



**HAL**  
open science

# Développement de systèmes actifs d'épandage prenant en compte la dynamique du véhicule porteur et le relief du terrain

El Mehdi Abbou-Ou-Cherif

► **To cite this version:**

El Mehdi Abbou-Ou-Cherif. Développement de systèmes actifs d'épandage prenant en compte la dynamique du véhicule porteur et le relief du terrain. Génie mécanique [physics.class-ph]. Université Clermont Auvergne [2017-2020], 2017. Français. NNT : 2017CLFAC051 . tel-01761394

**HAL Id: tel-01761394**

**<https://theses.hal.science/tel-01761394>**

Submitted on 9 Apr 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**UNIVERSITÉ CLERMONT AUVERGNE**  
**ÉCOLE DOCTORALE**  
**SCIENCES POUR L'INGÉNIEUR DE CLERMONT-FERRAND**

**Thèse**

Présentée par

**El mehdi Abbou-ou-cherif**

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR D'UNIVERSITÉ**

**SPECIALITÉ : GÉNIE MÉCANIQUE**

**Développement de systèmes actifs d'épandage  
prenant en compte la dynamique du véhicule  
porteur et le relief du terrain.**

Soutenue publiquement le 15 Novembre 2017 devant le jury :

MM. Bruno Tisseyre	Rapporteur (Montpellier SupAgro)
Philippe Martinet	Rapporteur (École Centrale de Nantes)
Christelle Gée	Examinatrice (Agrosup Dijon)
Sylvain Villette	Examineur (Agrosup Dijon)
Michel Berducat	Invité (Irstea)
Denis Miclet	Invité (Irstea)
Emmanuel Piron	Co-encadrant (Irstea)
Alaa Chateaneuf	Directeur de thèse (Université Clermont Auvergne)



## Résumé

Le relief représente une perturbation de l'épandage, qui n'est pas encore gérée par les épandeurs centrifuges des engrais minéraux. Pour combler cette lacune, nous proposons de développer un nouveau dispositif de commande. Un modèle est d'abord développé afin d'avoir des cartes d'application mettant en exergue les erreurs d'application dans divers cas du relief. Il utilise une technique de mise à jour des conditions initiales des vols balistiques en tenant compte des angles d'inclinaison du tracteur à chaque point de la trajectoire. Les simulations effectuées montrent que les amplitudes de surdosage et de sous-dosage peuvent atteindre  $\pm 40\%$ , et sont dues à la modification de la portée des particules comparée à la situation sur un terrain plat. Les reliefs irréguliers sont les plus affectés à cause de la différence d'inclinaison entre le tracteur et la surface d'épandage, tandis que seule la gravité agit dans le cas de reliefs réguliers. En tenant compte de ces résultats, un système qui commande l'inclinaison des disques est proposé car il est capable de corriger les écarts de portée des particules tout en ciblant les zones fortement affectées. Les lois de commande sont déduites de la résolution d'un problème d'optimisation. L'objectif est de minimiser la somme des écarts quadratiques de portée d'un nombre limité de particules représentatives de la déformation de la nappe statique. Cette approche de correction permet de réduire les erreurs d'application à l'intervalle admissible de  $\pm 10\%$ , même en présence de changements d'attitude de haute fréquence du tracteur.

**Mots-Clés : épandage centrifuge, optimisation de l'uniformité, correction de la dose, simulation sur le terrain, perturbations, relief.**

## Abstract

Non-flat fields represent a disturbance for fertilizer spreading, that is not handled yet by centrifugal spreaders. To bridge this gap, a new control device is proposed. A model is build first to derive application rate maps highlighting application errors in several cases. It uses an updating technique of ballistic flights initial conditions, taking into account the tractor orientation. The simulations conducted show that overapplication and underapplication may reach  $\pm 40\%$ , and that they stem from altered particles range compared to that on a flat field. Irregular fields are the most affected due to the difference between the tractor and spread surface inclination, while only the gravity acts on regular fields. These results allowed retaining a system based on discs inclination, because it can both correct the particles range and target the most affected areas. The control laws are deduced from solving an optimization problem. Its objective is minimizing the sum of quadratic range errors of a limited number of particles representative of the static the spread pattern deformation. This approach allows reducing the application errors to  $\pm 10\%$ , and it remains effective despite high frequency changes of the tractor orientation.

**Keywords: centrifugal spreading, uniformity optimization, rate correction, field simulation, disturbancies, landform.**



## Remerciements

L'adage disant "une seule main n'applaudit pas" est particulièrement vrai dans le monde de la recherche. Aussi, cette thèse s'est non seulement appuyée sur des travaux antérieurs, mais a été également menée à bout grâce au concours de plusieurs personnes à qui je témoigne ma reconnaissance pour leur soutien moral ou intellectuel durant ces trois années passées ensemble. Je tiens également à remercier M. Bruno Tisseyre et M. Philippe Martinet d'avoir accepté d'évaluer le contenu scientifique de la thèse en tant que rapporteurs, ce qui les a certainement accaparé ces deux derniers mois. Mes remerciements vont également aux examinateurs externes, Mme. Christelle Gée et M. Sylvain Villette. Ce dernier a d'ailleurs fait parti de plusieurs comités de suivi et dont l'avis nous a été précieux pour avancer.

Les travaux de cette thèse se sont déroulés dans le cadre agréable du site de recherche expérimentale d'Irstea à Montldre, attaché au centre de Clermont-Ferrand. Je tiens à en remercier le directeur, M. Emmanuel Hugo de m'avoir accepté dans sa structure. Je tiens également à remercier l'ancienne région Auvergne d'avoir cru et soutenu financièrement le projet par l'intermédiaire de cette thèse.

Cette thèse n'aurait pu être menée à bout sans la direction de M. Alaa Chateauf. L'apport de son savoir scientifique et de son expérience dans l'encadrement m'a évité bien des blocages et m'a remis sur les pistes de recherches les plus pertinentes. Je le remercie d'avoir consacré parfois des journées entières pour des réunions malgré les lourdes responsabilités qui lui incombent. Je le remercie également pour le temps consacré à la relecture et la correction méticuleuses des articles publiés et du manuscrit final.

Le mérite du succès de ce projet de recherche revient en grande partie à M. Emmanuel Piron, ingénieur et responsable du pôle épandage à Irstea. Il en est l'instigateur avec M. Michel Berducat, mais également l'encadrant direct avec qui je pouvais venir discuter des résultats à n'importe quel moment. Sa maîtrise technique reconnue de la thématique de l'épandage, ainsi que sa disponibilité m'ont permis d'acquérir rapidement les notions techniques fondamentales, je lui témoigne pour cela de mon respect et de ma reconnaissance.

M. Michel Berducat, directeur adjoint de l'unité de recherche "technologies et systèmes d'information pour les agrosystèmes", a quant à lui était d'une aide précieuse pour choisir des orientations de recherche et garder un équilibre entre l'apport scientifique de la thèse et sa pertinence pour le monde industriel. Avoir sa vision de la robotique agricole a été indéniablement un atout, sans oublier la bonhomie et la modestie de sa personnalité. Je lui témoigne pour cela de mon admiration.

Pour compléter l'équipe qui m'a encadrée, je tiens à remercier M. Denis Miclet, ingénieur mécatronicien. Il avait contribué à concevoir des dispositifs de mesure qui ont été utilisés dans cette thèse, et il a conduit lui-même des essais que j'ai exploités. Je le remercie pour sa réactivité, sa disponibilité, mais également pour les activités et les sorties conviviales qu'il a organisées en tant que président de l'amicale du personnel. Au même titre, je tiens à remercier M. Roland Lenain et M. Jonas Koko pour leur implication en début de thèse, ce qui m'a aidé à appréhender plus facilement la problématique de thèse, et à envisager plus sereinement la suite. Je tiens enfin à remercier l'ancien stagiaire, Adrien Couvent, pour les documents qu'il m'a transmis et ses travaux qu'il m'a expliqués, cela m'a été d'une grande utilité en début de thèse.

Quant aux collègues dont certains sont devenus des amis, mon séjour à Monodre a été rendu agréable grâce à eux. Ainsi, je remercie M. Frédéric Chabot pour son accueil chaleureux. Je remercie Think Le qui a partagé mon bureau pour son soutien et ses conseils et astuces issus de son ancienne expérience de doctorant. Je remercie Géraldine pour sa bienveillance, mais aussi pour son assistance informatique avec Daniel Bofty. Je remercie Irène et Eveline pour leur gestion impeccable de mes déplacements et dossiers administratifs. Je remercie Bruno, Jean Claude, Jean Philippe, Guy et Jacky pour l'atmosphère de bonne humeur qu'ils créent aux pauses café. Je tiens également à remercier Marylise et Emilie pour leur soutien, et leur souhait de la réussite dans leur carrières de chercheuses. Il ne reste plus que les talentueux footballeurs que je remercie pour les bons moments passés ensemble, malgré le pressing surhumain imposé par Nicolas, Philippe et Jean Christophe, les tacles appuyés d'Oumar, l'acharnement de Johan, et les petits ponts humiliants de Daniel Cao.

Je garde mon meilleur et plus grand remerciement à la fin. Il va bien évidemment à mes parents dont je ne trouverais jamais les mots pour décrire leurs bienfaits sur moi. Je n'oublie surtout pas mon aînée Kaoutar, que je remercie pour ses conseils avisés, et ma cadette Youssra, que je remercie pour son soutien indéfectible.

# Table des matières

<b>Résumé</b>	<b>iii</b>
<b>Remerciements</b>	<b>iv</b>
<b>Table des matières</b>	<b>ix</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 Pratique de l'épandage centrifuge, ses défis et perspectives</b>	<b>5</b>
1.1 Contexte de l'agriculture de précision . . . . .	5
1.2 La nappe statique d'épandage . . . . .	8
1.2.1 Caractérisation et principe du recouvrement . . . . .	9
1.2.2 Méthodes d'obtention des nappes . . . . .	11
1.3 Perturbations affectant l'uniformité et dispositifs de commande existants . . . . .	17
1.3.1 Bilan des perturbations . . . . .	18
1.3.2 État de l'art sur les dispositifs de commande . . . . .	21
1.4 Spécificités de l'étude . . . . .	25
1.5 Conclusion . . . . .	28
<b>2 Modélisation prenant en compte le relief du champ</b>	<b>29</b>
2.1 Modèle de mise à jour des conditions initiales des vols balistiques . . . . .	31
2.1.1 Calcul de la matrice de passage . . . . .	32
2.1.2 Déduction des conditions initiales des vols balistiques . . . . .	38
2.1.3 Discrétisation de la simulation . . . . .	39
2.2 Mesures statiques et calibration du modèle . . . . .	40
2.2.1 Configurations de mesure avec le banc . . . . .	42
2.2.2 Obtention des autres paramètres et lois de distribution . . . . .	44
2.2.3 Corrélation entre nappes statiques simulées et mesurées . . . . .	46
2.3 Modèle d'acquisition des changements d'attitude du tracteur . . . . .	48
2.3.1 Utilisation de l'accéléromètre et du gyroscope . . . . .	49
2.3.2 Fusion des données avec le filtre Kalman linéaire . . . . .	51
2.4 Conclusion . . . . .	52
2.5 Synthèse . . . . .	55



<b>3</b>	<b>Évaluation des défauts d'uniformité</b>	<b>57</b>
3.1	Étude préalable à la simulation dynamique . . . . .	58
3.1.1	Robustesse de la nappe statique . . . . .	58
3.1.2	Caractérisation de l'uniformité de la nappe globale . . . . .	60
3.1.3	Choix des cas d'étude . . . . .	61
3.1.4	Utilisation des longueurs géodésiques . . . . .	63
3.2	Erreurs d'application dans les cas de reliefs irréguliers . . . . .	66
3.2.1	Cas de rupture de pente . . . . .	66
3.2.2	Cas de rupture de devers . . . . .	70
3.2.3	Reliefs de test de l'efficacité de la commande . . . . .	74
3.3	Erreurs d'application dans les cas de la pente et du devers . . . . .	76
3.4	Réflexion sur les corrections envisageables . . . . .	80
3.4.1	Correction du débit . . . . .	81
3.4.2	Correction de la portée des particules . . . . .	82
3.5	Conclusion . . . . .	87
3.6	Synthèse . . . . .	89
<b>4</b>	<b>Correction des défauts d'application</b>	<b>91</b>
4.1	Formulation du problème d'optimisation . . . . .	92
4.1.1	Établissement de la fonction coût . . . . .	94
4.1.2	Prise en compte des contraintes mécaniques et dynamiques . . . . .	96
4.2	Méthode de résolution . . . . .	98
4.2.1	Théorèmes généraux . . . . .	98
4.2.2	Algorithme d'optimisation . . . . .	99
4.3	Résultats de correction des nappes . . . . .	103
4.3.1	Cas de l'étude d'uniformité . . . . .	103
4.3.2	Étude préliminaire de validité de la correction pour les changements d'attitude de haute fréquence du tracteur . . . . .	109
4.4	Conclusion . . . . .	112
4.5	Synthèse . . . . .	114
	<b>Conclusion générale</b>	<b>115</b>
<b>A</b>	<b>Annexe A</b>	<b>121</b>
<b>B</b>	<b>Annexe B</b>	<b>123</b>
<b>C</b>	<b>Annexe C</b>	<b>125</b>
<b>D</b>	<b>Annexe D</b>	<b>129</b>
<b>E</b>	<b>Annexe E</b>	<b>131</b>
<b>F</b>	<b>Annexe F</b>	<b>133</b>
<b>G</b>	<b>Annexe G</b>	<b>135</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>142</b>

<b>Liste des figures</b>	<b>147</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>149</b>
Table des matières	



# Introduction

Pour l'exploitation de sa parcelle, l'agriculteur exécute plusieurs opérations qui rentrent dans ce qui est appelé un itinéraire technique. Cet itinéraire consiste d'abord à préparer le sol en y réalisant des ouvertures à une profondeur donnée et en retournant la terre (le labour), ensuite à placer les graines des plantes (le semis), puis à appliquer des produits phytosanitaires pour se prémunir des maladies, insectes et parasites (la pulvérisation), puis à fournir au sol des éléments nutritifs pour les plantes sous la forme d'engrais minéraux ou organiques (la fertilisation), et enfin à récupérer la production (la récolte). La planification de ces étapes dépend des calculs agronomiques qui tiennent compte du type de culture et de la localisation géographique de la parcelle. Les calculs agronomiques sont par ailleurs une caractéristique importante de l'agriculture moderne qui se doit d'être rationnelle pour répondre au besoin d'un marché mondial où la demande ne cesse d'augmenter. En contraste, l'agriculture ancestrale était destinée à l'auto-subsistance, avait un faible rendement, et dépendait fortement des aléas climatiques.

Une autre caractéristique majeure de l'agriculture moderne est la mécanisation qui a connu une explosion depuis la révolution industrielle. Ainsi, chacune des étapes précédentes de l'itinéraire technique se pratique aujourd'hui grâce à des machines de plus en plus sophistiquées. A titre d'exemple, les charrues à socs et les déchaumeuses sont utilisées pour le travail du sol, les semoirs pneumatiques pour le semis, les pulvérisateurs à pression régulée pour la pulvérisation, les épandeurs pour la fertilisation, et les moissonneuses-batteuses pour la récolte. Nous ne nous intéressons dans cette thèse qu'à l'étape de fertilisation avec des engrais minéraux solides qui quant à elle utilise aujourd'hui majoritairement des épandeurs à disques rotatifs, appelés épandeurs centrifuges.

L'automatisation est l'aspect prépondérant de la recherche et du développement dans le domaine du machinisme agricole dans les deux dernières décennies. Cela marque même un virage semblable à celui du passage de l'agriculture ancestrale à l'agriculture mécanisée intensive. Le passage permis par l'automatisation est celui de l'agriculture intensive à l'agriculture de précision. Cette dernière s'est imposée comme une solution pour continuer de satisfaire les besoins alimentaires mondiaux tout en assurant la durabilité de l'activité agricole et la protection de l'environnement. En effet, plusieurs études ont montré les effets néfastes de l'agriculture intensive sur la pollution des milieux écologiques, et sur le rendement parcellaire à long terme. Pour y remédier, des mesures de plus en plus strictes encadrent l'acti-

tivité agricole, en particulier l'épandage des engrais, ce qui favorise l'agriculture de précision au détriment de l'agriculture intensive.

L'automatisation se manifeste dans les épandeurs centrifuges par l'usage de dispositifs variés qui visent à moduler la dose d'engrais pour épandre le juste nécessaire mais également pour s'adapter à diverses perturbations. La tendance actuelle est de rendre l'étape de l'épandage complètement autonome, soulevant ainsi des défis dont certains demeurent problématiques, notamment celui de la prise en compte de la dynamique du tracteur et du relief du terrain. Néanmoins, ce dernier défi peut connaître de nouvelles perspectives grâce aux avancées récentes dans la modélisation et la simulation de l'épandage, le développement de capteurs embarqués, et l'usage de dispositifs actifs qui ont prouvé leur efficacité sur les terrains plats. C'est l'une des raisons pour que le sujet de cette thèse se voit porté sur le développement de nouveaux systèmes actifs d'épandage prenant en compte la dynamique du tracteur et le relief du terrain.

L'utilisation dans le relief d'épandeurs réglés pour un usage sur un terrain plat peut engendrer des erreurs d'application d'engrais sous forme de zones de surdosage et de sous-dosage. Il existe des zones d'ombre autour des amplitudes de ces erreurs, car aucune étude ne s'est intéressée à l'uniformité de l'épandage en présence d'une parcelle théorique non plane avec des besoins uniformes en engrais. Ceci s'explique d'une part par l'adéquation des moyens de mesure existants comme les bancs aux nappes statiques uniquement, et d'autre part par l'absence de modèles de simulation prenant en compte la dynamique du tracteur et le relief du terrain. Ainsi, l'objectif de cette thèse est d'apporter une solution permettant de garantir l'aptitude des épandeurs à épandre uniformément en présence du relief. Un choix est fait de développer un dispositif de commande actif dont les consignes de correction sont calculées en temps réel en tenant compte de la déformation des nappes statiques à chaque point de la trajectoire du tracteur. Pour y parvenir, un modèle de simulation est développé permettant de calculer les vols balistiques des particules et leur intersection avec le terrain. Ce modèle permet également de conduire des simulations pour mettre en exergue les erreurs d'application, les analyser, et en expliquer l'origine.

Une meilleure exposition de la problématique de la thèse est donnée dans le premier chapitre de cette thèse. Nous y soulignons le rôle de la fertilisation dans l'itinéraire technique, sa place dans le contexte de l'agriculture de précision, et l'importance de sa réalisation en évitant au mieux les erreurs d'application. Ce chapitre fait également un état de l'art des connaissances acquises autour du procédé de l'épandage centrifuge et des dispositifs actifs de commande apparus récemment sur le marché. Ceci permet de montrer la pertinence de l'intérêt porté aux perturbations dues au relief qui demeurent ignorées, et de fixer une méthodologie pour développer des dispositifs actifs de commande capables de s'y adapter, en procédant par la modélisation et la simulation.

Le deuxième chapitre présente le développement du modèle de simulation qui se base sur une approche hybride. Celle-ci n'exige que la connaissance des conditions initiales des vols balistiques des particules qui sont calculées en temps réel par des équations tenant compte des changements d'attitude du tracteur à cause des changements d'altitude du relief.

Dans le troisième chapitre, des simulations sont conduites pour combler le manque

de connaissance autour de l'uniformité de l'épandage en présence de terrains non plats, qu'ils soient réguliers ou irréguliers. Ainsi, les cartes d'application de la dose obtenues permettent de mettre en exergue des erreurs d'application sous forme de zones de surdosage et de sous-dosage. Leur analyse permet d'en expliquer l'origine et de proposer des solutions possibles pour les corriger.

Une approche de correction basée sur l'inclinaison des disques est retenue, elle est testée dans le dernier chapitre. La première partie de ce chapitre est consacrée à la formulation et la résolution d'un problème d'optimisation permettant de déduire les consignes de commande en se basant sur des informations réduites sur la nappe statique d'épandage. La deuxième partie est consacrée à l'analyse des résultats de la simulation avec la correction proposée, celle-ci étant évaluée en terme d'aptitude à réduire les erreurs d'application à une amplitude tolérable, à respecter les contraintes d'exécution en temps réel, et à rester efficace même en présence de changements d'attitude de haute fréquence du tracteur dus à l'état de surface.



# Pratique de l'épandage centrifuge, ses défis et perspectives

Nous nous intéressons uniquement au procédé d'épandage des engrais minéraux qui se pratique aujourd'hui avec des épandeurs centrifuges. Ces derniers sont les plus répandus et connaissent une évolution technologique constante depuis quelques années, en phase avec l'accroissement du besoin mondial en engrais minéraux. Dans ce chapitre, une synthèse est d'abord faite des enjeux de la fertilisation en la mettant dans le contexte de l'agriculture de précision. Ensuite, une synthèse des connaissances existantes autour du procédé d'épandage centrifuge est présentée, incluant le principe du recouvrement des nappes statiques et les techniques de leur analyse par la mesure ou par la simulation. Le rappel des facteurs de perturbation déjà identifiés dans la littérature permet d'appréhender les causes de non uniformité de la répartition de la dose sur le terrain, le relief y est évoqué aussi mais autour duquel persistent des interrogations qui justifient l'effort de recherche consacré dans cette thèse. Enfin, les avancées technologiques les plus importantes dans le domaine du contrôle actif de l'épandage sont présentées. En se basant sur l'ensemble de ces éléments, les choix réalisés concernant les grandes lignes de la méthodologie sont présentés en dernière partie de ce chapitre.

## 1.1 Contexte de l'agriculture de précision

C'est dans l'étape de fertilisation de l'itinéraire technique suivi par l'agriculteur que sont apportés des engrais qui représentent des éléments nutritifs pour les plantes, complémentaires à ceux déjà existants dans le sol. Cela a pour effet d'augmenter le rendement de façon considérable : selon [Stewart et al. \(2005\)](#), 30 à 50% du rendement agricole dans certains pays est dû à l'utilisation des engrais. Ces derniers sont de deux types, organiques et minéraux, et peuvent exister dans les trois états de la matière. Seuls les engrais minéraux solides font l'objet de l'étude dans cette thèse, ils sont majoritairement épandus en utilisant des épandeurs centrifuges (90% de part de marché selon [Van Liedekerke et al. \(2008\)](#)) dont le principe est schématisé sur la figure 1.1; il peut être décomposé en 3 trois phases : (1) les particules qui sont d'abord stockées dans la trémie chutent sur le disque à un point fixe, puis (2) elles



sont accélérées par les pales jusqu'à ce qu'elles quittent le disque avec des conditions initiales données de position et de vitesse, et enfin (3) elles suivent un vol balistique jusqu'à leur interception par le terrain.

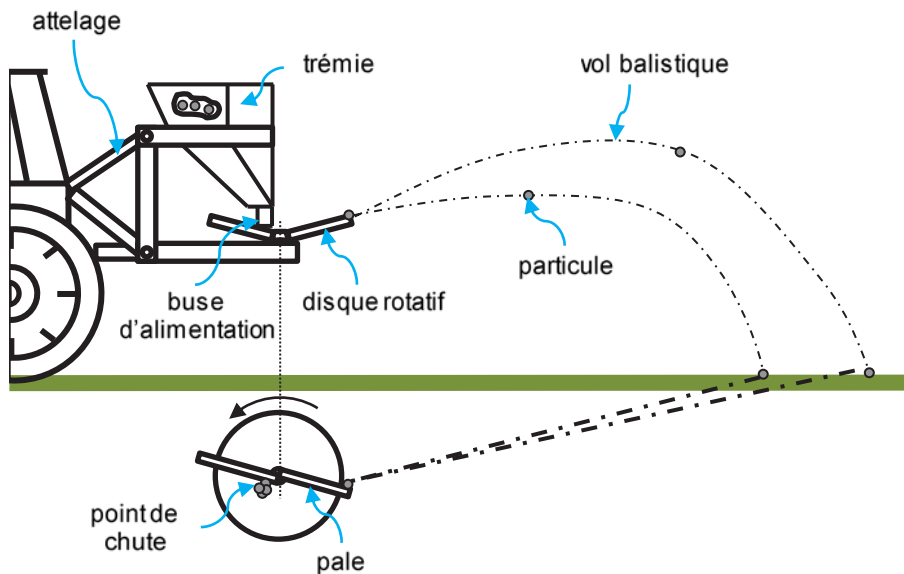


Figure 1.1 – Schéma d'un épandeur centrifuge.

Les engrais minéraux existent sous forme simple ou composée de plusieurs éléments dont chacun apporte un avantage spécifique pour la plante lorsque la dose est adéquate :

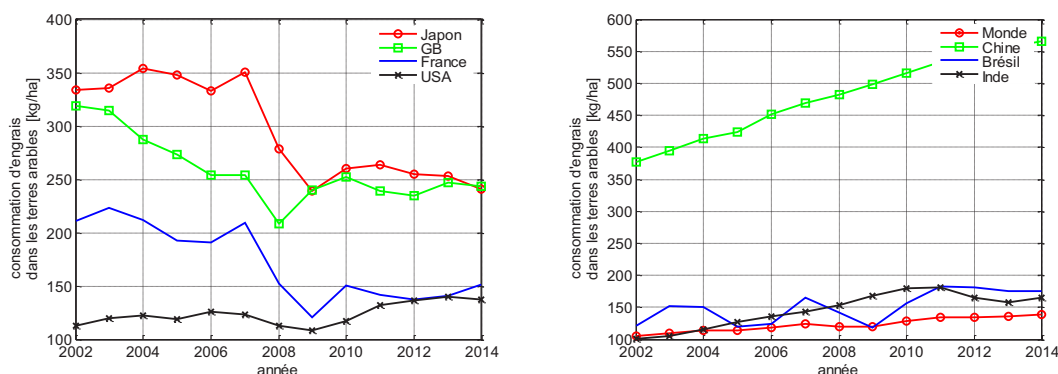
- L'azote (N) rentre dans la fabrication des protéines et des acides aminés par les plantes, il est donc essentiel pour leur propre vie. A juste dose, il augmente la valeur nutritionnelle des plantes alors que l'excès cause un retard de croissance et une sensibilité accrue au gel.
- Le phosphore (P) intervient dans le transfert et le stockage de l'énergie. Il est indispensable pour la croissance des plantes et leur floraison. Les engrais phosphatés étant majoritairement extraits de la roche du phosphate qui représente une ressource limitée dans le monde, leur prix ne cesse d'augmenter.
- Le potassium (K) régule le niveau de pH et les flux d'eaux entre les différents organes d'une plante, il la protège ainsi en cas de sécheresse. Sa carence comme son excès entraînent une sensibilité accrue aux parasites.
- Le calcium (Ca) renforce les tissus végétaux des plantes ce qui les rend plus résistantes avec un système racinaire plus développé, il les rend donc davantage capables de s'alimenter et de croître.
- Le magnésium (Mg) est important pour les plantes car il intervient dans la photosynthèse de la chlorophylle, il favorise également l'absorption du phosphore. Sa carence entraîne la décoloration des feuilles et des retards de croissance.

Ceci montre que le surdosage peut nuire à la plante au même titre que le sous-dosage. A l'échelle de la parcelle, un mauvais dosage d'engrais peut se traduire par des pertes économiques à cause de la baisse du rendement, à court terme mais également à long terme. En effet, plusieurs études dont celle de [Tilman et al. \(2002\)](#) ont analysé les effets de l'agriculture intensive qui va de pair avec le recours massif à la fertilisation, et ont montré que la durabilité de l'activité agricole en était menacée. Cela est dû à la dégradation des sols par acidification et au changement de leurs structures ce qui les rend de moins en moins intrinsèquement fertiles. En plus des considérations économiques, il est aujourd'hui prouvé que les substances chimiques contenues dans les engrais, principalement l'azote, atteignent les eaux souterraines et les cours d'eau lorsqu'ils n'alimentent pas les cultures, ce qui représente une grande cause de pollution des ressources en eau potable appelée eutrophisation. [Bechmann et al. \(2005\)](#) expliquent ce mécanisme par la mise en excès des composés chimiques azotés et phosphatés qui favorisent la croissance des algues et de bactéries qui consomment de l'oxygène dissous. Ces dernières entraînent peu à peu la mort des organismes vivants jusqu'à la destruction irréversible de la biodiversité.

La prise de conscience mondiale des enjeux et de la problématique que pose la fertilisation s'est traduite par des recommandations par des instances internationales et même des lois. A l'intérieur de l'union européenne, la directive Nitrates a fixé depuis 1991 plusieurs obligations pour les états membres dont la mise en place de plans d'actions pour réduire entre autres les apports d'engrais azotés dans les zones vulnérables. Ces mesures ont eu un impact sur la réduction de la consommation des engrais dans la dernière décennie dans plusieurs pays développés comme le montre la figure 1.2a ; les États-unis échappent à cette règle et c'est le cas pour plusieurs pays en voie de développement comme le montre la figure 1.2b. Ces derniers sont majoritaires, ce qui explique la croissance de la consommation d'engrais dans le monde ; elle devrait atteindre selon le dernier rapport de la [FAO \(2017\)](#) 186,67 millions de tonnes et continuer de croître de 2% en moyenne annuelle jusqu'en 2020. Cette croissance s'explique par l'évolution des modèles économiques dans les pays en voie de développement vers ceux de la consommation, et par l'explosion démographique ; aussi est-il logique que le besoin d'augmentation des rendements agricoles augmente avec l'augmentation de la population mondiale qui devrait atteindre 10 milliards en 2050 ([Connor et Minguez, 2012](#)).

Pour toutes ces raisons, l'agriculture intensive est en train d'être substituée par un nouveau paradigme, celui de l'agriculture de précision. L'objectif de celle-ci est d'assurer la sécurité alimentaire mondiale tout en préservant l'environnement et la durabilité de la production agricole. Le défi relevé est par conséquent celui d'une optimisation à double objectif : la maximisation du rendement et la minimisation des ressources mises en œuvre. La méthode suivie se base sur la compréhension des phénomènes en jeu dans toutes les étapes de l'itinéraire technique, la mesure pour tenir compte des variabilités extra et intra-parcellaires, et enfin la réponse adaptée au besoin.

Dans le cadre du procédé de l'épandage centrifuge des engrais minéraux, l'apport le plus significatif de l'agriculture de précision est la modulation de la dose. Celle-ci se base sur l'utilisation d'informations locales très précises sur les besoins de la parcelle fournies par des cartes à partir de GIS (Geographical Information System),



(a) Décroissance de la consommation dans quelques pays développés sauf aux États-unis.

(b) Croissance de la consommation mondiale et dans quelques pays en voie de développement.

Figure 1.2 – Données sur la consommation des engrais dans le monde synthétisées à partir de la base de données de la Banque Mondiale ([worldbank.org](http://worldbank.org)).

sur l'utilisation des systèmes de positionnement sur ces cartes pour les tracteurs grâce au GPS, et enfin sur l'utilisation des VRT (Variable Rate Technologies) qui englobent tous les dispositifs actifs permettant d'agir sur la répartition spatiale de la dose épandue à tout instant. Cependant, même en supposant la juste dose connue et en disposant des dispositifs de commande pour l'appliquer, des erreurs d'application peuvent subvenir à cause de diverses perturbations lorsqu'elles n'ont pas été prises en compte dans la phase de conception des épandeurs centrifuges. C'est la raison pour laquelle les constructeurs donnent une grande importance à la capacité des épandeurs centrifuges à réaliser une répartition uniforme de la dose sur une parcelle théorique avec des besoins uniformes en engrais quelles que soient les perturbations. Ceci représente un critère de performance important et exige de maîtriser la nappe statique.

## 1.2 La nappe statique d'épandage

La dose totale d'engrais est épandue au fur et à mesure de l'avancement du tracteur et de façon discontinue. En effet, il s'écoule un court laps de temps entre chaque prise en pale des particules ce qui implique leur éjection par des salves successives à partir des deux disques de l'épandeur et de manière synchronisée. Chaque salve laisse une empreinte appelée nappe statique d'épandage qui n'est autre que la répartition spatiale de la dose à une position donnée de la trajectoire, une illustration en est donnée sur la figure 1.3. La distribution finale des engrais au champ (forme la nappe globale) résulte du recouvrement des nappes statiques successives et par conséquent, l'uniformité de la répartition de la dose d'engrais en dépend. Pour cette raison, plusieurs techniques de mesure et de simulation ont été mises en place afin de pouvoir étudier l'impact des paramètres de la machine et des engrais sur la nappe statique d'épandage afin d'améliorer leurs performances mais également pour proposer des tables de réglage fiables aux agriculteurs. Cette section permet d'appréhender le rôle

de la nappe statique dans le recouvrement. Les différentes techniques de mesure et de simulation utilisées sont également présentées.

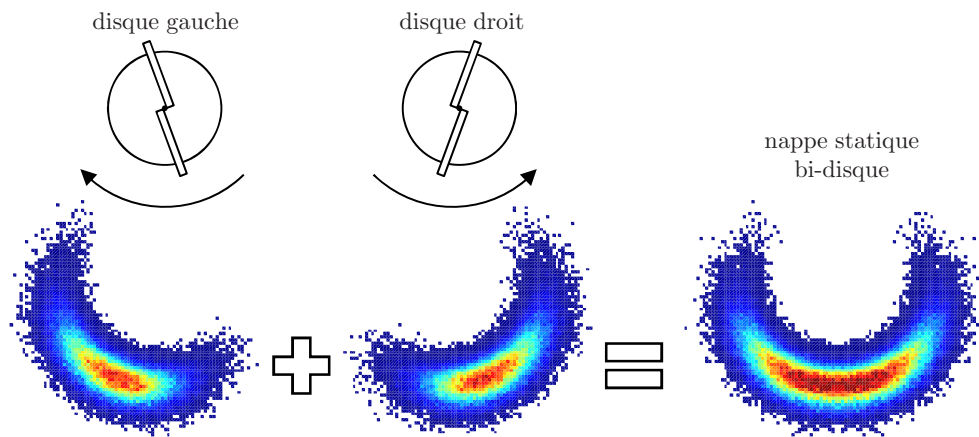


Figure 1.3 – Empreinte d'une nappe statique issue d'un épandeur bi-disque divergent ; le disque droit tourne ici dans le sens antihoraire et le disque gauche dans le sens horaire.

### 1.2.1 Caractérisation et principe du recouvrement

L'agriculteur règle le débit d'engrais de telle sorte que la dose appliquée à chaque salve permette d'atteindre une dose consigne (en kg/ha). Cependant, la nappe statique qui a la forme d'un croissant comme illustré sur la figure 1.3 présente une répartition de la dose qui n'est pas uniforme, de telle sorte qu'il existe un gradient positif de concentration des engrais en allant des bords vers le centre. Cela implique qu'un recouvrement des nappes statiques de passages adjacents est nécessaire. Dans le cas contraire, la distribution finale des engrais ne sera pas uniforme et présentera un sous-dosage entre les passages. Il ne faut pas non plus trop reserrer les passages pour ne pas donner lieu à un surdosage sur l'axe d'avancement du tracteur. Pour cette raison, la distance séparant les passages, appelée largeur de travail LW, doit être judicieusement choisie. Dans le cas d'une valeur optimale de LW comme le montre l'exemple de la figure 1.4, la dose est quasi-identique dans chaque direction transversale dans la zone d'un recouvrement complet (1 aller + 2 retours) et est égale à la dose consigne. Dans cet exemple, la répartition transversale de la dose issue de chaque passage est caractérisée par une courbe ayant une forme en cloche. Il est possible d'utiliser d'autres formes (triangle, trapèze...) en modifiant certains paramètres dont les plus influents sont la vitesse du disque (Olieslagers et al., 1996), la longueur et la forme des pales (Ravinder, 2014), le point de chutes des particules sur le disque (Parish, 2003), l'engrais lui-même du fait de l'impact de la morphologie des particules (Villette et al., 2017), et le débit (Kweon et Grift, 2006).

La largeur de travail est souvent fixée dans le champ (tram-lines) ; et pour qu'elle soit optimale, l'agriculteur s'aide des tableaux de réglage pour choisir en fonction de l'engrais utilisé, les paramètres recommandés du distributeur. Les fournisseurs d'engrais produisent ces tables en se basant sur des nappes statiques mesurées dans

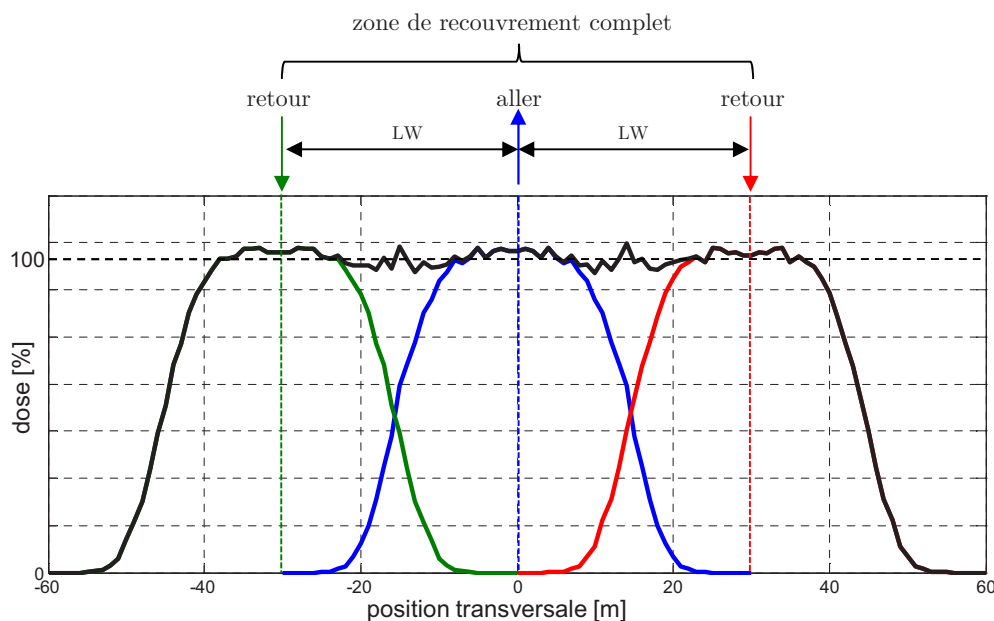


Figure 1.4 – Illustration du principe du recouvrement par l'accumulation de la dose apportée par trois nappes statiques sur trois passages parallèles espacés de la largeur de travail (LW).

différentes configurations et en calculant un critère appelé le coefficient de variation CV en simulant le recouvrement comme dans l'exemple de la figure 1.4 pour des largeurs de travail croissantes. Pour chaque configuration (une nappe statique différente), la largeur de travail la plus grande avec un CV minimal correspond à la largeur de travail optimale. La figure 1.5 montre la courbe de CV calculée pour une nappe statique selon la procédure décrite dans la norme [EN 13739-2](#). Dans cet exemple, la largeur de travail optimale correspond à  $LW=28$  m car c'est la plus grande valeur où le CV est minimal ( $\approx 3$  %). Autour de  $LW=28 \pm 2$  m, le CV varie peu, ce qui signifie que la distribution finale des engrais sera peu sensible à un faible écart à la largeur de travail optimale susceptible d'avoir lieu à cause des diverses perturbations. La norme [EN 13739-1](#) fixe comme objectif de réaliser avec les distributeurs un épandage avec une valeur maximale de CV de 15%.

En plus de la répartition transversale, [Colin \(1997\)](#) a montré que la nappe statique issue d'un disque simple équipé de pales radiales du même type peut être également caractérisée par deux autres distributions : angulaire et radiale. La première est due entre autres à des angles de sortie différents des particules tandis que la deuxième est due à leurs tailles différentes. Ces deux distributions peuvent être fitées par des courbes Gaussiennes ce qui permet d'exprimer facilement la dose  $q$  dans un point  $x$  de la nappe statique comme le produit de deux lois normales :

$$q(x, D, \rho, \varphi) = \frac{D}{2\pi\sigma_r\sigma_\theta} \exp\left(\frac{-(r(x) - \rho)^2}{2\sigma_r^2}\right) \exp\left(\frac{-(\theta(x) - \varphi)^2}{2\sigma_\theta^2}\right) \quad (1.1)$$

avec :

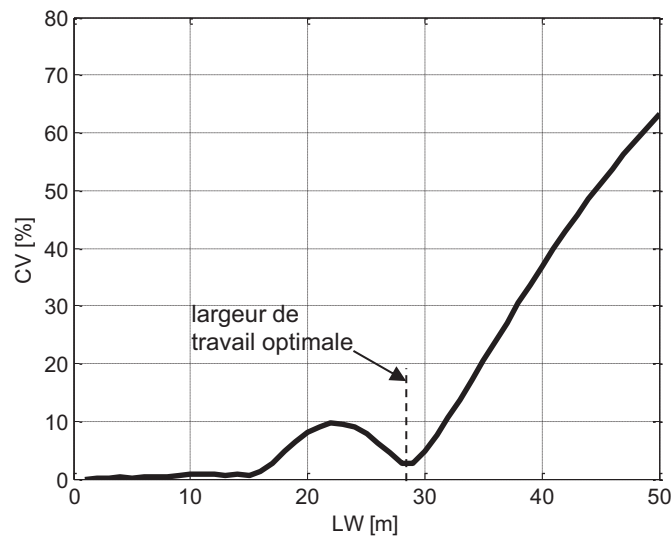


Figure 1.5 – Courbe du coefficient de variation (CV) en fonction de largeur de travail (LW) utilisée pour le réglage de l'épandage.

- $x$  un point de coordonnées cartésiennes 2D ;
- $(r(x), \theta(x))$  les coordonnées polaires de  $x$  ;
- $D$  le débit ;
- $\rho$  la moyenne de la distribution radiale ;
- $\sigma_r$  l'écart-type de la distribution radiale ;
- $\varphi$  la moyenne de la distribution angulaire ;
- $\sigma_\theta$  l'écart-type de la distribution angulaire.

Cette expression n'est pas uniquement utile pour décrire la répartition spatiale de la dose mais représente aussi un modèle de la nappe statique qui peut être utilisé pour obtenir la distribution finale des engrais en simulant le principe du recouvrement. Ceci est différent d'un modèle de l'épandage qui permet de simuler toutes les étapes du procédé avec une fiabilité qui dépend du nombre de paramètres pris en compte et de leur qualité d'estimation.

### 1.2.2 Méthodes d'obtention des nappes

Plusieurs techniques basées sur la mesure ou la simulation ont été développées afin d'avoir une évaluation précise de la nappe statique. Cela permet aux fournisseurs d'engrais et aux constructeurs d'étudier l'impact des évolutions apportées à leurs produits sur la répartition spatiale de la dose, et par conséquent d'en améliorer les performances. Cela leur permet également d'établir les tables d'épandage qui sont indispensables pour l'agriculteur lors du réglage des paramètres machine en fonction de la largeur de travail et de la dose souhaitée.

## Méthodes de mesure

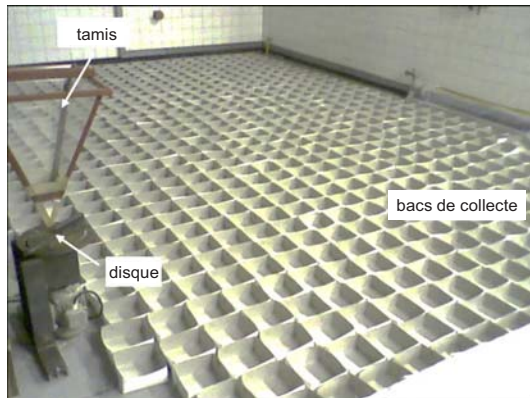
L'utilisation de bacs de collecte est la technique la plus simple mais aussi la plus fastidieuse à mettre en place. Elle requiert d'épandre sur une surface couverte par plusieurs bacs puis d'y mesurer la masse d'engrais retenue ; cette information combinée avec la position des bacs permet de cartographier la nappe statique. Toutefois, il est clair que cette technique représentée sur la figure 1.6a est coûteuse en temps et inadaptée pour de larges surfaces. Pour cette raison, plusieurs études sont faites en se basant uniquement sur la réparation transversale de la nappe dont l'acquisition ne requiert au minimum qu'une rangée de bacs disposés transversalement à la direction d'avance du tracteur comme représenté sur la figure 1.6b. Seuls les bancs de mesure permettent de répondre aux exigences des industriels en terme de précision et de répétabilité des résultats. Les bancs dit transversaux comme le *CEMOB* représenté sur la figure 1.6c utilisent une rangée de bacs munis de capteurs de force et montée sur deux rails de façon à pouvoir translater transversalement à la direction d'épandage depuis un poste fixe. Un enregistrement en temps réel est réalisé des informations sur la dose d'engrais cumulée dans chaque bac ainsi que sa position cartésienne, ce qui permet par intégration d'obtenir la nappe statique. Une autre solution réside dans la mesure radiale grâce au banc *CEMIB* (figure 1.6d). Ce dernier offre l'avantage de réaliser la mesure dans un repère polaire ce qui réduit considérablement la surface du hall de mesure : 450 m<sup>2</sup> (45 × 10) au lieu de 5400 m<sup>2</sup> (90 × 60). La fréquence de mesure étant réglée à 10 Hz et les capteurs sensibles à une masse de 0,02 g, des nappes statiques de grande résolution sont obtenues. Par ailleurs, des résultats de grande répétabilité peuvent être obtenus grâce à la réalisation des tests dans des halls à température et humidité maîtrisée comme le précise la norme [EN 13739-2](#). Dans le cas contraire, l'humidité affecte le coefficient de frottement entre les particules ([Reumers et al., 2003a](#)) et par conséquent leur dynamique sur le disque et le résultat final de l'épandage.

## Méthodes de simulation

Plusieurs modèles d'épandage ont été développés dans le but de faciliter l'obtention des nappes statiques par la voie de la simulation. Ces modèles ont en commun l'étude du mouvement des particules durant l'épandage aux trois étapes décrites précédemment sur la figure 1.1. En y appliquant le principe fondamental de la dynamique des particules, des équations différentielles peuvent être déduites et dont la résolution permet de reproduire le phénomène d'épandage. Le modèle le plus simple du mouvement de glissement d'une particule sur le disque est celui de [Patterson et Reece \(1962\)](#) pour un disque plat à pales radiales, il est applicable à une seule particule et donne une équation différentielle de sa position  $r$  dans le repère rotationnel de la pale :

$$m \frac{d^2 r}{dt^2} = \underbrace{m\omega^2 r}_{F_c} - \underbrace{\mu_d m g}_{F_d} - \underbrace{2\mu_p m \omega \frac{dr}{dt}}_{F_p} \quad (1.2)$$

avec  $m$  la masse de la particule,  $\omega$  la vitesse angulaire du disque,  $g$  l'accélération de la gravité,  $\mu_d$  et  $\mu_p$  respectivement le coefficient de frottement avec le disque et la pale, tel que  $F_c$  est la force centrifuge,  $F_d$  la force de frottement avec le disque déduite



(a) Test de mesure statique réalisé par Coetzee et Lombard (2011).



(b) Test de mesure dynamique réalisé par Grafton et al. (2015).



(c) Banc de mesure transversal CEMOB décrit par la norme EN 13739-2.



(d) Banc de mesure radial CEMIB développé par Piron et al. (2010), installé chez Amazone-Werke.

Figure 1.6 – Méthodes de mesure avec bacs de collecte ou sur banc.

de la force de gravité, et  $F_p$  la force de frottement avec la pale déduite de la force de Coriolis. Ce modèle a été généralisé par Cunningham et Chao (1967) pour des pales courbes, par Brinsfield et Hummel (1975) pour des tubes au lieu des pales, et par Dintwa et al. (2004) pour des disques coniques munis de pales inclinées. Villette et al. (2008) ont proposé un modèle légèrement différent car développé dans un repère qui permet de s'affranchir des forces virtuelles telles que la force centrifuge et celle de Coriolis. Pour cela, ils ont calculé une expression analytique de l'accélération dans un repère galiléen lié à la pale à partir de la dérivation de la position d'une particule, puis ont appliqué le principe fondamental de la dynamique en sommant les efforts réels subis par une particule dans le même repère. Il existe également dans la littérature des alternatives aux modèles analytiques, grâce notamment au recours à la technique des éléments discrets (DEM). Elle a été mise au point par Van Liedekerke et al. (2006, 2009) d'abord pour une particule isolée puis pour un flux d'engrais. Elle s'inspire de la dynamique de particules atomiques qui lorsqu'elles sont soumises à des forces, bougent conformément au principe fondamental de la dynamique. Ces forces peuvent être externes (ex : gravité) ou internes (ex : interactions électromagnétiques). Par analogie, les particules d'engrais au sein d'un flux sont soumises à des forces externes



(gravité, action du disque, action des pales...) et des forces internes (forces dues aux collisions entre les particules). Cette approche a l'avantage de permettre la prise en compte des interactions entre les particules et les rebonds lors de leur chute sur le disque ou lors de la prise en pale. La modélisation des forces de contact a été initiée par [Quiniou \(2009\)](#) qui a proposé des modèles type «ressort-amortisseur» ou en faisant appel aux principes de la mécanique des milieux continus.

La partie se rapportant au vol balistique a été étudiée en premier par [Mennel et Reece \(1963\)](#) qui ont montré qu'elle peut être modélisée en prenant en compte deux forces : la gravité et la résistance du vent (traînée) donnée par :

$$\mathbf{F}_d = -C_x S_p \rho_a \|\mathbf{V}\| \mathbf{V} \quad (1.3)$$

avec  $C_x$  le coefficient de traînée,  $S_p$  surface projetée de la particule,  $\rho_a$  masse volumique de l'air et  $\mathbf{V}$  le vecteur vitesse de la particule. En appliquant le principe fondamental de la dynamique à la particule, ce modèle balistique peut être déduit :

$$\begin{cases} \frac{dV_x}{dt} = \frac{-\rho_a C_x S_p}{2m} \|\mathbf{V}\| V_x \\ \frac{dV_y}{dt} = \frac{-\rho_a C_x S_p}{2m} \|\mathbf{V}\| V_y \\ \frac{dV_z}{dt} = \frac{-\rho_a C_x S_p}{2m} \|\mathbf{V}\| V_z - g \end{cases} \quad (1.4)$$

Les courbes balistiques des particules calculées avec ce modèle sont planes, et par conséquent seules les équations suivant l'axe x et z ou bien y et z peuvent suffire en se plaçant dans le repère de la pale. C'est la conséquence du mouvement des particules sur le disque en considérant qu'elles glissent sans rouler comme dans le modèle de l'équation (1.2).

Aussi bien dans la phase de mouvement des particules sur le disque que dans la phase du vol balistique, une connaissance de la morphologie des particules est nécessaire pour fournir des valeurs aux paramètres des modèles dont les plus déterminant sont les coefficients de frottement, la taille des particules et le coefficient de traînée  $C_x$ . Cette tâche est difficile vu l'irrégularité relative des particules dans un lot d'engrais du même type. Néanmoins, des études ont montré qu'il est possible d'émettre des hypothèses simplificatrices, et ont aidé à développer une instrumentation pour obtenir une estimation de ces paramètres.

Le coefficient de traînée  $C_x$  est souvent calculé dans la littérature en faisant l'hypothèse que les particules possèdent une forme sphérique, ce qui offre l'avantage de pouvoir utiliser des expressions analytiques en fonction du nombre de Reynolds  $R_e$  comme celle proposée par [Brown et Lawler \(2003\)](#) :

$$\begin{cases} R_e = \frac{\phi \|\mathbf{V}\| \rho_a}{\mu_a} \\ C_x = \frac{24}{R_e} (1 + 0,15 R_e^{0,681}) + \frac{0,407}{1 + 8710 R_e^{-1}} \end{cases} \quad (1.5)$$

avec  $\phi$  le diamètre d'une sphère,  $\rho_a$  la masse volumique de l'air et  $\mu_a$  la viscosité dynamique de l'air. Cette équation est valable pour  $R_e < 10^5$  et est donc valable pour l'épandage ([Walker et al., 1997](#)). Cependant, [Hofstee \(1992\)](#) et [Grift et al. \(1997\)](#) ont montré que des écarts ont lieu entre le temps de chute mesuré pour

des particules de formes irrégulières et le temps de chute simulé pour des particules sphériques. Pour cela, ils proposent de tenir compte d'un facteur de forme qui permet de faire l'hypothèse que toutes les particules sont sphériques et de compenser les erreurs éventuelles dues aux irrégularités morphologiques en modifiant la valeur du coefficient  $C_x$  ; un abaque a été mis en place dans ce but pour des engrais de masses volumiques variées. Chien (1994) a quant à lui proposé une formule pour le calcul du  $C_x$  en fonction d'un facteur de forme  $q$  appelé sphéricité :

$$C_x = \frac{30}{R_e} + 67,289e^{-5,03q} \quad (1.6)$$

Comme il est possible de considérer les particules comme étant sphériques, un diamètre correspondant peut être attribué à chacune d'elle, et utilisé pour le calcul de la masse à partir de la masse volumique de l'engrais. Ce diamètre peut être obtenu à partir du résultat d'un tamisage (Reumers et al., 2003b; Morsy et al., 2012) ou bien par un banc comme celui de la figure 1.7 développé par Irstea. Ce banc permet d'automatiser une prise d'images multiples lors de l'écoulement des particules sur un plan incliné éclairé. Les images sont ensuite traitées par un logiciel pour en extraire les caractéristiques dimensionnelles souhaitées dont la distribution du diamètre.

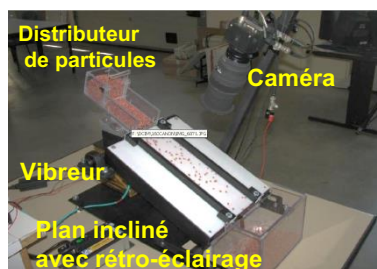


Figure 1.7 – Photogranulomètre développé par Irstea.

Pour l'estimation des coefficients de frottement des particules sur le disque  $\mu_d$  et la pale  $\mu_p$ , des formules simples peuvent être utilisées en exploitant les lois de Coulomb. A titre d'exemple, en lançant une particule dans une direction linéaire sur un plan incliné d'angle  $\gamma$ , le coefficient de frottement s'exprime par :

$$\mu = \tan \gamma - \frac{A}{g \cos \gamma} \quad (1.7)$$

avec  $A$  l'accélération de la particule, prise en compte lorsque il y a glissement car il s'agit d'un frottement dynamique, et ignorée dans le cas du roulement car il s'agit d'un frottement statique. Une technique plus précise a été mise au point grâce à un banc développé par Hofstee (1992). Ce banc est muni d'un disque rotatif dont la face supérieure est couverte d'une couche du matériau étudié, et d'un bras relié à un capteur de force qui maintient en contact une particule avec le disque. Le coefficient de frottement est défini comme étant le rapport entre la force normale égale au chargement appliqué sur le bras et la force de frottement mesurée par le capteur qui correspond à la force nécessaire pour garder la particule d'engrais à la même position. Les tests effectués avec ce banc ont montrer que le matériau composant la

surface de frottement a un impact significatif sur le coefficient de frottement de la particule. A titre d'exemple, l'acier inoxydable et l'aluminium génèrent un coefficient de frottement 30% supérieur à celui des surfaces en PVC ou en Nylon. [Grift et al. \(2006\)](#) ont aussi calculé le coefficient de frottement d'une particule sur un disque rotatif, mais au lieu d'utiliser un capteur de force, ils ont utilisé un capteur optique pour l'estimation de la vitesse radiale des particules qui rentre dans une expression du coefficient de frottement qu'il a établi. Ainsi, ils ont pu montrer que le coefficient de frottement ne peut pas être considéré constant et qu'il est caractérisé par une distribution proche d'une gaussienne. Celle-ci est caractérisée dans l'exemple de l'Urée par une moyenne de 0,36 et d'un écart-type de 0,1.

### Méthode hybride

La simulation permet à l'inverse de la mesure, de procéder facilement à des itérations lors de la phase de conception de nouveaux épandeurs et de la fabrication de nouveaux engrais. Cependant, aucun modèle n'a aujourd'hui la capacité de pouvoir remplacer complètement la mesure au banc qui est très précise. Cela provient essentiellement du nombre important de paramètres physiques des engrais qui sont difficiles à se procurer chez les fournisseurs et fastidieux à estimer. C'est l'une des raisons pour lesquelles une approche dite hybride est très utilisée. Le principe de celle-ci a été mis au point par [Colin \(1997\)](#) qui a montré que la distribution angulaire des engrais sur la nappe statique est caractérisée par une loi normale qui est la même qui caractérise les particules en sortie de disque. En sachant que la distribution angulaire des particules en sortie de disque est le résultat de leur dynamique sur celui-ci, il devient possible de faire abstraction de cette partie du mouvement des particules et de réaliser un tirage aléatoire suivant la loi de la distribution angulaire mesurée pour avoir les conditions initiales du vol balistique.

