



HAL
open science

Condensation de Bose-Einstein multiple dans les modes d'ordre supérieurs d'une cavité optique bi-fréquence

Grigor Kuyumjyan

► **To cite this version:**

Grigor Kuyumjyan. Condensation de Bose-Einstein multiple dans les modes d'ordre supérieurs d'une cavité optique bi-fréquence. Autre. Université de Bordeaux, 2017. Français. NNT : 2017BORD0877 . tel-01754840

HAL Id: tel-01754840

<https://theses.hal.science/tel-01754840>

Submitted on 30 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

École doctorale des Sciences Physiques et de l'Ingénieur

THÈSE

présentée pour obtenir le grade de docteur délivré par

l'Université de Bordeaux

Spécialité doctorale “Lasers, matière et nanosciences”

présentée est soutenue publiquement par

Grigor Kuyumjyan

le 11 décembre 2017

Condensation de Bose-Einstein multiple dans les modes d'ordre supérieurs d'une cavité optique bi-fréquence

Directeur de thèse : **Philippe Bouyer**

Jury

Mr. Guillaume Labeyrie,	Rapporteur
Mr. Vincent Josse,	Rapporteur
Mr. Franck Pereira dos Santos,	Examinateur
Mr. Pascal Szriftgiser,	Président du jury
Mr. Philippe Bouyer,	Directeur de thèse
Mr. Andréa Bertoldi,	Membre invité

Institut d'Optique d'Aquitaine

Laboratoire Photonique, Numérique et Nanosciences

UMR 5298, Rue François Mitterrand Talence, France

Title: Multiple Bose-Einstein condensation in higher order modes of a dual frequency optical cavity

Quantum degenerate gases of neutral atoms are excellent systems with important applications in the study of many body quantum physics, condensed matter physics, precision measurements, and quantum information processing. In this thesis we demonstrate the creation of ^{87}Rb Bose-Einstein condensates (BECs) in different transverse modes of a bow-tie ring cavity. The cavity resonant at two wavelengths, 1560 and 780 nm, is exploited at telecom wavelength (1560 nm) to create BEC in the cavity enhanced optical dipole trap with only 3 W of optical power from the source. The non-degenerate cavity modes enable the creation of arrays of BECs in the higher transverse modes. As representative examples we realize the BEC in the fundamental TEM_{00} and the TEM_{01} mode of the cavity which are the single well and double well trapping configuration with degenerate sample well coupled to the cavity modes. By controlling the power between the fundamental and the higher transverse cavity mode, splitting and merging of cold thermal atomic ensemble is shown. The cavity resonance at 780 nm will be used for cavity aided quantum non-demolition measurements to generate measurement induced spin squeezed states. We present the experimental realization of a lock system for an optical ring cavity. The cavity is referenced on the rubidium atoms for long-term stabilization and for intracavity measurements. The ring resonator is resonant at two wavelengths one 1560 nm for trapping the atoms in center of the cavity and second wavelength 780 nm is used as a probe beam for quantum non-demolition measurement (QND). The probe beam is derived from 1560 nm beam by frequency doubling it and both radiations are locked to the cavity by Pound-Drever-Hall (PDH) technique. One part of the frequency doubled 780 nm is referenced to an independent 780 nm laser locked on the Rb transition. The beat signal between these two lasers is frequency synthesized and through PI is sent to the Piezo electric transducer driver to avoid long-term drifts of the cavity due to temperature fluctuations and acoustic noises.

Keywords: Bose-Einstein condensate - Cold atoms - Nondestructive measurements - Dual-frequency optical cavity - Laser stabilization systems - Feedback control - Fiber laser

Titre : Condensation de Bose-Einstein multiple dans les modes d'ordre supérieurs d'une cavité optique bi-fréquence

Les gaz quantiques dégénérés des atomes neutres sont d'excellents systèmes avec les applications importantes dans les études de la physique à plusieurs corps, de la matière condensée, de la mesure de haute précision et de l'information quantique. Dans cette thèse, nous démontrons la production des condensats de Bose-Einstein de ^{87}Rb dans les différents modes transverses de la cavité qui a une configuration en papillon (bow-tie cavity). La cavité est résonante à deux longueurs d'onde, 1560 nm et 780 nm. Nous utilisons la radiation à 1560 nm, une longueur d'onde accessible dans la télécommunication (bande C) pour obtenir le condensat de Bose-Einstein dans un piège dipolaire intra-cavité. La cavité optique permet de réaliser un piège dipolaire profond à partir d'une source optique à puissance modérée (3W), grâce à l'amplification de la puissance au sein du résonateur. Les modes non dégénérés du

résonateur permettent d'obtenir de multiples condensats dans les modes transverses supérieurs. Comme exemples représentatifs, nous avons réalisé le condensat de Bose-Einstein dans le mode fondamental et le mode TEM_{01} de la cavité. L'utilisation de ces modes nous permet d'avoir un et deux puits de potentiels pour le piégeage où l'échantillon atomique ultra-froid est couplé au mode du résonateur. En contrôlant la puissance relative entre le mode fondamental et les modes transverses supérieurs (TEM_{01} , TEM_{10}), nous arrivons à réaliser la division et la recombinaison d'un ensemble atomique ultra-froid. De plus, dans ce manuscrit nous présentons le développement d'un système d'asservissement autour de la cavité optique qui nous permet d'obtenir les deux radiations asservies sur le résonateur ainsi que la stabilisation de la longueur de la cavité sur les atomes de rubidium. La deuxième longueur d'onde provient du faisceau à 1560 nm après le doublage de fréquence. Par la suite, les deux longueurs d'onde sont asservies sur la cavité par la technique de Pound-Drever-Hall. Une partie du composant doublé en fréquence est comparée en fréquence avec un laser à 780 nm asservi sur les atomes de rubidium par la technique de battement optique. Ensuite, le signal de battement est converti par un synthétiseur de fréquence et est envoyé vers le contrôleur de transducteur piézo-électrique de la cavité via un régulateur PI pour éviter la dérive à long terme liée aux fluctuations de la température. La résonance à 780 nm sera utilisée comme faisceau de sonde intra-cavité. Cela nous permettra de réaliser une mesure quantique non-destructive et de générer des états comprimés de spins induits par cette mesure.

Mots clés : Condensat de Bose-Einstein - Atomes froids - Mesure non-destructive - Cavité optique bi-fréquence - Systèmes de stabilisations laser - Contrôle par rétroaction - Laser fibré

Remerciements

J'ai travaillé au sein du Laboratoire Photonique Numérique et Nanosciences (LP2N) à Bordeaux pendant trois ans et demi. J'ai débuté mes travaux de recherche avec un contrat pré-doctoral sur le projet BIARO qui a duré 5 mois. Par la suite, j'ai commencé ma thèse sur le même projet qui a duré trois ans. Tout au long de ces années à LP2N, j'ai croisé sur mon chemin de nombreuses personnes qui, de façon imminente ont apporté leur grain à la réalisation de ce projet, que ce soit en termes d'aide, de discussions sur la physique ou d'encouragement.

Tout d'abord, je voudrais remercier mon directeur de thèse, également directeur du LP2N Philippe Bouyer de m'avoir fait confiance et m'avoir permis de découvrir le monde intéressant des atomes froids ainsi que de m'avoir poussé vers l'avant tout au long de ma thèse. Je le remercie également pour ses précieuses relectures et corrections d'orthographe de mon manuscrit.

Je tiens aussi à remercier tous les membres de mon jury de soutenance pour le temps consacré à l'analyse et à la critique de mes travaux de thèse et d'avoir été présents lors de ma soutenance. Merci à Vincent Josse et Guillaume Labeyrie d'avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse et pour leurs remarques pertinentes et constructives. Merci également à mes examinateurs Franck Pereira dos Santos et Pascal Szriftgiser pour leurs questions et discussions intéressantes.

Andrea Bertoldi a été mon co-encadrant de thèse. Bien que très occupé, il a toujours été disponible pour discuter du travail quotidien, de l'avancement du projet ainsi que des buts scientifiques à long terme. Andrea, je te remercie également pour ta relecture attentive de mon manuscrit et pour tes conseils. Je te souhaite plein de belles choses pour la suite, tant au niveau personnel que professionnel.

Lorsque j'ai rejoint l'équipe, l'expérience était en phase de reconstruction après le déménagement de Palaiseau et le doctorant Etienne Cantin et le post-doc Deepak Pandey travaillaient sur l'expérience. Au début, je travaillais sur le projet de la cavité et malgré les difficultés sur la reconstruction de l'expérience ils ont pris le temps de répondre à mes questions et m'ont aidé dans les différentes parties de mon projet sur la cavité.

À la fin de la première année de ma thèse lorsque Etienne a commencé à rédiger sa thèse j'ai continué à travailler avec Deepak. Pendant cette période de travail, nous avons amélioré le système d'asservissement de piège dipolaire et par la suite nous avons obtenu un et plusieurs condensats de Bose-Einstein dans les différents modes de la cavité. Cela a été un réel plaisir de travailler avec Deepak et Etienne, que ce soit professionnellement qu'humainement, et j'espère qu'ils sont heureux respectivement à Bonn et à Paris.

Lors de ma deuxième année de thèse Walid Cherifi a rejoint notre groupe en tant que stagiaire et ensuite comme ingénieur d'étude. Ses travaux ont permis d'éclairer les projets d'interférométrie Bragg sur notre expérience ainsi que l'asservissement de la longueur de la cavité. Je vais me souvenir avec plaisir de nos discussions intéressantes sur l'histoire et la science avec Walid et Deepak qui remplissaient nos petites pauses. Walid, je te souhaite une bonne continuation dans ta thèse en Suède.

En troisième année de ma thèse, j'ai travaillé avec Devang Naik. Devang a une vision intuitive de la physique et de fortes compétences techniques qui nous ont grandement aidés pour étudier le couplage du mode de la cavité avec les condensats de Bose-Einstein ainsi que les différentes possibilités pour créer les potentiels optiques malléables au sein de la cavité. Devang, je te souhaite plein de bonheur pour la suite et plein de nouvelles découvertes.

Lors de la rédaction de ma thèse Hodei Eneriz Imas a rejoint de notre groupe avec un contrat pré-doctoral et au bout d'un temps très court il est devenu autonome sur le projet. Je n'ai aucun doute que ces travaux vont mener à d'excellents résultats. Je lui souhaite du courage pour la suite et dans l'exploration du monde passionnant des atomes froids.

Tout au long de ma thèse, le groupe des atomes froids s'agrandissait et l'ambiance dans le groupe était très agréable. Je remercie tout le monde, particulièrement Grégoire, Devang, Gabrièle, Laure, Laura, Isabelle, Bryne, Hugo, Etienne, Simon, Sebastian, Martin, PAG, Caroline, Maxime ainsi que les nouveaux membres de group Hodei, Adèle, Simon, Joseph, Chen Hao et Romain.

J'ai également échangé avec les autres groupes de recherche au cours de ces trois années. Je remercie Kevin, Jean Baptiste, Pierre, Gaëlle, Philippe L., Louis, Remi, Chiara, Sergio, Noémie, Arthur, Antonine, William pour leur bonne humeur continuelle.

Le soutien administratif et technique du laboratoire a été très efficace. Je remercie les ateliers électronique et mécanique : Giorgio, Jean-Hugues, Philippe T. et Jacky d'avoir pris le temps à répondre à mes questions. Je remercie le service administratif : Stéphanie, Fabien et Laurent.

Merci à Daniel Lite pour ces relectures et corrections d'orthographe de mon manuscrit. Merci à Gabriel qui malgré les préparations pour la campagne de vol a pu corriger une partie de mon manuscrit.

La thèse est un projet de longue durée qui nécessite de l'implication personnelle au niveau du temps et des efforts. Pour moi cela aurait été certainement beaucoup plus difficile à accomplir si je n'avais pas eu le soutien de mes parents qui ont toujours cru en moi. Je suis également reconnaissant à la famille de ma tante qui m'ont donné l'opportunité de venir et de continuer mes études en France. Je remercie aussi mes amis des quatre coins du monde qui ont su me soutenir à distance.

Enfin, je remercie ma chérie Sona qui a toujours été à mes côtés pendant ces trois ans lorsque j'ai eu des hauts et des bas. Je n'oublierai jamais que notre petite Émilie a décidé de venir au monde quand moi et ma femme nous faisons les dernières corrections sur mon manuscrit. Je vous aime très fort.

Table des matières

Table des figures	v
Liste des tableaux	vii
Introduction	ix
1 Cavité à haute finesse	1
1.1 Cavité résonnante à deux longueurs d'onde	1
1.1.1 Géométrie en papillon	2
1.1.2 Mode gaussien TEM_{00}	4
1.1.3 Matrice ABCD	6
1.2 Finesse et pertes optiques	8
1.3 Source laser de mesure à 780 nm	13
1.3.1 Laser source à 1560 nm et architecture du doublage en fréquence	13
1.3.2 Configuration d'injection et d'asservissement sur la cavité	18
1.3.3 Technique d'asservissement de Pound-Drever-Hall	20
1.3.4 Largeur spectrale relative des faisceaux stabilisés	24
1.4 Stabilisation absolue de la cavité	27
1.4.1 Technique d'asservissement et stabilité	30
1.5 Préparation des états corrélés via une cavité	33
1.5.1 Introduction	33
1.6 Manipulation cohérente d'un système à deux niveaux	35
1.6.1 Sphère de Bloch	37
1.6.2 Opérateurs de rotation	37
1.7 État collectif et cohérent de spins	39
1.7.1 État collectif de spins	40
1.7.2 État cohérent de spins	41
1.7.3 État comprimé de spins	43

1.7.4	Mesure quantique non-destructive	49
1.8	Conclusion	52
2	Dispositif expérimental et chargement des atomes dans les modes transverses	55
2.1	Piège magnéto-optique	55
2.1.1	Système laser pour refroidissement	56
2.1.2	Piège magnéto-optique 2D et 3D et système à vide	56
2.1.3	Caméra CCD	57
2.2	Laser du piège dipolaire et asservissement sur la cavité	57
2.3	Atomes ultra-froids piégés dans des modes transverses	63
2.3.1	Plusieurs ensembles atomiques au sein du résonateur	64
2.3.2	Transfert atomique dans les modes transverses	66
2.3.3	Résultats	68
2.4	Conclusion	72
3	Condensats de Bose-Einstein dans une cavité non-dégénérée	73
3.1	Introduction	73
3.2	Condensation de Bose-Einstein	74
3.2.1	Bosons sans interactions	75
3.2.2	Interactions à deux corps dans un condensat	77
3.3	Piège dipolaire loin de résonance	79
3.3.1	Piège dipolaire intra-cavité	82
3.3.2	Chargement des atomes dans le piège croisé	84
3.4	Évaporation	90
3.4.1	Rampe d'évaporation et Dimple	93
3.5	Résultats	101
3.5.1	Condensats de Bose-Einstein dans les modes de la cavité	101
3.6	Conclusion	103
4	Conclusion et perspectives	111
	Annexe A Transitions atomiques de la ligne D2 du ^{87}Rb	113
	Annexe B Article	115
	Bibliographie	127

Table des figures

1.1	Cavité à quatre miroirs	3
1.2	Principaux paramètres de faisceau Gaussien	5
1.3	Schéma du champ de laser incident et réfléchi par la cavité	8
1.4	Décroissance de l'intensité de la lumière à 1560 nm de la cavité	14
1.5	Décroissance de l'intensité de la lumière à 780 nm de la cavité	15
1.6	Schéma d'asservissement des lasers à 1560 nm et à 780 nm sur la cavité	16
1.7	Configuration en fréquence les deux longueurs d'onde asservies sur le résonateur	19
1.8	Densité spectrale de puissance de bruit de phase en V_{rms}/\sqrt{Hz} à 1560 nm	25
1.9	Densité spectrale de bruis de fréquence à 1560 nm	25
1.10	Densité spectrale de puissance de bruit de phase en V_{rms}/\sqrt{Hz} à 780 nm	26
1.11	Densité spectrale de bruit de fréquence à 780 nm	27
1.12	Spectroscopie par absorption saturée (SAS)	28
1.13	Schéma d'asservissement par battement optique entre les deux lasers à 780 nm	30
1.14	Variance d'Allan pour l'asservissement de la cavité	32
1.15	État cohérent et comprimé de spins	34
1.16	Système atomique à deux niveaux	35
1.17	Présentation du système à deux niveaux par la sphère de Bloch	38
1.18	Séquence de l'interférométrie Ramsey	47
1.19	Signale de l'interféromètre de Ramsey avec un état cohérent et un état comprimé de spins	48
2.1	Enceinte à vide	58
2.2	Schéma d'asservissement du piège dipolaire	59
2.3	Bruit d'intensité du laser de piège dipolaire avant et après la cavité	60
2.4	Bruit d'intensité du piège dipolaire avec l'asservissement de la puissance	61
2.5	Masque de phase ($0-\pi$)	65

2.6	Deux ensembles atomiques (TEM_{01})	65
2.7	Spectre de la fréquence du résonateur	66
2.8	Schéma expérimental du transfert d'ensemble atomique	67
2.9	Atomes transférés dans le mode TEM_{01}	69
2.10	Atomes transférés dans le mode TEM_{10} et recombines	70
3.1	Piège dipolaire intra-cavité	83
3.2	Transitions de ^{87}Rb et le piège dipolaire à 1560 nm	86
3.3	Déplacement lumineux induit par piège dipolaire	87
3.4	Atomes dans le piège dipolaire : mode fondamental	88
3.5	Température des atomes dans le piège dipolaire en fonction du temps de piégeage	90
3.6	Temps de vie des atomes dans le potentiel optique	91
3.7	Rampe d'évaporation	95
3.8	Densité dans l'espace des phases lors de l'évaporation	96
3.9	Taux de collision lors de l'évaporation	97
3.10	Alignement du faisceau dimple à 1529 nm	99
3.11	BEC dans le mode fondamental de la cavité	104
3.12	Fraction condensée en fonction de la température	105
3.13	Fraction condensée et nombre d'atomes en fonction de la puissance de dimple	106
3.14	BEC dans le mode TEM_{01} de la cavité	107
3.15	Fraction condensée en fonction de la température TEM_{01}	108
3.16	Fraction condensée en fonction du champ magnétique	109
A.1	Structure de la transition D2 du ^{87}Rb	113
B.1	Cavité à quatre miroirs	117
B.2	Principaux paramètres de faisceau Gaussien	119
B.3	Schéma du champ de laser incident et réfléchi par la cavité	122

Liste des tableaux

1.1	Caractéristiques mesurées et théoriques de la cavité	13
3.1	Éléments dipolaires	85

Introduction

Le début du XX^{ème} siècle a été marqué par le développement d'une branche de la physique se dénommant la mécanique quantique qui a pour objectif d'étudier et de décrire des phénomènes à l'échelle atomique et subatomique. Néanmoins, à partir des années 1970 grâce à l'accès à des températures de plus en plus proche du zéro absolu via les techniques de refroidissement d'atomes par laser (S. Chu, C. Cohen-Tannoudji et W.D. Phillips, ce travail a été récompensé par le prix Nobel de physique en 1997 [1–3]), la mécanique quantique permet d'étudier des phénomènes quantiques collectifs à l'échelle macroscopique telle que la superfluidité, la supraconductivité et la condensation de Bose-Einstein.

En juin 1924, le jeune physicien indien Satyendranath Nathal Bose qui travaillait à l'Université Dhaka a envoyé une lettre à Albert Einstein accompagnée d'un manuscrit. Ce manuscrit ayant été refusé par le *Philosophical Magazin*, Bose demandait son avis ainsi que son aide à Einstein pour pouvoir publier ce travail. Bose proposait une nouvelle dérivation de la formule du rayonnement du corps noir de Planck, un phénomène de la mécanique quantique. Dans son manuscrit, il établissait une description statistique de la lumière par des particules indiscernables sans masse : les photons. Einstein généralise l'approche de Bose par une série de 3 articles [4] pour les particules de spin entier dans un gaz parfait et prédit qu'en-dessous d'une température critique une fraction macroscopique d'atomes s'accumulerait dans l'état fondamental du système formant alors une onde macroscopique appelée condensat de Bose-Einstein.

Après la découverte expérimentale de la superfluidité de l'hélium liquide en 1937 par P. Kapitsa et A. Don Misener, F. London proposa l'interprétation de la superfluidité, comme une manifestation de la condensation de Bose-Einstein. Toutefois, pour l'hélium liquide à très basse température seulement 10% des atomes occupent un même état quantique à cause des fortes interactions entre atomes. Il ne s'agit pas strictement du condensat de Bose-Einstein, qui était considéré pour un gaz dilué de bosons sans interactions.

Il faudra attendre soixante-dix ans pour que les prédictions de Bose et Einstein soient vérifiées expérimentalement. La condensation de Bose-Einstein dans des gaz dilués d'alcalins (Rb, Na) est observée pour la première fois en 1995. Cette réussite a été récompensée par le prix Nobel de physique en 2001, attribué à C. Wieman, E. Cornell [5] et W. Ketterle [6]. Depuis ces résultats, de nouvelles recherches expérimentales et théoriques ont prospéré autour du condensat de Bose-Einstein.

Parmi ces recherches, certains groupes se sont orientés vers la création de nouveaux états exotiques de la matière pour explorer les phénomènes magnétiques à l'échelle microscopique [7, 8], la supersolidité [9] et les verres de spin [10]. De plus, le condensat de Bose-Einstein offre la possibilité d'obtenir un simulateur quantique des systèmes à plusieurs corps [11] modèle de Bose-Hubbard [12] qui donne une description des atomes bosoniques ultra-froids piégés dans les réseaux optiques [13]. Ce modèle représente la transition d'une phase superfluide à une phase isolante de Mott [14] à température nulle. C'est l'un des exemples d'une transition de phase quantique [15].

En parallèle avec le développement de la physique des atomes ultra-froids et du condensat de Bose-Einstein dans un réseau optique, une nouvelle approche apparaît grâce au développement des résonateurs optiques à haute finesse : l'électrodynamique quantique dans une cavité [16, 17] (cavity Quantum Electrodynamics (QED), en anglais). D'après la théorie QED dans un résonateur optique, le champ de rayonnement électromagnétique est quantifié et les atomes sont décrits selon la mécanique quantique non-relativiste. L'exploration d'un système atomique ultra-froid dans une cavité était pendant des années un sujet de recherche prometteur [18–20]. Historiquement, le QED dans une cavité consistait à réaliser un système composé d'un seul atome couplé à un seul mode longitudinal de la cavité.

Les atomes ultra-froids dans une cavité optique sont couplés avec un potentiel optique dynamique créé par le résonateur [21] au lieu d'un laser statique. Actuellement l'un des objectifs principaux de cette recherche est d'explorer les interactions entre le mode de la cavité et l'ensemble atomique ultra-froid ou le condensat de Bose-Einstein [19]. Le QED dans un résonateur optique permet d'observer des phénomènes émergents comme la transition de la phase quantique [15] et de réaliser l'ingénierie des nouveaux états quantiques de la matière [22]. La cavité optique donne la possibilité d'avoir un degré de contrôle élevé et une accordabilité sur le champ électromagnétique intracavité. Pour cela, actuellement une grande partie du travail dans ce domaine consiste à explorer de nouvelles possibilités d'obtenir un système d'ensemble atomique couplé à une cavité. Le but est de pouvoir observer les phénomènes telles que la transition d'un

gaz superfluide à une phase quantique correspondant au modèle de Dick [23, 24] ou les excitations collectives d'un condensat de Bose-Einstein [25].

Par ailleurs, les résonateurs optiques à haute finesse sont des outils permettant d'améliorer la sensibilité d'une mesure de la différence de population atomique. Une cavité optique permet d'obtenir un couplage fort du champ électrique avec un ensemble atomique grâce aux passages multiples des photons dans l'ensemble atomique qui augmentent ainsi le rapport signal à bruit de la mesure. Une haute finesse ainsi qu'un volume large du mode de la cavité couplé à un grand nombre d'atomes froids permettent d'obtenir des améliorations significatives dans la précision de mesure de la différence de population atomique [26–29, 19]. Les mesures intra-cavité réalisées en régime dispersif donnent la possibilité de créer des corrélations entre les particules et d'obtenir une précision de la mesure au-delà du bruit quantique.

C'est dans ce contexte que se place cette thèse. Nous avons mis en œuvre un système atomique autour d'une cavité optique non-dégénérée et bi-fréquence afin d'obtenir un ou plusieurs condensats de Bose-Einstein dans les modes électromagnétiques transverses du résonateur. De plus, nous introduisons l'étude et la réalisation du transfert d'un ensemble atomique ultra-froid dans les différents modes d'ordre supérieur de la cavité. Nous exposons aussi le système des lasers (1560 nm et 780 nm) tout fibrés développé autour de ce résonateur. Ce système va nous permettre de réaliser une mesure quantique non-destructive en induisant des états comprimés de spins.

Plan du manuscrit. Le manuscrit est organisé de la façon suivante :

Le première chapitre est consacré aux propriétés géométriques et spectrale de la cavité optique qui résonne à deux longueurs d'ondes (1560 nm et 780 nm). Dans ce chapitre nous présentons le développement du système laser tout fibré autour du résonateur optique. Nous caractérisons le système opérant à la longueur d'onde à 780 nm qui peut être utilisée pour la réalisation d'une mesure sur un ensemble atomique piégé au centre du résonateur. Une partie de ce chapitre est dédiée aux systèmes mis en œuvre pour stabiliser la fréquence du laser et la longueur de la cavité. Puis, nous présentons de manière théorique la manipulation cohérente d'un système à deux niveaux et enfin la mesure quantique non-destructive qui permet d'obtenir des états comprimés de spins à partir des états cohérents de spins.

Le deuxième chapitre présente le dispositif expérimental pour le refroidissement des atomes de rubidium dans une cavité. Les atomes sont d'abord refroidis par deux étapes de pièges magnéto-optiques en successives. Les atomes sont ensuite transférés dans le piège optique intra-cavité. Afin d'obtenir un piège dipolaire stabilisé en fréquence sur le résonateur nous avons réalisé le système d'asservissement de Pound-Drever-Hall. Par la suite, nous présentons le piégeage de plusieurs ensembles atomiques dans les modes transverses du résonateur non-dégénéré. A la fin, nous décrivons la réalisation du transfert atomique dans les modes transverses supérieurs TEM_{01} et TEM_{10} de la cavité.

Le troisième chapitre de ce manuscrit est dédié à la deuxième étude principale de cette thèse : l'obtention des condensats de Bose-Einstein au sein du résonateur. Nous commençons par un rappel de la théorie du condensat de Bose-Einstein. Ensuite, nous présentons en détails le piège dipolaire intra-cavité loin de résonance atomique et le processus du transfert des atomes du piège magnéto-optique vers le piège optique. Puis, nous décrivons la technique de l'évaporation tout optique pour diminuer la température de l'échantillon atomique. L'évaporation et l'ajout d'un autre faisceau de piégeage à la fin de ce processus nous permet d'atteindre la condensation de Bose-Einstein dans les modes transverses TEM_{00} et TEM_{01} de la cavité. Enfin, nous présentons les résultats obtenus dans les différents modes du résonateur.

Le dernier chapitre présente la conclusion générale du manuscrit et les perspectives.

Chapitre 1

Cavité à haute finesse

1.1 Cavité résonnante à deux longueurs d'onde

L'élément clé de l'expérience est un résonateur optique de haute finesse autour duquel est assemblé notre dispositif expérimental. La cavité a une configuration en papillon (en anglais, bow-tie cavity) où les deux bras se croisent au centre et les miroirs réfléchissent à deux longueurs d'onde. Ceci permet d'avoir deux différentes longueurs d'onde résonantes dans la cavité. La première est à 1560 nm pour réaliser un piège dipolaire profond à partir d'une source optique à puissance modérée, grâce à l'amplification de la puissance au sein du résonateur. Ainsi, ces caractéristiques permettent d'atteindre le régime de dégénérescence quantique à partir d'un laser source à quelques Watts. La deuxième, 780 nm, donne la possibilité de réaliser une mesure non-destructive de la différence de population d'un ensemble atomique (raie D2 de ^{87}Rb , voir Annexe 1) piégé au centre de la cavité ainsi que de préparer des états corrélés de spins induits par cette mesure [28]. Pour cela, dans la suite nous allons présenter un système optique tout fibré qui a été développé autour de la cavité optique pour obtenir ces deux longueurs d'onde couplées est asservies sur le résonateur.

Nous commencerons ce chapitre par l'étude des propriétés géométriques et spectrales de la cavité. Puis, nous présenterons le système tout fibré pour obtenir le faisceau à 780 nm en utilisant une seule source laser. Nous détaillerons ensuite la technique de stabilisation des deux longueurs d'ondes dans le résonateur ainsi que la mesure de la largeur spectrale relative. L'asservissement de la longueur de la cavité sur les atomes de rubidium permet d'augmenter la stabilité du résonateur à long terme et de fixer la

fréquence de résonance de la cavité. Dans la deuxième partie du chapitre, nous allons introduire de façon théorique la notion du spin collectif d'ensemble de N atomes ainsi que l'état collectif et cohérent du spin. Ensuite, nous présenterons le concept de la limite quantique pour l'estimation de la différence de population et la possibilité de dépasser cette limite en préparant des états comprimés de spins.

1.1.1 Géométrie en papillon

La configuration de la cavité repose sur quatre miroirs identiques sous forme d'une géométrie en papillon. Les miroirs (1/2 pouce) de la cavité sont plan-concaves avec un rayon de courbure $R=100$ mm. Chaque miroir est placé au sommet d'un carré de 63.6 mm de côté, soit un "diamètre" de 90 mm qui est donc légèrement plus petit que le rayon de courbure des miroirs (Fig. B.1). Cette configuration assure ainsi la stabilité géométrique de la cavité, comme nous l'étudierons dans la suite. Les miroirs de haute réflectivité ont les caractéristiques suivantes : pour la face arrière la surface est plane et recouverte d'une couche anti-réflexion : la réflectivité pour 1560 nm est $r^2 = 0.03419\%$ et pour 780 nm $r^2 = 0.07929\%$. La face avant des miroirs est concave avec les paramètres de transmission suivantes : $t^2 = 0.03776\%$ à 1560 nm et $t^2 = 0.001545\%$ à 780 nm.

L'un des miroirs de la cavité est monté sur un transducteur piézo électrique (TPZ) et un autre sur un actuateur linéaire pour l'ajustement de l'orthogonalité et du croisement des deux bras du résonateur. Le TPZ a une bande de correction de 20 Hz qui permet d'appliquer la correction dynamique de la longueur de la cavité. Le choix de la géométrie de la cavité permet d'avoir un piège dipolaire avec une intensité et des fréquences élevées pour confiner les atomes selon les trois directions spatiales. La forme en papillon et la configuration concentrique du résonateur permettent de minimiser le diamètre du col des faisceaux au centre de la cavité. Le piège optique intra-cavité que nous obtenons avec de la lumière à 1560 nm pour des atomes de ^{87}Rb (voir section 3.3.1) permet ensuite d'obtenir le condensat de Bose-Einstein par processus d'évaporation.

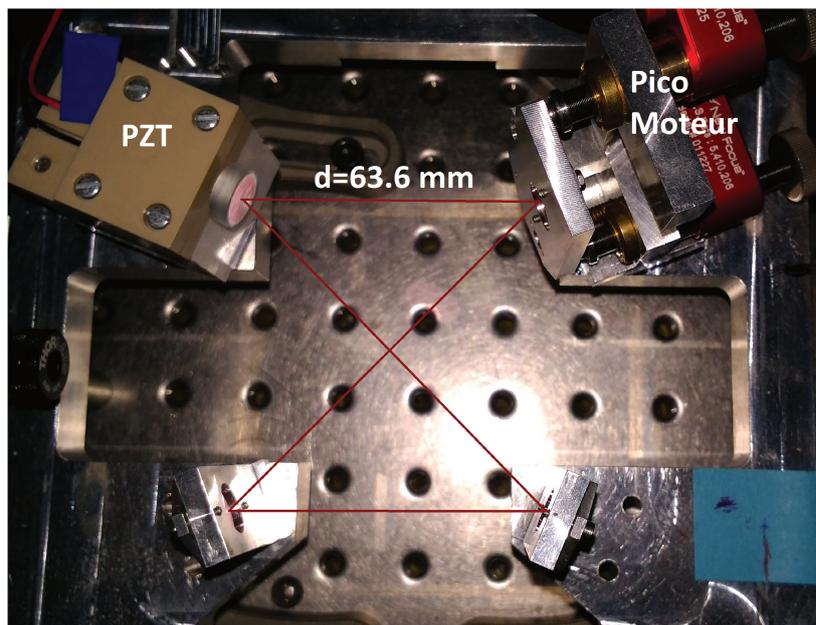


FIGURE 1.1 - Géométrie du résonateur : La cavité est composée des miroirs plan-concaves avec un rayon de courbure $R=100$ mm. La longueur effective du résonateur est 307 mm. Les miroirs sont placés hors d'axe, la cavité est donc astigmatique puisque la distance focale des miroirs est différente dans une direction parallèle ou orthogonale au plan d'incidence. L'image représente la cavité de test aux paramètres similaires avec le résonateur utilisé dans l'expérience principale. En rouge est indiqué l'axe de propagation dans la cavité.

1.1.2 Mode gaussien TEM₀₀

Le faisceau gaussien est l'une des descriptions des rayonnements cohérents du champ électromagnétique. C'est en particulier utilisé dans les résonateurs et pour les faisceaux lasers.

Pour présenter le profil transversal de l'amplitude du champ électrique et magnétique nous avons recours à la fonction gaussienne. En pratique, l'une des propriétés importantes du faisceau gaussien est la stabilité de sa forme au cours de sa propagation en espace libre et de tous ses passages au travers des systèmes optiques passifs. Il change seulement de taille au cours de la propagation.

Le faisceau gaussien est l'une des solutions de l'équation Helmholtz dans l'approximation paraxiale [30, 31]. Pour obtenir l'expression de l'amplitude complexe du champ électro-magnétique en forme gaussienne, nous allons décrire le rayonnement dans la direction z avec les coordonnées spatiales (x, y, z) , l'amplitude complexe du faisceau gaussien ayant la forme suivante :

$$A(r) = \frac{A_1}{q(z)} \exp\left(-\frac{r^2}{w(z)^2}\right) \quad (1.1)$$

où $q(z)$ est le rayon de courbure complexe. Nous pouvons écrire $q(z)$ en terme de ses parties réelles et imaginaires :

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i \frac{\lambda}{\pi \omega^2(z)} \quad (1.2)$$

où $\omega(z)$ et $R(z)$ représentent respectivement la largeur et le rayon de courbure du front d'onde sphérique. En remplaçant dans (B.1) l'expression (B.2), nous obtenons ainsi l'amplitude complexe du faisceau gaussien :

$$U(r, z) = A_0 \frac{\omega_0}{\omega(z)} \exp\left(-\frac{r^2}{\omega(z)^2}\right) \exp\left(-ikz - ik \frac{r^2}{R(z)} + i\zeta(z)\right) \quad (1.3)$$

où $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ est la distance transversale du faisceau, $k = 2\pi/\lambda$ est la norme du vecteur d'onde, $\zeta(z) = \arctan z/z_r$ est le délai longitudinal de la phase du mode gaussien le long de l'axe de propagation z . Cette phase est appelée phase de Gouy [32, 33]. Les expressions pour définir le diamètre à $1/e$ du profil d'amplitude gaussien et le rayon de courbure $R(z)$ à la position z peuvent s'écrire de manière suivante :

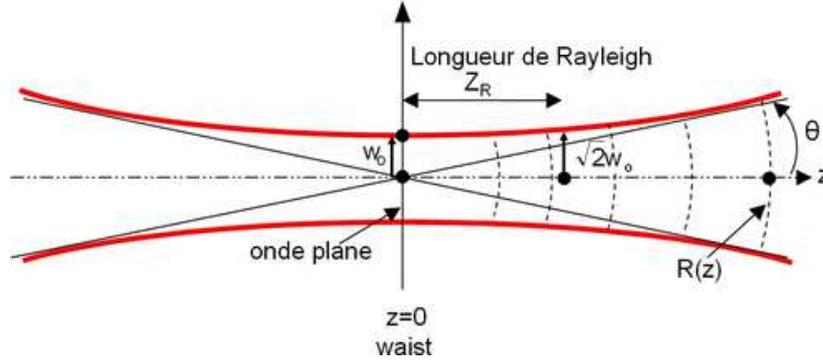


FIGURE 1.2 - Les principaux paramètres du faisceau gaussien : Le col du faisceau à l'origine est w_0 . La distance sur laquelle le faisceau garde un rayon relativement constant est la distance de Rayleigh z_R . La divergence du faisceau est mesurée par θ quand z tend vers l'infini.

$$R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_r}{z} \right)^2 \right] \quad (1.4)$$

$$w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_r} \right)^2} \quad (1.5)$$

z_r est la distance de Rayleigh définie par l'équation suivante :

$$z_r = \frac{\pi w_0^2}{\lambda} \quad (1.6)$$

Le rayon du faisceau augmente progressivement selon z et atteint $\sqrt{2}w_0$ à la position $z = z_r$ tout en continuant à s'accroître linéairement (Fig. B.2).

Pour le cas $z \gg z_r$, donc dans le régime de diffraction de Fraunhofer, le paramètre $w(z)$ s'approche d'une ligne droite. Dans cette approximation l'angle entre cette ligne et l'axe de propagation du faisceau est donné par la relation suivante : $\tan \theta = \lambda/\pi w_0$. Afin de définir l'amplitude transversale du faisceau gaussien à chaque position z de l'espace, il suffit de calculer le rayon de courbure complexe $q(z)$. Pour ce faire, il faut savoir comment évolue ce paramètre au cours de la propagation sur l'axe z en espace libre ou lorsque ce dernier traverse les composants optiques linéaires.

Cette évolution du faisceau peut être exprimée par la matrice ABCD associée à la propagation [34, 35]. Cette relation de ABCD est donnée comme suit :

$$q(z') = \frac{Aq(z) + B}{Cq(z) + D} \quad (1.7)$$

Dans le paragraphe suivant nous allons décrire notre cavité selon le formalisme ABCD.

1.1.3 Matrice ABCD

La propagation du champ électromagnétique s'effectue dans l'espace libre le long de l'axe du résonateur. Il est donc décrit par l'intégrale de Huygens-Fresnel [31] en présentant chaque point du champ comme une onde sphérique :

$$U(x', y') = \frac{i}{\lambda L} \int_{\Pi} U(x, y) \frac{\exp(-ikMM')}{MM'} \quad (1.8)$$

où le terme $\exp(-ikMM')/MM'$ présente la propagation sphérique de M jusqu'en M'. Ainsi, nous utilisons l'équation de Huygens-Fresnel dans l'expression du faisceau Gaussien (B.3) où les directions transversales du faisceau dans le résonateur sont (x', y') pour obtenir la relation de ABCD. Elle permet de calculer la courbure complexe $q(z')$ à chaque point [34]. Nous considérons alors que les paramètres géométriques évoluent linéairement [30].

Deux matrices sont utilisées pour décrire la propagation d'un faisceau dans l'espace libre L ou lorsqu'il traverse une lentille avec une distance focale f :

$$M_{el} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad M_r = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

En utilisant cette description matricielle nous allons déterminer les paramètres du faisceau au centre de notre cavité. Pour cela, dans la suite L est considéré comme la longueur effective de la cavité. Comme présenté en figure (B.1), les miroirs plan-concave de la cavité sont placés hors d'axe, donc la distance focale des miroirs est différente selon la direction parallèle ou orthogonale au plan d'incidence. Par conséquent, le mode de la cavité est astigmatique. Si nous considérons que θ est l'angle d'incidence sur les miroirs plan-concaves, ces derniers agissent comme des lentilles avec la distance focale $f=R/2$. La focale effective dans le plan parallèle au plan d'incidence est $f_p = \frac{R}{2\cos\theta}$ et dans le plan orthogonal elle est $f_o = \frac{R\cos\theta}{2}$. Comme le faisceau est astigmatique, la symétrie autour de l'axe z est brisée, cependant il présente une symétrie selon les

axes propres d'astigmatisme notés x et y . Ainsi, les matrices des miroirs selon les axes propres sont les suivantes (M_x, M_y) :

$$M_x = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2}{R\cos\theta} & 1 \end{pmatrix} \quad M_y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2\cos\theta}{R} & 1 \end{pmatrix}$$

La matrice complète de la cavité nous permet de déterminer les paramètres du faisceau au centre du résonateur. Nous fixons ainsi $z=0$ au centre du résonateur en commençant la propagation de ce point. La matrice complète a la même forme pour les deux directions de l'axe $\Upsilon=x,y$:

$$M_{cav}^{\Upsilon} = M_{el} \left(\frac{d}{\sqrt{2}} \right) M_r^{\Upsilon} M_{el}(d) M_r^{\Upsilon} M_{el}(\sqrt{2}d) M_r^{\Upsilon} M_{el}(d) M_r^{\Upsilon} M_{el} \left(\frac{d}{\sqrt{2}} \right) \quad (1.9)$$

où $d=63.6$ mm est la longueur d'un côté du carré aux sommets duquel sont placés les quatre miroirs. Après un tour complet dans la cavité, le faisceau fait un chemin $L=2d(\sqrt{2} + 1) = 307$ mm qui correspond à la longueur du résonateur. Nous pouvons alors déterminer l'amplitude transverse du faisceau en connaissant l'évolution du rayon de courbure complexe $q(z)$ le long de son axe de propagation z . Cette évolution avec la matrice ABCD s'exprime de façon suivante :

$$q(z) = \frac{A_{cav}q_{x,y}(0) + B_{cav}}{C_{cav}q_{x,y}(0) + D_{cav}} \quad (1.10)$$

le rayon de courbure complexe vérifiant la relation suivante : $q_{x,y}(z = L) = q_{x,y}(0)$.

D'après (B.10), nous déterminons le diamètre et le rayon de courbure. Les diamètres du col du faisceau au centre de la cavité sont $w_0^x=57.4 \mu\text{m}$ et $w_0^y=91 \mu\text{m}$ pour les deux axes d'astigmatisme à la longueur d'onde à 780 nm. Nous pouvons ainsi déduire les distances de Rayleigh : $z_R^x=13.3$ mm et $z_R^y=33.4$ mm. Pour la longueur d'onde 1560 nm les valeurs sont $w_0^x=81 \mu\text{m}$ et $w_0^y=129 \mu\text{m}$ avec les mêmes distances de Rayleigh. La matrice ABCD donne la possibilité d'étudier la stabilité du résonateur. Il est stable si la trace de la matrice M_{cav} vérifie la condition suivante $\text{Tr } M_{cav} < 2$.

Dans le cas de notre cavité pour les deux directions d'astigmatisme nous trouvons : $\text{Tr}M_{cav}^x = 1.87$ et $\text{Tr}M_{cav}^y = 0.97$, nous pouvons donc constater que la cavité est à la limite de stabilité selon l'axe x .

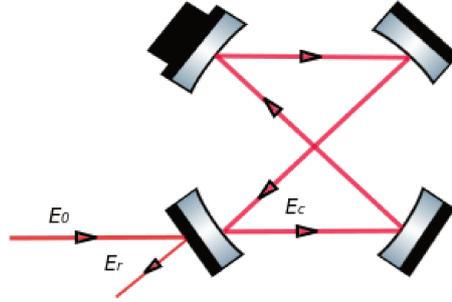


FIGURE 1.3 - *Chemin optique du faisceau laser incident sur la cavité. Le champ incident E_0 , réfléchis E_r et couplé E_c dans la cavité à l'onde progressive*

1.2 Finesse et pertes optiques

L'une des caractéristiques essentielles de la cavité est sa finesse qui peut être interprétée comme le nombre moyen de tours qu'un photon effectue dans la cavité avant d'en sortir. La finesse est un paramètre qui dépend de la réflectivité des miroirs et des pertes optiques dans le résonateur.

Pour formaliser la description précédente ainsi que pour calculer le ratio de la lumière couplée dans le résonateur, nous allons observer le comportement du champ incident sur l'un des miroirs de la cavité (Fig. B.3). L'amplitude complexe du champ électrique incident est E_0 . E_r et E_c représentent respectivement l'amplitude du champ réfléchi et celle du champ résonante dans la cavité. Lorsque la lumière fait un tour complet dans le résonateur, l'amplitude du champ réfléchi et du champ couplé dans la cavité est présentée avec la relation (1.11). Les coefficients de réflexion r et de transmission t sont considérés comme identiques pour tous les quatre miroirs. $\delta = kL$ est la phase accumulée par la lumière pour un tour complet dans la cavité de la longueur L :

$$E_r = -rE_0 + tr^3E_c e^{i\delta} = -rE_0 + \frac{t^2 r^3 E_0 e^{i\delta}}{1 - r^4 e^{i\delta}} \quad (1.11)$$

$$E_c = tE_0 + r^4 E_c e^{i\delta} = \frac{tE_0}{1 - r^4 e^{i\delta}} \quad (1.12)$$

En utilisant la relation quadratique entre l'intensité et de l'amplitude du champ électrique, il est possible de calculer l'intensité réfléchie et transmise à partir de (1.11) et (1.12).

$$I_r = \left| \frac{E_r}{E_0} \right|^2 = \frac{r^2}{1 + r^8 - 2r^4 \cos(\delta)} = \frac{r^2}{(1 - r^4)^2 + 4r^4 \sin(\delta/2)} \quad (1.13)$$

$$I_t = \left| \frac{E_t}{E_0} \right|^2 = \frac{t^4}{1 + r^8 - 2r^4 \cos(\delta)} = \frac{t^4}{(1 - r^4)^2 + 4r^4 \sin(\delta/2)} \quad (1.14)$$

D'après les relations obtenues, il est évident que l'intensité est une fonction périodique de la phase avec une période de 0 à 2π . Elle atteint sa valeur maximale quand $\delta = 0$. La mi-hauteur de sa valeur maximale correspond à une phase de $\delta_\nu = kL/2$, dont la solution est :

$$I(\delta) = \begin{cases} I_{max} & \text{si } \delta = 0 \\ I_{max}/2 & \text{si } \delta_\nu = kL/2 \end{cases} \quad \text{alors} \quad (1 - r^4)^2 = 4r^4 \sin(\delta_\nu/2) \quad (1.15)$$

$$\delta_\nu = \frac{1 - r^4}{2r^2} \quad \text{quand} \quad \delta_\nu \ll 1 \quad (1.16)$$

D'après (1.16) et (1.17) nous obtenons la largeur à mi-hauteur du champ circulant dans la cavité :

$$\delta\nu_c = 2\pi \frac{2c}{L\pi} \frac{1}{\sqrt{r_c}} \quad \text{avec} \quad \sqrt{r_c} = \sqrt{\frac{4r^4}{(1 - r^4)^2}} \quad (1.17)$$

La largeur à mi-hauteur $\delta\nu_c$ représente la largeur spectrale de la cavité. La finesse du résonateur est aussi liée à l'intervalle spectrale libre (ISL) $\Delta\nu_{ISL}$ de la cavité. L'ISL correspond à l'écart entre les deux modes longitudinaux de la cavité et est donnée uniquement par la géométrie du résonateur. La largeur spectrale du résonateur est inversement proportionnelle à la mi-largeur à mi-hauteur des pics de transmission de la cavité. Nous obtenons la relation suivante pour la finesse :

$$\mathcal{F} = \frac{\Delta\nu_{ISL}}{\delta\nu} = \frac{\pi}{2}\sqrt{r_c} \quad \text{avec} \quad \Delta\nu_{ISL} = 2\pi\frac{c}{L} \quad (1.18)$$

La finesse peut être réduite seulement par les pertes de diffusions et d'absorptions sur les miroirs de la cavité à l'intérieur du résonateur, i.e par la largeur spectrale de la cavité. La finesse de la cavité dépend des caractéristiques des miroirs et non de sa géométrie. En utilisant ainsi les réflectivités des miroirs mesurées par les fabricants de nos miroirs, nous déduisons que les finesses de notre cavité sont 4080 et 101 590 respectivement pour 1560 nm et 780 nm.

De nos jours, les cavités à haute finesse et ultra-stables sont largement adoptées pour stabiliser la fréquence des lasers utilisés comme une source de référence, par exemple, dans le domaine de la métrologie de la fréquence et du temps [36, 37], pour les projets spatiaux [38], ou bien encore pour les détecteurs d'ondes gravitationnelles [39]. L'efficacité du couplage de la lumière dans la cavité peut être définie en tenant compte des relations (1.11) et (1.12) lorsque $\delta=0$. L'efficacité de l'injection pour les deux longueurs d'onde est 75% lorsque nous utilisons les valeurs caractéristiques des miroirs données par les fabricants :

$$\mathcal{C} = 1 - \left| \frac{E_r}{E} \right|^2 = 1 - \left| \frac{t^2 r^3}{1 - r^4} - r \right|^2 = 75\% \quad (1.19)$$

La relation (1.19) représente le cas où les 4 miroirs sont identiques et sans pertes. Si nous prenons en compte les pertes de diffusion ainsi que les pertes de transmissions sur les miroirs nous obtenons $t^2 + \gamma_{sc}^2 + r^2 = 1$. D'après (1.18) nous pouvons introduire le coefficient de réflexion et de transmission de l'amplitude du champ en fonction de la finesse et des pertes.

$$r^2 = 1 - \frac{\pi}{\mathcal{F}} \quad (1.20)$$

$$t^2 = \frac{\pi}{2(1 + \alpha)\mathcal{F}} \quad \text{avec} \quad \alpha = \gamma^2/t^2 \quad (1.21)$$

Dans (1.21) α est le rapport entre les pertes de diffusions et de transmissions.

