



HAL
open science

Caractérisation thermomécanique, modélisation et optimisation fiabiliste des packages électroniques

Omar Bendaou

► **To cite this version:**

Omar Bendaou. Caractérisation thermomécanique, modélisation et optimisation fiabiliste des packages électroniques. Mécanique [physics.med-ph]. Normandie Université; École Mohammadia d'ingénieurs (Rabat, Maroc), 2017. Français. NNT : 2017NORMIR20 . tel-01760307

HAL Id: tel-01760307

<https://theses.hal.science/tel-01760307>

Submitted on 6 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Normandie Université

THESE

Pour obtenir le diplôme de doctorat

Spécialité : MECANIQUE

**Préparée au sein de « INSA de Rouen Normandie »
En partenariat international avec l'EMI Rabat, Maroc**

Titre de la thèse

Caractérisation Thermomécanique, Modélisation et Optimisation Fiabiliste des Packages Electroniques

**Présentée et soutenue par
Omar BENDAOU**

**Thèse soutenue publiquement le (07 novembre 2017)
devant le jury composé de**

Monsieur Mohammed RHACHI	Professeur Vice-Président, Université Mohammed V Rabat- Maroc	Examineur
Monsieur Azeddine AZIM	Professeur Directeur, ENSA El Jadida- Maroc	Examineur
Monsieur Pierre Richard DAHOO	Professeur Université de Versailles Saint-Quentin- en-Yvelines	Rapporteur
Monsieur Saad CHOUKRI	Professeur, EMI Maroc	Rapporteur
Monsieur Abel CHEROUAT	Professeur, Université de Technologie de Troyes	Rapporteur
Monsieur Abdelkhalak EL HAMI	Professeur, INSA de Rouen Normandie	Directeur de thèse
Monsieur Mohamed AGOUZOUL	Professeur, EMI Maroc	Directeur de thèse

Thèse dirigée par Abdelkhalak EL HAMI et Mohamed AGOUZOUL, laboratoire LMN

Logo Etablissement



Logo Ecole Doctorale



Logo laboratoire



Remerciements

Les travaux de recherches, objet du présent rapport, qui s'inscrivent dans le cadre d'une convention en cotutelle de thèse, ont été menés au niveau des laboratoires ERG2(ME) (Equipe de Recherche Génie Mécanique et Energétique : Modélisation et Expérimentation) et LMN (Laboratoire de Mécanique de Normandie), relevant respectivement de l'Ecole Mohammadia d'Ingénieurs et de l'INSA de Rouen.

Je tiens, tout d'abord, à remercier vivement mes directeurs de thèse pour la confiance qu'ils m'ont accordée en acceptant d'encadrer ce travail doctoral. De même, à l'occasion de la présentation de ce mémoire, je voudrai exprimer ma profonde gratitude envers mes directeurs de thèse, Messieurs les Professeurs : **Mohamed AGOUZOUL** pour son apport pédagogique, sa disponibilité et les efforts qui n'a eu de cesse de déployer pour l'aboutissement des travaux de cette thèse. **Abdelkhalak EL HAMI** pour son accueil au sein du Laboratoire de Mécanique de Normandie, sa grande disponibilité et son soutien permanent dans ce travail.

Je remercie profondément Messieurs :

Pr. Mohammed RHACHI de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de ma soutenance.

Pr. Pierre Richard DAHOO, **Pr. Saad CHOUKRI**, et **Pr. Abel CHEROUAT** d'avoir accepté d'évaluer mes travaux en qualité de rapporteurs.

Pr. Azeddine AZIM d'avoir accepté d'examiner ce mémoire.

Mes remerciements s'adressent également à Monsieur Othmane BENDAOU et Abderahman MAKHLOUFI pour leurs conseils et leurs remarques avisés qui m'ont beaucoup aidés tout au long de ce travail.

Je ne saurais terminer sans exprimer mes remerciements les plus sincères à ma famille et mes amis qui m'ont encouragés pendant la préparation de ce travail.

Résumé

Lors du fonctionnement des packages électroniques, ceux ci sont exposés à diverses sollicitations d'ordres thermiques et mécaniques. De même, la combinaison de ces sources de contraintes constitue l'origine de la quasi majorité des défaillances des packages électroniques.

Pour s'assurer de la bonne résistance des packages électroniques, les fabricants pratiquent des tests de fiabilité et des analyses de défaillance avant toute commercialisation. Toutefois, les essais expérimentaux, lors de la phase de conception et de l'élaboration des prototypes, s'avèrent contraignants en termes de temps et de ressources matérielles. En revanche, la simulation numérique à l'aide de la méthode des éléments finis constitue une option alternative en termes de temps et de ressources.

Les objectifs dévolus aux travaux de recherche visent à élaborer quatre modèles éléments finis en 3D, validés/calibrés par des essais expérimentaux, intégrant les recommandations JEDEC¹ en vue de :

- Procéder à la caractérisation thermique et thermomécanique des packages électroniques ;
- Et prédire la durée de vie en fatigue thermique des joints de brasures et ce, en lieu et place de la caractérisation expérimentale normalisée.

Or, la mise en œuvre des modèles éléments finis présente certains inconvénients liés aux incertitudes au niveau de la géométrie, des propriétés matériaux, les conditions aux limites ou les charges. Ceux ci ont une influence sur le comportement thermique et thermomécanique des systèmes électroniques. D'où la nécessité de formuler le problème en termes probabilistes et ce, dans le but de mener une étude

1. JEDEC(Joint Electron Device Engineering Council) est un organisme de normalisation des semi-conducteurs

de fiabilité et d'optimisation des packages électroniques.

Pour remédier au temps de calcul énorme généré par les méthodes d'analyse de fiabilité classiques, nous avons développé des méthodologies spécifiques à cette problématique, via des méthodes d'approximation basées sur le krigeage avancé, qui nous ont permis de bâtir un modèle de substitution, qui rallie efficacité et précision. Par conséquent, une analyse de fiabilité a été menée avec exactitude et dans un temps extrêmement court, via les méthodes de simulation Monte Carlo et FORM/SORM, couplées avec le modèle de krigeage avancé. Ensuite, l'analyse de fiabilité a été associée dans le processus d'optimisation, en vue d'améliorer la performance et la fiabilité de la conception structurelle des packages électroniques. A la fin, nous avons procédé à l'applicabilité desdites méthodologies d'analyse de fiabilité aux quatre modèles éléments finis ainsi développés. Il résulte que les analyses de fiabilité menées se sont avérées très utiles pour prédire les effets des incertitudes liées aux propriétés matériaux. De même, l'analyse d'optimisation de fiabilité ainsi réalisée nous a permis d'améliorer la performance et la fiabilité de la conception structurelle des packages électroniques.

Abstract

During operation, electronic packages are exposed to various thermal and mechanical solicitations. These solicitations combined are the source for most of electronic package failures. To ensure electronic packages robustness, manufacturers perform reliability testing and failure analysis prior to any commercialization. However, experimental tests, during design phase and prototypes development, are known to be constraining in terms of time and material resources. This research aims to develop four finite element models in 3D, validated/calibrated by experimental tests, integrating JEDEC recommendations to :

- Perform electronic packages thermal and thermomechanical characterization ;
- Predict the thermal fatigue life of solder joints in place of the standardized experimental characterization.

However, implementation of the finite element model has some disadvantages related to uncertainties at the geometry, material properties, boundary conditions or loads. These uncertainties influence thermal and electronic systems thermomechanical behavior. Hence the need to formulate the problem in probabilistic terms, in order to conduct a reliability study and a electronic packages reliability based design optimization.

To remedy the enormous computation time generated by classical reliability analysis methods, we developed methodologies specific to this problem, using approximation methods based on advanced kriging, which allowed us to build a substitution model, combining efficiency and precision. Therefore reliability analysis can be performed accurately and in a very short time with Monte Carlo simulation (MCS) and FORM / SORM methods coupled with the advanced model of kriging. Reliability analysis was associated in the optimization process, to improve the performance and electronic packages structural design reliability.

In the end, we applied the reliability analysis methodologies to the four finite element models developed. As a result, reliability analysis proved to be very useful in predicting uncertainties effects related to material properties. Similarly, reliability optimization analysis performed out has enabled us to improve the electronic packages structural design performance and reliability.

Liste des abréviations

AKM	: Advanced Kriging Model
β	: Indice de fiabilité
BGA	: Ball Grid Array
CET	: Coefficient d'Expansion Thermique
FORM	: First Order Reliability Method
HRBM	: Heuristic-based Reliability Method
MEF	: Méthode des éléments finis
MHP	: Microscope de Haute Précision
MMC	: Méthode de Monte Carlo
MPFP	: Most Probable Failure Point
MSR	: Méthode des Surfaces de Réponses
N_0	: Nombre de cycles d'initiation de fissure
N_f	: Durée de vie en fatigue thermique
PCB	: Printed Circuit Board
P_f	: Probabilité de défaillance
RBDO	: Reliability Based Design Optimisation
RIA	: Reliability Index Approach
QFN	: Quad Flat No lead
QFP	: Quad Flat Package
SAC305	: $Sn_{96.5}Ag_{3.0}Cu_{0.5}$
SLA	: Single Loop Approach
SORA	: Sequential Optimization and Reliability Assesement
SORM	: Second Order Reliability Method
SQP	: Sequential Quadratic Programming

Table des figures

1.1	L'invention du premier circuit intégré [Tum01]	10
1.2	Exemple d'une plaquette de silicium (silicon wafer)	11
1.3	Les configurations cavity-up et cavity-down	12
1.4	Fonctions de base des packages électroniques	13
1.5	Niveaux du packaging [SM05]	14
1.6	Courbe en baignoire	17
1.7	Mécanismes de défaillance des packages électroniques.	19
1.8	Fissuration par fatigue d'un joint de brasure	20
1.9	Courbe contrainte-déformation des matériaux (a)Fragile et (b) Ductile	21
1.10	Courbe contrainte-déformation pour les matériaux élastoplastique .	22
2.1	Structure étalée dans un domaine Ω et subissant un chargement extérieur et des conditions aux limites	25
2.2	Maillage de la structure étalée sur le domaine Ω	29
2.3	Géométrie de la structure multicouches	32
2.4	Maillage de la structure	32
2.5	Solide étalé dans un domaine Ω et subissant un chargement extérieur et des conditions aux limites thermiques	34
2.6	Maillage du domaine Ω	35
2.7	Géométrie du solide chargé thermiquement	38
3.1	Distribution conjointe et probabilité de défaillance	43
3.2	Simulation de Monté-carlo	45
3.3	Transformation probabiliste	46
3.4	Approximation FORM et SORM	47
3.5	Algorithme HBRM pour l'estimation de l'indice de fiabilité	49

3.6	Organigramme de la méthode proposée sur la base du modèle de krigeage.	56
3.7	La structure d'un toit en treillis	57
3.8	Classification des différentes méthodes de la RBDO [Aou08]	61
3.9	Essieu avant de l'automobile [ZLW15].	64
4.1	Vue d'ensemble du BGA	70
4.2	Structure du package BGA	71
4.3	Schéma de la technique Shadow Moiré	74
4.4	le gauchissement des 4 BGA mesuré via la technique Shadow Moiré	75
4.5	Routage cuivre du BGA sous ANSYS	78
4.6	Modélisation fidèle du BGA sous Ansys	79
4.7	Gauchissement du BGA fidèlement modélisé (1/4 du modèle)	80
4.8	Gauchissement du BGA dont le substrat est modélisé par 5 couches homogènes (1/4 du modèle)	80
4.9	Densité de probabilité par simulation Vs Densité de probabilité par mesures via microscope	84
4.10	Structure du package BGA	86
4.11	Dimensions du joint de brasure	91
4.12	Modèle éléments finis global du BGA	93
4.13	Description du cycle thermique	93
4.14	Travail plastique à la fin du cycle thermique	94
4.15	Sous modèle local	94
4.16	Travail plastique dans le sous modèle	95
4.17	Analyse de sensibilité	96
4.18	algorithme RBDO	98
4.19	Travail plastique avant et après l'optimisation fiabiliste	100
4.20	Package électronique QFN	102
4.21	Quad Flat No leads (QFN)	105
4.22	Maillage du QFN monté sur le PCB	106
4.23	Résultat du modèle des éléments finis : Champ de température	107
4.24	Comparison de P_f avec les six méthodes utilisées	110
4.25	Inducteur de puissance étudié	111

4.26	Fixation du système busbar dc / dc	113
4.27	Charge électrique appliquée	113
4.28	Position des thermocouples	114
4.29	Overview 1	115
4.30	Overview 2	116
4.31	Modèle éléments finis de l'inducteur de puissance modélisé sur ANSYS116	
4.32	Propriétés géométriques de la ferrite	117
4.33	Evolution de la température dans l'inducteur de puissance	119
4.37	Les surfaces et les profils mesurés sur le côté	120
4.41	Les surfaces et les profils mesurés sur le dessus	122

Liste des tableaux

1.1	Les packages traversants et les packages de montage en surface . . .	15
2.1	le nombre de ddls correspondant à quelques modélisations	28
2.2	Propriétés mécaniques de la structure	32
2.3	Résultats de la simulation : Déplacements de la structure	33
2.4	Résultats de la simulation : Température du solide	38
3.1	Les variables aléatoires de la structure du toit en treillis	58
3.2	Résultats de l'analyse de fiabilité	58
3.3	Paramètres des variables aléatoires	64
3.4	Résultat de l'analyse RBDO	65
4.1	Dimensions du BGA	71
4.2	Propriétés mécanique des matériaux du BGA	72
4.3	Résultats Shadow Moiré Vs Résultats du microscope	75
4.4	Résultats des simulations	81
4.5	Moments du CET de la résine d'encapsulation	82
4.6	Moments du gauchissement du BGA via la simulation	82
4.7	Gauchissement mesuré via le microscope	83
4.8	Moments du gauchissement mesuré	83
4.9	Résultats de l'analyse de fiabilité	84
4.10	Les valeurs des constantes empiriques utilisées dans la prédiction de la durée de vie en fatigue mécanique	89
4.11	Paramètres du modèle d'anand du SAC305	90
4.12	Dimensions du BGA	91
4.13	Propriétés matériaux du BGA	92

4.14	Résultats de simulation	95
4.15	Paramètres probabilistes des variables aléatoires	97
4.16	Résultats de l'analyse de fiabilité	97
4.17	résultats de l'optimisation fiabiliste	100
4.18	QFN dimensions	105
4.19	Conductivité thermique des matériaux dans le QFN	106
4.20	Paramètres probabiliste des variables aléatoires	108
4.21	Résultats de l'analyse de fiabilité avec Monte Carlo	109
4.22	Résultats de l'analyse de fiabilité avec de FORM / SORM	109
4.23	Propriétés des matériaux de l'inducteur de puissance	117
4.24	Perte de chaleur en bobine	118
4.25	Résultats de l'analyse de fiabilité	127

Table des matières

introduction générale	1
1 Introduction au packages électroniques	9
1.1 Introduction	9
1.2 Définition et fonctions des packages électroniques	10
1.3 Niveaux de packaging des produits électroniques	13
1.4 Types de packages électroniques	14
1.5 Les différentes phases du cycle de vie d'un package électronique . . .	16
1.6 Les mécanismes de défaillances	18
1.6.1 La fatigue	19
1.6.2 La rupture fragile (fracture) ou ductile	20
1.6.3 La déformation plastique	21
1.6.4 Le délaminage	22
1.7 Conclusion	23
2 Stratégie de modélisation thermomécanique et thermique	24
2.1 introduction	24
2.2 Méthode des éléments finis pour le calcul des structures	25
2.2.1 Equation de Mouvement : Formulation forte	25
2.2.2 Loi de Hook	26
2.2.3 Formulation variationnelle : Formulation faible	28
2.2.4 Approximation par éléments finis	28
2.2.5 Résolution en statique	31
2.3 Application : Gauchissement d'une structure multicouches	31
2.4 Méthode des éléments finis pour les problèmes thermiques	34

2.4.1	Equation de la chaleur : Formulation forte	34
2.4.2	Formulation variationnelle : Formulation faible	35
2.4.3	Approximation par éléments finis	35
2.4.4	Résolution en régime permanent	37
2.5	Application : Profil de température d'un solide chargé thermiquement	37
2.6	Conclusion	39
3	Fiabilité et optimisation fiabiliste	40
3.1	Introduction	40
3.2	Types d'incertitudes	41
3.3	Analyse de fiabilité	42
3.3.1	Méthode de Monte Carlo	44
3.3.2	Méthode d'analyse de fiabilité de premier et second ordre . .	46
3.3.3	Méthode de fiabilité basée sur les méthodes d'optimisation .	48
3.4	Couplage éléments finis et fiabilité	49
3.4.1	Couplage direct	51
3.4.2	Surfaces de réponse	51
3.4.3	Modèle de krigeage	52
3.4.4	Modèle de krigeage avancé	53
3.5	Exemple d'application d'un "toit en treillis"	56
3.6	L'optimisation de la conception basée sur la fiabilité	59
3.6.1	Comparaison entre l'optimisation déterministe et la RBDO . .	59
3.6.2	Optimisation de la conception basée sur la fiabilité	60
3.7	Exemple d'application "Essieu avant automobile"	63
3.8	Conclusion	65
4	Application des méthodes de fiabilité et de la RBDO aux packages élec-	67
	troniques	
4.1	Introduction	67
4.2	Application 1 : Caractérisation thermomécanique des boîtiers électro-	
	nique de type BGA, assortie d'une étude fiabiliste	69
4.2.1	Calibration du Microscope et du Modèle éléments finis	70
4.2.2	BGA $10 \times 10\text{mm}^2$	70

4.2.3	Calibrage du microscope à haute précision	72
4.2.4	Validation du modèle éléments finis	76
4.2.5	Résultats du microscope à haute précision	83
4.2.6	Résultats des simulations Vs résultats des mesures	83
4.2.7	Analyse de fiabilité	84
4.2.8	Conclusion	85
4.3	Application 2 : Optimisation fiabiliste des packages électroniques BGA, avec utilisation du modèle de substitution de krigeage	86
4.3.1	Introduction	86
4.3.2	Modèle de prédiction de la Durée de vie, soumis aux cycles thermiques	88
4.3.3	Analyse de fiabilité	95
4.3.4	Optimisation de la conception basée sur la fiabilité	97
4.3.5	Conclusion	100
4.4	Application 3 : Analyse de fiabilité efficace relative au comportement Thermique d'un Package Electronique de type QFN, avec utilisation du modèle de substitution de krigeage avancé	102
4.4.1	Introduction	102
4.4.2	Caractérisation thermique du package QFN	104
4.4.3	Analyse de fiabilité avec utilisation du modèle de krigeage avancé	107
4.4.4	Conclusion	110
4.5	Application 4 :Analyse du comportement thermique et thermomé- canique d'un inducteur de puissance par voie expérimentale et numérique, assortie d'une étude fiabiliste	111
4.5.1	Introduction	111
4.5.2	Mesures expérimentales	112
4.5.3	Modèle éléments finis	116
4.5.4	Présentation des résultats	118
4.5.5	Comparaison des résultats numériques avec les mesures ex- périmentales	122
4.5.6	Analyse fiabiliste	126
4.5.7	Conclusion	127

4.6 Conclusion	128
Conclusion Générale et perspectives	129
Bibliographie	133

Introduction générale

Contexte

L'électronique ne cesse de faire partie de notre vie quotidienne. Aujourd'hui, il est difficile de faire l'impasse sur ces technologies. Celles-ci s'intéressent à tous les aspects de la vie humaine avec l'espoir de la rendre plus confortable, plus aisée et surtout plus assistée. Il s'agit notamment des secteurs de l'automobile, des télécommunications, de l'informatique, de l'aérospatiale et de la médecine. Ces innovations technologiques sont toutes basées sur des micro-dispositifs et des technologies de packaging.

Le succès de la technologie de packaging dépend de nombreux facteurs liés, entre autres, à la fiabilité thermomécanique de ces composants électroniques. Il ressort des analyses que les défaillances sont dues à diverses charges thermiques et mécaniques, associées aux procédés de fabrication et à la fatigue thermique. Par définition, la fiabilité est la probabilité pour qu'un dispositif soit utilisé sans défaillance pendant une période de temps déterminée, dans des conditions opérationnelles spécifiées. Cela signifie que ce produit soit exempt de défauts, non seulement au moment de la livraison, mais tout au long de son cycle de vie dans l'environnement du client. Pour fabriquer un tel produit, il est essentiel que les développeurs, les concepteurs et les fabricants de technologies aient une compréhension approfondie des matériaux, des structures, des processus et des interactions multiples entre eux et ce, afin de prévenir les risques de défaillances susceptibles d'affecter la fiabilité des produits électroniques.

Objectifs de la thèse

Lors du fonctionnement des packages électroniques, ceux ci sont exposés à diverses contraintes d'ordres thermiques et mécaniques. De même, la combinaison de ces sources de contraintes constitue l'origine de la quasi majorité des défaillances des packages électroniques.

Pour s'assurer de la bonne résistance des packages électroniques, les fabricants pratiquent des tests de fiabilité et des analyses de défaillance avant toute commercialisation, afin d'estimer les durées de vie, d'identifier les modes de rupture et de localiser les zones critiques. Les tests de fiabilité permettent aussi d'optimiser les architectures internes des packages et de renforcer les zones critiques dans les assemblages, en travaillant sur les choix des matériaux et des techniques de protection.

Les essais expérimentaux, lors de la phase de conception et de l'élaboration des prototypes, s'avèrent contraignants en termes de temps et de ressources matérielles. La simulation numérique à l'aide de la méthode des éléments finis constitue une option alternative en termes de temps et de ressources. Elle permettra de fournir un aperçu précieux, au sujet des informations locales concernant le comportement thermique et thermomécanique des packages électroniques.

Il existe des modèles mathématiques qui régissent localement le comportement mécanique des structures à savoir l'équation de mouvement pour le comportement thermomécanique et l'équation de la chaleur pour le comportement thermique. Intégrer analytiquement ces équations pour des géométries compliquées, s'avère difficile à mettre en place. En revanche, la résolution (l'intégration) peut être réalisée numériquement, via « la méthode des éléments finis ». En effet, cette méthode qui représente un schéma numérique est reconnue pour son efficacité à résoudre les équations aux dérivées partielles linéaires décrivant le comportement de certains systèmes physiques. Cependant, la mise en œuvre de cette méthodologie exige la maîtrise de cette méthode, la capacité de la programmer ou encore son utilisation à travers un logiciel éléments finis (ANSYS)².

Les objectifs assignés aux travaux de recherche visent à élaborer des modèles

2. ANSYS, Inc. est un logiciel américain d'ingénierie assisté par ordinateur basé sur la méthode des éléments finis ; <http://www.ansys.com/>

éléments finis en 3D, intégrant les recommandations JEDEC pour, d'une part, la caractérisation thermomécanique des packages électroniques et, d'autre part, la prédiction de la durée de vie en fatigue thermique des joints de brasures et ce, en lieu et place de la caractérisation expérimentale normalisée.

La mise en œuvre des modèles éléments finis présente certains inconvénients. La complexité des modèles s'accompagnent généralement d'une augmentation du nombre de paramètres. Par ailleurs, tous ces paramètres sont naturellement entachés d'incertitudes au niveau de la géométrie, des propriétés matériaux, les conditions aux limites ou les charges. Ceux ci ont une influence sur le comportement thermique et thermomécanique des systèmes électroniques. D'où la nécessité de formuler le problème en termes probabilistes et ce, dans le but d'étudier la sensibilité de la réponse du modèle à la variabilité aléatoire des paramètres d'entrée et de mener une étude de fiabilité et d'optimisation des packages électroniques.

Deux analyses ont été menées. La première porte sur une analyse fiabiliste, en vue de calculer la probabilité de défaillance et la deuxième concerne une optimisation de la conception basée sur la fiabilité, afin de concevoir une structure améliorée avec un niveau de fiabilité plus élevé. Or, ces deux analyses se sont avérées contraignantes en termes de temps de calcul, du fait de la complexité des modèles éléments finis.

Pour remédier à cette situation, nous avons développé des méthodologies spécifiques à cette problématique, via des méthodes d'approximation des surfaces quadratiques de réponse et du modèle du krigeage, qui nous ont permis de bâtir un modèle de substitution, qui rallie efficacité et précision. Par conséquent, une analyse de fiabilité peut être menée avec exactitude et dans un temps extrêmement court, via les méthodes de simulation FORM/SORM, couplées avec le modèle de krigeage. A la fin, l'analyse de fiabilité a été associée dans le processus d'optimisation, en vue d'améliorer la performance et la fiabilité de la conception structurelle des packages électroniques. Par ailleurs, pour démontrer l'efficacité et la précision de la méthodologie proposée, diverses applications relatives aux packages électroniques ont été présentées.

Aspects bibliographiques

La fiabilité thermomécanique des dispositifs microélectroniques est l'une des principales préoccupations de l'industrie. En effet, sur la base des analyses des causes des défaillances observées au niveau des packages microélectroniques, on constate que ces problèmes de fiabilité sont souvent déclenchés par diverses charges thermiques et mécaniques associées aux procédés de fabrication.

De même, Les techniques d'emballages (tel que le moulage) induisent des contraintes supplémentaires dans les circuits intégrés. Ces déformations et contraintes peuvent devenir critiques pour l'assemblage du produit et peuvent éventuellement compromettre la durée de vie ciblée du produit. Il s'est avéré qu'environ 65% de toutes les défaillances peuvent être attribuées à des contraintes thermomécaniques pendant les processus de fabrication [B⁺02]

La mécanique a joué un rôle de premier plan dans le développement industriel et technologique, comme dans les secteurs de l'aérospatial, du transport et dans un large éventail d'applications de génie mécanique et civil. Par ailleurs, la mécanique numérique telle que la Méthode des éléments finis a eu des répercussions positives sur diverses industries et technologies, du fait du développement rapide de la capacité de calcul.

Les produits Microélectroniques peuvent être reconnus comme des structures multicouches. En effet, la première étude sur le stress thermique des structures multicouches a été présentée par [Tim25]. Celui-ci a proposé une théorie générale, basée sur la théorie du faisceau, de la flexion d'un bi-matériau, soumis à un chargement thermique uniforme. Par ailleurs, suite à l'introduction de la méthode des éléments finis(FE) , [ZT77] ont créé des modèles 2D et 3D, ayant permis la prédiction des niveaux de contraintes et de déformation dans des matériaux dissemblables liés et ce, lors des chargements thermiques [Suh89] . A l'heure actuelle, les techniques des éléments finis (FE) sont largement utilisées pour prédire, non seulement les niveaux de contraintes et de déformation, mais aussi la durée de vie des dispositifs microélectroniques.

En outre, de nombreuses études sont effectuées pour étudier la réponse au stress des packages microélectroniques, lors des processus d'emballages, avec des aperçus rapportés par [ZEdSL00]. Par ailleurs, [VG94] a combiné la modélisation FE avec un

circuit intégré de test développé, spécialement à cet effet, avec la possibilité de juger la performance de fiabilité des packages en plastique. De même, [LM95] ont étudié la réponse au stress des packages IC pendant le moulage d'époxy, l'absorption d'humidité et des processus ultérieurs de soudage à la vague. Quant à [YY96], ceux ci ont étudié la réponse du stress, lors de l'emballage IC et ont inclus la réponse dépendante du temps de l'époxy. En outre, [CCDW00] ont utilisé la spectroscopie Raman pour mesurer les niveaux de contraintes IC, après la phase de fabrication du package. D'un autre côté, les études éléments finis sur le processus de liaison par fil indiquent une forte interaction avec les couches minces du CI auxquelles le fil est lié [DVB04].

En ce qui concerne les modèles de matériaux constitutifs des résines thermodurcissables, [VSBZVD05] décrivent une théorie viscoélastique linéaire et des mesures associées pour les composés de moulage d'époxy. Cependant, [YY96] ont signalé qu'en utilisant un modèle viscoélastique pour le composé de moulage, les contraintes et les déformations prédites sont plus proches des situations réelles. La nécessité d'un tel modèle constitutif est que les concepts de packages tels que QFN et BGA seront assemblés dans des systèmes de cartes complets au lieu des systèmes de bandes traditionnels. Un problème critique pour la fabrication de tels systèmes de cartes est le warpage, induit lors du durcissement du composé de moulage, chose qui a constitué une contribution significative [YJE⁺05].

Pour les métaux utilisés dans les packages, on utilise généralement des modèles constitutifs visco-plastiques [NSW01]. A noter qu'une variété de métaux sont disponibles, comportant le cuivre pour les leadframes et les joints de brasure en tant que matériau d'interconnexion. Différentes compositions de brasure peuvent être appliquées avec les alliages contenant du plomb, qui sera remplacé par d'autres matériaux, en raison de sa nature toxique. Mais, la brasure encore typique pour les applications électroniques est l'alliage Sn60Pb40 avec 1-2% d'Ag, qui a été étudiée pendant des décennies [dud]. Diverses études ont été publiées concernant les modèles constitutifs et les propriétés apparentées aux différentes brasures [DB92].

Pour vérifier les résultats de la simulation en microélectronique, il existe différentes techniques expérimentales pour mesurer les contraintes et / ou les déformations des packages. Parmi ces techniques figurent micro-raman, l'interférométrie, la corrélation de la tache d'image numérique et les jauges de contrainte.

La spectroscopie Micro-Raman est utilisée pour mesurer les niveaux de stress du silicium [CCDW00]. L'interférométrie est principalement utilisée pour mesurer la déformation du package (warpage). Plusieurs techniques d'interférométrie existent telles que : [DMP90]; [PHI12]; [SK91]

- Profil laser Interferométrie, à l'aide d'un faisceau laser qui balaye la surface de l'échantillon;
- Interferométrie Moiré à Projection / Ombre, pour mesurer la déformation hors plan;
- Interferométrie Twyman / Green, pour mesurer la déformation dans le plan;
- Interferométrie holographique;
- Interferométrie Speckle ou Interferométrie électronique à motif Speckle.

Fondamentalement, toutes les techniques ci-dessus peuvent être utilisées pour mesurer la déformation du package avec différents niveaux de résolutions et / ou sensibilité de l'ordre de $0,3-0,5 \mu m$ / frange.

Organisation du mémoire

Ce mémoire de thèse est divisé en quatre chapitres :

Le premier chapitre apporte un éclairage sur les packages électroniques, du fait de leur lien avec l'objet de cette thèse. Il a été entamé par la définition et les fonctions des packages électroniques. Nous avons ensuite présenté les différents types de packages, pour terminer par la description des mécanismes de défaillances.

Le deuxième chapitre est consacré aux stratégies de modélisation thermique et thermomécanique. Nous allons présenter les équations régissant localement le comportement thermomécanique et thermique des structures. Ensuite, nous détaillerons les discrétisations desdites équations par « la méthode des éléments finis ». Enfin, deux applications relatives à une structure multicouches en 2D seront présentées dans les deux cas de figures suivants : Le premier cas lorsque la structure est soumise à des contraintes thermomécaniques et le deuxième cas lorsqu'elle est exposée à des contraintes thermiques. La résolution a été opérée, via deux programmes développés respectivement sous Matlab et ANSYS³. La confrontation

3. ANSYS, Inc. est un logiciel américain d'ingénierie assisté par ordinateur basé sur la méthode des éléments finis; <http://www.ansys.com/>

des simulations ainsi réalisée, via ces deux outils s'est avérée probante.

Le troisième chapitre résume les aspects théoriques de l'analyse de fiabilité (Monte Carlo, FORM/SORM et HRBM) et d'optimisation fiabiliste (RIA, SLA et SORA). Au niveau de cette même partie, nous allons traiter également les différentes méthodes de couplages mécano-fiabiliste, basées sur les surfaces de réponses et le krigeage. A la fin, nous allons proposer une méthode alternative, avérée efficace et précise pour le calcul de la probabilité de défaillance, à savoir le modèle du krigeage avancé. Aussi, pour illustrer l'efficacité et la pertinence des méthodologies ainsi exposées deux exemples d'applications concernant un toit en treillis et un essieu avant d'une voiture seront présentés.

Le quatrième et dernier chapitre illustre l'applicabilité des méthodes d'analyse décrites au chapitre 3, portant sur la caractérisation thermique et thermomécanique des packages électroniques. A cet effet, quatre applications vont être présentées :

- La première application concerne la caractérisation thermomécanique des boîtiers électronique de type BGA, assortie d'une étude fiabiliste. L'objectif de cette étude vise à valider / étalonner deux outils, afin de pouvoir mesurer / prédire de manière fiable le warpage à la température ambiante des packages BGA. Les outils utilisés, à cet effet, sont le microscope de haute précision, machine Shadow Moiré et un modèle d'éléments finis en 3D, développé sous ANSYS Workbench. Cette étude ne s'est pas limitée à une approche déterministe, une étude stochastique et fiabiliste a également été réalisée pour tenir compte des incertitudes des paramètres.
- La deuxième application, qui porte sur l'optimisation fiabiliste des packages électroniques BGA, avec utilisation du modèle de substitution de krigeage, a pour but de prédire la durée de vie des joints de brasure en fatigue. A cet effet, deux modèles éléments finis ont été élaborés sous ANSYS APDL : un modèle global et un sous modèle local fondés tous les deux sur la loi viscoplastique d'Anand. Le modèle de Darvaux, est quant à lui, utilisé pour prédire la durée de vie des joints de brasure. Ensuite, nous avons appliqué la méthode d'optimisation de la conception basée sur la fiabilité, couplée avec le modèle de substitution du krigeage (via l'outil DACE⁴ sous Matlab).

4. DACE (Design and Analysis of Computer Experiments) est un toolbox sur Matlab qui permet de construire un modèle d'approximation de krigeage basé sur des données provenant d'une

- La troisième application vise à appliquer une nouvelle approche de calcul de fiabilité, basée sur le modèle du krigeage avancé au comportement thermique d'un package électronique de type QFN. Cette méthode nous a permis de calculer la probabilité de défaillance avec précision et dans un temps raisonnable.
- la quatrième et dernière application porte sur l'analyse du comportement thermique et thermomécanique d'un inducteur de puissance, par voie expérimentale et numérique. A cet effet, un modèle éléments finis a été élaboré et calibré en confrontant ses résultats avec les résultats expérimentaux obtenus, via des mesures thermiques et des mesures par interférométrie optoélectronique de speckles. Ensuite, une analyse fiabiliste de l'inducteur de puissance a été réalisée numériquement, en se basant sur le couplage entre le modèle éléments finis validé et les méthodes Monté Carlo, FORM et SORM. Il convient de préciser que ce travail fait suite au stage effectué au sein de la société Valeo, en vertu des liens de coopération liant l'INSA de Rouen et cette société.

Chapitre 1

Introduction au packages électroniques

1.1 Introduction

Jusqu'à la fin du 19^e siècle, le tube électronique était le seul composant actif. Il a permis, en effet, la fabrication des premiers appareils électroniques : récepteur radio, téléviseur, radar, etc. Toutefois, les besoins en électronique en matière de densité et de fiabilité pour l'amplification et le traitement du signal allaient mettre fin à la domination des tubes à vide avec l'invention du transistor en 1947 par les américains John Bardeen, William Shockley et Walter Brattain. Cette découverte a constitué un tournant décisif dans l'histoire de l'électronique. En effet, le transistor a été utilisé, en premier temps, sous forme de circuit intégré. Il a permis, non seulement de remédier aux insuffisances des tubes à vide, mais aussi de le remplacer dans la plupart des applications notamment celles relatives aux basses et moyenne puissance.

Depuis, l'industrie de la microélectronique s'appuie sur des techniques d'assemblage d'un réseau de transistors et autres composants complexes sur une seule puce, mise en boîtier qu'on appelle package. Il convient de préciser, à ce propos, que Jack Kilby a posé le premier jalon en développant le premier package en 1959, appelé circuit intégré « Integrated Circuit (IC) ». La structure dudit package est décrite au niveau de la figure 1.1. Ce IC est composé de deux transistors et une résistance assemblés sur un seul support. Depuis, le nombre de transistors assemblés sur une seule puce (intégration) a continué d'augmenter, tout en réduisant la taille de cette

dernière.

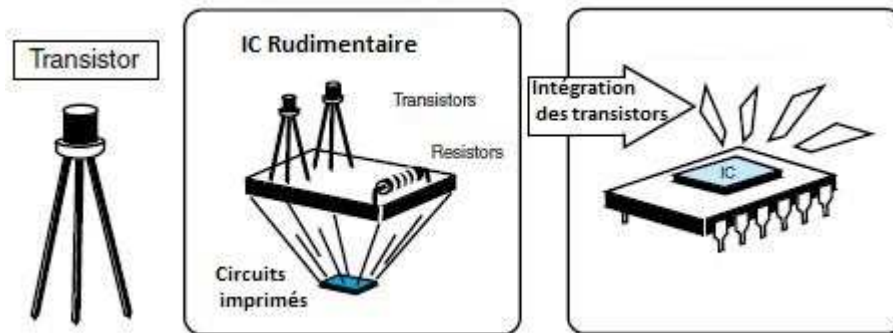


FIGURE 1.1: L'invention du premier circuit intégré [Tum01]

L'objectif de ce chapitre est de présenter dans une première étape la définition et les fonctions des packages électroniques ainsi que les niveaux de packaging. A la fin, nous allons exposer les différents types de packages, tout en mettant en exergue leurs mécanismes de défaillances.

1.2 Définition et fonctions des packages électroniques

Les packages électroniques font partie intégrante du système microélectronique. Le défi pour le package est de fournir toutes les fonctions essentielles requises par la partie microélectronique, sans limiter les performances de la pièce. Pour relever ce défi, la technologie des packages a également évolué d'un simple package en métal à des structures en céramique et organique multicouches très complexes.

Le point de départ de tout package est la plaquette de silicium (silicon wafer figure 1.2) contenant plusieurs puces électroniques. La plaquette est ensuite découpée en puces élémentaires et chacune de ces puces sera montée sur un substrat. Les die pads sont interconnectées aux substrate pads correspondants soit directement, soit par fils de câblage (wire bonding) ou par «flip-chip». Le package est ensuite surmoulé avec une résine plastique.



FIGURE 1.2: Exemple d'une plaquette de silicium (silicon wafer)

Il existe deux configurations de conception de base pour le placement de la puce : La première s'appelle «cavity-up» ou «face up». Et la deuxième est désignée sous la dénomination «cavity-down» ou «face down», appelée aussi «substrate on chip» (substrat sur la puce). Dans la configuration cavity-up, le côté actif de l'appareil est orienté vers le haut, comme le montre la figure 1.3a. Quant à la deuxième configuration cavity-down, le côté actif de l'appareil est orienté vers le bas. S'agissant, par ailleurs, de la configuration cavity-up, celle-ci est capable d'être liée uniquement par un fil. Tandis que la configuration de cavity-down est susceptible d'être liée à la fois à la liaison par fil et à la fixation par flip-chip, comme le montrent les figures 1.3b et 1.3c.

