HAL
open science

Optimisation d'un capteur inertiel à atomes froids par une nouvelle technique de mesure accélérométrique combinant interférométrie atomique et oscillations de Bloch

Charrière Renée

To cite this version:

Charrière Renée. Optimisation d'un capteur inertiel à atomes froids par une nouvelle technique de mesure accélérométrique combinant interférométrie atomique et oscillations de Bloch. Physique Quantique [quant-ph]. Université Pierre et Marie Curie (Paris 6), 2011. Français. NNT : . tel-01778037

HAL Id: tel-01778037

https://theses.hal.science/tel-01778037v1

Submitted on 25 Apr 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

École Doctorale

PHYSIQUE DE LA RÉGION PARISIENNE

Présentée par

Mlle Renée CHARRIERE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

Sujet de la thèse :

Optimisation d'un capteur inertiel à atomes froids par une nouvelle technique de mesure accélérométrique combinant interférométrie atomique et oscillations de Bloch

Soutenue le 9 novembre 2011 devant le jury composé de :

M. Philippe ADAM	Examinateur
Mme Anne AMY-KLEIN	Rapporteur
M. Alexandre BRESSON	Encadrant de thèse
Mme Caroline CHAMPENOIS	Rapporteur
M. François NEZ	Directeur de thèse
M. Franck PEREIRA DOS SANTOS	Examinateur
M. Jérôme TIGNON	Président du jury

Université Pierre & Marie Curie - Paris 6
Bureau d'accueil, inscription des doctorants et base de données
Esc G, 2ème étage
15 rue de l'école de médecine
75270-PARIS CEDEX 06

Tél. Secrétariat : 01 42 34 68 35
Fax : 01 42 34 68 40
Tél. pour les étudiants de A à EL : 01 42 34 69 54
Tél. pour les étudiants de EM à MON : 01 42 34 68 41
Tél. pour les étudiants de MOO à Z : 01 42 34 68 51
E-mail : scolarite.doctorat@upmc.fr

Remerciements

J'ai effectué ma thèse dans le groupe Atomes Froids de l'Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales (ONERA) de Palaiseau, au sein de l'unité Capteurs et Micro-Technologie (CMT) du Département de Mesures Physiques (DMPH). Mes travaux de thèse ont duré d'Octobre 2008 à Novembre 2011. Je tiens à remercier les directeurs successifs du DMPH, Pierre Touboul et Michel Lefebvre, ainsi que le directeur de l'unité CMT, Olivier Le Traon, pour la confiance qu'ils m'ont témoignée en m'accueillant à l'ONERA, tant au cours de ma thèse, qu'au cours de mon stage de Master 2, qui m'a permis de découvrir l'équipe Atomes Froids et m'a donné l'envie d'y rester. Je remercie également Emmanuel Rosencher, qui, sur un simple coup de téléphone m'a assurée d'un financement de ma thèse par l'ONERA, en attendant la réponse de la Délégation Générale de l'Armement (DGA).

Je remercie chaleureusement François Nez du Laboratoire Kastler Brossel d'avoir accepté de diriger mes travaux de thèse, ainsi que pour son aide précieuse au moment des nombreuses formalités administratives à effectuer pour la soutenance ainsi que pour la qualification Maître de Conférences. Je remercie également toute l'équipe Métrologie Quantique et Constantes Fondamentales pour nos discussions, en particulier sur les oscillations de Bloch.

Je tiens aussi à remercier Anne Amy-Klein et Caroline Champenois qui ont accepté la lourde tâche de rapporter mon manuscrit, surtout dans le très court laps de temps que je leur ai laissé. Je les remercie également pour leurs remarques constructives, qui m'ont permis de prendre du recul par rapport à mon manuscrit et de me rendre compte que ce qui paraît évident lorsqu'on travaille dessus pendant trois ans ne l'est pas forcément pour un œil extérieur. Je remercie également Franck Pereira Dos Santos d'avoir accepté de faire partie de mon jury ainsi que Jérôme Tignon de m'avoir fait l'honneur de le présider. Je souhaite remercier aussi la DGA, représentée par Philippe Adam dans mon jury, d'avoir financé mes travaux.

Je remercie également toutes les personnes avec qui j'ai eu l'occasion de travailler au cours de ces trois années. Tout d'abord Alexandre Bresson, qui m'a accueillie dans son équipe et qui a encadré ma thèse à l'ONERA. Merci pour l'excellente ambiance qui règne dans ton équipe, ce fut un vrai bonheur d'y effectuer ma thèse.

Je remercie également Malo Cadoret, qui, en tant que post-doc, a travaillé avec moi durant ma première année de thèse. Nous avons pris en main ensemble la manip GIRAFON, et je te remercie pour toutes les connaissances que tu m'as transmises sur les oscillations de Bloch. Cela m'a énormément aidée par la suite.

Merci également à Nassim Zahzam, j'ai beaucoup apprécié de travailler avec toi, ainsi que de partager nos expériences dans nos sports respectifs. Nous avons des manières de comprendre les choses très similaires, en se posant toujours tout un tas de questions, afin d'être sûrs d'avoir bien assimilé à fond le problème, et nos discussions furent toujours très fructueuses. Je te remercie de m'avoir avec patience expliqué toutes les subtilités de fonctionnement de l'asservissement

du laser, ainsi que pour tes encouragements à ne pas laisser perdre un milliwatt lorsque j'ai dû remonter le banc laser MOT après le gros coup de mou de l'ampli.

Je tiens aussi à remercier Yannick Bidel, sans qui les franges d'interférences avec le réseau stationnaire n'auraient jamais vu le jour. Ta rigueur expérimentale ainsi que ta faculté à comprendre l'origine physique des phénomènes observés m'ont beaucoup impressionnée et beaucoup appris également. À l'avenir, devant un phénomène inexpliqué, je me poserai toujours la question "Comment ferait Yannick dans une telle situation ?".

Je remercie également Olivier Carraz et Fabien Lienhart (même si je ne l'ai rencontré qu'une fois !) pour tout le travail amont qu'ils ont effectué sur GIRAFON et qui m'a permis de réaliser un interféromètre atomique à oscillations de Bloch sur cette manip.

Je souhaite remercier encore une fois François, Alexandre, Nassim et Yannick pour leurs relectures attentives de mon manuscrit, avec une mention spéciale pour Yannick. J'espère que mon chapitre 1 ne t'a pas donné trop de cauchemars !

Enfin, je souhaite bonne chance à Fabien pour transformer le GIRAFON en GIBON ainsi qu'à Geoffrey et ses atomes chauds. J'espère que mon ex-bureau est confortable !

J'aimerai également remercier toute l'équipe du projet ICE : Rémi Geiger, Vincent Ménoret, Guillaume Stern, Patrick Cheinet, Baptiste Battelier, Linda Mondin, Arnaud Landragin et Philippe Bouyer, avec qui j'ai eu l'occasion de travailler et qui m'ont permis de découvrir l'apesanteur dans l'Airbus Zéro-g. Moment inoubliable !

Je remercie également Hervé Sauer de l'Institut d'Optique, pour m'avoir accueillie en tant que vacataire pendant ma troisième année de thèse, comme chargée de TD dans son cours de Calcul Scientifique avec Matlab. Ce fut une première expérience d'enseignement très enrichissante et qui m'a permis aussi de me rafraîchir la mémoire sur certaines fonctions Matlab et en particulier sur les instabilités numériques. Merci également pour votre diligence pour la rédaction de l'attestation d'enseignement dont j'ai eu besoin dans l'urgence pour mon dossier de qualification. Je remercie aussi Mondher Besbes et Julien Moreau avec qui j'ai partagé ces Travaux Dirigés.

Je souhaite également remercier toutes les personnes qui m'ont aidé dans ma recherche de post-doc et pour leurs précieux conseils : Brigitte Loiseaux, Thierry Chanelière ainsi que François Goudail, grâce à qui mon avenir post-doctoral est maintenant assuré.

Merci aussi à tous ceux que j'ai côtoyés à l'ONERA pendant ces trois années : Sara Abbate, Brigitte Attal-Trettout, Cédric Blanchard, Fabien Boitier, Gurvan Brasse, François Deyzac, Jean-Baptiste Dherbecourt, Nelly Dorval, Jean-Pierre Faleni, Antoine Godard, Frédéric Grisch, Jean-Michel Melkonian, Ajmal Mohamed, Mikael Orain, Denis Packan, Myriam Raybaut, Thomas Schmid.

Je remercie également Florence Baumgartner, Hélène Méler à l'ONERA et Marianne Peuch à l'UPMC pour toutes les tâches administratives effectuées.