L'efficacité du couplage (1.19) en présence des pertes de diffusions et en fonction de la finesse du résonateur est donnée par la relation suivante :

$$\mathcal{C} = 1 - \left[1 - \frac{1}{2(1+x)} + \frac{\pi}{4\mathcal{F}} \left(\frac{3}{2(1+x)} - 1 \right) \right]^2 \quad (1.22)$$

Il est ainsi possible de déduire la puissance intra-cavité selon la puissance incidente et la puissance en transmission où C_{eff} est l'efficacité de l'injection mesurée expérimentalement :

$$P_{intra} = \frac{C_{eff}}{\mathcal{C}} \frac{\mathcal{F}}{2(1+x)\pi} P_{in} = \frac{2(1+x)\mathcal{F}}{\pi} P_{out} \quad (1.23)$$

Paramètres mesurés avec lumière résonante

Dans un résonateur, lorsque la lumière est à résonance les pertes en continue dues aux absorptions et aux diffusions sur les miroirs sont présentes. De plus, les miroirs présentent aussi des pertes de transmissions dues à leurs réflexions imparfaites. Comme les miroirs ne sont pas parfaitement réfléchissants, chaque miroir induit des pertes par transmission. Nous notons l'énergie accumulée dans le résonateur \mathcal{U} et τ le temps de vie moyen du photon dans la cavité $\mathcal{U} = \mathcal{U}_0 e^{-t/\tau}$. Pour chaque tour la perte fractionnaire en énergie est $\sigma\mathcal{U}$ et par unité de temps elle vaut $(c/L)\sigma\mathcal{U}$. Nous pouvons déduire la durée de vie moyenne des photons circulant dans la cavité en fonction des pertes :

$$\tau = \frac{L}{c\sigma} \quad (1.24)$$

La relation entre le temps de vie du champ électrique circulant dans le résonateur et la largeur spectrale de la cavité obtenue par transformée de Fourier a la forme suivante :

$$\delta\nu = 2/\tau \quad [rad \cdot s^{-1}] \quad (1.25)$$

Comme nous avons vu auparavant, la largeur spectrale dépend des pertes sur les miroirs de la cavité. Ces pertes sont principalement liées à la diffusion et à l'absorption sur les miroirs ainsi qu'à la transmission.

Pour déterminer la largeur spectrale de la cavité ainsi que sa finesse, nous avons réalisé la mesure de la durée de vie de la lumière à résonance avec le résonateur. Pour

cela, nous avons placé une photodiode en transmission qui permet d'observer le temps de vie τ du champ électrique circulant dans le résonateur lorsque le faisceau à l'entrée est coupé grâce à un modulateur acousto-optique (MAO) (système optique fibré, voir section 1.3). Le temps de chargement de la lumière dans la cavité est $\sqrt{\tau L/c}$. Cette mesure est réalisée pour les deux longueurs d'onde successivement (Fig. 1.4 et 1.5).

La première figure représente la mesure de la décroissance de l'intensité du rayonnement à 1560 nm. D'après les résultats obtenus nous déduisons le temps de vie $\tau \sim 0.86 \mu\text{s}$. En utilisant la relation (1.25), nous définissons la largeur spectrale de la cavité $2\pi \times 371$ kHz. Le même type de mesure est réalisé pour la longueur d'onde à 780 nm. Le temps de vie moyen du champ électromagnétique dans le résonateur est de $1.31 \mu\text{s}$ et d'après la relation (1.25) la largeur spectrale de la cavité pour 780 nm est $2\pi \times 243$ kHz.

Pour obtenir expérimentalement l'ISL, le laser à 780 nm injecté dans la cavité est modulé en phase pour créer deux bandes latérales et une porteuse. L'idée principale est d'avoir les trois composants en transmission, i.e. en résonance avec la cavité. La fréquence de modulation est enregistrée lorsque l'une des bandes latérales est couplée en amplitude avec le mode longitudinal suivant à une fréquence relative $2 \times \text{ISL}$. La valeur obtenue est $2 \times \text{ISL} = 1968 \pm 0.05$ MHz par conséquent, la fréquence qui sépare les modes longitudinaux est $2\pi \times 984 \pm 0.05$ MHz. La mesure d'ISL et la largeur spectrale de la cavité permettent de déterminer la finesse pour les deux longueurs d'onde. Rappelons que jusqu'à maintenant la mesure de la finesse à 780 nm n'a pas été effectuée pour la cavité qui se trouve dans l'enceinte à vide.

Le temps de décroissance de la lumière τ pour la cavité sous vide a été mesuré $1 \mu\text{s}$ [40] pour 1560 nm. La valeur obtenue pour la cavité hors vide est $\tau \sim 0.86 \mu\text{s}$. Cette différence est liée avant tout à la fluctuation de l'air qui entraîne le changement de l'indice de réfraction dans la cavité (cavité hors vide). Par ailleurs, les pertes de diffusion et d'absorption sur les miroirs seraient différentes pour les deux cavités.

Sur le tableau (1.1) sont représentées les valeurs caractéristiques des miroirs de la cavité permettant de calculer la finesse théorique ainsi que la mesure expérimentale de la largeur spectrale pour les deux longueurs d'onde. Le coefficient de la réflectivité

λ	$Finesse_{theor}$	$Finesse_{exp}$	r_{theor}^2	r_{exp}^2	σ_{exp}
780 nm	101 590	4049	99.9984 %	99.9612 %	0.0781%
1560 nm	4080	2652	99.9615 %	99.9407 %	0.1189 %

TABLE 1.1 Caractéristiques mesurées et théoriques de la cavité

des miroirs et la fraction de perte de puissance σ sont calculés d'après les mesures expérimentales de la finesse.

1.3 Source laser de mesure à 780 nm

Cette partie présente les travaux réalisés avec le résonateur qui est placé à l'air libre. En effet, cette seconde cavité, avec une géométrie similaire, a été construite dans le but de développer les techniques d'injection et d'asservissement pour les projets expérimentaux avec les atomes de rubidium. Les miroirs sont les mêmes que ceux utilisés sur l'expérience principale et donc présentent les mêmes propriétés géométriques et spectrales mais la finesse mesurée pour 780 nm est différente.

Dans la partie suivante du manuscrit, nous allons présenter la configuration du système pour l'injection des deux longueurs d'onde à 1560 nm et à 780 nm dans la cavité à haute finesse, la source de lumière à 780 nm étant tout fibrée. Ensuite, nous examinerons le schéma pour asservir sur le résonateur les deux faisceaux à 780 nm et 1560 nm obtenus à partir de la même source laser. Pour améliorer la stabilité du système et fixer la fréquence du résonateur, nous avons également implémenté un système d'asservissement de la longueur de la cavité sur une transition atomique de rubidium.

1.3.1 Laser source à 1560 nm et architecture du doublage en fréquence

Les travaux réalisés sur la deuxième cavité optique qui est en espace libre consistent dans un premier temps à développer un système d'asservissement pour la longueur d'onde à 780 nm sur la cavité afin de caractériser le résonateur pour ce rayonnement. Ce

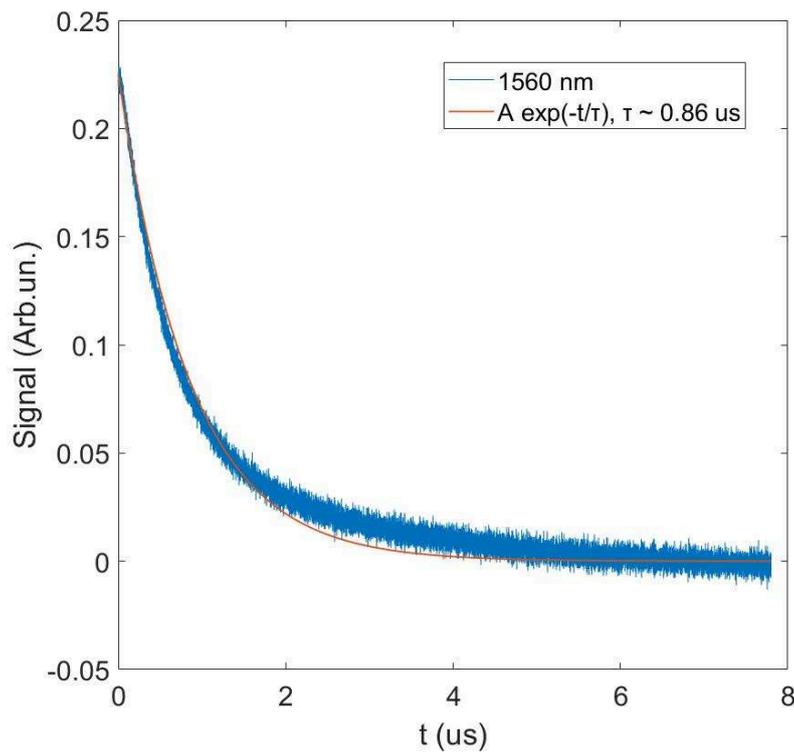


FIGURE 1.4 - Décroissance de l'intensité du laser à 1560 nm du résonateur. La mesure est réalisée par une photodiode en transmission du résonateur (en bleu). Le faisceau à 1560 nm a été coupé à l'aide d'un modulateur acousto-optique lorsque la radiation est asservie sur la cavité. La fonction d'ajustement est tracée avec $\exp(-t/\tau)$ (en rouge) pour déterminer le temps de vie du champ électrique τ . La durée de vie moyenne du champ électrique dans le résonateur est $\tau \sim 0.86 \mu\text{s}$ et la largeur spectrale de la cavité $\delta\nu = 2\pi \times 371 \text{ kHz}$ pour la longueur d'onde à 1560 nm.

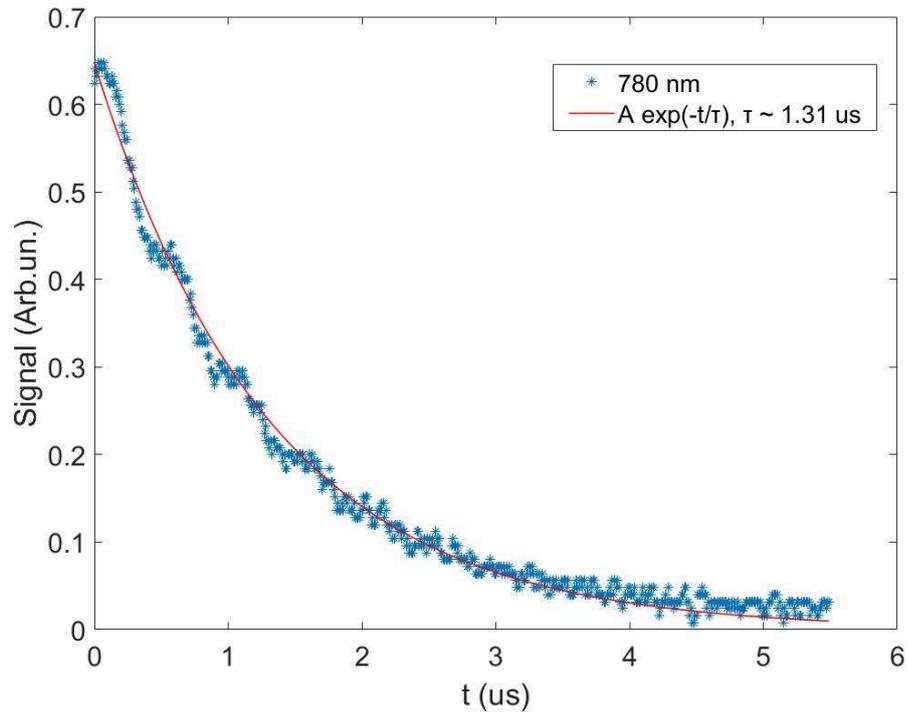


FIGURE 1.5 - Décroissance de l'intensité de laser à 780 nm de la cavité. La mesure est réalisée avec une photodiode en transmission du résonateur lorsque le faisceau à 780 nm résonant dans la cavité est coupé (en bleu). La fonction d'ajustement est tracée en utilisant $\exp(-t/\tau)$ (en rouge) pour déterminer le temps de vie du champ électrique dans le résonateur τ . La durée de vie moyenne est $\tau \sim 1.31 \mu\text{s}$ et la largeur spectrale de la cavité est $\delta\nu = 2\pi \times 243 \text{ kHz}$ pour la longueur d'onde à 780 nm.

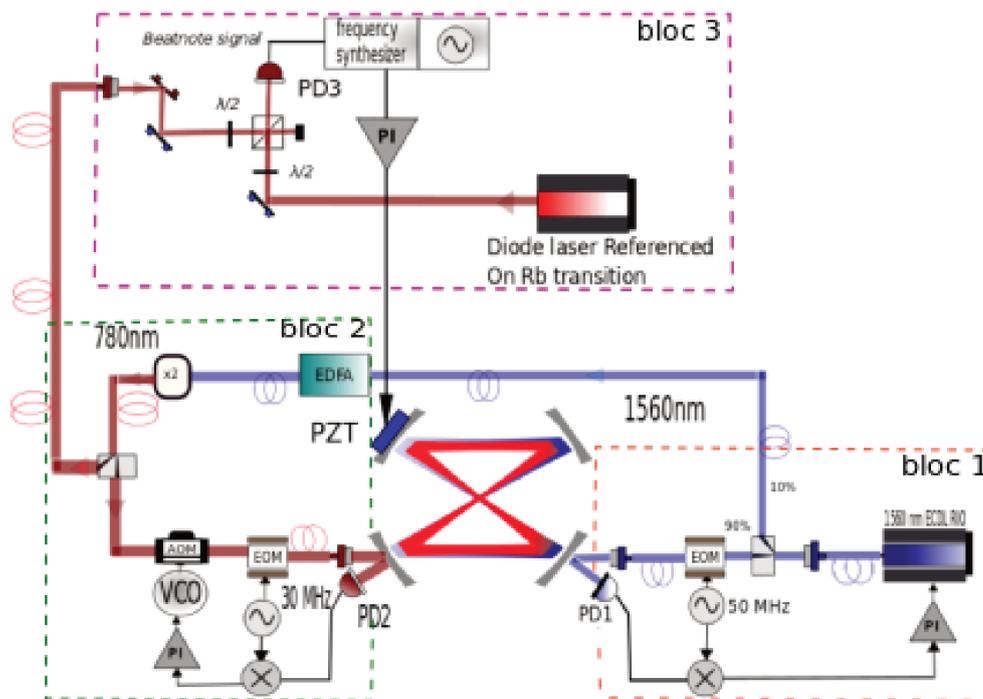


FIGURE 1.6 - Dispositif expérimental pour l'asservissement des lasers à 1560 nm et à 780 nm. La source laser à 1560 nm est envoyée vers la cavité en passant par un séparateur de faisceau fibré (bloc 1). Ensuite, une partie passe par le MEO qui génère les bandes latérales à 50 MHz pour l'asservissement PDH. Une deuxième partie de la lumière est envoyée vers l'amplificateur optique fibré (EDFA) et la sortie de l'amplificateur est connectée au doubleur en fréquence pour obtenir le faisceau à 780 nm (bloc 2) pour interroger les atomes de ^{87}Rb sur la transition D2. Ce faisceau est envoyé vers le résonateur optique à travers d'un séparateur de faisceau fibré. Une partie passe par un MAO et un MEO avant d'être injectée dans la cavité. Le MAO est utilisé pour compenser le décalage de fréquence entre l'une des bandes latérales du faisceau à 1560 nm et la porteuse de 780 nm ainsi que pour les corrections. Le MEO est utilisé pour créer les bandes latérales pour l'asservissement PDH. Une deuxième partie du faisceau à 780 nm est envoyé sur une photodiode rapide pour comparer la fréquence du résonateur avec un faisceau du laser asservi sur les atomes de rubidium (bloc 3). A l'aide d'un synthétiseur de fréquence et un contrôleur servo cette différence de fréquence est corrigée en utilisant le TPZ du résonateur.

système de stabilisation permet aussi d'obtenir les impulsions courtes à 780 nm dans le résonateur tout en restant proche de la résonance. Le but est d'interroger les atomes de ^{87}Rb initialement préparés dans les deux états hyperfins de l'état fondamental $|F = 1\rangle$ et $|F = 2\rangle$ (raie D2). Rappelons que les atomes sont piégés au centre de la cavité. La configuration adoptée est d'utiliser une seule source de laser en conservant le laser source à 1560 nm toujours à résonance avec le résonateur grâce à l'asservissement de Pound-Drever-Hall (PDH) [41]. Une partie de cette lumière est amplifiée et par la suite doublée en fréquence pour générer le faisceau à 780 nm. Ce faisceau constitue la sonde qui permet d'interroger les atomes de ^{87}Rb piégés dans la cavité.

Lorsque le laser source est asservi sur la cavité et la stabilisation est robuste, la partie doublée en fréquence est alors proche de la résonance de la cavité. Initialement, l'ambition était d'avoir un schéma d'asservissement composé d'un seul système de stabilisation pour le laser source à 1560 nm, en supposant d'avoir ensuite la partie doublée en résonance avec le résonateur. Après une étude du système avec le laser à 1560 nm asservi sur le résonateur, nous avons constaté certaines limites de la stabilité en fréquence du faisceau sonde à 780 nm qui fluctue en fréquence autour de la résonance de la cavité. Ci-dessous, nous présentons les deux raisons principales.

- La première raison d'instabilité s'explique par la différence de finesse entre ces deux longueurs d'onde. La finesse à 780 nm est 1.5 fois plus grande que celle à 1560 nm (Tab. 1.1). D'après la différence de finesse les largeurs de raies pour les deux longueurs d'onde sont différentes. Ainsi, nous pouvons constater que les corrections en fréquence autour du pic spectral à 1560 nm mènent à des fluctuations en fréquence pour le laser à 780 nm qui provoquent une injection non constante du faisceau sonde.
- La deuxième raison peut être liée à la longueur effective de la cavité qui est différente par un facteur de 2 pour ces deux longueurs d'onde due aux différentes couches sur les miroirs. Ainsi, les fluctuations de la longueur de la cavité agissent différemment sur la fréquence de ces deux longueurs d'onde.

Puisque l'asservissement à 1560 nm est déjà présent, nous avons mis en place un deuxième asservissement qui tient le faisceau à 780 nm en résonance avec la cavité. Dans la partie suivante, nous présentons plus en détails la configuration d'injection et l'asservissement de ces deux radiations sur la cavité.

Pour obtenir le faisceau à 780 nm asservi sur le résonateur, nous avons maximisé l'injection de la lumière à 780 nm dans le résonateur. L'injection maximale de la lumière incidente à 780 nm dans la cavité est autour de 3 % et l'une des raisons peuvent être les pertes provoquées par les fluctuations de l'indice de réfraction et par l'ellipticité du mode fondamental causée par l'astigmatisme du résonateur car la correspondance de mode à l'entrée de la cavité n'est pas parfaite.

Nous avons remarqué quelques taches sur la surface des miroirs. Les couches antiréfléchissantes sur les miroirs peuvent avoir souffert d'un processus de dégradation du fait que la cavité est hors vide.

Cependant, après l'injection de la lumière à 780 nm, nous avons réalisé un système d'asservissement pour ensuite caractériser le résonateur. Nous attendons que les miroirs de la cavité de l'expérience principale aurons les caractéristiques données par les fabricants ainsi, le résonateur sera à haute finesse pour 780 nm.

1.3.2 Configuration d'injection et d'asservissement sur la cavité

Sur le schéma de la figure (1.6) sont présentés la configuration optique pour l'injection des deux longueurs d'onde et le système d'asservissement. Pour avoir une structure compacte et robuste, nous avons choisi d'utiliser des composants optiques fibrés. Les faisceaux sont en espace libre uniquement pour la partie de l'injection dans le résonateur. Les lignes bleues en gras représentent les parties optiques fibrées à 1560 nm et les lignes rouges le faisceau à 780 nm. Les faisceaux en espace libre sont de couleur claire. Le bloc 3 de la figure représente le battement entre le faisceau sonde à 780 nm et le laser asservi sur la transition des atomes de rubidium. Dans la suite, nous allons présenter plus en détails ce système d'asservissement.

Le laser source à 1560 nm est une diode laser à cavité externe (*External Cavity Laser* (ECL) en anglais, de modèle *PLANEX RIO0198-3-01-3-E5* de chez *Redfern Integrated Optics*), une longueur d'onde largement utilisée dans le domaine des télécommunications (C bande, 1530 nm-1570 nm). De ce fait, les lasers commerciaux à cette longueur sont largement disponibles. La puissance de sortie est 10 mW avec une largeur spectrale inférieure à 5 kHz. La diode laser est asservie en fréquence sur la cavité grâce à la

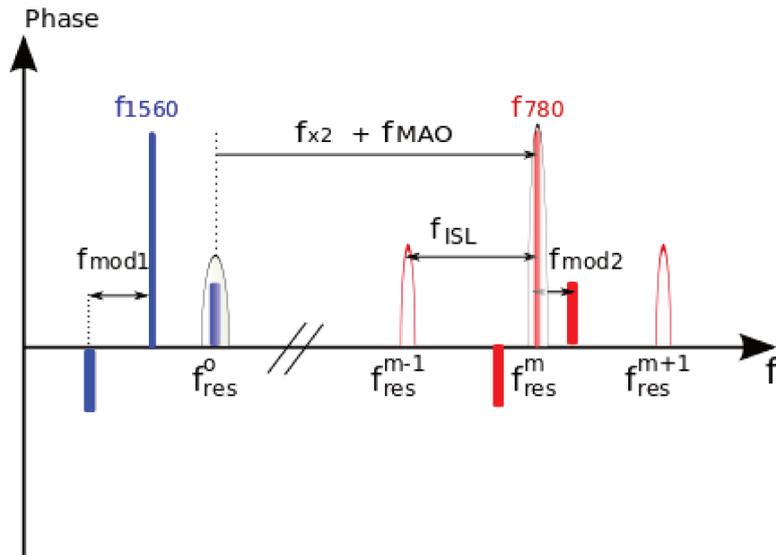


FIGURE 1.7 - Asservissement des deux faisceaux à 780 nm et 1560 nm sur la cavité optique. En bleu sont présentés les composants en fréquence du faisceau à 1560 nm, et en rouge celles du 780 nm. L'une des bandes latérales de la diode laser à 1560 nm est asservie sur le résonateur (en bleu-grise) pour suivre les fluctuations du résonateur et sa fréquence est notée f_{res}^0 . Le faisceau à 1560 nm est doublé en fréquence (f_{x2}) avec un cristal PPLN pour générer le faisceau sonde à 780 nm. Les modes longitudinaux de la cavité à 780 nm sont notées f_{res}^n (enveloppe rouge). Après le doublage de fréquence, la fréquence de la porteuse est déplacée par un MAO à $f_{MAO} \sim 200$ MHz pour qu'elle corresponde à la résonance de la cavité f_{res}^n . La fréquence de modulation à 1560 nm est 50 MHz et pour 780 nm $f_{mod2} = 30$ MHz. Le MAO est utilisé aussi pour la correction de fréquence à 780 nm sur la cavité.

technique de Pound-Drever-Hall (voir section 1.3.3). Le faisceau à 1560 nm passe par un séparateur de faisceau fibré. Une première partie du faisceau, environ 85 % de la puissance optique passe par le modulateur électro-optique (MEO) (EOM en anglais, modèle *MPZ-LN-10* de chez *Photline Technologies*) pour moduler en phase le laser en générant les bandes latérales à 50 MHz nécessaires pour l'asservissement. Ensuite, la sortie de MEO est injectée dans la cavité. Le signal de battement entre la porteuse et les bandes latérales est détecté par une photodiode rapide (PD1). Une deuxième partie du faisceau à 1560 nm environ 15 % de la puissance est envoyée vers l'amplificateur à fibre dopée Erbium (Erbium Doped fiber Amplifier (EDFA) en anglais, de modèle *CEFA-C-PB-HP-PM-27-NL1-OM1-B2026-FA-FA* de chez *Keopsys*). Le faisceau amplifié grâce à l'EDFA passe par un cristal doubleur fibré de Niobate de Lithium périodiquement polarisé (Periodically poled lithium niobate (PPLN) en anglais, modèle *WH-0780-000-F-B-C* de chez *NTT Electronics*) pour générer le faisceau à 780 nm. La puissance de sortie d'EDFA est fixée à 355 mW et l'efficacité de conversion (21 %) du PPLN nous permet d'obtenir un faisceau à 780 nm avec une puissance de 75 mW. Le faisceau doublé en fréquence est par la suite décalé en fréquence de 200 MHz avec un MAO (*MT200-NIR20-Fio-PMO05-J3V-A*, de chez *AA Optoelectronic*). Le MAO est aussi utilisé comme un actuateur de correction de fréquence. Pour moduler en phase la longueur d'onde à 780 nm, nous utilisons par la suite un MEO (*NIR-MPX800* de chez *Photline Technologies*) qui permet de créer les bandes latérales. L'utilisation du MAO fibré permet aussi de générer des impulsions très courtes de l'ordre de centaines de ns à 780 nm pour réaliser la mesure sur les atomes de ^{87}Rb piégés au centre de la cavité.

1.3.3 Technique d'asservissement de Pound-Drever-Hall

La technique de PDH est une méthode d'asservissement largement utilisée pour stabiliser la fréquence d'un laser sur une cavité. Initialement cette technique a été introduite dans le domaine des micro-ondes avant d'être adaptée aux fréquences optiques. Dans le domaine de la physique atomique, une technique reposant sur le même principe est connue sous le nom de spectroscopie de modulation [42] et est utilisée comme une sonde des fréquences optiques.

L'objectif principal de cette technique est de mesurer la différence de la fréquence entre le laser et la cavité pour ensuite envoyer les corrections sur le laser afin d'éliminer les fluctuations relatives de fréquence. En pratique, cette technique permet de définir efficacement si le laser est à résonance avec le résonateur en générant un signal d'erreur pour la correction continue.

La réalisation consiste à moduler en phase le laser incident pour générer des bandes latérales. Les bandes latérales sont hors de résonance et la porteuse est injectée dans la cavité. La réflexion des bandes latérales sur le miroir d'entrée de la cavité et la retransmission de la porteuse (cette transmission suit la même trajectoire) sont collectées sur une photodiode rapide afin d'obtenir un signal de battement. Lorsque la porteuse est à résonance avec la cavité, la fréquence du laser est un nombre entier multiple d'ISL de la cavité. Quand la fréquence de la porteuse fluctue autour de cette résonance, un déphasage apparaît entre les bandes latérales et la porteuse. L'amplitude du signal de battement est proportionnelle à ce déphasage. Après la démodulation, nous obtenons le signal d'erreur pour stabiliser le laser.

Les principaux avantages de la technique de l'asservissement sont les suivants :

- La méthode est utilisable pour les cavités de différentes finesses et elle permet d'obtenir une bande de correction supérieur à la largeur spectral de la cavité utilisée. Pour notre cavité, les largeurs spectrales sont de l'ordre de 243 kHz et 371 kHz respectivement pour 780 nm et 1560 nm.
- La modulation en phase de la lumière permet de détecter le signal d'erreur à haute fréquence où les bruits techniques sont proches de la limite du bruit de Schottky. Après la détection et la démodulation, le signal d'erreur a un rapport signal à bruit élevé permettant d'avoir un asservissement assez robuste avec une bande de correction de l'ordre de 5 MHz [43].
- Par ailleurs, le signal d'erreur a une symétrie par rapport à son centre ce qui permet d'asservir le laser sur le pic d'intensité du mode de la cavité.

En pratique les bandes latérales sont créées avec un MEO. Suite à la modulation de phase, le champ électrique a la forme suivante :

$$E_{inc} = E_0 e^{i(\omega t + \alpha \sin(\omega_{mod} t))} \quad (1.26)$$

où ω_{mod} est la fréquence de modulation de MEO et α est l'amplitude de modulation.

Avec la fonction de Bessel, la forme développée de la relation (1.26) est :

$$E_{inc} \approx [J_0(\alpha) + 2iJ_1(\alpha)\sin(\omega_{mod}t)]e^{i\omega t} = E_0[J_0(\alpha)e^{i\omega t} + J_1(\alpha)e^{i(\omega+\omega_{mod})t} - J_1(\alpha)e^{i(\omega-\omega_{mod})t}] \quad (1.27)$$

La porteuse a une fréquence ω et les bandes latérales sont à la fréquence $\omega \pm \omega_{mod}$.

Le faisceau réfléchi est la multiplication de chaque élément de (1.27) par le coefficient de réflexion.

$$\begin{aligned} E_{ref} &\approx [J_0(\alpha) + 2iJ_1(\alpha)\sin(\omega_{mod}t)]e^{i\omega t} = \\ &= E_0[R(\omega)J_0(\alpha)e^{i\omega t} + R(\omega + \omega_{mod})J_1(\alpha)e^{i(\omega+\omega_{mod})t} - R(\omega - \omega_{mod})J_1(\alpha)e^{i(\omega-\omega_{mod})t}] \end{aligned} \quad (1.28)$$

La puissance réfléchie sur le miroir d'entrée représente le signal détecté sur la photodiode. Après la démodulation de ce dernier nous obtenons le signal d'erreur. Ceci peut être présenté comme la somme de la puissance de plusieurs champs électriques réfléchis (1.28) $P_{ref} = |E_{ref}|^2$.

Pour la modulation à haute fréquence où la largeur spectrale de la cavité est beaucoup plus petite ($\omega_{mod} \gg \nu_{fsr}/F$) la puissance du faisceau réfléchi P_{ref} est :

$$\begin{aligned} P_{ref} &= P_c |R(\omega)|^2 + P_s (|R(\omega + \omega_{mod})|^2 + |R(\omega - \omega_{mod})|^2) + \\ &+ 2\sqrt{P_c P_s} \text{Im} \left[R(\omega)R^*(\omega + \omega_{mod}) - R^*(\omega)R(\omega - \omega_{mod}) \right] \sin(\omega_{mod}t) + \\ &+ \text{Re} \left[R(\omega)R^*(\omega + \omega_{mod}) - R^*(\omega)R(\omega - \omega_{mod}) \right] \cos(\omega_{mod}t) \end{aligned} \quad (1.29)$$

La puissance de réflexion donnée en (1.29) est mesurée par une photodiode rapide. Le signal généré par la photodiode contient tous les paramètres d'interférence entre la porteuse et les bandes latérales présentés dans la relation (1.29). Pour le système d'asservissement, nous sommes intéressés par la partie imaginaire, i.e. le terme avec $\sin(\omega_{mod}t)$. Le signal détecté passe par le mélangeur de fréquence (RF mixer en anglais) où tous les autres termes sont isolés sauf celui avec $\sin(\omega_{mod}t)$.

A la sortie du mélangeur, nous obtenons le produit de deux signaux envoyés aux deux entrées du mélangeur. Le premier signal est la sortie de la photodiode qui donne l'information sur la différence de fréquence entre le laser et le résonateur. Le deuxième est une référence de fréquence ω' , générée par un oscillateur local. Le produit de deux signaux peut être présenté comme la somme de deux signaux cosinus (1.30).

$$\sin(\omega_{mod}) \sin(\omega') = \frac{1}{2} [\cos(\omega_{mod} - \omega')t - \cos(\omega_{mod} + \omega')t] \quad (1.30)$$

où $\cos(\omega_{mod} - \omega')$ représente la partie proche du DC du signal quand ω_{mod} est proche à ω' . Pour isoler la partie à basse fréquence du signal d'erreur, un filtre passe-bas est utilisé. Le résultat du signal d'erreur de PDH devient alors :

$$\epsilon = 2\sqrt{P_c P_s} \text{Im}[R(\omega)R^*(\omega + \omega_{mod}) - R^*(\omega)R(\omega - \omega_{mod})] \quad (1.31)$$

Quand la fréquence de modulation est grande et les bandes latérales sont complètement réfléchies alors le signal d'erreur est proportionnel à $\text{Im}[R(\omega)]$. Pour le cas où le laser est proche de la résonance de la cavité $R(\omega)$ peut être approximé comme suit :

$$\text{Im}[R(\omega)] = \frac{1}{\pi} \frac{\delta\omega}{\delta\nu} \quad (1.32)$$

où $\delta\omega$ est le décalage de fréquence et $\delta\nu$ est la largeur spectrale du résonateur. Après (2.31) et (2.32) le signal d'erreur est approximé comme :

$$\epsilon = \frac{4}{\pi} \sqrt{P_c P_s} \frac{\delta\omega}{\delta\nu} \quad (1.33)$$

Nous pouvons alors déduire de (1.33) que le signal est une fonction linéaire de la fréquence de décalage entre le laser et la cavité.

Réalisation expérimentale : Le dispositif expérimental pour le système d'asservissement et l'injection des deux longueurs d'onde est présenté sur la figure (1.6).

Dans cette partie nous allons d'abord détailler les composants radio fréquence (RF) utilisés pour obtenir le signal d'erreur et ensuite agir avec une boucle fermée sur la diode laser à 1560 nm et la partie doublée en fréquence à 780 nm via un MAO.

Enfin, nous allons présenter la mesure de la stabilité relative des lasers asservis sur le résonateur.

La lumière réfléchie de la cavité est collectée sur la photodiode rapide avec une bande-passante supérieure à 1 GHz. La fréquence de modulation est générée par un générateur de signaux qui sert aussi de signal de référence. Ce dernier est envoyé vers le mélangeur RF à l'aide d'un séparateur de puissance. La fréquence de modulation est de 50 MHz. Cela sert à la fois à créer des bandes latérales et aussi à démoduler le signal. Le signal démodulé est ensuite amplifié et intégré à l'aide d'un contrôleur PI (Proportionnelle et Intégrateur) avant qu'il rétroagisse sur le laser. La correction à haute fréquence est envoyée directement sur l'anode de la diode laser pour avoir une bande de correction entre 0.7 MHz et 1.2 MHz. Pour la correction à basse fréquence, nous agissons sur la température de la diode avec une bande de correction de 10 Hz. Le laser à 1560 nm est asservi sur l'une de ces bandes latérales (Fig. 1.7). Afin que la porteuse de la composante doublée en fréquence soit en condition de résonance avec la cavité, nous utilisons un MAO à $f_{MAO} \sim 200$ MHz (Fig. 1.7). Après la stabilisation du laser à 1560 nm sur l'une des bandes latérales, la porteuse doublée est à résonance avec le résonateur. Pour améliorer la stabilité de l'asservissement de la lumière à 780 nm sur la cavité nous avons mis en place un deuxième système d'asservissement PDH. Les raisons sont détaillées dans la section 1.3.1. Afin d'obtenir les bandes latérales, le faisceau à 780 nm est modulé en phase à l'aide d'un MEO. La fréquence de modulation est de 30 MHz (Fig. 1.6). Le signal de battement entre la porteuse et les bandes latérales est collecté sur la photodiode PD2 et démodulé grâce à un mélangeur RF. Le signal démodulé passe ensuite par un contrôleur PI. Nous utilisons le MAO comme actuateur de rétroaction pour la longueur d'onde à 780 nm. Les corrections de haute fréquence sont envoyées vers le MAO via un oscillateur commandé en tension (Voltage Controlled Oscillator (VCO) en anglais). La bande de correction est autour de 300 kHz et est limitée par le MAO à cause du délai de temps de propagation de l'onde acoustique du transducteur ultrasonique vers le cristal du MAO.

1.3.4 Largeur spectrale relative des faisceaux stabilisés

Pour estimer la performance d'asservissement des lasers sur la cavité, la mesure de la densité spectrale de puissance (DSP) (Power Spectral Density (PSD) en anglais)

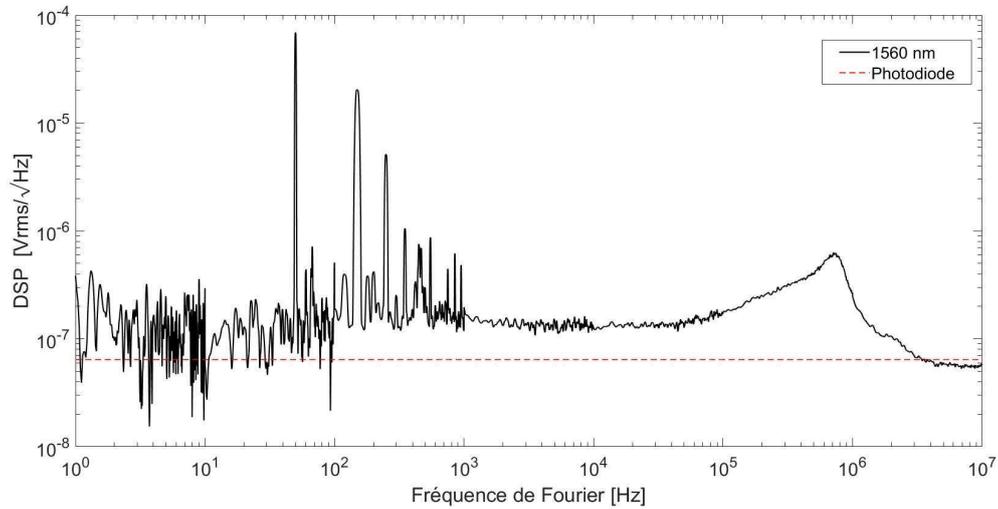


FIGURE 1.8 - Densité spectrale de puissance de bruit de phase en fonction de la fréquence pour la longueur d'onde à 1560 nm (noire). Le signal est enregistré à la sortie du mélangeur RF qui présente le signal d'erreur à boucle verrouillée. La ligne rouge correspond au bruit de photons pour la source optique utilisée égale à $\sim 9 \times 10^{-8} V_{\text{rms}}/\sqrt{\text{Hz}}$.

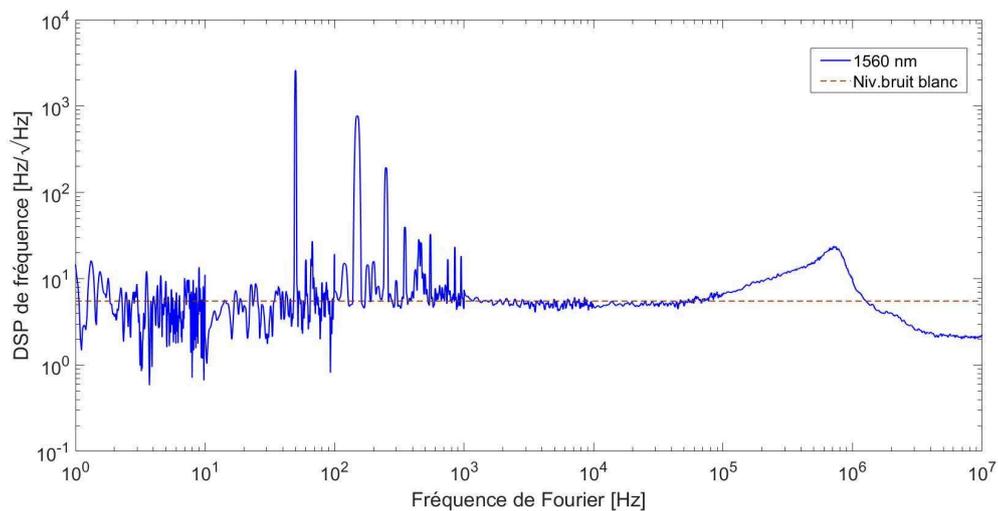


FIGURE 1.9 - Densité spectrale de bruit de fréquence en fonction de la fréquence (bleu foncée). La ligne rouge représente le niveau du bruit blanc dans la bande d'asservissement égal à $S^2 = 30.25 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$.

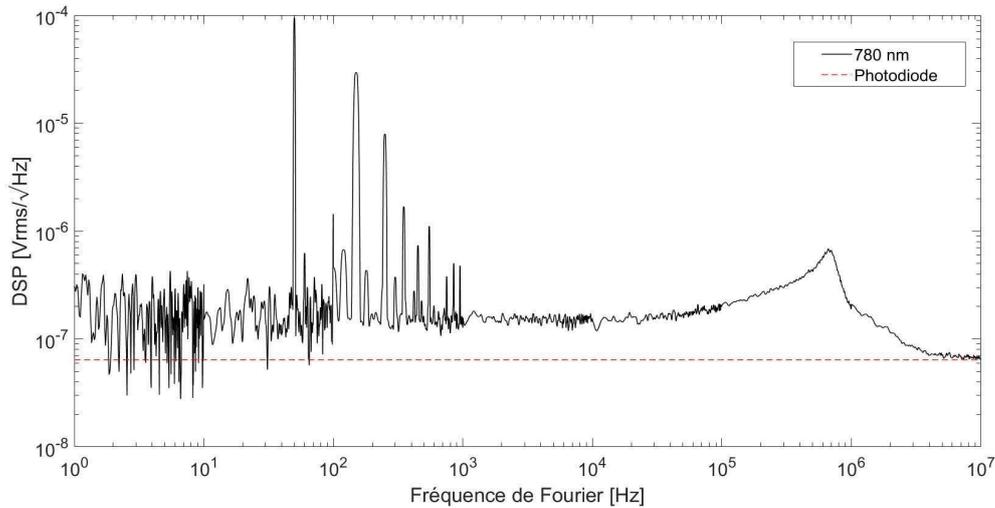


FIGURE 1.10 - *Densité spectrale de puissance de bruit de phase en fonction de la fréquence pour le laser à 780 nm (noire). La mesure a été réalisée lorsque les deux longueurs d'onde sont asservies sur la cavité. La ligne rouge correspond au bruit de photons $\sim 9 \times 10^{-8} V_{\text{rms}}/\sqrt{\text{Hz}}$.*

a été réalisée à l'aide d'un analyseur de spectre. La figure (1.8) montre la DSP pour le laser à 1560 nm où la ligne en pointillés correspond au bruit de photons. Pour acquérir ces données, les fluctuations de tension du signal d'erreur ont été enregistrées au moment où la boucle de verrouillage était fermée. Le spectre obtenu est entre 1 Hz et 10 MHz. Le bruit sur la figure (1.8) commence à augmenter après 100 kHz et une bosse de bruit apparaît à 700 kHz, valeur correspondant à la bande de correction de l'asservissement du laser source à 1560 nm.

La même bosse de bruit est présente sur la mesure à 780 nm, sur la figure (1.10) représentant la DSP de l'asservissement du faisceau sonde. La bosse est à 700 kHz, liée au fait que ce deuxième faisceau provient de la diode laser après le doublage de fréquence. La bande de correction du deuxième système d'asservissement est de 300 kHz avec un gain moins important que pour la stabilisation de la longueur d'onde à 1560 nm, pour cela la bosse à 300 kHz n'est pas visible sur la DSP de l'asservissement. La bande est limitée à 300 kHz par le MAO. Les pics de bruit à basse fréquence dans la bande acoustique sur les deux figures ont une nature électrique et proviennent en général du réseau électrique du bâtiment.

Les figures (1.9) et (1.11) représentent la densité spectrale du bruit de fréquence en fonction de la fréquence pour la stabilité des deux faisceaux sur le résonateur. Les

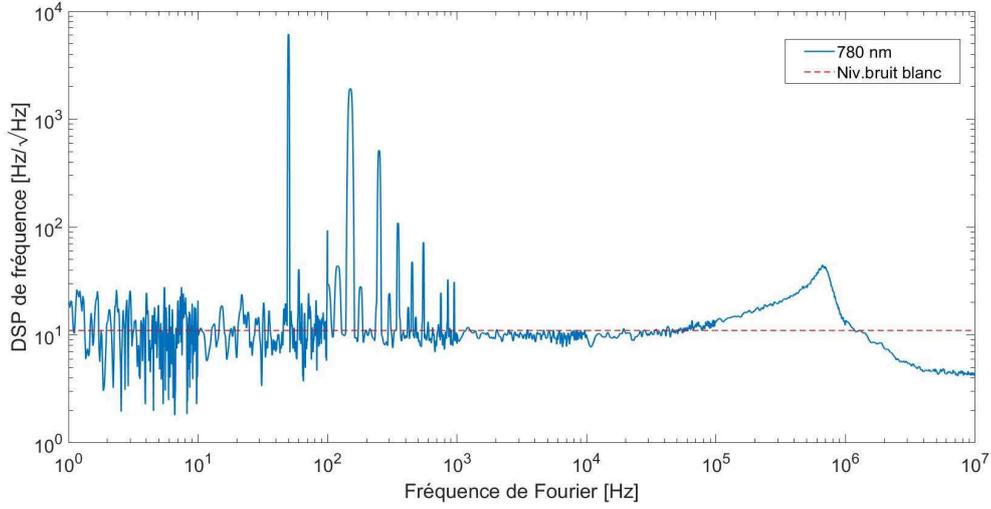


FIGURE 1.11 - Densité spectrale de bruit de fréquence en fonction de la fréquence (en bleu claire). La ligne rouge montre le niveau de bruit blanc dans la bande d'asservissement qui est $S^2 = 127.7 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$

données sont converties compte tenu de la pente du signal d'erreur de PDH et de la fonction de transfert de la cavité. La fonction de transfert de la cavité [44] est $[1 + (2\nu/\delta\nu)^2]^{-1}$. Sur les deux figures les lignes rouges pointillées montrent la limite supérieure du bruit blanc. Pour le laser à 1560 nm le niveau supérieur du bruit blanc est $S^2 = 30.25 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$. Comme la largeur Lorentzienne \mathcal{L} de l'émission du laser est liée au bruit blanc [45] ($\mathcal{L} = \pi S^2$), nous pouvons déduire la largeur spectrale relative du laser à 1560 nm asservi sur la cavité $\mathcal{L}_{1560} = 95 \text{ Hz}$. Le faisceau sonde à 780 nm a une valeur $S^2 = 127.7 \text{ Hz}^2/\text{Hz}$ pour le bruit blanc dans la bande d'asservissement. Par conséquent, la largeur spectrale relative du faisceau est de $\mathcal{L}_{780} = 401 \text{ Hz}$, plus grande d'un facteur de 4 par rapport au laser source. La mesure que nous avons obtenue pour la largeur spectrale relative du faisceau sonde s'explique par le fait que la largeur spectrale du laser diode à 1560 nm est augmentée par un facteur de 4 après le doublage de fréquence par le PPLN.

1.4 Stabilisation absolue de la cavité

Dans la section (1.3) nous avons présenté l'asservissement des deux lasers à 1560 nm et 780 nm sur la cavité. Les fluctuations à haute fréquence sont corrigées en agissant

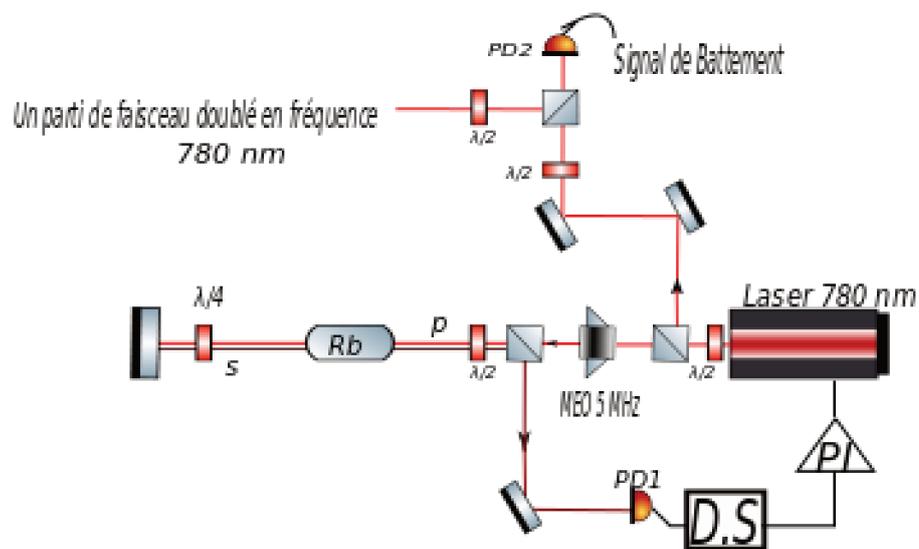


FIGURE 1.12 - Montage expérimental pour la spectroscopie par absorption saturée. Le laser à 780 nm est asservi sur le crossover de la raie D2 de ^{87}Rb . Ce laser asservi à la raie atomique du ^{87}Rb est comparé avec une partie du faisceau doublé en fréquence à 780 nm. Le signal de battement permet d'asservir la longueur de la cavité sur la transition atomique.

sur le courant de la diode laser à 1560 nm et pour 780 nm à l'aide d'un MAO. Les corrections à basse fréquence sont uniquement réalisées pour le laser source à 1560 nm via la température de la diode laser.