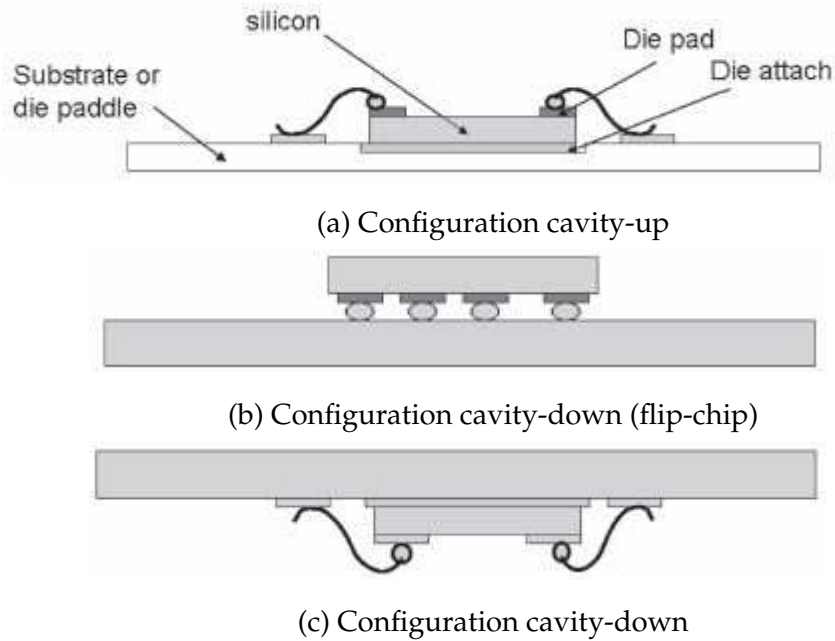


FIGURE 1.3: Les configurations cavity-up et cavity-down

Concernant le rôle du package, celui-ci est primordial. Car, il influence directement les performances électriques, les coûts, les rendements de fabrication et la fiabilité. Les principales fonctions d'un package sont présentées comme suit :

- l'alimentation électrique des circuits
- la distribution du signal
- la dissipation de la chaleur
- la protection des puces contre l'environnement extérieur.
- l'isolation contre les éléments nuisibles de l'environnement, notamment l'humidité et le rayonnement
- la constitution d'un support mécanique pour la puce

Ces fonctions de base sont illustrées à la figure 1.4.

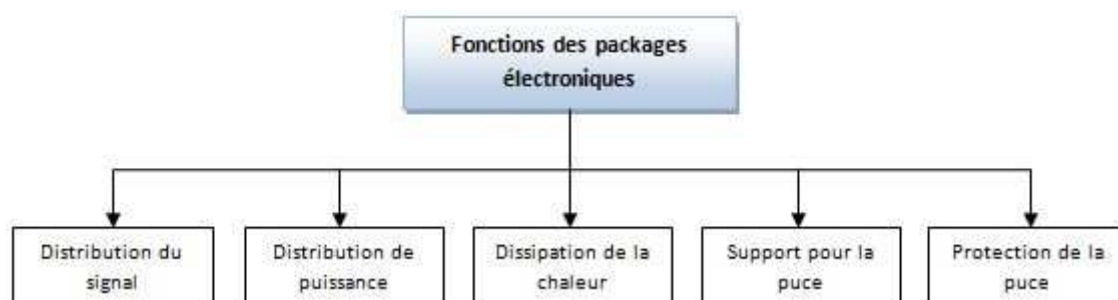


FIGURE 1.4: Fonctions de base des packages électroniques

1.3 Niveaux de packaging des produits électroniques

Le packaging en électronique a pour rôle d'établir les interconnexions électriques, mécaniques et thermiques, en vue de permettre à des circuits intégrés de traiter ou de stocker l'information. Le packaging suit généralement quatre «Niveaux de packaging» (figure 1.5) , décrits comme ci-après :

Le premier niveau consiste à relier le circuit intégré à son boîtier. C'est à ce stade que sont réalisées les premières interconnexions électriques permettant d'accéder aux fonctions matérialisées dans ce circuit intégré. De même, dès ce niveau les contraintes d'évacuation de la chaleur générée par le circuit intégré ainsi que les exigences de propagation du signal et de protection contre l'environnement sont prises en compte.

Le deuxième niveau vise à relier le(s) boîtier(s) à une carte (circuit imprimé, le plus souvent). Cette carte peut comporter d'autres composants nécessaires à son fonctionnement tels que : connecteurs, condensateurs, voyants.

Le troisième niveau permet de constituer un ensemble fonctionnel autonome. il est traditionnellement construit autour d'un « fond de panier » recevant plusieurs cartes et pouvant être munies de certaines fonctions collectives (alimentation, ventilation).

Le quatrième niveau comporte la cabinetterie et toutes les liaisons de l'équipement vers l'extérieur. Ce niveau qualifié parfois de macro-packaging, constitue en fait une machine électronique complète. C'est ce niveau qui sera visible par l'utilisateur final.

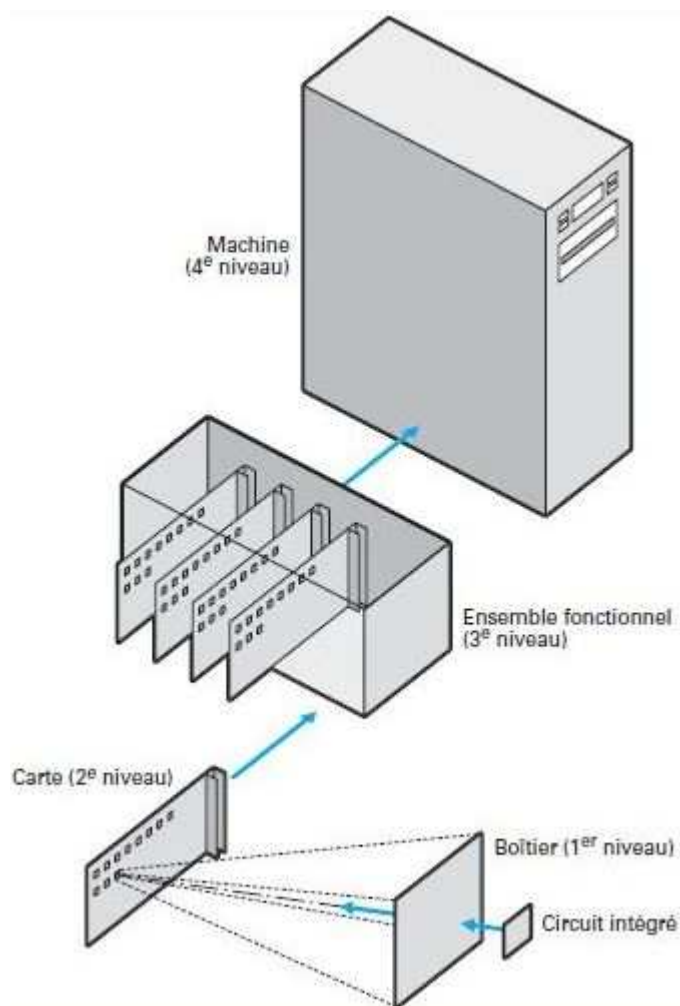


FIGURE 1.5: Niveaux du packaging [SM05]

Etant précisé que les gros systèmes comportent les quatre niveaux cités plus haut. Alors que dans les équipements électroniques, certains niveaux peuvent être absents, c'est le cas, par exemple, de l'informatique personnelle (portable où le micro-ordinateur) qui est constitué d'une seule carte recevant tous les composants.

Le présent travail traite principalement les deux premiers niveaux du packaging électronique décrits ci-dessus.

1.4 Types de packages électroniques

De nombreux types de technologies de packages ont été développés. Toutefois, la différence entre les types de technologies de packages est due à divers facteurs à savoir : la structure, les matériaux, la méthodologie de fabrication, la technologie

de collage, la taille, l'épaisseur, le nombre de connexions d'E / S, la capacité de dissipation de la chaleur, les performances électriques, la fiabilité et le coût.

En général, les packages IC peuvent être classés en deux catégories, à savoir les packages traversants et les packages de montage en surface. Ces deux catégories se réfèrent à la méthodologie utilisée pour assembler les packages à la carte de circuit imprimé (printed circuit board PCB). En effet, si les packages contiennent des broches traversantes qui peuvent être insérées dans des trous dans un PCB, ceux ci sont appelés packages traversants. Et si les packages ne sont pas insérés dans le PCB, mais sont montés sur la surface du PCB, ils s'appellent des packages de montage en surface.

L'avantage que présente les packages de montage en surface, par rapport aux packages traversants, réside dans le fait que les deux côtés du PCB peuvent être utilisés et par conséquent une densité d'emballage plus élevée peut être obtenue sur le PCB. Ces deux catégories de packages sont illustrées au tableau 1.1.





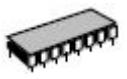



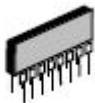
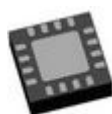

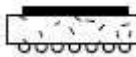
Package traversants	Package de montage en surface
 DIP (Dual In-line Package)	 SOP (Small Out-Package)
 SH-Dip (Shrink DIP)	 QFP (Quad Flat Package)
 SK-DIP, (Skinny DIP),	 LCC (Leadless Chip Carrier)
 SIP (Single In-Package)	 PLCC, SOJ
 ZIP (Zig-zag In-line Package)	 QFN (Quad Flat No leads)
 PGA (Pin Grid Array)	 BGA (Ball Grid Array)

TABLE 1.1: Les packages traversants et les packages de montage en surface

Les *Dual-in-line packages (DIP)* et *pin grid arrays (PGA)* sont des packages traversants. Dans les DIP, les E / S ou les broches traversantes sont réparties sur les côtés

du package. Pour obtenir des connexions E / S plus élevées, les PGA sont utilisés, du fait que les broches traversantes sont réparties dans une matrice de rangement sous la surface de l'emballage.

Le progrès technologiques réalisé a intéressé en particulier les packages de montage en surface. En effet, le package *small outline (SO)* qui fait partie de cette catégorie est le plus largement utilisé pour les applications à faible E / S , en raison de son coût extrêmement bas. Par ailleurs, le *quad flat package (QFP)* constitue une extension du SOP avec des connexions E / S plus grandes. Le SOP et QFP possèdent des broches qui peuvent être attachés au PCB. Le package Quad plat no-lead (QFN) est soudé directement sur les PCB et dispose des connections au niveau de son périmètre de bas, permettant la liaison électrique entre le CI et le routage électrique du PCB. Ce package comporte un pad thermique pour augmenter le transfert de chaleur. Le QFN Offre un avantage de taille réduite qui s'élève à 60% par rapport aux packages QFP classiques.

À la fin des années 1980, des packages avec des billes de brasure ont été développés comme une solution alternative aux packages avec des broches. Cette avancée a permis de placer les boules de brasure sous la surface de l'emballage dans un réseau de zones, chose qui a augmenté considérablement le nombre d'E / S des packages de montage en surface. Les ensembles de *ball grid array (BGA)* sont un exemple de cette technologie.

Les différents types de packages sont classés par des normes développées par des organismes comme l'IPC¹ (« Institute for Interconnection and Packaging Electronic Circuits ») et le JEDEC² (« Joint Electron Device Engineering Council »).

1.5 Les différentes phases du cycle de vie d'un package électronique

Les packages électroniques sont soumis à diverses contraintes d'ordre mécaniques et thermiques aussi bien lors du processus de fabrication qu'à l'état de leur fonctionnement, entraînant de ce fait leur défaillance. Cette défaillance peut survenir

1. Site officiel de l'IPC : <http://www.ipc.org>

2. Site officiel de JEDEC : <https://www.jedec.org/>

tout au long de son cycle de vie avec un taux de défaillance suivant une courbe en baignoire (figure 1.6) divisée en 3 périodes décrites ci-après :

PHASE 1 : La première phase définit la période de jeunesse, caractérisée par une décroissance rapide du taux de défaillance. Pour un package électronique cette décroissance s'explique par l'élimination progressive de défauts dus aux processus de conception ou de fabrication mal maîtrisé.

PHASE 2 : La deuxième phase définit la période de vie utile. Elle est marquée par un taux de défaillance constant, où la défaillance est aléatoire, accidentelle et brutale. En d'autres termes, la défaillance peut survenir principalement, lorsque les conditions d'utilisation de l'équipement dépassent ses capacités. Et par conséquent, la défaillance du package intervient instantanément. Ces modes de défaillance sont principalement dus à des causes externes au module.

PHASE 3 : La dernière phase est la période de vieillissement. Elle est caractérisée par une augmentation progressive du taux de défaillance avec l'âge du dispositif. Ceci est expliqué par des phénomènes de vieillissement telles que l'usure, l'érosion, etc. Cette période est très nettement au-delà de la durée de vie réelle d'un package électronique. C'est pour cette raison que des tests de vieillissement accélérés sont réalisés, afin d'identifier les différents modes de défaillance des packages électroniques.

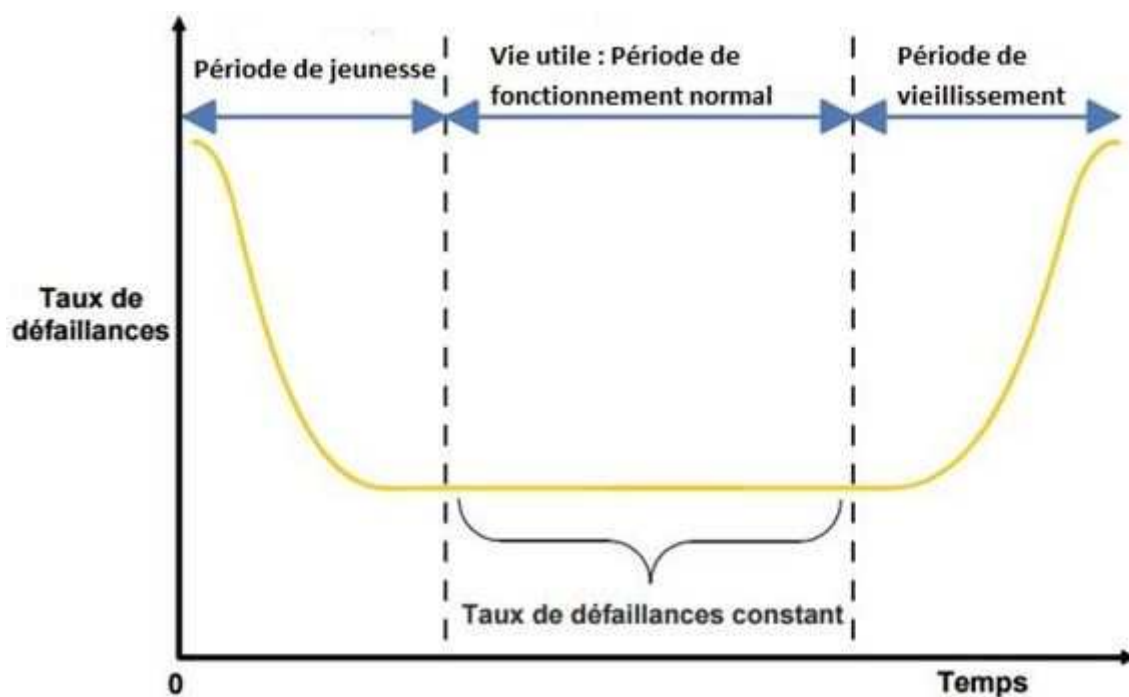


FIGURE 1.6: Courbe en baignoire

1.6 Les mécanismes de défaillances

Les mécanismes de défaillance se produisent au niveau matériel le plus bas. Cependant, les effets sont souvent ressentis au niveau du système. Par exemple, un ordinateur peut ne pas démarrer, lorsqu'il est mis sous tension, ou un téléviseur peut ne pas afficher l'image, quand il est allumé. Bien qu'ils s'agissent des symptômes de haut niveau, la cause sous-jacente peut être la fissuration d'une puce, en raison d'une contrainte thermique ou d'une ouverture électrique d'une interconnexion, due à la corrosion ou d'un court-circuit causés par l'humidité ou des rejets électrostatiques. Quelle que soit la cause sous-jacente ou le mécanisme de défaillance, le résultat net est que le système n'est pas fiable ou utilisable. L'analyse fiabiliste vise à appréhender et prévenir de telles défaillances sous-jacentes, même avant la fabrication des packages électroniques.

A première vue, les défaillances constatées laissent supposer qu'elles sont d'ordres électriques. Toutefois, ces défauts seraient dus à des causes thermiques, mécaniques, électriques, chimiques ou une combinaison de celles-ci. En effet, les mécanismes de défaillance des microsystemes peuvent être classés en deux catégories à savoir : le mécanisme de contrainte et le mécanisme d'usure.

Concernant le mécanisme de contrainte est celui dans lequel le stress, en un seul événement, dépasse la force ou la capacité du package et provoque une panne du système. S'agissant du mécanisme d'usure, il est par contre, progressif et se produit même à des niveaux de contraintes plus faibles. Dans ce mécanisme, l'application répétée de contraintes faibles pendant une période de temps prolongée entraîne des dégâts cumulatifs entraînant la défaillance du package et par conséquent la défektivité de tout le système. La figure 1.7 montre les principaux mécanismes de défaillances susceptibles d'affecter les systèmes microélectroniques.

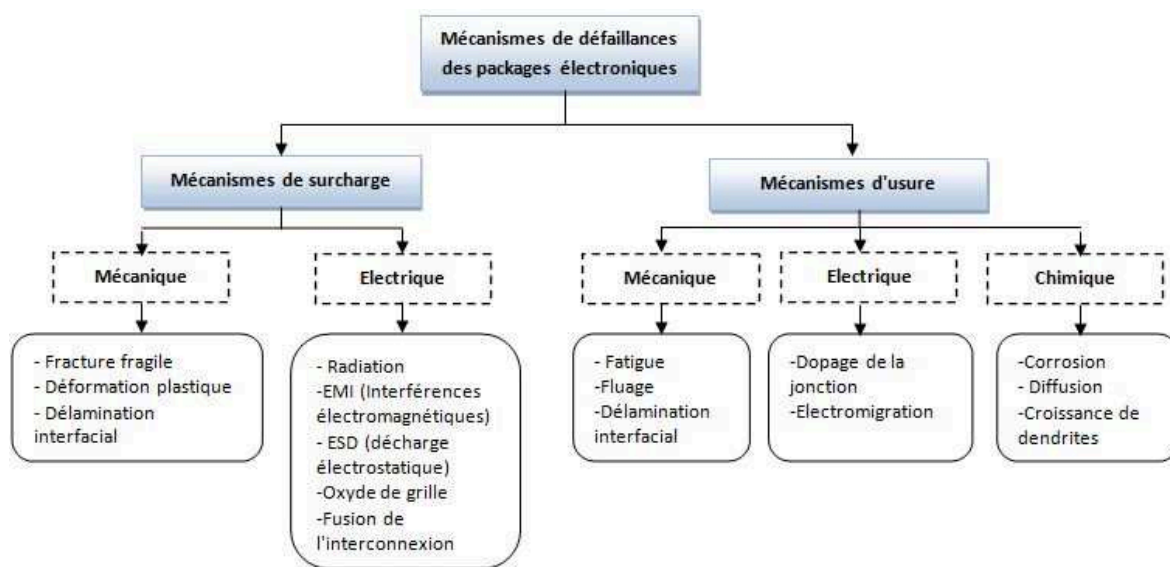


FIGURE 1.7: Mécanismes de défaillance des packages électroniques.

Les défaillances thermomécaniques relevées au niveau des packages électroniques sont causées par les chargements thermiques de l'environnement ou la chaleur générée par effet Joule, lors du fonctionnement du système. Parmi les différents mécanismes de défaillance thermomécanique traités figurent : la fatigue, la fracture fragile, la déformation plastique et le délaminage.

1.6.1 La fatigue

La fatigue est le mécanisme de défaillance le plus répandu. Elle peut être à l'origine de la quasi totalité des défaillances d'ordres structurelles et électriques. La fatigue dans les packages électroniques provient d'un certain nombre de sources. La plus répandue étant la mise sous /hors tension.

Ainsi, les packages électroniques sont sujets à des amplitudes thermiques induisant des contraintes thermomécaniques. Ces amplitudes thermiques sont faibles, mais répétées tout au long du parcours, lors des différentes sollicitations sur un profil de mission donné. L'application de charge répétée provoque alors des contraintes thermomécaniques générées par les différents coefficients de dilatation thermique (CTE) des matériaux constituant le package électronique. Cette situation entraîne par conséquent des dommages par fatigue.

Dans une vue simplifiée de ce processus, La déformation plastique provoque

des mouvements de dislocation et cela conduit à une dégradation de la perfection cristallographique de la matière. De même, des microfissures se forment et se développent éventuellement jusqu'à atteindre une taille suffisamment grande pour que la défaillance se produise.

Généralement, il existe deux approches pour déterminer le nombre de cycles avant la survenue de la défaillance par fatigue. La première approche, appelée "high-cycle fatigue", est basée sur la contrainte. Celle-ci est principalement utilisée dans des situations où les contraintes dans le package sont dans le régime élastique et n'ont pas dépassé le point de rendement.

La deuxième approche, appelée "low cycle fatigue", est utilisée pour des situations où le matériau a une déformation plastique ou irréversible.

Cette dernière approche (low cycle fatigue) s'applique aux joints de brasure sous charge thermique, car ces derniers ont un comportement inélastique, lors des chargements thermiques répétés. La figure 1.8 laisse apparaître un exemple de fissuration par fatigue d'un joint de brasure.

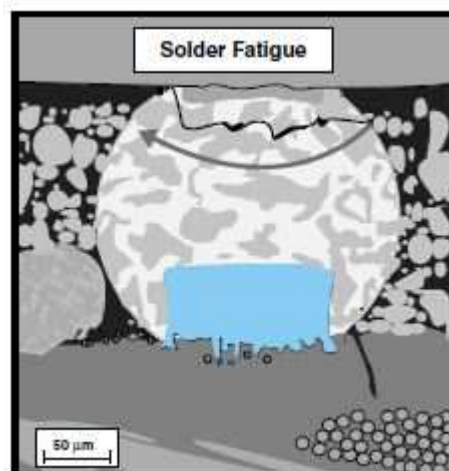


FIGURE 1.8: Fissuration par fatigue d'un joint de brasure

1.6.2 La rupture fragile (fracture) ou ductile

La fracture fragile est un mécanisme de défaillance de surtension qui se produit rapidement avec peu ou pas d'avertissement, lorsque la contrainte induite dans le package dépasse la résistance à la rupture du matériau. Il se produit dans des matériaux fragiles tels que les céramiques, les verres et le silicium avec peu

de déformation plastique. Comme cela est illustré sur la figure 1.9, un package électronique, les substrats en céramique et les circuits intégrés de silicium sont sujets à la rupture fragile. Pour les matériaux fragiles, le critère le plus utilisé pour prédire l'échec est la contrainte principale maximale dans le corps. Et lorsque la contrainte principale maximale atteint une valeur critique, une défaillance est supposée se produire.

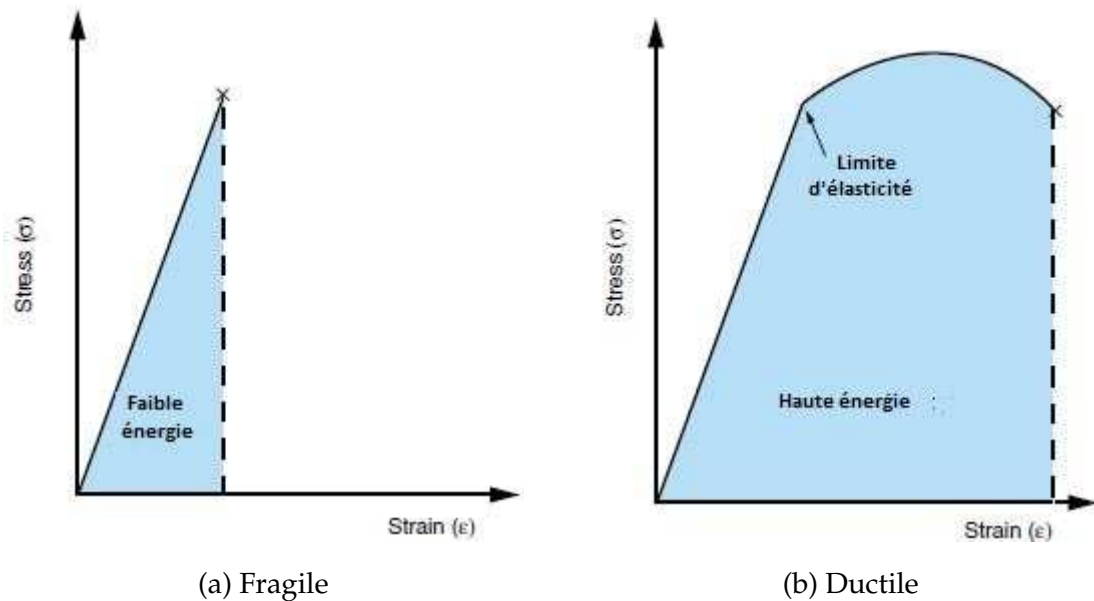


FIGURE 1.9: Courbe contrainte-déformation des matériaux (a)Fragile et (b) Ductile

1.6.3 La déformation plastique

Lorsque la contrainte mécanique appliquée dépasse la limite élastique ou le point d'élasticité d'un matériau, la déformation du matériau est dite plastique. A la différence de la déformation élastique qui disparaît lorsque la charge appliquée est enlevée, la déformation plastique est permanente. En d'autres termes, lorsque la charge est enlevée, la déformation plastique reste dans le matériau. Une courbe de contrainte-déformation représentative pour une matière plastique élastique est illustrée à la figure 1.10. En effet, cette figure montre qu'en dessous de la limite d'élasticité, le matériau se trouve dans la région élastique linéaire, et au-dessus de la limite d'élasticité, la relation contrainte-déformation peut être décrite par une fonction non linéaire.

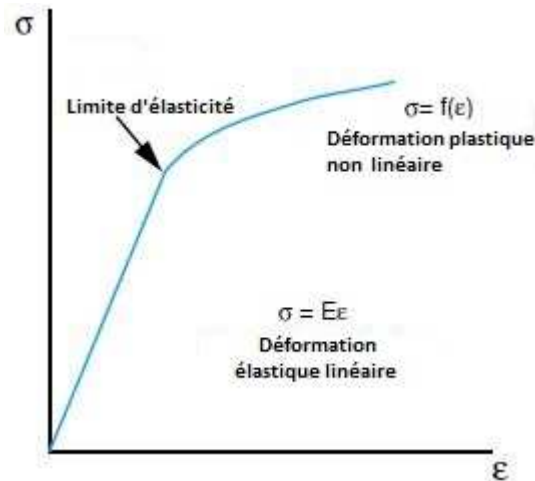


FIGURE 1.10: Courbe contrainte-déformation pour les matériaux élastoplastique

Il est précisé qu'une déformation plastique modérée peut ne pas affecter la fonction électrique du dispositif. Par contre une déformation plastique excessive ou une accumulation continue de déformation plastique, due à une charge cyclique, finira par causer la fissuration du package et le rendre par conséquent inutilisable.

1.6.4 Le délaminage

Le délaminage figure parmi les modes de défaillance mentionnés plus haut. Il représente une préoccupation majeure, car il peut favoriser la corrosion en créant une ou plusieurs voies pour l'entrée de l'humidité. Le délaminage ou la perte d'adhérence entre les interfaces constitue souvent une première étape vers une défaillance d'un package, qu'il s'agisse de l'élévation du fil du bonding ou la fissuration de la puce. Parmi les causes du délaminage, on citera notamment la contamination de la surface et les contraintes thermiques.

Le délaminage peut entraîner des points chauds qui pourraient provoquer une surchauffe ou une dégradation thermique de la puce. Les zones délaminées peuvent permettre des concentrations de contraintes, ce qui pourrait entraîner la formation de fissures dans la puce. La séparation est souvent causée par des contraintes de désadaptation de la dilatation thermique des matériaux constituant le package.

1.7 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons jugé utile d'apporter un éclairage sur les packages électroniques, du fait de leur lien avec nos travaux de recherches. Nous avons, au préalable, fait un aperçu historique allant de l'électronique à la microélectronique, tout en mettant en évidence les découvertes ayant révolutionné l'histoire de l'électronique à savoir le transistor et le circuit intégré. Par la suite, nous avons passé en revue la définition et les fonctions des packages électroniques ainsi que les niveaux de packaging. A la fin, nous avons exposé les différents types de packages, tout en mettant l'accent sur les modes de défaillances.

Dans le chapitre suivant, nous allons développer les stratégies de modélisation thermique et thermomécanique, via la méthode des éléments finis.

Chapitre 2

Stratégie de modélisation thermomécanique et thermique

2.1 introduction

En vue de concevoir des produits et des procédés fiables et à moindre coût, les concepteurs doivent, au préalable, caractériser fidèlement le comportement thermique et thermomécanique des packages électroniques. La caractérisation peut être réalisée expérimentalement, mais son coût est forcément prohibitif, surtout si on procède à des plans d'expérience. Cette contrainte peut être contournée, moyennant une caractérisation mécanique par voie numérique des packages électroniques. Il y a des modèles mathématiques qui régissent localement le comportement mécanique des structures à savoir l'équation de mouvement pour le comportement thermomécanique et l'équation de la chaleur pour le comportement thermique. Intégrer analytiquement ces équations pour des géométries compliquées, s'avère difficile à mettre en place. La résolution (l'intégration) peut être réalisée numériquement, via « la méthode des éléments finis ». Cette méthode est reconnue pour son efficacité à résoudre les équations aux dérivées partielles linéaires décrivant le comportement de certains phénomènes physiques. La mise en œuvre de cette méthodologie exige la maîtrise de cette méthode, la capacité de la programmer ou encore son utilisation à travers un logiciel éléments finis (ANSYS).

Au niveau de ce chapitre, nous allons présenter les équations régissant localement le comportement thermomécanique et thermique des structures. Nous détaillerons

les discrétisations desdites équations par « la méthode des éléments finis ». Deux tests relatifs à une structure multicouches en 2D seront exposés : Le premier test concerne une structure multicouches soumise à des contraintes thermomécaniques. Le deuxième test porte sur une structure multicouches exposée à des contraintes thermiques. La résolution éléments finis pour chaque test a été opérée, via un programme développé sous Matlab et l'autre sous ANSYS. La confrontation des simulations via programmes Matlab et ANSYS s'est avérée conforme.

2.2 Méthode des éléments finis pour le calcul des structures

2.2.1 Equation de Mouvement : Formulation forte

Dans ce qui suit, la structure est supposée élastique, linéaire, isotrope et sans contrainte ni déformation initiale. En l'absence de source volumique, l'équation régissant localement le comportement mécanique d'une structure étalée dans le domaine Ω (Fig. 2.1) est donnée par :

$$\nabla \cdot \sigma - \rho \ddot{u} = 0 \quad (2.1)$$

ρ , u et σ sont respectivement la masse volumique, le champ de déplacement et le tenseur des contraintes de la structure.

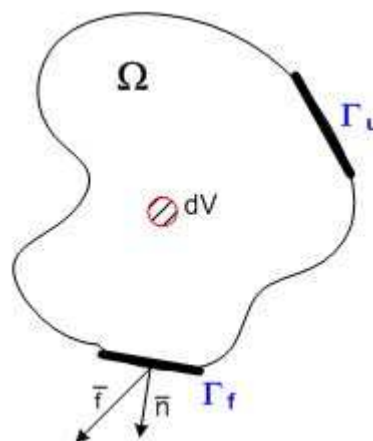


FIGURE 2.1: Structure étalée dans un domaine Ω et subissant un chargement extérieur et des conditions aux limites

Si l'on note Γ_u les frontières de déplacement imposées et Γ_f celles de type effort extérieur imposé, les conditions aux limites associées à la structure s'écrivent :

$$u|_{\Gamma_u} = \bar{u} \quad , \quad \sigma \cdot n|_{\Gamma_f} = \bar{f} \quad (2.2)$$

2.2.2 Loi de Hook

Pour un matériau élastique linéaire, les contraintes et les déformations sont liées par la loi de Hook :

$$\sigma = D(\epsilon - \epsilon_{th}) \quad (2.3)$$

On peut utiliser la symétrie des tenseurs des contraintes σ et des $(\epsilon + \epsilon_{th})$ déformations et donc, représenter les contraintes et les déformations sous forme d'un vecteur colonne à 6 composantes. Tandis que la matrice de linéarité D devient une matrice symétrique 6×6 . La loi de Hook s'écrit dès lors comme suit :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix} = D \left(\begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ 2\epsilon_{xy} \\ 2\epsilon_{xz} \\ 2\epsilon_{yz} \end{pmatrix} - \alpha \nabla T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \quad (2.4)$$

Avec :

$$\sigma = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{pmatrix}, \quad \epsilon = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ 2\epsilon_{xy} \\ 2\epsilon_{xz} \\ 2\epsilon_{yz} \end{pmatrix}, \quad \epsilon_{th} = \alpha \nabla T \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ et}$$

$$D = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & (1-\nu)/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & (1-\nu)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & (1-\nu)/2 \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

A noter que α est le coefficient de dilatation thermique de la structure et ΔT est la différence de température que subisse la structure.

Dans le domaine de la mécanique des structures, l'identification des approximations géométriques, cinématiques et sur l'état de contraintes s'avère nécessaire pour simplifier le problème tridimensionnel dans le but de réduire le nombre d'inconnus (de degrés de libertés). Des modèles simplifiés ont vu naissance tels que les éléments de barres ou poutres en 1D et les éléments de plaques ou coques en 2D. Le Tableau 2.1 expose le nombre de degrés de libertés par nœud correspondant à quelques modélisations.

Géométrie	Modélisation	Nombres de ddls		
		Par Nœud	Translation	Rotation
1D	Barre	1	1	-
	Poutre	2	1	1
	Coque Axisymétrique	3	1	2
2D	Structure en état de contraintes planes	2	2	-
	Structure en état de déformations planes	2	2	-
	Plaque	3	1	2
	Coque	5	3	2

TABLE 2.1: le nombre de ddls correspondant à quelques modélisations

2.2.3 Formulation variationnelle : Formulation faible

Soit u^* un champ virtuel associé à la structure. Le champ virtuel est caractérisé par une trace nulle au niveau des frontières de type déplacements imposés. L'équation 2.1 est intégrée sur le domaine Ω après l'avoir multiplié par u^* . Après intégration par parties puis application des conditions 2.2, le problème variationnel consiste à trouver u tel que $\{u|_{\Gamma_u} = \bar{u}\}$:

$$\int_{\Omega} \rho u^* \ddot{u} dV + \int_{\Omega} \epsilon^* \sigma dV = \int_{\Omega} \rho u^* \ddot{u} dV + \int_{\Omega} \epsilon^* D \epsilon dV = \int_{\Gamma_f} u^* \bar{f} dS + \int_{\Omega} \epsilon^* D \epsilon_{th} dV \quad (2.6)$$

Avec $\forall u^* / \{u^*|_{\Gamma_u} = 0\}$

2.2.4 Approximation par éléments finis

Dans un premier temps, Le domaine Ω est subdivisé en un nombre fini N_e d'éléments $(\Omega_e)_i$ (Figure 2.2) tel que :

$$\Omega = \bigcup_{i=1}^{N_e} (\Omega_e)_i \quad (2.7)$$

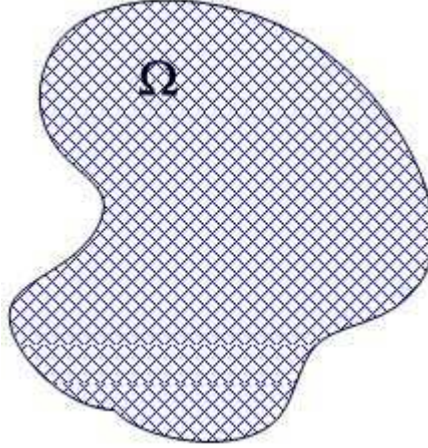


FIGURE 2.2: Maillage de la structure étalée sur le domaine Ω

Le maillage doit être effectué avec des éléments de référence [DT81]. Dès lors, la formulation variationnelle 2.6 s'écrit :

$$\sum_{i=1}^{N_e} \left(\int_{(\Omega_e)_i} \rho u^* \ddot{u} dV + \int_{(\Omega_e)_i} \epsilon^* D \epsilon dV \right) = \sum_{i=1}^{N_e} \left(\int_{(\Gamma_f)_i} u^* \bar{f} dS \right) + \sum_{i=1}^{N_e} \left(\int_{(\Omega_e)_i} \epsilon^* D \epsilon_{th} dV \right) \quad (2.8)$$

A chaque élément du maillage, on définit un nombre de points appelés nœuds, auxquels nous affectons des degrés de liberté (déplacement nodaux) selon la modélisation adoptée (Tableau 2.1). On cherche alors à définir une approximation des solutions pour chacun de ces éléments.

Les approximations recherchées peuvent être de type polynomial et doivent satisfaire certaines conditions : continuité, conditions aux limites et complétude. Cette approximation est définie pour le champ de déplacement nodal, ce qui permet d'assurer la compatibilité des déplacements entre éléments adjacents ainsi que d'exprimer les conditions d'équilibre aux nœuds. Pour chaque élément de structure, on peut écrire l'approximation nodale des déplacements sous la forme :

$$u = [N]_e \{u\}_e \quad (2.9)$$

Dans cette expression, $\{u\}_e$ est le vecteur des déplacements nodaux de l'élément e et $[N]_e$ est la matrice des fonctions d'interpolation d'un élément de structure.

Le domaine Ω étant discrétisé, les relations déformations/déplacements sont définies en fonction des déplacements aux nœuds par :

$$\epsilon_e = [B]_e \{u\}_e \quad (2.10)$$

La matrice $[B]_e$ est construite à partir des fonctions d'interpolation $[N]_e$.

Pour la discrétisation de la fonction intégrale, on utilise le plus souvent la méthode de Galerkin, qui consiste à choisir pour le champ de déplacement virtuel les mêmes fonctions d'approximation choisies pour le champ de déplacement physique (déplacement nodal). Cette méthode a l'avantage de conduire à des systèmes d'équations symétriques. Nous avons donc pour chaque élément Ω_e :

$$\int_{\Omega_e} \rho u^* \ddot{u} dV = \int_{\Omega_e} \rho_s u^* [N]_e \{\ddot{u}\}_e dV = \int_{\Omega_e} \rho u_e^{*t} [N]_e^t [N]_e \{\ddot{u}\}_e dV \quad (2.11)$$

$$\int_{\Omega_e} \epsilon^* D \epsilon dV = \int_{\Omega_e} \epsilon^* [D] [B]_e \{u\}_e dV = \int_{\Omega_e} \{u^*\}_e^t [B]_e^t [D] [B]_e \{u\}_e dV \quad (2.12)$$

$$\int_{\Gamma_{fe}} u^* \bar{f} dS + \int_{\Omega_e} \epsilon^* D \epsilon_{th} dV = \int_{\Gamma_{fe}} \{u^*\}_e^t [N]_e^t \bar{f} dS + \int_{\Omega_e} \{u^*\}_e^t [B]_e^t [D] \epsilon_{th} dV \quad (2.13)$$

Les termes des équations 2.11, 2.12 et 2.13 sont des polynômes compliqués. Leur intégration analytique n'est pas évidente. Il existe des méthodes d'intégration numérique qui permettent de construire les matrices élémentaires par intégration sur l'élément de référence, et la plus répandue entre elles est la méthode d'intégration de Gauss [DT81].

