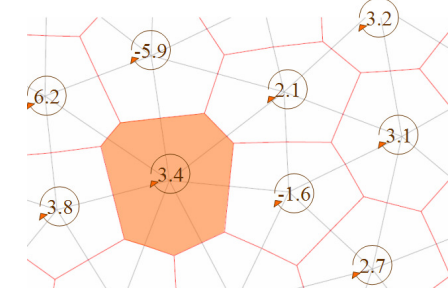
0-formes duales

d



1-formes duales

d



2-formes duales

Angles  $\theta$

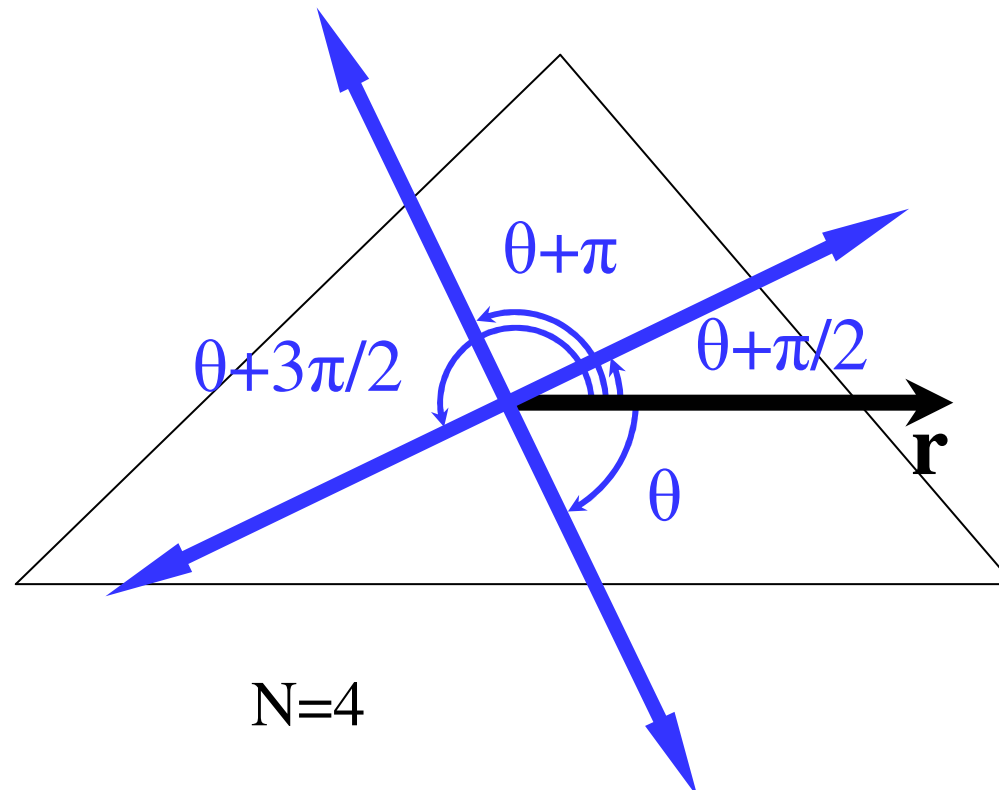
Courbures  $\kappa, \kappa^r$   
Sauts de périodes  $k$

Défaut angulaire  $K$   
Index de singularités  $I$

?

?

## Représentation des champs de directions



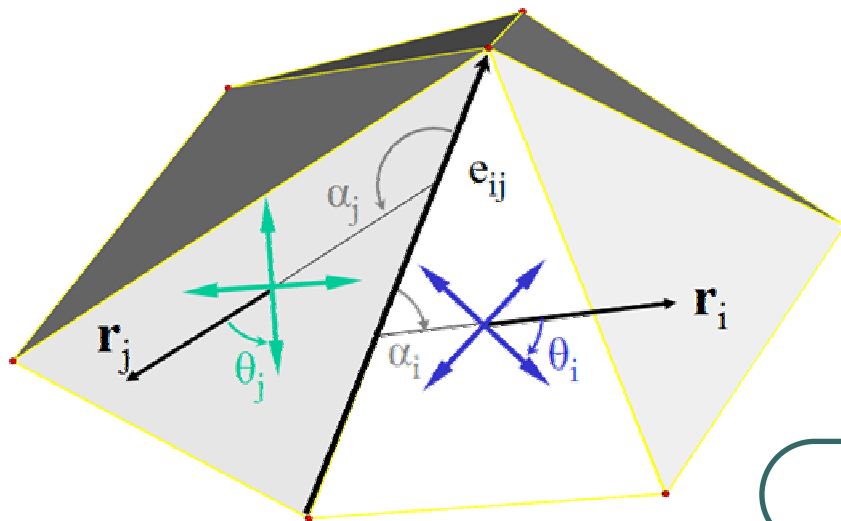
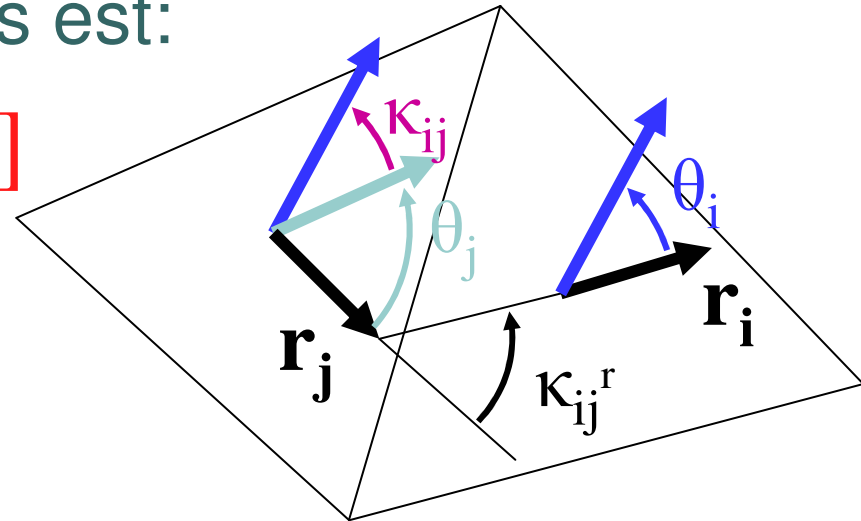
$\theta$  est une **0-forme** (duale)

## Courbure des champs de directions

- La courbure du champs est:

