



HAL
open science

Modélisation 3D magnétohydrodynamique des signaux ionosphériques du séisme de Tohoku de 2011 par la méthode des éléments spectraux

Khaled Khelfi

► **To cite this version:**

Khaled Khelfi. Modélisation 3D magnétohydrodynamique des signaux ionosphériques du séisme de Tohoku de 2011 par la méthode des éléments spectraux. Planétologie. Institut de physique du globe de paris - IPGP, 2016. Français. NNT: . tel-01763694

HAL Id: tel-01763694

<https://theses.hal.science/tel-01763694>

Submitted on 11 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - NoDerivatives 4.0 International License



UNIVERSITÉ SORBONNE PARIS CITÉ



Thèse préparée
à l'INSTITUT DE PHYSIQUE DU GLOBE DE PARIS
École doctorale STEP'UP – ED N°560
IPGP - Equipe de Planétologie et sciences spatiales

Modélisation 3D magnétohydrodynamique des signaux ionosphériques du séisme de Tohoku de 2011 par la méthode des éléments spectraux

par

Khaled KHELFI

présentée et soutenue publiquement le
30 novembre 2016

Thèse de doctorat de Sciences de la Terre et de l'environnement

dirigée par **Philippe Lognonné**
& **Dimitri Komatitsch**

devant un jury composé de :

Raphaël Garcia Ingénieur-Chercheur (ISAE-SUPAERO, France)	Rapporteur
Carène Larmat Scientist staff (LANL, Los Alamos, USA)	Rapporteur
Lucie Rolland Physicienne-adjointe(Observatoire de la Cote d'Azur, France)	Examinatrice
Jean-Pierre Vilotte Physicien(IPGP, France)	Président
Dimitri Komatitsch Directeur de recherche (CNRS, France)	Co-encadrant
Philippe Lognonné Professeur (Université Paris Diderot, France)	Directeur de thèse

REMERCIEMENTS

Je voudrais faire part ici de ma reconnaissance envers toutes les personnes qui m'ont permis de mener à bien cette thèse. Tout d'abord, je souhaite remercier mon directeur de thèse, Philippe Lognonné, pour son soutien efficace et constant, son esprit positif et ces qualités en matière de sciences. Je voudrais le remercier pour le temps qu'il m'a accordé, malgré ses nombreuses activités. Je lui suis reconnaissant avec l'école doctorale des sciences de la Terre et l'Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP) ainsi que l'Office of Naval Research (ONR), de m'avoir confié un sujet de recherche aussi riche et propice à l'exploration et aussi de l'avoir financé. Je tiens aussi à remercier mon co-directeur de thèse Dimitri Komatitsch, pour les remarques pertinentes et le soutien continu tout au long de cette thèse surtout sur les aspects numériques.

Je remercie Raphaël Garcia et Carène Larmat d'avoir accepté d'être rapporteurs de ma thèse et je tiens à souligner ici que j'ai beaucoup apprécié leurs remarques instructives et constructives. Je remercie Jean-Pierre Vilotte de m'avoir fait l'honneur de présider le jury de cette thèse et Lucie Rolland d'avoir accepté d'être examinatrice de ces travaux. Merci à cette dernière ainsi qu'à Raphaël Garcia et Carène Larmat de m'avoir fourni des indications et des remarques pour aboutir à une version finale améliorée de ce manuscrit.

Je tiens aussi à remercier le centre de calcul IDRIS, qui m'a accordé durant trois ans les ressources de calcul, pour aboutir aux résultats de cette thèse. Je remercie aussi le centre de calcul du Los Alamos National Laboratory (USA), qui m'a donné accès à ses ressources de calcul pour bien mener ces travaux de thèse. Je remercie Pierre-Davide Coisson d'avoir accepté de lire mon manuscrit de thèse et pour ses indications très encourageantes toute au long de ma thèse. Je remercie aussi tous les membres de mon équipe de planétologie et sciences spatiale avec lesquelles j'ai eu des échanges durant cette thèse.

Du côté de Centre de Recherche en Astronomie Astrophysique et Géophysique (CRAAG) auquel j'appartiens, je tiens à remercier d'abord le directeur Mr Abdelkrim Yelles-Chaouche, d'avoir accepté ma demande de détachement à bien mener cette thèse. Je remercie également tous mes collègues du GRAAG pour le soutien durant cette période de thèse.

Je conclurai en remerciant tous chaleureusement mon épouse, ma mère, mon père ainsi que mes frères et soeurs. Je tiens à souligner ici que le soutien continu de mon épouse m'a permis de bien mener cette thèse. J'ai une pensée particulière pour mon beau-père pour son soutien et encouragement durant ma thèse.

Paris, le 30 novembre 2016.

Titre Modélisation 3D magnétohydrodynamique des signaux ionosphériques du séisme de Tohoku de 2011 par la méthode des éléments spectraux

Résumé De tous les signaux ionosphériques générés par le grand séisme de Tohoku du 11 Mars 2011 (ondes acoustiques ou de gravité ionosphériques excitées par la rupture de surface, ondes ionosphériques forcées par les ondes de Rayleigh ou le tsunami), le trou ionosphérique qui est apparu au dessus de la source est le signal le plus énigmatique et le moins bien modélisé. Cette thèse a consisté à modéliser l'impact dans l'ionosphère de l'arrivée de l'onde acoustique, en utilisant pour la première fois une approche 3D, tant pour la propagation des ondes que pour la géométrie des cotes et de la bathymétrie océanique. La source sismique a également été modélisée avec une source étendue, représentant plus fidèlement l'émission par la rupture, des ondes acoustiques dans l'atmosphère. Nous avons dû pour cela modifier les codes numériques SPECFEM3D cartésien, en intégrant tout à la fois la gravité, la fréquence de coupure acoustique et l'interaction du champ de vitesse de l'atmosphère neutre avec le plasma ionosphérique. Les résultats montrent l'importance d'une source étendue, tant pour bien estimer l'amplitude de l'onde des neutres que pour modéliser un front d'onde fort qui entraîne, par advection, le plasma ionosphérique. Bien que l'absence d'atténuation dans ces travaux rendent l'amplitude de l'onde directe encore trop forte, un trou ionosphérique est bien reproduit, et son origine semble plus associée à la non linéarité du couplage ionosphérique qu'à la non linéarité de l'équation des ondes. Ces résultats suggèrent que le trou ionosphérique est essentiellement lié à la non linéarité de l'entraînement de l'ionosphère par l'onde acoustique, et que ce dernier à une amplitude qui dépend fortement de la magnitude.

Mots-clés Ionosphère, grand séisme, modélisation numérique, MHD, éléments finis spectraux

Title 3D modeling of the March 2011 Tohoku-Oki earthquake ionospheric signals based on a spectral-element method

Abstract From all the ionospheric signals generated by the mega-earthquake of Tohoku, March, 11, 2011 (atmospheric and gravity waves excited from the surface rupture, ionospheric waves forced by the propagating Rayleigh or tsunami), the ionospheric hole, which developed above the source, is the strangest and less modeled signal. This PhD aimed to model the impact in the ionosphere of the arrival of the acoustic wave, by using for the first time a 3D approach, not only for the wave propagation, but also for the geometry of the shoreline and oceanic bathymetry. The seismic source has also been modeled with an extended source model, which represent much better the emission by the propagative rupture of the acoustic waves in the atmosphere. In order to reach that goal, the numerical code SPEC-FEM3D Cartesian has been modified, in order to introduce the gravity, the atmospheric cutoff and the interaction of the neutral wave field with the ionospheric plasma. Results show the importance of the extended source, not only for a good modeling of the amplitude of the wave, but also for the geometry of a strong wave front likely closely related to the hole generation. Although the modeling lack with an exact modeling of the attenuation, which lead to overestimation of the long period acoustic pulse, we are able to reproduce the ionospheric hole and demonstrate that it is more linked to the non-linearity of the ionospheric coupling than to non-linearity of the wave equation. These results suggest that the ionospheric hole is mostly generated to the non-linearity of the ionospheric advection by the acoustic wave, and that its amplitude depend strongly on the magnitude of the earthquake

Keywords Ionosphere, large earthquake, numerical modeling, MHD, spectral finite element method

TABLE DES MATIÈRES

TABLE DES MATIÈRES	7
LISTE DES FIGURES	10
LISTE DES TABLEAUX	12
1 LE SÉISME VU DE L'ATMOSPHÈRE	1
1.1 SOURCES ET SÉISMES À L'ORIGINE DES ONDES SISMIQUES ATMOSPHÉRIQUES	3
1.1.1 Détection des séismes au sol	3
1.1.2 Détection des tsunamis dans les océans	3
1.1.3 le Système DART	4
1.1.4 Les observations barométriques	5
1.1.5 Les observations des sondeurs Doppler	7
1.1.6 Détection spatiale des séismes	8
1.2 VARIATION DU CONTENU ÉLECTRONIQUE TOTAL	11
1.2.1 Variation du TEC liée à l'alternance jour nuit	12
1.2.2 Variation saisonnière du TEC	13
1.2.3 Les effets de l'activité géomagnétique	13
1.2.4 Les Variations longitudinales du TEC	14
1.2.5 Les Variations du TEC du aux séismes de forte magnitudes	15
1.2.6 Observations TEC de Tsunami	17
1.2.7 Observation TEC de Volcans et d'autres phénomènes	17
1.2.8 Tohoku et les observations ionosphériques faites lors du séisme	18
1.3 PLAN DE L'ÉTUDE ET OBJECTIF DU TRAVAIL	18
2 L'IONOSPHERE ET SES CARACTÉRISTIQUES	21
2.1 L'IONOSPHERE ET SES CARACTÉRISTIQUES	23
2.1.1 L'influence du Soleil	28
2.1.2 Le modèle IRI	30
2.1.3 Les perturbations ionosphériques itinérantes	32
2.2 LE SONDAGE IONOSPHERIQUE	32
2.3 SYSTÈMES DE POSITIONNEMENT PAR SATELLITES	35
2.3.1 La mesure GPS	37
2.3.2 Les erreurs de mesure GPS	37
2.3.3 Correction ionosphérique	38
2.3.4 Calcul du Contenu Electronique Total par GPS	39
2.3.5 Convertir STEC pour VTEC	40

2.4	CONCLUSION	42
3	L'IONOSPHERE PERTURBEE PAR DES ONDES SISMIQUES	43
3.1	ONDES SISMIQUES DANS L'ATMOSPHERE	47
3.2	PROPAGATION ADIABATIQUE DES ONDES GRAVITO-ACOUSTIQUE DANS L'ATMOSPHERE	49
3.2.1	La représentation du potentiel	52
3.2.2	Solution d'onde plane	53
3.2.3	Résolution du système	54
3.2.4	Relation de dispersion	55
3.2.5	Calcul de l'erreur due à une simulation purement acoustique	59
3.2.6	Évaluation de la non-linéarité dans le champ des neutres	60
3.2.7	L'expression de χ en fonction de la vitesse des neutres v	63
3.2.8	Dissipation des ondes	64
3.2.9	Atténuation des ondes acoustiques	64
3.3	ÉQUATION DES ONDES ACOUSTIQUES AVEC ET SANS GRAVITÉ	66
3.3.1	Equation des ondes acoustiques sans gravité	67
3.3.2	Conditions de raccord fluide-solide : cas sans gravité	67
3.3.3	Equation des ondes acoustiques avec gravité	68
3.3.4	Conditions de raccord fluide-solide : cas avec gravité	68
3.4	MÉTHODE DES ÉLÉMENTS SPECTRAUX	69
3.4.1	Généralités sur la méthode	69
3.5	COUPLAGES ATMOSPHERIQUES	70
3.5.1	Equations de transport	71
3.5.2	Perturbation de densité électronique	72
3.6	INTÉGRATION DE L'ÉQUATION DE CONTINUITÉ	72
3.6.1	Test numérique 1D	73
3.6.2	Validation numérique de l'intégration de la densité d'électron	73
3.7	RÉSUMÉ DE LA MÉTHODE DE SIMULATION	75
3.8	CONCLUSION	76
	CONCLUSION	76
4	PRISE EN MAIN DE SPECFEM ET SIMULATION DE PROPAGATION DES SIGNAUX IONOSPHERIQUES EN 2D	79
4.1	DESCRIPTION GÉNÉRALE DU MODÈLE	81
4.2	MAILLAGE ET LA DISPERSION DES SIMULATIONS NUMÉRIQUES	82
4.3	MAILLAGE ET QUALITÉ DE GRILLE	83
4.3.1	La qualité du maillage	84
4.3.2	Stabilité numérique pour nos simulations	84
4.4	MODÈLES DE SIMULATION	86
4.4.1	Modèle homogène	86
4.4.2	La source	86
4.4.3	Résultat du modèle homogène	87
4.4.4	Récepteurs	89
4.4.5	Modèle couplé avec NRLMSISE-00	91
4.4.6	Simulation avec plusieurs points sources	92

4.4.7	Simulation en utilisant un point CMT	100
4.5	COUPLAGE AVEC L'IONOSPHERE	100
4.5.1	L'effet du champ magnétique sur la perturbation des électrons	103
4.5.2	Calcul du TEC	103
4.6	CONCLUSION	107
5	SIMULATION DE PROPAGATION DES SIGNAUX IONOSPHERIQUES EN 3D	119
5.1	DÉSCRIPTION GÉNÉRALE DU MODÈLE	121
5.1.1	Bathymétrie	124
5.2	MAILLAGE ET LE CRITÈRE DE DISPERSION DES SIMULATIONS NUMÉRIQUES	124
5.3	SIMULATIONS NUMÉRIQUE	125
5.3.1	Modèle a source simple	125
5.3.2	TEC pour source CMT simple	125
5.3.3	Modèle à source étendue	128
	CONCLUSION GÉNÉRALE	183
A	ANNEXES	185
A.1	ÉQUATION DES ONDES, PROPAGATION ET GÉNÉRALITÉ	187
A.1.1	Déformation des corps vu par l'approche macroscopique	187
A.1.2	Loi de conservation	188
A.1.3	La loi de conservation de la masse	189
A.1.4	Loi de conservation de la quantité de mouvement	189
A.1.5	Loi conservation du moment angulaire	190
A.1.6	Équations de l'astrodynamique	190
A.1.7	Loi de comportement	190
A.1.8	Équation classique dans le cas de petites déformations	191
A.1.9	Milieu élastique linéaire isotrope avec précontraintes homogènes.	191
A.1.10	Système hyperbolique du premier ou du second ordre	193
A.1.11	Formulation faible de l'équation des ondes élastique	194
A.1.12	Différents types d'ondes rencontrées en milieux élastiques	195
A.1.13	Ondes de Rayleigh, de Love et de Stoneley	196
A.2	DESCRIPTION DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS SPECTRAUX ET IMPLÉMENTATION DANS SPECFEM	198
A.2.1	Discrétisation spatiale	198
A.2.2	Élément de volume	200
A.2.3	Interpolation polynomiale	201
A.2.4	Approximation numérique des intégrales des formulations faibles	202
A.2.5	Discrétisation temporelle	204
A.3	LA MÉTHODE DE RUNGE KUTTA RK 4	205
A.3.1	Stabilité de la méthode RK-4	206
	BIBLIOGRAPHIE	209
	LES PRINCIPAUX SITES WEB CONSULTÉS	225

LISTE DES FIGURES

1.1	Système DART	5
1.2	DART	6
1.3	Interférométrie radar	9
1.4	Interférogrammes PULSAR	10
1.5	Altimètre	11
1.6	Tsunami Tohoku	12
1.7	Variation longitudinale du TEC	14
1.8	Diagramme Rayleigh	15
1.9	Perturbations ionosphériques suite au séisme de Hokkaido	16
2.1	Couches de l'ionosphère	24
2.2	Densités atmosphériques des neutres	25
2.3	Répartition verticale des ions et des molécules neutres	26
2.4	Représentation de la magnétosphère	26
2.5	Aurores boréales	28
2.6	Conventions de champ magnétique	29
2.7	Carte mondiale de l'inclinaison du champ géomagnétique	29
2.8	Evolution du nombre de tâches solaires	30
2.9	Variabilité du profil de densité électronique	31
2.10	Activité solaire	31
2.11	Les perturbations ionosphériques itinérantes	33
2.12	Le profil de densité verticale	34
2.13	Constellation de satellites GPS	36
2.14	STEC	39
2.15	Retard de phase	40
2.16	VTEC	41
2.17	VTEC Europe	42
3.1	courbe de dispersion	48
3.2	Projection	53
3.3	Hauteur d'échelle	56
3.4	Modèle atmosphérique	57
3.5	Onde gravito-acoustique	60
3.6	Onde de gravité	61
3.7	Paramètres non linéaires	63
3.8	Paramètres non linéaires	64
3.9	Paramètres de Viscosité	65

3.10	Facteur d'amplification	66
3.11	Densité électronique intégrée par RK4	74
3.12	Validation RK4	74
3.13	Erreur relative RK 4	75
4.1	Modèle SPECFEM2D	81
4.2	Coefficient de dissymétrie	84
4.3	Maillage 2D	85
4.4	Modèle homogène	86
4.5	Source Ricker	87
4.6	Simulation modèle homogène	88
4.7	Récepteurs	89
4.8	Sismogrammes de le composante Z homogène	90
4.9	Sismogrammes de le composante X homogène	90
4.10	Schématisation mécanisme au foyer	92
4.11	Simulation à une source modèle NRLMSISE-00, composante x	93
4.12	Schématisation faille normale	94
4.13	Simulation à une source modèle NRLMSISE-00, composante z	95
4.14	Simulation à une source modèle NRLMSISE-00, norme	96
4.15	Sismogrammes a une source, composante z	97
4.16	Sismogrammes a une source, composante x	97
4.17	Simulation source point multiple	98
4.18	Déplacement composante z	99
4.19	Déplacement composante x	99
4.20	Simulation a une source CMT	101
4.21	Sismogrammes une sourece CMT, composante z	102
4.22	Sismogrammes une sourece CMT, composante x	102
4.23	CID et Réverbération	103
4.24	Lignes magnetiques	104
4.25	Simulation densité électronique	105
4.26	Sismogrammes densité électronique	106
4.27	Simulation VTEC	106
5.1	Les caractéristiques du modèle atmosphérique pour les deux événements. a-Densité atmosphérique donnée par le modèle NRLMSISE-00. b-Densité électronique donnée par le modèle IRI 2012. c- Vitesse du son atmosphérique donnée par le modèle NRLMSISE-00.	121
5.2	En haut la composante Z (verticale) du champ magnétique interplanétaire. En bas en gris, représente l'inca AE (electrojet auroral), en rouge - l'indice de l'activité géomagnétique SYM-H, les deux flèches bleues représentent le début des séismes source : http://omniweb.gsfc.nasa.gov/form/omni_min.html	122
5.3	Description générale du modèle simulé par SPECFEM3D, la première région en rose est la partie solide qui a une profondeur de 100 km, la partie en rouge foncé représente l'océan d'une profondeur 7.5 km en moyenne et la partie bleue représente l'atmosphère d'une épaisseur de 500 km, la largeur du plan est de 720 × 720 km	123
5.4	Bathymétrie Tohoku	124
5.5	Bathymétrie avec SPECFEM3D	125

5.6	Schématisation de la gaussienne prise dans SPECFEM3D, cette figure est prise dans le manuel de SPECFEM3D	126
5.7	Position des points ionosphériques du satellite GPS PRN26 le 11 mars 2011, l'étoile rouge représente l'épicentre du séisme de Tohoku du 11 mars 2011.	127
5.8	Source simple	128
5.9	Source étendue du séisme de Tohoku du 11 mars 2011 Mw 9.0. Source : http://earthquake.usgs.gov	129
5.10	TEC simulé pour une source CMT étendue par SPECFEM3D, filtre par la méthode de la moyenne courante "running mean" entre 3 sec et 20 min, sans atténuation pour un cas purement acoustique.	129
A.1	Élément de référence	199
A.2	Maillage	200
A.3	Maillage globale	201
A.4	Limites de stabilité pour les algorithmes Runge -Kutta d'ordre 2 et d'ordre 4. Comme dans http://web.mit.edu/course/16/16.90/OldFiles/BackUp/www/pdfs/Chapter10.pdf	207

Liste des tableaux

2.1	Bilan d'erreur pour la mesure GPS. Source <i>Giremus</i> (2005a)	38
4.1	Tableau décrivant les caractéristiques de la source multipoint	97
4.2	Caractéristique du point CMT pour Tohoku, sources : http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/map/	100
5.1	Caractéristique des deux seismes de Tohoku, sources : http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/eqinthenews/2011/	121
5.2	Caractéristique du point CMT pour Tohoku, sources : http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/map/	126
A.1	Les différentes valeurs typiques. Source : <i>Harker</i> (1988)	196

LE SÉISME VU DE L'ATMOSPHÈRE



SOMMAIRE

1.1	SOURCES ET SÉISMES À L'ORIGINE DES ONDES SISMiques ATMOSPHERIQUES	3
1.1.1	Détection des séismes au sol	3
1.1.2	Détection des tsunamis dans les océans	3
1.1.3	le Système DART	4
1.1.4	Les observations barométriques	5
1.1.5	Les observations des sondeurs Doppler	7
1.1.6	Détection spatiale des séismes	8
1.2	VARIATION DU CONTENU ÉLECTRONIQUE TOTAL	11
1.2.1	Variation du TEC liée à l'alternance jour nuit	12
1.2.2	Variation saisonnière du TEC	13
1.2.3	Les effets de l'activité géomagnétique	13
1.2.4	Les Variations longitudinales du TEC	14
1.2.5	Les Variations du TEC du aux séismes de forte magnitudes	15
1.2.6	Observations TEC de Tsunami	17
1.2.7	Observation TEC de Volcans et d'autres phénomènes	17
1.2.8	Tohoku et les observations ionosphériques faites lors du séisme	18
1.3	PLAN DE L'ÉTUDE ET OBJECTIF DU TRAVAIL	18

La sismologie est la science qui étudie les mouvements du sol générés par les séismes. Pour le non-spécialiste, les séismes sont assimilés aux catastrophes telluriques qu'ils occasionnent. Pour le sismologue, ils ont bien d'autres facettes. Ils permettent notamment de sonder les structures profondes de la Terre, en déterminant les variations de vitesses sismiques en fonction de la profondeur et, depuis 35 ans, les variations de vitesse latérale de la Terre grâce aux techniques de tomographie sismique. La sismologie permet également d'étudier en détail les processus de rupture qui sont à la source des séismes, et ainsi la dynamique des séismes. Ces deux facettes se rejoignent et permettent ainsi d'étudier le fonctionnement interne de notre planète, (e.g., *Lee et al.* (2002)).

La plupart des mouvements sismiques ne sont pas ressentis par l'homme et seuls des instruments très sensibles (les sismomètres) peuvent les détecter. Ces instruments

furent développés dès la fin du 19^{ème} siècle puis constamment améliorés depuis. Les plus modernes ont des sensibilités permettant de détecter quelques 10^{-10} m/s^2 d'accélération du sol *Wielandt and Forbriger (1999)*.

Au début des années soixante, deux séismes majeurs de magnitudes supérieures à 9, le séisme du Chili en 1960 puis le séisme d'Alaska de 1964 révélèrent des signaux, qui furent enregistrés pour la première fois : les premiers qui ne sont pas le sujet de cette thèse sont les modes propres de la Terre (voir *Lognonné (1989)*). Les seconds qui vont nous intéresser sont les perturbations atmosphériques et ionosphériques générées par les ondes sismiques se propageant à la surface de la Terre. Ce sont ces phénomènes que nous allons étudier et modéliser dans ce travail.

Commençons donc par détailler les différentes techniques de mesures des signaux sismiques, atmosphériques et ionosphériques. Nous partirons naturellement des techniques de mesure au sol puis nous introduirons les principales méthodes de télédétection utilisées en sismologie spatiale, et en particulier les techniques basées sur la détection par GPS.

1.1 SOURCES ET SÉISMES À L'ORIGINE DES ONDES SISMIQUES ATMOSPHERIQUES

La Terre est une planète en constante agitation : sur sa surface on dénombre plusieurs volcans en éruption qui témoignent de son activité interne et des séismes réguliers provenant des mouvements tectoniques. Plus rarement, les océans terrestres sont traversés par des tsunamis générés dans la plupart des cas par des séismes sous-marins.

Les ondes émises par chaque séisme se propagent jusqu'à la surface de la Terre, et ces ondes génèrent des oscillations du sol et de la surface de l'océan. C'est la conversion de ces ondes sismiques en ondes acoustiques qui sera à la source des perturbations que nous étudierons par la suite. Comment sont-elles détectées ?

1.1.1 Détection des séismes au sol

Placés sur le sol terrestre, les sismomètres permettent une détection optimale des séismes, avec des seuils de détection de l'ordre de magnitude 5 au niveau global et de magnitude négative pour des stations sismiques très proches de l'épicentre. Les mouvements tectoniques de la terre se traduisent par des secousses telluriques qui émettent des ondes se propageant à l'intérieur et à la surface du globe. Ces phénomènes font l'objet d'une surveillance continue via un réseau mondial de sismomètres. Ainsi par inversion de l'ensemble des sismogrammes, les sources sismiques sont rapidement caractérisées en termes de position, magnitude et mécanisme. Nous pouvons citer comme exemple d'un réseau mondial, le réseau GEOSCOPE *Romanowicz* (1983).

Dans le contexte de la surveillance continue des séismes, nous pouvons citer un autre réseau, l'USGS, qui fournit en continue des données sur les séismes de grandes magnitudes telles que le séisme de Tohoku qui a eu lieu le 11 mars 2011 avec une magnitude de 9.0, e.g., *Shao et al.* (2011), et d'autres paramètres sismiques, tels que la source sismique et la distance épacentrale (e.g., *Yoshida et al.* (2011)). Les signaux ionosphériques générés par ce séisme feront l'objet d'une étude détaillée dans cette thèse.

1.1.2 Détection des tsunamis dans les océans

Autres phénomènes qui sont la conséquence directe des séismes : les tsunamis (parfois assimilés à des raz de marée en français, alors que ces phénomènes en Europe sont plutôt d'origine atmosphérique, comme le raz de marée de la dépression Xynthia qui s'est abattue sur la côte Atlantique en France). Il s'agit d'une onde dite de gravité, associée à l'écoulement de l'eau sous l'effet de la pesanteur terrestre *Lander and Lockridge* (1989). Cette onde peut être provoquée par un séisme sous-marin, une éruption volcanique sous-marine ou encore un fort glissement de terrain. La vague peut atteindre une hauteur de 40 mètres de haut, comme ce fut le cas pour le tsunami provoqué par l'éruption du Krakatoa en 1883. Ce tsunami a été détecté sur la plupart des côtes du globe, avec une élévation du niveau de la mer de 40 mètres près de la zone d'origine *Vincent and Camus* (1986). L'amplitude du tsunami à la côte varie avec

de multiples paramètres (présences d'une baie et plus généralement de la bathymétrie et du trait de côte, diagramme de rayonnement de la source sismique et bien sûr magnitude). Plus le tsunami se rapproche des côtes et plus la vague prend de la hauteur et ralentit sa vitesse de propagation. Cette dernière étant égale à \sqrt{gh} , où g est la gravité de la Terre et h est la profondeur de l'océan. La vitesse d'un tsunami en pleine mer est ainsi d'environ 200 m/s pour un océan de 4000 mètres de profondeur, soit moins que les ondes acoustiques dans l'air et dans l'eau (340 m/s et 1500 m/s respectivement).

Si les tsunamis peuvent parfois, comme dans le cas du Japon, générer des vagues déferlantes, ils créent la plupart du temps des flux et reflux de la mer qui submergent alors les côtes et envahissent ces dernières avec une vague emportant tout sur son passage. Un tsunami peut souvent ainsi se manifester par :

- Un rapide retrait de l'eau découvrant une partie des côtes en 5 – 10 minutes
- L'arrivée d'une seconde vague de très grande longueur d'onde, provoquant une élévation du niveau de la mer d'une dizaine de mètres et qui peut être capable de dévaster la terre lorsque le relief est plat.

Dans l'océan, ils se propagent sur des milliers voire une dizaine de milliers de kilomètres et peuvent toucher plusieurs continents, dans des zones où le séisme ou l'éruption volcanique n'ont pas été détectés. Lorsque le tsunami est proche des côtes, il peut être plus meurtrier que le séisme. Dans bien des cas, le tsunami est produit par un tremblement de terre ou une éruption sous-marine.

À cause de l'effet dévastateur des tsunamis sur les habitants des villes côtières, plusieurs systèmes d'alerte ont vu le jour depuis le siècle dernier. L'un des systèmes les plus sollicités est le système Pacifique d'alerte de Tsunamis, basé à Hawaii, plus précisément à Honolulu, et géré par la NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration).

Le fonctionnement du système d'alerte consiste à utiliser les stations d'alerte sismique (une trentaine), des détecteurs sous-marins et des points de diffusion d'information dans tout le bassin Pacifique. 78 marégraphes sont répartis dans tout le bassin. Les données de ces stations sismiques peuvent permettre de localiser instantanément un séisme et de déterminer si celui-ci peut générer un tsunami. Cela permet de donner l'alerte entre plusieurs minutes et plusieurs heures avant l'arrivée d'un tsunami. De plus, en pleine mer, des bouées dédiées à l'alerte tsunami, sont placées stratégiquement. Ce sont des capteurs de pression sous-marines de détection des tsunamis en pleine mer. Source : http://tpetsunami.free.fr/page_2.htm

1.1.3 le Système DART

Après plusieurs tsunamis dans les années 1960 et surtout depuis le début des années 90 une stratégie d'alerte de tsunami a été mise en place. Les Etats-Unis ont installé le système DART (Détection des Tsunamis en eaux profondes) en anglais (Deep-Ocean Assessment and Reporting of Tsunamis) en 1995, pour protéger leurs côtes des effets dévastateurs des tsunamis. Ce système de prévention a pour but de détecter les changements de pression de la mer dans le but de détecter un éventuel tsunami *Titov et al.* (2005).

Ce système embarqué sur une bouée, enregistre la pression en profondeur et trans-

met les informations via le Satellite GOES. Il est complété par plusieurs capteurs de détection météorologique - anémomètre, baromètre, capteur de salinité de l'eau et surtout du matériel nécessaire à la transmission d'informations vers le satellite GOES, qui seront par la suite transmises vers le centre d'alarme des tsunamis situé à Honolulu, en continu (les données sont transmises en permanence, seule la fréquence d'échantillonnage augmente en cas de séisme potentiellement générateur de tsunami, voir figure 1.1).

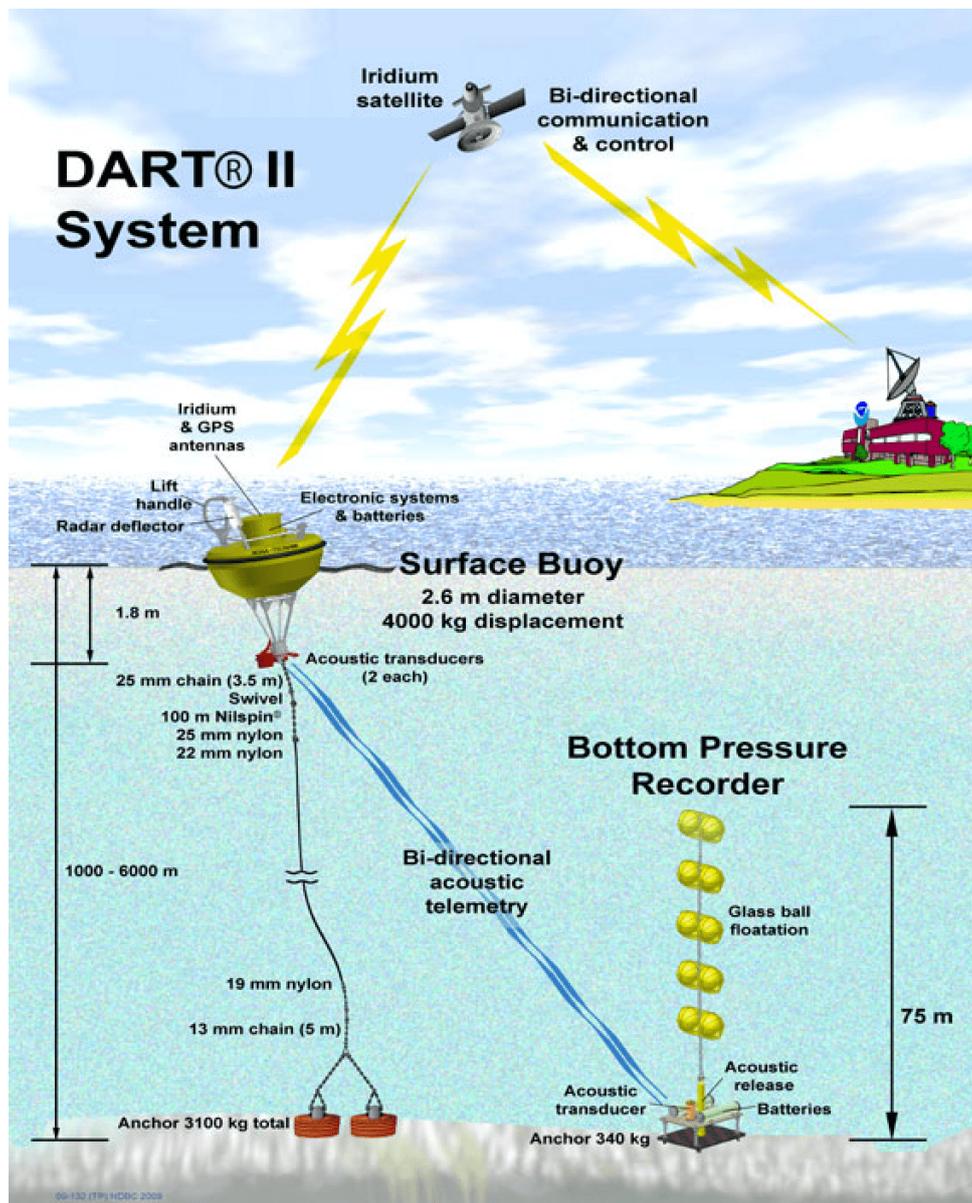


FIGURE 1.1 – Représentation schématique du principe de fonctionnement du système DART source : <http://www.ndbc.noaa.gov/dart/dart.shtml>

1.1.4 Les observations barométriques

Le puissant séisme d'Alaska ($M_w = 9.2$, 28 Mars 1964), a provoqué une énorme élévation du plancher océanique près de l'épicentre sous-marin (environ 15 m). Elle a

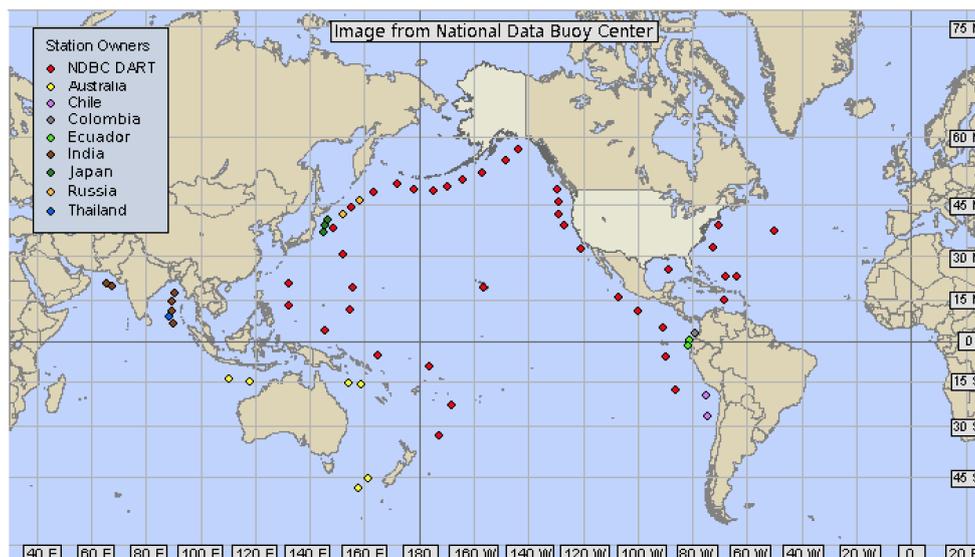


FIGURE 1.2 – Carte de l'emplacement des DART dans le monde : <http://www.ndbc.noaa.gov/dart.shtml>

généralisé un tsunami assez puissant, qui a causé des dégâts de grandes ampleurs sur la côte ouest des Etats-Unis, un nombre non négligeable de victimes estimé à 122. Plus de cent millions de dollars de dommages sont aussi rapportés par la NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration). Cet événement a permis d'observer pour la première fois les effets du couplage entre un séisme et l'atmosphère.

Dans l'état de Californie, à l'ouest des Etats-Unis, le tsunami a été observé 5 heures après la rupture sismique à l'aide du baromètre de Berkeley. Dans les 3 heures suivantes le séisme, Bolt (1964) a remarqué l'arrivée de deux perturbations atmosphériques distinctes. Le premier enregistrement effectué 14 minutes après le séisme, permet de détecter la première oscillation, qui correspond à l'onde acoustique couplée aux ondes de surface de Rayleigh. Cette dernière provoque localement un mouvement de l'atmosphère par effet de piston, à la suite du passage de ces ondes de surface se traduisant par des vibrations verticales du sol. Suite à cela, environ 2 heures et 39 minutes après le séisme, il a observé un pulse de pression se propageant à une vitesse moyenne de 300 m/s. Il s'agit alors d'une onde sismique aérienne générée par le mouvement de piston vertical à la source. Cette hypothèse a été validée par les travaux de Mikumo (1968), qui a fait une modélisation des signaux barométriques. Une autre méthode proposée par Okal and Talandier (1991) a permis d'estimer le moment sismique de l'événement à partir des amplitudes spectrales dues aux déplacements du sol, dans cette région. Plusieurs travaux de recherche ont confirmé ce couplage entre la Terre et son atmosphère à travers la détection des infrasons, e.g. (Watada et al. (2006). Mikumo et al. (2008)). D'après les travaux de recherches réalisés par Le Pichon et al. (2002), suite au séisme d'Arequipa ($M_w=8.4$, 23 juin 2001), la technique basée sur un réseau de micro-baromètres pour enregistrer les infrasons émis par le séisme, a apporté des informations sur la source sismique. De ce fait, la propagation de la rupture était connue grâce à la structure du front des ondes détectées, étant donné que le réseau était proche de l'épicentre (à moins de deux fois la longueur de la rupture). Dans ce contexte-là, Calais and Minster (1995) ont décrit une synthèse détaillée des

effets de sources acoustiques naturelles telles que les séismes, éruptions volcaniques, aurores polaires, orages etc ... ou anthropogéniques telles que les fusées, explosions sur la haute atmosphère.

1.1.5 Les observations des sondeurs Doppler

Dans le contexte de la guerre froide, entre les États-Unis et l'Union Soviétique à l'époque, plusieurs moyens de surveillances des essais nucléaires ont été déployés. Parmi ces moyens, le réseau des sondeurs ionosphériques, a mis en évidence, et pour la première fois la mesure des perturbations ionosphériques post sismiques. Les sondeurs Doppler ont la particularité de mesurer la vitesse de déplacement vertical de l'ionosphère, ils sont souvent utilisés avec des ionosondes, pour avoir une idée précise sur le profil vertical de la densité électronique. La mission essentielle des sondeurs Doppler était la surveillance des essais nucléaires, mais leur utilisation pour la caractérisation des ondes ionosphériques post-sismiques a abouti à des avancées essentielles dans ce domaine. *Davies and Baker (1965)* détectent des oscillations de période de 1 heure environ, suite au grand séisme d'Alaska de 1964, avec une vitesse de propagation moyenne de 400 m/s environ. Ce dernier, malgré ses effets dévastateurs sur la côte ouest américaine, a permis à la communauté scientifique d'observer pour la première fois des ondes susceptibles d'avoir une origine sismique *Leonard and Barnes (1965)*. Depuis la source sismique, qui est située en Alaska, des anomalies se propageant avec une vitesse horizontale d'environ 400 m/s, ont été enregistrées sur les différentes ionosondes sur le sol américain (e.g. l'Alaska, Californie et de Hawaii). A Boulder dans le Colorado, on a observé des perturbations d'un sondage bistatique entre Hawaii et Boulder, distant de 5000 km, en utilisant des mesures Doppler par sondage ionosphérique vertical à 4 et 5 MHz et aussi dans la réception des signaux à 10 MHz. Ces observations ont été interprétées par *Davies and Baker (1965)*, comme des ondes atmosphériques gravito-acoustiques générées par le séisme près de l'épicentre, où leur vitesse horizontale a été estimée entre 600 et 830 m/s. Le mode fondamental gravito-acoustique est une perturbation de plus longue période (environ 90 minutes), totalement piégée dans le guide d'onde atmosphérique. Il se propageait à une vitesse de groupe proche de la vitesse du son, soit environ 300 m/s *Row (1966)*. *Bolt (1964)* a mis en évidence un rapprochement entre ces perturbations et l'onde sismique aérienne observée dans l'atmosphère. De ce point de vue, leur propagation plus rapide pourrait s'expliquer par une altitude de sondage d'environ 200 km. Toutes ces études pointent du doigt l'augmentation anormale du pic de densité électronique de l'ionosphère et une vitesse moyenne de propagation similaire. *Row (1967)* en se basant sur ces résultats et observations, propose un mécanisme commun de génération d'ondes gravito-acoustiques pour les séismes et les explosions nucléaires. De l'autre côté du globe et suite à un séisme qui s'est produit au Japon le 16 mai 1968 à Hachinohe, *Yuen et al. (1969)* analysent le couplage de l'atmosphère avec les ondes sismiques, via la détection Doppler à Hawaï de signaux ionosphériques associés ce séisme.

Les nouvelles techniques de numérisation des données Doppler, ont permis à *Artru et al. (2001)*, *Artru et al. (2004)* d'avoir une meilleure détectabilité des signaux ionosphériques téléseismiques. Au cours de la période allant de 1999 à 2000, près de Chartres, en France, une dizaine de détections sont ainsi effectuées par le réseau de

sondage Doppler de Francourville, avec une magnitude minimum de 6.5 (Mw), permettant une étude systématique des ondes ionosphériques d'origine sismique *Rolland* (2010).

Plus près de la source, les observations d'un radar à diffusion incohérente, donnent la possibilité de caractériser la vitesse d'oscillation des couches ionosphériques dans une zone assez proche de la source, d'environ 1000 km (le cas des fusées sondes lancées par l'armée américaine en Alaska, en novembre 1978) mais aussi à différentes altitudes *Kelley et al.* (1985). Les oscillations mesurées peuvent avoir des vitesses de 100 m/s au-delà de 300 km d'altitude. Leur profil fréquentiel correspond la fréquence de Brünt-Väisälä, qui est la fréquence de coupure des ondes de gravité.

1.1.6 Détection spatiale des séismes

Suite à l'apparition du système de positionnement GPS dans les années 1980, *Calais and Minster* (1995) détectent pour la première fois des signaux ionosphériques via ce système, lors du séisme de Northridge (Mw=6.7, 17 Janvier 1994). À partir du réseau GPS Californien, *Ducic et al.* (2003) ont mise en évidence pour la première fois, la technique de l'imagerie GPS pour la détection des ondes de surface générées par le séisme de Denali (Mw=7.9, 3 Novembre 2002), ces travaux vont révolutionner la sismologie ionosphérique en offrant aux sismologues une imagerie spatio-temporelle à 2D et même 3D du front des ondes sismiques transmises dans l'atmosphère et l'ionosphère par la méthode de tomographie ionosphérique (*Garcia et al.* (2005)). Ce sont ces signaux, enregistrés au-dessus de l'épicentre, que nous allons étudier dans ce travail et ces techniques d'observation que nous allons détailler ici. Ces techniques, avec l'interférométrie radar, sont devenues des outils précieux pour la détection des séismes, grâce à leurs capacités de mesures inégalées par rapport aux sondeurs Doppler et radar qui aujourd'hui encore, sont très peu déployés.

L'interférométrie radar à synthèse d'ouverture est une technique applicable dans plusieurs domaines. Nous la citons ici en raison de son importance en sismologie, bien qu'aucune observation d'onde ionosphérique n'ait pu être réalisée avec ce système : l'orbite des satellites sont en effet bien trop bas, et leur vitesse de défilement de 8 km/s les rend inadaptés à l'observation d'onde dont la vitesse est de 3.5 km/s. Dans ce contexte, des études ont été réalisées dans l'équipe Planétologie et Sciences Spatiales de l'IPGP pour étudier leur capacité de détection sur des orbites plus éloignées, de type MEO et dans des configurations bi-fréquence permettant une imagerie de l'ionosphère.

Le radar enregistre deux images ou plus pour la même région à des moments différents. En comparant les images, il est alors possible de détecter tous les changements susceptibles de s'être produits dans l'intervalle. L'interférométrie peut être réalisée par un seul satellite ou par deux satellites évoluant en tandem sur la même orbite. La figure 1.4 montre deux pistes d'interférogramme (chemin d'accès : 402 et 405) générées à partir de données acquises PALSAR avant et après le tremblement de terre en utilisant la technique DInSAR. Un modèle de couleur illustre l'évolution de la distance satellite-sol pour la période (402 : Le 29 Septembre 2010 et le 01 Avril 2011, et pour le 405 : 19 Février 2011 et le 06 Avril 2011). Dans la Fig. 1.4, on remarque qu'il y a beaucoup de franges colorées sur l'ensemble de la région observée, et nous pouvons

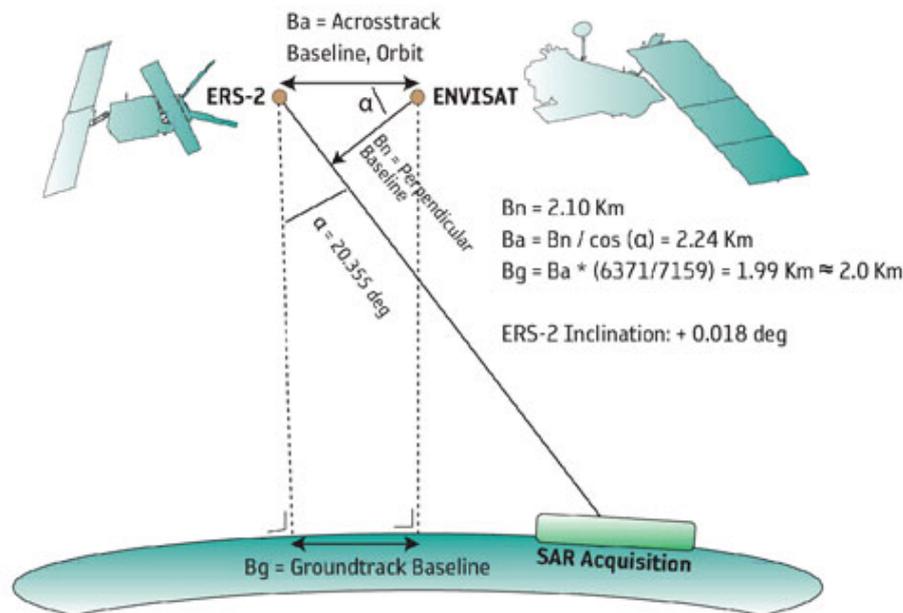


FIGURE 1.3 – Représentation schématisée de la méthode d'interférométrie radar à ouverture synthétique, Source : <http://www.space-airbusds.com/fr/actualites/interferometrie-radar-a-synthese-d-ouverture.html>

compter au moins 34 cycles de franges. D'après ces images nous pouvons interpréter que les mouvements de sol, à la pointe de la péninsule de Ojika sont environ 4 m. Considérant le mécanisme de ce tremblement de terre, le modèle de couleur indique un affaissement ou un déplacement vers l'est, dans la zone où le séisme est produit.

La mesure altimétrique

Les altimètres radar embarqués sur des satellites en orbite basse nous aident à percer peu à peu les secrets des océans. Les données de ces instruments permettent de déterminer la hauteur et d'autres caractéristiques de la surface de la mer. Elles contribuent ainsi à la compréhension, à une échelle mondiale, des structures et des processus océaniques sous-jacents, sur toute la profondeur, de la surface au plancher océanique. Le positionnement de haute précision des altimètres TOPEX/POSEIDON et JASON (1 et 2) est assuré par le système DORIS (Détermination d'Orbite et Radio Positionnement Intégré par Satellite) Willis *et al.* (2007). À travers la mesure de la vitesse par effet Doppler combinée à des modèles d'orbitographie, l'estimation de l'erreur dans le calcul de la position du satellite est de 3 centimètres seulement (Rolland (2010)).

Les altimètres TOPEX et JASON₁ ont permis de démontrer la faisabilité d'une détection ionosphérique des tsunamis avec les travaux de Occhipinti *et al.* (2006a), dans la foulée de ceux de Artru *et al.* (2005); Liu *et al.* (2006a), qui utilisèrent des mesures GPS-TEC que nous allons développer plus bas.

Ces travaux ont ainsi apporté la confirmation expérimentale des prédictions théoriques de Hines (1972) et Peltier and Hines (1976), restées pendant 30 ans sans démonstration. Ces deux techniques utilisent deux fréquences radio permettant de corriger

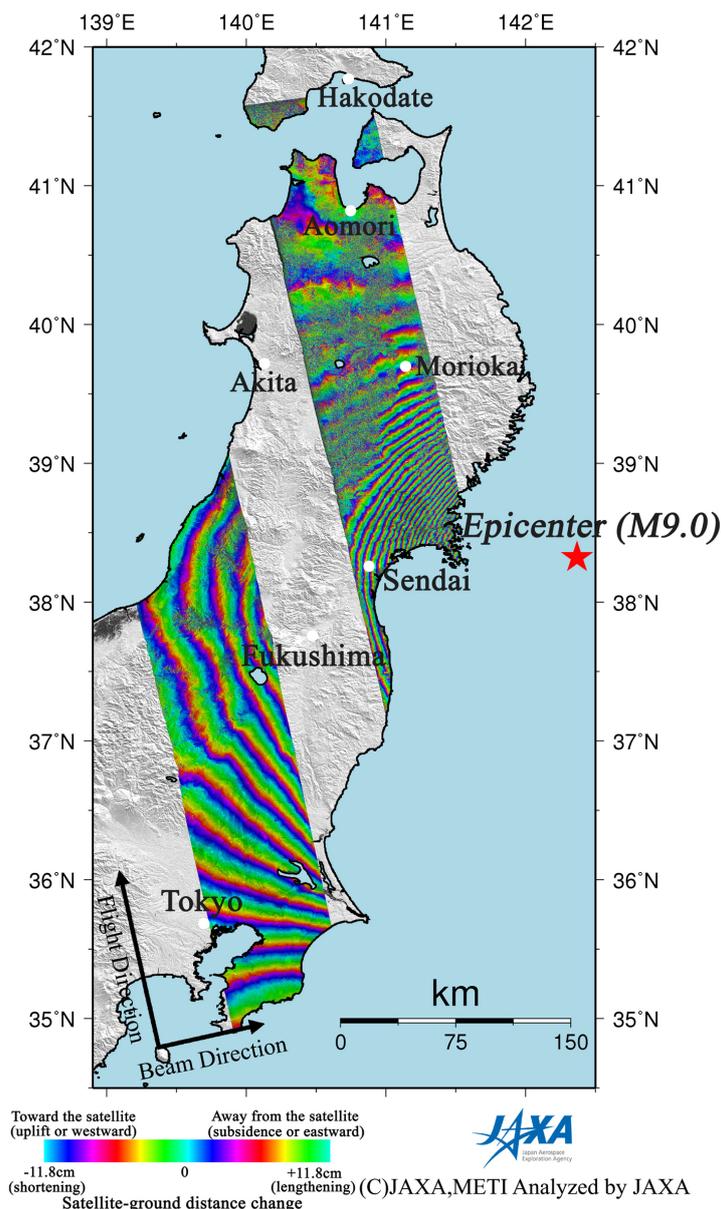


FIGURE 1.4 – Interférogrammes PULSAR indiquant la déformation de la croûte terrestre suite au séisme de Tohoku de magnitude 9 le 11 Mars 2011, Deux franges successives correspondent à la demi-longueur d'onde radar, soit 11.8 cm. L'épicentre est indiqué par une étoile. Source : [http : // www.eorc.jaxa.jp/ALOS/en/img_up/dispa1ohokueq110401-06.htm](http://www.eorc.jaxa.jp/ALOS/en/img_up/dispa1ohokueq110401-06.htm)

le retard introduit par l'ionosphère dans la propagation. Le principe de la mesure du TEC par GPS est abordé plus en détail dans le chapitre suivant. La figure 1.6 montre la correspondance de la détection du grand tsunami de Tohoku au niveau de l'eau via la mesure altimétrique de hauteur d'eau et dans l'ionosphère via la mesure du TEC. Une modélisation complète de cette dernière perturbation a démontré le couplage entre l'océan et l'ionosphère, l'atmosphère neutre jouant le rôle d'intermédiaire Occhipinti et al. (2006b)

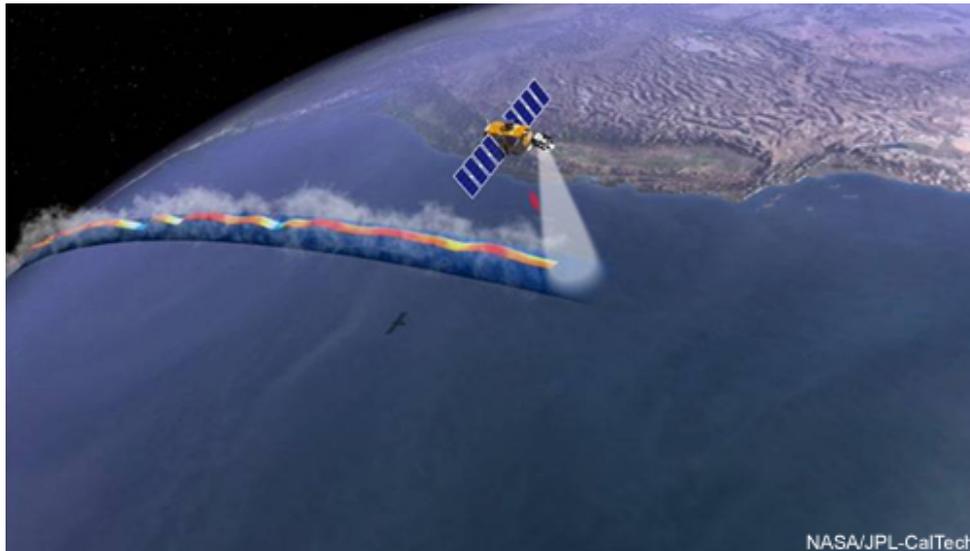


FIGURE 1.5 – Représentation de principe de fonctionnement de l'altimètre Jason 2. Source : <https://www.eumetsat.int/jason.fr/print.htm>

Le géopositionnement par GPS

Dans le cadre de la surveillance continue des séismes terrestres, l'utilisation du système de positionnement par GPS apparaît comme un complément à l'interférométrie satellitaire. L'interférométrie radar et de GPS sont deux techniques couramment combinées pour contraindre les modèles de glissement cosismique et postsismique *Freed et al.* (2006). L'interférométrie radar fournit une cartographie de la zone avec un bon échantillonnage, le GPS fournit des données suivant une configuration tridimensionnelle au niveau de chaque station géodésique *Rolland* (2010).

Les possibilités de mesures dynamiques de l'ionosphère se sont multipliées dès la mise à disposition du GPS pour des applications civiles. L'utilisation de récepteurs bi-fréquences donne en effet accès au contenu électronique total (TEC) *Lognonné et al.* (2006). Les signaux provenant des stations GPS sont utilisés pour calculer le TEC, en intégrant la perturbation électronique le long du trajet satellite récepteur, voir aussi *Mannucci et al.* (1998). Le développement de réseau de stations GPS dense à travers le monde, fournissent des données en continu, qui ont permis de faire une caractérisation en 2D et en 3D des signaux ionosphériques transitoires (TID) *Afraimovich et al.* (1998), *Calais et al.* (2003a), des ondes de chocs acoustiques générées par des fusées ou les explosions minières *Calais et al.* (1998), *Afraimovich et al.* (2001), ou encore les perturbations ionosphériques associées à l'éclipse solaire *Tsai and Liu* (1999).

1.2 VARIATION DU CONTENU ÉLECTRONIQUE TOTAL

Le Contenu Electronique Total (TEC en anglais) est donné par l'intégration de la densité électronique le long du trajet entre un satellite et une station au sol. L'unité du TEC est le TECU, qui exprime le nombre total d'électrons contenus dans un volume cylindrique d'une section transversale de $1m^2$ entre le satellite et la station *Li* (2007). Depuis le siècle dernier, le TEC est considéré comme l'un des paramètres principaux

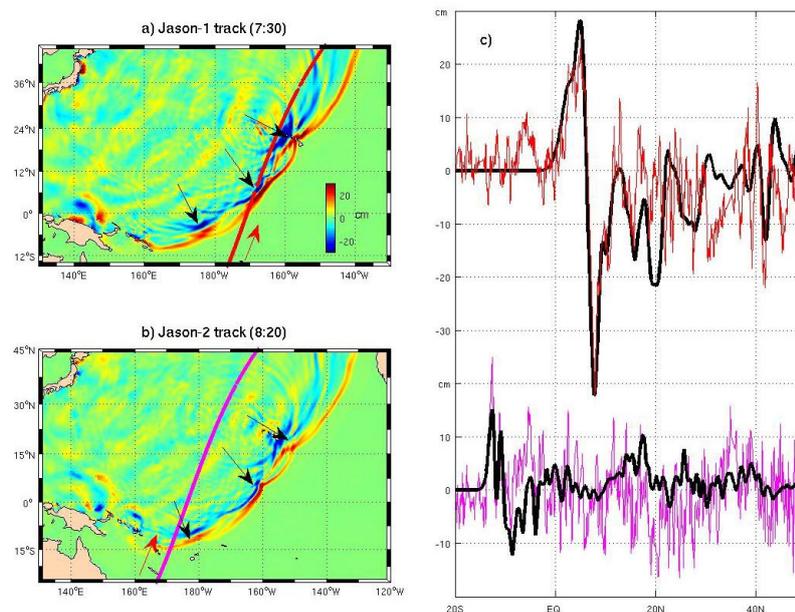


FIGURE 1.6 – a- Image du passage de satellite français Jason-1 au dessus de la zone du tsunami 7h et 30 min après le séisme de Tohoku 11 mars 2011 montrant la grande vague du tsunami avec une élévation plus de 20 cm par endroit dans le large. b- Image du passage de satellite français Jason-2 au dessus de la zone du tsunami 8h et 20 min après le séisme de Tohoku 11 mars 2011, montre l'affaiblissement de la vague du tsunami. c- Les comparaisons entre les données de hauteur tsunami observées par les deux satellites (rouge jason-1, rose jason-2) avec les modèles de prédiction du JPL (lignes noires), sur la base des données au sol fournit par 1200 stations GPS japonaises. Source : <http://www.nasa.gov/topics/earth/features/tsunami20111205i.html>

de l'étude de la structure de l'ionosphérique de la terre. Le TEC varie selon plusieurs paramètres, qui sont : la position géographique, la saison, les variations ionosphériques journalières, l'activité géomagnétique, les radiations solaires et les processus de transport de particules (électronique et ionique) d'une région à l'autre Li (2007).

1.2.1 Variation du TEC liée à l'alternance jour nuit

En règle générale les variations du TEC sont comprises entre 1 à 100 TECU. Il y'a une forte dépendance à l'activité solaire et géomagnétique Jee et al. (2004). L'indice d'activité solaire est nommé $F10.7$. Quand $F10.7 \geq 120$, la valeur du TEC est beaucoup plus élevée que pour $F10.7 < 120$ Li (2007). Les périodes de forte d'activité géomagnétique sont connues d'avoir un $F10.7 > 120$, ce qui fait augmenter les valeurs du TEC sensiblement aux basses latitudes, et sous l'influence de l'activité magnétique, les anomalies équatoriales deviennent plus larges. L'étude faite par Codrescu et al. (1999), sur les données TEC du satellite TOPEX de 1992 à 1996, montre un taux d'augmentation du TEC le matin qui est toujours identique. Il dépend fortement du niveau d'activité magnétique, car le seul responsable de cette augmentation est le flux solaire EUV (Li (2007)).

Généralement l'écart-type du TEC est compris entre 30% à 40%, mais peut atteindre parfois plus de 50% par rapport à la moyenne de TEC (Li (2007)). À cause du

couplage de l'ionosphère avec le champ magnétique. La variation maximale TEC se situe au voisinage de l'équateur magnétique. Durant la période d'une forte activité solaire qui se manifeste par l'augmentation des tâches solaires dans la photosphère solaire, le TEC s'accroît, et il diminue dans une période de calme (*Liu et al. (2006b)*)

1.2.2 Variation saisonnière du TEC

Mukherjee et al. (2010), ont étudié la variabilité de l'anomalie saisonnière du TEC, enregistrée par la station équatoriale Bhopal en Inde, au cours d'une période de faible activité solaire (2005-2006). En utilisant le système GPS, *Mukherjee et al. (2010)* ont montré un comportement diurne pour les valeurs moyennes mensuelles du TEC pendant l'hiver, l'été et l'équinoxe. Les valeurs les plus élevées du TEC sont obtenues vers midi où le TEC atteint son maximum entre 7 et 10 UT. L'amplitude du maximum diurne est plus élevée dans l'équinoxe, (58,6 TECU) et moins en été, (38,7 TECU), ce qui montre l'amplitude de variation saisonnière du TEC. *Bhuyan and Borah (2007)* ont suggéré que cette variation est due aux changements semestriels dans la composition des neutres. Ceci est parce que l'atmosphère est généralement plus mitigée durant l'hiver que durant l'été par les précipitations pluvieuses.

En outre, il est connu que les changements saisonniers de la densité d'électrons dans la région F évoluent en fonction du rapport de la concentration d'oxygène atomique et le nitrogène moléculaire : O / N_2 . Ces changements de composition sont suffisants pour expliquer l'effet de l'anomalie saisonnière du TEC. Le réchauffement asymétrique des deux hémisphères peut entraîner les neutres transportés à partir de l'été dans l'hémisphère d'hiver. Ces gaz sont introduits dans les basses latitudes de l'hémisphère d'été, ce qui augmente la concentration d'électrons à l'équinoxe (*Mukherjee et al. (2010)*).

1.2.3 Les effets de l'activité géomagnétique

Les orages géomagnétiques ont des effets significatifs sur l'ionosphère. Pendant les orages géomagnétiques, la forte énergie du vent solaire provoquent de grandes perturbations dans l'ionosphère polaire et thermosphère, ainsi que des précipitations de particules hautement énergétiques en haute latitude. Ce sont des forces motrices puissantes derrière les processus hautement dynamiques dans cette région. Par conséquent, des perturbations ionosphériques importantes (y compris la densité du plasma forte et la variabilité TEC) sont observées dans cette région qui se propagent alors dans le sens de l'équateur. La vitesse et l'étendue de cette perturbation varie selon la saison et l'heure locale. Elle est estimée de l'ordre de 400-900 m/s. En raison de la faible densité ionique pendant la nuit, la propagation est plus rapide et plus étendue dans la nuit par rapport à la journée (*Kutiev et al. (2005)*; *Stankov et al. (2010)*). La propagation des perturbations ionosphériques est influencée aussi par la durée de la tempête magnétique observée dans l'ovale aurorale aux latitudes moyennes (*Afraimovich et al. (2009)*)

1.2.4 Les Variations longitudinales du TEC

La relation entre les variations longitudinales de la région ionosphérique F et la propagation verticale des courants troposphériques a été suggérée par *Sagawa et al.* (2005). Récemment, de nombreuses études d'observation et de modélisation ont clairement démontré la présence d'une variabilité longitudinale du TEC (e.g., *Pedatella et al.* (2011), *Nogueira et al.* (2013)).

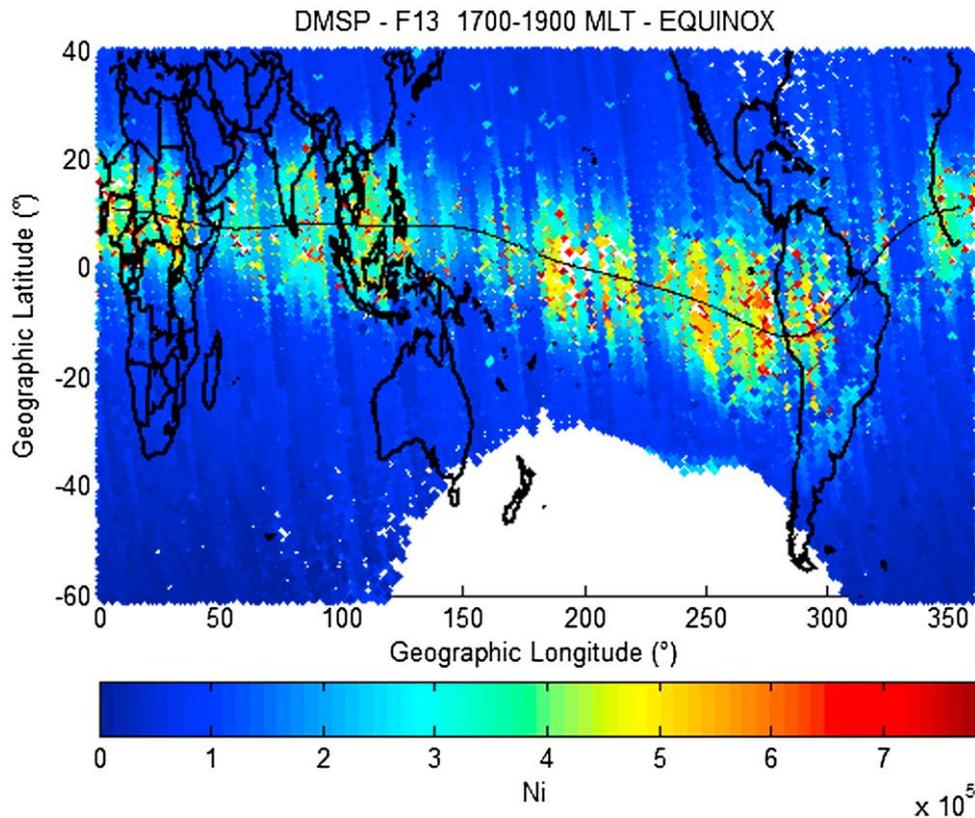


FIGURE 1.7 – Variation du TEC au coucher du soleil à une altitude de 840 km, mesurée par le satellite DMSP-13 durant une forte activité solaire 2001 au cours de l'équinoxe. La courbe noire qui traverse le tracé indique l'équateur magnétique. Source : *Nogueira et al.* (2013)

La figure (1.7) montre que les régions où les valeurs de N_i augmentent sont situées à proximité des secteurs longitudinaux suivants : $350^\circ - 30^\circ$ (Afrique de l'Ouest), $90^\circ - 120^\circ$ (Inde et en Asie du Sud-Est), $180^\circ - 200^\circ$ (Pacifique central) et $240^\circ - 290^\circ$ (ouest de l'Amérique du Sud). Ces valeurs correspondent aux maxima du TEC ionosphérique observés par le satellite DMSP-13 pendant l'équinoxe de septembre 2001 *Pedatella et al.* (2011). Ils remarquent aussi une variation longitudinale forte de la densité d'ions sur l'Amérique du Sud, où cette région est caractérisée par une variation longitudinale forte dans la déclinaison magnétique et par la présence de l'anomalie magnétique de l'Atlantique Nord-Américaine *Abdu et al.* (2005). De telles variations de l'intensité du champ et la déclinaison de l'angle magnétique peuvent engendrer une dérive verticale des vents thermosphériques qui vont modifier la densité du plasma ionosphérique et par conséquent le TEC *Pedatella et al.* (2011)

1.2.5 Les Variations du TEC du aux séismes de forte magnitudes

Les séismes de forte magnitudes sont connus pour avoir un effet direct sur la variation du TEC (e.g., Bolt (1964), Davies and Baker (1965)). Calais and Minster (1995) effectuent la première détection par GPS des ondes ionosphériques qui ont une origine sismique, suite au séisme de Northridge de Californie (Mw= 6.7, 14 janvier 1994), à l'aide de récepteurs situés à moins de 1000 km de la source de ce séisme.

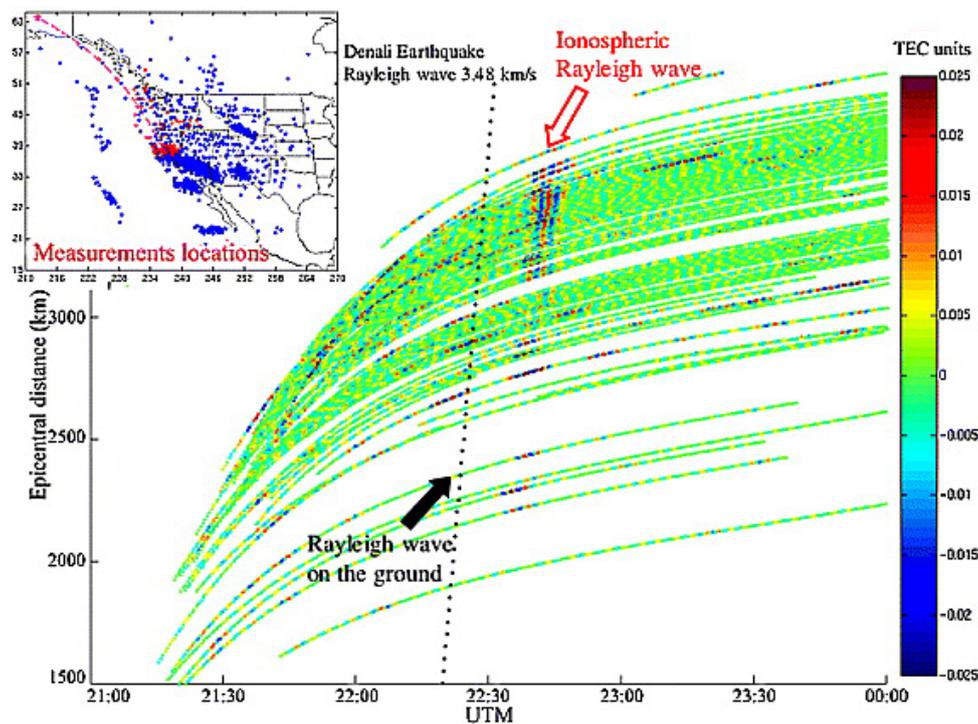


FIGURE 1.8 – Séries temps distances du TEC pour le séisme d'Alaska du 03 novembre 2002, les données TEC ont été obtenues à partir de la différence des temps de propagation des deux récepteurs GPS, puis filtré passe-bande entre 150 s et 350 s. Chaque tracé correspond au TEC obtenu avec une station GPS donnée au point de sub-ionosphérique donné. L'élévation du satellite est d'environ 35-40 degrés au moment de l'observation du signal. La ligne noire en pointillé représente le temps d'arrivée du le train d'onde, pour une propagation d'onde de surface de 3,5 km/s. Les différences de temps d'arrivée pourraient être liées à des variations latérales. En haut à gauche : sont représentés les points Piercing (point bleu) pour les mesures ionosphériques pour tous les récepteurs en Californie et tous les satellites. L'étoile en couleur violet, montre l'emplacement de l'épicentre du tremblement de Terre de Denali et les points rouges sont les positions du point de sub-ionosphérique. Source : Ducic et al. (2003).

Les premières images de perturbations ionosphériques post-sismiques sont publiées par de Ducic et al. (2003), suite au séisme de Denali (Alaska) (Mw = 7.9, le 3 novembre 2002). La figure (1.8) représente le diagramme temps/distance (ou hodochrone), qui montre une perturbation oscillatoire du TEC forcée par le passage des ondes de Rayleigh au sol, cette perturbation s'éloigne radialement à partir de l'épicentre du séisme, à une vitesse de 3.5 km/s environ (Ducic et al. (2003)). Généralement, ces perturbations ont seulement une amplitude de quelques centièmes d'unités TEC. Elles n'ont pas de composante fréquentielle au-dessus de 10 mHz. Ceci vient d'un filtrage atmosphérique des ondes acoustiques de haute fréquence à partir de 150 km d'altitude en raison de la viscosité de l'atmosphère. Rolland (2010).

Le séisme et tsunami associé de Tohoku 2011, ont permis de renouveler des observations du même type onde sismique aérienne (*Astafyeva et al. (2011a)*). À partir de stations GPS du réseau GEONET et d'autre réseaux répartis sur tout le globe (e.g., Hawaii, Californie), des perturbations ionosphériques ont été enregistrées à peine 8 min après début du séisme. Ce temps n'est rien d'autre que la durée nécessaire à l'onde gravito-acoustique pour atteindre la couche F de l'ionosphère. Nous reviendrons plus en détail sur les perturbations ionosphériques observées à l'issue de cet événement majeur dans les chapitres 4 et 5

La figure 1.9, montre l'observation d'une perturbation ionosphérique spectaculaire. Elle correspond principalement à des ondes acoustiques générées par le tremblement de terre et apparaît environ 10 minutes après le séisme de Hokkaido de magnitude $M_w = 8$ qui a eu lieu le 25 septembre, 2003 *Lognonné et al. (2006)*.

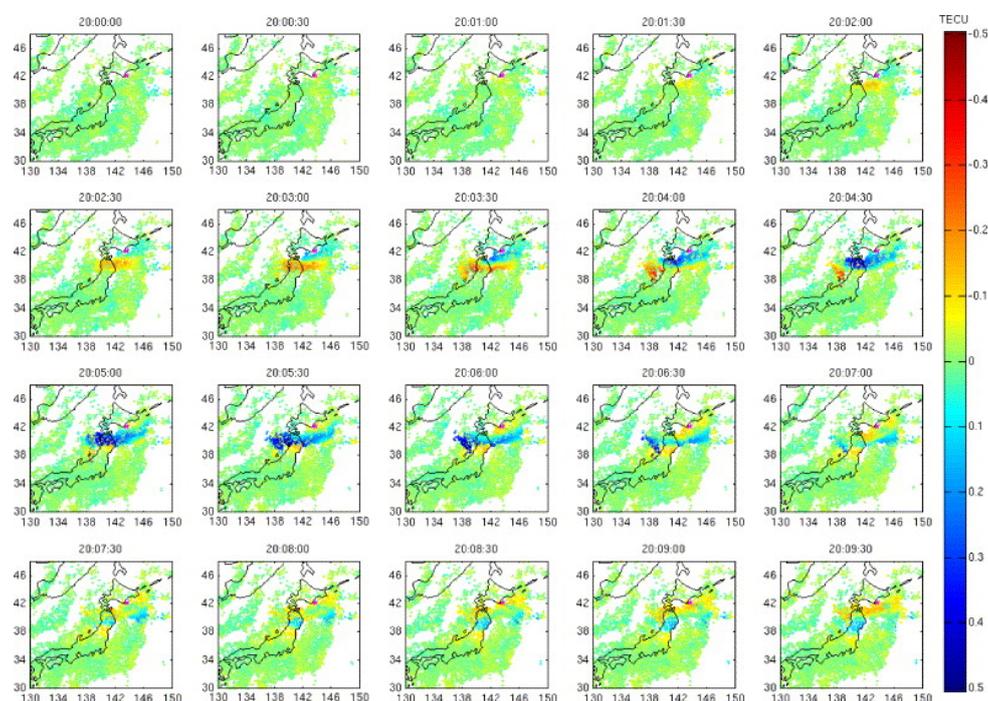


FIGURE 1.9 – Carte des perturbations ionosphériques sur le Japon après le séisme de Hokkaido. Chaque carte est effectuée toutes les 30 s. Une perturbation ionosphérique spectaculaire est observée, correspondant principalement aux ondes acoustiques générées par le tremblement de terre et apparaît environ 10 minutes après. Le tremblement de terre a eu lieu à 19h50 UT, la première carte est à 20h00 UT. Source : *Lognonné et al. (2006)*

Un couplage significatif entre les ondes acoustiques et les ondes sismiques est observé. Il génère des signaux atmosphériques et ionosphériques couplés au front d'onde sismique. Ce couplage explique la plupart des observations faites au cours des trois dernières décennies à travers la mesure de ces signaux couplés. Ce couplage explique également les signaux ionosphériques, qui peuvent être observés par sondage ionosphérique sur la base du réseau GPS *Lognonné (2010)*. Ainsi, deux types de perturbations des ondes cosismiques ionosphériques ont été enregistrés jusqu'à présent, les premières sont des ondes acoustiques basses fréquences excitées localement par la rupture du séisme et elles se propagent à la vitesse du son à la fois dans les deux directions verticale et horizontale. Les secondes sont induites par le forçage du sol ou la propagation de front d'onde océanique *Rolland et al. (2011a)*.

Les observations GPS à double fréquence ont été utilisées pour détecter à petite échelle des perturbations ionosphériques causées par des séismes *Calais et al.* (2003b). La mesure de la densité électronique de l'ionosphère par GPS est basée sur le fait que les signaux radio diffusés à 1,57542 GHz (f_1) et 1,2276 GHz (f_2) par les satellites GPS sont retardés le long de leur trajectoire par des interactions avec des électrons libres dans l'ionosphère. Le retard différentiel entre les fréquences f_1 et f_2 est proportionnelle au contenu électronique intégré le long de la trajectoire entre un récepteur et un satellite *Calais and Minster* (1995).

1.2.6 Observations TEC de Tsunami

Les ondes de tsunami se propageant sur de longues distances dans les mers et les océans, ils peuvent induire des ondes de gravité atmosphériques par couplage dynamique à la surface. Ces ondes se propagent dans une gamme de période comprise entre de 10 à 20 minutes. L'onde de gravité se propage obliquement vers le haut, et atteint l'ionosphère après quelques heures *Artru et al.* (2005). Les variations du TEC extraites des données enregistrées par un réseau GPS basé à Hawaii, suite aux deux séismes de Samoa 2009 (29 septembre 2009) et celui du Chili 2010 (27 février 2010), montrent des perturbations ionosphériques dans les heures qui suivent le passage de l'onde de tsunami au niveau de la mer. Pour chaque événement, on observe des ondes de gravité ionosphériques se propageant à la vitesse du tsunami environ 220m/s , la direction et l'heure d'arrivée sont cohérentes avec l'arrivée du tsunami. La signature tsunamigène dans l'ionosphère est également comparée à des mesures au niveau de la mer. Ces observations fournissent de nouveaux exemples de la sensibilité de l'ionosphère à des ondes de gravité tsunamigènes et confirme que la surveillance de l'ionosphère par GPS peut fournir des informations complémentaires sur la propagation du tsunami *Rolland et al.* (2010).

1.2.7 Observation TEC de Volcans et d'autres phénomènes

Suite à l'explosion volcanique du volcan Hills entre le 12 et le 14 juillet 2003, l'analyse spectrale du TEC présente un pic d'amplitude à 4 MHz pour les deux ensembles de données TEC mesurés durant cette période. Les deux signaux sont expliqués par une source unique explosive située dans l'atmosphère. L'étude faite par *Dautermann et al.* (2009), démontre l'existence de similitude dans les formes d'ondes, qui sont signalées après le déclenchement de plusieurs autres explosions. Des perturbations de densité d'électrons dans l'ionosphère sont ainsi détectées à travers les mesures GPS. 565 s après l'explosion, une variation de l'ordre de 0,14 TECU dans le TEC était enregistré, avec une durée de 80 s. La perturbation acoustique nécessaire pour produire une telle perturbation a été bien modélisée comme une onde N avec une dimension de 35 km et une amplitude relative de 12% se propageant radialement à une vitesse de 0,7 km/s. La majorité de la perturbation du TEC a eu lieu à une altitude d'environ 200 km *Fitzgerald* (1997).

1.2.8 Tohoku et les observations ionosphériques faites lors du séisme

De nombreuses études ont été réalisées suite au séisme de fortes magnitudes de Tohoku ($M_w = 9.0$ le 11 mars 2011). Depuis, les observations GPS de la réponse ionosphérique sont devenues systématiques pour les séismes de grandes magnitudes $M_w > 6,5$.

En outre, la qualité des données en continue fournies par le réseau japonais GEONET offre de larges perspectives dans le domaine de la surveillance sismique par GPS. *Astafyeva et al.* (2011b) pour la première fois a montré la possibilité d'obtenir rapidement des informations sur l'étendue spatiale de la faille sismique pour le grand séisme de Tohoku du 11 mars 2011, $M_w=9.0$, en analysant le TEC ionosphérique de la région en question. Les observations montrent aussi que les séismes sont connus pour être une source de perturbations atmosphériques et ionosphériques. Au cours d'un séisme, un forçage impulsif brusque du sol génère des ondes de pression atmosphérique qui se propagent vers le haut dans l'atmosphère et l'ionosphère. Ils atteignent la hauteur de la couche F de l'ionosphère en 8 minutes. En raison de la diminution rapide de la densité atmosphérique avec l'altitude, les vitesses correspondantes peuvent atteindre des amplitudes assez importantes. *Astafyeva et al.* (2013a) suggère que la déplétion du TEC enregistrée suite au séisme de Tohoku 11 mars 2011, est due aux effets non linéaires dans le champ des neutres, qui en résultent d'une pression d'onde de choc provoquée par le séisme. *Heki* (2011a), a reporté sur la base des observations faites en particulier après Tohoku et d'autres méga séismes, qu'il y'aurait une augmentation de l'ionisation, et non pas une déplétion du TEC. Ce qui pourrait être expliqué par la possibilité d'existence des signaux précurseurs pour des méga séismes. Cette hypothèse est loin d'être acceptée, elle a été fortement contestée dans les travaux de *Kamogawa* (2013), qui a suggéré que le précurseur est un artefact, directement lié à la longueur de la fenêtre d'analyse utilisée par *Heki* (2011a). Il a pris une fenêtre de 20 minutes seulement après l'arrivée des ondes acoustiques, une durée jugée trop courte par rapport au trou ionosphérique rapporté par les autres études. Les perturbations ionosphériques pré-sismiques sont donc des phénomènes actuellement très controversés. Si ces signaux existent ils peuvent de plus être masquées par l'activité solaire ou géomagnétique élevée *Astafyeva and Heki* (2011).

1.3 PLAN DE L'ÉTUDE ET OBJECTIF DU TRAVAIL

Ce travail a comme objectif de modéliser les signaux ionosphériques post-sismiques du séisme de Tohoku du Japon ($M=9.0$, 11 Mars 2011) au-dessus du séisme et plus particulièrement d'étudier le trou ionosphérique qui s'y est développé. Ce trou résulte-t-il d'une onde de choc dans l'atmosphère neutre ? Résulte-t-il de non linéarité dans le couplage entre atmosphère neutre et ionosphère ?

D'abord, nous poserons les bases théoriques : dans le deuxième chapitre nous décrivons les propriétés physiques de l'ionosphère, des généralités sur l'interaction Terre ionosphère, et les différentes méthodes de détection des ondes sismiques dans l'ionosphère.

Dans le chapitre 3, nous introduirons les outils mathématiques, nécessaires pour nos développements et nos simulations. Nous présenterons leurs domaines de vali-

dité, ainsi que leur champ d'application et nous expliquerons la méthode des éléments spectraux.

Nous développerons les équations du couplage avec l'ionosphère puis présenterons l'approche numérique choisie. Il s'agira de l'approche de Runge Kutta 4 pour l'intégration des équations de conservation.

Dans le chapitre 4, nous nous baserons sur une simulation bi dimensionnelle du phénomène de propagations des ondes acoustiques dans l'ionosphère et étudierons dans un premier temps un système homogène où les vitesses acoustiques et les densités ne varient pas avec altitude.

Nous utiliserons par la suite un modèle beaucoup plus réaliste, avec une variation en altitude des paramètres physiques comme la vitesse acoustique et la densité, fournie par le modèle NRLMISSIS-00. Nous y ajouterons également les effets du champ magnétique, avec une description du champ magnétique terrestre fournie par le modèle IGRF. Nous ajoutons aussi les conditions ionosphériques du modèle IRI. Les premiers résultats associés à cette première phase de l'étude ont fait l'objet d'une participation à un article scientifique publié *Astafyeva et al.* (2013b).

Dans le chapitre 5, nous nous baserons sur les mêmes approches que dans les chapitres précédents, mais cette fois-ci dans une configuration 3D.

Dans ces simulations 3D, on réalise des modélisations de la propagation des ondes gravito-acoustiques qui se propagent du sol vers l'ionosphère. Nous utiliserons une grille tridimensionnelle, qui prend en compte la bathymétrie de la région de Tohoku, ainsi que les modèles lisses d'atmosphère neutre, d'ionosphère et de champ magnétique. La complexité de la source sismique sera étudiée, avec une analyse comparative entre des cas avec source sismique simple ponctuelle et d'autres avec une source sismique étendue. L'effet de la magnitude du signal sera aussi analysé, avec la comparaison des modélisations pour le séisme principal de Tohoku ($M_w=9.0$, 11 mars, 2011) et son précurseur ($M_w=7.3$, 09 mars 2011). Cette comparaison nous permettra d'analyser l'importance de la non-linéarité dans le couplage entre atmosphère neutre et atmosphère ionisée et plus particulièrement sur ces effets dans les signaux TEC du contenu total en électrons.

Ceci nous permettra d'avoir un aperçu des effets, sur les enregistrements du contenu total d'électron, de la magnitude du séisme. Dans ce même chapitre nous comparerons enfin nos simulations avec les données. Ce travail sera résumé dans un article qui est en phase de soumission. Nous terminerons par une conclusion générale, où nous décrirons nos conclusions à l'issue de ce travail ainsi que les perspectives après cette thèse.

L'IONOSPHERE ET SES CARACTERISTIQUES

2

SOMMAIRE

2.1	L'IONOSPHERE ET SES CARACTERISTIQUES	23
2.1.1	L'influence du Soleil	28
2.1.2	Le modèle IRI	30
2.1.3	Les perturbations ionosphériques itinérantes	32
2.2	LE SONDAGE IONOSPHERIQUE	32
2.3	SYSTEMES DE POSITIONNEMENT PAR SATELLITES	35
2.3.1	La mesure GPS	37
2.3.2	Les erreurs de mesure GPS	37
2.3.3	Correction ionosphérique	38
2.3.4	Calcul du Contenu Electronique Total par GPS	39
2.3.5	Convertir STEC pour VTEC	40
2.4	CONCLUSION	42

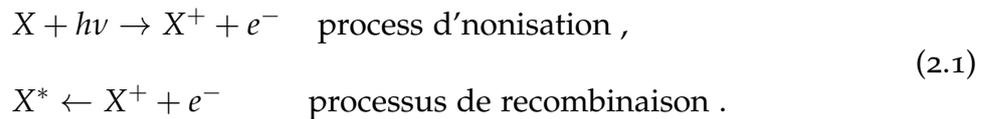
L'atmosphère est la couche gazeuse qui entoure notre planète. Ce milieu contrôle la distribution de l'énergie d'origine solaire (essentiellement) à la surface du globe. L'atmosphère se compose de plusieurs couches dont les caractéristiques physiques et chimiques varient principalement avec l'altitude, l'heure locale, la latitude et l'activité solaire. D'autre part, elle a une relation dynamique avec les océans et la surfaces de la Terre.

Les ondes créées par les séismes dans l'atmosphère étant principalement détectées dans l'ionosphère, nous allons focaliser ce chapitre sur cette partie ionisée de l'atmosphère, où les processus dynamiques en font un milieu très sensible et contrôlé par les radiations solaires et les réactions chimiques de ces constituants neutres et ionisés.

Dans ce chapitre nous décrirons les caractéristiques physiques de l'ionosphère et les principales méthodes de mesures de ces propriétés.

2.1 L'IONOSPHERE ET SES CARACTERISTIQUES

La traversée des rayonnements UV solaires ainsi que les rayons X, initient le processus d'ionisation des molécules dans l'atmosphère. Il résulte de ce processus des photons suffisamment énergétiques, qui vont libérer des électrons des atomes qui constituent les gaz atmosphériques. Simultanément, ces électrons libres sont capturés par des ions positifs. Ce processus s'appelle la recombinaison.



où h est la constante de Planck, ν est la fréquence de l'énergie du seuil de la séparation des électrons e^- de l'espèce X considérée, où il en résulte l'ion X^+ .

La densité globale des électrons dans l'ionosphère est déterminée par la compétition entre des processus d'ionisation et de recombinaison. Les taux d'ionisation et de recombinaison dépendent de plusieurs facteurs, comme la pression (le phénomène de recombinaison est plus présent aux basses altitudes) et le rayonnement venant de l'espace. Ces rayonnements sont principalement des rayonnements solaires et des bursts de rayons gamma GRB et les rayons X. Source : <http://sidstation.loudet.org/ionosphere-fr.xhtml> En conséquence, l'ionosphère présente des variations diurnes (jour/nuit), des variations saisonnières (été/hiver) et est fortement affectée par l'activité solaire (cycle de 11 ans, éruptions solaires, ...).

Sous l'effet de la gravité terrestre, l'ionosphère est stratifiée en plusieurs couches en altitude, qui sont connues comme les couches d'Appleton, suite aux travaux du chercheur Britannique *Appleton and Naismith* (1947), qui lui ont parmi de remporter un prix Nobel de la physique en 1947 voir figure 2.1.

La région D

Cette couche se situe entre 60km et 90km d'altitude. Elle est caractérisée par une chimie très complexe, car suivant la stratification de l'atmosphère terrestre on y rencontre une grande variété d'espèces différentes. Et comme très peu de rayonnement UV pénètre à des altitudes si peu élevées, l'ionisation est assez faible dans cette région, l'air y est encore assez dense, et la densité électronique est de l'ordre de $10^8 - 10^{10} e/m^3$. Cette région est aussi connue pour être très collisionnelle, donc les électrons libérés par ionisation sont très rapidement captés par attachement électronique pour donner des ions négatifs (principalement O_2^- , CO_3^- , HCO_3^- , NO_3^-), qui sont très prépondérants dans cette région. Plusieurs processus sont responsables de la disparition de ces ions négatifs ; la recombinaison avec un cation, la collision sur une particule neutre ou la photo-dissociation. L'existence de cette couche est conditionnée par le temps de recombinaison qui est assez court, ce qui entraîne la disparition de la couche D la nuit. Avec ces caractéristiques, la contribution de la région D aux sondages GPS utilisés pour détecter des ondes est négligeable *Nath and Setty* (1976).

