

Stabilisation robuste des systèmes affines commutés. Application aux convertisseurs de puissance

Pascal Haurioigné

Soutenance de thèse
12 octobre 2012

Directeur de thèse : Claude Iung
Co-directeur de thèse : Pierre Riedinger



Formalisation

Système Bouclé Échantillonné (SBE) :

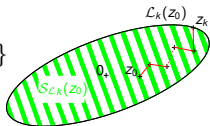
$$z_{k+1} = A_s(\kappa_s)z_k + B_s(\kappa_s)$$

$$\kappa_s(t, z_k) = v(t, T_e)$$

Soit une séquence $\{z_0, \dots, z_N\}$ de longueur $N + 1$ générée par (SBE).

Notations :

$$\left. \begin{aligned} \mathcal{L}_k(z_0) &= V(z_k) \\ \mathcal{S}_{\mathcal{L}_k}(z_0) &= \{z : V(z) \leq \mathcal{L}_k(z_0)\} \end{aligned} \right\} k \in \{0, \dots, N\}$$



où V est la fonction de Lyapunov associée à (SCR).

Idée :

Chercher la ligne de niveau $\mathcal{L}_N(z_0)$ la plus haute pouvant être atteinte depuis une position initiale z_0 inférieure avec une séquence de longueur $N + 1$.

1 Contexte

2 Stabilisation robuste

- Problématique
- **Ensembles attractifs et inclusions**
- Ajout d'incertitudes
- Aspects algorithmiques
- Application

3 Retour de sortie basé observateur

4 Conclusions & Perspectives

Formulation du problème d'optimisation & Ensembles attractifs

Problème d'optimisation \mathcal{P}_N

$$\max_{z_0} \mathcal{L}_N(z_0)$$

$$\text{s.t. } z_{k+1} = A_s(\kappa_s, z_k)z_k + B_s(\kappa_s, z_k)$$

$$\mathcal{L}_N(z_0) \geq \mathcal{L}_0(z_0)$$

Définition :

Le problème \mathcal{P}_N est dit borné si l'optimum \mathcal{L}_N^* est fini.

Théorème

Si le problème \mathcal{P}_N est borné, alors $\mathcal{S}_{\mathcal{L}_N^}$ est un ensemble attractif pour toute trajectoire de (SBE).*

Relation d'inclusion

Théorème

Si le problème \mathcal{P}_N est borné, le problème \mathcal{P}_{mN} est borné, $\forall m \in \mathbb{N}_*$. De plus,

$$\mathcal{S}_{\mathcal{L}_{mN}^*} \subseteq \mathcal{S}_{\mathcal{L}_N^*}$$

Corollaire :

Soit l'ensemble non vide \mathcal{I} d'entiers tel que \mathcal{P}_i , $i \in \mathcal{I}$ borné. Alors

$\mathcal{S}_\infty = \liminf_{i \rightarrow \infty} \mathcal{S}_{\mathcal{L}_i^*}$ est le plus petit ensemble attractif pour les trajectoires de (SBE).

Remarque :

Si \mathcal{P}_1 est borné, alors \mathcal{P}_N est borné pour tout N .

- 1 Contexte
- 2 Stabilisation robuste**
 - Problématique
 - Ensembles attractifs et inclusions
 - Ajout d'incertitudes**
 - Aspects algorithmiques
 - Application
- 3 Retour de sortie basé observateur
- 4 Conclusions & Perspectives

Formulation du problème d'optimisation

Problème d'optimisation $\mathcal{P}_N(\delta_{min}, \delta_{max}, \theta_{max})$

$$\max_{z_0, \tau_k, \theta_k} \mathcal{L}_N(z_0)$$

$$\text{s.t. } z_{k+1} = A_s(\star)z_k + B_s(\star)$$

$$\delta_{min} < \tau_k = |t_{k+1} - t_k| < \delta_{max}$$

$$-\theta_{max} \leq \theta \leq \theta_{max}$$

$$\mathcal{L}_N(z_0) \geq \mathcal{L}_0(z_0)$$

avec :

- τ_k : échantillonnage non uniforme
- θ : incertitudes paramétriques sur le modèle
- $(\star) = (\kappa_s, \tau_k, \theta)$

Résultat principal

Théorème

S'il existe $(\Delta_{max}, \Theta_{max}) > 0$ tel que le problème \mathcal{P}_N soit borné $\forall \delta_{min} \geq 0$, $\forall \delta_{max} < \Delta_{max}$, $\forall \theta_{max} < \Theta_{max}$, alors (SBE) avec des incertitudes paramétriques et un échantillonnage non-uniforme est ISS pour l'entrée ν ,

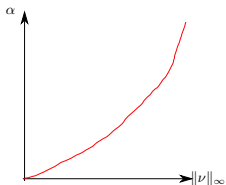
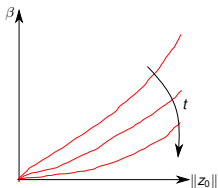
avec $\nu = (\tau, \theta)$, où :