$$\kappa_{ij} = \theta_j - \theta_i + \kappa_{ij}^r [2\pi/N]$$

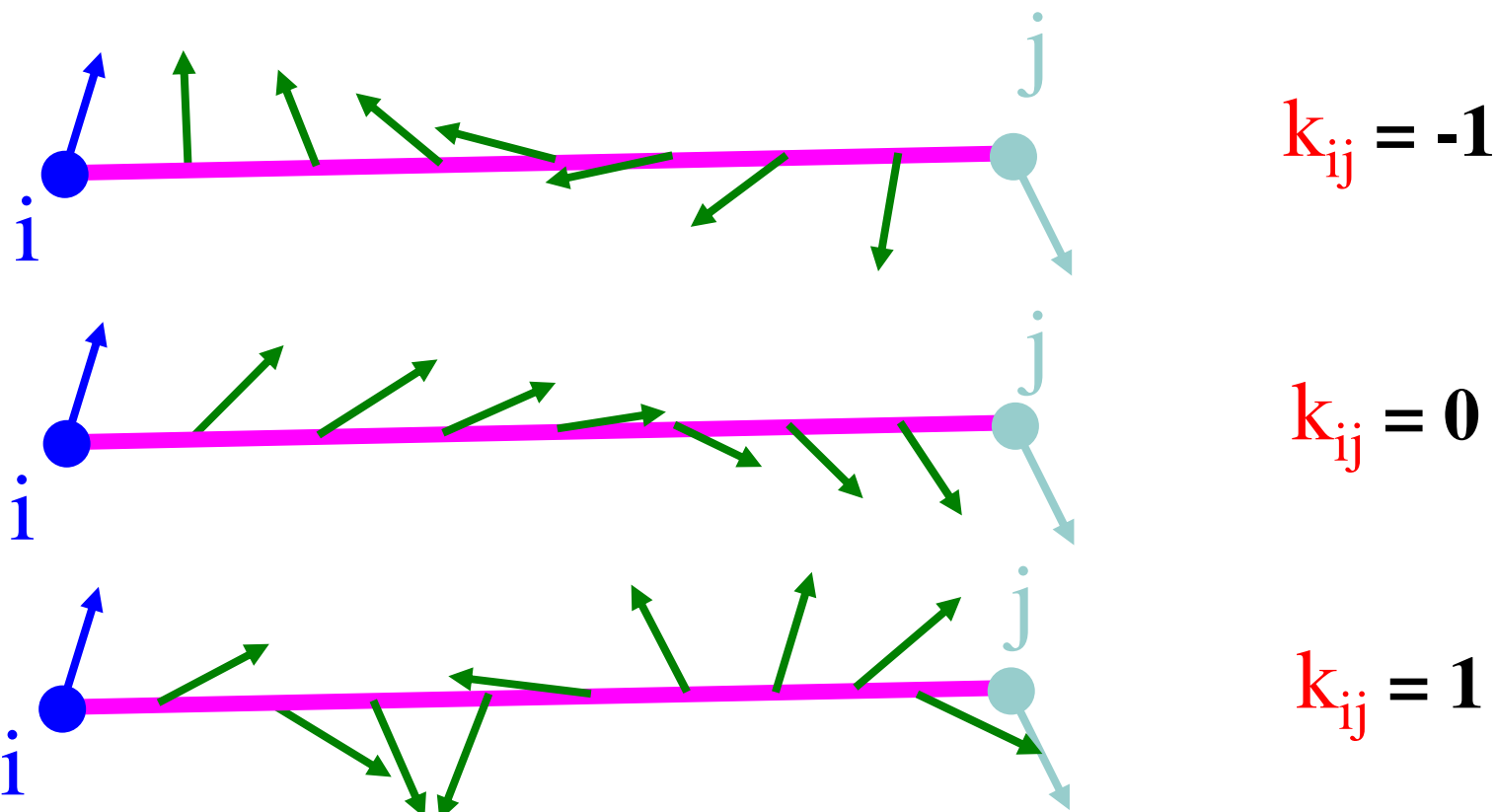
$$\kappa = d\theta + \kappa^r [2\pi/N]$$



- $\kappa^r$  prend la géométrie en compte:  $\kappa_{ij}^r = \alpha_i - \alpha_j$

$\kappa$  et  $\kappa^r$  sont des 1-formes

## Sauts de périodes



$k$  est une 1-forme entière

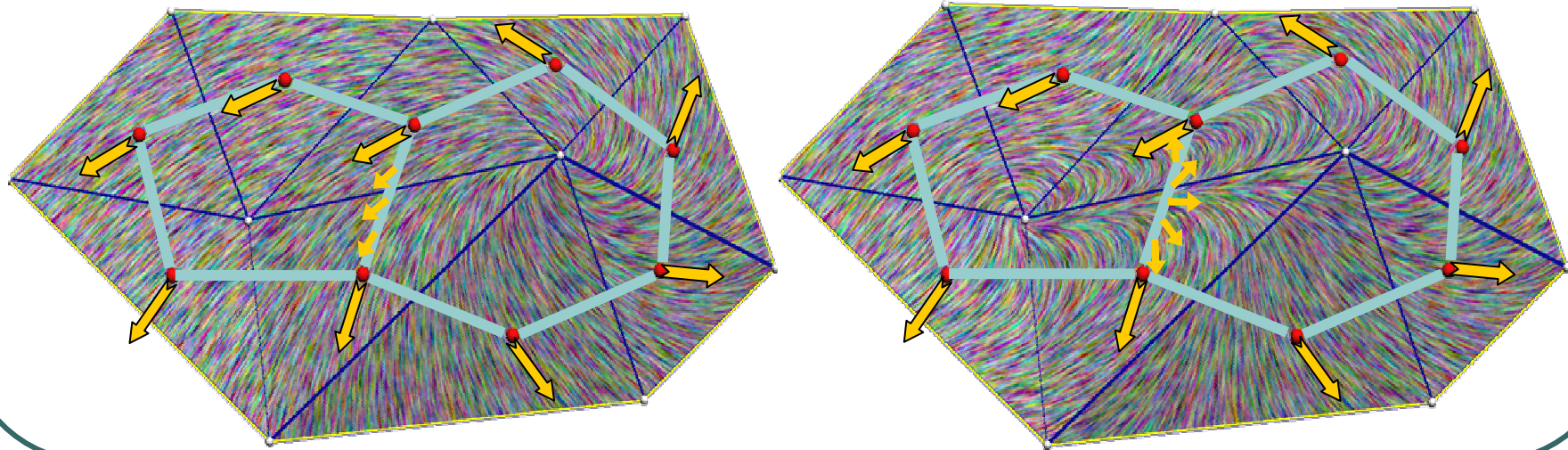
## *Sauts de périodes*

Remplacer le modulo  $2\pi/N$  par des **sauts de périodes**:

$$\kappa = d\theta + \kappa^r [2\pi/N]$$

$$\kappa = d\theta + \kappa^r + (2\pi/N)k$$

**k** définit la **rotation** du champs entre les triangles.



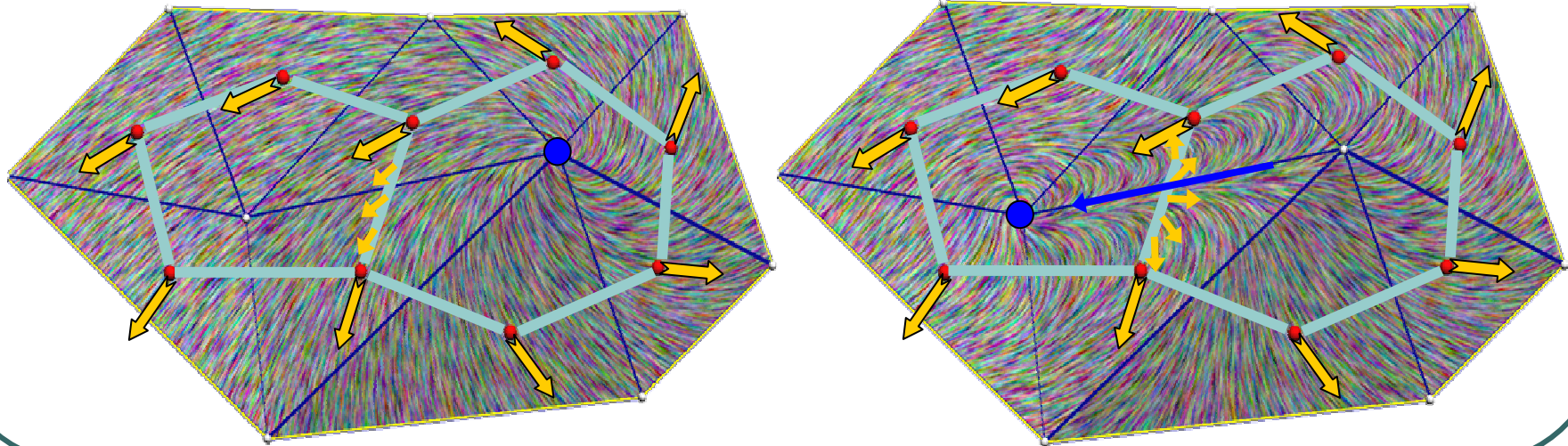
## **Défaut angulaire/courbure/singularités**

Dérivée extérieure de la courbure:

$$d\kappa = \cancel{d\theta} + d\kappa^r + 2\pi \left( \frac{dk}{N} \right)$$

$$d\kappa = -K + 2\pi I$$

$k$  définit les indices des singularités/nombres de tours.