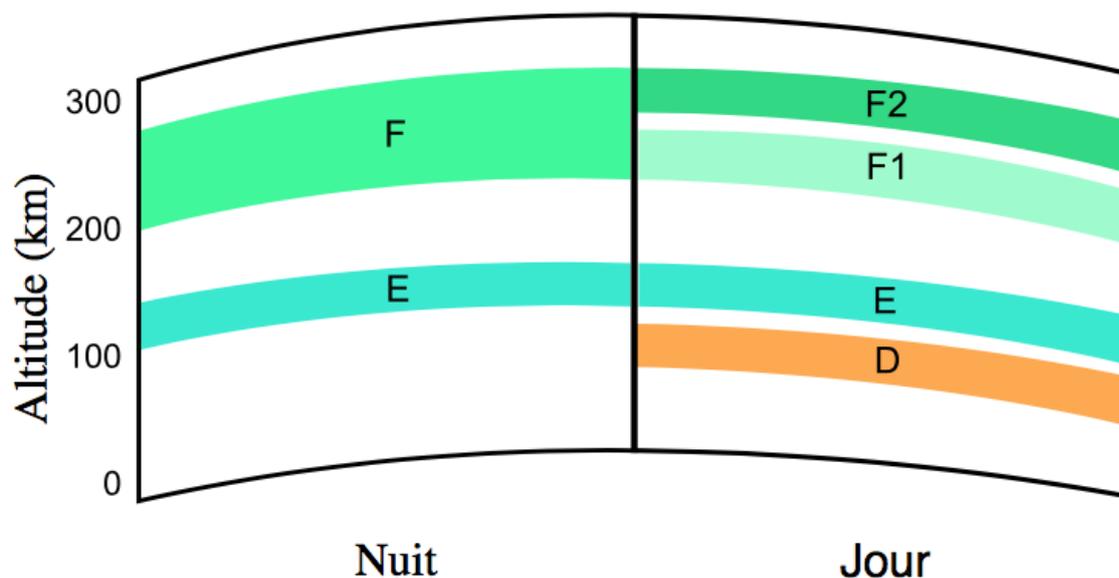


FIGURE 2.1 – Représentation schématique des couches de l'ionosphère terrestre. Source : https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/db/Ionosphere_Layers_fr.svg

La région E

Au-dessus de la couche D vient la couche E, qui est située entre 90 km et 120 km d'altitude, avec une densité électronique d'environ $10^{10} e/m^3$. Elle se compose principalement de neutres qui sont N_2 , O_2 et O . Les ions les plus prépondérants sont NO^+ (généralement formés par échange de charge entre N et O^+) et O_2^+ . Cette région constitue une zone d'équilibre entre la production d'électrons par ionisation et leur perte par recombinaison dissociative, qui est le mécanisme de perte prépondérant dans cette région (Rogers and Biondi, 1964). Là aussi l'existence de la région E est conditionnée par le processus de recombinaison qui est très important, ce qui cause la disparition presque totale de cette couche la nuit, à part dans les régions de haute latitude, l'endroit favori des précipitations de particules ionisantes. L'une des caractéristiques majeures de la couche E est due au comportement différent des ions et des électrons, dont le libre parcours leur permet à partir de 90 km d'altitude, de dériver le long des lignes du champ magnétique terrestre dans un mouvement hélicoïdal. Il résulte, de ce comportement différentiel des électrons et des ions, la génération de courants électriques. La topologie du champ magnétique terrestre, qui est quasiment horizontale à l'équateur et verticale à haute latitude, gouverne l'intensité de l'électrodynamique de cette région, et dans une moindre mesure, la conductivité ionosphérique qui est gouvernée par l'inclinaison du rayonnement solaire. Notant qu'à des hautes latitudes, la fermeture de systèmes de courants magnétosphériques, n'est permise qu'à partir de la circulation de courants horizontaux, ce qui facilite les échanges avec des régions plus éloignées de la Terre (Vallières (2002)). De ce fait la contribution de la région E aux sondages GPS utilisés pour détecter des ondes reste cependant faible.

La région F

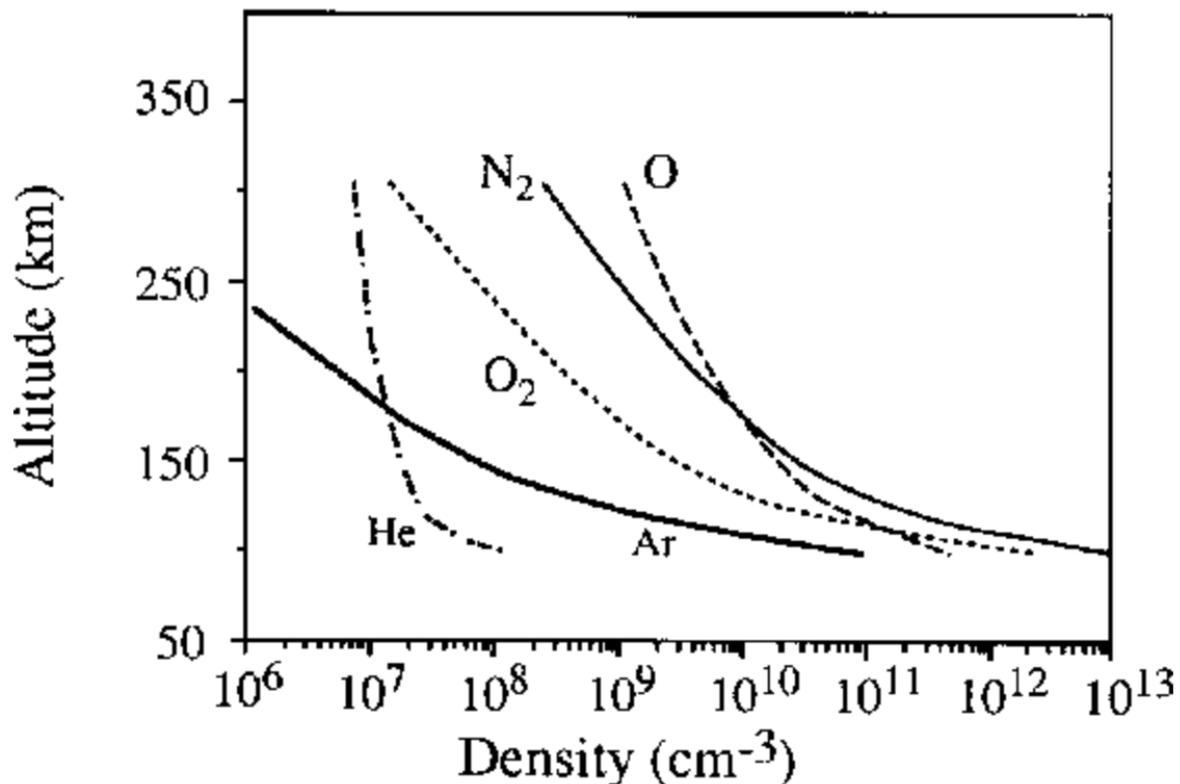


FIGURE 2.2 – Densités atmosphériques des neutres pour diverses espèces moléculaires et atomiques. Source :Cravens (2004)

Elle se situe entre 150 km et 500 km, c'est la région de l'ionosphère où l'ionisation atteint son maximum, la densité électronique peut atteindre $10^{11} - 10^{12} e/m^3$ entre 250 km et 300 km d'altitude. Dans cette région très peu collisionnelle, les forces électromagnétiques sur les ions et les électrons deviennent prépondérantes, car le libre parcours moyen devient grand, leurs mouvements sont donc contrôlés par les champs magnétiques et électriques issus du couplage vent solaire/magnétosphère et qui se projettent le long des lignes de champ magnétique. On y trouve les mêmes éléments que dans région qui la précède, mais la concentration de l'oxygène atomique devient prépondérant. Le rayonnement solaire qui y pénètre ($< 900nm$) favorise l'ionisation de O_2^+ , N_2^+ et O^+ . Généralement la couche F diurne est séparée en deux sous couches, la couche F1 et la couche F2 dont l'interface, située à une altitude d'environ 200km, qui marque la transition entre les ions atomiques O^+ et ions moléculaires O_2^+ (Vallières (2002)). La nuit, ces deux couches se fondent en une seule couche F. L'altitude de la couche F dépend de plusieurs paramètres, elle varie en fonction du moment de la journée, de la saison et de l'activité du soleil. Dans ce contexte, on considère dans notre modélisation un modèle ionosphérique à un seul ion O^+ , car à partir de 200 km d'altitude il représente 90% des ions présent dans cette couche avec une concentration de $10^{10} e/cm^{-3}$ (voir figure 2.3). Les aspects dynamiques de l'ionosphère seront traités et détaillés plus loin, dans la section 3.5

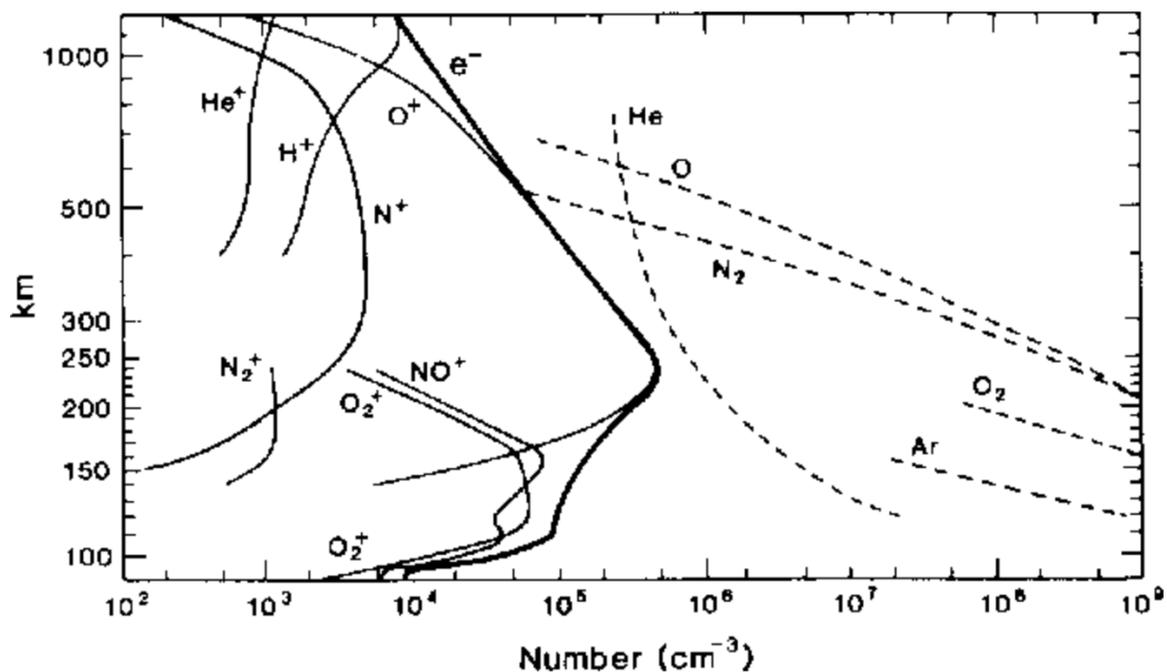


FIGURE 2.3 – Répartition verticale des ions et des molécules neutres du plasma ionosphérique dans le cas d'une faible activité solaire, de jour et à moyenne latitude. Source : Johnson (1969)

Magnétosphère et phénomènes magnétiques

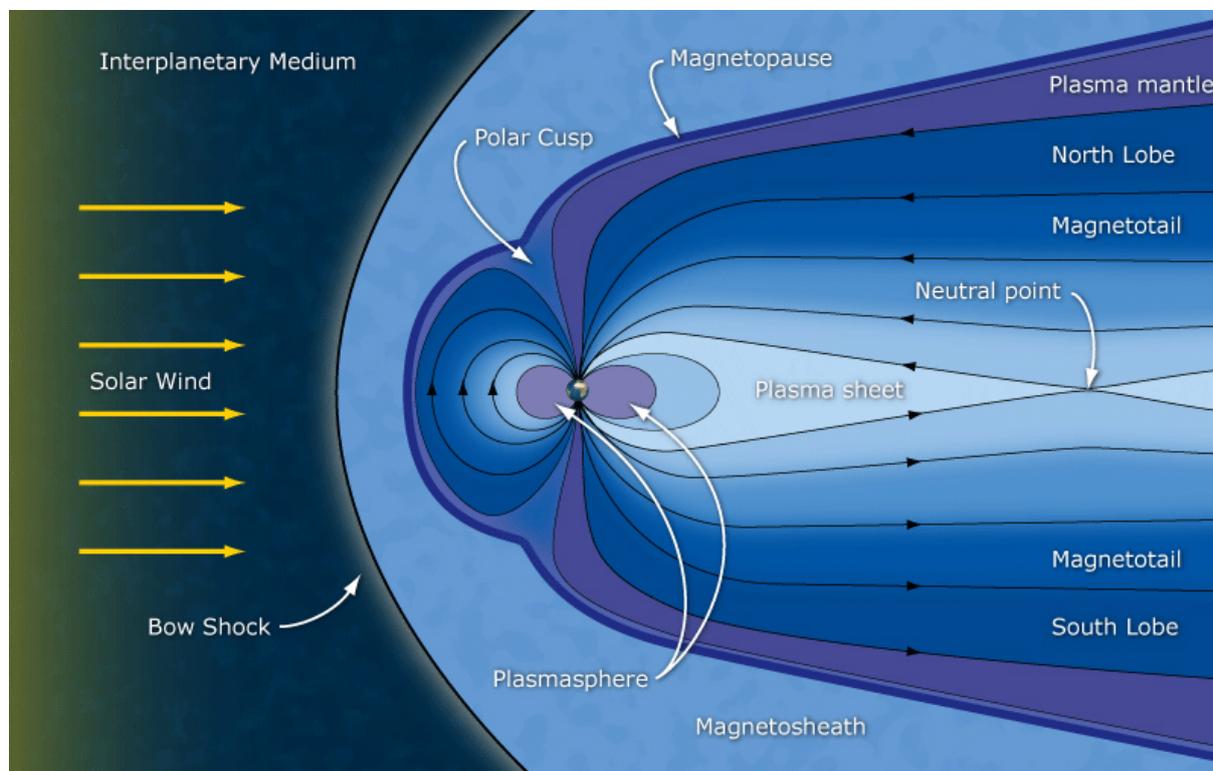


FIGURE 2.4 – Représentation de la magnétosphère terrestre et visualisation de la trajectoire des particules du vent solaire qui pénètrent dans l'atmosphère terrestre et sont à l'origine des aurores polaires. Source : <http://mysolaralerts.blogspot.fr/p/nict-guide.html>

Les lignes de champ sont horizontales au niveau de l'équateur magnétique, par contre elles sont verticales dans la zone polaire et traversent toutes les couches de l'atmosphère. Ce qui donne une forme dipolaire du champ magnétique terrestre. Les particules chargées suivent trois sortes de mouvements à l'intérieur du champ magnétique terrestre : la giration autour des lignes de champ, la réflexion entre deux miroirs magnétiques le long des lignes de champ (due au rapprochement des lignes du champ magnétique à hautes latitudes) et mouvement causé par dérive entre les lignes de champ, en direction opposée, selon leur signe de la charge. De ce fait, les électrons dérivent vers l'ouest et les ions vers l'est. La structure des lignes de champ magnétique terrestre est souvent déformée par le vent solaire, car la terre fait partie de l'atmosphère solaire, par conséquent, on subira tous changement venant du soleil. Ce dernier, provoque un choc d'étrave (bow shock en anglais) du côté jour de la Terre et une queue du côté nuit (fig. 2.4). La magnétosphère résulte de l'action protectrice du champ magnétique terrestre contre les bombardements de particules en provenance du Soleil. La décharge électronique du vent solaire s'écoule autour de la magnétosphère, en période calme. Quand le Soleil produit une Coronal Mass Ejection (CME), il peut y avoir une connexion avec les lignes du champ magnétique terrestre, pendant un orage magnétique. La direction de la composante B_z du champ magnétique interplanétaire est orientée alors dans la direction sud. Il y aura alors une forte interaction du champ magnétique terrestre avec le vent solaire, ceci se traduit par un flot continu de particules chargées émis par le soleil dans lequel est gelé le champ magnétique du soleil. L'énergie échangée lors de cette interaction alimente la précipitation de particules chargées depuis la magnétosphère terrestre vers la haute atmosphère. Ces particules entrent en collision avec le gaz de la haute atmosphère, provoquant son ionisation. Les électrons secondaires ainsi produits en grand nombre entrent à leur tour en collision avec le gaz ambiant, provoquant l'émission de lumière : ce sont les aurores boréales (voir figure 2.5).

Le model IGRF

Une estimation du champ géomagnétique terrestre est fournie par le modèle IGRF (International Geomagnetic Reference Field) décrit par *Mandea and Macmillan* (2000) sur la base d'un développement en harmoniques sphériques. Les conventions de représentations du champ magnétique sont représentées dans la figure 2.6). \mathbf{B} est la norme du vecteur champ géomagnétique, (I) son inclinaison, et (D) sa déclinaison. L'angle formé par \mathbf{B} et l'horizontale est nommé I, il est positif lorsque \mathbf{B} pointe vers le bas. D désigne l'angle formé par \mathbf{B} et le méridien du lieu, qui est positif lorsque \mathbf{B} est dirigé vers l'est.

De ce fait, il en résulte que, la forme dipolaire du champ magnétique, l'inclinaison magnétique est positive au Nord, nulle à l'équateur géomagnétique et négative au Sud (voir la figure 2.7). Le champ magnétique à la surface de la Terre a une intensité B de $0,25 \times 10^{-4}$ Tesla (T) environ près de l'équateur magnétique et de $0,6 \times 10^{-4}$ T environ près des pôles.

Le modèle IGRF sera notre référence dans cette étude, et nous négligerons donc les variations temporelles du champ magnétique, et plus particulièrement celles générées par l'activité de l'ionosphère.

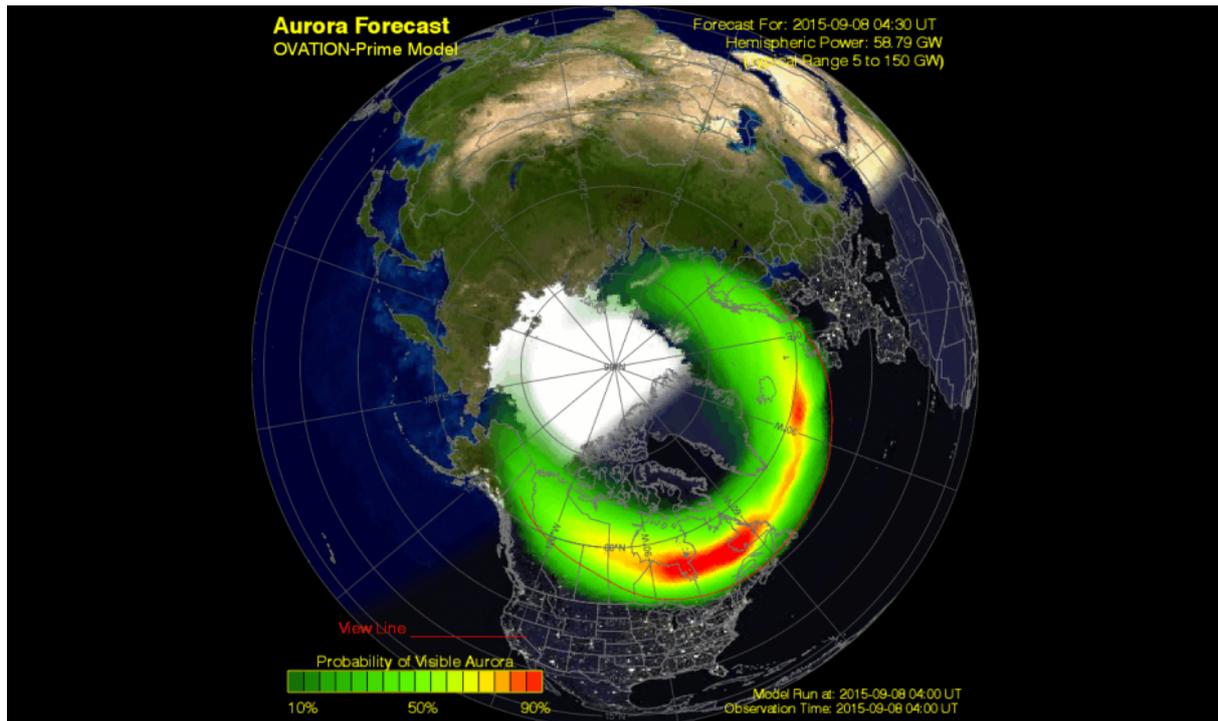


FIGURE 2.5 – Représentation de l'ovale auroral de l'hémisphère nord le 08 septembre 2015, par les satellites NOAA Source : <http://www.swpc.noaa.gov/news/g3-strong-geomagnetic-storm-levels-expected>

2.1.1 L'influence du Soleil

A l'échelle interplanétaire la Terre est dans la sphère d'influence du Soleil. Tout changement du flux de radiation solaire mène à une variation de l'intensité d'ionisation. Le Soleil a un cycle de 11 ans, qui est lié à l'évolution de son champ magnétique, causée par une différence des vitesses de rotation du fluide solaire entre les pôles et l'équateur. Les périodes d'activité se manifestent par l'apparition de plusieurs tâches solaires sur la surface du Soleil. L'évolution du nombre de tâches solaires est mesurée par l'intermédiaire du Nombre de Wolf. Cet index atteint en moyenne la valeur de 114 lors des maximums solaires, avec de grandes fluctuations, selon les cycles : 49 pour les cycles 5 et 6 ; 201 pour le cycle 19 (voir la figure)2.8). Lors des minimums solaires, la valeur moyenne est aux environs de 6.

L'influence du cycle solaire sur l'ionosphère peut être clairement observée dans les valeurs des maximums de couches ionosphériques (fig 2.9), montrant une corrélation directe avec L'état de l'activité solaire, qui est indiqué par le flux de radiation solaire reçu (noté F10.7). Sa valeur est de $10^{-22} \text{ Wm}^2 \text{ Hz}^{-1}$. On observe une saturation de la valeur de densité électronique maximale de l'ionosphère, pour une activité solaire très élevée Yadvav *et al.* (2011). Cette densité électronique est calculée par un modèle empirique qui est le modèle international de référence ionosphérique (en anglais : International Reference Ionosphère IRI).

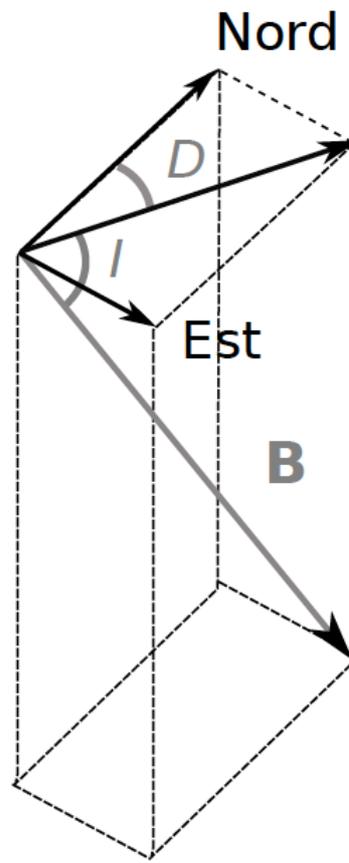


FIGURE 2.6 – Conventions de représentation du vecteur champ géomagnétique B . Son orientation est paramétrée par l'inclinaison I et la déclinaison D

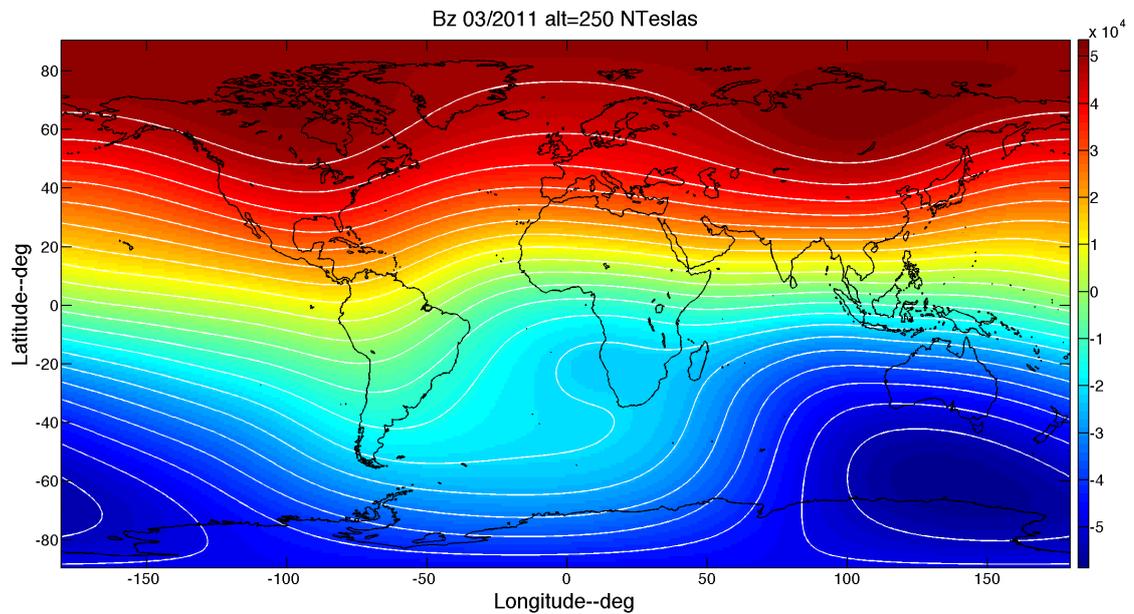


FIGURE 2.7 – Carte mondiale de l'inclinaison du champ géomagnétique calculée à l'aide du modèle IGRF (Mandea and Macmillan (2000))

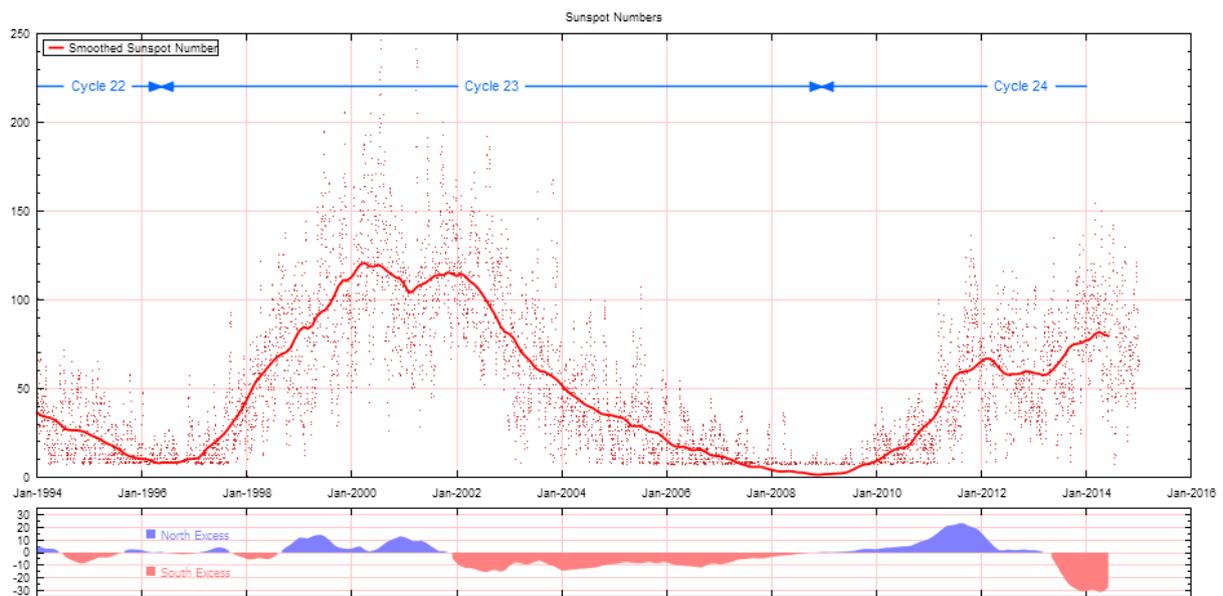


FIGURE 2.8 – Ce graphique traduit l'évolution du nombre de Wolf depuis 1994 : les points rouges représentent la valeur journalière ; la ligne rouge représente la moyenne sur 13 mois de nombre de Wolf (les 6 mois précédents, les 6 mois suivants et le mois en cours) ; la zone bleue traduit l'excès du nombre de Wolf dans l'hémisphère Nord du Soleil (moyenne sur 13 mois) ; la zone rouge traduit l'excès du nombre de Wolf dans l'hémisphère Sud du Soleil (moyenne sur 13 mois). Source : <http://sidstation.loudet.org/solar-activity-fr.xhtml>

2.1.2 Le modèle IRI

IRI (en anglais International Reference Ionosphère) est le modèle empirique de référence pour l'ionosphère (ex. *Bilitza and Reinisch (2008), Bilitza et al. (1990), Bilitza (2001)*). Il permet de faire une approche de la densité électronique, ionique ainsi que leurs températures entre des altitudes allant de 70 à 2000 km en dehors des artefacts du modèle qui est la zone aurorale. Le groupe de travail qui a conçu le modèle IRI, continue à améliorer, d'une année à l'autre, car il est entièrement basé sur de mesures expérimentales. De ce fait on a une révision majeure tous les cinq ans, les dernières étant IRI-2007, IRI-2012 et la version 2016. Dans ce travail la version 2012 a été utilisée.

Le et al. (2013), ont étudié les anomalies du TEC liées à l'activité solaire avant le séisme de Tohoku 11 mars 2011, Mw= 9.0 en fonction du modèle IRI. Ils ont examiné la variation du TEC au-dessus de la région de Tohoku sur une longue période avant le séisme, du 25 février 2011 au 08 mars 2011. Ils ont constaté une variation du TEC de 16.2 TECU à 32.8 TECU durant cette période, accompagnée d'une augmentation significative de l'indice $F10.7p$ de 88 le 25 Février à 122 le 8 Mars, comme le montre la figure (2.10). Comme indiqué plus haut, l'effet de l'activité solaire via un modèle empirique IRI, a une influence sur le TEC, mais cela n'explique pas à lui seul l'augmentation brusque du TEC lors du séisme de Tohoku de forte magnitude (Mw =9.0 le 11 mars 2011), il y a d'autres facteurs qui contribuent à cette augmentation, tels que les effets non linéaires liées à la propagation des ondes gravito-acoustiques dans l'atmosphère (*Le et al. (2013)*). Dans ma thèse, je focalise mon travail sur ces aspects pour mieux expliquer cette augmentation du TEC, en prenant point de départ les conditions ionosphériques du modèle IRI durant la période du séisme.

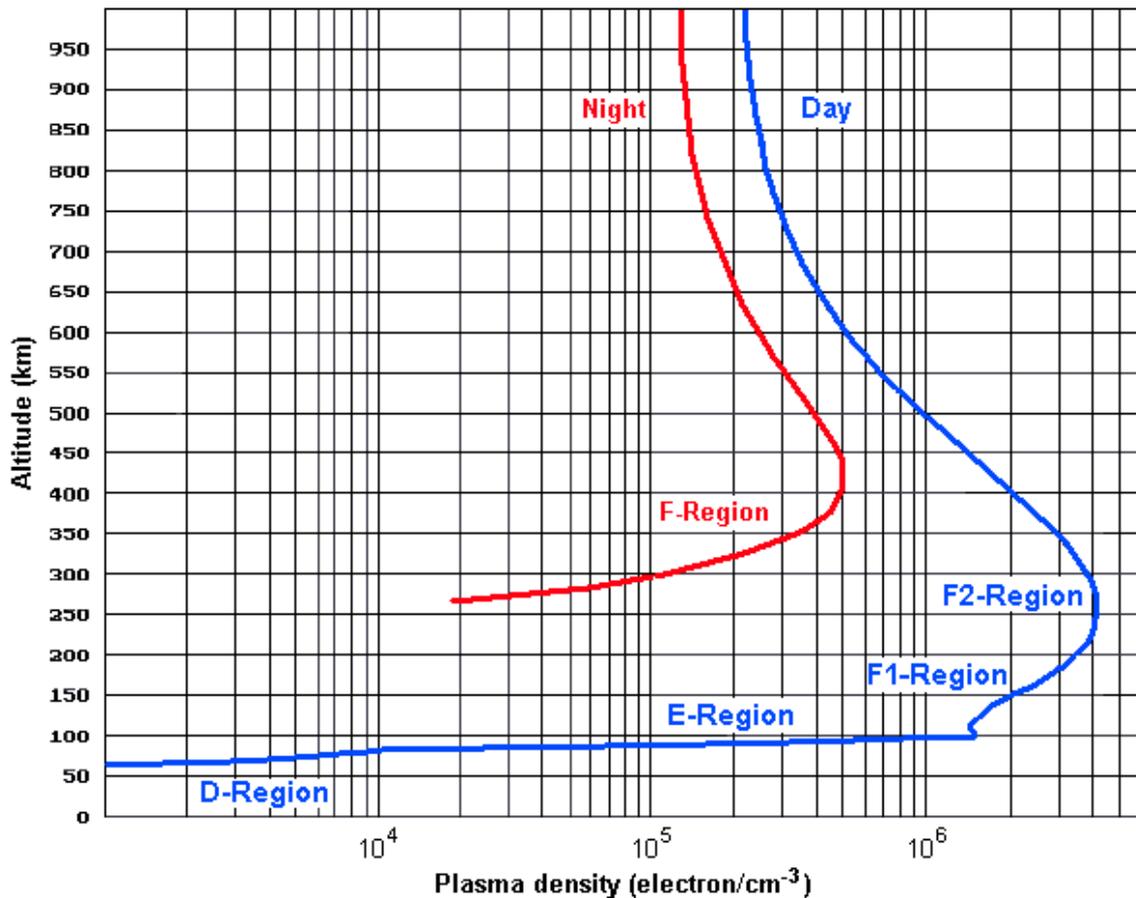


FIGURE 2.9 – Variabilité du profil de densité électronique de l'ionosphère terrestre en fonction de l'heure du jour et de l'activité solaire. Source : <http://www.astrosurf.com/luxorion/qs1-hf-tutorialnm7m3.htm>

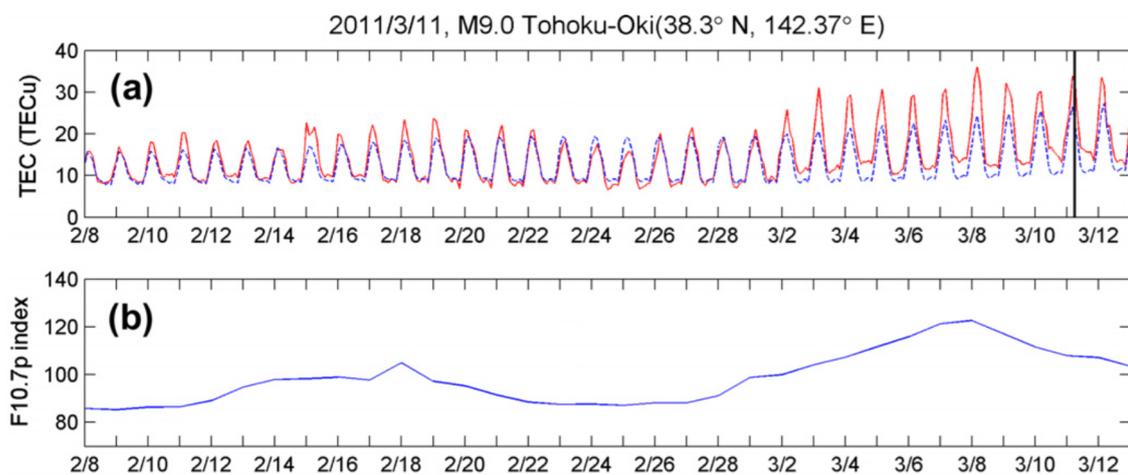


FIGURE 2.10 – a- La variation temporelle du TEC à l'épicentre ($38,1^{\circ}\text{N}$, $142,37^{\circ}\text{E}$) en ligne rouge, la moyenne de 30 jours du TEC est indiquée par la ligne discontinue bleue, les données fournies par JPL GIM pendant la période allant du 8 février 2011 au 12 mars 2011. b- L'indice du niveau d'activité solaire (F10.7p) pendant la période allant du 8 février 2011 au 12 mars 2011. Source : Le et al. (2013)

2.1.3 Les perturbations ionosphériques itinérantes

Dans l'ionosphère on rencontre des perturbations ionosphériques qui sont appelées, les perturbations ionosphériques itinérantes ou TIDs voir figure (2.11) (Traveling Ionospheric Disturbances). Elles se propagent horizontalement au niveau de la couche F de l'ionosphère. La classification des perturbations ionosphériques itinérantes a été établie à travers le développement des sondages ionosphériques à partir du sol. Elles sont les signatures ionosphériques des ondes de gravité atmosphériques (*Hunsucker (1982)*). Les perturbations ionosphériques itinérantes à moyenne échelle (Medium Scale Travelling Ionospheric Disturbance, MSTID) se manifestent sous la forme de variations périodiques du plasma avec une longueur d'onde typique de quelques centaines de kilomètres et une période de 16 à 60 minutes environ. On dénote deux types pour les MSTID de jour. Les ondes de gravité atmosphériques. Les premières, sont des perturbations qui se propagent vers l'équateur et générées la plupart du temps à haute altitude (*Shiokawa et al. (2003)*). Les secondes, sont des perturbations ionosphériques itinérantes à grande échelle (Large Scale Travelling Ionospheric Disturbance, LSTID) qui se propagent avec des vitesses de phase de plusieurs centaines de m/s . Elles sont associées à l'activité aurorale, avec une longueur d'ondes importante (~ 1000 km) et des périodes comprises entre 0.3 et 0.5 heures. Dans la thermosphère, les LSTID sont engendrées par les ondes de gravité et l'énergie dissipée par les électrons précipités ou les électrojets auroraux. Source : http://ursi-france.telecom-paristech.fr/fileadmin/journees_scient/docs_journees_2010/data/articles/000031.pdf. Ces ondes de gravité et les LSTID auxquelles elles donnent naissance se propagent sur une large distance et couvre ainsi une région très étendue en longitude, de plusieurs milliers de kilomètres en général (*Hajkowicz (1991)*). La propagation d'un tsunami peut aussi générer des TIDs via la génération d'ondes de gravité internes (*Peltier and Hines (1976)*, *Occhipinti et al. (2006a)*). Nous avons détaillé les différentes observations faites sur les ondes sismiques et tsunamigènes se propagent dans la région F de l'ionosphère dans le chapitre précédent.

Depuis le milieu des années 90 des cartes bidimensionnelles du contenu total d'électron (Total Electron Content, TEC) à haute résolution sont disponible au-dessus du Japon et l'Amérique du Nord, grâce au réseau dense des récepteurs GPS qui sont installés dans ces régions du monde. Ces récepteurs fournissent des données en continue, permettant ainsi d'étudier les TIDs et les TEC (voir figure 2.11).

2.2 LE SONDAGE IONOSPHERIQUE

Pour les ondes électromagnétiques, l'ionosphère est, un milieu dispersif caractérisé par sa fréquence plasma, qui est la fréquence propre d'oscillation des électrons sous l'effet de la seule force de Coulomb *Budden (1988)*, *Jackson (1999)*. L'équation de dispersion des ondes électromagnétiques s'y écrit sous la forme

$$\omega^2 = k^2 c^2 + \omega_p^2, \quad (2.2)$$

où k et ω sont les vecteurs d'onde et fréquence angulaire de l'onde, c est la vitesse des ondes électromagnétiques dans le vide et ω_p la fréquence angulaire de plasma, qui

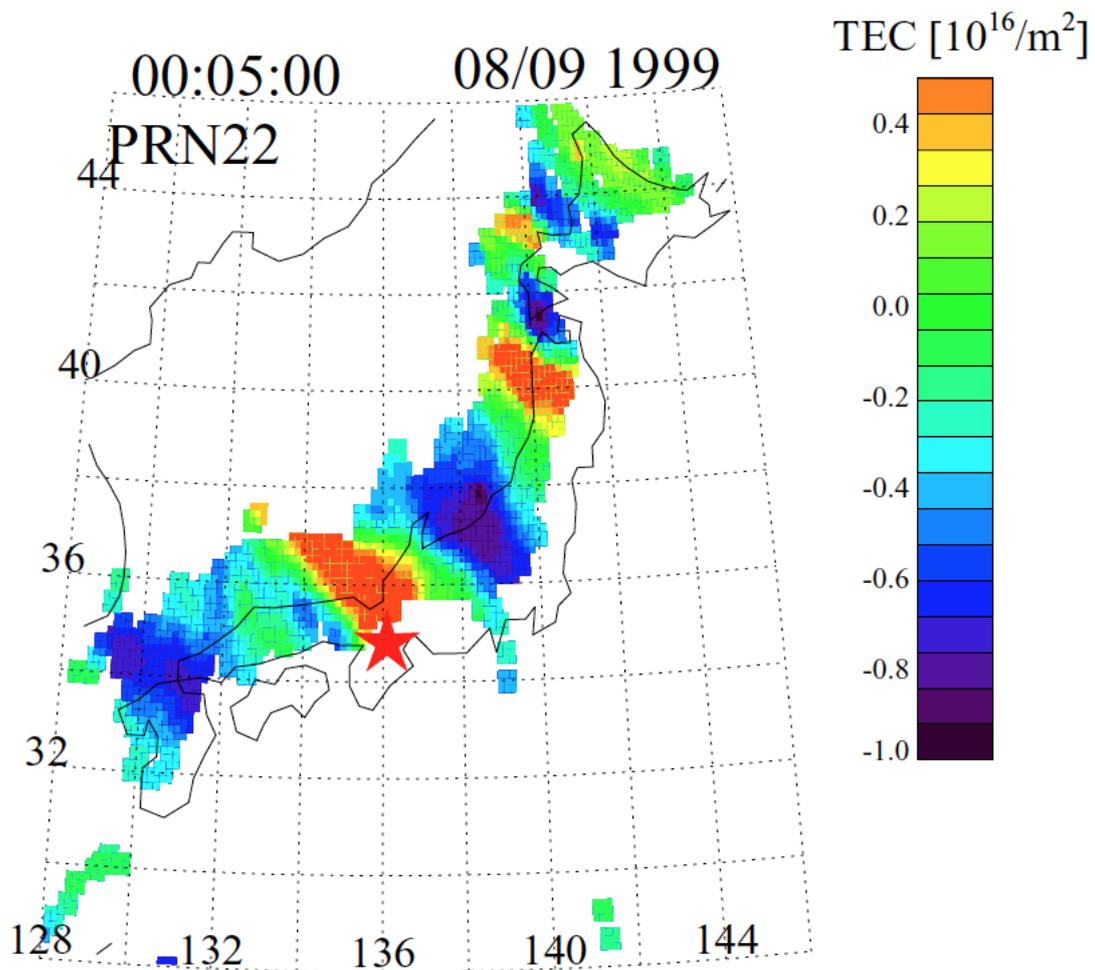


FIGURE 2.11 – Les perturbations ionosphériques itinérantes détectées avec GEONET. Source Saito et al. (1998)

s'exprime via la relation :

$$\omega_{pe} = \sqrt{\frac{N_e e^2}{m_e \epsilon_0}}, \quad (2.3)$$

où ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide, m_e la masse de l'électron et e la charge élémentaire. La relation entre la fréquence plasma f_{pe} (en Hz) et la densité électronique N_e (e/m^3) est donnée par :

$$f_{pe} = \frac{\omega_{pe}}{2\pi} \sim 8,98 \times \sqrt{N_e}. \quad (2.4)$$

La fréquence plasma varie typiquement entre 1 et 10 MHz (voir figure 2.12), au niveau du pic d'ionisation, où la densité est de l'ordre de $10^{10} - 10^{12} e/m^3$ dans l'ionosphère.

Si la fréquence plasma est respectivement inférieure et égale à la fréquence de sondage ($\omega > \omega_p$), les ondes radio subissent un retard (elle se réfracte) et se réfléchissent sur la couche ionosphérique. Et contrairement à cela l'onde sera complètement réfléchi si la fréquence de l'onde dépasse la fréquence de plasma, on est alors en présence d'un vecteur d'onde avec effet un imaginaire pur. Les ionosondes et les sondeurs Doppler utilisent ce principe de réflexion, qui fonctionne à des fréquences

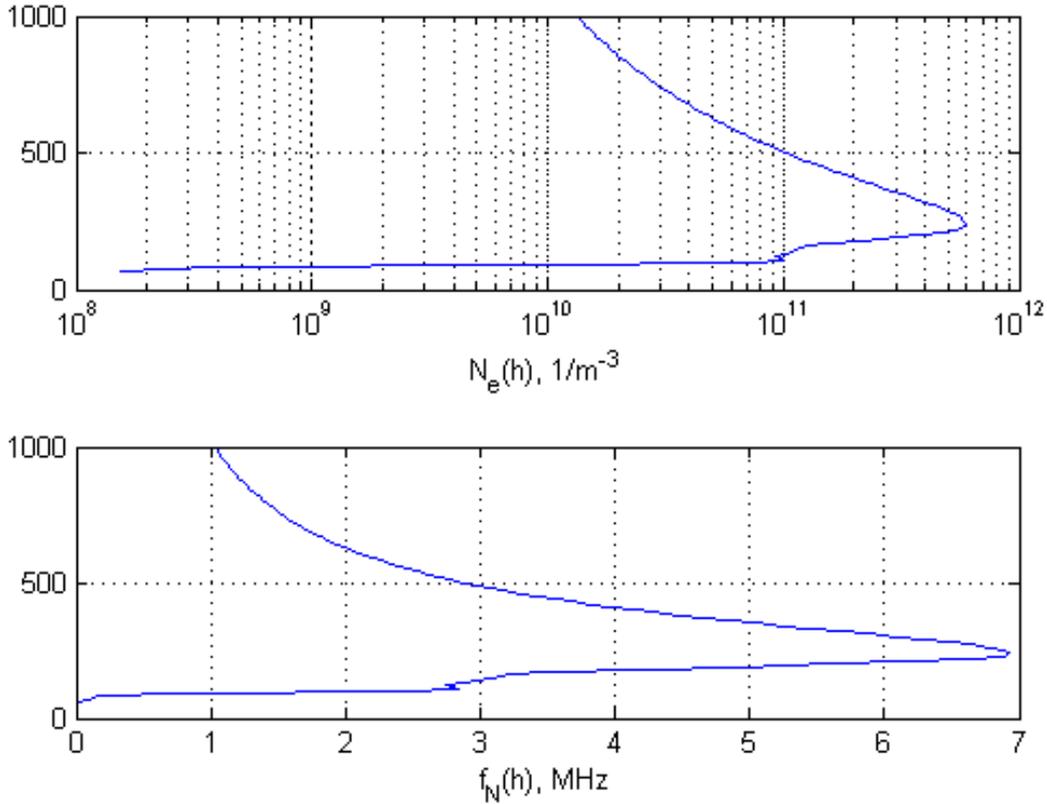


FIGURE 2.12 – Haut- Le profil de densité verticale au-dessus de la région de Tohoku le mois de Mars 2011 calculé via le modèle IRI. bas- La variation typique de la fréquence plasma durant cette même période. Code Source : <https://fr.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/40240-mex-wrapper-for-international-reference-ionosphere--iri--model>

de quelques MHz. En réalité ils ont deux fonctions. Premièrement, les mesures balayent une gamme de fréquences qui servent à mesurer des profils verticaux de densité électronique, jusqu'au maximum d'ionisation. Deuxièmement, la vitesse verticale d'oscillation de la couche réfléchive est mesurée, *Lynn* (2008). Cette technique a en particulier été utilisée pour mesurer les vitesses verticales des ondes sismiques dans l'ionosphère.

On utilise aussi le principe de réfraction par les systèmes trans-ionosphériques (émetteur et récepteur de part et d'autre de l'ionosphère), ce qui donne l'évaluation de la quantité intégrée de la densité électronique le long du trajet émetteur-récepteur. Avec une fréquence plus élevée que la fréquence plasma (des fréquences de l'ordre du GHz), les ondes électromagnétiques de ces systèmes ne subissent pas de réfraction totale. Lorsque $\omega \gg \omega_p$ les indices de réfraction pour les vitesses de phase et de groupe s'écrivent au premier ordre *Rolland* (2010) :

$$n_\varphi = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{2\omega^2}, \quad n_g = 1 + \frac{\omega_{pe}^2}{2\omega^2}, \quad (2.5)$$

soit, en utilisant directement la relation 2.4 :

$$n_\varphi = 1 - 40,3 \frac{N_e}{f^2}, \quad n_g = 1 + 40,3 \frac{N_e}{f^2}. \quad (2.6)$$

Le délai de propagation ionosphérique pour la phase et le groupe est donné par la relation :

$$I_r^s = \frac{1}{c} \int_r^s (n_\varphi(f, r) - 1) dl = \pm \frac{40,3}{c} \frac{1}{f^2} \int_r^s N_e dl, \quad (2.7)$$

Dans le cadre d'une bonne approximation, le signe négatif est attribué à la vitesse de phase et le positif à la vitesse de groupe

Ce qui donne suivant une intégrale de la quantité d'électron le long du trajet satellite-récepteur, le contenu électronique total oblique, en anglais STEC :

$$STEC = \int_r^s N_e dl. \quad (2.8)$$

On utilise des ondes pour le sondage doppler ionosphérique, car le délai ionosphérique de ce sondage est largement qualifiable. La mise en place et l'entretien d'une sonde Doppler est très coûteuse, mais elle a l'avantage d'avoir un bon rapport signal sur bruit.

2.3 SYSTÈMES DE POSITIONNEMENT PAR SATELLITES

Dans le contexte de la Guerre Froide au milieu du siècle dernier, le département de défense américain a développé le système de positionnement par satellite GPS (en anglais Global Positioning System). Au début de son établissement, il était dédié uniquement à des applications militaires, mais il a été vite utilisé pour des applications civiles. Le principe du GPS consiste à positionner le récepteur GPS à partir des signaux dioélectriques émis par des satellites *Kacemi (2006)*.

À l'heure actuelle, les systèmes globaux de navigation par satellites (GNSS en anglais, Global Navigation Satellite System) sont constitués par deux systèmes pleinement opérationnels : le système mondial de localisation des États-Unis (NAVISTAR-GPS) et le système mondial de satellites de navigation de la Fédération de Russie (GLONASS). D'autres systèmes mondiaux ou régionaux sont en cours de développement, comme le système européen de navigation par satellite (GALILEO), le système Compas/BeiDou lancé par la Chine, le système régional indien de navigation par satellite (IRNSS) et le système satellitaires Quasi-Zénith (QZSS) du Japon. L'utilisateur pourra avoir accès à des signaux de localisation, de navigation et d'horloge émis par plus de 100 satellites, lorsque tous ces systèmes mondiaux et régionaux seront entièrement opérationnels. Source : http://www.unoosa.org/pdf/icg/2013/Ed_GNSS_F_ebook.pdf.

Le système GPS comprend trois segments :

- Le segment spatial est constitué d'une constellation d'un minimum de 24 satellites opérationnels qui transmettent des signaux unidirectionnels, lesquels donnent le positionnement et l'heure du réseau GPS. 30 satellites sont aujourd'hui en opération, le dernier ayant été mis en orbite en février 2016. Source : <http://www.gps.gov/systems/augmentations/french.php>.
- Le segment de contrôle se compose de stations, réparties à travers le monde, qui ont la tâche de surveiller le système et de le piloter. Parmi leurs missions, ils doivent veiller au maintien des satellites en orbite, procédant le cas

échéant à des manipulations et à l'ajustement des horloges des satellites. Ces centres surveillent en permanence les satellites GPS, et procèdent à toutes les démarches techniques pour un fonctionnement optimal du système, telles que les mises à jour et enregistrent l'état de santé des satellites. Source : <http://www.gps.gov/systems/augmentations/french.php>.

- Le Segment GPS de l'utilisateur se compose des récepteurs GPS et la communauté des utilisateurs. Les récepteurs GPS captent en permanence les signaux GPS sur les deux fréquences $f_1 = 1575,42\text{MHz}$ et $f_2 = 1227,60\text{MHz}$, et convertissent ces signaux en position, à travers les estimations de vitesse et de temps <http://www.gps.gov/systems/augmentations/french.php>.

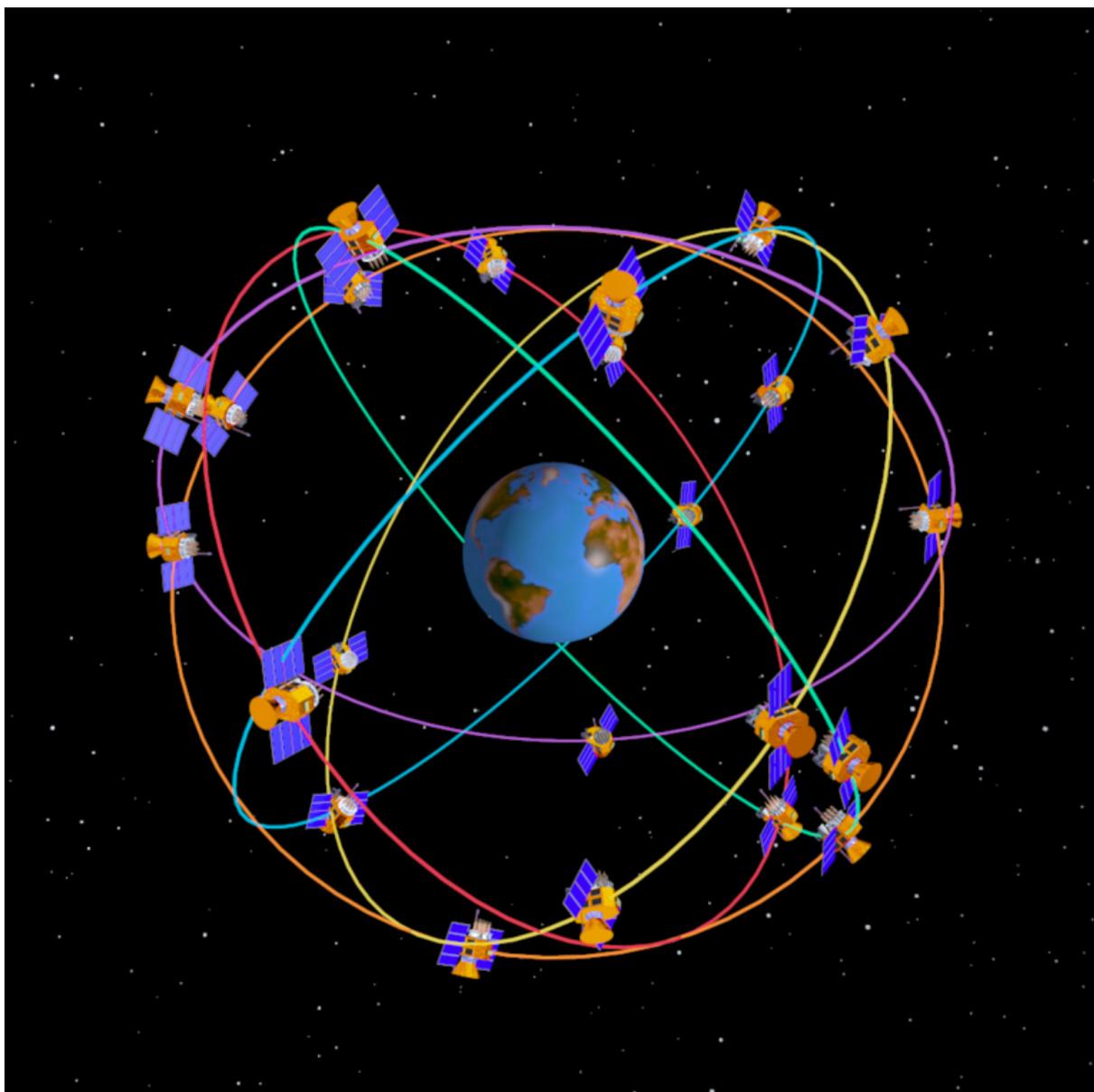


FIGURE 2.13 – Constellation de satellites GPS. Source : <http://www.montana.edu/gps/understd.html>

2.3.1 La mesure GPS

En plus du temps de bord des horloges atomiques du système GPS, deux observables permettent de calculer la position d'un récepteur GPS :

1. la pseudo-distance $P_{r,i}^s$ ($i=1$ ou 2 selon le signal où s'effectue la mesure) : On la définit comme la distance que la lumière parcourt dans le vide pour une différence de temps entre la réception du code par le satellite et le temps de la réplique du code généré par le récepteur R. Plusieurs facteurs affectent cette mesure, les plus influents sont la dérive des horloges (dans le récepteur et dans les satellites) et les caractéristiques du milieu que traverse l'onde transmise.
2. La phase $L_{r,i}^s$: À travers une mesure très précise, le comptage des cycles sur les ondes L1 ou/et L2 est effectué par le récepteur GPS. Durant ce processus on aperçoit l'ambiguïté de phase, qui se manifeste par un nombre N inconnu d'oscillations entières par rapport à un temps de référence entre le satellite et la station (*Rolland (2010)*). Lorsque qu'on effectue deux mesures à deux instants différents sur le même satellite, le nombre d'oscillations ne sera connu, que si le satellite reste en visibilité durant ces deux mesures. Dans le cas où la réception est interrompue, ceci s'explique par un saut de cycle et l'ambiguïté reste inconnue.

2.3.2 Les erreurs de mesure GPS

Les mesures GPS sont affectées par plusieurs erreurs. Il faut faire une distinction entre les erreurs systématiques et les perturbations liées à une défaillance du système de navigation. Souvent les erreurs systématiques sont inhérentes au fonctionnement du GPS (*Giremus (2005b)*). Elles sont répertoriées en fonction de leur source suivant le segment dans lequel on est.

Dans le segment spatial : il peut y avoir la connaissance imparfaite des données satellites, qui sont causées par

- la dérive d'horloge satellite,
- les erreurs d'orbite,

dans la liaison satellite-récepteur : l'erreur se manifeste par des retards introduits lors de la traversée des couches atmosphériques, généralement causée par

- la réfraction ionosphérique,
- la réfraction troposphérique,

et au final les erreurs dues au récepteur GPS, qui sont souvent des :

- erreurs d'horloge,
- bruit thermique.
- bruit de multi-pathing

On appelle UERE (User Equivalent Range Error) l'incertitude induite sur la mesure de pseudo-distance GPS *Giremus (2005a)*. Le bruit de mesure GPS vérifie donc : $\omega^i \sim E(0, UERE^2)$. Les contributions de chaque phénomène à l'erreur globale sont récapitulées dans le tableau 2.1

Segment	Source d'erreur	Erreur(m)
Espace	Stabilité de l'horloge satellite	3.0
	Incertitude sur l'accélération du satellite	1.0
	autres	0.5
Contrôle	éphémérides	4.2
	Autres	0.9
Utilisateur	Compensation du retard de propagation ionosphérique	10
	Compensation du retard de propagation troposphérique	2.0
	Bruit et résolution du récepteur	4.8
	Autres (interférences inter-canaux)	0.5
UERE		11.3

TABLE 2.1 – Bilan d'erreur pour la mesure GPS. Source Giremus (2005a)

Plusieurs facteurs peuvent engendrer des défaillances, qui sont des erreurs non prédictibles non prises en compte dans le modèle classique de navigation GPS. Ces facteurs sont généralement liés soit à des problèmes matériels qui surviennent au niveau du satellite ou du récepteur, soit d'une très forte perturbation de l'environnement de propagation des signaux GPS, qui rend les signaux de ce dernier non détectables. Ce genre de défaillance a un très grand impact sur des erreurs de positionnement, en particulier dans l'aviation civile où ils peuvent causer des dégâts de grandes ampleurs. (Giremus (2005a)).

La propagation dans l'atmosphère neutre (la troposphère), et en particulier dans l'ionosphère, induisent donc les délais les plus importants. L'erreur de positionnement introduite par l'ionosphère est ainsi de l'ordre de 10 mètres, mais peut atteindre plusieurs centaines de mètres dans des conditions ionosphériques très dégradées. La raison physique des retards est la réfraction due à l'évolution des indices de réfraction pour l'ionosphère et la troposphère. C'est cette erreur pour les utilisateurs GPS que nous allons utiliser comme signal dans notre étude.

2.3.3 Correction ionosphérique

Généralement les récepteurs GPS utilisés par le grand public captent une seule fréquence, d'où la nécessité de faire une correction du délai de la traversée ionosphérique. Actuellement les corrections sur les systèmes GPS sont implémentées sur la base du modèle de *Klobuchar (1987)*, pour des applications opérationnelles en temps réel. Ces corrections fournissent en fonction de la latitude géomagnétique et de l'heure locale une formulation au premier ordre de la correction. Les coefficients codés dans le message GPS sont réactualisés au minimum tous les dix jours. D'autres modèles ont été récemment développés tel que le modèle *NeQuick Nava et al. (2008)* qui a été développé pour les applications mono-fréquence d'*EGNOS* et de *GALILEO Radicella and Leitinger (2001)*; *Radicella (2009)*. Nous citons aussi le modèle *IRI, NeQuick* qui utilise des coefficients mensuels basés sur des mesures des ionosondes pour calculer *NmF2* puis le profil de densité électronique en tout lieu et activité solaire. Le modèle *NeQuick* fournit aussi, une estimation du *TEC* le long du parcours oblique entre le

récepteur et le satellite via intégration numérique de la densité électronique. À partir de ce TEC oblique on procède au calcul de la correction ionosphérique *Rolland* (2010).

2.3.4 Calcul du Contenu Electronique Total par GPS

Le TEC est donné par l'intégration de la densité électronique N_e entre un récepteur et une station au sol (voir figure 2.14).

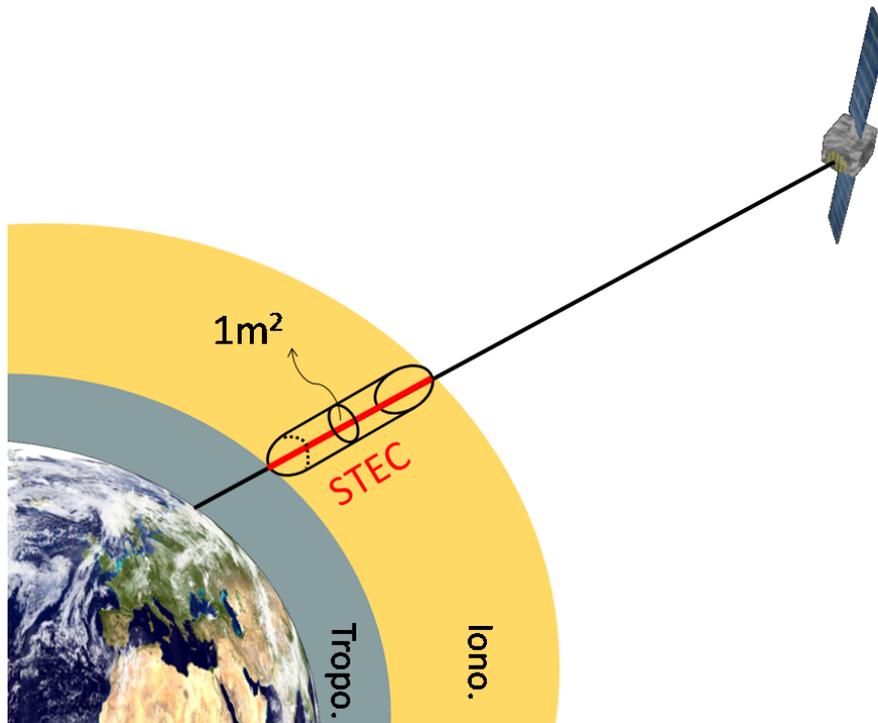


FIGURE 2.14 – Schéma explicatif de calcul du TEC par GPS. Source <http://gnss.be/ionospheretutorial.php>

Calcul du TEC oblique

Pour accéder à la mesure du retard τ qui résulte de la traversée ionosphérique à travers les combinaisons des mesures de phase L_{r1}^s et L_{r2}^s (en cycles) et de pseudo-distances P_{r1}^s P_{r2}^s (en mètres), on utilise des signaux L1 et L2 des récepteurs bi-fréquences (voir figure 2.15) :

$$\begin{aligned} \tau &= t_2 - t_1, \\ &= \frac{1}{c} (\lambda_2 L_{r2}^s - \lambda_1 L_{r1}^s) - \frac{1}{c} \langle P_{r2}^s - P_{r1}^s - \lambda_2 L_{r2}^s - \lambda_1 L_{r1}^s \rangle, \end{aligned} \quad (2.9)$$

où c est la vitesse de la lumière dans le vide, $\lambda_1 = 19cm$ est la longueur d'onde du signal L1 et $\lambda_2 = 24.4cm$ est la longueur d'onde du signal L2. La moyenne $\langle \rangle$ sert à éliminer les erreurs de phase liées aux mesures de phase L_{r1}^s et L_{r2}^s . Ce retard est donné par

$$\begin{aligned} \tau &= dl_r^s + IFB + TGD \\ &= \frac{40.3}{c} \left(\frac{1}{f_1^2} - \frac{1}{f_2^2} \right) STEC + IFB + TGD \end{aligned} \quad (2.10)$$

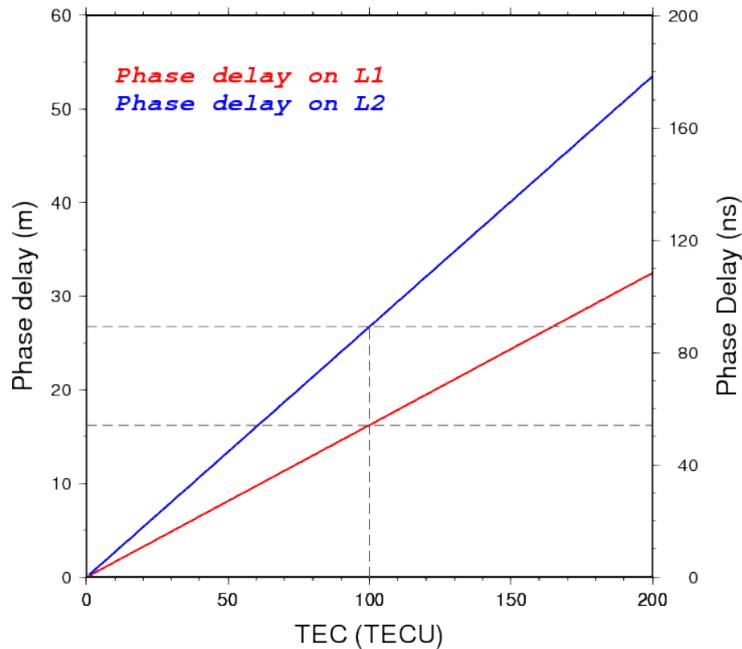


FIGURE 2.15 – Retard de phase en mètres et nano-secondes par rapport au STEC. Source : <http://gnss.be/ionospheretutorial.php>

où IFB (pour InterFrequency Bias) dénote les biais instrumentaux associés au satellite et TGD (pour Transmitter Group Delay) dénote les biais instrumentaux associés au récepteur, tous deux exprimés en unités de temps *Mannucci et al. (1998), Ciraolo et al. (2007)*. Les biais IFB et TGD sont caractérisés par des variations lentes dans le temps et n'interviendront donc pas pour les variations rapides du TEC dès que le signal est filtré pour mettre en évidence les variations rapides de périodes inférieures à 10 minutes (*Lognonné et al. (2006)*).

2.3.5 Convertir STEC pour VTEC

Le STEC dépend de la longueur du chemin du signal à travers l'ionosphère. Plus précisément il dépend de l'élévation du satellite. Pour corriger cet effet, on doit estimer correctement le TEC Vertical (VTEC) au-dessus d'un point sur la surface de la Terre, où l'on veut calculer le TEC. Pour la détermination de VTEC, on suppose que tous les électrons libres sont concentrés dans une couche d'épaisseur infinitésimale située à l'altitude H comme indiqué par la figure 2.16. (Source http://gnss.be/ionosphere_tutorial.php). Ceci donne :

$$MF_1(z) = \frac{STEC}{VTEC} = \frac{1}{\cos z'} , \quad (2.11)$$

où z' est l'angle zénithal du rayon satellite-station calculé au point de sondage :

$$\sin z' = \frac{R_E}{R_E + H} \sin(z) , \quad (2.12)$$

z étant l'angle zénithal au niveau du sol. Il est cependant important de préciser que cette approximation ne sera pas utilisée dans notre étude, où le STEC sera calculé exactement dans la configuration satellite-récepteur.

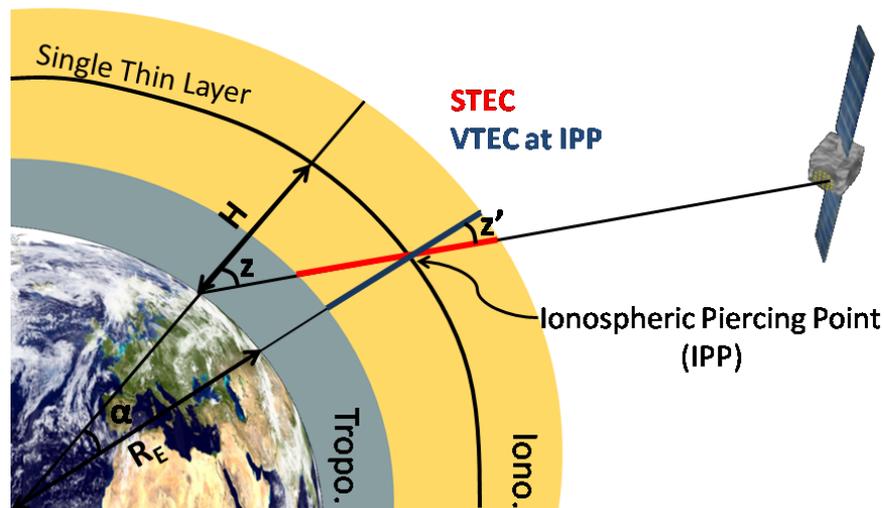


FIGURE 2.16 – Schématisation du VTEC par rapport au STEC. Source : http://gnss.be/ionosphere_tutorial.php

Imagerie TEC-GPS

Le TEC peut être calculé sur des grilles régulières par inversion des biais d'observation. La figure 2.17 montre le VTEC ionosphérique au-dessus de l'Europe pour le 30 October 2003, fournit par l'observatoire Royal de Belgique. Ces cartes sont certes extrêmement utiles dans des applications de météorologie de l'espace, mais leur résolution spatio-temporelle reste insuffisante pour la détection de TIDs ou des perturbations ionosphériques cosmiques qui nous intéressent. Source http://gnss.be/ionosphere_tutorial.php

Dans un même contexte, une mission du CNES est chargée de la surveillance post-sismique *Parrot* (2002). Le projet est géré par l'Institut de Physique du Globe de Paris (IPGP) en collaboration avec la société Noveltis. La société Noveltis est une société d'ingénierie scientifique française. Le projet a été lancé au cours de la phase B de Demeter par l'IPGP pour la tomographie 2D (Artru (2001), Ducic (2004)) et développé plus tard vers 3D (Garcia et al. (2005)). Le logiciel développé a ensuite été mis à jour par l'équipe Noveltis, qui l'a diffusé sur son web (www.noveltis.net/spectre/). Initialement limitée à l'Europe, notre suivi ionosphérique sera étendu à la Californie et le Japon au cours de la mission Demeter. Les modèles tomographiques européens sont déjà disponibles sur le site Web Noveltis Lognonné et al. (2006).

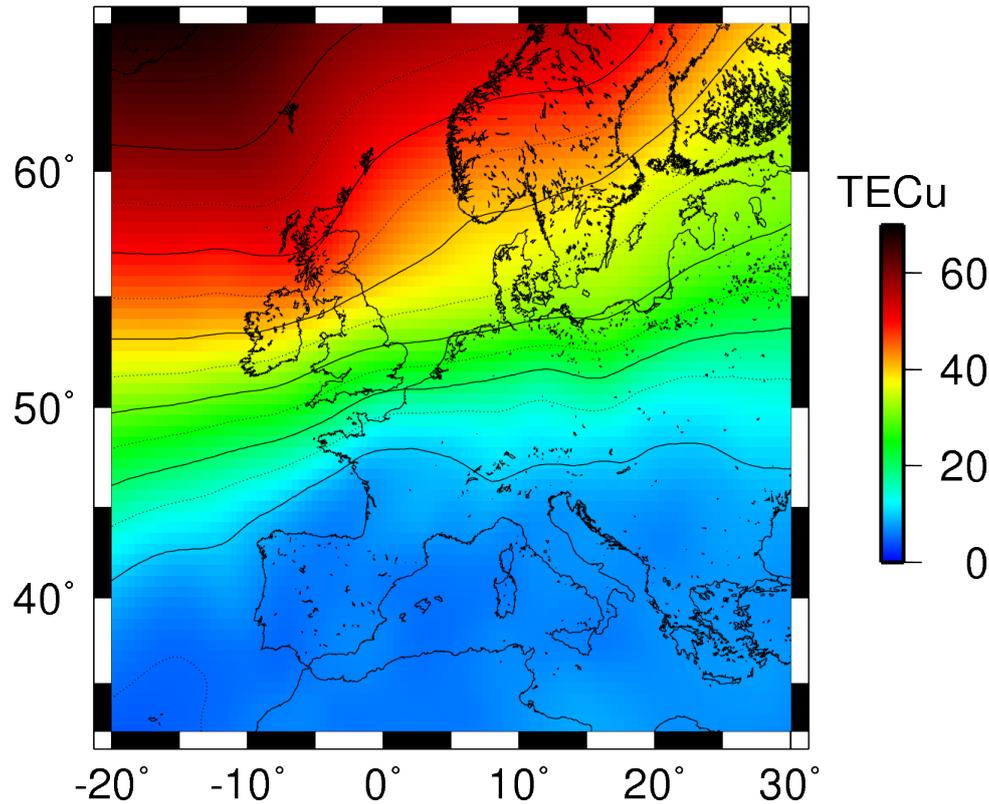


FIGURE 2.17 – Carte VTEC pendant la tempête Halloween mettre la source (23 : 30-23h45 le 30 Octobre 2003).
Source http://gnss.be/ionosphere_tutorial.php

2.4 CONCLUSION

On a vu dans ce chapitre, les différentes caractéristiques physiques et chimiques de l'ionosphère terrestre, les différentes méthodes de sondage, les mesures GPS et les erreurs liées à ces mesures dans le calcul du TEC, on a exposé les différentes méthodes de détections pour pouvoir expliquer la variation brusque du TEC dans la région de Tohoku suite au séisme du 11 mars 2011 Mw = 9.0.

Dans le chapitre suivant, nous développerons les mécanismes physiques appropriés qui seront utilisés pour les modélisations.

L'IONOSPHERE PERTURBÉE PAR DES ONDES SISMIQUES

3

SOMMAIRE

3.1	ONDES SISMIQUES DANS L'ATMOSPHERE	47
3.2	PROPAGATION ADIABATIQUE DES ONDES GRAVITO-ACOUSTIQUE DANS L'AT- MOSPHERE	49
3.2.1	La représentation du potentiel	52
3.2.2	Solution d'onde plane	53
3.2.3	Résolution du système	54
3.2.4	Relation de dispersion	55
3.2.5	Calcul de l'erreur due à une simulation purement acoustique	59
3.2.6	Évaluation de la non-linéarité dans le champ des neutres	60
3.2.7	L'expression de χ en fonction de la vitesse des neutres \mathbf{v}	63
3.2.8	Dissipation des ondes	64
3.2.9	Atténuation des ondes acoustiques	64
3.3	ÉQUATION DES ONDES ACOUSTIQUES AVEC ET SANS GRAVITÉ	66
3.3.1	Equation des ondes acoustiques sans gravité	67
3.3.2	Conditions de raccord fluide-solide : cas sans gravité	67
3.3.3	Equation des ondes acoustiques avec gravité	68
3.3.4	Conditions de raccord fluide-solide : cas avec gravité	68
3.4	MÉTHODE DES ÉLÉMENTS SPECTRAUX	69
3.4.1	Généralités sur la méthode	69
3.5	COUPLAGES ATMOSPHÉRIQUES	70
3.5.1	Equations de transport	71
3.5.2	Perturbation de densité électronique	72
3.6	INTÉGRATION DE L'ÉQUATION DE CONTINUITÉ	72
3.6.1	Test numérique 1D	73
3.6.2	Validation numérique de l'intégration de la densité d'électron	73
3.7	RÉSUMÉ DE LA MÉTHODE DE SIMULATION	75
3.8	CONCLUSION	76

DANS le contexte de ma thèse de modélisation et simulation numérique, il est important de développer des outils numériques pour avoir un modèle d'une grande précision des phénomènes de propagation des ondes sismiques vers l'ionosphère, à des distances de quelques centaines de kilomètres pour les ondes acoustiques et les phases sismiques de rupture, et de plusieurs milliers de kilomètres pour les tsunamis et ondes de surface. L'essentiel des méthodes développées actuellement pour modéliser les signaux ionosphériques sont basées sur des méthodes de sommation de modes propres (Lognonné *et al.* (1998), Rolland *et al.* (2010), Coisson *et al.* (2015)), pseudo-spectrale ((Occhipinti *et al.*, 2011a), Occhipinti *et al.* (2013)) ou de différences finies (Kherani *et al.* (2012), Kherani *et al.* (2016)).

Aucune de ces méthodes n'a cependant été utilisée pour modéliser les signaux acoustiques au-dessus de la source, dans les 15 minutes suivant la rupture, et ce en raison des limitations de ces différentes méthodes.

La sommation de modes propres n'est pas adaptée aux ondes acoustiques hautes fréquences car elle demande pour cela la sommation d'un grand nombre de modes. Ceci n'a pour l'instant été tenté que par Dautermann *et al.* (2009) pour une éruption volcanique. De plus, cette technique de modes propres n'est possible que pour des géométries sphériques, et ne peut donc pas prendre en compte le relief de côtes présent pour Tohoku. Les techniques développées par Occhipinti et Kherani utilisent toutes les deux comme source le déplacement de la surface des océans ou des continents. La méthode pseudo spectrale développée par Occhipinti *et al.* (2011a), Occhipinti *et al.* (2013) suppose l'atmosphère incompressible et n'est donc acceptable que pour des ondes de gravité excitées par les tsunamis. Celle développée par Kherani est par contre bien plus complète et pourrait par exemple être utilisée avec un champ de déplacement de surface généré par SPEC-FEM. Elle pourrait donc offrir des perspectives de comparaison. Cependant, elle ne modélise pas les conversions d'ondes entre atmosphère et partie interne.

D'autres travaux sur le séisme de Tohoku du 11 mars 2011 ont révélé l'existence d'un large trou ionosphérique dans les minutes qui ont suivi le séisme Kakinami *et al.* (2012), ou encore la conversion des ondes de tsunami et des ondes sismiques à des ondes gravito-acoustiques Liu *et al.* (2011). L'étude menée par Kamogawa *et al.* (2015) confirme l'apparition d'un trou ionosphérique quelques minutes après le séisme du Népal (Mw = 7.8 le 25 avril 2015).

Plusieurs études ont été menées pour expliquer l'apparition de ce trou ionosphérique quelques minutes après des séismes de grande magnitude comme celui de Tohoku qui s'est produit à 5h46 le 11 mars 2011. Kakinami *et al.* (2012) suggère que les trous ionosphériques sont associés aux processus de recombinaison dans le plasma de la thermosphère, Astafyeva *et al.* (2011b) pense que l'ionosphère est poussée par une onde des neutres de grande amplitude, qui crée la déplétion dans l'amplitude verticale du TEC. A l'opposé de ses deux études, Heki (2011b), Heki and Enomoto (2013) dans leurs deux études, affirment que le séisme de Tohoku du 11 mars 2011 n'a pas provoqué une déplétion du TEC, mais au contraire une augmentation continue du TEC qui a été enregistrée bien avant le séisme. Une hypothèse est que ce signal est un

signal précurseur pour ce genre de séisme. Cette hypothèse a été fortement contestée par *Kamogawa and Kakinami* (2013), qui a suggéré que le précurseur est un artefact, directement lié à la largeur de la fenêtre d'analyse utilisée par *Heki* (2011b) pour éliminer la variation journalière du TEC de référence. À ce jour on dénote très peu de travaux publiés sur les trous ionosphériques, contrairement à la modélisation associée à la propagation et à l'observation des ondes linéaires, tels que les tsunamis et les ondes de Rayleigh. La seule exception a été *Shinagawa et al.* (2013), qui a fait une modélisation 2D avec une source de tsunami simplifiée. Il a supposé que l'amplitude de l'onde générée par le tsunami était assez grande pour générer des ondes de choc. Ces résultats ont été en mesure de générer des déplétions du TEC, avec cependant une amplitude deux fois plus grande que celles observées. Une modélisation 3D du phénomène est nécessaire pour expliquer si les tsunamis suffisent à eux seuls à provoquer des grands trous ionosphériques, comme ceux observés, ou si d'autres phénomènes sont responsables tels que les ondes de choc générées dans l'atmosphère neutre ou la non linéarité qui résulte du couplage entre le vent des neutres et le plasma ionosphérique. Nous souhaitons donc dans ce travail, l'initiation d'une approche totalement numérique de la propagation des ondes, depuis la partie solide jusqu'à l'atmosphère pour les neutres, et la modélisation du transfert de quantité de mouvement entre les neutres et le plasma, pour modéliser rigoureusement les signaux ionosphériques sismiques. Pour le faire nous utilisons la méthode des éléments spectraux à travers le code de simulation SPEC-FEM3D initié par *Komatitsch* (1997) pour la terre solide. J'ai adapté ce code en ajoutant la partie couplage et interaction avec l'ionosphère, en prenant en considération la complexité tridimensionnelles du problème avec les différents paramètres physiques appropriés.

Ce chapitre a pour but de décrire les principes physiques associés à la propagation des ondes pour comprendre le sens physique des équations mathématiques qui sont résolues lors des simulations numériques. Nous détaillons les approches numériques qui nous ont permis de valider ce travail. Dans la première partie nous traitons en détail la propagation des ondes gravito-acoustiques où nous validerons notre approche acoustique et gravito-acoustique pour le champ de vitesse des neutres. Dans la deuxième partie du chapitre, nous présentons brièvement la méthode des éléments spectraux que nous utiliserons pour la résolution de l'équation des ondes dans les chapitres suivants de cette thèse. Dans la dernière section, nous détaillons l'interaction de champ des neutres avec le plasma ionosphérique, ainsi que les équations de calcul de la variation de la densité électronique et le contenu total d'électron (TEC), et la méthode numérique associée.

3.1 ONDES SISMIQUES DANS L'ATMOSPHÈRE

Plusieurs travaux de recherches ont prouvé l'existence des ondes d'origine sismique se propageant dans l'atmosphère terrestre. Ces travaux décrivent plusieurs types d'ondes qui peuvent être détectées dans l'atmosphère et par conséquent dans l'ionosphère, à travers des méthodes de mesures qui se basent essentiellement sur les méthodes de détection par la mesure GPS-TEC.

L'analyse des données GPS du réseau japonais GONET, et de la réponse ionosphérique suite au séisme de Tohoku du 11 Mars 2011 faite par *Rolland et al.* (2011b), confirme l'existence de trois types d'ondes dans le signal de TEC au-dessus du Japon (voir la figure 3.1). La première onde se propage à environ 3 km/s, ce qui correspond très probablement à l'onde de surface de Rayleigh. La deuxième onde se propage plus lentement à environ 1 km/s, et se manifeste comme l'onde acoustique générée directement par le séisme. Ces observations sont en accord avec les observations faites précédemment par *Astafyeva et al.* (2009), et *Rolland et al.* (2011a). Suite à ce séisme, et pour la première fois dans la région japonaise, *Rolland et al.* (2011b), ont montré également, l'apparence d'un troisième type d'onde, à une distance de 400 km de l'épicentre, qui est une onde de gravité atmosphérique, qui se propage à une vitesse estimée à ~ 225 m/s et une fréquence d'environ 1.8 mHz. Un peu plus loin, *Makela et al.* (2011), *Occhipinti et al.* (2011b), *Coisson et al.* (2015) détectèrent les ondes de tsunami, d'une vitesse proche des ondes de gravité et caractérisées également par des signatures ionosphériques, observées précédemment par *Artru et al.* (2005), *Occhipinti et al.* (2006b), *Rolland et al.* (2010), lors de précédents méga-séismes. Enfin, toujours dans la thermosphère, mais cette fois-ci par l'intermédiaire du satellite GOCE, *Garcia et al.* (2013) et *Garcia et al.* (2014) détectèrent également les ondes de Rayleigh et le tsunami généré par ce séisme.

Dans cette thèse nous nous sommes intéressés à la modélisation des ondes gravito-acoustiques dans l'ionosphère que nous venons d'énumérer pour ce méga-séisme, et qui ont donc une origine sismique. Pour cela on doit résoudre l'équation de propagation de ces ondes dans les trois régions, solide, océan et atmosphère. Les équations de propagation des ondes élastiques dans un milieu solide isotrope sont données par

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= \partial_j \sigma_{ij} + f_i , \\ \epsilon_{ij} &= \frac{1}{2} (\partial_j u_i + \partial_i u_j) , \\ \sigma_{ij} &= \lambda \delta_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij} . \end{aligned} \tag{3.1}$$

où ρ , λ et μ sont la densité et les deux paramètres de Lamé du tenseur élastique isotrope, \mathbf{u} le déplacement, ϵ et σ les tenseurs de déformation et de contrainte et \mathbf{f} la force équivalente de la source sismique.

Bien que nous allons dans ce travail modéliser également la propagation des ondes élastiques dans les solides, nous allons surtout nous intéresser à la propagation aux interfaces solide-fluide et à la propagation des ondes gravito-acoustiques dans l'atmosphère, ainsi que leur couplage avec le plasma ionosphérique. Pour plus de détails sur la propagation des ondes élastiques dans un milieu solide isotrope nous renvoyons

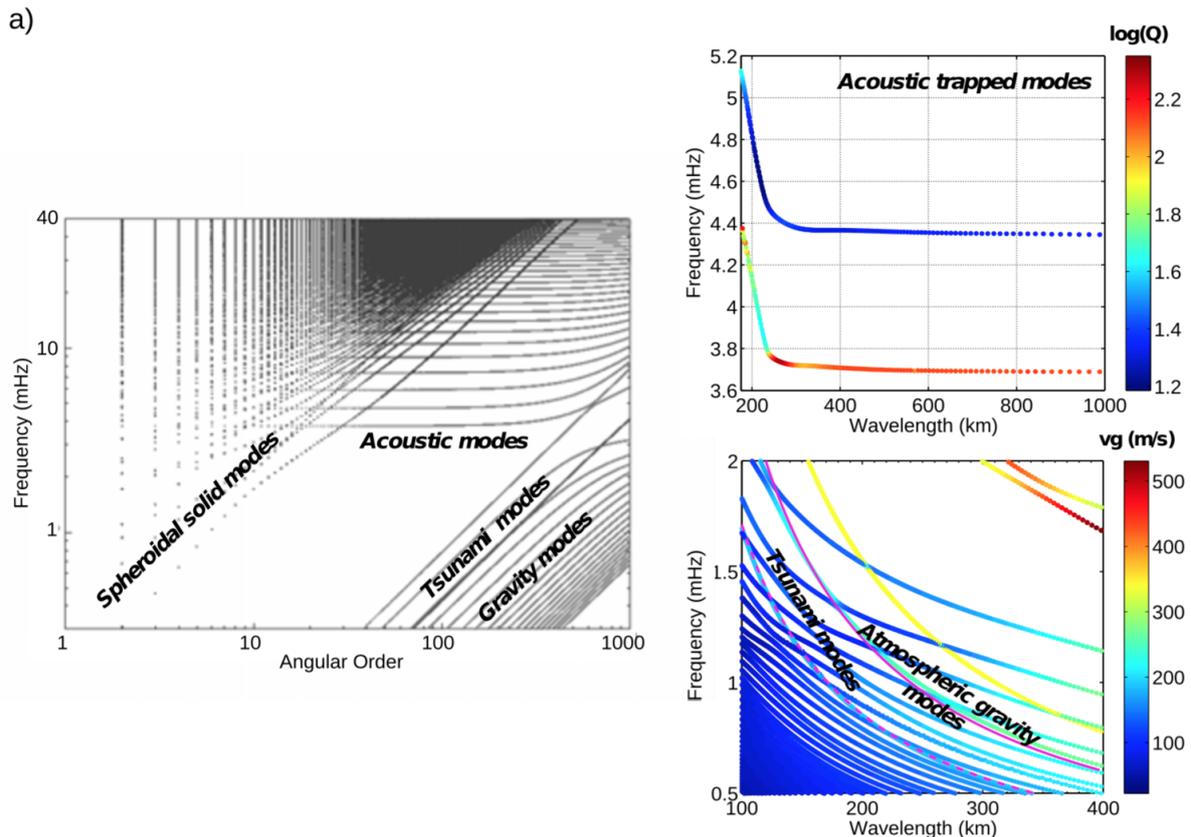


FIGURE 3.1 – A gauche : courbe de dispersion (fréquence en fonction de l'ordre angulaire) des modes propres du système Terre-océan-atmosphère, calculée en utilisant un modèle d'atmosphère standard (USSA avec surface libre à 150 km). Source : Lognonné and Clévédé (2002). A droite : zoom sur les courbes de dispersion (fréquence par rapport à la longueur d'onde) des deux branches acoustiques des modes piégés, avec un code couleur représentant le facteur de qualité Q . En bas, dispersion des branches des modes de gravités atmosphériques avec vitesse de groupe v_g en code couleur, calculée en utilisant la MSISE-00. La ligne magenta clair montre les modes de gravités atmosphériques qui se propagent à ~ 225 m/s. Les modes de tsunami se propageant à 171 m/s sont également représentés sur la ligne magenta en pointillés. Source : Rolland et al. (2011b)

donc le lecteur à la partie annexe A.1 de cette thèse, où il y a une description complète et détaillée de la propagation des ondes élastiques dans des milieux solides isotrope.

3.2 PROPAGATION ADIABATIQUE DES ONDES GRAVITO-ACOUSTIQUE DANS L'ATMOSPHERE

Dans cette partie de ce chapitre, nous allons définir, les équations de base de la propagation des ondes gravito-acoustiques dans une atmosphère stratifiée où la densité et la vitesse acoustique varient verticalement suivant un modèle 1D. Nous décrirons toutes les équations. Nous traiterons les non-linéarités des différentes grandeurs physiques. Nous comparerons les grandeurs linéaires aux non linéaires. Nous étudierons la validité de l'approche gravito-acoustique dans l'atmosphère terrestre et ainsi que ses domaines d'applications. Dans le cas le plus général, l'équation de mouvement est donnée par

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla p + \rho \mathbf{g}, \quad (3.2)$$

avec

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla), \quad (3.3)$$

où \mathbf{v} est la vitesse du fluide, p est la pression, \mathbf{g} est la gravité et ρ est la densité du fluide, dont la conservation est décrite par :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0. \quad (3.4)$$

Dans le cas de perturbations adiabatiques, la pression dans un fluide est gouvernée par l'équation isentropique

$$\frac{1}{p} \frac{Dp}{Dt} + \frac{\gamma}{V} \frac{DV}{Dt} = 0, \quad (3.5)$$

pour un volume spécifique $V = \frac{1}{\rho}$, nous pouvons réécrire l'équation (3.5) comme suit

$$\frac{Dp}{Dt} = p \frac{\gamma}{\rho} \frac{D\rho}{Dt} = -p\gamma \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (3.6)$$

et nous avons à l'équilibre hydrostatique

$$-\nabla p_0 + \rho_0 \mathbf{g} = \mathbf{0}, \quad (3.7)$$

Si on prend en consideration l'équilibre hydrostatique l'équation (3.7) devient

$$\rho \frac{D\mathbf{v}}{Dt} = -\nabla(p - p_0) + (\rho - \rho_0) \mathbf{g}, \quad (3.8)$$

$$\frac{Dp}{Dt} = -p\gamma \nabla \cdot \mathbf{v}, \quad (3.9)$$

$$\frac{D\rho}{Dt} = -\rho \nabla \cdot \mathbf{v}. \quad (3.10)$$

Du point de vue du calcul, la résolution d'un système linéaire est beaucoup plus simple que la résolution d'un système non linéaire. La méthode est simple, elle consiste à décomposer la variable q en une partie stationnaire q_0 et une perturbation q_1 . L'état stationnaire est généralement supposé stable et varie peu ou très légèrement dans le temps.