- τ : séquence des durées entre commutations $\tau = (\tau_0, \tau_1, \dots)$
- θ : incertitudes paramétriques

Résultat principal

Input-to-state-stability

$$\|z(t)\| \leq \beta(\|z_0\|, t) + \alpha(\|\nu\|_\infty)$$



0-GAS

$$\|z(t, z_0, 0)\| \leq \beta(\|z_0\|, t)$$

+

Gain Asymptotique (AG)

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} \|z(t, z_0, \|\nu\|_\infty)\| \leq \alpha(\|\nu\|_\infty)$$

- ▶ $\alpha \in \mathcal{K}$: α est continue, strictement croissante et $\alpha(0) = 0$
- ▶ $\beta \in \mathcal{KL}$: pour tout $t \in \mathbb{R}_+$ fixé, $\beta(r, t) \in \mathcal{K}$ par rapport à r , et pour tout $r \in \mathbb{R}_+$ fixé, $\beta(r, t)$ est décroissante par rapport à t et $\beta(r, t) \rightarrow 0$ pour $t \rightarrow \infty$

1 Contexte

2 Stabilisation robuste

- Problématique
- Ensembles attractifs et inclusions
- Ajout d'incertitudes
- Aspects algorithmiques
- Application

3 Retour de sortie basé observateur

4 Conclusions & Perspectives

Cas général

Cas général : Problème d'optimisation non linéaire et non différentiable

Stratégies considérées :

Stratégie de plus grande pente }
 Stratégie prédictive } \Rightarrow Partition de l'espace d'état

On peut rendre le problème différentiable si on considère une recherche d'optimum séquence par séquence (2^{pN} problèmes) et des contraintes additionnelles :

Cas sans incertitudes

- **Stratégie de plus grande pente** : À tout instant t_k ,

$$\dot{V}(z_k; u_k^*) \leq \dot{V}(z_k; u), u \in U, k \in \{0, \dots, N-1\}$$

On a donc $N(2^p - 1)$ contraintes additionnelles.

- **Stratégie prédictive** : À tout instant t_k ,

$$\min_{u_k^*, u_{k+1}, \dots, u_{k+N_H-1} \in U^{N_H}} V(z_{k+N_H}) \leq \min_{u_k, u_{k+1}, \dots, u_{k+N_H-1} \in U^{N_H}} V(z_{k+N_H})$$

Minimisation de contraintes \implies Non-différentiability

Idée : Réécrire le problème pour une séquence fixée en $2^{p(N_H-1)}$ problèmes pour lesquels on fixe la séquence du terme de gauche.

Quadratically Constrained Quadratic Program

CLF Quadratique



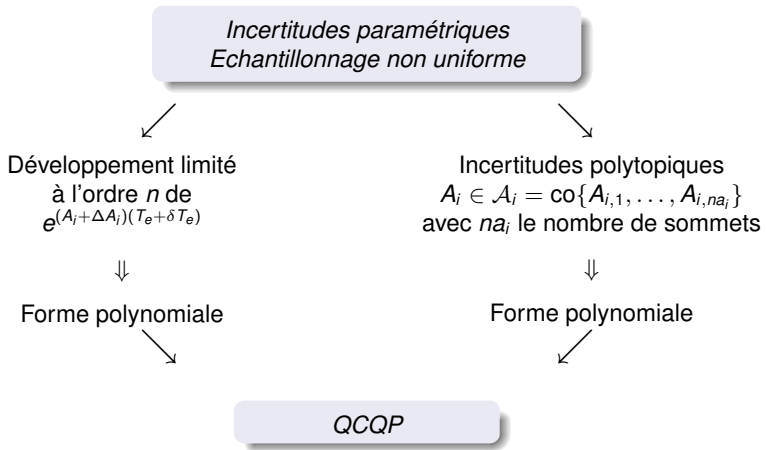
Fonction coût et contraintes
Quadratiques



Quadratically Constrained Quadratic Program
(QCQP)

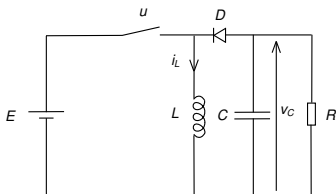
Solver	Computation Time (s)		
	\mathcal{L}_1^*	\mathcal{L}_4^*	\mathcal{L}_6^*
NL Matlab	0.98	399.2	4078
Gloptipoly	1.36	3.91	14.9

Cas avec incertitudes



- 1 Contexte
- 2 Stabilisation robuste**
 - Problématique
 - Ensembles attractifs et inclusions
 - Ajout d'incertitudes
 - Aspects algorithmiques
 - **Application**
- 3 Retour de sortie basé observateur
- 4 Conclusions & Perspectives

Convertisseur DC-DC



Fonctionnement en mode continu :

$$\dot{x} = A_0 x + B_0 + u(A_1 x + B_1)$$

avec :

$$A_0 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix}, \quad A_1 = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_0 = [0, 0]^T, \quad B_1 = \left[\frac{E}{L}, 0\right]^T$$

où $x = \begin{bmatrix} i_L \\ v_C \end{bmatrix}$, $R = 50 \Omega$, $C = 220 \mu F$, $L = 20 mH$, $E = 6 V$ et un point de fonctionnement $x_{ref} = \begin{bmatrix} 0.24 \\ -6 \end{bmatrix}$.

