Conclusions & Perspectives

Stabilisation robuste des systèmes affines commutés. Application aux convertisseurs de puissance

Pascal Hauroigné

Soutenance de thèse 12 octobre 2012

Directeur de thèse : Claude lung Co-directeur de thèse : Pierre Riedinger







- 2 Stabilisation robuste
- Retour de sortie basé observateur
- 4 Conclusions & Perspectives

Stabilisation robuste Retour de sortie basé observateur

Conclusions & Perspectives

La classe des systèmes affines commutés



Modèle dynamique :

$$\dot{x}(t) = f(x(t)) + \sum_{i=1}^{p} u_i(t)g_i(x(t))$$

= $f(x(t)) + g(x(t))u(t)$

$$\text{avec } f(x) = A_0 x + B_0, \, g_i(x) = A_i x + B_i$$

Sous-systèmes affines

Système commuté (SC)

Si
$$\forall i \in \{0, \ldots, p\}, B_i = 0$$

Point d'équilibre commun à tous les sous-systèmes

 $u\in U=\{0,1\}^p$

Contexte D●OO	Stabilisation robuste	Retour de sortie basé observateur	Conclusions a
Points de fond	ctionnement		

Si
$$\exists i$$
 tel que $B_i \neq 0 \implies$

Pas de point d'équilibre commun aux sous sytèmes

Perspectives

Définition des points de fonctionnement du Système Commuté ?

Système commuté relaxé (SCR)

$$u \in co(U) = [0,1]^p$$



Les points de fonctionnement sont déterminés par :

$$X_{\mathsf{ref}} = \left\{ x_{\mathsf{ref}} \in \mathbb{R}^n : f(x_{\mathsf{ref}}) + g(x_{\mathsf{ref}}) u_{\mathsf{ref}} = 0, u_{\mathsf{ref}} \in \mathsf{co}(U) = \left[0,1\right]^p
ight\}.$$

Conséquences : Les points x_{ref} tels que $u_{ref} \in [0, 1[^{p}$ ne sont pas auto-maintenables par des lois de commutation respectant un temps de maintien minimum par mode. \Rightarrow Comportement cyclique autour de x_{ref} .

En définissant $z = x - x_{ref}$, on réécrit (SC) ou (SCR) sous la forme :

$$\dot{z} = A(u)z + B(u)$$

<□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

- Stabilisation des systèmes affines commutés :
 - approche par modèle moyen (Bolzern 04)
 - approche par modèle commuté (Lee 09, Trofino 09, Deaecto 10, ...)
- Stabilisation pratique :
 - systèmes non linéaires (Castillo 97, Clarke 97, Nesic 99, ...)
 - systèmes affines commutés :
 - par rapport à une entrée sous forme d'un retour d'état (Rodigues 07, Samadi 09, ...)
 - par rapport à la loi de commutations (Sun 07, Xu 05, Xu 08, ...)



Stabilisation robuste

- Problématique
- Ensembles attractifs et inclusions
- Ajout d'incertitudes
- Aspects algorithmiques
- Application
- 3 Retour de sortie basé observateur
- Conclusions & Perspectives

きりょう 単純 エル・ドレート 御や キロ・

2 Stabilisation robuste

Problématique

- Ensembles attractifs et inclusions
- Ajout d'incertitudes
- Aspects algorithmiques
- Application
- Retour de sortie basé observateur
- Conclusions & Perspectives

Objectifs

Obtenir une loi de commande échantillonnée robuste pour le Système commuté

• **Hypothèse** : Une Fonction de Contrôle de Lyapunov (CLF) *V* existe pour (SCR) en temps continu

 \implies Théorème d'Artstein : Des lois de commande existent sous la forme de retour d'état $\kappa(z)$ en temps continu pour (SCR)

- L'implémentation implique un échantillonnage du retour d'état et une commande u ∈ {0, 1}^p :
 - ⇒ Caractère cyclique des trajectoires

Objectifs

Objectifs:

- Obtenir des garanties de stabilité pour (SC) avec retour d'état échantillonné κ_s(t, z_k) et domaine de commande U = {0,1}^p
- Obtenir de plus des garanties de robustesse en présence d'incertitudes paramétriques et d'échantillonnage non uniforme
- Prouver la convergence globale des trajectoires vers un domaine invariant et l'évaluer



Soit u(z) une loi de commande en temps continu. Pour T_e fixé, la stratégie de commande échantillonée v est :

$$v(t, T_{\theta}) = \sum_{k=0}^{\infty} \mathbf{u}_{k} \mathbb{I}_{[t_{k} \ t_{k+1}[}(t), \ \forall t \in \mathbb{R}^{+}, \ \mathbb{I}_{A} = \begin{cases} 1 \text{ si } t \in A \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

avec
$$t_k = kT_e$$
 et $u_k = u(t_k)$.