Si nous perturbons notre système autour d'un état d'équilibre choisi, nous obtenons :

$$\begin{aligned}\rho &= \rho_0 + \rho_1 , \\ p &= p_0 + p_1 , \\ \mathbf{v} &= \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_0 .\end{aligned}\tag{3.11}$$

Dans l'atmosphère et contrairement à la Terre solide, la vitesse initiale peut être non nulle dès qu'il y a du vent. Nous supposons cependant dans un premier temps $\mathbf{v}_0 = 0$, soit pas de champ initial et donc sans vent. Donc $\mathbf{v} = \mathbf{v}_1$.

Nous obtenons pour la densité :

$$\begin{aligned}\frac{D\rho}{Dt} &= \frac{\partial\rho}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\rho \\ &= \frac{\partial\rho_1}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\rho_0 + (\mathbf{v}\cdot\nabla)\rho_1 ,\end{aligned}\tag{3.12}$$

et pour la pression

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \frac{\partial p_1}{\partial t} + (\mathbf{v}\cdot\nabla)p_0 + (\mathbf{v}\cdot\nabla)p_1 .\tag{3.13}$$

En résumé nous avons ces équations :

— L'équation de mouvement

$$\rho_0 \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p_1 + \rho_1 \mathbf{g} + N_{\mathbf{v}} ,\tag{3.14}$$

— L'équation de pression

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} = -\gamma p_0 \nabla\cdot\mathbf{v} - (\mathbf{v}\cdot\nabla)p_0 + N_p ,\tag{3.15}$$

— L'équation de densité

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t} = -\rho_0 \nabla\cdot\mathbf{v} - (\mathbf{v}\cdot\nabla)\rho_0 + N_{\rho} ,\tag{3.16}$$

Où, les termes non linéaires $N_{\mathbf{v}}$, N_p et N_{ρ} sont donnés par :

$$\begin{aligned}N_{\mathbf{v}} &= -\rho_1 \frac{\partial\mathbf{v}}{\partial t} - \rho (\mathbf{v}\cdot\nabla)\mathbf{v} , \\ N_p &= -\gamma p_1 \nabla\cdot\mathbf{v} - (\mathbf{v}\cdot\nabla)p_1 , \\ N_{\rho} &= -\rho_1 \nabla\cdot\mathbf{v} - (\mathbf{v}\cdot\nabla)\rho_1 .\end{aligned}\tag{3.17}$$

Les termes non-linéaires apparaissent dans cette approche comme des sources secondaires. Elles pourraient ainsi être intégrées dans une approche itérative, où après chaque résolution, on utilise la solution pour quantifier ces sources secondaires et recalculer la prochaine itération. Si on néglige les quantités non linéaires, les équations linéarisées sont données par

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p_1 + \rho_1 \mathbf{g}, \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} = -\gamma p_0 \nabla \cdot \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) p_0, \quad (3.19)$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -\rho_0 \nabla \cdot \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho_0. \quad (3.20)$$

En tenant compte de l'équilibre hydrostatique dans l'hypothèse des petites variations locales de la densité, nous pouvons négliger le second terme de l'équation de la densité, ce qui donne

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p_1 + \rho_1 \mathbf{g}, \quad (3.21)$$

$$p_1 = -\gamma p_0 \nabla \cdot \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) p_0, \quad (3.22)$$

$$\rho_1 = -\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}). \quad (3.23)$$

Nous transformons ces équations en utilisant les propriétés des opérateurs :

$$\nabla (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) = \mathbf{a} \wedge (\nabla \wedge \mathbf{b}) + \mathbf{b} \wedge (\nabla \wedge \mathbf{a}) + (\mathbf{a} \cdot \nabla) \mathbf{b} + (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{a}, \quad (3.24)$$

$$\nabla \wedge (\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}) = (\nabla \cdot \mathbf{b}) \mathbf{a} - (\nabla \cdot \mathbf{a}) \mathbf{b} + (\mathbf{b} \cdot \nabla) \mathbf{a} - (\mathbf{a} \cdot \nabla) \mathbf{b}, \quad (3.25)$$

nous obtenons, avec l'équation (3.24) et en posant $a = \rho_0 \mathbf{u}$, $b = -\mathbf{g}$

$$\nabla (\rho_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{g}) = \rho_0 \mathbf{u} \wedge [\nabla \wedge \mathbf{g}] + \mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\rho_0 \mathbf{u})] + (\mathbf{g} \cdot \nabla) \rho_0 \mathbf{u} + \rho_0 \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{g}. \quad (3.26)$$

Nous assumons que \mathbf{g} est constante, ce qui donne

$$-\nabla (-\rho_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{g}) = \mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\rho_0 \mathbf{u})] + (\mathbf{g} \cdot \nabla) \rho_0 \mathbf{u}, \quad (3.27)$$

$$\rho_1 \mathbf{g} = -\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}) \mathbf{g}. \quad (3.28)$$

En utilisant la propriété de l'opérateur donnée par (3.24) et l'équation (3.28), ainsi que $a = \rho_0 \mathbf{u}$, et $b = -\mathbf{g}$, nous obtenons :

$$-\nabla \wedge [\rho_0 \mathbf{u} \wedge \mathbf{g}] = \nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}) \mathbf{g} - (\mathbf{g} \cdot \nabla) \rho_0 \mathbf{u}, \quad (3.29)$$

$$\rho_1 \mathbf{g} = -\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}) \mathbf{g} = \nabla \wedge [\rho_0 \mathbf{u} \wedge \mathbf{g}] \mathbf{g} - (\mathbf{g} \cdot \nabla) \rho_0 \mathbf{u}. \quad (3.30)$$

La sommation entre (3.27), (3.30) donne :

$$-\nabla (-\rho_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{g}) + \rho_1 \mathbf{g} = \nabla \wedge [\rho_0 \mathbf{u} \wedge \mathbf{g}] + \mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\rho_0 \mathbf{u})] \quad (3.31)$$

Ce qui donne pour l'équation (3.18), en prenant en considération l'approximation (3.31) :

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p'_1 + \mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\rho_0 \mathbf{u})] + \nabla \wedge [\rho_0 \mathbf{u} \wedge \mathbf{g}] \quad (3.32)$$

et

$$p'_1 = -\gamma p_0 \nabla \cdot \mathbf{u} \quad (3.33)$$

où p'_1 ne représente que la perturbation de pression associée à la compressibilité de l'atmosphère.

3.2.1 La représentation du potentiel

Nous supposons que le potentiel est sous la forme $\rho_0 \mathbf{u}$ pour un fluide non rotationnel dans l'atmosphère terrestre et ρ_0 dépend uniquement z . Nous pouvons écrire alors le champ potentiel en une partie d'un potentiel scalaire χ et une autre partie d'un potentiel vecteur φ dans la direction de z comme suit

$$\rho_0 \mathbf{u} = \nabla \chi + \varphi \mathbf{e}_z. \quad (3.34)$$

Dans ce cas

$$\mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\rho_0 \mathbf{u})] = \mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\nabla \chi + \varphi \mathbf{e}_z)] , \quad (3.35)$$

nous avons $\nabla \wedge \nabla \chi = 0$, alors la quantité $\mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\rho_0 \mathbf{u})]$ devient

$$\mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\rho_0 \mathbf{u})] = \mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\varphi \mathbf{e}_z)] = \mathbf{g} \wedge [\nabla \varphi \wedge \mathbf{e}_z] . \quad (3.36)$$

Si nous utilisons la propriété (3.25) nous aurons

$$\mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\rho_0 \mathbf{u})] = \mathbf{g} \cdot \mathbf{e}_z \nabla \varphi - (\mathbf{g} \cdot \nabla) \varphi \mathbf{e}_z = -g \nabla \varphi + g \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{e}_z . \quad (3.37)$$

La quantité $\nabla \wedge [\rho_0 \mathbf{u} \wedge \mathbf{g}]$ devient

$$\nabla \wedge [\rho_0 \mathbf{u} \wedge \mathbf{g}] = \nabla \wedge [(\nabla \chi + \varphi \mathbf{e}_z) \wedge \mathbf{g}] = \nabla \wedge [\nabla \chi \wedge \mathbf{g}] , \quad (3.38)$$

car $\varphi \mathbf{e}_z \wedge \mathbf{g} = 0$ dans la mesure où $\varphi \mathbf{e}_z$ est parallèle à la direction de \mathbf{g} . Quand nous appliquons (3.25), nous aurons donc

$$\nabla \wedge [\rho_0 \mathbf{u} \wedge \mathbf{g}] = -\nabla \cdot [\nabla \chi] \mathbf{g} + [\mathbf{g} \cdot \nabla] \nabla \chi = g \nabla^2 \chi \mathbf{e}_z - g \nabla \frac{\partial \chi}{\partial z} . \quad (3.39)$$

En utilisant cette formule de potentiel dans (3.32) nous obtenons

$$\nabla \ddot{\chi} + \ddot{\varphi} \mathbf{e}_z = -\nabla p'_1 - \nabla (\mathbf{g} \varphi) + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{g} - \nabla \left(\mathbf{g} \frac{\partial \chi}{\partial z} \right) + \mathbf{g} \nabla^2 \chi . \quad (3.40)$$

Finalement notre système d'équations devient

$$\ddot{\chi} = -p'_1 - g \varphi - g \frac{\partial \chi}{\partial z} , \quad (3.41)$$

$$\ddot{\varphi} = g \nabla^2 \chi + g \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (3.42)$$

$$p'_1 = -\gamma p_0 \nabla \cdot \left[\frac{1}{\rho_0} \nabla \chi + \frac{\varphi}{\rho_0} \mathbf{e}_z \right], \quad (3.43)$$

où p'_1 ne représente que la perturbation de pression liée à la compression du fluide donnée par l'équation 3.33.

3.2.2 Solution d'onde plane

Supposons maintenant que le champ des neutres se propage suivant la direction d'un vecteur d'onde \mathbf{k} et peut s'écrire sous la forme :

$$\rho \mathbf{u} = \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) (i\mathbf{k}\chi_0 \exp(i[\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}]) + \varphi_0 \exp(i[\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}]) \mathbf{e}_z), \quad (3.44)$$

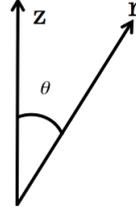


FIGURE 3.2 – La représentation schématique de la projection du champ des neutres incident

$$p'_1 = -\gamma p_0 \nabla \cdot \left[\frac{1}{\rho_0} \nabla \chi \right] - \gamma p_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{1}{\rho_0}, \quad (3.45)$$

$$p'_1 = -c^2 \nabla^2 \chi - c^2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{c^2}{H} \frac{\partial \chi}{\partial z} - \frac{c^2}{H} \varphi, \quad (3.46)$$

avec $\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho H}$.

L'équation du champ de déplacement des neutres est donnée par

$$\ddot{\chi} = \left(c^2 \nabla^2 \chi - g \frac{\partial \chi}{\partial z} + \frac{c^2}{H} \frac{\partial \chi}{\partial z} \right) + \left(c^2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{c^2}{H} \varphi - g \varphi \right), \quad (3.47)$$

$$\ddot{\varphi} = g \nabla^2 \chi + g \frac{\partial \varphi}{\partial z}. \quad (3.48)$$

Dans le cas où la structure est homogène, nous pouvons alors remplacer les opérateurs ∇ et les autres dérivées partielles par leurs expressions analytiques

$$\nabla^2 \rightarrow \frac{1}{4H^2} - k^2 + \frac{i}{H} k_z,$$

$$\nabla \rightarrow -\frac{1}{2H} \mathbf{e}_z - i\mathbf{k}, \quad (3.49)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rightarrow -\omega^2,$$

ce qui nous permet d'en déduire l'équation de dispersion que nous allons maintenant étudier.

3.2.3 Résolution du système

Cette équation est donnée par le système suivant :

$$-\omega^2 \begin{pmatrix} ik\chi_0 \\ \varphi_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ik\chi_0 \\ \varphi_0 \end{pmatrix} \quad (3.50)$$

où les coefficients A_{ii} sont donnés par

$$\begin{aligned} A_{11} &= -c^2k^2 + ikg \cos \theta + \frac{g}{2H} - \frac{c^2}{4H^2}, \\ A_{12} &= \left(\frac{c^2}{2H} - g - ikc^2 \cos \theta \right) ik, \\ A_{21} &= ikg \left(1 - \frac{1}{4H^2k^2} \right) + \frac{g}{H} \cos \theta, \\ A_{22} &= -\frac{g}{2H} - ikg \cos \theta. \end{aligned} \quad (3.51)$$

Pour la résolution du système aux valeurs propres, nous posons $\chi_1 = ik\chi_0$ et $\varphi_0 = \varphi_1$. Notre système devient dans ce cas

$$\begin{pmatrix} A_{11} + \omega^2 & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} + \omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} = 0, \quad (3.52)$$

$$(A_{11} + \omega^2)(A_{22} + \omega^2) - A_{12}A_{21} = 0, \quad (3.53)$$

ce qui donne

$$\omega^4 + (A_{11} + A_{22})\omega^2 + A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 0. \quad (3.54)$$

Le déterminant de l'équation (3.54) est donné par

$$\Delta = (A_{11} - A_{22})^2 + 4(A_{12}A_{21}), \quad (3.55)$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \left[\left(\left(\frac{g}{H} - \frac{c^2}{4H^2} \right) - c^2k^2 \right) + 2ikg \cos \theta \right]^2 + 4 \left(\frac{c^2}{H} - g - \frac{c^2}{2H} - ikc^2 \cos \theta \right) ik \\ &\times \left[ikg \left(1 - \frac{1}{4H^2k^2} \right) + \frac{g}{H} \cos \theta \right], \end{aligned} \quad (3.56)$$

$$\Delta = k^4c^4 + 4k^2c^2 \left(\cos^2 \theta - 1 \right) g \left(\frac{1}{H} - \frac{g}{c^2} \right) + \frac{c^4}{16H^4} + \frac{k^2c^4}{2H^2}, \quad (3.57)$$

$$\Delta = k^4c^4 \left(1 - 4 \frac{N^2}{k^2c^2} \sin^2 \theta + \frac{1}{2H^2k^2} \left(1 + \frac{1}{8H^2k^2} \right) \right). \quad (3.58)$$

Nous posons finalement $\Delta = k^4 c^4 \Delta'$, avec

$$\Delta' = \left(1 - 4 \frac{N^2}{k^2 c^2} \sin^2 \theta + \frac{1}{2H^2 k^2} \left(1 + \frac{1}{8H^2 k^2} \right) \right), \quad (3.59)$$

où H est le facteur d'échelle de l'atmosphère, encore appelé l'échelle de hauteur. Ce terme quantifié la variation de la masse volumique non perturbée ρ_0 avec l'altitude

$$\frac{d\rho_0}{dz} = -\frac{\rho_0}{H}. \quad (3.60)$$

N^2 est la fréquence de Brunt Väisälä, donnée par

$$N^2 = -g \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} + \frac{g}{c^2} \right), \quad (3.61)$$

$$N^2 = g \left(\frac{1}{H} - \frac{g}{c^2} \right).$$

La fréquence de Brunt-Väisälä représente une fréquence de coupure entre les ondes de gravité et les ondes acoustiques. Si la fréquence de l'onde est inférieure à la fréquence de Brunt-Väisälä, c'est une onde de gravité. Inversement l'onde est une onde acoustique pour les fréquences supérieures. L'équation donnant le facteur d'échelle de l'atmosphère peut s'écrire aussi

$$H = \frac{c^2}{\gamma g}. \quad (3.62)$$

Nous en déduisons :

$$N = \frac{g}{c} \sqrt{\gamma - 1}. \quad (3.63)$$

Au final la solution de notre système 3.50 est donnée par la relation de dispersion suivante

$$\omega^2 = \frac{k^2 c^2}{2} \left(1 + \frac{1}{4k^2 H^2} \pm \sqrt{\Delta'} \right). \quad (3.64)$$

Pour ce qui est de l'expression de la fréquence angulaire en fonction du vecteur d'onde. L'expression du vecteur d'onde en fonction de la fréquence est plus simple et est donnée par

$$k^2 = \frac{1}{c^2} \frac{\omega^2 - \omega_a^2}{1 - \frac{N^2}{\omega^2} \sin^2 \theta}, \quad (3.65)$$

où $\omega_a = \frac{c}{2H} = \frac{\gamma g}{2c}$ est la fréquence angulaire de coupure acoustique. Dans le domaine acoustique, les dénominateurs et numérateurs sont positifs, et dans le domaine des ondes de gravité, les deux termes sont négatifs. Dans ces deux cas, k^2 est donc positif.

3.2.4 Relation de dispersion

Les deux branches de dispersion vont être associées aux ondes acoustiques et aux ondes de gravité. Néanmoins, ces ondes seront respectivement sensibles à la gravité

et à la compressibilité de l'air, même si les hypothèses acoustiques pure (sans gravité) et gravité pure (sans compressibilité) seront d'autant plus valables que les fréquences (respectivement périodes) seront grandes (et faibles).

L'onde est propagative si le carré du nombre d'onde k^2 est positif. Dans ce cas k est réel. A l'inverse le nombre d'onde sera imaginaire si k^2 est négatif. L'onde sera alors évanescence et ne se propage plus.

La vitesse du son devient constante dans une atmosphère homogène et isotherme. Le rapport des chaleurs spécifiques est donné par $\gamma = c_p/c_v$, avec comme définition pour c_p , et c_v respectivement, les chaleurs spécifiques à pression et à volume constant. Dans cette partie, nous discuterons les valeurs de la relation de dispersion en fonction des angles d'incidence θ du paquet d'onde, pour les champs des neutres.

Nous n'allons pas nous limiter à une atmosphère isotherme, mais à une atmosphère stratifiée où la longueur d'onde des ondes acoustiques reste faible par rapport à la hauteur d'échelle. Dans la haute atmosphère, cette dernière est de 32 km ou plus (voir figure 3.3), alors que la vitesse du son est de 700-950 m/s (voir figure 3.4 c). Notre analyse d'onde plane est donc limitée aux fréquences plus élevées que 0.05 Hz typiquement, mais reste indicative pour les ondes basses fréquences, mis à part celles proches de la fréquence de coupure acoustique. Cette limitation n'est cependant pas présente dans les modélisations numériques, qui dans le cas gravito-acoustique, seront valables jusqu'à la fréquence de coupure.

La figure (3.4) représente les tracés des différents paramètres des modèles atmosphériques que nous utiliserons, avec :

- (a)-Le profil vertical de la densité du modèle atmosphérique NRLMSISE-00 en 1D *Picone et al. (2002)*
- (b)-Le profil de densité électronique du modèle IRI (*Bilitza and Reinisch (2008), Bilitza et al. (1990), Bilitza (2001)*) en 1D
- (c)-Le profil vertical de la vitesse acoustique du modèle atmosphérique NRLMSISE-00 en 1D *Picone et al. (2002)*

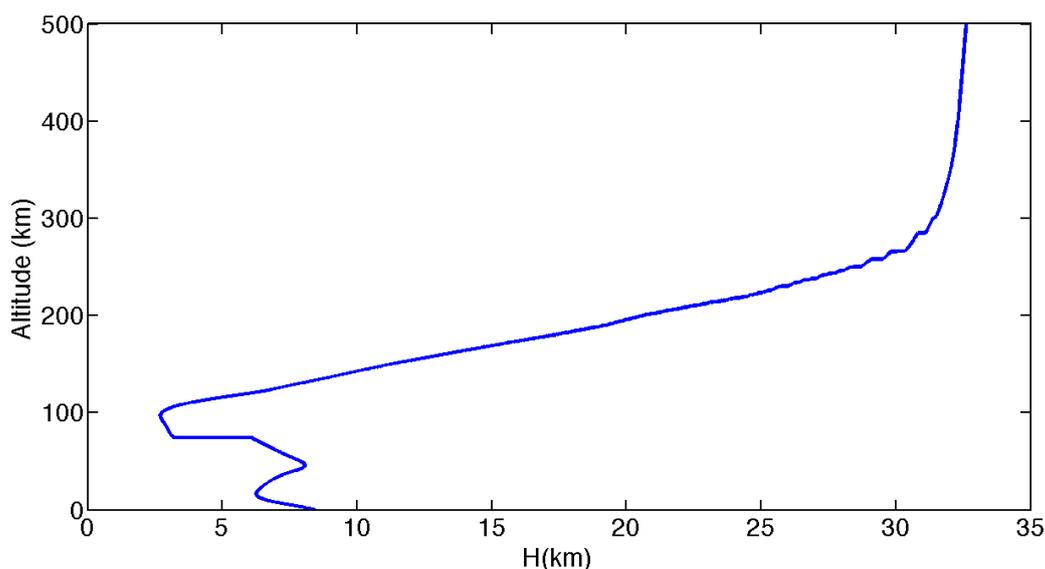


FIGURE 3.3 – Hauteur d'échelle H calculé pour la région de Tohoku le 11 mars 2011

Dans cet exemple, à une altitude de 250 km la densité de l'atmosphère s'est réduite d'un facteur 10^{10} par rapport au sol. Il y a moins de particules donc moins de collision et de recombinaisons. La densité électronique est à son maximum. La vitesse acoustique, qui dépend de la température et est inversement proportionnelle à la masse molaire augmente avec l'altitude sous l'effet combiné de l'augmentation de température et de la décomposition des molécules sous leur forme atomique, ce qui diminue la masse molaire moyenne.

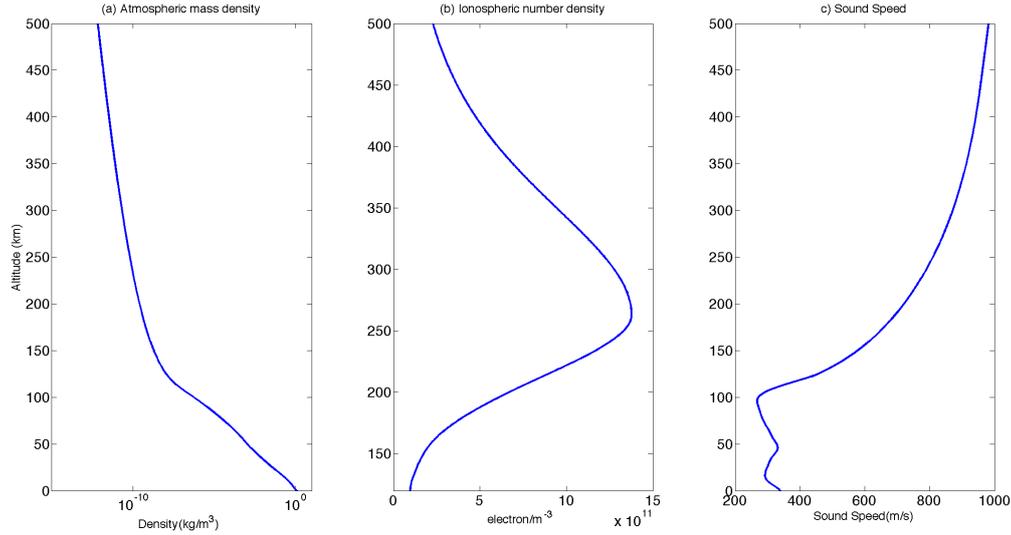


FIGURE 3.4 – Modèle d'atmosphère pour les séisme de Tohoku du 11 Mars 2011 au Japon, (a) représente la profil de la densité qui diminue avec l'altitude, (b) représente la densité des électron par m^3 , (c) la représentation de la vitesse acoustique en fonction de l'altitude Picone et al. (2002)

Les solutions de la relation de dispersion 3.54 sont données par :

$$\omega_{ac}^2 = \frac{k^2 c^2}{2} + \frac{c^2}{8H^2} + \sqrt{\frac{k^4 c^4}{4} - N^2 k^2 c^2 \sin^2 \theta + \frac{c^4}{64H^4} + \frac{k^2 c^4}{8H^2}}, \quad (3.66)$$

$$\omega_g^2 = \frac{k^2 c^2}{2} + \frac{c^2}{8H^2} - \sqrt{\frac{k^4 c^4}{4} - N^2 k^2 c^2 \sin^2 \theta + \frac{c^4}{64H^4} + \frac{k^2 c^4}{8H^2}},$$

où ω_{ac} représente la pulsation de la branche acoustique et ω_g représente la pulsation de la branche gravité, en remplaçant $\omega_a = \frac{c}{2H}$ dans les deux équations précédentes, on obtient

$$\omega_{ac}^2 = \frac{k^2 c^2 + \omega_a^2}{2} + \sqrt{\left(\frac{k^2 c^2 + \omega_a^2}{2}\right)^2 - N^2 k^2 c^2 \sin^2 \theta}, \quad (3.67)$$

$$\omega_g^2 = \frac{k^2 c^2 + \omega_a^2}{2} - \sqrt{\left(\frac{k^2 c^2 + \omega_a^2}{2}\right)^2 - N^2 k^2 c^2 \sin^2 \theta},$$

ou encore

$$\omega_{ac}^2 = k^2 c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k^2 c^2}}{2} \right) \left[1 + \left(1 - \frac{N^2 \sin^2 \theta}{k^2 c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k^2 c^2}}{2} \right)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right], \quad (3.68)$$

$$\omega_g^2 = k^2 c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k^2 c^2}}{2} \right) \left[1 - \left(1 - \frac{N^2 \sin^2 \theta}{k^2 c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k^2 c^2}}{2} \right)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right].$$

Vitesse de phase

On définit donc la vitesse phase comme le rapport entre la pulsation et le nombre d'onde associé à cette pulsation ω/k .

$$v_{ac} = \sqrt{c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k^2 c^2}}{2} \right) \left[1 + \left(1 - \frac{N^2 \sin^2 \theta}{k^2 c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k^2 c^2}}{2} \right)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}, \quad (3.69)$$

$$v_g = \sqrt{c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k^2 c^2}}{2} \right) \left[1 - \left(1 - \frac{N^2 \sin^2 \theta}{k^2 c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k^2 c^2}}{2} \right)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}. \quad (3.70)$$

Vitesse de groupe

On définit la vitesse de groupe comme la dérivée de la pulsation par rapport au nombre d'onde associé à cette pulsation $\frac{d\omega}{dk}$.

$$v_{gr_{ac}} = \frac{\partial \omega_{ac}}{\partial k}, \quad (3.71)$$

$$v_{gr_g} = \frac{\partial \omega_g}{\partial k},$$

$$\frac{\partial \omega_{ac}}{\partial k} = \frac{kc^2}{2\omega_{ac}} \left[1 + \frac{(k^2 c^2 + \omega_a^2) - 2N^2 \sin^2 \theta}{\sqrt{\left(\frac{k^2 c^2 + \omega_a^2}{2} \right)^2 - N^2 k^2 c^2 \sin^2 \theta}} \right], \quad (3.72)$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial k} = \frac{kc^2}{2\omega_g} \left[1 - \frac{(k^2c^2 + \omega_a^2) - 2N^2 \sin^2 \theta}{\sqrt{\left(\frac{k^2c^2 + \omega_a^2}{2}\right)^2 - N^2k^2c^2 \sin^2 \theta}} \right]. \quad (3.73)$$

3.2.5 Calcul de l'erreur due à une simulation purement acoustique

Dans le cas où on prend en considération un champ purement acoustique dans nos simulations, il faut évaluer l'erreur associée à cette approximation. Dans ce qui suit, nous calculerons le rapport entre les deux parties du potentiel : le potentiel scalaire $\nabla\chi$ et le potentiel vecteur φ , dans le système donné par (3.52). On obtient

$$(A_{11} + \omega^2) \chi_1 + A_{12} \varphi_1 = 0. \quad (3.74)$$

Cette équation donne

$$\frac{\varphi_1}{\chi_1} = - \frac{\left(\omega^2 - k^2c^2 + \left(\frac{g}{2H} - \frac{c^2}{4H^2}\right) + ikg \cos \theta\right)}{k^2c^2 \cos \theta - ik\left(\frac{c^2}{2H} - g\right)}. \quad (3.75)$$

Nous réécrivons cette équation en mettant en facteur le terme $-k^2c^2$, ce qui donne

$$\frac{\varphi_1}{\chi_1} = - \frac{\left(\left(\frac{\omega^2}{k^2c^2} - 1\right) + \frac{1}{2Hk^2g} \left(\frac{g^2}{c^2} - \frac{g}{2H}\right) + i\frac{g}{kc^2} \cos \theta\right) \left(\cos \theta + i\frac{1}{kg} \left(\frac{g^2}{c^2} - \frac{g}{2H}\right)\right)}{\cos^2 \theta + \frac{1}{k^2g^2} \left(\frac{g^2}{c^2} - \frac{g}{2H}\right)^2}. \quad (3.76)$$

Dans la figure (3.5), nous représentons la vitesse de phase et de groupe gravito-acoustique du champ d'ondes des neutres en fonction des différents angles d'incidence, suivant la direction normale et proche de la normale 0° , 20° , et ceux pour plusieurs valeurs de la vitesse du son et de densité données par le modèle atmosphérique 1D NRLMSISE-00 (tracé de gauche sur la figure 3.5). Ce tracé montre que pour un champ des neutres gravito-acoustique, la courbe de dispersion est retrouvée à mieux que 5% près, y compris pour des incidences proches de la normale et inférieures à 20° (voir les courbes rouges sur les vitesses de phase et de groupes gravito-acoustiques). On remarque aussi les discontinuités entre dans les deux cas pour les vitesses de phase et de groupe qui sont dues à la coupure acoustique. L'autre figure (à droite 3.5), donne le facteur d'erreur dans une approche du potentiel utilisé pour le champ des neutres. Le tracé en rouge de la figure à droite 3.5, permet de justifier que les approximations faites génèrent des erreurs de l'ordre de 15% dans la thermosphère (grande altitude) pour le champ des neutres à des périodes qui peuvent atteindre 3 min. Ces erreurs sont représentatives des erreurs relatives projetées sur la direction 45° correspondant à l'inclinaison magnétique au-dessus du Japon et qui interviendront dans les modélisations des signaux TEC.

La figure (3.6) donne les vitesses de groupe et de phase des ondes de gravité données par l'équation A.61. Elle permet d'expliquer que pour les ondes de quelques minutes, on a des valeurs en dessous de la fréquence de coupure et que les ondes

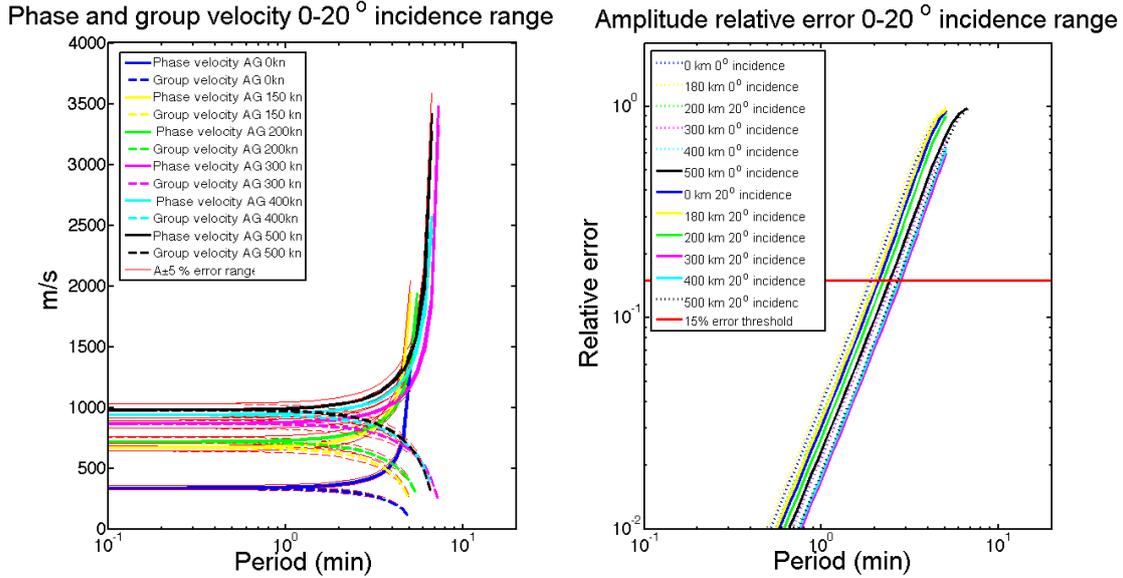


FIGURE 3.5 – Gauche : le tracé de la vitesse de groupe et de phase gravito-acoustique, pour deux valeurs de l'angle d'incidences θ variant de 0° à 20° , en fonction de la période de la source, prennent en compte les différentes valeurs de la vitesse acoustique et la densité atmosphérique du modèle atmosphérique 1D, donné par de NRLMISE-00. Droite : tracé de l'erreur acoustique généré par l'approche gravito-acoustique

de qui ont des périodes lentes de 10 minutes ou plus, ne vont arriver qu'au bout de 40 – 60 minutes, car leur vitesse de groupe est très faible. La direction de la vitesse de phase des ondes de gravité est perpendiculaire à la direction de la vitesse de groupe, autrement dit, une onde qui monte verticalement à une vitesse de phase presque horizontale. C'est pour cette raison que nous avons tracé les courbes pour des angles de 70° et 90° pour les ondes de gravité. La courbe de droite dans la figure 3.6 permet de justifier l'erreur de l'approche dans le cas des ondes de gravité et de valider notre approche.

3.2.6 Évaluation de la non-linéarité dans le champ des neutres

La non-linéarité pour une onde plane génère des doublages de fréquences et la génération de termes de fréquence nulle, ces derniers trouvant leur explication dans la relation entre le carré d'un cosinus et celui du double de son angle

$$\frac{1}{2}(\cos(2\theta) + 1) = \cos^2(\theta) . \quad (3.77)$$

Il s'agit donc d'un phénomène qui doit être a priori modélisé complètement afin d'en estimer son importance. Afin de pouvoir estimer la contribution non linéaire dans le champ des neutres, nous allons cependant comparer les quantités non linéaires N_v , N_p , et N_ρ par rapport aux quantités linéaires dans les équations (3.14), (3.15) et (3.16) et de l'équation 3.44 nous avons

$$\chi = \chi_1 \exp [i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] , \quad (3.78)$$

et nous avons aussi

$$\varphi = \varphi_1 \exp [i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] , \quad (3.79)$$

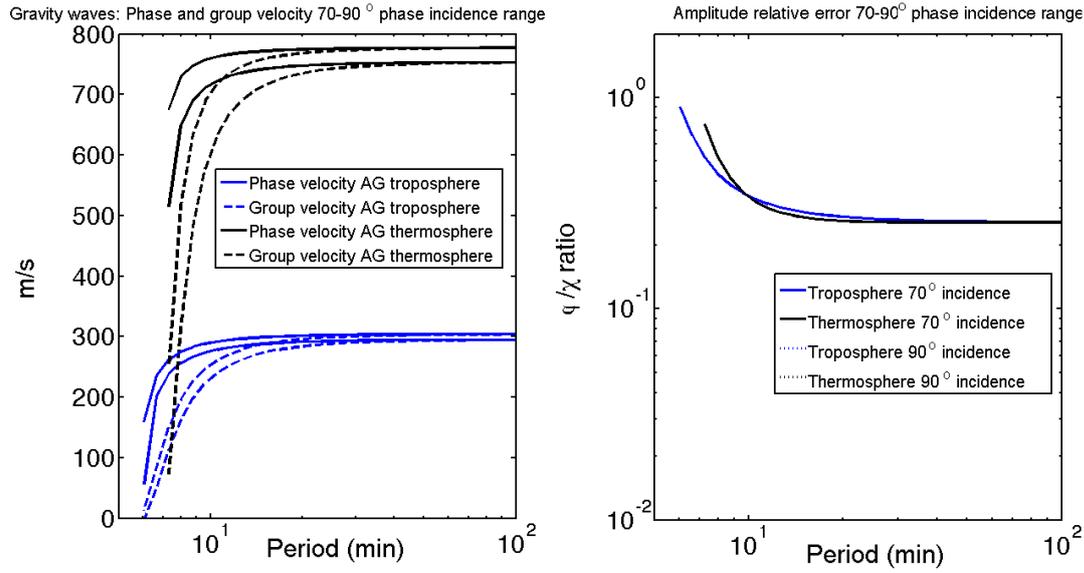


FIGURE 3.6 – Gauche : le tracé de la vitesse de groupe et de phase de gravité, pour deux valeurs de l'angle d'incidences θ variant de 70° à 90° , en fonction de la période de la source, prennent en compte les différentes valeurs de la vitesse acoustique et la densité atmosphérique du modèle atmosphérique 1D, donné par de NRLMSISE-00. Droite : tracé de l'erreur acoustique généré par l'approche gravito-acoustique

ce qui donne

$$\varphi = \frac{\varphi_1}{\chi_1} \chi . \quad (3.80)$$

À partir de l'équation (3.44) nous avons

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\rho_0} \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left[\omega \mathbf{k} + i\omega \frac{\varphi_1}{\chi_1} \mathbf{e}_z \right] \chi . \quad (3.81)$$

De cette équation on a

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho_0} \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left[\omega \mathbf{k} + i\omega \frac{\varphi_1}{\chi_1} \mathbf{e}_z \right] \chi \right) , \\ &= \frac{1}{\rho_0} \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left[i\omega^2 \mathbf{k} - \omega^2 \frac{\varphi_1}{\chi_1} \mathbf{e}_z \right] \chi , \end{aligned} \quad (3.82)$$

et

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{v} &= -\frac{\omega}{\rho_0} \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left(\frac{1}{2H} \mathbf{e}_z + i\mathbf{k} \right) \left(\mathbf{k} + i\frac{\varphi_1}{\chi_1} \mathbf{e}_z \right) \chi , \\ &= -\frac{\omega}{\rho_0} \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left(\frac{k \cos \theta}{2H} - \frac{\varphi_1}{\chi_1} k \cos \theta + i \left(k^2 + \frac{1}{2H} \frac{\varphi_1}{\chi_1} \right) \right) \chi , \end{aligned} \quad (3.83)$$

et des équations (3.23), (3.34) et (3.80) nous obtenons

$$\begin{aligned} \rho_1 &= -\nabla^2 \chi - \frac{\partial \varphi}{\partial z} \\ &= -\exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left(\left(\frac{1}{4H^2} - k^2 + i\frac{1}{H} k \cos \theta \right) - \left(\frac{1}{2H} + ik \cos \theta \right) \frac{\varphi_1}{\chi_1} \right) \chi , \end{aligned} \quad (3.84)$$

$$\begin{aligned}
\nabla \rho_1 &= \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left(\frac{1}{2H} + ik \cos \theta\right) \left(\left(\frac{1}{4H^2} - k^2 + i\frac{1}{H}k \cos \theta\right) - \left(\frac{1}{2H} + ik \cos \theta\right) \frac{\varphi_1}{\chi_1}\right) \chi, \\
&= \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left(\frac{1}{8H^3} - \frac{k^2}{2H} - k^2 \cos^2 \theta + ik \cos \theta \left(\frac{1}{2H} + \frac{1}{4H^2} - k^2\right)\right. \\
&\quad \left. - \left(\frac{1}{4H^2} - k^2 + i\frac{1}{H}k \cos \theta\right) \frac{\varphi_1}{\chi_1}\right) \chi.
\end{aligned} \tag{3.85}$$

et

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -i\omega \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left(\left(\frac{1}{4H^2} - k^2 + i\frac{1}{H}k \cos \theta\right) - \left(\frac{1}{2H} + ik \cos \theta\right) \frac{\varphi_1}{\chi_1}\right) \chi, \tag{3.86}$$

à partir de l'équation (3.46) nous avons

$$p'_1 = -c^2 \nabla^2 \chi - c^2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{c^2}{H} \frac{\partial \chi}{\partial z} - \frac{c^2}{H} \varphi, \tag{3.87}$$

$$p'_1 = c^2 \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left(\left(\frac{1}{2H^2} + k^2\right) + \left(\frac{1}{3H} + ik \cos \theta\right) \frac{\varphi_1}{\chi_1}\right) \chi,$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} = i\omega c^2 \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left(\left(\frac{1}{2H^2} + k^2\right) + \left(\frac{1}{3H} + ik \cos \theta\right) \frac{\varphi_1}{\chi_1}\right) \chi, \tag{3.88}$$

et

$$\begin{aligned}
\nabla p_1 &= -c^2 \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left(\frac{1}{2H} + ik \cos \theta\right) \left(\left(\frac{1}{2H^2} + k^2\right) + \left(\frac{1}{3H} + ik \cos \theta\right) \frac{\varphi_1}{\chi_1}\right) \chi, \\
&= -c^2 \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left[\frac{1}{2H} \left(\frac{1}{2H^2} + k^2\right) + ik \cos \theta \left(\frac{1}{2H^2} + k^2\right)\right. \\
&\quad \left.+ \left(\left(\frac{1}{6H^2} - k^2 \cos \theta\right) + i\frac{5}{6H}k \cos \theta\right) \frac{\varphi_1}{\chi_1}\right] \chi.
\end{aligned} \tag{3.89}$$

Pour évaluer la contribution des termes non linéaires, nous calculerons uniquement la partie réelle de $N_{\mathbf{v}}$, N_p , N_ρ ce qui représente physiquement la moitié de l'amplitude du champ réel à la fréquence double.

$$N_{\mathbf{v}} = -\rho_1 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - (\rho_1 + \rho_0) (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}, \tag{3.90}$$

$$N_p = -\gamma p_1 \nabla \cdot \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) p_1, \tag{3.91}$$

et

$$N_\rho = -\rho_1 \nabla \cdot \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho_1. \tag{3.92}$$

et on divise ces trois quantités par $-\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$, $\frac{\partial p_1}{\partial t}$, and $\frac{\partial \rho_1}{\partial t}$ respectivement

3.2.7 L'expression de χ en fonction de la vitesse des neutres \mathbf{v}

On pose $R = \frac{\phi_1}{\chi_1}$, on calcule $\mathbf{v}\mathbf{v}^*$, et d'après l'équation 3.81

$$\begin{aligned} \mathbf{v}\mathbf{v}^* &= \|\mathbf{v}\|^2 = \left(\frac{\omega}{\rho_0}\right)^2 \exp\left(-\frac{z}{H}\right) (k + iR\mathbf{e}_z)(k - iR\mathbf{e}_z) \chi\chi^*, \\ &= \left(\frac{\omega}{\rho_0}\right)^2 \exp\left(-\frac{z}{H}\right) (k^2 + RR^* + iR\mathbf{k}\mathbf{e}_z - iR^*\mathbf{k}\mathbf{e}_z) \chi\chi^*, \\ &= \left(\frac{\omega}{\rho_0}\right)^2 \exp\left(-\frac{z}{H}\right) (k^2 + RR^* - 2\text{Im}(R)k \cos\theta) \chi\chi^*, \end{aligned} \quad (3.93)$$

avec R^* qui est le complexe conjugué de R , et $\text{Im}(R)$ est la partie imaginaire de R , on obtient l'expression explicite de χ en fonction de \mathbf{v}

$$\chi = \sqrt{\left(\frac{\rho_0}{\omega}\right)^2 \frac{\|\mathbf{v}\|^2}{\exp\left(-\frac{z}{H}\right) (k^2 + RR^* - 2\text{Im}(R)k \cos\theta)}}. \quad (3.94)$$

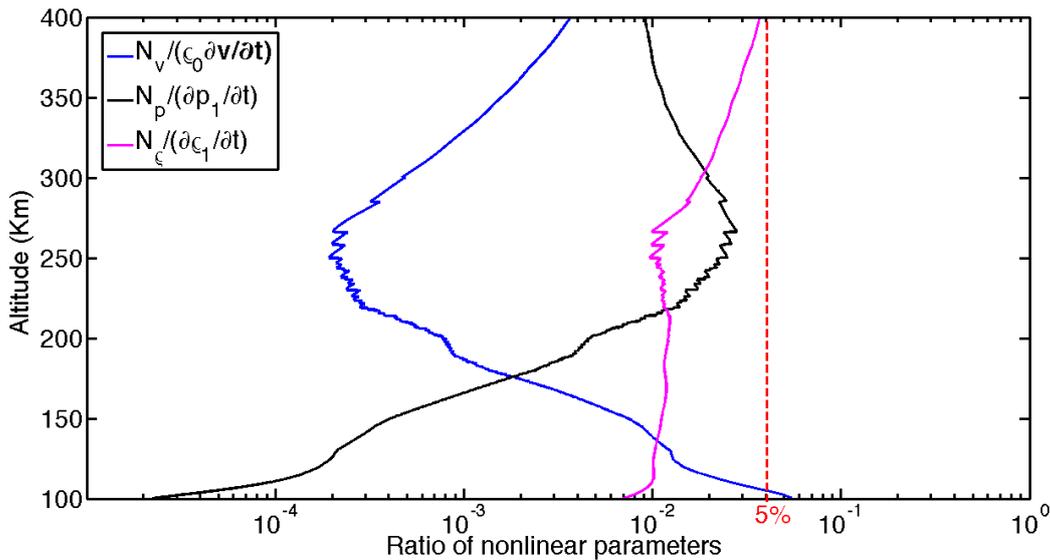


FIGURE 3.7 – Tracé du terme non-linéaire N_v , N_p , N_ρ par rapport au terme linéaire $\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$, $\frac{\partial p_1}{\partial t}$ et $\frac{\partial p_1}{\partial t}$ respectivement, en fonction des altitudes et pour une période de 2 min

La figure (3.7) représente le rapport entre les termes non linéaires N_v , N_p et N_ρ par rapport aux termes linéaires $\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$, $\frac{\partial p_1}{\partial t}$ et $\frac{\partial p_1}{\partial t}$ respectivement. Pour une incidence normale, ces rapports montrent les termes non linéaires qui sont de l'ordre de $\sim 10^{-2}$ avec une valeur maximal de 5% pour toute la gamme des altitudes qui varient entre 200 km et 400 km (région F de l'ionosphère), avec un profil de vitesse du champ des neutres donné par la figure 3.8 qui représente les valeurs maximales des vitesses des neutres dans la direction z simulée en 3D (les détails de ces simulations seront expliqués dans le chapitre 5). Ce qui justifie notre approche qui consiste à négliger les parties non linéaires dans les équations des neutres.

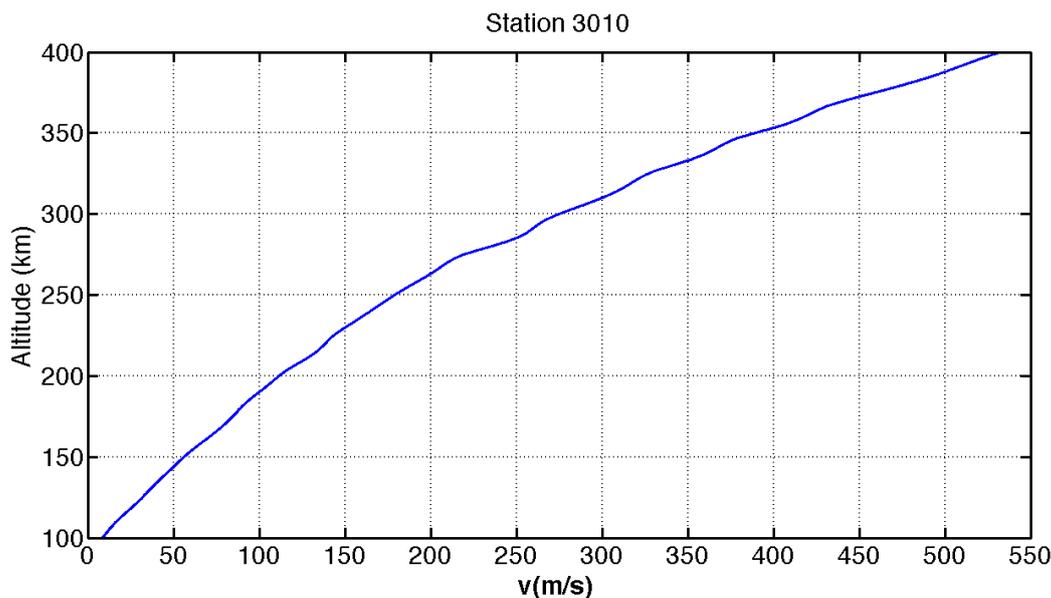


FIGURE 3.8 – Tracé des vitesses maximales des neutres simulées pour la station 3010 relevées sur chaque sismogramme. Les détails de ces simulations seront expliqués dans le chapitre 5

3.2.8 Dissipation des ondes

À ce stade de l'étude, nous n'avons pas pris en compte l'atténuation dans nos modélisations. La raison principale vient du fait que l'atténuation dans l'atmosphère terrestre est essentiellement liée à la viscosité de l'air, processus non modélisable par l'approche par modèle standard employé dans SPECFEM qui est basée sur un processus d'atténuation superposant des fréquences de relaxation. Néanmoins, nous présentons brièvement l'effet de dissipation. Il en résulte une atténuation significative des ondes dans l'atmosphère pour des périodes inférieures à 10 seconde (i.e. des fréquences supérieures à 0.1 Hz, voir *Pitteway and Hines (1963)* qui pratiquement n'atteignent pas l'ionosphère. À l'inverse, les ondes de périodes supérieures à 100 sec ne sont sensiblement atténuées qu'au-dessus du maximum d'ionisation.

3.2.9 Atténuation des ondes acoustiques

On exprime la perte d'énergie d'une onde acoustique par dissipation visqueuse et thermoconductive par un facteur d'absorption du son, fonction de la fréquence de l'onde ω , dérivé par *Landau et al. (1953)* :

$$\gamma_s = \frac{\omega^2}{2c^3} \left[\left(\frac{4\mu}{3\rho} + Y \right) + \frac{\kappa_T}{\rho} \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right] \quad (3.95)$$

où ρ est la masse volumique du fluide, μ son coefficient de viscosité dynamique, Y son deuxième coefficient de viscosité et q sa conductivité thermique.

La viscosité dynamique est reliée à la température par la formule de Sutherland *Eckart (1960)*; *Dalgarno and Smith (1962)*; *Mai and Kiang (2009)* :

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + \theta_0}{T + \theta_0} \quad (3.96)$$

où $T_0 = 291.15 \text{ K}$ est la température de référence au niveau du sol, $\mu_0 = 18.27 \times 10^{-6} \text{ Kg.m}^{-1}.\text{s}^{-1}$ est la viscosité de référence à T_0 et $\theta_0 = 120 \text{ K}$ est la température de Sutherland.

La conductivité thermique κ_T dépend quant à elle de la viscosité dynamique suivant la relation :

$$\kappa_T = \frac{2R}{M(\gamma - 1)}\mu \quad (3.97)$$

où $R = 8.314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ est la constante universelle des gaz parfaits et M la masse molaire de l'air (de l'ordre de $3 \times 10^{-2} \text{ kg.mol}^{-1}$ dans la basse atmosphère).

La figure (3.9) représente les profils de viscosité. On compare aussi l'influence relative de la dissipation visqueuse et de la dissipation thermique dans cette figure. Le terme de viscosité de l'équation (3.95) est à peu près le double du terme de thermoconduction. Si l'on intègre la diffusion thermique dans un coefficient de viscosité adhoc, il est possible de découpler l'équation de la chaleur de l'équation du mouvement et de simplifier considérablement les calculs. Cette approximation cependant réduit aussi les sources de non-linéarité reliées par exemple aux variations de la vitesse du son associé aux chauffages irréversibles du gaz.

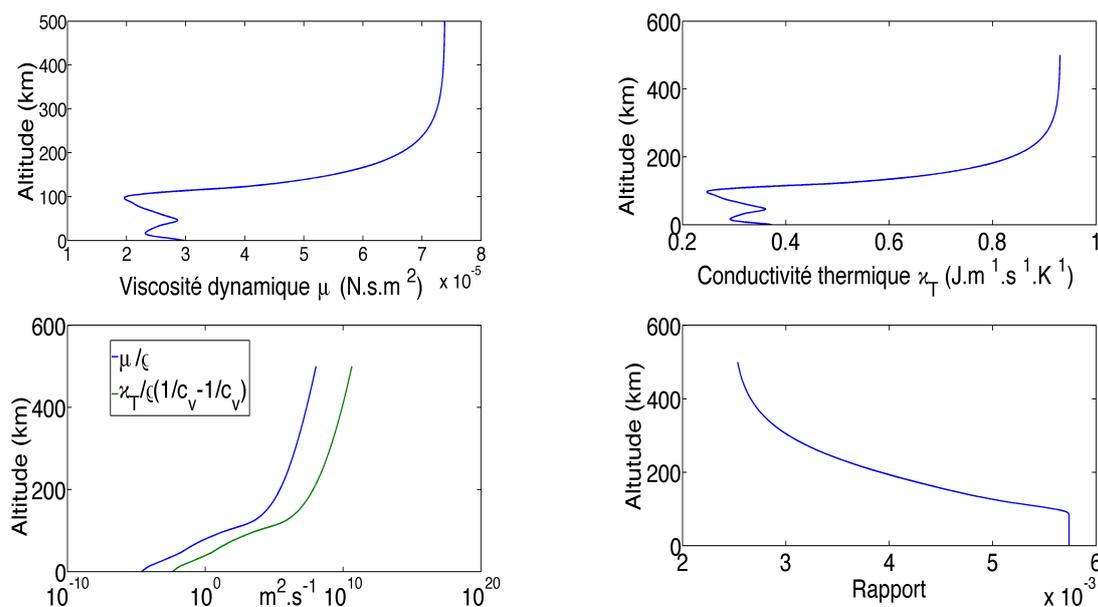


FIGURE 3.9 – En haut : profils de viscosité dynamique (à gauche), de conductivité thermique (au centre) et en bas : comparaison entre les termes de diffusivité visqueuse μ/ρ et thermoconductive $\kappa_T/\rho \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right)$ en termes de profils (à gauche) et de rapport diffusivité visqueuse/diffusivité thermoconductive (à droite). Pour le même modèle d'atmosphère que précédemment.

Artru (2001) a étudié les effets de la viscosité sur les ondes acoustiques en fonction de la fréquence qui peuvent être modélisés facilement dans le cas des modes propres. En supposant une amplification de l'onde avec l'altitude z d'un facteur $e^{\beta z}$, d'après Farges *et al.* (2002) le coefficient d'amplification des ondes acoustiques s'écrit :

$$\beta = \frac{1}{2H} - \frac{\omega^2}{2c^3} \frac{4}{3} \zeta(z) \quad , \quad (3.98)$$

où ζ est le coefficient de viscosité cinématique tel que :

$$\zeta = \frac{\mu}{\rho} \quad (3.99)$$

c et κ_T sont tous les deux dépendant de la pression et de la température, et donc de l'altitude (voir figure (3.9)).

Le facteur d'amplification est représenté en figure 3.10 en fonction de l'altitude et de la fréquence pour une atmosphère isotherme caractérisée par une hauteur d'échelle H de 8 km. Dans cette représentation il prend en compte l'effet de la fréquence de coupure acoustique en dessous de laquelle l'onde est évanescente.

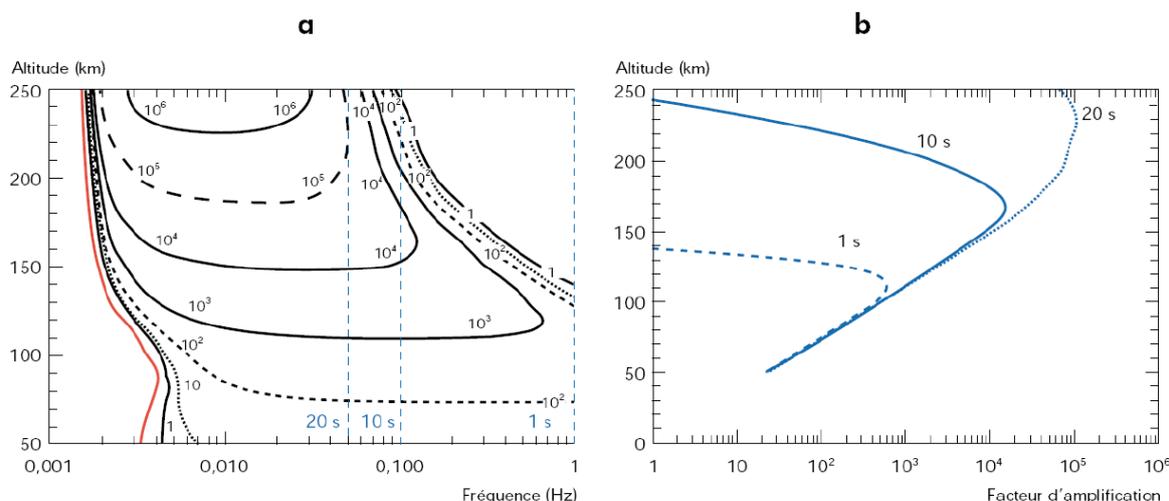


FIGURE 3.10 – Amplification d'une onde acoustique émise au niveau du sol en fonction de l'altitude et de la fréquence. La fréquence de coupure acoustique est représentée en rouge. Source Farges et al. (2002).

Il en résulte un filtrage atmosphérique des ondes acoustiques de type passe-bas en fréquence (et passe-haut en période). Autrement dit, les hautes fréquences sont davantage atténuées que les basses fréquences, à tel point que seules les ondes gravito-acoustiques de fréquence inférieure à 0.1 Hz peuvent se propager jusqu'à la région F. Dans l'attente de l'intégration de la viscosité dans SPECFEM et dans la mesure où l'atténuation des ondes d'incidence verticale est relativement bien modélisée, nous opterons dans les prochains chapitres pour une correction fréquentielle de cette atténuation en modifiant le spectre des sources sismiques.

3.3 ÉQUATION DES ONDES ACOUSTIQUES AVEC ET SANS GRAVITÉ

En se basant sur les résultats obtenus dans la section précédente, nous nous focalisons sur des modélisations acoustiques avec ou sans gravité et avec des équations linéarisées au premier ordre que nous reprenons rapidement pour les résumer.

3.3.1 Equation des ondes acoustiques sans gravité

Dans cette approximation, nous supposons que la gravité est nulle. On peut alors écrire l'équation des ondes acoustiques sous la forme :

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} &= -\nabla p, \\ p &= -\kappa \nabla \cdot \mathbf{u},\end{aligned}\tag{3.100}$$

avec \mathbf{u} le champ vectoriel de déplacement dans le fluide et p un scalaire mesurant la pression en tout point du fluide, ρ la densité (en $kg.m^3$).

En utilisant l'approximation de la section précédente, on introduit le potentiel χ dans les eq. (A.40) tel que $\nabla \chi = \rho \mathbf{u}$, comme dans *Komatitsch and Tromp* (2002), *Chaljub and Valette* (2004), *Nissen-Meyer et al.* (2007). Le système devient alors :

$$\kappa^{-1} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = \nabla \cdot (\rho^{-1} \nabla \chi) .\tag{3.101}$$

On en déduit la formulation faible (3.102) suivante :

$$\int_{\Omega} \kappa^{-1} w \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} d^3 \mathbf{r} = - \int_{\Omega} \rho^{-1} \nabla w \cdot \nabla \chi d^3 \mathbf{r} + \int_{\Gamma} \rho^{-1} \hat{\mathbf{n}} w \cdot \nabla \chi d^2 \mathbf{r},\tag{3.102}$$

où w représente les fonctions tests scalaires prises dans $D^{-1}(\Omega)$ et $\hat{\mathbf{n}}$ le vecteur normal au bord Γ du domaine Ω .

3.3.2 Conditions de raccord fluide-solide : cas sans gravité

Pour les modèles comprenant des parties fluides et solides, il faut introduire les conditions de raccord à imposer entre les deux systèmes d'équations 3.100 et A.46. On a sur l'interface fluide-solide la continuité du déplacement normal (3.103) et du vecteur traction (3.104) *Komatitsch et al.* (2000), *Diaz and Joly* (2005) :

$$\rho^{-1} \nabla \chi \cdot \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}},\tag{3.103}$$

$$\underline{\underline{\sigma}} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \partial_t^2 \chi \hat{\mathbf{n}},\tag{3.104}$$

avec $\hat{\mathbf{n}}$ vecteur unité normal à l'interface. On intègre alors les relations (3.103) et (3.104) dans (3.101) et dans la formulation faible (3.102), et l'on obtient le système couple suivant :

$$\begin{aligned}\int_{\Omega_f} \kappa^{-1} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} w d^3 \mathbf{r} &= - \int_{\Omega_f} \rho^{-1} \nabla w \cdot \nabla \chi d^3 \mathbf{r} + \int_{\Gamma_{ext}} \rho^{-1} w \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \chi d^2 \mathbf{r} \\ &+ \int_{\Gamma_{fs}} w \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}} d^2 \mathbf{r}, \\ \int_{\Omega_s} \rho \partial_t^2 \mathbf{u} \cdot w d^3 \mathbf{r} &= - \int_{\Omega_s} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\nabla}} w d^3 \mathbf{r} + \int_{\Gamma_{ext}} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \hat{\mathbf{n}} \cdot w d^2 \mathbf{r} \\ &- \int_{\Gamma_{sf}} \partial_t^2 \chi \hat{\mathbf{n}} \cdot w d^2 \mathbf{r},\end{aligned}\tag{3.105}$$

où Ω_f et Ω_s représentent respectivement les domaines fluide et solide, les Γ_{ext} sont les frontières externes du domaine, Γ_{fs} l'interface fluide-solide et Γ_{sf} est l'interface solide-fluide.

3.3.3 Equation des ondes acoustiques avec gravité

Dans cette approximation, nous supposons que le potentiel φ vecteur de l'équation 3.41 nul, l'équation devient

$$\ddot{\chi} = -p + \mathbf{g} \cdot \nabla \chi, \quad (3.106)$$

avec $\mathbf{g} = -g\mathbf{e}_z$

$$\rho \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t^2} = -\nabla p, \quad (3.107)$$

$$p = -\kappa \nabla \cdot \mathbf{u},$$

avec \mathbf{u} le champ vectoriel de déplacement dans le fluide et p un scalaire mesurant la pression en tout point du fluide, ρ la densité (en $kg.m^{-3}$).

$$p = -\kappa \nabla \cdot (\rho^{-1} \nabla \chi), \quad (3.108)$$

En utilisant l'approximation de la section précédente, on introduit le potentiel χ dans les eq. (A.40) tel que $\nabla \chi = \rho \mathbf{u}$, comme dans *Komatitsch and Tromp (2002)*, *Chaljub and Valette (2004)*, *Nissen-Meyer et al. (2007)*. Le système devient alors :

$$\kappa^{-1} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = \nabla \cdot (\rho^{-1} \nabla \chi) + \kappa^{-1} \mathbf{g} \cdot \nabla \chi. \quad (3.109)$$

On en déduit la formulation faible (3.110) suivante :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \kappa^{-1} w \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} d^3 \mathbf{r} = & - \int_{\Omega} \rho^{-1} \nabla w \cdot \nabla \chi d^3 \mathbf{r} + \int_{\Omega} \kappa^{-1} w \mathbf{g} \cdot \nabla \chi d^3 \mathbf{r} \\ & + \int_{\Gamma} \rho^{-1} \hat{\mathbf{n}} w \cdot \nabla \chi d^2 \mathbf{r}, \end{aligned} \quad (3.110)$$

où w représente les fonctions tests scalaires prises dans $D^{-1}(\Omega)$ et $\hat{\mathbf{n}}$ le vecteur normal au bord Γ du domaine Ω .

3.3.4 Conditions de raccord fluide-solide : cas avec gravité

Comme déjà cité dans la section précédente, pour les modèles comprenant des parties fluides et solides, il faut introduire les conditions de raccord à imposer entre les deux systèmes d'équations 3.107 et A.46. On a sur l'interface fluide-solide la continuité du déplacement normal (3.111) et du vecteur traction (3.112) *Komatitsch et al. (2000)*, *Diaz and Joly (2005)*. Il faut en plus prendre en considération la nouvelle expression de $\ddot{\chi}$ dans la continuité de l'interface solide-fluide :

$$\rho^{-1} \nabla \chi \cdot \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}}, \quad (3.111)$$

$$\underline{\underline{\sigma}} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \partial_t^2 \chi \hat{\mathbf{n}}, \quad (3.112)$$

$$\ddot{\chi} = -p - g \cdot \nabla \chi,$$

avec $\hat{\mathbf{n}}$ vecteur unité normal à l'interface. On intègre alors les relations (3.111) et (3.112) dans (3.109) et dans la formulation faible (3.110), et l'on obtient le système couplé suivant :

$$\begin{aligned}
\int_{\Omega_f} \kappa^{-1} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} w d^3 \mathbf{r} &= - \int_{\Omega_f} \rho^{-1} \nabla w \cdot \nabla \chi d^3 \mathbf{r} + \int_{\Gamma_{ext}} \rho^{-1} w \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \chi d^2 \mathbf{r} \\
&+ \int_{\Gamma_{fs}} w \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}} \cdot d^2 \mathbf{r} + \int_{\Omega} \kappa^{-1} w \mathbf{g} \cdot \nabla \chi d^3 \mathbf{r}, \\
\int_{\Omega_s} \rho \partial_t^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} d^3 \mathbf{r} &= - \int_{\Omega_s} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\nabla}} \mathbf{w} d^3 \mathbf{r} + \int_{\Gamma_{ext}} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{w} d^2 \mathbf{r} \\
&- \int_{\Gamma_{sf}} \partial_t^2 \chi \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{w} d^2 \mathbf{r} - \int_{\Gamma_{sf}} \rho g \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{w} d^2 \mathbf{r},
\end{aligned} \tag{3.113}$$

où Ω_f et Ω_s représentent respectivement les domaines fluide et solide, les Γ_{ext} sont les frontières externes du domaine, Γ_{fs} l'interface fluide-solide et Γ_{sf} est l'interface solide-fluide. Les résultats de la propagation des ondes acoustiques sans gravité seront présentés dans le chapitre (4) avec SPEC-FEM2D, et les résultats de la propagation des ondes gravito-acoustiques seront présentés dans le chapitre (5) avec SPEC-FEM3D

3.4 MÉTHODE DES ÉLÉMENTS SPECTRAUX

3.4.1 Généralités sur la méthode

Dans cette partie, nous referons largement aux travaux de thèse de *Komatitsch* (1997). Nous nous contentons de rappeler brièvement quelques bases pour résoudre l'équation des ondes élastiques ou celle des ondes acoustiques à l'aide de la méthode des éléments spectraux. Pour la résolution du problème couplé fluide-solide, on renvoie le lecteur à *Komatitsch et al.* (2000), *Komatitsch and Tromp* (2002), *Chaljub and Valette* (2004), *Chaljub et al.* (2007), *Nissen-Meyer et al.* (2007), *Nissen-Meyer et al.* (2008).

La méthode des éléments spectraux est en réalité une méthode d'éléments finis avec des degrés élevés en terme d'interpolation polynomiale. Elle a été développée initialement pour la résolution de problèmes en mécanique des fluides *Patera* (1984), *Rønquist* (1988), *Maday and Patera* (1989), *Azaiez et al.* (1994), *Chung and Yoon* (1996)) puis appliquée par la suite à la propagation d'ondes sismiques c'est-à-dire aux équations de la sismologie et astrodynamique *Priolo et al.* (1994), *Komatitsch* (1997), *Faccioli et al.* (1997), *Komatitsch and Vilotte* (1998), *Seriani* (1998), *Komatitsch and Tromp* (1999), *Fauqueux* (2003)). Cette méthode est basée sur des maillages à éléments quadrangulaires à 2D ou hexaédriques à 3D et utilise les points de Gauss-Lobatto-Legendre comme degrés de liberté, ce qui donne une matrice de masse diagonale rendant la résolution. On utilise un schéma de Newmark d'ordre 2 pour la discrétisation en temps.

Suite aux travaux de recherche remarquables de *Komatitsch* (1997), des codes numériques en Fortran ont vu le jour, ils sont nommés SPEC-FEM. Notons qu'il y a plusieurs versions de ces codes, 1, 2, et 3D pour le cartésien, la version SPEC-FEM-GLOBE, ainsi que la version SPEC-FEM-GEOTECH. Depuis l'initiation de codes de calcul SPEC-FEM par Dimitri Komatitsch en 1997, ces codes ont été appliqués à des domaines multiples et variés, dans les études sismiques de la Terre

Komatitsch (1997), dans d'autres travaux sur la modélisation de la propagation des ondes sismiques dans la Terre solide *Komatitsch and Tromp* (2002), *Komatitsch and Tromp* (2002). D'autres équipes de recherches telle que *Chaljub and Valette* (2004) ont utilisé ces codes pour la modélisation de la propagation des ondes sismiques dans la Terre avec noyau externe stratifié en présence de la gravité. Plus récemment *Madedec* (2009) a étudié la propagation d'ondes sismiques en milieu géologique fluide-solide avec un pas de temps local et couches absorbantes parfaitement adaptées C-PML. Une autre étude a été faite par *Blitz* (2009) sur la modélisation de la propagation des ondes sismiques et des éjecta dans l'astéroïde EROS 433. Les codes SPEC-FEM n'ont cependant jamais été utilisés pour les modélisations dans l'atmosphère terrestre, depuis leur initiation et cela dans toutes les versions de SPEC-FEM. Dans ce travail de thèse et pour la première fois, SPEC-FEM sera utilisé dans l'atmosphère terrestre, qui présente un fort gradient de densité atmosphérique. Nous apportons une autre application de SPEC-FEM2D, SPEC-FEM3D en ajoutant le couplage entre la terre et l'ionosphère, en modélisant la propagation des ondes gravito-acoustique et leur couplage avec le plasma ionosphérique. Le détail des résultats sera exposé dans les chapitres (4) pour la version SPEC-FEM2D, et (5) pour la version SPEC-FEM3D, ce dernier sera sous la forme d'un article scientifique qui est en voie de soumission dans **Journal of Geophysical research (JGR)**. Les nouvelles parties du code pour le couplage ionosphérique, qui ont été développées lors de cette thèse, seront très prochainement mises à la disposition de l'ensemble des utilisateurs de SPEC-FEM2D sur <https://geodynamics.org/cig/software/specfem2d/> et SPEC-FEM3D sur <https://geodynamics.org/cig/software/specfem3d/>. Pour le détail concernant la méthode des éléments spectraux, nous renvoyons le lecteur dans la partie A.2, où il y trouve une discussion bien détaillée de la méthode et ainsi que son implémentation numérique dans le cas sans couplage avec l'ionosphère

3.5 COUPLAGES ATMOSPHÉRIQUES

Le couplage atmosphère-ionosphère est à la base un phénomène de collision. Les ondes acoustiques génèrent un mouvement d'ensemble de tous les atomes et molécules neutres, toutes ayant la même vitesse v_n . Ces particules atmosphériques entrent alors en collision avec les particules chargées de l'ionosphère et transfèrent ainsi leurs quantités de mouvements. Les ions ont une section efficace de collision plus importante et sont ainsi les premiers affectés. Ces derniers entraînent alors les électrons afin de maintenir la neutralité du plasma. Voir par exemple *Hickey et al.* (2009) pour une formulation détaillée.

La présence du champ magnétique terrestre complexifie ce couplage. La vitesse des ions va en effet être polarisée et ils se déplaceront alors préférentiellement le long des lignes de champ géomagnétique. Le lecteur pourra se référer à *Occhipinti* (2006), *Occhipinti et al.* (2008) et *Kherani et al.* (2009) pour le modèle complet et des applications.

Dans ce travail nous nous basons sur une approche simplifiée où les champs de polarisation sont négligés à l'exemple du modèle de couplage utilisé pour modéliser les perturbations ionosphériques générées par le panache acoustique du volcan de

Montserrat par *Dautermann et al.* (2009) ou par *Mai and Kiang* (2009). Le champ magnétique est donc supposé constant. Voir *Kherani et al.* (2009) pour le modèle complet où le champ magnétique est aussi perturbé.

3.5.1 Equations de transport

Vitesse des ions

L'équation générale de la conservation de la quantité de mouvement des ions s'écrit :

$$\rho_i \left(\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i \right) = -\nabla p_i + \rho_i \frac{q_i}{m_i} (\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \wedge \mathbf{B}) + \rho_i \mathbf{g} - \rho_i v_{i \rightarrow n} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n) , \quad (3.114)$$

où \mathbf{u}_i et \mathbf{u}_n sont les vitesses des ions et des particules neutres respectivement, ρ_i est la masse volumique des ions, ∇p_i le gradient de pression des ions, \mathbf{E} est le champ électrique de déplacement, \mathbf{B} est le champ magnétique, $v_{i \rightarrow n}$ la fréquence de collision des ions avec les neutres et q_i et m_i sont la charge et la masse des ions. On suppose que les perturbations de vitesse du fluide sont petites par rapport à la vitesse du son dans la haute atmosphère ($500 < c_s < 1000 \text{ m/s}$), ce qui nous permet de négliger le terme d'advection par la suite. Remarquons cependant que ce terme non linéaire a pour effet de transférer l'énergie vers les grands nombres d'ondes, se traduisant par une atténuation aux longues périodes *Artru et al.* (2005). Le terme en gravité est compensé par le champ électrique et le gradient statique de pression. Pour de petites perturbations, les variations des gradients de pression sont enfin du second ordre et l'équation se simplifie comme proposé par *Macleod* (1966) :

$$\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} = \frac{q_i}{m_i} (\mathbf{E} + \mathbf{u}_i \wedge \mathbf{B}) + v_{i \rightarrow n} (\mathbf{u}_i - \mathbf{u}_n) . \quad (3.115)$$

Aux fréquences considérées, le terme d'inertie est négligeable ($\omega \ll v_{i \rightarrow n}$), et la vitesse des ions s'écrit alors directement, selon *Macleod* (1966) :

$$\mathbf{u}_i = \frac{1}{1 + \Lambda^2} \left[\mathbf{u}_n + \Lambda \mathbf{u}_n \times \mathbf{b} + \Lambda^2 (\mathbf{u}_n \cdot \mathbf{b}) \mathbf{b} \right] , \quad (3.116)$$

où \mathbf{b} est le vecteur unitaire du champ géomagnétique local d'intensité B et $\Lambda = \frac{\Gamma_i}{v_{i \rightarrow n}}$ est le rapport de la gyrofréquence magnétique des ions Γ_i et de la fréquence de collision des ions avec les particules neutres $i \rightarrow n$, avec $\Gamma_i = \frac{q_i B}{m_i}$

Comme la fréquence de collision diminue avec l'altitude, le paramètre Λ est $\gg 1$ dans la région F (régime magnétique). A l'inverse, la limite ($\Lambda \ll 1$) dans la région E signifie que l'ensemble de la quantité de mouvement est transmise aux ions (régime collisionnel) et donc $\mathbf{u}_i = \mathbf{u}_n$. Cet effet est illustré par *Occhipinti et al.* (2008) : la signature ionosphérique d'une onde de gravité engendrée par un tsunami est indépendante de l'effet du champ magnétique dans la région E , et permet ainsi aux analyses des données Doppler, faites dans cette région, de s'affranchir du problème de couplage, car la vitesse des ions est pratiquement identique à celle des neutres.

Hooke (1970) a donc simplifié l'expression pour des perturbations à moyenne latitude au niveau de la région F ($\Lambda \gg 1$) :

$$\mathbf{v}_i = (\mathbf{u}_n \cdot \mathbf{b}) \mathbf{b} . \quad (3.117)$$

Dans la suite de la modélisation, l'expression 3.117 est utilisée. Dans le but d'interprétation des observations, on peut considérer que la vitesse des ions est principalement proportionnelle au cosinus de l'angle entre les vecteurs vitesse des neutres et champ géomagnétique. Calais et al. (1998) a introduit ainsi le facteur de couplage ionosphérique que l'on note α

$$\alpha = k \cdot \mathbf{1}_b , \quad (3.118)$$

où \mathbf{k} est le vecteur d'onde de la perturbation atmosphérique.

On utilise les coordonnées cartésiennes. Le champ géomagnétique est caractérisé par son intensité, son inclinaison I et sa déclinaison D . Les composantes du champ géomagnétique s'écrivent alors :

$$\begin{aligned} \mathbf{1}_{b_x} &= \cos(I) \cos(D) , \\ \mathbf{1}_{b_y} &= \cos(I) \sin(D) , \\ \mathbf{1}_{b_z} &= -\sin(I) . \end{aligned} \quad (3.119)$$

3.5.2 Perturbation de densité électronique

En plus de l'équation de la dynamique des ions, la seconde équation fondamentale est celle de leur conservation, qui régit donc leur transport, production et recombinaison. Les fluctuations de densité des différentes espèces se déduisent ainsi les équations de continuités suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial t} n_i + \nabla \cdot (n_i \mathbf{v}_i) = P - \beta n_i . \quad (3.120)$$

P et β sont associés à la production et à la recombinaison des ions respectivement. La partie de recombinaison est valable pour un plasma à un ion, essentiellement donc O^+ . Typiquement, $\beta < 1/10000 \text{ s}^{-1}$ avec des valeurs plus faibles encore, $1.510^{-5} \text{ s}^{-1}$ rapporté par Smith (1969). Dans le cadre de la dynamique des signaux que nous allons observer, la recombinaison est donc un processus très lent qui n'interviendra, nous le verrons plus tard, que dans le retour à l'équilibre. Nous le séparons donc de la phase acoustique et partons d'une équation de continuité sans ces termes :

$$\frac{\partial}{\partial t} n_i + \nabla \cdot (n_i \mathbf{v}_i) = 0 . \quad (3.121)$$

3.6 INTÉGRATION DE L'ÉQUATION DE CONTINUITÉ

Nous avons vu précédemment, dans l'explication de la méthode des éléments spectraux (section 3.4), que la résolution spatiale est contrôlée par deux paramètres : la taille typique d'un élément Δh , et le degré polynôme utilisé pour représenter des fonctions sur un élément n_l , chaque élément contient $N_l + 1$ de points dans chaque

direction *Komatitsch and Tromp* (1999). Nous conservons dans ce cas schéma d'intégration en temps, pour l'intégration des champs d'ondes, mais pour le couplage de l'ionosphère nous utiliserons le schéma de Runge Kutta 4, qui offre une stabilité du code et une convergence relativement rapide de la solution numérique pour intégrer l'équation de couplage ionosphérique. Là aussi on note que le schéma en temps est totalement indépendant de la résolution spatiale. Les détails de la méthode ainsi que l'étude de sa stabilité sont détaillés dans la section A.3

3.6.1 Test numérique 1D

Un test numérique a été mené en 1D, vu que le schéma en temps est totalement indépendant de la résolution spatiale. Ce test servira à valider l'approche du schéma en temps RK-4 pour l'intégration de la densité d'électron en comparant le résultat obtenu à la solution analytique du problème.

3.6.2 Validation numérique de l'intégration de la densité d'électron

Avant de parler de la validation numérique de notre intégrale, rappelons que nous n'avons pas discuté de la validation tensorielle de l'équation d'onde ni de sa propagation et de l'intégration temporelle des déplacements, vitesses et accélérations ainsi que les pressions.

Ces points ont été abordés en détail par Dimitri Komatitsch dans ces travaux de thèse *Komatitsch* (1997) et dans ces deux papiers *Komatitsch et al.* (2001), *Komatitsch and Tromp* (2002). En se basant sur ces résultats, nous avons établi notre couplage avec les équations qui régissent ce couplage avec l'ionosphère.

Afin de valider la méthode d'intégration de la densité d'électron, nous comparons les résultats obtenus avec un modèle d'équation de continuité donnée par la relation 3.123 à sa solution analytique.

$$n(t, z) = -2n_0(z) \left(\frac{t-z}{H} \right) \exp \left(-\frac{(t-z)^2}{H} \right) \quad (3.122)$$

où n représente la fonction de distribution de la densité en tous points (t, z) . z est la variable de l'espace, t est le temps de propagation, n_0 est la valeur de la densité électronique. Dans ce test elle sera prise comme celle du modèle IRI. H est la hauteur d'échelle atmosphérique représentée dans la figure 3.3. La vitesse acoustique est homogène. Elle est prise égale à 340 m/s et la vitesse \mathbf{v} des ions en tous points (t, z) sera intégrée directement dans le flux $\nabla(n \cdot \mathbf{v})$. Le pas en temps Δt est égal à 1 s . Là aussi on note que le temps d'échantillonnage sera plus grand que celui qui sera utilisé dans nos simulations et ceci pour des raisons de stabilité de nos simulations qui seront expliquées dans la partie décrivant les résultats. Le choix de ces paramètres garantit la stabilité du schéma numérique, suivant le critère de Friedrichs-Lewy Courant (CFL) *Friedrichs and Lewy* (1928) qui est cité dans l'équation A.79

$$\frac{\partial n(t, z)}{\partial t} = n_0(z) \left(\frac{t-z}{H} \right)^2 \exp \left(-\frac{(t-z)^2}{H} \right) \quad (3.123)$$

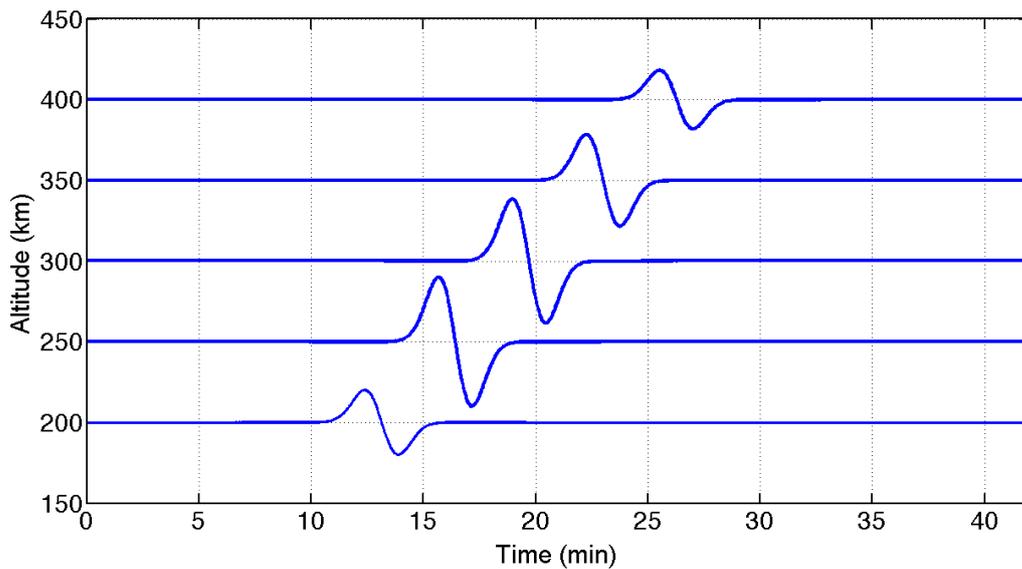


FIGURE 3.11 – Représentation des densités intégrées par RK-4, pour cinq altitudes, 200 km, 250 km, 300 km, 350 km et 400 km, normées respectivement par rapport aux valeurs maximums.

La figure 3.11 représente la densité électronique intégrée par la méthode de RK-4, pour la distribution donnée par l'équation 3.123, pour plusieurs altitudes, 200 km, 250 km, 300 km, 350 km et 400 km respectivement, en fonction des temps d'arrivée et de la vitesse acoustique utilisée dans cet exemple. Notant qu'on a normalisé par rapport à la valeur de la plus grande perturbation, les temps d'arrivées sont cohérents ainsi que les amplitudes, par rapport aux valeurs initiales de IRI.

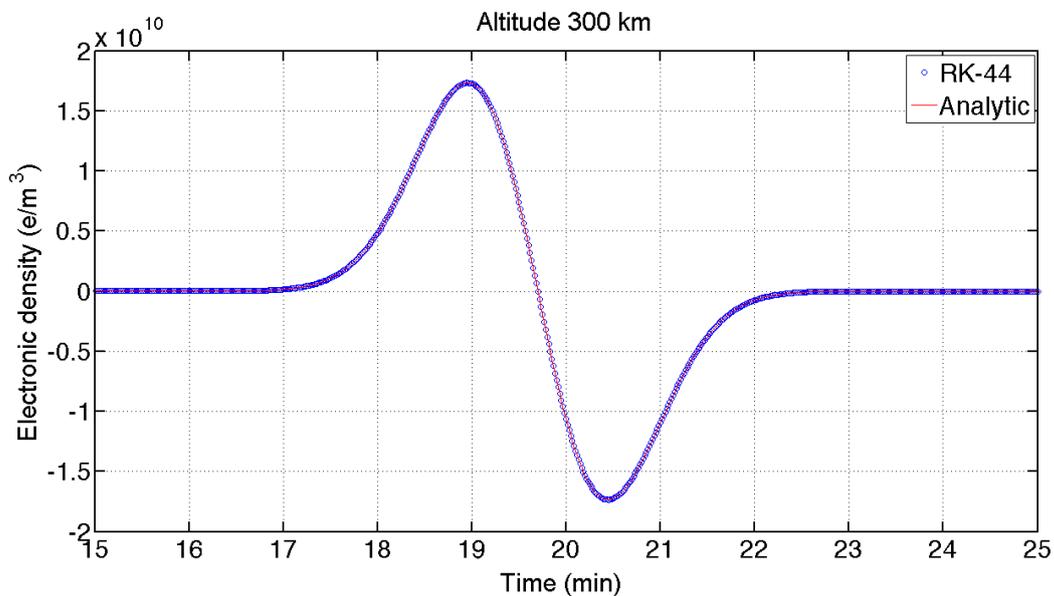


FIGURE 3.12 – Comparaison entre la distribution d'électron intégrée par la méthode de RK-44 (cercle en bleu) et l'intégration analytique de la distribution d'électron (ligne rouge).

La figure 3.12 représente la comparaison entre la valeur de la densité électronique analytique (rouge) donnée par 3.123 et la valeur de la densité électronique calculée numériquement (bleu) par la méthode de RK – 4 pour une altitude égale à 300 km. On

observe une correspondance totale des deux courbes. La figure 3.13 montre l'erreur relative dans le calcul des densités électroniques pour une altitude de 300km. Elle confirme la correspondance total entre les deux courbes, car la valeur maximale de l'erreur relative aux deux méthodes de calculs est $\sim 10^{-7}$, ce qui est négligeable vis-à-vis des erreurs d'observation.

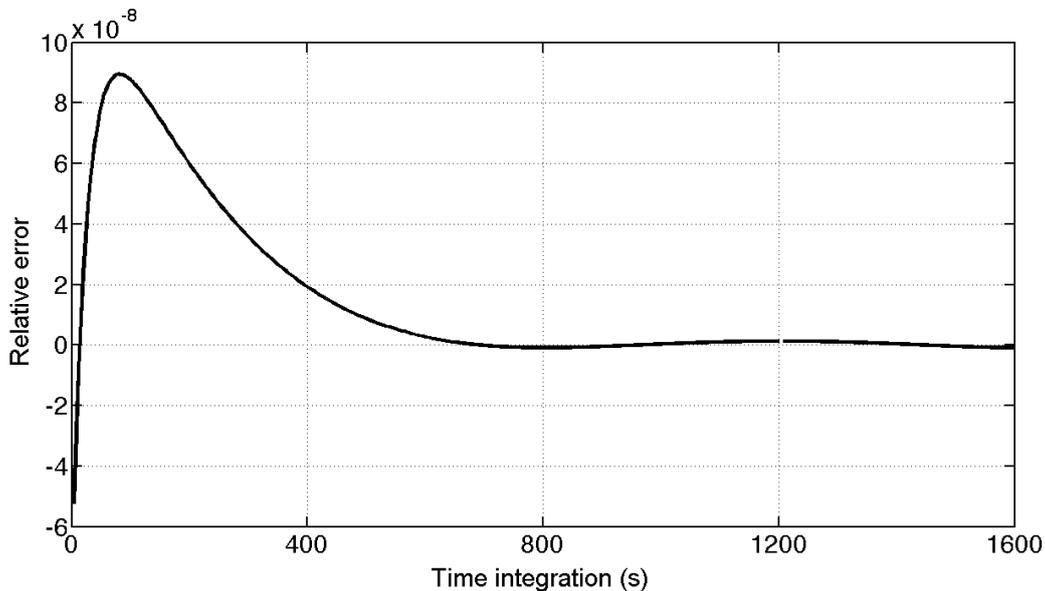


FIGURE 3.13 – L'erreur relative entre l'intégration analytique et RK-4 pour la distribution de la densité électronique n .

3.7 RÉSUMÉ DE LA MÉTHODE DE SIMULATION

À partir de l'outil numérique **SPECFEM** qui utilise la méthode des éléments spectraux, nous avons ajouté le modèle de l'atmosphère neutre (NRLMSISE-00) dépendant de l'heure, du lieu et de l'activité solaire, ainsi que les paramètres ionosphériques non perturbés qui sont initialisés en chaque point de la grille via les modèles IRI et IGRF. Notre modèle de couplage ionosphérique est alors utilisé pour calculer les vents ionosphériques ($v_i(x, z, t)$ dans le cas 2D ou $v_i(x, y, z, t)$ dans le cas 3D). Puis la perturbation de densité d'électrons ($N_e(x, z, t)$ dans le cas 2D ou $N_e(x, y, z, t)$ dans le cas 3D) est estimée. Pour cela, on utilise le schéma en temps de Runge Kutta 4 qui offre une très bonne convergence notamment dans le cas non linéaire. Nous avons aussi testé la méthode dite méthode de Lax-Wendroff, qui permet de calculer les formes conservatives comme celle utilisée dans nos simulations. Nous avons choisi d'utiliser RK-4 qui est une méthode connue et facile à implémenter et offre une meilleure convergence vers la solution physique du problème.

Enfin l'intégration du champ de perturbation de densité électronique entre la station et un satellite permet de simuler numériquement les données de TEC oblique ou verticale.

3.8 CONCLUSION

Nous avons présenté ici les équations de base du problème ainsi que les outils numériques nécessaires, qui nous vont nous servir par la suite pour faire les simulations numériques des signaux ionosphériques du séisme de Tohoku (Japon) du 11 Mars 2011.

Nous avons expliqué les conditions générales qui vont nous permettre de modéliser un champ de neutre avec un potentiel purement acoustique. Nous avons démontré dans le cadre de cette approche la dominance des effets linéaires sur les effets non linéaires dans les équations de base qui serviront à la modélisation des champs des neutres avec la méthode des éléments spectraux. Nous avons aussi rappelé les principes de la méthode des éléments spectraux qui vont être utilisé tout au long de cette thèse.

Nous avons posé les équations de bases du couplage atmosphère ionosphère, ainsi que la méthode numérique de la résolution de l'équation conservative de la densité électronique. Nous avons choisi la méthode de Runge Kutta 4, qui offre une meilleure convergence vers la solution physique, notant aussi que nous avons testé une autre méthode qui est la méthode des équations conservatives de Lax Wendroff qui présente elle aussi, une bonne solution numérique.