La méthode hybride s'apparente à une approche de simulation de Monte-Carlo, mais pour pouvoir l'utiliser pour avoir des nappes statiques, il est également nécessaire de fournir les conditions initiales de vitesse des particules. Dans cet objectif, plusieurs techniques de vision ou d'imagerie ont été développées. [Grift et Hofstee \(1997\)](#) ont proposé un dispositif de mesure muni de capteurs photosensibles. Son principe est de mesurer le temps qui s'écoule entre la détection d'une particule par des capteurs successifs régulièrement espacés, ce qui permet d'en déduire la vitesse. [Cointault et Vangeyte \(2005\)](#) ont généralisé cette approche à une salve entière de particules grâce à une technique de prise d'images sous l'éclairage d'un stroboscope. La vitesse des particules est déduite de leur déplacement entre deux images successives ; la même technique a été améliorée en utilisant une caméra rapide par [Hofstee et Huisman \(2014\)](#). [Villette \(2006\)](#) et [Villette et al. \(2008\)](#) ont proposé une technique utilisable pour tout type de disque et qui ne consiste à mesurer que l'angle de sortie horizontal  $\alpha$  supposé constant. Ils ont exprimé pour cela les composantes de la vitesse de sortie d'une particule en fonction de  $\alpha$  qui devient par conséquent l'inconnue à estimer pour déduire les conditions initiales de vitesse. La mesure de  $\alpha$  par analyse d'images avec du "Flou cinétique" est facilitée par le fait que les trajectoires des particules apparaissent comme des lignes continues. Grâce à ces techniques, plusieurs études ont montré l'efficacité de l'approche hybride dans la simulation des nappes statiques. [Reumers et al. \(2003a\)](#) et [Reumers et al. \(2003b\)](#) ont obtenu des nappes

statiques simulées très bien corrélées aux nappes de mesure en utilisant l'analyse d'images avec du "Flou cinétique" pour le calcul de  $\alpha$  et la déduction des vitesses, et un simple collecteur cylindrique pour la distribution angulaire en sortie de disque. Cependant, les nappes simulées dans cette étude présentaient peu de variabilités internes en plus d'avoir une dispersion radiale et angulaire plus faible, ce qui les rendait peu réalistes. Cela a été expliqué par [Villette et al. \(2013\)](#) par le fait que seule la distribution angulaire des particules en sortie disque ne suffit pas à tenir compte de tout l'aspect stochastique de l'épandage. Ils ont également montré qu'il y a une distribution angulaire autour de l'angle de sortie vertical des particules, et en a fourni une estimation pour des engrais ( $\sigma = 1,1^\circ$  pour l'engrais NPK et  $\sigma = 0,87^\circ$  pour l'engrais KCL) en mesurant la zone couverte par l'impact des particules sur un papier carboné placé autour du disque d'épandage. La simulation la plus complète à ce jour a été réalisée par [Villette et al. \(2017\)](#) en utilisant à la fois une distribution angulaire et une distribution radiale en plus d'une estimation de la vitesse à partir de l'angle  $\alpha$  mesuré, ce qui a permis d'avoir des nappes très réalistes qui ont également permis de retrouver par simulation des comportements établis sur banc de mesure comme l'augmentation du CV avec la diminution de la dose ou avec l'augmentation de la taille des bacs de collecte.

**La répartition spatiale de la dose n'est pas uniforme dans la nappe statique d'épandage, par conséquent le principe du recouvrement est fondamental afin d'assurer que la dose transversale soit identique au milieu de trois passages adjacents du tracteur. Plusieurs techniques de mesure et de simulation permettent d'acquérir la nappe statique afin de l'étudier et calculer la largeur de travail optimale ; plus récemment des approches hybrides ont été développées permettant de combiner l'avantage des deux, à savoir une bonne représentativité avec une facilité d'obtention.**

### 1.3 Perturbations affectant l'uniformité et dispositifs de commande existants

La répartition des engrais sur le terrain comme tout autre procédé est forcément soumise à des perturbations malgré l'application de réglages approuvés sur les bancs de mesure. Conscients des effets néfastes dus à une mauvaise répartition des engrais mais aussi en raison de la réglementation de plus en plus stricte, les constructeurs ont mis au point des modèles d'épandeurs capables de gérer certaines perturbations tandis que d'autres ne le sont pas encore en raison du manque de connaissance sur leur impact sur l'épandage. Ceci a permis de réduire la valeur minimale du CV sur le terrain qui peut atteindre 50%, à moins de 20% selon une étude de [Lawrence et Yule \(2007\)](#) réalisée sur un terrain plat. Les différentes perturbations connues ainsi que celles susceptibles d'avoir un impact sans être suffisamment étudiées comme le relief sont présentées dans cette section. Un état de l'art sur les dispositifs de correction existants est également présenté.

### 1.3.1 Bilan des perturbations

#### Perturbations affectant le recouvrement

En théorie, si le tracteur garde une distance inter-passages égale à la largeur de travail, alors le recouvrement réalisé des nappes est optimal et le CV est minimal. Cependant, cela est rendu difficile par deux perturbations : les erreurs de guidage du tracteur et les singularités géométriques de la parcelle. En effet, les passages du tracteur ne peuvent pas être rigoureusement parallèles lorsque le tracteur est manuellement conduit par l'agriculteur. Ceci est d'autant plus difficile à réaliser lorsque le délai de ressuyage (séchage) du sol n'est pas respecté ce qui peut provoquer le patinage des roues du tracteur. Par conséquent, à débit constant, le recouvrement est détérioré donnant lieu à du surdosage et du sous-dosage aux bords et aux centres des passages. [Virin \(2007\)](#) a réalisé une simulation sur une parcelle non carrée de 3.4 ha avec des trajectoires GPS réelles sensées être parallèles. Il a montré qu'environ 20% de la surface de la parcelle est sous-dosée et 20% est surdosée. Le surdosage atteint même une amplitude de 100% aux bords de la parcelle aux points d'intersection entre les passages plein champ avec la ligne du détournement où le recouvrement entre les nappes statique est très serré.

En faisant l'hypothèse que les passages soient parfaitement parallèles, un apport d'engrais en retard ou en avance peut également engendrer des erreurs d'application. Cela peut provenir d'une vitesse non constante du tracteur qui affecte immédiatement le débit puisque ce sont des grandeurs reliées par la relation :

$$D = \frac{Q.LW.v}{600} \quad (1.8)$$

avec  $D$  le débit en kg/min,  $Q$  la dose souhaitée en kg/ha,  $v$  la vitesse du tracteur en km/h et  $LW$  la largeur de travail en m.

#### Perturbations affectant directement le vol balistique

[Colin \(1997\)](#) s'est intéressée à l'effet du vent et l'a intégré au modèle balistique de l'équation (1.4) en utilisant dans le calcul de la force de traînée, la vitesse relative de la particule par rapport à la vitesse de l'air. La prise en compte du vent implique que les courbes balistiques ne sont pas nécessairement planes à cause de la déviation de la trajectoire des particules, et par conséquent le modèle doit être tridimensionnel pour voir les effets du vent. La déviation trouvée a été maximale dans le cas d'un vent de travers et pouvait atteindre 0.6 m lorsque sa vitesse atteint  $6 \text{ m.s}^{-1}$ . Elle a également montré que la déviation due à la vitesse du vent est proportionnelle à son intensité ce qui concorde avec une étude récente de [Cool et al. \(2016\)](#). Cependant, ces derniers bien qu'ils aient utilisé le même modèle balistique, ils ont fait des simulations plus exactes grâce à l'application d'un coefficient de traînée non constant calculé en fonction de la sphéricité en utilisant l'équation (1.6). La sphéricité caractérisée par une distribution statistique a été extraite par analyse d'images en utilisant une technique de tomographie de précision microscopique. Ainsi, grâce à une meilleure prise en compte de la morphologie des particules, ils ont pu montrer qu'une plus grande sensibilité des vols balistiques au vent a lieu avec des particules de forme

irrégulière, de faible densité et de petite taille. Les écarts de portée trouvés pouvaient atteindre jusqu'à 28% pour un vent soufflant par l'arrière de  $6 \text{ m.s}^{-1}$ .

Le modèle balistique de l'équation (1.4) implique que les particules possèdent un mouvement de translation pure. Ceci est vrai lorsque les particules ont un mouvement de glissement sur le disque qui fait en sorte qu'elles sont éjectées sans conditions initiales de roulement ; c'est une hypothèse qui a permis d'établir le modèle de l'équation (1.2). Dans le cas contraire, les particules possèdent au cours du vol balistique un mouvement de rotation sur elles-mêmes en plus du mouvement de translation. [Cool et al. \(2014b\)](#) ont suggéré que ce mouvement de rotation pouvait par effet Magnus entraîner la déviation de la trajectoire des particules. Ils ont modélisé ce phénomène en ajoutant la force de Magnus dans le modèle balistique précédent ; cette force est proportionnelle au produit vectoriel des vecteurs de vitesse de translation et de rotation des particules :

$$\mathbf{F}_m = C_m \rho_a \|\mathbf{V}\| (\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{V}) \quad (1.9)$$

avec  $C_m$  le couple de traînée de Magnus qui comme le coefficient de traînée  $C_x$  dépend du nombre de Reynolds. Les simulations réalisées en calculant les conditions initiales de particules supposées parfaitement sphériques qui roulent sans glissement ont montré que l'effet Magnus peut entraîner la réduction de la portée des vols balistiques jusqu'à 33% de même qu'une déviation du point d'atterrissage final de 13% de la portée lorsque le disque tourne à  $1000 \text{ tr.min}^{-1}$ . Ces résultats n'ont pas été validés par la mesure et semblent exagérés vu l'hypothèse peu probable que toutes les particules roulent sans glissement. Néanmoins, cela montre que l'épandage avec des particules très sphériques et à forte vitesse de rotation du disque doit se baser sur des tables de réglage obtenues par des essais précis sur banc.

En plus du vent et de l'effet Magnus, l'humidité de l'air peut affecter la portée des vols balistiques. En effet, la masse volumique de l'air diminue avec l'augmentation du taux d'humidité ce qui a pour effet d'augmenter la portée. [Colin \(1997\)](#) a montré que cette augmentation peut atteindre en théorie 3 m lorsque le taux d'humidité passe de 0 à 100%. Cependant, l'humidité a pour effet dans la réalité de perturber l'écoulement des particules dans le disque de façon à réduire leur vitesse d'éjection, et par conséquent de réduire la portée des vols balistique. A cela s'ajoute la fragilisation des particules qui en devenant cassantes créent de la poussière susceptible de générer un surdosage sur l'axe de passage du tracteur et un sous-dosage à ces bords. La norme [NF EN 13299](#) fixe le taux d'écoulement idéal des engrais qui varie de 4 à  $8 \text{ kg.min}^{-1}$ , et la teneur en poussière admissible est de moins de 0,1%.

### **Le relief et l'état de surface du terrain**

Les tables de réglage fournies aux agriculteurs se basent majoritairement aujourd'hui sur les résultats des tests réalisés sur les bancs de mesure. Dans ces derniers, les bacs de collecte sont disposés sur un sol plat, et le tracteur dans le cas d'un test dynamique, se déplace sur un sol non accidenté. Ces conditions ne sont pas toujours réunies dans toutes les parcelles agricoles, et par conséquent le relief et l'état de surface peuvent constituer des perturbations qui rendent les réglages appliqués non adaptés même en réalisant un recouvrement parfait. L'étude de [Plourde](#)

et Pijanowski (2010) réalisée aux États-unis montre que l'activité agricole décroît inversement à l'augmentation du niveau d'inclinaison du terrain, et que moins de 5% des terres agricoles possèdent une inclinaison supérieure à 5° comme représenté sur la figure 1.8. Ce taux est supérieur dans certains pays comme la Nouvelle-Zélande où Yule et Grafton (2013) affirment que 20% des terres agricoles possèdent une inclinaison comprise entre 5 et 10°. En raison de la prépondérance de l'activité agricole dans les terrains à tendance plane, la priorité a été donnée à la gestion des perturbations les affectant, ce qui explique le peu d'études qui se sont intéressées aux perturbations dues au relief.

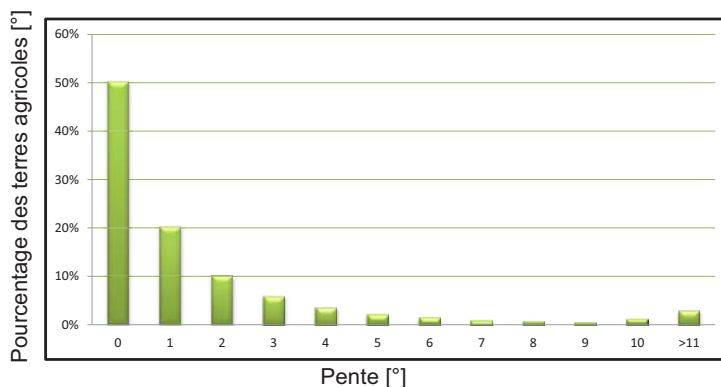


Figure 1.8 – Répartition des surfaces des terres agricoles aux USA selon le degré de pente (étude de Plourde et Pijanowski (2010)).

Loftang (1993) a démontré que l'épandage dans le cas d'un relief régulier avec une pente longitudinale et latérale entraîne inévitablement une répartition différente des engrais par rapport à un terrain plat. Il a utilisé pour cela de simples équations balistiques sans force de traînée qui permettent de tester l'effet de la variation d'altitude, de la vitesse de sortie des particules et de leur angle d'éjection. Il en a déduit sans le prouver qu'un surdosage ou un sous-dosage dans la distribution finale peut avoir lieu et de façon plus significative dans le cas de la pente latérale. Parish (2003) et Yildirim (2008) ont étudié respectivement l'effet sur la nappes statique de la variation d'inclinaison des disques dans la direction longitudinale et latérale. Cette variation représente une perturbation très probable sur le terrain dont ils ont montré qu'elle peut entraîner dans les deux cas une augmentation très importante de la valeur du CV minimum pour des angles supérieurs à 5° (augmentation de plus de 20%). Grafton et al. (2015) ont directement étudié l'effet sur la nappe statique de la pente longitudinale et latérale en réalisant des mesures avec la technique représentée sur la figure 1.6b. Ils ont montré que les courbes de la répartition transversale s'écartent de celles obtenues à plat donnant lieu à une augmentation du CV jusqu'à 25%. Dans le cas d'une pente latérale de 11°, la courbe transversale présentait une dissymétrie de la dose de 37.4%/62.6% au lieu de 50%/50% à plat, ce qui en fait le pire des cas. Aucune étude à notre connaissance n'a été consacrée aux effets du relief sur la distribution finale au champ qui semblent pourtant très probables vu les effets constatés sur la nappe statique. Ceci s'explique par les limites des méthodes actuelles de mesure utilisant des bacs de collecte et par l'absence d'un modèle d'épandage prenant en compte à la fois la dynamique du tracteur et le relief du terrain. Ce dernier

n'est d'ailleurs pas forcément régulier, et les variations d'altitude qui peuvent exister peuvent également donner lieu à des erreurs d'application qui risquent de dépasser celles obtenues sur une simple pente.

L'état de surface peut également donner lieu à des variations d'inclinaison des disques mais à une fréquence élevée. Par conséquent, les résultats des tests statiques de [Parish \(2003\)](#) et [Yildirim \(2008\)](#) ne sont pas représentatifs de ces perturbations. [Parish \(1991\)](#) a réalisé des mesures de la répartition transversale avec un tracteur effectuant des passages à 5 km/h sur une surface lisse et d'autres rendues accidentées avec de petites barres formant des motifs différents. Il a constaté que la largeur de la répartition transversale augmente, par rapport à celle obtenue à plat, en donnant lieu à l'augmentation du CV, et que les plus grands écarts sont obtenus avec des engrais de petite taille et de forme irrégulière. Ceci a été expliqué par le fait que les particules ont tendance à avoir des mouvements de rebond sur le disque qui réduisent les phénomènes de frottement et impliquent des vitesses de sortie de disque plus grandes ; la variation du point de chute a été considérée comme peu probable. Aucun autre résultat dans la littérature ne s'est intéressé aux perturbations dues à l'état de surface, et ses effets sur la distribution au champ demeurent inconnus.

### 1.3.2 État de l'art sur les dispositifs de commande

Dans les deux dernières décennies, plusieurs améliorations ont été apportées aux épandeurs centrifuges les rendant plus performant en terme de largeur de travail permise mais aussi en terme d'uniformité dans l'application de la dose. Ceci a été permis par l'adoption de plusieurs dispositifs conçus spécifiquement pour gérer quelques-unes des perturbations présentées en amont. Pour d'autres types de perturbation comme l'humidité et le vent, l'effort de recherche et de développement des fournisseurs d'engrais permet d'améliorer les performances de leurs produits, et de les rendre de moins en moins cassables et de plus en plus aptes à être épandus en présence du vent. Par ailleurs, dans ce dernier cas, les agriculteurs ont le choix d'attendre que le vent qui souffle rarement de façon permanente soit à la vitesse qui est fournie dans les tables de réglage où ses effets sont négligeables, contrairement aux perturbations du recouvrement et du relief qui sont permanentes.

#### Contrôle du débit

Le dispositif le plus répandu est le DPA (Débit Proportionnel à l'Avancement). Ce dernier permet de satisfaire l'équation (1.8) et ainsi d'épandre la dose souhaitée malgré la variation de vitesse du tracteur. L'information sur la vitesse peut être fournie par le GPS ou un autre capteur. Le réglage du débit se fait par le réglage de l'ouverture et la fermeture des trappes d'alimentation des disques. Les nouveaux dispositifs annoncent tenir compte dans la consigne de l'effet de l'augmentation du débit sur la forme de la répartition transversale. Celle-ci a tendance à se rapprocher de la forme trapézoïdale comme le montre [Kweon et Grift \(2006\)](#) qui présentent aussi une méthode pour déduire les consignes de réglage des trappes d'alimentation.

Certains constructeurs proposent un système de pesée intégrée qui rend possible l'épandage sans vérification du débit par l'agriculteur ; la consigne de dose suffit. Ils ont besoin pour fonctionner de déterminer certaines propriétés de l'engrais et de son



écoulement, puis de comparer automatiquement la quantité effectivement épandue par rapport à la quantité de consigne. Cette dernière information est utile pour commander la trappe de dosage.

### **Contrôle du guidage du tracteur**

Grâce aux systèmes de guidage automatique (Keicher et Seufert, 2000), les erreurs de suivi de la trajectoire ont été réduites. Le fonctionnement de ces systèmes repose sur le traitement par un ordinateur des informations sur la localisation réelle du tracteur (fournie par GPS, vision...) et la localisation souhaitée sur une carte ou sur une trajectoire (fournie par un GIS ou programmée). Le ordinateur génère ensuite la consigne de commande d'un actionneur qui modifie la direction du tracteur en fonction de l'écart estimé. Ces systèmes sont efficaces pour éliminer les erreurs d'application en plein champ mais doivent être combinés avec d'autres dispositifs pour la bordure du champ. Les épandeurs de dernière génération peuvent même combiner des signaux DGPS (Differential Global Positioning System) avec les cartes de dose fournis par un GIS, et comme la précision de guidage est centimétrique dans ce cas, piloter l'opération d'épandage de façon complètement autonome.

### **Contrôle de l'épandage en bordure et limite du champ**

Le pilotage automatique de l'épandage peut simplement consister à commander l'arrêt et le démarrage ou bien le ralentissement et l'accélération de chaque disque de l'épandeur de façon à réduire la largeur de travail dans les zones de bordure et fin de champ ; c'est le type de commande utilisée dans la Gamme F2 des modèles du constructeur Bredal. Virin (2007) a réalisé des simulations en implémentant ce type de commande et a montré que des erreurs d'application supérieures à  $\pm 15\%$  de la dose consigne ont lieu. Il a testé une autre stratégie en établissant une carte de consignes de dose établie à partir de raisonnements agronomiques, et a réalisé la simulation à largeur de travail constante. Ce cas aussi a donné lieu à des erreurs d'application supérieures à  $\pm 15\%$  de la dose consigne, parfois dans des zones non affectées initialement, ce qu'il a expliqué par une mauvaise estimation des instants d'ouverture et de fermeture des trappes d'alimentation pour le changement du débit. Il a apporté une solution théorique à cette problématique qui consiste à adapter le débit en même temps que la forme de la répartition transversale de la nappe à chaque point de la trajectoire du tracteur. Cette solution a été testée en calculant les caractéristiques optimales de chaque nappe statique (distribution angulaire horizontale et radiale) ainsi que le débit, puis en les utilisant en simulation, 84% de la surface de la nappe globale a été rendue uniforme. Plusieurs déclinaisons de cette solution peuvent être trouvées chez les constructeurs, qui se différencient uniquement par la consigne utilisée pour modifier la forme de la nappe utilisée vers la forme optimale supposée connue. Plusieurs constructeurs utilisent un système de volets commandés hydrauliquement qui permettent de dévier la trajectoire des particules comme dans l'exemple de la figure 1.9a du constructeur Rauch, et ainsi donner à la nappe statique la forme désirée. Le dispositif du constructeur Sulky (figure 1.9b) se base sur l'utilisation de pales différentes : le flux d'engrais est guidé lors de l'épandage en plein champ vers la pale longue et courte, tandis que lors de l'épandage

en bordure, il est guidé vers la pale courte et courbe. Le constructeur Amazone a proposé un modèle "ZA-TS" qui gère la nappe par tronçons (jusqu'à 128 tronçons) ce qui permet, en fonction de la situation croisée, d'épandre dans tous les tronçons (cas en plein champ) ou seulement une partie (cas de la bordure). La consigne qui permet cela repose sur la modulation du débit de chaque disque et de son régime de rotation ainsi que le réglage du point de chute des engrais.



(a) TELIMAT de Rauch pour la déviation de la trajectoire des particules. (b) TRIBORD de Sulky utilisant des pales différentes sur le disque.

Figure 1.9 – Dispositifs d'épandage en bordure et limite du champ.

### Contrôle de l'épandage sur le relief

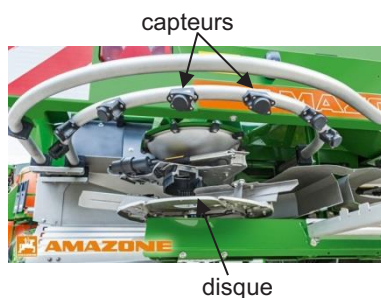
Très peu de constructeurs évoquent l'adaptation de leurs machines à l'épandage en présence du relief, et parmi ceux qui le font, ils se contentent d'affirmer que la qualité de la nappe est garantie jusqu'à un niveau de pente maximum de  $10^\circ$  grâce à la non variation du point de chute des engrais sur le disque. L'effet de la variation du point de chute est connu (Parish et Chaney, 1986; Olieslagers et al., 1996) pour engendrer un changement de la forme de la répartition transversale de la nappe, cependant aucune étude n'a montré que le relief pouvait entraîner cette variation. Quand bien même le point de chute reste constant, aucune étude n'a montré que cela suffit pour avoir une nappe globale uniforme en faisant l'hypothèse que toutes les autres perturbations sont absentes. De plus, le contrôle de l'épandage sur le relief doit être en mesure de fonctionner aussi bien dans le cas simple de la pente et du dévers mais aussi sur des reliefs irréguliers où l'inclinaison du tracteur et de la surface d'épandage sont différentes (Parish, 2003; Yildirim, 2008), chose qu'aucun constructeur ne garantit.

### Capteurs de retour d'information sur l'épandage

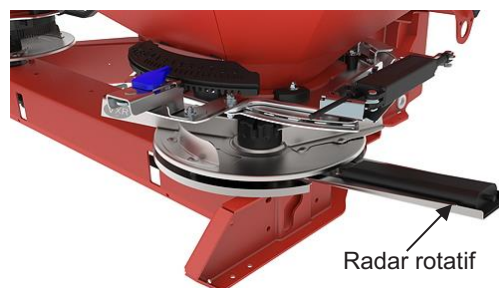
Avec un guidage automatique du tracteur, l'agriculteur est libre pour superviser les dispositifs de contrôle de l'épandage depuis un terminal dans la cabine. Ceci est facilité par le protocole de communication ISOBUS qui assure la compatibilité entre les logiciels et le matériel agricole. Ainsi, les consignes de commande peuvent être enclenchées par l'agriculteur qui se base sur les données qui lui sont affichées. La tendance actuelle est d'aller vers l'application des consignes de commande de façon automatique. Cela exige d'avoir un retour sur la répartition de la dose dans le terrain à chaque instant. Un pas a été réalisé dans cette direction grâce au développement de systèmes auxquels les constructeurs attribuent la capacité de mesurer la répartition

transversale des nappes à partir des salves d'engrais. Le constructeur Amazone utilise pour cela plusieurs capteurs radar fixes disposés autour du disque (figure 1.10a), et le constructeur Rauch/Kuhn a développé une technologie similaire (figure 1.10b) mais avec des capteurs radar montés sur un bras rotatif en dessous des disques ; nous ne disposons pas de plus d'informations sur ces systèmes. Cool et al. (2017) proposent une mesure de la nappe en sortie des disques grâce à deux caméras rapides et un algorithme qui permet de suivre en 3D les particules et connaître leur vitesse d'éjection. En utilisant ces données avec un modèle balistique simple, ils ont montré que la nappe obtenue sur le terrain est suffisamment corrélée avec celle mesurée avec des bacs de collecte, ce qui prouve la validité de l'approche pour une utilisation embarquée dans les épandeurs commerciaux.

Les dispositifs de commande précédents agissent sur la nappe statique ce qui est censé impacter positivement l'uniformité de la distribution dans le champ. Cependant, il est difficile d'évaluer avec exactitude cet impact par la mesure ; la technique utilisant des bacs de collecte est inadaptée, donc le seul moyen est une mesure indirecte utilisant une technique d'imagerie par spectroscopie infrarouge (Brunet et al., 2007) qui exploite le phénomène de différence d'absorption de la lumière par les plantes et le sol en fonction de la composition chimique (présence d'engrais ou non). Ainsi, il devient possible de comparer la même parcelle après deux opérations d'épandage : la première n'utilisant pas les dispositifs de commande gérant les perturbations et la deuxième les utilisant. Il est difficile de savoir si les constructeurs procèdent à ce genre de validation. Les constructeurs ne communiquent pas non plus avec assez de détail sur les algorithmes utilisés pour générer les consignes de commande.



(a) Système de capteurs radar Argus (2013) d'Amazone.



(b) Système radar Axmat (2014) de Kuhn.

Figure 1.10 – Dispositifs de mesure des nappes sur le terrain.

D'après la littérature, des erreurs d'application certaines ont lieu en présence de la pente ou du devers. Peu de constructeurs en tiennent compte et ceux qui le font s'assurent uniquement de la non variation du point de chute. Aucun résultat ne montre que cela suffit pour garantir l'uniformité, en particulier dans le cas d'un relief irrégulier. Les dispositifs de commande existants sont destinés principalement à des terrains plats,

et sont capables de gérer les perturbations qui peuvent y avoir lieu dont les plus graves sont la bordure des champs et les erreurs de guidage. Grâce à l'utilisation de capteurs embarqués, des épandeurs complètement autonomes commencent à voir le jour grâce au calcul en temps réel des consignes de commande.

## 1.4 Spécificités de l'étude

Contrairement au cas de l'épandage sur un terrain plat, en présence du relief, les erreurs d'application sont entourées de plusieurs zones d'ombre. Cela concerne les amplitudes des phénomènes de surdosage et de sous-dosage, leurs localisations, et comment ils se produisent. Par conséquent, il est d'abord nécessaire d'éclaircir ces points afin de choisir l'approche de correction adéquate qui détermine le choix du dispositif de contrôle à développer.

Bien que les constructeurs ne communiquent pas sur les algorithmes de génération des consignes de commande de leurs dispositifs, nous savons que pour les parcelles planes, ils se sont basés sur certaines études comme celle de [Virin et al. \(2006\)](#) qui ont été les premiers à démontrer par simulation la possibilité de rendre uniforme la distribution finale des engrais au champ malgré la présence de singularités géométriques dans la parcelle et des erreurs de guidage du tracteur. Ils ont utilisé le modèle descriptif d'une nappe statique (équation (1.1)) qui donne la répartition spatiale de la dose, pour formuler un problème d'optimisation. La fonction coût dans ce dernier exprimait l'intégrale sur toute la trajectoire de l'écart quadratique de la dose appliquée à la dose consigne, et les paramètres d'optimisation avaient été le débit et les moyennes de la distribution radiale et angulaire de la nappe statique. Ainsi, la minimisation de la fonction coût en utilisant un algorithme d'optimisation globale a permis d'avoir la forme optimale de la nappe statique à chaque point de la trajectoire, et a rendu uniforme la distribution au champ de telle sorte que la dose soit égale en tout point de la parcelle à la dose consigne avec un écart maximal de  $\pm 15\%$ . L'inconvénient de cette approche est d'exiger un temps de calcul trop long (jusqu'à 2,5 jours avec la puissance disponible en 2006 pour une parcelle de moins de 3,5 ha) et de fournir une solution indirecte au problème d'uniformité dans le champ car un post-traitement est nécessaire pour déduire les consignes qui permettent de réaliser les formes optimales des nappes statiques. Les constructeurs se sont chargés de cette dernière tâche sauf que dans tous les dispositifs existants, la consigne de contrôle est calculée en temps réel ce qui laisse penser que les corrections apportées sont non-optimales.

L'objectif de cette thèse est d'apporter une solution de correction optimale et en temps réel aux erreurs d'application qui peuvent avoir lieu en présence du relief du terrain, qu'il soit régulier (pente et dévers) ou irrégulier, comme dans les exemples de la figure 1.11. Cela pose une première problématique étant donné que le modèle le plus simple (équation (1.1)) qui a été utilisé par [Virin et al. \(2006\)](#) est uniquement adapté au terrain plat. Pour tenir compte de la dynamique du tracteur et du relief du terrain, un nouveau modèle doit être développé. Pour cela, plusieurs hypothèses simplificatrices sont considérées :

- le point de chute des particules sur le disque est considéré invariant car plusieurs constructeurs annoncent que c'est le cas dans leurs épandeurs, sauf qu'ils estiment que c'est la raison pour laquelle la nappe statique ne sera pas affectée par le relief ;
- la vitesse du tracteur est considérée constante ce qui permet d'utiliser un débit d'engrais constant ;
- le glissement est considéré comme le mouvement prépondérant des particules sur le disque ce qui permet d'utiliser le modèle balistique simple ;
- les simulations sont réalisées en plein champ à la largeur de travail optimale avec un ensemble tracteur/épandeur considéré comme un seul corps rigide, ainsi seuls les effets du relief et du terrain sont mis en exergue.



Figure 1.11 – Exemple de cultures sur des champs non plats : a) cas de la pente (photo prise par Balmesh Video) ; b) cas du devers (photo prise de tractorsuk.co.uk) ; c) cas de relief quelconque (photo prise de teejet.com).

## Méthodologie globale

L'approche hybride est choisie afin de réduire le nombre de paramètres intervenant dans le modèle tout en assurant la fiabilité des simulations. Ces dernières ne concernent que les vols balistiques des particules le long de la trajectoire du tracteur. Comme la prise en compte du relief implique la variation des angles de roulis, tangage et lacet du tracteur, alors les conditions initiales de position et de vitesse des particules en sortie de disque varient, et il devient nécessaire de les mettre à jour au cours de la simulation. Des méthodes de la littérature permettent de déduire ces conditions initiales dans un repère lié à la pale du disque. Ainsi, des matrices de passage sont utilisées dont les coefficients sont en fonction des paramètres d'orientation et de position du tracteur, pour pouvoir calculer des vols balistique corrects dans le repère terrain. Par ailleurs, afin de rendre compte de la réalité de l'épandage qui se fait par des salves successives, une discrétisation de la trajectoire du tracteur est réalisée de telle sorte qu'une nappe statique bi-disque est simulée à chaque nouveau point de la trajectoire.

La fiabilité des nappes obtenues dépend de la validité des hypothèses de simulation, et du calcul des vols balistiques jusqu'à leurs intersections avec le terrain sous

forme de MNT (modèle numérique du terrain). Pour cette raison, des mesures de nappes statiques sont réalisées au banc CEMIB, et des tests de corrélation avec les résultats de simulation sont conduits.

Le modèle développé est utilisé pour mettre en exergue les erreurs d'application en présence du relief grâce à des simulations dans divers cas. Il peut également tenir compte des effets de changements d'attitude de haute fréquence du tracteur dus à l'état de surface. Cependant, comme ce dernier est difficilement modélisable par des MNT générés par ordinateur, il est nécessaire de faire des acquisitions sur le terrain des angles de roulis, tangage, et lacet. Pour réaliser cette tâche, une méthode est proposée utilisant une centrale inertielle dont les données sont fusionnées grâce à un filtre de Kalman.

L'étude d'uniformité de l'épandage en présence du relief est précédée par une étape de calibration à plat avec trois formes de nappes statiques. Cette calibration permet de déduire la largeur de travail optimale et l'intervalle admissible des erreurs d'application. Par ailleurs, des indicateurs d'uniformité sont établis afin d'évaluer les amplitudes de surdosage et de sous-dosage. Ces indicateurs sont utilisés pour analyser les résultats de simulation dans des cas représentatifs de reliefs réguliers et irréguliers. En analysant également la portée des particules et la répartition transversale des nappes statiques, des explications sont apportées aux erreurs d'application sur le relief. Ainsi, il est montré qu'il est indispensable de corriger ces erreurs d'application par le contrôle actif, et des stratégies de correction possibles sont déduites.

Une approche basée sur l'inclinaison des disques est choisie. Elle permet de modifier les conditions initiales des vols balistiques pour que les particules aient la même portée qu'à plat. Une méthode basée sur l'optimisation sous contraintes d'une fonction coût est mise en place afin de déduire en temps réel les consignes de commande optimales qui sont sous forme de deux angles : tilt et aplomb. En exploitant les résultats de simulation, la fonction coût est simplifiée pour ne tenir compte que de la portée d'un nombre limité de particules, pondérée par des coefficients pour tenir compte du poids des différentes zones de déformation des nappes statiques. Une expression analytique est obtenue pour la fonction coût grâce à l'ajustement d'une fonction polynomiale à des points au voisinage de l'optimum à la position précédente de la trajectoire. Ainsi, il devient possible d'exploiter plus facilement les conditions d'optimalité de *Karush-Khun-Tucker*.

Des simulations réalisées dans l'étude d'uniformité de l'épandage sont reconduites avec l'approche de correction par inclinaison des disques étant implémentée. Ceci permet de valider l'efficacité de la correction et de définir le nombre minimal de particules à considérer dans l'optimisation. Par ailleurs, une acquisition des angles d'inclinaison du tracteur est réalisée dans une parcelle plane en s'aidant du modèle de fusion de données. Les simulations réalisées par la suite permettent de vérifier la validité de la correction proposée en présence de changements d'attitude de haute fréquence du tracteur, et de tirer des conclusions quant à la dynamique des actionneurs nécessaires et à l'objectif fixé de commande en temps réel.

## 1.5 Conclusion

Dans le cadre de l'épandage centrifuge des engrais minéraux, l'apport le plus significatif de l'agriculture de précision est la modulation de la dose pour la prise en compte des variations intra-parcellaires. Cela a été précédé de plusieurs études qui ont permis de comprendre et maîtriser les principes qui régissent ce procédé afin de rendre les épandeurs plus performants. La performance caractérise la capacité des épandeurs à permettre des largeurs de travail très grandes mais également à appliquer la dose consigne avec grande précision. Cela implique la réalisation d'une distribution uniforme sur une parcelle théorique ayant un besoin uniforme en engrais en tout point. Ce critère est vérifié en calculant à partir des nappes statiques le coefficient de variation CV qui doit être inférieur à 15 % ce qui assure un recouvrement conforme à des largeurs de travail proches de l'optimale. Les nappes statiques peuvent être obtenues par la mesure, la simulation et par une approche hybride qui combine les avantages des deux, à savoir une précision des résultats et la rapidité qui est importante pour faciliter les itérations dans la phase de mise au point de nouvelles technologies dans les épandeurs.

Les nouvelles technologies embarquées dans les épandeurs ont pour objectif de permettre à ces derniers de s'adapter à diverses perturbations qui peuvent affecter le recouvrement ou le vol balistique des particules et ainsi causer l'augmentation de la valeur du CV sur le terrain, ce qui traduit la détérioration de la capacité de l'épandeur à épandre de manière uniforme. Le relief est l'une de ces perturbations et semble susceptible de modifier de manière significative la répartition de la dose, pourtant peu d'études s'y sont attardées en raison de l'inadéquation des moyens de mesure existants et l'absence d'un modèle de simulation adapté. En présence d'une parcelle plane, les dispositifs de commande qui ont vu le jour dans la dernière décennie ont permis de surmonter plusieurs perturbations par des consignes de modification du débit, de la trajectoire et de la forme de la répartition transversale de la nappe statique.

La tendance actuelle est de rendre autonome le procédé d'épandage centrifuge grâce au remplacement de la supervision de l'agriculteur par divers capteurs et calculateurs pour synthétiser en temps réel les consignes de contrôle. Il semble nécessaire d'y tenir compte du relief comme perturbation de la répartition de la dose, ce qui est l'objectif de cette thèse. L'approche choisie consiste d'abord à mettre en place un modèle et à conduire des simulations pour étudier les erreurs d'application dans le cas de reliefs réguliers et irréguliers. En se basant sur les résultats obtenus, l'objectif est de mettre en place un algorithme pour générer des consignes optimales de contrôle en temps réel.

## Modélisation prenant en compte le relief du champ

La simulation est l'approche privilégiée pour mettre en exergue les erreurs d'application au champ. Cela représente une étape préalable nécessaire pour comprendre les phénomènes en jeu et aider par la suite dans la conception de dispositifs de commande adéquats aux perturbations rencontrées. Le relief en fait partie mais il n'existe pas encore de modèle permettant d'en tenir compte.

En effet, dans des conditions réelles d'épandage dynamique, la parcelle agricole peut présenter un relief quelconque. Ceci a pour effet d'engendrer des changements d'attitude du tracteur le long des trajectoires qui sont susceptibles de modifier les vols balistiques des particules par rapport à ceux obtenus sur un terrain plat. Pour tenir compte de ce phénomène en simulation, les vols balistiques ne peuvent pas juste être inclinés. Il faut les recalculer en tenant compte de la force de gravité et des conditions initiales modifiées par les changements d'attitude du tracteur représentés par les angles de cap, roulis et tangage classiquement utilisés dans la navigation. Pour réaliser cette tâche, un modèle dit de mise à jour des vols balistiques a été développé. Il est basé sur le calcul des matrices de passage permettant d'exprimer dans le repère terrain les composantes des vecteurs de vitesse et de position des particules initialement exprimées dans le repère disque. Afin de réduire la complexité du modèle, de nouvelles hypothèses sont formulées en plus de celles du chapitre 1 liées aux engrais, au relief et à l'ensemble tracteur+épandeur. Par ailleurs, des mesures statiques de grande précision ont été réalisées avec le banc *CEMIB*. Cela a permis d'une part de faire des tests de corrélation avec les résultats de simulation dans des configurations judicieusement choisies de façon à s'assurer de la fiabilité du modèle pour la simulation dynamique. D'autre part, dans le cadre de l'approche hybride de simulation choisie, cela a permis de fournir des ordres de grandeurs de divers paramètres d'entrée du modèle. Enfin, pour une utilisation embarquée potentielle du modèle où un MNT n'est pas forcément disponible pour en déduire les angles de changement d'attitude du tracteur, une méthode de mesure est proposée pour leur acquisition. Celle-ci combine par une technique de fusion de données les informations issues d'un gyroscope et d'un accéléromètre.



Les notations utilisées dans ce chapitre sont groupées ci-dessous. Les grandeurs vectorielles sont en police d'écriture "Gras".

$R_f = (O_f \mathbf{X}_f \mathbf{Y}_f \mathbf{Z}_f)$	système de coordonnées statique du terrain
$R_{f'} = (O_{f'} \mathbf{X}_{f'} \mathbf{Y}_{f'} \mathbf{Z}_{f'})$	système de coordonnées dynamique du terrain
$R_t = (O_t \mathbf{X}_t \mathbf{Y}_t \mathbf{Z}_t)$	système de coordonnées du tracteur
$R_{d_0} = (O_{d_0} \mathbf{X}_{d_0} \mathbf{Y}_{d_0} \mathbf{Z}_{d_0})$	système de coordonnée statique du disque
$R_{d_i} = (O_{d_i} \mathbf{X}_{d_i} \mathbf{Y}_{d_i} \mathbf{Z}_{d_i})$	systèmes de coordonnée intermédiaires du disque
$R_v = (O_v \mathbf{X}_v \mathbf{Y}_v \mathbf{Z}_v)$	système de coordonnées de la pale
$d_x, d_y, d_z$	paramètres de position du tracteur, [m]
$\theta_p$	angle de tangage du tracteur, [rad]
$\theta_r$	angle de roulis du tracteur, [rad]
$\theta_y$	angle de cap du tracteur, [rad]
$\alpha$	angle d'éjection horizontal, [rad]
$\alpha_p$	angle d'orientation de la pale, [rad]
$\Omega$	angle d'éjection vertical, [rad]
$\delta_{dist}$	angle verticale de distribution d'engrais ajouté à $\Omega$ , [rad]
$\phi_{dist}$	diamètre de distribution de la taille d'une particule, [m]
$\theta_{dist}$	angle horizontal de distribution d'engrais, [rad]
$\theta$	position angulaire d'une particule relative à $R_{d_0}$ , [rad]
$e$	excentricité des disques, [m]
$\beta$	angle du cône du disque, [rad]
$\omega$	vitesse de rotation du disque, [rad.s <sup>-1</sup> ]
$h$	hauteur du disque, [m]
$R$	rayon du disque, [m]
$r_0$	position radiale d'une particule sur la pale, [m]
$z_0$	position verticale d'une particule sur la pale, [m]
$T$	angle de tilt, [rad]
$V_r$	composante radiale de la vitesse d'une particule, [m.s <sup>-1</sup> ]
$V_t$	composante tangentielle de la vitesse d'une particule, [m.s <sup>-1</sup> ]
$V_v$	composante verticale de la vitesse d'une particule, [m.s <sup>-1</sup> ]
$C_x$	coefficient de traînée, [-]
$\rho_a$	masse volumique de l'air, [kg.m <sup>-3</sup> ]
$\rho_f$	masse volumique de l'engrais, [kg.m <sup>-3</sup> ]
$S_p$	surface projetée d'une particule, [m <sup>2</sup> ]
$Q$	dose appliquée d'engrais, [kg.m <sup>-2</sup> ]
$D$	débit, [kg.s <sup>-1</sup> ]
$V_{tr}$	vitesse du tracteur, [m.s <sup>-1</sup> ]
LW	largeur de travail, [m]
$m$	masse d'une particule, [kg]
$n_d$	nombre de disques, [-]
$N$	nombre de particules épandues par tour de disque, [-]
$L$	pas d'avance du tracteur, [m]
$\rho_{M,S}$	coefficient de corrélation de Pearson, [-]

## 2.1 Modèle de mise à jour des conditions initiales des vols balistiques

Les positions des particules d'engrais doivent être calculées dans un même repère afin de reconstituer les nappes d'épandage ; nous considérons que ce repère est fixe et associé au terrain. Toutefois, comme le même vecteur de vitesse ou de position d'une particule peut avoir plusieurs représentations dans différents repères, et que le passage d'une représentation à une autre est possible mathématiquement grâce à la méthode de changement de base, les calculs ont été faits dans un repère associé à la pale où l'expression des conditions initiales des particules est la plus simple. Pour cette raison, les repères ci-dessous ont été adoptés de façon à faciliter le changement de base entre le repère terrain et le repère pale :

- $R_f = (O_f \mathbf{X}_f \mathbf{Y}_f \mathbf{Z}_f)$  est un repère associé au terrain. L'origine  $O_f$  et les vecteurs  $\mathbf{X}_f$  et  $\mathbf{Y}_f$ , peuvent être choisis arbitrairement sur un MNT donné mais doivent définir un plan horizontal. Les points de la trajectoire du tracteur sont à fournir comme données d'entrée pour la simulation dans  $R_f$ . Les points d'atterrissage des particules sur le terrain représentent les données de sortie du simulateur dans  $R_f$  aussi.
- $R_{f'} = (O_{f'} \mathbf{X}_{f'} \mathbf{Y}_{f'} \mathbf{Z}_{f'})$  est un repère dynamique qui reste aligné avec  $R_f$ . L'origine  $O_{f'}$  est définie par la projection sur le terrain du point milieu entre le disque droit et gauche de l'épandeur.
- $R_t = (O_t \mathbf{X}_t \mathbf{Y}_t \mathbf{Z}_t)$  est un repère associé au tracteur. L'origine  $O_t$  coïncide avec  $O_{f'}$ .
- $R_{d_0} = (O_{d_0} \mathbf{X}_{d_0} \mathbf{Y}_{d_0} \mathbf{Z}_{d_0})$  est un repère associé au disque. L'origine  $O_{d_0}$  se situe au centre du disque ou bien au sommet lorsque le disque est conique.
- $R_v = (O_v \mathbf{X}_v \mathbf{Y}_v \mathbf{Z}_v)$  est un repère associé à une pale. L'origine  $O_v$  se situe à l'extrémité basse d'une pale.

Le simulateur doit permettre de reproduire correctement les vols balistiques du point de vue d'un observateur placé à l'origine du repère du terrain  $R_f$ . Les conditions initiales de ces vols peuvent être déduites par la relation analytique suivante de changement de base entre  $R_f$  et le repère de la pale  $R_v$  :

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}_{R_f} = P_{R_f}^{R_v} \cdot \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ z' \\ 1 \end{bmatrix}_{R_v} \quad (2.1)$$

où  $P_{R_f}^{R_v}$  est la matrice de passage du repère du terrain  $R_f$  au repère de la pale  $R_v$ .  $(x', y', z')$  sont les composantes d'un vecteur donné dans  $R_v$ , et  $(x, y, z)$  les composantes du même vecteur dans  $R_f$ .

Les paramètres de cette matrice sont fonction des paramètres de position et d'orientation spatiale du tracteur. Ainsi, les changements d'attitude du tracteur

sont pris en compte dans la mise à jour des conditions initiales des vols balistiques. L'attitude du tracteur peut être plus explicite en décomposant la matrice  $P_{R_f}^{R_v}$  en produit de matrices reflétant les différentes transformations en cascade. Il peut y avoir deux types de transformation : (1) des rotations notées  $Rot^\Delta(\varphi)$  pour une matrice de rotation autour de l'axe  $\Delta$  d'un angle  $\varphi$ , et (2) des translations notées  $Trs^{XYZ}(e_1e_2e_3)$  pour une matrice de translation suivant les trois directions respectives  $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$  avec les longueurs respectives  $e_1, e_2, e_3$ .

### 2.1.1 Calcul de la matrice de passage

Pour déduire la matrice  $P_{R_f}^{R_v}$ , nous exprimons d'abord la transformation du repère terrain  $R_f$  au repère tracteur  $R_t$ , puis de ce dernier au repère de la pale  $R_v$ . La paramétrisation des degrés de liberté du tracteur et des dimensions géométriques de l'épandeur rend le modèle général et ainsi utilisable dans différents scénarios de simulation.

#### Passage du repère terrain $R_f$ au repère tracteur $R_t$

Le tracteur possède six degrés de liberté dont trois pour la translation qui peuvent être exprimés dans le passage du repère  $R_f$  au repère  $R_{f'}$ , et trois pour la rotation qui peuvent être exprimés dans le passage du repère  $R_{f'}$  au repère tracteur  $R_t$ . La figure 2.1 représente les paramètres de position  $(d_x, d_y, d_z)$  du tracteur dans le repère terrain  $R_f$ . La transformation de  $R_f$  à  $R_{f'}$  est une pure translation :

$$P_{R_f}^{R_{f'}} = Trs^{XYZ}(d_x, d_y, d_z) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & d_x \\ 0 & 1 & 0 & d_y \\ 0 & 0 & 1 & d_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

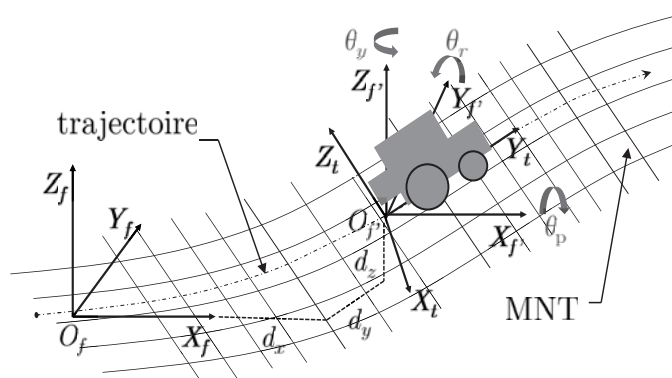


Figure 2.1 – Paramétrage de position  $(d_x, d_y, d_z)$  et d'orientation du tracteur  $(\theta_p, \theta_r, \theta_y)$ .

Comme l'orientation de tout objet dans l'espace peut être atteinte en accomplissant trois rotations successives, la matrice de passage de  $R_{f'}$  au repère tracteur peut être exprimée sous forme de produit de trois matrices de rotation. Ainsi, on peut écrire à titre d'exemple que  $P_{R_{f'}}^{R_t} = Rot^Z(\varphi_1).Rot^Y(\varphi_2).Rot^X(\varphi_3)$ . Ce produit peut

être interprété de deux manières (Lee et Koh, 1995) : (1) le passage de  $R_{f'}$  à  $R_t$  se fait successivement autour des axes  $X$  et  $Y$  puis  $Z$  du repère  $R_{f'}$ , c'est une convention de rotation dite extrinsèque, ou bien (2) le passage de  $R_{f'}$  à  $R_t$  se fait par une rotation autour de l'axe  $Z$  puis autour de nouveaux axes  $Y'$  et  $X''$  issues de la rotation propre de  $R_{f'}$ , c'est une convention de rotation dite intrinsèque. Dans les deux cas, les valeurs des angles sont les mêmes mais analytiquement le produit des matrices de rotation s'effectue toujours dans l'ordre de la convention intrinsèque. La figure 2.1 montre l'orientation du tracteur donnée par le repère  $R_t$  qui est initialement aligné avec le repère  $R_{f'}$ .

Étant donné que la même orientation du tracteur dans l'espace peut être atteinte en faisant des rotations autour d'axes différents, douze configurations sont possibles et sont résumées dans le tableau 2.1. Toutes ne sont pas compatibles avec une utilisation embarquée du modèle où les angles sont acquis par des dispositifs de mesure comme une centrale inertielle. Avec un tel dispositif, les angles sont mesurés autour de trois axes distincts, ce qui permet d'éliminer les configurations avec les angles d'Euler où à chaque fois la première et la dernière rotation se font autour du même axe. Une autre limitation des dispositifs de mesure est le blocage de Cardan (Perumal, 2011) qui conduit à une perte d'un degré de liberté lorsque l'angle de la seconde rotation atteint une valeur singulière de  $90^\circ$ . Comme seul l'angle de cap du tracteur (autour de  $Z$ ) peut avoir cette valeur, il est possible d'éliminer toutes les configurations où la seconde rotation se fait autour de  $Z$ . Ainsi il ne reste que deux configurations dont retient  $Rot^Z(\theta_y).Rot^{Y'}(\theta_r).Rot^{X''}(\theta_p)$  qui est très utilisée en aéronautique.  $\theta_p$ ,  $\theta_r$  et  $\theta_y$  sont respectivement les angles de tangage, roulis et lacet autour des axes extrinsèques dirigés par les vecteurs  $\mathbf{X}_{f'}$ ,  $\mathbf{Y}_{f'}$  et  $\mathbf{Z}_{f'}$  de  $R_{f'}$ . La matrice de passage est exprimée comme expliqué précédemment dans l'ordre inverse (intrinsèque) :

$$\begin{aligned}
 P_{R_{f'}}^{R_t} &= Rot^Z(\theta_y).Rot^{Y'}(\theta_r).Rot^{X''}(\theta_p) \\
 &= \begin{bmatrix} \cos(\theta_y) & -\sin(\theta_y) & 0 & 0 \\ \sin(\theta_y) & \cos(\theta_y) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(\theta_r) & 0 & \sin(\theta_r) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(\theta_r) & 0 & \cos(\theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &\quad \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\theta_p) & -\sin(\theta_p) & 0 \\ 0 & \sin(\theta_p) & \cos(\theta_p) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)
 \end{aligned}$$

Comme le modèle est destiné en premier lieu à la simulation d'épandage où le tracteur peut se déplacer sur un MNT quelconque en suivant une trajectoire définie par des points 3D notés  $O_t$  dans le repère terrain  $R_f$ , les angles  $\theta_p$ ,  $\theta_r$  et  $\theta_y$  sont inconnus. Dans ce cas, la matrice de passage  $P_{R_{f'}}^{R_t}$  peut être obtenue à partir des vecteurs  $\mathbf{X}_t$ ,  $\mathbf{Y}_t$  et  $\mathbf{Z}_t$  de la base du repère du tracteur  $R_t$ , exprimés dans la base du repère  $R_{f'}$  :

$$\mathbf{X}_t = \begin{bmatrix} X_x \\ X_y \\ X_z \end{bmatrix}_{R_{f'}}, \mathbf{Y}_t = \begin{bmatrix} Y_x \\ Y_y \\ Y_z \end{bmatrix}_{R_{f'}}, \mathbf{Z}_t = \begin{bmatrix} Z_x \\ Z_y \\ Z_z \end{bmatrix}_{R_{f'}} \quad (2.4)$$

Tableau 2.1 – Configurations de décomposition de l'orientation d'un objet dans l'espace.

Notations : les indices (1,2,3) représentent des angles;  $c$  et  $s$ , les fonctions  $\cos$  et  $\sin$ ;  $X, Y, Z$  les matrices de rotation d'axes  $X, Y$  et  $Z$ .

Configurations avec les angles d'Euler		Configurations avec les angles de Cardan	
$X_1Z_2X_3 =$	$\begin{bmatrix} c_2 & -c_3s_2 & s_2s_3 & 0 \\ c_1s_2 & c_1c_2c_3 - s_1s_3 & -c_3s_1 - c_1c_2s_3 & 0 \\ s_1s_2 & c_1s_3 + c_2c_3s_1 & c_1c_3 - c_2s_1s_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$X_1Z_2Y_3 =$	$\begin{bmatrix} c_2c_3 & -s_2 & c_2s_3 & 0 \\ s_1s_3 + c_1c_3s_2 & c_1c_2 & c_1s_2s_3 - c_3s_1 & 0 \\ c_3s_1s_2 - c_1s_3 & c_2s_1 & c_1c_3 + s_1s_2s_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$X_1Y_2X_3 =$	$\begin{bmatrix} c_2 & s_2s_3 & c_3s_2 & 0 \\ s_1s_2 & c_1c_3 - c_2s_1s_3 & -c_1s_3 - c_2c_3s_1 & 0 \\ -c_1s_2 & c_3s_1 + c_1c_2s_3 & c_1c_2c_3 - s_1s_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$X_1Y_2Z_3 =$	$\begin{bmatrix} c_2c_3 & -c_2s_3 & s_2 & 0 \\ c_1s_3 + c_3s_1s_2 & c_1c_3 - s_1s_2s_3 & -c_2s_1 & 0 \\ s_1s_3 - c_1c_3s_2 & c_3s_1 + c_1s_2s_3 & c_1c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$Y_1X_2Y_3 =$	$\begin{bmatrix} c_1c_3 - c_2s_1s_3 & s_1s_2 & c_1s_3 + c_2c_3s_1 & 0 \\ s_2s_3 & c_2 & -c_3s_2 & 0 \\ -c_3s_1 - c_1c_2s_3 & c_1s_2 & c_1c_2c_3 - s_1s_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$Y_1X_2Z_3 =$	$\begin{bmatrix} c_1c_3 + s_1s_2s_3 & c_3s_1s_2 - c_1s_3 & c_2s_1 & 0 \\ c_2s_3 & c_2c_3 & -s_2 & 0 \\ c_1s_2s_3 - c_3s_1 & c_1c_3s_2 + s_1s_3 & c_1c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$Y_1Z_2Y_3 =$	$\begin{bmatrix} c_1c_2c_3 - s_1s_3 & -c_1s_2 & c_3s_2 + c_1c_2s_3 & 0 \\ c_3s_2 & c_2 & s_2s_3 & 0 \\ -c_1s_3 - c_2c_3s_1 & s_1s_2 & c_1c_3 - c_2s_1s_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$Y_1Z_2X_3 =$	$\begin{bmatrix} c_1c_2 & s_1s_3 - c_1c_3s_2 & c_3s_1 + c_1s_2s_3 & 0 \\ s_2 & c_2c_3 & -c_2s_3 & 0 \\ -c_2s_1 & c_1s_3 + c_3s_1s_2 & c_1c_3 - s_1s_2s_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$Z_1Y_2Z_3 =$	$\begin{bmatrix} c_1c_2c_3 - s_1s_3 & -c_3s_1 - c_1c_2s_3 & c_1s_2 & 0 \\ c_1s_3 + c_2c_3s_1 & c_1c_3 - c_2s_1s_3 & s_1s_2 & 0 \\ -c_3s_2 & s_2s_3 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$Z_1Y_2X_3 =$	$\begin{bmatrix} c_1c_2 & c_1s_2s_3 - c_3s_1 & s_1s_3 + c_1c_3s_2 & 0 \\ c_2s_1 & c_1c_3 + s_1s_2s_3 & c_3s_1s_2 - c_1s_3 & 0 \\ -s_2 & c_2s_3 & c_2c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
$Z_1Y_2Z_3 =$	$\begin{bmatrix} c_1c_3 - c_2s_1s_3 & -c_1s_3 - c_2c_3s_1 & s_1s_2 & 0 \\ c_3s_1 + c_1c_2s_3 & c_1c_2c_3 - s_1s_3 & -c_1s_2 & 0 \\ s_2s_3 & c_3s_2 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	$Z_1X_2Y_3 =$	$\begin{bmatrix} c_1c_3 - s_1s_2s_3 & -c_2s_1 & c_1s_3 + c_3s_1s_2 & 0 \\ c_3s_1 + c_1s_2s_3 & c_1c_2 & s_1s_3 - c_1c_3s_2 & 0 \\ -c_2s_3 & s_2 & c_2c_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

où  $\mathbf{Z}_t$  représente le vecteur normal au plan tangent à la surface sous le tracteur au point  $O_t$ .  $\mathbf{Y}_t$  représente le vecteur directeur de la droite tangente à la trajectoire au point  $O_t$ .  $\mathbf{X}_t$  est déduit du produit vectoriel de  $\mathbf{Y}_t$  et  $\mathbf{Z}_t$

En utilisant l'équation (2.4), le système linéaire dans l'équation (2.5) peut être posé. La matrice de ses coefficients est donnée dans l'équation (2.6) ; elle représente la matrice de passage du repère terrain  $R_{f'}$  au repère tracteur  $R_t$ .

$$\begin{cases} \mathbf{X}_t = X_x \mathbf{X}_{f'} + X_y \mathbf{Y}_{f'} + X_z \mathbf{Z}_{f'} \\ \mathbf{Y}_t = Y_x \mathbf{X}_{f'} + Y_y \mathbf{Y}_{f'} + Y_z \mathbf{Z}_{f'} \\ \mathbf{Z}_t = Z_x \mathbf{X}_{f'} + Z_y \mathbf{Y}_{f'} + Z_z \mathbf{Z}_{f'} \end{cases} \quad (2.5)$$

$$P_{R_{f'}}^{R_t} = \begin{bmatrix} X_x & Y_x & Z_x & 0 \\ X_y & Y_y & Z_y & 0 \\ X_z & Y_z & Z_z & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Cette dernière matrice peut être utilisée directement pour effectuer la transformation de  $R_{f'}$  à  $R_t$ . Toutefois, pour pouvoir garder la forme décomposée dans l'équation (2.3) qui est utilisable dans un modèle embarqué avec des angles d'orientation connus, il suffit d'effectuer une identification entre les expressions de la matrice de l'équation (2.6) avec les expressions de la matrice issue du développement des produits dans l'équation (2.3). Ainsi, les angles peuvent être déduits par calcul (ces notations sont utilisées :  $\cos \equiv c$  et  $\sin \equiv s$ ) :

$$P_{R_{f'}}^{R_t} = \begin{bmatrix} c(\theta_y)c(\theta_r) & -s(\theta_y)c(\theta_p) + c(\theta_y)s(\theta_r)s(\theta_p) & s(\theta_y)s(\theta_p) + c(\theta_y)s(\theta_r)c(\theta_p) & 0 \\ s(\theta_y)c(\theta_r) & c(\theta_y)c(\theta_p) + s(\theta_y)s(\theta_r)s(\theta_p) & -c(\theta_y)s(\theta_p) + s(\theta_y)s(\theta_r)c(\theta_p) & 0 \\ -s(\theta_r) & c(\theta_r)s(\theta_p) & c(\theta_r)c(\theta_p) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

En identifiant les équations (2.6) et (2.7), ces expressions sont obtenues :

$$\begin{cases} \theta_y = \arctan 2 \left( \frac{X_y}{X_x} \right) \\ \theta_p = \arctan 2 \left( \frac{Y_z}{Z_z} \right) \\ \theta_r = \arctan 2 \left( -\frac{X_z}{\sqrt{X_x^2 + X_y^2}} \right) \end{cases} \quad (2.8)$$

L'utilisation de l'équation (2.3) à la place de l'équation (2.6) rend le modèle plus générique, même si les deux équations aboutissent exactement à la même expression ( $4 \times 4$ ) de la matrice  $P_{R_{f'}}^{R_t}$ .

