



HAL
open science

Contrôle du bruit par effets de localisation par géométries irrégulières

Fulbert Mbailassem

► **To cite this version:**

Fulbert Mbailassem. Contrôle du bruit par effets de localisation par géométries irrégulières. Acoustique [physics.class-ph]. Université de Lyon, 2016. Français. NNT : 2016LYSEI095 . tel-01755490

HAL Id: tel-01755490

<https://theses.hal.science/tel-01755490>

Submitted on 30 Mar 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



INSA

N° d'ordre NNT : 2016LYSEI095

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITE DE LYON

Opérée au sein de
l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

école doctorale MEGA : EDA162
Mécanique, énergétique, Génie Civil, Acoustique
Spécialité : **Acoustique**

Soutenue publiquement par :
MBAILASSEM Fulbert

CONTRÔLE DU BRUIT PAR EFFETS DE LOCALISATION PAR GÉOMÉTRIES IRRÉGULIÈRES

Devant le jury composé de :

JEAN-YVES CHAMPAGNE (Prof.)	INSA de Lyon	Examineur
PHILIPPE LECLAIRE (Prof.)	Univ. de Bourgogne	Rapporteur
SIMON FÉLIX (HDR)	Univ. du Maine	Rapporteur
NICOLAS DAUCHEZ (Prof.)	UTC	Examineur
VALÉRIE KAFTANDJIAN (Prof.)	INSA de Lyon	Examinatrice
QUENTIN LECLÈRE (HDR)	INSA de Lyon	Directeur de Thèse
EMMANUEL GOURDON (Prof.)	ENTPE de Lyon	Co-directeur
EMMANUEL REDON (MC)	Univ. de Bourgogne	Co-directeur

Année 2016

Département FEDORA – INSA Lyon - Ecoles Doctorales – Quinquennal 2016-2020

SIGLE	ECOLE DOCTORALE	NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE
CHIMIE	CHIMIE DE LYON http://www.edchimie-lyon.fr Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 ^e étage secretariat@edchimie-lyon.fr Insa : R. GOURDON	M. Stéphane DANIELE Institut de Recherches sur la Catalyse et l'Environnement de Lyon IRCELYON-UMR 5256 Équipe CDFA 2 avenue Albert Einstein 69626 Villeurbanne cedex directeur@edchimie-lyon.fr
E.E.A.	ELECTRONIQUE, ELECTROTECHNIQUE, AUTOMATIQUE http://edeea.ec-lyon.fr Sec : M.C. HAVGOUDOUKIAN Ecole-Doctorale.eea@ec-lyon.fr	M. Gérard SCORLETTI Ecole Centrale de Lyon 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60.97 Fax : 04 78 43 37 17 Gerard.scorletti@ec-lyon.fr
E2M2	EVOLUTION, ECOSYSTEME, MICROBIOLOGIE, MODELISATION http://e2m2.universite-lyon.fr Sec : Safia AIT CHALAL Bat Darwin - UCB Lyon 1 04.72.43.28.91 Insa : H. CHARLES Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr	Mme Gudrun BORNETTE CNRS UMR 5023 LEHNA Université Claude Bernard Lyon 1 Bât Forel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 06.07.53.89.13 e2m2@univ-lyon1.fr
EDISS	INTERDISCIPLINAIRE SCIENCES-SANTE http://www.ediss-lyon.fr Sec : Safia AIT CHALAL Hôpital Louis Pradel - Bron 04 72 68 49 09 Insa : M. LAGARDE Safia.ait-chalal@univ-lyon1.fr	Mme Emmanuelle CANET-SOULAS INSERM U1060, CarMeN lab, Univ. Lyon 1 Bâtiment IMBL 11 avenue Jean Capelle INSA de Lyon 696621 Villeurbanne Tél : 04.72.68.49.09 Fax :04 72 68 49 16 Emmanuelle.canet@univ-lyon1.fr
INFOMATHS	INFORMATIQUE ET MATHEMATIQUES http://infomaths.univ-lyon1.fr Sec : Renée EL MELHEM Bat Blaise Pascal 3 ^e étage infomaths@univ-lyon1.fr	Mme Sylvie CALABRETTO LIRIS – INSA de Lyon Bat Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 43. 80. 46 Fax 04 72 43 16 87 Sylvie.calabretto@insa-lyon.fr
Matériaux	MATERIAUX DE LYON http://ed34.universite-lyon.fr Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry Ed.materiaux@insa-lyon.fr	M. Jean-Yves BUFFIERE INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Saint Exupéry 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 71.70 Fax 04 72 43 85 28 Ed.materiaux@insa-lyon.fr
MEGA	MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE http://mega.universite-lyon.fr Sec : M. LABOUNE PM : 71.70 –Fax : 87.12 Bat. Saint Exupéry mega@insa-lyon.fr	M. Philippe BOISSE INSA de Lyon Laboratoire LAMCOS Bâtiment Jacquard 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72 .43.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 Philippe.boisse@insa-lyon.fr
ScSo	ScSo* http://recherche.univ-lyon2.fr/scso/ Sec : Viviane POLSINELLI Brigitte DUBOIS Insa : J.Y. TOUSSAINT viviane.polsinelli@univ-lyon2.fr	Mme Isabelle VON BUELTZINGLOEWEN Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.86 Fax : 04.37.28.04.48

*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie



A
ma mère NODJIYO Marie
ma soeur NEKINGAM Louisina
soeur SILVANA Rossini
père HAGGIAI Fortunato
feue HAOUA Hélène
Mon épouse MONOGOLO Bongo



*« Dès que tu vois que tu sais faire une chose,
attaque-toi à quelque chose que tu ne sais pas encore faire »*
Rudyard Kipling



Remerciements

Ce manuscrit marque l'aboutissement d'une thèse que j'ai commencée il y a un peu plus de trois ans. Cet travail n'aurait pas été possible sans la contribution et le soutien de nombreuses personnes et entités que je tiens à remercier de façon particulière mais non exhaustive.

D'abord, je voudrais dire mes sincères remerciements à mes directeurs de thèse Quentin LECLERE, Emmanuel GOURDON et Emmanuel REDON pour m'avoir accompagné tout au long de cette excitante aventure. Vous m'avez initié à la recherche et vous m'avez appris à travailler en faisant l'équilibre entre l'autonomie et le travail en équipe et je vous serai toujours reconnaissant. Merci pour votre patience et surtout pour m'avoir toujours compris malgré mes limites et mes imperfections. J'apprécie particulièrement les différentes valeurs humaines de chacun de vous et l'attention que vous m'avez accordée dans les moments personnellement difficiles pour moi. S'il y a quelque chose dont vous pouvez être fiers, c'est d'avoir réussi à me faire franchir des paliers tant sur le plan scientifique qu'organisationnel et humain. Loin de faire une discrimination entre vous, je voudrais juste dire merci à Quentin LECLERE qui me dirige depuis mon Master et qui m'a donné le goût de la recherche en me proposant, par votre accord, cette thèse.

Je voudrais ensuite remercier sincèrement les rapporteurs, M. Philippe LECLAIRE et M. Simon FELIX pour avoir donné de leur temps pour relire ce travail et surtout pour leurs retours assez constructifs qui m'ont permis de l'améliorer et de m'améliorer personnellement. J'apprécie particulièrement le caractère objectif, honnête et édifiant de leurs remarques et suggestions. Dans la même optique, je remercie sincèrement tous les membres du jury qui ont accepté, malgré leur calendrier chargé en cette rentrée scolaire de venir apprécier et juger ce travail modeste et surtout pour m'éclairer davantage sur la recherche scientifique. La diversité de vos interventions et de vos domaines de compétence m'ont davantage appris sur l'importance de la collaboration scientifique et technique.

Je voudrais adresser mes sincères remerciements à M. Etienne PARIZET directeur du Laboratoire Vibration et Acoustique (LVA) de L'INSA et à M. Claude-Henri LAMARQUE, directeur du Laboratoire Génie Civil et Bâtiment de l'ENTPE pour m'avoir accueilli dans leur laboratoire respectif. A travers vous, je dis merci aux deux institutions universitaires dont vos laboratoires font partie à savoir l'INSA et l'ENTPE de Lyon. Merci à tout le personnel de ces deux laboratoires. Merci particulièrement à Nathalie LORIOT, secrétaire du LVA pour sa disponibilité et pour tous les services rendus. Merci pour tous les messages de réconfort que tu n'as cessé de m'adresser dans les périodes difficiles. Je voudrais dire toute ma reconnaissance à Patrick BLACHIER, technicien du LVA pour sa contribution, combien importante dans la partie expérimentale de ma thèse. Merci sincèrement à tous les collègues doctorants pour les différents moments vécus ensemble. Je vous remercie pour les différents partages et pour vos encouragements. Je souhaite à chacun de vous une très bonne fin de thèse et un avenir socio-professionnel radieux. J'adresse un vif remerciement à Antonio PEREIRA pour les différentes discussions scientifiques et techniques que nous avons eues. Merci pour tes pertinentes suggestions. Aussi grand merci à toutes les personnes qui, lors des conférences ou quelque part dans un couloir, m'ont donné des idées ou m'ont fait des critiques constructives pour améliorer ce travail. Merci à toute l'équipe de Matelys et à mes collègues de bureau à l'INSA et à l'ENTPE.

Je tiens également à adresser mes profonds remerciements au Labex CeLyA (Centre Lyonnais d'Acoustique) porté par l'Université de Lyon qui a financé la totalité de cette thèse. Grâce à sa politique et son mode fonctionnement, j'ai eu l'opportunité d'intégrer deux laboratoires de recherche dans une collaboration assez constructive et très bénéfique. CeLyA m'a aussi per-

mis de découvrir la grande diversité des thématiques de la communauté scientifique acousticienne et mécanicienne. Je remercie particulièrement le comité de pilotage du CeLyA pour la confiance faite à ma modeste personne pour m'attribuer cette bourse et son personnel administratif pour tout le service rendu durant ces trois années.

Mes sincères remerciements s'adressent aussi à tous les acteurs de la coopération internationale entre l'INSA de Lyon et l'IUSTA du Tchad sans laquelle, je n'aurais pas eu cette grande opportunité. Merci particulièrement à Jean-Yves CHAMPAGNE, Nacer HAMZAOUI, Michel QUERRY, Bernard LAULAGNET, Mahamoud Youssef KHAYAL, Malloum SOULTAN et Mahamat BORGOU.

En dehors du monde académique et scientifique, j'ai bénéficié du soutien de nombreuses personnes que je tiens à mentionner. Merci tout d'abord à ceux qui m'ont couvert de soins sociaux, matériels et moraux. Pour cela, je pense particulièrement à Cathérine TAMYAMBA, Denis DJIMDONGARTI, Odile DJERANG, MOUANAHATA Elie sans oublier la grande communauté des tchadiens de la région Rhone-Alpes. Merci à toutes les personnes qui, de près ou de loin, m'ont aidé dans mon intégration socio-culture à la vie en France. Je pense en l'occurrence aux amis de la paroisse sainte Madeleine des Charpennes, aux amis de la communauté Sant'Egidio, aux amis de chorale Coeur Zola de Lyon, aux familles CULEM et MOTTE sans oublier la famille du docteur Serge BOEY qui m'a accordé une hospitalité très touchante. Je voudrais dire également merci à Marc de Ste Foy pour avoir accepté de lire et corriger de nombreuses pages de ma thèse et à ses parents qui m'ont toujours ouvert la porte de leur maison à chaque fois que j'en exprime le besoin. Merci sincèrement à Bonaventure DANOUBE pour son soutien et ses encouragements pendant toute cette thèse. Merci pour ta disponibilité et bon courage également pour ta thèse mon frère.

Je voudrais dire grand merci à mes parents qui m'ont toujours donné ce qu'ils ont et ce dont j'ai le plus besoin à savoir leur amour. Merci papa N'DJEDANEM Albert et maman NODJIYO Marie. Malgré vos limites et vos difficultés quotidiennes, vous avez toujours su me guider et me faire confiance. Aujourd'hui, je suis davantage fier de vous ; puisse Dieu vous bénir richement. Merci à tous mes frères et sœurs. Merci également à ma grand-mère YORAM Martine qui ne cesse de prier pour moi, sans oublier mon grand père GOLYO et mes oncles Hippolyte BENAINANG et DJIKOLOUM Mahamat. Dans la même optique, j'adresse mes sincères remerciements à tous les parents et amis du Tchad qui n'ont cessé de me reconforter pendant ces années de thèse. Qu'ils soient rassurés de ma totale reconnaissance. Un merci particulier à DJIKOLOUM Jean-Baptiste et à tous les membres de « *l'équipe du dimanche* » dont NADJIM Roasbaye Sixte, TAGODOMBAYE David, NGARNGOUNE Aristophane, MINGAMBAYE Aubin, MBAISSISSEM Yves, MADJIHOUDOU Prosper, ALLADOUM BEGOTO faustin etc. pour leur amitié. Merci à tous les amis de l'amicale des anciens élèves du collège saint Joseph de Donia ainsi qu'à ceux de l'amicale des élèves du Lycée Pardre Pio. Ensuite, je tiens à dire un grand merci à la sœur SILVANA Rossini, à la communauté des sœurs de la charité de Goré et de N'Djaména ainsi qu'à l'ensemble du clergé de Goré qui me soutient depuis mon enfance.

Par ailleurs, je voudrais rendre un vibrant hommage aux parents et à certaines personnes qui m'ont toujours manifesté leur amour mais que le destin a rappelé avant la fin de cette thèse. Je pense particulièrement à ma grand-mère Agnès KEIKASS, à maman Haoua Héléne NGARBAROUM et à mon grand-père André MBAINDOLOUM.

Enfin, je voudrais dire MERCI à toi ma tendre et aimante épouse Clémence. J'ai passé toutes les années de cette thèse loin de toi et peut-être à cause de cette thèse, tu n'as pas pu recevoir tout l'amour que tu mérites mais tu t'es montrée toujours compréhensive à mon égard. Ta patience m'a grandi et je t'en remercie sincèrement du fond de mon cœur. A travers toi, je dis un sincère merci à toute ma belle famille.

Résumé

Cette thèse s'inscrit dans le cadre de la recherche des moyens de contrôle et particulièrement de réduction du bruit. Elle porte sur l'analyse du comportement acoustique des irrégularités géométriques entraînant le phénomène de localisation en vue d'une application pour la réduction du bruit. La localisation est le phénomène de confinement de l'énergie ou de l'amplitude vibratoire dans une très faible proportion de volume d'un système donné. Le but de ce travail est de trouver un moyen pour suppléer les systèmes existants de correction du bruit (matériaux poro-acoustique, panneaux/membranes, etc.) là où ils sont moins efficaces, renforcer les performances de ces derniers et/ou réduire le coût du traitement acoustique des espaces clos.

En prélude à l'atténuation du bruit par les géométries irrégulières, les mécanismes de la dissipation thermo-visqueuse sont rappelés et illustrés par quelques exemples de réseaux de résonateurs quart-d'onde. Après le rappel de ces mécanismes, le phénomène de localisation est étudié par une analyse modale. Le caractère localisé d'un mode est quantitativement évalué par son volume d'existence relatif (V_{ER}) qui donne, en fraction du volume total du domaine, le volume effectif concerné par l'énergie du mode. Pour analyser la localisation acoustique en fonction de la géométrie, une cavité irrégulière de forme préfractale et des cavités régulières de forme parallélépipédique ont été utilisées. Il ressort de cette étude que seules les cavités irrégulières ayant des irrégularités en forme de sous-cavités couplées à une cavité principale sont localisantes. La fréquence d'un mode localisé est liée aux dimensions de la zone irrégulière de localisation.

Le lien entre les irrégularités géométriques et la dissipation acoustique est ensuite analysé au moyen des indicateurs tels que le facteur de qualité, le coefficient d'absorption ou le taux d'amortissement de l'énergie. Cette étude montre que les cavités irrégulières sont plus « amortissantes » comparativement aux cavités à géométrie régulière. Toutefois, la dissipation de l'énergie acoustique des cavités irrégulières n'est pas uniquement liée à la localisation. Elle dépend également d'autres paramètres (porosité, résistivité, etc.). Lorsque les irrégularités des parois rigides ne permettent pas de réaliser une dissipation suffisante, elles peuvent être réalisées dans les matériaux poroélastiques à performance acoustique moyenne pour augmenter leur capacité dissipative.

Des études expérimentales menées ont, pour la première fois, permis de valider l'existence du phénomène de localisation et de confirmer la tendance plus dissipative des géométries irrégulières par rapport aux géométries régulières. De même, des mesures du coefficient d'absorption d'un échantillon de forme préfractale d'un béton de chanvre (matériau ayant une performance acoustique moyenne) montrent une augmentation de la dissipation de plus de 40% induite par la présence de la forme irrégulière. Enfin, cette thèse permet de répondre à un défi technologique consistant à effectuer une mise en évidence expérimentale du phénomène de localisation jusque là difficile à réaliser avec des microphones. Pour y parvenir, un outil optique peu conventionnel dans la métrologie acoustique est adopté; il s'agit de la réfracto-vibrométrie qui consiste à utiliser, sous certaines conditions, le vibromètre laser pour mesurer un champ acoustique (pression acoustique). Bien que très contraignante, cette technique présente l'avantage d'être non intrusive et donc moins encombrante même pour de petites cavités comparativement aux microphones.

Mots clés : irrégularités géométriques, localisation acoustique, dissipation acoustique, analyse modale, réfracto-vibrométrie.

Abstract

In this thesis, the acoustical behavior of irregular cavities leading to localization phenomenon is investigated for noise reduction applications. Localization phenomenon is the confinement of vibrational energy or amplitude in a small fraction of a system's total volume. The purpose of this work is to propose sound field correction systems which can either replace existent absorbent systems (e.g. porous materials, panels) at conditions in which they are less efficient (low frequencies domain for instance), improve their absorption performance and/or reduce acoustical treatment cost of closed spaces.

Before addressing geometrical irregularities effects on the sound field, viscothermal dissipation mechanisms of sound are recalled and illustrated through few networks of quarter-wave resonators.

In a second part, a study of the localization phenomenon is carried out by a modal analysis approach. The localization is quantified by the relative existence volume (V_{ER}), an indicator which gives a measure of the volume of the region in which a mode is localized as a fraction of the total cavity volume. The localization analysis is conducted using both regular (rectangular) and irregular (fractal) cavities. It has been shown that only cavities with irregular geometry, such that sub-cavities are formed, can localize some acoustical modes. Moreover, the frequency of a localized mode is related to the dimensions of the localization region.

Following the investigation of the localization phenomenon, the relation between cavities geometry and sound energy dissipation has been studied by the estimation of damping indicators, such as the quality factor, the sound absorption coefficient or the energy damping rate. According to this study, irregular cavities have higher capability to damp sound waves compared to regular cavities. However, for the case of irregular cavities only, the induced dissipation is not proportional to the localization. Nevertheless, when irregularities of rigid walls are not able to achieve sufficient dissipation, this can be obtained with slightly absorptive porous materials of irregular geometry. In fact, the dissipative properties of some porous materials can be optimized by giving them irregular interface.

Finally, an experimental set-up is designed in order to validate the localization phenomenon and to confirm the damping tendency of irregular geometries in comparison to regular ones. Moreover, measurements of the sound absorption coefficient of a hemp concrete reveal that the sample of irregular geometry achieves sound dissipation more than 40% higher than the one achieved by a regular plane sample. Finally, this thesis has addressed a technological challenge consisting of experimentally validating the localization phenomenon which is so far very difficult to obtain by using conventional pressure microphones. In the framework of this thesis, an optical non-conventional sound pressure measurement technique has been used. The used technique is the laser refracto-vibrometry which consists of using a laser vibrometer in some specific conditions to measure the acoustical field (sound pressure). This technique is difficult to conduct but it has the advantage of being contactless, thus less cumbersome for even very small cavities as compared to pressure microphones.

Key words: irregular geometries, acoustical localization, acoustical dissipation, modal analysis, refracto-vibrometry.

Table des matières

1	Dissipation thermo-visqueuse d'énergie sonore par résonateurs quart-d'onde couplés	9
1.1	Introduction à l'acoustique thermo-visqueuse	11
1.2	État de l'art sur les modèles thermo-visqueux en acoustique	12
1.2.1	Equations de base	12
1.2.1.1	Lois de conservation	12
1.2.1.2	Équations constitutives	14
1.2.2	Modèle complet de Navier-Stokes linéarisé	16
1.2.2.1	Linéarisation des équations de base	16
1.2.2.2	Modèle complet Linéarisé de Navier-Stokes	17
1.2.2.3	Outils et techniques de résolution	19
1.2.3	Modèles réduits	20
1.2.3.1	Modèle d'admittance de couche limite	21
1.2.3.2	Modèle de faible fréquence réduite	21
1.2.3.3	Modèle de Navier-Stokes séquentiel	22
1.3	Dissipation acoustique par résonateurs quart-d'onde	23
1.3.1	Propagation acoustique thermo-visqueux dans les tubes : modèle LRF	24
1.3.1.1	Modèle LRF ou Solution de Zwikker et Kosten	24
1.3.2	Absorption acoustique par réseau de résonateurs quart-d'onde	30
1.3.2.1	Réseau des résonateurs uniformes	30
1.3.2.2	Mécanismes de dissipation	31
1.3.2.3	Réseaux non uniformes de résonateurs	33
1.3.2.4	Quelques résultats expérimentaux	38
1.4	Prédiction de l'atténuation acoustique dans les cavités de grandes dimensions par le modèle acoustique isentropique	45
1.4.1	Taux d'amortissement	45
1.4.1.1	Taux d'amortissement de pression et taux d'amortissement d'énergie	45
1.4.1.2	Coefficient d'atténuation	46
1.4.2	Formulation du taux d'amortissement d'énergie	46
1.4.2.1	Dissipation visqueuse	46
1.4.2.2	Dissipation thermique	48
1.4.2.3	Taux d'amortissement	49
1.4.3	Exemple d'application	50
1.4.4	Estimation du coefficient d'absorption	52

2	Localisation et Dissipation	57
2.1	Localisation	59
2.1.1	Définition et historique	59
2.1.2	Formulation de la localisation	59
2.1.2.1	Le volume d'existence	60
2.1.2.2	Irrégularité géométrique et Localisation	71
2.1.3	Densité modale	73
2.2	Irrégularité géométrique et atténuation d'onde sonore	75
2.2.1	Cavités aux parois rigides et dissipation	75
2.2.1.1	Facteur de qualité	75
2.2.1.2	Localisation et Coefficient d'absorption	77
2.2.2	Renforcement de l'absorption des matériaux poroacoustiques par interfaces irrégulières	79
2.2.2.1	Analyse modale d'une cavité couplée à un matériau poroélastique via une interface irrégulière	79
2.2.2.2	Coefficient d'absorption d'un matériau poroacoustique à paroi fractale	83
2.3	Esthétique et Acoustique	90
3	Développements expérimentaux adaptés : La réflecto-vibrométrie en acoustique	95
3.1	Réflecto-vibrométrie ou mesure de pression acoustique par Vibrométrie laser à effet Doppler	97
3.1.1	Vibromètre Laser à effet Doppler : principe	97
3.1.1.1	Effet Doppler	97
3.1.1.2	Interférométrie	98
3.1.1.3	Principe de mesure du vibromètre à effet Doppler	100
3.1.2	Principe de mesure de pression acoustique : la réflectovibrométrie	100
3.1.2.1	Conditions d'utilisation	101
3.1.2.2	Mesure de la pression acoustique	101
3.2	Validation	102
3.2.1	Dispositif expérimental	102
3.2.2	Courbes de validation	103
3.3	Résultats expérimentaux de l'analyse du phénomène de localisation	104
3.3.1	Visualisation expérimentale des modes acoustiques de cavité	105
3.3.1.1	Dispositif expérimental	105
3.3.1.2	Cartographies des modes acoustiques	105
3.3.1.3	Projection de la pression mesurée sur la base modale	107
3.3.2	Volume d'existence relatif et modes localisés	111
3.3.3	Dissipation acoustique expérimentale des cavités irrégulières	116
3.3.3.1	Facteur de qualité	116
3.3.3.2	Coefficient d'absorption	119
3.4	Mesure du coefficient d'absorption des matériaux acoustiques par décomposition modale dans un guide d'onde	121
3.4.1	Dispositif expérimental de mesure du coefficient d'absorption par réflecto-vibrométrie	123
3.4.2	Développement théorique de la méthode de mesure : décomposition modale	123
3.4.3	Résultats et discussion sur quelques matériaux	125
A	Coefficient de propagation de quelques sections droites	135

B Modes acoustiques d'une cavité rectangulaire

139

Table des figures

1	Performances des différents moyens passifs d'absorption du son	6
2	Effets de la double porosité sur le coefficient d'absorption d'une mousse [E. Gourdon CFA 2010]	6
1.1	Subdivision d'un domaine acoustique en deux zones (cœur du domaine et couche limite) et épaisseur des couches limites visqueuse et thermique	11
1.2	Quelques géométries éligibles pour le modèle LRF	22
1.3	Résonateur quart-d'onde et pression des trois premiers modes	23
1.4	Tube cylindrique et système de coordonnées. x et r : coordonnées réelles ; $\xi = \omega x / c_0 = kx$ et $\zeta = r / R$: coordonnées adimensionnelles	25
1.5	Coefficient polytropique n en fonction de σ_s	28
1.6	Distribution de la vitesse dans la direction axiale du tube avec le modèle LRF	29
1.7	Mur rigide de résonateurs quart-d'onde	30
1.8	Impédance de surface et coefficient d'absorption d'un mur de résonateur optimisé autour de 1000Hz	31
1.9	Effet de la longueur corrective sur la fréquence de de résonance	32
1.10	Longueurs correctives de deux configurations géométriques [BH03]	33
1.11	Influence du rayon des résonateurs	34
1.12	Coupe schématique d'un mur avec des résonateurs parallèles	34
1.13	Absorption d'un réseau de trois résonateurs différents en parallèle	35
1.14	Coupe schématique d'un mur à résonateurs série	35
1.15	Représentation schématique de deux tubes couplés par un volume [vdE00a]	36
1.16	Schéma de deux tubes couplés en série sans volume	36
1.17	Absorption d'un mur à résonateurs série : $L_1 = 8cm$, $R_1 = 5mm$, $L_2 = 8cm$, $R_2 = 0.95mm$, $\Phi = 0.167$, $\alpha_{min} = 0.8$	36
1.18	Coupe schématique d'un mur à résonateurs en couplage mixte	37
1.19	Coefficient d'absorption d'un mur à résonateurs série-parallèle	38
1.20	Photographie de trois échantillons de blocs à résonateurs quart-d'onde	38
1.21	Représentation schématique d'un groupement série	39
1.22	Chaîne de mesure au tube de Kundt	40
1.23	Coupe schématique du tube de Kundt	40
1.24	Coefficient d'absorption du tube à un seul résonateur	41
1.25	Coefficient d'absorption de l'échantillon à résonateurs parallèles	41
1.26	Coefficient d'absorption de l'échantillon à résonateurs en couplage mixte	42
1.27	Sensibilité du modèle LRF aux longueurs des résonateurs : les rayons et les porosités étant les mêmes pour les deux échantillons.	43
1.28	Profil de vitesse acoustique dans la couche limite	47
1.29	Géométrie d'un système formé d'une cavité couplée à un résonateur	50
1.30	Taux d'amortissement d'énergie et de pression en s^{-1}	51
1.31	Taux d'amortissement d'énergie des différents résonateurs	52

1.32 Coefficient d'absorption du résonateur de 0.8cm	53
1.33 Système fortement amorti et système faiblement amorti	54
1.34 Coefficient d'absorption de différents résonateurs	54
2.1 Cavité acoustique quelconque	59
2.2 Cavité fractale à créneaux	61
2.3 étapes de construction d'une surface fractale à créneaux	62
2.4 Cavités régulières parallélépipédiques	63
2.5 Volume d'existence relatif des cavités régulières	67
2.6 Quelques modes de cavité régulière de base rectangulaire et deux modes dégénérés de la cavité de base carrée	68
2.7 Quelques modes de la cavité fractale	70
2.8 Volume d'existence relatif de la cavité fractale	71
2.9 Quelques cavités irrégulières simples	71
2.10 Volume d'existence relatif des quatre formes irrégulières	72
2.11 Mode localisé de la fractale et longueur de sa branche de localisation	72
2.12 Densité Modale Intégrée des trois cavités	73
2.13 Facteur d'amortissement modal et Volume d'existence relatif de deux cavités	77
2.14 Cavité irrégulière en guide d'onde	77
2.15 Volume d'existence relatif et coefficient d'absorption des cavités à résonateur quart d'onde	78
2.16 Évolution du coefficient d'absorption et du facteur d'amortissement en fonction du volume d'existence relatif de quelques systèmes à résonateurs quart d'onde	79
2.17 Schémas du couplage d'une cavité avec un matériau poroélastique	80
2.18 Célérité complexe et nombre d'onde complexe de la mousse polyuréthane	80
2.19 Valeurs propres (nombres d'onde) complexes des deux systèmes couplés pour une célérité $c_{eq} = 261 + 26.6j$: a) Couplage par une interface plane, b) Couplage par une interface irrégulière. La ligne droite cyan correspond aux valeurs propres du domaine dissipatif du système régulier pris seul.	81
2.20 Valeurs propres (nombres d'onde) des systèmes couplés avec la mousse polyuréthane : Prise en compte de la variation de la célérité d'onde acoustique dans le domaine dissipatif	82
2.21 Schémas des deux formes de matériau poroacoustique analysées	83
2.22 Photographies des échantillons : Echantillon plat (a) et échantillon à géométrie irrégulière « fractale 8 » (b)	84
2.23 Influence de l'irrégularité géométrique sur l'absorption acoustique des bétons de chanvre	84
2.24 Représentation dans le plan complexe des valeurs propres (nombres d'onde) des systèmes Cavité couplé au béton de chanvre	86
2.25 Cartographie de deux modes localisés exclusivement dans l'un des domaines du système couplé par une interface plane	87
2.26 Cartographie des modes couplés	87
2.27 Facteur de couplage des deux systèmes précédents	88
2.28 Coefficient d'absorption de la mousse U150 : $\phi = 0.9$, $\alpha_\infty = 1.2$, $\sigma = 30000 N \cdot s \cdot m^{-4}$, $\Lambda = 28 \cdot 10^{-6} m$, $\Lambda' = 97,6 \cdot 10^{-6} m$	89
2.29 photographies des éponges de Sierpinski réalisées à l'imprimante 3D : Trois échantillons et un porte-échantillon	90

2.30	Résultats des différentes étapes de diagnostic de l'écart entre la mesure et la théorie du coefficient d'absorption de l'éponge de Menger d'ordre 2	91
2.31	Coefficient d'absorption de l'éponge de Menger de seconde itération	92
2.32	Échantillons dans le porte-échantillon : la photo de droite montre l'utilisation des morceaux de papiers pour combler les jeux entre l'échantillon et son contenant	92
3.1	Schéma synoptique de l'interféromètre de Mach-Zender	99
3.2	Mesure de pression acoustique par réfractovibrométrie	101
3.3	Dispositif expérimental de validation	102
3.4	Courbe de transfert entre la vitesse du vibromètre et la pression de microphone	103
3.5	Fonction de transfert dans une petite cavité cylindrique	104
3.6	Photographie de la cavité fractale	105
3.7	Quelques modes localisés de la cavité fractale. Haut : calcul numérique. Bas : résultats expérimentaux. Les cartographies expérimentales correspondent à la fonction de transfert entre la vitesse et l'excitation (unitaire) en $[m \cdot s^{-1}]$	106
3.8	Quelques modes de la cavité rectangulaire. Haut : calcul numérique. Bas : résultats expérimentaux.	107
3.9	Cartographie du champ de pression mesuré avant "filtrage"	107
3.10	Rapport signal sur bruit de la pression mesurée de la cavité fractale	109
3.11	Coefficients modaux de la cavité fractale $\log(a_n)$	110
3.12	Champ de pression $[Pa]$ mesuré avant (haut) et après (bas) « filtrage »	110
3.13	Champ de pression mesuré avant (haut) et après (bas) « filtrage »	111
3.14	Volume d'existence relatif théorique et expérimental des deux cavités	112
3.15	Nombre de MAC de la cavité fractale	113
3.16	Influence de la proximité d'un mode localisé et d'un mode non localisé	114
3.17	Spectres de pression de la cavité et de la zone de localisation de $1493Hz$	115
3.18	Nombre de MAC de la cavité rectangulaire	115
3.19	Rapport signal sur bruit de la projection modale pour la cavité rectangulaire	116
3.20	Spectre de pression de la cavité régulière et forme d'une de ses résonances	117
3.21	Facteur de qualité expérimental de quelques résonances	117
3.22	Facteur de qualité de la cavité régulière et de la cavité fractale	118
3.23	Taux d'amortissement d'énergie σ_e en s^{-1}	119
3.24	Cavité à résonateur quart-d'onde pour la mesure du coefficient d'absorption	120
3.25	Maillage de mesure de pression dans la cavité à résonateur	120
3.26	Coefficient d'absorption du résonateur quart-d'onde. La théorie correspond à un calcul analytique par la méthode LRF	121
3.27	Dispositif expérimental de mesure du coefficient d'absorption des matériaux acoustiques	123
3.28	Matériaux acoustiques testés	125
3.29	Coefficients d'absorption expérimentaux et théoriques de deux matériaux	127
3.30	Coefficient d'absorption d'onde plane et coefficient d'absorption total	128
3.31	Coefficient d'absorption pour une source centrée sur la largeur	128
3.32	Coefficient absorption des modes propagatifs	129
3.33	Angle d'incidence des deux modes d'ordre supérieur	129
3.34	Coefficient d'absorption en fonction du nombre d'onde modal	129
A.1	Section circulaire	136
A.2	Section rectangulaire	137
A.3	section triangulaire	137

A.4	Couche de deux plans infinis	137
B.1	Cavité parallélépipédique de dimensions $L_x \times L_y \times L_z$	140
B.2	Modes axiaux	142
B.3	Modes tangentiels	143
B.4	Modes obliques	143

Liste des tableaux

1.1 Paramètres de l'air	16
2.1 Fréquences propres de deux cavités régulières	65
2.2 Tableau des fréquences propres des cavités régulières et leurs Volumes d'existence relatifs	66
2.3 Fréquences et Volume d'existence relatifs des modes de la cavité fractale	69
2.4 Paramètres acoustiques des échantillons de béton de chanvre	85

Notations

Symbole	Désignation	Unité
c_0	Célérité du son dans l'air	[m/s]
c_{eff}	Célérité effective du son (propagation avec pertes)	[m/s]
C_p	Chaleur spécifique à pression constante	[$J/K/kg$]
C_v	Chaleur spécifique à volume constant	[$J/K/kg$]
D_f	Dimension fractale	[1]
D_{th}	Diffusivité thermique	[m^2/s]
$\tilde{\mathbf{f}}_b$	Vecteur des forces volumiques totale	[N/m^3]
\mathbf{f}_b	Vecteur des forces de volume linéarisé	[N/m^3]
f_{dec}	Fréquence de découplage entre le squelette et la phase fluide	[Hz]
f_e	Fréquence émise	[Hz]
f_r	Fréquence reçue	[Hz]
G	Facteur de forme de la section d'un tube	[1]
H	Enthalpie spécifique	[J/Kg]
I	Intensité	[W/m^2]
k	Nombre d'onde acoustique	[$1/m$]
k_n	nombre d'onde modal	[$1/m$]
k_r	Fréquence réduite	[1]
k'_0	Perméabilité thermique statique d'un matériau	[m^2]
l	Longueur caractéristique de la section d'un tube	[m]
l_m	Taille moyenne des micropores d'un matériau poreux	[m]
l_p	Taille moyenne des mésopores d'un matériau poreux	[m]
l_{op}	Chemin optique	[m]
L	Longueur géométrique d'un résonateur	[m]
L_{eff}	Longueur effective d'un résonateur	[m]
n	Coefficient polytropique (chapitre 1)	[1]
n	Indice de réfraction du milieu (chapitre 3)	[1]
\mathbf{n}	vecteur normal sortant	[1]
\tilde{p}	Pression totale	[Pa]
p_0	Pression moyenne	[Pa]
p	Pression acoustique	[Pa]
P_{cd}	Périmètre de la section droite d'un tube	[m]
$\tilde{\mathbf{q}}$	Vecteur flux de chaleur total	[W/m^2]
\mathbf{q}	Vecteur flux de chaleur linéarisé	[W/m^2]
\tilde{Q}	Source volumique de chaleur	[W/m^3]
Q_n	Facteur de qualité modal	[1]
R_0	Constante de gaz	[$J/K/kg$]
R	Rayon d'une section circulaire	[m]
R, \mathbf{R}	Coefficient de réflexion	[1]
\tilde{s}	Entropie spécifique totale	[$J/K/kg$]
s	Entropie spécifique linéarisée	[$J/K/kg$]
s	Nombre d'onde de cisaillement	[1]
S_{cd}	Aire de la section droite d'un tube	[m^2]
\mathbf{t}	vecteur tangentiel unitaire	[1]
\tilde{T}	Température totale	[K]
T_0	Température moyenne	[K]
T	Température acoustique (fluctuation de température)	[K]

Symbole	Désignation	Unité
u	Vitesse acoustique longitudinale dans un tube	[m/s]
v	vitesse acoustique radiale dans un tube	[m/s]
$\tilde{\mathbf{v}}$	Vecteur vitesse totale	[m/s]
\mathbf{v}	Vecteur vitesse acoustique	[m/s]
V_n	Volume d'existence du mode [ϕ_n]	[m ³]
V_{ER}	Volume d'existence relatif	[1]
Z	Impédance acoustique	[Pa · s/m]

Symboles grecs

α_a, α_t	Coefficient d'atténuation	[1/m]
α	Coefficient d'absorption du son	[1]
α_∞	Tortuosité dynamique	[1]
δ_v	Épaisseur de couche limite visqueuse	[m]
δ_t	Épaisseur de couche limite thermique	[m]
η	Viscosité de volume	[kg/m/s]
ϵ	Longueur correctrice d'un tube	[m]
γ	Constante adiabatique ou rapport des chaleurs spécifiques	[1]
Γ	Constante de propagation thermo-visqueuse	[1]
λ	Longueur d'onde	[m]
Λ	Longueur caractéristique visqueuse d'un matériau	[m]
Λ'	Longueur caractéristique thermique d'un matériau	[m]
κ	Conductivité thermique	[W/m/K]
κ_g	Constante de Gladstone	[1]
μ	Viscosité dynamique du fluide	[N.s/m ²]
ω	Pulsation angulaire	[rad/s]
ω_v	Pulsation caractéristique visqueuse	[rad/s]
ω_t	Pulsation caractéristique thermique	[rad/s]
ϕ_n	Mode acoustique	
ϕ	Porosité	[1]
Φ	Porosité de surface	[1]
Φ	Matrice modale (chapitre 3)	
Ψ_v	Champ visqueux	[1]
Ψ_t	Champ thermique	[1]
$\tilde{\Phi}$	Fonction de dissipation visqueuse par chauffage	[W/m ³]
ρ_0	Masse volumique moyenne du fluide	[kg/m ³]
ρ	Densité acoustique (fluctuation de densité) du fluide	[kg/m ³]
$\tilde{\rho}$	Densité (masse volumique) totale du fluide	[kg/m ³]
ρ_m	Masse volumique d'un matériau poro-élastique	[kg/m ³]
$\tilde{\sigma}$	Tenseur de contrainte total	[Pa]
σ	Tenseur de contrainte linéarisé (chapitre 1)	[Pa]
σ	Résistivité d'un matériau (chapitres 2 et 3)	[N · m ⁴]
σ_p	Taux d'amortissement de pression	[1/s]
σ_e	Taux d'amortissement d'énergie	[1/s]
σ_s	Racine carrée du nombre de Prandtl	[1]
τ	Tenseur des contraintes visqueuses	[Pa]
ζ	coordonnée radiale adimensionnelle d'un tube	[1]
ξ	coordonnée longitudinale adimensionnelle d'un tube	[1]
ζ	Impédance acoustique spécifique ou normalisée	[1]

Opérateurs

$\nabla \cdot$	Divergence d'un vecteur
∇	Gradient (scalaire ou vectoriel)
Δ	Laplacien
∂/∂	Dérivée partielle
D/Dt	Dérivée totale ou dérivée matérielle
$\Re()$	Partie réelle
$\Im()$	Partie imaginaire
$ \quad $	Valeur absolue
$\ \quad \ $	Norme
$\langle \quad \rangle$	Moyenne

Introduction générale

Contexte et problématique

Le droit au calme est placé au centre des préoccupations de la santé publique particulièrement dans les pays développés. Cela laisse entendre que le bruit doit être traité au même titre que les autres maladies. Ainsi, « La pollution sonore n'est pas seulement une nuisance environnementale mais aussi une menace pour la santé » a déclaré en 2011 Zsuzsanna Jakab, directrice régionale de l'OMS pour l'Europe. Dans le même ordre d'idée, le CIDB (Centre d'Information et de Documentation sur le Bruit) a déclaré en 2013 dans son rapport intitulé « Bruit et santé » qu'au delà des effets sur l'audition, le bruit peut affecter l'ensemble de l'organisme. En effet, le caractère néfaste du bruit est plus connu pour ses nombreuses nuisances sur le système auditif mais il faut reconnaître que le bruit cause aussi d'autres dégâts sur la santé [Rab96]. « Parmi les facteurs environnementaux observés en Europe, le bruit ambiant provoque une charge de morbidité qui, en importance, est seulement dépassée par celle de la pollution atmosphérique »¹. La charge de morbidité est un indicateur de santé développé par la Banque mondiale, l'OMS et l'université de Harvard et qui quantifie la perte de vies ou d'activité humaines pour cause de décès précoce, de maladie et d'incapacité.² Les atteintes auditives dues au bruit excessif sont principalement la fatigue auditive temporaire et les pertes auditives partielles ou totales qui sont irréversibles et pouvant être très handicapantes dans la vie quotidienne. Les atteintes auditives surviennent souvent suite aux écoutes musicales de fort niveau et de longues durées mais peuvent aussi être dues aux environnements professionnels très bruyants (industries, transport,...). A titre d'exemple et selon le CIDB 2013, environ 1200 cas de surdités professionnelles sont reconnues chaque année en France avec un coût moyen d'indemnisation de 100000 euros par surdité par la sécurité sociale, ce qui en fait l'une des maladies professionnelles les plus coûteuses. En plus des effets sur le système auditif, le bruit entraîne des réactions qui mettent en jeu l'ensemble de l'organisme. La première gêne sonore est le stress identifiable à partir des perturbations physiologiques et organiques qu'il engendre³. Un bruit désagréable et répétitif peut entraîner une multitude de réponses de l'organisme et peut induire, à la longue, un état de fatigue voire un épuisement ou même conduire à des pathologies très graves. L'exposition à un stress chronique est associée à des changements métaboliques qui augmentent le risque de maladie cardiovasculaire, et contribuent également à l'altération de la fonction immunitaire, au diabète, à des symptômes dépressifs et à des troubles cognitifs. Comme on ne peut s'en douter, le bruit provoque de graves perturbations de sommeil et toutes les conséquences qui peuvent en découler. Par ailleurs, au delà des problèmes sanitaires, le bruit présente des inconvénients à divers

1. Nouvelles bases factuelles de l'OMS sur les effets sanitaires du bruit causé par la circulation en Europe

2. Sylviane Tabarly et Marie-Christine Doceul, « Vocabulaire et notions générales », geoconfluences.ens-lyon.fr/glossaire

3. « Bruit et santé ». CIDB 2013

niveaux dont la perturbation des communications par masquage (« effet cocktail ») ou la perturbation des apprentissages pouvant entraîner une baisse de niveau des élèves.

Au vue de tous ces dommages imputables au bruit, une action est nécessaire pour en réduire les effets néfastes particulièrement dans les environnements souvent fréquentés. Récemment en France, le Grenelle de l'environnement s'est penché sur la question du bruit en proposant, dans le groupe de travail numéro 3 [GT3, 2007], un traitement des points noirs des voies de circulation. L'atténuation du bruit est également indispensable dans les espaces clos particulièrement professionnels, de résidence et sanitaires. L'idéal dans cette situation serait de contrôler le bruit à la source en supprimant ou en limitant son émission, ce qui suppose des actions dès la phase de conception des objets susceptibles d'être bruyants. Malheureusement, la suppression du bruit à la source est souvent difficile voire impossible pour diverses causes comme des raisons financières, fonctionnelles et physiques (vibrations des machines tournantes). L'alternative à cette solution difficile est d'atténuer le bruit le long de son chemin de propagation. A cet effet, plusieurs outils de diminution du bruit sont déjà couramment utilisés avec des performances différentes et variables conduisant à des applications différentes mais le besoin d'amélioration reste toujours d'actualité. Ces outils qui seront présentés en détails plus tard portent essentiellement sur le contrôle actif du bruit et sur l'utilisation des systèmes absorbants. Le contrôle actif est onéreux et difficile à mettre en œuvre. La solution la plus souvent retenue est l'utilisation des systèmes absorbants tels des matériaux poreux ou fibreux (mousses, laines...). Cependant ces matériaux sont généralement peu efficaces en basses fréquences, là où l'énergie émise par les sources sonores peut être relativement importante. De surcroît, il est avéré que les sources de bruit couramment rencontrées (trafic routier, machines tournantes, etc.) dans la pratique émettent dans les basses fréquences et que le bruit basses fréquences est souvent plus gênant. De plus, la mise en place des matériaux peut être encombrante et même coûteuse pour certains matériaux. Face à toutes ces limites, il est donc souhaitable de mettre en place des moyens d'atténuation de bruit encore plus efficaces et moins chers ou qui pourraient améliorer les performances des moyens déjà existants en minimisant la quantité de matériaux rajoutés.

Dans ce contexte, il a été récemment montré que le phénomène physique de *localisation* [HSR99, SFF08, FSFA09] qui consiste en une concentration de l'énergie dans un très faible volume pourrait être amplifié de manière significative en utilisant des irrégularités de surfaces (nonlinéarités géométriques, fractales...) pour réduire le niveau de bruit dans les espaces clos. Ce phénomène de localisation pourrait être implémenté sous forme de résonateurs couplés à un système primaire dont il faudrait atténuer les vibrations (sonores). Physiquement, les irrégularités géométriques de surface permettraient un meilleur couplage entre les modes du système primaire et les résonateurs et/ou matériaux pouvant renforcer la dissipation d'énergie des vibrations.

La problématique de cette thèse est de mieux comprendre le phénomène de localisation en acoustique en vue de proposer une optimisation adaptable à tout problème pour dissiper un maximum d'énergie. En effet, l'applicabilité des irrégularités géométriques comme solution de correction en acoustique n'est jusque là pas évidente. Les études actuelles ont principalement montré l'intérêt général du phénomène de localisation aux moyens de quelques développements théoriques pour en expliquer le principe sans proposer des conditions d'utilisation optimales pour l'atténuation du bruit. De même, le lien entre la localisation et la dissipation reste à approfondir. Les études jusque là réalisées sont essentiellement théoriques tandis que les rares tentatives expérimentales déjà opérées n'ont pas permis de montrer de façon précise et claire le phénomène de localisation. Cette thèse a pour but de proposer des réponses à ces insuffisances. Pour ce faire, l'objectif de ce travail est centré sur deux axes principaux :

- Le premier objectif est de maîtriser le phénomène de localisation en appréhendant sa manifestation et surtout en identifiant les paramètres influents qui la caractérisent. L'objectif final étant le contrôle du bruit, il va falloir s'intéresser au lien entre la localisation et donc les irrégularités géométriques et l'atténuation de l'onde sonore qui peut en découler. La compréhension théorique de ce phénomène est indispensable pour pouvoir envisager une optimisation des géométries pouvant maximiser la dissipation de l'énergie des vibrations sonores générées dans le système primaire.
- Le second objectif est expérimental et consiste à lever le verrou technologique rendant jusque là difficile la mise en évidence expérimentale des modes localisés. En effet, les modes acoustiques localisés sont confinés dans de petits volumes et par conséquent sont difficilement accessibles avec les moyens conventionnels de mesure de pression. Il convient à cet effet, de développer ou d'utiliser des techniques expérimentales précises (non intrusives par exemples) à même de révéler de façon expérimentale les modes localisés et de donner une mesure quantitative de leur amortissement.

Différents systèmes de contrôle du bruit

Dans le domaine industriel, le bruit des machines peut être réduit au moyen de deux grandes catégories d'actions [Léw01] : les *actions a posteriori* et les *actions a priori*. Les actions a posteriori concernent les traitements acoustiques dans la machine, le capotage autour de celle-ci, etc. Ces actions ne sont malheureusement pas sans conséquences sur d'autres critères tels que l'encombrement, la masse, le prix. Les actions a priori portent sur la réduction du bruit à la source dès la conception de la machine. Ces actions, lorsqu'elles sont possibles sont efficaces et surtout préférables aux précédentes. Toutefois, le contrôle du bruit auquel nous allons nous intéresser portera sur le bruit déjà rayonné. Ainsi, mises à part les actions a priori et a posteriori sur la source, il existe deux grands types de contrôle du bruit à savoir le *contrôle actif* et le *contrôle passif*.

Contrôle actif du bruit

Le contrôle actif du bruit consiste à générer un champ sonore avec des caractéristiques bien définies pour supprimer le bruit primaire non désiré ou considéré comme gênant [NE91]. C'est une technique basée sur le phénomène d'interférences destructives mettant en jeu le bruit à éliminer et des signaux acoustiques judicieusement élaborés et contrôlables électriquement. La mise en place d'un contrôle actif du bruit, nécessite un ensemble d'éléments actifs de commande et de génération du signal secondaire. Les sources secondaires les plus couramment utilisées sont les haut-parleurs même si parfois les excitations mécaniques des composants structuraux ou même une modulation du courant d'air comprimé sont également utilisées [EN93]. Le contrôle actif présente l'intérêt d'être une technique très performante en basses fréquences mais est parfois limité par le temps de réponse de l'asservissement sans oublier la maintenance et le coût. De même le traitement de signal indispensable pour la génération du signal et pour le contrôle du système constitue un défi parfois difficile à relever. Les détails du contrôle actif ne seront pas abordés car ne faisant pas l'objet de cette thèse. La réduction du bruit qui nous intéresse est celle réalisée par les moyens passifs.

Contrôle passif du bruit

Absorbeurs classiques

A défaut de limiter le rayonnement du bruit à partir de la source et compte tenu des contraintes liées à mise en place des systèmes de contrôle actif du bruit, le bruit généré est souvent réduit par des moyens passifs dont le rôle est de dissiper l'énergie sonore. Les principaux moyens passifs de réduction de bruit sont les matériaux poro-élastiques utilisés comme revêtement des parois du domaine à traiter [BH03, CD09], des panneaux ou double panneaux avec une fine couche d'air interne [Bas01] et des résonateurs acoustiques. La dissipation de l'énergie par ces trois méthodes peut être d'origine thermo-visco-inertielle et structurale selon la constitution visco-élastique des matériaux utilisés. Il a été montré que ces différents moyens de contrôle du bruit ont des performances différentes selon la gamme fréquentielle considérée.

Les matériaux poreux sont des milieux diphasiques constitués d'une matrice solide ou squelette, définissant un réseau de pores saturés par un fluide compressible : l'air [Oln99]. Lorsque ces pores sont ouverts sur l'extérieur et interconnectés comme c'est généralement le cas, le matériau peut laisser se propager une onde acoustique qui le rencontre en ébranlant l'air contenu dans le réseau des pores. Généralement, les matériaux considérés comme poreux et utilisés dans le domaine de l'acoustique audible tels que les mousses (mélamine, etc.) ou les matériaux fibreux (laine de roche, laine de verre, etc.) sont tels que la taille moyenne des pores est supérieure à $10\mu m$. Pour des pores de très petites tailles, les matériaux sont considérés comme imperméables à cause des effets très importants de viscosité empêchant tout écoulement dans le milieu. La présence d'une onde acoustique dans un matériau poreux crée des interactions entre les deux phases pouvant dissiper l'énergie.

Les effets visco-inertiels dans les matériaux poreux sont dus au fait que le mouvement de la phase fluide et celui de la phase solide ne sont pas en phase [JB08]. Ce déphasage crée des forces de résistance visqueuse entre les deux phases et entraînent des pertes d'énergie de l'onde acoustique. Dans les basses fréquences, les forces visqueuses dominent les forces inertielles tandis que dans les hautes fréquences, les dernières l'emportent sur les premières. La frontière entre ces deux effets a été définie par Biot [Bio56a, Bio56b] par la pulsation caractéristique ω_v exprimée comme suit :

$$\omega_v = \frac{\sigma\phi}{\rho_0\alpha_\infty} \quad (1)$$

où ρ_0 est la masse volumique moyenne du fluide (air), σ , ϕ et α_∞ les paramètres géométriques du matériaux poreux respectivement appelés résistivité, porosité et tortuosité dynamique.

La dissipation thermique est causée par les échanges de chaleur entre le fluide et le squelette lors des compressions et expansions successives relatives à la propagation de l'onde. La matrice solide est souvent considérée comme étant isotherme à cause de sa grande conductivité thermique comparé à celle de l'air. Les mécanismes de dissipation thermique dans un matériau poreux suivent un comportement similaire à celui de mécanismes de pertes visqueuses. Ainsi, Lafarge *et al.* [LLAT97] ont introduit une fréquence caractéristique thermique ω_t pour séparer le régime isotherme (fréquences inférieures) et le régime adiabatique (fréquences supérieures) des oscillations acoustiques. Cette fréquence est donnée par :

$$\omega_t = \frac{\kappa\phi}{k'_0\rho_0C_p} \quad (2)$$

où κ et C_p sont respectivement la conductivité thermique et la chaleur spécifique à pression constante de l'air ; k'_0 est la perméabilité thermique statique du milieu poreux.

Enfin, les pertes d'énergie acoustique peuvent être d'origine structurale lorsque le squelette est déformable. Dans ce cas, la phase fluide et la phase solide sont fortement couplées. Ce fort couplage est possible jusqu'à une fréquence à partir de laquelle les mouvements de la matrice sont négligeables. Au delà de cette fréquence dite de découplage, le matériau poreux est dit à squelette rigide. Une estimation de la fréquence de découplage entre les deux phases a été donnée par Zwikker et Kosten [KZ49] en fonction de certains de ces paramètres géométriques et physiques par :

$$f_{dec} = \frac{\sigma\phi^2}{2\pi\rho_m} \quad (3)$$

où ρ_m est la masse volumique du matériau poreux. Dans le souci de faciliter les modélisations de la propagation acoustique dans les matériaux poreux, cette fréquence peut être considérée comme suffisamment basse pour que beaucoup de matériaux soient traités comme à squelette rigide.

Pour ce qui est des performances, les matériaux poro-élastiques ont un comportement large bande mais juste à partir d'une certaine fréquence. En d'autres termes ces matériaux sont généralement performants dans les moyennes et hautes fréquences mais restent défaillants dans les basses fréquences. Ce comportement constitue parfois une grande limite dans l'utilisation des matériaux poreux pour la réduction du bruit d'autant plus que les environnements bruyants et gênants sont souvent concernés par le bruit basses fréquences.

Les autres moyens d'absorption du son sont les résonateurs ou les panneaux/membranes. Dans ces systèmes, c'est la résonance de l'air contenu dans un résonateur ou celle d'un panneau qui favorise la dissipation. Les résonateurs couramment utilisés sont le résonateur de Helmholtz et le résonateur quart-d'onde. Un résonateur est caractérisé par sa fréquence de résonance, fréquence à laquelle les vibrations acoustiques sont amplifiées créant de forts gradients de vitesse. Ce sont ces gradients qui induisent les pertes acoustiques dans le résonateur. Les résonateurs sont utilisés pour une absorption acoustique de fine bande car ils ne sont performants que sur une étroite plage fréquentielle autour de la résonance.

Les panneaux absorbeurs sont constitués de plaques (panneaux) ou des feuilles métalliques imperméables derrière lesquels une petite couche d'air est piégée. Cet ensemble se comporte comme un système masse-ressort où la plaque fait office de masse et la couche d'air de ressort. L'énergie est dissipée lors des interactions entre l'air et les plaques lorsque ces dernières entrent en vibration sous l'effet d'une onde acoustique. Les principaux mécanismes de cette dissipation sont visco-thermiques mais des mécanismes structuraux et radiatifs peuvent aussi contribuer aux pertes même si ces derniers sont négligeables quand la couche d'air est assez fine [Bas01]. Les absorbeurs à panneaux sont particulièrement utilisés pour dissiper le bruit basses fréquences.

Les performances des systèmes de dissipation passive du son peuvent être résumées par la figure 1 qui montre de façon schématique l'efficacité de chacun d'eux en fonction de la fréquence. Il faut noter que ces différents moyens peuvent être combinés pour relever leurs performances, en l'occurrence une couche de matériaux poreux sur les parois d'un résonateur ou d'un panneau permet de produire une absorption supplémentaire. Toutefois, cela s'accompagnera d'un coût non négligeable. Par ailleurs, même si les systèmes panneaux/membranes sont théoriquement performants dans les basses fréquences, ils sont pratiquement encombrants et parfois difficiles à réaliser. La nécessité d'utiliser des moyens faciles et efficaces a motivé la recherche et conduit à des systèmes tels que les matériaux à double porosité.

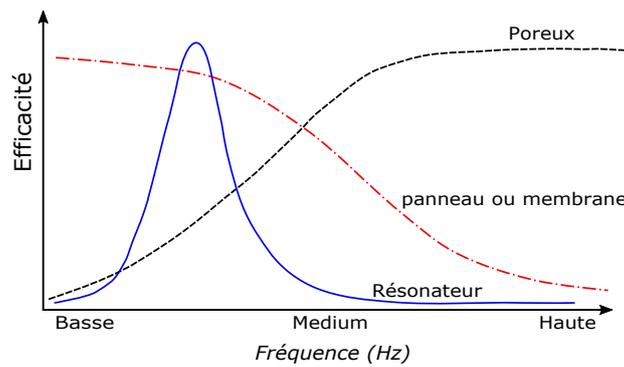


FIGURE 1 – Performances des différents moyens passifs d'absorption du son

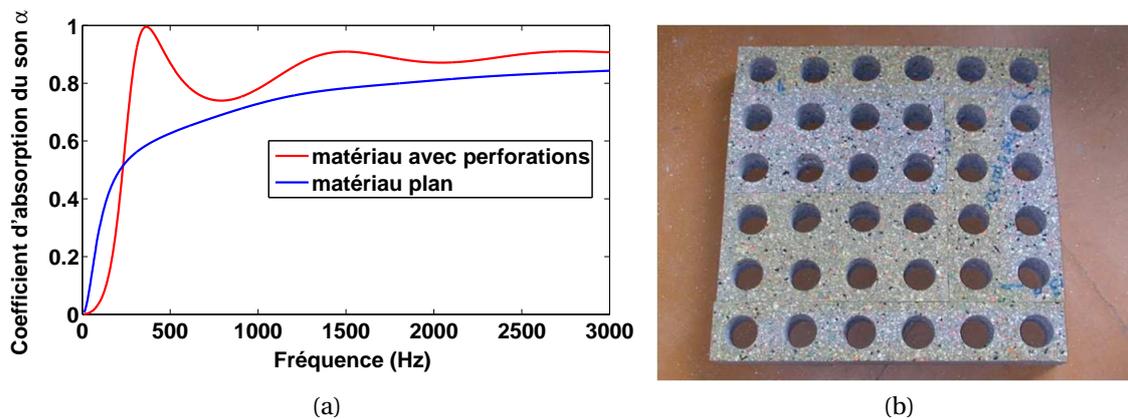


FIGURE 2 – Effets de la double porosité sur le coefficient d'absorption d'une mousse [E. Gourdon CFA 2010]

Cas particulier de la double porosité

A la recherche des solutions pour améliorer les propriétés absorbantes des matériaux poreux dans les basses fréquences, Olny et Boutin [OB03, SOAC05] ont pu montrer, grâce à la théorie d'homogénéisation développée par Auriault, Boutin et Royer [AB92, AB93, AB94, BRA98] que l'inclusion d'une double porosité à un matériau poreux peut permettre d'augmenter son coefficient d'absorption. Un matériau à double porosité est un matériau poreux dans lequel sont créés des pores supplémentaires et de grande taille comparativement aux pores du matériau de base. Cela peut se réaliser par simple perforation du matériau. Les pores ainsi réalisés sont appelés des mésopores tandis que les pores du matériau sont des micropores. Le matériau résultant est caractérisé par deux échelles de porosité. Les mécanismes de dissipation dans un matériau à double porosité sont ceux d'un matériau poreux mais surtout le mécanisme de diffusion de la pression entre le domaine mésoscopique et le domaine microscopique. C'est ce phénomène de diffusion qui est responsable de la dissipation supplémentaire caractéristique des milieux à double porosité. Toutefois il faut noter que la diffusion n'est possible que dans la seule condition d'un fort contraste de perméabilité entre les micropores et les mésopores. En d'autres termes, la diffusion dans un matériau à double porosité n'est possible que si le rapport de la taille moyenne l_p des mésopores sur la taille moyenne l_m des micropores est supérieur ou égal à 10^3 ($l_p/l_m \geq 10^3$). La figure 2 montre un exemple de renforcement de la dissipation d'un matériau poreux par inclusion de la double porosité.

Plan et démarche du travail

Cette thèse porte sur l'étude du phénomène de localisation en vue d'une application de contrôle (réduction) du bruit via une implémentation comme résonateurs couplés à une cavité principale. Un autre objectif est d'étudier la possibilité d'optimiser la forme, la position et/ou la quantité des matériaux absorbants en utilisant le phénomène de localisation. La thèse est divisée en trois chapitres.

Le premier chapitre sera consacré à la dissipation thermovisqueuse d'énergie acoustique par des résonateurs quart-d'onde pour mettre en évidence les mécanismes de dissipation associés aux modes localisés par dissipation thermovisqueuse. Ce chapitre permettra d'effectuer une présentation des différents mécanismes et des paramètres responsables de l'atténuation visco-thermique d'une onde acoustique. Une fois les mécanismes visco-thermiques identifiés, les différents modèles plus ou moins complexes permettant de les décrire seront mis en revue. Un accent particulier sera sur le modèle réduit dit de fréquence réduite, en anglais LRF (Low Reduced Frequency) développé par Zwikker et Kosten [KZ49] pour modéliser la propagation acoustique avec prise en compte des effets dissipatifs dans les guides d'onde et cela dans la limite d'onde plane. Ce modèle sera utilisé pour prédire analytiquement l'absorption d'un réseaux de tubes perforés de façon non débouchante dans un mur (résonateur quart-d'onde). Ce résultat servira de base pour mieux comprendre les phénomènes similaires dans les géométries irrégulières. Il peut même être un exemple de cible à atteindre avec des irrégularités de formes quelconques à travers le phénomène de localisation. Un modèle semi-analytique simplifié sera proposé pour l'estimation de la dissipation dans des systèmes à résonateurs de forme quelconque. Ce modèle n'utilisera que la propagation d'onde acoustique dans un milieu sans pertes de Helmholtz.

Dans le chapitre 2 le phénomène de localisation à proprement parler sera abordé. Le comportement modal d'une cavité irrégulière sera confronté à celui d'une cavité régulière respectivement par une cavité de forme préfractale et une cavité parallélépipédique. Dans cette étude qui sera essentiellement numérique, les indicateurs caractéristiques de la localisation seront déterminés à partir des modes numériques de chacune des cavités considérées. Le lien entre la localisation (donc les irrégularités géométriques) et l'amortissement qu'elle peut induire sera ensuite analysé. Plusieurs indicateurs de dissipation seront sollicités dans cette étude. L'effet des irrégularités sera étudié d'abord en considérant des parois parfaitement réfléchissantes puis en association avec des matériaux absorbants essentiellement poreux.

Dans le chapitre 3, sera entreprise la validation expérimentale du phénomène de localisation. La technique de mesure choisie pour répondre aux difficultés expérimentales liées à la mesure de pression dans une cavité irrégulière sera introduite. Cette technique sera employée pour la caractérisation des cavités étudiées théoriquement dans le chapitre précédent. L'objectif sera de montrer de façon expérimentale la manifestation du phénomène de localisation grâce aux champs de pression à certaines fréquences caractéristiques du phénomène et surtout grâce aux indicateurs quantitatifs de la localisation. La confirmation de la localisation passera par la démonstration expérimentale de l'existence d'une différence de comportement entre la cavité régulière et la cavité irrégulière. Le mémoire sera enfin terminé par une conclusion et des perspectives pour faire des ouvertures sur certains points qui resteront encore à approfondir.

Chapitre 1

Dissipation thermo-visqueuse d'énergie sonore par résonateurs quart-d'onde couplés

Ce chapitre est subdivisé en quatre grandes parties comme suit :

- *Introduction à l'acoustique thermo-visqueuse* : cette partie introduit l'acoustique dite thermo-visqueuse en précisant ce qui la différencie de l'acoustique classique appelée aussi acoustique isentropique. En d'autres termes, il s'agit d'identifier les phénomènes caractéristiques permettant de différencier les deux théories.
- *État de l'art sur les modèles thermo-visqueux en acoustique* : elle décrit et quantifie la prise en compte des phénomènes thermo-visqueux dans le modèle de propagation acoustique. Dans cette partie le modèle complet de Navier-Stokes linéarisé décrivant les effets visqueux et thermiques accompagnant la propagation d'onde acoustique est présenté. Les différentes étapes et en l'occurrence les équations de base conduisant à ce modèle sont montrées. Compte tenu de la difficulté à résoudre ce modèle complet, une introduction non exhaustive sera faite sur les modèles simplifiés de la littérature.
- *Dissipation acoustique par résonateurs quart-d'onde* : cette partie sera consacrée à l'utilisation des résonateurs dits quart-d'onde pour dissiper l'énergie d'onde sonore. Avant cela, un modèle réduit applicable à la propagation d'onde acoustique thermo-visqueuse sera présenté en détails pour les tubes à section circulaire. Ce modèle appelé modèle LRF (Low Reduced Frequency) sera ensuite utilisé pour concevoir des systèmes absorbants avec différents couplages de tubes. Des résultats théoriques et expérimentaux seront présentés sur le coefficient d'absorption des systèmes réalisés.
- *Prédiction des pertes acoustiques dans les cavités de grandes dimensions par le modèle acoustique isentropique* : la dernière partie sera dédiée à l'estimation des pertes d'énergie acoustique dans des domaines de forme quelconque mais de grandes dimensions vis-à-vis des couches limites. Se basant sur l'hypothèse de couche limite, les pertes seront évaluées en utilisant uniquement l'acoustique classique.

L'objectif principal de cette thèse est de comprendre l'influence des géométries irrégulières sur le champ acoustique d'une cavité et surtout comment ces irrégularités géométriques peuvent dissiper de l'énergie acoustique dans des zones spécifiques par le phénomène de localisation. Ce comportement est comparable à celui d'un résonateur quart-d'onde où l'énergie est également dissipée autour d'une fréquence spécifique après son

confinement au fond d'un tube. Ainsi, ce chapitre vise à montrer comment un réseau de tubes fins peut être utilisé pour dissiper l'énergie d'onde sonore et surtout de présenter des outils simplifiés adaptés pour prédire cette dissipation. La prédiction exige de bien comprendre les différents mécanismes responsables de la dissipation et leur mise en équation via des modèles appropriés. Enfin, les modèles utilisés pour le résonateur quart-d'onde (LRF) n'étant pas applicables aux systèmes acoustiques de forme quelconque (cavités fractales et autres), nous allons également adapter un modèle moins coûteux que le modèle complet pour prédire les pertes d'énergie.