En pratique, la longueur effective de la cavité change à long terme à cause des fluctuations de la température qui provoquent la dérive en fréquence du résonateur ainsi que du faisceau sonde asservi sur la cavité. Afin d'augmenter la stabilité du système pour une longue période de temps et d'ajuster la fréquence du résonateur dans une certaine bande de fréquence par rapport à la transition atomique (transition D2, ^{87}Rb), nous avons choisi la technique de stabilisation sur une transition de ^{87}Rb . Cette technique d'asservissement nous permet non seulement de supprimer les perturbations à long terme mais aussi de référencer le faisceau sonde sur la transition atomique pour une mesure intra-cavité sur l'ensemble d'atomes ultra-froids de ^{87}Rb [46] et pour une expérience de superradiance et d'auto-organisation des atomes dans le résonateur [24].

Spectroscopie par absorption saturée : Pour la mise en œuvre de ce système d'asservissement, il est nécessaire d'avoir une référence de fréquence absolue. Afin de l'obtenir, nous avons utilisé la technique de la spectroscopie par absorption saturée [47] qui permet d'avoir un laser stabilisé sur la transition atomique.

Cette méthode consiste à superposer deux faisceaux contrapropageants de même fréquence ν (Fig. 1.12) dans une cellule remplie de gaz de rubidium. Comme ces faisceaux sont accordés en fréquence, ils vont donc interagir avec les atomes de la même classe de vitesse. L'un des faisceaux p est suffisamment intense pour saturer la transition et le deuxième s n'est donc plus absorbé. Ainsi, cette technique nous permet de déterminer la fréquence de transition atomique sans être limitée par l'élargissement Doppler.

Pour extraire un signal d'erreur et pouvoir asservir le laser sur la transition, nous avons appliqué la modulation de phase [48, 49] à l'aide d'un MEO à 5 MHz. La lumière est détectée sur la photodiode après le double passage par la cellule des atomes de rubidium. Le signal d'erreur obtenu par la détection synchrone est envoyé vers un contrôleur PI. La correction à haute fréquence est appliquée au courant de la diode et celle à basse fréquence sur le TPZ de la diode laser après la double intégration. La

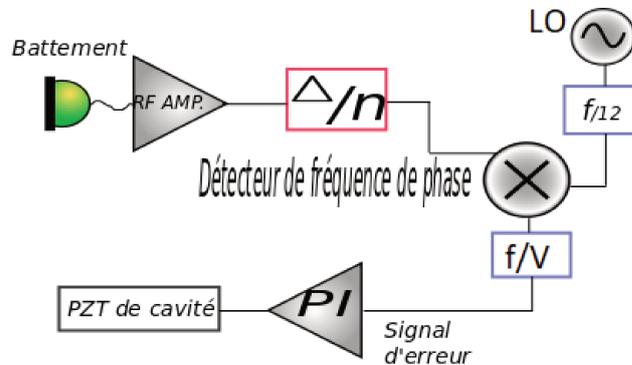


FIGURE 1.13 - Schéma d'asservissement de la longueur de la cavité grâce au battement optique entre les deux lasers à 780 nm. Le signal de battement 3.4 GHz de deux lasers est collecté sur une photodiode rapide et est ensuite amplifié (RF amplificateur). Ce signal est converti à l'aide d'un synthétiseur digital de fréquence (Δ/n). Le signal à la sortie est de 10 MHz comparé avec la fréquence d'oscillateur local ($(f_{LO}/4=10$ MHz). Un détecteur de phase intégré dans le synthétiseur compare ces deux signaux et la différence de phase convertie à une tension (f/V) grâce à un convertisseur intégré. Par la suite, le signal d'erreur est amplifié et intégré avec un contrôleur PI et est sommé avec une tension continue avant d'être appliqué sur le TPZ de la cavité.

bande de correction obtenue grâce au courant de la diode laser est aux alentours de 100 kHz.

1.4.1 Technique d'asservissement et stabilité

Dans un premier temps, pour obtenir une référence de fréquence absolue, nous avons utilisé une partie du faisceau doublé en fréquence à 780 nm. Par la suite, la longueur du résonateur a été asservie sur une transition de rubidium. L'asservissement a été achevé mais à cause de la gamme de correction réduite le système ne restait pas verrouillé pour une période de temps de plus de quelques minutes.

Pour améliorer la stabilité de l'asservissement et avoir une grande capacité d'accordabilité de la fréquence, nous avons utilisé la technique de battement optique. Ainsi, un laser indépendant à 780 nm est stabilisé sur la transition $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ de ^{87}Rb et agit comme une référence de fréquence. Ensuite, une partie du faisceau sonde à 780 nm est prise pour comparer la fréquence de ce dernier avec le laser asservi sur la

transition atomique (Fig. 1.6, bloc 3). Il faut rappeler que la lumière à 780 nm est asservie sur la cavité (Fig. 1.6, bloc 2) avant d'obtenir le signal de battement de ces deux faisceaux. Une large gamme de correction nous permet d'avoir non seulement un système d'asservissement stable mais aussi d'ajuster la fréquence de la cavité dans cette bande.

Pour obtenir le signal d'erreur, nous utilisons un synthétiseur de fréquence (ADF4108, Analog Devices) et un oscillateur local (LO) programmable intégré dans le même circuit. Lorsque le faisceau sonde à 780 nm est à résonance avec le résonateur la fréquence de battement est $\Delta = 3.4$ GHz. Pour obtenir un signal d'erreur, la fréquence de battement Δ est divisée par un facteur de n à l'aide d'un convertisseur digital. A la sortie du convertisseur, nous obtenons une fréquence réduite $\Delta/n = 10$ MHz. Après cette conversion, le signal est comparé avec le signal provenant de l'oscillateur local. La fréquence de l'oscillateur local qui agit comme une référence est initialement de 40 MHz et par la suite elle est divisée $f_{LO}/4$ par un convertisseur digital. Nous obtenons ainsi une valeur comparable au signal de battement réduit à 10 MHz. Ces deux signaux sont comparés en phase grâce à un détecteur intégré dans le synthétiseur de fréquence. Pour obtenir un signal d'erreur la différence de phase est convertie en une tension avec un facteur de conversion de 0.67 V/GHz. Ce signal d'erreur est par la suite amplifié et intégré avec un PI et avant d'agir sur le TPZ de la cavité il est sommé avec une tension continue. Cette technique d'asservissement nous permet d'avoir une plage d'asservissement d'environ 3 GHz ainsi qu'une bande de correction de 20 Hz.

L'analyse de la stabilité de la fréquence à long terme est réalisée en enregistrant les fluctuations du signal de battement au cours du temps. La variance d'Allan $\sigma(\tau)$ (Fig. 1.14) a été tracée pour estimer la stabilité de l'asservissement. En figure (1.14) la variance d'Allan représente la différence de fréquence entre le laser de référence et la cavité pendant un temps τ lorsque la boucle d'asservissement est verrouillée. La ligne bleue correspond à la fonction d'ajustement $1/t^{1/2}$. D'après l'écart type, la bande des fluctuations du signal de battement est de l'ordre de 2.5 MHz en 1 s. Ces fluctuations sont liées à la bande de correction du TPZ de la cavité qui est limitée à 20 Hz due à son contrôleur.

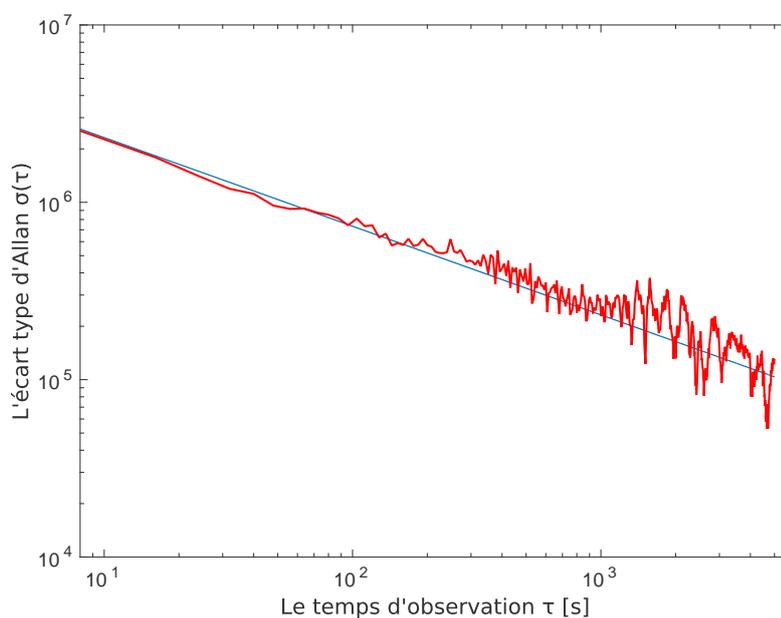


FIGURE 1.14 - Variance d'Allan $\sigma(\tau)$ pour la stabilité de l'asservissement de la longueur de la cavité grâce au laser résonant à 780 nm. La courbe rouge présente l'écart type d'Allan mesuré pour une durée d'estimation τ . La fonction d'ajustement est tracée en bleu $1/t^{1/2}$. D'après l'écart type la bande de fluctuation est 2.5 MHz à 1 s.

1.5 Préparation des états corrélés via une cavité

1.5.1 Introduction

Pour améliorer le seuil de résolution des mesures, au cours des dernières décennies les capteurs atomiques tels que les horloges atomiques [50, 51], les magnétomètres [52] et les capteurs inertiels [53] ont fait de grands progrès. La limite de précision est limitée non seulement par des bruits techniques mais aussi par le bruit quantique. Ce seuil de précision est la limite quantique standard (SQL, en anglais) et l'incertitude de la mesure est donnée par les lois de la statistique classique. Le SQL n'est pas une limite fondamentale et il est possible de le dépasser en introduisant des états corrélés entre les particules, afin d'atteindre à la limite ultime permise par la mécanique quantique, celle de Heisenberg.

De nos jours, le défi majeur est de pousser les limites de précision au-delà du SQL [54, 46] pour ensuite pouvoir appliquer cette précision de mesure dans les capteurs quantiques [55, 56]. L'objectif de la métrologie quantique est d'utiliser les états atomiques fortement corrélés et intriqués pour dépasser la limite quantique et classique. L'ingénierie dans le régime quantique permet de contrôler les corrélations (intrication) entre les atomes et de créer des états comprimés du spin collectif (Spin Squeezed States (SSS), en anglais) (Fig. 1.15 à droite). L'intrication est un concept lié au principe de superposition appliqué aux systèmes quantiques composites. Deux systèmes quantiques sont considérés comme intriqués lorsque la fonction d'onde du système composite est dans une superposition non séparable, i.e. une corrélation très forte existe entre ces deux systèmes. Mesurer un système perturbe instantanément l'autre quelle que soit leur séparation spatiale. Ces deux sous-systèmes quantiques restent encore un système unique liés par "une action fantôme à distance", soulignée pour la première fois par Einstein, Podolsky et Rosen [57]. De nos jours, le phénomène de l'intrication quantique est considéré comme une base pour aller plus loin dans les différents domaines de recherche, comme la communication quantique [58], la simulation et la computation quantiques [59], ainsi que la métrologie [60].

Pour obtenir des états corrélés d'un ensemble atomique, plusieurs configurations ont été mises en œuvre. Nous pouvons par exemple préparer un état comprimé de spins pour un ensemble refroidi dans une cavité qui a été généré par l'interaction entre les

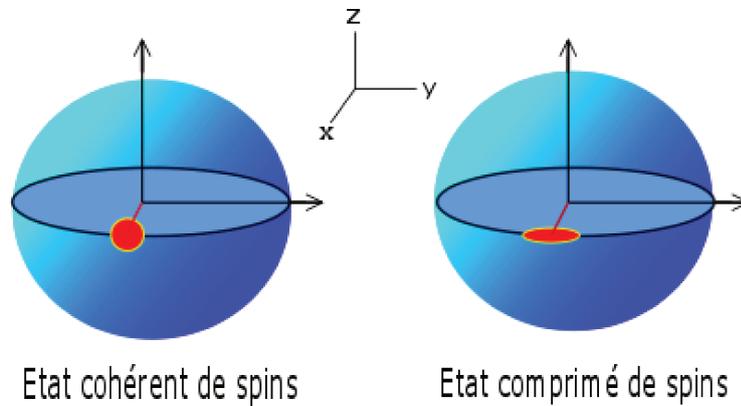


FIGURE 1.15 (À gauche) Représentations d'un état cohérent de spins. Le bruit de mesure est indiqué par un disque rouge perpendiculaire à la direction du spin collectif (le long de x). (À droite) Un état comprimé de spins permet de réduire le bruit sur une direction et par conséquent de la relation de l'incertitude de Heisenberg le bruit est augmenter sur la direction opposée.

atomes [61, 62], dans un condensat de Bose-Einstein par l'interaction directe (one-axes squeezing, en anglais) [63] ou la réalisation d'un état comprimé de spins entre les états hyperfins sensibles au champ magnétique [64]. Dans le cadre de notre expérience nous sommes intéressés par la possibilité d'obtenir des particules corrélées ainsi que des états comprimés du spin collectif induit par une mesure quantique non-destructive (QND, en anglais) à l'aide d'une cavité optique [65]. La préparation des états comprimés du spin collectif a été théoriquement [66, 67] et expérimentalement [68, 69] étudiée au cours de dernières décennies.

Dans la suite, nous présenterons le concept du spin collectif ainsi que la notion du SQL dérivée de l'état cohérent de spins pour un ensemble des N atomes identiques (Fig. 1.15 à gauche). Il en suivra la présentation de l'état cohérent de spins dans lequel les atomes sont préparés dans le même état interne grâce au pompage optique et les notions de l'état comprimé du spin dans le contexte de métrologie atomique. Enfin, nous présenterons le concept de la mesure quantique non-destructive.

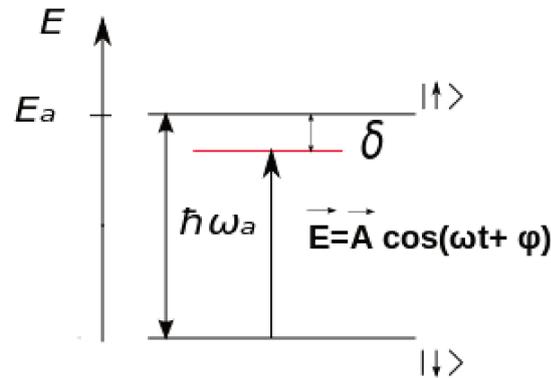


FIGURE 1.16 - *Système atomique à deux niveaux avec une séparation en énergie $E_a = \hbar\omega_a$. Le champ électromagnétique appliqué est décalé en fréquence vers le rouge $\delta = \omega_a - \omega$*

1.6 Manipulation cohérente d'un système à deux niveaux

Nous commençons par la description de l'état collectif de spins des atomes et de leur manipulation cohérente par la sphère de Bloch. Pour décrire l'opérateur d'évolution, nous pouvons utiliser l'Hamiltonien du système à deux niveaux.

Considérons le cas d'un atome à deux niveaux $|\downarrow\rangle$ et $|\uparrow\rangle$ qui interagit avec une onde électromagnétique classique hors résonance $E(t) = E_0 \cos(\omega t + \varphi)$ figure (1.16) avec une fréquence angulaire ω et une phase φ . Nous utilisons la description semi-classique où les états internes de l'atome sont quantifiés mais le champ électrique incident est considéré comme classique. L'Hamiltonien de l'évolution de l'état atomique H est :

$$H = H_{at} + H_{in} \quad (1.34)$$

Le zéro de l'énergie potentielle est choisi entre les deux états (1.16) atomiques et l'évolution libre atomique est décrite par l'Hamiltonien H_{at} :

$$H_{at} = \hbar\omega_a \hat{j}_z \quad \text{avec} \quad \hat{j}_z = \frac{1}{2}(|\uparrow\rangle\langle\uparrow| - |\downarrow\rangle\langle\downarrow|) \quad (1.35)$$

où \hat{j}_z est l'observable de l'état atomique qui mesure la différence de population entre les deux états $|\downarrow\rangle$ et $|\uparrow\rangle$. L'interaction entre l'atome et le champ peut s'écrire dans l'approximation dipolaire électrique où nous considérons qu'un atome a un électron. La fonction d'onde sphérique de l'électron va suivre les oscillations du champ électrique au cours de l'interaction. L'Hamiltonien a la forme suivante, avec l'opérateur dipolaire $\widehat{\mathbf{D}} = e \cdot \widehat{\mathbf{r}}$:

$$H_{in} = -\widehat{\mathbf{D}} \cdot \mathbf{E} \quad (1.36)$$

Pour le cas à deux niveaux, l'opérateur dipolaire peut être simplifié. Les termes diagonaux sont nuls car n'étant pas couplés par $\widehat{\mathbf{r}}$. La matrice de l'opérateur dipolaire simplifiée est :

$$\widehat{\mathbf{D}} = \begin{pmatrix} 0 & d_{\uparrow\downarrow} \\ d_{\uparrow\downarrow}^* & 0 \end{pmatrix} = d_{\uparrow\downarrow} |\uparrow\rangle\langle\downarrow| + d_{\uparrow\downarrow}^* |\downarrow\rangle\langle\uparrow| \quad (1.37)$$

avec l'élément dipolaire entre les deux états $d_{\uparrow\downarrow} = \langle\uparrow|\widehat{\mathbf{D}}|\downarrow\rangle$. L'Hamiltonien de l'interaction devient :

$$H_{in} = -(d_{\uparrow\downarrow} \hat{j}_+ e^{-i(\omega t + \varphi)} + d_{\uparrow\downarrow}^* \hat{j}_- e^{i(\omega t + \varphi)}) \quad (1.38)$$

où les opérateurs $\hat{j}_+ = |\uparrow\rangle\langle\downarrow|$ et $\hat{j}_- = |\downarrow\rangle\langle\uparrow|$ représentent les transferts atomiques d'un état à l'autre. Dans l'approximation du champ tournant l'Hamiltonien d'interaction est :

$$H_{in} = -(d_{\uparrow\downarrow} \hat{j}_+ e^{-i\varphi} + d_{\uparrow\downarrow}^* \hat{j}_- e^{i\varphi}) = -d_{\uparrow\downarrow} \left(\cos(\varphi)(\hat{j}_+ + \hat{j}_-) + \sin(\varphi)(\hat{j}_+ - \hat{j}_-) \right) E_0 - \hbar\omega_a \hat{j}_z \quad (1.39)$$

définissant j_x et j_y par

$$\hat{j}_x = \frac{1}{2} (\hat{j}_+ + \hat{j}_-) \quad \text{et} \quad \hat{j}_y = \frac{-i}{2} (\hat{j}_+ - \hat{j}_-) \quad (1.40)$$

nous obtenons l'Hamiltonien de Jaynes-Cumming[70] qui dans l'approximation semi-classique est :

$$H_{J.C.} = \hbar\delta\hat{j}_z + \hbar\Omega (\cos(\varphi)\hat{j}_x + \sin(\varphi)\hat{j}_y) \quad (1.41)$$

où $\delta = \omega_a - \omega$ est le désaccord entre le champ électrique incident et la transition atomique en termes de fréquence angulaire. La force du couplage est définie par la fréquence de Rabi en résonance $\Omega_R = -2d \cdot E_0/\hbar$. Les opérateurs \hat{j}_x, \hat{j}_y et \hat{j}_z sont des opérateurs essentiels pour décrire l'évolution du système atomique.

1.6.1 Sphère de Bloch

La sphère de Bloch est un outil pour la représentation des systèmes à deux niveaux. Elle a été introduite pour la première fois afin de représenter le spin magnétique [71]. Par conséquent, le nom de « spin » ou « pseudo spin » a une utilisation étendue pour les systèmes à deux états. Les systèmes à deux niveaux dont la dynamique est gouvernée par l'équation de Schrödinger peuvent être présentés par la sphère de Bloch [72]. Sur la sphère de Bloch les états $|\downarrow\rangle$ et $|\uparrow\rangle$ sont présentés respectivement sur le pôle sud et nord (Fig. 1.17). L'angle ϕ définit la phase de l'état superposé sur l'équateur et θ est l'angle polaire qui est lié à la différence de population atomique. L'état $|\psi\rangle$ est la combinaison linéaire de $|\downarrow\rangle$ et $|\uparrow\rangle$ et peut s'écrire comme :

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|\downarrow\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|\uparrow\rangle \quad (1.42)$$

1.6.2 Opérateurs de rotation

Pour décrire l'effet de l'Hamiltonien sur un système atomique à deux niveaux, nous faisons appel à l'opérateur densité. La trace de la matrice densité est normalisée à 1. Afin de paramétriser l'opérateur densité $\hat{\rho}_{at}$ du système à deux niveaux, nous décomposons l'opérateur sur la base $(\hat{\mathbb{1}}, \hat{j}_x, \hat{j}_y, \hat{j}_z)$. La matrice densité prend la forme suivante pour un système à deux états ($|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$) :

$$\hat{\rho}_{at} = \begin{pmatrix} \rho_{\uparrow\uparrow} & \rho_{\uparrow\downarrow} \\ \rho_{\downarrow\uparrow} & \rho_{\downarrow\downarrow} \end{pmatrix} = \frac{1}{2}(\hat{\mathbb{1}} + \mathbf{n} \cdot \hat{\mathbf{j}}) \quad (1.43)$$

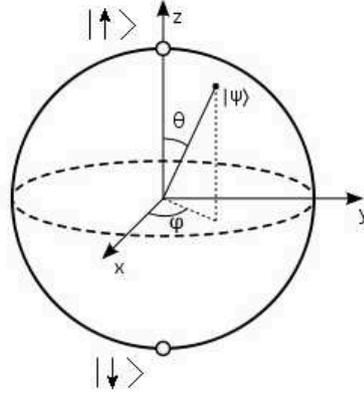


FIGURE 1.17 *Présentation du système atomique à deux niveaux sur la sphère de Bloch. Les états $|\downarrow\rangle$ et $|\uparrow\rangle$ sont respectivement sur le pôle sud et nord de la sphère. L'angle ϕ est la phase de l'état et θ est l'angle polaire qui définit la différence de population atomique entre les deux états.*

où $\mathbf{n}=(n_x, n_y, n_z)$ contient l'information de la décomposition de la matrice densité avec n_i réels. Les valeurs propres de l'opérateur densité sont égales à $(1\pm|\mathbf{n}|)/2$ avec $|\mathbf{n}|=1$ pour un état pur. \mathbf{n} représente le vecteur de Bloch avec une valeur moyenne $2\hat{j}$. L'opérateur \hat{j} décrit l'évolution du système à deux niveaux et peut être défini par les matrices de Pauli :

$$\hat{\sigma}_x = 2\hat{j}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_y = 2\hat{j}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \quad \hat{\sigma}_z = 2\hat{j}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad (1.44)$$

Dans la suite, nous allons appliquer la notation du moment angulaire \hat{j} qui est généralement utilisée dans le système équivalent du pseudo spin 1/2. Afin de comprendre l'évolution de la matrice densité ρ_{at} , nous pouvons observer le cas de l'interaction avec un champ en résonance avec la transition atomique. L'Hamiltonien simplifié a la forme suivante pour le cas où la phase initiale du champ électromagnétique est $\varphi = 0$:

$$\widehat{H} = \hbar\Omega\widehat{j}_x \quad (1.45)$$

L'évolution de $\widehat{\rho}_{at}$, après un temps d'interaction t est gouvernée par l'équation de Schrödinger :

$$i\hbar\frac{d\widehat{\rho}(t)}{dt} = [\widehat{H}, \widehat{\rho}_{at}(t)] \quad (1.46)$$

Après les équations (1.45) et (1.46) $\widehat{\rho}_{at}$ commence à pivoter sous l'influence de l'interaction avec le champ électrique où l'opérateur d'évolution est $\exp(-i\widehat{H}t/\hbar)$:

$$\widehat{\rho}_{at}(t) = e\left(-\frac{i\widehat{H}t}{\hbar}\right)\widehat{\rho}_{at}e\left(\frac{i\widehat{H}t}{\hbar}\right) = e\left(-\frac{i\Omega\widehat{j}_x t}{\hbar}\right)\widehat{\rho}_{at}e\left(\frac{i\Omega\widehat{j}_x t}{\hbar}\right) \quad (1.47)$$

L'Hamiltonien (1.45) donne naissance à la rotation du vecteur de la sphère de Bloch autour de l'axe x avec une fréquence angulaire Ω . L'évolution de l'état atomique est mesurée par \widehat{j}_z (la projection du vecteur sur l'axe z) qui décrit par les oscillations de Rabi. En général, les propriétés de la rotation du vecteur de Bloch sont obtenues pour toutes les combinaisons linéaires de l'ensemble des opérateurs $(\widehat{j}_x, \widehat{j}_y, \widehat{j}_z)$ où l'Hamiltonien est :

$$H = \hbar\Omega_1\widehat{j}_x + \hbar\Omega_2\widehat{j}_y + \hbar\Omega_3\widehat{j}_z \quad (1.48)$$

avec un angle de rotation effective $\Omega_{eff} = (\Omega_1^2 + \Omega_2^2 + \Omega_3^2)^{1/2}$.

1.7 État collectif et cohérent de spins

Dans cette partie, nous allons décrire l'état collectif de spins ainsi que l'état cohérent de spins. Ces concepts vont nous permettre de comprendre le SQL pour la mesure de la différence de population atomique. Dans le cadre de notre expérience les atomes de ^{87}Rb sont préparés dans les deux états hyperfins de l'état fondamental $5S_{1/2}$ de la transition D2 (voir Annexe A). Ainsi, il est possible de réaliser la mesure quantique non-destructive via une cavité optique pour générer un état corrélé de spins afin de dépasser cette limite. L'expérience envisagée est d'utiliser les atomes piégés au centre de la cavité optique (les propriétés de la cavité sont présentées dans la section 1.2).

1.7.1 État collectif de spins

Auparavant, dans les définitions, nous avons pris en compte un seul spin décrit par l'opérateur \hat{s}_i . Pour la représentation d'un ensemble de N atomes avec le pseudo spin $1/2$, nous allons introduire le concept de spin collectif. Le spin collectif $\hat{\mathbf{J}}$ est simplement la somme des composants de spins $\hat{s}^{(i)} = (\hat{j}_x^{(i)}, \hat{j}_y^{(i)}, \hat{j}_z^{(i)})$.

$$\hat{\mathbf{J}} = \sum_{i=1}^N \hat{s}^{(i)} \quad (1.49)$$

Le spin collectif $\hat{\mathbf{J}} = \hat{J}_x x + \hat{J}_y y + \hat{J}_z z$ peut être décrit par ses opérateurs collectifs \hat{J}_m ($m=\{x,y,z\}$). Chaque opérateur collectif est représenté par la somme des opérateurs du spin individuel :

$$\hat{J}_x = \sum_{i=1}^N \hat{j}_x^{(i)} \quad \hat{J}_y = \sum_{i=1}^N \hat{j}_y^{(i)} \quad \hat{J}_z = \sum_{i=1}^N \hat{j}_z^{(i)} \quad (1.50)$$

Dans la section précédente, nous avons décrit l'évolution d'un atome en interaction avec un champ électromagnétique. Pour introduire l'Hamiltonien d'un nuage atomique composé de N atomes, nous considérons que l'ensemble des atomes est préparé dans un système à deux niveaux. L'Hamiltonien d'un tel système est décrit par l'évolution de chaque atome indépendamment :

$$H_{J.C.} = \sum_{i=1}^N (\hbar \delta \hat{j}_z^{(i)} + \hbar \Omega (\cos(\varphi) \hat{j}_x^{(i)} + \sin(\varphi) \hat{j}_y^{(i)})) \quad (1.51)$$

Puisque l'opérateur $\hat{j}_z^{(i)}$ est donné par $\frac{1}{2} (|\uparrow\rangle \langle \uparrow| - |\downarrow\rangle \langle \downarrow|)$, l'opérateur collectif du spin \hat{J}_z est exprimé comme la différence de population dans le système à deux niveaux :

$$\hat{J}_z = \frac{\hat{N}_\uparrow - \hat{N}_\downarrow}{2} \quad (1.52)$$

où $\hat{N}_\uparrow = \sum_i |\uparrow\rangle \langle \uparrow|$ et $\hat{N}_\downarrow = \sum_i |\downarrow\rangle \langle \downarrow|$ sont des opérateurs collectifs qui mesurent la population atomique dans les états $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ respectivement. \hat{J}_z est la projection du spin sur l'axe, qui est une quantité mesurable expérimentalement contrairement aux opérateurs \hat{J}_x et \hat{J}_y . Les opérateurs de spin tout comme les opérateurs collectifs obéissent à la relation de commutation du moment angulaire :

$$[\hat{J}_i, \hat{J}_j] = i\varepsilon_{ijm}\hat{J}_m \quad (1.53)$$

(ε_{ijm} est le symbole de Levi-Civita) qui conduit à la relation d'incertitude de Heisenberg. La relation entre ΔJ_z et ΔJ_y est :

$$\Delta J_z \Delta J_y \geq |J_x|/2 \quad (1.54)$$

où $\Delta J_z = \sqrt{\langle \hat{J}_z^2 \rangle - \langle \hat{J}_z \rangle^2}$ représente l'écart type de la mesure projective du spin pour un grand nombre de préparations et de mesures du même état collectif du spin. La relation d'incertitude de Heisenberg est la source de l'incertitude dans l'estimation de la phase pour les mesures. Cette source d'incertitude est équivalente au bruit de projection causé par la réduction de la fonction d'onde atomique lors de la mesure.

1.7.2 État cohérent de spins

Un état cohérent de spins décrit l'état quantique d'un ensemble de N particules avec spins 1/2. L'état cohérent de spins est composé de N atomes identiques non corrélés avec les spins indépendants. Expérimentalement la préparation d'un état cohérent de spins se réalise par une impulsion de radio fréquence qui permet de pivoter le spin de $\pi/2$ dans le plan vertical de la sphère de Bloch. La représentation mathématique d'un état cohérent de spins est faite par le placement de tous les atomes dans le même état

$$|\theta, \phi\rangle = \prod_{i=1}^N \left(\cos \frac{\theta}{2} |\uparrow_i\rangle + e^{i\phi} \sin \frac{\theta}{2} |\downarrow_i\rangle \right) \quad (1.55)$$

où θ et ϕ sont respectivement l'angle polaire et azimutal en coordonnées sphériques figure 1.17. Dans la sphère de Bloch la direction du spin collectif $\hat{\mathbf{J}}$ est définie par les coordonnées (θ, ϕ) et la longueur du vecteur de Bloch est égale à $J=N/2$.

En général, le vecteur se conduit classiquement en l'absence des fluctuations ou de bruits de projection du spin collectif. Au contraire, la mécanique quantique introduit de l'incertitude sur la mesure projective du spin comme cela est décrit dans la relation d'incertitude de Heisenberg pour la mesure de spins \hat{J}_y et \hat{J}_z (2.54). Afin de mieux comprendre l'état cohérent de spins, il faut intégrer la distribution du bruit isotrope sur l'extrémité du vecteur de Bloch. Le bruit quantique de la mesure projective est

orthogonal à la direction du spin, présentée par un disque rouge (Fig. 1.15, à gauche) (le spin est préparé le long de x). L'entité de l'écart type des fluctuations pendant la mesure de ΔJ_y et ΔJ_z est présentée par la distribution binomiale du bruit. Ces fluctuations du vecteur du spin collectif sont données par la somme des fluctuations incohérentes de chaque pseudo-spin 1/2 de N atomes. Afin que nous puissions déduire l'incertitude de la mesure projective pour chaque spin individuel $\Delta s_z = \Delta s_y$ nous considérons que le spin moyen collectif est préparé le long de \hat{x} . $J_x = N/2$ représente l'état cohérent de spins. Chaque spin individuel dans un état cohérent de spins peut être représenté par $|x\rangle = (|\uparrow\rangle + |\downarrow\rangle)/\sqrt{2}$. En utilisant la matrice de Pauli nous obtenons Δs_z :

$$\Delta s_z = \sqrt{\langle x | \hat{\sigma}^2 | x \rangle - \langle x | \hat{\sigma} | x \rangle^2} = 1/2 \quad (1.56)$$

Comme l'incertitude totale est la somme pour N spins individuels Δs_z , l'incertitude de la mesure projective de la différence de population est $\Delta J_z = \sqrt{N}/2$. D'après la relation de Heisenberg (2.54) il est évident que lorsque $\Delta J_z \Delta J_y = |J_x|/2$ l'incertitude de l'état cohérent de spins est minimal. Le bruit de ΔJ_z le long de J_z est équivalent au bruit de la projection quantique. Le bruit total est induit par la mesure de chaque spin d'un ensemble préparé dans l'état de superposition. Pendant la mesure de la population des atomes chaque spin a une probabilité 1/2 de la réduction de la fonction d'onde sur l'un des deux états. Par conséquent, pour un système à deux niveaux $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ la population du spin collective est $N/2$. Comme le processus de la réduction de N spins est aléatoire et chaque atome est projeté de façon indépendant, nous possédons une fluctuation qui est Poissonienne, équivalente au bruit quantique. Le bruit quantique est égal à la racine carrée du nombre moyen de spins N mesurés. L'écart type de fluctuations de population, donc du spin collectif, est $\Delta N_\uparrow = \Delta N_\downarrow = \sqrt{N}/2$. En tenant compte de la conservation du nombre d'atomes $N_\uparrow + N_\downarrow = N$ nous pouvons déduire l'écart type de la projection du spin collectif J_z :

$$\Delta J_z = \Delta(N_\uparrow - N_\downarrow)/2 = \sqrt{N}/2 \quad (1.57)$$

Cette incertitude représente le bruit de la projection quantique.

Limite quantique standard :

Comme nous avons vu auparavant, pour obtenir l'information sur la différence de population des atomes préparés dans les états N_{\uparrow} et N_{\downarrow} la mesure de l'angle polaire θ à haute précision est nécessaire. Dans les capteurs atomiques l'information de la différence de population est encodée dans ces angles. La relation d'incertitude d'Heisenberg pose une limite fondamentale sur la capacité de mesure des angles du spin collectif pour pouvoir estimer la population des atomes. La fluctuation de la mesure projective du spin collectif fixe une limite sur l'incertitude de l'angle polaire θ donnée par la relation suivante :

$$\Delta\theta_{SQL} = \frac{\Delta J_z}{|\langle \hat{J} \rangle|} = \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (1.58)$$

où la limite présentée est appelée la limite quantique standard (Standard Quantum Limit en anglais) dans le contexte de l'estimation de la phase dans l'interférométrie Ramsey.

1.7.3 État comprimé de spins

Dans la partie précédente, nous avons vu que la limite quantique standard est une limite pour estimer la différence de population d'un ensemble atomique préparé dans un état cohérent de spins car en absence d'intrication entre les particules la distribution du bruit est isotrope selon la direction orthogonale de l'observable J_z .

Il a été théoriquement et expérimentalement démontré qu'il est possible de surpasser cette limite en introduisant des corrélations quantiques entre les particules. Lorsque la forte corrélation est présente entre les atomes l'incertitude dans la direction orthogonale à J_z est réduite et par conséquent la mesure peut être plus précise. La relation d'incertitude d'Heisenberg démontrée dans (1.54) reste donc valide et la variance dans l'autre direction est augmentée. Cet état est appelé un état comprimé de spins. Grâce à la préparation de l'état comprimé du spin collectif, la précision de la mesure augmente de manière significative.

Les définitions de l'état comprimé de spins sont différentes dans la littérature [73]. Pour les photons, la première définition de l'état comprimé de spins a été proposée par Kitagawa et Ueda [74]. Ce critère est similaire à celui utilisé dans l'optique quantique pour la compression entre deux quadratures du champ électromagnétique et lorsqu'il

est valable, l'état est intriqué [75]. Cependant, ce critère présente quelques limitations et ne forme pas un critère complet pour les applications métrologiques. Pour cela, un autre critère dit métrologique a été introduit pour l'interféromètre de Ramsey par Wineland *et al* [76, 77] noté par ξ_R^2 .

Notre but est de réaliser une mesure QND de la différence de population des atomes de ^{87}Rb piégés au centre de la cavité pour obtenir un état comprimé de spins qui va permettre de dépasser le SQL. Pour cela, nous sommes principalement intéressé à l'application de l'état comprimé du spin collectif à la métrologie. Le gain métrologique est obtenu grâce à l'état comprimé de spins. L'état est considéré comprimé lorsque la variance de l'une de ses composantes est inférieure au bruit de projection quantique $J/2$ donné par (1.57). Le paramètre ξ_s^2 s'écrit donc :

$$\xi_s^2 = \frac{2}{J} \Delta J_{min}^2 \quad (1.59)$$

où ΔJ_{min}^2 est la variance la plus basse des composantes orthogonales de spin. Dans le cas d'un état cohérent le paramètre $\xi_s^2 = 1$ et si l'état est comprimé $\xi_s^2 < 1$. La relation (1.59) est également liée aux expériences des condensats de Bose-Einstein dans des doubles puits [78, 79].

Pour le cas de l'interférométrie de Ramsey le critère donné par (1.59) est valide mais la longueur du pseudo-spin est réduite pendant la création de l'état comprimé, ce qui dégrade la sensibilité de l'interféromètre. Le paramètre proposé par Wineland prend en compte la cohérence de l'état définie par la longueur moyenne de spin $|\langle \hat{\mathbf{J}} \rangle|^2$ donc le paramètre qui décrit l'état comprimé de spins dans un interférométrie est :

$$\xi_R^2 = \frac{\xi_s^2}{|\langle \hat{\mathbf{J}} \rangle|^2} \quad (1.60)$$

La précision de la mesure de la phase dans l'interféromètre de Ramsey augmente quand $\xi_R^2 < 1$. Pour le cas d'un état cohérent de spins $\xi_R^2 = 1$. En comparant les deux critères nous voyons $\xi_s^2 \leq \xi_R^2$. A l'heure actuelle les meilleurs résultats obtenus pour le gain métrologique avec un état comprimé de spins sont 20.1 ± 0.3 dB réalisés à Stanford [54] et $19.6(4)$ dB réalisés au JILA [46]. Dans les deux cas l'état comprimé de spins est induit par la mesure quantique non-destructive dans une cavité optique.

Dans la suite, nous allons brièvement présenter la séquence d'interférométrie Ramsey avec l'état cohérent de spins. Puis, nous allons décrire la possibilité de dépasser la limite quantique grâce à l'utilisation d'un état comprimé de spins.

Interféromètre de Ramsey : Dans cette partie nous allons introduire l'interféromètre de Ramsey qui a une large utilisation dans les capteurs atomiques. En effet, sur l'exemple de l'interféromètre de Ramsey nous pouvons présenter comment le SQL de l'estimation de la phase quantique peut être surpassé en utilisant des états comprimés des spins. Initialement nous considérons que l'interféromètre de Ramsey opère avec un état cohérent du spin collectif (Fig. 1.18 a). Nous utilisons les deux niveaux hyperfins de l'état fondamental $5^2S_{1/2}$ d'un ensemble d'atomes de ^{87}Rb (raie D2). Au début, l'état cohérent du spin collectif est préparé dans $|\downarrow\rangle$ (Fig. 1.18 a). Initialement une rotation $\pi/2$ est appliquée à l'aide d'une impulsion électromagnétique à la fréquence $\omega_{\pi/2}$. Elle permet de pivoter le spin autour de \hat{y} et de mettre le spin collectif sur un état de superposition (sur l'axe \hat{x}). L'état obtenu par la suite est $|\theta = \pi/2, \phi = 0\rangle = \prod_{i=1}^N \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow_i\rangle + |\downarrow_i\rangle)$.

Pendant un temps d'interrogation T_{ev} la phase relative commence à évoluer $\phi = (\omega_{\uparrow\downarrow} - \omega_{\pi/2})$. Le nombre d'atomes dans l'état $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ fluctue dans le cadre du champ tournante $\omega_{\pi/2}$. A la fin de la séquence de Ramsey, une autre impulsion $\pi/2$ est appliquée pour mesurer la phase ϕ à haute précision. Comme il n'est pas possible de mesurer ϕ directement, l'état collectif du spin est pivoté sur la projection du spin collectif J_z qui est une mesurable. Au final, la fonction d'onde a la forme suivante :

$$|\pi/2 - \phi, 0\rangle = \prod_{i=1}^N \left(\cos \frac{\pi/2 - \phi}{2} |\uparrow_i\rangle + i \sin \frac{\pi/2 - \phi}{2} |\downarrow_i\rangle \right) \quad (1.61)$$

Dans cette étape, la phase ϕ du spin est transférée sur l'angle polaire θ . La projection du spin collectif est $J_z = \frac{N}{2} \sin \phi$. D'après la mesure de J_z , il est possible donc de calculer la phase. La mesure va introduire le bruit dû à la réduction de la fonction d'onde de spins préparés dans l'état de superposition sur l'un des états $|\uparrow\rangle$ et $|\downarrow\rangle$ qui est le bruit quantique de la mesure projective. L'incertitude de la mesure du spin est $\Delta J_z = \sqrt{N} \cos(\phi)/2$. L'écart type de l'incertitude de la phase $\Delta\phi_{CSS}$ est par conséquent le

rapport du bruit de la mesure projective ΔJ_z et la pente du signal de Ramsey $dJ_z/d\phi$ qui est indépendant de ϕ . Il s'écrit :

$$\Delta\phi_{CSS} = \frac{\Delta J_z}{|dJ_z/d\phi|} = \frac{1}{\sqrt{N}} \quad (1.62)$$

Donc, $\Delta\phi_{CSS}$ qui est la limite quantique du rapport signal à bruit dans l'interféromètre de Ramsey avec l'état cohérent de spins qui est exactement le SQL (1.58). L'utilisation d'un état comprimé de spins dans l'interféromètre de Ramsey permet de réduire le bruit de la mesure projective ΔJ_z en conservant la pente du signal de Ramsey $dJ_z/d\phi$ (Fig. 1.19, à droite). Le paramètre de l'état comprimé de spins ξ_R^2 introduit dans l'expérience d'interféromètre de Ramsey représente le rapport de la résolution de phase lors de l'utilisation d'un état comprimé de spins sur la résolution de phase lors d'un état cohérent de spins. L'état comprimé de spins métrologique est donné par la relation suivante :

$$\xi_R = \left(\frac{\Delta\phi}{\Delta\phi_{CSS}} \right)^2 \quad (1.63)$$

où $\Delta\phi$ est l'incertitude de la mesure de phase lorsque l'ensemble atomique est préparé dans un état comprimé de spins. Lorsque $\xi_R < 1$ nous pouvons considérer que la sensibilité de l'interféromètre de Ramsey est augmentée. L'apparition de l'état comprimé peut être due à l'intrication sans être pour autant une condition obligatoire. Comme nous avons présenté auparavant, le critère de l'état comprimé métrologique défini par Wineland [76]. Ce critère prend en compte la réduction du bruit de spins (bruit de la mesure projective), la cohérence de l'état mesuré ainsi que le contraste de l'interférométrie Ramsey qui est défini comme suit : $C = |\langle \hat{\mathbf{J}} \rangle|/J$. Le critère métrologique de l'état comprimé de spins pour l'interféromètre de Ramsey est défini par la forme suivante :

$$\xi_R = \left(\frac{\Delta\phi}{\Delta\phi_{CSS}} \right)^2 C^2 \quad (1.64)$$

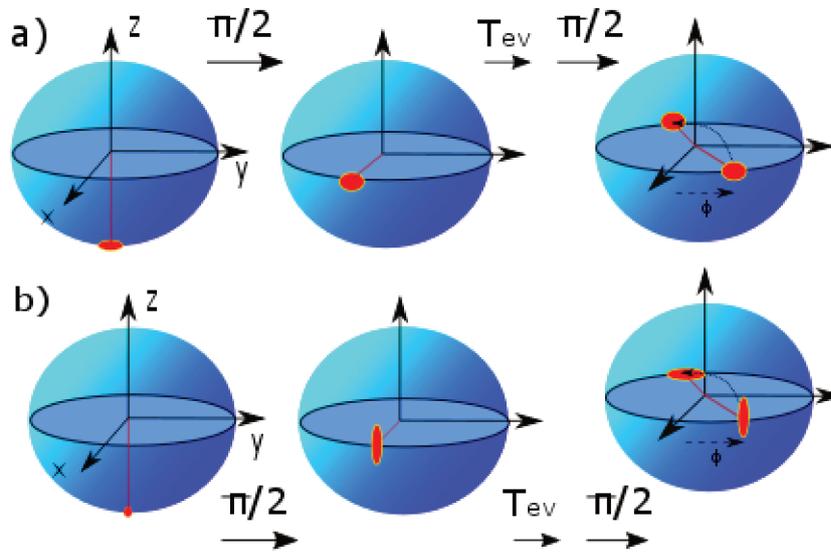


FIGURE 1.18 - L'interféromètre de Ramsey avec un état cohérent de spins (a) et un état comprimé de spins (b). Dans les deux cas, le spin collectif est présenté par une flèche rouge. Initialement, le spin est préparé dans la direction $-J_z$. Après l'application d'une impulsion $\pi/2$, le spin collectif est pivoté sur le plan équatorial J_x , ce qui prépare les atomes dans un état de superposition entre les états. Le disque rouge (a) et l'ellipse rouge (b) représentent les fluctuations du spin collectif respectivement pour un état cohérent et un état comprimé de spins. Pendant un temps T_{ev} le spin évolue librement en accumulant une phase ϕ . Pour mesurer cette phase, une impulsion $\pi/2$ est appliquée ce qui permet de pivoter le spin collectif et de mesurer l'observable J_z . L'observable J_z est mesuré par la fluorescence ou avec une autre technique de comptage d'atomes.

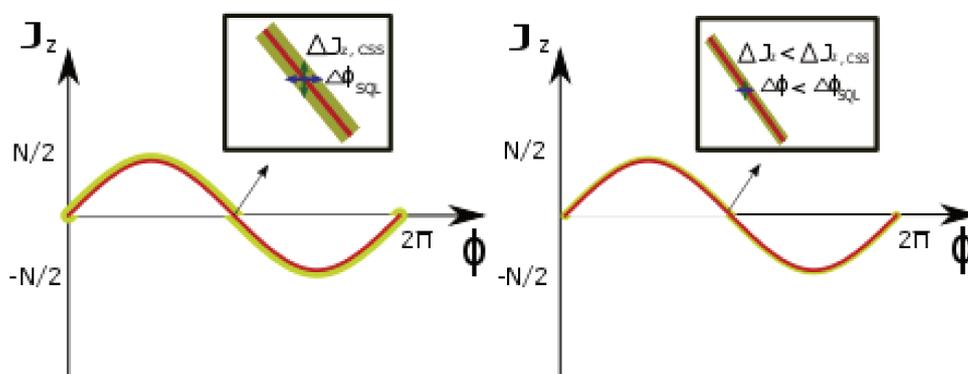


FIGURE 1.19 - Signal de l'interférométrie Ramsey avec un état cohérent (à gauche) et un état comprimé (à droite) de spins. Le signal est présenté en rouge et la bande jaune représente l'incertitude de la mesure de l'observable J_z . Par l'incertitude $\Delta J_{z,css}$ et par la pente du signal de l'interféromètre de Ramsey est définie l'incertitude de la phase $\Delta\phi_{SQL}$ (à gauche). La précision de la définition de la phase $\Delta\phi$ au-delà du SQL peut être améliorée par l'utilisation d'un état cohérent de spins avec un bruit de la mesure de l'observable J_z réduit $\Delta J_z < J_{z,css}$ (à droite).

1.7.4 Mesure quantique non-destructive

Comme présenté au début de ce chapitre, un système de lasers tout fibré a été développé autour d'une cavité optique afin de préparer les états corrélés d'un ensemble atomique piégé au centre du résonateur. Dans ce paragraphe nous nous concentrerons sur le concept de la mesure QND [65] en faisant référence à notre système de mesure.