Pour la suite, le temps d'échantillonnage vaut : $T_e = 25 \mu s$.

Convertisseur DC-DC

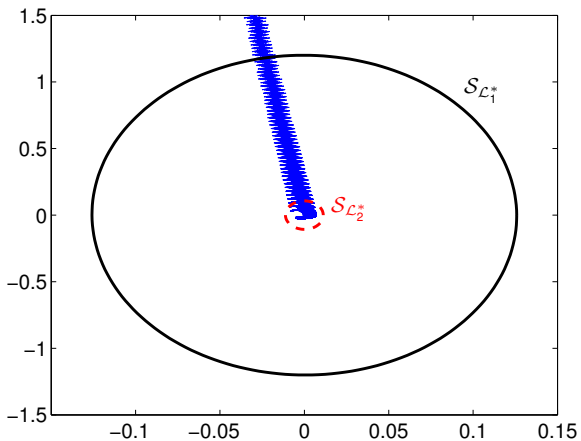
Soit une commande constante $u(t) \equiv u_{ref}$.

$$\begin{array}{ccc} & \Downarrow & \\ A(u_{ref}) = A_{ref} \text{ Hurwitz} & & B(u_{ref}) = 0_{n \times 1} \\ & \Updownarrow & \\ & \text{(SCR) est GAS} & \\ & \Updownarrow & \end{array}$$

Il existe $V(z) = z^T P z$ telle que : $\begin{cases} A_{ref}^T P + P A_{ref} + Q = 0 \\ P = P^T > 0 \text{ et } Q = Q^T > 0 \end{cases}$

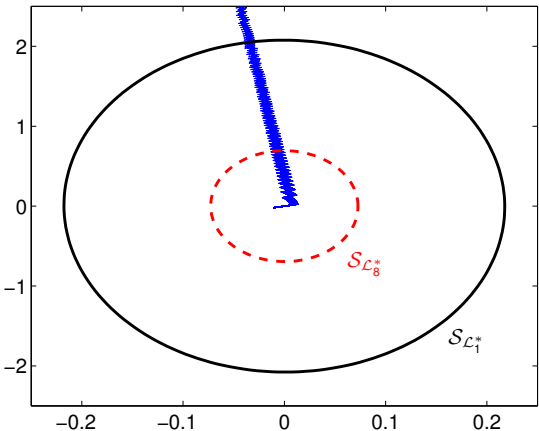
$$u_{ref} \equiv 0.5 \implies Q = 180 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad P = \begin{bmatrix} 91.05 & 0.04 \\ 0.04 & 1 \end{bmatrix}$$

Stratégie de la plus grande pente



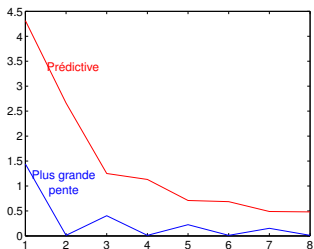
Portrait de phase et estimations de l'invariant pour la stratégie de plus grande pente

Stratégie prédictive

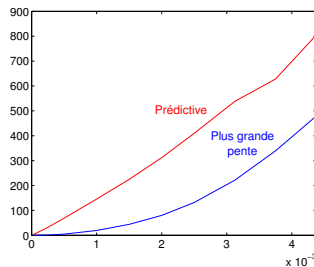


Portrait de phase et estimations de l'invariant pour la stratégie prédictive

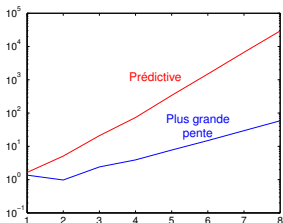
Comparatif des stratégies



\mathcal{L}_N^* en fonction de N



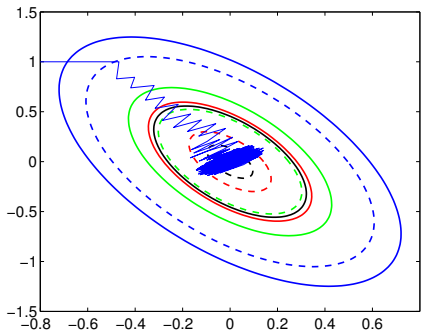
\mathcal{L}_2^* en fonction de $T_e \in [2.5, 4500]\mu\text{s}$