Afin d'illustrer ces interactions nous présentons dans la partie suivante deux types de modélisation du champ de vitesse en 2 dimensions et les perturbations ionosphériques associées, dans cas plus réalistes, en incluant plusieurs paramètres physiques tels que les vitesses acoustiques, les densités du milieu et le champ magnétique terrestre, en approchant au mieux la topographie de cette région et en utilisant une grille assez fine pour épouser ces formes géographiques si complexe.

PRISE EN MAIN DE SPECFEM ET SIMULATION DE PROPAGATION DES SIGNAUX IONOSPHERIQUES EN 2D

SOMMAIRE

4.1	DESCRIPTION GÉNÉRALE DU MODÈLE	81
4.2	MAILLAGE ET LA DISPERSION DES SIMULATIONS NUMÉRIQUES	82
4.3	MAILLAGE ET QUALITÉ DE GRILLE	83
4.3.1	La qualité du maillage	84
4.3.2	Stabilité numérique pour nos simulations	84
4.4	MODÈLES DE SIMULATION	86
4.4.1	Modèle homogène	86
4.4.2	La source	86
4.4.3	Résultat du modèle homogène	87
4.4.4	Récepteurs	89
4.4.5	Modèle couplé avec NRLMSISE-00	91
4.4.6	Simulation avec plusieurs points sources	92
4.4.7	Simulation en utilisant un point CMT	100
4.5	COUPLAGE AVEC L'IONOSPHERE	100
4.5.1	L'effet du champ magnétique sur la perturbation des électrons	103
4.5.2	Calcul du TEC	103
4.6	CONCLUSION	107

AVANT d'effectuer des simulations de propagation d'ondes pour des modèles tridimensionnels de bathymétrie et d'atmosphère de Tohoku, nous avons choisi dans un premier temps de faire une étude pour des modèles bidimensionnels (2D), pour des raisons de simplicité et de coût de calcul. Les simulations dans des modèles 2D ont cependant l'inconvénient de surestimer l'amplitude des signaux simulés, car la divergence géométrique est plus faible dans un plan 2D que dans un volume 3D. Malgré cela, ces simulations ont le gros avantage d'être bien moins coûteuses en temps de

calcul et le maillage des modèles est également plus rapide, car la structure à mailler est plane. Donc même si l'amplitude des signaux n'est pas correctement modélisée, le comportement global des ondes peut être étudié par ces modèles simples et les informations obtenues orienteront le choix des modèles 3D. Nous avons de même utilisé ces résultats pour tester nos procédés de simulations de calcul du TEC vertical au-dessus de la source du séisme.

En résumé, les simulations 2D présentées dans ce chapitre ont une fonction d'exercice de validation des méthodes numériques, préalablement aux simulations 3D.

L'étude réalisée dans ce chapitre a permis de contribuer à une publication internationale publiée en septembre 2013 au sein de l'équipe Planétologie et Sciences Spatiales de l'institut de Physique du Globe de Paris -IPGP, en annexe de ce chapitre.

4.1 DESCRIPTION GÉNÉRALE DU MODÈLE

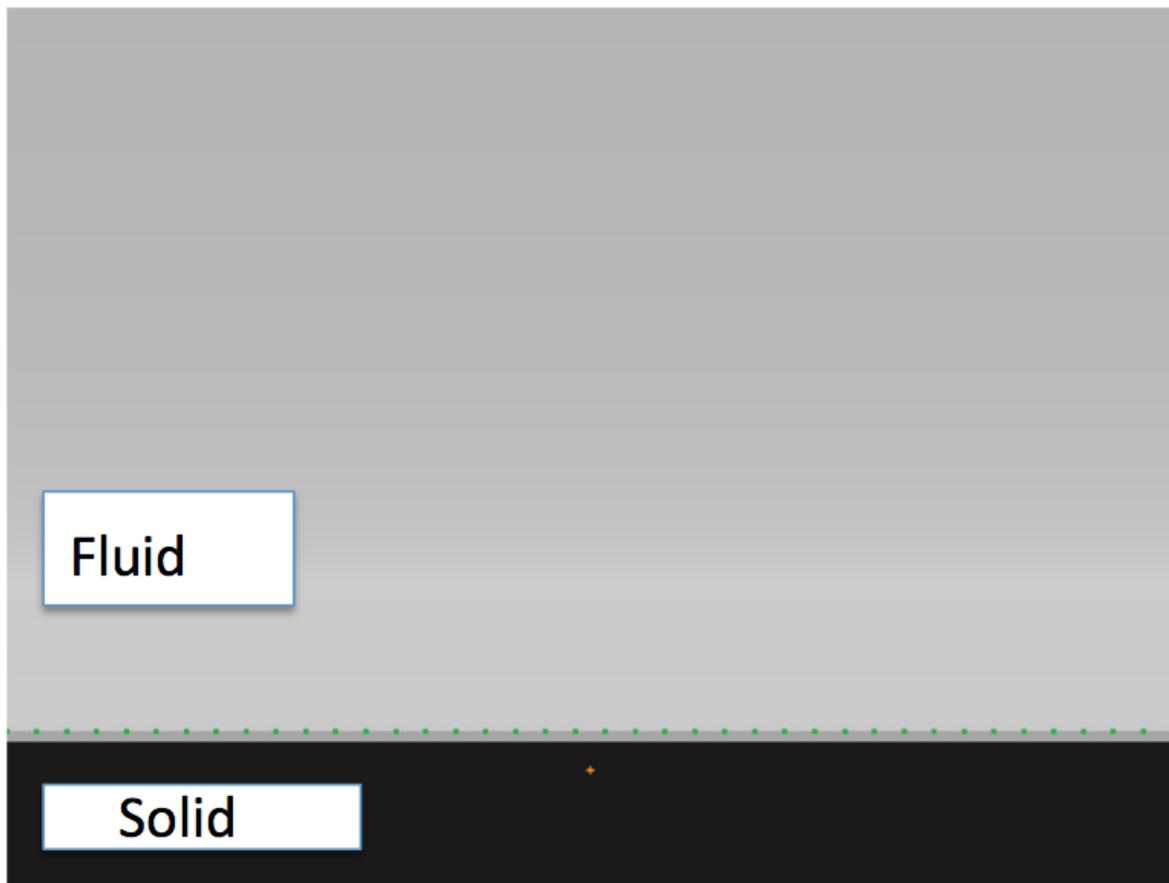


FIGURE 4.1 – Description générale du modèle simulé par SPEC-FEM2D. La première région en noire est la partie solide qui a une profondeur de 100 km. La partie en gris foncé représente l'océan d'une profondeur de 7.5 km et la partie grise claire représente l'atmosphère d'une épaisseur de 500 km. Les points verts représentent des récepteurs et la croix jaune représente le point source du séisme. La largeur du plan est de 1200 km.

Le modèle de la région étudiée comporte trois milieux de caractéristiques différentes (voir figure (4.1)). Une partie solide que nous considérons homogène (mais modélisée comme un milieu élastique équivalent) pour simuler la croûte terrestre et le plancher océanique dans la région de Tohoku. Cette partie est caractérisée par une vitesse des ondes de compression $V_p = 5800 \text{ m/s}$, une vitesse des ondes de cisaillement $V_s = 3200 \text{ m/s}$ et une densité $\rho = 2600 \text{ kg/m}^3$. Elle a 100 km de profondeur et 1200 km de largeur. Vient ensuite la partie fluide. Elle est modélisée comme un milieu acoustique et se décompose en deux parties : la première est l'océan avec comme caractéristiques une vitesse de compression égale à $V_p = 1450 \text{ m/s}$ et une densité de $\rho = 1020 \text{ kg/m}^3$. Elle a 1200 km de largeur et 7.5 km de profondeur. La deuxième partie est l'atmosphère, qui représente le volume le plus important. Elle est caractérisée par les paramètres du modèle NRLMISSIS-00 déjà cité dans le chapitre 3, mais dans un premier temps on utilise dans l'atmosphère un modèle homogène, avec une vitesse de compression de $V_p = 330 \text{ m/s}$ et une densité de $\rho = 1.26 \text{ kg/m}^3$. Sa largeur est de 1200 km et sa hauteur égale à 500 km d'altitude.

Le rapport entre les coefficients de transmission et de réflexion en énergie de la partie solide/liquide et l'atmosphère est $\frac{4\rho_{air}c_{air}}{\rho_{solide}c_{solide}} = 10^{-4}$ Lognonné (2010). Ceci correspond à environ 2.5 magnitude de moment et donc aux amplitudes d'un séisme de magnitude 6.5, ce qui expliquera l'importance de l'amplitude des signaux atmosphériques observée.

Tous ces modèles seront maillés avec des quadrangles en 2D ou hexaédrique en 3D. Pour déterminer la résolution avec laquelle ces trois milieux différents doivent être maillés, nous devons proposer une fréquence d'étude et analyser la relation de dispersion du schéma numérique. Comme nous devons approcher au mieux la réalité par ces simulations, nous allons nous focaliser sur les ondes observées, qui ont des périodes de 10 s ou plus. La fréquence de coupure de notre modélisation doit être 0.1 Hz. Dans ces conditions, il faut construire le maillage où la fréquence dominante utilisée pour simuler la réponse sismique est $f_0 = 0.04$ Hz. Rappelons que dans SPECFEM2D la fréquence de coupure est égale à 2.5 fois la fréquence dominante Blitz (2009). Avec ce maillage, il sera possible d'observer toutes les ondes qui ont des fréquences inférieures ou égales à 0.1 Hz.

4.2 MAILLAGE ET LA DISPERSION DES SIMULATIONS NUMÉRIQUES

Comme la densité de l'atmosphère varie d'une manière exponentielle avec l'altitude, une attention particulière doit être mise pour créer un bon maillage, qui garantit la stabilité du code et la convergence de la solution numérique vers une solution physique.

La taille d'un élément du maillage ne peut pas dépasser un seuil maximal, pour s'assurer d'avoir un minimum de points d'échantillonnage par longueur d'onde. Cette valeur dépend explicitement de la vitesse sismique minimale dans le modèle et de la fréquence dominante de la source. Comme nous utilisons cinq points de Gauss-Lobatto-Legendre dans chaque direction de l'élément du maillage, sa longueur d'onde est en effet divisée en quatre segments, soit 4 intervalles. Soit Δx la longueur d'un des quatre segments des côtés d'un élément, la vitesse minimale du milieu est $\min(V_p, V_s)$, et f_0 la fréquence dominante (la fréquence de coupure est environ $2.5 f_0$). Comme étudié expérimentalement dans Komatitsch and Tromp (1999) et d'un point de vue théorique par De Basabe and Sen (2007) et Seriani and Oliveira (2008), pour garantir un échantillonnage de 4.5 à 5,5 points par longueur d'onde il faut :

$$5 \leq \frac{\lambda}{\Delta x} \leq 10, \tag{4.1}$$

avec

$$\lambda = \frac{\min(V_p, V_s)}{2.5f_0}, \tag{4.2}$$

Nous prendrons un maillage régulier dans toute la grille, pour cela, dans la direction x , il suffit juste de calculer la taille des éléments dans la partie atmosphère, dans la direction z on prendra des tailles de même ordre de grandeur, afin d'avoir des éléments quadrangles, avec des angles qui s'approchent de 90° , et une fréquence $f_0 = 0.04$ Hz, ce qui donne des segments de taille :

— **Région1 :**

$$\frac{32000}{5.5} \leq \Delta x \leq \frac{32000}{4.5} \quad (4.3)$$

Cette région représente la région élastique solide, nous avons pris un échantillonnage un peu élevé où le nombre d'éléments est 20 dans la direction z , ce qui correspond à une taille d'élément spectral de 5000 m dans la direction z et pour la partie solide.

— **Région2 :**

$$\frac{14500}{5.5} \leq \Delta x \leq \frac{14500}{4.5} \quad (4.4)$$

Cette région représente l'océan, la première région acoustique fluide. Là aussi nous avons pris un échantillonnage un peu élevé où le nombre d'éléments est 4 ce qui correspond à une taille d'élément spectral de 1875 m dans la direction z .

— **Région3 :**

$$\frac{3300}{5.5} \leq \Delta x \leq \frac{3300}{4.5} \quad (4.5)$$

Cette région représente la seconde région acoustique, nous avons donc choisi de mailler avec des éléments d'une taille maximale de l'élément spectrale d'environ 2400 m dans la direction z pour garantir un échantillonnage minimum dans l'atmosphère, compris entre 4.5 et 5.5 point par longueur d'onde partout dans le maillage de la partie atmosphère, où se déroule l'essentiel de la simulation.

Le maillage des modèles a été effectué avec le mailleur interne de SPEC-FEM2D. En résumé, on a pris 526 éléments dans la direction X ce qui donne un élément de taille 2280 m dans cette direction, et 212 éléments dans la direction Z , ce qui donne un élément de taille de 2350 m dans cette direction. Nous rappelons que le maillage choisi n'est pas définitif, car dans les modèles suivants et notamment dans ceux du chapitre 3, nous changerons ce maillage pour l'adapter aux nouvelles configurations des sources et des nouveaux profils atmosphériques qui y seront décrits en détail. Nous y utiliserons des modèles maillés en 3D et beaucoup plus fins et complexes.

4.3 MAILLAGE ET QUALITÉ DE GRILLE

Pour résoudre l'équation de propagation des ondes sismiques, il faut la discrétisation d'un milieu continu en un grand nombre d'éléments. Selon la méthode numérique utilisée pour la modélisation de la propagation de ces ondes, différents types de maillages peuvent être utilisés. Deux grandes familles de maillage existent : les maillages topologiquement réguliers et les maillages non structurés *Blitz* (2009). J'ai choisi d'utiliser le maillage topologiquement régulier dans tout le travail de ma thèse, car la plus grande partie du volume maillé du modèle de Tohoku, en 2D ou en 3D

dans le chapitre suivant, représente l'atmosphère. Celui-ci ne comporte pas trop d'éléments déformés sauf au contact avec la terre solide devant la côte japonaise ou au contact avec l'océan qui représente la majorité du contact avec l'air. Les déformations impliquées par la topographie japonaise sont petites et donc tout à fait gérables par un maillage topologiquement régulier. Dans la région océanique, ce choix reste aussi valable si on introduit la bathymétrie (voir Chapitre (5)), car notre maillage topologiquement régulier maille bien la bathymétrie de la région de Tohoku.

4.3.1 La qualité du maillage

Le maillage doit être idéalement sans distorsion, mais on peut obtenir un maillage de bonne qualité avec Jacobien > 0.7 (voir définition à la section A.2.1). Le paramètre qui contrôle cet aspect du maillage est le coefficient de dissymétrie (le skewness en anglais), il est défini comme la valeur absolue de $\cos(\theta)$, où θ correspond à chacun des 4 angles de l'élément en 2D, ou les 8 angles dans le cas 3D. Pour un maillage idéal, ces angles doivent avoir une valeur qui se rapproche ou égale à 90° (ce qui correspond à un rectangle parfait en 2D, ou cube parfait en 3D). Dans ce cas la valeur du "le coefficient de dissymétrie" sera proche ou égale à de 0, tandis que pour des éléments de mauvaise qualité, les angles sont inférieurs à ou égale 27° et la valeur du "coefficient de dissymétrie" supérieure à 0.65. Dans les cas extrêmes, l'élément peut être tordu. Dans ce cas, son Jacobien (voir définition à la section A.2.1) est négatif (figure 5.3) et la simulation numérique devient instable et les amplitudes modélisées explosent *Blitz* (2009). Si on a plusieurs couches à mailler, il faut veiller à ce que le "coefficient de dissymétrie" soit inférieur à la valeur limite dans les trois régions.

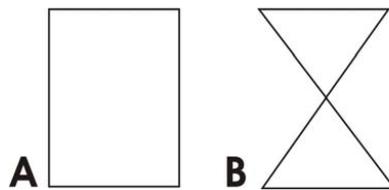


FIGURE 4.2 – Élément droit de bonne qualité, jacobien positif, B : élément distordu de mauvaise qualité, jacobien négatif. Source : *Blitz* (2009)

Les critères de qualité à vérifier lors de l'élaboration du maillage sont donc le paramètre du "coefficient de dissymétrie" et l'angle minimum d'un élément (les jacobiens négatifs donnent des valeurs très faibles de "coefficient de dissymétrie", ce paramètre est donc indirectement vérifié lorsque l'on contrôle le "coefficient de dissymétrie").

4.3.2 Stabilité numérique pour nos simulations

La stabilité numérique de notre simulation est conditionnée par le fait que pendant un pas de temps Δt donné et pour une vitesse sismique maximale V_p la distance parcourue par l'onde calculée numériquement ne dépasse pas un certain seuil lié à la taille d'une maille de la grille spatiale. Dans le cas contraire on est en présence d'une instabilité numérique, où les résultats du calcul numérique n'ont plus aucun sens physique. Cette condition de stabilité des schémas numériques explicites en temps a

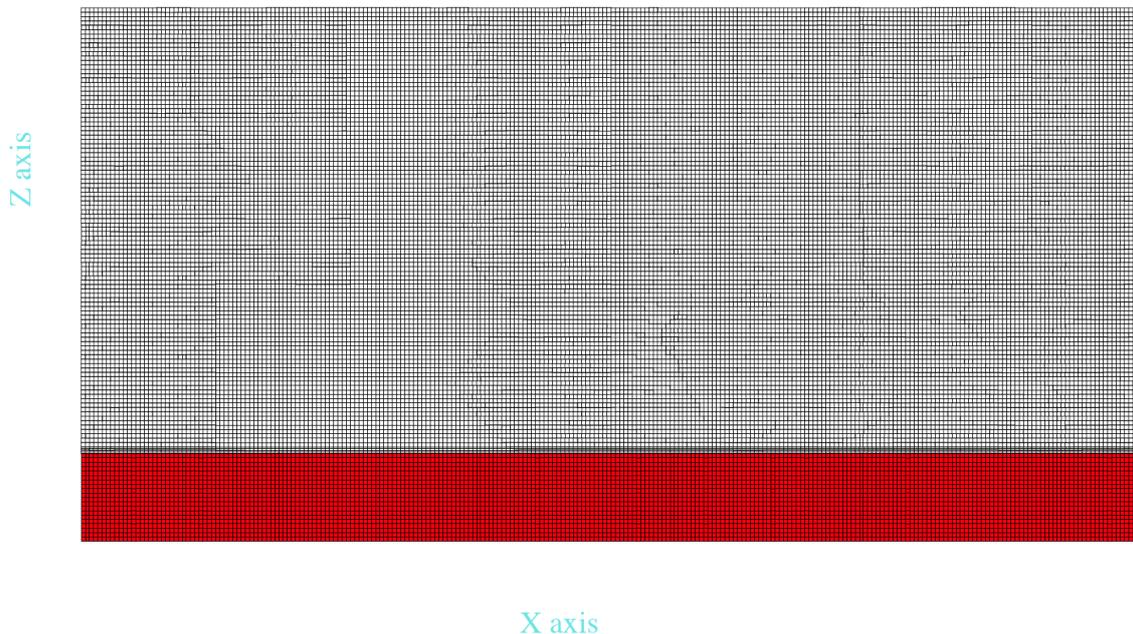


FIGURE 4.3 – Grille 2D, maillée par le meilleur interne de SPECFEM2D, la partie rouge représente la partie solide. Les épaisseurs des couches sont les mêmes qu’en fig 4.1

été étudiée par *Friedrichs and Lewy* (1928). Pour des maillages non structurés et géométriquement réguliers tels que ceux que nous utilisons pour Tohoku, la condition de stabilité ne peut pas être établie rigoureusement d’un point de vue mathématique, mais on peut donner une condition empirique de valeur maximale pour tout le maillage qui fonctionne très bien en pratique :

$$\frac{V_{p_{max}}}{\Delta x_{min}} \Delta t \leq 0.68 \quad (4.6)$$

où Δx_{min} est la distance minimale entre deux points de grille de Gauss-Lobatto-Legendre à l’intérieur d’un élément spectral, Δt est le pas d’échantillonnage et $V_{p_{max}}$ est la vitesse maximale des ondes de pression dans le milieu où se situe l’élément possédant le plus petit Δx_{min} . La constante approximative de 0.68 pour les éléments spectraux dans le cas 2D a été déterminée par essai-erreur, car le maillage est déformé et non régulier. Notons que tant pour un maillage régulier que pour un maillage irrégulier la valeur de cette constante est plus faible à 3D qu’à 2D, donc le pas de temps maximal possible pour un calcul 3D dans un modèle donné est toujours plus faible que pour un calcul 2D qui serait effectué dans un plan de coupe de ce modèle 3D, plus de détails sont expliqués dans <https://geodynamics.org/cig/software/specfem3d/specfem2d-manual.pdf> ou <https://geodynamics.org/cig/software/specfem3d/specfem3d-manual.pdf> pour SPECFE3D. Par exemple dans le cas d’un maillage régulier et d’une discrétisation numérique par un schéma de différences finies, il faut veiller à ce que la condition de stabilité de schéma numérique explicite en temps est bien vérifiée. Cette condition a été étudiée par *Friedrichs and Lewy* (1928) (CFL), elle est donnée par :

$$\frac{C_{p_{max}}}{\Delta x_{min}} \Delta t \leq \frac{1}{\sqrt{D}} \tag{4.7}$$

où D est la dimension spatiale de la simulation (2 en 2D et 3 en 3D) et donc la constante CFL 2D et la constante 3D sont dans un rapport $\sqrt{3}/\sqrt{2} = 1.225$.

Nous pouvons déduire à partir de l'équation (A.3), la valeur maximale du pas de temps Δt donnant un schéma stable pour chacune de nos simulations.

4.4 MODÈLES DE SIMULATION

4.4.1 Modèle homogène

Le modèle homogène, va nous servir comme un modèle de validation du maillage à 2D, qui sera par la suite, utilisé avec un modèle couplé avec les paramètres de l'atmosphère. Afin de simuler la propagation des ondes durant 900 s et pour un pas de temps $\Delta t = 0.025$ s, il faut calculer 36000 pas de temps de propagation. Les premiers résultats du modèle homogène sont représentés sous forme d'instantanés de la propagation du vent des neutres. Le paquet d'onde se propage à travers l'océan et atteint l'atmosphère. Des réverbérations dans l'eau sont possibles à hautes fréquences, ainsi qu'une onde guidée dans la couche d'eau.

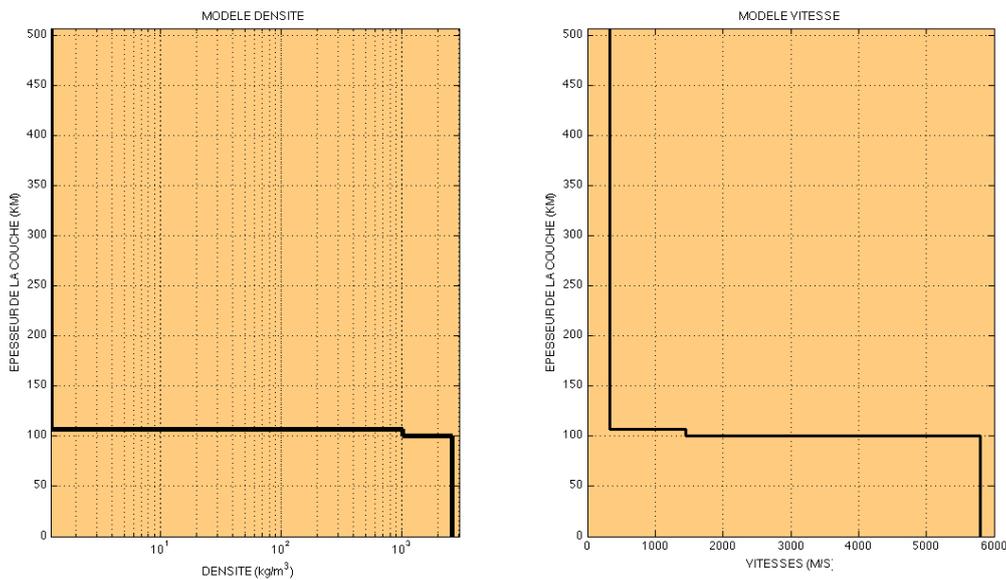


FIGURE 4.4 – A droite : profil de vitesse acoustique dans les trois régions du modèle homogène. A gauche : profil de densité dans les trois régions du modèle homogène.

4.4.2 La source

La source sismique utilisée dans cette simulation est une force ponctuelle située à une profondeur de 19.5 km dans la région solide et 600 km suivant la coordonnée x . Afin d'approcher le mieux possible le cas du séisme de Tohoku, dans un premier

temps, nous avons choisi un Ricker que nous avons filtré avec un filtre passe-bas en dessous d'une fréquence de coupure de 0.1 Hz.

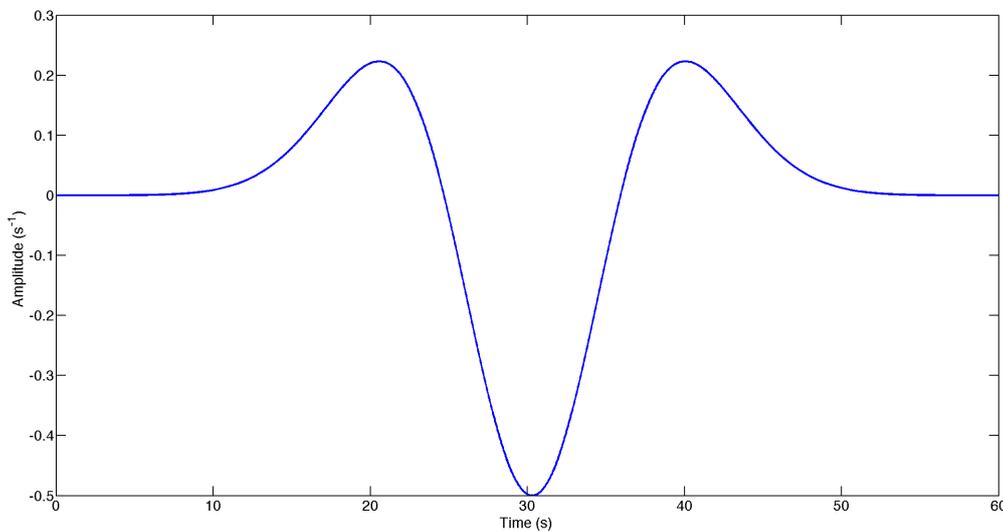


FIGURE 4.5 – Source en temps filtrée entre 0 et 0.1 Hz, pour une simulation avec un pas d'échantillonnage $\Delta t = 0.025s$, La source choisie est un Ricker.

La limitation à 0.1 Hz est aussi liée à des aspects pratiques : en effet, les maillages ont été élaborés de façon à permettre de modéliser une fréquence dominante $f_0 = 0.04$ Hz, soit une fréquence de coupure d'environ $f_c = 2.5 \times f_0 = 0.1$ Hz. Cette fonction source a été filtrée à l'aide d'un filtre passe-bas Butterworth d'ordre 6 (les ordres élevés permettent de couper plus nettement les signaux afin d'éviter les instabilités générées par les hautes fréquences) et non déphasant. La figure (4.6) montre la source filtrée utilisée dans le cas du modèle 2D homogène avec $\Delta t = 0.025s$

4.4.3 Résultat du modèle homogène

Les résultats obtenus sont présentés sous forme d'instantanés de propagation de vitesse des neutres. La représentation du vecteur vitesse dans ces instantanés de propagation permet de simuler un paquet d'onde issu d'une onde d'origine sismique. Une partie de cette onde sera transmise à l'océan où ce paquet d'onde va ensuite subir des réverbérations dans l'eau. Le temps de réverbération pour la profondeur de l'océan est de 10.35 sec. Finalement, une autre partie du paquet d'onde sera transmise à l'atmosphère, autant lors de l'arrivée du premier pulse, qu'à chaque réverbération océanique.

À travers cette simple simulation et à partir d'un modèle homogène de l'atmosphère, nous montrons bien l'existence d'un champ d'onde issu d'une source sismique simple, qui se propage verticalement vers l'atmosphère lors de séisme de forte magnitude comme celui de Tohoku le 11 Mars 2011 et qui possède aussi une signature océanique, correspondant à des vitesses horizontales allant jusqu'à celle de l'eau, soit 1.45 km/s.

Ce modèle homogène va nous servir comme une base de départ, à partir de laquelle on ajoute des paramètres physiques dans ce modèle ce qui nous permettra

d'approcher au mieux le modèle réel. Dans ce qui suit nous introduisons le modèle atmosphérique NRLMISISE-00 à 1D, en utilisant un lissage logarithmique à faible pas pour la ré-interpolation de la densité ρ et un lissage polynomial à faible pas pour celle de la vitesse du son c dans l'atmosphère. Pour ce qui est des régions océaniques et solide, ces valeurs resteront constantes dans tout notre travail de thèse, mais SPECFEM permettrait facilement d'utiliser des modèles plus complexes si nécessaire.

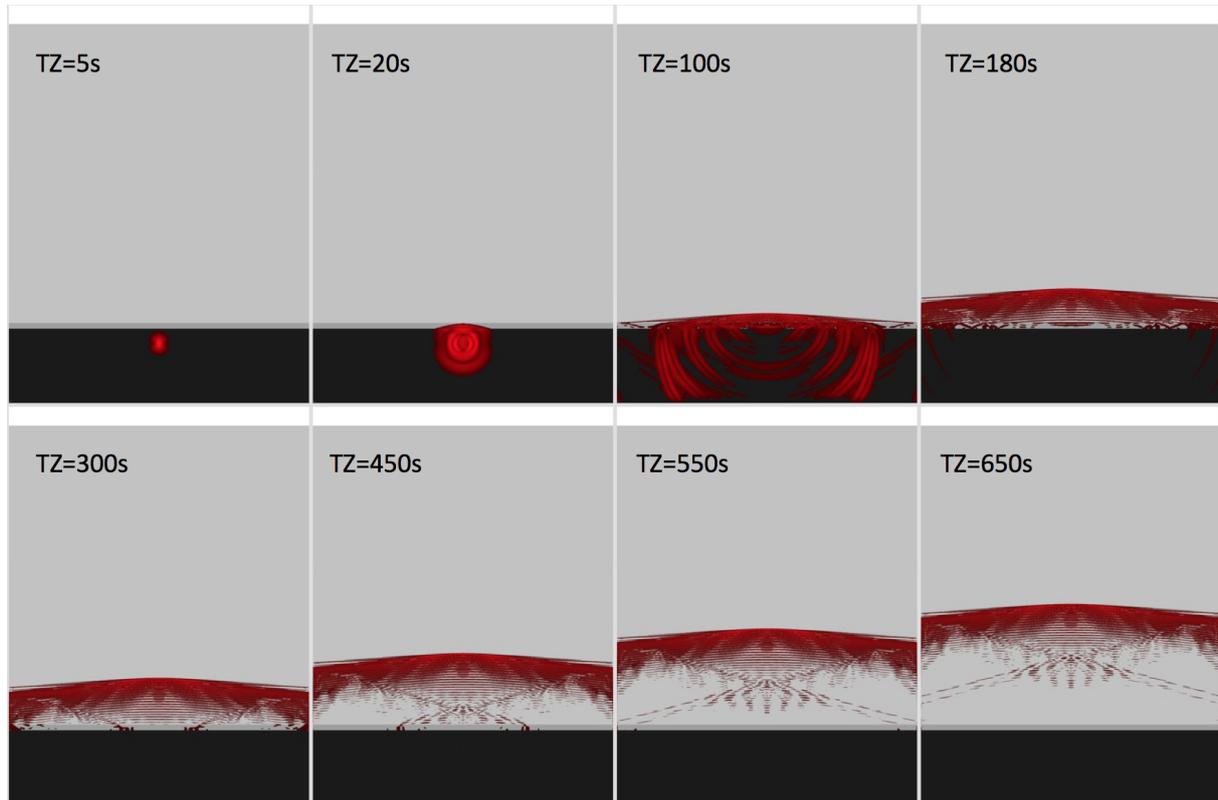


FIGURE 4.6 – Instantanés de propagation du paquet d'ondes des neutres du modèle homogène, pour des temps de propagations 5s, 20s, 100s, 180s, 300s, 450s, 550s, et 650s la source est représentée par une croix orange, Certaines ondes subissent des réverbérations dans l'océan. Voir l'instantané $T = 100s$

La figure (4.6) montre la propagation des ondes acoustiques à travers une couche océanique de 7.5 km, où elles se réverbèrent avant d'atteindre l'atmosphère. La vitesse de la propagation du paquet d'onde dans l'atmosphère reste constante pour ce modèle atmosphérique homogène. Les temps d'arrivée enregistrés sur les sismogrammes sur une ligne de récepteurs (Fig 4.7) sont cohérents avec la vitesse acoustique du modèle homogène, voir Fig (4.8). La réverbération est visible tout autant dans la partie solide, lors de l'instantané à 100 sec, que dans la queue des signaux atmosphériques, avec bien sûr des longueurs d'ondes 18 fois plus faibles et correspondant au rapport des vitesses P. À noter également les ondes de formes coniques qui se sont créés dans l'eau, qui sont visibles des 450 secondes et correspondent au fondamental guidé dans l'océan. Elles se sont propagées de 600 km au bout de 550 secondes environ, soit une vitesse horizontale de 1.10 km/s. Pour un modèle simplifié de guide d'eau avec une surface libre à la surface de l'océan et une surface rigide à sa base, cette vitesse est la vitesse de groupe du mode fondamental guidé à 0.075 Hz.

4.4.4 Récepteurs

Les récepteurs utilisés enregistrent les signaux des paquets d'onde. Nous avons choisi d'utiliser 50 récepteurs dans la partie atmosphère, qui sont placés suivant la verticale au-dessus de l'épicentre avec un espacement de 10 km entre chaque récepteur. Afin de représenter le champ de vitesse des neutres en fonction de l'altitude des récepteurs, les résultats sont présentés sous la forme de graphe temps-distance, notant qu'on a deux sortes de récepteurs :

- Récepteur horizontal, qui mesure les variations suivant la composante X.
- Récepteur vertical, qui mesure les variations suivant la composante Z.

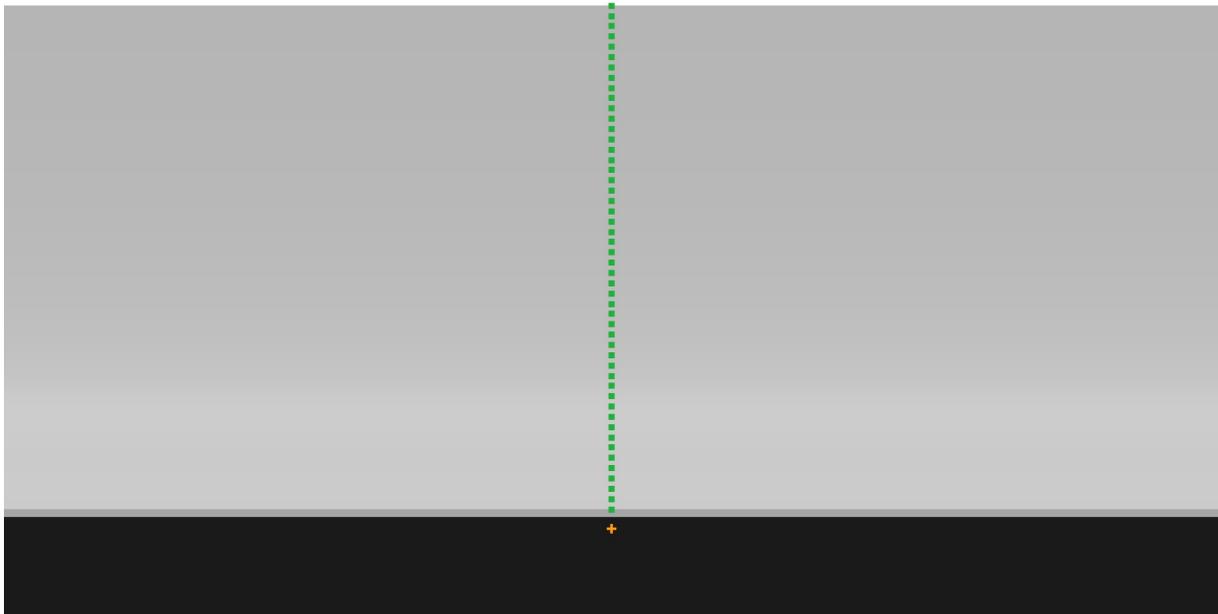


FIGURE 4.7 – Représentation de 50 récepteurs au-dessus de l'épicentre dans une simulation à 2D par SPEC-FEM2D.

La figure (4.7) montre l'emplacement des récepteurs dans la partie atmosphère, qui sont représentés par des points verts au-dessus de l'épicentre.

La figure 4.8, montre les enregistrements des récepteurs placés au-dessus de l'épicentre dans le cas du modèle homogène. La figure (4.8a) montre les synthétiques enregistrés sur les récepteurs 50 placés au-dessus de l'épicentre du séisme dans la direction verticale z. Les temps d'arrivée sont cohérents avec l'altitude. La figure (4.8b) montre l'amplitude maximale enregistrée sur les récepteurs, suivant la direction verticale z. Dans ce modèle homogène, il n'y a pas d'amplification liée à la densité et nous constatons uniquement une décroissance géométrique avec la distance par rapport à la source. La figure (4.9c) représente les synthétiques enregistrés sur les 50 récepteurs au-dessus de l'épicentre du séisme dans la direction horizontale x. Là aussi on remarque que les temps d'arrivée sont cohérents. La figure (4.9d) montre l'amplitude maximale enregistrée sur les récepteurs, suivant la direction horizontale x. On remarque que la valeur aux environs de 400 km ne dépasse pas les $1.5 \times 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}$ et est 1/3 de celle à la surface, comme dans le cas des vitesses verticales. Nous avons la même diminution avec l'altitude. La valeur de la vitesse du vent suivant la direc-

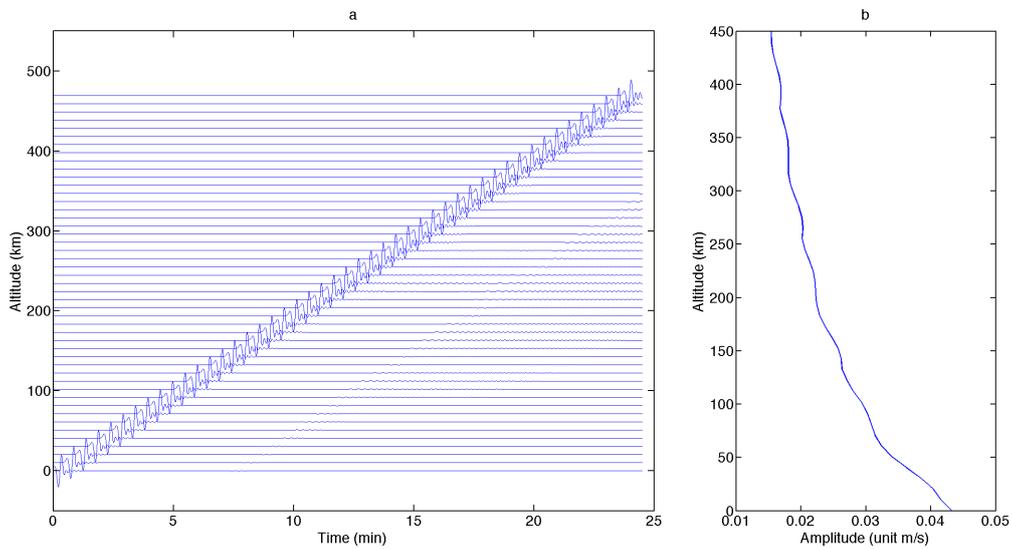


FIGURE 4.8 – Synthétiques des vitesses des neutres dans le cas homogène, suivant la direction verticale z , enregistrés sur 50 récepteurs placés au-dessus de l'épicentre du séisme.

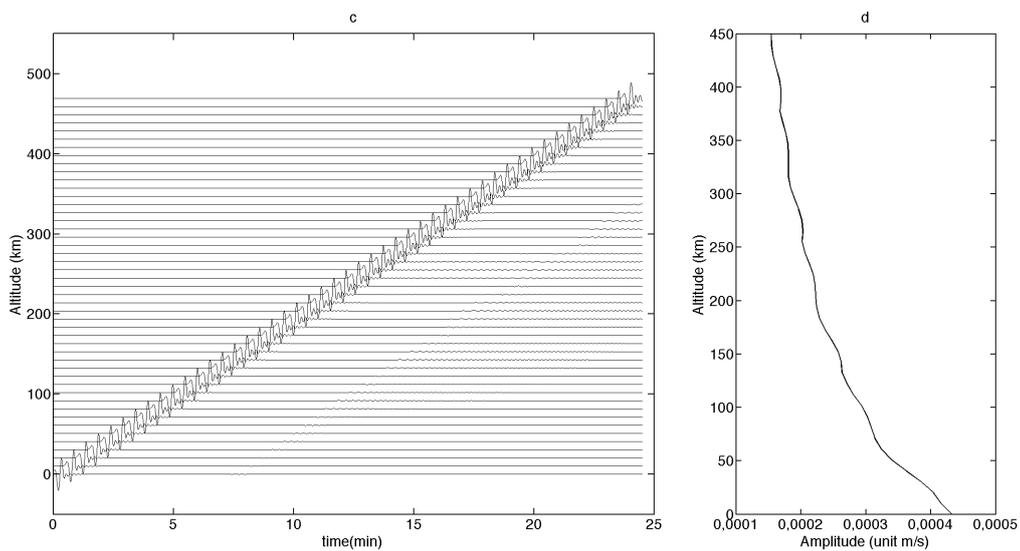


FIGURE 4.9 – Synthétiques des vitesses des neutres dans le cas homogène, suivant la direction horizontale x , enregistrés sur 50 récepteurs placés au-dessus de l'épicentre du séisme.

tion horizontale est très inférieure à celle suivant la direction verticale. Nous allons maintenant intégrer la complexité du modèle atmosphérique.

4.4.5 Modèle couplé avec NRLMSISE-00

Comme déjà indiqué dans le chapitre (3) section (3.5), nous utiliserons maintenant le modèle NRLMSISE-00 (*Picone et al., 2002*), pour la vitesse du son et la densité, avec les profils illustrés par les figures (2.7a, et 2.7c).

Les résultats de la simulation sont représentés par la figure (4.11). On constate la propagation des ondes acoustiques issues de la source sismique située au point $x = 600 \text{ km}$ et $z = -19.5 \text{ km}$. Dans la partie solide le paquet d'onde ascendant se transmet vers la partie océan et est transmis vers l'atmosphère. La partie réfléchi se réverbère dans l'eau créant ainsi d'autres paquets d'ondes qui se transmettront avec une dizaine de secondes de retard par rapport au premier paquet d'onde dans l'atmosphère. On remarque qu'il y a une décélération de la propagation du paquet d'onde jusqu'à une altitude de 100 km , due au profil de la vitesse acoustique du modèle pris dans cette simulation. À partir de 100 km le paquet d'onde prend de la vitesse jusqu'à atteindre les 500 km . Notons que dans cette simulation nous n'avons pas pris en compte l'atténuation. À ce stade, nous avons conservé la source sismique utilisée précédemment pour analyser le comportement du front d'onde avec le changement du modèle d'atmosphère.

Dans les figures (4.11), (4.13) on représente le champ des neutres dans la direction x et z respectivement, avec des paramètres atmosphériques fournis par NRLMSISE-00. La partie rouge représente la phase positive et la partie bleue représente la phase négative du front d'onde dans la figure (4.13). Dans la figure (4.11), on remarque qu'il y a une inversion de polarité des phases dans la direction x : ceci est le résultat du mécanisme au foyer du séisme de type décrochant.

La figure (4.14) représente la norme de la vitesse des neutres donnée par la relation suivante :

$$v_{neutre} = \sqrt{v_{n_x}^2 + v_{n_z}^2} \quad (4.8)$$

Nous constatons que le profil de la norme v_{neutre} s'approche de celui de la vitesse verticale v_{n_z} . Ceci montre que l'amplitude des vitesses dominantes sont celles suivant la direction z , ce qui va être confirmé par la suite sous forme de sismogrammes enregistrés sur 50 récepteurs placés au-dessus de l'épicentre et équidistants de 10 km en altitude voir fig (4.16, et 4.15). La composante verticale représente plus de 90 % du champ d'ondes observé, comme cela est constaté pour les amplitudes maximales enregistrées par les récepteurs : la valeur maximale de l'amplitude de la vitesse verticale v_z est de 1040 m/s à une altitude de 450 km alors que celle de la vitesse horizontale v_x est de 13 m/s à cette même altitude. À noter que la valeur supersonique des amplitudes n'est pas à considérer pour l'instant. L'approche est ici purement linéaire et le cas 2D surestime l'amplitude.

À partir de la 8 ème minute après le séisme, on commence à avoir une accélération du champ des neutres. Ceci correspond à une altitude d'environ 150 km . Comme déjà indiqué, ceci est lié au modèle atmosphérique voir figure (2.7c) et va jouer un très grand rôle dans le couplage avec le plasma ionosphérique à partir d'environ

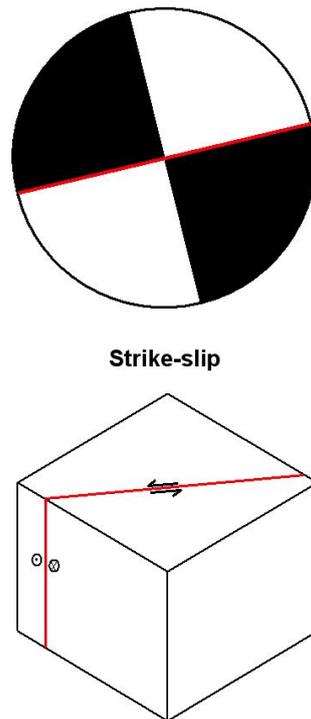


FIGURE 4.10 – Schéma représentatif d'un mécanisme au foyer de type. Source : <http://eduterre.ens-lyon.fr/thematiques/terre/montagnes/extension/meca%20foyer>

150 km. Nous verrons en détail ce couplage en 2D dans les sections suivantes de ce chapitre. Nous continuerons à nous en servir comme validation numérique pour les simulations 3D que nous présenterons dans le chapitre suivant.

4.4.6 Simulation avec plusieurs points sources

Dans cette section, nous utiliserons le même modèle atmosphérique NRLMSISE-00 mais étudions l'impact d'une source étendue. Nous changerons le point source par une autre source comprenant cinq points sources placés les uns derrière les autres avec un retard de déclenchement de 5 sec entre eux (voir de détails dans le tableau 4.1). Les fréquences dominantes sont les mêmes pour chacune des sources, soit $f_0 = 0.2$ Hz. Le positionnement et le retard de déclenchement est résumé dans le tableau (4.1). Le résultat de cette simulation SPECFEM2D est présenté dans la figure (4.17), et a été réalisée avec un maillage de 500 m dans la partie atmosphère. Dans cette simulation, on montre bien que les ondes piégées dans l'océan sont clairement visibles des deux côtés de la source et sont celles qui génèrent l'onde acoustique au-dessus de l'océan. Leur vitesse horizontale est la même. Dans cette simulation on constate que les ondes acoustiques atteignent une altitude de 300 km 750 s après le tremblement de terre. On remarque une légère augmentation de la longueur d'onde associée à des vitesses du son, plus grandes à cette altitude.

La figure (4.17) illustre que la première arrivée d'onde à une certaine distance de la zone de rupture peut être associée aux ondes capturées dans l'océan. Pour illustrer ce point, reprenons le cas simple où la vitesse du son est constante et égale à 500 m/s

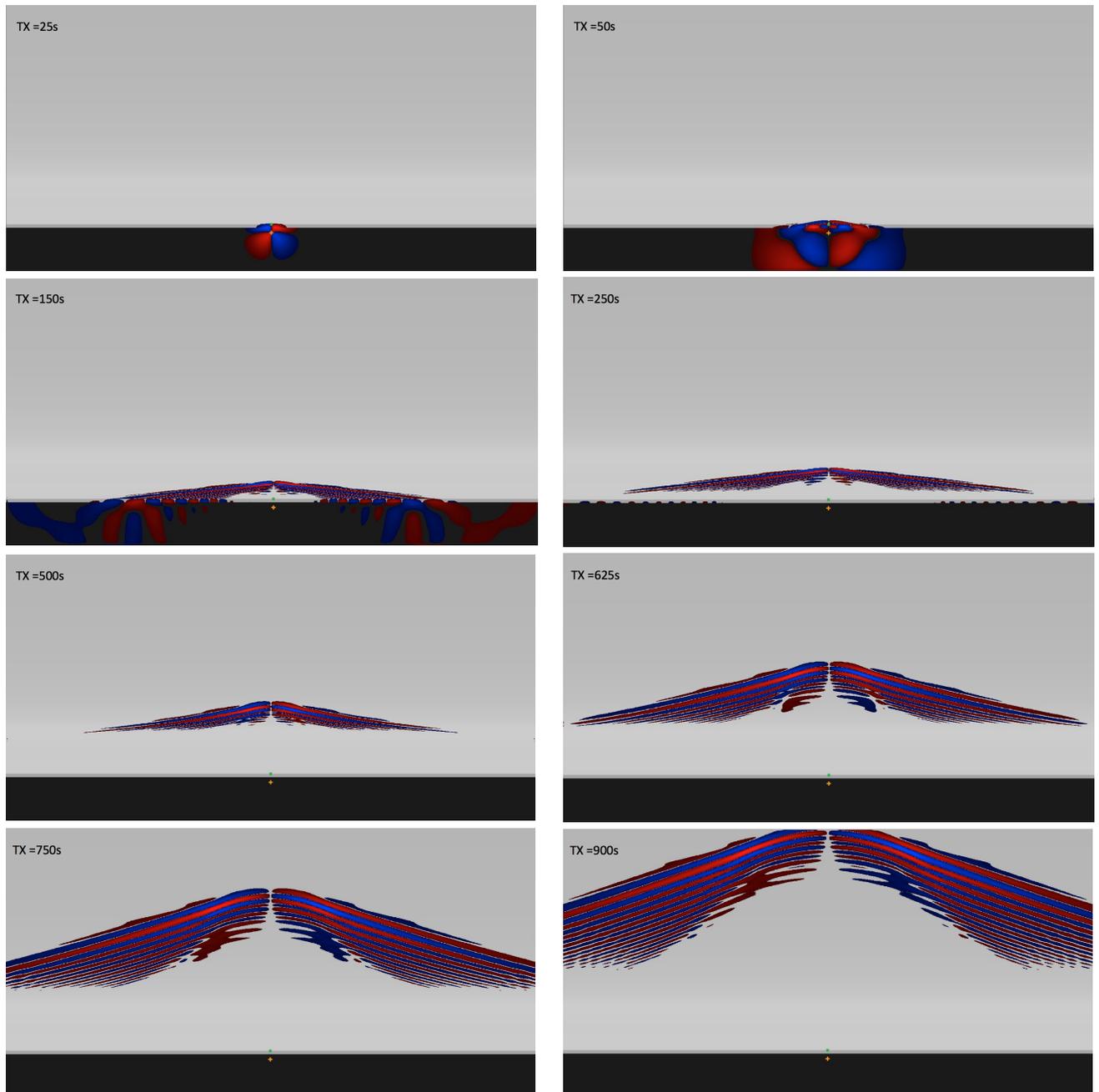


FIGURE 4.11 – Instantanés de la composante horizontale vitesse des neutres, pour la simulation avec modèle de vitesse et de densité variable de NRLMSISE-00 Picone et al. (2002). Le paquet d'ondes atteint la haute atmosphère au bout de 900 s. Ceci est dû à la faible densité en haute atmosphère, et à l'augmentation de la vitesse du son. La croix en orange représente le point source placée à 19.5 km de profondeur et à une coordonnée $x = 600$ km. Le point vert représente un récepteur placé suivant les coordonnées $x = 600$ km, et $z = 0$ km.

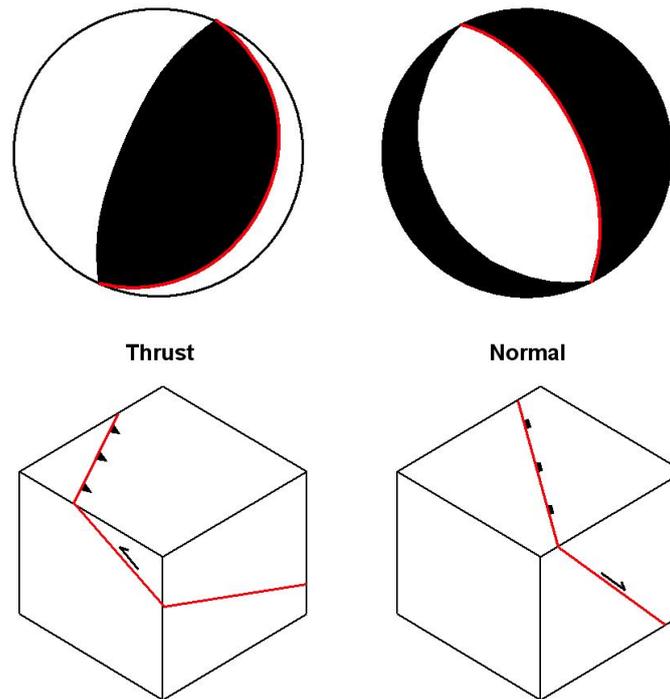


FIGURE 4.12 – Schéma représentatif d'une faille normale "droite-normal" ou inverse "gauche-thrust".
Source : <http://eduterre.ens-lyon.fr/thematiques/terre/montagnes/extension/meca%20foyer>

dans l'atmosphère. L'onde se propageant dans l'eau est la première arrivée lorsque

$$\frac{X}{c_{eau}} + \frac{H}{c_{air}} < \frac{\sqrt{X^2 + H^2}}{c_{air}} \quad (4.9)$$

où c_{eau} , c_{air} , X et H sont les vitesses du son, dans l'eau, l'air, la distance en X et l'altitude respectivement. Ceci conduit à la condition $X > \frac{2c_{eau}c_{air}}{c_{eau}^2 - c_{air}^2}H$ soit dans cet exemple simplifié $X > 0.78H$, soit 235 km pour 300 km d'altitude. La phase associée est alors caractérisée par une vitesse de phase horizontale de 1.45 km/s, qui a été retrouvée dans l'analyse des vitesses de phases des signaux détectés dans l'ionosphère au-dessus de Tohoku. Ce résultat a fait l'objet d'une contribution à une première publication internationale publiée en septembre 2013 au sein de l'équipe de planétologie et sciences spatiales de l'IPGP <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/jgra.50556/full>. Le papier sera présenté en fin de chapitre.

Les figures (4.18 et 4.19) montrent des sismogrammes de déplacement enregistrés sur 40 récepteurs situés de 100 à 500 km d'altitude au-dessus de l'épicentre du séisme. Ces sismogrammes montrent que les temps d'arrivées sont cohérents avec l'accélération du modèle NRLMSISE-00. Ils montrent encore la forte polarisation verticale, même pour une source étendue en plusieurs points sources et ceci malgré les ondes piégées dans l'océan où leur propagation horizontale n'est pas négligeable.

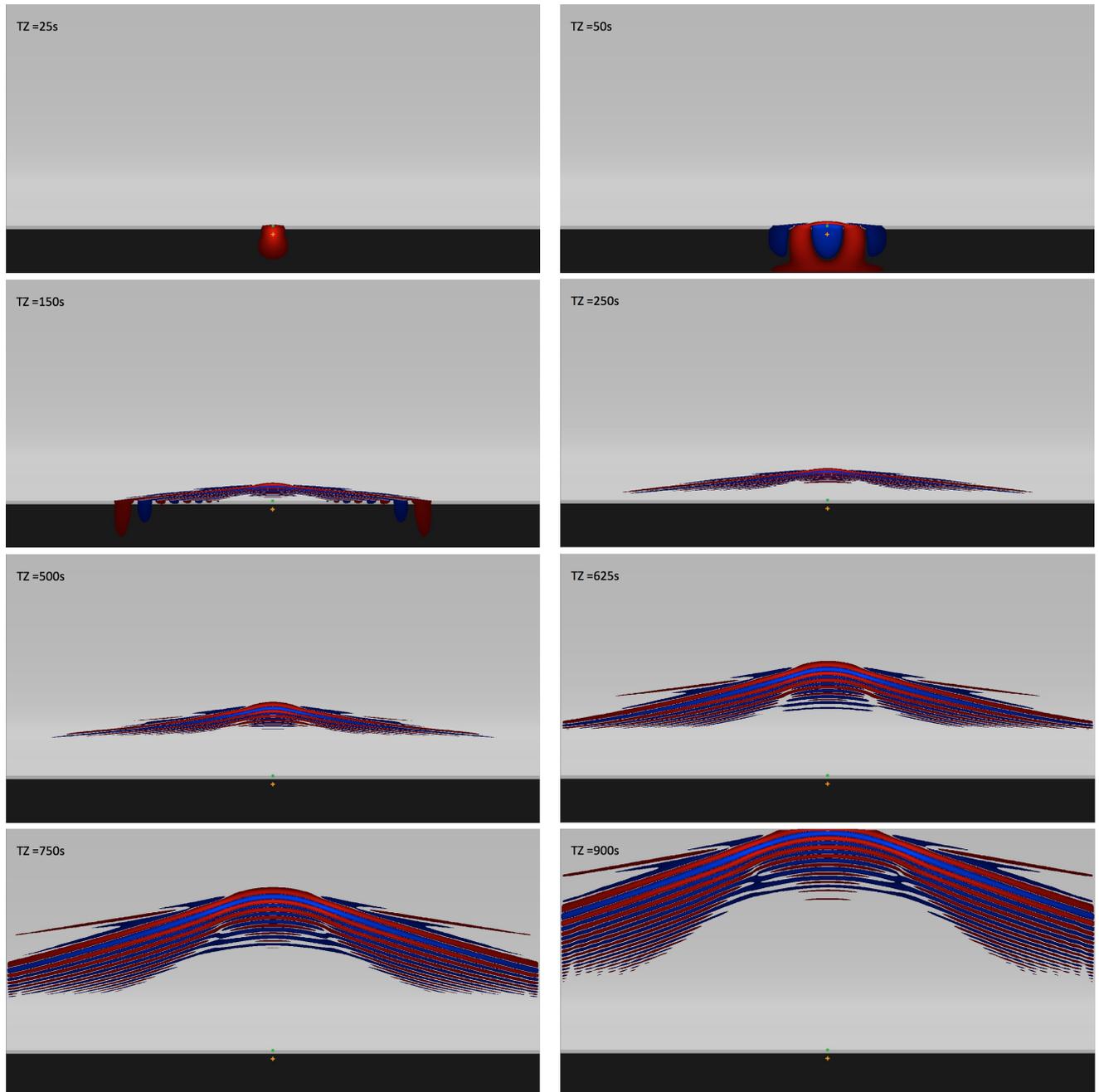


FIGURE 4.13 – Simulation à une source modèle NRLMSISE-00, composante z . Instantanés de la composante verticale vitesse des neutres, pour la simulation avec modèle de vitesse et de densité variable de NRLMSISE-00 *Picone et al. (2002)*. Le paquet d'ondes atteint la haute atmosphère au bout de 900 s. La croix orange représente le point source placé à 19.5 km de profondeur et à une coordonnée $x = 600$ km, le point vert représente un récepteur placé suivant les coordonnées $x = 600$ km, et $z = 0$ km.

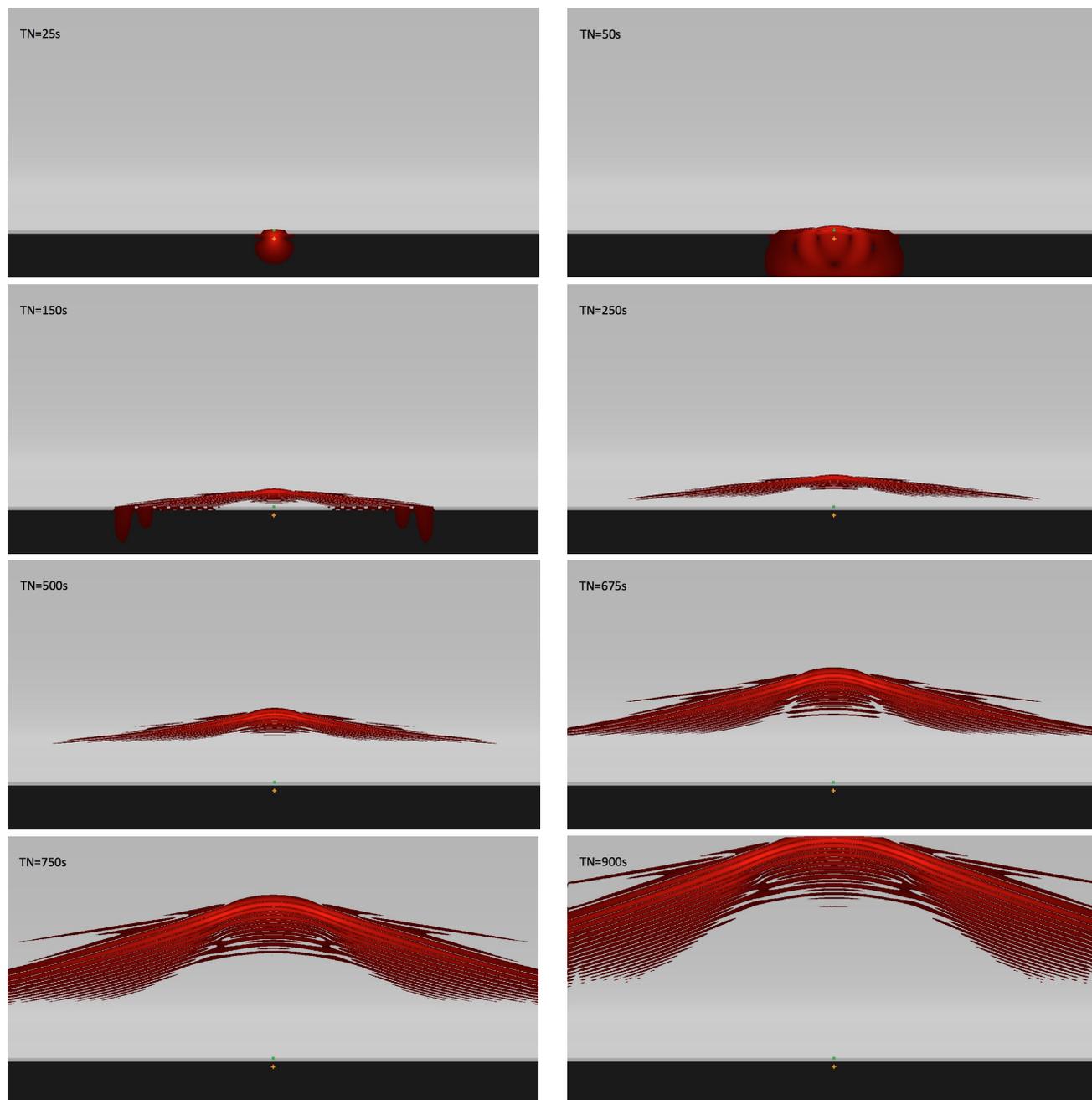


FIGURE 4.14 – Instantanés de la norme de vitesse des neutres, pour la simulation avec modèle de vitesse et de densité variable de NRLMSISE-00 Picone et al. (2002). Le paquet d'ondes atteint la haute atmosphère au bout de 900 s. La croix orange représente le point source placé à 19.5 km de profondeur et à une coordonnée $x = 600$ km, le point vert représente un récepteur placée suivant les coordonnées $x = 600$ km, et $z = 0$ km

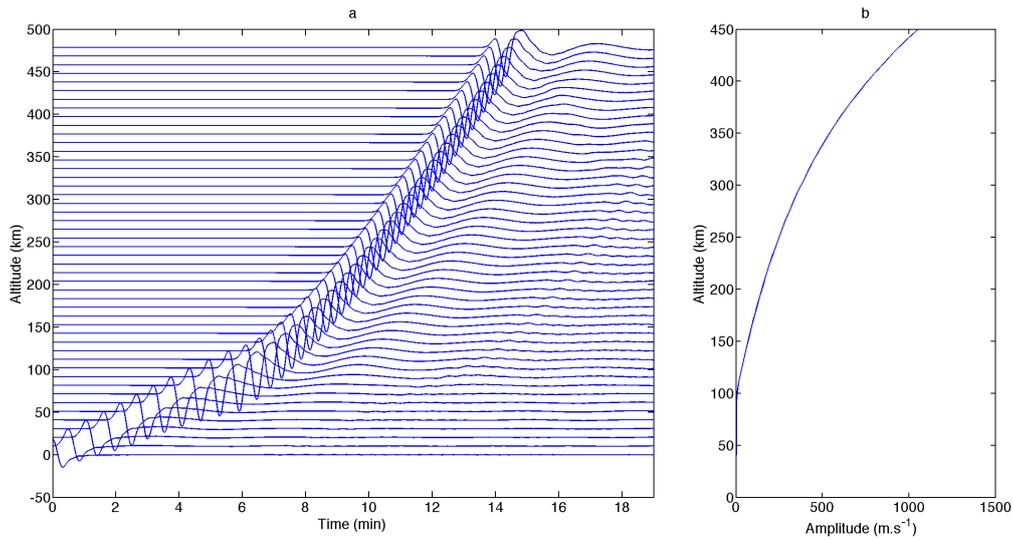


FIGURE 4.15 – Synthétiques des vitesses des neutres au dessus de l'épicentre du séisme avec simulation SPECFEM2D, en utilisant une source ponctuelle simple, sur la direction verticale de propagation z

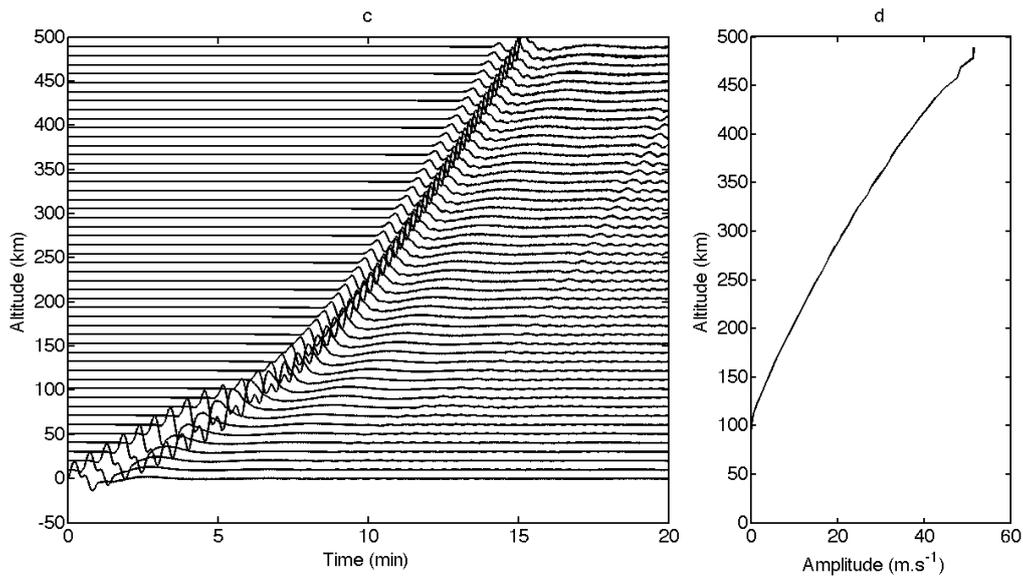


FIGURE 4.16 – Synthétiques des vitesses des neutres au dessus de l'épicentre du séisme avec simulation SPECFEM2D, en utilisant une source ponctuelle simple, sur la direction de propagation x

N_S	Type	Fréquence	x	z	Temps
1	Ricker	0.2 Hz	600000 m	-19500 m	+0 s
2	Ricker	0.2 Hz	600000 m	-19500 m	+5 s
3	Ricker	0.2 Hz	600000 m	-19500 m	+10 s
4	Ricker	0.2 Hz	600000 m	-19500 m	+15 s
5	Ricker	0.2 Hz	600000 m	-19500 m	+20 s

TABLE 4.1 – Tableau décrivant les caractéristiques de la source multipoint

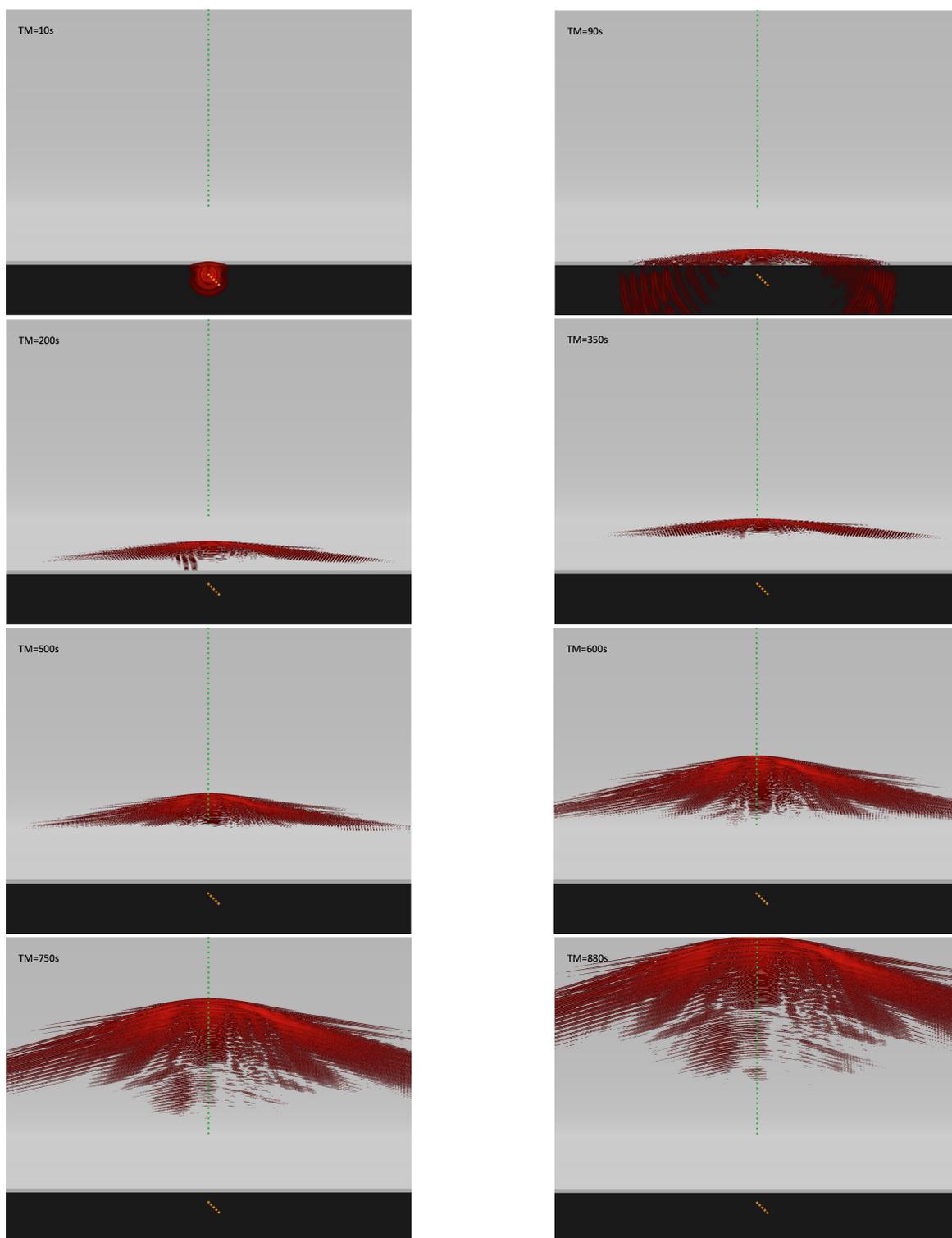


FIGURE 4.17 – Instantanés de la norme de la vitesse des neutres, pour la simulation avec modèle de vitesse et de densité variable NRLMSISE-00 Picone et al. (2002). Le paquet d'ondes atteint la haute atmosphère au bout de 900 s. Les croix en orange représentent les points source. Les points verts représentent les récepteurs placés suivant les coordonnées $x = 600$ km, et $z = 100$ km à 500 km. La profondeur de l'océan est de 7.5 km. Cas avec sources Ricker multiples.

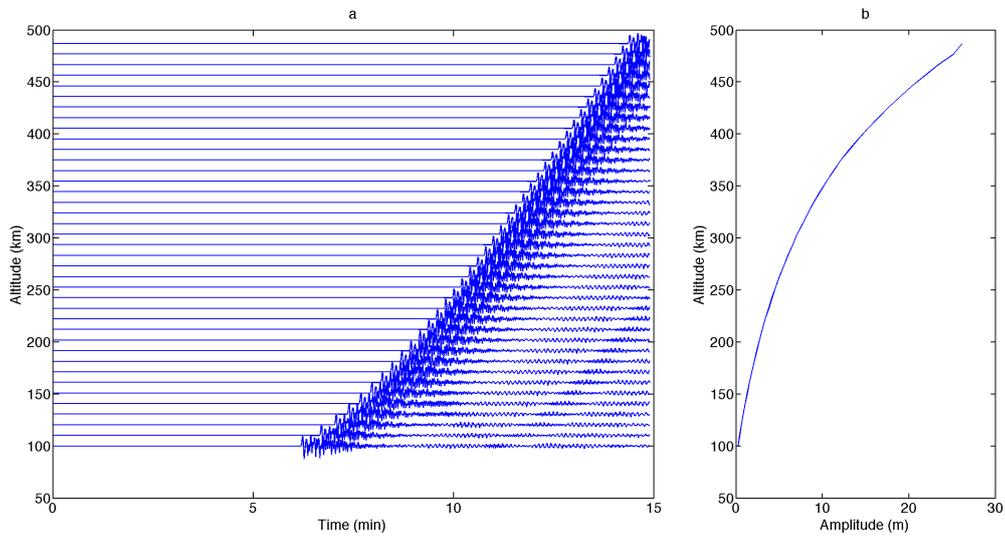


FIGURE 4.18 – Sismogrammes synthétiques des déplacements des neutres en z au-dessus de l'épicentre du séisme. Simulation SPEC-FEM2D avec sources Ricker multiples.

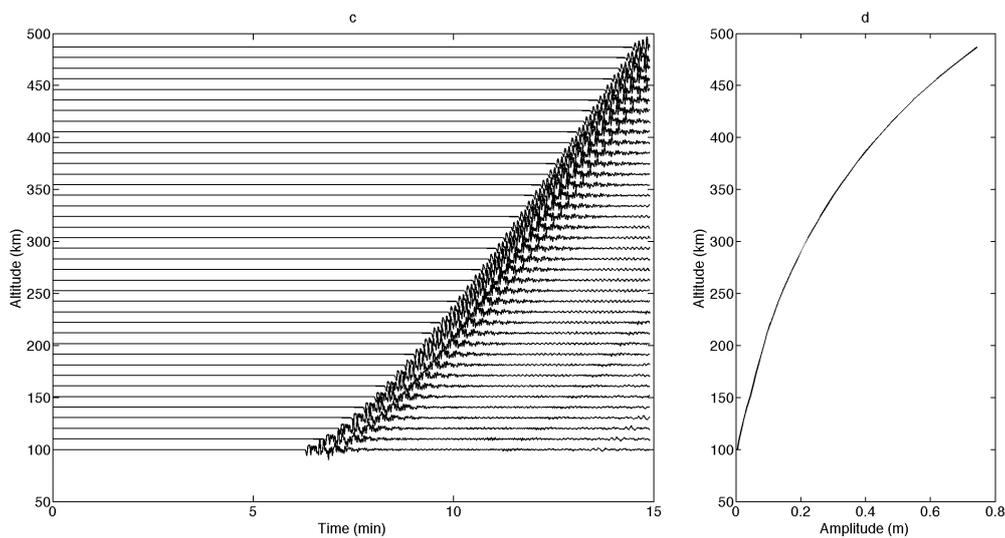


FIGURE 4.19 – Sismogrammes synthétiques des déplacements des neutres en x au-dessus de l'épicentre du séisme. Simulation SPEC-FEM2D avec sources Ricker multiples.

4.4.7 Simulation en utilisant un point CMT

Dans cette section nous continuons avec le modèle atmosphérique NRLMSISE-00, mais nous changeons la source par une source ponctuelle double couple du type CMT- (en anglais "Centroid-Moment-Tensor" voir le détail dans le tableau 4.2). Nous avons pris cette dernière dans le catalogue de l'USGS <http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/map/>, où nous avons pris uniquement les composantes suivant x, z . Le tableau ci-dessous résume les données CMT utilisées dans cette simulation.

PDE 2011 3 11 5 46 23.00	38.3200 142.3700 24.4 9.1 9.1
Event name	201103110546A
Time shift	68.0000 s
Half duration	68.0000 s
Latitude	37.9200
Longitude	143.1130
Depth	19.5000 km
M_{zz}	$1.694814 \times 10^{22} Nm$
M_{xx}	$-1.466407 \times 10^{21} Nm$
M_{xz}	$1.403414 \times 10^{22} Nm$

TABLE 4.2 – Caractéristique du point CMT pour Tohoku, sources : <http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/map/>

Le résultat de cette simulation est représenté dans la figure 4.20. On remarque bien sûr dans les premiers instants que le comportement d'un CMT est différent de celui d'un point source (voir $TZ = 25$ s). On remarque aussi que les fronts d'onde sont légèrement décalés vers le côté droit (voir $TZ = 500$ s), ceci à cause du moment de force du CMT. On remarque qu'il y a une accélération à environ 7 à 8 s après le séisme toujours liée à l'utilisation du modèle atmosphérique NRLMSISE-00. On remarque enfin une différence dans les amplitudes maximum (voir fig(4.21) et fig (4.22)). Là aussi l'amplitude de la direction verticale l'emporte sur l'amplitude de la direction horizontale.

Ces simulations en 2D, nous ont permis de comprendre le mécanisme de propagation des ondes sismiques dans l'atmosphère. Ce fut l'un des premiers résultats publiés en 2013 en collaboration avec les différents membres de l'équipe de planétologie et sciences spatiales de l'IPGP. Nous avons montré que les ondes piégées dans l'océan sont détectables dans l'ionosphère à partir de 250 km de distance épacentrale. Voir plus en détail dans *Astafyeva et al. (2013b)* et dans la figure gauche (4.23).

4.5 COUPLAGE AVEC L'IONOSPHERE

Nous avons vu dans le chapitre précédent le mécanisme de couplage avec l'ionosphère en détail. Dans cette partie nous verrons les résultats du couplage avec l'ionosphère pour des simulations 2D. Nous gardons la même configuration que celle utilisée dans les sections précédentes de ce chapitre, pour simuler la propagation de la perturbation de densité électronique dans l'ionosphère, où la non-linéarité des équations hydrodynamiques décrivant le phénomène.

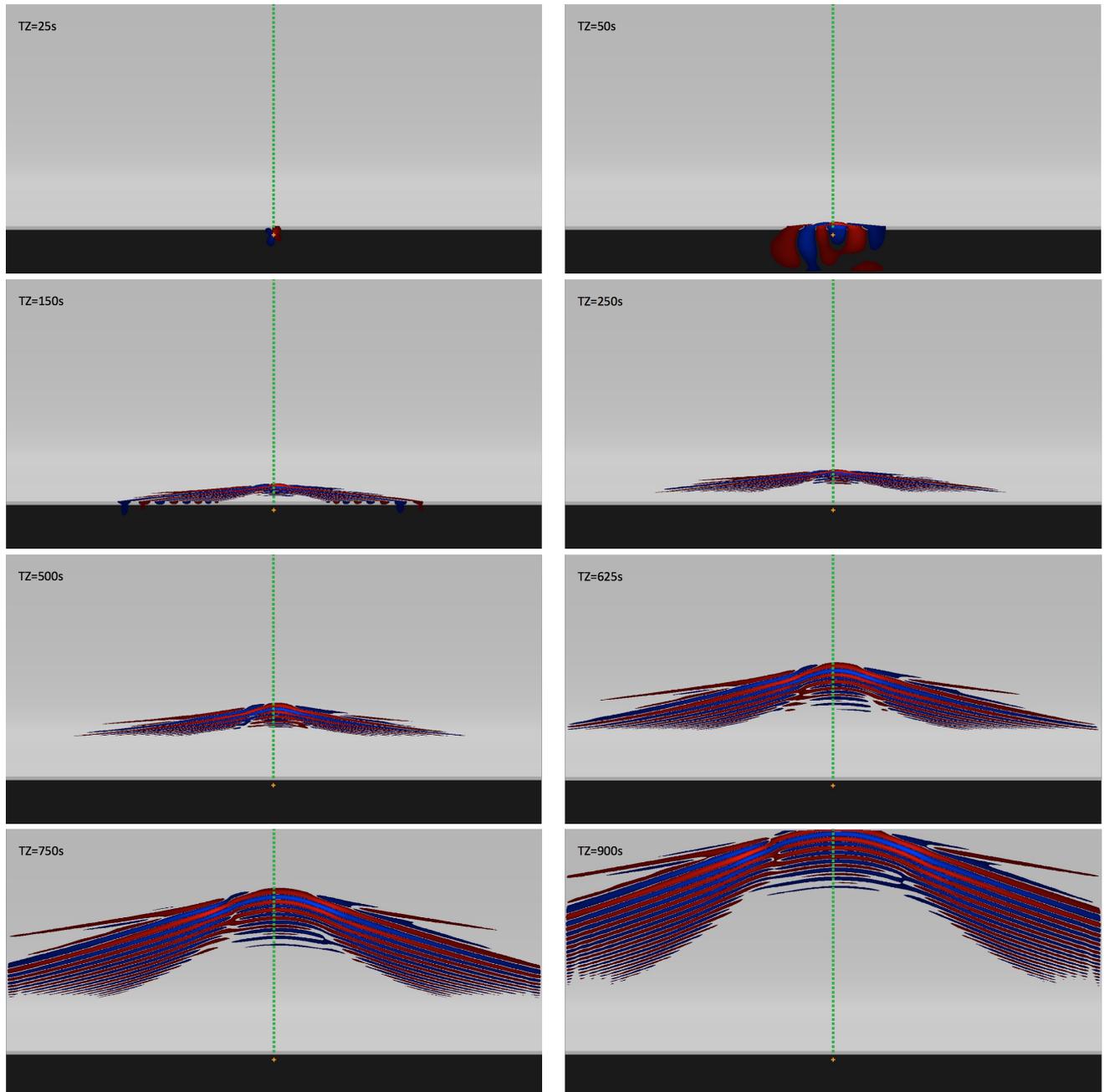


FIGURE 4.20 – Instantanés de la composante verticale de la vitesse des neutres, pour la simulation avec modèle de vitesse et de densité variable NRLMSISE-00. Le paquet d'ondes atteint la haute atmosphère au bout de 900 s. La croix orange représente le point-source CMT. Les points verts représentent les récepteurs placés suivant les coordonnées $x = 600$ km, et $z = 0$ km à 500 km. La profondeur de l'océan est de 7.5 km.

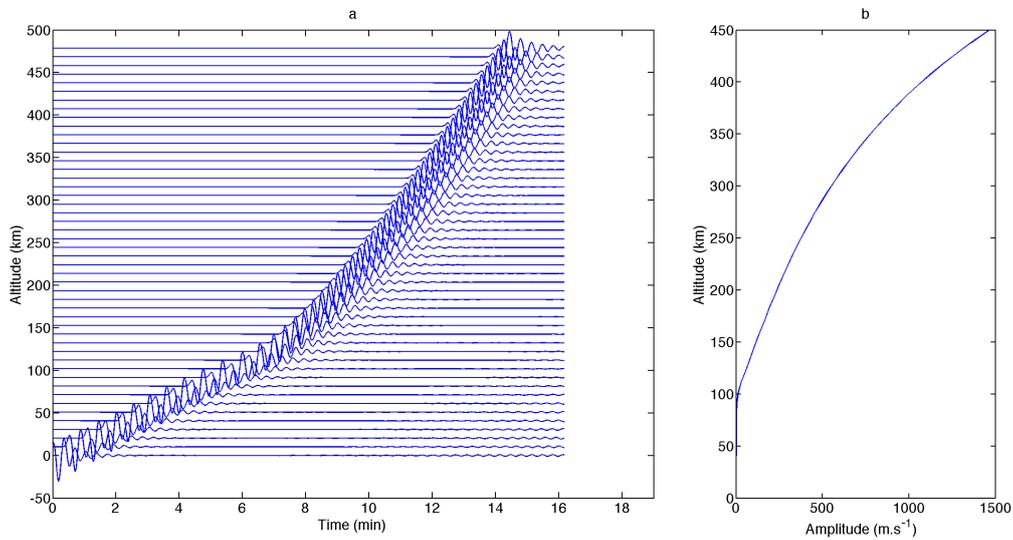


FIGURE 4.21 – Synthétiques des vitesses des neutres en z au dessus de l'épicentre du séisme. Simulation SPECFEM2D avec point source CMT.

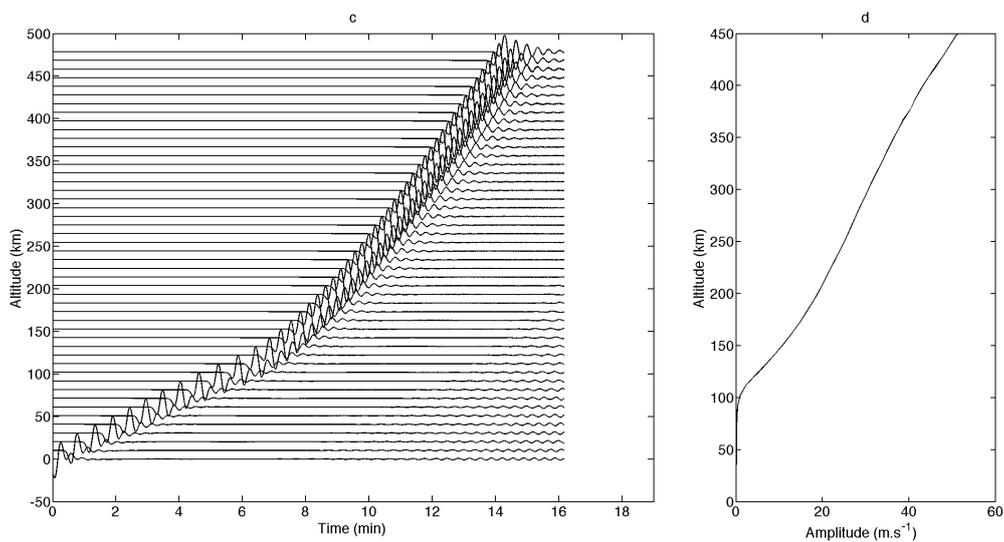


FIGURE 4.22 – Synthétiques des vitesses des neutres en x au dessus de l'épicentre du séisme. Simulation SPECFEM2D avec point source CMT.

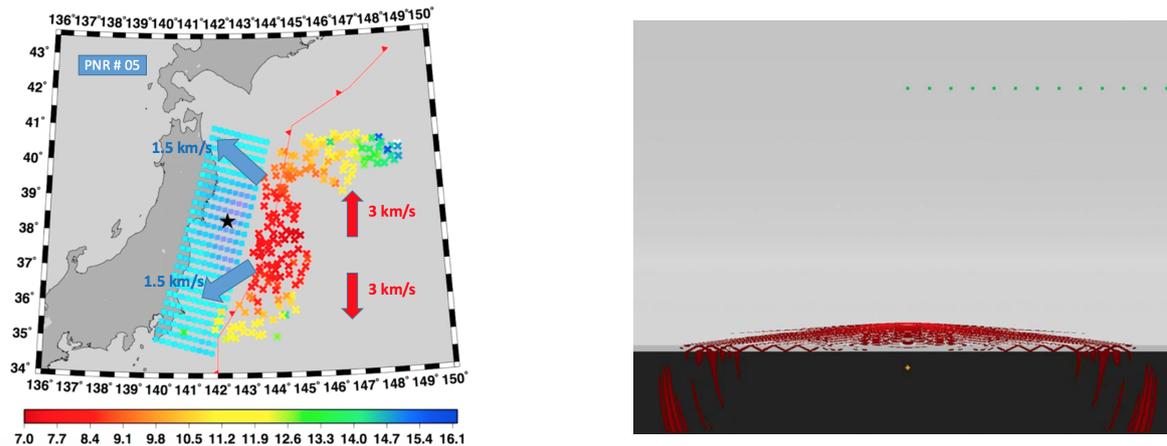


FIGURE 4.23 – Gauche : Image ionosphérique de source sismique déduite de mesures TEC ionosphériques de satellite PRN05 en altitude de 200 km, la distribution de déplacement co-sismique calculé par l'USGS <http://earthquake.usgs.gov>. Droite : Les ondes acoustiques générées à partir d'une source isotrope situé à une profondeur de 19,5 km (croix orange), 100 s après le temps de référence de la source (le temps du séisme, 05 : 46 : 23 UT). Les vitesses des ondes P dans la partie liquide et solide sont respectivement, 1,45 km/s et 5,8 km/s, tandis que la vitesse de cisaillement pour la partie solide est de 3,2 km/s. Les vitesses du son dans l'atmosphère sont celles fournis par le modèle NRLMSISE-00 Picone et al. (2002). Les ondes piégées dans l'océan sont clairement visibles sur les deux côtés et sont celles qui génèrent l'onde acoustique au-dessus de l'océan. Source : Astafyeva et al. (2013b)

4.5.1 L'effet du champ magnétique sur la perturbation des électrons

À travers cette simulation 2D, nous montrons l'effet de la polarisation géomagnétique de la Terre sur la perturbation électronique qui, au maximum de la région F2, conduit à des perturbations des ions et des électrons uniquement le long des lignes de champ. Dans cette simulation, la figure 4.24 montre la coupe nord-sud des lignes du champ magnétique en fonction de la position X et l'altitude Z . L'intensité maximale du champ magnétique est vers le sud, sens des X croissants, mais la direction du champ est le paramètre principal. L'influence du champ géomagnétique est bien visible sur les instantanés de propagation de la perturbation de la densité électronique (4.25) : le champ géomagnétique projette les vitesses des particules chargées le long des lignes de champ. Les perturbations ionosphériques ont ainsi tendance à être plus fortes au sud qu'au nord lorsque le séisme survient au nord de l'équateur géomagnétique, à l'exemple des séismes du Japon Heki et al. (2006), car les rais sismiques vers le sud sont plus parallèles aux lignes de champ que vers le Nord. Cette partie sera bien plus détaillée dans le chapitre suivant avec des modélisations plus réalistes en 3D

Cette simulation nous permet de voir le comportement des perturbations. Les amplitudes sont cependant bien plus grandes que celles observées sur les données, tant à cause de la surestimation des amplitudes des neutres dans les modélisations 2D que par l'utilisation de sources sismiques qui ne correspondent pas au cas de Tohoku.