Merci également à mes compagnons de bureau : Aurélie, Hanond, Guy-Alexandre, Björn. Un grand merci à Constantin, qui a effectué sa thèse en même temps que moi, et avec qui j'ai pu partager galères, coups de gueule, fous rires, et qui m'a bien remonté le moral pendant les durs derniers mois avant la soutenance. Bon courage au nouveau doctorant Olivier.

En dernier lieu, je souhaite remercier mes proches. Mes amis pour toutes les soirées bien

sympas, ma famille pour m'avoir toujours soutenue et m'avoir transmis un état d'esprit rigoureux et acharné, ma maman pour son aide dans les calculs compliqués. Merci également à ma belle-famille, en particulier à mes beaux-parents pour leur présence le jour de ma soutenance.

Enfin, un immense merci à mon Fred, qui me supporte tous les jours, avec mes nombreux entraînements et mon caractère de cochon ! Merci pour ton soutien sans faille, merci pour tout ce que je vis au quotidien à tes côtés.

Table des matières

Introduction **1**
I.1 L'accélération de la pesanteur g . . . 1
I.2 Applications liées à une bonne connaissance de l'accélération de la pesanteur . . 3
I.3 Les différents types de gravimètres transportables ou embarquables . . . 4
I.3.1 Les gravimètres relatifs . . . 4
I.3.2 Les gravimètres absolus . . . 5
I.4 Présentation de différentes techniques permettant d'envisager une augmentation de la sensibilité des gravimètres atomiques . . . 8
I.4.1 Augmentation du temps d'interaction des atomes avec la pesanteur . . . 8
I.4.2 Augmentation de la séparation en impulsion entre les bras de l'interféromètre 9
I.5 Oscillations de Bloch et mesures locales de l'accélération de la pesanteur . . . 12
I.5.1 Implémentation de "grandes" séparatrices à oscillations de Bloch . . . 12
I.5.2 Mesures locales de l'accélération de la pesanteur par oscillations de Bloch 14
I.5.3 Autres techniques permettant une mesure locale de l'accélération de la pesanteur . . . 17
I.6 Plan du manuscrit . . . 19

1 Transitions Raman stimulées et interféromètres **21**
1.1 La transition Raman stimulée . . . 21
1.1.1 Présentation du problème . . . 21
1.1.2 Le Hamiltonien et les équations de Schrödinger . . . 22
1.1.3 Résolution du système d'équations par élimination adiabatique . . . 26
1.1.4 Simplification des calculs dans le cas d'un grand désaccord . . . 27
1.1.5 Transition Raman stimulée et sélection en vitesse . . . 28
1.2 L'interféromètre de Ramsey . . . 29
1.2.1 Cas des atomes en chute libre . . . 30
1.2.2 Matrices de transfert . . . 31
1.2.3 Interprétation en terme d'interférence entre deux chemins . . . 32
1.2.4 Cas d'un atome vérifiant la condition de résonance Raman . . . 33
1.2.5 Probabilité de transition dans le cas d'un atome de vitesse quelconque . . 33
1.2.6 Interféromètre de Ramsey et mesure de déphasage . . . 36
1.3 L'interféromètre de Ramsey-Bordé . . . 37
1.3.1 Description des différents chemins atomiques . . . 38
1.3.2 Cas d'un ensemble d'atomes ayant une dispersion en vitesse non nulle . . 39
1.4 Interféromètre de Ramsey-Bordé en présence d'un faisceau "pousseur" . . . 41
1.4.1 Élimination de certains chemins de l'interféromètre . . . 41
1.4.2 Cas où les atomes changent de vitesse entre les deux paires d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ 44
1.4.3 Cas où la condition de résonance Raman est vérifiée . . . 45

1.4.4 Principe d'une mesure de l'accélération de la pesanteur 45
1.5 Comparaison avec un interféromètre de Mach-Zehnder 47
Conclusion 48

2 Oscillations de Bloch d'un atome dans un réseau optique 49
2.1 Analogie avec une transition Raman stimulée sans changement d'état interne . . 49
2.1.1 Condition de résonance 49
2.1.2 Oscillations de Bloch d'un atome soumis au champ de pesanteur 51
2.1.3 Accélération d'un atome grâce aux oscillations de Bloch 54
2.2 Approche physique du solide 55
2.2.1 Calcul du potentiel lumineux 55
2.2.2 Le hamiltonien de l'atome dans le potentiel lumineux 56
2.2.3 Les oscillations de Bloch 58
2.2.4 Cas d'un atome soumis au champ de pesanteur 59
2.3 Calcul numérique de l'évolution de l'état d'un atome soumis à un réseau optique 60
2.3.1 Principe du calcul 60
2.3.2 Éléments propres du hamiltonien dans le cas d'un réseau stationnaire indépendant du temps 62
2.4 Limitations expérimentales aux oscillations de Bloch 65
2.4.1 Le chargement des atomes dans la bande d'énergie fondamentale du hamiltonien 65
2.4.2 Limitations du nombre d'oscillations de Bloch 70
2.4.3 Génération du réseau optique avec un faisceau laser rétro-réfléchi 79
Conclusion 84

3 Le dispositif expérimental 87
3.1 Architecture de GIRAFON 87
3.2 Le refroidissement atomique 88
3.2.1 Les champs magnétiques 88
3.2.2 Les fréquences optiques à générer 89
3.2.3 Asservissement du laser maître 91
3.2.4 Asservissement du laser esclave 92
3.2.5 Schéma global de la partie à 1560 nm du montage du laser de refroidissement 93
3.2.6 Description de la partie à 780 nm du laser de refroidissement 93
3.2.7 Les faisceaux de refroidissement au niveau des atomes 94
3.2.8 La séquence temporelle de refroidissement des atomes 95
3.3 Le système de détection 98
3.3.1 Schéma optique 98
3.3.2 La séquence temporelle de détection 100
3.4 Le laser Raman-Bloch 103
3.4.1 Partie fibrée à 1560 nm du banc laser Raman-Bloch 103
3.4.2 Mesure de la fréquence du laser Bloch-Raman 104
3.4.3 Banc espace libre à 780 nm du laser Bloch-Raman 105
3.4.4 Contrôle de la fréquence et de l'intensité du faisceau Bloch-Raman 107
3.5 Derniers changements effectués sur le dispositif expérimental 109
Conclusion 109

4 Résultats expérimentaux **111**
4.1 Première observation qualitative d'oscillations de Bloch après une sélection en vitesse effectuée par diminution de la profondeur du potentiel lumineux 111
4.1.1 Principe de l'expérience 112
4.1.2 Signal observé au photomultiplicateur 113
4.1.3 Mesure du maximum du troisième pic et de sa largeur à $\frac{1}{\sqrt{e}}$ en fonction de t_{Bloch} 115
4.1.4 Étude de l'état d'un atome pendant la durée t_{Bloch} en fonction de sa vitesse initiale 116
4.1.5 Ajustement des oscillations observées expérimentalement 122
4.2 Observation d'oscillations de Bloch après sélection en vitesse des atomes par deux impulsions Raman $\frac{\pi}{2}$ 123
4.2.1 La séquence expérimentale 123
4.2.2 Observation des oscillations de Bloch 125
4.2.3 Calibration de la profondeur du réseau optique en fonction de la puissance du laser Bloch 126
4.3 Mesure de l'accélération de la pesanteur avec un interféromètre de Ramsey-Bordé avec et sans ajout d'oscillations de Bloch 128
4.3.1 Résultats expérimentaux 128
4.3.2 Origines de la chute du contraste des franges d'interférence en présence d'oscillations de Bloch 133
4.4 Mesure de l'accélération de la pesanteur avec des atomes lancés vers le haut avant la première impulsion $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre 146
4.4.1 Lancement des atomes vers le haut après la phase de mélasse 146
4.4.2 Mesure de l'accélération de la pesanteur avec des atomes chargés dans un réseau stationnaire 152
4.4.3 Estimation des biais sur la mesure de l'accélération de la pesanteur liés aux oscillations de Bloch 159
4.4.4 Variation de la norme du vecteur d'onde effectif Raman liée aux raies parasites du laser Raman 166
Conclusion 172

Conclusion générale **177**

A Calcul de l'enveloppe de la famille de courbes $\mathcal{C}_{u,\Phi_0}$ **181**

B État d'un atome en sortie d'un interféromètre de Ramsey-Bordé **185**

C Calcul de la vitesse moyenne d'un atome dans un état propre du hamiltonien décrivant l'atome soumis à un réseau optique **189**

Bibliographie **191**

Introduction

La première mesure de l'accélération de la pesanteur avec un interféromètre à ondes de matières a été réalisée en 1975 par Colella *et al.* [40] avec des neutrons. Les progrès dans la manipulation des atomes froids (le premier piégeage magnéto-optique d'atomes est effectué en 1987 par Raab *et al.* [90]), permettent à M. Kasevich et S. Chu de réaliser, en 1991, le premier gravimètre à atomes froids [66]. Cet interféromètre a été ensuite fortement amélioré et a atteint des performances proches de celles des meilleurs gravimètres commerciaux [86]. Les interféromètres atomiques ont par ailleurs permis de réaliser des mesures d'extrême précision [41], comme des tests des lois de la gravitation [82], des mesures de la constante de structure fine [21], du gradient de pesanteur [97], de l'effet Sagnac [49, 57] ou de la constante de gravitation de Newton [53]. Les gravimètres réalisés dans les références [82, 70] sont actuellement les gravimètres les plus sensibles existant (leurs sensibilités sont respectivement de $8 \cdot 10^{-9}$ g/$\sqrt{\text{Hz}}$ et $14 \cdot 10^{-9}$ g/$\sqrt{\text{Hz}}$).