Mesure quantique : La description simple et idéalisée de la mesure quantique a été introduite par von Neumann [80, 81], qui dit que le processus de la mesure provoque une réduction instantanée de l'état du système quantique sur l'un des états propres de l'observable mesuré. Par conséquent, si l'état initial d'un système quantique est une combinaison linéaire d'états propres, alors immédiatement après la mesure, le système n'est plus dans un état de superposition initial mais dans un état propre de l'observable. Pour mieux comprendre le problème, nous allons étudier un cas simple. Considérons un système quantique S qui est décrit par un état $|\psi\rangle_1$ et avec une observable \hat{A} que nous souhaitons mesurer.

$$\hat{A}|\phi_i\rangle = a_i|\phi_i\rangle \quad (1.65)$$

où a_i est la valeur propre de \hat{A} associée au vecteur propre $|\phi_i\rangle$. La décomposition de l'état $|\psi\rangle_1$ sur cette base de vecteur propre est donnée comme suit :

$$|\psi\rangle_1 = \sum_i c_i \phi_i \quad (1.66)$$

La mesure en mécanique quantique dit que le résultat de la mesure de l'observable \hat{A} est l'une des valeurs propres a_i avec une probabilité $|c_i|^2$. L'état du système immédiatement après la mesure est projeté sur l'état propre $|\phi_n\rangle$ qui donne une valeur propre a_n . La seconde mesure de \hat{A} donnera le même résultat a_n , cette fois avec une probabilité égale à 1. Une nouvelle mesure de l'observable \hat{A} après un temps d'évolution libre du système ne donnera pas nécessairement le même résultat a_n . Nous pouvons déduire que la mesure en mécanique quantique n'est pas seulement une prise d'information sur le système mais aussi une source de perturbation de celui-ci.

Mesure quantique non-destructive : Dans la plupart des cas, la détection d'un ensemble atomique est réalisée de manière destructive, où la cohérence d'ensemble de spins est totalement détruite après la mesure. Pourtant, dans certaines conditions, il est possible de réaliser une mesure QND où l'incertitude de l'observable mesuré maintient sa valeur initiale.

Pour mieux interpréter la mesure QND, nous allons étudier un cas simple où nous réalisons la mesure à l'aide d'une sonde M afin d'obtenir de l'information sur un système quantique S . Nous notons H_M et H_S l'Hamiltonien de la sonde et du système quantique respectivement, et H_{SM} l'Hamiltonien d'interaction. Nous souhaitons mesurer l'observable \hat{A} du système S .

L'état global après la mesure prend une forme approximative :

$$|\Psi\rangle \approx \sum_i |A_i\rangle_S |M_i\rangle_M \quad (1.67)$$

où $|A_i\rangle_S$ est l'ensemble des vecteurs propres des \hat{A} pour les résultats observés. Le deuxième ket $|M_i\rangle_M$ représente les états du faisceau sonde correspondant à chaque mesure. La représentation de l'observable \hat{A} dépendant du temps est :

$$\hat{A}(t_j) = e^{-it\hat{H}_s} \hat{A} e^{it\hat{H}_s} \quad (1.68)$$

La première condition pour que la mesure de l'observable \hat{A} soit non-destructive est que \hat{A} conserve sa valeur propre pendant un intervalle de temps τ consécutif à la mesure. C'est-à-dire l'observable \hat{A} commute avec elle-même quels que soient les instants de l'évolution libre du système S . Si nous notons le début et la fin du temps de la mesure t_i et t_f nous avons donc la condition suivante :

$$[\hat{A}(t_i), \hat{A}(t_f)] = 0 \quad (1.69)$$

Cette définition assure uniquement la non-dégradation du signal mesuré et ne conditionne pas la précision de la mesure.

La deuxième condition est liée à l'interaction qui couple le système quantique S et la sonde M , notamment l'Hamiltonien qui caractérise cette interaction. Ainsi H_{SM} ne

doit par perturber l'observable mesurée \hat{A} . Nous pouvons donc déduire que l'opérateur \hat{A} commute avec l'Hamiltonien d'interaction :

$$[H_{SM}, \hat{A}] = 0. \quad (1.70)$$

Nous pouvons conclure que la mesure est considérée QND à condition que l'opérateur mesuré commute à la fois avec l'Hamiltonien propre du système quantique H_S et l'Hamiltonien de couplage entre la sonde et le système atomique. Comme la mesure est répétable, l'observable \hat{A} doit donc commuter avec l'Hamiltonien total $H = H_S + H_R + H_{SR}$.

A partir du concept de la mesure QND, nous pouvons faire référence à notre système de mesure où nous souhaitons mesurer l'observable J_z de l'ensemble cohérent de spins \mathbf{J} . Pour cela, nous allons définir l'Hamiltonien du couplage entre un ensemble d'atomes, modélisé par des systèmes à deux niveaux et un champ électromagnétique intra-cavité car la mesure se réalise via des impulsions très courtes.

- L'Hamiltonien propre d'un ensemble d'atomes est modélisé par des systèmes à deux niveaux de différence d'énergie $\hbar\omega_0$ s'écrit $H_{at} = \hbar\omega_0 J_z$. Donc, à partir de l'équation (1.69) la condition $[H_{at}, J_z] = 0$ doit être vérifiée pour une mesure QND.
- Pour décrire l'évolution d'un ensemble d'atomes préparé dans un état cohérent de spins couplé avec un champ électrique intra-cavité nous allons utiliser l'Hamiltonien de Tavis-Cummings [82] noté H_{TC} :

$$H_{TC} = \hbar\delta_c \hat{c} \hat{c}^\dagger + \hbar\Omega_R (J_- \hat{c}^\dagger + J_+ \hat{c}) \quad (1.71)$$

où on a posé $\Omega_R = \sqrt{N}g$ qui est la pulsation de Rabi dans le vide et représente la force du couplage de N atomes et le champ intra-cavité (g est la pulsation de Rabi pour un atome) [29]. δ_c est le désaccord entre la fréquence de la cavité et la transition atomique choisie pour la mesure, pour le cas de notre expérience nous pouvons supposer la transition de la ligne D2 des atomes de ^{87}Rb $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ (Annexe A). \hat{c}^\dagger et \hat{c} représentent respectivement les opérateurs de création et d'annihilation et par analogie pour les états collectifs présentés par

J_{\pm} . Ainsi, à partir de la deuxième condition (1.70) pour réaliser et obtenir une mesure QND intra-cavité, il faut aussi obtenir la condition $[H_{TC}, J_z] = 0$.

Cependant, la mesure QND présentée ci-dessus reste une description théorique et s'applique au cas idéal lorsque le système quantique et la sonde sont des systèmes parfaitement isolés de tout autre système physique. En pratique, la mesure QND n'est pas idéale et affecte l'état du système quantique mesuré mais pas la valeur de l'observable une fois qu'il est déterminée.

1.8 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les propriétés géométrique et spectrale de la cavité optique (bow-tie cavity) à haute finesse autour de laquelle s'articule notre expérience. Les miroirs de la cavité sont réfléchissant à deux longueurs d'onde 1560 nm et 780 nm. La première est utilisée pour obtenir un piège dipolaire profond à partir d'une puissance d'entrée du résonateur 3 W. Le deuxième faisceau à 780 nm permet de réaliser la mesure QND intra-cavité et de préparer des états corrélés de spins induits par cette mesure.

Au début du chapitre, nous avons présenté le développement d'un système tout fibré pour obtenir les deux longueurs d'onde asservies sur le résonateur optique. Pour obtenir le faisceau sonde à 780 nm, une partie du laser source à 1560 nm a été doublée en fréquence grâce au cristal PPLN. Par la suite, ces deux longueurs d'onde sont asservies sur le résonateur par la technique de PDH. Afin d'estimer la performance de l'asservissement, nous avons réalisé la mesure de la largeur spectrale relative des faisceaux stabilisés sur la cavité. D'après les mesures obtenues la largeur spectrale relative du laser source est 95 Hz et 401 Hz pour le faisceau sonde à 780 nm. Pour améliorer la stabilité du système et pouvoir ajuster la fréquence du résonateur par rapport à la transition atomique (raie D2, ^{87}Rb), nous avons également réalisé le système d'asservissement de la longueur de la cavité. D'après la mesure de la variance d'Allan pour cet asservissement la bande de fluctuation obtenue est 2.5 MHz à 1s. La largeur spectrale de la cavité est mesurée pour les deux longueurs d'onde. Nous avons obtenu $2\pi \times 243$ kHz pour 780 nm et $2\pi \times 371$ kHz pour 1560 nm.

Dans la dernière partie du chapitre, nous avons exposé les outils développés pour la préparation des états corrélés d'un ensemble atomique en réalisant une mesure QND. Pour cela, nous avons présenté comment un ensemble d'atomes peut être décrit par un spin collectif ainsi que l'état cohérent de spins pour un ensemble des N atomes. Cela nous permet d'introduire le SQL pour la mesure de la phase dans l'interféromètre de Ramsey et de dépasser le SQL en préparant l'état comprimé du spin collectif induit par la mesure QND.

Chapitre 2

Dispositif expérimental et chargement des atomes dans les modes transverses

Dans ce chapitre nous présentons le dispositif expérimental avec ses parties principales. D'abord nous allons brièvement présenter le système à vide avec le piège magnéto-optique (PMO) à deux et trois dimensions. Ensuite, nous allons présenter le banc optique qui permet d'obtenir des faisceaux de différentes fréquences. Nous parlons ensuite des propriétés spectrales de la cavité et du système d'asservissement du piège dipolaire sur le résonateur qui permet d'obtenir un piège optique stabilisé sur le résonateur. Nous décrirons comment les atomes sont chargés dans les modes supérieurs de la cavité et transférés entre ces différents modes.

2.1 Piège magnéto-optique

Dans la première partie de ce manuscrit, nous avons présenté la cavité optique qui en premier lieu sert à obtenir un nuage d'atomes ultra-froids et à atteindre à la condensation de Bose-Einstein. Avant de transférer les atomes dans la cavité, il est nécessaire d'obtenir une source d'atomes initialement refroidis. Nous allons présenter le PMO qui constitue la source d'atomes froids utilisée préalablement. Le PMO est un piège dissipatif qui utilise des faisceaux lasers et un quadripôle magnétique pour le refroidissement et le piégeage des atomes.

2.1.1 Système laser pour refroidissement

Pour refroidir optiquement une vapeur de ^{87}Rb il est essentiel d'avoir deux faisceaux lasers. Le premier, décalé d'environ 3Γ [83] ($\Gamma = 6.066\text{ MHz}$ est la largeur naturelle de la transition) sur le rouge de la transition cyclante $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 3\rangle$ [84] (voir Annexe A) réalise le refroidissement. Les atomes sont refroidis par refroidissement Doppler [85, 86] : les atomes se rapprochant de la source d'un laser désaccordée dans le rouge absorbent préférentiellement la lumière de ce laser et leur vitesse est modifiée du recul d'un photon. L'émission spontanée à chaque cycle va permettre la dissipation de l'énergie cinétique de l'atome et puis son refroidissement. Pourtant, la probabilité est non-nulle que ce rayonnement puisse exciter la transition $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 2\rangle$ de manière non résonante. Comme cette transition est non-cyclante, les atomes peuvent alors se désexciter dans l'état fondamental $|F = 1\rangle$ qui est un état noir pour le laser de refroidissement. Par conséquent, il est indispensable d'utiliser un autre laser accordé sur la transition $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ pour pomper les atomes vers l'état $|F' = 2\rangle$.

Les lasers utilisés sont des lasers commerciaux New Focus TLB-6813 avec une largeur de raie de 200 kHz mesurée sur 50 ms. Ils ont été mis en place pour remplacer des diodes lasers conçues au laboratoire (LCF à Palaiseau) afin d'augmenter la puissance utile sur les atomes. Le laser commercial fournit une puissance maximale 70 mW qui est 2 fois plus grande que l'ancien laser.

Le laser repompeur est asservi en fréquence sur le croisement de raie $|F = 1\rangle \rightarrow |F' = 1, 2\rangle$ par une spectroscopie d'absorption saturée. Ensuite, sa fréquence est décalée par un MAO pour qu'il soit résonant avec la transition du repompeur $|5^2S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5^2P_{3/2}, F' = 2\rangle$. Le laser de refroidissement est asservi en fréquence par un battement optique avec le laser repompeur. La fréquence de battement des deux lasers est de 6.8 GHz qui est mélangée et convertie en une tension de référence pour obtenir une plage de correction de 400 MHz. Cette plage d'asservissement en fréquence est nécessaire pour désaccorder le faisceau de refroidissement pendant le chargement des atomes dans le piège dipolaire (voir section 3.3.2).

2.1.2 Piège magnéto-optique 2D et 3D et système à vide

L'enceinte à vide comprend deux parties principales (Fig. 2.1). La première est le PMO à 2 dimensions (PMO 2D) qui permette à générer préalablement un jet atomique. Le jet atomique est envoyé au centre de la deuxième partie du système à vide, où

se trouve le PMO à 3 dimensions (PMO 3D). Ce déplacement vers la chambre de science est réalisé à l'aide d'un faisceau pousseur de 2 mW. Pour piéger les atomes dans le PMO 3D nous utilisons un quadrupôle magnétique créé par deux bobines en configuration anti-Helmoltz et le champ magnétique a un gradient de 7.7 G/cm. Les faisceaux de refroidissement sont 6 organisés en 3 paires contrapropagatives sur 3 axes orthogonaux du PMO 3D. Chaque faisceau a une puissance optique d'environ 11 mW. Le flux d'atomes du PMO 2D est d'environ 5×10^8 atomes par seconde ce qui nous permet d'obtenir 10^9 atomes dans le PMO 3D après 3 s de chargement.

La chambre de science (PMO 3D) est conçue pour atteindre un vide. On y trouve la cavité optique et les bobines magnétiques, positionnées autour du support de la cavité est conçue pour atteindre un ultra-vide. Cette chambre de science comprend plusieurs accès optiques compte tenu le fait que le résonateur optique est à l'intérieur. En particulier, nous avons 4 fenêtres optiques CF400 (2 sur la direction verticale et deux sur la direction horizontale) 13 fenêtres optiques CF40 et 1 CF16.

Dans le PMO 2D le vide atteint à une valeur inférieur de 10^{-7} mbar à l'aide d'une pompe getter de 50 l/s et le vide de la chambre de science atteint à un vide de 10^{-10} mbar grâce à deux pompes ioniques de 20 l/s et deux pompe getter de 50 l/s (Fig. 2.1).

2.1.3 Caméra CCD

Nous utilisons une camera CCD (charge-coupled device, en anglais) pour détecter les atomes utilisant la technique d'imagerie par fluorescence ou par absorption. La caméra CCD est de modèle Ikon-M de marque Andor où l'image sur le capteur est obtenue par un télescope de marque Schneider Optics de modèle Xenoplan (1 :5) et avec un objectif microscope $\times 20$ de marque Zeiss. Ce dernier est attaché à un tube avec des lentilles qui amènent l'image sur le capteur. Nous utilisons cette caméra, selon la mesure que nous réalisons sur les atomes, dans le plan de la cavité ou en position perpendiculaire.

2.2 Laser du piège dipolaire et asservissement sur la cavité

Pour obtenir un piège dipolaire à haute puissance au centre du résonateur optique (voir section 3.3.1) nous utilisons une source laser commerciale (Distributed feedback Erbium dopped fiber laser (DFB EDFL), de modèle Koheras Adjistik, de chez NKT

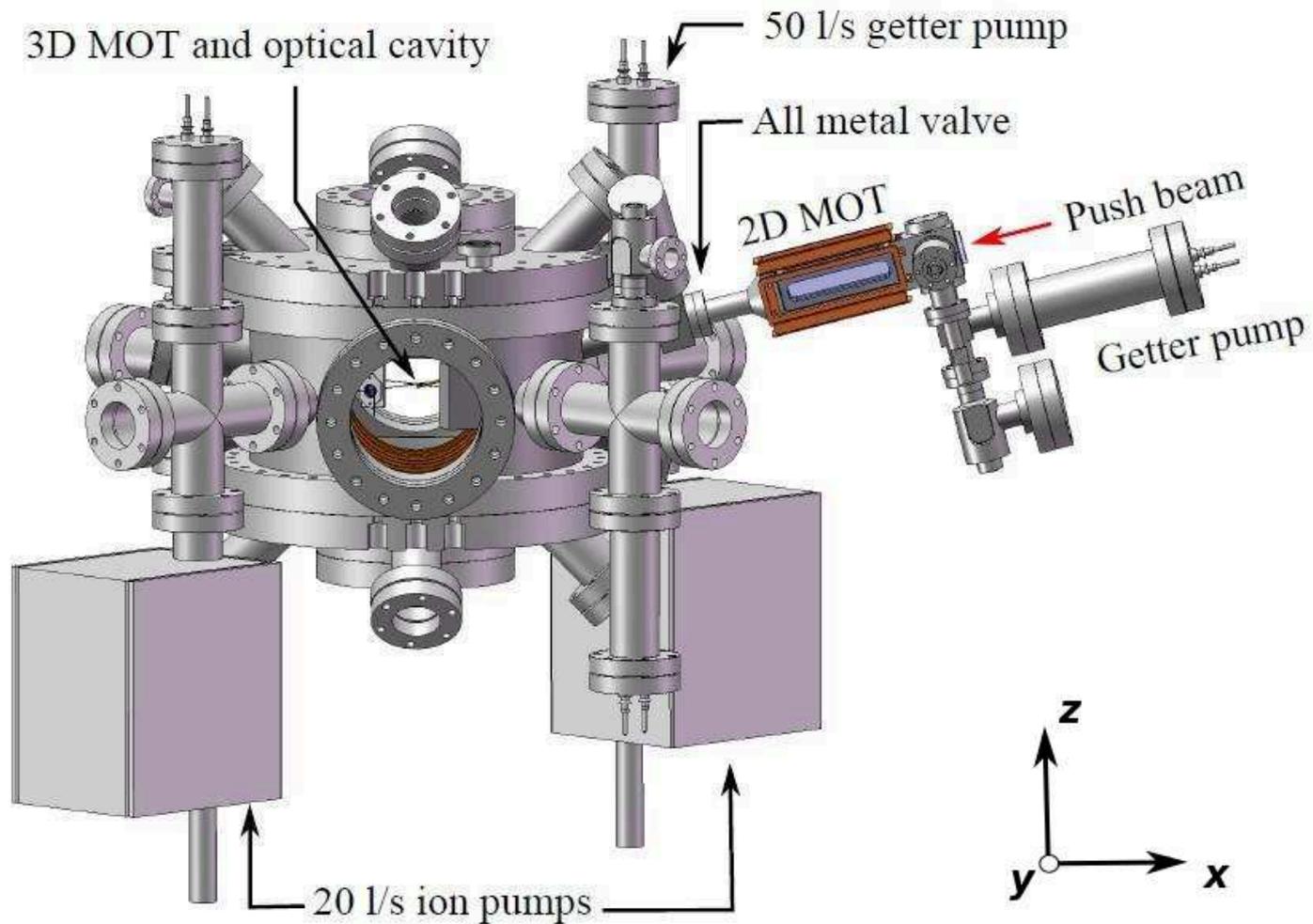


FIGURE 2.1 - *Enceinte à vide. Les atomes sont d'abord piégés et refroidis dans le PMO 2D (à droite de l'image) et ensuite poussés vers la chambre de science (à gauche de l'image) où ils sont piégés dans le PMO 3D au centre de la cavité.*

Photonics) à 1560 nm avec une largeur spectrale de 1 kHz mesurée sur 120 μ s. Cette source est ensuite amplifiée jusqu'à 3 W (Erbium doped fiber amplifier (EDFA), de chez Keopsys) avant d'être envoyée vers un modulateur électro-optique d'amplitude (MAEO, de marque ConOptics). A la sortie du MAEO, au maximum 30 % (voir section 1.2) de la lumière à 1560 nm sont injectés dans la cavité.

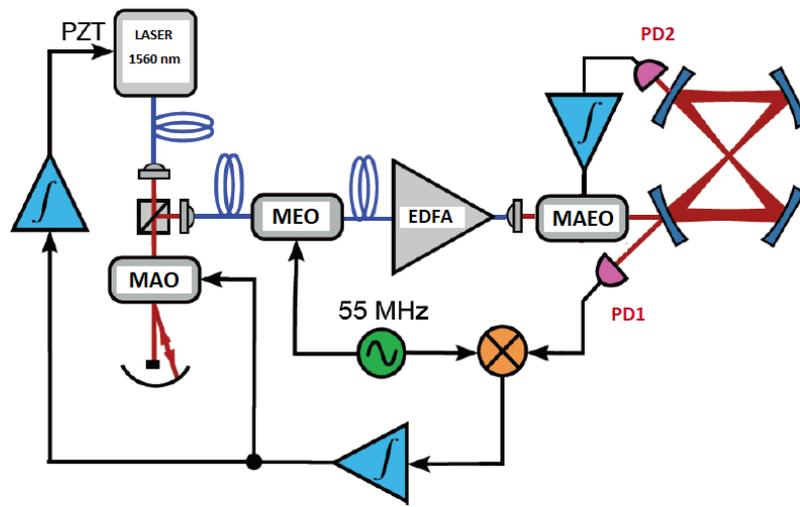


FIGURE 2.2 - Asservissement du laser de piège sur le résonateur. Le laser de piège à 1560 nm est asservi en fréquence sur la cavité grâce à la technique de PDH. Les corrections de haute fréquence sont réalisées sur le MAO, et les corrections à basse fréquence sur le TPZ du laser. La puissance intra-cavité est suivie grâce à une photodiode en transmission (PD2) et est corrigée à l'aide du MAEO.

Afin d'obtenir un piège dipolaire stable en fréquence et aussi en puissance nous asservissons le faisceau à 1560 nm sur la cavité optique par la technique de PDH [41] (voir section 2.3.3). En pratique la fréquence du laser fluctue tout comme la longueur de la cavité qui dérive au cours du temps. L'asservissement en fréquence sur le résonateur nous permet de maintenir le piège dipolaire à 1560 nm en résonance avec la cavité. Le schéma de montage expérimental est présenté dans la figure (2.2). Le laser passe à travers un MAO en configuration "cat's eye" double passage [87, 88] pour préserver l'alignement du faisceau quelle que soit la fréquence de modulation. Par la suite, pour obtenir le signal d'erreur, ce faisceau est injecté dans la fibre et modulé en phase grâce à un EOM. Avant d'être injecté dans la cavité ce faisceau est amplifié par un amplificateur fibré (EDFA) pour avoir une puissance optique de 3 W à la sortie du

MAEO (la puissance maximale à la sortie d'EDFA est 5 W). Cette puissance à l'entrée du résonateur nous permet d'obtenir une profondeur du piège optique maximale de 1.1 mK (voir section 3.3.2). Le MAEO permet de contrôler la puissance du faisceau pendant le chargement des atomes dans le piège dipolaire et durant le processus d'évaporation (voir sections 3.3 et 3.4). Pour les corrections à basse fréquence nous utilisons le TPZ du laser fibré avec une bande de correction de 1 kHz. Les corrections de haute fréquence sont envoyées vers le MAO à double passage avec une bande de correction d'environ 350 kHz limitée par MAO. En pratique, la limite de la bande passante provient du délai de temps lorsque l'onde acoustique se propage du transducteur ultrasonique vers le cristal du MAO. Nous avons remplacé le MAO utilisé pour les corrections à haute fréquence afin d'augmenter la plage de correction par un facteur de 5 (100 MHz) ainsi que la bande de correction par 100 kHz. Ce changement nous permet d'avoir un système d'asservissement plus robuste et répétable pour les séquences des expériences.

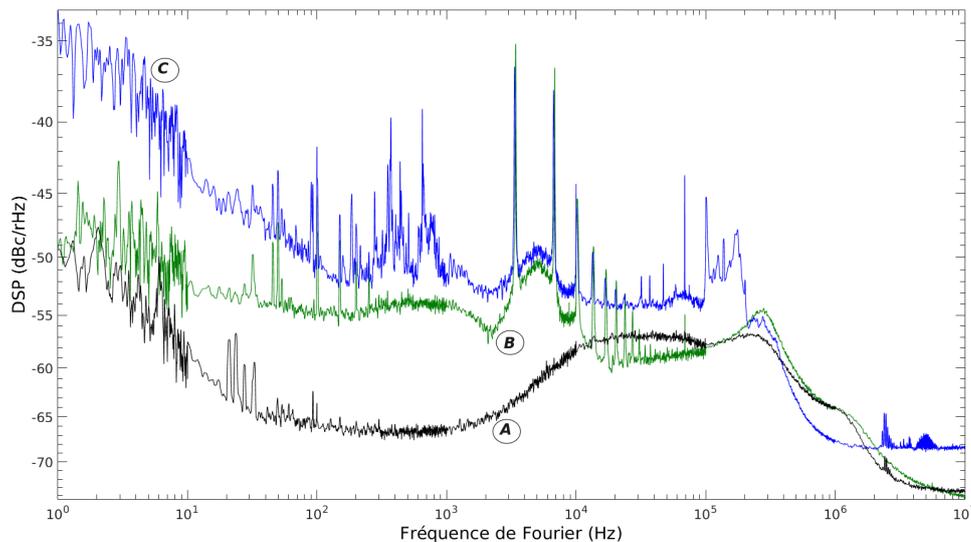


FIGURE 2.3 - Bruit d'intensité du laser de piège dipolaire avant et après la cavité. La densité spectrale du bruit d'intensité du laser de piège dipolaire (A) comparée avec le bruit d'intensité à l'entrée (B) et à la sortie (C) du résonateur. Le bruit d'intensité à l'entrée de la cavité (sortie du MAEO) est augmenté d'environ 12 dB dans la région de fréquence entre 50 Hz et 3 kHz et à la sortie d'environ 15 dB à cause du bruit de fréquence converti en bruit d'amplitude.

MAEO et stabilisation de la profondeur du piège : Le MAEO est constitué d'un cristal $LiNbO_3$ et d'un polariseur de Glan. Le modulateur fonctionne comme

un interféromètre optique où l'un des bras du faisceau est déphasé à l'aide du champ électrique appliqué au cristal non linéaire qui modifie sa biréfringence. Le polariseur Glan placé avant le MAEO permet de séparer les polarisations linéaires orthogonales. En pratique, l'intensité à la sortie du MAEO est contrôlée grâce à une tension appliquée à son contrôleur entre -2 V et 0. A la sortie du MAEO la correction de la largeur du col du faisceau est réalisée grâce à un télescope variable et une lentille pour optimiser le couplage de la lumière dans le résonateur. Pour éviter la création du réseau optique dans le résonateur, la polarisations de la lumière à la sortie du MAEO est corrigée en linéaire horizontale. Pendant le processus d'évaporation (voir section 3.4), nous réalisons une rampe d'intensité grâce au MAEO qui nous permet de diminuer l'intensité du faisceau du piège dipolaire par un facteur de 110.

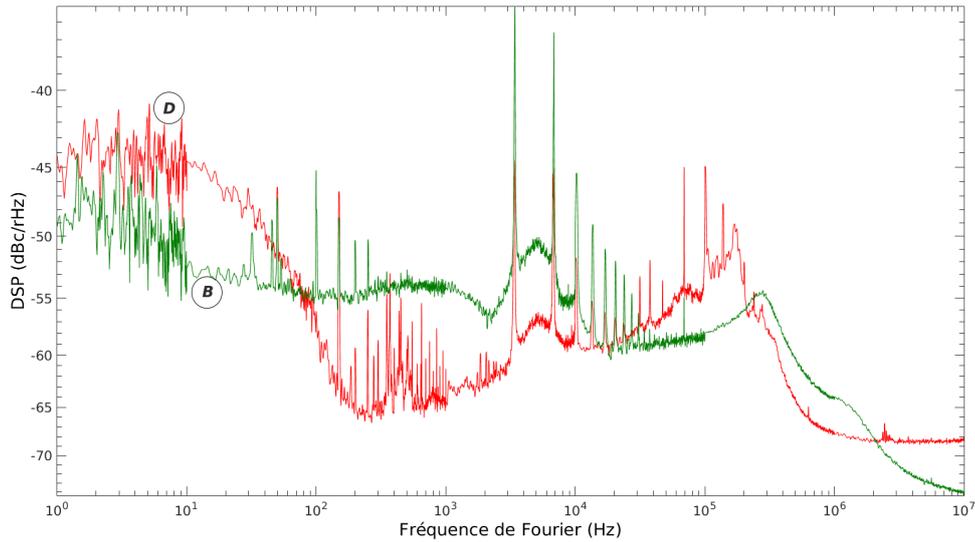


FIGURE 2.4 - Le bruit d'intensité du faisceau en transmission de la cavité comparé au bruit d'intensité à l'entrée de la cavité. (D) est la densité spectrale du bruit d'intensité du laser de piège dipolaire quand l'asservissement PDH est verrouillé et l'asservissement en puissance est appliqué sur le MAEO. (B) représente le bruit d'intensité à l'entrée du résonateur. Après la mise en place de l'asservissement en puissance à l'aide d'une photodiode en transmission et un PI, le bruit est réduit par 8 dB dans la région entre 150 Hz et 3 kHz.

Le bruit d'intensité du laser du piège dipolaire peut être un facteur limitant pour la durée de vie des atomes dans le potentiel optique¹ [89, 90]. En effet, à cause de

1. Le gaz résiduel dans la chambre ultra-vide peut être un facteur limitant le temps de vie des atomes dans le piège dipolaire de dizaine de secondes jusqu'à centaine secondes.

l'excitation paramétrique les atomes vont accumuler de l'énergie jusqu'à excéder la profondeur du piège et ne plus être piégés, ce qui va provoquer des pertes. Pour améliorer le processus d'évaporation et la durée de vie des atomes dans le piège dipolaire, nous avons étudié le bruit d'intensité de la source du piège optique et réalisé l'asservissement de la puissance optique. Le bruit d'amplitude à l'intérieur du résonateur peut avoir deux origines principales. La première est le bruit d'intensité du faisceau d'entrée du résonateur et la deuxième est le bruit de fréquence du piège dipolaire, converti en bruit d'amplitude par la cavité. Pour estimer le bruit d'intensité du piège dipolaire nous avons réalisé la mesure de la densité spectrale de puissance du bruit d'intensité à l'entrée et à la sortie du résonateur. Le bruit d'intensité à l'entrée de la cavité est 12 dB plus élevé que le bruit du laser à fibre (DFB EDFL) dans la région de fréquence entre 50 Hz et 3 kHz (Fig. 2.3, A et B). Nous pouvons constater que le bruit est introduit par l'EDFA et le MAEO. Le bruit d'intensité à la sortie du résonateur (Fig. 2.3, C) est augmenté d'environ 3 dB par rapport au bruit d'entrée. C'est du au bruit de fréquence du laser, mais le bruit d'intensité du laser à l'entrée du résonateur reste dominant.

Comme la fréquence du piège dipolaire est 1.1 kHz (voir section 3.3.1) et au cours du processus d'évaporation la fréquence moyenne du potentiel optique diminue jusqu'à une centaine de Hz, le bruit va être un facteur limitant pour le temps de vie des atomes, vu que l'énergie du bruit d'intensité au double de la fréquence du piège est transférée aux atomes pendant le processus du chauffage paramétrique.

Pour éviter cela nous avons mis en place un asservissement de la puissance où les corrections sont faites grâce au MAEO. Afin de mesurer les fluctuations d'amplitude à l'intérieur du résonateur et de rétroagir sur le MAEO nous utilisons une photodiode en transmission (PD2, 2.2). Pour obtenir un signal d'erreur le courant de cette photodiode est converti en tension à l'aide d'un montage de transimpédance et soustrait une tension continue. Cette soustraction nous permet aussi de contrôler le point de fonctionnement de l'asservissement (le contrôleur du MAEO fonctionne pour une tension entre 0 V et -2 V). Par la suite, le signal d'erreur est amplifié et intégré grâce à un PI avant d'être réinjecté dans le contrôleur du MAEO.

Le résultat obtenu après la mise en place de l'asservissement en puissance est présenté dans la figure (2.4, D). L'asservissement de puissance retire environ 8 dB de bruit dans la région de 150 Hz à 3 kHz et 5 dB dans la région de la fréquence de 3 kHz à 10 kHz. La nécessité de l'asservissement en puissance du faisceau à la sortie et non à l'entrée de la cavité est liée à deux raisons principales. Premièrement, cela nous permet de réduire le bruit d'amplitude induit par le bruit de fréquence du laser de piège dipolaire. En deuxième lieu, cela assure que la puissance intra-cavité reste

constant lorsque nous changeons l'angle d'inclinaison du miroir de la cavité pour réduire la rétrodiffusion du rayonnement à 1560 nm (voir section 3.3.2). Ce déplacement de l'angle varie l'injection de la lumière dans le résonateur et, grâce à l'asservissement, la puissance intra-cavité reste constante. Ce système d'asservissement permet d'obtenir un piège dipolaire intra-cavité constant en puissance d'un jour à l'autre et par conséquent d'augmenter la stabilité des paramètres expérimentaux tels que la température et le nombre d'atomes. Avec ce système d'asservissement le temps de vie des atomes est augmenté par un facteur de 3 et il est de 6.5 s dans le piège dipolaire. Cela nous permet d'atteindre à la condensation de Bose-Einstein après un processus d'évaporation de 3.2 s (voir section 3.3.2 et 3.5).

2.3 Atomes ultra-froids piégés dans des modes transverses

Différentes techniques ont été développées pour piéger plusieurs ensembles atomiques. L'une d'entre elles est l'utilisation de la technologie d'une pince optique, basée sur des déflecteurs acousto-optiques à haute efficacité. Cette technique permet de créer plusieurs pièges optiques et même de réaliser l'évaporation forcée pour obtenir de multiples condensats de Bose-Einstein [91, 92]. Une autre technique consiste à utiliser une cavité optique pour piéger des atomes dans les différents modes transverses. Elle a été démontrée expérimentalement dans un résonateur en anneau composé de 3 miroirs [93]. La réalisation de multiples pièges magnétiques a été démontrée dans les puces atomiques afin d'obtenir et de manipuler plusieurs ensembles atomiques [94–96]. Dans les puces, les atomes sont piégés dans un potentiel magnétique et il est possible de passer d'un seul puits de potentiel à deux en séparant spatialement l'ensemble atomique et en le recombinaison. Cette technique permet d'obtenir une séquence interférométrique avec un condensat de Bose-Einstein.

En utilisant la propriété non-dégénérée de notre cavité nous obtenons plusieurs pièges optiques au sein du résonateur et par conséquent de multiples ensembles atomiques piégés dans la cavité. En pratique, lorsque le mode transverse électromagnétique (TEM_{mn}) supérieur est excité dans la cavité les atomes sont piégés dans les différents cols du mode. Ces modes sont appelés *modes de Hermite-Gauss* [30] où les indices m et n donnent les modes transverses d'ordre supérieur (horizontaux pour $m > 0$ et verticaux pour $n > 0$).

Par ailleurs, le résonateur est non-dégénéré ce qui permet de manipuler les ensembles d'atomes ultra-froids. La géométrie du résonateur donne la possibilité d'exciter en même temps les différents modes dans la cavité et de passer d'un mode à l'autre. Nous changeons alors la forme du potentiel du piège dipolaire. Par exemple, un seul ensemble obtenu au centre de la cavité peut être divisé en deux puis recombéné.

Dans cette section, nous allons premièrement présenter l'obtention de plusieurs ensembles atomiques piégés dans les modes transverses de la cavité, jusqu'à l'obtention des condensats de Bose-Einstein au sein du résonateur (voir section 3.5.1). Puis, nous allons décrire le transfert atomique entre les modes transverses du résonateur. Cette technique servira de base pour manipuler un condensat de Bose-Einstein obtenu dans un piège optique et pour réaliser une séquence d'interférométrie avec le condensat de Bose-Einstein. Enfin, nous allons présenter la réalisation expérimentale de la manipulation d'un nuage thermique avec deux modes transverses.

2.3.1 Plusieurs ensembles atomiques au sein du résonateur

Réalisation expérimentale : Dans un premier temps, nous allons présenter le piégeage des atomes dans le mode transverse TEM_{mn} de la cavité pour mieux comprendre par la suite la manipulation d'atomes dans les modes supérieurs du résonateur.

Initialement, pour cette étude nous avons choisi le mode transverse TEM_{01} de la cavité puisqu'à la fin du processus d'évaporation un faisceau à 1529 nm est ajouté perpendiculairement au plan de la cavité (voir section 3.4.1). Pour optimiser l'excitation des modes transverses dans le résonateur, un masque de phase est utilisé dans le chemin incident lorsque l'injection de la lumière du mode fondamental est maximale. Ce masque comporte un saut de phase ($0-\pi$) permettant de projeter le mode TEM_{00} dans le mode TEM_{01} ou TEM_{10} avec un recouvrement de 79 % (Fig. 2.5).

En effet, en excitant le mode TEM_{01} dans la cavité pendant le chargement des atomes dans le piège dipolaire intra-cavité (voir section 3.3.1) nous obtenons deux ensembles atomiques dans la direction verticale du plan de la cavité (Fig. 2.6). Le nombre d'atomes dans chaque puits de potentiel optique est de 7×10^5 et la température des atomes d'environ 130 μ K. L'injection de la lumière du mode TEM_{10} pendant le chargement des atomes donne la possibilité d'obtenir 4 ensembles atomiques dans le plan du résonateur ou 9 ensembles atomiques lorsque nous utilisons le mode TEM_{20} [97]. Le chargement des atomes dans les modes supérieurs de la cavité permet d'obtenir plusieurs condensats au sein du résonateur, comme présenté dans le chapitre suivant.

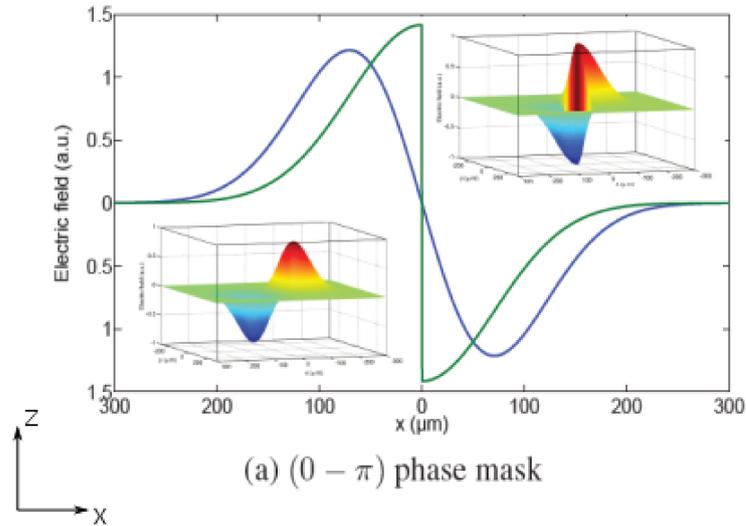


FIGURE 2.5 - Transformation du mode par masque de phase. La projection sur le mode TEM_{10} est réalisée lorsque le masque de phase est positionné selon l'axe x et sur le mode TEM_{01} selon l'axe z (en vert). Le mode TEM_{10} est présenté en bleu selon l'axe x (en bleu).

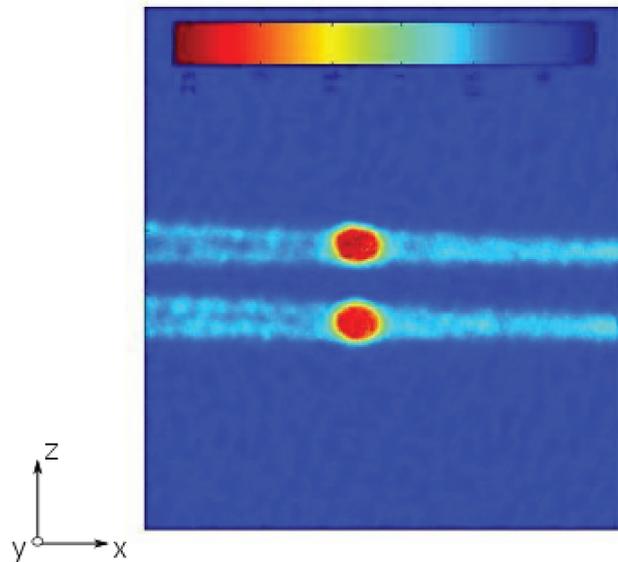


FIGURE 2.6 - Deux ensembles atomiques piégés simultanément dans le mode TEM_{01} de la cavité. L'image est dans le plan perpendiculaire du résonateur et l'échelle de couleur représente la densité atomique. A chaque puits du potentiel le nombre d'atomes est environ 7×10^5 avec une température de $130 \mu K$

2.3.2 Transfert atomique dans les modes transverses

Réalisation expérimentale : Pour obtenir les modes transverses simultanément excités dans la cavité optique, nous avons réalisé quelques modifications du système expérimental. Ces modifications permettent d’avoir à la fois deux différents modes dans le résonateur et de contrôler leur puissance optique à l’entrée de la cavité.

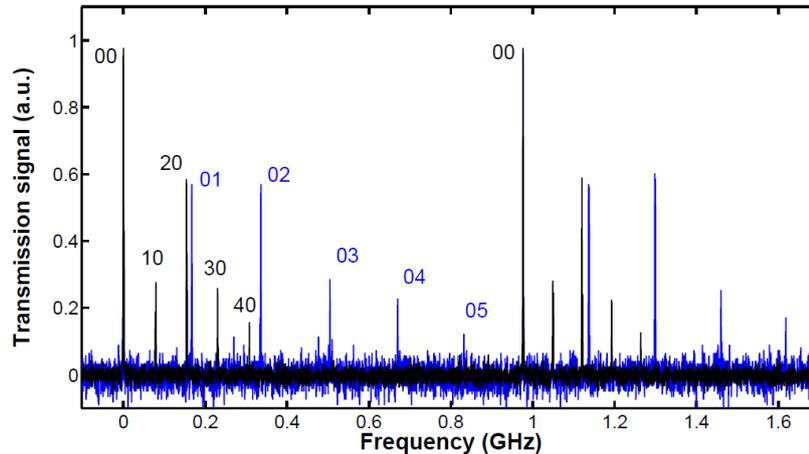


FIGURE 2.7 - Spectre de la fréquence de la cavité lorsque l’injection est désalignée. Les modes transverses TEM_{01} et TEM_{10} sont déplacés par rapport au mode fondamental respectivement de 165 MHz et 80 MHz.

Pour notre étude, nous avons choisi les modes supérieurs TEM_{01} et TEM_{10} . Ce dernier permet d’obtenir 4 pièges optiques au sein du résonateur lorsque le mode se recroise au centre. Dans un premier temps, nous avons injecté le mode fondamental dans le résonateur pour obtenir un seul ensemble atomique ultra-froid ou un seul condensat (voir section 3.5.1). Ensuite, nous avons réalisé l’excitation du mode supérieur dans la cavité en utilisant un port d’injection différent. Cela permet d’avoir les deux chemins optiques indépendants pour pouvoir contrôler l’intensité du faisceau et d’utiliser un masque de phase ($0-\pi$) sur le chemin optique. Le masque de phase est positionné verticalement ou horizontalement selon le mode que nous cherchons à exciter dans le résonateur. Dans la figure (2.8) est représenté le schéma expérimental pour exciter les deux différents modes. Le mode fondamental est initialement excité et asservi sur le résonateur grâce à la technique de PDH (voir section 1.2). Le faisceau utilisé pour le mode supérieur provient du MAEO qui contrôle la puissance à l’entrée de la cavité (mode TEM_{00}) en rejetant une partie de la lumière sur le côté. La partie rejetée de la lumière est injectée dans un MAO pour le déplacement en fréquence et le contrôle de la puissance. Ce déplacement en fréquence du mode supérieur est

nécessaire pour qu'il soit aussi en condition de résonance avec la cavité. Pour connaître les fréquences de déplacement, nous avons mesuré le spectre de la transmission de la cavité (Fig.2.7). Comme mentionné auparavant, nous voulons exciter les modes supérieurs TEM_{01} et TEM_{10} dans le résonateur, ainsi la fréquence du faisceau doit être déplacée respectivement de -80 MHz ou -165 MHz.

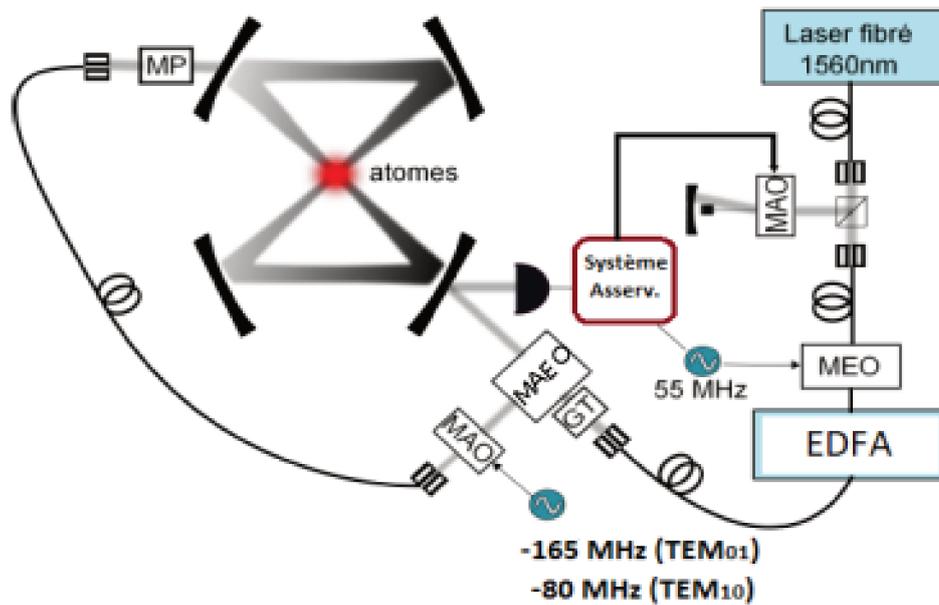


FIGURE 2.8 - Schéma expérimental pour le transfert des atomes dans les modes supérieurs de la cavité. Le mode fondamental provient d'un laser fibré à 1560 nm qui est amplifié par l'EDFA et injecté dans la cavité. Ce mode est asservi sur la cavité grâce au MAO double passage (section 2.2). Le MAEO contrôle la puissance du mode TEM_{00} en rejetant une partie de la lumière sur le côté. Cette lumière est utilisée pour injecter dans le résonateur les modes transverses TEM_{01} ou TEM_{10} . Pour que ces deux modes soient résonants avec la cavité ils sont déplacés en fréquence à l'aide d'un MAO respectivement de -165 MHz (TEM_{01}) et de -80 MHz (TEM_{10}). A l'entrée de la cavité le masque de phase (MP) est utilisé pour optimiser l'injection des modes supérieurs.

Après ce déplacement en fréquence, le faisceau gaussien à 1560 nm passe par le masque de phase avant d'être injecté. Grâce au MAEO nous pouvons contrôler le rapport de puissance des deux faisceaux : si nous diminuons la puissance du mode

fondamental, la puissance du mode supérieur augmente. Ainsi, en utilisant un seul laser source et un système d'asservissement, nous pouvons obtenir deux différents modes transverses en résonance avec la cavité dont il est possible de contrôler le rapport de puissance pour passer d'un mode à l'autre dans la cavité. Le MAO utilisé pour déplacer la fréquence du mode transverse peut être appliqué pour contrôler indépendamment la puissance du mode TEM_{01} et TEM_{10} lors du transfert atomique.

En pratique, pour optimiser l'injection de la puissance des modes transverses dans le résonateur, nous diminuons au minimum la puissance du mode fondamental afin d'obtenir une puissance élevée dans le mode supérieur tout en conservant l'asservissement sur la cavité. Par la suite, nous maximisons la puissance du mode supérieur à la sortie du résonateur en changeant la fréquence du MAO et en améliorant l'alignement des miroirs d'injection.

2.3.3 Résultats

En premier lieu, nous avons réalisé l'expérience de transfert des atomes vers le mode TEM_{01} en partant d'un ensemble piégé dans le mode fondamental de la cavité. Pour le faire, nous avons d'abord chargé les atomes dans TEM_{00} (voir section 4.3.2) puis nous avons diminué la puissance du potentiel optique (3.40) durant 2 s pour atteindre à une profondeur du piège de $50 \mu\text{K}$ où l'asservissement de la fréquence est stable. A la fin de cette rampe, la puissance du mode TEM_{01} est augmentée en 50 ms de 0 à 5 W à l'entrée du MAO. Le nuage atomique est transféré du mode TEM_{00} vers le mode TEM_{01} qui a une intensité environ 5 fois plus grande au centre de la cavité (Fig. 2.9, b). Les deux ensembles atomiques après le transfert sont présentés sur la figure (2.9, a). La distance entre les deux cols du faisceau est de $113 \pm 2.5 \mu\text{m}$. Pour estimer l'efficacité du transfert, nous avons réalisé la caractérisation en terme de la température et le nombre d'atomes. Pour cela, nous avons noté les deux ensembles atomiques S_{\uparrow} et S_{\downarrow} respectivement pour le nuage atomique en haut et en bas sur l'axe z ($z_{\uparrow} > z_{\downarrow}$). Avant le processus de transfert des atomes, c'est-à-dire après la rampe de 2 s nous obtenons un nuage atomique avec un nombre d'atomes de 4.6×10^5 à une température de $47 \mu\text{K}$. Après le transfert S_{\uparrow} est constitué de 3.4×10^4 atomes à une température de $15 \mu\text{K}$ et S_{\downarrow} est constitué de 1.5×10^5 atomes avec une température de $27 \mu\text{K}$. Nous pouvons observer que pendant le transfert 58 % des atomes sont perdus et le nombre d'atomes en S_{\downarrow} est plus élevé par un facteur de 10. Lorsqu'un nuage atomique à une température initiale plus basse est transféré dans le mode TEM_{01} tous les atomes passent dans le puits de potentiel S_{\downarrow} après le processus du transfert.