4.5.2 Calcul du TEC

En raison de la géométrie plane de nos modélisations 2D, nous ne calculerons que le TEC vertical dans ce chapitre, que nous appellerons VTEC. L'interprétation spatiale des perturbations de TEC cosismiques est facilitée si l'on confine à un seul point

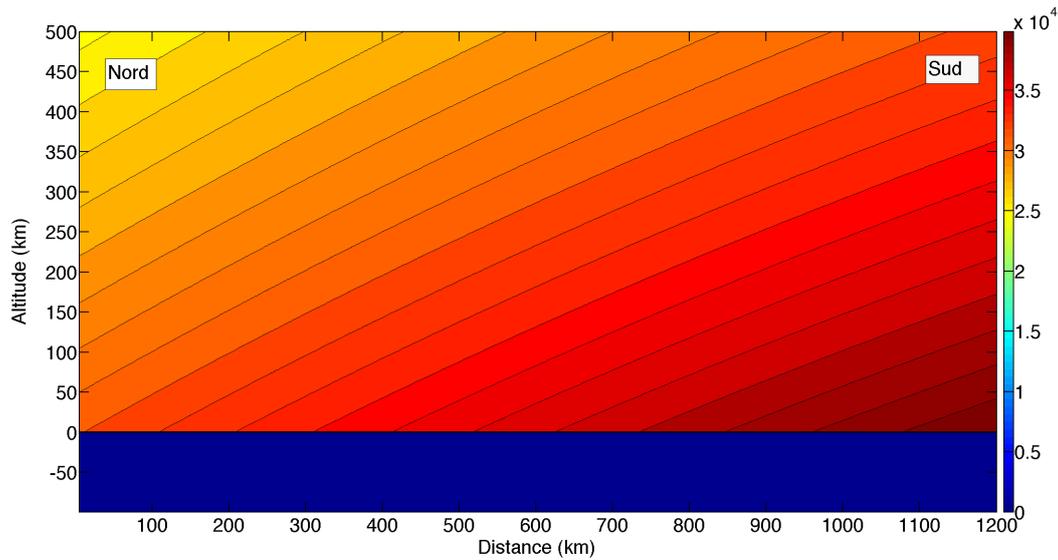


FIGURE 4.24 – Tracé du contour des lignes de champ magnétique sur une coupe nord sud dans la région de Tohoku, la coordonnée $x=600000$ est la projection UTM de la coordonnée qui correspond à une latitude de 37.92° , le maillage est réalisé par *specfem2D* et le champ magnétique est calculé à l'aide le modèle IGRF

la mesure de son intégrale le long du trajet satellite-station, appelé alors point sub-ionosphérique, ou *Ionospheric Piercing Point*, IPP en anglais. Idéalement, l'IPP devrait être placé au barycentre de la ligne de visée pondérée par la perturbation de densité électronique. L'altitude du point de sondage a fait l'objet de nombreuses discussions et est essentielle lorsque l'on cherche à déterminer les caractéristiques d'une perturbation ionosphérique et en particulier sa vitesse de propagation. Il est fréquent de la choisir égale à la hauteur du maximum d'ionisation, ou un peu au-dessus. Dans le cas du séisme de Denali (2002, $M_w = 7.9$) des observations ionosphériques sont effectuées à l'aide du réseau GPS de Californie *Ducic et al. (2003)*. *Kherani et al. (2009)* trouvent un maximum de corrélation entre les mesures de deux satellites différents à environ 300 – 350 km d'altitude, ce qui est cohérent avec la hauteur du pic F2 de 290 km environ modélisé par le modèle IRI au niveau de la zone de sondage. Cependant, ce maximum est vu à la baisse dans le cas du séisme de Tohoku 2011 : il est situé à 250 km d'altitude, ce qui est encore dans la zone du maximum d'ionisation, voir *Astafyeva et al. (2013b)*. La figure (4.26a), montre les différents synthétiques de perturbation de densité électronique en fonction de l'altitude. Le développement de cette perturbation commence à une altitude de 170 km. À partir de 300 km d'altitude, on observe de fortes perturbations post-sismiques qui progressivement forment un trou ionosphérique. Le maximum du trou ionosphérique est dans la zone entre 250 à 300 voir fig (4.26b). Ce trou dans notre approche est uniquement dû à l'effet d'entraînement des électrons par le vent des neutres. Nous n'avons en effet pas de perturbations associées à la recombinaison ou à des variations de taux de production. Si ces dernières sont importantes pour ce qui est du retour à l'équilibre du trou ionosphérique, leur cinétique ne permet pas de s'opposer à la création rapide du trou par l'onde des neutres.

En intégrant les perturbations de densité électronique 10 km sud au-dessus de l'épicentre, on obtient le VTEC donné par la figure (4.27)

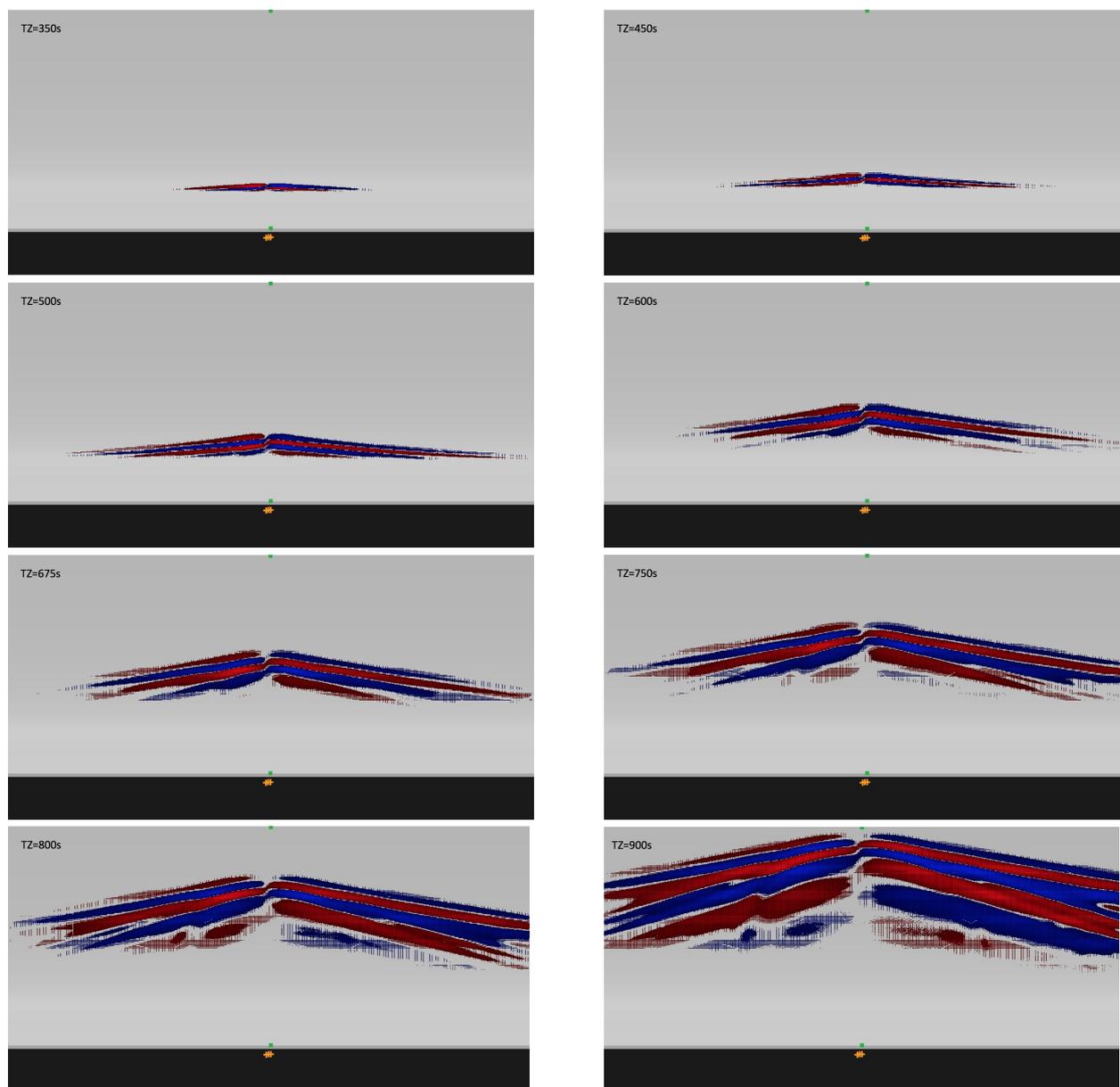


FIGURE 4.25 – Instantanés de propagation de la densité électronique, pour les instants 375, s 450, s 500, s 600, s 675, s 750 s et 900 s suivant la direction z , Le nord est du côté gauche de chaque instantané

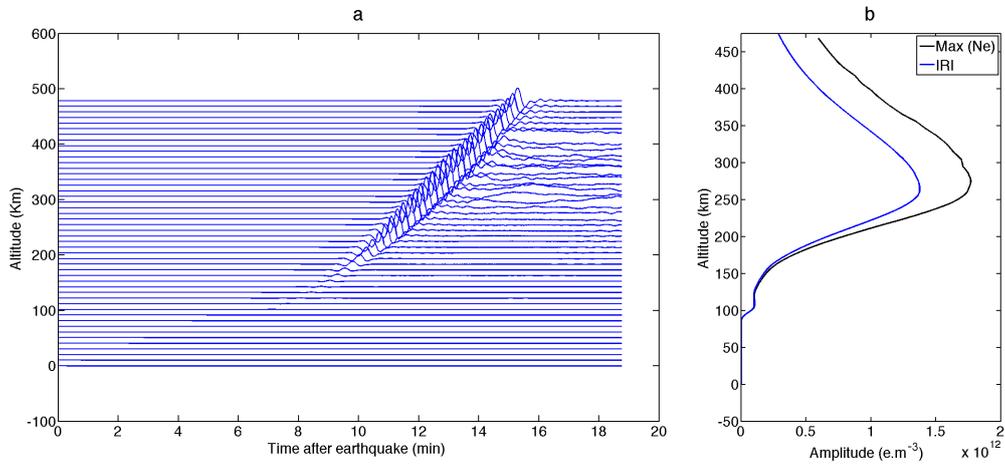


FIGURE 4.26 – a- Synthétique de perturbation électronique simulée avec SPECFEM2D au-dessus de l'épicentre du séisme, b- comparaison entre le modèle IRI et la densité électronique perturbée modélisée par SPECFEM2D, 10 km au sud au-dessus de l'épicentre du séisme

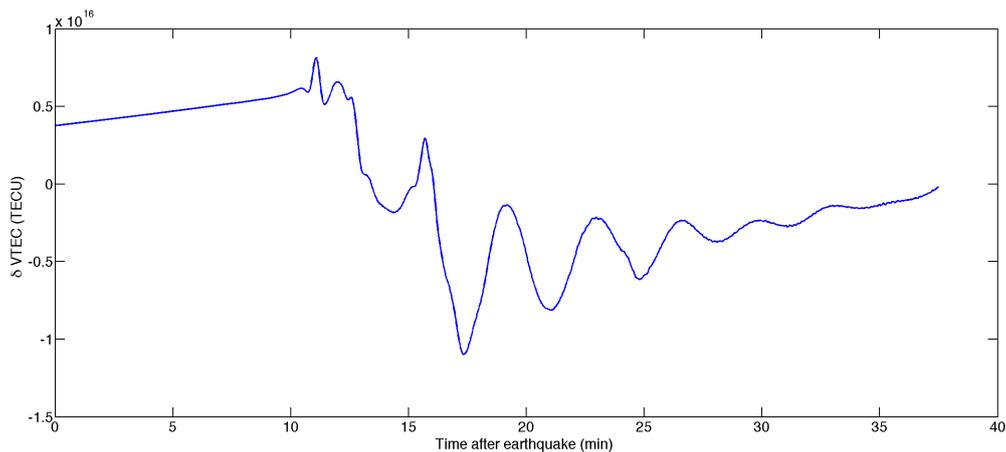


FIGURE 4.27 – VTEC 2D simulé par SPECFEM2D 10 km au sud de l'épicentre du séisme pour une durée de 35 min, filtré entre par la moyenne courante entre 3 s et 20 min

De par l'effet non-linéaire de l'équation de transport des électrons 3.121, on remarque l'apparition d'une déplétion dès la 12ème minute suivant l'initiation du séisme. Ce résultat confirme l'importance du transport dans la génération du trou ionosphérique. L'onde de pression générée par les ondes sismiques peut donc provoquer un déplacement massif des ions de la région F2 lors de son passage et génère, au moins dans cet exemple à 2D, un trou ionosphérique sous forme de déplétion dans le synthétique du VTEC2D.

4.6 CONCLUSION

Nous avons confirmé par cette étude en 2D qu'il est possible de modéliser de perturbations ionosphériques générés par des séismes de forte magnitude. Ce genre de séisme provoque une onde acoustique correspondant à des vents presque verticaux au-dessus de l'hypocentre. Ces ondes atteignent l'ionosphère rapidement en moins d'une dizaine de minutes après le séisme. Cette onde est la principale, voir la seule responsable des fortes perturbations ionosphériques. Elle crée en particulier un trou ionosphérique lié à un déplacement ionique massif qui conduit à une déplétion remarquable sur le synthétique du VTEC, environ 10 minutes après le séisme. Néanmoins, l'étude réalisée dans ce chapitre reste incomplète : nous avons négligé la propagation 3D et les effets de structure 3D, dont la bathymétrie. L'atténuation n'a pas été modélisée ainsi que l'effet de la source réelle étendue. L'effet de la gravité n'a pas été pris en compte. Pour ces raisons, nous allons maintenant développer, dans le chapitre suivant, le couplage ionosphérique sur le code SPECFEM3D, afin d'étudier un modèle plus réaliste et qui intègrera le maximum de paramètres physiques comme la bathymétrie la gravité, les effets de la source étendue, ainsi qu'une correction d'attention à la source, pour approcher au mieux le cas du séisme du 11 mars 2011 qui s'est produit à Tohoku à 5 : 46 UT.

Parameters of seismic source as deduced from 1 Hz ionospheric GPS data: Case study of the 2011 Tohoku-oki event

E. Astafyeva,¹ L. Rolland,² P. Lognonné,¹ K. Khelifi,¹ and T. Yahagi³

Received 29 April 2013; revised 1 July 2013; accepted 6 September 2013; published 19 September 2013.

[1] Following the first-time ionospheric imaging of a seismic fault, here we perform a case study on retrieval of parameters of the extended seismic source ruptured during the great M9.0 Tohoku-oki earthquake. Using 1 Hz ionospheric GPS data from the Japanese network of GPS receivers (GEONET) and several GPS satellites, we analyze spatiotemporal characteristics of coseismic ionospheric perturbations and we obtain information on the dimensions and location of the sea surface uplift (seismic source). We further assess the criterion for the successful determination of seismic parameters from the ionosphere: the detection is possible when the line of sights from satellites to receivers cross the ionosphere above the seismic fault region. Besides, we demonstrate that the multisegment structure of the seismic fault of the Tohoku-oki earthquake can be seen in high-rate ionospheric GPS data. Overall, our results show that, under certain conditions, ionospheric GPS-derived TEC measurements could complement the currently working systems, or independent ionospheric based system might be developed in the future.

Citation: Astafyeva, E., L. Rolland, P. Lognonné, K. Khelifi, and T. Yahagi (2013), Parameters of seismic source as deduced from 1 Hz ionospheric GPS data: Case study of the 2011 Tohoku-oki event, *J. Geophys. Res. Space Physics*, 118, 5942–5950, doi:10.1002/jgra.50556.

1. Introduction

[2] A magnitude 9.0 earthquake struck off the eastern coast of Japan at 05:46:23 UT on 11 March 2011. The quake occurred as a result of thrust faulting on or near the subduction zone interface plate boundary between the Pacific and North American plates. According to the US Geological Survey (The National Earthquake Information Center; <http://earthquake.usgs.gov>), the hypocenter of this shallow earthquake is estimated at 32 km depth and located at 38.322°N and 142.369°E (Figure 1). Three minutes in duration, the earthquake generated a tsunami on the Pacific coast from the Hokkaido, Tohoku, and Kanto regions, with tsunami maximum heights of 38 m near the Ofunato region of Japan.

[3] Modeling of the rupture of this earthquake indicated that the fault moved upward of 30–40 m and slipped over an area approximately 400 km long (along-strike) by 150 km wide (in the downdip direction). The rupture zone is roughly centered on the earthquake epicenter along-strike, while peak slips were updip of the hypocenter, toward the Japan Trench axis

(<http://earthquake.usgs.gov>, Figure 1 and Figure 5). The rupture was bilateral, i.e., it spread away from the epicenter in both the north and south directions, taking about 2 min to cover a total of 400 km [e.g., Hayes, 2011; Simons *et al.*, 2011].

[4] Such displacements of the ground and sea surface caused strong ionospheric signals in the near-field of the earthquake's epicenter [e.g., Astafyeva *et al.*, 2011; Rolland *et al.*, 2011b; Liu *et al.*, 2011; Kherani *et al.*, 2012; Maruyama *et al.*, 2012] and up to ~4000–6000 km away from it [Makela *et al.*, 2011; Occhipinti *et al.*, 2011; Galvan *et al.*, 2012]. It is known that vertical displacements of the earth's surface produce infrasonic atmospheric pressure or gravity waves that propagate upward and grow in amplitude by several orders of magnitude as they reach the ionosphere altitudes. Further, due to the coupling between the neutral particles, ions and electrons in the ionosphere, these acoustic and gravity waves induce variations in the ionospheric electron density and its integrated quantity—total electron content (TEC) [e.g., Calais and Minster, 1995; Afraimovich *et al.*, 2001, 2010; Ducic *et al.*, 2003; Heki and Ping, 2005; Astafyeva and Afraimovich, 2006; Lognonné *et al.*, 2006; Astafyeva and Heki, 2009; Astafyeva *et al.*, 2009; Kherani *et al.*, 2009, 2012; Lastovicka *et al.*, 2010; Rolland *et al.*, 2011a; Occhipinti *et al.*, 2013].

[5] GPS observations of the ionospheric response to large earthquakes nowadays seem to be systematic for earthquakes with magnitudes $M > 6.5$. In addition to the regular coseismic ionospheric observations with sampling 30 sps, high-precision 1 Hz GPS data from the Japanese network of GPS receivers (GEONET) have recently shown new perspectives: Astafyeva *et al.* [2011] for the first time showed the possibility to obtain

Additional supporting information may be found in the online version of this article.

¹Institut de Physique du Globe de Paris, Paris Sorbonne Cité, University Paris Diderot, UMR CNRS 7154, Paris, France.

²Géoazur, Université de Nice Sophia-Antipolis, UMR CNRS 7329, Observatoire de la Côte d'Azur, Sophia Antipolis, Valbonne, France.

³Geospatial Information Authority of Japan, Tsukuba, Japan.

Corresponding author: E. Astafyeva, Institut de Physique du Globe de Paris, Paris Sorbonne Cité, University Paris Diderot, UMR CNRS 7154, 39 Rue Hélène Brion, Paris FR-75013, France. (astafyeva@ipgp.fr)

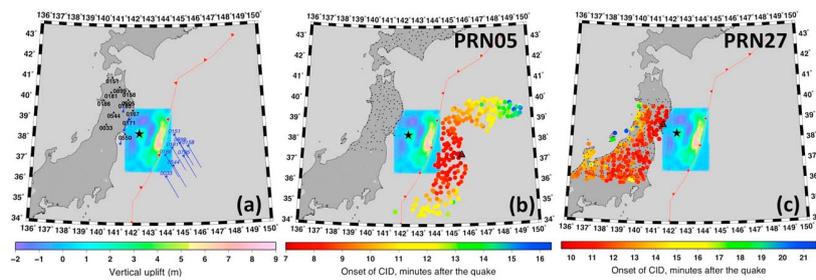


Figure 1. (a) General information on the 2011 Tohoku-oki earthquake and geometry of GPS measurements during the time of the earthquake. Big black star represents the epicenter, small dots correspond to GPS receivers of the GEONET, small blue stars show location of SIP at the moment of the earthquake, blue curves show trajectories of SIP of PRN05 (southeast from the epicenter) and PRN27 (west from the epicenter), calculated at $H_{\text{ion}} = 250$ km for the first 1000 s after the quake. Red curve indicates the position of the Japan trench. Small colored image shows the amplitude of coseismic vertical seafloor displacements, calculated according to Okada [1992] from coseismic slip distribution estimated by the USGS. (b, c) Spatial distribution of the ionospheric points corresponding to the first arrivals of the coseismic total electron content (TEC) perturbations detected by satellites PRN05 and PRN26, respectively, at altitude 250 km. The color of points indicates the arrival time in minutes after the earthquake at 05:46:23 UT; black triangles indicate the first arrival points.

rapid information on the spatial extent of the seismic fault ruptured in the great M9.0 Tohoku-oki earthquake from the ionospheric TEC. Data from GPS satellite PRN26 marked a rectangular area ($37.39 - 39.28^{\circ}\text{N}$; $142.8 - 143.73^{\circ}\text{E}$), which collocated with the maximum of the coseismic crustal uplift. These results were obtained from data of only one satellite, PRN 26, that passed over the seismic fault during the earthquake. Now, the following questions arise: *which image will we receive from GPS satellites whose ionospheric piercing points are not located directly over the area of the coseismic uplift? Can such ionospheric imaging be systematic? What information can we obtain from the ionospheric TEC measurements?*

[6] To answer the above questions, here we use data of GPS satellites whose ionospheric sounding points were located in the vicinity of the seismic source during the Tohoku-oki earthquake, though not directly above it. By use of high-rate 1 Hz sampled data of the world's densest GPS network GEONET, we analyze characteristics of coseismic ionospheric disturbances (CID), simultaneously detected by many GPS satellites in order to obtain information on the dimensions and location of the coseismic slip. In addition to the analysis of the first arrivals of CID, we also analyze amplitude distribution and waveform of TEC data series detected in the near-field of the epicentral area.

2. GPS Data Processing

[7] Ground-based GPS observations offer a powerful method for remote sensing of the ionosphere. By computing the differential phases of code and carrier phase measurements recorded by ground-based dual frequency GPS receivers, it is possible to calculate the ionospheric total electron content (TEC). Methods of TEC calculation have been described in detail in a number of papers [e.g., Calais and Minster, 1995; Afrainovich et al., 2001, and references therein]. For convenience, TEC is usually measured in TECU ($1 \text{ TECU} = 10^{16} \text{ m}^{-2}$).

[8] Since TEC is an integral parameter, the observed ionospheric disturbance accounts for a large range of altitudes.

However, it is known that the main contribution to TEC variations appears around the height of the maximum of ionosphere ionization (F2 layer). This allows us to consider the ionosphere as a thin layer located at the height H_{ion} (ionospheric shell height, or, ionospheric registration height). TEC then represents a point of intersection of a line of sight with this thin layer. We trace propagation of CID by subionospheric point (SIP), a projection of an ionospheric piercing point to the earth's surface. In this paper we assumed H_{ion} as 250 km.

[9] Low elevation angles tend to enlarge the horizontal extent of the ionospheric region represented by one measurement. Therefore, here, we used only data with elevations higher than 10° . We converted the slant TEC to vertical TEC by using the known Klobuchar's formula [Klobuchar, 1986].

3. Coseismic Ionospheric Perturbations Caused by the Tohoku-oki Earthquake. First Arrivals of CID

[10] During the time of the earthquake, 10 GPS satellites were visible from the GPS receivers of the GEONET. TEC behavior during and shortly after the Tohoku-oki earthquake can be seen from a 1 s movie available as supporting information. The main aim of this paper, however, is to analyze the CID features in the near-field of the epicenter. Therefore, here we will focus on data of those satellites whose sounding points were in the vicinity of the focal region during the time of the earthquake, they are: PRN26, PRN05, and PRN27. Results from 1 Hz TEC measurements by satellite PRN 26 that crossed the epicentral area during the time of the quake were discussed in detail by Astafyeva et al. [2011]. In this section, we analyze the near-epicenter data of two other GPS satellites—PRN05 and PRN27.

[11] Figure 1 provides general information about the Tohoku-oki earthquake and the geometry of GPS sounding by these two satellites. As one can see, the CIDs were generated by a large area of coseismic vertical displacement with dimensions $\sim 250 \times 100$ km. The maximum uplift (hereafter, the

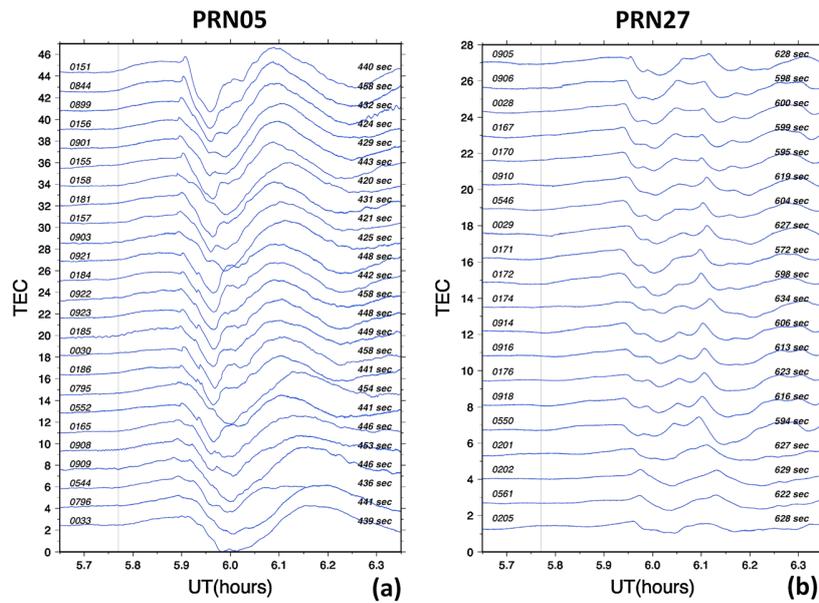


Figure 2. TEC variations registered by satellites (a) PRN05 and (b) PRN27. The time of the earthquake 05:46:23 UT is shown by thin vertical line. Names of GPS receivers are indicated on the left side of the panels, and on the right side, the perturbation arrival time is shown in seconds after the earthquake.

seismic source) was located ~ 150 km east-southeast from the epicenter and reached ~ 8 m of height [Figure 1a, Figure 5, and e.g., *Simons et al.*, 2011]. For our analysis, we used data from GPS receivers in the northern Honshu and Hokkaido regions of Japan. SIPs of these receivers and PRN05 at height of 250 km provided information on the CID on east-southeast from the area of the coseismic uplift (Figures 1a and 1b). In addition, data from GPS receivers of middle Honshu and PRN27 showed arrival of CID in the Tohoku region of Japan (Figures 1a and 1c).

[12] TEC perturbations registered by PRN05 in the near-field of the focal region are shown in Figure 2a. The ionospheric response to the quake starts as a small TEC increase of ~ 0.3 TECU at ~ 5.9 UT. By 5.97–6.0 UT, we observe a huge TEC depletion of ~ 4 TECU, and by 6.12–6.15 UT, the TEC recovers to its initial value. Overall, the TEC signal is superposed, in response to the complexity of the seismic source.

[13] The very first arrival of perturbation was recorded by GPS station 0158 at 05:52:00 UT, i.e., 420 s after the time of earthquake, at point with coordinates 37.320°N ; 145.640°E (Figure 1b and Table 1). Within the next 12 s, the ionospheric arrivals points cover an area ($\sim 37.1^{\circ}\text{N}$ – 37.45°N ; 144.6°N – 145.6°N). Sixteen seconds after the first arrival, at 05:52:16 UT, the CID was registered by station 0544 at point with coordinates (36.363°N ; 144.274°E), that is ~ 150 km on the southwest from the point of the first arrival at SIP of station 0158 (Figure 1b and Table 1). We further observe development of a small “southern region” of first arrivals within the area (36.1°N – 36.6°N ; 144.2°E – 145.6°E). Overall, within the first 40 s, the ionospheric points imaged a quasi-rectangular area ($\sim 36.1^{\circ}\text{N}$ – 37.8°N ; 144.0°N – 145.6°N), which included both the northern and southern areas of the first arrivals. Figure 1b shows that the source position imaged by the ionospheric points is located on the south-southeast from the maximum of the coseismic uplift.

[14] To better understand the generation and evolution of the perturbation, we estimated the horizontal velocity and direction of CID propagation. These dynamical characteristics can be calculated from the data of the time and the coordinates of CID first arrivals by use of GPS arrays method

Table 1. Parameters of CID Onsets as Registered by Satellite PRN05 (First 38 s)

GPS Site	Arrival Time (hh:mm:ss)	Seconds After the Quake	Lon($^{\circ}\text{E}$), Lat($^{\circ}\text{N}$) of Sub-ionospheric Point (SIP)
0158	05:52:00	420	145.640 37.320
0157	05:52:01	421	145.092 37.207
0156	05:52:04	424	145.489 37.407
0903	05:52:05	425	145.433 37.195
0901	05:52:09	429	145.341 37.394
0181	05:52:11	431	144.690 37.214
0899	05:52:12	432	145.164 37.448
0544	05:52:16	436	144.274 36.363
0902	05:52:17	437	145.009 37.237
0033	05:52:19	439	144.277 35.829
0151	05:52:20	440	144.846 37.829
0186	05:52:21	441	144.277 36.853
0552	05:52:21	441	144.190 36.755
0796	05:52:21	441	144.885 36.165
0184	05:52:22	442	144.251 37.122
0155	05:52:23	443	144.727 37.374
0165	05:52:26	446	144.940 36.663
0909	05:52:26	446	145.185 36.463
0921	05:52:28	448	144.251 37.194
0923	05:52:28	448	144.200 36.985
0185	05:52:29	449	144.515 36.914
0924	05:52:32	452	144.615 36.841
0908	05:52:32	453	144.816 36.527
0795	05:52:34	454	145.367 36.800
0189	05:52:37	457	144.449 36.504
0844	05:52:38	458	144.976 37.463
0922	05:52:38	458	144.552 37.057
0030	05:52:38	458	144.000 36.854

Table 2. Parameters of CID Onsets as Registered by Satellite PRN27 (First 70 s)

GPS Site	Arrival Time (hh:mm:ss)	Seconds After the Quake	Lon(°E), Lat(°N) of SIP
0171	05:55:55	572	141.509 38.698
0550	05:56:17	594	141.288 38.018
0170	05:56:18	595	141.567 38.923
0906	05:56:21	598	141.728 39.385
0172	05:56:21	598	141.355 38.591
0167	05:56:22	599	141.715 39.119
0028	05:56:23	600	141.700 39.228
0546	05:56:26	604	141.358 38.821
0914	05:56:28	606	141.116 38.441
0916	05:56:33	613	140.968 38.365
0918	05:56:35	615	141.105 38.223
0910	05:56:39	619	141.110 38.913
0561	05:56:42	622	140.002 37.193
0176	05:56:43	623	140.957 38.253
0029	05:56:47	627	141.010 38.797
0201	05:56:47	627	140.589 37.324
0205	05:56:48	628	140.502 37.101
0905	05:56:48	628	141.441 39.615
0202	05:56:49	629	139.943 37.330
0174	05:56:54	634	140.631 38.455
0907	05:56:58	638	141.220 39.303
0581	05:57:02	642	140.349 36.551

[GPS-D1 method, e.g., *Afraimovich et al.*, 2001; *Rolland et al.*, 2010]. Considering each registration point as a receiving antenna, it is possible to compose multiple three-point arrays of such antennas. Further, from the relative delay of CID arrival at the three points of each GPS array, we calculate the horizontal projection of the phase velocity as well as the azimuth of CID wave vector. As a result, this method allows to estimate the dynamical parameters upon propagation of a perturbation from one point to another throughout the whole area.

[15] Our calculations show that from the very first arrival point, the perturbation first propagated northwestward (340° of azimuth with respect to the epicenter, counted due North) with a velocity of 3.3 km/s. Within the southern source region, the perturbation propagated first southward and then southwestward with averaged velocity ~ 3.5 km/s. Both the velocity values and the bilateral north-south propagation from the first arrival points make us presume that within this first detection area we observe propagation of the seismic rupture. Further, from this ionospheric “source region,” the perturbation propagated radially at averaged speed of 2.0–2.2 km/s and slowed down to 1.3–1.5 km/s when farther from the source. These velocity values are in agreement with those calculated from measurements by PRN 26 [*Astafyeva et al.*, 2011].

[16] TEC response to the Tohoku-oki earthquake as registered by PRN27 is shown in Figure 2b. The waveform of the coseismic variations differs from those by PRN26 and PRN05. This is likely related to different geometry of GPS sounding. Indeed, the sounding points and LOS of PRN27 did not cross the ionosphere above the area of the seismic source, and elevation angles during the earthquake were high and close to zenith, showing the SIP just above the GPS stations (Figures 1a and 1c). As a result, PRN27 only detected the arrival of CID on the east coast of Honshu, which is ~ 250 km from the epicentral area, but not the primary acoustic waves (PAW) emitted by the focal regions. Besides, the directivity effects due to the geomagnetic field and satellites

observation geometry may play an important role in the observed amplitude and waveform of CID [e.g., *Heki and Ping*, 2005; *Rolland et al.*, 2011a; *Rolland et al.*, 2013]. Propagation of ionospheric disturbances is favorable in the directions where the acoustic rays are parallel to the magnetic field lines, i.e., equatorward whereas they are strongly attenuated in the perpendicular directions.

[17] According to the TEC measurements from PRN27, coseismic ionospheric perturbations reached the eastern coast of Honshu in the time range from 05:55:55 UT to 05:56:23 UT (572 to 600 s after the quake, Table 2). Note that these first arrivals appeared and distributed exactly along the rupture zone (Figure 1c); this may denote implicitly the longitudinal dimension of the seismic fault, though that the direct detection of PAW was not possible with this GPS satellite. According to our estimations, the CID on the east coast of Honshu with horizontal velocity 1–1.4 km/s corresponds to the range of acoustic and shock-acoustic waves at the ionospheric heights. Then, from the region of the first arrivals, the CID further propagates radially with horizontal velocity of 1.5–1.8 km/s that corresponds to the velocity of propagation ionospheric perturbations and is in agreement with our calculations for the other two satellites. Thus, even if the observed superposed TEC signal consists obviously of several components, the measurements of PRN27 cannot be used in the same manner as PRN26 and PRN05 for detection of seismic parameters of the fault. In the case of PRN27, the first arrivals of CIDs, most likely, correspond to propagating acoustic-gravity waves and propagating Rayleigh surface waves instead of subvertical PAW arrived directly from below from the focal regions, as it was in the case of PRN05 and PRN26.

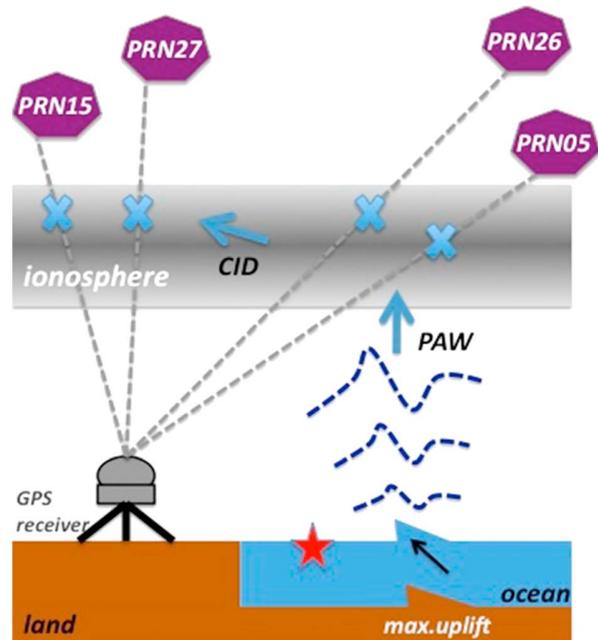


Figure 3. Scheme showing the detection of primary acoustic waves (PAW) and of the coseismic ionospheric disturbances (CID), on the example of GPS sounding by satellites PRN15, PRN27, PRN26, and PRN05 during the Tohoku-oki earthquake.

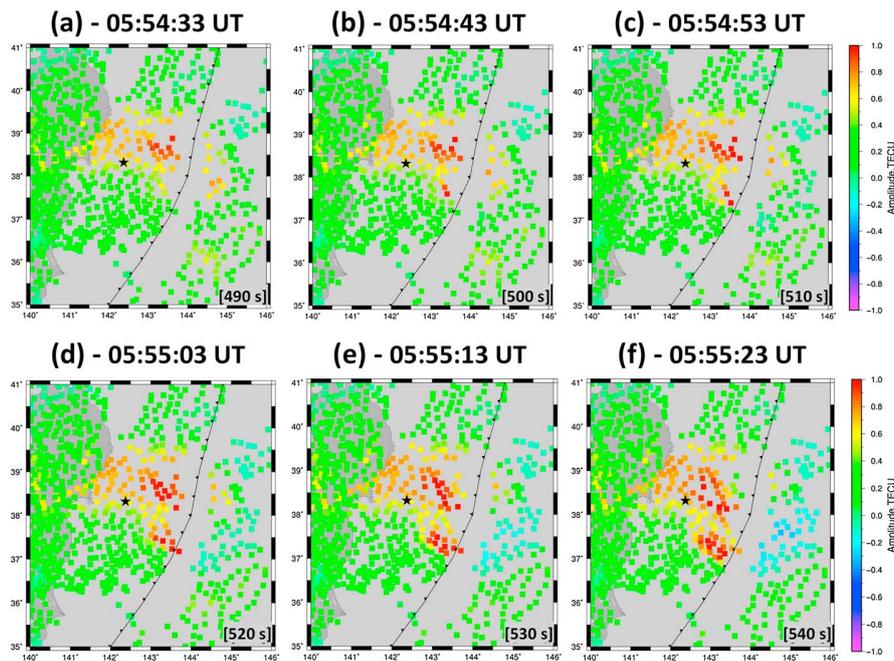


Figure 4. Ten second snapshots of TEC perturbations above the near-epicentral region of the 11 March 2011 Tohoku-oki earthquake. The Universal Time (hh:mm:ss) of the epochs is shown on the top of each panel, the corresponding time in seconds after the quake—in the bottom right corner of each panel. Colored squares correspond to IPP between GPS satellite and GPS receiver, color indicates TEC value, and the color scale is shown on the right. Black star indicates the epicenter of the Tohoku-oki earthquake, and black line-triangle curve shows the position of the Japan trench.

[18] Similar situation was observed in TEC data of PRN15 (not shown) and other satellites that were visible during the time of earthquake (PRN09, PRN12, PRN18, PRN21, PRN22). The other satellites were only able to register propagation of CID, but not PAW. Our results lead us to conclusion that only observations of those satellites and GPS receivers whose LOS cross the seismic region, and detect the PAW, can be successfully used for imaging the spatial extension of the seismic source during earthquakes (Figure 3).

4. Multiple-Segment Structure of Seismic Fault as Seen From the Ionospheric TEC

[19] Previously, we have determined the first arrivals of CID from the high-rate TEC data series—the moment of sudden TEC increase. Such analysis allowed us to detect “ionospheric” the information on the seismic fault ruptured in the Tohoku-oki earthquake, its location and dimensions. In addition, analysis of the first arrivals from PRN05 indicated possible occurrence of two segments within the source region. Let us now examine the near-field TEC signals in more details.

[20] The animation (available as supporting information) depicts 1 Hz GPS measurements performed by the GEONET and all visible satellites during and shortly after the Tohoku-oki earthquake (first 1000 s after the onset of the quake at 5:46:23 UT). The perturbation starts to be visible as the TEC increases about 300 s after the quake on the north-east from the epicenter. The coseismic TEC perturbation reaches its maximum by 5:53:00 UT (480 s after the quake) on the north-east from the epicenter. It should be noted that the areas

of the TEC increase at the animation may not correspond to the ionospheric images of the seismic fault that we have obtained previously from our analysis of the first arrivals. The first appearance of the perturbation within the animation corresponds to TEC with larger amplitudes, which may be introduced by a filtering effect, whereas Figures 1b and 1c show ionospheric points at sudden TEC increase, i.e., arrivals of the perturbation. We also note here that the first arrivals were calculated from nonfiltered data.

[21] Starting from 05:53:17 UT (497 s after the quake), one may see the second peak rising around the region with coordinates (37.5°N; 143.4°E). Such two-segment structure continues to develop for the next 20 s, before it starts to propagate southward-southwestward (Figure 4). By 05:56:08 UT (583 s after the quake), the two segments merge and the perturbation further propagates southwestward. We consider that this two-segment TEC perturbation might indicate two large and strong focal regions, ruptured during the Tohoku-oki earthquake.

[22] Indeed, as was mentioned before, the near-field coseismic TEC signal consisted of several superposed components, which signify that the forcing from below involved perturbing by numerous “subuplifts”. Thus, in the case of the 2004 Sumatra-Andaman earthquake, *Heki et al.* [2006] used data from GPS receivers in Indonesia and Thailand to show that multiple peaks in the coseismic TEC variations were caused by eight-segment structure of the ~1300 km seismic fault ruptured in the Great Sumatran Earthquake.

[23] The coseismic slip due to 11 March 2011 Tohoku earthquake extended approximately 400 km along the Japan trench and ruptured a 150 km wide megathrust fault. Numerous estimates of coseismic slip distribution using seismic, geodetic,

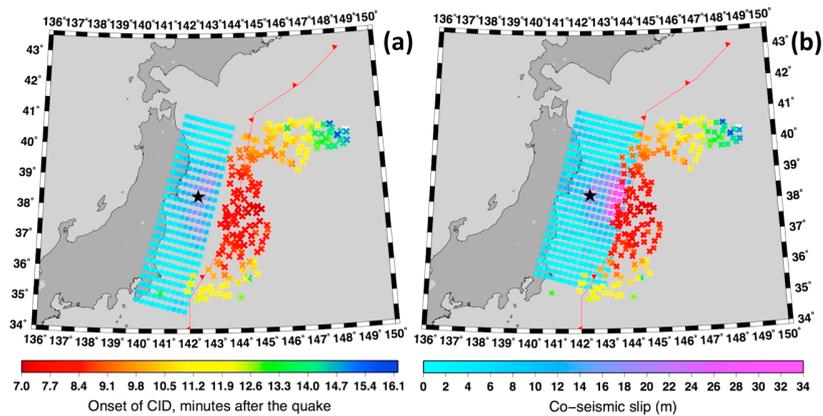


Figure 5. Ionospheric images of seismic source as deduced from ionospheric TEC measurements of PRN05 at altitude $H_{\text{ion}} = 200$ km (colored crosses) and the coseismic slip distribution as calculated by the USGS (<http://earthquake.usgs.gov>), (a) the initial and (b) the updated versions of model (colored squares). The scales on the bottom are correct for the both panels.

and tsunami observations vary significantly in the placement of slip, especially in the vicinity of the Japan trench [Lay *et al.*, 2011]. Various modeling approaches as well as different data sets result in values of coseismic slip from 8 to 69 m [e.g., Hayes, 2011; Lay *et al.*, 2011; Simons *et al.*, 2011; Hooper *et al.*, 2013]. Also, the location of the maximum of the coseismic slip and uplift varies with model as well: from the epicenter to ~ 20 – 30 km west from the Japan trench. Meanwhile, some models show multisegment structure of the seismic fault ruptured at the Tohoku-oki earthquake [e.g., Simons *et al.*, 2011; Romano *et al.*, 2012]. Then, considering that each segment generates acoustic waves that further propagate directly upward in the upper atmosphere, we can expect that each peak in TEC variations will correspond then to direct forcing from a certain segment.

5. Discussion and Conclusion

[24] In this study, we used 1 Hz GPS TEC measurements from the Japanese GPS network GEONET to perform a detailed analysis of spatiotemporal features of ionospheric perturbations that followed the great Tohoku-oki earthquake. High precision GPS data from several satellites allowed for the first time to determine a criterion of a successful detection of a seismic fault slip from ionospheric TEC measurements: the detection of the PAW directly propagating from the seismic fault seems to be the guarantee of the “correct” imaging of the spatial extensions of the seismic source from the ionosphere. We also show that, besides the seismic fault extension, in some cases, a multisegmental structure of a seismic source is visible from the ionosphere. It should be emphasized that one of the greatest advantages of the ionospheric monitoring for the determination of seismic parameters is timing, as it only takes a few minutes for acoustic waves to reach the ionosphere, where we can detect the perturbations. In the case of the Tohoku-oki earthquake, it was possible to estimate the scales and structure of the seismic fault within 7–8 min after the quake, which was ~ 17 min before the tsunami arrival on the earthen coast of Honshu.

[25] Besides the timing, the correct localization of the seismic source seems to be of highest importance as it allows to

estimate a tsunami arrival time on the coast line. Our results show that the area of the maximum uplift was located on the east from the epicenter, which is in agreement with an updated USGS NEIC finite fault slip model that was released only 3 days after the Tohoku-oki earthquake (Figure 5b). In the meantime, the preliminary model, generated within the first 7 h of the earthquake time, indicated that the event ruptured a fault up to 300 km long, roughly centered on the earthquake hypocenter [Hayes, 2011; Figure 5a]. Thus, 1 Hz ionospheric TEC measurements proved to be very useful in rapid determining of parameters of seismic source parameters.

[26] Our case study shows that, during the time of the Tohoku-oki earthquake, only two GPS satellites (PRN26 and PRN05) out of 10 were capable of showing the ionospheric images of the seismic fault slip. In both cases, the source area with dimensions $\sim 2^\circ$ of latitude \times $\sim 1.5^\circ$ of longitude was imaged during 40–45 s after the first arrival of CID. At the same time, the ionospherically detected location of the source area differed depending on satellite. Measurements from PRN26 imaged a region with coordinates (37.39°N – 39.28°N ; 142.8°E – 143.73°E) which collocated with the maximum of coseismic crustal displacements [Astafyeva *et al.*, 2011; Hayes, 2011; Simons *et al.*, 2011]. Measurements from PRN05 imaged an area (36.1°N – 37.8°N ; 144.0°E – 145.6°E) that differed from the image by PRN26 and was “shifted” comparing to the position of the seismic source on the ground (Figure 1b). The difference between the images by these two satellites is linked, first, to different geometry of GPS sounding. Considering the registration height $H_{\text{ion}} = 250$ km, during the time of the earthquake the sounding points of PRN26 crossed the area of seismic source, whereas those of PRN05 were located on the south-east from the fault region (Figure 1a). Consequently, PRN26 showed the source location just above the fault, while PRN05 showed the CID’s source on the southeast from the fault.

[27] It is known that the main disadvantage of the GPS sounding is the impossibility to determine the exact altitude of occurrence of observed ionospheric perturbations. Moreover, the registration height along with the elevation angles is the decisive parameter for estimation of the coordinates of the ionospheric registration points. Therefore, changing the height

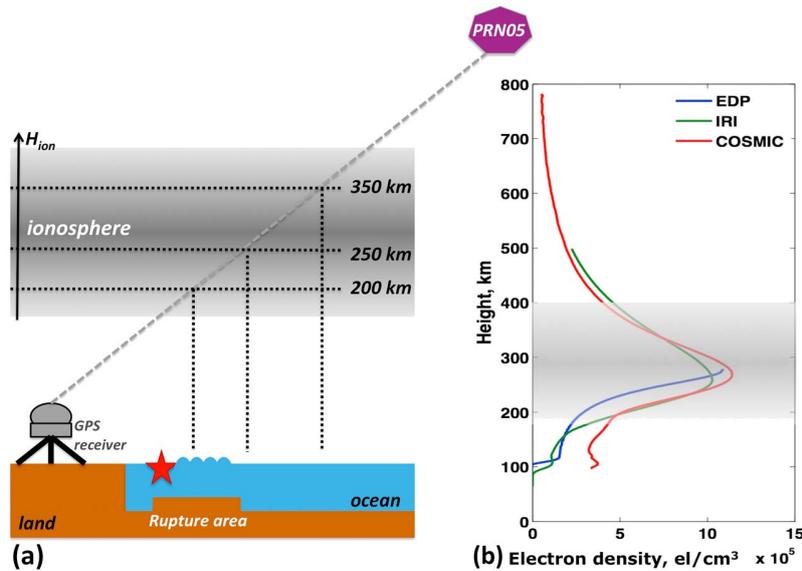


Figure 6. (a) Scheme demonstrating changes of geographic location of ionospheric sounding points depending on the altitude of the GPS registration H_{ion} . (b) Electron density profiles measured at the time of the earthquake on 11 March 2011 by the COSMIC-2 satellite (red curve) and by Kokubunji ionosonde (35.7°N; 139.5°E) from EDP-files provided by National Geophysics Data Center on their web-server <http://ngdc.noaa.gov/ionosonde/data/> (blue curve). Green curve corresponds to electron density profile as deduced from the IRI -2007 model [Bilitza and Reinisch, 2008].

of registration will change the coordinates of the SIP and, in our case, consequently, will change the position of the ionospherically detected seismic source, as schematically shown in Figure 6a. Thus, in the case of PRN05, lowering the height H_{ion} from 250 km to 200 km would shift the position of the seismic fault northwestward by $\sim 0.8^\circ$ of latitude and $\sim 1.4^\circ$ of longitude, i.e., toward the region of maximum of coseismic uplift, which gives a better agreement with the seismological models (Figure 5). However, a question may be raised whether lowering the height H_{ion} does not contradict the ionosphere physics. It is generally considered that the main contribution to TEC perturbations occurs around the maximum of the ionospheric F2 layer, so that the relative contribution of the perturbation to the background TEC level does not exceed, depending on geophysical conditions, 5–40% (as known from experimental studies). Correspondingly, lowering or, on the contrary, uplifting the ionospheric registration height would significantly increase the relative contribution of a perturbation, which is much less probable than the detection of perturbations of smaller amplitudes but at the maximum ionization height. According to data from Kokubunji ionosonde (35.7°N; 139.5°E) in Japan (<http://ngdc.noaa.gov/ionosonde/data/>), from the COSMIC satellite and the IRI-2007 model (Figure 6b), during the time of the Tohoku-oki earthquake the maximum ionization occurred around 280 km; at the same time, the data show the presence of the sporadic Es-layer around 100–120 km [Figure 6b and Maruyama *et al.*, 2012]. Considering also lower elevation angles for PRN05, we are inclined to presume that in the case of PRN05, there was a possibility to detect the coseismic perturbations below 250 km.

[28] Such presumption is also in line with extremely early arrivals of CID as detected by PRN05. The first arrival of perturbations recorded by PRN26 is 464 s, which means very fast, nearly supersonic vertical propagation of CID till the

altitude of 250 km as discussed by Astafyeva *et al.* [2011]. PRN05 recorded the first arrival 420 s after the earthquake, that is 44 s less than in the case of PRN26, and that would give even faster propagation of acoustic waves. Besides, it should be pointed out that the arrival time is calculated from the moment of the quake at 05:46:23 UT, while the process of 100–120 km rupture during the Tohoku-oki earthquake took at least 46 s. In addition to that, the GPS time is not perturbed since 0 h of 6 January 1980 and, consequently, leap seconds GPS is now ahead of UTC by 16 s. Therefore, strictly speaking, the “real” first arrival time of CID might be even less than 420 s (for PRN05). In this case, lower registration height means lesser velocity of vertical propagation, though it remains very close to supersonic velocities.

[29] Our results from PRN05 and PRN26 show that, within the source region, the perturbation propagation speed was 2.7–3.3 km/s that, most likely, indicates seismic rupture propagation. Further, from the ionospheric source region, the perturbation propagated with horizontal velocity of 1.3–1.5 km/s, which is in agreement with previous estimations of velocity of CID propagation in the near-field of the seismic source [e.g., Heki and Ping, 2005; Astafyeva and Heki, 2009; Astafyeva *et al.*, 2009; Rolland *et al.*, 2011a; Liu *et al.*, 2011]. It should be noted that this value exceeds by far the speed of acoustic waves in the ionosphere, which is less than 1000 m/s at 400 km of altitude. On this matter, we can propose two main explanations: (1) we observe shock-acoustic waves traveling at supersonic speed, as was discussed above; or, (2) we actually observe propagation of seismic waves trapped in water, which are known to travel at 1450 m/s.

[30] In order to test the latter hypothesis, we performed 2D simulations of CID propagation after the Tohoku-oki earthquake. These simulations are performed with the spectral element method. A detailed explanation of the resolution of

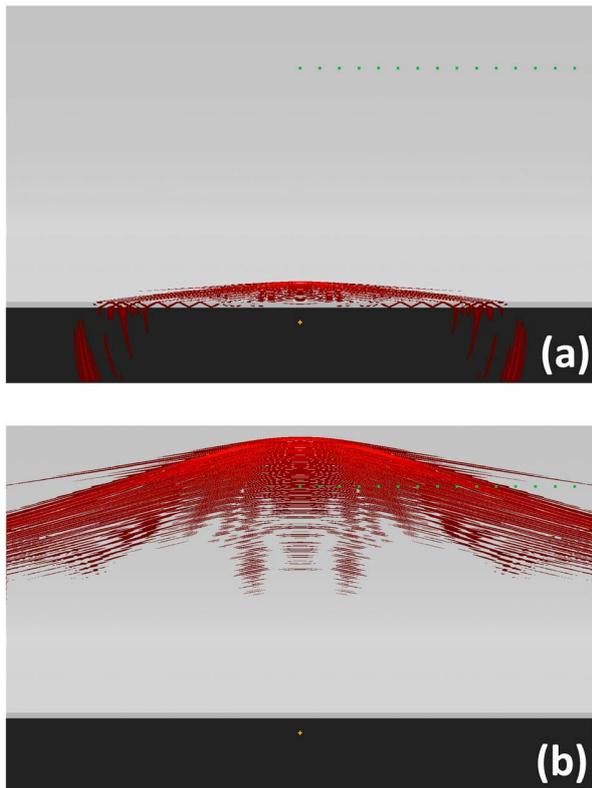


Figure 7. (a) Acoustic waves generated from an isotropic source located at depth of 19.5 km (orange cross), 100 s after the source reference time (the time of the earthquake, 05:46:23 UT). P velocities for the liquid and solid part are, respectively, 1.45 km/s and 5.8 km/s, while the shear velocity for the solid part is 3.2 km/s. The sound speeds in the atmosphere are those provided by model MSISE-00 [Picone *et al.*, 2002]. The trapped waves in the ocean are clearly visible on both sides and are those generating the acoustic wave above the ocean. (b) Same simulation but for the moment 750 s after the quake. The acoustic waves have reached an altitude of 300 km. Note a slight increase of the wavelength, associated to the larger sound speeds at this altitude. The wavefronts on both sides are those directly associated to the ocean reverberation and have therefore the same horizontal phase velocity, as most of the propagation in the ionosphere there is done with subvertical direction.

the coupled fluid-solid problem can be found in Komatitsch and Tromp [1999, 2002], Chaljub and Valette [2004], and Chaljub *et al.* [2007]. We used quadrilateral meshes, with Gauss-Legendre-Lobatto points and, for time discretization, we used finite difference scheme of Newmark of order 2. While the detailed results will be presented in a future paper (Khelifi *et al.*, in preparation), Figure 7 demonstrates that the first arrival at distances not directly above the rupture zone may be, indeed, associated to the waves trapped in the ocean, which at ionospheric height appears as a head wave wavefront with a horizontal apparent speed directly associated to the horizontal speed of the waves trapped in the oceanic waveguide.

[31] Our results show that coseismic TEC variations recorded by satellites PRN27, PRN15, PRN09, PRN12, PRN18, PRN21, and PRN22 were not useful for imaging of the

seismic fault ruptured in the Tohoku-oki earthquake from the ionosphere. Analysis of geometry of GPS sounding for these satellites presents that they only could register propagation of coseismic perturbation, but not direct PAW, as in the case of PRN05 and PRN26. Apparently, ionospheric GPS detection of the seismic source is only possible from observations of those satellites and GPS receivers whose LOS cross the ionosphere above the seismic region, as shown in Figure 3.

[32] Thus, despite the uncertainties in location provided by the GPS sounding, our work demonstrates that GPS TEC measurements can be used for ionospheric detection of parameters of a seismic fault and rupture. And, therefore, ionospheric GPS measurements can be used for short-term tsunami warnings, either additionally to the currently working systems, or independent ionospheric based system might be developed in the future. Concerning the existing tsunami tracking methods, they nowadays rely on use of multiple instruments, such as seismometers, seafloor barometers, pressure gauges, ultrasonic wave gauges, moored GPS-mounted buoys, DART buoys, etc. Though that it works mostly fine for smaller events, such modern multiinstrumental approach proved to be able to fail under special circumstances as the M9.0 Tohoku-oki earthquake. When such a large quake occurs, the seismological data become saturated, which does not allow to estimate correctly the earthquake's magnitude in short delays. Consequently, the expected tsunami wave heights can be underestimated, which may significantly increase a number of fatalities. Thus, in the case of large earthquakes and in the absence of possibility of near-real-time estimation of the moment magnitude, any additional rapid information on the seismic source is useful as it helps to correctly preview possible consequences of a seismic event. For instance, knowledge of seismic fault dimensions would provide information on the size of the initial displacements of the water column during a seismic event and the following tsunami generation, whereas knowing the position of the peak uplift would allow to approximately estimate the tsunami arrival time. However, undoubtedly, for developing a full method of near-real-time ionospheric detection of seismic/tsunami source, further experimental studies and modeling are necessary.

[33] **Acknowledgments.** This work was initiated under the support of the French National Research Agency (ANR, Project "To EOS" ANR-11-JAPN-008), and was further developed and finalized under the support of the European Research Council under the European Union's Seventh Framework Program/ERC grant agreement n.307998. PL and KK thank the Office of Naval Research (Project "TWIST" N00014130035) for their support. We thank D. Komatitsch for SPECFM implementation and GENCI for the supercomputing supports. LR acknowledges the University of Nice for the support. We thank Geospatial Information Authority of Japan for the data of the GPS Earth Observation Network System (GEONET), National Geophysical Data Center (NGDC) for data of the Kokubunji ionosonde, and COSMIC CDAAC Data Analysis and Archival Center for the data of COSMIC satellite. We thank two reviewers whose comments helped to improve the manuscript. This is IGP contribution 3435.

[34] Robert Lysak thanks David Galvan and Attila Komjathy for their assistance in evaluating this paper.

References

- Afraimovich, E. L., N. P. Perevalova, A. V. Plotnikov, and A. M. Uralov (2001), The shock-acoustic waves generated by the earthquakes, *Ann. Geophys.*, 19(4), 395–409.
- Afraimovich, E., D. Feng, V. Kiryushkin, E. Astafyeva, S. Jin, and V. A. Sankov (2010), TEC response to the 2008 Wenchuan earthquake in comparison with other strong earthquakes, *Int. J. Remote Sens.*, 31(13), 3601–3613, doi:10.1080/01431161003727747.

- Astafyeva, E. I., and E. L. Afraimovich (2006), Long-distance propagation of traveling ionospheric disturbances caused by the great Sumatra-Andaman earthquake on 26 December 2004, *Earth Planets Space*, *58*(N8), 1025–1031.
- Astafyeva, E., and K. Heki (2009), Dependence of waveform of near-field coseismic ionospheric disturbances on focal mechanisms, *Earth Planets Space*, *61*, 939–943.
- Astafyeva, E., K. Heki, V. Kiryushkin, E. L. Afraimovich, and S. Shalimov (2009), Two-mode long-distance propagation of coseismic ionosphere disturbances, *J. Geophys. Res.*, *114*, A10307, doi:10.1029/2008JA013853.
- Astafyeva, E., P. Lognonné, and L. Rolland (2011), First ionosphere images for the seismic slip of the Tohoku-oki earthquake, *Geophys. Res. Lett.*, *38*, L22104, doi:10.1029/2011GL049623.
- Bilitza, D., and B. Reinisch (2008), International Reference Ionosphere 2007: Improvements and new parameters, *Adv. Space Res.*, *42*(4), 599–609, doi:10.1016/j.asr.2007.07.048.
- Calais, E., and J. B. Minster (1995), GPS detection of ionospheric perturbations following the January 17, 1994, Northridge earthquake, *Geophys. Res. Lett.*, *22*, 1045–1048, doi:10.1029/95GL00168.
- Chaljub, E., and B. Valette (2004), Spectral element modelling of three-dimensional wave propagation in a self-gravitating Earth with an arbitrarily stratified outer core, *Geophys. J. Int.*, *158*, 131–141.
- Chaljub, E., D. Komatitsch, J.-P. Vilotte, Y. Capdeville, B. Valette, and G. Festa (2007), Spectral element analysis in seismology, *Adv. Geophys.*, *48*, 365–419.
- Ducic, V., J. Artru, and P. Lognonné (2003), Ionospheric remote sensing of the Denali earthquake Rayleigh waves, *Geophys. Res. Lett.*, *30*(18), 1951, doi:10.1029/2003GL017812.
- Galvan, D., A. Komjathy, M. P. Hickey, P. Stephens, J. Snively, Y. T. Song, M. D. Butala, and A. J. Mannucci (2012), Ionospheric Signatures of Tohoku-Oki Tsunami of March 11, 2011: Model Comparisons Near the Epicenter, *Radio Sci.*, *47*, RS4003, doi:10.1029/2012RS005023.
- Hayes, G. P. (2011), Rapid source characterization of the 03-11-2011 Mw 9.0 Off the Pacific Coast of Tohoku Earthquake, *Earth Planets Space*, *63*(N7), 529–534, doi:10.5047/eps.2011.05.012.
- Heki, K., and J. Ping (2005), Directivity and apparent velocity of the coseismic ionospheric disturbances observed with a dense GPS array, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *236*, 845–855, doi:10.1016/j.epsl.2005.06.010.
- Heki, K., Y. Otsuka, N. Choosakul, N. Hemmakorn, T. Komolmis, and T. Maruyama (2006), Detection of ruptures of Andaman fault segments in the 2004 great Sumatra earthquake with coseismic ionospheric disturbances, *J. Geophys. Res.*, *111*, B09313, doi:10.1029/2005JB004202.
- Hooper, A., J. Pietrzak, W. Simons, H. Cui, R. Riva, M. Naeije, A. Terwisscha van Scheltinga, E. Schrama, G. Stelling, and A. Socquet (2013), Importance of horizontal seafloor motion on tsunami height for the 2011 Mw=9.0 Tohoku-oki earthquake, *Earth Planet. Sci. Lett.*, *361*, 469–479.
- Kherani, E. A., P. Lognonné, N. Kamath, F. Crespon, and R. Garcia (2009), Response of the ionosphere to the seismic triggered acoustic waves: electron density and electromagnetic fluctuations, *Geophys. J. Int.*, *176*, 1–13, doi:10.1111/j.1365-246X.2008.03818.x.
- Kherani, E. A., P. Lognonné, H. Hebert, L. Rolland, E. Astafyeva, G. Occhipinti, P. Coisson, D. Walwer, and E. R. Paula (2012), Modelling of the Total Electronic Content and magnetic field anomalies generated by the 2011 Tohoku-oki tsunami and associated acoustic-gravity waves, *Geophys. J. Int.*, *191*(3), 1049–1066, doi:10.1111/j.1365-246X.2012.05617.x.
- Klobuchar, J. A. (1986), Ionospheric time-delay algorithm for single frequency GPS users, *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, *AES*, *23*(3), 325–331.
- Komatitsch, D., and J. Tromp (1999), Introduction to the spectral-element method for 3-D seismic wave propagation, *Geophys. J. Int.*, *139*(3), 806–822.
- Komatitsch, D., and J. Tromp (2002), Spectral-element simulations of global seismic wave propagation. I Validation, *Geophys. J. Int.*, *149*(2), 390–412.
- Lastovicka, J., J. Base, F. Hruska, J. Chum, T. Šindelářová, J. Horálek, J. Zedník, and V. Krasnov (2010), Simultaneous infrasonic, seismic, magnetic and ionospheric observations in an earthquake epicenter, *J. Atmos. Sol. Terr. Phys.*, *72*, 1231–1240.
- Lay, T., Y. Yamazaki, C. J. Ammon, K. F. Cheung, and H. Kanamori (2011), The 2011 Mw 9.0 off the Pacific coast of Tohoku Earthquake: Comparison of deep-water tsunami signals with finite-fault rupture model predictions, *Earth Planets Space*, *63*, 797–801.
- Liu, J.-Y., C.-H. Chen, C.-H. Lin, H.-F. Tsai, C.-H. Chen, and M. Kamogawa (2011), Ionospheric disturbances triggered by the 11 March 2011 Mw9.0 Tohoku earthquake, *J. Geophys. Res.*, *116*, A06319, doi:10.1029/2011JA016761.
- Lognonné, P., J. Artru, R. Garcia, F. Crespon, V. Ducic, E. Jeansou, G. Occhipinti, J. Helbert, G. Moreaux, and P. Godet (2006), Ground-based GPS imaging of ionospheric post-seismic signal, *Planet. Space Sci.*, *54*, 528–540, doi:10.1016/j.pss.2005.10.021.
- Makela, J. J., et al. (2011), Imaging and modeling the ionospheric airglow response over Hawaii to the tsunami generated by the Tohoku Earthquake of 11 March 2011, *Geophys. Res. Lett.*, *38*, L00G02, doi:10.1029/2011GL047860.
- Maruyama, T., T. Tsugawa, H. Kato, M. Ishii, and M. Nishioka (2012), Rayleigh wave signatures in ionograms induced by strong earthquakes, *J. Geophys. Res.*, *117*, A08306, doi:10.1029/2012JA017952.
- Occhipinti, G., P. Coisson, J. J. Makela, S. Alleyger, A. Kherani, H. Hébert, and P. Lognonné (2011), Three-dimensional numerical modeling of tsunami-related internal gravity waves in the Hawaiian atmosphere, *Earth Planets Space*, *63*, 847–851.
- Occhipinti, G., L. Rolland, P. Lognonné, and S. Watada (2013), From Sumatra 2004 to Tohoku-Oki 2011: the systematic GPS detection of the ionospheric signature induced by tsunamigenic earthquakes, *J. Geophys. Res. Space Physics*, *118*, 3626–3636, doi:10.1002/jgra.50322.
- Okada, Y. (1992), Internal deformation due to shear and tensile faults in a half-space, *Bull. Seismol. Soc. Am.*, *82*, 1018–1040.
- Picone, J. M., A. E. Hedin, D. P. Drob, and A. C. Aikin (2002), NRLMSISE-00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparisons and scientific issues, *J. Geophys. Res.*, *107*(A12), 1468, doi:10.1029/2002JA009430.
- Rolland, L., G. Occhipinti, P. Lognonné, and A. Lovenbruck (2010), Ionospheric gravity waves detected offshore Hawaii after tsunamis, *Geophys. Res. Lett.*, *37*, L17101, doi:10.1029/2010GL0444479.
- Rolland, L., P. Lognonné, and H. Munekane (2011a), Detection and modeling of Rayleigh wave induced patterns in the ionosphere, *J. Geophys. Res.*, *116*, A05320, doi:10.1029/2010JA016060.
- Rolland, L., P. Lognonné, E. Astafyeva, A. Kherani, N. Kobayashi, M. Mann, and H. Munekane (2011b), The resonant response of the ionosphere imaged after the 2011 Tohoku-Oki earthquake, *Earth Planets Space*, *63*(7), 853–857, doi:10.5047/eps.2011.06.020.
- Rolland, L. M., M. Vergnolle, J.-M. Nocquet, A. Sladen, J.-X. Dessa, F. Tavakoli, H. R. Nankali, and F. Cappa (2013), Discriminating the tectonic and non-tectonic contributions in the ionospheric signature of the 2011, Mw7.1, dip-slip Van earthquake, Eastern Turkey, *Geophys. Res. Lett.*, *40*, 2518–2522, doi:10.1002/grl.50544.
- Romano, F., A. Piatanesi, S. Lorito, N. D'Agostino, K. Hirata, S. Atzori, Y. Yamazaki, and M. Cocco (2012), Clues from joint inversion of tsunami and geodetic data of the 2011 Tohoku-oki earthquake, *Sci. Rep.*, *2*, 385, doi:10.1038/srep00385.
- Simons, M., et al. (2011), The 2011 Magnitude 9.0 Tohoku-Oki Earthquake: Mosaicking the Megathrust from Seconds to Centuries, *Science*, *332*(6036), 1421–1425, doi:10.1126/science.120673.

SIMULATION DE PROPAGATION DES SIGNAUX IONOSPHERIQUES EN 3D

5

SOMMAIRE

5.1	DÉSCRIPTION GÉNÉRALE DU MODÈLE	121
5.1.1	Bathymétrie	124
5.2	MAILLAGE ET LE CRITÈRE DE DISPERSION DES SIMULATIONS NUMÉRIQUES	124
5.3	SIMULATIONS NUMÉRIQUE	125
5.3.1	Modèle a source simple	125
5.3.2	TEC pour source CMT simple	125
5.3.3	Modèle à source étendue	128

Nous avons vu dans le chapitre précédent (4), les différentes simulations en 2D. Nous utiliserons ces résultats comme une validation pour les simulations de ce chapitre. Dans ce chapitre nous verrons en détail des simulations tridimensionnelles réalisées à l'aide du calculateur de Curie (CEA), où nous avons intégré un modèle plus réaliste en 3D, avec la bathymétrie réelle du plancher océanique dans la région de Tohoku (côte Est du Japon). Pour cela nous avons utilisé le maillage régulier à l'aide d'un maillage interne réalisé par SPECFEM_{3D}, et nous avons utilisé aussi l'approximation gravito-acoustique déjà validé dans le chapitre 3. Nous avons aussi utilisé le modèle atmosphérique de densité et de vitesse acoustique NRLMSISE-00, le modèle magnétique IGRF, ainsi que le modèle de densité ionique IRI dans le couplage des neutres avec le plasma ionosphérique. Dans ce travail nous avons aussi analysé l'effet de la viscosité, que nous avons utilisé pour évaluer l'atténuation des ondes des neutres dans l'atmosphère. Dans ce chapitre nous étudions la variation du contenu total d'électrons et l'apparition du trou ionosphérique à travers la variation de plusieurs facteurs : la magnitude, les effets dûs à la source sismique, et la viscosité. Nous comparerons les effets dûs à une source point et à une source étendue, nous calculerons vers la fin le contenu total d'électron en champ proche, au-dessus de la région de Tohoku pour deux événements qui se sont produits le 09 mars 2011 à 02 : 45 : 20 UT et le 11 mars 2011 à 05 : 46 : 24 UT, afin de déterminer la dépendance du trou ionosphérique par rapport aux autres paramètres étudiés dans cette thèse (e.g la magnitude, le modèle

de source et les effets de la non-linéarité). Vers la fin, nous comparerons les résultats de nos simulations avec les données réelles pour le séisme de magnitude de 9.0. La plus grande partie de ce chapitre sera présenté sous forme d'un draft pour un article scientifique qui est en voie de soumission au journal **JGR**.

5.1 DESCRIPTION GÉNÉRALE DU MODÈLE

Comme déjà cité dans l'introduction de ce chapitre, nous examinerons l'évolution du trou ionosphérique, en fonction de la magnitude de séisme. Nous avons choisi d'examiner deux séismes, qui se sont produits dans la région de Tohoku, presque au même endroit et avec des magnitudes différentes. On résume le détail des deux séismes dans le tableau suivant (5.1)

Event	Lat (deg)	Lon (deg)	Depth (KM)	Mw	UT	Date
usb0001r57	38.440°N	142.840°E	32KM	7.3	02 : 45	09/03/2011
usc0001xgp	38.297°N	142.372°E	30KM	9.0	05 : 46	11/03/2011

TABLE 5.1 – Caractéristique des deux séismes de Tohoku, sources : <http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/eqinthenews/2011/>

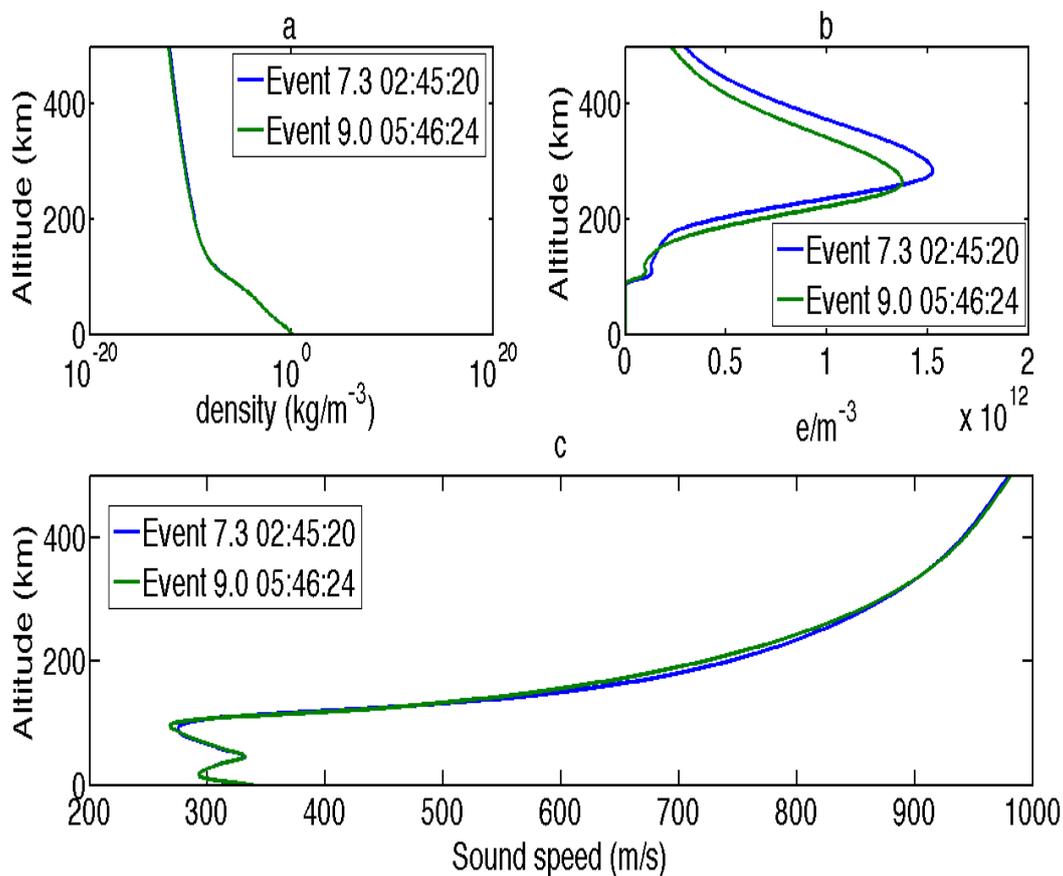


FIGURE 5.1 – Les caractéristiques du modèle atmosphérique pour les deux événements. a-Densité atmosphérique donnée par le modèle NRLMSISE-00. b-Densité électronique donnée par le modèle IRI 2012. c- Vitesse du son atmosphérique donnée par le modèle NRLMSISE-00.

Les deux séismes présentent des caractéristiques atmosphériques similaires en termes de vitesse du son et de densité atmosphérique, ils présentent aussi un profil similaire pour le champ magnétique vertical, voir figure (5.2)

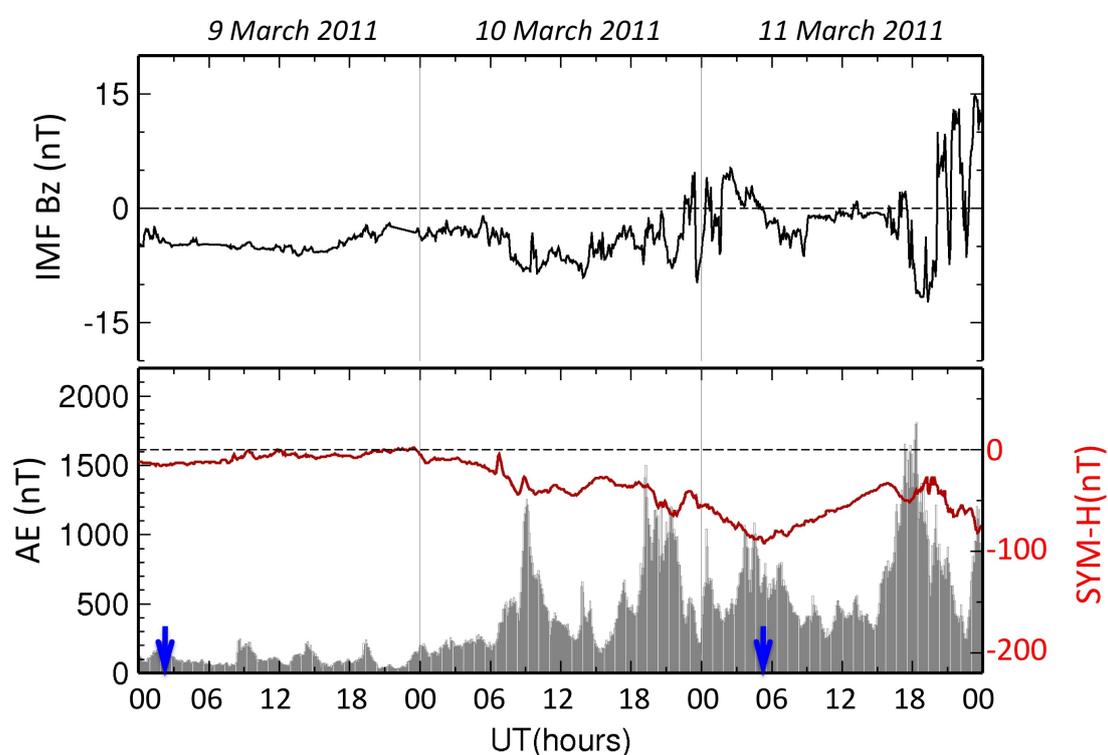


FIGURE 5.2 – En haut la composante Z (verticale) du champ magnétique interplanétaire. En bas en gris, représente l'indice AE (electrojet auroral), en rouge - l'indice de l'activité géomagnétique SYM-H, les deux flèches bleues représentent le début des séismes source : http://omniweb.gsfc.nasa.gov/form/omni_min.html

L'orage magnétique qui s'est produit le 11 mars 2011 a eu une influence importante sur le champ magnétique terrestre, voir (5.2) haut, ce qui explique la déplétion qu'on voit sur la figure du bas sur la tracé rouge qui représente l'activité géomagnétique, cela intervient sur l'ionisation de l'ionosphère, ce qui montre qu'on a une faible ionisation le 11 mars 2011 par rapport au 09 mars 2011.

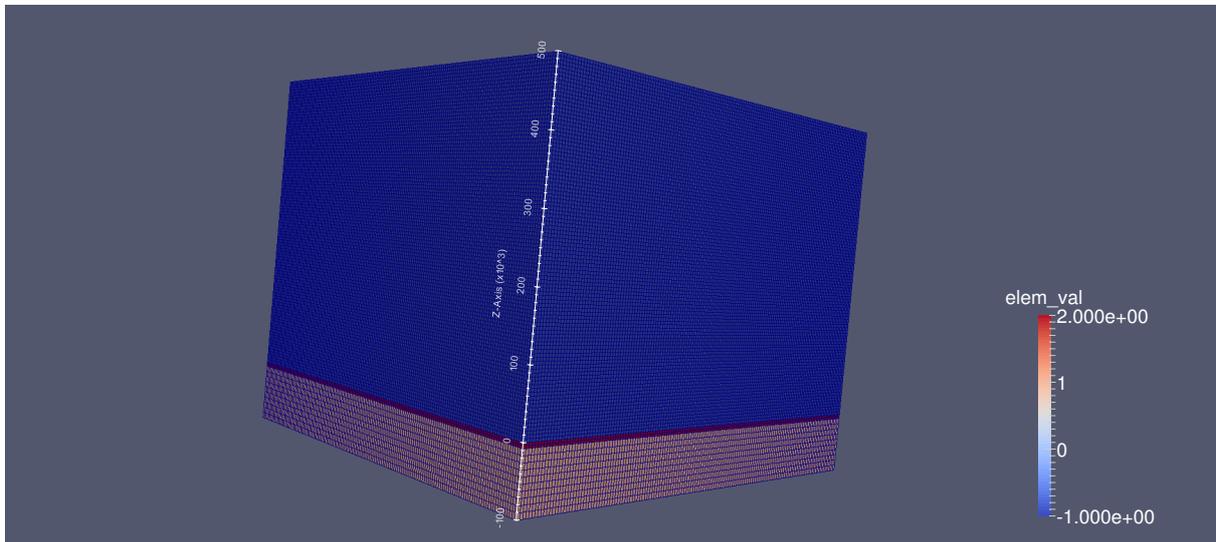


FIGURE 5.3 – Description générale du modèle simulé par SPECFEM3D, la première région en rose est la partie solide qui a une profondeur de 100 km, la partie en rouge foncé représente l'océan d'une profondeur 7.5 km en moyenne et la partie bleue représente l'atmosphère d'une épaisseur de 500 km, la largeur du plan est de 720×720 km

Le modèle de la région étudiée comporte trois milieux de caractéristiques différentes (voir figure (4.1)) : une partie solide qu'on considère homogène (mais modélisée comme un milieu élastique équivalent) pour simuler la croûte terrestre et le plancher océanique dans la région de Tohoku, cette partie est caractérisée par une vitesse des ondes de pression $V_p = 5800$ m/s, une vitesse des ondes de cisaillement $V_s = 3200$ m/s et une densité $\rho = 2600$ kg/m³, elle a 100 km de profondeur et 720 km de largeur. Vient ensuite la partie fluide (modélisée comme un milieu acoustique pure) qui se décompose en deux parties, la première est l'océan, ces caractéristiques sont une vitesse de pression égale à $V_p = 1450$ m/s, une densité de $\rho = 1020$ kg/m³ et une vitesse des ondes de cisaillement $V_s = 0$ m/s, elle a 720×720 km en largeur et sa profondeur varie, selon la bathymétrie de la région (voir la section suivante), la deuxième partie est l'atmosphère, qui représente le volume le plus important environ 83% du volume total pris dans nos simulations, il est caractérisé par les paramètres du modèle NRLMSISE-00 déjà cité dans le chapitre 3, sa largeur est de 720×720 km et sa hauteur égale à 500 km d'altitude.

Tous ces modèles seront maillés avec des éléments hexaèdres 3D. Ce volume doit être maillé de manière à prendre en considération la plus petite demi période de la source CMT qui figure sur la catalogue de l'USGS, <http://earthquake.usgs.gov/archive/product/finite-fault/usp000hvnu/us/1429387782041/web/CMTSOLUTION>. Comme nous devons approcher au mieux la réalité par ces simulations, nous allons focaliser sur les ondes observées, qui ont des demis périodes de 5 s.

5.1.1 Bathymétrie

Les données de la bathymétrie sont prises sur le site <http://www.ngdc.noaa.gov>, pour une grille de $139^{\circ},094$ à $147^{\circ}483$ en longitude, et $34^{\circ},678$ à $41^{\circ},000$ en latitude, l'épaisseur total de la partie solide étant de 100 km, l'insertion de la bathymétrie est essentielle pour bien estimer les amplitudes des neutres

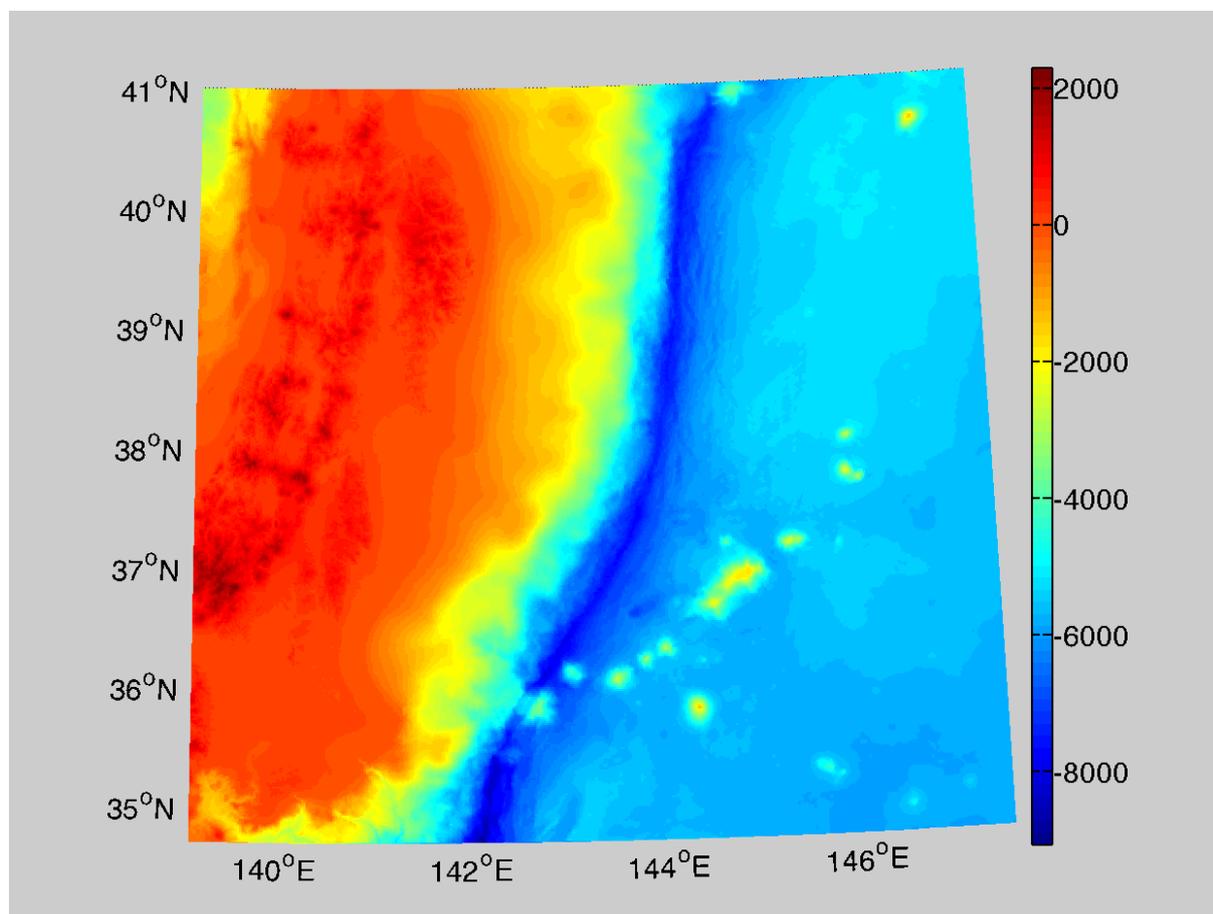


FIGURE 5.4 – Bathymétrie de la région de TOHOKU pour une grille 3D prise entre 34° N et 41° N en latitude et entre 139° E et 147° E en longitude, Ces données sont prise de <http://www.ngdc.noaa.gov>

5.2 MAILLAGE ET LE CRITÈRE DE DISPERSION DES SIMULATIONS NUMÉRIQUES

Comme la densité de l'atmosphère varie d'une manière logarithmique, il est fortement recommandé de choisir un bon maillage qui garantit la stabilité du code et la convergence de la solution numérique vers une solution physique. Dans cette partie, comme on va travailler avec des sources différentes, on va prendre un maillage qui respecte la plus petite période dans la source étendue qui est de 7 s environ. La stabilité sera alors automatiquement vérifiée pour le reste des périodes, dans le modèle de la source étendue ou dans le modèle d'une source simple, tous ces

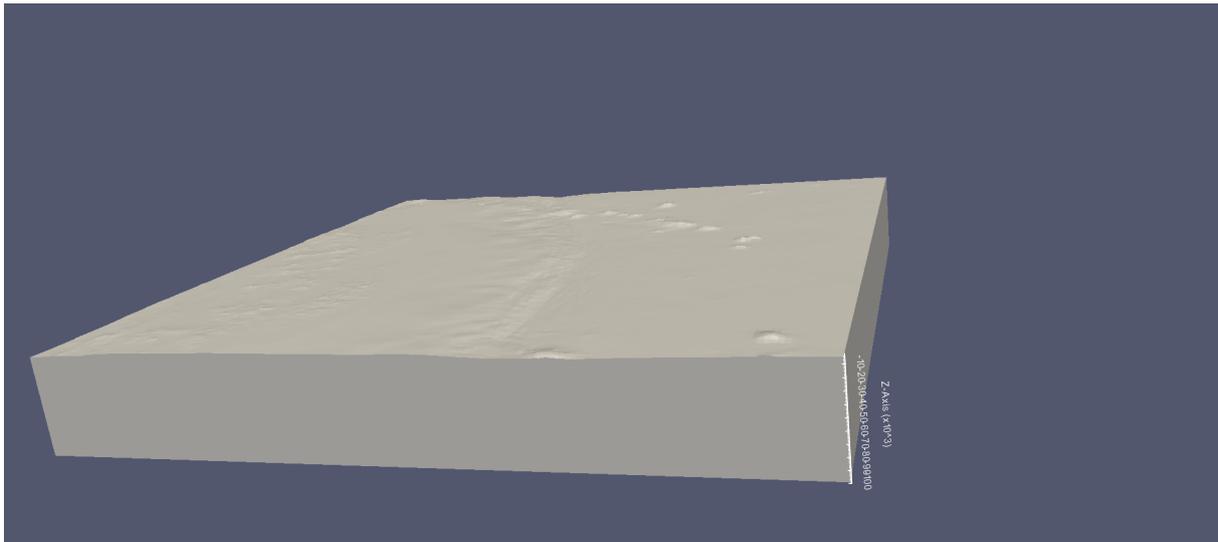


FIGURE 5.5 – Bathymétrie de la région de TOHOKU 3D maillé avec le maillage interne de SPEC3D pour une grille prise entre 34° N et 41° N en latitude et entre 139° E et 147° E en longitude, Ces données sont prise de <http://www.ngdc.noaa.gov>

modèles sont pris dans le catalogues de l'USGS <http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/eqinthenews/2011/usc0001xgp/results/CMTSOLUTION>

5.3 SIMULATIONS NUMÉRIQUE

5.3.1 Modèle a source simple

Le modèle à source simple est un modèle qui utilise une source point CMT, localisée à l'épicentre (38.297° N 142.373° E, et 29.0 km de profondeur) et qui diffuse l'énergie à un instant T donné qui est le déclenchement du séisme. Dans SPEC3D est une gaussienne en fonction du temps. Les caractéristiques de la source CMT simple sont données par le tableau suivant :

5.3.2 TEC pour source CMT simple

Dans cette section, nous représentons le TEC simulé en utilisant une source simple CMT donnée par le tableau 5.2. Le TEC est simulé pour les points ionosphériques (SIP) donnés par les différentes stations représentées par la figure 5.7.

La figure 5.8 représente le TEC simulé par SPEC3D, filtré par la méthode de la moyenne courante "running mean" entre 3 sec et 20 min, pour une source CMT simple, avec l'approximation purement acoustique dans le champ des neutres. On remarque que les temps d'arrivées sont cohérents, mais il n'y a pas de présence de trou ionosphérique. Ce qui explique la nécessité réaliser des simulations avec des sources plus réalistes pour pouvoir approcher au mieux le cas de Tohoku 2011. Le TEC est simulé pour les points ionosphériques (SIP) donné pour les différentes stations représentées par la figure 5.7.