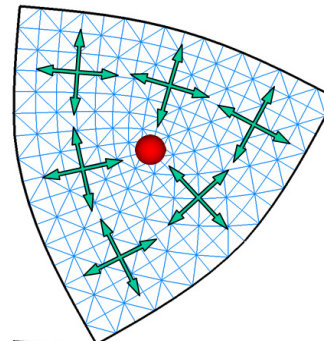
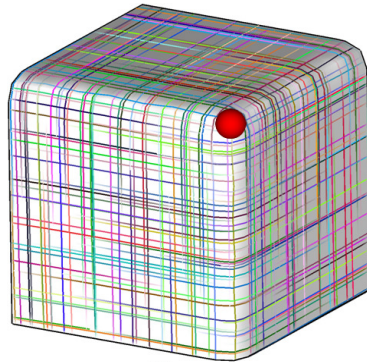




**Défaut angulaire/courbure/singularités**

$$d\kappa = -K + 2\pi I$$

courbure nulle  
une singularité

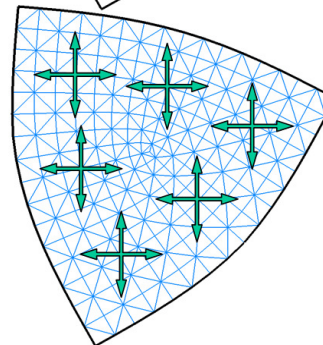
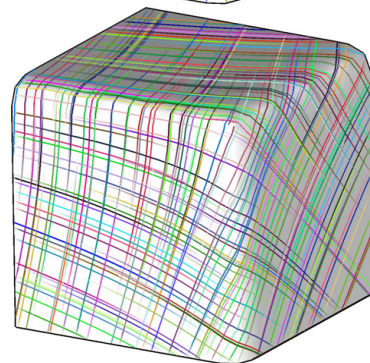