1.1 Introduction à l'acoustique thermo-visqueuse

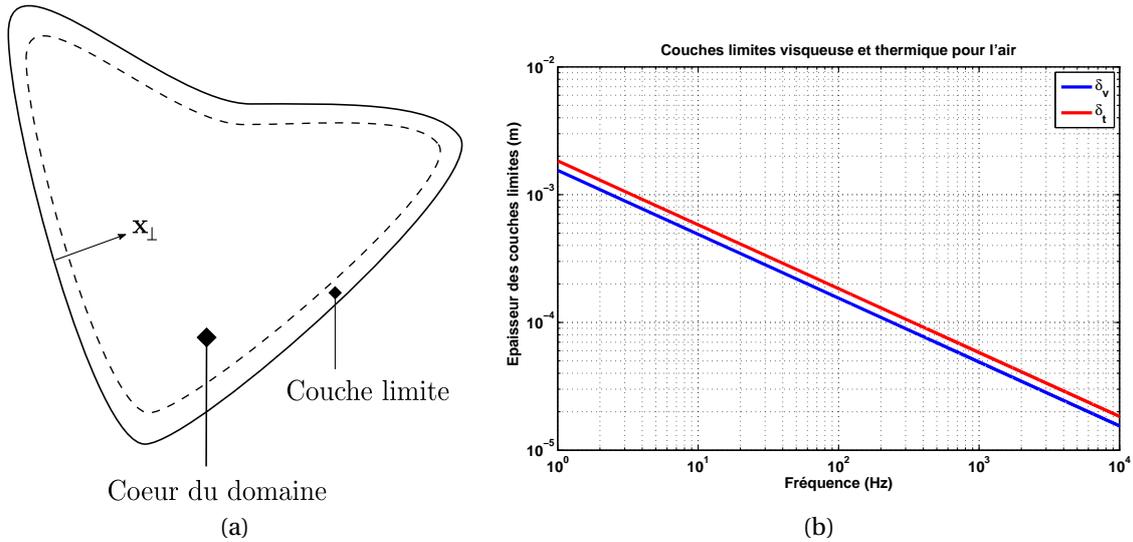


FIGURE 1.1 – Subdivision d'un domaine acoustique en deux zones (cœur du domaine et couche limite) et épaisseur des couches limites visqueuse et thermique

Dans une grande majorité de problèmes acoustiques, le modèle dit d'acoustique isentropique suffit pour décrire la propagation de l'onde sonore. En acoustique isentropique, on fait l'hypothèse d'un fluide parfait et la pression acoustique est seulement liée à la vitesse particulaire normale [Hus09] ; les variations de température liées à la conductivité thermique du fluide ainsi que les vitesses particulières tangentielles traduisant les effets de cisaillement des particules sont négligées en raison de la limitation de leur influence dans une très faible couche limite du domaine (cf. le schéma de la figure 1.1a). En d'autres termes, l'acoustique isentropique ou adiabatique néglige les pertes d'énergie d'autant plus que son modèle n'est construit qu'avec les seules équations de quantité de mouvement (effets de masse) et de continuité (effets de raideur). Ces deux équations ont permis d'établir l'équation d'onde [MI68, Pie89] sous forme d'équation aux dérivées partielles (1.1) :

$$\Delta p(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (1.1)$$

où p est la pression acoustique, \mathbf{x} la variable de position et t le temps. Ce modèle acoustique classique sans écoulement est pour autant valide dans beaucoup de situations, surtout en espace ouvert ou en espaces clos de grandes dimensions vis-à-vis des épaisseurs de couche limite visqueuse (δ_v) et thermique (δ_t) définies respectivement par les équations (1.2) et (1.3) et qui sont inférieures au millimètre (mm) dans l'air pour la plupart des fréquences.

$$\delta_v = \sqrt{\frac{2\mu}{\rho_0\omega}} \quad (1.2)$$

$$\delta_t = \sqrt{\frac{2\kappa}{\rho_0 C_p \omega}} \quad (1.3)$$

où :

- μ : viscosité dynamique du fluide
- C_p : chaleur spécifique à pression constante
- κ : conductivité thermique

- ρ_0 : densité statique ou moyenne du fluide (air)
- c_0 : célérité du son dans le fluide (air)

En revanche, dans le cas des domaines limités, lorsque les dimensions du domaine acoustique sont de l'ordre des épaisseurs de couches limites, l'acoustique classique est inappropriée pour décrire tous les phénomènes qui accompagnent la propagation d'une onde sonore. En effet, dans ce cas, il se produit des pertes non négligeables de l'énergie acoustique à cause de la viscosité et de la conductivité du fluide. L'essentiel de ces pertes qui se manifestent par un échange de chaleur entre le domaine fluide et la frontière solide se produit dans les couches limites. Le domaine peut, dans ce cas de figure, être décomposé en deux zones différentes : le cœur principal du domaine qui peut être modélisé par le modèle acoustique classique et une couche limite dans laquelle il est nécessaire de prendre en compte les effets thermo-visqueux (cf. le schéma (a) de la figure 1.1) afin d'assurer la précision de la conception des systèmes acoustiques miniatures. Pour impliquer ces effets dans la description, le modèle *acoustique thermo-visqueux ou visco-thermique* a été développé. Le modèle thermo-visqueux peut être considéré comme le cas général de l'acoustique classique ou un cas particulier de la dynamique des fluides [TR10]. Le modèle thermo-visqueux en acoustique a été introduit pour la première fois par Kirchhoff [Kir68] qui a montré que dans les tubes remplis de gaz, les pertes d'origine thermique et celles d'origine visqueuse sont de même ordre. Comme nous allons le voir à travers les équations de base dans la partie suivante, le modèle acoustique thermo-visqueux repose, en plus de l'inertie et de la compressibilité, sur deux autres grandeurs fondamentales qui sont négligées dans le modèle acoustique classique à savoir la *viscosité* et la *conductivité* thermique du fluide.

1.2 État de l'art sur les modèles thermo-visqueux en acoustique

1.2.1 Equations de base

Les équations gouvernant le modèle de propagation acoustique thermo-visqueux sont issues de l'association des principes fondamentaux de la dynamique et des équations constitutives des milieux continus. Les principes de la dynamique sont précisément les lois d'équilibre. Considérés comme milieux continus, les fluides sont globalement décrits par les équations de Navier-Stokes qui sont ensuite linéarisées sous l'hypothèse de faibles perturbations pour résoudre les problèmes acoustiques [Pie89, MI68, Bru98].

1.2.1.1 Lois de conservation

Les lois de conservation régissant tout système dynamique sont la conservation de la masse, la conservation de la quantité de mouvement et la conservation de l'énergie. Pour des raisons de concision les formes finales de ces lois sont présentées dans ce document. Les détails sur les différentes dérivations conduisant à leur établissement peuvent être trouvés dans [Kam10, Hus09] et surtout dans [Nij10] où Nijhof présente à la fois la forme intégrale et la forme différentielle (utilisée ici) de ces lois de conservation.

Les principales variables physiques qui seront utilisées pour exprimer les différentes lois de conservation sont les quantités totales suivantes :

- $\tilde{\rho}$: densité totale du fluide [$kg \cdot m^{-3}$]

- $\tilde{\mathbf{v}}$: vecteur vitesse totale [$m \cdot s^{-1}$]
- $\tilde{\sigma}$: tenseur de contrainte total [Pa]
- $\tilde{\mathbf{f}}_b$: vecteur des forces volumiques [$N \cdot m^{-3}$]
- \tilde{T} : température totale [K]
- \tilde{s} : entropie spécifique totale [$J \cdot K^{-1} \cdot kg^{-1}$]
- $\tilde{\mathbf{q}}$: vecteur flux de chaleur total [$W \cdot m^{-2}$]
- \tilde{Q} : source volumique de chaleur [$W \cdot m^{-3}$]
- $\tilde{\Phi}$: fonction de dissipation visqueuse par chauffage [$W \cdot m^{-3}$]

Le symbole tilde signifie que ces grandeurs sont des quantités totales composées d'une partie moyenne (valeur à l'équilibre) et d'une partie variable autour la moyenne. Ce sont les parties fluctuantes qui seront considérées comme variables acoustiques et qui vont permettre d'obtenir par linéarisation des expressions relativement faciles à manipuler comme nous le verrons plus tard. Ainsi, une quantité totale $\tilde{\varphi}$ d'une grandeur sera une combinaison de sa valeur moyenne φ_0 et de sa partie variable φ . Les perturbations acoustiques qui correspondent aux valeurs fluctuantes sont linéaires et de très faibles amplitudes devant les valeurs moyennes telles que :

$$\tilde{\varphi} = \varphi_0 + \varphi, \text{ avec } \varphi/\varphi_0 \ll 1 \quad (1.4)$$

sauf pour la vitesse acoustique \mathbf{v} qui sera comparée à la célérité c_0 du son dans l'air par : $|\mathbf{v}/c_0| \ll 1$.

- **Conservation de masse :** La loi de conservation de masse ou de continuité stipule que le taux de variation de la masse dans un volume est égal au flux net de cette masse à travers la frontière de ce volume. Elle s'exprime par :

$$\frac{D\tilde{\rho}}{Dt} + \tilde{\rho}\nabla \cdot \tilde{\mathbf{v}} = 0, \quad (1.5)$$

où $\frac{D}{Dt}$ désigne la dérivée matérielle et sera précisée plus tard.

- **Conservation de la quantité de mouvement :** Le principe de conservation de la quantité de mouvement énonce que le taux de variation de la quantité de mouvement d'un système physique est égale à la somme de toutes les actions s'appliquant sur le système. Cette loi de conservation s'exprime dans sa forme différentielle par :

$$\tilde{\rho} \frac{D\tilde{\mathbf{v}}}{Dt} = \nabla \cdot \tilde{\sigma} + \tilde{\mathbf{f}}_b. \quad (1.6)$$

- **Conservation de l'énergie :** Ce principe exprimé ici avec l'entropie stipule que le taux de variation de l'entropie d'un système défini par un volume est compensé par le flux de chaleur à travers sa frontière et les sources de chaleur dans le volume. Le choix d'exprimer cette loi en fonction de l'entropie ne change en rien sa teneur mais est juste motivé par des raisons de simplicité car l'entropie est liée à l'énergie [MI68].

$$\tilde{\rho} \tilde{T} \frac{D\tilde{s}}{Dt} = \tilde{\Phi} - \nabla \cdot \tilde{\mathbf{q}} + \tilde{Q}. \quad (1.7)$$

Ces trois lois de conservation qui sont très importantes dans l'élaboration du modèle acoustique thermo-visqueux sont résumés par le système d'équations (1.8). Afin de faciliter leur utilisation, il est nécessaire d'explicitier l'expression de certains termes qui y apparaissent. Pour ce faire, la connaissance des lois de comportement et de certaines propriétés du fluide acoustique considéré est nécessaire.

$$\frac{D\tilde{\rho}}{Dt} + \tilde{\rho}\nabla\cdot\tilde{\mathbf{v}} = 0, \quad (1.8a)$$

$$\tilde{\rho}\frac{D\tilde{\mathbf{v}}}{Dt} = \nabla\cdot\tilde{\boldsymbol{\sigma}} + \tilde{\mathbf{f}}_b, \quad (1.8b)$$

$$\tilde{\rho}\tilde{T}\frac{D\tilde{s}}{Dt} = \tilde{\Phi} - \nabla\cdot\tilde{\mathbf{q}} + \tilde{Q}. \quad (1.8c)$$

Il convient de rappeler que les lettres avec le symbole tilde désignent les quantités totales des variables physiques.

1.2.1.2 Équations constitutives

Les équations constitutives sont données par les lois de comportement du milieu de propagation. Ces lois de comportement varient selon que le milieu est solide ou fluide mais aussi en fonction des hypothèses que l'on fait en fonction du phénomène physique considéré. Les équations constitutives permettent d'exprimer certaines quantités apparaissant dans les lois de conservation (1.8) en fonction des variables thermo-mécaniques qui sont la pression, la vitesse particulaire et la température. En d'autres termes, les relations constitutives donnent l'expression mathématique de la réponse du matériau lorsqu'il est déplacé de son état d'équilibre. En acoustique, le milieu fluide est considéré newtonien, ce qui permet d'exprimer le tenseur des contraintes linéarisé σ par l'équation (1.9).

$$\sigma = -p\mathbf{I} + \tau \quad (1.9a)$$

$$\tau = \lambda(\nabla\cdot\mathbf{v})\mathbf{I} + \mu[\nabla\mathbf{v} + (\nabla\mathbf{v})^T] \quad (1.9b)$$

où σ est le tenseur de contraintes linéarisé qui prend en compte les contraintes générées par les fluctuations de pression et les effets visqueux décrits par le tenseur des contraintes visqueuses τ , tandis que \mathbf{I} est la matrice identité. p et \mathbf{v} sont respectivement la pression acoustique et le vecteur vitesse acoustique (ou particulaire) qui correspondent aux composantes fluctuantes des grandeurs totales correspondantes comme décrites précédemment. La divergence $\nabla\cdot\mathbf{v}$ du vecteur vitesse décrit le taux d'expansion du volume tandis que $\nabla\mathbf{v}$ est le gradient vectoriel dont le résultat est une matrice. μ est la viscosité dynamique et λ est la seconde viscosité. Ces deux coefficients de viscosité sont liés par un autre coefficient appelé viscosité de volume η par la relation (1.10).

$$\eta = \frac{2}{3}\mu + \lambda \quad (1.10)$$

La viscosité dynamique μ et la viscosité de volume η expriment la résistance visqueuse. Les forces visqueuses liées à la viscosité dynamique s'opposent au taux de déformation du fluide par cisaillement tandis que celles liées à η opposent une résistance à la déformation par dilatation ou compression [Dug11]. Comme son nom l'indique, la viscosité de volume quantifie la résistance aux changements de volume. Afin que la friction visqueuse oppose

une résistance à la déformation, la viscosité dynamique et la viscosité de volume doivent être de valeurs positives ($\mu \geq 0$ et $\eta \geq 0$). La seconde viscosité par contre, peut être négative. Selon Pierce [Pie89], la viscosité de volume est nulle pour les gaz monoatomiques [Sto09, KFCS99] et vaut $\eta = 0.6\mu$ pour l'air, fluide qui nous intéresse dans ce travail.

Par ailleurs, l'échange thermique en acoustique est essentiellement de nature conductive. A cet effet, le flux de chaleur \mathbf{q} peut être exprimé par la loi de Fourier qui lie ce dernier au gradient de température dans le fluide et qui est donnée par l'équation (1.11)

$$\mathbf{q} = -\kappa \nabla T \quad (1.11)$$

où T est la partie température acoustique (partie fluctuante de la température) et κ , la conductivité thermique du fluide, considérée ici comme constante en acoustique linéaire.

En plus, pour réduire le nombre des variables dans le modèle de Navier-Stokes (1.8), une hypothèse supplémentaire est faite dans l'établissement des lois constitutives. En effet, le fluide acoustique peut être considéré comme un gaz parfait, ce qui permet d'utiliser les équations thermique et calorifique (1.12) et (1.13) pour éliminer la densité par exemple. Il convient de préciser que ces équations sont exprimées directement en fonction des composantes fluctuantes des grandeurs physiques et sous la forme linéarisée qui sera précisée dans la suite.

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0} - \frac{T}{T_0} \quad (1.12)$$

$$H = C_p T \quad (1.13)$$

où H est l'enthalpie spécifique du système en $[J \cdot kg^{-1}]$ et C_p est la chaleur spécifique à pression constante en $[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$. La chaleur spécifique à pression constante est liée à la chaleur spécifique à volume constant par la constante adiabatique définie comme leur quotient par $\gamma = C_p/C_v$ et qui est une constante très utilisée. ρ_0 , p_0 et T_0 sont respectivement les valeurs moyennes de la densité, de pression et de la température. En d'autres termes, ce sont les valeurs de la densité, de la pression au point d'équilibre. L'équation (1.13) peut être combinée à la relation de Gibbs [DeH06, Kam10] donnée par l'équation (1.14) pour éliminer l'entropie s dans la loi de conservation exprimée précédemment.

$$\rho_0 T_0 s = \rho_0 H - p \quad (1.14)$$

Paramètres du matériau

Les différentes relations présentées dans cette partie sont exprimées avec des constantes et des paramètres caractéristiques du matériau. La valeur de chacun de ces paramètres dépend du point d'équilibre. Certains peuvent être déterminés par des méthodes expérimentales [Var83, TYF07], d'autres peuvent être déduits grâce à certaines relations [Kam10]. Le fluide considéré dans cette thèse étant l'air, les principales relations sont rappelées à travers les équations (1.15) et (1.16). Ces équations sont issues de l'hypothèse de gaz parfait appliquée à l'air. L'équation (1.16) est connue comme la relation de Mayer [Cha97].

$$c_0^2 = \gamma p_0 / \rho_0 = \gamma R_0 T_0 \quad (1.15)$$

et

$$R_0 = C_p - C_v \quad (1.16)$$

R_0 est la constante spécifique du gaz considéré qui s'exprime en $[J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}]$ et c_0 la célérité ou vitesse de propagation du son dans l'air en $[m \cdot s^{-1}]$. Les paramètres de l'air utilisés dans le cadre de cette étude sont regroupés dans le tableau 1.1.

TABLE 1.1 – Paramètres de l'air

Propriété	Valeur	Unité
Température moyenne (T_0)	293	K
Pression moyenne (p_0)	101325	Pa
Densité moyenne (ρ_0)	1.22	$kg \cdot m^{-3}$
Célérité moyenne (c_0)	343	$m \cdot s^{-1}$
Viscosité dynamique (μ)	$1.84 \cdot 10^{-5}$	$N \cdot s \cdot m^{-2}$
Seconde viscosité (λ)	$1.21 \cdot 10^{-5}$	$N \cdot s \cdot m^{-2}$
Conductivité thermique (κ)	$2.60 \cdot 10^{-2}$	$W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
Chaleur spécifique à pression constante (C_p)	1004	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$
Rapport des chaleurs spécifiques (γ)	1.4	1
Constante du gaz (R_0)	287	$J \cdot kg^{-1} \cdot K^{-1}$

1.2.2 Modèle complet de Navier-Stokes linéarisé

Les équations de base de la partie précédente exceptées quelques relations constitutives sont exprimées en fonction de la quantité totale des variables et sont aussi non linéaires à cause de certains opérateurs. Les variables acoustiques par contre correspondent à des petites variations autour des valeurs d'équilibre de ces quantités. Elles répondent à un certain nombre d'hypothèses simplificatrices permettant de linéariser les lois de conservation et d'élaborer un modèle acoustique thermo-visqueux relativement facile à manipuler. Dans cette partie, les différentes étapes du processus de linéarisation seront expliquées avant d'en présenter le modèle résultant.

1.2.2.1 Linéarisation des équations de base

Réduction de la dérivée matérielle

Les lois de conservation (1.8), sont exprimées en fonction de la dérivée matérielle D/Dt définie par l'équation (1.17) comme une somme d'une dérivée partielle d'une variable par rapport au temps et une dérivée convective relative à un transport du fluide.

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \quad (1.17)$$

Le terme de convection qui apparaît dans cette dérivée matérielle est source de non-linéarités. Pour le besoin de linéarisation, on considère que la variation d'une variable en fonction du mouvant du fluide en acoustique est souvent très petite (voire nulle dans le cadre d'un fluide au repos) devant ses variations en fonction du temps ($|\mathbf{v} \cdot \nabla| \ll |\partial/\partial t|$). Avec une telle hypothèse, la dérivée matérielle peut être réduite à la simple dérivée partielle temporelle comme montré avec l'équation (1.18).

$$\frac{D}{Dt} \simeq \frac{\partial}{\partial t} \quad (1.18)$$

Par ailleurs, dans l'équation de la loi de conservation de l'énergie (1.8c) apparaît la fonction de dissipation visqueuse par chauffage $\tilde{\Phi}$. Cette quantité est très petite au second ordre et peut aussi être négligée dans le cadre de la linéarisation [Kam10].

Hypothèses de petites perturbations

Comme annoncé à l'introduction de la section 1.2.1.1, les quantités totales des variables des équations qui apparaissent dans les lois de conservation (1.8) sont composées d'une valeur moyenne (indiquée d'un zéro) correspondant au point d'équilibre et d'une partie fluctuante (1.19). Ce sont ces parties fluctuantes qui constituent les variables acoustiques. Etant de petites perturbations autour des valeurs moyennes, les variables acoustiques sont très faibles devant ces dernières en acoustique linéaire, ce qui permet de simplifier les lois de conservation. Ces hypothèses peuvent s'exprimer par les relations mathématiques suivantes :

$$\tilde{\rho} = \rho_0 + \rho, \text{ avec } \rho/\rho_0 \ll 1 \quad (1.19a)$$

$$\tilde{p} = p_0 + p, \text{ avec } p/p_0 \ll 1 \quad (1.19b)$$

$$\tilde{T} = T_0 + T, \text{ avec } T/T_0 \ll 1 \quad (1.19c)$$

$$\tilde{s} = s_0 + s, \text{ avec } s/s_0 \ll 1 \quad (1.19d)$$

$$\tilde{\mathbf{v}} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v} \text{ avec } |\mathbf{v}_0/c_0| \text{ et } |\mathbf{v}/c_0| \ll 1. \quad (1.19e)$$

Par ailleurs, la propagation d'onde acoustique consistant en une propagation d'énergie sans mouvement du fluide, la vitesse moyenne est nulle ($v_0 = 0$) et par conséquent la vitesse particulière totale se réduit à la vitesse particulière acoustique (v) qui est très petite devant la vitesse de propagation du son (c_0) comme le montre la relation (1.20). Enfin, même si elles ne sont pas explicitement formulées, il faut noter que toutes les variables acoustiques sont fonction à la fois de l'espace et du temps.

$$|v/c_0| \ll 1 \quad (1.20)$$

L'application combinée de ces hypothèses concernant l'ordre de grandeur des variables acoustiques et de celle sur la dérivée matérielle permet de linéariser les lois de conservation qui se ramènent sous la forme simplifiée des équations (1.21).

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v} = 0 \quad (1.21a)$$

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{f}_b \quad (1.21b)$$

$$\rho_0 T_0 \frac{\partial s}{\partial t} = -\nabla \cdot \mathbf{q} + Q \quad (1.21c)$$

Enfin, il est important de préciser que les lois de comportement présentées dans cette section ont été exprimées directement en fonction des variables acoustiques et non des quantités totales et cela sous la forme linéarisée dont la procédure sera présentée dans la section suivante.

1.2.2.2 Modèle complet Linéarisé de Navier-Stokes

En introduisant les lois constitutives dans les équations de conservation moyennant un certain nombre de judicieuses transformations, permettant entre autres d'éliminer les va-

riables de densité et d'entropie, on obtient l'ensemble final des équations décrivant le modèle acoustique thermo-visqueux général (1.22).

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{f}_b \quad (1.22a)$$

$$\rho_0 C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{q} - \frac{\partial p}{\partial t} = Q \quad (1.22b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{T_0} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (1.22c)$$

où les divergences du tenseur de contraintes et du flux de chaleur peuvent être exprimées en fonction des variables acoustiques par les relations (1.23) obtenues après quelques transformations de la contrainte $[\nabla \mathbf{v} + (\nabla \mathbf{v})^T]$ apparaissant dans l'équation (1.9).

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = -\nabla p + (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \mu \Delta \mathbf{v} \quad (1.23a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{q} = -\kappa \Delta T \quad (1.23b)$$

où Δ est l'opérateur laplacien (scalaire ou vectoriel). L'insertion des relations (1.23a) et (1.23b) respectivement dans les équations (1.22a) et (1.22b) et l'utilisation de la relation $\Delta \mathbf{v} = \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) - \nabla \times \nabla \times \mathbf{v}$ (\times désignant l'opérateur rotationnel), permettent de montrer que le système des équations (1.22) peut se mettre sous la forme (1.24) qui est également beaucoup utilisée dans la littérature [MI68, Dug11, Bel99].

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla p - \left(\eta + \frac{4}{3}\mu\right) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{v}) + \mu \nabla \times \nabla \times \mathbf{v} = \mathbf{f}_b \quad (1.24a)$$

$$\rho_0 C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \kappa \Delta T - \frac{\partial p}{\partial t} = Q \quad (1.24b)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} + \frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial t} - \frac{1}{T_0} \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \quad (1.24c)$$

L'ensemble des équations (1.22) définit le modèle acoustique thermo-visqueux dit *Modèle de Navier-Stokes linéarisé*, en anglais « *Full linear Navier-Stokes model (FLNS)* ». Dans la plupart des cas, le terme des forces de volume \mathbf{f}_b et celui de source de chaleur Q sont nuls. Ce modèle est aussi désigné dans la littérature comme le *Modèle de Navier-Stokes-Fourier linéarisé* en raison de la loi de Fourier intervenant dans son établissement.

Conditions aux limites

Les effets de viscosité et de conductivité thermique en acoustique ne sont significatives que dans les domaines fermés ou bornés. D'ailleurs le développement des modèles thermo-visqueux a été accéléré par l'utilisation des dispositifs industriels de plus en plus petits et soumis à des contraintes acoustiques dans leur conception tels que les aides auditives, les dispositifs microélectromécaniques (microphones, transducteurs, haut-parleurs), etc. L'application du modèle de Navier-Stokes pour décrire la propagation acoustique dans ces appareils ne peut être correcte que si elle est faite avec des conditions aux limites adéquates et spécifiques au problème traité. En effet, en plus de la condition aux limites sur la pression ou sur son gradient normal (vitesse) utilisée en acoustique classique, les conditions aux limites visqueuses et thermiques sont nécessaires pour résoudre un problème physique posé par le

système (1.22) ou (1.24). Les différentes conditions aux limites qu'il convient d'appliquer en fonction des problèmes à résoudre sont :

- *Conditions aux limites de l'acoustique classique* : elles portent sur la vitesse normale ou sur la pression à la frontière du domaine d'étude. Elles sont exprimées par les relations (1.25) où \mathbf{n} est le vecteur normal sortant de la frontière, g_a et h_a sont respectivement les valeurs aux parois de la vitesse normale et de la pression. A chaque frontière, une seule de ces conditions aux limites doit être appliquée.

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = g_a \quad (1.25a)$$

$$-(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{n} = h_a \quad (1.25b)$$

- *Conditions aux limites thermiques* : elles indiquent les valeurs de température ou du flux de chaleur à la frontière par les expressions du système (1.26). Comme pour les conditions acoustiques, une seule de ces conditions doit être appliquée à une paroi donnée.

$$T = g_t \quad (1.26a)$$

$$\mathbf{q} \cdot \mathbf{n} = h_t \quad (1.26b)$$

- *Conditions aux limites visqueuses* : les conditions aux limites visqueuses définissent les valeurs g_v et h_v de la vitesse tangentielle et de la force de cisaillement à la frontière. Comme précédemment, une seule de ces relations doit être appliquée à chaque paroi.

$$\mathbf{v} \cdot \mathbf{t} = g_v \quad (1.27a)$$

$$-(\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}) \cdot \mathbf{t} = h_v \quad (1.27b)$$

où \mathbf{t} est le vecteur unitaire tangent à la paroi.

Pour résoudre un problème acoustique thermo-visqueux, une combinaison des trois types de conditions aux limites est nécessaire. A titre d'exemple, l'une des frontières beaucoup utilisées dans ce document est celle de mur rigide. Ce type de frontière correspond à une vitesse normale nulle ($\mathbf{v} \cdot \mathbf{n} = 0$), des vitesses tangentielles nulles ($\mathbf{v} \cdot \mathbf{t} = 0$) et une variation de température nulle ($T = 0$). Physiquement, une paroi rigide est une paroi isotherme et sans vitesse quelconque.

Après la définition d'un problème (modèle et conditions aux limites), il reste à définir le moyen de le résoudre.

1.2.2.3 Outils et techniques de résolution

Le modèle de Navier-Stokes est un modèle complet qui peut être employé pour résoudre n'importe quel problème acoustique nécessitant la prise en compte des effets de viscosité et de conductivité. Comme évoqué précédemment, la pertinence des résultats de ce modèle dépend incontestablement du choix des conditions aux limites, indispensables dans la résolution de tout problème dynamique et des constantes physiques qui ne sont pas toujours faciles à mesurer. Vu la complexité des équations du système (1.22), seules quelques

géométries très simples autorisent des solutions analytiques moyennant un certain nombre de simplifications. Dans la plupart des cas, on a recours à des méthodes numériques pour résoudre le modèle de Navier-Stokes surtout avec les géométries irrégulières ou complexes. Les principales méthodes numériques de plus en plus employées en acoustique sont les méthodes éléments finis (FEM) et les méthodes d'éléments de frontière (BEM). Ces méthodes numériques sont très coûteuses en termes de ressources et de temps de calcul mais sont toutefois beaucoup utilisées actuellement grâce aux progrès non négligeables réalisés dans le domaine de l'informatique avec la sortie des systèmes de calculs puissants (rapidité et capacité de stockage).

Dans la littérature, de nombreux travaux ont été réalisés sur les méthodes numériques utilisées pour la résolution du modèle de Navier-Stokes. Certaines méthodes se distinguent des autres selon qu'elles emploient un nombre partiel ou total des degrés de liberté (p , \mathbf{v} , T). Beaucoup d'auteurs ont proposé une formulation éléments finis complète avec la pression, la vitesse et la température comme degrés de liberté [NWDB07, KWdB10, KWdB11]. Dans ses travaux, Kampinga [Kam10] a développé un modèle éléments finis applicable à toute forme géométrique. Utilisant le théorème de Green et celui de la divergence de Gauss, il a pu exprimer la forme faible du système (1.22), forme sur laquelle il s'est basé pour étudier les différents paramètres (maillage, fonction de forme,...) influençant les performances du calcul. L'avantage de sa méthode FEM est qu'elle résulte en des matrices de masse et de raideur complexes symétriques, ce qui permet de réduire le temps et les ressources de calcul. Dans son modèle Thermoacoustics du module acoustique, Comsol® a implémenté une formulation FEM similaire à celle de Kampinga. Ce modèle sera utilisé dans cette thèse, parfois comme modèle de référence pour comparer d'autres modèles.

D'autres modèles éléments finis sont formulés avec un degré de liberté de moins que ceux des méthodes précédentes [Jol08, Jol10] ou avec un degré de liberté différent comme dans la formulation de Malinen [MLR⁺04] où la densité est utilisée au lieu de la pression. D'autres formulations FEM comme celle de Cheng et *al.* [CWG08] par contre, ignorent complètement les effets thermiques.

Pour conclure, malgré la percée remarquable de puissants ordinateurs de calcul, l'utilisation du modèle FLNS n'est souhaitable que quand cela est nécessaire en raison d'énormes contraintes que pose sa résolution. En effet, résoudre le modèle FLNS nécessite de déployer d'énormes moyens de calcul (mémoire, temps, etc.). Afin de s'affranchir des difficultés liées à son traitement, on lui préfère souvent des modèles dits réduits quand la géométrie et certaines conditions le permettent.

1.2.3 Modèles réduits

Pour remédier à la lourdeur liée à la résolution du modèle complet de Navier-Stokes, quelques modèles simplifiés ont été déduits moyennant quelques hypothèses. Ces hypothèses portent essentiellement sur la géométrie du domaine, ses dimensions, sur la gamme fréquentielle d'intérêt et pour certains, sur les conditions aux limites. Certains auteurs comme Mechel [Mec07] désignent le modèle de Navier-Stokes comme la « théorie de trois ondes » dans laquelle interagissent une onde acoustique, une « onde visqueuse » et « une onde thermique ». Les modèles réduits ont pour tendance générale de découpler les différents champs pour faciliter la résolution du problème. Dans le modèle complet, tout type de conditions aux limites est autorisé tandis que dans les modèles réduits, les hypothèses employées n'autorisent que des conditions aux limites homogènes.

1.2.3.1 Modèle d'admittance de couche limite

Le modèle complet de Navier-Stokes traite des effets thermo-visqueux dans tout le domaine étudié. Cependant, Cremer [Cre48] assume que ces effets n'ont lieu que dans une très faible zone autour de la paroi (couche limite) et qu'en dehors de cette zone, le milieu peut être décrit par le modèle acoustique classique sans perte. Il introduit ainsi le « modèle de couche limite » [Cre48] dans lequel il modélise une admittance équivalente ou apparente prenant en compte les phénomènes de résistance visqueuse et thermique uniquement en onde plane. Cette admittance ne dépend que des propriétés visco-thermiques du fluide (air) et de l'angle d'incidence. Quelques années plus tard, Beatty [BJ50] utilise ce concept de couche limite de Cremer conjointement avec les travaux de Morse [Mor48, MI68] pour obtenir une solution analytique approchée de l'atténuation des modes d'ordre supérieur des tubes de section rectangulaire et circulaire. De cette étude, Beatty montre que les modes circumférentiels de tubes de section circulaire sont moins atténués que tous les autres types de modes. Toutefois, Bruneau [BBHK87] montre que ce modèle n'est pas valide autour de la fréquence de coupure à laquelle l'atténuation serait infinie. Il développe et propose une formulation générale de l'équation de dispersion permettant d'appliquer le modèle de couche limite à des géométries simples telles que les guides d'onde [BHKP89]. Dans sa publication [BJB03] Bossart a proposé une formulation hybride (numérique et analytique) pour calculer l'impédance apparente de couche limite pour des domaines de paroi rigide. Un travail similaire a été réalisé par Kampinga [Kam10] pour résoudre le problème numériquement avec un modèle éléments finis pouvant être appliqué même pour des problèmes concernés par un couplage fluide-structure. Le modèle d'admittance de couche limite est très bénéfique en termes de contraintes liées aux calculs numériques comparativement au modèle complet. Toutefois, ce modèle n'est précis que lorsque toutes les dimensions du domaine sont relativement grandes devant les épaisseurs de couche limite.

1.2.3.2 Modèle de faible fréquence réduite

Le modèle de faible fréquence réduite, en anglais « Low Reduced Frequency » (LRF) est le modèle simplifié traitant de la prise en compte des effets de viscosité et de conduction thermique dans les guides d'onde (cf. figure 1.2) de section (rayon) inférieure à la longueur d'onde. Même si c'est avec les tubes que Kirchhoff a introduit le problème des effets thermo-visqueux en acoustique, c'est à Zwikker et Kosten [KZ49] que l'on doit le développement du modèle LRF. Leur modèle converge à la fois vers les solutions particulières de Kirchhoff et de Rayleigh respectivement valides pour les tubes larges et les tubes fins. Ce modèle est basé sur un certain nombre d'hypothèses faites directement sur les équations de base présentées précédemment. Ces hypothèses que nous allons présenter dans la partie qui suivra conduisent à étudier la propagation acoustique en distinguant deux directions principales, à savoir la direction de propagation et la direction transversale, perpendiculaire à la première [Nij10, Kam10]. Le nom de LRF est donné par Tijdeman [Tij75] qui a détaillé les étapes qui ont conduit à déduire le modèle à partir du modèle de Navier Stokes. Dans son travail, Tijdeman a comparé le modèle de Zwikker et Kosten à plusieurs modèles approchés et numériques. Beaucoup d'autres travaux similaires ont été réalisés particulièrement ceux de Beltman sur les couches de plaques [Bel99, Bel9b, BvdHST97]. Des solutions analytiques existent pour des sections de forme simple (circulaire, carrée,...). Des solutions numériques ont été aussi développées pour ce modèle [BVdHST98]. Il a été prouvé [KWdB10, Nij10] que le modèle LRF est numériquement plus efficace que tous les autres modèles et par conséquent vivement conseillé à chaque fois qu'il est applicable. Le modèle de LRF sera présenté en détails dans la section 1.3 pour la description de la propagation d'onde acoustique dans

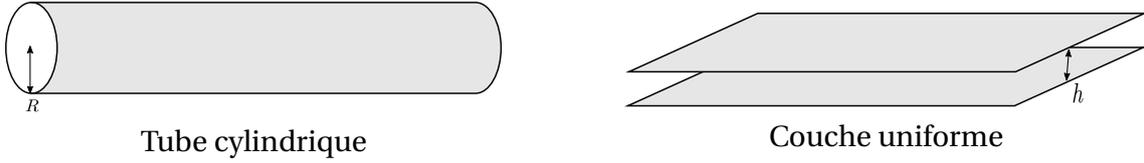


FIGURE 1.2 – Quelques géométries éligibles pour le modèle LRF

les tubes et la prédiction de pertes d'énergie lors de cette propagation.

1.2.3.3 Modèle de Navier-Stokes séquentiel

Plus récemment, Kampinga a développé un modèle réduit pour une résolution numérique par éléments finis qu'il désigne par « Modèle de Navier-Stokes Linéarisé séquentiel », en anglais « Sequential Linear Navier-Stokes (SLNS) ». Contrairement au modèle complet, ce modèle, comme son nom l'indique, permet de faire une résolution séquentielle en calculant d'abord les champs visqueux et thermiques qui seront ensuite utilisés pour déterminer le champ acoustique grâce aux relations (1.28).

$$\hat{\mathbf{v}} = \frac{\Psi_v \hat{\nabla} \hat{p}}{i\gamma} \quad (1.28a)$$

$$\hat{T} = \Psi_t \frac{\gamma - 1}{\gamma} \hat{p} \quad (1.28b)$$

$\hat{\mathbf{v}}$, \hat{T} et \hat{p} sont les variables adimensionnelles de vitesse, de température et de pression obtenue en divisant ces dernières par leur valeur moyenne (la vitesse étant divisée par la célérité c_0). Les fonctions Ψ_v et Ψ_t sont des champs scalaires complexes qui rendent compte des effets des couches limites visqueuse et thermique. Ces champs obéissent à l'équation de Helmholtz inhomogène (1.29) et valent 1 en dehors des couches limites (cœur du domaine).

$$\Psi_v + k_v^{-2} \Delta \Psi = 1 \quad (1.29a)$$

$$\Psi_t + k_t^{-2} \Delta \Psi = 1 \quad (1.29b)$$

où $k_v = \sqrt{\rho_0 \omega / (2\mu)}$ et $k_t = \sqrt{\rho_0 C_p \omega / (2\kappa)}$.

Ces équations ont été établies après une analyse d'échelle de grandeurs réalisées sur le modèle FLNS exprimé avec des variables sous forme adimensionnelle. La forme adimensionnelle des variables a été nécessaire pour l'analyse des grandeurs mais pour l'établissement du modèle les variables dimensionnelles sont convenables. Ainsi la vitesse \mathbf{v} , la température T ainsi que la masse volumique ρ peuvent être exprimées en fonction de la pression p et des champs Ψ_v et Ψ_t en se basant sur les équations (1.28) par :

$$\mathbf{v} = \frac{\Psi_v}{i\rho_0\omega} \nabla p, \quad T = \frac{\Psi_t}{\rho_0 C_p} p, \quad \rho = \frac{\Psi'_t}{c_0^2} p \quad (1.30)$$

où Ψ'_t est le champ thermique modifié défini par :

$$\Psi'_t = \gamma - (\gamma - 1)\Psi_t. \quad (1.31)$$

La pression peut être déterminée à partir de l'équation de continuité par :

$$\nabla \cdot \mathbf{v} + \frac{ik}{\rho_0 c_0} \Psi'_t p = 0. \quad (1.32)$$

Dans la démarche de Kampinga, les champs Ψ_v et Ψ_t sont d'abord calculés numériquement par éléments finis avant d'être employés pour un autre calcul numérique éléments finis du champ acoustique. Le modèle SLNS est numériquement plus efficace que le modèle complet (FLNS) mais l'est moins pour les deux autres modèles réduits. Il assure donc un bon compromis entre efficacité et précision et présente l'avantage de n'être soumis à aucune contrainte géométrique comme le sont les autres modèles réduits. Pour plus de détails sur ce modèle, le lecteur peut se référer au document de Kampinga [Kam10].

Après cette brève introduction sur les différents modèles thermo-visqueux utilisés en acoustique, nous allons maintenant nous intéresser aux solutions du modèle LRF dans le cas particulier des guides d'onde de section simple afin de prédire la dissipation opérée par les résonateurs quart-d'onde.

1.3 Dissipation acoustique par résonateurs quart-d'onde

La réduction passive du bruit par dissipation d'énergie est souvent assurée par l'utilisation des matériaux poreux tels que les mousses ou les matériaux fibreux, des panneaux et aussi par des résonateurs. Les matériaux poroacoustiques ont un comportement large-bande mais variable suivant les zones, les panneaux en revanche ne sont efficaces que dans les basses fréquences. Enfin, les résonateurs ont un comportement bande fine et très sélectif. Les résonateurs acoustiques sont des systèmes creux caractérisés par des fréquences dites de résonance auxquelles l'air qu'ils contiennent subit des vibrations de très grandes amplitudes même sous une faible excitation. Le résonateur le plus connu est le résonateur de Helmholtz constitué d'une cavité de volume V et d'un col de section A et de longueur l (dans certains cas, le col n'est qu'un simple orifice de la cavité). Le résonateur de Helmholtz est assimilable au système masse-ressort dont la raideur k dépend du volume d'air dans la cavité et dont la masse m correspond à la masse de colonne d'air vibrant dans le col ou au dessus de l'orifice. A côté du résonateur de Helmholtz, il existe un autre résonateur fréquemment utilisé en acoustique. Il s'agit du résonateur dit *quart-d'onde*. Un résonateur quart-d'onde est un tube fermé à une de ses extrémités et ouvert à l'autre. Il entre en résonance à chaque fois qu'un multiple impair du quart de la longueur d'onde λ de l'onde qui s'y propage est égale à sa longueur comme le montre la figure 1.3.

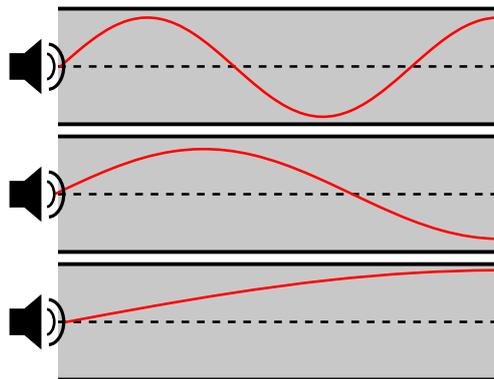


FIGURE 1.3 – Résonateur quart-d'onde et pression des trois premiers modes

Les résonateurs quart-d'onde sont fréquemment utilisés pour le contrôle du bruit lorsque des fréquences particulières sont ciblées. Toutefois, en variant et en optimisant les dimensions des résonateurs, il est possible de réaliser l'absorption du bruit sur une large bande fréquentielle [vdE00a, HWB04]. Afin de comprendre le principe de fonctionnement des résonateurs

quart-d'onde et les paramètres influençant leur capacité à dissiper de l'énergie, nous allons d'abord présenter le modèle de propagation acoustique dans les guides d'onde 1D incluant les effets thermo-visqueux (modèle LRF). Ensuite une technique d'élargissement de la bande fréquentielle d'efficacité par couplage des résonateurs sera présentée, suivie de quelques validations expérimentales.

1.3.1 Propagation acoustique thermo-visqueux dans les tubes : modèle LRF

La propagation acoustique dans les conduits est un sujet largement traité dans la littérature et un problème fréquemment abordé dans l'industrie. Lorsque les dimensions transversales sont très petites devant la dimension longitudinale, la propagation acoustique se réalise uniquement de façon unidirectionnelle (1D) par ondes planes tant que la fréquence de coupure du tube n'est pas atteinte. Dans l'hypothèse d'une propagation sans perte, la dépendance spatiale de la pression dans le tube est donnée par l'équation de Helmholtz (1.33) exprimée ici en régime harmonique ($e^{j\omega t}$).

$$[\Delta p(x) + k^2 p(x)] e^{j\omega t} = 0, \quad (1.33)$$

où x désigne la coordonnée du tube dans la direction de propagation de l'onde (la direction longitudinale), t est le temps en [s], ω est la pulsation en [$rad \cdot s^{-1}$] et k est le nombre d'onde en [$rad \cdot m^{-1}$], lié à ω par la relation $k = \omega/c_0$. En acoustique sans pertes, le nombre d'onde est réel et la solution générale de l'équation d'onde (1.33) peut se mettre sous la forme de la relation (1.34).

$$p(x, t) = [Ae^{-jkx} + Be^{+jkx}] e^{+j\omega t}, \quad (1.34)$$

où A et B sont des constantes à déterminer à partir des conditions limites. La connaissance de la pression et de son gradient normal suffit pour caractériser le comportement acoustique des tubes sans pertes. Cependant, lorsque les couches limites visqueuse $\delta_v = \sqrt{2\mu/(\rho_0\omega)}$ et thermique $\delta_t = \sqrt{2\kappa/(\rho_0 C_p \omega)}$ ne sont pas négligeables devant les dimensions transversales, les effets de viscosité et de conductivité thermique de l'air entraînent des dissipations non négligeables. L'équation de Helmholtz n'étant valable que pour des gaz parfaits, un modèle thermo-visqueux est nécessaire pour une conception juste.

1.3.1.1 Modèle LRF ou Solution de Zwikker et Kosten

Comme évoqué précédemment, la propagation d'ondes sonores dans les tuyaux est un problème classique en acoustique auquel se sont intéressés de célèbres auteurs. Kirchhoff [Kir68] est le premier à affirmer l'existence commune des effets visqueux et des effets thermiques dans les tubes remplis de gaz et soumis à une onde acoustique. Il a établi, à partir du système complet (1.24), une équation de dispersion de quatrième ordre dans une forme très compliquée [Hel63, Kir68, Sti91]. Quelques solutions partielles ont été données à cette équation de Kirchhoff au moyen de quelques simplifications. Kirchhoff est encore le premier à proposer une solution approchée pour les tubes « larges ». Il sera ensuite suivi par Rayleigh [Ray96] qui a donné par contre une solution pour les tubes « fins ». D'autres solutions de ce type, basées sur des simplifications de l'équation de dispersion de Kirchhoff [Wes53] ont été proposées. C'est presque cent ans plus tard que Zwikker et Kosten [KZ49] ont proposé une solution simple et analytique à laquelle Tijdeman [Tij75] va donner le nom « LRF » (Low Reduced Frequency). Cette solution approchée est obtenue grâce à un certain

nombre de simplifications appliquées directement aux équations de base (lois de conservation). D'autres solutions de ce genre sont obtenues aux moyens des simplifications plus ou moins fortes [Ibe50, KF67]. Une liste non exhaustive de solutions approchées du problème acoustique thermo-visqueux est fournie par Tijdeman [Tij75]. En plus d'être facile à résoudre, le modèle LRF se révèle le plus général car couvrant à la fois les solutions de Kirchhoff et de Rayleigh et permet à cet effet de traiter à la fois des tubes larges et étroits. Ce sont ces raisons qui ont d'ailleurs motivé le choix de ce modèle dans ce chapitre pour étudier les pertes dans les résonateurs quart-d'onde comme ce sera présenté dans la suite. Les travaux de Zwicker et Kosten ont permis de montrer que le problème d'acoustique linéaire dans les tubes avec les effets thermo-visqueux est complètement déterminé par quatre paramètres qui sont :

- le nombre d'onde de cisaillement s donné par :
 $s = l\sqrt{\rho_0\omega/\mu}$, où l est la longueur caractéristique de la section du tube
- la *fréquence réduite* k_r définie par :
 $k_r = l\omega/c_0$
- la racine carrée du nombre de Prandtl σ_s donné par :
 $\sigma_s = \sqrt{\mu C_p/\kappa} = \sqrt{Pr}$
- le rapport des chaleurs spécifiques défini par :
 $\gamma = C_p/C_v$

Dérivation du modèle LRF

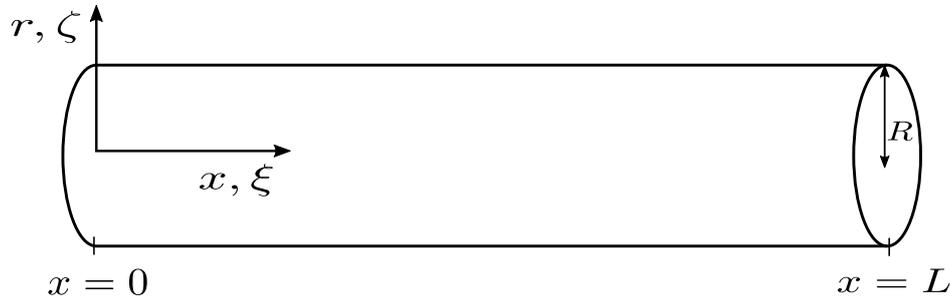


FIGURE 1.4 – Tube cylindrique et système de coordonnées. x et r : coordonnées réelles ;
 $\xi = \omega x/c_0 = kx$ et $\zeta = r/R$: coordonnées adimensionnelles

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \nabla p - (\eta + \frac{4}{3}\mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{v}) + \mu \nabla \times \nabla \times \mathbf{v} = 0 \quad (1.35a)$$

$$\rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (1.35b)$$

$$\rho_0 C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \kappa \Delta T - \frac{\partial p}{\partial t} = 0 \quad (1.35c)$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{p}{p_0} - \frac{T}{T_0} \quad (1.35d)$$

Pour obtenir le modèle LRF, Zwicker et Kosten ont directement introduit des approximations aux équations des lois de conservation linéarisées (1.35a), (1.35b) et (1.35c) complétées de l'équation d'état des gaz parfaits (1.35d). Tout en considérant les effets de viscosité

et conductivité thermique, ils ont supposé que l'onde acoustique qui se propage dans un tube est plane et se propage dans la direction longitudinale. A cet effet, deux directions perpendiculaires sont définies et permettent de décomposer le vecteur vitesse \mathbf{v} en deux composantes : une direction de propagation (x, ξ) et une direction transversale (r, ζ) comme le montre la figure 1.4 avec $\mathbf{v} = u\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_r$. L'équation (1.35a) peut ainsi être décomposée en deux équations : une avec la composante longitudinale de la vitesse u et l'autre avec sa composante transversale ou radiale v ($\mathbf{v} = u\mathbf{e}_x + v\mathbf{e}_r$). Les expressions des deux composantes de l'équation (1.35a) ne sont pas écrites dans ce mémoire parce que les différentes étapes de leur établissement ne sont pas jugées nécessaires mais pour en prendre connaissance, le lecteur peut se référer à la publication de Tijedman [Tij75].

La séparation des directions permet aussi de définir une grandeur géométrique caractéristique de la section droite et appelée « longueur caractéristique » l . Pour des sections avec un rapport des dimensions orthogonales proche de l'unité, la longueur caractéristique de la section est donnée par l'équation (1.36).

D'après cette formule, la longueur caractéristique d'un tube de section circulaire n'est rien d'autre que son rayon ($l = R$). Pour des sections ayant un ratio des dimensions orthogonales plus grand que l'unité, la longueur caractéristique est définie en fonction d'un facteur K_{cd} donné par un abaque en fonction dudit ratio [BH03].

$$l = \frac{2S_{cd}}{P_{cd}}, \quad (1.36)$$

avec, S_{cd} l'aire de la section droite en $[m^2]$ et P_{cd} le périmètre de cette section en $[m]$.

Hypothèses

Les hypothèses acoustiques courantes utilisées sont :

- milieu (fluide) homogène ;
- vitesse moyenne du fluide nulle ;
- perturbations de faibles amplitudes ;
- pas de source de chaleur dans le volume ;
- tube assez long pour négliger les effets de bord.

Sachant que le nombre d'onde de cisaillement s est le rapport de la longueur caractéristique l sur l'épaisseur de couche limite visqueuse δ_v (soit le ratio des forces inertielles sur des forces visqueuses) et que la fréquence réduite est le rapport de la longueur caractéristique du tube sur la longueur d'onde acoustique, les hypothèses fondatrices de la solution de Zwicker et Kosten (modèle LRF) sont :

- $k_r \ll 1$. Cette hypothèse statue que la longueur d'onde acoustique doit être grande devant la longueur caractéristique. C'est cette hypothèse qui donne son nom au modèle LRF (« faible fréquence réduite ») ;
- $k_r/s \ll 1$, impliquant que la longueur d'onde doit aussi être très grande vis-à-vis des épaisseurs des couches limites visqueuse et thermique.

Enfin, comme énoncé précédemment, le système (1.35) ne peut bien être résolu que s'il est accompagné par des conditions aux limites appropriées. Dans le cas des cylindres rigides de section circulaire (cf. figure 1.4), les conditions aux limites suivantes sont appliquées :

- ★ les vitesses longitudinale et radiale doivent être nulles pour assurer respectivement les conditions d'adhérence à la paroi et d'imperméabilité de cette dernière. c'est à dire :

$$\text{Pour } r = R \text{ ou } \zeta = 1, \quad u = 0 \text{ et } v = 0; \quad (1.37)$$

- ★ la vitesse radiale doit être nulle sur l'axe du tube à cause de l'axisymétrie du tube :

$$\text{Pour } r = \zeta = 0, \quad v = 0 \quad (1.38)$$

Par application de ces hypothèses aux équations du système (1.35), on obtient des relations faciles à résoudre pour déterminer les différentes variables acoustiques [Tij75]. Parmi ces nouvelles équations, celle régissant la pression acoustique $p(x)$ (1.39) prend une forme similaire à celle de l'équation de Helmholtz. Les lecteurs intéressés par les relations donnant les autres variables acoustiques peuvent regarder le papier de Tijdeman [Tij75].

$$\Delta p(x) - (\Gamma k)^2 p(x) = 0. \quad (1.39)$$

Vue la similarité de l'équation (1.39) avec celle de Helmholtz, la pression et la vitesse longitudinale moyennée sur la section (vitesse normale à la section du tube) qui en résultent, sont données par les relations (1.40a) et (1.40b).

$$p(x, t) = [A_1 e^{\Gamma k x} + A_2 e^{-\Gamma k x}] e^{j\omega t} \quad (1.40a)$$

$$u(x, t) = \frac{G}{\rho_0 c_0} [A_1 e^{\Gamma k x} - A_2 e^{-\Gamma k x}] e^{j\omega t} \quad (1.40b)$$

où G est un facteur de forme dépendant du type de la section du tube (circulaire, carré, etc.), Γ est la constante (coefficient) de propagation thermo-visqueuse et j , l'imaginaire complexe. C'est une quantité complexe ($\Gamma = \Gamma_r + j\Gamma_i$) traduisant à la fois l'atténuation de l'onde et sa vitesse de propagation. A cause de la résistance thermo-visqueuse l'onde acoustique se propage à une célérité effective définie par $c_{eff} = c_0 / \Im(\Gamma)$, le coefficient d'atténuation quant à lui vaut $\alpha_a = k\Re(\Gamma)$. Afin que les expressions du système (1.40) soient exploitables, il est nécessaire de déterminer la constante G et surtout le coefficient de propagation Γ . Des solutions analytiques existent pour des sections de forme géométrique simple (sections circulaire, rectangulaire, triangulaire, etc.). Une généralisation à partir de laquelle ces solutions analytiques sont déduites est produite par Stinson [Sti91, SC92]. Pour une section circulaire, la constante de propagation Γ et le facteur de forme G sont donnés par les expressions (1.41) et (1.42).

$$\Gamma = \sqrt{\frac{J_0(sj\sqrt{j})\gamma}{J_2(sj\sqrt{j})n}} \quad (1.41)$$

$$G = -j \frac{\Gamma J_2(sj\sqrt{j})\gamma}{\gamma J_0(sj\sqrt{j})n} = -\frac{j}{\Gamma} \frac{\gamma}{n} \quad (1.42)$$

où n est la constante polytropique définie par :

$$n = \left(1 + \frac{(\gamma - 1) J_2(s\sigma_s j \sqrt{j})}{\gamma J_0(s\sigma_s j \sqrt{j})} \right)^{-1} \quad (1.43)$$

où J_0 et J_2 sont respectivement les fonctions de Bessel de première espèce d'ordre 0 et 2. Le coefficient polytropique n est un coefficient thermodynamique lié au fait qu'une solution identique à l'expression (1.41) peut être obtenue si l'équation d'énergie (1.35c) et l'équation d'état (1.35d) exprimées avec les quantités totales sont remplacées par la relation polytropique $\tilde{p}/\tilde{\rho}^n = \text{constante}$. Cette relation implique que le processus thermodynamique dans un tube se produit de façon polytropique avec un coefficient polytropique n complexe variable et non constant; c'est le cas dans un processus adiabatique ou isotherme comme le montre la figure 1.5. Etant fonction de $s\sigma_s = R\sqrt{\frac{\rho_0 C_p \omega}{\kappa}}$, le coefficient polytropique ne dépend pas du nombre d'onde de cisaillement s , ce qui montre que ce coefficient ne prend en compte que les effets de conduction thermique [Tij75]. Par comparaison au nombre de cisaillement s qui exprime le rapport des effets inertiels sur les effets visqueux, la quantité $s\sigma_s = R/\delta_t$ traduit effectivement le rapport des effets inertiels sur les effets thermiques [YTB07]. La figure 1.5 montre clairement que le coefficient polytropique n a des comportements asymptotiques correspondant aux conditions isotherme ($n = 1$, quand $s\sigma_s = 0$) et adiabatique ($n \rightarrow \gamma = 1.4$, quand $s\sigma_s \rightarrow \infty$).

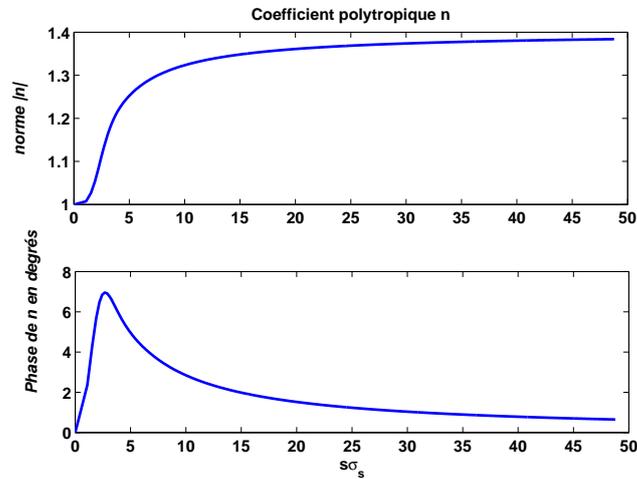


FIGURE 1.5 – Coefficient polytropique n en fonction de $s\sigma_s$

Profils de vitesse longitudinale ou axiale

Nous rappelons que le nombre d'onde de cisaillement traduit le rapport des effets inertiels sur les effets visqueux. Pour se rendre compte de son influence sur les forces visqueuses, la distribution de l'amplitude de vitesse axiale donnée par Tijdeman par l'expression (1.44) est reproduite sur la figure 1.6. Les courbes présentées sur cette figure révèlent des profils de vitesse variés selon les valeurs de s . Pour de faibles valeurs (ici $s \leq 4$), les profils sont paraboliques avec un fort gradient de vitesse entre la paroi et l'axe du tube. De tels gradients sont dûs aux forces visqueuses importantes qui se sont développées à cause de la viscosité du fluide et à l'adhérence de la paroi. Pour des valeurs de s élevées, la vitesse longitudinale est presque uniforme sur toute la section transversale du tube. Ce profil est proche de celui de vitesse en acoustique classique (sans pertes).

$$u = \frac{i\Gamma}{\gamma} \left\{ 1 - \frac{J_0(sj\sqrt{j}r/R)}{J_0(js\sqrt{j})} \right\} [A_1 e^{\Gamma kx} - A_2 e^{-\Gamma kx}] \quad (1.44)$$

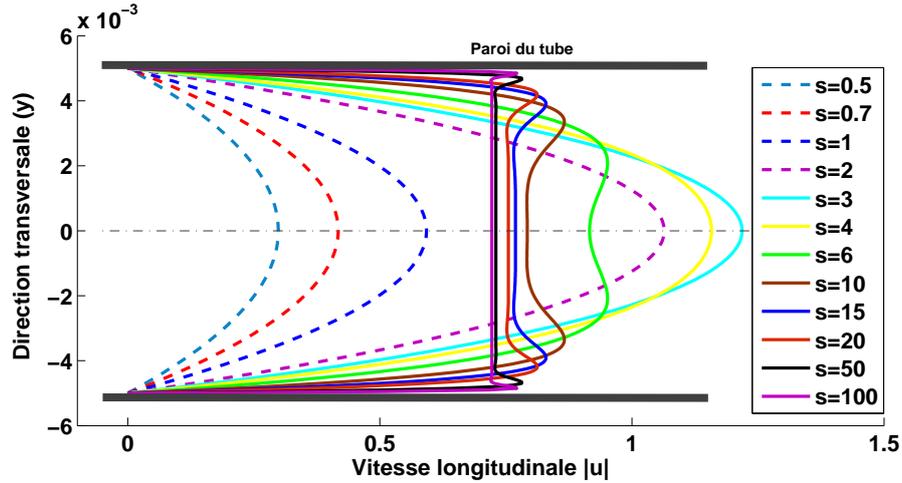


FIGURE 1.6 – Distribution de la vitesse dans la direction axiale du tube avec le modèle LRF

Impédance acoustique :

Les expressions de la pression (1.40a) et de la vitesse (1.40b) permettent de complètement décrire la propagation unidirectionnelle d'onde acoustique dans un tube avec prise en compte des effets thermo-visqueux en déterminant l'impédance $Z(x)$ à chaque section du tuyau. En effet, l'impédance acoustique Z étant le rapport de la pression sur la vitesse acoustique, les expressions du système (1.40) sous-entendent que l'impédance dans un tube varie non seulement en fonction de la fréquence mais aussi en fonction de la position (x) le long du tube. On définit ainsi une impédance variable $Z(x) = p(x)/u(x)$. Comme en acoustique classique, le produit $\rho_0 c_0$ désigne l'impédance caractéristique de l'air libre, l'impédance caractéristique dans un tube où se propage une onde acoustique thermo-visqueuse est définie par : $\rho_0 c_0 / (-G)$. Cette impédance caractéristique peut être utilisée pour exprimer l'impédance spécifique ou impédance normalisée ζ donnée par la relation (1.45).

$$\zeta(x) = \frac{Z(x)}{Z_c} = \frac{-G}{\rho_0 c_0} Z(x) \quad (1.45)$$

Etant donné que l'impédance varie le long de la direction de propagation, on définit un coefficient de réflexion variable suivant la position x donné par la relation (1.46).

$$R(x) = \frac{\zeta(x) - 1}{\zeta(x) + 1} \quad (1.46)$$

L'impédance acoustique dans les tubes varie en fonction de x mais pour déterminer certaines propriétés acoustiques pratiques, les valeurs aux limites suffisent. Ainsi, considérant le tube de la figure 1.4 et le système de coordonnées correspondant, les valeurs d'impédance $\zeta(0)$ en $x = 0$ et $\zeta(L)$ en $x = L$ présentent un intérêt pratique notoire. Si nous considérons les conditions aux limites de pression $p(0) = p_0$ et $p(L) = p_L$ appliquées respectivement en $x = 0$ et $x = L$, les impédances en ces positions sont données par les relations (1.47) et (1.48).

$$\zeta(0) = \frac{\sinh(\Gamma kL)}{\cosh(\Gamma kL) - \frac{p_L}{p_0}} \quad (1.47)$$

$$\zeta(L) = \frac{\sinh(\Gamma kL)}{\frac{p_0}{p_L} - \cosh(\Gamma kL)} \quad (1.48)$$

Dans les deux expressions précédentes, apparaît le rapport p_L/p_0 qui peut être considéré comme la fonction de transfert du tube. Dans le cas précis d'un résonateur quart-d'onde, où l'extrémité fermée est caractérisée par une condition limite en vitesse $u_L = 0$, cette fonction de transfert vaut :

$$\frac{p_L}{p_0} = \frac{1}{\cosh(\Gamma kL)} \quad (1.49)$$

Après avoir montré et clarifié la propagation acoustique thermo-visqueuse dans les tubes, nous allons l'exploiter pour la prédiction et la conception des parois absorbantes par inclusion de résonateurs quart-d'onde.

1.3.2 Absorption acoustique par réseau de résonateurs quart-d'onde

Les résonateurs quart-d'onde sont souvent employés pour l'atténuation d'onde acoustique par isolation (pertes de transmission) [Han07] et par dissipation [HWB04, vdE00b]. Nous allons, dans cette partie, nous intéresser à la dissipation acoustique par résonateurs quart-d'onde.

1.3.2.1 Réseau des résonateurs uniformes

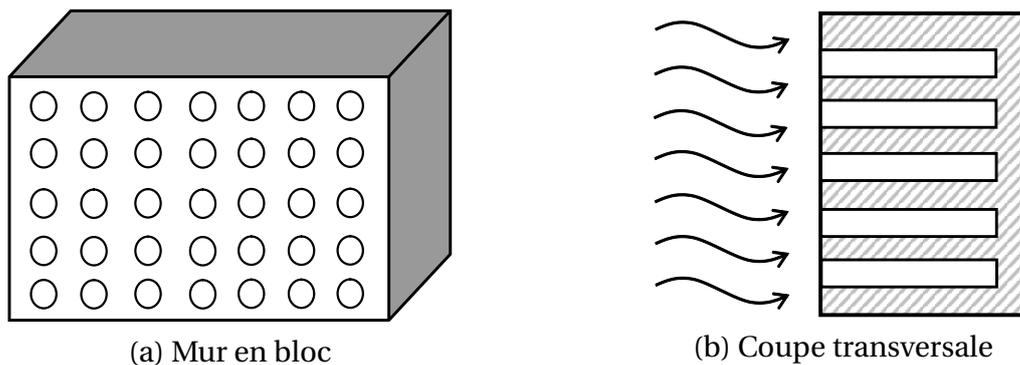


FIGURE 1.7 – Mur rigide de résonateurs quart-d'onde

Considérons un mur rigide contenant un réseau des résonateurs quart-d'onde uniforme (cf. figure 1.7a). Si une onde acoustique incidente, vient impacter ce mur du côté ouvert des résonateurs, elle va pénétrer et se propager dans les tubes. Selon les caractéristiques géométriques des résonateurs (longueurs, rayon, porosité de surface,...), l'onde sera plus ou moins amortie tout au long de sa propagation avant d'être réfléchi au fond des tubes. Si de plus, on considère ce mur comme un matériau acoustique à réaction locale (l'onde dans le tube se propageant de façon perpendiculaire à la section transversale des tubes), on peut déterminer son coefficient d'absorption par la méthode d'impédance de surface. En effet, si on désigne par ζ_s l'impédance spécifique du mur alors le coefficient de réflexion \mathbf{R} au niveau de cette surface pour une onde plane d'incidence normale sera exprimé par l'équation (1.50).

$$\mathbf{R} = \frac{\zeta_s - 1}{\zeta_s + 1} \quad (1.50)$$

L'impédance spécifique ζ_s est l'impédance de toute la surface du mur ayant vu l'onde incidente. Elle dépend de l'impédance $\zeta_{tube} = \zeta(0)$ à l'entrée du tube définie précédemment. Pour un mur comportant N résonateurs identiques, l'impédance de surface est exprimée par l'équation (1.51) donnée par Wijnant [WHd03].

$$\zeta_s = \frac{\zeta_{tube}}{\Phi} \quad (1.51)$$

Où Φ est la « porosité surface » définie comme le rapport de la surface totale des sections des résonateurs ($N \cdot A_{tube}$) sur la surface totale du mur (A_{mur}) :

$$\Phi = \frac{N \cdot A_{tube}}{A_{mur}} \quad (1.52)$$

Coefficient d'absorption

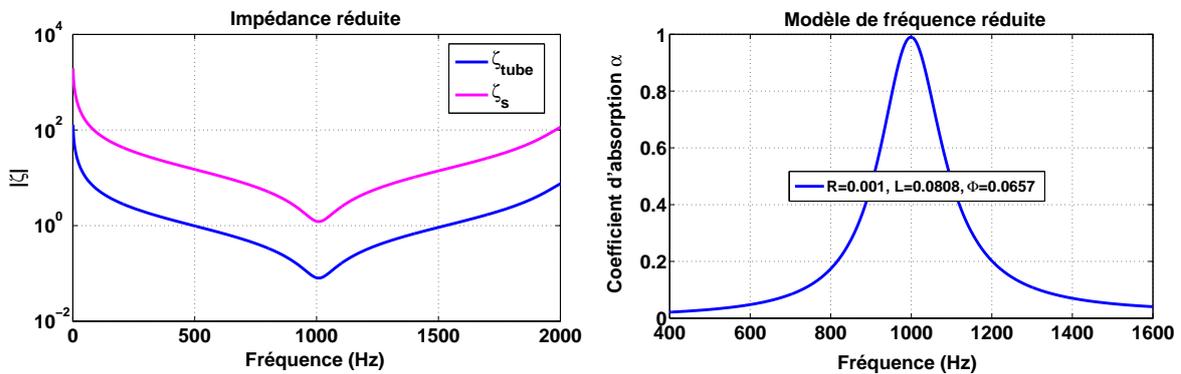


FIGURE 1.8 – Impédance de surface et coefficient d'absorption d'un mur de résonateur optimisé autour de 1000Hz

La connaissance du coefficient de réflexion permet d'obtenir le coefficient d'absorption α du mur par la relation :

$$\alpha = 1 - |\mathbf{R}|^2 \quad (1.53)$$

Les équations (1.50) et (1.51) impliquent qu'une absorption optimale large bande n'est possible que si l'impédance de surface ζ_s est proche de l'unité et que l'impédance interne à l'entrée du tube est quasiment égale à la porosité de surface Φ . Cependant, compte tenu du fait que l'impédance de surface varie fortement en fonction de la fréquence, le mur est très sélectif en ce qui concerne ses capacités à dissiper l'énergie acoustique. Pour se rendre compte de la dépendance fréquentielle et de la sélectivité d'un tel système, les courbes d'impédance et du coefficient d'absorption d'un mur à résonateurs optimisé par récurrence pour avoir une absorption maximale autour de 1000Hz sont construites sur la figure 1.8. Les résonateurs quart-d'onde qui sont réalisés dans ce mur sont tous uniformes et possèdent les caractéristiques géométriques suivantes : longueur de tube $L = 0.0807m$, rayon $R = 0.001m$ et porosité de surface $\Phi = 0.0657$.