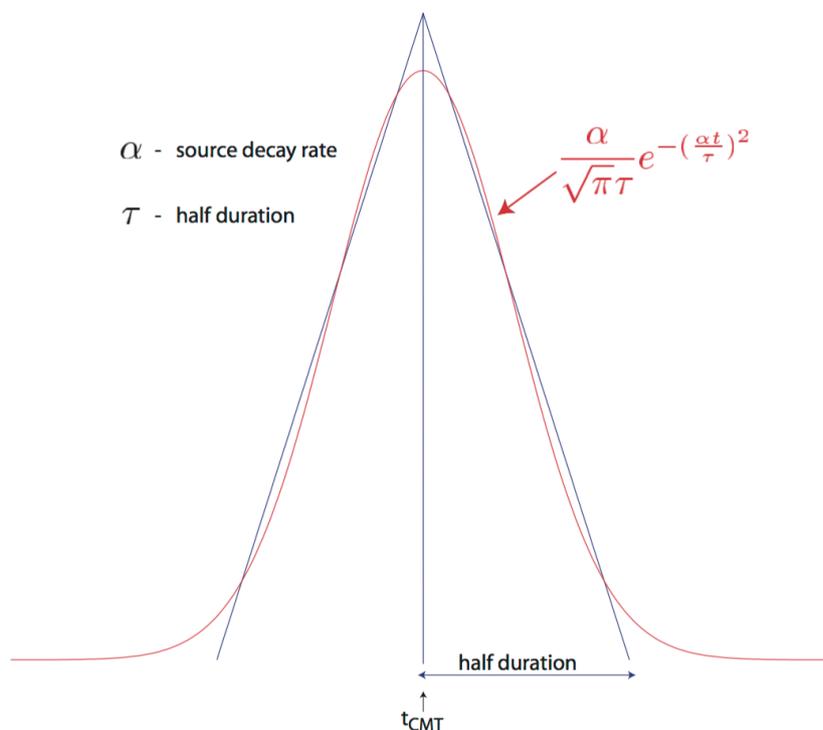


FIGURE 5.6 – Schématisation de la gaussienne prise dans SPECFEM3D, cette figure est prise dans le manuel de SPECFEM3D

PDE 2011 3 11 5 46 23.00	38.3200 142.3700 24.4 9.1 9.1
Event name	201103110546A
Time shift	68.0000 s
Half duration	68.0000 s
Latitude	37.9200°
Longitude	143.1130°
Depth	19.5000 km
M_{rr}	$1.694814 \times 10^{29} \text{ dyn} \times \text{cm}$
M_{tt}	$-1.466407 \times 10^{28} \text{ dyn} \times \text{cm}$
M_{pp}	$-1,548174 \times 10^{29} \text{ dyn} \times \text{cm}$
M_{rt}	$1.403144 \times 10^{29} \text{ dyn} \times \text{cm}$
M_{rp}	$3.636598 \times 10^{29} \text{ dyn} \times \text{cm}$
M_{tp}	$-5.340035 \times 10^{28} \text{ dyn} \times \text{cm}$

TABLE 5.2 – Caractéristique du point CMT pour Tohoku, sources : <http://earthquake.usgs.gov/earthquakes/map/>

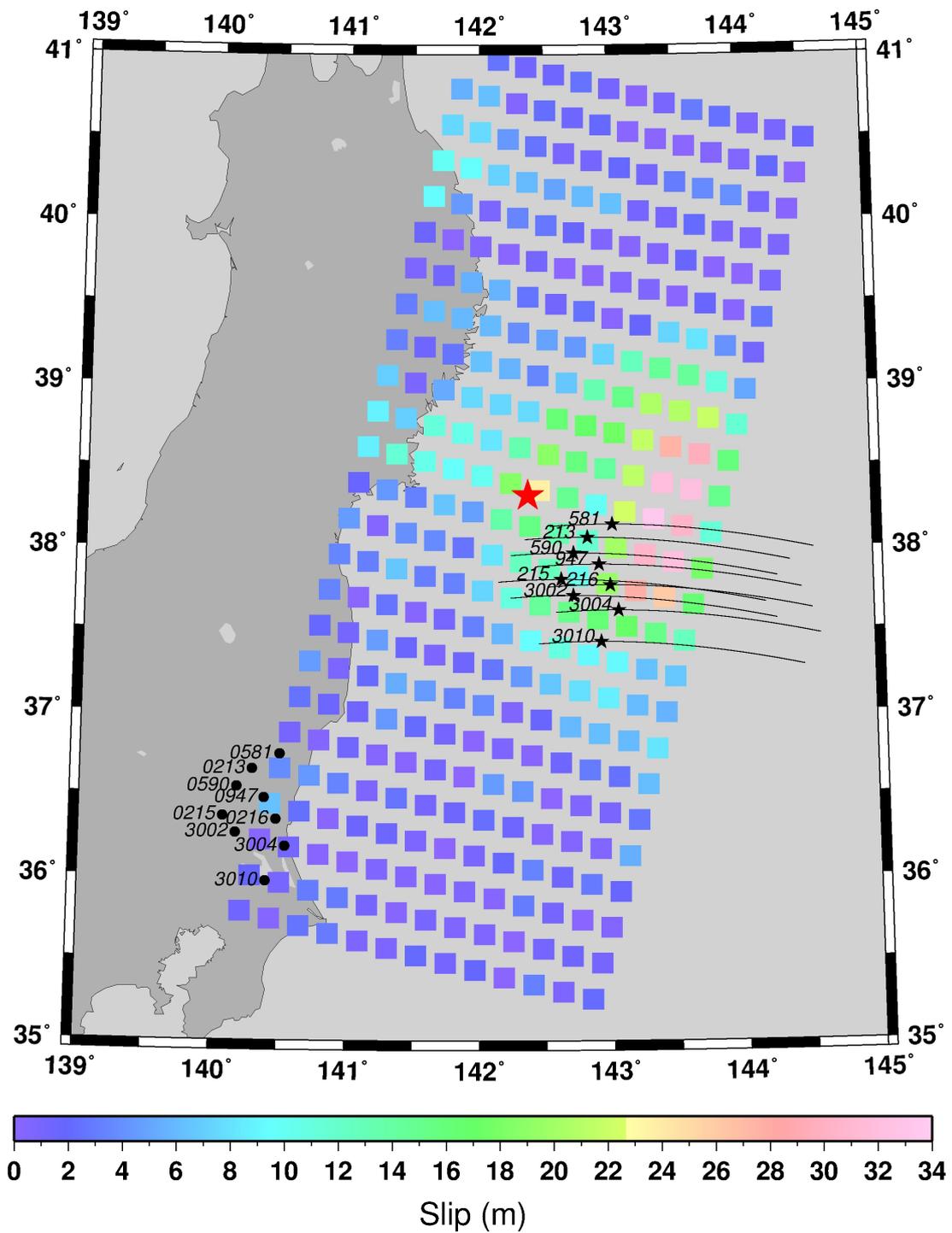


FIGURE 5.7 – Position des points ionosphériques du satellite GPS PRN26 le 11 mars 2011, l'étoile rouge représente l'épicentre du séisme de Tohoku du 11 mars 2011.

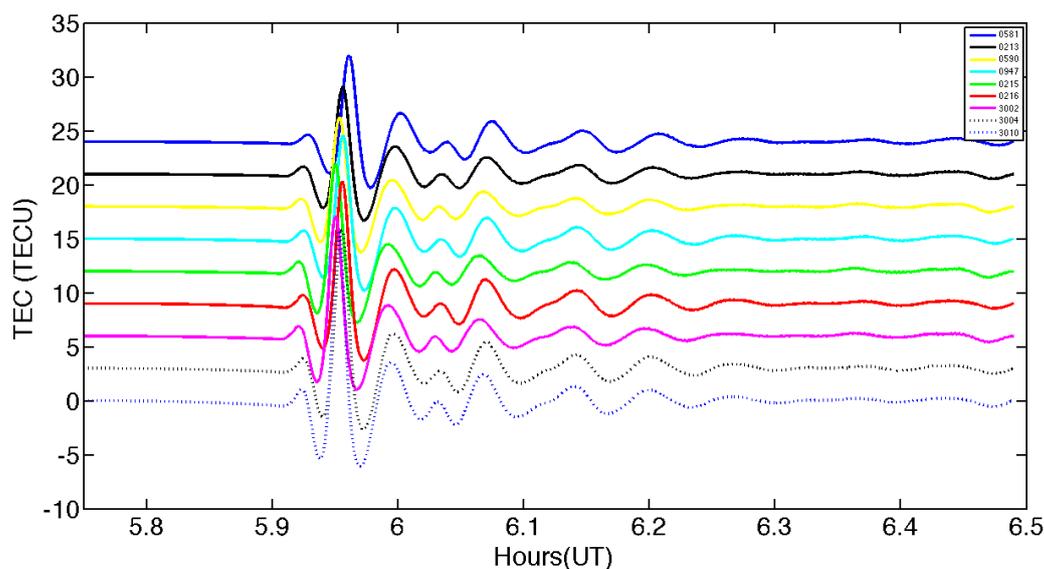


FIGURE 5.8 – TEC simulé pour une source CMT simple par SPECFEM3D. filtré par la méthode de la moyenne courante "running mean" entre 3 sec et 20 min.

5.3.3 Modèle à source étendue

Le modèle à source étendue est un modèle qui utilise 319 sources point CMT, le modèle de source est pris dans le catalogues de l'USGS où le détail de ces caractéristiques est donné par <http://earthquake.usgs.gov/archive/product/finite-fault/usp000hvnu/us/1429387782041/web/CMTSOLUTION>

La figure 5.10 représente le TEC simulé par SPECFEM3D, filtré par la méthode de la moyenne courante "running mean" entre 3 sec et 20 min, pour une source étendue, avec l'approximation purement acoustique dans le champ des neutres. Nous constatons la présence d'un trou ionosphérique, qui se forme juste après le premier pic au tour de 5.97 UT, mais les valeurs du TEC restent élevées par rapport à celle mesurées. La rampe qui monte au début est due au modèle de filtrage qu'on utilise.

Dans les deux sections précédentes, on a représenté brièvement des résultats préliminaires des simulations du TEC, avec une approche purement acoustique dans le champ des neutres et sans atténuation. Dans le reste du chapitre, nous détaillons les résultats obtenus avec l'approche gravito-élastique. Ces résultats sont présentés sous la forme d'un article scientifique qui sera à court terme soumis à JGR.

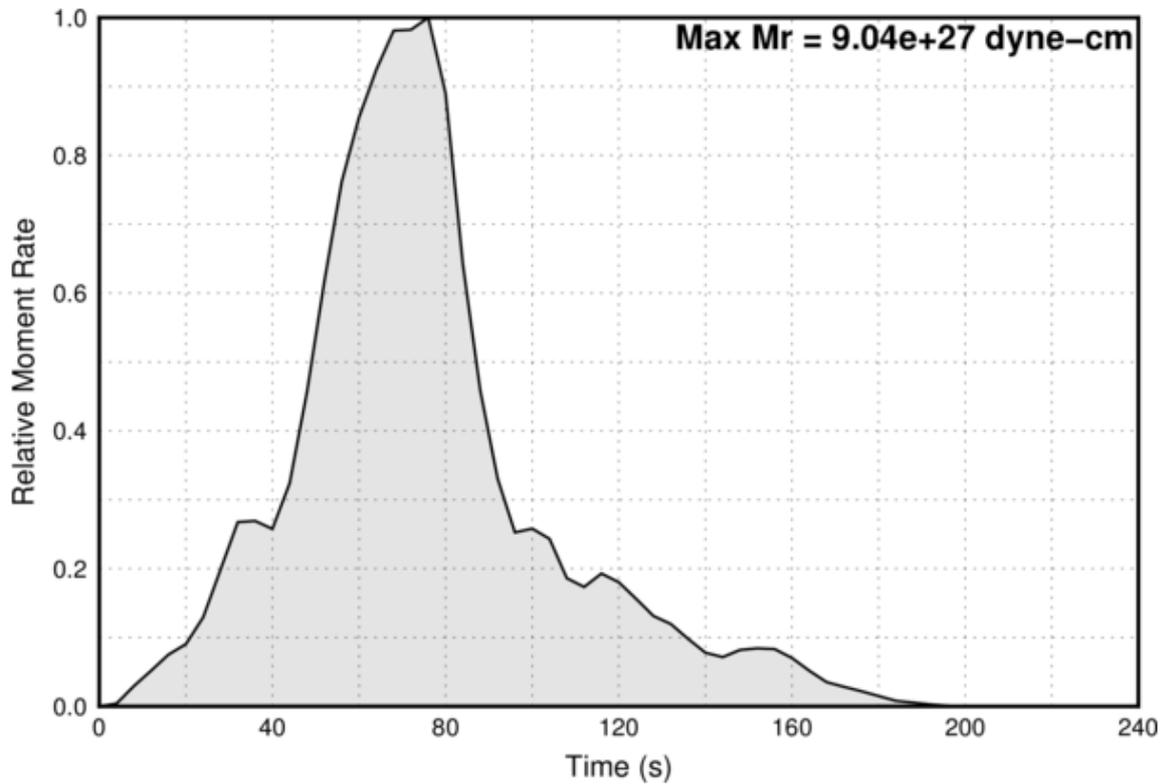


FIGURE 5.9 – Source étendue du séisme de Tohoku du 11 mars 2011 Mw 9.0. Source : <http://earthquake.usgs.gov>

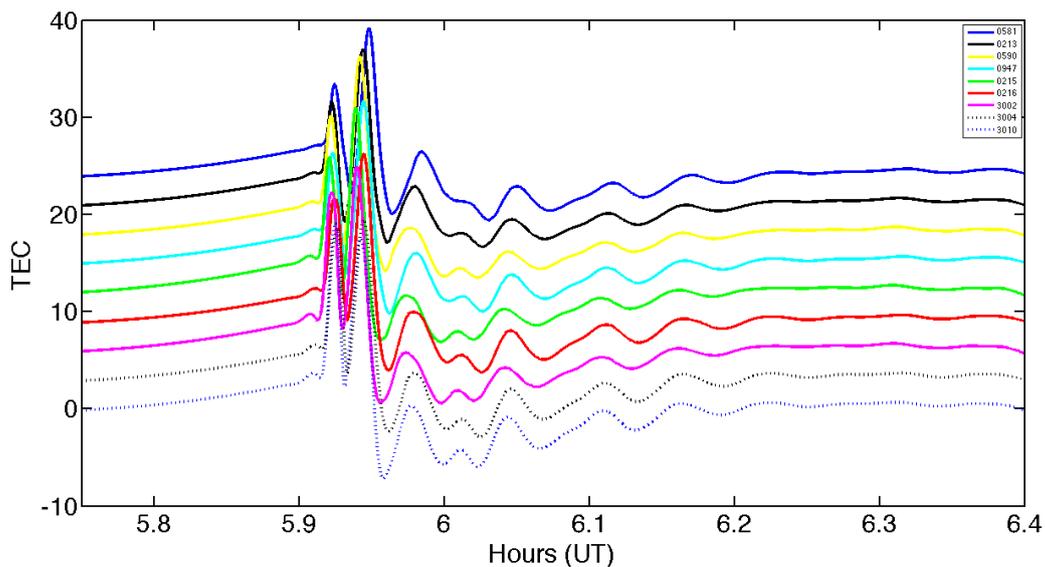


FIGURE 5.10 – TEC simulé pour une source CMT étendue par SPECFEM3D, filtre par la méthode de la moyenne courante "running mean" entre 3 sec et 20 min, sans atténuation pour un cas purement acoustique.

3D modeling of the 2011 M_w 9.0 Tohoku-Oki earthquake ionospheric post-seismic signature based on a spectral-element method

Khaled Khelfi¹, Philippe Lognonné¹, Lucie Rolland², Dimitri Komatitsch³
and Elvira Astafyeva¹

Corresponding author: Khaled Khelfi, Planetology and Space Sciences, Institut de Physique du Globe de Paris, khelfi@ipgp.fr

¹Planetology and Space Sciences, Institut de Physique du Globe de Paris-Sorbonne Paris Cité, Université Paris Diderot, France

²Université Côte dAzur, Observatoire de la Côte dAzur, CNRS, IRD, Géoazur, Valbonne, France

³LMA, CNRS UPR 7051, Aix-Marseille Univ., Centrale Marseille, 13453 Marseille Cedex 13, France

Abstract. We perform numerical modeling of the ionospheric hole generated by the Tohoku-Oki earthquake of March, 11, 2011 by using a spectral-element method implemented in the SPECFEM3D CARTESIAN software package, enriched to account for gravity, ionospheric coupling in a Cartesian 3D configuration and slant Total Electron Content (TEC) computation for a given GPS receiver-satellite pair. To represent the modeled earthquake, we use either multiple Centroid Moment Tensor (CMT) finite sources from USGS or a single point CMT source and show that the acoustic wave amplitude is saturated by the earthquake magnitude. This leads to a significant reduction of the amplitude of the neutral wind velocities at ionospheric height compared to those modeled based on simple CMTs, with velocities of about 200 m/s at 260 km altitude. We then compare the TEC data to the modeled synthetics computed using a 2D (stratified) neutral atmosphere modeled as an acoustic medium, a 3D ambient geomagnetic field and a 3D ionosphere. The onset times of the modeled signals are in agreement with data and show an ionospheric hole comparable to observations. Although this modeling does not yet take the full attenuation processes in the atmosphere nor a complex structure of the crust into account, our results suggest that most of the ionospheric hole is generated by the advection of the plasma with the neutral wind and that no shock wave or supersonic waves have been generated by the Tohoku-Oki earthquake in the neutral atmosphere.

1. Introduction

Earthquakes and tsunamis are known to trigger acoustic and gravito-acoustic waves in the ionosphere, either related to the rupture process (*Astafyeva et al.* [2011], *Astafyeva et al.* [2013a]), to the generated tsunamis (*Artru et al.* [2005], *Liu et al.* [2011], *Occhipinti et al.* [2006], *Occhipinti et al.* [2010], *Rolland et al.* [2010]) or to the generated Rayleigh surface waves (*Ducic et al.* [2003], *Liu et al.* [2006], *Rolland et al.* [2011]). The acoustic waves propagate upward and then reach the F layer of the ionosphere in about 10 minutes (e.g., *Astafyeva et al.* [2013b]). They cause both temporal and spatial perturbations in the atmosphere and ionosphere wind, neutral and ionized densities [e.g., *Calais and Minster* [1995]; *Lognonné et al.* [1998], *Astafyeva et al.* [2006], *Shinagawa et al.* [2007], *Astafyeva et al.* [2011]].

Several postseismic ionospheric observations made by GPS networks have also pointed out nonlinear processes that cannot be directly associated with linear wave propagation.

The large earthquake that occurred in Tohoku-Oki, on the east coast of Japan at 5:46 UT on 11 March 2011, has been the first to reveal the generation of a large ionospheric hole or depletion (*Astafyeva et al.* [2013b]), which is occurring in many other earthquakes (*Kakinami et al.* [2012], *Astafyeva et al.* [2013b]), in addition to the linear and better-known ionospheric perturbations associated with the conversion of tsunami and seismic waves into gravity and acoustic waves (*Liu et al.* [2011], *Rolland et al.* [2011], *Galvan et al.* [2012]).

The tsunami hole consists in a TEC depletion, developing rapidly after the arrival of the first acoustic waves and which typically remains a few tens of minutes before vanishing. Although early proposed as the consequence of tsunamis, due to its detection after several tsunamigenic earthquakes (Japan, Chili and Indonesia, e.g. *Kakinami et al.* [2012]), *Astafyeva et al.* [2013b] demonstrated that the large earthquakes (whether inlands or submarine) also generate a TEC ionospheric hole, with amplitude and negative phase duration increasing with the earthquake source uplift magnitude. Duration and amplitudes are respectively < 10 min and < 0.5 TEC for magnitudes of 7.5 or less but can reach 45 min and 1-2 TEC for the large $M=9$ magnitude earthquakes. Ionospheric holes over large inland earthquakes were later confirmed by *Kamogawa et al.* [2015] with the example of the Nepal, 7.8 magnitude earthquake of April, 25, 2015.

The mechanism for such a hole has been the subject of several discussions, especially for the Tohoku-Oki earthquake: *Kakinami et al.* [2012] first proposed that the hole was related to recombination processes associated with the descent of the plasma in the thermosphere. On the contrary, *Astafyeva et al.* [2011] proposed that the ionosphere is blown off by the large neutral wind, based on the amplitude of the onset of TEC perturbation, which is comparable to all the vertically-integrated electron content between the surface and the altitude sounded by the satellite-receiver ray. In opposition to the two above studies, *Heki* [2011] and *Heki and Enomoto* [2013] claimed that the tsunami induced by the 2011 Tohoku-Oki earthquake did not cause a decrease of the TEC but, on the contrary, an enhancement before the earthquake, and therefore proposed this enhancement as a potential precursory signal. None of these studies made detailed modeling of the phe-

nomena, and *Heki* [2011]’s hypothesis of an ionospheric earthquake precursor was strongly challenged by *Kamogawa and Kakinami* [2013], who suggested that such a precursor was an artifact directly related to the window length used by *Heki* [2011] in the fit of the TEC reference daily variations. The latter indeed finished only 20 minutes after the arrival of the acoustic waves, a duration deemed too short with respect to the extent of the ionospheric hole reported by the other studies.

Very little modeling of the ionospheric hole have so far been published, contrary to studies associated with the propagation and observation of linear waves such as tsunamis or Rayleigh waves. To our knowledge the only exception has been *Shinagawa et al.* [2013], who performed 2D modeling with a simplified tsunami source. They proposed that the amplitude of the wave generated by the tsunami was large enough to generate shock waves. These calculations were able to generate TEC depletion, however with an amplitude twice larger than that observed. *Coisson et al.* [2015] recently pointed out that a point source Centroid Moment Tensor (CMT) model that generates simple waveforms comparable to those used by *Shinagawa et al.* [2013], strongly overestimates the far field amplitude of the wind generated by the tsunami in the thermosphere. In contrary, a finite source model based on a set of CMT as for the USGS models, was much better modeling the amplitudes of the neutral wavesfields. Modeling of the acoustic near field, for a realistic mega-earthquake such as Tohoku-Oki has nevertheless never been done with a complex and extended seismic source.

3D modeling with both a realistic source and realistic models is therefore necessary to assess if the amplitudes of the generated waves are large enough to generate an ionospheric hole, either through shock wave (or weak shock wave) generation in the neutral atmosphere or through non-linearities mainly occurring in the neutral to ionosphere coupling processes.

In this paper, we use the SPEC-FEM3D CARTESIAN spectral-element software package to model in 3D the neutral atmospheric waves generated by Tohoku-Oki earthquake, with not only a complex source based on the USGS finite source model of *Hayes* [2011] but also a 3D bathymetry map, used to better simulate the reverberation effects of the ocean suggested by *Astafyeva et al.* [2013a].

This approach allows us to have much better modeling of the neutral field in the lower atmosphere than previous studies. We show that the USGS finite source correctly models the frequency cutoff effects of the source, associated with destructive interferences between the different source patches. With such a source we considerably reduce the amplitude of the waves in the atmosphere. This allows us to discuss the strength of the atmospheric nonlinear effects in the upper atmosphere and leads us to the conclusion that the nonlinear effects in the neutral atmosphere are likely not the first source of non-linearity, especially when viscosity is accounted for.

Our approach for this modeling is the following: using a spectral-element method (SEM) for the atmosphere, we compute the atmospheric neutral winds (i.e., the neutral atmospheric velocity wavefield) in a 3D grid, taking into account gravity effects with an approach similar to that used in *Komatitsch and Tromp* [2002a]. The NRLMSISE-00 model (*Picone et al.* [2002]) is used to generate the vertically-stratified atmospheric model, which

therefore takes into account the impact of local time, location and solar flux on the sound speed and density vertical profiles.

After a discussion on the validity of our gravito-acoustic approach, we then model the coupling between the neutral and ionized atmosphere. The ionospheric parameters are those from the International Reference Ionospheric Model (IRI) (*Bilitza [2001]*) and the local magnetic field from IGRF (*Finlay et al. [2010]*) model. We finally compute the electron perturbations integrated along the paths between GPS receivers and GPS satellites. The results of this modeling are applied to TEC measurements for two different earthquakes: the first one an earthquake that occurred on March, 9, 2011 at 02:45:20 UT with magnitude 7.3, which is often referred to as the Tohoku-oki Foreshock, and the second one is the Tohoku-oki earthquake of March, 11, 2011 with magnitude 9.0 that occurred at 05:46:24 UT.

These two examples allow us to compare the ionospheric holes produced as a function of earthquake magnitude. Our modeling reproduces an ionospheric holes with a shape similar to the observed ones. We show that the size of the hole depends on the magnitude an earthquake and therefore on the coseismic crustal vertical displacement, with no hole generated for the magnitude 7.3 event.

Our results support the fact that a large part of the hole is associated with a blown-off effect rather than with recombination effects due to the upward wind of the acoustic neutral waves. Following this push-up effect, plasma recombination is nevertheless likely effective in restoring the ionospheric hole toward its previous equilibrium state. The dynamics of this equilibrium return remains to be better studied based on those models that better take into account the plasma equations.

2. Modeling of the postseismic ionospheric hole with the SEM: challenges and issues

Several calculations of the near-field ionospheric perturbations generated by the Tohoku-Oki have already been published in the literature, but most of them did not explicitly consider the propagation of the seismic waves in the solid Earth and the ocean but rather considered only an excitation of atmospheric waves by surface or sea-level vertical displacement in 2D (e.g. *Matsumura et al. [2011]*, *Shinagawa et al. [2013]*) and 3D (*Kherani et al. [2016]*) geometries.

The spectral-element method (SEM) has been developed over the last two decades as a powerful modeling approach in 3D seismology (*Komatitsch et al. [1999]*, *Komatitsch and Tromp [1999]*, *Komatitsch and Tromp [2002b]*, *Komatitsch and Tromp [2002a]*), and its implementation for detailed modeling of ionospheric signals above large earthquakes is therefore a logical middle-term goal. Doing so might also allow us to account for the complexity of the seismic source, which for large earthquakes such as Tohoku-Oki is associated with rupture processes extending over 100 km distances.

Several challenges must however be addressed for fully implementing such modeling. The first is related to the large amplitudes of the neutral atmospheric waves expected from a magnitude 9 earthquake. The upward propagating acoustic wave particle velocity is indeed amplified by a factor of $10^4 - 10^5$. Velocities of more than Mach 0.5 (≈ 500 m/s)

at 250 km altitude for 10 minute period and of almost Mach 1 (≈ 1 km/s) for 15 min period have been proposed in the 2D modeling performed by *Shinagawa et al.* [2013]. Shock wave processes have also been hypothesized in order to explain the generation of the ionospheric hole as well as the large TEC perturbation signals detected (*Astafyeva et al.* [2011], *Astafyeva et al.* [2013b]). Are such large amplitudes real for a magnitude 9 earthquake, or are they partly associated to the fact that the geometry used by this studies was 2D ?

On the other hand and if real, such high velocities lead to several issues in the SEM because it solves the linear wave equation. Due to the amplitude amplification with altitude, large amplitude are modeled in the thermosphere and stability issues might even occur in the linear formulation.

A second challenge is to use much more realistic sources than the simple, point source, used in the past studies. What is indeed the importance of the source cutoff effects associated with the complexity and extension of the source in the saturation of body wave magnitude for large earthquakes ?

This saturation is known to be related to the finite size of the seismic source with respect to the body wave wavelength. One can indeed logically consider it as larger for acoustic waves due to the much smaller sound speed in the atmosphere, about 5-10 times smaller than rupture velocities and shear velocities, and 20 times smaller than P-waves velocities in the solid. This will be the first goal of this paper, i.e. we will compare the wave amplitudes generated by a simple point source with those generated by finite source models, and always in 3D geometry. This will provide better estimates of the amplitude of the waves generated by mega-earthquakes and therefore of the strength of the nonlinearity effects.

The second issue is related to the propagation of waves in the atmosphere, as compared to propagation in the solid Earth and liquid ocean. While gravity is known to have a significant effect on very long period normal modes and surface waves, the acoustic approximation, which neglects gravity, is commonly used for local 3D acoustic modeling. Attenuation processes in the solid Earth are already included in the SPECFEM software based on a set of relaxation functions that mimic the observed constant Q factor of the Earth (*Komatitsch and Tromp* [2002a]). This approach has not yet been implemented for viscous effects in the Earth atmosphere, contrary to other techniques based on finite-difference modeling for the atmosphere only (e.g *Brissaud et al.* [2016]).

In this paper we will focus on the formalism necessary for the full modeling of atmospheric waves in the inviscid case with gravity and will therefore only correct our results for atmospheric attenuation in post-processing. As we focus our analysis on the observations made above the epicenter and associated with the gravito-acoustic pulse generated by the earthquake, in our modeling we will also neglect signals associated with gravity waves, including those from tsunamis. These waves are expected to reach the ionospheric height 45-60 minutes after the earthquake (*Occhipinti et al.* [2010], *Occhipinti et al.* [2013]). Both viscosity and gravity wave coupling are however important parameters for a rigorous and complete modeling process, leaving a complete modeling of attenuation for future work.

Last but not least, coupling between the neutral atmosphere and ionosphere, which requires taking into account the magnetic field, ionosphere coupling and the Total Electronic Content (TEC) along the time-moving satellite to receiver path has been accounted for by assuming the transport of the ions and electrons along the magnetic field lines. Future and more complete modeling will require a full account of the time scales associated with collision processes, which for the sake of simplicity have been assumed to be much faster than those of the 10s to minutes periods of the observed waves, and have therefore been neglected in this study.

3. TEC observations

The ionospheric perturbations observed on March 11, 2011 were exceptional in extension, amplitude and duration. Very large ionospheric signals were observed in the near-field of the earthquake epicenter (e.g. *Astafyeva et al.* [2011], *Rolland et al.* [2011], *Liu et al.* [2011]; *Kherani et al.* [2012]) and up to ~ 2000 - 6000 km away from it (*Makela et al.* [2011], *Occhipinti et al.* [2011], *Galvan et al.* [2012], *Coisson et al.* [2015]). The acoustic pulse, observed and described in detail by *Astafyeva et al.* [2013a], was observed by 10 satellites and by the very dense GPS Earth Observation NETWORK (GEONET). We just recall here the main features of the signals and refer the readers to previously-published studies. The very first perturbation was recorded by GPS station 0158 at 5.86 UT, i.e. 420 seconds (or 7 minutes) after the time of the earthquake. The ionospheric response started as a small TEC increase of ~ 0.3 TECU, but by 5.97-6.0 UT, a huge TEC depletion of ~ 4 TECU was observed. By 6.12-6.15 UT the TEC recovered its initial value. The perturbation first propagated northwestward (340° of azimuth with respect to the epicenter, counted due North) with a velocity of 3.3 km/s, while within the southern source region, the perturbation first propagated southward and then southwestward with an average velocity of ~ 3.5 km/s. These velocities, faster than the estimated 2.5 km/s of the rupture (*Hammond et al.* [2011]), indicate that the ionospheric signal was mostly forced by the horizontal propagation of seismic waves. Further away from the source region, the perturbation propagated with a horizontal velocity of 1.3-1.5 km/s (*Astafyeva et al.* [2009], *Rolland et al.* [2011], *Liu et al.* [2011]), which exceeds by far the sound speed of acoustic waves in the thermosphere, which is less than 1000 m/s at 400 km of altitude.

4. Seismic sources, ground, atmospheric and ionospheric models

4.1. Earthquakes and seismic sources

We focus our study on the mainshock and the foreshock of the Tohoku-Oki earthquake, in order to explore the difference of ionospheric response to these two earthquakes, of almost a factor of 2 in magnitude and therefore of about a factor of 300 in the amplitude of long-period seismic waves (not accounting for saturation). The first earthquake is the Tohoku-Oki foreshock of magnitude 7.3. It occurred at 2.75 UT on March, 9, 2011 off the east coast of Honshu, Japan. According to the U.S. Geophysical Survey (earthquake.usgs.gov), the epicenter of this shallow earthquake is estimated at a depth of 32 km and located at 38.440°N and 142.373°E . The second earthquake is the mainshock of

magnitude 9.0. It occurred at 5.76 UT on March, 11, 2011 off the east coast of Honshu, Japan. Its epicenter was estimated at a depth of 30 km and located at 38.297°N and 142.372°E , therefore very close to the March 9 earthquake. Both earthquakes result from thrust faulting on or near the subduction zone interface plate boundary between the Pacific and North American plates and occurred on the subduction zone plate boundary. Modeling of the rupture of this earthquake indicates that the fault moved by up to 40 m and slipped over an area approximately 300 km long (along-strike) by 150 km wide (in the down-dip direction), with a rupture time of about 150-160 s (*Hammond et al.* [2011]). The sources of the two earthquakes will be modeled either based on a single CMT or through extended CMT sources described in *Hayes* [2011]. For the mainshock, moment tensor inversion leads to a moment of 3.9×10^{22} N m (Mw 9.0), with a small non-double couple component and a best nodal plane with strike, dip and rake of 202° , 12.9° and 92.5° with a 71 s centroid time shift (*Ammon et al.* [2011]).

4.2. Atmospheric models

The epicenters of the two earthquakes were very close to one another, so that the atmospheric models for these two events mainly differ in terms of local time. In both cases, we have used the MSISE-00 atmospheric model (*Picone et al.* [2002]), at the time and location of the earthquake. We used a value of 150 s.f.u. for both the March 9 and March 11 F10.7 indexes.

Figure 1 shows the atmospheric parameter vertical profiles in terms of sound speed, air density and electron content at the time and location of these two events for the model used. They have almost the same shape for sound speed and atmospheric density but exhibit small differences in electron density due to the local time differences.

4.3. Ground and bathymetry model

A simple layering of the solid Earth has been used and no crustal nor mantle structure was considered in the solid part, as both events are relatively shallow, with depths of 32 and 30 km respectively. The Rayleigh surface waves will therefore have no dispersion, apart the one generated by the ocean layer. No Love waves will be generated, but the latter are not taken into account in the atmospheric waves. The crust was therefore assumed to be homogeneous, with a P wave velocity of 5.8 km/s, S wave velocity of 3.2 km/s and density of 3200 kg/m^3 . The ocean medium is an acoustic medium with a 1.45 km/s sound speed and density of 1026 kg/m^3 . The bathymetry is shown in figure 2 and was included in the model by using the bathymetry data provided by the National Oceanic and Atmospheric Administration (NOAA). The discontinuity between the ocean or ground and the atmosphere is assumed to be flat, and the topography of the islands of Japan was therefore not taken into account. Note that SPEC-FEM3D can however easily incorporate the complex layered structure of the Earth, and such complex structure has been used by *Galvez et al.* [2014] for modeling the dynamic rupture without the presence of an atmosphere. The mesh will be described later in more details in section 6.1

5. Theoretical modeling background

5.1. Potential formulation of the wave equation in the atmosphere

Although a gravito-elastic formulation of SPEC-FEM for the full Earth has been proposed (e.g. *Chaljub and Valette* [2004]), such modeling would require using a dense and therefore costly numerical grid for the atmosphere due to the presence of atmospheric gravity waves. We prefer also a momentum potential, i.e. a potential proportional to $\rho\mathbf{u}$, in order to keep the atmospheric amplitude bounded despite the density amplification. Moreover, in the atmosphere, uniform and constant gravity can be assumed, thus leading to a simpler formulation than in the case of the full Earth as in e.g. *Chaljub and Valette* [2004].

Let us start from the basic linearized equations of gravito-acoustic waves in the atmospheric part. The linearized forms for the momentum, continuity, and pressure equations are:

$$\rho_0 \partial_t \mathbf{v} = -\nabla p_E + \rho_1 \mathbf{g}_0, \quad (1)$$

$$\rho_1 = -\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}), \quad (2)$$

$$p_E = -\gamma p_0 \nabla \cdot \mathbf{u} - \mathbf{u} \cdot \nabla p_0 = -\gamma p_0 \nabla \cdot \mathbf{u} - \rho_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{g}_0, \quad (3)$$

where \mathbf{v} , \mathbf{u} , ρ_1 and p_E denote perturbations in velocity, displacement, density, and Eulerian pressure respectively, and where ρ_0 , \mathbf{g}_0 , p_0 and γ are the unperturbed density, gravity, pressure and adiabatic indices. Note that we have used the static equilibrium equation $-\nabla p_0 + \rho_0 \mathbf{g}_0 = 0$ to rewrite equation (3). These equations assume adiabaticity and therefore neglect the viscosity of the atmosphere as well as other dissipation sources. They also assume equilibrium and therefore no winds.

We assume that the potential can be written in terms of $\rho_0 \mathbf{u}$ for a non-rotational fluid in the atmosphere. We express the wavefield in terms of a scalar potential χ and a vector φ in the z direction as

$$\rho_0 \mathbf{u} = \nabla \chi + \varphi \mathbf{e}_z, \quad (4)$$

where the z axis is parallel to gravity and \mathbf{e}_z is directed upward. Note here that ρ_0 can be a 3D field, although in our numerical example we will use only a model with vertical variations.

As demonstrated in Appendix B by replacing the wavefield expression in this set equations, we obtain decoupled scalar equations for the two parts of the potential wavefield and the acoustic pressure p_A :

$$\partial_t^2 \chi = -p_A + g\varphi + g \frac{\partial \chi}{\partial z}, \quad (5)$$

$$\partial_t^2 \varphi = -g \nabla^2 \chi - g \frac{\partial \varphi}{\partial z}, \quad (6)$$

$$p_A = -\gamma p_0 \nabla \cdot \left[\frac{1}{\rho_0} \nabla \chi + \frac{\varphi}{\rho_0} \mathbf{e}_z \right], \quad (7)$$

where $g = -g_0$ is the projection of gravity on the z upward axis.

The set of equations (5), (6) and (7) define the differential equations to be used in the atmosphere. While the set of equations with the two potentials χ and φ describes the propagation for both acoustic and gravity atmospheric waves, we will consider later two approximations of these equations, in order to reduce the computational cost when acceptable. The first consists of setting the potential φ equal to zero, and will be labeled as the gravito-acoustic approximation. The second consists of setting both φ and g to zero and will be labeled as the acoustic approximation. In this case the pressure becomes

$$p_A = -\kappa \nabla \cdot (\rho_0^{-1} \nabla \chi) , \quad (8)$$

where $\kappa = \gamma p_0$. In the gravito-acoustic approximation, we use the potential formulation given by equation (4) in the pressure equation, set the potential vector to zero and then obtain the strong formulation for gravito-acoustic waves:

$$\kappa^{-1} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = \nabla \cdot (\rho_0^{-1} \nabla \chi) + \kappa^{-1} \mathbf{g} \cdot \nabla \chi . \quad (9)$$

This expression correctly models the atmospheric acoustic cutoff. Finally, if we ignore the effect of self-gravitation, we retrieve the purely acoustic strong formulation of SPEC-FEM3D CARTESISAN

$$\kappa^{-1} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} = \nabla \cdot (\rho_0^{-1} \nabla \chi) . \quad (10)$$

Boundary conditions between the Earth surface and the atmosphere are those of solid/fluid or fluid/fluid boundaries, i.e. the continuity of normal displacement and traction:

$$\rho_0^{-1} \nabla \chi \cdot \hat{\mathbf{n}} = \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}} , \quad (11)$$

$$\underline{\underline{\sigma}} \cdot \hat{\mathbf{n}} = \partial_t^2 \chi \hat{\mathbf{n}} , \quad (12)$$

where $\hat{\mathbf{n}}$ is the unit vector. By injecting (11) and (12) in (9), we obtain the coupled system:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_f} \kappa^{-1} \frac{\partial^2 \chi}{\partial t^2} w d^3 \mathbf{r} &= - \int_{\Omega_f} \rho^{-1} \nabla w \cdot \nabla \chi d^3 \mathbf{r} + \int_{\Gamma_{ext}} \rho^{-1} w \hat{\mathbf{n}} \cdot \nabla \chi d^2 \mathbf{r} \\ &+ \int_{\Gamma_{fs}} w \mathbf{u} \cdot \hat{\mathbf{n}} \cdot d^2 \mathbf{r} + \int_{\Omega} \kappa^{-1} w \mathbf{g} \cdot \nabla \chi d^3 \mathbf{r} , \\ \int_{\Omega_s} \rho \partial_t^2 \mathbf{u} \cdot \mathbf{w} d^3 \mathbf{r} &= - \int_{\Omega_s} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\nabla}} \mathbf{w} d^3 \mathbf{r} + \int_{\Gamma_{ext}} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{w} d^2 \mathbf{r} \\ &- \int_{\Gamma_{sf}} \partial_t^2 \chi \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{w} d^2 \mathbf{r} - \int_{\Gamma_{sf}} \rho g \hat{\mathbf{n}} \cdot \mathbf{w} d^2 \mathbf{r} , \end{aligned} \quad (13)$$

where Ω_f and Ω_s respectively represent the solid and fluid domains, Γ_{ext} are the external boundaries of the computational domain and Γ_{fs} and Γ_{sf} are the fluid-solid and solid-fluid interface respectively. Note that to get the purely acoustic formulation one simply needs to set all gravity terms equal to zero. The weak formula and details of all equations for the solid and fluid parts can be found for instance in *Komatitsch and Tromp [2002b]* and

Chaljub and Valette [2004] and remain unchanged in our modeling. The boundary conditions between the Earth surface and the atmosphere are those of solid/fluid or fluid/fluid boundaries, and absorbing conditions are set on the fictitious external boundaries of the modeled volume.

5.2. Error estimation of acoustic approximations

Let us now estimate the amplitude error in the gravito-acoustic case. For that purpose, we first consider the analytical solution in an isothermal atmosphere, in which density decreases exponentially as $e^{-\frac{z}{H}}$, with a scale height H . Due to energy conservation, the velocity amplitude of a wave will be such that the kinetic flux $\rho_0 c v^2$ is constant, where $c^2 = \frac{\kappa}{\rho_0}$ is the squared sound speed, and will therefore grow as $e^{\frac{2z}{H}}$ in an isothermal atmosphere. This leads to an exponential decay of the momentum $\rho_0 \mathbf{u}$ with a scale height $H/2$. A plane wave solution of equations (5),(6) and (7), with a wave vector $\mathbf{k} = \mathbf{k}_W - \frac{i}{2H} \mathbf{e}_z$ can therefore be searched:

$$\rho_0 \mathbf{u} = \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) (i\mathbf{k}\chi_0 \exp(i[\omega t - \mathbf{k}_W \cdot \mathbf{r}]) + \varphi_0 \exp(i[\omega t - \mathbf{k}_W \cdot \mathbf{r}]) \mathbf{e}_z) , \quad (14)$$

where χ_0 , and φ_0 are the amplitudes of the two potentials, and \mathbf{k}_W the propagating wave vector. We then obtain a dispersion relation system as

$$\begin{pmatrix} A_{11} + \omega^2 & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} + \omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} = 0 , \quad (15)$$

where $\chi_1 = ik_W \chi_0$ and $\varphi_0 = \varphi_1$, and

$$\begin{aligned} A_{11} &= -c^2 k_W^2 + ik_W g \cos \theta + \frac{g}{2H} - \frac{c^2}{4H^2} , \\ A_{12} &= \left(\frac{c^2}{2H} - g - ik_W c^2 \cos \theta\right) ik_W , \\ A_{21} &= ik_W g \left(1 - \frac{1}{4H^2 k_W^2}\right) + \frac{g}{H} \cos \theta , \\ A_{22} &= -\frac{g}{2H} - ik_W g \cos \theta , \end{aligned} \quad (16)$$

where θ represent the angle of the wavenumber projection in the verticale direction z

Solving (15) we obtain the expression of the norm of the wave vector \mathbf{k}_W

$$k_W^2 = \frac{1}{c^2} \frac{\omega^2 - \omega_a^2}{1 - \frac{N^2}{\omega^2} \sin^2 \theta} , \quad (17)$$

where $\omega_a = \frac{c}{2H} = \frac{\gamma g}{2c}$ is the acoustic cutoff frequency and N^2 the Brunt-Väisälä frequency. This expression is a classical expression that can be found in textbooks (e.g., *Aki and Richards* [1980], *Landau and Lifshitz* [1959]).

In Appendix A we show the expression for the nonlinear equations, which will later allow us to estimate the amplitude of the nonlinearity. We also recall how to solve equation (15). Appendix C provides the phase and group velocities as functions of the incidence angles, computed for the atmospheric parameters of the NRLMSISE-00 model.

In order to assess the relative amplitude of the acoustic and gravity waves in the signal, we compute the ratio between $\nabla\chi$ and φ , which corresponds to the amplitude ratio between the scalar (acoustic) to non scalar (gravity) amplitudes. This ratio can be defined for (15) and can be computed locally as a function of the incidence angle of the wavefield, and with the expected sound speed c , density ρ_0 and gravity g . From

$$(A_{11} + \omega^2) \chi_1 + A_{12}\varphi_1 = 0 \quad (18)$$

we get

$$\frac{\varphi_1}{\chi_1} = - \frac{\left(\left(\frac{\omega^2}{k_W^2 c^2} - 1 \right) + \frac{1}{2Hk_W^2 g} \left(\frac{g^2}{c^2} - \frac{g}{2H} \right) + \left(i \frac{g}{k_W c^2} \cos \theta \right) \right) \left(\cos \theta - i \frac{1}{k_W g} \left(\frac{g^2}{c^2} - \frac{g}{2H} \right) \right)}{\cos^2 \theta + \frac{1}{k_W^2 g^2} \left(\frac{g^2}{c^2} - \frac{g}{2H} \right)^2} \quad (19)$$

The estimation of the amplitude ratio is then obtained by replacing the norm of the wave vector k_W in (19) by its expression obtained from either purely acoustic dispersion ($\omega = ck_W$) or the gravito-acoustic approximation ($\omega^2 = -A_{11}(k_W)$), where A_{11} is defined before in equation 16, and is depending on ω , c , g , H . For wave periods $< 20s$ and sub vertical incidence, the contribution of the acoustic scalar term represents more than 95% of the amplitude, as shown on the left side of figure 3 for two different incidence angles. Above the epicenter, the incidence angle is sub-vertical and smaller than 10 degrees. At one-minute period, about 15% of the amplitude might be expected in non-scalar terms, as seen on the right of figure (3). In the gravito-acoustic approximation and for vertical incidence, the typical error generated by neglecting the vector potential will therefore remain below 15% for periods smaller than about 3 minutes. As we will see later, for the acoustic pulse, these relative errors will be comparable to the expected nonlinearity of the neutral wave associated with density amplification. In addition, figure 4 gives the group and phase velocity of gravity waves and confirms that for the periods of 5-6 minutes just below the Brunt-Väisälä frequency, group velocities are much smaller than the sound speed, and that these waves will not reach the ionosphere before 40-60 minutes. Note that the direction of the phase velocity of gravity waves is perpendicular to the direction of the group velocity, thus a sub-horizontal wave vector must be considered. As we focused on the first 10-20 minutes of the signal, we therefore neglected the gravity waves, noting however that the later can also contribute to further development of the ionospheric hole 10- 20 minutes after the acoustic first arrival. Full modeling of these effects should therefore be performed in future work.

6. Numerical implementation

6.1. Mesh of the model

For the spectral-element method, as for any other method based on a mesh of elements, the design of the mesh is an important and sometimes difficult step. The SEM uses hexahedral elements only. Our mesh has an horizontal extension of 720 km \times 720 km. It extends down to 100 km, with about 7.5 km for the deepest bathymetry and 92.5 km in the solid Earth. Such depth will capture the initial Rayleigh surface wave processes for periods of 20 sec, while for larger periods, most of the atmospheric signal will be excited

by the surface displacement of the seismic sources. In the atmosphere the mesh extends up to 500 km, an altitude large enough to capture all the electron content observed in GPS data. The mesh spacing in the atmosphere is 0.625 km, which corresponds to a shortest wavelength of about 2 s that can be computed by such a mesh in the troposphere. The model is therefore targeted to waves of periods of 5 s and above. As the thermospheric viscosity above 200 km of altitude is fully damping shorter period waves, this will capture all the frequency content of the observations. See further discussion on attenuation in Section 8.

To increase the resolution we densify the mesh near the free surface, in areas with low wave speed or large impedance contrasts and in areas with steep bathymetry, e.g. along the coast lines.

6.2. Neutral to ion coupling

The major modification made in SPEC-FEM is the inclusion of ionospheric coupling, enabling the computation of the velocity of the ions (and electrons due to neutrality) and then of the local electron density perturbation through the continuity equation. The first step to model this coupling is to compute the velocity wavefield of the neutral atmosphere. For this purpose, the velocity field $v(r, t)$ is computed for the three components (vertical, South and East) at each node of the atmospheric grid. Coupling between the neutral and ions is implemented based on the *Macleod* [1966] approximation, in which one neglects the inertial terms in the neutral-ion equation, as the frequency of our signal is smaller than the typical frequency of the ion-neutral collision processes, which is a few 1 Hz in the F region (*Kelley* [2009]). This approximation leads to an instantaneous adjustment of the ion wind with respect to the neutral wind, and in practice to full coupling along the magnetic field lines. The ion wind is then given by the formula established by *Macleod* [1966]:

$$\mathbf{v}_i = \frac{1}{1 + \kappa^2} \left[\kappa^2 \mathbf{v} + \kappa \mathbf{v} \times \mathbf{1}_b + (\mathbf{v} \cdot \mathbf{1}_b) \mathbf{1}_b \right], \quad (20)$$

where $\mathbf{1}_b$ is the unit vector of the geomagnetic field \mathbf{B} and $\kappa = \frac{\Gamma_i}{\nu_{in}}$ is the ratio of the ion gyro-frequency to the neutral ion collision frequency. The ion gyrofrequency is $\Gamma_i = q_i B / m_i$, where B denotes the geomagnetic field intensity and q_i and m_i are the charge and mass of the ions, respectively.

The geomagnetic field, the ion collision frequencies ν_{in} and the electron density N_e (to be used later) are computed at the time and location of the earthquake by using the International Geomagnetic Reference Field (IGRF) (*Finlay et al.* [2010]), SAMI2 (*Huba et al.* [2000]) and the International Reference Ionosphere (IRI) (*Bilitza* [2008]) respectively. These values are then used in the whole modeling grid, an assumption justified by the smooth character of these models compared to the geographical extension of the cartesian grid.

In the F region, κ is much smaller than 1, and, as noted by *Hooke* [1970], the coupling expression can be simplified for perturbations at mid-latitude. We then get:

$$\mathbf{v}_i = (\mathbf{v}_n \cdot \mathbf{1}_b) \mathbf{1}_b, \quad (21)$$

note that the nonlinear evolution of the ion velocity below $1Hz$, will fully met the *Macleod* [1966] approximation, which is related to the ratio between the frequency and gyrofrequency.

In this configuration, the ion wind amplitude induced by the neutral particle motion is mostly proportional to the neutral wind amplitude time α , the cosine of the angle between the neutral velocity and geomagnetic field vectors (*Hooke* [1970]), and it is known as the ionospheric coupling factor (*Calais et al.* [2002])

$$\alpha = k \cdot \mathbf{1}_b , \quad (22)$$

where k is the atmospheric perturbation wave vector. Although not simplified as such, since we use the more complete equation (20), the alignment of the ion wind along the magnetic field must be kept in mind for future understanding of the results.

6.3. Electron density perturbation

We consider a single-ion model with O^+ , which is the predominant ion at altitudes between 200-350 km by a factor 50 compared to the other ions (O^{2+} , NO^+ , H^+) (*Kelley* [2009]). Both densities of O^+ and electrons are therefore equal and denoted as N_e , and follow the same conservation equation. The electron density equation can then be written as

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \nabla \cdot (N_e \mathbf{v}_i) = P - \beta N_e , \quad (23)$$

where P , β are respectively the O^+ ion production rate and the recombination factor (due to the one-ion hypothesis and ionosphere neutrality). By using the equilibrium condition $P = \beta N_e^0$. This equation can be rewritten with respect to the pre-earthquake configuration as

$$\frac{\partial N_e}{\partial t} + \nabla \cdot (N_e \mathbf{v}_i) = -\beta (N_e - N_e^0) = -P \frac{N_e - N_e^0}{N_e^0} . \quad (24)$$

The left side will be driven by the ion wave, while the right side will be driven by the ionosphere recombination, leading to a slow return toward the initial state of the ionosphere. For production rates of $200 \text{ e cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ and electron densities of $3 \cdot 10^5 \text{ e cm}^{-3}$ (*Smith* [1968]), we have a β parameter of about $5 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$, about 80 times smaller than the time dependent term of (24). In practice, the time scales of the two phenomena are therefore very different. As our analysis is focused on the fast processes associated with the interaction of the seismic wave with the ionosphere, we therefore neglect the second term, which means that all generated plasma perturbations might return to equilibrium with these additional processes (*Smith* [1968]). We use an explicit fourth-order Runge-Kutta (RK4) scheme to integrate the above equations in time in our algorithm.

7. Impact of the source model on the amplitude of the signals

In this section we study the possible saturation associated with the magnitude and extension of the seismic source. Magnitude saturation is a very common feature, as soon

as the seismic sources have an spatial extension larger than the waves used for magnitude determination (*Aki and Richards* [1980]). In the case of the Tohoku-Oki earthquake, the rupture time duration was 140-150 s and the extension of the fault along the trench axis was about 300 km (*Ammon et al.* [2011]). At 300 km of altitude above the source, the distance between one side of the fault and its center is therefore about $\sqrt{300^2 + 150^2} = 335$ km and thus about one wavelength of 70 s acoustic waves propagating at 500 m/s in average. One therefore expects significant cutoff effects coming from the source extension.

Starting from the steady state of the ionosphere and atmosphere before the earthquake, we performed two different simulations for the magnitude 9.0 mainshock in order to assess the effects of using a finite source model. The first simulation is conducted with a simple Global Centroid-Moment-Tensor (CMT) and the second with the finite source model from USGS (<http://earthquake.usgs.gov/archive/product/finite-fault/usp000hvnu/us/1429387782041/web/CMTSOLUTION>), which consists of 319 sub-faults, each of them having a CMT. We then did the same with the forshock.

In figure. 5 the snapshots of the vertical component V_z of the neutral velocity generated by the earthquake at the few selected times between 5:46:24 UT and 5:59:44 UT for a single CMT point source are shown at 260 km altitude for the magnitude 9 mainshock. The origin time is the first frame, when the perturbation reaches 260 km altitude with an amplitude of 676 m/s, used to normalized the snapshot amplitude colors. In figure 6, the vertical North-South plan propagation of the simulated neutral velocity V_z is shown at a few selected times after the origin time in the altitude and longitude represented in Universal Transverse Mercator (UTM) projection for a plane at fixed latitude (38.32°) for a single CMT point source. The maximum amplitudes are respectively 0.28, 154, 578 and 1129 m/s close to the ground and at about 0, 100, 220 and 380 km of altitude. Such large amplitude is consistent with those suggested by *Shinagawa et al.* [2013] and may clearly lead to very large nonlinear effects, as it is only a little smaller than the sound speed at this height, which is about 850 m/s and exceeds the sound speed at 380 km altitude.

Such large amplitudes however seem to be an artifact of using a single point source approximation, as shown by our second modeling based on the finite source model. Results are shown in figure 7, where the snapshots of the vertical component V_z of the neutral velocity generated by the earthquake at the same selected times for an extended seismic source are shown. Amplitudes only reach 200 m/s at the same 260 km altitude, a decrease by a factor 3.4 compared to the point source model of figure 11. We reach the same conclusion as for the tsunami amplitude estimation of *Coisson et al.* [2015], which shows the importance of using realistic extended source models when performing large earthquake modeling.

These amplitudes provide us with a better understanding of the nonlinear effects associated with acoustic-gravity waves (AGWs). For that purpose, we considered a simple monochromatic solution at 120 s of period, with an amplitude of 200 m/s at 260 km. The estimation of the nonlinear part is developed in Appendix D. Results provide the ratio between the parameters N_v, N_p, N_ρ and the main terms of the equations governing the neutral velocity pressure and density wavefields. These ratio are about 5% or smaller, as shown in figure 9. Such nonlinearity is therefore very far from either shock waves or

even weak shock wave processes, and our modeling therefore suggests that even for a magnitude 9 earthquake such shock waves are unlikely. The supersonic speeds detected in the Tohoku-Oki TEC data are therefore likely not associated with shock waves but with horizontal propagation processes either related to the source or to the ocean layer (*Astafyeva et al.* [2011]).

8. Attenuation correction

A weakness in our modeling is the lack of attenuation in atmospheric propagation. The strength of attenuation, which is mostly related to atmospheric viscosity and heat diffusion and to a less extent to collision between the plasma and the neutral has been assessed in the 1D modeling of *Artru et al.* [2001], *Rolland et al.* [2011] and *Kherani et al.* [2016] among other. The net effect of attenuation for vertically-propagating waves can however be estimated by an attenuation coefficient expressed by (*Landau and Lifshitz* [1959]);

$$\gamma_s = \frac{\omega^2}{2c^3} \left[\left(\frac{4\mu}{3\rho} + \Upsilon \right) + \frac{\varrho}{\rho} \left(\frac{1}{c_v} - \frac{1}{c_p} \right) \right], \quad (25)$$

where ρ is the density of the atmosphere, μ the dynamic viscosity coefficient, Υ the second viscosity and ϱ the heat conductivity. By using the approach described by *Artru et al.* [2004] and *Rolland et al.* [2011], where viscosity is computed from temperature through the Sutherland formula (*Eckart and Gillis* [1961]), the integrated attenuation factor can be estimated by assuming almost vertical propagation and can be expressed as :

$$\Gamma(Z, \omega) = \exp \left[- \int_0^Z dz \gamma(z, \omega) \right]. \quad (26)$$

Its computation for the temperature and sound speed of the MSISE-00 leads to the attenuation factor shown in figure 10, to which the atmospheric cutoff has been added.

In the case of the mainshock of Tohoku-Oki, for which the source half-duration was about 70 s (*Ammon et al.* [2011]), and as noted above with respect to source cutoff effects associated with the finite size of the rupture, a very strong attenuation of the short period acoustic waves compared to long period ones is therefore not only expected due to the major 20 dB or more attenuation of neutral waves above 1/30 Hz, but also due to source cutoff effects. On the other hand and when the remaining long period waves reach the thermosphere, their wavelength is larger than 25 km and is therefore comparable or larger than the thickness of the ionized layer in which TEC perturbations are recorded. Most of the short-period attenuation of the detected waves is expected to occur prior to their interaction with the F layer. In the context of our linear approximation, attenuation correction can therefore be made at the source, by applying the attenuation factor $\Gamma(Z = 260km, \omega)$ to the source spectrum, or by similar attenuation of the short periods.

The impacts of attenuation is shown in figure 11, which shows the vertical amplitude of the neutral vertical velocity for the simulation in the vicinity of the epicenter and at 260 km of altitude. This figure represents different synthetics from different simulations, using either a single CMT or a finite source model and with or without attenuation correction. With the single CMT source, we obtain a maximum of neutral velocity equal to

676 m/s at 260 km altitude, with a dominant period of about 2 min. This long period dominance results from both the attenuation and from the filtering of the source time function, which has an half duration of about one minute. For the same simulation performed using multiple CMT sources, the amplitudes (blue curve) are already reduced by a factor of about 2 but a shorter period wave front is observed. Applying the attenuation correction leads to a further reduction of the amplitude to about 200 m/s, as shown on the black curve of figure a.11. Most of the attenuation effects on the waveform seem associated with the energy radiated below a 15 s period range. We indeed find that the simulation of the signal with an extended source in which all half-duration CMTs are set to 5 s or more is, after attenuation correction, quite comparable to a simulation without attenuation correction, in which all half durations are set to 15 s or more. The conjunction of both attenuation and extended source filtering likely explains why almost no to very little energy was detected for periods smaller than 30 sec, even in the 1 Hz GPS data analyzed by *Astafyeva et al. [2011]*, *Astafyeva et al. [2013a]*.

9. GPS-TEC modeling and data comparisons

9.1. Data

We now compare our simulations with the TEC data measured by the GPS receivers of the Japanese regional network GEONET. For this purpose, we analyze TEC variations measured between satellite PRN26 and several ground-based GPS-receivers located in the North of the Kanto region in Japan. These pairs of satellite-receivers cover the focal area southeast of the epicenter, i.e. the region on which we focus (figure 12).

The method of TEC estimation from GPS data is described in detail in the literature (e.g., *Calais and Minster [1996]*, *Lognonné et al. [2006]*). Here we use 1 Hz data. We apply the running-mean average procedure in order to extract the signal within the periods 3 s-20 min, which is suitable for our study of co-seismic ionospheric TEC perturbations. Such procedure works as a band-pass filter. The processed TEC data variations are shown in figure left-14. One can see that the TEC response to the Tohoku-Okai earthquake is rather complex. First, the co-seismic perturbation in the form of sudden TEC increase of 0.6-2TECU occurs at ~ 5.91 UT. Following the first TEC peak, the second clear peak occurs ~ 0.15 h later, and after that the TEC starts to decrease and reaches its minimum by ~ 5.88 - 5.98 UT. The TEC minimum is followed by another increase starting at ~ 6 UT. From ~ 6 to ~ 6.05 UT, two maxima are observed, and after ~ 6.07 UT the TEC decreased at all stations. From ~ 6.2 UT the TEC starts to gradually return to its pre-earthquake level (figure 14-left).

Figure 13 shows the simulated spectral amplitude of the neutral wavefield, recorded at the Sub-Ionospheric Points (SIP), which are at an altitude of about 260 km and located as shown in figure 12. The important feature to observe is the acoustic cutoff frequency, at about 260-270 s of period, as found in all examples of seismic coupling with the atmosphere (see *Lognonné et al. [1998]* and *Lognonné et al. [2016]*). This shows that the long-period energy, found in the ionospheric hole, is not only absent in these spectra, but could not even propagate upward acoustically. The transfer of energy by any nonlinear process

from above to below the cutoff frequency, cannot propagate to higher altitude, and only diffusion process is possible. This suggests that the source of the ionospheric hole is either due to an early arrival of gravity waves, which we consider here as not feasible, or due to neutral wave coupling with the ionosphere, which we are now going to describe in our modeling.

9.2. 3D TEC simulation

In this section we show the results of simulations with a coupling mechanism between the neutral wind obtained from the propagation of the gravito-acoustic waves and the ionospheric plasma, following the methodology described in Section 6.2. The background ionosphere is the IRI model (figure 1).

The observations to which we compare the synthetics are those from Satellite PRN26. In the left panels of the figure (14), we smoothed first the initial 1 Hz TEC series with time window of 3 sec (by running mean), after that we have removed the linear trend using a window of 20 min. This equivalent to a band-pass filter with period 3 sec 20 min, and is similar to the filter used by *Astafyeva et al.* [2011]. These observations are shown in figure. 14-left. When compared, both the synthetics and these data will be filtered in a similar way. The positions of the SIP are given in Table 1.

Figure 14-right shows the simulated TEC for different station of Satellite PRN26. The arrival times match those observed and we observe a depletion between 5.91 and 6.1 UT, following the first co-seismic perturbation. After two large oscillations separated by about 2 minutes with a typical N-shape (e.g. *Astafyeva et al.* [2009], *Astafyeva et al.* [2013b]) and comparable to the source duration, the TEC starts to decrease and reaches two minima at 5.96 UT. This TEC minimum is followed by oscillations between ~ 5.98 to 6.02 UT, then exhibits two maxima, and after 6.08 UT the TEC starts to gradually return to its pre-earthquake level. The synthetics shown in figure 14-right, have the same behavior in terms of arrival time.

The left part of figure 15 shows the scaled vertical velocities for the mainshock at altitudes above Station 3010, while the right part shows the local electron perturbation density, scaled with respect to the maximum amplitude. We see that starting at about 250 km of altitude, a long-period signal appears on the electron density, which was not present in the neutral acoustic waves. This signal is located after the peak arrival and corresponds to the diffusion, through the electron continuity equation, of the electron transfer associated with the neutral wave front.

This signal is better observed on the spectra obtained for all stations of Satellite PRN26. The neutral amplitude spectra were shown in figure 13. The comparison with the figure 16 clearly shows that the energy below the atmospheric cutoff has been populated by the nonlinear effects, which have transferred long-period energy from the shorter, 20-120 s dominant periods. Contrary to the acoustic equation, no high-pass cutoff is present in the electron density equation, and electron density below the acoustic cutoff, generated by the nonlinearity of advection, (see figure 16) leads to such a signal through diffusion. This long-period signal therefore corresponds to the nonlinear transfer of the electrons

from above the maximum F layer and appears as the candidate for the ionospheric hole generation, confirming the early results of *Astafyeva et al.* [2011].

Figure 16 show the spectral TEC synthetics. The difference between the spectrum of neutral and the spectrum of the TEC is likely below the cutoff representing the energy of the ionospheric hole.

We see the effect of electron advection in figure 17, in which the peak amplitude of the electron perturbation is, above 240 km, larger than the equilibrium electron density at this altitude. 120 s period waves have a wavelength of 100 km, which is half of the half-width of the F layer. At the maximum ionization, the wave can therefore weakly amplify locally the ionization through compression of the local density. Above the maximum ionization height this can generate larger amplitudes through advection. Note however that attenuation, which is neither modeled nor corrected above 260 km, is significant, even at 120 s above 300 km, with amplitude reduction of 0.5 between 300 and 350 km. It is therefore likely that future modeling with attenuation will reduce furthermore the very long period acoustic amplitudes above 300 km as compared to our study.

Even if a depletion is generated, the waveform does not match the data: the first arrivals are significantly too high, by a factor of about 4-5, while the hole is likely too small by a factor of about two. We will discuss these issues below, but let us first discuss the strength of nonlinear effects. For that purpose, we have performed another simulation for the foreshock of magnitude 7.3. The comparison of the TEC from the two events is shown in figure 18, which shows synthetics for the TEC computed for Station 3010 of satellite PRN26 for the two earthquakes, which occurred almost at the same location. The first is for the magnitude 7.3 earthquake (blue line) and the second is for the magnitude 9.0 earthquake (black line). We have amplified the TEC amplitude of the first earthquake by a factor of 100 and shifted it in time in order to be able to compare them. Despite a larger IRI background for the magnitude 7.3 earthquake than for the magnitude 9 event (figure 1), we do see a much stronger low frequency hole between 6.1 hr and 6.3 hr, in the range of 1-2 TECU. Such a hole is not observed for the smaller earthquake, for which the TEC oscillations remain around their pre-seismic value. This modeling is therefore in the line of observations, which have shown that holes increase in amplitude and duration with increasing magnitudes (e.g. *Astafyeva et al.* [2013a]).

As noted above, significant differences remain between the observed and modeled TEC perturbation waveforms. The lack of modeling of attenuation processes is likely an explanation. We note that attenuation above 260 km altitude will reduce by about 2 the amplitude of the waves at 350 km altitude and will therefore focus the 100 s wave burst in a narrower altitude range and much closer to the maximum electronic ionization layer. The IRI-2012 model used furthermore suggests an electron density almost 50% larger than the electron density profile observed by radio-occultation made by Cosmic technic. at the time of the mainshock occurrence, as already shown by *Astafyeva et al.* [2011]. In addition, our ground model is at this stage rather simple, with only one semi-infinite layer beneath the ocean. A more realistic structure will likely affect the amplitude of long-period waves generated by the source, especially when taking into account the mantle structure with its larger seismic velocities.

On the other hand, reducing the amplitude of the direct wave might seem, in the context of the presented modeling, in contradiction with the fact that our ionospheric hole is likely too small by a factor of about two, which requires a priori additional nonlinear effects. Other non-linear attenuation effects are however likely, through the deposition of energy, which affects in a major way the thermal balance of the thermosphere just above the earthquake location. The kinetic volumetric energy of a 200 m/s, 120 s period acoustic wave, at about 260 km is about 10^{-6} J/m³ for density of about 5×10^{-11} kg/m³, leading to a heating and cooling rate of the order of 10^{-8} W/m³. These are larger than those of the Solar heating rate in the thermosphere, which is about 10^{-9} W/m³ (*Roble and Emery* [1983]). This shows that further modeling of the ionospheric hole generation and development will have to take into account the full temperature equation of the ionosphere, in order to account for both the adiabatic and non adiabatic heating associated with acoustic waves (e.g. *Garcia et al.* [2005]).

10. Conclusions and future work

We have performed numerical simulations of the atmospheric and ionospheric perturbation for the Tohoku-Oki earthquakes of 9 and 11 March 2011. Ionosphere coupling with the neutral AGW wavefield was explored both theoretically and numerically. Numerical modeling were made with a SEM, taking into account the acoustic gravity cutoff of the atmosphere but neglecting both gravity waves and attenuation processes. Coupling between the atmosphere and ionosphere was performed with the empirical models NRLMSISE-00, IRI-2012 and IGRF respectively. The neutral wavefield, the electron density and the total electron content perturbation were computed, in the two first cases, on a 3D grid in the atmosphere, and in the later case for receiver-satellite pairs, with the reported trajectories of the GPS satellites.

We first performed simulations of the generated wavefield using different source models from the USGS, and estimated correctly the neutral wavefield. Amplitudes generated by a single point CMT seismic source and by a more realistic extended source were compared. The results show that the extended source is needed to model the amplitude of the seismic waves at the bottom of the ionosphere. Much lower neutral wave wind than those suggested in earlier studies are found, with an amplitude of about 200 m/s. This indicates a likely saturation of the radiation of acoustic waves and suggests that supersonic shock waves suggested by several past studies are unlikely, even for a magnitude 9 earthquake. These results confirm those obtained for tsunami modeling by *Coisson et al.* [2015].

We then modeled TEC signals detected by several GPS stations of the GEONET network and compared these results with observations. These calculations reproduce the ionospheric hole. Our modeling however computes first arrivals that are significantly too high in amplitude, by a factor of about 4-5, while the hole is likely two small by a factor of about two. These waveform differences are likely related to the lack of attenuation in our modeling and/or to the use of a very simple structure for the Earth crust. Comparison between modeled signals generated by the magnitude 9 mainshock and the magnitude 7.3 foreshock confirms that the advection of the ionosphere by the neutral wind is likely a major source of nonlinearity of the hole generation. These results confirm that the acous-

tic signature of large earthquakes have a non-zero mean and generally show a ionospheric hole following the initial pulse. Such nonlinearity must be taken into account in all linear filtering techniques aimed to detect possible pre-seismic TEC enhancement, including those proposed by *Heki* [2011].

These simulations provide new first steps toward modeling of the acoustic signals generated by large earthquakes. Future work will be necessary to take additional factors into account in the SPEC-FEM3D modeling software, such as the collision of ions with neutral particles, viscosity and background temperature change, as well as a better modeling of the plasma evolution including both the energy flux of the waves and the chemistry of the plasma.

Acknowledgments. K.K. acknowledges the support of IPGP to work on this project, as well as ONR and ONRG for additional support. This work has also been supported by the USA Office of Naval Research and Office of Naval Research Global through TWIST projects N000141310035 and N62909-13-1-N270. This work was granted access to the French HPC resources of TGCC under allocation #2016047341 made by GENCI. E.A. acknowledges the support of the European Research Council (ERC, grant agreement N307998). We thank Carène Larmat for providing the bathymetry as well as useful support in terms of meshing for an early implementation of SPEC-FEM3D. This is IPGP contribution # xxxx.

Appendix A: Nonlinear terms

In order to express nonlinear terms, we start from the nonlinear equations for fluids (e.g. *Landau and Lifshitz* [1959]):

- Momentum conservation

$$\rho \frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\nabla p + \rho \mathbf{g} , \quad (\text{A1})$$

- Mass conservation

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) , \quad (\text{A2})$$

and develop the pressure, density and velocity field in the form

$$p = p_0 + p_1 , \quad \rho = \rho_0 + \rho_1 , \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_1 , \quad (\text{A3})$$

where indices 0 and 1 denote equilibrium state and perturbation with respect to that state, respectively. We assume that we have a constant gravity field $\mathbf{g} = \mathbf{g}_0$ (*Cowling* [1941])

This leads to equations in which the nonlinearity is introduced through source terms:

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} = -\nabla p_1 + \rho_1 \mathbf{g}_0 + N_{\mathbf{v}} , \quad (\text{A4})$$

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{v}_1) + N_{\rho} , \quad (\text{A5})$$

with the nonlinear and wind terms $N_{\mathbf{v}}$ and N_{ρ} given respectively by

$$N_{\mathbf{v}} = -\rho_1 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial t} - \rho (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} , \quad (\text{A6})$$

$$N_{\rho} = -\nabla \cdot (\rho_1 \mathbf{v}_1) , \quad (\text{A7})$$

where we have used the equilibrium equation and assumed that we have no wind. The pressure term requires a constitutive hypothesis, such as e.g. a perfect gas law, as well as a heat energy hypothesis. In the adiabatic case without attenuation, pressure is obtained from the perfect gas law and the second principle of thermodynamics, which leads to

$$\frac{dp}{dt} = -\gamma p \nabla \cdot \mathbf{v} , \quad (\text{A8})$$

and therefore to an equation for N_p given as:

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} = -\gamma p_0 \nabla \cdot \mathbf{v}_1 - (\mathbf{v}_1 \cdot \nabla) p_0 + N_p , \quad (\text{A9})$$

where

$$N_p = -\gamma p_1 \nabla \cdot \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) p_1 . \quad (\text{A10})$$

Appendix B: Potential form of the linearized equations

Let us start from the linearized equations in the atmosphere:

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p_1 + \rho_1 \mathbf{g} , \quad (\text{B1})$$

$$p_1 = -\gamma p_0 \nabla \cdot \mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla) p_0 , \quad (\text{B2})$$

$$\rho_1 = -\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}) , \quad (\text{B3})$$

In order to rewrite them in a way emphasizing the scalar and rotational terms, we transform these equations, setting $\mathbf{a} = \rho_0 \mathbf{u}$ and using a uniform and constant $\mathbf{b} = \mathbf{g}$:

$$\nabla (\rho_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{g}) = \mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\rho_0 \mathbf{u})] + (\mathbf{g} \cdot \nabla) \rho_0 \mathbf{u} \quad (\text{B4})$$

$$\nabla \wedge [\rho_0 \mathbf{u} \wedge \mathbf{g}] = -\nabla \cdot (\rho_0 \mathbf{u}) \mathbf{g} + (\mathbf{g} \cdot \nabla) \rho_0 \mathbf{u} . \quad (\text{B5})$$

Subtracting (B5) from (B4) gives

$$-\rho_1 \mathbf{g} = -\nabla (\rho_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{g}) + \nabla \wedge [\rho_0 \mathbf{u} \wedge \mathbf{g}] + \mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\rho_0 \mathbf{u})] , \quad (\text{B6})$$

and equation (B1) with (B6) can be rewritten for an equilibrium state controlled by gravity only as:

$$\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = -\nabla p_A + \mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\rho_0 \mathbf{u})] + \nabla \wedge [\rho_0 \mathbf{u} \wedge \mathbf{g}] \quad (\text{B7})$$

with

$$p_A = -\gamma p_0 \nabla \cdot \mathbf{u} . \quad (\text{B8})$$

The second term cancels for longitudinal waves ($\nabla = i\mathbf{k}/|\mathbf{u}|$) and the third term cancels for longitudinal waves propagating vertically, indicating the weakness of the two terms for the first acoustic pulse.

Let us now consider a variant of *Chaljub and Valette* [2004], in which we assume that the potential can be written in $\rho_0 \mathbf{u}$, with both a non rotational scalar plus another one along the z axis, such that

$$\rho_0 \mathbf{u} = (\nabla \chi + \varphi \mathbf{e}_z) . \quad (\text{B9})$$

In this case, using (B9), for the first of the two right-hand-side terms of equation (B7) we get

$$\mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\rho_0 \mathbf{u})] = \mathbf{g} \wedge [\nabla \wedge (\varphi \mathbf{e}_z)] = \mathbf{g} \wedge [\nabla \varphi \wedge \mathbf{e}_z] = -g \nabla \varphi + g \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{e}_z . \quad (\text{B10})$$

For the second term, again using (B9), we get :

$$\nabla \wedge [\rho_0 \mathbf{u} \wedge \mathbf{g}] = \nabla \wedge [\nabla \chi \wedge \mathbf{g}] = g \nabla^2 \chi \mathbf{e}_z - g \nabla \frac{\partial \chi}{\partial z} . \quad (\text{B11})$$

Using these wavefield formula in equation (B7) we get

$$\nabla \ddot{\chi} + \ddot{\varphi} \mathbf{e}_z = -\nabla p_A - \nabla (g\varphi) + \frac{\partial \varphi}{\partial z} \mathbf{g} - \nabla \left(\mathbf{g} \frac{\partial \chi}{\partial z} \right) + \mathbf{g} \nabla^2 \chi \quad (\text{B12})$$

and the system of equations in the atmosphere becomes

$$\ddot{\chi} = -p_A - g\varphi - g\frac{\partial\chi}{\partial z}, \quad (\text{B13})$$

$$\ddot{\varphi} = g\nabla^2\chi + g\frac{\partial\varphi}{\partial z}, \quad (\text{B14})$$

$$p_A = -\gamma p_0 \nabla \cdot \left[\frac{1}{\rho_0} \nabla \chi + \frac{\varphi}{\rho} \mathbf{e}_z \right]. \quad (\text{B15})$$

Appendix C: Plane wave formulation

In our study we assume that the upward wavefield is in the vertical direction and we have

$$\rho \mathbf{u} = \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) (i\mathbf{k}\chi_0 \exp(i[\omega t - \mathbf{k}_W \cdot \mathbf{r}]) + \varphi_0 \exp(i[\omega t - \mathbf{k}_W \cdot \mathbf{r}]) \mathbf{e}_z) , \quad (\text{C1})$$

$$p_1 = -\gamma p_0 \nabla \cdot \left[\frac{1}{\rho_0} \nabla \chi \right] - \gamma p_0 \frac{\partial \varphi}{\partial z} \frac{1}{\rho} , \quad (\text{C2})$$

$$p_1 = -c^2 \nabla^2 \chi - c^2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{c^2}{H} \frac{\partial \chi}{\partial z} - \frac{c^2}{H} \varphi , \quad (\text{C3})$$

with $\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho} \right) = \frac{1}{\rho H}$, where the equations for the wavefield displacement are given by

$$\ddot{\chi} = \left(c^2 \nabla^2 \chi - g \frac{\partial \chi}{\partial z} + \frac{c^2}{H} \frac{\partial \chi}{\partial z} \right) + \left(c^2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} + \frac{c^2}{H} \varphi - g \varphi \right) , \quad (\text{C4})$$

$$\ddot{\varphi} = g \nabla^2 \chi + g \frac{\partial \varphi}{\partial z} . \quad (\text{C5})$$

We thus have

$$\nabla^2 \rightarrow \frac{1}{4H^2} - k_W^2 + \frac{i}{H} k_{Wz} ,$$

$$\nabla \rightarrow -\frac{1}{2H} \mathbf{e}_z - i\mathbf{k}_W , \quad (\text{C6})$$

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \rightarrow -\omega^2 ,$$

$$-\omega^2 \begin{pmatrix} ik\chi_0 \\ \varphi_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ik\chi_0 \\ \varphi_0 \end{pmatrix} , \quad (\text{C7})$$

where the A_{ii} are given as

$$A_{11} = -c^2 k_W^2 + ik_W g \cos \theta + \frac{g}{2H} - \frac{c^2}{4H^2} ,$$

$$A_{12} = \left(\frac{c^2}{2H} - g - ik_W c^2 \cos \theta \right) ik_W ,$$

$$A_{21} = ik_W g \left(1 - \frac{1}{4H^2 k_W^2} \right) + \frac{g}{H} \cos \theta ,$$

$$A_{22} = -\frac{g}{2H} - ik_W g \cos \theta .$$

In order to get the eigenmodes, we note $\chi_1 = ik\chi_0$ and $\varphi_0 = \varphi_1$ and our system becomes:

$$\begin{pmatrix} A_{11} + \omega^2 & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} + \omega^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \varphi_1 \end{pmatrix} = 0 . \quad (\text{C9})$$

$$(A_{11} + \omega^2)(A_{22} + \omega^2) - A_{12}A_{21} = 0 , \quad (\text{C10})$$

which leads to

$$\omega^4 + (A_{11} + A_{22})\omega^2 + A_{11}A_{22} - A_{12}A_{21} = 0 . \quad (\text{C11})$$

The determinant of this equation is given by

$$\Delta = (A_{11} - A_{22})^2 + 4(A_{12}A_{21}) , \quad (\text{C12})$$

$$\Delta = \left[\left(\left(\frac{g}{H} - \frac{c^2}{4H^2} \right) - c^2 k_W^2 \right) + 2ik_W g \cos \theta \right]^2 + 4 \left(\frac{c^2}{H} - g - \frac{c^2}{2H} - ik_W c^2 \cos \theta \right) ik_W \quad (\text{C13})$$

$$\times ik_W g \left(1 - \frac{1}{4H^2 k_W^2} \right) + \frac{g}{H} \cos \theta ,$$

$$\Delta = k_W^4 c^4 + 4k_W^2 c^2 (\cos^2 \theta - 1) g \left(\frac{1}{H} - \frac{g}{c^2} \right) + \frac{c^4}{16H^4} + \frac{k_W^2 c^4}{2H^2} , \quad (\text{C14})$$

$$\Delta = k_W^4 c^4 \left(1 - 4 \frac{N^2}{k_W^2 c^2} \sin^2 \theta + \frac{1}{2H^2 k_W^2} \left(1 + \frac{1}{8H^2 k_W^2} \right) \right) , \quad (\text{C15})$$

Let us write $\Delta = k_W^4 c^4 \Delta'$, where

$$\Delta' = \left(1 - 4 \frac{N^2}{k_W^2 c^2} \sin^2 \theta + \frac{1}{2H^2 k_W^2} \left(1 + \frac{1}{8H^2 k_W^2} \right) \right) . \quad (\text{C16})$$

The Brunt-Väisälä frequency is given by

$$N^2 = -g \left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \nabla \rho + \frac{g}{c^2} \right) , \quad (\text{C17})$$

$$N^2 = g \left(\frac{1}{H} - \frac{g}{c^2} \right) ,$$

and the solutions of this system are given as

$$\omega^2 = \frac{k_W^2 c^2}{2} \left(1 + \frac{1}{4k_W^2 H^2} \pm \sqrt{\Delta'} \right) . \quad (\text{C18})$$

We can then analyze the dispersion relation as a function of θ :

$$k_W^2 = \frac{1}{c^2} \frac{\omega^2 - \omega_a^2}{1 - \frac{N^2}{\omega^2} \sin^2 \theta} , \quad (\text{C19})$$

where $\omega_a = \frac{c}{2H} = \frac{\gamma g}{2c}$ is the cutoff frequency. We then obtain:

$$\omega_{ac}^2 = k_W^2 c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k_W^2 c^2}}{2} \right) \left[1 + \left(1 - \frac{N^2 \sin^2 \theta}{k_W^2 c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k_W^2 c^2}}{2} \right)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] , \quad (\text{C20})$$

$$\omega_g^2 = k_W^2 c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k_W^2 c^2}}{2} \right) \left[1 - \left(1 - \frac{N^2 \sin^2 \theta}{k_W^2 c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k_W^2 c^2}}{2} \right)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] .$$

From (C20) we obtain the phase velocity by dividing ω by k_W

$$v_{ac} = \sqrt{c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k_W^2 c^2}}{2} \right) \left[1 + \left(1 - \frac{N^2 \sin^2 \theta}{k_W^2 c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k_W^2 c^2}}{2} \right)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}, \quad (\text{C21})$$

$$v_g = \sqrt{c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k_W^2 c^2}}{2} \right) \left[1 - \left(1 - \frac{N^2 \sin^2 \theta}{k_W^2 c^2 \left(\frac{1 + \frac{\omega_a^2}{k_W^2 c^2}}{2} \right)^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right]}. \quad (\text{C22})$$

We then compute the group velocity as

$$v_{gr_{ac}} = \frac{\partial \omega_{ac}}{\partial k_W}, \quad (\text{C23})$$

$$v_{gr_g} = \frac{\partial \omega_g}{\partial k_W},$$

$$\frac{\partial \omega_{ac}}{\partial k_W} = \frac{k_W c^2}{2\omega_{ac}} \left[1 + \frac{(k_W^2 c^2 + \omega_a^2) - 2N^2 \sin^2 \theta}{\sqrt{\left(\frac{k_W^2 c^2 + \omega_a^2}{2} \right)^2 - N^2 k_W^2 c^2 \sin^2 \theta}} \right], \quad (\text{C24})$$

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial k_W} = \frac{k_W c^2}{2\omega_g} \left[1 - \frac{(k_W^2 c^2 + \omega_a^2) - 2N^2 \sin^2 \theta}{\sqrt{\left(\frac{k_W^2 c^2 + \omega_a^2}{2} \right)^2 - N^2 k_W^2 c^2 \sin^2 \theta}} \right]. \quad (\text{C25})$$

Appendix D: Evaluation of the nonlinear terms in the neutral wavefield

To evaluate the ratio between the linear and nonlinear terms N_v , N_p , and N_ρ , in equations (A6), (A7) and (A10) we have

$$\chi = \chi_1 \exp [i (\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] \quad (\text{D1})$$

and

$$\varphi = \varphi_1 \exp [i (\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})] , \quad (\text{D2})$$

which leads to

$$\varphi = \frac{\varphi_1}{\chi_1} \chi . \quad (\text{D3})$$

From equation (14) we have

$$\mathbf{v} = \frac{1}{\rho_0} \exp \left(-\frac{z}{2H} \right) \left[\omega \mathbf{k}_W + i\omega \frac{\varphi_1}{\chi_1} \mathbf{e}_z \right] \chi , \quad (\text{D4})$$

$$\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\rho_0} \exp \left(-\frac{z}{2H} \right) \left[\omega \mathbf{k}_W + i\omega \frac{\varphi_1}{\chi_1} \mathbf{e}_z \right] \chi \right) , \quad (\text{D5})$$

$$= \frac{1}{\rho_0} \exp \left(-\frac{z}{2H} \right) \left[i\omega^2 \mathbf{k}_W - \omega^2 \frac{\varphi_1}{\chi_1} \mathbf{e}_z \right] \chi ,$$

$$\nabla \cdot \mathbf{v} = -\frac{\omega}{\rho_0} \exp \left(-\frac{z}{2H} \right) \left(\frac{1}{2H} \mathbf{e}_z + i\mathbf{k}_W \right) \left(\mathbf{k}_W + i\frac{\varphi_1}{\chi_1} \mathbf{e}_z \right) \chi , \quad (\text{D6})$$

$$= -\frac{\omega}{\rho_0} \exp \left(-\frac{z}{2H} \right) \left(\frac{k_W \cos \theta}{2H} - \frac{\varphi_1}{\chi_1} k_W \cos \theta + i \left(k_W^2 + \frac{1}{2H} \frac{\varphi_1}{\chi_1} \right) \right) \chi ,$$

and from (24) and (D3) we have

$$\rho_1 = -\nabla^2 \chi - \frac{\partial \varphi}{\partial z} , \quad (\text{D7})$$

$$= -\exp \left(-\frac{z}{2H} \right) \left(\left(\frac{1}{4H^2} - k_W^2 + i\frac{1}{H} k_W \cos \theta \right) - \left(\frac{1}{2H} + i k_W \cos \theta \right) \frac{\varphi_1}{\chi_1} \right) \chi ,$$

$$\nabla \rho_1 = \exp \left(-\frac{z}{2H} \right) \left(\frac{1}{2H} + i k_W \cos \theta \right) \left(\left(\frac{1}{4H^2} - k_W^2 + i\frac{1}{H} k \cos \theta \right) - \left(\frac{1}{2H} + i k_W \cos \theta \right) \frac{\varphi_1}{\chi_1} \right) \chi ,$$

$$= \exp \left(-\frac{z}{2H} \right) \left(\frac{1}{8H^3} - \frac{k^2}{2H} - k_W^2 \cos^2 \theta + i k \cos \theta \left(\frac{1}{2H} + \frac{1}{4H^2} - k_W^2 \right) \right.$$

$$\left. - \left(\frac{1}{4H^2} - k_W^2 + i\frac{1}{H} k_W \cos \theta \right) \frac{\varphi_1}{\chi_1} \right) \chi . \quad (\text{D8})$$

and

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} = -i\omega \exp \left(-\frac{z}{2H} \right) \left(\left(\frac{1}{4H^2} - k_W^2 + i\frac{1}{H} k_W \cos \theta \right) - \left(\frac{1}{2H} + i k_W \cos \theta \right) \frac{\varphi_1}{\chi_1} \right) \chi \quad (\text{D9})$$

From (C12) we have

$$p'_1 = -c^2 \nabla^2 \chi - c^2 \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{c^2}{H} \frac{\partial \chi}{\partial z} - \frac{c^2}{H} \varphi , \quad (\text{D10})$$

$$p'_1 = c^2 \exp \left(-\frac{z}{2H} \right) \left(\left(\frac{1}{2H^2} + k_W^2 \right) + \left(\frac{1}{3H} + i k_W \cos \theta \right) \frac{\varphi_1}{\chi_1} \right) \chi ,$$

$$\frac{\partial p_1}{\partial t} = i\omega c^2 \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left(\left(\frac{1}{2H^2} + k_W^2 \right) + \left(\frac{1}{3H} + ik_W \cos \theta \right) \frac{\varphi_1}{\chi_1} \right) \chi, \quad (\text{D11})$$

and

$$\begin{aligned} \nabla p_1 &= -c^2 \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left(\frac{1}{2H} + ik_W \cos \theta \right) \left(\left(\frac{1}{2H^2} + k_W^2 \right) + \left(\frac{1}{3H} + ik_W \cos \theta \right) \frac{\varphi_1}{\chi_1} \right) \chi, \\ &= -c^2 \exp\left(-\frac{z}{2H}\right) \left[\frac{1}{2H} \left(\frac{1}{2H^2} + k_W^2 \right) + ik_W \cos \theta \left(\frac{1}{2H^2} + k_W^2 \right) \right. \\ &\quad \left. + \left(\left(\frac{1}{6H^2} - k_W^2 \cos \theta \right) + i \frac{5}{6H} k_W \cos \theta \right) \frac{\varphi_1}{\chi_1} \right] \chi. \end{aligned} \quad (\text{D12})$$

In order to evaluate $N_{\mathbf{v}}$, N_p , N_ρ we compute only the real part, which represents the physical part of the field

$$N_{\mathbf{v}} = -\rho_1 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} - (\rho_0 + \rho_1) (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v}, \quad (\text{D13})$$

$$N_p = -\gamma p_1 \nabla \cdot \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) p_1, \quad (\text{D14})$$

and

$$N_\rho = -\rho_1 \nabla \cdot \mathbf{v} - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \rho_1. \quad (\text{D15})$$

We divide the quantities by $-\rho_0 \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$, $\frac{\partial p_1}{\partial t}$, and $\frac{\partial \rho_1}{\partial t}$ respectively, to evaluate the contribution of the nonlinear quantities.

