HAL
open science

Comportement mécanique et vibratoire des composites stratifiés sains et endommagés par délaminage.

Maroua Hammami

To cite this version:

Maroua Hammami. Comportement mécanique et vibratoire des composites stratifiés sains et endommagés par délaminage.. Acoustique [physics.class-ph]. Le Mans Université; Université de Sfax (Tunisie), 2016. Français. NNT : 2016LEMA1022 . tel-01777958

HAL Id: tel-01777958

https://theses.hal.science/tel-01777958v1

Submitted on 25 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

Université du Maine

Thèse de Doctorat

Maroua HAMMAMI

Mémoire présenté en vue de l'obtention du
grade de Docteur de l'Université du Maine
sous le sceau de l'Université Bretagne Loire
et de ***l'école nationale d'ingénieurs de Sfax***
sous le sceau de l'université de Sfax

École doctorale : SPIGA
Discipline : génie Mécanique
Spécialité : *Acoustique*
Unité de recherche : *Matériaux*

Soutenue le 21 octobre 2016
Thèse N° : *(10)*

COMPORTEMENT MECANIQUE ET VIBRATOIRE DES COMPOSITES STRATIFIES SAINS ET ENDOMMAGES PAR DELAMINAGE

JURY

Rapporteurs :	**Christophe POILÂNE** Maître de Conférences HDR, Université de Caen
	Mohamed SOULA Professeur des Universités, Ecole Nationale Supérieure des Ingénieurs de Tunis
Examinateurs :	**Mohamed HADDAR** Professeur des Universités, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax
	Olivier DAZEL Professeur des Universités, Université du Maine
Directeur de Thèse Français	**Abderrahim EL MAHI** Professeur des Universités, Université du Maine
Directeur de Thèse Tunisien	**Chafik KARRA** Professeur des Universités, Institut Préparatoire aux Etudes d'Ingénieurs de Sfax (IPEIS)
Invité(s) :	**Lassaad WALHA** Professeur des Universités, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax
	Jean-Luc REBIERE Maître de Conférences HDR, Université du Maine

UNIVERSITE BRETAGNE LOIRE

Université du Maine

Thèse de Doctorat

Maroua HAMMAMI

Comportement mécanique et vibratoire des composites stratifiés sains et endommagés par délaminage

Mechanic and vibration behaviour of composites with and without delamination

Résumé

Malgré d'excellentes propriétés mécaniques dans le plan, les stratifiés présentent un problème propre aux matériaux réalisés par stratification : le délaminage.

Ainsi, ce travail de thèse a pour objet d'analyser le comportement en statique, en fatigue et en vibration linéaire et non linéaire des matériaux composite en présence d'endommagement de type délaminage. Dans ce but nous avons, dans un premier temps mis en place un modèle analytique simplifié, permettant de décrire le comportement élastique en flexion du composite multicouche en fonction de la longueur du délaminage.

Une étude expérimentale détaillée a été menée pour caractériser le comportement mécanique en statique et en fatigue de ces matériaux. Des essais ont été conduits en flexion 3-points sur des poutres de ces matériaux pour plusieurs longueurs de délaminage. Ensuite, le comportement en vibration de ces matériaux a été étudié dans le cas de la flexion de poutres. Nous nous sommes intéressés à l'identification de l'amortissement et des propriétés élastiques de ces matériaux et à leur évolution en fonction de la longueur du délaminage.

L'étude expérimentale de la réponse en fréquence à une excitation forcée a permis de mesurer les fréquences propres et les amortissements de ces matériaux autour de chaque pic de résonance pour plusieurs longueurs de délaminage. Les résultats déduits de l'analyse expérimentale ont été comparés aux résultats obtenus à partir d'une analyse par éléments finis. Enfin, une méthode de vibration non linéaire a été appliquée pour caractériser le comportement des matériaux composites en présence de délaminage. Les paramètres non linéaires relatifs au décalage fréquentiel et à l'amortissement sont mesurés en faisant varier l'amplitude d'excitation. Cette étude a permis de montrer que les paramètres non linéaires sont plus sensibles au délaminage que les paramètres linéaires.

Mots clés : Composites, Délaminage, Statique, Fatigue, Eléments Finis, Vibration non linéaire, Fréquence, Amortissement.

Abstract

The aim of this work is to investigate the effects of delamination lengths on the static, fatigue, linear and nonlinear vibration behaviour of composite materials. An analytical model is first presented using laminated beams theory of bending behavior. A study was conducted in static and cyclic fatigue loading with various debonding lengths. Flexural modulus in static tests was determined using the composite plate theory. The effects of delamination lengths on the stiffness, hysteresis loops and damping were studied for various numbers of cycles during fatigue tests. Then, modeling of the damping of a composite with delaminaton was established considering finite element analysis which evaluated the different energies dissipated in the material directions. The effects of delamination variable lengths on natural frequencies and damping were studied numerically and compared with experimental results. Finally, the nonlinear vibration method was used to characterize the behaviour of composite beams with delamination. The nonlinear parameters corresponding to the elastic modulus and damping were determined for each frequency mode and each debonding length. The results showed that nonlinear parameters were much more sensitive to damage than linear parameters.

Key Words

Composites, Delamination, Static, Fatigue, Finite Elements, Vibration, Non linear, Frequency, Damping.

L'Université Bretagne Loire

Remerciement

Ce travail de thèse en cotutelle a été effectué dans le cadre d'une collaboration entre le **L**aboratoire de **M**écanique, **M**odélisation et **P**roduction, « **LA2MP** » de l'**E**cole **N**ationale d'**I**ngénieurs de **S**fax (Tunisie) et le **L**aboratoire d'**A**coustique de l'**U**niversité du Maine «**LAUM** » de la **F**aculté des **S**ciences et **T**echniques de l'**U**niversité du **M**aine (France). Tout d'abord, Je tiens à exprimer ma profonde reconnaissance à Monsieur **A. EL MAHI**, Professeur à l'**U**niversité du **M**aine et directeur de thèse Français pour son soutien qu'il n'a cessé de m'apporter, sa disponibilité et ses précieux conseils qui ont permis de mener à bien ce travail, et à Monsieur **C. KARRA,** Professeur à l'**I**nstitut **P**réparatoire aux **E**tudes d'**I**ngénieurs de **S**fax « **IPEIS** » et directeur de thèse Tunisien qu'il trouve ici l'expression de ma reconnaissance et ma profonde gratitude pour avoir initié et dirigé ce travail.

J'adresse mes remerciements à Monsieur **M. HADDAR**, Professeur à l'**E**cole **N**ationale d'**I**ngénieurs de **S**fax « **ENIS** » et responsable de **L**aboratoire de **M**écanique, **M**odélisation et

Productique « **LA2MP** », pour avoir eu l'amabilité de présider ce jury.

J'adresse mes remerciements à Monsieur **M. SOULA** Professeur à **E**cole **N**ationale **S**upérieure des **I**ngénieurs de **T**unis, Monsieur **C.POILÂNE** Maître de Conférences HDR **U**niversité de **C**aen et pour avoir accepté de rapporter sur ce travail.

Je remercie Monsieur **O. DAZEL** Professeur à l'**U**niversité du **M**aine, Monsieur **L. WALHA** Professeur à l'**E**cole **N**ationale d'**I**ngénieurs de **S**fax « **ENIS** » et Monsieur **J-L. REBIERE** Maître de Conférences HDR à **U**niversité du **M**aine pour avoir accepté de participer à mon jury de thèse.

Un grand merci à Monsieur **S. LEBON** technicien du **L**aboratoire d'**A**coustique de l'**U**niversité du **M**aine «**LAUM**» et **Y. BECOUCH** pour leur aide apportée pour la réalisation du dispositif d'essais des vibrations.

Mes remerciements vont aussi à tous les membres du **L**aboratoire de **M**écanique, **M**odélisation et **P**roductique « **LA2MP** » et aux membres du **L**aboratoire d'**A**coustique de l'**U**niversité du Maine « **LAUM** ».

Résumé

Malgré d'excellentes propriétés mécaniques dans le plan, les stratifiés présentent un problème propre aux matériaux réalisés par stratification : le délaminage. Ce mécanisme de rupture se caractérise par un décollement ou une décohésion entre les plis du stratifié. Le délaminage des couches est un des modes d'endommagement le plus observé dans les stratifiés et qui pose le plus de problèmes aux concepteurs. En effet, il peut survenir à des niveaux de chargement relativement faibles, et la sensibilité d'un stratifié au délaminage est difficile à estimer. Dans ce contexte, ce travail de thèse a pour objet d'analyser le comportement en statique, en fatigue et en vibration linéaire et non linéaire des matériaux composite en présence d'endommagement de type délaminage. Dans ce but nous avons, dans un premier temps mis en place un modèle analytique simplifié, permettant de décrire le comportement élastique en flexion du composite multicouche en fonction de la longueur du délaminage. Une étude expérimentale détaillée a été menée pour caractériser le comportement mécanique en statique et en fatigue de ces matériaux. Des essais ont été conduits en flexion 3-points sur des poutres de ces matériaux pour plusieurs longueurs de délaminage. Ensuite nous avons étudié le comportement en vibration de ces matériaux dans le cas de la flexion de poutres. Nous nous sommes intéressés à l'identification de l'amortissement et des propriétés élastiques de ces matériaux et à leur évolution en fonction de la longueur du délaminage. L'étude expérimentale de la réponse en fréquence à une excitation forcée par pot vibrant a permis de mesurer les fréquences propres et les amortissements de ces matériaux autour de chaque pic de résonance pour plusieurs longueurs de délaminage. Les résultats déduits de l'analyse expérimentale ont été comparés aux résultats obtenus à partir d'une analyse par éléments finis. Enfin, une méthode de vibration non linéaire a été appliquée pour caractériser le comportement des matériaux composites en présence de délaminage. Les paramètres non linéaires relatifs au décalage fréquentiel et à l'amortissement sont mesurés en faisant varier l'amplitude d'excitation. Cette étude a permis de montrer que les paramètres non linéaires sont plus sensibles au délaminage que les paramètres linéaires.

Mots clés : Composites, Délaminage, Statique, Fatigue, Eléments Finis, Vibration non linéaire, Fréquence, Amortissement.

Ce travail de thèse a donné lieu à trois articles indexés Scopus avec Impact Factor et trois communications dans congrès nationaux et internationaux

P1 M. HAMMAMI, A. El MAHI, C. KARRA, & M. HADDAR "Non linear behaviour of glass fibre reinforced composites with delamination" Composites Part B: Engineering, Volume 92, 1, Pages 350-359, 2016.

P2 M. HAMMAMI, A. El MAHI, C. KARRA, & M. HADDAR " Experimental analysis of the linear and nonlinear behaviour of composites with delaminations" Applied acoustics, Vol. 108, pp. 31-39, 2016.

P3 M. HAMMAMI, A. El MAHI, C. KARRA, & M. HADDAR "Vibration behaviour of composite materials with two overlapping delaminations" Int. J. Appl. Mechanics, 07, 04, 1550054, (13 pages), DOI: 10.1142/S1758825115500544, 2015.

CI1 M. HAMMAMI, A. EL MAHI, C. KARRA, & M. EL HADDAR " Non linear elastic behaviour of glass fibre reinforced composites with delamination" 18th International Conference on Composite Structures, Lisbon Portugal, du 15 au 18 juin 2015.

CI2 M. HAMMAMI, A. EL MAHI, C. KARRA, & M. EL HADDAR "Vibration analysis of double delaminated glass fiber reinforced composites" International Conference Multiphysics Modelling and Simulation for Systems Design, Sousse Tunisia December 17-19 2014.

CN1 M. HAMMAMI, A. EL MAHI, C. KARRA, & M. EL HADDAR "Vibration non linéaire des composites stratifiés sains et endommagés par délaminage" 13ème Congrès Français d'Acoustique, Le Mans ACOUSTICS2016, 2016.

Tables de Matières

Chapitre 1 Introduction générale **1**

Chapitre 2 Etude Bibliographique **5**

2.1. Introduction 7

2.2. Matériaux composites et leurs constituants 7

2.2.1 Renfort 7

2.2.2 Matrice 9

2.3 Comportement mécanique des composites stratifiés en statique 9

2.3.1 Théorie des stratifiés 9

2.3.2 Analyse expérimentales 12

2.4 Comportement mécanique des composites stratifiés en fatigue 13

2.4.1 Endommagement par fatigue 14

2.4.2 Influence des paramètres expérimentaux 15

2.4.3 Amortissement en fatigue 17

2.5. Comportement en vibration des composites stratifiés 18

2.5.1 Modélisation de l'amortissement 19

2.5.2 analyse expérimentale 21

2.6. Modes de dégradation des composites stratifiés 22

2.6.1 Fissuration matricielle (rupture intralaminaire) 24

2.6.2 Rupture de fibre (rupture translaminaire) 24

2.6.3 Délaminage (rupture inter-laminaire) 24

2.7 Comportement des matériaux composites en présence de délaminage 24

2.7.1. Comportement en statique 25

2.7.2. Comportement en fatigue 26

2.7.3 Comportement en vibration 26

2.7.4. Comportement en vibration non linéaire 28

2.8 Conclusion et position du problème 29

Chapitre 3 Modélisation du comportement mécanique d'une poutre en composite stratifié en présence de délaminages **31**

3.1 Introduction 33

3.2 Comportement élastique d'un matériau composite orthotrope 34

3.2.1 Relations contraintes-déformations 34

3.2.2 Théorie des stratifiés 36
3.3 Comportement d'une poutre en stratifié 38
3.4 Modélisation du comportement mécanique d'une poutre stratifiée en présence de délaminages 42
3.4.1 Fondation élastique 44
3.4.2 Equation de déplacement 45
3.4.3 Conditions de continuité 49
3.4.4 Résolution 50
3.5 Application de la modélisation à l'analyse du comportement des stratifiés endo 52
3.5.1 Rigidités 52
3.5.2 Effet du confinement 53
3.6 Conclusion 54
Chapitre 4 Analyse du comportement en statique et en fatigue cyclique des composites sains et endommagés par délaminage 55
4.1 Introduction 57
4.2 Evaluation expérimentale du comportement mécanique en statique des composites endommagés par délaminage 57
4.2.1 Mise en œuvre des matériaux 58
4.2.2 Procédure expérimentale 60
4.2.3 Comportement du composite stratifié sain 61
4.2.4 Effet de la longueur du délaminage sur le comportement en statique 62
4.2.5 Observation des faciès de rupture 66
4.3 Analyse par éléments finis du comportement en statique du composite endommagé ... 67
4.4 Comportement en fatigue cyclique des matériaux composites endommagés 69
4.4.1 Essai de fatigue 70
4.4.2 Comportement en fatigue du matériau sain 70
4.4.3 Effet de la longueur du délaminage sur le comportement en fatigue 71
4.5 Conclusion 75
Chapitre 5 Analyse expérimentale et par éléments finis du comportement vibratoire des composites stratifiés endommagés par délaminage 77
5.1 Introduction 79
5.2 Analyse d'une poutre en composite stratifié en vibration par flexion 79
5.3 Analyse expérimentale 82
5.3.1 Dispositif expérimental 82

5.3.2 Analyse des résultats expérimentaux 84
5.4 Analyse par la méthode des éléments finis 85
5.4.1 Formulation de l'équation de la dynamique 85
5.4.2 Modélisation des éléments finis 86
5.4.3 Modélisation de l'amortissement d'une structure en composite 87
5.5 Application de la modélisation 90
5.5.1 Effet du délaminage sur les fréquences propres 90
5.5.2 Effet du délaminage sur le facteur d'amortissement 97
5.5.3 Contribution à l'amortissement des différentes énergies dissipées dans le stratifié endommagé 100
5.6 Conclusion 102
Chapitre 6 Analyse du comportement non linéaire des matériaux composites endommagés par délaminage 103
6.1 Introduction 105
6.2 Procédure expérimentale de la méthode de résonnance non linéaire 106
6.3 Résonance non linéaire du composite 107
6.3.1 Courbes de résonance 107
6.3.2 Effet du niveau d'excitation sur la fréquence de résonance 108
6.3.3 Effet du niveau d'excitation sur l'amortissement 111
6.4 Théorie d'élasticité non linéaire 114
6.4.1 Théorie non linéaire classique 114
6.4.2 Théorie non linéaire non classique (ou hystérétique) 115
6.4.3 Décalage de la fréquence et de l'amortissement en élasticité non linéaire 116
6.5 Application de la modélisation à l'analyse des résultats 118
6.5.1 Décalage de la fréquence 118
6.5.2 Décalage de l'amortissement 119
6.5.3 Paramètres de non linéairité 122
6.5.4 Sensibilité des paramètres non linaires 125
6.6 Conclusion 127
Conclusions 129
Références…….. 133

Chapitre1

Introduction générale

Depuis l'apparition des premières pièces en résine renforcée de fibres de verre, les composites se sont énormément développés et impliqués dans de nombreux secteurs exigeant en parallèle rigidité et légèreté tels que les transports, la marine, l'aéronautique, le sport et la loisir, le génie civil et l'armée. L'un des avantages majeurs des composites stratifiés est la capacité d'orienter les fibres de chaque pli afin d'orienter les propriétés mécaniques performantes permettant de résister aux sollicitations imposées.

Malgré d'excellentes propriétés mécaniques dans le plan, les stratifiés présentent un problème propre aux matériaux réalisés par stratification : la possibilité de la rupture inter laminaire. Ce mécanisme de rupture se caractérise par un décollement ou une décohésion entre les plis du stratifié. Il est couramment appelé le « délaminage ». Des études concernant les mécanismes de rupture des composites stratifiés indiquent que le délaminage des couches est un des modes d'endommagement le plus observé dans les stratifiés et qui pose le plus de problèmes aux concepteurs. En effet, il peut survenir à des niveaux de chargement relativement faibles, et la sensibilité d'un stratifié au délaminage est difficile à estimer. La présence de ce type d'anomalie affecte le comportement local et global du matériau composite que se soit en statique ou en dynamique. Il subsiste néanmoins beaucoup d'incertitudes sur ce phénomène, et la prévention du délaminage passe encore par le surdimensionnement engendrant inévitablement à des surcouts élevés. Dans ce contexte, ce travail de thèse s'impose pour étudier l'influence du délaminage sur le comportement des composites en statique et en dynamique.

Notre étude porte plus particulièrement sur des matériaux composites stratifiés à base de résine époxyde et de fibres de verre utilisées industriellement. Deux délaminages superposés sont intégrés entre les plis de différentes directions du composites afin de se rapprocher le plus des problèmes rencontrés dans des structures industrielles. Une étude de flexion en statique et en fatigue cyclique des composites endommagés par délaminage est réalisée dans un premier temps. La connaissance des propriétés en statique et en fatigue ne suffit pas, puisque le développement de ces matériaux dans les hautes technologies nécessite des

informations complémentaires sur les propriétés dynamiques. De ce fait, notre travail s'est ensuite attaché à analyser le comportement vibratoire des composites endommagés. Il consiste à déterminer les propriétés dynamiques en fonction de la longueur du délaminage. De plus, Il a été observé, dans des travaux antérieurs, que les paramètres dynamiques non linéaires sont plus sensibles à la présence de l'endommagement que les paramètres linéaires, en particulier au début du processus d'endommagement. A cet égard, nous proposons une étude du comportement vibratoire non linéaire du composite endommagé en utilisant la méthode de résonance non linéaire.
Ainsi, l'objet de ce travail de thèse est d'analyser le comportement mécanique en statique, en fatigue et en vibration linéaire et non linéaire des composites en présence d'endommagement de type délaminage superposé de longueur variable. Ce travail s'inscrit dans la continuité des travaux de recherche réalisés au laboratoire (LAUM) sur les composites.

Après l'introduction générale dans le présent chapitre, le chapitre 2 est consacré à une analyse bibliographique sur le comportement en statique, en fatigue cyclique et en vibration linéaire et non-linéaire des composites stratifiés en présence d'endommagement. Il débute par une présentation générale des matériaux composites et de leurs différents constituants. Ensuite, il expose, le comportement mécanique des composites stratifiés sous sollicitations statique et dynamique puis illustre les principaux mécanismes d'endommagement d'une structure composite. L'accent est mis ensuite sur le comportement mécanique en statique et en fatigue cyclique des composites endommagés. Le chapitre présente par la suite quelques travaux évoquant l'influence de l'endommagement sur le comportement vibratoire des matériaux composites. Enfin, ce chapitre se clôture par une conclusion et la position du problème à traiter.

Dans le chapitre 3, un modèle analytique basé sur la théorie des poutres stratifiées est présenté. Ce modèle permet de décrire le comportement en flexion d'une poutre stratifiée endommagée par délaminage. Ce modèle prend en compte l'effet de la déformation du front de la fissuration et se limite au comportement élastique de la structure sans atteindre les limites élastiques. Enfin, le modèle est appliqué à l'analyse de l'effet du confinement sur le comportement du stratifié en fonction de la longueur du délaminage.

Le chapitre 4 comporte deux parties, la première partie est consacrée à l'étude du comportement statique en flexion 3-points des composites stratifiés sains et endommagés. Des essais de flexion trois points sont mis en place d'abord sur des éprouvettes initialement

vierges puis sur d'autres avec délaminages de longueur variable. Un modèle d'éléments finis sous Nastran, se limitant au comportement élastique de la structure est proposé afin d'évaluer la rigidité en flexion de l'éprouvette en fonction de la longueur de fissure. Les résultats obtenus en flexion, par les modélisations numérique et analytique sont comparés. La deuxième partie de ce chapitre est consacrée à l'analyse du comportement en fatigue cyclique des composites stratifiés. Des essais de fatigue sont alors conduits en flexion 3-points sur des composites vierges et endommagés. Dans le cas des éprouvettes endommagées par délaminage, l'énergie dissipée et l'amortissement sont calculés à partir des données expérimentales de la charge et du déplacement en fonction du temps et pour différentes longueurs de délaminage.

Le chapitre 5 présente une analyse expérimentale et par éléments finis du comportement vibratoire des composites stratifiés endommagées par délaminage de longueur variable. L'analyse expérimentale est menée dans le cas de vibration forcée par flexion de poutre sollicitée par pot vibrant. La réponse en fréquence à une excitation, détectée par un accéléromètre, a permis de mesurer la fréquence et l'amortissement du composite des six premiers modes de résonance. Une procédure d'analyse numérique par la méthode des éléments finis du comportement vibratoire des matériaux composites en présence de délaminage est mise en place. Elle permet d'identifier les fréquences propres, les énergies dissipées et les amortissements des composites stratifiés en présence de délaminages à partir des caractéristiques élastiques et des énergies de déformations des différentes couches suivant les différentes orientations du composite. Les fréquences propres ainsi que les facteurs de perte obtenues expérimentalement et par éléments finis sont comparés et discutés.

Le comportement vibratoire non linéaire des composites stratifiés en présence de délaminage est évalué dans le chapitre 6. L'analyse expérimentale vise à suivre la variation des fréquences de résonance et de l'amortissement en fonction du niveau d'excitation. Les paramètres non linéaires élastiques et dissipatifs associés respectivement aux fréquences et aux amortissements, sont déterminés en fonction de la longueur du délaminage pour les six premiers modes de flexion. A la fin de ce chapitre, les paramètres non linéaires élastiques et dissipatifs sont comparés avec ceux obtenus par l'analyse en vibration linéaire du chapitre précédent.

Enfin, dans le chapitre 7 qui constitue la conclusion générale, les divers résultats obtenus dans les précédents chapitres sont repris. Des perspectives de recherche ouvertes à la suite de ce travail sont mises en evidence.

Chapitre 2

Etude Bibliographique

Résumé

Cette étude s'inscrit résolument dans l'esprit de la caractérisation des matériaux composites en présence d'endommagement. L'état de l'art présente tout d'abord la problématique de l'étude et sa mise en place. Un bilan bibliographique sur le comportement en statique, en fatigue cyclique et en vibration des matériaux composites stratifiés est également exposé. Cette caractérisation débute par une description générale des matériaux composites et leurs différents constituants. Ensuite, les principaux modes d'endommagement d'une structure en matériau stratifié sont exposés. Dans un deuxième temps, l'accent est mis sur le comportement mécanique en statique et en fatigue cyclique des matériaux composites en présence d'un endommagement. Enfin, nous exposons quelques travaux existants sur l'influence de l'endommagement sur le comportement vibratoire et les propriétés dynamiques des matériaux composites stratifiés.

Chapitre 2

Etude Bibliographique

2.1. Introduction

L'usage des matériaux composites pour des applications dans les domaines de la mécanique par les industries automobile, aéronautique et du bâtiment, se développe fortement. Ces matériaux composites permettent à la fois d'allier la légèreté et la rigidité et offrent de grandes flexibilités à la conception. Cependant, lors de leur fabrication ou de leur vie opérationnelle, les composites stratifiés sont soumis au phénomène de délaminage qui est le décollement ou la séparation des plis ou des couches des stratifiés. Ce phénomène entraine la dégradation des caractéristiques mécaniques du stratifiés. La maitrise de l'effet du délaminage sur le comportement des stratifiés passe par l'étude de ses caractéristiques en statique, en fatigue et en vibration linéaire voire non linéaire.

Afin de mieux appréhender la thématique des structures en composites stratifiés, nous effectuons dans ce chapitre, tout d'abord un rappel sur les matériaux composites et leurs différentes constituants ainsi que leurs modes d'endommagements. Ensuite, une revue bibliographique est développée sur le comportement en statique, en fatigue cyclique et en vibration des matériaux composites stratifiés sains et endommagés. Enfin, le reste du chapitre sera consacré à l'étude bibliographique sur les modélisations en vibration non linéaire des composites en présence d'endommagement.

2.2. Matériaux composites et leurs constituants

Les matériaux composites sont constitués de l'assemblage de matériaux de natures différentes, afin d'avoir un matériau ayant des performances supérieures à celui des composants pris séparément [1]. D'une manière courante, les composites stratifiés sont définis comme l'association d'un renfort et d'une matrice. Le résultat obtenu par cette association est un ensemble plus au moins hétérogène et anisotrope. Les propriétés du composite élaboré dépendent du choix du renfort, de la matrice et du type de procédé de fabrication des composites. Les matériaux composites peuvent être classés suivant la nature du renfort (particules ou fibres) et suivant la nature de la matrice [2].

2.2.1 Renfort

La rigidité du matériau est assurée principalement par le renfort, qui possède des caractéristiques mécaniques beaucoup plus élevées que celles de la matrice. Ces fibres sont

des filaments de diamètre variant entre 5 et 20 µm. Il existe plusieurs types de fibres parmi lesquelles les fibres synthétiques les plus utilisées sont les fibres de verre, de carbone et d'aramide.

- Les fibres de verre sont les plus utilisés depuis les années quarante dans la construction de structures composites grâce à leur excellent rapport performance/prix [3]. Les filaments de fibre sont obtenus par filage de verre en fusion à travers des filières en alliage de platine. Le module d'Young de ces fibres, voisin de celui de l'aluminium, rend l'utilisation des fibres de verre intéressante lorsqu'elles sont associées à une matrice de faible rigidité telle que les polymères. En général, le plus grand problème associé à ces fibres est leur haute sensibilité aux endommagements superficiels, en particulier les rayures qui limitent leur résistance mécanique et créent des zones de concentration de contraintes. Cela est évité lors de la fabrication en empêchant tout contact entre les fibres elles mêmes et avec tout autre objet, en recouvrant les fibres d'un enduit qui a pour second rôle de favoriser l'adhésion entre les fibres et la matrice. Malgré cela, il faut faire très attention lors de la manipulation des fibres afin d'éviter les éventuels endommagements superficiels.
- Les fibres de carbone sont des filaments à base de fibre acrylique de rayonne obtenus à partir de la distillation de pétrole ou de houille. Elles sont oxydeés à chaud puis chauffés à 1500°C dans une atmosphère d'azote. Il ne subsiste alors que la chaîne hexagonale des atomes de carbone. On obtient des filaments noirs et brillants. Les fibres de carbone ont de très bonnes propriétés mécaniques. Les fibres de carbone ont des modules qui varient de 150 à 800 GPa et une masse volumique en général inférieure à 2000 kg m^{-3}. Leur résistance à l'impact est mauvaise, d'autre part elles sont antioxydantes, résistantes à la chaleur et conduisent l'électricité.
- Les fibres de kevlar sont des fibres aramides, de couleur jaune paille, qui ont des propriétés mécaniques élevées en traction comme les fibres de carbone mais leur résistance à la compression est faible. Ce sont des polyamides aromatisés obtenus par synthèse à basse température, puis filés et étirés pour obtenir un module d'élasticité élevé. Ces fibres ont des modules allant de 60 à 180 GPa et une masse volumique d'environ 1400 kg m^{-3}. Ces fibres ont deux avantages particuliers, elles ont une faible densité et une résistante importante à l'impact. Cependant, les composites de kevlar ont une faible tenue mécanique en compression, généralement attribuée à une mauvaise adhérence des fibres à la matrice dans le matériau composite.

2.2.2 Matrice

La matrice assure le maintien des fibres dans une orientation donnée, permet le transfert des efforts entre les fibres et donne la forme désirée au produit et elle apporte aussi la résistance au cisaillement. Le choix de la matrice dépend du domaine d'application auquel est destiné le composite (résistance à des températures élevées, résistance à la corrosion, coût de revient etc.).

Les résines les plus utilisées sont les époxydes et les polyesters insaturés qui sont des résines thermodurcissables (TD) à polymérisation irréversible. Elles sont associées à des fibres longues, mais l'emploi de polymères (TP) renforcés de fibres courtes se développe fortement.

La structure des TP se présente sous forme de chaînes linéaires, il faut les chauffer pour les mettre en forme (les chaînes se plient), et les refroidir pour les fixer (les chaînes se bloquent). Cette opération est réversible.
La structure des résines TD a la forme d'un réseau tridimensionnel qui se ponte (double liaison de polymérisation) pour durcir en forme de façon définitive, lors d'un échauffement. La transformation est donc irréversible. Parmi ces résines on peut citer :

- Résines polyesters : Elles se présentent sous la forme d'une solution de polyacide et de polyalcool qui se rigidifient sous les actions d'un catalyseur et de la chaleur. Les résines polyesters principalement utilisées sont les orthophtaliques qui sont les plus courantes, les isophtaliques ayant une excellente tenue chimique et à l'humidité, les chlorés et les bisphénols ayant des excellentes caractéristiques chimiques et thermiques.
- Résines époxydes : Ces résines résultent d'une réaction de polyaddition entre un monomère époxydique et un durcisseur anhydrique d'acide ou amine, sous un apport thermique. Leurs performances mécaniques sont supérieures à celles des polyesters. Elles se caractérisent par une bonne tenue en température, des performances adhésives et une dilatation limitée.

2.3 Comportement mécanique des composites stratifiés en statique

2.3.1 Théorie des stratifiés

Le comportement mécanique élastique d'une structure stratifiée est généralement analysé par la théorie des plaques stratifiées. Cette théorie utilise les mêmes hypothèses que la théorie générale des plaques qui sont, dans un schéma de premiers degrés, associées aux noms de Reissner/Mindlin et de Kirchhoff/Love. La théorie de Kirchhoff-Love est historiquement l'une des premières approches bidimensionnelles de la flexion des plaques élastiques. Elle est basée

sur l'hypothèse de conservation des normales en négligeant ainsi le cisaillement transverse. Cette théorie est appliquée dans le cas des plaques composite de faible épaisseur. Les déplacements rigides des segments de droite orthogonale au plan moyen du stratifié dans le cas du modèle de Kirchhoff [1] sont donnés par :

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= u_0(x,y) - z\frac{\partial w_0}{\partial x}(x,y) \\ v(x,y,z) &= v_0(x,y) - z\frac{\partial w_0}{\partial y}(x,y) \\ w(x,y,z) &= w_0(x,y) \end{aligned} \tag{2.1}$$

Ce qui donne pour les déformations dans le plan du stratifié :

$$\varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \dfrac{\partial u_0}{\partial x} \\ \dfrac{\partial v_0}{\partial y} \\ \dfrac{\partial u_0}{\partial y} + \dfrac{\partial v_0}{\partial x} \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} -\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial^2 x} \\ -\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial^2 y} \\ -2\dfrac{\partial^2 w_0}{\partial x \partial y} \end{pmatrix} \tag{2.2}$$

$$\varepsilon = \varepsilon^0 + z\kappa = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{pmatrix} + z \begin{pmatrix} \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{pmatrix} \tag{2.3}$$

où l'on distingue les déformations en membrane et les courbures. Dans chaque pli i la loi de comportement s'écrit :

$$\sigma^i = \begin{pmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{pmatrix} = Q^i \varepsilon^i = Q^i \left(\varepsilon_0 + z\kappa\right) \tag{2.4}$$

où Q^i est la matrice de rigidité d'une couche de stratifié dont les termes sont présentés dans [1].

On définit pour les stratifiés les efforts généralisés par intégration des contraintes dans l'épaisseur du stratifié :

$$N = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma dz \tag{2.5}$$

$$M = \int_{-h/2}^{h/2} z\sigma dz \tag{2.6}$$

L'équation constitutive d'une plaque stratifiée permet d'exprimer les résultantes et les moments en fonction des déformations en membrane et des courbures. Elle s'écrit :

$$\begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \\ M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & A_{16} & B_{11} & B_{12} & B_{16} \\ A_{12} & A_{22} & A_{26} & B_{12} & B_{22} & B_{26} \\ A_{16} & A_{26} & A_{66} & B_{16} & B_{26} & B_{66} \\ B_{11} & B_{12} & B_{16} & D_{11} & D_{12} & D_{16} \\ B_{12} & B_{22} & B_{26} & D_{12} & D_{22} & D_{26} \\ B_{16} & B_{26} & B_{66} & D_{16} & D_{26} & D_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_{xx}^0 \\ \varepsilon_{yy}^0 \\ \gamma_{xy}^0 \\ \kappa_x \\ \kappa_y \\ \kappa_{xy} \end{bmatrix} \tag{2.7}$$

Les Coefficients de cette matrice sont donnés dans [1].

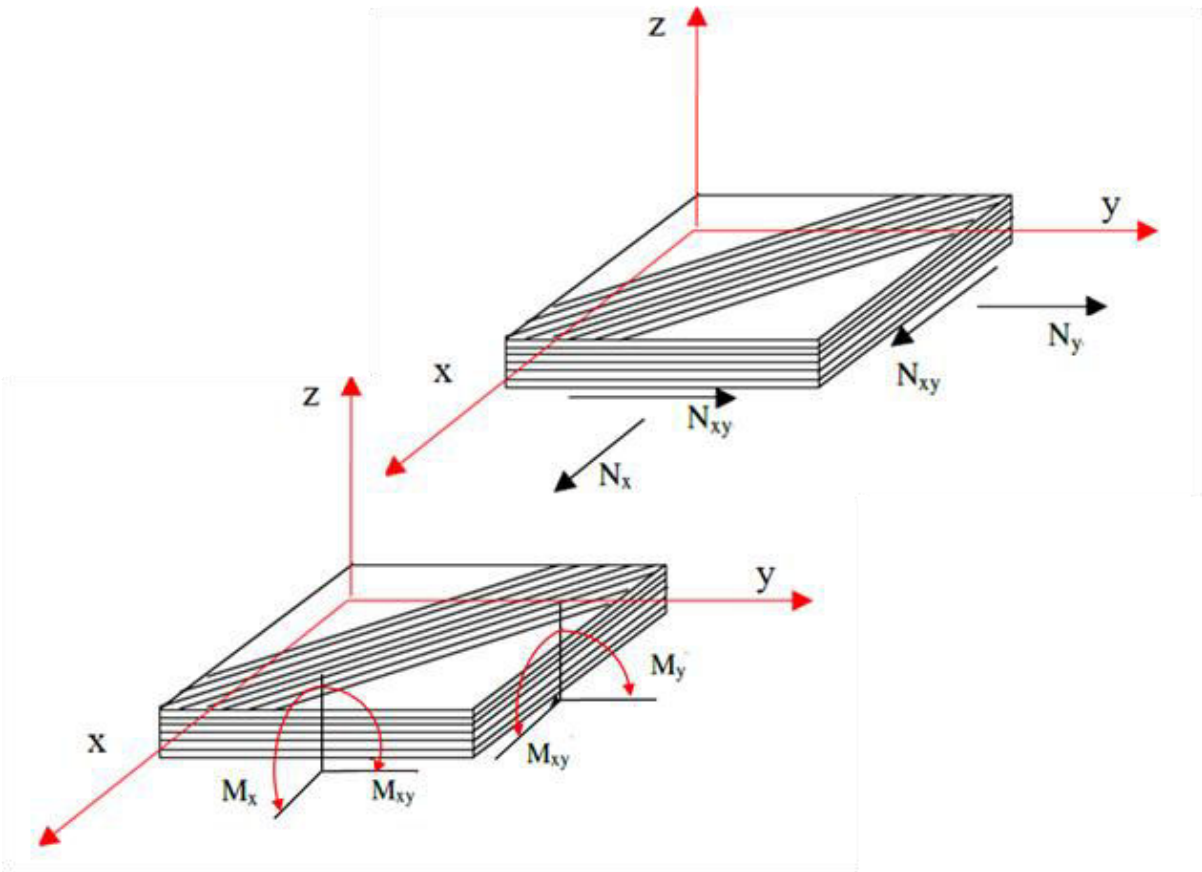


Figure 2.1 Mode de chargement d'un stratifié.

Les composantes N_X, N_Y et N_{XY} sont les résultantes respectivement des contraintes normales et des contraintes de cisaillement dans le plan (X, Y). Elles sont schématisées symboliquement sur la figure 2.1. Les composantes M_X et M_Y sont les moments de flexion suivant les directions

X et Y, respectivement et M_{XY} est le moment de torsion. Ces composantes sont schématisées sur la figure 2.1.

Le comportement des composites stratifiés est défini alors par le calcul des coefficients A_{ij}, B_{ij} et D_{ij}. On obtient, à partir des conditions aux limites sur le stratifié et de la loi de comportement, l'état de contraintes et de déformations dans chaque pli par calcul inverse. Il est aussi possible de remonter aux contraintes et déformations dans la matrice et les fibres par des modèles d'homogénéisation et de localisation. Cependant cette étape est peu utilisée en bureau d'études car les modèles sont ou bien trop simplistes ou bien précis mais compliqués à manipuler.

2.3.1 Analyse expérimentales

La théorie des stratifiés est limitée au cas où le comportement des composites est linéaire. Cette théorie permet d'évaluer le comportement mécanique de la structure et la répartition des contraintes dans le domaine linéaire. La théorie des stratifiés est appliquée pour évaluer les caractéristiques mécaniques dans des essais en statique des matériaux composites qui font l'objet de nombreuses recherches.

Le type d'essai le plus utilisé pour déterminer le comportement mécanique des matériaux composites est la flexion. De nombreux travaux ont été effectués au laboratoire par Bezazi *et al.* [4] sur le comportement mécanique en flexion 3-points de différents stratifiés croisés constitués de verre/époxyde et Kevlar/époxyde. L'étude statique a permis d'analyser l'effet de la séquence d'empilement, la position des épaisseurs des couches à 90° sur le comportement mécanique et de mettre en évidence les différents modes d'endommagement entraînant la ruine des stratifiés. Les auteurs ont constaté que le matériau possédant le plus grand nombre de plis à 0° a une rigidité plus élevée et résiste mieux à la flexion. Ils ont montré aussi que lorsque les plis à 90° sont placés à l'extérieur du stratifié, ce dernier d'endommage essentiellement par fissurations transverses conduisant à un délaminage important entraînant la ruine finale du stratifié. Walrick *et al*. [5] ont testé en statique des stratifiés verre E/époxyde du type $[90_2/0_4/90_2]$. Ils ont constaté l'apparition des fissures transverses dans les plis de 90° placés à l'intérieur du stratifié. En se propageant dans l'épaisseur de la plaque, ces fissures arrivent aux plis à 0° et sont déviées à l'interface engendrant ainsi un délaminage. Il existe donc une forte interaction entre l'endommagement des plis du composites et l'initiation du délaminage. Jackson et kellas [6], ont mené une étude expérimentale sur l'analyse de l'endommagement ainsi que la résistance des stratifiés du type $[+\theta_n/-\theta_n/90_{2n}]_s$. Avec l'angle d'inclinaison du pli, θ, variant de 0° à 75° avec un pas de 15° et pour plusieurs valeurs *n* du

nombre de plis (n=1, 2, 3 ou 4). Les résultats d'essais visent à caractériser le module initial ainsi la rigidité maximale. Cette dernière s'est avérée assez variable en fonction de l'épaisseur et donc du nombre n de plis. Ainsi, le comportement des composites stratifiés en flexion dépend principalement de l'épaisseur des couches et de l'orientation des fibres.

2.4 Comportement mécanique des composites stratifiés en fatigue

La plupart des essais en fatigue se font à l'aide d'un chargement sinusoïdal. Ce chargement peut être à force imposée ou à déplacement imposé. La Figure 2.2 présente les paramètres caractéristiques d'un essai de fatigue dans le cas d'une contrainte imposée. Le chargement est essentiellement déterminé par l'amplitude de contrainte cyclique σ_a et la contrainte moyenne σ_m, définies comme suit :

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \tag{2.8}$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \tag{2.9}$$

Ces paramètres sont aussi valables en déformation imposée en remplaçant le terme σ par ε. Le rapport de chargement ou de sollicitation R défini par : $R = \sigma_{min} / \sigma_{max}$ constitue un paramètre caractéristique du chargement couramment utilisé. On distingue alors les sollicitations suivantes selon la valeur de R :

- $R = -1$: contraintes alternées symétriques
- $-1 < R < 0$: contraintes alternées asymétriques
- $R = 0$: contraintes répétées ($\sigma_m = \sigma_a$);
- $R > 0$: contraintes ondulées.

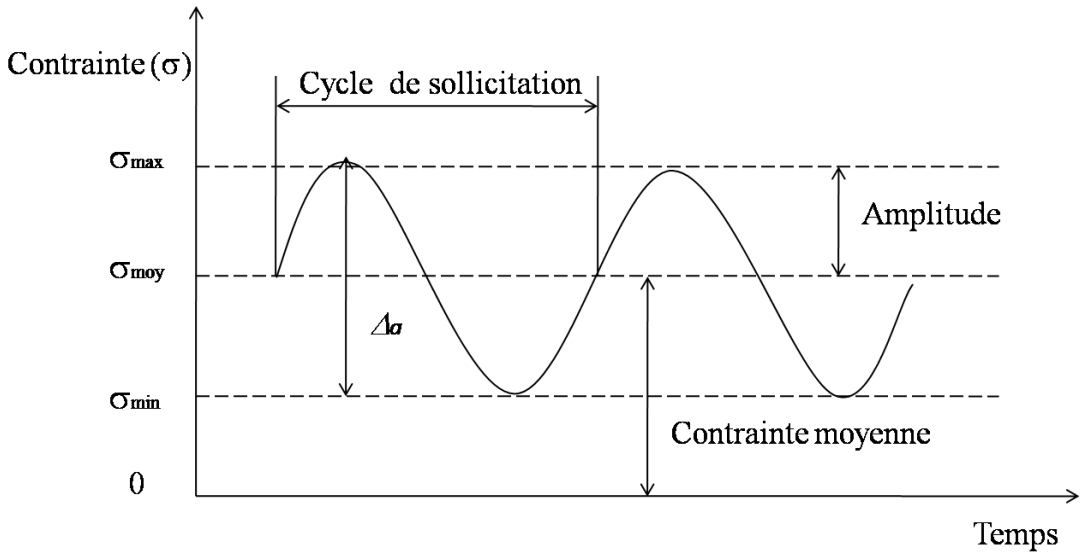


Figure 2.2 Paramètres de sollicitation en fatigue

La défaillance par fatigue est la plus rencontrée dans les structures soumises à des sollicitations cycliques. La fatigue du matériau se caractérise par l'endommagement localisé et progressif sous chargement monotone plus faible que la limite à la rupture observée en statique. Les mécanismes d'endommagement par fatigue des matériaux composites sont plus compliqués que ceux des matériaux classiques. Ils se produisent toujours par des combinaisons d'endommagement comme la fissuration matricielle, le délaminage entre les plis et la rupture des fibres. C'est pourquoi il est difficile de développer une théorie qui décrit exactement l'endommagement. Cependant, l'évolution de l'endommagement en fatigue d'un matériau composite est caractérisée par la décroissance des propriétés mécaniques comme le module ou la rigidité, la déformation résiduelle [7-8], l'évolution des événements acoustiques et de la température des éprouvettes [9]. Il est possible donc de connaître l'état d'endommagement dans les composites par l'analyse de l'évolution de ces propriétés au cours des essais de fatigue.

2.4.1 Endommagement par fatigue

Reifsnider et *al* [10] ont proposé les premières études de la dégradation de la rigidité par fatigue des composites. Ils ont décrit de manière générale l'évolution de l'endommagement en décomposant en trois zones la variation de la rigidité en fonction du nombre de cycles, présentée dans la figure 2.3.