1.3.2.2 Mécanismes de dissipation

La courbe d'absorption de la figure 1.8 montre un pic autour de 1000Hz. C'est la fréquence de résonance à laquelle la pression dans les tubes est amplifiée (grandes amplitudes). Il se crée des gradients importants de vitesse et température dans la couche limite

entraînant une dissipation plus ou moins totale de l'énergie de l'onde incidente. A la fréquence de résonance, la dissipation est maximale parce que les forces visqueuses responsables des gradients de vitesse, s'opposent au mouvement oscillatoire du fluide et transforment l'énergie de l'onde en chaleur par effet joule. Si la porosité surfacique est exactement égale à l'impédance spécifique du tube à l'entrée, alors l'absorption sera totale comme c'est le cas dans l'exemple de cette figure. La dissipation non nulle pour les fréquences proches de la résonance est effectivement due aux effets viscothermiques évoqués tout au long de ce chapitre. Il faut noter que l'ampleur de la dissipation et la localisation fréquentielle de son maximum dépendent de plusieurs paramètres qu'il convient de judicieusement combiner pour atteindre un objectif donné. Les principaux paramètres sont explicités ci-dessous.

Longueur effective du tube

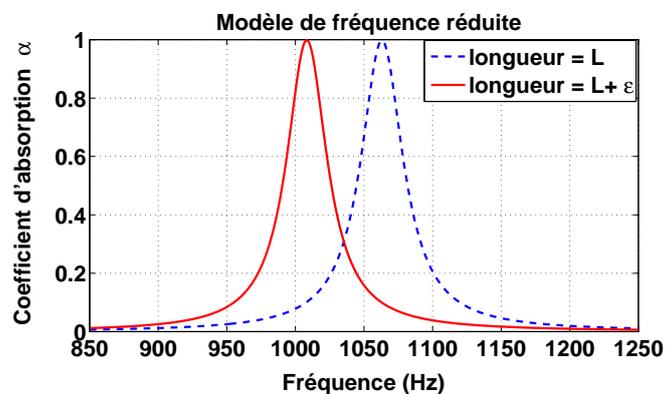


FIGURE 1.9 – Effet de la longueur corrective sur la fréquence de de résonance

Par définition, la fréquence de résonance d'un résonateur quart-d'onde est définie par sa longueur. Toutefois, la fréquence réelle de résonance correspond à une longueur effective L_{eff} du résonateur légèrement différente de sa longueur géométrique L . Pour déterminer cette longueur effective, il faut ajouter à la longueur géométrique une longueur corrective ϵ . Cette longueur rend compte du fait que la colonne d'air qui vibre dans le tube ne se limite pas seulement à la longueur du tube mais s'étend jusqu'à une certaine couche au dessus de l'entrée. Cette couche d'air supplémentaire d'épaisseur ϵ apporte ainsi une masse ajoutée. Cette correction de longueur a pour effet de déplacer la résonance vers les basses fréquences surtout quand la dissipation est importante et se justifie d'autant plus que la célérité du son baisse avec les pertes thermo-visqueuses.

La valeur de la longueur corrective ϵ dépend de la configuration géométrique des résonateurs dans le mur. Pour certaines configurations, des expressions analytiques permettent d'en fournir une estimation [BH03]. Les deux configurations les plus couramment rencontrées sont celles d'un réseau uniforme des résonateurs espacés d'une distance a assez grande devant la dimension transversale caractéristique (rayon) du tube (cf. figure 1.10a) et d'un résonateur de rayon R réalisé de façon concentrique dans un bloc cylindrique de rayon R_2 (voir figure 1.10b).

Pour le cas du résonateur unique dans un cylindre, si le rayon R_2 tend vers l'infini, la relation (1.54) converge vers celle de Rayleigh (1.56) qui a établi la longueur corrective d'un tube circulaire bafflé par un plan infini. Les expressions (1.55) et (1.54) peuvent être employées pour calculer la longueur corrective des tubes de section non circulaire. Dans ce cas, le rayon R est remplacé par la longueur caractéristique de la section $R = l = 2S_{cd}/P_{cd}$.

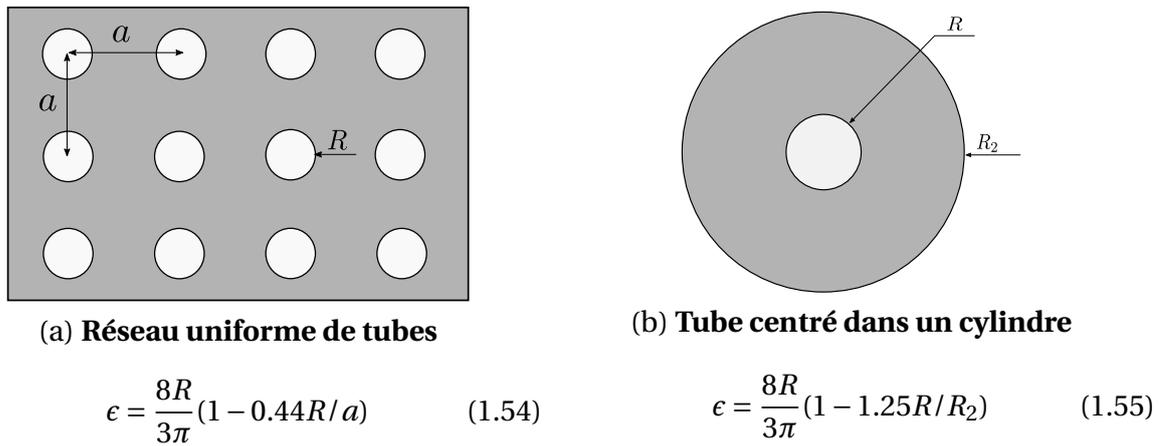


FIGURE 1.10 – Longueurs correctives de deux configurations géométriques [BH03]

$$\epsilon = \frac{8R}{3\pi} \quad (1.56)$$

Influence du rayon

Un paramètre très influent sur l'ampleur de l'absorption est le rayon des résonateurs. Ce paramètre influe non seulement sur le niveau de la dissipation mais aussi dans une certaine mesure sur la fréquence de résonance comme on peut le constater dans les expressions de la longueur corrective précédente. Les effets de viscosité et de conduction thermique sont fonction du rayon du tube respectivement à travers le nombre d'onde de cisaillement s et le produit $s\sigma_s$. Il s'en suit que les performances d'un mur à résonateurs dépendent entre autres du rayon ou de la dimension transversale des tubes. La figure 1.11 où l'absorption est optimisée autour de 1000Hz pour différents rayons de tube, montre que la dissipation augmente quand le rayon décroît. Ce résultat confirme ainsi le fait que les effets dissipatifs deviennent importants lorsque les couches limites ne sont pas négligeables devant le rayon. Toutefois, de faibles rayons doivent être accompagnés d'un grand nombre de tubes par unité de surface afin d'obtenir une résistance au passage de l'air optimale à la surface du mur. Cette condition peut constituer une difficulté pratique en raison du grand nombre de tubes fins à réaliser pour obtenir une porosité de surface optimale.

1.3.2.3 Réseaux non uniformes de résonateurs

Les résultats précédents montrent et confirment qu'un système uniforme des résonateurs tous identiques est très sélectif en termes d'atténuation. Cette limitation a motivé l'idée de combiner plusieurs résonateurs différents afin de tirer profit de leurs performances respectives. Une telle combinaison donne lieu à des résonateurs dits couplés. Les différentes combinaisons possibles que nous allons présenter dans la suite sont le couplage parallèle, le couplage série et le couplage mixte. Lorsque les résonateurs dans un mur sont différents, l'impédance de surface s'exprime de façon générale [WHd03] par l'équation (1.57).

$$\zeta_s = \frac{1}{\sum \frac{\Phi_j}{\zeta_j}} \quad (1.57)$$

où Φ_j et ζ_j sont respectivement la porosité de surface et l'impédance réduite de chaque résonateur.

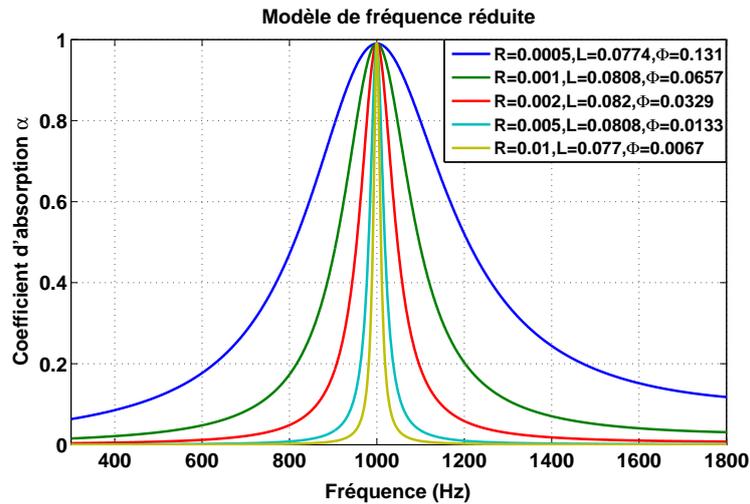


FIGURE 1.11 – Influence du rayon des résonateurs

Réseau ou « couplage » parallèle

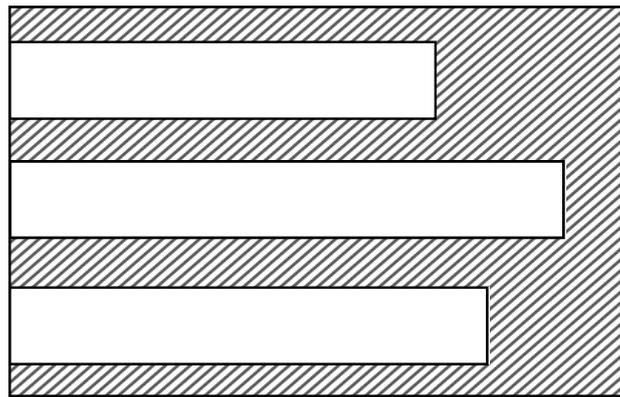


FIGURE 1.12 – Coupe schématique d'un mur avec des résonateurs parallèles

On parle de « couplage parallèle » des résonateurs si plusieurs tubes de longueurs différentes et/ou de rayons différents sont réalisés dans un même mur (cf. figure 1.12). Etant donné que les différents tubes, à cause de leurs dimensions différentes, entrent en résonance à des fréquences différentes, ils vont ajouter leurs contributions par le principe de superposition. Le mur se comportera comme un absorbeur discret (sauf si les fréquences de résonance sont proches les unes des autres) comme le montre la figure 1.13 où est représenté le coefficient d'absorption d'un réseau de trois tubes différents réglés sur les fréquences de 800 Hz , 1200 Hz et 1600 Hz . Hannink [HWB04] a conçu un réseau optimisé de 20 résonateurs de dimensions différentes couplés en parallèle dans un bloc cylindrique de 100 mm de diamètre pour maximiser le coefficient d'absorption sur une gamme fréquentielle relativement large.

Couplage série

Lorsque deux tubes de sections différentes sont connectés entre eux comme sur la figure 1.14, on parle d'un « couplage série » par analogie au montage électrique série. La prédiction

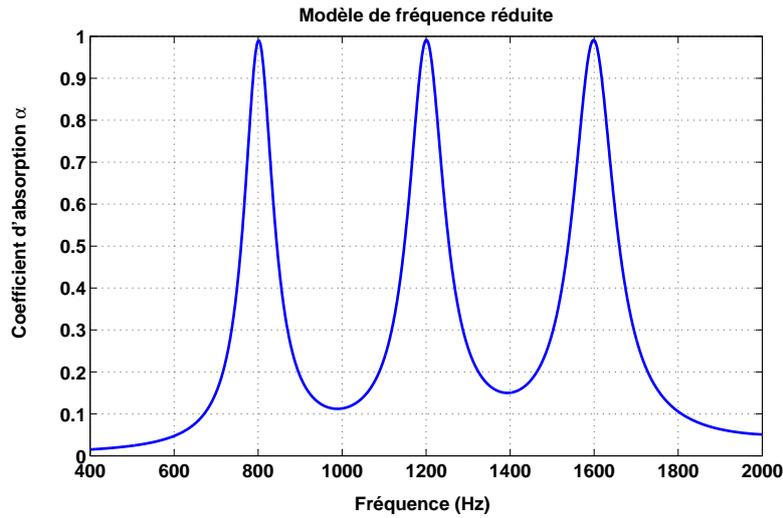


FIGURE 1.13 – Absorption d’un réseau de trois résonateurs différents en parallèle

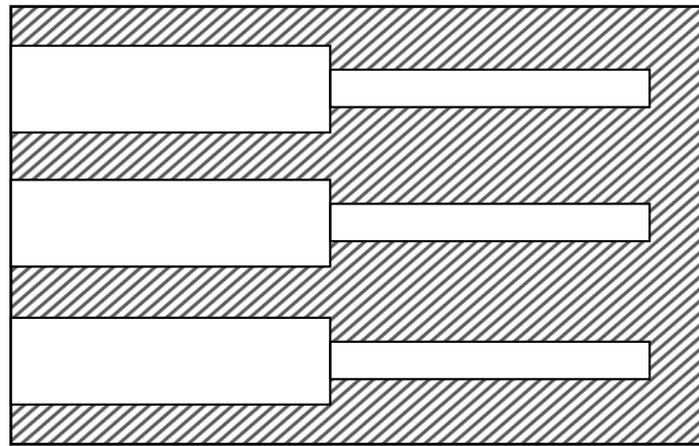


FIGURE 1.14 – Coupe schématique d’un mur à résonateurs série

du coefficient d’absorption d’un mur contenant de tels résonateurs, passe comme précédemment par la détermination de l’impédance de surface ζ_s qui est fonction de l’impédance $\zeta_{tube} = \zeta(0)$ à l’entrée du résonateur couplé. Or cette dernière dépend, d’après l’équation (1.47), du rapport de la pression au point de connexion des tubes sur la pression à l’entrée du tube. La solution pour le cas d’un tube au fond rigide est donnée par la relation (1.49). Pour le système couplé par contre, l’impédance au point de connexion n’est pas infinie donc cette équation ne peut pas être utilisée. La solution est donnée grâce aux travaux de Bergh et Tijdeman [BT65].

Travaillant sur la réponse dynamique des systèmes de mesure de pression avec des tubes cylindriques, Bergh et Tijdeman ont établi une relation (1.58) donnant le rapport de pression entre les extrémités d’un tube appartenant à un ensemble de tubes couplés via un volume comme celui de la figure 1.15.

$$\frac{p_j}{p_{j-1}} = \left[\cosh(\Gamma k L)_j + \frac{\sinh(\Gamma k L)_j}{A_j G_j} \left(-\frac{i k \gamma}{n_v} V_j + \frac{A_{j+1} G_{j+1}}{\sinh(\Gamma k L)_{j+1}} \left\{ \cosh(\Gamma k L)_{j+1} - \frac{p_{j+1}}{p_j} \right\} \right) \right]^{-1} \quad (1.58)$$

n_v et G_j sont respectivement le coefficient polytropique de l’air dans le volume et le fac-

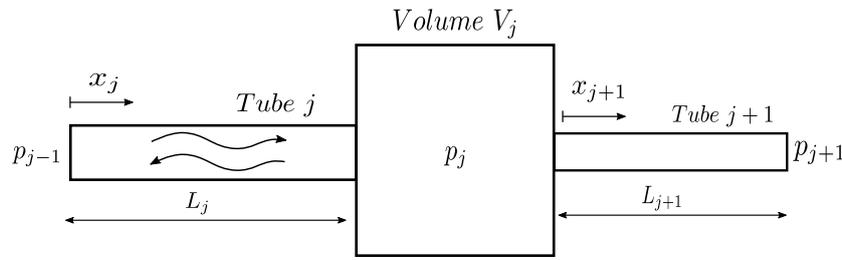


FIGURE 1.15 – Représentation schématique de deux tubes couplés par un volume [vdE00a]

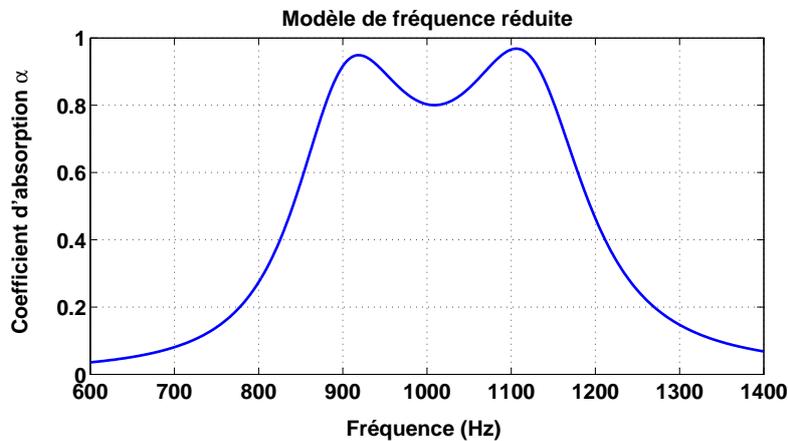
teur de forme de la solution de Zwikker et Kosten exprimé précédemment, tandis que A_j est l'aire de section droite du tube j . Ici, l'imaginaire est représenté par i

Lorsque les tubes sont directement l'un à la suite de l'autre comme sur le figure 1.16, le terme contenant le volume s'annule et la relation (1.58) appliquée au système 1.16 prend la forme donnée par l'équation (1.59).



FIGURE 1.16 – Schéma de deux tubes couplés en série sans volume

$$\frac{p_1}{p_0} = \left[\cosh(\Gamma k L)_1 + \frac{\sinh(\Gamma k L)_1}{A_1 G_1} \left(\frac{A_2 G_2}{\sinh(\Gamma k L)_2} \left\{ \cosh(\Gamma k L)_2 - \frac{p_2}{p_1} \right\} \right) \right]^{-1} \quad (1.59)$$


 FIGURE 1.17 – Absorption d'un mur à résonateurs série : $L_1 = 8\text{cm}$, $R_1 = 5\text{mm}$, $L_2 = 8\text{cm}$, $R_2 = 0.95\text{mm}$, $\Phi = 0.167$, $\alpha_{\min} = 0.8$

Maintenant que le ratio p_1/p_0 est défini, l'impédance de surface du mur 1.14 peut être facilement déterminée. Un tel mur, s'il est bien dimensionné, permet d'obtenir une absorption acoustique optimale sur une bande fréquentielle plus large que celle que réalisera un mur uniforme de résonateurs simples. La figure 1.17 montre un exemple du coefficient d'un mur à résonateurs série optimisé pour réaliser un amortissement supérieur à 80%, sur une bande centrée sur 1000Hz. La procédure d'optimisation consiste à fixer les dimensions L_1 et R_1 du grand tube et à rechercher de façon récursive la longueur L_2 du second tube (petit), son rayon R_2 et le rapport des surfaces Φ qui donneraient une large bande d'absorption

supérieure à un seuil cible α_{min} . La première étape du schéma récursif consiste à définir trois plages de valeurs respectivement pour les paramètres L_2 , R_2 et Φ avec un pas très petit (0.01 mm). Ensuite, le coefficient d'absorption est calculé pour les différentes combinaisons de ces trois paramètres tout en comparant les largeurs de bande fréquentielle sur laquelle le coefficient d'absorption est supérieur ou égal à α_{min} . Seule la combinaison donnant la plus grande largeur de bande fréquentielle est retenue.

La longueur L_1 définit plus ou moins la fréquence centrale de la courbe d'absorption. Cette fréquence correspondrait à la résonance du tube 1 seul rigidement fermé à l'une des extrémités. Le système des tubes couplés en série se comporte donc comme un système masse-ressort à deux degrés de liberté. Même si le couplage série permet d'élargir le domaine fréquentielle de l'absorption, il peut paraître insuffisant pour contrôler certains bruits large bande. Pour augmenter cette largeur de bande, un autre couplage de tube sera analysé.

Couplage mixte

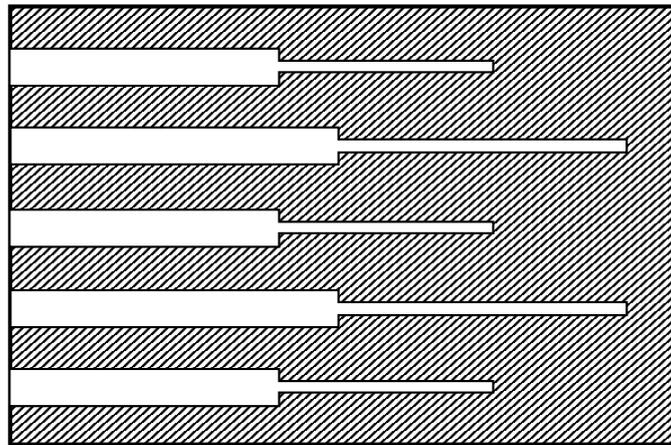


FIGURE 1.18 – Coupe schématique d'un mur à résonateurs en couplage mixte

Le couplage mixte est, par analogie électrique, la mise en parallèle de différents types de résonateurs couplés en série (voir la figure 1.18). Les couplages série et parallèle présentent des comportements relativement différents et le couplage mixte permet d'associer leurs performances pour réaliser une bonne absorption sur une certaine largeur de bande avec une faible porosité de surface, chose qui est difficile avec un faible couplage parallèle. Cette contribution des performances est montrée sur la figure 1.19 par la courbe bleue qui correspond à un couplage parallèle de deux couplages série optimisés pour une absorption d'au moins 0.80 respectivement autour de 1000 Hz (courbe rouge) et 1324 Hz (courbe verte). Sur cet exemple on voit clairement que le couplage mixte a permis de réaliser une atténuation d'au moins 70% sur une plage fréquentielle plus grande que celles des systèmes série pris seuls.

En conclusion, un réseau uniforme de résonateurs quart-d'onde peut être un absorbeur acoustique sélectif car performant uniquement sur une étroite bande fréquentielle autour de la résonance du résonateur. Suivant les applications, les couplages des tubes sont souhaités pour élargir la bande d'efficacité de tels systèmes. Les différents couplages présentés dans cette partie sont le couplage parallèle, le couplage série et le couplage mixte qui est une association des deux. De tous les couplages, le couplage mixte est le plus performant. Tous les résultats présentés jusque là sont théoriques et donnés par le modèle LRF. Afin de confirmer leur validité, quelques résultats expérimentaux seront présentés dans la partie qui suit.

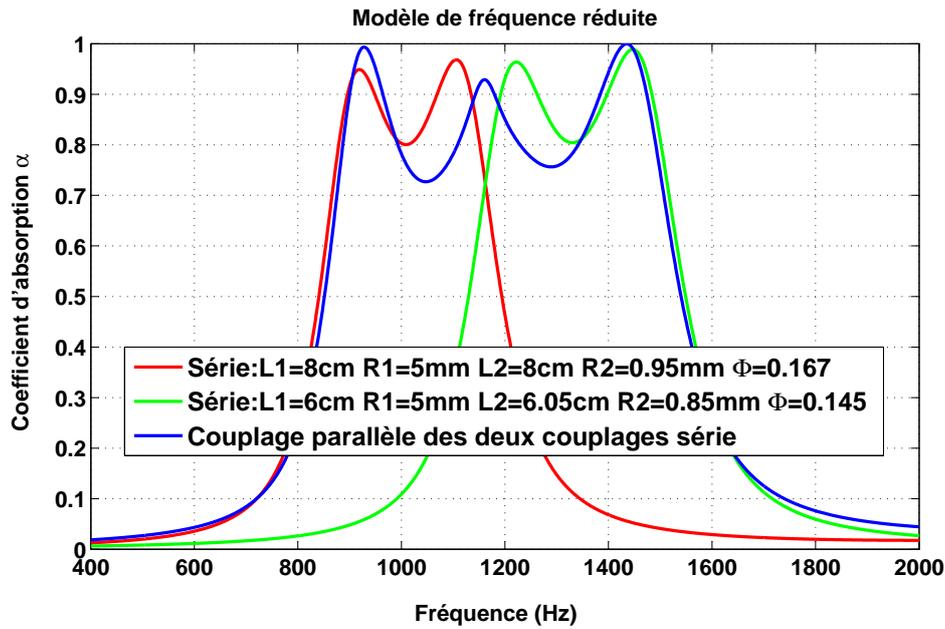


FIGURE 1.19 – Coefficient d'absorption d'un mur à résonateurs série-parallèle

1.3.2.4 Quelques résultats expérimentaux

Cette partie est dédiée à la validation expérimentale de la théorie précédente, en l'occurrence celle de l'atténuation d'énergie acoustique dans les domaines de petites dimensions via les murs à résonateurs quart-d'onde simples et couplés. Cette validation porte essentiellement sur la mesure du coefficient d'absorption de quelques systèmes à résonateurs. Avant de présenter les résultats des différentes mesures, le dispositif expérimental sera d'abord décrit.

Echantillons



FIGURE 1.20 – Photographie de trois échantillons de blocs à résonateurs quart-d'onde

Les échantillons utilisés pour l'analyse expérimentale de cette partie sont des blocs cylindriques en PVC de 100 mm de diamètre dans lesquels sont perforés des petits tubes cylindriques non débouchants pour ainsi réaliser des résonateurs quart-d'onde (Voir la figure 1.20). Le premier bloc comporte un seul trou concentrique de rayon $R = 1\text{ cm}$ et de longueur $L = 8.55\text{ cm}$. Le second échantillon est un système de trois résonateurs couplés en parallèle. Les trois résonateurs ont le même rayon $R = 1\text{ cm}$ mais des longueurs différentes qui

sont respectivement $L_1 = 8\text{cm}$, $L_2 = 5.85\text{cm}$ et $L_3 = 4\text{cm}$. Les trois trous sont positionnés avec un pas angulaire quasi constant et à la même distance du centre du bloc. Le dernier échantillon quant à lui est un système de résonateurs en couplage mixte. Il s'agit d'une mise en parallèle de deux groupes de résonateurs couplés en série. Chaque groupe compte cinq résonateurs de deux tubes couplés en série. Les dimensions du premier groupement série sont : $L_1 = 7.9\text{cm}$, $R_1 = 8\text{mm}$, $L_2 = 8\text{cm}$, $R_2 = 1.02\text{mm}$, $\Phi = 0.12$ tandis que celles du second groupement sont : $L_1 = 5.9\text{cm}$, $R_1 = 8\text{mm}$, $L_2 = 6.2\text{cm}$, $R_2 = 1.01\text{mm}$, $\Phi = 0.122$. Une illustration de ces dimensions est donnée sur la figure 1.21 où un groupement (couplage) série de l'échantillon à couplage mixte est schématisé. Chacun de ces couplages série est dimensionné pour réaliser une absorption théorique supérieure à 90% la plus large bande possible. Sur cet échantillon, tous les résonateurs sont placés sur un cercle de diamètre 70mm concentrique à la section du bloc. Un résonateur du premier groupement série est alterné avec un autre du second groupe de façon à conserver le même pas angulaire entre les résonateurs.

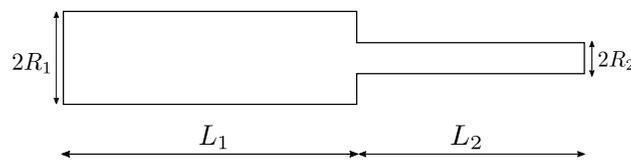


FIGURE 1.21 – Représentation schématique d'un groupement série

Chaîne de mesure et principe de mesure

Les mesures du coefficient d'absorption sont réalisées au tube à impédance appelé aussi tube de Kundt. Toute la chaîne de mesure est présentée sur la photographie de la figure 1.22. Elle est constituée d'un tube de Kundt **B&K type 4106** de 100mm de diamètre et de longueur 1m , d'un conditionneur, d'un amplificateur **B&K type 2706** et d'un système d'acquisition de National Instrument. Pour mesurer la pression, des microphones quart de pouce **B&K type 4178** ont été utilisés. L'acquisition des données est réalisée sous le logiciel LabVIEW développé également par National Instrument. Pour introduire et comprendre le principe de mesure, une représentation schématique du tube est donnée par la figure 1.23.

Le principe de mesure utilisé est celui de la méthode de la fonction de transfert ou de double microphone décrit dans les normes ISO 10534-2 [ISO98] ou ASTM E1050-12 [Sta90]. Cette méthode décrit la procédure de mesure du coefficient d'absorption acoustique des matériaux poroacoustique en incidence normale. L'échantillon à caractériser est inséré dans le tube à l'une de ces extrémités, fermé par une surface rigide et excité par une source sonore (haut-parleur) placée à l'autre extrémité comme le montre le schéma de la figure 1.23. Le principe de mesure consiste à déterminer le coefficient de réflexion à la surface du matériau grâce à la fonction de transfert $H_{12}(\omega)$ entre les pressions mesurées par le microphone 1 et le microphone 2 placés respectivement aux points d'abscisses x_1 et x_2 par :

$$\mathbf{R}(0) = e^{2jkd} \cdot \frac{H_{12} - e^{-jk\Delta x}}{e^{jk\Delta x} - H_{12}} \quad (1.60)$$

avec

$$H_{12}(\omega) = \frac{p_2(\omega)}{p_1(\omega)} \quad (1.61)$$

où $p_1(\omega)$ et $p_2(\omega)$ sont les spectres de pression des microphones 1 et 2. Enfin le coefficient d'absorption du son α peut être déduit de ce coefficient de réflexion expérimental grâce à la

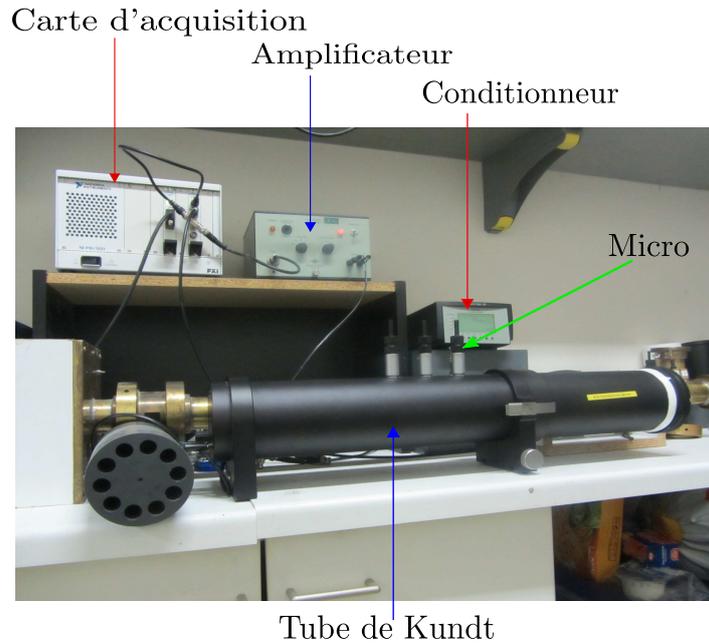


FIGURE 1.22 – Chaîne de mesure au tube de Kundt

relation de l'équation (1.53).

Le domaine de validité fréquentielle de cette méthode qui ne s'applique qu'aux ondes planes en incidence normale est définie par les dimensions transversales (diamètre pour des tubes circulaires) du tube. Pour le tube de diamètre 100mm que nous avons utilisé, la méthode est valide entre 50Hz et 2000Hz .

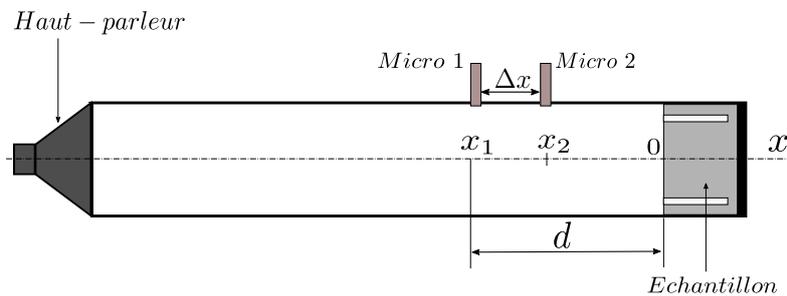


FIGURE 1.23 – Coupe schématique du tube de Kundt

Résultats

Le coefficient d'absorption du premier échantillon (un seul résonateur) est donné sur la figure 1.24. Sur cette figure, le coefficient d'absorption expérimental de l'échantillon est comparé à deux résultats théoriques : un résultat théorique analytique en l'occurrence celui du modèle LRF et un résultat numérique. Le résultat numérique est une version numérique du tube de Kundt simulé avec le modèle complet de Navier-Stokes Linéarisé (FLNS). Un élément important de résultat est le maillage. Le tube est simplement maillé avec des éléments quadratiques tandis que le résonateur a, en plus du maillage quadratique, été soumis à un maillage couche limite sans lequel les effets thermo-visqueux ne seraient pas observables. Ces résultats montrent un très bon accord entre les deux modèles et le résultat expérimental. Le point important que nous tenons à relever est le temps de calcul. Le modèle LRF analytique a pris moins d'une minute avec un ordinateur classique à deux cœurs (de caractéristiques *Intel(R) Core(TM) i5-2450M CPU @ 2.50GHz, RAM 4Go*) tandis que le calcul

numérique FLNS a pris environ 5h avec un ordinateur de grande performance à 32 cœurs (de caractéristiques *Intel(R) Xeon® Core i7 CPU E5-2665 0 @ 2.4GHz, RAM64Go*) et cela pour une plage fréquentielle moins large que celle du calcul LRF analytique. Cet exemple simple suffit à montrer combien le modèle LRF est efficace en terme de ressources de calcul comparativement au modèle complet.

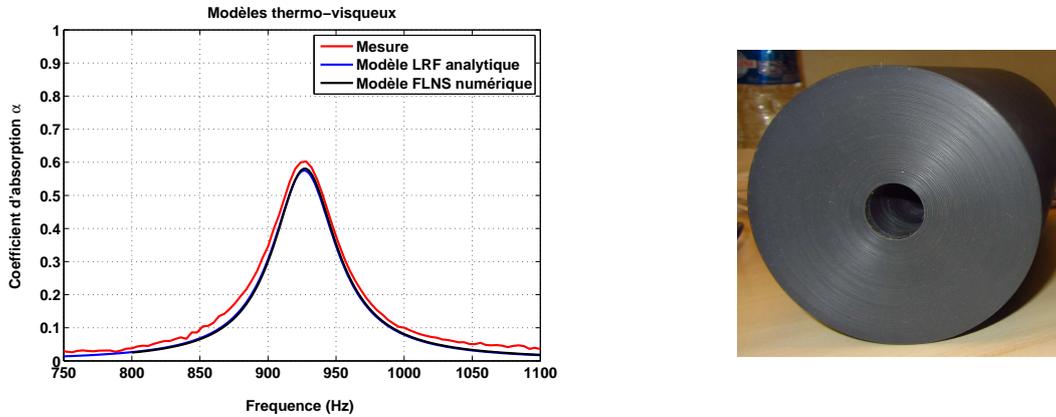


FIGURE 1.24 – Coefficient d’absorption du tube à un seul résonateur

L’échantillon à résonateurs parallèles donne, vu le nombre réduit des trous qu’il contient, une courbe d’absorption marquée par trois pics caractéristiques des résonances des tubes (cf. figure 1.25). Sur cet exemple encore, on constate un bon accord qualitatif et quantitatif entre le modèle théorique et l’expérience même si on remarque un petit écart sur les deux premières résonances.

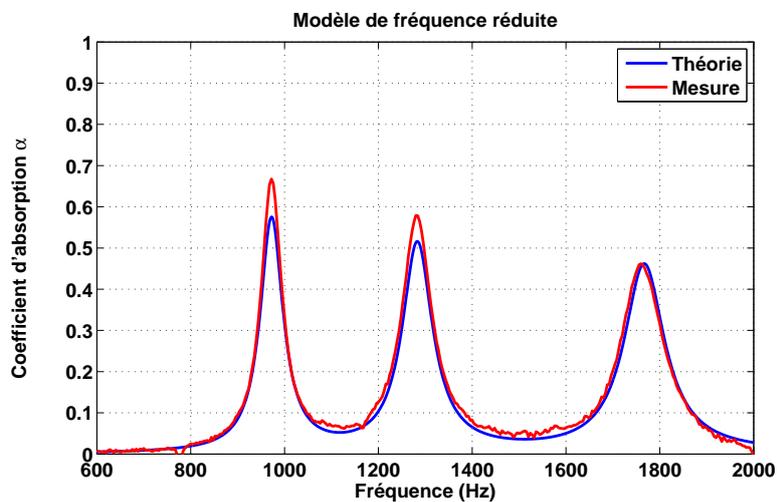


FIGURE 1.25 – Coefficient d’absorption de l’échantillon à résonateurs parallèles

Enfin, les résultats du système de résonateurs en couplage mixte sont représentés sur la figure 1.26. Là encore, la validité du modèle LRF est confirmée par la mesure même si les configurations géométriques ne sont pas stricto sensu similaires. En effet, le calcul théorique a été réalisé avec une distribution régulière des résonateurs avec un pas a constant dans les deux directions du repère cartésien plan (cf. figure 1.10) tandis que sur l’échantillon expérimental, les perforations sont faites avec un pas angulaire sur un même cercle. Le couplage

mixte permet non seulement de valider le modèle mais se révèle être performant en termes de largeur de bande du coefficient d'absorption. Les courbes de la figure 1.26 sont obtenues avec un objectif cible de 90% sur une large bande dans l'optimisation des deux groupements série. Il en découle que la bande d'efficacité du mur peut être davantage élargie si un objectif modéré était choisi (70% par exemple).

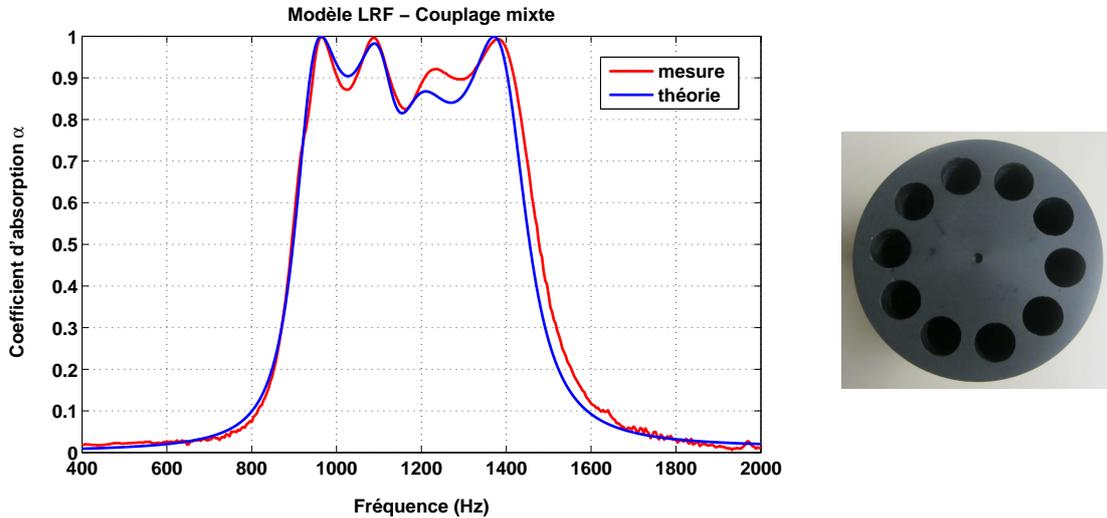


FIGURE 1.26 – Coefficient d'absorption de l'échantillon à résonateurs en couplage mixte

Discussion

Même si les résultats des figures 1.24, 1.25 et 1.26 peuvent être qualifiés de satisfaisants, ils présentent tout de même de légères déviations qu'il convient de relever. Le premier élément à noter est que l'absorption expérimentale est plus grande que celle donnée par les modèles surtout dans le cas de l'échantillon à tube unique et de l'échantillon à tubes parallèles. Cette dissipation supplémentaire, qui est toutefois dans une proportion raisonnable, proviendrait dans une moindre mesure de l'atténuation de l'onde lors de sa propagation dans le tube de Kundt et surtout des fuites entre l'échantillon et le tube de Kundt. Toutefois, l'écart entre les coefficients d'absorption expérimental et théorique est moins marqué avec l'échantillon à couplage mixte d'autant plus que ce dernier est optimisé pour une dissipation maximale de plus de 90%.

Le second élément à soulever porte sur le décalage fréquentiel entre les résultats théoriques et expérimentaux. Ce problème est dû à la non uniformité stricte des résonateurs dans les échantillons expérimentaux d'une part, et à la différence entre les distributions des résonateurs dans les échantillons théoriques et expérimentaux. En effet, le modèle LRF est très sensible aux paramètres géométriques tels que la longueur et le rayon des résonateurs. Or, comme dans tout processus de fabrication en série, il s'est avéré que dans les échantillons expérimentaux, les résonateurs supposés être identiques ne le sont pas réellement. Ces incertitudes géométriques ont non seulement contribué au décalage fréquentiel mais aussi à l'augmentation du niveau d'absorption. De même, le modèle théorique est fait avec une distribution linéaire uniforme des résonateurs pour laquelle une expression de la longueur corrective est connue. Les échantillons expérimentaux, en revanche contiennent des résonateurs distribués de façon circulaire. Cette différence dans la répartition des résonateurs induit également des différences dans les effets de bord entre deux résonateurs voisins. Pour

montrer la forte sensibilité du modèle aux dimensions des résonateurs (longueur, rayon), deux résultats théoriques de l'absorption d'un mur à couplage mixte avec des longueurs de résonateurs très légèrement différentes sont donnés sur la figure 1.27. Le premier résultat est celui donné par la courbe théorique de la figure 1.26 concernant une mise en parallèle de deux groupements série ($L_1 = 7.9\text{cm}$, $R_1 = 8\text{mm}$, $L_2 = 8\text{cm}$, $R_2 = 1.02\text{mm}$, $\Phi = 0.12$ et $L_1 = 5.9\text{cm}$, $R_1 = 8\text{mm}$, $L_2 = 6.2\text{cm}$, $R_2 = 1.01\text{mm}$, $\Phi = 0.122$). En revanche, le second porte sur le même échantillon mais avec juste des longueurs différentes de 1mm que dans le précédent donc avec les groupements série ($L_1 = 8\text{cm}$, $R_1 = 8\text{mm}$, $L_2 = 8.2\text{cm}$, $R_2 = 1.02\text{mm}$, $\Phi = 0.12$ et $L_1 = 6\text{cm}$, $R_1 = 8\text{mm}$, $L_2 = 6.3\text{cm}$, $R_2 = 1.01\text{mm}$, $\Phi = 0.122$).

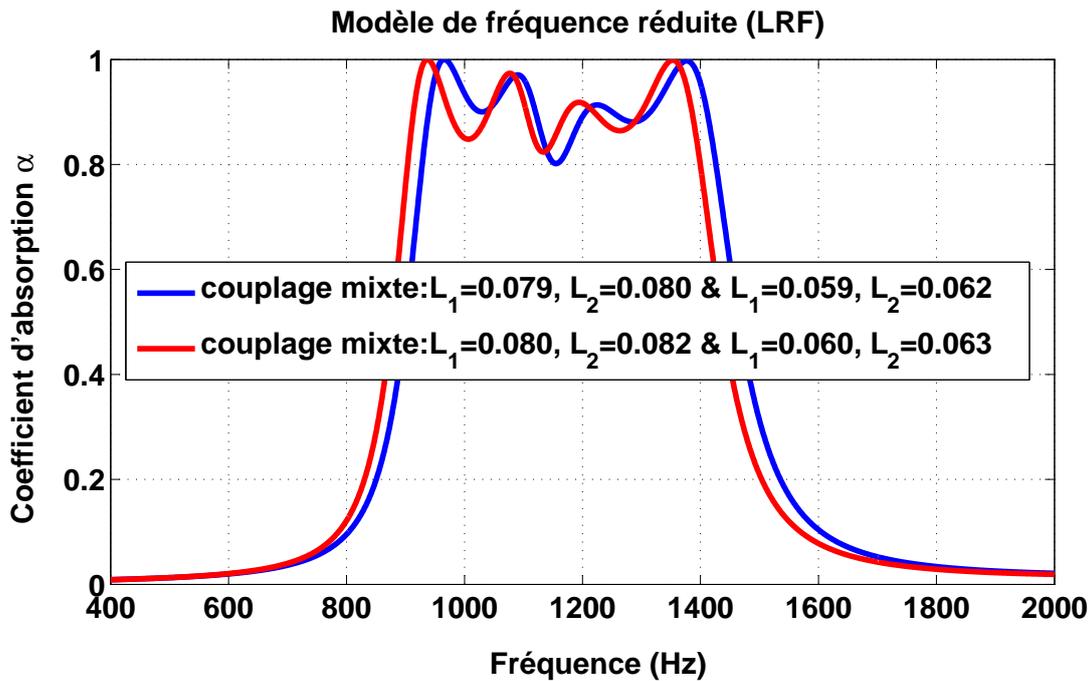


FIGURE 1.27 – Sensibilité du modèle LRF aux longueurs des résonateurs : les rayons et les porosités étant les mêmes pour les deux échantillons.

Synthèse

Dans cette partie, l'analyse de la dissipation de l'énergie acoustique par résonateurs quart-d'onde a été faite. Cette analyse a été réalisée suivant plusieurs étapes.

- La première étape porte sur le modèle de propagation acoustique dans les tubes avec prise en compte des effets de viscosité et de conductivité thermique. Le modèle adopté dans cette thèse est le modèle LRF (Low Reduced Frequency) qui est une solution approchée du système complet de Navier-Stokes linéarisé. C'est un modèle très efficace qui admet des solutions analytiques pour des tubes de section simple. La solution pour les tubes de section circulaire a été détaillée dans cette partie.
- la seconde étape a été dédiée au dimensionnement des murs avec des trous formant des résonateurs quart-d'onde. Plusieurs échantillons avec différentes configurations de résonateurs ont été étudiés. D'abord un mur avec un réseau de résonateurs tous identiques a été étudié. Il s'est avéré que de tels murs, même s'ils peuvent réaliser un niveau élevé d'absorption, sont très sélectifs à cause de la résonance unique de tous les tubes. Les murs avec des résonateurs différents (dits couplés en parallèle) se comportent quant à eux comme des absorbeurs discrets s'ils ne sont pas en grand nombre. Les résonateurs mis en série en couplant deux tubes de sections différentes ont eu pour effet d'élargir de façon continue la largeur d'efficacité des murs. Les comportements de ces trois types de mur ont conduit à réaliser un dernier type de mur contenant au moins deux types de couplage série mis en parallèle. Cette configuration que nous désignons par couplage mixte est plus efficace que les précédentes car combinant leur contribution.
- Dans la troisième étape enfin, quelques résultats expérimentaux ont été présentés pour les différents types de mur. Ces résultats ont confirmé la validité du modèle LRF et ont montré que les résonateurs quart-d'onde sont un moyen à considérer pour le contrôle de bruit à chaque fois que des bruits à bande étroite gênent dans un milieu où il est parfois moins commode d'utiliser des matériaux poroacoustiques pour des raisons de fonctionnalité ou de coûts.

Le modèle LRF est un modèle très efficace mais malheureusement limité par les contraintes géométriques (seulement valide pour les tubes de section droite). Dans la partie qui suit, nous allons nous intéresser à une autre méthode rapide applicable à des systèmes à résonateurs de n'importe quelle forme.

1.4 Prédiction de l'atténuation acoustique dans les cavités de grandes dimensions par le modèle acoustique isentropique

Cette partie est consacrée au développement d'un modèle approché pour estimer l'atténuation d'une onde acoustique se propageant dans un milieu clos donné à partir du modèle acoustique classique. C'est un modèle hybride qui permet, grâce à quelques hypothèses, d'utiliser le champ de pression donnée par la réponse de l'équation de Helmholtz dans le domaine pour déterminer des indicateurs d'atténuation d'onde. Le développement sera fait en trois parties essentielles. En premier lieu, une introduction qualitative des indicateurs d'atténuation sera faite pour comprendre leur intégration dans les variables représentatives de l'onde sonore (pression, énergie acoustique). Ces indicateurs sont précisément le taux d'amortissement et le coefficient d'atténuation. Après cela, la modélisation ou la formulation conduisant au calcul des indicateurs introduits précédemment sera envisagée. Les hypothèses utilisées dans cette approche seront clarifiées avant l'établissement des relations des pertes visqueuses et thermiques à partir des champs de pression et de vitesse acoustique isentropique. Enfin, quelques exemples théoriques et expérimentaux seront présentés pour analyser la validité du modèle et montrer ses limites.

1.4.1 Taux d'amortissement

1.4.1.1 Taux d'amortissement de pression et taux d'amortissement d'énergie

Dans le modèle LRF, nous avons montré que la partie réelle du coefficient de propagation permet de déterminer le coefficient d'atténuation $\alpha_a = k\Re(\Gamma)$ de l'onde acoustique au cours de sa propagation. Ce coefficient exprime l'atténuation de l'onde avec la position x (exemple unidimensionnel). Cependant, compte tenu de la relation qui lie la position à la vitesse de propagation de l'onde, un indicateur équivalent d'atténuation en fonction du temps peut être déduit. Il s'agit du taux d'amortissement. On distingue à cet effet un taux d'amortissement de pression et un taux d'amortissement d'énergie qui sont toutefois liés. Le taux d'amortissement de pression (« pressure damping rate » en anglais) σ_p est exprimé lorsque l'atténuation d'une onde sonore est décrite via une fréquence (ou pulsation) complexe. Si la pulsation complexe s'exprime par $\omega^* = \omega - j\sigma_p$ ($\sigma_p > 0$) et si l'on considère, pour des raisons de simplicité, une onde plane se propageant dans la direction x , la pression en chaque position évolue dans le temps et dans l'espace suivant la relation (1.62).

$$p(x, t) = P_0 e^{-j(\omega t - j\sigma_p t - kx)} = P_0 e^{-\sigma_p t} e^{-j\omega t} e^{jkx} \quad (1.62)$$

Étant donné que σ_p est positif, l'équation (1.62) montre une décroissance de la pression avec le temps. Il est exprimé en s^{-1} . De la même façon, on peut définir le taux d'amortissement d'énergie σ_e qui exprime pour chaque position, la décroissance de l'énergie acoustique en fonction du temps si la partie fluctuante de cette énergie se met sous la forme donnée par l'équation (1.63).

$$E(t) = E_0 e^{-\sigma_e t} \quad (1.63)$$

L'énergie étant lié à la pression quadratique, le taux d'amortissement d'énergie est lié à celui de la pression et on peut facilement montrer que $\sigma_e = 2\sigma_p$. Le taux d'amortissement d'énergie est exprimé dans la même unité que celle du taux d'amortissement de la pression.

1.4.1.2 Coefficient d'atténuation

Un autre indicateur utilisé pour donner une mesure de la dissipation est le coefficient d'atténuation (linéique) α_t . Il exprime l'atténuation de la pression acoustique avec la distance. Ce coefficient apparaît lorsque, dans la description du champ acoustique, on considère un nombre d'onde complexe $k^* = k + j\alpha_t$. Un coefficient d'atténuation positif indique que l'onde décroît tout au long de sa propagation. Si, encore, on considère une onde plane se propageant dans la direction x , l'expression de la pression est donnée par l'équation :

$$p(x, t) = P_0 e^{-\alpha_t x} e^{-j\omega t} e^{jkx} = P_0 e^{-\alpha_t c_0 t} e^{-j\omega t} e^{jkx} \quad (1.64)$$

Dans les deux expressions précédentes de la pression il convient de noter que la dépendance temporelle harmonique considérée est celle en $-j\omega t$. Des équations (1.64), (1.62), apparaît clairement le lien entre le coefficient d'atténuation α_t et le taux d'amortissement de pression σ_p et on montre qu'il s'exprime sous la forme de l'équation (1.65).

$$\sigma_p = \alpha_t \cdot c_0 \quad (1.65)$$

Après cette brève introduction descriptive des indicateurs de dissipation acoustique qui sont le taux d'amortissement et le coefficient d'atténuation, nous allons aborder l'approche permettant de les calculer à partir de l'acoustique adiabatique.

1.4.2 Formulation du taux d'amortissement d'énergie

Le taux d'amortissement et le coefficient d'atténuation définis précédemment prennent en compte, à la fois les effets visqueux et les effets thermiques. Dans le modèle que nous allons présenter, les deux effets seront calculés séparément puis associés pour donner l'amortissement total. Comme annoncé à l'introduction de cette partie, le modèle hybride que nous allons détailler s'applique aux domaines contenant des résonateurs de forme quelconque et de grandes dimensions vis-à-vis des épaisseurs des couches limites visqueuse ($\delta_v = \sqrt{2\mu/(\rho_0\omega)}$) et thermique ($\delta_t = \sqrt{2\kappa/(\rho_0 C_p \omega)}$). Ce modèle est développé dans les mêmes conditions que celles du modèle d'impédance (admittance) de couche limite présenté dans les modèles réduits de ce chapitre sauf qu'ici, les effets thermo-visqueux ne sont pas décrits par une impédance. En effet, comme dans le modèle d'impédance de couche limite, on va assumer que les effets de viscosité et conductivité n'affectent que la zone définie par la couche limite. Les pertes visqueuses et thermiques sont toutes deux diffusives et obéissent à des lois similaires comme nous allons le voir.

1.4.2.1 Dissipation visqueuse

La base du développement des pertes visqueuses en paroi a été donnée par Stokes [Sto68] puis par Kirchhoff [Kir68] et par Rayleigh [Ray96]. D'autres travaux similaires ont été faits comme celui de Beatty [BJ50] qui s'était appuyé sur la théorie de Morse [Mor48]. Dans la suite de ce paragraphe nous allons utiliser l'approche proposée par Batchelor [Bat00] et Lambert [Lam53] pour donner une expression de l'atténuation visqueuse à la paroi. Considérons une paroi rigide horizontale située à la côte $z = 0$. Supposons qu'il existe une onde plane dans l'espace supérieur et se propageant suivant l'axe x . Le profil typique de vitesse acoustique ressemble souvent à celui de la figure 1.28b. En raison de la viscosité du fluide, la vitesse particulière de l'onde peut être considérée comme une superposition de deux vitesses : une vitesse u_x (voir figure 1.28a) qui ne dépend que de la direction de propagation x , correspondant à un fluide sans viscosité et une seconde vitesse u_y dans la direction x mais

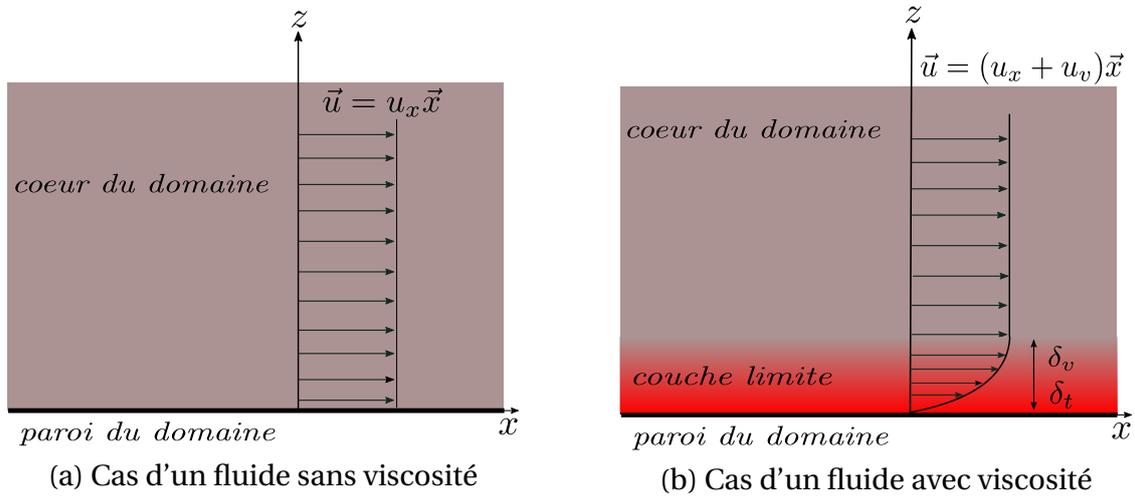


FIGURE 1.28 – Profil de vitesse acoustique dans la couche limite

fonction de x et z et qui est due à la viscosité du fluide. La somme de ces deux vitesses doit satisfaire un certain nombre de conditions dont celle d'adhérence à la paroi (vitesse nulle à la paroi). Elle doit aussi se réduire à u_x loin de la paroi, ce qui suppose que u_v doit s'annuler quand on s'éloigne de la paroi. On montre que la vitesse particulière totale, dans ces conditions, peut se mettre sous la forme 1.66.

$$\vec{u} = u\vec{x} = (u_x + u_v)\vec{x} \quad (1.66)$$

Après quelques dérivations, et faisant l'hypothèse d'une dépendance temporelle harmonique en $e^{j\omega t}$ on peut montrer [Lam53, KFCS99] que la forme complexe de u_v est donnée par :

$$u_v = -u_x e^{-(1+j)z/\delta_v} \quad (1.67)$$

Si on prend $u_x = U_0 e^{(j\omega t - kx)}$, la vitesse totale u sera donnée par l'équation (1.68).

$$u = \Re\{U_0[1 - e^{-(1+j)z/\delta_v}]e^{j(\omega t - kx)}\} \quad (1.68)$$

Par ailleurs, à cause de l'adhérence et de la viscosité, la paroi exerce sur le fluide une force surfacique F donnée par $F = \rho\nu(\partial u/\partial z)|_{z=0}$. ν est la viscosité cinématique du fluide défini par $\nu = \mu/\rho$. En considérant juste la partie réelle de u , on montre que F peut prendre la forme de l'expression (1.69) :

$$F = \rho\nu \frac{U_x}{\delta_v} [\cos(\omega t) - \sin(\omega t)] \quad (1.69)$$

avec $u_x = U_x e^{j\omega t}$.

Cette force et la vitesse u_x permettent de définir la dissipation instantanée de l'énergie par $dE_s/dt = F U_x$. Moyennée sur une période, cette expression donne l'énergie dissipée par unité de surface pour les effets visqueux (1.70).

$$\left\langle \frac{dE_s}{dt} \right\rangle_v = \frac{1}{2} \rho\nu \frac{U_x^2}{\delta_v} = \frac{1}{2} \rho\nu U_x^2 \sqrt{\frac{\omega\nu}{2}} \quad (1.70)$$

Dans l'expression de l'équation (1.70), E_s représente l'énergie par unité de surface. Pour avoir l'énergie totale dissipée dans le domaine par les forces visqueuses à la paroi, il faut intégrer cette quantité sur toutes les surfaces de la paroi. Faisant ainsi, on obtient l'expression de l'équation (1.71).

$$\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle_v = \int_S \left\langle \frac{dE_s}{dt} \right\rangle_v dS \quad (1.71)$$

Dans les relations (1.69) et (1.70), U_x désigne en toute rigueur, l'amplitude de la vitesse à l'interface entre la couche limite et le cœur du domaine. Cependant, au vu de l'hypothèse faite, cette vitesse est très proche de celle qui existerait si le fluide était parfait et par conséquent peut être remplacée par la vitesse obtenue par la résolution de l'équation de Helmholtz sans perte. Nous remarquerons plus tard que cette hypothèse serait la source des imprécisions du modèle lorsque les dimensions ne sont pas assez grandes.

1.4.2.2 Dissipation thermique

Comme pour la dissipation visqueuse, le calcul des pertes thermiques, nécessite de connaître la distribution spatiale et fréquentielle de la température acoustique dans le domaine (cavité). L'expression qui sera dérivée dans ce paragraphe est celle de la dissipation de la chaleur à la paroi d'un mur thermiquement conducteur basée sur la théorie de la perturbation. Cette dérivation est similaire à celle obtenue par Nielsen [Nie49] sauf qu'ici on ne fait pas l'hypothèse que la pression acoustique est constante partout sur la paroi. Le point de départ des calculs aboutissant à cette formulation est l'équation d'énergie [Wen22] donnée sous la forme (1.72).

$$\kappa \nabla^2 T - j\omega \rho C_p T + j\omega p(C_p - C_v)/R = 0 \quad (1.72)$$

$$\begin{cases} C_p : \text{chaleur spécifique à pression constante} \\ C_v : \text{chaleur spécifique à volume constant} \\ \gamma = C_p/C_v \\ R : \text{constante des gaz de Boltzmann} \end{cases}$$

Daniels [Dan47] montre que l'expression de l'équation (1.72) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\nabla^2 T = \beta^2 (T - T_a) \quad (1.73)$$

où $\beta^2 = j\omega \rho_0 C_p / \kappa$ et $T_a = pT_0(\gamma - 1)/(p_0\gamma)$ est la fluctuation de la température dans le cas d'une compression pure adiabatique. L'expression (1.73) provient de l'application de la loi de Boyle. Daniels [Dan47] a donné la solution de la distribution de la température dans quelques géométries simples. Dans le cas d'un demi espace limité par un plan rigide isotherme, Lambert [Lam53] montre que la distribution de température en fonction de la distance à la paroi est de la forme de l'équation (1.74).

$$T = T_a(1 - e^{-(1+j)z/\delta_t}) \quad (1.74)$$

Cette expression de la température est construite sur la base des hypothèses et des conditions aux limites similaires à celles utilisées dans la dérivation du champ de vitesse. Au niveau de la paroi, la température est nulle et très loin de celle-ci ($z \gg \delta_t$), la température est en phase avec la pression acoustique et vaut quasiment sa valeur adiabatique. C'est ce qui conduit à considérer la plupart des fluctuations acoustiques comme adiabatiques. Cette assertion est vraie si la longueur d'onde λ vérifie la condition : $\lambda > 2\pi D_{th}/c_0$ où D_{th} est la diffusivité thermique et c_0 la célérité du son dans le fluide. Ainsi, lorsque la conductivité

thermique est négligée, la température acoustique prend simplement la forme de l'équation (1.75) :

$$T = \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{T_0}{P_0} p \quad (1.75)$$

où T_0 et P_0 sont respectivement la température moyenne et la pression moyenne tandis que p est la pression acoustique désignant les fluctuations de pression (considérées ici comme étant linéaires) autour de la valeur moyenne. En présence d'une paroi solide isotherme, il se produit un flux variable irréversible de chaleur du fluide vers la paroi. En effet, si la paroi est soumise à une pression périodique adiabatique $p = \text{Re}[p(x)e^{j\omega t}]$ alors la théorie de perturbation stipule que $p(x)$ en dehors de la couche limite est faiblement affectée lorsque la conduction de chaleur est prise en compte. Ainsi, on montre comme dans le cas des pertes visqueuses que la perte d'énergie moyenne par conduction thermique par unité de surface [Lam53, SHNL08, SNOH09, SHY⁺10, HDO12] s'écrit par :

$$\left\langle \frac{dE_s}{dt} \right\rangle_{th} = \frac{1}{2} \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{|p|^2}{P_0} \sqrt{\frac{\omega D_{th}}{2}} \quad (1.76)$$

Pour les gaz parfaits, considérant le fait que la pression moyenne P_0 et la célérité du son sont liées par la relation $P_0 = \rho_0 c^2 / \gamma$, l'expression de l'équation (1.76) peut prendre la forme (1.77).

$$\left\langle \frac{dE_s}{dt} \right\rangle_{th} = \frac{1}{2} (\gamma - 1) \frac{|p|^2}{\rho_0 c^2} \sqrt{\frac{\omega D_{th}}{2}} \quad (1.77)$$

On tient à préciser que la distribution de température dans le domaine est semblable au profil de vitesse de la figure 1.28b. Les pertes par effets thermiques sont fonction du gradient de température et définies par la valeur de la température à l'interface de la couche limite et le cœur du domaine. La température en cette interface est proche de sa valeur adiabatique donc la pression (liée à la température) dans les relations (1.76) et (1.77) peut être raisonnablement approchée par la solution de l'équation de Helmholtz.

1.4.2.3 Taux d'amortissement

En intégrant (1.77) sur la surface de toutes les parois du domaine, on obtient l'énergie totale dissipée par effet thermique. En associant cette nouvelle quantité à celle de l'équation (1.71), on trouve l'énergie totale dissipée dans le système par les phénomènes caractéristiques de la couche limite grâce à l'équation (1.78).

$$\left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = \int_S \left\langle \frac{dE_s}{dt} \right\rangle_v dS + \int_S \left\langle \frac{dE_s}{dt} \right\rangle_{th} dS \quad (1.78)$$

La connaissance de l'énergie totale dissipée et de l'énergie totale du système (énergie cinématique et potentielle) suffit pour calculer le taux d'amortissement de l'énergie et de la pression comme décrit précédemment par les relations (1.79) et (1.80).

$$\sigma_e = \frac{1}{E} \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle = \sigma_v + \sigma_{th} \quad (1.79)$$

et

$$\sigma_p = \frac{1}{2E} \left\langle \frac{dE}{dt} \right\rangle \quad (1.80)$$

où E est l'énergie totale du système (cavité) qui correspond à l'intégrale sur le volume du système de la densité d'énergie cinématique et potentielle, donnée par :

$$E = \frac{1}{T} \int_T \int_V \left(\frac{1}{2} \rho_0 |u|^2 + \frac{1}{2} \frac{|p|^2}{\rho_0 c^2} \right) dV dt \quad (1.81)$$

T est ici la période temporelle de l'oscillation ($T = 2\pi/\omega$), qu'il ne faudrait pas confondre avec le symbole de température dans l'équation (1.75). Pour évaluer la dissipation totale donnée par (1.78), il suffit de connaître les amplitudes de la vitesse acoustique et de la pression acoustique locale à l'interface entre la couche limite et le cœur du domaine de propagation. Compte tenu du fait que l'épaisseur de la couche limite dépend de la fréquence il serait un peu onéreux de faire un calcul large bande. Toutefois lorsque la dissipation n'est pas très importante, on peut utiliser les quantités acoustiques calculées à partir de l'équation de Helmholtz sans perte (paroi adiabatique et pas d'adhérence à la paroi) comme précisé précédemment. Dans ce cas, avec une dépendance temporelle harmonique, l'équation (1.81) devient (pour les ondes planes et sphériques) :

$$E = \frac{1}{2} \int_V \left(\frac{1}{2} \rho_0 |u|^2 + \frac{1}{2} \frac{|p|^2}{\rho_0 c^2} \right) dV \quad (1.82)$$

Les relations (1.70) et (1.76) restent valides pour tous les domaines et surtout les systèmes couplés à des résonateurs de toute forme pourvu que les dimensions soient grandes comparativement à l'épaisseur de couche limite.

1.4.3 Exemple d'application

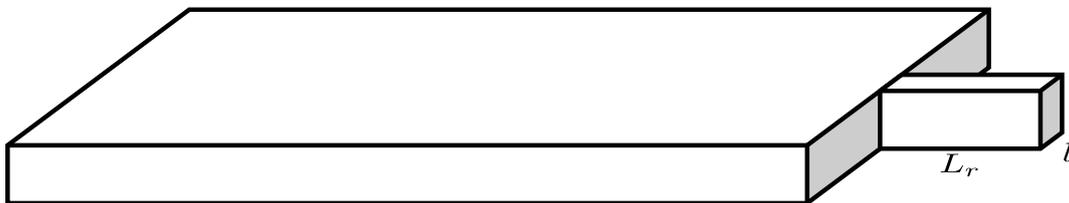


FIGURE 1.29 – Géométrie d'un système formé d'une cavité couplée à un résonateur

Pour vérifier la théorie décrite dans le paragraphe précédent, on a choisi de l'appliquer à une cavité parallélépipédique couplée à l'une de ses extrémités à un résonateur quart-donde (fig. 1.29). Ce parallélépipède qui constitue un guide d'onde est de dimensions (données en mètre) 0.35x0.14x0.04. A ce dernier, on a couplé différents résonateurs quart-d'onde de longueur et de largeur différentes pour avoir différentes valeurs de dissipation avec des fréquences de résonance qui ne soient pas très écartées les unes des autres (voir figure 1.29). Les différents résonateurs sont de combinaisons largeur-longueur suivantes : 0.8cm-4.36cm, 1cm-4.26cm, 1.5cm-4.093cm, 2cm-4cm et 3cm-3.86cm. Dans la suite, les résonateurs ou les systèmes couplés seront désignés par la largeur l (de la section) du résonateur. Les variables acoustiques (pression et vitesse) sont calculées de façon numérique sous Comsol® en utilisant le modèle de Helmholtz avec un maillage approprié qui, pour la bande de fréquences d'intérêt, comporte plus de 10 éléments par longueur d'onde. Dans ce calcul, une excitation constante (pression ou accélération normale) est appliquée à l'extrémité du guide d'onde opposée à celle où est couplé le résonateur. Pratiquement, ce calcul numérique permet d'obtenir le champ de pression et de la vitesse,

réponses de la cavité à l'excitation. Etant donné que toutes les quantités apparaissant dans les expressions (1.70) et (1.77) sont constantes à l'exception de la vitesse et de la pression, nous avons directement intégré sous *comsol*, la vitesse et la pression pariétales élevées au carré. Le résultat de ce premier post-traitement est ensuite utilisé pour calculer l'énergie totale dissipée donnée par l'équation (1.78). La même démarche a été employée pour calculer l'énergie totale du système donnée par l'expression (1.82). Cette démarche donne à la méthode un caractère semi-analytique.

Pour le résonateur de 0.8cm de largeur, nous obtenons les taux de dissipation donnés par la figure 1.30. Sur cette figure, en plus des taux de dissipation d'énergie et de pression, les courbes représentant les contributions visqueuses et thermiques sont aussi construites. On peut constater que les pertes par viscosité sont supérieures à celles dues à la conductivité thermique du fluide mais que les deux effets sont de même ordre comme l'avait prédit Rayleigh.