References

- Aki, K., and P. G. Richards (1980), *Quantitative seismology, theory and methods*, W. H. Freeman, San Francisco, USA, 700 pages.
- Ammon, C. J., T. Lay, H. Kanamori, and M. Cleveland (2011), A rupture model of the 2011 off the Pacific coast of Tohoku earthquake, *Earth, Planets and Space*, *63*(7), 693–696, doi:10.5047/eps.2011.05.015.
- Artru, J., P. Lognonné, and E. Blanc (2001), Normal modes modelling of post-seismic ionospheric oscillations, *Geophysical Research Letters*, *28*(4), 697–700, doi:10.1029/2000gl000085.
- Artru, J., T. Farges, and P. Lognonné (2004), Acoustic waves generated from seismic surface waves: Propagation properties determined from Doppler sounding observations and normal-mode modelling, *Geophysical Journal International*, *158*(3), 1067–1077, doi:10.1111/j.1365-246x.2004.02377.x.
- Artru, J., V. Ducic, H. Kanamori, P. Lognonné, and M. Murakami (2005), Ionospheric detection of gravity waves induced by tsunamis, *Geophysical Journal International*, *160*(3), 840–848, doi:10.1111/j.1365-246x.2005.02552.x.
- Astafyeva, E., I. Afraimovich, and L. Edward (2006), Long-distance traveling ionospheric disturbances caused by the great Sumatra-Andaman earthquake on 26 December 2004, *Earth, Planets and Space*, *58*(8), 1025–1031, doi:10.1186/bf03352607.
- Astafyeva, E., K. Heki, V. Kiryushkin, E. Afraimovich, and S. Shalimov (2009), Two-mode long-distance propagation of coseismic ionosphere disturbances, *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, *114*(A10), A10,307, doi:10.1029/2008JA013853.

- Astafyeva, E., P. Lognonné, and L. Rolland (2011), First ionospheric images of the seismic fault slip on the example of the Tohoku-Oki earthquake, *Geophysical Research Letters*, *38*(22), L22,104, doi:10.1029/2011GL049623.
- Astafyeva, E., L. Rolland, P. Lognonné, K. Khelifi, and T. Yahagi (2013a), Parameters of seismic source as deduced from 1 Hz ionospheric GPS data: Case study of the 2011 Tohoku-Oki event, *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, *118*(9), 5942–5950, doi:10.1002/jgra.50556.
- Astafyeva, E., S. Shalimov, E. Olshanskaya, and P. Lognonné (2013b), Ionospheric response to earthquakes of different magnitudes: Larger quakes perturb the ionosphere stronger and longer, *Geophysical Research Letters*, *40*(9), 1675–1681, doi:10.1002/grl.50398.
- Bilitza, B., D. Reinisch (2008), International reference ionosphere 2007: Improvements and new parameters, *Advances in Space Research*, *42*(4), 599–609, doi:10.1016/j.asr.2007.07.048.
- Bilitza, D. (2001), International reference ionosphere 2000, *Radio Science*, *36*(2), 261–275, doi:10.1029/2000rs002432.
- Brissaud, Q., R. Martin, R. F. Garcia, and D. Komatitsch (2016), Finite-difference numerical modelling of gravitoacoustic wave propagation in a windy and attenuating atmosphere, *Geophys. J. Int.*, *206*(1), 308–327, doi:10.1093/gji/ggw121.
- Calais, E., and B. Minster (1996), GPS detection of ionospheric perturbations following a space shuttle ascent, *Geophys. Res. Lett.*, *23*(15), 1897–1900, doi:10.1029/96gl01256.
- Calais, E., and J. B. Minster (1995), GPS detection of ionospheric perturbations following the January 17, 1994, Northridge earthquake, *Geophys. Res. Lett.*, *22*(9), 1045–1048, doi:10.1029/95gl00168.
- Calais, E., J. Minster, Bernard, M. Hofton, and M. Hedlin (2002), Ionospheric signature of surface mine blasts from global positioning system measurements, *Geophysical Journal International*, *132*(1), 191–202, doi:10.1046/j.1365-246x.1998.00438.x.
- Chaljub, E., and B. Valette (2004), Spectral element modeling of three-dimensional wave propagation in a self-gravitating earth with an arbitrarily stratified outer core, *Geophysical Journal International*, *158*(1), 131–141, doi:10.1111/j.1365-246x.2004.02267.x.
- Coisson, P., P. Lognonné, D. Walwer, and L. M. Rolland (2015), First tsunami gravity wave detection in ionospheric radio occultation data, *Earth and Space Science*, *2*(5), 125–133, doi:10.1002/2014ea000054.
- Cowling, T. G. (1941), The non-radial oscillations of polytropic stars, *Mon. Not. Roy. Astron. Soc.*, *101*, 369–373.
- Ducic, V., J. Artru, and P. Lognonné (2003), Ionospheric remote sensing of the Denali earthquake Rayleigh surface waves, *Geophysical Research Letters*, *30*(18), doi:10.1029/2003gl017812.
- Eckart, C., and J. Gillis (1961), Hydrodynamics of oceans and atmospheres, *Physics Today*, *14*(8), 52, doi:10.1063/1.3057700.
- Finlay, C. C., S. Maus, C. D. Beggan, T. N. Bondar, A. Chambodut, T. A. Chernova, A. Chulliat, V. P. Golovkov, B. Hamilton, and M. Hamoudi (2010), International ge-

- omagnetic reference field: The eleventh generation, *Geophysical Journal International*, *183*(3), 1216–1230, doi:10.1111/j.1365-246x.2010.04804.x.
- Galvan, D. A., A. Komjathy, M. P. Hickey, P. Stephens, J. Snively, Y. Tony Song, M. D. Butala, and A. J. Mannucci (2012), Ionospheric signatures of Tohoku-Oki tsunami of March 11, 2011: Model comparisons near the epicenter, *Radio Science*, *47*(4), doi:10.1029/2012rs005023.
- Galvez, P., J.-P. Ampuero, L. A. Dalguer, S. N. Somala, and T. Nissen-Meyer (2014), Dynamic earthquake rupture modelled with an unstructured 3-D spectral element method applied to the 2011 M9 Tohoku earthquake, *Geophysical Journal International*, *198*(2), 1222–1240, doi:10.1093/gji/ggu203.
- Garcia, R., F. Crespon, V. Ducic, and P. Lognonné (2005), Three-dimensional ionospheric tomography of post-seismic perturbations produced by the Denali earthquake from GPS data, *Geophysical Journal International*, *163*(3), 1049–1064, doi:10.1111/j.1365-246x.2005.02775.x.
- Hammond, W. C., G. Blewitt, and C. Kreemer (2011), Block modeling of crustal deformation of the northern Walker Lane and basin and range from GPS velocities, *J. Geophys. Res.*, *116*(B4), doi:10.1029/2010jb007817.
- Hayes, G. P. (2011), Rapid source characterization of the 2011 Mw 9.0 off the Pacific coast of Tohoku earthquake, *Earth, Planets and Space*, *63*(7), 529–534, doi:10.5047/eps.2011.05.012.
- Heki, K. (2011), Ionospheric electron enhancement preceding the 2011 Tohoku-Oki earthquake, *Geophysical Research Letters*, *38*(17), L17,312, doi:10.1029/2011GL047908.
- Heki, K., and Y. Enomoto (2013), Preseismic ionospheric electron enhancements revisited, *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, *118*(10), 6618–6626, doi:10.1002/jgra.50578.
- Hooke, W. H. (1970), Ionospheric response to internal gravity waves: 2. Lower F region response, *J. Geophys. Res.*, *75*(34), 7229–7238, doi:10.1029/ja075i034p07229.
- Huba, J. D., G. Joyce, and J. A. Fedder (2000), Sami2 is another model of the ionosphere (SAMI2): A new low-latitude ionosphere model, *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, *105*(A10), 23,035–23,053, doi:10.1029/2000ja000035.
- Kakinami, Y., M. Kamogawa, Y. Tanioka, S. Watanabe, A. R. Gusman, J.-Y. Liu, Y. Watanabe, and T. Mogi (2012), Tsunamigenic ionospheric hole, *Geophysical Research Letters*, *39*(13), L00G27, doi:10.1029/2011GL050159.
- Kamogawa, M., and Y. Kakinami (2013), Is a ionospheric electron enhancement preceding the 2011 Tohoku-Oki earthquake a precursor?, *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, *118*(4), 1751–1754, doi:10.1002/jgra.50118.
- Kamogawa, M., T. Kanaya, Y. Orihara, A. Toyoda, Y. Suzuki, S. Togo, and J.-Y. Liu (2015), Does an ionospheric hole appear after an inland earthquake?, *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, *120*(11), 9998–10,005, doi:10.1002/2015ja021476.
- Kelley, M. C. (2009), *The Earth's Ionosphere: Plasma Physics & Electrodynamics*, vol. 96, Academic press.

- Kherani, E., L. Rolland, P. Lognonné, A. Sladen, V. Klausner, and E. de Paula (2016), Traveling ionospheric disturbances propagating ahead of the Tohoku-Oki tsunami: A case study, *Geophys. J. Int.*, *204*(2), 1148–1158, doi:10.1093/gji/ggv500.
- Kherani, E. A., P. Lognonné, H. Hébert, L. Rolland, E. Astafyeva, G. Occhipinti, P. Coisson, D. Walwer, and E. R. de Paula (2012), Modelling of the total electronic content and magnetic field anomalies generated by the 2011 Tohoku-Oki tsunami and associated acoustic-gravity waves, *Geophysical Journal International*, pp. no–no, doi:10.1111/j.1365-246x.2012.05617.x.
- Komatitsch, D., and J. Tromp (1999), Introduction to the spectral-element method for 3-D seismic wave propagation, *Geophys. J. Int.*, *139*(3), 806–822, doi:10.1046/j.1365-246x.1999.00967.x.
- Komatitsch, D., and J. Tromp (2002a), Spectral-element simulations of global seismic wave propagation-II. 3-D models, oceans, rotation, and self-gravitation, *Geophys. J. Int.*, *150*(1), 303–318, doi:10.1046/j.1365-246X.2002.01716.x.
- Komatitsch, D., and J. Tromp (2002b), Spectral-element simulations of global seismic wave propagation-I. Validation, *Geophys. J. Int.*, *149*(2), 390–412, doi:10.1046/j.1365-246X.2002.01653.x.
- Komatitsch, D., J. P. Vilotte, R. Vai, J. M. Castillo-Covarrubias, and F. J. Sánchez-Sesma (1999), The spectral-element method for elastic wave equations: application to 2D and 3D seismic problems, *Int. J. Numer. Methods Eng.*, *45*(9), 1139–1164, doi:10.1002/(SICI)1097-0207(19990730)45:9<1139::AID-NME617>3.0.CO;2-T.
- Landau, L. D., and E. M. Lifshitz (1959), *Fluid mechanics*, Pergamon Press, New-York, USA, 536 pages.
- Liu, J.-Y., Y.-B. Tsai, K.-F. Ma, Y.-I. Chen, H.-F. Tsai, C.-H. Lin, M. Kamogawa, and C.-P. Lee (2006), Ionospheric GPS total electron content (TEC) disturbances triggered by the 26 December 2004 Indian Ocean tsunami, *J. Geophys. Res.*, *111*(A5), doi:10.1029/2005ja011200.
- Liu, J.-Y., C.-H. Chen, C.-H. Lin, H.-F. Tsai, C.-H. Chen, and M. Kamogawa (2011), Ionospheric disturbances triggered by the 11 March 2011 m 9.0 Tohoku earthquake, *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, *116*(A6), A06,319, doi:10.1029/2011JA016761.
- Lognonné, P., E. Clévéde, and H. Kanamori (1998), Computation of seismograms and atmospheric oscillations by normal-mode summation for a spherical earth model with realistic atmosphere, *Geophysical Journal International*, *135*(2), 388–406, doi:10.1046/j.1365-246x.1998.00665.x.
- Lognonné, P., J. Artru, R. Garcia, F. Crespon, V. Ducic, E. Jeansou, G. Occhipinti, J. Helbert, G. Moreaux, and P.-E. Godet (2006), Ground-based GPS imaging of ionospheric post-seismic signal, *Planetary and Space Science*, *54*(5), 528–540, doi:10.1016/j.pss.2005.10.021.
- Lognonné, P., F. Karakostas, L. Rolland, and Y. Nishikawa (2016), Modeling of atmospheric-coupled Rayleigh waves on planets with atmosphere: From Earth observation to Mars and Venus perspectives, *Journal of the Acoustical Society of America*, *140*(2), 1447–1468, doi:10.1121/1.4960788.

- Macleod, M. A. (1966), Sporadic E theory. I. collision-geomagnetic equilibrium, *Journal of the Atmospheric Sciences*, *23*(1), 96–109, doi:10.1175/1520-0469(1966)023;0096:SETICG;2.0.CO;2.
- Makela, J. J., P. Lognonné, H. Hébert, T. Gehrels, L. Rolland, S. Allgeyer, A. Kherani, G. Occhipinti, E. Astafyeva, and P. Coisson (2011), Imaging and modeling the ionospheric airglow response over Hawaii to the tsunami generated by the Tohoku earthquake of 11 March 2011, *Geophys. Res. Lett.*, *38*(24), n/a–n/a, doi:10.1029/2011gl047860.
- Matsumura, M., A. Saito, T. Iyemori, H. Shinagawa, T. Tsugawa, Y. Otsuka, M. Nishioka, and C. H. Chen (2011), Numerical simulations of atmospheric waves excited by the 2011 off the Pacific coast of Tohoku earthquake, *Earth, Planets and Space*, *63*(7), 885–889, doi:10.5047/eps.2011.07.015.
- Occhipinti, G., P. Lognonné, E. A. Kherani, and H. Hébert (2006), Three-dimensional waveform modeling of ionospheric signature induced by the 2004 Sumatra tsunami, *Geophys. Res. Lett.*, *33*(20), doi:10.1029/2006gl026865.
- Occhipinti, G., P. Dorey, T. Farges, and P. Lognonné (2010), Nostradamus: The radar that wanted to be a seismometer, *Geophysical Research Letters*, *37*(18), L18,104, doi:10.1029/2010GL044009.
- Occhipinti, G., P. Coisson, J. J. Makela, S. Allgeyer, A. Kherani, H. Hébert, and P. Lognonné (2011), Three-dimensional numerical modeling of tsunami-related internal gravity waves in the Hawaiian atmosphere, *Earth, Planets and Space*, *63*(7), 847–851, doi:10.5047/eps.2011.06.051.
- Occhipinti, G., L. Rolland, P. Lognonné, and S. Watada (2013), From Sumatra 2004 to Tohoku-Okai 2011: The systematic GPS detection of the ionospheric signature induced by tsunamigenic earthquakes, *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, *118*(6), 3626–3636, doi:10.1002/jgra.50322.
- Picone, J. M., A. E. Hedin, D. P. Drob, and A. C. Aikin (2002), Nrlmsise-00 empirical model of the atmosphere: Statistical comparisons and scientific issues, *Journal of Geophysical Research: Space Physics*, *107*(A12), SIA 15–1–SIA 15–16, doi:10.1029/2002ja009430.
- Roble, R., and B. Emery (1983), On the global mean temperature of the thermosphere, *Planetary and Space Science*, *31*(6), 597–614, doi:10.1016/0032-0633(83)90002-8.
- Rolland, L. M., G. Occhipinti, P. Lognonné, and A. Loevenbruck (2010), Ionospheric gravity waves detected offshore Hawaii after tsunamis, *Geophysical Research Letters*, *37*(17), L17,101, doi:10.1029/2010GL044479.
- Rolland, L. M., P. Lognonné, E. Astafyeva, E. A. Kherani, N. Kobayashi, M. Mann, and H. Munekane (2011), The resonant response of the ionosphere imaged after the 2011 off the Pacific coast of Tohoku earthquake, *Earth, Planets and Space*, *63*(7), 853–857, doi:10.5047/eps.2011.06.020.
- Shinagawa, H., T. Iyemori, S. Saito, and T. Maruyama (2007), A numerical simulation of ionospheric and atmospheric variations associated with the Sumatra earthquake on December 26, 2004, *Earth, Planets and Space*, *59*(9), 1015–1026, doi:10.1186/bf03352042.

- Shinagawa, H., T. Tsugawa, M. Matsumura, T. Iyemori, A. Saito, T. Maruyama, H. Jin, M. Nishioka, and Y. Otsuka (2013), Two-dimensional simulation of ionospheric variations in the vicinity of the epicenter of the Tohoku-Oki earthquake on 11 March 2011, *Geophysical Research Letters*, *40*(19), 5009–5013, doi:10.1002/2013gl057627.
- Smith, F. L. (1968), Electron production and loss rates in the *F* region, *J. Geophys. Res.*, *73*(23), 7385–7398, doi:10.1029/ja073i023p07385.

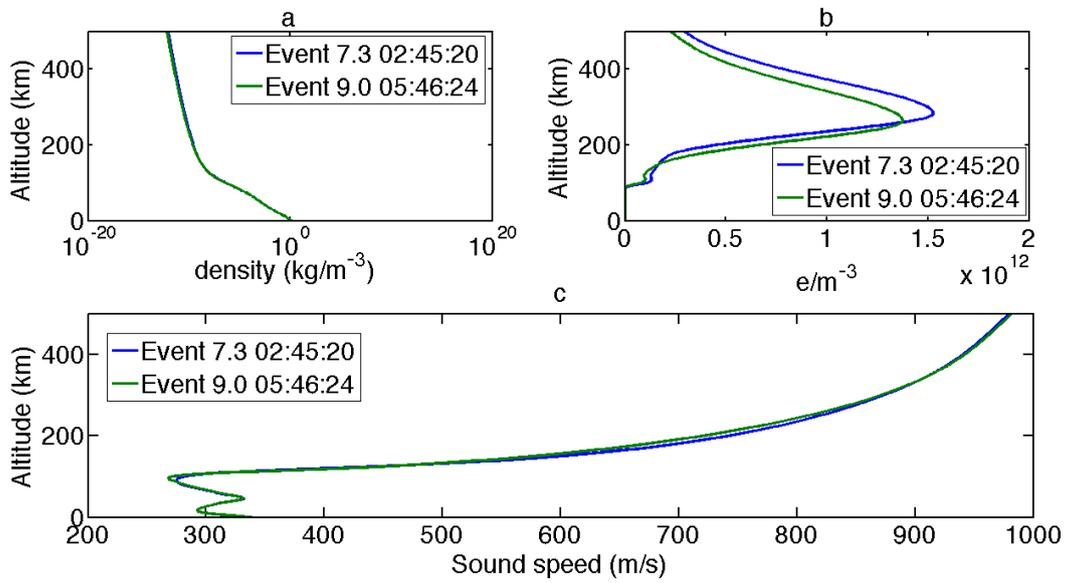


Figure 1. a- Density profil derived from the NRLMSISE-00. b- Electron density derived from the NRLMSISE-00 model and the IRI 2012 model, c- Sound speed derived from the NRLMSISE-00. For the forshok and mainschok earthquakes of Tohoku in march 2011.

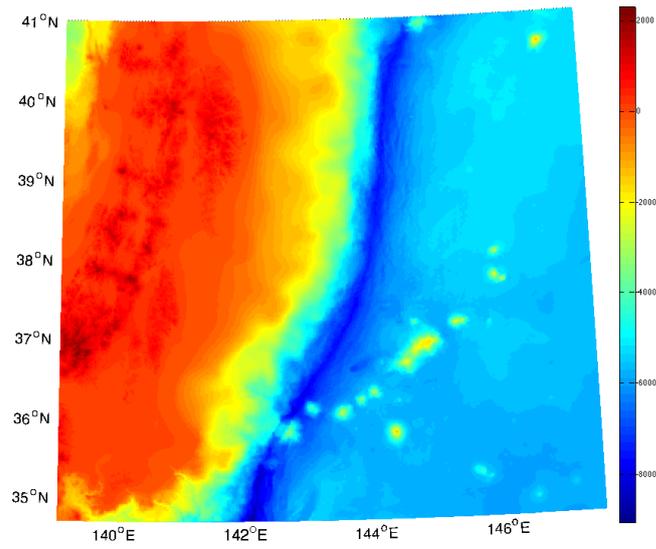


Figure 2. Tohoku-Oki bathymetry map. Data taken from www.ngdc.noaa.gov.

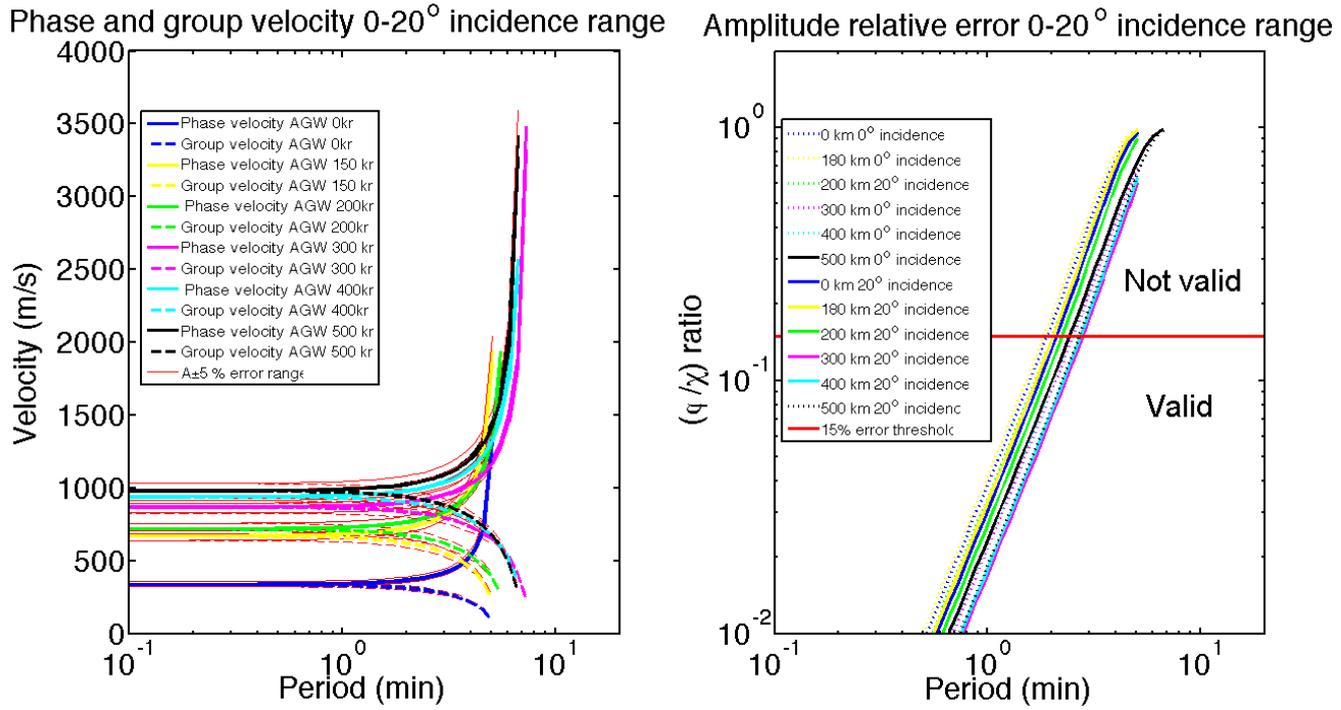


Figure 3. Left panel: Phase and group velocities for Acoustic-gravity waves (AGW) versus source period, for different altitudes 180, 200, 300,400 and 500 km respectively, for two different angles (0° and 20°). Right panel: Relative ratio between the scalar and vector part of potential for different altitudes 180, 200, 300, 400 and 500 km, respectively, versus source period, projected on the 45° direction corresponding to the magnetic inclination above Japan. The red horizontal line shown the region of the limit validation of the acoustic approximation (about 15% error in amplitude), for the corresponding altitudes. The dashed red line in the left panel is representing the 5% of the velocity errors

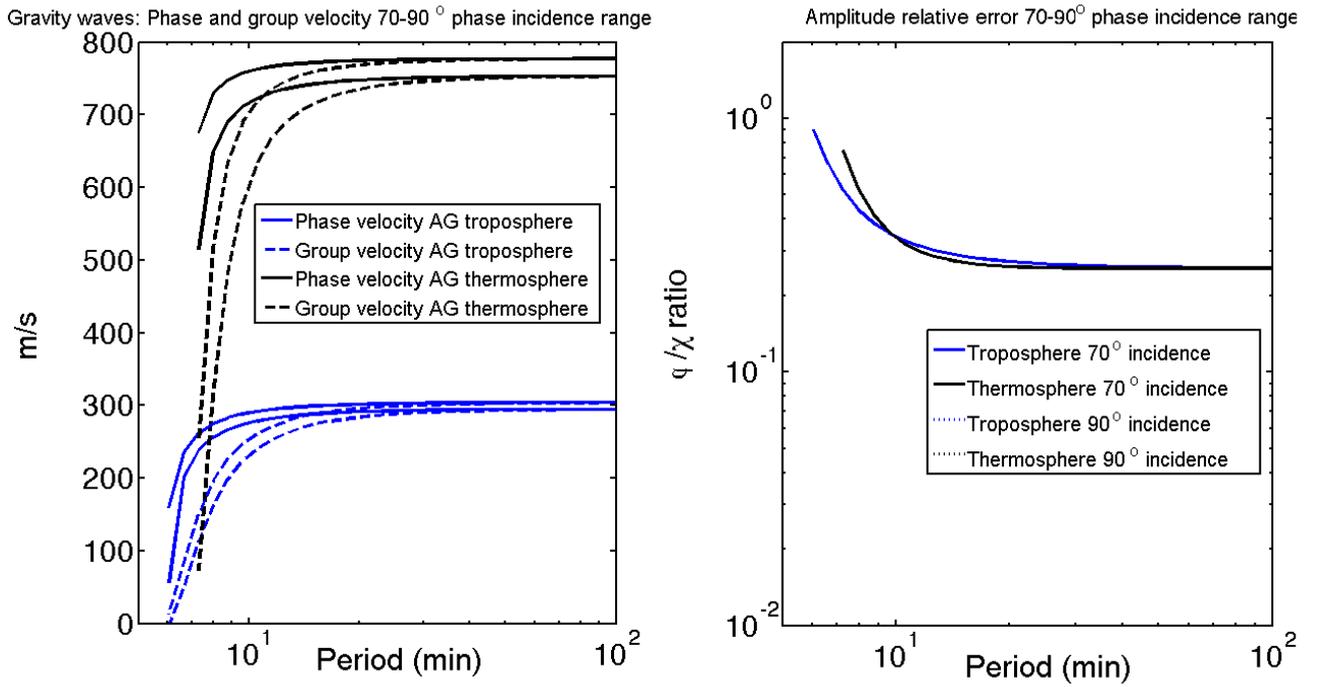


Figure 4. Left panel-Phase and group velocities versus source period, for two different altitude thermosphere and troposphere and for two different angles (70° and 90°) for the gravity neutral field. Right panel - Relative ratio of the gravity part of the amplitude of the neutral wavefield with respect to the scalar part for different altitudes two different incidence angles (70° and 90°) of the thermosphere and troposphere versus source period.

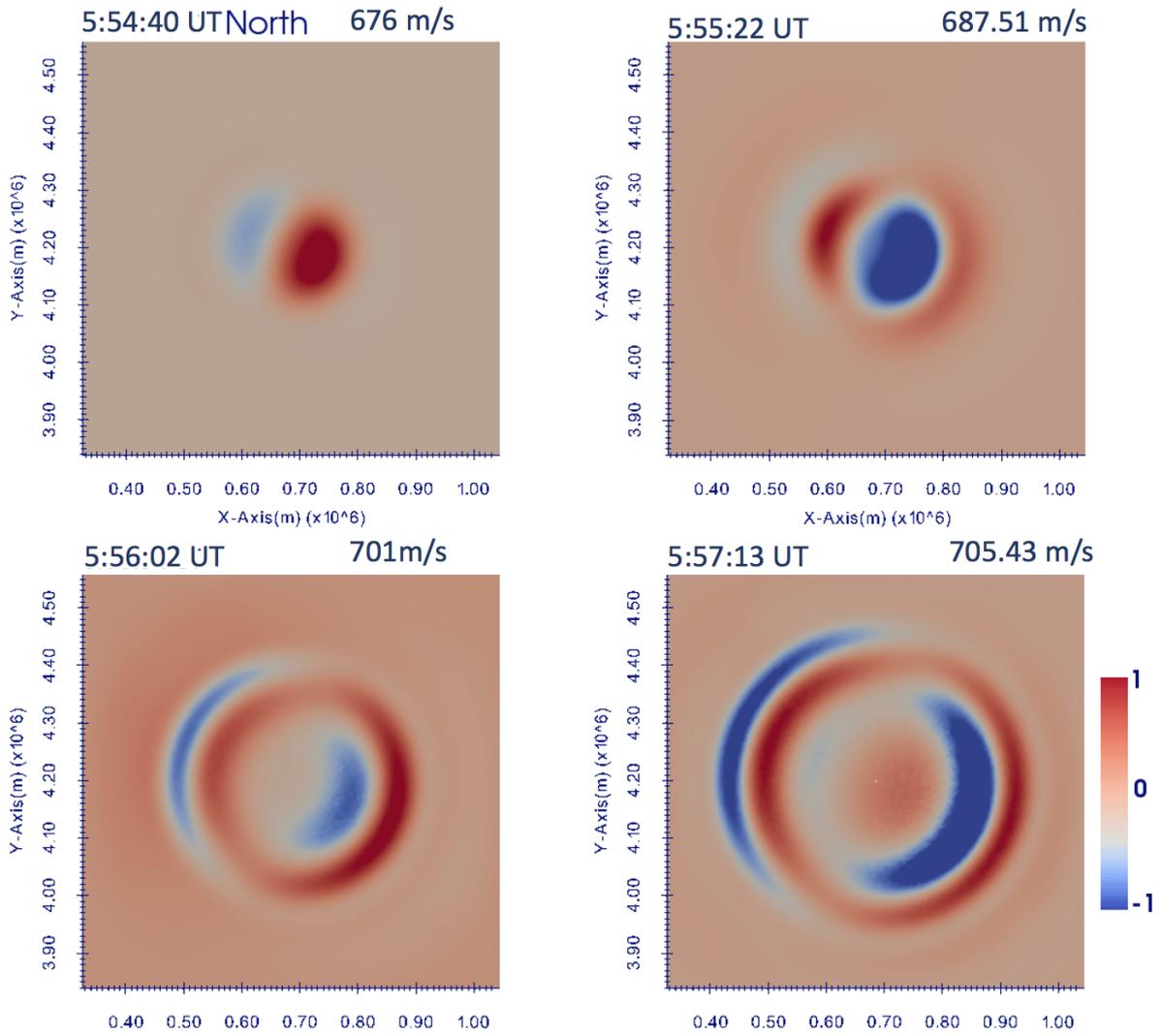


Figure 5. Horizontal slice of the neutral wind vertical velocity V_z at 260 km altitude (normalized to the maximum value at the time depicted at the top of each snapshot), simulated at four selected times after the earthquake (origin time 5:46:23 UT), for a single global CMT (gCMT) source model. The top of each panel indicates the North. Velocities are 676, 687.51, 701 and 705.43 m/s respectively

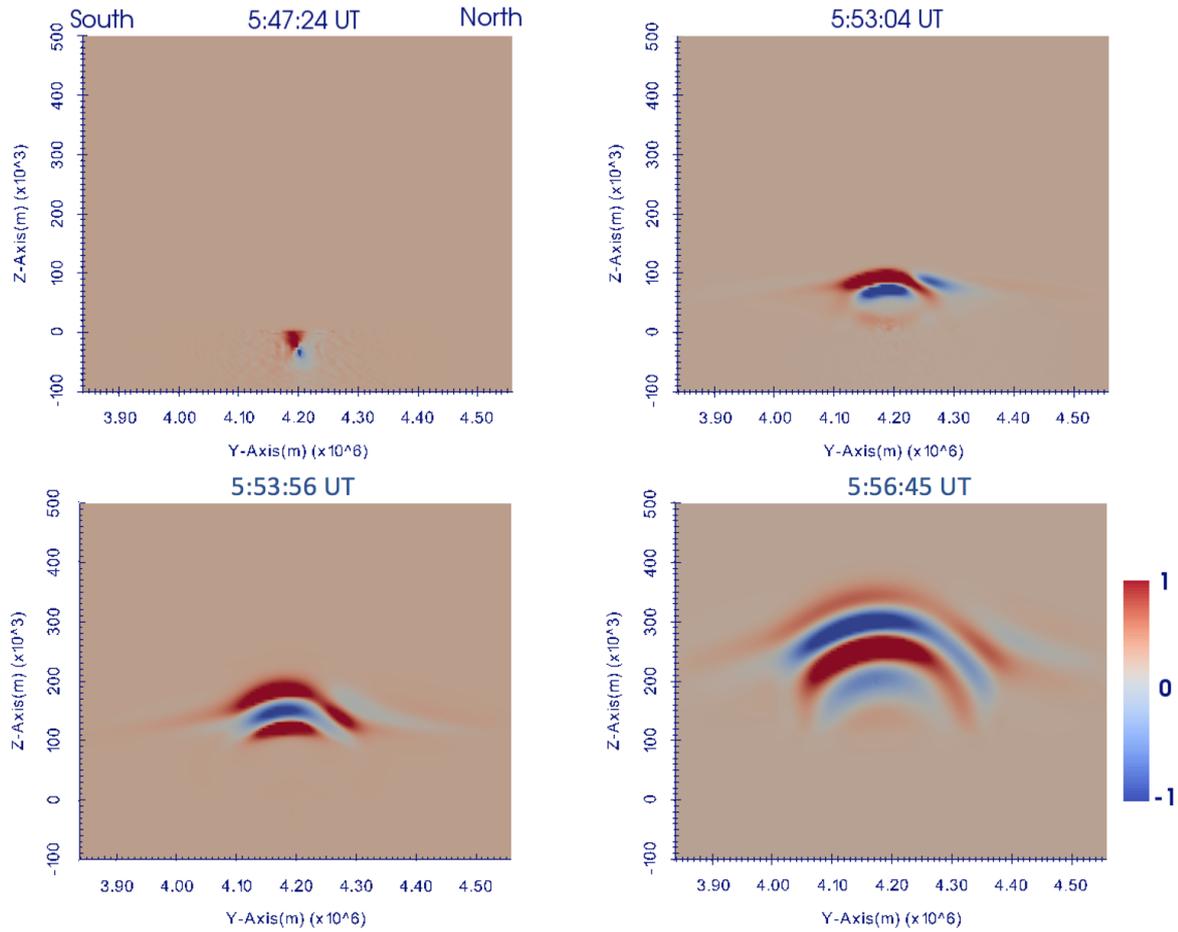


Figure 6. The North-South plane of the neutral wavefield of the vertical velocity V_z (normalized to the instantaneous maximum value), simulated for a few selected times after the earthquake origin time (5:46:23 UT), for a single CMT source model. At the top of each panel we show the time of the snapshot. The velocities are 0.28, 154, 578 and 1129 m/s, which corresponds to 0, 100, 220 and 380 km altitudes respectively.

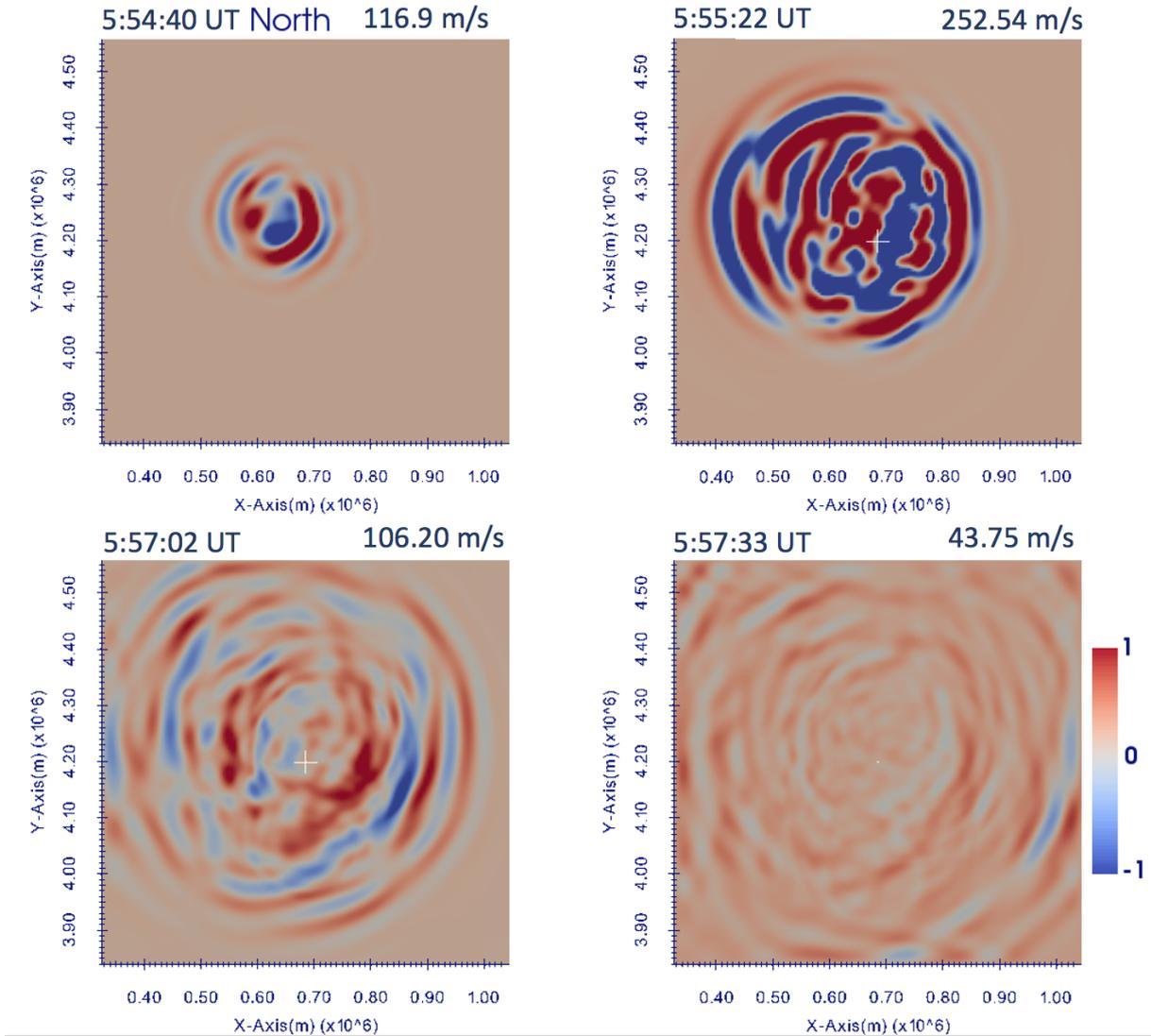


Figure 7. Horizontal plane of the neutral wavefield of the vertical velocity V_z at 260 km altitude (normalized to the instantaneous maximum value), simulated for a few selected times after the earthquake origin time (5:46:23 UT), for the finite source model from USGS. At the top of each panel we show the time of the snapshot. Velocities are 116.9, 252,54, 106.2 and 43.75 m/s respectively.

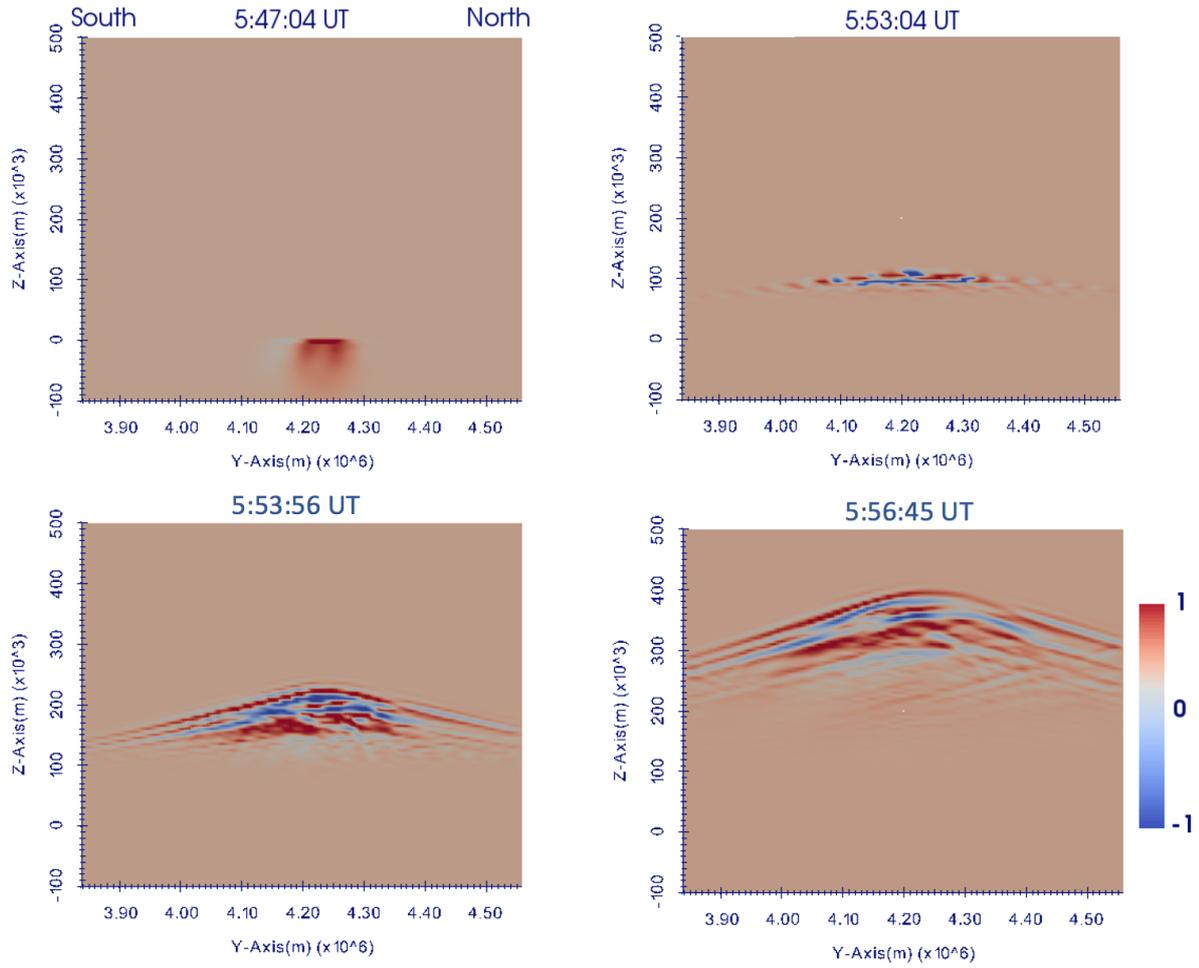


Figure 8. The North-South plane of the neutral wavefield of the vertical velocity V_z (normalized to the instantaneous maximum value), simulated for a few selected times after the earthquake origin time (5:46:23 UT), for the finite source model from USGS. At the top of each panel we show the time of the snapshot. Maximum amplitudes are 0.1, 38, 186 and 427 m/s, at 0, 100, 220 and 380 km respectively.

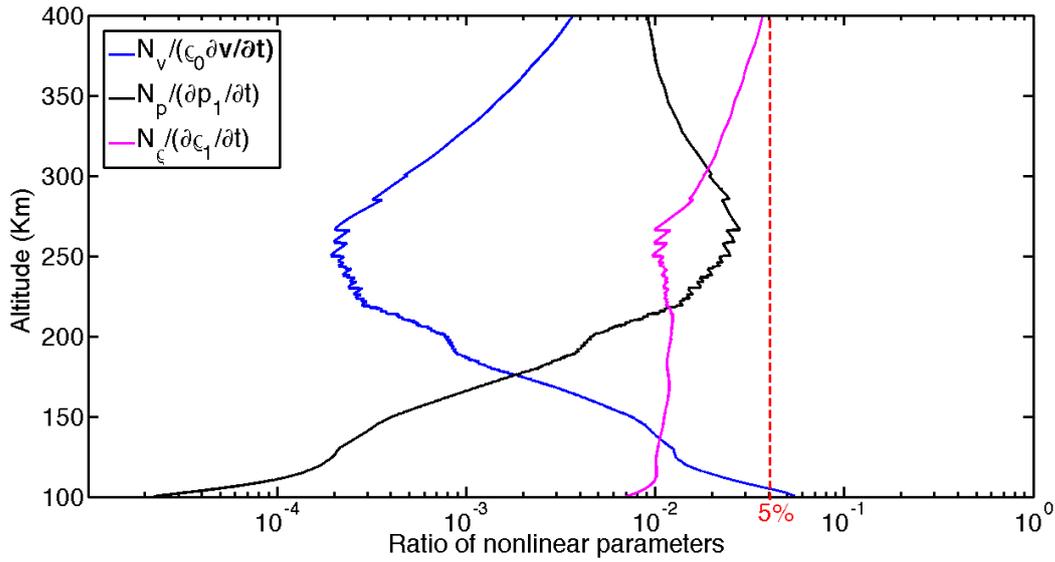


Figure 9. Ratio of nonlinear normalized parameters generated by a 120 s wave, with a given amplitude of 200 m/s at 260 km altitude. Blue, black and magenta colors are respectively for the advection, pressure and mass conservation nonlinearities. Up to about 300 km, the nonlinearity remains relatively small for such amplitude, and is smaller than 5% (dashed red line).

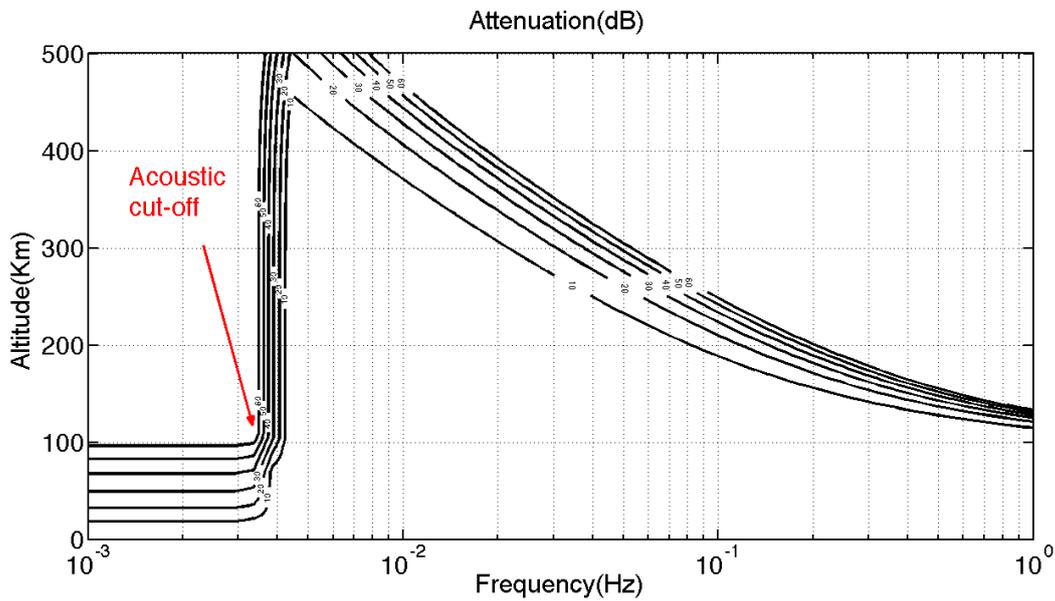


Figure 10. Contour plot of the attenuation factor from 0 to 60 dB, for altitude ranging from 0 to 500 km, versus frequency going from 1 mHz to 1 Hz. The cut-off frequency is 3.8 mHz

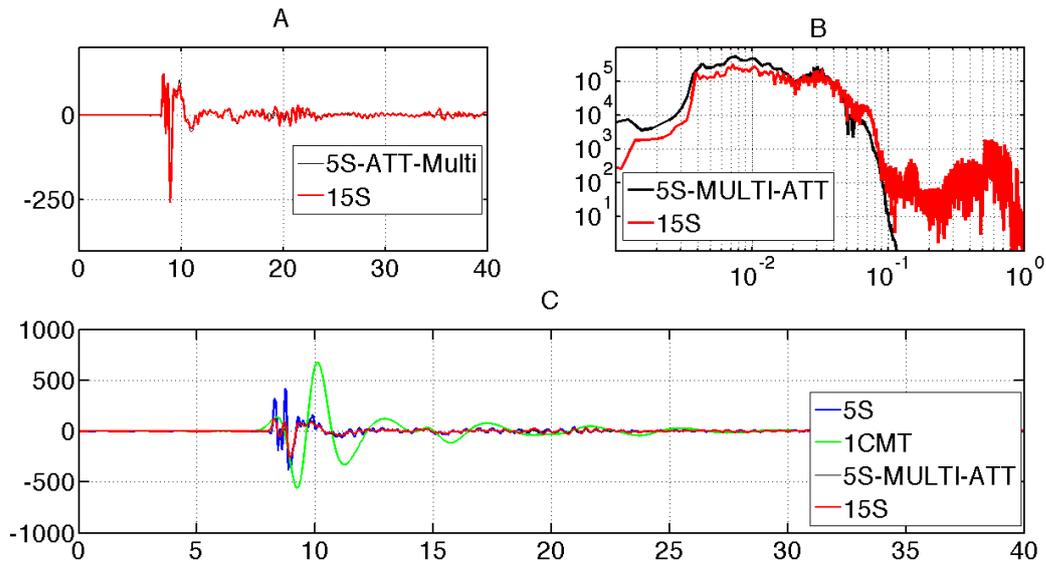


Figure 11. a. Comparison between the amplitudes of the vertical velocity for two simulations. Black line: simulation using finite CMT sources model, for a minimum of 5 s half duration using attenuation model. Red line : simulation using finite CMT source model for 15 s half duration, without the use of the attenuation model. b. Comparison between spectral amplitude of the vertical velocity component for the two simulations. Black line: simulation using a finite CMT source model for a minimum of 5 s half duration using attenuation. Red line: simulation using a finite CMT source model for 15 s half duration, without using attenuation model. c. Comparison between amplitude of the vertical velocity component. Blue line : simulation using finite CMT source model with minimum of 5 s half duration without using attenuation. Black line : simulation using finite CMT source model with minimum of 5 s half duration using attenuation. Black line : simulation using a finite CMT source model for 15 s half duration, without using attenuation model. Green line : simulation using one CMT source model for 5 s half duration using attenuation model.

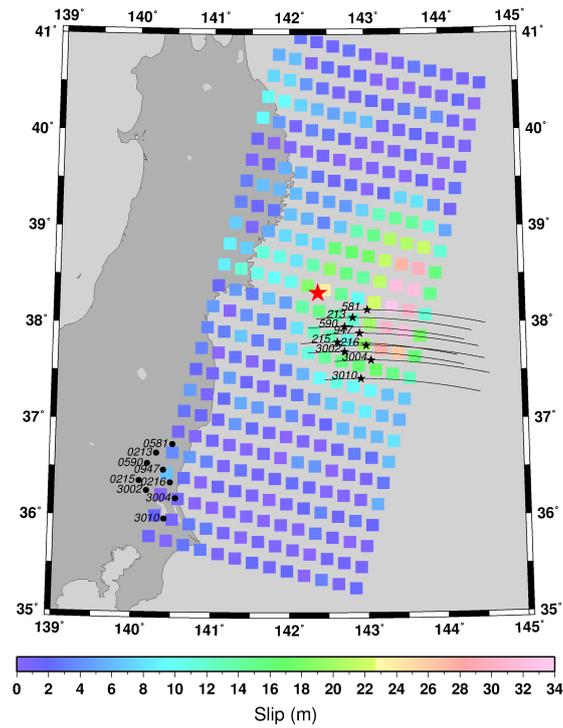


Figure 12. Geometry of the ionospheric TEC measurements made by ground-based GPS receivers during the Tohoku-Oki earthquake for GPS satellite PRN26. The epicenter is marked by a red star. Colored squares show the distribution of the seismic fault and the color indicates the seismic slip amplitude. Small black dots show the positions of the GPS receiver, their codenames being shown next to the black dots. The thin black curves show the trajectories of the sub-ionospheric points (SIP), and the black stars indicate the positions of SIP at the time of the earthquake for an altitude of 250 km.

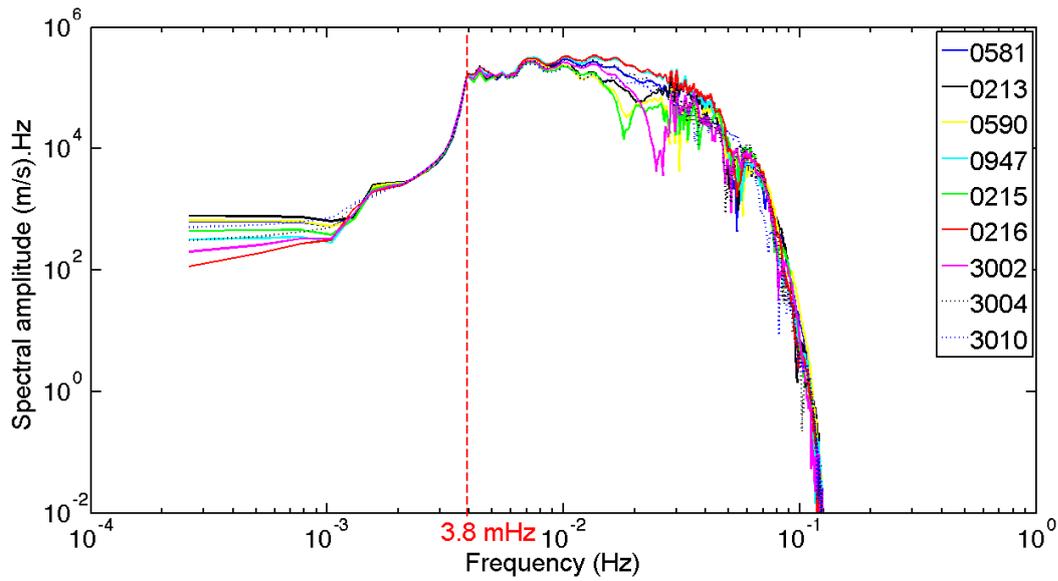


Figure 13. Spectrum of the neutral wavefield, as recorded at the sub-ionospheric points at an altitude of about 260 km. These spectra correspond to the locations of satellite PRN26 as shown in figure (12) convoluted by the attenuation with no acoustic cutoff at altitude of reference about 260 km. Note the strong acoustic cutoff, at about 3.8 mHz, which corresponds to the gravity effect and associated effect, which is consistent with the attenuation model given by figure 10, and atmospheric cutoff.

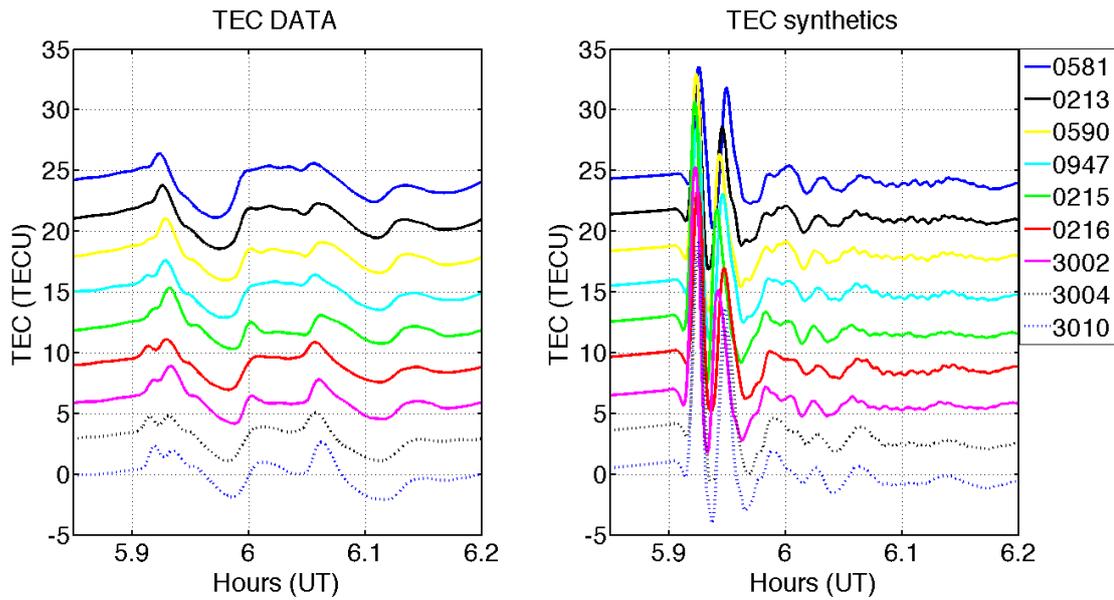


Figure 14. Left panel-TEC variation measured by satellite PRN26, filtered between 3 s and 20 min. The time of the earthquake is 05:46:24 UT and the codenames of the GPS receivers are indicated in the labels. Each record has been shifted by 3 TECU with respect to the previous one and all data have been filtered by a running mean of 20 min. Acquisition was at 1 Hz. Note that the slight increase of the TEC before the first arrival is an artifact of the running mean. The hole develops about 5 min after the first arrival, and a return to the TEC value measured before the first arrival is achieved about 20 minutes later. Right panel- Simulated variation of the TEC at stations of satellite PRN26, filtered between 3 s and 20 min for the earthquake of March 11, 2011. The codenames of the GPS receivers are indicated in the labels. The hole develops about 5 min after the first arrival. The behavior is comparable to that observed in the GPS-TEC data from the GEONET network presented in figure 14-left but with too large amplitude for the 100 s dominant period in the first arrival. The ramp is due to the running mean filtering on the two panels.

Table 1. Parameters of CID onsets as registered by Satellite PRN26

GPS Site	Latitude (°N)	Longitude (°E)	Arrival time (hh:mm:ss)	Seconds after the earthquake
0581	38.134	143.356	5 : 54 : 22	479
0216	37.765	143.344	5 : 54 : 30	487
0947	37.890	143.262	5 : 54 : 32	489
0213	38.055	143.177	5 : 54 : 34	491
3004	37.610	143.409	5 : 54 : 34	491
0590	37.960	143.078	5 : 54 : 41	498
3009	37.395	143.519	5 : 54 : 41	498
3002	37.701	143.077	5 : 54 : 47	504
0215	37.800	142.989	5 : 54 : 48	505

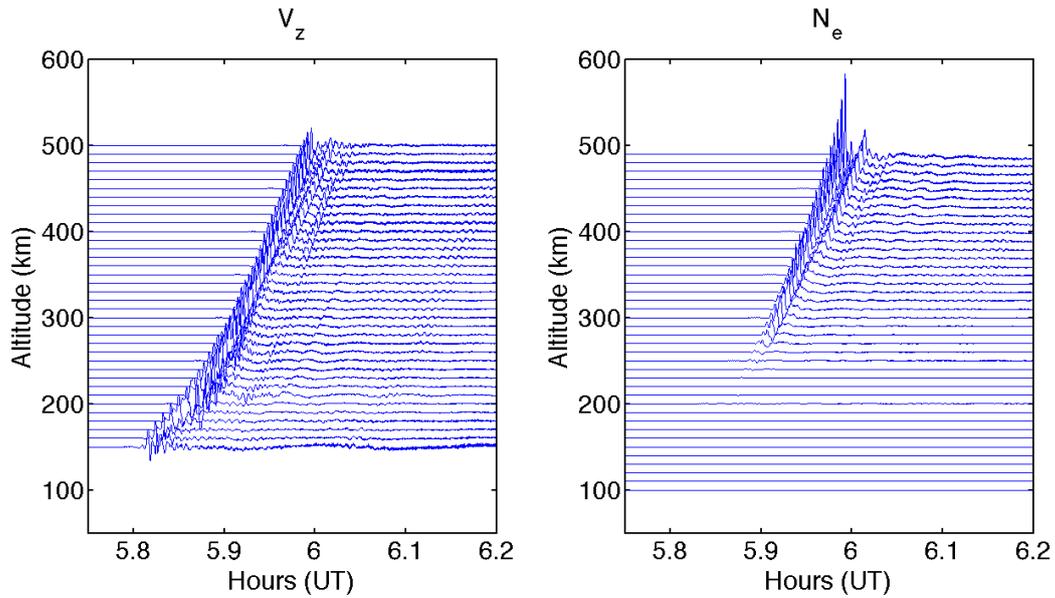


Figure 15. Left panel- Vertical oscillations in velocity (V_z) of the neutral atmosphere modeled by the spectral-element method, recorded at Station 3010 of Table 1, as a function of time and amplitude. The arrival times are consistent with observations. We have shown the acceleration from about 180 km altitude, which is due to the NRMISISE-00 profile of the sound speed each trace is normalized by the maximum value recorded at each receiver. Right panel- Corresponding perturbation of the electron density modeled by ionospheric coupling. The effect of nonlinearly above 240 km is clearly visible. In contrary to the left panel, in the right panel the electron density are normalized by the largest value recorded from all receivers, to show the non-linear effect.

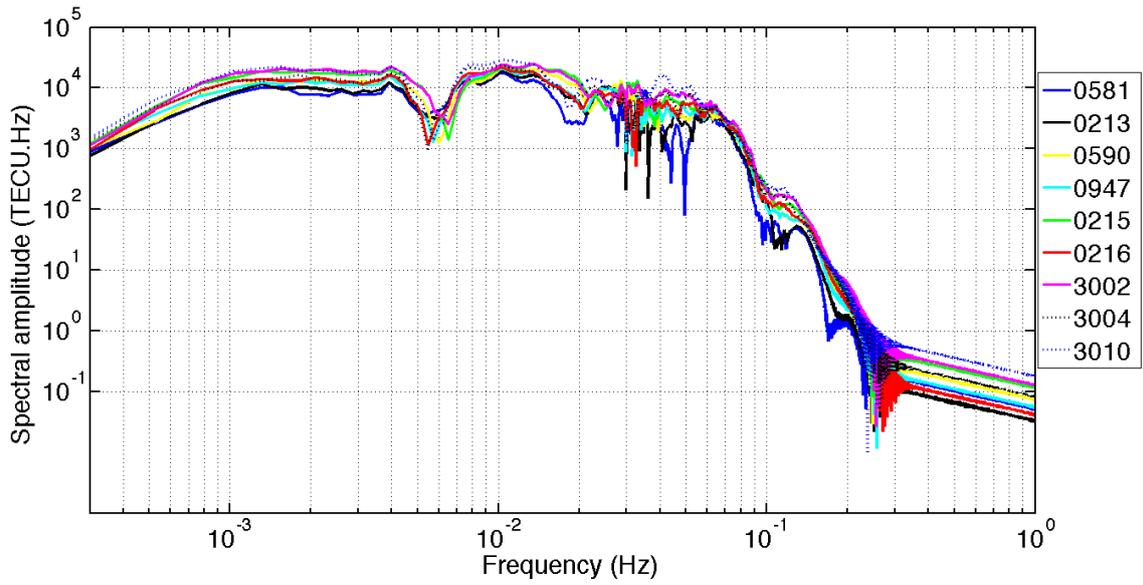


Figure 16. Spectral TEC for all stations of the PRN26 satellite, at altitude 260 km, for the simulated TEC after the March 11, 2011 earthquake. These spectra correspond to the locations of satellite PRN26, as shown in figure 12. The nonlinearity coupling can be observed from 5 mHz by the increase in the spectral signals recorded at each station.

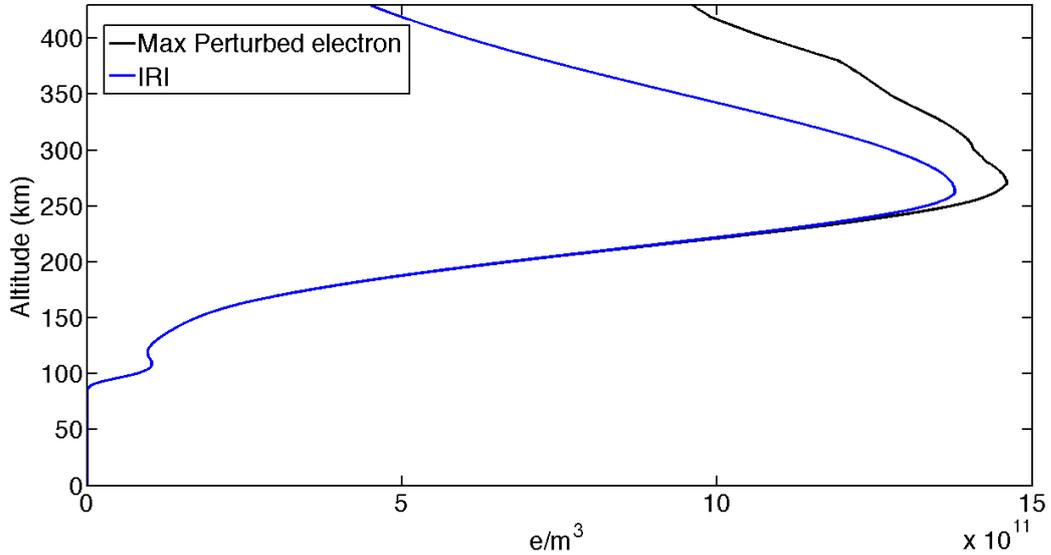


Figure 17. Maximum electron concentration versus altitude for Station 3010 of satellite PRN26 of Table 1, caused by the March 11, 2011 earthquake (black), and corresponding IRI background of the atmospheric electron density versus altitude (blue).

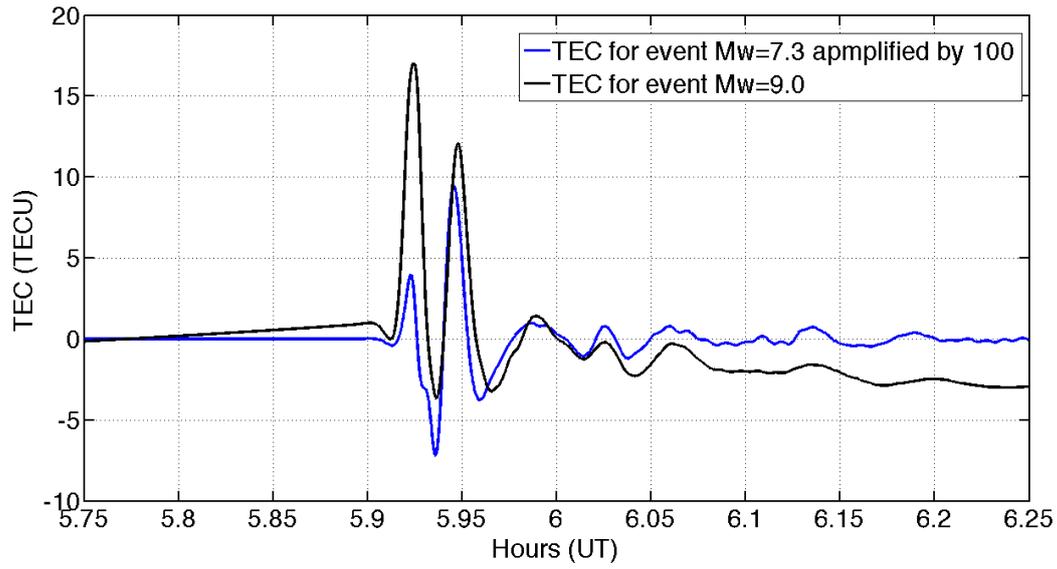


Figure 18. Comparison between the TEC perturbation for GEONET station 3010 obtained for two events, the Mw = 9.0 earthquake of March 11, 2011 (red) and the Mw = 7.3 earthquake of March 9, 2011 (blue), the latter being amplified by 100. This shows that the hole is present only for the Mw = 9.0 earthquake, for about 2 TECU. The TEC perturbation amplitude for the Mw = 7.3 earthquake is about 100 times smaller.

CONCLUSION GÉNÉRALE

Dans ce mémoire, nous avons présenté une étude analytique détaillée de la propagation des ondes gravito-acoustiques dans l'atmosphère terrestre, pour ensuite initier le couplage ionosphérique entre ces dernières et le plasma ionosphérique. Plusieurs approximations ont été faites et nous avons étudié leurs validités ainsi que leur champ d'application. Ceci dans le but d'expliquer les phénomènes physiques responsables de la grande déplétion dans le TEC ionosphérique au-dessus de la région de Tohoku suite au séisme de forte magnitude, qui a eu lieu à Tohoku le 11 mars 2011 à 5h46 UT. Une partie de ces résultats a déjà fait l'objet d'une contribution à une publication internationale au sein l'équipe de recherche en Planétologie et sciences spatiales de l'IPGP *Astafyeva et al. (2013b)*. D'autres résultats seront très prochainement soumis au journal **Journal of Geophysical Research JGR** avec un article scientifique intitulé **3D modeling of the ionospheric post seismic signals of the Tohoku earthquake 3 march 2011 using spectral element method**.

Dans ce travail, nous avons montré l'importance de l'utilisation d'une source sismique étendue dans les simulations des ondes gravito-acoustiques atmosphériques et qui permet une très bonne évaluation des amplitudes des neutres, comme dans *Coisson et al. (2015)*.

Ce travail a permis aussi de faire une étude théorique complète de la propagation des ondes gravito-acoustique dans l'atmosphère et nous a permis d'évaluer plusieurs approches ; une purement acoustique et une autre gravito-acoustique en champ proche, cette dernière ayant été intégrée dans SPECFEM3D. Nous proposons ainsi une approche numérique qui permettra à SPECFEM3D de gérer complètement la gravité, comme cela est déjà le cas de SPECFEM-GLOBE, mais avec un potentiel plus adapté à la modélisation des ondes acoustiques et de gravité dans la très haute atmosphère.

Nous avons aussi démontré par l'étude des paramètres non linéaires que leur contribution est faible et inférieure à 10% par rapport aux champs linéaires. Ceci nous permet de soutenir l'idée que le trou ionosphérique observé après le séisme de forte magnitude de Tohoku du 11 Mars 2011 à 5h46 UT ne résulte pas des ondes de choc non linéaires atmosphériques, comme ce qui avait été proposé par *Astafyeva et al. (2011b)*, et qu'un grand nombre de travaux publiés surestiment l'amplitude des ondes des neutres des méga-séismes.

Ce travail a aussi permis d'expliquer le couplage non linéaire entre les ondes gravito-acoustiques atmosphériques et le plasma ionosphérique, à travers l'intégration dans les codes SPECFEM2D et SPECFEM3D des modèles atmosphériques qui gèrent la vitesse acoustique et la densité atmosphérique *Picone et al. (2002)* ainsi que la densité électronique IRI *Bilitza et al. (1990)*, *Bilitza (2001)*, *Bilitza and Reinisch (2008)*, ajoutant à cela l'implémentation directe du code IGRF pour le calcul des composantes magnétiques terrestre dans les codes SPECFEM2D et SPECFEM3. Nous avons aussi

rajouté des nouvelles parties qui gèrent le couplage ionosphérique dans ces codes et avons testé leur validité numérique en comparant une solution analytique avec celle obtenue numériquement.

Nos résultats montrent qu'un trou ionosphérique se forme sous le seul effet de la non-linéarité de l'équation de continuité des électrons. Ces trous ont lieu uniquement dans le cas des séismes de forte magnitude, ce que nous montrons en comparant deux séismes de Tohoku qui se sont produits dans la même région et sont le séisme de 9 Mars 2011 2h45 UT, $M_w = 7.3$ et celui du 11 mars 2011 à 5h46 UT $M_w 9.0$. Ces deux séismes ont pratiquement les mêmes mécanismes et profondeur et diffèrent uniquement par leur magnitude. Nous montrons alors que dans le cas du séisme $M_w = 9.0$, un trou ionosphérique important se forme et est observé dans le TEC simulé pour les différentes stations du satellite PRN 26. Les temps d'arrivée et la forme générale du signal sont comparables aux données de GEONET pour les mêmes stations du satellite PRN 26, même si l'amplitude des premières arrivées est trop forte. Dans le cas du séisme de $M_w = 7.3$, nous n'observons pas de trou ionosphérique et uniquement une perturbation associée à la première phase et qui représente 1/100 de celle du choc principal. Nos résultats renforcent l'importance de la non-linéarité dans les signaux observés et conforte l'hypothèse que les signaux précurseurs, conjecturés par *Heki* (2011b), ne résultent peut-être que d'un artefact lié à cette non-linéarité.

Cependant, et même si nos simulations apportent une bonne explication sur le comportement et les temps des premières arrivées du TEC ainsi que son origine, les valeurs du TEC simulé demeurent élevées par rapport aux observations et le trou ionosphérique est faible par rapport aux observations. Ceci est dû à la non-modélisation de l'atténuation atmosphérique dans SPEC-FEM, et ceci dans toutes ses versions. Nous contournons cette limitation par une correction d'atténuation à la source, suffisante pour les périodes plus courtes qu'une minute, mais insuffisante pour celles de plus de 2 minutes.

Dans ce contexte et dans la continuité future de notre travail de thèse, nous allons travailler pour compléter une meilleure prise en compte de l'atténuation et une modélisation complète des neutres avec ondes de gravité, puis essayer d'intégrer d'autres paramètres tels que la température, pour avoir un modèle plus complet de l'atmosphère et inclure également dans les équations gérant le couplage entre neutre et plasma les collisions entre les espèces dans l'ionosphère, les différences entre ions et les termes de production et perte dans l'équation de conservation des ions et des électrons.

SOMMAIRE

A.1	ÉQUATION DES ONDES, PROPAGATION ET GÉNÉRALITÉ	187
A.1.1	Déformation des corps vu par l'approche macroscopique	187
A.1.2	Loi de conservation	188
A.1.3	La loi de conservation de la masse	189
A.1.4	Loi de conservation de la quantité de mouvement	189
A.1.5	Loi conservation du moment angulaire	190
A.1.6	Équations de l'astrodynamique	190
A.1.7	Loi de comportement	190
A.1.8	Équation classique dans le cas de petites déformations	191
A.1.9	Milieu élastique linéaire isotrope avec précontraintes homogènes.	191
A.1.10	Système hyperbolique du premier ou du second ordre	193
A.1.11	Formulation faible de l'équation des ondes élastique	194
A.1.12	Différents types d'ondes rencontrées en milieux élastiques	195
A.1.13	Ondes de Rayleigh, de Love et de Stoneley	196
A.2	DESCRIPTION DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS SPECTRAUX ET IMPLÉMENTATION DANS SPECFEM	198
A.2.1	Discrétisation spatiale	198
A.2.2	Élément de volume	200
A.2.3	Interpolation polynomiale	201
A.2.4	Approximation numérique des intégrales des formulations faibles	202
A.2.5	Discrétisation temporelle	204
A.3	LA MÉTHODE DE RUNGE KUTTA RK 4	205
A.3.1	Stabilité de la méthode RK-4	206

A.1 ÉQUATION DES ONDES, PROPAGATION ET GÉNÉRALITÉ

La discussion dans toute la section A.1 résume quelques propriétés classiques des ondes élastiques et est inspirée de la discussion sur ce thème figurant dans *Komatitsch* (1997).

La propagation des ondes dans les milieux élastiques complexes est modélisée par des méthodes numériques très variées telles que les méthodes de différences finies *Kalnay* (2003), des méthodes d'éléments finis *Ihlenburg* (2006), *Gill* (1982), éléments frontières *Gill* (1982), éléments spectraux *Patera* (1984), *Komatitsch and Vilotte* (1998) ou Galerkin discontinu *Giraldo and Restelli* (2008).

Le point commun de la description de tous ces phénomènes est la théorie de l'élasticité. Cauchy et Poisson ont établis au début du XIXème siècle, les fondements de cette théorie. Les principaux résultats de cette théorie seront exposés dans la première partie de ce chapitre et pour plus de détails, le lecteur pourra se référer à de nombreux ouvrages classiques dans la littérature et dont nous nous sommes inspirés ici (par exemple *Landau et al.* (1953), *Brillouin* (1964), *Germain and Müller* (1995), *Lemaitre and Chaboche* (1994), *Lublinter et al.* (1989), *Duvaut* (1990), *Pilant* (1979), *Ben-Menahem* (1981), *Aki and Richards* (1980), *Achenbach* (1973), *Lighthill* (2001)...).

A.1.1 Déformation des corps vu par l'approche macroscopique

La théorie qui permet d'étudier les déformations des corps solides comme un milieu continue est la théorie de l'élasticité, cette dernière permet de faire une approche macroscopique, pour l'étude des corps solides. Ces derniers subissent une déformation se traduisant par un changement de leurs formes et par un changement de leurs volumes, sous l'effet de l'ensemble des forces qui leur sont appliquées. Si l'on considère deux vecteurs de position r, r' avec des composantes x_i, x'_i respectivement. Le vecteur déplacement r vers r' , est donné par le vecteur \mathbf{u} :

$$\mathbf{u} = \mathbf{r}' - \mathbf{r}. \quad (\text{A.1})$$

Pour déterminer la déformation d'un corps, il suffit de connaître le vecteur de déplacement de ce corps en tous point. Si en prend deux points voisins, où $d\mathbf{r}$, avec composantes dx_i est le vecteur qui relie ces deux points avant déformation, et $d\mathbf{r}'$, avec sa composantes dx'_i , le vecteur reliant ces deux mêmes points après déformation, dans ce cas, la distance entre les deux points avant déformation est donnée par

$$dl = \sqrt{\sum_i dx_i^2}, \quad (\text{A.2})$$

et après déformation

$$dl' = \sqrt{\sum_i dx_i'^2}. \quad (\text{A.3})$$

En utilisant la relation $dx'_i = dx_i + du_i$, et en élevant au carré, et en sous-entendant la

sommation sur l'indice muet i , on obtient

$$dl^2 = dx_i^2, \quad (\text{A.4})$$

et

$$dl'^2 = dx_i'^2 = (dx_i + du_i)^2. \quad (\text{A.5})$$

Nous réécrivons l'élément de longueur en utilisant $du_i = \frac{\partial u_i}{\partial x_k} dx_k$, sous la forme

$$dl'^2 = dl^2 + 2 \frac{\partial u_i}{\partial x_k} dx_i dx_k + \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_l} dx_k dx_l. \quad (\text{A.6})$$

La convention d'Einstein sera utilisée ici et dans la suite de cette thèse, ceci permettra d'alléger considérablement les notations, ce qui simplifiera l'expression ci-dessus, les indices étant muets, il est possible dans le troisième terme d'intervertir les indices i et l , et de réécrire le deuxième terme sous la forme symétrique $\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i}\right) dx_i dx_k$, ce qui conduit à l'expression suivante

$$dl'^2 = dl_i'^2 + 2\epsilon_{ik} dx_i dx_k, \quad (\text{A.7})$$

où le tenseur ϵ_{ik} est symétrique par définition ($\epsilon_{ik} = \epsilon_{ki}$), et appelé tenseur de déformation. Il est donné par

$$\epsilon_{ik} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} + \frac{\partial u_l}{\partial x_i} \frac{\partial u_l}{\partial x_k} \right). \quad (\text{A.8})$$

L'hypothèse de petites perturbations peut être considérée, dans de nombreux cas où l'on étudie la propagation des ondes élastiques. Le dernier terme de l'expression (A.8) peut alors être négligé, car il est du second ordre, ce qui permet de retrouver l'expression classique pour des déformations infinitésimales

$$\epsilon_{ik} \approx \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k}{\partial x_i} \right), \quad (\text{A.9})$$

qui est l'expression que nous utiliserons par la suite.

A.1.2 Loi de conservation

Les lois de la mécanique sont basées sur des principes simples et intuitifs : la conservation de l'énergie, de la quantité de mouvement et du moment cinétique. Nous pouvons facilement retrouver les expressions locales de ces grandeurs dans l'hypothèse d'un milieu continu. On considère que nous travaillons dans un espace euclidien muni d'un système de coordonnées cartésiennes. En sismologie, on fait rarement distinction entre l'approche lagrangienne et eulérienne, car les fluctuations spatiales des déplacements, déformations et contraintes ont des longueurs d'onde beaucoup plus grandes que l'amplitude des déplacements des particules *Aki and Richards* (1980). Dans ce cas particulier, il n'existe en pratique aucune différence entre l'évaluation d'un gradient en un point fixe (approche eulérienne) ou pour une particule donnée que l'on suit dans son mouvement (approche lagrangienne). Par contre, cette approche devient importante dès que nous sommes dans un cas où la gravité est prise en compte, car les précontraintes ou la pression hydrostatique à l'équilibre n'est pas uniforme. Cela sera en particulier le cas dans l'atmosphère, où la densité varie d'une manière très importante comparée aux parties solides et fluides de la Terre.

A.1.3 La loi de conservation de la masse

Si l'on considère un objet de masse $M(t)$ et d'un volume $V(t)$ au cours du temps. Pour un système isolé il n'y a pas de création de masse, et sa loi de conservation globale de la masse s'écrit

$$\frac{dM}{dt}(t) = 0. \quad (\text{A.10})$$

La masse totale de cet objet, peut s'écrire sous la forme d'une intégrale sur le volume $V(t)$ de la densité de masse $\rho(\mathbf{x}, t)$.

$$M(t) = \int \int \int_{V(t)} \rho(\mathbf{x}, t) dV. \quad (\text{A.11})$$

Le volume $V(t)$ suivant la matière dans son mouvement, la condition (A.11) se traduit par

$$\int \int \int_{V(t)} \frac{\partial \rho(\mathbf{x}, t)}{\partial t} dV + \int \int_{S(t)} \rho(\mathbf{x}, t) v_j(\mathbf{x}, t) n_j dS = 0. \quad (\text{A.12})$$

où $S(t)$ n'est rien d'autre que le contour de $V(t)$, n_j la j -ième composante de la normale extérieure à $S(t)$, et $v_j(\mathbf{x}, t)$ la j -ième composante de la vitesse de la particule se trouvant en \mathbf{x} à l'instant t . En utilisant les propriétés de la divergence nous obtenons

$$\int \int \int_{V(t)} \left(\frac{\partial \rho(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \partial_j (\rho(\mathbf{x}, t) v_j(\mathbf{x}, t)) \right) dV = 0. \quad (\text{A.13})$$

L'intégrale étant continue, l'expression (A.13) vraie pour tout volume V , dans ces conditions, la loi de conservation de la masse est obtenue ainsi

$$\frac{\partial \rho(\mathbf{x}, t)}{\partial t} + \text{div}(\rho(\mathbf{x}, t) \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)) = 0. \quad (\text{A.14})$$

A.1.4 Loi de conservation de la quantité de mouvement

Pour cet objet, la quantité de mouvement contenue dans le volume $V(t)$ est donnée par

$$P(\mathbf{x}, t) = \int \int \int_{V(t)} \text{div}(\rho(\mathbf{x}, t) \mathbf{v}(\mathbf{x}, t)) = 0. \quad (\text{A.15})$$

La force totale agissant sur ce volume est la somme des forces d'origine extérieure appliquées à ce volume

$$F_{ext}(t) = \int \int \int_{V(t)} f(\mathbf{x}, t) dV, \quad (\text{A.16})$$

et des forces intérieures résultant de la traction exercée à la surface $S(t)$ du volume $V(t)$

$$F_{int}(t) = \int \int_{S(t)} \tau(\mathbf{x}, t) dS, \quad (\text{A.17})$$

où le vecteur traction est donné par

$$\tau_i = \sigma_{ij} n_j, \quad (\text{A.18})$$

où σ_{ij} est tenseur des contraintes, et n_j étant la j -ième composante de la normale extérieure à $S(t)$. En utilisant cette définition de la traction et les propriétés du théorème de la divergence, nous obtenons

$$F_{int}(t) = \int \int_{S(t)} \sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) n_j(\mathbf{x}, t) dS = \int \int_{V(t)} \partial_j \sigma_{ij}(\mathbf{x}, t) dV. \quad (\text{A.19})$$

En écrivant maintenant la conservation globale de la quantité de mouvement, ou seconde loi de Newton, nous obtenons

$$\frac{dP}{dt} = F_{ext}(t) + F_{int}(t), \quad (\text{A.20})$$

en utilisant l'expression de la quantité de mouvement (A.15) et des forces extérieures (A.16) et intérieures (A.17), nous en déduisons

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \partial_i (\rho v_i v_j) = f_i + \partial_i \sigma_{ij}, \quad (\text{A.21})$$

qui donne l'expression de la conservation de la quantité de mouvement écrite sous forme locale

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \partial_i (\rho v_i v_j - \sigma_{ij}) = f_i. \quad (\text{A.22})$$

A.1.5 Loi conservation du moment angulaire

Nous admettons, que dans le cas de déformations infinitésimales la loi de conservation du moment angulaire se traduit par la symétrie du tenseur des contraintes ($\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$) (voir par exemple *Germain and Müller (1995)*, p. 86).

A.1.6 Équations de l'astrodynamique

A.1.7 Loi de comportement

Pour bien décrire les phénomènes physiques étudiés dans cette thèse, nous nous sommes intéressés plus particulièrement au modèle solide élastique et au modèle fluide acoustique. Ce qui nécessite de trouver une loi reliant les contraintes dans le milieu à l'histoire de ses déformations, du système d'équations de conservation décrit ci-dessus. C'est-à-dire de définir la rhéologie du milieu. Notant au passage, qu'il existe de nombreux modèles de rhéologie classiques, par exemple de type élastique, viscoélastique, plastique, viscoplastique, fluide. etc. Commençons par décrire le modèle élastique.

Dans notre système, on considère le tenseur des contraintes $\sigma(x, t) = (\sigma_{ij}(x, t))$, et le tenseur des déformations $\epsilon(x, t) = (\epsilon_{ij}(x, t))$ en un point x du milieu à l'instant t . Si les contraintes à l'instant t (au point x) ne dépendent que des déformations à l'instant t (en ce même point x) Le milieu est élastique. Le développement de Taylor pour de petites déformations, donne

$$\frac{\partial \rho v_i}{\partial t} + \partial_i (\rho v_i v_j - \sigma_{ij}) = f_i. \quad (\text{A.23})$$

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^0 + c_{ijkl}\epsilon_{kl} + \frac{1}{2}d_{ijklmn}\epsilon_{kl}\epsilon_{mn} + \dots \quad (\text{A.24})$$

Pour des déformations suffisamment petites, on peut garder seulement le premier terme du développement, ce qui donne la loi de Hooke (parfois appelée loi de Hooke généralisée)

$$\sigma_{ij}(x, t) = \sigma_{ij}(x, t_0) + c_{ijkl}(x)\epsilon_{kl}(x, t) \quad (\text{A.25})$$

Où le terme $\sigma_{ij}(x, t_0)$ est le terme de précontrainte et correspond à l'état de contrainte du système lorsqu'il est à l'équilibre. Dans le cas où l'on a des précontraintes non homogènes, ce terme sera important, et le gradient de précontrainte entre les positions à l'équilibre du point et celui où il se trouve à l'instant t devra alors être pris en compte. Cela sera en particulier le cas aux très longues périodes dans une atmosphère verticalement stratifiée, avec bien sûr une précontrainte isotrope correspondant à la pression hydrostatique de l'atmosphère à l'équilibre. Grâce à la loi de comportement, les tenseurs $c_{ijkl}, d_{ijklmn}, \dots$ étant données, on peut à tout instant calculer le champ de contrainte à partir du champ de déformation. Si nous ajoutons cette loi aux lois de conservation énoncées en (A.14) et (A.23), ainsi qu'à la définition du tenseur des déformations (A.9), nous avons alors un ensemble complet d'équations permettant de décrire le système étudié.

A.1.8 Équation classique dans le cas de petites déformations

Si l'on développe l'équation de conservation de la quantité de mouvement (A.23), on obtient

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} - \partial_i \sigma_{ij} + \rho v_j \partial_j v_i + v_i \left(\frac{\partial \rho}{\partial t} + \partial_i (\rho v_j) \right) = f_i \quad (\text{A.26})$$

D'après l'équation de conservation de la masse (A.14), le dernier terme de gauche est nul, donc

$$\rho \frac{\partial v_i}{\partial t} - \partial_i \sigma_{ij} + \rho v_j \partial_j v_i = f_i \quad (\text{A.27})$$

Nous pouvons facilement faire l'hypothèse d'un milieu soumis aux petites perturbations, dans le cadre de l'étude de la propagation des ondes élastiques. Cette approximation permet de négliger certains termes et conduit à l'équation classique que nous utiliserons par la suite (l'exception de l'analyse de non-linéarité sera détaillée dans la section 3.2.6).

$$\rho \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} = \partial_i \sigma_{ij} + f_i \quad (\text{A.28})$$

A.1.9 Milieu élastique linéaire isotrope avec précontraintes homogènes.

La connaissance du tenseur des paramètres élastiques c_{ijkl} , dans le cas d'un matériau élastique linéaire, suffit à relier les contraintes aux déformations en tout point du matériau. Ce tenseur possède les symétries suivantes :

$$\begin{aligned} c_{ijkl} &= c_{klij} && \text{(symétries majeures),} \\ c_{ijkl} &= c_{jikl} = c_{ijlk} && \text{(symétries mineures).} \end{aligned} \quad (\text{A.29})$$

De plus, c est défini positif :

$$c_{ijkl}\psi_{ij}\psi_{kl} > \alpha|\psi| \text{ avec } \alpha > 0 \forall \psi, \psi_{ij} = \psi_{ji} \neq 0. \quad (\text{A.30})$$

Dans une configuration simplifiée pour un milieu élastique (dite isotrope), les propriétés de ce milieu sont les mêmes suivant toutes les directions de l'espace. Dans un tel cas, deux paramètres élastiques seulement suffisent à caractériser la relation liant les contraintes aux déformations. On peut par exemple utiliser les deux paramètres de Lamé λ et μ *Lame* (1852) et écrire la loi de Hooke sous la forme

$$\sigma_{ij} = \lambda\delta_{ij}\epsilon_{kk} + 2\mu\epsilon_{ij}, \quad (\text{A.31})$$

ce qui revient à dire que

$$c_{ijkl} = \lambda\delta_{ij}\delta_{kl} + \mu\delta_{ik}\delta_{il} + \mu\delta_{il}\delta_{jk}, \quad (\text{A.32})$$

où δ_{ij} représente le symbole de Kronecker, défini par $\delta_{ij} = 1$ si $i = j$ et $\delta_{ij} = 0$ sinon. Si les deux paramètres de Lamé λ et μ sont une des paramétrisations possibles dans le cas élastique isotrope, ce n'est pas la seule. Les paramètres de Lamé ne sont pas reliés de manière directe à une grandeur physique facilement mesurable. D'autres paramètres mesurables sont fréquemment utilisés, citons par exemple :

— le module d'élasticité isostatique ou module d'incompressibilité

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu, \quad (\text{A.33})$$

— le module de Young

$$E = \frac{\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + \mu}, \quad (\text{A.34})$$

— le coefficient de Poisson

$$\nu = \frac{\lambda}{2(\lambda + \mu)}, \quad (\text{A.35})$$

— la vitesse des ondes de compression (ondes P)

$$c_P = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}}, \quad (\text{A.36})$$

— la vitesse des ondes de cisaillement (ondes S) ,

$$c_S = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}}. \quad (\text{A.37})$$

Parmi les propriétés utiles de ces paramètres peuvent être mentionnées. Le coefficient de Poisson est tel que

$$-1 < \nu \leq \frac{1}{2}. \quad (\text{A.38})$$

Le voisinage de la limite $\nu = \frac{1}{2}$ correspond à un milieu très faiblement consolidé. Il est intéressant de remarquer que la nécessité de pouvoir définir une densité d'énergie qui soit une forme définie positive impose seulement la contrainte $\nu > -1$ et non pas $\nu > 0$ (*Lemaitre and Chaboche (1994)*, p. 127). Pour la plupart des roches, le coefficient de Poisson se situe entre 0,20 et 0,35.