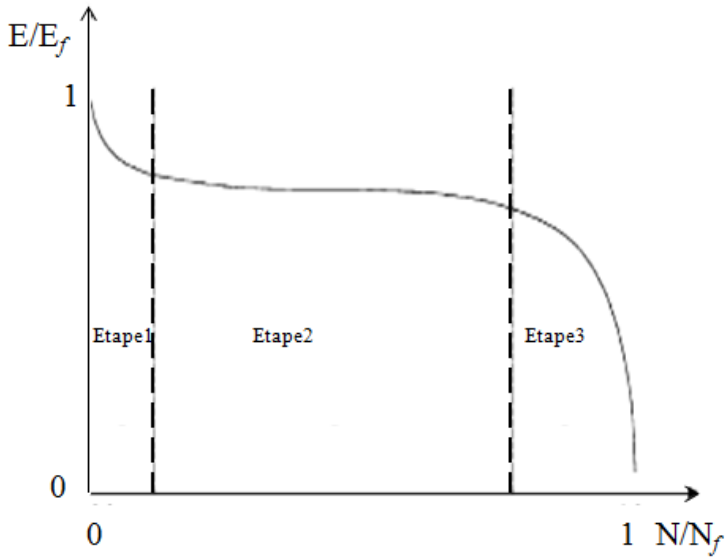


Figure 2.3 Courbe typique de dégradation de la rigidité pour une large gamme de matériaux composites renforcés par des fibres [10]

La première zone avec une réduction très rapide dès les premiers cycles est caractérisée par l'apparition de microfissurations. La deuxième zone est la plus longue, dans laquelle une

chute progressive de la rigidité persiste et qui correspond au développement progressif des microfissurations. La troisième zone est la partie dans laquelle la rigidité diminue fortement. Elle est caractérisée par la rupture des fibres ce qui conduit à la ruine de l'éprouvette.

Dody [11] explique les trois zones distinctes de la courbe par la multiplication des fissures matricielles pour la première phase, la propagation et l'accumulation de ces fissurations pour la deuxième phase et la rupture des fibres dans la troisième phase. Dyer *et al.* [12] ont retrouvé ces trois phases de l'endommagement sur des composites verre/polyester et verre/polyuréthane en fatigue pour des stratifiés du type [0°/90°] et [±45°]. Bezazi *et al.* [13] retrouvent ces phases pour des composites constitués de fibres de verre pour différentes séquences d'empilement sollicités en fatigue par flexion.

2.4.2 Influence des paramètres expérimentaux

Les travaux effectués dans la littérature ont montré que la tenue en fatigue dépend de plusieurs paramètres (nature de sollicitation, chargement, fréquence de sollicitation, etc.) présentés dans la figure 2.4.

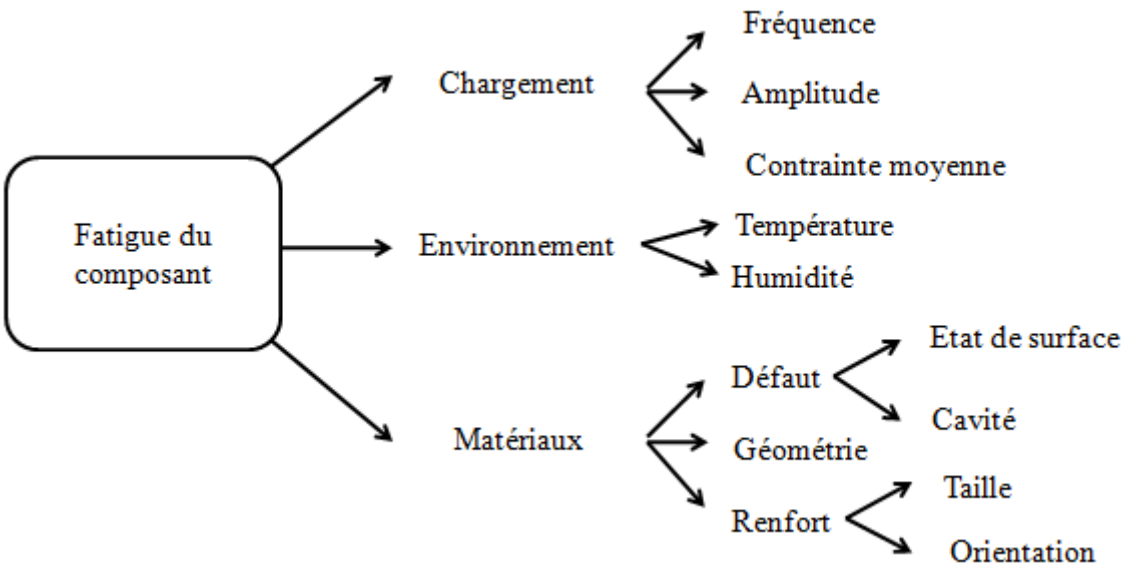


Figure 2. 4 Schéma des facteurs qui influencent la tenue en fatigue

Sous un chargement cyclique, l'augmentation de la fréquence augmente la température interne de l'échantillon [14] ce qui diminue sa duré de vie. Mais pour un stratifié à fibres verre/époxyde unidirectionnels, El kadi et Ellyin [15] ont observé que l'effet de la variation de la fréquence de sollicitation est négligeable. Fiore [16] a montré, dans le cas des essais de flexion 3-points pour les composites unidirectionnels verre/époxyde, que le nombre de cycles à la rupture ne varie pas, pour un niveau de sollicitation donné, dans une gamme de fréquence allant de 10 à 25 Hz. Il a été considéré que la fréquence de sollicitation a peu d'influence tant

que la chaleur créée au cours des essais de fatigue est évacuée et donc ne modifie pas les caractéristiques mécaniques du matériau.

La forme d'onde des cycles a une influence sur la durée de vie en fatigue. Pendant une période donnée de fréquence constante, la forme d'onde est caractérisée par le taux de chargement et le temps à la charge maximale. La forme d'onde la plus utilisée est le chargement sinusoïdal mais les formes d'ondes carrée et triangulaire présentent des caractéristiques qui peuvent affecter la durée de vie en fatigue. En effet, la forme d'onde carrée présente une dissipation maximale d'énergie par cycle. La forme d'onde sinusoïdale montre un niveau intermédiaire de dissipation et la forme d'onde triangulaire présente un niveau plus bas de dissipation d'énergie selon Trantina et Nimmer [17]. Mandler et Maier [18] ont démontré qu'une forme d'onde carrée a diminué la duré de vie en fatigue par rapport à celle d'une forme d'onde sinusoïdale lors d'essais sur les stratifiés croisés verre/époxyde du type [0/90].

Le rapport de chargement *R* a une influence importante sur la duré de vie en fatigue. Ce rapport est lié à l'amplitude de sollicitation. En sollicitation unidirectionnelle, les types de chargement peuvent être : compression-compression, traction-traction ou traction-compression. Pour les amplitudes de faibles charges, les gradients de contrainte et de déformation sont moins importants au niveau des fibres, de la matrice et de l'interface. Cela entraine une diminution de la cinétique de croissance des fissures et une augmentation de la résistance en fatigue en fonction du nombre de cycles. Donc, pour des essais en traction-compression ou en traction-traction, la durée de vie en fatigue considéré avec *R* [19 -20]. Mandell et Meier [18] montrent cela dans le cas des stratifiés croisés du type [0/90] verre/époxyde, pour des valeurs du rapport *R* positives allant de 0 à 1. L'augmentation de *R* permet l'augmentation de la durée de vie en fatigue jusqu'à l'obtention d'une charge constante régulière (charge de fluage, *R*=1). Ceci confirme qu'une charge cyclique provoque un endommagement plus rapide qu'un chargement en fatigue statique.

Kim et Ebert [21] ont étudié des composites à fibres de verre unidirectionnelles sollicités en flexion 4-points. L'influence de la fréquence des cycles, de la distance entre appuis et du mode de sollicitation (à flèche ou force asservie) sur les mécanismes de rupture a été analysée. Ils notent que les essais à force imposée sont plus sévères que les essais à flèche imposée. Cette constatation s'explique, par le fait que la dégradation du matériau par la rupture des fibres externes tend à diminuer la rigidité en flexion et donc la contrainte lorsque la flèche est imposée.

2.4.3 Amortissement en fatigue

Le comportement viscoélastique des fibres et de la matrice joue un rôle important dans l'absorption et la dissipation de l'énergie dans les composites stratifiés, en particulier pendant le chargement cyclique. La prise en compte de la dissipation d'énergie, ou de l'amortissement, est très utile pour l'analyse du comportement en fatigue des composites stratifiés. En effet, on observe un phénomène d'hystérésis au cours des cycles de fatigue, lié au retard de la réponse du matériau sur le chargement. Le trajet de chargement et de déchargement ne se chevauche pas, ainsi une boucle d'hystérésis se forme (Figure 2.5).

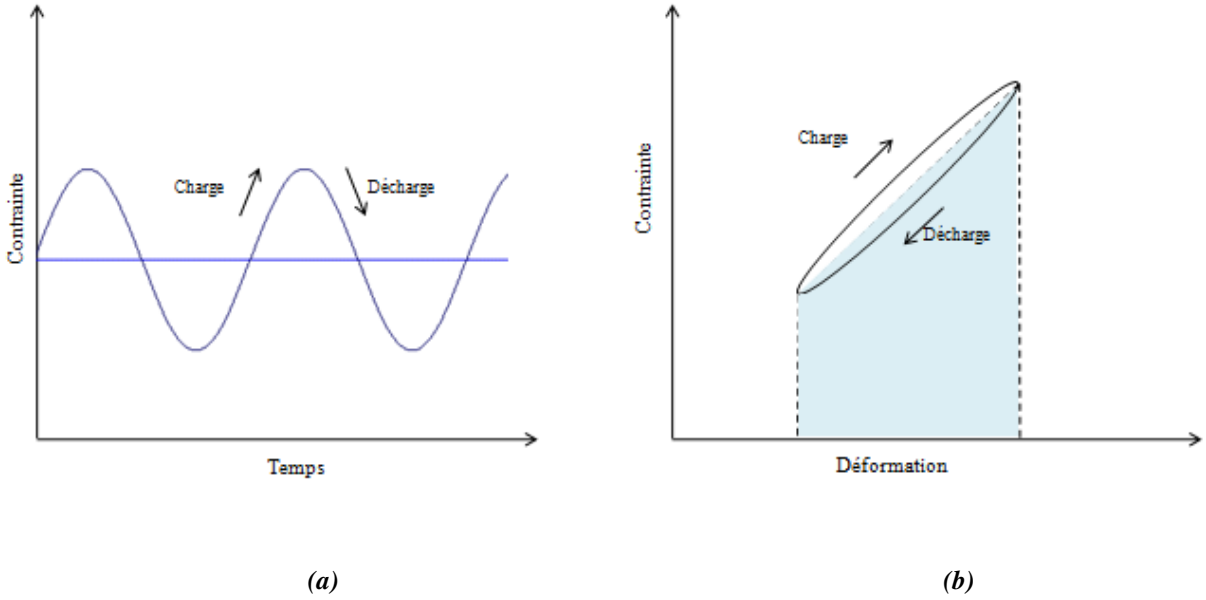


Figure 2. 5 Boucles d'hystérésis : a) chargement temporel, b) courbe contrainte/déformation du cyclique.

L'aire de la courbe contrainte/déformation d'un cycle, correspond à l'énergie dissipée E_d. L'énergie de déformation élastique E_p représentée par l'aire sous le segment de droite liant les extrémités de la boucle, est présentée par une surface colorée dans la figure 2.5.b.

L'amortissement est défini alors comme le rapport des deux énergies,

$$\eta = \frac{E_d}{2\pi E_p}. \tag{2.10}$$

Les évaluions de l'énergie dissipée et de l'amortissement sont utilisées comme indicateurs de l'évolution de l'endommagement des composites [22].

Dharan et Tan [23] ont utilisé l'énergie dissipée pour étudier le comportement d'un stratifié à fibres de verre/époxy avec une entaille de forme circulaire au centre de l'éprouvette. Ce

stratifié a été soumis à des essais de fatigue cyclique en traction avec cinq niveaux de chargements. Les auteurs ont constaté que l'énergie dissipée diminue avec la diminution du niveau de chargement et avec l'augmentation du nombre de cycles.

Le facteur d'amortissement est utilisé par Barron et *al.* [24] comme indicateur pour évaluer les effets de la fréquence sur le comportement en fatigue d'un stratifié. Les essais de fatigue ont été effectués à des niveaux de chargement différents, avec trois fréquences différentes et pour trois séquences d'empilement. Les résultats montrent que pour les stratifiés unidirectionnels, il n'y a pas de variation importante du facteur d'amortissement. Ce dernier augmente sensiblement lorsque la fréquence varie de 5 à 20 Hz. Pour les stratifiés croisés à plis orientés à $[\pm 45]_{4s}$, une diminution de l'amortissement est observée entre 5 et 10Hz, alors qu'une augmentation est constatée entre 10 et 20 Hz. Zhang *et al*. [25] ont déterminé le facteur d'amortissement au cours des essais de fatigue cycliques des matériaux composites à fibres unidirectionnelles. Ils ont montré que l'amortissement augmente avec le nombre de cycles de fatigue.

2.5. Comportement en vibration des composites stratifiés

La connaissance des propriétés en statique et en fatigue ne suffit pas, puisque le développement des composites dans les hautes technologies nécessite des informations complémentaires sur les propriétés dynamiques. Dans ce paragraphe, nous présentons une étude générale des travaux effectués dans la littérature sur le comportement vibratoire des matériaux composites. Nous nous sommes intéressés à l'évaluation des caractéristiques de vibration à savoir la fréquence de résonance f et l'amortissement modal η. En effet, l'amortissement et le décalage fréquentiel pourraient servir d'indicateurs d'endommagement pour le suivi de l'état de santé des matériaux composites.

L'analyse modale expérimentale représente une méthode efficace et rapide, mettant en œuvre des moyens modestes. Cette méthode permet de déterminer les propriétés dynamiques d'un système mécanique à partir de ses fréquences de résonance. Ce procédé permet de décrire la structure composite en termes de caractéristiques dynamiques propres. Les méthodes vibratoires sont basées sur la mise en résonance d'un échantillon par une force oscillante. La résonance est repérée par le maximum de l'amplitude des vibrations induites dans le système et/ou le déphasage entre l'excitation et la fonction de réponse fréquentielle du système. La valeur de la fréquence de résonance dépend des propriétés mécaniques du matériau. Pintelon *et al.* [26] ont présenté une méthode d'identification du module élastique de matériaux viscoélastiques homogènes à partir des vibrations longitudinales et transverse. Gasparetto *et*

al. [27] et de Liao *et al.* [28] ont utilisé des techniques expérimentales de caractérisation des propriétés d'un matériau viscoélastique. Nous pouvons faire référence aux travaux d'Assarar [29] qui a mis en place une méthode de vibration pour déterminer les caractéristiques dynamiques des matériaux composites stratifiés et sandwichs. Une expérience a été mené par Zou *et. al.* [30] pour la détermination des caractéristiques dynamiques d'un matériau composite à fibres de verre/époxy. Les résultats obtenus expérimentalement sont comparés avec des résultats obtenus par une modélisation utilisant la méthode des éléments finis. La comparaison a indiqué que la méthode proposée pourrait être utilisée efficacement pour caractériser les propriétés dynamiques des poutres en matériau composite.

- **Amortissement en vibration**

L'amortissement modal est d'une importance primordiale dans l'étude du comportement de la vibration d'une structure en composite. La dissipation de l'énergie peut avoir divers origines, telles que le frottement sec entre les éléments des structures, l'amortissement aérodynamique ou amortissement interne due au comportement inélastique des matériaux. Ce paramètre modal peut être calculé en résolvant le problème des vibrations libres ou le problème des vibrations harmoniques forcées.

2.5.1 Modélisation de l'amortissement

Dans le cas d'une poutre vérifiant les conditions de Bernouilli-Euler (absence de cisaillement transverse), l'équation de mouvement des vibrations libres en flexion s'écrit [31] :

$$\rho S \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + EI \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} = 0 \tag{2.11}$$

où w est le déplacement transverse, ρ est la masse volumique du matériau, S est l'aire de la section droite de la poutre, E est le module d'Young du matériau et I est le moment quadratique de la section droite de la poutre. La solution générale de cette équation est la combinaison linéaire des solutions particulières :

$$w(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} X_n(x) \sin \omega_n t \tag{2.12}$$

où ω_n est la fréquence angulaire propre et $X_n(x)$ est la déformée donnée par :

$$X_n(x) = A_n \sin \kappa_n \frac{x}{a} + B_n \cos \kappa_n \frac{x}{a} + C_n \sinh \kappa_n \frac{x}{a} + D_n \cosh \kappa_n \frac{x}{a} \tag{2.13}$$

où A_n , B_n , C_n et D_n sont des constantes dépendant des conditions aux extrémités de la poutre et κ_n est lié à la fréquence propre λ_n par la relation :

$$\kappa_n^4 = \left(\frac{\lambda_n}{a}\right)^4 = \frac{\rho S}{EI}\omega_n^2 = \frac{m}{EIa}\omega_n^2 \tag{2.14}$$

où a est la longueur de la poutre et m sa masse.

L'énergie maximale emmagasinée U_n pour le mode n est déterminée à partir de la déformée modale :

$$U_n = EI\int_0^a \left(\frac{\partial^2 X_n}{\partial x^2}\right)^2 dx. \tag{2.15}$$

Ensuite, l'énergie dissipée par cycle pour une force exercée d'amplitude F_m est exprimée par :

$$\Delta U_n = \int_0^T F_m \cos\omega_n t dt \tag{2.16}$$

L'énergie dissipée par cycle s'écrit donc :

$$\Delta U_n = \pi F_m w_{cm} \tag{2.17}$$

où F_m et w_{cm} sont les valeurs crêtes de la force et de la flèche correspondante.

$$F_m = \Gamma_d I_{max} \tag{2.18}$$

$$w_{cm} = \frac{V_{max}}{\Gamma_d}\frac{1}{\omega_n} \tag{2.19}$$

où $I_{\max}$ est l'intensité crête du courant induit dans l'excitation, Γ_d est le facteur de sensibilité de l'excitation et $V_{\max}$ la tension crête mesurée aux bornes du capteur.

Le coefficient d'amortissement spécifique est ensuite déterminé à partir de la relation :

$$\psi = \frac{\Delta U_n}{U_n} \tag{2.20}$$

où le coefficient d'amortissement ψ est lié au facteur de perte η par la relation :

$$\psi = 2\pi\eta. \tag{2.21}$$

L'utilisation de l'énergie de déformation pour évaluer l'amortissement d'une structure constituée de divers éléments est introduite par Ungar et Kewin [32]. Puis, cette méthode a été appliquée par Rikards [33] pour l'analyse des vibrations de poutres en composites stratifiés. Ces auteurs considèrent que, pour une structure donnée, le coefficient d'amortissement structural peut être exprimé en fonction de l'énergie emmagasinée dans chaque élément sous la forme :

$$\eta = \frac{\sum_{i=1}^{n}\eta_i U_i}{\sum_{i=1}^{n} U_i} \tag{2.22}$$

où η est le coefficient d'amortissement de la structure, n le nombre d'éléments, η_i le coefficient d'amortissement de l'élément i et U_i l'énergie élastique emmagasinée dans l'élément i.

2.5.2Analyse expérimentale

L'analyse de l'amortissement modal d'une poutre constituée d'un matériau orthotrope par une méthode expérimentale a été développée pour la première fois par Adams et Bacon [34]. Le dispositif mis en place a permis notamment d'analyser l'amortissement en flexion des poutres en composite stratifié dans une gamme de fréquence entre 100 et 800Hz. Dans ce dispositif la poutre est en configuration libre-libre et est excitée par un excitateur inductif placé sur une face de la poutre. Un capteur inductif est placé sur l'autre face pour évaluer l'amortissement. Le concept introduit par ces auteurs a été appliqué par Adams et Maheri [35] au cas de stratifiés équilibrés ±θ à fibres de verre et à fibres de carbone. Plus récemment l'analyse d'Adams et Bacon a été reprise par Yim [36] pour divers composites à fibres de carbone, puis étendue par Yim et Gillepsie [37] en prenant en compte l'effet du cisaillement transverse dans le cas de stratifiés orthotropes orientés à 0° ou à 90°. Les résultats obtenus par ces auteurs ont montré que la valeur du facteur d'amortissement est plus élevée dans les couches orientées à 90° que les couches orientées à 0° et que la contrainte de cisaillement transverse σ_{xz} a un effet considérable sur cette valeur.

Plusieurs études expérimentales ont traité des amortissements modaux dans les structures composites. Ils ont montré l'efficacité de cette approche et l'importance de suivre l'amortissement pour effectuer un contrôle dynamique, comme indiqué dans les travaux effectués au laboratoire [38–39]. L'amortissement des composites a été mesuré par une méthode impulsionelle. Les résultats obtenus ont montré que les coefficients d'amortissement des composites tefta et sergé sont plus élevés que ceux des composites à fibres unidirectionnelles.

Récemment, des études expérimentales ont été développées par Montalvaol *et al.* [40], Kiral et *al.* [41] et Yesilyurt et Gursoy [42] pour évaluer l'amortissement modal dans des structures composites stratifiés. Ils on montré que le coefficient d'amortissement est plus sensible à la présence d'endommagement que la fréquence modale, et que la sévérité et la position de l'endommagement dans la poutre ont une influence considérable sur l'amortissement.

La méthode énergétique illustrée par l'équation (2.22) est utilisée par plusieurs chercheurs pour déterminer l'amortissement des structures en composites. Berthelot et Sefrani [43] ont mené une analyse approfondie sur l'amortissement des composites à fibres unidirectionnelles. Les résultats obtenus par ces auteurs ont montré les limites des modèles développés dans la

littérature pour évaluer l'amortissement des composites. Les auteurs ont mis en place un modèle basé sur la méthode de Ritz pour évaluer l'amortissement. Ensuite, cette analyse a été étendue aux matériaux stratifiés multidirectionnels [44]. Les auteurs considèrent que l'énergie dissipée dans les composites est la somme de l'énergie dissipée dans les axes (*L*, *T* et *T'*) du matériau.

El Mahi *et al.* [39] ont évalué l'amortissement d'un composite stratifié unidirectionnel en utilisant la méthode des éléments finis basée sur la théorie des plaques stratifiées. Assarar *et al.* [45] ont appliqué cette approche dans le cas des matériaux sandwich. Les résultats obtenus par cette approche sont comparés avec les résultats expérimentaux. La méthode des éléments finis a été utilisée par la suite pour analyser les effets de différents paramètres liés aux peaux à l'âme sur l'amortissement des matériaux sandwichs. Bisagni *et al*. [46] ont utilisés une méthode numérique pour modéliser l'amortissement du matériau composite stratifié. Ce modèle est basé sur la méthode de l'énergie de déformation et mis en place en utilisant le code de calcul Abaqus associé à quelques routines écrites sous Matlab. Le facteur d'amortissement est déterminé expérimentalement par la méthode d'analyse mécanique dynamique (DMA). Les résultats trouvés par les deux méthodes sont en bonne accord.

2.6. Modes de dégradation des composites stratifiés

L'un des avantages majeurs des composites stratifiés à renforts de fibres longues, est la possibilité d'orienter les fibres de chaque pli afin d'avoir les performances optimales de la résistance et de la rigidité au regard du cahier des charges fonctionnelles. Ces performances se réduisent considérablement avec les défauts qui surgissent au cours de la fabrication ou après un impact à faible vitesse. Il existe en générale plusieurs types de défauts au sein d'un composite stratifié ayant des conséquences à l'échelle microscopique et à l'échelle des plis comme l'illustre la figure 2.6.

Le scénario d'évolution des défauts le plus "classique" d'un stratifié soumis à un chargement est présenté par [47-48]. Les premiers défauts sont la microfissuration de la matrice et la décohésion fibre/matrice à l'échelle microscopique. Ensuite, ces défauts s'agrandissent de façon stable à l'échelle du pli par coalescence, les micro-défauts se rejoignent pour former des fissurations transverses.

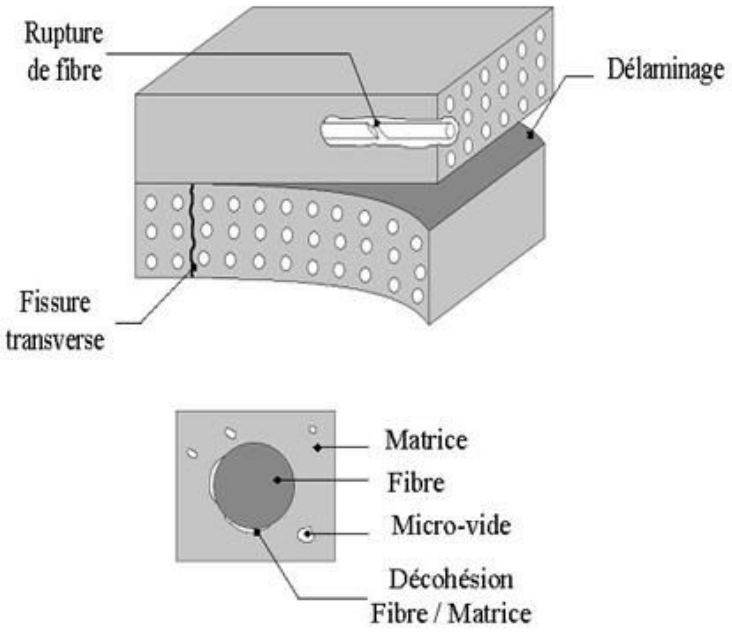


Figure 2.6 Différents modes d'endommagement dans les composites stratifiés à fibres longues

La description de la rupture à l'échelle du pli est, par suite, relativement efficace pour le classement des mécanismes de rupture. Les stratifiés à renforts de fibres longues ont trois types de rupture : rupture intralaminaire, rupture translaminaire et rupture interlaminaire [49]. Ces ruptures sont respectivement appelés fissuration matricielle, rupture des fibres et délaminage.

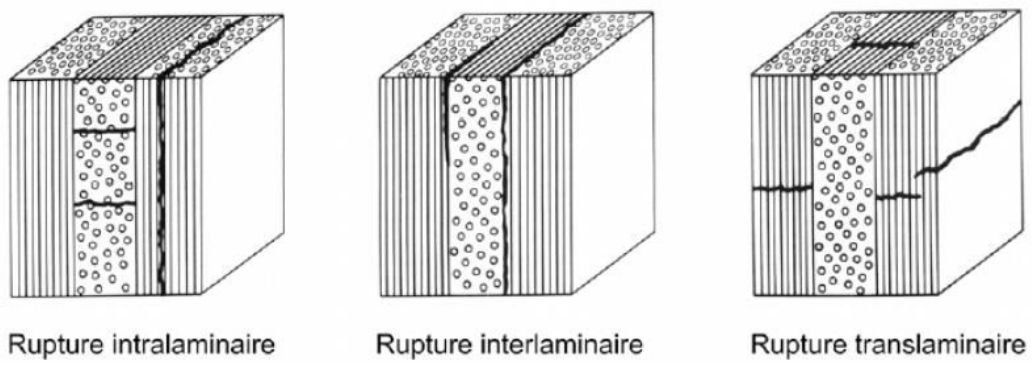


Figure 2.7 Les trois modes de rupture dans un stratifié 0°/90°/0° [50]

Ces trois modes de rupture présentés dans la figure 2.7, définissent le plan de rupture par rapport aux constituants du matériau. La fissuration matricielle se trouve à l'intérieur d'une couche, tandis que la rupture inter-laminaire décrit une rupture entre deux couches de différentes directions. La rupture translaminaire est de direction transverse à l'orientation de fibres dans la couche défectueuse.

2.6.1 Fissuration matricielle (rupture intralaminaire)

La rupture matricielle est due principalement à la faible résistance de la matrice et de l'adhérence entre la matrice et les fibres. Il s'agit de fissures qui traversent toute l'épaisseur des couches. Elle est provoquée par les contraintes dans le plan du stratifié. Une couche se détériore par la contrainte résultante en traction dans la direction normale aux fibres.
Des micro-défauts au sein du matériau (comme le décollement fibre/matrice ou des microfissures de la matrice) peuvent être à l'origine de ces fissures. Normalement, cette fissuration de la matrice se produit bien avant la rupture de fibre.

2.6.2 Rupture de fibre (rupture translaminaire)

Les surfaces fissurées par rupture translaminaire sont marquées par une morphologie rugueuse des bouts de fibres. En effet, la contrainte à la rupture des fibres est plus importante que celle de tous les autres constituants d'un composite stratifié. Par conséquent, ce mécanisme de rupture entraîne souvent la rupture totale du stratifié. La rupture des fibres peut être provoquée par la rupture en traction ou le micro-flambage par compression ou la combinaison de ces deux modes.

2.6.3 Délaminage (rupture inter-laminaire)

En dépit de leurs excellentes propriétés dans le plan, les composites présentent un problème majeur propre aux matériaux réalisés par stratification : le délaminage. Ce type d'endommagement est caractérisé par un décollement ou une décohésion qui se produit au niveau de l'interface entre deux couches ayant différentes directions de fibres. Habituellement, le délaminage est caractérisé par des fissures qui se propagent à l'interface entre plis. La surface délaminée montre, en général, des ruptures de la matrice et des décohésions fibre/matrice. Le délaminage peut être provoqué par des contraintes interlaminaires qui se développent à cause de la discontinuité du comportement mécanique entre les plis individuels [50]. Les délaminages diminuent significativement la stabilité en compression du stratifié. Celui-ci peut donc subir des flambages locaux qui entraînent la propagation des délaminages ou le flambage global conduisant à la rupture finale [51-52].

2.7 Comportement des matériaux composites en présence de délaminage

L'utilisation des matériaux composites dans des structures fonctionnelles nécessite des essais afin d'assurer leur l'intégrité. Ceux-ci consistent à tester la résistance en statique, en fatigue et de déterminer leurs caractéristiques dynamiques. Ces tests sont effectués sur des structures saines et endommagées afin de déterminer la tolérance aux dommages. Celle-ci peut être

définie comme la capacité d'une structure à résister à la rupture en présence de défauts, fissures, ou autres dommages pour un temps spécifié [53]. C'est-à-dire le temps au cours duquel la résistance ou la rigidité de la structure chute à un niveau non acceptable.

La présence d'un endommagement affecte le comportement local et global en statique et en dynamique des matériaux composites. Il peut survenir à la suite d'imperfection dans le processus de fabrication, ou bien résulter des charges externes au cours de la vie opérationnelle suite par exemple à un impact à faible vitesse. Dans cette dernière partie de l'état de l'art, nous proposons une analyse bibliographique du comportement en statique, en fatigue cyclique et en vibration des composites stratifiés en présence d'endommagement.

2.7.1 Comportement en statique

Le premier modèle pour analyser l'effet du délaminage d'une poutre endommagée sollicitée en flexion a été développé par Russel and Street [54]. Cette étude est basée sur la théorie des poutres classiques, appelée aussi théorie de Bernoulli, qui néglige l'effet du cisaillement transverse et l'effet de la singularité au bord de la fissuration.

Plusieurs corrections analytiques de l'analyse par la théorie classique des poutres ont été proposées. Carlson et al [55] ont développé cette étude en utilisant la théorie des poutres du premier ordre, la théorie de Timoshenko, pour tenir compte de l'effet de la déformation par cisaillement. Cependant, l'effet de singularité au bord de la fissuration a été négligé et les solutions trouvées ont donné des résultats différents des valeurs réelles. Carlsson et al. [56] et Whitney et al. [57] ont considéré l'effet de la singularité au bord de la fissuration en utilisant la théorie des plaques en tenant compte de la déformation par cisaillement. Whitney [58] a utilisé la théorie des poutres d'ordre élevé, basée sur le principe variationnelle de Reissner [59], pour analyser l'effet du délaminage dans une poutre en matériau composite sollicitée en flexion trois points. Plus récemment, Prasada et *al* [60] ont utilisé la même démarche dans leur étude pour analyser l'effet du délaminage dans un composite multidirectionnel. Davidson et *al* [61] ont présenté un modèle analytique dans le cas des composites multidirectionnels en utilisant la théorie classique des plaques et la théorie des plaques du premier ordre en contrainte plane ou déformation plane. Corleto et Hogan [62] ont utilisé la superposition du modèle d'une poutre sur une fondation élastique qui fait intervenir l'effet de la déformation au front de la fissuration et la solution de la théorie des poutres de Timoshenko qui fait intervenir l'effet de déformation par cisaillement. Cette démarche a permis aux auteurs d'analyser le comportement des composites en présence de délaminage. Dans ce contexte, une analyse

simplifiée qui utilise la théorie des poutres du première ordre a été adoptée par Ding *et al.* [63]. L'effet du front de la fissuration a été modélisé par une poutre basée sur une fondation élastique. Une constante de correction a été introduite pour décrire l'effet du cisaillement transverse. Ainsi, l'effet de la déformation au niveau du front de fissure semble être le facteur le plus important dans l'évaluation du comportement des composites en flexion en présence de fissure.

2.7.2. Comportement en fatigue

Le comportement en fatigue cyclique des matériaux composites en présence d'une fissuration est très peu traité. Des essais de fatigue en traction sur des éprouvettes composites à base de tissus de fibres de verre présentant un perçage on été entrepris par Xiao et Bathias [64]. Ils ont observé que le comportement en fatigue d'éprouvettes percées fabriquées à partir de tissus de verre pré-imprégnés est gouverné par le comportement en fatigue des fibres. Dans le cas de l'éprouvette trouée, le dommage se développe au bord du trou sous forme d'un blanchiment de résine visible à l'œil nu au cours des cycles de fatigue. Il semble donc utile de connaître le comportement en fatigue des fibres pour tenter d'appréhender le comportement en fatigue de structures ayant un délaminage. L'effet de la longueur de fissure par décohésion sur le comportement en fatigue cyclique des matériaux sandwichs a été analysé dans les travaux d'Idriss *et al*. [65]. La rigidité, les cycles d'hystérésis ainsi que l'amortissement sont déterminés en fonction de la longueur de fissure au cours de la fatigue cyclique du matériau. L'analyse des résultats obtenus révèlent que ces paramètres sont sensibles à la longueur de la fissure et au nombre de cycles de fatigue. Ils ont constaté que la décohésion à l'interface entre la peau et l'âme réduit fortement la durée de vie des matériaux sandwichs.

2.7.3 Comportement en vibration

La présence d'un délaminage affecte le comportement vibratoire des structures composites. Il modifie, la déformée modale, la flexibilité et l'énergie de déformation modale [66]. Plusieurs travaux traitant la vibration des matériaux composites en présence de délaminage sont mentionnés dans l'article de revue de Della et Shu [67]. Des modèles analytiques et numériques sont proposés et l'influence du délaminage sur les fréquences propres, les déformées modales et l'amortissement ont été analysées. L'utilisation des méthodes vibratoires, pour caractériser ce type d'endommagement au sein des composites stratifiés ou pour suivre l'évolution du délaminage, est de plus en plus répandue. Les applications sont diverses et variées. Elles s'étendent de la détection d'endommagements de structures

composite, au suivi de l'état de santé des matériaux composites soumis à des environnements agressifs [68].

Aux vues des nombreux travaux réalisés sur la détection d'endommagements par analyse dynamique, les méthodes vibratoires semblent être des outils très fiables. De nombreuses études sur la caractérisation des matériaux composites, synthétisées par Gibson [69], utilisent l'analyse modale comme outil d'investigation. En effet cette méthode permet d'obtenir, de manière rapide, précise et peu coûteuse, les propriétés mécaniques en termes de rigidité et d'amortissement de ces matériaux.

La première méthode de vibration pour évaluer la présence d'un défaut dans un matériau a été développée par Kulkarni et Frederick [70] qui ont utilisé la fréquence comme indicateur de présence de la fissuration. Ils ont considéré le problème d'un échantillon constitué de couches isotropes ayant un délaminage central. Le délaminage est modélisé comme une région de rigidité réduite. Des résultats très spécifiques ont été obtenus. Dans le travail de Luo et Hanagud [71], un modèle analytique basé sur la théorie des poutres de Timoshenko pour simuler le comportement dynamique des couches délaminées a été proposé. Pour vérifier la validité du modèle, les auteurs ont comparé les résultats de la modélisation avec ceux obtenus expérimentalement. Les fréquences modales sont utilisées en tant que paramètres de diagnostic dans les procédures d'évaluation structurelle. Elles sont considérées comme indicateurs sensibles de l'intégrité structurelle. Diverses méthodes pour détecter des dommages utilisant des fréquences propres sont présentées dans l'article de revue de Salawu [72]. Les facteurs qui pourraient limiter les méthodes de vibration à la détection de dommages et à l'évaluation structurale sont également discutés. Les méthodes vibratoires peuvent être utilisées non seulement pour la détection d'une fissure mais aussi pour déterminer son emplacement et sa taille comme rapporté dans les travaux de Klepka et al [73], Owalabi et al [74] ainsi que Frieden et al [75].

La fissure ou le délaminage dans une structure en composite peut entraîner aussi des variations plus importantes de l'amortissement que celles des fréquences propres. L'observation des variations de l'amortissement peut ainsi fournir un indicateur pertinent de l'endommagement du matériau. Ainsi, Saravanos et Hopkins [76] ont élaboré un modèle analytique pour évaluer l'effet de la taille du délaminage sur l'amortissement des composites stratifiés. Idriss *et al.* [77] ont utilisé la méthode vibratoire pour étudier l'effet de la longueur de fissuration sur l'amortissement modal d'une structure en matériau sandwich. Ils ont constaté que la fréquence propre diminue avec l'augmentation de la longueur de fissure alors que l'amortissement augmente.

Della et Shu [67] ont étudié l'influence de deux délaminages sur la fréquence et la déformée modale d'une poutre isotrope par une étude analytique basée sur la théorie des poutres de Bernoulli. La poutre étudiée est modélisée comme étant un ensemble de poutres qui sont interconnectées entre elles. Le modèle a pris en compte le couplage flexion-traction. Les résultats obtenus par ce modèle sont en bon accord avec les résultats de la littérature et ont permis de vérifier sa validité. L'effet des délaminages multiples sur les deux premiers modes de vibration est déterminé par le modèle analytique proposé par Cho *et al.* [78]. L'étude analytique développée a permis d'analyser le comportement dynamique des poutres composites stratifiées avec plusieurs délaminages. La modélisation par éléments finis de la poutre délaminée est mise en place pour évaluer la validité de l'étude analytique développée. L'analyse des résultats en termes de fréquence propre a permis de démontrer la précision et l'efficacité du model proposé. Dans l'étude de Sunghee *et al.* [79], l'analyse des vibrations libres de poutres composites multicouches délaminées est effectuée. Une formulation analytique est proposée afin d'étudier les effets de ces multiples délaminages sur les caractéristiques dynamiques des poutres composites.

2.7.4. Comportement en vibration non linéaire

Les matériaux désordonnés ou anisotropes comme les roches, les bétons et les composites sont caractérisés par une forte élasticité non-linéaire. La présence de l'endommagement au sein de la structure, fait augmenter considérablement les non linéarités élastiques. Ces non linéarités apparaissent dans les relations contraintes/déformations [80-84]. Différents modèles théoriques décrivant le comportement élastique non linéaire des matériaux ont été présentés dans le travail de Bentaher [85]. De très nombreuses applications potentielles existent en non linéarité élastique, tant pour la caractérisation de fissures macroscopiques que pour l'évaluation de l'endommagement diffus dû à la présence de microfissures. Parmi ces applications, on peut citer : la résonance non linéaire, la génération d'harmoniques, l'auto-modulation, le transfert de la modulation, l'auto-action [86-89].

Il est souvent considéré que la mise en place de l'expérimentation de ces méthodes est relativement simple et d'une grande efficacité pour le contrôle non destructif et le contrôle de santé des matériaux et des structures, notamment instrumentées. Les paramètres non linéaires semblent plus sensibles à la présence de défauts que des paramètres linéaires élastiques (mesurés par exemple par des méthodes acoustiques linéaires) [73].

Meo et *al* [89] ont utilisé des expériences basés sur la méthode de résonance non linéaire afin de détecter des microfissurations et des dommages invisibles dans des composites. La

technique vise à exciter l'échantillon autour de l'un de ses modes de résonance de flexion avec l'augmentation de l'amplitude d'excitation. Les paramètres de résonance non linéaires sont analysés en fonction des amplitudes d'excitation. Idriss *et al*. [77] ont caractérisé le comportement mécanique des sandwichs ayant une fissure par la méthode de résonance linéaire et non linéaire. L'effet de l'endommagement sur les paramètres linéaires et non linéaire est déterminé pour différents modes de vibration du matériau. Ces travaux ont démontré que les paramètres non linéaires sont plus sensibles à l'endommagement que les paramètres linéaires et proposent d'utiliser la méthode de résonance non linéaire comme méthode non destructive pour caractériser l'état de santé des matériaux sandwichs.

2.8 Conclusion et position du problème

De la revue bibliographique présentée, nous retenons que les stratifiés croisés constitués de fibres de verre présentent un endommagement propre à leur architecture : le délaminage. Bien que l'étude des matériaux composites stratifiés a déjà fait l'objet de nombreux travaux, on est encore loin d'avoir abouti à la connaissance totale de leur comportement en présence de ce délaminage. Malgré cela, le comportement des composites stratifiés endommagés est un domaine que beaucoup de chercheurs ont essayé de clarifier. De nombreuses techniques expérimentales et différents modèles analytiques et numériques sont développés, selon le degré de finesse souhaité, pour analyser le comportement des composites stratifiés. L'analyse de la littérature révèle par ailleurs, qu'il existe peu de travaux qui traitent le cas de composite endommagé avec plusieurs délaminages. Ce type de travaux est pourtant justifié car après un impact ou un choc à faible vitesse, le délaminage peut intervenir au niveau de plusieurs interfaces entre plis de différentes directions.

En conclusion de l'état de l'art effectué, l'objectif visé par ce travail consiste à étudier le comportement mécanique en statique, en fatigue et en vibration linéaire et non linéaire du composite en présence de deux délaminages. Cette étude se divise en trois volets :

- Le premier volet est consacré à la caractérisation mécanique des matériaux composites en présence de deux délaminages de longueur variable. Pour cela, une étude théorique et des essais mécaniques en statique monotone et en fatigue cyclique seront menés.
- Le deuxième volet est consacré à une analyse vibratoire des composites stratifiés en présence de deux délaminages de longueur variable. Les fréquences propres et les amortissements mesurés expérimentalement pour les six premiers modes de vibration seront comparés avec ceux obtenus numériquement par la méthode des éléments finis.

- Enfin, la méthode de résonance non linéaire sera mise en place pour la caractérisation du comportement des matériaux composites en présence de deux délaminages. Les décalages fréquentiel et de l'amortissement permettront de déterminer les paramètres non linéaire liés à la réponse élastique et/ou dissipative du composite endommagé.

Les points que nous aborderons peuvent se résumer comme suit :

- Modélisation à l'aide de la théorie de poutres stratifiées du comportement en flexion trois points en présence de deux délaminages superposés, afin de décrire le comportement élastique du composite endommagé.
- Mise en œuvre du composite stratifié avec une séquence d'empilement du $[0_2/90_2]_s$. Cette configuration a fait l'objet de nombreux travaux au laboratoire et permet d'éviter les couplages entre le comportement en membrane et le comportement en flexion du stratifié.
- Etudes expérimentales en flexion 3-points en statique des matériaux composites avec plusieurs longueurs de délaminage, afin d'étudier l'influence de la progression du délaminage sur le comportement du composite.
- Etudes expérimentales en flexion 3-points en fatigue cyclique des matériaux composites pour plusieurs longueurs de délaminage.
- Analyse modale expérimentale des vibrations avec excitation par pot vibrant pour étudier les vibrations des poutres stratifiées en configuration encastrée-libre de poutres saines et endommagées par doubles délaminages.
- Evaluation expérimentale de l'amortissement des matériaux composites sains et endommagés avec plusieurs longueurs de fissures.
- Analyse par éléments finis, en utilisant le code de calcul Nastran, de l'effet de la longueur du délaminage sur les fréquences propres et les amortissements modaux. Afin de fournir un modèle numérique permettant de décrire le comportement dynamique des stratifiés endommagés.
- Mise en place d'une procédure expérimentale par résonance non linéaire pour analyser le comportement des matériaux composites endommagés.
- Analyse expérimentale du comportement vibratoire non linéaire des matériaux composites stratifiés sains et endommagés en utilisant une excitation sinusoïdale de fréquence variable à différentes amplitudes.
- Analyses des paramètres linéaires et non linéaires élastiques et dissipatifs en fonction de la longueur du délaminage, afin de déterminer leur sensibilité à l'endommagement des stratifiés.

Chapitre 3

Modélisation du comportement mécanique d'une poutre en composite stratifié en présence de délaminages

Résumé

Dans ce chapitre, nous présentons un modèle analytique simplifié permettant la caractérisation des propriétés élastiques en statique des composites stratifiés en présence de deux délaminages. Ce modèle est basé sur la théorie des stratifiés dans le cas de la flexion 3-points de poutres. Il s'inspire des travaux développés dans la littérature où la poutre est décomposée en plusieurs régions, et propose une solution qui tient compte de l'effet de la déformation au front de la fissure. Le déplacement en flexion dans chaque région, dans le domaine élastique, est déterminé en fonction de la longueur de fissure. En fin de chapitre, une étude paramétrique est effectuée. On étudie notamment l'influence du rapport des épaisseurs des couches à 0° et 90° du stratifié endommagé sur l'évolution de la rigidité en fonction de la longueur du délaminage.

Chapitre 3

Modélisation du comportement mécanique d'une poutre en composite stratifié en présence de délaminages

3.1 Introduction

L'endommagement des composites stratifiés par délaminage peut se produire dans la phase de fabrication ou dans la phase d'utilisation sous différente types de sollicitation. La présence d'un délaminage est souvent catastrophique pour les structures en terme de tenue mécanique. En effet, il entraine une forte perte de rigidité dans les structures multicouches.

Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'étude du comportement mécanique en statique des composites stratifiés endommagés par délaminage. Ce comportement a été largement étudié dans le cadre de la mécanique de la rupture pour caractériser la résistance au délaminage des matériaux composites. L'approche classique est appelée « ENF test » pour end notched flexure. L'analyse d'une poutre stratifiée en flexion trois points avec un délaminage à une extrémité est proposée par Williams [52]. Cette analyse est basée sur la théorie des poutres. Le taux de restitution d'énergie G est déterminé sans recours au champ de contraintes au front de la fissure. Les poutres en flexion ayant une fissure longitudinale sont analysées en utilisant divers modèles analytiques et en considérant la théorie classique des poutres du premier ordre, du second ordre, ou d'un ordre plus élevé. Wang et Qiao [90] ont développé un modèle de poutre en flexion trois (F3P) constitués de deux matériaux différents séparés par une fissure à une extrémité. Ils ont utilisé un joint flexible pour prendre en considération l'effet de front de la fissure. Pour prendre en compte le cisaillement transverse de la fissure, les auteurs ont introduit une constante de correction par cisaillement. Un modèle de poutre constitué de deux matériaux séparés par une fissure dissymétrique par rapport au plan médian est présenté et analysé par Sundararaman *et al.* [91] en utilisant la théorie classique des poutres. Ce modèle consiste à utiliser un ressort de torsion pour modéliser l'effet des déformations par cisaillement au front de la fissure. D'autres travaux ont utilisé la théorie classique des poutres en décomposant les poutres en plusieurs régions afin de simplifier la modélisation [60-63]. Des facteurs de correction sont employés pour prendre en compte les effets de déformation par cisaillement transverse qui sont négligés dans la théorie des poutres simples.

Nous choisissons d'étudier le comportement d'une poutre en composite stratifié endommagée par deux délaminages superposés. Notre modèle de flexion de la poutre, basé sur la théorie des stratifiés, est développé en présence de délaminages de longueur variable. Les propriétés élastiques peuvent ainsi être déterminées en fonction de la longueur du délaminage à partir de la variation de la flèche et de la charge imposée.

3.2 Comportement élastique d'un matériau composite orthotrope

3.2.1 Relations contraintes-déformations

Il convient dans un premier temps d'introduire la théorie des stratifiés pour pouvoir l'étendre aux cas des composites endommagés par délaminages. Les composites stratifiés sont constitués de couches unidirectionnels de fibres et liés par une matrice. Ces couches possèdent trois plans de symétrie orthogonaux. Le matériau composite a donc un comportement mécanique anisotrope caractérisé par l'existence de directions privilégiées. En élasticité linéaire, ce comportement est défini par la loi de Hooke généralisée à l'aide soit d'une matrice de rigidité [C], soit d'une matrice de souplesse [S], reliant le champ de déformations au champ de contraintes [92]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{66} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix}. \tag{3.1}$$

On écrit aussi sous forme contractée,

$$\{\sigma\} = [C]\{\varepsilon\}. \tag{3.2}$$

Le comportement élastique d'un matériau composite orthotrope est caractérisé par 9 coefficients indépendants. Ces coefficients s'écrivent en fonction des modules de Young, des modules de cisaillement et des coefficients de Poisson.

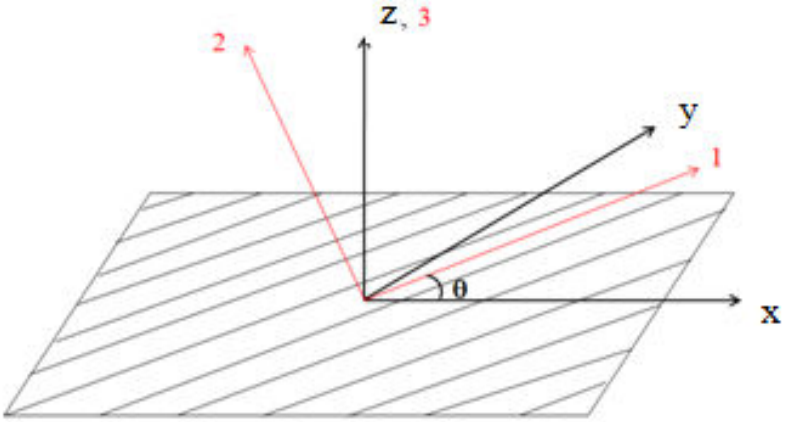


Figure 3.1 Axes principaux 1-2-3 d'une couche de stratifié et axe de référence du stratifié.

Les relations d'élasticités exprimées par l'équation (3.1) sont écrites dans la base (1, 2, 3). L'axe 1 est pris selon la direction des fibres, l'axe 2 est dans le plan des plies et perpendiculaire à la direction 1 et l'axe 3 est perpendiculaire au plan (1, 2). Les axes (1, 2 et 3) sont les axes principaux du matériau (figure 3.1). Nos stratifiés sont élaborés par couches successives, la direction des fibres est décalée d'une couche à l'autre. Pour faire l'étude du comportement de ces stratifiés, il est alors nécessaire de prendre un système d'axes de référence pour l'ensemble du stratifié, et de rapporter le comportement élastique de chaque couche à ce système de référence (x, y, z) (figure 3.1). Les contraintes dans le système d'axe (1, 2 et 3) sont reliées aux contraintes dans le système d'axes de référence à travers la matrice de changement de base [T] par la relation suivante :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}. \tag{3.3}$$

La matrice de transformation ou de changement de base s'écrit :

$$[T]=\begin{Bmatrix} \cos^2\theta & \sin^2\theta & 0 & 0 & 0 & -\cos\theta\sin\theta \\ \sin^2\theta & \cos^2\theta & 0 & 0 & 0 & \cos\theta\sin\theta \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\theta & \sin\theta & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 2\cos\theta\sin\theta & -2\cos\theta\sin\theta & 0 & 0 & 0 & \left(\cos^2\theta-\sin^2\theta\right) \end{Bmatrix}. \tag{3.4}$$

On introduit une simplification, dans le cadre de la théorie des plaques, faisant l'hypothèse que les contraintes normales σ_{zz} sont négligeables dans le volume de la plaque par rapport aux autres composantes :

$$\sigma_{zz}=0. \tag{3.5}$$

La relation contrainte-déformation dans le repère de référence, pour une couche orthotrope avec une orientation quelconque θ, s'écrit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}=\begin{bmatrix} \bar{C}_{11} & \bar{C}_{12} & 0 & 0 & 2\bar{C}_{16} \\ \bar{C}_{12} & \bar{C}_{22} & 0 & 0 & 2\bar{C}_{26} \\ 0 & 0 & 2\bar{C}_{44} & 2\bar{C}_{45} & 0 \\ 0 & 0 & 2\bar{C}_{45} & 2\bar{C}_{55} & 0 \\ \bar{C}_{16} & \bar{C}_{26} & 0 & 0 & 2\bar{C}_{66} \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{xy} \end{Bmatrix}. \tag{3.6}$$

Dans la relation contrainte-déformation (3.6), les coefficients $\bar{C}_{11}\ldots.\bar{C}_{66}$ sont les coefficients de rigidités rapportés aux axes de référence du matériau.

3.2.2 Théorie des stratifiés

La théorie des stratifiés permet de décrire avec une bonne précision les champs des contraintes et de déformations dans les matériaux composites stratifiés minces. Cette théorie fut développée par J. Whitney *et al.* [93]. Elle décrive de la théorie de Kirchhoff en tenant compte du phénomène du cisaillement transverse [94]. Une droite normale au plan moyen d'un stratifié reste droite mais pas nécessairement normale à la déformée du plan moyen. Cette théorie est utilisée dans le cas de flexion des stratifiés pour caractériser le comportement des composites et suppose plusieurs hypothèses :

- Les déplacements sont faibles par rapport à l'épaisseur de la poutre.
- Toutes les couches sont supposées bien collées.

- Chaque couche est constituée d'un matériau homogène orthotrope et présente un comportement linéaire élastique.

-Tous les chargements sont considérés statiques.

-Les contraintes normales perpendiculaires à la surface moyenne σ_{zz} sont négligées dans les relations de contrainte-déformation par rapport aux autres contraintes.

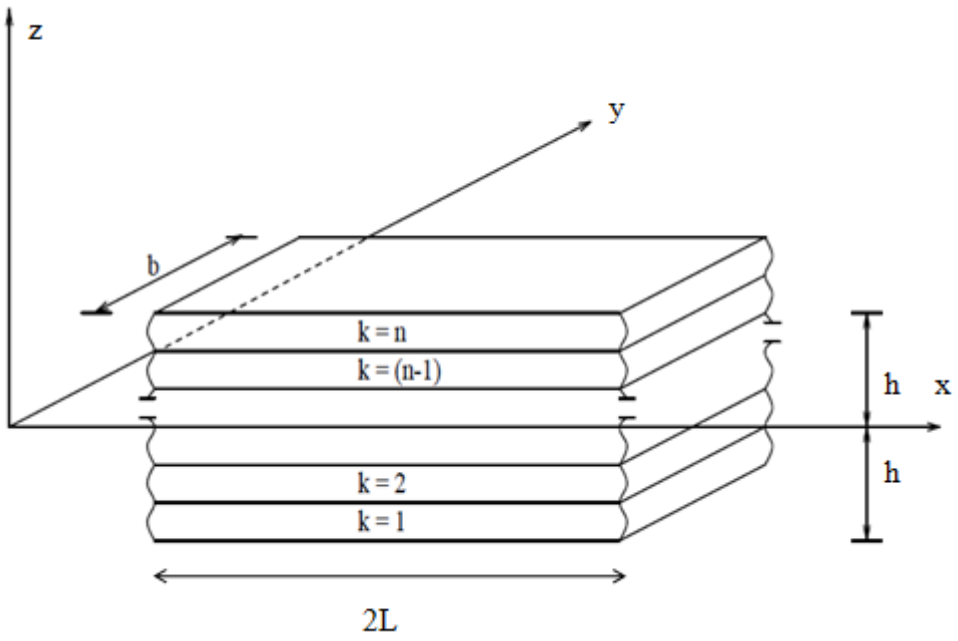


Figure 3. 2 Section de plaque stratifiée

- **Champ des déplacements**

On considère une plaque de composite stratifié de longueur *2L,* d'épaisseur *2h* et de largeur *b* (figure 3.2). En utilisant un schéma de premier degré, le champ des déplacements s'écrit :

$$\begin{aligned} u(x,y,z) &= u_0(x,y) + z\psi_x(x,y) \\ v(x,y,z) &= v_0(x,y) + z\psi_y(x,y) \\ w(x,y,z) &= w_0(x,y) \end{aligned} \tag{3.7}$$

où u_0 et v_0 sont les déplacements dans le plan (x, y), w_0 est le déplacement transverse, ψ_x et ψ_y sont les rotations suivant x et y.

- **Champ des déformations**

Le champ des déformations est déduit du champ des déplacements par dérivation :

$$
\begin{aligned}
\varepsilon_{xx} &= \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{\partial u_0}{\partial x} + z\frac{\partial \psi_x}{\partial x} \\
\varepsilon_{yy} &= \frac{\partial v}{\partial y} = \frac{\partial v_0}{\partial y} + z\frac{\partial \psi_y}{\partial y} \\
\varepsilon_{zz} &= \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\partial w_0}{\partial z} = 0 \\
\gamma_{yz} &= 2\varepsilon_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} = \psi_y + \frac{\partial w_0}{\partial y} \\
\gamma_{xz} &= 2\varepsilon_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} = \psi_x + \frac{\partial w_0}{\partial x} \\
\gamma_{xy} &= 2\varepsilon_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} = \left(\frac{\partial u_0}{\partial y} + \frac{\partial v_0}{\partial x}\right) + z\left(\frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x}\right)
\end{aligned}
\tag{3.8}
$$

- **Champ des contraintes**

Le champ de contraintes pour chaque couche orthotrope est déduit du champ de déformations à partir de la relation contrainte/déformation (3.6).

3.3 Comportement d'une poutre en stratifié

Nous ramenons le problème à une analyse en une seule dimension par une réduction symétrique, afin de simplifier le calcul de la résistance d'une poutre. La théorie des poutres considère en effet que la longueur *2L* est très grande devant l'épaisseur *2h* et la largeur *b* de la poutre (figure 3.3). Puis, nous suivons la démarche de Whitney [93] pour déterminer les équations constitutives d'une poutre stratifiée.

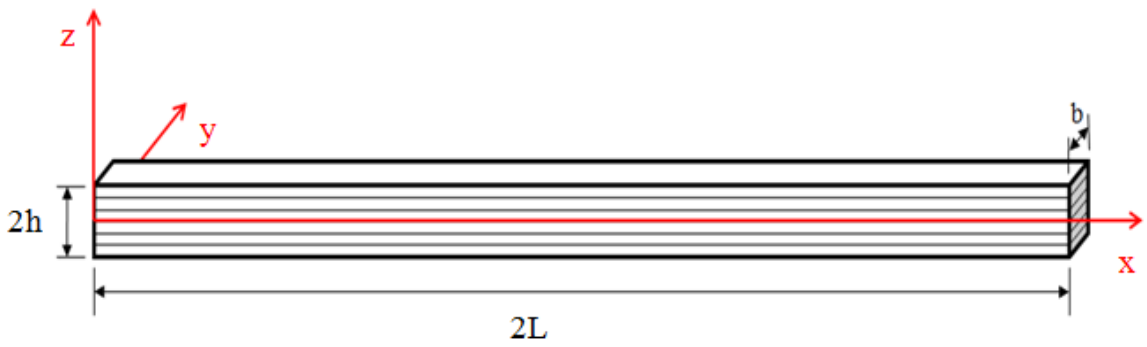


Figure 3.3 Elément de poutre en matériau composite

Les équations (3.7) du champ des déplacements se réduisent à :

$$u(x,z) = u_0(x) + z\psi_x(x) \tag{3.9}$$

$$w(x,z) = w_0(x) \tag{3.10}$$

Les équations du champ des déformations (3.8) se réduisent à :

$$\varepsilon_{xx} = \frac{du_0}{dx} + z\frac{d\psi_x}{dx} \tag{3.11}$$

$$\gamma_{xy} = \frac{dw_0}{dx} + \psi_x. \tag{3.12}$$

Le champ des contraintes se déduit de l'équation (3.6) comme suit :

$$\sigma_{xx} = \bar{Q}_{11}\varepsilon_{xx} \tag{3.13}$$

$$\tau_{xz} = \bar{Q}_{55}\gamma_{xz} \tag{3.14}$$

où dans le cas des déformations planes

$$\bar{Q}_{11} = \bar{C}_{11} \tag{3.15}$$

$$\bar{Q}_{55} = \bar{C}_{55}. \tag{3.16}$$

Moyennant nos hypothèses, l'énergie de déformation des poutres stratifiées s'écrit :

$$U = \frac{1}{2}b\int_x \left[\sum_{k=1}^{n}\int_{t_{k-1}}^{t_k}(\sigma_{xx}\varepsilon_{xx} + \tau_{xz}\gamma_{xz})dz\right]dx \tag{3.17}$$

où t_k et t_{k-1} sont les épaisseurs des couches et sont définies dans la (figure 3.5).

Considérons une poutre en stratifié sollicitée sous des déformations virtuelles $\delta\varepsilon$ et $\delta\gamma$. La variation de l'énergie de déformation peut être écrite, conformément à l'expression (3.17) sous la forme suivante :

$$\delta U = b\int_x \left[\sum_{k=1}^{n}\int_{t_{k-1}}^{t_k}(\sigma_{xx}\delta\varepsilon_{xx} + \tau_{xz}\delta\gamma_{xz})dz\right]dx \tag{3.18}$$

Le travail des forces extérieures et de la force de la traction de la surface tendue de la poutre s'écrit :

$$W = b\int_x(-qu_0 + \frac{1}{2}qh\psi_x)dx + b\sum_{k=1}^{n}\int_{t_{k-1}}^{t_k}\left[\bar{\sigma}_{xx}(u_0 + z\psi_x) + \bar{\tau}_{xz}w_0\right]dz\Big|_{x_d}^{x_g} \tag{3.19}$$

où q est la force résultante de traction au niveau de la surface tendue de la poutre, $\bar{\tau}_{xz}$ et $\bar{\sigma}_{xx}$ sont les contraintes extérieures, au niveau de la surface tendue et $\bar{\tau}_{xz} = q$ (figure 3.4). x_g et x_d présentent respectivement le coordonnées des extrémités gauche et droite de la poutre.

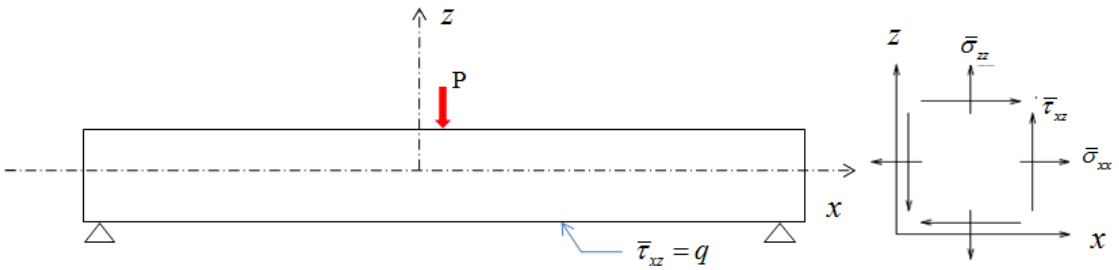


Figure 3.4 Analyse des contraintes dans la poutre

La variation du travail des forces extérieures et de la force de traction sous l'action des déplacements virtuels s'écrit :

$$\delta W = b\int_x (-q\delta u_0 + \frac{1}{2}qh\delta\psi_x)dx + b\sum_{k=1}^{n}\int_{t_{k-1}}^{t_k}\left[\bar{\sigma}_{xx}(\delta u_0 + z\delta\psi_x) + \bar{\tau}_{xz}\delta w_0\right]dz\Big|_{x_d}^{x_g} \tag{3. 20}$$

L'énergie potentielle totale s'écrit :

$$\Pi = U - W \tag{3.21}$$

Le principe d'énergie potentielle minimale est utilisé pour fournir les équations fondamentales et qui doivent vérifier les conditions aux limites associées au champ des déplacements (3.9) et (3.10) et au champ des contraintes (3.13 et 3.14). Le principe de l'énergie potentielle minimale s'écrit :

$$\delta\Pi = \delta U - \delta W = 0 \tag{3.22}$$

En introduisant les équations (3.18) et (3.20) dans (3.22), le principe de l'énergie potentielle minimale s'écrit :

$$\begin{aligned}\delta\Pi = {} & b\int_x\left[\sum_{k=1}^{n}\int_{t_{k-1}}^{t_k}(\sigma_{xx}\delta\varepsilon_{xx} + \tau_{xz}\delta\gamma_{xz})dz\right]dx \\ & -b\int_x(-q\delta u_0 + \frac{1}{2}qh\delta\psi_x)dx \\ & -b\sum_{k=1}^{n}\int_{t_{k-1}}^{t_k}\left[\bar{\sigma}_{xx}(\delta u_0 + z\delta\psi_x) + \bar{\tau}_{xz}\delta w_0\right]dz\Big|_{x_d}^{x_g} = 0\end{aligned} \tag{3.23}$$

En introduisant les équations (3.12), (3.13) et (3.14) dans l'équation (3.23) on obtient :

$$-\int_x \left\{ \left(\frac{dN_{xx}}{dx} + bq \right) \delta u_0 + \frac{dQ_{xz}}{dx} \delta w_0 + \left(\frac{dM_{xx}}{dx} + bq - Q_{xz} \right) \delta \psi_x \right\} dx$$
$$+ \left(N_{xx} - \bar{N}_{xx} \right) \delta u_0 \Big|_{x_d}^{x_g} + \left(Q_{xz} - \bar{Q}_{xz} \right) \delta w_0 + \left(M_{xx} - \bar{M}_{xx} \right) \delta \psi_x \Big|_{x_d}^{x_g} = 0 \tag{3.24}$$

où N_{xx}, M_{xx} et Q_{xz} sont les résultantes des contraintes internes et $\bar{N}_{xx}, \bar{M}_{xx}$ et $\bar{Q}_{xz}$ sont les résultantes des contraintes extérieures définies comme suite :

$$N_{xx} = b \sum_{k=1}^{n} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \sigma_{xx} dz \tag{3.25}$$

$$M_{xx} = b \sum_{k=1}^{n} \int_{t_{k-1}}^{t_k} z \sigma_{xx} dz \tag{3.26}$$

$$Q_{xz} = b \sum_{k=1}^{n} \int_{t_{k-1}}^{t_k} \tau_{xz} dz \tag{3.27}$$

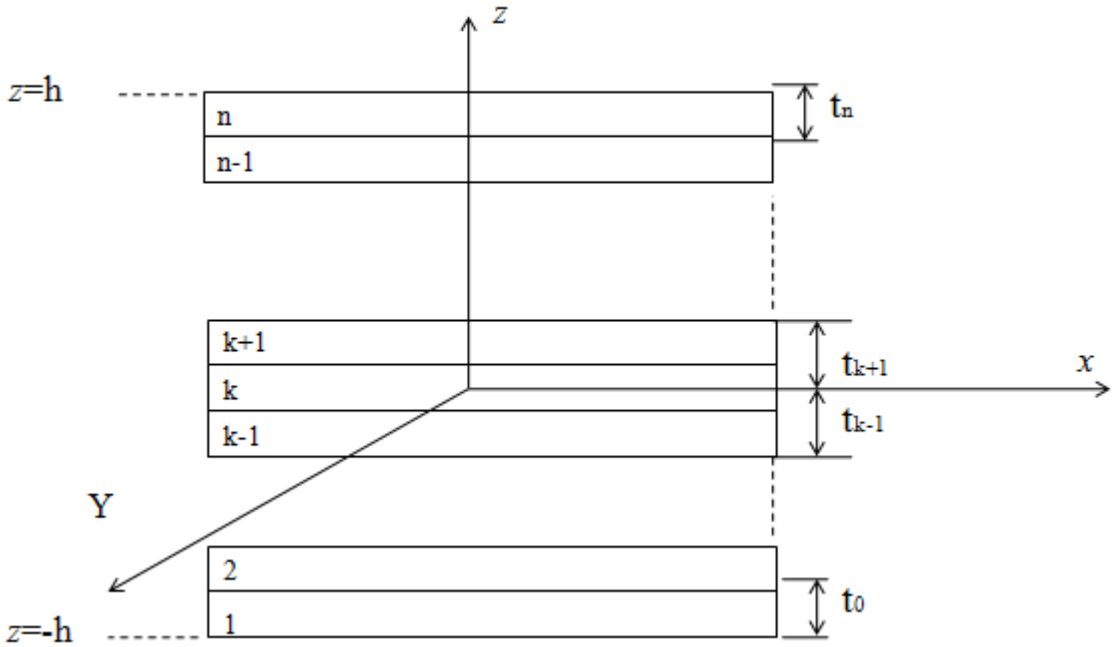


Figure 3.5. Section d'une poutre stratifiée

Dans l'équation (3.24), les variations δu_0, $\delta \psi_x$ et δw_o sont arbitraires. Les conditions d'équilibre permettent d'écrire :

$$\frac{dN_{xx}}{dx} + bq = 0 \tag{3.28}$$

$$\frac{dQ_{xz}}{dx} = 0 \tag{3.29}$$

$$\frac{dM_{xx}}{dx} - Q_{xz} + bq = 0 \tag{3.30}$$

La résultante en traction N_{xx}, la résultante en cisaillement Q_{xz} et le moment fléchissant M_{xx} sont données par :

$$N_{xx} = A_{11}\frac{du_0}{dx} + B_{11}\frac{d\psi_x}{dx} \tag{3.31}$$

$$M_{xx} = B_{11}\frac{du_0}{dx} + D_{11}\frac{d\psi_x}{dx} \tag{3.32}$$

$$Q_{xz} = A_{55}\left(\frac{dw_0}{dx} + \psi_x\right) \tag{3.33}$$

où les termes de rigidité : A_{11}, B_{11}, D_{11} et A_{55} sont définis comme suit dans [1] :

$$\left[A_{11}, B_{11}, D_{11}\right] = b\sum_{k=1}^{n}\int_{t_{k-1}}^{t_k}\bar{Q}_{11}\left[1, z, z^2\right]dz \tag{3.34}$$

$$A_{55} = b\sum_{k=1}^{n}\int_{t_{k-1}}^{t_k}\bar{Q}_{55}dz \tag{3.35}$$

3.4 Modélisation du comportement mécanique d'une poutre stratifiée en présence de délaminages

Nous proposons d'étendre la théorie décrite précédemment aux cas de poutres stratifiées en présence de délaminages. Les poutres étudiées sont en composite stratifié symétrique avec deux délaminages symétriques par le plan moyen et de longueur variable. Ces poutres sont soumises à la flexion trois points (figure 3.6). La modélisation ainsi mise en place permettra d'évaluer la variation de la flèche en fonction de la charge imposée pour différentes longueurs de délaminage. Les résultats obtenus par cette modélisation seront comparés à ceux obtenus expérimentalement dans le cas de la flexion 3-points.

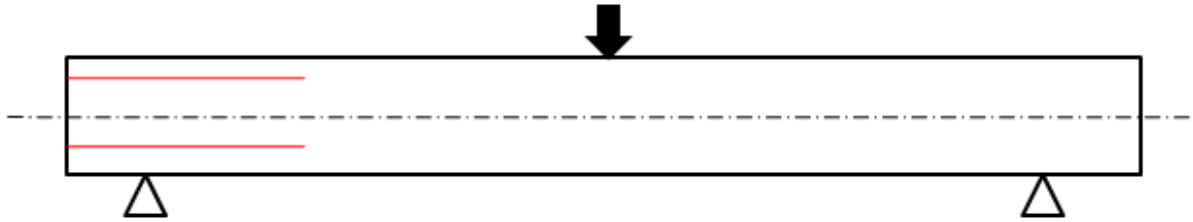


Figure 3.6 Poutre en composite endommagée par délaminages sollicitée en flexion 3 points

Dans ce modèle, nous proposons de ne considérer que la moitié de la poutre, vue la symétrie de la structure. La poutre en composite avec deux délaminages et le modèle d'analyse avec une demi-poutre sont présentés dans la figure 3.7. On admet que chaque moitié de la poutre supporte la même charge. La charge imposée au niveau des deux appuis de la demi-poutre est égale à *P*/4. La charge imposée au centre est de *P*/2.

Au niveau de la surface médiane on a une contrainte de cisaillement τ_0 due à l'antisymétrie des efforts de traction et compression par rapport au plan neutre de la poutre. La contrainte de cisaillement est calculée par la théorie des poutres de Timoshenko [95] :

$$\tau_0 = \frac{3P}{8hb} \tag{3.36}$$

où *P* est la charge appliqué, *h* est l'épaisseur et *b* est la largeur de la demi-poutre. La poutre à modéliser comporte une partie endommagée par délaminage et une partie non endommagée. La pointe de fissure de la zone endommagée est particulièrement importante dans l'analyse linéaire élastique, parce qu'elle affecte la déformation de la poutre. Cette zone est modélisée par une poutre basée sur une fondation de ressort élastique comme évoqué dans la (figure.3.7). Le ressort de fondation est considéré parfaitement élastique, et il existe une contrainte de cisaillement (τ_0) distribuée au niveau de la fondation élastique. Par la suite, la demi-poutre est décomposée en 4 régions suivant la longueur (figure. 3.7) :

- la première région représente la zone endommagée par délaminage,
- la deuxième est consacrée à la partie de la fondation élastique,
- la troisième et la quatrième sont les parties saines de la poutre.

Les déplacements des différentes régions sont gouvernés par les équations differentielles obtenues par l'équilibre de chaque région. La résolution consiste à integrer ces equations différentielles. Les constantes d'integration sont déterminées à partir des conditions aux

limites et de continuités. Une attention particuliére est apportée sur les conditions de continuité au niveau du front du délamiange. Une fois la solution obtenue, la flèche de la poutre est déterminée en fonction de la charge appliquée pour differentes longueurs du délaminage. Le modèle proposé est inspiré des travaux antérieurs sur la mécanique de la rupture des matériaux orthotropes [60-63]. La rupture sous chargement statique du matériau composite a été largement étudiée par plusieurs auteurs. Par contre, le comportement en statique du matériau composite en présence d'une fissure n'a pas encore reçu suffisamment d'attention. Dans la partie suivante nous nous sommes intéressés à l'étude de la région de la fondation élastique.

3.4.1 Fondation élastique

La méthode d'analyse la plus simple pour modéliser une poutre en flexion ayant une fissure longitudinale est d'appliquer la théorie classique des poutres. Cependant, le matériau au niveau du front de la fissure n'est pas rigide, particulièrement dans le cas des matériaux composites où la rigidité transversale et en cisaillement sont très faibles par rapport à la rigidité longitudinale. La poutre présente une déformation par cisaillement et une rotation du coté de la fissure.

L'effet de la déformation au front de la fissure a été initialement étudié par Kanninen [96] pour les matériaux isotropes dans le cadre de la mécanique de la rupture en mode I du délaminage. La partie saine est modélisée par une poutre montée sur une fondation élastique, appelée fondation de Winkler. Le model de Kanninen [96] donne un excellent accord avec les résultats numériques et expérimentaux. Ce modèle a été largement utilisé postérieurement. Par exemple, Williams [97] a utilisé cette méthode dans le cas de l'analyse des matériaux composites. Dans le cadre de la mécanique de la rupture en mode II du délaminage, il a tenue compte de la déformation transversale et de la rotation à l'extrémité. Yamada [98] a introduit dans le modèle de Kanninen [96] la déformation plastique du front de la fissure. La fondation de Winkler est montée sur une zone parfaitement élastique au niveau du front de la fissure. Cependant, tous les travaux précédents ont abouti à une relation plus précise entre l'énergie critique de déformation et la force appliquée dans le cas de l'essai mécanique de la rupture.

La contrainte de cisaillement d'une poutre sur une fondation élastique est donnée par Kanninen [96]:

$$\tau(x) = kG_{12}\frac{dw}{dx} \tag{3.37}$$

où G_{12} est le coefficient de cisaillement du matériau composite, k est le coefficient de correction de cisaillement. Ce coefficient est utilisé pour compenser la distribution non uniforme de la contrainte et de la déformation par cisaillement sur toute la section transversale de la poutre. Pour un matériau isotrope, Kanninen [96] a utilisé l'expression de k introduite par Cowper [99] :

$$k = \frac{10(1+v)}{12+11v} \tag{3.38}$$

où v est le coefficient de Poisson. Dans ce cas, k est très proche de la valeur classique 5/6. Même si le choix de cette valeur est un peu arbitraire, elle était justifiée par l'excellent accord avec les résultats obtenus par éléments finis. Williams [97] a suggéré une modification k pour obtenir une valeur plus précise pour des matériaux orthotropes. Ding et Kortschot [63] ont utilisé la valeur du coefficient de correction par cisaillement classique, ils ont démontré que cette valeur est la plus convenable dans le cas des matériaux composites.

3.4.2 Equation de déplacement

Dans le cadre de notre analyse, nous proposons d'utiliser le concept de fondation élastique pour étudier le comportement élastique d'un matériau stratifié multicouches avec délaminage. On vise ici à déterminer la déformation (flèche) en fonction de la charge appliquée et de la longueur du délaminage. Le modèle proposé, est basé sur la configuration de l'essai de mécanique de la rupture en mode II appelé ENF (End Notched Flexure). La théorie des poutres stratifiées est appliquée pour produire une solution simplifiée. La déformation du front de délaminage est intégrée à la solution en supposant que la partie à coté du délaminage repose sur un ressort élastique linéaire. Le coefficient de correction de cisaillement k est intégré.

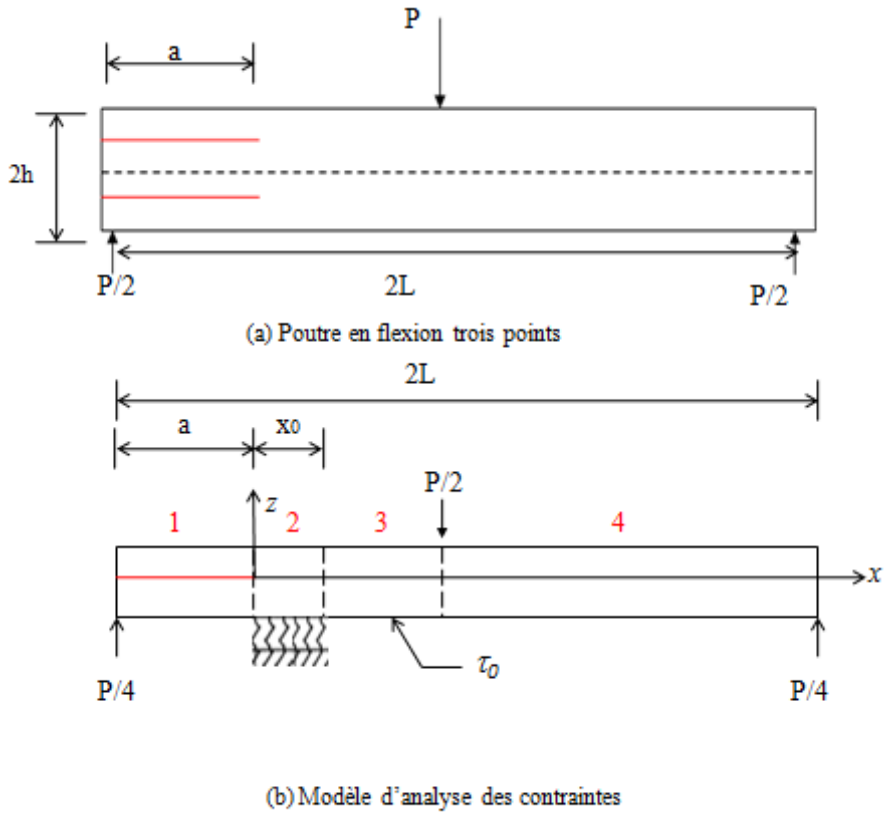


Figure 3.7 Poutre en flexion 3-points et son modèle d'analyse des contraintes

Les équations d'équilibres des régions 1, 2, 3 et 4 sont obtenues en utilisant les équations (3.30), (3.31) et (3.32). Dans le cas de la théorie classique des poutres où $\psi_x = -\frac{dw_0}{dx}$ l'équation (3.30) s'écrit :

$$\frac{dM_{xx}}{dx} + bq = 0. \tag{3.39}$$

Au niveau du plan moyen, où z=–h/2, le déplacement est nul ($U(x, z=-h/2)=0$). Dans ce cas, le déplacement dans ce plan u_0 s'écrit :

$$u_0 = \frac{h}{2}\psi_x. \tag{3.40}$$

En introduisant l'expression du moment (éq. (3.32)) dans l'équation (3.39) on obtient :

$$\left(D_{11} + B_{11}\frac{h}{2}\right)\frac{d^2\psi_x}{d^2x} + bq = 0 \tag{3.41}$$

L'équation d'équilibre d'une poutre en composite unidirectionnel est définie alors par la relation suivante :

$$\frac{d^3 w_0}{d^3 x} = bq \frac{1}{\left(D_{11} + B_{11}\frac{h}{2}\right)}. \tag{3.42}$$

Pour les régions 1, 3 et 4, les équations d'équilibres permettent d'écrire :

$$\frac{d^3 w_0^{(1)}}{dx^3} = \frac{1}{\left(B_{11}\frac{h}{2} + D_{11}\right)}\left(\frac{P}{4} - \frac{3P}{8h}\frac{h}{2}\right) \text{ pour } -a<x<0 \tag{3.43}$$

$$\frac{d^3 w_0^{(3)}}{dx^3} = \frac{1}{\left(B_{11}\frac{h}{2} + D_{11}\right)}\left(\frac{P}{4} - \frac{3P}{8h}\frac{h}{2}\right) \text{ pour } x0<x<L-a \tag{3.44}$$

$$\frac{d^3 w_0^{(4)}}{dx^3} = \frac{1}{\left(B_{11}\frac{h}{2} + D_{11}\right)}\left(-\frac{P}{4} + \frac{3P}{8h}\frac{h}{2}\right) \text{ pour } L-a<x< 2L-a. \tag{3.45}$$

L'équation d'équilibre pour la région 2 est obtenue en utilisant l'expression (3.37)

$$\frac{d^3 w_0^{(2)}}{dx^3} = \frac{1}{\left(B_{11}\frac{h}{2} + D_{11}\right)}\left(\frac{P}{4} + \frac{dw_0^{(2)}}{dx} kG_{12} b2m\frac{h}{2}\right) \text{ pour } 0<x<x0 \tag{3.46}$$

où $w_0^{(1)}$, $w_0^{(2)}$, $w_0^{(3)}$ et $w_0^{(4)}$ sont les déplacements au niveau du plan médian de la poutre des régions respectivement 1, 2, 3 et 4 suivant l'axe *z*, *k* et *m* sont respectivement le facteur de correction et la constante de cisaillement du ressort, x_0 est la longueur du ressort élastique qui sera déterminée par procédure itérative développée sous Matlab.

Le facteur de cisaillement du ressort *m* est relié à l'épaisseur de la fondation élastique de la demi-section. Dans son travail pour la détermination du taux de restitution d'énergie, Ding [63] a fixé le coefficient de correction du cisaillement k = 5/6 et m=1,75. Ce sont ces valeurs qui seront utilisées dans le cadre de la présente analyse.

Intégration

En considérant les conditions aux limites des deux extrémités de la poutre, où les moments fléchissant sont nulles.

Pour $x=-a$

$$\frac{d^2 w_0^{(1)}}{d^2 x} = 0 \tag{3.47}$$

Pour $x=2L-a$
$$\frac{d^2 w_0^{(4)}}{d^2 x} = 0 \tag{3.48}$$

Les solutions des équations différentielles (3.43), (3.44), (3.45) et (3.46) pour toutes les régions sont obtenues par intégration et peuvent ainsi s'écrire sous la forme suivante :

$$w_0^{(1)} = \frac{1}{\left(B_{11}\frac{h}{2} + D_{11}\right)}\left(\frac{P}{96}x^3 + \frac{Pa}{32}x^2 + C_1 x + C_2\right) \tag{3.49}$$

$$w_0^{(2)} = \frac{1}{\left(B_{11}\frac{h}{2} + D_{11}\right)}\left(C_3\, cosh(\alpha x) + C_4\, sinh(\alpha x) - \frac{P}{4}\frac{1}{\alpha^2}x + C_5\right) \tag{3.50}$$

$$w_0^{(3)} = \frac{1}{\left(B_{11}\frac{h}{2} + D_{11}\right)}\left(\frac{P}{96}x^3 + C_6 x^2 + C_7 x + C_8\right) \tag{3.51}$$

$$w_0^{(4)} = \frac{1}{\left(B_{11}\frac{h}{2} + D_{11}\right)}\left(-\frac{P}{96}x^3 + \frac{P}{32}(2l-a)x^2 + C_9 x + C_{10}\right) \tag{3.52}$$

où α est défini comme suit :

$$\alpha = \sqrt{\frac{kG_{12}b(mh)}{\left(B_{11}\frac{h}{2} + D_{11}\right)}}. \tag{3.53}$$

Les solutions des équations (3.49) à (3.52) permettent de décrire la déformation totale de la poutre continue. Les constantes d'intégration doivent satisfaire la continuité de la déformation et d'équilibre entre les différentes régions de la poutre. Ces conditions de continuité permettent donc de déterminer les constantes d'intégration dans chaque région.

Les constantes d'intégration C_1 à C_{10} ainsi que x_0 seront déterminées dans le paragraphe suivant.

3.4.3 Conditions de continuité

Entre les différentes zones c'est-à-dire pour $x=0$, $x=x_0$ et $x=L-a$, nous avons la continuité de déplacement selon l'axe z, la continuité des déformations et la continuité des moments fléchissants, ce qui permet d'écrire les équations suivantes :

Pour $x=0$

$$w_0^{(1)} = w_0^{(2)} \tag{3.54}$$

$$\frac{dw_0^{(1)}}{dx} = \frac{dw_0^{(2)}}{dx} \tag{3.55}$$

$$\frac{d^2w_0^{(1)}}{d^2x} = \frac{d^2w_0^{(2)}}{d^2x} \tag{3.56}$$

Pour $x=x_0$

$$w_0^{(2)} = w_0^{(3)} \tag{3.57}$$

$$\frac{dw_0^{(2)}}{dx} = \frac{dw_0^{(3)}}{dx} \tag{3.58}$$

$$\frac{d^2w_0^{(2)}}{d^2x} = \frac{d^2w_0^{(3)}}{d^2x} \tag{3.59}$$

Pour $x=L-a$

$$w_0^{(3)} = w_0^{(4)} \tag{3.60}$$

$$\frac{dw_0^{(3)}}{dx} = \frac{dw_0^{(4)}}{dx} \tag{3.61}$$

$$\frac{d^2w_0^{(3)}}{d^2x} = \frac{d^2w_0^{(4)}}{d^2x} \tag{3.62}$$

En outre, le déplacement nul est imposé pour $x=L-a$, ce point est ainsi défini comme l'origine de référence pour l'ensemble de la poutre.

$$w_0^{(3)} = w_0^{(4)} = 0 \tag{3.63}$$

Une autre condition de continuité qui s'ajoute, est la continuité de contrainte de cisaillement pour $x=x_0$. En effet, la contrainte maximale de cisaillement dans la fondation élastique est égale à la contrainte de cisaillement dans la poutre. Elle est donnée par :

$$\tau\left(x_0\right) = \tau_0 = \frac{3P}{8bh} \tag{3.64}$$

3.4.4 Résolution

L'application d'une charge au milieu de la poutre génère des déformations différentes au niveau des deux extrémités. Pour calculer la déformation totale, nous avons choisi le centre de la poutre comme origine du repère globale.

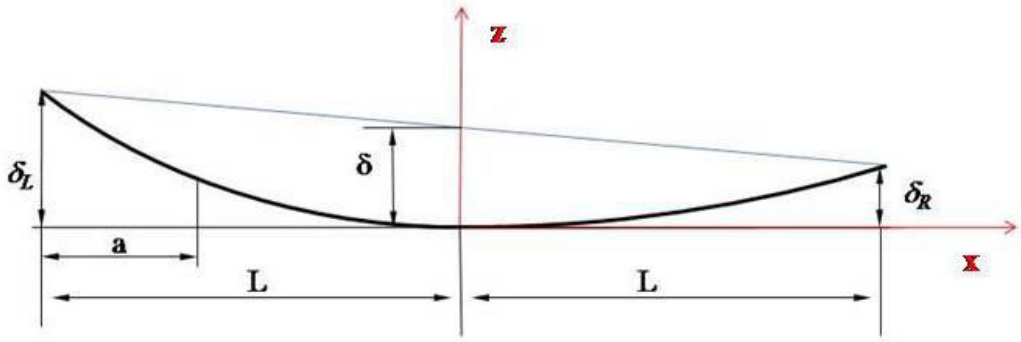


Figure 3.8 Présentation de la flèche

Comme présenté dans la figure 3.8, le déplacement (ou la flèche) au centre peut être exprimé comme suit.

$$\delta = \frac{\delta_L + \delta_R}{2} = \frac{w_0^{(1)}\left(-a\right) + w_0^{(4)}\left(2L - a\right)}{2} \tag{3.65}$$

En introduisant les relations (3.49) à (3.52) dans les conditions de continuité (3.54) à (3.63) aux équations, nous obtenons le système d'équations suivant :

$$C_2 = C_3 + C_5 \tag{3.66}$$

$$C_1 = \alpha C_4 - \frac{P}{4\alpha^2} \tag{3.67}$$

$$C_3 = \frac{Pa}{16\alpha^2} \tag{3.68}$$

$$\frac{P}{96}x_0^3 + C_6 x_0^2 + \frac{P}{4\alpha^2}x_0 + C_7 x_0 - C_5 + C_8 = C_3\, cosh(\alpha x_0) + C_4\, sinh(\alpha x_0) \tag{3.69}$$

$$\frac{P}{32}x_0^2 + \frac{P}{4\alpha^2} + 2C_6 x_0 + C_7 = \alpha C_3\, sinh(\alpha x_0) + \alpha C_4\, cosh(\alpha x_0) \tag{3.70}$$

$$\frac{P}{16}x_0 + 2C_6 = \alpha^2 C_3\, cosh(\alpha x_0) + \alpha^2 C_4\, sinh(\alpha x_0) \tag{3.71}$$

$$C_8 = C_{10} + (C_9 - C_7)(L-a) - C_6(L-a)^2 - \frac{P}{96}(L-a)^2(4L-a) \tag{3.72}$$

$$C_9 = C_7 + 2C_6(L-a) - \frac{P}{16}L(L-a) \tag{3.73}$$

$$C_6 = \frac{Pa}{32} \tag{3.74}$$

L'équation (3.64) donne :

$$\frac{P}{4}\left(1 + \frac{3m}{2}\right) = \alpha^3 C_3\, sinh(\alpha x_0) + \alpha^3 C_4\, cosh(\alpha x_0) \tag{3.75}$$

La résolution de ce système d'équations permet de déterminer les constantes de C_1 à C_{10} ainsi que x_0. Notons que la première étape, pour la résolution du système, consiste à déterminer les constantes x_0 et C_4 à partir des équations (3.71) et (3.75). Ces constantes ont été déterminées numériquement sous Matlab par une procédure itérative (figure. 3.9) pour différentes longueurs de délaminage. En effet, x_0 est la valeur de la longueur du ressort. Cette valeur dépend de la longueur de délaminage initiale. A partir de la valeur de x_0, nous avons déterminé les autres constantes. La figure 3.9 illustre la méthode itérative utilisée pour la modélisation.