Stratégie de plus grande pente $\mathbf{u}_{\mathbf{k}} = \arg\min_{u \in U} \dot{V}(z_k; u)$ $\dot{V}(z_k; u)$ dérivée de V dans la direction $A(u)z_k + B(u)$ $\begin{aligned} & \textit{Stratégie prédictive} \\ & \textbf{u}_{k} = \arg_{1} \min_{\substack{\sigma_{k}^{N_{H}} \in U^{N_{H}} \\ \sigma_{k}^{N_{H}} = [u_{k}, u_{k+1}, \cdots, u_{k+N_{H}-1}]}} V(z_{k+N_{H}}) \end{aligned}$

Conclusions & Perspectives

Formalisation

Système Bouclé Échantillonné (SBE) :

ŀ

$$z_{k+1} = A_s(\kappa_s) z_k + B_s(\kappa_s)$$

$$x_s(t, z_k) = v(t, T_e)$$

Soit une séquence $\{z_0, \ldots, z_N\}$ de longueur N + 1 générée par (SBE).

Notations :

$$\begin{array}{lll} \mathcal{L}_{k}(z_{0}) &=& V(z_{k}) \\ \mathcal{S}_{\mathcal{L}k}(z_{0}) &=& \{z : V(z) \leq \mathcal{L}_{k}(z_{0})\} \end{array} \right\} k \in \{0, \ldots, N\}$$

$$\begin{array}{lll} \mathcal{L}_{k}(z_{0}) &=& \{z : V(z) \leq \mathcal{L}_{k}(z_{0})\} \end{array}$$

$$\text{où } V \text{ est la fonction de Lyapunov associée à (SCR).} \end{array}$$

Idée :

Chercher la ligne de niveau $\mathcal{L}_N(z_0)$ la plus haute pouvant être atteinte depuis une position initiale z_0 inférieure avec une séquence de longueur N + 1.

0 (-)

2 Stabilisation robuste

Problématique

Ensembles attractifs et inclusions

- Ajout d'incertitudes
- Aspects algorithmiques
- Application
- Retour de sortie basé observateur
- Conclusions & Perspectives

・ロト・日本・山下・山下・ シック

 Conclusions & Perspectives

Formulation du problème d'optimisation & Ensembles attractifs

Problème d'optimisation \mathcal{P}_N

 $\begin{array}{ll} \max_{z_0} & \mathcal{L}_N(z_0) \\ s.t. & z_{k+1} = A_s(\kappa_s, z_k) z_k + B_s(\kappa_s, z_k) \\ & \mathcal{L}_N(z_0) \geq \mathcal{L}_0(z_0) \end{array}$

Définition :

Le problème \mathcal{P}_N est dit borné si l'optimum \mathcal{L}_N^* est fini.

Théorème

Si le problème \mathcal{P}_N est borné, alors $\mathcal{S}_{\mathcal{L}_N^*}$ est un ensemble attractif pour toute trajectoire de (SBE).

Conclusions & Perspectives

Relation d'inclusion

Théorème

Si le problème \mathcal{P}_N est borné, le problème \mathcal{P}_{mN} est borné, $\forall m \in \mathbb{N}_*$. De plus,

 $\mathcal{S}_{\mathcal{L}_{mN}^{*}} \subseteq \mathcal{S}_{\mathcal{L}_{N}^{*}}$

Corollaire :

Soit l'ensemble non vide \mathcal{I} d'entiers tel que \mathcal{P}_i , $i \in \mathcal{I}$ borné. Alors $\mathcal{S}_{\infty} = \liminf_{i \to \infty} \mathcal{S}_{\mathcal{L}_i^*}$ est le plus petit ensemble attractif pour les trajectoires de (SBE).

Remarque :

Si \mathcal{P}_1 est borné, alors \mathcal{P}_N est borné pour tout N.



Stabilisation robuste

- Problématique
- Ensembles attractifs et inclusions
- Ajout d'incertitudes
- Aspects algorithmiques
- Application
- Retour de sortie basé observateur
- Onclusions & Perspectives

 Conclusions & Perspectives

Formulation du problème d'optimisation

Problème d'optimisation $\mathcal{P}_{N}(\delta_{\min}, \delta_{\max}, \theta_{\max})$

Z

$$\begin{array}{ll} \max_{0,\tau_{k},\theta_{k}} & \mathcal{L}_{N}(z_{0}) \\ \textbf{s.t.} & \textbf{z}_{k+1} = \textbf{A}_{s}(\star)\textbf{z}_{k} + \textbf{B}_{s}(\star) \\ & \delta_{\min} < \tau_{k} = |t_{k+1} - t_{k}| < \delta_{\max} \\ & -\theta_{\max} \le \theta \le \theta_{\max} \\ & \mathcal{L}_{N}(z_{0}) \ge \mathcal{L}_{0}(z_{0}) \end{array}$$

avec :

- τ_k : échantillonnage non uniforme
- θ : incertitudes paramétriques sur le modèle

• (*) = (
$$\kappa_s, \tau_k, \theta$$
)