Temps de calcul (s) en fonction de N

Test de robustesse

10% de variation autour de la valeur nominale pour tous les paramètres



Sans prise en compte des incertitudes :

--- $\mathcal{S}_{\mathcal{L}_1}^*$

--- $\mathcal{S}_{\mathcal{L}_2}^*$

--- $\mathcal{S}_{\mathcal{L}_3}^*$

--- $\mathcal{S}_{\mathcal{L}_4}^*$

Avec prise en compte des incertitudes :

— $\mathcal{S}_{\mathcal{L}_1}^*$

— $\mathcal{S}_{\mathcal{L}_2}^*$

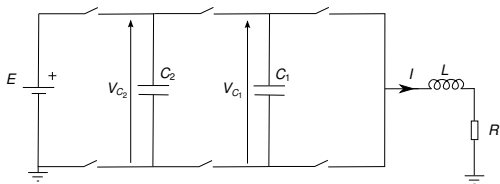
— $\mathcal{S}_{\mathcal{L}_3}^*$

— $\mathcal{S}_{\mathcal{L}_4}^*$

- 1 Contexte
- 2 Stabilisation robuste
- 3 Retour de sortie basé observateur**
 - **Position du problème**
 - Conditions pour l'observation
 - Observateur en temps fini
 - Commande du convertisseur
 - Simulations
- 4 Conclusions & Perspectives

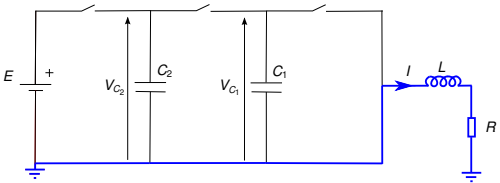
Une observation sous conditions

Observation des tensions du convertisseur multicellulaire



Une observation sous conditions

Observation des tensions du convertisseur multicellulaire

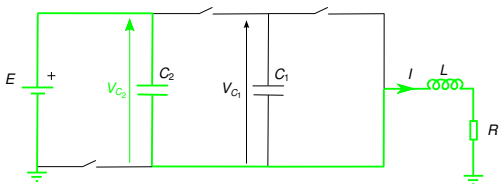


Aucune tension observable

2 modes où $\forall j \in \{1, 2\}$ V_{C_j} ne sont pas observables.

Une observation sous conditions

Observation des tensions du convertisseur multicellulaire



Aucune tension observable

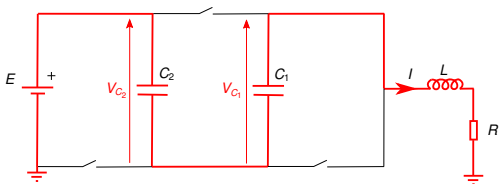
2 modes où $\forall j \in \{1, 2\}$
 V_{C_j} ne sont pas observables.

Une tension observable

4 modes où $\exists j \in \{1, 2\}$
tel que V_{C_j} est observable.

Une observation sous conditions

Observation des tensions du convertisseur multicellulaire



Aucune tension observable

2 modes où $\forall j \in \{1, 2\}$
 V_{C_j} ne sont pas observables.

Une tension observable

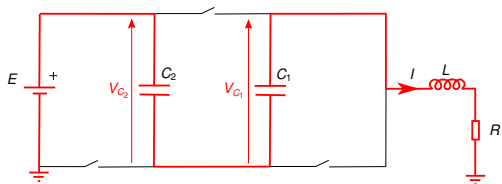
4 modes où $\exists j \in \{1, 2\}$
tel que V_{C_j} est observable.

Différence des tensions observable

2 modes où
 $\pm(V_{C_2} - V_{C_1})$ est observable.

Une observation sous conditions

Observation des tensions du convertisseur multicellulaire



Aucune tension observable

2 modes où $\forall j \in \{1, 2\}$
 V_{C_j} ne sont pas observables.

Une tension observable

4 modes où $\exists j \in \{1, 2\}$
 tel que V_{C_j} est observable.

Différence des tensions observable

2 modes où
 $\pm(V_{C_2} - V_{C_1})$ est observable.