### Passage du repère tracteur $R_t$ au repère pale $R_v$

Le plan défini par l'intersection des droites dirigées par les vecteurs  $\mathbf{X}_t$  et  $\mathbf{Z}_t$  représentés sur la figure 2.2 est considéré comme le plan de symétrie des disques de l'épandeur. Les paramètres de l'épandeur  $e$  et  $h$  sont définis dans ce plan. Ainsi, le

passage du repère tracteur  $R_t$  au repère statique du disque  $R_{d_0}$  est donné par la matrice de translation :

$$P_{R_t}^{R_{d_0}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & e \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & h \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

avec  $e > 0$  pour le disque droit tournant dans le sens antihoraire, et  $e < 0$  pour le disque gauche tournant dans le sens horaire.

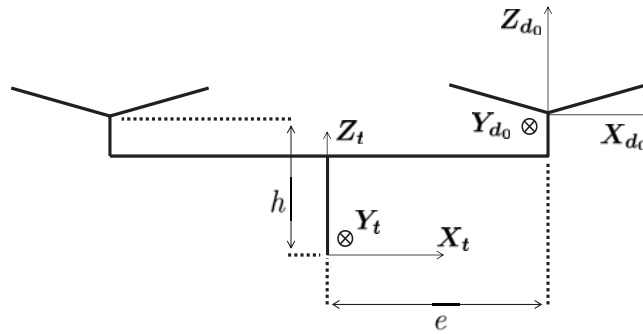


Figure 2.2 – Paramétrage de l'épandeur sur sa vue arrière.

Les transformations restantes qui sont nécessaires pour atteindre le repère de la pale  $R_v$  dépendent de la forme du disque. Elles sont résumées ci-dessous en adoptant les repères intermédiaires  $(R_{d_1}, R_{d_2}, R_{d_3})$  représentés sur la figure 2.3 afin de tenir compte de la position angulaire de la pale :

- Comme le vecteur  $\mathbf{Y}_{d_0}$  du repère statique  $R_{d_0}$  du disque est dirigé vers l'avant du tracteur tandis que les particules sont éjectées vers l'arrière, le passage du repère  $R_{d_0}$  au repère  $R_{d_1}$  implique une rotation autour d'un axe dirigé selon le vecteur  $\mathbf{Z}_{d_0}$  avec un angle de  $\frac{\pi}{2}$ . Un angle  $\theta_{dist}$  est ajouté (figure 2.3) à ce dernier, formant ainsi l'angle  $\theta$  de telle sorte que la distribution angulaire des particules soit prise en compte. La moyenne de cette distribution est généralement négative pour le disque droit, et positive pour le disque gauche.
- En appliquant une rotation du repère  $R_{d_1}$  autour de l'axe dirigé par le vecteur  $\mathbf{Y}_{d_1}$  avec l'angle  $\beta$  du cône du disque, le repère  $R_{d_2}$  est atteint de telle sorte que son axe dirigé par le vecteur  $\mathbf{X}_{d_2}$  soit radial.
- Pour atteindre la sortie du disque et le repère  $R_{d_3}$ , une translation du repère  $R_{d_2}$  le long de l'axe dirigé par le vecteur  $\mathbf{X}_{d_2}$  est suffisante.
- Pour s'aligner avec le repère de la pale  $R_v$ , une rotation du repère  $R_{d_3}$  autour de l'axe dirigé par le vecteur  $\mathbf{Z}_{d_3}$  avec l'angle  $\alpha_p$  est nécessaire.

La forme la plus générique de disque conique muni de pales radiales a été considérée mais les calculs développés peuvent être facilement appliqués à d'autres types de disques. Toutes ces transformations sont prises en compte dans la matrice de passage

du repère disque  $R_{d_0}$  au repère pale  $R_v$  qui se décompose en un produit de quatre matrices :

$$\begin{aligned}
 P_{R_{d_0}}^{R_v} &= Rot^Z(\theta).Rot^Y(\beta).Trs^X(R').Rot^Z(\alpha_p) \\
 &= \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \sin(\theta) & 0 & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\
 &\cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & R' \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\alpha_p) & \sin(\alpha_p) & 0 & 0 \\ \sin(\alpha_p) & \cos(\alpha_p) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.10)
 \end{aligned}$$

avec  $\theta = \frac{\pi}{2} + \theta_{dist}$  et  $R' = \frac{R}{\cos(\beta)}$ .

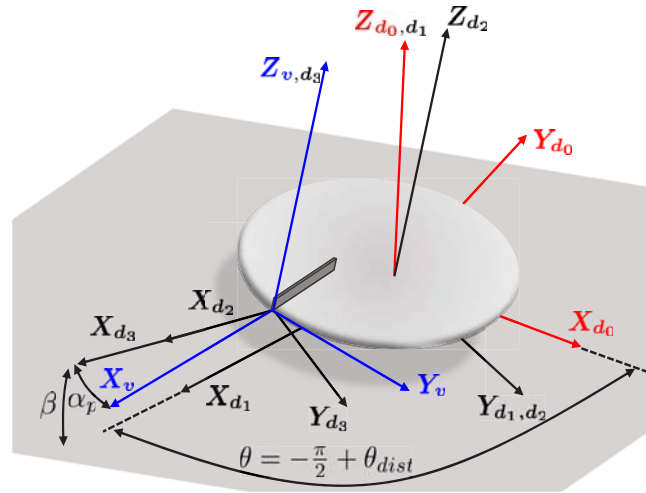


Figure 2.3 – Repères intermédiaires  $R_{d_i=\{1,2,3\}}$  entre le repère statique du disque  $R_{d_0} = (O_{d_0}, X_{d_0}, Y_{d_0}, Z_{d_0})$  et le repère de la pale  $R_v = (O_v, X_v, Y_v, Z_v)$  avec  $\theta = \frac{\pi}{2} + \theta_{dist}$ .

En utilisant les équations (2.2), (2.3), (2.9) et (2.10), la matrice de passage globale du repère terrain  $R_f$  au repère pale  $R_v$  est donnée par l'équation (2.11). Cette matrice permet de déduire dans  $R_f$  les coordonnées de n'importe quel vecteur initialement exprimé dans  $R_v$ . Par conséquent, elle peut être injectée dans l'équation (2.1) à chaque nouveau point de la trajectoire pour mettre à jour les conditions initiales des vols balistiques.

$$P_{R_f}^{R_v} = P_{R_f}^{R_{f'}} \cdot P_{R_{f'}}^{R_t} \cdot P_{R_t}^{R_{d_0}} \cdot P_{R_{d_0}}^{R_v} \quad (2.11)$$

Le modèle proposé peut être adapté aux formes les plus répandues de disques d'épandage. Il suffit pour cela de modifier certains paramètres conformément aux cas résumés dans le tableau 2.2. Lorsqu'un disque combine plusieurs types de pales, il suffit d'effectuer des simulations distinctes et de cumuler le résultat des nappes obtenues.



Tableau 2.2 – Signes des paramètres du disque selon sa forme et son sens de rotation.

	Disque droit plat			Disque conique	Disque gauche
	Pale droite radiale	Pale droite inclinée vers l'avant	Pale droite inclinée vers l'arrière	[-]	[-]
$\alpha$	>0	>0	>0	>0	>0
$\alpha_p$	0	>0	<0	[-]	[-]
$\theta_{dist}$	<0	<0	<0	[-]	>0
$\beta$	0	0	0	>0	[-]
$\omega$	>0	>0	>0	[-]	<0

### 2.1.2 Dédution des conditions initiales des vols balistiques

Les conditions initiales des vols balistiques des particules sont les conditions finales de leur dynamique dans le disque. Leurs expressions peuvent être analytiquement déduites dans un repère statique associé au disque (Patterson et Reece, 1962; Dintwa et al., 2004) ou bien dans un repère associé à la pale (Villette et al., 2005; Cool et al., 2014a). Les deux types de modèles peuvent être imbriqués avec celui de la mise à jour des conditions initiales ; seule la matrice de passage va changer car au lieu d'utiliser toute la matrice  $P_{R_f}^{R_v}$ , la matrice  $P_{R_f}^{R_d}$  peut suffire.

Le vecteur de la position d'une particule exprimé dans le repère de la pale  $R_v$  ne peut avoir que deux composantes :  $r_0$  et  $z_0$ . La composante dans la direction du vecteur  $\mathbf{Y}_v$  est nulle pour une particule en contact avec la pale. La composante  $z_0$  est due à la hauteur de la pale. Par conséquent, la représentation équivalente du vecteur position d'une particule dans le repère terrain  $R_f$  est donnée par :

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}_{R_f} = P_{R_f}^{R_v} \cdot \begin{bmatrix} r_0 \\ 0 \\ z_0 \\ 1 \end{bmatrix}_{R_v} \quad (2.12)$$

Pour établir l'expression du vecteur vitesse d'une particule dans le repère terrain  $R_f$ , seules les matrices de rotation qui composent  $P_{R_f}^{R_v}$  interviennent car la norme du vecteur vitesse doit rester constante. Villette et al. (2008) ont proposé des expressions analytiques simples des composantes radiale, tangentielle et verticale du vecteur vitesse  $(V_r, V_t, V_v)_{R_{d_1}}$  en sortie de disque dans le repère  $R_{d_1} = (O_{d_1} \mathbf{X}_{d_1} \mathbf{Y}_{d_1} \mathbf{Z}_{d_1})$  (figure 2.3). Ces expressions ont été utilisées dans le modèle :

$$\begin{cases} V_t = \frac{R\omega}{1 + \tan \alpha_p \tan \alpha} \\ V_r = V_t \tan \alpha \\ V_v = \frac{\sqrt{V_t^2 + V_r^2} \tan(\Omega + \delta_{dist})}{\cos(\alpha_p)} \\ \Omega = \arctan 2(\sin(\alpha) \tan(\beta)) \end{cases} \quad (2.13)$$

où l'angle de sortie horizontal  $\alpha$  est constant. Dans la réalité, cet angle varie en entraînant un angle vertical de sortie des particules caractérisé par une distribution autour de l'angle de sortie vertical  $\Omega$  avec un écart-type donné (Villette et al., 2013). Pour cette raison, un angle de distribution  $\delta_{dist}$  de moyenne nulle  $\mu_{\delta_{dist}} = 0$  a été

ajouté à l'angle de sortie vertical  $\Omega$ .

Par conséquent, l'expression de ces vitesses dans le repère  $R_f$  peut être obtenue à travers la matrice de passage du repère terrain  $R_f$  au repère disque  $R_{d_1}$ . En utilisant les équations (2.3), (2.10) et (2.13), l'équation suivante peut être utilisée à chaque point de la trajectoire :

$$\begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \\ 1 \end{bmatrix}_{R_f} = P_{R_f}^{R_t} \cdot Rot^Z(\theta) \cdot \begin{bmatrix} V_r \\ V_t \\ V_v \\ 1 \end{bmatrix}_{R_{d_1}} \quad (2.14)$$

avec  $V_t > 0$  pour le disque droit anti-horaire et  $V_t < 0$  pour le disque gauche horaire.

Une fois les positions et vitesses de sortie de disque connues dans le repère terrain  $R_f$ , le modèle balistique présenté au chapitre 1 peut être résolu. La méthode numérique de Runge-Kutta d'ordre 4 a été utilisée avec un pas d'itération  $h < 0.003$  s comme explicité dans l'annexe A. Le changement de repère ainsi que la recherche des points d'intersection des courbes balistiques avec le MNT doivent être exécutés à chaque point de la trajectoire. L'aspect stochastique des salves d'engrais a été pris en compte grâce aux paramètres  $\theta_{dist}$ ,  $\delta_{dist}$  et  $\phi_{dist}$ . Les valeurs de ces derniers sont obtenues par tirage aléatoire lors de la simulation en respectant des distributions statistiques prédéfinies.

L'étude expérimentale présentée dans la section 2.2 a permis de choisir les distributions adéquates en plus de fournir les autres données manquants du modèle ( $\alpha, C_x$ ) de façon à pouvoir réaliser des simulations produisant des résultats proches de ceux qui seraient obtenus dans le terrain. Nous faisons les hypothèses suivantes : (1) toutes les particules sont éjectées au même point de la pale, exactement à l'extrémité basse où  $z_0 = 0$ , (2) les paramètres ( $\alpha, C_x$ ) peuvent être fixes pour un engrais donné au cours des déplacements du tracteur sur un MNT quelconque, et (3) la loi de distribution de  $\theta_{dist}$  est invariante vis-à-vis de l'attitude du tracteur mais elle ne peut pas être fixée pour un engrais donné car elle dépend de la vitesse de rotation du disque  $\omega$  (Olieslagers et al., 1996; Dintwa et al., 2004). Par conséquent, il est nécessaire de varier les paramètres du tirage aléatoire de  $\theta_{dist}$  pour chaque changement significatif de  $\omega$ . Ces hypothèses ont été confrontées aux résultats des tests statiques dans l'étude expérimentale.

### 2.1.3 Discrétisation de la simulation

Dans la pratique de l'épandage, l'agriculteur règle le débit  $D$  d'alimentation du disque en fonction de la dose  $Q$  souhaitée, de la largeur de travail  $LW$  et de la vitesse du tracteur  $V_{tr}$ . La formule suivante est généralement utilisée (Kweon et al., 2009) :

$$D = Q \cdot V_{tr} \cdot LW \quad (2.15)$$

Dans le modèle développé, le débit est converti en nombre de particules  $N$  épanchues de façon discontinue à chaque tour de disque. Par conséquent,  $N$  est proportionnel au produit de  $\frac{D}{m_{moy}}$  et de l'inverse de la vitesse de rotation du disque  $\omega$ .

Le facteur  $\frac{1}{n_d}$  permet de répartir le débit total aux disques de l'épandeur. Ainsi, la formule suivante est obtenue :

$$N = 2\pi \frac{D}{m_{moy}} \frac{1}{\omega} \frac{1}{n_d} \quad (2.16)$$

avec  $m_{moy}$  la masse moyenne des particules.

Le pas d'avance du tracteur  $L$  à chaque tour de disque est calculé comme le rapport de la vitesse du tracteur par la vitesse de rotation des disques :

$$L = 2\pi \frac{V_{tr}}{\omega} \quad (2.17)$$

L'implémentation des équations dans l'algorithme de simulation dynamique de l'épandage est résumée dans l'organigramme présenté sur la figure 2.4, composé de trois boucles imbriquées. La première boucle gère le déplacement du tracteur le long d'une trajectoire sous forme de n-triplets  $(d_x, d_y, d_z)$  de telle sorte que la distance séparant deux points consécutives soit égale au pas d'avance  $L$  calculé selon l'équation (2.17). La deuxième boucle gère le calcul des nappes d'épandage statiques composées de  $2N$  particules (équation (2.16)) à chaque nouveau point de la trajectoire après que les conditions initiales des vols balistiques soient mises à jour en utilisant les équations (2.12) et (2.14). La troisième boucle gère la résolution des équations différentielles des vols balistiques et la recherche des points d'atterrissage des particules sur le MNT.

## 2.2 Mesures statiques et calibration du modèle

L'intérêt de l'obtention de nappes par mesure puis leur comparaison aux nappes obtenues par simulation réside d'une part, dans la calibration du modèle qui permet d'avoir des ordres de grandeurs des paramètres inconnues, et d'autre part dans la validation des hypothèses de modélisation dont dépendent les courbes balistiques calculées. La technique de mesure utilisant des bacs couvrant toute la surface occupée par une nappe statique (Coetzee et Lombard, 2011) est la seule technique à notre connaissance théoriquement applicable à la mesure d'une nappe globale sur un terrain quelconque. Elle n'a pas été appliquée dans cette étude vu le nombre important de bacs requis. Néanmoins, en considérant qu'une nappe globale est le résultat de l'accumulation et du recouvrement de nappes ponctuellement statiques, un résultat de simulation est fiable si toutes les nappes statiques obtenues à chaque point de la trajectoire sont hautement corrélées aux nappes qui seraient mesurées aux mêmes points. Pour cette raison, seules des mesures statiques ont été réalisées avec le banc *CEMIB* mais dans différentes configurations représentatives de l'inclinaison de l'épandeur sur le terrain. Comme l'approche de Monte-Carlo a été suivie, les mesures ont été réalisées en premier pour déduire les distributions angulaires.

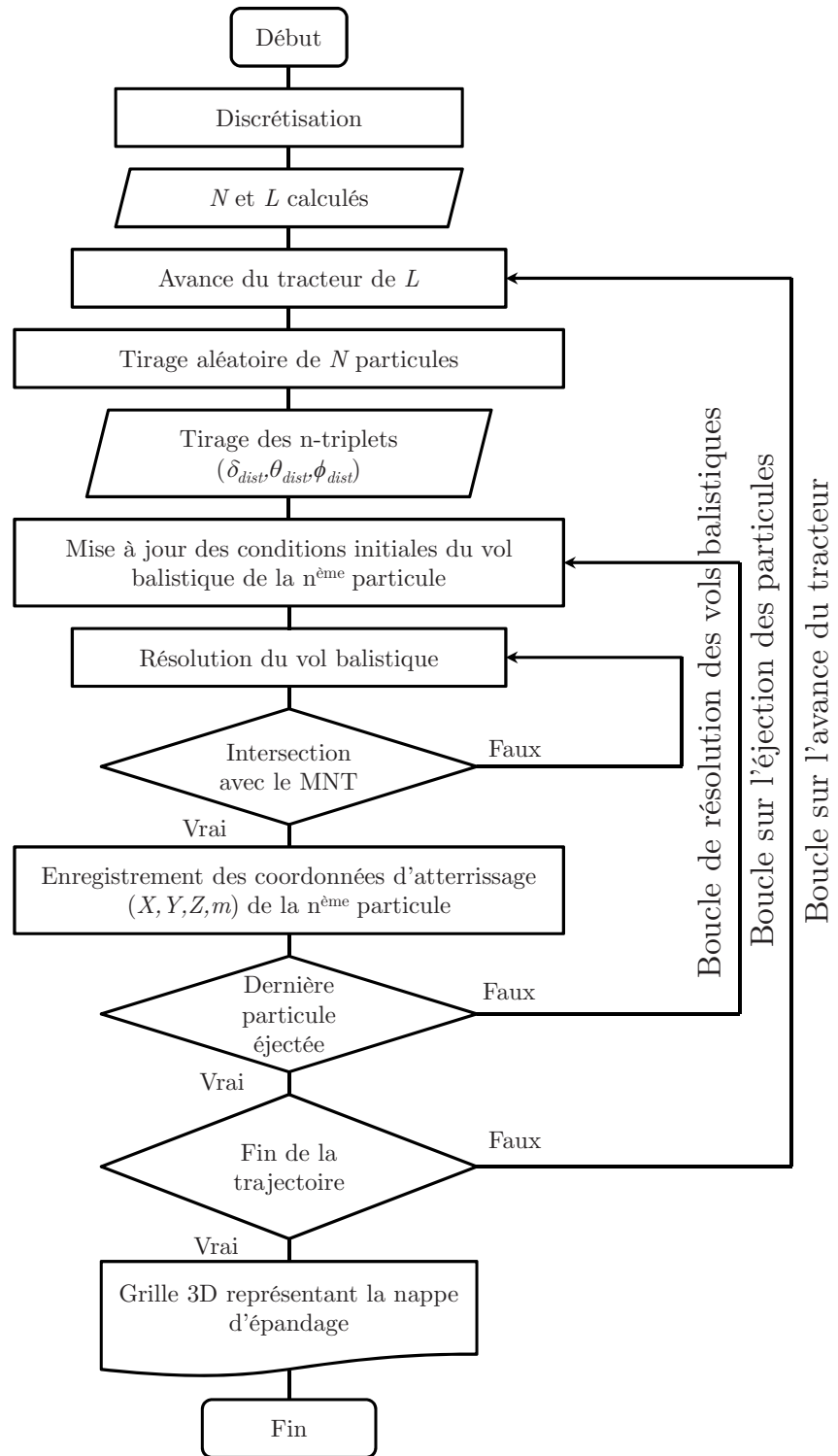


Figure 2.4 – Organigramme des simulations avec recouvrement pour chaque disque sur le terrain.

### 2.2.1 Configurations de mesure avec le banc

L'épandeur utilisé (figure 2.5) est un épandeur étalon muni d'un seul disque. Il a été conçu dans le laboratoire de façon à ce que les paramètres ajustables dans les épandeurs commerciaux soient fixes et connus avec précision. Ainsi, la hauteur du disque est  $h = 800$  mm, le rayon du disque est  $R = 395$  mm et l'angle de cône du disque est  $\beta = 13,25^\circ$ . Les pales sont radiales donc  $\alpha_p = 0^\circ$ . Le sens de la rotation est horaire, et par conséquent les nappes obtenues correspondent à celles du disque gauche.

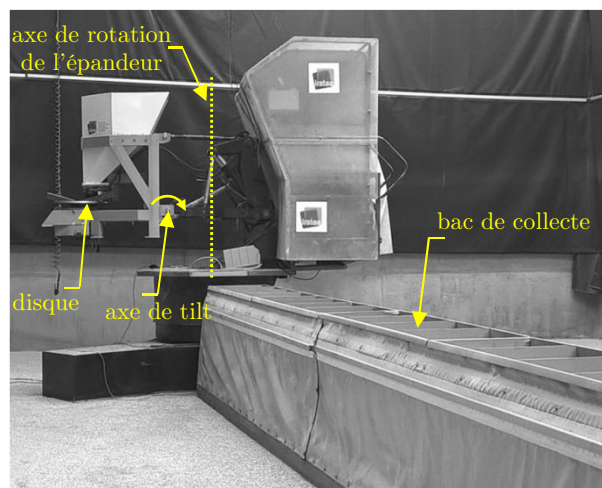


Figure 2.5 – Aperçu du banc *CEMIB* montrant l'axe du tilt sur l'épandeur qui permet de le basculer d'avant en arrière.

Des mobilités ont été introduites dans le banc de façon à pouvoir faire des mesures dans des configurations où l'épandeur est incliné. Il est possible de varier l'inclinaison de l'épandeur d'avant en arrière (tilt) mais aussi vers les côtés (aplomb). Cela entraîne une déformation de la même amplitude de la nappe dans la direction d'avance du tracteur ou bien transversalement. Par conséquent, l'aptitude du modèle à calculer des vols balistiques corrects dans des configurations avec tilt implique aussi son aptitude dans les configurations avec aplomb et inversement. Pour cette raison, seul l'angle de tilt  $T$  a été changé selon trois configurations de  $0^\circ$ ,  $5^\circ$  et  $10^\circ$  qui sont représentatives des inclinaisons du relief dans les terres arables (chapitre 1). La vitesse de rotation du disque a été variée à 600 tr/min, 800 tr/min et 1000 tr/min. Au total, cinq nappes ont été mesurées dans les configurations résumées dans le tableau 2.3 où l'engrais Ammonium Nitrate a été utilisé (figure 2.8b), en respectant les protocoles de la norme [ISO 5690-1](#).

Tableau 2.3 – Configurations de mesure en utilisant l'engrais Ammonium Nitrate ( $\rho_f = 1750 \text{ kg.m}^{-3}$ ) épandu à un débit  $D \approx 58 \text{ kg.min}^{-1}$ .

$\omega$ [tr/min]	600	800	1000	800	800
$T$ [°]	0	0	0	5	10

Conformément à la méthode de Monte-Carlo, les paramètres de la loi de tirage aléatoire de l'angle  $\theta_{dist}$  ont été calibrés à partir des distributions angulaires des

nappes mesurées. A la différence de Colin (1997), la loi normale n'a pas été utilisée à cause d'un aplatissement observé dans quelques distributions angulaires des nappes mesurées. Il a été constaté que la combinaison de deux distributions Gaussiennes caractérisée par quatre paramètres  $(\mu_1, \mu_2, \sigma_1, \sigma_2)$  donne un meilleur résultat comme montré sur la figure 2.6.

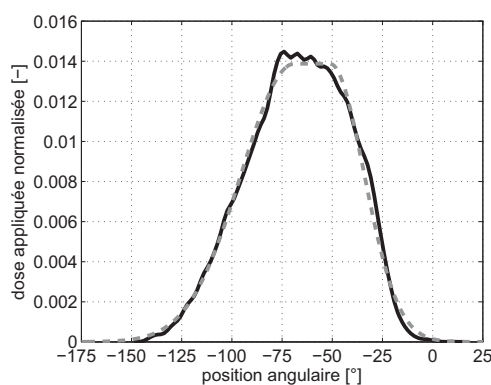


Figure 2.6 – Ajustement de la distribution angulaire de la nappe mesurée à  $(\omega = 800 \text{ tr/min}, T = 0^\circ)$ . Ligne continue : résultat de mesure ; ligne discontinue : résultat du tirage aléatoire avec les paramètres  $\mu_1 = -68,9$  ;  $\mu_2 = -51,2$  ;  $\sigma_1 = 26,4$  ;  $\sigma_2 = 17,0$ .

Dans la suite, il faut comprendre par l'utilisation en simulation d'une distribution angulaire mesurée, que les quatre paramètres calibrés ont été utilisés pour faire les tirages aléatoires de  $\theta_{dist}$ . La fonction de densité utilisée à cet effet est explicitée dans l'annexe B. Les cinq distributions angulaires mesurées dans les configurations du tableau 2.3 sont superposées sur la figure 2.7.

En utilisant les cinq distributions angulaires mesurées, l'étude de corrélation entre les nappes mesurées et simulées a été conduite dans deux cas comme résumé dans le tableau 2.4. Dans le premier cas, le but est de valider l'aptitude du modèle à calculer les points d'atterrissage des particules en utilisant l'algorithme de mise à jour des conditions initiales à différentes vitesses du disque et inclinaisons de l'épandeur. Ainsi, à chaque nouvelle configuration de l'épandeur, la distribution angulaire utilisée en simulation a été changée. Dans le deuxième cas, le but est de valider l'hypothèse de modélisation considérant l'invariance de la distribution angulaire aux changements d'attitude du tracteur sur le MNT. Cette hypothèse est pertinente étant donné que la figure 2.7 montre que les distributions angulaires mesurées varient peu avec le changement de l'angle de tilt à vitesse constante. Il reste donc à valider au niveau de la nappe statique que les résultats de simulation obtenus à différentes configurations avec tilt et utilisant la même distribution angulaire obtenue à plat restent corrélés à ceux de la mesure. Pour cette raison, dans le deuxième cas du tableau 2.4, les nappes mesurées à  $(\omega = 800 \text{ tr/min}, T = 5^\circ)$  et  $(\omega = 800 \text{ tr/min}, T = 10^\circ)$  ont été comparées aux nappes simulées dans les mêmes configurations mais en utilisant la distribution angulaire obtenue à  $(\omega = 800 \text{ tr/min}, T = 0^\circ)$

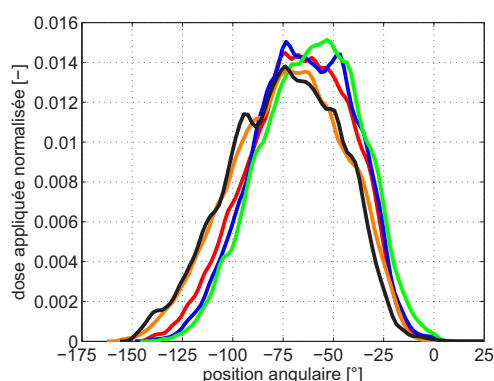


Figure 2.7 – Distributions angulaires des nappes mesurées aux différentes configurations de l'épandeur. rouge, ( $\omega = 800$  tr/min,  $T = 0^\circ$ ); bleu, ( $\omega = 800$  tr/min,  $T = 5^\circ$ ); vert, ( $\omega = 800$  tr/min,  $T = 10^\circ$ ); orange, ( $\omega = 600$  tr/min,  $T = 0^\circ$ ); noir, ( $\omega = 1000$  tr/min,  $T = 0^\circ$ ).

Tableau 2.4 – Configurations des tests de corrélation entre les mesures et les simulations.

		Cas 1					Cas 2	
		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	No.6	No.7
Configuration de l'épandeur dans la mesure et la simulation	$\omega$ [tr/min]	800	1000	600	800	800	800	800
	$T$ [°]	0	0	0	5	10	5	10
Distributions angulaires utilisées en simulation, obtenues à :	$\omega$ [tr/min]	800	1000	600	800	800	800	800
	$T$ [°]	0	0	0	5	10	0	0

## 2.2.2 Obtention des autres paramètres et lois de distribution

Les autres paramètres du modèle ( $\alpha$ ,  $\delta_{dist}$ ,  $\phi_{dist}$ ,  $C_x$ ) sont caractéristiques de l'engrais utilisé. Il a été trouvé dans l'étude de [Villette et al. \(2013\)](#) que pour l'engrais NPK, l'angle de sortie horizontal est  $\alpha=40,8^\circ$  et que l'écart-type de la loi normale de distribution de l'angle  $\delta_{dist}$  est égal à 1,1. Ces valeurs ont été retenues car la forme des particules de l'engrais NPK est également arrondie et suffisamment proche de celle de l'engrais utilisé (figure 2.8b).

### Distribution de la taille des particules

L'engrais Ammonium Nitrate n'a pas une forme parfaitement sphérique, ce qui est compatible avec l'hypothèse de glissement sans roulement des particules, et qui permet d'utiliser le modèle balistique dans l'annexe A. Néanmoins, pour le calcul des masses individuelles des particules uniquement, nous considérons que la distribution de la taille des granulés est associée à un seul facteur de forme, le diamètre  $\phi_{dist}$ . Ainsi, la masse peut être calculée par la formule suivante :

$$m = \rho_f \left( \frac{4}{3} \pi \left( \frac{\phi_{dist}}{2} \right)^3 \right) \quad (2.18)$$

avec  $\phi_{dist}$  obtenu par tirage aléatoire. Ce dernier a été réalisé selon une loi déduite par tamisage en utilisant la procédure décrite dans la norme [ISO 8397](#) où le mélangeur mécanique à huit tamis a été utilisé (figure 2.8a).

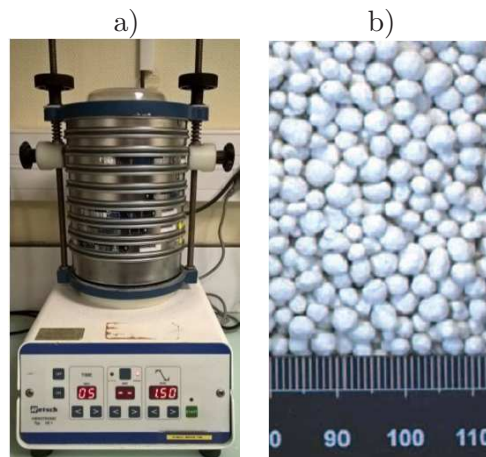


Figure 2.8 – a), Tamiseuse à agitations mécaniques de huit étages ; b), Particules d'engrais Ammonium Nitrate.

La loi de distribution de  $\phi_{dist}$  a été obtenue de manière indirecte à partir du tamisage. En effet, ce dernier permet d'avoir facilement la masse retenue dans chaque tamis, tandis que l'objectif est d'avoir le facteur de taille. Par conséquent, une procédure d'optimisation a été suivie, à l'intérieur de laquelle un tamisage virtuel est réalisé en utilisant les mêmes tailles de tamis que dans la mesure. Le but étant d'avoir les paramètres de la loi de distribution de  $\phi_{dist}$  qui offrent la meilleure superposition des courbes cumulées de la masse retenue dans les tamis réels et virtuels. La loi log-normale de paramètres  $\mu=3,3$  et  $\sigma=0,59$ , explicitée dans l'annexe B a été obtenue. La figure 2.9 montre la qualité du tamisage virtuel des particules tirées avec cette loi comparé au tamisage réel de l'engrais utilisé.

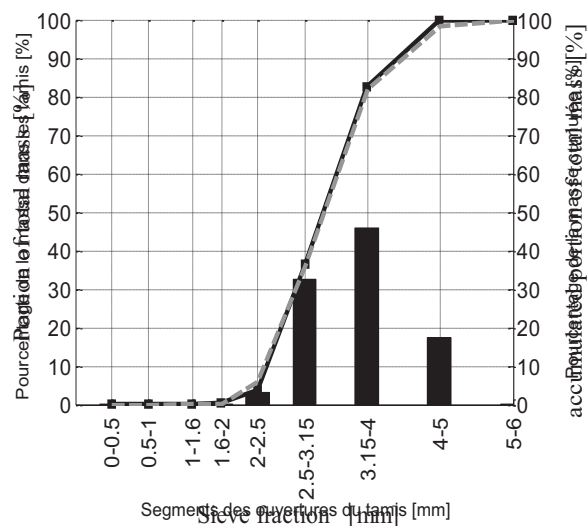


Figure 2.9 – Résultats du tamisage de l'engrais Ammonium Nitrate. Histogramme : masse réelle d'engrais retenue dans chaque tamis [%]; Ligne continue : masse réelle dans les tamis cumulée [%]; Ligne discontinue : masse virtuelle dans les tamis cumulée [%].



### Coefficient de traînée $C_x$

Comme le coefficient de traînée  $C_x$  dépend fortement de la sphéricité des particules (Grift et al., 1997) et que l’engrais utilisé n’est pas parfaitement sphérique, alors il n’est pas possible d’utiliser les équations d’approximation de la littérature utilisant le diamètre d’une sphère (Brown et Lawler, 2003). Pour cette raison,  $C_x$  a été déterminé expérimentalement en utilisant une nappe mesurée. La méthode utilisée est proche de celle développée par Cool et al. (2014a) qui ont utilisé une technique de vision 3D pour suivre un vol basilique d’une particule. Dans leur méthode, la valeur de  $C_x$  correspond à celle qui minimise l’erreur entre la portée d’un vol basilique mesuré et un vol balistique simulé. Dans notre méthode, le  $C_x$  recherché correspond à la valeur optimale qui minimise l’erreur quadratique entre la distribution radiale d’une nappe mesurée avec le banc et d’une nappe simulée. Cette calibration résumée sur la figure 2.10 a été réalisée dans la configuration No.1 du tableau 2.4, et la valeur obtenue de  $C_x=0,49$  a été utilisée dans toutes les autres configurations sous l’hypothèse qu’elle ne dépend que de l’engrais utilisé.

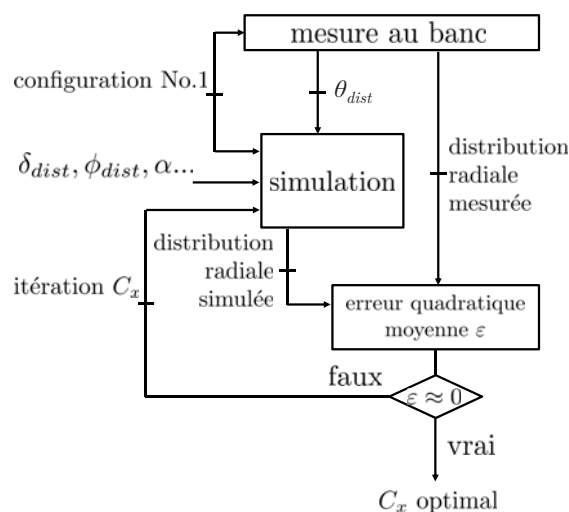


Figure 2.10 – Calibration du coefficient de traînée  $C_x$ .

### 2.2.3 Corrélation entre nappes statiques simulées et mesurées

Les nappes mesurées et simulées dans les configurations du tableau 2.4 ont été comparées en se basant sur trois distributions les caractérisant : angulaire, radiale et transversale. Ces distributions permettent de comparer la forme des nappes mais également la répartition de la dose.

#### Résultats de corrélation

Pour chaque distribution, le coefficient de Pearson a été calculé comme indicateur de la corrélation :

$$\rho_{M,S} = \frac{Cov_{M,S}}{\sigma_M \sigma_S}$$

avec  $M$  étant le résultat de mesure, et  $S$  celui de la simulation.

Les valeurs obtenues des coefficients de corrélation sont données dans le tableau 2.5, et les courbes des caractéristiques ainsi que les nappes dans l'annexe C. Dans aussi bien le Cas 1 que le Cas 2, des coefficients de corrélation élevés ont été obtenus, autour de 0,990 pour toutes les distributions.

Tableau 2.5 – Coefficients de corrélation entre les distributions des nappes mesurées et simulées dans les configurations du tableau 2.4.

		Configurations des tests de corrélation						
		Cas 1					Cas 2	
		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	No.6	No.7
Corrélation entre les distributions	Distribution angulaire	0,997	0,996	0,997	0,998	0,996	0,995	0,990
	Distribution radiale	0,999	0,995	0,984	0,993	0,970	0,993	0,962
	Distribution transversale	0,995	0,995	0,997	0,992	0,978	0,992	0,985

Dans le premier cas, il peut être déduit que lorsque le modèle possède le réglage idéal qui consiste à utiliser une distribution angulaire différente selon la configuration de l'épandeur, les nappes simulées sont fortement corrélées à celles mesurées. Cela implique que le modèle lui-même est fiable pour réaliser l'opération de mise à jour des conditions initiales qui aboutit à des courbes balistiques et des points d'atterrissage corrects sur le sol. Cela implique aussi que les hypothèses selon lesquels les variables  $(\alpha, C_x)$  sont des constantes, la distribution de  $\delta_{dist}$  est invariante, et que les particules glissent sans roulement sur la pale avant d'être éjectées du même point, sont des hypothèses pertinentes. Par conséquent, les équations du modèle peuvent être utilisées sur n'importe quel relief, à condition d'avoir des inclinaisons proches de celles de l'expérimentation, et une vitesse de rotation constante du disque.

Même si les coefficients de corrélation obtenus sont élevés pour les distributions comparées, la dose d'engrais dans les nappes mesurées et simulées n'est pas toujours identique dans toutes les zones. Cette différence est visible même avec l'épandeur non incliné (figure C.1), et de façon plus nette à forte vitesse du disque 1000 tr/min (figure C.3) ou à angle d'inclinaison élevé de  $10^\circ$  (figure C.5). Les plus fortes différences de dose sont localisées aux positions radiales les plus proches du centre du disque de telle sorte que les nappes mesurées aient toujours une épaisseur supérieure à celle de la nappe simulée. Cette différence entre mesure et simulation a été également constatée par [Reumers et al. \(2003a\)](#), mais elle ne remet pas en cause la qualité des résultats comme le montre les courbes superposées des distributions. En effet, cela s'explique d'une part par le fait que seulement trois variables du modèle sont issues des tirages aléatoires  $(\phi_{dist}, \theta_{dist}, \delta_{dist})$  et par conséquent il est normal que les nappes de mesure présentent plus de variabilités internes. D'autre part, la prise en pale des particules lors de la rotation du disque a pour effet de briser une partie des particules et de générer de la poussière. Ces particules atterrissent à des localisations plus proches du centre du disque ce qui explique la plus grande épaisseur des nappes mesurées. Toutefois l'accumulation de leur masse visible dans les distributions radiales à des positions en-dessous de 15 m (figures C.2b et C.5) représente un pourcentage négligeable de la masse totale des engrais dans la nappe, et la portée moyenne reste presque inchangée.

Dans le deuxième cas, les coefficients de corrélation élevés impliquent que l'hypothèse d'utilisation de la même distribution angulaire dans différentes simulations à vitesse constante et à un angle de tilt variant entre  $0^\circ$  et  $\pm 10^\circ$  est pertinente. En effet, la qualité des nappes simulées (figures C.6 et C.7) prouve que les vols balistiques calculés avec le modèle de mise à jour des conditions initiales sont corrects. L'hypothèse de l'invariance de la distribution angulaire à vitesse constante a été formulée à partir de la figure 2.7. Cette figure montre que le point de chute n'a pas bougé avec le mouvement de tilt (ou bien a bougé de façon négligeable), dans le cas contraire la distribution angulaire aurait changé. Par conséquent, le même comportement est prévu si l'épandeur est incliné dans d'autres situations. Ceci permet de généraliser l'utilisation de la même distribution angulaire au cas de la simulation dynamique sur un MNT où l'orientation du tracteur peut être quelconque mais avec des angles de roulis et de tangage variant entre 0 et  $\pm 10^\circ$ . Cette contrainte est posée pour rester dans le domaine de validité de la non variation du point de chute qui implique la non variation de la distribution angulaire, elle s'ajoute à la contrainte de constance de la vitesse de rotation du disque. Cette dernière limitation peut être surmontée en établissant une expression de la fonction de densité de la distribution angulaire en fonction de la vitesse du disque. [Villette et al. \(2011\)](#) ont démontré qu'il y a une tendance de diminution de la valeur de la moyenne et de l'écart-type quand la vitesse de rotation augmente, à part cela aucun résultat à notre connaissance dans la littérature n'a proposé de loi.

**Grâce aux mesures réalisées, les hypothèses de modélisation ont été validées et des ordres de grandeur des différents paramètres du modèle ont été rendus disponibles. Ceci rend possible l'utilisation du modèle pour effectuer des simulations dynamiques dans diverses situations d'épandage, que ce soit pour étudier l'uniformité de la distribution au champ ou bien pour tester des dispositifs de correction.**

## 2.3 Modèle d'acquisition des changements d'attitude du tracteur

Dans le cas d'une utilisation embarquée du modèle, il peut être nécessaire de connaître en temps réel la position et l'attitude du tracteur sur la parcelle. La position est facile à obtenir à partir des signaux GPS, il suffit que le tracteur possède une antenne réceptrice. Toutefois, comme le GPS standard possède une imprécision horizontale trop grande de l'ordre  $\pm 10$  m, des signaux avec une correction différentielle de type RTK est obligatoire, permettant une précision qui peut être inférieure à 10 cm. Les dispositifs d'acquisition des changements d'attitude du tracteur ne représentent pas quant à eux un standard d'utilisation même dans les tracteurs les plus modernes dotés de fonctionnalités d'autoguidage. Les changements d'attitude du tracteur doivent être fournis sous la forme de trois angles de roulis, tangage et lacet  $(\theta_y, \theta_r, \theta_p)$ , or il n'existe aucun moyen pour mesurer ces trois angles de manière directe et simultanée. C'est la raison pour laquelle un modèle d'acquisition est nécessaire.

L'accéléromètre et le gyroscope qu'on peut trouver dans une centrale inertielle sont deux dispositifs possibles à utiliser pour avoir une mesure des angles de rotation, mais tous les deux donnent une mesure inexacte s'ils sont utilisés séparément. La mesure à partir de l'accéléromètre exploite le principe selon lequel la force de gravité est toujours verticale, par conséquent tout changement d'attitude d'un objet entraîne des composantes non nulles de cette force dans le repère associé à l'objet étudié. De simples relations géométriques permettent à partir de ces composantes de déduire les angles recherchés. Toutefois, en dynamique les accélérations linéaires de l'objet s'ajoutent aux composantes de la gravité, donnant une mesure biaisée. Avec le gyroscope, seules les mesures des vitesses angulaires sont données. Par conséquent, une intégration est nécessaire pour avoir les angles, ce qui entraîne une erreur cumulative qui donne des signaux qui dérivent. Afin de pallier les défauts de ces capteurs, la technique généralement utilisée consiste à fusionner les informations issues des deux capteurs. La technique choisie utilise le filtre linéaire de Kalman qui exige un modèle physique du problème. Pour cette raison, les données d'entrée du filtre sont présentées en premier.

### 2.3.1 Utilisation de l'accéléromètre et du gyroscope

Les angles mesurés doivent correspondre à la configuration ( $ZY'X''$ ) des angles de Cardan retenue dans le modèle de mise à jour des vols balistiques et ce de façon à pouvoir les injecter dans l'équation (2.3). Comme expliqué précédemment, la mesure avec l'accéléromètre utilise les composantes de la force de gravité ; or pour un mouvement de lacet, ses composantes ne changent pas. Par conséquent, il n'est pas possible d'avoir l'angle du cap du tracteur avec l'accéléromètre et seule sa valeur biaisée fournie par le gyroscope peut être utilisée. Toutefois, comme le tracteur suit une trajectoire définie, le cap peut être déduit à partir de la trajectoire fournie par le GPS. Ainsi, il ne reste plus que deux angles à rechercher, le tangage  $\theta_p$  et le roulis  $\theta_r$ .

Pour un angle  $\theta$  recherché, les relations suivantes peuvent être déduites en utilisant la sortie du gyroscope :

$$\begin{cases} S_{gyro} &= \dot{\theta} \\ \theta &= \int S_{gyro} dt \end{cases} \quad (2.19)$$

L'angle  $\theta$  peut être calculé par intégration numérique. L'intégrale de  $S_{gyro}$  entre la première et la  $i^{\text{ème}}$  valeur peut être considérée égale à l'intégrale de  $S_{gyro}$  entre la première et la  $(i - 1)^{\text{ème}}$  valeur plus le terme  $S_{gyro} dt$ . D'où la relation itérative suivante en tenant compte de l'offset  $\epsilon$  à  $t = 0$  :

$$\theta_i = \theta_{i-1} + (S_{gyro} - \epsilon) dt \quad (2.20)$$

A partir de cette équation, le modèle d'état d'acquisition des angles peut être établi où la sortie du gyroscope représente la commande  $U_k = S_{gyro,k}$ . L'intérêt de la représentation d'état réside dans le fait que l'effet dérive du gyroscope peut être corrigé, il suffit pour cela de considérer non constant l'offset  $\epsilon$  et de recalculer en permanence sa valeur. Par conséquent, le modèle possède deux variables d'état  $\theta$  et  $\epsilon$ . Le calcul des nouvelles valeurs de  $\epsilon$  doit se faire avec des données sans effet de

dérive, c'est la raison pour laquelle l'accéléromètre peut être utilisé. Ainsi, le vecteur mesure  $z_k$  du modèle d'état représente les valeurs des angles issues de la mesure des accélérations, et le système suivant peut être posé :

$$\begin{cases} x_k = x_{k-1} + (U_k \quad \varepsilon) \Delta T \\ z_k = \theta_{accelero,k} = f_k(a_x, a_y, a_z) \end{cases} \quad (2.21)$$

mis sous forme matricielle, la représentation d'état suivante est obtenue :

$$X_k = \underbrace{\begin{pmatrix} 1 & \Delta T \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{F_k} X_{k-1} + \underbrace{\begin{pmatrix} \Delta T \\ 0 \end{pmatrix}}_{B_k} U_k \quad (2.22)$$

avec  $X_k = \begin{bmatrix} \theta \\ \varepsilon \end{bmatrix}_k$  et  $z_k = \theta_{accelero,k}$

La fonction  $f(a_x, a_y, a_z)$  est calculée en faisant l'hypothèse que les accélérations linéaires sont nulles. Ainsi, les accélérations données dans le repère  $R_a$  de l'accéléromètre sont reliées par une simple matrice de passage à l'accélération de la gravité dans le repère terrestre  $R_f$ . En se mettant dans la configuration représentée sur la figure 2.11, la relation suivante est obtenue :

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix}_{R_a} = P_a^f \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}_{R_f} \quad (2.23)$$

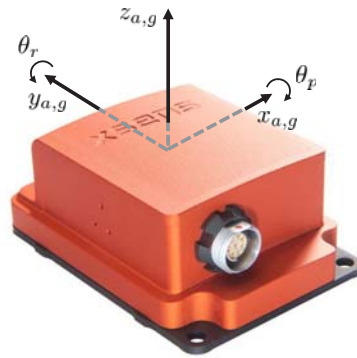


Figure 2.11 – Représentation du repère de la centrale inertielle (accéléromètre,gyroscope) avec les angles mesurés.

Comme l'angle autour de  $Z$  est supposé être connu grâce au GPS, l'orientation de l'accéléromètre dans l'espace peut être décomposée en seulement deux rotations. Ainsi, la configuration de rotation  $(YX')$  a été utilisée au lieu de  $(ZY'X'')$ , ce qui traduit deux rotations extrinsèques successives de  $\theta_p$  et  $\theta_r$  autour des axes respectifs  $X_f$  et  $Y_f$  du repère terrestre  $R_f$ . D'où la matrice de passage  $P_f^a = Rot^Y(\theta_r).Rot^{X'}(\theta_p)$  qui permet de déduire la matrice  $P_a^f$  (équation (2.24)).

$$\begin{aligned}
 P_a^f &= Rot^{X'}(-\theta_p).Rot^Y(-\theta_r) \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(-\theta_p) & -\sin(-\theta_p) & 0 \\ 0 & \sin(-\theta_p) & \cos(-\theta_p) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos(-\theta_r) & 0 & \sin(-\theta_r) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\sin(-\theta_r) & 0 & \cos(-\theta_r) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.24)
 \end{aligned}$$

En utilisant les équations (2.23) et (2.24), les expressions de  $(A_x, A_y, A_z)$  en fonction de  $(\theta_r, \theta_p)$  sont obtenues :

$$\begin{cases} A_x = -\sin(\theta_r) \\ A_y = \sin(\theta_p) \cos(\theta_r) \\ A_z = \cos(\theta_p) \cos(\theta_r) \end{cases} \quad (2.25)$$

d'où sont déduits les angles  $(\theta_r, \theta_p)$  :

$$\begin{cases} \theta_p = \arctan\left(\frac{A_y}{A_z}\right) \\ \theta_r = \frac{-A_x}{\sqrt{A_y^2 + A_z^2}} \end{cases} \quad (2.26)$$

A ce stade, les angles recherchés peuvent être obtenus à la fois avec les vitesses angulaires fournis par le gyroscope et les angles calculés à partir de l'accéléromètre, grâce au modèle d'état (équation (2.22)). Toutefois, comme les deux équations de ce dernier sont indépendantes, un algorithme est nécessaire afin de fusionner les données des deux capteurs. C'est ce que permet le filtre de Kalman linéaire.

### 2.3.2 Fusion des données avec le filtre Kalman linéaire

L'algorithme du filtre de Kalman a été décrit par [Kalman et Bucy \(1961\)](#). C'est un algorithme récursif qui permet d'estimer l'état courant seulement avec les mesures au même instant et l'état à l'instant précédent; aucune information aux autres instants n'est requise. Cet algorithme doit être appliqué deux fois dans le problème de fusion des données de la centrale inertielle, et de façon distincte pour avoir les deux angles recherchés en utilisant le modèle de l'équation (2.22). Les calculs se font en deux étapes : (1) l'étape de prédiction permet de produire une estimation de l'état courant ainsi que de son incertitude, et (2) l'étape de mise à jour utilise les données de mesure biaisées et les met à jour grâce à un gain :

*Étape de prédiction :*

$$\hat{X}_{k|k-1} = F_k \hat{X}_{k-1|k-1} + B_k U_k \quad (\text{estimation a priori de l'état})$$

$$P_{k|k-1} = F_k P_{k-1|k-1} F_k^T + Q_k \quad (\text{estimation a priori de la covariance})$$

*Étape de mise à jour :*

$$\begin{aligned}\tilde{y}_k &= z_k - H_k \hat{X}_{k|k-1} \text{ (innovation)} \\ S_k &= H_k P_{k|k-1} H_k^T + R_k \text{ (covariance de l'innovation)} \\ K_k &= P_{k|k-1} H_k^T S_k^{-1} \text{ (gain de Kalman)} \\ \hat{X}_{k|k} &= \hat{X}_{k|k-1} + K_k \tilde{y}_k \text{ mise à jour de l'état} \\ P_{k|k} &= (I - K_k H_k) P_{k|k-1} \text{ mise à jour de la covariance} \\ \text{avec } F_k &= \begin{bmatrix} 1 & -\Delta T \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B_k = \begin{bmatrix} \Delta T \\ 0 \end{bmatrix}, H_k = [1 \ 0] \\ \text{et } P_{0|0}, Q_k, R_k &\text{ des matrices qui doivent être fournies.}\end{aligned}$$

La matrice  $P_{k|k}$  représente la covariance de l'erreur sur l'état qui est initialisée avec  $P_{0|0}$ . En faisant l'hypothèse que l'estimation de l'état est exacte à l'instant initiale, ce qui n'est pas aberrant car il n'y a pas encore de dérive du gyroscope, alors l'algorithme peut être initialisé avec une matrice de covariance nulle  $P_{0|0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

La matrice  $Q_k$  représente la covariance du bruit du modèle. Ce dernier provient de l'intégration numérique réalisée sur les valeurs bruitées du gyroscope. En faisant l'hypothèse que le bruit de mesure avec le gyroscope est Gaussien de moyenne nulle et d'écart-type  $\sigma_g$ , alors  $Q_k = B_k \sigma_g^2 B_k^T = \begin{bmatrix} \Delta T^2 \sigma_g^2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ .

$R_k$  représente la covariance du bruit de mesure avec l'accéléromètre. En faisant l'hypothèse que ce bruit est Gaussien de moyenne nulle et d'écart-type  $\sigma_a$ , alors  $R_k = \sigma_a^2$ .

**Grâce à cet algorithme, les angles d'orientation du tracteur peuvent être acquis en temps réel sur le terrain et même à de hautes fréquences supérieures à 100 Hz. Ceci implique que c'est non seulement la forme du relief qui sera prise en compte mais aussi l'état de surface qui peut induire des angles de roulis ou de tangage supplémentaires. Dans le chapitre 4, des tests d'acquisition avec ce modèle sur un terrain supposé plat ont été réalisés afin d'injecter les mesures des angles dans le modèle de simulation et de tester l'aptitude de la correction développée à fonctionner même en présence de changement d'attitude à haute fréquence du fait de l'état de surface (explorées antérieurement par [Parish \(1991\)](#)).**

## 2.4 Conclusion

L'objectif de ce chapitre est de développer un modèle d'épandage dynamique. Pour cela, la trajectoire du tracteur est discrétisée avec un pas calculé en fonction de la vitesse des disques. À chaque nouveau point de la trajectoire correspond un nouveau tour de disque et la formation d'une nouvelle nappe qui peut être vue comme étant localement statique. La prise en compte du relief se fait d'une part, en considérant des trajectoires non horizontales avec trois paramètres de position dans un repère cartésien, et d'autre part en impactant les changements d'attitude du tracteur sur

les conditions initiales des vols balistiques par une opération appelée “mise à jour”. Cette dernière consiste à effectuer un changement de base du repère lié au terrain à un repère lié au disque où les conditions initiales possèdent une expression simple. Ce changement de base s’effectue particule par particule grâce à une matrice de passage dont les coefficients sont exprimés en fonction des degrés de liberté du tracteur et des paramètres géométriques de la machine. La paramétrisation du modèle est faite de telle sorte qu’il puisse être général et permette la simulation avec plusieurs types de pales et de disques. L’aspect stochastique des salves d’épandage est pris en compte grâce à l’utilisation de lois statistiques de distribution des paramètres de la position angulaire (horizontale et verticale) de sortie de disque des particules, et de distribution de leur taille.

En plus des hypothèses formulées dans le chapitre 1, nous considérons qu’en dehors des paramètres de position et d’orientation du tracteur, tous les autres paramètres peuvent être constants, et les lois de distribution sont invariantes pour un engrais donné durant la simulation dynamique. Cette hypothèse permet, à défaut d’avoir des expressions de certains paramètres en fonction de la vitesse de rotation du disque, d’aussi bien réduire la complexité du modèle que de réduire le nombre de données d’entrée. Des mesures statiques dans différentes configurations de vitesse du disque et d’orientation de l’épandeur sont réalisées pour d’une part, valider les hypothèses de modélisation, et d’autre part pour s’assurer du bon niveau de corrélation entre les nappes statiques mesurées et simulées. Cela permet également de fournir des ordres de grandeur des paramètres manquants du modèle qui sont utiles pour réaliser des simulations dynamiques réalistes. Les résultats des essais statiques montrent qu’il y a une forte corrélation entre les caractéristiques des nappes simulées et mesurées, malgré les variabilités internes dans ces dernières qui n’affectent pas la répartition totale de la dose. La validité des hypothèses de modélisation est déduite de cette étude, ce qui implique la fiabilité des futures simulations des nappes globales car ses dernières ne sont que le résultat de l’accumulation et du recouvrement de nappes statiques.