Après intégration numérique, on obtient les matrices élémentaires $[M]_e$, $[K]_e$ et $\{f\}_e$ qui sont respectivement la matrice masse, la matrice rigidité et le vecteur forces nodales élémentaires, obtenus après l'intégration numérique des équations 2.11, 2.12 et 2.13 :

$$\int_{\Omega_e} \rho_s [N_s]^t [N_s] \{\ddot{u}\}_e dV = [M]_e \{\ddot{u}\}_e \quad (2.14)$$

$$\int_{\Omega_e} [B]_e^t [D] [B]_e \{u\}_e dV = [K]_e \{u\}_e \quad (2.15)$$

$$\int_{\Gamma_f} [N]_e^t \bar{f} dS + \int_{\Omega_e} [B]_e^t [D] \epsilon_{th} dV = \{f\}_e \quad (2.16)$$

L'étape suivante consiste en l'assemblage des matrices élémentaires (de chaque élément) pour composer les matrices globales pour la structure : Matrices masse et rigidité globales $[M]$ et $[K]$ ainsi que le vecteur forces nodales global. Ce qui conduit finalement à l'écriture matricielle 2.17 qui représente l'équation de mouvement de la structure :

$$[M] \{\ddot{u}\} + [K] \{u\} = \{f\} \quad (2.17)$$

Avec

$$\begin{aligned}
 [M] &= \sum_{i=1}^{N_e} ([M]_e)_i \\
 [K] &= \sum_{i=1}^{N_e} ([K]_e)_i \\
 \{f\} &= \sum_{i=1}^{N_e} (\{f\}_e)_i
 \end{aligned}$$

$\{u\}$ étant le vecteur assemblant tous les déplacements nodaux (les inconnus du problème).

2.2.5 Résolution en statique

Si on se place dans le cadre d'une étude statique, c'est-à-dire que l'on néglige les effets inertiels, l'équation 2.17 devient :

$$[K] \{u\} = \{f\} \quad (2.18)$$

Ainsi, la résolution du problème (détermination des inconnus) consiste tout simplement à effectuer l'opération suivante :

$$\{u\} = [K]^{-1} \{f\} \quad (2.19)$$

2.3 Application : Gauchissement d'une structure multicouches

La pièce étudiée est une structure en état de contraintes planes (dont les contraintes sont nulles à 0°C), rectangulaire, multicouches, constituée de trois matériaux différents, encastrée au milieu de son côté inférieur et subissant une différence de température $\Delta T = 20^\circ\text{C}$. La charge thermique va causer la déformation (gauchissement) de la structure, ceci sera dû aux décalages entre les coefficients de dilatation des couches [BBB⁺16]. La géométrie et les propriétés matériaux sont présentées ci-dessous :

	$E(Pa)$	ν	$\alpha(^{\circ}C^{-1})$
Matériau 1	2e11	0.3	20e-6
Matériau 2	1e11	0.3	10e-6
Matériau 3	0.5e11	0.3	5e-6

TABLE 2.2: Propriétés mécaniques de la structure

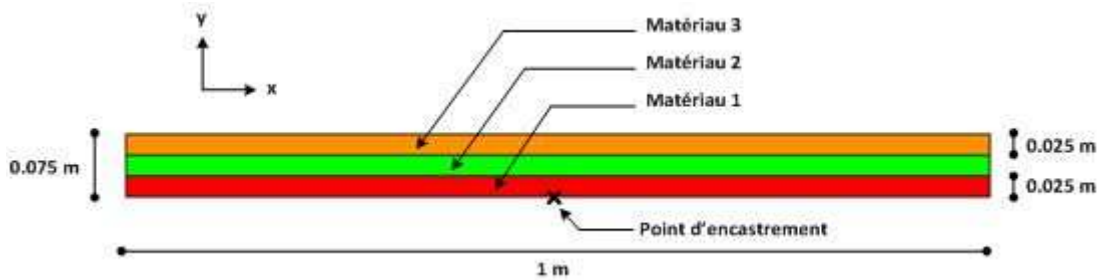


FIGURE 2.3: Géométrie de la structure multicouches

Le test consiste à élaborer un modèle numérique sous Ansys et un autre sous Matlab pour la même structure. Les deux modèles adopteront un maillage 2D triangulaire régulier (Figure 2.4) et devront évaluer le gauchissement maximal de la pièce. En principe, Les résultats des deux modèles devront être conformes.



FIGURE 2.4: Maillage de la structure

Le Modèle Matlab a été élaboré, via la méthode des éléments finis, détaillée plus haut. Et comme prévu, le résultat du modèle Matlab s'est avéré conforme avec celui du modèle Ansys (Tableau 2.3). Ceci est dû au fait que les deux modèles sont basés sur le même maillage. Dans notre cas, le gauchissement maximal vaut 0.4 mm.

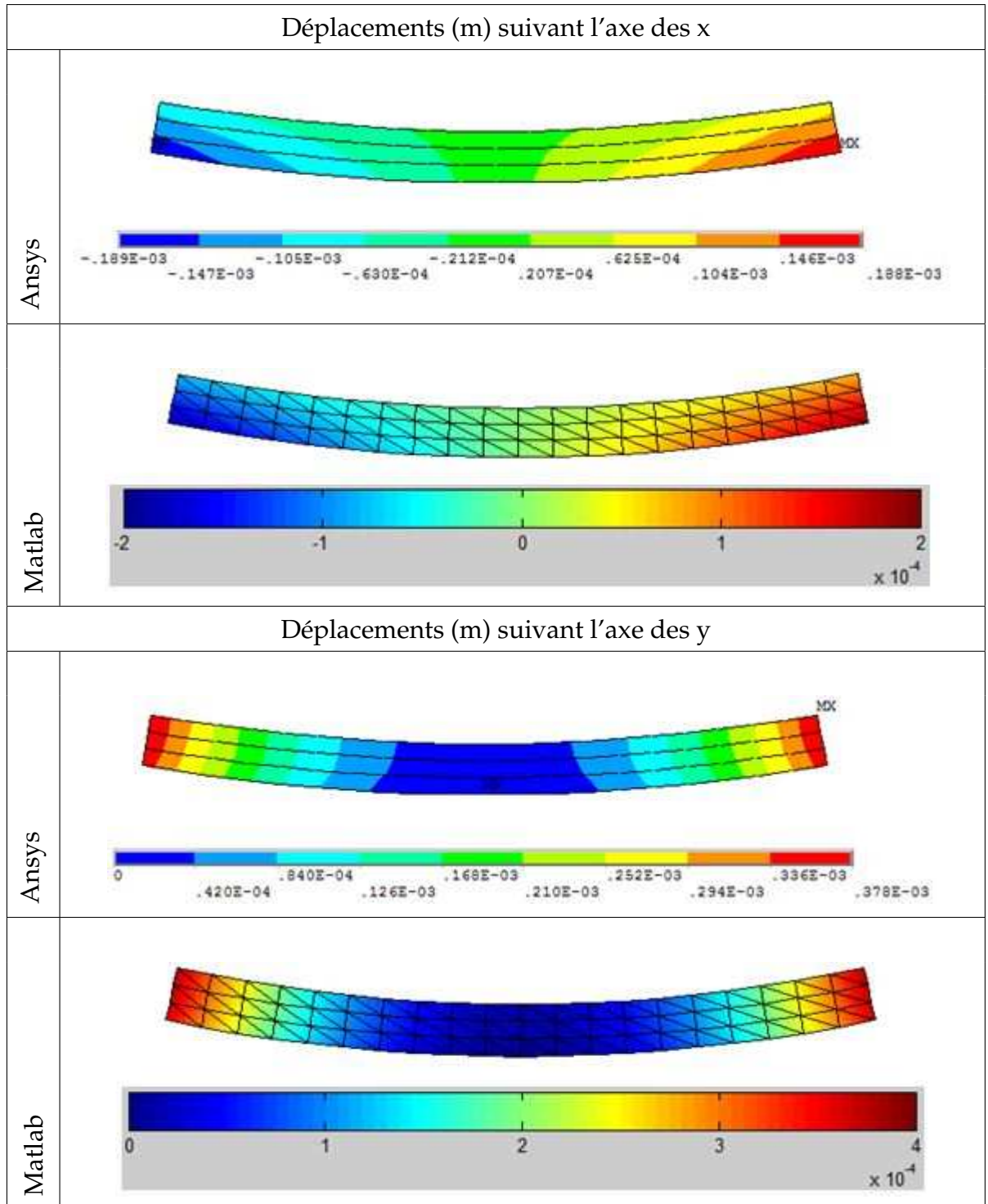


TABLE 2.3: Résultats de la simulation : Déplacements de la structure

2.4 Méthode des éléments finis pour les problèmes thermiques

2.4.1 Equation de la chaleur : Formulation forte

Soit un solide étendu dans le domaine Ω (Figure 2.5), homogène et isotrope. L'équation qui régit localement son comportement thermique est l'équation de la chaleur :

$$\rho c \dot{T} - \lambda \operatorname{div}(\operatorname{grad}(T)) = q \quad (2.20)$$

Avec :

- T : champ de température ;
- ρ : masse volumique ;
- λ : conductivité thermique ;
- c : capacité thermique massique ;
- q : source volumique de chaleur.

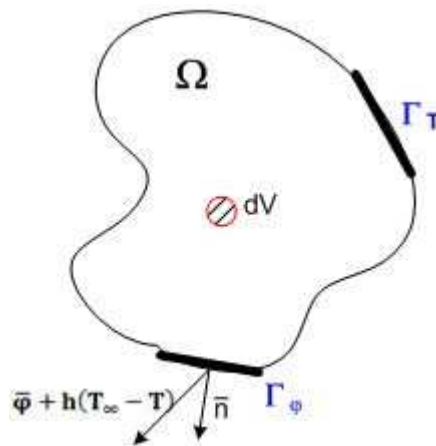


FIGURE 2.5: Solide étalé dans un domaine Ω et subissant un chargement extérieur et des conditions aux limites thermiques

Notons Γ_T la frontière de type températures imposées et Γ_φ celle de type flux de chaleur imposés. Si on néglige le transfert de chaleur par rayonnement, les conditions aux limites associées au solide s'écrivent :

$$T|_{\Gamma_T} = \bar{T}, \quad n \cdot (\lambda \operatorname{grad}(T))|_{\Gamma_\varphi} = \bar{\varphi} + h(T_\infty - T) \quad (2.21)$$

Avec :

h : coefficient de transfert de chaleur par convection ;
 T_∞ : : température du fluide loin de la paroi du solide.

2.4.2 Formulation variationnelle : Formulation faible

Soit T^* un champ des températures virtuel associé au solide et dont la trace est nulle sur la frontière de type températures imposées. L'équation 2.20 est intégrée sur le domaine Ω après l'avoir multipliée par T^* . Après intégration par parties et application des conditions aux limites 2.21, la solution du problème (T tel que $\{T|_{\Gamma_T} = \bar{T}\}$) n'est que la solution de la formulation variationnelle suivante :

$$\int_{\Omega} \rho c T^* \dot{T} dV + \int_{\Omega} \lambda \text{grad}(T) dV = \int_{\Gamma_\varphi} T^* (\bar{\varphi} + h(T_\infty - T)) dS + \int_{\Omega} T^* q dV \quad (2.22)$$

2.4.3 Approximation par éléments finis

Le domaine Ω est subdivisé en un nombre fini N_e d'éléments $(\Omega_e)_i$ (Figure 2.6) tel que :

$$\Omega = \cup_{i=1}^{N_e} (\Omega_e)_i \quad (2.23)$$



FIGURE 2.6: Maillage du domaine Ω

La formulation variationnelle devient alors :

$$\sum_{i=1}^{N_e} \left(\int_{(\Omega_e)_i} \rho c T^* \dot{T} dV + \int_{(\Omega_e)_i} \lambda \nabla T^* \nabla T dV \right) = \sum_{i=1}^{N_e} \left(\int_{(\Gamma_\varphi)_i} T^* (\bar{\varphi} + h(T_\infty - T)) dS \right) + \sum_{i=1}^{N_e} \left(\int_{(\Omega_e)_i} T^* q dV \right) \quad (2.24)$$

A chaque nœud du maillage, nous affectons un degré de liberté, en l'occurrence une température nodale. Par la suite, Le champ des températures T est interpolé sur un élément du maillage Ω_e en fonction des température nodales $\{T\}_e$. Ainsi :

$$T = \{T\} = [N]_e \{T\}_e \quad (2.25)$$

Et

$$\text{grad}(T) = \text{grad}([N]_e \{T\}_e) = [B]_e \{T\}_e, \quad [B]_e = \text{grad}([N]_e)$$

$[N]_e$ étant la matrice contenant les fonctions d'interpolation qui dépendent de l'élément de référence adopté. Ces mêmes fonctions vont être utilisées, afin d'interpoler le champ des températures virtuel T^* (méthode de Galerkin) :

$$T^* = \{T^*\} = [N]_e \{T^*\}_e \quad (2.26)$$

Et

$$\text{grad}(T^*) = [B]_e \{T^*\}_e$$

Ainsi, la formulation variationnelle pour un élément du maillage s'écrit :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \rho c \{T^*\}_e^t [N]_e^t [N]_e \{\dot{T}\}_e dV + \int_{\Omega_e} \lambda \{T^*\}_e^t [B]_e^t [B]_e \{T\}_e dV = \\ \int_{\Gamma_{\varphi e}} \{T^*\}_e^t [N]_e^t (\bar{\varphi} + h(T_\infty - [N]_e \{T\}_e)) dS + \int_{\Omega_e} \{T^*\}_e^t [N]_e^t q dV \end{aligned} \quad (2.27)$$

Après l'intégration numérique des éléments de l'équation 2.27, cette dernière devient :

$$[C]_e \{\dot{T}\}_e + [K]_e \{T\}_e = \{\varphi\}_e \quad (2.28)$$

Avec :

$$\begin{aligned} [C]_e &= \int_{\Omega_e} \rho c [N]_e^t [N]_e dV \\ [K]_e &= \int_{\Omega_e} \lambda dV + [B]_e^t [B]_e dV + \int_{\Gamma_{\varphi e}} h [N]_e^t [N]_e dS \\ \{\varphi\}_e &= \int_{\Gamma_{\varphi e}} [N]_e^t \bar{\varphi} + h T_\infty dS + \int_{\Omega_e} [N]_e^t q dV \end{aligned}$$

$[C]_e$, $[K]_e$ et $\bar{\varphi}$ étant respectivement la matrice capacité élémentaire, la matrice conductivité élémentaire et le vecteur élémentaire des flux nodaux. Par la suite, Les matrices et les vecteurs élémentaires sont assemblés en respectant les conditions

aux limites pour aboutir aux matrices globales de capacité, conductivité thermiques ($[C]$ et $[K]$) et au vecteur global des flux nodaux. Finalement, le modèle numérique traduisant le comportement thermique du solide (étalé dans le domaine Ω) s'écrit :

$$[C] \{\dot{T}\} + [K] \{T\} = \{\varphi\} \quad (2.29)$$

Avec :

$$\begin{aligned} [C] &= \sum_{i=1}^{N_e} ([C]_e)_i \\ [K] &= \sum_{i=1}^{N_e} ([K]_e)_i \\ \{\varphi\} &= \sum_{i=1}^{N_e} (\{\varphi\}_e)_i \end{aligned}$$

$\{T\}$ étant le vecteur rassemblant toutes les températures nodales (les inconnus du problème).

2.4.4 Résolution en régime permanent

En régime permanent, le champ de température ne dépend pas du temps ($\{\dot{T}\} = \{0\}$). Donc, le modèle numérique (Equation 2.29) est réduit au système suivant :

$$[K] \{T\} = \{\varphi\} \quad (2.30)$$

La résolution du problème consiste tout simplement en l'inversement de la matrice de conductivité :

$$\{T\} = [K]^{-1} \{\varphi\} \quad (2.31)$$

2.5 Application : Profil de température d'un solide chargé thermiquement

Soit un solide sous forme rectangulaire (Figure 2.7), de conductivité thermique $\lambda = 10W/m.K$, dont le coté gauche est porté à la température $T = 0^\circ C$ et dont le centre est chargé thermiquement par une source surfacique de chaleur $q = 4000W/m^2$.

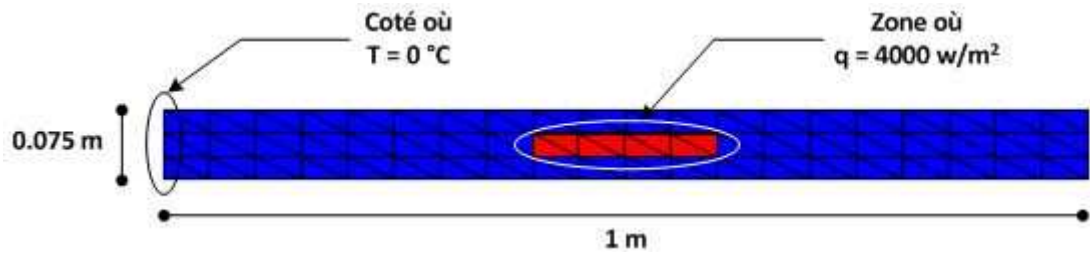


FIGURE 2.7: Géométrie du solide chargé thermiquement

Le but est d'élaborer deux modèles numériques en 2D, afin d'évaluer le profil de température du solide. Le premier modèle sera réalisé sous Ansys et l'autre sous Matlab. Les résultats seront comparés par la suite. On peut remarquer que le solide étudié a les mêmes proportions que la structure traitée dans la section 2.3. Pour les deux modèles, nous allons appliquer un maillage en 2D triangulaire régulier.

La comparaison des résultats est présentée dans le tableau 2.4. Il résulte que le résultat dégagé par le modèle Matlab corrèle parfaitement avec celui élaboré sous Ansys.

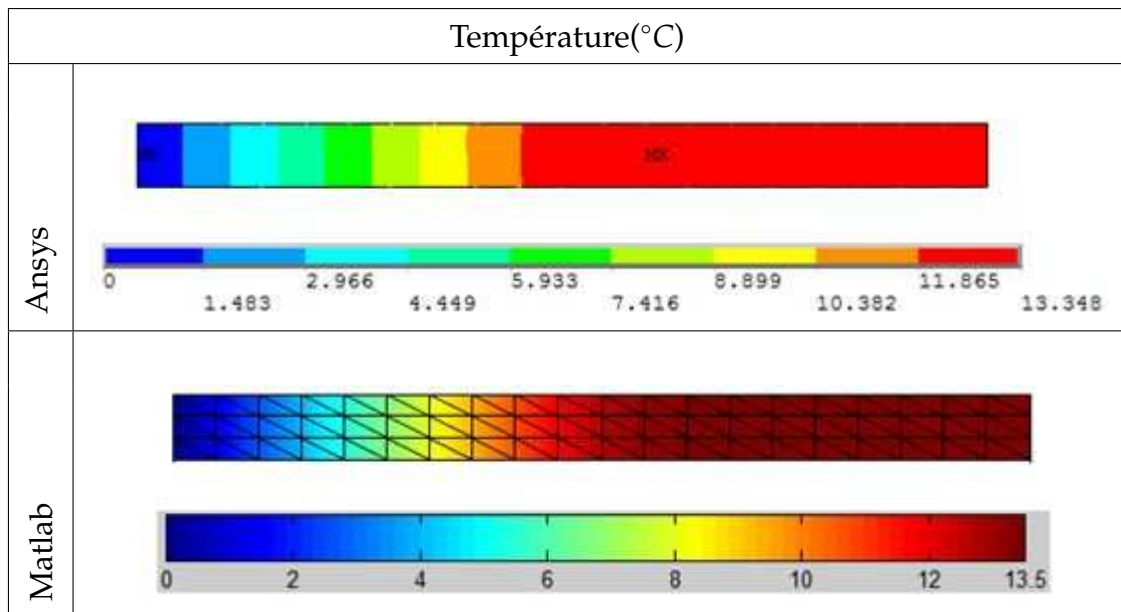


TABLE 2.4: Résultats de la simulation : Température du solide

2.6 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à l'étude des comportements thermomécanique et thermique des structures. Dans une première étape, nous avons présenté les équations de comportement pour chacun de ces deux phénomènes physiques. Ces équations ont été mises sous forme variationnelles, puis discrétisées par la méthode des éléments finis. Ensuite, deux tests numériques 2D ont été réalisés, moyennant élaboration des codes sous Matlab et des scripts sous Ansys. Les résultats issus des deux outils numériques corrélaient parfaitement, du fait de l'adoption d'un maillage commun pour les deux outils.

Ainsi, la démarche suivie nous a permis, non seulement de mettre en application la méthode des éléments finis, mais aussi d'appréhender le fonctionnement de la partie processeur des logiciels basés sur cette méthode et surtout de mettre en évidence le phénomène de gauchissement. Car, ce phénomène se manifeste dans les boîtiers électroniques, lorsqu'il est soumis à des variations de température. Aussi, pour concevoir des produits électroniques fiables, une caractérisation correcte devra être réalisée, lors de la phase de conception.

Certes, ces deux outils nous ont permis d'avoir les mêmes résultats, mais il est évident qu'Ansys s'avère plus efficace pour les problèmes complexes. C'est pour cette raison que cet outil sera utilisé par la suite, pour la caractérisation mécanique des boîtiers électroniques. Quant à Matlab, il sera dédié à l'élaboration des codes d'analyse fiabiliste et d'optimisation.

Dans le chapitre suivant, nous allons aborder les aspects théoriques de l'analyse de fiabilité et d'optimisation fiabiliste.

Chapitre 3

Fiabilité et optimisation fiabiliste

3.1 Introduction

Aujourd'hui, le terme « fiabilité » fait partie de notre langage courant, surtout lorsqu'il s'agit de fonctionnalités d'un produit. Aussi, un produit est dit fiable lorsqu'il remplit sa fonction, en tout temps et dans toutes les conditions d'exploitation. La définition technique de la fiabilité est la probabilité de défaillance qu'un produit devient inutilisable dans des conditions fonctionnelles et environnementales données pendant une période de temps définie. L'Union Technique de l'Electricité (UTE), sur recommandation de la Commission électrotechnique internationale, a proposé la définition de la fiabilité comme étant l'aptitude d'un dispositif à accomplir une fonction requise dans des conditions données pour une période de temps déterminée.

Dans cette première partie du chapitre, nous allons faire une présentation des méthodes qui permettent d'évaluer la probabilité de défaillance à savoir : Monte Carlo, FORM/SORM et HBRM. Certes, ces méthodes présentent des avantages en terme de précision. Leurs inconvénients résident dans le temps énorme nécessaire pour le calcul de la probabilité de défaillance, lorsqu'il s'agit du cas où la fonction d'état limite dépend d'un calcul éléments finis implicite. Pour remédier à cette situation, nous présentons une nouvelle approche de calcul de fiabilité, basée sur le modèle du krigeage avancé. Ce modèle nous a permis de bâtir un modèle de substitution de grande qualité, ralliant précision et efficacité. Par conséquent, une analyse de fiabilité a été menée avec exactitude et dans un temps extrêmement

court, via les méthodes de Monte Carlo et FORM/SORM, couplées avec le modèle du krigeage avancé.

Au niveau de la deuxième partie de ce chapitre, nous allons traiter l'optimisation de la conception basée sur la fiabilité (RBDO) ainsi que les méthodes fondamentales de la RBDO à savoir : RIA, SLA et SORA. La RBDO vise à rechercher le meilleur compromis entre la réduction des coûts, sans toutefois, affecter le niveau de fiabilité cible, en contrôlant les incertitudes structurelles, chose qui ne peut être réalisée par une optimisation déterministe. A l'instar de l'analyse fiabiliste menée moyennant le modèle du krigeage avancé, nous avons mis en œuvre le modèle du krigeage pour mener à bien l'analyse RBDO, du fait des avantages qu'il procure en termes de précision et de gain de temps.

3.2 Types d'incertitudes

Pour mener à bien une analyse de fiabilité, il s'avère donc nécessaire d'appréhender les différents types d'incertitudes susceptibles d'impacter négativement les systèmes structuraux. Chaque type d'incertitude exige une approximation différente pour l'ensemble des données qui seront utilisées, lors de l'analyse de fiabilité. Selon [HM00], les incertitudes dans un système peuvent être de nature cognitive (qualitative) et non cognitive (quantitative).

S'agissant des incertitudes de nature non cognitive, celles ci peuvent être classées en quatre types :

- Incertitudes aléatoires inhérentes à toute observation physique, sachant que les mesures d'une grandeur physique sont toujours différentes, du fait de nombreuses fluctuations liées notamment à l'environnement, aux procédures expérimentales et aux instruments de mesure ;
- Incertitudes statistiques dues au manque de précision des informations disponibles sur la variabilité de la grandeur physique. Par exemple, lorsqu'on admet un modèle de distribution pour une variable aléatoire, basée sur un histogramme, on utilise un test d'hypothèse qui révèle que telle information est vraie avec un niveau de probabilité ;
- Incertitudes de modélisation numériques dues à la représentation approximative du comportement réel des systèmes. L'incertitude de modélisation

- pouvant être représentée par une variable aléatoire. De ce fait, sa distribution de probabilité serait alors définie moyennant des comparaisons entre les mesures issues des essais expérimentaux et la variable associée au modèle ;
- Incertitudes de prévision se rapportant au cas d'une prévision des conditions d'opérations futures d'un processus ou système. Dans la plupart des cas, l'information disponible est limitée à une certaine période de temps. Alors que nous avons fait des extrapolations sur la vie utile du système.

Quant aux incertitudes de nature cognitive, celles ci proviennent d'un manque d'information ou méconnaissance. Ces incertitudes peuvent se produire dans les cas suivants :

- Dans la définition de certains paramètres, comme par exemple la performance structurale, qualité, détérioration, impact de l'environnement dans les projets et la définition des conditions externes.
- Incertitudes de décision par rapport à la définition d'un événement donné. Les états limites de service, par exemple, n'ont pas une frontière très clairement définie. Néanmoins, l'utilisation des équations d'état limite exige la définition d'une frontière fixée entre les conditions de défaillance et la sécurité.
- Comme conséquence des limitations d'observation de l'être humain.
- Dans l'interprétation des lois entre les paramètres intervenant dans les systèmes complexes.

Parmi ces différents types d'incertitudes, certaines sont contrôlables et leurs variabilités peuvent être minimisées, alors que d'autres ne sont pas maîtrisables. La minimisation des incertitudes contrôlables (erreurs de mesures, incertitude de modélisation, . . .) est subordonnée inévitablement aux coûts consentis, que ce soit en temps de calcul (pour les méthodes numériques) ou financier (pour les erreurs de mesures ou pour les processus de fabrication).

3.3 Analyse de fiabilité

L'analyse de la fiabilité se résume par l'évaluation de la probabilité de défaillance par rapport à chacun des scénarios de défaillance. Chaque scénario de défaillance peut s'écrire sous une forme mathématiques explicite ou implicite, appelée fonction de performance ou fonction d'état limite. Cette fonction contient deux types de

variables [TLP08] :

Les variables de conception d (e.g. dimensions géométriques, caractéristiques des matériaux, chargements) qui sont des paramètres déterministes utilisés dans le contrôle et l'optimisation du système.

Les variables aléatoires X représentant les incertitudes et les fluctuations, dont les réalisations sont notées x . Elles interviennent dans la description du scénario de défaillance. Chacune des variables aléatoires est définie par sa loi de probabilité et les paramètres statistiques associés (généralement, moyenne et écart-type).

La fonction de performance $G(X, d)$ est définie telle que $G(X, d) > 0$ soit le domaine de sûreté, et $G(X, d) < 0$ soit le domaine de défaillance. La frontière entre les deux domaines, i.e. $G(X, d) = 0$, est appelée surface d'état-limite.

Il est possible d'évaluer la probabilité de défaillance en intégrant la densité de probabilité conjointe sur le domaine de défaillance [Lem13] (Figure 3.1) :

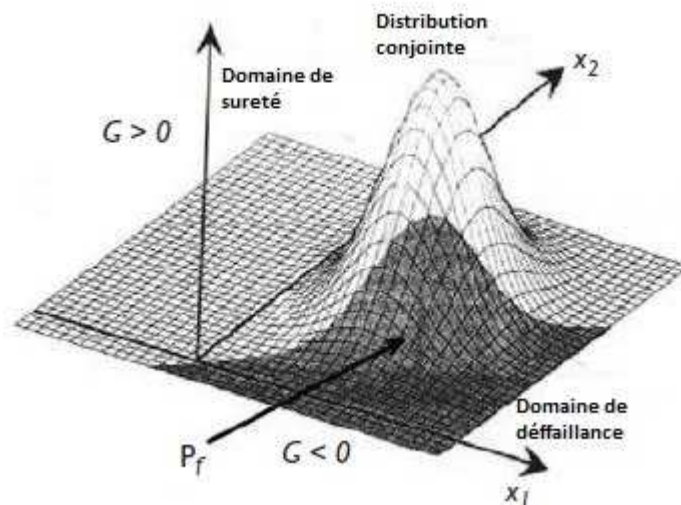


FIGURE 3.1: Distribution conjointe et probabilité de défaillance

$$P_f(d) = \int_{G(x,d) \leq 0} f(x, d) dx \quad (3.1)$$

Il existe un cas particulier lorsque la fonction de performance est simplement écrite par la marge entre la résistance R et l'effet de charge S , où les deux variables

sont des variables aléatoires normales indépendantes.

La fonction de performance et la probabilité de défaillance sont données par :

$$\begin{aligned} G(x, d) &= R - S \\ P_f(d) &= \Phi(-\beta(d)) \quad \text{avec} \quad \beta(d) = \frac{m_R - m_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \end{aligned} \quad (3.2)$$

Où $\Phi(\cdot)$ est la fonction de distribution cumulative gaussienne standard, $\beta(d)$ est l'indice de fiabilité, m_R , m_S , σ_R et σ_S sont respectivement les moyennes et les écarts types de l'effet de résistance et de la charge.

En pratique, la fonction de performance ne peut pas être écrite sous une forme linéaire simple de variables normales, et l'équation 3.2 peut rarement être appliquée. Il est donc nécessaire d'évaluer, plus ou moins précisément, la probabilité de défaillance donnée dans l'équation 3.1. Résoudre analytiquement cette intégrale s'avère parfois impossible, d'où la nécessité de faire des approximations. Trois méthodes d'approximation sont couramment utilisées à cet effet :

3.3.1 Méthode de Monte Carlo

Cette méthode permet d'estimer la probabilité de défaillance pour tous types de problèmes. Elle présente deux avantages principaux : le premier consiste en la possibilité de traiter pratiquement n'importe quel modèle mécanique ou physique (linéaire, non linéaire, continu, discret, ...). Le deuxième avantage permet une mise en œuvre simple, sans modification du modèle mécanique (exemple : Logiciel d'éléments finis).

Cette méthode offre le moyen le plus sûr pour l'évaluation de la probabilité de défaillance. Son principe (figure 3.2) nécessite un échantillonnage de la distribution d'entrée à introduire dans la fonction de performance. Grâce à l'équation 3.3, on trouve une estimation de la probabilité de défaillance P_f :

$$P_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(X_1, X_2 \dots X_N) \quad (3.3)$$

$I(X_1, X_2 \dots X_n)$ est une fonction qui permet de déterminer le succès ou l'échec des échantillons par :

$$\begin{aligned} I(X_1, X_2 \dots X_n) &= 1 \quad \text{Si} \quad G(X_1, X_2 \dots X_n) \leq 0 \\ I(X_1, X_2 \dots X_n) &= 0 \quad \text{Si} \quad G(X_1, X_2 \dots X_n) > 0 \end{aligned} \quad (3.4)$$

Après cela, on calcule la probabilité de défaillance par :

$$P_f = \frac{N_f}{N} \quad (3.5)$$

Avec N_f est le nombre d'échantillon où $G(X) < 0$ et N est le nombre total d'échantillon.

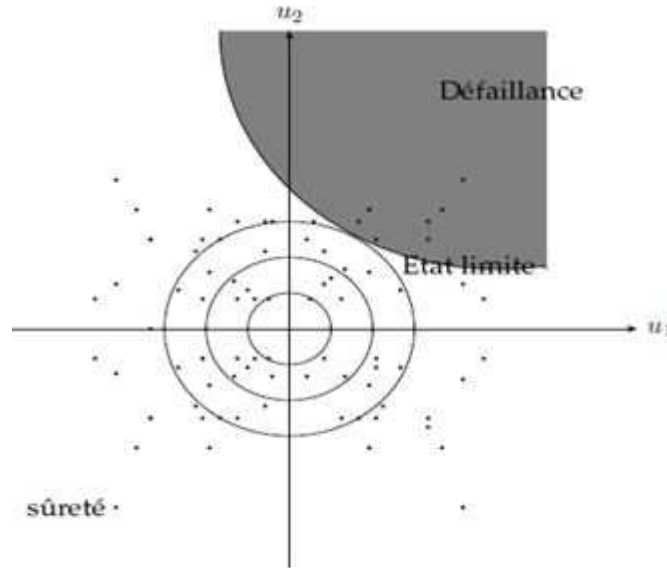


FIGURE 3.2: Simulation de Monté-carlo

La méthode de Monte carlo est utilisée également pour mener une étude stochastique dans le but d'estimer les moments (moyenne et variance) de la fonction de réponse d'un système mécanique. La fonction de réponse X est considérée comme une variable aléatoire, image des variables aléatoires de bases. Les simulations consistent à construire un échantillon (X_1, Y_X, \dots, X_n) de la variable aléatoire X . Les n simulations sont effectuées d'une façon indépendante, selon la loi de distribution des variables aléatoires de base.

La moyenne de X est donnée par :

$$E[X] = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad (3.6)$$

La variance de X est donnée par :

$$Var[X] = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n [X_i - E(X)]^2 \quad (3.7)$$

Certes, la méthode de Monte Carlo présente des avantages en terme de précision. Mais, son principal inconvénient réside dans le temps énorme pour évaluer la probabilité de défaillance, dans le cas où la fonction d'état limite dépend d'un outil de calcul élément finis implicite.

3.3.2 Méthode d'analyse de fiabilité de premier et second ordre

Les méthodes de fiabilité les plus connues sont les méthodes du premier et du second ordre FORM/SORM (First Order Reliability Method / Second Order Reliability Method). Ces méthodes sont très efficaces pour le calcul de la fiabilité. Elles sont basées sur la recherche de l'indice de fiabilité ou le point de conception, appelé aussi le point de défaillance le plus probable (MPFP : Most Probable Failure Point), dont la connaissance est à la base des approximations de la probabilité de défaillance dans le cadre des méthodes FORM/SORM. La recherche de l'indice de fiabilité est menée dans l'espace normé des variables aléatoires (figure 3.3), en identifiant le point le plus proche de l'origine où la fonction de performance est inférieure ou égal à zero. Ainsi, le problème de la détermination du point de conception MPFP est formulé en problème d'optimisation sous contrainte :

$$\begin{aligned} \min_u \quad & \|u\| \\ \text{sous : } & \widehat{G}(u) \leq 0 \end{aligned} \quad (3.8)$$

Où $\widehat{G}(u)$ est la fonction d'état limite dans l'espace normé, U est le vecteur des variables aléatoires normées, centrées et décorréélées dont les réalisations sont notées u issues de la transformation iso-probabiliste T avec $u = T(x)$

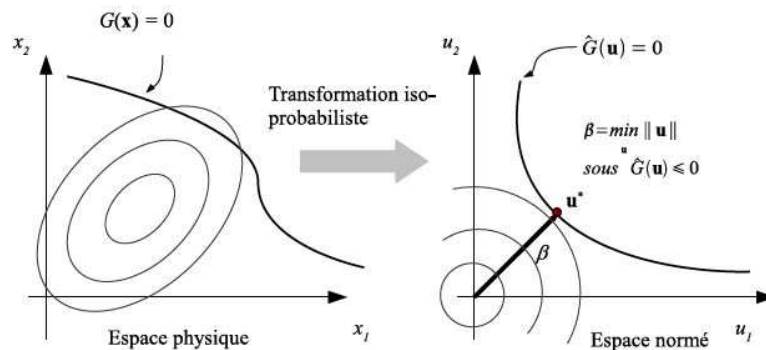


FIGURE 3.3: Transformation probabiliste

Ce problème d'optimisation est généralement résolu par les algorithmes de programmation non linéaire. Les algorithmes basés sur les gradients sont souvent utilisés. A titre d'exemple :

- Méthode du gradient projeté ;
- Méthode du lagrangien augmenté ;
- Méthode de la programmation quadratique séquentielle (SQP)
- Hasofer Lind-Rackwitz Fiessler (HL-RF) [RF78]

Le principe de l'approximation FORM consiste à remplacer l'état limite G par un hyperplan tangent au point de conception MPFP. L'intégrale de l'équation 3.1 se fait sur le demi-espace, délimité par le plan tangent (figure 3.4), permettant l'approximation de la probabilité de défaillance P_f par l'expression :

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (3.9)$$

Où β est l'indice de fiabilité et $\Phi(\cdot)$ est la fonction de répartition normale centrée réduite.

La méthode SORM donne une meilleure estimation de la probabilité de défaillance. Elle consiste à substituer la surface de défaillance par une hyper-surface quadratique tangente et ayant les mêmes courbures de la surface réelle au point de conception. L'approximation de la probabilité de défaillance P_f est donnée par l'expression :

$$P_f = \Phi(-\beta) \left(\prod_{i=1}^{n-1} \frac{1}{\sqrt{1 + \beta k_i}} \right) \quad (3.10)$$

Où β est l'indice de fiabilité, calculé à partir de l'équation 3.8, et k_i sont les courbures principales de la fonction G au point MPFP.

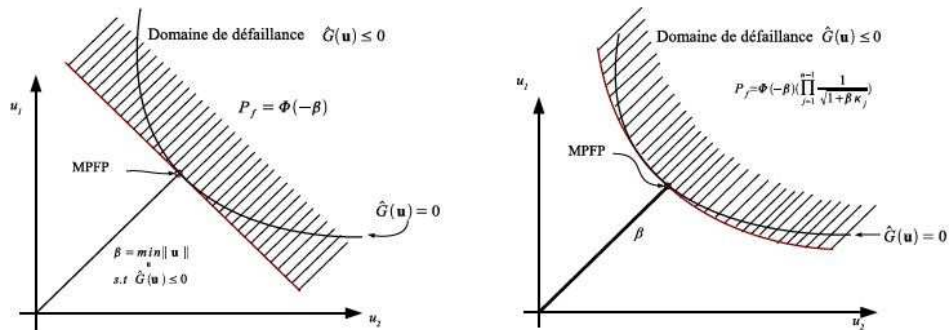


FIGURE 3.4: Approximation FORM et SORM

3.3.3 Méthode de fiabilité basée sur les méthodes d'optimisation

La méthode dénommée HBRM [Roj08] est une approximation alternative à Monte Carlo, FORM et SORM. Elle est basée sur FORM et les méthodes d'optimisation métaheuristiques. Elle utilise les méthodes d'optimisation inspirées dans la nature pour chercher le point de conception, tant que FORM le fait à travers l'approximation de Newton-Raphson. La HBRM ne nécessite pas une estimation initiale de la solution ni du calcul des dérivées de la fonction d'état limite par rapport aux variables aléatoires puisqu'elle emploie une recherche multi directionnelle.

Parmi les méthodes métaheuristiques d'optimisation que nous proposons dans la HBRM figurent : les Algorithmes Génétiques (GA), l'Optimisation par Essaims Particulaires (PSO) et l'Optimisation par Colonie de Fourmis (ACO). Ces algorithmes sont introduits dans la méthode HBRM, du fait de leurs principales caractéristiques, parmi elles on citera : la capacité de résoudre avec efficacité des problèmes d'optimisation globale et sans être dans l'obligation du calcul des dérivées.