L'objectif de cette thèse est la réalisation d'un gravimètre atomique combinant un interféromètre de Ramsey-Bordé [19] réalisé avec des transitions Raman stimulées [66] et des oscillations de Bloch atomiques [85]. Nous verrons qu'une telle séquence interférométrique permet d'effectuer une mesure locale de l'accélération de la pesanteur. En effet, le déplacement des atomes sera de l'ordre du millimètre au cours de l'interféromètre. Ce faible déplacement permet d'envisager une réduction de la taille du dispositif expérimental, sans pour autant sacrifier sa sensibilité. Une mesure locale d'accélération permet également d'envisager des mesures d'interaction à courtes distances [30, 98].

Nous allons tout d'abord rappeler brièvement ce qu'est l'accélération de la pesanteur. Nous présenterons ensuite diverses applications liées à une connaissance précise de la valeur de cette grandeur, puis montrerons l'intérêt de construire des gravimètres embarquables. Nous verrons de plus qu'une amélioration de la sensibilité des gravimètres permettrait de tester certaines lois fondamentales de la physique. Enfin nous présenterons différentes techniques, étudiées actuellement, ayant pour objectif une augmentation de cette sensibilité et montrerons l'intérêt d'utiliser des réseaux optiques pour cela. Le plan de ce manuscrit sera exposé à la fin de l'introduction.

I.1 L'accélération de la pesanteur g

Le champ de pesanteur terrestre a deux origines : la force gravitationnelle et la force axifuge due à la rotation de la Terre sur elle-même.

La force gravitationnelle

D'après la loi de la gravitation de Newton, la force d'attraction entre deux corps ponctuels massifs est proportionnelle au produit de leur masse et inversement proportionnelle au carré

de la distance qui les sépare. Si on assimile la Terre à une sphère homogène parfaite, la force exercée par la Terre, de masse m_T et de rayon R_T, sur un objet ponctuel A de masse m_A situé à sa surface, va s'écrire :

$$\vec{F}_{T\to A} = -G\frac{m_A m_T}{R_T^2}\vec{u}_{T\to A}, \tag{I.1}$$

G étant la constante de gravitation et $\vec{u}_{T\to A}$ étant le vecteur unitaire dirigé selon la droite reliant le centre de masse de la Terre au centre de masse de l'objet A. L'objet A subit donc une accélération $\vec{\gamma}_{grav} = -G\frac{m_T}{R_T^2}\vec{u}_{T\to A}$. L'application numérique donne $\|\vec{\gamma}_{grav}\| \simeq 9.8$ m/s^2. Cependant, cette valeur n'est qu'une approximation, car la distribution de masse de la Terre n'est pas homogène et que la Terre n'est pas de forme sphérique. L'accélération subie par l'objet A va donc dépendre de sa position à la surface de la Terre.

La force axifuge

La Terre étant en rotation sur elle-même, il en résulte une force d'inertie axifuge, qui s'écrit, pour un objet ponctuel A de masse m_A situé à sa surface :

$$\vec{F}_{axifuge} = m_A\Omega^2 R_T\cos(\lambda)\,\vec{u}_\perp. \tag{I.2}$$

$\vec{u}_\perp$ est le vecteur unitaire situé dans le plan perpendiculaire à l'axe de rotation de la Terre, et allant de cet axe vers l'objet A, et λ est la latitude de l'objet A. Dans le référentiel terrestre, l'objet A est donc soumis à une accélération $\vec{\gamma}_{axifuge} = \Omega^2 R_T\cos(\lambda)\,\vec{u}_\perp$. Cette accélération, qui est nulle aux pôles, vaut environ $34\cdot 10^{-3}$ m/s^2 à l'équateur.

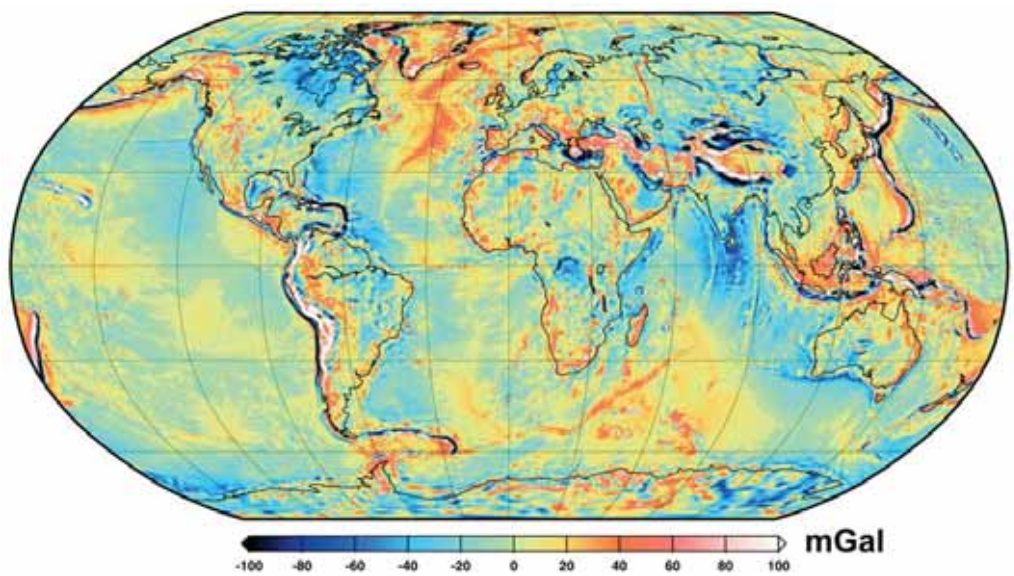


FIGURE I.1 – Carte des variations résiduelles, c'est-à-dire auxquelles on a soustrait les variations avec l'altitude et la latitude, de l'accélération de la pesanteur, en mGal (1 mGal = $1\cdot 10^{-5}$ m/s^2), sur la surface de la Terre. Cette figure est extraite de [56].

Dans le référentiel terrestre, tout corps est donc soumis à l'accélération $\vec{g} = \vec{\gamma}_{grav} + \vec{\gamma}_{axifuge}$, qui est appelée accélération de la pesanteur. Cette accélération dépend donc de l'altitude de l'objet (variation d'environ $3\cdot 10^{-7}$ g/m), et de sa latitude (variation d'environ $5\cdot 10^{-7}$ g/km). Sur la figure I.1, sont représentées les variations résiduelles, c'est-à-dire auxquelles on a soustrait les variations avec l'altitude, la latitude, ainsi que l'influence de l'ellipticité de la Terre, de l'accélération de la pesanteur, sur la surface de la Terre.

Notons que l'accélération de la pesanteur présente aussi des variations temporelles, dont l'ordre de grandeur varie de $5 \cdot 10^{-10}$ g/an pour le rebond post-glacière (soulèvement des masses terrestres consécutif à la fonte des calottes glacières) jusqu'à $3 \cdot 10^{-7}$ g/jour pour les marées, voire même $1 \cdot 10^{-6}$ g sur des durées de l'ordre de 0.1 à 20 s pour des tremblements de Terre ou des éruptions volcaniques.

I.2 Applications liées à une bonne connaissance de l'accélération de la pesanteur

La connaissance précise de l'accélération de la pesanteur a des applications dans divers domaines comme l'étude de la structure interne de la Terre, la sismologie, la prospection pétrolière, la détection de ruines souterraines. Afin de donner un ordre de grandeur de la sensibilité de mesure requise pour de telles applications, citons quelques exemples :

- un bunker vide sur un terrain militaire présente une anomalie de gravité de $7.5 \cdot 10^{-7}$ m/s^2 [94],
- 4 heures avant le début d'une éruption de l'Etna, une diminution de l'accélération de la pesanteur de $4 \cdot 10^{-6}$ m/s^2 est observée à 3 km du cratère (voir figure I.2).