Les raisons de ce comportement peuvent être multiples : avant tout, la forme du potentiel du mode TEM_{01} n'est pas symétrique à cause de l'influence du potentiel gravitationnel (Fig. 2.9, c). La deuxième raison est que la distance entre les deux minimums du mode transverse TEM_{01} est supérieure à la taille du nuage initial. Pour améliorer le processus et obtenir un transfert adiabatique, nous envisageons d'utiliser un contrôle quantique optimal [98, 99] pour pouvoir contrôler la dynamique du système pendant le transfert. Des études théoriques sont en cours en collaboration avec l'Université d'Hanovre (Institut of Quantum Optics).

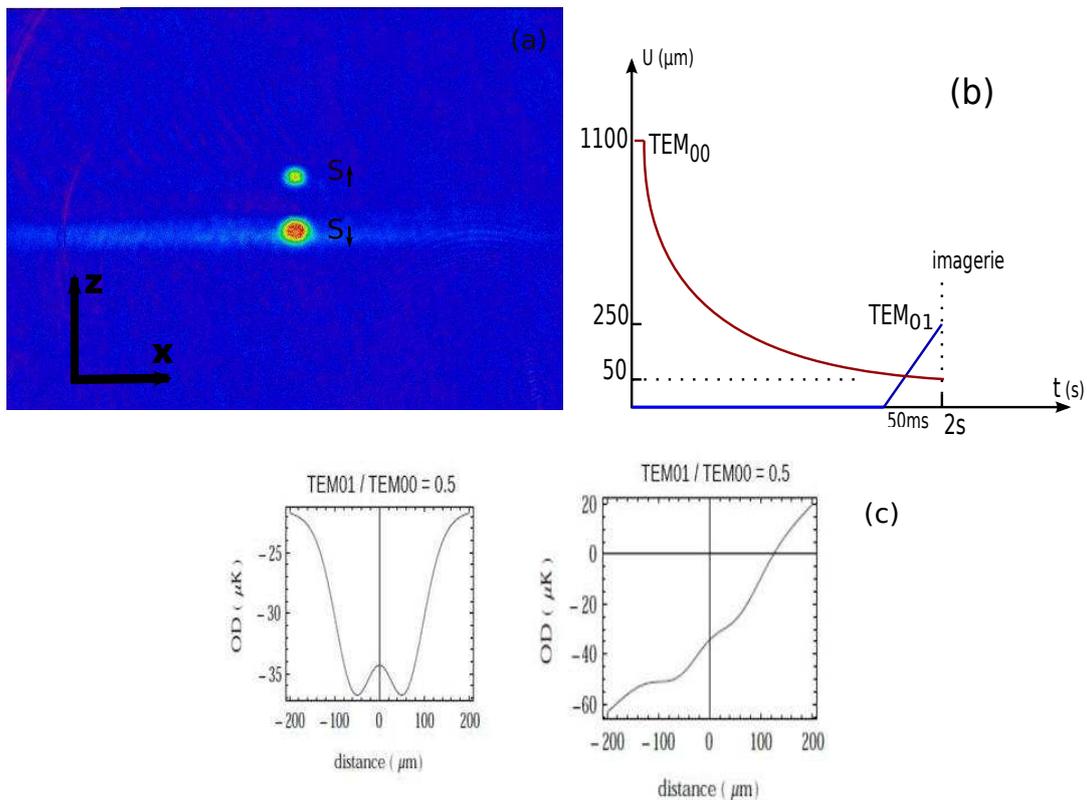


FIGURE 2.9 - Atomes transférés dans le mode transverse TEM_{01} . Initialement les atomes sont chargés dans le mode TEM_{00} du résonateur et ensuite transférés dans le mode TEM_{01} . Après une rampe de 2 s la profondeur du piège du mode fondamental atteint à une valeur de $50 \mu\text{K}$ (b). A la fin de la rampe du mode TEM_{00} l'intensité du mode transverse TEM_{01} est augmentée linéairement pendant 50 ms ce qui permet d'obtenir une profondeur du piège $250 \mu\text{K}$ (b). Les deux ensembles atomiques après le transfert sont présentés sur (a) où les nuages atomiques sont notés S_{\uparrow} et S_{\downarrow} avec $z_{\uparrow} > z_{\downarrow}$. (c) représente la forme du potentiel optique sans (à gauche) et avec l'influence du potentiel gravitationnel (à droite) lorsque $TEM_{01}/TEM_{00} = 0.5$. L'axe horizontal est la distance entre les puits de potentiel et le vertical est la profondeur optique.

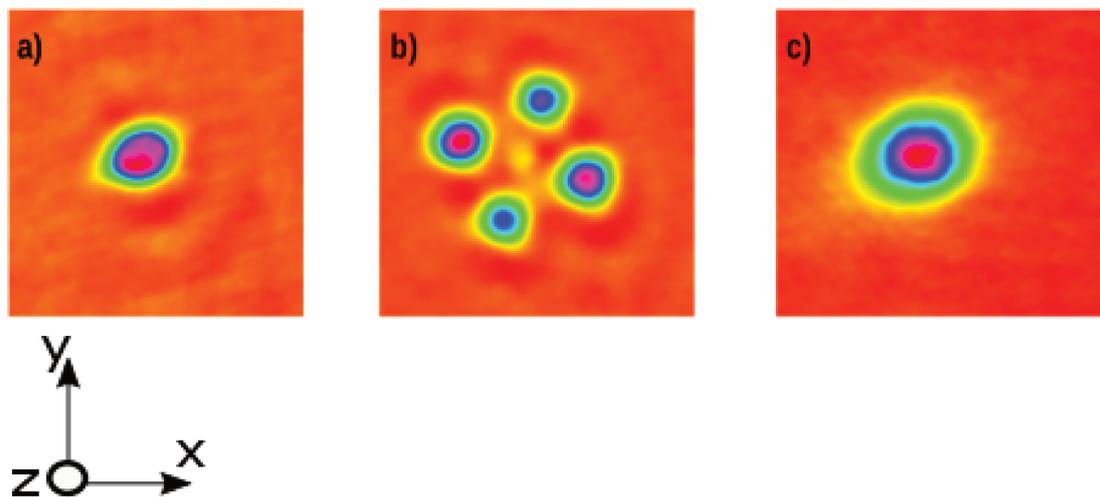


FIGURE 2.10 - Atomes transférés du mode fondamental vers le mode transverse TEM_{10} . Le nuage atomique est obtenu dans le mode fondamental après une rampe de 3.2 s (a). Par la suite, les atomes sont transférés dans le mode TEM_{10} (b) du résonateur et rembobinés (c).

En deuxième lieu, nous avons choisi de réaliser la même expérience en utilisant le mode transverse TEM_{10} de la cavité qui nous permet d'obtenir quatre puits de potentiel symétriques au centre du résonateur. Pour ce mode l'effet du potentiel gravitationnel est symétrique car tous les minima du potentiel optique se situent dans le plan de la cavité.

Nous commençons le processus de transfert du mode fondamental vers le mode TEM_{10} avec un nuage atomique obtenu après une rampe d'évaporation de 3 s. Avant le transfert le nuage atomique est constitué de 1.3×10^5 atomes à une température de $1 \mu\text{K}$ (2.10 a). A la fin de la rampe d'évaporation l'intensité du mode supérieur TEM_{10} est augmentée linéairement en 60 ms de 0 à 5 W à l'entrée du MAO (MAO contrôle la fréquence et la puissance du mode supérieur à l'entrée du résonateur) ce qui nous permet d'obtenir 4 ensembles atomiques au sein de la cavité (2.10 b). Après un temps de rethermalisation de 10 ms, ces nuages sont recombinaison. Pour cela, l'intensité du mode TEM_{10} est diminuée en 40 ms linéairement de 5 W à 0 (2.10 c). A la fin du processus de recombinaison, nous observons que l'efficacité est de 95 %, 5 % des atomes chargés initialement dans le mode fondamental sont donc perdus pendant la séquence de transfert et de recombinaison. Après le processus de recombinaison, la température des atomes est élevée par un facteur de 2. Cette augmentation peut être liée au fait que les deux pièges optiques ne sont pas indépendamment asservis sur la cavité. Ainsi, nous avons observé des fluctuations à long terme de l'intensité du mode TEM_{10} , typiquement 10 % pendant 1 s. L'origine de ces fluctuations est thermique, puisque le faisceau est injecté dans le MAO en espace libre et ensuite dans un fibre optique avant que cette lumière soit injectée dans le résonateur. De plus, pendant le processus de transfert le faisceau du mode fondamental n'est pas totalement coupé, il est sur sa valeur minimale ($U_{dip} \sim 12 \mu\text{K}$) pour maintenir le laser à résonance avec la cavité.

Pour obtenir un processus adiabatique et éviter l'échauffement de l'échantillon et la perte des atomes, nous pouvons là encore utiliser un contrôle optimal [98, 100, 99] qui sera aussi la base de la réalisation de l'expérience avec un condensat de Bose-Einstein. Afin de corriger les fluctuations de l'intensité du mode supérieur au centre du résonateur, il est possible de réaliser un deuxième asservissement de puissance grâce au MAO ou d'asservir indépendamment le mode TEM_{10} sur le résonateur en utilisant une autre source de laser.

2.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté le dispositif expérimental qui est composé d'un PMO 2D pour obtenir un flux atomique refroidi préalablement et un PMO 3D pour obtenir un nuage atomique de 10^9 atomes dans la chambre de science où se trouve la cavité optique.

Par la suite, nous avons présenté le schéma d'asservissement du laser de piège sur la cavité avec la technique de PDH. Cet asservissement permet d'avoir le piège optique toujours résonant avec le résonateur. Le contrôle de la puissance du piège se réalise grâce au MAEO. Pour éviter l'échauffement des atomes dans ce piège dipolaire et augmenter leur temps de vie nous avons mis en place un asservissement en puissance qui nous permet de stabiliser l'intensité du piège optique au centre du résonateur et de retirer environ 8 dB du bruit d'intensité dans la région entre 150 Hz et 3 kHz.

Les propriétés du résonateur optique nous permettent de piéger et de refroidir un grand nombre d'atomes dans les différents modes TEM_{mn} de la cavité. Cette cavité non-dégénérée permet d'exciter simultanément les différents modes transverses et de passer ainsi d'un seul puits de piège optique à 2 ou à 4. Nous avons présenté le schéma expérimental qui nous permet de changer le mode dans le résonateur et de diviser un seul ensemble chargé dans le mode fondamental en 2 (TEM_{01}) ou 4 (TEM_{10}) ensembles atomiques.

Cette étude nous ouvre la possibilité de manipuler un ou plusieurs ensembles atomiques ultra-froids initialement obtenus dans les modes transverses du résonateur. C'est une base pour une séquence d'interférométrie avec condensat de Bose-Einstein. Le condensat de Bose-Einstein obtenu dans le mode fondamental de la cavité peut être séparé adiabatiquement en multiples condensats puis recombinaison grâce à l'application des outils de contrôle quantique optimal [98, 100, 99]. Ce schéma expérimental nous donnera la possibilité de mesurer la phase relative entre des nuages ultra-froids ou condensats après la recombinaison ainsi que la phase relative entre des condensats préparés indépendamment dans les modes transverses supérieurs du résonateur.

Chapitre 3

Condensats de Bose-Einstein dans une cavité non-dégénérée

3.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter la réalisation d'un et de plusieurs condensats de Bose-Einstein dans un piège dipolaire intra-cavité où un grand nombre de particules s'accumulent dans un seul état microscopique. Pour obtenir un état condensé de la matière, il est nécessaire de refroidir fortement l'échantillon atomique de façon à accroître l'étalement de la fonction d'onde et à délocaliser la position d'un atome. Cela permettra de s'approcher de la limite où la longueur d'onde thermique des atomes du gaz devient comparable à la distance entre les particules.

Dans un premier temps, nous allons faire un bref rappel de la théorie de la condensation de Bose-Einstein. Ensuite, nous allons décrire les paramètres importants du piège dipolaire décalé en fréquence vers le rouge par rapport à la transition atomique (raie D2 de ^{87}Rb). Cela permettra de détailler le transfert des atomes du PMO (piège dissipatif) vers un piège dipolaire intra-cavité (un piège conservatif). Par la suite, nous allons présenter la technique de refroidissement évaporatif pour réduire la température de l'échantillon. Nous allons donc décrire le processus d'évaporation optique qui mène à l'obtention du condensat de Bose-Einstein dans les modes transverses TEM_{00} et TEM_{01} de la cavité. Par la suite, nous montrerons la performance du piège dipolaire et la nécessité d'ajouter un faisceau à 1529 nm propageant dans la direction verticale du plan de la cavité pour maintenir un taux de collision entre les atomes assez élevé qui

permettra de rethermaliser l'échantillon assez rapidement et d'obtenir un condensat de Bose-Einstein. Nous finirons le chapitre en présentant les résultats obtenus dans les modes transverses du résonateur.

3.2 Condensation de Bose-Einstein

Avant de décrire le processus de réalisation d'un ou plusieurs condensats de Bose-Einstein tout optique dans la cavité, nous allons rappeler quelques notions sur le phénomène de condensation de Bose-Einstein dans un gaz dilué.

Le condensat de Bose-Einstein est un état de la matière où une large fraction d'atomes se retrouve dans l'état fondamental du système qui est conduit par la statistique de Bose-Einstein. Ces particules bosoniques peuvent occuper simultanément le même état quantique, contrairement aux fermions qui suivent le principe d'exclusion de Pauli. Dans ce processus, le caractère bosonique des particules est de première importance car il leur permet d'interférer constructivement en créant une onde quantique macroscopique. Ainsi, le phénomène de condensation tient aux propriétés ondulatoires d'une particule. D'après le principe de dualité onde-corpuscule, une longueur d'onde dite de Louis de Broglie $\lambda_{dB} = h/p$ est associée à toute particule possédant une impulsion p . Dans le cadre de la théorie non-relativiste, l'impulsion d'une particule dépend de son énergie cinétique et pour le cas d'un gaz l'énergie cinétique est liée à l'énergie thermique. Ainsi, nous introduisons la longueur d'onde de De Broglie thermique pour un gaz :

$$\lambda_{dB} = \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_bT}} \quad (3.1)$$

où m est la masse d'une particule et T est la température du gaz. L'un des paramètres principaux pour décrire le phénomène de condensation de Bose-Einstein est la densité dans l'espace des phases D qui permet de comparer la longueur de De Broglie thermique avec la distance moyenne entre les particules $D = n_{at}\lambda_{dB}^3$. Cette grandeur est proportionnelle à la densité de volume du gaz n_{at} exprimée en nombre des atomes par unité de volume et à la longueur d'onde de De Broglie.

3.2.1 Bosons sans interactions

Pour décrire les caractéristiques basiques du condensat de Bose-Einstein, nous allons d'abord introduire le potentiel du piège optique approximé par un piège harmonique [101]. Ainsi :

$$V_{ext}(\mathbf{r}) = \frac{m}{2}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2) \quad (3.2)$$

où ω_x , ω_y et ω_z sont les fréquences selon les trois axes propres du piège harmonique. D'abord, les interactions à deux corps sont négligées et l'Hamiltonien du système est la somme des Hamiltoniens de chaque particules dont les valeurs propres s'écrivent :

$$\varepsilon_{n_x n_y n_z} = \hbar(n_x \omega_x + n_y \omega_y + n_z \omega_z) + \frac{\hbar}{2}(\omega_x + \omega_y + \omega_z) \quad (3.3)$$

où n_x, n_y, n_z sont des entiers positifs. La fonction d'onde des bosons du niveau fondamental confinés dans un piège optique est donnée sous la forme suivante :

$$\varphi(\mathbf{r}) = \left(\frac{m\bar{\omega}}{\pi\hbar}\right)^{3/4} \exp\left[-\frac{m}{2\hbar}(\omega_x^2 x^2 + \omega_y^2 y^2 + \omega_z^2 z^2)\right] \quad (3.4)$$

Donc, la distribution de densité est $n(\mathbf{r}) = N_{at}|\varphi|^2$ qui est proportionnelle au nombre des atomes. La taille du nuage atomique dans un piège optique dépend uniquement des paramètres du piège et non du nombre d'atomes. Le paramètre définissant la taille du nuage est la géométrie de l'oscillateur harmonique $a_{oh} = (\hbar/m\bar{\omega})^{1/2}$ où $\bar{\omega}$ est la fréquence moyenne de cet oscillateur.

En pratique, dans un condensat, seulement une fraction d'atomes se trouve dans l'état fondamental et les atomes occupant les états excités de haute énergie forment le nuage thermique. Il faut bien noter que la largeur de la partie thermique est plus grande que a_{oh} , par conséquent $\hbar\bar{\omega} \ll k_B T$. La densité du nuage thermique est décrite par la distribution de Boltzmann $n_{th}(r) \propto \exp[-V_{ext}(r)/k_B T]$ et la largeur Gaussienne est donnée par la relation suivante :

$$r_{th} = a_{ho}(k_B T/\hbar\bar{\omega})^{1/2} \quad (3.5)$$

Dans la limite thermodynamique, pour une température T , le nombre total d'atomes N est donné par l'ensemble canonique¹ :

$$N = \sum_{n_x, n_y, n_z} (\exp[\beta(\varepsilon_{n_x n_y n_z} - \mu)] - 1)^{-1} \quad (3.6)$$

où μ est le potentiel chimique et $\beta = (k_B T)^{-1}$. Pour définir la température critique et la fraction d'atomes dans l'état d'énergie le plus bas, nous allons utiliser l'équation (3.6). Dans le cas d'un condensat uniforme il est pratique de séparer la valeur propre de l'état de plus basse énergie de la relation (3.6), avec N_0 le nombre d'atomes dans cet état. Lorsque le potentiel chimique devient égal à l'énergie de l'état le plus bas, la somme précédente est :

$$N - N_0 = \sum_{n_x, n_y, n_z \neq 0} (\exp[\beta \hbar (n_x \omega_x + n_y \omega_y + n_z \omega_z)] - 1)^{-1} \quad (3.7)$$

Pour $N \rightarrow \infty$, lorsque la distance entre les particules devient petite, la représentation en somme est remplacée par une intégrale sur $[0, \infty]$. L'intégrale donne la description semi-classique et reste valide tant que $k_B T \gg \hbar \omega_{oh}$, donc quand l'énergie cinétique des atomes dans le potentiel est plus grande que l'espacement des énergies dans l'oscillateur harmonique. En déterminant dans la relation précédente le nombre d'atomes N_0 dans l'état de plus basse énergie, il est possible de déduire la température critique T_c [101] qui décrit l'apparition du phénomène de condensation. Cette relation est donnée dans la limite thermodynamique et définie en fonction du nombre d'atomes :

$$k_B T_c = \hbar \bar{\omega} \left(\frac{N}{\zeta(3)} \right)^{1/3} = 0.94 \hbar \bar{\omega} N^{1/3} \quad (3.8)$$

où $\zeta(n)$ est la fonction de Riemann. En utilisant la relation de densité dans l'espace des phases et la relation (3.1) nous pouvons déterminer que l'ordre de grandeur de D est 1 quand la température critique est achevée. La fraction condensée est introduite par le ratio entre le nombre d'atomes dans l'état fondamental N_0 et le nombre total d'atomes. Cette fraction est exprimée en fonction de la température T_c .

1. Dans un ensemble canonique, le système considéré est supposé en contact avec le réservoir et seulement l'énergie peut être échangée entre les deux. Ces échanges ne modifient pas distinctement l'état du réservoir.

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3 \quad (3.9)$$

A partir de la relation (3.8), l'existence de deux termes de l'énergie dans un gaz classique est évidente et selon l'approximation semi-classique lorsque le nombre d'atomes est large alors le terme d'énergie $k_B T_c$ est toujours plus grand de $\hbar\bar{\omega}$.

En pratique, le modèle de l'oscillateur harmonique sans interactions donne la possibilité de calculer la température de la transition de l'état thermique vers un état condensé.

Les équations présentées auparavant sont valides seulement dans la limite thermodynamique où $N \rightarrow \infty$. Au lieu de prendre la limite précédente où le potentiel chimique μ est indépendant du nombre d'atomes, nous pouvons définir la fraction condensée (3.9) pour un nombre d'atomes fini [101]. Dans cette relation μ est dépendant du nombre d'atomes et la température T . Par conséquent, la correction au premier ordre de la fraction condensée aura la forme suivante :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_c}\right)^3 - \frac{(\eta_{asy} + 2)\zeta(2)}{2\eta_{asy}^{1/3}\zeta(3)^{2/3}} \left(\frac{T}{T_c}\right)^2 N^{-1/3} \quad (3.10)$$

où η_{asy} représente l'asymétrie du piège et dépend seulement des fréquences de piège optique. La température critique change également en fonction des fréquences de piège et le déplacement de la température critique est défini comme suit :

$$\frac{\delta T_c}{T_c} = \frac{(\eta_{asy} + 2)\zeta(2)}{6\eta_{asy}^{1/3}\zeta(3)^{2/3}} N^{-1/3} \quad (3.11)$$

Avec l'utilisation de la valeur de l'asymétrie du piège $\eta_{asy} = 0.1$ la température critique est 5% plus faible. Dans la partie suivante nous allons traiter les effets d'interactions à deux corps. Pour notre cas où le nombre d'atomes dans le condensat est au maximum 5×10^4 les effets de taille finie sont négligeables par rapport aux effets d'interactions.

3.2.2 Interactions à deux corps dans un condensat

Dans l'Hamiltonien d'un condensat de Bose-Einstein apparaît le terme du potentiel $V(\mathbf{r}-\mathbf{r}')$ représentant les interactions à deux corps. Ce potentiel inter-atomique modifie

la fonction d'onde φ donnée en (3.4). Dans un gaz dilué, à très basse température seules les collisions binaires sont importantes. Pour caractériser ces collisions un seul paramètre est nécessaire, celui de la longueur de diffusion des collisions dans l'onde s , notée a . Il est possible de représenter le potentiel effectif par la longueur de diffusion en utilisant la constante de couplage $g = 4\pi\hbar^2 a/m$, il s'écrit alors $V(\mathbf{r}' - \mathbf{r}) = g\delta(\mathbf{r}' - \mathbf{r})$. La valeur de la longueur de diffusion entre les atomes décrit la répulsion positive et l'attraction négative entre les atomes. Pour notre cas, avec les atomes de ^{87}Rb , la longueur de diffusion est positive ce qui conduit à un potentiel inter-atomique répulsif. D'après l'équation d'Heisenberg de l'Hamiltonien à N corps, la fonction d'onde du condensat confiné dans un potentiel V_{ext} est présentée comme suit :

$$i\hbar\frac{\partial}{\partial t}\psi(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V_{ext}(\mathbf{r}) + g|\psi(\mathbf{r}, t)|^2 \right)\psi(\mathbf{r}, t) \quad (3.12)$$

qui décrit l'évolution temporelle de l'opérateur de champ et est nommée l'équation Gross-Pitaevskii (GP) [101]. L'équation (3.12) est valide pour le cas où la longueur de diffusion a est petite devant la distance moyenne entre les atomes et le nombre d'atomes doit être largement supérieur à 1 ($N \gg 1$). Pour l'état fondamental, nous cherchons à obtenir une solution stationnaire à cette équation. Pour cela nous pouvons séparer les variables d'espace de la variable temporelle. Par conséquent, la fonction d'onde du condensat devient $\psi(\mathbf{r}, t) = \varphi(\mathbf{r})\exp[-i\mu t/\hbar]$. L'équation (3.12) se réécrit alors sous la forme suivante :

$$\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2 + V_{ext}(\mathbf{r}) + g|\varphi(\mathbf{r})|^2 \right)\varphi(\mathbf{r}) = \mu\varphi(\mathbf{r}) \quad (3.13)$$

où μ est le potentiel chimique. L'équation est non linéaire à cause des interactions inter-atomiques. Par l'intégration de l'équation de GP nous obtenons l'expression du potentiel chimique en fonction des différentes contributions d'énergies :

$$\mu = (E_{cin} + E_{oh} + E_{int})/N \quad (3.14)$$

Dans cette équation, l'énergie cinétique est $E_{cin} \sim N_0\hbar^2\nabla^2/2m$, l'énergie de l'oscillateur harmonique est $E_{oh} \sim N_0V_{ext}$ et l'énergie d'interaction est $E_{int} \sim gN_0^3$. Les deux derniers termes représentent les énergies potentielles des atomes. En pratique, il est possible de mesurer l'énergie de l'ensemble des atomes quand nous intégrons

la distribution de vitesse des atomes après que le piège optique soit coupé et que le nuage atomique commence à s'étendre. Cette énergie est liée à l'énergie cinétique et à l'énergie d'interaction des atomes.

Approximation de Thomas-Fermi : Dans l'approximation où la densité des atomes représente une variation spatiale lente et l'énergie d'interaction commence à être plus importante que l'énergie cinétique nous obtenons le profil de la densité sous la forme suivante :

$$n_0(r) = g^{-1}[\mu - V_{ext}(\mathbf{r})] \quad (3.15)$$

Lorsque $\mu > V_{ext}(\mathbf{r})$, la densité étant nulle dans les régions. Ce régime est appelé "le régime de Thomas-Fermi". Après la condensation, le nuage prend la forme d'une parabole inversée au lieu d'une forme gaussienne pour un gaz idéal. Le rayon de Thomas-Fermi R_{TF} est défini par les points où la densité $n_0(r)$ s'annule, il s'écrit alors :

$$R_{TF} = a_0 \sqrt{\frac{2\mu}{\hbar\omega}} \quad (3.16)$$

où a_0 est le rayon de l'oscillateur harmonique. Dans le régime de Thomas-Fermi, la densité au centre du condensat est μ/g et diverge en l'absence d'interactions. Dans l'équation (3.11), nous avons introduit la correction au premier ordre de la fraction condensée en absence d'interactions. La correction en présence des interactions est [102] :

$$\frac{N_0}{N} = 1 - \left(\frac{T}{T_C}\right)^3 - \rho \frac{\zeta(2)}{\zeta(3)} \left(\frac{T}{T_C}\right)^2 \left[1 - \left(\frac{T}{T_C}\right)^3\right]^{2/5} \quad (3.17)$$

où $\rho = \mu/k_B T_c$ est un paramètre sans dimension caractérisant l'influence des interactions sur la thermodynamique du gaz de Bose [101].

3.3 Piège dipolaire loin de résonance

Un nuage atomique peut être piégé en utilisant un potentiel optique conservatif. Nous allons introduire le potentiel optique ainsi que le piégeage des atomes dans un piège dipolaire loin de résonance de la transition atomique (raie D2 du ^{87}Rb , voir Annexe A).

Dans le cadre de notre expérience, ce piège conservatif est l'élément nécessaire pour obtenir des condensats de Bose-Einstein dans la cavité optique.

Pour piéger les atomes dans un potentiel conservatif nous utilisons les propriétés d'interactions du moment dipolaire des atomes avec le champ lumineux. Le potentiel optique exerce une force sur une particule ayant un moment dipolaire \mathbf{D} . Alors, le potentiel dipolaire est proportionnel au champ électrique \mathbf{E} et exerce une force sur cette particule. Le potentiel dipolaire s'écrit :

$$U_{\text{dip}} = -\mathbf{D} \cdot \mathbf{E} \quad (3.18)$$

Le moment dipolaire est proportionnel à l'amplitude du champ électrique ainsi qu'à la polarisabilité complexe α associé à la particule, donc $\mathbf{D} = \alpha\mathbf{E}$. Ainsi, le potentiel dipolaire peut être décrit par l'intensité du champ électromagnétique. Le potentiel dipolaire est proportionnel à l'intensité et s'écrit :

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2\varepsilon_0 c} \text{Re}(\alpha) I(\mathbf{r}) \quad \text{avec} \quad I = 2\varepsilon_0 c |\mathbf{E}|^2 \quad (3.19)$$

où ε_0 et c sont respectivement la permittivité du vide et la vitesse de la lumière. L'effet du champ électrique sur l'atome peut être exprimé en terme de la force F_{dip} provenant du potentiel dipolaire. Cette force est appelée force dipolaire et s'écrit :

$$F_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = -\nabla U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) \propto \nabla I(\mathbf{r}) \quad (3.20)$$

En utilisant le potentiel dipolaire nous pouvons piéger les particules mais ce rayonnement peut être diffusé par les atomes de manière spontanée. Ce processus va causer le chauffage de l'échantillon piégé et limiter le temps de vie des atomes dans le piège optique. Le taux de diffusion est proportionnel à la partie imaginaire de la polarisabilité complexe $\text{Im}(\alpha)$ et il a la forme suivante :

$$\Gamma_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\hbar\varepsilon_0 c} \text{Im}(\alpha) I(\mathbf{r}) \quad (3.21)$$

Pour un système à deux niveaux séparés par une énergie $\hbar\omega_a$ et avec un décalage de fréquence du piège Δ , le potentiel dipolaire et le taux d'émission spontanée sont [103] :

$$U_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2 \Gamma}{2\omega_a^3 \Delta} I(\mathbf{r}) \quad (3.22)$$

$$\Gamma_{\text{diff}}(\mathbf{r}) = \frac{3\pi c^2}{2\hbar\omega_a^3} \left(\frac{\Gamma}{\Delta}\right)^2 I(\mathbf{r}) \quad (3.23)$$

lorsque $\Delta \ll \omega_a$. D'après ces relations, il est évident que le potentiel dipolaire, donc la profondeur du piège est inversement proportionnel au décalage de fréquence $1/\Delta$ mais par contre le taux de diffusion évolue selon $1/\Delta^2$. Ainsi, pour avoir un piège suffisamment profond et un taux d'émission spontanée fortement réduit pour les atomes, il faut choisir un décalage assez important. Selon le signe du décalage, il est possible d'obtenir un piège attractif ou répulsif. Les atomes sont attirés dans la région d'intensité maximale lorsque le décalage est vers le rouge de la transition atomique et dans la région d'intensité minimale quand le décalage est vers le bleu. En pratique, nous utilisons un piège optique à 1560 nm qui est loin de résonance de la transition atomique (raie D2 du ^{87}Rb , voir Annexe A).

Dans la partie suivante nous allons présenter les paramètres de notre piège dans une cavité pour obtenir 5×10^6 atomes avec un temps de vie d'environ 6.5 s. Le potentiel dipolaire proche de son état le plus bas en énergie peut être approximé par un potentiel harmonique qui a la forme suivante :

$$U_{\text{har}} = U_{\text{dip}} - \frac{m\omega_z z^2}{2} - \frac{m\omega_x x^2}{2} - \frac{m\omega_y y^2}{2} \quad (3.24)$$

où

$$\omega_r = \omega_x = \omega_y = \sqrt{\frac{4U_{\text{dip}}}{mw_{\parallel}^2}} \quad (3.25)$$

$$\omega_{\perp} = \omega_z = \sqrt{\frac{8U_{\text{dip}}}{mw_{\perp}^2}} \quad (3.26)$$

où ω_r et ω_{\perp} représentent la fréquence radiale et axiale du piège dipolaire. w_{\parallel} et w_{\perp} sont les largeurs au col de faisceau dans le plan horizontal et vertical de la cavité.

Déplacement lumineux induit par piège dipolaire : Le déplacement lumineux est induit sur la transition atomique (raie D2 de ^{87}Rb) par le piège optique à 1560

nm. L'énergie ΔE_{1560} du déplacement lumineux est égale au potentiel dipolaire $U_{dip}(\mathbf{r})$. Comme le désaccord du piège optique est loin de résonance de la transition atomique, l'effet de l'émission spontanée est négligeable. Pour cette condition la polarisabilité est uniquement décrite par sa partie réelle α_{1560} [104, 105] sous la forme suivante :

$$\alpha_{1560} = \frac{1}{\hbar} \sum_l \frac{|\langle l | d | g \rangle|^2 \omega_{l,g}}{\omega_{l,g}^2 - \omega^2} \quad (3.27)$$

La relation (3.27) décrit les transitions possibles de l'état g vers les états l avec les moments dipolaires $\langle l | d | g \rangle$. $\omega_{l,g}$ représente les fréquences de transitions. Le déplacement lumineux sur les atomes (voir section 3.3.2 et Fig. 3.3) suit le profil du potentiel dipolaire, ce qui nous permet d'imager les atomes avec un faisceau sonde décalé vers le rouge en fréquence et définir le profil du piège optique. Le déplacement lumineux différentiel sur les atomes produit par le piège peut être observé par une étude *in-situ* [40] ce qui permet de mesurer indirectement les caractéristiques du potentiel dipolaire. En pratique, cette méthode représente un moyen non destructif et non gênant de mesurer l'intensité ou le profil du faisceau au centre de la cavité, car la mise en place d'un détecteur dans la cavité va perturber la construction de la lumière dans le résonateur. C'est pour cela que cette méthode a été développée par notre groupe comme un outil important qui permet de caractériser des modes du résonateur grâce à la tomographie du déplacement lumineux.

Dans la suite, nous présenterons le piège dipolaire à 1560 nm et la méthode adoptée pour charger les atomes au sein du piège intra-cavité à 1560 nm.

3.3.1 Piège dipolaire intra-cavité

Comme nous avons vu auparavant, il est possible de piéger les atomes dans un faisceau avec une fréquence loin de résonance de la transition atomique et à une intensité élevée. La longueur d'onde utilisée pour le piège optique est à 1560 nm. Cette dernière est injectée dans le résonateur permettant d'obtenir un piège dipolaire à une configuration croisé, représentée dans la figure (3.1). Pour le piège dipolaire, nous avons adopté une longueur d'onde dans la bande C de télécommunication optique (1530 nm - 1565 nm), où des solutions tout fibrées et robustes existent déjà. Nous avons alors choisi la longueur d'onde à 1560 nm afin qu'il soit possible d'obtenir directement la

longueur d'onde à 780 nm par le doublage de fréquence. Nous pouvons noter que la longueur d'onde à 780 nm est la fréquence pour manipuler les atomes de ^{87}Rb sur la transition D2. Par conséquent, nous pourrions utiliser une source laser à 1560 nm doublée en fréquence pour les deux applications.

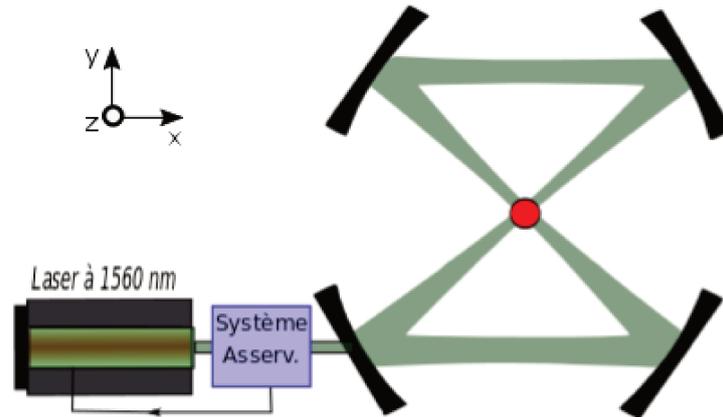


FIGURE 3.1 - Schéma du piège dipolaire à 1560 nm dans le plan horizontal de la cavité. Le piège optique est formé par le résonateur et il a une configuration croisé (vert). Le nuage atomique est représenté au centre de la cavité en rouge. Le système d'asservissement est décrit en détail dans la section 2.2 .

L'avantage d'utiliser une cavité optique est d'obtenir un piège dipolaire de haute puissance, au centre du résonateur où les atomes sont initialement piégés grâce au PMO à 3D, en utilisant une source laser de puissance modeste. Au début, pour refroidir davantage l'échantillon nous avons besoin de transférer les atomes dans un piège dipolaire à une profondeur de l'ordre du mK. Cette profondeur du piège nous permettra d'obtenir une fréquence moyenne de l'ordre de kHz et commencer le processus d'évaporation avec la densité dans l'espace de phase de 10^{-5} . Pour obtenir cette profondeur, il faut choisir la largeur au col du faisceau et la puissance du piège optique. Dans notre cas, la largeur au col est fixée par la géométrie de la cavité. Cette largeur est de l'ordre de $100 \mu\text{m}$. Le faisceau incident à l'entrée de la cavité est de 3 W ce qui permet d'obtenir une intensité de l'ordre de 200 W au centre du résonateur. La puissance intra-cavité est fixée par la finesse du résonateur pour le piège dipolaire

à 1560 nm qui a été caractérisée expérimentalement par les premiers doctorants sur notre expérience [106, 107].

Dans la suite, nous allons rappeler quelques paramètres importants de la cavité à 1560 nm issus de ces caractérisations, telles que : l'intervalle spectrale libre (ISL), la largeur spectrale et la finesse du résonateur. Ces caractéristiques nous permettront de mieux comprendre le piège dipolaire ainsi que l'obtention du condensat de Bose-Einstein dans le mode fondamental TEM_{00} et dans le mode d'ordre supérieur TEM_{01} .

Pour obtenir la finesse de la cavité, la mesure d'ISL et la largeur de raie du résonateur sont réalisées grâce à la technique de la modulation de phase du faisceau incident (voir section 1.2). Le résultat obtenu pour ISL est :

$$\Delta\nu_{ISL} = 976.20 \pm 0.05 MHz \quad (3.28)$$

Ce résultat est proche de la valeur théorique obtenue puisque nous connaissons la géométrie de la cavité : $\Delta\nu_{ISL} = 975.6 MHz$. La largeur à mi-hauteur mesurée expérimentalement est $\delta\nu_{1560} = 546 Hz$. D'après la relation (2.18) nous pouvons obtenir la valeur de la finesse qui est :

$$\mathcal{F} = 1788 \quad (3.29)$$

La valeur théorique de la finesse d'après les caractéristiques des fabricants a été calculée $\mathcal{F} = 4080$ (voir section 1.2), la différence entre la valeur théorique et expérimentale est donc d'un facteur supérieur à 2. Cette différence peut être liée à une réflectivité des miroirs moindre par rapport aux données des fabricants ou encore aux pertes sur les miroirs du résonateur.

3.3.2 Chargement des atomes dans le piège croisé

Comme nous avons vu dans la partie précédente, le piège optique formé en cavité est à la longueur d'onde de 1560 nm, qui est loin de la transition atomique $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ (Fig. 3.2). Le tableau (Tab. 3.1) donne les moments dipolaires de ces états avec les transitions possibles. Le faisceau à 1560 nm est décalé dans le rouge pour les trois transitions : $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ et $5^2P_{3/2} \rightarrow 4^2D_{3/2,5/2}$ (Fig. 3.2). En comparant les désaccords de fréquence et les moments dipolaires des niveaux, l'état excité de la transition

Transition Atomique	Longueur d'onde (nm)	Moment dipolaire d (ea_0)
$5^2P_{3/2} \rightarrow 5^2D_{3/2}$	1529.261	3.633
$5^2P_{3/2} \rightarrow 5^2D_{5/2}$	1529.366	10.899
$5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$	780.241	5.956

TABLE 3.1 Éléments dipolaires

Éléments dipolaires pour calculer le déplacement lumineux sur les états $5^2S_{1/2}$ et $5^2P_{3/2}$. Moments dipolaires sont donnés en unités ea_0 où e est la charge de l'électron et a_0 le rayon de Bohr

D2 ($5^2P_{3/2}$) subira un plus grand déplacement lumineux que l'état fondamental du niveau $5^2S_{1/2}$, puisque le laser du piège dipolaire est proche de résonance des transitions $5^2P_{3/2} \rightarrow 4^2D_{3/2,5/2}$ de longueur d'onde de 1529 nm (Fig. 3.2).

Nous pouvons calculer les déplacements lumineux sur les états $5^2S_{1/2}$ et $5^2P_{3/2}$ qui sont utiles pour charger les atomes dans le piège dipolaire. Afin de calculer les polarisabilités scalaires sur les états nous utilisons la relation (3.27) et les valeurs des moments dipolaires de ces transitions (Table 3.1).

$$\alpha_{5^2S_{1/2}} = 6.83 \times 10^{-39} \text{Jm}^2/\text{W} \quad \text{et} \quad \alpha_{5^2P_{3/2}} = 3.255 \times 10^{-37} \text{Jm}^2/\text{W} \quad (3.30)$$

Le déplacement lumineux sur l'état excité $5^2P_{3/2}$ de la raie D2 est donc $\alpha_{5^2P_{3/2}}/\alpha_{5^2S_{1/2}} \simeq 47.7$ fois plus grand par rapport à l'état fondamental $5^2S_{1/2}$ (Fig. 3.3). Lors du chargement du piège nous utilisons le déplacement lumineux différentiel induit par le potentiel dipolaire. Les atomes présents dans la région spatiale de forte intensité au centre du piège dipolaire ont l'état excité $|F' = 3\rangle$ fortement décalé par rapport à la fréquence des lasers du PMO. Lorsque l'intensité optique du piège dipolaire au centre de la cavité est maximale de l'ordre de 200 W, le déplacement lumineux induit sur l'état excité $5^2P_{3/2} |F' = 3\rangle$ est plus grand comparé à la fréquence qui sépare les états hyperfins $|F' = 2\rangle$ et $|F' = 3\rangle$ (267 MHz). Par conséquent, les atomes dans la région de l'intensité maximale seront dans un état noir pour les faisceaux du PMO. En tenant compte de ce déplacement lumineux, il est nécessaire de diminuer la puissance optique du piège dipolaire. Pendant le chargement des atomes dans le piège optique une puissance proportionnelle à une profondeur du potentiel de $U_{dip} = 110 \mu\text{K}$ est fixée. Cette valeur de la profondeur du potentiel induit un déplacement lumineux sur l'état excité qui est

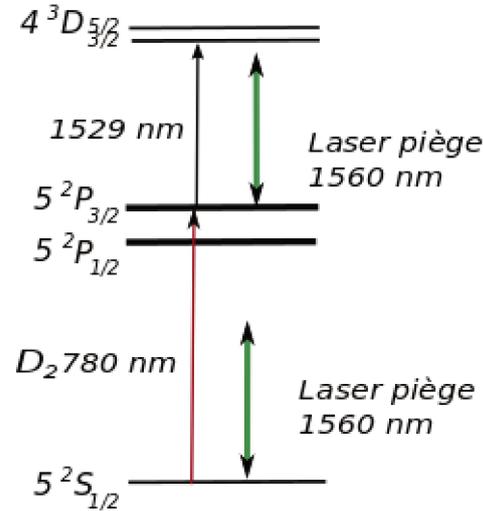


FIGURE 3.2 - Transitions atomiques du ^{87}Rb et piège optique à 1560 nm. Le piège optique à 1560 nm, loin de résonance de la transition D_2 est proche des transitions $5^2P_{3/2} \rightarrow 4^3D_{3/2,5/2}$, qui sont à une longueur d'onde de 1529 nm.

35Γ (la largeur naturelle de l'état excité : $\Gamma = 6.065 \text{ MHz}$). L'idée générale est d'obtenir un déplacement lumineux sur l'état excité plus petit par rapport à la fréquence qui sépare les états hyperfins $|F' = 2\rangle$ et $|F' = 3\rangle$ et par la suite d'accumuler les atomes dans l'état fondamental $|F = 1\rangle$. La figure (3.3) représente le déplacement lumineux par le piège dipolaire et les fréquences du laser de refroidissement et de repompeur pendant le chargement des atomes dans le piège optique. Dans la suite nous détaillons cette séquence expérimentale.

- Pendant la première phase de 40 ms le potentiel dipolaire est diminué à $U_{dip} = 110 \mu\text{K}$. Les intensités des faisceaux de refroidissements sont diminuées par un facteur 10 en 3 ms. Le désaccord des faisceaux du PMO est fixé à 6Γ vers le rouge pour obtenir un nuage atomique comprimé et plus dense [108].
- Ensuite, pendant 50 ms, le laser de refroidissement est désaccordé vers le rouge par 43Γ . Pour ce décalage de fréquence le laser de refroidissement est dans le rouge de la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ et dans le bleu de la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ pour toutes les positions des atomes (Fig. 3.3). Pour les atomes au centre du piège cela correspond à un décalage d'environ 8Γ sur le

rouge. Pendant cette phase le faisceau repompeur est maintenu à résonance sur la transition $|F' = 1\rangle \rightarrow |F' = 2\rangle$ et les atomes entrant dans le piège dipolaire se retrouvent hors de résonance avec le repompeur. Ainsi les atomes vont être excités par le laser de refroidissement sur la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ jusqu'à ce qu'ils s'accumulent dans l'état noir $|F = 1\rangle$.

Pendant le chargement du piège dipolaire les bobines magnétiques du PMO ne sont pas éteintes car la coupure du champ magnétique provoque le changement de la longueur de la cavité puisque les bobines magnétiques sont proches du résonateur dans l'enceinte à vide et appliquent une force de Lorenz sur cette dernière. Ce changement de la longueur du résonateur engendre le déplacement de la résonance du laser du piège optique.

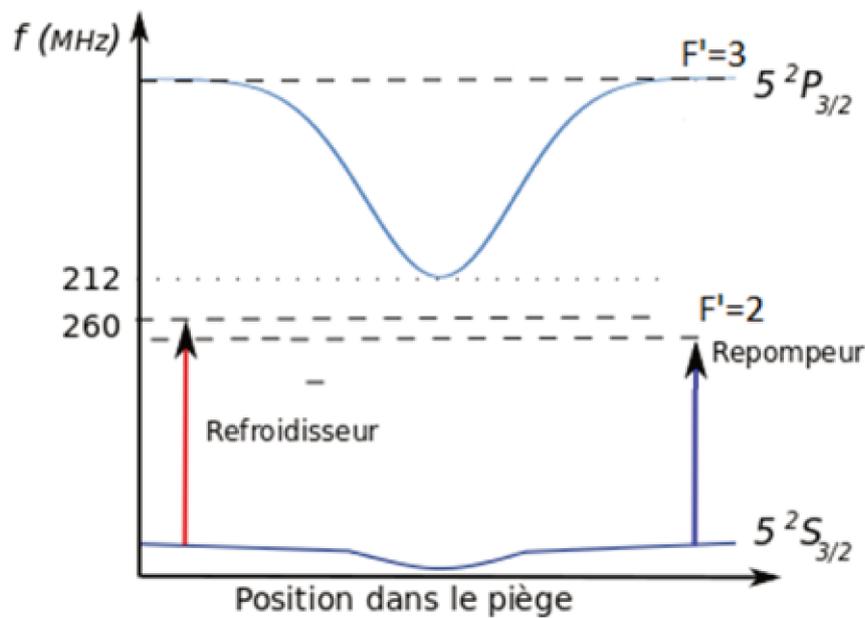


FIGURE 3.3 - Déplacement lumineux induit par le piège dipolaire sur les états de la raie D2 (structure hyperfine n'est pas représentée). Le faisceau refroidisseur (rouge) et le faisceau repompeur (bleu) présente le principe de chargement des atomes dans le piège lorsque l'état excité est fortement déplacé.

L'asservissement du faisceau à 1560 nm sur la cavité est réalisé via un MAO et le TPZ du laser (voir section 2.2). Le MAO a une gamme de correction 200 MHz qui n'est pas assez importante pour maintenir la résonance sans bruit ajouté et le TPZ du laser est limité par sa bande de correction qui est de l'ordre de quelques

kHz. Par conséquent, le changement brusque de la résonance du résonateur ne permet pas de maintenir le laser du piège en résonance avec la cavité. Pour surpasser ces contraintes il est envisagé d'utiliser la diode laser (RIO) présentée dans le chapitre 2. Ce dernier a une gamme de correction environ 7 fois plus importante qui est de l'ordre de 1.5 GHz et une bande de correction de 5 MHz, suffisant pour garder le piège dipolaire en résonance avec la cavité lors de la coupure du champ magnétique.

Pour pouvoir passer à l'étape d'évaporation, les faisceaux du PMO sont coupés et le potentiel du piège est augmenté en 20 ms jusqu'à sa valeur initiale de 1.1 mK. L'effet est l'augmentation du taux de collision, ce qui permet d'améliorer la vitesse de thermalisation et l'efficacité de l'évaporation.