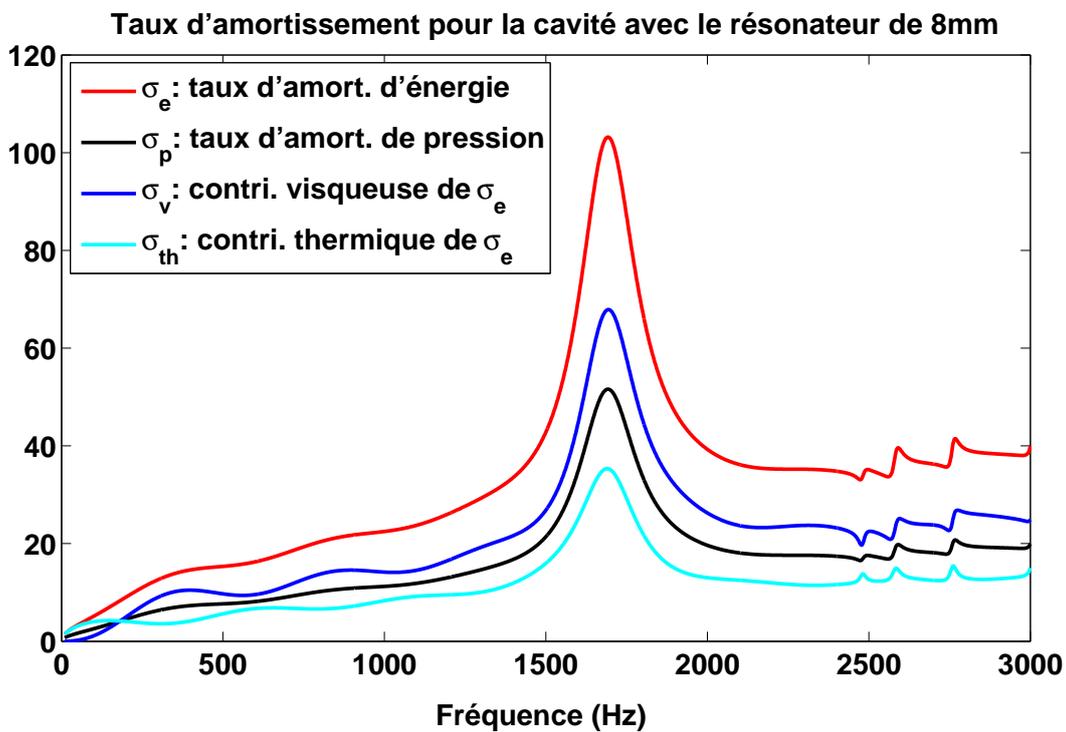


FIGURE 1.30 – Taux d'amortissement d'énergie et de pression en s^{-1}

Sur la figure 1.31 par ailleurs, les taux d'amortissement d'énergie de tous les systèmes couplés énumérés ci-dessus sont présentés. On rappelle encore que les résonateurs sont simplement désignés par la valeur de leur largeur l . Pour se faire une idée des contributions des différentes zones de la cavité couplée, l'atténuation due aux parois de la grande cavité (courbe noire) et celle de cette même cavité prise seule sans le résonateur (courbe en tiret) sont aussi reproduites. On peut conclure que plus les épaisseurs de couches limites deviennent non négligeables devant la dimension transversale du résonateur (largeur), plus la dissipation devient importante.

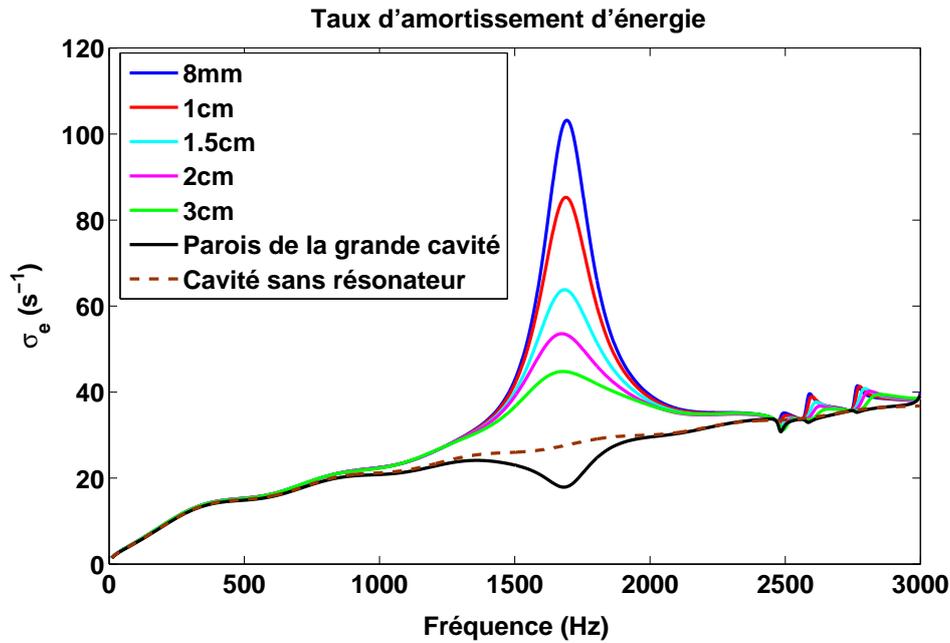


FIGURE 1.31 – Taux d'amortissement d'énergie des différents résonateurs

1.4.4 Estimation du coefficient d'absorption

La quantité de l'équation (1.78) est homogène à une puissance. Elle correspondrait donc à la puissance dissipée (W_{diss}). Si l'on parvient à déterminer la puissance incidente (W_{inc}), on peut facilement calculer le coefficient d'absorption qui est défini de façon générale par : $\alpha = (W_{diss}/W_{inc})$. Avec la géométrie de la figure 1.29, on peut estimer la puissance incidente en supposant que dans la limite des ondes planes, on a une onde quasi stationnaire dans un guide d'onde exprimée par la relation (1.83). Dans l'hypothèse de l'onde quasi stationnaire, on peut, en première approximation, considérer que l'amplitude du coefficient de réflexion R vaut 1, ce qui conduit à estimer l'amplitude A de l'onde incidente dans la grande cavité. Avec cette approximation, l'équation (1.83) se réduit à l'expression de l'équation (1.84)

$$p(x) = A[e^{-jkx} + Re^{jkx}] \quad (1.83)$$

Avec j le nombre complexe tel que $j^2 = -1$.

$$p(x) = 2A \cos(kx) \quad (1.84)$$

La connaissance de A permet de calculer la puissance incidente grâce à l'équation (1.85). De l'expression (1.84), on obtient $|A|^2 = |p(x)|^2 / (4 \cos^2(kx))$ et on montre que la puissance incidente [MI68] peut être approchée par l'expression (1.86) après avoir moyenné la pression sur la longueur du guide d'onde. Dans ces dernières équations, ρ_0 , c_0 et S représentent respectivement la densité de l'air, la célérité du son et la surface de la section transversale du guide d'onde.

$$W_{inc} = I_{inc} \cdot S = \frac{|A|^2}{2\rho_0 c_0} S \quad (1.85)$$

où I_{inc} est l'intensité acoustique incidente en [$Watts/m^2$]

$$W_{inc} = \frac{|p(x)|^2}{8\rho_0 c_0 \cos^2(kx)} S \quad (1.86)$$

Une fois la puissance incidente connue, on peut facilement déduire le coefficient d'absorption comme exprimé par l'équation (1.4.4). Pour le système couplé avec le résonateur 0.8cm , on obtient le résultat de la figure 1.32. Sur cette figure, le coefficient d'absorption approché donné par le modèle de Helmholtz que nous venons de présenter, est comparé avec celui calculé à partir d'un champ acoustique thermo-visqueux (FLNS). Les deux calculs sont numériques et réalisés avec le logiciel Comsol®. Le modèle approché dit de Helmholtz est calculé avec un maillage d'éléments quadratiques tandis que le modèle thermo-visqueux a nécessité, en plus d'éléments quadratiques, un maillage couche limite pour qu'apparaissent les pertes.

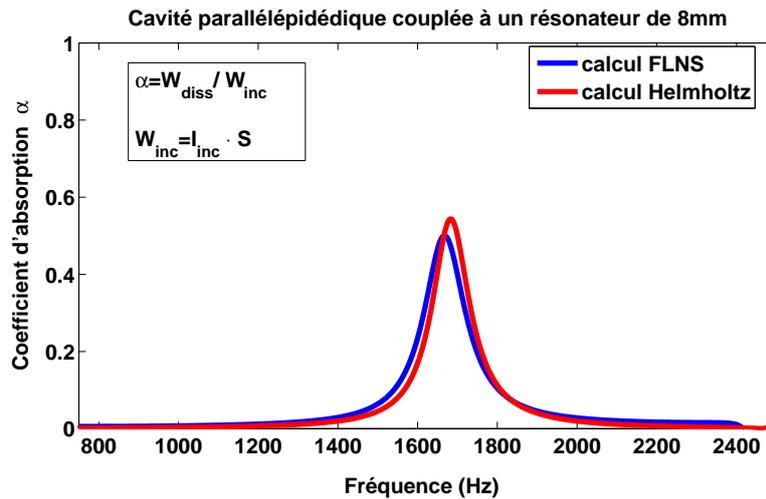


FIGURE 1.32 – Coefficient d'absorption du résonateur de 0.8cm

On constate, d'après le résultat de la figure 1.32 que le modèle de Helmholtz surestime un peu l'absorption comparé au modèle thermo-visqueux. Cette différence pourrait avoir deux explication principales toutes deux liées aux hypothèses faites dans l'analyse. D'abord, il faut noter que l'hypothèse d'onde stationnaire a pour effet de sous-estimer l'amplitude de l'onde incidente (Nous l'avons considérée ici égale à l'amplitude de l'onde réfléchie) et par là de sous-estimer la puissance incidente. La seconde raison par ailleurs proviendrait de l'hypothèse fondatrice même du modèle. En effet, le modèle de Helmholtz que nous avons présenté n'est correct que si les dimensions du domaine sont assez grandes devant l'épaisseur de couche de limite. Or une couche de 8mm d'épaisseur ne remplit pas vraiment cette condition, d'où cet écart que l'on constate entre les deux modèles. En d'autres termes, plus la cavité sera amortie, plus l'écart sera grand entre les variables acoustiques calculées avec le modèle de Helmholtz et celles calculées avec le modèle thermo-visqueux. Une illustration de ce phénomène est donnée par les courbes de la figure 1.33 où le coefficient d'absorption du résonateur 1.5cm , moins amorti est mieux prédit que celui du résonateur 0.8cm , plus amorti.

Par ailleurs, il convient de noter que dans tous les résultats obtenus, les pics des indicateurs de dissipation calculés à partir de l'acoustique isentropique sont à des fréquences légèrement supérieures à celles de leurs homologues calculés avec le modèle thermo-visqueux. Ce constat est conforme avec la physique puisque lorsqu'il y a dissipation, l'onde est ralentie dans sa propagation et par conséquent se déplace avec une célérité inférieure à celle d'une onde se propageant sans perte. Or dans le cas des résonateurs, on rappelle que la fréquence de résonance est proportionnelle à la vitesse de propagation de l'onde, d'où le décalage fréquentiel entre les pics d'absorption des modèles dissipatif et non dissipatif. La figure 1.34

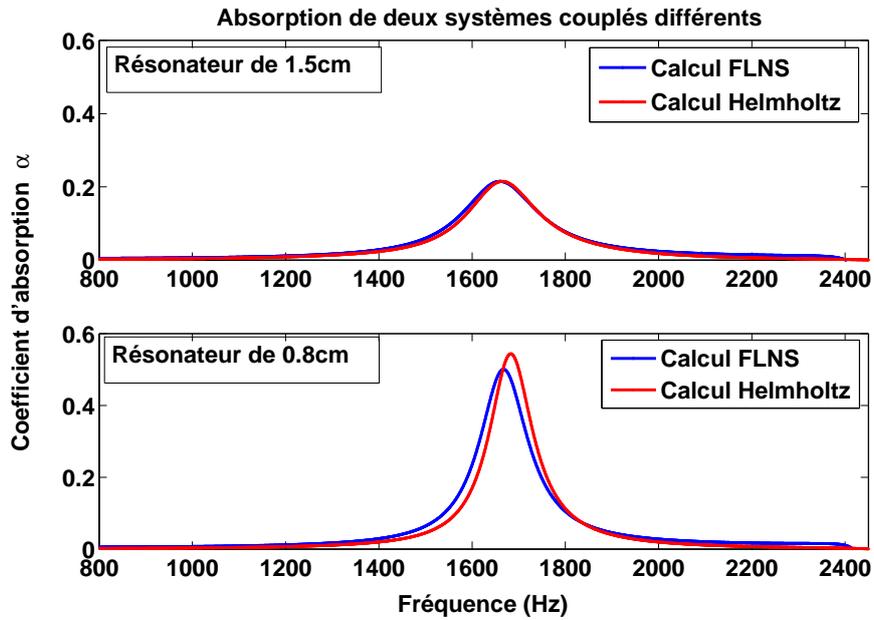


FIGURE 1.33 – Système fortement amorti et système faiblement amorti

montre les résultats des deux modèles pour tous les résonateurs dont les dimensions sont données ci-dessus. Il faut aussi noter que pour prédire le coefficient d'absorption, seules les parois du résonateur sont prises en comptes pour calculer la puissance dissipée.

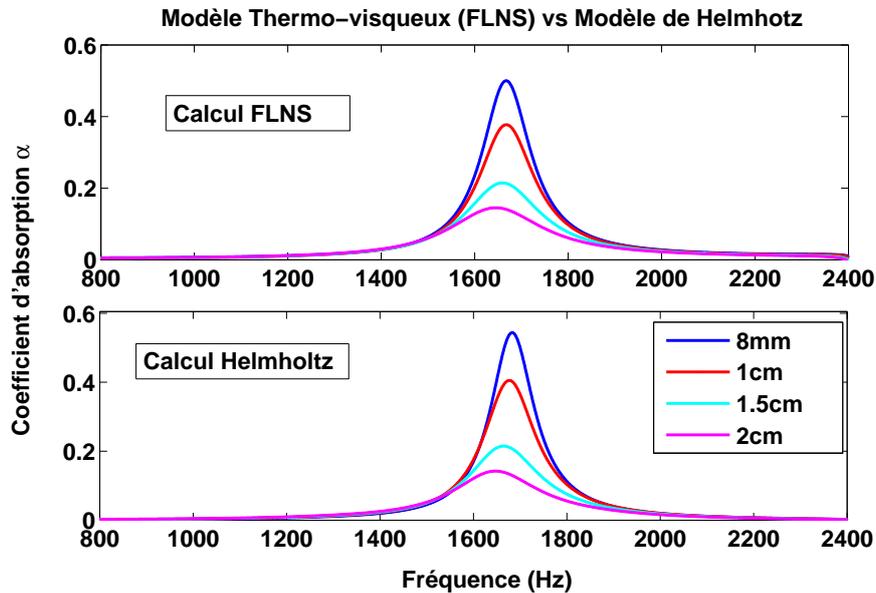


FIGURE 1.34 – Coefficient d'absorption de différents résonateurs

Les courbes de la figure 1.34 confirment globalement le fait que le modèle de Helmholtz surestime légèrement le coefficient d'absorption.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'analyse de la dissipation thermo-visqueuse d'énergie d'onde acoustique aux moyens des résonateurs dits quart-d'onde qui sont des tubes ouverts à une extrémité et fermés à l'autre. Pour mener cette analyse, le chapitre a été organisé en quatre parties.

Les deux premières parties ont été consacrées à un rappel des phénomènes distinctifs de l'acoustique thermo-acoustique et aux modèles mathématiques permettant de les prendre en compte dans un problème. Dans l'hypothèse des systèmes linéaires, le modèle complet, à même de prendre en compte au mieux les effets de viscosité et de conductivité thermique en acoustique et applicable à n'importe quelle géométrie est le modèle de Navier-Stokes linéarisé, en anglais « *Full Linearized Navier-Stokes* (FLNS) ». Ce modèle complet comporte toutefois des inconvénients essentiellement liés à sa résolution. En effet, vu sa complexité mathématique en raison du couplage entre les différents degrés de liberté (pression, température et vitesse acoustiques) à résoudre, le modèle FLNS est souvent traité de façon numérique. Or on n'est pas sans ignorer que les méthodes numériques exigent de gros moyens en termes de ressources et de temps de calcul. Ces limites techniques du modèle FLNS ont conduit à développer des modèles réduits (approchés) moins contraignants numériquement ou même analytiquement solvables. L'emploi des modèles réduits a aussi un coût sur la précision des résultats ou sur leur domaine de validité (géométrique, fréquentielle, etc.). Le modèle LRF (« Low Reduced Frequency ») développé par Zwicker et Kosten est l'un des modèles réduits solvables analytiquement pour certaines géométries.

Dans la troisième partie, il a été question de la prédiction de la dissipation acoustique réalisable par des murs à résonateurs quart-d'onde. Sachant que la prédiction d'un tel phénomène nécessite au préalable la connaissance d'un modèle de propagation de l'onde acoustique dans ces résonateurs, le modèle LRF a été jugé le plus approprié. Le développement et les détails de ce modèle qui décrit la propagation acoustique dans les tubes avec prise en compte des effets thermo-visqueux ont été montrés. Les raisons du choix de ce modèle sont diverses. D'abord, lorsqu'il est applicable, le modèle LRF est l'un des plus performants car offrant un très bon compromis précision-efficacité. En plus, vu les dimensions des tubes dont sont constitués les résonateurs, son application peut couvrir une large plage fréquentielle du domaine audible. Enfin, pour les tubes de section simple et circulaire comme ceux que nous avons utilisés, le modèle a été entièrement résolu de façon analytique. Sa solution est similaire à celle l'équation de Helmholtz du modèle sans perte, sauf qu'elle est donnée avec un nombre d'onde complexe. L'application de ce modèle à un mur de résonateurs quart-d'onde a permis d'en prédire le coefficient d'absorption via l'impédance de surface du mur où arrive une onde sonore en incidence normale. Le fait qu'un réseau uniforme des résonateurs identiques ne dissipe pas sur une large bande fréquentielle a conduit à coupler des tubes de différentes manières. Nous avons montré de façon théorique et expérimentale que le couplage mixte est le plus performant. Le couplage mixte consiste en une mise en parallèle de deux ou plusieurs groupements de deux ou plusieurs tubes connectés en série. Le mur à résonateurs peut être un moyen très efficace pour la dissipation de l'énergie acoustique à bande moyenne et surtout dans des conditions n'autorisant pas d'autres moyens (matériaux poroacoustiques) de contrôle du bruit.

Enfin, dans la dernière partie nous avons développé un modèle hybride que nous appelons « modèle de Helmholtz » parce qu'il permet de prédire la dissipation d'un système à résonateurs sans aucune contrainte sur la forme géométrique comme c'est le cas avec le modèle LRF en utilisant simplement la solution de l'équation de Helmholtz. Même s'il s'affranchit des conditions sur la forme des résonateurs, ce modèle n'est précis que si les dimensions

du domaine d'étude sont grandes devant la couche limite. Ce modèle est fondé sur la théorie des perturbations pour déterminer les forces de résistance visqueuse et thermique au passage d'une onde acoustique. Ses résultats ont été comparés à des résultats numériques du modèle FLNS sur des géométries de forme relativement simple. On a montré que lorsque la condition sur les dimensions est respectée, les résultats sont satisfaisants. En plus des résultats expérimentaux du modèle LRF, les résultats de ce modèle hybride constituent un apport non négligeable de ce chapitre.

S'inspirant des résultats des murs à résonateurs quart-d'onde qui peuvent être considérés comme des systèmes irréguliers contrôlables, nous allons nous intéresser dans le chapitre qui vient à l'influence des irrégularités aléatoires sur le comportement acoustique de certaines cavités. En effet, comme nous l'avons vu dans ce chapitre, les résonateurs quart-d'onde peuvent permettre de dissiper l'énergie acoustique à certaines fréquences. Vu qu'à ces fréquences particulières dites de résonance, l'énergie acoustique est confinée essentiellement dans le résonateur, on s'interroge sur l'influence du confinement similaire constaté dans des cavités irrégulières et leur capacité à dissiper d'énergie. Ce phénomène de confinement d'onde par des cavités irrégulières, connu sous le nom de localisation fera l'objet principal du chapitre suivant.

Chapitre 2

Localisation et Dissipation

Dans le chapitre précédent, nous avons montré comment des résonateurs quart-d'onde peuvent dissiper l'énergie acoustique. L'accent a été mis sur les mécanismes de dissipation mais aussi sur la gamme fréquentielle concernée par cette dissipation autour de sa fréquence de résonance liée à ses dimensions. A cette fréquence, l'énergie est essentiellement confinée dans le résonateur, ce qui peut servir de base pour la compréhension du comportement des cavités de formes irrégulières quelconques. C'est pourquoi, dans ce chapitre, nous allons nous intéresser à la problématique même de cette thèse, à savoir la *localisation* et son éventuelle influence sur la dissipation de l'énergie sonore. Pour commencer, le concept général de la localisation sera donné à travers une définition du phénomène et un bref historique des travaux qui sont à la base de sa généralisation. Cette description sera à la fois qualitative et quantitative, donc comportera le ou les indicateurs permettant de donner une mesure de la localisation. Cette partie est aussi le lieu d'apporter une proposition de réponse à deux questions principales : (1) « Toute irrégularité géométrique entraîne-t-elle forcément localisation en acoustique ? », (2) « toute localisation ou toute géométrie localisante entraîne-t-elle une dissipation de l'énergie d'onde acoustique ? » Cela va conduire à étudier les caractéristiques modales des cavités à parois irrégulières. Une fois que le contexte descriptif de la localisation sera appréhendé, l'étude de son influence ou de sa relation avec la dissipation sera présentée. Cette analyse est abordée en considérant l'irrégularité géométrique dans deux situations différentes : le cas d'une cavité à parois toutes rigides présentant une irrégularité géométrique puis le cas d'une cavité acoustique couplée à un matériau absorbant par une interface irrégulière. Ce chapitre est composé de trois grandes parties qui sont :

1. *Localisation* : Cette partie est consacrée à la caractérisation du phénomène. Cette caractérisation porte d'une part sur la description de la manifestation du phénomène, d'autre part sur la quantification de la localisation par le volume d'existence relatif (V_{ER}) et enfin sur le lien entre toute géométrie irrégulière et le phénomène de localisation.
2. *Irrégularité géométrique et atténuation d'onde sonore* : Dans la seconde partie, une analyse sera faite sur le lien possible entre les irrégularités géométriques et la dissipation acoustique à travers quelques indicateurs de dissipation, particulièrement le facteur de qualité et le coefficient d'absorption (du son). Ce lien sera étudié dans deux situations différentes : d'abord le cas où les irrégularités sont des parois rigides d'une cavité et ensuite le cas où les irrégularités définissent l'interface entre une cavité et un matériau poroacoustique utilisé comme traitement d'une ou de plusieurs de ses parois.
3. *Esthétique et Acoustique* : La dernière partie introduit la possible utilisation de cer-

taines formes ou figures irrégulières en architecture et en génie civil pour apporter des solutions à la fois aux problèmes artistiques et aux problèmes acoustiques tels que la gêne sonore.

2.1 Localisation

2.1.1 Définition et historique

La *localisation* désigne le phénomène de confinement ou de concentration d'ondes stationnaires dans une zone restreinte d'un domaine même en l'absence de forces de confinement. De cette définition, la localisation peut désigner aussi le confinement de l'énergie d'un système vibratoire dans une petite sous-région de son domaine. La localisation est une manifestation caractéristique des systèmes complexes (géométries irrégulières, milieux hétérogènes, etc.). Philip Anderson est le pionnier de la question de la localisation. Travaillant sur les propriétés électroniques des solides, il découvre que la localisation d'électrons est responsable de la transition métal-isolant dans les alliages fortement désordonnés ou contenant un fort taux d'impuretés et de défauts. Depuis son travail fondateur de 1958 [And58], la littérature révèle un intérêt croissant des scientifiques pour le phénomène de localisation durant ces dernières décennies. Anderson est considéré comme le précurseur de la localisation et donne ainsi son nom à la localisation dite *forte* ou *localisation d'Anderson*. La localisation d'Anderson est, en physique de la matière condensée, l'absence de diffusion d'ondes dans un milieu désordonné. Elle est à distinguer de la *localisation faible* qui est le phénomène précurseur de localisation d'Anderson. Bien que largement évoquée en physique de la matière condensée la localisation est un phénomène général d'onde qui se manifeste dans divers systèmes, qu'il s'agisse de la mécanique, de l'optique, de quantum ou de l'acoustique [FM12]. Tout au long de cette thèse, nous allons nous focaliser sur la localisation d'ondes acoustiques dans les cavités.

2.1.2 Formulation de la localisation

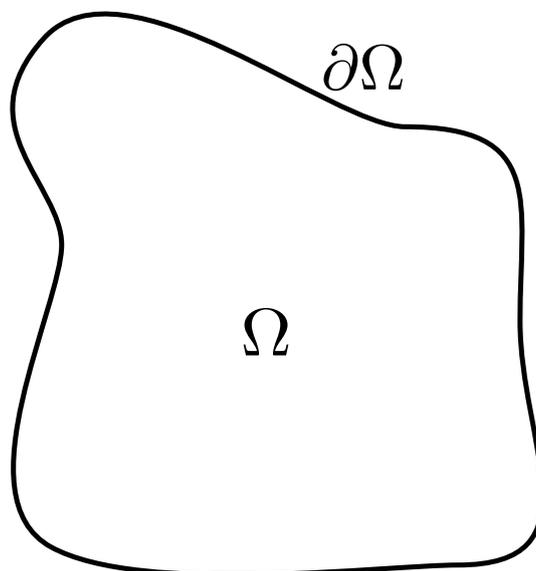


FIGURE 2.1 – Cavité acoustique quelconque

La localisation étant un phénomène lié à la géométrie du domaine, nous allons l'aborder de façon modale sans tenir compte d'une quelconque source d'excitation. En plus du caractère intrinsèque de la géométrie qu'ils incarnent, les modes constituent un système linéaire complet pour la description du champ de la grandeur physique étudié dans un domaine [Pie89, MI68]. En effet, si Ω désigne un domaine acoustique (cavité) de frontière $\partial\Omega$

à étudier (figure 2.1), la pression acoustique $p(\mathbf{x}, t)$ en chacun de ses points \mathbf{x} peut être décomposée par une combinaison linéaire des modes $\phi_n(\mathbf{x})$ de cette cavité selon l'équation (2.1).

$$p(\mathbf{x}, t) = \sum_n a_n(t) \phi_n(\mathbf{x}) \quad (2.1)$$

Les fonctions $\phi_n(\mathbf{x})$ sont les fonctions propres, solutions du problème aux valeurs propres décrit par l'équation de Helmholtz avec les conditions aux limites de parois rigides (2.2b). Les fonctions propres $\phi_n(\mathbf{x})$ correspondent aux modes acoustiques de la cavité. $k_n^2 = 4\pi^2 f_n^2 / c^2$ est l'un des éléments d'une série de nombres réels positifs pour lesquels une solution non triviale du problème posé par le système d'équations (2.2) existe.

$$\Delta \phi_n(\mathbf{x}) + k_n^2 \phi_n(\mathbf{x}) = 0, \text{ sur } \Omega \quad (2.2a)$$

$$\nabla \phi_n(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} = 0, \text{ sur } \partial\Omega \quad (2.2b)$$

où \mathbf{n} est le vecteur unitaire normal à la paroi.

La détermination de ces valeurs appelées valeurs propres et leurs fonctions propres associées constitue un *problème aux valeurs propres*. En acoustique la variable k_n correspond au nombre d'onde du mode ϕ_n . Elle est reliée à la fréquence propre f_n du mode par : $k_n = 2\pi f_n / c$. Toutes les fréquences propres f_n constituent un ensemble discret de fréquences caractéristiques de la cavité et auxquelles la cavité révèle un comportement acoustique ou sonore particulier. Les modes d'un système vibratoire possèdent des propriétés très intéressantes (orthogonalité pour des systèmes non amortis,...) facilitant leur manipulation et la compréhension de certains phénomènes (Annexe B). Ce sont ces fréquences et modes propres respectifs qui seront utilisés dans suite pour l'analyse de l'influence des irrégularités géométriques sur la réponse acoustique des cavités.

2.1.2.1 Le volume d'existence

De façon générale, les fréquences modales (fréquences de résonance) correspondent aux fréquences auxquelles la signature vibratoire d'un système présente une forte amplitude comparée aux fréquences non modales. A une fréquence modale donnée, la déformée opérationnelle comporte des zones de forte amplitude appelées ventres et des zones d'amplitudes quasi nulles ou très faibles souvent appelées nœuds vibratoires. Suivant les modes, l'énergie (ou l'amplitude) est plus ou moins équitablement répartie dans le domaine. Ainsi, un mode peut être considéré localisé si ses ventres couvrent une très petite région du système comparée à l'étendue totale du domaine ; ceci suppose que l'amplitude est très faible dans une grande région du domaine avec des valeurs parfois proches de celles des lignes nodales. En d'autres termes, un mode est localisé si la distribution spatiale de son amplitude révèle un confinement de fortes amplitudes dans une très petite sous-région du domaine total, le reste présentant de très faibles amplitudes. Afin de quantifier la localisation, un indicateur appelé *volume d'existence* a été défini par Thouless [Tho74,SHR97,FAFS07] et donné par l'équation (2.3).

$$V_n = \left[\iiint_V |\phi_n(\mathbf{x})|^4 dV \right]^{-1} \quad (2.3)$$

Dans l'expression du volume d'existence le mode $\phi_n(\mathbf{x})$ est normalisé dans le volume de la cavité par la relation (2.4). Dans la suite de ce chapitre, les modes acoustiques ϕ_n seront

considérés normalisés par la même formule.

$$\iiint_V |\phi_n(\mathbf{x})|^2 dV = 1 \quad (2.4)$$

Concrètement, le volume d'existence donne une mesure du volume réel occupé par l'essentiel de l'amplitude de l'onde du mode ou de son énergie. En ce sens, si un mode acoustique dans une cavité est quasi équitablement reparti dans ladite cavité alors sa valeur d'existence serait proche du volume de la cavité et ce mode sera dit non localisé. Si par contre l'amplitude du mode se concentre dans une petite région, son volume d'existence serait très petit devant le volume total de la cavité et le mode sera dit localisé. Le volume d'existence peut prendre des valeurs qui peuvent parfois paraître insignifiantes devant le volume total de la cavité et par conséquent difficilement exploitables pour l'analyse du degré de localisation d'un mode. Pour éviter de telles difficultés, il convient d'utiliser le « volume d'existence relatif » V_{ER} qui est le rapport du volume d'existence V_n sur le volume total V de la cavité (2.5). Nous utilisons le terme de volume d'existence (respectivement volume d'existence relatif) dans ce document parce que les domaines d'étude qui nous intéressent ici sont les cavités (espaces clos) donc des domaines 3D. Cependant en 2D, on utilise le terme « surface d'existence » (respectivement « surface d'existence relatif »).

$$V_{ER} = \frac{V_n}{V} \quad (2.5)$$

Cavités régulières et irrégulières : Dans ce paragraphe nous allons nous intéresser au lien qui existe entre le phénomène de localisation et la forme géométrique des espaces clos. Pour cela nous allons calculer le volume d'existence des modes d'une cavité régulière (parallélépipède) et de ceux d'une cavité irrégulière. Afin d'éviter l'interférence d'autres paramètres géométriques que la forme, les deux cavités ont le même volume. La cavité irrégulière que nous avons adoptée est une forme fractale à créneaux (figure 2.2).

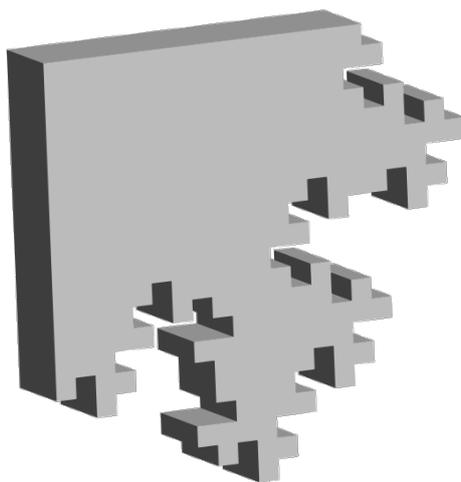


FIGURE 2.2 – Cavité fractale à créneaux

Cette cavité est construite par extrusion d'une surface irrégulière fractale à créneaux dont la loi de construction est indiquée sur la figure 2.3. Le choix de cette forme n'est pas fortuit ; il est motivé par plusieurs raisons. D'abord, par sa loi de construction, cette forme conserve le

même volume que celui de la forme régulière de départ. En effet, la méthode de conception de cette fractale consiste à ajouter à la surface de base une fraction de sa valeur et de retrancher la même quantité pour passer d'une itération à l'itération supérieure. Ensuite, cette cavité est facile à construire et à contrôler (on n'a pas forcément besoin d'avoir un outil de CAO pour la construire). Enfin une des raisons non négligeables du choix de cette forme est qu'elle ne présente pas de symétrie. Cette caractéristique est très utile parce qu'elle permet d'éviter ou de limiter l'apparition des modes dégénérés souvent causés par des symétries géométriques [HSR99] comme nous allons l'évoquer après.

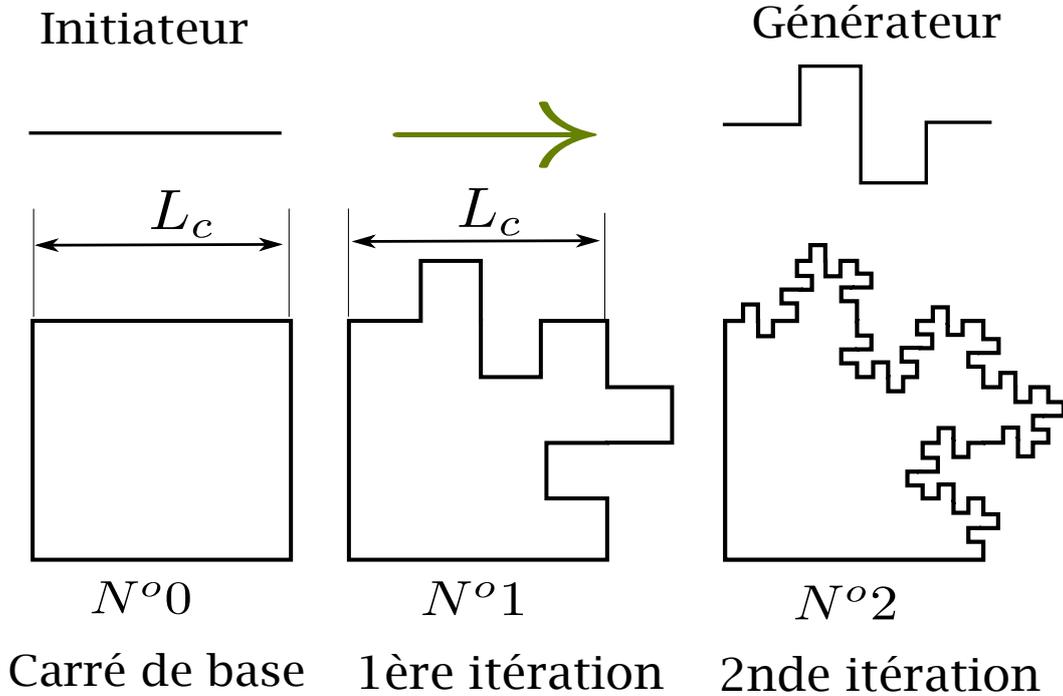


FIGURE 2.3 – étapes de construction d'une surface fractale à créneaux

L'étude que nous avons effectuée porte sur une cavité « pré-fractale » en créneaux (en courbe de Koch quadratique) de deuxième itération et sur deux cavités parallélépipédiques (l'une de base rectangulaire et l'autre de base carrée) de même volume que la dernière (figure 2.4). La cavité pré-fractale est construite à partir d'une surface carrée de côté $L_c = 304\text{mm}$ rendue irrégulière suivant une loi qui permet de maintenir sa surface constante (figure 2.3) et extrudée sur 40mm . La loi de construction de cette cavité irrégulière consiste, pour passer d'une étape à l'étape supérieure, à remplacer un segment (initiateur) par une ligne brisée (générateur) de longueur 8 fois le quart du segment initiateur. Ce qui donne une dimension fractale $D_f = \ln 8 / \ln 4 = 3/2$. En effet, selon Mandelbrot qui a donné le mot, « une fractale est une forme faite des parties qui lui sont similaires d'une certaine façon » [Man83, Fed88]. En d'autres termes et sans entrer dans les détails, « une fractale désigne des objets dont la structure est invariante par changement d'échelle ». La cavité irrégulière utilisée ici est appelée « pré-fractale » parce qu'elle est juste de deuxième itération et de périmètre fini. De façon générale, lorsqu'une forme fractale est obtenue en remplaçant un segment initiateur par une courbe brisée de longueur N_d fois l'initiateur divisé par d , alors sa dimension fractale D_f est donnée par l'équation (2.6). La cavité régulière de base rectangulaire est de dimensions $L_x = 370\text{mm}$, $L_y = 250\text{mm}$, $L_z = 40\text{mm}$.

$$D_f = \frac{\ln N_d}{\ln d} \quad (2.6)$$

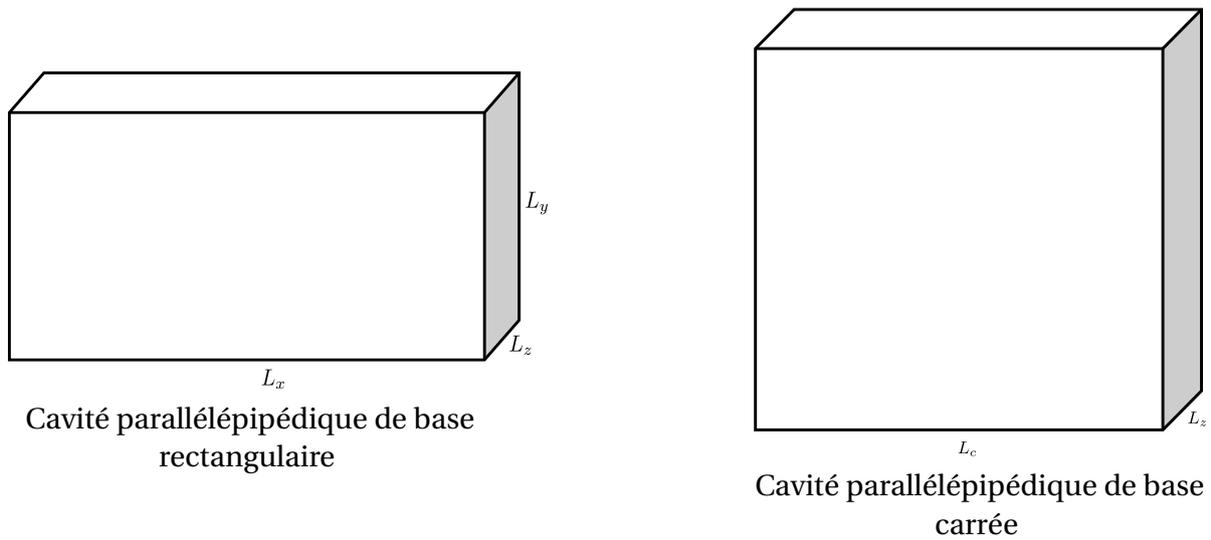


FIGURE 2.4 – Cavités régulières parallélépipédiques

Pour la cavité irrégulière, le calcul des modes propres est essentiellement fait de façon numérique tandis que pour les cavités régulières, le calcul est à la fois numérique par éléments finis et analytique puisque leur géométrie le permet. Le calcul éléments finis est réalisé avec le logiciel **COMSOL**[®] à l'aide du modèle pression acoustique du module acoustique. Étant donné que la seule variable dans le calcul du problème aux valeurs propres est la pression, le maillage triangulaire a été choisi pour la surface caractéristique de chaque cavité puis extrudé dans la troisième direction. Pour assurer au mieux la convergence du calcul, le critère de 10 éléments par la plus petite longueur d'onde a été choisi. La gamme fréquentielle d'intérêt s'étend jusqu'à 6500 Hz, ce qui donne avec le critère du maillage imposé, une taille maximale d'élément d'environ 5 mm. Dans les cavités régulières, le problème aux valeurs propres (2.2) admet des solutions analytiques et on montre que les modes $\phi_n(\mathbf{x})$ dans ce cas s'expriment par la relation (2.7). Les indices m, q, r sont des nombres entiers positifs ou nuls désignant l'ordre du mode n respectivement suivant l'axe x , y et z . Plus significativement, ils désignent respectivement, pour le mode n , le nombre des plans nodaux suivant x , y et z . Avec cette expression, les modes obéissent parfaitement à la propriété d'orthogonalité.

$$\phi_n(\mathbf{x}) = \phi_{mqr}(\mathbf{x}) = \cos\left(\frac{m\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{q\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{r\pi z}{L_z}\right) \quad (2.7)$$

Le nombre d'onde k_n et la fréquence f_n correspondants au mode $\phi_n(\mathbf{x})$ sont respectivement définis par les équations (2.8) et (2.9). Quelques fréquences propres des deux cavités régulières décrites ci-dessus sont reportées sur le tableau 2.1. Ces fréquences sont obtenues de façon analytique grâce à l'équation (2.9) et de façon numérique et on constate un bon accord entre les deux calculs (erreur maximale de 0.1%). L'erreur qui atteint rarement 0.1% est essentiellement d'origine numérique et est aussi due à la précision d'arrondi que nous avons choisie (10^{-2}).

$$k_n = k_{mqr} = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{q\pi}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{r\pi}{L_z}\right)^2} = \sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} \quad (2.8)$$

$$f_n = \frac{c}{2\pi} \cdot k_n = \frac{c\pi}{2} \sqrt{\left(\frac{m}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{q}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{r}{L_z}\right)^2} \quad (2.9)$$

L'expression des modes étant connue, on peut facilement calculer le volume d'existence

relatif de chacun d'eux en utilisant les différentes étapes et équations détaillées dans le paragraphe 2.1.2.1. Ainsi, on montre facilement que pour une cavité parallélépipédique, l'ensemble des valeurs du volume d'existence relatif est une liste discrète de quatre réels positifs selon le nombre d'indices non nuls du mode considéré. Plus précisément, le volume d'existence relatif d'une telle cavité vaut :

- $V_n/V = 1$ pour le mode corps rigide ou de fréquence nulle ($m = q = r = 0$) ;
- $V_n/V = 2/3 \simeq 0.667$ pour les modes axiaux ou modes ayant un seul indice non nul ($m \neq 0$ et $q = r = 0$ ou $q \neq 0$ et $m = r = 0$ ou encore $r \neq 0$ et $m = q = 0$)
- $V_n/V = 4/9 \simeq 0.44$ pour les modes tangentiels ou modes non nuls suivant deux directions ($m \neq 0, q \neq 0$ et $r = 0$ ou $q \neq 0, r \neq 0$ et $m = 0$ ou encore $r \neq 0, m \neq 0$ et $q = 0$)
- $V_n/V = 8/27 \simeq 0.296$ pour les modes obliques (non nuls suivant les trois directions).

On peut remarquer que cette liste est constituée des quatre premiers éléments d'une suite géométrique de raison $q = 2/3$ (à ne pas confondre avec l'indice q des modes) et de premier élément $U_0 = 1$ définie, pour *tout entier naturel* n , par la relation de récurrence suivante :

$$U_{n+1} = q \cdot U_n.$$

De cette écriture, on montre que pour une cavité de forme régulière parallélépipédique, le volume d'existence relatif d'un mode de n indices non nuls peut se généraliser par l'expression de l'équation (2.10) où l'on préfère insister sur le fait que n est ici le nombre d'axes cartésiens où le mode considéré a des indices non nuls.

$$V_n/V = (2/3)^n \tag{2.10}$$

Le calcul numérique réalisé sur les deux cavités régulières précédentes confirment ces valeurs discrètes du volume d'existence relatif comme le montre le tableau 2.2 et la figure 2.5. A l'exception du mode de corps rigide, les cartographies de la pression correspondant aux différents types de modes sont présentées sur la figure 2.6. La distribution de pression dans ces cartographies ne révèle aucune zone isolée de forte concentration d'amplitude qui se démarque d'autres. De ce constat on peut dire que les géométries régulières localisent difficilement l'énergie des systèmes vibratoires. De même, on admet qu'un mode sera localisé si son volume d'existence est plus petit que celui le plus faible des modes d'une géométrie parallélépipédique (c'est-à-dire, $V_{ER} \ll 8/27$). Pour la cavité de base carrée, le résultat est similaire à celui obtenu avec la cavité de base rectangulaire (figure 2.5). On note toutefois une légère différence dans certaines valeurs du volume d'existence relatif. Cela s'explique par la dégénérescence de certains modes induite par la symétrie de la forme carrée. La dégénérescence correspond à l'apparition de deux ou plusieurs modes ayant pratiquement la même fréquence. C'est le cas, dans notre cavité de base carrée, de deux modes ϕ_{mqr} où les indices m et q sont permutés comme le montrent les deux dernières cartographies de la figure 2.6. La distribution d'amplitude des modes de cette cavité (où émergent quelques modes de $V_{ER} < 8/27$) montrent que cette valeur n'est pas encore le seuil de la localisation. Ce seuil sera déterminé grâce à l'analyse de la cavité fractale.

Pour la cavité fractale, il n'est pas possible de prédire analytiquement les valeurs des fréquences propres des modes et celles de leur volume d'existence relatif. Il a fallu effectuer un calcul numérique par éléments finis qui a permis d'obtenir les résultats présentés dans le tableau 2.3 pour les fréquences propres et la figure 2.8 pour le volume d'existence relatif. Ce calcul éléments finis est réalisé avec le même critère de maillage. Cette figure révèle de

TABLE 2.1 – Fréquences propres de deux cavités régulières

Cavité de base rectangulaire			Cavité de carrée		
Fréquences propres			Fréquences propres		
Analytique	Numérique	Erreur	Analytique	Numérique	Erreur
0	0	0,00%	0	0	0,00%
464	464	0,05%	564	564	0,09%
686	686	0,06%	564	564	0,09%
828	828	0,05%	798	798	0,04%
927	928	0,06%	1128	1129	0,09%
1153	1154	0,08%	1128	1129	0,09%
1372	1373	0,06%	1261	1262	0,10%
1391	1391	0,03%	1261	1262	0,10%
1448	1449	0,07%	1596	1597	0,04%
1551	1552	0,03%	1692	1693	0,08%
1656	1657	0,05%	1692	1693	0,08%
1854	1855	0,06%	1784	1785	0,06%
1953	1955	0,08%	1784	1785	0,06%
1977	1978	0,06%	2034	2035	0,06%
2058	2059	0,06%	2034	2035	0,06%
2110	2111	0,04%	2257	2258	0,04%
2257	2259	0,07%	2257	2258	0,04%
2306	2308	0,08%	2326	2327	0,06%
2318	2319	0,04%	2326	2327	0,06%
2417	2418	0,06%	2393	2395	0,08%
2484	2485	0,05%	2523	2524	0,06%
2693	2695	0,07%	2523	2524	0,06%
2744	2746	0,06%	2821	2822	0,05%
2770	2772	0,06%	2821	2822	0,05%
2781	2783	0,06%	2821	2822	0,05%
2783	2785	0,05%	2821	2822	0,05%
2864	2866	0,07%	2877	2878	0,05%
2896	2898	0,07%	2877	2878	0,05%
3076	3078	0,07%	3038	3040	0,06%
3099	3101	0,07%	3038	3040	0,06%
3101	3103	0,06%	3191	3193	0,07%
3245	3247	0,05%	3290	3292	0,05%
3312	3314	0,05%	3290	3292	0,05%
3316	3318	0,07%	3385	3387	0,06%
3430	3432	0,06%	3385	3387	0,06%
3460	3462	0,05%	3432	3434	0,05%
3461	3463	0,07%	3432	3434	0,05%
3523	3525	0,05%	3568	3570	0,06%
3553	3555	0,06%	3568	3570	0,06%
3592	3594	0,05%	3612	3615	0,07%
3701	3703	0,06%	3612	3615	0,07%

TABLE 2.2 – Tableau des fréquences propres des cavités régulières et leurs Volumes d'existence relatifs

Volume d'existence relatif			
Cavité rectangulaire		Cavité carrée	
fréquence	VER	Fréquence	VER
0	1,00	0	1,00
464	0,67	564	0,55
686	0,67	564	0,54
828	0,44	798	0,44
928	0,67	1129	0,50
1154	0,44	1129	0,50
1373	0,67	1262	0,40
1391	0,67	1262	0,40
1449	0,44	1597	0,44
1552	0,44	1693	0,67
1657	0,44	1693	0,67
1855	0,67	1785	0,38
1955	0,44	1785	0,38
1978	0,44	2035	0,42
2059	0,67	2035	0,42
2111	0,44	2258	0,60
2259	0,44	2258	0,60
2308	0,44	2327	0,44
2319	0,67	2327	0,44
2418	0,44	2395	0,44
2485	0,44	2524	0,38
2695	0,44	2524	0,38
2746	0,67	2822	0,39
2772	0,44	2822	0,40
2783	0,67	2822	0,46
2785	0,44	2822	0,41
2866	0,44	2878	0,38
2898	0,44	2878	0,38
3078	0,44	3040	0,44
3101	0,44	3040	0,44
3103	0,44	3193	0,44
3247	0,67	3292	0,38
3314	0,44	3292	0,38
3318	0,44	3387	0,62
3432	0,67	3387	0,62
3462	0,44	3434	0,44
3463	0,44	3434	0,44
3525	0,44	3570	0,39
3555	0,44	3570	0,39
3594	0,44	3615	0,43

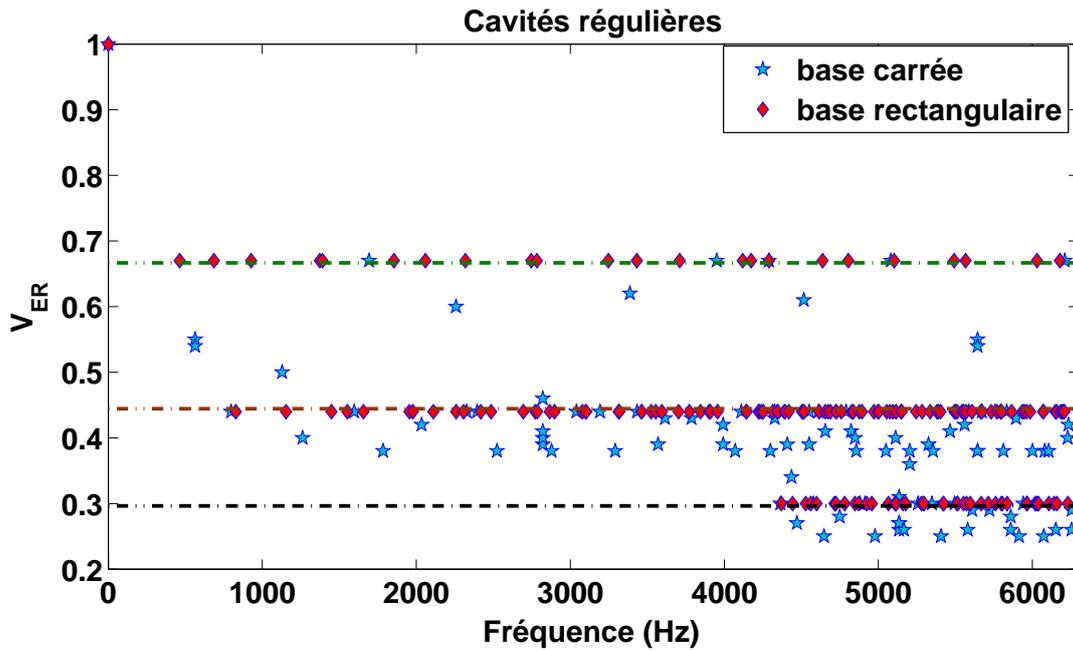


FIGURE 2.5 – Volume d'existence relatif des cavités régulières

nombreuses valeurs du V_{ER} inférieures à $8/27$ décrit précédemment comme seuil en dessous duquel on peut espérer avoir des modes localisés. La distribution des amplitudes de pression montre que pour les plus faibles de ces valeurs de V_{ER} situées en dessous de ce seuil, il y a effectivement bien localisation du mode ou de son énergie (figure 2.7). Toutefois, comme évoqué précédemment, les valeurs du V_{ER} légèrement inférieures à $8/27$ n'impliquent pas une localisation notoire. L'observation des cartographies des différents modes en fonction de leur V_{ER} nous permet d'estimer qualitativement que le seuil de localisation (valeur maximale) correspond à un V_{ER} de $0,20$. Les modes localisés sont eux-mêmes classés en deux catégories :

- Modes fortement localisés pour : $0 < V_{ER} \leq 0,10$;
- Modes faiblement localisés pour : $0,10 < V_{ER} < 0,20$;

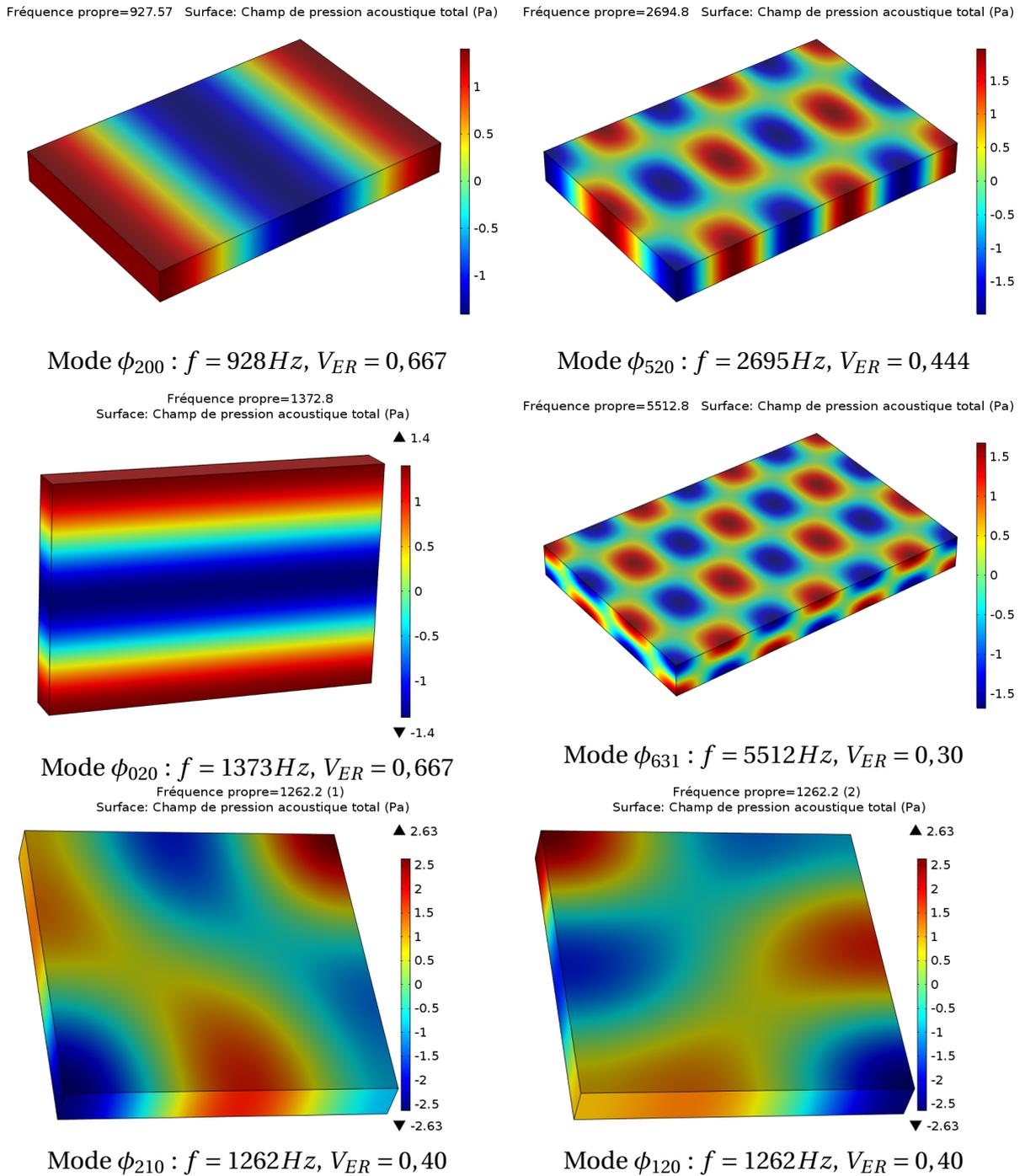


FIGURE 2.6 – Quelques modes de cavité régulière de base rectangulaire et deux modes dégénérés de la cavité de base carrée

TABLE 2.3 – Fréquences et Volume d'existence relatifs des modes de la cavité fractale

Cavité fractale	
Fréquence propre	V_{ER}
0	1,00
335	0,30
431	0,34
622	0,27
753	0,10
803	0,28
919	0,37
1148	0,23
1206	0,26
1247	0,19
1351	0,35
1492	0,04
1493	0,04
1493	0,06
1520	0,21
1540	0,17
1663	0,22
1708	0,25
1797	0,21
1842	0,06
1894	0,03
1904	0,04
1994	0,05
2044	0,24
2106	0,26
2170	0,10
2306	0,16
2368	0,26
2448	0,17
2459	0,15
2514	0,09
2572	0,24
2717	0,05
2739	0,12
2752	0,14
2842	0,31
2920	0,23
2946	0,35
2993	0,18
3099	0,09
3142	0,28
3208	0,33

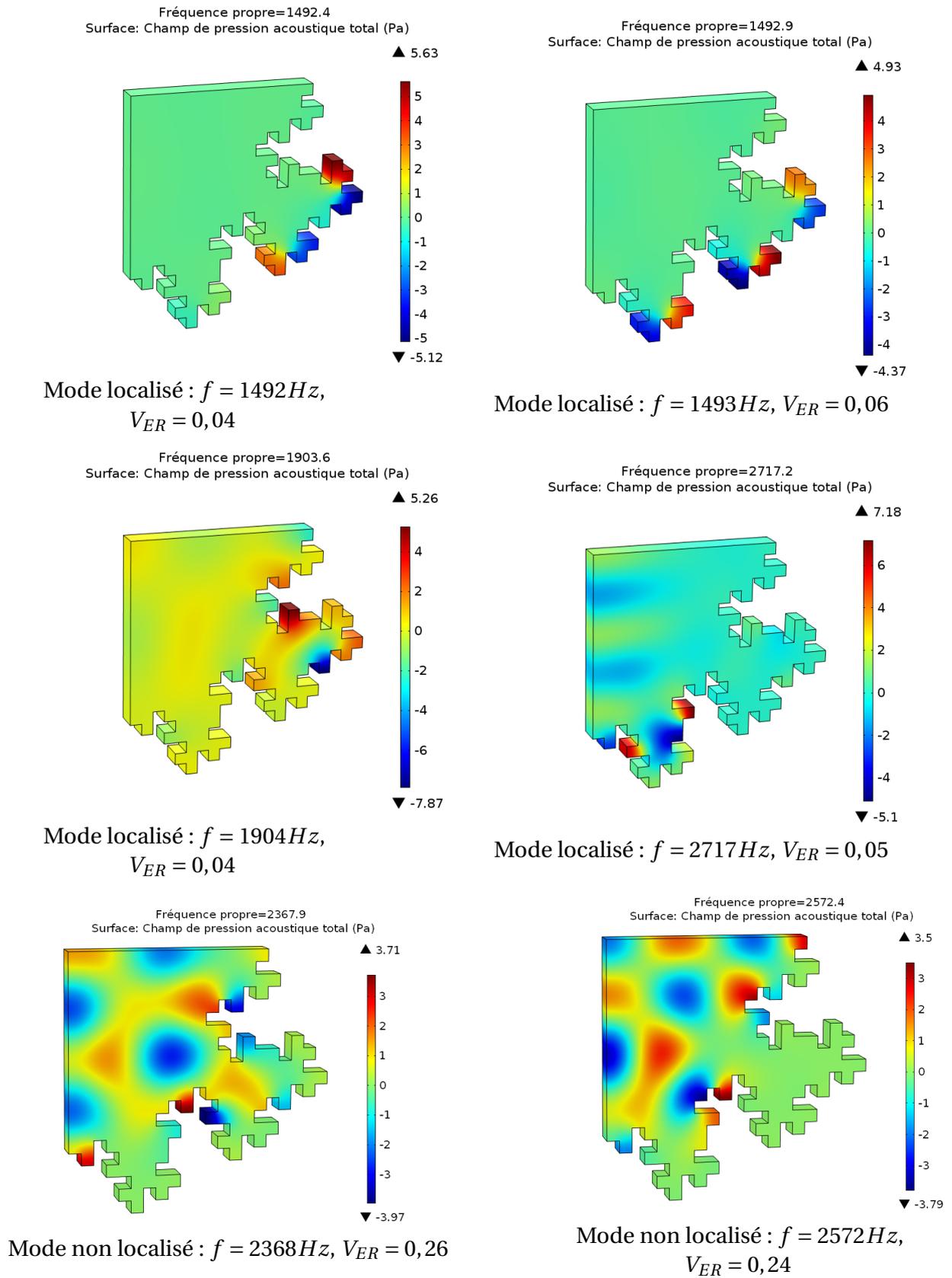


FIGURE 2.7 – Quelques modes de la cavité fractale

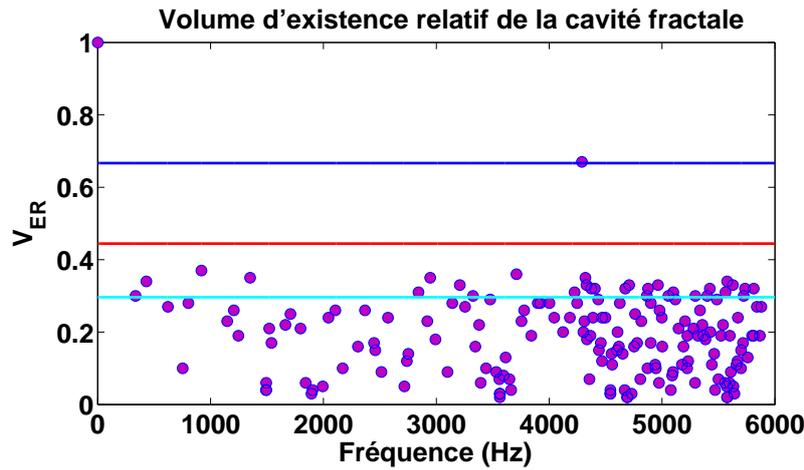


FIGURE 2.8 – Volume d'existence relatif de la cavité fractale

2.1.2.2 Irrégularité géométrique et Localisation

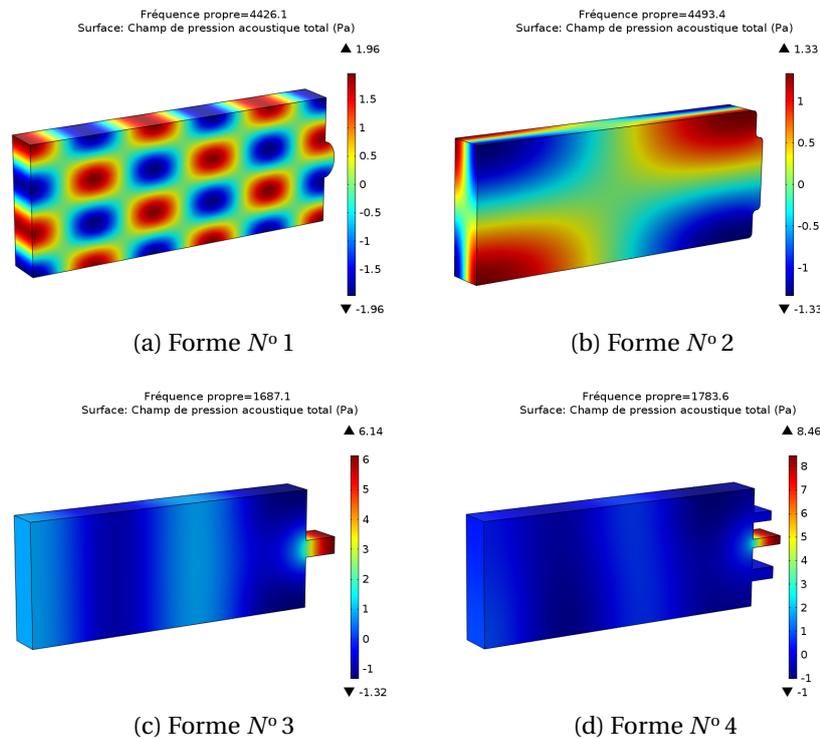


FIGURE 2.9 – Quelques cavités irrégulières simples

Dans le paragraphe précédent, nous avons montré que la cavité pré-fractale possède un certain nombre de modes qui sont bien localisés par rapport aux cavités régulières. On serait tenté de conclure que toute géométrie irrégulière conduirait à la localisation des modes. Il convient d'apporter quelques précisions afin de bien nuancer la situation. En calculant le volume d'existence relatif (figure 2.10) des cavités irrégulières de la figure 2.9, on constate que toute irrégularité géométrique n'entraîne pas forcément de localisation dans la gamme de fréquences d'intérêt. L'analyse géométrique des zones de localisation et de la longueur d'onde des modes localisés, laisse comprendre qu'il existe un lien étroit entre la longueur d'onde du mode localisé et les dimensions de la géométrie comme l'ont déjà évoqué, les

auteurs de [RSH97]. En effet une cavité irrégulière localise certains modes si ces irrégularités constituent des sous-systèmes (sous cavités) résonants ayant des fréquences propres dans la gamme fréquentielle d'intérêt. Ces sous-systèmes sont vraisemblablement des résonateurs (quart d'onde, tube ouvert-fermé ou résonateur de Helmholtz). Le figure 2.11 est une bonne illustration de ce lien. La longueur de l'arc de la zone de localisation est d'environ $0.115m$, ce qui est pratiquement égal la moitié de la longueur d'onde du mode localisé à la fréquence de $1493Hz$ soit $\lambda = 0.230m$. Sur la figure 2.9, toutes les cavités sont plus ou moins irrégulières mais seules les formes N° 3 et N° 4 possèdent des modes localisés dans la bande de fréquences allant de 0 à $5000Hz$. La longueur d'onde de ces modes localisés est proche de quatre fois la longueur du tube considéré confirmant le fait que les sous-systèmes couplés à la grande cavité sont des résonateurs quart d'onde.

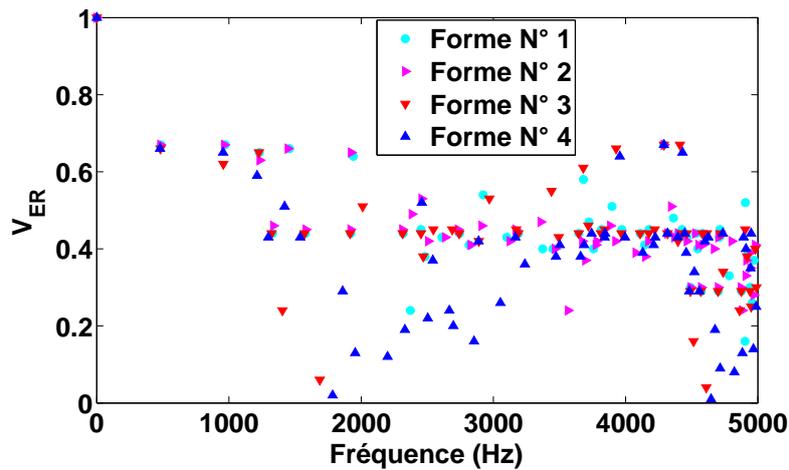


FIGURE 2.10 – Volume d'existence relatif des quatre formes irrégulières

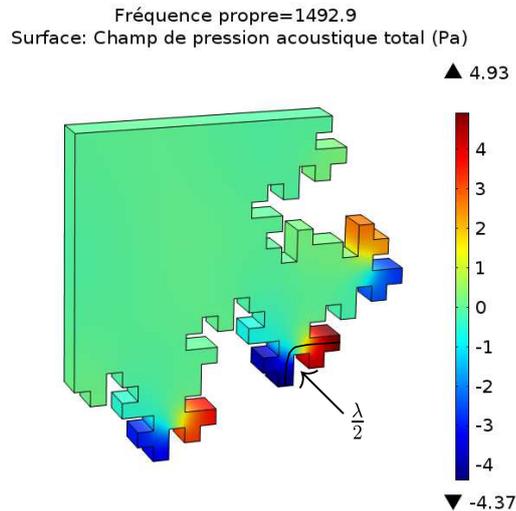


FIGURE 2.11 – Mode localisé de la fractale et longueur de sa branche de localisation

Bref, les résultats de l'analyse présentée dans ce paragraphe permettent de clarifier, aux moyens de quelques cavités irrégulières moins complexes, que même si la localisation est un phénomène intrinsèquement liée aux irrégularités géométriques, elle ne concerne essentiellement que des irrégularités formant des sous-cavités avec des résonances propres. En d'autres termes, la condition pour que la localisation se produise est l'existence des irrégu-

larités dont la taille caractéristique est proche de la longueur d'onde du domaine fréquentiel d'intérêt. D'où l'intérêt des fractales qui contiennent plusieurs tailles caractéristiques.