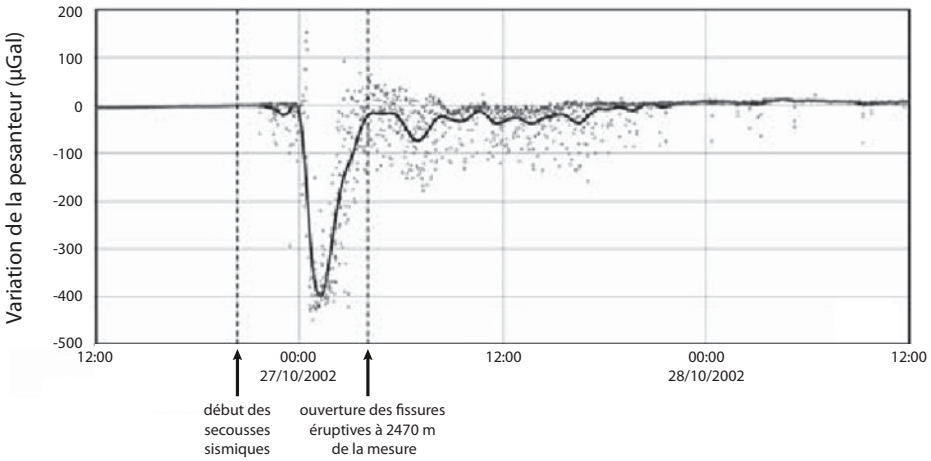


FIGURE I.2 – Mesure de la variation temporelle, en µGal (1 µGal = $1 \cdot 10^{-8}$ m/s^2), de l'accélération de la pesanteur à 3 km de l'Etna en éruption. Cette figure est extraite de [22].

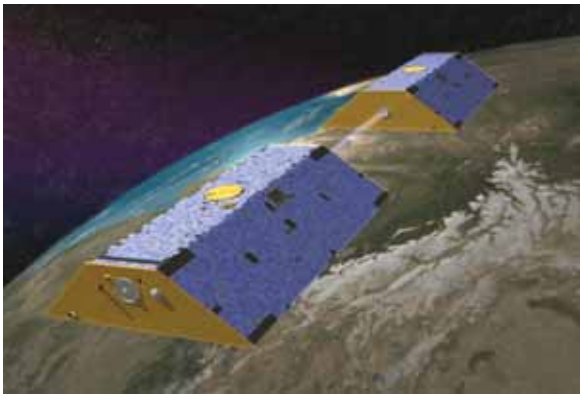
De plus, la mesure de l'accélération de la pesanteur le long de la trajectoire d'un véhicule peut permettre de connaître, à l'aide de cartes de pesanteur, sa position. Cela est intéressant pour les sous-marins par exemple, où le GPS (Global Positioning System) ne fonctionne pas.

Le champ de pesanteur terrestre est actuellement cartographié par le satellite GOCE (Gravity field and steady-state Ocean Circulation Explorer), avec une exactitude de 10^{-5} m/s^2 et une résolution spatiale de 100 km [48, 1]. Cette mission fait suite à la mission GRACE (Gravity Recovery And Climate Experiment), les deux missions intégrant des accéléromètres électrostatiques ONERA [2].

En embarquant un gravimètre dans un avion ou un bateau, il est possible d'atteindre des résolutions spatiales plus élevées. Avec les gravimètres aéroportés actuels, l'accélération de la pesanteur peut être mesurée avec une résolution spatiale de l'ordre du kilomètre et avec une exactitude de l'ordre de $2 \cdot 10^{-5}$ m/s^2 [23].

D'autres applications, plus fondamentales, sont aussi envisagées. Actuellement, le kilogramme est la seule unité de base du Système International d'unités définie par un artefact

(A) Le satellite GOCE, figure extraite de [48].



(B) Le couple de satellites GRACE, figure extraite de [2].

FIGURE I.3 – Vues d'artiste des satellites GOCE et GRACE.

matériel. Or il est possible, grâce à un dispositif appelé balance du Watt [68], de relier l'unité de masse à la constante de Planck. Une nouvelle définition de l'unité de masse, basée sur ce dispositif, est en cours de réalisation [59, 100]. Cependant, une très bonne connaissance de différentes caractéristiques du dispositif est nécessaire. En particulier, la valeur de l'accélération de la pesanteur à l'emplacement de la balance doit être connue avec une exactitude relative de l'ordre de 10^{-9}. Une récente comparaison [75] entre trois gravimètres basés sur des principes de mesure différents, dont un gravimètre à interférométrie atomique du SYRTE, a montré de trop grandes divergences de mesures pour que l'unité de masse soit redéfinie actuellement. Un étude plus poussée des effets systématiques de ces gravimètres est alors nécessaire.

Avec les performances actuelles des gravimètres atomiques, il est possible d'envisager, avec un gravimètre à deux espèces différentes d'atomes, une distance de chute de 10 m et un temps d'intégration d'une journée, de tester le principe d'équivalence [50] à 10^{-15} [45].

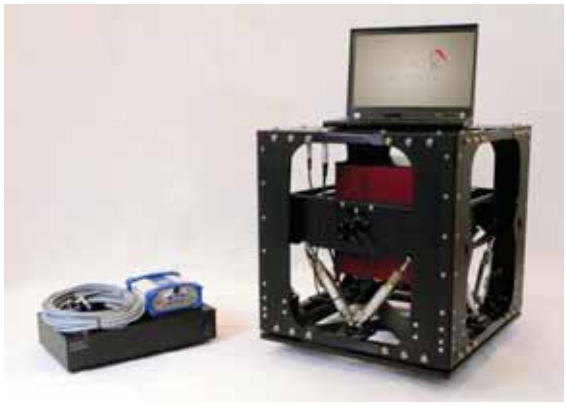
I.3 Les différents types de gravimètres transportables ou embarquables

I.3.1 Les gravimètres relatifs

Nous remarquons que beaucoup d'applications nécessitent d'avoir des gravimètres transportables et même embarquables, c'est-à-dire fonctionnant sur des plateformes mobiles (avion, bateau, satellite...). Actuellement, les seuls gravimètres embarquables sont des gravimètres relatifs : ce sont des gravimètres qui requièrent un étalonnage préalable et ne mesurent qu'une variation de l'accélération de la pesanteur. Les gravimètres relatifs embarquables sont, pour la plupart, composés d'un système à ressort de longueur à vide nulle. Citons par exemple le gravimètre System 6 de *Micro-g Lacoste* (résolution monocoup de $1 \cdot 10^{-7}$ m/s^2 et dérive de $3 \cdot 10^{-5}$ m/s^2/mois [3]).

Par ailleurs, la compagnie *Scintrex* commercialise les gravimètres à ressort à quartz INO et CG-5 Autograv. Leur résolution monocoup est de $1 \cdot 10^{-8}$ m/s^2 et leur dérive de $2 \cdot 10^{-7}$ m/s^2/jour [4]. Le gravimètre INO est submersible jusqu'à 600 m et permet d'effectuer des mesures sur le plancher océanique. Le gravimètre CG-5 Autograv est un gravimètre transportable de seulement 8 kg permettant d'effectuer des mesures de terrain.

Il existe un autre type de gravimètre relatif, basé sur la lévitation d'une sphère supra-conductrice dans un champ magnétique très stable, commercialisé par la société *GWR Instruments*. Cette société propose deux versions d'un tel gravimètre, le gravimètre OSG (résolution monocoup de $1 \cdot 10^{-11}$ m/s^2 et dérive de $2 \cdot 10^{-8}$ m/s^2/an [5]) et sa version transportable iGrav (résolution monocoup de $1 \cdot 10^{-11}$ m/s^2 et dérive de $5 \cdot 10^{-9}$ m/s^2/mois [5]).



(A) Le gravimètre embarquable à ressort de longueur à vide nulle Sytem 6 de la société *Micro-g Lacoste*. La figure est extraite de [3].

(B) Le gravimètre submersible à ressort à quartz INO de la société *Scintrex*. La figure est extraite de [4].

(C) Le gravimètre transportable à ressort à quartz CG-5 Autograv de la société *Scintrex*. La figure est extraite de [4].

(D) Le gravimètre transportable à sphère supra-conductrice iGrav de la société *GWR Instruments*.

FIGURE I.4 – Les gravimètres relatifs System 6, INO, CG-5 Autograv et iGrav.

I.3.2 Les gravimètres absolus

Il existe aujourd'hui des gravimètres absolus transportables, les principaux étant le A-10 [6], le FG-5 [84], le IMGC-02 [42] et le gravimètre à atomes froids, comme, par exemple, celui du SYRTE développé pour la Balance du Watt [70, 74] ou celui de l'ONERA (GIRAFE) [28].