Dans le cas d’une utilisation embarquée du modèle, il est indispensable de fournir l’orientation spatiale du tracteur sous la forme des trois angles de cardan : roulis, tangage et lacet. Ce dernier peut être déduit de la trajectoire fournie par le GPS mais les deux autres nécessitent un modèle car aucun dispositif de mesure n’est capable de les fournir de manière directe. Pour cette raison, une technique de fusion des données issues d’un gyroscope et d’un accéléromètre, et utilisant le filtre de Kalman linéaire est mise en place.

L’intérêt du modèle développé réside dans sa capacité à produire des nappes globales simulées permettant de mettre en exergue les défauts d’uniformité potentiels dus au relief; c’est l’utilisation qui en est faite au chapitre 3. Ainsi, les résultats obtenus peuvent être d’une aide précieuse pour le développement de dispositifs actifs de correction, avec la simulation comme outil pour estimer les gains d’uniformité réalisés. Une implémentation embarquée de ce modèle est nécessaire afin de prédire dans le monde réel les courbes des vols balistiques et les points d’atterrissage des particules d’engrais. Les informations acquises en temps réel peuvent aider à générer les consignes des dispositifs de commande, permettant de contrer les perturbations causées par le relief ou de corriger les erreurs d’application de l’engrais. Au-delà



d'une utilité dans le cadre de l'étude des perturbations dues au relief, le modèle peut bien s'utiliser avec d'autres perturbations hors du sujet de cette thèse comme les erreurs de guidage des trajectoires ou bien la dérive engendrée par le vent.

## 2.5 Synthèse

### Points développés :

- Les effets de changement d'attitude du tracteur sur les conditions initiales des vols balistiques sont modélisés.
- Des distributions statistiques de quelques paramètres des particules en sortie de disque sont considérées pour simuler uniquement les vols balistiques.
- Des matrices de passages sont calculées pour avoir les points d'atterrissage des particules dans le repère terrain, donnant directement les nappes d'épandage.
- Des nappes statiques sont obtenues par mesure et par simulation pour évaluer leur corrélation.
- Un filtre de Kalman est mis en place pour l'acquisition des angles de roulis, tangage, et lacet du traceur.

### Résultats principaux

- La discrétisation de la trajectoire du tracteur dans le modèle permet de rendre compte de la réalité de l'épandage qui s'effectue par des salves successives.
- Des ordres de grandeur des différents paramètres du modèle sont rendus disponibles, ce qui permet d'effectuer les simulations.
- Dans les différentes configurations de l'épandeur, les nappes statiques mesurées et simulées sont fortement corrélées.

### Conclusions marquantes

- L'aptitude du modèle à calculer des points d'atterrissage corrects sur le relief est validée dans le cadre de quelques hypothèses.
- Des résultats de simulation très précis peuvent être obtenus grâce à l'approche hybride.
- Le modèle peut servir pour mettre en exergue les erreurs d'application dues aussi bien au relief qu'aux changements d'attitude de haute fréquence du tracteur causés par l'état de surface.



## Évaluation des défauts d'uniformité

L'opération d'épandage des engrais minéraux peut se faire aujourd'hui avec des épandeurs centrifuges "intelligents" qui combinent des informations précises sur la position du tracteur dans le terrain (grâce au GPS) et sur le besoin local en intrants (grâce à des cartes d'application extraites de GIS). Bien que la dose locale nécessaire d'engrais soit connue, rien ne garantit qu'elle corresponde à la dose réellement appliquée à cause notamment des différentes perturbations présentées au chapitre 1. C'est la raison pour laquelle les constructeurs accordent une grande importance à l'aptitude des épandeurs à réaliser un épandage uniforme sur un terrain théorique avec des besoins uniformes en engrais, quelles que soient les perturbations externes. Des améliorations notables ont été réalisées sur les terrains plats grâce à l'utilisation des dispositifs de commande présentés dans le chapitre 1. Cependant, beaucoup d'interrogations demeurent concernant l'uniformité des nappes globales d'épandage en présence du relief.

L'objectif ce chapitre est d'une part, de combler le manque de connaissance autour de l'uniformité des nappes globales en présence du relief, qu'il soit régulier ou irrégulier. D'autre part, le but est de valider le besoin de développement de nouveaux dispositifs de contrôle dédiés aux perturbations du relief et d'aider dans le choix des consignes à appliquer en fonction de l'analyse des résultats de l'étude d'uniformité dans les différents cas. Pour cela, des cartes d'application mettant en exergue des erreurs d'application de type surdosage et sous-dosage ont été extraites pour la première fois en utilisant le modèle présenté au chapitre 2. L'utilisateur peut procéder à des réglages pour obtenir une forme donnée de la nappe statique bi-disque à partir des nappes statiques mono-disque simulées par le modèle. Dans la première partie de ce chapitre, une étude a été consacrée à l'obtention des formes classiquement utilisées dans l'épandage et à leur analyse en terme d'aptitude à fournir une carte d'application la plus uniforme possible dans un état initial de terrain plat. Des indicateurs d'uniformité ont été établis afin de pouvoir facilement comparer les résultats dans les différents cas. Le nombre de simulations nécessaire a été limité en faisant l'étude sur des MNT théoriques mais représentatifs. Cela inclut pour les reliefs irréguliers, le cas de la rupture de pente et de devers, et pour les reliefs réguliers, le cas de la pente et du devers purs. Ces cas sont à usage pédagogique et ont aidé à expliquer les phénomènes en jeu qui causent les erreurs d'application observées. Par ailleurs, les résultats de simulation dans des cas de reliefs présentant des inclinaisons

suivant plusieurs directions ont été présentés et annoncés comme étant les cibles de correction pour juger de l'efficacité du contrôle. En se basant sur les résultats de cette étude d'uniformité, une réflexion a été menée sur les corrections possibles, ce qui a permis de n'en retenir qu'une seule.

## 3.1 Étude préalable à la simulation dynamique

Une nappe globale simulée est le résultat de l'accumulation et du recouvrement de nappes statiques d'une forme donnée, au fur et à mesure que le tracteur se déplace. Afin de pouvoir exploiter une nappe globale dans l'étude d'uniformité en présence du relief, celle-ci doit être auparavant uniforme sur un terrain plat afin que les erreurs d'application obtenues ne soient pas dues à d'autres facteurs comme une largeur de travail non optimale. Pour cette raison, il a fallu d'abord choisir des jeux de paramètres pour le modèle de simulation afin de produire des nappes statiques qui permettent un épandage uniforme à plat. Par ailleurs, il a fallu procéder à des choix de cas d'étude de façon à générer des MNT qui bien qu'étant théoriques demeurent représentatifs des perturbations dues à la forme du relief dans la réalité. Cette section traite ces aspects préalables à la simulation dynamique de l'épandage.

### 3.1.1 Robustesse de la nappe statique

Les trois formes de la répartition transversale classiquement utilisées en épandage sont un triangle, un trapèze et une forme intermédiaire entre eux (cloche). L'analyse de [Grift \(2000a\)](#) a permis de déduire que la forme en cloche est la plus robuste comme elle est insensible aux erreurs de recouvrement dues à de faibles écarts à la trajectoire du tracteur. [Olieslagers et al. \(1996\)](#) affirment aussi que cette forme est la plus recommandable car elle implique souvent un faible coefficient de variation (CV), ce qui est un bon indicateur de l'uniformité de la nappe globale. Par conséquent, une calibration des paramètres du modèle au voisinage des valeurs obtenues dans les tests statiques du chapitre 1 a été faite, de façon à avoir une nappe statique ayant la forme de cloche. Cette forme a été retenue dans la plupart des simulations dynamiques dans le but d'évaluer les défauts d'uniformité sur le relief. Toutefois, afin d'évaluer la sensibilité de ces erreurs à la forme de la nappe utilisée, il a été également nécessaire d'obtenir et d'utiliser dans quelques simulations des nappes statiques de forme trapézoïdale et triangulaire.

En utilisant le modèle développé en simulation avec une vitesse de disque de 800 tr/min, les trois formes différentes des nappes statiques ont été obtenues (figure 3.1). La nappe de la figure 3.1c possède la forme désirée d'une cloche qui est intermédiaire entre celle d'un trapèze (figure 3.1a) et d'un triangle (figure 3.1e). Ceci peut être vérifié sur la figure 3.1b où les courbes des distributions transversales sont superposées. La nappe en forme de cloche a été réalisée d'abord avec les paramètres indiqués dans le tableau 3.1, et permet d'avoir une largeur de travail de 28,5 m. En fixant cette largeur de travail, la forme trapézoïdale a été obtenue en baissant le diamètres moyen des particules et en augmentant la moyenne de la distribution horizontale angulaire des engrais en sortie de disque, la masse volumique de l'engrais et le coefficient de traînée des particules. L'inverse a été fait pour passer de la forme

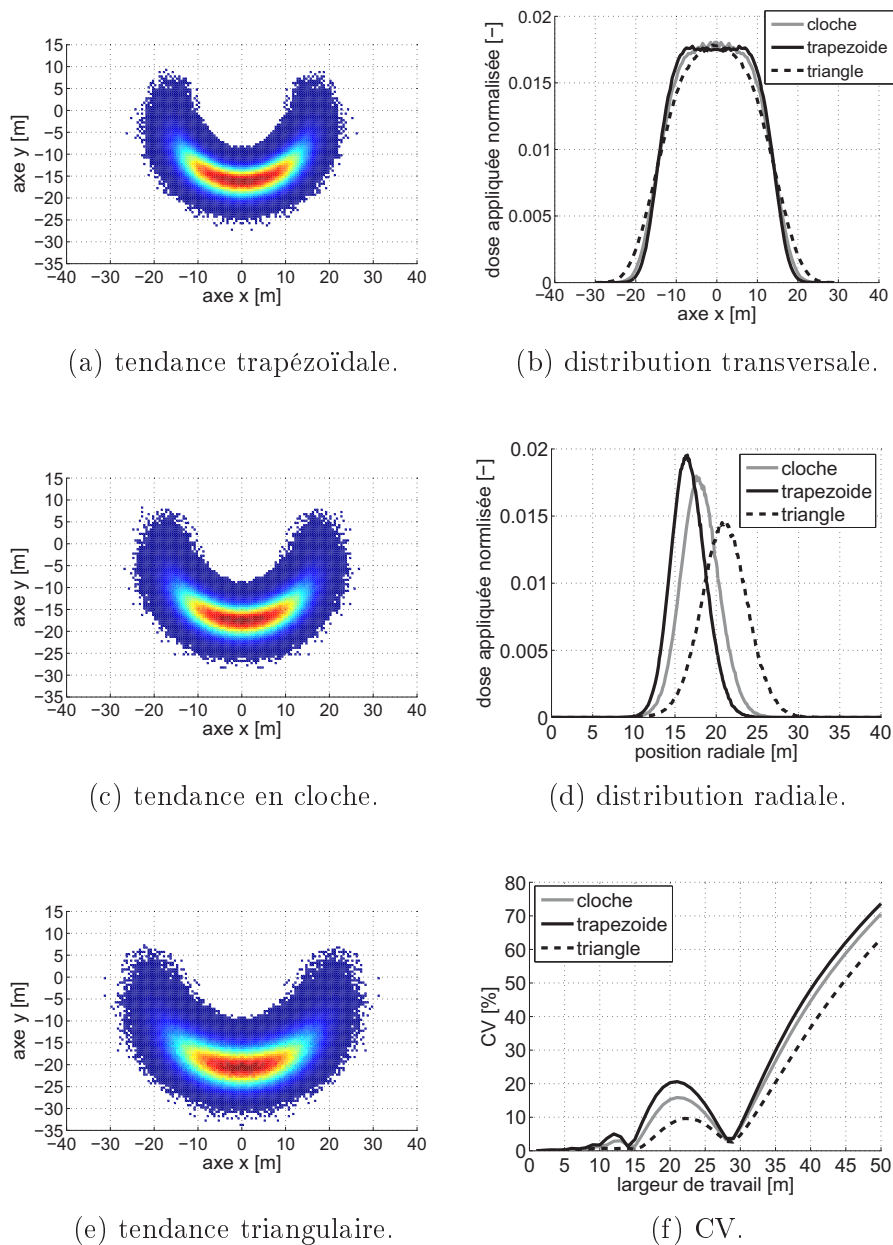


Figure 3.1 – Nappes statiques de trois formes différentes avec leurs caractéristiques superposées.

en cloche à la forme triangulaire avec la même largeur de travail, comme le résume le tableau 3.1.

En contraste avec Grift (2000a), la forme triangulaire semble offrir la meilleure performance comme elle permet d'obtenir un CV inférieur à 10% pour toutes les largeurs de travail inférieures à 28,5 m (figure 3.1f). Toutefois, les particules acquièrent avec cette forme une grande portée, jusqu'à 22 m de moyenne (figure 3.1d), ce qui peut aggraver les erreurs d'application et biaiser la représentativité des résultats. De plus, les valeurs des paramètres utilisés s'écartent beaucoup de celles des formes en cloche et en trapèze, qui sont proches de celles obtenues dans les tests statiques.

C'est la raison pour laquelle la forme en cloche a été retenue comme forme de base pour l'étude d'uniformité de l'épandage sur le relief; les nappes de la forme triangulaire et trapézoïdale ne sont utilisées que pour analyser la sensibilité des erreurs d'application obtenues avec la forme de la nappe. Dans toutes les simulations, la largeur de travail  $LW=28,5$  m a été utilisée.

Tableau 3.1 – Paramètres du modèle utilisés pour obtenir les trois nappes statiques.

	Forme de la nappe statique		
	Trapézoïde	Cloche	Triangle
Masse volumique de l'engrais $\rho$ [ $\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$ ]	1710	1750	1800
Coefficient de traîné des particules $C_x$ [-]	0,57	0,54	0,45
Diamètre moyen d'une particule $\mu_\phi$ [mm]	2,9	3,1	3,4
Moyenne de la distribution angulaire horizontale $ \mu_\theta $ [deg]	27	24	18

### 3.1.2 Caractérisation de l'uniformité de la nappe globale

Les résultats de simulation sont présentés sous forme de cartes d'application 2D de la dose. Ces dernières sont réalisées à partir d'un maillage régulier de  $1 \times 1$  m sur les nappes globales, où chaque maille représente un bac de collecte. Comme toutes les simulations ont été réalisées avec le même débit, largeur de travail et pas d'avance du tracteur, les cartes d'application ont été normalisées afin d'exprimer la dose appliquée en pourcentage. La normalisation consiste à diviser la dose cumulée dans chaque bac par la dose moyenne dans une zone uniforme de la nappe. Cette valeur est constante pourvu que la surface considérée soit grande, elle vaut  $0,0128$  kg dans l'exemple de la figure 3.2 en considérant des zones avec une surface supérieure à  $200 \text{ m}^2$ .

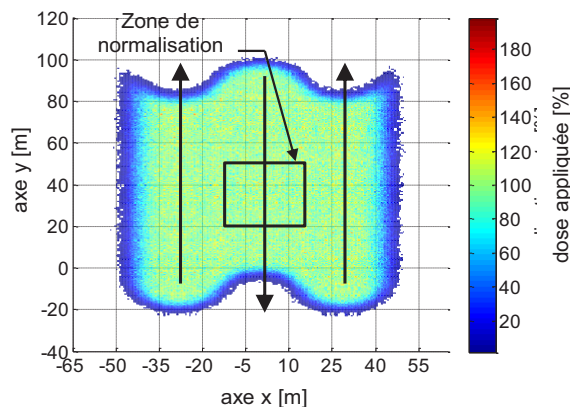


Figure 3.2 – Carte d'application montrant une nappe globale uniforme sur un terrain plat.

La figure 3.2 montre la carte d'application d'une nappe globale obtenue sur un terrain plat en normalisant par la dose contenue dans le rectangle délimité par

$x = [-\frac{LW}{2}; \frac{LW}{2}]$  et  $y = [20; 50]$ . A l'exception des bords où le recouvrement n'est pas achevé, la carte est plutôt uniforme ce qui est caractérisé par la prédominance de la couleur qui correspond à 100% de la dose. Une légère variation autour de cette valeur est due à l'aspect stochastique de l'épandage, elle est prise en compte dans le calcul des indicateurs d'uniformité pour ne pas la confondre avec une erreur d'application due au relief. En effet, dans tous les cas étudiés, les cartes d'application ont été calculées afin de fournir un support visuel facilitant la détection des erreurs d'application dans les nappes globales. Cependant, des informations plus précises sont nécessaires afin de quantifier et expliquer les erreurs observées. Par conséquent, deux indicateurs ont été proposés : la dose moyenne transversale et longitudinale, calculés avec une direction de mesure respectivement perpendiculaire et parallèle à la trajectoire du tracteur, en utilisant l'équation :

$$Q_{moy_i} = \frac{\frac{\sum_{j=1}^N m_{ij}}{N}}{\frac{M}{N_T}} \cdot 100 \quad (3.1)$$

avec  $i$  l'indice d'une rangée de bacs de collecte,  $Q_{moy_i}[\%]$  la dose moyenne appliquée dans la rangée  $i$ ,  $m_{ij}$  la masse cumulée des particules dans le  $j^{\text{ème}}$  bac de la  $i^{\text{ème}}$  rangée,  $N$  le nombre de bacs dans chaque rangée,  $M$  la masse totale des particules dans la zone considérée de la parcelle, et  $N_T$  le nombre total de bacs dans la même zone.

Dans le cas du relief, les deux indicateurs ont été calculés comme représenté sur la figure 3.3. La dose moyenne transversale (figure 3.3a) a été calculée en considérant une zone rectangulaire délimitée par  $x = [-30; 30]$  et  $y = [20; 60]$ . La dose moyenne longitudinale (figure 3.3b) a été calculée en considérant une zone rectangulaire délimitée par  $x = [-15; 15]$  et  $y = [20; 60]$ . Les deux indicateurs varient dans un intervalle de  $100 \pm 7\%$ , 100% étant est la valeur théorique pour une nappe globale parfaitement uniforme. Ces petites variations sont obtenues par simulation à cause de la forme statique des nappes qui n'assure pas un recouvrement parfait de la dose. Des variations d'au moins la même amplitude peuvent avoir lieu dans la réalité à cause des autres imperfections. Par conséquent, les erreurs d'application ne peuvent être considérées comme telles que lorsque les deux indicateurs précédents excèdent l'intervalle admissible de  $100 \pm 10\%$ . Les valeurs au-dessus de 110% étant représentatives du surdosage, et les valeurs en dessous de 90% représentatives du sous-dosage.

### 3.1.3 Choix des cas d'étude

Diverses situations d'épandage peuvent être rencontrées dans les champs, impliquant des reliefs de diverses formes. Il n'est pas possible de simuler tous les cas de figure et ce n'est pas nécessaire non plus dans l'objectif d'analyser et d'expliquer les erreurs d'application. C'est la raison pour laquelle des MNT théoriques et représentatifs des champs agricoles réels ont été choisis. La figure 3.4 montre les quatre cas d'étude retenus pour la simulation qui représentent à la fois des reliefs réguliers (figures 3.4a



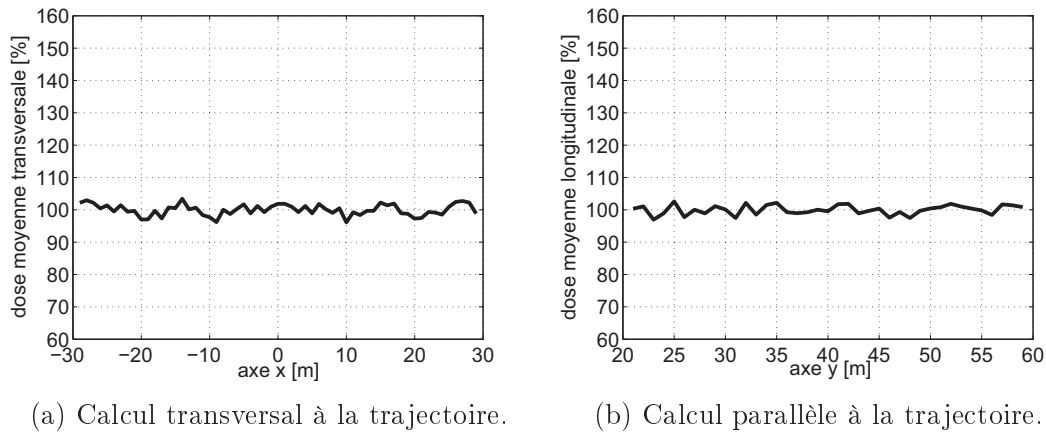


Figure 3.3 – Indicateurs de l'uniformité de la nappe globale sur un terrain plat.

et 3.4b) et irréguliers (figures 3.4c et 3.4d).

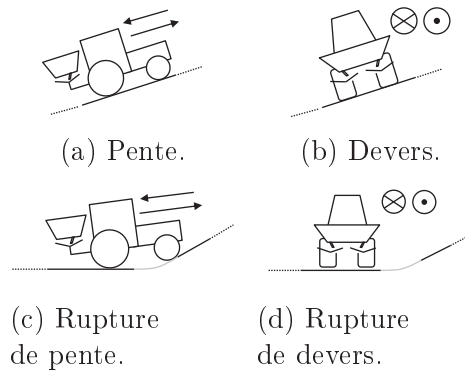


Figure 3.4 – Représentation des situations d'épandage étudiées : a et b, MNT réguliers ; c et d, MNT irréguliers.

Dans le cas de la rupture de pente (figure 3.4c), l'angle de tangage du tracteur varie graduellement de  $0^\circ$  à une valeur donnée de la pente et vice versa. Ceci implique qu'il doit y avoir une surface courbe raccordant la surface plane et la surface inclinée. Dans les MNT utilisés, la courbure de la surface est caractérisée par un rayon  $R_c$ , plus il est grand plus la transition est douce. Par conséquent, l'étude dans ce cas a été réalisée en variant aussi bien la valeur de la pente de la surface inclinée que la valeur du rayon de courbure. Des ordres de grandeur de ce dernier ont pu être estimés à partir d'un GIS (CRAIG) fournissant des MNT. A titre d'exemple, une valeur moyenne de  $R_c \approx 100$  m a été obtenue dans des champs de la région vallonnée de Billy (France) en suivant les étapes représentées sur la figure 3.5. Cette valeur a été retenue pour les simulations quand le rayon de courbure est fixé.

Dans le cas de rupture de devers (figure 3.4d), le tracteur avance parallèlement à la pente. En considérant trois passages, le recouvrement ne peut être complété que sur celui du milieu. En fonction de la position de ce dernier par rapport à la ligne de rupture du relief, différents cas de perturbation de l'épandage peuvent être rencontrés car les inclinaisons du tracteur et de la surface d'interception de la nappe peuvent varier en même temps. Afin d'étudier les effets de telles situations

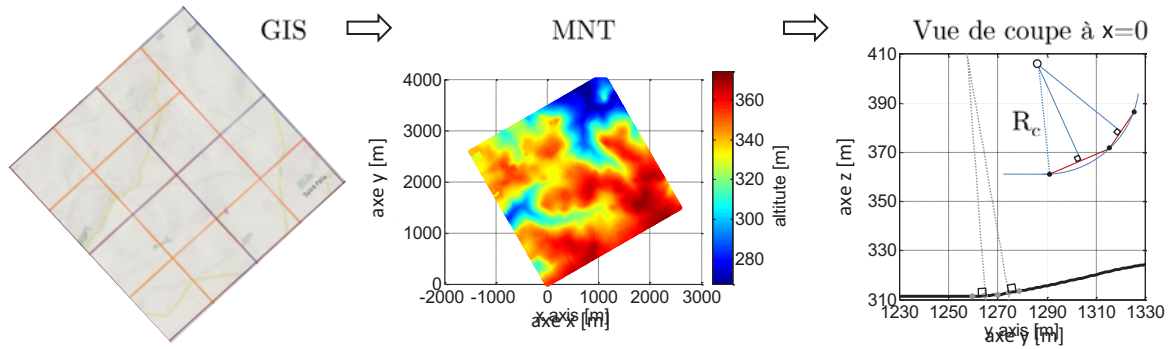


Figure 3.5 – Étapes suivies pour l'estimation du rayon de courbure  $R_c$  dans une parcelle agricole.

sur les erreurs d'application, dix simulations ont été réalisées dans les configurations résumées sur la figure 3.6 avec les paramètres :  $\pm 10^\circ$  de pente et 100 m de rayon de courbure.

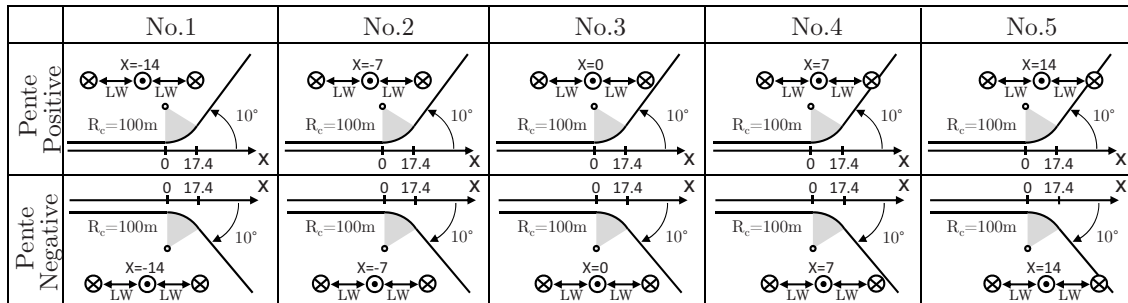


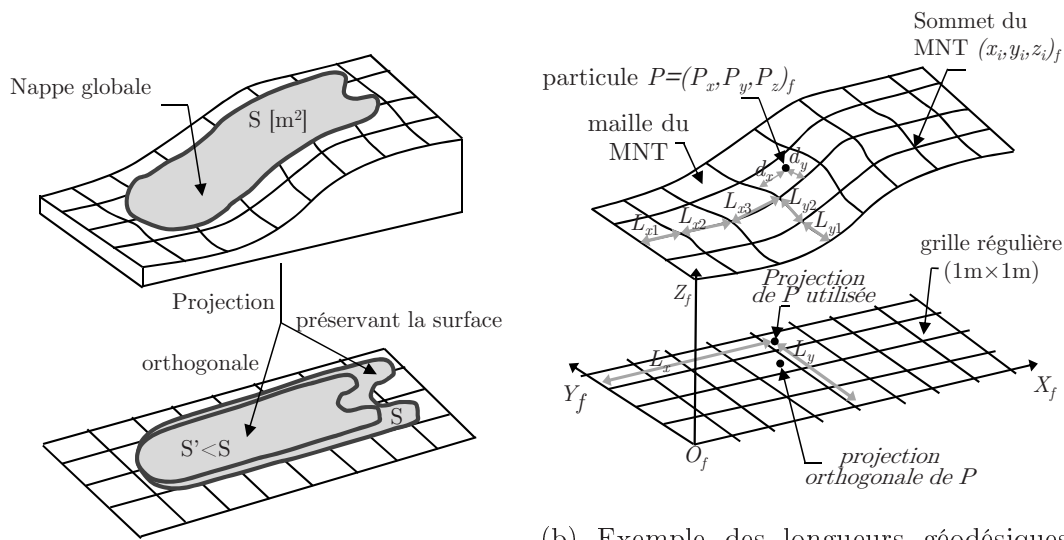
Figure 3.6 – Cas d'étude de la rupture de devers avec une pente positive et négative. Les passages du tracteur sont initialement dans la situation No.3 puis sont décalés à gauche de l'abscisse  $x=0$  avec 7 m (No.2) et 14 m (No.1), puis à droite avec 7 m (No.4) et 14 m (No.5).

Le cas de la pente et du devers purs (figures 3.4a et 3.4b) ont été étudiés séparément bien qu'ils représentent un cas particulier des reliefs irréguliers, notamment lorsque le tracteur se retrouve dans une configuration où il possède la même inclinaison que la surface d'interception de la nappe. Comme les amplitudes des erreurs d'application possibles sont intuitivement plus faibles avec les reliefs réguliers, une analyse fine a été réalisée sur les champs de déplacement des particules afin de comprendre comment les nappes statiques sont affectées.

### 3.1.4 Utilisation des longueurs géodésiques

La simulation fournit toujours une nappe globale sous forme de points 3D  $(P_{x_i}, P_{y_i}, P_{z_i})_f$  auxquels la masse est représentée. Ces points servent à calculer les cartes d'application de la dose en simulant la méthode des bacs de collecte. Afin d'être identique à ce qui se ferait dans la réalité, il faut procéder à un maillage surfacique du MNT avec des quadrilatères et sommer la masse des particules à l'intérieur de chaque maille. Cependant, les mailles doivent être identiques ce qui est très difficile à réaliser et pas

toujours possible (Lau et al., 1997; Garimella et al., 2004), particulièrement dans le cas d'un MNT très irrégulier. Afin d'éviter cette complication, les nappes ont été projetées afin d'utiliser une simple grille avec des mailles carrées de  $1\text{ m} \times 1\text{ m}$  pour calculer les cartes d'application de la dose. Toutefois, pour préserver la surface de la nappe après la projection, une transformation a été réalisée pour passer des coordonnées 3D des particules aux coordonnées géodésiques 2D. La figure 3.7a illustre la distorsion qui peut résulter en faisant une simple projection orthogonale des nappes globales en utilisant uniquement les coordonnées  $(P_{x_i}, P_{y_i})$  des particules.



(a) Différence entre la projection orthogonale et celle préservant la surface de la nappe globale.

(b) Exemple des longueurs géodésiques calculées pour une particule sur le MNT  $(L_x, L_y) = (L_{x1} + L_{x2} + L_{x3} + d_x, L_{y1} + L_{y2} + d_y)$ .

Figure 3.7 – Illustration graphique de l'importance des longueurs géodésiques dans la projection des nappes globales.

En considérant l'exemple de figure 3.7b, les longueurs géodésiques peuvent être vues comme les chemins les plus courts  $L_x$  et  $L_y$  dans l'espace courbe du MNT entre la position d'une particule et les plans définis par  $(O_f, X_f, Z_f)$  et  $(O_f, Y_f, Z_f)$ . Ces longueurs peuvent être calculées en suivant le raisonnement ci-dessous.

Une grille horizontale de mailles carrées de  $1\text{ m} \times 1\text{ m}$  est créée puis projetée sur le MNT. Ceci conduit à un maillage quelconque du MNT dont les coordonnées  $x$  et  $y$  des sommets sont équidistants de  $1\text{ m}$ . Soit  $f : t \rightarrow (x(t), z(t))$  la fonction qui définit la courbe  $L_x$  avec  $t$  variant dans  $[0; P_x]$ . Alors un vecteur de déplacement infinitésimal le long de  $L_x$  est donné par  $df$  dont la norme est  $ds = \|df\|$ . Cette norme donne la distance élémentaire parcourue sur la courbe  $L_x$  durant  $dt$ . Par conséquent, la longueur de  $L_x$  est donnée par la somme de toutes les distances élémentaires :

$$\begin{aligned}
 L_x &= \text{sgn}(P_x) \cdot \int_0^{P_x} \frac{ds}{dt} dt \\
 &= \text{sgn}(P_x) \cdot \int_0^{P_x} \left\| \frac{df}{dt} \right\| dt \\
 &= \text{sgn}(P_x) \cdot \int_0^{P_x} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2} dt
 \end{aligned} \tag{3.2}$$

où la fonction  $sgn$  retourne le signe de  $P_x$ . La fonction  $f$  étant inconnue pour chaque particule, une représentation discrète de l'équation (3.2) est utilisée en impliquant les sommets du MNT :

$$L_x = sgn(P_x) \cdot \sum_{i=0}^{j-1} \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2} + d_x, (i,j) \in \mathbb{N}^2 \quad (3.3)$$

où  $j$  est l'indice du sommet du MNT le plus proche de la particule  $P$ .  $j$  est défini tel que  $x_j = round(P_x)$  et  $y_j = round(P_y)$ .  $(x_i, z_i) \in \mathbb{Z}^2$  sont les coordonnées des sommets du MNT par lesquels passent la courbe  $L_x$ . Elles sont définies tel que  $y_i = y_j$  est une constante.  $d_x$  est ajoutée de façon à prendre en compte la distance entre  $P$  et le sommet le plus proche du MNT.

$$d_x = sgn(P_x) \cdot \sqrt{(P_x - x_j)^2 + (P_z - z_j)^2} \quad (3.4)$$

La même procédure peut être appliquée pour obtenir  $L_y$ , la longueur de la courbe donnant le chemin le plus court entre la particule  $P$  et le plan défini par  $(O_f, X_f, Z_f)$  :

$$L_y = sgn(P_y) \cdot \sum_{i=0}^{j-1} \sqrt{(y_{i+1} - y_i)^2 + (z_{i+1} - z_i)^2} + d_y, (i,j) \in \mathbb{N}^2 \quad (3.5)$$

En utilisant les équations (3.3) et (3.5), les coordonnées géodésiques de  $P$  représentées dans l'exemple de la figure 3.7b, sont données par :

$$\begin{cases} L_x = (L_{x1} + L_{x2} + L_{x3}) + d_x \\ L_y = (L_{y1} + L_{y2}) + d_y \end{cases} \quad (3.6)$$

L'utilisation des longueurs géodésiques est particulièrement pertinente dans le cas de reliefs très irréguliers et quand la position du tracteur est loin de l'origine du repère terrain. En effet, dans le cas simple d'une particule sur une pente de  $10^\circ$ , l'erreur relative commise si les longueurs géodésiques ne sont pas prises en compte est de  $P_x \left(1 - \frac{1}{\cos(10)}\right)$ . Cette erreur est égale à -1,54 m si  $P_x = 100$  m. Ces calculs ont été implémentés pour obtenir les résultats des simulations, mais à cause des faibles surfaces considérées des nappes globales, il n'y a quasiment pas de différence avec le cas où la projection orthogonale est utilisée.

**Le modèle a été calibré pour avoir un résultat d'épandage uniforme sur un terrain plat. Ainsi, les simulations dynamiques peuvent être effectuées en présence du relief avec trois formes différentes de nappes statiques sans que les erreurs d'application obtenues soient altérées par un recouvrement non optimal. Des MNT sont proposés pour permettre d'évaluer l'uniformité des nappes globales en présence de reliefs réguliers et irréguliers. La comparaison des résultats par rapport au cas sur un terrain plat peut se baser sur les cartes d'application de la dose et des indicateurs d'uniformité à calculer.**

## 3.2 Erreurs d'application dans les cas de reliefs irréguliers

En utilisant les MNT montrés précédemment représentant la rupture de pente et la rupture de vers, plusieurs simulations ont été réalisées. L'objectif est d'une part d'analyser les erreurs d'application afin d'en expliquer l'origine, et d'autre part d'évaluer leurs amplitudes dans les différents cas et leur sensibilité à la forme de la nappe statique. Les résultats escomptés de cette étude sont essentiels pour envisager des stratégies de contrôle et d'en choisir la plus adéquate.

### 3.2.1 Cas de rupture de pente

La nappe globale sur la figure 3.8a a été obtenue sur un MNT avec une pente de  $10^\circ$  et un rayon de courbure de 100 m. En comparaison avec la nappe sur un terrain plat (figure 3.2), celle-ci n'est pas uniforme et présente plusieurs zones de surdosage et de sous-dosage. Aussi bien dans le sens de la montée que de la descente, le sous-dosage a lieu en premier suivi du surdosage, et les extremums de la dose appliquée sont identiques. Les mêmes phénomènes sont observés dans le cas de la pente négative (figure 3.8b), où dans le sens de la montée et de la descente, le surdosage a lieu en premier suivi du sous-dosage, bien que l'amplitude des erreurs d'application soit inférieure. Dans les deux cas, les nappes globales sont partout uniformes sauf au voisinage de la surface courbe de raccordement.

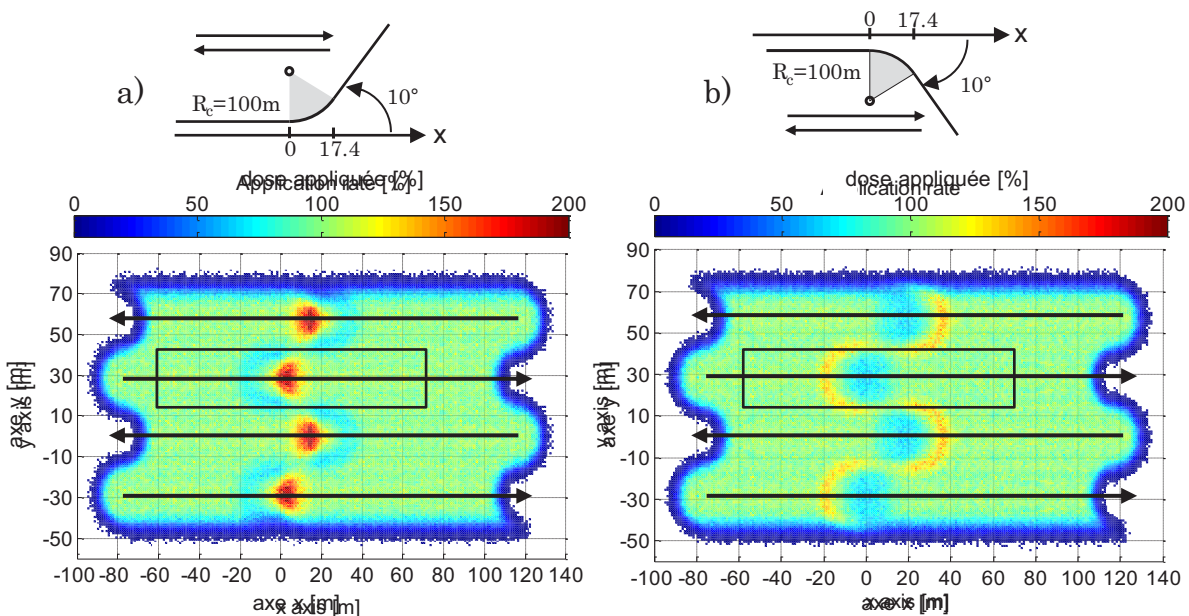


Figure 3.8 – Carte d'application de la dose dans le cas d'un relief avec rupture de pente positive et négative.

L'analyse des phénomènes observés a été faite en calculant la dose moyenne longitudinale. Cet indicateur est pertinent dans ce cas car les erreurs d'application apparaissent le long des passages du tracteur. Afin d'éviter les effets de bord, les

calculs ont été faits dans la zone délimitée par le rectangle donné par  $x \in [-60; 70]$  et  $y \in [14,25; 42,75]$ . La largeur de cette zone correspond à la largeur de travail LW et est centrée sur le passage situé à  $x = 28,5$  m. Le long de ce passage dans le cas de la pente positive, la figure 3.9a montre que lorsque le tracteur avance dans la direction des  $x$  croissants, la dose moyenne baisse graduellement en partant de 100% pour atteindre un minimum de 75%. Puis la dose moyenne augmente graduellement pour atteindre le maximum de 145% avant de revenir à la valeur initiale de 100%. De la même manière, un pic et un creux de la dose ont lieu dans la dose moyenne longitudinale dans le cas de la pente négative figure 3.9b sauf qu'ils sont inversés et l'amplitude du maximum est inférieure à 15% .

Une explication de la courbe figure 3.9a peut être donnée en décomposant un passage du tracteur en trois parties : *partie i*, le tracteur et la surface d'épandage sont tous les deux horizontaux ; *partie ii*, le tracteur et la surface d'épandage ont des inclinaisons différentes ; et *partie iii*, le tracteur et la surface d'épandage ont la même inclinaison. A cause de ces trois situations, les vols balistiques des particules ne peuvent avoir une portée constante. Dans la *partie i*, aucune perturbation n'affecte les vols balistiques. Comme nous considérons un tracteur de 4,5 m de longueur, et que la portée moyenne des particules est de 17,5 m (figures 3.1c et 3.1d), alors dans toute la zone située à  $x \leq -22$ , la dose moyenne est de 100%. Le sous-dosage observé pour  $-22 \leq x \leq 0$  est dû à la *partie ii* du passage du tracteur. Dans cette partie, le tracteur acquiert grâce à la surface courbe de raccordement un angle de tangage qui augmente graduellement en entraînant des vols balistiques déviés et qui sont interceptés de plus en plus tôt par le terrain. Par conséquent, c'est toute la portée moyenne des nappes statiques qui diminue en entraînant un manque d'apport en engrais dans la *partie i*. Ensuite, la différence d'inclinaison entre celle du tracteur et de la surface d'épandage diminue, ce qui fait en sorte que la portée des vols balistiques augmente pour revenir à la valeur initiale. Par conséquent, la dose moyenne revient graduellement au taux initial. Cependant, en sachant que la dose manquante dans la *partie i* ne se perd pas vu que l'épandage est effectué à débit constant, alors la diminution de la portée des particules se traduit par un apport d'engrais en avance dans la *partie ii*. Quand celui-ci s'accumule avec l'apport d'engrais quand le tracteur est dans la *partie ii*, cela cause un excès de la dose. Ceci explique pourquoi le sous-dosage observé est immédiatement suivi de surdosage. A partir de  $x = 35$ , le tracteur et la surface d'épandage finissent par avoir la même inclinaison. Dans cette situation, la portée moyenne des nappes statiques est proche de celle à plat d'où le fait que dans toute la *partie iii* et dans une zone large de 17,5 m à la fin de la *partie ii*, la dose moyenne revient au taux initial de 100%.

L'explication donnée à figure 3.9a basée sur la variation de la portée moyenne des nappes statiques à cause de la différence entre l'inclinaison du tracteur et de la surface d'épandage s'applique aussi à figure 3.9b. En effet, le tracé de l'évolution de la portée moyenne des nappes statiques dans les deux cas (figure 3.10) montre qu'il y a une baisse puis une augmentation quand la pente est positive, et l'inverse quand la pente est négative. Cette différence explique aussi l'inversion du pic et du creux de la dose moyenne appliquée, comme le montrent les figures 3.9a et 3.9b. Par ailleurs, nous pouvons observer que le maximum de variation de la portée moyenne est plus faible avec la pente négative (2,8 m au lieu de 3,7 m). Ceci s'explique par le

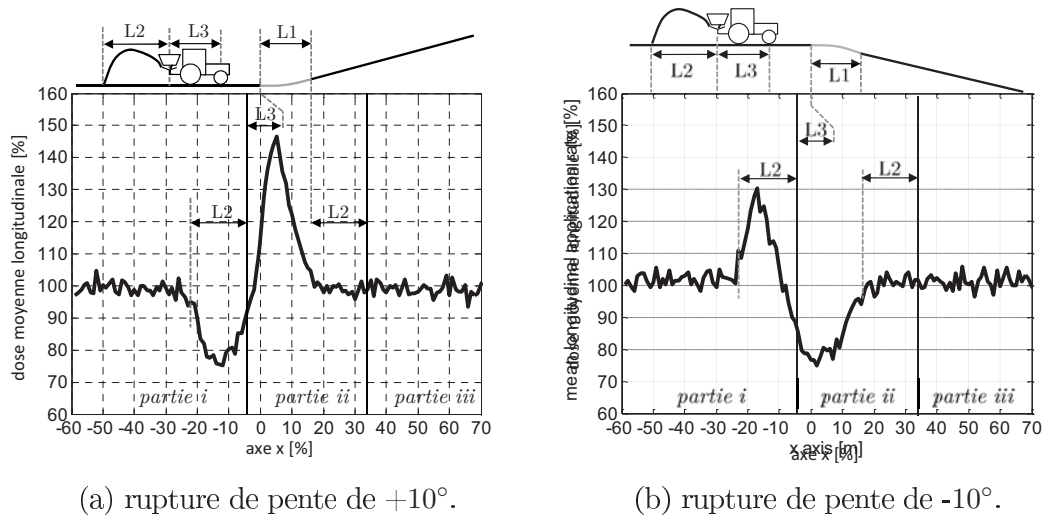


Figure 3.9 – Courbes de la dose moyenne longitudinale caractérisant une zone délimitée par  $x \in [-60; 70]$  et  $y \in [14,25; 42,75]$  dans la nappe globale de la figure 3.8 ; avec L1 : la longueur de la surface de courbure, L2 : la longueur du vol balistique, L3 : la longueur du tracteur.

fait que ce n'est pas uniquement la différence d'inclinaison entre tracteur et surface d'épandage qui intervient mais aussi le travail de la gravité. En effet, dans le cas d'une pente positive, les vols balistiques sont déviés de telle sorte que la gravité devient une force motrice qui augmente l'énergie cinétique des particules et par conséquent empire la réduction de la portée moyenne des nappes statiques. Dans le cas d'une pente négative, la différence d'inclinaison entre le tracteur et la surface d'épandage a pour effet d'augmenter la portée moyenne mais cette augmentation est compensée par la force de gravité qui diminue l'énergie cinétique des particules. Le travail de la gravité explique aussi l'offset dans la *partie iii* par rapport à la valeur initiale de la portée moyenne des nappes statiques. Celui-ci existe même si le tracteur et la surface d'épandage ont la même inclinaison. Néanmoins, les erreurs résultantes sont suffisamment petites pour ne pas affecter la nappe globale qui est uniforme avec un taux autour de 100% à partir de  $x = 35$  m (figure 3.9). Alors que la variation de la portée des vols balistiques est prouvée, aucun changement de leur direction n'a été constaté. Ceci se traduit par une distribution angulaire des particules sur la nappe statique identique à celle obtenue sur un terrain plat.

A partir des figures 3.9a et 3.9b, on peut constater que la largeur de la zone affectée par les erreurs d'application est autour de 40 m. Cependant, cette largeur de même que les amplitudes de surdosage et de sous-dosage peuvent varier avec la valeur de la pente et du rayon de courbure. Pour cela, l'impact de ces deux paramètres a été analysé. Comme les explications données aux phénomènes observés avec une pente négative ou positive sont identiques, seul ce dernier cas a été traité.

La figure 3.11a montre l'évolution de la dose moyenne longitudinale calculée dans le cas d'une rupture de pente variant de  $0$  à  $15^\circ$  avec un rayon de courbure de 100 m. La tendance consistant à avoir un sous-dosage suivi par un surdosage est préservée. De plus, les erreurs d'application n'apparaissent de façon significative qu'à partir de  $5^\circ$  de pente. Au-delà de cette valeur, les amplitudes des erreurs d'application

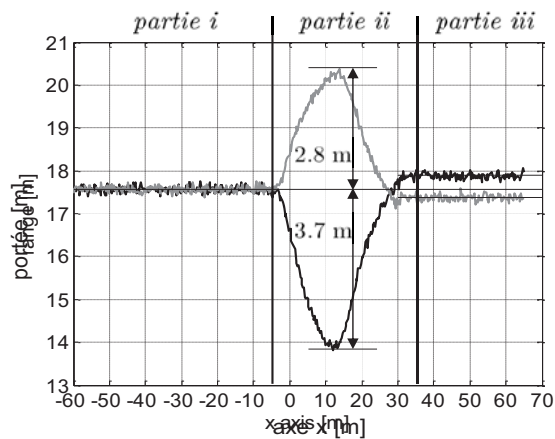
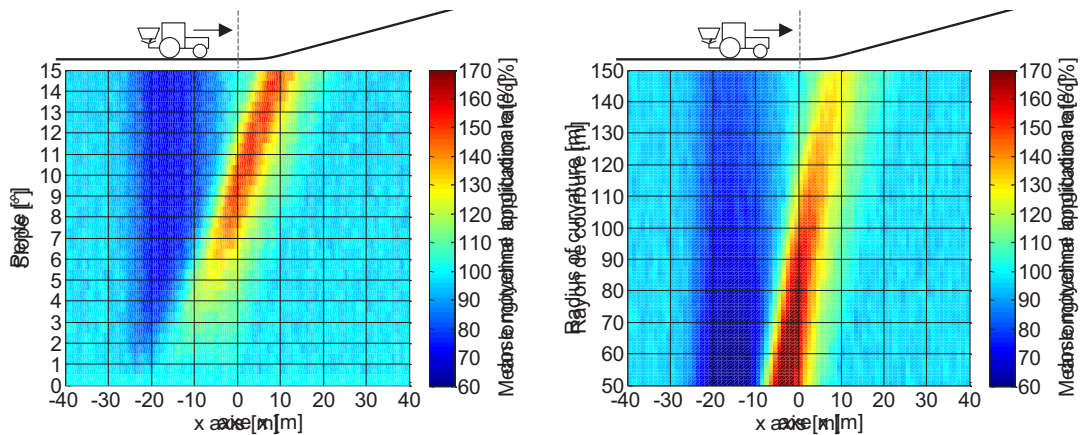


Figure 3.10 – Portée moyenne des nappes statiques obtenue le long d'un passage du tracteur avançant dans la direction des x croissants. noir : rupture de pente de  $+10^\circ$  et  $R_c = 100$  m ; gris : rupture de pente de  $-10^\circ$  et  $R_c = 100$  m.

s'accroissent pour atteindre à  $15^\circ$  de pente un minimum du taux d'application de 70% et un maximum de 150%. La largeur de la zone affectée par les erreurs d'application s'agrandit aussi. Cette dernière commence toujours autour de  $x = -25$  m car le début de la surface de raccordement est toujours à  $x = 0$  m. Cependant, la fin des erreurs d'application a lieu de plus en plus loin quand la valeur de la pente augmente. Cela résulte du fait que pour un rayon de courbure donné et une pente qui augmente, la surface de raccordement est plus large. Par conséquent, la situation où le tracteur et la surface d'épandage ont une inclinaison différente dure plus longtemps.



(a) Impact de l'angle de la pente avec un rayon de courbure fixe de 100 m. (b) Impact du rayon de courbure avec un angle de pente fixe de  $+10^\circ$ .

Figure 3.11 – Effets de la pente et du rayon de courbure sur la dose moyenne longitudinale.

La figure 3.11b montre l'évolution de la dose moyenne longitudinale calculée pour un rayon de courbure variant de 50 à 150 m avec une pente fixée à  $10^\circ$ . De plus grandes amplitudes des erreurs d'application sont obtenues à de faibles rayons



de courbure. A un rayon de courbure autour de 50 m, le creux dans la dose moyenne longitudinale atteint 60% et le pic 170%. Par conséquent, la douceur de la variation de l'inclinaison du terrain, caractérisée par le rayon de courbure de la surface de raccordement, peut être considérée comme un facteur de la même importance que celui de la valeur de la pente.

L'étude d'uniformité des nappes globales dans ce cas de rupture de pente a été menée en utilisant une nappe statique en forme de cloche. L'explication donnée aux résultats obtenus reste valable pour tout autre type de forme. Cependant, l'amplitude des erreurs d'application change car comme cela a été montré sur la figure 3.1d, la portée moyenne est différente pour des nappes statiques de forme trapézoïdale, en cloche et triangulaire. Dans l'exemple de la figure 3.12, la courbe de la dose moyenne longitudinale obtenue précédemment (figure 3.9a) est superposée à celles obtenues avec les deux autres formes de nappes statiques. Il en ressort clairement que les erreurs d'application sont d'autant plus grandes que la forme de la nappe statique utilisée possède une grande portée, ce qui entraîne avec la forme angulaire jusqu'à 20% de surdosage et 15 % de sous-dosage supplémentaires. De ce point de vue, la nappe triangulaire est la moins robuste contrairement à ce que laisse apparaître la courbe de CV à plat (figure 3.1f) et devrait être évitée si le relief présente une perturbation de type rupture de pente. Les nappes globales sont présentées dans l'annexe D en plus de la nappe de la figure 3.8.a.

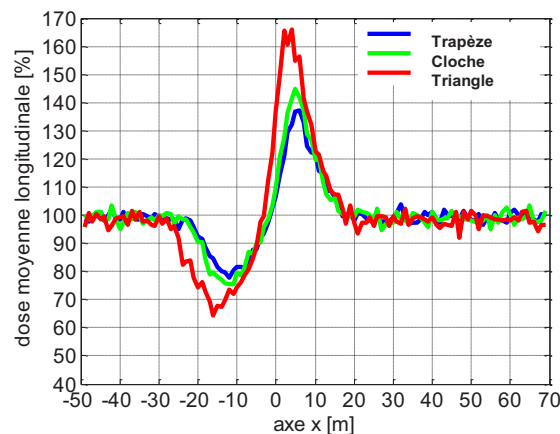


Figure 3.12 – Comparaison des doses moyennes longitudinales calculées dans le cas d'utilisation d'une nappe statique de forme trapézoïdale, en cloche et triangulaire, dans les mêmes conditions que la figure 3.9a.

### 3.2.2 Cas de rupture de devers

Dans le cas de la rupture de devers, contrairement au cas de la rupture de pente, la différence d'inclinaison entre le tracteur et la surface d'épandage est constante sur le même passage. Pourtant, toutes les nappes globales simulées en utilisant les MNT représentés sur la figure 3.6 ont donné lieu à des erreurs d'application.

En considérant l'exemple No.1 de la figure 3.6, la nappe globale obtenue est illustrée sur la figure 3.13a. La dose appliquée est uniforme sauf dans la zone située

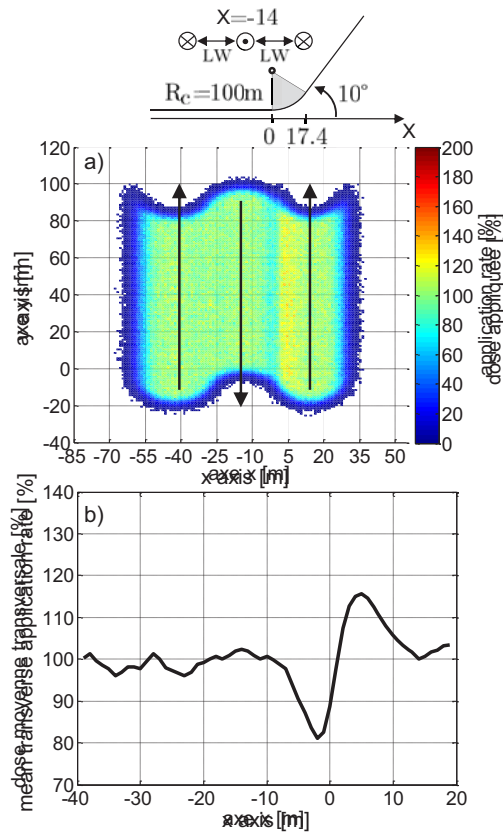


Figure 3.13 – (a) Carte d'application obtenue dans le cas d'un MNT avec rupture de devers; (b) dose moyenne transversale calculée dans une zone délimitée par  $x \in [-40; 20]$  et  $y \in [20; 60]$ .

entre le passage central et celui de droite. De plus, les erreurs d'application sont répétées sous la forme d'une bande longitudinale sous-dosée à côté d'une bande longitudinale surdosée. Dans ce cas, la dose moyenne transversale est un indicateur plus pertinent, il a donc été utilisé. Dans le cas No.1 de la figure 3.6, ces dernières atteignent comme le montre la figure 3.13b, un minimum de 80% et un maximum de 115%.

En sachant que la portée moyenne des nappes statiques est autour de 17,5 m sur un terrain plat, une explication des phénomènes observés sur la figure 3.13a peut être donnée en analysant l'inclinaison du tracteur et de la surface d'épandage dans chaque passage. Sur le passage à gauche situé à  $x = -42,5$  m, les vols balistiques ne subissent aucune perturbation car l'épandeur est horizontal et ses deux disques épandent sur une surface plane. Sur le passage central à  $x = -14$  m, les vols balistiques sont légèrement perturbés car l'épandeur est horizontal et son disque droit épand sur une surface plane mais son disque gauche épand partiellement sur une zone de la surface de raccordement du MNT qui est quasiment plane. Cependant, sur le passage de droite à  $x = 14,5$  m, l'épandeur n'est plus horizontal, le disque gauche épand sur une surface plane et partiellement sur la surface de raccordement, tandis que le disque droit épand en pleine pente. C'est dans ce dernier passage que la différence d'inclinaison entre le tracteur et la surface d'épandage a le plus d'effet. Cet effet

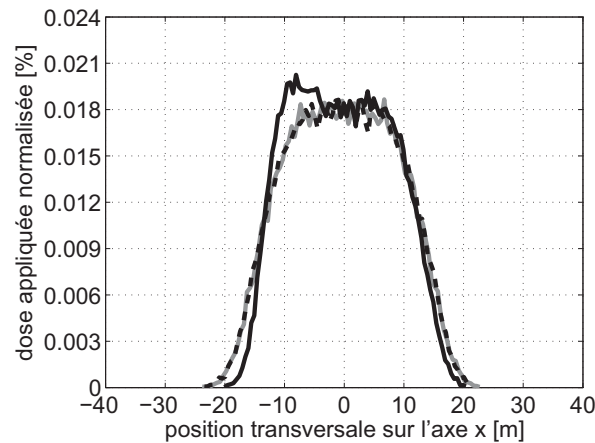


Figure 3.14 – Superposition des distributions transversales des nappes statiques obtenues sur le passage du tracteur à gauche (gris), au centre (tirets noirs), et à droite (noir) dans le cas de figure 3.13a.

se traduit par une réduction de la portée des particules épanchées depuis le disque gauche, ce qui affecte le recouvrement des nappes de ce passage avec celles du passage central. Il en résulte un surdosage proche du centre du passage de droite et un sous-dosage dans la zone de recouvrement. En superposant les courbes de la distribution transversale d'une nappe statique dans chaque passage, il est clairement visible sur la figure 3.14 que la dose est déviée dans le passage de droite de telle sorte qu'il y a un excès proche du centre et un manque proche du bord gauche.