Les vitesses de propagation des ondes S et P sont telles que

$$c_S < \frac{c_P}{\sqrt{2}}, \quad (\text{A.39})$$

d'où le nom de ces ondes P, S appelée en anglais (P=Primary, S=Secondary), les ondes P directes arrivant toujours en Premier, avant les ondes S directes. On attribue également la signification P=Pressure et S=Shear à ces noms, car les ondes P étant des ondes de compression et les ondes S des ondes de cisaillement.

A.1.10 Système hyperbolique du premier ou du second ordre

A présent, l'équation des ondes dans le cas élastique linéaire isotrope peut s'écrire sous la forme du système suivant

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= \partial_i \sigma_{ij} + f_i, \\ \epsilon_{ij} &= \frac{1}{2} (\partial_j u_i + \partial_i u_j), \\ \sigma_{ij} &= \lambda_{ij} \epsilon_{kk} + 2\mu \epsilon_{ij}. \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

Donc ce système est un système hyperbolique du second ordre pour le champ de déplacement inconnu. Nous nous attendons donc à trouver des solutions de type propagatives, en particulier l'existence d'ondes planes comme solutions particulières du système dans le cas homogène.

Nous pouvons aussi réécrire les équations ci-dessus sous la forme d'un système hyperbolique du premier ordre en temps en choisissant comme inconnues le déplacement, la vitesse et les contraintes *Marsden and Hughes (1994)*. Ce système peut être simplifié, si l'on s'intéresse qu'à la vitesse et aux contraintes (*Virieux (1986)*, *Carcione and Wang (1993)*), par exemple en 2D :

$$\frac{\partial U}{\partial t} = a \frac{\partial U}{\partial x} + B \frac{\partial U}{\partial y} + S, \quad (\text{A.41})$$

avec

$$U = [v_x, v_y, \sigma_{xx}, \sigma_{yy}, \sigma_{xy}]^T, \quad (\text{A.42})$$

et

$$S = [f_x, f_y, 0, 0, 0]^T, \quad (\text{A.43})$$

en ayant posé

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & \rho^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \rho^{-1} \\ \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \lambda & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mu & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad (\text{A.44})$$

et

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & \rho^{-1} \\ 0 & 0 & 0 & \rho^{-1} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ \mu & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{A.45})$$

A.1.11 Formulation faible de l'équation des ondes élastique

On appelle la formulation forte de l'équation des ondes, la formulation de l'équation des ondes élastiques sous la forme du système (A.40) (écrit à l'aide d'opérateurs différentiels). Généralement, les méthodes de différences finies utilisent cette formulation pour la résolution de l'équation des ondes. Cette approche consiste à réécrire les dérivées partielles des vecteurs solutions (classiquement le vecteur (A.42)) sous forme de différences de ces vecteurs entre points de grille voisins. Dans ce travail thèse, nous utilisons une méthode d'éléments spectraux pour résoudre le problème. C'est la résolution d'équations aux dérivées partielles, mais en reformulant le système d'équation en un système équivalent sous forme de formulation variationnelle ; c'est la formulation intégrale ou faible. Pour l'obtenir, on multiplie l'éq (A.40) par des fonctions tests \mathbf{w} prises dans l'espace de Sobolev $H^1(\Omega)$ qui est l'espace formé de toutes les fonctions de $L^2(\Omega)$ dont la dérivée première appartient également à $L^2(\Omega)$. Puis on intègre sur tout le domaine Ω . Dans toute cette thèse, on désignera le domaine de résolution des équations par Ω et sa frontière par Γ . On obtient alors un système dont la solution \mathbf{u} appartient à $H^1(\Omega)$:

$$\int_{\Omega} \frac{\partial^2 \mathbf{u}}{\partial t} \cdot \mathbf{w} dx = - \int_{\Omega} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\nabla}} w dx + \int_{\Omega} \mathbf{f} \cdot \mathbf{w} dx + \int_{\Gamma} \underline{\underline{\sigma}} \cdot \mathbf{n} \cdot \mathbf{w} d\gamma, \quad (\text{A.46})$$

avec \mathbf{n} le vecteur unité normal au bord Γ du domaine Ω de composante $n_j, j = x, z$ et \mathbf{f} le vecteur source. L'équation des ondes est alors vérifiée quelles que soient les fonctions tests \mathbf{w} prises dans le même espace que le vecteur déplacement \mathbf{u} solution que l'on cherche.

On appliquera alors, une méthode d'éléments finis telle que la méthode des éléments spectraux que l'on détaillera plus loin pour calculer chaque intégrale numériquement à l'aide de formules de quadratures et ainsi résoudre le problème.

A.1.12 Différents types d'ondes rencontrées en milieux élastiques

Pour un système avec une source placée dans un milieu homogène infini élastique, on rencontre deux types d'ondes, appelées onde directe P et onde directe S . Pour un récepteur placé en champ lointain, l'onde P arrive la première s'étant propagée à la vitesse $c_P = \sqrt{(\lambda + 2\mu) / \rho}$ et correspond à une compression pure. Le déplacement des particules est parallèle à la direction de propagation (onde longitudinale). L'onde S arrive en second avec une vitesse $c_S = \sqrt{\mu / \rho}$ et correspond à un cisaillement pur. Le déplacement des particules est perpendiculaire à la direction de propagation (onde transversale).

Mais si le domaine considéré n'est plus infini, mais borné, le croisement de l'une de ces ondes avec une frontière du domaine, provoque un couplage entre les modes P et S , à cette frontière, et il en résulte dans le cas général des ondes réfléchies des deux types (P et S) pour une onde incidente purement P ou SV . Dans le cas d'une onde SV incidente sur une interface cependant, comme c_P est toujours plus grand que c_S , il existe un angle critique

$$\theta_c = \arcsin \left(\frac{c_S}{c_P} \right), \quad (\text{A.47})$$

au-delà duquel il n'existe pas d'onde P réfléchie excitée par l'onde S incidente mais l'onde convertie est une onde inhomogène *Achenbach* (1973). Lorsqu'une onde P ou une onde S rencontre une discontinuité de propriétés élastiques au sein du milieu (interface), là le même type de phénomène se produit. Dans un tel cas, et suivant la valeur de l'angle d'incidence, une onde P ou S incidente peut donner naissance à quatre ondes : P réfléchie, S réfléchie, P transmise et S transmise. Cette propriété de conversion de mode aux interfaces dans un modèle géologique est à l'origine de la grande complexité de bons nombres d'enregistrements sismiques, le nombre de phases observées pouvant devenir rapidement très important.

L'onde transmise peut facilement ressortir avec un angle de 90° degrés par rapport à la normale à l'interface, si l'onde est incidente avec l'angle critique, pour une onde passant d'un milieu de vitesse plus faible à un milieu de vitesse plus grande. L'énergie se propage alors le long de l'interface avec la vitesse du milieu le plus rapide, et les récepteurs placés au-delà d'une distance appelée distance critique vont enregistrer une onde appelée onde réfractée, qui est très utilisée en pratique dans de nombreuses campagnes sismiques.

Au niveau de l'atmosphère, nous retrouverons ces conversions. Les ondes P et SV vont donc générer des ondes acoustiques P dans l'atmosphère. Si cette conversion semble naturelle pour la P , elle est effectivement bien observée pour la SV , comme le montre par exemple les enregistrements Doppler détaillés par *Artru et al.* (2004). D'une certaine façon, les ondes réfractées se retrouveront aussi avec les ondes de Rayleigh, dont la vitesse de propagation horizontale est près de 10 fois plus forte que celle des ondes acoustiques.

A.1.13 Ondes de Rayleigh, de Love et de Stoneley

Lord Rayleigh *Rayleigh* (1887) a mis en évidence l'existence des ondes se propageant le long de la surface du milieu, dans un voisinage de celle-ci, sans toutefois pénétrer dans le milieu (onde évanescence avec la profondeur), lorsqu'un domaine élastique homogène est limité par une surface libre (correspondant à une condition de traction nulle à la surface). Ces ondes sont appelées ondes de surface ou ondes de Rayleigh. Leur vitesse de propagation peut être facilement retrouvée, et elle est toujours plus faible que celle de l'onde S *Landau et al.* (1953)

$$\left(\frac{c_R}{c_S}\right)^6 - 8\left(\frac{c_R}{c_S}\right)^4 + 8\left(\frac{c_R}{c_S}\right)^2 \left(3 - 2\frac{c_S^2}{c_P^2}\right) - 16\left(1 - \frac{c_S^2}{c_P^2}\right) = 0. \quad (\text{A.48})$$

Comme c_S/c_P ne dépend que du coefficient de Poisson, puisque :

$$\frac{c_S}{c_P} = \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}}, \quad (\text{A.49})$$

le rapport c_R/c_S peut être calculé numériquement comme une fonction du seul coefficient de Poisson. *Viktorov* (1967) trouve par ajustement la loi empirique suivante :

$$\frac{c_R}{c_S} = \frac{0.862 + 1.14\nu}{1 + \nu}, \quad (\text{A.50})$$

d'après *Harker* (1988), et les valeurs typiques suivantes peuvent être données :

ν	c_S/c_P	c_R/c_S
0,00	0,707	0,862
0,25	0,577	0,919
0,33	0,500	0,932
0,40	0,408	0,941
0,50	0,000	0,953

TABLE A.1 – Les différentes valeurs typiques. Source : *Harker* (1988)

Propriétés des ondes de Rayleigh

- A la surface d'un milieu homogène plan l'onde de Rayleigh est non dispersive. L'onde ne sera dispersive que si des hétérogénéités de propriétés élastiques sont présentes dans l'épaisseur où se propage l'onde de Rayleigh, par exemple dans le cas d'une couche fine de vitesse lente située sur un demi-espace homogène de vitesse plus rapide.
- L'onde de Rayleigh devient dispersive, si le milieu dont lequel elle se propage présente à sa surface une courbure (topographie), même si ces milieux sont homogènes *Carcione* (2007). La dispersion est alors fortement influencée par la valeur de la courbure relativement à la longueur d'onde caractéristique de l'onde de Rayleigh se propageant dans le milieu. Des conversions d'ondes de Rayleigh en ondes de volume peuvent également se produire, lorsque les ondes de Rayleigh rencontrent une forte courbure de la surface *Rulf* (1969).

- On reconnaît l'onde de Rayleigh à sa polarisation elliptique rétrograde dans le plan de propagation. Dans ces conditions, on peut effectuer un enregistrement à la fois sur la composante horizontale parallèle à la direction de propagation et sur la composante verticale.

Onde de Love

Les ondes de surface peuvent se manifester sous d'autre forme, si le demi-espace est totalement homogène. Une telle onde est appelée onde de Love (1911). Si l'onde de surface, oscillant perpendiculairement au plan de propagation, elle peut exister lorsqu'une couche de propriétés élastiques différentes est située à la surface d'un demi-espace *Wehausen and Laitone* (1960). L'onde de Love s'accompagne d'un mouvement horizontal du sol, elle est toujours dispersive.

Onde de Stoneley

On appelle les ondes d'interface, les ondes de *Stoneley* (1924). Elles existent sous la forme d'une solution évanescence, et se propager le long de l'interface entre deux solides ou deux fluides. Il faut noter que des telles solutions n'existent avec une amplitude significative que pour une plage de valeurs assez réduite des densités et des propriétés élastiques des matériaux en contact *Carcione* (2007). Par exemple, dans le cas de deux solides en contact, il faut que les vitesses S des deux milieux soient proches pour qu'une onde d'interface significative se propage.

A.2 DESCRIPTION DE LA MÉTHODE DES ÉLÉMENTS SPECTRAUX ET IMPLÉMENTATION DANS SPECFEM

La discussion dans toute la section A.2 résume les principes fondamentaux de la méthode des éléments spectraux. Nous nous sommes inspiré dans cette partie de nombreux travaux de *Komatitsch (1997)*, *Komatitsch et al. (2000)*, *Komatitsch and Tromp (2002)*, et aussi des travaux de *Chaljub and Valette (2004)*, *Chaljub et al. (2007)*,

A.2.1 Discrétisation spatiale

On cherche à calculer les intégrales posées sur le domaine Ω à l'aide de formules d'intégration numérique, à partir des formulations faibles des eq. (3.102) ou (A.46). Pour cela, il faut décomposer chaque intégrale en somme d'intégrales posées sur des sous-domaines plus petits. On crée un maillage pour le domaine fermé $\bar{\Omega}$ c'est-à-dire que l'on divise en union d'éléments quadrangulaires $\bar{\Omega}_e$ telle que :

$$\bar{\Omega} = \bigcup_e^{n_{el}} \bar{\Omega}_e, \quad (\text{A.51})$$

où l'intersection $\Omega_e \cap \Omega_{e'}$ de deux éléments différents e et e' est soit vide soit composée d'un côté ou d'un point.

Une fois que nous avons défini les éléments, on construit des fonctions transformant chaque élément du maillage en élément de référence. Si l'on considère la méthode des éléments spectraux à $2D$, l'élément de référence est le carré $[-1, 1] \times [-1, 1]$. Sur chaque élément, on introduit les fonctions de forme N_k définies à partir des polynômes de Lagrange l_k^2 et associées aux points de contrôle x_k pour $k = \dots\dots\dots n_k$ où n_k est le nombre de point de contrôle nécessaire à la définition de la géométrie d'un élément quelconque. On aura donc en $2D$, soit quatre points de contrôle qui sont les quatre sommets du quadrangle soit neuf points de contrôle qui sont les quatre sommets, les quatre milieux des arêtes et le centre du quadrangle (voir Fig. A.1).

Les fonctions de forme sont composées d'un produit de polynômes de Lagrange de degré 2 de la façon suivante (la numérotation des fonctions de forme correspond à la numérotation des points de contrôle de la Fig (A.1) ou (ξ, η) est le système de coordonnées sur l'élément de référence :

— pour les quatre coins des éléments

$$\begin{aligned} N_1(\xi, \eta) &= l_1^2(\xi) l_1^2(\eta) ; & N_2(\xi, \eta) &= l_3^2(\xi) l_1^2(\eta) , \\ N_3(\xi, \eta) &= l_3^2(\xi) l_3^2(\eta) ; & N_4(\xi, \eta) &= l_3^2(\xi) l_1^2(\eta) . \end{aligned} \quad (\text{A.52})$$

— pour le milieu des arêtes :

$$\begin{aligned} N_5(\xi, \eta) &= l_2^2(\xi) l_1^2(\eta) ; & N_6(\xi, \eta) &= l_3^2(\xi) l_2^2(\eta) , \\ N_7(\xi, \eta) &= l_2^2(\xi) l_3^2(\eta) ; & N_8(\xi, \eta) &= l_1^2(\xi) l_2^2(\eta) , \end{aligned} \quad (\text{A.53})$$

— pour le centre du quadrangle :

$$N_9(\xi, \eta) = l_2^2(\xi) l_2^2(\eta) . \quad (\text{A.54})$$

Plusieurs travaux proposent les expressions analytiques des fonctions de forme 2D, on cite par exemple les travaux de *Hughes et al.* (1987a) et *Touzot and Dhatt* (1984). Les polynômes l_k^2 pour $k = 1, \dots, 3$ présents dans la définition des fonctions de forme sont les polynômes de Lagrange de degré 2 posés sur $[-1, 1]$ tels que $l_k^2(\xi_i)$, δ étant le symbole de Kronecker ($\delta_{ik} = 1$ si $i = k$ et $\delta_{ik} = 0$ sinon), et les ξ_i sont les points de contrôles 1D du segment $[-1, 1]$ définis par $\xi_1 = -1$, $\xi_2 = 0$ et $\xi_3 = 1$. Ces polynômes sont de la forme :

$$l_k^n(\xi) = \prod_{k'=1, k' \neq k}^{n+1} \frac{\xi - \xi_{k'}}{\xi_k - \xi_{k'}}. \quad (\text{A.55})$$

Par exemple, pour $l_3^2(\xi) = \frac{1}{2}(\xi - 1)$, on a bien $l_3^2(-1) = 0$, $l_3^2(0) = 0$ et $l_3^2(1) = 1$

Soit $\xi = (\xi, \eta)$ les coordonnées locales dans l'élément de référence et $x = (x, z)$ les coordonnées globales projetées après transformation de l'élément de référence en élément quelconque du maillage, à partir d'une combinaison linéaire des fonctions de formes N_k associées aux coordonnées des points de contrôle x_k , on peut facilement définir la relation permettant de passer des coordonnées locales aux coordonnées globales comme dans *Komatitsch* (1997) :

$$x(\xi) = \sum_{k=1}^{n_k} N_k(\xi) x_k. \quad (\text{A.56})$$

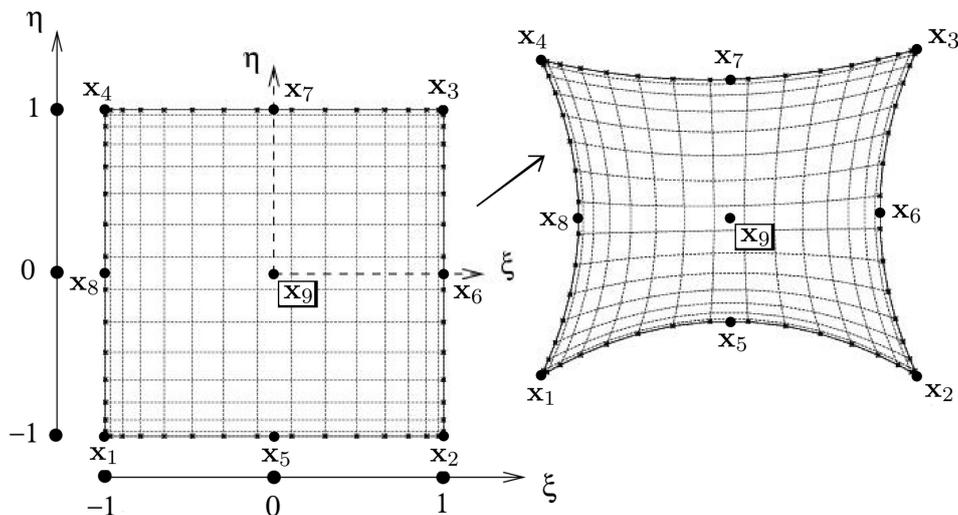


FIGURE A.1 – Illustration du passage de l'élément de référence $[-1, 1] \times [-1, 1]$ à un élément quelconque. Les éléments sont représentés avec leur grille de Gauss-Lobatto-Legendre d'ordre $r = 15$ (soit 16 points de Gauss-Lobatto-Legendre dans chaque direction). Cette figure est prise de *Komatitsch* (1997).

Un bon maillage se traduit par une bonne définition des éléments en calculant leur Jacobien donné par $J(\xi, \eta) = |\partial x(\xi, \eta) / \partial \xi|$. Le Jacobien représente le déterminant de la matrice Jacobienne (2×2 à 2D) définie sur chaque élément e en (ξ, η) par $(M, J_e)_{\alpha\beta} = \partial x_\alpha / \partial \xi_\beta$ pour $\mathbf{x} = (x, z)$ et $\xi = (\xi, \eta)$. En utilisant l'éq. (A.57), on déduit les coefficients $(M, J_e)_{\alpha\beta}$ pour un point quelconque $\xi \in [-1, 1] \times [-1, 1]$ en fonction des

points de contrôle $\mathbf{x}^k = (x_k, z_k) = (\mathbf{x}_1^k, \mathbf{x}_1^k)$:

$$\left(MJ_e(\xi, \eta)_{\alpha\beta} \right) = \sum_{k=1}^{n_k} \frac{\partial N_k(\xi, \eta)}{\partial \xi_\beta} \mathbf{x}_\alpha^k \quad (\text{A.57})$$

La qualité du maillage est directement liée au Jacobien, il permet à la fois d'avoir des informations sur la géométrie des éléments et il contrôle la qualité du maillage (Hughes (1987), Hughes et al. (1987b)). Lorsque le Jacobien est non nul en chaque point de l'élément e , il y a une seule fonction de transformation de l'élément de référence vers l'élément déformé e , et donc qu'il existe une fonction inverse permettant le passage de chaque point \mathbf{x} de l'élément e à son équivalent ξ dans l'élément de référence.

A.2.2 Élément de volume

D'une manière similaire, les éléments hexaédres de l'élément de volume 3D Ω_e , vont être paramétrés par rapport à ce cube de référence Komatitsch and Tromp (1999). Ces éléments sont définis en fonction de n_k points de contrôle $x_a = x(\xi_k, \eta_k, \zeta_k)$ avec $a = 1, \dots, n$ et par n fonctions de forme $N_k(\xi)$. Au moins 8 noeuds sont nécessaires pour définir un volume hexaédrique (c'est-à-dire un cube déformé). En ajoutant des noeuds au centre des arêtes et des éléments, on peut définir 27 points de contrôle (figure A.2) afin de rendre le bord des éléments courbe si nécessaire, comme déjà présenté dans l'équation (A.56)

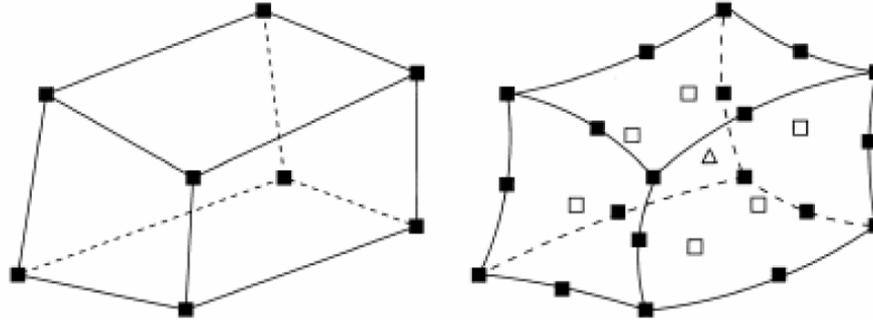


FIGURE A.2 – La géométrie de chaque hexaèdre courbe peut être déterminée par 8 points de contrôle (gauche) ou par 27 points de contrôle (droite). Dans le cas du volume à 27 points de contrôle, les carrés vides indiquent les milieux des faces de l'élément et le triangle vide indique le milieu de l'élément. Pris dans Komatitsch and Tromp (1999).

Les fonctions de forme des hexaèdres à 8 points de contrôle sont des triples produits de polynômes de Lagrange de degré 1, et les fonctions de forme des hexaèdres à 27 points de contrôle sont des triples produits de polynômes de Lagrange de degré 2. Un élément de volume $dx \times dy \times dz$ est relié à un élément de volume $d\xi \times d\eta \times d\zeta$ dans le cube de référence par la relation $dx \times dy \times dz = J_e d\xi d\eta d\zeta$, où le Jacobien est défini par

$$J_e = \left| \frac{\partial (x, y, z)}{\partial (\xi, \eta, \zeta)} \right| \quad (\text{A.58})$$

Pour pouvoir créer un bon maillage 3D et de s'assurer de sa bonne qualité, il faut que le déterminant de la matrice Jacobienne ne soit jamais nul ni trop petit, et les

variations du Jacobien ne doivent jamais être trop brutales dans le maillage. Des instabilités numériques pourraient alors apparaître dans le calcul.

A.2.3 Interpolation polynomiale

Afin de pouvoir représenter le vecteur déplacement \mathbf{u} solution de l'équation des ondes sur chaque élément, on effectue une interpolation polynomiale de la solution aux points d'interpolation (ou degrés de liberté) définis suivant le type d'éléments finis choisi pour résoudre la formulation faible du problème. Dans le cas des éléments spectraux, on utilise les polynômes de Lagrange (A.55) elles sont associés aux

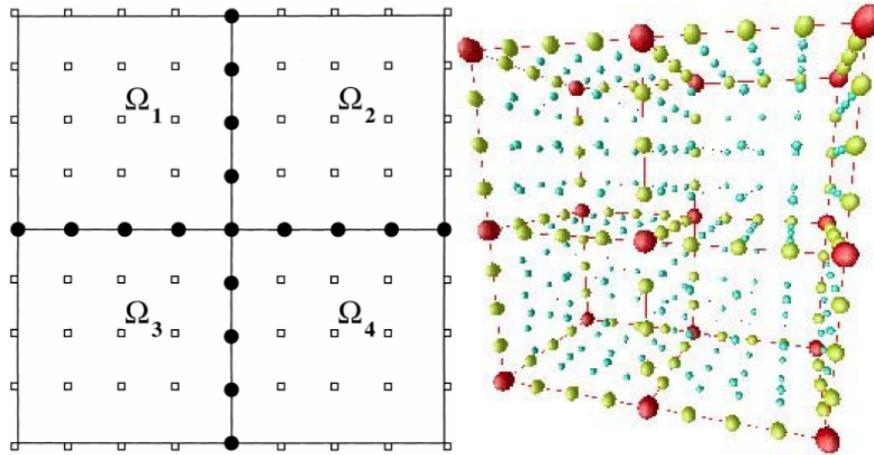


FIGURE A.3 – Illustration du maillage global et du maillage local pour une discrétisation en 4 éléments spectraux 2D (à gauche) et 3D (à droite) avec des polynômes de degré $N = 4$. Dans le maillage global, les points situés sur les arêtes, les coins ou les faces des éléments (en 3D) sont partagés par plusieurs éléments. Les contributions calculées séparément sur chaque élément doivent être sommées en ces points partagés (en noir pour le 2D). Pris dans Komatitsch and Tromp (1999) pour le maillage 2D et Carrington et al. (2008) pour le maillage 3D

points de Gauss-Lobatto-Legendre, car ces derniers permettent d'obtenir une matrice de masse diagonale dans le système matriciel final, ce qui permet l'utilisation d'un algorithme explicite pour la résolution en temps.

Décrivons l'interpolation polynomiale pour une méthode d'ordre r . A 1D, les $r + 1$ points d'intégration de Gauss-Lobatto-Legendre $\xi_i = 0, \dots, r$ sont les racines du polynôme $(1 - \xi^2) P'_r(\xi)$ (Où est la dérivée du polynôme de Legendre de degré r défini sur $[-1, 1]$). On a alors a 2D $(r + 1)^2$ points de Gauss-Lobatto-Legendre $\xi^{\alpha\beta} = (\xi_\alpha, \eta_\beta)$ définis sur l'élément de référence (exemple d'élément de référence d'ordre 5 sur la Fig. 2.7).

Une fonction f quelconque est interpolée sur un élément à l'aide d'un produit de polynômes de Lagrange :

$$f(\mathbf{x}(\xi, \eta)) \approx \sum_{\alpha, \beta=0}^r f^{\alpha\beta} l_\alpha^r(\xi) l_\beta^r(\eta) , \quad (\text{A.59})$$

où $f^{\alpha\beta} = f(\mathbf{x}(\xi_\alpha, \eta_\beta))$ est la valeur de la fonction f au point de Gauss-Lobatto-Legendre $\mathbf{x}(\xi_\alpha, \eta_\beta)$

De la même manière chaque éléments de volume Ω_e est interpolée comme une fonction d'un triplet des polynôme de Lagrange de degré n_l

$$f(\mathbf{x}(\xi, \eta, \zeta)) \approx \sum_{\alpha, \beta, \gamma=0}^{n_l} f^{\alpha\beta\gamma} l_\alpha(\xi) l_\beta(\eta) l_\gamma(\zeta), \quad (\text{A.60})$$

avec ou $f^{\alpha\beta\gamma} = f(\mathbf{x}(\xi_\alpha, \eta_\beta, \zeta_\gamma))$ est la valeur de le fonction f au point de Gauss-Lobatto-Legendre $\mathbf{x}(\xi_\alpha, \eta_\beta, \zeta_\gamma)$

A l'aide de la représentation polynomiale de la fonction f eq.(A.60), on évalue le gradient de f aux points de Gauss-Lobatto-Legendre de la façon suivante en 3D

$$\nabla f(\mathbf{x}(\xi, \eta, \zeta)) \approx \sum_{i=1}^3 \hat{\mathbf{x}}_i \left[\sum_{\alpha=0}^{n_l} f^{\alpha\beta\gamma} l'_\alpha(\xi_{\alpha'}) \partial_i \xi + \sum_{\beta=0}^{n_l} f^{\alpha\beta\gamma} l'_\beta(\eta_{\beta'}) \partial_i \eta + \sum_{\gamma=0}^{n_l} f^{\alpha\beta\gamma} l'_\gamma(\zeta_{\gamma'}) \partial_i \zeta \right] \quad (\text{A.61})$$

où $l'_\alpha, l'_\beta, l'_\gamma$ sont les dérivées des polynômes de Lagrange d'ordre n_l (la notation de l'ordre du polynôme a été supprimée afin d'alléger la notation). Les $\hat{\mathbf{x}}_i, i = 1, 2, 3$, représentent les vecteurs unités ans les directions x, y et z et les ∂_i sont les dérivées spatiales associées à ces directions. La matrice $\partial \xi / \partial \mathbf{x}$ est obtenue en inversant la matrice Jacobienne définie par l'eq (A.58). L'invisibilité est garantie car le Jacobien est non nul sur chaque élément.

A.2.4 Approximation numérique des intégrales des formulations faibles

Soit une intégrale posée sur tout le domaine Ω . Après la création des éléments et la définition des fonctions de forme, on divise chaque intégrale posée sur tout le domaine Ω en somme d'intégrales posées sur les éléments Ω_e . En effectue en suite un changement de variable, où l'on transforme le calcul de l'intégrale sur chaque élément en calcul sur l'élément de référence, ce qui donne pour une fonction f quelconque intégrée sur l'ensemble Ω :

$$\int_{\Omega} f(\mathbf{x}) d^2 \mathbf{x} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\mathbf{x}(\xi, \eta)) J_b(\xi, \eta) d\xi d\eta, \quad (\text{A.62})$$

ou en 3D

$$\int_{\Omega} f(\mathbf{x}) d^3 \mathbf{x} = \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 f(\mathbf{x}(\xi, \eta, \zeta)) J_b(\xi, \eta, \zeta) d\xi d\eta d\zeta. \quad (\text{A.63})$$

Pour le passage au problème discret, il faut construire une méthode numérique approchée d'ordre l en espace a 2D ou a 3D, donc le choix d'une formule d'intégration numérique exacte est nécessaire, pour des polynômes de degré inférieur ou égal à $2l - 1$ Raviart et al. (1998), Fauqueux (2003). Cette condition est respectée en utilisant les formules d'intégration numérique de Gauss Lobatto-Legendre. Pour faciliter la parallélisation de l'algorithme, il faut utiliser une méthode de résolution d'ordre élevée à condensation de masse, si l'on ne prend comme points d'interpolation les points de Gauss-Lobatto-Legendre Komatitsch (1997), Fauqueux (2003). On va donc interpoler chaque élément en utilisant les projetés des points de Gauss-Lobatto-Legendre (ξ, η)

en 2D, ou (ξ, η, ζ) en 3D de l'élément de référence par la relation (A.56). On obtient alors un maillage où sur chaque élément les points d'interpolation, $\mathbf{x} = (\xi, \eta)$ en 2D ou $\mathbf{x} = (\xi, \eta, \zeta)$ en 3D, sont les points de Gauss-Lobatto-Legendre sur cet élément.

On peut alors calculer une valeur approchée de $\int_{\Omega_e} f(x) dx$ dans le cas le plus générale e.i. ; 3D :

$$\int_{\Omega_e} f(\mathbf{x}) d^3 \mathbf{x} \approx \sum_{\alpha\beta=0}^{n_l} \omega_\alpha \omega_\beta \omega_\gamma f^{\alpha\beta\gamma} J_e^{\alpha\beta\gamma}, \quad (\text{A.64})$$

où $\omega_\alpha > 0$ sont les poids associés à la formule de quadrature de Gauss-Lobatto-Legendre *Canuto et al.* (1988), $f^{\alpha\beta\gamma}$ est la valeur de la fonction f au point d'interpolation $\mathbf{x}(\xi, \eta, \zeta)$, et $J_e^{\alpha\beta\gamma} = J_e(\xi, \eta, \zeta)$ est le Jacobien associé au point $\mathbf{x}(\xi, \eta, \zeta)$ de l'élément e calculé d'après l'eq. (A.57) *Komatitsch and Tromp* (2002).

En reprenant la formulation faible du solide de l'eq. (A.46) (la méthode est analogue pour la formulation fluide de l'eq. (3.102)). On obtient pour le terme de gauche sur l'élément e et pour chaque composante u_i , $i = x, y, z$:

$$\int_{\Omega} \rho \partial_t^2 u(t) \cdot w dx \approx \sum_{\alpha, \beta, \gamma=0}^{n_l} \omega_\alpha \omega_\beta \omega_\gamma J_e^{\alpha\beta\gamma} \rho^{\alpha\beta\gamma} \sum_{i=1}^3 \partial_t^2 u_i^{\alpha\beta\gamma}(t) w_i^{\alpha\beta\gamma}, \quad (\text{A.65})$$

où $\rho^{\alpha\beta}$ représente la densité au point $x(\xi, \eta, \zeta)$. La formulation faible est valable pour toute fonction test w de l'espace des solutions. En rendant alors les composantes ω_1 et ω_2 indépendamment égales l'une à zéro et l'autre aux fonctions de base définies par $\sum_{\alpha, \beta, \gamma}^{n_l} l_\alpha(\xi) l_\beta(\eta) l_\gamma(\zeta)$ (donc $w_i^{\alpha\beta\gamma} = 0$ ou $= 1$ aux points de Gauss-Lobatto-Legendre), on peut alors se ramener au calcul du vecteur d'accélération composante par composante. La valeur de l'accélération $\partial_t^2 u_i^{\alpha\beta\gamma}(t)$ en chaque point de la grille (points de Gauss-Lobatto-Legendre) est seulement multipliée par le scalaire $\omega_\alpha \omega_\beta \omega_\gamma J_e^{\alpha\beta\gamma} \rho^{\alpha\beta\gamma}$ ce qui revient à dire que la matrice de masse est diagonale. On peut donc dire que la méthode des éléments spectraux intègre la condensation de masse dans sa construction.

La seconde intégrale de l'eq. (A.46) faisant intervenir des dérivées spatiales, on l'évalue à l'aide de l'eq. (A.61) et on obtient :

$$\begin{aligned} \int_{\Omega_e} \underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{\nabla}} \mathbf{w} dx \approx & \sum_{\alpha, \beta, \gamma=0}^{n_l} \sum_{i=1}^3 \omega_i^{\alpha\beta\gamma} \left[\omega_\beta \omega_\gamma \sum_{\alpha'=0}^{n_l} \omega_{\alpha'} J_e^{\alpha'\beta\gamma} F_{i_1}^{\alpha'\beta\gamma} l'_\alpha(\xi_{\alpha'}) + \right. \\ & \omega_\alpha \omega_\gamma \sum_{\beta'=0}^{n_l} \omega_{\beta'} J_e^{\alpha\beta'\gamma} F_{i_2}^{\alpha\beta'\gamma} l'_\beta(\eta_{\beta'}) + \\ & \left. \omega_\alpha \omega_\beta \sum_{\gamma'=0}^{n_l} \omega_{\gamma'} J_e^{\alpha\beta\gamma'} F_{i_3}^{\alpha\beta\gamma'} l'_\gamma(\zeta_{\gamma'}) \right] \end{aligned} \quad (\text{A.66})$$

avec

$$F_{i_1} = \sum_{j=1}^2 \rho_{ij} \sigma_j \xi, \quad F_{i_2} = \sum_{j=1}^2 \rho_{ij} \sigma_j \eta, \quad F_{i_3} = \sum_{j=1}^2 \rho_{ij} \sigma_j \zeta \quad (\text{A.67})$$

et $F_{i_k}^{\alpha\beta\gamma} = F_{i_k}(\mathbf{x}(\xi_\alpha, \eta_\beta, \zeta_\gamma))$. On calcule les σ_{ij} à l'aide des formules (A.9) et (A.31) faisant intervenir les $\partial_j u_i(\mathbf{x}(\xi, \eta, \zeta), t)$ calculés de manière identique à $\partial_i f$ dans l'eq. (A.59) (*Komatitsch & Tromp*, 2002).

A.2.5 Discrétisation temporelle

On en déduit à partir de la discrétisation des intégrales des eq. (3.102) ou (A.46), un système matriciel que l'on va résoudre numériquement pour obtenir la solution de l'équation des ondes aux points d'interpolation de notre système. Le système sera alors :

$$M\ddot{U} + KU + BU = F, \quad (\text{A.68})$$

où U est le vecteur déplacement globale que l'on cherche, \ddot{U} sa dérivée seconde en temps (donc le vecteur accélération), M est la matrice de masse (diagonale), K est la matrice de rigidité, B les interactions aux limites entre les interfaces solides fluides et F est le vecteur source.

Avoir une matrice de masse diagonale est un vrai avantage dans ce genre de calcul, car elle est très facilement inversible. Son inverse M^{-1} est une matrice diagonale avec sur la diagonale l'inversée des coefficients de M : $M_{ii}^{-1} = 1/M_{ii}$. Ainsi on a $\ddot{U} = M^{-1}KU + M^{-1}BU + M^{-1}F$.

La résolution l'équation différentielle en temps posée sur le système matriciel (A.68) se fera à l'aide d'un schéma de différences finies de Newmark explicite d'ordre 2 (voir par exemple *Hughes (1987)*). Le système devient alors :

$$\begin{aligned} U^{n+1} &= U^n + \Delta t V^n + \frac{\Delta t^2}{2} a^n \\ V^{n+\frac{1}{2}} &= V_n + \frac{\Delta t}{2} a^n \\ Ma^{n+1} &= KU^{n+1} \\ V^{n+1} &= V^{n+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{2} a^{n+1} \end{aligned} \quad (\text{A.69})$$

où U , V et a sont les vecteurs déplacement, vitesse (dérivée première temporelle du déplacement) et accélération (dérivée seconde temporelle du déplacement), M la matrice de masse diagonale, K la matrice de raideur, Δt le pas de temps et n le nombre d'itérations en temps (au pas de temps $n, t = n\Delta t$). Il est à noter qu'il est possible d'utiliser des schémas en temps d'ordre plus élevé comme le schéma de Runge-Kutta d'ordre 4 ou les schémas symplectiques (*Simo (1992), Nissen-Meyer et al. (2008)*) pour augmenter l'ordre d'approximation en temps et se rapprocher de l'ordre d'approximation en espace qui est élevé. En effet, utiliser un schéma en espace d'ordre plus élevé que le schéma en temps n'est pas vraiment optimal *Noh and Bathe (2013)*.

A.3 LA MÉTHODE DE RUNGE KUTTA RK 4

Dans cette section nous rappelons la méthode de Range Kutta 4 et son implémentation numérique dans SPECFEM, nous discutons aussi la validité numérique de cette approche.

Les méthodes de Runge-Kutta sont des méthodes d'analyse numérique d'approximation de solutions d'équations différentielles. Elles ont été nommées ainsi en l'honneur des mathématiciens Carl Runge et Martin Wilhelm Kutta lesquels élaborèrent la méthode en 1901.

Comme le schéma en temps est totalement indépendant de la résolution spatiale, une représentation en 1D suffira de nos équations dans cette partie. On considère une équation de continuité unidimensionnelle d'un fluide incompressible. Dans ce genre de situation, la variation de la densité de particules $n(t, z)$, sera donné par l'équation

$$\frac{\partial n(t, z)}{\partial t} + \nabla \cdot (n(t, z) \mathbf{v}(t, z)) = 0 \quad (\text{A.70})$$

avec $\mathbf{v}(t, z)$ la vitesse des ions dans le direction verticale z

On réécrit cette équation sous la forme différentielle, on obtient

$$\dot{y} = f(n, t) , \quad (\text{A.71})$$

$$y(t_0) = y_0 ,$$

avec

$$\dot{y} = \frac{\partial n(t, z)}{\partial t} , \quad (\text{A.72})$$

$$f(n, t) = \nabla \cdot (n(t, z) \mathbf{v}(t, z)) .$$

Le principe est de chercher à résoudre en un ensemble discret $t_0 < t_1 < \dots < t_N$ plutôt que de chercher une méthode directe. Les méthodes de Runge-Kutta proposent d'introduire les points intermédiaires $\{(t_{n,i}, y_{n,i})\}_{1 \leq i \leq q}$ afin de calculer par récurrence les valeurs $(t_{n,i}, y_{n,i})$ Butcher (1987) avec

$$t_{n,i} = t_n + c_i h_n , \quad (\text{A.73})$$

où $h_n = t_{n+1} - t_n$ est le pas de temps et c_i est pris dans un interval $[0, 1]$ pour chaque point intermédiaire.

La méthode RK44 est donnée par l'équation :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4) , \quad (\text{A.74})$$

avec

$$k_1 = f(t_n, y_n) ,$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_1\right) ,$$

$$k_3 = f\left(t_n + \frac{h}{2}, y_n + \frac{h}{2}k_2\right) ,$$

$$k_4 = f(t_n + h, y_n + hk_3) .$$

(A.75)

Pour la démonstration complète et plus de détails sur cette méthode, nous renvoyons les lecteurs vers plusieurs ouvrages dans la littérature. Plus précisément dans cette thèse nous avons utilisé *Butcher* (1987).

A.3.1 Stabilité de la méthode RK-4

Les régions de stabilité des valeurs propres pour les méthodes de Runge- Kutta peuvent être déterminés en utilisant la même approche que pour les méthodes à plusieurs étapes. Plus précisément, on considère un problème linéaire, dans lequel $f = \lambda N$, où λ est une constante. Ensuite, on détermine le facteur d'amplification $G = G(\lambda\Delta t)$. Par exemple pour un schéma d'ordre 2

$$\begin{aligned} k_1 &= \Delta t \lambda y^n , \\ k_2 &= \Delta t \lambda \left(y^n + \frac{\Delta t}{2} y^n \right) , \\ y^{n+1} &= \left[1 + \Delta t \lambda + \frac{1}{2} (\Delta t \lambda)^2 \right] y^n , \end{aligned} \tag{A.76}$$

ce qui donne

$$G = 1 + \lambda \Delta t + \frac{1}{2} (\Delta t \lambda)^2 , \tag{A.77}$$

cette equation pourra être généralisée dans le cas d'un schéma d'ordre quatre et on obtient

$$G = 1 + \lambda \Delta t + \frac{1}{2} (\Delta t \lambda)^2 + \frac{1}{6} (\Delta t \lambda)^3 + \frac{1}{24} (\Delta t \lambda)^4 , \tag{A.78}$$

Lors de l'analyse des méthodes multi-étapes, l'étape suivante serait de déterminer les emplacements dans le $\lambda\Delta t$ dans le plan de la limite de stabilité (à savoir où $|G| = 1$). Cela n'est toutefois pas facile pour les méthodes de Runge- Kutta et nécessiterait une résolution d'un polynôme d'ordre supérieur pour trouver les racines. Au lieu de cela, l'approche la plus courante consiste simplement à tracer le contour dans lequel le plan $\lambda\Delta t$ est discrétisé en un ensemble fini de points. $|G|$ est alors évaluée à ces points. Source <http://web.mit.edu/course/16/16.90/OldFiles/BackUp/www/pdfs/Chapter10.pdf>.

Autrement dit, la méthode est conditionnellement stable, à savoir, elle est stable si et seulement si la vitesse v -dite vitesse "physique"- n'est pas plus grande que la vitesse de propagation $\Delta z / \Delta t$ de la méthode numérique. Ceci est équivalent à dire que le pas de temps, Δt , doit être plus petit que le temps pris par l'onde pour parcourir la distance spatiale, Δz . *Friedrichs and Lewy* (1928)

$$\frac{v \Delta t}{\Delta z} \leq 1 \tag{A.79}$$

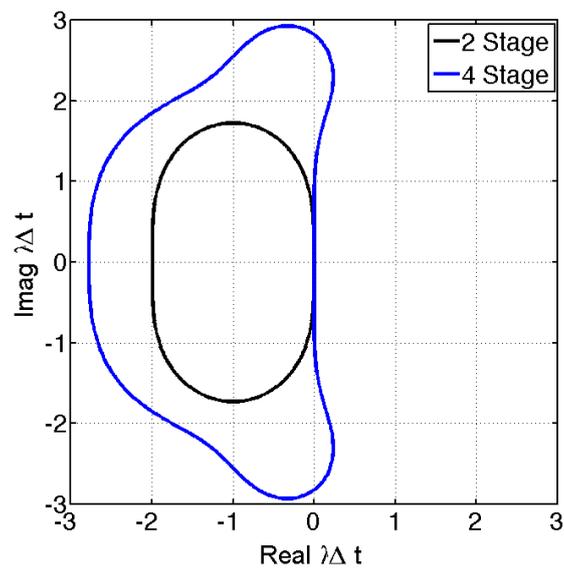


FIGURE A.4 – Limites de stabilité pour les algorithmes Runge-Kutta d'ordre 2 et d'ordre 4. Comme dans <http://web.mit.edu/course/16/16.90/OldFiles/BackUp/www/pdfs/Chapter10.pdf>

BIBLIOGRAPHIE

- Abdu, M. A., I. S. Batista, A. J. Carrasco, and C. G. M. Brum (2005), South atlantic magnetic anomaly ionization : A review and a new focus on electrodynamic effects in the equatorial ionosphere, *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 67(17), 1643–1657. (Cité page 14.)
- Achenbach, J. (1973), Wave propagation in solids, *Applied Mathematics and Mechanics*. (Cité pages 187 et 195.)
- Afraimovich, E., K. Palamartchouk, and N. Perevalova (1998), Gps radio interferometry of travelling ionospheric disturbances, *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 60(12), 1205–1223. (Cité page 11.)
- Afraimovich, E., E. Kosogorov, N. Perevalova, and A. Plotnikov (2001), The use of gps arrays in detecting shock-acoustic waves generated during rocket launchings, *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 63(18), 1941–1957. (Cité page 11.)
- Afraimovich, E., E. Astafyeva, V. Demyanov, and I. Gamayunov (2009), Mid-latitude amplitude scintillation of gps signals and gps performance slips, *Advances in Space Research*, 43(6), 964–972. (Cité page 13.)
- Aki, K., and P. G. Richards (1980), Quantitive seismology : Theory and methods. (Cité pages 187 et 188.)
- Appleton, E., and R. Naismith (1947), The radio detection of meteor trails and allied phenomena, *Proceedings of the Physical Society*, 59(3), 461. (Cité page 23.)
- Artru, J. (2001), Observations au sol ou par satellite et modelisation des signaux ionospheriques post-sismiques, Ph.D. thesis, Paris, Institut de physique du globe. (Cité pages 41 et 65.)
- Artru, J., P. Lognonné, and E. Blanc (2001), Normal modes modelling of post-seismic ionospheric oscillations, *Geophysical research letters*, 28(4), 697–700. (Cité page 7.)
- Artru, J., T. Farges, and P. Lognonné (2004), Acoustic waves generated from seismic surface waves : propagation properties determined from doppler sounding observations and normal-mode modelling, *Geophysical Journal International*, 158(3), 1067–1077. (Cité pages 7 et 195.)
- Artru, J., V. Ducic, H. Kanamori, P. Lognonné, and M. Murakami (2005), Ionospheric detection of gravity waves induced by tsunamis, *Geophysical Journal International*, 160(3), 840–848. (Cité pages 9, 17, 47 et 71.)

- Astafyeva, E., and K. Heki (2011), Vertical tec over seismically active region during low solar activity, *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 73(13), 1643–1652. (Cité page 18.)
- Astafyeva, E., K. Heki, V. Kiryushkin, E. Afraimovich, and S. Shalimov (2009), Two-mode long-distance propagation of coseismic ionosphere disturbances, *J. Geophys. Res.*, 114(A10), n/a–n/a, doi :10.1029/2008ja013853. (Cité page 47.)
- Astafyeva, E., P. Lognonné, and L. Rolland (2011a), First ionospheric images of the seismic fault slip on the example of the tohoku-oki earthquake, *Geophys. Res. Lett.*, 38(22), n/a–n/a, doi :10.1029/2011glo49623. (Cité page 16.)
- Astafyeva, E., P. Lognonné, and L. Rolland (2011b), First ionospheric images of the seismic fault slip on the example of the tohoku-oki earthquake, *Geophysical Research Letters*, 38(22). (Cité pages 18, 44 et 183.)
- Astafyeva, E., S. Shalimov, E. Olshanskaya, and P. Lognonné (2013a), Ionospheric response to earthquakes of different magnitudes : Larger quakes perturb the ionosphere stronger and longer, *Geophysical Research Letters*, 40(9), 1675–1681. (Cité page 18.)
- Astafyeva, E., L. Rolland, P. Lognonné, K. Khelfi, and T. Yahagi (2013b), Parameters of seismic source as deduced from 1 hz ionospheric gps data : Case study of the 2011 tohoku-oki event, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 118(9), 5942–5950. (Cité pages 19, 100, 103, 104 et 183.)
- Azaiez, M., C. Bernardi, and M. Grundmann (1994), Méthodes spectrales pour les équations du milieu poreux, *East-West J. Numer. Anal*, 2, 91–105. (Cité page 69.)
- Ben-Menahem, A. (1981), S. 1. singh, seismic waves and sources. (Cité page 187.)
- Bhuyan, P., and R. R. Borah (2007), Tec derived from gps network in india and comparison with the iri, *Advances in Space Research*, 39(5), 830–840. (Cité page 13.)
- Bilitza, D. (2001), International reference ionosphere 2000, *Radio Science*, 36(2), 261–275. (Cité pages 30, 56 et 183.)
- Bilitza, D., and B. W. Reinisch (2008), International reference ionosphere 2007 : improvements and new parameters, *Advances in Space Research*, 42(4), 599–609. (Cité pages 30, 56 et 183.)
- Bilitza, D., K. Rawer, L. Bossy, I. Kutiev, K.-I. Oyama, R. Leitinger, and E. Kazimirovsky (1990), International reference ionosphere 1990. (Cité pages 30, 56 et 183.)
- Blitz, C. (2009), Modélisation de la propagation des ondes sismiques et des ejecta dans les astéroïdes : application à l'érosion des cratères de l'astéroïde 433-eros, Ph.D. thesis, Institut de physique du globe de paris-IPGP. (Cité pages 70, 82, 83 et 84.)
- Bolt, B. A. (1964), Seismic air waves from the great 1964 alaskan earthquake, *Nature*, 202, 1095–1096. (Cité pages 6, 7 et 15.)

- Brillouin, L. (1964), *Tensors in mechanics and elasticity*. (Cité page 187.)
- Budden, K. G. (1988), *The propagation of radio waves : the theory of radio waves of low power in the ionosphere and magnetosphere*, Cambridge University Press. (Cité page 32.)
- Butcher, J. C. (1987), *The numerical analysis of ordinary differential equations : Runge-Kutta and general linear methods*, Wiley-Interscience. (Cité pages 205 et 206.)
- Calais, E., and J. B. Minster (1995), Gps detection of ionospheric perturbations following, *Geophysical Research Letters*, 22(9), 1045–1048. (Cité pages 6, 8, 15 et 17.)
- Calais, E., J. B. Minster, M. Hofton, and M. Hedlin (1998), Ionospheric signature of surface mine blasts from global positioning system measurements, *Geophysical Journal International*, 132(1), 191–202. (Cité pages 11 et 72.)
- Calais, E., M. Vergnolle, V. San'Kov, A. Lukhnev, A. Miroshnitchenko, S. Amarjargal, and J. Déverchère (2003a), Gps measurements of crustal deformation in the baikal-mongolia area (1994–2002) : Implications for current kinematics of asia, *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 108(B10). (Cité page 11.)
- Calais, E., J. Haase, and J. Minster (2003b), Detection of ionospheric perturbations using a dense gps array in southern california, *Geophysical research letters*, 30(12). (Cité page 17.)
- Canuto, C., A. Quarteroni, M. Hussaini, and T. Zang (1988), *Spectral method in fluid mechanics*. (Cité page 203.)
- Carcione, J., and P. Wang (1993), A chebyshev collocation method for the wave equation in generalized coordinates, *Comp. Fluid Dyn. J*, 2, 269–290. (Cité page 193.)
- Carcione, J. M. (2007), *Wave fields in real media : Wave propagation in anisotropic, anelastic, porous and electromagnetic media*, vol. 38, Elsevier. (Cité pages 196 et 197.)
- Carrington, L., D. Komatitsch, M. Laurenzano, M. M. Tikir, D. Michéa, N. Le Goff, A. Snavely, and J. Tromp (2008), High-frequency simulations of global seismic wave propagation using specfem3d_globe on 62k processors, in *Proceedings of the 2008 ACM/IEEE conference on Supercomputing*, p. 60, IEEE Press. (Cité page 201.)
- Chaljub, E., and B. Valette (2004), Spectral element modelling of three-dimensional wave propagation in a self-gravitating earth with an arbitrarily stratified outer core, *Geophysical Journal International*, 158(1), 131–141. (Cité pages 67, 68, 69, 70 et 198.)
- Chaljub, E., D. Komatitsch, J.-P. Vilotte, Y. Capdeville, B. Valette, and G. Festa (2007), Spectral-element analysis in seismology, *Advances in Geophysics*, 48, 365–419. (Cité pages 69 et 198.)
- Chung, S., and J. Yoon (1996), Numerical analysis of effect of electromagnetic stirring on solidification phenomena in continuous casting, *Ironmaking & steelmaking*, 23(5), 425–432. (Cité page 69.)

- Ciraolo, L., F. Azpilicueta, C. Brunini, A. Meza, and S. Radicella (2007), Calibration errors on experimental slant total electron content (tec) determined with gps, *Journal of Geodesy*, 81(2), 111–120. (Cité page 40.)
- Codrescu, M., S. Palo, X. Zhang, T. Fuller-Rowell, and C. Poppe (1999), Tec climatology derived from topex/poseidon measurements, *Journal of atmospheric and solar-terrestrial physics*, 61(3), 281–298. (Cité page 12.)
- Coisson, P., P. Lognonné, D. Walwer, and L. M. Rolland (2015), First tsunami gravity wave detection in ionospheric radio occultation data, *Earth and Space Science*, 2(5), 125–133. (Cité pages 44 et 183.)
- Coisson, P., P. Lognonné, D. Walwer, and L. M. Rolland (2015), First tsunami gravity wave detection in ionospheric radio occultation data, *Earth and Space Science*, 2(5), 125–133, doi :10.1002/2014ea000054. (Cité page 47.)
- Cravens, T. E. (2004), *Physics of solar system plasmas*, Cambridge University Press. (Cité page 25.)
- Dalgarno, A., and F. Smith (1962), The thermal conductivity and viscosity of atomic oxygen, *Planetary and Space Science*, 9(1), 1–2. (Cité page 64.)
- Dautermann, T., E. Calais, P. Lognonné, and G. S. Mattioli (2009), Lithosphere?atmosphere?ionosphere coupling after the 2003 explosive eruption of the soufriere hills volcano, montserrat, *Geophysical Journal International*, 179(3), 1537–1546. (Cité pages 17, 44 et 71.)
- Davies, K., and D. M. Baker (1965), Ionospheric effects observed around the time of the alaskan earthquake of march 28, 1964, *Journal of Geophysical Research*, 70(9), 2251–2253. (Cité pages 7 et 15.)
- De Basabe, J. D., and M. K. Sen (2007), Grid dispersion and stability criteria of some common finite-element methods for acoustic and elastic wave equations, *Geophysics*, 72(6), T81–T95. (Cité page 82.)
- Diaz, J., and P. Joly (2005), An analysis of higher order boundary conditions for the wave equation, *SIAM Journal on Applied Mathematics*, 65(5), 1547–1575. (Cité pages 67 et 68.)
- Ducic, V. (2004), Tomographie de l'ionosphère et de la troposphère à partir des données gps denses : applications aux risques naturels et amélioration de l'interférométrie sar, Ph.D. thesis, Paris 7. (Cité page 41.)
- Ducic, V., J. Artru, and P. Lognonné (2003), Ionospheric remote sensing of the denali earthquake rayleigh surface waves, *Geophysical research letters*, 30(18). (Cité pages 8, 15 et 104.)
- Duvaut, G. (1990), Mécanique des milieux continus. collection mathématiques appliquées pour la maîtrise. (Cité page 187.)

- Eckart, C. (1960), Variation principles of hydrodynamics, *Physics of Fluids (1958-1988)*, 3(3), 421–427. (Cité page 64.)
- Faccioli, E., F. Maggio, R. Paolucci, and A. Quarteroni (1997), 2d and 3d elastic wave propagation by a pseudo-spectral domain decomposition method, *Journal of seismology*, 1(3), 237–251. (Cité page 69.)
- Farges, T., J. Artru, P. Lognonné, and A. Le Pichon (2002), Effets des séismes sur l'ionosphère, *Chocs*, (26), 7–18. (Cité pages 65 et 66.)
- Fauqueux, S. (2003), Eléments finis mixtes spectraux et couches absorbantes parfaitement adaptées pour la propagation d'ondes élastiques en régime transitoire, Ph.D. thesis, ENSTA ParisTech. (Cité pages 69 et 202.)
- Fitzgerald, T. J. (1997), Observations of total electron content perturbations on gps signals caused by a ground level explosion, *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 59(7), 829–834. (Cité page 17.)
- Freed, A. M., R. Bürgmann, E. Calais, J. Freymueller, and S. Hreinsdóttir (2006), Implications of deformation following the 2002 denali, alaska, earthquake for postseismic relaxation processes and lithospheric rheology, *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 111(B1). (Cité page 11.)
- Friedrichs, K., and H. Lewy (1928), Über die eindeutigkeit und das abhängigkeitsgebiet der lösungen beim anfangswertproblem linearer hyperbolischer differentialgleichungen, *Mathematische Annalen*, 98(1), 192–204. (Cité pages 73, 85 et 206.)
- Garcia, R., F. Crespon, V. Ducic, and P. Lognonné (2005), Three-dimensional ionospheric tomography of post-seismic perturbations produced by the denali earthquake from gps data, *Geophysical Journal International*, 163(3), 1049–1064. (Cité pages 8 et 41.)
- Garcia, R. F., S. Bruinsma, P. Lognonné, E. Doornbos, and F. Cachoux (2013), Goce : The first seismometer in orbit around the earth, *Geophysical Research Letters*, 40(5), 1015–1020. (Cité page 47.)
- Garcia, R. F., E. Doornbos, S. Bruinsma, and H. Hebert (2014), Atmospheric gravity waves due to the tohoku-oki tsunami observed in the thermosphere by goce, *Journal of Geophysical Research : Atmospheres*, 119(8), 4498–4506. (Cité page 47.)
- Germain, P., and P. Müller (1995), *Introduction à la mécanique des milieux continus*, Masson. (Cité pages 187 et 190.)
- Gill, A. E. (1982), *Atmosphere-ocean dynamics*, vol. 30, Academic press. (Cité page 187.)
- Giraldo, F. X., and M. Restelli (2008), A study of spectral element and discontinuous galerkin methods for the navier–stokes equations in nonhydrostatic mesoscale atmospheric modeling : Equation sets and test cases, *Journal of Computational Physics*, 227(8), 3849–3877. (Cité page 187.)

- Giremus, A. (2005a), Apport des techniques de filtrage particulière pour la navigation avec les systèmes de navigation inertiels et le gps, Ph.D. thesis. (Cité pages 12, 37 et 38.)
- Giremus, A. (2005b), Apports des techniques de filtrage non linéaire pour la navigation avec les systèmes de navigation inertiels et le gps, *Doctorat. École Nationale Supérieure de l'Aéronautique et de l'Espace. France*, 8. (Cité page 37.)
- Hajkowicz, L. (1991), Global onset and propagation of large-scale travelling ionospheric disturbances as a result of the great storm of 13 march 1989, *Planetary and Space Science*, 39(4), 583–593. (Cité page 32.)
- Harker, A. H. (1988), Elastic waves in solids, with applications to nondestructive testing of pipelines. (Cité pages 12 et 196.)
- Heki, K. (2011a), Ionospheric electron enhancement preceding the 2011 tohoku-oki earthquake, *Geophys. Res. Lett.*, 38(17), n/a–n/a, doi :10.1029/2011glo47908. (Cité page 18.)
- Heki, K. (2011b), Ionospheric electron enhancement preceding the 2011 tohoku-oki earthquake, *Geophysical Research Letters*, 38(17). (Cité pages 44, 45 et 184.)
- Heki, K., and Y. Enomoto (2013), Preseismic ionospheric electron enhancements revisited, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 118(10), 6618–6626. (Cité page 44.)
- Heki, K., Y. Otsuka, N. Choosakul, N. Hemmakorn, T. Komolmis, and T. Maruyama (2006), Detection of ruptures of andaman fault segments in the 2004 great sumatra earthquake with coseismic ionospheric disturbances, *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 111(B9). (Cité page 103.)
- Hickey, M. P., G. Schubert, and R. Walterscheid (2009), Propagation of tsunami-driven gravity waves into the thermosphere and ionosphere, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 114(A8). (Cité page 70.)
- Hines, C. (1972), Gravity waves in the atmosphere, *Nature*, 239, 73–78. (Cité page 9.)
- Hooke, W. H. (1970), The ionospheric response to internal gravity waves : 1. the f2 region response, *Journal of Geophysical Research*, 75(28), 5535–5544. (Cité page 71.)
- Hughes, T. J. (1987), Recent progress in the development and understanding of supg methods with special reference to the compressible euler and navier-stokes equations, *International journal for numerical methods in fluids*, 7(11), 1261–1275. (Cité pages 200 et 204.)
- Hughes, T. J., R. M. Ferencz, and J. O. Hallquist (1987a), Large-scale vectorized implicit calculations in solid mechanics on a cray x-mp/48 utilizing ebe preconditioned conjugate gradients, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 61(2), 215–248. (Cité page 199.)

- Hughes, T. J., L. P. Franca, and M. Mallet (1987b), A new finite element formulation for computational fluid dynamics : Vi. convergence analysis of the generalized supg formulation for linear time-dependent multidimensional advective-diffusive systems, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 63(1), 97–112. (Cité page 200.)
- Hunsucker, R. D. (1982), Atmospheric gravity waves generated in the high-latitude ionosphere : A review, *Reviews of Geophysics*, 20(2), 293–315. (Cité page 32.)
- Ihlenburg, F. (2006), *Finite element analysis of acoustic scattering*, vol. 132, Springer Science & Business Media. (Cité page 187.)
- Jackson, J. D. (1999), *Classical electrodynamics*, 316–319 pp., Wiley. (Cité page 32.)
- Jee, G., R. W. Schunk, and L. Scherliess (2004), Analysis of tec data from the topex/poseidon mission, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 109(A1). (Cité page 12.)
- Johnson, C. Y. (1969), Ion and neutral composition of the ionosphere., *Annals of the IQSY*, 5, 197–213. (Cité page 26.)
- Kacemi, J. (2006), Fusion d'Informations dans un Système de Positionnement Hybride GPS Multi-Porteuses/Estime, Theses, Université du Littoral Côte d'Opale. (Cité page 35.)
- Kakinami, Y., M. Kamogawa, Y. Tanioka, S. Watanabe, A. R. Gusman, J.-Y. Liu, Y. Watanabe, and T. Mogi (2012), Tsunamigenic ionospheric hole, *Geophysical Research Letters*, 39(13). (Cité page 44.)
- Kalnay, E. (2003), *Atmospheric modeling, data assimilation and predictability*, Cambridge university press. (Cité page 187.)
- Kamogawa, M., and Y. Kakinami (2013), Is an ionospheric electron enhancement preceding the 2011 tohoku-oki earthquake a precursor ?, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 118(4), 1751–1754. (Cité page 45.)
- Kamogawa, M., T. Kanaya, Y. Orihara, A. Toyoda, Y. Suzuki, S. Togo, and J.-Y. Liu (2015), Does an ionospheric hole appear after an inland earthquake ?, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 120(11), 9998–10,005. (Cité page 44.)
- Kamogawa, Y., Masashi Kakinami (2013), Is an ionospheric electron enhancement preceding the 2011 tohoku-oki earthquake a precursor ?, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 118(4), 1751–1754, doi :10.1002/jgra.50118. (Cité page 18.)
- Kelley, M. C., R. Livingston, and M. McCready (1985), Large amplitude thermospheric oscillations induced by an earthquake, *Geophysical research letters*, 12(9), 577–580. (Cité page 8.)

- Kherani, E., L. Rolland, P. Lognonné, A. Sladen, V. Klausner, and E. de Paula (2016), Traveling ionospheric disturbances propagating ahead of the tohoku-oki tsunami : a case study, *Geophys. J. Int.*, 204(2), 1148–1158, doi :10.1093/gji/ggv500. (Cité page 44.)
- Kherani, E. A., M. Abdu, E. De Paula, D. Fritts, J. Sobral, and F. de Meneses Jr (2009), The impact of gravity waves rising from convection in the lower atmosphere on the generation and nonlinear evolution of equatorial bubble, *Ann. Geophys*, 27, 1657–1668. (Cité pages 70, 71 et 104.)
- Kherani, E. A., P. Lognonne, H. Hébert, L. Rolland, E. Astafyeva, G. Occhipinti, P. Coïsson, D. Walwer, and E. De Paula (2012), Modelling of the total electronic content and magnetic field anomalies generated by the 2011 tohoku-oki tsunami and associated acoustic-gravity waves, *Geophysical Journal International*, 191(3), 1049–1066. (Cité page 44.)
- Klobuchar, J. A. (1987), Ionospheric time-delay algorithm for single-frequency gps users, *Aerospace and Electronic Systems, IEEE Transactions on*, (3), 325–331. (Cité page 38.)
- Komatitsch, D. (1997), Méthodes spectrales et éléments spectraux pour l'équation de l'élastodynamique 2 d et 3 d en milieu hétérogène, Ph.D. thesis. (Cité pages 45, 69, 70, 73, 187, 198, 199 et 202.)
- Komatitsch, D., and J. Tromp (1999), Introduction to the spectral element method for three-dimensional seismic wave propagation, *Geophysical journal international*, 139(3), 806–822. (Cité pages 69, 73, 82, 200 et 201.)
- Komatitsch, D., and J. Tromp (2002), Spectral-element simulations of global seismic wave propagation?i. validation, *Geophysical Journal International*, 149(2), 390–412. (Cité pages 67, 68, 69, 70, 73, 198 et 203.)
- Komatitsch, D., and J.-P. Vilotte (1998), The spectral element method : an efficient tool to simulate the seismic response of 2d and 3d geological structures, *Bulletin of the seismological society of America*, 88(2), 368–392. (Cité pages 69 et 187.)
- Komatitsch, D., C. Barnes, and J. Tromp (2000), Simulation of anisotropic wave propagation based upon a spectral element method, *Geophysics*, 65(4), 1251–1260. (Cité pages 67, 68, 69 et 198.)
- Komatitsch, D., R. Martin, J. TROMP, M. A. TAYLOR, and B. A. WINGATE (2001), Wave propagation in 2-d elastic media using a spectral element method with triangles and quadrangles, *Journal of Computational Acoustics*, 9(02), 703–718. (Cité page 73.)
- Kutiev, I., S. Watanabe, Y. Otsuka, and A. Saito (2005), Total electron content behavior over japan during geomagnetic storms, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 110(A1). (Cité page 13.)
- Lame, G. (1852), Lecons sur la theorie... la l'elasitcitt. (Cité page 192.)

- Landau, L., E. Lifchitz, and M. ecanique de Fluides (1953), Mir. (Cité pages 64, 187 et 196.)
- Lander, J. F., and P. A. Lockridge (1989), *United States Tsunamis :(including United States Possessions) : 1690-1988*, vol. 41, US Department of Commerce, National Oceanic and Atmospheric Administration, National Environmental Satellite, Data, and Information Service, National Geophysical Data Center. (Cité page 3.)
- Le, H., L. Liu, J.-Y. Liu, B. Zhao, Y. Chen, and W. Wan (2013), The ionospheric anomalies prior to the m9. 0 tohoku-oki earthquake, *Journal of Asian Earth Sciences*, 62, 476–484. (Cité pages 30 et 31.)
- Le Pichon, A., J. Guilbert, A. Vega, M. Garcés, and N. Brachet (2002), Ground-coupled air waves and diffracted infrasound from the Arequipa earthquake of June 23, 2001, *Geophysical Research Letters*, 29, 1886, doi :10.1029/2002GL015052. (Cité page 6.)
- Lee, W. H., P. Jennings, C. Kisslinger, and H. Kanamori (2002), *International handbook of earthquake & engineering seismology*, vol. 81, Academic press. (Cité page 1.)
- Lemaitre, J., and J.-L. Chaboche (1994), *Mechanics of solid materials*, Cambridge university press. (Cité pages 187 et 193.)
- Leonard, R. S., and R. Barnes (1965), Observation of ionospheric disturbances following the alaska earthquake, *Journal of Geophysical Research*, 70(5), 1250–1253. (Cité page 7.)
- Li, F. (2007), Etude dans l'ionosphère de la densité électronique et de la turbulence électrostatique en fonction de l'activité séismique, Ph.D. thesis, Université d'Orléans. (Cité pages 11 et 12.)
- Lighthill, J. (2001), *Waves in fluids*, Cambridge university press. (Cité page 187.)
- Liu, J.-Y., Y. Chen, Y. Chuo, and C.-S. Chen (2006a), A statistical investigation of preearthquake ionospheric anomaly, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 111(A5). (Cité page 9.)
- Liu, J.-Y., C.-H. Chen, C.-H. Lin, H.-F. Tsai, C.-H. Chen, and M. Kamogawa (2011), Ionospheric disturbances triggered by the 11 march 2011 m9. 0 tohoku earthquake, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 116(A6). (Cité page 44.)
- Liu, L., W. Wan, B. Ning, O. Pirog, and V. Kurkin (2006b), Solar activity variations of the ionospheric peak electron density, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 111(A8). (Cité page 13.)
- Lognonné, P. (1989), Modélisation des modes propres de vibration dans une terre anélastique en hétérogène : théorie et applications, Ph.D. thesis, Paris 7. (Cité page 2.)
- Lognonné, P. (2010), Seismic waves from atmospheric sources and atmospheric/ionospheric signatures of seismic waves, in *Infrasound Monitoring for Atmospheric Studies*, pp. 281–304, Springer. (Cité pages 16 et 82.)

- Lognonné, P., and E. Clévéde (2002), 10 normal modes of the earth and planets, *International Geophysics*, 81, 125–I. (Cité page 48.)
- Lognonné, P., E. Clévéde, and H. Kanamori (1998), Computation of seismograms and atmospheric oscillations by normal-mode summation for a spherical earth model with realistic atmosphere, *Geophysical Journal International*, 135(2), 388–406. (Cité page 44.)
- Lognonné, P., J. Artru, R. Garcia, F. Crespon, V. Ducic, E. Jeansou, G. Occhipinti, J. Helbert, G. Moreaux, and P.-E. Godet (2006), Ground-based gps imaging of ionospheric post-seismic signal, *Planetary and Space Science*, 54(5), 528–540. (Cité pages 11, 16, 40 et 41.)
- Lublinter, J., J. Oliver, S. Oller, and E. Onate (1989), A plastic-damage model for concrete, *International Journal of solids and structures*, 25(3), 299–326. (Cité page 187.)
- Lynn, K. J. (2008), Ionospheric observations made by a time-interleaved doppler ionosonde, *Advances in Space Research*, 42(7), 1218–1230. (Cité page 34.)
- Macleod, M. A. (1966), Sporadic e theory. i. collision-geomagnetic equilibrium, *Journal of the Atmospheric Sciences*, 23(1), 96–109. (Cité page 71.)
- Maday, Y., and A. T. Patera (1989), Spectral element methods for the incompressible navier-stokes equations, in *IN : State-of-the-art surveys on computational mechanics (A90-47176 21-64)*. New York, American Society of Mechanical Engineers, 1989, p. 71–143. Research supported by DARPA., vol. 1, pp. 71–143. (Cité page 69.)
- Madec, R. (2009), Méthode des éléments spectraux pour la propagation d’ondes sismiques en milieu géologique fluide-solide avec pas de temps locaux et couches absorbantes parfaitement adaptées c-pml, Ph.D. thesis, Université de Pau et des Pays de l’Adour. (Cité page 70.)
- Mai, C.-L., and J.-F. Kiang (2009), Modeling of ionospheric perturbation by 2004 sumatra tsunami, *Radio Science*, 44(3). (Cité pages 64 et 71.)
- Makela, J. J., P. Lognonné, H. Hébert, T. Gehrels, L. Rolland, S. Allgeyer, A. Kherani, G. Occhipinti, E. Astafyeva, and P. e. a. Coisson (2011), Imaging and modeling the ionospheric airglow response over hawaii to the tsunami generated by the tohoku earthquake of 11 march 2011, *Geophys. Res. Lett.*, 38(24), n/a–n/a, doi :10.1029/2011glo47860. (Cité page 47.)
- Mandea, M., and S. Macmillan (2000), International geomagnetic reference field ?the eighth generation, *Earth, planets and space*, 52(12), 1119–1124. (Cité pages 27 et 29.)
- Mannucci, A., B. Wilson, D. Yuan, C. Ho, U. Lindqwister, and T. Runge (1998), A global mapping technique for gps-derived ionospheric total electron content measurements, *Radio science*, 33(3), 565–582. (Cité pages 11 et 40.)
- Marsden, J. E., and T. J. Hughes (1994), *Mathematical foundations of elasticity*, Courier Corporation. (Cité page 193.)

- Mikumo, T. (1968), Atmospheric pressure waves and tectonic deformation associated with the alaskan earthquake of march 28. (Cité page 6.)
- Mikumo, T., T. Shibutani, A. Le Pichon, M. Garces, D. Fee, T. Tsuyuki, S. Watada, and W. Morii (2008), Low-frequency acoustic-gravity waves from coseismic vertical deformation associated with the 2004 sumatra-andaman earthquake (mw= 9.2), *Journal of Geophysical Research : Solid Earth*, 113(B12). (Cité page 6.)
- Mukherjee, S., S. Sarkar, P. Purohit, and A. Gwal (2010), Seasonal variation of total electron content at crest of equatorial anomaly station during low solar activity conditions, *Advances in Space Research*, 46(3), 291–295. (Cité page 13.)
- Nath, N., and C. Setty (1976), The d-region ion composition, *pure and applied geophysics*, 114(6), 891–908. (Cité page 23.)
- Nava, B., P. Coisson, and S. Radicella (2008), A new version of the nequick ionosphere electron density model, *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics*, 70(15), 1856–1862. (Cité page 38.)
- Nissen-Meyer, T., A. Fournier, and F. A. Dahlen (2007), A two-dimensional spectral-element method for computing spherical-earth seismograms–i. moment-tensor source, *Geophysical Journal International*, 168(3), 1067–1092. (Cité pages 67, 68 et 69.)
- Nissen-Meyer, T., A. Fournier, and F. Dahlen (2008), A 2-d spectral-element method for computing spherical-earth seismograms?ii. waves in solid–fluid media, *Geophysical Journal International*, 174(3), 873–888. (Cité pages 69 et 204.)
- Nogueira, P., M. Abdu, J. Souza, G. Bailey, I. Batista, E. Shume, and C. Denardini (2013), Longitudinal variation in global navigation satellite systems tec and topside ion density over south american sector associated with the four-peaked wave structures, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 118(12), 7940–7953. (Cité page 14.)
- Noh, G., and K.-J. Bathe (2013), An explicit time integration scheme for the analysis of wave propagations, *Computers & structures*, 129, 178–193. (Cité page 204.)
- Occhipinti, G. (2006), Observations multi-paramètres et modélisation de la signature ionosphérique du grand séisme de sumatra, Ph.D. thesis, Paris, Institut de physique du globe. (Cité page 70.)
- Occhipinti, G., P. Lognonné, E. A. Kherani, and H. Hébert (2006a), Three-dimensional waveform modeling of ionospheric signature induced by the 2004 sumatra tsunami, *Geophysical research letters*, 33(20). (Cité pages 9 et 32.)
- Occhipinti, G., H.-R. Bjørsvik, and V. R. Jensen (2006b), Quantitative structure-activity relationships of ruthenium catalysts for olefin metathesis, *Journal of the American Chemical Society*, 128(21), 6952–6964. (Cité pages 10 et 47.)
- Occhipinti, G., E. A. Kherani, and P. Lognonné (2008), Geomagnetic dependence of ionospheric disturbances induced by tsunamigenic internal gravity waves, *Geophysical Journal International*, 173(3), 753–765. (Cité pages 70 et 71.)

- Occhipinti, G., P. Coisson, J. J. Makela, S. Allgeyer, A. Kherani, H. Hébert, and P. Lognonné (2011a), Three-dimensional numerical modeling of tsunami-related internal gravity waves in the hawaiian atmosphere, *Earth, planets and space*, 63(7), 847–851. (Cité page 44.)
- Occhipinti, G., P. Coisson, J. J. Makela, S. Allgeyer, A. Kherani, H. Hebert, and P. Lognonné (2011b), Three-dimensional numerical modeling of tsunami-related internal gravity waves in the hawaiian atmosphere, *Earth, Planets and Space*, 63(7), 847–851, doi :10.5047/eps.2011.06.051. (Cité page 47.)
- Occhipinti, G., L. Rolland, P. Lognonné, and S. Watada (2013), From sumatra 2004 to tohoku-oki 2011 : the systematic gps detection of the ionospheric signature induced by tsunamigenic earthquakes, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 118(6), 3626–3636. (Cité page 44.)
- Okal, E. A., and J. Talandier (1991), Single-station estimates of the seismic moment of the 1960 chilean and 1964 alaskan earthquakes, using the mantle magnitudem m, *pure and applied geophysics*, 136(1), 103–126. (Cité page 6.)
- Parrot, M. (2002), The micro-satellite demeter, *Journal of Geodynamics*, 33(4), 535–541. (Cité page 41.)
- Patera, A. T. (1984), A spectral element method for fluid dynamics : laminar flow in a channel expansion, *Journal of computational Physics*, 54(3), 468–488. (Cité pages 69 et 187.)
- Pedatella, N., J. Forbes, A. Maute, A. Richmond, T.-W. Fang, K. Larson, and G. Millward (2011), Longitudinal variations in the f region ionosphere and the topside ionosphere-plasmasphere : Observations and model simulations, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 116(A12). (Cité page 14.)
- Peltier, W., and C. Hines (1976), On the possible detection of tsunamis by a monitoring of the ionosphere, *Journal of Geophysical Research*, 81(12), 1995–2000. (Cité pages 9 et 32.)
- Picone, J., A. Hedin, D. P. Drob, and A. Aikin (2002), Nrlmsise-00 empirical model of the atmosphere : Statistical comparisons and scientific issues, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 107(A12). (Cité pages 56, 57, 91, 93, 95, 96, 98, 103 et 183.)
- Pilant, T. M. (1979), Boat trailer convertible to tent shelter, uS Patent 4,133,577. (Cité page 187.)
- Pitteway, M., and C. Hines (1963), The viscous damping of atmospheric gravity waves, *Canadian Journal of Physics*, 41(12), 1935–1948. (Cité page 64.)
- Priolo, E., J. M. Carcione, and G. Seriani (1994), Numerical simulation of interface waves by high-order spectral modeling techniques, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 95(2), 681–693. (Cité page 69.)
- Radicella, S., and R. Leitinger (2001), The evolution of the dgr approach to model electron density profiles, *Advances in Space Research*, 27(1), 35–40. (Cité page 38.)

- Radicella, S. M. (2009), The nequick model genesis, uses and evolution, *Ann. Geophys*, 52(3), 4. (Cité page 38.)
- Raviart, P.-A., J.-M. Thomas, P. G. Ciarlet, and J. L. Lions (1998), *Introduction à l'analyse numérique des équations aux dérivées partielles*, vol. 21, Dunod Paris. (Cité page 202.)
- Rayleigh, L. (1887), Xvii. on the maintenance of vibrations by forces of double frequency, and on the propagation of waves through a medium endowed with a periodic structure, *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 24(147), 145–159. (Cité page 196.)
- Rogers, W. A., and M. A. Biondi (1964), Studies of the mechanism of electron-ion recombination. ii, *Physical Review*, 134(5A), A1215. (Cité page 24.)
- Rolland, L. (2010), Sismologie ionosphérique : Détection et modélisation des ondes ionosphériques postsismiques, Ph.D. thesis, Institut de Physique du Globe (Paris). (Cité pages 8, 9, 11, 15, 34, 37 et 39.)
- Rolland, L. M., G. Occhipinti, P. Lognonné, and A. Loevenbruck (2010), Ionospheric gravity waves detected offshore hawaii after tsunamis, *Geophysical Research Letters*, 37(17). (Cité pages 17, 44 et 47.)
- Rolland, L. M., P. Lognonné, and H. Munekane (2011a), Detection and modeling of rayleigh wave induced patterns in the ionosphere, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 116(A5). (Cité pages 16 et 47.)
- Rolland, L. M., P. Lognonné, E. Astafyeva, E. A. Kherani, N. Kobayashi, M. Mann, and H. Munekane (2011b), The resonant response of the ionosphere imaged after the 2011 off the pacific coast of tohoku earthquake, *Earth, Planets and Space*, 63(7), 853–857, doi :10.5047/eps.2011.06.020. (Cité pages 47 et 48.)
- Romanowicz, B. (1983), Geoscope : a new long period three component global seismic network, *Terra cognita*, 3(4), 301–305. (Cité page 3.)
- Rønquist, E. M. (1988), Optimal spectral element methods for the unsteady three-dimensional incompressible navier-stokes equations, Ph.D. thesis, Massachusetts Institute of Technology. (Cité page 69.)
- Row, R. V. (1966), Evidence of long-period acoustic-gravity waves launched into the f region by the alaskan earthquake of march 28, 1964, *Journal of Geophysical Research*, 71(1), 343–345. (Cité page 7.)
- Row, R. V. (1967), Acoustic-gravity waves in the upper atmosphere due to a nuclear detonation and an earthquake, *Journal of Geophysical Research*, 72(5), 1599–1610. (Cité page 7.)
- Rulf, B. (1969), Rayleigh waves on curved surfaces, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 45(2), 493–499. (Cité page 196.)

- Sagawa, E., T. Immel, H. Frey, and S. Mende (2005), Longitudinal structure of the equatorial anomaly in the nighttime ionosphere observed by image/fuv, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 110(A11). (Cité page 14.)
- Saito, A., S. Fukao, and S. Miyazaki (1998), High resolution mapping of tec perturbations with the gsi gps network over japan, *Geophysical research letters*, 25(16), 3079–3082. (Cité page 33.)
- Seriani, G. (1998), 3-d large-scale wave propagation modeling by spectral element method on cray t3e multiprocessor, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 164(1), 235–247. (Cité page 69.)
- Seriani, G., and S. Oliveira (2008), Dispersion analysis of spectral element methods for elastic wave propagation, *Wave Motion*, 45(6), 729–744. (Cité page 82.)
- Shao, G., X. Li, C. Ji, and T. Maeda (2011), Focal mechanism and slip history of the 2011 mw 9.1 off the pacific coast of tohoku earthquake, constrained with teleseismic body and surface waves, *Earth, planets and space*, 63(7), 559–564. (Cité page 3.)
- Shinagawa, H., T. Tsugawa, M. Matsumura, T. Iyemori, A. Saito, T. Maruyama, H. Jin, M. Nishioka, and Y. Otsuka (2013), Two-dimensional simulation of ionospheric variations in the vicinity of the epicenter of the tohoku-oki earthquake on 11 march 2011, *Geophysical Research Letters*, 40(19), 5009–5013. (Cité page 45.)
- Shiokawa, K., C. Ihara, Y. Otsuka, and T. Ogawa (2003), Statistical study of nighttime medium-scale traveling ionospheric disturbances using midlatitude airglow images, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 108(A1). (Cité page 32.)
- Simo, J. (1992), Algorithms for static and dynamic multiplicative plasticity that preserve the classical return mapping schemes of the infinitesimal theory, *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 99(1), 61–112. (Cité page 204.)
- Smith, J. R. (1969), Self-consistent many-electron theory of electron work functions and surface potential characteristics for selected metals, *Physical Review*, 181(2), 522. (Cité page 72.)
- Stankov, S., K. Stegen, and R. Warnant (2010), Seasonal variations of storm-time tec at european middle latitudes, *Advances in Space Research*, 46(10), 1318–1325. (Cité page 13.)
- Stoneley, R. (1924), Elastic waves at the surface of separation of two solids, *Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character*, 106(738), 416–428. (Cité page 197.)
- Titov, V., A. B. Rabinovich, H. O. Mofjeld, R. E. Thomson, and F. I. González (2005), The global reach of the 26 december 2004 sumatra tsunami, *Science*, 309(5743), 2045–2048. (Cité page 4.)
- Touzot, G., and G. Dhatt (1984), Une présentation de la méthode des éléments finis, *Presses de l'Université Laval-Québec*, p. 40. (Cité page 199.)

- Tsai, H., and J. Liu (1999), Ionospheric total electron content response to solar eclipses, *Journal of Geophysical Research : Space Physics*, 104(A6), 12,657–12,668. (Cité page 11.)
- Vallières, X. (2002), Les échelles de la turbulence dans l'ionosphère des hautes latitudes et leurs signatures sur les échos des radars hf du réseau superdarn, Ph.D. thesis, Université d'Orléans. (Cité pages 24 et 25.)
- Viktorov, I. A. (1967), *Rayleigh and Lamb Waves : Physical Theory and Applications. Transl. from Russian. With a Foreword by Warren P. Mason*, Plenum Press. (Cité page 196.)
- Vincent, P. M., and G. Camus (1986), The origin of the 1883 Krakatau tsunamis, by P. M. Vincent and G. Camus, *Journal of volcanology and geothermal research*, 30(1-2), 169–175. (Cité page 3.)
- Virieux, J. (1986), P-sv wave propagation in heterogeneous media : Velocity-stress finite-difference method, *Geophysics*, 51(4), 889–901. (Cité page 193.)
- Watada, S., T. Kunugi, K. Hirata, H. Sugioka, K. Nishida, S. Sekiguchi, J. Oikawa, Y. Tsuji, and H. Kanamori (2006), Atmospheric pressure change associated with the 2003 Tokachi-Oki earthquake, *Geophysical Research Letters*, 33, L24306, doi :10.1029/2006GL027967. (Cité page 6.)
- Wehausen, J. V., and E. V. Laitone (1960), *Surface waves*, Springer. (Cité page 197.)
- Wielandt, E., and T. Forbriger (1999), Near-field seismic displacement and tilt associated with the explosive activity of Stromboli. (Cité page 2.)
- Willis, P., L. Soudarin, C. Jayles, and L. Rolland (2007), Doris applications for solid earth and atmospheric sciences, *Comptes Rendus Geoscience*, 339(16), 949–959. (Cité page 9.)
- Yadav, S., R. Dabas, R. M. Das, A. Upadhyaya, S. Sarkar, and A. Gwal (2011), Variation of f-region critical frequency (fof2) over equatorial and low-latitude region of the Indian zone during 19th and 20th solar cycle, *Advances in Space Research*, 47(1), 124–137. (Cité page 28.)
- Yoshida, Y., H. Ueno, D. Muto, and S. Aoki (2011), Source process of the 2011 off the Pacific coast of Tohoku earthquake with the combination of teleseismic and strong motion data, *Earth, planets and space*, 63(7), 565–569. (Cité page 3.)
- Yuen, P., P. Weaver, R. Suzuki, and A. Furumoto (1969), Continuous, traveling coupling between seismic waves and the ionosphere evident in May 1968 Japan earthquake data, *Journal of Geophysical Research*, 74(9), 2256–2264. (Cité page 7.)

LES PRINCIPAUX SITES WEB CONSULTÉS

Dans cette partie, nous répertorions LES PRINCIPAUX SITES WEB CONSULTÉS, dont nous nous sommes inspiré dans les parties introductives de cette thèse.

- <http://www.ndbc.noaa.gov/dart/dart.shtml>
- <http://www.paroscientific.com>
- <http://www.ndbc.noaa.gov/dart.shtml>
- <http://www.nasa.gov/topics/earth/features/tsunami20111205i.html>
- http://gnss.be/ionosphere_tutorial.php
- www.noveltis.net/spectre/
- https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/d/db/Ionosphere_Layers_fr.svg
- <http://mysolaralerts.blogspot.fr/p/nict-guide.html>
- <http://www.swpc.noaa.gov/news/g3-strong-geomagnetic-storm-levels-exp>
- <http://sidstation.loudet.org/solar-activity-fr.xhtml>
- <http://www.astrosurf.com/luxorion/qs1-hf-tutorialnm7m3.htm>
- <http://www.montana.edu/gps/understd.html>
- <http://gnss.be/ionosphèretutorial.php>
- <https://geodynamics.org/cig/software/specfem2d/>
- <https://geodynamics.org/cig/software/specfem3d/>
- <http://web.mit.edu/course/16/16.90/OldFiles/BackUp/www/pdfs/Chapter10.pdf>
- <https://geodynamics.org/cig/software/specfem3d/specfem3d-manual.pdf>
- <https://geodynamics.org/cig/software/specfem2d/specfem2d-manual.pdf>
- <http://onlinelibrary.wiley.com/doi/10.1002/jgra.50556/full>
- <http://www.gps.gov/systems/augmentations/french.php>
- <http://eduterre.ens-lyon.fr/thematiques/terre/montagnes/extension/meca%20foyer>
- http://www.unoosa.org/pdf/icg/2013/Ed_GNSS_F_ebook.pdf
- <http://sidstation.loudet.org/ionosphere-fr.xhtml>
- <https://fr.mathworks.com/matlabcentral/fileexchange/40240-mex-wrappe>
- http://ursi-france.telecom-paristech.fr/fileadmin/journees_scient/docs_journees_2010/data/articles/000031.pdf
- http://tpetsunami.free.fr/page_2.htm

NOTATIONS

CFL	Paramètre de Courant, Friedrichs and Lewy
CMT	Centroid Moment Tensor
COMPASS	Système chinois de navigation globale
DORIS	Détermination d'Orbite et Radiopositionnement Intégré par Satellite
EGNOS	European geostationary navigation overlay system
EIT	Extreme ultraviolet Imaging Telescope
ESA	European Space Agency
GEONET	GPS Earth Observation NETwork (Japon)
GIOVE	Galileo In Orbit Validation Element
GLONASS	Système GLObal de NAVigation par Satellite, GPS russe
GMT	Greenwich Mean Time
GNSS	Global Navigation Satellite System
GPS	Global Positioning System
GSI	Geographical Survey Insitute
IGRF	International Geomagnetic Reference Field
IGS	International GNSS Service
INRSS	Indian Regional Navigation Satellite System
IPP	Ionospheric Pierce Point
IRI	International Reference Ionosphere
JAXA	Japan Aerospace Exploration Agency
JPL	Jet Propulsion Laboratory
LSTID	Large Scale Travelling Ionospheric Disturbance
MDI	Michelson Doppler Imager
MSTID	Medium Scale Travelling Ionospheric Disturbance
NASA	National Aeronautics and Space Administration
NOAA	National Oceanic and Atmospheric Administration
NRLMSISE-00	Naval Research Laboratory Mass Spectrometer Incoherent Scatter Radar model
PALSAR	Phased Array type L-band Synthetic Aperture Radar
PRN	Pseudo Random Noise, numéro de satellite GPS
QZSS	Quasi-Zenith Satellite System
TEC	Total Electron Content
TECU	Unité TEC

TID	Travelling Ionospheric Disturbances
TTT	Tsunami Travel Time
USGS	United States Geological Survey
UV	Ultra Violet
UTM	Projection Transverse universelle de Mercator
VTEC	Vertical TEC
TEC	Total electron content