Les trois premiers gravimètres sont des gravimètres optiques. Ils sont constitués d'un interféromètre de type Michelson, où l'un des bras se réfléchit sur un coin de cube en mouvement.

Dans les gravimètres A-10 et FG-5, le coin de cube est en simple chute libre, alors que dans le IMGC-02 il est tout d'abord lancé vers le haut. L'accélération de la pesanteur est mesurée par comptage des franges d'interférences. Les gravimètres A-10 et FG-5 sont des gravimètres commerciaux vendus par la société *Micro-g Lacoste*.

Le principe d'un gravimètre à atomes froids est similaire à celui des gravimètres optiques. Il consiste en effet à mesurer la chute libre, non plus d'un coin de cube, mais d'une "boule" d'atomes froids [1]. La position de cette "boule" d'atomes est mesurée à trois instants, grâce à trois impulsions lumineuses. De ces trois mesures de positions, il est possible de déduire l'accélération des atomes, et donc de mesurer l'accélération de la pesanteur.

Plus précisément, un gravimètre atomique est un interféromètre atomique à deux bras, dont la différence de phase entre les bras est proportionnelle à l'accélération de la pesanteur. Les impulsions lumineuses jouent le rôle de séparatrices ou de miroirs atomiques. L'accélération de la pesanteur est alors déduite des franges d'interférences atomiques observées en sortie de l'interféromètre.

Le gravimètre à atomes froids reste à l'heure actuelle le plus difficilement déplaçable, mais des développements sont en cours pour rendre ce gravimètre plus compact, plus simple et plus embarquable [28, 17, 58]. Un autre gravimètre à atomes froids transportable est réalisé en ce moment dans l'équipe Quantum Optics and Metrology à Berlin [55] et obtient des performances proches de l'état de l'art, tout comme le gravimètre GIRAFE.

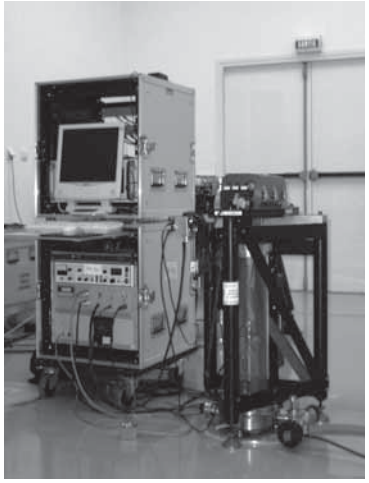
Les sensibilités de ces différents gravimètres absolus transportables sont les suivantes :

modèle	A-10	FG-5	IMGC-02	atomes froids (SYRTE)
sensibilité ($\times 10^{-8}$ m/s^2)	1.6 ([96])	15 ([7])	9 ([42])	14 ([70])
temps d'intégration	24 h	1 s	12 h	1 s

. (I.3)

1. Les atomes sont refroidis à une température de l'ordre du µK. La dispersion en vitesse des atomes est alors suffisamment faible pour qu'on puisse considérer qu'au cours d'une mesure de l'accélération de la pesanteur le nuage atomique constitue une "boule" d'atomes.

(A) Le gravimètre FG-5, figure extraite de [8].



(B) Le gravimètre IMGC-02, figure extraite de [42].

(C) Le gravimètre à atomes froids de Berlin, figure extraite de [55].

FIGURE I.5 – Les gravimètres transportables à coin de cube FG-5, IMGC-02 et à atomes froids de Berlin.

À l'heure actuelle, il est intéressant de chercher à construire des gravimètres de plus en plus sensibles, par exemple pour tester le principe d'équivalence à des niveaux non encore atteints jusqu'alors, ou encore détecter des ondes gravitationnelles. Des accéléromètres effectuant des mesures locales permettent de plus d'envisager de mesurer l'effet Casimir-Polder [30] ou de tester la loi de gravitation de Newton sur des distances micro-métriques [98].

La sensibilité d'un gravimètre à atomes froid peut être augmentée en augmentant "l'aire" [2] de l'interféromètre. Cette "aire" peut être augmentée de deux façons :

– soit en augmentant le temps d'interaction des atomes avec la pesanteur,
– soit en augmentant la séparation en impulsion entre les deux bras de l'interféromètre.

Les gravimètres atomiques les plus sensibles actuellement ont une séquence interférométrique composée de trois impulsions Raman, les atomes étant en chute libre entre les impulsions. Dans le cas d'une telle séquence interférométrique, une augmentation du temps d'interaction des atomes avec la pesanteur va donc nécessiter une augmentation de la distance de chute des atomes, à moins que, comme les atomes, le dispositif expérimental soit en chute libre. Nous verrons que différents projets où, soit la distance de chute est augmentée en créant un dispositif très long, soit le dispositif est en chute libre, sont actuellement en cours.

Par ailleurs, de nouveaux types de séparatrices atomiques sont actuellement étudiés afin d'augmenter la séparation en impulsion entre les bras de l'interféromètre, ainsi que de nouvelles géométries d'interféromètres ayant pour objectif d'augmenter la durée d'interaction des atomes avec la pesanteur, sans que, pour autant, les atomes ne soient en chute libre. Ces géométries d'interféromètres ont pour caractéristique de permettre d'effectuer des mesures locales d'accélération.

I.4 Présentation de différentes techniques permettant d'envisager une augmentation de la sensibilité des gravimètres atomiques

I.4.1 Augmentation du temps d'interaction des atomes avec la pesanteur

Actuellement, un gravimètre atomique de 10 m de haut est en construction à Stanford. Un tel interféromètre permet d'envisager de tester le principe d'équivalence à 10^{-15} [46]. En effet, la sensibilité prévue de ce gravimètre est de $7 \cdot 10^{-13}$ g/$\sqrt{\text{Hz}}$, avec des séparatrices induisant une séparation en impulsion des bras de l'interféromètre de 10 fois l'impulsion $\hbar k$ d'un photon. Après un temps d'intégration d'une journée, il devrait permettre de mesurer l'accélération de la pesanteur avec une incertitude relative de 10^{-15}. En outre, la réalisation d'un système composé de deux de ces interféromètres, les interféromètres étant embarqués ou non dans des satellites, sur des distances allant de 1 km pour une expérience terrestre jusqu'à 1000 km pour une expérience en satellites, permettrait de détecter des ondes gravitationnelles [47]. Un autre gravimètre atomique de 10 m de haut est également en construction à Wuhan, en Chine [107].

Une autre possibilité est que l'ensemble du dispositif expérimental soit en chute libre, ce qui permet d'utiliser un dispositif de plus petite taille. Il existe à Brême, en Allemagne, une tour de 146 m de haut, qui permet une chute libre d'environ 5 s. Van Zoest *et al* ont pu observer dans cette tour l'expansion d'un condensat de Bose-Einstein pendant plus d'une seconde [108].

2. On appelle ici "aire" de l'interféromètre la surface délimitée par les trajectoires des deux bras de l'interféromètre, représentées dans le plan position-temps.

Le condensat forme alors une onde de matière cohérente délocalisée sur environ 1 mm, ce qui constitue une source d'onde de matière très prometteuse pour de futurs interféromètres.

Réaliser un interféromètre atomique embarquable dans un satellite permettrait d'avoir un dispositif constamment en chute libre. Récemment, un interféromètre atomique a été embarqué dans l'avion Zéro-g du CNES (cet avion effectue des paraboles, ce qui permet d'avoir, périodiquement, des séquences d'une vingtaine de secondes de micro-pesanteur), et une mesure d'accélération a pu être effectuée, avec une sensibilité de $2 \cdot 10^{-4}$ ms$^{-2}/\sqrt{\text{Hz}}$ [58]. Un tel dispositif pourrait permettre d'effectuer un test du principe d'équivalence à $8 \cdot 10^{-15}$ avec un temps d'intégration d'un an [101].

I.4.2 Augmentation de la séparation en impulsion entre les bras de l'interféromètre

Une autre solution, pour augmenter la sensibilité d'un gravimètre atomique, est d'augmenter la séparation en impulsion entre les paquets d'onde atomiques induite par les séparatrices. Différentes techniques de réalisation de séparatrices atomiques ont été implémentées.

C. R. Ekstrom *et al* ont utilisé, en 1995, des réseaux matériels pour mesurer la polarisabilité électrique du sodium [51]. La diffraction d'atomes d'hélium, avec une séparation de 42 fois l'impulsion $\hbar k$ d'un photon, sur une séparatrice magnéto-optique, a été observée [87].

$140\hbar k$ ont été transférés à des atomes de césium, avec une efficacité de 95%, par transfert adiabatique de population et des franges d'interférences ont pu être observées avec un interféromètre composé de 4 impulsions $\frac{\pi}{2}$ de ce type [103].