Nous décrivons l'algorithme de la méthode HBRM dans la Figure 3.5. Dans l'algorithme, les paramètres λ , γ et C représentent les facteurs de pénalité de la méthode HBRM. Dans les simulations numériques les valeurs : $C = 0.5$, $\lambda = 2$ et $\gamma = 2$ ont été utilisées, selon la recommandation de Vanderplats (1999). La fonction de pénalité U est donnée en termes de la fonction coût F (minimisation de β) selon :

$$U = F + (C.i)^\lambda \left\{ \sum_{i=1}^n f^\gamma \right\} \quad (3.11)$$

où $f = GH$, G et H sont les vecteurs de fonctions de l'inégalité et l'égalité et n est le nombre de fonctions. Comme remarque finale, la HBRM est dite d'ordre zéro parce qu'elle n'a pas besoin du calcul des dérivées pour évaluer la fonction d'état limite.

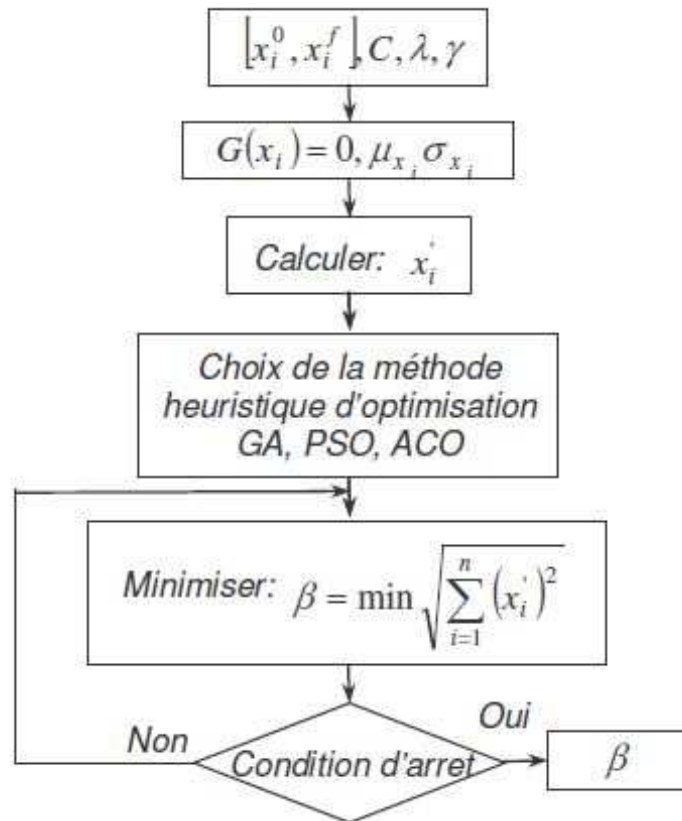


FIGURE 3.5: Algorithme HBRM pour l'estimation de l'indice de fiabilité

A la fin et à titre de comparaison avec les méthodes FORM et SORM, il ressort que lesdites méthodes présentent des avantages en termes de coût de calcul et d'efficacité. Alors que la méthode HBRM a, certes, comme principal avantage le fait de ne pas avoir besoin d'une estimation initiale des variables de conception ni du calcul des dérivées partielles des fonctions d'état limite par rapport à ces variables. Ces inconvénients majeurs résident dans le fait qu'elle exige un grand nombre d'évaluations de la fonction de performance, ce qui génère par conséquent un temps de calcul énorme et une efficacité moyenne.

3.4 Couplage éléments finis et fiabilité

Généralement, dans le domaine de l'industrie, la fonction d'état limite ne peut être définie par une fonction explicite des variables aléatoires. Mais, elle est tributaire d'un code éléments finis implicite. C'est à ce niveau qu'interviennent les méthodes de couplage entre l'outil mécanique (ANSYS) et l'outil fiabiliste (Méthodes développées

sur Matlab).

Ayant défini au préalable le modèle mécanique et les incertitudes associées, deux méthodes de couplage mécano-fiabiliste peuvent être employées, en vue de l'évaluation de la probabilité de défaillance. La première méthode est basée sur l'évaluation directe de l'indice de fiabilité par une procédure d'optimisation utilisant le code éléments finis. Quant à la deuxième méthode de couplage, celle-ci est basée sur les méta-modèles. A titre d'exemple, on citera les surfaces de réponse quadratique, les réseaux de neurones, les machines à vecteurs de soutien et le Krigeage [Kay05]; [WLT13]; [CJS05]; [SAZ03]. En effet, ces méthodes sont utilisées, afin de réduire les appels des fonctions d'état limite, en particulier pour l'analyse MEF.

Il est souvent difficile de déterminer le nombre d'échantillons à sélectionner pour construire le modèle de substitution. Il est difficile de quantifier l'erreur dudit modèle. Les méthodes traditionnelles, basées sur le Krigeage, ont utilisé un certain nombre d'échantillons sélectionnés au hasard pour construire le modèle de substitution. La précision de ce modèle approximatif dépend de l'information fournie par les échantillons donnés. Si peu d'échantillons sont utilisés, la capacité de prédiction du modèle approximatif serait insuffisante. Si un grand nombre d'échantillons sont utilisés, la précision peut être assurée, mais le coût de calcul correspondant serait coûteux, en particulier pour les modèles à forte intensité de calcul. De toute évidence, une méthode d'analyse de fiabilité fondée sur le méta-modèle efficace est nécessaire pour équilibrer la précision et le coût.

Concernant la méthode de krigeage avancée proposée par [ZLW15], celle-ci débute par un modèle de krigeage initial construit sur la base d'un nombre d'échantillons réduits obtenus aléatoirement. Puis, on utilise la fonction de classification probabiliste pour déterminer la région la plus probable. Ensuite, on sélectionne les échantillons avec un niveau élevé d'incertitude pour enrichir les points d'expérience, afin d'actualiser le modèle. Par ailleurs, la technique leave-one-out est utilisée en tant que critère d'arrêt pour affiner le modèle. En choisissant les échantillons subséquents, qui se situent dans la région la plus probable avec un point de vue probabiliste, seul un petit nombre d'évaluations de la fonction réelle de l'état limite sont nécessaires pour construire un méta-modèle précis.

Nous allons traiter successivement le couplage direct, la méthode des surfaces

de réponse et le krigeage. A la fin, nous allons détailler le modèle du krigeage avancé, du fait de sa mise en œuvre dans le calcul de la probabilité de défaillance. Ce modèle nous a permis de construire un modèle de substitutions avec seulement un petit nombre d'évaluations de la fonction d'état limite. Par conséquent, une analyse de fiabilité peut être menée avec exactitude et dans un temps court.

3.4.1 Couplage direct

Par la méthode de couplage direct, nous entendons toute procédure de fiabilité basée sur un algorithme de recherche de l'indice β , en utilisant directement le modèle éléments finis [BABEH15]. A chaque itération, des appels aux codes éléments finis sont effectués pour l'évaluation de la fonction d'état limite. L'indice β peut être obtenu par une méthode quelconque d'optimisation permettant la résolution de l'équation (I.5). En utilisant les algorithmes basés sur les différences finies, il n'y a pas besoin de connaître la forme analytique de la fonction d'état limite pour déterminer la probabilité de défaillance. Tout ce dont nous avons besoin, c'est l'ensemble des valeurs de l'état limite et de son gradient aux points de calcul.

3.4.2 Surfaces de réponse

La méthode des surfaces de réponse (MSR) a d'abord été mise au point pour représenter la relation entre l'entrée et la sortie d'une expérience physique par une expression mathématique simple. L'utilisation de la MSR a été étendue à d'autres domaines, en particulier aux analyses de fiabilité structurelles complexes qui impliquent l'exécution du code éléments finis. En effet, la MSR a permis d'alléger la charge de calcul de ces analyses [BBEHA16].

Plusieurs modèles des surfaces de réponse adaptés aux applications de fiabilité structurelle ont été introduits et leur précision a été comparée [BM08]. La MSR est adoptée lorsque la réponse Y à approcher implique des variables d'entrée $x_i (i = 1, \dots, n)$ dans l'équation suivante :

$$Y = \eta(x_1, x_2, \dots, x_n) + \epsilon \quad (3.12)$$

Dans laquelle η est la fonction d'approximation et ϵ un terme d'erreur aléatoire moyenne nulle qui représente la variabilité non prise en compte dans η .

Généralement, une forme polynomiale quadratique générale est utilisée comme fonction d'approximation avec les termes de premier ordre, second ordre et croisés des n variables aléatoires, exprimées comme suit :

$$\eta = C_0 + \sum_{i=1}^n C_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n C_{ij} x_i x_j \quad (3.13)$$

Où C_i et C_{ij} sont les coefficients qui peuvent être évalués par l'analyse de régression comme la méthode des moindres carrés.

De toute évidence, la précision des résultats dépend de la façon dont la MSR simule la réponse réelle du système. Le nombre d'échantillons requis pour générer un modèle de surface de réponse dépend du nombre de paramètres aléatoires du problème.

3.4.3 Modèle de krigeage

Le krigeage est une technique d'interpolation semi-paramétrique, caractérisant la fonction de réponse réelle G par deux parties : la partie de régression linéaire et la partie non paramétrique,

$$g(X) = f^T \beta + z(X) \quad (3.14)$$

où le premier terme $f(X) = [f_1(X), \dots, f_m(X)]^T$ représente la fonction de base, $\beta = [\beta_1(X), \dots, \beta_m(X)]^T$ est le vecteur des coefficients de régression, qui doit être déterminé, et m représente le nombre de fonctions de base. $Z(X)$ est un processus gaussien de moyenne nulle. La covariance peut être définie comme suit :

$$Cov[Z(X_i), Z(X_j)] = \sigma^2 R(X_i, X_j), \quad i, j = 1, \dots, N \quad (3.15)$$

où N est le nombre de points expérimentaux, σ^2 est la variance du processus et $R(.,.)$ est la fonction de corrélation qui est donnée par :

$$R(X_i, X_j) = \exp\left(-\sum_{l=1}^n \theta_l |X_{il} - X_{jl}|^{p_l}\right) \quad (3.16)$$

où n est égal à la dimension du vecteur d'entrée X et θ est le paramètre de corrélation. X_{ik} et X_{jk} sont respectivement la k th composantes des vecteurs X_i et X_j . La matrice

de corrélation est alors définie comme suit :

$$R = \begin{bmatrix} R(X_1, X_1) & \cdots & R(X_1, X_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ R(X_N, X_1) & \cdots & R(X_N, X_N) \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Une estimation de β et σ est donnée par :

$$\widehat{\beta} = (F^T R^{-1} F)^T F^T R^{-1} g \quad (3.18)$$

$$\widehat{\sigma} = \frac{1}{N} (g - F\widehat{\beta})^T R^{-1} (g - F\widehat{\beta}) \quad (3.19)$$

Où F est un vecteur de f et g est le vecteur des réponses de sorties des points expérimentaux. Enfin, à une donnée X , la valeur attendue de $\mu_{\widehat{g}}$ et la variance $\sigma_{\widehat{g}}^2$ sont prédites par le modèle de krigeage qui se définit comme suit :

$$\mu_{\widehat{g}}(X) = f^T(X)\widehat{\beta} + r^T(X)R^{-1}(g - F\widehat{\beta}) \quad (3.20)$$

$$\sigma_{\widehat{g}}(X) = \sigma^2 - \begin{bmatrix} f^T(X) & r^T(X) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & F^T \\ F & R \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} f(X) \\ r(X) \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

avec $r^T(X) = [R(X, X_1), \dots, R(X, X_N)]^T$ est le vecteur de corrélation entre les points inconnus X et les points expérimentaux connus.

3.4.4 Modèle de krigeage avancé

Parmi les caractéristiques importantes du krigeage par rapport aux autres méthodes de substitution, c'est que ce modèle \widehat{y} suit une distribution gaussienne et utilise la moyenne $\mu_{\widehat{y}}(X)$ pour prédire la réponse et donner directement la variance de la prédiction en tout point.

$$\widehat{y} \sim N[\mu_{\widehat{y}}(X), \sigma_{\widehat{y}}(X)] \quad (3.22)$$

Pour construire un modèle de krigeage avancé (AKM Advanced Kriging Model), la fonction de classification probabiliste doit être définie comme suit :

$$\pi(X) = P[\widehat{y} \leq 0] \quad (3.23)$$

Notez que la fonction de classification probabiliste $\pi(X)$ n'est pas P_f , et elle ne doit pas être confondue avec la résolution de P_f . Dans le présent cas, $\pi(X)$ est la probabilité que la prédiction au point x est négative.

La nature gaussienne de la prédiction de krigeage permet la classification du modèle probabiliste de krigeage de la manière suivante [DSD13] :

$$\pi(X) = \phi\left(\frac{0 - \mu_{\hat{y}}(X)}{\sigma_{\hat{y}}(X)}\right), X \notin \chi \quad (3.24)$$

Avec $\chi = \{x_1 \dots x_m\}$ est l'ensemble d'échantillons d'expériences qui ont été utilisés pour construire le modèle de krigeage et m désigne le nombre des échantillons expérimentaux. Pour les points dans l'espace de l'échantillon expérimental, la fonction de classification probabiliste est définie comme suit :

$$\pi(X) = \begin{cases} 1 & X \in \chi, g(X) \leq 0 \\ 0 & X \in \chi, g(X) > 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

En utilisant la fonction de classification probabiliste, les points dans l'espace de conception sont classés dans les trois groupes suivants : $\pi(X) \leq 2.5\%$, $2.5\% < \pi(X) < 97.5\%$ et $\pi(X) \geq 97.5\%$. $\pi(X) = 2.5\%$ et $\pi(X) = 97.5\%$ définissent deux régions : Les points situés dans la région $P[\hat{y} \leq 0] > 97.5\%$ sont considérés comme étant des points de défaillance et les points situés dans $P[\hat{y} > 0] > 97.5\%$ sont considérés comme étant des points de sécurité. En d'autres termes, selon cette définition, le krigeage détermine le signe des points situés dans ces deux régions par une probabilité supérieure à 97,5%.

A propos des points situés dans $2.5\% < \pi(X) < 97.5\%$, où l'on appelle, la région probabiliste la plus probable, il existe un niveau élevé d'incertitude. $2.5\% < \pi(X) < 97.5\%$ indique un intervalle de confiance de 95% d'une région incertaine. Cela signifie qu'on ne peut pas savoir exactement le signe de points situés entre les deux régions. Le point fort de AKM consiste à déterminer la région probabiliste la plus probable (RPGP).

L'étape suivante consiste à choisir certains points dans la région probabiliste la plus probable. Pour ce faire, nous allons choisir à partir d'un grand nombre de points générés par un échantillonnage aléatoire simple, quelques points qui correspondent à $2.5\% < \pi(X) < 97.5\%$. Puis, nous allons les ajouter aux points d'expérience pour mettre à jour le modèle de manière efficace.

la technique de leave-one-out vis à vis de l'erreur relative, désignée ci après, est utilisée en tant que critère d'arrêt pour affiner le modèle de krigeage.

$$PRESS = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \left(\frac{\widehat{y}_{\chi/X_i}(X_i) - g(X_i)}{g(X_i)} \right)^2 \quad (3.26)$$

Où $\widehat{y}_{\chi/X_i}(X_i)$ est la *ith* leave-one-out prédiction krigeage de la fonction d'état limite construit à partir des points d'expérience χ avec $X_i \notin \chi$

L'erreur leave-one-out est un estimateur important de la performance d'un algorithme d'apprentissage. Il constitue un procédé qui ne nécessite pas d'évaluations supplémentaires de la fonction d'état limite et utilise uniquement les observations disponibles dans la conception de l'expérience obtenue pour construire le modèle du krigeage. Pour des problèmes différents et des exigences différentes, nous pouvons donner une limite supérieure de l'erreur leave-one-out, notée e_{given} , pour arrêter la stratégie de raffinage. Au cours des premières étapes, le modèle de substitution a un niveau élevé d'erreur, et en général, nous pouvons obtenir une substitution avec un niveau de précision acceptable lorsque e_{given} est fixé à 0.05. L'algorithme de l'analyse de fiabilité avec utilisation du modèle de krigeage avancé est décrit dans l'organigramme suivant :

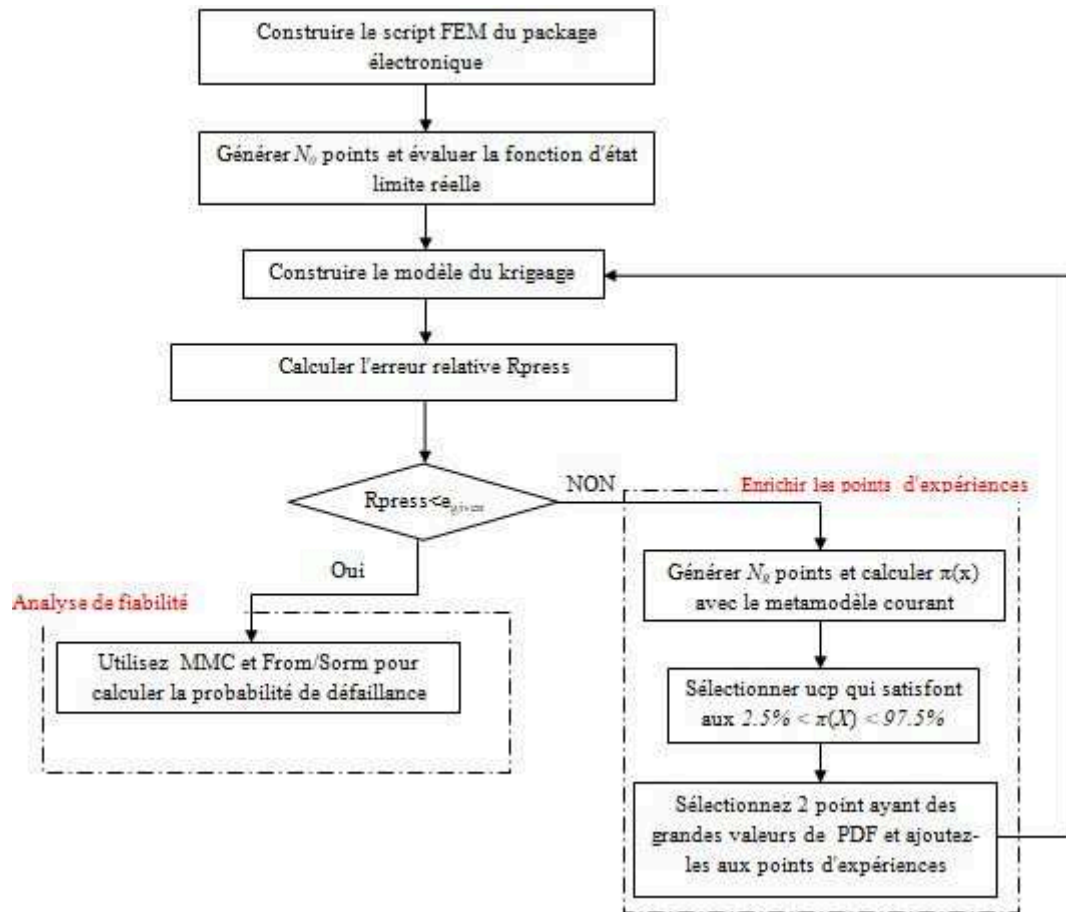


FIGURE 3.6: Organigramme de la méthode proposée sur la base du modèle de krigeage.

3.5 Exemple d'application d'un "toit en treillis"

Dans le cadre de cette application, nous allons utiliser le modèle du krigeage avancé dans le calcul de l'analyse de fiabilité. En effet, ce modèle sera couplé avec les méthodes Monte Carlo (AKM-MMC), FORM (AKM-FORM) et SORM (AKM-SORM). Et les résultats obtenus seront comparés avec ceux issus du couplage directe et du couplage réalisé, via le modèle de krigeage original (Ori-Krig) et ce, dans le but de mettre en évidence l'efficacité et la précision de la méthode proposée, en l'occurrence le modèle du krigeage avancé.

La structure du toit, dite en treillis, étudiée se présente schématiquement au niveau de la figure 3.7 . De cette figure, il ressort que la barre inférieure et les barres de tension sont en acier. Tandis que la barre supérieure et les barres de compression sont renforcées par le béton. De même, le toit est soumis à une charge uniformément

répartie $q(N/m)$, qui peut être transformée de manière équivalente en charge nodale $P = ql/4$. La déviation verticale au nœud C peut être obtenue par :

$$\Delta_c = \frac{ql^2}{2} \left(\frac{3.81}{A_c E_c} + \frac{1.13}{A_s E_s} \right) \quad (3.27)$$

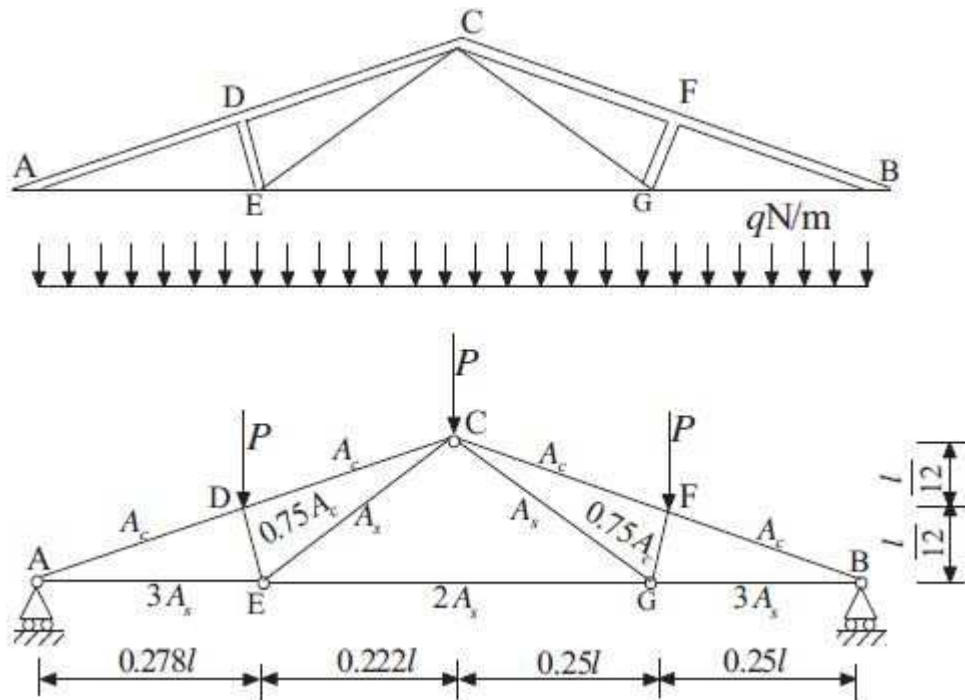


FIGURE 3.7: La structure d'un toit en treillis

Dans laquelle A_c et A_s représentent, respectivement, les surfaces de section des barres de béton et d'acier ; E_c et E_s désignent respectivement les modules Young du béton et de l'acier ; La déviation verticale au nœud C doit être inférieure à $0,025m$, de sorte que la fonction de performance est construite comme $G(X, Y) = 0,025 - \Delta_c$. Les variables aléatoires de la structure du toit sont listées dans le tableau 3.1.

Variabiles	Variabiles types	Premier paramètre	Deuxième paramètre
$q(N/m)$	Normal	20000	1600
$l(m)$	Normal	12	0.24
$A_s(m^2)$	Normal	9.4×10^{-4}	7×10^{-6}
$A_c(m^2)$	Normal	0.034	7×10^{-4}
$E_s(N/m^2)$	Normal	1.2×10^{11}	8.4×10^9
$E_c(N/m^2)$	Normal	3×10^{10}	2.4×10^9

TABLE 3.1: Les variables aléatoires de la structure du toit en treillis

Les résultats de cette application obtenus par différentes méthodes sont répertoriés dans le tableau 3.2.

		q	l	a_s	a_c	e_s	e_c	β	P_f	N_{call}
AKM	AKM-MCM	-	-	-	-	-	-	-	0.0127	39
	AKM-FORM	2.2558e4	12.1847	9.4e-4	0.0339	1.0973e11	2.863e10	2.233	0.0127	39
	AKM-SORM	2.2639e4	12.22	9.387e-4	0.033	1.1036e11	2.880e10	2.256	0.0127	39
Ori-Krig	Ori-Krig-MCM	-	-	-	-	-	-	-	0.008	150
	Ori-Krig-FORM	2.29e4	12.2165	9.39e-4	0.0339	1.1018e11	2.8786e10	2.4	0.008	150
	Ori-Krig-SORM	2.2639e4	12.22	9.387e-4	0.033	1.1036e11	2.880e10	2.398	0.0082	150
Directe	MCM	-	-	-	-	-	-	-	0.0126	10 ⁶
	FORM	2.2252e4	12.2094	9.39e-4	0.0339	1.0942e11	2.8883e10	2.258	0.0119	26
	SORM	2.2252e4	12.2094	9.39e-4	0.0339	1.0942e11	2.8883e10	2.2517	0.01217	55

TABLE 3.2: Résultats de l'analyse de fiabilité

Du tableau ci dessus, il ressort que la méthode du krigeage traditionnelle (Ori-Krig) a nécessité 150 appels à la fonction de performance pour obtenir des résultats proches. Alors que la méthode FEM-MCM a nécessité 10⁶ appels à la fonction de performance.

Par contre, la méthode proposée à savoir le modèle du krigeage avancé(AKM) n'a nécessité que 39 évaluations de la fonction de performance réelle. Comparativement aux méthodes précitées, ce modèle nous a permis une réduction du temps de calcul d'une façon considérable , tout en gardant la précision du résultat.

3.6 L'optimisation de la conception basée sur la fiabilité

L'optimisation de la conception basée sur la fiabilité (RBDO) vise à trouver la solution optimale qui répond aux exigences de fiabilité prescrites. La fluctuation des charges, la variabilité des propriétés des matériaux et les incertitudes relatives aux modèles d'analyse contribuent à rendre la performance de la conception optimale différente de celle attendue.

Le processus d'optimisation a un effet important sur la fiabilité structurelle. Il est aujourd'hui reconnu que l'approche par facteur de sécurité ne peut pas garantir les niveaux de sécurité requis. Ils ne considèrent pas explicitement la probabilité de défaillance concernant certains critères de performance. En d'autres termes, la conception optimale résultant des procédures d'optimisation déterministes ne correspond pas nécessairement aux fiabilités ciblées.

La RBDO nous permet de tenir compte de l'évolution de la marge de sécurité, ce qui conduit à trouver le meilleur compromis entre le coût et la fiabilité requise. Cette tâche est plutôt compliquée, en raison de la nature intrinsèque et non déterministe de l'information d'entrée. Pour cette raison, de nombreuses méthodes d'analyse ont été développées pour faire face à la nature statistique des données (voire la figure 3.8 détaillant les méthodes RBDO).

S'agissant de la mise en œuvre des approches d'optimisation fiabiliste par voie numérique, celles-ci nécessitent le couplage entre la modélisation mécanique (i.e. méthode des éléments finis), les algorithmes d'optimisation et les outils de l'analyse de fiabilité des structures.

3.6.1 Comparaison entre l'optimisation déterministe et la RBDO

L'optimisation déterministe de la conception (DDO) vise à réduire le coût structurel initial $C_I(d)$ sous un certain nombre de contraintes $G_j(d, \lambda)$, $j = 1, 2, \dots, n_G$. Où d est le vecteur des paramètres de conception et λ est le vecteur des facteurs de sécurité partiels. Le problème d'optimisation est donc écrit :

$$\begin{aligned} \min_d \quad & C_I(d) \\ \text{subject to} \quad & G_j(d, \lambda) \leq 0 \quad \text{for } j = 1, 2, \dots, n_G \end{aligned} \quad (3.28)$$

Dans le DDO, on suppose que la sécurité structurelle est assurée par l'introduction des facteurs de sécurité. Et que ces facteurs soient appropriés quelle que soit la configuration optimale choisie. Pour la plupart des systèmes, on peut montrer que le niveau de sécurité n'est pas indépendant des paramètres de conception optimisés sélectionnés. La figure 1.4a illustre comment la conception optimale déterministe est définie sur une contrainte qui est simplement décrite en décalant l'état limite. On peut dire que l'état limite de défaillance $G(d)$ est transformé en un état limite de sécurité $G(d, \lambda)$, en introduisant le facteur de sécurité pour tenir compte des incertitudes.

À partir du point initial x_0 , le DDO est basé sur l'utilisation d'algorithmes d'optimisation classiques pour trouver la conception optimale d^* , qui se situe généralement à la limite de l'espace de conception réduit, comportant le facteur de sécurité.

A la différence de l'optimisation déterministe, l'optimisation fiabiliste a pour objectif de rechercher la solution optimale, tel que l'état limite de défaillance soit maintenu suffisamment loin du point de fonctionnement. Cela dit, l'état limite de défaillance doit être considérée comme une simple transformation des limitations déterministes de l'équation 4.1 en limitations probabilistes.

3.6.2 Optimisation de la conception basée sur la fiabilité

La formulation de base de RBDO peut être écrite comme suit :

$$\begin{aligned} \min_d \quad & C_I(d) \\ \text{s.c.} \quad & \begin{cases} Pr[G_i(d, X) \leq 0] \leq P_f^c & i = 1, \dots, m \\ h_j(d) \geq 0 & j = jm + 1, \dots, n_h \end{cases} \end{aligned} \quad (3.29)$$

Où C_I est la fonction de coût, G_i est la fonction d'état limite, d est le vecteur variable déterministe à optimiser, X est le vecteur variable aléatoire et h_j sont les limites déterministes.

Il existe deux principaux types d'outils pour résoudre cette formulation : Les méthodes stochastiques basées sur une simulation aléatoire et les méthodes non linéaires. Nous pouvons également classer les différentes approches RBDO dans trois catégories principales (figure 3.8) :

- Méthodes mono-niveau MLA (Mono-level Approches)
- Méthodes à deux-niveaux DLA (Double-level Approches)
- Méthodes séquentielles découplées SDA

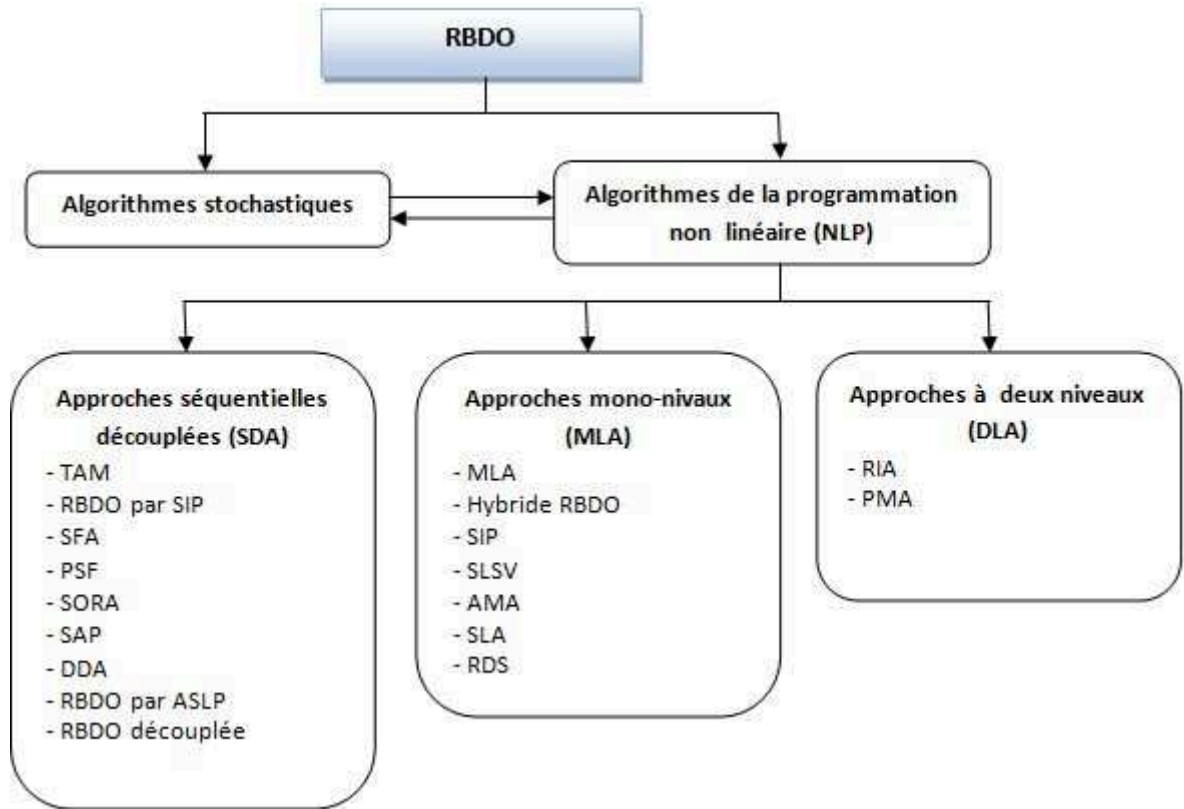


FIGURE 3.8: Classification des différentes méthodes de la RBDO [Aou08]

Dans cette partie, nous nous concentrerons sur les trois approches différentes de l'optimisation basée sur la fiabilité décrites ci-après [EHR13] ; :

Approche de l'indice de fiabilité (Reliability index approach : RIA)

L'approche de l'indice de fiabilité est basée sur la méthode FORM, qui est une approximation efficace et robuste pour l'analyse de la fiabilité. Dans l'ensemble, le principe de cette approche est de remplacer les limites de la probabilité d'échec P_f avec celles des indices de fiabilité β . Par rapport à d'autres approches d'optimisation, l'approche de l'indice de fiabilité (RIA) est une méthode directe et peut donc être mise en œuvre plus facilement. RIA représente la formulation standard RBDO, de sorte que :

$$\begin{aligned} \min_d C_I(d) \\ \text{s.c.} \begin{cases} Pr[\beta_i(d, X) \geq \beta^c & i = 1, \dots, m \\ h_j(d) \geq 0 & j = jm + 1, \dots, n_h \end{cases} \end{aligned} \quad (3.30)$$

Avec β_i étant l'indice de fiabilité correspondant à l'état limité G_i et β_c étant l'indice de fiabilité ciblé. Cet indice de fiabilité souhaité est calculé en utilisant l'approximation FORM, telle que :

$$\beta^c = -\Phi^{-1}(P_f^c) \quad (3.31)$$

Méthode SLA (Single-Loop Approach : SLA)

L'approche (SLA) est une méthode améliorée de la méthode SLSV (single loop single vector) en terme de robustesse. La méthode SLA vise à remplacer le point caractéristique par le point de performance minimal cible (MPTP). La méthode SLA utilise une technique d'identification de l'ensemble des contraintes actives pour l'intégration de la fiabilité du système. La formulation SLA est la suivante :

$$\begin{aligned} \min_d C_I(d) \\ \text{s.c.} \begin{cases} G_i(d, X_p) \geq 0 & i = 1, \dots, m \\ h_j(d) \geq 0 & j = jm + 1, \dots, n_h \end{cases} \end{aligned} \quad (3.32)$$

Tel que $X_p = \mu_x - \sigma_x \beta^c \alpha$ avec

$$\alpha = \frac{\sigma_x \nabla_x G_i(d, X_p)}{\|\sigma_x \nabla_x G_i(d, X_p)\|} \quad (3.33)$$

Où μ_X et σ_X sont respectivement les moyennes et les écarts-types des variables aléatoires X et x_p correspond au point caractéristique (ou le MPTP approché) lié au niveau de fiabilité cible β^c . Cette formulation est adaptée seulement aux variables aléatoires normalement distribuées et indépendantes.

Méthode SORA (sequential optimization and reliability assessment approach : SORA)

L'idée de la méthode SORA consiste à remplacer le problème RBDO par un ensemble de cycles de sous-problèmes d'optimisation déterministe. Pour chaque cycle

d'optimisation, une analyse de fiabilité est exécutée. L'optimisation déterministe est ainsi reliée aux exigences de fiabilité par le point de performance minimale cible (MPTP) estimé par FORM inverse. Finalement, le MPTP actualisé est utilisé dans le cycle suivant de l'optimisation déterministe. Cette procédure est répétée jusqu'à la satisfaction des critères de convergence pour le coût et la fiabilité. Par ailleurs, SORA n'utilise les valeurs de décalage $\delta^{(k)}$ que lorsque les variables d'optimisation sont des paramètres de distribution des variables

$$\begin{aligned} & \min_{d^{(k)}} C_I(d) \\ & \text{s.c.} \begin{cases} G_i(d^{(k)} - \delta_i^{(k-1)}, \tilde{x}_i^{(k-1)}) \geq 0 & i = 1, \dots, m \\ h_j(d^{(k)}) \geq 0 & j = jm + 1, \dots, n_h \end{cases} \end{aligned} \quad (3.34)$$

Où k indique le cycle courant d'optimisation déterministe, $\tilde{x}_i^{(k-1)}$ est le MPTP dans l'espace physique, $\delta_i^{(k-1)}$ sont les valeurs de décalage des variables d'optimisation $d^{(k)}$. Dans chaque cycle, nous avons :

$$\begin{cases} \tilde{x}_i^{(k-1)} = T^{-1}(u^{*c}) \\ \delta_i^{(k-1)} = d^{(k-1)} - \tilde{x}_{di}^{(k-1)} \end{cases} \quad (3.35)$$

Avec u^{*c} est le MPTP calculé par FORM inverse. Le critère de convergence de SORA se présente comme suit :

$$\left[\|C_I(d^{(k)}) - C_I(d^{(k-1)})\| \leq \epsilon \text{ or } \|d^{(k)} - d^{(k-1)}\| \leq \epsilon \right] \text{ et } \|\tilde{x}^{(k)} - \tilde{x}^{(k-1)}\| \leq \epsilon \quad (3.36)$$

3.7 Exemple d'application "Essieu avant automobile"

Dans cet exemple, nous allons utiliser la méthode RIA, couplée avec le modèle de substitution du krigeage, en vue de trouver les valeurs optimales des variables d'optimisation qui minimisent la surface de l'essieu. Ces valeurs optimales doivent vérifier une probabilité de défaillance inférieure ou égale à une probabilité cible P_f^c .

Dans l'ingénierie automobile, l'essieu avant est utilisé pour porter le poids de la partie avant du véhicule. Comme la partie avant complète du véhicule repose sur l'essieu avant, celui-ci doit être robuste. On notera que les structures de poutres en I (I-Beam) sont largement utilisées dans la conception de l'essieu avant, en raison de sa résistance élevée et de son poids léger. La figure 3.9 montre la section transversale critique dans la I-Beam.

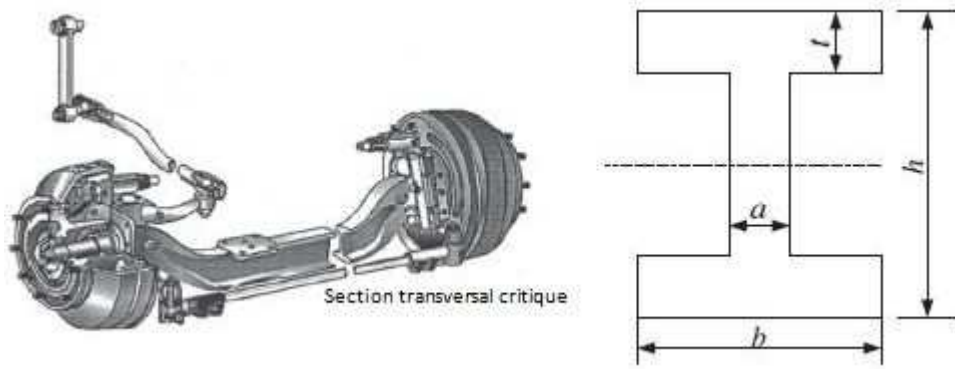


FIGURE 3.9: Essieu avant de l'automobile [ZLW15].