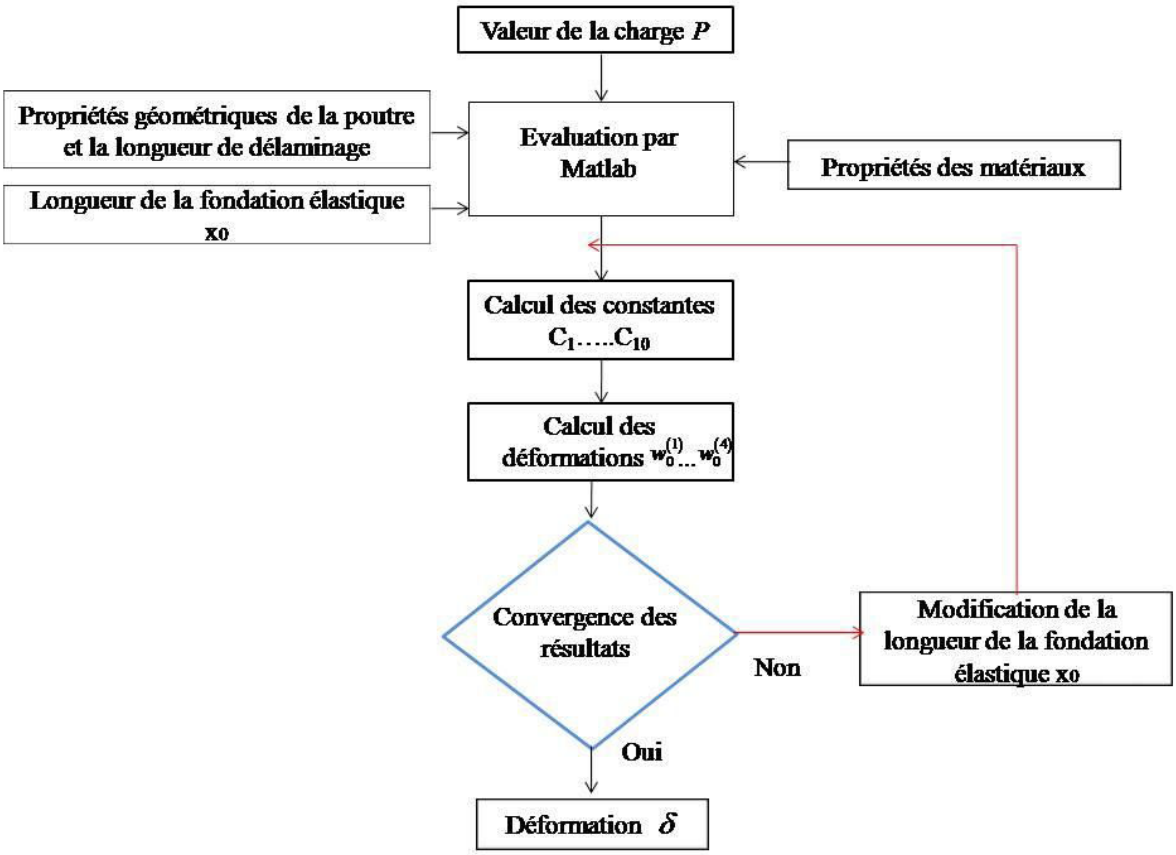


Figure 3.9 Organigramme du processus itératif d'évaluation de la flèche.

3.5 Application de la modélisation à l'analyse du comportement des stratifiés endommagés

3.5.1 Rigidités

La modélisation analytique ainsi mise en place permet de déterminer la déformation en fonction de longueur du délaminage pour différents chargements. Cette analyse permet ainsi d'évaluer la rigidité en flexion de la structure dans le domaine élastique. La modélisation est appliquée à des éprouvettes en composite stratifié constitué de fibres de verre et de résine époxyde avec une séquence d'empilement de type $[0_2/90_2]_s$. La figure 3.9 donne l'évolution de la rigidité (E/E_0, rigidité rapportée à la valeur initiale) en fonction du taux du délaminage ($a/2L$, longueur de la fissure rapportée à la longueur entre appuis de l'éprouvette).

L'analyse de ces résultats montre que la rigidité diminue assez rapidement avec l'augmentation du taux de délaminage jusqu'à une valeur avoisinant les 25%. Ensuite cette diminution tend lentement vers une rigidité nulle pour des taux de délaminage élevés.

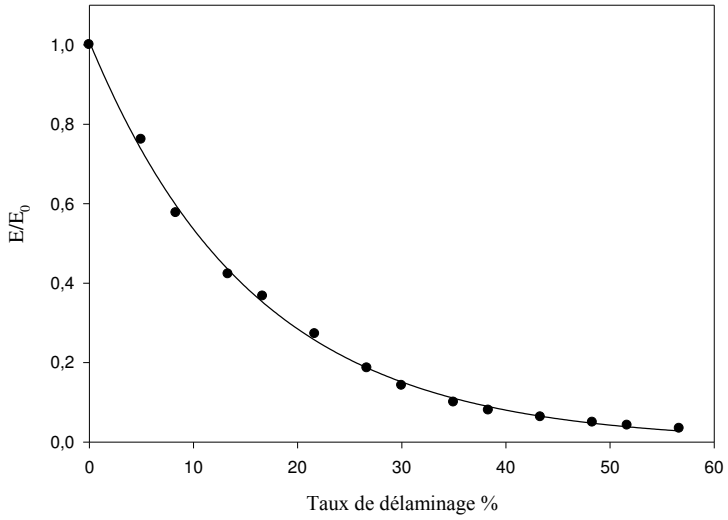


Figure 3.10. Evolution de la rigidité en flexion en fonction du taux de délaminage déduite de la modélisation analytique

Le modèle analytique ainsi développé peut-être utilisé, par la suite, pour effectuer des études paramétriques, comme par exemple, l'influence du confinement, des caractéristiques géométriques ou mécaniques des constituants…etc., sur le comportement élastique en statique des matériaux composites endommagés en fonction du taux de délaminage. Nous donnons ci-dessous un exemple d'étude.

3.5.2 Effet du confinement

Dans cet exemple, nous nous intéressons à l'influence du confinement λ sur l'évolution de la rigidité ou la raideur d'une éprouvette (P/w_c) en composite stratifié endommagé par délaminage. Le confinement λ est défini par le rapport des épaisseurs des couches orientées à 0° et à 90°. Le matériau considéré est constitué de fibres de verre et de la résine époxyde. La figure.3.11 donne la variation de la rigidité (P/w_c) en fonction du taux de délaminage pour trois valeurs de confinement λ égales à 1/3, 1 et 3 correspondant respectivement à des stratifiés constitués du même nombre de plis (8 plis) mais avec des séquences d'empilement de types $[0/90_3]_s$, $[0_2/90_2]_s$ et $[0_3/90]_s$ respectivement. Il est à noté que la rigidité initiale dépend du nombre de plis à 0° placés à l'extérieur de l'éprouvette. En effet, lorsque l'éprouvette est sollicitée en flexion, les faces extérieures sont soumises à la traction ou à la compression dans le sens des fibres. Ensuite, la rigidité diminue avec l'augmentation du taux de délaminage. Cette diminution est beaucoup plus importante lorsque le matériau est plus confiné. Au-delà d'un taux de délaminage de 30% la rigidité tend vers zéro pour l'ensemble des stratifiés.

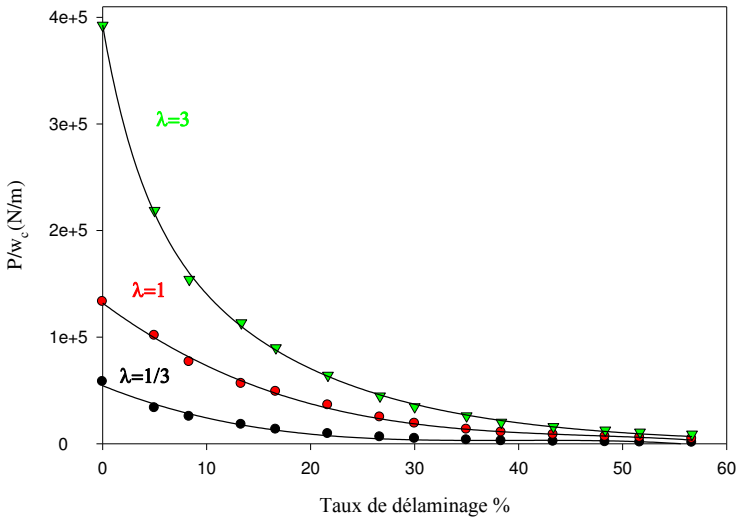


Figure 3.11 Effet du confinement sur la variation de la rigidité en fonction du taux de délaminage

3.6 Conclusion

Malgré d'excellentes propriétés mécaniques dans le plan, les stratifiés présentent un problème propre aux matériaux réalisés par stratification : le délaminage. C'est l'un des modes d'endommagement les plus observés dans les stratifiés et qui pose le plus de problèmes aux concepteurs. Dans ce cadre, un modèle d'analyse d'une poutre en composite stratifié avec double délaminages sollicitée en flexion trois points est mis en place. Il est basé sur la théorie des poutres est s'inspire des précédents travaux. Dans ce modèle, l'effet de la déformation du front du délaminage est intégré dans la solution proposée par l'intermédiaire d'une poutre montée sur un ressort de cisaillement élastique. Cette modélisation tient compte aussi du cisaillement transverse au niveau du front de la fissure par l'introduction d'une constante de correction de cisaillement *k*. La modélisation ainsi proposée est assez simple et son calcul est réalisé par un programme développé sous Matlab. Le modèle analytique ainsi développé peut être utilisé pour effectuer des études paramétriques, comme par exemple, l'influence du confinement, des caractéristiques géométriques ou propriétés mécaniques des constituants…etc. L'exemple donné en fin de chapitre a permis de révéler la sensibilité des stratifiés au délaminage en fonction du confinement.

Dans le chapitre suivant, des essais de flexion trois points seront mis en place sur des éprouvettes initialement vierges puis sur d'autres avec délaminages de longueur variable. Un modèle d'éléments finis sous Nastran sera proposé afin d'évaluer la rigidité en flexion de l'éprouvette en fonction de la longueur de délaminage. En suite, une étude comparative entre les résultats obtenus analytiquement, ceux obtenus expérimentalement et par la méthode des éléments finis sera effectuée.

Chapitre 4

Analyse du comportement en statique et en fatigue cyclique des composites stratifiés sains et endommagés par délaminage

Résumé

Le chapitre 4 présente une analyse expérimentale et une analyse par éléments finis du comportement mécanique en statique et en fatigue des composites sains et en présence de délaminage. Les composites considérés dans ce travail sont des stratifiés constitués de résine époxyde renforcée par des fibres de verre. Des essais de flexion 3-points monotone sont menés sur des éprouvettes de matériaux sains et endommagés avec plusieurs longueurs de délaminage. Les caractéristiques élastiques sont évaluées en fonction de la longueur du délaminage et sont comparées à celles obtenues à partir d'une analyse par éléments finis et du modèle analytique développé dans le chapitre précédent. La deuxième partie du chapitre est consacrée à l'analyse du comportement en fatigue cyclique de ces composites endommagés par délaminage de longueur variable. Les essais de fatigue sont conduits en contrôlant le signal du déplacement, de type sinusoïdal avec une fréquence de 5 Hz. L'énergie dissipée et l'amortissement sont calculés à partir des données expérimentales de la charge et du déplacement en fonction du nombre de cycles et pour différentes longueurs de délaminage.

Chapitre 4

Analyse du comportement en statique et en fatigue cyclique des composites stratifiés sains et endommagés par délaminage

4.1 Introduction

Le choix d'un matériau composite dans la conception de pièces de structure nécessite au préalable une connaissance de ses propriétés mécaniques et une estimation de sa durée de vie. Des études concernant les mécanismes de rupture des stratifiés composites indiquent que le délaminage des couches est un des modes d'endommagement le plus observé dans les stratifiés et qui pose le plus de problèmes aux concepteurs. La présence d'endommagement affecte le comportement mécanique en statique et en dynamique du matériau composite. Un manque d'information sur ce comportement en présence d'une anomalie ou d'une fissuration au sein de la structure est indispensable. Dans le cadre de cette étude, nous nous intéressons, particulièrement aux propriétés mécaniques des matériaux composites époxy/fibres de verre avec un séquence d'empilement du type $[0_2/90_2]_s$ qui ont initialement deux délaminages symétriques entre les couches orientées à 0° et 90°. Il s'agira, dans un premier temps, de déterminer expérimentalement leurs propriétés mécaniques dans le domaine élastique ainsi que leurs caractéristiques à la rupture. Un modèle numérique est proposé pour prédire le comportement du matériau étudié. Une étude critique par comparaison des résultats trouvés expérimentalement, par une analyse par éléments finis et par la modélisation analytique a été effectuée. Nous proposons dans un deuxième temps, d'étudier l'effet de la longueur de délaminage sur le comportement en fatigue cyclique de ces composites endommagés. Au cours des cycles de fatigue la rigidité, les cycles d'hystérésis ainsi que l'amortissement sont déterminés en fonction de la longueur de délaminage et du nombre de cycles.

4.2 Evaluation expérimentale du comportement mécanique en statique des composites endommagés par délaminage

Les essais de flexion trois points sont parmi les plus utilisés pour la détermination de la rigidité et la résistance en flexion des matériaux composites. Ces essais ont une bonne reproductibilité et sont simples à mettre en œuvre. Contrairement aux essais de traction ou de compression, ils permettent de surmonter les problèmes de tenue des tallons collés et de glissement dans les mors ainsi que les problèmes d'alignements. Néanmoins, ces essais sont

plus difficiles à analyser car les déformations ne sont pas uniformes. L'expérience de flexion mise en œuvre permet en outre d'évaluer les caractéristiques statiques du composite en présence de délaminage.

4.2.1 Mise en œuvre des matériaux

Les matériaux composites étudiés dans ce travail sont des stratifiés à fibres de verre avec une séquence d'empilement du type $[0_2/90_2]_s$. Ils sont mis en œuvre en utilisant des fibres unidirectionnelles de masse surfacique de 300 g m^{-2} et d'une résine époxyde de type SR1500 avec le durcisseur SD2505. La matière première est fournie par la société SICOMIN. La mise en œuvre des composites est réalisée par moulage sous vide, par la technique dite du "sac". Les différentes couches sont stratifiées et imprégnées à température ambiante : il s'agit de réaliser des stratifiés en déposant, alternativement, des couches de résine liquide et des couches de fibres de verre. Deux délaminages superposés sont créés au cours de la stratification en utilisant un film de Téflon au niveau des interfaces entre les couches de différentes directions comme le montre la figure 4.1. Divers tissus de moulage sont interposés entre les moules et les matériaux ; le Peeltex est un tissu d'arrachage et de démoulage dont la fonction est de préparer les surfaces du stratifié pour assurer, après démoulage du tissu, une surface plane. Le tissu Peeltex est ensuite recouvert d'un film plastique perforé, le "Perforex". Ce film permet d'assurer l'homogénéité de la résorption de la résine. Enfin un composant final, le "Pleedex" est déroulé sur le Perforex, de manière à assurer un vide uniformément réparti. Cet ensemble est moulé sous vide entre le moule et le contre moule sous une bâche à vide (dépression de 30 kPa) pendant 10 heures à température ambiante figure 4.2. Cela permet d'évacuer l'excès de résine et les bulles d'air. L'interposition d'un moule et d'un contre moule évite la formation de plis due à la poche plastique. Les caractéristiques mécaniques des fibres de verre et de la résine époxyde sont données respectivement dans les tableaux 4.1 et 4.2 (données constructeurs).

Les plaques des composites ainsi réalisées sont découpées à l'aide d'une tronçonneuse à disque diamanté selon la norme Français ***AFNOR NF T57-105*** équivalente à la norme Américaine ***ASTM D790-84a***. Cette norme prévoit, pour l'éprouvette, une longueur totale égale à 30 fois l'épaisseur *h*, une distance entre appuis de 20 fois l'épaisseur (***EN ISO 14125***). Les dimensions moyennes des éprouvettes sont données dans le tableau 4.3. La position des délaminages est choisie à une extrémité de l'éprouvette. Cette position est conforme à celle

des essais de mécanique de la rupture en mode II des matériaux composites qui font l'objet de rares normes nationales (**DIN 65 563**, **JIS K 7086**).

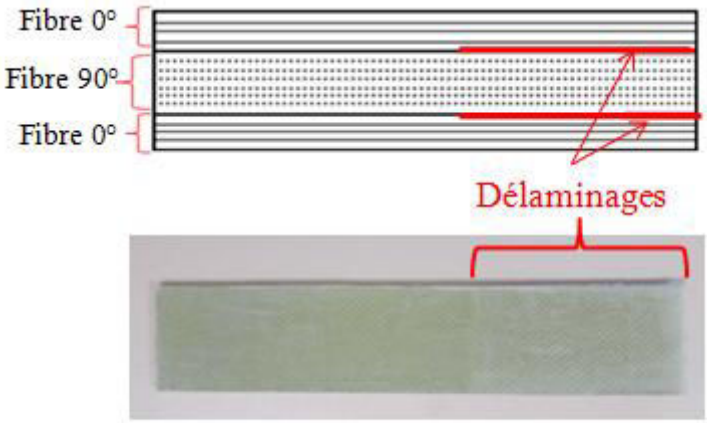


Figure 4.1 Exemple d'une éprouvette en matériau composite avec délaminages

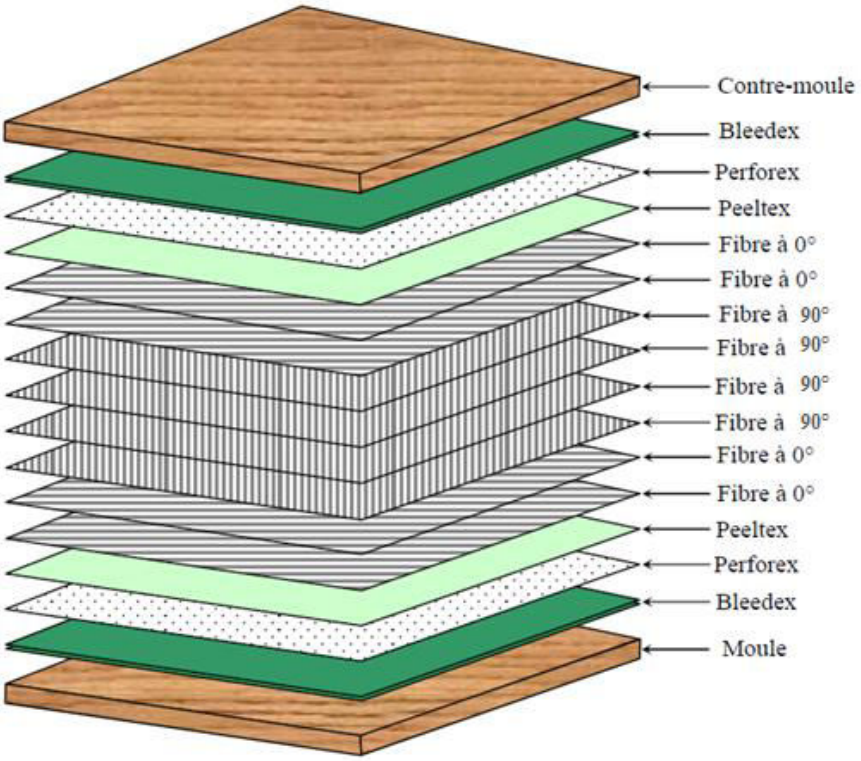


Figure 4.2 Mise en œuvre d'une plaque en composite

Tableau 4.1 : Caractéristiques de la fibre de verre

Propriétés mécaniques des fibres de verre	
Densité surfacique (g/m^2)	300
Contrainte à la rupture (MPa)	2500
Coefficient de Poisson	0,25
Déformation à la rupture (%)	4,8
Module de traction (GPa)	74
Module de cisaillement (GPa)	30

Tableau 4.2 : Caractéristiques de la résine

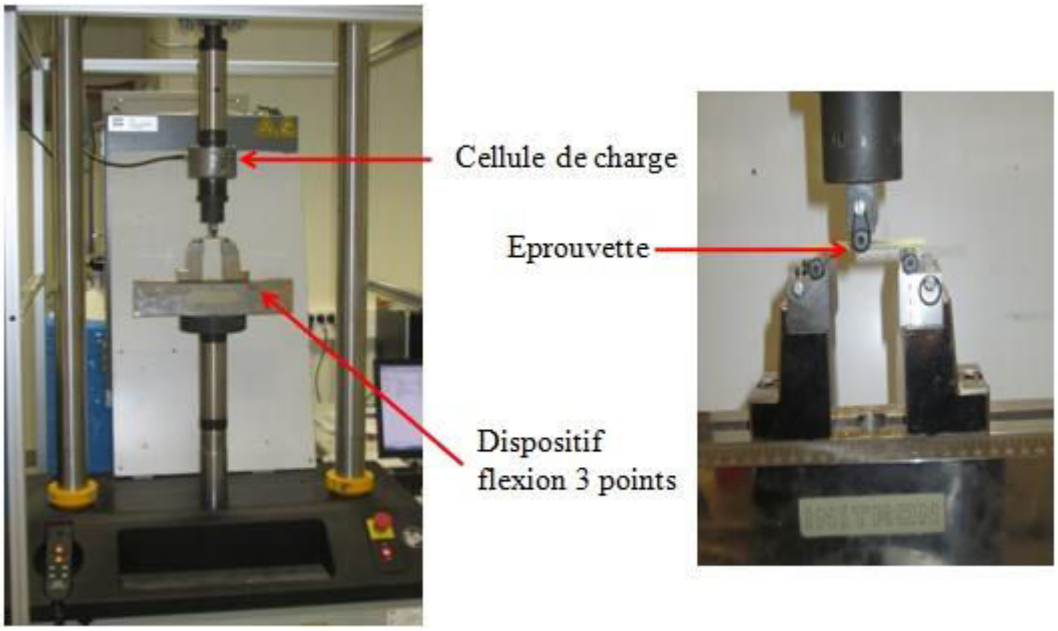
Module de Young (GPa)	2,9 à 3,2
Résistance en traction (MPa)	74 à 77
Résistance en flexion (MPa)	115 à 120

Tableau 4.3 : Dimensions nominales (en mm) des éprouvettes de flexion, selon la norme EN ISO 14125

Longueur totale D	Distance entre appuis *2L*	Epaisseur 2*h*	Largeur *b*
80	60	3	20

4.2.2 Procédure expérimentale

Les essais de flexion trois points sont effectués sur une machine d'essais hydraulique universelle de type INSTRON modèle 8801, munie d'une cellule de charge de très faible capacité pour la mesure de la force et d'un capteur LVDT pour la mesure du déplacement (figure 4.3). Le pilotage et l'acquisition se font par ordinateur. Ces essais sont menés en faisant varier le taux du délaminage de 0% à 56%. Ce dernier est défini comme le rapport de la longueur du délaminage et la distance entre appuis. Les essais sont effectués avec une vitesse de déplacement de 2 mm/mn. Ces essais de flexion trois points sont effectués conformément à la norme ***NF ISO 585 T 57-104***.



(a) *(b)*

Figure 4.3 Dispositif expérimental : a) vue d'ensemble et b) essai de flexion 3-points

4.2.3 Comportement du composite stratifié sain

Nous nous sommes intéressés dans un premier temps à la caractérisation d'un matériau composite sain par un chargement de flexion 3-points. La figure 4.4 présente l'évolution de la charge en fonction de la flèche pour une éprouvette initialement non endommagée. L'analyse des résultats obtenus montre que la charge varie d'une façon quasi-linéaire jusqu'à la rupture de type fragile. Il est à noté, qu'au voisinage d'une charge de l'ordre de 700 N, une légère inflexion de la courbe charge/déplacement est remarquée. Ce phénomène est dû à l'accumulation des fissurations transversales au niveau des couches dont les fibres sont orientées à 90°. Ces résultats permettent aussi de remarquer que la valeur du déplacement à la rupture est assez élevée, et elle est comparable à celle obtenue dans d'autres composites étudiés par Bezazi *et al*. [100].

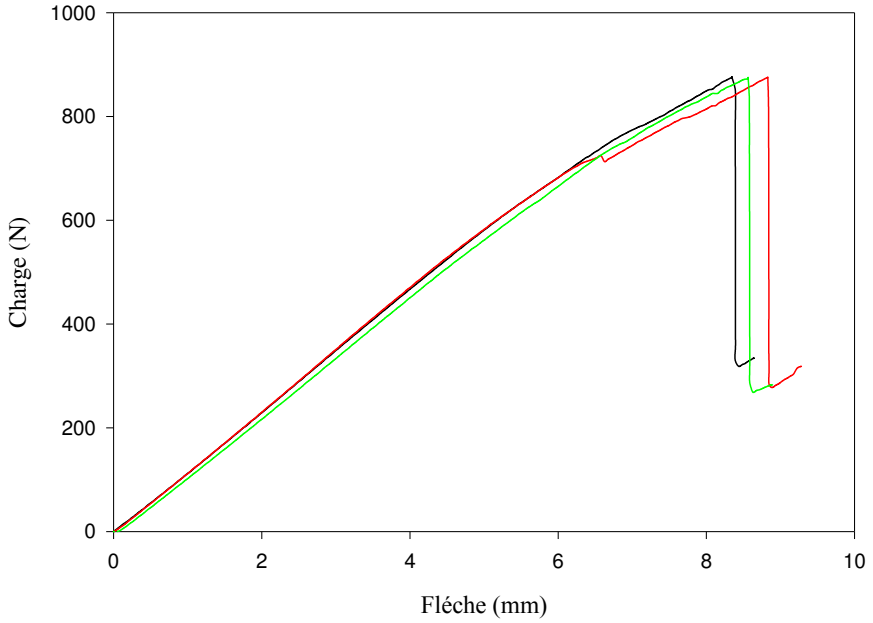


Figure 4.4 Courbes charge-flèche obtenues dans le cas des essais de flexion trois points des matériaux composites

4.2.4 Effet de la longueur du délaminage sur le comportement statique

Les essais de flexion 3-points sont menés jusqu'à la rupture sur des éprouvettes en composites stratifiés comportant initialement deux délaminages. Nous avons reporté sur la figure 4.5, l'évolution de la charge en fonction de la flèche du composite stratifié pour différents taux de délaminage. Trois à cinq éprouvettes sont testées pour chaque longueur de délaminage. L'analyse des résultats montre que le comportement des composites est quasi-linéaire jusqu'à une première rupture de type fragile manifestée par une zone incurvée correspondant à une diminution de la charge. Cette diminution est due à la rupture des couches de plis orientés à 90°. Cette rupture est beaucoup plus marquée dans le cas des éprouvettes ayant un taux de délaminage faible (5% à 20%). Lorsque cette zone est franchie, nous remarquons une reprise de la rigidité avec la charge qui augmente de façon non linéaire avec le déplacement jusqu'à la rupture totale de l'éprouvette. Cette partie non linéaire s'explique par l'accumulation et la propagation des microfissurations dans le composite. Lorsque le taux de délaminage devient plus élevé (plus 30%), les courbes charge/flèche sont presque superposées et font apparaître une seule zone.

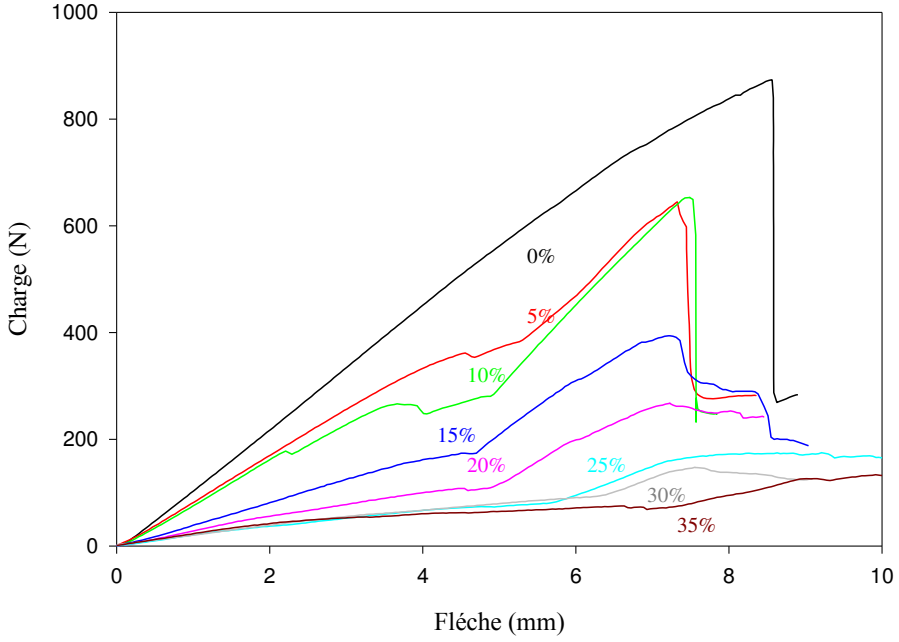


Figure 4.5 Courbes charge-flèche obtenues dans le cas des essais de flexion trois points des matériaux composites, pour différentes taux de délaminage

A partir des résultats obtenus en essais statiques effectués sur les composites stratifiés sains et endommagés, nous avons calculé le module de flexion, la contrainte et la déformation à la rupture en utilisant les équations (4.1), (4.2) et (4.3) conformément à la norme ***EN.ISO.14125*** :

$$E_f = \frac{L^3}{4bh^3}\frac{F}{w} \tag{4.1}$$

$$\sigma_{rup} = \frac{3FL}{2b(2h)^2} \tag{4.2}$$

$$\delta_{rup} = \frac{6wh}{L^2}(4.3) \tag{4.3}$$

où F est la charge appliquée, w est la flèche correspondante, L, b et h sont les dimensions des éprouvettes d'essais.

Le module de flexion, la contrainte et la déformation à la rupture sont présentées respectivement dans les figures 4.6, 4.7 et 4.8 en fonction du taux de délaminage. L'analyse des résultats obtenus, montre une grande dispersion des résultats expérimentaux. Néanmoins, la valeur du module de flexion diminue avec l'augmentation de la longueur du délaminage.

Nous constatons aussi une chute importante de la contrainte à la rupture et une augmentation de la déformation à la rupture dès les premiers taux de délaminage. Ce qui confirme que dès l'apparition d'un délaminage, le comportement en statique des composites stratifiés est énormément affecté. Pour un taux de délaminage de seulement 5% c'est-à-dire 3 mm de longueur, la résistance à la rupture chute de prés de 50%. La contrainte à la rupture continue à diminuer jusqu'à une valeur de taux de délaminage égale à 30%. Au delà de cette valeur, elle demeure constante et très faible. Une augmentation de la longueur de délaminage entraîne une diminution de la surface de transfert des contraintes de cisaillement entre les couches de différentes directions et donc une diminution de la résistance et de la rigidité du composite stratifié endommagé par délaminage.

Nous avons regroupé les résultats obtenus à partir de ces essais dans le tableau 4.4 afin de pouvoir comparer facilement leurs variations. Ces valeurs représentent les moyennes de 3 à 5 essais différents. Il a été observé une grande dispersion des résultats. Cette dispersion est principalement liée à la nature hétérogène des matériaux composites. Les éprouvettes n'ont pas toujours des caractéristiques comparables : fraction volumique, épaisseur, distribution des défauts, résistance à la rupture, etc. Il est à noter aussi que la valeur du module de flexion E_f est très sensible à la pente de la droite. En effet, une petite variation de cette pente entraîne un écart très important des valeurs de ce module.

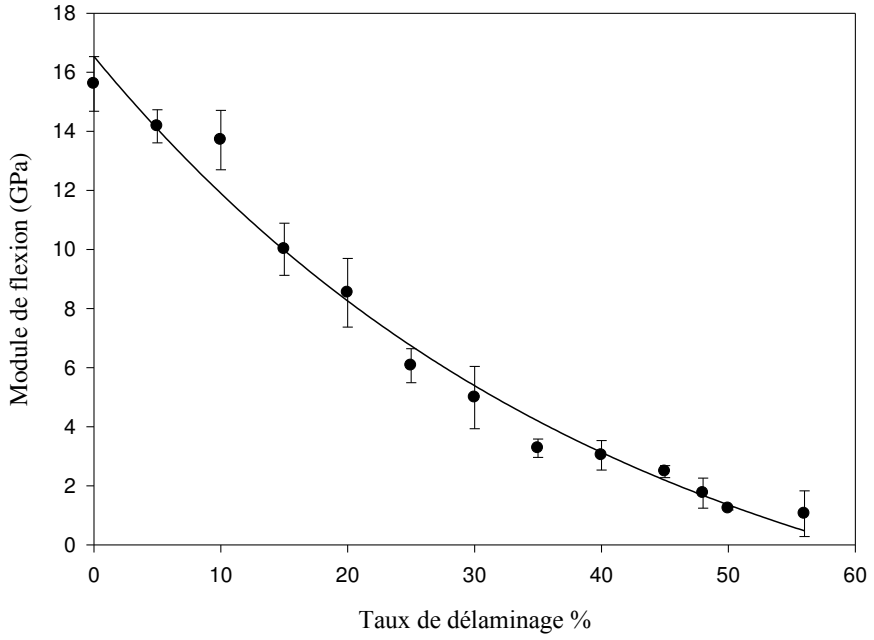


Figure 4.6 Evolution du module de flexion en fonction du taux de délaminage

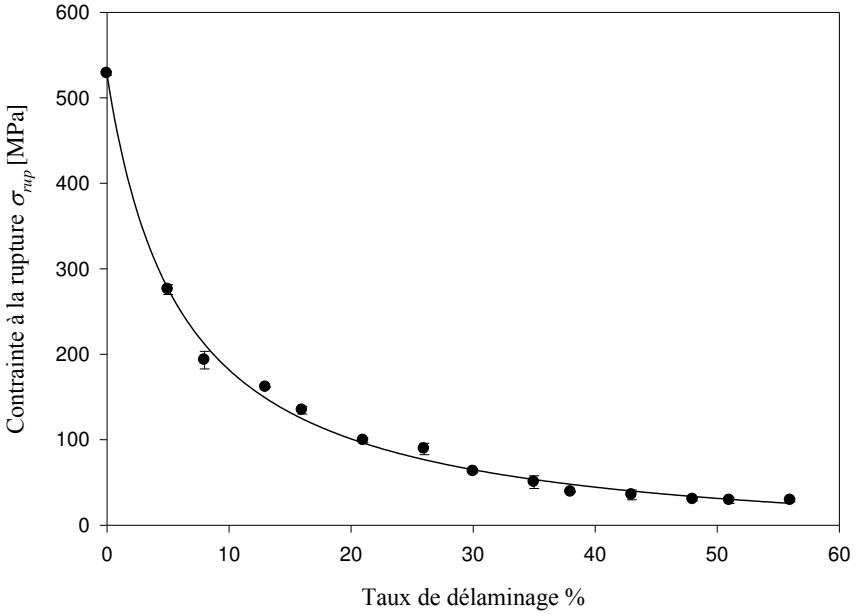


Figure 4.7 Evolution de la contrainte à la 1ère rupture en fonction du taux de délaminage

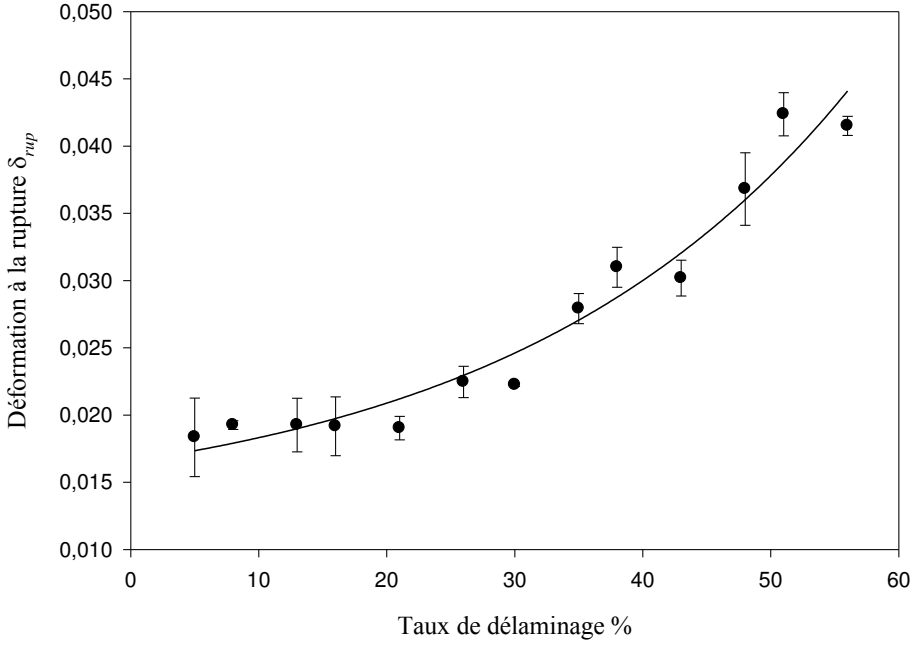


Figure 4.8 Evolution de la déformation à la 1ère rupture en fonction du taux de délaminage

Tableau 4 3 : Caractéristiques mécaniques en fonction du taux de délaminage

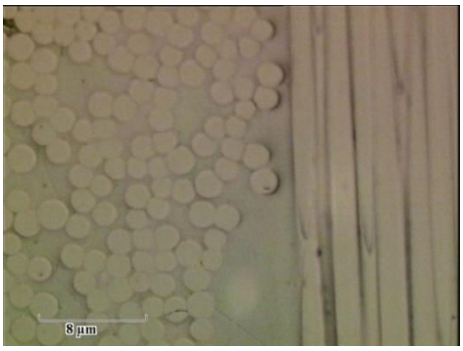
Taux de délaminage en(%)	Module de flexion E_f (GPa)	Contrainte à la première rupture $\sigma_{f\,rup1}$ (MPa)	Déformation à la première rupture ε_{rup1}(%)	Contrainte à la deuxième rupture σ_{frup2} (MPa)	Déformation à la deuxième rupture ε_{rup2} (%)
0	15,6±1	528±1	1,61±0,1	528±1	3,85±0,1
5	14,2±0,5	276±5	1,83±0,3	496±8	3,48±0,3
8	13,7±1	193±0,7	1,93±0	465±2	3,32±0,5
13	10±1	161±0,1	1,93±0,2	417±4	3±0,02
16	8,5±1	134±4	1,92±0,2	355±5	3±0,1
21	6±0,6	100±3	1,9±0,1	271±9	2,83±0,1
26	5±1	89±0,5	2,25±0,1	151±6	2,85±0
30	3,2±0,3	63±1,5	2,22±0	100±2	3,16±0
35	3±0,5	50±0,5	2,79±0,1	84,6±5	3,7±0
38	2,5±0,2	39±0,7	3,1±0,1	62±2	3,47±0,1
43	1,7±0,5	35±0,3	3,2±0,1	57±5	3,6±0
48	1,2±0,1	30±1	3,68±0,2	48±4	*
50	1,2±0,2	29±3	4,23±0,1	60±4	*
56	1±0,1	29±2	4,15±0	59±6	*

4.2.6 Observation des faciès de rupture

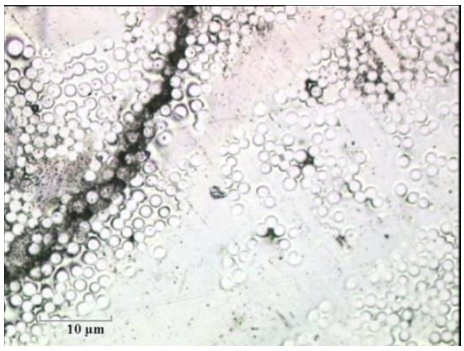
Les observations des faciès de rupture ont été effectuées sur des éprouvettes sollicitées en flexion trois points jusqu'à la rupture. Les échantillons d'observation ont été découpés à partir des éprouvettes testées puis polis.

L'observation au microscope optique des faciès de rupture a permis de dégager trois types d'endommagement : la fissuration transverse dans les couches orientées à 90 (figure 4.9b), le délaminage entre les couches orientées à 90° et celles orientées à 0 (figure 4.9d) et enfin la rupture des fibres (figure 4.9c).

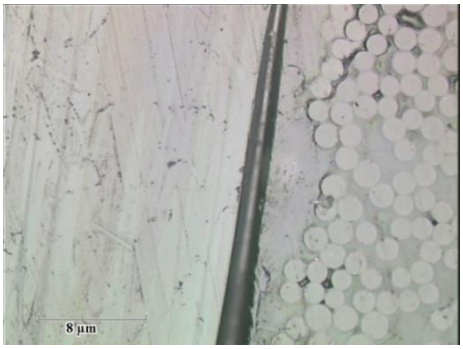
Il a été remarqué que les éprouvettes $[0_2/90_2]_s$ sont généralement peu endommagées par la fissuration transverse. Bien que ce soit le premier phénomène d'endommagement observable dans ce type de matériau [1]. En effet ce matériau s'endommage essentiellement par délaminage entre les couches 0° et 90°. Il a été aussi observé suite à ces essais une rupture finale de la face comprimée alors que la face tendue reste sans endommagement significatif.



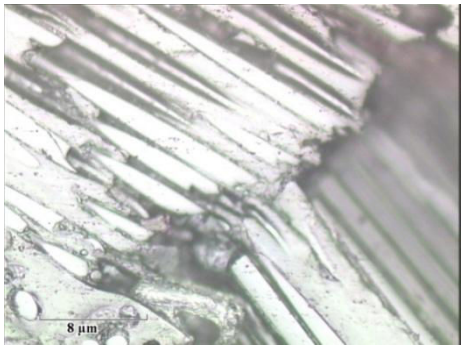
(a) Stratifié sain



(b) Fissuration transverse



(c) Délaminage



(d) Rupture des fibres de direction 0°

Figure 4.9 Différents types d'endommagements observés dans le cas des stratifiés croisés à fibres de verre et résine époxyde

4.3 Analyse par éléments finis du comportement en statique du composite endommagé

L'objet principal de cette analyse est de modéliser le comportement élastique de poutres en composite endommagées par délaminage, soumises à une flexion trois points. Le calcul par élément finis est effectué en utilisant le code de calcul NASTRAN. Les plans de symétrie ont été utilisés en considérant la charge et la géométrie pour modéliser la poutre selon son épaisseur. Le matériau composite est modélisé donc par trois matériaux anisotropes qui correspondent aux différentes couches. Nous avons défini des conditions aux limites appropriées, respectant les conditions de symétrie et d'appuis simples. Une adhérence parfaite entre les différentes couches du matériau composites est supposée, ce qui permet un transfert de charge optimale à l'interface des couches. Les poutres sont maillées en utilisant un élément surfacique 2-D de type Quad4 à quatre nœuds, comme indiqué dans la figure 4.10. Les différentes couches sont caractérisées par leurs rigidités réduites Q_{11}, Q_{33}, Q_{13} et Q_{55} exprimées relativement aux axes du composite. Ces rigidités réduites sont déterminés à partir des modules élastiques E_L, E_T , G_{LT} et υ_{LT} par les équations données dans [1]. Ces modules ont été déterminés expérimentalement à partir des essais de traction en statique sur des stratifiés unidirectionnels et sont donnés par :

E_L=29,9 GPa ; E_T=7,5 GPa ; G_{LT}=2,25 GPa υ_{LT} =0,24 (4.4)

La masse volumique du matériau composite a été mesurée et elle est de l'ordre de 1780 kg/m^3

Les deux délaminages sont simulés par deux vides qui ne se propagent pas au cours de l'essai. L'analyse par éléments finis a été menée sur des éprouvettes en faisant varier le taux du délaminage de 0% à 56%. Les poutres sont sollicitées en flexion 3-points en imposant un déplacement moyen maintenu constant égal à 50% du déplacement à la rupture. L'analyse par élément finis permet de déterminer les champs de contraintes et des déformations aux nœuds dans chaque élément de la structure composite. On s'est limité dans cette étude à la modélisation numérique du comportement élastique de la structure en composite stratifié sans atteindre les limites élastiques. L'analyse par éléments finis permet ainsi d'évaluer le module d'élasticité de flexion pour différentes longueurs du délaminage.

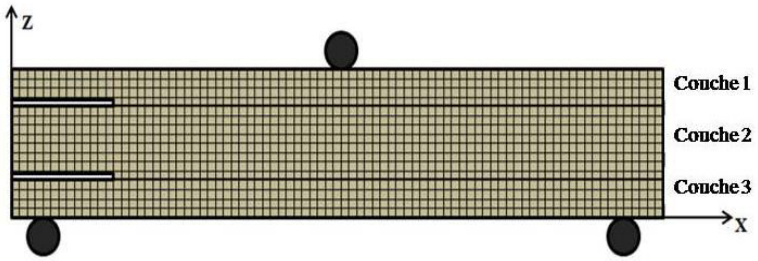


Figure 4.10 Maillage de l'éprouvette en composite avec deux délaminages

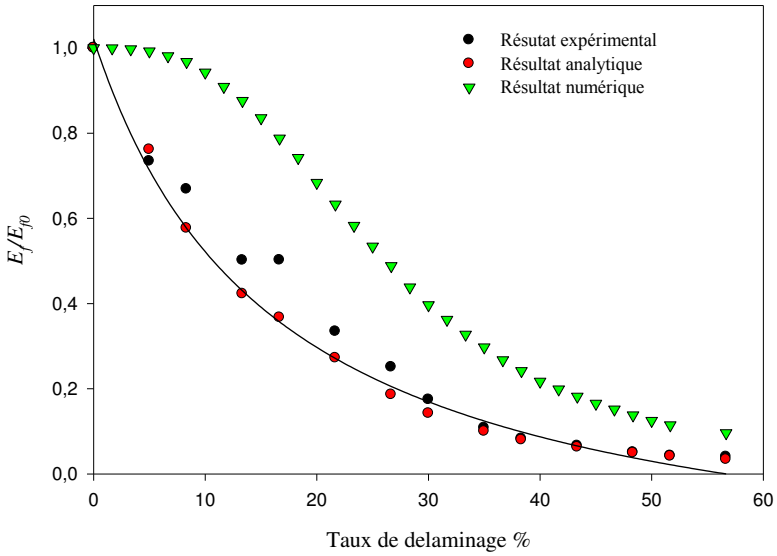


Figure 4.11 Comparaison entre le module de flexion obtenu par essais statiques, celui déduit de l'analyse par éléments finis et de la modélisation analytique pour différentes taux de délaminage

La figure 4.11 permet de comparer les évolutions du module de flexion normalisé (rapporté à celui du matériau vierge) obtenu expérimentalement, par éléments finis, ainsi qu'avec le modèle analytique développé dans le chapitre précèdent, en fonction du taux de délaminage. Nous observons tout d'abord, et comme il a été évoqué précédemment, que le module de flexion diminue avec l'augmentation de la longueur du délaminage. Pour des faibles taux de délaminage le module de flexion obtenu par éléments finis diminue très lentement (jusqu'à 10%). Ensuite, lorsque la longueur de délaminage augmente, le module de flexion subit une chute très importante (jusqu'à 35%). Enfin cette diminution devient progressive pour des taux de délaminage élevés (supérieurs à 35%).