Il est également possible de faire diffracter un atome sur une onde lumineuse stationnaire proche de résonance, en régime de Bragg [92]. En 1995 est réalisé le premier interféromètre à ondes de matière avec des séparatrices à diffraction de Bragg [60]. Dans cette expérience, les deux bras de l'interféromètre sont séparés de $6\hbar k$. Une expérience plus récente [83] a permis de réaliser, avec des séparatrices à diffraction de Bragg, deux configurations d'interféromètres différentes : un Mach-Zehnder (séquence $\frac{\pi}{2} - \pi - \frac{\pi}{2}$, les trois impulsions étant séparées d'un temps T) et un interféromètre de Ramsey-Bordé (4 impulsions $\frac{\pi}{2}$, les deux premières et les deux dernières impulsions étant séparées d'un temps T, et le temps entre les deux paires d'impulsions étant noté T'). Pour des temps $T = 1$ ms et $T' = 2$ ms, la visibilité des franges d'interférences observées est respectivement de 52% et 36% pour les configurations Mach-Zehnder et Ramsey-Bordé, pour une séparation entre les deux bras de l'interféromètre de $12\hbar k$. Il est possible d'observer des franges jusqu'à une séparation de $20\hbar k$ en configuration Mach-Zehnder, et jusqu'à $24\hbar k$ en configuration Ramsey-Bordé, avec les mêmes durées que précédemment, mais la visibilité des franges tombe respectivement 3% et 4%. Un signal d'interférences a pu être observé, en configuration Mach-Zehnder, jusqu'à un temps $T = 100$ ms, pour une séparation de $12\hbar k$.

En utilisant des séparatrices comportant plusieurs impulsions de Bragg d'ordre 3, il a été possible de réaliser un interféromètre, avec des séparatrices de $102\hbar k$, dont le contraste a été estimé à 18% [32].

Pour des séparatrices à diffraction Bragg, induisant une séparation de $2n\hbar k$ entre les bras de l'interféromètre, la sensibilité d'un interféromètre de Mach-Zehnder ou de Ramsey-Bordé est proportionnelle à n. Cette technique est donc très prometteuse pour augmenter la sensibilité des interféromètres atomiques, d'autant plus que les atomes restent dans le même état interne tout au long de l'interféromètre, ce qui permet de s'affranchir d'effets systématiques comme

le light-shift ou l'effet Zeeman. Cependant, elle nécessite d'avoir des lasers puissants (un laser de 6 W est utilisé dans [83]). En outre, il est nécessaire de bien contrôler la durée, la forme et l'intensité des impulsions laser afin d'obtenir une bonne efficacité de diffraction. De plus, plus n est élevé, plus il est critique d'avoir un laser présentant peu de distorsions de front d'onde et plus les fluctuations de phase entre le laser montant et le laser descendant doivent être faibles. Même les meilleurs systèmes actuels permettant l'isolation du dispositif expérimental des vibrations ne suffisent plus pour conserver un signal interférométrique correct. S. Herrmann *et al.* proposent [31] une méthode pour s'affranchir des vibrations, qui consiste à utiliser deux interféromètres de Ramsey-Bordé conjugués (voir figure I.6). Cette méthode a permis d'obtenir, pour $n = 10$, un contraste qui reste constant (de l'ordre de 10%) entre $T = 1$ ms et $T = 50$ ms, ce qui constitue un gain de 2500 sur "l'aire" de l'interféromètre.

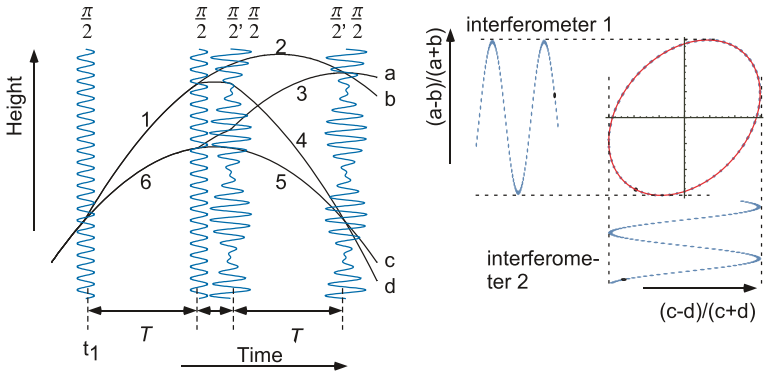


FIGURE I.6 – En traçant les franges des deux interféromètres l'une en fonction de l'autre, on obtient une ellipse dont l'excentricité dépend du déphasage relatif entre les deux interféromètres (figure extraite de [31]).

S. B. Cahn *et al.* ont implémenté un interféromètre avec des séparatrices réalisées par diffraction d'atomes sur une onde lumineuse stationnaire en régime de Kapitza-Dirac [26]. L'utilisation de réseaux d'absorption lumineux a permis de comparer, à une précision relative de 10^{-7}, l'accélération de la pesanteur avec des atomes de ^{85}Rb et de ^{87}Rb [54].

Il est également possible d'augmenter "l'aire" d'un interféromètre en utilisant différentes séquences d'impulsions Raman. J. M. McGuirk *et al.* ont réalisé un interféromètre composé de 7 impulsions Raman, présentant une séparation des bras de $6\hbar k$ [78]. Une telle configuration, qui est beaucoup plus compliquée que celle réalisée dans la référence [83], rend les effets systématiques plus difficilement quantifiables, cependant, elle ne nécessite pas d'utiliser un laser puissant (les lasers Raman utilisés dans [78] ont une puissance de 150 mW). Cette technique peut être généralisée pour obtenir une séparation entre les bras de $(4N + 2)\,\hbar k$, mais nécessitera dans ce cas $4N + 3$ impulsions Raman (voir figure I.7).

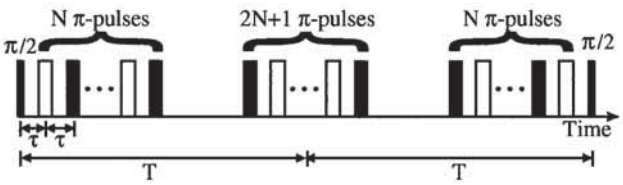


FIGURE I.7 – Séquence d'impulsions Raman permettant de réaliser un interféromètre ayant une séparation de $(4N + 2)\,\hbar k$ entre les deux bras (figure extraite de [78]).

Le SYRTE a réalisé un gravimètre, en utilisant des impulsions Raman à double diffraction, qui induit une séparation des bras de l'interféromètre de $4\hbar k$ [76]. Cette séparation est obtenue en utilisant deux paires de faisceaux Raman contrapropageants, simultanément à résonance. L'intérêt de cette méthode est qu'elle combine les avantages des interféromètres basés sur des transitions Raman et ceux des interféromètres basés sur de la diffraction de Bragg. En effet, au cours d'un tel interféromètre, les deux bras de l'interféromètre sont toujours dans le même état interne, ce qui annule de nombreux effets systématiques (voir plus haut). Cependant, dans le cas des interféromètres à diffraction de Bragg, il est nécessaire d'utiliser des faisceaux d'atomes très collimatés afin de pouvoir, en sortie d'interféromètre, détecter séparément les deux états atomiques, qui ne se distinguent l'un de l'autre que par leur degré de liberté externe. Dans le cas du gravimètre de la référence [76], les deux états atomiques en sortie d'interféromètre se distinguent par leur état interne. Ce gravimètre a permis de mesurer l'accélération de la pesanteur avec une sensibilité relative de $1.2 \cdot 10^{-7}$ par coup, pour une durée totale de l'interféromètre de 100 ms, les franges d'interférences ayant dans ce cas un contraste de 19%.

Il est possible, avec des séparatrices à N impulsions Raman à double diffraction, de générer une séparation entre les deux bras de l'interféromètre de $4N\hbar k$. Un interféromètre utilisant de telles séparatrices (voir figure I.8), a été réalisé, dans le cas où $N = 2$ [72].

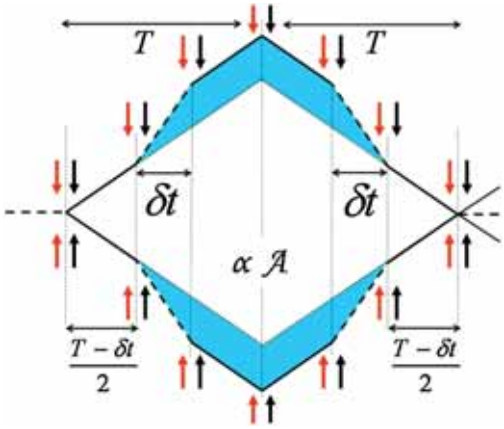


FIGURE I.8 – Schéma d'un interféromètre à impulsions Raman à double diffraction permettant d'engendrer une séparation de $8\hbar k$ entre les deux bras de l'interféromètre (figure extraite de [72]).