$$d\kappa = 0$$

$$K = \pi/2$$

$$I = 1/4$$

courbure non nulle  
pas de singularités

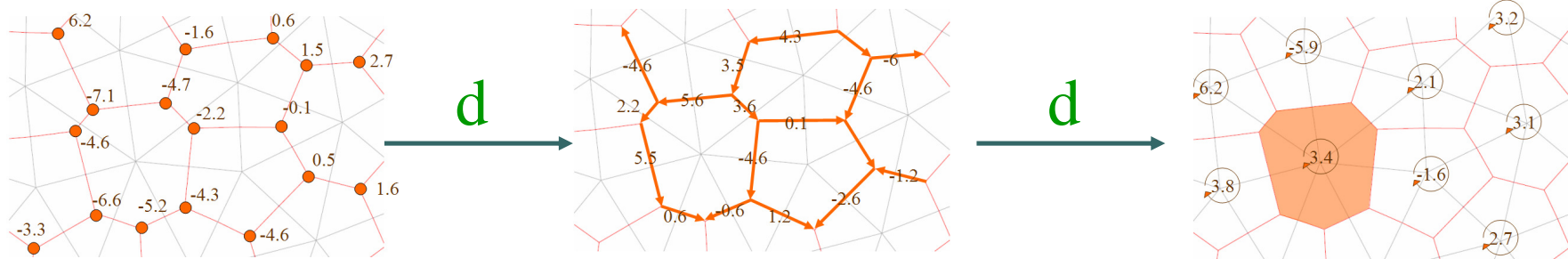


$$d\kappa = -\pi/2$$

$$K = \pi/2$$

$$I = 0$$

## III.2) Conclusion



Angles  $\theta$

Courbures  $\kappa, \kappa^r$   
Sauts de périodes  $k$

Défaut angulaire  $K$   
Index de singularités  $I$

$$\kappa = d\theta + \kappa^r + (2\pi/N)k$$

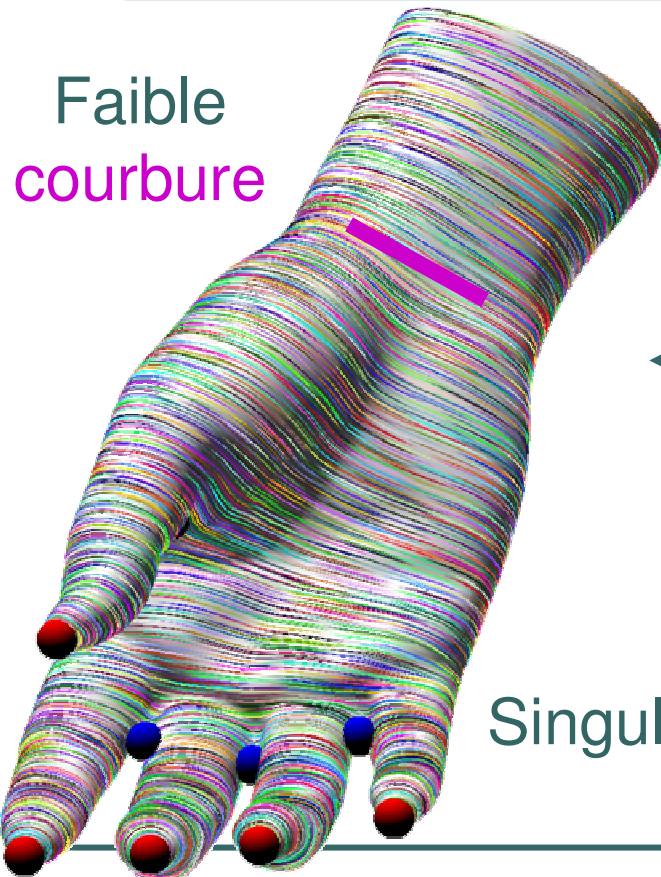
$$d\kappa = -K + 2\pi I$$

## II.2) Conclusion

Régularité géométrique

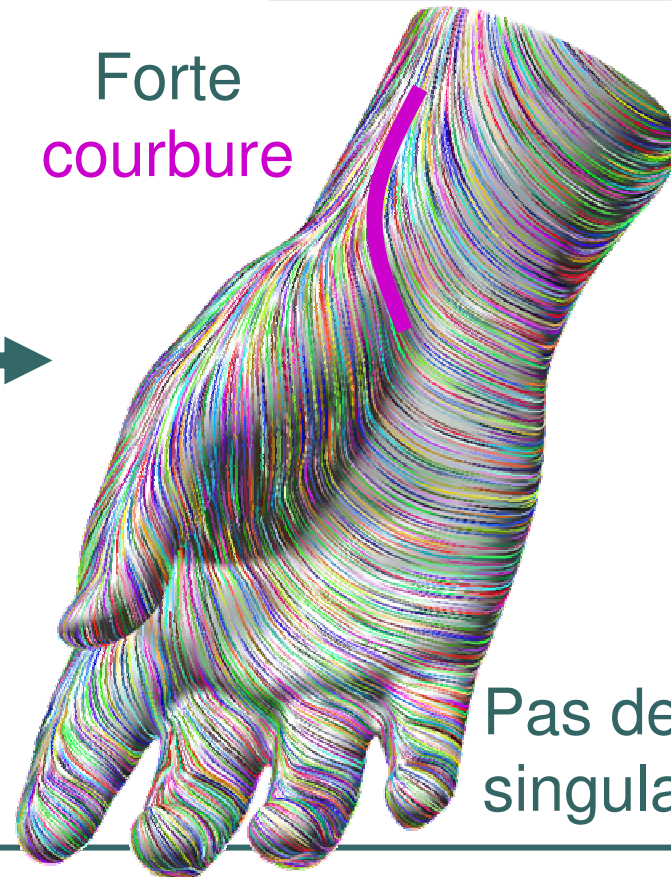


Topologie simple



Faible  
courbure

Singularités



Forte  
courbure

Pas de  
singularités

## **II.3a) Application au contrôle fort**

---

Introduction

1) Théorie continue

2) Théorie discrète

**3) Application au:**

**a) contrôle topologique fort**

**b) contrôle topologique faible**

Conclusion

## II.3a) Application au contrôle fort

---

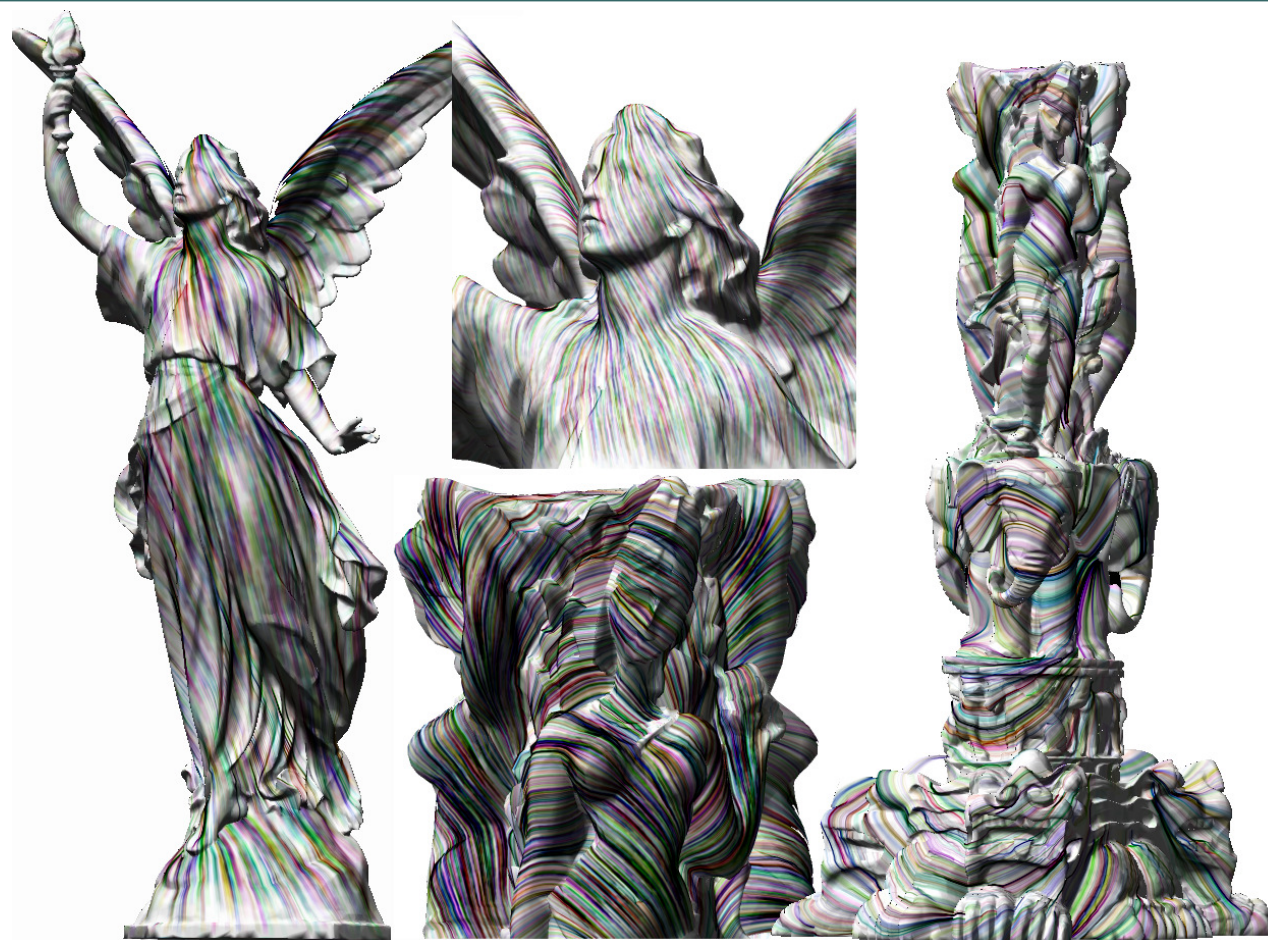
$$\kappa = d\theta + \kappa^r + \underbrace{2k\pi / N}_{\text{Topologie}}$$