2.1.3 Densité modale

L'une des caractéristiques essentielles dans l'analyse de l'influence de la forme géométrique sur le comportement acoustique d'une cavité est sa densité modale. La répartition spectrale des fréquences propres d'une cavité est définie par la densité modale intégrée (en anglais IDOS : Integrated Density Of States) donnée par l'équation (2.11) où $\omega = f/f_0$ et $\omega_n = f_n/f_0$ avec f_0 , la fréquence du premier mode non nulle de la cavité de base carrée telle que $f_0 = c_0/2L_c$ [HYN96, Mei05].

$$N(\omega) = \int_0^\omega \sum \delta(\omega' - \omega_n) d\omega' \quad (2.11)$$

La densité modale intégrée est une fonction de comptage qui donne, pour une fréquence donnée, le nombre total de tous les modes de fréquences inférieures ou égales à elle. Beaucoup d'études ont été faites sur la théorie mathématique de la densité modale intégrée des problèmes aux valeurs propres. Berry [Ber79] fait partie des premiers à s'intéresser au calcul des IDOS des résonateurs de forme fractale. Ses travaux ont été poursuivis par d'autres [Lap91]. Toutes ces études ont conduit à l'établissement des lois asymptotiques (hautes fréquences). Les deux principales lois asymptotiques (souvent établies pour les systèmes 2D) que nous n'allons pas présenter ici sont la loi de Weyl [Wey12, BH76] et la conjecture de Berry-Lapidus [Lap91].

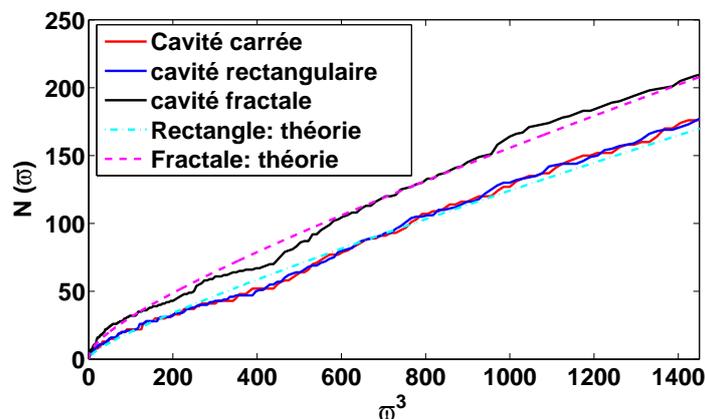


FIGURE 2.12 – Densité Modale Intégrée des trois cavités

En acoustique de salle, une formule approximative (2.12) a été établie pour prédire le nombre de fréquences propres inférieures ou égales à f des cavités parallélépipédiques de volume V , de surface A et de longueur totale L de toutes les arêtes [MI68, Kut09]. La comparaison de cette formule analytique avec le calcul numérique de nos deux cavités régulières montre un bon accord entre les deux calculs. La comparaison montre encore que cette formule analytique reste valable pour notre cavité pré-fractale (figure 2.12). La principale conclusion de cette sous partie est que l'irrégularité géométrique augmente la densité spectrale des modes acoustiques. Cette propriété est reconnue vraie même quand on compare des cavités irrégulières de degré d'irrégularité différent [SHR97, RSH97]. Cette propriété est d'autant plus importante qu'elle se manifeste même en basses fréquences, ce qui pourrait être exploité quand les conditions le permettent pour dissiper l'énergie acoustique quand les moyens habituels tels que les matériaux poro-élastiques échouent.

$$N_f = \frac{4\pi}{3} V \left(\frac{f}{c_0} \right)^3 + \frac{\pi}{4} A \left(\frac{f}{c_0} \right)^2 + \frac{L}{8} \frac{f}{c_0} \quad (2.12)$$

Synthèse

La localisation est le phénomène de concentration ou de confinement de l'énergie d'une vibration acoustique dans une très petite fraction de volume d'un domaine donné (cavité ou espace clos). Elle est causée par des irrégularités géométriques du domaine considéré. Tout mode localisé présente des caractéristiques spectrales (longueur d'onde, fréquence) liées aux dimensions de la zone de localisation. La localisation se mesure par le volume d'existence relatif (V_{ER}) qui traduit le rapport entre le volume de la zone de confinement et le volume totale de la cavité. Plus le volume d'existence relatif est petit ($V_{ER} \leq 0.2$) plus le mode est localisé. Par contre, un V_{ER} supérieur à 0.2 exprime une répartition de l'amplitude vibratoire dans toute la cavité. Nous avons aussi montré que les irrégularités géométriques entraînent aussi un accroissement du nombre de modes, donc de la densité modale de la cavité. Enfin, étant donné le lien entre la longueur d'onde du mode localisé et les dimensions de l'irrégularité, toute géométrie irrégulière n'engendre pas forcément des modes localisés dans toute gamme fréquentielle donnée. Dans la partie qui suit sera abordée la question d'une relation entre la localisation et la dissipation acoustique.

2.2 Irrégularité géométrique et atténuation d'onde sonore

Dans la partie 2.1 nous avons montré que lorsque les irrégularités d'une cavité constituent des résonateurs, certains modes de cette cavité sont bien localisés. Toutefois, l'un des principaux objectifs de cette thèse consiste à déterminer et montrer si tout mode localisé dissipe de l'énergie sonore. Pour apporter un élément de réponse à cette question, deux situations différentes seront considérées : d'abord une analyse de la dissipation dans les cavités (régulières et irrégulières) aux parois "nues" et rigides ; la seconde analyse portera sur l'influence de la géométrie sur la dissipation d'une cavité dont certaines parois sont couvertes de matériaux dissipatifs créant ainsi des interfaces cavité-matériaux soit régulière soit irrégulière.

2.2.1 Cavités aux parois rigides et dissipation

2.2.1.1 Facteur de qualité

L'indicateur de dissipation que nous avons choisi pour mener notre investigation sur la dissipation d'énergie d'onde sonore dans une cavité aux parois rigides est le facteur de qualité (approche modale). Toutefois, on va se rendre compte que cet indicateur ne fournit pas suffisamment d'informations pour apporter une réponse tranchante à la problématique de cette partie. Ceci conduira à avoir recours à d'autres indicateurs présentés dans le chapitre précédent, à savoir le coefficient d'absorption quand la géométrie du système le permet ou le taux d'amortissement d'énergie. Le facteur de qualité est un indicateur très caractéristique des systèmes résonants. Pour rappel, le *facteur de qualité* lié à une résonance est le rapport entre l'énergie du système et l'énergie moyenne perdue par radian quand le système vibre autour de sa fréquence de résonance. Son expression mathématique [Pie89] est donnée par l'équation 2.13, où E_n et W_n sont respectivement, en régime stationnaire, l'énergie moyenne emmagasinée dans le système et l'énergie moyenne dissipée par unité de temps.

$$Q_n = \omega_n \frac{E_n}{W_n} \quad (2.13)$$

Les cavités ou systèmes acoustiques à parois rigides sont considérés comme des milieux sans perte, ce qui n'est pas vrai en toute rigueur sinon on aurait des réponses d'amplitudes quand ces systèmes sont sollicités à leurs fréquences de résonance. Toute cavité dissipe de l'énergie sonore au moins sous forme thermo-visqueuse dans la couche limite à la frontière [CM82]. Cependant, comme nous l'avons montré dans le chapitre précédent, ces pertes sont souvent négligeables quand les dimensions du système sont toutes plus grandes devant les épaisseurs de couches limites visqueuse et thermique. On peut donc considérer les parois rigides nues comme n'ayant pas une impédance Z infinie mais finie et suffisamment grande devant l'impédance caractéristique de l'air (ρc). Dans ce cas l'admittance spécifique de ces parois rigides ($\rho c / Z$) n'est pas strictement nulle mais est juste très faible devant l'unité qui est l'admittance spécifique de l'air ($\beta = \rho c / Z \ll 1$). Avec l'hypothèse de très faibles pertes à la paroi, la distribution d'amplitude de pression dans une cavité peut être approximée par celle des modes ϕ_n de cette cavité prise sans pertes. Ainsi, la distribution de la pression p_n correspondant au mode n de pulsation ω_n est donné par l'équation 2.14.

$$p_n(\mathbf{x}, t) = a_n \phi_n(\mathbf{x}) e^{j\omega_n t} \quad (2.14)$$

Avec cette expression de la pression du mode n , on peut déterminer E_n et W_n . Pour un système acoustique donné, l'énergie totale emmagasinée s'obtient par intégration, sur le do-

maine, de la densité d'énergie w (2.15).

$$w = \frac{1}{2}\rho v^2 + \frac{1}{2}\frac{p^2}{\rho c_0^2} \quad (2.15)$$

Appliquant la loi d'Euler liant la vitesse acoustique au gradient de la pression et utilisant l'expression 2.14, les auteurs de [FAFS05] ont montré que l'énergie emmagasinée du système E_n peut s'exprimer par la forme 2.16. A la résonance, elle se simplifie et prend la forme de l'équation 2.17.

$$E_n = \int_{\Omega} \frac{1}{4\rho c_0^2} \left(\frac{|\nabla\phi_n|^2}{k^2} + |\phi_n|^2 \right) dV \quad (2.16)$$

$$E_n = \frac{a_n^2}{2\rho c_0^2} \quad (2.17)$$

La puissance dissipée W_n associée au mode n quant à elle correspond au flux d'énergie à travers la paroi et pour une admittance de paroi non nulle (même très faible) elle est définie par (2.18) :

$$W_n = \int_{\partial\Omega} \frac{|p_n|^2}{2\rho c_0} \Re(\beta) dS = \frac{a_n^2}{2\rho c_0} \Re(\beta) \int_{\partial\Omega} |\phi_n|^2 dS \quad (2.18)$$

La connaissance de E_n et W_n permet de déduire l'expression du facteur de qualité correspondant au mode n donnée par (2.19) :

$$Q_n = \frac{k_n \Lambda_n}{\Re(\beta)} \quad (2.19)$$

où

$$\frac{1}{\Lambda_n} = \int_{\partial\Omega} |\phi_n|^2 dS \quad (2.20)$$

Pour une cavité aux parois rigides, non seulement l'admittance est très faible, mais elle peut être considérée constante. Ainsi, dans l'expression du facteur de qualité (2.19), on peut admettre que seul le facteur $1/\Lambda_n$ donné par l'expression (2.20) rend compte de l'influence de la géométrie sur la dissipation. Ce facteur est donc considéré comme le *facteur d'amortissement du mode*. On peut indifféremment utiliser le facteur de qualité Q_n ou ce facteur d'amortissement $1/\Lambda_n$ comme mesure de l'amortissement modal. Étant donné que ces deux quantités évoluent de façon inverse, $1/\Lambda_n$ est en toute rigueur l'image de Q_n^{-1} qui est parfois préféré à Q_n pour caractériser l'amortissement d'un système vibratoire. Et c'est plutôt Λ_n qui est proportionnel à Q_n .

Plus, le mode ϕ_n est localisé à la frontière, plus Q_n^{-1} et $1/\Lambda_n$ sont grands et plus la cavité est susceptible d'amortir l'onde sonore. La figure 2.13 présente le facteur d'amortissement modal ($1/\Lambda_n$) et le volume d'existence relatif de la cavité fractale et de la cavité régulière de base rectangulaire décrites précédemment. Ces résultats théoriques sont obtenus avec le calcul éléments finis des modes ϕ_n présentés antérieurement. Sur cette figure, on remarque d'abord que le facteur d'amortissement modal est plus grand dans la cavité irrégulière que dans la cavité régulière. De plus, pour la cavité irrégulière, on constate une augmentation marquée de $1/\Lambda_n$ pour tous les modes localisés (faibles V_{ER}). Ce résultat est une première confirmation de l'hypothèse que la localisation serait accompagnée d'une dissipation de l'énergie vibratoire. Toutefois, ce résultat ne semble pas encore suffisant pour conclure de façon quantitative sur le lien entre la localisation et la dissipation d'une cavité rigide. Pour

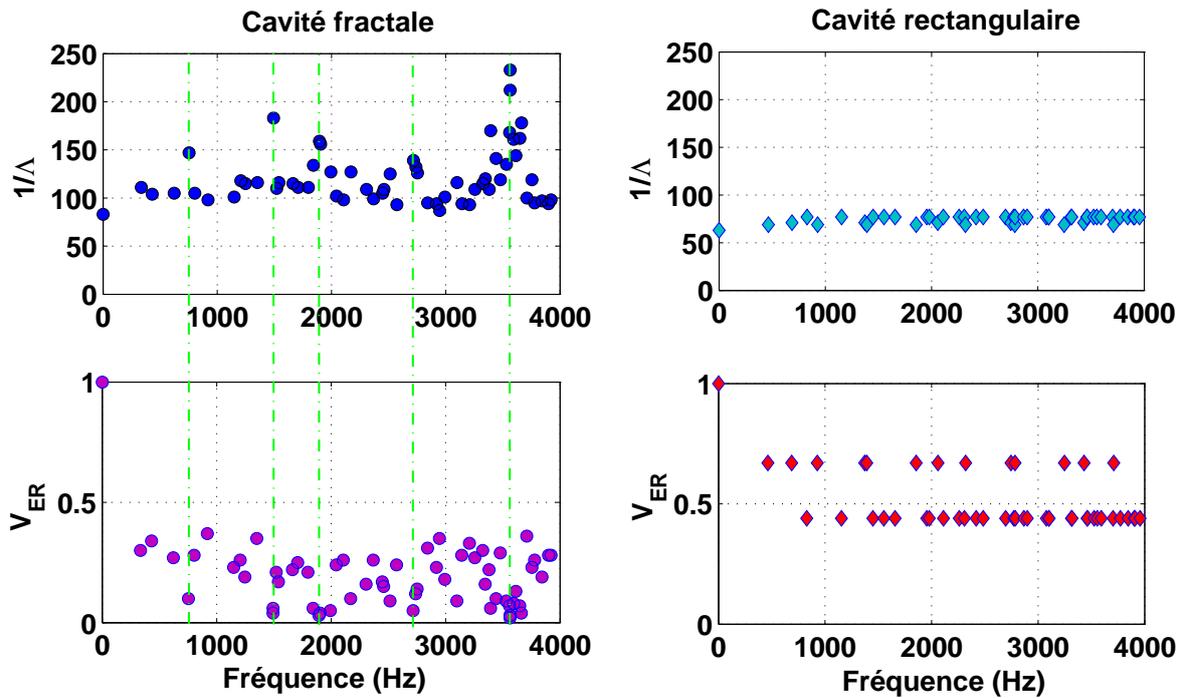


FIGURE 2.13 – Facteur d'amortissement modal et Volume d'existence relatif de deux cavités

bien étudier l'influence de la localisation sur la dissipation, il convient d'utiliser un indicateur plus parlant et couramment employé (coefficient d'absorption, taux d'amortissement, ...). Afin d'accéder à ces indicateurs, surtout au coefficient d'absorption, des géométries irrégulières de forme moins complexe que la cavité fractale à créneaux sont à privilégier comme nous allons le voir dans la suite.

2.2.1.2 Localisation et Coefficient d'absorption



FIGURE 2.14 – Cavité irrégulière en guide d'onde

L'objectif de ce paragraphe est d'analyser le lien localisation-dissipation en regardant plutôt le coefficient d'absorption d'une cavité en fonction de son volume d'existence relatif. Pour calculer ou mesurer le coefficient d'absorption il s'est avéré aisé d'utiliser une cavité irrégulière simple sous forme de guide d'onde, faite d'un parallélépipède principal couplé à l'une de ses extrémités à un résonateur quart-d'onde comme montré sur la figure 2.14. Plusieurs cavités de ce genre sont utilisées avec pour seule différence la largeur l du résonateur. Les différentes valeurs de la largeur sont : 8mm , 10mm , 15mm et 20mm . La longueur L_r des résonateurs est choisie de façon à avoir des fréquences de résonance quasiment égales. La profondeur de cette cavité est de 4cm pour permettre d'avoir un comportement d'un champ $2D$ sur une large plage fréquentielle pour des raisons qui seront évoquées au chapitre suivant. L'estimation du volume d'existence relatif n'est pas cette fois-ci réalisé sur un champ

de pression modal mais sur le champ de la réponse opérationnelle de la cavité lorsqu'elle est excitée par une source sonore à l'autre extrémité. Le volume d'existence relatif des modes de cette cavité et son coefficient d'absorption obtenu numériquement (FEM) en utilisant le modèle de propagation thermo-visqueux et la méthode de fonction de transfert (décrite par la norme ISO 10534-2 [ISO98]) sont présentés sur la figure 2.15. Dans le modèle numérique comsol développé pour calculer le coefficient d'absorption, la cavité a été excitée par une source sonore par le côté opposé au résonateur. La pression a été prélevée en deux positions de la cavité distantes de 5cm pour le calcul du coefficient suivant la procédure de la norme. La position de prélèvement de pression la plus proche du résonateur est distante de ce dernier de 10cm sachant que le guide d'onde mesure 40cm de long.

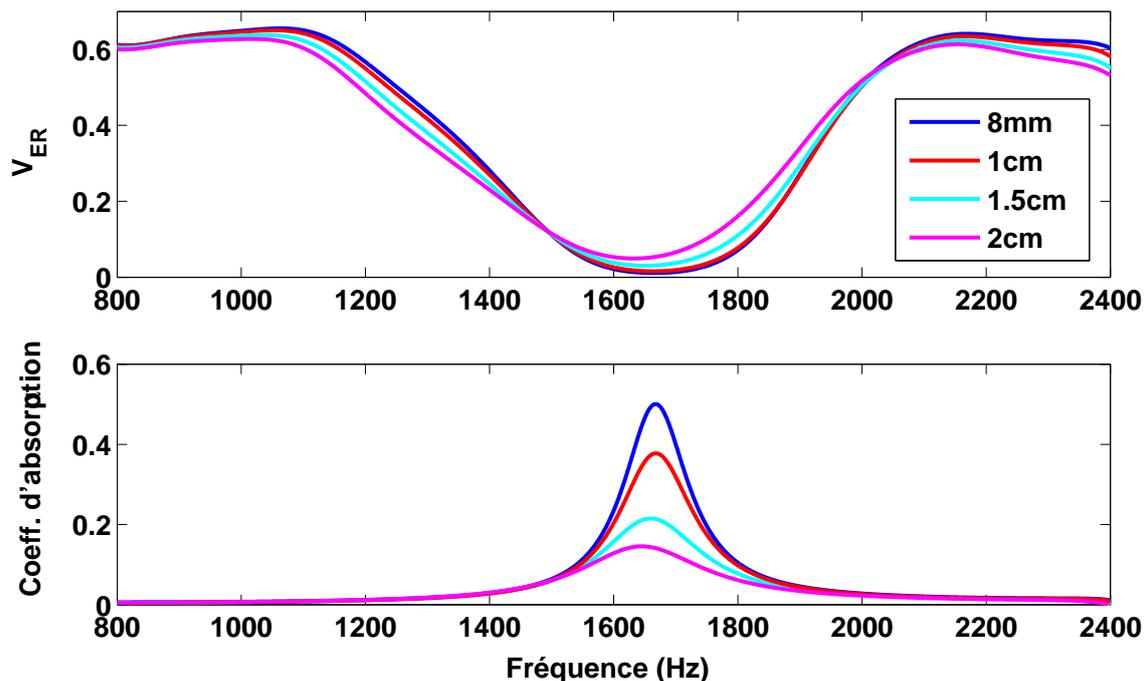


FIGURE 2.15 – Volume d'existence relatif et coefficient d'absorption des cavités à résonateur quart d'onde

Les courbes de la figure 2.15 ne révèlent pas une relation explicite entre le volume d'existence relatif et le coefficient d'absorption même si, comparées à d'autres fréquences, les fréquences localisées (faible volume d'existence relatif) sont mieux dissipées. Sur la figure 2.16, sont représentés d'une part, le maximum du coefficient d'absorption et d'autre part le maximum du facteur d'amortissement en fonction du volume d'existence relatif correspondant. On peut constater que le facteur d'amortissement croît avec la localisation mais pas le coefficient d'absorption. Ce résultat permet d'avoir deux conclusions intéressantes : d'abord, en l'absence d'un matériau absorbant, toute onde localisée n'est pas toujours dissipée. La dissipation ne dépend pas seulement des dimensions de la région où est localisée l'onde mais aussi d'autres paramètres tels que la porosité, la résistance au passage de l'air, etc. La seconde conclusion est que le paramètre que nous appelons « facteur d'amortissement », ne l'est pas en toute rigueur. Il peut décrire combien la cavité principale est isolée des vibrations localisées dans des petites régions du système.

En résumé, pour ce qui est des cavités à parois rigides, nous avons montré que le lien « plus on localise, plus on dissipe », judicieusement énoncé avec prudence sous réserve d'une vérification poussée [FAFS07, SHR97] n'est pas toujours vrai. La dissipation dépend de l'action combinée de la localisation et d'autres paramètres tels que les dimensions de la zone de

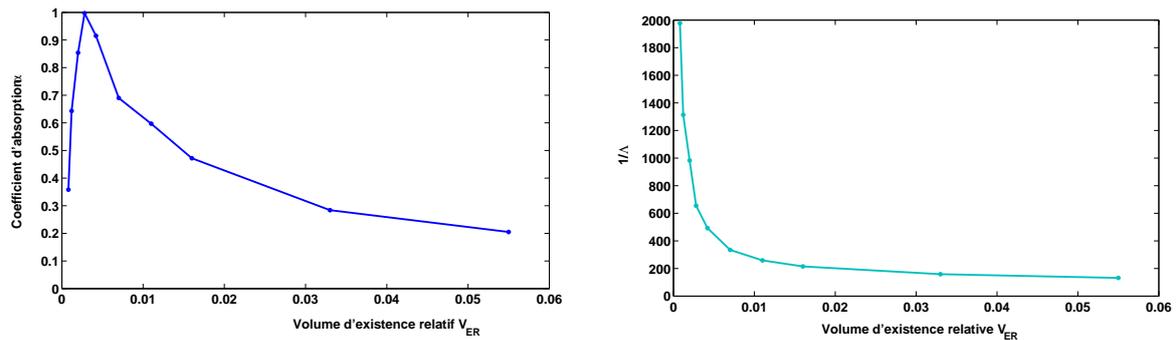


FIGURE 2.16 – Évolution du coefficient d'absorption et du facteur d'amortissement en fonction du volume d'existence relatif de quelques systèmes à résonateurs quart d'onde

la localisation comparées aux épaisseurs de couches limites visqueuse et thermique, la résistivité, etc. La seule certitude est que les cavités aux parois rigides irrégulières dissipent plus l'énergie acoustique que leurs homologues régulières. De ces observations, on se demande : quelle influence auront les irrégularités géométriques sur les matériaux poroacoustiques ?

2.2.2 Renforcement de l'absorption des matériaux poroacoustiques par interfaces irrégulières

Dans la partie précédente (2.2.1) nous avons montré que les cavités à parois irrégulières et rigides peuvent être le siège de la dissipation de l'énergie sonore pourvu que les dimensions de ces irrégularités soient favorables au développement des mécanismes thermo-visqueux. On va s'intéresser maintenant à l'influence des irrégularités géométriques sur la performance dissipative des matériaux poroacoustiques. Cette analyse est beaucoup inspirée par le résultat de la double porosité [OB03, BJC08] qui permet d'augmenter la dissipation d'un matériau poreux en créant une méso-porosité en respectant un certain nombre de conditions (contraste de perméabilité entre la micro porosité et la méso-porosité, la forme géométrique des méso-pores,...). Cette partie est d'abord abordée de façon modale par l'analyse des fréquences modales dans le plan complexe. Ensuite une étude énergétique par détermination du coefficient d'absorption sera présentée.

2.2.2.1 Analyse modale d'une cavité couplée à un matériau poroélastique via une interface irrégulière

On considère maintenant une cavité couplée à un matériau poroélastique sur au moins une de ses parois. Dans le cadre de cette thèse, deux interfaces cavité-matériau sont prises en compte : une interface plane et une interface irrégulière comme le montrent les schémas de la figure 2.17.

Une étude modale de ces systèmes couplés est faite en résolvant encore le problème aux valeurs propres donné par l'équation (2.2a). Cependant, étant donné que le système est composé d'une cavité remplie d'un fluide non dissipatif (air) et d'un domaine dissipatif (matériau poroacoustique), le problème est défini par un système d'équations (2.21) : la première équation décrit le modèle dans le milieu sans pertes (Ω_0) avec un nombre d'onde supposé réel tandis que la seconde équation modélise le comportement du domaine dissipatif (Ω_d) caractérisé par un nombre d'onde complexe. Les conditions aux limites extérieures restent

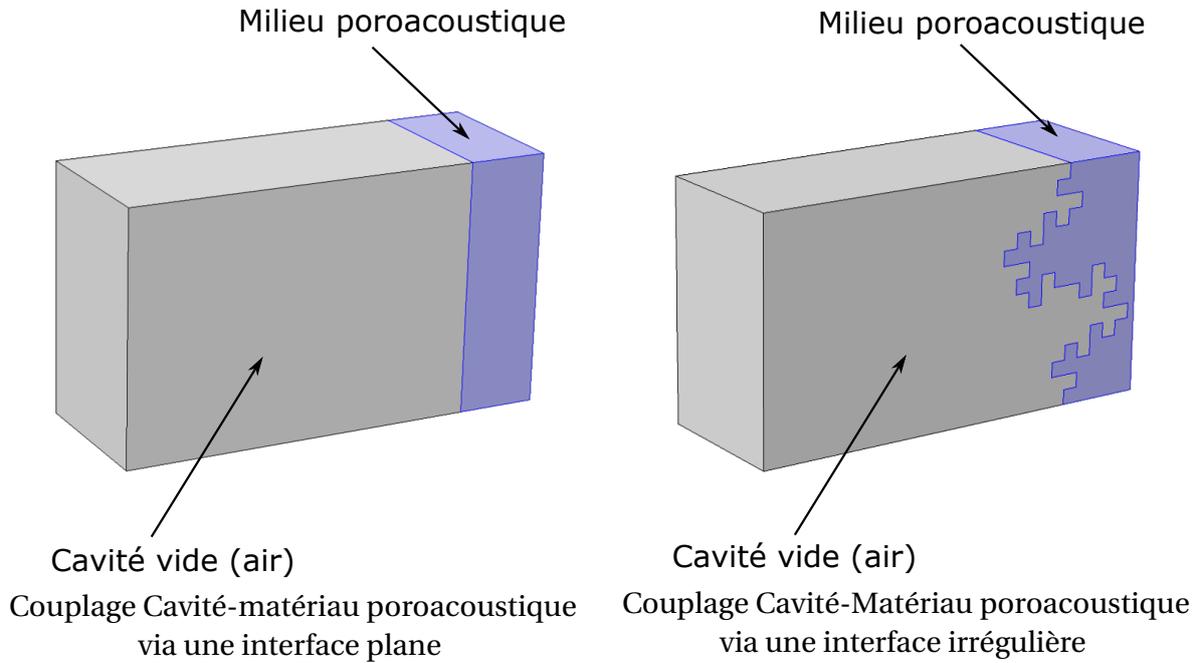


FIGURE 2.17 – Schémas du couplage d'une cavité avec un matériau poroélastique

celles de Neumann (vitesse normale à la paroi nulle). L'interface quant à elle est régie par la continuité de pression.

$$\begin{cases} \Delta\phi_n(\mathbf{x}) + k_n^2\phi_n(\mathbf{x}) = 0, & \text{sur } \Omega_0 \\ \Delta\phi_n(\mathbf{x}) + k_n(\omega)^2\phi_n(\mathbf{x}) = 0, & \text{sur } \Omega_d, \end{cases} \quad (2.21)$$

avec : $k_n = \frac{\omega}{c_0}$ et $k_n(\omega) = \frac{\omega}{c(\omega)}$

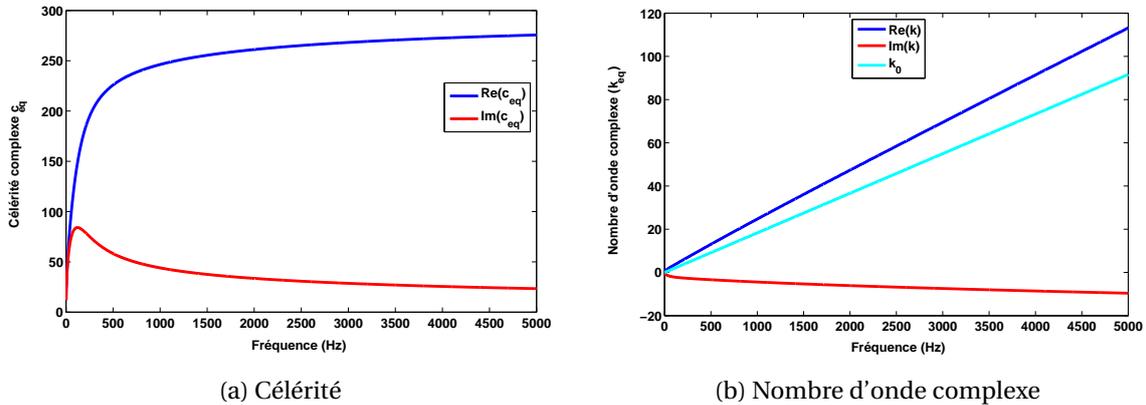


FIGURE 2.18 – Célérité complexe et nombre d'onde complexe de la mousse polyuréthane

Il convient de bien noter que le nombre d'onde k est dans les deux cas le rapport entre la pulsation ω et la célérité ou la vitesse de propagation c qui est constante et réelle dans l'air (c_0) et complexe et variable dans le matériau poroacoustique (c_{eq}). Le nombre d'onde est linéaire dans l'air et non linéaire dans un milieu dissipatif en raison de la célérité complexe et variable comme le montrent les courbes de la figure 2.18 où sont représentées les courbes de la célérité et du nombre d'onde acoustique complexes de la mousse polyuréthane. Ces courbes sont obtenues par application du modèle de fluide équivalent [CA91, LLAT97, AA09] avec les paramètres donnés dans la référence [OP08].

Compte tenu de la dépendance de c_{eq} en fonction de la fréquence, la résolution du problème aux valeurs propres (2.21) n'est pas classique et triviale. Un des moyens pour contourner cette difficulté consiste à résoudre le problème par morceaux. Nous allons ainsi considérer de petites plages fréquentielles dans lesquelles la célérité complexe serait supposée constante. Pour une bonne analyse de l'influence de l'irrégularité géométrique sur la performance du matériau poroacoustique, un premier calcul est fait sur une petite bande de fréquences donc en considérant une célérité complexe constante ($c_{eq} = 261 + 26,6j$). La résolution numérique du problème avec cette célérité donne les fréquences propres dont les nombres d'onde complexes équivalents sont représentés sur la figure 2.19.

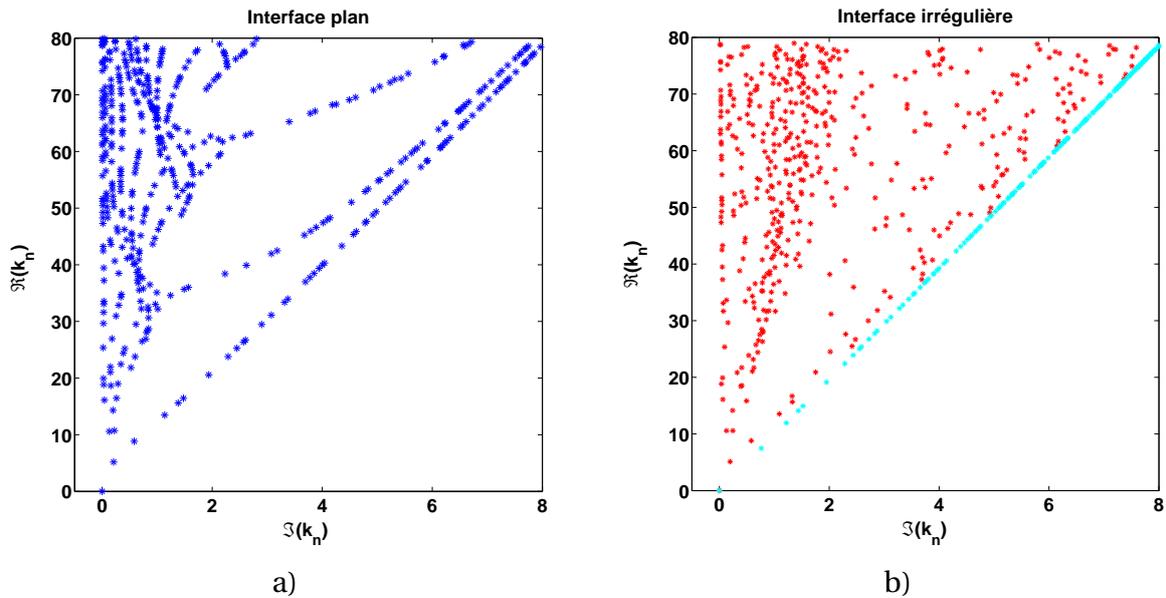


FIGURE 2.19 – Valeurs propres (nombres d'onde) complexes des deux systèmes couplés pour une célérité $c_{eq} = 261 + 26,6j$: a) Couplage par une interface plane, b) Couplage par une interface irrégulière. La ligne droite cyan correspond aux valeurs propres du domaine dissipatif du système régulier pris seul.

C'est une forme de représentation sur le plan complexe des nombres d'onde des modes du système couplé. La ligne droite en cyan correspond aux modes du matériau poroacoustique régulier pris seul, sans couplage avec la cavité. Pour le système couplé avec l'interface plane on distingue deux types de modes : des modes possédant des nombres avec de très faibles parties imaginaires d'une part et des modes ayant des nombres d'onde avec des parties imaginaires grandes. Etant donné que la partie imaginaire d'un nombre d'onde acoustique renseigne sur la dissipation on peut dire que la première famille des modes avec des nombre d'onde presque réels correspond aux modes qui se produisent essentiellement dans la cavité. Les modes avec de fortes valeurs imaginaires se développent dans le matériau dissipatif. Cette séparation des modes peut s'expliquer par un faible couplage (ou un découplage) des deux sous systèmes (cavité et matériau). Par contre, le graphe b) qui concerne le système avec une interface irrégulière montre que la séparation des modes n'est pas aussi notable qu'avec l'interface plane. Ce résultat peut s'expliquer par le fait que l'interface irrégulière favorise un bon couplage entre les deux sous systèmes, ce qui n'est pas le cas avec l'interface plane.

Un calcul similaire au précédent est réalisé sur une large plage fréquentielle découpée en plusieurs morceaux où la célérité est supposée constante. Les résultats sont reportés sur la figure 2.20 en termes de nombres d'onde des modes. On peut constater que compte tenu

du caractère non linéaire de la célérité dans le matériau, les nombres d'onde correspondant au matériau tout seul forment une courbe parabolique et non linéaire comme c'était le cas lorsque la célérité était constante pour toutes les fréquences. Ce qui est important est que pour les deux systèmes, on obtient les mêmes comportements que ceux obtenus avec une célérité constante. En effet, pour le système couplé avec une interface plane, on obtient aussi deux familles de modes correspondant respectivement à la tendance non dissipative de la cavité (faible partie imaginaire du nombre d'onde) et au caractère dissipatif du milieu poroacoustique (grande partie imaginaire du nombre d'onde). L'interface irrégulière assure bien son rôle de couplage entre les deux milieux en révélant des nombres d'ondes globalement répartis dans la zone définie par les deux limites du système régulier.

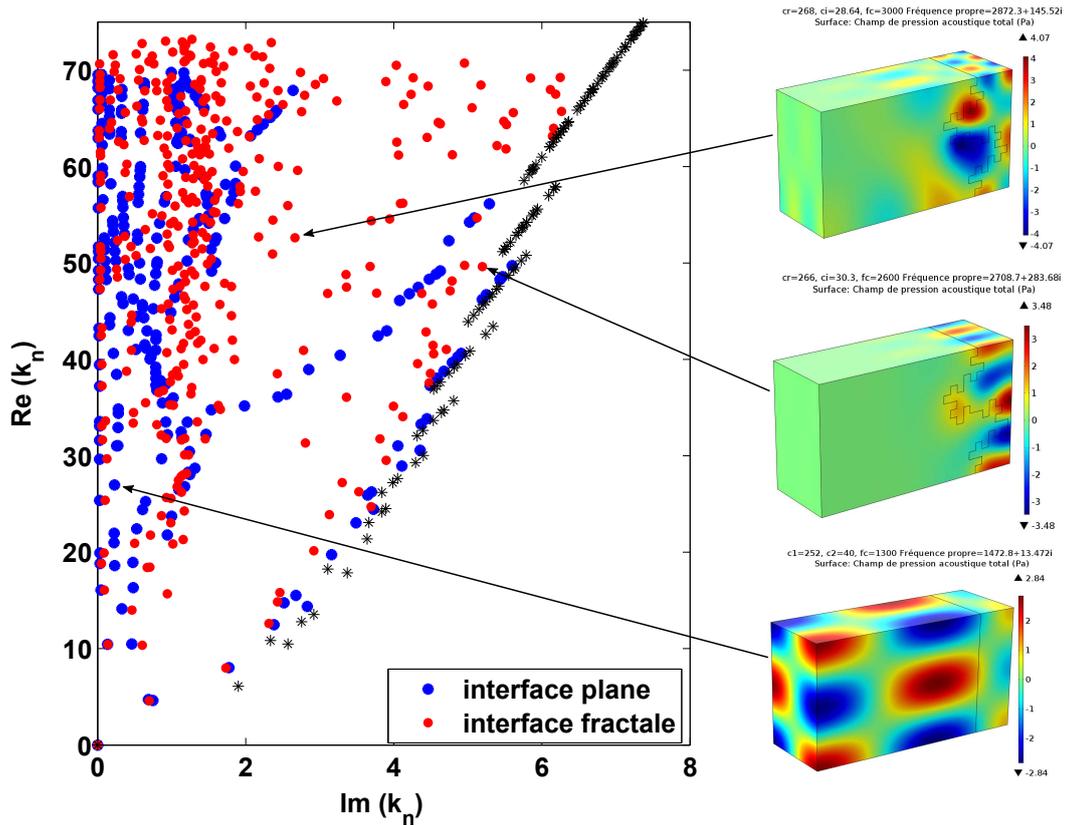


FIGURE 2.20 – Valeurs propres (nombres d'onde) des systèmes couplés avec la mousse polyuréthane : Prise en compte de la variation de la célérité d'onde acoustique dans le domaine dissipatif

2.2.2.2 Coefficient d'absorption d'un matériau poroacoustique à paroi fractale

Une investigation de l'effet de l'irrégularité géométrique sur la qualité dissipative des matériaux poreux acoustiques a été menée sur le béton de chanvre avec la détermination théorique et expérimentale de son coefficient d'absorption. Le béton de chanvre est un matériau acoustique biosourcé en étude depuis peu [Glé13] et qui se révèle très prometteur pour l'isolation thermique et la dissipation acoustique. Son utilisation dans le bâtiment connaît une certaine avancée même s'il y a encore quelques questions saillantes telles que la tenue à l'eau ou au feu auxquelles il faut apporter des réponses. Le coefficient d'absorption de ce matériau est modélisé et mesuré sur deux échantillons de même volume mais de formes différentes (Fig. 2.21). Un échantillon plat de 9cm d'épaisseur et un échantillon de surface irrégulière fractale optimisé par Débrabant dans son Master [Deb10] pour maximiser l'aire sous la courbe du coefficient d'absorption entre 50Hz à 550Hz , limites imposées par le moyen d'essais. Pour la différencier des autres formes réalisées lors de son processus d'optimisation, Débrabant a désigné cette forme sous le nom de « fractale 8 », nom qui sera utilisé dans la suite à chaque fois qu'une référence sera faite à cette forme.

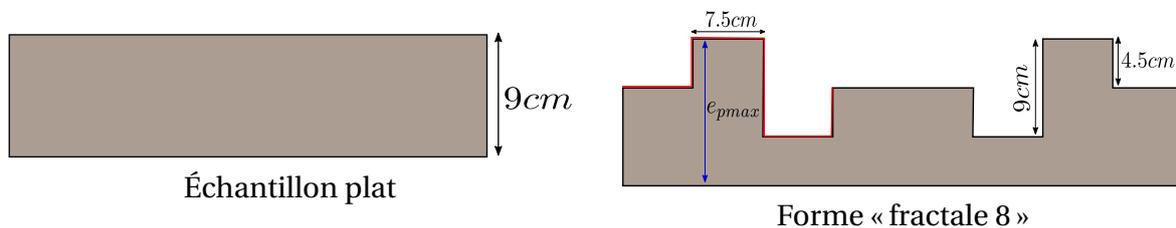


FIGURE 2.21 – Schémas des deux formes de matériau poroacoustique analysées

Dispositif et résultats expérimentaux

Les travaux expérimentaux de cette analyse sont ceux réalisés dans la thèse de Philippe Glé [Glé13]. Les échantillons sont fabriqués par moulage avec un compactage constant. Une photo de leur forme dans le moule est montrée sur la figure 2.22. Les deux échantillons sont de forme extérieure carrée de 60cm de côté. Cette dimension correspond au côté de la section interne d'un grand tube de Kundt de section carrée où les échantillons sont insérés pour être analysés. Ce tube à ondes stationnaires de grandes dimensions est situé à l'ENTPE. C'est un conduit de section interne carrée $0.6 \times 0.6\text{ m}^2$ et de longueur 5.5m , construit en micro-béton armé. Le micro-béton armé permet d'avoir, de par ses pores très petits devant ceux des bétons classiques, des surfaces de tube beaucoup plus lisses et imperméables.

L'excitation acoustique de ce système de mesure est constitué de quatre haut-parleurs Audax (HM 210Z2) montés en série-parallèle et placés à l'une des extrémités du tube de façon symétrique perpendiculairement à son axe. L'échantillon est placé quant à lui à l'autre extrémité du tube. Ces haut-parleurs ont été choisis en raison de leurs très bonnes performances aux basses fréquences. La disposition des haut-parleurs permet de repousser la limite fréquentielle supérieure de validité du dispositif [ISO98] de la première fréquence transversale ($f_{01} = 258\text{Hz}$) à la seconde fréquence transversale ($f_{02} = 570\text{Hz}$).

Le coefficient d'absorption de ces échantillons mesuré au tube de Kundt est comparé à celui de deux modèles numériques présenté sur la figure 2.23. Tous les résultats révèlent une forte augmentation du coefficient d'absorption due à la forme irrégulière du béton de chanvre en « fractale 8 ». Étant donné que le coefficient d'absorption d'un matériau poroacoustique dépend aussi dans une certaine mesure de son épaisseur, on pourrait penser que ce renforcement de l'absorption de l'échantillon irrégulier viendrait de certaines zones plus épaisses

(e_{pmax}) comme l'on peut le voir sur la figure 2.21. Pour éclaircir cette zone d'ombre qui pourrait biaiser la compréhension du phénomène, un échantillon plat d'épaisseur e_{pmax} a été étudié par le modèle. Le résultat de cette analyse est aussi présenté sur la même figure. Comme on peut le constater sur la figure, cette grande épaisseur n'a fait qu'améliorer la performance du matériau dans les basses fréquences mais donne un coefficient d'absorption qui est globalement plus bas que celui obtenu avec l'échantillon irrégulier.

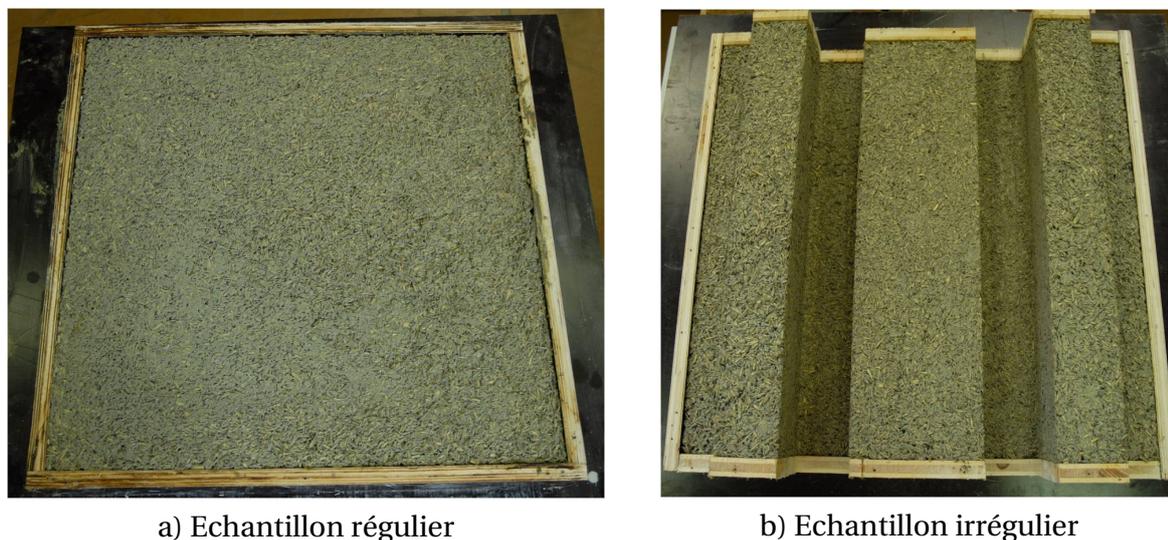


FIGURE 2.22 – Photographies des échantillons : Échantillon plat (a) et échantillon à géométrie irrégulière « fractale 8 » (b)

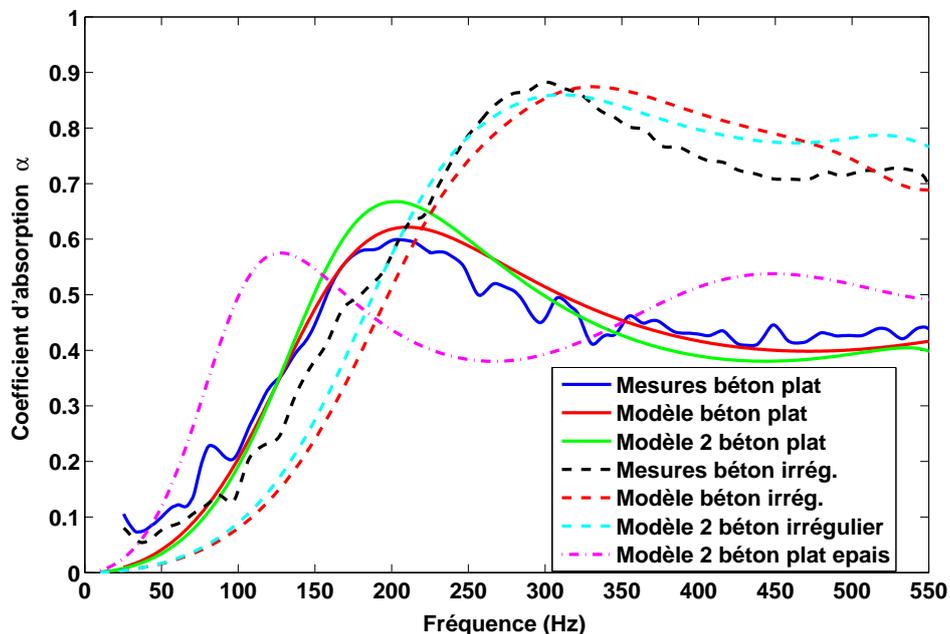


FIGURE 2.23 – Influence de l'irrégularité géométrique sur l'absorption acoustique des bétons de chanvre

Modélisations : Sur la figure 2.23, le coefficient d'absorption expérimental est comparé à deux modèles. Compte tenu du caractère irrégulier de l'échantillon « fractale 8 » deux modèles numériques ont été préférés pour déterminer théoriquement le coefficient d'absorp-

tion. Le premier modèle est un code éléments finis interne de l'ENTPE construit au Laboratoire Génie Civil et Bâtiment (LGCB). Basé sur la formulation (u,p) développée par Atalla [APSO01], ce modèle présente l'avantage de prendre directement en compte le couplage entre des cellules composées de matériaux poreux de nature différente ou d'air. Sur la figure du coefficient d'absorption, le résultat de ce code est simplement désigné par « modèle ».

Le second modèle nommé « modèle 2 » sur la figure 2.23 est un tube de Kundt numérique réalisé sous COMSOL®. Dans ce modèle une cavité guide d'onde de section carrée, représentant le tube est couplée à l'une de ses extrémités au matériau poroacoustique sous investigation. Le matériau poroacoustique est décrit par le modèle de fluide équivalent avec les paramètres du tableau 2.4. Ces paramètres ont été entièrement déterminés au LGCB grâce aux travaux de caractérisation du chanvre menés par Philippe Glé [Glé13]. Le tube de Kundt a les mêmes dimensions que le tube expérimental soit 5,5m de long et 60cm de côté. Il est rempli d'air et est excité à l'entrée par une source de pression (pression imposée). Le coefficient d'absorption du son est déterminé par la méthode à deux microphones dite méthode de Fonction de Transfert [ISO98, Sta90].

Nous tenons à préciser que le premier modèle est un modèle à quatre paramètres n'utilisant pas la longueur caractéristique thermique Λ' contrairement au second modèle dans lequel interviennent tous les cinq paramètres du tableau 2.4. C'est cette nuance qui expliquerait la différence qui existe dans le coefficient d'absorption de ces deux modèles sur la figure 2.23.

TABLE 2.4 – Paramètres acoustiques des échantillons de béton de chanvre

Echantillons	Porosité ϕ	$\sigma(N.m^{-4}s)$	α_∞	$\Lambda(\mu m)$	$\Lambda'(\mu m)$
Echantillon plat	0,51	20000	4,6	80	80
Echantillon irrégulier	0,54	15000	4,5	100	100

Discussion

Les résultats théoriques et expérimentaux du coefficient d'absorption du béton de chanvre montrent que l'interface irrégulière apporte une augmentation très significative d'absorption comparée à celle d'un échantillon plan. D'abord, il convient de rappeler que l'hypothèse de l'épaisseur est écartée par la courbe de l'échantillon d'épaisseur e_{pmax} qui ne justifie pas un tel renforcement. De même, les différences dans les paramètres acoustiques du tableau 2.4 pourraient semer le doute dans la tête des lecteurs mais Philippe Glé [Glé13] a déjà montré que ces différences n'apportent pas une différence notable dans le coefficient d'absorption. D'ailleurs, la courbe d'absorption de l'échantillon plat d'épaisseur e_{pmax} en est une preuve suffisante d'autant plus qu'elle a été calculée par les paramètres de l'échantillon irrégulier. Pour avoir une idée sur l'origine de ces différences dans les paramètres, il convient de rappeler brièvement le procédé de fabrication des échantillons. En effet, les échantillons étant réalisés par moulage, il a fallu concevoir un moule pour chaque forme. La pression de compactage est la même mais compte tenu de son irrégularité, toutes les zones du moule fractal n'ont pas été remplies de façon uniforme. Cette non uniformité locale a eu pour effet d'augmenter la porosité globale de l'échantillon et donc de réduire sa résistivité.

Une explication de ce renforcement d'absorption peut être envisagée par l'analyse de la représentation dans le plan complexe des nombres d'onde des modes des systèmes couplés des figures 2.19 et 2.24. Les nombres d'ondes présentés sur la figure 2.24 sont ceux des mêmes systèmes couplés de la figure 2.17 sauf qu'ici le matériau poroacoustique est du béton de chanvre. Sur la figure 2.24, on peut clairement distinguer les deux familles de modes du système couplé avec une interface plane évoquées un peu plus haut. La première famille

concerne les modes fortement localisés dans la cavité non dissipative avec une faible partie imaginaire et la seconde famille est celle des modes avec de fortes amplitudes dans le matériau poroacoustique (dissipative). C'est dans cette séparation de ces deux familles de modes que se trouve, en partie, l'explication du renforcement d'absorption apporté par l'échantillon irrégulier [FAFS07, FSFA09]. En effet, toute onde générée dans la région sans perte (cavité) y restera prépondérante et donc sera faiblement dissipée. De même, les modes dissipatifs situés dans le matériau poroacoustique seront faiblement couplés aux sources sonores se trouvant dans la cavité du fait de leurs très faibles amplitudes dans cette dernière. Avec une interface plane, les deux familles de modes ne favorisent pas une dissipation supplémentaire à cause de leur localisation exclusive dans l'un ou l'autre des deux domaines couplés comme le montrent les cartographies de la figure 2.25. Par ailleurs l'analyse d'un grand nombre des modes de ce système montre que la plupart de ceux qui ont un indice non nul dans les deux directions parallèles au plan du matériau sont difficilement couplés à ce dernier.

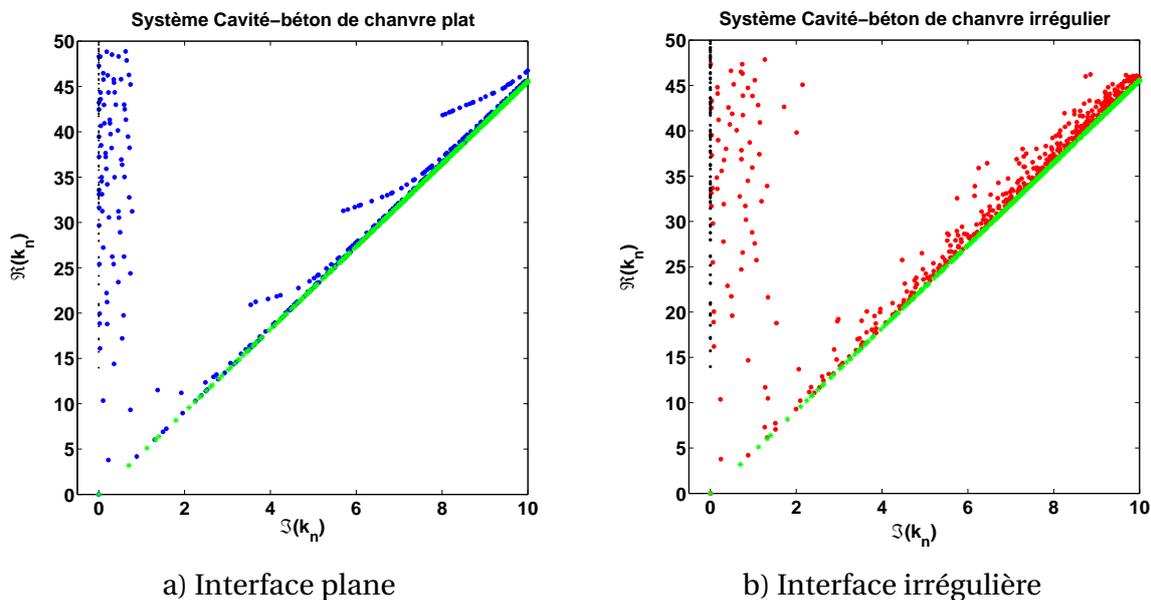


FIGURE 2.24 – Représentation dans le plan complexe des valeurs propres (nombres d'onde) des systèmes Cavité couplé au béton de chanvre

Sur le graphe b) de la figure 2.24, beaucoup de valeurs propres dans le plan complexe se sont éloignées des cas limites représentatifs de la cavité et du milieu poreux. C'est la conséquence d'un fort couplage entre les deux domaines. La cartographie des modes correspondant montre une distribution d'amplitude de part et d'autre de l'interface entre les deux domaines. De surcroît, émerge l'existence des modes particuliers localisés le long de la ligne de séparation des domaines (cf. la deuxième cartographie de la figure 2.26) que l'on appellera dans la suite « Modes à cheval ». C'est ce phénomène qui entraîne la dissipation supplémentaire observée avec le système à interface irrégulière en couplant les ondes générées dans la cavité au matériau dissipatif d'une part et réciproquement en couplant les modes dissipatifs de ce dernier aux sources acoustiques du milieu isentropique. Ceci permet d'avoir un bon amortissement de rayonnement dans le matériau [KFS12]. Pour tirer au maximum profit de ce phénomène, l'idéal serait de créer une irrégularité qui induise le maximum des modes couplés ou « modes à cheval ». Ceci exige d'optimiser la géométrie irrégulière en fonction du problème à résoudre.

Pour déterminer la distribution d'amplitude d'un mode de part et d'autre de l'interface, les auteurs de [FSFA09] ont défini un indicateur noté η_n qu'ils désignent sous le nom de « Ca-

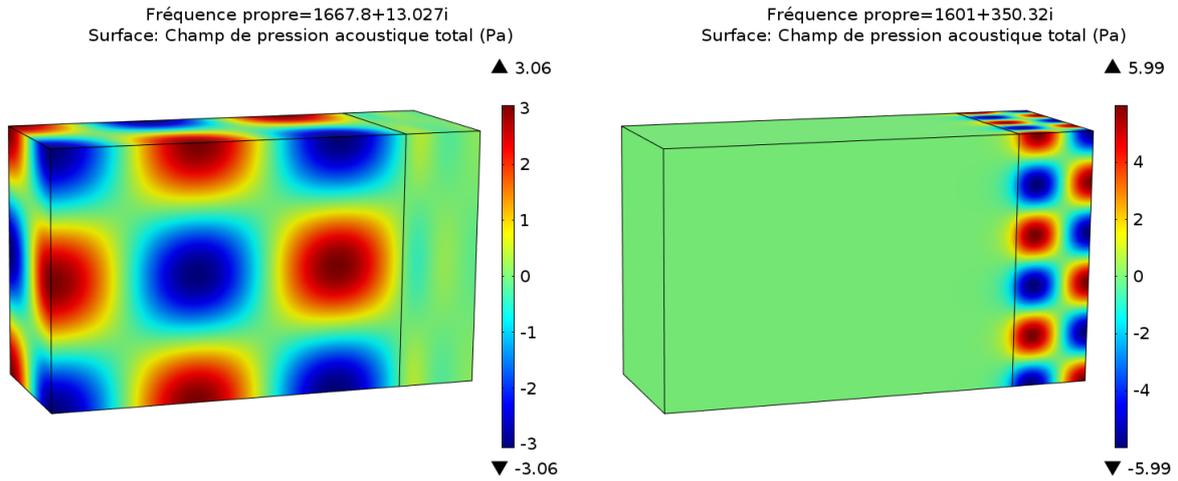


FIGURE 2.25 – Cartographie de deux modes localisés exclusivement dans l'un des domaines du système couplé par une interface plane

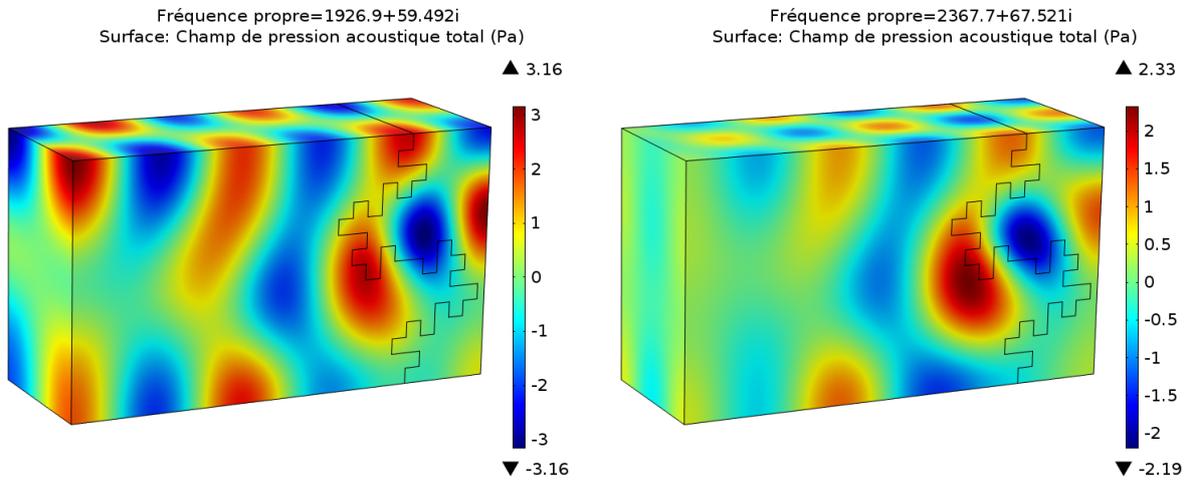


FIGURE 2.26 – Cartographie des modes couplés

ractère à cheval » qu'on peut aussi qualifier de facteur de couplage entre les deux domaines du système. Bien qu'étant défini pour un domaine $2D$ il est généralisé pour un volume et est donné par l'expression (2.22) :

$$\eta_n = \frac{V_n^{\Omega_0} V_n^{\Omega_d}}{V_{nsyst}} \quad (2.22)$$

Avec :

$$V_n^{\Omega_0} = V_n^2 \iiint_{\Omega_0} |\phi_n(\mathbf{x})|^4 dV \quad (2.23)$$

$$V_n^{\Omega_d} = V_n^2 \iiint_{\Omega_d} |\phi_n(\mathbf{x})|^4 dV \quad (2.24)$$

V_n est le volume d'existence introduit précédemment et calculé ici pour tout le système en le considérant comme une entité. Sachant que les modes étant normalisés, son expres-

sion est rappelée par l'équation (2.25) :

$$V_n = \left[\iiint_{\Omega} |\phi_n(\mathbf{x})|^4 dV \right]^{-1}. \quad (2.25)$$

Enfin la quantité V_{nsyst} s'exprime par :

$$V_{nsyst} = V_n^{\Omega_0} + V_n^{\Omega_d}$$

Par une analyse minutieuse, l'on peut remarquer que l'indicateur η_n serait dans l'absolu égal à 0 si le mode considéré est exclusivement localisé dans la cavité ou dans le matériau absorbant. La figure 2.27 donne un exemple de ce facteur pour les deux systèmes étudiés plus haut avec pour matériau le béton de chanvre. Cette figure confirme le fort couplage du système à interface irrégulière comparé au système régulier.

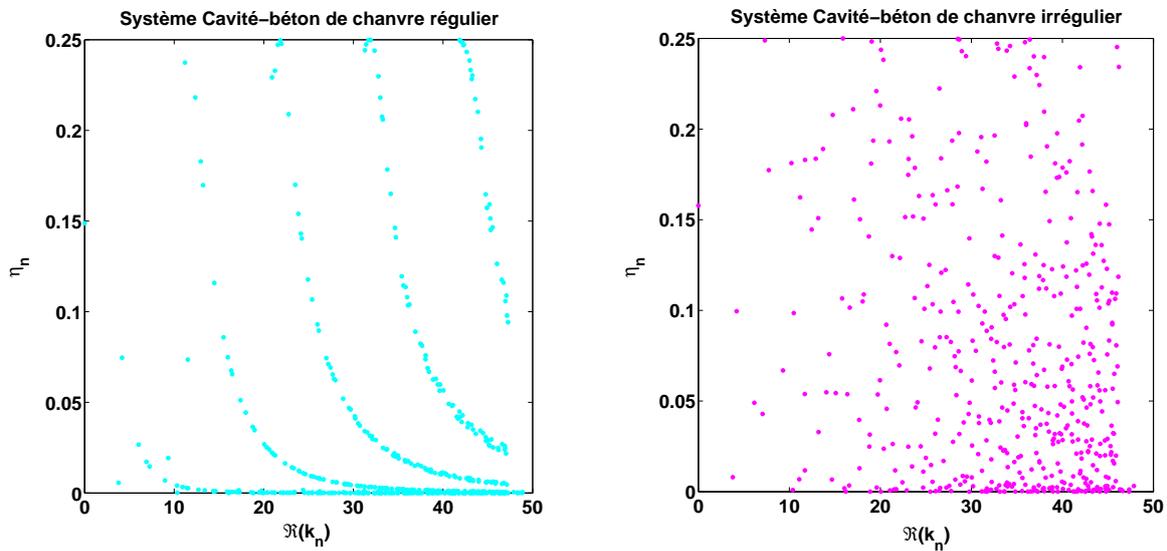


FIGURE 2.27 – Facteur de couplage des deux systèmes précédents

Type de matériau poroacoustique

Une autre ambiguïté à lever reste le type de matériau absorbant utilisé dans le système couplé. L'analyse précédente est faite avec le béton de chanvre dont les paramètres acoustiques sont bien définis et récapitulés dans le tableau 2.4. Toutefois, on tient à noter que d'autres matériaux ont été testés et ont donné des résultats qui conduisent à la même conclusion pour ce qui est de l'influence de l'irrégularité géométrique sur la performance dissipative d'un matériau absorbant. La seule différence est l'étendue de l'absorption supplémentaire apportée par l'irrégularité qui dépend du matériau. La figure 2.28 montre le coefficient d'absorption de trois échantillons de la mousse U150 dont les paramètres acoustiques sont donnés en légende. La mousse U150 est une mousse recyclée [Ami08]. Le modèle de propagation utilisé pour déterminer ces courbes d'absorption est celui de fluide équivalent de Johnson-Champoux-allard [CA91, AA09]. L'augmentation de la dissipation induite par l'irrégularité est légèrement inférieure à celle du béton de chanvre. L'augmentation est d'environ 30%) pour la mousse U150 et va jusqu'à 50% à certaine fréquence pour le béton de chanvre.

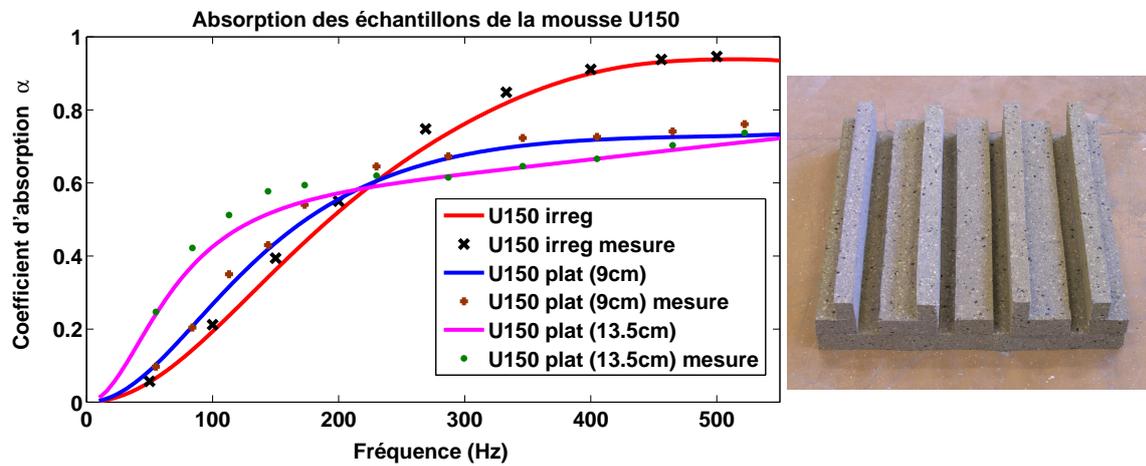


FIGURE 2.28 – Coefficient d'absorption de la mousse U150 : $\phi = 0.9$, $\alpha_{\infty} = 1.2$,
 $\sigma = 30000 N \cdot s \cdot m^{-4}$, $\Lambda = 28 \cdot 10^{-6} m$, $\Lambda' = 97,6 \cdot 10^{-6} m$

2.3 Esthétique et Acoustique

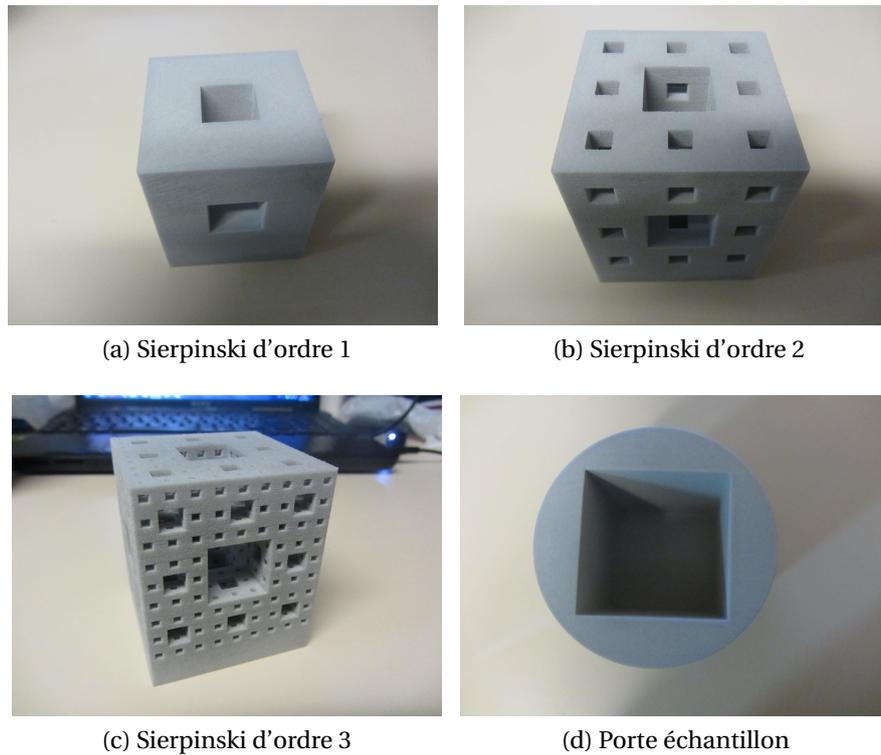


FIGURE 2.29 – photographies des éponges de Sierpinski réalisées à l'imprimante 3D : Trois échantillons et un porte-échantillon

Certaines formes géométriques et particulièrement les fractales sont d'une « beauté remarquable » et constituent donc des objets d'art d'une grande attractivité. Réalisées sur les parois (internes ou externes) des bâtiments, ces formes particulières pourront leur donner une valeur ajoutée artistique incontestable [BB96]. En plus de cet aspect, le phénomène de localisation présenté ci-dessus fait naître un autre intérêt à ces formes fractales pour des applications acoustiques surtout de contrôle du bruit. L'objectif est de « joindre l'agréable à l'utile » puisque les architectes sont souvent plus soucieux de l'esthétique dans les bâtiments. Pour ce faire, une étude expérimentale et théorique a été réalisée sur les éponges de Sierpinski appelées aussi éponges de Menger [Sch07] pour en déterminer le coefficient d'absorption. Les trois premières itérations de ces éponges réalisées dans un cube initial de 8cm à l'aide d'une imprimante 3D sont présentées dans la figure 2.29. Un porte-échantillon de forme cylindrique est réalisé pour recevoir l'échantillon et être ensuite introduit dans le tube de Kundt de diamètre 100mm pour la mesure de l'absorption. La production de ces échantillons a été réalisée par frittage de la poudre PA par la compagnie [VOLUME-e 3DComplexProduction](#).