Résultat principal

Théorème

S'il existe ($\Delta_{max}, \Theta_{max}$)> 0 tel que le problème \mathcal{P}_N soit borné $\forall \delta_{min} \ge 0$, $\forall \delta_{max} < \Delta_{max}, \forall \theta_{max} < \Theta_{max}$, alors (SBE) avec des incertitudes paramétriques et un échantillonnage non-uniforme est ISS pour l'entrée ν ,

avec $\nu = (\tau, \theta)$, où :

- au : séquence des durées entre commutations $au = (au_0, au_1, \dots)$
- θ : incertitudes paramétriques



Conclusions & Perspectives

Résultat principal



- $\alpha \in \mathcal{K} : \alpha$ est continue, strictement croissante et $\alpha(0) = 0$
- ► $\beta \in \mathcal{KL}$: pour tout $t \in \mathbb{R}_+$ fixé, $\beta(r, t) \in \mathcal{K}$ par rapport à r, et pour tout $r \in \mathbb{R}_+$ fixé, $\beta(r, t)$ est décroissante par rapport à t et $\beta(r, t) \to 0$ pour $t \to \infty$



Stabilisation robuste

- Problématique
- Ensembles attractifs et inclusions
- Ajout d'incertitudes
- Aspects algorithmiques
- Application
- Retour de sortie basé observateur
- 4 Conclusions & Perspectives

Cas général

Cas général : Problème d'optimisation non linéaire et non différentiable

Stratégies considérées :

Stratégie de plus grande pente Stratégie prédictive

On peut rendre le problème différentiable si on considère une recherche d'optimum séquence par séquence (2^{pN} problèmes) et des contraintes additionnelles :

Contexte	Stabilisation robuste	Retour de sortie basé observateur	Conclusions & Perspective
	000000000000000000000000000000000000000		

Cas sans incertitudes

• Stratégie de plus grande pente : À tout instant t_k,

$$\dot{V}(z_k; u_k^*) \leq \dot{V}(z_k; u), u \in U, \ k \in \{0, \dots, N-1\}$$

On a donc $N(2^{p} - 1)$ contraintes additionnelles.

• Stratégie prédictive : À tout instant t_k,

$$\min_{u_{k}^{*}, u_{k+1}, \cdots, u_{k+N_{H}-1} \in U^{N_{H}}} V(z_{k+N_{H}}) \leq \min_{u_{k}, u_{k+1}, \cdots, u_{k+N_{H}-1} \in U^{N_{H}}} V(z_{k+N_{H}})$$

Minimisation de contraintes \implies Non-différentiabilité

ldée : Réécrire le problème pour une séquence fixée en $2^{p(N_H-1)}$ problèmes pour lesquels on fixe la séquence du terme de gauche.

 Conclusions & Perspectives

Quadratically Constrained Quadratic Program



NL Matlab	0.98	399.2	4078
Gloptipoly	1.36	3.91	14.9

Conclusions & Perspectives

Cas avec incertitudes





Stabilisation robuste

- Problématique
- Ensembles attractifs et inclusions
- Ajout d'incertitudes
- Aspects algorithmiques
- Application
- Retour de sortie basé observateur
- Onclusions & Perspectives

<ロト < 昂ト < 臣ト < 臣ト 王昌 の Q () 17/44

Conclusions & Perspectives

Convertisseur DC-DC



Fonctionnement en mode continu :

$$\dot{x} = A_0 x + B_0 + u(A_1 x + B_1)$$

avec :

où
$$x = \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}$$
, $R = 50 \Omega$, $C = 220 \mu F$, $L = 20 mH$, $E = 6 V$ et un point de fonctionnement $x_{ref} = \begin{bmatrix} 0.24 \\ -6 \end{bmatrix}$.

Pour la suite, le temps d'échantillonnage vaut : $T_e = 25 \ \mu s$.

Conclusions & Perspectives

Convertisseur DC-DC

Soit une commande constante $u(t) \equiv u_{ref}$. $A(u_{ref}) = A_{ref}$ Hurwitz $B(u_{ref}) = 0_{n \times 1}$ (SCR) est GAS $(A^T_{tr}P + PA_{ref} + Q) = 0$

Il existe
$$V(z) = z^T P z$$
 telle que :
$$\begin{cases} A'_{ref} P + P A_{ref} + Q = 0\\ P = P^T > 0 \text{ et } Q = Q^T > 0 \end{cases}$$

$$u_{ref} \equiv 0.5 \implies Q = 180 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 91.05 & 0.04 \\ 0.04 & 1 \end{bmatrix}$$

・ロト・4日・4日・4日・日本 のへで

Contexte 0000

Conclusions & Perspectives

Stratégie de la plus grande pente



Portrait de phase et estimations de l'invariant pour la stratégie de plus grande pente