Observabilité dépendante de la commande

Observateurs du convertisseur

Équation du convertisseur :

$$\begin{cases} \dot{i} = -\frac{R}{L}i + \frac{E}{L}u^p - \frac{1}{L}\sum_{j=1}^{p-1} v_{C_j}(u^{j+1} - u^j) \\ \dot{v}_{C_j} = -\frac{1}{C_j}(u^{j+1} - u^j) \quad j = 1, \dots, p-1 \end{cases}$$

Observateurs du convertisseur multicellulaire :

- filtres de Kalman ([Bensaid 99](#), [Aguilera 09](#))
- observateurs adaptatifs ([Ghanes 09](#), [Bejarano 09](#))
- observateurs de Luenberger commutés ([Van Gorp 12](#))
- observateurs en temps fini ([Bejarano 09](#), [Defoort 11](#))

- 1 Contexte
- 2 Stabilisation robuste
- 3 Retour de sortie basé observateur**
 - Position du problème
 - Conditions pour l'observation**
 - Observateur en temps fini
 - Commande du convertisseur
 - Simulations
- 4 Conclusions & Perspectives

Conditions pour l'observation

Soit la tension V_s à l'instant i définie par :

$$V_{s_i} = -\frac{1}{L} \sum_{j=1}^{p-1} (u_i^{j+1} - u_i^j) V_{C_j}$$

Si les tensions V_{C_j} ne varient pas, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} V_{s_1} \\ \vdots \\ V_{s_{p-1}} \end{bmatrix} = -\frac{1}{L} \begin{bmatrix} u_1^2 - u_1^1 & \dots & u_1^p - u_1^{p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{p-1}^2 - u_{p-1}^1 & \dots & u_{p-1}^p - u_{p-1}^{p-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{V}_{C_1} \\ \vdots \\ \tilde{V}_{C_{p-1}} \end{bmatrix}$$

Conditions pour l'observation

Soit la tension V_s à l'instant i définie par :

$$V_{s_i} = -\frac{1}{L} \sum_{j=1}^{p-1} (u_i^{j+1} - u_i^j) V_{C_j}$$

Si les tensions V_{C_j} ne varient pas, on peut écrire :

$$\begin{bmatrix} V_{s_1} \\ \vdots \\ V_{s_{p-1}} \end{bmatrix} = -\frac{1}{L} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1^2 - u_1^1 & \dots & u_1^p - u_1^{p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{p-1}^2 - u_{p-1}^1 & \dots & u_{p-1}^p - u_{p-1}^{p-1} \end{bmatrix}}_{\text{doit être inversible}} \begin{bmatrix} \tilde{V}_{C_1} \\ \vdots \\ \tilde{V}_{C_{p-1}} \end{bmatrix}$$

Conditions pour l'observation

Soit la tension V_s à l'instant i définie par :

$$V_{s_i} = -\frac{1}{L} \sum_{j=1}^{p-1} (u_i^{j+1} - u_i^j) V_{C_j}$$

Si les tensions V_{C_j} ne varient pas, on peut écrire :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} V_{s_1} \\ \vdots \\ V_{s_{p-1}} \end{bmatrix}}_{\text{à estimer}} = -\frac{1}{L} \underbrace{\begin{bmatrix} u_1^2 - u_1^1 & \dots & u_1^p - u_1^{p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{p-1}^2 - u_{p-1}^1 & \dots & u_{p-1}^p - u_{p-1}^{p-1} \end{bmatrix}}_{\text{doit être inversible}} \begin{bmatrix} \tilde{V}_{C_1} \\ \vdots \\ \tilde{V}_{C_{p-1}} \end{bmatrix}$$

Conditions pour l'observation

Considérons une suite d'instants de commutations T_N .

Pour l'intervalle de temps $[t_0, t_N]$, les tensions intermédiaires V_{C_j} varient lentement.

Pour une suite de commutations σ_N de longueur $N \geq p - 1$, la matrice \mathcal{U}^N est plein rang colonne :

$$\mathcal{U}^N = \begin{bmatrix} u_0^2 - u_0^1 & \dots & u_0^p - u_0^{p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_{N-1}^2 - u_{N-1}^1 & \dots & u_{N-1}^p - u_{N-1}^{p-1} \end{bmatrix}$$

avec u_j^i la commande discrète de l'interrupteur j durant l'intervalle de temps $[t_i, t_{i+1}[$.

La suite des instants de commutations T_N vérifie une condition de temps de séjour minimum par mode $\exists \tau > 0, |t_{i+1} - t_i| \geq \tau, \forall i \in \mathbb{N}$.

- 1 Contexte
- 2 Stabilisation robuste
- 3 Retour de sortie basé observateur**
 - Position du problème
 - Conditions pour l'observation
 - Observateur en temps fini**
 - Commande du convertisseur
 - Simulations
- 4 Conclusions & Perspectives

Observateur en temps fini

Observateur en temps fini (Defoort 11) :

$$\begin{cases} \dot{\hat{l}} = -\frac{R}{L}l + \frac{E}{L}u^p + \hat{V}_s + K_1|l - \hat{l}|^\alpha \text{sign}(l - \hat{l}) \\ \dot{\hat{V}}_s = -\sum_{j=1}^{p-1} \frac{l}{LC_j} (u^{j+1} - u^j)^2 + K_2|l - \hat{l}|^{2\alpha-1} \text{sign}(l - \hat{l}) \end{cases}$$

Permet de reconstruire en temps fini une tension \hat{V}_s identique à V_s :

$$V_s = \frac{1}{L} \sum_{j=1}^{p-1} (u^{j+1} - u^j) V_{C_j}$$

si l'on choisit $K_1, K_2, \frac{1}{2} \leq \alpha < 1$ tels que

$$A_0 = \begin{bmatrix} -\alpha K_1 & \alpha \\ -K_2 & 0 \end{bmatrix}$$

est Hurwitz.