Les résultats obtenus à partir des deux modélisations et ceux expérimentaux sont globalement en bon accord. L'écart entre les valeurs expérimentales et celles obtenues par éléments finis est le plus importantes. Il est beaucoup plus marqué pour des faibles taux de délaminage et varie entre 0,6% et 10%. Cet écart peut être attribué au frottement entre les pannes d'appuis et l'échantillon et au frottement entre les surfaces fissurées dont le calcul par éléments finis n'a pas tenu compte. La modélisation analytique et l'analyse par éléments finis ainsi simplifiées permettent d'effectuer des études rapides pour analyser efficacement le comportement des composites en flexion sans avoir recours à chaque fois à l'expérimentation. Elles offrent aussi, la possibilité d'être appliquées à des éprouvettes d'une large gamme de matériaux et de différentes géométries. L'analyse par éléments finis permet aussi d'étudier des phénomènes locaux, comme les contraintes et les déformations aux nœuds des éléments proches des singularités.

4.4 Comportement en fatigue cyclique des matériaux composites

Pour le développement des matériaux composites dans les hautes technologies, la connaissance des propriétés statiques ne suffit pas et nécessite des informations complémentaires sur leurs propriétés dynamiques et leur duré de vie, notamment en présence d'endommagement. Dans cette partie de l'étude, nous nous intéressons au comportement en fatigue cyclique des matériaux composites stratifiés en présence de délaminage. Comme dans le cas des essais statiques, le délaminage de l'éprouvette en composite est caractérisé par sa longueur à l'interface entre les couches à 0° et 90°, imposé artificiellement au cours de la mise en œuvre. Nous analysons l'effet de la longueur du délaminage sur la rigidité, les cycles d'hystérésis et le facteur d'amortissement en fonction du nombre de cycles de fatigue.

4.4.1 Essai de fatigue

Les essais de fatigue sont menés en flexion 3-points en contrôlant le signal déplacement. Le déplacement moyen est maintenu constant égal à 2mm. La forme d'onde est sinusoïdale avec une fréquence de 5 Hz et une amplitude de 1 mm. Trois à quatre éprouvettes sont testées en fatigue jusqu'à 10^4 cycles pour différentes longueurs de délaminage correspondant à un taux de délaminage variant de 0 à 56%. Au delà de 10^4 cycles, la chute de la charge est très importante et plusieurs mécanismes entrent en jeu et leur interprétation devient très difficile.

4.4.2 Comportement en fatigue du matériau sain

Au cours de ces essais, nous avons enregistré l'évolution de la charge en fonction du nombre de cycles. La figure 4.12 donne un résultat typique des essais de fatigue sur une des éprouvette en composite stratifié. Elle représente l'évolution de la charge maximale en fonction du nombre de cycles de fatigue. La charge maximale $F_{\max}$ est rapportée à celle obtenue dans le premier cycle $F_{0\max}$. Tous les essais de fatigue ont été limités à 10^4 cycles où la perte de rigidité dépasse les 20%.

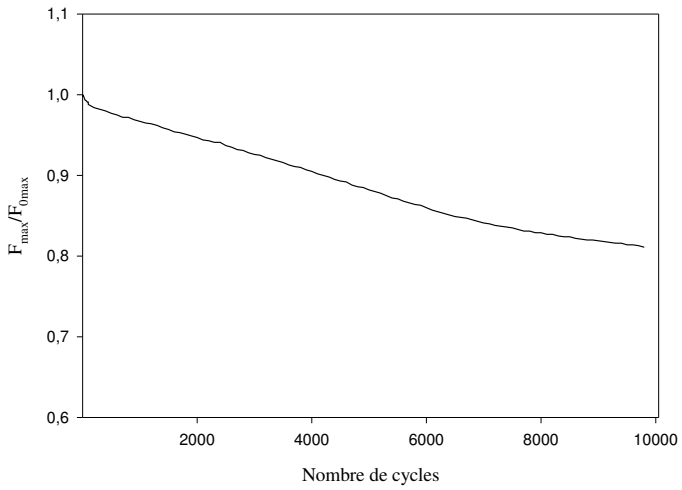


Figure 4.12 Evolution de la rigidité caractérisée par F_{max}/F_{0max} en fonction du nombre de cycles

La perte de la charge (ou de rigidité) dans les éprouvettes se déroule en deux phases. Dans un premier temps se manifeste une diminution rapide de la rigidité dès les premiers cycles. La diminution devient ensuite assez lente dans la deuxième phase, correspondant à la quasi-totalité de la durée de l'essai. Les deux phases de la courbe peuvent être associées à la multiplication de la fissuration transverse de la résine dans les couches orientées à 90° pour la première phase, l'initiation et la propagation du délaminage à l'interface des couches à 0° et

90° pour la deuxième phase [101]. La perte de rigidité au cours de l'essai de fatigue peut être aussi utilisée comme indicateur de l'état de santé du matériau composite [7, 8].

4.4.3 Effet de la longueur du délaminage sur le comportement en fatigue

4.4.3.1 Rigidité

Nous avons reporté dans la figure 4.13 avec une échelle semi-logarithmique, l'évolution de la charge maximale (F_{max}) en fonction du nombre de cycles (N) pour différentes longueurs de délaminage. Ces résultats montrent que la charge maximale supportée par l'éprouvette en composites dépend du nombre de cycles de fatigue mais aussi de la longueur du délaminage. D'une manière générale, la charge diminue avec l'augmentation de la longueur de la fissure et du nombre de cycles. Pour les mêmes conditions d'essais (charge moyenne, amplitude etc.), la charge maximale en début d'essai est de l'ordre de 280 N pour une éprouvette vierge alors qu'elle n'est que 40 N pour une éprouvette avec un taux de délaminage de 50%. En effet une augmentation de la longueur de délaminage entraîne une diminution de la surface de transfert des contraintes de cisaillement entre les couches à 0° et 90° donc une diminution de la résistance du composite stratifié. Pour des taux de délaminage élevés (au-delà de 30%) la charge maximale varie peu ou demeure constante en fonction du nombre de cycles.

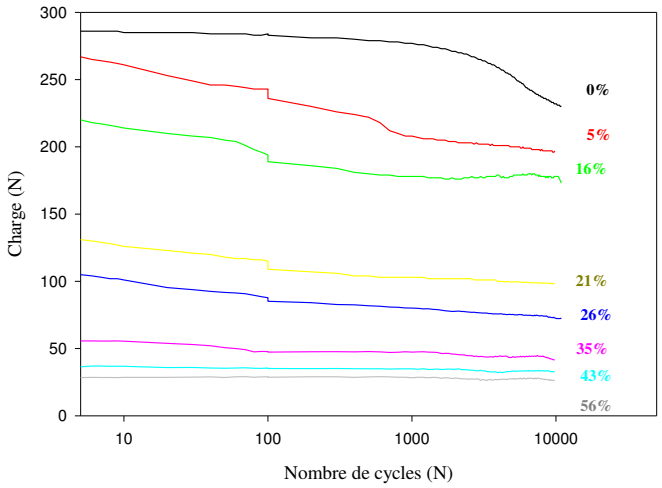


Figure 4.13 Evolution de la charge en fonction du nombre de cycles pour différents taux de délaminage

4. 4.3.2 Cycle d'hystérésis

Au cours des essais de fatigue, 200 points expérimentaux au moins sont enregistrés pour chaque cycle. Les cycles d'hystérésis sont ensuite obtenus à partir des données expérimentales de la charge et du déplacement en fonction du temps. Nous avons reporté sur la figure 4.14, l'évolution du cycle d'hystérésis en fonction du nombre de cycles pour plusieurs longueurs du délaminage.

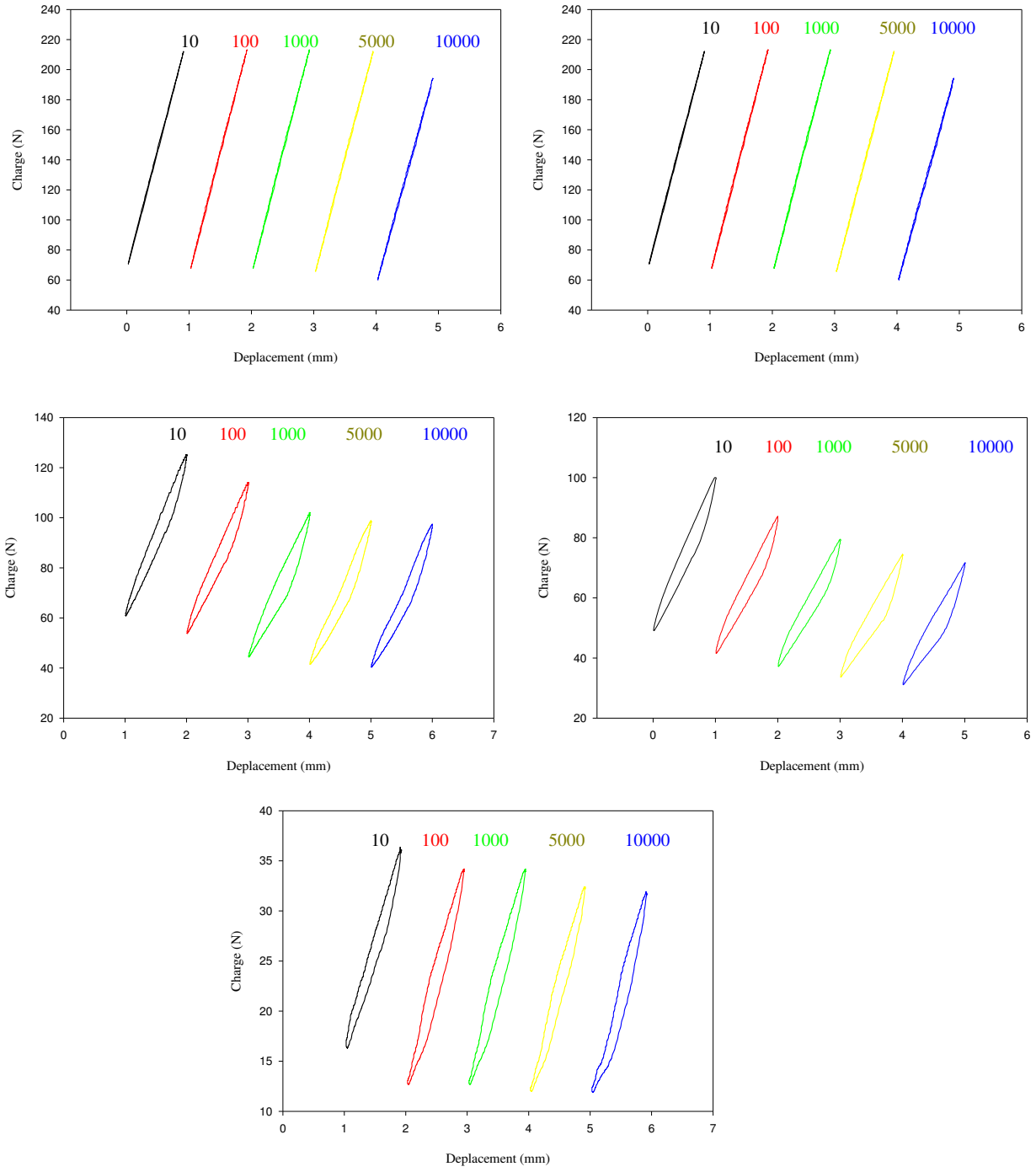


Figure 4. 14 Cycles d'hystérésis du composite stratifié pour différents nombres de cycles et pour des taux de délaminage de : a) 0%, b) 16%, c) 20%, d) 26% et e) 43%

Pour la clarté de la présentation des résultats, ces courbes ont été translatées suivant l'axe des abscisses (déplacement). L'évolution du cycle d'hystérésis en fonction du nombre de cycles semble similaire pour les échantillons sains et avec un faible taux de délaminage (inférieur à 15%). La charge maximale représentée par le pic de la courbe force/déplacement diminue

lorsque le nombre de cycles augmente. Cependant, l'aire intérieure du cycle d'hystérésis augmente légèrement avec le nombre de cycles. La perte de rigidité et l'augmentation de l'aire du cycle d'hystérésis avec le nombre de cycles sont la conséquence du développement des endommagements microscopiques au niveau des couches orientées à 90° au cours des cycles de fatigue [102]. Pour un nombre de cycles donné, l'aire intérieure de la boucle d'hystérésis augmente en fonction du taux de délaminage. Tous les cycles d'hystérésis ont une forme quasi elliptique. Nous observons une distorsion et un changement de forme des courbes elliptiques en augmentant le nombre de cycles et la longueur de décohésion. Ce changement d'allure devient plus marqué pour des nombres de cycles et des taux de délaminage élevés. On remarque aussi, pour des taux de délaminage élevés (supérieurs à 20%), que les cycles d'hystérésis ne sont pas symétriques par rapport à la ligne médiane. Cela indique que la réponse dynamique des composites avec un délaminage en chargement est différente de la réponse en déchargement, conséquence de l'endommagement irréversible régi par la dégradation du matériau au cours des essais de fatigue.

4. 4.3.3 Amortissement

Le comportement viscoélastique de la matrice, le frottement fibres-matrice, les anomalies et les microfissurations sont les principaux mécanismes entraînant la dissipation d'énergie dans les composites. En règle générale, l'amortissement des composites stratifiés est faible. Cependant, pour les composites endommagés, l'amortissement est plus élevé et cela dépend du type d'endommagement.

Dans notre étude, les éprouvettes sont chargées en flexion, puis soumises à la fatigue cyclique. Lorsque la charge est suffisamment grande, la déformation plastique et les dommages sont induits, et la courbe de la charge en fonction du déplacement est de la forme d'une boucle, due à l'hystérésis, c'est-à-dire à la perte de l'énergie.

L'énergie dissipée E_d au cours du cycle est donnée par l'aire intérieure engendrée par les courbes charge/décharge au cours du cycle. L'énergie potentielle maximale E_p au cours du cycle est donnée par l'aire sous la partie supérieure (partie de chargement) du cycle d'hystérésis [103]. L'énergie potentielle maximale E_p et l'énergie dissipée E_d sont calculées numériquement en utilisant une simple sommation de l'aire à l'aide de la formule de trapèze. Ainsi, le facteur de perte calculé par le rapport des énergies est donné par :

$$\eta = \frac{E_d}{2\pi E_p} \tag{4.5}$$

La figure 4.15 présente, avec une échelle semi logarithmique, l'évolution du facteur d'amortissement en fonction du nombre de cycles pour différents taux de délaminage.

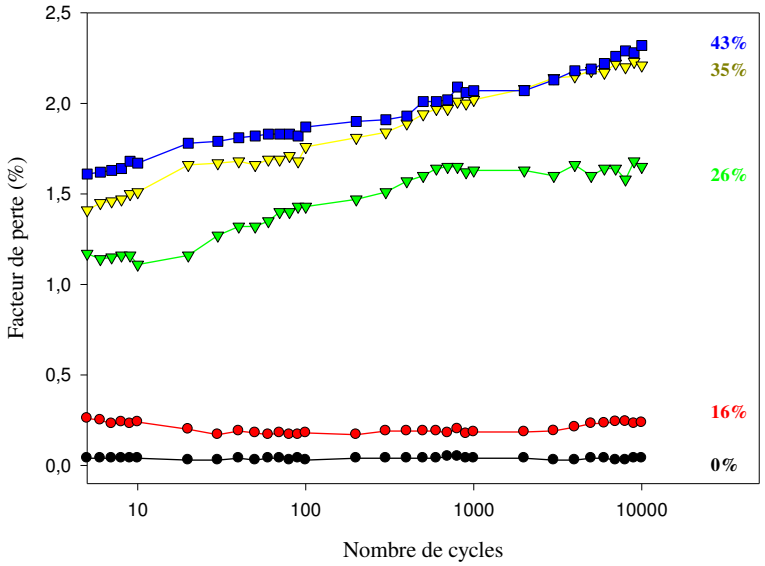


Figure 4.15 Facteur de perte en fonction du nombre de cycles pour différents taux de délaminage

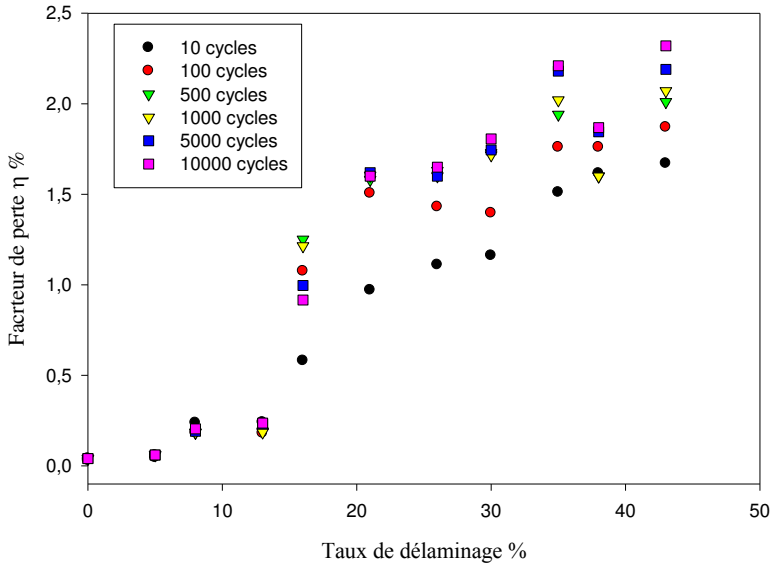


Figure 4.16 Facteur de perte en fonction du taux de délaminage pour différents nombres de cycles de fatigue

Ces courbes montrent une augmentation de l'amortissement avec le taux de délaminage. Pour un taux de délaminage donné, l'amortissement est pratiquement constant dans les premiers cycles de fatigue. Au cours des premiers cycles, la déformation du composite se fait de manière réversible. Lorsque le nombre de cycles de fatigue augmente, le facteur d'amortissement augmente (excepté pour de faibles taux de délaminage). Cette augmentation

est la conséquence de l'initiation et de la multiplication d'endommagement de type fissuration dans les couches transverses ou type délaminage à l'interface des couches.

La figure 4.16 illustre l'évolution du facteur d'amortissement en fonction de la longueur de fissure pour différents nombres de cycles (10, 100, 500, 1000, 5000 et 10000). Au-delà d'un taux de délaminage de 16%, pour un nombre de cycles donné, le facteur d'amortissement augmente avec la longueur de délaminage. A 10^4 cycles, le facteur d'amortissement est de l'ordre de 0,05% pour une éprouvette vierge, alors qu'il est de l'ordre de 2,5 % pour une éprouvette endommagée à 45%. Un délaminage entre les couches d'un composite stratifié réduit rigoureusement sa résistance et sa durée de vie en fatigue.

4.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à l'analyse du comportement en statique et en fatigue cyclique par flexion 3-points des composites stratifiés avec un délaminage contrôlé entre les couches de différentes orientations. Le matériau utilisé est constitué de stratifiés à fibres de verre et de résine époxyde avec une séquence d'empilement du type $[0_2/90_2]_s$. Les essais de flexion 3-points menés sur des éprouvettes vierges et endommagées ont permis d'évaluer les caractéristiques élastiques et la rupture en statique en fonction de la longueur du délaminage. Dans un premier temps, un modèle d'éléments finis sous Nastran, se limitant au comportement élastique de la structure, a été proposé afin d'évaluer la rigidité en flexion de l'éprouvette en fonction de la longueur de fissure. Les résultats obtenus par les essais, ceux obtenus par l'analyse par éléments finis et ceux obtenus par modélisation analytique sont comparés et sont pour l'essentiel en bon accord. Dans un deuxième temps, des essais de fatigue ont été conduits en flexion 3-points sur des composites vierges et endommagés. Ces essais de fatigue ont été menés en contrôlant le signal du déplacement qui est de type sinusoïdal. L'analyse des résultats de ces essais sur des éprouvettes vierges a montré que le domaine du comportement linéaire est limité à de faibles valeurs des déformations. Dans le cas des éprouvettes endommagées par délaminage, l'énergie dissipée est calculée à partir des données expérimentales de la charge et du déplacement en fonction du temps pour différentes longueurs de la fissure. L'amortissement est ensuite calculé à partir de l'énergie dissipée et l'énergie potentielle maximale. L'analyse des résultats obtenus a montré que la rigidité, le cycle d'hystérésis et l'amortissement sont sensibles au taux de délaminage et au nombre de cycles de fatigue. Ces facteurs peuvent donc être proposés en tant qu'indicateurs d'endommagement pour le suivi de l'état de santé de l'éprouvette au cours de la fatigue. Un délaminage à l'interface réduit rigoureusement la résistance et la durée de vie du composite.

Chapitre 5

Analyse expérimentale et par éléments finis du comportement vibratoire des composites stratifiés endommagés par délaminage

Résumé

Dans ce chapitre, on propose d'analyser les effets d'un endommagement de type délaminage sur le comportement vibratoire des matériaux composites. L'endommagement dans l'éprouvette en matériau composite est caractérisé par un double délaminage de longueur variable à l'interface entre les plis de différentes orientations. L'analyse expérimentale est confrontée à une analyse numérique par élément finis menées dans le cas de la flexion de poutres en configuration encastrée libre pour plusieurs longueurs de délaminages. Ces analyses permettent de suivre l'évolution des fréquences propres et des amortissements en fonction du taux d'endommagement. Les résultats obtenus par éléments finis et les résultats expérimentaux sont en bon accord. Ils permettent ainsi de proposer la fréquence résonance et l'amortissement comme indicateurs fiables et sensibles de l'état d'endommagement des matériaux composites.

Chapitre 5 : Analyse expérimentale et par éléments finis du comportement vibratoire des composites stratifiés endommagés par délaminage

5.1 Introduction

Le délaminage est parmi les principaux modes de défaillance observés dans les structures en composite stratifié. Il est généralement invisible de vue externe, les décollements étant souvent intégrés à l'intérieur des structures composites. L'analyse menée aux chapitres précédents montre que la présence du délaminage affecte le comportement en statique et en fatigue du matériau composite. Il devrait affecter aussi le comportement dynamique de la structure. En effet, cet endommagement peut modifier la fréquence propre, l'amortissement modal, la déformée modale et l'énergie de déformation. L'objectif du présent chapitre est de mettre en place un processus d'analyse expérimentale et numérique par la méthode des éléments finis du comportement vibratoire des matériaux composites en présence d'endommagement de type délaminage, ensuite de comparer les résultats obtenus par les deux méthodes en fonction de la longueur du délaminage.

5.2 Analyse d'une poutre en composite stratifié en vibration par flexion

L'équation de mouvement transverse d'une plaque stratifiée soumise à aucune charge transverse est donnée par [29]:

$$D_{11}\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4}+4D_{16}\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^3\partial y}+2(D_{12}+2D_{66})\frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2\partial y^2}+4D_{26}\frac{\partial^4 w_0}{\partial x\partial y^3}+D_{22}\frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4}+\rho_s\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2}=0 \qquad (5.1)$$

où w_0 est le déplacement transverse de la plaque. D_{ij} sont les coefficients de rigidité présentés dans le chapitre 2 et ρ_s est la densité surfacique de la plaque.

L'approche de la théorie des poutres peut remplacer celle des plaques lorsque le rapport largeur sur longueur est très faible, la largeur restant toutefois élevée par rapport à l'épaisseur de la poutre.

La théorie des poutres fait l'hypothèse que les moments fléchissant selon z et de torsion selon x sont nuls, et que le déplacement transverse ne dépend que de x (figure 5.1). L'équation du déplacement transverse est exprimée sous la forme :

$$w_0(x, y, t) = w_0(x, t) \tag{5.2}$$

L'équation de vibration en flexion des poutres (5.1) s'écrit alors :

$$\rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = 0 \tag{5.3}$$

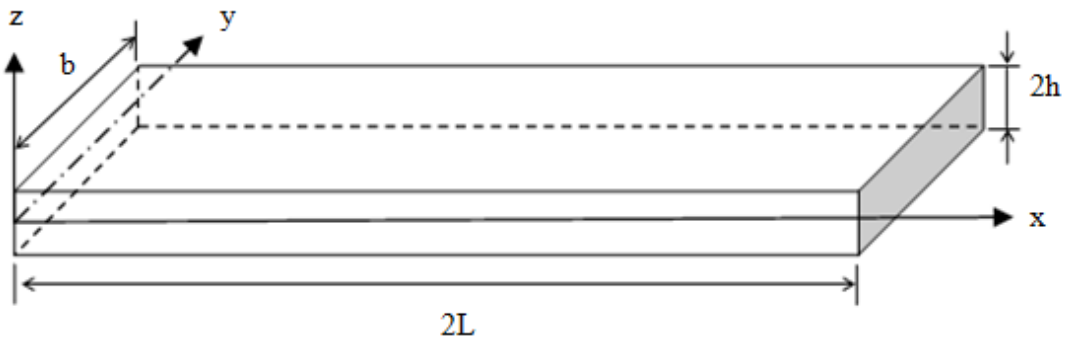


Figure 5.1 Système d'axes de la poutre

L'équation des vibrations transversales amorties d'une poutre avec un chargement transverse q s'écrit sous la forme :

$$\rho_s \frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + c_s \frac{\partial w_0}{\partial t} + D_{11} \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = q(x, t) \tag{5.4}$$

où c_s est le coefficient d'amortissement par unité de surface. En introduisant la pulsation propre du système non amorti, l'équation peut s'écrire aussi sous la forme :

$$\frac{\partial^2 w_0}{\partial t^2} + \frac{c_s}{\rho_s} \frac{\partial w_0}{\partial t} + \omega_0^2 (2L)^4 \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} = p(x, t) \tag{5.5}$$

où $p(x,t) = \frac{1}{\rho_s} q(x,t)$, $\omega_0 = \frac{1}{(2L)^2} \sqrt{\frac{D_{11}}{\rho_s}}$ et $2L$ est la longueur de la poutre.

La solution de l'équation de mouvement est donnée par la méthode de séparation des variables en temps et en espace. Les vibrations modales d'une poutre se traduisent par un déplacement transverse en un point de coordonnée x qui varie harmoniquement en fonction du temps :

$$w_i(x, t) = X_i(x)(\mathrm{A}_i \cos \omega_i t + B_i \sin \omega_i t) \tag{5.6}$$

où $X_i(x)$ est l'amplitude de la déformée modale du mode i et ω_i sa fréquence. En remplaçant cette équation de déplacement dans l'équation de mouvement (5.3) on obtient :

$$\frac{d^4 X_i}{dx^4} - \frac{1}{(2\mathrm{L})^4}\frac{\omega_i^2}{\omega_0^2} X_i = 0. \tag{5.7}$$

La solution de cette équation peut se mettre sous sa forme générale suivante :

$$X_i(x) = C_i \sin\kappa_i \frac{x}{a} + D_i \cos\kappa_i \frac{x}{a} + E_i \sinh\kappa_i \frac{x}{a} + F_i \cosh\kappa_i \frac{x}{a}. \tag{5.8}$$

Le paramètre κ_i et les constantes C_i, D_i, E_i et F_i sont déterminés à partir des conditions aux limites de la poutre. La solution générale est obtenue par la combinaison linéaire des solutions particulières :

$$w_0(x,t) = \sum_{i=1}^{\infty} X_i(x)(A_i \cos\omega_i t + B_i \sin\omega_i t). \tag{5.9}$$

Pour une force ponctuelle transversale harmonique $F_p = \delta(x-x_p)e^{iwt}$ appliquée en un point quelconque x_p, où $\delta(x-x_p)$ est une distribution de Dirac localisée en x_p, la composante modale aura pour expression :

$$P_i(t) = \frac{F_p}{\rho_s}\int_0^l X_i(x)\delta(x-x_p)e^{i\omega t}dx \tag{5.10}$$

L'excitation par pot vibrant pour générer donc l'ensemble des fréquences. L'équation du déplacement transverse peut s'écrire sous la forme suivante [1] :

$$w_0(x,t) = \frac{F_p}{\rho_s}\sum_{i=1}^{\infty} X_i(\mathrm{x}_p)X_i(\mathrm{x})\frac{1}{\omega_i^2}K_i(\omega)\cos(\omega t - \varphi_i) \tag{5.11}$$

avec $K_i(\omega) = \dfrac{1}{\sqrt{(1-\omega^2/\omega_i^2)^2 + (2\xi_i\omega/\omega_i)^2}}$ et $\varphi_i(\omega) = \tan^{-1}\dfrac{2\xi_i\omega/\omega_i}{1-\omega^2/\omega_i^2}$

où ξ_i est le coefficient d'amortissement visqueux défini par la relation suivant :

$$2\xi_i\omega_i = \frac{c_s}{\rho_s}. \tag{5.12}$$

5.3 Analyse expérimentale

5.3.1 Dispositif expérimental

La méthode de résonance est utilisée pour caractériser le comportement vibratoire du matériau composite stratifié sain et endommagé. Le montage et le dispositif expérimental sont présentés dans les figures 5.2 à 5.4. L'analyse modale expérimentale des vibrations avec excitation par pot vibrant présente l'avantage d'être assez simple à mettre en œuvre. L'éprouvette est en configuration encastré libre. Une extrémité de l'éprouvette est encastrée sur le pot vibrant par un étrier sur une longueur de 30 mm. Un analyseur de type Stanford Research Systems SR785 génère une excitation sinusoïdale de fréquence variable à amplitude constante permettant d'exciter le pot vibrant BK4809. Le signal d'excitation est amplifié à gain constant par l'amplificateur de puissance (Power Amplifier PA25E). A l'extrémité libre de l'éprouvette, la réponse à l'excitation est détectée par un accéléromètre (BK 352c22) relié à un conditionneur. L'accéléromètre est de sensibilité égale 9,78 mV/g (g est l'accélération de gravitation) pour une valeur de fréquence allant de 10 Hz à 10^4 Hz. Une carte GPIB permet de contrôler l'analyseur de réseaux et d'y commander les fréquences, l'amplitude, le nombre de courbes…etc., via une interface LABVIEW. Les données sont enregistrées et affichées en temps réel. La même procédure expérimentale est ainsi répétée sur toute une gamme d'éprouvettes en composites stratifiés saines et endommagées avec deux délaminages de longueur allant de 10 mm à 130 mm avec un pas de 10 mm. Toutes les éprouvettes sont excitées avec une amplitude d'excitation égale à 30mV. Cette amplitude est choisie comme amplitude d'excitation dans le domaine linéaire suite à de nombreux tests de vibrations.

La figure 5.5 donne un exemple d'un spectre du signal de sortie d'une éprouvette vierge en configuration encastre libre. Cette réponse fait apparaître les pics correspondant aux fréquences propres de vibration. L'expérience a été menée selon la norme ASTM E756-04 [104].

Les éprouvettes testées en vibration ont pour longueur 250 mm, largeur égale à 20 mm et une épaisseur de 3 mm. Les centres des délaminages sont placés à une distance de 95 mm de l'extrémité encastrée de l'éprouvette présentée dans la figure 5.2.

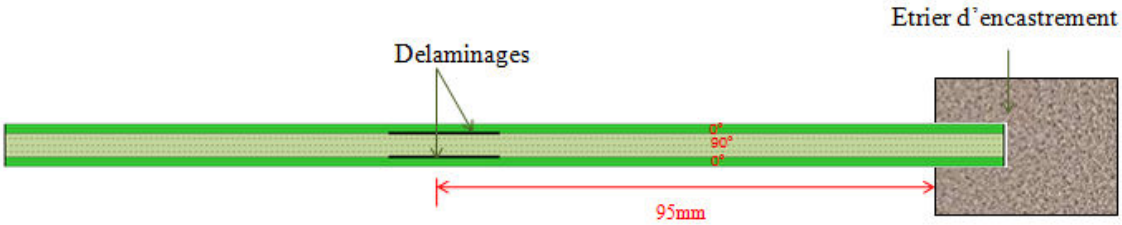


Figure 5.2 Position de délaminages dans l'éprouvette en composite stratifié

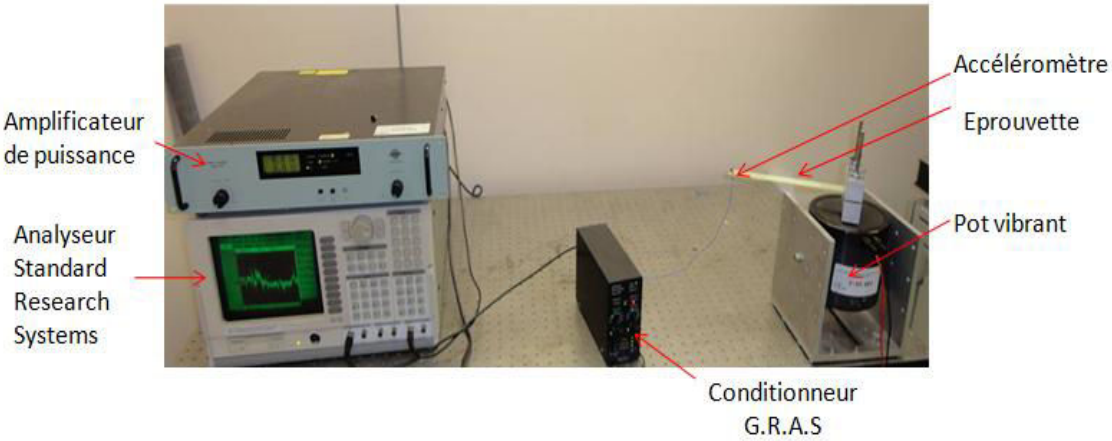


Figure 5. 3 Diapositif expérimental

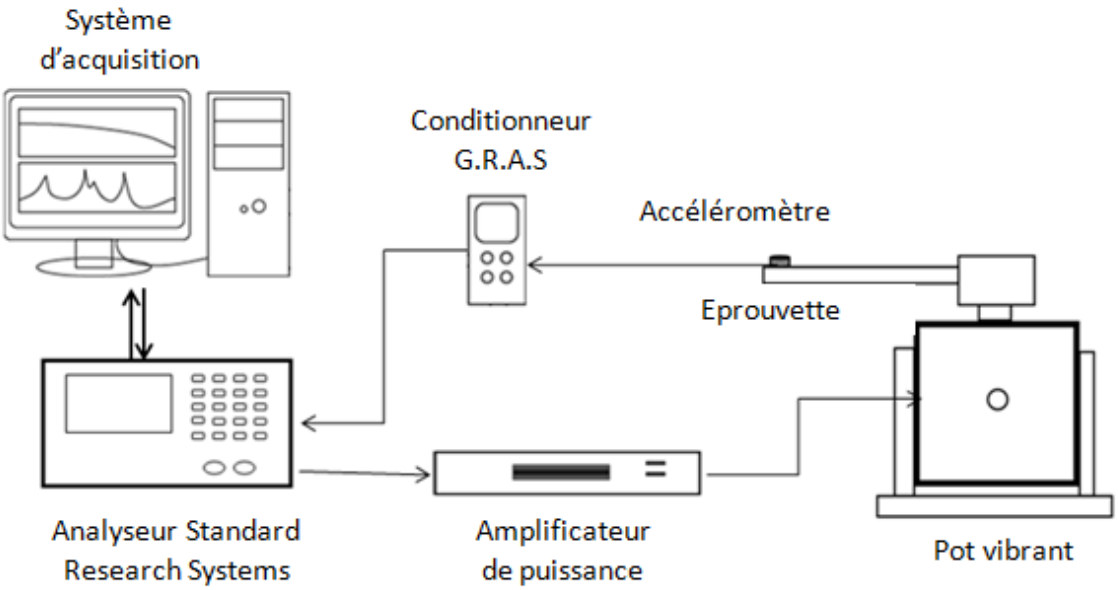


Figure 5.4 Schéma du montage expérimental

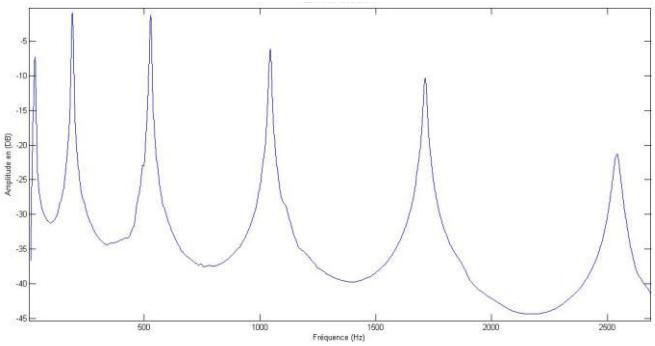


Figure 5.5 Exemple de réponse en fréquence d'une poutre encastrée libre

5.3.2 Analyse des résultats expérimentaux

Les éprouvettes sont constituées du stratifié considéré aux chapitres précédents. Le pot vibrant génère des excitations au voisinage de l'encastrement pour s'assurer d'être loin d'un nœud de vibration. Nous avons effectué des relevés de mesures en différents points afin d'éviter un nœud de vibration. L'analyse des courbes de réponse est effectuée par interpolation polynomiale d'ordre 6 à 8. Elle permet d'obtenir les valeurs des fréquences de résonance f_i et des amplitudes à la résonance pour chaque mode de vibration. La même démarche permet de déterminer le facteur de perte η_i en relevant les valeurs des fréquences par la méthode de la bande passante à −3dB. La figure 5.6 donne un exemple d'interpolation d'un pic présenté par des points et par un polynôme d'ordre six présenté par une ligne continue. Il est à noter que la courbe d'interpolation passe par la plus part des points expérimentaux dans la zone sélectionnée de la courbe de résonnance. La fréquence, l'amplitude à la résonnance ainsi que l'amortissement sont déterminés avec une bonne précision.

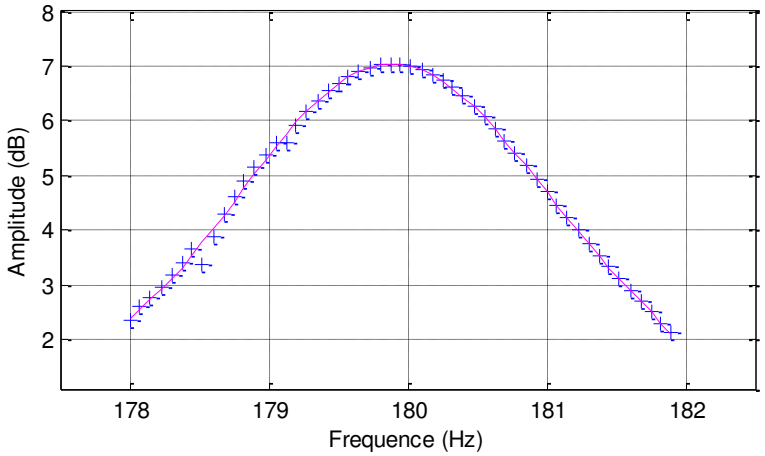


Figure 5.6 Exemple de courbe avec interpolation polynomiale

5.4 Analyse par la méthode des éléments finis

5.4.1 Formulation de l'équation de la dynamique

L'équation de la dynamique de la structure sans amortissement s'écrit [1,5] :

$$M\ddot{u} + Ku = F \tag{5.13}$$

où $\ddot{u}$ présente le vecteur accélération de la structure. Les matrices M et K présentent respectivement les matrices masse et de rigidité et F de présente le vecteur de la charge.

Dans le cas où on introduit un amortissement visqueux. L'équation de la dynamique de la structure (5.13) s'écrit :

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = F \tag{5.14}$$

où C est la matrice d'amortissement. La présence de ce terme complique la solution du problème. L'équation (5.14) peut être résolue par intégration directe en utilisant une méthode numérique telle que la méthode de Newmark, ou par une méthode de superposition modale [105-106]. La méthode par intégration directe ne présente pas de limitation liée à la forme de la matrice d'amortissement. Par contre la méthode de superposition modale est limitée dans au cas des faibles amortissements et au cas où la matrice d'amortissement est diagonale. En outre, l'interval fréquentiel de l'excitation ne doit pas être trop étendu de manière à considérer qu'un nombre limité de modes.

En absence d'amortissement et de charge, l'équation (5.14) s'écrit sous la forme :

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \tag{5.15}$$

Les solutions de cette équation, dans le cas de vibrations libres, sont de types harmoniques :

$$u = X(A\cos\omega t + B\sin\omega t) \tag{5.16}$$

où X est un vecteur d'ordre n, et ω est la pulsation des vibrations harmoniques. Les constantes A et B sont déterminées à partir des conditions initiales à $t = 0$.

Compte tenu de l'expression (5.15), l'équation (5.16) associée aux vibrations libres de la structure devient :

$$KX = \omega^2 MX \tag{5.17}$$

Ce système de n équations linéaires admet n solutions ;

$$(\omega_1^2, X_1), (\omega_2^2, X_2)...(\omega_n^2, X_n).$$

où $\omega_1, \omega_2, ...\omega_n$ sont les valeurs propres et $X_1, X_2, ...X_n$ sont les vecteurs propres.

5.4.2 Modélisation par éléments finis

La méthode des éléments finis est utilisée pour déterminer les fréquences propres, les tenseurs de contraintes et de déformations du matériau composite, avec et sans délaminage. L'analyse par la méthode des éléments finis a été conduite en utilisant *MSC NASTRAN 2012* avec *PATRAN* [107]. L'élément utilisé est un élément coque 2-D de type *Quad4* avec quatre nœuds à trois degrés de liberté par nœud et est basé sur la théorie d'élasticité plane (figure 5.7). Un maillage suivant la longueur et l'épaisseur de la poutre est effectué. Le matériau composite est modélisé par trois groupes anisotropes correspondant aux trois couches différentes. Les propriétés mécaniques des couches sont caractérisées par les rigidités réduites Q_{11}, Q_{33}, Q_{13} et Q_{55} pour les couches avec des fibres orientées à 0° et à 90°. Ces rigidités sont déduites des modules d'ingénieur obtenus à partir des résultats d'essais expérimentaux effectués au laboratoire et sont présentés dans le tableau 5.1. Le délaminage est modélisé comme un vide entre les couches de différentes directions de fibres, les nœuds aux bords des surfaces délaminées sont dupliqués et déconnectés comme dans le cas statique. Les deux délaminages ne se propagent pas au cours des vibrations.

La simulation numérique est effectuée pour une poutre en composite dans une configuration encastrée/libre. Le modèle discret de la poutre avec deux délaminages est présenté dans la figure 5.8.

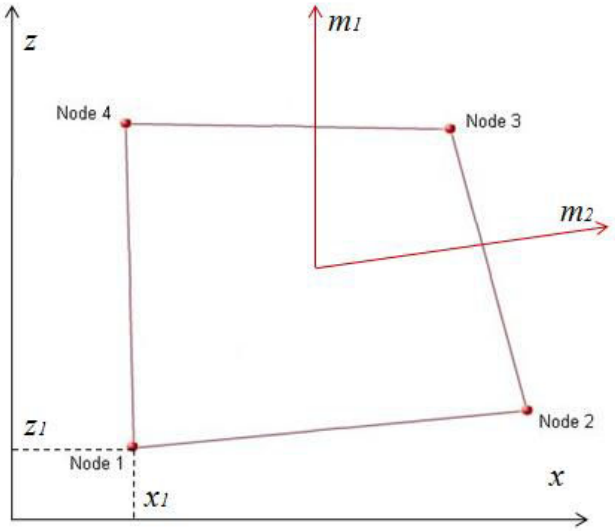


Figure 5.7 Elément 2D de type Quad4

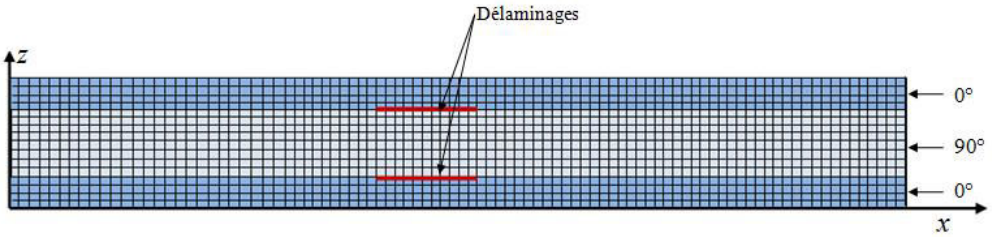


Figure 5.8 Maillages d'une poutre en composite avec délaminages

Tableau 5.1 Rigidités réduites du composite unidirectionnel verre/époxyde

Propriétés mécaniques en GPa	Q_{11}	Q_{13}	Q_{16}	Q_{36}	Q_{33}	Q_{55}
Couche de direction 0°	31,8	1,91	0	0	7,96	2,25
Couche de direction 90°	7,96	1,91	0	0	7,96	2,25

5.4.3 Modélisation de l'amortissement d'une structure en composite

L'évaluation de l'amortissement déduite de l'analyse par éléments finis peut être abordée par l'approche énergétique. L'analyse par éléments finis donne les valeurs des contraintes σ^e_{xx}, σ^e_{xz} et σ^e_{zz} et des déformations ε^e_{xx}, ε^e_{xz} et ε^e_{zz} dans l'élément e des différentes couches du composite stratifié.