La contrainte normale maximale et la contrainte de cisaillement sont respectivement $\sigma = M/W_x$ et $\tau = T/W_p$, W_x et W_p sont le moment quadratique de la section et Moment quadratique polaire qui s'écrivent comme suit :

$$W_x = \frac{a(h-2t)^3}{6h} + \frac{b}{6h} [h^3 - (h-2t)^3] \quad (3.37)$$

$$W_p = 0.8bt^2 + 0.4 \frac{a^3(h-2t)}{t} \quad (3.38)$$

Pour vérifier la résistance statique de l'essieu avant, la fonction de performance peut être donnée comme suit :

$$g = \sigma_s - \sqrt{\sigma^2 + 3\tau^2} \quad (3.39)$$

Où σ_s est la contrainte limite d'élasticité. Selon la propriété matérielle de l'essieu avant, la contrainte limite d'élasticité σ_s est de 460Mpa . Les variables géométriques d'optimisation de l'essieu sont a, b, t, h et les variables aléatoires sont les charges M et T et suivent une loi normale. Les paramètres de distribution des variables aléatoires sont listés au tableau 3.3.

Variables aléatoires	$M/(N.mm)$	$T/(N.mm)$
Moyenne	3.5×10^6	3.1×10^6
Ecart type	1.75×10^5	1.55×10^5

TABLE 3.3: Paramètres des variables aléatoires

Le problème d'optimisation s'écrit comme suit :

$$\begin{aligned} \min_d \quad & 2(tb) + a(h - 2t) \\ \text{s.c.} \quad & \left\{ \begin{array}{l} Pr[g \leq 0] \leq P_f^c = 0.017 \\ 10 \leq a \leq 14 \\ 60 \leq b \leq 70 \\ 11 \leq t \leq 17 \\ 79 \leq h \leq 91 \end{array} \right. \end{aligned} \quad (3.40)$$

La solution de ce problème est réalisée en utilisant la technique d'optimisation SQP. Le tableau 3.4 laisse apparaitre la conception initiale et optimale de ce problème. De même, il ressort dudit tableau que la surface de l'essieu a été minimisée. Elle est passée de 2504 à 2304, soit un taux de réduction de 5.83%. Quant à la probabilité de défaillance, celle ci a été réduite de 0.0179 à 0.017 et ce, grâce à la nouvelle conception.

Variables	conception initial	conception optimal
a(mm)	12	14
b(mm)	65	60
t(mm)	14	13.613
h(mm)	85	79
surface de l'essieu(mm ²)	2504	2358
P_f	0.0179	0.017

TABLE 3.4: Résultat de l'analyse RBDO

3.8 Conclusion

Les aspects théoriques fondamentaux de l'analyse de fiabilité(MMC, FORM, SORM et HBRM) sont présentés dans ce chapitre. De même les techniques de couplage éléments finis et fiabilité ont été détaillées (Couplage directe, surfaces de réponse et krigeage).

Compte tenu des contraintes générées, en terme de temps énorme dans le cadre de l'analyse fiabiliste, nous avons proposé, en guise de solution alternative, une

méthode efficace basée sur le modèle du krigeage avancé. Cette méthodologie nous a permis de bâtir un modèle de substitution de grande qualité qui rallie précision et efficacité en terme de temps de calcul. Cette méthode utilise une fonction de classification probabiliste avec une métrique pour le raffinement du modèle permettant la construction d'un modèle de substitution avec seulement un petit nombre d'évaluations de la fonction d'état limite. Pour démontrer l'efficacité de la méthodologie proposée, nous avons jugé opportun de présenter une application relative à un toit en treillis.

Nous avons rappelé les concepts de l'optimisation de la conception basée sur la fiabilité (RBDO), ainsi que les méthodes fondamentales de la RBDO (RIA, SLA et SORA). A l'image de l'analyse fiabiliste réalisée moyennant le modèle du krigeage avancé, nous avons mis en œuvre le modèle du krigeage original pour mener à bien l'analyse RBDO, via la méthode RIA. un exemple d'application portant sur l'essieu avant automobile a été exposé.

Il est précisé que diverses applications des méthodologies de fiabilité et de la RBDO relatives aux composants électroniques seront exposées dans le chapitre suivant.

Chapitre 4

Application des méthodes de fiabilité et de la RBDO aux packages électroniques

4.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous présentons les applications réalisées, au sujet de la caractérisation thermique et thermomécanique des packages électroniques, assorties des analyses de fiabilité et de RBDO, dont les aspects théoriques ont été présentés au chapitre précédent. En outre, il convient de préciser que parmi les contributions apportées dans le cadre de nos travaux de recherche figurent :

- L'utilisation du modèle de krigeage avancé dans les analyses de fiabilité. En effet, ce modèle constitue une solution alternative, du fait des avantages qu'il procure en termes de temps et de précision par rapport aux autres méthodes d'analyse (MMC et FORM/SORM). Etant précisé que d'après la connaissance des auteurs de ce travail, cette méthodologie a été appliquée pour la première fois aux packages électroniques.
- La deuxième contribution consiste en la comparaison des résultats d'analyse de fiabilité entre les différentes méthodes. En effet, les études de fiabilité menées par certains auteurs pour le calcul de la probabilité de défaillance, avec utilisation du modèle de krigeage avancée se limitaient à comparer les résultats dégagés par le couplage de "MEF-Méthodes de calcul de fiabilité"

avec AKM-MMC , et ce pour valider les résultats dégagés par le modèle de substitution. Dans le présent travail, nous avons apporté une valeur ajoutée qui consiste à calculer et à comparer la probabilité de défaillance non seulement avec AKM-MMC, mais aussi avec AKM-Form et AKM-Sorm. Pour ce faire, nous avons apporté certaines modifications au niveau des programmes FORM/SORM développés par nous même (voire la section 4.4).

Aussi, les applications dont il s'agit son décrites comme ci-après :

- Application 1 : Caractérisation thermomécanique des boitiers électroniques de type BGA, assortie d'une étude fiabiliste ;
- Application 2 : Optimisation fiabiliste des packages électroniques BGA, avec utilisation du modèle de substitution de krigeage ;
- Application 3 : Analyse de fiabilité efficace relative au comportement Thermique d'un Package Electronique de type QFN, avec utilisation du modèle de substitution de krigeage avancé ;
- Application 4 :Analyse du comportement thermique et thermomécanique d'un inducteur de puissance par voie expérimentale et numérique, assortie d'une étude fiabiliste.

4.2 Application 1 : Caractérisation thermomécanique des boîtiers électronique de type BGA, assortie d'une étude fiabiliste

Les boîtiers électroniques apportent deux fonctions majeures aux circuits intégrés (ICs). Une protection mécanique et l'interconnexion électrique avec les cartes électroniques. Il existe plusieurs types de boîtiers électroniques dont le Ball Grid Array (BGA). Les boîtiers BGA sont exposés à plusieurs phases de températures durant la production, entraînant des déformations mécaniques (gauchissement/warpage) [XWC⁺09]. Ceci est dû aux écarts entre les coefficients d'expansion thermique (CET) des différents matériaux composant ces boîtiers. Le gauchissement dépend principalement de la température et, lorsque ce phénomène est excessif, il peut causer des courts circuits (entre les billes) ou le décollement des billes pendant le processus de soudage des boîtiers sur les cartes électroniques [Den12].

Pour cette raison, les ingénieurs sont dans l'obligation de prévoir le gauchissement des boîtiers avant le prototypage pour obtenir des produits fiables au final [BBB⁺16]. Il est connu que la technique Shadow Moiré [Sta05] est la technique la plus efficace et la plus répandue pour mesurer le gauchissement des boîtiers électroniques, en fonction de la température dont notamment le profil de température de refusion [WH97]. Pour ce faire, nous devons, soit disposer d'une machine Shadow moiré (> 200 k\$), soit sous-traiter cette opération d'évaluation auprès des fournisseurs (1K\$ pour un boîtier). Or, ces deux options s'avèrent prohibitives.

Face à cette situation, nous avons cherché les moyens de contourner l'utilisation de la machine Shadow Moiré, lors de la caractérisation thermomécanique des boîtiers BGA, en étudiant deux outils qui ont le potentiel de mesurer et de prédire le gauchissement soit : un microscope de haute précision (MHP) et un modèle éléments fini (EF) développé via le logiciel Ansys. Cependant, les deux outils doivent être calibrés, en vue de fournir des résultats fiables. Pour atteindre cet objectif, nous avons adopté la démarche suivante : tout d'abord calibrer le microscope en comparant ses résultats avec ceux de la machine Shadow Moiré (réalisés par un sous-traitant pour 4 boîtiers BGA). Ensuite, calibrer le modèle numérique au microscope, sans se limiter à une simple étude déterministe. Enfin, une étude stochastique et fiabiliste devra

être également réalisée pour intégrer les incertitudes des paramètres de conception.

4.2.1 Calibration du Microscope et du Modèle éléments finis

Le premier objectif de cette étude vise à calibrer le microscope, afin d'assurer sa capacité à mesurer correctement le gauchissement des boîtiers BGA à la température ambiante : En effet, d'après les recommandations de « Joint Electron Device Engineering Council (JEDEC)¹ », la mesure du gauchissement à la température ambiante peut être effectuée par tout équipement capable de mesurer avec une précision de $\pm 10\%$ [Sta03].

Le microscope constitue un moyen efficace pour mesurer le gauchissement des boîtiers à la température ambiante. Néanmoins, une mesure précise est nécessaire comme référence pour le calibrer (par comparaison avec Shadow moiré).

Le deuxième objectif vise la validation du modèle numérique développé, via le logiciel éléments finis Ansys. A priori, ce modèle donne des résultats crédibles du gauchissement. Mais, pour le valider, nous devons comparer ses résultats avec ceux dégagés par le MHP.

4.2.2 BGA $10 \times 10mm^2$

Les mesures et les simulations sont effectuées pour un boîtier BGA $10 \times 10mm^2$ dont les paramètres sont présentés dans les figures 4.1 et 4.2 et les tableaux 4.1 et 4.2.

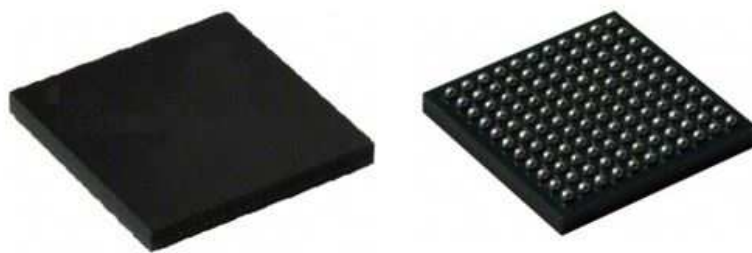


FIGURE 4.1: Vue d'ensemble du BGA

1. JEDEC (Joint Electron Device Engineering Council) est un organisme de normalisation des semi-conducteurs

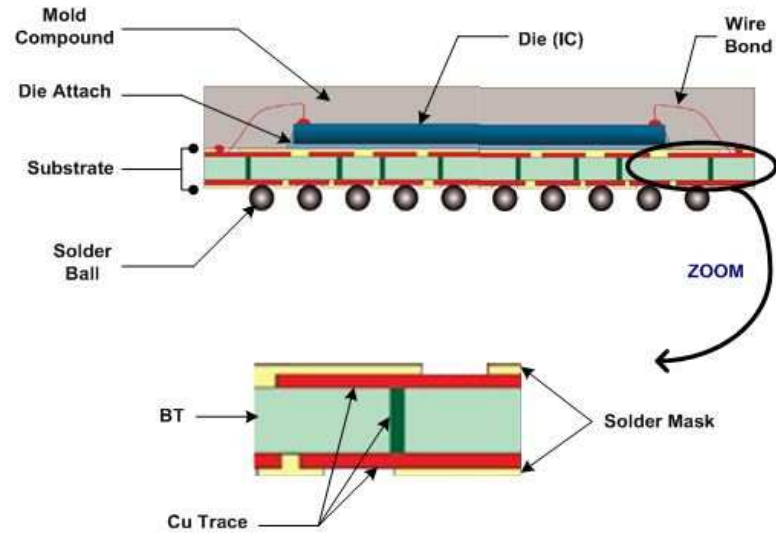


FIGURE 4.2: Structure du package BGA

Couche	Taille(mm^2)	Epaisseur(mm)
Substrate	10×10	0.2
Die attach	5.16×4.92	0.015
Die (I.C.)	5.16×4.92	0.29
Over mold (E.M.C.)	10×10	0.57
Top & Bot. Cu	10×10	2×0.018
Top & Bot. Solder Mask	10×10	2×0.007
Opening / Pads	0.450 / 0.350	0.018

TABLE 4.1: Dimensions du BGA

Matériel	Poisson Coefficient	T_g (°C)	Young Modulus (Mpa)	C.T.E. (ppm/°C)
Substrate	0.19	185	28000	$CTE_{1,x,y} = 14$
				$CTE_{1,z} = 35$

				$CTE_{2,x,y} = 5$
Die attach	0.4	42	410/60/40/70/120	$CTE_{1,2} = 48/140$
			@ 25/100/150/200/250°C	
Die	0.279	--	131e3/130e3 / 129e3	2.36/2.89/3.3/ 3.61
			@ 20/0/227°C	@ -73/52/152/227°C
Mold compound	0.35	120	20000 / 500	$CTE_{1,2} = 11/45$
			@ 25/215°C	
Cu	0.344	--	128900	16.7
SMask	0.467	104.8	3500	$CTE_{1,2} = 60/160$

TABLE 4.2: Propriétés mécanique des matériaux du BGA

4.2.3 Calibrage du microscope à haute précision

La mesure du gauchissement a été effectuée, via le microscope à haute précision et la machine Shadow Moiré pour 4 boitiers BGA (P1, P2, P3 et P4), encapsulés avec une résine stockée dans des conditions ne répondant pas aux normes requises et dont la date d'utilisation a expirée. Ces boitiers appartiennent à la même matrice (bande) et sciés juste après le processus de moulage.

Le microscope à haute précision

Le microscope à haute précision est un système semi-automatique de mesure par la vision, qui permet de réaliser des mesures sans contact pour le contrôle des pièces géométriques et des profils. Il s'agit d'une machine compacte équipée d'une caméra à transfert de charge haute résolution (CCD), d'un zoom automatique, d'un éclairage spécifique et d'algorithmes de traitement d'image.

Mesure du gauchissement à température ambiante via le microscope

La procédure adoptée pour relever les mesures est la suivante : pour chaque boîtier, les mesures ont été effectuées en 3 positions différentes (pour éliminer le risque de planéité non parfaite de la table du microscope), en relevant les hauteurs des quatre coins du boîtier BGA ($Z_i = 1, \dots, 4$) et ce, en supposant que l'origine des hauteurs est la surface centrale inférieure du boîtier. Pour chaque échantillon, le gauchissement est simplement la moyenne des hauteurs de coins du boîtier $Warpage = \sum_{i=1}^4 Z_i / 4$. Les résultats sont présentés dans le tableau 4.3.

La technique Shadow Moiré

La technique Shadow Moiré permet de mesurer la topographie de la surface d'un objet solide, c'est-à-dire son écart par rapport à une surface plane. La figure 4.3 montre un schéma de la technique. Les mesures sont effectuées en plaçant une feuille de verre en quartz à faible coefficient de dilatation thermique, gravée avec des lignes parallèles également espacées et parallèles à l'échantillon. Un faisceau de lumière blanche est alors projeté sur le verre, les lignes gravées sur le verre créent une ombre sur la surface supérieure de l'échantillon. Lorsque l'échantillon (boîtier électronique, carte électronique, ...) est incliné ou incurvé, un motif moiré est produit par l'interférence géométrique entre les lignes gravées sur le verre et les ombres de ces lignes sur la surface de l'échantillon. Si l'échantillon est plat et parallèle à la grille, il n'y a pas de gauchissement et aucun motif moiré n'est produit. Le gauchissement, W , peut être calculé à partir de l'équation 4.1

$$W = \frac{N.p}{\tan(\theta) + \tan(\beta)} \quad (4.1)$$

Où N est l'ordre de la frange, p le pas de la grille, θ l'angle de projection et β l'angle d'observation. La sensibilité la plus élevée que le moiré d'ombre peut atteindre pratiquement avec cette approche est de $\pm 2,5(\mu m)$.

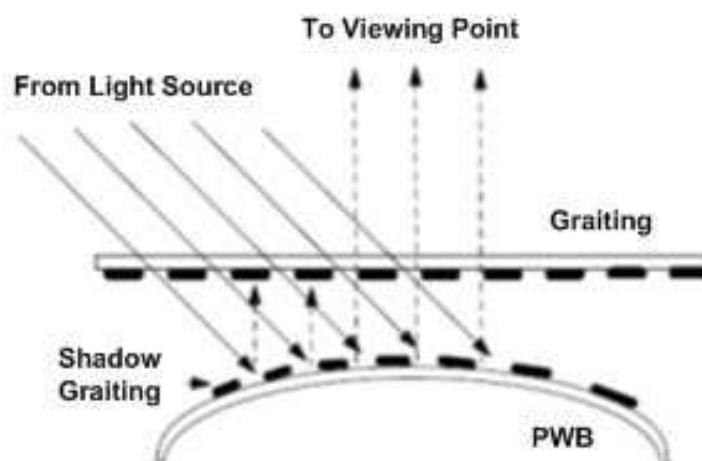


FIGURE 4.3: Schéma de la technique Shadow Moiré

Mesure du gauchissement via la technique Shadow moiré

Il convient de rappeler que, le but principal de cette étude vise à contourner l'usage de la technique Shadow Moiré (l'équipement de référence) pendant la phase de conception et de prototypage des boîtiers électroniques, compte tenu du coût élevé de son investissement. En effet, le microscope à haute précision a le potentiel de mesurer le gauchissement. Mais, celui-ci doit être calibré au préalable sur la base de mesures de référence fiables. Par conséquent, nous avons décidé de commander les mesures de gauchissement de référence auprès d'un sous-traitant qui les a réalisées à l'aide d'une machine Shadow Moiré, tout en respectant les recommandations JEDEC. Les résultats de gauchissement pour les mêmes échantillons de boîtiers BGA analysés dans la section 4.2.3 sont présentés dans la figure 4.4.

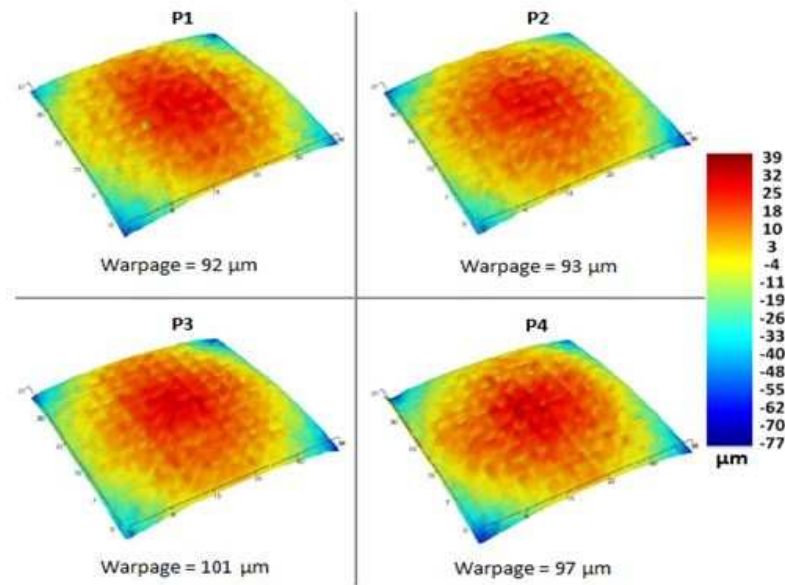


FIGURE 4.4: le gauchissement des 4 BGA mesuré via la technique Shadow Moiré

La comparaison des résultats présentés dans le tableau 4.3 laisse apparaitre une corrélation entre les résultats du microscope et ceux dégagés par la machine Shadow Moiré. En effet, la moyenne des erreurs est inférieure à la précision minimale de $\pm 10\%$ recommandée par JEDEC [Sta05]. Par conséquent, on peut affirmer que le microscope à haute précision est apte à fournir des mesures fiables concernant le gauchissement des boîtiers BGA.

Package	Warpage à la température ambiante (μm)		
	Shadow Moiré	HPM	erreur %
P1	92	95	3.3
P2	93	96	3.2
P3	101	99	2.0
P4	97	108	11.3
Error average %			5

TABLE 4.3: Résultats Shadow Moiré Vs Résultats du microscope

4.2.4 Validation du modèle éléments finis

Pour réduire les coûts, lors de la phase de conception des boîtiers BGA, on peut simuler le comportement thermomécanique des boîtiers à la température ambiante (20°C), juste après le procédé de moulage (encapsulation), qui est caractérisé par une température de 180°C. Pour ce faire, un modèle numérique a été développé sous le logiciel EF ANSYS pour simuler aussi fidèlement que possible le phénomène de gauchissement des boîtiers électroniques BGA. Cependant, il n'a pas été possible de modéliser ni le comportement viscoélastique de la résine ni le préchauffage de la résine (plastique d'encapsulation) ni le procédé de post-durcissement après le moulage ni encore le procédé de sciage. Le fait de ne pas modéliser tous les facteurs physiques et/ou ne pas adopter des simplifications peut entraîner une large erreur entre les résultats de simulation et les résultats expérimentaux.

Simplifications

Elasticité

Pour notre étude, les polymères comme la résine d'encapsulation (epoxymold compound EMC) ont été considérées comme élastiques linéaires. Bien que la résine soit viscoélastique par nature, cette simplification a été adoptée. Les données sur les propriétés mécaniques de viscoélasticité ne sont pas délivrées par les fournisseurs. Alors que la caractérisation mécanique dans un laboratoire pour chaque nouvelle résine entraînera des coûts prohibitifs (du point de vue matériel et temps). Pour pallier à cette situation, le $CET_{efficace}$ (coefficient d'expansion thermique) est introduit (dans le paragraphe suivant) pour fournir une estimation raisonnable du comportement mécanique des polymères constituant les boîtiers BGA.

Le coefficient d'expansion thermique des polymères

Le coefficient d'expansion thermique joue un rôle majeur dans le gauchissement des boîtiers électronique. Il constitue le rapport entre la déformation thermique ϵ par unité de variation de température. Sachant que le CET ($\alpha = \alpha(T)$) dépend fortement de la température, en particulier dans le cas des polymères. La déformation peut

être écrite comme suit :

$$\epsilon = \int_{T_1}^{T_2} \alpha(T) dT \quad (4.2)$$

Le CET peut être considéré comme une propriété bilinéaire autour de la température de transition vitreuse, T_g , donc la déformation peut être écrite comme suit :

$$\epsilon = \int_{T_1}^{T_g} \alpha(T) dT + \int_{T_g}^{T_2} \alpha(T) dT \quad (4.3)$$

Où

T_1 : température initiale (180°C)

T_2 : température finale (20°C)

Sachant que

$$\alpha(T < T_g) = \alpha_1 \text{ et } \alpha(T > T_g) = \alpha_2$$

On trouve :

$$\epsilon = \alpha_1(T_g - T_1) + \alpha_2(T_2 - T_g) \quad (4.4)$$

On obtient finalement :

$$\epsilon = \alpha_{efficace}(T_2 - T_1) \quad (4.5)$$

Avec :

$$\alpha_{efficace} = \frac{\alpha_1(T_g - T_1) + \alpha_2(T_2 - T_g)}{T_2 - T_1} \quad (4.6)$$

Pour la simulation du gauchissement des boîtiers BGA, le $CET_{efficace}$ a été calculé, via l'équation 4.6) pour chaque polymère dont la température de transition vitreuse (T_g) est dans la plage de température simulée ($T_g \in [20^\circ\text{C}, 180^\circ\text{C}]$).

Modélisation du routage de cuivre

La conception du routage du cuivre pour les substrats des boîtiers est réalisée grâce à un logiciel CAO (Cadence dans notre cas). La question qui s'impose : doit-on modéliser fidèlement le routage de cuivres ainsi que les pastilles dans le code EF de simulation du gauchissement des boîtiers BGA? Pour ce faire, deux méthodes ont été étudiées :

1ère Méthode : modéliser fidèlement tous les éléments du boîtier BGA

Exportation du routage de cuivre vers Ansys :

Le routage de cuivre du BGA $10 \times 10 \text{mm}^2$ (conçu sous le logiciel Cadence²) a été exporté à CST (logiciel d'analyse électromagnétique) via une macro, la géométrie a été enregistrée comme fichier *.SAT (format d'échange standard). Ce dernier fichier a été ouvert dans SolidWorks (logiciel de CAO), puis enregistré sous format *.IGS (un autre format d'échange standard) qu'on peut importer dans ANSYS. La figure 4.5 montre la géométrie du routage de cuivre du BGA.

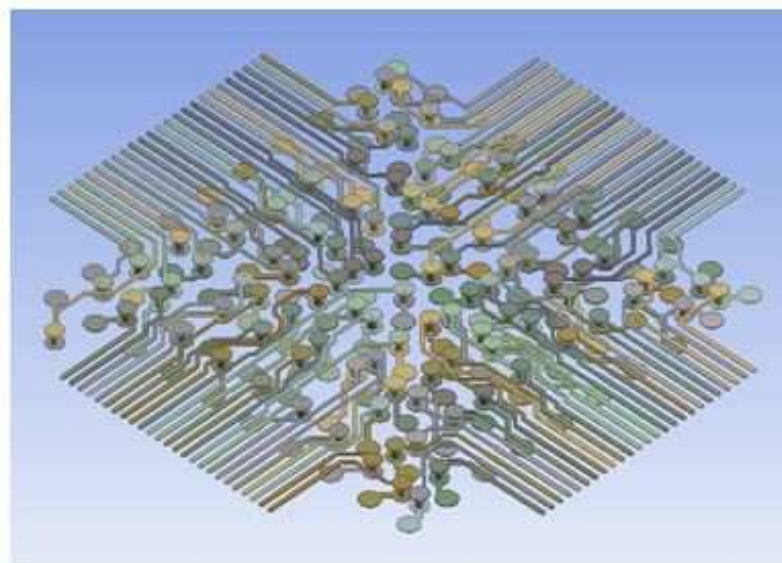


FIGURE 4.5: Routage cuivre du BGA sous ANSYS

Construction du boîtier BGA autour du routage de cuivre

Après avoir exporté la géométrie du routage du cuivre vers ANSYS, l'étape suivante consiste à insérer la bismaleimidétriazine (BT), le soldermask, la dieattach, le circuit intégré et la résine d'encapsulation pour former le boîtier BGA (figure 4.6).

2. Cadence Design Systems ; <https://www.cadence.com/>

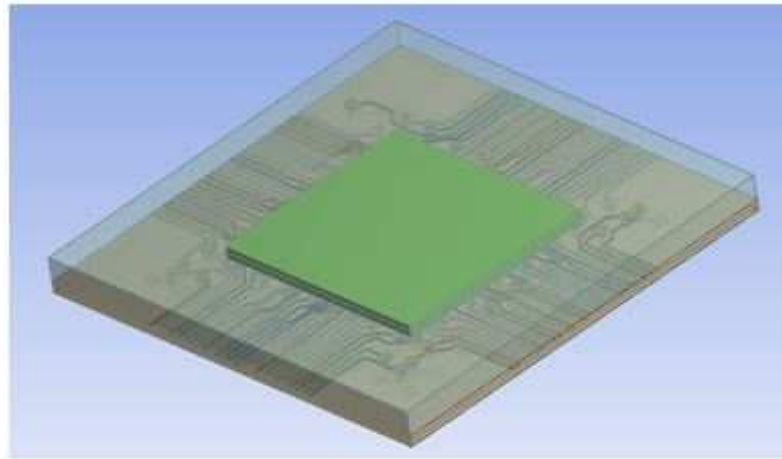


FIGURE 4.6: Modélisation fidèle du BGA sous Ansys

Analyse éléments finis

Dans une première étape, le modèle numérique élaboré sous Ansys n'a pas été en mesure de calculer le gauchissement, au motif que la mémoire de notre ordinateur était insuffisante du fait de deux considérations : le maillage de la structure était bien raffiné et la modélisation du routage de cuivre était réalisée fidèlement. Pour remédier à cette situation, seul un quart du boîtier a été modélisé, en supposant qu'il y a une symétrie parfaite de la géométrie, des conditions aux limites et de la charge. Grâce à cette manœuvre, nous avons pu estimer le gauchissement qui était de $26\mu\text{m}$ (Figure 4.7). Cependant, le simulation numérique a pris un temps énorme, en raison de la complexité de la génération du maillage et du nombre élevé d'éléments.

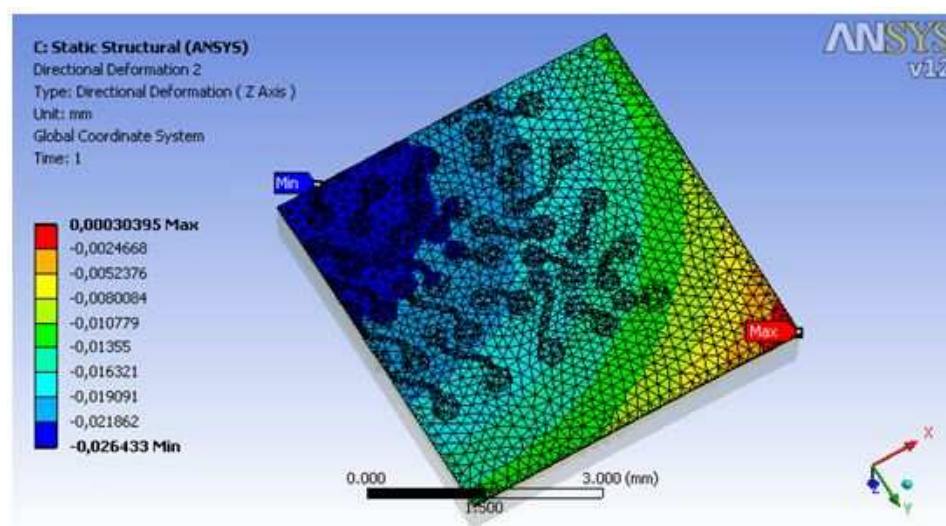


FIGURE 4.7: Gauchissement du BGA fidèlement modélisé (1/4 du modèle)

2ème Méthode : Modéliser le routage par deux couches homogènes de cuivre

Le substrat a été modélisé avec 5 couches homogènes : BT (1 couche), cuivre (2 couches) et soldermask (2 couches). En raison de la symétrie parfaite liée à la géométrie, aux conditions aux limites et aux charges, seul un quart du modèle a été généré pour économiser le temps de calcul. Le résultat de la simulation du gauchissement était de $30\mu\text{m}$ (Figure 4.8).

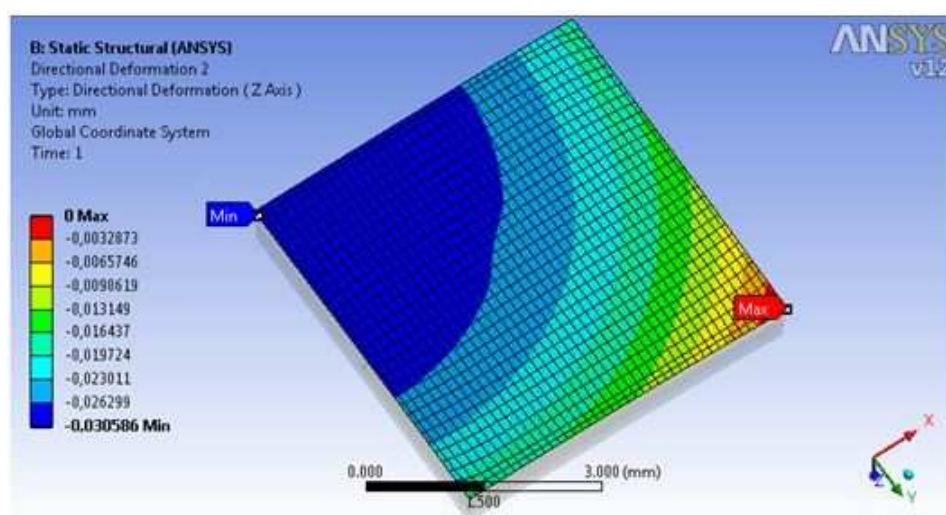


FIGURE 4.8: Gauchissement du BGA dont le substrat est modélisé par 5 couches homogènes (1/4 du modèle)

Méthode 1 vs Méthode 2 :

Comme on peut le constater sur le tableau 4.4, il y a une bonne corrélation entre les résultats de l'estimation du gauchissement issus des deux méthodes. Cependant, il n'est pas facile de mettre en œuvre la première méthode du fait des motifs suivants : il faut disposer de plusieurs logiciels (4 dans notre cas) ; de même, il est difficile de mailler la géométrie car, elle est gourmande en ressources mémoire et nécessite un temps de calcul considérable. Pour ces raisons, il n'est pas intéressant d'adopter la Méthode 1 pour des analyses avancées telles que l'optimisation ou la simulation numérique des plans d'expériences. De toute évidence, nous avons décidé d'adopter désormais La méthode 2 (modélisation du routage électrique par 2 couches homogènes de cuivre), afin d'estimer numériquement le gauchissement des boitiers BGA.

	Méthode 1 : Modélisation fidèle du routage Cu	Méthode 2 : Modélisation du routage par 2 couches homogènes Cu
Warpage (μm)	26	30

TABLE 4.4: Résultats des simulations

Résultats des simulations

Analyse déterministe

Réaliser une analyse déterministe consiste à supposer que tous les paramètres de conception à savoir : les dimensions, les propriétés matériau et la charge sont des constantes. Dans ce cas, le résultat du gauchissement du boitier BGA et celui trouvé dans la section précédente (via la méthode 2) : $30\mu m$ (figure 4.8).

Analyse stochastique

L'une des principales hypothèses considérée, lors de l'étude des systèmes mécaniques est que le modèle est déterministe. En revanche, les mesures expérimentales montrent les limites de cette hypothèse. En effet, il existe toujours des erreurs entre ce que nous calculons et ce que nous mesurons. Et ces écarts sont principalement

due aux incertitudes des données du problème, qui ont un impact considérable sur le comportement mécanique des systèmes étudiés. C'est pour cette raison qu'il s'avère nécessaire d'intégrer les incertitudes dans les modèles numériques.

L'estimation des moments (moyenne et écart-type) du gauchissement du boîtier BGA peut être réalisée, via la simulation de Monte Carlo. Cette méthode est très répandue, bien qu'elle soit gourmande en temps CPU. Aussi, elle est considérée comme référence pour la validation d'autres estimateurs. Etant précisé que ANSYS comprend un système d'analyse probabiliste qui adopte la méthode de Monte Carlo.

Une étude préliminaire a montré que le gauchissement du boîtier BGA est très sensible au CET de la résine d'encapsulation. En outre, on ne doit pas se fier à 100% à la fiche produit (fournie par le fournisseur) de ladite résine. Normalement, nous devons nous même s'assurer de la véracité de ses propriétés mécaniques et les incertitudes qui leurs sont associées. Ainsi, l'analyse du gauchissement ne sera pas réaliste si on ne suppose pas que le CET (de la résine) soit un paramètre stochastique.

Dès lors, les moments du gauchissement ont été évalués numériquement, via notre modèle EF, qui intègre la méthode de Monte Carlo. Nous avons réalisé 800 échantillons, tout en supposant que le CTE de la résine est une variable probabiliste normale dont les moments sont présentés dans le tableau 4.5. D'après les résultats de la simulation présentés dans le tableau 4.6, il s'avère clair que le gauchissement est très sensible au CET de la résine : L'écart-type de 10% du CET de la résine engendre un écart type de presque 40% en gauchissement. Il résulte que les incertitudes des données du problème doivent être impérativement prises en considération.

	Moyenne	Ecart type
Mold CTE	$\alpha_{average} = \alpha_{eff} = 23.75e - 6$	$\alpha_{std} = \alpha_{eff} \times 10\%$

TABLE 4.5: Moments du CET de la résine d'encapsulation

	Moyenne	Ecart type	Maximum (smiley)	Minimum (crying)
Warpage (μm)	30.3	13.7	69.3	12.9

TABLE 4.6: Moments du gauchissement du BGA via la simulation

4.2.5 Résultats du microscope à haute précision

Des mesures de gauchissement ont été effectuées pour un nouveau lot de 15 boîtiers électroniques BGA, encapsulés cette fois ci, avec une résine avant sa péremption et stockés selon les recommandations (du fournisseur), contrairement au lot des 4 boîtiers analysés dans la section 4, dont la résine a été mal conditionnée. Les résultats des nouvelles mesures sont présentés dans les tableaux 4.7 et 4.8. Comme prévu, la résine est un paramètre de conception très influent : le gauchissement des boîtiers BGA est deux fois plus important lorsque la résine est mal conditionnée.

Package n°	Warpage (μm)	Package n°	Warpage (μm)
1	35.5	9	46.1
2	40.1	10	37.3
3	39	11	52
4	44	12	51.3
5	44	13	44.9
6	41.5	14	46.8
7	42.8	15	39.8
8	52.9		

TABLE 4.7: Gauchissement mesuré via le microscope

	Moyenne	Ecart type	Maximum (smiley)	Minimum (crying)
Warpage (μm)	43.9	5.3	52.9	35.5

TABLE 4.8: Moments du gauchissement mesuré

4.2.6 Résultats des simulations Vs résultats des mesures

La figure 4.9 est une synthèse des résultats obtenus dans les sections 4.2.4 et 4.2.5. En effet, nous avons tracé (sur le même repère) les densités de probabilités du gauchissement du boîtier BGA, évaluées par les voies numérique et expérimentale [20]. Compte tenu de la bonne corrélation entre les deux résultats, on ne peut qu'affirmer que notre modèle numérique (modèle EF Ansys allié à la méthode

de Monté Carlo) est en mesure de caractériser correctement le gauchissement des boitiers électroniques.

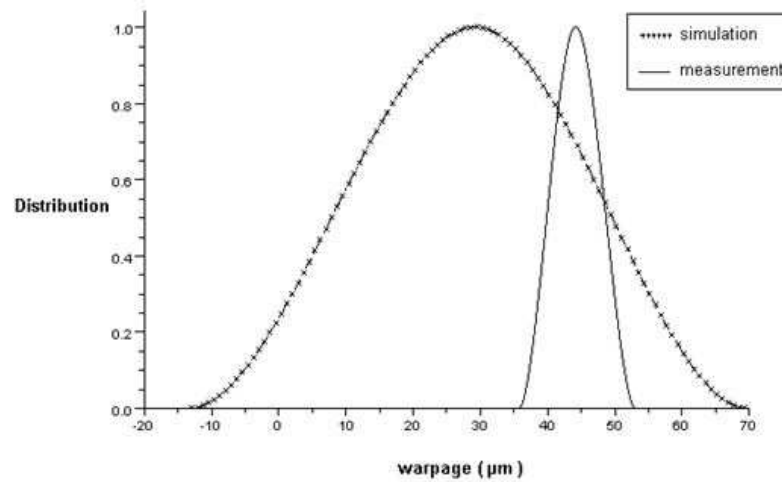


FIGURE 4.9: Densité de probabilité par simulation Vs Densité de probabilité par mesures via microscope

4.2.7 Analyse de fiabilité

La défaillance est construite sur le constat que le taux de déformation ne doit pas dépasser une certaine valeur prise d'une façon arbitraire. La fonction d'état limite peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$\begin{aligned} G &= \epsilon_{max} - \epsilon \\ \epsilon_{max} &= 46\mu m \end{aligned} \quad (4.7)$$

Les résultats des calculs pour l'estimation des indices de fiabilité et probabilités de défaillance sont montrés dans le tableau ci-dessous :

	Monte Carlo	Form	Sorm
CTE	-	2.6620e-5	2.6620e-5
β	-	-1.2	-1.2
P_f	0.124	0.1154	0.1154

TABLE 4.9: Résultats de l'analyse de fiabilité

4.2.8 Conclusion

La méthodologie adoptée nous a permis de calibrer le microscope à haute précision selon les recommandations internationales. La résine d'encapsulation des boîtiers électroniques de type BGA constitue en fait le paramètre de conception le plus influent. En effet, en phase de mesure, nous avons constaté que le gauchissement est deux fois plus important, lorsque la résine est mal conditionnée et/ou expirée, chose qui nous a encouragés à considérer les propriétés matériau de ladite résine comme variables aléatoires à intégrer dans le modèle numérique. Cette approche a rendu la simulation plus réaliste et a abouti à dégager une assez bonne corrélation entre la mesure et la simulation.