L'étude du cas No.1 de la figure 3.6 a permis de voir que les erreurs d'application engendrées par le passage de droite sont prédominantes, et par conséquent responsables de la non uniformité de la nappe globale. L'étude des autres cas a permis de faire la même observation ; il y a toujours un passage où les erreurs d'application prédominent. Le tableau 3.2 résume les résultats obtenus dans chaque cas avec le minimum et le maximum de la dose moyenne transversale. Dans certains cas comme le No.5, une nappe statique peut acquérir une forme bimodale sur le passage central à cause des perturbations des vols balistiques affectant les particules issues des deux disques. Par conséquent, la dose moyenne transversale calculée dans la nappe globale possède deux pics de surdosage et deux creux de sous-dosage. Il a été également observé que dans tous les cas, une pente négative implique des erreurs d'application inversées. Cependant, l'amplitude du surdosage et du sous-dosage sont plus grandes avec la pente positive. L'explication basée sur le travail de la force de gravité donnée aux phénomènes observés dans le cas de rupture de pente reste valable. De même, la distribution angulaire des particules sur la nappe statique reste identique à celle obtenue sur un terrain plat dans tous les cas car la variation de portée des particules se fait dans la même direction.

Comme dans le cas de la rupture de pente, l'impact de la forme de la nappe statique a été étudié. En considérant les cas où le passage central est à  $x = 0$  m et  $x = 14$  m, les courbes de la dose moyenne transversale ont été calculées et représentées sur la figure 3.15. Il peut être observé que les erreurs d'application conservent le même profil, cependant leurs amplitudes varient. Il apparaît clairement que la forme

		Pente positive					Pente négative				
		No.1	No.2	No.3	No.4	No.5	No.1	No.2	No.3	No.4	No.5
Passage le plus affecté		c	r	r	c	c	c	r	r	c	c
Dose moyenne transversale	Surdosage [%]	12	7	15	12	15	8	5	8	8	8
	Sous-dosage [%]	15	6	20	17	20	12	6	13	13	12

Tableau 3.2 – Superposition des distributions transversales des nappes statiques obtenues sur le passage du tracteur à gauche (gris), au centre (tirets noirs), et à droite (noir), pour le cas de la figure 3.13a.

trapézoïdale est la moins performante, et que la tendance de sensibilité des erreurs d'application à la forme de la nappe statique est inversée par rapport au cas de la figure 3.12, particulièrement sur la figure 3.15b. Comme cela a été expliqué précédemment, les erreurs d'application dans le cas de la rupture de devers sont dues à un recouvrement détérioré. Or il a été montré grâce aux courbes de CV (figure 3.1f) à plat que la forme triangulaire est la plus robuste vis-à-vis de ce type d'erreurs. Par conséquent, cela reste valable en présence du relief et explique les résultats obtenus.

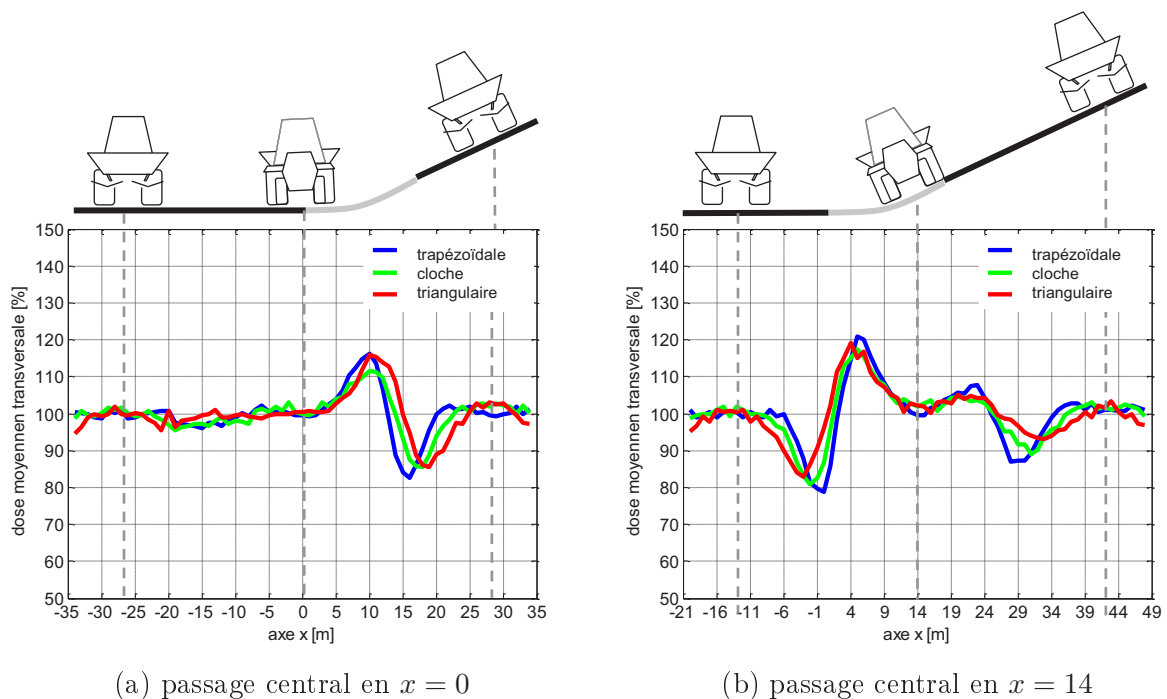


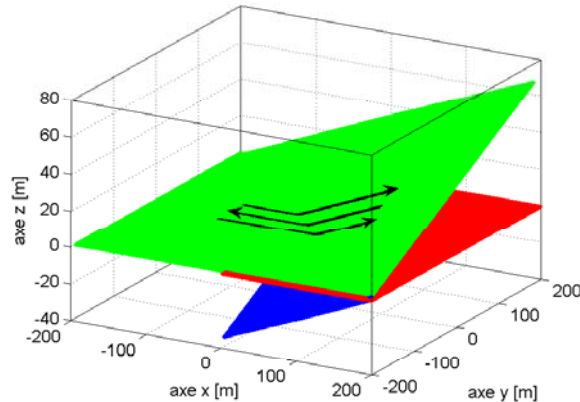
Figure 3.15 – Courbes de la dose moyenne transversale calculées à partir de nappes globales utilisant trois formes différentes de nappes statiques dans deux configurations de MNT avec rupture de devers.

### 3.2.3 Reliefs de test de l'efficacité de la commande

En plus de pouvoir corriger les cas pédagogiques précédents, la commande doit être efficace sur le terrain où il peut y avoir des perturbations combinées de pente et de devers, voire un terrain avec des inclinaisons dans toutes les directions même si ce dernier cas est plus rare.

	cas			
	No.1	No.2	No.3	No.4
$Rot^Y$	$5^\circ$	$5^\circ$	$10^\circ$	$10^\circ$
$Rot^X$	$5^\circ$	$10^\circ$	$10^\circ$	$5^\circ$

(a) Configurations de l'orientation de la surface inclinée des MNT irréguliers combinant pente et devers.



(b) MNT irrégulier (vert) issu du raccordement avec un rayon de courbure de 100 m de la surface plane (rouge) et de la surface combinant une pente et un devers de  $10^\circ$  (bleu).

Figure 3.16 – Illustration de la génération de MNT irréguliers combinant pente et devers.

Un exemple d'un MNT combinant pente et devers est montré sur la figure 3.16b. Il est formé par le raccordement d'une surface plane et d'une surface inclinée obtenue par une rotation de  $10^\circ$  autour de l'axe Y (pente) puis d'une rotation de  $10^\circ$  autour de l'axe X (devers). La surface de raccordement possède un rayon de courbure de 100 m. Différents cas ont été simulés en variant les angles de rotation extrinsèques définissant l'orientation de la surface inclinée, les configurations sont résumées dans le tableau de la figure 3.16a.

Les nappes globales simulées avec les MNT dans les configurations de la figure 3.16a sont données dans l'annexe E. Dans tous les cas, les erreurs d'application sont localisées au voisinage de la zone diagonale où se situe la surface de raccordement de la surface plane à la surface inclinée. Comme dans le cas d'une simple rupture de pente positive (figure 3.8.), le sous-dosage dans le sens du déplacement du tracteur survient d'abord, suivi du surdosage. La différence principale est au niveau des amplitudes des erreurs d'application comme le montre la figure 3.17 où elles ont été comparées en considérant le passage central en  $y = 0$  et en calculant la dose moyenne longitudinale dans une zone avec recouvrement complet avec  $x = [-40; 60]$  et  $y = [-14,25; 14,25]$ . De cette figure, il est possible de déduire des tendances mais que ne peuvent pas être généralisées de façon à établir une base de connaissance utilisable dans le développement des outils de correction. En effet, le degré d'inclinaison dans la direction de la pente (autour de l'axe Y) possède plus d'impact, car en fixant cet angle et en variant l'angle d'inclinaison dans la direction du devers

(autour de l'axe X), les amplitudes des erreurs d'application changent peu ( $\pm 5\%$ ). Ceci s'explique par des trajectoires qui bien qu'elles ne soient pas perpendiculaires à la surface inclinée forment un angle fort. Par conséquent, les vols balistiques les plus perturbés sont ceux épanchés vers l'arrière du tracteur et non vers les côtés, et la sensibilité des erreurs d'application dans ce cas est plus grande au degré d'inclinaison dans la direction de la pente.

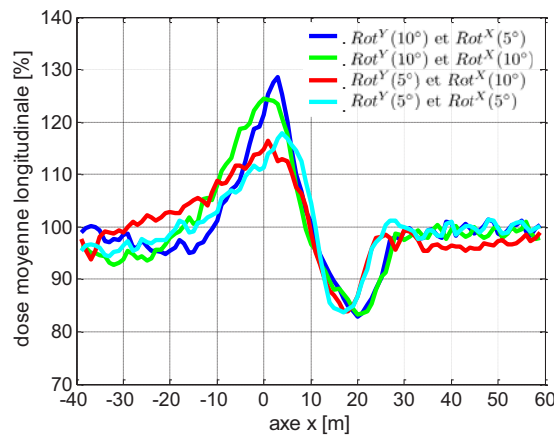
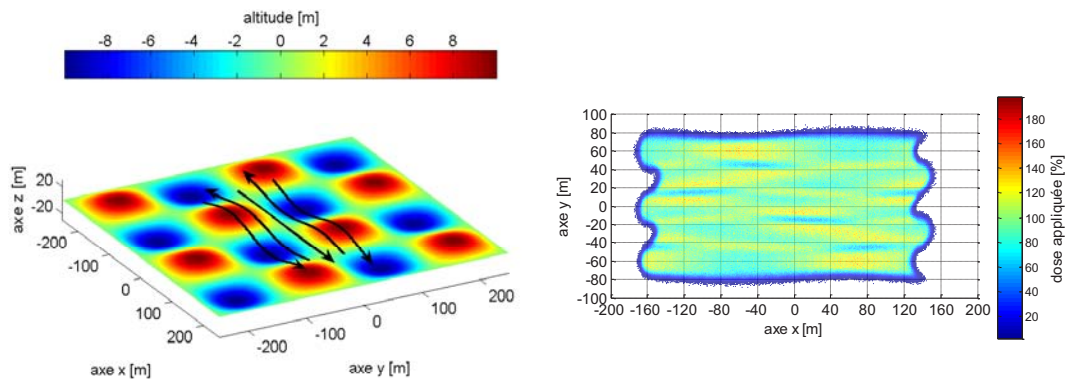


Figure 3.17 – Dose moyenne longitudinale calculée pour les nappes globales données dans l'annexe E.

Il apparaît donc qu'il peut y avoir une infinité de cas en fonction de l'angle de la trajectoire par rapport à la surface inclinée mais aussi par rapport aux angles d'inclinaison du relief. Cette diversité montre qu'il est nécessaire d'avoir un modèle de correction général étant donné qu'il est difficile de tenir compte de toutes les situations qu'il est possible de rencontrer dans le champ. Pour cette raison, le MNT de la figure 3.18a a été choisi comme une cible de correction pour valider l'efficacité de la correction proposée, sachant qu'il possède des inclinaisons dans toutes les directions. Afin d'imiter la courbure du relief, une fonction sinusoïdale a été utilisée pour sa génération. La figure 3.18b montre la nappe globale obtenue qui possède des erreurs d'application aléatoires. Le calcul de la dose moyenne longitudinale à différents endroits de cette nappe (figure 3.19) montre que le surdosage et le sous-dosage varient dans un intervalle de  $100 \pm 30\%$ . L'objectif de la correction est de réduire ces erreurs d'application à un intervalle admissible de  $100 \pm 10\%$  tout en ayant la même efficacité dans les autres cas moins extrêmes vues dans l'étude d'uniformité.

**Les erreurs d'application dans les cas des reliefs irréguliers découlent principalement de la différence d'inclinaison entre le tracteur et la surface d'épandage, et dans une moindre mesure de l'effet de la gravité. L'amplitude des erreurs d'application peut dépasser l'intervalle admissible de  $\pm 10\%$  quelle que soit la forme de la nappe statique utilisée. Pour cette raison, il est indispensable d'appliquer une correction qui doit être générale étant donné la disparité de la localisation des erreurs d'application en fonction des reliefs.**



(a) MNT et trajectoires du tracteur

(b) Nappe globale

Figure 3.18 – Résultat d'épandage dans le cas de perturbations du relief dans toutes les directions.

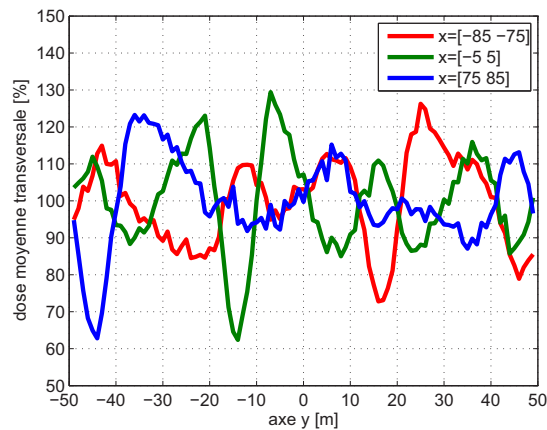


Figure 3.19 – Dose moyenne transversale à différents endroits de la nappe globale de la figure 3.18b.

### 3.3 Erreurs d'application dans les cas de la pente et du devers

Le relief peut être considéré localement régulier lorsque le tracteur et la surface d'épandage ont la même inclinaison dans certaines zones des cas de rupture de pente ou de devers précédemment étudiés. Il peut être déduit intuitivement que les vols balistiques ne peuvent pas être autant déviés qu'en présence d'un relief irrégulier. De plus, les erreurs d'application engendrées risquent même d'être masquées. En effet, il a été observé que la nappe globale dans le cas de rupture de pente (figure 3.9) est uniforme pour  $x = 35$  m même si la portée moyenne des nappes statiques est légèrement différente de celle obtenue sur un terrain plat (figure 3.10). Par conséquent, la nappe globale a été analysée sur une pente puis un devers purs avec des inclinaisons de  $10^\circ$  et  $20^\circ$ . La pente de  $20^\circ$  est très raide pour une terre arable, mais elle a été utilisée afin de ressortir clairement les erreurs d'application dans le but de

les analyser.

Les figures 3.20a et 3.20b montrent les nappes globales obtenues respectivement sur une pente et un devers de  $20^\circ$ . Visuellement, elles semblent être uniformes en comparaison avec le résultat obtenu à plat (figure 3.2). Néanmoins, il peut être observé sur la figure 3.20a et un peu plus sur la figure 3.20b, qu'aux bords du passage central du tracteur, un léger surdosage a lieu. La courbe de la dose moyenne transversale montre que dans les deux cas, le surdosage atteint 7% dans une zone localisée à une distance de 14 m des deux côtés du passage central, soit la moitié de la largeur de travail. Un surdosage plus faible de moins de 5% est obtenu avec une valeur de pente de  $10^\circ$ . La zone où ces erreurs d'application sont observées coïncide avec la zone de recouvrement. Ce genre d'erreurs d'application est classique quand la largeur de travail utilisée est insuffisante. La largeur de travail  $LW = 28,5$  m étant la même utilisée dans la simulation à plat, nous pouvons en déduire qu'elle a une valeur optimale différente sur un relief avec une pente ou un devers.

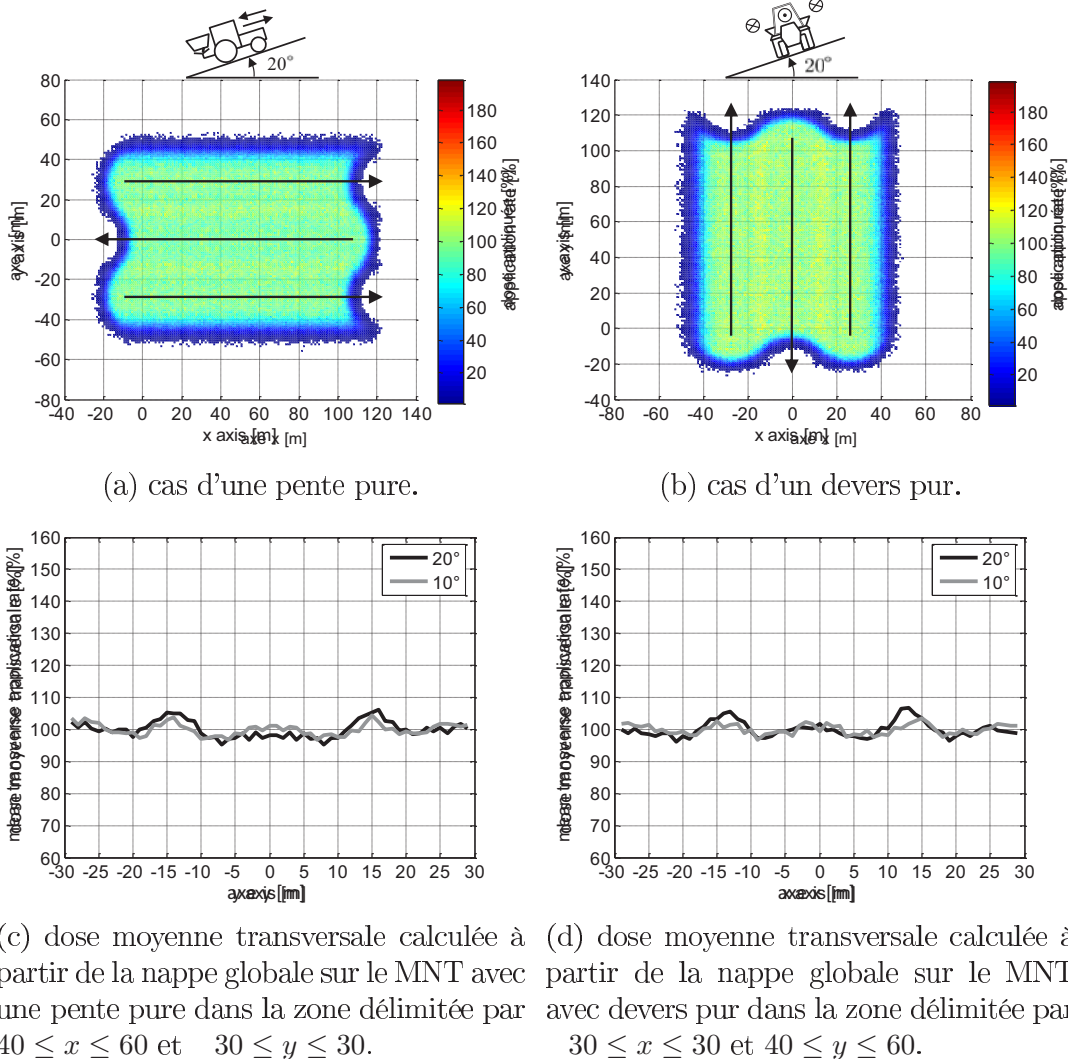


Figure 3.20 – Carte d'application et courbes de la dose moyenne transversale obtenues dans le cas d'une pente et d'un devers purs.



Le changement de la largeur de travail optimale peut être vérifié en superposant les courbes de CV d'une nappe statique obtenue sur un terrain plat puis sur la pente et le devers. Il est nécessaire d'avoir au préalable les courbes de distribution transversale, ces dernières sont montrées sur les figures 3.21a et 3.21b. Dans le cas de  $20^\circ$  de pente, la courbe de CV (figure 3.21c) montre que la largeur de travail optimale a augmenté de 0,5 m. Cette légère variation est en accord avec la distribution transversale (figure 3.21a) qui est très peu affectée avec le surdosage aux bords de la nappe et le sous-dosage proche du centre. Dans le cas de  $20^\circ$  de devers, la courbe de CV (figure 3.21d) montre que la largeur de travail optimale a augmenté de 1,5 m. Ceci résulte d'une déviation plus nette de la nappe statique vers la gauche, qui est caractérisée par une distribution transversale de la dose puisqu'il y a un surdosage du côté gauche et un sous-dosage du côté droit. L'augmentation de la largeur de travail optimale dans les deux cas de la pente et du devers explique la perturbation du recouvrement qui a causé les pics de la dose moyenne transversale observés sur les figures 3.20c et 3.20d. Cela explique aussi pourquoi les erreurs d'application sont plus prononcées dans le cas du devers.

Si une augmentation de la largeur de travail à cause de l'inclinaison du relief a été montrée nécessaire afin d'obtenir un recouvrement avec un CV minimum, cette valeur elle-même n'augmente pas et reste de façon inattendue autour de 5%. Ce résultat implique que la même qualité d'uniformité de la nappe peut être réalisée sur un terrain en pente ou en devers à condition d'utiliser la bonne largeur de travail. Dans la pratique, comme cela a été expliqué au chapitre 1, il est recommandé d'avoir un recouvrement avec un CV inférieur à 15% qui reste une valeur cible plutôt difficile à réaliser (Grafton et al., 2015). Par conséquent, il faut rappeler que les résultats obtenus sont basés sur des simulations sous l'hypothèse que le relief est le seul facteur de perturbation, et qu'une probable augmentation du CV sur le terrain non plat avec la largeur de travail optimale serait due aux perturbations externes.

Une analyse plus fine a été nécessaire afin d'expliquer pourquoi les nappes statiques sont affectées différemment par la pente et le devers comme le montre la figure 3.21. Pour cela, les champs de déplacement des particules ont été calculés dans le cas de  $\pm 20^\circ$  de pente (figures 3.22a et 3.22c) et  $\pm 20^\circ$  de devers (figures 3.22b et 3.22d). Les vecteurs représentent le déplacement entre les positions initiales des particules sur le terrain plat et leurs positions finales sur le terrain non plat. L'amplitude des déplacements est donnée dans l'échelle de couleur. Il peut être observé que les nappes statiques ne sont pas uniformément affectées. Une explication à cela est que les particules qui possèdent des angles verticaux de sortie différents, gagnent un angle supplémentaire (positif ou négatif) à cause de l'inclinaison du relief. Par conséquent, la composante verticale du vecteur vitesse des particules change avec une amplitude qui dépend de la direction du vol balistique. Les plus grandes amplitudes sont obtenues dans le cas de la pente avec des particules épandues parallèlement à la direction d'avance du tracteur, et perpendiculairement à celle-ci dans le cas du devers. Cependant, l'augmentation ou la diminution de la portée peuvent être compensées par la gravité, de la même manière que cela a été expliqué dans le cas de la rupture de pente. A titre d'exemple, à  $+20^\circ$  de pente, la gravité agit comme une force motrice qui augmente l'énergie cinétique des particules et par conséquent leurs portées, jusqu'à 2,3 m. Le contraire a lieu dans le cas de  $-20^\circ$  de pente où la

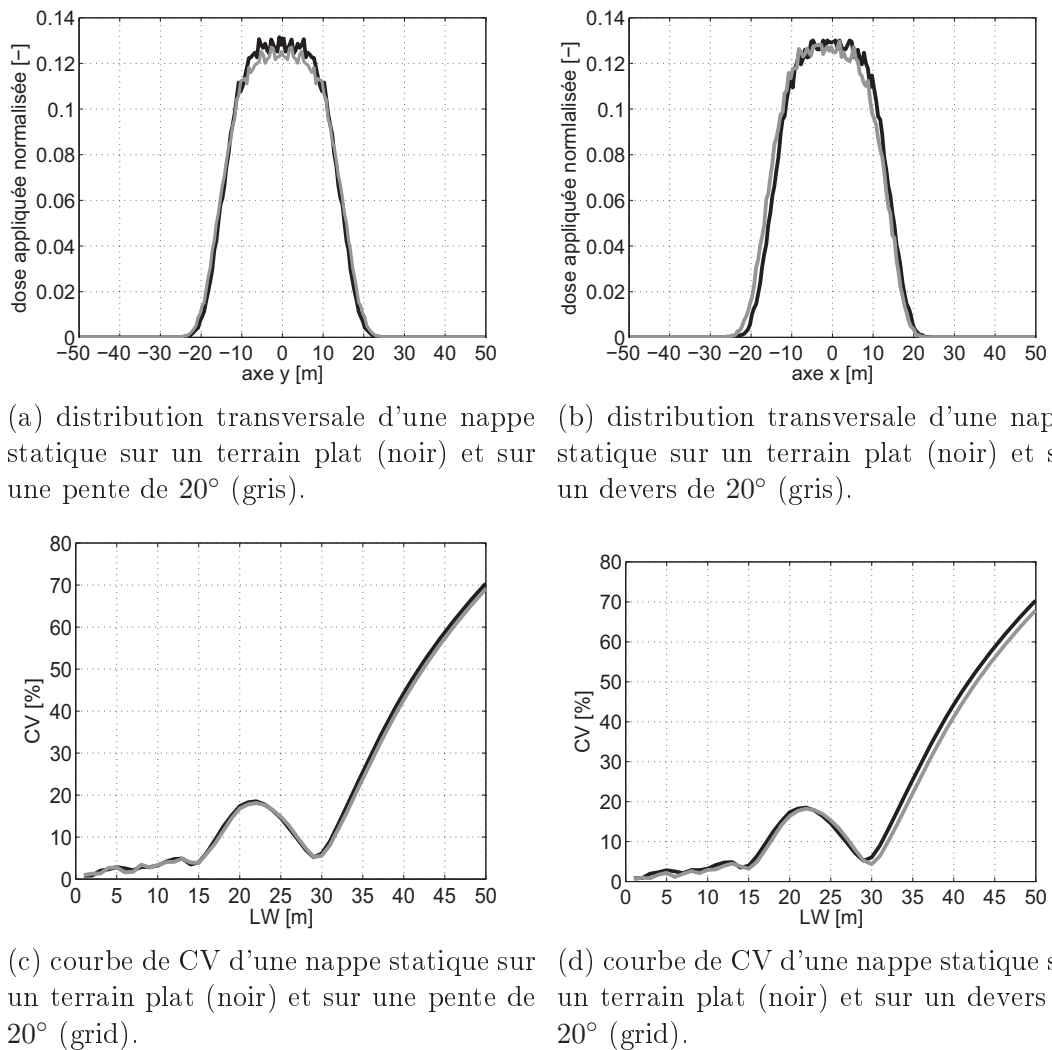


Figure 3.21 – Comparaison des courbes de CV et de la distribution transversale de nappes statiques obtenues sur un MNT plat et des MNT non plats réguliers de  $20^\circ$  d'inclinaison.

portée des particules est diminuée en dessous de 1,5 m. Le même raisonnement s'applique dans le cas du devers, sauf que les champs de déplacement sont symétriques pour des angles de devers de signes opposés. Pour la même inclinaison d'un relief régulier, les erreurs d'application seront plus faibles sur une pente négative que sur une pente positive, et invariantes au signe du devers.

**La perturbation de l'épandage sur les reliefs réguliers se traduit par un recouvrement des nappes statique à une largeur de travail non optimale. Cependant, les erreurs d'application engendrées ne sont pas importantes même si la forme de la nappe statique utilisée est en cloche qui est moins robuste dans ce cas que la forme triangulaire. Le fait de passer à cette dernière forme et la préserver peut suffire comme correction dans ce cas.**

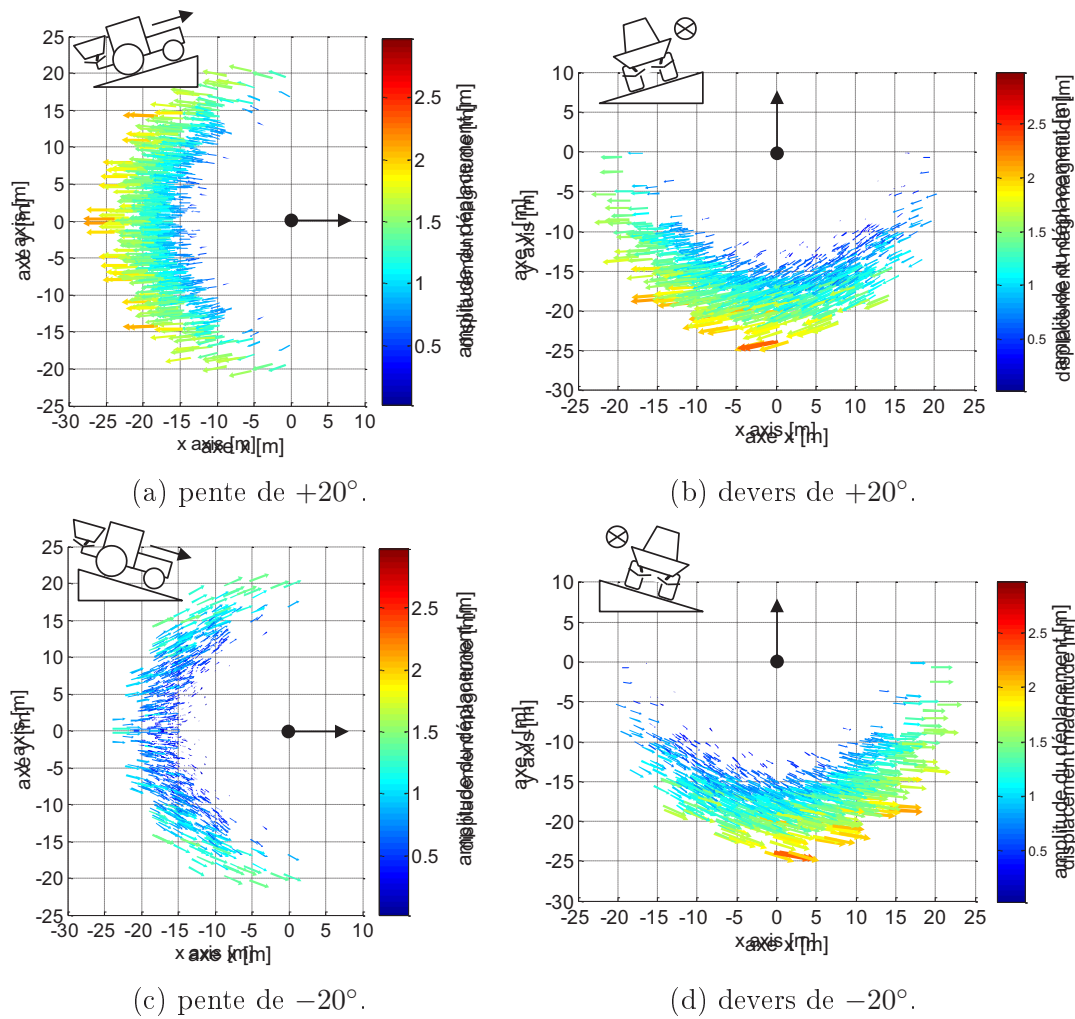


Figure 3.22 – Champs de déplacements des particules calculés à partir de la différence entre position d'atterrissage à plat et sur relief incliné des particules.

### 3.4 Réflexion sur les corrections envisageables

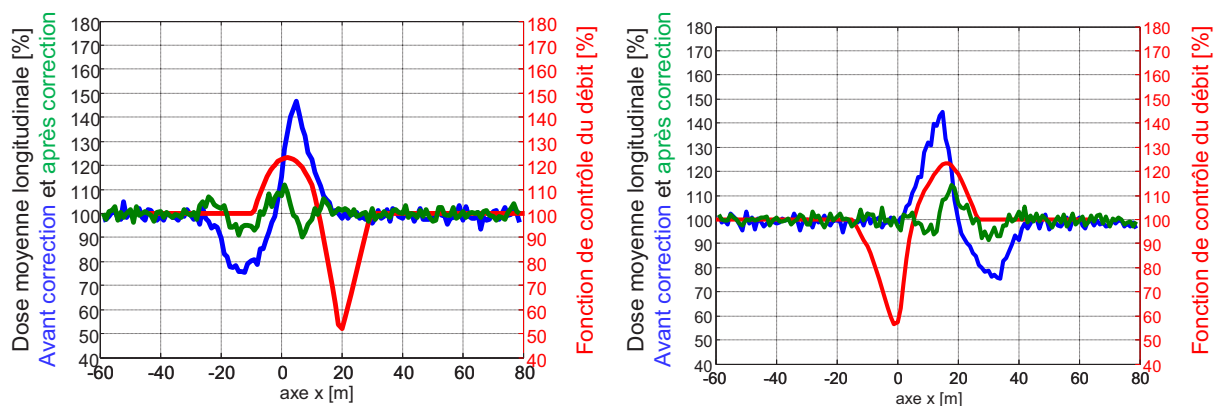
Les résultats de l'étude d'uniformité dans les cas précédents ont permis de montrer que des erreurs d'application d'engrais dépassant largement l'intervalle admissible de  $100 \pm 10\%$  peuvent avoir lieu, en particulier dans le cas de reliefs irréguliers. De plus, les zones affectées peuvent être très larges ce qui implique des répercussions néfastes sur l'environnement et les rendements à moins que les épandeurs soient équipés de dispositifs de correction adéquats. Le développement de ces derniers est à présent envisageable étant donné que les interrogations existantes autour des amplitudes des erreurs d'application et de leurs origines ont été levées. La variation de la portée des vols balistiques a été montrée comme étant la cause commune des erreurs d'application, et d'avoir pour effet la réduction de la portée moyenne des nappes statiques ou bien la perturbation de leur distribution transversale sans que leur distribution angulaire ne soit affectée. Deux types de corrections ont été démontrées comme étant possibles, la correction du débit qui permet de compenser les erreurs d'application, et la correction de la portée des vols balistiques qui permet de compenser les effets

de changement d'attitude du tracteur sur le relief. Les contraintes de leur mise en place ainsi que la justification du choix retenu sont exposés dans la suite.

### 3.4.1 Correction du débit

La variation de la portée des particules s'est manifestée dans le cas de la rupture de pente par la présence en paire de pics et de creux de la dose le long des passages du tracteur (figure 3.9). Il peut être déduit intuitivement qu'il suffit d'appliquer la courbe inverse de la dose moyenne longitudinale à la dose appliquée afin de compenser la zone de sous-dosage par un apport supplémentaire d'engrais, et la zone de surdosage par un apport inférieur. Cela peut être réalisé grâce à un dispositif de commande du débit similaire à celui de [Kweon et Grift \(2006\)](#) utilisé sur un terrain plat. La variation du débit est permise en simulation grâce à l'utilisation de distributions statistiques dans le modèle. Ainsi, des tirages aléatoires peuvent être effectués avec le nombre voulu de particules qui correspond à une dose donnée.

La figure 3.23 illustre l'approche de correction par contrôle de débit dans l'exemple d'un relief avec rupture de pente de  $10^\circ$  et un rayon de courbure de 100 m. La consigne de contrôle est générée en réalisant un ajustement de la courbe de la dose moyenne longitudinale prédite par une fonction spline. Ensuite, celle-ci est inversée et appliquée au cours de la simulation avec un point de déclenchement qui se situe à distance fixe de la zone du début de perturbation de l'uniformité. Cette distance correspond à la portée moyenne de la nappe statique, soit 17,5 m quand celle-ci est en forme de cloche. Aussi bien dans le sens de la montée (figure 3.23a) que de la descente (figure 3.23b), le pic et le creux dans la dose moyenne longitudinale ont été supprimés et celle-ci reste contenue dans l'intervalle  $100 \pm 10\%$ . La nappe globale (figure 3.24) présente par conséquent des erreurs d'application très atténuées en comparaison avec la nappe obtenue sans correction (figure 3.8.a).



(a) Résultat de la correction du débit dans le sens de la montée. (b) Résultat de la correction du débit dans le sens de la descente.

Figure 3.23 – Dose moyenne transversale dans deux cas de rupture de versants avec trois formes de nappes statiques.

La correction du débit est facile à appliquer sur le terrain ; toutefois, il est difficile de déduire ses consignes de contrôle en temps réel. En effet, comme cela a été montré,

nous nous basons sur la courbe prédite de la dose moyenne longitudinale. Or cette dernière requière la connaissance au préalable de la distribution de la dose le long de toute la trajectoire. Cela exige dans la pratique d'avoir le MNT de la parcelle et de faire une simulation d'épandage dont le résultat sauvegardé sera utilisé pour commander le débit. Cette méthode s'approche de celle de [Koko et Virin \(2009\)](#) où une consigne optimale de correction des perturbations sur un relief à plat est calculée en amont de l'épandage puis appliquée en temps réel avec un tracteur qui est supposé suivre parfaitement la même trajectoire qu'en simulation.

La correction du débit n'est pas très bien adaptée dans le cas de la rupture de devers. En effet, il a été montré dans ce cas que les erreurs d'application affectent les zones des inter-passages avec des amplitudes qui dépendent de la position de tracteur par rapport à la surface de raccordement du MNT. Par conséquent, il n'est pas possible d'utiliser la compensation de la dose car elle agit principalement sur la zone de forte concentration d'engrais dans la nappe statique, soit à l'arrière du tracteur, le long de sa trajectoire.

Comme cela a été annoncé dans le chapitre 1, l'objectif est de mettre en place un système qui puisse fonctionner en temps réel, sans supervision humaine, et sur tous les reliefs qui peuvent être rencontrés dans les champs. Par conséquent, la correction du débit bien que pouvant être très efficace dans certains cas ne sera pas développée davantage.

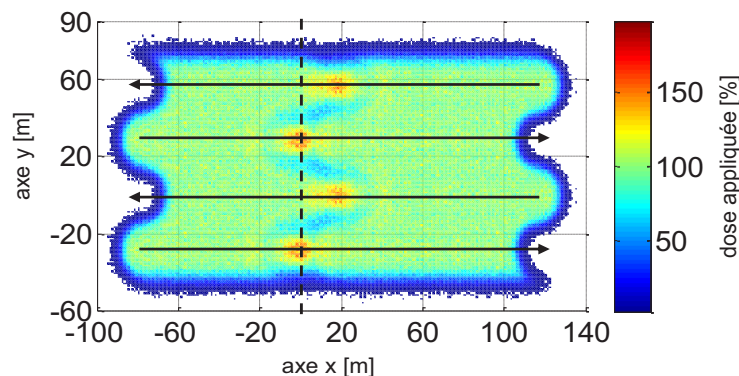


Figure 3.24 – Nappe corrigée avec le contrôle du débit en montée et en descente.

### 3.4.2 Correction de la portée des particules

Une alternative à l'approche de correction par modulation du débit qui agit comme une compensation des erreurs d'application, consiste à effectuer une commande de telle sorte que la juste dose soit appliquée directement au bon endroit. Cela peut être accompli en modifiant l'inclinaison des disques, ce qui modifie les conditions initiales des vols balistiques, permettant ainsi aux particules d'avoir la même portée qu'à plat.

### Architecture du dispositif de commande

Sans modification de la machine d'épandage, une variation de la vitesse de rotation du disque suffit pour modifier la composante tangentielle du vecteur vitesse des particules et donc la portée des vols balistiques. Toutefois, la nappe statique entière peut être affectée, or dans tous les cas les erreurs d'application ont été montrées comme étant localisées.

Dans le cas de la rupture de pente, les erreurs d'application sont localisées sur la trajectoire du tracteur, et les zones de recouvrement inter-passages sont uniformes. Pour cette raison, il est nécessaire dans ce cas d'avoir un moyen de contrôle qui permet de cibler la zone de correction des erreurs de portée sans en dégrader d'autres. En s'autorisant une modification du système d'épandage qui consiste à ajouter un degré de liberté à l'épandeur afin de l'incliner d'avant en arrière, il devient possible d'augmenter l'angle de sortie vertical des particules épandues autour de la direction d'avancement du tracteur. De cette manière la correction est ciblée sans que le système soit grandement changé car l'aspect centrifuge est préservé. De plus, le système standard d'attelage trois points (figure 3.25) possède déjà un vérin hydraulique capable d'entraîner ce mouvement, il suffirait de le commander. De même que pour la correction du débit, il est intuitif que le signal de commande possède le profil inverse de la courbe de variation de la portée moyenne des particules (3.10).

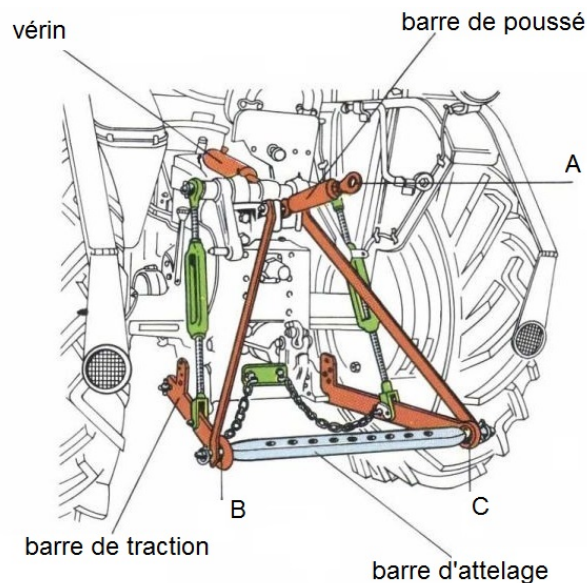


Figure 3.25 – Attelage trois points sur tracteur agricole (Illustration de Larousse).

La correction des erreurs de portée des particules est aussi envisageable dans le cas de la rupture de devers mais qui implique une modification plus importante du système d'épandage. En effet, comme il a été prouvé que sur certains passages du tracteur seules les nappes statiques issues d'un seul disque pouvaient être affectées ou bien les deux mais de façon différente, une commande séparée des disques devient nécessaire. Par conséquent, cela implique d'introduire un degré de liberté pour pouvoir incliner chaque disque de droite à gauche.

Comme cela a été annoncé au chapitre 1, nous avons fait le choix de développer

un système qui ne requière pas de supervision humaine. En supposant l'épandeur équipé de plusieurs dispositifs de commande, l'absence d'opérateur rend difficile l'identification par le système de la configuration du relief rencontrée puis le choix en conséquence de la commande appropriée à déclencher. De plus, pour des raisons de coût, il est préférable d'avoir un système capable de s'adapter à un nombre maximum de situations. Cette contrainte peut être satisfaite en faisant en sorte que chaque disque ait deux degrés de liberté. De cette façon, à la fois les erreurs d'application dans le cas de la rupture de pente et de devers peuvent être corrigées. Ces cas ont aidé à comprendre les phénomènes en jeu dans l'altération de l'uniformité mais l'objectif est d'être capable de corriger des perturbations quelconques du relief comme celles présentées sur la section 3.2.3. Grâce à une architecture comme celle présentée figure 3.26, bien que le disque ne possède que deux articulations, il possède une mobilité dans un espace de travail sphérique qui peut lui permettre de cibler des perturbations du relief dans toutes les directions. Celle-ci a été retenue pour développer le modèle de commande présenté dans le chapitre 4.

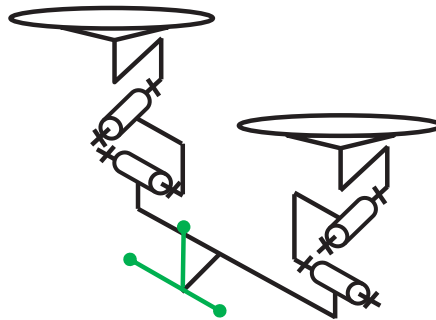


Figure 3.26 – Architecture retenue pour le dispositif de correction des portées des particules.

### Potentiel d'utilisation en temps réel

Contrairement au cas de la correction du débit, aucune connaissance préalable de la distribution finale des engrais n'est requise, ce qui implique que le système peut être en mesure de déduire les consignes de contrôle à chaque point de la trajectoire. Toutefois, une connaissance locale des nappes statiques et du MNT est indispensable. Si cela permet de satisfaire le critère d'absence de supervision humaine, il pose des défis quant à l'habilité du système à respecter les contraintes du temps réel en sachant que pour avoir une nappe statique, il faut une connaissance du terrain dans une zone qui fait jusqu'à  $20 \times 20 \text{ m}^2$ , et le calcul des vols balistiques et de l'intersection avec le relief pour un grand nombre de particules (allant jusqu'à 2000). En se basant sur certains résultats de l'étude d'uniformité, il est possible de montrer que le système peut se baser sur un nombre réduit d'informations et donc exiger moins de traitements.

Il a été montré dans les cas de l'étude d'uniformité que la portée des particules variait dans la direction des vols balistiques et par conséquent la distribution angulaire des nappes restait identique. A partir de cela, il est possible de formuler une

caractéristique de déformation des nappes commune à tous les cas et qui ne considère que les déplacements des particules. En posant  $\delta P = P_{relief} - P_{plat}$  le déplacement d'une particule située à la position angulaire  $\varphi$ , la fonction de distribution des déplacements dans l'intervalle angulaire  $[-100^\circ; 100^\circ]$  où se situe la nappe d'un disque est donnée par :

$$F : \frac{\varphi_i + \varphi_{i+1}}{2} \rightarrow \frac{\sum_{\varphi_i \leq \varphi \leq \varphi_{i+1}} (\delta P)^2}{\sum_{-100 \leq \varphi \leq 100} (\delta P)^2}$$

où le numérateur de  $F$  donne la somme des déplacements dans un secteur angulaire, et le dénominateur donne la somme des déplacements dans toute la nappe.

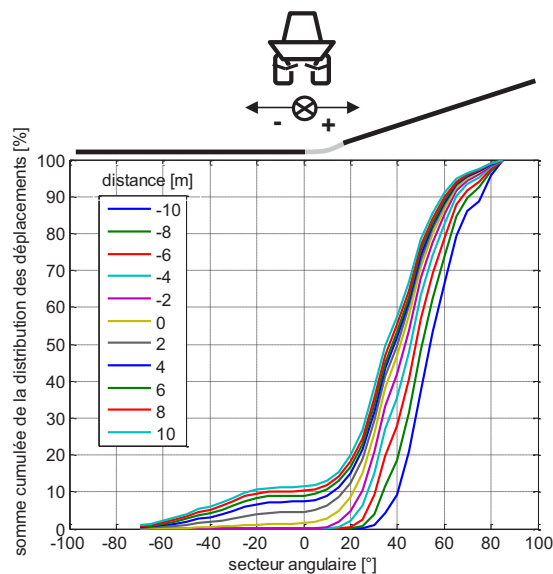


Figure 3.27 – Somme cumulée de la distribution de déplacement  $F$  calculée pour une nappe statique dans le cas d'une rupture de devers de  $10^\circ$  avec un rayon de courbure de 100 m.

La figure 3.27 représente le tracé de la courbe de la somme cumulée de  $F$  pour une nappe statique dans l'exemple d'une rupture de devers à  $10^\circ$  et d'un rayon de courbure de 100 m, en faisant varier la position du tracteur à droite (positif) et à gauche (négatif) de la surface de raccordement du MNT. Ces courbes caractérisent bien la déformation de la nappe statique (ex : figure 3.28.a) car elles sont différentes pour chaque cas. Pour calculer  $F$ , la position radiale des particules dans un secteur angulaire donné n'intervient pas. Il est possible d'obtenir ainsi les mêmes courbes en ayant une nappe statique composée uniquement de particules de caractéristiques moyennes de diamètre et d'angle vertical de sortie (ex : figure 3.28.b). Ceci implique que pour caractériser la déformation des nappes, il est possible de se restreindre à l'arc obtenu à partir des points d'atterrissage des particules de caractéristiques moyennes; cet arc étant initialement circulaire sur un terrain plat. Ce résultat a été vérifié comme le montre l'exemple de la figure 3.29 tel qu'en calculant  $F$  avec une nappe statique complète puis sur un arc, les courbes de la somme cumulée se



superposent. Ceci permet de ne tenir compte dans la commande que de cet arc et par conséquent, seule l'altitude du terrain au niveau d'une ligne devient nécessaire. De plus, les figures 3.28 et 3.29 montrent que la nappe statique n'est pas uniformément déformée, on peut clairement y distinguer des secteurs angulaires avec des amplitudes de déformation différentes (caractérisées par des couleurs différentes), ce qui concorde avec les résultats précédents de l'étude d'uniformité. Cela implique que pour avoir une commande optimale dans chaque situation rencontrée, il faut tenir compte de l'impact des déformations dans les secteurs angulaires sur la déformation globale de la nappe. En utilisant des pondérations judicieusement calculées pour tenir compte du poids des secteurs angulaires, il devient possible de réduire le nombre de particules nécessaires pour représenter l'arc de déformation d'une nappe. Ceci simplifie davantage le problème de commande et le rend compatible avec les contraintes du temps réel. En se basant sur ces éléments, la formulation nécessaire du modèle de commande est développée et testée au chapitre 4.

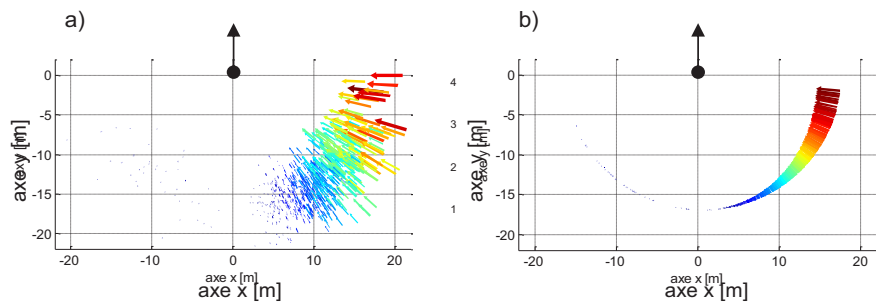


Figure 3.28 – Champs de déplacement d'une nappe statique complète (a) et avec des particules moyennes (b) dans le cas d'une rupture de devers avec la position du tracteur en  $x = 0$ .

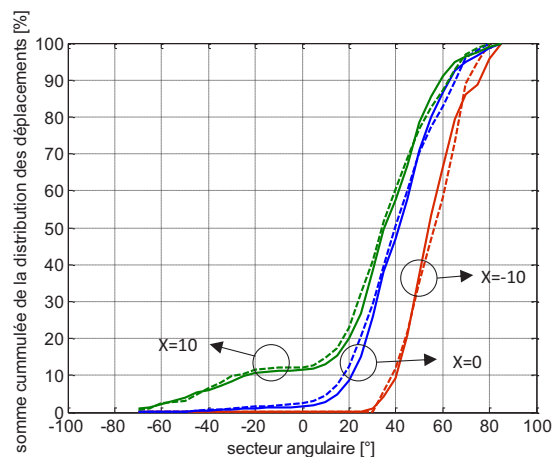


Figure 3.29 – Comparaison de la somme cumulée de la distribution de déplacement  $F$  calculée avec une nappe complète (ligne continue) et avec la nappe des particules moyennes (tirets) dans le cas d'une rupture de devers avec trois positions différentes du tracteur.

### 3.5 Conclusion

Ce chapitre est consacré à l'étude d'uniformité des nappes globales en présence de perturbations du relief. Les erreurs d'application engendrées étaient jusque-là concernées par des interrogations sur la nécessité de la correction, dont il était devenu nécessaire d'y apporter des éclaircissements et des réponses argumentées. L'étude est menée dans cette optique en utilisant le simulateur développé.

Une calibration du modèle est d'abord faite pour obtenir les trois formes classiques des nappes statiques bi-disques (trapézoïdale, cloche, triangulaire), et pour s'assurer qu'elles permettent d'avoir sur le terrain et à la même largeur de travail, une nappe globale uniforme du point de vue de deux indicateurs établis : la dose moyenne longitudinale et transversale. Ces indicateurs sont montrés comme étant variant dans un intervalle de  $100 \pm 10\%$  considéré alors comme un intervalle admissible des erreurs d'application. La largeur de travail utilisée est conservée dans toutes les simulations dynamiques dans différents cas afin que les résultats obtenus soient comparables et sensibles uniquement à la perturbation du relief. La forme en cloche des nappes statiques est utilisée dans la plupart des cas mais la sensibilité des erreurs d'application aux deux autres formes est aussi évaluée. Quatre types de MNT sont choisis pour l'étude, ils sont représentatifs des reliefs irréguliers comme la rupture de pente ou de devers, et des reliefs réguliers comme la pente ou le devers purs.

Le calcul des cartes d'application de la dose permet de mettre en exergue les erreurs d'application dans chaque cas étudié. Ainsi, la détection visuelle des zones de surdosage et de sous-dosage est rendue facile. Pour ces derniers, les indicateurs d'uniformité précédents sont utilisés, permettant d'évaluer les amplitudes en pourcentage et les profils de l'évolution des erreurs d'application en fonction de la localisation des zones de la nappe globale sur le terrain. Les reliefs irréguliers apparaissent comme la plus grande source de perturbation à cause de la différence d'inclinaison entre le tracteur et la surface d'épandage. Cette différence entraîne la variation de la portée des vols balistiques qui peut être empirée ou compensée par l'effet de la gravité. Cette force peut être motrice comme en présence d'inclinaisons positives, ou résistante en présence inclinaisons négatives, ce qui explique l'obtention d'erreurs d'application plus faibles dans ce dernier cas.

Les résultats obtenus remettent également en cause la connaissance établie selon laquelle la forme triangulaire des nappes statiques est la plus robuste. En effet, cela dépend des cas, et la forme triangulaire est montrée comme causant des erreurs d'application plus grandes lorsque les perturbations se traduisent par une réduction de la portée moyenne des nappes statiques comme c'est le cas dans la rupture de pente. Au contraire, quand les perturbations se traduisent par un mauvais recouvrement comme c'est le cas dans la rupture de devers, la forme trapézoïdale est celle qui donne les plus grandes amplitudes des erreurs d'application. Par conséquent, en tenant compte du relief, il est possible de dire qu'il n'y a pas dans l'absolu une forme robuste de la nappe statique. Par contre, pour un relief très irrégulier, il peut être recommandé d'utiliser une nappe statique en forme de cloche qui offre un compris de robustesse face aux perturbations affectant le recouvrement et les portées moyennes.

L'amplitude des erreurs d'application dans certains cas prouve qu'il est nécessaire

de développer des outils pour le contrôle d'uniformité en présence du relief, avec une priorité aux reliefs irréguliers. Par ailleurs, il est nécessaire que le contrôle soit applicable à chaque disque séparément car dans certaines situations, les nappes statiques subissent une altération d'un seul côté de l'épandeur. Cela implique un pic de dose dans la moitié droite ou gauche de la distribution transversale sans que la distribution angulaire des particules change étant donné que la variation de portée des vols balistiques reste dans la même direction. Le besoin d'avoir un contrôle indépendant des disques va de pair avec le besoin de cibler les zones où sont localisées les erreurs d'application afin d'éviter d'en dégrader d'autres initialement uniformes. Pour y parvenir, deux commandes sont possibles : la modulation du débit et l'inclinaison des disques. Cette dernière solution est retenue car elle satisfait le critère de généralité et d'absence de supervision humaine. De plus, elle est applicable en temps réel grâce à la prise en compte de particules situées uniquement sur un arc représentatif de la déformation des nappes statiques. Le chapitre 4 est consacré à la mise en place de cette commande et à l'évaluation de son efficacité en présence d'un relief avec des inclinaisons dans des directions quelconques.

## 3.6 Synthèse

### Points développés :

- Le modèle est calibré pour avoir une nappe globale uniforme à plat en utilisant trois formes classiques des nappes statiques (trapèze, cloche, triangle).
- Des indicateurs d'uniformité sont établis fixant l'intervalle admissible des erreurs d'application à  $\pm 10\%$ .
- Des MNT représentatifs de reliefs réguliers et irréguliers sont générés.
- Des simulations sont réalisées et les cartes d'application obtenues sont analysées pour comprendre l'origine des erreurs d'application et déduire les corrections possibles.

### Résultats principaux

- En présence du relief, la portée des particules est modifiée, principalement à cause de la différence d'inclinaison entre le tracteur et la surface d'épandage.
- Contrairement au cas à plat, la forme triangulaire des nappes statiques n'entraîne pas forcément des erreurs d'application plus faibles.
- Les erreurs d'application peuvent atteindre  $\pm 40\%$  et sont sous forme de zones de surdosage et sous-dosage localisées le long de la trajectoire ou bien dans les inter-passages du tracteur.
- La douceur des passages du plat au relief est aussi critique que le degré de la pente.

### Conclusions marquantes

- Il est indispensable de corriger les erreurs d'application, en priorité sur les reliefs irréguliers.
- Un dispositif basé sur l'inclinaison des disques est retenu pour la correction car il permet de cibler les zones à corriger, contrairement à la modulation du débit bien qu'elle soit efficace dans certains cas comme la rupture de pente.
- La déformation de l'arc formé par les particules de caractéristiques moyennes est représentative de la déformation de la nappe statique entière, d'où le fait que seules les portées de ces particules peuvent être prises en compte dans la commande.



## Correction des défauts d'application

Le modèle de simulation développé a été utilisé pour l'étude d'uniformité des nappes globales d'épandage en présence de divers cas de reliefs, réguliers et irréguliers. Il aurait pu être utilisé également dans le cadre de la commande pour prédire en temps réel la nappe statique d'épandage qui sera réalisée à chaque point de la trajectoire. Avec une telle utilisation, il s'agit du modèle direct qui en fonction du MNT, des paramètres des particules et de ceux de l'épandeur, permet de prédire la répartition de la dose appliquée. Cependant, cela nécessite des calculs lourds du fait du nombre important de particules et le besoin de calculer distinctement l'intersection de chaque vol balistique avec le MNT.

Dans des approches classiques de commande, le modèle direct est inversé, ce qui peut permettre à titre d'exemple de déduire à partir de la répartition désirée de la dose, les paramètres de commande de l'épandage, à savoir pour le système retenu, les angles d'inclinaison des disques. Toutefois, nous ne disposons d'une expression analytique que pour les conditions initiales des vols balistiques, les calculs permettant d'avoir la nappe statique se font de manière numérique. Ceci rend difficile l'établissement d'un modèle inverse tenant compte de la dose appliquée.