L'énergie de déformation emmagasinée est obtenue par sommation des énergies de déformation résultants des contraintes des déformations longitudinales dans la direction x (U_{xx}), des contraintes et des déformations transversales dans la direction z (U_{zz}) et des contraintes et des déformations de cisaillement dans le plan (x,z) (U_{xz}). L'énergie de déformation U^e_d dans un élément fini e s'écrit en fonction des énergies de déformations suivant les différentes directions :

$$U^e_d = U^e_{xx} + U^e_{zz} + U^e_{xz} \tag{5.18}$$

avec

$$\begin{aligned} U^e_{xx} &= \frac{1}{2}\int\int_e \sigma^e_{xx}\varepsilon^e_{xx}dxdz \\ U^e_{zz} &= \frac{1}{2}\int\int_e \sigma^e_{zz}\varepsilon^e_{zz}dxdz \\ U^e_{xz} &= \frac{1}{2}\int\int_e \sigma^e_{xz}\varepsilon^e_{xz}dxdz. \end{aligned} \tag{5.19}$$

L'intégration est étendue à l'ensemble de la surface d'un élément fini *e*. L'énergie de déformation totale emmagasinée dans l'ensemble de la structure suivant les différentes directions est obtenue par sommation sur tous les éléments par :

$$\begin{aligned} U_{xx} &= \sum_{elements} U^{e}{}_{xx} \\ U_{zz} &= \sum_{elements} U^{e}{}_{zz} \\ U_{xz} &= \sum_{elements} U^{e}{}_{xz}. \end{aligned} \tag{5.20}$$

L'énergie de déformation U_d emmagasinée dans toute la structure composite est exprimée en fonction des énergies de déformations suivant les différentes directions du matériau par :

$$U_d = U_{xx} + U_{zz} + U_{xz}. \tag{5.21}$$

L'énergie dissipée ΔU dans l'élément fini *e* d'une couche *k* est donnée par [12]:

$$\Delta U_k^e = \psi_{xxk}^e U_{xxk}^e + \psi_{zzk}^e U_{zzk}^e + \psi_{xzk}^e U_{xzk}^e \tag{5.22}$$

avec $\psi^e{}_{xxk}$, $\psi^e{}_{xzk}$ et $\psi^e{}_{zzk}$ sont les coefficients d'amortissement de chaque couche *k* de matériau composite. Ces coefficients sont obtenus expérimentalement à partir des travaux effectués au laboratoire sur des composites verre/époxyde [39, 40, 45 et 46]. $\psi^e{}_{xxk}$ et $\psi^e{}_{zzk}$ sont les coefficients d'amortissements en traction et en compression dans les directions *x* et *z*. et $\psi^e{}_{xzk}$ est le coefficient d'amortissement en cisaillement dans le plan (*x, z*). Ces coefficients dépendent de la fréquence de vibration comme évoqué dans les travaux d'Assarar [29] et illustré par la figure (5.9).

L'énergie totale dissipée ΔU dans la structure est donnée par :

$$\Delta U = \sum_{\text{éléments}} \Delta U^e. \tag{5.23}$$

Finalement, le calcul de l'amortissement peut être obtenu par :

$$\psi = \frac{\Delta U}{U_d} = 2\pi\eta \tag{5.24}$$

avec η est le facteur de perte.

L'utilisation de la théorie des poutres incluant l'effet de cisaillement transverse combinée avec l'analyse par éléments finis, nous permet de décrire les caractéristiques

d'amortissement et la réponse dynamique de la structure composites endommagée par délaminage. Le facteur de perte est ainsi évalué en utilisant une routine programmée sous Matlab dont l'organigramme est présenté dans la figure 5.10.

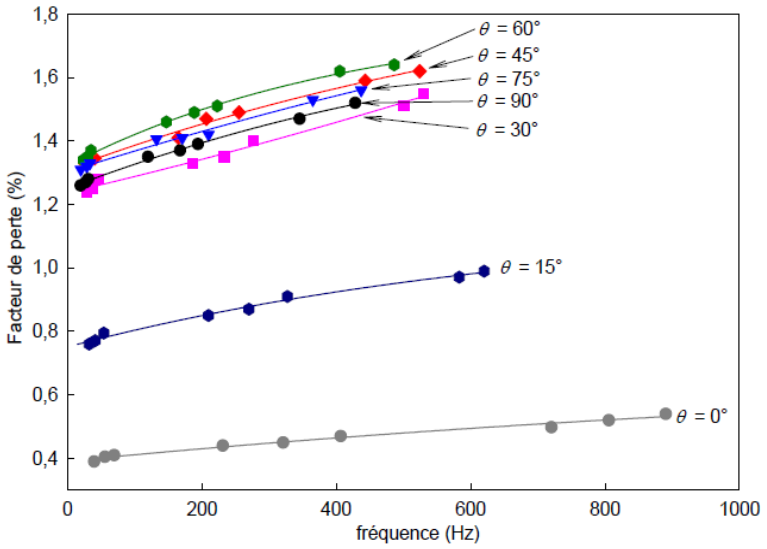


Figure 5.9 Détermination expérimentale de la variation de l'amortissement en fonction de la fréquence pour différentes orientations des fibres, obtenue en flexion de poutres de composites à fibres unidirectionnelles.[29]

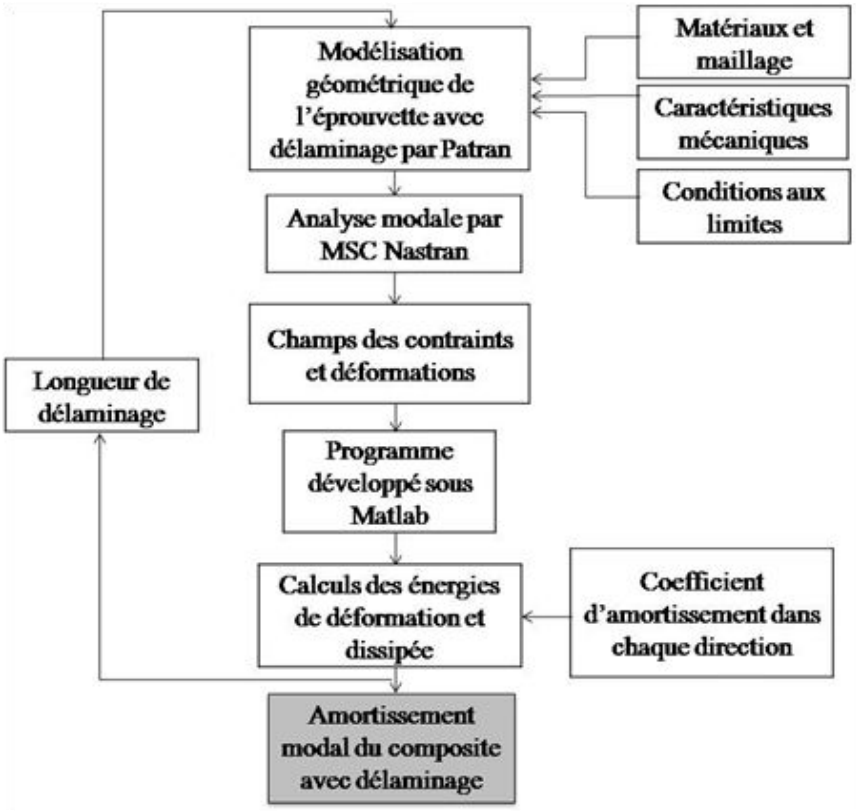


Figure5.10 Procédure pour déterminer l'amortissement du composite avec délaminage.

5.5 Application de la modélisation

Les propriétés élastiques et dissipatives des matériaux composites dépendent généralement de l'état d'endommagement, de la fréquence, de l'amplitude et du type d'excitation. L'analyse des résultats statiques et de fatigue du chapitre précédent a montré que lorsque la longueur du délaminage à l'interface des couches à 0° et à 90° de la poutre en composite augmente, la surface de transfert des contraintes entre les couches diminue. Ceci a pour conséquence une diminution de la résistance et de la rigidité du composite. Pour examiner cet effet sur le comportement vibratoire de la poutre en composite, les fréquences propres et les amortissements modaux des échantillons ayant différentes longueurs de délaminage sont déterminés expérimentalement et par le modèle des éléments finis.

5.5.1 Effet du délaminage sur les fréquences propres

Des études sur une large gamme d'échantillons ayant différentes longueurs de délaminage sont effectuées afin d'évaluer l'effet de la longueur du délaminage sur les fréquences propres de la structure. L'étude expérimentale est réalisée sur des poutres en composite stratifié vierges et endommagés par délaminage de longueur variable. Trois à quatre échantillons sont testés pour chaque longueur de délaminage. L'étude expérimentale a été menée sur des échantillons en flexion en utilisant la configuration encastrée libre. L'analyse par éléments finis est effectuée dans les mêmes conditions que les essais expérimentaux. Les courbes de résonances de la réponse fréquentielle ont été interpolées par des polynômes d'ordre 6 à 8 sous Matlab. On détermine ainsi les valeurs des fréquences f_i et du facteur de perte lié à l'amortissement η_i pour chaque mode et pour chaque longueur de délaminage.

Les figures 5.11à 5.16 présentent l'évolution de la fréquence propre en fonction du taux d'endommagement par délaminage pour les six premiers modes de vibration. Le taux d'endommagement du délaminage est ici défini comme le rapport entre la longueur de délaminage et la longueur de la partie libre de l'éprouvette. Les résultats obtenus expérimentalement sont comparés à ceux obtenus par la méthode des éléments finis. On peut remarquer que les fréquences propres diminuent avec la longueur de délaminage pour tous les modes de flexion. Ce shift en fréquence est dû à la diminution de la rigidité du matériau composite qui est la conséquence directe de la diminution de la surface de contact entre les couches de différentes orientations des fibres. La valeur

mesurée expérimentalement pour le premier mode est de 30Hz pour une poutre saine alors qu'elle n'est que de 20 Hz pour une poutre avec un taux de délaminage de 56%. On peut noter à titre comparatif, qu'entre un composite sain et un composite avec un taux d'endommagement de 56%, les fréquences propres subissent un shift de l'ordre de 37% pour le premier mode et de l'ordre de 58% pour le sixième mode.

Nous avons reporté à titre d'exemple dans le tableau 5.2 les valeurs des fréquences propres obtenues expérimentalement et celles obtenues par éléments finis ainsi que l'écart entre ces valeurs pour le premier, troisième et le sixième mode de flexion. Un bon accord est noté entre les résultats obtenus par éléments finis et les résultats expérimentaux pour les six premiers modes de flexion. L'écart entre les valeurs expérimentales et celles obtenues par éléments finis est inférieur à 10%. Cet écart peut être attribué aux effets de frottement à l'interface des couches délaminées et/ou à la singularité, dont le calcul par éléments finis n'a pas tenu compte. Ainsi, les fréquences de résonance pourraient être utilisées comme indicateur de l'état de santé de la structure composite en présence d'endommagement de type délaminage.

Tableau 5. 2 Ecart entre la fréquence mesurée expérimentalement et celle obtenue par éléments finis en fonction de taux de délaminage

Taux de délaminage (%)	Mode1			Mode3			Mode6		
	EF	EXP	Ecart (%)	EF	EXP	Ecart (%)	EF	EXP	Ecart (%)
0	31,07	31,31	-0,77	549,2	544	0,95	2521	2592	-2,81
4	28,84	31,30	-8,53	539,4	541,1	-0,31	2548	2516	1,25
9	28,43	31,22	-9,81	527,1	522,5	0,87	2508	2215	11,7
13	28,66	31,03	-8,27	485	479,5	1,13	2277	2041	10,3
17	28,06	30,65	-9,23	438	424	3,2	2002	1891	5,54
22	28,01	30,07	-7,35	384	376	2,08	1811	1780	1,71
26	27,59	29,26	-6,05	352	341,8	2,9	1722	1716	0,35
30	27,23	28,24	-3,71	327	317,5	2,9	1632	1597	2,14
35	24,98	27,03	-8,21	303	297,4	1,85	1392	1460	-4,88
39	24,74	25,70	-3,88	297	278	6,4	1442	1372	4,85
43	24,17	24,29	-0,49	268,3	259	3,46	1380	1339	2,97
48	22,89	22,86	0,13	249,2	242	2,9	1316	1229	6,61
52	21,52	21,46	0,28	238,1	228	4,24	1207	1154	4,39
56	19,19	20,11	-4,79	219,1	217,4	0,77	1077	1102	-2,32

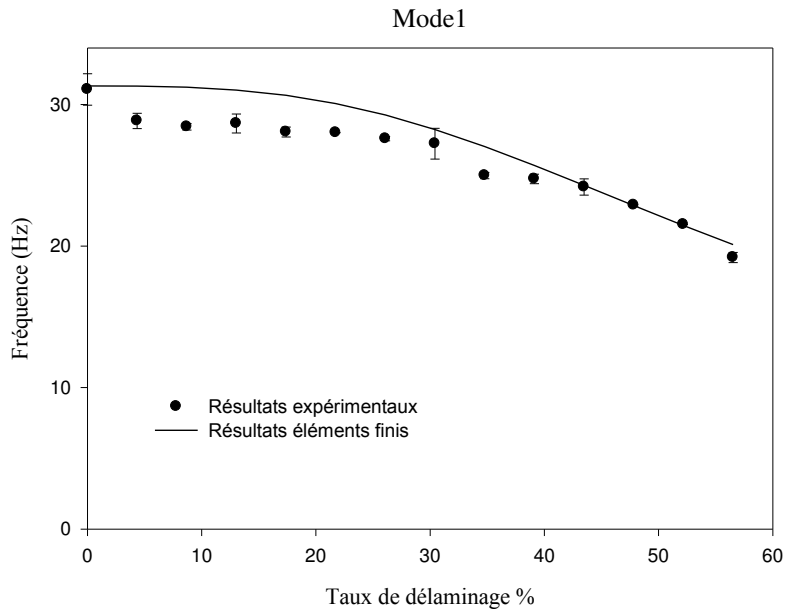


Figure 5.11 Influence du taux de délaminage sur les fréquences de résonance du mode1

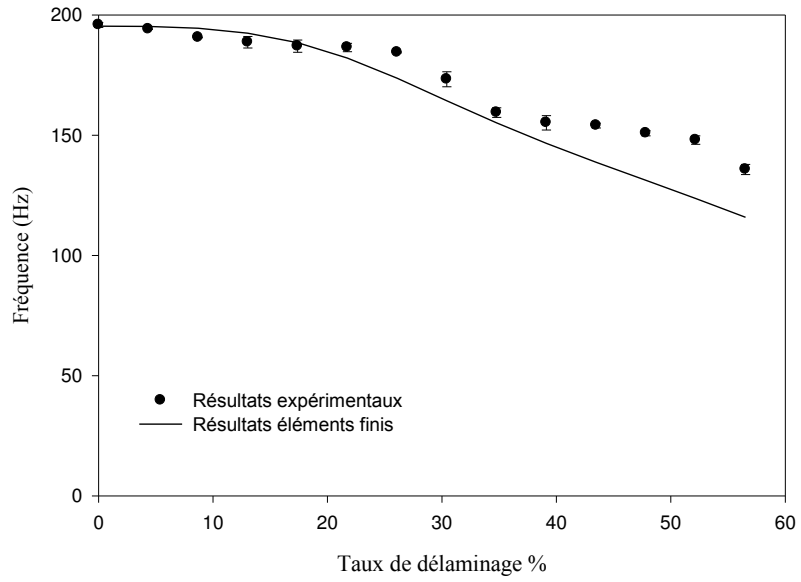


Figure 5.12 Influence du taux de délaminage sur les fréquences de résonance du mode2.

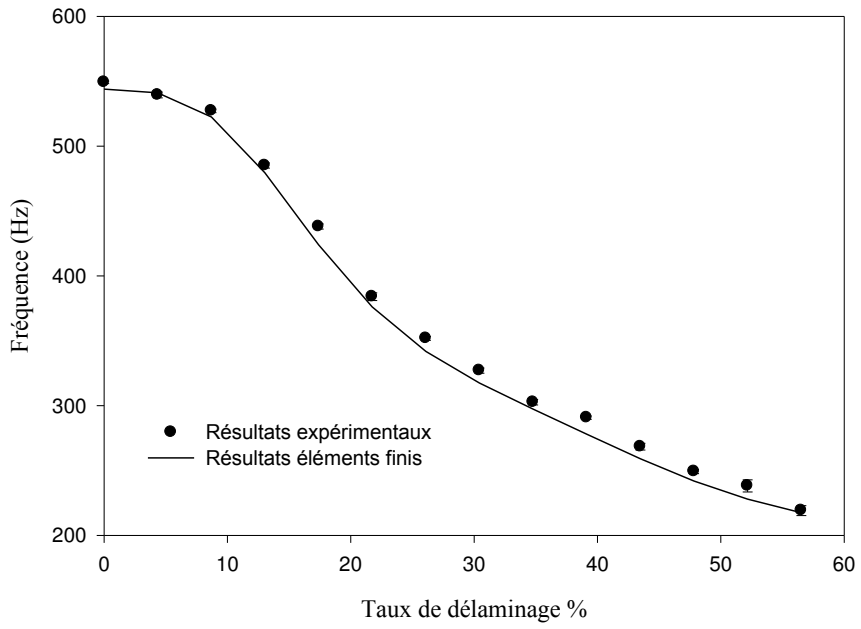


Figure 5.13 Influence du taux de délaminage sur les fréquences de résonance du mode3.

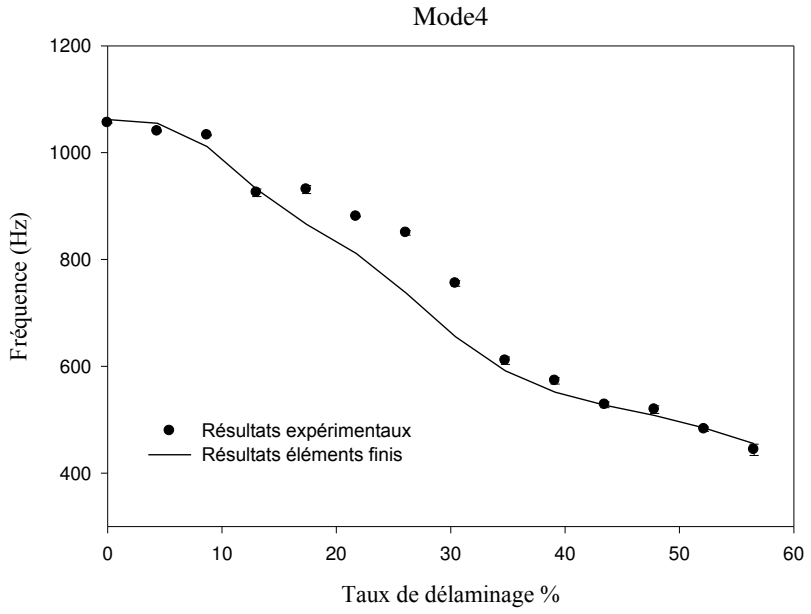


Figure 5. 14 Influence du taux de délaminage sur les fréquences de résonance du mode4

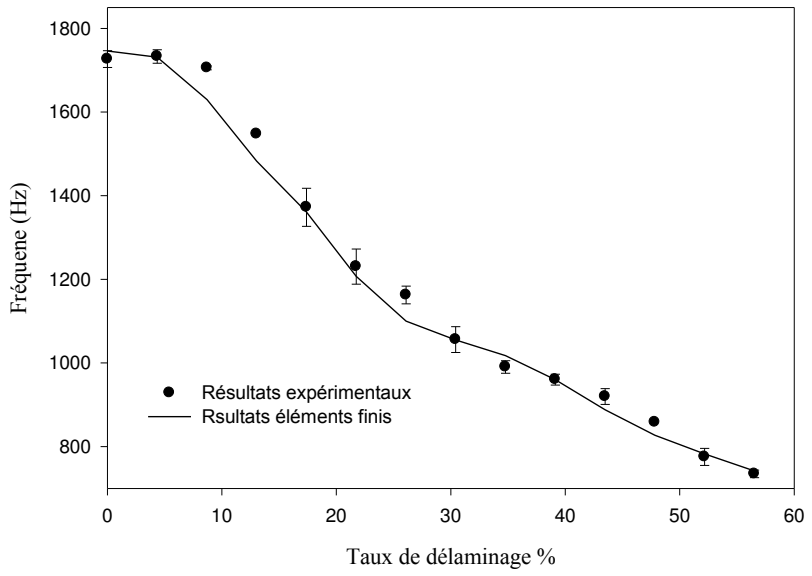


Figure 5.15 Influence du taux de délaminage sur les fréquences de résonance du mode5.

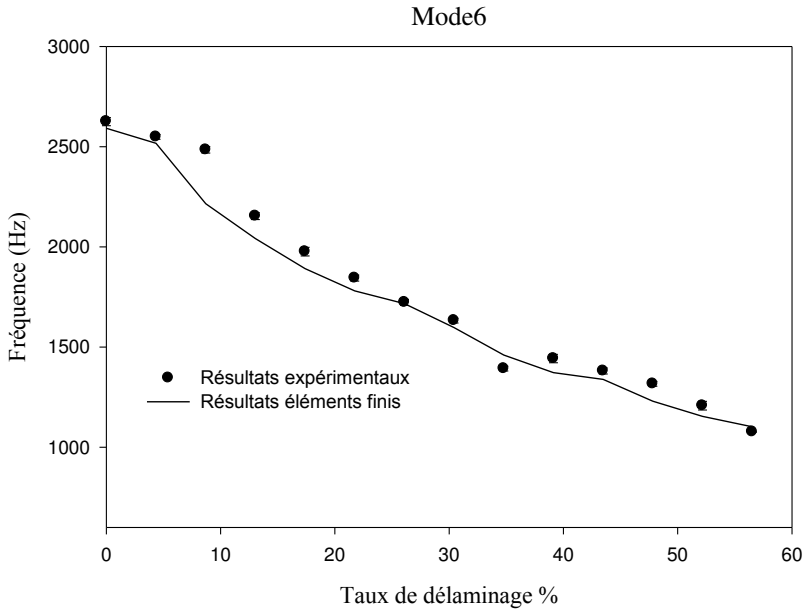


Figure 5. 16 Influence du taux de délaminage sur les fréquences de résonance du mode6.

Les figures 5.17 permettent de comparer les déformées des six premiers modes de flexion obtenues par élément finis pour une poutre saine, une poutre avec un taux de délaminage de 30% et de 60%.

Nous observons que les déformées modales de l'éprouvette saine et la moins endommagée sont similaires pour les différents modes de vibration. Il est à noter aussi une déformation en flexion beaucoup mois importante dans le cas de la poutre la plus endommagée, ce comportement est dû au comportement de la couche externe (couche à 0°) qui se déplace parfois dans le sens opposé de celui de la poutre. Les déformées modales de l'éprouvette la plus endommagée montrent une ouverture de la fissure aux modes trois et six, cette ouverture est beaucoup plus marquée dans le sixième mode.

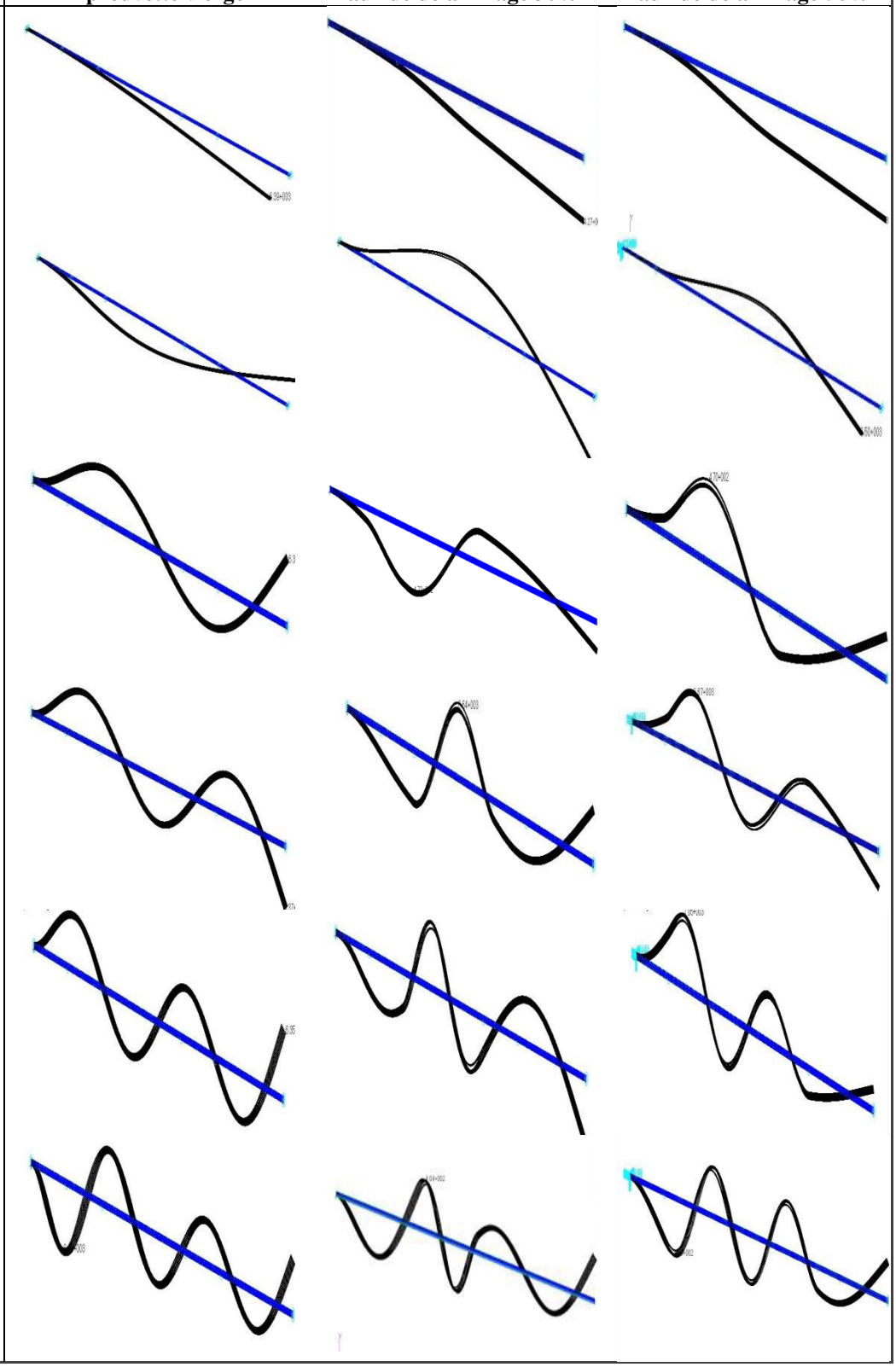
Mode	Eprouvette vierge	Taux de délaminage 30%	Taux de délaminage 56%
1			
2			
3			
4			
5			
6			

Figure 5.17 Déformées obtenues par éléments finis des 6 premiers modes de vibration et pour différents taux de délaminage

5.5.2 Effet du délaminage sur le facteur d'amortissement

Le calcul de l'amortissement développé précédemment est appliqué, dans ce paragraphe, à l'analyse expérimentale des matériaux stratifiés à fibres de verre endommagés par délaminage. La modélisation par éléments finis est effectuée en tenant compte de la variation de l'amortissement en fonction de la fréquence pour chaque couches (0° et 90°) du stratifié comme il a été évoqué précédemment au § 5.4.3. Les figures 5.18 à 5.22 comparent les résultats obtenus par l'analyse expérimentale et les résultats déduits de la modélisation par éléments finis pour des poutres vierges et endommagées par délaminage.

Les valeurs de l'amortissement mesurées expérimentalement pour le premier mode de vibration ont montré une dispersion importante. Cette dispersion est attribuée à l'influence de l'encastrement de la poutre notamment pour des fréquences inférieures à 100 Hz [76]. En outre, l'analyse de l'amortissement avec la méthode de la bande passante à basse fréquence exige un nombre d'échantillons élevé pour obtenir un facteur d'amortissement plus précis. Malheureusement, cette condition est très difficile à réaliser avec le diapositif expérimental disponible. C'est pourquoi ce mode n'est pas présenté. Les résultats obtenus montrent, que le facteur de perte augmente lorsque la longueur du délaminage augmente. Pour les composites avec un taux de délaminage faible (entre 0 et 15%), les résultats obtenus par élément finis sont en bon accord avec ceux obtenus expérimentalement pour l'ensemble des modes. Au-delà de cette valeur, un écart entre les résultats expérimentaux et les résultats obtenus par éléments finis est observé. Cet écart devient important avec l'augmentation du taux de délaminage. Cette écart est attribué aux phénomènes de contact et de frottement entre les surfaces délaminées. Yang *et al.* [108] ont montré dans leurs travaux que le contact et le frottement entre les surfaces de la fissure ont une influence significative sur les coefficients d'amortissement. Ils ont constaté que pour les faibles longueurs de délaminages (moins de 15%) l'amortissement est dû à la réduction de la rigidité, le frottement entre les couches fissurées semble secondaire. Pour des taux d'endommagement élevés, l'évolution de l'amortissement en fonction de la longueur de délaminage est affectée par les frottements entre les interfaces des couches fissurées ce

qui explique l'écart important entre les résultats expérimentaux et les résultats obtenus par élément finis.

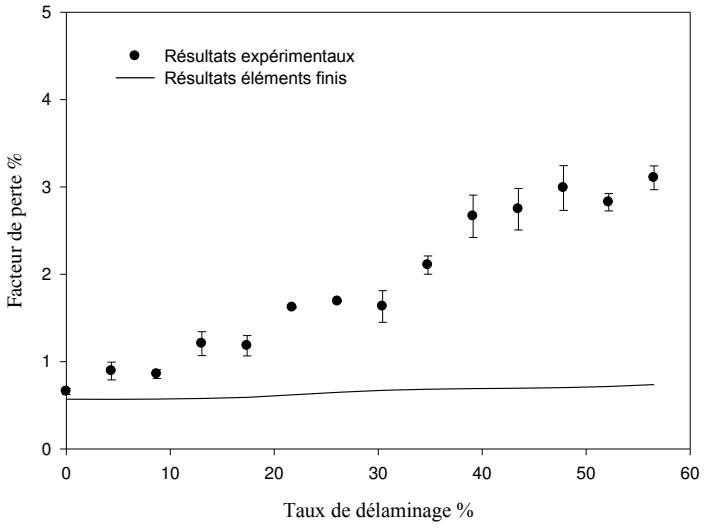


Figure 5.18 Influence du taux de délaminage sur le facteur de perte en mode 2

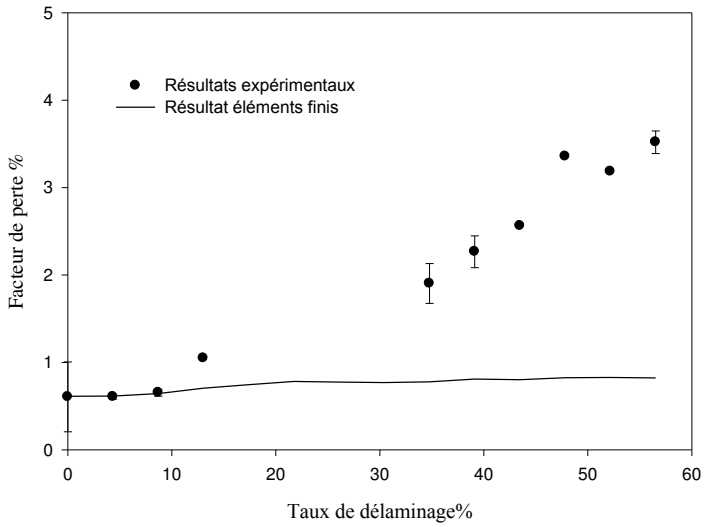


Figure 5.19 Influence du taux de délaminage sur le facteur de perte en mode 3.

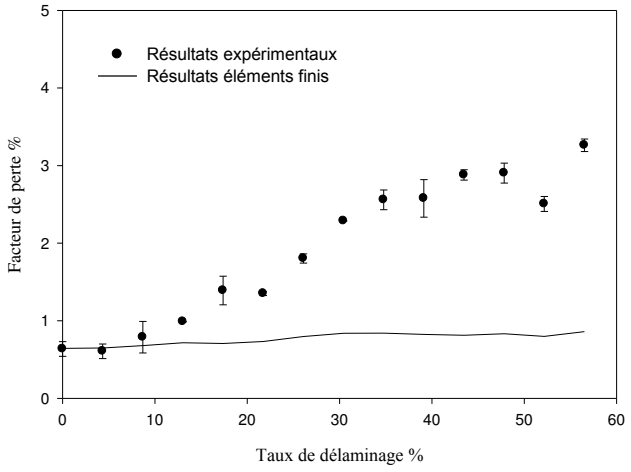


Figure 5.20 Influence du taux de délaminage sur le facteur de perte en mode 4.

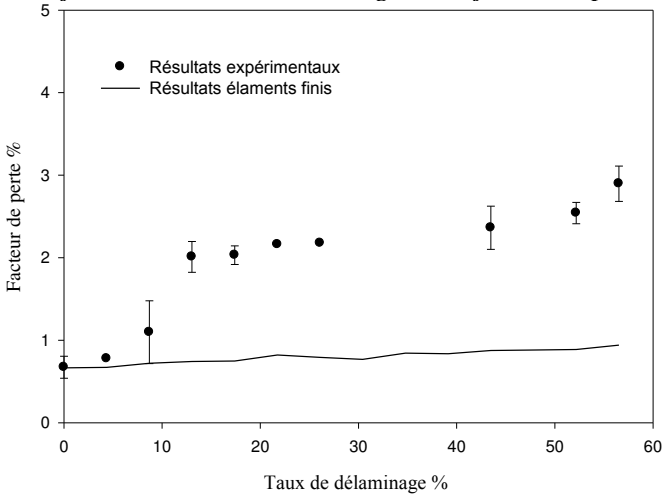


Figure 5.21 Influence du taux de délaminage sur le facteur de perte en mode 5.

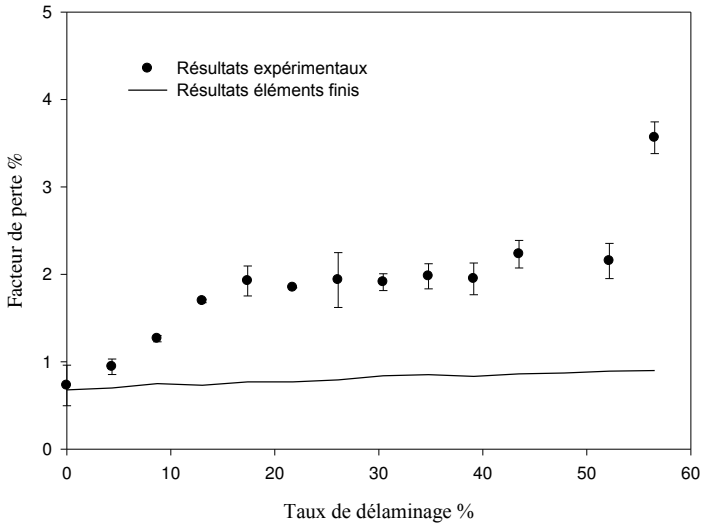


Figure 5.22 Influence du taux de délaminage sur le facteur de perte en mode 6.

5.5.3 Contribution à l'amortissement des différentes énergies dissipées dans le stratifié endommagé

Les propriétés dissipatives des matériaux composites dépendent de plusieurs paramètres, parmi lesquels on peut citer : la fréquence, l'amplitude, l'endommagement, le type d'excitation, les énergies de déformation...etc. La participation à l'amortissement des diverses énergies dissipées dépend des énergies de déformation emmagasinées dans les couches du stratifié ainsi que de leurs coefficients d'amortissement.

L'objectif de la présente étude est d'appliquer la modélisation développée précédemment à l'analyse de la contribution à l'amortissement des différentes énergies dissipées dans les différentes couches et suivant les différentes directions en fonction de la longueur du délaminage et de la fréquence de vibration.

La participation des variations relatives des énergies dissipées ΔU_{ij} $(ij = xx, zz, xz)$ dans le stratifié endommagé est illustrée dans la figure 5.23. Sur cette figure sont reportées l'évolution des énergies dissipées en fonction du taux d'endommagement pour les six premiers modes de vibration. Ces résultats ont été obtenus par la modélisation développée précédemment utilisant l'analyse par éléments finis. L'analyse de ces résultats montre que, pour tous les modes de vibration à l'exception du deuxième mode, l'énergie dissipée dans la direction x, ΔU_{xx}, est la plus importante. L'énergie dissipée en traction et compression suivant la direction x est donc la principale contribution à l'amortissement du matériau composite endommagé si l'on ne tient pas compte du frottement et du contact.

Pour le deuxième mode de vibration, l'énergie dissipée par cisaillement (ΔU_{xz}) et par traction suivant x (ΔU_{xx}) sont du même ordre de grandeur. Ce résultat est probablement dû une sollicitation combinée en traction (xx) et en cisaillement (xz) des couches de différentes orientations du composite stratifié. En outre, pour tous les modes de vibration, l'énergie dissipée par traction transverse ΔU_{zz} est très faible et peut être négligée.

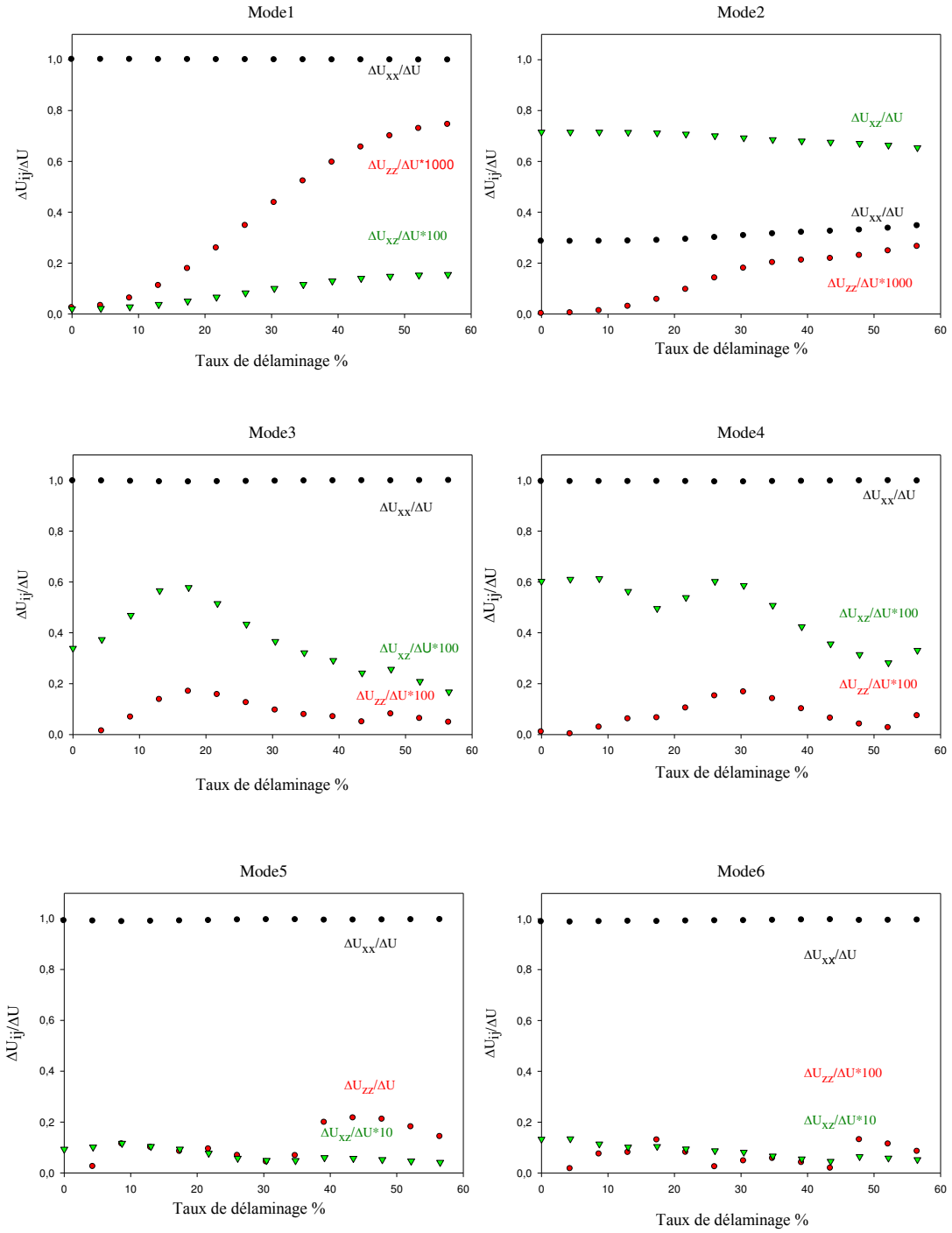


Figure 5.23 Différentes énergies dissipées dans le matériau composite en fonction de la longueur du délaminage pour les six premiers modes de vibration.

5.6 Conclusion

Le comportement dynamique des composites en présence de délaminage est évalué dans le cas des vibrations en flexion de poutres. Les expériences ont été menées sur des poutres en composite ayant un délaminage double de longueur variable. Les fréquences propres et les amortissements ont été déduits des essais par une méthode d'ajustement des réponses en fréquence à une excitation par pot vibrant.

Une modélisation de l'amortissement est mise en place utilisant un calcul par éléments finis. Elle est développée sous le code de calcul *Nastran* et a permis de déterminer la fréquence propre et le coefficient d'amortissement. Ces paramètres sont évalués par une routine de calcul développée sous *Matlab* qui utilise les résultats des champs de contraintes et déformations obtenus par éléments finis pour chaque mode de vibration et pour différents taux d'endommagement et la connaissance a priori des facteurs d'amortissement de chaque couche.

Ces résultats montrent que les fréquences diminuent et les amortissements augmentent lorsque la longueur du délaminage augmente. La comparaison entre les valeurs des fréquences obtenues expérimentalement et celles obtenues par éléments finis sont en bon accord. Il a été démontré aussi que pour des faibles longueurs de délaminage, la variation de l'amortissement est due à l'endommagement du matériau composite. Pour des longueurs de délaminage élevées l'effet de frottement entre les couches fissurées est prépondérant, un écart entre les valeurs du coefficient d'amortissement obtenues expérimentalement et celles obtenues par éléments finis apparait. Cet écart pourrait être attribué par la variation en fonction de la fréquence et de la longueur de fissure des propriétés mécaniques du stratifié et de ses constituants ainsi que par les effets liés au contact et au frottement des surfaces de la fissure. En effet, la modélisation mise en place ne tient pas compte de ces phénomènes. Néanmoins, l'analyse dynamique met en évidence un décalage fréquentiel vers les basses fréquences des fréquences propres fondamentales et harmoniques et une augmentation de la dissipation d'énergie lorsque la longueur du délaminage augmente. L'amortissement et le décalage fréquentiel peuvent être utilisés comme un outil de CND pour suivre l'évolution de l'état d'endommagement des matériaux composites endommagés par délaminage.

Chapitre 6

Analyse du comportement non linéaire des matériaux composites endommagés par délaminage

Résumé

Le chapitre 6 a pour objet d'évaluer le comportement non linéaire du matériau composite endommagé par deux délaminages de longueur contrôlée. L'analyse expérimentale vise à suivre la variation des paramètres non linéaires en fonction de la longueur du délaminage. Suite à une série de tests d'amplitudes de résonance croissantes, le décalage de la fréquence et de l'amortissement sont évalués en fonction des amplitudes de déformation. Les paramètres non linéaires élastiques et dissipatifs associés respectivement aux fréquences et aux amortissements, sont déterminés pour les six premiers modes de flexion et pour différentes longueurs de délaminage. La variation de ces paramètres en fonction des niveaux d'excitations, nous a conduit à choisir le mode 2 comme le mode le plus sensible au délaminage des composites. En fin de chapitre, les paramètres non linéaires élastique et dissipatif sont comparés avec ceux obtenus par l'analyse en vibration linéaire du chapitre précédent.

Chapitre 6

Analyse du comportement non linéaire des matériaux composites endommagés par délaminage

6.1 Introduction

Comme tous les matériaux hétérogènes, les composites stratifiés constitués de résine époxyde renforcée par des fibres de verre peuvent être le siège d'apparition et de propagation de micro-fissures et de fissures invisibles même pour des contraintes inférieures à la contrainte à la rupture du matériau. A cette étape d'endommagement, les inspections visuelles ne sont pas sensibles. Dans ce cas, les méthodes vibratoires semblent être suffisamment efficaces pour détecter et suivre l'évolution de la fissuration et ce même pour des fissures internes dans les structures composites [67].

C'est ainsi dans le chapitre précédent, une méthode de vibration de résonance linéaire a été utilisée pour suivre l'évolution de la fréquence et de l'amortissement des composites en fonction de longueur de délaminage. Cette technique est basée sur la dégradation de rigidité et sur la croissance de l'atténuation en fonction de l'endommagement. Généralement, les techniques basées sur la vibration linéaire ne sont pas très sensibles à l'endommagement intégré dans la structure des matériaux composites comme le délaminage. Les procédures de vibration non linéaire se présentent comme une alternative pouvant caractériser ce type de fissuration [77,109, 110]. Les méthodes de vibrations non linéaires ont montré une plus grande sensibilité à la détection des fissurations dans les matériaux que les méthodes utilisant la réponse linéaire [73, 89, 111]. Les méthodes basées sur la mesure de la réponse non linéaires sont principalement appliquées sur les matériaux métalliques fissurés [112-113], les matériaux granulaires, les roches et les céramiques [114]. Les études utilisant les méthodes non linéaires dans les structures composites sont encore limitées [115].