En résumé, deux outils à savoir le modèle numérique et le microscope à haute précision ont été utilisés et validés pour prédire et mesurer le gauchissement des boîtiers BGA d'une manière non-coûteuse, fiable et rapide. En effet, le modèle numérique, basé sur la méthode des éléments finis permet de simuler le comportement thermomécanique des boîtiers électroniques. De même, un plan d'expériences peut être effectué numériquement pour obtenir des directives concernant le choix des matériaux et les dimensions optimisées à adopter pour concevoir un produit fiable. Le microscope à haute précision, quant à lui, permet d'asseoir une analyse efficace du gauchissement des boîtiers BGA, lors de la phase de prototypage.

A la fin une étude de fiabilité a été menée en vue de calculer la fiabilité de défaillance avec les méthodes de Monte-Carlo et Form/Sorm. Et les résultats obtenus par Form/Sorm se sont avérés conformes avec ceux de Monte-Carlo.

4.3 Application 2 : Optimisation fiabiliste des packages électroniques BGA, avec utilisation du modèle de substitution de krigeage

4.3.1 Introduction

Les packages BGA sont largement utilisés dans les produits électroniques, car ils peuvent répondre à de nombreuses exigences, du fait des atouts qu'ils présentent en termes notamment de leur haute densité d'E/S, de leur taille réduite et de leur grande performance. La structure du BGA est représentée à la figure 4.10.

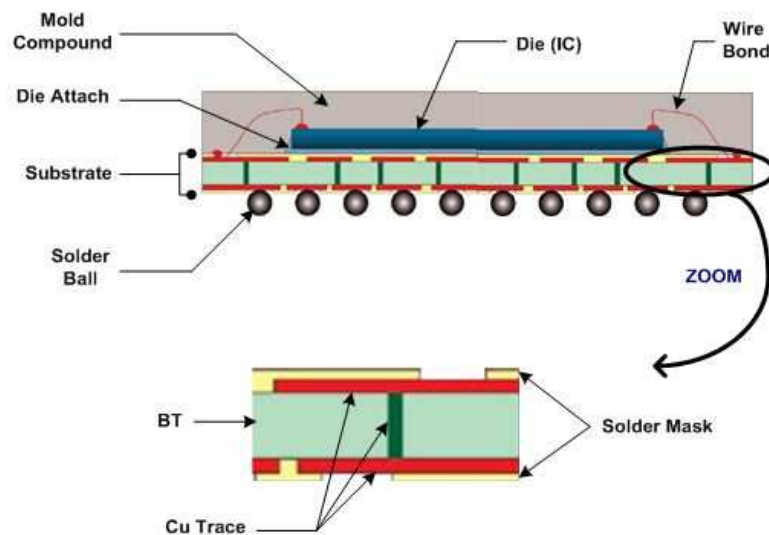


FIGURE 4.10: Structure du package BGA

Dans un boîtier BGA, les joints de brasure réalisent la fonction des supports mécaniques et permettent également de réaliser une interconnexion électrique. Les joints de brasures constituent des éléments importants pour le bon fonctionnement des produits électroniques. Les BGAs sont exposés à diverses contraintes d'ordre thermomécaniques, générées par les changements de température, imputables aux cycles de mise sous / hors tension ou aux variations des charges opérationnelles. Cette situation à laquelle s'ajoute les différences dans les coefficients de dilatation thermique exposera les joints de brasure à des charges qui peuvent entraîner leur fissuration et par conséquent la défaillance de tout le package. La défektivité

des joints de brasure n'est pas un fait accidentel, mais se produit de manière très fréquente. C'est la raison pour laquelle de nombreuses études ont été menées dans ce sens, en vue de prédire la durée de vie des joints de brasure [BBAEH17] et améliorer leur performance.

Plusieurs auteurs dont notamment [WHP15] [DKMA14] ont développé un modèle basé sur la méthode MEF et sur les mécanismes de défaillance des joints de brasure soumis à une charge thermique. Les simulations initiées sont couplées à un outil d'optimisation numérique multi-paramètres, basé sur une Méthode de Programmation Quadratique Séquentielle, afin d'optimiser la fiabilité thermique des joints de brasure par minimisation de la contrainte thermique.

Les outils de simulation développés par lesdits auteurs sont basés sur une approche déterministe et ne tiennent donc pas compte des incertitudes liées à la géométrie, aux propriétés matériaux, aux conditions aux limites ou les charges. Ces incertitudes ont une influence sur la durée de vie des joints de brasure. D'où la nécessité de formuler le problème en termes probabilistes et ce, dans le but d'étudier la sensibilité de la réponse du modèle à la variabilité aléatoire des paramètres d'entrée et de mener une étude d'optimisation fiabiliste du package.

Ces méthodes d'optimisation fiabiliste présentent un inconvénient au niveau du coût de calcul énorme nécessaire pour appliquer les algorithmes de fiabilité et d'optimisation fiabiliste. Aussi, pour remédier à ces contraintes, nous avons utilisé le modèle du krigeage, qui nous a permis de bâtir un modèle de substitution, qui rallie efficacité et précision. Par conséquent, une analyse de fiabilité peut être menée avec exactitude et dans un temps extrêmement court, via les méthodes de simulation FORM/SORM, couplées avec le modèle de krigeage. A la fin, l'analyse de fiabilité est associée dans le processus d'optimisation, en vue d'améliorer la performance et la fiabilité de la conception structurelle du joint de brasure.

La méthodologie suivie dans le présent travail s'articule autour de 3 étapes décrites comme ci-après [BAEHB17] :

- La première étape de ce travail consiste à développer un modèle éléments finis du packages BGA, avec utilisation d'un modèle global et local fondés sur la loi viscoplastique d'Anand et le modèle de Darvaux, en vue de prédire la durée de vie des joints de brasure.

- Concernant la deuxième étape, celle ci a porté sur une analyse de fiabilité, en vue de calculer la probabilité de défaillance. Or, cette analyse fiabiliste s'est avérée contraignante en termes de temps de calcul, du fait de la complexité du modèle éléments finis. Pour remédier à cette situation, nous avons utilisé le modèle de substitution du krigeage, afin d'approximer notre modèle éléments finis.
- Quant à La troisième et dernière étape, celle ci vise à décrire la méthodologie d'optimisation de la conception fondée sur la fiabilité, afin d'optimiser la performance des joints de brasure, en minimisant la probabilité de défaillance du système sous la contrainte du coût. La résolution de ce problème est réalisée à l'aide d'un algorithme de programmation RBDO séquentiel.

4.3.2 Modèle de prédiction de la Durée de vie, soumis aux cycles thermiques

La fatigue des joints de brasure est le principal mécanisme de défaillance sous cycle thermique des boîtiers BGA. Aussi, pour prédire la durée de vie de la couche de brasure dans les modules de puissance et d'autres types de packages électroniques, plusieurs modèles ont été développés à cet effet. Mais, celui proposé par Darvaux [DB92] constitue l'un des critères de défaillance largement utilisé pour la prédiction de la fatigue thermique à faible cycle. En effet, ce modèle décrit la relation entre la densité moyenne de travail plastique par cycle ΔW et le nombre de cycles d'initiation de fissure N_0 et la vitesse de propagation de la fissure da/dN :

$$N_0 = K_1 \Delta W^{K_2} \quad (4.8)$$

$$\frac{da}{dN} = K_3 \Delta W^{K_4} \quad (4.9)$$

K_1	7100 cycles/psi ^{K₂}
K_2	-1.62
K_3	2.76×10^{-7} in./cycle/psi ^{K₄}
K_4	1.05

TABLE 4.10: Les valeurs des constantes empiriques utilisées dans la prédiction de la durée de vie en fatigue mécanique

Où K_1, K_2, K_3 et K_4 sont les constantes empiriques telles que représentées dans le tableau 1 et a est la longueur de la fissure. Ainsi, la durée de vie N_t^f peut être obtenue comme suit :

$$N_t^f = N_0 + \frac{a}{da/dN} \quad (4.10)$$

Le paramètre ΔW est défini comme suit :

$$\Delta W = \frac{\sum_{i=1}^n \Delta W_i \cdot V_n}{\sum_{i=1}^n V_n} \quad (4.11)$$

Où ΔW_i désigne la densité de travail visco-plastique dans le i ème élément dans FEA, dont le volume est noté V_n .

Pour calculer avec précision ΔW dans l'équation 4.11 , un modèle éléments finis, assorti d'une description précise, tenant compte du comportement de déformation dépendant du temps et de la température de la brasure est donc nécessaire. Parmi les différents modèles constitutifs dépendants du temps et de la température pour la brasure dans les modules de puissance figure le modèle viscoplastique introduit par Anand [Ana82] qui est largement utilisé.

Le modèle Anand se compose de deux équations différentielles couplées qui lient la vitesse de déformation inélastique au taux de résistance à la déformation. L'équation de la vitesse de déformation est :

$$\dot{\epsilon}_p = A \left[\sinh \left(\frac{\xi \sigma}{S} \right) \right]^{\frac{1}{m}} e^{-Q/RT} \quad (4.12)$$

Où $\dot{\epsilon}_p$ est la vitesse de déformation inélastique, A est une constante, ξ est le multiplicateur de contraintes, σ est la contrainte, S est la résistance à la déformation, R est la constante de gaz, m est la sensibilité du taux de déformation, Q est l'énergie

d'activation, et T est la température absolue. L'équation qui définit le taux de résistance à la déformation est :

$$\dot{S} = \left\{ h_0 (|B|)^a \frac{B}{|B|} \right\} \dot{\epsilon}_P \quad (4.13)$$

Où

$$B = 1 - \frac{S}{S^*} \quad (4.14)$$

$$S^* = \widehat{S} \left[\frac{1}{A} \dot{\epsilon}_P e^{-Q/RT} \right]^n \quad (4.15)$$

Où S^* est la valeur de saturation de S , \widehat{S} est le coefficient de valeur de saturation de résistance à la déformation, et n est la sensibilité de vitesse de contrainte. A partir du développement des équations précédentes, il y a 9 paramètres matériels qui doivent être définis dans le modèle Anand. Le tableau II présente ces paramètres pour l'alliage SAC305 utilisés dans ce travail. [CWDX06].

Paramètre	Description	Valeur
S_0 (MPa) :	Valeur initiale de la résistance à la déformation	45.9
Q/R (K^{-1}) :	Energie d'activation/Constante de Boltzmann	7460
A (s^{-1}) :	Facteur pré-exponentiel	5.87×10^6
ξ :	Multiplicateur de stress	2.0
m :	Taux de sensibilité à l'effort de stress	0.0942
h_0 (MPa) :	Constante de durcissement	9350
\widehat{S} (MPa) :	Coefficient de la valeur de saturation à la résistance de déformation	58.3
n :	sensibilité à la vitesse de déformation	0.015
a :	Taux de sensibilité à l'effort du durcissement	1.5

TABLE 4.11: Paramètres du modèle d'anand du SAC305

Modèle éléments finis

Comme dans toute analyse MEF, celle-ci est entamée par la génération du modèle, suivie par la simulation des cycles thermiques et la transition du modèle global au sous-modèle local, pour se terminer par le calcul de la durée de vie.

Pour ce faire, un modèle éléments finis global en 3D du BGA $10 \times 10 \text{ mm}^2$ a été élaboré sous ANSYS ADPL 16 dont les paramètres structuraux et les propriétés matériaux figurent respectivement dans le tableau 4.12, la figure 4.11 et le tableau 4.13.

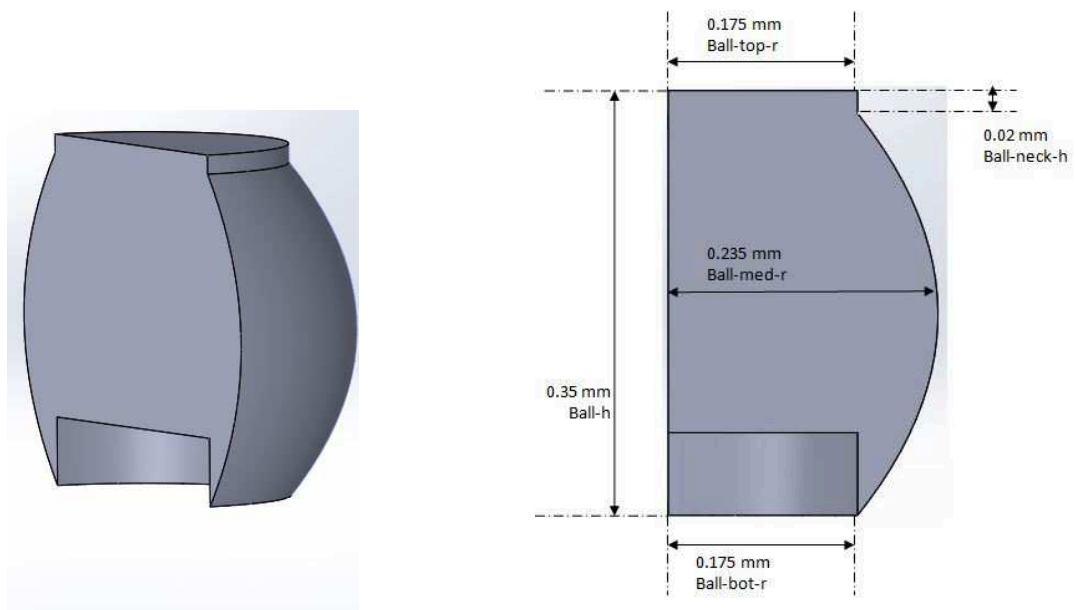


FIGURE 4.11: Dimensions du joint de brasure

Couche	Taille (mm^2)	Epaisseur (mm)
Substrate	10×10	0.2
Die attach	7×7	0.03
Die (I.C.)	7×7	0.29
Over mold (E.M.C.)	0×10	0.265
Top & Bot. Cu	10×10	2×0.018
Top & Bot. Solder Mask	10×10	2×0.02
Opening / Pads	0.225 / 0.254	0.018

TABLE 4.12: Dimensions du BGA

Material	Poisson Coefficient	T_g (°C)	Young Modulus (Mpa)	C.T.E. (ppm/°C)
Substrate	0.19	185	28000	$CTE1_{x,y} = 14$
				$CTE1_z = 35$

				$CTE2_{x,y} = 5$
Die attach	0.4	42	410/60/40/70/120	$CTE1_{1,2} = 48/140$
			@ 25/100/150/200/250°C	
Die	0.279	--	131e3/130e3 / 129e3	2.36/2.89/3.3/ 3.61
			@ 20/0/227°C	@ -73/52/152/227°C
Mold compound	0.35	120	20000 / 500	$CTE1_{1,2} = 11/45$
			@ 25/215°C	
Cu	0.344	--	128900	16.7
SMask	0.467	104.8	3500	$CTE1_{1,2} = 60/160$

TABLE 4.13: Propriétés matériaux du BGA

Par la suite, nous avons utilisé un maillage paramétré, afin d'augmenter la robustesse et la précision des résultats. De même, pour réduire le temps de calcul, seulement 1/8 du package est modélisé, en raison de la symétrie. Le BGA étudié se compose de 8 matériaux à savoir : Substrat, Die attach, Die, Over mold, Cu, Solder Mask, FR4 et les joints de brasure. Ces joints de brasure ont été considérés comme un matériau viscoplastique et modélisés par l'élément SOLID185. Quant aux autres matériaux, ceux-ci sont considérés comme étant élastiques et modélisés par l'élément SOLID45.

ELEMENTS
MAT NUM

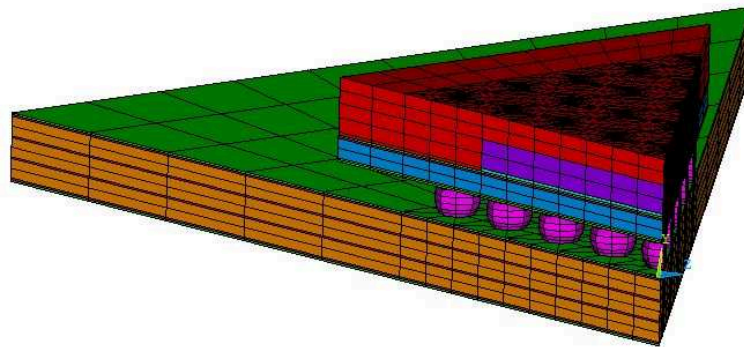


FIGURE 4.12: Modèle éléments finis global du BGA

Concernant les charges de températures cycliques, celles-ci varient entre -40°C et 125°C avec une montée en régime de 4 minutes, une descente de 6 minutes, un temps d'arrêt de 10 minutes à la température maximale et à la température minimale. La température de référence (sans sollicitation) est de 25°C . Quatre cycles thermiques sont réalisés, afin d'obtenir un cycle d'hystérésis contrainte-déformation stable.

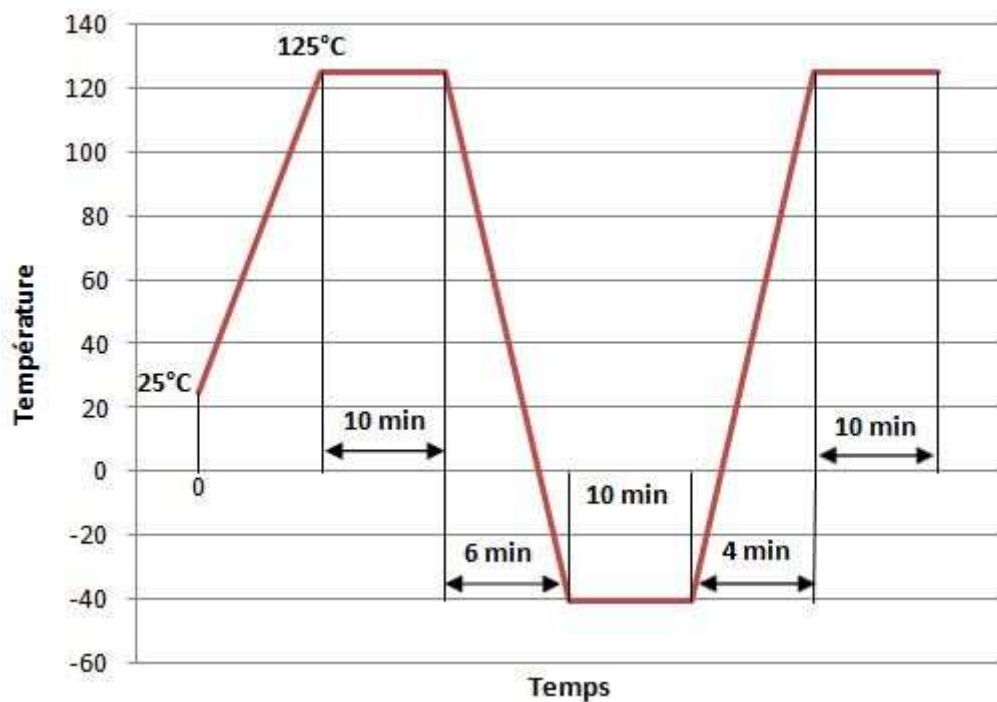


FIGURE 4.13: Description du cycle thermique

Une fois le calcul du modèle global est terminé, on doit identifier le joint de brasure le plus critique, sur la base de la valeur maximale du travail plastique qui constitue un critère d'identification.

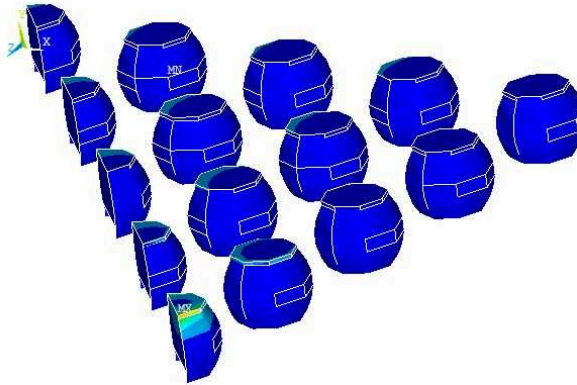


FIGURE 4.14: Travail plastique à la fin du cycle thermique

Il ressort que le joint de brasure externe sur la diagonale du package identifié est clairement le plus critique (figure 4.14). Ensuite, nous avons créé un sous modèle local qui nous a permis d'avoir des résultats plus précis du joint de brasure le plus critique (figure 4.15). Les conditions aux limites de ce sous modèle sont déterminées à partir de la solution du modèle global et appliquées au sous modèle par l'utilisation de la méthode d'interpolation. Une fois que le champ de déplacement est interpolé au sous modèle, nous avons appliqué les cycles thermiques.

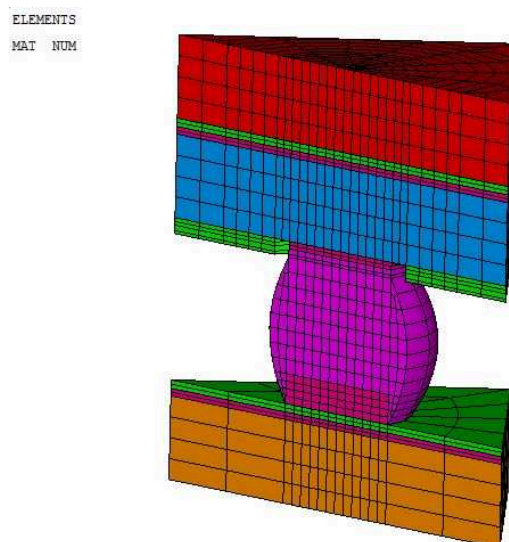


FIGURE 4.15: Sous modèle local

Après obtention du résultat du sous-modèle, nous avons tracé un graphique du joint de brasure à la fin du cycle thermique. Aussi, nous avons constaté que le côté du package est le plus critique et donc la prédiction de la durée de vie sera effectuée pour ce côté (figure 4.16).

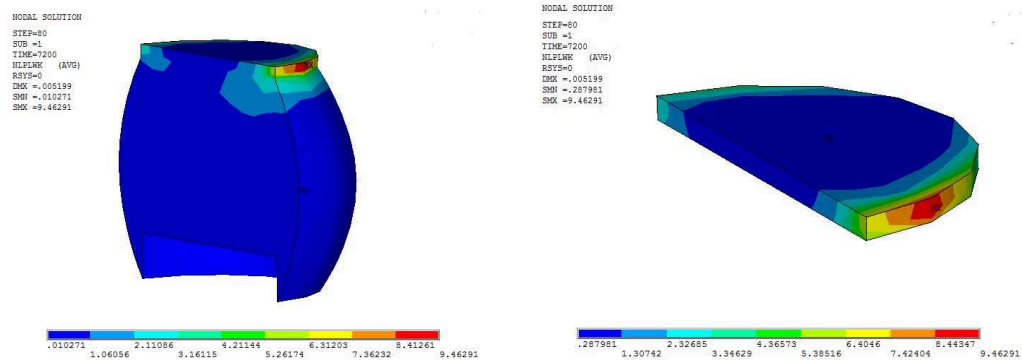


FIGURE 4.16: Travail plastique dans le sous modèle

Les résultats issus des simulations sont rassemblés dans le Tableau 4.14. Le nombre de cycles avant l'initiation de la fissure et la durée de vie du boîtier sont calculés à l'aide de la méthodologie de Darveaux décrite précédemment.

nombre de cycles avant l'initiation du crack	111 cycles
durée de vie	745 cycles

TABLE 4.14: Résultats de simulation

4.3.3 Analyse de fiabilité

En principe, le nombre de cycles avant l'initiation de la fissure soit « 111 cycles » ne doit pas être inférieur à une valeur prédéfinie. Mais, dans la réalité les incertitudes exercent une influence considérable sur la durée de vie des joints de brasure. Et la valeur dégagée du fait de ces incertitudes peut être supérieure au seuil exigé, entraînant par conséquent la défaillance du système.

C'est pour cette raison que l'analyse purement déterministe a été remplacée par une analyse probabiliste, qui prend en considération ces incertitudes. Le but recherché vise à étudier la sensibilité de la réponse du modèle à la variabilité aléatoire des paramètres d'entrée, afin de sélectionner les variables les plus significatives qui

influent sur l'état du système. Les autres variables qui jouent un faible rôle sont supposées déterministes. A la suite de cette étude de sensibilité, une analyse de fiabilité sera menée.

Analyse de sensibilité

L'analyse de sensibilité relative au joints de brasure, qui a concerné les propriétés matériaux est décrite dans la figure 4.17. Il ressort que le CTE du joint de brasure ainsi que ξ (multiplicateur de stress) et k_2 impactent négativement le nombre de cycles avant initiation de fissure des joints de brasure. Alors que l'augmentation des paramètres S_0 (Valeur initiale de la résistance à la déformation) augmentent la durée de vie. Les autres paramètres n'exercent aucune incidence.

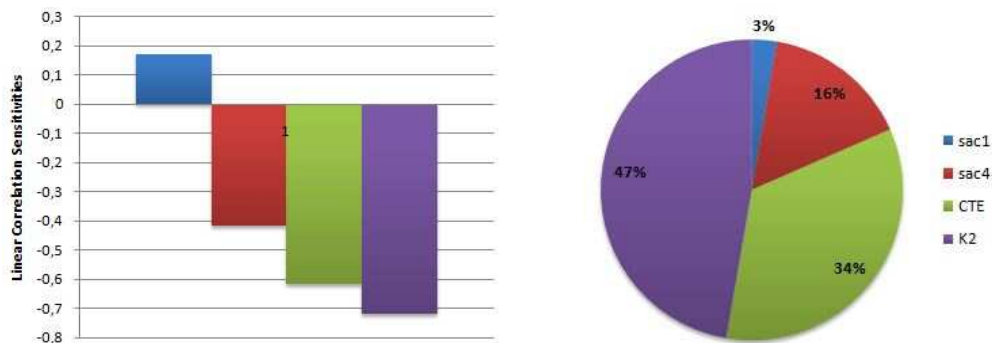


FIGURE 4.17: Analyse de sensibilité

Probabilité de défaillance

La défaillance est basée sur le fait que le nombre de cycles avant initiation de fissure ne doit pas être inférieur à $N_0 = 100$ cycles. La fonction de performance peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$G(X) = 1 - \frac{N_0}{N_{fcalc}} \quad (4.16)$$

Les lois de probabilités et les paramètres des variables aléatoires les plus influents sont listés dans le tableau 4.15.

Description de la variable	variable	loi de probabilité	moyenne	écart type
coefficient de dilatation thermique	CTE	normal	2.50E-05	0.15e-6
Valeur initiale de la résistance à la déformation	S_0	normal	45.9	0.3
multiplicateur de stress	ξ	normal	2	0.02
K2	K2	normal	-1.62	0.045

TABLE 4.15: Paramètres probabilistes des variables aléatoires

Les résultats des calculs pour les points de conception et l'estimation des indices de fiabilité et probabilités de défaillance sont montrés dans le tableau ci-dessous :

Variabes	Point de conception(Form)	Point de conception(Sorm)
CTE	0.0000249	0.0000249
ξ	2.005	2.005
S_0	45.9	45.9
K_2	-1.659	-1.66
β	0.889	0.861
P_f	18,69%	19,44%
Niveau de fiabilité	81.31%	80.56%

TABLE 4.16: Résultats de l'analyse de fiabilité

On peut conclure que les résultats obtenus par les deux méthodes Form et Sorm sont avérés conformes. De même, il est précisé que la probabilité de défaillance calculée est de l'ordre de 18.69% et le niveau de fiabilité est de 81.31%.

4.3.4 Optimisation de la conception basée sur la fiabilité

Deux cas de figures peuvent faire l'objet d'une optimisation structurelle basée sur la fiabilité soit : Le coût (volume, poids, etc) ou la fiabilité. Concernant le coût (éventuellement le coût initial et le coût anticipé des défaillances), celui-ci est réduit au minimum sous réserve d'une fiabilité minimale ainsi que d'autres exigences de performance (CRP) données. Alors que la fiabilité est maximisée sous réserve d'un coût maximal ainsi que d'autres exigences de performance (RCP) données. Ces deux problèmes peuvent être respectivement formulés comme suit :

CRP : $\min C(d, \beta(d))$
 s.t. constraints on design and cost parameters
 constraints for reliability simple bounds

Et

RCP : $\min P_f(d)$
 s.t. constraints on design and cost parameters
 constraints for reliability simple bounds

Dans cette étude, l'objectif visé consiste à minimiser la probabilité de défaillance ou à maximiser la fiabilité des joints de brasure sous les contraintes structurelles du volume. Dans ce problème, nous avons 8 variables d'optimisation : 4 variables aléatoires X_r et 4 variables de conception X_d (ball-h, ball-neck, ball-med-r et ball-top-bot-r). En utilisant le modèle classique, le problème d'optimisation peut être écrit en deux sous-problèmes décrit dans la figure 4.18 :

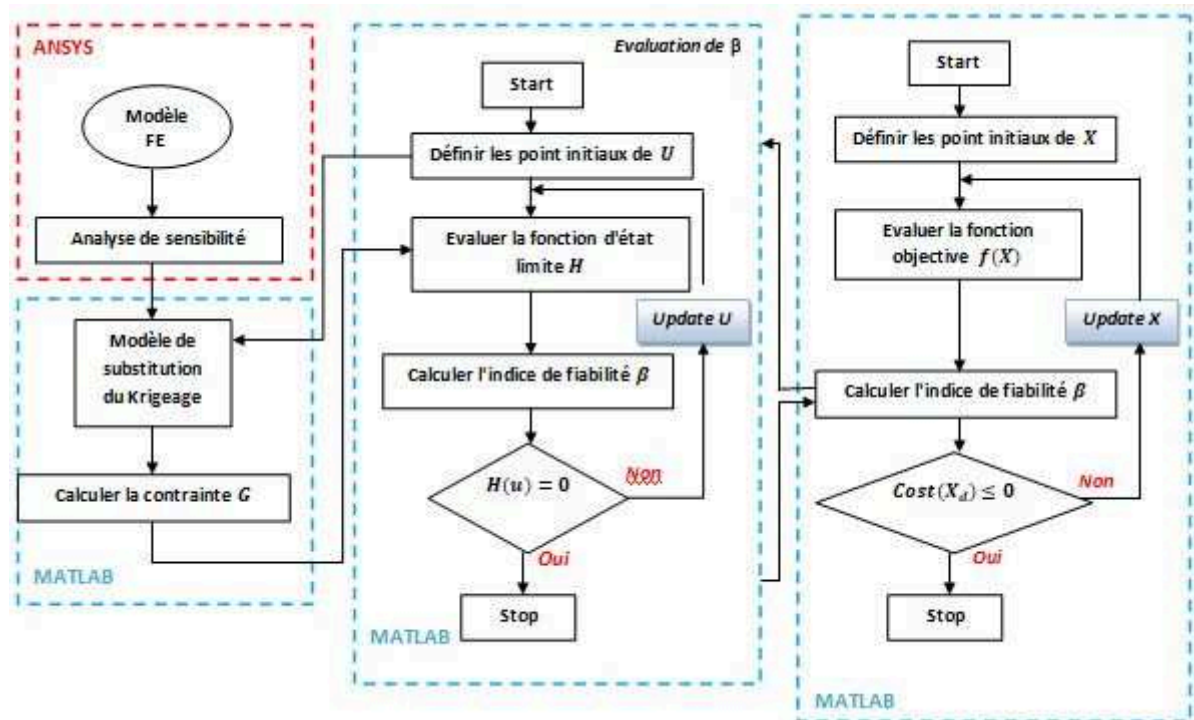


FIGURE 4.18: algorithme RBDO

1. problème d'optimisation soumis à la contrainte des coûts :

$$\begin{aligned} \text{Find} \quad & X_d = [X_{d1} \dots X_{dn}] \text{ and } X_r = [X_{r1} \dots X_{rn}] \\ \text{Such that to minimize} \quad & P_f = Pr[G(X_d, X_r) \leq 0] \\ \text{Subjected to} \quad & \text{cost}(X_d) \leq C_0; X^{lb} \leq X_d \leq X^{ub} \end{aligned}$$

2. Calcul de l'indice de fiabilité :

$$\min : d(u) = \sqrt{\sum_j u_j^2} \text{ subject to } 1 - \frac{N_0}{N_{calc}} \leq 0 \quad (4.17)$$

Où C_0 est le coût admissible, qui est une fonction d'un vecteur de la variable de conception X_d . $Pr[.]$ est l'opérateur de probabilité et P_f est la probabilité de défaillance correspondant à la fonction de performance G . Le problème RBDO consiste à trouver la conception vectorielle X_d , qui minimise la probabilité de défaillance du joint de brasure sous la contrainte du coût correspondant au volume structurel.

La solution de ces deux problèmes est réalisée, en utilisant la technique d'optimisation programmation quadratique séquentielle SQP .

Aussi, le tableau 4.17 ci-dessous laisse apparaitre la conception optimale et initiale. De même, il ressort dudit tableau que les résultats obtenus montrent que la probabilité de défaillance a été minimisée. Elle est passée de 18.69% à 0.21%. Alors que le volume des joints de brasure est réduit de 0.045 à 0.038, soit un taux de réduction de 15.5%. Quant au niveau de fiabilité, celui ci s'élève à 99.79% après avoir été initialement de l'ordre de 80.31% et ce, grâce à la nouvelle conception.

Quant aux nombre de cycles avant initiation de fissure et la durée de vie, ceux ci ont passé respectivement de 111 à 169 cycles et de 745 cycles à 1000 cycles, soit un taux de progression respectif de 52% et 34%. Par ailleurs, La figure 4.19 montre la nouvelle conception et la nouvelle distribution de contraintes, après application de la procédure d'optimisation basée sur la fiabilité.

variables	point initial	point optimal
ball-h	0.35	0.3736
ball-neck	0.02	0.0165
ball-med-r	0.235	0.2
ball-top-bot-r	0.175	0.18
Volume	0.045	0.038
N0	111	169
Nf	745	1000
P_f	18.69%	0.21%
Niveau de fiabilité	80.31%	99.79%

TABLE 4.17: résultats de l'optimisation fiabiliste

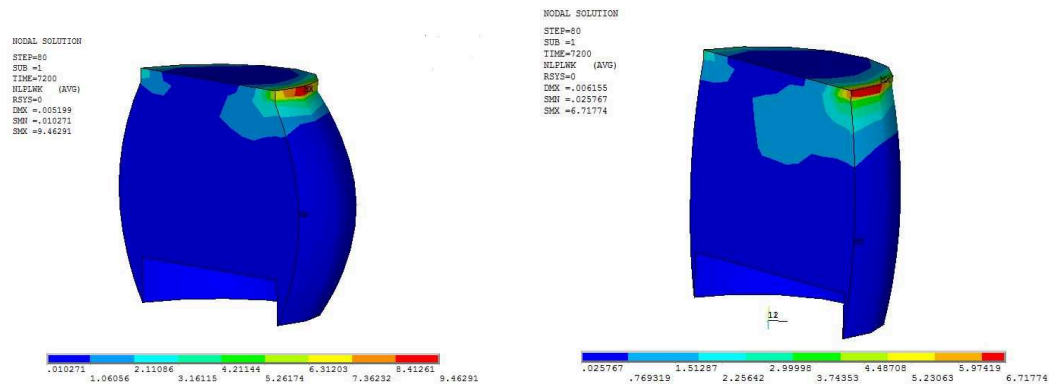


FIGURE 4.19: Travail plastique avant et après l'optimisation fiabiliste

4.3.5 Conclusion

Dans cette section, nous avons suivi une méthodologie d'optimisation basée sur la fiabilité, combinée à une analyse, via la méthode des éléments finis, en vue de minimiser la probabilité de défaillance sous la contrainte du volume du joint de brasure. Cette analyse éléments finis a été menée sur la base de deux modèles en 3D Global et Local. Le modèle global est réalisé, afin d'identifier la position du joint de brasure le plus critique et de calculer le champ de déplacement dudit joint de brasure. Tandis que le modèle local a été élaboré pour prédire la durée de vie. Aussi, compte tenu de la contrainte du temps énorme généré par cette méthodologie, nous avons utilisé le modèle de substitution du krigeage, du fait des avantages qu'il

présente en termes de précision et de gain du temps de calcul.

L'analyse de fiabilité ainsi menée s'est avérée très utile pour prédire les effets des incertitudes liées aux propriétés matériaux sur le nombre de cycles avant l'initiation de la fissure et la durée de vie des joints de brasure. En outre, l'utilisation d'une méthode d'optimisation de la conception basée sur la fiabilité nous a permis, non seulement d'obtenir une conception améliorée avec un niveau de fiabilité élevé soit 99.79% par rapport à la conception initiale qui était égale à 80.31%, mais aussi de minimiser la probabilité de défaillance et le volume des joints de brasure.

4.4 Application 3 : Analyse de fiabilité efficace relative au comportement Thermique d'un Package Electronique de type QFN, avec utilisation du modèle de substitution de krigeage avancé

4.4.1 Introduction

Les packages Quad plat no-lead (QFN) figure 4.20 jouissent d'une grande réputation commerciale, du fait de leur performance thermique et leur faible coup de fabrication. Ces atouts leur confèrent une grande compétitivité par rapport à d'autres packages électroniques classiques. De même, Les boîtiers QFN disposent de certains avantages notamment en termes de taille réduite, d'un poids léger et des performances électriques leur permettant une intégration facile dans des assemblages impliquant une puissance et une fréquence élevée. Le volume des packages QFN disponibles dans le commerce varie entre $(0,8 \times 1,5 \times 2,0)mm^3$ et $(1,0 \times 9,0 \times 9,0)mm^3$.

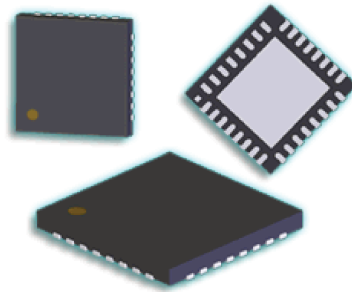


FIGURE 4.20: Package électronique QFN

Pratiquement, lorsqu'on alimente les circuits intégrés, ils génèrent de la chaleur par effet de joule, ce qui va causer une augmentation de la température de jonction. Aussi, pour maintenir cette température au-dessous du seuil autorisé, une dissipation efficace de la chaleur s'avère primordiale. Pour remédier à cette problématique, l'évaluation de la résistance thermique, lors de la phase de conception constitue un élément important pour les concepteurs, en vue de développer les performances thermiques des boîtiers électroniques et ce, en réduisant la résistance thermique.

Cette opération permettra d'obtenir une dissipation efficace de la chaleur.