A défaut de pouvoir déduire les consignes de tilt et d'aplomb pour la commande de l'inclinaison des disques à partir d'une nappe statique prédite, une stratégie de contrôle est développée visant l'annulation des écarts de portée des particules sur le relief par rapport au terrain plat. Nous montrons d'abord que cet objectif est réalisable en ajustant l'inclinaison des disques en fonction de l'inclinaison du tracteur et de celle de la surface d'épandage. Ensuite, pour avoir l'ajustement optimal de l'inclinaison des disques, une méthode d'optimisation est mise en place. Celle-ci ne prend en compte que quelques particules judicieusement choisies dans différentes positions angulaires de la nappe statique. Ainsi, la résolution du modèle inverse est réduite à la minimisation sous contraintes d'une fonction coût. Un algorithme de résolution est développé puis testé en terme d'aptitude à corriger les erreurs d'application sous forme de surdosage et de sous-dosage, mais aussi d'aptitude à être utilisable en temps réel. L'efficacité de la commande est mise également à l'épreuve des changements d'attitude de haute fréquence du tracteur. Pour cela, des simulations sont conduites sur une parcelle réelle à plat en utilisant des données de mesure acquises avec une centrale inertielle.

## 4.1 Formulation du problème d'optimisation

Étant donné que les écarts de portée des particules sur le relief par rapport au terrain plat ont été principalement expliqués par la différence entre l'inclinaison du tracteur et celle de la surface d'épandage, nous pouvons intuitivement envisager qu'en annulant cette différence grâce à la commande de l'orientation des disques, les écarts de portée vont s'annuler aussi. Pour appliquer cette stratégie à l'exemple du MNT de la figure 4.1 où la variation d'altitude affecte uniquement l'angle de tangage  $\varphi_1$  du tracteur, il faut commander l'orientation en tilt des disques avec une consigne  $u$  égale à l'écart  $y$  entre l'angle  $\varphi_1$  et l'angle d'inclinaison de la surface d'épandage  $\varphi_2$  obtenu à partir d'un plan moyen situé à une distance  $\Delta x$  de l'arrière du tracteur. Le même raisonnement s'applique pour commander l'orientation en aplomb des disques si le MNT possède une variation d'altitude dans la direction Y. Par conséquent, les deux équations suivantes peuvent être déduites pour commander l'inclinaison de chaque disque à un point de coordonnées  $(x,y)$  de la trajectoire :

$$\begin{cases} T(x,y) = \varphi_1(x,y) & \varphi_2(x, \Delta x, y) \\ A(x,y) = \varphi'_1(x,y) & \varphi'_2(x, \Delta x, y) \end{cases} \quad (4.1)$$

avec  $T(x,y)$  le tilt et  $A(x,y)$  l'aplomb.

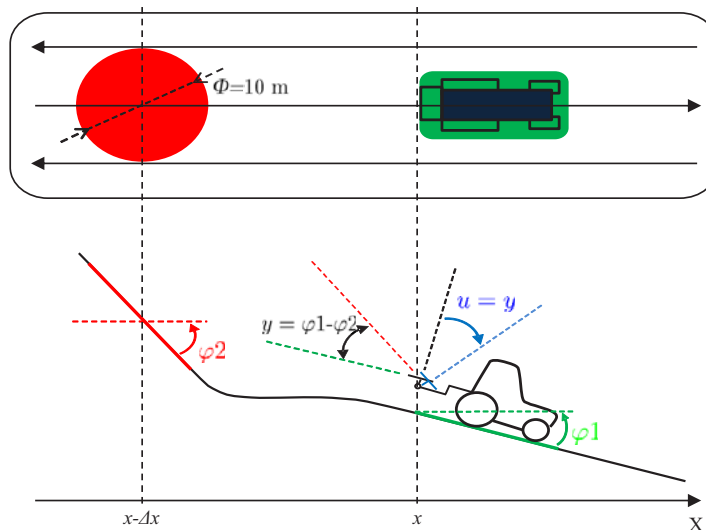


Figure 4.1 – Représentation de la commande ( $u$ ) d'inclinaison d'un disque en fonction de l'écart ( $y$ ) entre l'angle de tangage du tracteur ( $\varphi_1$ ) et l'angle d'inclinaison d'une surface dans la zone d'interception de la nappe ( $\varphi_2$ ) distante de  $\Delta x$  de l'arrière du tracteur.

Un test de cette stratégie de commande a été réalisé dans le cas pédagogique de la rupture de pente (figure 3.8.a). Comme seule la variation de l'altitude dans la direction X a lieu, seule la commande de l'inclinaison en tilt des disques est nécessaire en utilisant la première formule du système 4.1. En appliquant celle-ci avec  $\Delta x = 17$  m, car cette distance correspond à la localisation radiale moyenne de la surface d'épandage, le signal de commande du tilt obtenu possède une forme en

cloche. Celle-ci semble logique car elle représente le profil inverse de la variation de la portée d'une particule tirée dans la direction d'avance du tracteur en l'absence de commande. L'annexe F montre les courbes de la variation de portée d'une telle particule avant et après la commande du tilt ainsi que la courbe de ce signal. Comme la commande agit directement sur la vitesse de sortie de la particule du disque, les signaux des composantes du vecteur vitesse sont aussi représentés. Le signal du tilt atteint une amplitude maximale de  $9^\circ$  avec  $\Delta x = 17$  m, ce qui réduit l'écart maximal de portée de  $-4$  m à  $+2$  m. Ainsi, la commande du tilt est effective mais elle est responsable d'un dépassement. En effet, la commande de tilt permet de compenser la différence d'inclinaison entre le tracteur et la surface d'épandage, ce qui rend constantes plus longtemps les composantes de la vitesse de sortie de disque après que le tracteur monte sur la pente, cependant la portée résultante est plus grande que celle à plat car le tracteur se trouve à une altitude supérieure. Par conséquent, le signal du tilt doit être toujours inférieur à celui produit par l'équation (4.1). Néanmoins, le dépassement peut être évité en considérant pour le calcul du tilt une surface située plus proche du tracteur. Par une approche empirique, une valeur est trouvée de  $\Delta x = 10$  m qui permet de maintenir la portée de la particule proche de la valeur à plat, comme le montre la figure F.3. Dans ce cas, l'amplitude maximale du signal du tilt atteint seulement  $6,5^\circ$ . En appliquant la consigne de tilt obtenue par l'équation (4.1) à toutes les particules épandues, la correction de la nappe globale réalisée avec  $\Delta x = 10$  m est plus nette qu'avec  $\Delta x = 17$  m, comme le montre l'exemple de la figure 4.2.

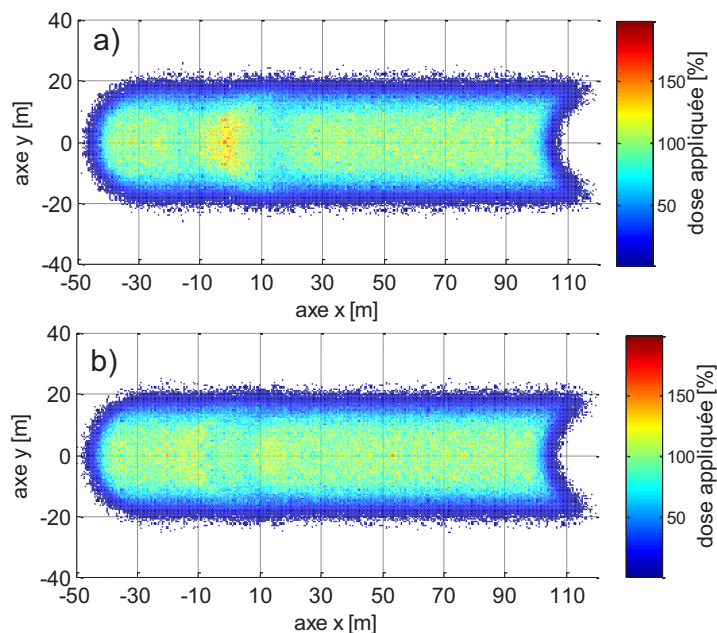


Figure 4.2 – Nappes globales obtenues sur un passage dans le cas d'un tracteur dans la direction de montée sur un MNT avec rupture de pente. a), correction avec  $\Delta x = 17$  m ; b), correction avec  $\Delta x = 10$  m.

Le fait d'ajuster l'inclinaison des disques par rapport à la surface d'épandage implique nécessairement que le signal du tilt soit fonction de la portée moyenne



des particules sur le relief. Cependant, les résultats précédents montrent que cette portée qui dépend de divers paramètres (vitesse des particules, MNT, trajectoire,...) n'intervient pas directement sous la forme du  $\Delta x$  dans les formules 4.1. Alors, ces formules ne peuvent pas être utilisées à moins d'exprimer  $\Delta x$  en fonction des divers paramètres de l'épandage, chose qui semble très difficile. Tout en sachant que dans la commande il faut garder ce principe d'ajustement de l'inclinaison des disques par rapport à la surface d'épandage dont l'efficacité a été montrée, une méthode d'optimisation a été mise en place pour déduire les signaux optimaux de commande à partir de la prédiction en temps réel de la portée des particules dans le relief. Cette prédiction se base sur l'utilisation du modèle direct, et par conséquent tous les paramètres d'épandage sont pris en compte de façon indirect dans la déduction des signaux de commande. Les formules 4.1 sont remplacées par un problème d'optimisation qui consiste à minimiser une fonction coût.

### 4.1.1 Établissement de la fonction coût

L'objectif est de minimiser les écarts de portée de toutes les particules sur les nappes statiques grâce à une configuration optimale d'inclinaison de tilt et d'aplomb de chaque disque à chaque nouveau point de la trajectoire. Cependant, en tenant compte du résultat du chapitre précédent selon lequel un arc formé par les particules moyennes (de diamètre et d'angle de sortie vertical moyens) suffit pour caractériser la déformation de la nappe, seules les portées des particules sur cet arc peuvent être prises en compte dans la formulation d'un critère de minimisation. De plus, à cause de l'aspect localisé des erreurs d'application, il a été déduit précédemment qu'il est nécessaire de cibler les zones à corriger. Ceci impose de tenir compte dans le critère de minimisation, de la direction angulaire des particules. Ainsi, la fonction coût à minimiser pour une nappe dans l'intervalle angulaire  $[-120^\circ; 120^\circ]$  s'écrit :

$$\begin{cases} F_c(T,A) = \sum_{-120 \leq \varphi \leq 120} (\delta P(\varphi, T, A))^2 \\ \delta P = P(\varphi, T, A) - P_0(\varphi) \end{cases} \quad (4.2)$$

avec  $P(\varphi, T, A)$  la portée curviligne prédite d'une particule moyenne dans la direction angulaire  $\varphi$ , et  $P_0(\varphi)$  la portée prédite d'une particule moyenne à plat qui est constante dans toutes les directions angulaires. Ceci est illustré sur la figure 4.3 avec un exemple de deux particules.

Une expression équivalente de la fonction coût précédente peut être obtenue en considérant une décomposition en  $n \in \mathbb{N}$  secteurs angulaires d'une amplitude égale à  $\Delta\varphi$  :

$$\begin{aligned} F_c &= \sum_{-120 \leq \varphi < -120 + \Delta\varphi} (\delta P)^2 + \sum_{-120 + \Delta\varphi \leq \varphi < -120 + 2\Delta\varphi} (\delta P)^2 + \dots + \sum_{120 - \Delta\varphi \leq \varphi \leq 120} (\delta P)^2 \\ &= \sum_{i=1}^n \left( \underbrace{\sum_{-120 + (i-1)\Delta\varphi \leq \varphi \leq -120 + i\Delta\varphi}_{\varphi_i} (\delta P)^2}_{\varphi_{i+1}} \right) \end{aligned} \quad (4.3)$$

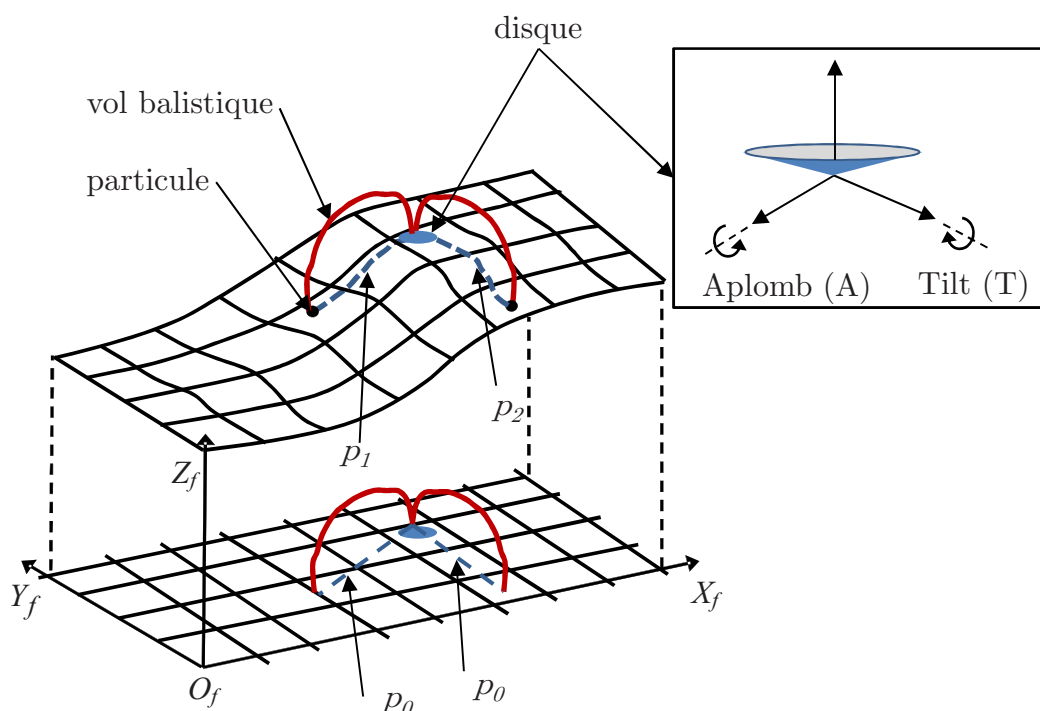


Figure 4.3 – Illustration de la prédiction de la portée de deux particules moyennes sur le reliefs (de longueur curviligne  $P_1$  et  $P_2$ ) en comparaison avec la portée à plat (de longueur  $P_0$  au même point de la trajectoire.).

Cette expression implique qu'il faut connaître la portée de toutes les particules dans chaque secteur angulaire de la nappe. Mais comme  $\Delta\varphi$  est petit, cela revient à connaître la portée d'une particule par secteur angulaire. Par ailleurs, il a été observé sur la figure 3.28 que la variation de portée des particules en fonction de la position angulaire sur la nappe statique est graduelle, de telle sorte que pour des particules dans des secteurs angulaires proches, les vecteurs de déplacement ont des amplitudes proches. Ceci est valable dans tous les cas de relief, car même dans les cas irréguliers, les changements d'altitude ne sont pas brutaux. Par conséquent, il est possible d'utiliser dans l'équation (4.3) des secteurs angulaires  $[\varphi_i; \varphi_{i+1}]$  de grande amplitude ce qui permet d'en limiter le nombre. Cependant, ce serait faux dans ce cas de ne tenir compte que d'une particule par secteur angulaire. En effet, du fait de la distribution angulaire de la dose dans la nappe statique, la dose d'engrais dans chaque secteur angulaire est différente. En voulant garder cet aspect sans occulter la répartition de la dose qui intervient forcément en considérant des secteurs angulaires de grande amplitude, nous considérons que le poids de chaque secteur angulaire est représenté par l'écart de portée d'une seule particule pondéré par un coefficient qui tient compte de la dose. Une nouvelle expression simplifiée de la fonction coût de l'équation (4.3) est alors établie :

$$F_c = \sum_{i=1}^n w_i (\delta P_i)^2 \quad (4.4)$$

avec  $w_i$  le coefficient de pondération. Ce dernier peut être déduit de l'expression de

la distribution angulaire des particules en sortie de disque qui est comme expliqué au chapitre 2, la même caractérisant la distribution de la dose dans la nappe statique. De plus, il a été montré au chapitre 3 que la distribution angulaire de la nappe n'est pas affectée par le relief, car la variation de la portée des particules reste dans la même direction angulaire. Par conséquent,  $w_i$  peut être considéré comme étant la probabilité qu'une particule de position angulaire  $\varphi$  soit dans l'intervalle  $[\varphi_i; \varphi_{i+1}]$ , et peut être calculé par :

$$\begin{cases} w_i = \mathbb{P}(\varphi_i \leq \varphi \leq \varphi_{i+1}) = F(\varphi_{i+1}) - F(\varphi_i) \\ F(\varphi) = \int_{-120}^{\varphi} f_{\varphi}(t) dt \end{cases} \quad (4.5)$$

avec  $f_{\varphi}$  la densité de probabilité de la variable aléatoire  $\varphi$  donnée dans l'annexe B, et  $F$  sa fonction de répartition calculée en utilisant l'approximation par des trapèzes :

$$\int_a^b f(t)dt = \frac{b-a}{2} (f(a) + f(b)) \quad (4.6)$$

Dans chaque secteur angulaire  $[\varphi_i; \varphi_{i+1}]$ , la position angulaire de la particule prise en compte est  $\frac{\varphi_i + \varphi_{i+1}}{2}$ . En posant le vecteur  $\mathbf{x} = (T, A) \in \mathbb{R}^2$ , la solution escomptée de la résolution du problème d'optimisation à chaque nouveau point de la trajectoire est le vecteur optimal  $\hat{\mathbf{x}} \in \mathbb{R}^2$ . Celui-ci permet pour chaque disque d'avoir une orientation optimale qui minimise les écarts de portée de toutes les particules de la nappe sur le relief par rapport à la nappe sur un terrain plat. En utilisant les équations (4.4) et (4.5), le problème d'optimisation peut être formulé par :

$$(P_1) \quad \min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2} \sum_{i=1}^n w_i \left( \delta P_i \left( \frac{\varphi_i + \varphi_{i+1}}{2}, T, A \right) \right)^2 \quad (4.7)$$

Il est clair dans cette formulation que plus le nombre  $n$  de secteurs angulaires est grand, plus le vecteur optimal  $\hat{\mathbf{x}}$  sera proche du vecteur  $\mathbf{x}^*$  qui serait obtenu en utilisant la fonction coût de l'équation (4.3). Néanmoins, on peut s'attendre à ce que  $\hat{\mathbf{x}}$  converge vers  $\mathbf{x}^*$  pour des valeurs de  $n$  inférieures à 10, car comme le montre l'exemple de la figure 3.28, les secteurs angulaires qu'on peut distinguer visuellement sont limités. Une étude numérique sera nécessaire pour déterminer le nombre  $n$  minimal pour corriger les erreurs d'application dans la majorité des cas.

### 4.1.2 Prise en compte des contraintes mécaniques et dynamiques

A cause de l'architecture du mécanisme d'actionnement de l'orientation des disques (figure 3.26), seule une solution telle que  $\mathbf{x}^* \in \mathbb{S}$  avec  $\mathbb{S} \subset \mathbb{R}^2$  est admissible. Par conséquent, il est nécessaire d'imposer des contraintes sur  $\mathbf{x}$  qui reflètent les limites mécaniques du système. En plus de ces contraintes, il faut tenir compte des limites dynamiques des actionneurs. Pour cela, les variables  $T$  et  $A$  ainsi que leurs dérivés premières ont été bornées, et l'ensemble suivant des contraintes a été défini :

$$S = \left\{ (T,A) \in \mathbb{R}^2 / \begin{array}{l} (C1) \quad L_{b1} \leq T \leq U_{b1} \\ (C2) \quad L_{b2} \leq A \leq U_{b2} \\ (C3) \quad L_{b3} \leq \frac{dT}{dt} \leq U_{b3} \\ (C4) \quad L_{b4} \leq \frac{dA}{dt} \leq U_{b4} \end{array} \right\} \quad (4.8)$$

Comme le modèle de simulation utilise une discrétisation se basant sur le pas d'avance du tracteur (section 2.1.3), un changement de variable est effectué pour transformer les contraintes dynamiques en borne sur la valeur de  $T$  et  $A$  à chaque position  $l$  de la trajectoire. Dans le cas du tilt, il peut être déduit à partir de l'équation (4.8).C3 que :

$$L_{b3} \cdot \left( \frac{dl}{dt} \right)^{-1} \leq \frac{dT}{dl} \leq U_{b3} \cdot \left( \frac{dl}{dt} \right)^{-1}$$

d'où :

$$\frac{L_{b3}}{V_t} \leq \frac{T_l - T_{l-1}}{\Delta l} \leq \frac{U_{b3}}{V_t}$$

avec  $V_t$  la vitesse du tracteur et  $\Delta l$  son pas d'avance. Les bornes de  $T$  sont données par :

$$(C3') \quad \frac{L_{b3}}{V_t} \cdot \Delta l + T_{l-1} \leq T_l \leq \frac{U_{b3}}{V_t} \cdot \Delta l + T_{l-1} \quad (4.9)$$

De la même manière nous obtenons les bornes de  $A$  :

$$(C4') \quad \frac{L_{b4}}{V_t} \cdot \Delta l + A_{l-1} \leq A_l \leq \frac{U_{b4}}{V_t} \cdot \Delta l + A_{l-1} \quad (4.10)$$

Les contraintes respectives dans les équations (4.9) et (4.10) ne peuvent pas devenir actives en même temps que les contraintes  $C1$  et  $C2$  de l'équation (4.8). Par conséquent, un test doit être effectué au cours de la correction à chaque point de la trajectoire pour garder les contraintes les plus strictes.

La formulation définitive du problème d'optimisation est résumée dans cette équation :

$$(P_2) \quad \underbrace{\min}_{x \in S} \left[ f(x) = \sum_{i=1}^n w_i (\delta P_i \left( \frac{\varphi_i + \varphi_{i+1}}{2}, T_l, A_l \right))^2 \right]$$

$$S = \left\{ (T_l, A_l) \in \mathbb{R}^2 / \begin{array}{l} L_{b1} \leq T_l \leq U_{b1} \\ L_{b2} \leq A_l \leq U_{b2} \\ \frac{L_{b3}}{V_t} \cdot \Delta l + T_{l-1} \leq T_l \leq \frac{U_{b3}}{V_t} \cdot \Delta l + T_{l-1} \\ \frac{L_{b4}}{V_t} \cdot \Delta l + A_{l-1} \leq A_l \leq \frac{U_{b4}}{V_t} \cdot \Delta l + A_{l-1} \end{array} \right\} \quad (4.11)$$

**Pour avoir une orientation optimale des disques, un problème d'optimisation est formulé. La fonction coût est simplifiée en tenant compte de la portée d'une particule par secteur angulaire de la nappe statique, et**

d'un coefficient de pondération calculé à partir de la distribution angulaire des particules en sortie de disque. Comme la fonction coût n'a pas d'expression analytique, un algorithme est nécessaire pour résoudre ce problème.

## 4.2 Méthode de résolution

Le problème d'optimisation tel que posé est un problème d'optimisation sous contraintes d'inégalité qui peuvent prendre la forme  $g_j(x) \leq 0$ , avec  $j = 1, 2, \dots, 8$ . Comme seules les contraintes les plus strictes sur chaque variable sont retenues à chaque nouveau point  $l$  de la trajectoire, alors  $m = 4$ . Dans la suite, les termes suivants sont utilisés :

- Un point admissible  $x^{adm}$  est un point qui vérifie les contraintes  $g_j(x)$ .
- Un domaine admissible  $A$  est l'ensemble des points  $x \in \mathbb{R}^2$  où toutes les contraintes sont satisfaites.
- Un domaine non admissible est l'ensemble des points  $x \in \mathbb{R}^2$  où au moins une des contraintes n'est pas satisfaite.
- La contrainte  $g_j(x)$  est dite active en  $x^*$  la solution du problème d'optimisation, si  $g_j(x^*) = 0$ ;  $x^*$  se situe en général aux frontières de  $A$ .

Les conditions d'optimalité dans le cas de contraintes d'inégalités généralisent celles pour les contraintes d'égalité. Elles sont données par des théorèmes décrits ci-après que nous exploitons pour mettre en place l'algorithme d'optimisation utilisé pour déduire le vecteur  $x^* = (T^*, A^*)$  donnant l'inclinaison optimale de chaque disque.

### 4.2.1 Théorèmes généraux

Les conditions nécessaires d'optimalité du premier ordre en présence des contraintes d'inégalité sont appelées les conditions de *Karush-Kuhn-Tucker* et sont énoncées par le théorème suivant :

**Théorème 4.2.1: Contraintes d'inégalité.**

**Conditions nécessaires de *Karush-Kuhn-Tucker*.**

Soit  $x^* \in \mathbb{R}^n / g_j(x^*) \leq 0, \forall j$ . Si  $x^*$  est optimum local du problème d'optimisation sous contraintes d'inégalité, alors il existe un vecteur  $\lambda^* \in \mathbb{R}_+^m$  tel que :

$$\nabla_L(x^*, \lambda^*) = \nabla f(x^*) + \sum_{j=1}^m \lambda_j^* \nabla g_j(x^*) = 0 \text{ et } \lambda_j^* \nabla g_j(x^*) = 0.$$

Le vecteur  $\lambda$  appelé multiplicateur de Lagrange est une inconnue du problème d'optimisation au même titre que  $x^*$ .  $L$  est appelé Lagrangien tel que  $L(x, \lambda) = f(x) + \lambda^t g(x)$ . Lorsque le Lagrangien satisfait certaines propriétés, l'optimalité globale peut être vérifiée comme l'annonce le théorème :

**Théorème 4.2.2: Contraintes d'inégalité.****Condition suffisante d'optimalité globale.**

- Si  $(\bar{x} \in \mathbb{R}^n, \bar{\lambda} \in \mathbb{R}_+^m)$  est point selle de  $L(x, \lambda)$ , alors  $x^* = \bar{x}$  est l'optimum global du problème d'optimisation sous contraintes d'inégalité.
- $(\bar{x}, \bar{\lambda})$  est point selle de  $L(x, \lambda)$  si :
  - (i)  $L(\bar{x}, \bar{\lambda}) \leq L(x, \bar{\lambda}) \quad \forall x \in \mathbb{R}^n$  minimum sur  $x$ .
  - (ii)  $L(\bar{x}, \bar{\lambda}) \geq L(\bar{x}, \lambda) \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}^m$  maximum sur  $\lambda$ .

Le problème d'optimisation peut être résolu en exploitant directement les conditions de *Karush-Kuhn-Tucker* données par le théorème 4.2.1, et en vérifiant la nature de l'optimum obtenu avec les conditions données par 4.2.2. Il est facile de poser avec ces conditions un système de 6 équations à 6 inconnues (car  $n+m=2+4$ ), en plus des inégalités données par  $\lambda_j \geq 0$ . Cependant, la condition  $\lambda_j^* \nabla g_j(x^*) = 0$  qui est sous une forme combinatoire implique qu'il faut envisager qu'un  $\lambda_j$  parmi quatre est nul, puis deux, puis trois, en plus des deux cas où tous les  $\lambda_j$  sont nuls ou bien tous sont non nuls. Ainsi, le nombre de combinaisons est de  $18 = C_1^4 + C_2^4 + C_3^4 + 2.C_4^4$ . Ce grand nombre de combinaisons qui complique la résolution des problèmes d'optimisation en présence de plusieurs contraintes est la raison pour laquelle les conditions de *Karush-Kuhn-Tucker* ne sont utilisées telles quelles que pour des cas pédagogiques ; un recours à des algorithmes les exploitant est souvent plus adapté. C'est d'autant plus pertinent dans le cas du problème posé dans l'équation (4.11) qui doit être résolu en temps réel.

### 4.2.2 Algorithme d'optimisation

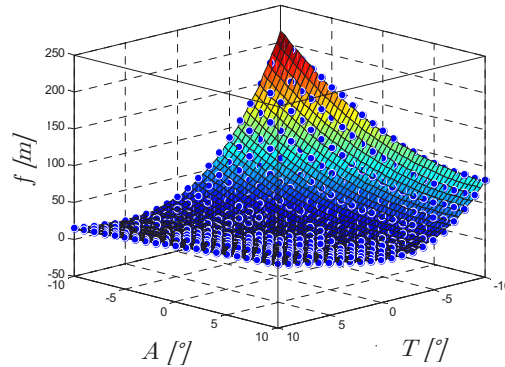
Quel que soit l'algorithme utilisé, il peut être nécessaire de calculer le gradient et la Hessienne de la fonction coût à un point  $x$  donné. L'absence d'une expression analytique implique de recourir à la méthode des différences finies pour avoir la valeur des dérivées partielles, or cela entraîne des imprécisions, et le pas de différentiation peut varier en fonction des problèmes. Pour éviter cela, la méthode proposée consiste à ajuster la fonction coût par une fonction polynomiale après l'avoir évaluée pour quelques points.

Un test réalisé sur un MNT plat avec  $T$  et  $A \in [-10^\circ; 10^\circ]$ , montre (figure 4.4) qu'un polynôme d'ordre supérieur ou égal à trois donne un très bon ajustement, avec  $R^2 = 0,9974$  (coefficient de corrélation) et  $RMSE = 1,9435$  (racine de l'erreur quadratique moyenne). Ainsi, le polynôme  $F(T, A) = a + bA + cT + dA^2 + eT^2 + fAT + gAT^2 + hTA^2 + iA^3 + jT^3$  est utilisé dans l'algorithme de correction à chaque point  $l$  de la trajectoire pour trouver la solution  $x^*(l)$  au problème d'optimisation. Les coefficients du polynôme représentent une inconnue qui peut être trouvée par la méthode des moindres carrés en posant une équation linéaire du format  $A.X = B$  après avoir effectué quelques évaluations de la fonction coût :

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 1 & A_i & T_i & A_i^2 & T_i^2 & A_i T_i & AT_i^2 & T_i A_i^2 & A_i^3 & T_i^3 \end{bmatrix}}_{\mathbf{A}} \underbrace{\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \\ f \\ g \\ h \\ i \\ j \end{bmatrix}}_{\mathbf{X}} = \underbrace{[f(T_i, A_i)]}_{\mathbf{B}} \quad (4.12)$$

avec  $i = \{1, \dots, n\}$  et  $n$  le nombre de points pour évaluer la fonction coût.

Coefs.	$R^2$	$RMSE$
$j = 0$	0.9974	1.9435
$i = 0$	0.9697	6.6317
$\{i, j\} = 0$	0.9695	6.6455
$\{h, i, j\} = 0$	0.9572	7.8686
$\{g, i, j\} = 0$	0.9598	7.6280
$\{g, h, i, j\} = 0$	0.9474	8.7100



(a) Qualité de l'ajustement en fonction des coefficients pris en compte.

(b) Ajustement de la fonction coût.

Figure 4.4 – Ajustement de la fonction coût par le polynôme  $F(T, A) = a + bA + cT + dA^2 + eT^2 + fAT + gAT^2 + hTA^2 + iA^3 + jT^3$ .

Vu les contraintes imposées et les signaux de variation de la portée des particules à cause du relief, la solution  $x^*(l)$  est nécessairement au voisinage de la solution  $x^*(l-1)$ , et donc l'ajustement polynomial par moindres carrés de la fonction coût peut se faire dans un intervalle de  $T$  et  $A$  très réduit. Ceci est illustré sur la figure 4.5 qui est obtenue dans le cas de la rupture de pente (figure 3.8) avec le tracteur étant positionné à 5 m à droite de la ligne de rupture. Dans cette figure, au point  $l$  de la trajectoire, treize points autour de la solution  $x^*(l-1)$  sont utilisés pour évaluer la fonction coût et ensuite l'ajuster par la fonction polynomiale. Ainsi, la solution  $x^*(l)$  peut être trouvée. Pour rechercher la solution  $x^*(l+1)$ , les points d'évaluation de la fonction coût sont translatés avec le vecteur  $\overrightarrow{x_{l-1}x_l}$ , et un nouvel ajustement est réalisé. Le fait de considérer un domaine admissible étroit autour de  $x^*(l-1)$  pour rechercher la solution  $x^*(l)$  implique que la fonction coût reste convexe. Par conséquent, un optimum local trouvé est aussi un optimum global sur ce domaine. L'algorithme présenté nécessite une initialisation, alors pour obtenir  $x^*(0)$  dont aucune connaissance n'est disponible, il faut rechercher l'optimum dans l'intervalle complet  $[-10^\circ; 10^\circ]$ .

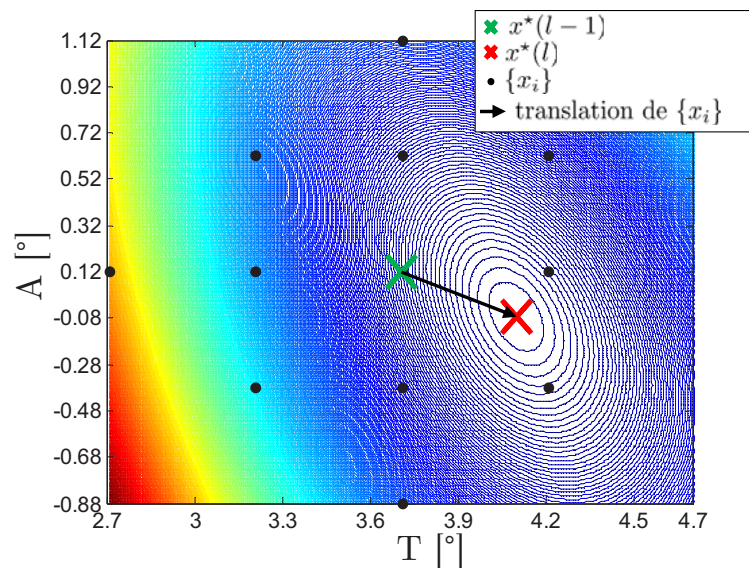


Figure 4.5 – Illustration de la recherche de l’optimum  $x^*(l)$  au voisinage de l’optimum  $x^*(l-1)$  dans le cas de rupture de pente. Les courbes isovaleurs représentent la fonction coût ajustée à partir des points  $x_i = (T_i, A_i)$  autour de  $x^*(l-1)$ .

### Méthode des contraintes actives

Grâce à l’ajustement polynomial par moindres carrés de la fonction coût, une expression analytique est obtenue pour le problème d’optimisation de l’équation (4.11). Afin de procéder à sa résolution en exploitant les conditions de *Karush-Kuhn-Tucker* tout en s’affranchissant des difficultés expliquées précédemment que cela impose, la méthode des contraintes actives est utilisée. Celle-ci est implémentée dans la fonction Matlab *Fmincon* que nous utilisons, et elle consiste à trouver un point admissible  $x^{adm} \in \mathbb{R}^n / g_j(x^{adm}) \leq 0$  puis à se déplacer exclusivement sur cet ensemble à la recherche de la solution du problème. La méthode se déroule en 3 étapes :

- i Un ensemble de contraintes est sélectionné parmi les contraintes d’optimisation, et le problème est résolu comme si toutes les contraintes sélectionnées étaient actives.
- ii D’une part, le calcul des multiplicateurs de Lagrange fournit un vecteur dual  $\lambda^{(k)}$  correspondant à l’itération  $k$ . Si certaines de ces composantes sont négatives, cela signifie que les contraintes associées peuvent être éliminées. D’autre part, il faut vérifier que les contraintes qui n’ont pas été prises en compte ne sont pas violées.
- iii Retour en  $i$  en intégrant les contraintes violées et en enlevant les contraintes inutiles.

Le fait de considérer les contraintes actives à l’étape  $i$  implique la possibilité de résoudre de façon directe les conditions de *Karush-Kuhn-Tucker*. La résolution directe revient à trouver  $(x^*, \lambda^*)^k$  qui minimise le Lagrangien  $L(x, \lambda)$ , avec  $g_j(x) = 0$ . Pour cela, un développement au premier ordre de  $\nabla_x L(x, \lambda)$  et de  $g_j(x)$  comme dans l’algorithme de Newton, permet de poser ce système :



$$\begin{cases} \nabla_x L(x, \lambda) = 0 \\ g_j(x) = 0 \end{cases} \quad (4.13)$$

Le développement au premier ordre de  $\nabla_x L(x, \lambda)$  et de  $g_j(x)$  est effectué au voisinage de  $x_0 = x^*(l-1)$  qui représente le point d'initialisation de l'optimisation à chaque nouvelle position sur la trajectoire. Ainsi, le système précédent s'écrit :

$$\begin{cases} \nabla_x L(x, \lambda) = \nabla_x L(x_0, \lambda) + \nabla_x^2 L(x_0, \lambda) (x - x_0) \\ = \nabla f(x_0) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \nabla g_j(x_0) + \nabla_x^2 L(x_0, \lambda) (x - x_0) = 0 \\ g_j(x) = g_j(x_0) + \nabla g_j(x_0)^t (x - x_0) = 0 \end{cases} \quad (4.14)$$

Ce système peut se mettre sous une forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} \nabla_x^2 L(x_0, \lambda) & \nabla g_1(x_0) & \dots & \nabla g_m(x_0) \\ \nabla g_1(x_0)^t & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 \\ \nabla g_m(x_0)^t & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ \lambda_1 \\ \dots \\ \lambda_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla f(x_0) \\ -g_1(x_0) \\ \dots \\ -g_m(x_0) \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

Cette équation est non linéaire à cause du terme  $\nabla_x^2 L(x_0, \lambda)$ . Toutefois, comme  $\nabla_x^2 L(x_0, \lambda) = H(x_0) + \sum_{j=1}^m \lambda_j \nabla^2 g_j(x_0)$  avec la Hessienne  $H_{ij} = \frac{\partial^2 L}{\partial x_i \partial x_j}$ , et  $\nabla^2 g_j(x_0) = 0$ , alors l'équation devient :

$$\begin{bmatrix} H(x_0) & \nabla g_1(x_0) & \dots & \nabla g_m(x_0) \\ \nabla g_1(x_0)^t & 0 & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 \\ \nabla g_m(x_0)^t & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x - x_0 \\ \lambda_1 \\ \dots \\ \lambda_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\nabla f(x_0) \\ -g_1(x_0) \\ \dots \\ -g_m(x_0) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

La forme développée de cette équation qu'utilise *Fmincon* est donnée dans le cas où toutes les contraintes sont actives en fonction des coefficients du polynôme d'ajustement :

$$\begin{bmatrix} 2d + 2hA + 6iT & f + 2gA + 2hT & 1 & -1 & 0 & 0 \\ f + 2gA + 2hT & 2e + 2gT + 6jA & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T - T_0 \\ A - A_0 \\ \lambda_1 \\ \lambda_2 \\ \lambda_3 \\ \lambda_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -(b + 2dT + fA + gA^2 + 2hAT + 3iT^2) \\ -(c + 2eA + fT + 2gTA + hT^2 + 3jA^2) \\ -(T - U_{b1}) \\ -(-T + L_{b1}) \\ -(A - U_{b2}) \\ -(-A + L_{b2}) \end{bmatrix}$$

Cette équation permet d'avoir la solution  $x = x^*(l)$  en partant de  $x_0 = x^*(l-1)$ . Elle reste valide en l'absence de contraintes, il suffit pour cela de supprimer les équations correspondant aux multiplicateurs de Lagrange.

La fonction coût est ajustée par une fonction polynomiale, ainsi son expression analytique est utilisée pour vérifier les conditions d'optimalité de *Karush-Khun-Tucker*. Ces dernières sont exploitées par l'algorithme des contraintes actives, et la recherche de l'optimum se fait au voisinage de la solution au point précédent de la trajectoire. L'efficacité de cette approche de correction est testée dans les cas vus précédemment dans l'étude d'uniformité.

## 4.3 Résultats de correction des nappes

Plusieurs tests de correction ont été conduits, d'une part pour tester l'efficacité de l'approche par optimisation dans la correction des erreurs d'application, et d'autre part pour tester son efficacité en tant qu'approche destinée à être appliquée en temps réel sur le terrain.

### 4.3.1 Cas de l'étude d'uniformité

Nous commençons par tester la correction dans les cas pédagogiques de l'étude d'uniformité avant de la tester dans le cas de relief quelconque.

#### Cas de rupture de pente

En fixant la vitesse du tracteur à  $V_t=12$  km/h, son pas d'avance à  $\Delta l=0,25$  m et la vitesse maximum des actionneurs à  $\pm 4^\circ/s$ , alors en utilisant l'équation (4.11), on obtient le domaine admissible de  $x$  défini par  $x(l-1) - 0,3^\circ \leq x(l) \leq x(l-1) + 0,3^\circ$ . Dans le cas de la rupture de pente (figure 3.8.a), la correction a été appliquée sur des trajectoires aller-retour en montée et en descente pour avoir une nappe globale corrigée qu'on peut comparer à celle obtenue avant correction lors de l'étude d'uniformité. Un nombre  $n = 3$  de secteurs angulaires a été pris en compte dans la fonction coût de l'équation (4.11). La figure 4.6 montre les signaux de  $(T^*)$  et  $(A^*)$  obtenus par optimisation à chaque point de la trajectoire dans le sens de la montée pour chaque disque. Les mêmes signaux de  $(T^*)$  sont obtenus pour les deux disques, ce qui est normal puisque leur inclinaison se fait d'avant en arrière dans les deux cas. Les signaux de  $(A^*)$  sont symétriques, ce qui traduit le fait que l'inclinaison en aplomb des disques se fait de droite vers la gauche pour l'un, et inversement pour l'autre, de façon à avoir la même orientation par rapport à la surface d'épandage. Contrairement au modèle de commande qui était envisagé en premier lieu (figure 4.1), consistant à ajuster l'orientation des disques de façon à annuler l'écart d'inclinaison entre eux et la surface d'épandage, l'approche par optimisation donne un signal  $(T^*)$  d'amplitude maximale de  $6^\circ$  bien qu'à certains points de la trajectoire, l'écart soit de  $10^\circ$ .

Afin de vérifier que les signaux précédents restent bien dans le domaine admissible, et ayant comme contraintes  $x(l-1) - 0,3^\circ \leq x(l) \leq x(l-1) + 0,3^\circ$ , on vérifie que  $-0,3^\circ \leq \Delta x^*(l) \leq 0,3^\circ$ . Pour cela, les courbes de  $\Delta T^*(l)$  et  $\Delta A^*(l)$  ont été tracées comme représenté sur la figure 4.7 dans le cas d'un disque droit. Cette figure montre que  $x^*$  est le plus souvent loin des frontières du domaine admissible et

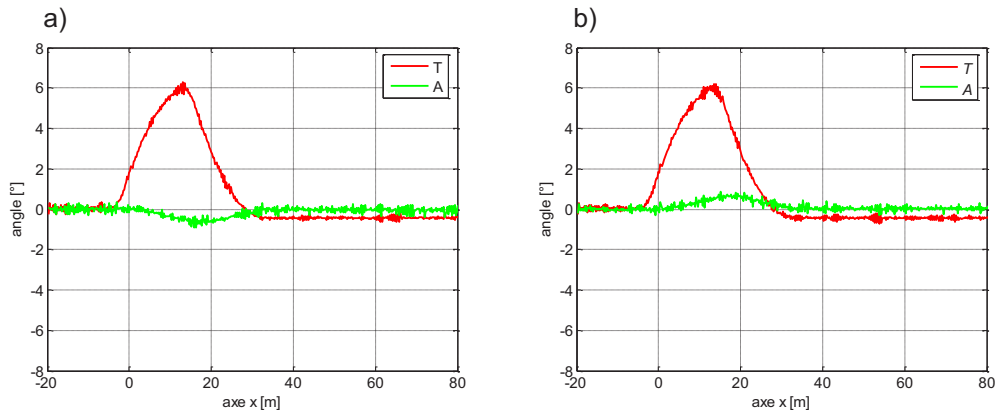


Figure 4.6 – Signaux de Tilt ( $T^*$ ) et d'aplomb ( $A^*$ ) obtenus par optimisation dans le cas de la correction des erreurs d'application sur un MNT avec rupture de pente dans le sens de la montée : a) disque droit ; b) disque gauche.

que donc les contraintes dynamiques posées sont inutiles dans ce cas. Cela implique également qu'un actionneur plus lent peut être utilisé ou bien réaliser l'épandage à une vitesse supérieure à 12 km/h. Avec des valeurs extrêmes de vitesse du tracteur à  $V_t=14$  km/h, un pas d'avance à  $\Delta l=0,25$  m et une vitesse maximum des actionneurs à  $\pm 0,3^\circ/s$ , le domaine admissible de  $x$  peut être réduit à  $[0,19^\circ; 0,19^\circ]$ , et par conséquent les contraintes dynamiques dans ces conditions sont utiles. Ces valeurs sont propres au cas de rupture de pente, pour fixer des contraintes d'utilisation générales, il est nécessaire d'analyser la correction dans les autres cas du relief.

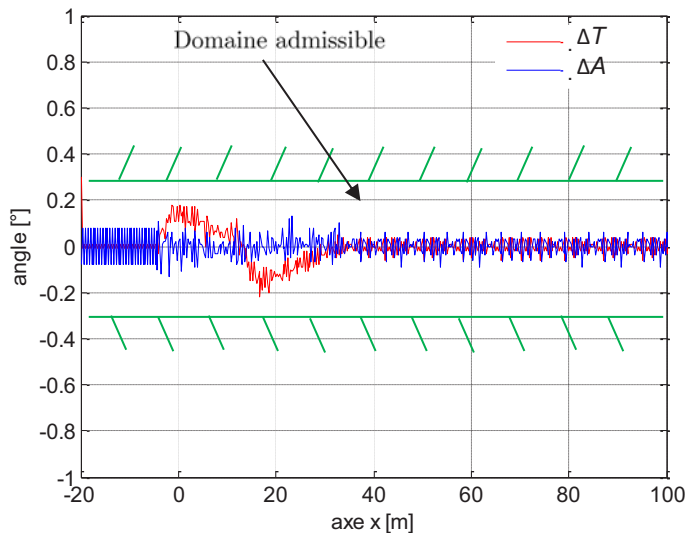


Figure 4.7 – Courbes de variation des signaux de  $T$  et  $A$  dans le cas de la rupture de pente.

En utilisant les signaux de la figure 4.6 et ceux dans le cas de la descente, une simulation de la correction de la nappe globale est réalisée. De plus, afin de voir l'influence du nombre de secteurs angulaires, d'autres simulations sont réalisées

pour  $n = 2,3,4$ . Les nappes globales sont données sur la figure G.1. Le résultat d'épandage est très uniforme en comparaison avec le cas sans correction (figure 3.8), ce dont témoigne davantage la courbe de répartition longitudinale de la dose sur la figure 4.8 calculée sur le passage central. Dans les tests effectués, dès que le nombre de secteurs angulaires est supérieur ou égal à 3, la nappe devient uniforme, aussi il devient inutile dans ce cas d'augmenter le nombre  $n$ . Ceci s'explique par le fait que dans ce cas, les déformations de la nappe sont prédominantes dans la direction d'avance du tracteur qui coïncide avec la zone de forte concentration de la dose d'engrais. Par conséquent, il suffit d'avoir une seule particule dans cette direction pour pouvoir corriger les nappes statiques déformées. Le fait de prendre d'autres particules en compte n'a que peu d'effet, voire pas du tout dans le cas de particules épandues le plus proche de la direction perpendiculaire à la direction d'avance du tracteur.

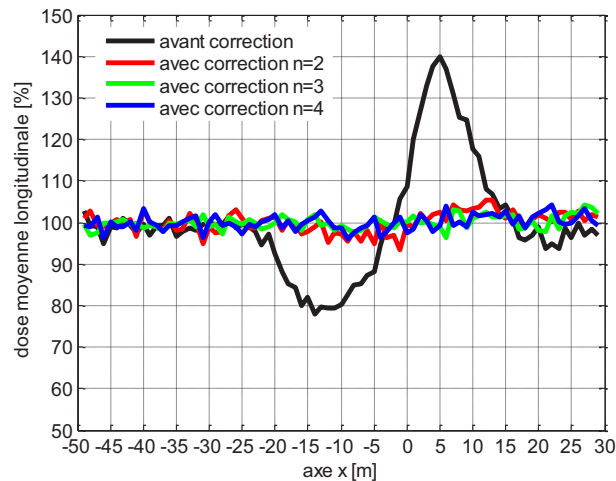


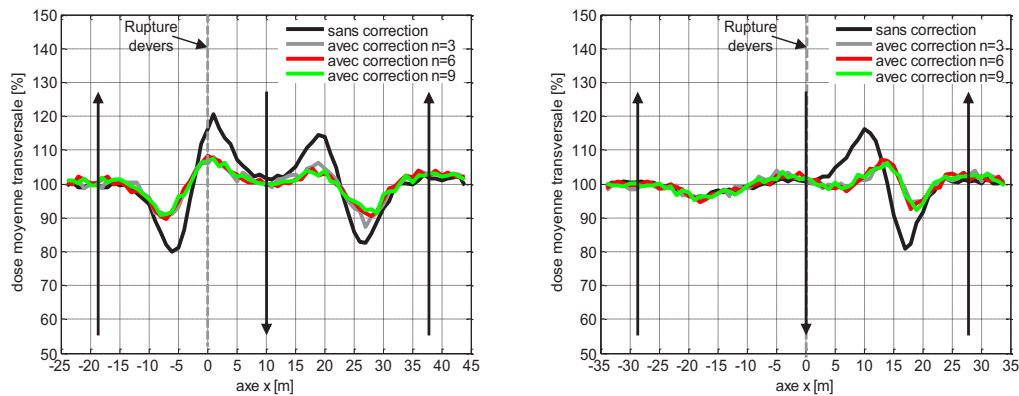
Figure 4.8 – Dose moyenne longitudinale dans le cas de rupture de pente avant et après correction avec un nombre différent de secteurs angulaires pris en compte.

### Cas de rupture de devers

Contrairement au cas de la rupture de pente, le nombre de secteurs angulaires semble avoir plus d'importance dans le cas de la rupture de devers. En effet, comme cela a été montré dans l'étude d'uniformité (figure 3.27), la distance de passage du tracteur par rapport à la surface de raccordement du relief impacte grandement la localisation angulaire des zones de déformation dans les nappes statiques. Par conséquent, des tests de correction sont réalisés dans ce cas, d'une part pour valider que les erreurs d'application sont réduites à l'intervalle acceptable de  $\pm 10\%$ , et d'autre part pour déduire le nombre minimum de secteurs angulaires au-delà duquel l'uniformité n'est pas améliorée. En considérant le même MNT utilisé dans l'étude d'uniformité de la section 3.2.2, les résultats de correction dans le cas d'un passage central en  $x=10$  et  $x=0$  sont présentés à titre d'exemple puis analysés.

Dans le cas d'un passage central en  $x=0$ , les nappes globales représentées sur la figure G.2 sont obtenues en prenant en compte un nombre  $n = 3$  puis  $n = 9$

de secteurs angulaires. Dans les deux cas, les nappes ont une apparence uniforme bien qu'on puisse distinguer des zones de surdosage et de sous-dosage d'amplitudes moindres que celles obtenus dans les cas de l'étude d'uniformité. Il est difficile d'évaluer visuellement l'impact de l'augmentation du nombre de secteurs angulaires. Pour cela, les courbes de la dose moyenne transversale sont tracées dans ce cas, en plus de celui avec un passage central en  $x=10$ , elles sont représentées sur la figure 4.9. Une légère amélioration de la correction est obtenue pour  $n > 3$  permettant d'avoir une dose moyenne transversale incluse dans le domaine acceptable des erreurs d'application de  $\pm 10\%$ . Au-delà de  $n = 6$ , aucune amélioration de la correction n'est observée dans tous les cas testés ; les légères variations étant uniquement imputables à l'aspect aléatoire de la simulation.



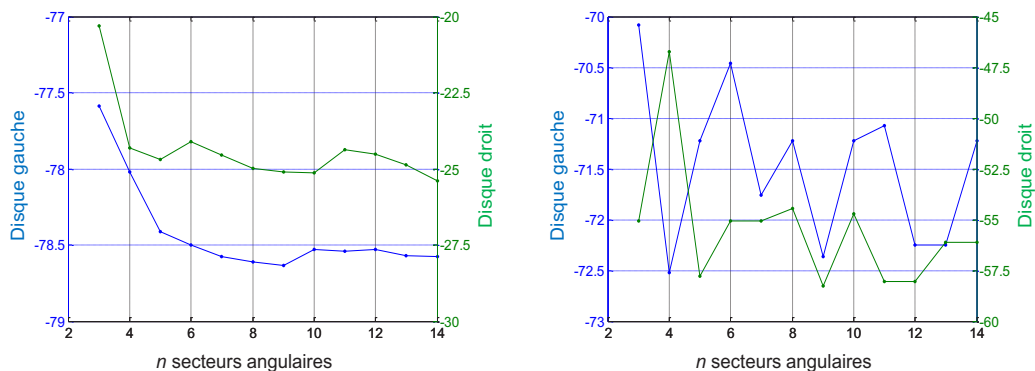
(a) Passage central du tracteur en  $x=10$ . (b) Passage central du tracteur en  $x=0$ .

Figure 4.9 – Dose moyenne transversale dans le cas de rupture de devers avant et après correction avec un nombre différent de secteurs angulaires pris en compte.

Un meilleur moyen pour évaluer l'impact du choix du nombre  $n$  de secteurs angulaires consiste à calculer pour toutes les particules de chaque nappe statique le critère  $F = \sum_{-120 \leq \varphi \leq 120} (\delta P(\varphi, T, A))^2$  qui représente l'objectif initial de l'optimisation

dont la fonction coût (équation (4.11)) a été déduite. Ce critère est particulièrement pertinent dans le cas de la rupture de devers car les consignes de  $T$  et  $A$  sont constantes sur chaque passage. Cela permet de faire le calcul en considérant une seule nappe par passage mais avec un grand nombre de particules. La figure 4.10 montre les courbes de  $\frac{F_{avec\ correction} - F_{sans\ correction}}{F_{sans\ correction}} * 100$  qui permettent de visualiser l'amélioration de la correction en fonction de l'augmentation de  $n$ . Celles-ci sont calculées dans le cas où le passage central est en  $x=0$ . Pour s'affranchir de l'aspect aléatoire de l'épandage qui génère des variabilités de  $F$ , les particules sont tirées dans les mêmes directions angulaires d'un point à l'autre de la trajectoire et avec les mêmes caractéristiques. Au passage en  $x=0$ , une tendance claire est visible de diminution des écarts de portée des particules issues aussi bien du disque gauche que du disque droit quand  $n$  augmente. Cette diminution stagne à partir de  $n = 6$ , autour de  $-78,6 \pm 0,2\%$  pour le disque gauche, et  $-25 \pm 0,2\%$  pour le disque droit. Au passage à droite en  $x=28,5$ , une stagnation a lieu également à partir de  $n = 6$  mais avec un intervalle de fluctuation plus grand, jusqu'à  $\pm 1\%$ . Ceci s'explique par le fait

que les écarts de portée sont initialement plus faibles sur ce passage, avec une valeur du critère  $F_{\text{sans correction}}$  inférieure à 3% de la valeur calculée au passage en  $x=0$ . A partir de cette analyse numérique,  $n = 6$  peut être considéré comme un nombre de secteurs angulaires au-delà duquel l'uniformité ne peut plus être améliorée. Les tests de correction dans le cas d'un relief quelconque vont permettre de consolider ce résultat.



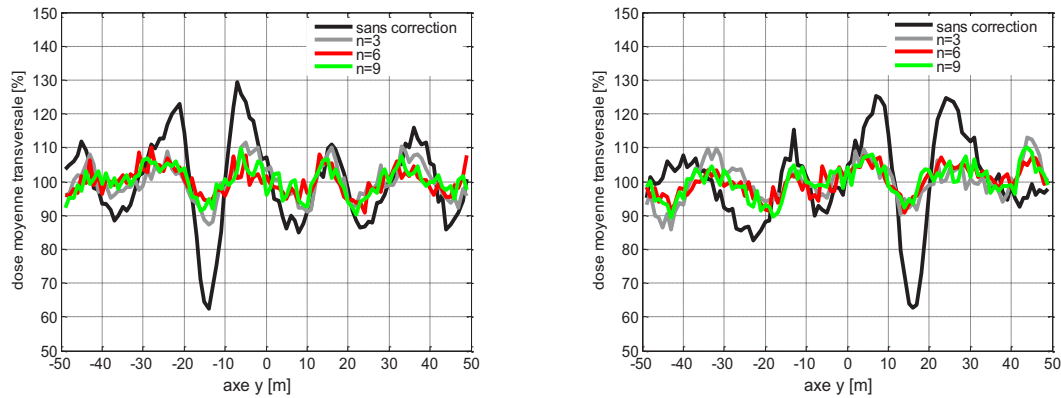
(a) Passage central du tracteur en  $x=0$ . (b) Passage à droite du tracteur à  $x=28,5$ .

Figure 4.10 – Pourcentage de minimisation du critère  $\sum_{-120 \leq \varphi \leq 120} (\delta P(\varphi, T, A))^2$  par rapport au cas sans correction de rupture de devers.

### Cas de relief quelconque

Le cas du MNT sinusoïdal présente des perturbations de relief dans toutes les directions et constitue pour cela le test ultime de l'approche de correction par optimisation. Les résultats de simulation sans correction dans ce cas ont été présentés sur les figures 3.18 et 3.19. En comparaison, les nappes globales avec correction présentées sur la figure G.3 permettent de voir que la correction a été efficace dans la réduction des erreurs d'application. Cette correction permet de maintenir les erreurs d'application dans l'intervalle acceptable de  $\pm 10\%$  comme le montre les courbes (figure 4.11) de la dose moyenne transversale calculées pour différentes zones de la nappe globale. De plus, les différents tests de correction réalisés avec un nombre croissant de secteurs angulaires  $n$  consolident le résultat de l'étude dans le cas de rupture de devers où il a été montré qu'au-delà de  $n = 6$  aucune amélioration de l'uniformité n'est possible.