1 Contexte

2 Stabilisation robuste

3 Retour de sortie basé observateur

- Position du problème
- Conditions pour l'observation
- Observateur en temps fini
- **Commande du convertisseur**
- Simulations

4 Conclusions & Perspectives

Commande par retour de sortie basée observateur

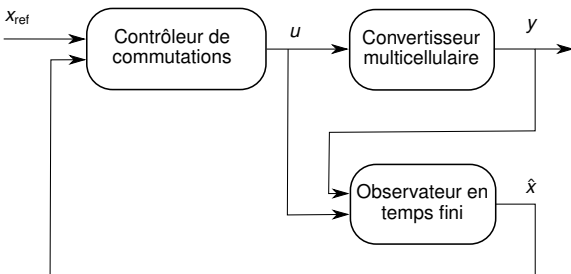


FIG.: Boucle fermée {Système – Contrôleur – Observateur}

avec $\hat{x} = [\hat{l}, \hat{V}_{C_1}, \dots, \hat{V}_{C_{p-1}}]^T$ l'estimé de $x = [l, V_{C_1}, \dots, V_{C_{p-1}}]^T$.

Existence d'une CLF en temps continu

Équation du convertisseur multicellulaire (où $z = x - x_{\text{ref}}$) :

$$\dot{z} = A(u)z + B(u)$$

Propriété

Pour un nombre de cellules p donné, il existe une matrice symétrique définie positive P telle que la relation $A(u)^T P + P A(u) \leq 0$ est vérifiée $\forall u \in U$.

Propriété

L'ensemble $\{B(u) : u \in U\}$ est tel que $0 \in \text{int}(\text{co}(\{B(u) : u \in U\}))$.

Existence d'une CLF en temps continu

Soit la fonction quadratique

$$V(z) = \frac{1}{2} z^T P z$$

avec $P = P^T > 0$.

La dérivée directionnelle de V le long de la trajectoire dans la direction donnée par $A(u)z + B(u)$ est :

$$\dot{V}(z; u) = \underbrace{z^T P A(u) z}_{\leq 0 \quad \forall u \in U, \forall z \in \mathbb{R}^p} + \underbrace{z^T P B(u)}_{\forall z \in \mathbb{R}^p, \exists u \in U, z^T P B(u) < 0}$$



$$\forall z \in \mathbb{R}^p, \exists u \in U, \dot{V}(z; u) < 0$$

V est une fonction de Lyapunov de commande pour le système.

Synthèse de stratégie échantillonnée

Stratégie échantillonnée basée observateur :

$$u_k^* = \arg \min_{u \in U} \hat{z}_k^T P (A(u)\hat{z}_k + B(u))$$

$$\text{s.c. rang } \mathcal{U}_k^N = p - 1$$

$$\text{où } \mathcal{U}_k^N = \begin{bmatrix} u_{k-N+1}^2 - u_{k-N+1}^1 & \cdots & u_{k-N+1}^p - u_{k-N+1}^{p-1} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ u_k^2 - u_k^1 & \cdots & u_k^p - u_k^{p-1} \end{bmatrix}.$$

\mathcal{U}_k^N est la matrice des N commandes passées à l'instant t_k .

*si la contrainte de rang
est active*

$$u \in \tilde{U}(t_k, u_{k-N+1}, \dots, u_{k-1})$$

*si la contrainte de rang
est inactive*

$$u \in U$$

Théorème

La stratégie échantillonnée basée observateur rend la boucle fermée {Système – Contrôleur – Observateur} pratiquement stable pour un paramètre N suffisamment grand et une durée T_e suffisamment petit.

Éléments de démonstration :

- la contrainte de rang est active sur une durée au plus égale à $(p - 1)T_e$ sur un intervalle de durée NT_e .
- la relation

$$V(z_{k+1}) - V(z_{k-N+1}) < 0$$

est vérifiée si $z_i, \forall i \in \{k - N + 1, \dots, k\}$ est «suffisamment loin» de l'origine.