Le coefficient d'absorption mesuré est comparé à celui de deux modèles différents. Ces résultats sont présentés sur la figure 2.31 pour l'éponge de la deuxième itération. Le premier est le modèle visco-thermique complet (modèle FLNS noté ici VT) et le second est le modèle approché présenté dans le chapitre précédent et qui consiste à estimer le coefficient d'absorption à partir du taux d'amortissement d'énergie calculé à partir des champs acoustiques isentropiques, solution de l'équation de Helmholtz. La grande difficulté dans cette étude a longtemps été la compréhension de l'écart de plus de 50% constaté entre le résultat expérimental et les modèles théoriques (cf. courbes bleue et violette de la figure 2.30). Toutefois

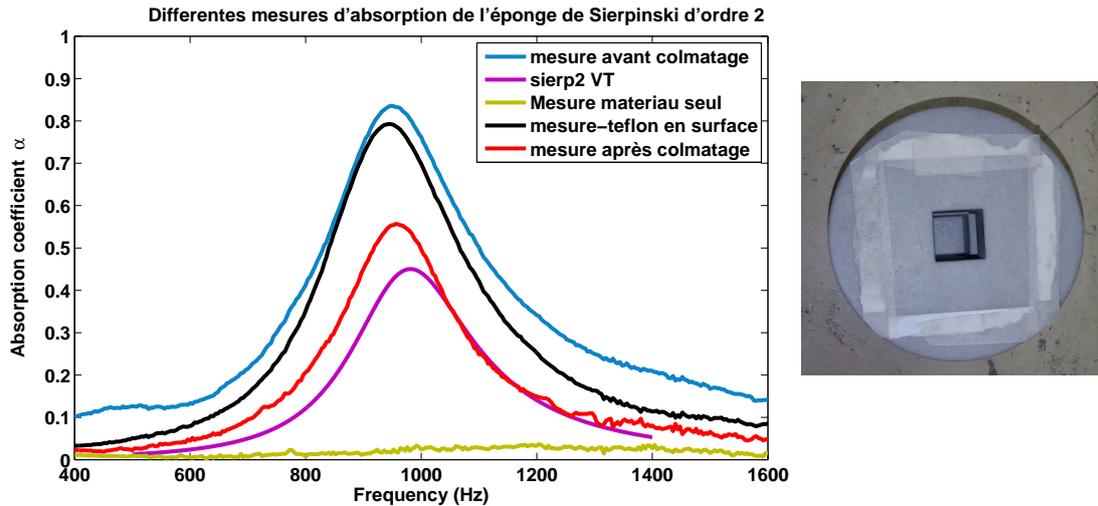


FIGURE 2.30 – Résultats des différentes étapes de diagnostic de l'écart entre la mesure et la théorie du coefficient d'absorption de l'éponge de Menger d'ordre 2

nous avons pu cerner le problème à l'origine de cette aberration grâce à une démarche par élimination dont les résultats principaux sont regroupés sur la figure 2.30. La première action effectuée a été d'analyser le comportement du matériau dont ont été réalisés les échantillons en mesurant son coefficient d'absorption. Cette mesure a donné juste une absorption résiduelle (cf. courbe verte) de même que celle qui est souvent obtenue des tubes de Kundt sans matériau. Cette opération nous a permis de nous assurer que le matériau n'est pas poreux ni absorbant. Par ailleurs, faisant l'hypothèse d'une fuite de l'air incident via le très faible jeu entre le porte échantillon et l'échantillon, nous en avons fermé l'entrée avec un ruban adhésif (cf. la photo de la figure 2.30) avant de mesurer le coefficient d'absorption. Cette action a conduit à une petite réduction du coefficient d'absorption expérimental (cf. courbe noire) et a été déterminant dans la compréhension du problème. En effet, étant donné que les trous réalisés dans l'éponge sont débouchants sur presque tous les côtés, ils ont favorisé une circulation interne d'air entre l'échantillon et le porte échantillon. Cette circulation est de surcroît renforcée par la résonance, donnant ainsi lieu à augmentation de la dissipation viscothermique. Pour remédier à ce problème, nous avons choisi de colmater le jeu entre le porte-échantillon et l'échantillon en y insérant (très difficilement) des morceaux de papier fin comme le montre la seconde photo de la figure 2.32. En effet, sans le bouchage de ce jeu, l'écart entre la théorie et la mesure dépasse 50% et c'est le colmatage qui a permis d'obtenir l'écart raisonnable que l'on observe sur la figure 2.31. La différence qui est observée provient du fait que le colmatage n'a pas été total pour des raisons pratiques, ce qui laisserait toujours exister une circulation d'air de moindre importance entre le porte-échantillon et son contenu.

Le coefficient d'absorption de l'éponge de Menger de deuxième itération est présenté parce que c'est la configuration qui assure au mieux le compromis pic et largeur de bande de l'absorption. L'information importante qui peut être donnée par cette étude est que cette forme qui est très esthétique et donc agréable pour le plaisir des yeux, peut servir aussi pour « protéger les oreilles » des bruits susceptibles de les abîmer sans avoir besoin d'un traitement spécial à base de matériaux absorbants. Les dimensions des motifs utilisés ici sont quelque peu imposées par le système de mesure mais peuvent être optimisées et variées dans une sorte de réseau de façon à amplifier les mécanismes de dissipation et leur

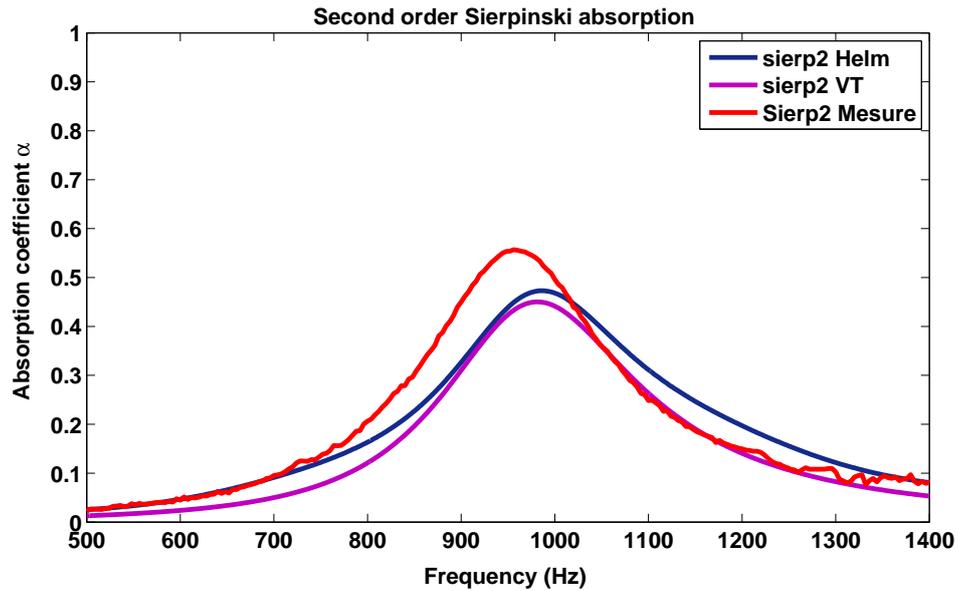


FIGURE 2.31 – Coefficient d’absorption de l’éponge de Menger de seconde itération

gamme fréquentielle d’efficacité. De tels systèmes peuvent être une solution efficace aux problèmes de gêne sonore dans les espaces clos dont les parois sont appelées à assumer d’autres rôles fonctionnels incompatibles avec l’utilisation des matériaux poroacoustiques absorbants. C’est clairement le cas avec les parois qui doivent servir d’échangeurs thermiques entre différents milieux comme les dalles actives en plein développement de nos jours et avec lesquelles on ne peut pas utiliser les faux-plafonds acoustiques absorbants. Cette application pourra faire l’objet d’études intéressantes dans le futur.



FIGURE 2.32 – Échantillons dans le porte-échantillon : la photo de droite montre l’utilisation des morceaux de papiers pour combler les jeux entre l’échantillon et son contenant

Conclusion

Ce chapitre traite du phénomène de la localisation et de l'influence des irrégularités géométriques sur l'amortissement d'ondes acoustiques. Il ressort de cette étude quelques points clés : D'abord, il faut noter que le phénomène de la localisation des modes vibratoires est une conséquence directe des irrégularités géométriques présentant des résonances caractéristiques. De même les irrégularités géométriques augmentent la densité modale des cavités acoustiques. En effet, pour deux cavités de même volume, on dénombre plus de modes acoustiques avec la cavité irrégulière qu'avec la cavité régulière dans une même gamme fréquentielle. Cette tendance est confirmée pour des cavités irrégulières avec des degrés d'irrégularité différents.

Les géométries irrégulières peuvent, à travers le phénomène de la localisation, induire une dissipation de l'énergie acoustique incidente pourvu que les dimensions de ces irrégularités soient favorables aux mécanismes de pertes thermo-visqueux. Ceci implique qu'il n'existe pas un lien quantitatif direct entre l'indicateur de la localisation (Volume d'existence relatif) et la dissipation induite. Toutefois, nous avons montré que, comparées aux cavités régulières de même volume, les cavités irrégulières dissipent mieux. Par ailleurs les irrégularités géométriques permettent aussi de renforcer les performances dissipatives des matériaux faiblement absorbants. Une validation expérimentale a été réalisée avec un béton de chanvre et une mousse poreuse U150 qui sont des absorbants de qualité moyenne. L'irrégularité de surface a permis de doubler le coefficient d'absorption du son de ces matériaux sur une large gamme fréquentielle surtout dans les basses fréquences.

Le phénomène de la localisation semble faire de certaines formes fractales (éponges de Menger, ...) une solution alternative et double pour le contrôle du bruit dans le bâtiment et pour des fins architecturales. Une personnalisation et une optimisation sont toutefois requises pour adapter la solution à chaque problème spécifiquement.

Chapitre 3

Développements expérimentaux adaptés : La réfracto-vibrométrie en acoustique

L'une des grandes difficultés jusque là rencontrées dans l'étude du phénomène de localisation reste sa mise en évidence expérimentale. En effet, phénomène caractéristique des irrégularités géométriques, la localisation est souvent traitée avec des cavités dont les irrégularités sont des sous-cavités de petites dimensions. Or, comme toute autre onde, l'onde acoustique peut être sujette à plein de phénomènes tels la diffraction, la réflexion, etc lors de sa propagation. A cause de ces situations, l'utilisation des moyens techniques standards de mesure de pression en l'occurrence les microphones se révèle inappropriée pour l'analyse expérimentale du phénomène de localisation. Le principal inconvénient de l'utilisation des microphones dans les cavités irrégulières est l'encombrement des régions de petites dimensions, pourtant concernées par le phénomène. En d'autres termes, l'intrusion dans les zones de localisation, des instruments de mesure qui sont de dimensions comparables à celles de ces dernières induirait des phénomènes qui biaiserait, voire fausseraient l'analyse du problème initial qui est la localisation. Pourtant, l'insertion de microphones dans ces régions réduites s'avère d'autant plus nécessaire que les modes qui s'y développent sont très localisés et nécessitent une proximité avec le capteur pour être acquis. Par ailleurs, même les microphones placés en parois ne permettent pas de mettre en évidence les modes localisés. L'un des défis de cette thèse est de répondre à cette problématique en proposant un moyen de mesure qui ne soit pas si perturbateur. C'est ce à quoi est dédié ce chapitre. Pour s'affranchir des problèmes liés à l'intrusion des moyens de mesure de pression classiques afin de mieux appréhender le phénomène de la localisation, nous avons choisi et développé une technique non intrusive et innovante pour évaluer le champ de pression : la **Réfractovibrométrie**. Ce chapitre sera divisé en quatre parties qui sont respectivement :

1. *Réfracto-vibrométrie ou mesure de pression acoustique par Vibrométrie laser à effet Doppler* : dans cette partie, sera présentée une nouvelle technique de mesure de pression acoustique par un outil optique de mesure de vitesse d'une surface vibrante.
2. *Validation*. Dans la seconde partie, la technique de mesure introduite précédemment sera validée au moyen d'un exemple donnant le lien entre la vitesse mesurée et la pression correspondante.
3. *Résultats expérimentaux de l'analyse du phénomène de localisation* : cette partie sera dédiée à l'utilisation de la réfracto-vibrométrie pour la mise en évidence expérimentale du phénomène de localisation par la mesure de pression dans des cavités régulières et irrégulières.

-
4. *Mesure du coefficient d'absorption des matériaux acoustiques par décomposition modale dans un guide d'onde.* Dans la dernière partie, une méthode de mesure du coefficient d'absorption des matériaux dans un guide d'onde, repoussant les limites des méthodes habituelles liées à la fréquence de coupure du guide d'onde sera proposée.

3.1 Réfracto-vibrométrie ou mesure de pression acoustique par Vibrométrie laser à effet Doppler

Les dernières décennies de notre ère sont marquées par un fulgurant développement technique. Les principaux développements concernent les systèmes de traitement de données et de calculs tels que les ordinateurs, les capteurs optiques comme le capteur CCD (Charge-Coupled Device), les sources lumineuses puissantes (lasers), etc. Cette percée technique a permis, à son tour de développer de nombreuses techniques optiques de mesure initialement utilisées en mécanique générale (de structure) mais dont l'utilisation s'étend de plus en plus dans les différentes ramifications de la mécanique telles que la biomécanique ou l'acoustique. Parmi les premières techniques optiques, il y a l'interférométrie holographique [Kre96, SMI98], l'interférométrie speckle [SMI01, Ras00] le PIV (Particle Image Velocimetry) [RWK⁺13, AW11] et plus tard la Vibrométrie Laser par effet Doppler [CRT98]. Ces techniques permettent de reconstruire la forme ou l'état de surface des objets réfléchissants, lorsqu'ils sont convenablement éclairés. Elles sont en ce sens souvent utilisées pour détecter les déformations des objets et surtout leurs vibrations. Dans la suite de ce chapitre nous allons nous intéresser à la technique de vibrométrie laser par effet Doppler dont nous présenterons en premier lieu le principe de fonctionnement et les conditions d'utilisation pour mesurer la pression acoustique.

3.1.1 Vibromètre Laser à effet Doppler : principe

Le vibromètre laser est un outil de mesure optique de vibration basé sur le phénomène de l'effet Doppler et employant le principe de l'interférométrie. C'est un moyen largement utilisé pour la mesure des phénomènes vibratoires à cause de ses grandes performances comparativement à d'autres moyens de mesure vibratoire. Le premier avantage du vibromètre Laser à effet Doppler, en anglais « Laser Doppler Vibrometer (LDV) » est, comme les autres moyens optiques, d'être une technique de mesure sans contact, ce qui permet de s'affranchir du problème récurrent de masse ajoutée que l'on peut avoir avec des outils comme les accéléromètres. En plus, avec sa version à balayage, en anglais Scanning Laser Doppler Vibrometer (SLDV), le vibromètre permet d'inspecter de large surfaces donnant ainsi avec précision le champ vibratoire total d'un objet sous investigation. Enfin le vibromètre laser opère avec une haute résolution spatiale, en un temps réduit et est doté de performances métrologiques élevées telles que sa bande fréquentielle qui peut atteindre 200kHz , une gamme de vitesse pouvant dépasser $\pm 10\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ avec une résolution d'environ 8nm pour le déplacement et de $0.5\mu\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ en vitesse [CRT98].

3.1.1.1 Effet Doppler

Le premier principe utilisé dans le vibromètre laser est l'effet Doppler. L'effet Doppler désigne le phénomène physique se manifestant par le décalage de fréquence d'une onde acoustique ou électromagnétique entre la mesure à l'émission et la mesure à la réception lorsque la distance entre l'émetteur et le récepteur varie au cours du temps. En effet, lorsqu'une onde de fréquence f_e est émise par une source mobile elle sera reçue par un observateur immobile placé en un point donné avec une fréquence f_r différente de f_e . Le décalage fréquentiel ou le glissement de fréquence entre les deux points dépend de la vitesse de la source mobile. Dans le fonctionnement du vibromètre, un rayon laser monochromatique est envoyé sur la surface à analyser. Il est ensuite renvoyé par cette dernière vers le vibromètre. Si la surface vibre, le vibromètre reçoit le rayon réfléchi avec une fréquence différente

de celle du rayon émis. Si la surface vibre avec une vitesse v alors le glissement Δf entre les deux fréquences est donné en fonction de cette vitesse par la relation (3.1)

$$\Delta f = f_r - f_e = \pm 2 \frac{v}{\lambda} \quad (3.1)$$

λ correspond à la longueur d'onde de l'onde émise. Afin de capter et extraire ce décalage fréquentiel et donc la vitesse vibratoire de l'objet étudié le vibromètre fait appel aux lois d'interférences exploitables expérimentalement.

3.1.1.2 Interférométrie

Dans l'étude des phénomènes ondulatoires, on parle d'*interférences* lorsque deux ondes cohérentes se rencontrent et interagissent. Les interférences apparaissent souvent avec les ondes lumineuses mais aussi avec les autres ondes électromagnétiques sans oublier les ondes sonores. Pour mesurer ou visualiser les interférences on utilise des appareils appelés interféromètres dont le principe de fonctionnement est appelé *interférométrie*. Ainsi, lorsque deux ondes lumineuses par exemple d'intensités respectives I_1 et I_2 interfèrent, il en résulte une onde dont l'intensité totale I [HvWBA15] est donnée par l'équation (3.2).

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi) \quad (3.2)$$

L'équation (3.2) montre que l'intensité lumineuse résultant de l'interférence de deux ondes cohérentes n'est pas seulement égale à la somme de leurs intensités respectives mais vaut cette dernière modulée par un terme souvent appelé terme d'interférence ($2\sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\phi)$). C'est la quantité $\Delta\phi$ contenue dans ce terme qui porte l'information caractéristique des interférences. Elle traduit la différence de phase entre les deux ondes qui interfèrent et est proportionnelle à la différence entre leurs chemins optiques l_{op1} et l_{op2} (3.3) [Wik15b, Wik15a].

$$\Delta\phi = \frac{2\pi}{\lambda} (l_{op1} - l_{op2}) \quad (3.3)$$

L'intensité totale issue de l'interférence varie en fonction de la différence de phase entre les deux ondes. Si nous supposons que les deux ondes interférentes ont la même intensité I_0 alors, l'expression (3.2) se réduit sous la forme (3.4). Suivant les valeurs prises par le déphasage entre les deux ondes, cette expression traduira soit une atténuation de l'intensité des deux ondes soit son amplification avec une intensité résultante qui peut varier d'une valeur nulle au double de la somme des deux intensités. On parle soit d'une interférence destructive, soit d'une interférence constructive. Si un photodétecteur est placé dans la zone d'interférence, il en donnera une cartographie avec des franges fortement éclairées correspondant aux interférences constructives et des franges faiblement éclairées voire sombres correspondant aux interférences destructives.

$$I = 2I_0 + 2I_0 \cos(\Delta\phi) \quad (3.4)$$

Pour accéder au décalage de fréquence et donc à la vitesse d'un objet en mouvement, les vibromètres laser à effet Doppler sont construits autour d'un interféromètre. L'interféromètre utilisé dans le vibromètre est celui dit de Mach-Zender, schématisé sur la figure 3.1. Il est essentiellement constitué d'une source lumineuse monochromatique en occurrence le laser à l'hélium et au néon, des diviseurs d'onde, en anglais « beam splitter (BS) », d'un modulateur de fréquence (cellule de Bragg) et d'un détecteur optique. Lorsque la source émet un rayon lumineux de fréquence f_L , ce dernier est divisé par le diviseur d'onde BS1 en deux rayons de même fréquence : un rayon de référence qui passera dans la cellule de Bragg via

le miroir pour être modulé en fréquence et un rayon de mesure qui sera envoyé sur l'objet sous investigation. Le faisceau de mesure sera réfléchi par l'objet puis dirigé par le diviseur d'onde BS2 vers le diviseur BS3 où il pourra interférer avec le faisceau de référence modulé. Le résultat de l'interférence, enregistré sur un détecteur optique, sera finalement soumis à un traitement électronique pour donner la vitesse vibratoire de l'objet. Le modulateur acousto-optique (cellule de Bragg) permet au système de non seulement détecter le mouvement de l'objet de mesure mais aussi de donner une indication sur son sens (mouvement vers l'avant ou vers l'arrière).

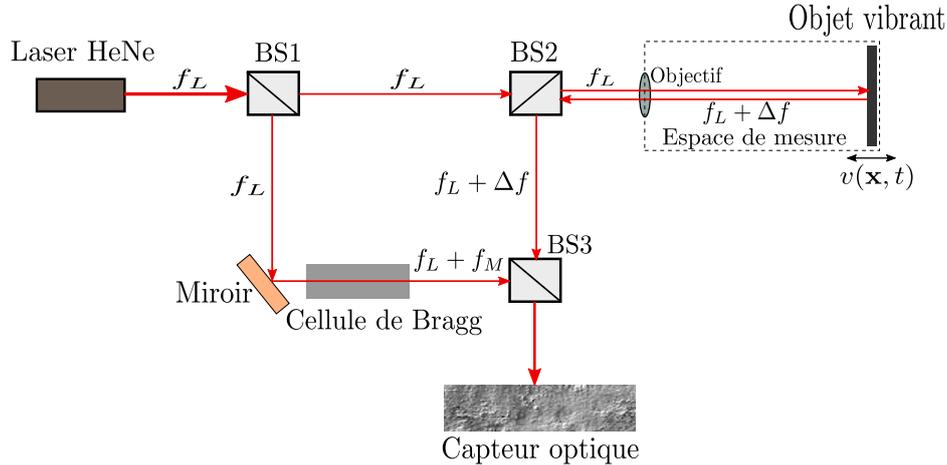


FIGURE 3.1 – Schéma synoptique de l'interféromètre de Mach-Zender

Le déphasage ou le décalage fréquentiel entre les deux ondes qui interfèrent après le diviseur BS3 correspond à la différence des chemins optiques des deux ondes. La fréquence de l'onde de référence reste constante après la modulation car cette dernière ne consiste qu'en l'ajout d'une fréquence de modulation f_M constante alors s'il y a décalage fréquentiel, il ne proviendrait que de l'objet. Cela implique que le chemin optique du faisceau de référence est lui aussi constant. Ainsi, si l'objet est complètement immobile, le chemin optique de l'onde réfléchi sera également constant et le déphasage entre les deux ondes sera le même dans le temps ; cette constance de phase entre les deux ondes se traduira par une interférence de même intensité dans le temps et dans l'espace. Un détecteur optique placé dans le champ d'une telle interférence donnera une cartographie de couleur identique. En revanche, si l'objet vibre, le chemin optique de l'onde réfléchie $l_{op}(t)$ sera variable dans le temps en chaque point de réflexion et on obtiendra une cartographie avec franges claires et des franges sombres. Il convient de noter que l'interféromètre (et donc le vibromètre) mesure plutôt le chemin optique $l_{op}(t)$ et non le chemin géométrique L . En effet lorsqu'une onde lumineuse se déplace d'un point A à un autre point B séparés par une distance géométrique L alors il parcourt un chemin optique l_{op} donné par la relation (3.5).

$$l_{op} = \int_{AB} n dL = \int_L n dL \quad (3.5)$$

n est l'indice de réfraction du milieu traversé par l'onde optique. Si l'indice de réfraction est constant ($n = n_0$) alors l'équation (3.5) se réduit au produit comme c'est le cas dans l'air au repos dont l'indice de réfraction est voisin de l'unité donnant ainsi un chemin optique égal au chemin géométrique ($l_{op} = L$). Autrement, lorsqu'il est variable dans le temps alors l'indice de réfraction peut être composé d'une partie moyenne n_0 et d'une partie variable dans le temps $\Delta n(t)$ (3.6), ce qui donnerait un chemin optique variable donné par (3.7).

$$n(t) = n_0 + \Delta n(t) \quad (3.6)$$

et

$$l_{op} = \int_L n dL = n_0 L + \int_L \Delta n(t) dL \quad (3.7)$$

3.1.1.3 Principe de mesure du vibromètre à effet Doppler

Le déphasage entre les ondes lumineuses (3.3) ou le glissement de fréquence (3.1) détecté par l'interféromètre est proportionnel à la variation du chemin optique (3.5), (3.7) dans le temps. Ainsi la vitesse mesurée par le vibromètre correspond à la dérivée temporelle du chemin optique (3.8).

$$v = \frac{dl_{op}(\mathbf{x}, t)}{dt} = n_0 \frac{dL}{dt} + \int_L \frac{d\Delta n(t)}{dt} dL = v_g + v_a \quad (3.8)$$

v_g est la vitesse géométrique correspondant aux variations du chemin géométrique dans le temps. C'est exactement le cas lorsqu'une structure vibre dans l'air avec un indice de réfraction constant ou soumis à des variations de très faibles amplitudes. v_a représente en revanche la contribution à la vitesse mesurée due aux variations de l'indice de réfraction donc aux vibrations acoustiques du milieu de propagation du rayon lumineux. Lorsque la structure réfléchissante est soumise à des vibrations alors la contribution acoustique est souvent très faible et négligeable devant la composante géométrique de la vitesse mesurée. C'est cette hypothèse qui est couramment employée dans l'utilisation du vibromètre laser à effet Doppler qui est depuis longtemps considéré comme un outil de mesure des vibrations de structures (3.9).

$$v \simeq v_g \quad (3.9)$$

Cette simplification justifie le fait que le vibromètre est presque exclusivement utilisé pour la mesure des vibrations. D'ailleurs, il est considéré de nos jours comme l'un des moyens les plus robustes et les plus performants pour la mesure des vibrations de structures malgré son prix élevé qui constitue son principal inconvénient. Il est même utilisé dans le domaine de la biomécanique où le vibromètre a permis par exemple de caractériser les différentes activités des muscles faciaux [TORP13]. En plus des vibrations, nous allons montrer dans la suite que le vibromètre laser à effet Doppler peut être utilisé même pour la mesure des grandeurs acoustiques telles que la pression, à condition que le dispositif respecte un certain nombre de conditions.

3.1.2 Principe de mesure de pression acoustique : la réfractovibrométrie

L'équation (3.8) montre clairement que la vitesse donnée par un vibromètre laser à effet Doppler, d'une surface réfléchissante ne correspond pas seulement, en toute rigueur, aux mouvements de cette dernière ; elle prend en compte les effets dus aux fluctuations de pression. Seulement ces effets sont très faibles pour influencer le résultat d'une mesure lorsque la composante géométrique est non nulle. Toutefois, lorsque certaines conditions sont réunies, le vibromètre peut permettre de distinguer et ne mesurer que la contribution acoustique comme nous allons le voir dans les paragraphes suivants.

3.1.2.1 Conditions d'utilisation

Zisper [ZL01] est l'un des premiers à proposer des hypothèses et des conditions à respecter afin de pouvoir utiliser le vibromètre laser pour mesurer la pression acoustique. La première condition peut être déduite de l'équation de la vitesse totale mesurée par l'équipement (3.8). En raison du fait que la contribution géométrique de cette vitesse domine toujours la contribution acoustique, la première condition nécessaire pour mesurer cette dernière est d'annuler la vitesse structurale. Pour assurer cette condition, il va falloir une surface réfléchissante rigide et immobile. En plus, le milieu traversé par le rayon lumineux doit être transparent à ce dernier.

3.1.2.2 Mesure de la pression acoustique

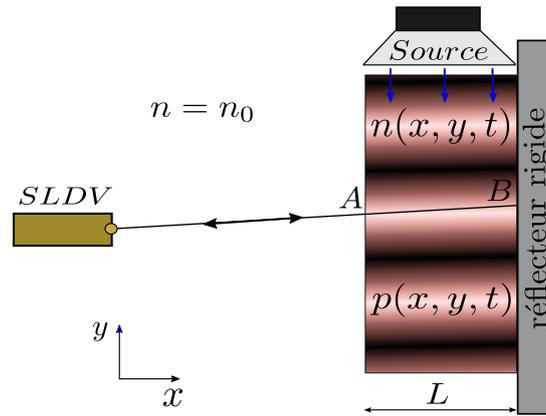


FIGURE 3.2 – Mesure de pression acoustique par réfractovibrométrie

Le principe de mesure de la pression acoustique par le vibromètre laser est schématisé par la figure 3.2. Lorsque le milieu transparent (air) traversé par le rayon lumineux d'un vibromètre laser est soumis à une onde acoustique, celle-ci induit une variation de l'indice de réfraction du milieu. Si le réflecteur est strictement rigide et immobile, le vibromètre mesure tout de même, en raison de la pression acoustique, un déplacement et une vitesse comme s'il y avait un mouvement du réflecteur. Cette vitesse peut être considérée à première vue comme correspondant à un mouvement virtuel de la structure; en réalité, elle n'est rien d'autre que la composante acoustique de l'équation (3.8), soit $v = v_a$. On montre [MZ04], d'après l'équation (3.8), que la vitesse mesurée est liée à l'indice de réfraction par l'Eq. (3.10).

$$v(x, y, t) = v_a = \int_L \dot{n}(x, y, t) dx \quad (3.10)$$

Pour une onde plane comme celle représentée sur la figure 3.2, $\dot{n}(x, y, t)$ est constante suivant la direction du laser (x) et l'intégrale de l'Eq. (3.10) se ramène à la forme réduite donnée par l'équation (3.11).

$$v(x, y, t) = \dot{n}(x, y, t)L \quad (3.11)$$

Par application de l'équation dite de Gladstone ($n = 1 + \kappa_g \rho$) [Duf85] liant l'indice de réfraction à la masse volumique ρ et de la relation acoustique adiabatique liant cette dernière à la pression ($p = c^2 \rho$), nous pouvons montrer que la vitesse mesurée peut être exprimée en fonction de la pression correspondante grâce à l'Eq. (3.12).

$$v(x, y, t) = K \dot{p}(x, y, t)L \quad (3.12)$$

κ_g est la constante de Gladstone tandis que K est une constante dépendant de cette dernière et du type de lumière. Pour le laser rouge à l'hélium-néon de longueur d'onde $\lambda = 632\text{nm}$, K vaut $2.8 \cdot 10^{-9}$.

Si enfin, on considère un régime harmonique tel que $v = Ve^{-j\omega t}$ et $p = Pe^{-j\omega t}$, on peut déterminer une fonction de transfert H entre la vitesse donnée par le vibromètre et la pression correspondante par l'équation (3.13).

$$H = \frac{V}{P} = -jL\omega K \quad (3.13)$$

A l'aide de cette fonction de transfert, on peut reconstruire le champ de pression d'un milieu à partir de la vitesse virtuelle d'un réflecteur immobile mesurée par le vibromètre. Nous allons nous servir de ce principe et de cette relation pour mesurer la pression et mener une caractérisation acoustique de certaines cavités. On rappelle que l'un des objectifs principaux de cette thèse est de mettre en évidence expérimentalement le phénomène de localisation en évitant les problèmes de déplacement rencontrés dans des géométries complexes et/ou de perturbation du champ liés à l'utilisation de microphones.

3.2 Validation

3.2.1 Dispositif expérimental



(a) Tête du vibromètre et Cavité



(b) Cavité, excitation et microphone

FIGURE 3.3 – Dispositif expérimental de validation

Nous avons employé la technique de mesure de pression par le vibromètre décrite précédemment pour mesurer et visualiser le champ de pression dans quelques cavités excitées par une source acoustique. Toutefois, avant de l'intégrer dans notre étude, nous avons jugé raisonnable de valider la technique par un cas test simple consistant à ponctuellement mesurer la pression acoustique d'une cavité régulière à parois rigides et excitée par une source sonore. Pour cela, nous avons utilisé un dispositif expérimental (cf. figure 3.3) composé d'un vibromètre laser à balayage PSV400 commercialisé par Polytec ©, d'un haut-parleur (chambre de compression) de marque BOUYER (type ZR409a, N° 18062912, 25W, $Z = 16\Omega$) et d'un microphone 1/4 de pouce G.R.A.S, type 40PQ et de sensibilité $11.5\text{mV}/\text{Pa}$ à 250Hz .

3.2.2 Courbes de validation

Pour valider la technique de mesure de pression, une comparaison entre la fonction transfert expérimentale et la fonction de transfert théorique (Eq. 3.13) a été effectuée. Pour cela une cavité rectangulaire de dimensions $0.37 \times 0.5 \times 0.04m$ (Voir la figure 3.3b) a été excitée par la source sonore avec un bruit blanc. La cavité est constituée d'un cadre rectangulaire en PVC fermé de deux côtés par deux plaques de verre extra blanc de $6mm$. Une mesure directe de pression en quelques points de la cavité a été réalisée grâce au microphone mobile monté de façon à assurer une certaine étanchéité de la cavité. La vitesse mesurée par le vibromètre aux mêmes endroits a permis de déterminer la fonction de transfert entre cette dernière et la pression microphonique. Le résultat de cette mesure est donné sur la figure 3.4 où sont représentés le module et la phase de H .

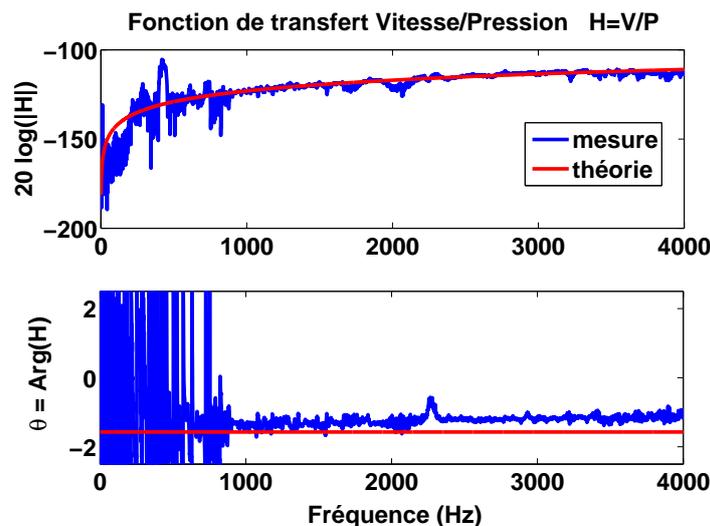


FIGURE 3.4 – Courbe de transfert entre la vitesse du vibromètre et la pression de microphone

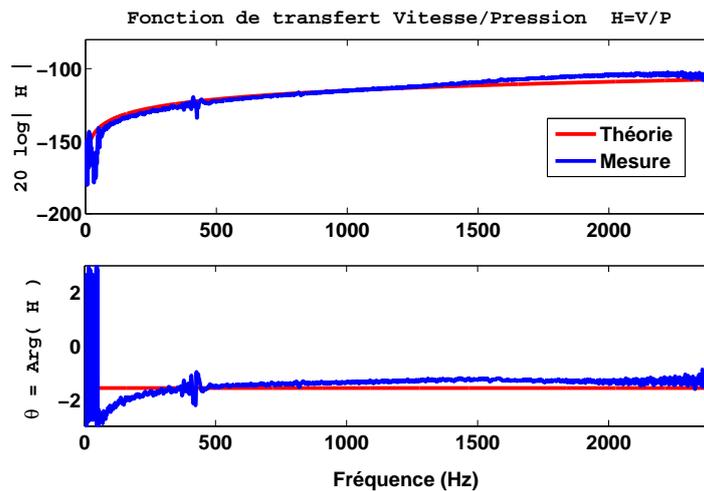
La figure 3.4 montre que la mesure n'approxime le modèle théorique qu'à partir d'une certaine fréquence (800Hz environ). En-dessous de cette fréquence, la mesure est assez bruitée. Ce problème dont nous n'appréhendons pas encore clairement tous les contours pourrait toutefois avoir les explications suivantes :

- Premièrement, la cavité serait probablement perturbée par les vibrations des plaques de verre dans les basses fréquences. De même, la verre n'étant pas parfaitement transparente, la technique souffrirait des réflexions résiduelles du rayon laser au passage du verre ;
- Ensuite, on peut penser que dans les basses fréquences, compte tenu des dimensions de la cavité, le niveau d'excitation n'est pas suffisant pour que les variations de l'indice de réfraction soit clairement identifiées par le système de mesure. Cette sous-excitation pourrait provenir de la bande passante de la source qui est 500Hz à 4500Hz ;
- Enfin, relativement à la dernière explication, si les variations de l'indice de réfraction dans la cavité ne sont pas assez grandes, elles peuvent être du même ordre de grandeur que celles en dehors de la cavité le long du rayon lumineux. Dans ce cas, la mesure pourrait être aussi perturbée par les petites variations de pression en-dehors de la cavité. En d'autres termes, la mesure serait perturbée par le rayonnement des plaques de verre dans les basses fréquences.

Afin d'approfondir l'hypothèse liée au niveau insuffisant de signal dans les basses fréquences, nous avons ensuite mesuré la fonction de transfert dans une petite cavité cylindrique de diamètre 6 cm et de 8 cm de longueur (figure 3.5a). Comme le montre la photographie, le petit cylindre est posé de façon horizontale et excité du bas par la chambre de compression. Le champ acoustique dans cette cavité est traversé par le rayon lumineux du laser au centre et dans la direction parallèle aux génératrices du tube cylindrique. La pression est mesurée grâce à un microphone monté de façon latérale sur le tube mais qui n'apparaît pas sur la photographie.



(a) Dispositif expérimental



(b) Courbe de transfert

FIGURE 3.5 – Fonction de transfert dans une petite cavité cylindrique

Le résultat de cette nouvelle mesure est donné sur la figure 3.5b où sont comparées les fonctions de transfert expérimentale et théorique. Contrairement à celles de la figure 3.4, les courbes de la figure 3.5b révèlent une adéquation acceptable entre la théorie et la mesure même dans les basses fréquences. On en déduit que méthode de mesure de pression acoustique par le vibromètre laser à effet Doppler décrite précédemment est une technique valide sur une large gamme fréquentielle. Elle nécessite toutefois d'utiliser un dispositif et un cadre adéquat sans lesquels les mesures seront sujettes à de grandes perturbations de bruit. Après la validation de la technique, nous avons fait usage de la réfractovibrométrie dans l'analyse du comportement acoustique des cavités irrégulières comparativement aux cavités régulières.

3.3 Résultats expérimentaux de l'analyse du phénomène de localisation

Le chapitre 2 de cette thèse a été consacré à l'étude purement théorique du phénomène de localisation. Dans ce chapitre et particulièrement dans cette section, nous allons tenter de compléter l'analyse avec des résultats expérimentaux grâce à la technique de mesure non conventionnelle que nous venons de présenter. Ces résultats porteront d'abord sur le phénomène de localisation à proprement parler par la construction des cartographies du champ de pression de quelques cavités. Ces cartographies seront souvent accompagnées des courbes des indicateurs de localisation comme le « volume d'existence relatif ». Ensuite,

le lien entre la localisation et la dissipation d'énergie acoustique sera abordé au moyen de certains indicateurs d'atténuation.

3.3.1 Visualisation expérimentale des modes acoustiques de cavité

3.3.1.1 Dispositif expérimental

Dans la partie théorique nous avons utilisé entre autres, une cavité rectangulaire et une cavité fractale. Afin de permettre une comparaison logique entre la théorie et la pratique, les mêmes cavités ont été réalisées expérimentalement. La cavité rectangulaire est celle de la figure 3.3b utilisée pour la validation de la méthode. La cavité irrégulière (Cf. figure 3.6) est faite d'une base fractale en créneau et est de même volume que la cavité régulière. La chaîne de mesure est la même que celle de la section 3.2. Elle est composée du vibromètre laser à effet Doppler et d'une chambre de compression. Les mesures sont réalisées dans une salle aux parois rigides faites de blocs de béton et servant de réflecteur. Afin d'assurer une réflexion suffisante du rayon laser incident, la paroi du mur concernée par la mesure est traitée avec une peinture rétro réfléchissante comme on peut le constater sur les photographies des figures 3.3 et 3.6.

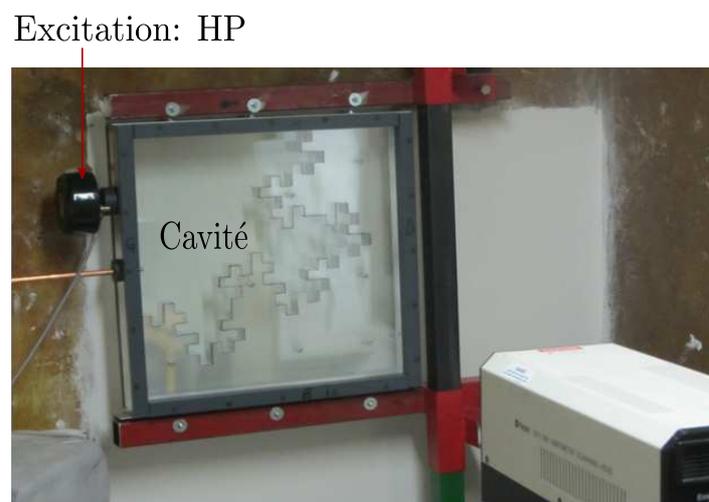


FIGURE 3.6 – Photographie de la cavité fractale

3.3.1.2 Cartographies des modes acoustiques

Pour examiner, de façon expérimentale, le comportement acoustique des cavités présentées précédemment, chacune d'elles a été excitée par une onde sonore en bruit blanc grâce à la chambre de compression. Après avoir défini les différents paramètres de mesure (plage fréquentielle de 0 à 4000 Hz, un maillage plan régulier de pas 6 mm etc.) nous avons réalisé les mesures permettant de déterminer le champ acoustique des cavités grâce au vibromètre laser. Les grandeurs issues de ces mesures sont la vitesse du mouvement virtuel du réflecteur, image du champ acoustique dans la cavité et la fonction de transfert entre cette vitesse et l'excitation. Les champs acoustiques des cavités fractale et rectangulaire sont donnés à quelques fréquences particulières, respectivement sur les figures 3.7 et 3.8. Sur ces figures,

les cartographies expérimentales (en bas) du champ acoustique des deux cavités sont comparées aux cartographies du champ de pression modal des mêmes cavités (en haut) calculé numériquement par éléments finis sous Comsol ®.

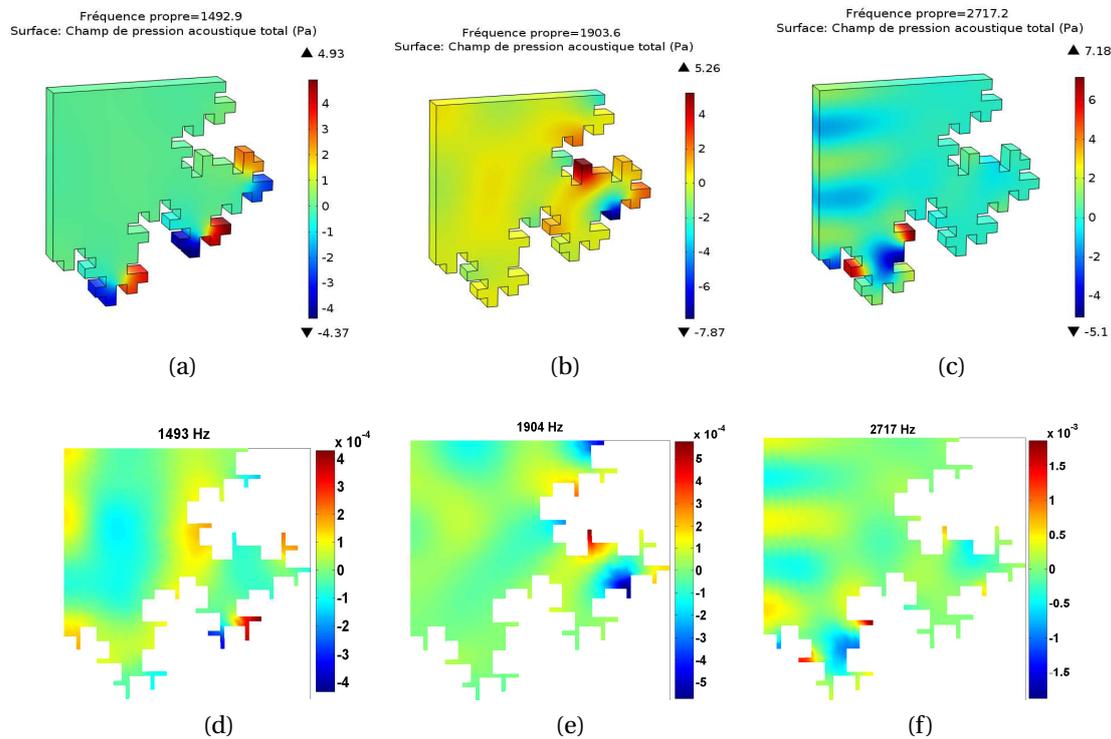


FIGURE 3.7 – Quelques modes localisés de la cavité fractale. Haut : calcul numérique. Bas : résultats expérimentaux. Les cartographies expérimentales correspondent à la fonction de transfert entre la vitesse et l'excitation (unitaire) en $[m \cdot s^{-1}]$

Les fréquences des cartographies de ces figures correspondent aux fréquences modales des cavités. Contrairement à celles de la figure 3.8, les cartographies de la figure 3.7 ne représentent pas le champ de pression de la cavité mais plutôt de la fonction de transfert entre la vitesse vibratoire et l'excitation, directement mesurée par le vibromètre. Pour la cavité rectangulaire en revanche, les cartographies correspondent au champ de pression déduite de la vitesse mesurée grâce à la relation (3.13). Les cartographies de pression sont exprimées en pascal $[Pa]$. Nous avons choisi de construire les cartographies des cavités avec le champ de pression et de la fonction de transfert pour montrer que les deux quantités peuvent indifféremment être utilisées lorsqu'on s'intéresse à un comportement qualitatif des cavités.

Le premier constat que l'on peut faire de ces résultats est que le vibromètre permet bien de mesurer la pression acoustique d'autant plus que les cartographies expérimentales et théoriques sont semblables avec des déformées modales à des fréquences quasi similaires. C'est donc une preuve supplémentaire de la validité de la technique que nous avons décrite à la section précédente. Pour ce qui est de l'analyse du comportement des cavités au regard de leur forme géométrique, la mesure atteste que la cavité irrégulière est bien caractérisée par le phénomène de localisation. En effet, comme sur le résultat numérique, les trois modes acoustiques expérimentaux de la cavité fractale présentés sur la figure 3.7 sont des modes localisés. L'originalité de ce travail est que c'est la première fois que les modes localisés sont ainsi clairement visualisés expérimentalement. Pour la cavité rectangulaire en revanche, les résultats expérimentaux n'ont révélé aucun mode localisé comme montré en théorie. Pour marquer cette différence de comportement entre les deux cavités, nous avons

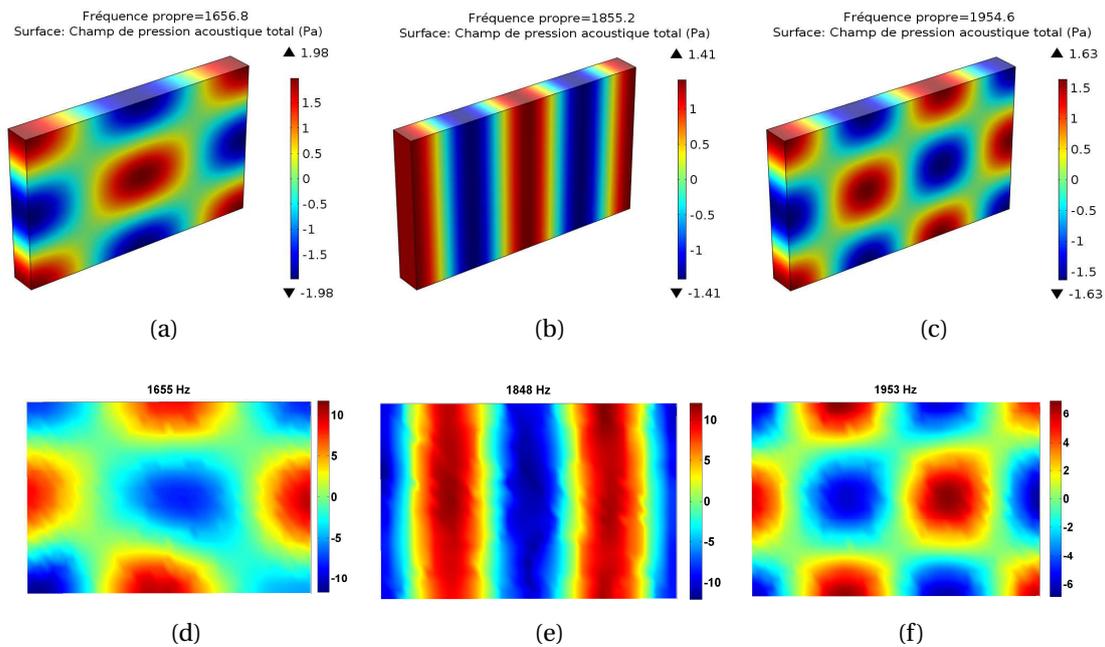


FIGURE 3.8 – Quelques modes de la cavité rectangulaire. Haut : calcul numérique. Bas : résultats expérimentaux.

choisi de mettre uniquement les modes localisés de la cavité fractale à la figure 3.7, mais nous tenons à préciser que cette cavité a également un grand nombre de modes qui ne sont pas localisés. Certains de ces modes non localisés seront d'ailleurs présentés dans la suite.

3.3.1.3 Projection de la pression mesurée sur la base modale

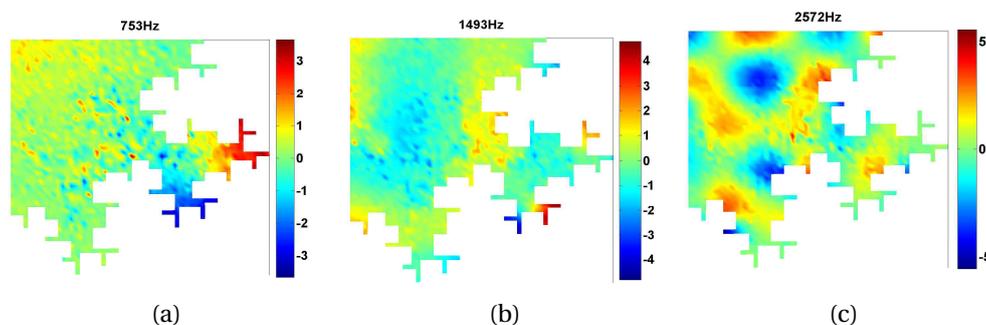


FIGURE 3.9 – Cartographie du champ de pression mesuré avant "filtrage"

Le champ de pression donné par les cartographies expérimentales de la figure 3.7 pour la cavité fractale n'est pas le champ direct issu de la mesure. Il correspond plutôt au champ mesuré « filtré » ou « corrigé ». En effet, les signaux de pression mesurés en l'occurrence dans la cavité fractale ont été sujets à des bruits d'origine diverse qui, en plus de compliquer la détermination de certaines quantités, n'ont pas permis d'avoir des cartographies nettes comme le montrent celles de la figure 3.9. En plus des difficultés intrinsèques liées aux exigences de la refractovibrométrie évoquées dans la partie validation, la principale source des différences entre le calcul et la mesure a été les fuites. De par sa complexité et sa construction, la cavité fractale a un certain problème d'étanchéité à l'air que nous avons mis du temps à réduire en y apportant plusieurs améliorations. En fait, cela n'apparaît pas sur la photographie de

la figure 3.6 mais il convient de noter que la cavité fractale est faite de quatre plaques de plexiglas de 1cm assemblées par des vis. Il s'est trouvé que deux surfaces en contact n'ont pas forcément des états de surface et des épaisseurs similaires et c'est ce qui a été l'une des origines des fuites. Ensuite, pour réaliser la cavité, le bloc ainsi formé est logé dans un cadre métallique carré puis fermé par deux vitres. Les vitres reposent sur le cadre grâce à la pression des brides en PVC vissées sur cette dernière (voir la figure 3.6). Les vitres sont supposés être en contact parfait et étanche avec la partie massive bloc en plexiglas dans lequel la forme fractale a été définie. Malheureusement, cela n'a pas été le cas et a constitué une source supplémentaire des fuites. Pour réduire les effets de ces bruits, la pression mesurée a été « filtrée » au moyen de la technique de projection sur la base modale.

La cavité étant à parois rigides, on peut admettre que ses modes acoustiques $\phi_n(\mathbf{x})$ sont orthogonaux et forment ainsi une base modale sur laquelle la pression dans la cavité peut être décomposée [PAK96, GB95]. En effet, la pression acoustique $p(\mathbf{x})$ en chaque position \mathbf{x} de la cavité peut être exprimée comme une combinaison linéaire des modes $\phi_n(\mathbf{x})$ selon l'équation (3.14).

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{\infty} \phi_n(\mathbf{x}) a_n \quad (3.14)$$

où a_n est le coefficient modal du mode n . Lorsqu'il y a M points de mesure de pression et un nombre fini N de modes $\phi_n(\mathbf{x})$, l'équation de la décomposition modale (3.14) peut être exprimée avec la notation matricielle [PAK96, FP02, BPLA06, BPLA07] par la relation (3.15).

$$\{\mathbf{p}\} = [\Phi] \{\mathbf{a}\} \quad (3.15)$$

où \mathbf{p} est le vecteur colonne contenant les valeurs de pression aux M points de mesure, Φ correspond à la matrice modale de dimension $M \times N$. Les colonnes de cette matrice représentent les N modes utilisés pour la décomposition. Enfin, \mathbf{a} est un vecteur colonne dont les éléments représentent les N coefficients modaux de la projection. L'équation matricielle (3.15), écrite ainsi sous sa forme compacte peut être exprimée sous la forme semi-développée donnée par la relation (3.16).

$$\begin{bmatrix} p_1 \\ \vdots \\ p_M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \cdots & \phi_{1N} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{M1} & \cdots & \phi_{MN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \vdots \\ a_N \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Connaissant le vecteur de pression et la base modale, l'équation (3.15) permet de déterminer les coefficients modaux grâce à l'équation (3.17). Le vecteur de pression peut provenir d'une mesure de la réponse de la cavité à une excitation tandis que la base modale peut être déterminée par un calcul analytique ou numérique comme c'est le cas dans ce travail.

$$\{\mathbf{a}\} = [\Phi^\dagger] \{\mathbf{p}\} \quad (3.17)$$

où Φ^\dagger est la matrice pseudo-inverse de la matrice modale Φ .

Nous nous sommes servis de cette technique de projection de la pression sur la base modale pour débruiter le champ de pression mesuré. En effet, si on dispose d'un champ de pression mesuré \mathbf{p} , considéré bruité et de la matrice modale Φ du domaine d'étude alors la pression mesurée peut être reconstruite par atténuation du bruit grâce à l'équation (3.18) qui n'est autre que l'équation de la décomposition modale (3.15).

$$\tilde{\mathbf{p}} = \Phi \Phi^\dagger \mathbf{p} \quad (3.18)$$

C'est cette pression reconstruite ($\tilde{\mathbf{p}}$) qui est reproduite sur les cartographies expérimentales de la figure 3.7. L'originalité de cette approche est que nous avons utilisé une base modale numérique Φ constituée des modes théoriques de la cavité calculés sous Comsol ®. Dans le cas précis de la cavité fractale nous avons utilisé plus de 200 premiers modes de la cavité même si une soixantaine suffit pour la gamme de fréquence d'intérêt.

A partir de la pression mesurée \mathbf{p} et de la pression reconstruite ou « filtrée » $\tilde{\mathbf{p}}$, le rapport signal sur bruit (SNR) peut être estimé [KRM05] selon la relation (3.19).

$$SNR = 10 \log \left(\frac{|\tilde{\mathbf{p}}|^2}{|\tilde{\mathbf{p}} - \mathbf{p}|^2} \right) \quad (3.19)$$

Résultats du « filtrage »

Pour débruiter le signal de pression mesuré par le vibromètre laser, nous avons employé la technique de projection modale décrite ci-dessus. Pour la cavité fractale, nous avons fait usage des 100 premiers modes numériques de la cavité calculés sous Comsol. Ce filtrage a permis de déterminer le rapport signal sur bruit donné sur la figure 3.10.

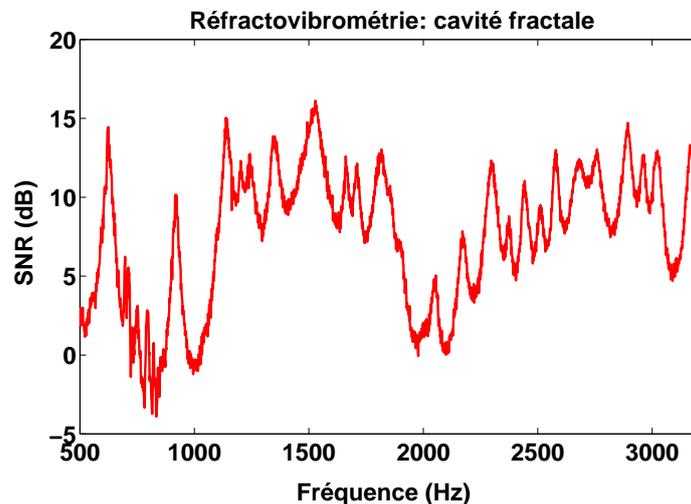
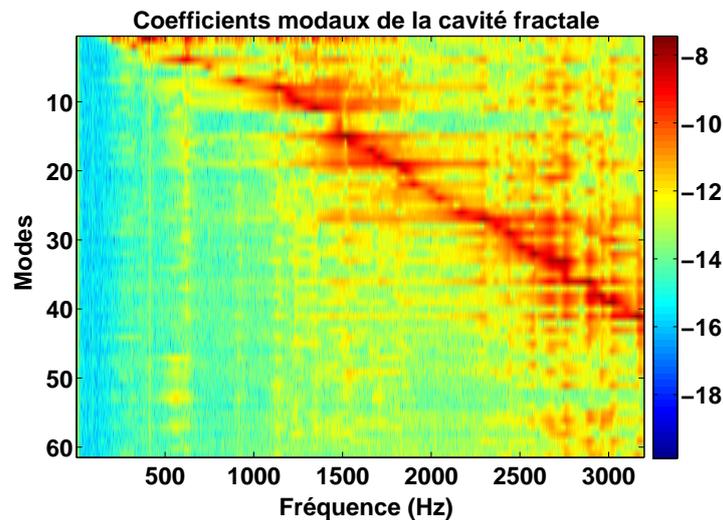


FIGURE 3.10 – Rapport signal sur bruit de la pression mesurée de la cavité fractale

Il ressort de la figure 3.10 que le rapport signal sur bruit dépend fortement des modes de la cavité et qu'il est globalement meilleur aux fréquences modales. Cela implique que la qualité de la mesure de pression acoustique dépend du niveau de cette dernière. Plus le niveau de pression est important, plus la qualité est meilleure. Malgré des zones de très mauvaise qualité, il convient de noter que le SNR est globalement supérieur à 0dB , c'est-à-dire que l'amplitude de la pression est souvent supérieure à celle du bruit. Après le rapport signal sur bruit, nous avons également calculé les coefficients modaux à partir du vecteur de pression mesurée \mathbf{p} et la matrice modale numérique Φ grâce la formule (3.17). Le résultat de ce calcul est donné sous forme de cartographie sur la figure 3.11.

La quantité représentée sur la figure 3.11 est le logarithme décimal de la valeur absolue des coefficients modaux ($\log(|a_n|)$). Il apparaît clairement que la réponse acoustique de la cavité est globalement contrôlée par ses modes d'autant plus qu'autour de chaque fréquence modale, l'amplitude de la pression dans la cavité est dominée par l'amplitude du mode correspondant. De ce résultat on peut admettre que la déformée opérationnelle de la cavité fractale expérimentale peut être globalement décrite par sa base modale. Il faut toutefois noter que, comme évoqué précédemment, cette cartographie confirme la présence de

FIGURE 3.11 – Coefficients modaux de la cavité fractale $\log(|a_n|)$

bruit dans le signal de mesure. Enfin, la figure montre que pour un système 2D (régulier ou irrégulier) il existe une relation quasi linéaire entre l'ordre des modes et la fréquence correspondante.

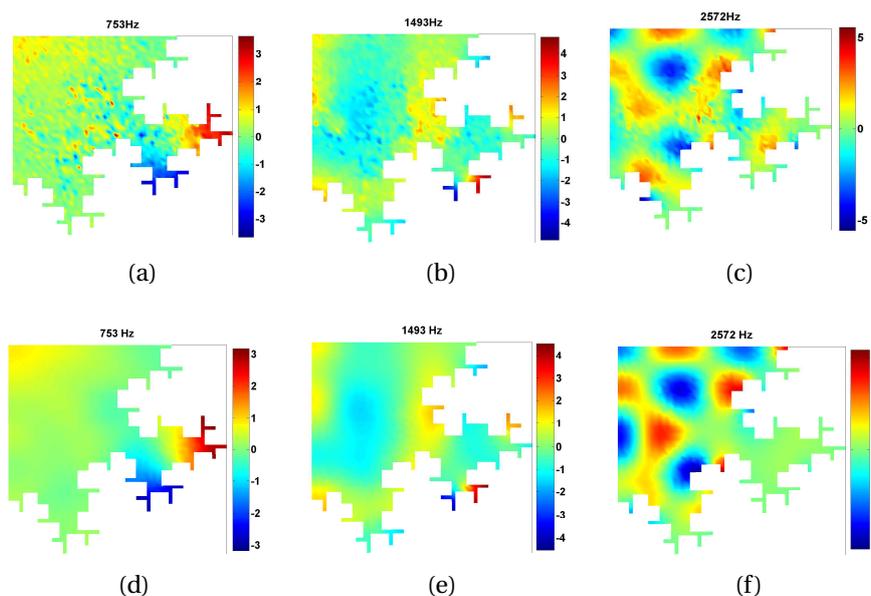


FIGURE 3.12 – Champ de pression [Pa] mesuré avant (haut) et après (bas) « filtrage »

Enfin, pour observer l'effet du « filtrage », plusieurs cartographies de pression de la cavité sont données sur les figures 3.12 et 3.13. Sur ces figures, le champ de pression directement issu de la mesure (cartographies a, b et c) est comparé à celui obtenu par filtrage (cartographies d, e et f) de ce dernier grâce à la méthode d'expansion modale. On peut clairement voir que toutes les cartographies construites avec la pression filtrée sont moins bruitées que leurs équivalentes construites avec la pression acquise de la mesure sans traitement. La résolution des cartographies de pression filtrée est assez franche et permet d'observer des modes comparables à ceux de l'analyse théorique (numérique).

Dans cette partie, nous avons présenté quelques modes expérimentaux des cavités rectangulaire et fractale grâce à la technique de réfractovibrométrie. Ces modes sont présentés

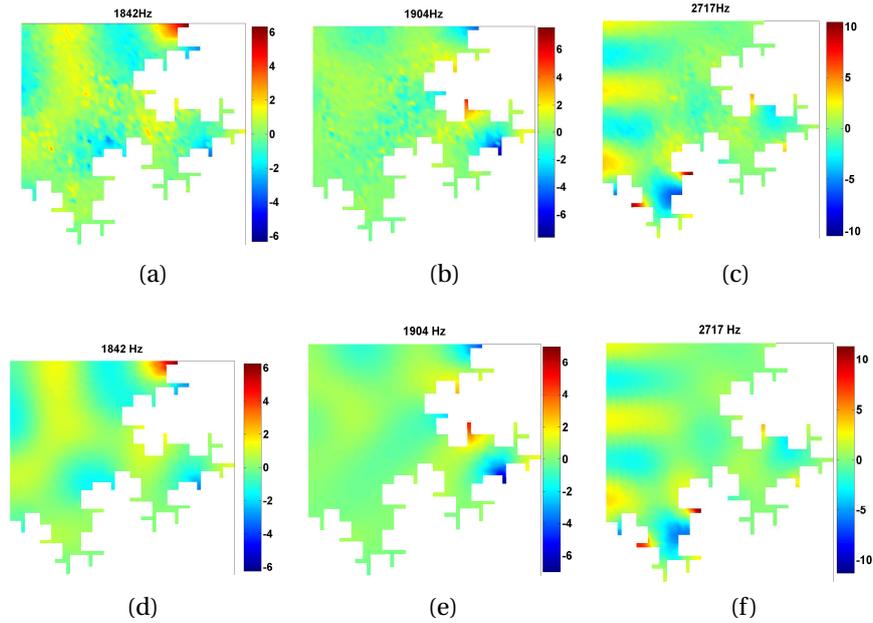


FIGURE 3.13 – Champ de pression mesuré avant (haut) et après (bas) « filtrage »

sous forme de cartographies donnant la distribution de l'amplitude de la pression à une fréquence donnée. Certaines cartographies sont construites avec les signaux directement extraits des mesures tandis que d'autres sont construites après un filtrage de ce dernier par la méthode d'expansion modale. Le point important de ces résultats est que le vibromètre laser permet de retrouver les modes acoustiques des cavités et surtout d'observer les modes localisés de la cavité irrégulière (cavité fractale). Afin de compléter la validation du phénomène de la localisation, nous allons nous intéresser à son indicateur (le volume d'existence relatif) dans la partie suivante.

3.3.2 Volume d'existence relatif et modes localisés

Dans la partie précédente, les cartographies de pression de la cavité fractale ont révélé quelques modes localisés et des modes non localisés. Dans le chapitre 2, nous avons théoriquement montré que le caractère localisé ou non d'un mode se mesure quantitativement par le volume d'existence relatif (V_{ER}) de ce mode. Selon cette analyse théorique, un mode localisé est caractérisé par un V_{ER} très petit (pratiquement ≤ 0.2) sachant que c'est une quantité variant entre 0 et 1. Pour rappel, le V_{ER} est défini comme le rapport du volume d'existence V_n d'un mode sur le volume total V de la cavité comme indiqué par l'équation (3.20)

$$V_{ER} = \frac{V_n}{V} \quad (3.20)$$

où

$$V_n = \left[\iiint_V |\phi_n(\mathbf{x})|^4 dV \right]^{-1} \quad (3.21)$$

avec $\phi_n(\mathbf{x})$, le mode n normalisé par :

$$\iiint_V |\phi_n(\mathbf{x})|^2 dV = 1$$

Substituant au mode $\phi_n(\mathbf{x})$ le champ de pression $p(\mathbf{x})$ mesuré par le vibromètre laser à effet Doppler, nous avons obtenu et reproduit le volume d'existence expérimental des cavités sur les graphes de la figure 3.14. Sur cette figure, afin de non seulement comparer les deux cavités, nous avons trouvé convenable de comparer également le dispositif expérimental à la théorie. Pour cela, le V_{ER} théorique a été superposé au résultat expérimental.