- Minimiser  $\|\kappa\|^2$ : **Système linéaire** en  $\theta$



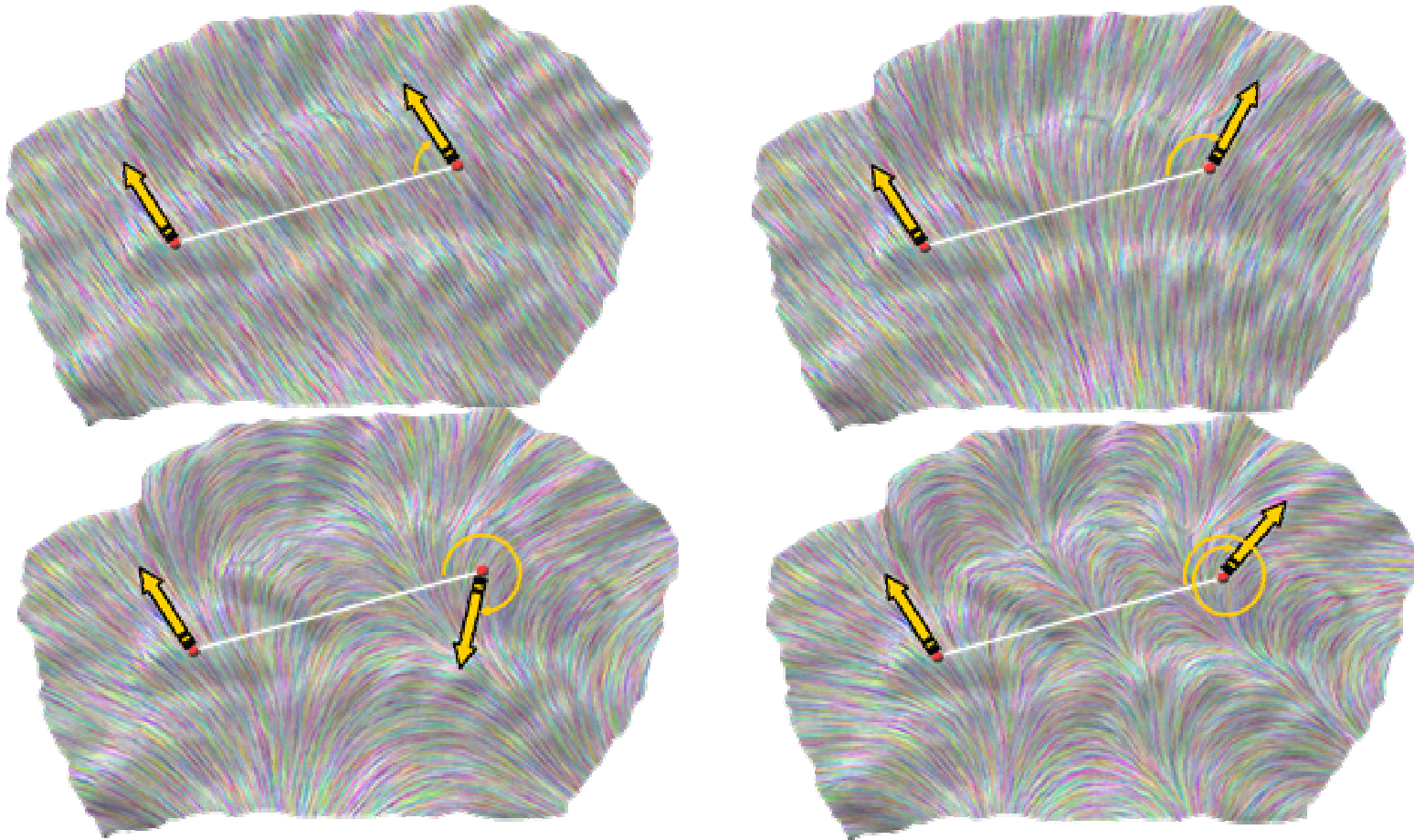
## Résultats

---



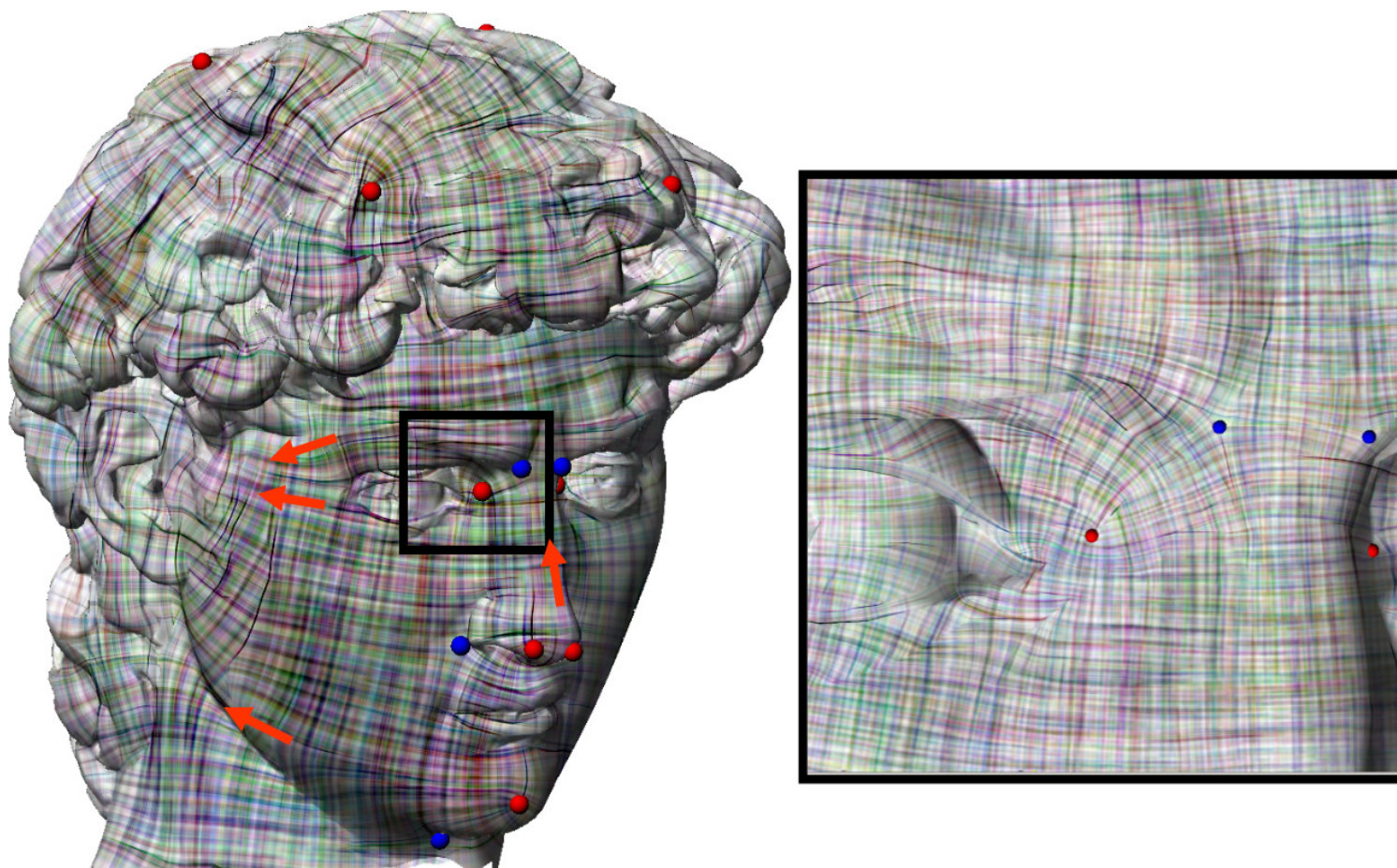
## ***Contraintes directionnelles***

---





## Résultats



### II.3a) Conclusion

---

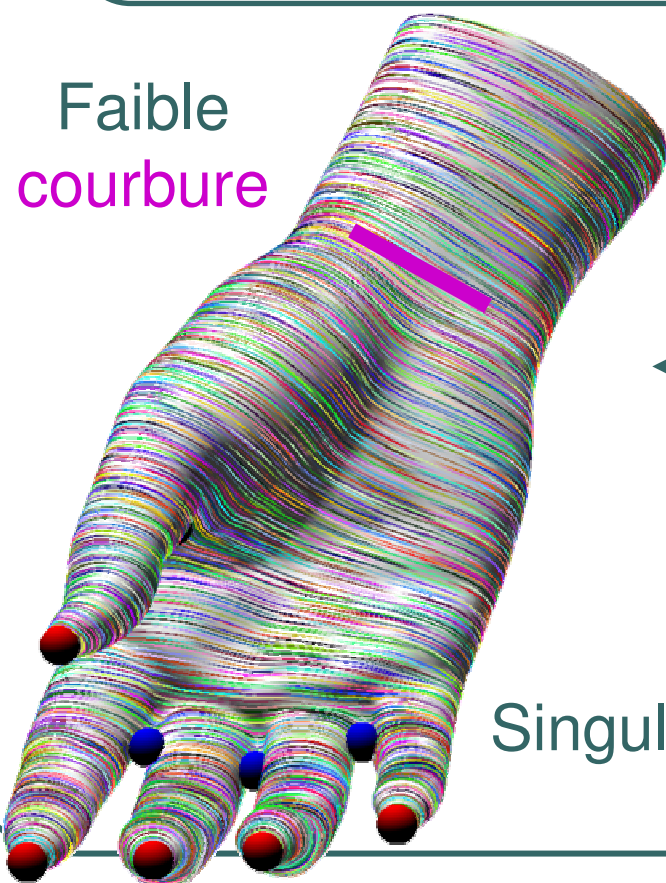
- La **topologie** du champs :
  - entiers  $k_{ij}$
  - contraintes **topologiques** définies par l'utilisateur.
- La **géométrie** du champs:
  - réels  $\theta_i$
  - système **linéaire** minimisant la **courbure**.
- Problèmes:
  - topologie fixée à la main
  - difficile d'obtenir peu de courbure