Sur un intervalle $[t_j, t_{j+1}[$, quelque soit la commande u_j^* utilisée

$$\begin{aligned}\dot{V}(z(t), u_j^*) &= z(t)^T P A(u_j^*) z(t) + z(t)^T P B(u_j^*) \\ &\leq z(t)^T P B(u_j^*)\end{aligned}$$

- Cas où $u_j^* \in \tilde{U}$:
on peut trouver une borne supérieure à la dérivée de V de la forme :

$$\dot{V}(z(t); u_j^* \in \tilde{U}) \leq \alpha V(z(t))^{1/2}$$

- Cas où $u_j^* \in U$:
en choisissant T_e «suffisamment petit», pour un état z_i «suffisamment loin» de l'origine, on obtient une borne supérieure à la dérivée de V de la forme :

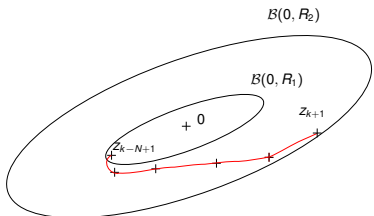
$$\dot{V}(z(t); u_j^* \in U) \leq -\beta V(z(t))^{1/2}$$

On obtient une fonction majorante $f : \mathbb{R}^p \rightarrow \mathbb{R}$ continue et quadratique par morceaux sur l'intervalle $[t_{k-N+1}, t_{k+1}[$ vérifiant :

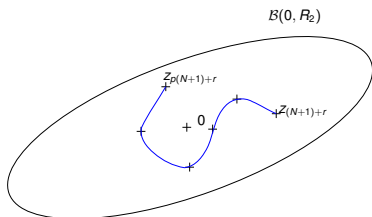
$$\begin{cases} \frac{\alpha}{2} T_e & = & f(z_{i+1})^{1/2} - f(z_i)^{1/2} & \text{si } u_i^* \in \tilde{U}, \\ -\frac{\beta}{2} T_e & = & f(z_{i+1})^{1/2} - f(z_i)^{1/2} & \text{si } u_i^* \in U. \end{cases}$$

Afin de garantir la décroissance de cette fonction sur l'intervalle $[t_{k-N+1}, t_{k+1}[$, il faut que N vérifie :

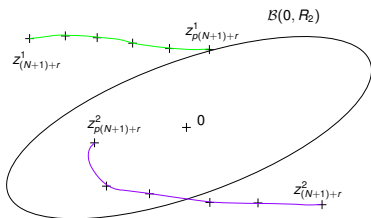
$$N \geq (p-1) \frac{\alpha + \beta}{\beta}$$



- si $z_i \notin \mathcal{B}(0, R_1)$, $\forall i$ alors la relation $V(z_{k+1}) - V(z_{k-N+1}) < 0$ est vérifiée ;
- on peut trouver une boule $\mathcal{B}(0, R_2)$ telle que $\forall z_{k-N+1} \in \mathcal{B}(0, R_1)$, on a $z_i \in \mathcal{B}(0, R_2)$, $\forall i$;

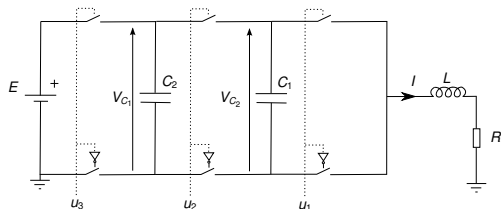


- si $z_i \notin \mathcal{B}(0, R_1)$, $\forall i$ alors la relation $V(z_{k+1}) - V(z_{k-N+1}) < 0$ est vérifiée ;
- on peut trouver une boule $\mathcal{B}(0, R_2)$ telle que $\forall z_{k-N+1} \in \mathcal{B}(0, R_1)$, on a $z_i \in \mathcal{B}(0, R_2)$, $\forall i$;
- $\mathcal{B}(0, R_2)$ est un ensemble positivement invariant pour toute suite extraite $(z_{m(N+1)+r})_{m \in \mathbb{N}}$;



- si $z_i \notin B(0, R_1)$, $\forall i$ alors la relation $V(z_{k+1}) - V(z_{k-N+1}) < 0$ est vérifiée ;
- on peut trouver une boule $B(0, R_2)$ telle que $\forall z_{k-N+1} \in B(0, R_1)$, on a $z_i \in B(0, R_2)$, $\forall i$;
- $B(0, R_2)$ est un ensemble positivement invariant pour toute suite extraite $(z_{m(N+1)+r})_{m \in \mathbb{N}}$;
- toute trajectoire $(z_j)_{j \in \mathbb{N}}$ approche $B(0, R_2)$.

Simulations



Équations du convertisseur :

$$\begin{cases} \dot{x} = A(u)x + B(u) \\ y = Cx \end{cases}$$

où $x = [I, V_{C_1}, V_{C_2}]^T \in \mathbb{R}^3$ et $u \in U = \{0, 1\}^3$

avec

$$A(u) = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{u^2 - u^1}{L} & -\frac{u^3 - u^2}{L} \\ \frac{u^2 - u^1}{C_1} & 0 & 0 \\ \frac{u^3 - u^2}{C_2} & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B(u) = \left[\frac{E}{L} u^3 \quad 0 \quad 0 \right]^T, \quad C = [1 \quad 0 \quad 0]$$