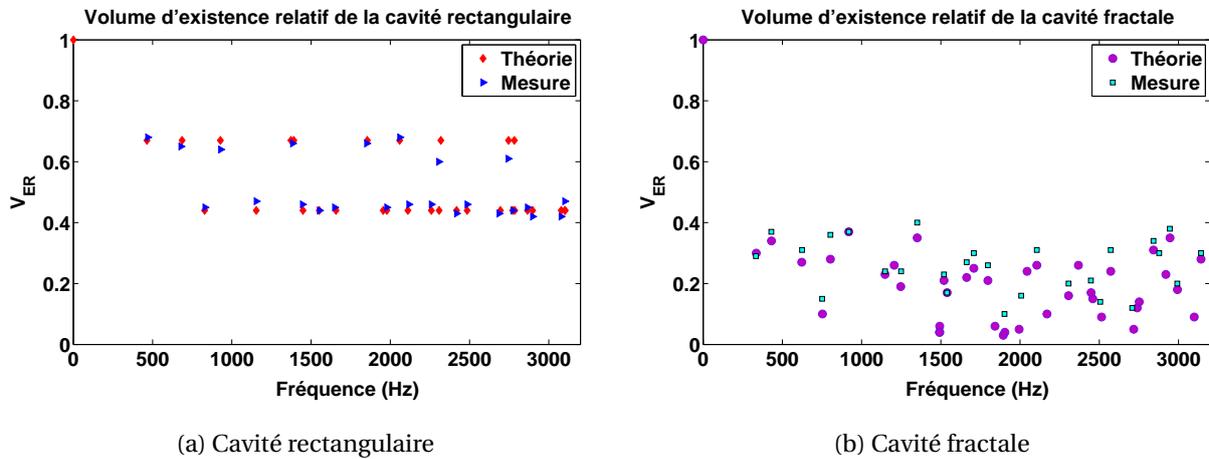


FIGURE 3.14 – Volume d'existence relatif théorique et expérimental des deux cavités

Quelques informations intéressantes apparaissent dans les graphes de la figure 3.14. Le premier résultat remarquable est que les résultats expérimentaux et numériques sont en bon accord. Ensuite, la cavité régulière donne des résultats expérimentaux avec de très faibles écarts avec la théorie. Par ailleurs, comme attendu, le champ de pression de la cavité fractale donne des V_{ER} globalement plus faibles que ceux donnés par la pression de la cavité rectangulaire en raison de la localisation des modes. De surcroît, seule la cavité fractale exhibe des valeurs du V_{ER} caractéristiques des modes (fréquences) localisés confirmant ainsi le fait que la localisation est un phénomène intrinsèque des irrégularités géométriques des domaines acoustiques. En revanche, quelques écarts entre la théorie et la mesure sont observables sur la figure 3.14b particulièrement autour des fréquences des modes localisés. Cela peut non seulement s'expliquer par les fuites comme évoqué précédemment mais peut provenir aussi du maillage (ensemble des points) de mesure. Vu la complexité de la géométrie, il est parfois très difficile de mesurer la pression dans les zones irrégulières en effleurant leurs parois avec le rayon laser. Or, pour les modes très localisés, l'essentiel de l'énergie est concentré à la périphérie donc n'est pas totalement mesuré. En plus de cela, une autre difficulté d'observation des modes localisés émane directement de la physique des phénomènes vibratoires. En effet, pour un mode localisé, hormis la zone de localisation, le reste de la cavité est considéré comme un nœud de vibration et par conséquent le mode ne peut pas être excité par des sources placées à son nœud de vibration [HSR99]. C'est ce qui expliquerait l'absence des modes localisés de fréquences 1492Hz et 1493Hz dans le résultat expérimental de la figure 3.14b, modes pourtant visibles dans le résultat théorique.

Afin d'analyser la contribution des modes acoustiques de la cavité à la réponse globale de la pression nous avons choisi le critère de MAC (Modal Assurance Criterion) souvent utilisé pour donner la colinéarité entre deux modes d'un système vibratoire. En pratique, le critère de MAC est régulièrement employé pour mesurer la cohérence entre un jeu de données expérimentales d'un système et un autre jeu de données théoriques du même système ou entre deux jeux de données théoriques d'un système calculés avec des méthodes différentes [NS96, All03]. Le MAC est un critère compris entre 0 et 1 dérivant directement de l'in-

égalité de Cauchy-Schwarz. Ainsi, si ϕ et ψ désignent deux jeux de données modales d'un système vibratoire alors le MAC_{ij} entre un vecteur ϕ_i du jeu ϕ et un vecteur ψ_j du jeu ψ est donné par la formule (3.22)

$$MAC_{ij} = \frac{|\langle \phi_i, \psi_j \rangle|^2}{|\phi_i|^2 \cdot |\psi_j|^2} = \frac{|\phi_i^H \cdot \psi_j|^2}{\|\phi_i\|^2 \cdot \|\psi_j\|^2} \quad (3.22)$$

où ϕ_i et ψ_j sont deux vecteurs de même longueur et ϕ_i^H désigne le transposé conjugué du vecteur ϕ_i .

Dans le cadre de notre étude, ce critère a été calculé entre les modes théoriques ϕ_n de nos cavités et la déformée opérationnelle de pression expérimentale $p(\mathbf{x}, f)$ à chaque fréquence f . Ainsi le critère de MAC calculé avec ces deux jeux de données est précisément exprimé par l'équation (3.23) :

$$MAC_{nf} = \frac{|\phi_n(\mathbf{x})^H \cdot p(\mathbf{x}, f)|^2}{\|\phi_n(\mathbf{x})\|^2 \cdot \|p(\mathbf{x}, f)\|^2} \quad (3.23)$$

Appliquant cette expression au champ de pression mesuré par vibromètre laser et à la base modale calculée sous COMSOL®, nous avons obtenu le résultat présenté sur la figure 3.15 pour la cavité fractale.

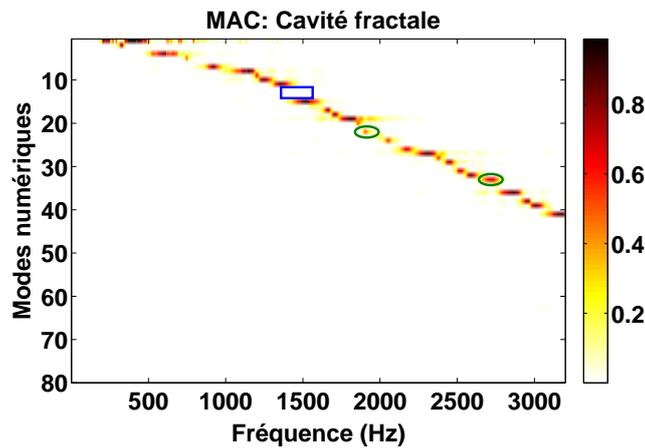


FIGURE 3.15 – Nombre de MAC de la cavité fractale

Un MAC proche de zéro traduit une incohérence entre les deux vecteurs modaux. Cette incohérence peut provenir de plusieurs origines dont la non stationnarité du système, le bruitage des signaux, la mauvaise estimation des paramètres modaux et surtout du fait que les deux modes comparés sont simplement différents (déformées et fréquences modales différentes) [All03]. En revanche, si le MAC est proche de l'unité alors les deux modes peuvent être considérés comme colinéaires.

Le MAC donné sur la figure 3.15 confirme les observations faites sur le volume d'existence relatif de la figure 3.14. D'abord, le nombre de MAC est en adéquation avec le V_{ER} au sujet des modes localisés qui n'apparaissent pas dans la mesure. En effet, ces modes localisés qui sont observés en théorie aux fréquences 1492Hz et 1493Hz n'apparaissent pas dans le V_{ER} expérimental et ne sont pas cohérents avec la pression expérimentale car donnant un MAC proche de zéro à toutes les fréquences avec la mesure. La zone fréquentielle concernée par ces modes est représentée par le rectangle bleu sur la figure 3.15. Par ailleurs, pour ceux qui apparaissent dans la réponse expérimentale globale de la cavité, les modes localisés donnent un nombre de MAC relativement inférieur à celui des modes non localisés. Ce résultat est illustré par les deux modes encerclés par des ellipses vertes sur la figure 3.15

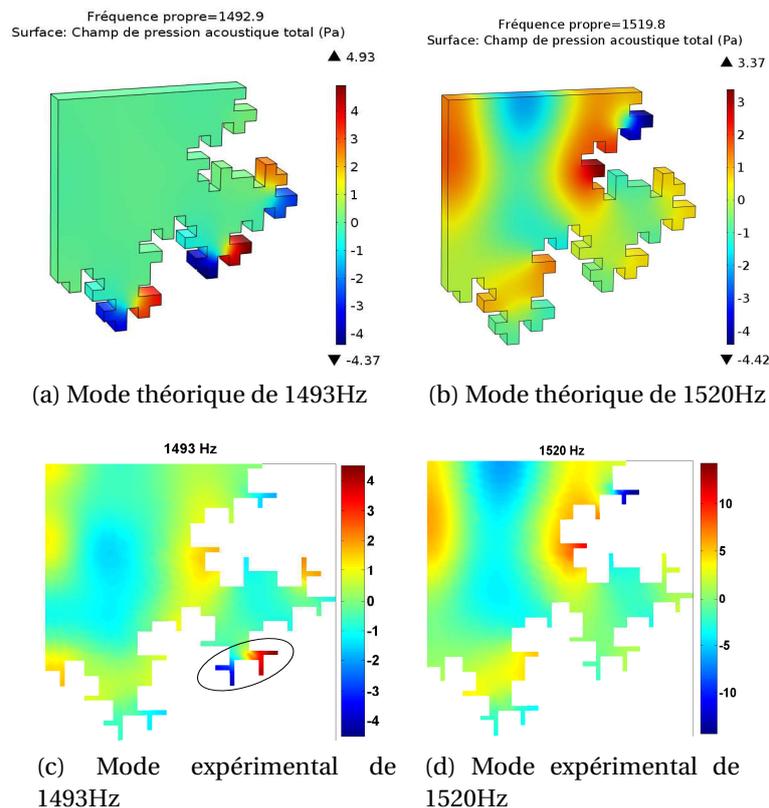


FIGURE 3.16 – Influence de la proximité d'un mode localisé et d'un mode non localisé

dont les MAC sont respectivement de 0.46 et 0.68. Il s'agit respectivement du mode numéro 22 de fréquence théorique de 1904Hz et du mode numéro 33 de fréquence 2717Hz . De ces observations, on déduit que lorsqu'un mode localisé n'apparaît pas dans la réponse expérimentale comme c'est le cas des modes de fréquences 1492Hz et 1493Hz , cela peut s'expliquer soit par une faible excitation de ce dernier soit par une proximité de ce dernier avec un mode non localisé prédominant. La figure 3.16 montre des cartographies du mode localisé de fréquence 1493Hz et du mode non localisé à 1520Hz , le second influençant fortement le premier sur le résultat expérimental. En effet ces modes sont séparés par une distance fréquentielle d'à peine 30Hz , or sur la figure 3.11 le mode de fréquence 1520Hz contribue à la réponse globale de la cavité sur une fenêtre fréquentielle relativement large et recouvrant la bande de contribution du mode localisé qui le précède. C'est ce qui explique le fait que, expérimentalement, le mode localisé est difficilement observable comme le montre les cartographies des coefficients modaux (figure 3.11) et du nombre de MAC (figure 3.15). Sur la figure 3.16, même si on peut observer un confinement de l'amplitude de pression dans la zone de localisation (zone encadrée sur la cartographie 3.16c), la déformée opérationnelle de pression de la cavité en cette fréquence est intermédiaire entre les déformées modales théoriques des modes 1493Hz et 1520Hz .

Nous avons conclu des cartographies expérimentales de la figure 3.16 que le mode localisé de fréquence 1493Hz est « noyé » dans le mode non localisé voisin de fréquence 1520Hz . Pour approfondir la validation de ce phénomène, nous avons construit et comparé les spectres de pression dans toute la cavité et dans la zone de localisation du mode de 1493Hz qui est encadrée sur la cartographie 3.16c par une ellipse noire. Ces spectres sont donnés sur la figure 3.17.

Sur la figure 3.17, le spectre de pression de toute la cavité (moyenne sur tous les points de mesure) correspond à la courbe en rouge tandis que celui de la zone de localisation du

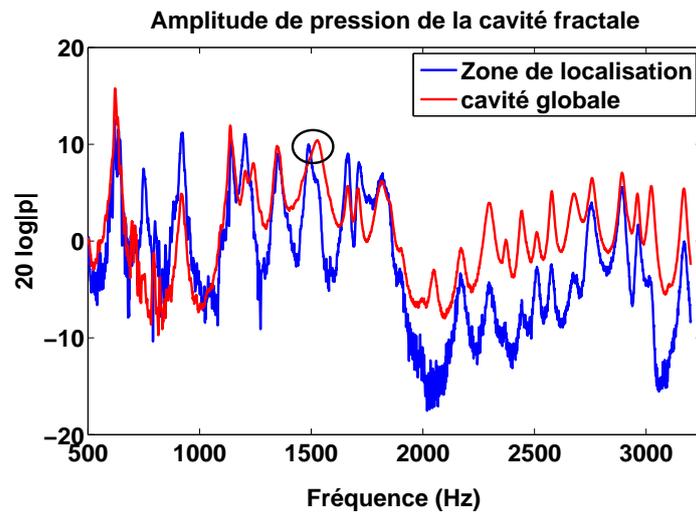


FIGURE 3.17 – Spectres de pression de la cavité et de la zone de localisation de 1493 Hz

mode de 1493 Hz est représenté en bleu. Il apparaît clairement que sur le spectre global de la cavité, le mode localisé n'est pas visible ; seul le pic du mode non localisé voisin (1520 Hz) est observable. En revanche, sur le spectre de la zone de localisation on peut sans équivoque identifier le pic du mode localisé (voir les pics encerclés de la figure). Nous concluons donc que la figure 3.17 constitue une preuve supplémentaire de la probable prédominance des modes non localisés sur les modes voisins (en termes de fréquences) qui sont localisés.

Un calcul similaire du critère de MAC a été réalisé avec les données pression de la cavité rectangulaire. Les deux jeux de données utilisées en arguments de ce calcul sont les modes numériques calculés sous COMSOL® et le champ de pression mesuré par le vibromètre laser. Le résultat de ce calcul est donné sur la figure 3.18.

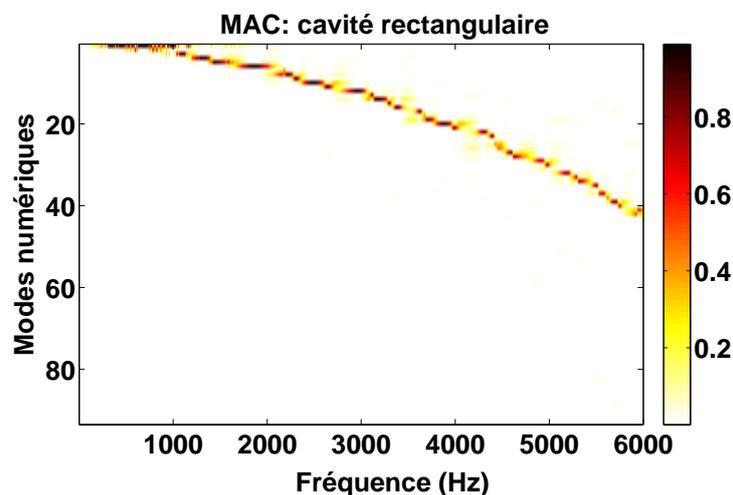


FIGURE 3.18 – Nombre de MAC de la cavité rectangulaire

Contrairement à la cavité fractale, la cavité rectangulaire présente pas des modes localisés et par conséquent le critère de MAC révèle une bonne cohérence entre les modes de la cavité et la pression mesurée aux fréquences correspondantes (Cf. figure 3.18). Ce résultat signifie d'abord que la réponse globale de la cavité peut être complètement décomposée sur la base modale avec un certain nombre fini de modes. Ensuite, la cohérence entre le champ expérimental et les modes théoriques peut s'expliquer en partie par une présence limitée de

bruit dans le signal mesuré. Pour nous rendre compte de cela, nous avons calculé également le rapport signal sur bruit (SNR) de la pression mesurée grâce à la technique de débruitage par expansion modale présentée à la section 3.3.1.3. Le SNR ainsi calculé est construit sur la figure 3.19. Sur cette figure, le SNR est largement supérieur à 10dB sur toute la plage fréquentielle de mesure, confirmant ainsi un bon conditionnement de la cavité rectangulaire et une absence de fuites.

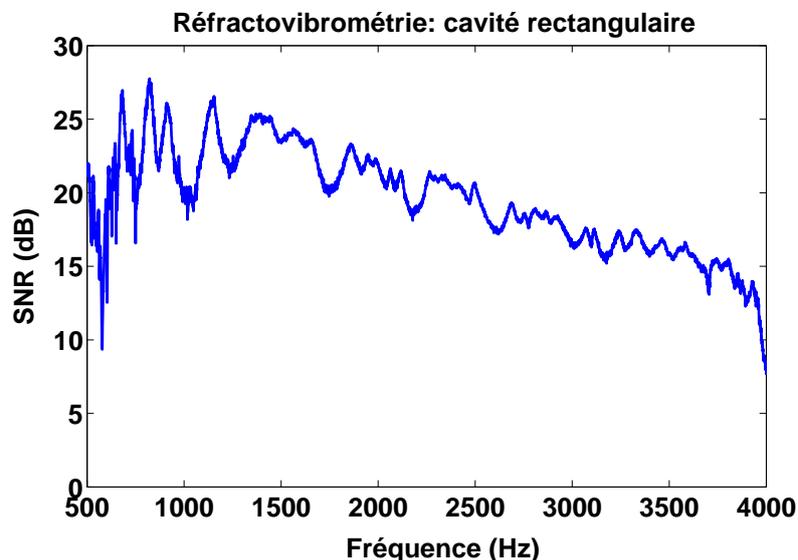


FIGURE 3.19 – Rapport signal sur bruit de la projection modale pour la cavité rectangulaire

De ce qui précède, on peut conclure que la réfracto-vibrométrie laser permet de bien mettre en évidence le phénomène de localisation. En plus de la mise en évidence du phénomène, elle permet de confirmer les difficultés rencontrées dans les travaux antérieurs [HSR99] concernant l'analyse expérimentale du phénomène de localisation. Dans la partie qui suit, nous allons nous intéresser aux résultats expérimentaux relatifs à la dissipation liée au phénomène de localisation dans les irrégularités géométriques.

3.3.3 Dissipation acoustique expérimentale des cavités irrégulières

Dans le chapitre précédant, nous nous sommes focalisés sur l'étude théorique du phénomène de la localisation et de ses conséquences. Selon ce travail, nous avons montré que le phénomène de localisation s'accompagne d'une dissipation d'énergie de l'onde sonore. Pour cela, nous nous sommes servis de plusieurs indicateurs dont le facteur de qualité (Q), le taux d'amortissement d'énergie (σ_e) et le coefficient d'absorption lorsqu'il est possible de le déterminer. Dans cette section, nous allons présenter quelques résultats expérimentaux de ces indicateurs calculés à partir de la pression mesurée par le vibromètre laser. Afin de mettre en évidence le lien entre la localisation et la dissipation qui peut en découler, nous allons, en plus d'autres cavités, comparer principalement la cavité rectangulaire et la cavité fractale largement mentionnées dans cette thèse.

3.3.3.1 Facteur de qualité

Le facteur de qualité est indicateur de l'amortissement modal souvent utilisé en analyse vibratoire. On rappelle que le facteur de qualité Q associé à une résonance est défini comme

le rapport de l'énergie du système sur l'énergie dissipée par cycle [Pie89, BH03]. Il s'exprime par la relation (3.24)

$$Q = \omega \frac{E}{W}, \quad (3.24)$$

où E est l'énergie emmagasinée dans le système, W la puissance dissipée et ω la pulsation correspondante. Une définition alternative du facteur de qualité est donnée par la largeur de bande de la résonance du système. Ainsi, le facteur de qualité d'un résonateur est également défini comme rapport de la fréquence de résonance f sur la largeur de bande Δf mesurée entre les deux fréquences correspondant à la demi-hauteur de la puissance maximale par :

$$Q = \frac{f}{\Delta f} \quad (3.25)$$

où Δf correspond à la largeur de bande fréquentielle à $-3dB$ du maximum (pic) du résonateur comme montré par la figure 3.20b dans le cas de la réponse expérimentale de la cavité rectangulaire. Dans la limite des systèmes faiblement amortis, les équations (3.24) et (3.25)

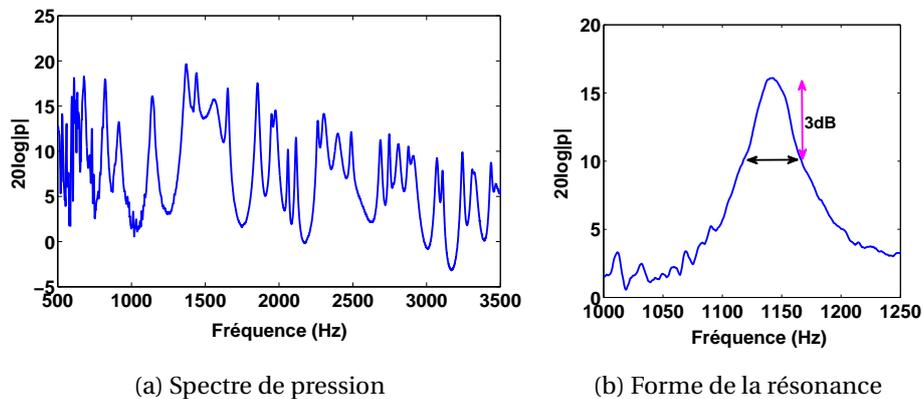


FIGURE 3.20 – Spectre de pression de la cavité régulière et forme d'une de ses résonances

sont équivalentes [BH03]. Se basant sur cette hypothèse, la pression de la cavité rectangulaire et celle de la cavité fractale toutes deux mesurées par réflecto-vibrométrie sont utilisées pour estimer le facteur de qualité des différentes résonances et les résultats sont donnés sur la figure 3.21.

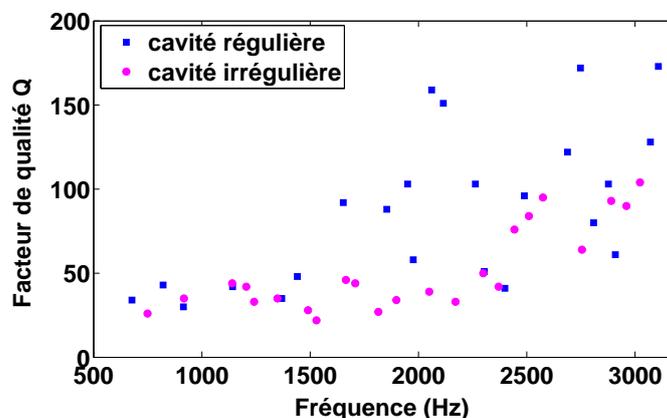


FIGURE 3.21 – Facteur de qualité expérimental de quelques résonances

Sur la figure 3.21, les facteurs de qualité des résonances de la cavité régulière et irrégulière sont comparés sachant que plus un oscillateur est amorti, plus son facteur de qualité est petit. Le résultat ainsi obtenu montre que globalement, la cavité fractale (irrégulière) est plus amortie que la cavité rectangulaire à l'exception de certaines fréquences où le facteur de qualité de la cavité régulière est inférieur à celui de la cavité irrégulière. Cela peut être dû au comportement physique des cavités mais aussi à la difficulté à déterminer le facteur de qualité avec cette méthode pour certaines résonances dont la forme de la courbe ne paraît pas si explicite.

Par ailleurs, une analyse minutieuse permet d'identifier le rapport E/W comme étant égal à l'inverse du taux d'amortissement d'énergie σ_e présenté dans la partie 1.4 du chapitre 1. Par conséquent, le facteur de qualité peut s'exprimer en fonction de σ_e par l'équation (3.26)

$$Q = \frac{\omega}{\sigma_e}. \quad (3.26)$$

où σ_e est le taux d'amortissement de l'énergie défini comme le rapport de l'énergie dissipée en parois de la cavité par effets visqueux (W) sur l'énergie emmagasinée (E). Faisant usage de l'équation (3.26), nous avons calculé le facteur de qualité expérimental des deux cavités. Les résultats de ce calcul sont donnés sur la figure 3.22. Ce résultat peut être considéré comme une généralisation du facteur de qualité par une extension de son calcul à des fréquences qui ne correspondent pas à des résonances.

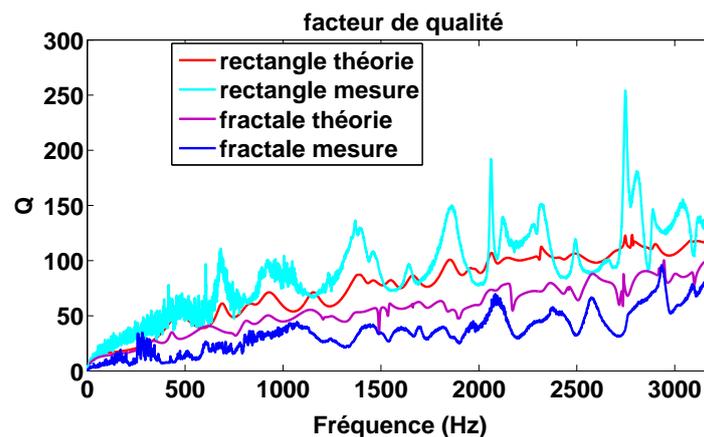
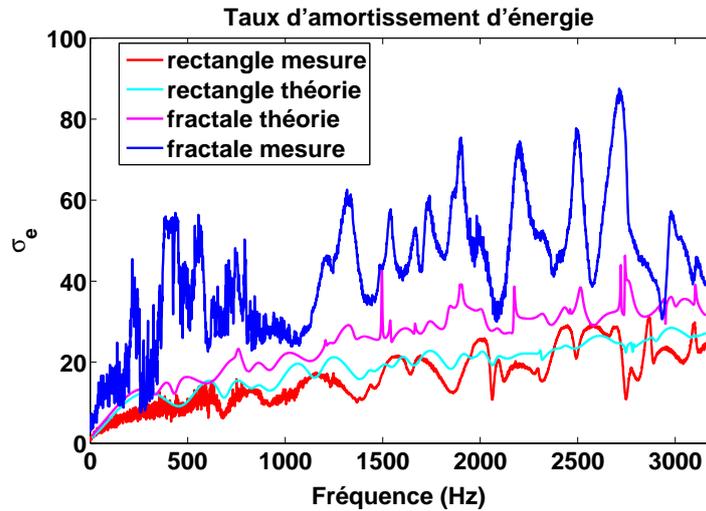


FIGURE 3.22 – Facteur de qualité de la cavité régulière et de la cavité fractale

Même si le facteur de qualité est un indicateur modal, nous l'avons calculé en continu avec le champ de pression mesuré par le vibromètre laser. Sur la figure 3.22, le facteur de qualité expérimental est comparé à celui issu du calcul théorique mais l'on peut noter la même tendance en fonction de la géométrie des cavités. Des deux types de calculs, le facteur de qualité de la cavité fractale (irrégulière) est inférieur à celui de la cavité rectangulaire (régulière). Or par définition, le facteur de qualité Q est inversement proportionnel à la dissipation dans un résonateur. Ce résultat signifie que la cavité irrégulière serait plus dissipative que son homologue régulière. De surcroît, pour la cavité fractale, les modes localisés qui ont pu être excités (comme le mode de fréquence 2717Hz) paraissent plus dissipatifs que d'autres modes non localisés. Le taux d'amortissement d'énergie de la figure 3.23 en donne une confirmation.

Les figures 3.22 et 3.23 montrent expérimentalement que la dissipation de l'énergie sonore dans une cavité dépend de sa forme géométrique. Il en sort que les irrégularités géométriques amortissent mieux l'onde acoustique que ne le font les formes régulières. Particulièrement, lorsque les irrégularités constituent des résonateurs couplés à une cavité principale

FIGURE 3.23 – Taux d'amortissement d'énergie σ_e en s^{-1}

alors elles sont le lieu de dissipation de l'énergie par effets thermo-visqueux.

Après le facteur de qualité, nous allons nous intéresser au coefficient d'absorption du son pour donner une mesure de la dissipation liée à un mode localisé. Afin de déterminer le coefficient d'absorption expérimental grâce aux données de mesure fournies par le vibromètre il va falloir utiliser une cavité appropriée comme c'était le cas dans le chapitre précédent.

3.3.3.2 Coefficient d'absorption

La dissipation d'énergie en acoustique peut être également quantifiée par le coefficient d'absorption. Le coefficient d'absorption est souvent utilisé pour caractériser les matériaux poro-élastiques (mousse, laine de verre, etc.). Lorsqu'une onde incidente arrive à la surface d'un matériau, le coefficient d'absorption de ce dernier donne une mesure de l'énergie qui n'est pas réfléchi par la paroi du matériau. Il exprime donc la fraction de l'énergie incidente absorbée par le matériau si celui-ci est placé sur un fond rigide et est par définition égal au rapport de la puissance absorbée par le matériau sur la puissance incidente. En pratique, le coefficient d'absorption α est souvent calculé (3.27) à partir du coefficient de réflexion qui relie l'amplitude de l'onde réfléchi par la paroi à celle de l'onde incidente.

$$\alpha = 1 - |R|^2, \quad (3.27)$$

où R est le coefficient de réflexion complexe. Pour caractériser les matériaux poro-élastiques, plusieurs méthodes ont été normalisées pour mesurer leur coefficient d'absorption [ISO85, Sta09, EN15, ISO96, ISO98]. Les méthodes dites de tubes à impédance [ISO96, ISO98] sont basées sur la propagation acoustique dans les guides d'onde pour déterminer les amplitudes complexes d'onde incidente et d'onde réfléchi par une surface. Ces méthodes sont basées sur l'hypothèse d'ondes planes et sont couramment utilisées en laboratoire pour la caractérisation acoustique des matériaux. Pour utiliser la réflecto-vibrométrie pour mesurer le coefficient d'absorption dû à une irrégularité, nous avons conçu une cavité irrégulière constituée d'un guide de section rectangulaire couplé à l'une de ses extrémités à un résonateur quart-d'onde en fente (Figure 3.24). Le guide d'onde est de dimensions $35 \times 14 \times 4 \text{ cm}^3$; celles du résonateur sont : $4.5 \times 0.6 \times 4 \text{ cm}^3$.

La cavité réalisée est excitée par une source acoustique située au quart supérieur de la largeur opposée à celle par laquelle le résonateur est couplé au guide d'onde. Le champ de

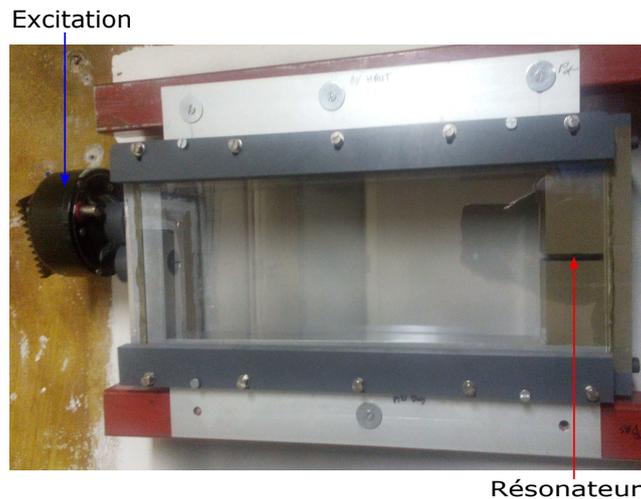


FIGURE 3.24 – Cavité à résonateur quart-d'onde pour la mesure du coefficient d'absorption

pression de la cavité est mesuré en plusieurs points donnés par le maillage de la figure 3.25. La mesure est toujours faite par réflecto-vibrométrie comme dans les cavités fractale et rectangulaire. La pression ainsi mesurée est utilisée pour calculer le coefficient de l'absorption due à la présence du résonateur. Le calcul du coefficient est basé sur la décomposition modale du champ de pression permettant de déterminer les amplitudes modales d'ondes aller et retour.

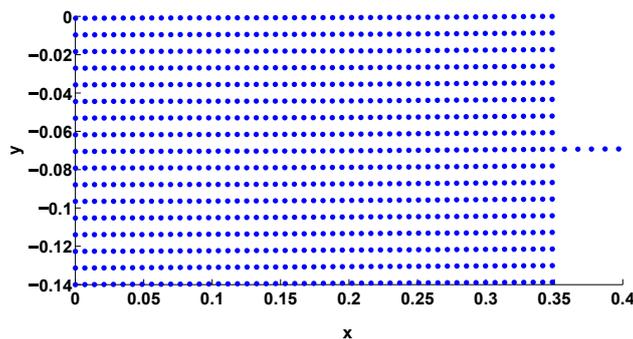


FIGURE 3.25 – Maillage de mesure de pression dans la cavité à résonateur

La détermination expérimentale du coefficient d'absorption par décomposition modale sera présentée en détails dans la partie suivante mais son application au champ de pression de la cavité de la figure 3.24 a donné le résultat reproduit sur la figure 3.26.

Sur cette figure, le coefficient d'absorption expérimental est comparé à celui obtenu analytiquement grâce à la méthode LRF [vdE00a] décrite dans le chapitre 1. Ces résultats sont en accord autour de la fréquence de résonance mais présentent des écarts en dehors de cette zone fréquentielle. Comme dans le cas de cavité fractale, ces écarts sont vraisemblablement dûs aux fuites d'air du côté du résonateur (coefficient d'absorption de 0.1 à 0.2 probablement dû aux fuites). En effet, comme cela peut être visible sur la figure 3.24, la cavité couplée n'est pas réalisée dans un seul bloc. Le résonateur a été réalisé dans un autre bloc puis inséré comme bouchon dans le guide d'onde pour le fermer. Malheureusement, malgré les précautions prises les dimensions n'ont pas permis de réaliser un ajustement assez serré pour assurer l'étanchéité du système. Par ailleurs autour de la fréquence 1225 Hz, apparaît une variation brutale du coefficient d'absorption expérimental qui correspond à la première fréquence transverse du guide d'onde. Malgré ces difficultés, le résultat de la mesure est sa-

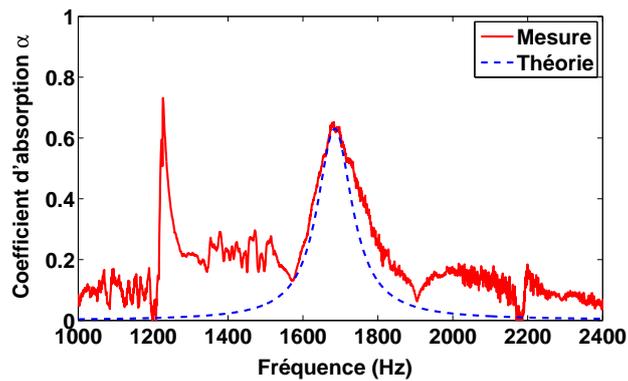


FIGURE 3.26 – Coefficient d'absorption du résonateur quart-d'onde. La théorie correspond à un calcul analytique par la méthode LRF

tisfaisant d'autant plus qu'il permet de confirmer les attentes à savoir le comportement du système autour de la résonance. Ce résultat permet de montrer une fois de plus l'utilité et la particularité de la refracto-vibrométrie puisque, grâce à elle nous avons pu accéder à la pression acoustique dans une fente de 6 mm , dimension plus petite que la taille d'un microphone $1/4$ de pouce.

3.4 Mesure du coefficient d'absorption des matériaux acoustiques par décomposition modale dans un guide d'onde

La mesure du coefficient d'absorption est fondamentale dans la caractérisation des matériaux utilisés pour la réduction du bruit (dans le bâtiment, en industries automobile et aéronavale, etc.). Comme évoqué dans les chapitres précédents, plusieurs méthodes existent pour réaliser cette mesure mais les plus populaires sont les méthodes normalisées dites de mesure au tube à impédance [ISO96, Sta95, ISO98, Sta98]. Ces deux méthodes sont employées pour mesurer le coefficient d'absorption et l'impédance à incidence normale des matériaux acoustiques. Dans ces méthodes, une source acoustique (chambre de compression) est montée à une extrémité d'un guide d'onde acoustique tandis que l'échantillon du matériau à caractériser est monté à l'autre extrémité. La première méthode utilise un seul microphone mobile tandis que la seconde qui est de nos jours largement utilisée emploie deux microphones séparés par une distance constante s [ISO98, SR77, CB80]. Les guides d'onde couramment utilisés dans ces techniques sont de section circulaire ou carrée (la section rectangulaire étant rarement conseillée). Le domaine de validité fréquentielle de ces méthodes est inversement proportionnel à la dimension transversale du guide d'onde (diamètre pour une section circulaire et côté pour une section carrée), ce qui constitue une grande limite de ces dernières. En effet, pour rester dans le cas d'une incidence normale, la gamme fréquentielle des méthodes de mesure au tube à impédance est limitée dans le régime d'onde plane. Ainsi, la fréquence maximale f_{max} du domaine de validité de ces méthodes est définie par la condition $f_{max} < 0.586c_0/d$ pour section circulaire de diamètre d (ou $f_{max} < 0.50c_0/d$ pour une section carrée de côté d). D'après ces conditions, plus la dimension transverse est grande plus la gamme fréquentielle de ces méthodes se réduit. Afin de monter en fréquence il va falloir utiliser des guides d'onde de petite section, ce qui limiterait drastiquement la taille de l'échantillon à tester et poserait le problème de représentativité. Une petite taille d'échantillon exposerait certains matériaux à une variation de leur rigidité et à des contraintes liées à leur tenue dans le tube se traduisant par une chute du co-

efficient d'absorption autour d'une fréquence caractéristique [LPA01]. Pour donner un ordre d'idée, pour aller jusqu'à 5000 Hz, il faut un tube cylindrique de diamètre maximal de 4 cm. Par ailleurs, pour la méthode à deux microphones, la distance s entre ces derniers doit satisfaire quelques contraintes permettant de la lier à la gamme de validité fréquentielle de la méthode. Les deux microphones doivent être placés dans une moitié de la plus petite longueur d'onde mais doivent permettre d'obtenir une certaine différence de phase entre eux. En effet, une grande distance intermicrophonique permet d'améliorer la précision de la mesure mais cette distance doit rester inférieure à la moitié de la petite longueur d'onde d'intérêt [Sta98]. Le compromis entre ces deux contraintes peut s'exprimer de façon mathématique par le système :

$$\begin{cases} s \ll c_0 / (2f_{max}) \\ s > 0.05c_0 / f_{min} \end{cases} \quad (3.28)$$

où f_{min} est la limite inférieure du domaine fréquentiel.

Pour combler les limites des méthodes à tube à impédance à un microphone et à deux microphones, d'autres techniques ont été développées. Il s'agit essentiellement des méthodes par décomposition modale proposées particulièrement par Aboum [Abo89], Akoum et Ville [AV98] et enfin Sshultz *et al.* [SCS06] pour permettre de mesurer le coefficient d'absorption de grands échantillons au-delà de la première fréquence de coupure du tube à impédance. Toutefois, ces méthodes nécessitent un certain nombre de paires de microphones montés près de l'échantillon. L'utilisation de plusieurs microphones n'est souvent pas sans conséquences car elle peut engendrer des erreurs dont le déphasage lié à la calibration des microphones. Récemment, Prisutova *et al.* [PHGB14] se sont intéressés à ce problème en proposant l'utilisation d'un seul microphone mobile pour la mesure de pression en plusieurs positions sur une ligne. Grâce à la grande section du guide d'onde, cette approche n'est pas affectée par le blocage microphonique statué dans la norme [Sta95] pour la méthode du tube à impédance utilisant un seul microphone. Dans cette méthode, les auteurs ont proposé une méthode mixte combinant la décomposition multi-modale et la transformée de Fourier spatiale unidirectionnelle. Néanmoins, afin d'assurer la précision du calcul de l'intégrale dans la transformée de Fourier, selon la fréquence maximale désirée, la distance entre deux points de mesure consécutifs ne doit pas dépasser une certaine valeur. Cela permet d'avoir un nombre significatif de points par longueur d'onde.

Dans cette thèse, nous proposons une méthode qui permet de mesurer le coefficient d'absorption des matériaux dans un guide d'onde sur une plage fréquentielle s'étendant au-delà de la fréquence de coupure du guide. La méthode proposée ici est similaire aux précédentes méthodes développées pour accéder au coefficient d'absorption au-delà des fréquences de coupure. Toutefois, contrairement à ces dernières, la pression dans le guide d'onde est mesurée par réflecto-vibrométrie et non par microphones. La réflecto-vibrométrie est déjà utilisée particulièrement par Valanduit *et al.* [VVGDS05] pour la mesure du coefficient d'absorption du son au tube à impédance. La méthode de calcul du coefficient d'absorption est la même que celle de la fonction de transfert (méthode du tube à impédance à deux microphones) sauf que la pression est mesurée par le vibromètre laser. L'avantage de cette méthode réside dans le fait qu'elle est non intrusive et donc ne souffre aucunement du blocage microphonique comme dans la méthode à un microphone. En plus, la mesure de pression est faite en plusieurs paires de positions séparées par des distances différentes. Cela a pour avantage de corriger les imperfections liées à l'espacement constant des microphones de la norme ISO 10534-2. L'inconvénient est que l'expansion de la plage fréquentielle de cette méthode n'a été possible que par l'utilisation d'un tube de très petite section ce qui réduit énormément la taille de l'échantillon. Dans notre méthode, un guide de section rectangulaire dont l'une des dimensions est suffisamment grande sera utilisé pour assurer la

représentativité de la taille de l'échantillon. Pour bien comprendre l'approche employée, le dispositif expérimental sera décrit avant que la méthode ne soit présentée.

3.4.1 Dispositif expérimental de mesure du coefficient d'absorption par réfracto-vibrométrie

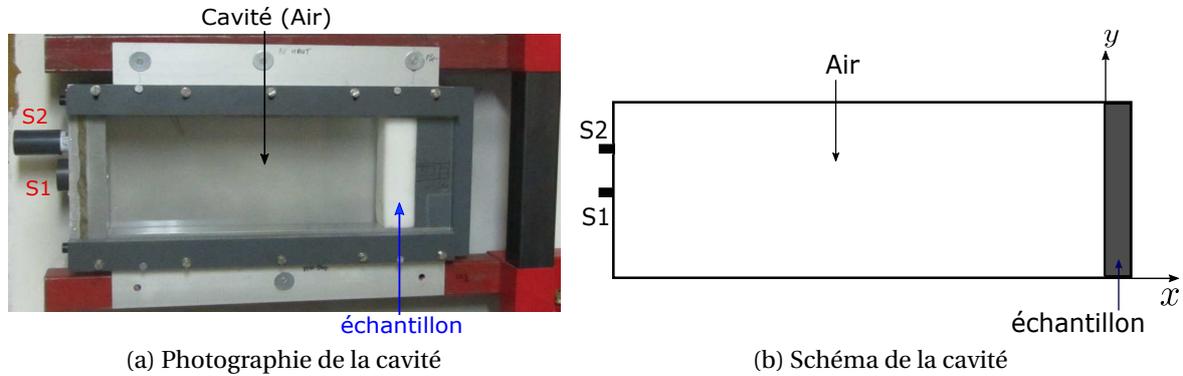


FIGURE 3.27 – Dispositif expérimental de mesure du coefficient d'absorption des matériaux acoustiques

Pour mesurer le coefficient d'absorption du son des matériaux acoustiques à partir des mesures de pression faites au vibromètre laser, un guide d'onde spécifique a été conçu (Figure 3.27). Il s'agit d'un guide d'onde parallélépipédique transparent de longueur $L_x = 35\text{cm}$ et section rectangulaire ($L_y = 14\text{cm}$ et $L_z = 4\text{cm}$). Comme déjà expliqué précédemment, la dimension suivant la direction z est choisie petite pour permettre de mesurer la pression par réfracto-vibrométrie sur une large plage fréquentielle limitée par la fréquence du premier mode suivant cette direction z . L'échantillon du matériau est placé à une extrémité du guide tandis que l'excitation est placée à l'autre extrémité. Une seule excitation a été utilisée mais deux emplacements différents (S1 et S2) ont été choisis pour celle-ci suivant que l'on veut ou non exciter le premier mode transverse du guide d'onde (Fig.3.27b). Le point source S1 est situé au milieu de la dimension L_x tandis que S2 correspond au quart supérieur de cette dimension. Par ailleurs, dans les deux cas la source est localisée au centre de L_z . L'échantillon est supporté à l'arrière par une surface rigide. La pression dans la cavité est mesurée en un grand nombre de points par le vibromètre laser à balayage (PSV-400). Le rayon laser est dirigé suivant l'axe z , perpendiculaire au plan (x, y) . Ce sont les données issues de cette mesure qui seront ensuite utilisées pour déterminer le coefficient d'absorption du matériau grâce à la méthode qui sera présentée dans la partie suivante.

3.4.2 Développement théorique de la méthode de mesure : décomposition modale

La mesure de la pression par le vibromètre laser est faite uniquement dans la partie vide la cavité (ne contenant que l'air) sur un grand nombre de points définis par un maillage régulier. Le guide d'onde étant dirigé suivant l'axe x , la pression à chaque fréquence en un point de la cavité peut être exprimée par la somme des modes propagatifs à cette fréquence de la cavité par :

$$p(x, y, z) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{r=0}^{\infty} \cos\left(\frac{m\pi}{L_y} y\right) \cos\left(\frac{r\pi}{L_z} z\right) (A_{mr} e^{-jk_{mr}x} + B_{mr} e^{+jk_{mr}x}) \quad (3.29)$$

où m et n sont les indices des modes du guide d'onde, k_{mr} est le nombre d'onde modal défini par $k_{mr} = \sqrt{k^2 - (m\pi/L_y)^2 - (r\pi/L_z)^2}$ avec $k = 2\pi f/c_0$. Un mode se propage de la source vers le matériau si $k_{mr} > 0$. A_{mr} est l'amplitude complexe du mode propagatif incident tandis que B_{mr} représente l'amplitude complexe réfléchi du mode correspondant. La connaissance de ces amplitudes modales est indispensable à la détermination du coefficient d'absorption du matériau par l'intermédiaire du coefficient de réflexion défini comme le rapport de l'amplitude réfléchi sur l'amplitude incidente ($R = B/A$). Dans la gamme fréquentielle qui s'étend jusqu'au premier mode transverse de la direction z ($f < C_0/2L_z$), la pression dans la cavité est assimilable à celle d'un guide d'onde 2D et l'équation (3.29) se ramène sous la forme :

$$p(x, y) = \sum_{m=0}^{\infty} \cos\left(\frac{m\pi}{L_y}y\right) (A_m e^{-jk_m x} + B_m e^{+jk_m x}). \quad (3.30)$$

Cette hypothèse reste encore valable au delà du premier mode transverse suivant z dans le cas de notre dispositif d'autant plus que, la source étant placée au centre de L_z , ce premier mode n'est pas excité ou ne l'est que très faiblement. Dans la gamme fréquentielle qui nous intéresse, seuls les deux premiers modes peuvent être retenus ; il en résulte donc trois amplitudes modales incidentes (A_0, A_1, A_2) et trois amplitudes modales réfléchies (B_0, B_1, B_2). Si la pression acoustique est mesurée en N points différents, alors l'équation (3.30) peut être formulée de façon matricielle par :

$$\{p\} = [\Phi]\{A_0, B_0, A_1, B_1, A_2, B_2\}^T, \quad (3.31)$$

où $\{p\}$ est un vecteur ($N \times 1$) de pression complexe mesurée et $[\Phi]$ est la matrice modale ($N \times 6$) obtenue en utilisant l'équation (3.30) pour $m = 0, 1, 2$. Les amplitudes modales peuvent être déterminées par inversion du système (3.31) si la pression dans la cavité est connue en au moins 6 positions différentes. Dans le cadre de ce travail, le problème est largement surdéterminé alors les amplitudes modales sont obtenues en faisant usage d'une pseudo-inverse [LPFS16] de la matrice modale :

$$\{A_0, B_0, A_1, B_1, A_2, B_2\}^T = ([\Phi]^H [\Phi])^{-1} [\Phi]^H \{p\}. \quad (3.32)$$

Une fois que les amplitudes modales A_m et B_m sont connues, on peut facilement calculer le coefficient d'absorption total grâce la relation (3.33) déduite de la loi de conservation d'énergie [PHGB14].

$$\alpha = 1 - \frac{\sum_m \frac{Re(k_m)}{\varepsilon_m} |B_m|^2}{\sum_m \frac{Re(k_m)}{\varepsilon_m} |A_m|^2} \quad (3.33)$$

où $\varepsilon_{m=0} = 1$ et $\varepsilon_{m>0} = 2$.

Il est aussi possible de déterminer le coefficient d'absorption spécifique à chaque mode par :

$$\alpha_m = 1 - \frac{|B_m|^2}{|A_m|^2}. \quad (3.34)$$

Le coefficient d'absorption du son en incidence normale ou en onde plane souvent mesuré dans les tubes à incidences par les normes ISO 10534-1 [ISO96] et ISO 10534-2 [ISO98] est défini par les amplitudes A_0 et B_0 par :

$$\alpha_0 = 1 - \frac{|B_0|^2}{|A_0|^2}. \quad (3.35)$$

Etant donné que seuls les modes propagatifs sont considérés, les amplitudes modales sont données par plages fréquentielles définies par la fréquence de coupure des modes correspondants. Ainsi, pour le guide d'onde de largeur $L_y = 14\text{cm}$ et dont les deux premiers modes apparaissent respectivement aux fréquences $f_1 = 1225\text{Hz}$ et $f_2 = 2450\text{Hz}$ on a :

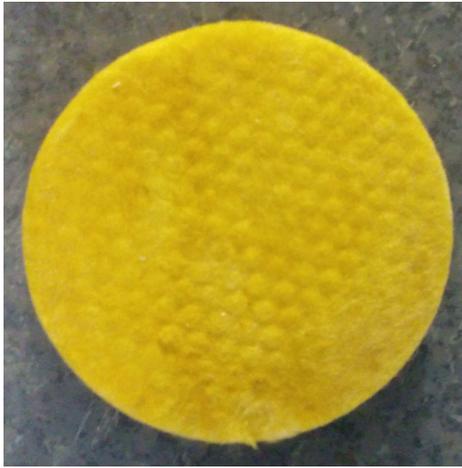
3.4. MESURE DU COEFFICIENT D'ABSORPTION DES MATÉRIAUX ACOUSTIQUES PAR DÉCOMPOSITION MODALE DANS UN GUIDE D'ONDE

- de 0 à 1225 Hz seule l'onde plane se propage et on a juste les amplitudes A_0 et B_0 ;
- de 1225 Hz à 2450 Hz, l'onde plane et le premier mode se propagent dans le guide d'onde avec les amplitudes A_0 , B_0 et A_1 et B_1 ;
- à partir de 2450 Hz l'onde plane et les deux premiers retenus sont propagatifs et les six amplitudes $\{A_0, B_0, A_1, B_1, A_2, B_2\}$ sont à prendre en compte.

Les modes propagatifs arrivent sur le matériau acoustique suivant un angle d'incidence θ_m défini par :

$$\theta_m = \arccos \left(\frac{\sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{L_y}\right)^2}}{k} \right) \quad (3.36)$$

3.4.3 Résultats et discussion sur quelques matériaux



(a) Laine de roche d'épaisseur 2.5cm : $\sigma = 51200 \text{Ns/m}^4$, $\phi = 0.97$, $\alpha_\infty = 1.06$, $\Lambda = 41 \cdot 10^{-6} \text{m}$, $\Lambda' = 59 \cdot 10^{-6} \text{m}$, [OP08]



(b) mélamine d'épaisseur 4cm : $\sigma = 12000 \text{Ns/m}^4$, $\phi = 0.98$, $\alpha_\infty = 1.01$, $\Lambda = 100 \cdot 10^{-6} \text{m}$, $\Lambda' = 150 \cdot 10^{-6} \text{m}$, [Lec05]

FIGURE 3.28 – Matériaux acoustiques testés

La méthode de décomposition modale décrite à la section 3.4.2 a été employée pour mesurer le coefficient d'absorption de matériaux couramment utilisés pour l'isolation sonore : il s'agit de la laine de roche et de la mousse de mélamine (Figure : 3.28). Sur cette figure, seuls sont présentés les échantillons utilisés pour la mesure du coefficient d'absorption dans le tube de Kundt (tube à impédance) circulaire de diamètre 100 mm selon la norme ISO 10534-2. Les échantillons testés avec la méthode de décomposition modale grâce aux mesures du vibromètre laser sont de section rectangulaire (140 × 40 mm comme le montre la figure 3.28). Les résultats de notre méthode sont comparés à ceux de la norme ISO 10534-2 et à ceux d'un modèle théorique analytique pour une incidence normale. Le modèle théorique est le modèle de fluide équivalent qui consiste à remplacer un matériau poreux de squelette rigide par un fluide de paramètres intrinsèques (masse volumique $\tilde{\rho}(\omega)$, module de compression $\tilde{K}(\omega)$) équivalents. Plusieurs modèles de fluide équivalent plus ou moins précis existent pour prédire ces paramètres intrinsèques à partir d'un certain nombre de paramètres physiques du matériau. Celui utilisé dans cette thèse est le modèle dit de Johnson-Champoux-Allard

(JCA) [JKD87, CA91] qui utilise 5 paramètres géométriques à savoir la résistivité au passage de l'air σ , la porosité ϕ , la tortuosité α_∞ , la longueur caractéristique visqueuse Λ et la longueur caractéristique thermique Λ' . Selon le modèle JCA, la masse volumique équivalente $\tilde{\rho}(\omega)$ et le module de compressibilité $\tilde{K}(\omega)$ d'un matériau poreux de squelette rigide sont respectivement donnés par les équations (3.37) et (3.38).

$$\tilde{\rho}(\omega) = \frac{\alpha_\infty \rho_0}{\phi} \left[1 + \frac{\sigma \phi}{j \omega \rho_0 \alpha_\infty} \sqrt{1 + j \frac{4 \alpha_\infty^2 \mu \rho_0 \omega}{\sigma^2 \Lambda^2 \phi^2}} \right] \quad (3.37)$$

$$\tilde{K}(\omega) = \frac{\gamma P_0 / \phi}{\gamma - (\gamma - 1) \left[1 - j \frac{8 \kappa}{\Lambda'^2 C_p \rho_0 \omega} \sqrt{1 + j \frac{\Lambda'^2 C_p \rho_0 \omega}{16 \kappa}} \right]^{-1}} \quad (3.38)$$

où ρ_0 est la masse volumique moyenne de l'air, μ est sa viscosité dynamique, κ sa conductivité thermique, P_0 la pression moyenne et ω la pulsation. La masse volumique équivalente $\tilde{\rho}(\omega)$ et le module de compressibilité $\tilde{K}(\omega)$ permettent de déterminer l'impédance caractéristique du matériau par :

$$Z_c(\omega) = \sqrt{\tilde{\rho}(\omega) \tilde{K}(\omega)}. \quad (3.39)$$

L'impédance caractéristique est nécessaire pour déterminer l'impédance de surface d'un échantillon du matériau lorsqu'il est soumis à une onde acoustique. En effet, lorsqu'un matériau d'épaisseur d est ébranlé par une onde sonore avec un angle d'incidence θ_i , l'impédance de surface de cette dernière est donné par :

$$Z_s(\omega) = -j \frac{Z_c}{\cos \theta_t}(\omega) \cot [\tilde{k}(\omega) \cos \theta_t d] \quad (3.40)$$

où θ_t est l'angle de l'onde transmise (ou réfractée dans le matériau) et qui est lié à l'angle d'incidence θ_i par la loi de Snell [AA09] par :

$$\frac{\sin \theta_i}{c_0} = \frac{\sin \theta_t}{\tilde{c}} \quad (3.41)$$

avec \tilde{c} la célérité de l'onde dans le matériau. Enfin \tilde{k} est défini par :

$$\tilde{k} = \omega \sqrt{\frac{\tilde{\rho}(\omega)}{\tilde{K}(\omega)}} \quad (3.42)$$

Une fois que l'impédance de surface d'un matériau est connue, son coefficient d'absorption α peut être déterminé via son coefficient de réflexion qui s'exprime par :

$$R(\omega) = \frac{Z_s(\omega) \cos \theta_i - \rho_0 c_0}{Z_s(\omega) \cos \theta_i + \rho_0 c_0} \quad (3.43)$$

Dans le cas d'une incidence normale ($\theta_i = 0$), les équations (3.40) et (3.43) deviennent respectivement :

$$Z_s(\omega) = -j Z_c(\omega) \cot [\tilde{k}(\omega) d] \quad (3.44)$$

et

$$R(\omega) = \frac{Z_s(\omega) - \rho_0 c_0}{Z_s(\omega) + \rho_0 c_0} \quad (3.45)$$

Les résultats de notre dispositif de mesure du coefficient par le vibromètre laser, de la norme ISO 10534-2 et du modèle théorique analytique de fluide équivalent de Jonhson-Champoux-Allard ainsi décrit sont donnés sur la figure 3.29.

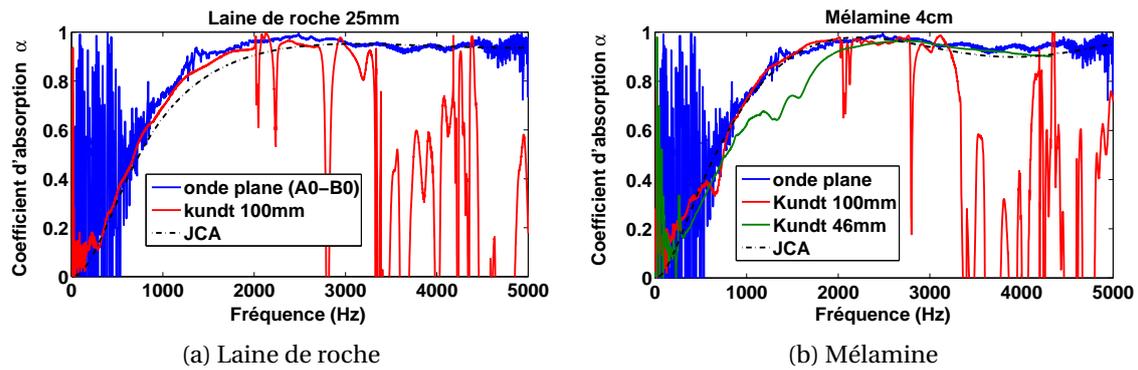


FIGURE 3.29 – Coefficients d'absorption expérimentaux et théoriques de deux matériaux

Sur la figure 3.29, le coefficient d'absorption expérimental d'onde plane (incidence normale) de la laine de roche et de la mélamine obtenu par la méthode de décomposition modale grâce à la pression mesurée par réfracto-vibrométrie dans le dispositif de la figure 3.27 est comparé à celui mesuré par la méthode de fonction de transfert dans un tube de Kundt (ISO 10534-2). On rappelle que le guide d'onde rectangulaire utilisé pour la mesure réfracto-vibrométrique est de largeur 14cm tandis que le tube de Kundt circulaire est de diamètre 10cm . Ces dimensions définissent les fréquences de coupures respectives des deux dispositifs et qui fixent les limites de validité supérieures de la méthode de la norme ISO 10534-2. Ces fréquences sont de 1225Hz pour le guide d'onde rectangulaire et 2000Hz pour le tube de Kundt circulaire. Sur les graphes de la figure 3.29, on constate sans ambiguïté que le coefficient d'absorption obtenu par la méthode du tube de Kundt ordinaire n'a de sens que jusqu'à la première fréquence de coupure du tube (2000Hz) confirmant ainsi les limites prédites de la méthode. En revanche la méthode de décomposition modale a permis d'estimer le coefficient d'absorption expérimental des échantillons au-delà de la fréquence de coupure du guide d'onde utilisé qui est de 1225Hz seulement. Par cette méthode, nous avons ainsi pu mesurer le coefficient d'absorption jusqu'à 5000Hz grâce à l'utilisation de la réfracto-vibrométrie qui a permis d'acquérir le champ de pression dans tout le guide d'onde. Cela aurait été difficile par l'utilisation d'un ou de plusieurs microphones pour plusieurs raisons dont le problème de calibrage et d'encombrement. Par ailleurs, sur la figure 3.29b, en plus du résultat au tube de Kundt de 100mm , celui obtenu dans un tube de 46mm de diamètre pour étendre la gamme fréquentielle de validité jusqu'à 4330Hz a été construit. Ces deux résultats permettent de mettre en lumière les conséquences de l'utilisation des tubes de petits diamètres (donc des échantillons de petites tailles) dans les méthodes normalisées. En effet, sur les courbes des tubes de Kundt 100mm et 46mm , on observe un affaissement du coefficient d'absorption dans les basses fréquences à cause de la rigidité (module de Young) du matériau qui dépend du facteur de forme pour des petits échantillons et des contraintes liées aux conditions aux limites [LPA01, Jao03, Ren08]. Il a été reconnu que la tenue du matériau dans le tube à impédance est très délicate pour des tubes de faibles diamètres, ce qui s'accompagne de la représentativité de la taille de l'échantillon. Enfin, même en utilisant le tube de diamètre 46mm , on a obtenu le coefficient jusqu'à une fréquence (4330Hz) qui est inférieure à la fréquence maximale (5000Hz) atteinte avec notre méthode de décomposition modale via la réfracto-vibrométrie.

Sur la figure 3.30, le coefficient d'absorption en onde plane (3.35) et total (3.33) des deux matériaux sont comparés entre eux d'une part et avec le résultat analytique d'autre part. Ces résultats sont assez cohérents entre eux mais on observe une chute brusque d'absorption totale autour des fréquences 1225Hz et 2450Hz . Ce résultat est prévisible car ces deux fré-

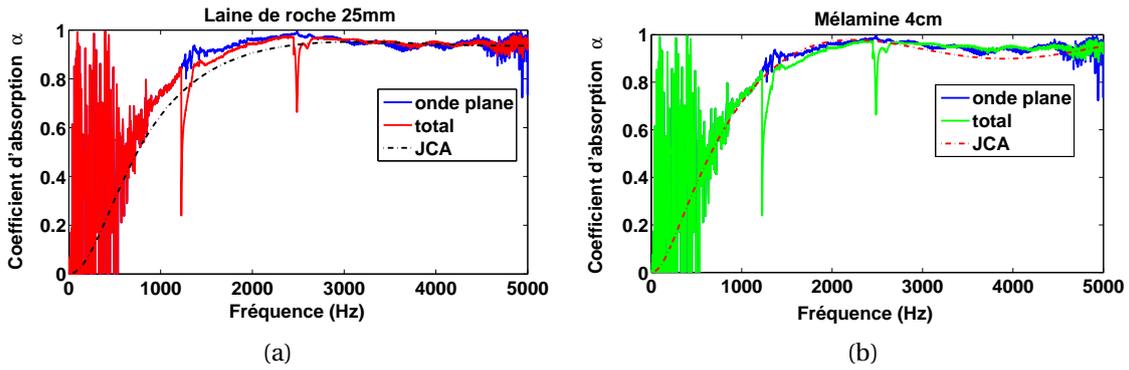


FIGURE 3.30 – Coefficient d'absorption d'onde plane et coefficient d'absorption total

quences correspondent aux deux premiers modes transverses du guide d'onde qui sont pris en compte dans le calcul. Le coefficient d'absorption en onde plane dans lequel les deux modes ne sont pas pris en compte est une preuve supplémentaire de ce phénomène car ne présentant aucune chute à ces fréquences. Ces résultats sont obtenus avec une source placée au premier quart supérieur de la largeur du guide d'onde (S2 sur la figure 3.27) favorisant ainsi l'excitation des deux premiers modes. Ainsi, la première chute dans le coefficient d'absorption total peut être évitée si la source est mise au centre de la largeur (S1) comme le montre la figure 3.31 concernant la mélamine.

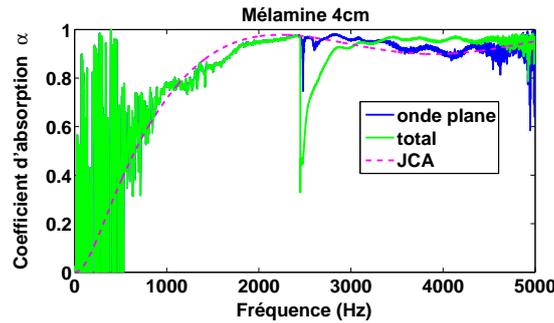


FIGURE 3.31 – Coefficient d'absorption pour une source centrée sur la largeur

Par ailleurs, le coefficient d'absorption expérimental est également déterminé pour chacun des modes propagatifs retenus grâce à la relation (3.34). Les résultats de ce calcul sont donnés sur la figure 3.32 où le coefficient d'absorption de chaque mode est construit en fonction de sa gamme fréquentielle de propagation. Les angles d'incidence des deux modes supérieurs ($m = 1$ et $m = 2$) sont également donnés sur la figure 3.33. Etant donné qu'il s'agit des modes propagatifs, ces angles d'incidence ne sont considérés qu'à partir des nombres d'onde modaux k_m supérieur à zéro.

Enfin, on retrouve le bruit basse fréquence observé précédemment et lié à notre dispositif expérimental. Pour se faire une idée du coefficient d'absorption dans cette zone fréquentielle, nous avons calculé le coefficient d'absorption de chaque mode en fonction de $k_m c_0 / 2\pi$ qui est également homogène à la fréquence. Le résultat de cette opération est reproduit sur la figure 3.34. Il ressort des courbes de cette figure que pour de fortes valeurs de nombres d'onde modaux k_m (faibles angles d'incidence), le coefficient d'absorption en incidence oblique est plus proche de celui en incidence normale. En revanche, pour des faibles valeurs de k_m (grands angles d'incidence), le coefficient d'absorption est assez élevé comparativement à celui d'onde en incidence normale. Ce résultat est donc cohérent avec la théorie

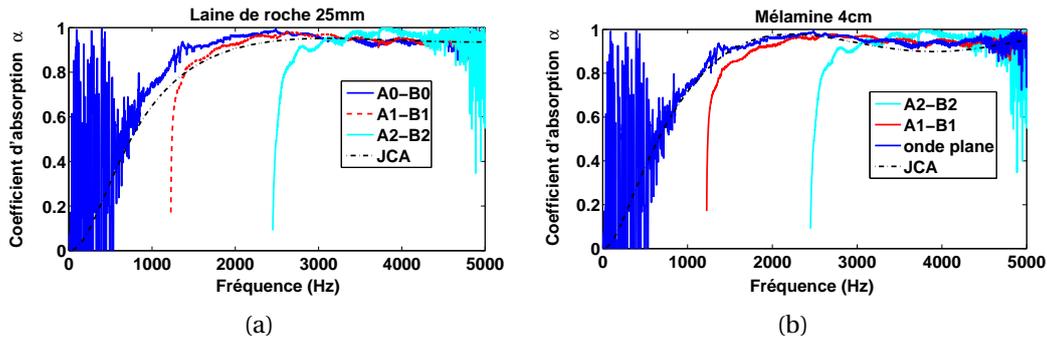


FIGURE 3.32 – Coefficient absorption des modes propagatifs

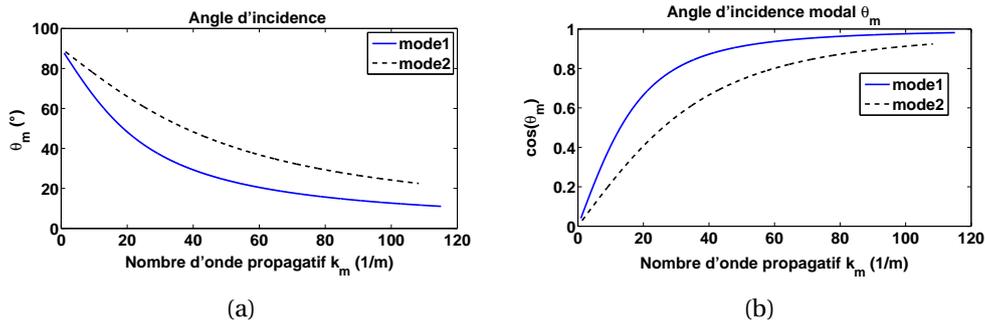


FIGURE 3.33 – Angle d'incidence des deux modes d'ordre supérieur

qui stipule que le coefficient d'absorption d'une onde acoustique en incidence oblique est supérieur à celui d'une onde en incidence normale [AA09]. Même si cette façon de construire le coefficient d'absorption des modes d'ordre supérieur surestime le coefficient d'absorption de l'onde plane, elle permet d'en donner l'allure et une estimation qualitative acceptables pouvant orienter certaines prises de décision.

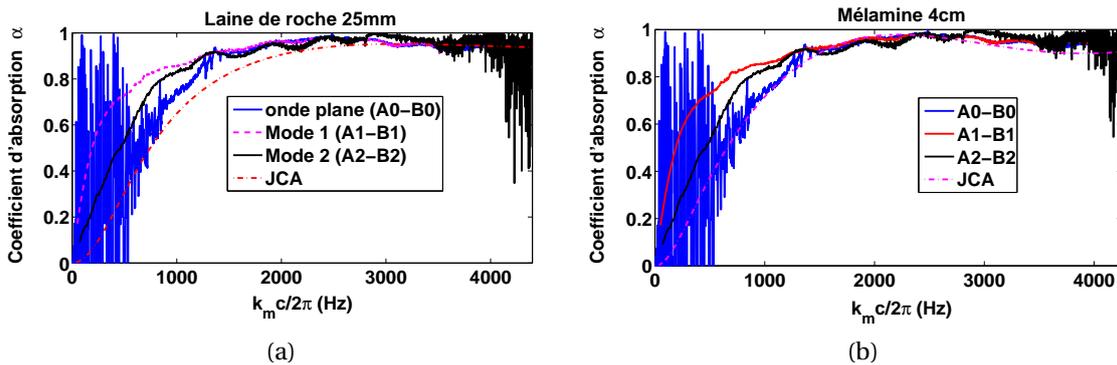


FIGURE 3.34 – Coefficient d'absorption en fonction du nombre d'onde modal

Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la validation expérimentale du phénomène de localisation et la mesure des indicateurs de dissipation acoustique par réflecto-vibrométrie.