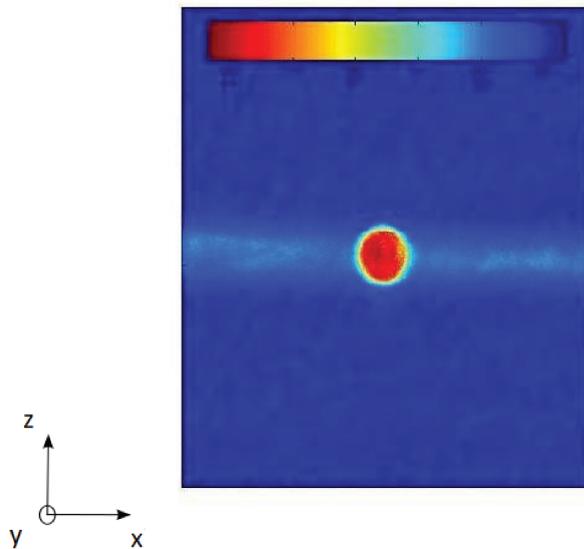


FIGURE 3.4 - Atomes chargés dans le piège dipolaire. L'image est dans le plan de la cavité. L'échelle de couleur représente la densité atomique.

Après le chargement des atomes dans le piège dipolaire effectué dans le mode TEM_{00} de la cavité nous obtenons 5×10^6 atomes. La figure (3.4) représente l'image par absorption dans le plan vertical de la cavité. Les axes sont définis en figure (3.1).

Imagerie par absorption et température du nuage : Une fois le piège dipolaire chargé nous utilisons la technique d'imagerie par absorption pour définir la température du nuage et la fréquence du piège. Durant l'imagerie par absorption le faisceau du piège dipolaire est coupé pour éviter les déplacements lumineux sur la transition atomique et obtenir la température des atomes. Le nuage atomique est rayonné par le faisceau d'imagerie pendant 50μ afin d'obtenir le signal de fluorescence. En pratique, pour mesurer la température des atomes nous utilisons la technique du temps de vol. Après le piégeage les atomes sont relâchés pendant un temps t_{exp} avant de prendre une image d'atomes par absorption. Pendant ce temps t_{exp} le nuage s'étend selon la distribution en impulsion des atomes. Ainsi, en mesurant la taille initiale du nuage à $t=0$ et la taille après quelques ms du temps de vol nous pouvons définir la température et la fréquence du piège. En notant β_t et β_0 le rayon à $1/e$ du nuage après le temps de vol à t_{exp} et à $t=0$ respectivement nous avons :

$$\beta_t = \sqrt{\beta_0 + \frac{k_B T}{m} t_{exp}^2} = \beta_0 \sqrt{1 + \omega^2 t_{exp}^2} \quad (3.31)$$

où k_B est la constante de Boltzmann. Ainsi, la température T et la fréquence ω peuvent être définies en fonction de l'évolution de la tailles du nuage.

Après le chargement des atomes dans le piège dipolaire à pleine puissance, nous obtenons une température des atomes égale à $230 \mu\text{K}$ pour le nombre d'atomes mentionné précédemment. Afin de caractériser la qualité du piège, nous réalisons une mesure de la température et le nombre des atomes en fonction du temps. Pendant une évaporation libre lorsque la puissance du piège dipolaire est sur une valeur fixe la température reste quasi inchangée en fonction du temps à environ $110 \mu\text{K}$ (Fig. 3.5). Nous pouvons constater que le nuage atteint à son équilibre après l'évaporation libre et le faisceau du piège optique n'induit pas d'échauffement supplémentaire sur l'échantillon atomique. Le rapport entre la température et la profondeur du piège est $U_0/k_b T \sim 5$.

Le temps de vie des atomes dans le piège dipolaire est 6.5 s (Fig. 3.6) et la décroissance exponentielle du nombre d'atomes en fonction du temps est due à des pertes dominées par les interactions avec le gaz résiduel. Les pertes à deux corps liées au changement des états hyperfins sont négligeables [103]. La limitation principale de la durée de vie des atomes est liée à la propagation inverse du rayonnement de 1560 nm à l'intérieur du résonateur. Cette propagation provient notamment de la diffusion du

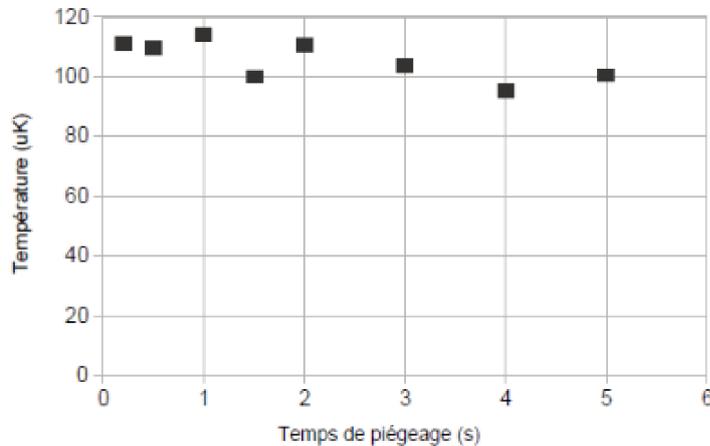


FIGURE 3.5 - *Température des atomes dans le piège dipolaire (mode TEM_{00}) en fonction du temps de piégeage. La température reste constante à environ $110 \mu K$ et le nuage atteint à son équilibre par l'évaporation libre des atomes lorsque le potentiel dipolaire est $U_{dip} \sim 550 \mu K$.*

faisceau incident sur les miroirs à l'intérieur de la cavité créant un réseau qui chauffe et éjecte les atomes piégés. En pratique, pour réduire cette rétro-diffusion il est nécessaire de changer l'angle d'inclinaison du miroir de la cavité. La tension continue envoyée vers le TPZ du miroir permet de changer l'angle et de diminuer la diffusion. Grâce à la stabilisation de la longueur de la cavité (voir section 1.4) nous pouvons diminuer la dérive de la cavité à long terme en limitant les fluctuations de la rétro-diffusion et en la gardant stable.

3.4 Évaporation

Initialement, l'idée du refroidissement par évaporation avec l'utilisation d'un piège conservatif a été développée pour l'hydrogène polarisé par D. Kleppner [109, 110]. Plus tard, cette méthode a été adoptée pour les gaz dilués ultra-froids pour l'obtention du condensat de Bose-Einstein. La technique d'évaporation forcée permet d'enlever sélectivement les atomes du piège avec une énergie cinétique supérieure à l'énergie cinétique moyenne par particule. Cette technique est la base pour atteindre la dégéné-

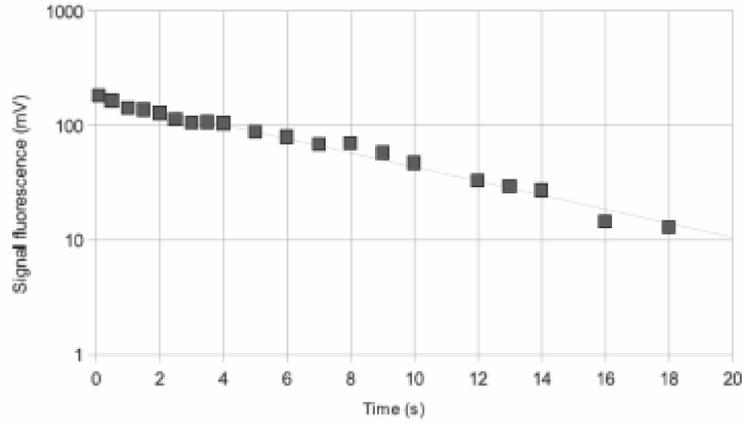


FIGURE 3.6 - *Temps de vie des atomes dans le piège dipolaire (TEM_{00} mode). La décroissance est exponentielle et le temps de vie est 6.5 s. Les pertes sont liées au phénomène à un corps.*

rescence quantique en utilisant les pièges magnétiques ou les pièges optiques dipolaires. Le piégeage ainsi que le refroidissement des gaz alcalins dans un piège dipolaire sont utilisés depuis plus de deux décennies [111, 112]. Les différences principales entre le piège magnétique et le piège optique dipolaire sont la densité dans l'espace des phases initiales et le temps d'évaporation de l'échantillon atomique. La phase d'évaporation est de quelques secondes dans un piège optique. Dans un piège optique en générale le confinement et la profondeur du piège dépendent l'un de l'autre contrairement au piège magnétique.

Après le piégeage des atomes dans le potentiel optique la puissance est augmentée à son niveau maximal pour accroître le taux de collision entre les atomes et pouvoir évaporer progressivement l'échantillon. L'étape d'évaporation se réalise en diminuant graduellement la puissance du piège optique. Pendant l'évaporation, les atomes les plus énergétiques sont extraits du piège et après, grâce aux collisions élastiques impliquant deux atomes qui mènent à une rethermalisation de l'échantillon, nous pouvons diminuer l'énergie moyenne et la température du nuage atomique. La grandeur importante pour

caractériser le processus d'évaporation est la densité dans l'espace des phases D qui représente la distance moyenne entre les particules. Elle s'écrit :

$$D = n_{at} \sqrt{\frac{2\pi\hbar^2}{mk_bT}} = N_{at} \left(\frac{\bar{\omega}\hbar}{k_bT} \right)^3 \quad (3.32)$$

Cette grandeur est proportionnelle à n_{at} , exprimée en nombre d'atomes et la longueur d'onde de Broglie λ_{dB} (3.1). La grandeur peut être exprimée par la fréquence moyenne du piège $\bar{\omega} = (\omega_x\omega_y\omega_z)^{1/3}$ selon trois axes propres du piège harmonique et par le nombre total des atomes. En pratique, l'étape d'évaporation permet d'augmenter de manière efficace la densité dans l'espace de phase jusqu'à obtenir le condensat de Bose-Einstein.

Nous commençons le processus d'évaporation par un piège dipolaire en pleine puissance optique où la profondeur du potentiel est fixée à $U_{dip}=1.1$ mK avec la fréquence moyenne du piège de $\bar{\omega} \sim 2\pi \times 1.1$ kHz. Nous pouvons déduire la densité dans l'espace des phases initiale D d'après la relation (3.32) pour le nombre d'atomes $N_{at}=5 \times 10^6$ piégés au centre du résonateur à la température $T=230$ μ K. Pour atteindre la dégénérescence quantique, il faut que la densité dans l'espace des phases D soit supérieure à 1. La valeur initiale de la densité dans l'espace des phases est $D \sim 4.2 \times 10^{-5}$. En pratique, nous pouvons ajuster les paramètres de l'évaporation ce qui nous permettra de diminuer la température de l'échantillon et d'augmenter la densité atomique par unité de volume $n_{at} = N_{at}/V$.

En pratique, les deux paramètres importants pour caractériser le processus sont la densité dans l'espace des phases et le taux de collision ρ_{coll} . La fréquence moyenne du piège optique diminue au cours de l'évaporation lorsque nous réduisons progressivement la puissance du piège optique intra-cavité. Ainsi, au cours de l'évaporation, la densité dans l'espace des phases augmente mais le taux de collision élastique entre les atomes diminue à cause du changement de la fréquence du piège. Pour que le processus de rethermalisation soit efficace, il faut 3 collisions par atome en moyenne [113]. Le taux de collision élevé assure aussi un temps d'évaporation plus court. Il est donc nécessaire de choisir une rampe d'évaporation où le taux de collision reste élevé mais la densité dans l'espace de phase augmente pendant le processus d'évaporation. Le paramètre

ρ_{coll} est lié à la densité atomique n_{at} dans le piège, à la section efficace de diffusion σ_{dif} et à la vitesse moyenne des atomes. Il s'écrit :

$$\rho_{coll} = \sqrt{\frac{2}{\pi}} n_{at} \sigma_{dif} \bar{v} = \frac{m \bar{\omega}^3 \sigma_{dif} N_{at}}{2\pi^2 k_B T} \quad (3.33)$$

où la vitesse moyenne des atomes et la fréquence moyenne du piège (3.31) sont données par les relations suivantes :

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8k_B T}{\pi m}} \quad et \quad \bar{\omega} = \frac{1}{\beta_0} \sqrt{\frac{k_B T}{m}} \quad (3.34)$$

L'inverse du taux de collision décrit le temps de rethermalisation du nuage dans le piège optique. Au début de l'évaporation le taux de collision entre les atomes est 200 s^{-1} , pour cela pendant les premières 500 ms du temps d'évaporation, l'intensité du piège est diminuée par un facteur de 10. Par la suite, jusqu'à la fin du temps d'évaporation (3.2 s) le processus d'évaporation est plus lent, car la fréquence moyenne du piège et le taux de collision entre les atomes diminuent. Ainsi, pour obtenir un processus d'évaporation efficace la décroissance de l'intensité du piège optique est rapide au début et plus lente à la fin.

Nous allons introduire dans la suite un formalisme plus qualitatif pour le processus d'évaporation.

3.4.1 Rampe d'évaporation et Dimple

Dans cette section nous donnons la description du processus d'évaporation pour ensuite le comparer avec les résultats expérimentaux. Ainsi, nous faisons recours à la loi d'échelle [113] pour déterminer l'évolution du nombre d'atomes N_{at} , le taux de collision ρ_{coll} et la densité dans l'espace des phases D lorsque la profondeur du potentiel décroît adiabatiquement.

Pendant la procédure d'évaporation la variation d'énergie totale du système est décrite par une loi d'échelle [113]. Les atomes dans le piège optique ont une énergie égale à $U_{dip} + \alpha_0 k_B T$ avec $\alpha_0 = (\delta - 5)/(\delta - 4)$ pour les potentiels harmoniques, si les atomes sont considérés proche du minimum du potentiel [114]. δ est le rapport entre la profondeur du piège et l'énergie thermique des atomes $\delta = U_{dip}/k_B T$. Dans

cette approximation la profondeur du piège est beaucoup plus grande que l'énergie thermique des atomes $k_B T \ll U_{dip}$ et les pertes dans le piège sont seulement dues aux collisions élastiques² entre les atomes. La variation du nombre d'atomes piégés est proportionnelle au changement de la profondeur du potentiel optique. Elle s'écrit :

$$\frac{N}{N_{in}} = \left(\frac{U}{U_{in}} \right)^{\frac{3}{2(\alpha-3)}} \quad (3.35)$$

où $\alpha = \delta + \alpha_0$. N_{in} et N représentent le nombre d'atomes initialement dans le piège optique et après un certain temps d'évaporation respectivement. En utilisant (3.32) et (3.35) nous pouvons déduire la variation de la densité dans l'espace des phases durant l'évaporation qui dépend de la fraction des nombres d'atomes.

$$\frac{D}{D_{in}} = \left(\frac{N_{in}}{N} \right)^{\alpha_1} \quad (3.36)$$

α_1 est la loi de puissance associée à la relation (3.36). La représentation de la relation (3.36) en forme logarithmique

$$\alpha_1 = - \frac{\ln(D/D_{in})}{\ln(N/N_{in})} \quad (3.37)$$

permet de déduire que α_1 décrit l'augmentation de la densité dans l'espace des phases. En prenant en considération la diminution du nombre d'atomes, nous pouvons dire que α_1 est le gain dans l'espace des phases par atome perdu. Pour obtenir un condensat dans un piège optique la valeur de α_1 est de 2 à 4 [115]³.

En exprimant théoriquement la relation de α_1 en fonction du ratio δ du potentiel optique et la température du nuage atomique, nous pouvons comparer les valeurs expérimentales obtenues. Elles s'écrivent :

$$\alpha_1 = \delta + \alpha_0 - 4 \quad \text{ou} \quad \alpha_1 = \alpha - 4 \quad (3.38)$$

Il est possible de démontrer que le taux de collision suit aussi une loi de puissance [113] où la relation a la forme suivante :

$$\frac{\rho_{coll}}{\rho_{coll0}} = \left(\frac{N_{in}}{N} \right)^{\alpha_2} \quad (3.39)$$

2. Les collisions inélastiques et les pertes dues au gaz résiduel sont négligées.

3. Pour les pièges magnétiques $\alpha_1=1$ à 2.

Les relations (3.36) et (3.38) sont liées par $\alpha_2 = (\alpha_1 + 4)/3$. Le rapport du potentiel optique ($U_{in} = 1.1$ mK) et l'énergie thermique ($T = 230$ μ K) des atomes est $\delta = 4.8$ pour les paramètres initiaux avant la rampe d'évaporation.

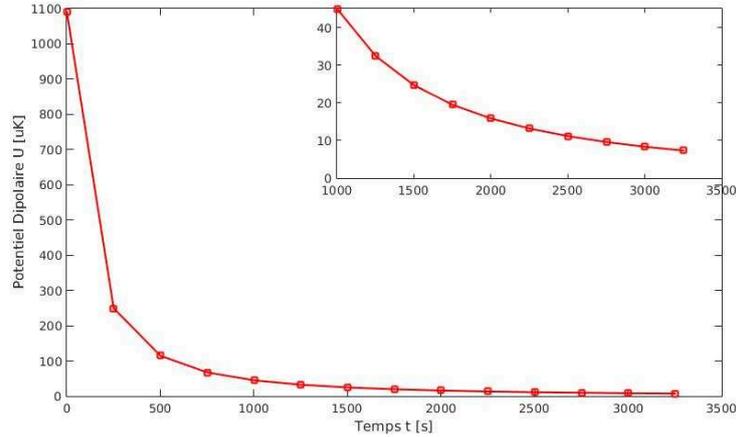


FIGURE 3.7 - *Rampe d'évaporation.* La décroissance du potentiel optique en fonction du temps conformément à l'Eq. (3.40) où $\tau = 180$ ms et $\Theta = 1.7$. Expérimentalement, la rampe d'évaporation contient 14 parties. Chaque partie est définie après l'échantillonnage en prenant en considération la température et la densité dans l'espace des phases. Cette rampe d'évaporation permet d'atteindre à la dégénérescence quantique.

La rampe d'évaporation est ajustée selon les lois d'échelle présentées précédemment en prenant en compte l'évolution de la température et la densité dans l'espace des phases pour chaque partie de la rampe d'évaporation. En pratique, pour éviter l'échauffement excessif pendant l'évaporation provenant du système d'asservissement du piège dipolaire la puissance de la lumière injectée dans le résonateur est contrôlée et ajustée par le MEO. Le potentiel dipolaire décroît selon la fonction [116] qui a une forme exponentielle lorsque $\Theta = 1$. Il s'écrit :

$$U_{dip} = U_{in} \left(1 + \frac{t}{\tau}\right)^{-\Theta} \quad (3.40)$$

où U_{in} est le potentiel optique initial avant le début du processus d'évaporation. Le paramètre t représente le temps total d'évaporation fixé à 3.2 s et $\tau = 180$ ms. La durée de la rampe est déterminée théoriquement d'après le taux de collision initial $\rho_{coll} \sim 250$

s^{-1} . Pour optimiser la rampe d'évaporation, nous ajustons empiriquement les valeurs de $\tau=180$ ms et $1.4 < \Theta < 1.8$. La rampe d'évaporation optimale obtenue est sur la figure (3.7). Cette figure représente la diminution en fonction du temps t lorsque $\Theta=1.7$. Après cette rampe d'évaporation, nous obtenons la densité dans l'espace des phases $D=10^{-2}$ pour le nombre d'atomes $N=10^5$. Pour obtenir l'évolution de la densité dans l'espace des phases pendant le processus d'évaporation t , nous mesurons la température par temps de vol et le nombre d'atomes. La figure (3.8) représente la densité dans l'espace des phases en échelle logarithmique en fonction du nombre d'atomes. La ligne rouge représente l'ajustement des données selon (4.35) où $\alpha_1=1.21$. En utilisant la valeur de α_1 nous obtenons $\delta=5.1$ ce qui est proche de la valeur calculée avec les paramètres initiaux de la profondeur du piège et de la température des atomes. L'évolution du taux de collision en fonction du nombre d'atomes est calculée de la même façon d'après les mesures obtenues en figure (3.9). Selon la courbe d'ajustement (rouge), nous pouvons calculer le rapport entre le potentiel optique et l'énergie thermique des atomes $\delta=4.7$, une valeur similaire à celle obtenue théoriquement en utilisant les paramètres avant le processus d'évaporation.

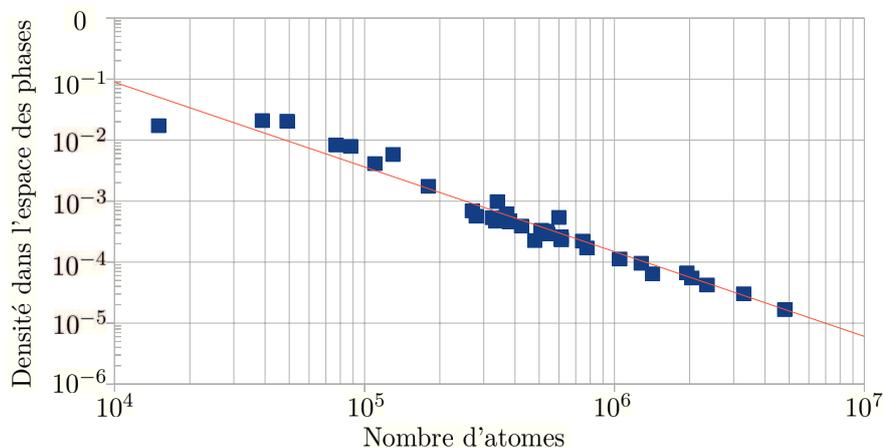


FIGURE 3.8 - Loi d'échelle pour la densité dans l'espace des phases durant d'évaporation, présentée en fonction du nombre d'atomes. La ligne droite présente la loi d'échelle

Comme à la fin de l'évaporation nous obtenons la densité dans l'espace des phases $D=10^{-2}$ avec le nombre d'atomes $N=10^5$ (Fig. 3.8) il est nécessaire de gagner encore 2 ordres de grandeurs pour atteindre à la condensation de Bose-Einstein. En continuant le processus d'évaporation avec une rampe ayant des valeurs de Θ supérieur de 1.7, nous pouvons observer la chute du nombre d'atomes ainsi que la diminution du taux

de collision et de la densité dans l'espace des phases. Nous pouvons déduire que le processus d'évaporation à la fin de la rampe a stagné car le confinement du piège est bas dû à la fréquence moyenne du piège de l'ordre de $2\pi \times 101$ Hz.

Effet du potentiel gravitationnel : Le centre du piège dipolaire est déplacé vers le bas par l'influence du potentiel gravitationnel et pour cela, en fin d'évaporation, lorsque le confinement du piège optique est bas il n'est plus piégeant. Sur la figure (3.7) dans la partie de l'agrandissement nous pouvons voir qu'à la fin de la rampe d'évaporation le potentiel dipolaire commence à être en dessous de $10 \mu\text{K}$. La fréquence moyenne du piège devient de l'ordre de $\omega = 2\pi \times 101$ Hz. En dessous de ce point, le potentiel gravitationnel affecte le potentiel optique [107] car les atomes commencent à s'échapper du piège dipolaire sous l'influence de la gravité, indépendamment du processus d'évaporation. Il est possible de définir la valeur minimale du potentiel dipolaire en utilisant les paramètres du piège intra-cavité lorsque le piège optique devient plus petit ou comparable au potentiel gravitationnel $U_{gr} = mgz$, puisque ce dernier ne change pas.

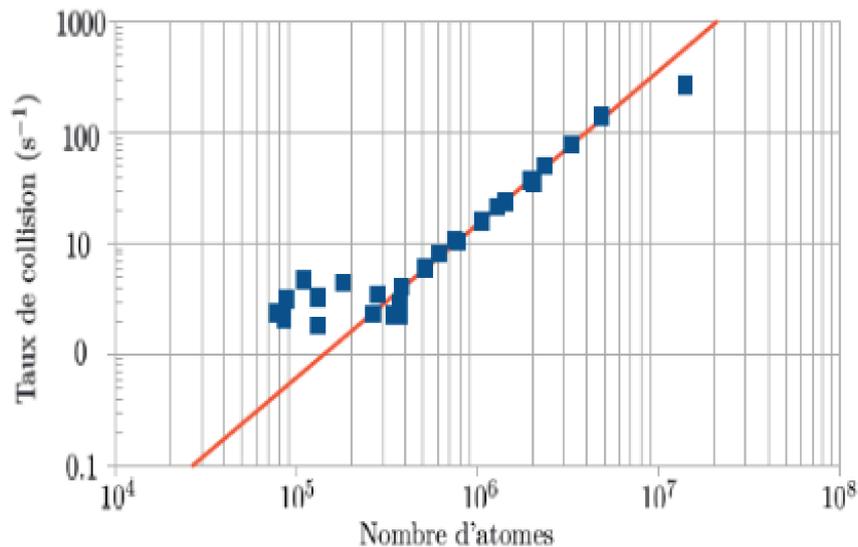


FIGURE 3.9 - Loi d'échelle pendant le processus d'évaporation : le taux de collision élastique en fonction du nombre d'atomes. La ligne droite représente la loi d'échelle.

La condition pour laquelle le potentiel dipolaire reste piégeant est donnée comme suit [107] :

$$\frac{U_{dip}}{U_{gr}} \geq \frac{\sqrt{e}}{4} \quad \text{avec} \quad U_{gr} = mgw_{\perp} \quad (3.41)$$

Nous pouvons définir la limite pour le piège optique en dessous de laquelle les atomes s'échappent du piège non seulement par le processus d'évaporation mais aussi par l'influence de la gravité. En utilisant (3.41) nous obtenons une limite de la profondeur du piège optique $U_{dip} = \sqrt{e} mgw_{\perp}/4 \sim 4 \mu\text{K}$ ($w_{\perp}=128 \mu\text{m}$ est le col du faisceau dans la direction verticale de la cavité et $g=9.8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$). Donc, nous pouvons constater que l'influence de la gravité sur le piège dipolaire est considérable lorsque $U_{dip} \leq 10 \mu\text{K}$.

Nous avons vu qu'à la fin de la rampe le processus d'évaporation n'est pas efficace. Ce dernier est dû à la réduction du confinement du piège causé par la diminution progressive de la profondeur du potentiel. Pour dépasser ces limitations et augmenter le taux de collision entre les atomes à la fin de la rampe, un faisceau propageant verticalement dans le plan de la cavité a été mis en place (Fig. 3.10). Ce faisceau permet de contrôler le confinement dans la direction transverse du piège indépendamment du changement de la profondeur. Nous appelons ce faisceau "dimple" [117–119]. Il est superposé au centre de croisement des faisceaux du piège dipolaire.

Pour rappel, sans le faisceau dimple à la fin de la rampe d'évaporation nous obtenons un nuage atomique avec une densité dans l'espace des phases 10^{-2} pour un nombre d'atomes 10^5 avec une température $T=1 \mu\text{K}$. Le taux de collision est limité à une valeur de 2s^{-1} (Fig. 3.9) et pour que le processus de thermalisation continue d'être rapide et efficace à la fin de la rampe ($\sim 200 \text{ ms}$) il faut augmenter ce taux de collision.

Dans la partie suivante nous présenterons les caractéristiques du faisceau dimple et le changement de la fréquence moyenne du piège qui nous permet d'obtenir un processus d'évaporation plus efficace et donc d'atteindre à la dégénérescence quantique.

Faisceau Dimple : Le faisceau dimple est constitué d'une longueur d'onde à 1529 nm qui se propage dans la direction perpendiculaire au plan du résonateur et

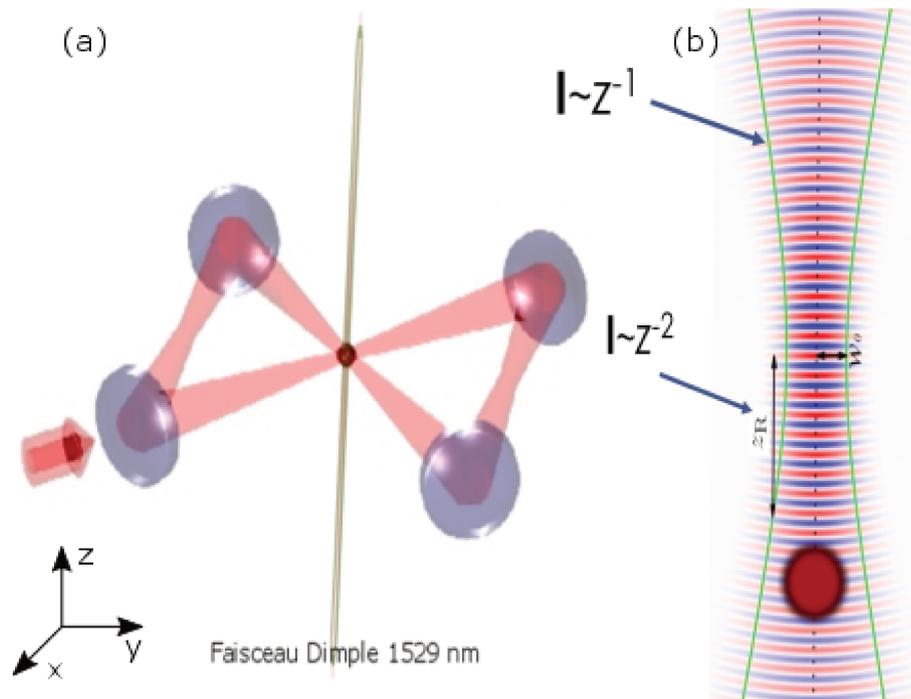


FIGURE 3.10 - Direction de la propagation et de l'alignement du faisceau dimple à 1529 nm par rapport au résonateur optique. Le faisceau dimple est perpendiculaire au plan de la cavité et précisément aligné au centre du croisement des deux bras du piège dipolaire (a). Le faisceau dimple est focalisé au-dessous du piège dipolaire ou l'intensité évaluée linéairement $I \sim z^{-1}$ (b).

est focalisé au-dessous du piège dipolaire (Fig. 3.10). Le choix de la position focale du faisceau dimple permet de compenser l'effet linéaire du potentiel gravitationnel sur le piège optique intra-cavité.

Comme le piège optique intra-cavité, le faisceau dimple est aussi loin de résonance de la transition atomique (raie D2 du ^{87}Rb , voir Annexe A) pour éviter l'échauffement de l'échantillon par émission spontanée⁴. Le faisceau dimple permet d'augmenter la fréquence moyenne du piège, ainsi que le taux de collision et l'efficacité d'évaporation. De différentes techniques ont été réalisées [120, 121] et caractérisées théoriquement [122, 123] pour dépasser ces limites surtout pour les pièges optiques lorsque, pendant l'évaporation, la diminution de la profondeur du piège suit la diminution du confinement.

L'intensité du faisceau dimple est de 200 mW dans le diamètre à $1/e$ du faisceau qui est de $23 \mu\text{m}$. Lorsque le faisceau dimple est appliqué les fréquences dans la direction transverse du piège deviennent $\omega_r = \omega_x = \omega_y = 2\pi \cdot 550 \text{ Hz}$. Le changement des fréquences dans la direction horizontale du piège permet d'obtenir une fréquence moyenne $\bar{\omega} = 2\pi \cdot 250 \text{ Hz}$ alors que le piège dipolaire a une fréquence selon l'axe vertical $\omega_z = 2\pi \cdot 50 \text{ Hz}$. A la fin de la rampe d'évaporation les atomes sont piégés dans un piège qui combine le faisceau dimple et le piège intra-cavité. Leur densité est à nouveau élevée ce qui permet d'augmenter le taux de collision à une valeur 160 s^{-1} et d'atteindre à la condensation de Bose-Einstein.

En pratique, l'alignement du faisceau dimple au centre du piège dipolaire est réalisé à l'aide de l'imagerie par absorption avec une caméra CCD positionnée dans le plan de la cavité. Le rayonnement du faisceau dimple est à 1529 nm et il va décaler la résonance atomique comme le piège dipolaire. En imageant le nuage atomique avec un faisceau d'imagerie à 780 nm lorsque le faisceau dimple est allumé nous pouvons observer la zone d'ombre sur le nuage atomique qui donne ainsi sa position. La zone d'ombre est due au déplacement lumineux induit par le faisceau dimple sur l'état excité des atomes de ^{87}Rb (voir section 3.3). Cette technique d'alignement nous permet aussi de fixer la position du point focal du faisceau dimple en ajustant le profil avec une fonction gaussienne inversée : la taille au col du faisceau est $23 \mu\text{m}$ et la position focale doit être en dessous

4. En pratique, il est aussi possible d'utiliser comme un faisceau dimple une longueur d'onde à 1560 nm .

au centre du piège optique. Ensuite, pour l'alignement fin, nous pouvons observer par imagerie d'absorption le nombre d'atomes ultra-froids à une température inférieure de $1 \mu\text{K}$ chargés dans le faisceau dimple lorsque le piège dipolaire est coupé. Cette étape nous permet de réaliser un alignement fin en augmentant le nombre d'atomes dans le faisceau dimple. Le contrôle de la puissance et la coupure du faisceau dimple se font à l'aide d'un MAO fibré (AA Opto Electronic MT110-IIR25-Fio-PM5-J1-A-VSF). Le temps de coupure du faisceau avec ce dernier est de quelques dizaines de ns ce qui permet d'avoir le faisceau dimple coupé rapidement à la fin de l'évaporation et avant l'imagerie.

En ajustant la valeur de Θ entre $1.7 < \Theta < 1.8$ lorsque le faisceau dimple est allumé nous atteignons une densité dans l'espace des phases de $D \approx 2.6 > 1$ avec un nombre d'atomes $N = 3 \times 10^4$ et une température de 180 nK .

Dans la suite, nous présenterons les résultats obtenus après l'évaporation en présence du faisceau dimple qui permet d'atteindre la condensation de Bose-Einstein dans le mode fondamental de la cavité ainsi que dans le mode transverse TEM_{01} .

3.5 Résultats

3.5.1 Condensats de Bose-Einstein dans les modes de la cavité

Le condensat de Bose-Einstein est obtenu après un temps d'évaporation 3.2 s et lorsque le faisceau dimple est ajouté à la fin de la rampe dans la direction verticale du plan de la cavité et le point focal est bien aligné avec le centre du piège dipolaire. Pour être certain que nous avons obtenu un condensat de Bose-Einstein, il nous faut observer deux signatures principales indiquant l'apparition d'une fraction condensée.

La première signature la plus évidente est l'apparition d'une structure bimodale dans la densité du nuage atomique qui représente la coexistence de deux phases : la phase thermique et la phase condensée (Fig. 3.11b, 3.14b) à l'équilibre thermodynamique [124]. La deuxième signature de la présence de la fraction condensée est l'évolution du nuage atomique lorsque le piège est coupé et le nuage est en expansion libre. Ce

phénomène est lié à l'asymétrie $\eta_{asy} = \omega_{\perp}/\omega_r$ du piège qui est définie par les fréquences du potentiel optique à la fin d'évaporation [101, 125]. Pour le cas de notre piège optique $\eta_{asy} < 1$ donc à la fin du procédé d'évaporation le condensat prendra la forme d'un cigare selon l'axe du faisceau dimple et, après 5 ms du temps de vol, obéira à une inversion d'ellipticité et deviendra un disque dans le plan (x) de la cavité (Fig. 3.11a), (3.14a). L'inversion d'ellipticité est dû à l'énergie de champ moyen initiale dans le nuage car le confinement radial du piège à la fin du processus d'évaporation est plus élevé par rapport au confinement transverse [126]. A partir du résultat suivant (Fig. 3.12), nous pouvons étudier la transition de phase ainsi que la fraction condensée N_c/N en fonction de la température du nuage thermique. Sur cette figure, nous observons une augmentation de la fraction condensée au-dessous de la température $T_c=180\pm 5$ nK qui est la transition de phase vers un condensat de Bose-Einstein.

Puissance du faisceau dimple : La fraction condensée à la fin du processus de l'évaporation reste sur une valeur maximale lorsque la puissance du faisceau dimple est fixée entre les valeurs 180 mW à 350 mW (Fig. 3.13). Avec cette dernière figure nous pouvons constater que lorsque la puissance est en dessous de 180 mW le nombre d'atomes n'est pas suffisant pour franchir la température critique. Selon l'augmentation de la puissance, la fraction condensée commence à accroître et atteint sa valeur maximale dans la gamme de valeurs de 180 mW à 350 mW. Après une puissance du faisceau dimple au-dessous de 350 mW, la fraction condensée diminue progressivement car davantage d'atomes commencent à peupler les états de haute énergie du faisceau dimple.

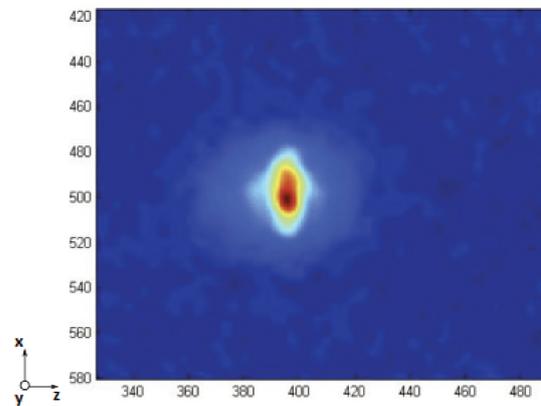
Deux ensemble condensats : Nous avons démontré dans la section (2.3.1) la possibilité de piéger plusieurs nuages à la fois dans les modes d'ordre supérieurs du résonateur. Après le chargement de ces multiples pièges dipolaires nous obtenons un ensemble de nuages atomiques. Par la suite, en utilisant la technique d'évaporation avec le faisceau dimple nous obtenons plusieurs condensats dans le mode supérieur du résonateur. Comme le faisceau dimple est orienté verticalement le choix est arrêté sur le mode TEM_{01} où les deux pièges optiques sont dans le plan vertical de la cavité. En utilisant un seul faisceau dimple nous pouvons obtenir à la fois deux condensats

de Bose-Einstein. Les condensats de Bose-Einstein sont obtenus dans le mode TEM_{01} après le chargement de $N \sim 5 \times 10^5$ atomes dans chaque potentiel optique et $t=3.2$ s du temps d'évaporation. Pendant le processus d'évaporation le potentiel dipolaire diminue selon la fonction donnée dans (4.39) et la valeur de Θ est dans l'intervalle de $1.55 < \Theta < 1.65$. En figure (3.14) sont représentés les condensats de Bose-Einstein obtenus dans le mode TEM_{01} du résonateur où (Fig. 3.14(a)) est la densité optique après 8 ms du temps de vol et (Fig. 3.14(b)) représente la densité optique intégrée verticalement. Pour ce cas particulier les fractions condensées sont 30% et 25%. La température de transition du gaz thermique vers le condensat est ~ 180 nK (Fig. 3.15).

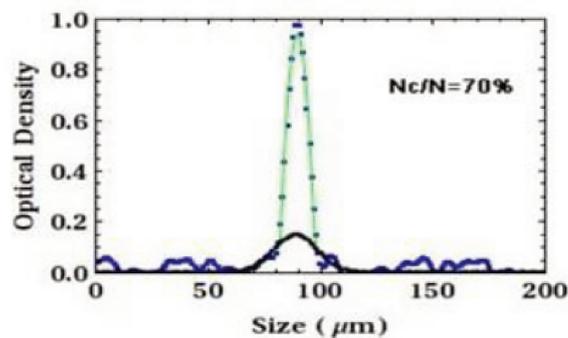
Pendant le chargement des atomes dans le piège dipolaire, il est possible d'ajuster avec un certain niveau de précision le nombre d'atomes initialement piégés dans chaque piège optique dans le mode TEM_{01} grâce au champ magnétique de compensation dans la direction verticale au plan du résonateur. Ce champ magnétique permet de changer la position du nuage atomique piégé dans le PMO 3D par rapport au centre du piège dipolaire où l'intensité est maximale. Grâce à cette technique nous pouvons contrôler le nombre d'atomes transféré à chaque potentiel optique qui nous permet par la suite d'obtenir une fraction condensée similaire pour les deux condensats de Bose-Einstein (Fig. 3.16).

3.6 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons démontré l'efficacité de la cavité pour réaliser un piège dipolaire de haute puissance en employant une source de laser d'une puissance modeste. Ce piège à 1560 nm permet de charger quelques millions d'atomes au centre du croisement des deux bras du résonateur. Nous avons également présenté la technique pour obtenir un ou plusieurs condensats de Bose-Einstein à partir de ce piège intracavité en ajoutant un faisceau supplémentaire à 1529 nm superposé au piège à la fin de la rampe d'évaporation.



(a) - *Condensat de Bose-Einstein. Densité optique du condensat de Bose-Einstein dans le mode TEM_{00} de la cavité après un temps de vol de 8 ms. Les axes sont en accord avec les figures (3.1) et (3.4).*



(b) - *Structure bimodale. Densité optique intégrée verticalement (x). La fraction condensée est de $\sim 70\%$*

FIGURE 3.11 - Condensat de Bose-Einstein dans le mode fondamental de la cavité. (a) La densité optique après un temps de vol de 8 ms obtenue par une imagerie d'absorption. (b) Structure bimodale lors de la transition d'une phase thermique vers une phase condensée. La partie thermique du profil et le condensat sont ajustés respectivement avec une gaussienne et une parabole inversée.

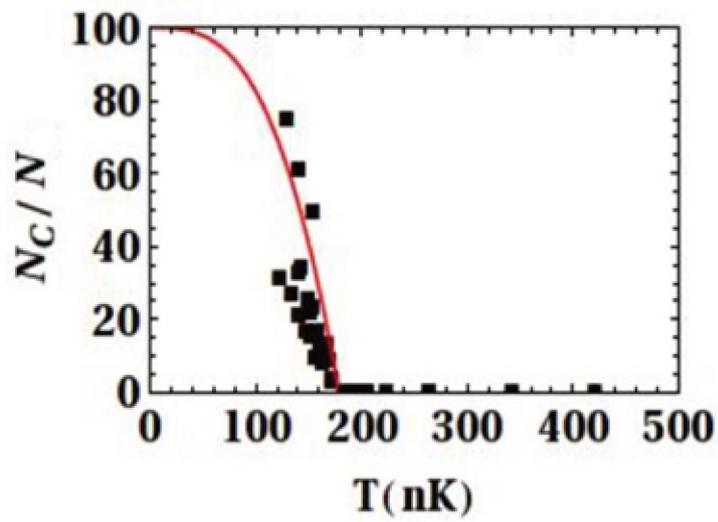


FIGURE 3.12 - Fraction condensée en fonction de la température des atomes. Les points correspondent aux données expérimentales et la courbe en rouge représente l'ajustement pour un gaz sans interactions (4.11). La température de la transition de phase est 180 nK.

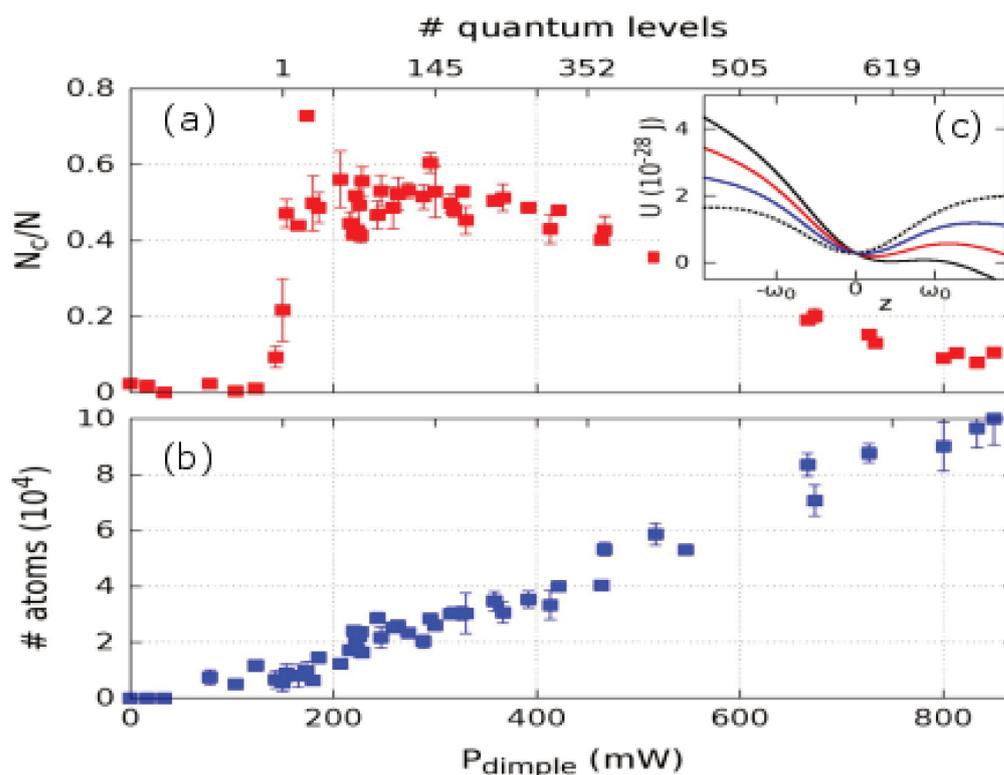
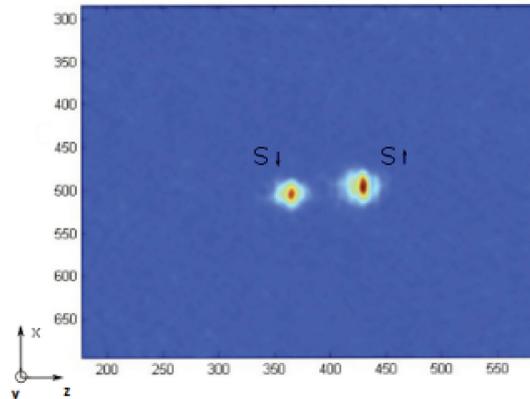
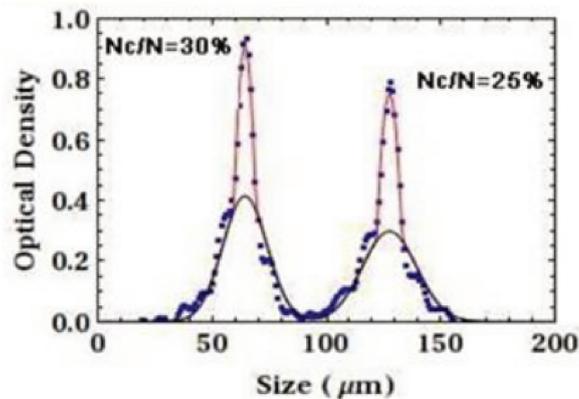


FIGURE 3.13 - Fraction condensée et nombre d'atomes en fonction de la puissance du faisceau dimple pour une rampe d'évaporation fixe. Les points rouges et bleus correspondent aux données expérimentales et les barres d'erreurs sont données par le nombre des mesures réalisées pour une puissance du faisceau dimple fixe (trois mesures). La fraction condensée est sur sa valeur maximale lorsque la puissance du faisceau dimple est entre 180 mW à 350 mW (a). La fraction condensée commence à diminuer lorsque la puissance est au-dessus de 350 mW puisque davantage d'atomes peuplent les états de haute énergie du faisceau dimple (b). L'augmentation de la puissance du faisceau dimple permet de compenser l'effet linéaire du potentiel gravitationnel (c).



(a) - Deux condensats de Bose-Einstein obtenus dans le mode TEM_{01} de la cavité après 3.2 s d'évaporation. Les axes sont référencés avec la figure (3.11)



(b) - La densité optique de deux condensats est intégrée verticalement (x). Les fractions condensées pour les deux condensats respectivement sont $S_{\downarrow} = 30\%$ et $S_{\uparrow} = 25\%$.

FIGURE 3.14 - Condensats de Bose-Einstein dans le mode TEM_{01} de la cavité. Pour la facilité, nous notons S_{\downarrow} et S_{\uparrow} les deux ensembles avec $z_{\downarrow} < z_{\uparrow}$. (a) La densité optique après un temps de vol de 8 ms obtenu par une imagerie d'absorption. (b) La partie thermique du profil et le condensat sont ajustés respectivement avec une gaussienne et une parabole inversée.

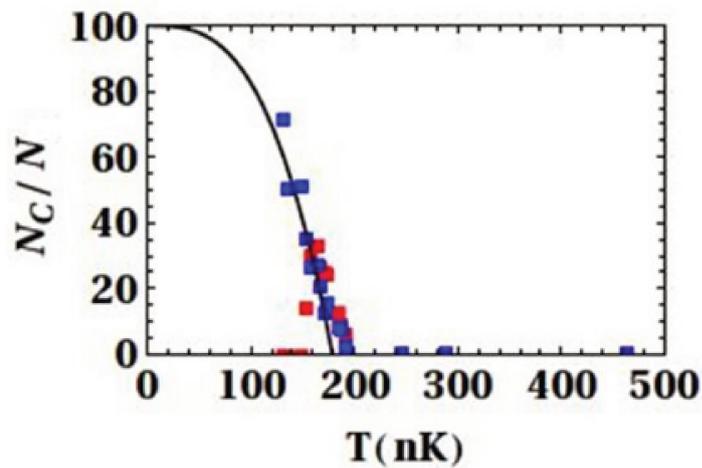


FIGURE 3.15 - Fraction condensée en fonction de la température des atomes dans le mode TEM_{01} de la cavité. Les points bleus et rouges correspondent aux données expérimentales pour les condensats S_{\uparrow} et S_{\downarrow} respectivement. La courbe en noire représente l'ajustement pour un gaz sans interactions (3.9). La température de la transition est 180 ± 5 nK pour les deux échantillons.