Dans ce chapitre la méthode de vibration non linéaire est utilisée. Les évolutions de la fréquence de résonance et de l'amortissement sont suivies en fonction du niveau d'excitation pour des longueurs de délaminages croissantes. Ensuite, une étude bibliographique des théories portant sur les modélisations non linéaire est présentée.

Deux paramètres non linéaires sont déterminés, associés respectivement au décalage des fréquences et des amortissements. Enfin, une comparaison des sensibilités de la méthode non linéaire et de la méthode linéaire est proposée.

6.2 Procédure expérimentale de la méthode de résonnance non linéaire

La méthode de vibration non linéaire consiste à solliciter l'échantillon autour de l'un de ses modes de résonance en flexion pour des niveaux d'excitation croissants. Les réponses à ces excitations sont ensuite mesurées par un accéléromètre ou un vibromètre laser. La non linéarité des matériaux hétérogènes ou endommagés est mesurée par la variation de la fréquence de résonance et la variation du facteur de perte en fonction de l'amplitude d'excitation. Les paramètres élastiques et dissipatifs non linéaires sont déterminés à partir du décalage des fréquences et des amortissements.

Le dispositif expérimental utilisé dans les essais de vibration non linéaire est le même que celui utilisé dans le cas de la vibration linéaire présentée dans le chapitre 5. La configuration d'une éprouvette encastrée/libre est utilisée. Un ensemble de 10 courbes de résonance ont été mesurées en fonction du niveau d'excitation pour des échantillons sains et pour des échantillons endommagés par délaminage de longueur allant de 10 à 130 mm avec un pas de 10 mm. Cette expérience a été répétée trois fois pour chaque longueur de délaminage et pour les six premiers modes de vibration en flexion.

Le premier mode est difficile à exciter avec des valeurs d'amplitude importantes pour des basses fréquences. Dans ce cas, nous avons testé les échantillons avec seulement quatre niveaux d'excitation. La relaxation et le temps de conditionnement après chaque amplitude d'excitation ont été pris en compte dans cette étude.

Nous avons effectué des relevés de mesures en différents points de l'éprouvette afin d'être certains de ne pas oublier des fréquences propres. Un exemple de spectre du signal de sortie d'une éprouvette vierge pour 10 niveaux d'excitations est présenté dans la figure 6.1. Il fait apparaître les pics de résonance correspondant aux fréquences de résonance du 5ème mode de vibration en flexion.

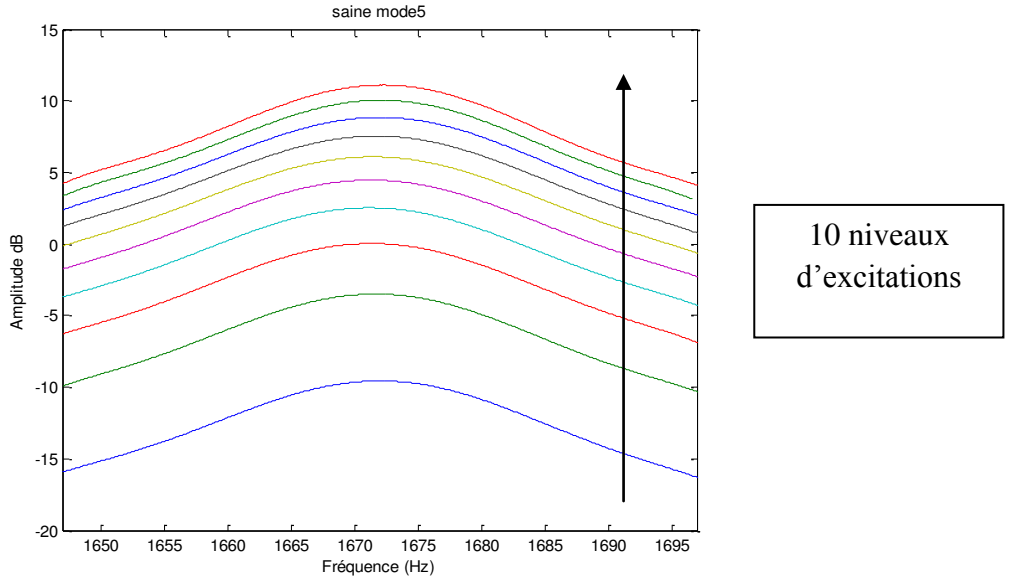


Figure 6.1 Courbes de résonance du 5ème mode de vibration en flexion d'une éprouvette en composite pour plusieurs niveaux d'excitation

Une interpolation polynomiale d'ordre 6 à 8 a été utilisée pour le traitement des résultats expérimentaux. Elle a permis de calculer la valeur de la fréquence de résonance f_i, l'amplitude à la résonance A_{ri} et le facteur de perte η_i pour les dix niveaux d'excitation de chaque états d'endommagement (caractérisés par la longueur du délaminage) et pour les six premiers modes de vibration. Le facteur de perte est déterminé par la méthode de la bande passante –3dB par rapport à l'amplitude maximale correspondant au pic de résonance.

6.3 Résonance non linéaire du composite

6.3.1 Courbes de résonance

Les figures 6.2 et 6.3 présentent, à titre d'exemple, les courbes de résonance dans le cas d'une poutre en composite saine et une autre avec un taux de délaminage égal à 56%. Le taux de délaminage est défini comme le rapport entre la longueur du délaminage et la longueur de la partie libre de l'éprouvette. Ces figures reportent la variation de l'amplitude en fonction de fréquence pour 10 niveaux d'excitations croissants. Chaque courbe correspond à une amplitude de vibration fixe. Dans le cas d'un échantillon sain, donné dans la figure 6.2, les 10 courbes d'amplitude/fréquence présentent la même allure. Cependant, il est observé pour le sixième mode de

vibration, un léger décalage de la fréquence qui peut être causée par la non-linéarité due au comportent viscoélastique du matériau composite pour des fréquences de vibration élevées lorsque le niveau d'excitation est élevé.

Dans le cas de l'éprouvette endommagée avec un taux de délaminage de 56%, résultats présentés dans la figure 6.3, on observe que la fréquence de résonance diminue lorsque le niveau d'excitation augmente, pour tous les modes de vibration. Le pic de résonance se décale de plus en plus vers les bases fréquences avec l'augmentation de la longueur du délaminage, indiquant une non linéarité élevée. Il est à noter aussi que les courbes de résonance sont asymétriques et la bande passante s'élargie avec l'augmentation de l'amplitude d'excitation.

6.3.2 Effet du niveau d'excitation sur la fréquence de résonance

La figure 6.4 présente l'évolution de la fréquence de résonance en fonction de la tension d'excitation, pour des taux de délaminage croissants et pour les six premiers modes de vibration. L'analyse de ces résultats montre que pour un mode de vibration et un niveau d'excitation donnés, la fréquence diminue lorsque le taux de délaminage augmente. Ce résultat est similaire à celui observé dans le cas de la vibration linéaire. Il est constaté aussi, pour un taux de délaminage donné, que la fréquence diminue quasi-linéairement avec l'augmentation du niveau d'excitation pour pratiquement tous les modes de vibration. Pour une éprouvette non endommagée, la fréquence demeure presque constante pour des niveaux d'excitation croissants.

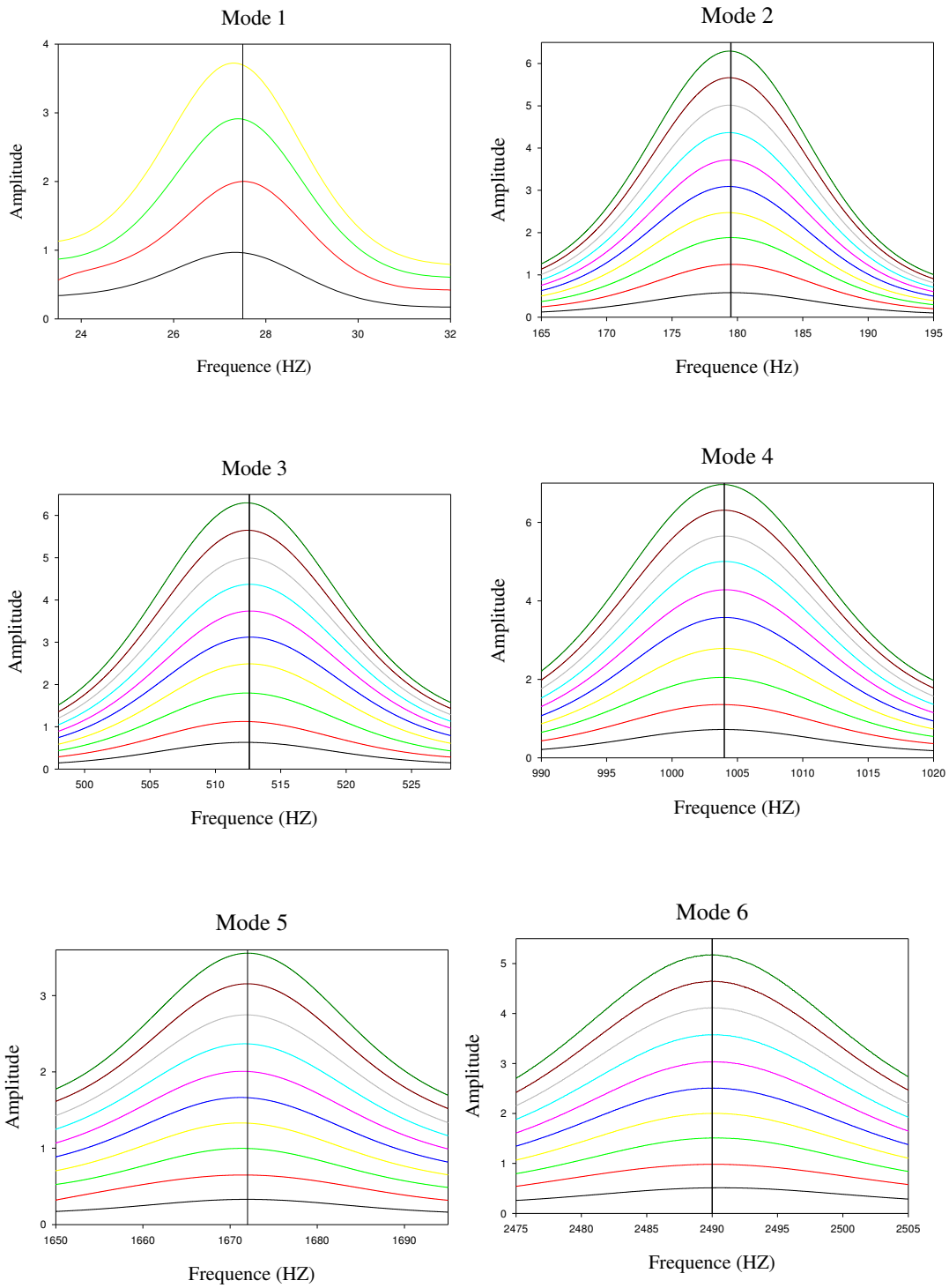


Figure 6.2 Courbes de résonance des six premiers modes de vibration d'une éprouvette en composite non endommagée.

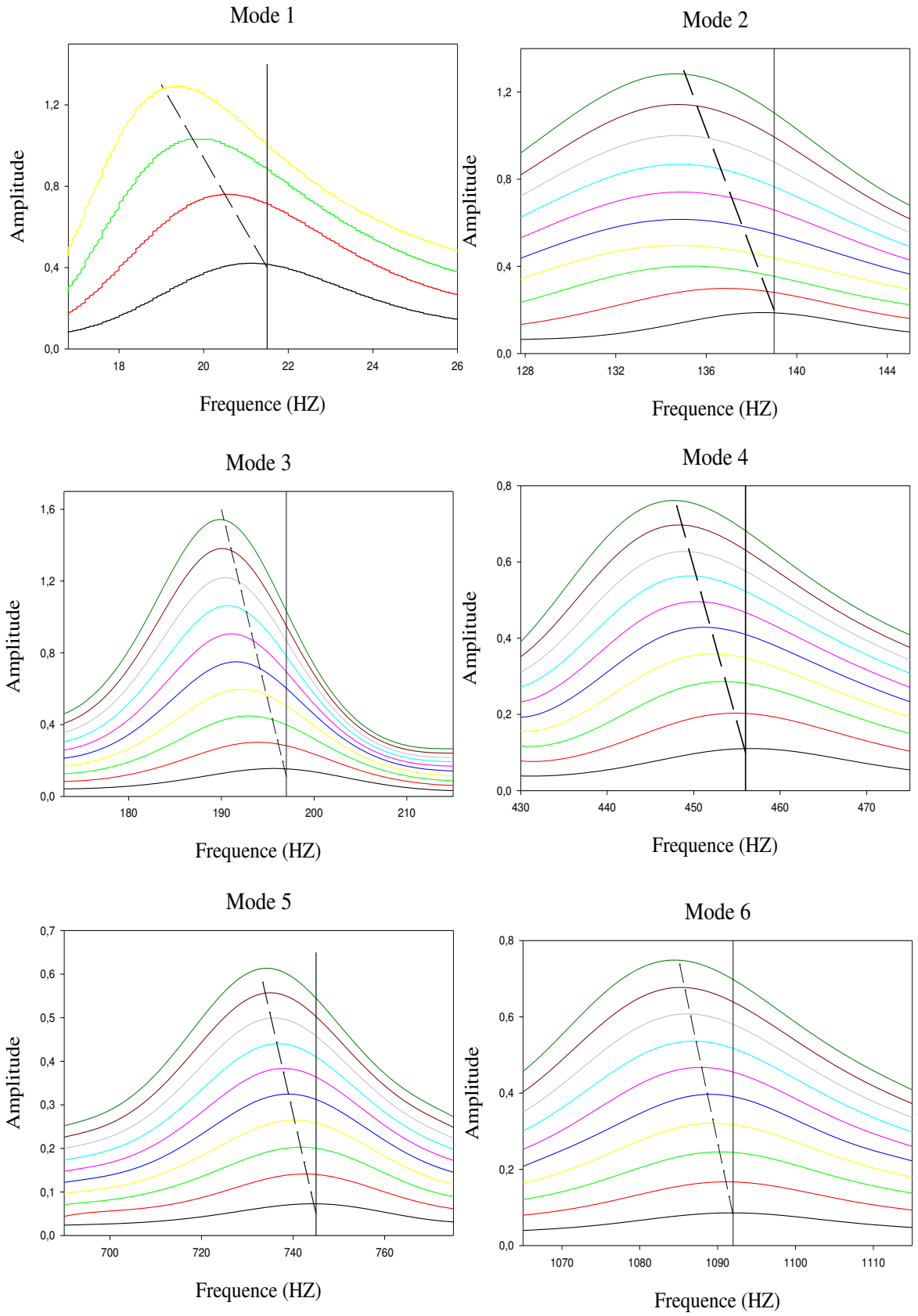


Figure 6.3 Courbes de résonance des six premiers modes de vibration d'une éprouvette en composite endommagée avec un taux de délaminage de 56%.

6.3.3 Effet du niveau d'excitation sur l'amortissement

Nous avons reporté dans la figure 6.5, la variation du facteur de perte en fonction de la tension d'excitation pour des taux de délaminage croissants. Dans le cas du premier mode de vibration, la valeur du facteur de perte est difficile à mesurer et les résultats obtenus montrent une très grande dispersion pour les mêmes éprouvettes avec le même taux de délaminage et pour les mêmes conditions d'excitation. Les résultats donnés par la suite ne tiennent compte que des cinq premiers modes vibration (2 à 6). L'analyse des résultats obtenus montre que le facteur de perte augmente avec le niveau d'excitation pour les cinq modes de vibration et pour des taux de délaminage croissants. Cette variation est quasi-linéaire pour la plupart des nivaux d'excitation et d'autant plus forte que le taux de délaminage est élevé. A titre d'exemple, pour le quatrième mode de vibration et pour un niveau d'excitation de 300mV, la valeur de facteur de perte varie de 1,2 % à 4,3 % lorsque le taux de délaminage varie de 0 à 56%.

Le facteur de perte et la fréquence de résonance varient en fonction du taux de délaminage, ce qui met en évidence la possibilité de corréler le taux de délaminage des matériaux composites et des paramètres de vibration non linéaire.

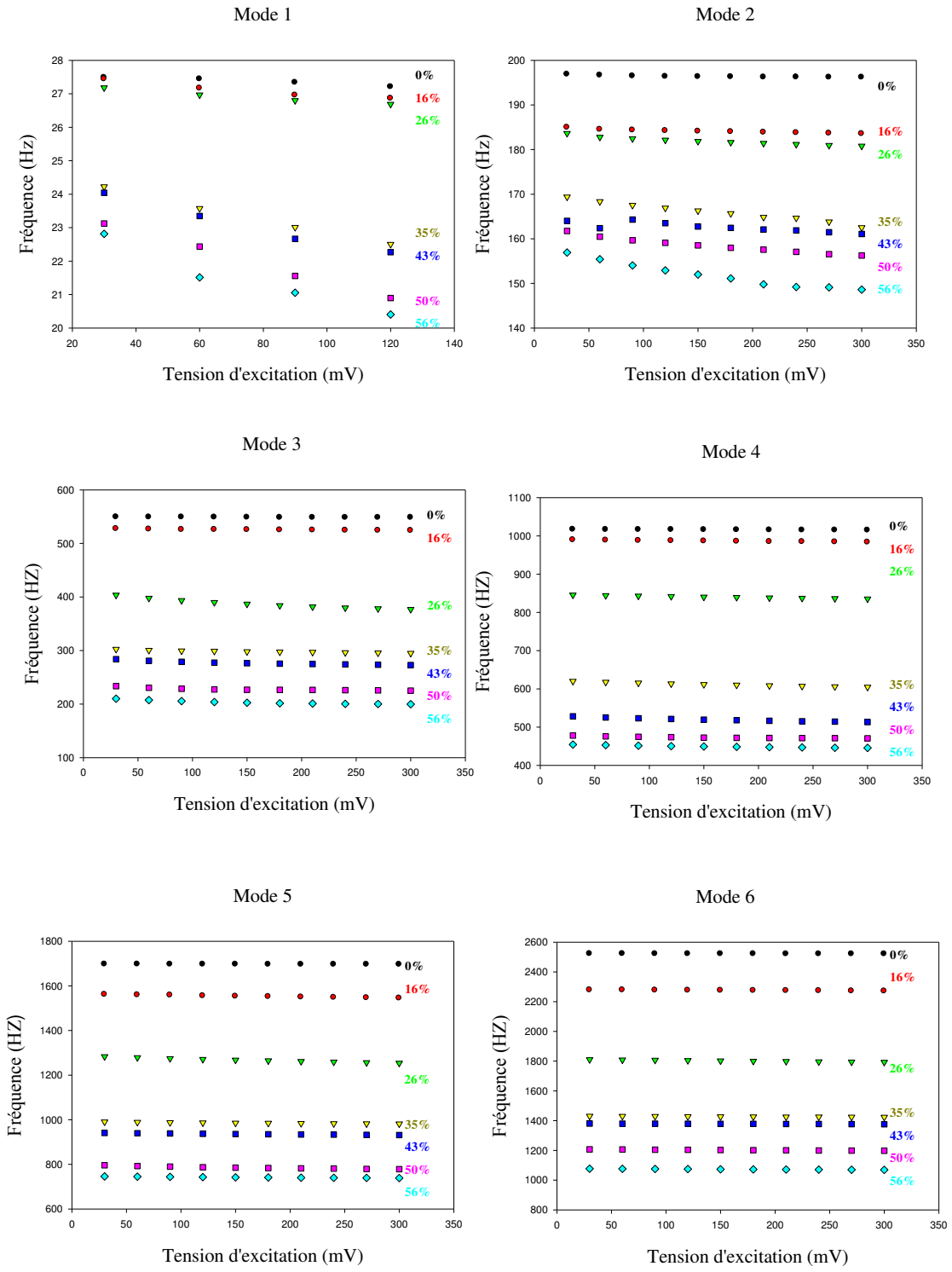


Figure 6.4 Variation de la fréquence de résonance en fonction de la tension d'excitation des six premiers modes de vibration en flexion pour différents taux de délaminage.

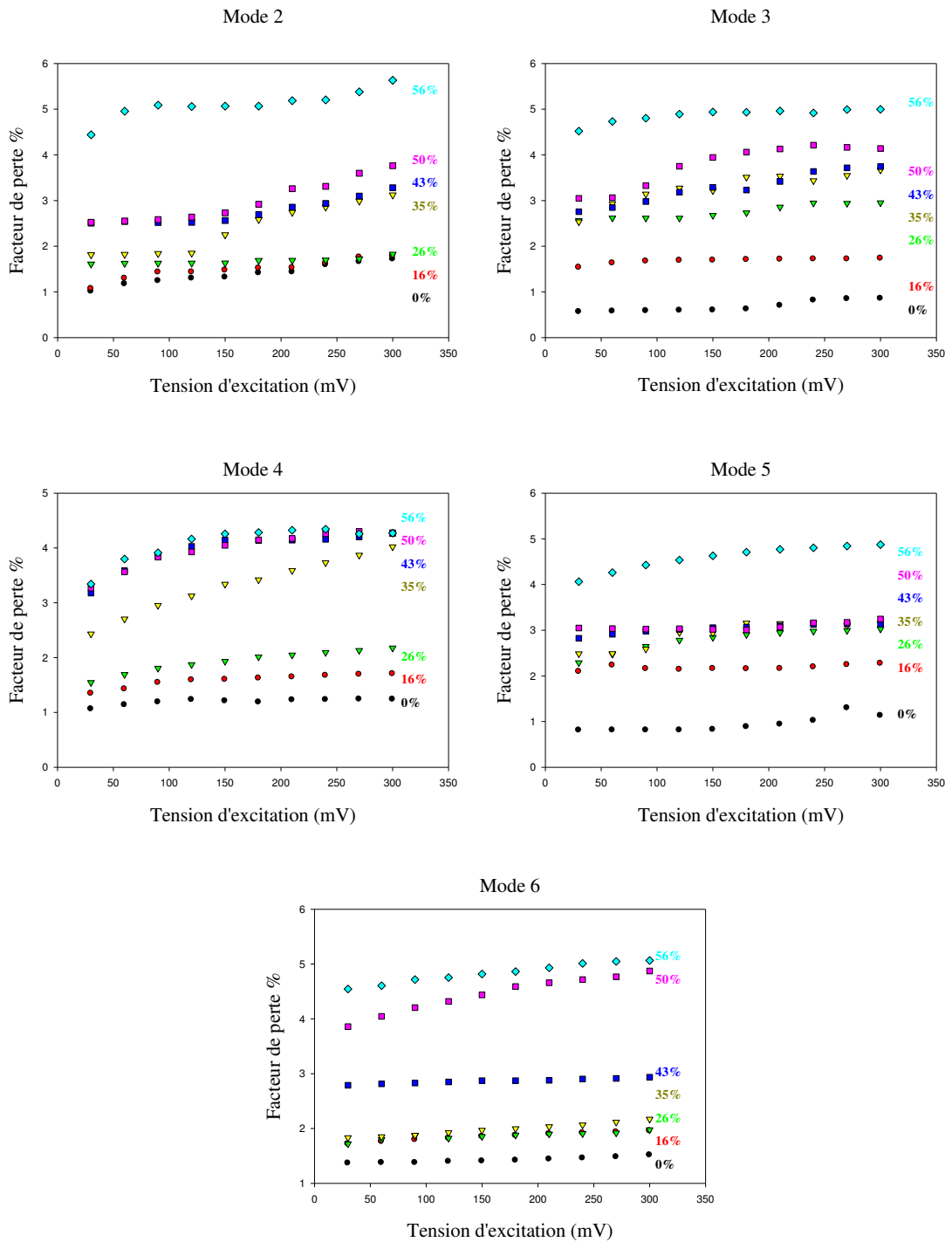


Figure 6.5 Variation du facteur de perte en fonction de la tension d'excitation des cinq premiers modes de vibration en flexion et pour différents taux de délaminage

6.4 Théorie d'élasticité non linéaire

La théorie d'élasticité linéaire est appliquée dans le cas des matériaux élastiques linéaires ou isotropes. Le comportement de ces matériaux est classiquement donné par la loi de Hooke qui est une relation linéaire entre les contraintes et les déformations (équation 6.1).

$$\sigma(\varepsilon) = k.\varepsilon \tag{6.1}$$

La présence d'un matériau ayant une structure complexe ou ayant une anomalie peut entrainer une non linéarité dans le comportement du matériau. Dans ce cas, le comportement du matériau n'est plus linéaire et la relation contrainte/déformation devient non linéaire [116]. Il existe deux types de théorie d'élasticité non linéaire : la théorie d'élasticité non linéaire classique et la théorie d'élasticité non linéaire hystérétique (ou non-classique). De nombreux auteurs ont utilisé ces deux théories dans le cadre de l'étude des matériaux hétérogènes et des matériaux endommagés [109].

6.4.1 Théorie non linéaire classique

Le comportement élastique non linéaire classique a été modélisé par Landau et Lifshitz [116]. Le module d'élasticité n'est plus constant et dépend de la déformation du matériau. La relation contrainte/déformation s'écrit dans ce cas :

$$\sigma(\varepsilon) = \mathrm{k}_0(1 + \beta\varepsilon + \delta\varepsilon^2 + ...)\varepsilon \tag{6.2}$$

où ε est l'amplitude de déformation.

Le terme du premier ordre (k_0) de cette équation correspond au comportement élastique linéaire, alors que les termes d'ordre supérieurs β et δ correspondent respectivement au comportement non linéaire classique quadratique et classique cubique et sont données dans la figure 6.6.

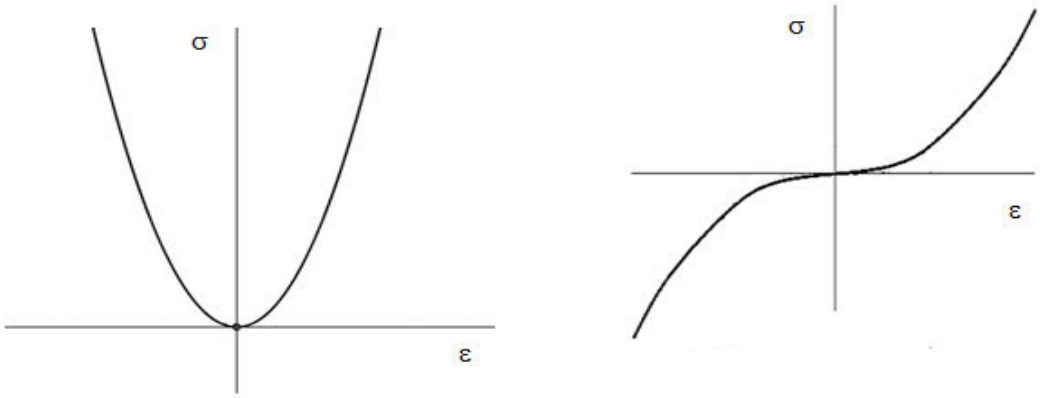


Figure 6.6. Comportement non linéaire classique quadratique et classique cubique

La théorie classique non linéaire est utilisée pour décrire le comportement élastique non linéaire de l'eau, de l'air et des matériaux hétérogènes constitués de composants ou de structures simples [117]. Les comportements non linéaires de ces structures sont bien modélisés par la théorie non classique car se sont des observations microscopiques d'interactions au niveau de la microstructure à une échelle atomique. En revanche, il ne prévoit pas une bonne modélisation pour les matériaux ayant une structure complexe [118].

6.4.2 Théorie non linéaire non classique (ou hystérétique)

Les matériaux complexes sont souvent constitués par des composants dont les propriétés élastiques sont différentes et qui constituent une inhomogénéité mésoscopique (ordre de grandeur plus important que l'échelle microscopique mais plus faible que la dimension de structure) [117]. Lors des essais quasi-statiques et des essais dynamiques sur des matériaux complexes, l'effet de l'hystérésis a été relevé. Pour cette classe de matériau, l'approche classique n'est plus valable. En effet, la théorie classique ne prend pas en compte la non linéarité hystérétique. Afin d'expliquer les observations expérimentales, différentes approches théoriques ont été proposées en considérant les hypothèses physiques sur les caractéristiques particulières des matériaux complexes ou ayant une dislocation (fissures, contacts avec frottement interne, délaminages…) [80, 119].

La non linéarité non classique permet de modéliser le caractère hystérétique des matériaux et la variation simultanée de l'élasticité et de la dissipation en fonction de

l'amplitude [114, 118]. Dans ce cas la relation contrainte/déformation à une dimension est modélisée par [120] :

$$\sigma = k_0\left[1+\beta\varepsilon+\delta\varepsilon^2+\alpha(\Delta\varepsilon+sign(\dot{\varepsilon})\varepsilon(t)+...)\right]\varepsilon \tag{6.3}$$

Le terme $\alpha(\Delta\varepsilon+sign(\dot{\varepsilon})\varepsilon(t)+...)\varepsilon$ est ajouté à l'équation de la théorie classique pour décrire l'hystérésis dans la relation contrainte/déformation. $\dot{\varepsilon}$ est la vitesse de déformation, sign($\dot{\varepsilon}$)=1 si $\dot{\varepsilon}$>0 et sign($\dot{\varepsilon}$)=-1 si $\dot{\varepsilon}$<0. Cette équation est issue d'un modèle utilisant l'espace de Pseisach-Mayergoyz [121].

Dans le cas d'un comportement hystérétique, si le matériau est excité par une onde sinusoïdale avec une certaine amplitude d'excitation, la courbe contrainte/déformation décrit une boucle ayant une valeur moyenne du module et de l'énergie dissipée différents pendant le chargement et le déchargement, comme présentée par la zone fermée de la courbe de la figure 6.7.

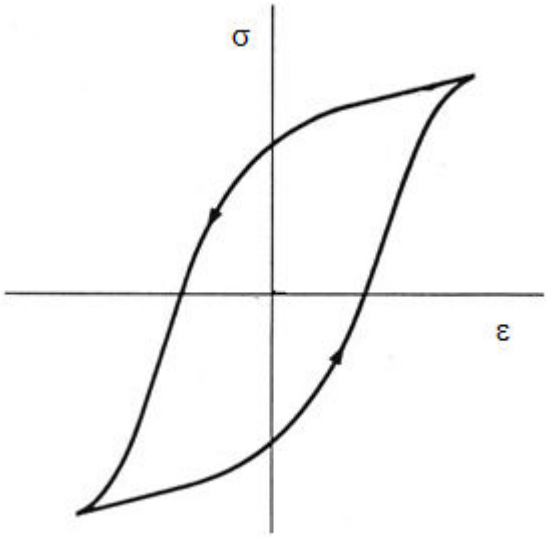


Figure 6.7 Comportement non linéaire hystérétique

6.4.3 Décalage de la fréquence et de l'amortissement en élasticité non linéaire

Un moyen de mettre en évidence l'élasticité hystérétique non-linéaire des matériaux consiste à étudier leur mode de résonance : les amplitudes à la résonance, les fréquences propres et les amortissements modaux. En effet, les expériences de résonance non linéaire ont permis d'évaluer la dissipation non linéaire et les propriétés élastiques non linéaires, tels que les paramètres de non-linéarité hystérétique, à partir

du décalage de la fréquence de résonance ainsi que du facteur de perte (ou de qualité) consécutivement à des amplitudes d'excitation croissantes [111, 122].

Pour la modélisation non linéaire hystérétique, il a été montré une dépendance linéaire du décalage de fréquence de résonance avec la déformation [122]. Elle est donnée par la relation suivante :

$$\frac{\Delta f}{f_0} = \frac{f - f_0}{f_0} = -\varepsilon\alpha_f \tag{6.4}$$

où α_f est le paramètre non linéaire élastique, f est la fréquence de résonance pour une amplitude de déformation ε, f_0 est la fréquence de résonance pour la plus basse amplitude, et Δf est le décalage de la fréquence. De la même manière, il a été montré que, dans le cas d'un modèle non linéaire hystérétique, la variation du facteur de perte liée à l'amortissement en fonction de l'amplitude de déformation est linéaire [122] :

$$\frac{\Delta\eta}{\eta_0} = \frac{\eta - \eta_0}{\eta_0} = \varepsilon\alpha_\eta \tag{6.5}$$

où α_η est le paramètre non linéaire dissipatif, η est le facteur de perte pour une amplitude de déformation ε, η_0 est le facteur de perte pour la plus basse amplitude, et $\Delta\eta$ est le décalage du facteur de perte.

Les paramètres non linéaires se sont révélés très sensibles à la présence de défauts d'homogénéité et de la dégradation progressive de la structure du matériau [89, 123]. En utilisant les expériences de résonance non linéaire, la dissipation non linéaire et les propriétés élastiques non linéaires, tels que les paramètres de non-linéarité hystérétique, sont évalués à partir du décalage de la fréquence de résonance ainsi que la diminution du facteur de qualité avec des amplitudes d'excitation croissantes.

6.5 Application de la modélisation à l'analyse des résultats

6.5.1 Décalage de la fréquence

La figure 6.8 reporte la variation du décalage de la fréquence de résonance $(f-f_0)/f_0$ en fonction de l'amplitude de déformation ε. Les résultats sont obtenus pour les six premiers modes de vibration en flexion et pour différents taux de délaminage. Les amplitudes à la résonance, c'est-à-dire les amplitudes détectées au maximum des pics de résonance, sont converties à partir des accélérations $\ddot{u}$. Les amplitude de déformation sont obtenues en utilisant les fréquences et les accélérations et sont données par l'expression suivante, cité en [124] **:**

$$\varepsilon = \frac{\ddot{u}}{4\pi L f^2} \qquad (6.6)$$

où L est la longueur de la poutre. Les amplitudes de déformation obtenues par la conversion des accélérations sont dans une gamme de valeur $10^{-7} < \varepsilon < 10^{-3}$. C'est le domaine où les amplitudes de déformation correspondent au comportement non linéaire du matériau [116]. Les courbes de la figure 6.8 montrent, pour un taux de délaminage donné, que le décalage des fréquences diminue avec l'augmentation de l'amplitude de déformation. Cette diminution est la conséquence de décalage des fréquences de résonances vers les basses fréquences observé dans les figures 6.4. De plus, dans la plus part des cas, la diminution de décalage de fréquence en fonction des amplitudes de déformation est linéaire. C'est pourquoi, les points expérimentaux sont interpolés par des droites. Cette linéarité du décalage de fréquence valide la relation linéaire entre le décalage de fréquence et les déformations comme défini dans l'équation (6.4). Ce comportement permet ainsi de déterminer le paramètre non linéaire hystérétique élastique. Dans le cas du matériau non endommagé (caractérisé par un taux de délaminage 0 %), la variation du décalage de la fréquence est très faible. Le décalage fréquentiel caractérise donc un comportement non linéaire hystérétique, dû au délaminage du matériau composite et non à un comportement non linéaire lié à la nature du matériau (matériau viscoélastique par exemple). Pour le premier et le deuxième mode de résonance, l'amplitude de déformation pour les mêmes niveaux d'excitations est significativement proportionnelle aux taux de

délaminage. On observe le plus faible dans le cas du matériau le plus endommagé (56%).

Il est observé aussi, pour quelques cas, que cette augmentation n'est pas parfaitement linéaire. Une fonction linéaire ne peut pas décrire correctement toutes les courbes de la figure 6.8. Ce comportement peut être attribué à la combinaison du comportement linéaire, non linéaire classique et non linéaire hystérétique [124]. Une fonction polynomiale ou une fonction de puissance permet éventuellement de mieux décrire ces courbes.

6.5.2 Décalage de l'amortissement

Comme évoqué précédemment concernant la mesure de l'amortissement du premier mode qui est difficilement mesurable, seul cinq modes de vibration sont analysés. La figure 6.9 présente la variation du décalage du facteur de perte $(\eta-\eta_0)/\eta_0$ en fonction de l'amplitude des cinq premiers modes de vibration et pour différents taux de délaminage. Les résultats obtenus montrent que le décalage du facteur de perte augmente linéairement avec de l'amplitude de déformation pour la plupart des taux de délaminage. Les points expérimentaux peuvent donc, là aussi, être interpolés par des fonctions linéaires.

Il est constaté qu'en mode 2, le décalage du facteur de perte en fonction de l'amplitude de déformation ε augmente linéairement et de manière ordonnée pour des taux de délaminage croissants, ce qui n'est pas le cas des autres modes de vibration. Les courbes obtenues montrent une évolution plus complexe du décalage de facteur de perte d'un taux de délaminage à un autre. Nous observons, dans le cas d'une éprouvette vierge et pour tous les modes, que la variation de décalage de facteur de perte n'est pas significative. Ce décalage de facteur de perte caractérise un comportement non linéaire hystérétique, dû au délaminage du matériau composite.

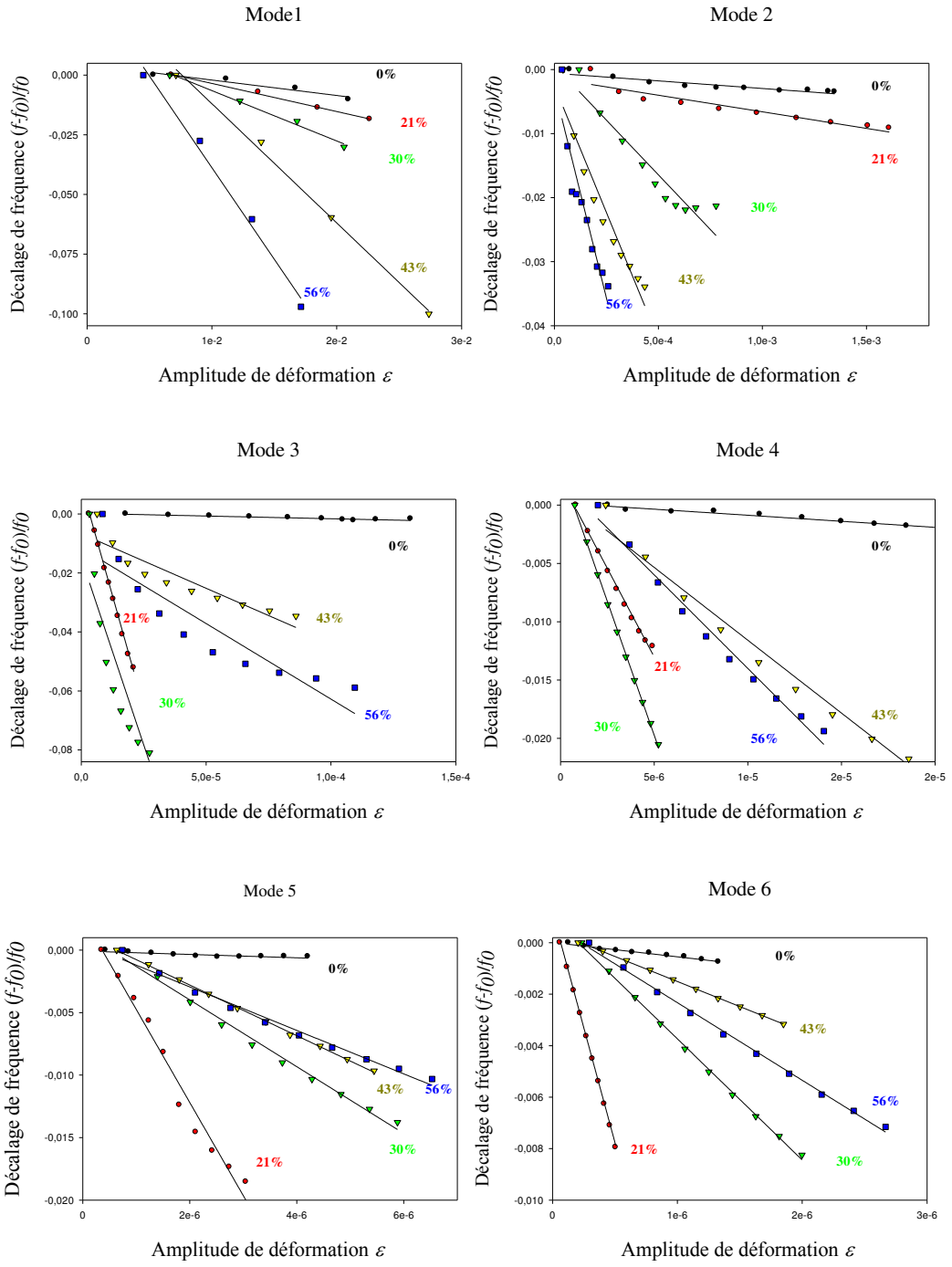


Figure 6.8 Décalage de la fréquence en fonction de l'amplitude de déformation des six premiers modes de vibration et pour différents taux de délaminage

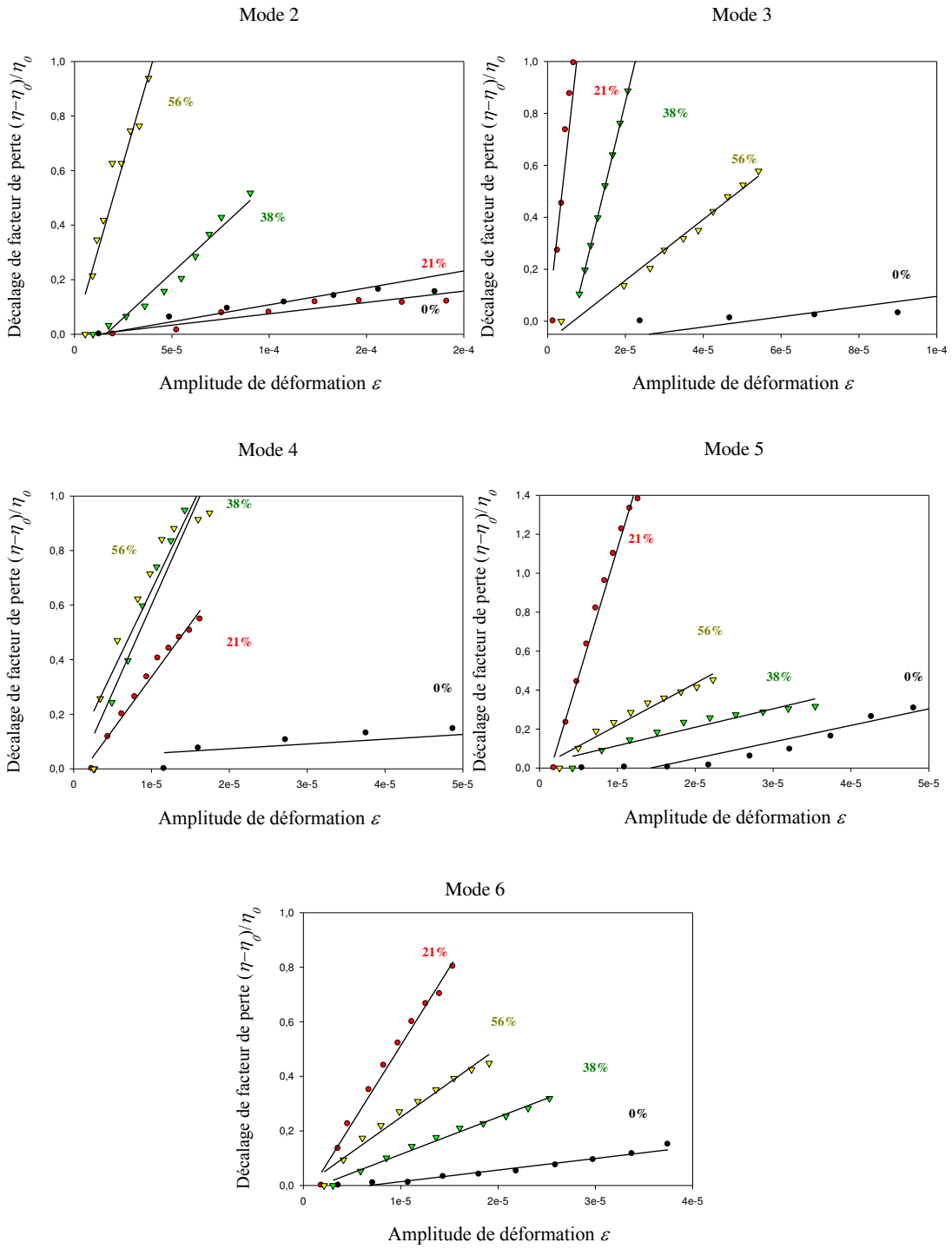


Figure 6.9 Décalage de l'amortissement en fonction de l'amplitude à la résonance des cinq premiers modes de vibration et pour différents taux de délaminage

6.5.3 Paramètres de non linéarité

Les décalages de la fréquence et du facteur de perte donnés en fonction des amplitudes de déformation dans les figures 6.8 et 6.9 sont interpolés par des fonctions linéaires. Les pentes des droites sont déterminées et correspondent à une constante près au paramètre élastique non linéaire, α_f, lié à la fréquence et au paramètre non linéaire dissipatif, α_η, lié au facteur de perte. Ces paramètres décrivent les coefficients de non linéarité hystérétique évoquée dans les équations 6.4 et 6.5. Ainsi, les paramètres non linéaires élastiques, α_f, et dissipatifs, α_η, sont extraits pour les différents taux de délaminage et pour les six premiers modes de vibration. L'évolution de ces paramètres non linéaires en fonction du taux de délaminage sont reportés dans les figures 6.10 et 6.11 pour les différentes modes de vibration.