Nous venons de présenter un certain nombre de techniques permettant d'envisager une augmentation de la sensibilité des gravimètres atomiques, soit par augmentation du temps d'interaction des atomes avec la pesanteur, soit par augmentation de la séparation des bras de l'interféromètre. Mais, dans les interféromètres décrits ci-dessus, les atomes sont toujours en chute libre entre les différentes séparatrices. Nous allons voir qu'il existe d'autres techniques de mesure de l'accélération de la pesanteur, où les atomes ne sont pas en chute libre. Ces techniques permettent d'effectuer des mesures locales d'accélération. Elles utilisent, pour la plupart, des oscillations de Bloch atomiques. Des mesures préliminaires locales de l'accélération de la pesanteur ont aussi été effectuées grâce à des multi-rebonds quantiques de condensats de Bose-Einstein. Notons que les oscillations de Bloch permettent aussi de réaliser des "grandes" séparatrices, c'est-à-dire induisant une séparation en impulsion entre les bras de l'interféromètre d'un nombre important de fois $\hbar k$, ne nécessitant pas autant de puissance laser que de la diffraction de Bragg d'ordre élevé.

I.5 Oscillations de Bloch et mesures locales de l'accélération de la pesanteur

Les oscillations de Bloch d'atomes dans un réseau périodique lumineux sont observées pour la première fois en 1996, par M. Ben Dahan *et al.* à Paris [14]. La même année S. R. Wilkinson *et al.* observent, pour la première fois, des résonances de Wannier-Stark d'atomes dans un réseau optique accéléré [104]. Le transfert cohérent de 100 fois l'impulsion d'un photon à un atome par des oscillations de Bloch est observé en 1997 [85]. Plus récemment a été étudiée l'évolution d'un condensat de Bose-Einstein d'atomes de sodium dans un réseau optique [44]. Du fait de la très faible dispersion en vitesse du condensat, il a été possible de cartographier précisément la structure de bande des états atomiques. En outre, une "grande" séparatrice a été réalisée avec ce condensat, en combinant une impulsion de Bragg de second ordre suivie par le chargement adiabatique du condensat dans un réseau optique accéléré. Une séparation entre les deux bras de $12\hbar k$ a été démontrée.

I.5.1 Implémentation de "grandes" séparatrices à oscillations de Bloch

Plus récemment, des "grandes" séparatrices utilisant des oscillations de Bloch ont été réalisées pour effectuer des mesures de l'accélération de la pesanteur. P. Cladé *et al.* ont proposé de rajouter [34, 38], à chaque impulsion $\frac{\pi}{2}$ d'un interféromètre de Ramsey-Bordé, une combinaison d'oscillations de Bloch (voir figure I.9). L'impulsion $\frac{\pi}{2}$ permet de séparer en deux le paquet d'onde atomique, deux séquences successives d'oscillations de Bloch permettant d'accélérer successivement l'un puis l'autre bras de l'interféromètre, dans deux directions opposées. Les deux bras de l'interféromètre sont ensuite successivement décélérés par une double séquence d'oscillations de Bloch, avant l'application de la deuxième impulsion $\frac{\pi}{2}$. L'interféromètre est ensuite fermé, de façon symétrique. L'utilisation de deux séquences successives d'oscillations de Bloch permet en grande partie de compenser le light-shift. Le light-shift est théoriquement compensé dans un interféromètre où les séparatrices n'accélèrent qu'un seul des bras, mais ne l'est pas expérimentalement, du fait des fluctuations d'intensité du laser. Notons qu'une accélération simultanée des deux bras de l'interféromètre par un même réseau optique permettrait d'annuler parfaitement le light-shift.

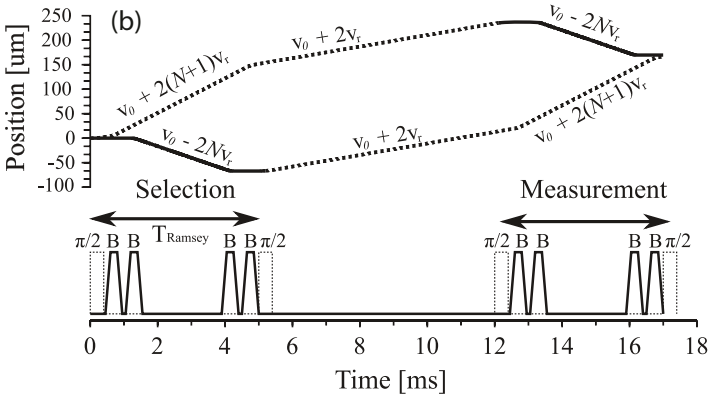


FIGURE I.9 – Schéma d'un interféromètre à "grandes" séparatrices combinant oscillations de Bloch et impulsions Raman (figure extraite de [34]).

Si chaque séquence contient N oscillations de Bloch, la séparation entre les deux bras après la première séparatrice est alors de $(4N+2)\,\hbar k$. Expérimentalement, des franges d'interférences ont été observées pour $N=2$, et ont montré une division par 4 de la période des franges par rapport au cas sans oscillation de Bloch, pour une durée entre les deux premières impulsions $\frac{\pi}{2}$ (et donc aussi les deux dernières) de $T_R = 5$ ms. Remarquons qu'à la limite où T_R est grand devant la durée des séparatrices, la période des franges est théoriquement divisée par $2N+1$ par rapport au cas sans oscillations de Bloch. Le contraste des franges est cependant dix fois plus faible avec et sans oscillations de Bloch, ce qui peut s'expliquer par la dispersion en vitesse des atomes, la variation de l'intensité du laser sur la taille du nuage atomique et l'émission spontanée (les atomes accélérés sont localisés principalement aux minima d'intensité laser, le laser étant désaccordé dans le bleu, mais ce n'est pas le cas pour les atomes de l'autre bras de l'interféromètre). Des séquences plus compliquées où, par exemple, l'intensité du réseau optique varierait au cours du temps, permettrait d'atteindre des séparations encore plus grandes entre les deux bras de l'interféromètre.

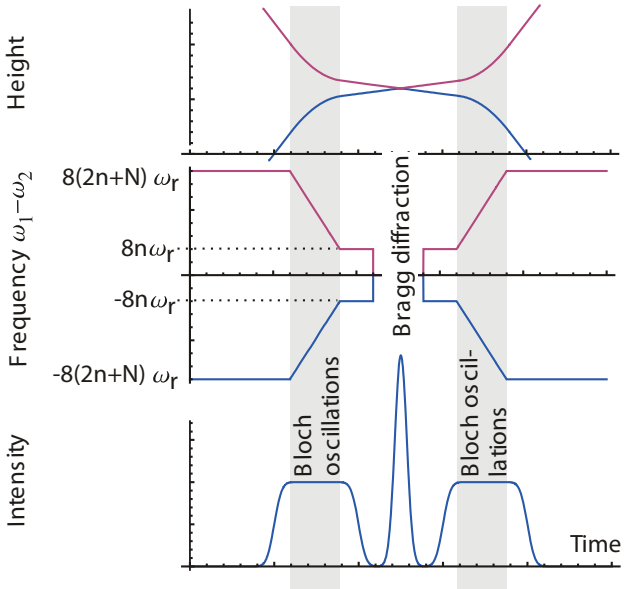


FIGURE I.10 – Trajectoires, fréquences laser et intensité laser au cours d'une séparatrice combinant oscillations de Bloch et diffraction de Bragg (figure extraite de [81]).

Une autre méthode pour générer des "grandes" séparatrices est proposée par H. Müller *et al.*, et consiste à associer de la diffraction de Bragg d'ordre faible, avec des oscillations de Bloch [81]. Le principe de ces séparatrices est le suivant (voir figure I.10). Notons $(2n+4N)\,\hbar k$ la différence de quantité de mouvement entre les deux bras incidents sur la séparatrice. Chaque bras est chargé dans un réseau mobile (les deux réseaux sont générés simultanément), qui, grâce à N oscillations de Bloch, décélère les deux bras jusqu'à ce que leur différence de quantité de mouvement vaille $2n\hbar k$. Une impulsion de Bragg sépare ensuite les paquets d'onde en deux, qui sont ensuite accélérés jusqu'à une séparation en quantité de mouvement de $(2n+4N)\,\hbar k$. Expérimentalement, il a été possible d'observer une séparation entre les deux bras de $88\hbar k$, $8\hbar k$ ayant été transférés par diffraction de Bragg. Un interféromètre de Ramsey-Bordé a été réalisé, avec quatre séparatrices, le signal interférométrique étant mesuré en utilisant deux interféromètres conjugués [31], afin de s'affranchir du bruit de vibration. Un contraste de 15% a été démontré, avec des séparatrices de $24\hbar k$ ($8\hbar k$ étant transférés par diffraction de Bragg) pour une durée entre les deux premières séparatrices (et donc les deux dernières puisque l'interféromètre est symétrique) de 10 ms. Ce contraste pourrait être augmenté en améliorant

la qualité du front d'onde du laser. L'avantage de cet interféromètre, par rapport à celui précédemment décrit [34, 38], est que les atomes restent toujours dans le même état interne, ce qui supprime de nombreux effets systématiques.