## II.3a) Conclusion

Régularité géométrique

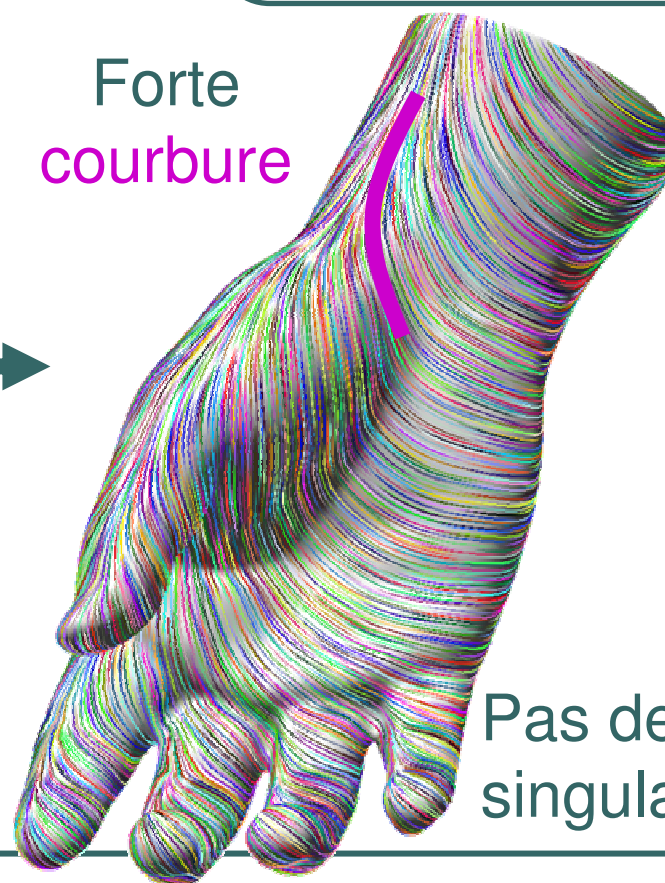


Topologie simple



Faible  
courbure

Singularités



Forte  
courbure

Pas de  
singularités

## **II.3b) Application au contrôle **faible****

---

Introduction

1) Théorie continue

2) Théorie discrète

**3) Application au:**

**a)** contrôle topologique fort

**b)** contrôle topologique **faible**

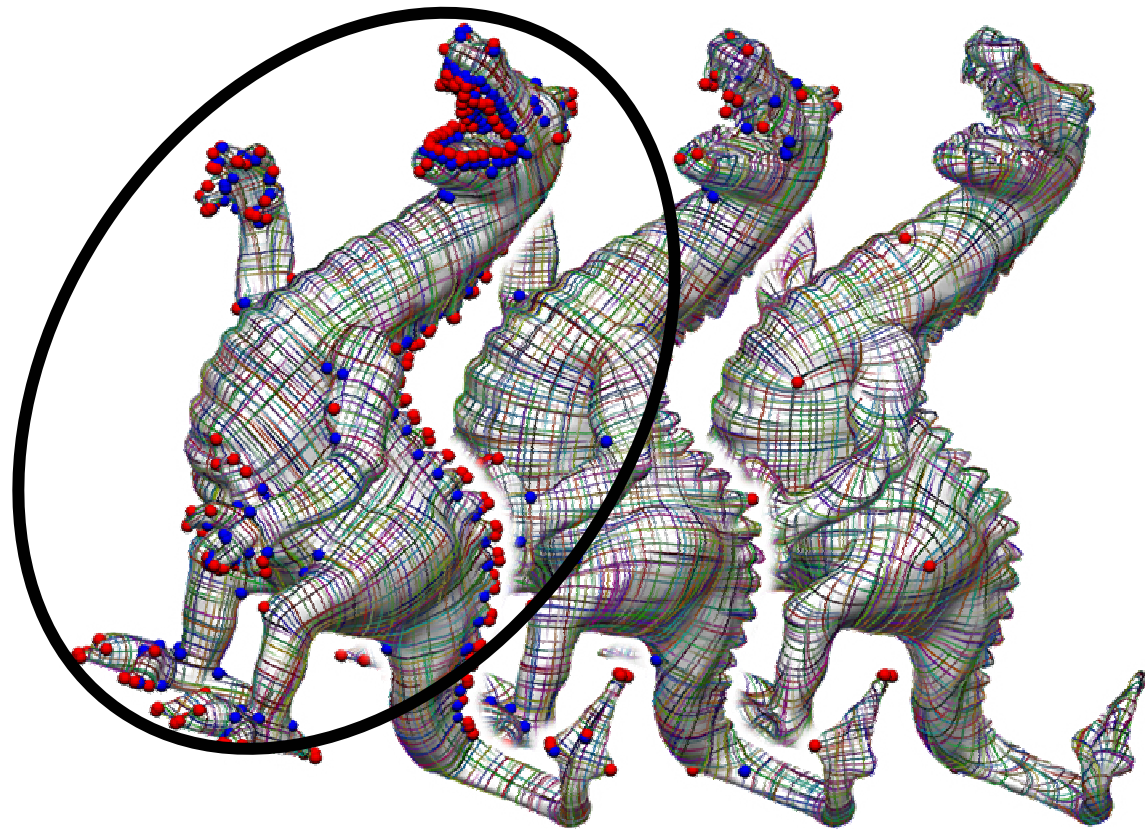
Conclusion



## Approche géométrique

- Minimise la courbure  $\kappa = d\theta + \kappa^r [2\pi/N]$

- Courbure faible
- Beaucoup de singularities