Conclusions & Perspectives

Stratégie prédictive



Portrait de phase et estimations de l'invariant pour la stratégie prédictive

 Conclusions & Perspectives

Comparatif des stratégies



Contexte	Stabilisation robuste	Retour de sortie basé observateur	Cond
0000	000000000000000000000000000000000000000	000000000000000000000000000000000000000	000

Conclusions & Perspectives

Test de robustesse

10% de variation autour de la valeur nominale pour tous les paramètres



Sans prise en compte des incertitudes :



きょうかい 単正 ふぼうふ 御やふり

Contexte	Stabilisation robuste	Retour de sortie basé observateur
	000000000000000000000000000000000000000	

Conclusions & Perspectives

Test de robustesse

10% de variation autour de la valeur nominale pour tous les paramètres



Sans prise en compte des incertitudes :

$$--- S_{\mathcal{L}_1^*}$$
$$--- S_{\mathcal{L}_2^*}$$
$$--- S_{\mathcal{L}_3^*}$$
$$--- S_{\mathcal{L}_4^*}$$

Avec prise en compte des incertitudes :

$$\begin{array}{c} & & \mathcal{S}_{\mathcal{L}_1^*} \\ & & & \mathcal{S}_{\mathcal{L}_2^*} \\ & & & \mathcal{S}_{\mathcal{L}_3^*} \\ & & & \mathcal{S}_{\mathcal{L}_4^*} \end{array}$$

・ロト・日本・山下・山下・ シック

2 Stabilisation robuste

Retour de sortie basé observateur

- Position du problème
- Conditions pour l'observation
- Observateur en temps fini
- Commande du convertisseur
- Simulations



2 Stabilisation robuste

Retour de sortie basé observateur Position du problème

- Conditions pour l'observation
- Observateur en temps fini
- Commande du convertisseur
- Simulations



Contexte	

Conclusions & Perspectives

Une observation sous conditions

Observation des tensions du convertisseur multicellulaire



Contexte	
0000	

Conclusions & Perspectives

Une observation sous conditions

Observation des tensions du convertisseur multicellulaire


Contexte	

 Conclusions & Perspectives

Une observation sous conditions

Observation des tensions du convertisseur multicellulaire



Une tension observable 4 modes où $\exists j \in \{1, 2\}$ tel que V_{C_j} est observable.

24/44

Contexte	Stabilisation robuste	Retour de sortie basé o
		000000000000000000000000000000000000000

Conclusions & Perspectives

Une observation sous conditions

Observation des tensions du convertisseur multicellulaire

bservateur





Conclusions & Perspectives

Une observation sous conditions

Observation des tensions du convertisseur multicellulaire



Observabilité dépendante de la commande

◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□▶ ◆□▶

Observateurs du convertisseur

Équation du convertisseur :

$$\begin{cases} \dot{I} = -\frac{R}{L}I + \frac{E}{L}u^{p} - \frac{1}{L}\sum_{j=1}^{p-1}V_{C_{j}}(u^{j+1} - u^{j})\\ \dot{V}_{C_{j}} = -\frac{I}{C_{j}}(u^{j+1} - u^{j}) \quad j = 1, \dots, p-1 \end{cases}$$

Observateurs du convertisseur multicellulaire :

- filtres de Kalman (Bensaid 99, Aguilera 09)
- observateurs adaptatifs (Ghanes 09, Bejarano 09)
- observateurs de Luenberger commutés (Van Gorp 12)
- observateurs en temps fini (Bejarano 09, Defoort 11)

- 2 Stabilisation robuste
- Retour de sortie basé observateur
 - Position du problème
 - Conditions pour l'observation
 - Observateur en temps fini
 - Commande du convertisseur
 - Simulations



Soit la tension V_s à l'instant *i* définie par :

$$V_{s_i} = -\frac{1}{L} \sum_{j=1}^{p-1} (u_i^{j+1} - u_i^j) V_{C_j}$$

Si les tensions V_{C_i} ne varient pas, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} V_{s_1} \\ \vdots \\ V_{s_{p-1}} \end{bmatrix} = -\frac{1}{L} \begin{bmatrix} u_1^2 - u_1^1 & \dots & u_1^p - u_1^{p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{p-1}^2 - u_{p-1}^1 & \dots & u_{p-1}^p - u_{p-1}^{p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{V}_{C_1} \\ \vdots \\ \tilde{V}_{C_{p-1}} \end{bmatrix}$$

Soit la tension V_s à l'instant *i* définie par :

$$V_{s_i} = -rac{1}{L}\sum_{j=1}^{p-1} (u_i^{j+1} - u_i^j) V_{C_j}$$

Si les tensions V_{C_i} ne varient pas, on peut écrire :



Soit la tension V_s à l'instant *i* définie par :

$$V_{s_i} = -rac{1}{L}\sum_{j=1}^{p-1} (u_i^{j+1} - u_i^j) V_{C_j}$$

Si les tensions V_{C_i} ne varient pas, on peut écrire :



Considérons une suite d'instants de commutations T_N .