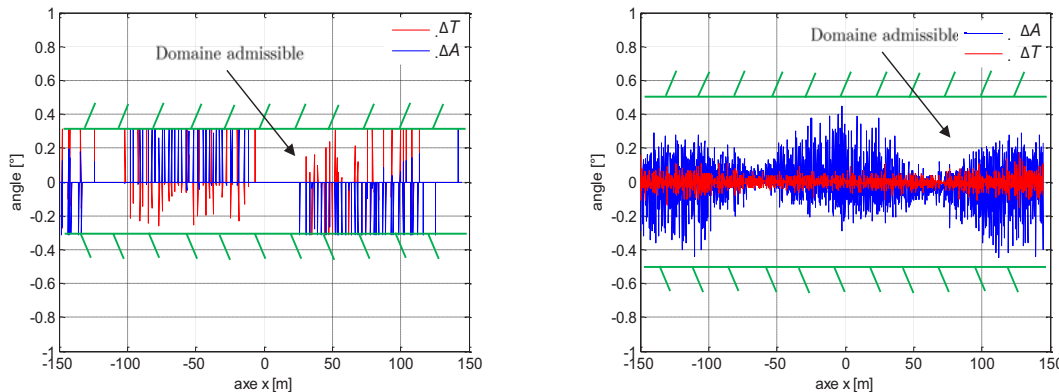
Les résultats précédents ont été obtenus en considérant une vitesse maximale plus grande des actionneurs de  $\pm 6^\circ/\text{s}$ ; la vitesse du tracteur et son pas d'avance sont restés inchangés, valant respectivement  $V_t=12$  km/h et  $\Delta l=0,25$  m. Ainsi, le domaine admissible de  $x$  devient défini par  $x(l-1)-0,45^\circ \leq x(l) \leq x(l-1)+0,45^\circ$ . En effet, avec les contraintes utilisées dans le cas de la rupture de pente qui imposaient que  $\Delta x \in [-0,3^\circ; 0,3^\circ]$ , il a été observé qu'à certains points de la trajectoire, les signaux de  $T$  et  $A$  peuvent stagner aux valeurs obtenues aux points précédents. Par conséquent,  $\Delta x$  peut s'annuler comme le montre la figure 4.12a. Avec les nouvelles



(a) Zone définie par  $x \in [10; 10]$  et  $y \in [50; 50]$ . (b) Zone définie par  $x \in [110; 110]$  et  $y \in [50; 50]$ .

Figure 4.11 – Dose moyenne transversale calculée à différents endroits de la nappe globale sur le MNT sinusoïdal avec et sans correction.

contraintes tel que  $\Delta x \in [0,45^\circ; 0,45^\circ]$ , les signaux de correction ne sont plus en marches d'escalier, d'où le fait que les signaux de  $\Delta T$  et  $\Delta A$  sur la figure 4.12b soient plus bruités.



(a) Avec les contraintes utilisées dans le cas de rupture de pente. (b) Avec de nouvelles contraintes moins strictes.

Figure 4.12 – Courbes de variation des signaux de  $T$  et  $A$  lors d'un passage sur le MNT sinusoïdal.

Étant donné que ce cas est le plus extrême des perturbations du relief, nous nous basons dessus pour tirer des conclusions sur l'efficacité de l'approche de correction proposée. L'analyse des temps de calcul montre qu'il faut approximativement 0,3 s pour trouver la solution  $x^*$  pour chaque disque à chaque point de la trajectoire (avec  $n = 6$ ). Ce temps est essentiellement dû au nombre fixe d'évaluations de la fonction coût, nécessaire pour en déduire l'expression analytique de forme polynomiale; l'équation (4.16) qui donne directement la solution  $x^*$  est résolue en moins de 0,001 s. En considérant un tracteur qui roule à 12 km/h, le temps nécessaire pour parcourir la longueur  $\Delta l = 0,25$  m qui correspond au pas utilisé pour discrétiser

la simulation, est de 0,075 s. Par conséquent, le temps de calcul des consignes est quatre fois supérieur au temps admissible. Cependant, cela dépend fortement du langage de programmation et des capacités de calcul du processeur utilisé. Ce dernier possède les caractéristiques suivantes : fréquence de l'horloge de 3,4 GHz et 4 cœurs. Tous les calculs ont été faits sous Matlab V7. Le langage Matlab étant un langage interprété de haut niveau, une amélioration des temps de calcul est très possible en transposant les algorithmes sous un langage compilé de bas niveau comme le  $C^{++}$  et en améliorant les performances du matériel.

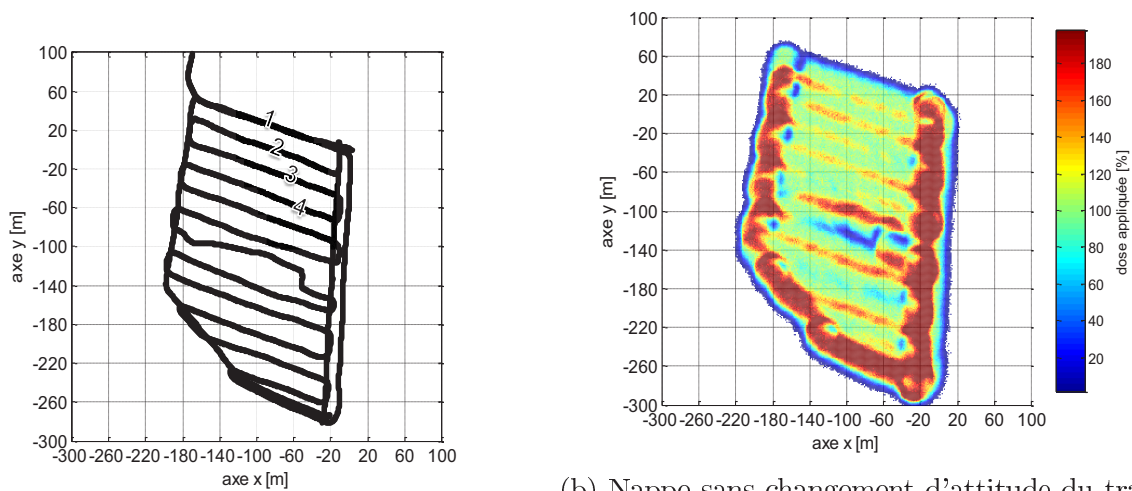
### 4.3.2 Étude préliminaire de validité de la correction pour les changements d'attitude de haute fréquence du tracteur

Les résultats précédents ont tous été obtenus dans des conditions de terrains parfaits ne donnant lieu qu'à des changements d'attitude du tracteur dus à la variation progressive de l'altitude du relief. Ces changements d'attitude du tracteur peuvent alors être qualifiés de basse fréquence. Lors de certaines conditions d'épandage, l'état de surface ainsi que la dynamique du tracteur peuvent entraîner des changements d'attitude du tracteur qui sont brusques et de haute fréquence ; les amortisseurs de la suspension ainsi que les pneumatiques atténuent ces effets mais ne les suppriment pas complètement. Cela risque d'impliquer des erreurs d'application dans la nappe globale d'épandage, même sur un terrain plat.

Grâce au modèle présenté dans la section 2.3, les changements d'attitude du tracteur peuvent être acquis avec une centrale inertielle. Ce modèle est à la base destiné à fournir les données sur l'orientation spatiale du tracteur (qui subit en théorie une variation de basse fréquence) nécessaires pour le modèle direct. Il a servi dans cette étude à acquérir ses changements d'attitude de haute fréquence sur une parcelle réelle réputée plane. La trajectoire suivie ressemble à celle utilisée par les agriculteurs, elle est représentée sur la figure 4.13.a où elle a été reconstituée d'après les données GPS enregistrées. De façon synchronisée, les données de la centrale inertielle ont été enregistrées. La nappe globale simulée est représentée sur la figure 4.13.a où des erreurs d'application d'engrais plus flagrantes que dans les cas traités précédemment, sont visibles. Ces erreurs ne sont pas dues uniquement aux changements d'attitude du tracteur mais aussi à la géométrie de la parcelle et aux erreurs de guidage. En effet, en gardant la même trajectoire et en omettant de tenir compte des changements d'attitude du tracteur, une grande partie des erreurs d'application reste visible comme le montre la figure 4.13.b. Cela prouve qu'il est nécessaire de posséder des moyens de contrôle comme ceux évoqués dans l'étude bibliographique du chapitre 1, avant d'envisager de corriger les erreurs dues aux changements d'attitude du tracteur.

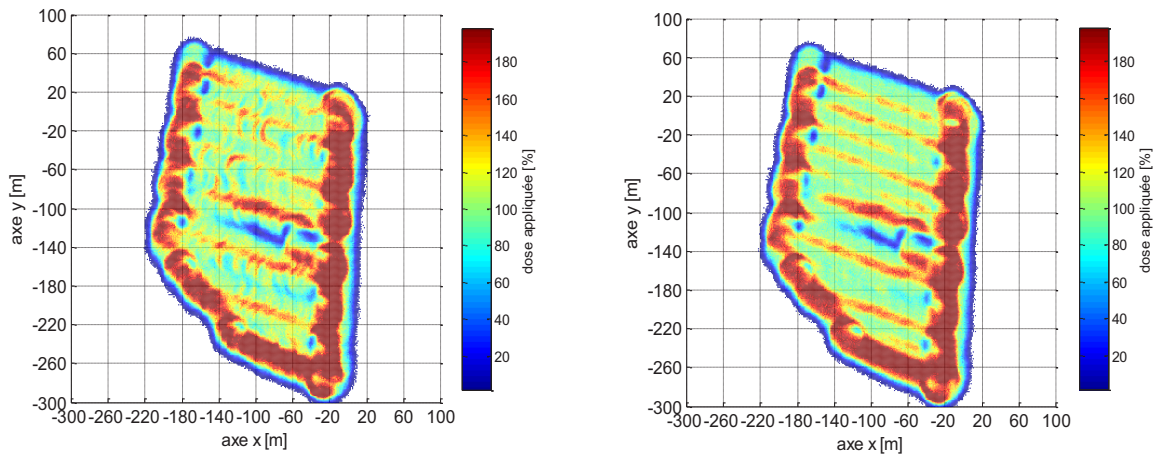
Afin d'analyser les erreurs d'application dues uniquement aux changements d'attitude du tracteur, une simulation a été réalisée sur quatre passages parallèles en utilisant les signaux réels de changement d'attitude du tracteur. Ces signaux sont donnés sur la figure 4.14 avant et après filtrage de Kalman. Outre le grand bruit présent malgré le filtrage, les amplitudes des écarts entre deux points successifs des signaux sont en moyenne de  $1^\circ$  et peuvent atteindre  $4^\circ$ . Dans ce dernier cas, en sachant que le tracteur roule en moyenne à 13 km/h et que son pas d'avance est





(a) Trajectoire GPS.

(b) Nappe sans changement d'attitude du tracteur.



(c) Nappe avec changement non corrigé d'attitude du tracteur.

(d) Nappe avec changement corrigé d'attitude du tracteur.

Figure 4.13 – Nappes globales d'épandage dans une parcelle à plat, avec et sans prise en compte des changements d'attitude du tracteur, et résultat du test de correction (la dose consigne est de 128 kg/ha).

de 0,3 m qui est donc une distance parcourue en 0,09 s, alors il faut avoir des actionneurs ayant une vitesse minimale absolue de  $\frac{4}{0,09} = 44^\circ/\text{s}$ , bien au-delà de celle qui suffit pour corriger les erreurs d'application dans le cas de l'étude d'uniformité. Par conséquent, en voulant tenir compte des changements d'attitude de haute fréquence, un domaine admissible pour  $x$  doit être très large, ce qui implique que les contraintes dynamiques dans les cas de l'étude d'uniformité seront inutiles. Comme l'objectif ici est de montrer principalement que par l'approche d'optimisation, on peut théoriquement corriger même les erreurs d'application dues aux changements d'attitudes du tracteurs de haute fréquence, alors la correction a été réalisée sans poser de contraintes et en recherchant le minimum de la fonction coût par la force brute.

Les nappes globales avant et après correction, simulées en utilisant les quatre passages parallèles créés, sont données sur les figures 4.15a et 4.15b. On peut obser-

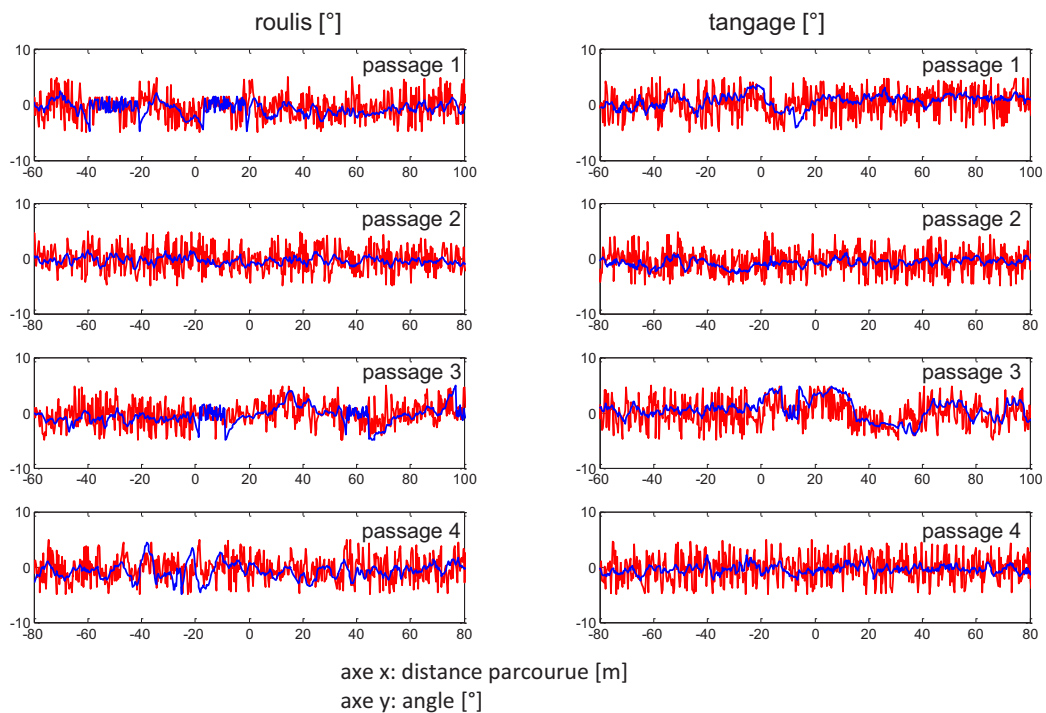
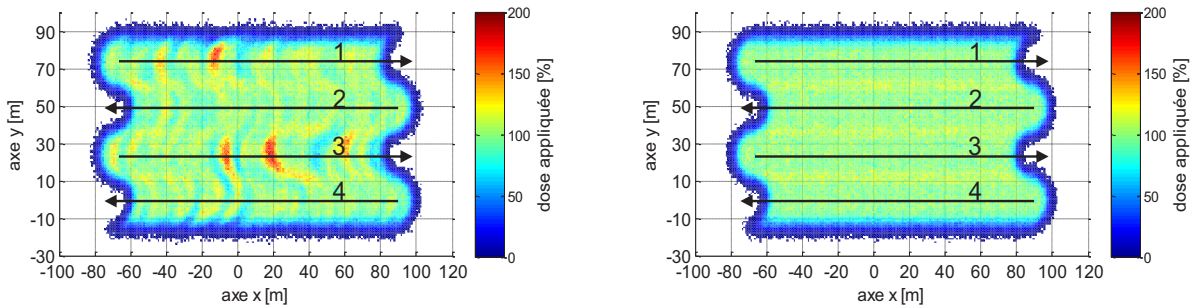


Figure 4.14 – Signaux de changement d'attitude du tracteur acquis à une fréquence de 10 Hz et utilisés pour la simulation sur quatre passages parallèles avec  $LW=24,5$  m. Rouge : avant filtrage ; Bleu : après filtrage.

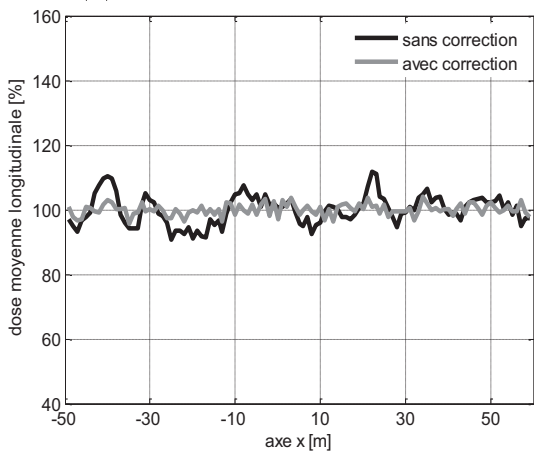
ver qu'avant la correction, la répartition de la dose est ondulée le long des passages mais qu'il n'y a pas d'écart importants sauf à certaines zones très localisées qui peuvent s'expliquer par des à-coups provoqués par des obstacles sur le terrain. Malgré cela, la correction permet de rendre la nappe uniforme ; les courbes de la dose moyenne longitudinale sur un passage avec et sans à-coups permet de voir que les erreurs d'application ont été supprimées. Ces erreurs sont initialement incluses dans l'intervalle acceptable de  $\pm 10\%$  sauf dans les zones supposées d'obstacles.

L'approche de correction proposée permet de réduire les erreurs d'application dans tous les cas du relief à l'intervalle admissible de  $\pm 10\%$ . Le nombre de particules prises en compte dans la fonction coût n'améliore pas l'uniformité au-delà de 6. Ainsi, les temps de calcul des consignes sont adaptés à l'objectif fixé de commande en temps réel. En présence de changements d'attitude de haute fréquence du tracteur, la dose est ondulée mais reste dans l'intervalle admissible sauf dans des zones expliquées par des à-coups. Par conséquent, la correction de ces erreurs sur un terrain plat n'est pas nécessaire, mais sur le relief elles doivent être prises en compte, ce qui exige des actionneurs de haute dynamique.

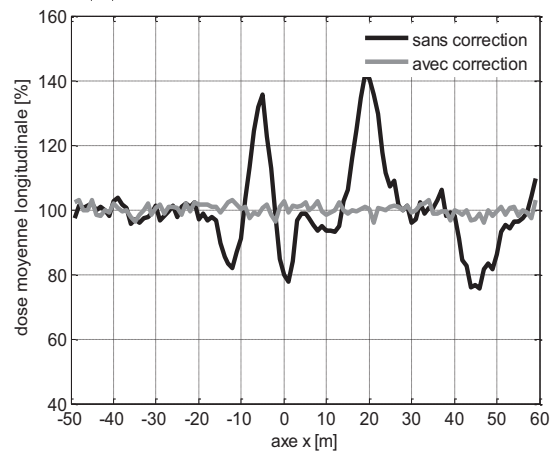


(a) Nappe globale sans correction.

(b) Nappe globale avec correction.



(c) Dose moyenne longitudinale calculée sur le passage 2.



(d) Dose moyenne longitudinale calculée sur le passage 3.

Figure 4.15 – Résultat d'épandage avec et sans correction sur une parcelle théorique mais avec des signaux réels de vibration.

## 4.4 Conclusion

L'objectif de ce chapitre est de développer un modèle de commande du dispositif de correction des erreurs d'application basé sur l'inclinaison des disques. Un simple ajustement de l'orientation des disques par rapport au plan moyen de la surface d'épandage de façon à ce que l'écart d'inclinaison soit nul est incorrect ; la consigne de correction générée étant plus grande que la consigne qui permet d'appliquer la meilleure correction des erreurs d'application. Pour cette raison, il faut tenir compte de tous les paramètres d'épandage pour déduire une consigne donnant l'orientation optimale des disques par rapport à la surface d'épandage, et ainsi appliquer une correction optimale. C'est le rôle du modèle inverse qui est difficile à établir dans le cadre de cette étude. A la place, les consignes de commande sont déduites de la résolution d'un problème d'optimisation.

La fonction coût est établie en ayant pour objectif de minimiser à chaque point de la trajectoire et pour chaque disque, les écarts de portée de toutes les particules

de la nappe statique sur le relief par rapport à la portée à plat. Cette formulation est simplifiée en démontrant qu'il est possible de subdiviser en secteurs angulaires la nappe statique, et en ne prenant en compte qu'une particule par secteur dont la portée est pondérée par un coefficient. Ce dernier est déduit à partir de la distribution angulaire des engrais et permet de refléter, dans la fonction coût, les poids de déformation des différentes zones de la nappe.

La résolution du problème d'optimisation sous contraintes d'inégalité se base sur l'exploitation des conditions d'optimalité de *Karush-Kuhn-Tucker* et un algorithme dit de "contraintes actives" qui permet de passer à des contraintes d'égalité. Par ailleurs, une expression analytique est donnée à la fonction coût grâce à son ajustement par une fonction polynomiale.

D'après les tests de correction conduits dans les cas d'études pédagogiques de rupture de pente et de rupture de devers, un nombre minimal de trois secteurs angulaires doit être utilisé pour assurer une bonne uniformité de la nappe, et qu'au-delà de six, il n'y a plus d'amélioration. Ces conclusions sur le nombre de secteurs angulaires sont vérifiées dans le cas du relief quelconque. Afin d'avoir des signaux de correction en marche d'escalier, il est nécessaire que la vitesse maximale permise par les actionneurs soit grande, ce qui implique un domaine admissible plus large pour les solutions. Ainsi, dans tous les cas étudiés, les erreurs d'application sont réduites à l'intervalle acceptable de  $\pm 10\%$ . Alors que le temps de calcul des consignes pouvait être quatre fois supérieur au temps admissible, il y a une marge d'amélioration possible en transposant les codes développés dans un langage compilé de bas niveau et en augmentant les performances du processeur.

L'aptitude de l'approche par inclinaison des disques à corriger les erreurs d'application est testée dans des conditions de terrain donnant lieu à des changements d'attitude de haute fréquence du tracteur. Pour cela, les signaux de roulis et de tangage d'un tracteur sur une parcelle plane sont acquis avec une centrale inertielle puis traités par le filtre de Kalman, et injectés ensuite dans le modèle de simulation. Ainsi, la dose obtenue possède une répartition ondulée au milieu des passages mais les erreurs d'application engendrées restent dans l'intervalle acceptable sauf dans certaines zones expliquées par des à-coups. Du fait de la grande variation de l'attitude du tracteur entre deux points successifs de la trajectoire, des actionneurs de haute dynamique sont requis. En supposant cela possible et en appliquant l'approche de correction sans poser de contraintes, les erreurs d'application reviennent à leur niveau sur un terrain plat. Ces résultats montrent qu'il n'est pas nécessaire d'utiliser un dispositif de contrôle pour ce genre de perturbation sur un terrain plat. Sur le relief, si les changements d'attitude du tracteur dus à l'état de surface s'ajoutent, il devient indispensable de prendre en compte le besoin d'actionneurs de haute dynamique dans le dimensionnement des dispositifs de correction basés sur la variation de l'inclinaison des disques.

## 4.5 Synthèse

### Points développés :

- Un problème d'optimisation est formulé où l'objectif est la minimisation des écarts quadratiques de portée des particules sur le relief.
- La fonction coût est simplifiée en tenant compte de la portée d'une particule par secteur angulaire de la nappe statique, et d'un coefficient de pondération calculé à partir de la distribution angulaire des particules en sortie de disque.
- Les variables d'optimisation (tilt et aplomb) sont bornées pour tenir compte des limites mécaniques et dynamiques des actionneurs.
- La fonction coût est ajustée par une fonction polynomiale, ainsi son expression analytique est utilisée pour vérifier les conditions d'optimalité de *Karush-Khun-Tucker*.
- L'algorithme des contraintes actives est utilisé où la recherche de l'optimum se fait au voisinage de la solution au point précédent de la trajectoire.

### Résultats principaux

- La correction permet de réduire les erreurs d'application dans tous les cas à l'intervalle admissible de  $\pm 10\%$ .
- Aucune amélioration de la correction n'est obtenue avec un nombre de particules prises en compte supérieur à 6.
- Les erreurs d'application en présence de changements d'attitude de haute fréquence du tracteur reviennent au niveau de celles obtenues sur un terrain plat, même dans les zones de fortes perturbations expliquées par des à-coups.

### Conclusions marquantes

- Dans le cas de MNT fortement irréguliers, des actionneurs de haute dynamique sont nécessaires.
- L'approche de correction par inclinaison des disques est efficace en présence du relief, même quand l'état de surface est accidenté.
- Les temps de calculs des consignes de commande sont proches de ceux nécessaires pour une utilisation en temps réel du système, tandis que la marge d'amélioration des algorithmes et du matériel informatique utilisés est grande.

# Conclusion générale

La thématique traitée dans cette thèse représente un intérêt pour le procédé d'épandage centrifuge des engrais minéraux. Ce procédé est l'objet d'une automatisation croissante qui permet non seulement un gain de temps mais également de précision dans la répartition de la dose d'engrais. En effet, avec l'apparition des normes qui encadrent l'épandage des engrais et plus globalement l'étape de fertilisation de l'itinéraire technique agricole, les constructeurs sont tenus de garantir une qualité de la nappe globale d'épandage caractérisée par un faible coefficient de variation CV, et ce quelles que soient les conditions rencontrées sur le terrain. Pour atteindre cet objectif, les épandeurs modernes embarquent des dispositifs actifs de commande destinés à adapter l'épandage aux perturbations dont une connaissance en temps réel peut être acquise grâce à des capteurs. Cette tendance affecte également les autres étapes de l'itinéraire technique et s'inscrit dans le cadre de l'agriculture de précision. Celle-ci représente, selon plusieurs études, la solution au problème de la croissance d'un besoin alimentaire à l'échelle mondiale qui doit être satisfait, sans pour autant compromettre la durabilité de l'activité agricole par des pratiques intensives dont la fertilisation non maîtrisée est l'une des facettes.

La performance des épandeurs centrifuges étant largement évaluée dans des halls de mesure avec des bancs statiques sur des terrains plats, soulève des interrogations quant à leur aptitude à maintenir une qualité d'épandage constante en présence du relief. Le peu d'études à ce sujet a montré dans des cas simples de pente et de devers, que la répartition transversale de la nappe statique est déformée, mais aucune évaluation des amplitudes des erreurs d'application dans la nappe globale n'est donnée. De même, les constructeurs se contentent de garantir le non déplacement du point de chute des engrais sur le disque sans qu'il soit démontré que cela est suffisant. Par conséquent, le risque de perturbation du recouvrement des nappes statiques non seulement dans le cas de reliefs réguliers, mais aussi de reliefs irréguliers, doit être pris en compte, et une correction adaptée doit être apportée si nécessaire pour éviter que des erreurs d'application de type surdosage ou sous-dosage aient lieu. C'est l'objectif fixé dans cette thèse à travers le développement de systèmes actifs d'épandage prenant en compte la dynamique du tracteur et le relief du terrain. Dans cette perspective, il a d'abord été nécessaire de développer un modèle de simulation qui tient compte des variations d'attitude du tracteur et de leurs impacts sur les vols balistiques des particules. Ensuite, des simulations ont été conduites dans des cas variés pour évaluer et expliquer les défauts d'uniformité possibles dans la nappe globale. Enfin, en se basant sur les résultats obtenus, les corrections possibles ont été déduites, et le concept d'un dispositif de contrôle actif a pu être mis au point.

Ce dispositif permet grâce à des consignes pouvant être calculées en temps réel, de garantir l'aptitude de l'épandeur à réaliser une distribution uniforme des engrais en présence du relief.

Le modèle de simulation se base sur une approche hybride qui permet de faire abstraction de la dynamique des particules sur le disque tout en la prenant en compte grâce à des distributions mesurées de certains paramètres. Ainsi, seul intervient un modèle des vols balistiques des particules dont la connaissance des conditions initiales de vitesse et de position est nécessaire. Ces dernières peuvent être obtenues indirectement grâce à la mesure dans un repère lié au disque, puis mises à jour grâce à une matrice de passage qui permet d'avoir leur expression dans un repère global lié au terrain. Les coefficients de la matrice de passage sont en fonction des coordonnées cartésiennes du tracteur dans le champ et de ses angles de roulis, tangage et lacet. Lorsque ces derniers sont fournis par une mesure dans le champ, la simulation permet également de rendre compte des phénomènes de changement d'attitude de haute fréquence du tracteur, dus à l'état de surface. En raison de l'absence d'un capteur pouvant donner directement une estimation des angles utilisés, un modèle d'acquisition a été mis en place utilisant le filtre de Kalman linéaire qui permet de fusionner les données d'un gyroscope et d'un accéléromètre.

La discrétisation de la trajectoire du tracteur dans le modèle permet de rendre compte de la réalité de l'épandage qui s'effectue par des salves successives. Néanmoins, des hypothèses sont prises en compte comme l'épandage avec une dose constante, le suivi de trajectoires rigoureusement parallèles, et le non déplacement du point de chute des particules. Ces hypothèses sont pertinentes étant donné que des dispositifs de correction très efficaces comme le DPA et les systèmes de guidage automatique sont devenus des standards usuels, et que plusieurs constructeurs garantissent par leur conception des distributeurs que le point de chute ne varie pas au cours de l'épandage. D'autres hypothèses sont prises en rapport avec la morphologie des particules. Cela permet d'utiliser le modèle balistique simple qui implique uniquement la gravité et la force de traînée, et de faire des tirages aléatoires des particules suivant les mêmes distributions malgré les changements d'attitude du tracteur. Ces hypothèses sont validées grâce à la forte corrélation entre les nappes statiques mesurées et simulées dans différentes configurations. Par ailleurs, les tests de corrélation effectués permettent d'obtenir des ordres de grandeur des données d'entrée du modèle qui sont utilisées pour réaliser les simulations dynamiques d'épandage en présence du relief.

Avant l'exploitation du modèle dans la simulation, une étude est réalisée dans un premier temps dans l'objectif de s'assurer que la nappe globale obtenue sur un terrain plat est uniforme. Ceci afin d'éviter que les erreurs d'application en présence du relief ne soient altérées par d'autres perturbations comme un recouvrement à une largeur de travail non optimale. Ainsi, un jeu de paramètres est déduit permettant de réaliser avec trois formes classiques des nappes statiques (triangulaire, trapézoïdale et en forme de cloche), une nappe globale uniforme à plat. Celle-ci est caractérisée par la présence de la même dose dans un intervalle de  $\pm 10\%$ , en toute zone en plein champ. Cet intervalle est alors considéré comme admissible pour les erreurs d'application, et la même caractérisation de l'uniformité est conservée pour pouvoir comparer quantitativement les cartes d'application obtenues. Dans un deuxième

temps, les simulations sont réalisées en utilisant des MNT générés par ordinateur de telle sorte qu'ils soient représentatifs des terrains dans la réalité. Le cas de terrains irréguliers est pris en compte en considérant que le raccordement entre une surface plane et inclinée est caractérisé par un rayon de courbure d'une longueur donnée.

En fonction des cas de relief considérés, les erreurs d'application mises en exergue grâce aux simulations varient en amplitude et en localisation. En effet, elles apparaissent sous la forme d'un pic et d'un creux de la dose le long de la trajectoire, ou bien sous la forme de bandes avec un surdosage ou un sous-dosage dans les interpassages du tracteur. Bien que la variation de la portée des particules due à l'écart d'inclinaison entre le tracteur et la surface d'épandage, ou à la gravité, soit la cause commune de toutes les erreurs d'application, ses effets sur les nappes statiques varient, ce qui explique les différences observées. En effet, la nappe statique peut d'une part subir une réduction de sa portée moyenne comme c'est le cas avec la rupture de pente, ou bien avoir sa répartition transversale déformée d'un seul côté ou des deux comme c'est le cas avec la rupture de versants. La distribution angulaire des nappes statiques reste quant à elle inchangée étant donné que la portée des particules est toujours modifiée dans la même direction du vol balistique. La gravité joue un rôle car selon la direction de la modification de la trajectoire du vol balistique, elle peut être une force "motrice" ou bien "résistante", ce qui explique que de plus grandes amplitudes des erreurs d'application sont obtenues avec des inclinaisons du terrain de signe positif. Par ailleurs, comme seule la gravité est responsable de la modification de la portée des particules dans le cas des reliefs réguliers, les erreurs d'application dans ce cas restent incluses dans l'intervalle admissible, contrairement au cas des reliefs irréguliers où elles atteignent jusqu'à  $\pm 40\%$ . Ces amplitudes sont déduites de cas théoriques avec un état de surface parfait. L'impact d'un état de surface accidenté est évalué en faisant une acquisition des changements d'attitude du tracteur sur une parcelle plane à l'aide d'une centrale inertielle et d'un modèle de fusion de ses données. L'injection des signaux de changement d'attitude du tracteur dans une simulation en plein champ avec des trajectoires rigoureusement parallèles, montre qu'une répartition ondulée de la dose a lieu le long des passages. Cependant, aucun écart important n'a lieu sauf à certaines zones très localisées qui peuvent s'expliquer par des à-coups provoqués par des obstacles sur le terrain. Dans ces zones, un surdosage peut atteindre  $+40\%$  mais ailleurs les erreurs d'application restent incluses dans l'intervalle admissible.

Les résultats précédents prouvent d'une part qu'il est indispensable de corriger les erreurs d'application, en particulier sur les reliefs irréguliers, et d'autre part qu'il est nécessaire de cibler les zones à corriger en fonction de la situation rencontrée. D'après ce dernier critère, la modulation du débit bien que prouvée très efficace, elle n'est pas développé davantage au profit d'une autre stratégie plus générale. En effet, la variation du débit a plus d'effet sur la zone de plus grande concentration d'engrais de la nappe statique, soit à l'arrière du tracteur et au centre de son passage. Il s'ajoute à cette limitation le besoin de prédire en amont des passages du tracteur la répartition longitudinale de la dose. Une alternative à cette approche consiste à effectuer une commande de telle sorte que la juste dose soit appliquée directement au bon endroit, au lieu de compenser les erreurs d'application. Pour cela, il est nécessaire de modifier les conditions initiales des vols balistiques pour que les particules aient la même



portée qu'à plat, chose qui est possible en modifiant l'inclinaison des disques. De plus, en introduisant deux degrés de liberté (tilt et aplomb) pour chacun des deux disques, ces derniers acquièrent un espace de travail sphérique qui permet de cibler les zones qui exigent une correction. Par ailleurs, le fait qu'aucune connaissance préalable de la distribution de la dose ne soit requise rend cette approche de correction adaptée à l'objectif fixé de calcul en temps réel des consignes de commande, c'est la raison pour laquelle elle est retenue.

Le modèle de simulation qui joue le rôle du modèle direct permettant de prédire la nappe statique sur le relief en fonction des différents paramètres de l'épandage dont les angles d'inclinaison des disques, est un modèle difficilement inversible à cause des calculs numériques qui y interviennent. Par conséquent, le modèle de commande établi utilise une technique d'optimisation visant à minimiser les erreurs de portée des particules en sachant que cela permet de revenir à la forme de la nappe statique à plat. Comme la déformation de l'arc formé par les particules moyennes est représentative de la déformation de la nappe statique, seules ces particules sont prises en compte. Par ailleurs, un découpage est réalisé de cet arc en un nombre limité de secteurs angulaires. Chacun d'eux est pris en compte sous la forme de la portée d'une seule particule (car les variations de l'altitude du relief ne sont jamais brutales) et d'un coefficient de pondération. Ce dernier est calculé comme la probabilité qu'une particule soit comprise dans un secteur angulaire donné, et il est déduit de la fonction de densité de la distribution angulaire des particules en sortie de disque. Les coefficients de pondération permettent d'avoir un poids différent des secteurs angulaires dans l'optimisation, et ainsi les zones à corriger sont ciblées. Enfin, la fonction coût est établie sous la forme de la somme pondérée des écarts quadratiques de la portée des particules prises en compte. Afin de tenir compte des limites mécaniques et dynamiques des actionneurs, les angles de tilt et d'aplomb qui forment la variable d'optimisation sont bornés ainsi que leurs dérivées temporelles. Le problème d'optimisation sous contraintes est résolu en utilisant la méthode des contraintes actives et en exploitant les conditions de *Karush-Khun-Tucker*. Dans les calculs, une expression analytique de la fonction coût est utilisée grâce à son ajustement par une fonction polynomiale. Les coefficients de cette dernière sont obtenus par la méthode des moindres carrés appliquée à partir de quelques points autour de l'optimum dans la position précédente de la trajectoire.

Les simulations réalisées avec le modèle de correction implémenté montrent qu'un nombre de trois secteurs angulaires est minimal pour assurer une bonne uniformité de la nappe, et qu'au-delà de six, les améliorations apportées sont inférieures à la variation de la dose à cause de l'aspect stochastique de l'épandage. Les erreurs d'application sont réduites à l'intervalle acceptable de  $\pm 10\%$  aussi bien dans les cas pédagogiques avec une inclinaison du relief dans une seule direction, que dans le cas quelconque. Dans ce dernier, la vitesse permise par les actionneurs doit être grande, ce qui entraîne un domaine admissible plus large pour les solutions, ceci afin d'éviter que les signaux de correction soient en marches d'escalier. Le besoin d'actionneurs de haute dynamique est en particulier indispensable en présence des changements d'attitude de haute fréquence du tracteur. Dans ce genre de conditions, les écarts entre les solutions optimales sont grands. Ceci implique de définir des domaines admissibles très larges pour la variable d'optimisation, qui peuvent par conséquent

rendre les contraintes imposées inutiles. En faisant l'hypothèse qu'aucune contrainte n'est imposée et en recherchant le minimum de la fonction coût par la force brute, les erreurs d'application reviennent au même niveau que celles sur un terrain plat. Ainsi, l'efficacité de l'approche de correction par inclinaison des disques est prouvée malgré des conditions d'épandage sur un terrain accidenté.

### Les perspectives

L'étude réalisée dans cette thèse a pour ambition de permettre un transfert technologique rapide. Bien que les parcelles non planes soient beaucoup moins fréquentes que celles avec des singularités géométriques, elles donnent lieu à des erreurs d'application d'une gravité significative, ce qui représente un besoin non superflu pour certains agriculteurs. Cela est susceptible de motiver le développement par les constructeurs de systèmes de correction dédiés à ces perturbations.

Malgré sa non généralité, la première stratégie de contrôle basée sur la modulation du débit peut répondre à des besoins spécifiques, et elle a l'avantage de pouvoir s'intégrer facilement aux épandeurs commercialisés étant donné la présence préalable de ce type de dispositifs. Le besoin de prédire à l'avance les erreurs d'application pourrait être géré en implémentant une stratégie d'épandage en trois temps : effectuer un premier passage sans épandage où le MNT et les changements d'attitude du tracteur sont acquis, puis calculer la carte d'application et les consignes, et enfin effectuer un deuxième passage avec épandage contrôlé. Cela requière néanmoins de suivre avec grande précision la même trajectoire, chose qui est permise aujourd'hui grâce aux systèmes de guidage automatique.

La stratégie de contrôle avec inclinaison des disques possède quant à elle un fonctionnement qui lui permet une grande flexibilité dans l'adaptation avec les situations nouvelles. Pour pouvoir s'appliquer en temps réel, un matériel informatique performant doit être utilisé. Il est également possible de paralléliser certains calculs comme les vols balistiques des particules qui sont indépendants, afin de gagner en rapidité. Pour un fonctionnement précis et sans réglages, il est possible de tirer profit des développements actuels dans le domaine des capteurs embarqués de mesure des caractéristiques morphologiques des particules et de leurs distributions angulaires en sortie de disque. Par ailleurs, une efficacité optimale en plein champ dépend de la présence d'un guidage automatique du tracteur. En limite et en bordure de champ, il est inconcevable que les dispositifs de contrôle fonctionnent indépendamment. Par conséquent, il peut être nécessaire de formuler un problème d'optimisation multi-objectif, ou bien, lorsque le calcul des consignes n'est plus possible en temps réel, de mettre en place une base de connaissance. Celle-ci peut à titre d'exemple contenir un ensemble de règles qu'un contrôleur flou utilise en fonction de leurs niveaux d'activation pour générer les consignes de commande. Ces règles peuvent être optimales et calculées en avance chez les constructeurs par des algorithmes comme les réseaux de neurones artificiels. De ce point de vue-là, le système sera régi par un modèle d'apprentissage, ce qui est encore rare dans le domaine du machinisme agricole. Ce type d'approches a des chances de voir le jour étant donné qu'on se dirige vers l'autonomie de fonctionnement des épandeurs tandis qu'il est difficile de modéliser et prendre compte tous les phénomènes en jeu.

## Les contributions de l'auteur

Papiers dans des revues avec comité de lecture :

- Abbou-ou-cherif, E-M., Piron, E., Chateauneuf, A., Miclet, D., Lenain, R., Koko, J., 2017. On-the-field simulation of fertilizer spreading : Part2 – Uniformity investigation. *Computers and Electronics in Agriculture*, 141. doi : 10.1016/j.compag.2017.07.004.
- Abbou-ou-cherif, E-M., Piron, E., Chateauneuf, A., Miclet, D., Lenain, R., Koko, J., 2017. On-the-field simulation of fertilizer spreading : Part1 – Modeling. *Computers and Electronics in Agriculture*, 142. doi : 10.1016/j.compag.2017.09.006.

Communications dans des conférences internationales :

- Abbou-ou-cherif, E-M., Piron, E., Chateauneuf, A., Miclet, D., Lenain, R., Koko, J., 2016. Generalization approach of the simulation of fertilizer spread patterns to non-flat-fields. In : 4<sup>th</sup> CIGR-AgEng conference, Aarhus, Denmark.
- Abbou-ou-cherif, E-M., Piron, E., Chateauneuf, A., Miclet, D., Lenain, R., Koko, J., 2016. Impact of centrifugal spreaders tilt and side-tilt angles on fertilizer spreading : potential use as control variables. In : 5<sup>th</sup> International Conference on Machine Control and Guidance, Vichy, France.
- Abbou-ou-cherif, E-M., Piron, E., Chateauneuf, A., Miclet, D., 2017. Achieving uniform spread patterns on non-flat fields by the control of fertilizer spreading. In : (poster session) 1<sup>st</sup> Axema-EurAgEng Conference, Paris, France.

Brevets :

- Demande de brevet européen N° 10 2016 011 826 portant sur le contrôle du débit.
- Demande de brevet européen N° 10 2016 011 828 portant sur le contrôle de l'inclinaison des disques.

## Résolution des équations différentielles du vol balistique

La méthode itérative Runge-Kutta d'ordre 4 a été utilisée pour résoudre les équations différentielles du vol balistique. Elle permet d'obtenir des solutions approximatives qui dépendent du pas d'itération  $h$  qui doit être judicieusement choisi. La résolution se déroule en suivant les étapes ci-dessous.

On pose :

$$y = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} \text{ et } dy = \begin{bmatrix} V_x \\ V_y \\ V_z \end{bmatrix}$$

Les conditions initiales de ces vecteurs sont déduites par l'algorithme de mise à jour :

$$y_0 = \begin{bmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \end{bmatrix} \text{ et } dy_0 = \begin{bmatrix} V_{x0} \\ V_{y0} \\ V_{z0} \end{bmatrix}$$

Ainsi, on forme le système :

$$\begin{cases} \dot{y} = f(dy) = \begin{pmatrix} \frac{-\rho_a C_x S_p}{2m} \|\mathbf{V}\| V_x \\ \frac{-\rho_a C_x S_p}{2m} \|\mathbf{V}\| V_y \\ \frac{-\rho_a C_x S_p}{2m} \|\mathbf{V}\| V_z - g \end{pmatrix} \\ \dot{y} = g(y) = dy \end{cases}$$

La solution itérative  $y_{n+1}$  est obtenue en appliquant successivement ces deux équations :

$$\begin{cases} dy_{n+1} = dy_n + \frac{h}{6} (k_1^0 + 2k_2^0 + 2k_3^0 + k_4^0) \\ y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} (k_1^1 + 2k_2^1 + 2k_3^1 + k_4^1) \end{cases}$$

$$\text{avec } \begin{cases} k_1^0 = f(dy_n) \\ k_2^0 = f\left(dy_n + \frac{h}{2}k_1^0\right) \\ k_3^0 = f\left(dy_n + \frac{h}{2}k_2^0\right) \\ k_4^0 = f\left(dy_n + hk_3^0\right) \end{cases} \text{ et } \begin{cases} k_1^1 = g(y_n) \\ k_2^1 = g\left(y_n + \frac{h}{2}k_1^1\right) \\ k_3^1 = g\left(y_n + \frac{h}{2}k_2^1\right) \\ k_4^1 = g\left(y_n + hk_3^1\right) \end{cases}$$

L'ensemble des solutions  $y_n$  obtenues aux instants  $t_i = n \times h$  forment la courbe balistique dont l'intersection avec le MNT permet d'avoir le point d'atterrissage d'une particule. Sur un terrain plat, la portée d'une particule de coordonnées  $(x, y)$  est donnée par  $\sqrt{x^2 + y^2}$ . La précision de cette portée dépend du pas de temps  $h$  utilisé. La figure A.1 montre l'exemple de l'évolution de la portée d'une particule en fonction du  $\log_{10}h$ . On peut observer qu'il y a une asymptote à la valeur de portée de -18,7 m pour des valeurs de  $\log_{10}h$  inférieures à -2,5. Ceci signifie d'une part que les équations différentielles convergent, et d'autre part qu'un pas  $h = 10^{-2,5} = 0,0032$  s est suffisant pour réaliser des simulations.

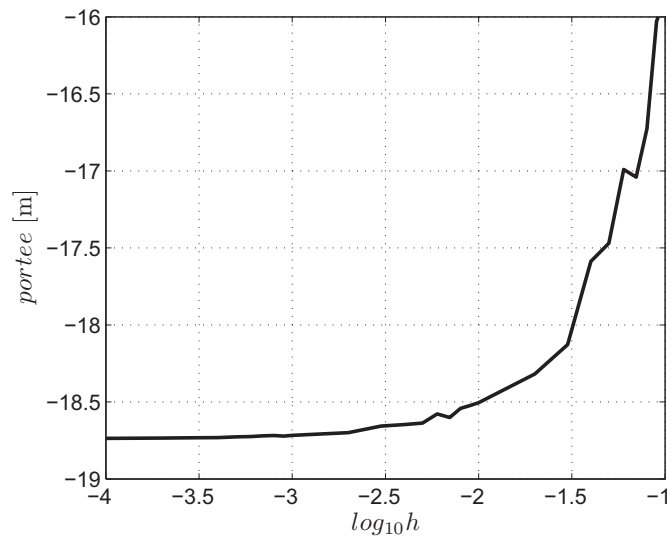


Figure A.1 – Exemple de convergence des équations différentielles d'un vol balistique pour un pas de temps  $h$  diminuant.

## Fonctions de densité des distributions utilisées

### Fonction de densité de la distribution angulaire horizontale

La fonction de densité donnant la distribution de la variable  $\theta_{dist}$  est définie par le produit de fonctions de densité de lois pseudo-normales. Par conséquent, la forme résultante de la distribution est une combinaison de deux courbes, celle de gauche est spécifiée par les paramètres  $(\mu_1, \sigma_1)$ , et celle de droite par les paramètres  $(\mu_2, \sigma_2)$ .

$$\forall \theta_{dist} \in \mathbb{R}, f : \theta_{dist} \rightarrow \frac{f_1(\theta_{dist})f_2(\theta_{dist})}{(\sigma_1 + \sigma_2)\sqrt{2\pi}}, \begin{cases} f_1 : \theta_{dist} \rightarrow \begin{cases} \exp\left(-\frac{(\theta_{dist} - \mu_1)^2}{2\sigma_1^2}\right) & , \theta_{dist} \leq \mu_1 \\ 1 & , \theta_{dist} > \mu_1 \end{cases} \\ f_2 : \theta_{dist} \rightarrow \begin{cases} \exp\left(-\frac{(\theta_{dist} - \mu_2)^2}{2\sigma_2^2}\right) & , \theta_{dist} \geq \mu_2 \\ 1 & , \theta_{dist} < \mu_2 \end{cases} \end{cases}$$

### Fonction de densité de la loi log-normale de la distribution du paramètre de taille des particules

Le paramètre de taille des particules retenu est le diamètre  $\phi_{dist}$  dont la distribution est donnée par la loi log-normale de densité  $f$  tel que :

$$\forall \phi_{dist} \in \mathbb{R}_+^*, f : \phi_{dist} \rightarrow \frac{1}{\phi_{dist}\sigma_{\ln}\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln \phi_{dist} - \mu_{\ln})^2}{2\sigma_{\ln}^2}\right)$$

Les paramètres  $(\mu_{\ln}, \sigma_{\ln})$  de  $\ln \phi_{dist}$  s'expriment en fonction des paramètres  $(\mu, \sigma)$  de la variable  $\phi_{dist}$  par les relations suivantes :

$$\mu_{\ln} = \ln\left(\frac{\mu^2}{\sqrt{\sigma^2 + \mu^2}}\right), \sigma_{\ln} = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{\sigma^2}{\mu^2}\right)}$$



## Résultats de corrélation entre nappes statiques mesurées et simulées

Les labels suivants concernent toutes les figures : Ligne noire, résultat de mesure ; Tirets gris, résultat de simulation ; a), distribution angulaire ; b), distribution radiale ; c), distribution transversale ; d), nappe mesurée ; e), nappe simulée.

**Cas de la corrélation avec une distribution angulaire changée à chaque configuration :**

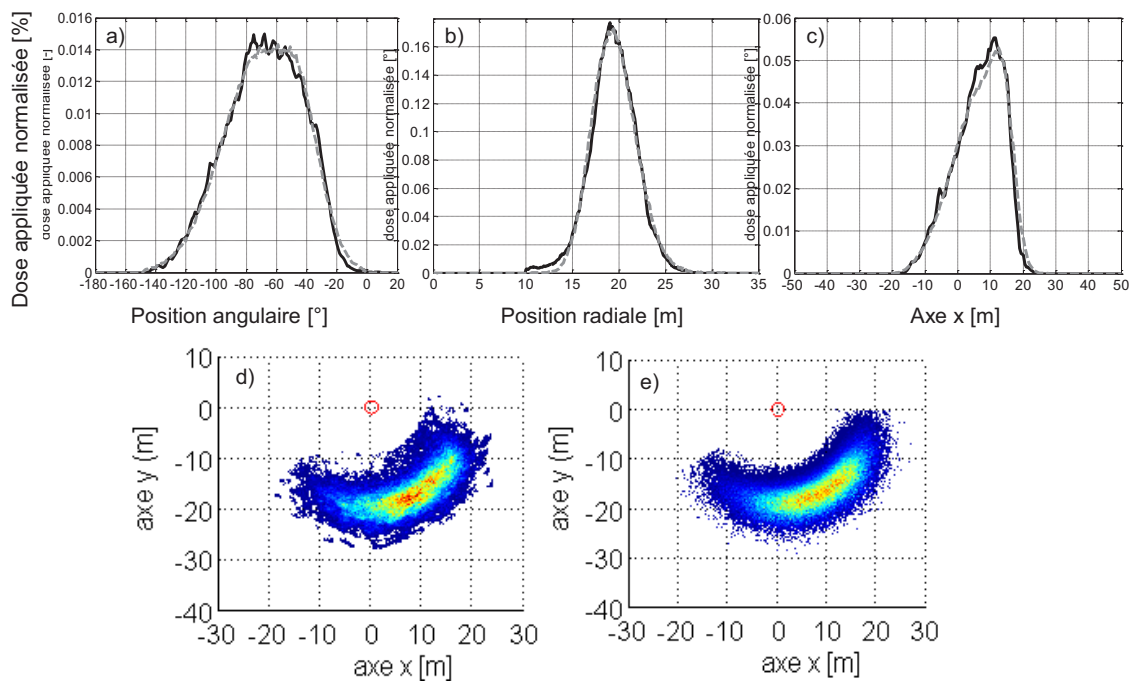


Figure C.1 – Configuration No.1 avec ( $\omega = 800$  tr/min,  $T = 0^\circ$ )



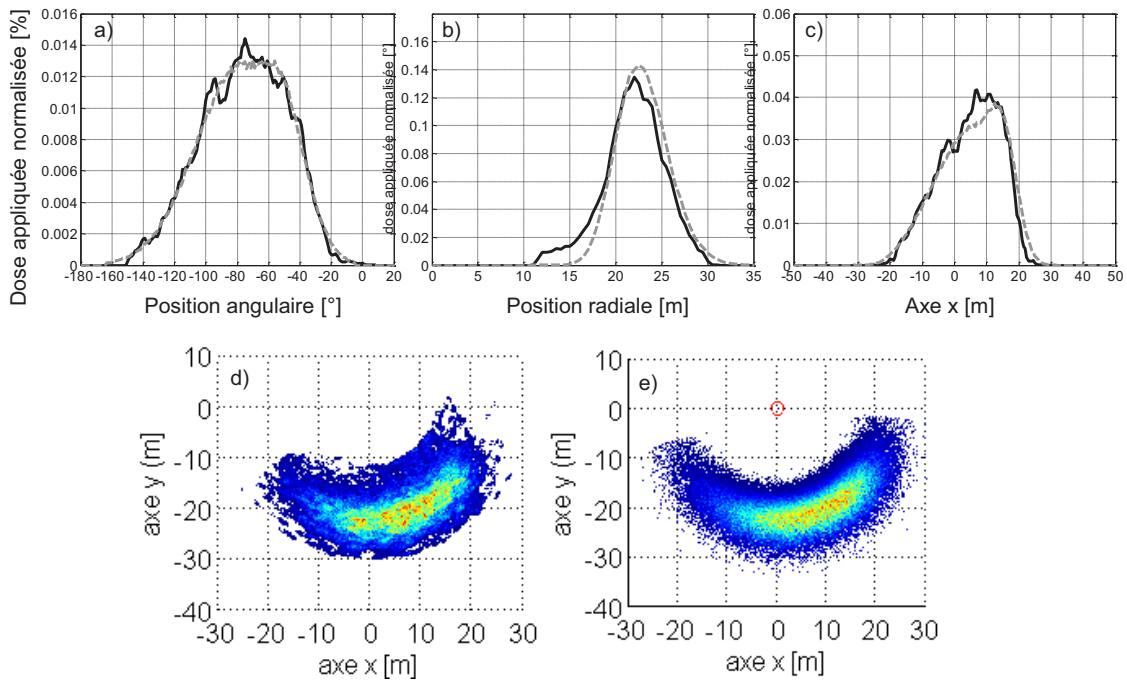


Figure C.2 – Configuration No.2 avec ( $\omega = 1000$  tr/min,  $T = 0^\circ$ )

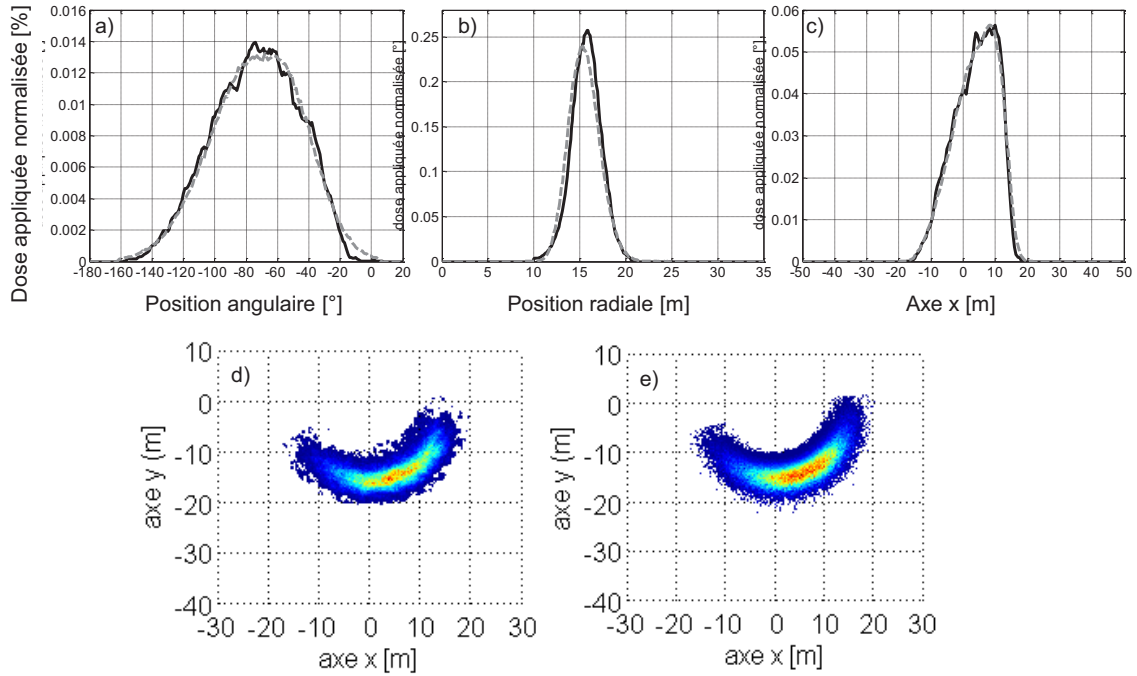


Figure C.3 – Configuration No.3 avec ( $\omega = 600$  tr/min,  $T = 0^\circ$ )