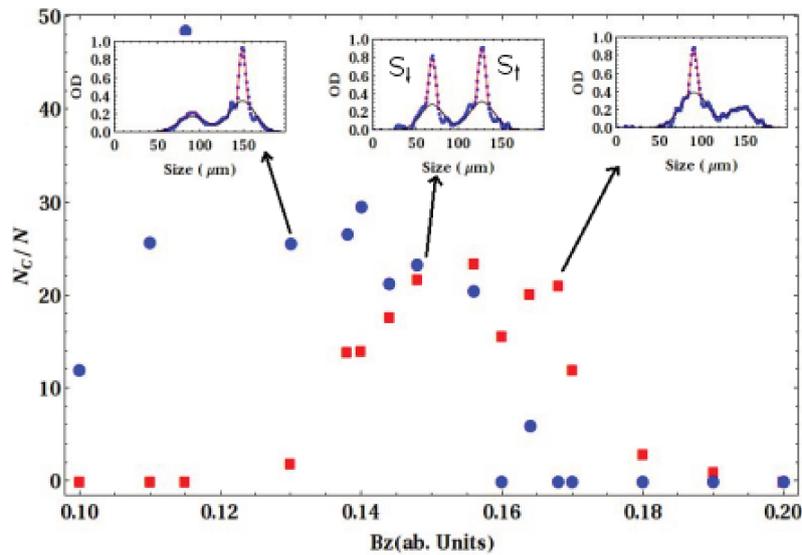


FIGURE 3.16 - Fraction condensée en fonction du champ magnétique de compensation B_z selon la direction z . Les points correspondent aux données expérimentales pour les condensats S_\uparrow (bleu) et S_\downarrow (rouge). Grâce à B_z il est possible d'ajuster la position du nuage atomique par rapport au centre du piège dipolaire où l'intensité est maximale et obtenir une fraction condensée quasi égale pour les deux échantillons. Pour certaines valeurs de B_z le nombre d'atomes dans l'un des pièges optiques est petit pour atteindre à la condensation de Bose-Einstein après l'évaporation.

Chapitre 4

Conclusion et perspectives

Dans ce manuscrit, nous avons présenté deux études principales réalisées avec un ou plusieurs ensembles atomiques ultra-froids obtenus dans une cavité optique non-dégénérée. Par ailleurs, nous avons décrit le système tout fibré qui a été développé pour obtenir les longueurs d'onde du piège dipolaire à 1560 nm et celle du faisceau sonde à 780 nm asservis sur le résonateur optique. Ainsi, grâce à ce système, nous avons mis en place la stabilisation de la longueur du résonateur sur la transition atomique.

La première étude concerne l'utilisation du piège dipolaire intra-cavité à 1560 nm pour atteindre à la condensation de Bose-Einstein. En partant du PMO à 2D et 3D, nous chargeons le piège optique pour procéder à l'évaporation. La propriété non-dégénérée du résonateur nous permet de charger des atomes dans les différents modes transverses de la cavité. De cette manière nous chargeons quelques millions d'atomes au centre du résonateur. A partir de ce piège et du faisceau à 1529 nm ajouté à la fin du processus d'évaporation optique nous obtenons un condensat de Bose-Einstein dans le mode fondamental ou bien deux condensats dans le mode transverse TEM_{01} de la cavité.

L'autre étude de cette thèse est liée au transfert atomique dans les modes transverses non-dégénérés de la cavité. En effet le résonateur permet d'exciter simultanément les différents modes transverses dans le résonateur et de passer d'un piège optique à l'autre. Le schéma expérimental a été mis en place pour réaliser le transfert d'un ensemble atomique chargé dans le mode fondamental vers les modes supérieur TEM_{01} ou TEM_{10} à partir d'atomes thermiques. Cette étude ouvre une voie pour la réalisation d'un interféromètre atomique avec des condensats de Bose-Einstein. Pour cela, nous envisageons de réaliser un transfert adiabatique d'un condensat de Bose-Einstein obtenu dans le mode TEM_{00} de la cavité vers les modes supérieurs TEM_{01} ou TEM_{10} et

recombinaison en utilisant le contrôle optimale [98, 99, 127]. Cette méthode nous permettra de manipuler les condensats de manière cohérente sans les détruire. De plus, ce schéma expérimental nous permettra non seulement de mesurer la phase relative entre les 2 ou 4 condensats [128, 129] après le processus du transfert mais aussi entre les condensats obtenus indépendamment dans les modes transverses du résonateur.

Ces outils peuvent être combinés pour étudier les interactions fortes entre les atomes du condensat et le champ intra-cavité, car le condensat est un outil idéal pour explorer les systèmes quantiques à plusieurs corps de manière bien contrôlée et pour observer les transitions de phase quantiques dans ces systèmes [130, 24]. Ainsi, l'obtention d'un ou de plusieurs condensats au sein du résonateur ouvre la voie pour réaliser des expériences de QED dans une cavité à ondes progressive. Ceci permettra d'étudier des phénomènes émergents [131] avec le condensat de Bose-Einstein tels que la cristallisation [132], la supersolidité ou les verres de spins [133].

Un ensemble atomique ultra-froid obtenu grâce au piège dipolaire intra-cavité est un système cohérent, qui peut être utilisé pour des mesures d'interférométrie. En combinant le système de refroidissement d'atomes avec la propriété de la cavité qui est résonante à la longueur d'onde à 780 nm, nous pouvons orienter vers la réalisation d'une mesure QND pour préparer des états comprimés de spins [46, 54] avec une variance sur la différence de population J_z diminuée.

Annexe A

Transitions atomiques de la ligne D2 du ^{87}Rb

La structure de la ligne D2 est représentée sur la figure A.1 [84]

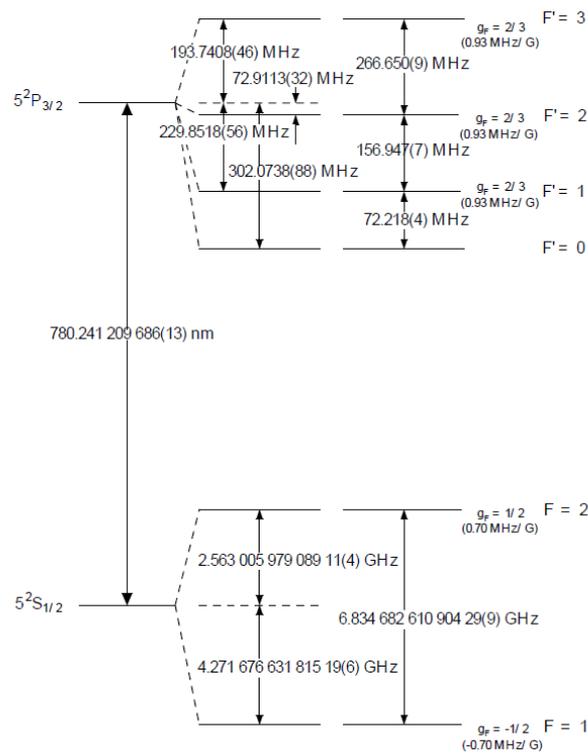


FIGURE A.1 - Structure de la ligne D2 du ^{87}Rb . Les fréquences des transitions sont données. Pour chaque niveau le facteur de Landé g_F est donné. L'effet Zeeman correspondant entre chaque sous-niveau est en MHz/G

BEC network in a Malleable Optical Trap formed in a Traveling Wave Cavity

D. S. Naik, G. Kuyumjyan, D. Pandey^{*}, P. Bouyer, and A. Bertoldi

LP2N, Laboratoire Photonique, Numérique et Nanosciences,

Université Bordeaux-IOGS-CNRS:UMR 5298, rue F. Mitterrand, F-33400 Talence, France.

(Dated: December 19, 2017)

Although quantum degenerate gases of neutral atoms have shown remarkable progress in the study of many body quantum physics, condensed matter physics, precision measurements, and quantum information processing, experimental progress is needed in order to reach their full potential in these fields. More complex spatial geometries as well as novel methods for engineering interesting interactions are needed. Here we demonstrate a novel experimental platform for the realization of quantum degenerate gases with a wide range of tune-ability in the spatial geometries experienced by the atoms and with the possibility of non-trivial long-range interactions both within and between multiple ^{87}Rb Bose-Einstein condensates (BECs). We explore the use of a large mode-volume bow-tie ring cavity resonant at two wavelengths, $\lambda=1560$ and 780 nm, for the creation of multiple BECs within a Malleable optical trap which also possesses the ability of photon-mediated long-range interactions. By exciting diverse transverse modes at 1560 nm, we can realize many optical trapping geometries which can open the door to spatial quantum state engineering with cavity-coupled BECs. As representative examples we realize a BEC in the fundamental TEM_{00} and a double BEC in the TEM_{01} mode of the cavity. By controlling the power between the fundamental and the higher transverse cavity mode, splitting and merging of cold thermal atomic ensemble is shown as well as the potential of creating more complex trapping geometries such as uniform potentials. Due to the double resonance of the cavity, we can envision a quantum network of BECs coupled via cavity-mediated interactions in non-trivial geometries.

I. INTRODUCTION

In the past fifteen years, many phenomena of long-standing interest in condensed-matter physics have been realized in ultra-cold atomic settings [1], providing considerable advantages compared to condensed-matter systems: ultra-cold atomic systems are highly controllable, well isolated from environment and governed by thoroughly understood tunable Hamiltonians (e.g., Feshbach tuning of interaction strength [2], optical lattice depth [3], etc. are governed by quantities easy to alter such as magnetic fields and laser intensities, respectively). The high degree of control and tuneability afforded by optical potentials has made it possible both to explore phenomena in a simpler setting than is typical in condensed matter and to address hitherto experimentally inaccessible questions, such as the dynamics of ordering in systems that are quenched past a quantum critical point [4], the physics of electrons propagating through static lattices [5], and the construction of novel quantum fluids [6, 7].

However, many geometries of great interest in condensed matter physics are difficult either to realize or to load and cool atoms into, e.g. uniform potentials [8], FFLO states [9], engineered long-range interactions [10], Josephson double wells. Creating more complex spatial geometries usually involves multiplexing multiple optical beams alongside advanced beam shaping technology, like spatial-light modulators [8] or two-dimensional spatial modulation schemes with acousto-optic modulators

(AOMs) [11] involving fast switching and a high degree of experimental control. We propose a rather simple scheme which builds on the platform of many-body Cavity QED. More in details, it relies on linear combinations of transverse spatial modes of a bow-tie cavity to trap atoms in arbitrary potential geometries: in principle any even powered or combination of even powered potential can be realized. Moreover, atoms can be adiabatically transported from one trapping geometry to another. We refer to these types of potentials as Malleable optical potentials and we show how they allow the preparation of ultra-cold atoms with high phase-space density in unique trapping geometries.

In addition, the many-body QED platform we envision can be used to engineer novel matter-light interaction potentials which can greatly enhance the potential of ultra-cold atoms as quantum simulators. In cavity QED with ultra-cold particles in high Q resonators, only a single photon is needed to confine the motion of an atom [12] and a single atom can significantly change the field dynamics. Theoretical models and potential applications proposed more than a decade ago [13], are recently becoming experimentally realizable [14]. Trapping a quantum degenerate gas in a cavity optical potential allows the observation of a wealth of quantum phenomena related to the resultant atom-field entanglement, but with unprecedented control [15]. As the light fields and atom configurations are dynamical, photon mediated forces generate long range order and phonon-like excitations with widely controllable properties [14, 16-19]. Experimentally this allows for the study of zero temperature opto-mechanics [20], the Dicke superradiant phase transition [14], the formation of an intra-cavity atom-photon crystal and of an atomic supersolid [21]. Although a full

^{*} Now at: Institut für Angewandte Physik der Universität Bonn, Wegelerstrae 8, 53115 Bonn, Germany

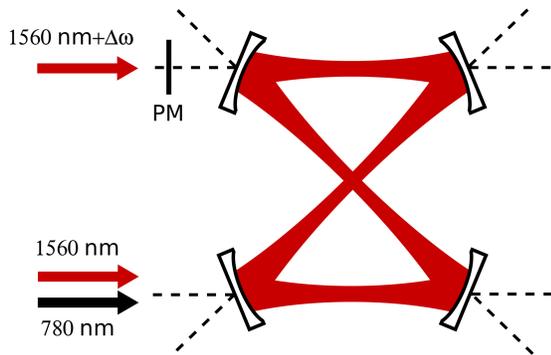


FIG. 1. Our bow-tie cavity has multiple input/output ports available to independently couple and excite different transverse cavity modes. By locking the main 1560 nm beam to the cavity and using fiber beam splitters and fiber AOMs we can create multiple input channels each of which can be frequency tuned to the relevant spatial mode that we wish to excite via the multiple input/output ports (see Fig. 7 for frequency shift values). An additional spatial phase mask (PM) is used to increase the coupling to higher transverse modes.

description of the full potential of this cavity QED setup is beyond of the scope of this paper, we will briefly touch upon the possibilities afforded by our experiment.

In this paper, we experimentally realize a many-body QED platform which can realize Malleable optical potentials for BECs, and also show the potential of creating multiple independent condensates coupled by a common cavity mode, which can be used to engineer controllable interactions between the condensates [22]. We first describe our experimental platform, a dual-frequency traveling wave cavity, focusing on its ability to create a network of multiple BECs using higher transverse spatial modes of the cavity and connected by a common cavity mode. We characterize the single and double BECs that have been created. Then we describe how this system can be used to create arbitrary potential geometries, focusing on two specific realizations: 1) a quantum beam-splitter for BECs and 2) a uniform potential. A more detailed description of our setup is included in the appendix. We will finally discuss various schemes to engineer long-range interactions between the different condensates.

II. MALLEABLE OPTICAL POTENTIALS CREATED IN A CAVITY

The heart of the experiment is a large-volume optical bow-tie cavity, simultaneously resonant at both 1560 nm and 780 nm. The large-volume allows us to create a magneto-optical trap (MOT) and evaporate multiple BECs directly in the center of the cavity, thereby bypassing the need for complex atom transport schemes. Due to the multiple input/output ports afforded by our bow-tie cavity configuration and the non-degeneracy between the TEM modes, we can simultaneously and selectively excite

multiple TEM modes of the cavity, allowing the creation of more complex trapping geometries in one-, two-, and three-dimensions. This offers several advantages: 1) good spatial mode quality of the trapping potential as the cavity serves as a spatial filter, 2) high trapping potentials due to the build-up in intra-cavity power, 3) good relative alignment and minimal positional noise of optical modes (reducing heating) due to the cavity structure, and 4) trapping geometries can be easily changed adiabatically, transporting atoms from one geometry to another.

The cavity resonance at 1560 nm allows the production of a deep far-off-resonance optical trap (FORT) for our atoms using a low-power laser source via cavity enhancement of light inside resonator. The presence of the resonance at 780 nm opens up the possibility to enhance atom-light interactions with the goal of improving the efficiency of non-demolition measurement in measurement-and-correction schemes [23, 24]. In addition, the expected linewidth at 780 nm of our large-volume cavity is of the order of the single-photon recoil shift, opening the door to cavity-assisted cooling [25] and the creation and manipulation of momentum entangled states [26].

II.1. Cavity Mode Structure

The electric fields inside our cavity can be naturally decomposed into the orthonormal Hermite-Gaussian modes [27]:

$$\begin{aligned}
 E_{mn} &= E_0 \frac{w_0}{w(z)} \phi_m \left(\frac{\sqrt{2}x}{w(z)} \right) \phi_n \left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) e^{-i \frac{k(x^2+y^2)}{2q(z)}} \\
 &\quad \times e^{-ikz - i(m+n+1)\zeta(z)}, \\
 \phi_n(\xi) &= \frac{H_n(\xi)}{\sqrt{2^n n! \sqrt{\pi}}}, \\
 H_n(x) &= (-1)^n e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}
 \end{aligned} \tag{1}$$

where H_n is the n^{th} physicist's Hermite polynomial with $H_0(x) = 1$, $H_1(x) = 2x$, $H_2(x) = 4x^2 - 2$ etc. In the above, we define

- $q(z) = \left(\frac{1}{R(z)} - \frac{i\lambda}{\pi w^2(z)} \right)^{-1}$ as the complex curvature
- $R(z) = z \left(1 + \left(\frac{z}{z_r} \right)^2 \right)$ as the wavefront curvature
- $w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_r} \right)^2}$ as the beam waist at a distance z from the center with w_0 as the beam waist in the center of the cavity of the of the E_{00} mode
- $z_r = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ as the Rayleigh range
- $\zeta(z)$ as the Gouy phase

The intensity of a mode is given by $I_{mn}(z, r) = \epsilon_0 n c \frac{|E_{mn}(r, z)|^2}{2}$. For a standard two-mirrors non-degenerate optical cavity, two transverse modes, TEM_{mn} and TEM_{lk} , given by $m + n \neq l + k$ are non-degenerate, whereas the modes given by $m + n = l + k$ are degenerate. However, due to the folded nature of our cavity, reflections on the plane of the cavity occur off-axis on the mirrors, leading to an astigmatism between the horizontal and vertical modes, with the result that all modes are non-degenerate. Therefore we can independently excite any transverse mode (or linear combination of transverse modes) by frequency and spatial matching of the input beams to the desired modes (Fig. 7).

As mentioned in Appendix A, all 1560 nm light originates from one laser. Using fiber beam splitters, a small portion is taken and amplified to 3 W to form the TEM_{00} injection beam. This laser is locked to the cavity via the Pound-Drever-Hall method [28]. The light coming from the other ports of the fiber beam splitters may be used to excite high order transverse modes by frequency shifting them via AOMs with respect to the TEM_{00} beam by the relevant amount, and shaping their phase profile by means of a phase mask to improve the coupling efficiency. These beams can be amplified and injected through the multiple input ports of the cavity. In addition, the AOMs can be used to control the power of each mode. We can thus realize a linear combination of excited modes:

$$\mathbf{E}_{tot} = \sum_{m,n} \sqrt{\beta_{mn}} \mathbf{E}_{mn} \quad (2)$$

where β_{ij} is given by the power in each mode. Due to the complete transverse non-degeneracy of the cavity and the orthogonality of the different Hermite-Gaussian modes (see App. B), the intensity can be written as

$$\begin{aligned} I_{tot} &= \frac{cn\epsilon_0}{2} |\mathbf{E}_{tot}|^2 \\ &\approx \frac{cn\epsilon_0}{2} \sum_{m,n} \beta_{mn} I_{mn} \end{aligned} \quad (3)$$

The β_{mn} terms can be modulated as fast as the cavity linewidth and the control AOMs permit, allowing us to perform fast quenches of the trapping potentials which can be used to study out-of-equilibrium quenched quantum systems [29] and also allow us to implement atom optics manipulation tools for condensed samples (see Sec. II.3).

It should be noted that in principle at the crossing region of the cavity, a single mode in the different arms may interfere with itself to form a standing wave. We eliminate this possibility by injecting the cavity with laser polarization that is in the plane of the cavity, i.e. horizontal. Thus in the crossing region, the two orthogonal arms meet with orthogonal polarizations, thus avoiding interference patterns.

II.2. Towards a Quantum Network of BECs

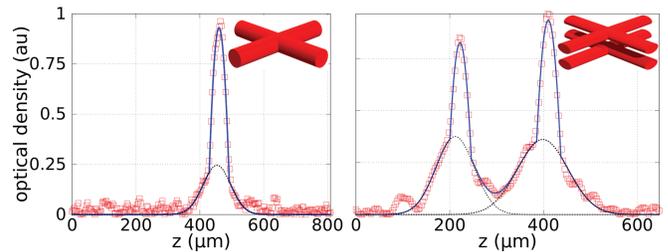


FIG. 2. BEC in the TEM_{00} (left, condensed fraction 52%) and the TEM_{01} (right, condensed fraction of 27% and 29% for the lower and higher cloud respectively) mode of the cavity. Shown are the horizontal integration of the absorption images taken 8 ms after the atoms are released from the FORT. The insets show the cavity configuration used in each case.

The cavity in our setup provides the possibility to create arrays of BECs in a line, a plane or a 3 dimensional geometry due to the feasibility of exciting higher order transverse cavity modes. A particular transverse mode $\text{TEM}_{m,n}$ corresponds to $(m+1)^2 \times (n+1)$ trapping regions at the cavity crossing point [30]. The availability of the multiple input-output ports results in an additional advantage for the folded configuration of the cavity. The simultaneous excitation of two modes, by injecting appropriately frequency and phase matched beams allows the transfer, splitting and recombination of atoms between two different trapping configurations. First we present the creation of BECs for two specific cases, cavity injected with the TEM_{00} and TEM_{01} modes, which are the single and the double well trapping configuration. Then we will discuss the capabilities of transferring atoms from the TEM_{00} , where established techniques of evaporative cooling afford efficient cooling to BEC, to a number of various more interesting optical trapping geometries where evaporative cooling may be less efficient (i.e. see Sec. II.4 on uniform potentials).

There are several reasons to create a BEC in an optical trap. Due to higher trap densities, BECs can be achieved quickly, making condensed atoms more attractive for precision measurements, where counting statistics is an issue [31]. High current or permanent magnets are not required, which can be desirable if precision measurements will be done in the vicinity, and which allows for better optical access in the region where the atoms are condensed. Optical potentials may be modulated faster than magnetic ones, allowing for studies of quantum quench dynamics and out-of-equilibrium systems [29]. Due to the optical trapping potentials independence to the internal spin state of the atoms, spinor condensates and zero magnetic spin states can be realized [32]. Atoms in optical traps can be trapped in their lowest internal energy state, so that two-body losses can be avoided [33, 34]. Magnetic bias fields can be tuned without affecting the trapping, making it easier to use

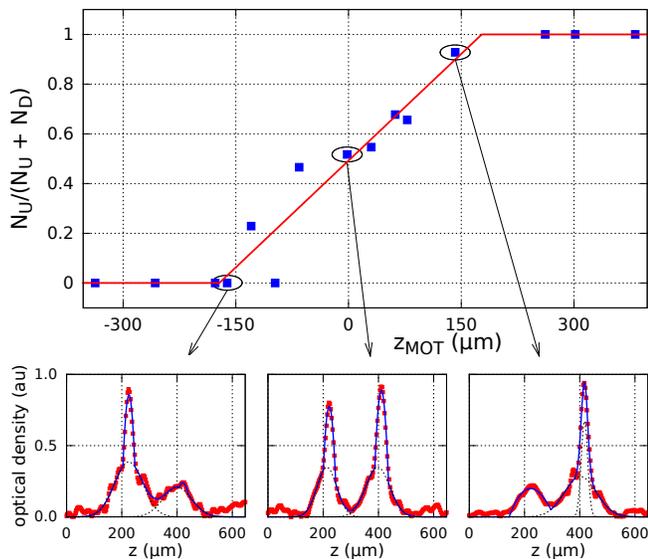


FIG. 3. Number of condensed atom in the upper potential well (N_U), normalized with the total number of condensed atoms in the two wells ($N_U + N_L$, where N_L is the number of condensed atoms in the lower well), as a function of the vertical position where the quadrupole field of the MOT vanishes. The MOT position is varied by changing the current in the coils used to compensate the vertical bias magnetic field. We can thus control the number of atoms loaded in each well, for example to attain equal condensate numbers in each well. The fit (red line) consists of a linear function with negative slope, constrained at 0 and 1 outside the $[0 : 1]$ interval. The insets show typical magnetic field configurations resulting in a BEC mainly in the lower well (left inset), equally distributed (center inset) and mainly in the upper well (right inset).

Feshbach resonances to tailor the evaporation path [34–37]. Finally, it is the only clear option for atoms without ground-state magnetic moments [38].

BEC in TEM₀₀ mode An in-depth description of our experimental setup for cooling and trapping atoms at the cavity center using a 2D/3D MOT setup can be found in Appendix A. At the end of the loading sequence, about 2×10^6 atoms can be found loaded into the far-off-resonance optical trap (FORT) created in the cavity crossing region (see Fig. 2 Left Inset). After thermalization, the sample temperature is 200 μ K, leading to a temperature to trap depth ratio of $k_B T / U_0 \sim 1/6$. Due to strong one-body losses lifetime of trapped atoms is limited to 6.6 s.

The transition temperature of the BEC is 180 nK which is achieved by forced evaporative cooling of the trapped thermal ensemble in the intra-cavity FORT. During the entire MOT and evaporation process, a tightly focused 1560 nm dimple beam with waist $\omega_0 \sim 23 \mu$ m, radial and axial frequencies $\omega_r \sim 2\pi \times 3$ kHz and $\omega_\perp \sim 2\pi \times 50$ Hz, is used in the vertical direction, intersecting the center of the crossed optical dipole trap but focused slightly above. The stagnation of forced evaporation near the end of the ramp, as a result of the re-

duction in trap frequencies during the lowering of the optical trap, requires the dimple to enhance the scattering cross-section at the end of the evaporation process by increasing the trapping frequencies along the plane of the cavity (the vertical axis is weakly affected by the dimple) [39]. The dimple has an added advantage of allowing us to compensate for the effect of the linear slope of gravity (see below). After thermalization of the atoms in the FORT, the intra-cavity trapping power is adiabatically weakened following the empirically optimized form of $U_c(1+t/\tau)^{-\beta}$ with $\tau=180$ ms, $1.4 < \beta < 1.8$ for a duration of around 3.2 s to produce a BEC of 3×10^4 atoms in TEM₀₀. The phase space density at this stage is > 2.7 with the peak atomic density $n_0 \sim 6 \times 10^{13}$ atoms/cm³.

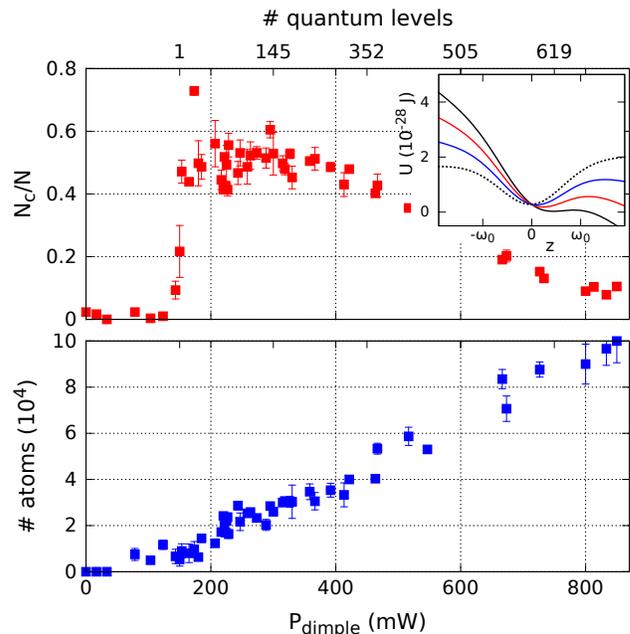


FIG. 4. Condensate fraction and total atom number as a function of dimple beam power for a given evaporation ramp. The dimple is vertically offset to where varying the dimple power will not effect the curvature of the resultant trap (and therefore the number of quantum levels) but the vertical potential on the wings of the dimple can counteract the linear effect of gravity, thus creating a combined potential that is deeper (and thus has more quantum levels as plotted on the top vertical axis of the graph). With a dimple power of 150 mW, our combined trapping potential supports one quantum level, and therefore we see the formation of a large condensate, but with low atom numbers. As we increase the dimple power and reduce the linear effect of gravity, we increase the number of available quantum levels for the atoms, thus reducing the condensate fraction but also increase the number of total atoms as our trap depth is larger. Note, the axis designating the number of quantum levels is not linear as the dependence of the number of quantum levels on the dimple power is not linear.

Fig. 2 (left panel) shows the time-of-flight of the BEC created in the fundamental TEM₀₀ mode of the cavity, with 52% of the atoms in the condensed state. The ab-

sorption image is taken 8 ms after releasing the atoms from the trap (with trapping frequency $\omega \sim 2\pi \times 200$ Hz). A sharp parabolic feature on the top of the broad Gaussian profile exhibits the degenerate nature of the ultra-cold gas.

Double BEC in TEM₀₁ mode If the entire procedure is repeated but with the TEM₀₁ mode of the cavity injected, the crossing region will consist of the intersection of the TEM₀₁ mode with itself, leading to two trapping regions vertically separated (see Fig. 2 Right Inset). In this manner two BECs each with 2×10^4 were obtained. The intra-cavity power will now be shared between two crossing points, whereas the single dimple beam is aligned to cross both trapping regions; this configuration leads to the same trap frequencies in the plane of the cavity with respect to the case of the TEM₀₀ mode (see Fig. 2).

Fig. 2 (right panel) shows the double BEC obtained when the cavity is injected with the TEM₀₁ mode. This creates two trapping regions along the vertical z-axis on the two intensity maxima of the Hermite-Gauss function, with a separation of around 140 μm . Fig. 2 (right panel) shows the BECs in this double well configuration released from the trap with average frequencies $\omega \sim 2\pi \times 70$ Hz, after a time of flight of 8 ms; the condensed fractions in the lower and upper clouds are 27% and 29% respectively.

The population ratio of the BECs can be controlled by applying a vertical magnetic field bias during the MOT loading phase, leading to a different loading efficiency of the thermal atoms into each individual well (see Fig. 3). For a certain range of bias field one can have BECs with an equal number of condensed atoms in both the traps.

As the different trapping wells are loaded from the MOT independently, the resultant BECs are independent, however they exist within the same cavity, opening the door to coherent coupling of independent BECs via a common cavity mode. The cavity resonance at 780 nm could be exploited to perform coherent operations between the BECs.

Unconventional Role of the Dimple The dimple beam plays a vital role to obtain the BEC both in the TEM₀₀ mode and in the TEM₀₁ one, by increasing the trapping frequency and the collision rate between the atoms during the end of the evaporation process in the plane of the cavity (vertical frequencies are weakly effected by the dimple). However, the dimple has an additional, subtle but important effect again at the end of the evaporation stage. The linear gravitational potential effectively decreases the trap depth in the vertical direction. We displace the focus of the dimple vertically from the cavity center, to where the atoms feel a linear potential due to the intensity reduction away from the focus. This linear potential arising from the displaced dimple beam serves to reduce the linear potential due gravity. By controlling the power of the dimple, we can vary the effective linear potential seen by the atoms, even canceling the effect of gravity [41] with enough power (see Fig. 4 (inset)). By partially canceling this linear potential via the dimple beam, we can increase the trap depth and thereby

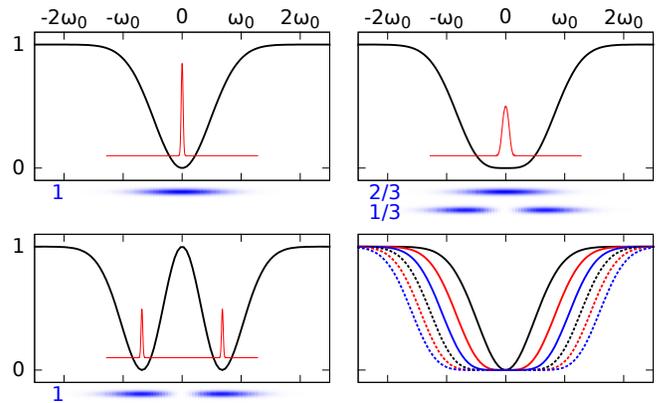


FIG. 5. The beam-splitting process realized in our cavity: an initial state confined in the TEM₀₀ mode of the cavity (top left panel); ramping up the TEM₀₁ mode (see first line in Table I relative to quartic potential) takes the initial state to a configuration where the quadratic term in the trapping potential is zero and only the quartic term remains (top right panel), which is the point where the splitting occurs [40]; continuing the ramp process on the TEM₀₁ mode and extinguishing the TEM₀₀ leaves one with in a double well scenario (bottom left panel). An almost uniform potential in 1, 2 or 3 dimensions (see Sec. II.4) can be obtained by simultaneously exciting multiple high order modes (bottom right panel). Shown are the trap potentials for one mode (TEM₀₀) up to six modes (TEM₀₀, TEM₀₁, ..., TEM₀₅) in a linear combination given by Eq. 6 and Table I.

TABLE I. Coefficients for the first 6 TEM_{jj} modes to obtain, in the center, a 3D uniform trapping potential, whose leading order term is in the first column. Along the vertical direction the potential is homogeneous only if the linear contribution due to gravity is compensated for by the dimple.

U(x)	TEM ₀₀	TEM ₁₁	TEM ₂₂	TEM ₃₃	TEM ₄₄	TEM ₅₅
x^4	1	1/2	0	0	0	0
x^6	7/8	3/4	1/4	0	0	0
x^8	3/4	13/16	1/2	1/8	0	0
x^{10}	83/128	25/32	21/32	5/16	1/16	0
x^{12}	73/128	183/256	23/32	31/64	3/16	1/32

change the number of quantum levels inside our trap. This is evidenced by the condensate fraction at the end of the evaporation sequence with respect to dimple power (see Fig. 4). With a dimple power of 150 mW, we arrive at a trapping condition which allows at most one quantum level in the trap, and therefore a large condensate fraction but low overall atom numbers due to the small trap depth. By increasing the dimple power, we can increase the number of quantum levels for the atoms to occupy, increasing the number of atoms due to the larger trap depth but decreasing the condensate fraction as these atoms have more states to distribute themselves into.

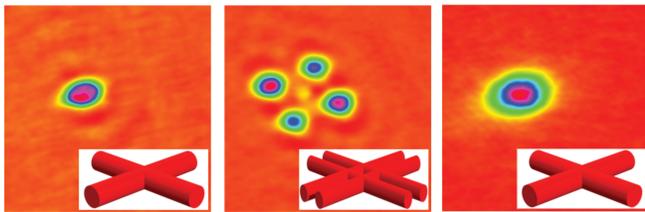


FIG. 6. Splitting of a single cold thermal ensemble trapped in the TEM_{00} mode to four cold ensembles in the TEM_{10} mode of the cavity (left to middle panels) and the reverse process of recombination (middle to right panels) by controlling the relative intensity between the two modes. The ensemble temperature in the TEM_{00} mode is $1 \mu\text{K}$ before splitting and $2 \mu\text{K}$ after it. The atoms at the center of the configuration in the middle panel are due to the residual power on the TEM_{00} , which is required to maintain the trapping laser locked to the resonator.

II.3. Coherent Splitting of Ultra-cold atoms

Since the first experimental realization of BEC in weakly interacting atomic systems, many fundamental experiments with BECs have been performed. One of the more interesting prospects for BECs is their application as a source of coherent matter waves, e.g., in atom optics, atom interferometry, and quantum sensors. The application of coherent matter waves in phase sensitive experiments, like interferometers, necessitates the realization of coherent splitting of a BEC into a double-well, equivalent to an optical beam splitter.

The most prominent matter-wave beam splitters are constructed by using either optical potentials [42–44] or rf-dressed potentials on an atom chip [45, 46]. Rf-dressed potentials on atom chips have shown promising results but suffer from three problems with respect to optical configurations: magnetic fields can not be modulated quickly; spurious effects due to switching of the magnetic fields; undesirable effects of the magnetic fields on the atomic transitions. Optical potentials bypass these problems, allowing for faster manipulation without spurious magnetic effects but are complex, requiring multiple carefully aligned beams in conjunction with advanced optics, such as spatial-light modulators and require high power to effectively confine the atoms. As our method is all-optical, it avoids the problems with rf-dressed potentials and as the cavity structure is used to create different spatial configurations, allows a simple optical arrangement with lower input power due to cavity build-up effects.

To perform the beam-splitting operation, we first create and load atoms in the TEM_{00} mode as described in Sec. II.2. After creating atoms with a temperature of $1 \mu\text{K}$, we adiabatically excite the TEM_{10} mode with an input laser beam detuned by 78.9 MHz from the beam exciting the fundamental mode and phase matched (with a phase mask) to achieve optimal coupling. At the same time we ramp down the power on the TEM_{00} mode. The

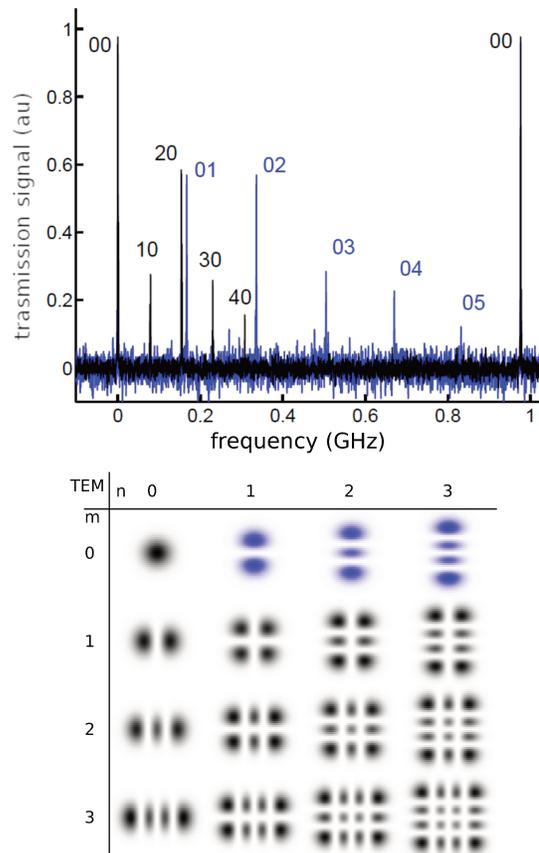


FIG. 7. (Top) Spectrum of the cavity transverse modes TEM_{mn} . The horizontal modes (black, TEM_{m0}) are separated by 78.9 MHz and the vertical modes (blue, TEM_{0n}) are separated by 164.6 MHz . All modes are non-degenerate hence selectively addressable. (Bottom) Sample modes that can be used to generate uniform potentials. For a uniform 2D potential, TEM_{m0} modes (vertical column on left) can be utilized whereas for a 3D uniform potential, TEM_{jj} modes (diagonal) are excited. 1D uniform potentials in the vertical direction can also be created using the TEM_{0n} modes (horizontal row on top), but the linear potential due to gravity needs to be canceled, which can be accomplished by acting on the power of the dimple beam (see text). The same requirement holds for the 3D case.

total power in the cavity will be given by

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{tot}(t) &= \sqrt{\alpha(t)}\mathbf{E}_{00} + \sqrt{\beta(t)}\mathbf{E}_{10} \\ I_{tot}(t) &\approx \frac{cn\epsilon_0}{2} [\alpha(t)I_{00} + \beta(t)I_{10}]. \end{aligned} \quad (4)$$

By adiabatically acting on β and α , we can coherently evolve the atoms into a double well potential – see Fig. 5 (top left and right, bottom left). A major advantage of our cavity beam-splitter scheme is that during the entire process, odd-powered potential components are suppressed by the cavity mode structure; this is important as a necessary, but not sufficient, condition for achieving coherent beam-splitting operations. Odd-powered spatial geometries during the splitting phase mix center-of-

mass and internal relative degrees of freedom, leading to mixing of internal modes, causing both decoherence and eventually heating [47–49]. This is a potential limitation to RF and magnetic schemes [45, 46] and to optical schemes involving beam-shaping elements [8].

We can thus increase the intensity of the TEM₁₀ injected light from 0 to maximum power in 60 ms, while decreasing the intensity of TEM₀₀, to split the atomic ensemble into four trapped ensembles. A small amount of TEM₀₀ must always be present as this beam provides the laser lock to the cavity for all cavity injected laser beams. Fig. 6 (left and middle panel) shows atoms trapped in TEM₀₀ and TEM₁₀, before and after the splitting process. We can also perform recombination by linearly decreasing the intensity of the TEM₁₀ beam from maximum power to 0 W and increasing that of the TEM₀₀ beam in 40 ms, combining the four ensembles back into the single well. The overall efficiency of the process in terms of atom transfer is greater than 95%. The splitting and recombination process introduces a factor 2 increase in the temperature. We plan to implement an optimized ramp based on optimal control theory [50–52] to obtain the coherent splitting and recombination of a BEC using the cavity modes.

II.4. Bose-Einstein Condensates in uniform potentials

New experimental tools such as Feshbach interaction resonances [2], optical lattices [3], and synthetic gauge fields [53], are making ultra-cold atomic systems ideal platforms for resolving open questions in condensed matter physics [1]. However, a non-trivial and important difference between many condensed matter systems and ultra-cold gases is that the former experience spatially uniform potentials whereas the latter are traditionally produced in harmonic traps with no translational symmetries. Nonetheless, uniform-system properties can still be extracted from a harmonically trapped sample using two methods: the local density approximation [54–58], and spatially selective probing of small portions of the ensemble [58–60]. Unfortunately in certain situations, usually associated with diverging correlation lengths, these local approaches are not satisfying [61, 62]. In addition, uniform potentials can help in the study of equilibrium systems of strongly interacting, unitary Bose gases as a BEC in a uniform potential possess a significantly lower density than a harmonically trapped one [8], reducing three-body recombination near a Feshbach resonance compared to two-body interactions [63, 64]. Therefor direct observation a spatially uniform quantum-degenerate gas would allow significant advances.

For the most part, efforts in this direction have been focused on loading atomic BECs into elongated [11] or toroidal [65] traps which can be uniform along one direction, while still harmonic along the other two directions. Recently a scheme has been implemented to pro-

duce BECs in almost uniform like potentials [8] using a combination of three crossed blue-detuned laser beams phase imprinted via spatial light modulators. Although very impressive, this method is rather complex requiring precise positioning of the beams along with stable operation of the spatial light modulator and high optical power. In addition, creating BECs directly in a uniform potential posses problems in the evaporation stage as the densities and collisional rates are smaller, reducing evaporation efficiency.

We propose an alternate method of creating a BEC in an almost uniform potential (1D, 2D and 3D), which can open new avenues of research in condensed matter physics. Extending the principles set forth in Sec. II.3, we propose simultaneously exciting multiple modes of our cavity, controlling the relative intensities of the individually excited modes to approach a uniform condition. By once again making use of the multiple input/output ports of our cavity, we can easily excite up to eight modes of the cavity. By creating a linear combination of the different modes, we can arrive at an almost uniform potential. This scheme offers four potential advantages to the scheme of Ref. [8]: 1) the structure of the cavity ensures relative alignment of the different modes; 2) the cavity build-up allows the creation of high optical potentials with low input power; 3) the TEM modes of the cavity ensures optimal spatial mode quality of trap; 4) the ease of adiabatic transfer (as shown in Sec. II.3) allows us to create the BEC in the TEM₀₀ mode, possessing higher trap densities thus allowing efficient evaporation, then transferring the atoms into the uniform potential. Uniform potentials in 1D, 2D and 3D can be realized depending on the modes excited.

The relative intensities of the individually excited modes can be estimated analytically. The progressive addition of each high order mode adds a spatial contour of x^2 : so with only the TEM₀₀ mode, we have a maximum spatial contour $\propto x^2$, with both TEM₀₀ and TEM₀₁ we have a maximum spatial contour $\propto x^4$, and so on. The homogeneous potential is obtained by requiring that the total intensity of the n cavity modes used:

$$I_{tot}(\mathbf{x}) \approx \frac{cn\epsilon_0}{2} \sum_{j=0}^{n-1} \gamma_{j k} I_{j k}(\mathbf{x}) \begin{cases} j = 0 & 1D, \\ k = 0 & 2D, \\ k = j & 3D \end{cases} \quad (5)$$

meets the following conditions at the trap center,

$$\begin{aligned} I_{tot}(\mathbf{x}) \Big|_{\mathbf{x}=0} &= U_0 \\ \frac{d^m}{dx_i^m} I_{tot} \Big|_{\mathbf{x}=0} &= 0 \quad 1 \leq m \leq (2n-1) \end{aligned} \quad (6)$$

where U_0 is the desired trap depth, we can arrive at almost uniform like potentials with a flat trap bottom across the center and sharp boundary walls defined by the maximum spatial contour (see Table I). The last equality is valid along all the directions x_i where a homogeneous

potential is sought for. In principle, the optimization only needs to be done in one of the dimensions, x_i , as the cavity structure ensures the same geometry in the others. Fig. 5 (bottom right) shows how the addition of high transverse modes of the cavity in the linear combination allows us to approach the uniform condition. Table I gives the relevant terms in the linear superposition given by the constraints in Eq. 6.

As noted in Eq. 5 and in Fig. 7, 1D, 2D and 3D uniform potentials can be created; however, in the 1D and 3D cases (TEM_{0j} and TEM_{jj} modes respectively), the effect of the linear potential of gravity along the vertical direction needs to be offset, which can be easily achieved using the dimple beam (Sec. II.2).

III. CONCLUSION AND FUTURE PROSPECTS

We have demonstrated the production of multiple ⁸⁷Rb BECs directly in the cavity modes by exploiting the trap weakening scheme on the cavity enhanced optical dipole trap and a fixed intensity dimple beam at telecom wavelength. The total optical power required from the 1560 nm laser was 3 W. In the optical double well configuration we could control the BEC fraction on either in the well by a bias magnetic field during loading process of the FORT. Also, the use of a dimple allows us to cancel the effect of gravity. Our experimental apparatus can allow us to study a wide range of phenomena which are difficult to realize in standard BEC experiments.

Many-Body cavity QED Some recent theoretical proposals have suggested promising schemes for the generation of entanglement of spatially separated BECs confined in a high finesse optical cavity [22, 66, 67]. Cavity assisted entanglement generation is useful for quantum information processing [68]. Optical cavities with non-degenerate transverse modes can be used in this regard to create multiple interacting BEC ensembles.

In addition, the traveling wave nature of the bow-tie cavity allows the creation of dynamic, compliant atom-light interactions which have recently become very promising schemes for emergence of true solid-state crystallization [17-19, 69, 70], investigation of heavy fermion physics such as the Ruderman-Kittel-Kasuya-Yosida (RKKY) interaction [71], which underlies, e.g., the physics of heavy-fermion materials [72] and metallic spin glasses [73, 74].

Atom interferometry This proof of principle demonstration of the splitting and the merging of atomic clouds can allow us to realize trapped atomic interferometers of a higher quality than what is currently available. We would like to use this setup to study interferometry of multiple condensates [75, 76]. By coherently splitting into four BECs, we can implement independent engineering of the phase of each individual BEC before recombining, opening the door to the study of quantum turbulence [77, 78] and vortex formation during the recombination/interference phase [76].

Strongly interacting bosons in a uniform potential By changing of the atomic isotope from ⁸⁷Rb to ⁸⁵Rb, we propose to generate condensates of ⁸⁵Rb in our TEM₀₀ cavity mode making use of the large collisional cross-section for evaporative cooling. After an adiabatic transfer into the almost uniform potential and making use of the readily available Feshbach resonance [79], the physics of a strongly interacting, unitary Bose gas [63, 64] can be studied without the need for local approximations.

Appendix A: Experimental set-up

Bow-tie cavity The bow-tie cavity [80] (Fig. 8) comprises four mirrors mounted on a titanium structure to provide mechanical stability and minimize magnetic eddy currents. Due to the square geometry (90 mm × 90 mm) the two arms of the cavity cross in the center with a relative angle of 90°, which combined with the polarization being set in the cavity plane (horizontal) avoids interference patterns in the crossing region. The radius of curvature of all four plano-concave mirrors is R=100 mm yielding cavity waists for the TEM₀₀ mode of $\omega_{\parallel}=81 \mu\text{m}$ and $\omega_{\perp}=128 \mu\text{m}$ (due to the inherent astigmatism as discussed in Sec. II.1). To facilitate coarse alignment of the cavity inside the vacuum chamber, one of the mirrors is mounted on a piezoelectric actuator (Newfocus Picomotors), while another is mounted on a piezo-actuated three-axis nano-positioning system (Mad City Labs M3Z) which is used to finely adjust the cavity crossing angle and dynamically control the cavity length (it possesses a maximal angular displacement of 2 mrad and a translation of 50 μm). The free spectral range (FSR) of the cavity at 1560 nm is 976.2 MHz and the full width at half maximum (FWHM) linewidth is $\gamma=546 \text{ kHz}$. The expected cavity finesse $F=102,000$ at 780 nm results in a linewidth $\sim 4.88 \text{ kHz}$, opening the door to the creation of correlated momentum states using the sub-recoil nature of the cavity [81, 82].

The folded geometry of our cavity invariably leads to off-axis reflections of the intra-cavity light on the mirrors. This causes the cavity astigmatism, and also gives rise to non-degenerate transverse modes well separated in frequency, e.g. $\sim 78.9 \text{ MHz}$ between the TEM₀₀ and the TEM₀₁ modes (Sec. II.1). This can be exploited to excite multiple transverse modes simultaneously by frequency and spatial matching of different laser beams at the injection ports of the cavity. For example, a pump laser can be locked to the TEM₀₀ mode of the cavity (as described below) while a portion of the light can be frequency shifted by 78.9 MHz and injected into the cavity at a different input port to simultaneously excite the TEM₁₀ cavity mode. The relative intensity of the modes can be controlled by acting on the relative intensity of the beams at the input, whereas the coupling efficiency to each mode can be optimized by using suitable phase masks.