Pour l'intervalle de temps $[t_0, t_N]$, les tensions intermédiaires V_{C_j} varient lentement.

Pour une suite de commutations σ_N de longueur $N \ge p-1$, la matrice \mathcal{U}^N est plein rang colonne :

$$\mathcal{U}^{N} = \begin{bmatrix} u_{0}^{2} - u_{0}^{1} & \dots & u_{0}^{p} - u_{0}^{p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{N-1}^{2} - u_{N-1}^{1} & \dots & u_{N-1}^{p} - u_{N-1}^{p-1} \end{bmatrix}$$

avec u_i^i la commande discrète de l'interrupteur j durant l'intervalle de temps $[t_i, t_{i+1}]$.

La suite des instants de commutations T_N vérifie une condition de temps de séjour minimum par mode $\exists \tau > 0, |t_{i+1} - t_i| \ge \tau, \forall i \in \mathbb{N}.$

2 Stabilisation robuste

Retour de sortie basé observateur

- Position du problème
- Conditions pour l'observation

Observateur en temps fini

- Commande du convertisseur
- Simulations



Contexte	Stabilisation robuste	Retour de sortie basé observateur	Conclusions &
		000000000000000000000000000000000000000	

Observateur en temps fini

Observateur en temps fini (Defoort 11) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{I}} = -\frac{R}{L}I + \frac{E}{L}u^{p} + \hat{V}_{s} + K_{1}|I - \hat{I}|^{\alpha}\operatorname{sign}(I - \hat{I}) \\ \dot{\hat{V}}_{s} = -\sum_{j=1}^{p-1}\frac{I}{LC_{j}}(u^{j+1} - u^{j})^{2} + K_{2}|I - \hat{I}|^{2\alpha-1}\operatorname{sign}(I - \hat{I}) \end{cases}$$

Permet de reconstruire en temps fini une tension \hat{V}_s identique à V_s :

$$V_{s} = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^{p-1} (u^{j+1} - u^{j}) V_{C_{j}}$$

si l'on choisit $K_1, K_2, \frac{1}{2} \le \alpha < 1$ tels que

$$\mathbf{A}_{\mathbf{0}} = \begin{bmatrix} -\alpha \mathbf{K}_{\mathbf{1}} & \alpha \\ -\mathbf{K}_{\mathbf{2}} & \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

est Hurwitz.

◆□ ▶ < @ ▶ < E ▶ < E ▶ E = 9000</p>

Perspectives

2 Stabilisation robuste

Retour de sortie basé observateur

- Position du problème
- Conditions pour l'observation
- Observateur en temps fini
- Commande du convertisseur
- Simulations



Contexte Stabilisation robuste

 Conclusions & Perspectives

Commande par retour de sortie basée observateur



FIG.: Boucle fermée {Système – Contrôleur – Observateur}

avec
$$\hat{x} = [\hat{l}, \hat{V}_{C_1}, \dots, \hat{V}_{C_{p-1}}]^T$$
 l'estimé de $x = [I, V_{C_1}, \dots, V_{C_{p-1}}]^T$.

Conclusions & Perspectives

Existence d'une CLF en temps continu

Équation du convertisseur multicellulaire (où $z = x - x_{ref}$) :

$$\dot{z} = A(u)z + B(u)$$

Propriété

Pour un nombre de cellules p donné, il existe une matrice symétrique définie positive P telle que la relation $A(u)^T P + PA(u) \le 0$ est vérifiée $\forall u \in U$.

Propriété

L'ensemble
$$\{B(u): u \in U\}$$
 est tel que $0 \in int(co(\{B(u): u \in U\})).$

 Conclusions & Perspectives

Existence d'une CLF en temps continu

Soit la fonction quadratique

$$V(z) = \frac{1}{2}z^{T}Pz$$

avec $P = P^T > 0$.

La dérivée directionnelle de *V* le long de la trajectoire dans la direction donnée par A(u)z + B(u) est :

$$\dot{V}(z; u) = \underbrace{z^{T} PA(u) z}_{\leq 0 \ \forall u \in U, \ \forall z \in \mathbb{R}^{p}} + \underbrace{z^{T} PB(u)}_{\forall z \in \mathbb{R}^{p}, \ \exists u \in U, \ z^{T} PB(u) < 0}$$

$$\Downarrow$$

$$\forall z \in \mathbb{R}^{p}, \exists u \in U, \dot{V}(z; u) < 0$$

V est une fonction de Lyapunov de commande pour le système.