Il convient de noter, à ce propos, que l'étude du comportement thermique des packages QFN, lors de la phase de conception et de l'élaboration des prototypes s'avèrent contraignantes en termes de temps et de ressources matériels. La simulation thermique à l'aide de la méthode des éléments finis, intégrant les recommandations JEDEC, constitue une option alternative qui va permettre aux concepteurs de prédire efficacement les caractéristiques thermiques du package. Pour ce faire, nous avons élaboré un modèle éléments finis en 3D relatif à un package de type QFN pour la résolution de l'équation de la chaleur (PCB + QFN) et le calcul de la résistance thermique.

Toutefois, la mise en œuvre du modèle éléments finis présente certains inconvénients. En effet, la complexité du modèle s'accompagne généralement d'une augmentation du nombre de paramètres. Par ailleurs, tous ces paramètres sont naturellement entachés d'incertitudes au niveau de la géométrie, des propriétés matériaux, les conditions aux limites ou les charges. Ceux ci ont une influence sur le comportement thermique des systèmes électroniques. D'où la nécessité de formuler le problème en termes probabilistes et ce, dans le but d'étudier la sensibilité de la réponse du modèle à la variabilité aléatoire des paramètres d'entrée et de mener une étude de fiabilité du package. [BBAEH16] [BBAEH15]

En effet, une analyse fiabiliste a été menée pour calculer la probabilité de défaillance. Or, cette analyse fiabiliste s'est avérée contraignante en termes de temps de calcul, du fait de la complexité du modèle éléments finis. Pour remédier à cette situation, certaines méthodes d'approximation sur la base des méta-modèles sont proposées. On citera à titre d'exemple : les surfaces quadratiques de réponse, les réseaux de neurones, les machines à vecteurs de support et krigeage. Toutefois, la mise en place de ces méthodes comportent certains inconvénients portant sur le nombre d'échantillons à retenir pour construire les substituts et aussi sur l'impossibilité de prédire l'erreur du modèle de substitution. S'agissant des méthodes basées sur le krigeage traditionnel, celles ci se basent sur la taille des échantillons pour construire le substitut. Quant à la précision du modèle approché, celle-ci dépend des informations fournies par les échantillons donnés. En effet, Si peu d'échantillons sont utilisés, la capacité de prédiction du modèle approximatif serait insuffisante. Par contre, si de grands nombres d'échantillons sont utilisés, la précision peut être

assurée. Mais, le coût de calcul correspondant serait coûteux, en particulier pour les modèles à forte intensité de calcul.

Concernant la méthode de krigeage avancée proposée par [ZLW15], celle-ci débute par un modèle de krigeage initial construit sur la base d'un nombre d'échantillons réduits obtenus aléatoirement. Puis, on utilise la fonction de classification probabiliste pour déterminer la région la plus probable. Ensuite, on sélectionne les échantillons avec un niveau élevé d'incertitude pour enrichir les points d'expérience, afin d'actualiser le modèle. Par ailleurs, la technique *leave-one-out* est utilisée en tant que critère d'arrêt pour affiner le modèle. En choisissant les échantillons subséquents qui se situent dans la région la plus probable avec un point de vue probabiliste, seul un petit nombre d'évaluations de la fonction réelle de l'état limite sont nécessaires pour construire un méta-modèle précis. Après quoi, les méthodes de simulations AKM-MMC, AKM-From et AKM-Sorm sont utilisées pour mettre en œuvre une analyse de fiabilité. A la fin, nous avons comparé les résultats dégagés par AKM-MMC, AKM-From et AKM-Sorm avec les méthodes de couplage directes MEF-Monte-Carlo et MEF-Form et MEF-Sorm. Et les résultats obtenus sont avérés conformes.

4.4.2 Caractérisation thermique du package QFN

La performance thermique d'un package électronique s'effectue au moyen de la « résistance thermique ». Ce paramètre est labélisé par « θ ». Il constitue un indicateur d'évaluation de transfert de chaleur dégagé par le circuit intégré (die). La résistance thermique de la jonction à la température ambiante « θ_{JA} » est communément utilisée pour comparer les performances thermiques des packages électroniques. Elle est évaluée par l'équation (1) avec « T_J » et « T_A » sont respectivement la température de la jonction et la température ambiante.

$$\theta_{JA} = \frac{T_J - T_A}{\text{Power of die}} \quad (4.18)$$

Pour le choix du PCB, les standards JEDEC proposent 3 types de PCB pour l'évaluation de θ_{JA} . Dans la présente étude, nous avons retenu le PCB de type High Effective 1S2P. Les matériaux de base constituant les PCB sont : le FR-4 et le Cu ayant une épaisseur totale de 1,6 mm. Pour plus de détails, veuillez vous référer à la référence [Sta99]

Modèle éléments finis

Le modèle élément finis du boîtier électronique QFN 7 × 7, soudé sur un PCB, a été élaboré avec le logiciel de calcul éléments finis ANSYS APDL 16, en utilisant l'élément Solid70. Le package QFN est composé de 4 matériaux à savoir : Over Mold, Exposed Pad, Epoxy Die attach et GaAs Die 4.21.

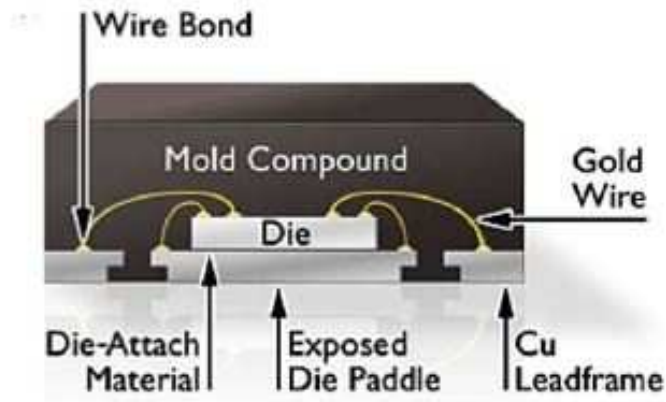


FIGURE 4.21: Quad Flat No leads (QFN)

Concernant les dimensions et les propriétés matériaux constituant le boîtier et le PCB, celles ci sont présentées respectivement dans le tableau 4.18 et 4.19.

	Size (mm)	Thickness (mm)
Exposed Pad	4.8×4.8	0.2
7×4 Leads	0.28×0.6	0.2
Die attach	3.5×2.5	0.025
Die	3.5×2.5	0.11
Over Mold	7.2×7.2	1.25
PCB	114.3× 76.2	1.6
Buried Planes	74.2×74.2	0.035

TABLE 4.18: QFN dimensions

Component	Material	K [w/m.c°]
Die	Si	148
Die Attach	Epoxy	60
Overmold	Epoxy	1.04
Cu	Cuivre	385
PCB	FR4	0.4
Solder	SnAg	55

TABLE 4.19: Conductivité thermique des matériaux dans le QFN

Nous avons opté pour un maillage régulier réalisé grâce à la programmation d'un script paramétrisé dont les éléments sont des parallélépipèdes rectangulaires à 8 noeuds (figure 4.22). Cette démarche nous a permis de maîtriser le nombre de couches de mailles et par conséquent augmenter la précision.

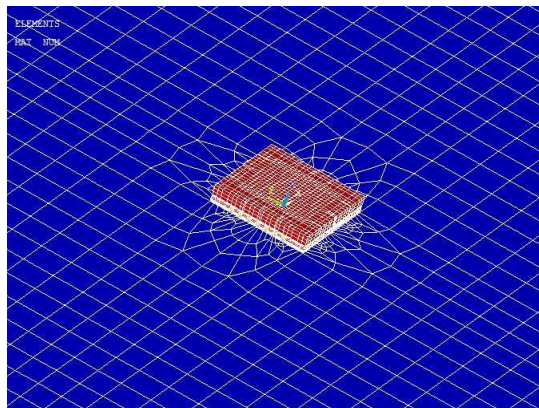


FIGURE 4.22: Maillage du QFN monté sur le PCB

Les chargements et les conditions aux limites appliquées pour réaliser cette étude sont comme suit :

- Charge : la puissance créée (par effet Joule) sur la face supérieure du CI (die);
- Conditions aux limites : convection naturelle avec l'air au repos modélisée via des coefficients de transfert de chaleur.

La Simulation thermique du QFN a été réalisée en supposant que tous les paramètres du problème sont déterministes. La température de jonction sortie du modèle EF est $\ll 59.9^{\circ}\text{C} \gg$. Par conséquent, la résistance thermique du QFN est $\ll 39.9^{\circ}\text{C}/\text{w} \gg$.

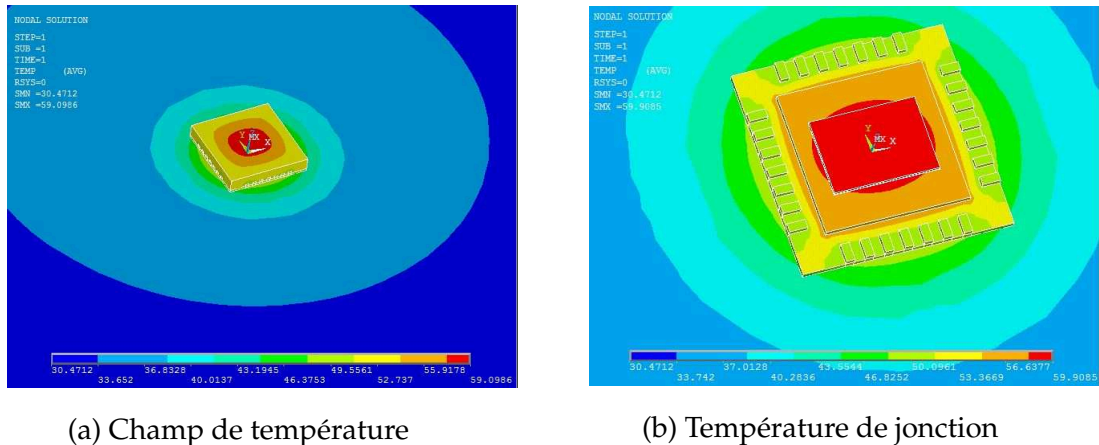


FIGURE 4.23: Résultat du modèle des éléments finis : Champ de température

4.4.3 Analyse de fiabilité avec utilisation du modèle de krigeage avancé

En principe, le résultat de la résistance thermique du QFN obtenu soit « $39.9 \text{ c}^\circ/\text{w}$ » ne doit pas dépasser une valeur prédéfinie. Mais, dans la réalité les incertitudes exercent une influence considérable sur le comportement thermique des systèmes électroniques. Et la valeur dégagée du fait de ces incertitudes peut être supérieure au seuil exigé, entraînant par conséquent la défaillance du système.

C'est pour cette raison que l'analyse purement déterministe a été remplacée par une analyse probabiliste qui prend en considération ces incertitudes. Le but recherché vise à étudier la sensibilité de la réponse du modèle à la variabilité aléatoire des paramètres d'entrée et de mener une analyse de fiabilité.

Il convient de rappeler que la méthode de Monte Carlo offre un moyen sûr pour l'évaluation de la probabilité de défaillance. Toutefois, pour un problème implicite complexe comme le modèle éléments finis ainsi élaboré, cette méthode exige un effort de calcul élevé impliquant un temps énorme pour la réalisation de la méthode de couplage directe MEF-Monte Carlo. Devant cette situation, l'application de la méthode de krigeage avancé constitue une solution alternative pour construire un modèle de substitution de haute qualité qui rallie précision et efficacité avec tout simplement un petit nombre d'appel du modèle élément finis. De même, les méthodes AKM-MMC, AKM-From et AKM-Sorm pourront être mises en œuvre pour mener une analyse de fiabilité efficace.

Résultats de l'analyse de fiabilité

L'analyse de fiabilité a été réalisée en supposant que les paramètres suivants sont "Normal" dont les écarts types et les moyennes sont décrites dans le tableau 4.20 suivant :

Variabiles aléatoires	T_A	heat transfer coefficients	Die power	K-overmold
Moyenne	20	12.2	1	1.04
Ecart type	0.1	0.1	0.03	0.01

TABLE 4.20: Paramètres probabiliste des variables aléatoires

L'échec est basé sur le fait que la résistance thermique ne doit pas dépasser $R_{th,M}$. La fonction de performance peut être écrite comme suit :

$$G = R_{th,M} - R_{th} \quad (4.19)$$

Les études de fiabilité menées par certains auteurs pour le calcul de la probabilité de défaillance avec utilisation du modèle de krigeage avancée se limitaient à comparer les résultats dégagés par le couplage de "MEF-Méthodes de calcul de fiabilité" avec AKM-MMC, et ce pour valider les résultats dégagés par le modèle de substitution. Dans le présent article, nous avons apporté une valeur ajoutée qui consiste à calculer et à comparer la probabilité de défaillance, non seulement avec AKM-MMC, mais aussi avec AKM-Form et AKM-Sorm. Pour ce faire, nous avons apporté certaines modifications au niveau des programmes FORM/SORM développés par nous même.

Aussi, pour s'assurer de la pertinence du modèle de substitution AKM, nous avons comparé les résultats dégagés avec AKM-MMC, AKM-Form et AKM-Sorm avec MEF-MMC et MEF-Form et MEF-Sorm. Et les résultats dégagés, figurant dans les tableaux 4.20, 4.21 et la figure 4.24, sont avérés exacts.

Mean $R_{th,M}$	MEF-MMC		AKM-MMC	
	10^4 MEF call	Time \approx 42hour	20 MEF call	Time \approx 14 min
37		0.9925		0.9916
38		0.9423		0.9435
39		0.7730		0.7765
40		0.4737		0.4714
41		0.1873		0.1813
42		0.0383		0.0403
43		0.0053		0.004

TABLE 4.21: Résultats de l'analyse de fiabilité avec Monte Carlo

methods	$R_{th,M}$	$R_{th,M}$						
		37	38	39	40	41	42	43
MEF-Form	P_f	0.9921	0.9434	0.7742	0.4697	0.1828	0.0415	0.0052
	β	2.412	1.5837	0.7525	0.0761	0.9048	1.7332	2.5629
AKM-Form	P_f	0.9921	0.9432	0.774	0.4693	0.1826	0.0415	0.0052
	β	2.4121	1.582	0.7521	0.077	0.9053	1.7337	2.5624
MEF-Sorm	P_f	0.9921	0.9434	0.7742	0.4697	0.1828	0.0415	0.0052
	β	2.4124	1.5837	0.7525	0.0761	0.9048	1.7332	2.563
AKM-Sorm	P_f	0.9921	0.9432	0.7735	0.4694	0.1826	0.0414	0.0052
	β	2.4157	1.5819	0.7503	0.0767	0.9054	1.7346	2.5627

TABLE 4.22: Résultats de l'analyse de fiabilité avec de FORM / SORM

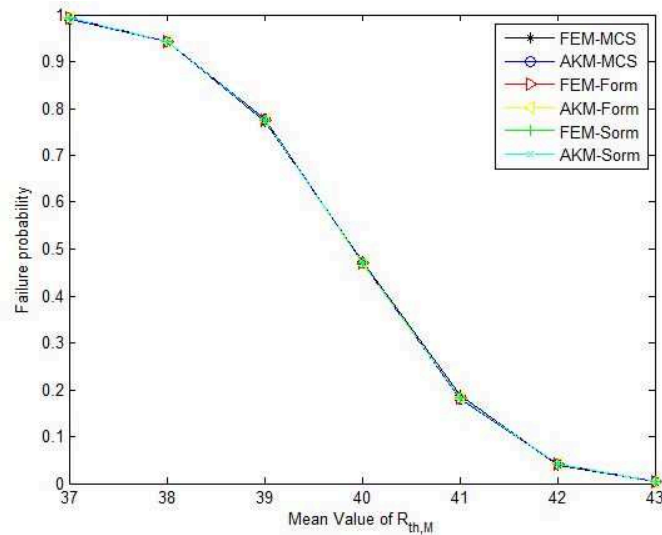


FIGURE 4.24: Comparison de P_f avec les six méthodes utilisées

De même, il est précisé que l'utilisation de la méthode du krigeage avancée dans l'analyse fiabiliste présente un avantage en terme de temps de calcul de la probabilité de défaillance. En effet, cette probabilité de défaillance a été calculée avec précision et dans un temps extrêmement court, soit 13.5min. Alors que cette probabilité de défaillance calculée avec la méthode MEF-MMC a nécessité un temps de calcul énorme soit 41.6Heures.

4.4.4 Conclusion

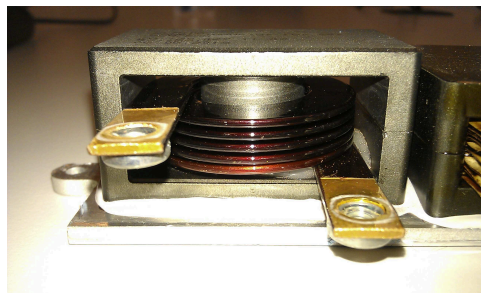
Dans le cadre de cette application, nous avons apporté une contribution visant l'adaptation du modèle de substitution de modèle de krigeage avancé dans l'analyse de fiabilité des packages électroniques. Car, d'après la connaissance des auteurs de ce travail, ce modèle de substitution n'a pas encore été appliqué aux packages électroniques. En effet l'application de ce modèle a permis de calculer la probabilité de défaillance avec précision et dans un temps de calcul extrêmement court. soit 13.5min par AKM-MMC contre 41.6heures pour MEF-MMC.

Pour s'assurer de la précision et de l'efficacité du modèle du krigeage avancé, nous avons comparé les résultats dégagés par AKM-MMC, AKM-From et AKM-Sorm avec les méthodes de couplage MEF-Monte-Carlo, MEF-Form et MEF-Sorm. Et les résultats de la comparaison ont permis de vérifier l'efficacité des coûts de calcul et la haute précision de l'approche proposée pour l'analyse de la fiabilité.

4.5 Application 4 : Analyse du comportement thermique et thermomécanique d'un inducteur de puissance par voie expérimentale et numérique, assortie d'une étude fiabiliste

4.5.1 Introduction

L'inducteur de puissance étudié appartient à un système de convertisseur dc-dc. Il est composé d'une bobine en cuivre et un noyau de ferrite. L'utilisation de la ferrite dans la composition de l'inducteur de puissance est due à l'efficacité de ses propriétés magnétiques et électriques. Toutefois, la ferrite comporte un inconvénient d'ordre mécanique, du fait de sa fragilité et de sa sensibilité aux variations de la température [Gol06]. En effet, lors du fonctionnement de l'inducteur de puissance, il est exposé à un fort ampérage (jusqu'à 130A) en alimentation. Cette situation engendre une hausse de température due à la perte de chaleur. Cela va entraîner un mode de défaillance qui se traduit par la rupture du noyau de la ferrite (figure 4.25) [BEHBA16], [BGEA17] .



(a) Inducteur de puissance



(b) Rupture de l'inducteur de puissance

FIGURE 4.25: Inducteur de puissance étudié

La présente étude vise à étudier le comportement thermique et thermomécanique d'un inducteur de puissance, compte tenu de sa grande sensibilité aux contraintes thermiques auquel il est exposé. Pour ce faire, nous avons élaboré un modèle éléments finis d'un inducteur de puissance sous Ansys, en vue de visualiser son

comportement thermique, lors de la variation du courant électrique de 0A à 50A et de calculer aussi le taux de déplacement mécanique engendré par les contraintes thermiques.

Pour conforter et valider les résultats numériques obtenus, des essais expérimentaux ont été préalablement effectués, à l'aide des mesures thermiques avec utilisation des thermocouples et des mesures par la méthode des interférométries optoélectronique de speckles. A noter que les mesures par interférométries optoélectronique de speckles est une technique de mesure optique, présentant l'avantage d'être sans contact physique avec le dispositif sous test et permettant ainsi d'étudier des déplacements très faibles à l'ordre des micromètres, qui résultent des sollicitations thermiques et/ou mécaniques.

Aussi, compte tenu des incertitudes liées aux propriétés physiques des ferrites tels que la conductivité thermique ou le coefficient de dilatation thermique qui peuvent affecter de manière significative les performances de l'inducteur de puissance, il a été décidé de remplacer l'analyse déterministe par une analyse probabiliste qui prend en considération des incertitudes liées à la ferrite. En effet, une étude fiabiliste sur l'inducteur de puissance a été entreprise, moyennant application de trois méthodes d'analyse de fiabilité à savoir : la méthode Monte-Carlo et les méthodes Form/Sorm, afin de calculer la probabilité de défaillance.

4.5.2 Mesures expérimentales

Pour alimenter le modèle numérique thermomécanique, nous avons mesuré de façon synchronisée l'évolution de la température en différents points de l'inducteur et les déplacements subis par les surfaces du noyau de ferrite. Ces mesures ont été appliquées sur un busbar complet et non pas sur un inducteur seul, afin de ne pas bloquer les éventuelles déformations et pour se rapprocher du fonctionnement réel. La figure (4.26) présente les systèmes de fixation du busbar pour les mesures sur le côté et sur le dessus de l'inducteur.

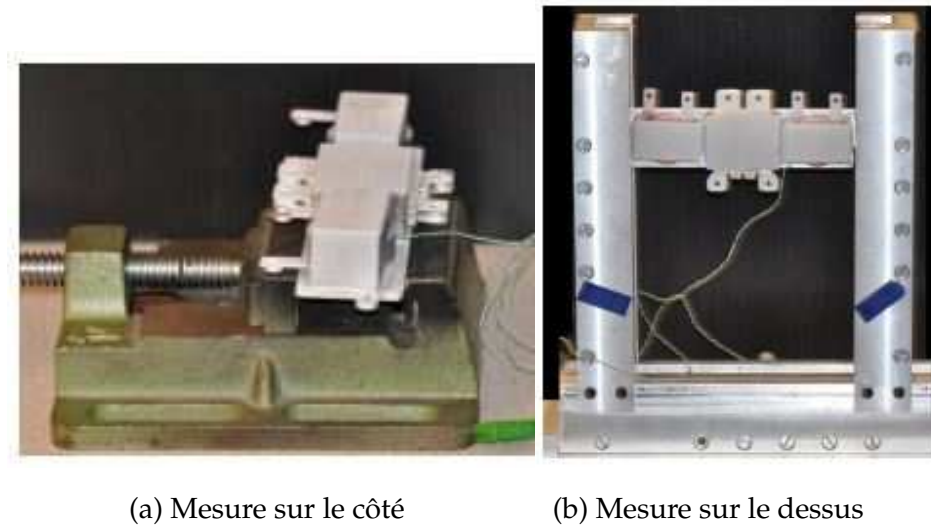


FIGURE 4.26: Fixation du système busbar dc / dc

De même, pour réaliser la sollicitation thermique de la structure, nous avons alimenté l'inducteur par une source de courant. La bobine de l'inducteur a une résistance de l'ordre de $0.82m\Omega$, elle s'échauffe par effet joule et communique cet échauffement au noyau de ferrite. La séquence de sollicitation est décrite par la figure (figure 4.27).

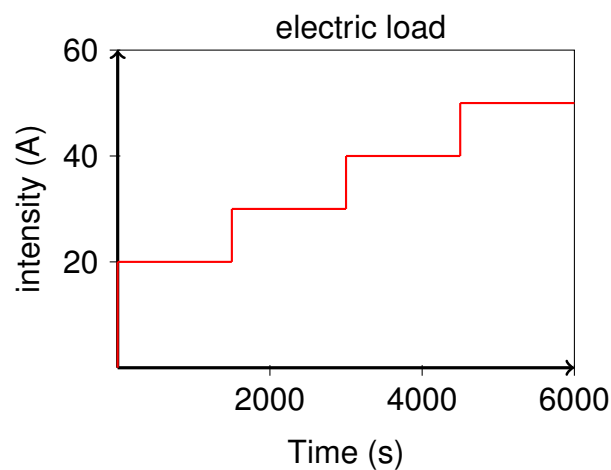


FIGURE 4.27: Charge électrique appliquée

Mesures thermiques

Les mesures de température sont réalisées à l'aide de thermocouples, collés sur plusieurs points de l'inducteur. La figure (figure 4.28) décrit ces points de mesure.

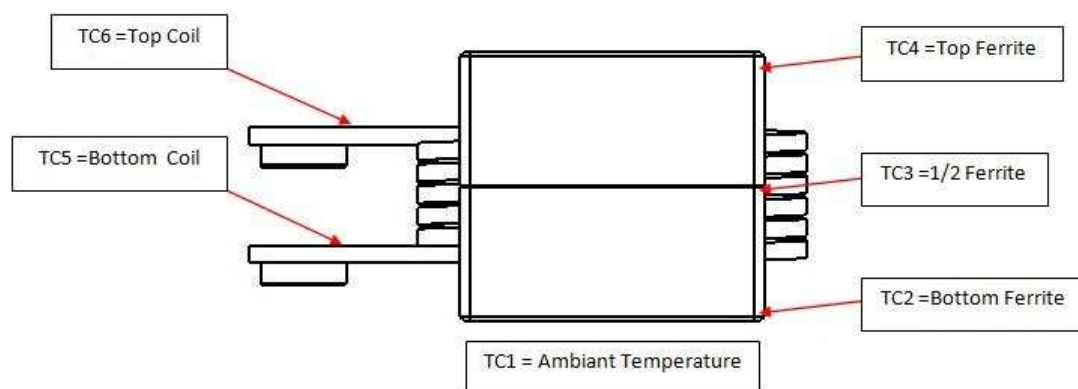


FIGURE 4.28: Position des thermocouples

L'acquisition de ces mesures se fait par l'intermédiaire d'un module TC08 de Pico Technology. Une routine Labview a été développée pour la synchronisation avec l'acquisition d'images.

Mesures optiques

Afin d'obtenir le déplacement de l'ensemble des surfaces du noyau de ferrite, une mesure de champ est nécessaire. Le laboratoire LMN de l'INSA de ROUEN dispose de différents moyens de mesures optiques. L'interférométrie de speckle (IS) a été préférée par rapport aux méthodes de projection de lumière structurée ou de corrélation d'images numériques, par exemple. Les moyens en interférométrie du laboratoire sont décrits dans la référence [BG15]. L'inducteur se déformant de façon lente, le système d'interférométrie de speckle à décalage de phase choisi est une version modifiée d'un système développé par [SB87]. Ce système est composé :

- D'une caméra CCD permettant d'acquérir des images à une vitesse de 25 images par seconde
- D'une source laser Nd-YAG de 100 mW
- D'un actionneur piezoélectrique fixé sur un miroir pour réaliser le décalage de phase à 4 pas (déphasage de $\frac{\pi}{2}$)
- D'un système informatique comprenant un processeur holographique qui va calculer et afficher en temps réel la phase enroulée.

Le signal vidéo issu de la caméra est envoyé simultanément à un module d'acquisition vidéo National Instrument géré par Labview, qui va permettre de post-traiter les

images brutes. La carte d'acquisition vidéo est synchronisée par le bus RTSI avec un module d'acquisition général, ce qui permet d'obtenir une synchronisation avec les mesures de température. L'image réelle (figure 4.29a) est donnée pour information. La mesure consiste à acquérir les images brutes de specklegramme (figure 4.29b) et de calculer les cartes de phases repliées (figure 4.29c). La carte de phase repliée de référence calculée à partir des 4 premières images est soustraite aux cartes de phase suivantes.

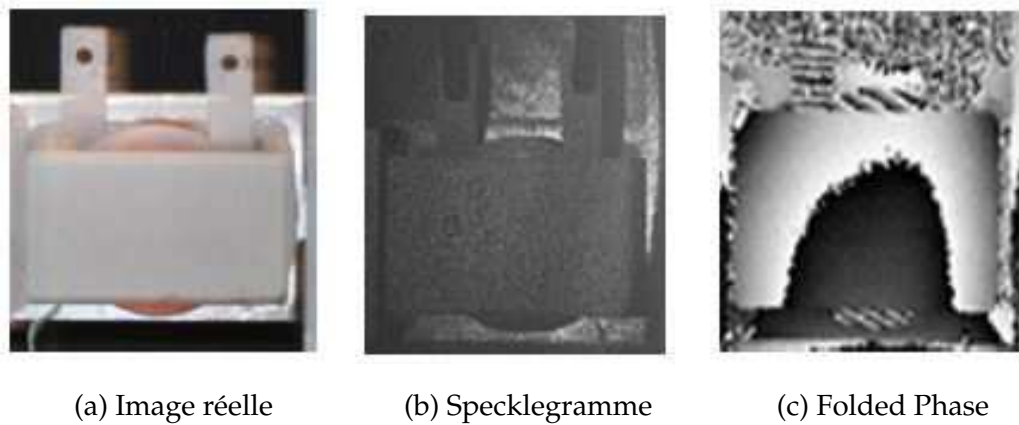


FIGURE 4.29: Overview 1

Les phases repliées étant modulo π , il faut donc les démoduler, afin d'obtenir le déplacement. Pour ce faire, plusieurs algorithmes de démodulation de phase peuvent être utilisés. Pour cette étude, nous nous servirons de celui fourni par le logiciel FringeAnalysis 4 de HOLO3 et de routines Matlab développées au sein du laboratoire. A partir de la phase dépliée ϕ (figure 4.30a) réduite à la surface étudiée et de la longueur d'onde du laser λ éclairant la structure testée, le champ de déplacement hors plan d (figure 4.30b) est donné par :

$$d = \frac{\lambda}{4\pi} \phi \quad (4.20)$$

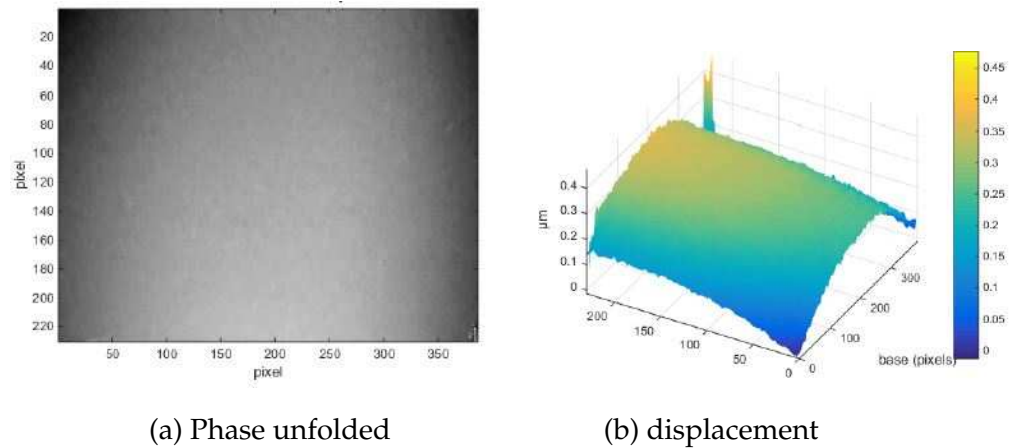
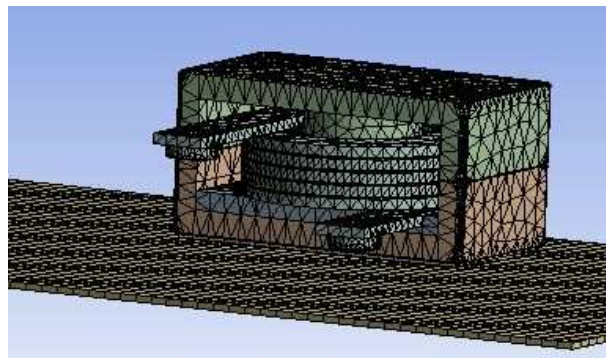


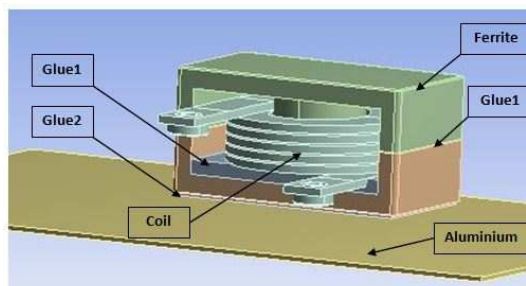
FIGURE 4.30: Overview 2

4.5.3 Modèle éléments finis

Le modèle d'élément fini relatif à l'inducteur de puissance est composé d'une bobine (5,5 tours), collée sur un noyau de ferrite et l'ensemble est collé sur une plaque en aluminium (figure 4.31).



(a) Inducteur de puissance développé sur Ansys



(b) Maillage de l'inducteur de puissance

FIGURE 4.31: Modèle éléments finis de l'inducteur de puissance modélisé sur ANSYS

Les propriétés géométriques de la ferrite et les propriétés du matériau.

Les propriétés géométriques du noyau de ferrite sont représentées dans la figure 4.32 et les propriétés du matériau dans le tableau 4.23.

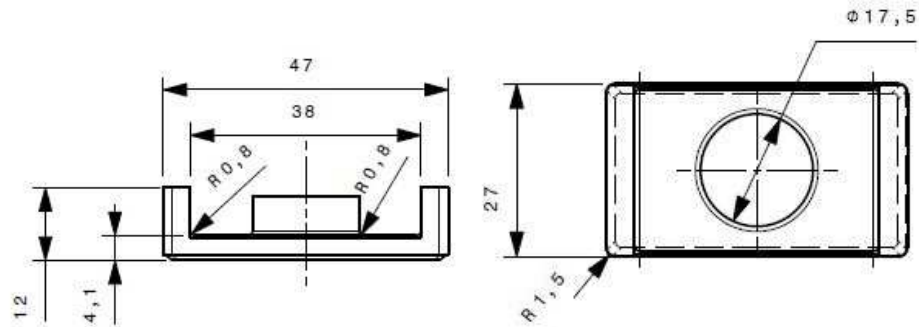


FIGURE 4.32: Propriétés géométriques de la ferrite

		Ferrite	copper	Aluminum	Glue 1	Glue 2	unit
Thermal conductivity	≈	5	400	235	0.4	1.8	W/mK
Coefficient of thermal expansion	≈	12e-6	1.66e-5	2.3e-5	4.5e-5	4.5e-5	C ⁻¹
Young's modulus	≈	1.5e11	1.14e11	7.3e10	3.55e9	3e9	Pa
Poisson's ratio	≈	0.28	0.355	0.33	0.3	0.3	-

TABLE 4.23: Propriétés des matériaux de l'inducteur de puissance

Chargement

Le champ de température et le déplacement hors plan ont été calculés sur le côté de la ferrite et sur le dessus pour chaque ampérage 20A, 30A, 40A à 50A. La résistance DC de la bobine mesurée par un ohmmètre est de l'ordre de 0,82mΩ. Lors de l'application d'un courant continu, les pertes de chaleur sont du type RI^2 . la tableau 4.24 indique pour chaque ampérage de perte de chaleur associée :

Courant électrique (A)	Perte thermique (W)
20	0.328
30	0.738
40	1.312
50	2.05

TABLE 4.24: Perte de chaleur en bobine

Les chargements appliqués :

- Pertes thermiques pour chaque ampérage sur la ferrite et la bobine
- Température Ambiante 20°C.

4.5.4 Présentation des résultats

Résultats expérimentales

Mesures thermiques

Suite à la séquence d'excitation électrique de 0A–20A–30A–40A–50A, on mesure l'évolution de la température (figure 4.33) au niveau des différents emplacements de l'inducteur.

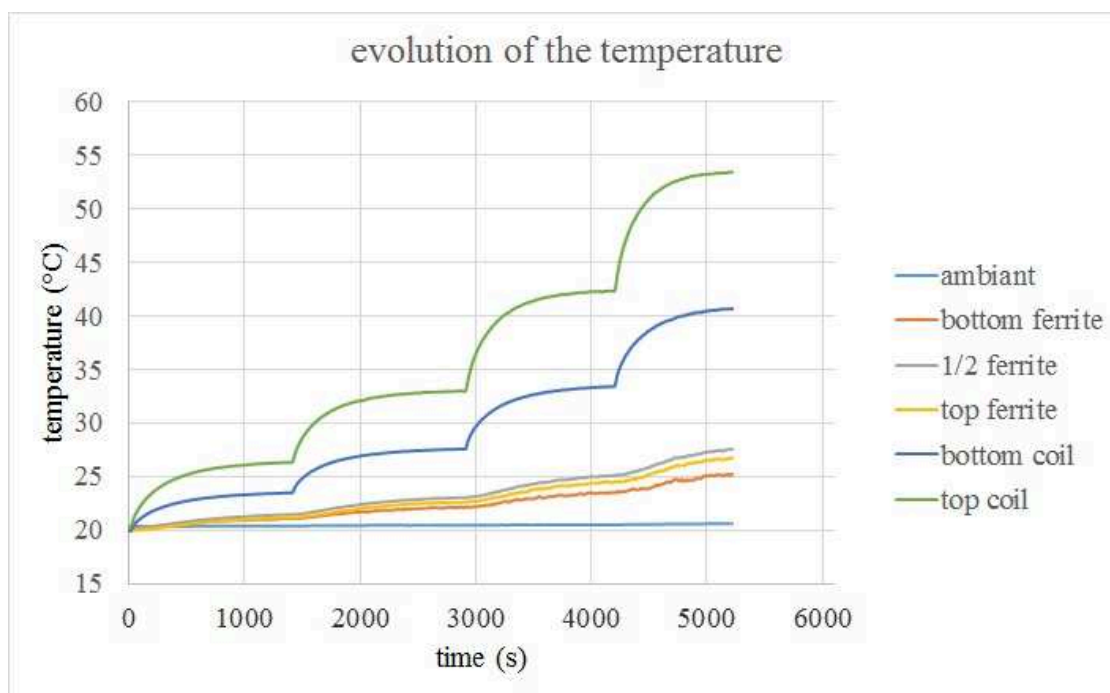


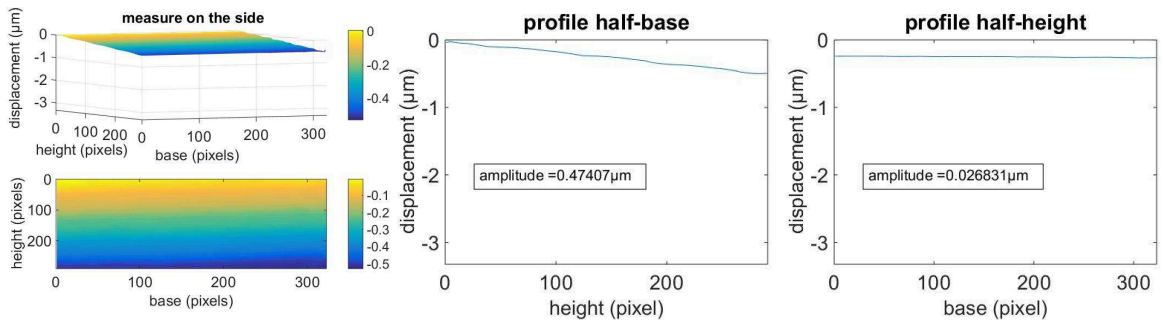
FIGURE 4.33: Evolution de la température dans l'inducteur de puissance

Mesures optiques

A chaque palier, une série de cent images est acquise juste avant l'échelon d'intensité ainsi qu'à la stabilisation de la température au niveau du thermocouple collé au milieu de la ferrite. Les franges d'interférence obtenues étant trop proches les unes des autres du fait d'une déformation importante de la structure, l'étude est faite palier par palier de courant. On peut donc sommer les déplacements respectifs pour obtenir le déplacement total sur la séquence de sollicitation. Pour démoduler les images de phase, un point de référence est nécessaire, il est fixé en haut à gauche de la surface de la structure traitée.