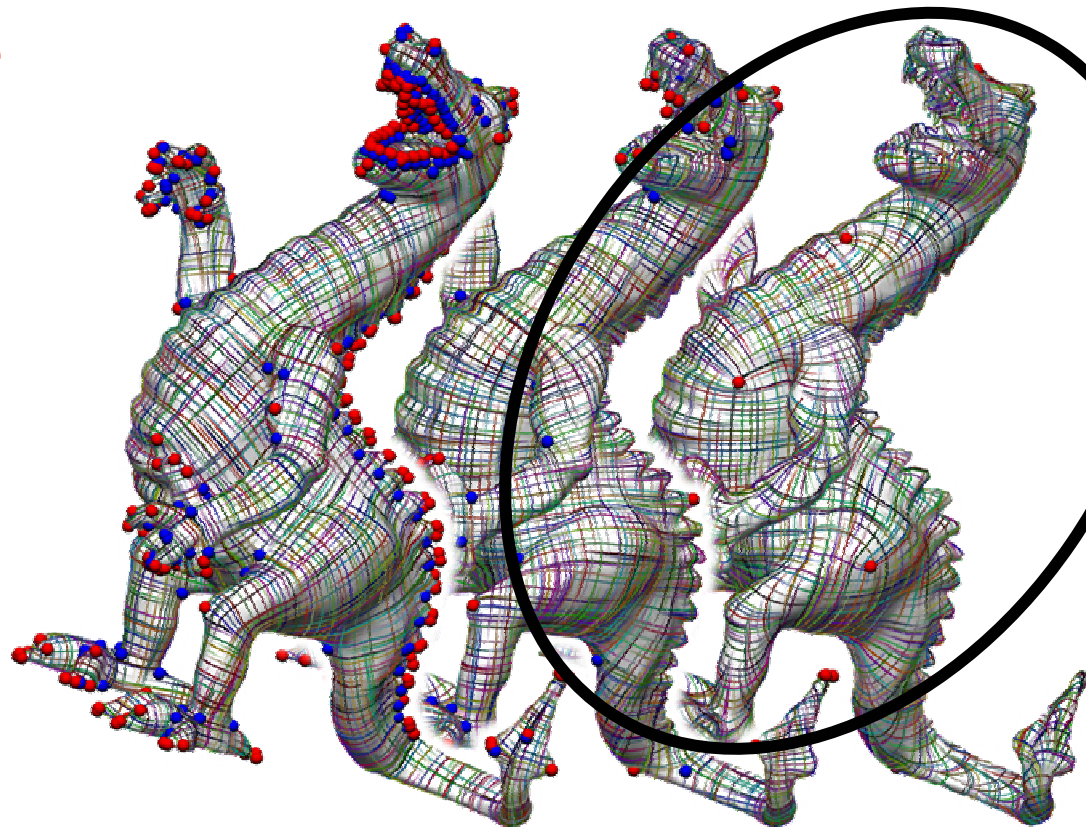
## Approche topologique

- Minimise la courbure  $\kappa = d\theta + \kappa^r [2\pi/N]$

sous contrainte

$$d\kappa = -K$$

- Courbure forte
- Minimum de singularities



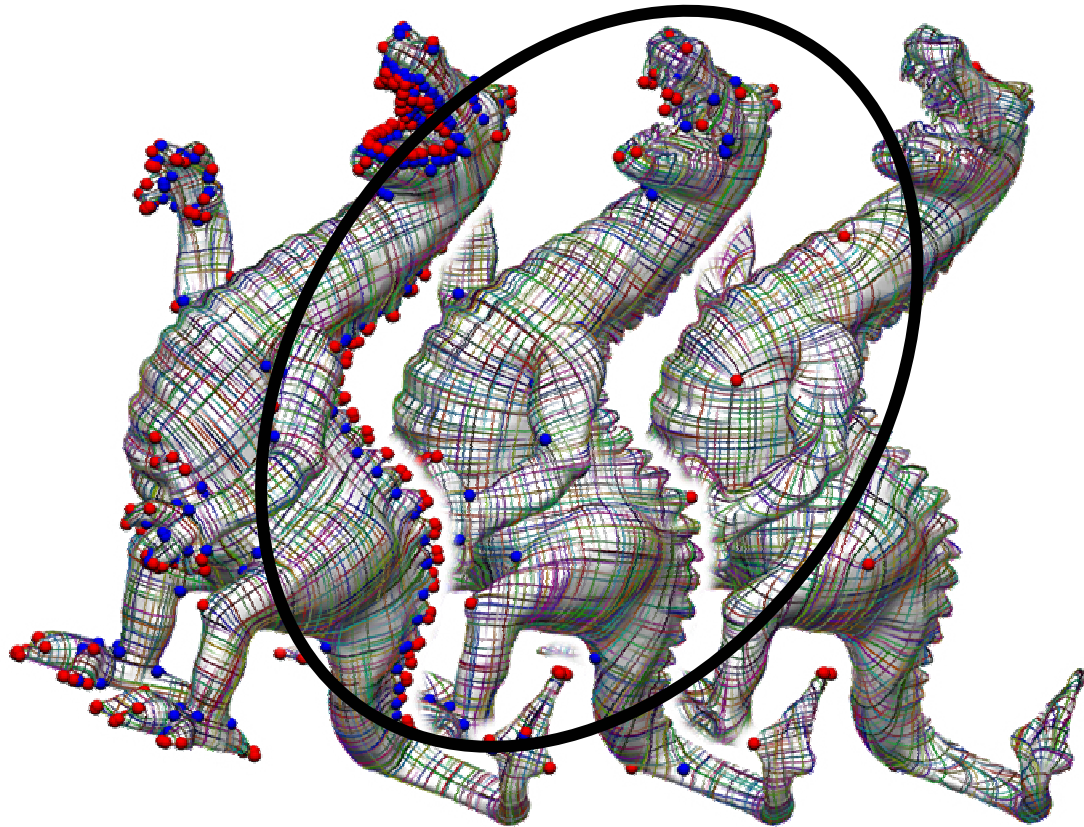
## Approche *intermédiaire*

- Minimise la courbure  $\kappa = d\theta + \kappa^r [2\pi/N]$

sous contrainte

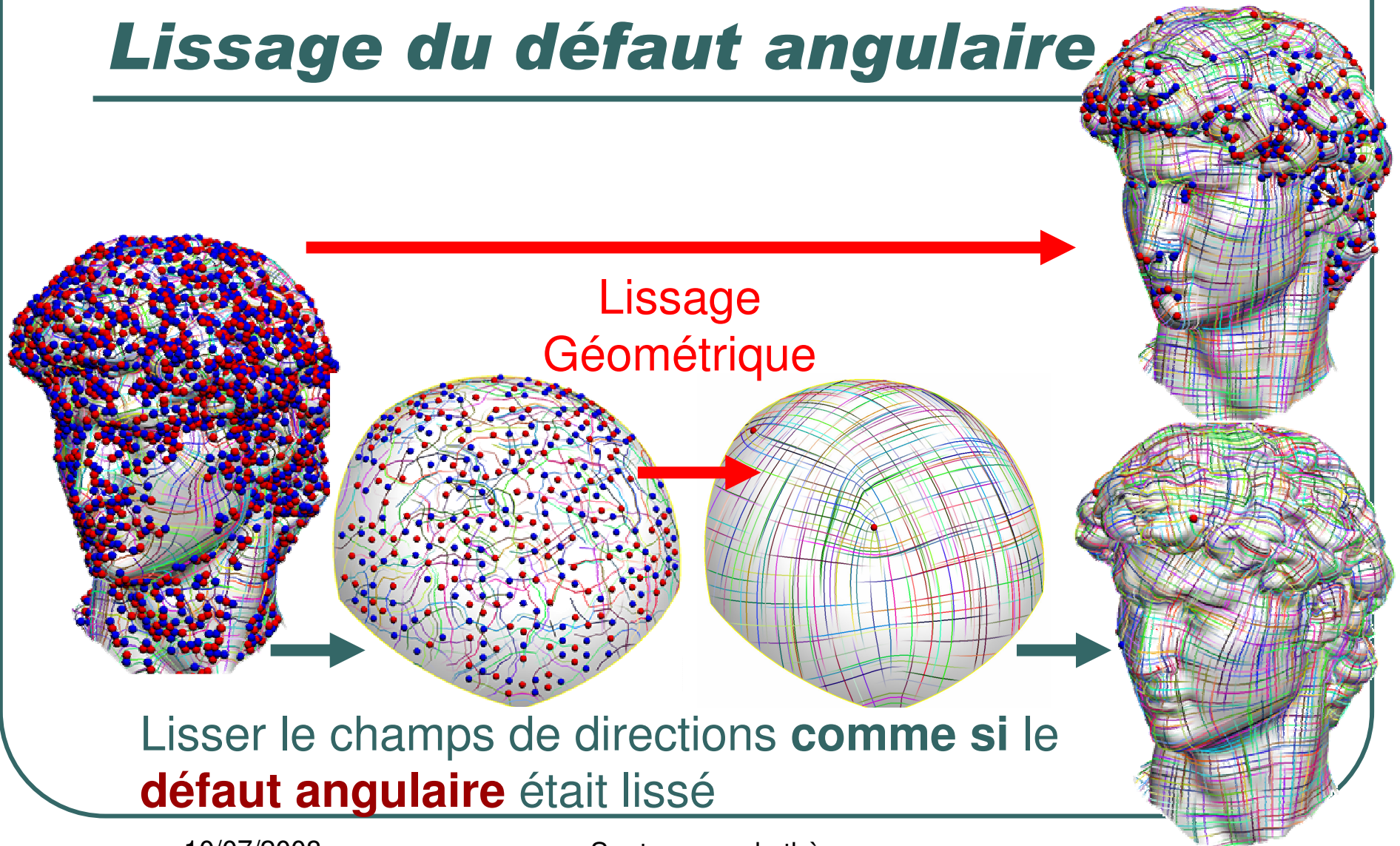
$$d\kappa = K^{\text{lisse}} - K$$

- Courbure moyenne
- Nombre moyen de singularités

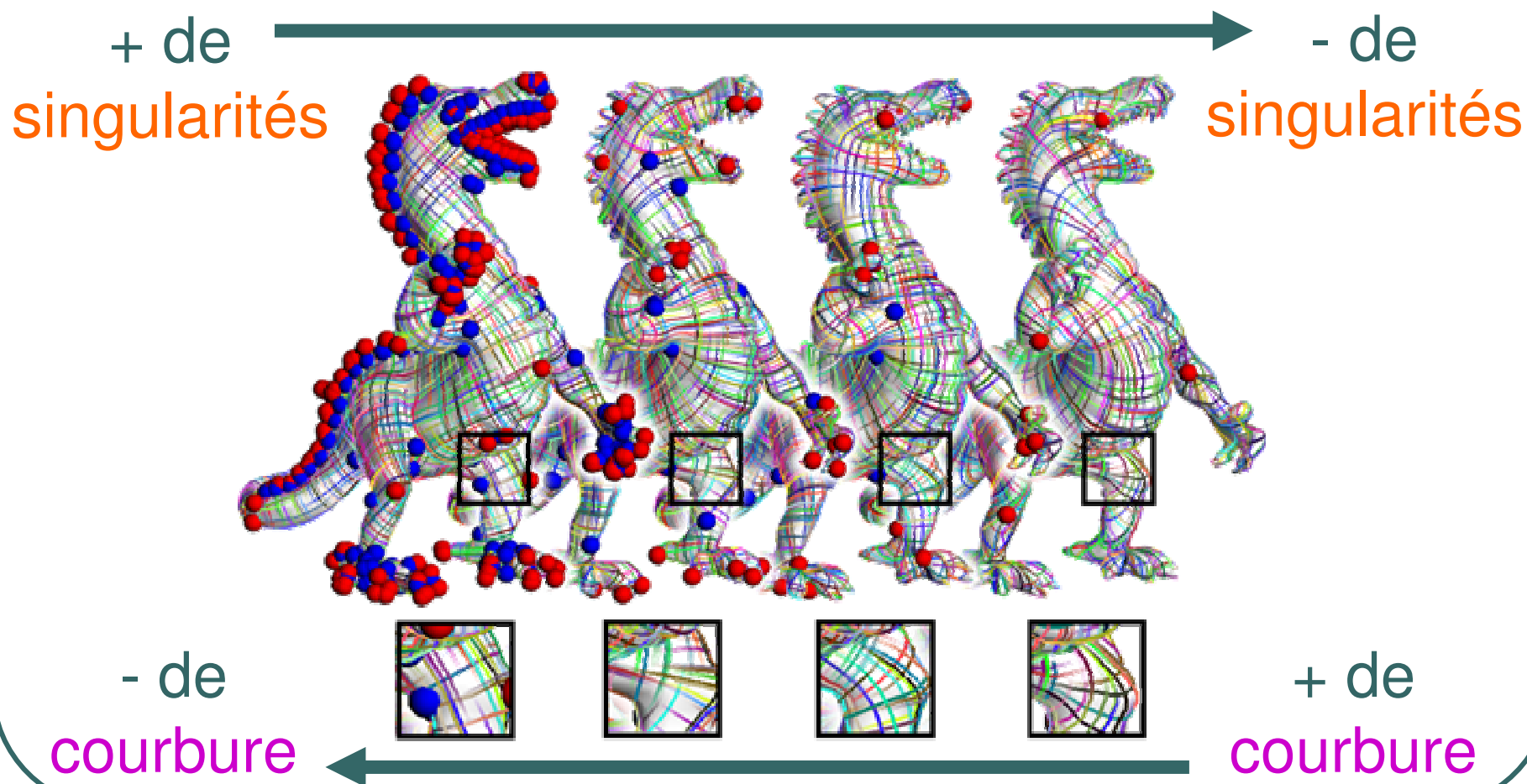




## *Lissage du défaut angulaire*



## Filtrage du défaut angulaire



## ***Conclusion***

---