Stabilisation robuste Retour de sortie basé observateur

Conclusions & Perspectives

Synthèse de stratégie échantillonnée

Stratégie échantillonnée basée observateur :

$$u_{k}^{*} = \arg\min_{u \in U} \hat{z}_{k}^{T} P(A(u)\hat{z}_{k} + B(u))$$
s.c. rang $\mathcal{U}_{k}^{N} = p - 1$
où $\mathcal{U}_{k}^{N} = \begin{bmatrix} u_{k-N+1}^{2} - u_{k-N+1}^{1} & \dots & u_{k-N+1}^{p} - u_{k-N+1}^{p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{k}^{2} - u_{k}^{1} & \dots & u_{k}^{p} - u_{k}^{p-1} \end{bmatrix}$
 \mathcal{U}_{k}^{N} est la matrice des N commandes passées à l'instant t_{k} .

si la contrainte de rang est active $u \in \tilde{U}(t_k, u_{k-N+1}, \dots, u_{k-1})$ si la contrainte de rang est inactive $u \in U$

<□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

Théorème

La stratégie échantillonnée basée observateur rend la boucle fermée {Système – Contrôleur – Observateur} pratiquement stable pour un paramètre N suffisamment grand et une durée T_e suffisamment petit.

Éléments de démonstration :

- Ia contrainte de rang est active sur une durée au plus égale à (p − 1)T_e sur un intervalle de durée NT_e.
- Ia relation

$$V(z_{k+1}) - V(z_{k-N+1}) < 0$$

est vérifiée si z_i , $\forall i \in \{k - N + 1, ..., k\}$ est «suffisamment loin» de l'origine.

<□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ >

 Conclusions & Perspectives



Évolution de V et fonction majorante

Notations :

- *V*(*z*(*t*); *u*^{*}_i ∈ *Ũ*) : dérivée de *V* le long de la trajectoire *z*(*t*) dans la direction donnée par *u*^{*}_i ∈ *Ũ* maintenue sur l'intervalle [*t*_i, *t*_{i+1}[;
- *V*(*z*(*t*); *u*^{*}_i ∈ *U*) : dérivée de *V* le long de la trajectoire *z*(*t*) dans la direction donnée par *u*^{*}_i ∈ *U* maintenue sur l'intervalle [*t*_i, *t*_{i+1}[.

Sur un intervalle $[t_i, t_{i+1}]$, quelque soit la commande u_i^* utilisée

$$\begin{split} \dot{V}(z(t), u_i^*) &= z(t)^T P A(u_i^*) z(t) + z(t)^T P B(u_i^*) \\ &\leq z(t)^T P B(u_i^*) \end{split}$$

• Cas où $u_i^* \in \tilde{U}$:

on peut trouver une borne supérieure à la dérivée de V de la forme :

$$\dot{V}(z(t); u_i^* \in \tilde{U}) \leq \alpha V(z(t))^{1/2}$$

• Cas où $u_i^* \in U$:

en choisissant T_e «suffisamment petit», pour un état z_i «suffisamment loin» de l'origine, on obtient une borne supérieure à la dérivée de V de la forme :

$$\dot{V}(z(t); u_i^* \in U) \leq -\beta V(z(t))^{1/2}$$

<□ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > < □ > 35/44 On obtient une fonction majorante $f : \mathbb{R}^p \to \mathbb{R}$ continue et quadratique par morceaux sur l'intervalle [t_{k-N+1}, t_{k+1} [vérifiant :

$$\begin{cases} \frac{\alpha}{2}T_{e} &= f(z_{i+1})^{1/2} - f(z_{i})^{1/2} & \text{si } u_{i}^{*} \in \tilde{U}, \\ -\frac{\beta}{2}T_{e} &= f(z_{i+1})^{1/2} - f(z_{i})^{1/2} & \text{si } u_{i}^{*} \in U. \end{cases}$$

Afin de garantir la décroissance de cette fonction sur l'intervalle [t_{k-N+1} , t_{k+1} [, il faut que N vérifie :

$$N \ge (p-1)rac{lpha+eta}{eta}$$



• si $z_i \notin \mathcal{B}(0, R_1)$, $\forall i$ alors la relation $V(z_{k+1}) - V(z_{k-N+1}) < 0$ est vérifiée ;



- si $z_i \notin \mathcal{B}(0, R_1)$, $\forall i$ alors la relation $V(z_{k+1}) - V(z_{k-N+1}) < 0$ est vérifiée ;
- on peut trouver une boule $\mathcal{B}(0, R_2)$ telle que $\forall z_{k-N+1} \in \mathcal{B}(0, R_1)$, on a $z_i \in \mathcal{B}(0, R_2), \forall i$;

・ロト・西・・川・・山・ ひゃぐ



• si $z_i \notin \mathcal{B}(0, R_1)$, $\forall i$ alors la relation $V(z_{k+1}) - V(z_{k-N+1}) < 0$ est vérifiée ;

- on peut trouver une boule $\mathcal{B}(0, R_2)$ telle que $\forall z_{k-N+1} \in \mathcal{B}(0, R_1)$, on a $z_i \in \mathcal{B}(0, R_2), \forall i$;
- B(0, R₂) est un ensemble positivement invariant pour toute suite extraite (Z_{m(N+1)+r})m∈N;

<ロト < 昂 > < 言 > < 言 > 三日 のQで 37/44



- si $z_i \notin \mathcal{B}(0, R_1)$, $\forall i$ alors la relation $V(z_{k+1}) - V(z_{k-N+1}) < 0$ est vérifiée ;
- on peut trouver une boule $\mathcal{B}(0, R_2)$ telle que $\forall z_{k-N+1} \in \mathcal{B}(0, R_1)$, on a $z_i \in \mathcal{B}(0, R_2), \forall i$;
- B(0, R₂) est un ensemble positivement invariant pour toute suite extraite (Z_{m(N+1)+r})m∈N;
- toute trajectoire (z_j)_{j∈ℕ} approche B(0, R₂).