Les deux premières parties ont servi à présenter la théorie et la validation de la technique de réflecto-vibrométrie qui consiste à mesurer un champ de pression avec le vibromètre laser. En effet, la vibrométrie laser classique est une technique de mesure sans contact qui permet de mesurer la vitesse des vibrations de structures réfléchissantes. Néanmoins, lorsque la structure réfléchissante est rigide et immobile et qu'elle est placée derrière un milieu transparent (air) soumis à une onde acoustique alors le vibromètre peut permettre de mesurer le champ acoustique de ce milieu par le biais de la variation de son indice de réfraction. Lorsque ces conditions sont réunies, le vibromètre mesure une vitesse virtuelle image de la pression à mesurer, les deux étant liées par une relation analytique bien établie si le champ acoustique est bien confiné entre deux plans parallèles distants de moins d'une demi longueur d'onde. La réflecto-vibrométrie a été validée en utilisant une cavité parallélépipédique de faible épaisseur dans la direction du rayon laser.

Dans la troisième partie, la réflecto-vibrométrie a été employée pour l'étude expérimentale du phénomène de localisation. A cet effet, le champ acoustique à mesurer a été confiné dans une cavité régulière parallélépipédique et une cavité irrégulière de forme fractale. L'avantage de cette technique est qu'elle a permis de valider expérimentalement le phénomène de localisation, validation difficile à faire avec les microphones. En effet, grâce à la réflecto-vibrométrie, nous avons pu visualiser les modes localisés expérimentaux de la cavité fractale. Nous avons aussi confirmé le caractère localisé de ces modes au moyen du volume d'existence relatif calculé avec la pression mesurée par le vibromètre laser à balayage utilisé dans ce travail. Des indicateurs de dissipation relative à la localisation ont été également estimés par la réflecto-vibrométrie.

Enfin, grâce à la réflecto-vibrométrie, nous avons pu concevoir un guide d'onde de section rectangulaire de grandes dimensions comparativement aux dimensions transverses du tube de Kundt classique pour mesurer le coefficient d'absorption des matériaux acoustiques sur une large gamme de fréquence. L'accès au champ de pression dans tout le guide d'onde rendu possible grâce à la réflecto-vibrométrie laser à balayage nous a permis d'extraire les amplitudes aller et retour des modes propagatifs dans le guide d'onde grâce à la théorie de la décomposition modale. Contrairement aux méthodes normalisées souvent utilisées pour caractériser les matériaux, notre méthode permet d'obtenir le coefficient d'absorption sur une gamme fréquentielle qui s'étend largement au delà de la première fréquence de coupure du guide d'onde. Dans cette thèse, la mélamine et la laine de roche ont été testées avec cette méthode et les résultats sont globalement en accord avec la théorie.

Malgré tous ces résultats intéressants, il faut reconnaître que la réflecto-vibrométrie peut être aussi une technique contraignante et quelque peu fastidieuse. Les conditions qui sont à l'origine de son établissement doivent être respectées au mieux que possible pour espérer estimer au mieux le champ acoustique à mesurer. Dans nos études, les mesures sont fortement bruitées pour plusieurs raisons qui sont difficiles à maîtriser et il a été montré [Lec12] que pour certaines dimensions le bruit de fond dans les basses fréquences est supérieur à la réponse acoustique d'une cavité. Toutefois, ces difficultés n'ont pas empêché de répondre au défi expérimental posé dans cette thèse et qui consiste à trouver un moyen de mise en évidence pratique du phénomène de localisation jusque là pas encore réalisée. D'ailleurs, nous pouvons affirmer que le choix de la réflecto-vibrométrie a permis d'aller au delà de cet objectif grâce au système de mesure du coefficient d'absorption des matériaux poro-élastiques mis en place dans cette thèse.

Conclusion et perspectives

Dans cette thèse, nous avons étudié la possibilité d'utiliser les irrégularités de forme à travers le phénomène physique de localisation pour atténuer le bruit particulièrement en espaces clos. L'objectif principal de ce travail était de comprendre au mieux le phénomène de localisation pour en déterminer le lien avec la dissipation de l'énergie sonore.

Plusieurs réseaux de résonateurs quart d'onde à section circulaire ont été modélisés en acoustique par le modèle de Fréquence réduite de Zwicker et Kosten (modèle LRF en anglais) qui a permis de prédire leur dissipation. Ces modèles ont été complétés par des mesures du coefficient d'absorption de chaque réseau. Il émane de ces travaux que le réseau de résonateurs couplés de façon mixte (mise en parallèle d'un ou de plusieurs types de résonateurs faits chacun d'au moins deux tubes de sections différentes connectés l'un à la suite de l'autre) est très efficace s'il est bien dimensionné. L'efficacité porte sur le niveau de dissipation mais surtout sur la largeur de la gamme fréquentielle d'amortissement que peut réaliser le réseau. Les résonateurs uniformes peuvent aussi réaliser des dissipations importantes mais sur des bandes fréquentielles plus étroites que celles obtenues avec des résonateurs couplés. Les principaux mécanismes de dissipation dans ces résonateurs sont d'origine visqueuse et thermique à cause de la viscosité et de la conductivité thermique du fluide (air). Par ailleurs, il a été développé un modèle semi-analytique utilisant le modèle de Helmholtz sans pertes pour prédire la dissipation (absorption des résonateurs) dans les systèmes à résonateurs de forme quelconque. Ce modèle a permis de réaliser un gain important en termes de temps et de mémoire de calcul par méthodes numériques (FEM) comparativement aux modèles thermovisqueux.

Nous avons montré que la localisation qui consiste en un confinement de l'énergie ou de l'amplitude d'une vibration (sonore) dans de très faibles volumes est effectivement un phénomène caractéristique des irrégularités géométriques. La localisation en acoustique ne peut avoir lieu que dans les cavités de formes géométriques irrégulières. De plus, les zones de confinement peuvent être considérées comme des sous cavités (résonateurs) couplées à une cavité principale. La fréquence d'un mode localisé est intimement liée aux dimensions de la zone de localisation. L'étude de la localisation a été faite de façon modale pour définir le comportement intrinsèque des cavités en fonction de leur forme géométrique. Le caractère localisé d'un mode acoustique d'une cavité est quantifiable grâce à un indicateur sans dimension appelé *volume d'existence relatif* V_{ER} qui donne, en fraction du volume total de la cavité, le volume effectif de la zone où a été concentré le mode. A cet effet, un mode est dit localisé si son volume d'existence relatif est suffisamment petit ($V_{ER} \leq 0.1$). Pour ce qui est de l'atténuation du son, nous avons montré de façon théorique et expérimentale que les cavités irrégulières sont plus amorties que leurs homologues régulières. Cette propriété a été traduite par des valeurs du facteur de qualité plus faibles dans le cas des cavités irrégulières comparativement à celles des cavités régulières. L'amortissement n'est observable que pour des cavités irrégulières disposant de modes localisés dans la plage fréquentielle d'intérêt considérée, confirmant l'atténuation dans les cavités irrégulières comme étant une conséquence du phénomène de localisation. Néanmoins, la dissipation induite

par la localisation acoustique n'est pas linéaire à cette dernière. En d'autres termes, même s'il est clair que les cavités localisantes favorisent l'amortissement de l'énergie de l'onde acoustique, le niveau de la dissipation d'un mode localisé n'est pas seulement lié au degré de localisation de ce mode. Comme cela a été montré avec les résonateurs quart-d'onde, l'amplitude de la dissipation est influencée par plusieurs paramètres comme la porosité, la résistance au passage de l'air entrant dans les zones de localisation. Le principal rôle de la localisation dans la dissipation est d'amplifier, grâce à la résonance de modes localisés, les mécanismes de dissipation visco-thermiques tels que les gradients de vitesse et de pression dans les zones de localisation. Grâce à cela, il a été montré que les irrégularités géométriques peuvent être réalisées dans les matériaux poro-élastiques pour augmenter leur pouvoir dissipatif (pour ceux qui sont moins performants ou dans les basses fréquences) en vue d'une meilleure atténuation du bruit dans les environnements de vie ou de travail clos.

Sur le plan expérimental, nous avons pu valider l'existence du phénomène de la localisation et de son lien avec la dissipation acoustique avec une technique de mesure de pression moins conventionnelle que l'utilisation des microphones. La localisation étant caractéristique des sous-cavités de petites dimensions, il a été jusque là très difficile de la mettre en œuvre au moyen des outils conventionnels de mesure de pression tels que les microphones. Face à cette difficulté, nous avons choisi d'utiliser la réfracto-vibrométrie laser, une technique de mesure de pression basée sur l'utilisation d'un vibromètre laser. Le vibromètre laser est un outil de mesure des vitesses vibratoires des structures réfléchissantes mais nous avons pu montrer que sous certaines conditions, il peut permettre de mesurer la pression du champ acoustique établi devant le réflecteur. Pour y arriver, il faut que le champ acoustique à mesurer soit limité dans un domaine transparent au rayon laser placé devant une surface rigide réfléchissante et parfaitement immobile. L'avantage de cette technique est qu'elle est non intrusive et peut permettre de mesurer la pression dans des zones même inaccessibles avec les microphones (petites dimensions, chaudes, corrosives, etc.). Grâce à cette technique, nous avons pu établir des cartographies du champ de pression expérimental des cavités acoustiques de faible épaisseur. Par ces cartographies, beaucoup de modes localisés de la cavité irrégulière utilisée dans cette thèse ont été observés pour la première fois et cela constitue l'une des originalités fortes de ce travail malgré les difficultés inhérentes à la mise en place de la réfracto-vibrométrie.

Par ailleurs, au-delà de l'analyse du phénomène de localisation, la réfracto-vibrométrie nous a permis de mettre sur pieds un système de mesure du coefficient d'absorption des matériaux poro-élastiques dans un guide d'onde de section rectangulaire de grandes dimensions. Ce système a la particularité d'employer une méthode qui permet de déterminer le coefficient d'absorption expérimental au-delà des premières fréquences de coupure du guide d'onde, fréquences qui constituent la limite des méthodes normalisées comme la norme ISO 10534-2 (méthode du tube à impédance ou de Kundt à deux microphones). Cela a été facilité par le fait qu'avec le vibromètre laser à balayage, le champ acoustique dans tout le guide d'onde peut être mesuré. La plus grande dimension de la section rectangulaire du guide d'onde réalisé est de 14cm , ce qui correspond à une première fréquence de coupure de 1225Hz . Deux matériaux poreux couramment utilisés en acoustique ont été testés avec cette méthode et nous avons obtenu le coefficient d'absorption du son jusqu'à 5000Hz . Ces résultats ont été comparés avec ceux réalisés avec la méthode de la norme ISO 10534-2 dans un tube cylindrique de 10cm de diamètre et nous avons constaté que ces derniers sont limités à 2000Hz qui correspond à la première fréquence de coupure du tube.

Dans l'optique d'approfondir encore d'avantage le phénomène de localisation en vue

d'une application plus efficace dans la réduction de l'énergie acoustique, il serait intéressant, dans les travaux futurs, de s'intéresser à l'optimisation de la géométrie qui donnerait un grand nombre de modes localisés. L'objectif d'une telle étude serait de réaliser une dissipation large bande sur une plage fréquentielle relativement conséquente à l'instar du réseau de résonateurs quart-d'onde en couplage mixte.

Une autre perspective intéressante à explorer porterait sur le dispositif expérimental. Une amélioration des conditions d'étanchéité des cavités, particulièrement pour la cavité fractale est à envisager. De plus, une recherche des causes des difficultés rencontrées avec la réflecto-vibrométrie dans les basses fréquences est à envisager particulièrement pour des cavités de grandes dimensions. Un couplage vibroacoustique peut être une cause probable du problème. En dehors de cela, une caractérisation optique profonde des paramètres des verres utilisés pourrait permettre de lever certaines incertitudes.

Annexe A

Coefficient de propagation de quelques sections droites

Dans cette annexe, nous allons rappeler l'expression de la constante de propagation 1D d'onde acoustique avec prise en compte de la viscosité et de la conduction thermique du fluide pour différentes sections (cf. l'annexe B de la thèse de Van Der Eerden [vdE00a]). Dans le chapitre 1, il a été établi que la propagation monodirectionnelle d'onde acoustique visco-thermique dans les tubes cylindriques est définie par la constante (coefficient) de propagation Γ et le facteur de forme G de la section du tube. Ces paramètres permettent de déterminer la pression $p(x)$ et la vitesse acoustique $v(x)$ le long du tube par :

$$p(x, t) = [A_1 e^{\Gamma k x} + A_2 e^{-\Gamma k x}] e^{j\omega t} \quad (\text{A.1a})$$

$$u(x, t) = \frac{G}{\rho_0 c_0} [A_1 e^{\Gamma k x} - A_2 e^{-\Gamma k x}] e^{j\omega t} \quad (\text{A.1b})$$

Ces paramètres permettent de prendre en compte les effets de viscosité et de conductivité thermique dans la propagation de l'onde acoustique à travers le nombre d'onde. Outre la viscosité et la conductivité thermique de l'air, Γ et G dépendent également de la forme de la section du tube. Zwikker et Kosten ont été les premiers à en donner la solution pour le cas des tubes de section circulaire. Grâce à leur solution, Stinson [Sti91, SC92] particulièrement a pu développer une formulation générale de ces paramètres donnée par :

$$\Gamma = i \sqrt{\frac{\gamma - (\gamma - 1) F\left(\frac{\kappa}{\rho_0 C_p}\right)}{F\left(\frac{\mu}{\rho_0}\right)}} \quad (\text{A.2})$$

et

$$G = i\Gamma F\left(\frac{\mu}{\rho_0}\right) \quad (\text{A.3})$$

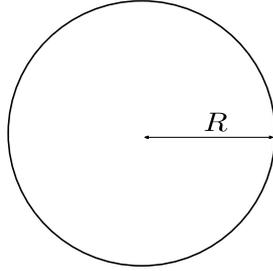
où μ et κ sont respectivement la viscosité dynamique et la conductivité thermique de l'air tandis que C_p est sa chaleur spécifique à pression constante. La fonction F qui dépend de ces propriétés du fluide montre bien que la constante de propagation traduit à la fois les effets visqueux et thermiques dans la propagation. La connaissance de la fonction F suffit pour déterminer Γ et G . Des expressions explicites existent pour certaines sections de forme géométrique simple telles les sections circulaires, rectangulaires, etc. en fonction de leur rayon hydraulique défini par :

$$R_h = \frac{2S_{cd}}{P_{cd}} \quad (\text{A.4})$$

où S_{cd} est l'aire de la section droite du tube et P_{cd} son périmètre. Le rayon hydraulique permet de définir le nombre d'onde de cisaillement s donné par :

$$s = R_h \sqrt{\frac{\omega \rho_0}{\mu}} \quad (\text{A.5})$$

Section circulaire



$$R_h = R \quad (\text{A.6})$$

$$s = \frac{2ab}{a+b} \sqrt{\frac{\omega \rho_0}{\mu}} \quad (\text{A.7})$$

FIGURE A.1 – Section circulaire

Pour une section circulaire de rayon R , le rayon hydraulique $R_h = R$ et la fonction F donnée par Zwikker et Kosten s'exprime avec un argument η par :

$$F(\eta) = \frac{J_2(i\sqrt{i}R\sqrt{\omega/\eta})}{J_0(i\sqrt{i}R\sqrt{\omega/\eta})}, \quad (\text{A.8})$$

ce qui permet d'écrire Γ et G en fonction de s et de $s\sigma$ (σ est la racine carrée du nombre de Prandtl) par :

$$\Gamma = \sqrt{\frac{J_0(i\sqrt{i}s) \gamma}{J_2(i\sqrt{i}s) n}}, \quad (\text{A.9})$$

avec

$$n = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \frac{J_2(i\sqrt{i}s\sigma)}{J_0(i\sqrt{i}s\sigma)}\right)^{-1} \quad (\text{A.10})$$

et

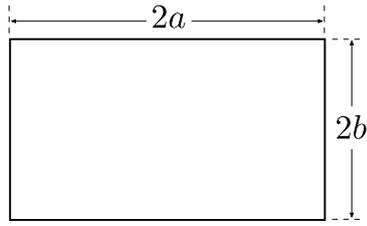
$$G = -\frac{i \gamma}{\Gamma n} \quad (\text{A.11})$$

Section rectangulaire

Pour une section rectangulaire de dimensions $2a \times 2b$, F est donnée par :

$$F(\eta) = i \frac{4\omega}{\eta a^2 b^2} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \left(\alpha_n^2 \beta_m^2 \left(\alpha_n^2 + \beta_m^2 + \frac{i\omega}{\eta} \right) \right)^{-1} \quad (\text{A.12})$$

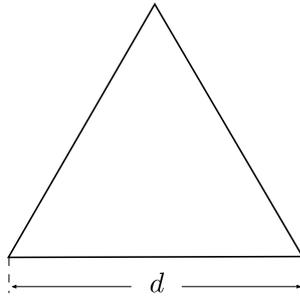
où : $\alpha_n = (n + \frac{1}{2}) \frac{\pi}{a}$, $\beta_m = (m + \frac{1}{2}) \frac{\pi}{b}$ avec $n, m = 0, 1, 2, \dots$



$$R_h = \frac{2ab}{a+b} \quad (\text{A.13})$$

$$s = \frac{2ab}{a+b} \sqrt{\frac{\omega\rho_0}{\mu}} \quad (\text{A.14})$$

FIGURE A.2 – Section rectangulaire



$$R_h = \frac{d}{\sqrt{12}} \quad (\text{A.15})$$

$$s = \frac{d}{\sqrt{12}} \sqrt{\frac{\omega\rho_0}{\mu}} \quad (\text{A.16})$$

FIGURE A.3 – section triangulaire

Section triangulaire équilatérale

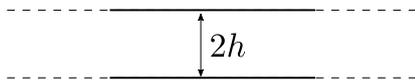
Pour un tube de section triangulaire équilatérale de côté d , la fonction F est donnée par :

$$F(\eta) = \frac{\varepsilon^2(\eta) - 3 \frac{\varepsilon(\eta)}{\tanh(\varepsilon(\eta))} + 3}{\varepsilon^2(\eta)}; \quad (\text{A.17})$$

avec

$$\varepsilon(\eta) = \frac{d}{4} \sqrt{\frac{3i\omega}{\eta}} \quad (\text{A.18})$$

Couche de deux plans infinis parallèles



$$R_h = h \quad (\text{A.19})$$

$$s = h \sqrt{\frac{\omega\rho_0}{\mu}} \quad (\text{A.20})$$

FIGURE A.4 – Couche de deux plans infinis

Pour une couche d'air limitée par deux plans parallèles infinis séparés par une distance $2h$, la fonction F est définie par :

$$F(\eta) = 1 - \frac{\tanh\left(\sqrt{i\omega h^2/\eta}\right)}{\sqrt{i\omega h^2/\eta}} \quad (\text{A.21})$$

En utilisant cette relation exprimée en fonction de s et de $s\sigma$, la constante de propagation est donnée par :

$$\Gamma = \sqrt{\frac{1}{\frac{\tanh(\sqrt{i}s)}{\sqrt{i}s}} \frac{\gamma}{n}} \quad (\text{A.22})$$

avec

$$n = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \left(\frac{\tanh(\sqrt{i}s\sigma)}{\sqrt{i}s\sigma} - 1 \right) \right)^{-1} \quad (\text{A.23})$$

Annexe B

Modes acoustiques d'une cavité rectangulaire

Champ de pression dans une cavité

La pression acoustique $p(\mathbf{x}, t)$ dans une cavité est régie par l'équation d'onde

$$\Delta p(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p(\mathbf{x}, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (\text{B.1})$$

où Δ est l'opérateur laplacien. En régime harmonique ($p(\mathbf{x}, t) = p(\mathbf{x})e^{j\omega t}$), l'équation d'onde se réduit à l'équation de Helmholtz :

$$\Delta p(\mathbf{x}) + k^2 p(\mathbf{x}) = 0 \quad (\text{B.2})$$

Pour une cavité rigide, la pression $p(\mathbf{x})$ peut être décomposée en une somme de solutions particulières ϕ_n ($n = 1, 2, 3, \dots$) par :

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n \phi_n \quad (\text{B.3})$$

où les coefficients a_n sont les amplitudes modales tandis que les fonctions $\phi_n(\mathbf{x})$ sont les modes acoustiques de la cavité satisfaisant à l'équation de Helmholtz et aux conditions aux limites de mur rigide :

$$\Delta \phi_n(\mathbf{x}) + k_n^2 \phi_n(\mathbf{x}) = 0, \quad \text{dans le volume} \quad (\text{B.4})$$

$$\nabla \phi_n(\mathbf{x}) \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \text{sur la frontière} \quad (\text{B.5})$$

avec \mathbf{n} est le vecteur normal sortant de la paroi, k_n le nombre d'onde du mode ϕ_n défini par : ω_n/c .

Modes d'une cavité parallélépipédique : Résolution par séparation de variables

Considérons une cavité parallélépipédique de parois rigides et de dimensions $L_x \times L_y \times L_z$ (cf. figure B.1). Pour déterminer les modes ϕ_n de cette cavité, la méthode de séparation de variables (une de méthode de résolution de l'équation de Helmholtz) stipule qu'une solution de ϕ_n est de la forme $X(x)Y(y)Z(z)$. En substituant dans l'équation (B.4) ϕ_n par cette solution et en divisant le tout par ϕ_n , on obtient la relation :

$$\frac{X''(x)}{X(x)} + \frac{Y''(y)}{Y(y)} + \frac{Z''(z)}{Z(z)} + k_n^2 = 0. \quad (\text{B.6})$$

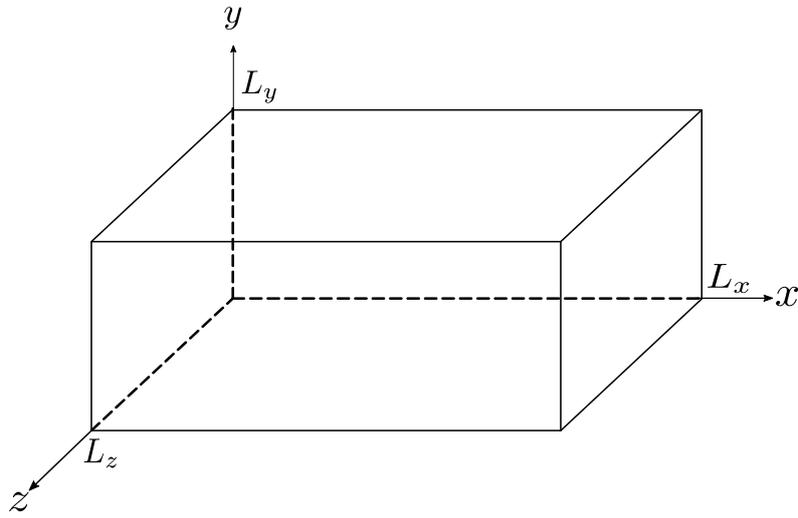


FIGURE B.1 – Cavité parallélépipédique de dimensions $L_x \times L_y \times L_z$

Etant donnée que les fonctions X , Y et Z sont définies par des variables différentes les unes des autres, l'équation (B.6) peut être décomposée selon le système suivant :

$$X''(x) + k_{n_x}^2 X(x) = 0; \quad (\text{B.7})$$

$$Y''(y) + k_{n_y}^2 Y(y) = 0; \quad (\text{B.8})$$

$$Z''(z) + k_{n_z}^2 Z(z) = 0 \quad (\text{B.9})$$

avec :

$$k_{n_x}^2 + k_{n_y}^2 + k_{n_z}^2 = k_n^2 \quad (\text{B.10})$$

Si l'on considère par exemple l'équation (B.7), étant donné qu'en $x = 0$ on a une paroi rigide, la condition $\partial\phi_n/\partial x = 0$ sera satisfaite si $X(x)$ est de la forme $\cos(k_{n_x}x)$. Dans ce cas la seconde condition de frontière $\partial\phi_n/\partial x = 0$ pour $x = L_x$ nécessite que :

$$\sin(k_{n_x}L_x) = 0.$$

Cette condition permet de montrer que :

$$k_{n_x} = \frac{\pi n_x}{L_x}. \quad (\text{B.11})$$

Finalement, $X(x)$ est de la forme :

$$X(x) = \cos\left(\frac{n_x\pi x}{L_x}\right) \quad (\text{B.12})$$

où $n_x = 1, 2, 3, \dots$

En appliquant la même approche pour les fonctions $Y(y)$ et $Z(z)$ on montre qu'une solution possible du mode ϕ_n est :

$$\phi_n(\mathbf{x}) = \phi_{n_x n_y n_z}(x, y, z) = \cos\left(\frac{n_x\pi x}{L_x}\right) \cos\left(\frac{n_y\pi y}{L_y}\right) \cos\left(\frac{n_z\pi z}{L_z}\right) \quad (\text{B.13})$$

où n_x, n_y, n_z sont des entiers positifs. Une combinaison de ces entiers donne un mode, ce qui signifie que l'indice n dans la notation ϕ_n représente le triplet (n_x, n_y, n_z) . Pour une cavité parallélépipédique, on distingue trois types de modes selon la combinaison (n_x, n_y, n_z) :

1. les modes axiaux pour lesquels un seul indice n_i est non nul : $(n_x, 0, 0)$, $(0, n_y, 0)$ et $(0, 0, n_z)$
2. les modes tangentiels qui sont des modes ayant deux indices n_i non nuls : $(n_x, n_y, 0)$, $(n_x, 0, n_z)$ et $(0, n_y, n_z)$
3. les mode obliques dont tous les trois indices sont non nuls (n_x, n_y, n_z) .

On montre que la relation de dispersion (B.10) peut être exprimée en fonction des dimensions de la cavité par :

$$k_n^2 = \frac{\omega_n^2}{c^2} = \left(\frac{\pi n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{\pi n_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{\pi n_z}{L_z}\right)^2, \quad (\text{B.14})$$

ce qui permet d'obtenir les fréquences propres de la salle :

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi} = \frac{c}{2} \sqrt{\left(\frac{n_x}{L_x}\right)^2 + \left(\frac{n_y}{L_y}\right)^2 + \left(\frac{n_z}{L_z}\right)^2}. \quad (\text{B.15})$$

Ce paragraphe permet de montrer que le champ de pression dans une cavité parallélépipédique rigide peut être estimée ou prédite de façon analytique à partir des dimensions de cette cavité. En effet, étant donnée que la déformée opérationnelle acoustique d'une cavité de parois rigides peut être décomposée sur les modes de cette dernière, il suffit juste de déterminer ces modes. Pour une cavité rectangulaire, les équations précédentes constituent un moyen indispensable de calcul des modes.

Orthogonalité des modes

Les modes acoustiques d'une cavité possèdent quelques propriétés. Pour les cavités aux parois rigides, l'une des propriétés les plus pratiques est la propriété d'orthogonalité qui stipule que ces modes constituent un ensemble orthogonal. En effet, si l'on considère deux modes $\phi_n(\mathbf{x})$, $\phi_m(\mathbf{x})$ d'une cavité rigide de volume V , l'orthogonalité se traduit mathématiquement par :

$$\iiint_V \phi_n(\mathbf{x})\phi_m(\mathbf{x})dV = \delta_{nm} \quad (\text{B.16})$$

si les modes sont normalisés pour satisfaire la condition suivante :

$$\iiint_V \phi_n(\mathbf{x})^2 dV = 1. \quad (\text{B.17})$$

δ_{nm} est le symbole de Kronecker qui vaut 1 si $n = m$ et 0 si $n \neq m$.

Pour démontrer cette propriété, on se sert du fait que les modes de la cavité, $\phi_n(\mathbf{x})$ et $\phi_m(\mathbf{x})$ satisfont l'équation de Helmholtz donc on aura :

$$\Delta\phi_n(\mathbf{x}) + k_n^2\phi_n(\mathbf{x}) = 0 \quad (\text{B.18})$$

$$\Delta\phi_m(\mathbf{x}) + k_m^2\phi_m(\mathbf{x}) = 0. \quad (\text{B.19})$$

La différence entre les équations (B.18) et (B.19) après les avoir multipliées respectivement par ϕ_m et par ϕ_n donne :

$$\phi_m(\Delta + k_n^2)\phi_n - \phi_n(\Delta + k_m^2)\phi_m = 0. \quad (\text{B.20})$$

Sachant que $\phi_m \Delta \phi_n - \phi_n \Delta \phi_m$ est la divergence de $\phi_m \nabla \phi_n - \phi_n \nabla \phi_m$, l'intégration sur le volume de l'équation (B.20) donne, après application du théorème de Gauss et de la condition aux limites :

$$(k_n^2 - k_m^2) \iiint \phi_n \phi_m dV = 0. \quad (\text{B.21})$$

Si $k_n^2 \neq k_m^2$, l'intégrale de l'équation (B.21) doit être nulle d'où l'orthogonalité des modes exprimée par la relation (B.16).

Cartographie de quelques modes d'une cavité parallélépipédique

Dans les figures qui suivent, quelques cartographies des différents types de modes d'une cavité parallélépipédique de dimensions $0.45 \times 0.25 \times 0.15$ sont présentées.

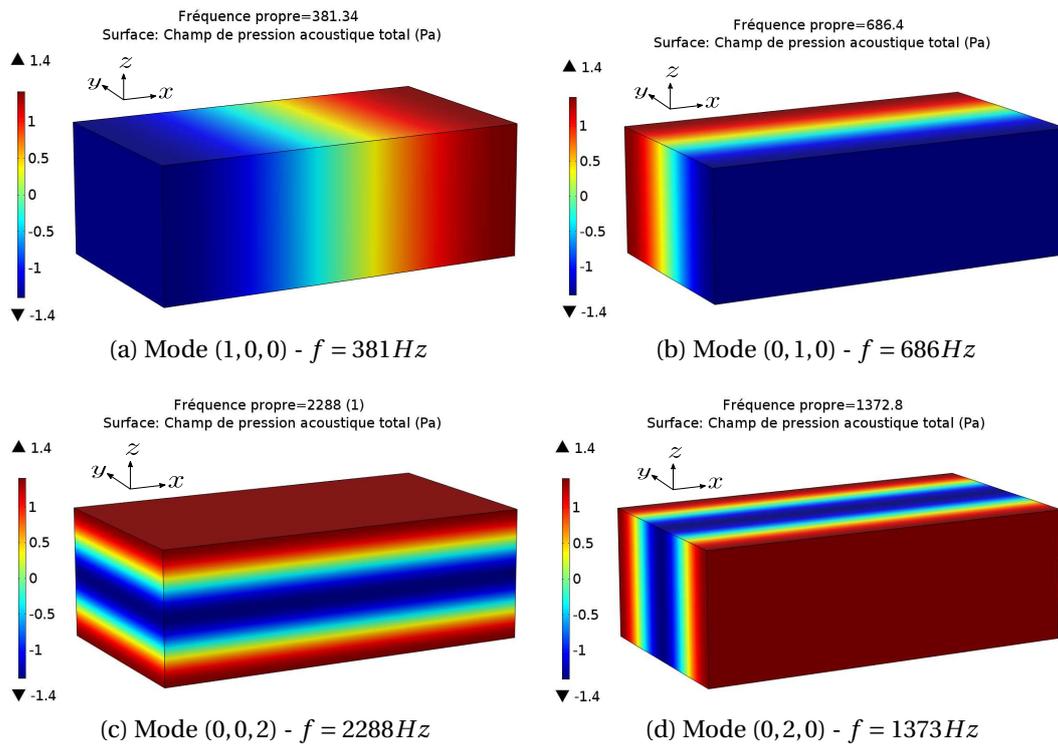


FIGURE B.2 – Modes axiaux

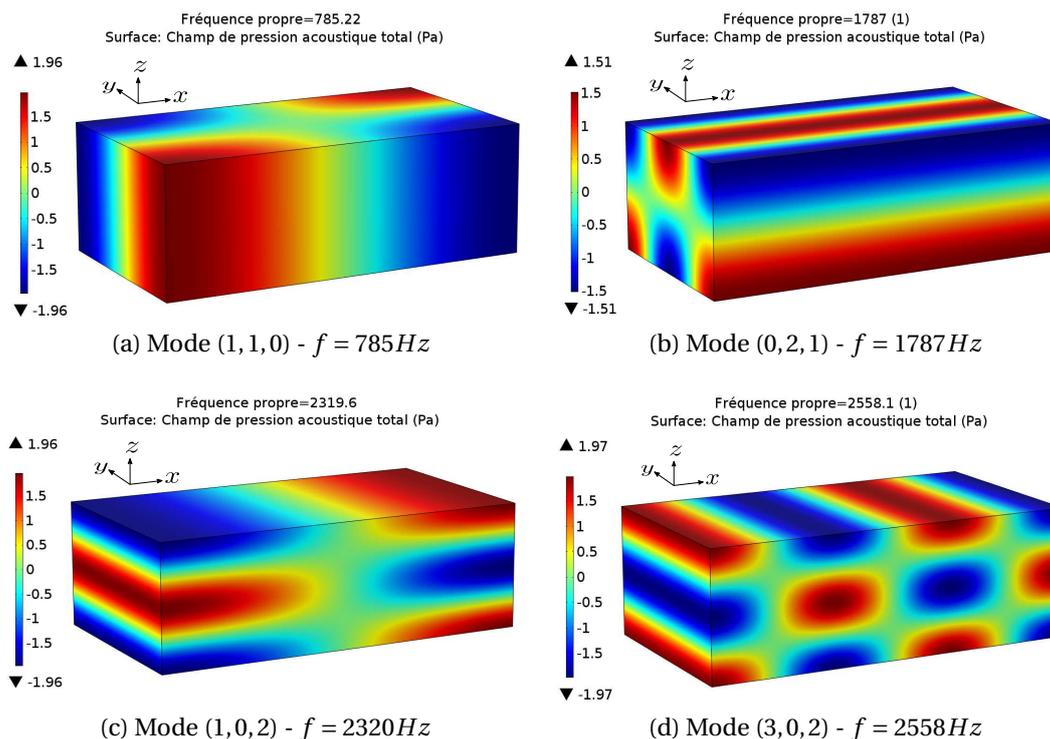


FIGURE B.3 – Modes tangentiels

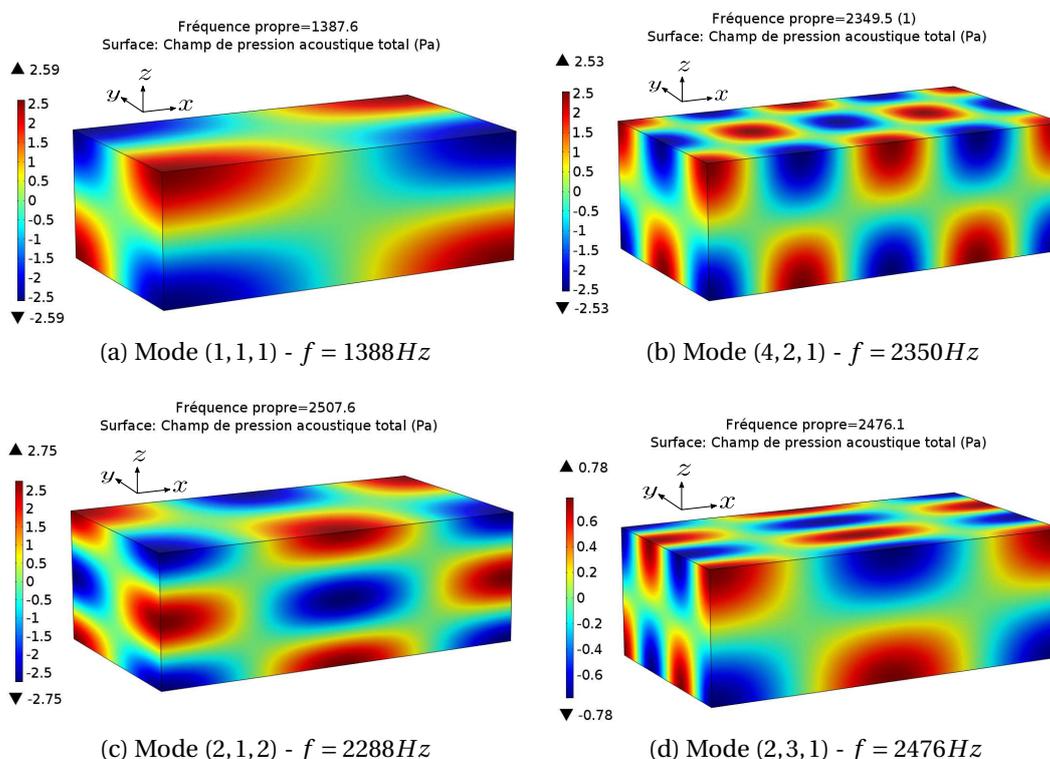


FIGURE B.4 – Modes obliques



Bibliographie

- [AA09] J. Allard and N. Atalla, *Propagation of Sound in Porous Media : Modelling Sound Absorbing Materials 2e.* Wiley, 2009.
- [AB92] J. Auriault and C. Boutin, “Deformable porous media with double porosity. quasi-statics. i : Coupling effects,” *Transport in porous media*, vol. 7, no. 1, pp. 63–82, 1992.
- [AB93] J. Auriault and C. Boutin, “Deformable porous media with double porosity. quasi-statics. ii : Memory effects,” *Transport in Porous Media*, vol. 10, no. 2, pp. 153–169, 1993.
- [AB94] J. Auriault and C. Boutin, “Deformable porous media with double porosity iii : Acoustics,” *Transport in Porous Media*, vol. 14, no. 2, pp. 143–162, 1994.
- [Abo89] M. Abom, “Modal decomposition in ducts based on transfer function measurements between microphone pairs,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 135, no. 1, pp. 95 – 114, 1989.
- [All03] R. J. Allemang, “The modal assurance criterion—twenty years of use and abuse,” *Sound and vibration*, vol. 37, no. 8, pp. 14–23, 2003.
- [Ami08] N. Amirouche, “Dispositifs absorbants à base de matériaux à double porosité dans des champs acoustiques complexes,” *LASH/DGCB URA CNRS*, vol. 1652, 2008.
- [And58] P. W. Anderson, “Absence of diffusion in certain random lattices,” *Physical review*, vol. 109, no. 5, p. 1492, 1958.
- [APSO01] N. Atalla, R. Panneton, F. Sgard, and X. Olny, “Acoustic absorption of macro-perforated porous materials,” *Journal of sound and vibration*, vol. 243, no. 4, pp. 659–678, 2001.
- [AV98] M. Akoum and J.-M. Ville, “Measurement of the reflection matrix of a discontinuity in a duct,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 103, no. 5, pp. 2463–2468, 1998.
- [AW11] R. J. Adrian and J. Westerweel, *Particle image velocimetry.* Cambridge University Press, 2011, no. 30.
- [Bas01] T. G. H. Basten, *Noise reduction by viscothermal acousto-elastic interaction in double wall panels.* University of Twente, 2001.
- [Bat00] G. K. Batchelor, *An introduction to fluid dynamics.* Cambridge university press, 2000.

- [BB96] C. Bovill and C. Bovill, *Fractal geometry in architecture and design*. Springer, 1996.
- [BBHK87] A. Bruneau, M. Bruneau, P. Herzog, and J. Kergomard, “Boundary layer attenuation of higher order modes in waveguides,” *Journal of sound and vibration*, vol. 119, no. 1, pp. 15–27, 1987.
- [Bel99] W. Beltman, “Viscothermal wave propagation including acousto-elastic interaction, part i : Theory,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 227, no. 3, pp. 555 – 586, 1999.
- [Bel9b] W. Beltman, “Viscothermal wave propagation including acousto-elastic interaction, part ii : Applications,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 227, no. 3, pp. 587–609, 1999b.
- [Ber79] M. V. Berry, “Distribution of modes in fractal resonators,” in *Structural stability in physics*. Springer, 1979, pp. 51–53.
- [BH76] H. P. Baltes and E. R. Hilf, *Spectra of finite systems*. BI-Wissenschaftsverlag Mannheim, 1976.
- [BH03] D. Bies and C. Hansen, *Engineering Noise Control : Theory and Practice, Third Edition*. Taylor & Francis, 2003.
- [BHKP89] M. Bruneau, P. Herzog, J. Kergomard, and J. Polack, “General formulation of the dispersion equation in bounded visco-thermal fluid, and application to some simple geometries,” *Wave Motion*, vol. 11, no. 5, pp. 441 – 451, 1989.
- [Bio56a] M. A. Biot, “Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. i. low-frequency range,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 28, no. 2, pp. 168–178, 1956.
- [Bio56b] M. A. Biot, “Theory of propagation of elastic waves in a fluid-saturated porous solid. ii. higher frequency range,” *the Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 28, no. 2, pp. 179–191, 1956.
- [BJ50] R. E. Beatty Jr, “Boundary layer attenuation of higher order modes in rectangular and circular tubes,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 22, no. 6, pp. 850–854, 1950.
- [BJB03] R. Bossart, N. Joly, and M. Bruneau, “Hybrid numerical and analytical solutions for acoustic boundary problems in thermo-viscous fluids,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 263, no. 1, pp. 69 – 84, 2003.
- [BJG08] E.-X. Bécot, L. Jaouen, and E. Gourdon, “Applications of the dual porosity theory to irregularly shaped porous materials,” *Acta acustica united with Acustica*, vol. 94, no. 5, pp. 715–24, 2008.
- [BPLA06] W. Bi, V. Pagneux, D. Lafarge, and Y. Aurégan, “Modelling of sound propagation in a non-uniform lined duct using a multi-modal propagation method,” *Journal of Sound and Vibration*, vol. 289, no. 4, pp. 1091–1111, 2006.
- [BPLA07] W. Bi, V. Pagneux, D. Lafarge, and Y. Aurégan, “An improved multimodal method for sound propagation in nonuniform lined ducts,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 122, no. 1, pp. 280–290, 2007.

- [BRA98] C. Boutin, P. Royer, and J. Auriault, "Acoustic absorption of porous surfacing with dual porosity," *International journal of solids and structures*, vol. 35, no. 34, pp. 4709–4737, 1998.
- [Bru98] M. Bruneau, *Manuel d'acoustique fondamentale*. Hermes, 1998.
- [BT65] H. Bergh and H. Tijdeman, "Theoretical and experimental results for the dynamic response of pressure measuring systems," Nationaal Lucht-en Ruimtevaartlaboratorium, Tech. Rep., 1965.
- [BvdHST97] W. Beltman, P. van der Hoogt, R. Spiering, and H. Tijdeman, "Air loads on a rigid plate oscillating normal to a fixed surface," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 206, no. 2, pp. 217–241, 1997.
- [BVdHST98] W. Beltman, P. Van der Hoogt, R. Spiering, and H. Tijdeman, "Implementation and experimental validation of a new viscothermal acoustic finite element for acousto-elastic problems," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 216, no. 1, pp. 159–185, 1998.
- [CA91] Y. Champoux and J.-F. Allard, "Dynamic tortuosity and bulk modulus in air-saturated porous media," *Journal of applied physics*, vol. 70, no. 4, pp. 1975–1979, 1991.
- [CB80] J. Chung and D. Blaser, "Transfer function method of measuring in-duct acoustic properties. i. theory," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 68, no. 3, pp. 907–913, 1980.
- [CD09] T. J. Cox and P. D'antonio, *Acoustic absorbers and diffusers : theory, design and application*. CRC Press, 2009.
- [Cha97] P. Chassaing, *Mécanique des fluides*. Cépaduès, 1997.
- [CM82] L. Cremer and H. A. Müller, *Principles and applications of room acoustics*. Chapman & Hall, 1982, vol. 1.
- [Cre48] L. Cremer, "On the acoustic boundary layer outside a rigid wall," *Arch. Elektr. Uebertr*, vol. 2, p. 235, 1948.
- [CRT98] P. Castellini, G. Revel, and E. Tomasini, "Laser doppler vibrometry : a review of advances and applications," *The Shock and vibration digest*, vol. 30, no. 6, pp. 443–456, 1998.
- [CWG08] L. Cheng, R. D. White, and K. Grosh, "Three-dimensional viscous finite element formulation for acoustic fluid–structure interaction," *Computer methods in applied mechanics and engineering*, vol. 197, no. 49, pp. 4160–4172, 2008.
- [Dan47] F. B. Daniels, "Acoustical impedance of enclosures," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 19, no. 4, pp. 569–571, 1947.
- [Deb10] Y. Debrabant, "Phénomène de localisation dans des cavités de mur poreux à géométrie irrégulière," *Mémoire de Master, MEGA ENTPE*, 2010.
- [DeH06] R. DeHoff, *Thermodynamics in materials science*. CRC Press, 2006.

- [Duf85] H. Dufet, “Sur la loi de gladstone et la variation de l’indice moléculaire,” *Journal de Physique Théorique et Appliquée*, vol. 4, no. 1, pp. 477–506, 1885.
- [Dug11] L. Duggen, “Modelling of photoacoustic cells for trace gas analysis,” Ph.D. dissertation, Syddansk Universitet, 2011.
- [EN93] S. J. Elliott and P. A. Nelson, “Active noise control,” *Signal Processing Magazine, IEEE*, vol. 10, no. 4, pp. 12–35, 1993.
- [EN15] B. EN, “Road traffic noise reducing devices –test method for determining the acoustic performance - part 5 : Intrinsic characteristics – in situ values of sound reflection under direct sound field conditions,” *Normalized traffic noise spectrum, ISO*, 2015.
- [FAFS05] S. Félix, M. Asch, M. Filoche, and B. Sapoval, “Localisation et atténuation dans les cavités acoustiques irrégulières,” *17è Congrès Français de Mécanique*, 2005.
- [FAFS07] S. Félix, M. Asch, M. Filoche, and B. Sapoval, “Localization and increased damping in irregular acoustic cavities,” *Journal of sound and vibration*, vol. 299, no. 4, pp. 965–976, 2007.
- [Fed88] J. Feder, *Fractals*, ser. Physics of Solids and Liquids. Springer, 1988.
- [FM12] M. Filoche and S. Mayboroda, “Universal mechanism for anderson and weak localization,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 109, no. 37, pp. 14 761–14 766, 2012.
- [FP02] S. Félix and V. Pagneux, “Multimodal analysis of acoustic propagation in three-dimensional bends,” *Wave Motion*, vol. 36, no. 2, pp. 157–168, 2002.
- [FSFA09] S. Felix, B. Sapoval, M. Filoche, and M. Asch, “Enhanced wave absorption through irregular interfaces,” *EPL (Europhysics Letters)*, vol. 85, no. 1, p. 14003, 2009.
- [GB95] P. Guisset and M. Brughmans, “Modal expansion of experimental vibration data for acoustic radiation prediction,” in *PROCEEDINGS-SPIE THE INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICAL ENGINEERING*. SPIE INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICAL, 1995, pp. 448–448.
- [Glé13] P. Glé, “Acoustique des matériaux du bâtiment à base de fibres et particules végétales-outils de caractérisation, modélisation et optimisation,” Ph.D. dissertation, INSA de Lyon, 2013.
- [Han07] M. H. C. Hannink, *Acoustic resonators for the reduction of sound radiation and transmission*. University of Twente, 2007.
- [HDO12] K. K. K. Hori Dan, Taro Shimizu and A. Oyama, “Slit resonator damping estimation and proposal of a new geometry,” *18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (33rd AIAA Aeroacoustics Conference)*. June, 2012.
- [Hel63] H. V. Helmholtz, “Verhandlung der naturhistorish-medizinischen vereins zu heidelberg,” *Bd III*, vol. 16, 1863.

- [HSR99] B. Hébert, B. Sapoval, and S. Russ, “Experimental study of a fractal acoustical cavity,” *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 105, no. 3, pp. 1567–1574, 1999.
- [Hus09] H. I. Hussain, “Thermoviscous effects in acoustic radiation problems,” Ph.D. dissertation, INSA de Lyon, 2009.
- [HvWBA15] S. Hitchman, K. van Wijk, N. Broderick, and L. Adam, “Heterodyne interferometry for the detection of elastic waves : a tutorial and open-hardware project,” *European Journal of Physics*, vol. 36, no. 3, p. 035011, 2015.
- [HWB04] M. Hannink, Y. Wijnant, and d. A. Boer, “Optimised sound absorbing trim panels for the reduction of aircraft cabin noise,” 2004.
- [HYN96] Y. Hobiki, K. Yakubo, and T. Nakayama, “Spectral characteristics in resonators with fractal boundaries,” *Phys. Rev. E*, vol. 54, pp. 1997–2004, Aug 1996.
- [Ibe50] A. S. Iberall, *Attenuation of oscillatory pressures in instrument lines*. Journal of Research of the National Bureau of Standards, 1950.
- [ISO85] E. ISO, “354 : 1985,” *Acoustics–Measurement of sound absorption in a reverberation room*, 1985.
- [ISO96] I. S. ISO, “10534-1. acoustics–determination of sound absorption coefficient and impedance in impedance tubes–part 1 : method using standing wave ratio,” *International Standard*, 1996.
- [ISO98] ISO, *ISO 10534-2 Acoustics, Determination of Sound Absorption Coefficient and Impedance in Impedance Tubes : Part 2, Transfer-function Method*. ISO, 1998.
- [Jao03] L. Jaouen, “Contribution à la caractérisation mécanique de matériaux poro-visco-élastiques en vibro-acoustique,” Ph.D. dissertation, Université de Sherbrooke, 2003.
- [JB08] L. Jaouen and F. Bécot, “Reinforcement of acoustical material properties using multiple scales,” *SIA Automotive and railroad comfort*, 2008.
- [JKD87] D. L. Johnson, J. Koplik, and R. Dashen, “Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media,” *Journal of fluid mechanics*, vol. 176, no. 1, pp. 379–402, 1987.
- [Jol08] N. Joly, “Finite element modeling of thermoviscous acoustics in closed cavities,” in *Proceedings Acoustics’08 Paris*, Paris, France, Jun. 2008, pp. 2469–2474.
- [Jol10] N. Joly, “Finite element modeling of thermoviscous acoustics on adapted anisotropic meshes : Implementation of the particle velocity and temperature variation formulation,” *Acta acustica united with acustica*, vol. 96, no. 1, pp. 102–114, 2010.
- [Kam10] W. R. Kampinga, “Viscothermal acoustics using finite elements : analysis tools for engineers,” Ph.D. dissertation, Enschede, June 2010.

- [KF67] J. T. Karam and M. E. Franke, "The frequency response of pneumatic lines," *Journal of Basic Engineering*, vol. 89, no. 2, pp. 371–378, 1967.
- [KFCS99] L. E. Kinsler, A. R. Frey, A. B. Coppens, and J. V. Sanders, "Fundamentals of acoustics," *Fundamentals of Acoustics, 4th Edition*, by Lawrence E. Kinsler, Austin R. Frey, Alan B. Coppens, James V. Sanders, pp. 560. ISBN 0-471-84789-5. Wiley-VCH, December 1999., vol. 1, 1999.
- [KFS12] V. Kubytzkyi, M. Filoche, and B. Sapoval, "Increased absorption due to localized resonances," in *Proceedings Internoise'12 New-York*, 2012.
- [Kir68] G. Kirchhoff, "Ueber den einfluss der wärmeleitung in einem gase auf die schallbewegung," *Annalen der Physik*, vol. 210, no. 6, pp. 177–193, 1868.
- [Kre96] T. Kreis, "Holographic interferometry : principles and methods," in *Simulation and Experiment in Laser Metrology : Proceedings of the International Symposium on Laser Applications in Precision Measurements Held in Balatonfüred/Hungary, June 3-6, 1996*, vol. 2. John Wiley & Sons, 1996, p. 323.
- [KRM05] R. Kieser, P. Reynisson, and T. J. Mulligan, "Definition of signal-to-noise ratio and its critical role in split-beam measurements," *ICES Journal of Marine Science : Journal du Conseil*, vol. 62, no. 1, pp. 123–130, 2005.
- [Kut09] H. Kuttruff, *Room acoustics*. CRC Press, 2009.
- [KWdB10] W. Kampinga, Y. Wijnant, and A. de Boer, "Performance of several viscothermal acoustic finite elements," *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 96, no. 1, pp. 115–124, 2010.
- [KWdB11] W. Kampinga, Y. Wijnant, and A. de Boer, "An efficient finite element model for viscothermal acoustics," *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 97, no. 4, pp. 618–631, 2011.
- [KZ49] C. Kosten and C. Zwicker, *Sound Absorbing Materials*. Elsevier, 1949.
- [Lam53] R. F. Lambert, "A study of the factors influencing the damping of an acoustical cavity resonator," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 25, no. 6, pp. 1068–1083, 1953.
- [Lap91] M. L. Lapidus, "Fractal drum, inverse spectral problems for elliptic operators and a partial resolution of the weyl-berry conjecture," *Transactions of the American Mathematical Society*, vol. 325, no. 2, pp. 465–529, 1991.
- [Lec05] P. Leclaire, "Caractérisation physique de matériaux poreux pour l'étude des interactions acoustique/structure," Ph.D. dissertation, Université Paris-Diderot-Paris VII, 2005.
- [Lec12] Q. Leclère, "Caractérisation expérimentale de sources vibratoires et acoustiques," Ph.D. dissertation, Université Claude Bernard-Lyon I, 2012.
- [Léw01] S. Léwy, *Acoustique industrielle et aéroacoustique*. Hermès Science, 2001.
- [LLAT97] D. Lafarge, P. Lemarinier, J. F. Allard, and V. Tarnow, "Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 102, no. 4, pp. 1995–2006, 1997.

- [LPA01] C. Langlois, R. Panneton, and N. Atalla, "Polynomial relations for quasi-static mechanical characterization of isotropic poroelastic materials," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 110, no. 6, pp. 3032–3040, 2001.
- [LPFS16] Q. Leclère, A. Pereira, A. Finez, and P. Souchotte, "Indirect calibration of a large microphone array for in-duct acoustic measurements," *Journal of Sound and Vibration*, 2016.
- [Man83] B. Mandelbrot, *The Fractal Geometry of Nature*, ser. Einaudi paperbacks. Henry Holt and Company, 1983.
- [Mec07] F. P. Mechel, "Revision of the kirchhoff-rayleigh-theory of sound propagation in visco-thermal air. part i : Basic equations and capillary modes," *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 93, no. 4, pp. 507–534, 2007.
- [Mei05] M. Meissner, "Influence of room geometry on modal density, spatial distribution of modes and their damping," *Archives of Acoustics*, vol. 30, no. 4, p. 205, 2005.
- [MI68] P. Morse and K. Ingard, *Theoretical acoustics*, ser. International series in pure and applied physics. McGraw-Hill, 1968.
- [MLR⁺04] M. Malinen, M. Lyly, P. Råback, A. Kärkkäinen, and L. Kärkkäinen, "A finite element method for the modeling of thermo-viscous effects in acoustics," in *Proceedings of the European Congress on Computational Methods in Applied Science and Engineering (ECCOMAS 2004)*, 2004.
- [Mor48] P. M. Morse, *Vibration and sound*. McGraw-Hill New York, 1948, vol. 2.
- [MZ04] N.-E. Molin and L. Zipser, "Optical methods of today for visualizing sound fields in musical acoustics," *Acta Acustica united with Acustica*, vol. 90, no. 4, pp. 618–628, 2004.
- [NE91] P. A. Nelson and S. J. Elliott, *Active control of sound*. Academic press, 1991.
- [Nie49] A. Nielsen, *Acoustic Resonators of circular cross-section and with axial symmetry*, ser. Transactions of the Danish Academy of Technical Sciences. Akad. for de Tekniske Videnskaber : Gad [in Komm.], 1949.
- [Nij10] M. J. J. Nijhof, "Viscothermal wave propagation," Ph.D. dissertation, Enschede, the Netherlands, December 2010.
- [NS96] D. Nefske and S. Sung, "Correlation of a coarse-mesh finite element model using structural system identification and a frequency response assurance criterion," in *PROCEEDINGS-SPIE THE INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICAL ENGINEERING*. SPIE INTERNATIONAL SOCIETY FOR OPTICAL, 1996, pp. 597–602.
- [NWDB07] M. Nijhof, Y. Wijnant, and A. De Boer, "An acoustic finite element including viscothermal effects," in *in Proceedings of the 14th International Congress on Sound and Vibration*. Citeseer, 2007.
- [OB03] X. Olny and C. Boutin, "Acoustic wave propagation in double porosity media," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 114, p. 73, 2003.

- [Oln99] X. Olny, "Absorption acoustique des milieux poreux à simple et double porosité modélisation et validation expérimentale." *These de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon*, 1999.
- [OP08] X. Olny and R. Panneton, "Acoustical determination of the parameters governing thermal dissipation in porous media," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 123, no. 2, pp. 814–824, 2008.
- [PAK96] V. Pagneux, N. Amir, and J. Kergomard, "A study of wave propagation in varying cross-section waveguides by modal decomposition. part i. theory and validation," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 100, no. 4, pp. 2034–2048, 1996.
- [PHGB14] J. Prisutova, K. Horoshenkov, J.-P. Groby, and B. Brouard, "A method to determine the acoustic reflection and absorption coefficients of porous media by using modal dispersion in a waveguide," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 136, no. 6, pp. 2947–2958, 2014.
- [Pie89] A. Pierce, *Acoustics : An Introduction to Its Physical Principles and Applications*. Acoustical Society of America, 1989.
- [Rab96] J. Rabinowitz, "Bruit et santé," *Médecine et hygiène*, vol. 54, no. 2110, pp. 637–641, 1996.
- [Ras00] P. K. Rastogi, "Digital speckle pattern interferometry and related techniques," *Digital Speckle Pattern Interferometry and Related Techniques*, by PK Rastogi (Editor), pp. 384. ISBN 0-471-49052-0. Wiley-VCH, December 2000., vol. 1, 2000.
- [Ray96] B. J. W. S. Rayleigh, *The theory of sound*. Macmillan, 1896, vol. 2.
- [Ren08] A. Renault, *Caractérisation mécanique dynamique de matériaux poro-visco-élastiques*. Université de Sherbrooke, 2008.
- [RSH97] S. Russ, B. Sapoval, and O. Haeberlé, "Irregular and fractal resonators with neumann boundary conditions : Density of states and localization," *Phys. Rev. E*, vol. 55, pp. 1413–1421, Feb 1997.
- [RWK⁺13] M. Raffel, C. E. Willert, J. Kompenhans *et al.*, *Particle image velocimetry : a practical guide*. Springer, 2013.
- [SC92] M. R. Stinson and Y. Champoux, "Propagation of sound and the assignment of shape factors in model porous materials having simple pore geometries," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 91, no. 2, pp. 685–695, 1992.
- [Sch07] P. Schili, "L'éponge de menger," *Bulletin de l'APMEP*, no. 473, pp. 818–826, 2007.
- [SCS06] T. Schultz, L. N. Cattafesta, and M. Sheplak, "Modal decomposition method for acoustic impedance testing in square ducts," *Acoustical Society of America Journal*, vol. 120, p. 3750, 2006.
- [SFF08] B. Sapoval, S. Félix, and M. Filoche, "Localisation and damping in resonators with complex geometry," *The European Physical Journal Special Topics*, vol. 161, no. 1, pp. 225–232, 2008.

- [SHNL08] G. Searby, M. Habiballah, A. Nicole, and E. Laroche, "Prediction of the efficiency of acoustic damping cavities," *Journal of Propulsion and Power*, vol. 24, no. 3, pp. 516–523, 2008.
- [SHR97] B. Sapoval, O. Haeberlé, and S. Russ, "Acoustical properties of irregular and fractal cavities," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 102, no. 4, pp. 2014–2019, 1997.
- [SHY⁺10] T. Shimizu, D. Hori, S. Yoshida, S. Tachibana, S. Matsuyama, J. Shinjo, Y. Mizobuchi, and K. Kobayashi, "Theoretical and numerical estimation of acoustic damping of a model combustion chamber," *AIAA Paper*, vol. 1146, 2010.
- [SMI98] P. SMIGIELSKI, *Holographie optique Interférométrie holographique*. Ed. Techniques Ingénieur, 1998.
- [SMI01] P. SMIGIELSKI, *Interférométrie de speckle*. Ed. Techniques Ingénieur, 2001.
- [SNOH09] G. Searby, A. Nicole, G. Ordonneau, and M. Habiballah, "A lightweight hybrid method to estimate the linear acoustic damping of arbitrarily complex geometries," in *3rd European Conference for Aerospace Sciences (EUCASS)*. von Karman Institute for Fluid Dynamics, 2009, pp. CDROM–ISBN.
- [SOAC05] F. Sgard, X. Olny, N. Atalla, and F. Castel, "On the use of perforations to improve the sound absorption of porous materials," *Applied Acoustics*, vol. 66, no. 6, pp. 625 – 651, 2005, <ce :title>Innovative Applications of Materials for Acoustic Purposes</ce :title> <xocs :full-name>Innovative Applications of Materials for Acoustic Purposes</xocs :full-name>.
- [SR77] A. Seybert and D. Ross, "Experimental determination of acoustic properties using a two-microphone random-excitation technique," *the Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 61, no. 5, pp. 1362–1370, 1977.
- [Sta90] A. Standard, "Standard test method for impedance and absorption of acoustical materials using a tube, two microphones and a digital frequency analysis system," *ASTM Standard E*, pp. 1050–98, 1990.
- [Sta95] A. Standard, "C 384-95 : Standard test method for impedance and absorption of acoustical materials by the impedance tube method," *ASTM Philadelphia*, 1995.
- [Sta98] A. Standard, "E1050-98 : Standard test method for impedance and absorption of acoustical materials using a tube, two microphones, and a digital frequency analysis system," *ASTM International*, 1998.
- [Sta09] A. Standard, "C423-09a," *Standard Test Method for Sound Absorption and Sound Absorption Coefficients by the Reverberation Room Method*, 2009.
- [Sti91] M. R. Stinson, "The propagation of plane sound waves in narrow and wide circular tubes, and generalization to uniform tubes of arbitrary cross-sectional shape," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 89, p. 550, 1991.
- [Sto68] G. G. Stokes, "On the communication of vibration from a vibrating body to a surrounding gas," *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, pp. 447–463, 1868.

- [Sto09] G. G. Stokes, "On the theories of the internal friction of fluids in motion, and of the equilibrium and motion of elastic solids," in *Mathematical and Physical Papers vol.1*. Cambridge University Press, 2009, vol. 1, pp. 75–129, Cambridge Books Online. [Online]. Available : <http://dx.doi.org/10.1017/CBO9780511702242.005>
- [Tho74] D. J. Thouless, "Electrons in disordered systems and the theory of localization," *Physics Reports*, vol. 13, no. 3, pp. 93–142, 1974.
- [Tij75] H. Tijdeman, "On the propagation of sound waves in cylindrical tubes," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 39, no. 1, pp. 1 – 33, 1975.
- [TORP13] H. Tabatabai, D. E. Oliver, J. W. Rohrbaugh, and C. Papadopoulos, "Novel applications of laser doppler vibration measurements to medical imaging," *Sensing and Imaging : An International Journal*, vol. 14, no. 1-2, pp. 13–28, 2013.
- [TR10] C. Truesdell and K. R. Rajagopal, *An introduction to the mechanics of fluids*. Springer Science & Business Media, 2010.
- [TYF07] C. Tropea, A. L. Yarin, and J. F. Foss, *Springer handbook of experimental fluid mechanics*. Springer Science & Business Media, 2007, vol. 1.
- [Var83] N. Vargaftik, *Handbook of Physical Properties of Liquids and Gases : Pure Substances and Mixtures*. Hemisphere Publishing Corporation, 1983.
- [vdE00a] F. J. M. van der Eerden, "Noise reduction with coupled prismatic tubes," Ph.D. dissertation, University of Twente, Enschede, the Netherlands, November 2000.
- [vdE00b] F. van der Eerden, "Sound absorption and reflection with coupled tubes," in *3rd B2000 Workshop at the University of Twente, Enschede, the Netherlands*, 2000.
- [VVGDS05] S. Vanlanduit, J. Vanherzeele, P. Guillaume, and G. De Sitter, "Absorption measurement of acoustic materials using a scanning laser doppler vibrometer," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 117, no. 3, pp. 1168–1172, 2005.
- [Wen22] E. C. Wente, "The thermophone," *Phys. Rev.*, vol. 19, pp. 333–345, Apr 1922.
- [Wes53] D. E. Weston, "The theory of the propagation of plane sound waves in tubes," *Proceedings of the Physical Society. Section B*, vol. 66, no. 8, p. 695, 1953.
- [Wey12] H. Weyl, "Das asymptotische verteilungsgesetz der eigenwerte linearer partieller differentialgleichungen (mit einer anwendung auf die theorie der hohlraumstrahlung)," *Mathematische Annalen*, vol. 71, no. 4, pp. 441–479, 1912.
- [WHd03] Y. Wijnant, M. Hannink, and A. B. de, "Application of viscothermal wave propagation theory for reduction of boundary layer induced noise," in *5th European Conference on Noise Control*, 2003.
- [Wik15a] Wikipedia, "Laser doppler vibrometer — wikipedia, the free encyclopedia," 2015, [Online ; accessed 7-March-2016].
- [Wik15b] Wikipédia, "Vibromètre laser — wikipédia, l'encyclopédie libre," 2015, [En ligne ; Page disponible le 7-mars-2016].

- [YTB07] T. Yazaki, Y. Tashiro, and T. Biwa, "Measurements of sound propagation in narrow tubes," in *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 463, no. 2087. The Royal Society, 2007, pp. 2855–2862.
- [ZL01] L. Zipser and S. Lindner, "Visualisation of vortexes and acoustic sound waves," in *Proc. 17th Int. Congr. on Acoustics*, vol. 1, 2001, pp. 24–25.



FOLIO ADMINISTRATIF

THESE DE L'UNIVERSITE DE LYON OPEREE AU SEIN DE L'INSA LYON

NOM : MBAILASSEM

DATE de SOUTENANCE : 07/10/2016

Prénoms : Fulbert

TITRE : **Contrôle du bruit par effets de localisation par géométries irrégulières.**

NATURE : Doctorat

Numéro d'ordre : 2016LYSEI095

Ecole doctorale : MEGA

Spécialité : Acoustique

RESUME :

En acoustique, le contrôle passif qui consiste à utiliser les systèmes absorbants (matériaux, plaques perforées...), reste le moyen le plus employé pour la réduction du bruit. Ces systèmes absorbants possèdent des performances acoustiques variables suivant leur type, suivant la gamme fréquentielle du bruit, etc. Malgré leur large utilisation, certains systèmes absorbants présentent de nombreuses insuffisances liées à leur efficacité et/ou leur prix. Le but de cette thèse est d'étudier dans les détails le phénomène de localisation et son lien avec la dissipation de l'énergie sonore en vue d'une possible application de correction du bruit. La localisation est un phénomène physique induit par les irrégularités géométriques et qui se manifeste par le confinement de l'amplitude d'un mode acoustique dans une très petite fraction de volume du domaine considéré (cavité, salle). L'étude menée dans cette thèse a permis de montrer que la localisation a lieu dans les zones irrégulières formant des sous-cavités par rapport à un volume principal. De même, la fréquence d'un mode localisé est liée aux dimensions géométriques de sa zone de confinement. Par ailleurs, la concentration de fortes amplitudes vibratoires dans de très faibles volumes favorise le développement des mécanismes de dissipation viscothermiques à savoir de forts gradients de vitesse et de température entre la paroi et le cœur de la cavité. Grâce à ces mécanismes, les cavités irrégulières dissipent plus d'énergie sonore que les cavités à géométrie régulière. Les irrégularités géométriques renforcent également la capacité dissipative des matériaux poroélastiques. Cette étude est validée expérimentalement grâce à la réflecto-vibrométrie, une technique innovante utilisant le vibromètre laser pour mesurer la pression acoustique. Cette technique a l'avantage d'être non intrusive et moins encombrante contrairement aux microphones. Dans l'optique d'une application de la localisation pour dissiper le maximum d'énergie, une optimisation de la géométrie est à envisager.

MOTS-CLÉS : irrégularités géométriques, localisation acoustique, dissipation acoustique, analyse modale, réflecto-vibrométrie.

Laboratoires de recherche : **LVA** (Laboratoire Vibration Acoustique) de l'INSA et **LGC** (Laboratoire Génie Civil et Bâtiment) de l'ENTPE de Lyon.

Directeur de thèse: LECLERE Quentin

Président de jury : DAUCHEZ Nicolas

Composition du jury :	CHAMPAGNE Jean-Yves LECLAIRE Philippe FELIX Simon DAUCHEZ Nicolas KAFTANDJIAN Valérie LECLERE Quentin GOURDON Emmanuel REDON Emmanuel	(Prof) (Prof) (HDR) (Prof) (Prof) (HDR) (Prof) (MC)	INSA-Lyon Université de Bourgogne Université du Maine Université Technologique de Compiègne INSA-Lyon INSA-Lyon ENTPE Université de Bourgogne	Examineur Rapporteur Rapporteur Examineur Examineur Directeur Co-directeur Co-directeur
-----------------------	--	--	--	--