Introduction

1) Théorie continue

2) Théorie discrète

3) Application au:

**a)** contrôle topologique fort

**b)** contrôle topologique faible

**Conclusion**

## ***Conclusion***

---

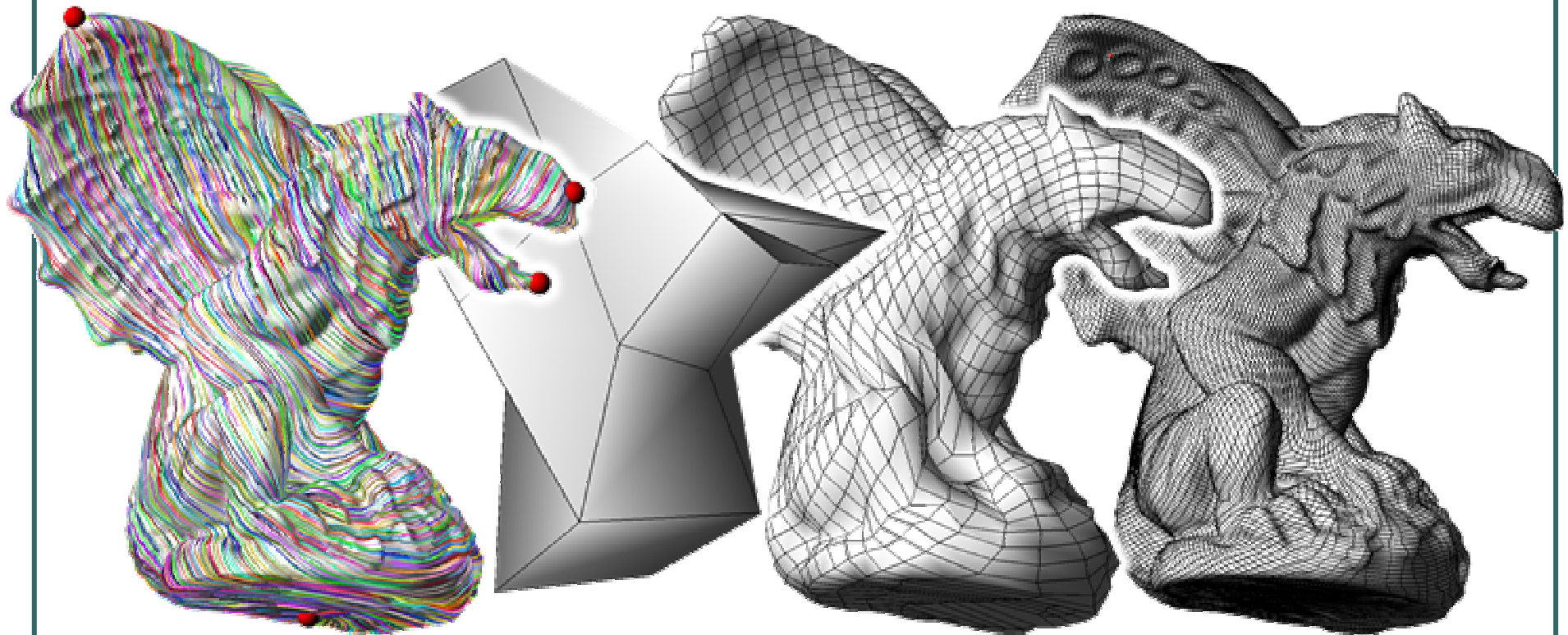
Nous pouvons construire des **champs de directions**

- à N-symétries
- lisses
- avec des contraintes **géométriques**
- avec des contraintes **topologiques**:
  - Fortes
  - Faibles

II Champs de directions

Conclusion

## ***Conclusion : paramétrisation quad***



Partie II + [Kälberer2007]

## Bases de fonctions sur les variétés

# Questions ?