• si $z_i \notin \mathcal{B}(0, R_1)$, $\forall i$ alors la relation $V(z_{k+1}) - V(z_{k-N+1}) < 0$ est vérifiée ;

- on peut trouver une boule $\mathcal{B}(0, R_2)$ telle que $\forall z_{k-N+1} \in \mathcal{B}(0, R_1)$, on a $z_i \in \mathcal{B}(0, R_2), \forall i$;
- B(0, R₂) est un ensemble positivement invariant pour toute suite extraite (Z_{m(N+1)+r})m∈N;
- toute trajectoire (z_j)_{j∈ℕ} approche B(0, R₂).

 $\mathcal{B}(0, R_2)$ est un ensemble attractif global pour la boucle fermée {Système – Contrôleur – Observateur} pour un paramètre N suffisamment grand et une durée T_e suffisamment petite.

2 Stabilisation robuste

Retour de sortie basé observateur

- Position du problème
- Conditions pour l'observation
- Observateur en temps fini
- Commande du convertisseur
- Simulations



Stabilisation robuste Retour de sortie basé observateur

Conclusions & Perspectives

Simulations



avec

$$A(u) = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{u^2 - u^1}{L} & -\frac{u^3 - u^2}{L} \\ \frac{u^2 - u^1}{C_1} & 0 & 0 \\ \frac{u^3 - u^2}{C_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$B(u) = \begin{bmatrix} \frac{E}{L}u^3 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Paramètres du système :

$$R = 10 \Omega$$

 $L = 10mH$
 $E = 30V$
 $C_1 = C_2 = 40 \mu F$
 $T_e = 10 \mu s$
 $x_{ref} = \begin{bmatrix} 2.5 & 10 & 20 \end{bmatrix}^T$

▲□▶▲□▶▲□▶▲□▶ 三回 のQで

Équations de l'observateur :

$$\begin{cases} \dot{\hat{I}} = -\frac{R}{L}I + \frac{E}{L}u^{p} + \hat{V}_{s} + K_{1}|I - \hat{I}|^{\alpha}\operatorname{sign}(I - \hat{I}) \\ \dot{\hat{V}}_{s} = -\sum_{j=1}^{p-1}\frac{I}{LC_{j}}(u^{j+1} - u^{j})^{2} + K_{2}|I - \hat{I}|^{2\alpha-1}\operatorname{sign}(I - \hat{I}) \end{cases}$$

Paramètres :

$$\alpha = \frac{1}{2}$$

 $K_1 = 35$
 $K_2 = 350$

$$V(z) = \frac{1}{2}z^{T}Pz \text{ avec}$$
$$P = P^{T} = \begin{bmatrix} 1000 & 0 & 0\\ 0 & 2 & -1\\ 0 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$



Évolution de l'état pour un horizon N = p - 1 = 2 $- x = [I, V_{C_1}, V_{C_2}]$ $- \hat{x} = [\hat{I}, \hat{V}_{C_1}, \hat{V}_{C_2}]$



Évolution de l'état pour un horizon N suffisamment grand, N = 8

 $--- x = [I, V_{C_1}, V_{C_2}] \qquad --- \hat{x} = [\hat{I}, \hat{V}_{C_1}, \hat{V}_{C_2}]$

- 2 Stabilisation robuste
- 3 Retour de sortie basé observateur
- Conclusions & Perspectives

Conclusions

Conclusions :

- Garanties de stabilité et de robustesse pour un retour d'état échantillonné
- Formulation d'un algorithme d'évaluation de l'ensemble invariant

Conclusions

Conclusions :

- Garanties de stabilité et de robustesse pour un retour d'état échantillonné
- Formulation d'un algorithme d'évaluation de l'ensemble invariant
- Synthèse d'une loi de commutation par retour de sortie basé observateur
- Garantie de stabilité pratique pour le système bouclé

Conclusions

Conclusions :

- Garanties de stabilité et de robustesse pour un retour d'état échantillonné
- Formulation d'un algorithme d'évaluation de l'ensemble invariant
- Synthèse d'une loi de commutation par retour de sortie basé observateur
- Garantie de stabilité pratique pour le système bouclé
- Validation par la simulation des résultats obtenus

◆□▶ ◆□▶ ▲□▶ ▲□▶ ■□ のQ@

Perspectives :