Cavity enhanced FORT To obtain high intra-cavity

power to trap neutral atoms directly from a magneto-optical trap (MOT), we use the optical resonator to enhance the 1560 nm input intensity. More precisely, with a cavity coupling efficiency of the TEM₀₀ mode of 35% (15% for the TEM₀₁) and an incident power of 3 W, an intra-cavity power of 250 W is obtained, giving a trapping potential with high frequencies in all spatial directions at the cavity crossing: at full power, a trap depth of $U_0=1.4$ mK is obtained with trapping frequencies of $\omega_x = \omega_y \sim 2\pi \times 1.2$ kHz and $\omega_z \sim 2\pi \times 1.6$ kHz when using the TEM₀₀ mode.

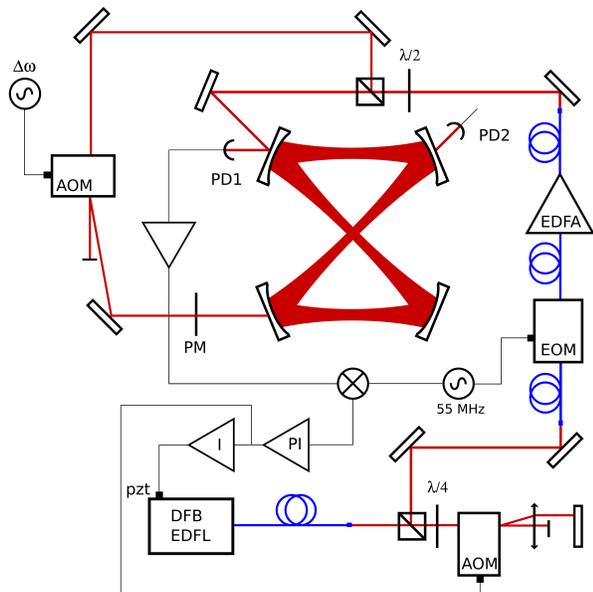


FIG. 8. a) A bow-tie ring cavity injected at 1560 nm is used to create the resonator enhanced FORT at the center of the cavity. The beam from the fiber laser is frequency locked to the cavity by PDH locking technique. A fibered EOM is used to create 50 MHz sidebands on the beam. The relative frequency drifts are detected as beat signal on the reflection photodiode PD1. The demodulated signal is used for the feedback through a servo controller (PI). The fast and slow frequency corrections are applied to the AOM and the piezoelectric element of the laser respectively. The signal from transmission photodiode PD2 is used to reference the intensity of light in the cavity center to a stable voltage source using an intensity EOM and a low bandwidth servo controller. A vertical 1560 nm laser beam intersects the cavity center to create a dimple potential profile. The tightly focused dimple beam avoids the stagnation of the evaporation process at the end of the ramp by increasing the collision rate.

The 1560 nm light used to pump the optical cavity is derived from a single longitudinal-mode, distributed-feedback erbium-doped fiber laser (DF-EDFL) near 1560 nm (Koheras laser from NKT Photonics). The laser has a linewidth of the order of a few kHz, an output power of 100 mW single mode, linear polarization and is amplified by a 5 W erbium doped fibered amplifier (EDFA, from Keopsys). The laser is mode matched to the cavity

via a beam expander, and locked to a transversal cavity mode using the PDH technique (see Fig. 8) where we use an AOM in a double-pass configuration (bandwidth ~ 250 kHz) to realize the fast-frequency correction. Due to long term temperature variations, an additional low frequency power lock is implemented by stabilizing the light intensity transmitted by the cavity using an amplitude electro-optic modulator (EOM).

Light shift The 1560 nm trapping light is close to the rubidium $5P_{3/2} - 4D_{3/2,5/2}$ transitions at 1529 nm, resulting in a strong differential light-shift on the two levels of the D_2 transition. At 1560 nm, the scalar polarizability of the $5P_{3/2}$ level is 47.7 times that of the $5S_{1/2}$ level. As a consequence, the operation of the MOT is severely effected. In principle this effect is advantageous as the region enclosed by the 1560 nm cavity light is far detuned from the MOT cooling process and constitutes an effective ‘dark’ region, mimicking a dark-spot MOT [83, 84]. The expected result is a higher density than normally available for ^{87}Rb MOTs. However, as we cannot turn the 1560 nm trapping beam off without losing the lock of the laser to the cavity, the differential light-shift poses a problem for subsequent sub-Doppler cooling stages which are required for efficient loading of the laser cooled atoms from the MOT to the FORT; the ‘dark’ regions will not participate in the sub-Doppler process.

Loading into FORT ^{87}Rb atoms are loaded and cooled in the center of the cavity via a 2D/3D MOT setup. A two-dimensional MOT provides a source of cold atoms, with a flux of 5×10^8 at/s, directly into the cavity crossing region where we not only create our 3D MOT but we can load into our resonator FORT. During the entire MOT stage, the FORT trap depth is reduced to ~ 110 μK . The MOT is loaded within 2 s and subsequently a compressed MOT phase (CMOT), realized by detuning the MOT beams to 6Γ from the atomic resonance for 40 ms and decreasing the optical power by a factor 10, increases the atomic density in the FORT region. Afterwards, the cooling beams are further detuned to 43Γ in 3 ms ramp and held for 50 ms. This mimics a sub-Doppler phase whose efficiency is limited by the strong light-shifts due to the 1560 nm beams. The high detuning was in fact chosen to red-detune the light with respect to the atomic transition in the presence of the strong light-shift. Moreover, in the FORT region, the repump light is out of resonance and the atoms are accumulated in the $F = 1$ hyperfine state. Finally, the cooling radiation is turned off and the power in the FORT is ramped up to full power in 10 ms.

At the end of the loading sequence, we are able to load about 2×10^6 atoms at the crossing region of the dipole trap. After a brief period for thermalization, the sample temperature is found to be 200 μK , leading to a temperature to trap depth ratio of $k_B T/U_0 \sim 1/6$. Due to strong one-body losses lifetime of trapped atoms is limited to 6.6 s.

Appendix B: Orthogonality of the Cavity Modes

The orthogonality of the E_{mn} modes arises from the orthogonality condition of the Hermite-Gaussian modes:

$$\int_{-\infty}^{\infty} H_m(x)H_n(x)e^{-x^2} dx = \sqrt{\pi} 2^n n! \delta_{mn} \quad (\text{B1})$$

which are orthogonal when integrated over the entire transverse xy - plane of the cavity. However, atoms experiencing a linear combination of these modes inside the cavity will at any particular time only see the combined electric field of the modes at any one point within the transverse plane, experiencing an instantaneous optical potential rather than one integrated over the entire transverse plane.

At first sight Eq. 3 does not provide an accurate description of the optical potentials; it would seem more appropriate to avoid assuming the mode orthogonality and take instead into account all of the cross terms in the calculation of the intensity

$$\mathbf{E}_{tot} = \sum_{m,n} \sqrt{\beta_{mn}} \mathbf{E}_{mn} e^{-i \omega_{mn} t} \quad (\text{B2})$$

$$\begin{aligned} I_{tot} &= \frac{cn\epsilon_0}{2} |\mathbf{E}_{tot}|^2 \\ &= \frac{cn\epsilon_0}{2} \left| \sum_{m,n} \sqrt{\beta_{mn}} \mathbf{E}_{mn} e^{-i \omega_{mn} t} \right|^2 \end{aligned} \quad (\text{B3})$$

where we added the $e^{-i\omega_{mn}t}$ factor as our cavity is non-degenerate, implying that each particular TEM_{mn} mode has a characteristic energy with a corresponding frequency, ω_{mn} . Nonetheless, the condition of orthogonality can be regained by noting that as each mode has a unique frequency, the cross terms in Eq. B3 will involve terms oscillating in time as $\cos(\Delta\omega t)$. The smallest difference in frequency between transverse modes we would like to use is ~ 7 Mhz (see Fig. 7), meaning these cross-terms will quickly average out to zero in the relevant timescale of the atomic dynamics. Therefore Eq. 3 would still be the valid intensity profile seen by the atoms at any point inside the cavity. It is this property which makes our cavity unique as the cavity non-degeneracy allows us to simultaneously inject many transverse modes while avoiding the non-symmetric contributions from the cross-terms of even and odd Hermite-Gaussian modes, so as to create many interesting and complex optical geometries.

ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge experimental contributions S. Bernon, T. Vanderbruggen, R. Kohlhaas and E. Cantin. This work is supported by the European Metrology Research Programme (EMRP) (JRP-EXL01 QESOCAS), and Laser and Photonics in Aquitaine (APLL-CLOCK, within ANR-10-IDEX-03-02).

-
- [1] I. Bloch, J. Dalibard, and W. Zwerger, *Rev. Mod. Phys.* **80**, 885 (2008).
- [2] C. Chin, R. Grimm, P. Julienne, and E. Tiesinga, *Rev. Mod. Phys.* **82**, 1225 (2010).
- [3] O. Morsch and M. Oberthaler, *Rev. Mod. Phys.* **78**, 179 (2006).
- [4] M. Greiner, O. Mandel, T. W. Hänsch, and I. Bloch, *Nature* **419**, 51 (2002).
- [5] R. Jördens, N. Strohmaier, K. Günter, H. Moritz, and T. Esslinger, *Nature* **455**, 204 (2008).
- [6] B. Paredes, A. Widera, V. Murg, O. Mandel, S. Fölling, I. Cirac, G. V. Shlyapnikov, T. W. Hänsch, and I. Bloch, *Nature* **429**, 277 (2004).
- [7] K. M. O'Hara, S. L. Hemmer, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas, *Science* **298**, 2179 (2002).
- [8] A. L. Gaunt, T. F. Schmidutz, I. Gotlibovych, R. P. Smith, and Z. Hadzibabic, *Phys. Rev. Lett.* **110**, 200406 (2013).
- [9] W. Zhang and W. Yi, *Nat. Commun.* **4**, 2711 (2013).
- [10] A. M. Rey, V. Gritsev, I. Bloch, E. Demler, and M. D. Lukin, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 140601 (2007).
- [11] T. P. Meyrath, F. Schreck, J. L. Hanssen, C.-S. Chuu, and M. G. Raizen, *Phys. Rev. A* **71**, 041604 (2005).
- [12] C. J. Hood, T. W. Lynn, A. C. Doherty, A. S. Parkins, and H. J. Kimble, *Science* **287**, 1447 (2000).
- [13] P. Horak and H. Ritsch, *Phys. Rev. A* **64**, 033422 (2001).
- [14] K. Baumann, C. Guerlin, F. Brennecke, and T. Esslinger, *Nature* **464**, 1301 (2010).
- [15] H. Ritsch, P. Domokos, F. Brennecke, and T. Esslinger, *Rev. Mod. Phys.* **85**, 553 (2013).
- [16] R. Mottl, F. Brennecke, K. Baumann, R. Landig, T. Donner, and T. Esslinger, *Science* **336**, 1570 (2012).
- [17] S. Gopalakrishnan, B. L. Lev, and P. M. Goldbart, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 277201 (2011).
- [18] S. Gopalakrishnan, B. L. Lev, and P. M. Goldbart, *Phys. Rev. A* **82**, 043612 (2010).
- [19] S. Gopalakrishnan, B. L. Lev, and P. M. Goldbart, *Nat. Phys.* **5**, 845 (2009).
- [20] M. Aspelmeyer, T. J. Kippenberg, and F. Marquardt, *Rev. Mod. Phys.* **86**, 1391 (2014).
- [21] N. Dogra, F. Brennecke, S. D. Huber, and T. Donner, *Phys. Rev. A* **94**, 023632 (2016).
- [22] T. Byrnes, *Phys. Rev. A* **88**, 023609 (2013).
- [23] T. Vanderbruggen, R. Kohlhaas, A. Bertoldi, S. Bernon, A. Aspect, A. Landragin, and P. Bouyer, *Physical Review Letters* **110**, 210503 (2013).
- [24] R. Kohlhaas, A. Bertoldi, E. Cantin, A. Aspect, A. Landragin, and P. Bouyer, *Physical Review X* **5**, 021011 (2015).
- [25] M. Wolke, J. Klinner, H. Keßler, and A. Hemmerich, *Science* **337**, 75 (2012).
- [26] M. M. Cola, D. Bigerni, and N. Piovella, *Phys. Rev. A* **79**, 053622 (2009).
- [27] A. E. Siegman, *Lasers* (University Science Books, 1986).
- [28] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, *Applied Physics B* **31**, 97 (1983).
- [29] J. Eisert, M. Friesdorf, and C. Gogolin, *Nat. Phys.* **11**,

- 124 (2015).
- [30] A. Bertoldi, S. Bernon, T. Vanderbruggen, A. Landragin, and P. Bouyer, *Opt. Lett.* **35**, 3769 (2010).
- [31] C. Gross, T. Zibold, E. Nicklas, J. Estève, and M. K. Oberthaler, *Nature* **464**, 1165 (2010).
- [32] M. D. Barrett, J. A. Sauer, and M. S. Chapman, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 010404 (2001).
- [33] F. M. Spiegelhalder, A. Trenkwalder, D. Naik, G. Kerner, E. Wille, G. Hendl, F. Schreck, and R. Grimm, *Phys. Rev. A* **81**, 043637 (2010).
- [34] J. Catani, G. Lamporesi, D. Naik, M. Gring, M. Inguscio, F. Minardi, A. Kantian, and T. Giamarchi, *Phys. Rev. A* **85**, 023623 (2012).
- [35] T. Weber, J. Herbig, M. Mark, H.-C. Nägerl, and R. Grimm, *Science* **299**, 232 (2003).
- [36] S. L. Cornish, N. R. Claussen, J. L. Roberts, E. A. Cornell, and C. E. Wieman, *Phys. Rev. Lett.* **85**, 1795 (2000).
- [37] D. Naik, A. Trenkwalder, C. Kohstall, F. M. Spiegelhalder, M. Zaccanti, G. Hendl, F. Schreck, R. Grimm, T. M. Hanna, and P. S. Julienne, *The European Physical Journal D* **65**, 55 (2011).
- [38] Y. Takasu, K. Maki, K. Komori, T. Takano, K. Honda, M. Kumakura, T. Yabuzaki, and Y. Takahashi, *Phys. Rev. Lett.* **91**, 040404 (2003).
- [39] D. Jacob, E. Mimoun, L. D. Sarlo, M. Weitz, J. Dalibard, and F. Gerbier, *New J. Phys.* **13**, 065022 (2011).
- [40] Y. Shin, C. Sanner, G.-B. Jo, T. A. Pasquini, M. Saba, W. Ketterle, D. E. Pritchard, M. Vengalattore, and M. Prentiss, *Phys. Rev. A* **72**, 021604 (2005).
- [41] L. Ricci, D. Bassi, and A. Bertoldi, *Phys. Rev. A* **76**, 023428 (2007).
- [42] Y. Shin, M. Saba, T. A. Pasquini, W. Ketterle, D. E. Pritchard, and A. E. Leanhardt, *Phys. Rev. Lett.* **92**, 050405 (2004).
- [43] M. Albiez, R. Gati, J. Fölling, S. Hunsmann, M. Cristiani, and M. K. Oberthaler, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 010402 (2005).
- [44] S. Levy, E. Lahoud, I. Shomroni, and J. Steinhauer, *Nature* **449**, 579 (2007).
- [45] T. Schumm, S. Hofferberth, L. M. Andersson, S. Wildermuth, S. Groth, I. Bar-Joseph, J. Schmiedmayer, and P. Krüger, *Nature Phys.* **1**, 57 (2005).
- [46] G.-B. Jo, Y. Shin, S. Will, T. A. Pasquini, M. Saba, W. Ketterle, D. E. Pritchard, M. Vengalattore, and M. Prentiss, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 030407 (2007).
- [47] J. F. Dobson, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 2244 (1994).
- [48] F. Dalfovo, S. Giorgini, L. P. Pitaevskii, and S. Stringari, *Rev. Mod. Phys.* **71**, 463 (1999).
- [49] I. Bialynicki-Birula and T. Sowiński, *Phys. Rev. A* **71**, 043610 (2005).
- [50] W. Hänsel, J. Reichel, P. Hommelhoff, and T. W. Hänsch, *Phys. Rev. A* **64**, 063607 (2001).
- [51] U. Hohenester, P. K. Rekdal, A. Borzì, and J. Schmiedmayer, *Phys. Rev. A* **75**, 023602 (2007).
- [52] J. Grond, J. Schmiedmayer, and U. Hohenester, *Physical Review A* **79** (2009), 10.1103/physreva.79.021603.
- [53] J. Dalibard, F. Gerbier, G. Juzeliūnas, and P. Ohberg, *Rev. Mod. Phys.* **83**, 1523 (2011).
- [54] S. Nascimbène, N. Navon, K. J. Jiang, F. Chevy, and C. Salomon, *Nature* **463**, 1057 (2010).
- [55] C.-L. Hung, X. Zhang, N. Gemelke, and C. Chin, *Nature* **470**, 236 (2011).
- [56] T. Yefsah, R. Desbuquois, L. Chomaz, K. J. Günter, and J. Dalibard, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 130401 (2011).
- [57] M. J. H. Ku, A. T. Sommer, L. W. Cheuk, and M. W. Zwierlein, *Science* **335**, 563 (2012).
- [58] R. P. Smith, N. Tammuz, R. L. D. Campbell, M. Holzmann, and Z. Hadzibabic, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 190403 (2011).
- [59] T. E. Drake, Y. Sagi, R. Paudel, J. T. Stewart, J. P. Gaebler, and D. S. Jin, *Phys. Rev. A* **86**, 031601 (2012).
- [60] Y. Sagi, T. E. Drake, R. Paudel, and D. S. Jin, *Phys. Rev. Lett.* **109**, 220402 (2012).
- [61] T. Donner, S. Ritter, T. Bourdel, A. Öttl, M. Köhl, and T. Esslinger, *Science* **315**, 1556 (2007).
- [62] P. Cladé, C. Ryu, A. Ramanathan, K. Helmerson, and W. D. Phillips, *Phys. Rev. Lett.* **102**, 170401 (2009).
- [63] N. Navon, S. Piatecki, K. Günter, B. Rem, T. C. Nguyen, F. Chevy, W. Krauth, and C. Salomon, *Phys. Rev. Lett.* **107**, 135301 (2011).
- [64] W. Li and T.-L. Ho, *Phys. Rev. Lett.* **108**, 195301 (2012).
- [65] S. Gupta, K. W. Murch, K. L. Moore, T. P. Purdy, and D. M. Stamper-Kurn, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 143201 (2005).
- [66] A. N. Pyrkov and T. Byrnes, *New J. Phys.* **15**, 093019 (2013).
- [67] C. Joshi and J. Larson, *Atoms* **3**, 348 (2015).
- [68] T. Byrnes, K. Wen, and Y. Yamamoto, *Phys. Rev. A* **85**, 040306 (2012).
- [69] S. Ostermann, F. Piazza, and H. Ritsch, *Phys. Rev. X* **6**, 021026 (2016).
- [70] F. Mivehvar, S. Ostermann, F. Piazza, and H. Ritsch, (2017), arXiv:1712.###
- [71] M. A. Ruderman and C. Kittel, *Phys. Rev.* **96**, 99 (1954).
- [72] H. Tsunetsugu, M. Sigrist, and K. Ueda, *Rev. Mod. Phys.* **69**, 809 (1997).
- [73] K. Binder and A. P. Young, *Rev. Mod. Phys.* **58**, 801 (1986).
- [74] M. B. Weissman and P. G. Wolynes, *Phys. Rev. B* **46**, 14209 (1992).
- [75] D. R. Scherer, C. N. Weiler, T. W. Neely, and B. P. Anderson, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 110402 (2007).
- [76] M. Aidelsburger, J. L. Ville, R. Saint-Jalm, S. Nascimbène, J. Dalibard, and J. Beugnon, ArXiv e-prints (2017), arXiv:1705.02650.
- [77] A. C. White, B. P. Anderson, and V. S. Bagnato, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **111**, 4719 (2014).
- [78] C. F. Barenghi, L. Skrbek, and K. R. Sreenivasan, *Proc. Natl. Acad. Sci. U.S.A.* **111**, 4647 (2014).
- [79] N. R. Claussen, S. J. J. M. F. Kokkelmans, S. T. Thompson, E. A. Donley, E. Hodby, and C. E. Wieman, *Phys. Rev. A* **67**, 060701 (2003).
- [80] S. Bernon, T. Vanderbruggen, R. Kohlhaas, A. Bertoldi, A. Landragin, and P. Bouyer, *New J. Phys.* **13**, 065021 (2011).
- [81] S. Bux, C. Gnahm, R. A. W. Maier, C. Zimmermann, and P. W. Courteille, *Phys. Rev. Lett.* **106**, 203601 (2011).
- [82] N. Piovella, *The European Physical Journal Special Topics* **203**, 127 (2012).
- [83] J.-F. Clément, J.-P. Brantut, M. R. de Saint-Vincent, R. A. Nyman, A. Aspect, T. Bourdel, and P. Bouyer, *Phys. Rev. A* **79**, 061406R (2009).
- [84] D. S. Naik and C. Raman, *Phys. Rev. A* **71**, 033617 (2005).

Bibliographie

- [1] Steven Chu. Nobel lecture : The manipulation of neutral particles. *Reviews of Modern Physics*, 70(3) :685–706, jul 1998.
- [2] Claude N. Cohen-Tannoudji. Nobel lecture : Manipulating atoms with photons. *Reviews of Modern Physics*, 70(3) :707–719, jul 1998.
- [3] William D. Phillips. Nobel lecture : Laser cooling and trapping of neutral atoms. *Reviews of Modern Physics*, 70(3) :721–741, jul 1998.
- [4] Dieter Simon, editor. *Albert Einstein : Akademie-Vorträge*. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, dec 2005.
- [5] E. A. Cornell and C. E. Wieman. Nobel lecture : Bose-einstein condensation in a dilute gas, the first 70 years and some recent experiments. *Reviews of Modern Physics*, 74(3) :875–893, aug 2002.
- [6] Wolfgang Ketterle. Nobel lecture : When atoms behave as waves : Bose-einstein condensation and the atom laser. *Reviews of Modern Physics*, 74(4) :1131–1151, nov 2002.
- [7] A. De Paz, A. Chotia, A. Sharma, E. Maréchal, P. Pedri, L. Vernac, B. Laburthe-Tolra, and O. Gorceix. Exploring quantum magnetism in a chromium Bose-Einstein condensate. *2013 Conference on Lasers and Electro-Optics - International Quantum Electronics Conference*, page IC 2 4, 2013.
- [8] T Lahaye, C Menotti, L Santos, M Lewenstein, and T Pfau. The physics of dipolar bosonic quantum gases. *Reports on Progress in Physics*, 72(12) :126401, 2009.

-
- [9] Massimo Boninsegni and Nikolay V. Prokof'ev. Colloquium : Supersolids : What and where are they? *Reviews of Modern Physics*, 84(2) :759–776, May 2012.
- [10] S Morrison, A Kantian, A J Daley, H G Katzgraber, M Lewenstein, H P Büchler, and P Zoller. Physical replicas and the Bose glass in cold atomic gases. *New Journal of Physics*, 10(7) :073032, 2008.
- [11] Immanuel Bloch, Jean Dalibard, and Sylvain Nascimbène. Quantum simulations with ultracold quantum gases. *Nature Physics*, 8(4) :267–276, Apr 2012.
- [12] Matthew P. A. Fisher, Peter B. Weichman, G. Grinstein, and Daniel S. Fisher. Boson localization and the superfluid-insulator transition. *Physical Review B*, 40(1) :546–570, Jul 1989.
- [13] D. Jaksch, C. Bruder, J. I. Cirac, C. W. Gardiner, and P. Zoller. Cold bosonic atoms in optical lattices. *Physical Review Letters*, 81(15) :3108–3111, Oct 1998.
- [14] Markus Greiner, Olaf Mandel, Tilman Esslinger, Theodor W. Hänsch, and Immanuel Bloch. Quantum phase transition from a superfluid to a mott insulator in a gas of ultracold atoms. *Nature*, 415(6867) :39–44, Jan 2002.
- [15] Matthias Vojta. Quantum phase transitions. *Reports on Progress in Physics*, 66(12) :2069–2110, Nov 2003.
- [16] E. M. Purcell, H. C. Torrey, and R. V. Pound. Resonance absorption by nuclear magnetic moments in a solid. *Physical Review*, 69(1–2) :37–38, Jan 1946.
- [17] A. L. Schawlow and C. H. Townes. Infrared and optical masers. *Physical Review*, 112(6) :1940–1949, Dec 1958.
- [18] S. Bux, G. Krenz, S. Slama, C. Zimmermann, and Ph.W. Courteille. Ultracold atoms in an optical cavity : two-mode laser locking to the cavity avoiding radiation pressure. *Applied Physics B*, 89(2–3) :181–186, Oct 2007.
- [19] Helmut Ritsch, Peter Domokos, Ferdinand Brennecke, and Tilman Esslinger. Cold atoms in cavity-generated dynamical optical potentials. *Reviews of Modern Physics*, 85(2) :553–601, apr 2013.

-
- [20] R. M. Sandner, W. Niedenzu, F. Piazza, and H. Ritsch. Self-ordered stationary states of driven quantum degenerate gases in optical resonators. *EPL (Europhysics Letters)*, 111(5) :53001, Sep 2015.
- [21] Dominik J. Winterauer, Wolfgang Niedenzu, and Helmut Ritsch. Multistable particle-field dynamics in cavity-generated optical lattices. *Physical Review A*, 91(5), May 2015.
- [22] Nilakantha Meher, S. Sivakumar, and Prasanta K. Panigrahi. Duality and quantum state engineering in cavity arrays. *Scientific Reports*, 7(1), Aug 2017.
- [23] R. H. Dicke. Coherence in spontaneous radiation processes. *Physical Review*, 93(1) :99–110, Jan 1954.
- [24] Kristian Baumann, Christine Guerlin, Ferdinand Brennecke, and Tilman Esslinger. Dicke quantum phase transition with a superfluid gas in an optical cavity. *Nature*, 464(7293) :1301–1306, apr 2010.
- [25] D. Nagy, G. Szirmai, and P. Domokos. Self-organization of a bose-einstein condensate in an optical cavity. *The European Physical Journal D*, 48(1) :127–137, Apr 2008.
- [26] Anders Søndberg Sørensen and Klaus Mølmer. Entangling atoms in bad cavities. *Physical Review A*, 66(2), aug 2002.
- [27] A. André and M. D. Lukin. Atom correlations and spin squeezing near the heisenberg limit : Finite-size effect and decoherence. *Physical Review A*, 65(5), may 2002.
- [28] Zilong Chen, Justin G. Bohnet, Joshua M. Weiner, Kevin C. Cox, and James K. Thompson. Cavity-aided nondemolition measurements for atom counting and spin squeezing. *Phys. Rev. A*, 89 :043837, Apr 2014.
- [29] James K. Thompson. Atomic samples in resonators : Forces, photons, feedback. In *AIP Conference Proceedings*. AIP, 2005.
- [30] H. Kogelnik and T. Li. Laser beams and resonators. *Appl. Opt.*, 5(10) :1550–1567, Oct 1966.

-
- [31] M. Born and E. Wolf. *Principles of optics*. Cambridge Univ.Press 2nd ed., 1999.
- [32] L.G. Gouy. *Sur la propagation anormale des ondes*. C.R. Acad. Sci. Paris 111, 33, 1890.
- [33] L.G. Gouy. *Sur une propriété nouvelle des ondes lumineuses*. C. R. Acad. Sci. Paris 110, 1251, 1890.
- [34] Siegman. *Lasers*. University Science Books, 1986.
- [35] B.E.A. Saleh and M.C. Teich. *Fundamental of photonics*. Wiley, 1991.
- [36] Matthew A. Norcia and James K. Thompson. Cold-strontium laser in the superradiant crossover regime. *Phys. Rev. X*, 6 :011025, Mar 2016.
- [37] D. G. Matei, T. Legero, S. Häfner, C. Grebing, R. Weyrich, W. Zhang, L. Sonderhouse, J.M. Robinson, J. Ye, F. Riehle, and U. Sterr. 1.5 μm lasers with sub-10 mHz linewidth. *Physical Review Letters*, 118(26), jun 2017.
- [38] B. Argence, E. Prevost, T. Lévèque, R. Le Goff, S. Bize, P. Lemonde, and G. Santarelli. Prototype of an ultra-stable optical cavity for space applications. *Opt. Express*, 20(23) :25409–25420, Nov 2012.
- [39] N. Ohmae, S. Moriwaki, and N. Mio. Wideband and high-gain frequency stabilization of a 100-W injection-locked Nd :YAG laser for second-generation gravitational wave detectors. *Rev. Sci. Instrum.*, 81(7) :073105, 2010.
- [40] A. Bertoldi, S. Bernon, T. Vanderbruggen, A. Landragin, and P. Bouyer. In situ characterization of an optical cavity using atomic light shift. *Opt. Lett.*, 35(22) :3769–3771, Nov 2010.
- [41] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward. Laser phase and frequency stabilization using an optical resonator. *Applied Physics B*, 31(2) :97–105, 1983.
- [42] G. C. Bjorklund, M. D. Levenson, W. Lenth, and C. Ortiz. Frequency modulation (fm) spectroscopy. *Applied Physics B*, 32(3) :145–152, 1983.

- [43] Davide Gatti, Riccardo Gotti, Tommaso Sala, Nicola Coluccelli, Michele Belmonte, Marco Prevedelli, Paolo Laporta, and Marco Marangoni. Wide-bandwidth pound–drever–hall locking through a single-sideband modulator. *Optics Letters*, 40(22) :5176, nov 2015.
- [44] M. J. Lawrence, B. Willke, M. E. Husman, E. K. Gustafson, and R. L. Byer. Dynamic response of a fabry–perot interferometer. *J. Opt. Soc. Am. B*, 16(4) :523–532, Apr 1999.
- [45] Gianni Di Domenico, Stéphane Schilt, and Pierre Thomann. Simple approach to the relation between laser frequency noise and laser line shape. *Appl. Opt.*, 49(25) :4801–4807, Sep 2010.
- [46] Kevin C. Cox, Graham P. Greve, Joshua M. Weiner, and James K. Thompson. Deterministic squeezed states with collective measurements and feedback. *Physical Review Letters*, 116(9), mar 2016.
- [47] Wolfgang Demtröder. *Laser Spectroscopy*. Springer Berlin Heidelberg, 2003.
- [48] Jon H. Shirley. Modulation transfer processes in optical heterodyne saturation spectroscopy. *Opt. Lett.*, 7(11) :537–539, Nov 1982.
- [49] Gary C. Bjorklund. Frequency-modulation spectroscopy : a new method for measuring weak absorptions and dispersions. *Opt. Lett.*, 5(1) :15–17, Jan 1980.
- [50] Andrew D. Ludlow, Martin M. Boyd, Jun Ye, E. Peik, and P. O. Schmidt. Optical atomic clocks. *Rev. Mod. Phys.*, 87 :637–701, Jun 2015.
- [51] Hidetoshi Katori. Optical lattice clocks and quantum metrology. *Nature Photonics*, 5(4) :203–210, apr 2011.
- [52] Dmitry Budker and Michael Romalis. Optical magnetometry. *Nature Physics*, 3(4) :227–234, apr 2007.
- [53] R. Geiger, V. Ménotet, G. Stern, N. Zahzam, P. Cheinet, B. Battelier, A. Villing, F. Moron, M. Lours, Y. Bidel, A. Bresson, A. Landragin, and P. Bouyer. Detecting inertial effects with airborne matter-wave interferometry. *Nature Communications*, 2 :474, sep 2011.

-
- [54] Onur Hosten, Nils J. Engelsen, Rajiv Krishnakumar, and Mark A. Kasevich. Measurement noise 100 times lower than the quantum-projection limit using entangled atoms. *Nature*, 529(7587) :505–508, jan 2016.
- [55] Anne Louchet-Chauvet, Jürgen Appel, Jelmer J Renema, Daniel Oblak, Niels Kjaergaard, and Eugene S Polzik. Entanglement-assisted atomic clock beyond the projection noise limit. *New Journal of Physics*, 12(6) :065032, 2010.
- [56] Ian D. Leroux, Monika H. Schleier-Smith, and Vladan Vuletić. Orientation-dependent entanglement lifetime in a squeezed atomic clock. *Phys. Rev. Lett.*, 104 :250801, Jun 2010.
- [57] A. Einstein, B. Podolsky, and N. Rosen. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? *Phys. Rev.*, 47 :777–780, May 1935.
- [58] Nicolas Gisin, Grégoire Ribordy, Wolfgang Tittel, and Hugo Zbinden. Quantum cryptography. *Rev. Mod. Phys.*, 74 :145–195, Mar 2002.
- [59] I. M. Georgescu, S. Ashhab, and Franco Nori. Quantum simulation. *Rev. Mod. Phys.*, 86 :153–185, Mar 2014.
- [60] Vittorio Giovannetti, Seth Lloyd, and Lorenzo Maccone. Quantum-enhanced measurements : Beating the standard quantum limit. *Science*, 306(5700) :1330–1336, 2004.
- [61] Ian D. Leroux, Monika H. Schleier-Smith, and Vladan Vuletić. Implementation of cavity squeezing of a collective atomic spin. *Phys. Rev. Lett.*, 104 :073602, Feb 2010.
- [62] Ian D. Leroux, Monika H. Schleier-Smith, Hao Zhang, and Vladan Vuletić. Unitary cavity spin squeezing by quantum erasure. *Phys. Rev. A*, 85 :013803, Jan 2012.
- [63] Gross C. Zibold T. Nicklas E. Estève J. Oberthaler M. K. Nonlinear atom interferometer surpasses classical precision limit. *Nature*, 464, 2012.

- [64] R. J. Sewell, M. Koschorreck, M. Napolitano, B. Dubost, N. Behbood, and M. W. Mitchell. Magnetic sensitivity beyond the projection noise limit by spin squeezing. *Phys. Rev. Lett.*, 109 :253605, Dec 2012.
- [65] V. B. Braginsky, Y. I. Vorontsov, and K. S. Thorne. Quantum nondemolition measurements. *Science*, 209(4456) :547–557, aug 1980.
- [66] Anne E. B. Nielsen and Klaus Mølmer. Atomic spin squeezing in an optical cavity. *Phys. Rev. A*, 77 :063811, Jun 2008.
- [67] A. Kuzmich, N. P. Bigelow, and L. Mandel. Atomic quantum non-demolition measurements and squeezing. *EPL (Europhysics Letters)*, 42(5) :481, 1998.
- [68] Monika H. Schleier-Smith, Ian D. Leroux, and Vladan Vuletić. States of an ensemble of two-level atoms with reduced quantum uncertainty. *Phys. Rev. Lett.*, 104 :073604, Feb 2010.
- [69] Zilong Chen, Justin G. Bohnet, Shannon R. Sankar, Jiayan Dai, and James K. Thompson. Conditional spin squeezing of a large ensemble via the vacuum Rabi splitting. *Phys. Rev. Lett.*, 106 :133601, Mar 2011.
- [70] E. T. Jaynes and F. W. Cummings. Comparison of quantum and semiclassical radiation theories with application to the beam maser. *Proceedings of the IEEE*, 51(1) :89–109, Jan 1963.
- [71] F. Bloch, W. W. Hansen, and M. Packard. The nuclear induction experiment. *Phys. Rev.*, 70 :474–485, Oct 1946.
- [72] Richard P. Feynman, Frank L. Vernon Jr., and Robert W. Hellwarth. Geometrical representation of the Schrödinger equation for solving maser problems. *Journal of Applied Physics*, 28(1) :49–52, 1957.
- [73] Jian Ma, Xiaoguang Wang, C.P. Sun, and Franco Nori. Quantum spin squeezing. *Physics Reports*, 509(2–3) :89 – 165, 2011.
- [74] Masahiro Kitagawa and Masahito Ueda. Squeezed spin states. *Phys. Rev. A*, 47 :5138–5143, Jun 1993.

- [75] Anders S. Sørensen and Klaus Mølmer. Entanglement and extreme spin squeezing. *Physical Review Letters*, 86(20) :4431–4434, may 2001.
- [76] D. J. Wineland, J. J. Bollinger, W. M. Itano, F. L. Moore, and D. J. Heinzen. Spin squeezing and reduced quantum noise in spectroscopy. *Phys. Rev. A*, 46 :R6797–R6800, Dec 1992.
- [77] D. J. Wineland, J. J. Bollinger, W. M. Itano, and D. J. Heinzen. Squeezed atomic states and projection noise in spectroscopy. *Phys. Rev. A*, 50 :67–88, Jul 1994.
- [78] W. Muessel, H. Strobel, D. Linnemann, T. Zibold, B. Juliá-Díaz, and M. K. Oberthaler. Twist-and-turn spin squeezing in Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 92 :023603, Aug 2015.
- [79] W. Muessel, H. Strobel, D. Linnemann, D. B. Hume, and M. K. Oberthaler. Scalable spin squeezing for quantum-enhanced magnetometry with Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. Lett.*, 113 :103004, Sep 2014.
- [80] J. Von Neumann. *Mathematical foundation of quantum mechanics*. Princeton University Press, 1955.
- [81] M. Born. *Nobel lecture : The Statistical Interpretations of Quantum Mechanics*. Elsevier Publishing Company, Amsterdam, 1964.
- [82] Michael Tavis and Frederick W. Cummings. Exact solution for anN-molecule—radiation-field hamiltonian. *Physical Review*, 170(2) :379–384, jun 1968.
- [83] K. Lindquist, M. Stephens, and C. Wieman. Experimental and theoretical study of the vapor-cell Zeeman optical trap. *Physical Review A*, 46(7) :4082–4090, oct 1992.
- [84] D.A. Steck. *Rubidium 87 D ligne data*. Theoretical Division, Los Alamos Nat. Lab., 2001.
- [85] P. D. Lett, W. D. Phillips, S. L. Rolston, C. E. Tanner, R. N. Watts, and C. I. Westbrook. Optical molasses. *Journal of the Optical Society of America B*, 6(11) :2084, nov 1989.

- [86] J. Dalibard and C. Cohen-Tannoudji. Laser cooling below the doppler limit by polarization gradients : simple theoretical models. *Journal of the Optical Society of America B*, 6(11) :2023, nov 1989.
- [87] J. J. Snyder. Paraxial ray analysis of a cat's-eye retroreflector. *Applied Optics*, 14(8) :1825, aug 1975.
- [88] E. A. Donley, T. P. Heavner, F. Levi, M. O. Tataw, and S. R. Jefferts. Double-pass acousto-optic modulator system. *Review of Scientific Instruments*, 76(6) :063112, jun 2005.
- [89] T. A. Savard, K. M. O'Hara, and J. E. Thomas. Laser noise induced heating in far off resonance optical traps. In *Quantum Electronics and Laser Science Conference*, page QPD6. Optical Society of America, 1997.
- [90] M. E. Gehm, K. M. O'Hara, T. A. Savard, and J. E. Thomas. Dynamics of noise-induced heating in atom traps. *Physical Review A*, 58(5) :3914–3921, nov 1998.
- [91] K. O. Roberts, T. McKellar, J. Fekete, A. Rakonjac, A. B. Deb, and N. Kjærgaard. Steerable optical tweezers for ultracold atom studies. *Optics Letters*, 39(7) :2012, mar 2014.
- [92] Amita B. Deb, Thomas McKellar, and Niels Kjærgaard. Optical runaway evaporation for the parallel production of multiple Bose-Einstein condensates. *Physical Review A*, 90(5), nov 2014.
- [93] D. Kruse, M. Ruder, J. Benhelm, C. von Cube, C. Zimmermann, Ph. W. Courteille, Th. Elsässer, B. Nagorny, and A. Hemmerich. Cold atoms in a high-qring cavity. *Physical Review A*, 67(5), may 2003.
- [94] W. Hänsel, J. Reichel, P. Hommelhoff, and T. W. Hänsch. Trapped-atom interferometer in a magnetic microtrap. *Physical Review A*, 64(6), nov 2001.
- [95] T. Schumm, S. Hofferberth, L. M. Andersson, S. Wildermuth, S. Groth, I. Bar-Joseph, J. Schmiedmayer, and P. Krüger. Matter-wave interferometry in a double well on an atom chip. *Nature Physics*, 1(1) :57–62, sep 2005.

- [96] Y. Shin, C. Sanner, G.-B. Jo, T. A. Pasquini, M. Saba, W. Ketterle, D. E. Pritchard, M. Vengalattore, and M. Prentiss. Interference of Bose-Einstein condensates split with an atom chip. *Physical Review A*, 72(2), aug 2005.
- [97] P. Bouyer and G. Kuyumjyan et al. *Bose-Einstein condensate in a cavity and its coherent splitting*. In preparation, 2017.
- [98] J Werschnik and E K U Gross. Quantum optimal control theory. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 40(18) :R175–R211, sep 2007.
- [99] Erik Torrontegui, Sara Ibáñez, Sofia Martínez-Garaot, Michele Modugno, Adolfo del Campo, David Guéry-Odelin, Andreas Ruschhaupt, Xi Chen, and Juan Gonzalo Muga. Shortcuts to adiabaticity. In *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, pages 117–169. Elsevier, 2013.
- [100] J.-F. Schaff, X.-L. Song, P. Capuzzi, P. Vignolo, and G. Labeyrie. Shortcut to adiabaticity for an interacting bose-einstein condensate. *EPL (Europhysics Letters)*, 93(2) :23001, jan 2011.
- [101] Franco Dalfovo, Stefano Giorgini, Lev P. Pitaevskii, and Sandro Stringari. Theory of Bose-Einstein condensation in trapped gases. *Rev. Mod. Phys.*, 71 :463–512, Apr 1999.
- [102] Fabrice Gerbier. *Condensats de Bose-Einstein dans un piège anisotrope*. Theses, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, September 2003.
- [103] Rudolf Grimm, Matthias Weidemüller, and Yurii B. Ovchinnikov. Optical dipole traps for neutral atoms. *Advances In Atomic, Molecular, and Optical Physics*, 42 :95 – 170, 2000.
- [104] Abbas Khadjavi, Allen Lurio, and W. Happer. Stark effect in the excited states of Rb, Cs, Cd, and Hg. *Phys. Rev.*, 167 :128–135, Mar 1968.
- [105] Jean-François Clément. *Production of a Bose-Einstein condensate in a 1565 nm optical-dipole trap*. Theses, Université Paris Sud - Paris XI, November 2008.
- [106] S Bernon, T Vanderbruggen, R Kohlhaas, A Bertoldi, A Landragin, and P Bouyer. Heterodyne non-demolition measurements on cold atomic samples : towards the

- preparation of non-classical states for atom interferometry. *New Journal of Physics*, 13(6) :065021, 2011.
- [107] Thomas Vanderbruggen. *Nondestructive detection for atom interferometry and Bose-Einstein condensation in a high finesse optical cavity*. Theses, Université Paris Sud - Paris XI, April 2012.
- [108] Wolfgang Petrich, Michael H. Anderson, Jason R. Ensher, and Eric A. Cornell. Behavior of atoms in a compressed magneto-optical trap. *J. Opt. Soc. Am. B*, 11(8) :1332–1335, Aug 1994.
- [109] Harald F. Hess, Greg P. Kochanski, John M. Doyle, Naoto Masuhara, Daniel Kleppner, and Thomas J. Greytak. Magnetic trapping of spin-polarized atomic hydrogen. *Phys. Rev. Lett.*, 59 :672–675, Aug 1987.
- [110] Harald F. Hess. Evaporative cooling of magnetically trapped and compressed spin-polarized hydrogen. *Phys. Rev. B*, 34 :3476–3479, Sep 1986.
- [111] Steven Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin, and A. Cable. Experimental observation of optically trapped atoms. *Phys. Rev. Lett.*, 57 :314–317, Jul 1986.
- [112] M. D. Barrett, J. A. Sauer, and M. S. Chapman. All-optical formation of an atomic Bose-Einstein condensate. *Phys. Rev. Lett.*, 87 :010404, Jun 2001.
- [113] K. M. O’Hara, M. E. Gehm, S. R. Granade, and J. E. Thomas. Scaling laws for evaporative cooling in time-dependent optical traps. *Phys. Rev. A*, 64 :051403, Oct 2001.
- [114] O. J. Luiten, M. W. Reynolds, and J. T. M. Walraven. Kinetic theory of the evaporative cooling of a trapped gas. *Phys. Rev. A*, 53 :381–389, Jan 1996.
- [115] Chen-Lung Hung, Xibo Zhang, Nathan Gemelke, and Cheng Chin. Accelerating evaporative cooling of atoms into Bose-Einstein condensation in optical traps. *Phys. Rev. A*, 78 :011604, Jul 2008.
- [116] Markus Falkenau, Valentin V. Volchkov, Jahn Rührig, Hannes Gorniaczyk, and Axel Griesmaier. Evaporation-limited loading of an atomic trap. *Physical Review A*, 85(2), feb 2012.

- [117] Yu. Kagan, E. L. Surkov, and G. V. Shlyapnikov. Evolution of a bose-condensed gas under variations of the confining potential. *Phys. Rev. A*, 54 :R1753–R1756, Sep 1996.
- [118] Y. Castin and R. Dum. Bose-Einstein condensates in time dependent traps. *Phys. Rev. Lett.*, 77 :5315–5319, Dec 1996.
- [119] Michael C. Garrett, Adrian Ratnapala, Eikbert D. van Ooijen, Christopher J. Vale, Kristian Weegink, Sebastian K. Schnelle, Otto Vainio, Norman R. Heckenberg, Halina Rubinsztein-Dunlop, and Matthew J. Davis. Growth dynamics of a Bose-Einstein condensate in a dimple trap without cooling. *Physical Review A*, 83(1), jan 2011.
- [120] Y.-J. Lin, A. R. Perry, R. L. Compton, I. B. Spielman, and J. V. Porto. Rapid production of ^{87}Rb Bose-Einstein condensates in a combined magnetic and optical potential. *Phys. Rev. A*, 79 :063631, Jun 2009.
- [121] D Jacob, E Mimoun, L De Sarlo, M Weitz, J Dalibard, and F Gerbier. Production of sodium Bose–Einstein condensates in an optical dimple trap. *New Journal of Physics*, 13(6) :065022, 2011.
- [122] D. Comparat, A. Fioretti, G. Stern, E. Dimova, B. Laburthe Tolra, and P. Pillet. Optimized production of large Bose-Einstein condensates. *Phys. Rev. A*, 73 :043410, Apr 2006.
- [123] Z-Y Ma, A M Thomas, C J Foot, and S L Cornish. The evaporative cooling of a gas of caesium atoms in the hydrodynamic regime. *Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics*, 36(16) :3533, 2003.
- [124] K. Huang. *Statistical Mechanics*. Wiley 2nd ed., 1987.
- [125] Yu. Kagan, E. L. Surkov, and G. V. Shlyapnikov. Evolution of a Bose-condensed gas under variations of the confining potential. *Physical Review A*, 54(3) :R1753–R1756, sep 1996.
- [126] Y. Castin and R. Dum. Bose-Einstein condensates in time dependent traps. *Physical Review Letters*, 77(27) :5315–5319, dec 1996.

-
- [127] S. van Frank, M. Bonneau, J. Schmiedmayer, S. Hild, C. Gross, M. Cheneau, I. Bloch, T. Pichler, A. Negretti, T. Calarco, and et al. Optimal control of complex atomic quantum systems. *Scientific Reports*, 6(1), Oct 2016.
- [128] Yvan Castin and Jean Dalibard. Relative phase of two Bose-Einstein condensates. *Physical Review A*, 55(6) :4330–4337, Jun 1997.
- [129] Zoran Hadzibabic, Sabine Stock, Baptiste Battelier, Vincent Bretin, and Jean Dalibard. Interference of an array of independent Bose-Einstein condensates. *Physical Review Letters*, 93(18), Oct 2004.
- [130] Alicia J Kollár, Alexander T Papageorge, Kristian Baumann, Michael A Armen, and Benjamin L Lev. An adjustable-length cavity and Bose–Einstein condensate apparatus for multimode cavity QED. *New Journal of Physics*, 17(4) :043012, apr 2015.
- [131] Sarang Gopalakrishnan, Benjamin L. Lev, and Paul M. Goldbart. Emergent crystallinity and frustration with Bose–Einstein condensates in multimode cavities. *Nature Physics*, 5(11) :845–850, oct 2009.
- [132] S. Ostermann, F. Piazza, and H. Ritsch. Spontaneous crystallization of light and ultracold atoms. *Physical Review X*, 6(2), May 2016.
- [133] Sarang Gopalakrishnan, Benjamin L. Lev, and Paul M. Goldbart. Frustration and glassiness in spin models with cavity-mediated interactions. *Physical Review Letters*, 107(27), Dec 2011.