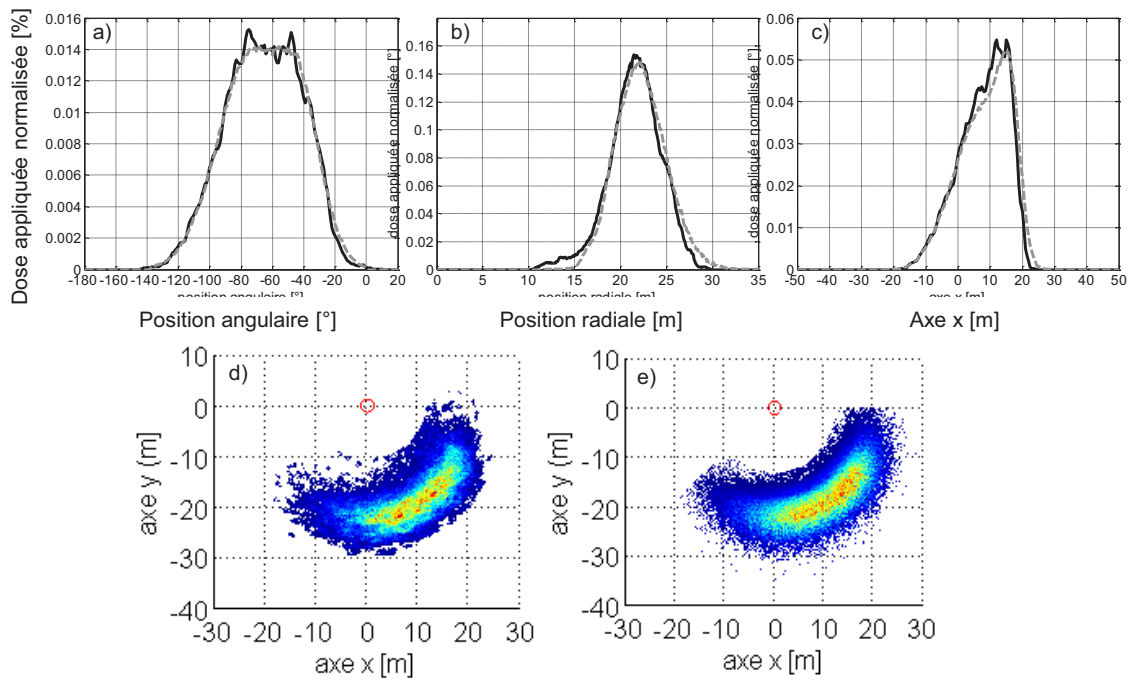


Figure C.4 – Configuration No.4 avec ( $\omega = 800$  tr/min,  $T = 5^\circ$ )

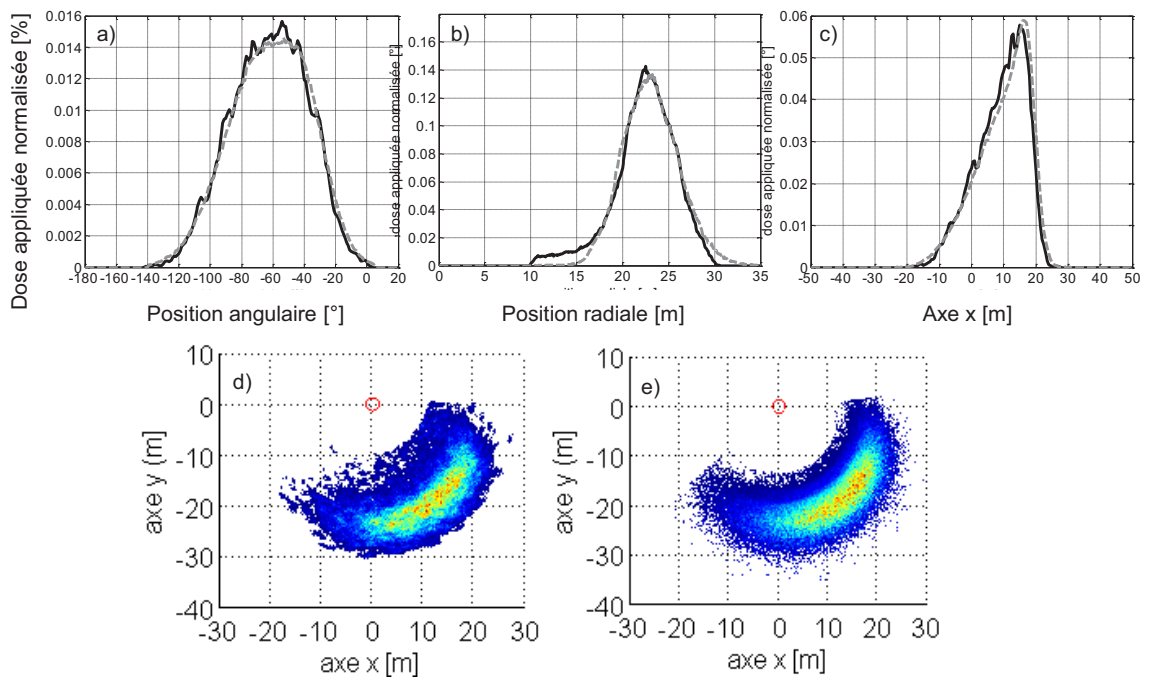


Figure C.5 – Configuration No.5 avec ( $\omega = 800$  tr/min,  $T = 10^\circ$ )

Cas de la corrélation avec une distribution angulaire invariante en simulation :

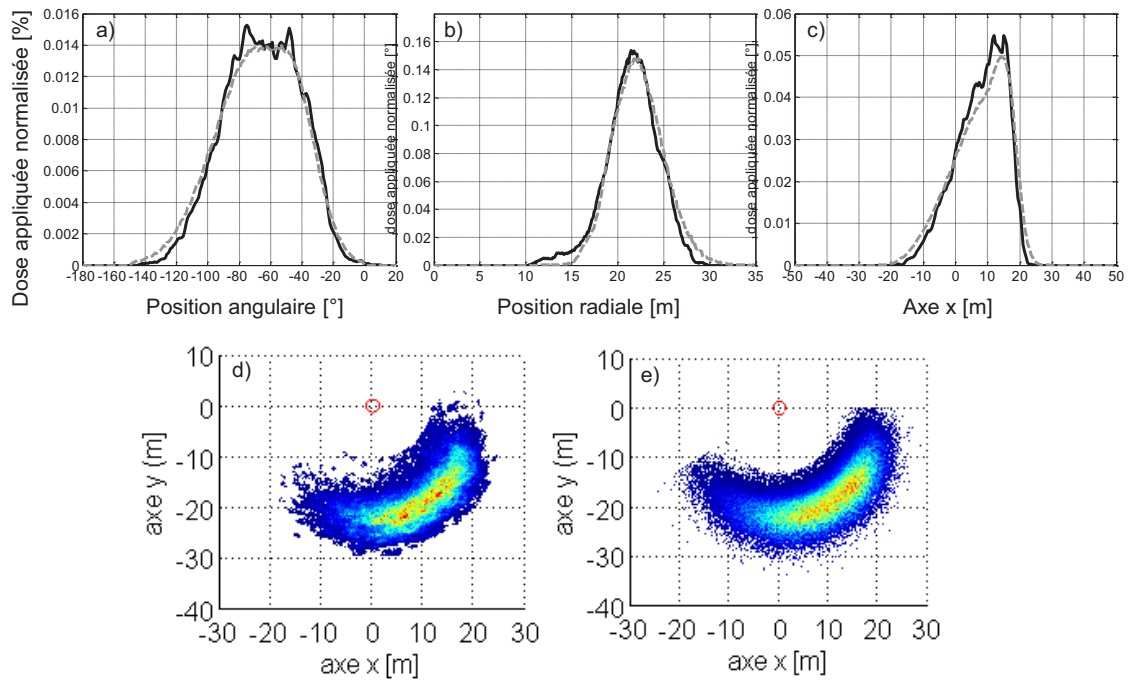


Figure C.6 – Configuration No.6 avec ( $\omega = 800$  tr/min,  $T = 5^\circ$ )

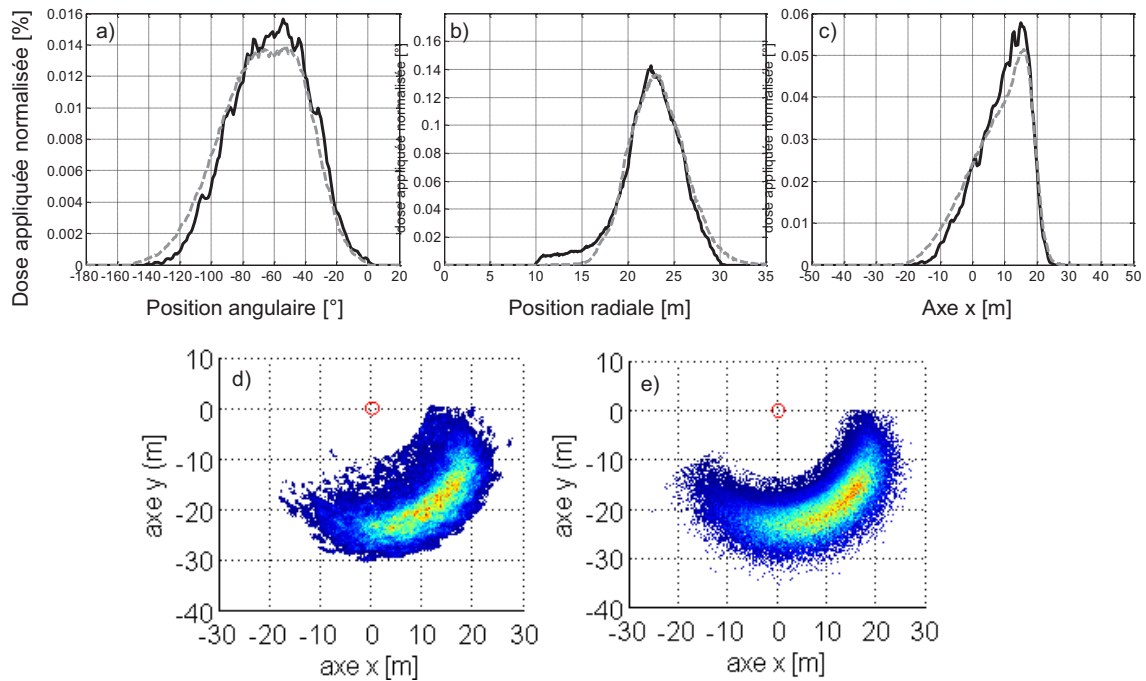


Figure C.7 – Configuration No.7 avec ( $\omega = 800$  tr/min,  $T = 10^\circ$ )

## Effet de la forme de la nappe statique sur les erreurs d'application

Les deux figures présentent les nappes globales obtenues sur un relief avec rupture de pente de  $10^\circ$  et un rayon de courbure de 100 m.

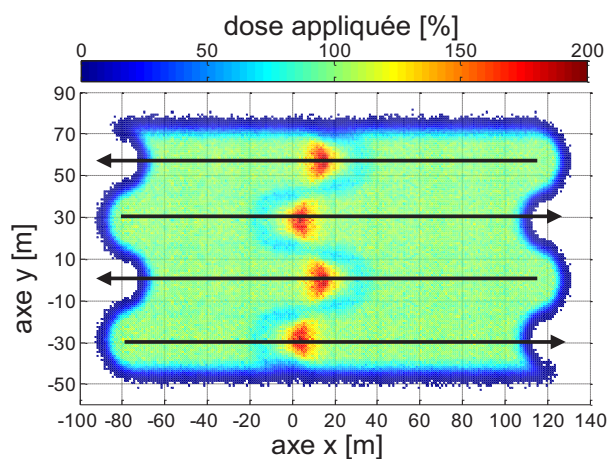


Figure D.1 – Une nappe statique de forme trapézoïdale est utilisée.

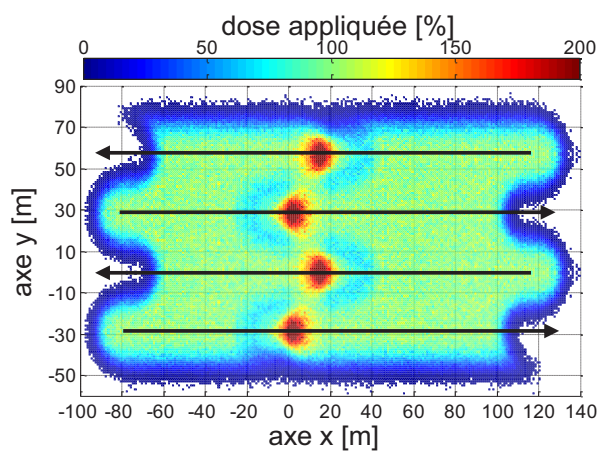


Figure D.2 – Une nappe statique de forme triangulaire est utilisée.



## Nappes d'épandage dans le cas de perturbations combinées du relief

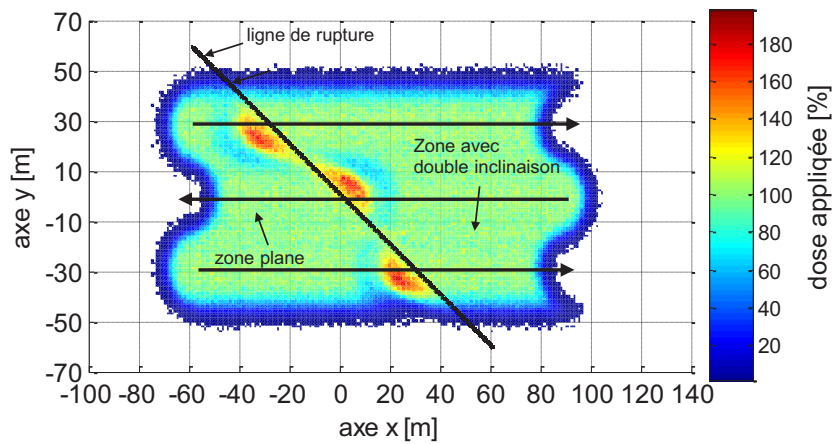


Figure E.1 – surface inclinée du MNT obtenue par  $Rot^Y(5^\circ)$  et  $Rot^X(5^\circ)$

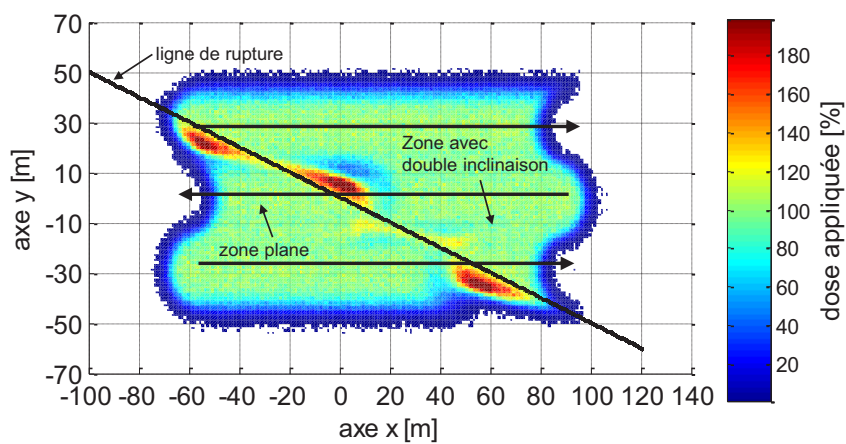


Figure E.2 – surface inclinée du MNT obtenue par  $Rot^Y(5^\circ)$  et  $Rot^X(10^\circ)$

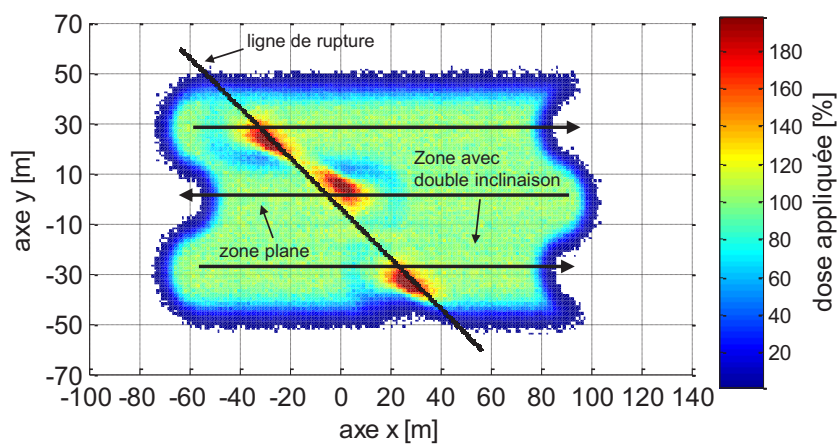


Figure E.3 – surface inclinée du MNT obtenue par  $Rot^Y(10^\circ)$  et  $Rot^X(10^\circ)$

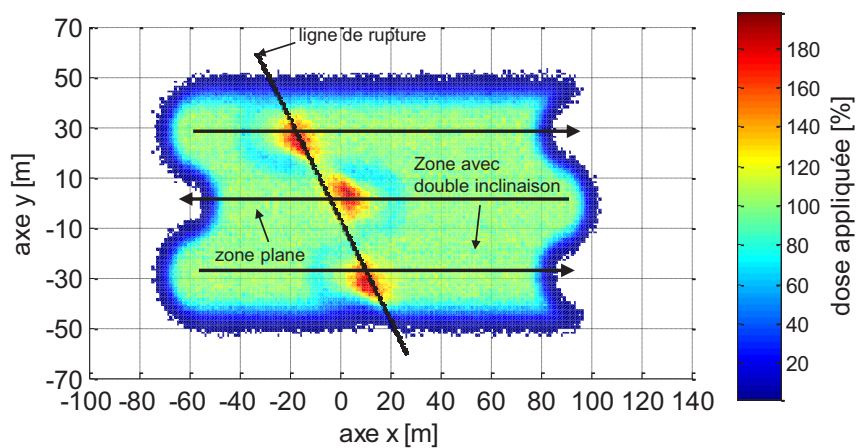


Figure E.4 – surface inclinée du MNT obtenue par  $Rot^Y(10^\circ)$  et  $Rot^X(5^\circ)$

## Ajustement de l'inclinaison des disques par rapport à la surface d'épandage

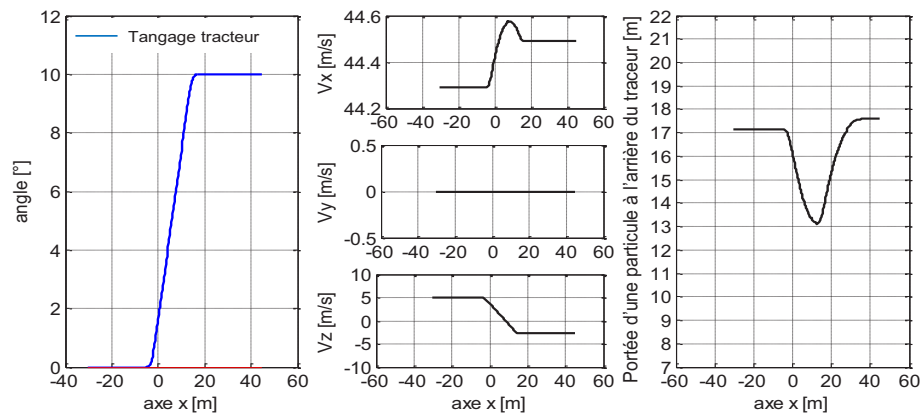


Figure F.1 – Vitesse et portée d'une particule moyenne dans le cas de la rupture de pente sans correction de tilt.

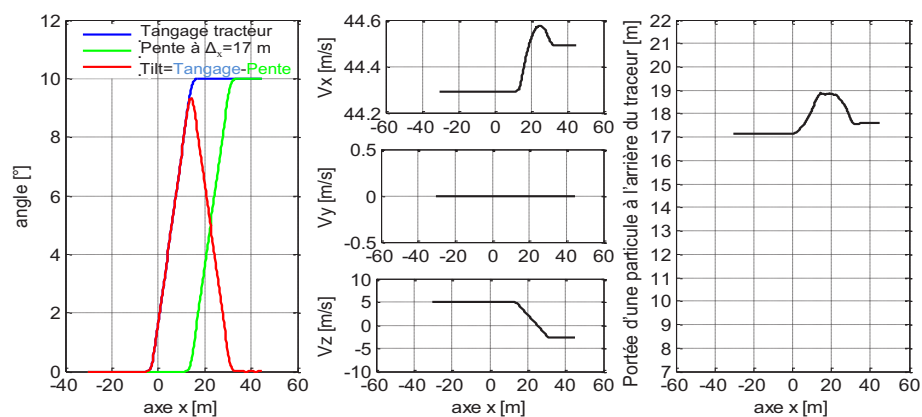


Figure F.2 – Vitesse et portée d'une particule moyenne dans le cas de la rupture de pente après correction de tilt en tenant compte d'une surface d'épandage située à 17 m de l'arrière du tracteur.



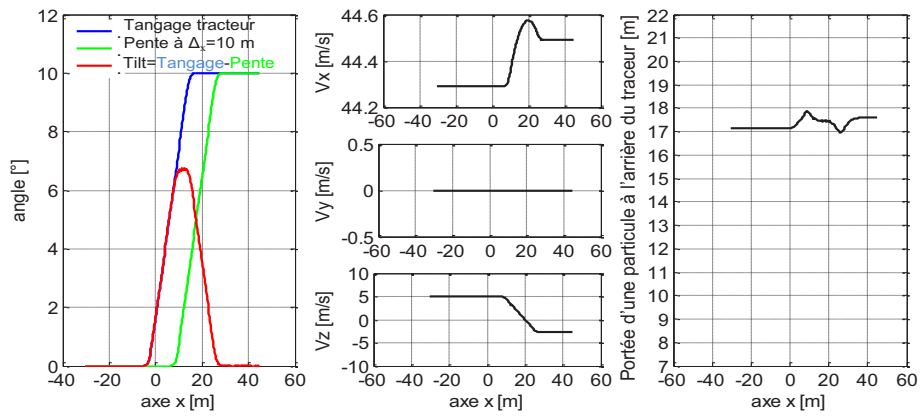
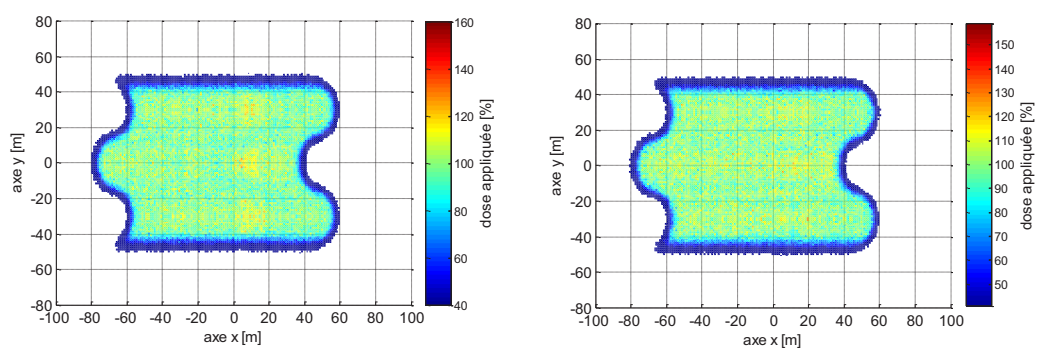


Figure F.3 – Vitesse et portée d'une particule moyenne dans le cas de la rupture de pente après correction de tilt en tenant compte d'une surface d'épandage située à 10 m de l'arrière du tracteur.

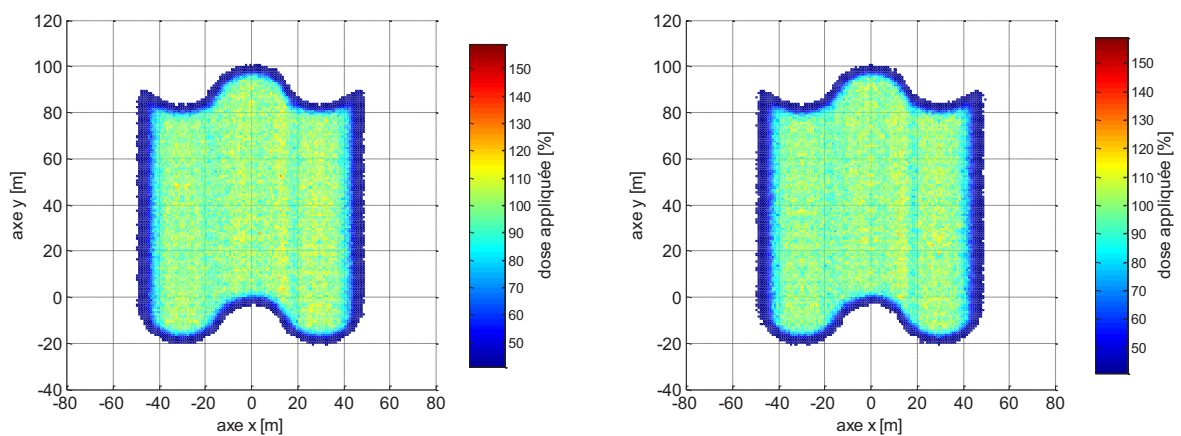
## Nappes globales après correction



(a)  $n = 2$  secteurs angulaires.

(b)  $n = 4$  secteurs angulaires.

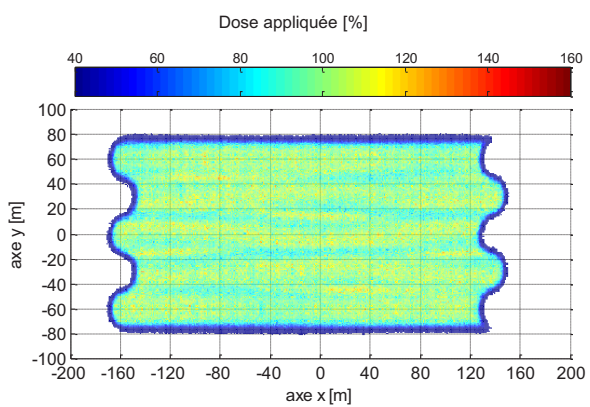
Figure G.1 – Nappes globales après correction dans le cas de la rupture de pente.



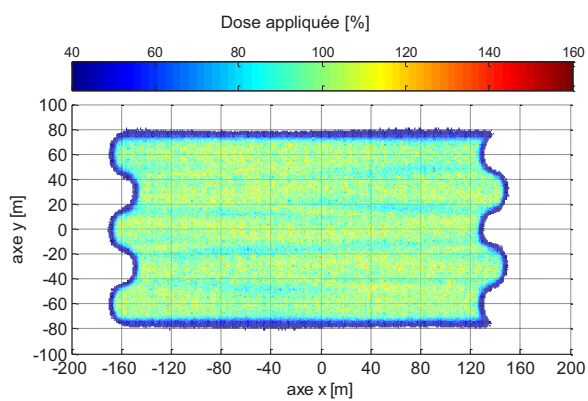
(a)  $n = 3$  secteurs angulaires.

(b)  $n = 6$  secteurs angulaires.

Figure G.2 – Nappes globales après correction dans le cas de la rupture de devers avec passage central du tracteur en  $x=0$ .



(a)  $n = 3$  secteurs angulaires.



(b)  $n = 6$  secteurs angulaires.

Figure G.3 – Nappes globales après correction dans le cas de MNT sinusoïdal.

# Bibliographie

- M. E. Bechmann, D. Berge, H. O. Eggestad, et S. M. Vandsemb. Phosphorus transfer from agricultural areas and its impact on the eutrophication of lakes – two long-term integrated studies from norway. *Journal of Hydrology*, 304(1-4) :238–250, 2005. doi : 10.1016/j.jhydrol.2004.07.032.
- R. B. Brinsfield et J. W. Hummel. Simulation of a new centrifugal distributor design. *Transactions of the ASAE*, 18(2) :213–220, 1975. doi : 10.13031/2013.36558.
- P.P. Brown et D.F. Lawler. Sphere drag and settling velocity revisited. *Journal of Environmental Engineering \_ ASCE*, 129(3) :222–231, 2003. doi : 10.1061/(ASCE)0733-9372(2003)129:3(222).
- D. Brunet, B.G. Barthes, J.L. Chotte, et C. Feller. Determination of carbon and nitrogen contents in alfisols, oxisols and ultisols from africa and brazil using nirs analysis : effects of sample grinding and set heterogeneity. *Geoderma*, 139 :106–117, 2007. doi : 10.1016/j.geoderma.2007.01.007.
- S.F. Chien. Settling velocity of irregularly shaped particles. *SPE Drilling and Completion*, 9(4), 1994. doi : 10.2118/26121-PA.
- C. J. Coetzee et S. G. Lombard. Discrete element method modelling of a centrifugal fertiliser spreader. *Biosystems Engineering*, 109(4) :308–325, 2011. doi : 10.1016/j.biosystemseng.2011.04.011.
- F. cointault et J. Vangeyte. Photographic imaging systems to measure fertiliser granule velocity during spreading. In *Proceedings of the International Fertilizer Society*, London, UK, 2005.
- Anne Colin. *Etude du procédé d'épandage centrifuge d'engrais minéraux [Study of mineral fertilizer centrifugal spreading]*. Thèse de doctorat, 1997.
- David J. Connor et M. Ines Minguez. Evolution not revolution of farming systems will best feed and green the world. *Global Food Security*, 1(2) :106 – 113, 2012. ISSN 2211-9124. doi : 10.1016/j.gfs.2012.10.004.
- R. Simon Cool, G. Jan Pieters, Dejan Seatovic, C. Koen Mertens, David Nuyttens, C. Tim Van De Gucht, et Jürgen Vangeyte. Development of a stereovision-based

- technique to measure the spread patterns of granular fertilizer spreaders. *Sensors*, 17(6), 2017. doi : 10.3390/s17061396.
- S. Cool, K. C Mertens, T. Van De Gucht, et J. Vangeyte. Determining the drag coefficient of fertilizer grains using stereovision. In *International Conference of Agriculture Engineering*, Zurich, Switzerland, 2014a.
- S. Cool, J. Pieters, K. C. Mertens, B. Hijazi, et J. Vangeyte. A simulation of the influence of spinning on the ballistic flight of spherical fertiliser grains. *Computers and Electronics in Agriculture*, 105 :121–131, 2014b. doi : 10.1016/j.compag.2014.04.014.
- Simon R. Cool, Jan G. Pieters, Joris Van Acker, Jan Van Den Bulcke, Koen C. Mertens, David R. E. Nuyttens, Tim C. Van De Gucht, et Jürgen Vangeyte. Determining the effect of wind on the ballistic flight of fertiliser particles. *Biosystems Engineering*, 151 :425–434, 2016. doi : 10.1016/j.biosystemseng.2016.10.011.
- CRAIG. Centre régional auvergnat de l’information géographique. <https://ids.craig.fr/geocat/srv/fre/catalog.search#/home>. Accédé le : 2016-03-29.
- F. M. Cunningham et E. Y. S. Chao. Design relationships for centrifugal fertiliser distributors. *Transactions of the ASAE*, 10(1) :91 – 95, 1967. doi : 10.13031/2013.39604.
- E. Dintwa, P. Van Liedekerke, R. Olieslagers, E. Tijskens, et H. Ramon. Model for simulation of particle flow on a centrifugal fertiliser spreader. *Biosystems Engineering*, 87(4) :407–415, 2004. doi : 10.1016/j.biosystemseng.2003.12.009.
- EN 13739-1. Matériel agricole - distributeurs d’engrais solides en nappe et centrifuges - protection de l’environnement - partie 1 : prescriptions. Technical report, European Committee for Standardization, 2003.
- EN 13739-2. Agricultural machinery – solid fertilizer broadcasters and full width distributors – environmental protection part2 : Test methods. Technical report, European Committee for Standardization, 2003.
- FAO. World fertilizer trends and outlook to 2020. Technical report, Food and agriculture organization of the united nations, <http://www.fao.org/3/a-i6895e.pdf>, 2017.
- Rao V. Garimella, Mikhail J. Shashkov, et Patrick M. Knupp. Triangular and quadrilateral surface mesh quality optimization using local parametrization. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 193(9-11) :913–928, 2004. doi : 10.1016/j.cma.2003.08.004.
- M.C.E. Grafton, D.A. Izquierdo, Ian J. Yule, Lia A. Willis, et M.J. Manning. The effect of field conditions on in-field spread patterns from twin disk spreaders. In *ASABE Annual International Meeting*, New Orleans Marriott, Louisiana, USA, 2015. doi : 10.13031/aim.20152189348.

- T. E. Grift. Spread pattern analysis tool (spat) : I development and theoretical examples. *Transactions of the American Society of Agricultural Engineers*, 43(6) : 1341–1350, 2000a. doi : 10.13031/2013.3031.
- T. E. Grift et J. W. Hofstee. Measurement of velocity and diameter of individual fertilizer particles by an optical method. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 66(3) :235–238, 1997. doi : 10.1006/jaer.1996.0129.
- T. E. Grift, J. T. Walker, et J. W. Hofstee. Aerodynamic properties of individual fertiliser particles. *Transactions of the ASAE*, 40(1) :13–20, 1997. doi : 10.13031/2013.21262.
- T. E. Grift, G. Kweon, J. W. Hofstee, E. Piron, et S. Villette. Dynamic friction coefficient measurement of granular fertiliser particles. *Biosystems Engineering*, 95(4) :507–515, 2006. doi : 10.1016/j.biosystemseng.2006.08.006.
- J. W. Hofstee. Handling and spreading of fertilizers : part 2, physical properties of fertilizer, measuring methods and data. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 53 :141–162, 1992. doi : 10.1016/0021-8634(92)80079-8.
- J. W. Hofstee et W. Huisman. Developing guidelines for fertiliser spreading on west coast humps and hollows. In *Conference of Agricultural Engineering AgEng*, Zürich, Switzerland, 2014.
- ISO 5690-1. Equipment for distributing fertilizers – test methods – part 1 : Full width fertilizer distributors. Technical report, International Organization for Standardization, 1985.
- ISO 8397. Solid fertilizers and soil conditioners–test sieving. Technical report, International Organization for Standardization, 1988.
- R. E. Kalman et R. S. Bucy. New results in linear filtering and prediction theory. *Journal of Basic Engineering*, 83(1), 1961. doi : 10.1115/1.3658902.
- R. Keicher et H. Seufert. Automatic guidance for agricultural vehicles in europe. *Computers and Electronics in Agriculture*, 25(1-5) :169–194, 2000. doi : 10.1016/S0168-1699(99)00062-9.
- Jonas Koko et Teddy Virin. Optimization of a fertilizer spreading process. *Mathematics and Computers in Simulation*, 79(10) :3099–3109, 2009. doi : 10.1016/j.matcom.2009.03.001.
- G. Kweon et T.E. Grift. Feed gate adaptation of a spinner spreader for uniformity control. *Biosystems Engineering*, 95(1) :19–34, 2006. doi : 10.1016/j.biosystemseng.2006.05.003.
- G. Kweon, Tony E. Grift, Denis. Miclet, Teddy. Virin, et Emmanuel. Piron. Analysis and control of uniformity by the feed gate adaptation of a granular spreader. *Journal of Biosystems Engineering*, 34(2) :95–105, 2009. doi : 10.5307/JBE.2009.34.2.095.

- T. S. Lau, S. H. Lo, et C. K. Lee. Generation of quadrilateral mesh over analytical curved surfaces. *Finite Elements in Analysis and Design*, 27(3) :251–272, 1997. doi : 10.1016/S0168-874X(97)00015-2.
- H. G. Lawrence et I. J. Yule. Estimation of the infield variation in fertilizer application. *New Zealand Journal of Agricultural Research*, 50(1) :25–32, 2007. doi : 10.1080/00288230709510279.
- Y. T. Lee et A. S. Koh. Performing euler angle rotations in cad systems. *Computer-Aided Design*, 27(1) :75–78, 1995. doi : 10.1016/0010-4485(95)90755-5.
- L0 Loftang. Influence of rough operatinf surface and sloping ground on distribution pattern and mass flow from granular fertilizer spreaders - a review of literature. *Sveriges lantbruksuniversitet, Institutionen för lantbruksteknik*, 6, 1993.
- R. M. Mennel et A. R. Reece. The theory of the centrifugal distributor iii : Particle trajectories. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 8(1) :78–84, 1963.
- H. A. Morsy, J. Paliwal, A. Abouelmagd, H. Hedia, et Z. Ismail. Some properties of fertilizers in relation to particle motion in the hopper and on the distributor disc. In *19th Annual Conference of the Misr Society of Agricultural Engineering*, Egepe, 2012.
- NF EN 13299. Engrais - détermination du taux d'écoulement. Technical report, Association française de normalisation, 2000.
- R. Olieslagers, H. Ramon, et J. De Baerdemaeker. Calculation of fertilizer distribution patterns from a spinning disc spreader by means of a simulation model. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 63(2) :137–152, 1996. doi : 10.1006/jaer.1996.0016.
- R.L. Parish. Effect of rough operating surface on rotary spreader distribution pattern. *Applied Engineering in Agriculture*, 7(1) :61–63, 1991. doi : 10.13031/2013.26192.
- R.L. Parish. Effect of impeller angle on pattern uniformity. *Applied Engineering in Agriculture*, 19(5) :531–533, 2003. doi : 10.13031/2013.15311.
- R.L. Parish et P. Chaney. Pattern sensitivity to location of fertilizer drop point on a rotary spreader impeller. *Transactions of the Asae*, 29(2) :374–377, 1986. doi : 10.13031/2013.30156.
- D. E. Patterson et A. R. Reece. The theory of the centrifugal distributor i : Motion on the disc, near-centre feed. *Journal of Agricultural Engineering Research*, 7(3) :232–240, 1962.
- L. Perumal. Quaternion and its application in rotation using sets of regions. *International Journal of Engineering and Technology Innovation*, 1(1) :35–52, 2011.

- E Piron, D Miclet, et S Villette. Cemib : an innovative bench for spreader eco-design. In *AgEng International Conference on Agricultural Engineering*, Clermont Ferrand, France, 2010.
- J. Plourde et B. Pijanowski. Agricultural land use as it relates to land slope. In *Poster session : Purdue University GIS Day*, West Lafayette, Indiana, USA, 2010.
- A. L. Quiniou. *Écoulement granulaire à haute vitesse sous l'action de la force centrifuge : Application en agroenvironnement à la problématique de l'épandage*. Thèse de doctorat, 2009.
- Kaur Thaper Ravinder. *Effect of vane shape and fertilizer product on spread uniformity using a dual-disc spinner spreader*. Thèse de doctorat, 2014.
- J. Reumers, E. Tijskens, et H. Ramon. Experimental characterisation of the cylindrical distribution pattern of centrifugal fertiliser spreaders : towards an alternative for spreading hall measurements. *Biosystems Engineering*, 86(3) :327–337, 2003a. doi : 10.1016/j.biosystemseng.2003.09.002.
- J. Reumers, E. Tijskens, et H. Ramon. Experimental characterisation of the tangential and cylindrical fertiliser distribution pattern from a spinning disc : A parameter study. *Biosystems Engineering*, 86(3) :327–337, 2003b. doi : 10.1016/j.biosystemseng.2003.08.004.
- W. M. Stewart, D. W. Dibb, A. E. Johnston, et T. J. Smyth. The contribution of commercial fertilizer nutrients to food production. *Agronomy Journal*, 97(1) :1–6, 2005. doi : 10.2134/agronj2005.0001.
- David Tilman, Kenneth G. Cassman, Pamela A. Matson, Rosamond Naylor, et Stephen Polasky. Agricultural sustainability and intensive production practices. *Nature*, 418(6898) :671–677, 2002. doi : 10.1038/nature01014.
- P. Van Liedekerke, E. Tijskens, E. Dintwa, J. Anthonis, et H. Ramon. A discrete element model for simulation of a spinning disc fertilizer spreader i. single particle simulations. *Powder Technology*, 170(2) :71–85, 2006. doi : 10.1016/j.powtec.2006.07.024.
- P. Van Liedekerke, E. Piron, J. Vangeyte, S. Villette, H. Ramon, et E. Tijskens. Recent results of experimentation and dem modeling of centrifugal fertilizer spreading. *Granular Matter*, 10(4) :247–255, 2008. doi : 10.1007/s10035-008-0086-2.
- P. Van Liedekerke, E. Tijskens, E. Dintwa, F. Rioual, J. Vangeyte, et H. Ramon. Dem simulations of the particle flow on a centrifugal fertilizer spreader. *Powder Technology*, 190(3) :348–360, 2009. doi : 10.1016/j.powtec.2008.08.018.
- S. Villette. *Estimation de vitesse par analyse d'images acquises en filé : application à la caractérisation de la distribution centrifuge de granules d'engrais*. Thèse de doctorat, 2006.



- S. Villette, F. Cointault, E. Piron, et B. Chopinet. Centrifugal spreading : an analytical model for the motion of fertiliser particles on a spinning disc. *Biosystems Engineering*, 92(2) :157–164, 2005. doi : 10.1016/j.biosystemseng.2005.06.013.
- S. Villette, E. Piron, F. Cointault, et B. Chopinet. Centrifugal spreading of fertiliser : Deducing three-dimensional velocities from horizontal outlet angles using computer vision. *Biosystems Engineering*, 99(4) :496–507, 2008. doi : 10.1016/j.biosystemseng.2007.12.001.
- S. Villette, E. Piron, D. Miclet, R. Martin, G. Jones, J. Paoli, et C. Gée. How mass flow and rotational speed affect fertiliser centrifugal spreading : Potential interpretation in terms of the amount of fertiliser per vane. *Biosystems Engineering*, 111(1) :133–138, 2011. doi : 10.1016/j.biosystemseng.2011.11.003.
- S. Villette, E. Piron, R. Martin, D. Miclet, G. Jones, J. Paoli, et C. Gée. Estimation of two-dimensional fertiliser mass flow distributions by recording granule impacts. *Biosystems Engineering*, 115(4) :463–473, 2013. doi : 10.1016/j.biosystemseng.2013.05.008.
- S. Villette, E. Piron, et D. Miclet. Hybrid centrifugal spreading model to study the fertiliser spatial distribution and its assessment using the transverse coefficient of variation. *Computers and Electronics in Agriculture*, 137 :115–129, 2017. doi : 10.1016/j.compag.2017.03.023.
- Teddy. Virin. *Modélisation, Optimisation et Contrôle d'un processus d'épandage pour les applications agricoles*. Thèse de doctorat, 2007.
- Teddy. Virin, Jonas. Koko, Emmanuel. Piron, Philippe. Martinet, et Michel. Berducat. Application of optimization techniques for an optimal fertilization by centrifugal spreading. In *IEEE, Proceedings of the International Conference on Intelligent Robots and Systems*, Beijing, China, 2006. doi : 10.1109/IROS.2006.282018.
- J. T. Walker, T. E. Grift, et J. W. Hofstee. Determining effects of fertilizer particle shape on aerodynamic properties. *Transactions of the ASAE*, 40(1) :21–27, 1997. doi : 10.13031/2013.21239.
- worldbank.org. Fertilizer consumption (kilograms per hectare of arable land). <http://data.worldbank.org/indicator/AG.CON.FERT.ZS>. Accédé le : 2014-12-5.
- Y. Yildirim. Effect of side to side spreader angle on pattern uniformity in single and twin-disc rotary fertilizer spreaders. *Applied Engineering in Agriculture*, 24(2) : 173–179, 2008. doi : 10.13031/2013.24263.
- I.J. Yule et M.C.E. Grafton. New spreading technologies for improved accuracy and environmental compliance. In *Fertilizer and Lime Research Centre Workshop Proceedings*, volume 26, Massey University, Palmerston North, New Zealand, 2013.

# Table des figures

1.1	Schéma d'un épandeur centrifuge. . . . .	6
1.2	Données sur la consommation des engrais dans le monde synthétisées à partir de la base de données de la Banque Mondiale ( <a href="http://worldbank.org">worldbank.org</a> ). . . . .	8
1.3	Empreinte d'une nappe statique issue d'un épandeur bi-disque divergent ; le disque droit tourne ici dans le sens antihoraire et le disque gauche dans le sens horaire. . . . .	9
1.4	Illustration du principe du recouvrement par l'accumulation de la dose apportée par trois nappes statiques sur trois passages parallèles espacés de la largeur de travail (LW). . . . .	10
1.5	Courbe du coefficient de variation (CV) en fonction de largeur de travail (LW) utilisée pour le réglage de l'épandage. . . . .	11
1.6	Méthodes de mesure avec bacs de collecte ou sur banc. . . . .	13
1.7	Photogranulomètre développé par Irstea. . . . .	15
1.8	Répartition des surfaces des terres agricoles aux USA selon le degré de pente (étude de <a href="#">Plourde et Pijanowski (2010)</a> ). . . . .	20
1.9	Dispositifs d'épandage en bordure et limite du champ. . . . .	23
1.10	Dispositifs de mesure des nappes sur le terrain. . . . .	24
1.11	Exemple de cultures sur des champs non plats : a) cas de la pente (photo prise par Balmesh Video) ; b) cas du devers (photo prise de <a href="http://tractorsuk.co.uk">tractorsuk.co.uk</a> ) ; c) cas de relief quelconque (photo prise de <a href="http://teejet.com">teejet.com</a> ). . . . .	26
2.1	Paramétrage de position ( $d_x, d_y, d_z$ ) et d'orientation du tracteur ( $\theta_p, \theta_r, \theta_y$ ). . . . .	32
2.2	Paramétrage de l'épandeur sur sa vue arrière. . . . .	36
2.3	Repères intermédiaires $R_{d_i=\{1,2,3\}}$ entre le repère statique du disque $R_{d_0} = (O_{d_0} \mathbf{X}_{d_0} \mathbf{Y}_{d_0} \mathbf{Z}_{d_0})$ et le repère de la pale $R_v = (O_v \mathbf{X}_v \mathbf{Y}_v \mathbf{Z}_v)$ avec $\theta = -\frac{\pi}{2} + \theta_{dist}$ . . . . .	37
2.4	Organigramme des simulations avec recouvrement pour chaque disque sur le terrain. . . . .	41
2.5	Aperçu du banc <i>CEMIB</i> montrant l'axe du tilt sur l'épandeur qui permet de le basculer d'avant en arrière. . . . .	42

2.6	Ajustement de la distribution angulaire de la nappe mesurée à ( $\omega = 800$ tr/min, $T = 0^\circ$ ). Ligne continue : résultat de mesure ; ligne discontinue : résultat du tirage aléatoire avec les paramètres $\mu_1 = -68,9$ ; $\mu_2 = -51,2$ ; $\sigma_1 = 26,4$ ; $\sigma_2 = 17,0$ . . . . .	43
2.7	Distributions angulaires des nappes mesurées aux différentes configurations de l'épandeur. rouge, ( $\omega = 800$ tr/min, $T = 0^\circ$ ) ; bleu, ( $\omega = 800$ tr/min, $T = 5^\circ$ ) ; vert, ( $\omega = 800$ tr/min, $T = 10^\circ$ ) ; orange, ( $\omega = 600$ tr/min, $T = 0^\circ$ ) ; noir, ( $\omega = 1000$ tr/min, $T = 0^\circ$ ). . . . .	44
2.8	a), Tamiseuse à agitations mécaniques de huit étages ; b), Particules d'engrais Ammonium Nitrate. . . . .	45
2.9	Résultats du tamisage de l'engrais Ammonium Nitrate. Histogramme : masse réelle d'engrais retenue dans chaque tamis [%] ; Ligne continue : masse réelle dans les tamis cumulée [%] ; Ligne discontinue : masse virtuelle dans les tamis cumulée [%]. . . . .	45
2.10	Calibration du coefficient de traînée $C_x$ . . . . .	46
2.11	Représentation du repère de la centrale inertielle (accéléromètre, gyroscope) avec les angles mesurés. . . . .	50
3.1	Nappes statiques de trois formes différentes avec leurs caractéristiques superposées. . . . .	59
3.2	Carte d'application montrant une nappe globale uniforme sur un terrain plat. . . . .	60
3.3	Indicateurs de l'uniformité de la nappe globale sur un terrain plat. . . . .	62
3.4	Représentation des situations d'épandage étudiées : a et b, MNT réguliers ; c et d, MNT irréguliers. . . . .	62
3.5	Étapes suivies pour l'estimation du rayon de courbure $R_c$ dans une parcelle agricole. . . . .	63
3.6	Cas d'étude de la rupture de devers avec une pente positive et négative. Les passages du tracteur sont initialement dans la situation No.3 puis sont décalés à gauche de l'abscisse $x=0$ avec 7 m (No.2) et 14 m (No.1), puis à droite avec 7 m (No.4) et 14 m (No.5). . . . .	63
3.7	Illustration graphique de l'importance des longueurs géodésiques dans la projection des nappes globales. . . . .	64
3.8	Carte d'application de la dose dans le cas d'un relief avec rupture de pente positive et négative. . . . .	66
3.9	Courbes de la dose moyenne longitudinale caractérisant une zone délimitée par $x \in [-60; 70]$ et $y \in [14,25; 42,75]$ dans la nappe globale de la figure 3.8 ; avec L1 : la longueur de la surface de courbure, L2 : la longueur du vol balistique, L3 : la longueur du tracteur. . . . .	68
3.10	Portée moyenne des nappes statiques obtenue le long d'un passage du tracteur avançant dans la direction des $x$ croissants. noir : rupture de pente de $+10^\circ$ et $R_c = 100$ m ; gris : rupture de pente de $-10^\circ$ et $R_c = 100$ m. . . . .	69
3.11	Effets de la pente et du rayon de courbure sur la dose moyenne longitudinale. . . . .	69

3.12	Comparaison des doses moyennes longitudinales calculées dans le cas d'utilisation d'une nappe statique de forme trapézoïdale, en cloche et triangulaire, dans les mêmes conditions que la figure 3.9a. . . . .	70
3.13	(a) Carte d'application obtenue dans le cas d'un MNT avec rupture de devers ; (b) dose moyenne transversale calculée dans une zone délimitée par $x \in [-40; 20]$ et $y \in [20; 60]$ . . . . .	71
3.14	Superposition des distributions transversales des nappes statiques obtenues sur le passage du tracteur à gauche (gris), au centre (tirets noirs), et à droite (noir) dans le cas de figure 3.13a. . . . .	72
3.15	Courbes de la dose moyenne transversale calculées à partir de nappes globales utilisant trois formes différentes de nappes statiques dans deux configurations de MNT avec rupture de devers. . . . .	73
3.16	Illustration de la génération de MNT irréguliers combinant pente et devers. . . . .	74
3.17	Dose moyenne longitudinale calculée pour les nappes globales données dans l'annexe E. . . . .	75
3.18	Résultat d'épandage dans le cas de perturbations du relief dans toutes les directions. . . . .	76
3.19	Dose moyenne transversale à différents endroits de la nappe globale de la figure 3.18b. . . . .	76
3.20	Carte d'application et courbes de la dose moyenne transversale obtenues dans le cas d'une pente et d'un devers purs. . . . .	77
3.21	Comparaison des courbes de CV et de la distribution transversale de nappes statiques obtenues sur un MNT plat et des MNT non plats réguliers de $20^\circ$ d'inclinaison. . . . .	79
3.22	Champs de déplacements des particules calculés à partir de la différence entre position d'atterrissage à plat et sur relief incliné des particules. . . . .	80
3.23	Dose moyenne transversale dans deux cas de rupture de devers avec trois formes de nappes statiques. . . . .	81
3.24	Nappe corrigée avec le contrôle du débit en montée et en descente. . . . .	82
3.25	Attelage trois points sur tracteur agricole (Illustration de Larousse). . . . .	83
3.26	Architecture retenue pour le dispositif de correction des portées des particules. . . . .	84
3.27	Somme cumulée de la distribution de déplacement $F$ calculée pour une nappe statique dans le cas d'une rupture de devers de $10^\circ$ avec un rayon de courbure de 100 m. . . . .	85
3.28	Champs de déplacement d'une nappe statique complète (a) et avec des particules moyennes (b) dans le cas d'une rupture de devers avec la position du tracteur en $x = 0$ . . . . .	86
3.29	Comparaison de la somme cumulée de la distribution de déplacement $F$ calculée avec une nappe complète (ligne continue) et avec la nappe des particules moyennes (tirets) dans le cas d'une rupture de devers avec trois positions différentes du tracteur. . . . .	86

4.1	Représentation de la commande ( $u$ ) d'inclinaison d'un disque en fonction de l'écart ( $y$ ) entre l'angle de tangage du tracteur ( $\varphi_1$ ) et l'angle d'inclinaison d'une surface dans la zone d'interception de la nappe ( $\varphi_2$ ) distante de $\Delta x$ de l'arrière du tracteur. . . . .	92
4.2	Nappes globales obtenues sur un passage dans le cas d'un tracteur dans la direction de montée sur un MNT avec rupture de pente. a), correction avec $\Delta x = 17$ m ; b), correction avec $\Delta x = 10$ m. . . . .	93
4.3	Illustration de la prédiction de la portée de deux particules moyennes sur le reliefs (de longueur curviligne $P_1$ et $P_2$ ) en comparaison avec la portée à plat (de longueur $P_0$ au même point de la trajectoire.). . . . .	95
4.4	Ajustement de la fonction coût par le polynôme $F(T,A) = a + bA + cT + dA^2 + eT^2 + fAT + gAT^2 + hTA^2 + iA^3 + jT^3$ . . . . .	100
4.5	Illustration de la recherche de l'optimum $x^*(l)$ au voisinage de l'optimum $x^*(l-1)$ dans le cas de rupture de pente. Les courbes isovaleurs représentent la fonction coût ajustée à partir des points $x_i = (T_i, A_i)$ autour de $x^*(l-1)$ . . . . .	101
4.6	Signaux de Tilt ( $T^*$ ) et d'aplomb ( $A^*$ ) obtenus par optimisation dans le cas de la correction des erreurs d'application sur un MNT avec rupture de pente dans le sens de la montée : a) disque droit ; b) disque gauche. . . . .	104
4.7	Courbes de variation des signaux de $T$ et $A$ dans le cas de la rupture de pente. . . . .	104
4.8	Dose moyenne longitudinale dans le cas de rupture de pente avant et après correction avec un nombre différent de secteurs angulaires pris en compte. . . . .	105
4.9	Dose moyenne transversale dans le cas de rupture de devers avant et après correction avec un nombre différent de secteurs angulaires pris en compte. . . . .	106
4.10	Pourcentage de minimisation du critère $\sum_{-120 \leq \varphi \leq 120} (\delta P(\varphi, T, A))^2$ par rapport au cas sans correction de rupture de devers. . . . .	107
4.11	Dose moyenne transversale calculée à différents endroits de la nappe globale sur le MNT sinusoïdal avec et sans correction. . . . .	108
4.12	Courbes de variation des signaux de $T$ et $A$ lors d'un passage sur le MNT sinusoïdal. . . . .	108
4.13	Nappes globales d'épandage dans une parcelle à plat, avec et sans prise en compte des changements d'attitude du tracteur, et résultat du test de correction (la dose consigne est de 128 kg/ha). . . . .	110
4.14	Signaux de changement d'attitude du tracteur acquis à une fréquence de 10 Hz et utilisés pour la simulation sur quatre passages parallèles avec $LW=24,5$ m. Rouge : avant filtrage ; Bleu : après filtrage. . . . .	111
4.15	Résultat d'épandage avec et sans correction sur une parcelle théorique mais avec des signaux réels de vibration. . . . .	112
A.1	Exemple de convergence des équations différentielles d'un vol balistique pour un pas de temps $h$ diminuant. . . . .	122

C.1	Configuration No.1 avec ( $\omega = 800$ tr/min, $T = 0^\circ$ ) . . . . .	125
C.2	Configuration No.2 avec ( $\omega = 1000$ tr/min, $T = 0^\circ$ ) . . . . .	126
C.3	Configuration No.3 avec ( $\omega = 600$ tr/min, $T = 0^\circ$ ) . . . . .	126
C.4	Configuration No.4 avec ( $\omega = 800$ tr/min, $T = 5^\circ$ ) . . . . .	127
C.5	Configuration No.5 avec ( $\omega = 800$ tr/min, $T = 10^\circ$ ) . . . . .	127
C.6	Configuration No.6 avec ( $\omega = 800$ tr/min, $T = 5^\circ$ ) . . . . .	128
C.7	Configuration No.7 avec ( $\omega = 800$ tr/min, $T = 10^\circ$ ) . . . . .	128
D.1	Une nappe statique de forme trapézoïdale est utilisée. . . . .	129
D.2	Une nappe statique de forme triangulaire est utilisée. . . . .	129
E.1	surface inclinée du MNT obtenue par $Rot^Y(5^\circ)$ et $Rot^X(5^\circ)$ . . . . .	131
E.2	surface inclinée du MNT obtenue par $Rot^Y(5^\circ)$ et $Rot^X(10^\circ)$ . . . . .	131
E.3	surface inclinée du MNT obtenue par $Rot^Y(10^\circ)$ et $Rot^X(10^\circ)$ . . . . .	132
E.4	surface inclinée du MNT obtenue par $Rot^Y(10^\circ)$ et $Rot^X(5^\circ)$ . . . . .	132
F.1	Vitesse et portée d'une particule moyenne dans le cas de la rupture de pente sans correction de tilt. . . . .	133
F.2	Vitesse et portée d'une particule moyenne dans le cas de la rupture de pente après correction de tilt en tenant compte d'une surface d'épan-dage située à 17 m de l'arrière du tracteur. . . . .	133
F.3	Vitesse et portée d'une particule moyenne dans le cas de la rupture de pente après correction de tilt en tenant compte d'une surface d'épan-dage située à 10 m de l'arrière du tracteur. . . . .	134
G.1	Nappes globales après correction dans le cas de la rupture de pente. . . . .	135
G.2	Nappes globales après correction dans le cas de la rupture de devers avec passage central du tracteur en $x=0$ . . . . .	135
G.3	Nappes globales après correction dans le cas de MNT sinusoïdal. . . . .	136



# Liste des tableaux

2.1	Configurations de décomposition de l'orientation d'un objet dans l'espace. . . . .	34
2.2	Signes des paramètres du disque selon sa forme et son sens de rotation.	38
2.3	Configurations de mesure en utilisant l'engrais Ammonium Nitrate ( $\rho_f = 1750 \text{ kg.m}^{-3}$ ) épandu à un débit $D \approx 58 \text{ kg.min}^{-1}$ . . . . .	42
2.4	Configurations des tests de corrélation entre les mesures et les simulations. . . . .	44
2.5	Coefficients de corrélation entre les distributions des nappes mesurées et simulées dans les configurations du tableau 2.4. . . . .	47
3.1	Paramètres du modèle utilisés pour obtenir les trois nappes statiques.	60
3.2	Superposition des distributions transversales des nappes statiques obtenues sur le passage du tracteur à gauche (gris), au centre (tirets noirs), et à droite (noir), pour le cas de la figure 3.13a. . . . .	73