- Prise en compte de commutations autonomes lors de la détermination des ensembles invariants
- Mise en œuvre expérimentale avec prise en compte des bruits de mesures et incertitudes pour la synthèse du retour de sortie basé observateur
- Prise en compte d'une référence variable

Cette thèse a donné lieu aux publications suivantes :

- P. Hauroigné, P. Riedinger, and C. lung. Sampled control design for switched affine systems : robust stabilization. In 'Proceedings of the 18th IFAC World Congress', pages 5453–5458, Milano, Italy, august 2011.
- P. Hauroigné, P. Riedinger, and C. lung. *Switched affine systems using sampled-data controllers : robust and guaranteed stabilization.* In 'IEEE Transactions On Automatic Control', 12(56) :2929–2935, 2011.
- P. Hauroigné, P. Riedinger, and C. lung. Observer-based output-feedback of a multicellular converter : Control Lyapunov Function – sliding mode approach. In 'Proceedings of the 2012 IEEE Conference On Decision and Control', Accepté, 2012.
Bibliographie

- [Aguilera 09] Aguilera R.P. and Quevedo D.E. : Capacitor voltage estimation for predictive control algorithm of flying capacitor converters 'Proceedings of the International Conference on Industrial Technology', pp. 1-6, 2009
- [Bejarano 10] Bejarano F.J., Ghanes M., and Barbot J.-P. : Observability and observer design for hybrid multicell choppers 'International Journal of Control', 83(3), pp. 617-632, 2010
- [Bensaid 99] Bensaid R., Fadel M., and Meynard T. : Observer design for a three-cell chopper using a discrete-time model 'Proceedings of ELECTROMOTION', pp. 689-694, 1999
- [Bolzern 04] Borlzern P. and Spinelli W. : Quadratic stabilization of a switched affine system about a nonequilibrium point 'Proceedings of the 2004 American Control Conference', pp. 3890-3895, 2004
- [Castillo 97] Castillo B., Di Gennaro S., Monaco S. and Normand-Cyrot D. : On regulation under sampling 'IEEE Transactions On Automatic Control' 42(6), pp. 864-868, 1997

- [Clarke 97] Clarke F.H., Ledyaev Y.S., Sontag E.D. and Subbotin A.I. : Asymptotic controllability implies feedback stabilization 'IEEE Transactions On Automatic Control' 42(10), pp. 1394-1407, 1997
- [Deaecto 10] Deaecto G.S., Geromel J.C., Garcia F.S., and Pomilio J.A. : Switched affine systems control design with application to DC-DC converters 'IET Control Theory and Applications', 4(7), pp. 1201-1210, 2010
- [Defoort 11] Defoort M., Djemai M., Floquet T., and Perruquetti W. : Robust finite time observer design for multicellular converters 'International Journal of Control', 42(11), pp. 1859-1868, 2011
- [Ghanes 09] Ghanes M., Bejarano F., and Barbot J.-P. : On sliding mode and adaptive observers design for multicell converter 'Proceedings of the 2009 American Control Conference', pp. 2134-2139, 2009
- [Lee 09] Lee Y.I. and Kouvaritakis B. : Receding horizon control of switching systems 'Automatica', 45, pp. 2307-2311, 2009
- [Nesic 99] Nesic D., Teel A.R. and Kokotovic P.V. : Sufficient conditions for stabilization of sampled-data nonlinear systems via disrecte-time approximations 'Systems and Control Letters' 38, pp. 259-270, 1999

- [Rodrigues 07] Rodrigues L. : Stability of sampled-data piecewise-affine systems under state feedback 'Automatica' 43, pp. 1249-1256, 2007
- [Samadi 09] Samadi B. and Rodrigues L. : Stability of sampled-data piecwise-affine systems : a time-delay approach 'Automatica' 45, pp. 1995-2001, 2009
- [Sun 02] Sun Z. and Ge S.S. : Sampling and control of switched linear systems 'Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control', pp. 4412-4418, Las Vegas, USA, 2002
- [Trofino 09] Trofino A., Assmann D., Scharlau C.C. and Coutinho D.F. : Switching rule design for switched dynamic systems with affine vector fields 'IEEE Transactions On Automatic Control', 54(9), pp. 2215-2222, 2009
- [Van Gorp 12] Van Gorp J., Defoort M., Djemai M., and Manamanni N. : Hybrid observer for the multicellular converter 'Proceedings of the 4th IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems', pp. 259-264, 2012

- [Xu 05] Xu X. and Zhai G. : Practical stability and stabilization of hybrid and switched systems 'IEEE Transactions On Automatic Control', 50(11), pp. 1897-1903, 2005
- [Xu 08] Xu X., Zhai G. and He S. : On practical asymptotic stabilizability of switched affine systems 'Nonlinear Analysis : Hybrid Systems', pp. 196-208, 2008

▲□▶▲□▶▲□▶▲□▶ □□ のQ@