Nous observons sur ces matériaux composites endommagés par délaminage que les paramètres non linéaires liés au décalage fréquentiel, α_f, et à l'amortissement, α_η, évoluent d'une manière simple en mode 2 de vibration. Les autres modes présentent une évolution complexe importante des résultats. Le mode 2 est utilisé par la suite pour comparer les paramètres linéaires et non linéaires obtenus respectivement en vibration linéaire et non linéaire.

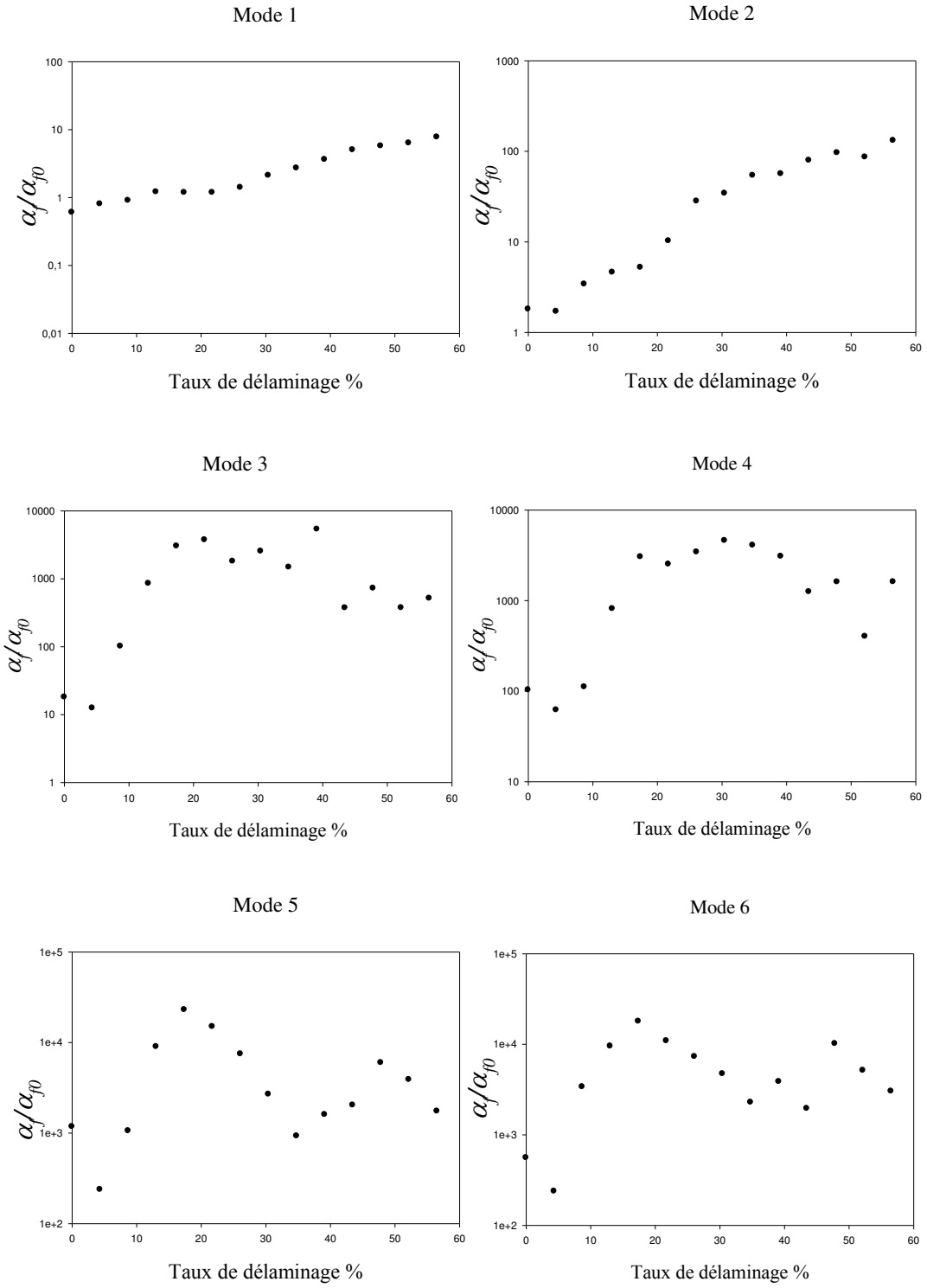


Figure 6.10 Evolution du paramètre non linéaire élastique en fonction du taux de délaminage des six premiers modes de vibration

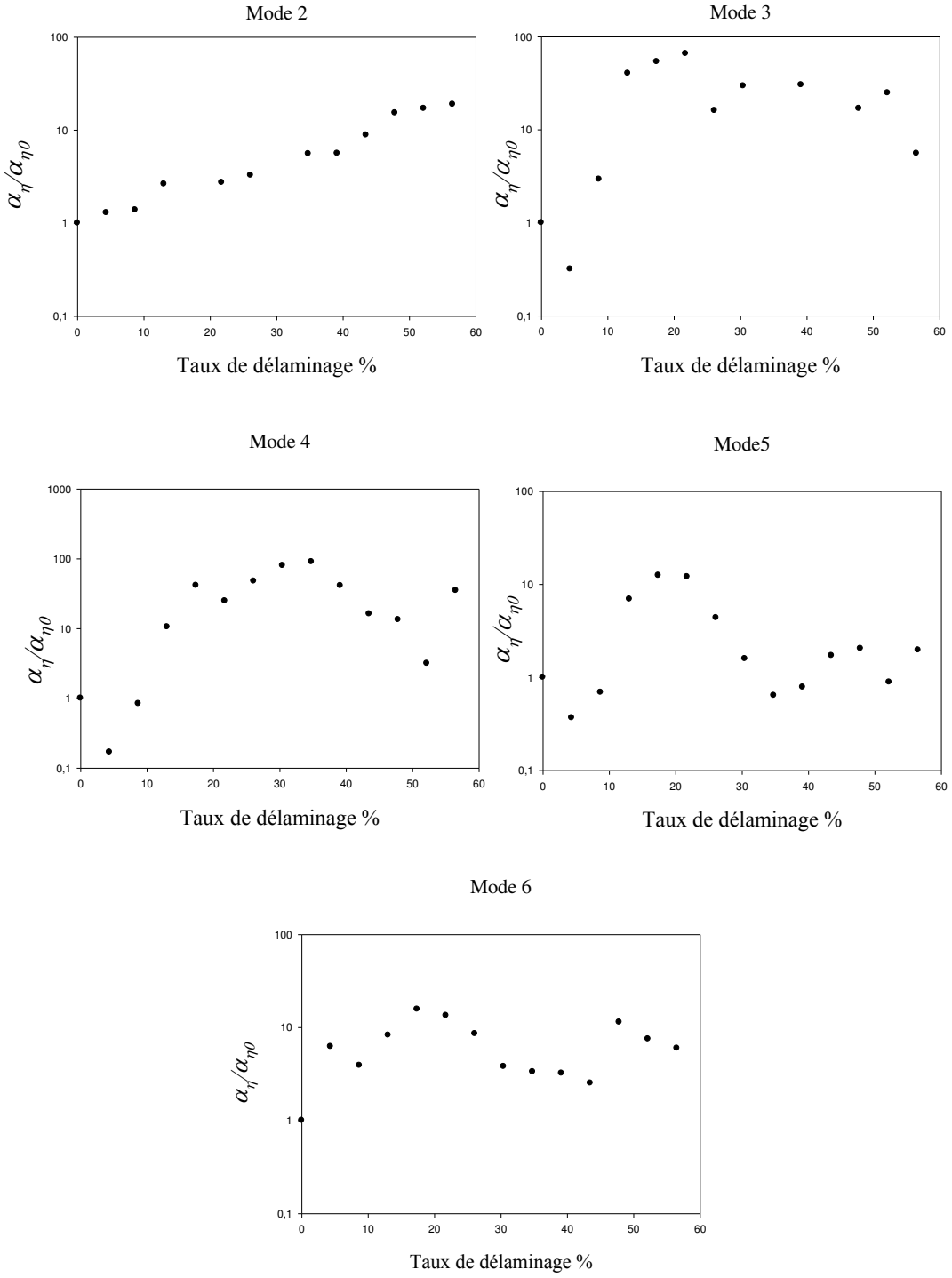


Figure 6.11 Evolution du paramètre non linéaire dissipatif en fonction du taux de délaminage des cinq premiers modes de vibration

6.5.4 Sensibilité des paramètres non linaires

Face au manque d'information sur la sensibilité des paramètres non linéaires dans les matériaux composites. Nous nous sommes intéressés à étudier la sensibilité des paramètres linéaire et non linéaire obtenus en deuxième mode de vibration pour des taux de délaminage croissants. Dans la figure 6.12, nous avons reporté (avec une échelle semi-logarithmique) l'évolution de la sensibilité des paramètres linéaire (f/f_0) et non linéaire élastiques (α_f/α_{f0}) pour le mode 2. Ces paramètres sont normalisés par les valeurs obtenus dans le cas d'une éprouvette non endommagée. Le rapport du paramètre non linéaire élastique augmente avec le taux de délaminage. Par contre, le rapport du paramètre linéaire élastique demeure constant ou diminue légèrement en fonction du taux de délaminage. Il apparait donc que le paramètre non linéaire élastique est plus sensible que le paramètre linéaire. Par conséquent, le paramètre non linéaire élastique est plus sensible à la présence de délaminage dans les composites que ne l'est la rigidité du matériau.

La figure 6.13 compare (avec une échelle semi-logarithmique) les évolutions de la sensibilité du paramètre non linéaire dissipatif ($\alpha_\eta/\alpha_{\eta 0}$) et la sensibilité du paramètre linéaire lié à l'amortissement (η/η_0) en fonction du taux de délaminage en mode 2. Les sensibilités des deux paramètres augmentent lorsque le taux de délaminage augmente. Cette augmentation est plus importante pour le paramètre non linéaire dissipatif que pour le paramètre linéaire lié à l'amortissement.

Nous observons sur les matériaux composites stratifiés endommagés par délaminage que, dans le cas du mode 2 de vibration, le paramètre non linéaire est plus sensible que son homologue linéaire. Les paramètres non linaires élastique et dissipatif peuvent a priori être utilisés comme indicateurs de l'état d'endommagement des composites par délaminage.

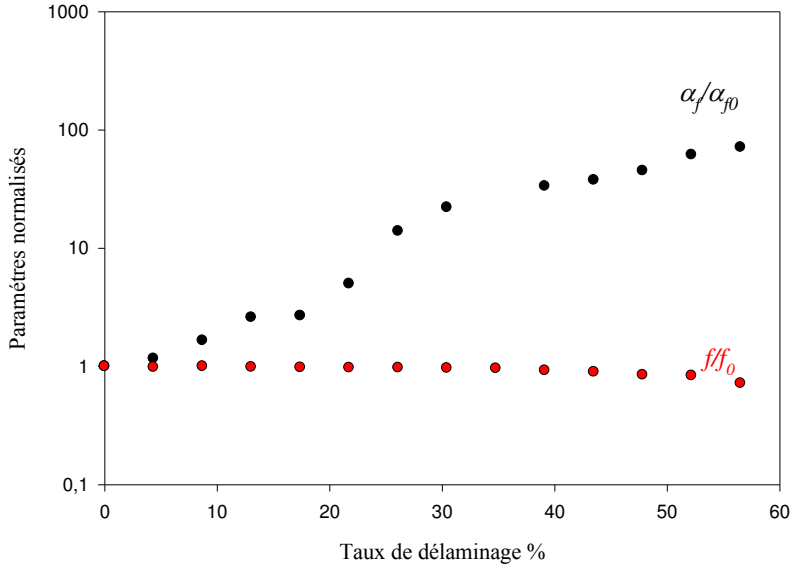


Figure 6.12 Evolution des paramètres linéaire et non linéaire élastiques en fonction du taux de délaminage pour le mode 2 de vibration

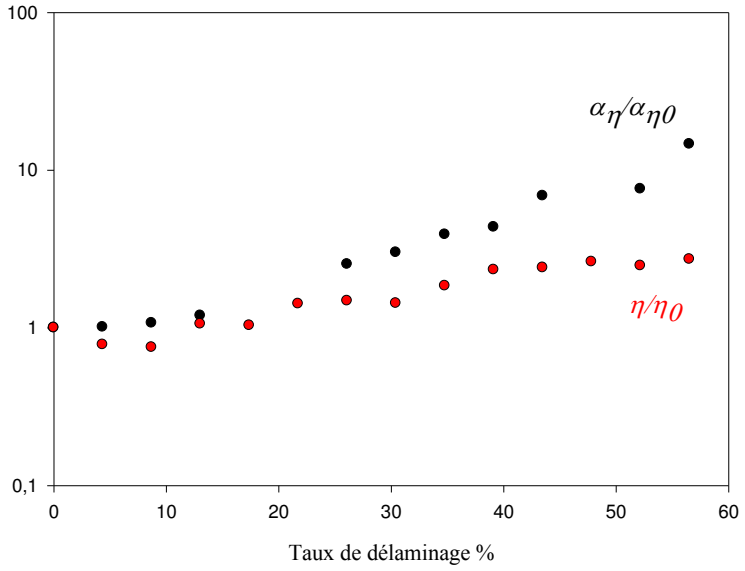


Figure 6.13 Evolution des paramètres linéaire et non linéaires dissipatifs en fonction du taux de délaminage pour le mode 2 de vibration

6.6 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons étudié le comportement non linéaire du matériau composite stratifié à l'état sain et endommagé par délaminage. Les expériences de résonance non linéaires ont été effectuées sur des éprouvettes en composite comportant deux délaminages symétriques dans une configuration encastré/libre. L'analyse des résultats montre des décalages de la fréquence et de l'amortissement pour des amplitudes d'excitation croissantes, pour les différents modes de vibration en flexion. Ces décalages sont analysés en fonction du taux de délaminage, autorisant ainsi une caractérisation quantitative du comportement en vibration des matériaux composites endommagés. Par la suite, deux paramètres non linéaires ont été déterminés, le premier est associé au décalage fréquentiel appelé « paramètre non linéaire élastique » et le deuxième associé au décalage de l'amortissement appelé « paramètre non linéaire dissipatif ». Ces deux paramètres sont évalués en fonction du taux de délaminage. L'analyse de la variation de ces paramètres en fonction de l'amplitude à la résonance et du taux de délaminage, permet de choisir le mode 2 de vibration parmi les six premiers comme mode approprié à l'obtention des paramètres sensibles à l'endommagement des matériaux composites. La méthode de résonance non linéaire apparait plus sensible à la présence de délaminage que la méthode linéaire. Enfin, quelle que soit la sensibilité des différents paramètres, il faut avant tout retenir que les paramètres non linéaires apportent une information complémentaire aux mesures des fréquences de résonance et des amortissements, information directement liée à l'état d'endommagement par délaminage des matériaux composites.

Conclusions

L'objectif principal de ce présent mémoire de thèse est l'étude du comportement en statique, en fatigue cyclique, en vibration linéaire et non linéaire des composites stratifiés endommagés par délaminages. Les matériaux utilisés dans ce travail sont constitués de fibres de verre et de résine époxyde avec une séquence d'empilement du type $[0_2/90_2]_s$.

Dans un premier temps, un modèle analytique basé sur la théorie des poutres stratifiées a été mis en place. Il permet de décrire le comportement statique en flexion d'une éprouvette en matériau composite avec délaminages de longueur variable. Cette analyse a permis d'évaluer la déformation et la rigidité en flexion de l'éprouvette en fonction de la longueur de fissure. Le modèle analytique a été utilisé par la suite pour faire une étude paramétrique l'influence du rapport des épaisseurs des couches du stratifié endommagé sur l'évolution de la rigidité en fonction de la longueur du délaminage. Dans le même cadre, un modèle d'éléments finis a été proposé en utilisant le code de calcul ***Nastran*** et en se limitant au comportement élastique de la structure sans atteindre les limites élastiques. Le délaminage est modélisé par un vide dans l'éprouvette, ce délaminage ne se propage pas au cours du chargement. L'analyse par éléments finis a permis d'évaluer l'évolution du module d'élasticité en fonction de la longueur du délaminage. Afin de valider ces deux modélisations, des essais de flexion trois points sont mis en place sur des éprouvettes initialement vierges puis sur d'autres avec délaminages de longueur variable. Les résultats obtenus expérimentalement, par éléments finis et par la modélisation analytique sont comparables et ont permis de montrer que la rigidité et la résistance diminuent avec l'augmentation de la longueur du délaminage.

Le comportement en fatigue cyclique a été analysé dans le cas de la flexion trois points en contrôlant le signal du déplacement. L'analyse des résultats d'essais de fatigue obtenus avec des éprouvettes vierges a montré que le domaine de comportement linéaire est limité à de faibles valeurs des déformations. La perte de la rigidité jusqu'à la rupture des éprouvettes se déroule en deux phases : dans un premier temps se manifeste une diminution brutale dès les premiers cycles, la diminution devient ensuite très lente dans la deuxième phase, correspondant à la quasi-totalité de la durée de vie de l'éprouvette. La diminution de la rigidité est associée à la multiplication des fissures dans de la résine entraînant la dégradation des couches transverses, l'initiation et la propagation du délaminage entre les couches de différentes orientations de l'éprouvette. Dans le cas des éprouvettes endommagées par délaminage, l'énergie dissipée est calculée à partir des données expérimentales de la charge et

du déplacement en fonction du temps pour différentes longueurs de la fissure.L'amortissement est ensuite calculé à partir de l'énergie dissipée par le matériau et l'énergie potentielle maximale disponible dans l'échantillon. L'analyse des résultats obtenus a montré que la rigidité, les cycles d'hystérésis et l'amortissement sont sensibles à la longueur du délaminage et au nombre de cycles de fatigue. L'instrumentation de ces paramètres peut être proposée en tant qu'indicateur d'endommagement pour le suivi de l'état de santé de l'éprouvette au cours de la fatigue. Un délaminage entre les couches d'un composite stratifié réduisant la résistance et la durée de vie des matériaux.

Dans la deuxième partie de ce mémoire, l'accent est mis sur l'analyse expérimentale et par éléments finis du comportement vibratoire des composites sains et endommagés par délaminage. L'analyse expérimentale a été menée dans le cas de vibration en flexion de poutres. La réponse à une excitation par un pot vibrant a été établie, les fréquences de résonance et les amortissements pour plusieurs longueurs de délaminages ont été déterminés à partir des essais en utilisant la méthode de -3dB. La modélisation par éléments finis a permis d'identifier les fréquences propres, les énergies dissipées et les amortissements des composites stratifiés en présence de délaminage à partir des caractéristiques élastiques et des énergies de déformations des différentes couches du composite. Les fréquences propres obtenues expérimentalement et par éléments finis sont en bon accord. Néanmoins, un écart entre les valeurs expérimentales et celles obtenues par éléments finis apparait pour le facteur de perte notamment pour des valeurs élevées du taux de délaminage. Cet écart est attribué aux dissipations d'énergie liées au contact et au frottement au niveau des interfaces des couches fissurées. En effet, la modélisation par élément finis mise en place ne tient pas compte de ces paramètres. Cependant, l'analyse dynamique met en évidence un décalage des fréquences propres vers les basses fréquences et une augmentation de l'amortissement lorsque la longueur de la fissure augmente. L'évolution de l'amortissement et le décalage fréquentiel peuvent être utilisés comme indicateur de l'état de santé des composites stratifiés endommagés par délaminage.

La dernière partie du travail concerne l'étude expérimentale du comportement vibratoire non-linéaire des composites stratifiés sains et endommagés par délaminage. Dans cette partie le comportement élastique et dissipatif du composite étudié n'est plus linaire mais non linéaire. La méthode de résonance non linéaire a été utilisée. Elle a consisté à l'excitation et au suivi des six premiers modes de résonance en fonction du niveau d'excitation et pour plusieurs longueurs de délaminages. L'analyse des courbes des réponses en fréquences a permis

d'obtenir les valeurs des fréquences de résonance, de l'amortissement et de l'amplitude à la résonance pour chaque niveau d'excitation. Les décalages des fréquences de résonance et des amortissements des six premiers modes de vibration avec le niveau d'excitation sont constatés pour des taux de délaminage croissant. Ces décalages sont associés à la non linéarité du comportement du matériau endommagé, permettant ainsi une caractérisation quantitative des vibrations des composites stratifiés endommagés par délaminage. Deux paramètres non linéaires ont été déterminés à partir de ces résultats, le premier est associé au décalage fréquentiel appelé paramètre non linéaire élastique et le deuxième associé au décalage de l'amortissement appelé paramètre non linéaire dissipatif. La variation de ces paramètres en fonction de l'amplitude à la résonance et du taux de fissuration a permis de choisir le mode 2 de vibration comme mode le plus sensible aux délaminages des composites stratifiés. Enfin, quelle que soit la sensibilité de ces deux paramètres, il faut avant tout retenir que les paramètres non linéaires apportent une information complémentaire aux mesures des fréquences de résonance et des amortissements, information directement liée à l'état de santé des matériaux composites.

Perspectives

Les principales perspectives de recherche qui apparaissent à l'issue de cette thèse sont :

- L'amélioration du modèle analytique afin qu'il permette de déterminer la déformation et le module de flexion en tenant compte du frottement entre les pannes d'appuis et l'éprouvette et du frottement entre les surfaces fissurées.
- La mise en place d'une modélisation par éléments finis permettant la détermination des caractéristiques dynamiques des composites endommagés par délaminage en tenant compte des effets de frottement et de contact entre les surfaces fissurées.
- Il serait en fin utile d'envisager une étude de l'effet de la variation de la position et de la forme du délaminage sur le comportement linéaire et non linéaire des composites.

Références

[1] J.-M. Berthelot, MATÉRIAUX COMPOSITES, Comportement mécanique et analyse des structures, Éditions TEC & DOC, 4ème édition, 2006.

[2] L. Marcin, " Modélisation du comportement, de l'endommagement et de la rupture de matériaux composites à renforts tissés pour le dimensionnement robuste de structures", *Thèse de doctorat Université Bordeaux 1*, (2010).

[3] J. M. Dorlot, J. P. Baïlon, J. Masounave, Des Matériaux, Québec. Canada, Editions de l'Ecole Polytechnique de Montréal, (1999).

[4] A. Bezazi, A, El Mahi, J. M. Berthelot et B. Bezzazi, "Analyse de l'endommagement des stratifiés en flexion 3-points, influence de la séquence d'empilement", *XVème Congrès Français de Mécanique, Nancy, 3-7 septembre,* (2001).

[5] J. C Walrick, D. Coutellier et P. Geoffroy, "Méthodologie pour une prévision du délaminage dans la modélisation de structures stratifiées composites", *Eds. Scientifiques et médicales Elsevier SAS*, 259-265, (2000).

[6] K. E. Jackson and S. Kellas, "Effect of Specimen Size on the Tensile Strength of geometrically Scaled Composite Laminates", *Army Symposium on Solid Mechanics, Plymouth*, (1993).

[7] K. Vallons, M. Zong, S-V. Lomov, I. Verpoest, "Carbon composites based on multi-axial multi-ply stitched preforms – Part 6. Fatigue behaviour at low loads: Stiffness degradation and damage development", *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 38, 1633-1645, (2007).

[8] S. Liang, P.B. Gning, L. Guillaumat, "A comparative study of fatigue behaviour of flax/epoxy and glass/epoxy composites". *Composites Science and Technology*, 72, 535-543, (2012).

[9] J.A.M. Ferreira, J.D.M. Costa, P.N.B. Reis, M.O.W. Richardson, "Analysis of fatigue and damage in glass-fibre-reinforced polypropylene composite materials", *Composites science and technology*, 59, 1461-1467, (2012).

[10] K. L Reifsnider, K. Schulte, J. C. Duke, “Long-Term Fatigue Behavior of Composite Materials”, Long-Term Behavior of Composites, ASTM STP, Philadelphia, 136-159, (1983).

[11] M. Dody, “Modélisation des caractéristiques mécaniques et études expérimentales de l’endommagement d’un composite”. *Thèse de doctorat*, Université de Franche-Comté, Besançon (1985).

[12] K. P. Dyer and D. H. Isaac, “Fatigue behaviour of continuous glass fibre reinforced composites”, *Composites Part B: Engineering*, 29, 725-733, (1998).

[13] A. Bezazi, A. El Mahi, J.-M. Berthelot, A. Kondratas, “Investigation of cross-ply laminates behaviour in three point bending tests. part II: cyclic fatigue tests” *Materials science*, 9,128-133, (2003).

[14] M. K. Farook, “Comportement mécanique des composites sandwichs en statique et en fatigue cyclique”*, Thèse de doctorat,* Université du Maine, (2003)

[15] H. EL Kadi, F. Ellyin, “Effect of stress ratio on the fatigue of unidirectional glass fibre/epoxy composite laminate”, *Composites*, 25, 917-924, (1994).

[16] L. Fior “contribution à l’étude du comportement en fatigue de matériaux composites à renfort verre unidirectionnel”, *Thèse de doctorat*, Ecole Centrale de Lyon (1988).

[17] G.Trantima, R. Nimmer “Structural analysis of thermoplastic components technical” Standards Service U K, (1993).

[18] J.F. Mandell, U. Meier, “Effects of stress ratio, frequency, and loading time on the tensile fatigue of glass-reinforced epoxy”, Long-Term Behavior of Composites, ASTM STP, 813, 55-77, (1983).

[19] J.A. Epaarachchi, P.D. Clausen, “An empirical model for fatigue behavior prediction of glass fibre reinforced plastic composites for various stress ratios and test frequencies”, *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing,* 34, 313-326, (2003).

[20] D. U. Shah, P.J. Schubel, M. J. Clifford, P. Licence, “Fatigue life evaluation of aligned plant fibre composites through S–N curves and constant-life diagrams”, *Composites Science and Technology*, 74, 139-149, (2013).

[21] H C. Kim, L. J. Ebert, “Flexural fatigue behavior of unidirectional fibreglass composite”, *Fibre Science and Technology,* 14, 3-20, (1981).

[22] H.M. Brodowsky, W. Jenschke, E. Mäder, “Characterization of interphase properties: Microfatigue of single fibre model composites”, *Composites: Part A,* 41 1579-1586, (2010).

[23] C. K. H. Dharan, T. F. Tan, “A hysteresis-based damage parameter for notched composite laminates subjected to cyclic loading”, *Journal of Materials Science*, 42, 2204-2207 (2007).

[24] V. Barron, M. Buggy, H. N. McKenna, “Frequency effects on the fatigue behaviour on carbon fibre reinforced polymer laminates”, *Journal of Materials Science*, 36, 1755-1761 (2001).

[25] Z. Zhang, G. Hartwig, “Relation of damping and fatigue damage of unidirectional fibre composites”, *International Journal of Fatigue*, 24, 713-718, (2002).

[26] R. Pintelon, P. Guillaume, S. Vanlanduit, K. D. Belder, Y. Rolain, “Identification of Young’s modulus from broadband modal analysis experiments”, *Mechanical systems and signal processing*, 18, 699-726, (2003).

[27] A. Gasparetto, M. Giovagnoni, “An experimental technique for complete dynamic characterization of a viscoelastic material.*” Journal of Sound and Vibration*, 272, 1013-1032, (2003).

[28] Y. Liao, V. Wells, “Estimation of complex modulus using wave coefficients*”. Journal of Sound and Vibration*, 295,165-193, (2006).

[29] M. Assarar, “Étude expérimentale et modélisation du comportement dynamique des composites stratifiés et sandwichs”, *Thèse de doctorat,* Université du Maine, Le Mans, (2007).

[30] G.P. Zou, M. Naghipour, F. Tahri “A nondestructive method for evaluating natural frequency of glues–laminated beams reinforced with GRP”, *Nondestructive Testing and Evaluation,* 19, 53-65, (2003).

[31] S. Timoshenko, D. H. Young, W. Jr. Weaver, “*Vibrational Problems in Engineering*”. (3ème édition), Macmillan & Co. Ltd, Londres, (1955).

[32] E. E, Ungar, E. M. Kerwin, “Loss factors of viscoelastic systems in terms of energy concepts”, *Journal of Acoustical Society of America*, 34, 954–957, (1962).

[33] R. Rikards, “Dynamic analysis of sandwich structures using different finite elements”, *In: Proceedings of the 3rd International Conference on sandwich Construction. Southampton*, 377-386, (1995).

[34] R. D. Adams, D. G. C. Bacon, “Measurement of the flexural damping capacity and dynamic Young’s modulus of metals and reinforced plastics”, *Journal of Physics D: Applied Physics,* 6, 27-41, (1974).

[35] R. D. Adams, M. R. Maheri, “Dynamic flexural properties of anisotropic fibrous composite beams”, *Composites Science and Technology,* 50, 497-514, (1994).

[36] J. H. Yim, “A damping analysis of composite laminates using the closed form expression for the basic damping of Poisson's ratio”, *Composite Structures,* 46, 405-411, (1999).

[37] J. H. Yim, J. W. Gillepsie JR, “Damping characteristics of 0° and 90° AS4/3501-6 unidirectional laminates including the transverse shear effect”, *Composite Structures*, 50, 217-225, (2000).

[38] M. Assarar, A. El Mahi, J-M. Berthelot, “Analysis of the damping of sandwich materials and effect of the characteristics of the constituents,” *International Journal of Material Science* 3, 61–71, (2013)

[39] A. El Mahi, M. Assarar, Y. Sefrani, J. M. Berthelot, “Damping analysis of orthotropic composite materials and laminates”, *Composite: Part B,* 39, 1069-1076, (2008).

[40] D .Montalvao1, D MR. Karanatsisl, A. Ribeiro, J. Arina, R. Baxter, “An experimental study on the evolution of modal damping with damage in carbon fiber laminates”, *Journal of Composite Material*, 1-11, (2014).

[41] Z. Kiral, B. M. Içten, B. G. Kiral, “Effect of impact failure on the damping characteristics of beam-like composite structures”, *Composite Part B*, 8, 3053-3060,(2012).

[42] I. Yesilyurt, H. Gursoy, “Estimation of elastic and modal parameters in composites using vibration analysis”, *Journal of Vibration and Control*, 0, 1-16, (2013).

[43] J.-M. Berthelot, Y. Sefrani, “Damping analysis of unidirectional glass and Kevlar fibre composites”, *Composites Science and Technology*, 64, 1261-1278, (2004).

[44] J-M. Berthelot, M. Assarar, Y. Sefrani, A. El Mahi, “Damping analysis of composite materials and structure”, *Composite Structures* 85, 189-204, (2008).

[45] M. Assarar, A. El Mahi,J-M. Berthelot, J. M., “Damping analysis of sandwich composite materials”, *Journal of Composite materials*, 43, 1461-1485, (2009).

[46] C. Bisagni, E. Catapano, “Strain energy method to model composite structures Damping,” *Proceedings of Structures, Structural Dynamic and Materials Conference American Institution of Aeronautics and Astronautics* AIAA 1760, (2013).

[47] J. Payan, "Etude du comportement de composites stratifiés sous chargement statique et de fatigue", *Thèse en mécanique,* Université de la Méditerranée Aix-Marseille II, (2004).

[48] J.-M. Berthelot, P. Leblond, A. El Mahi, J.-F. Le Corre, “Transverse cracking of cross-ply laminates: Part 1. Analysis”, *Composites Part: A*, 27, 989-1001, (1996).

[49] B. W. Smith, “Fractography for continuous fiber composites”, *Engineered materials handbook - Volume 1 : Composites*. Ohio, USA : ASM International, 786-793, (1993).

[50] J.E. Masters, “Basic failure modes of continuous fiber composites.”, *Engineered materials handbook - Volume 1 : Composites*. Ohio, USA : ASM International, 781-785, (1993).

[51] K. Schulte, W.W. Stinchcomb, “Damage mechanisms including edge effects in carbon fibre reinforced composite materials”, *Application of fracture mechanics to composite materials*, 6, 273-325, (1989).

[52] J.G. Williams, “Fracture mechanics of anisotropic materials”, *Application of fracture mechanics to composite materials*, 6, 3-38, (1989).

[53] D.J. Wilkins, “A preliminary damage tolerance methodology for composite structures”, *Proceedings of the workshop on failure analysis and mechanisms of failure of fibrous composite structures.* Maryland, USA: NASA Center for Aerospace Information, 67-93, (1983).

[54] A.J. Russell, K.N. Street, “Factors affecting the interlaminar fracture energy of graphite/epoxy laminates”, *Progress in science and engineering of composites. In: Proceedings of ICCM-IV, Tokyo*, 279-286, (1982).

[55] L.A. Carlsson, J.W. Gillespie Jr, R. B. Pipes, “On the analysis and design of end notched flexure (ENF) for mode II testing”, *Journal of Composite Material*, 20, 594-604, (1986).

[56] L.A. Carlsson, J.W. Gillespie. Jr, J.M. Whitney, “Fracture mechanics analysis of the end notched flexure specimen”, *In: Proceedings of the First Conference on Composite Materials, Lancaster, Pennsylvania*, (1986).

[57] J.M. Whitney, J.W. Gillespie. Jr, L.A. Carlsson, “Singularity approach to the analysis of the end notched flexure specimen”. *In: Proceedings of the American Society for Composites 2nd Technical Conference, Lancaster, PA*, 391–398, (1987).

[58] JM. Whitney, “Analysis of the end notched flexure specimen using a higher order beam theory based on Reissner’s principle”, *In: Proceedings of the American Society for Composites 3rd Technical Conference, Lancaster, PA*.103–112, (1988).

[59] E. Reissner, “The effect of transverse shear deformation on the bending of elastic plates”, *Journal of Applied Mechanics,* 12, 69–76, (1945).

[60] B.K. R. Prasada, D.V.T.G. P. Kumarb “Analysis of composite ENF specimen using higher order beam theories”, *Thin-Walled Structures,* 46, 676–688, (2008).

[61] BD. Davidson, R. Kruger, M. Konig, ”Three dimensional analysis and resulting design recommendations for unidirectional and multidirectional end notched flexure tests”. *Journal of Composite Material,* 29, 2108–2133, (1995).

[62] R. C. Corleto, H.A. Hogan, “Energy release rate for the ENF specimen using a beam on an elastic foundation”, *Journal of Composite Materials*, 29, 1420-1436, (1995).

[63] W. Ding, M.T. Kortschot, “A simplified beam analysis of the end notched flexure mode II delamination specimen”, *Composite Structures*, 45, 271-278, (1999).

[64] J. Xiao, C. Bathias,” Fatigue behavior of unnotched and notched woven glass/epoxy Laminates”, *Composites Science and Technology,* 50, 141-148, (1994).

[65] M. Idriss, A. El Mahi, M. Assarar, R. El Guerjouma," Damping analysis in cyclic fatigue loading of sandwich beams with debonding", *Composites: Part B,* 44, 597–603, (2013).

[66] Y. Zou, L. Tong, GP. Steven, "Vibration-based model-dependent damage (delamination) identification and health monitoring for composite structures — A Review", *Journal of Sound and Vibration,* 230, 357–378, (2000).

[67] CN. Della, D. Shu, "Vibration of delaminated composite laminates: A review", *Applied Mechanic Review*, 60, (2007).

[68] F. Pmies, L. A. Carlsson, D. Choqueuse, P. Davies, "Dégradation de matériaux composites dans environnement marin : nouveaux matériaux et méthodes d'essais", *15ème colloque IFREMER, La construction navale en composites, Paris*, 384–396, (1992).

[69] R. F. Gibson, "Modal vibration response measurements for characterization of composite materials and structures", *Composites Science and Technology*, 60, 2769–2780, (2000).

[70] S. V. Kulkarni, D. Frederick, "Frequency as a parameter in delamination problem–a preliminary investigation", *Journal of Composite Material*, 5, 112–119, (1971).

[71] H. Lou H, S. Hanagud, "Dynamics of delaminated beams", *International Journal of Solids and Structures*, 37, 1501–1519. (2000)

[72] OS. Salawu, "Detection of structural damage through changes in frequency: a review", *Engineering Structure*, 19, 718–723, (1997).

[73] A. Klepka, M. Straczkiewicz, L. Pieczonka, W. J. Staszewski, L. Gelman, F. Aymerich, T. Uhl, "Triple correlation for detection of damage-related nonlinearities in composite structures", *Non linear dynamic*; 81, 453–468, (2015).

[74] G. M. Owolabi, A.S.J. Swamidas, R. Seshadri, "Crack detection in beams using changes in frequencies and amplitudes of frequency response functions", journal of sound and vibration, 265, 1–22, (2003).

[75] J. Frieden, J. Cugnoni, J. Botsis, T. Gmür, “Vibration-based characterization of impact induced delamination in composite plates using embedded FBG sensors and numerical modeling”, *Composite Part B,*.42, 607–613, (2011).

[76] DA. Saravanos, DA. Hopkins, “Effect of delaminations on the damped dynamic characteristics of composite laminates: Analysis and experiments”, *Journal of sound and vibration*, 192, 977–993, (1995).

[77] M. Idriss, A. El Mahi, R. El Guerjouma, “Characterization of sandwich beams with debonding by linear and nonlinear vibration method”, *Composite Structures,* 120, 200–207, (2015).

[78] M. Cho, J-S. Kim, “Higher-Order Zig-Zag Theory for Laminated Composites With Multiple Delaminations”, *Journal of Applied Mechanics,* 68, 869-877, (2001).

[79] L. Sunghee, P. Tachyon, ZV. George, “Vibration analysis of multi-delaminated beams”, *Composite: Part B*, 34, 647–659, (2003).

[80] L. A. Ostrovsky, P. A. Johnson, ‘‘Dynamic nonlinear elasticity in geomaterials”, *Rivista del nuovo cimento*, 24, 1–46, (2001).

[81] P. A. Johnson, B. Zinszner, P.N.J, Rasolofosaon, ‘‘Resonance and elastic nonlinear phenomena in rock’’, *Journal of geophysical research*, 101, 11553–11564, (1996).

[82] J. TenCate, T. Shankland, ‘‘Slow dynamics in the nonlinear elastic response of Berea Sandstone’’, *Geophysical research letters*, 23, 3019–3022, (1996).

[83] P. Delsanto, M. Scalerandi, “Modeling non classical non linearity, conditioning, and slow dynamics”, *Physical review,* 68, 064107–064116, (2003).

[84] R.A. Guyer, P.A. Johnson, “The astonishing case of mesoscopic elastic nonlinearity”, *Physics Today*, 52, 30-36, (1999).

[85] M. Bentaher, “Acoustique non-linéaire: Application à la caractérisation ultrasonore de l’endommagement des matériaux hétérogènes et à la prédiction de la durée de vie”, *Thèse de doctorat génie des Matériaux,* Lyon, (2005).

[86] K. E-A.Van Den Abeele, P. Johnson, A. Sutin, “Nonlinear elastic wave spectroscopy (NEWS) techniques to discern material damage. Part I: nonlinear wave modulation spectroscopy”, *Research Nondestructive Evaluation*, 12, 17–30 (2000).

[87] A. Moussatov, B. Castagnède, V. Gusev, “Frequency up-conversion and frequency down-conversion of acoustic waves in damaged materials”, *Physics Letters* A, 301, 281–290, (2002).

[88] V. Yu. Zaitsev, V. E. Nazarov, V.Tournat, V.E.Gusev, B. Castagnède, “Luxembourg–Gorky effect in a granular medium: probing perturbations of the material state via cross-modulation of elastic waves”, *Eursophysics letters,* 70, 607–613, (2005).

[89] M. Meo, U. Polimeno, G. Zumpano, “Detecting Damage in Composite Material Using Nonlinear Elastic Wave Spectroscopy Methods”, *Applied Composite Material*, 15, 115–126, (2008).

[90] J. Wang, P. Qiao, “Novel beam analysis of end notched flexure specimen for mode-II fracture”, *Engineering Fracture Mechanics*, 71, 219–231, (2004).

[91] V. Sundararaman, B.D. Davidson, “An unsymmetric end-notched flexure test for interfacial fracture thoroughness determination”, *Engineering Fracture Mechanics*, 60, 361–377, (1998).

[92] Jones, R.M. Mechanics of Composite Materials. Scripta Book Company, Washington,D.C., (1975).

[93] J. M. Whitney, C. T. Sun, “A higher order theory for extensional motion of laminated composites”, *Journal of Sound and Vibration*, 30, 85-97 (1973)

[94] R.D. Mindlin, M.A. Medick, “Extensional Vibrations of Elastic Plates”, *Journal of Applied Mechanics*, 26, 561-569, (1959).

[95] S.P. Timoshenko, J.M. Gere,” Theory of elastic stability”, second edition Dover Publications, INC. Mineola, New York, (1961).

[96] M.F. Kanninen, “An augmented double cantilever beam mode I for studying crack propagation and arrest”, *International Journal of Fracture*, 9, 83-91, (1973).

[97] J.G.Williams, “End corrections for orthotropic DCB specimens”, *Composite Science and Technology*, 35, 367-376, (1989).

[98] S.E. Yamada,“ Elastic/plastic fracture analysis for bonded joints”, *Engineering Fracture Mechanics*, 27, 315-328, (1987).

[99] G. R. Cowper, “The Shear Coefficient in Timoshenko's Beam Theory”, *Journal of Applied Mechanics*, 335-341, (1966).

[100] A. Bezazi, A. El Mahi, J.-M. Berthelot, A. Kondratas, “ Investigation of Cross-Ply Laminates Behaviour in Three Point Bending Tests. Part II: Cyclic Fatigue Tests”, *MATERIALS SCIENCE (MEDŽIAGOTYRA),* (9), 1392–1320, (2003)

[101] A. El Mahi, J.-M. Berthelot, J. Brillaud, “ Stiffness reduction and energy release rate of cross-ply laminates during fatigue tests”, Composite Structures, 30, 123-130, (1995).

[102] Y. A. Dzenis, “Cycle-based analysis of damage and failure in advanced composites under fatigue 1. Experimental observation of damage development within loading cycles”, *International Journal of Fatigue*, 25, 499–510, (2003).

[103] B.J. Lazan, “Damping of Materials and Members in Structural Mechanics*”, Pergamon Press, New York*, (1968).

[104] Standard test method for measuring vibration damping properties of materials ASTM E756-04e1. Book of standard volume 04.06, (2004).

[105] Berthelot J.-M. “*Dynamics of Composites Materials and Structures*”. Disponible en ligne sur www.compomechasia.com.

[106] J-C. Craveur, “*Modélisation des structures Calcul par éléments finis*”. Masson 2ème édition. (1996).

[107] Msc Software Corporation, MSC Nastran2012.2 Dynamic analysis user’s guide (2012)

[108] S. Yang, R.F. Gibson, L. Gu, W.-H. Chen, “Modal parameter evaluation of degraded adhesively bonded composite beams”, *Composite Structures,* 43, 79-91 (1998).

[109] U.Polimeno, M. Meo, “Detecting barely visible impact damage detection on aircraft composites structures”. *Composite Structures.* 91, 398–402, (2009).

[110] M. Bentahar, R. El Guerjouma, “Monitoring progressive damage in polymer-based composite using nonlinear dynamics and acoustic emission”, *Journal Acoustical Society America*, 125, (2009).

[111] G. Zumpano, M. Meo, “Damage detection in an aircraft foam sandwich panel using nonlinear elastic wave spectroscopy”, *Computers Structures Journal*, 86, 483–490, (2008).

[112] D. Dutta, H. Sohn, KA. Harries, P. Rizzo, “A Nonlinear Acoustic Technique for Crack Detection in Metallic Structures”, *Structural Health Monitoring*, 8, 251–262, (2009).

[113] S. Haupert, G. Renaud, J. Riviere, M. Talmant, PA. Johnson, P. Laugier,” High-accuracy acoustic detection of nonclassical component of material nonlinearity”, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 130, 2654–2661, (2011).

[114] KE .Van Den Abeele, A. Sutin, J. Carmeliet, PA. Johnson,” Micro-damage diagnostics using nonlinear elastic wave spectroscopy (NEWS)”, *NDT & E International,* 34, 239–248, (2001).

[115] F. Aymerich, WJ, Staszewski, “Experimental study of impact-damage detection in composite laminates using a cross-modulation vibro-acoustic technique”. *Structural Health Monitoring* (2010).

[116] Landau L. D , Lifshitz E M .Theory of Elasticity (Internet). (cited 2015 Feb 19). Available from: http://archive.org/details/TheoryOfElasticity

[117] Y. Zhang, “Contrôle de santé des matériaux et structures par analyse de la coda ultrasonore ”,*Thèse de doctorat,* Université du Maine, Le Mans (2013).

[118] R. Guyer R, P. Johnson, “Nonlinear mesoscopic elasticity”, Wiley-VCH; (2009).

[119] M Bentahar, H El Aqra, R El Guerjouma, M Griffa, M.Scalerandi, “Hysteretic elasticity in damaged concrete: quantitative analysis of slow and fast dynamics”, *Physical Review B*, 73, 1–10 (2006).

[120] C. Inserra, “Caractérisation de la compaction granulaire par des méthodes acoustique linéaires et non linéaires”, *Thèse de doctorat,* Université du Maine, Le Mans, (2007).

[121] ID. Mayergoyz, “Hysteresis models from the mathematical and control theory points of view”, *Journal of Applied Physics*, 57, 3803-3805, (1985).

[122] Johnson P, Sutin A. “Slow dynamics and anomalous nonlinear fast dynamics in diverse solids”, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 117,124–30, (2005).

[123] M. Meo, G, Zumpano, “Nonlinear elastic wave spectroscopy identification of impact damage on a sandwich plate”, Composites. Structure, 71, 469–474, (2005).

[124] D. Pasqualini, K. Heitmann, JA. TenCate, S. Habib, D. Higdon, PA. Johnson, “Nonequilibrium and nonlinear dynamics in Berea and Fontainebleau sandstones: Low-strain regime”, *Journal of Geophysical Research,* 112, 1-16, (2007).