Paramètres du système :

$$R = 10 \, \Omega$$

$$L = 10 \text{ mH}$$

$$E = 30 \text{ V}$$

$$C_1 = C_2 = 40 \, \mu\text{F}$$

$$T_e = 10 \, \mu\text{s}$$

$$x_{ref} = [2.5 \quad 10 \quad 20]^T$$

Conclusions

Conclusions :

- Garanties de stabilité et de robustesse pour un retour d'état échantillonné
- Formulation d'un algorithme d'évaluation de l'ensemble invariant

Perspectives :

- Prise en compte de commutations autonomes lors de la détermination des ensembles invariants
- Mise en œuvre expérimentale avec prise en compte des bruits de mesures et incertitudes pour la synthèse du retour de sortie basé observateur
- Prise en compte d'une référence variable

- ▶ [Aguilera 09] Aguilera R.P. and Quevedo D.E. : Capacitor voltage estimation for predictive control algorithm of flying capacitor converters 'Proceedings of the International Conference on Industrial Technology', pp. 1-6, 2009
- ▶ [Bejarano 10] Bejarano F.J., Ghanes M., and Barbot J.-P. : Observability and observer design for hybrid multicell choppers 'International Journal of Control', **83**(3), pp. 617-632, 2010
- ▶ [Bensaid 99] Bensaid R., Fadel M., and Meynard T. : Observer design for a three-cell chopper using a discrete-time model 'Proceedings of ELECTROMOTION', pp. 689-694, 1999
- ▶ [Bolzern 04] Borlzers P. and Spinelli W. : Quadratic stabilization of a switched affine system about a nonequilibrium point 'Proceedings of the 2004 American Control Conference', pp. 3890-3895, 2004
- ▶ [Castillo 97] Castillo B., Di Gennaro S., Monaco S. and Normand-Cyrot D. : On regulation under sampling 'IEEE Transactions On Automatic Control' **42**(6), pp. 864-868, 1997

- ▶ [Clarke 97] Clarke F.H., Ledyaev Y.S., Sontag E.D. and Subbotin A.I. : Asymptotic controllability implies feedback stabilization 'IEEE Transactions On Automatic Control' **42**(10), pp. 1394-1407, 1997
- ▶ [Deaecto 10] Deaecto G.S., Geromel J.C., Garcia F.S., and Pomilio J.A. : Switched affine systems control design with application to DC-DC converters 'IET Control Theory and Applications', **4**(7), pp. 1201-1210, 2010
- ▶ [Defoort 11] Defoort M., Djemai M., Floquet T., and Perruquetti W. : Robust finite time observer design for multicellular converters 'International Journal of Control', **42**(11), pp. 1859-1868, 2011
- ▶ [Ghanes 09] Ghanes M., Bejarano F., and Barbot J.-P. : On sliding mode and adaptive observers design for multicell converter 'Proceedings of the 2009 American Control Conference', pp. 2134-2139, 2009
- ▶ [Lee 09] Lee Y.I. and Kouvaritakis B. : Receding horizon control of switching systems 'Automatica', **45**, pp. 2307-2311, 2009
- ▶ [Nesic 99] Nesic D., Teel A.R. and Kokotovic P.V. : Sufficient conditions for stabilization of sampled-data nonlinear systems via discrete-time approximations 'Systems and Control Letters' **38**, pp. 259-270, 1999

- ▶ [Rodrigues 07] Rodrigues L. : Stability of sampled-data piecewise-affine systems under state feedback 'Automatica' **43**, pp. 1249-1256, 2007
- ▶ [Samadi 09] Samadi B. and Rodrigues L. : Stability of sampled-data piecewise-affine systems : a time-delay approach 'Automatica' **45**, pp. 1995-2001, 2009
- ▶ [Sun 02] Sun Z. and Ge S.S. : Sampling and control of switched linear systems 'Proceedings of the 41st IEEE Conference on Decision and Control', pp. 4412-4418, Las Vegas, USA, 2002
- ▶ [Trofino 09] Trofino A., Assmann D., Scharlau C.C. and Coutinho D.F. : Switching rule design for switched dynamic systems with affine vector fields 'IEEE Transactions On Automatic Control', **54**(9), pp. 2215-2222, 2009
- ▶ [Van Gorp 12] Van Gorp J., Defoort M., Djemai M., and Manamanni N. : Hybrid observer for the multicellular converter 'Proceedings of the 4th IFAC Conference on Analysis and Design of Hybrid Systems', pp. 259-264, 2012

- ▶ [Xu 05] Xu X. and Zhai G. : Practical stability and stabilization of hybrid and switched systems 'IEEE Transactions On Automatic Control', **50**(11), pp. 1897-1903, 2005
- ▶ [Xu 08] Xu X., Zhai G. and He S. : On practical asymptotic stabilizability of switched affine systems 'Nonlinear Analysis : Hybrid Systems', pp. 196-208, 2008