Mesure sur le côté

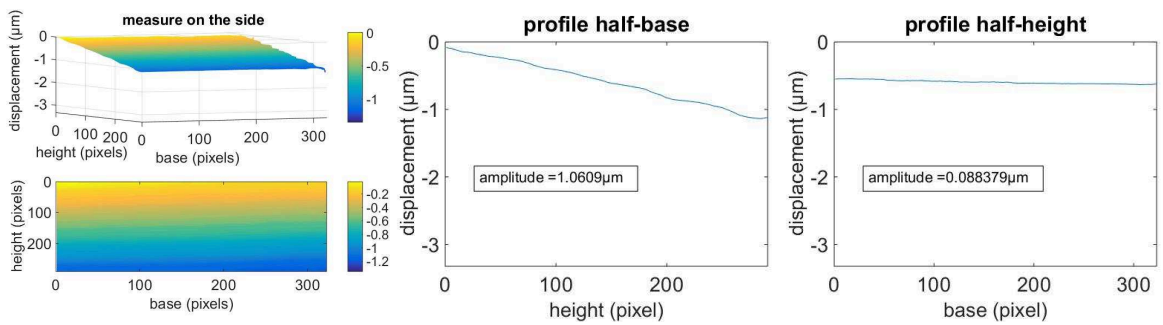
Les figures suivantes 4.37 représentent le déplacement de la surface vues de côté de la ferrite de l'inducteur (figure 4.26a). Sur cette surface, le profil vertical à mi-base et le profil horizontal à mi-hauteur sont tracés et représentés en parallèle.



(a) Area 0 – 20A

(b) Profile half-base 0 – 20A

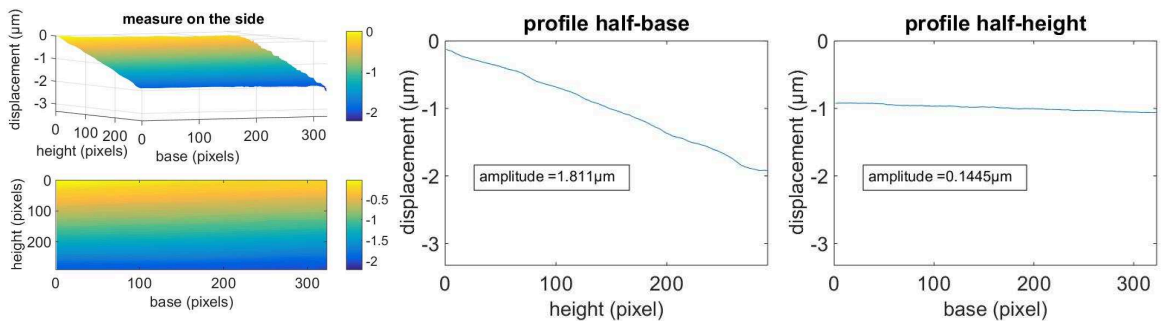
(c) Profile half-base 0 – 20A



(d) Area 0 – 30A

(e) Profile half-base 0 – 30A

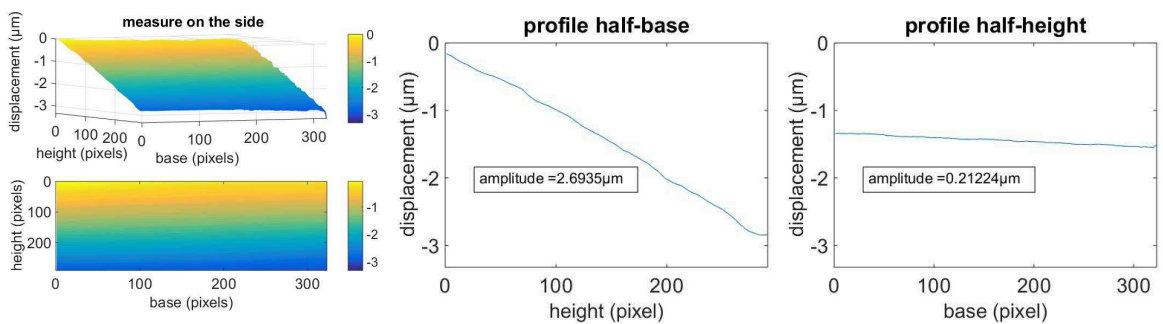
(f) Profile half-base 0 – 30A



(g) Area 0 – 40A

(h) Profile half-base 0 – 40A

(i) Profile half-base 0 – 40A



(j) Area 0 – 50A

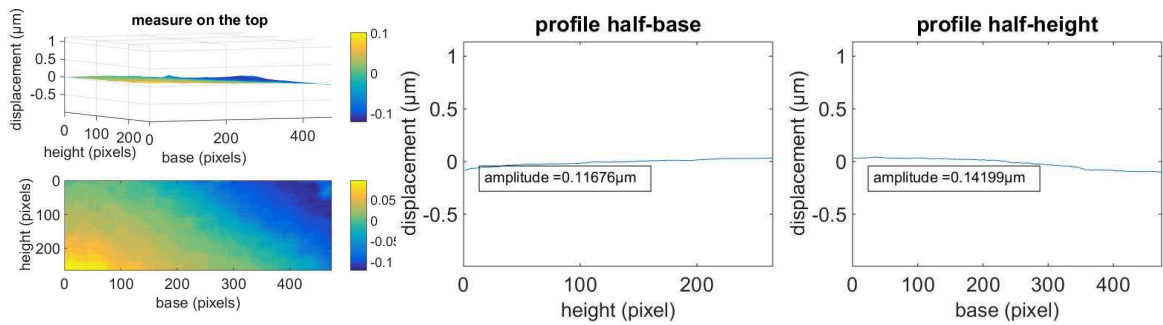
(k) Profile half-base 0 – 50A

(l) Profile half-base 0 – 50A

FIGURE 4.37: Les surfaces et les profils mesurés sur le côté

Mesure sur le dessus

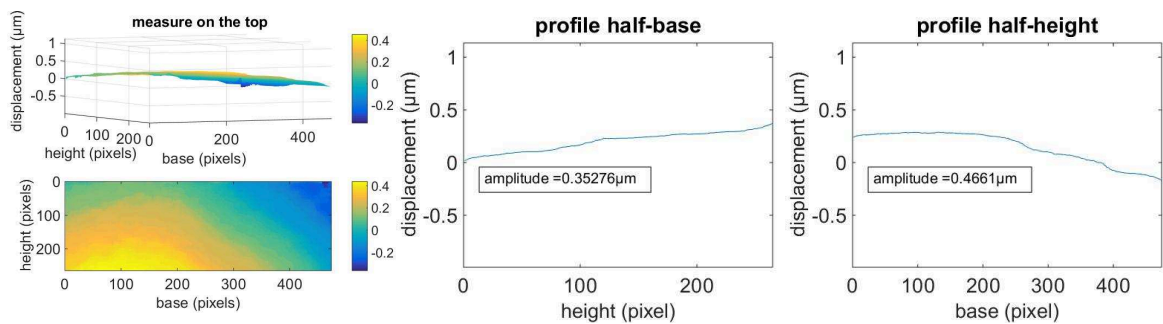
Les figures suivantes 4.41 représentent le déplacement de la surface vues de dessus de la ferrite de l'inducteur (figure 4.26b). Sur cette surface, le profil vertical à mi-base et le profil horizontal à mi-hauteur sont tracés et représentés en parallèles.



(a) Area 0 – 20A

(b) Profile half-base 0 – 20A

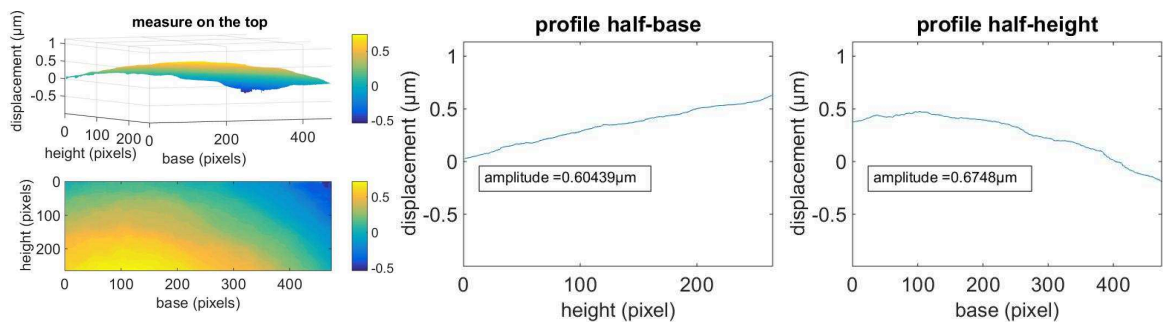
(c) Profile half-height 0 – 20A



(d) Area 0 – 30A

(e) Profile half-base 0 – 30A

(f) Profile half-height 0 – 30A



(g) Area 0 – 40A

(h) Profile half-base 0 – 40A

(i) Profile half-height 0 – 40A

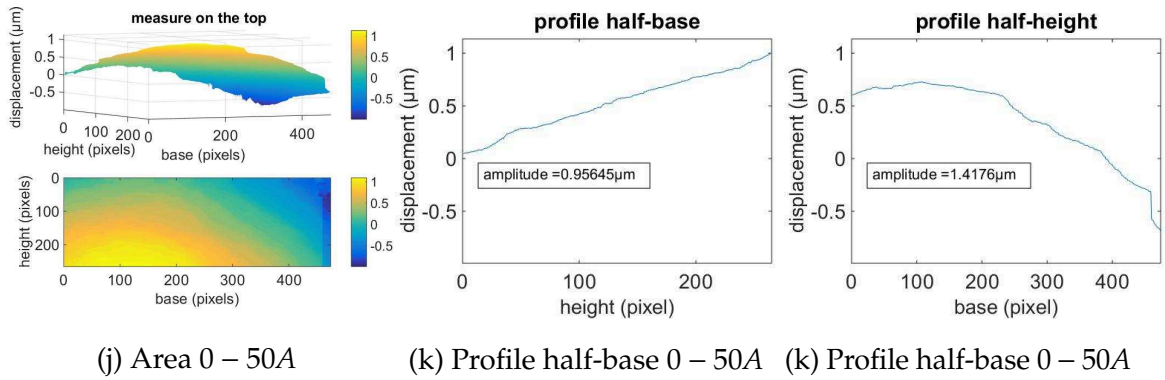


FIGURE 4.41: Les surfaces et les profils mesurés sur le dessus

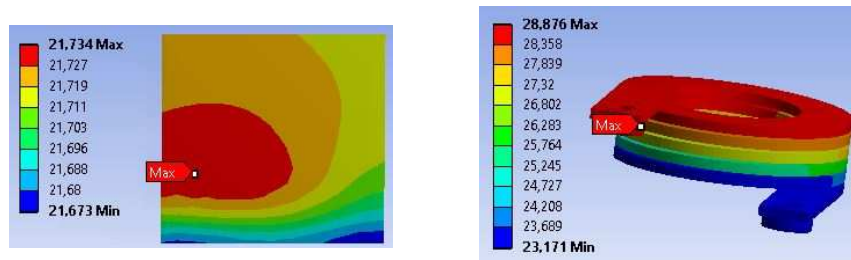
4.5.5 Comparaison des résultats numériques avec les mesures expérimentales

nous avons procédé à une confrontation entre les résultats expérimentaux et numériques sur l'inducteur de puissance. Pour chaque ampérage (20A, 30A, 40A et 50A), nous avons comparés les résultats thermiques et thermomécaniques, tout en donnant l'erreur relative entre ces deux résultats.

Les figures et les tableaux suivants laissent apparaître respectivement les simulations thermiques et thermomécaniques réalisées et la comparaison entre les résultats numériques et expérimentaux.

Résultats pour 20A

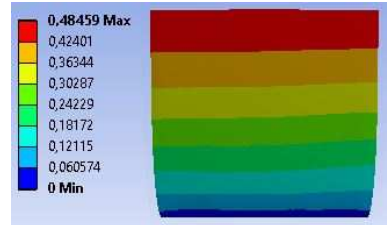
Résultats thermique



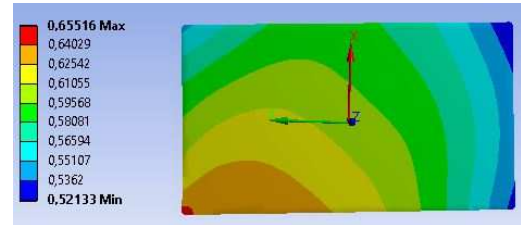
(a) Champs de température sur le côté de la ferrite (b) Champs de température sur la bobine

	Résultat expérimental	Résultat numérique
Ferrite	21°C	21°C
Bobine	28°C	28°C

Résultats thermomécanique



(a) Déplacement hors du plan sur le côté de la ferrite

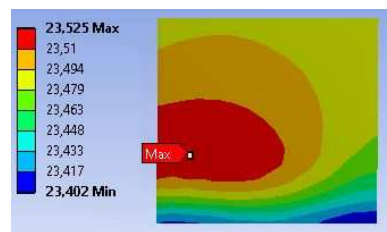


(b) Déplacement hors plans sur le dessus de la ferrite

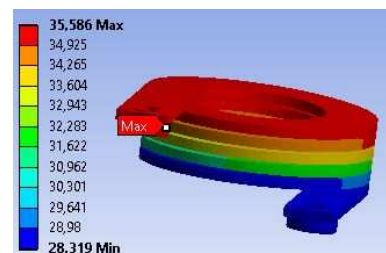
	Résultat expérimental	Résultat numérique	relative error
Amplitude de déplacement hors plan sur le côté	0.474 μm	0.484 μm	2.2%
Amplitude de déplacement hors plan sur le dessus	0.142 μm	0.135 μm	4.9%

Résultats for 30A

Résultats thermique



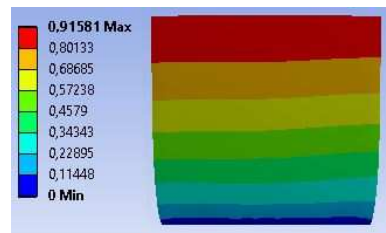
(a) Champs de température sur le côté de la ferrite



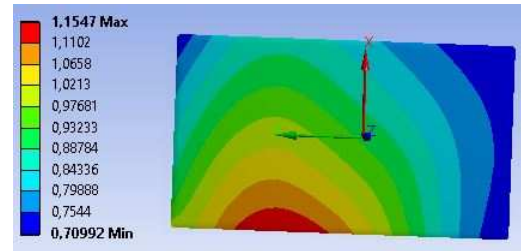
(b) Champs de température sur la bobine

	Résultat expérimental	Résultat numérique
Ferrite	23°C	23°C
Bobine	33°C	35°C

Résultats thermomécanique



(a) Déplacement hors du plan sur le côté de la ferrite

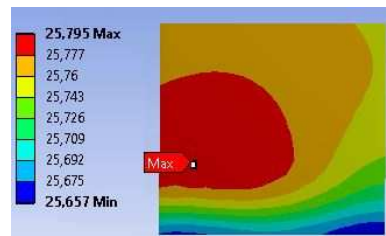


(b) Déplacement hors plans sur le dessus de la ferrite

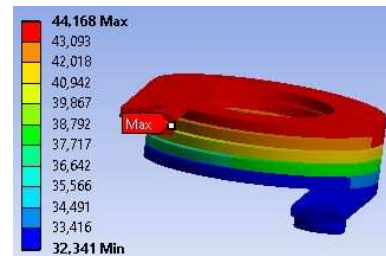
	Résultat expérimental	Résultat numérique	Erreur relative
Amplitude de déplacement hors plan sur le côté	1.06 μm	0.91581 μm	13%
Amplitude de déplacement hors plan sur le dessus	0.466 μm	0.454 μm	2.5%

Résultats for 40A

Résultats thermique



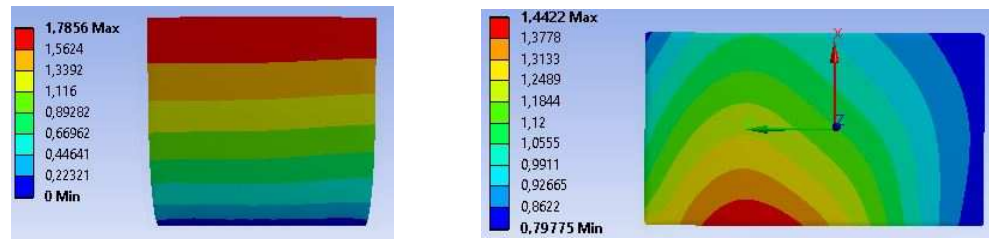
(a) Champs de température sur le côté de la ferrite



(b) Champs de température sur la bobine

	Résultat expérimental	Résultat numérique
Ferrite	22°C	25°C
Bobine	42°C	44°C

Résultats thermomécanique

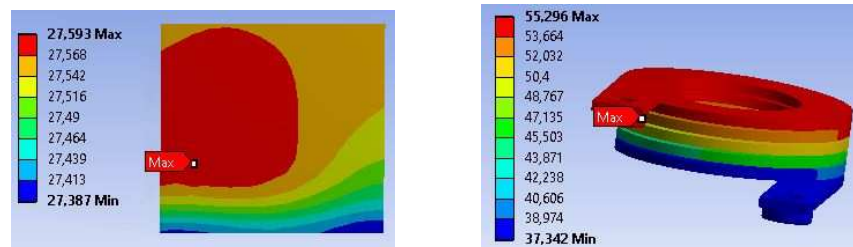


(a) Déplacement hors du plan sur le côté de la ferrite (b) Déplacement hors plans sur le dessus de la ferrite

	Résultat expérimental	Résultat numérique	Erreur relative
Amplitude de déplacement hors plan sur le côté	$1.811\mu m$	$1.7856\mu m$	1.4%
Amplitude de déplacement hors plan sur le dessus	$0.674\mu m$	$0.645\mu m$	4.3%

Résultats for 50A

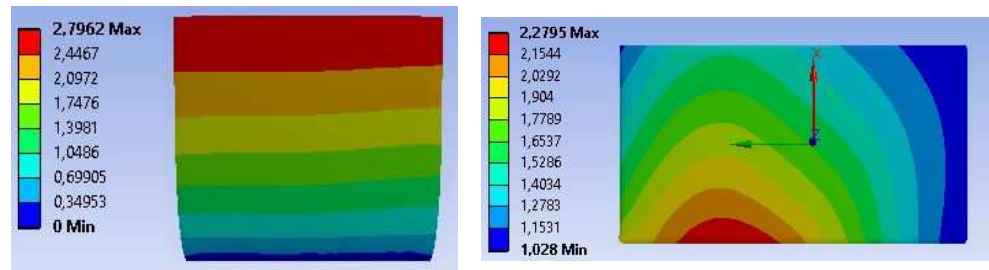
Résultats thermique



(a) Champs de température sur le côté de la ferrite (b) Champs de température sur la bobine

	Résultat expérimental	Résultat numérique
Ferrite	$27^{\circ}C$	$27^{\circ}C$
Bobine	$53^{\circ}C$	$55^{\circ}C$

Résultats thermomécanique



(a) Déplacement hors plan sur le côté de la ferrite (b) Déplacement hors plans sur le dessus de la ferrite

	Résultat expérimental	Résultat numérique	Erreur relative
Amplitude de déplacement hors plan sur le côté	2.6935 μm	2.7962 μm	3.8%
Amplitude de déplacement hors plan sur le dessus	1.417 μm	1.25 μm	11%

Cette confrontation a permis de relever que l'erreur relative entre les résultats expérimentaux et numériques est inférieure à 13%, du fait des incertitudes dues aux propriétés matériaux, à la géométrie et aussi à la sensibilité des thermocouples.

On peut conclure que la confrontation entre ces deux résultats est probante. le modèle élaboré développé, via Ansys est capable de décrire correctement le comportement thermique de l'inducteur de puissance et de fournir une estimation de déplacement fiable.

4.5.6 Analyse fiabiliste

Une étude de sensibilité est obligatoire pour sélectionner les variables les plus significatives qui influent sur l'état du système. Les autres variables qui jouent un faible rôle sont supposées déterministes. L'étude de sensibilité relative à l'inducteur de puissance, qui a concerné les propriétés matériaux, nous a permis de relever que la variation de CTE de la ferrite influe largement sur le taux de déplacement du coté de la ferrite.

Nous avons estimé que CTE de la ferrite suit une loi normale de moyenne $1.2e - 5$ et un écart type de $1.73e - 7$. La défaillance est basée sur le fait que le taux de déplacement sur le coté de la ferrite ne doit pas dépasser $2.9945\mu m$, tout en précisant que cette valeur est prise d'une façon arbitraire. La fonction de performance peut alors s'écrire de la façon suivante :

$$G = \varepsilon_{max} - \varepsilon \quad (4.21)$$

With $\varepsilon_{max} = 2.9945\mu m$

Les résultats des calculs pour l'estimation des indices de fiabilité et probabilités de défaillance sont montrés dans le tableau 4.25 :

	Monte Carlo (1000 échantillons)	Form	Sorm
CTE Ferrite	–	$1.2232e - 005$	$1.2232e - 005$
β	–	1.21	1.21
P_f	0.12	0.1131	0.1131
Temps	23h	16min	23min

TABLE 4.25: Résultats de l'analyse de fiabilité

4.5.7 Conclusion

Au niveau de cette section, nous avons procédé à une analyse du comportement thermomécanique d'un inducteur de puissance pour chaque ampérage de 20A à 50A. La génération de chaleur sur la bobine a été calculée puis, elle est totalement simulée dans ANSYS. Des essais expérimentaux ont été effectués à l'aide des mesures thermiques avec utilisation des thermocouples et des mesures par la méthode des interférométries optoélectronique de speckles, en vue de mesurer la déformation sur le dessous et le coté du noyau en ferrite. Sur la base des résultats numériques et expérimentaux obtenus, il ressort que le modèle éléments finis élaboré sous ANSYS décrit correctement le comportement thermique et thermomécanique de l'inducteur de puissance. La démarche suivie a permis d'asseoir une bonne base pour effectuer une étude de fiabilité, en vue de calculer la fiabilité de défaillance avec les méthodes de Monte-Carlo et Form/Sorm. Et les résultats obtenus par Form/Sorm se sont avérés conformes avec ceux de Monte-Carlo.

4.6 Conclusion

Ce chapitre illustre l'applicabilité des méthodes d'analyse portant sur la caractérisation thermique et thermomécanique des composants électroniques. En effet, au regard des résultats obtenus, on ne peut que conclure que le modèle du krigeage utilisé dans l'analyse de fiabilité s'est avéré performant en termes de précision et de temps de calcul.

Conclusion Générale et perspectives

Les objectifs assignés à nos travaux de recherche visent la caractérisation thermique et thermomécanique des packages électroniques, via élaboration des modèles éléments finis en 3D, validés et calibrés par des essais expérimentaux. Cette caractérisation est assortie par des analyses de fiabilité et d'optimisation fiabiliste, dans le but de concevoir des produits et des procédés fiables.

Les résultats et les conclusions dégagés au terme de nos des travaux de recherche, objet de la présente thèse, sont synthétisés comme suit :

Nous avons exposé, dans une première partie, la définition et les fonctions des packages électroniques ainsi que les différents types de packages, tout en mettant l'accent sur les modes de défaillances et ce, compte tenu de leurs liens avec nos travaux de recherches.

Ensuite, nous avons abordé les stratégies de modélisation thermiques et thermomécaniques, tout en présentant les équations régissant localement le comportement thermomécanique et thermique et leurs discrétisations par « la méthode des éléments finis ». Deux tests relatifs à une structure multicouches en 2D ont été exposés : Le premier test concerne une structure multicouche soumise à des contraintes thermomécaniques. Le deuxième test porte sur une structure multicouche exposée à des contraintes thermiques. La résolution éléments finis pour chaque test a été opérée, via un programme développé sous Matlab et l'autre sous ANSYS. La confrontation des simulations via programmes Matlab et ANSYS s'est avérée conforme.

Par la suite, Nous avons abordé les différentes méthodes d'analyse de fiabilité, de la RBDO et de couplages mécano-fiabiliste, basées sur les surfaces de réponses et le krigeage.

Compte tenu des difficultés liées à la mise en œuvre des analyses de fiabilité, au regard de la complexité des modèles éléments finis, les travaux de recherches

menés, à cet effet, visent à proposer de nouvelles méthodologies basées sur la méthode de substitution du krigeage avancé. Cette méthode utilise une fonction de classification probabiliste avec une métrique pour le raffinement du modèle. Ce qui permettra la construction d'un modèle de substitutions avec seulement un petit nombre d'évaluations de la fonction d'état limite. Les méthodes de simulation de Monte Carlo et FORM/SORM, couplées avec le modèle de krigeage avancé (AKM-MMC, AKM-Form et AKM-Sorm), nous ont permis de réaliser une analyse de fiabilité avec précision et dans un temps extrêmement court, soit 13.5min par AKM-MMC contre 41.6heures pour MEF-MMC.

La mise en œuvre de cette méthodologie représente une contribution ayant visé l'adaptation du modèle de substitution de krigeage avancé dans l'analyse de fiabilité des packages électroniques. Car, d'après la connaissance des auteurs de ce travail, ce modèle de substitution a été appliqué pour la première fois aux packages électroniques.

Nous avons apporté une deuxième contribution qui consiste en la comparaison des résultats d'analyse de fiabilité entre les différentes méthodes. En effet, les études de fiabilité menées par certains auteurs pour le calcul de la probabilité de défaillance, avec utilisation du modèle de krigeage avancé se limitaient à comparer les résultats dégagés par le couplage de "MEF-Méthodes de calcul de fiabilité" avec AKM-MMC, et ce pour valider les résultats dégagés par le modèle de substitution. Dans le présent travail, nous avons apporté une valeur ajoutée qui consiste à calculer et à comparer la probabilité de défaillance non seulement avec AKM-MMC, mais aussi avec AKM-Form et AKM-Sorm. Pour ce faire, nous avons apporté certaines modifications au niveau des programmes FORM/SORM développés par nous même.

A la fin, nous avons présenté quatre applications, décrites ci-après, en vue de mettre en évidence l'applicabilité des méthodes d'analyse de fiabilité et de la RBDO portant sur la caractérisation thermique et thermomécanique des composants électroniques.

La première application concerne la caractérisation thermomécanique des boîtiers électronique de type BGA, assortie d'une étude fiabiliste. L'objectif de cette étude vise à valider / étalonner deux outils, afin de pouvoir mesurer / prédire de manière fiable le warpage à la température ambiante des packages BGA. Les outils utilisés, à cet effet, sont le microscope de haute précision, machine Shadow Moiré et un

modèle éléments finis en 3D, développé sous ANSYS Workbench. Cette étude ne s'est pas limitée à une approche déterministe, une étude stochastique et fiabiliste a également été réalisée pour tenir compte des incertitudes des paramètres.

La deuxième application a pour but de prédire la durée de vie des joints de brasure en fatigue. A cet effet, deux modèles éléments finis ont été élaborés sous ANSYS APDL : un modèle global et un sous modèle local fondés tous les deux sur la loi viscoplastique d'Anand. Le modèle de Darvaux, est quant à lui, utilisé pour prédire la durée de vie des joints de brasure. Ensuite, nous avons appliqué la méthode d'optimisation de la conception basée sur la fiabilité couplée avec le modèle de substitution du krigeage (via l'outil DACE sous Matlab), afin d'obtenir une conception améliorée des joints de brasure avec un niveau de fiabilité élevé.

La troisième application vise à utiliser une nouvelle approche de calcul de fiabilité, basée sur le modèle du krigeage avancé, appliquée au comportement Thermique d'un Package Electronique de type QFN. Cette méthode nous a permis de calculer la probabilité de défaillance avec précision et dans un temps raisonnable.

La quatrième et dernière application porte sur l'analyse du comportement thermique et thermomécanique d'un inducteur de puissance par voie expérimentale et numérique. A cet effet, un modèle éléments finis a été élaboré et calibré en confrontant ses résultats avec les résultats expérimentaux obtenus, via des mesures thermiques et des mesures par interférométrie optoélectronique de speckles. Ensuite, une analyse fiabiliste de l'inducteur de puissance a été réalisée numériquement, en se basant sur le couplage entre le modèle éléments finis validé et les méthodes Monté Carlo, FORM et SORM.

Perspectives

Les perspectives de recherche envisageables, suite à ce travail, portent sur deux axes :

Le premier axe s'intéresse aux systèmes électroniques ayant le niveau de packaging 3 et 4. Car, les travaux de recherches, objet de la présente thèse, traitent principalement les deux premiers niveaux du packaging électronique (package électronique relié au PCB).

Le deuxième axe de recherche aura trait à « la fiabilité des contrôles thermiques

des systèmes électroniques liés à l'aérospatial ». En effet, les satellites sont exposés à diverses contraintes thermiques (cycle thermique : un satellite tourne autour de la terre le long d'une orbite suivant laquelle, il aura une phase d'exposition au soleil et une phase à l'ombre de la terre ; rayonnements).

Dans un souci d'épargner les satellites de ces aléas, la démarche qui sera adoptée s'articule autour des actions suivantes :

- Elaborer des modèles EF pour évaluer les résistances thermiques des composants des systèmes électroniques liés à l'aérospatial ;
- Développer des démarches efficaces, afin d'intégrer les incertitudes des paramètres de conception au niveau des modèles numériques élaborés à cet effet ;
- Mener des analyses de fiabilité et d'optimisation de la conception basée sur la fiabilité, en vue de concevoir des systèmes électroniques robustes.

Bibliographie

- L Anand. Constitutive equations for the rate-dependent deformation of metals at elevated temperatures. *Journal of Engineering Materials and Technology(Transactions of the ASME)*, 104(1) :12–17, 1982.
- Y Aoues. *Optimisation fiabiliste de la conception et de la maintenance des structures*. PhD thesis, Université Blaise Pascal-Clermont-Ferrand II, 2008.
- J Bisschop et al. Failure mechanisms in plastic package ic's. In *Proceedings EuroSimE Conference*, pages 328–331, 2002.
- Om Bendaou, M Agouzoul, Ot Bendaou, and A El Hami. Analyse mécano-fiabiliste d'un package électronique de type bga. *12ème congrès de Mécanique Casablanca-Maroc*, 2015.
- Om Bendaou, M Agouzoul, A El Hami, and Ot Bendaou. Reliability based design optimization of bga electronic packages using the kriging substitution model. *International Journal of Applied Engineering Research*, 12(13) :3757–3766, 2017.
- Ot Bendaou, Om Bendaou, M Agouzoul, and A El Hami. Caractérisation thermique stochastique des packages électroniques. *12ème congrès de Mécanique Casablanca-Maroc*, 2015.
- Om Bendaou, Ot Bendaou, M Agouzoul, and A El Hami. Thermal and thermomechanical characterization of a qfn package, accompanied by a reliability study. *International Symposium on Aircraft Materials (ACMA) 2016*, 2016.
- Om Bendaou, Ot Bendaou, M Agouzoul, and A El Hami. Prédiction de la durée de vie des joints de brasures des boîtiers électroniques bga. *13ème congrès de Mécanique Meknes-Maroc*, 2017.
- Om Bendaou, Ot Bendaou, F Bourzeix, M Agouzoul, and A El Hami. Measurements and stochastic fea with application in thermomechanical characterization of electronic packages. *Journal of Engineering and Technological Sciences*, 48(6) :700–

- 714, 2016.
- Om Bendaou, Ot Bendaou, A El Hami, and M Agouzoul. Thermal characterization of a qfn electronic package accompanied by a reliability study based on a response surface approach. In *Information Science and Technology (CiSt), 2016 4th IEEE International Colloquium on*, pages 644–647. IEEE, 2016.
- Om Bendaou, A El Hami, Ot Bendaou, and M Agouzoul. Thermal and thermomechanical behavior of a power inductor by experimental and numerical way. *International Symposium on Aircraft Materials (ACMA) 2016*, 2016.
- D Borza and C Gautrelet. Correlated full-field and pointwise temporally resolved measurements of thermomechanical stress inside an operating power transistor. *Optics and Lasers in Engineering*, 64 :79–88, 2015.
- Om Bendaou, C Gautrelet, A ELHAMI, and M Agouzoul. Experimental and numerical analysis of thermal and thermomechanical behavior of a power inductor accompanied by a reliability study. *International Conference on Materials Engineering and Nanotechnology Kuala Lumpur-Malaysia*, 2017.
- C Bucher and T Most. A comparison of approximate response functions in structural reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 23(2) :154–163, 2008.
- J Chen, M Chan, and I De Wolf. Local stress measurements in packaging by raman spectroscopy. In *Electronics Packaging Technology Conference, 2000.(EPTC 2000). Proceedings of 3rd*, pages 159–162. IEEE, 2000.
- W Chen, R Jin, and A Sudjianto. Analytical variance-based global sensitivity analysis in simulation-based design under uncertainty. *Journal of mechanical design*, 127(5) :875–886, 2005.
- J Chang, L Wang, J Dirk, and X Xie. Finite element modeling predicts the effects of voids on thermal shock reliability and thermal resistance of power device. *Welding journal*, 85(3) :63s–70s, 2006.
- R Darveaux and K Banerji. Constitutive relations for tin-based solder joints. *IEEE Transactions on Components, Hybrids, and Manufacturing Technology*, 15(6) :1013–1024, 1992.
- A B Denoyo. Warpage resolution for ball grid array (bga) package in a fully integrated assembly. In *Electronic Packaging Technology and High Density Packaging (ICEPT-HDP), 2012 13th International Conference on*, pages 419–422. IEEE, 2012.
- A Deshpande, H Khan, F Mirza, and D Agonafer. Global-local finite element

- optimization study to minimize bga damage under thermal cycling. In *Thermal and Thermomechanical Phenomena in Electronic Systems (ITherm)*, 2014 IEEE Intersociety Conference on, pages 483–487. IEEE, 2014.
- F Dai, J McKelvie, and D Post. An interpretation of moiré interferometry from wavefront interference theory. *Optics and Lasers in Engineering*, 12(2-3) :101–118, 1990.
- V Dubourg, B Sudret, and F Deheeger. Metamodel-based importance sampling for structural reliability analysis. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 33 :47–57, 2013.
- G Dhatt and G Touzot. *Une présentation de la méthode des éléments finis*. Presses Université Laval, 1981.
- D Degryse, B Vandeveldel, and E Beyne. Mechanical fem simulation of bonding process on cu lowk wafers. *IEEE transactions on components and packaging technologies*, 27(4) :643–650, 2004.
- A El Hami and B Radi. *Uncertainty and optimization in structural mechanics*. John Wiley & Sons, 2013.
- A Goldman. *Modern ferrite technology*. Springer Science & Business Media, 2006.
- A Haldar and S Mahadevan. *Probability, reliability, and statistical methods in engineering design*. John Wiley, 2000.
- I Kaymaz. Application of kriging method to structural reliability problems. *Structural Safety*, 27(2) :133–151, 2005.
- M Lemaire. *Structural reliability*. John Wiley & Sons, 2013.
- S Liu and Y Mei. Behavior of delaminated plastic ic packages subjected to encapsulation cooling, moisture absorption, and wave soldering. *IEEE Transactions on Components, Packaging, and Manufacturing Technology : Part A*, 18(3) :634–645, 1995.
- RW Neu, DT Scott, and MW Woodmansee. Thermomechanical behavior of 96sn-4ag and castin alloy. *TRANSACTIONS-AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS JOURNAL OF ELECTRONIC PACKAGING*, 123(3) :238–246, 2001.
- D Post, B Han, and P Ifju. *High sensitivity moiré : experimental analysis for mechanics and materials*. Springer Science & Business Media, 2012.
- R Rackwitz and B Flessler. Structural reliability under combined random load

- sequences. *Computers & Structures*, 9(5) :489–494, 1978.
- J E Rojas. Méthodologie d analyse de fiabilité basée sur des techniques heuristiques d optimisation et modèles sans maillage : applications aux systèmes mécaniques, phd, insa rouen. 2008.
- S Sakata, F Ashida, and M Zako. Structural optimization using kriging approximation. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 192(7) :923–939, 2003.
- K Stetson and WR Brohinsky. Electro-optic holography system for vibration analysis and nondestructive testing. *Optical Engineering*, 26(12) :1234–1239, 1987.
- TW Shield and K-S Kim. Diffraction theory of optical interference moiré and a device for production of variable virtual reference gratings : a moiré microscope. *Experimental Mechanics*, 31(2) :126–134, 1991.
- X Saint Martin. *Packaging des circuits intégrés*. Ed. Techniques Ingénieur, 2005.
- JEDEC Standard. High effective thermal conductivity test board for leaded surface mount packages, 1999.
- JEDEC Standard. Coplanarity test for surface-mount semiconductor devices. *JESD22-B108A*, 2003.
- JEDEC Standard. High temperature package warpage measurement methodology. *JESD22B112*, 2005.
- E Suhir. Interfacial stresses in bimetal thermostats. *ASME J. Appl. Mech*, 56(3) :595–600, 1989.
- S Timoshenko. Analysis of bi-metal thermostats. *JOSA*, 11(3) :233–255, 1925.
- Y Tsompanakis, N D Lagaros, and M Papadrakakis. *Structural Design Optimization Considering Uncertainties : Structures & Infrastructures Book, Vol. 1, Series, Series Editor : Dan M. Frangopol*. CRC Press, 2008.
- R Tummala. *Fundamentals of microsystems packaging*. McGraw Hill Professional, 2001.
- Henricus Cornelis Josephus Maria Van Gestel. Reliability related research on plastic ic-packages : A test chip approach : Phd thesis. 1994.
- RBR Van Silfhout, JGJ Beijer, K Zhang, and WD Van Driel. Modelling methodology for linear elastic compound modelling versus visco-elastic compound modelling. In *Thermal, Mechanical and Multi-Physics Simulation and Experiments in Micro-Electronics and Micro-Systems, 2005. EuroSimE 2005. Proceedings of the 6th International Conference on*, pages 483–489. IEEE, 2005.
- YY Wang and P Hassell. Measurement of thermally induced warpage of bga pa-

- ckages/substrates using phase-stepping shadow moiré. In *Electronic Packaging Technology Conference, 1997. Proceedings of the 1997 1st*, pages 283–289. IEEE, 1997.
- Y Wan, H Huang, and M Pecht. Thermal fatigue reliability analysis and structural optimization based on a robust method for microelectronics fbga packages. *IEEE Transactions on Device and Materials Reliability*, 15(2) :206–213, 2015.
- P Wang, Z Lu, and Z Tang. An application of the kriging method in global sensitivity analysis with parameter uncertainty. *Applied Mathematical Modelling*, 37(9) :6543–6555, 2013.
- K Xue, J Wu, H Chen, J Gai, and A Lam. Warpage prediction of fine pitch bga by finite element analysis and shadow moiré technique. In *Electronic Packaging Technology & High Density Packaging, 2009. ICEPT-HDP'09. International Conference On*, pages 317–321. IEEE, 2009.
- DG Yang, KMB Jansen, LJ Ernst, GQ Zhang, JGJ Beijer, and JHJ Janssen. Experimental and numerical investigation on warpage of qfn packages induced during the array molding process. In *Electronic Packaging Technology, 2005 6th International Conference on*, pages 94–98. IEEE, 2005.
- T S Yeung and M M F Yuen. Viscoelastic analysis of ic package warpage. *American Society of Mechanical Engineers, EEP*, page 101, 1996.
- G Zhang, L.J Ernst, and O de Saint Leger. *Benefiting from thermal and mechanical simulation in micro-electronics*. Springer, 2000.
- L Zhang, Z Lu, and P Wang. Efficient structural reliability analysis method based on advanced kriging model. *Applied Mathematical Modelling*, 39(2) :781–793, 2015.
- O.C Zienkiewicz and R.L Taylor. *The finite element method*, volume 3. McGraw-hill London, 1977.