Les deux techniques de génération de "grandes" séparatrices décrites ci-dessus ont pour avantage, par rapport à la diffraction de Bragg d'ordre élevé [83], qu'elles ne nécessitent pas d'augmenter la puissance du laser si on souhaite agrandir la séparation entre les bras de l'interféromètre.

I.5.2 Mesures locales de l'accélération de la pesanteur par oscillations de Bloch

Une première proposition de mesure locale de l'accélération de la pesanteur par association [3] d'impulsions Raman et d'oscillations de Bloch est proposée en 2005 [35]. Elle consiste à insérer une séquence d'oscillations de Bloch entre deux impulsions π Raman (voir figure I.11), la première impulsion servant à sélectionner une fine classe de vitesse atomique, la deuxième servant à mesurer la vitesse des atomes. En mesurant la vitesse des atomes en fonction du temps d'allumage du réseau stationnaire, on obtient une courbe périodique, dont la période est inversement proportionnelle à l'accélération de la pesanteur. Plus les atomes effectueront d'oscillations de Bloch, plus la sensibilité du dispositif sera élevée. L'intérêt d'une telle méthode est que les atomes se déplacent très peu (leur déplacement est de l'ordre du µm) au cours des oscillations de Bloch, ce qui permet, d'une part, d'effectuer une mesure locale de l'accélération de la pesanteur, et, d'autre part, de s'affranchir d'inhomogénéités expérimentales. De plus, contrairement aux interféromètres classiques $\frac{\pi}{2} - \pi - \frac{\pi}{2}$, où l'augmentation de la durée de l'interféromètre est limitée par la taille du dispositif expérimental, l'augmentation du nombre d'oscillations de Bloch n'induit pas une augmentation du déplacement des atomes. Dans la référence [35], l'accélération de la pesanteur a été déterminée avec une incertitude relative de $1.1 \cdot 10^{-6}$, avec des atomes effectuant 68 oscillations de Bloch. Dans cette expérience, le nombre d'oscillations de Bloch est limité par les collisions avec la vapeur résiduelle de l'enceinte. Le même dispositif expérimental, amélioré, a permis de mesurer la constante de structure fine avec une précision relative de $6.7 \cdot 10^{-9}$, avec 890 oscillations de Bloch [36, 37].

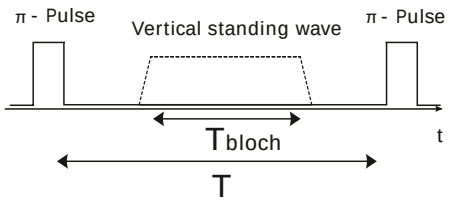


FIGURE I.11 – Séquence combinant deux impulsions π Raman et des oscillations de Bloch permettant d'effectuer une mesure de l'accélération de la pesanteur par mesure de la période de Bloch (figure extraite de [35]). Il ne s'agit pas ici d'une mesure par interférométrie atomique.

Cette expérience est ensuite modifiée, en remplaçant chaque impulsion π par une paire de deux impulsions $\frac{\pi}{2}$, et constitue alors un interféromètre atomique (voir figure I.12). Après diverses améliorations [25, 21], cet interféromètre a permis d'obtenir une mesure de la constante de structure fine avec une précision relative de $6.6 \cdot 10^{-10}$, avec 1000 oscillations de Bloch. Remarquons qu'un tel interféromètre permet aussi de mesurer l'accélération de la pesanteur.

3. Il ne s'agit pas ici d'une mesure par interférométrie atomique.

Le gain par rapport à un interféromètre classique est que les oscillations de Bloch "empêchent" les atomes de chuter sous l'effet de la pesanteur, la durée de l'interféromètre n'étant alors plus limitée par la taille du dispositif expérimental. C'est une telle configuration d'interféromètre qui sera utilisée dans ce manuscrit pour mesurer l'accélération de la pesanteur.

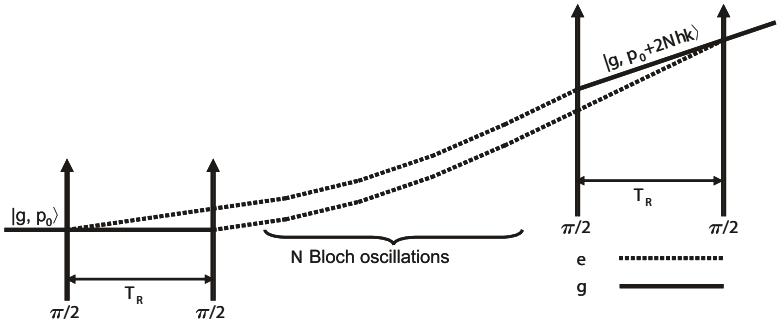


FIGURE I.12 – Combinaison d'un interféromètre atomique et d'oscillations de Bloch (figure extraite de [25]).

Différentes évaluations de g ont été réalisées par mesure de la période de Bloch. M. Gustavsson *et al.* ont pu observer plus de 20000 oscillations de Bloch, en utilisant un condensat de césium, ce qui leur a permis de mesurer g avec une incertitude de $9 \cdot 10^{-6}$ m/s^2 [62]. La durée de vie des oscillations de Bloch réalisées avec un condensat est limitée par les interactions entre atomes. Pour réaliser un tel nombre d'oscillations de Bloch, il est nécessaire de se placer dans un régime de faibles interactions, ce qui est possible en se plaçant au voisinage d'une résonance de Feshbach. Cela nécessite donc un bon contrôle du champ magnétique auquel sont soumis les atomes.

Pour s'affranchir des interactions inter-atomiques, il est aussi possible d'utiliser un gaz de fermions [93]. Dans ce cas, 100 oscillations de Bloch, ont été observées, et g a été mesurée avec une incertitude de $9 \cdot 10^{-4}$ m/s^2. Le nombre d'oscillations est ici limité par des imperfections expérimentales (bruit de phase et d'intensité du laser générant le réseau, courbure du front d'onde, émission spontanée résiduelle...), les collisions en onde p limitant théoriquement le nombre d'oscillations à plus de 40000.

G. Ferrari *et al.* ont, eux, utilisé un gaz thermique d'atomes de strontium 88, refroidi à 400 nK [52]. Cet atome présente de nombreux avantages. En effet, dans son état fondamental, ses moments cinétiques orbital, de spin et nucléaire sont nuls, ce qui le rend insensible aux champs électriques et magnétiques parasites. De plus ses interactions inter-atomiques sont très faibles. Cette expérience a permis de mesurer g avec une incertitude de $5 \cdot 10^{-5}$ m/s^2, avec 4000 oscillations de Bloch. Le nombre d'oscillations de Bloch est limité ici par les vibrations du miroir de rétro-réflexion du laser créant le réseau. Les collisions entre atomes induisent théoriquement, dans cette expérience, une décohérence sur une échelle de temps de l'ordre de la minute (4000 oscillations correspondent ici à 7 s).

D'autres méthodes existent pour mesurer la période de Bloch. En effet, le couplage tunnel entre les différents puits du potentiel lumineux vu par les atomes, appelé aussi effet tunnel de Wannier-Stark, est résonant pour une excitation dont la fréquence est un multiple entier de la fréquence de Bloch. Cette excitation peut être générér de différentes façons. V. V. Ivanov *et al.* ont pu mesurer [65] la fréquence de Bloch en modulant en phase le réseau optique (voir figure I.13). La taille du nuage atomique (ici un nuage thermique de ^{88}Sr refroidi à 1 μK) présente des résonances lorsque la fréquence de modulation vaut un multiple entier de la fréquence de Bloch. Ces résonances ont été mesurée pour des durées de modulation allant jusqu'à 2 s, et

jusqu'à l'ordre 4. Ce qui est intéressant est que la largeur mesurée de ces résonances est limitée par transformée de Fourier, et donc inversement proportionnelle à la durée de modulation du réseau, et ce, jusqu'à l'ordre 4, ce qui permet d'envisager de très bonnes sensibilités de mesure. Les mesures décrites ci-dessus ont permis de mesurer g avec une incertitude de $3 \cdot 10^{-5}$ m/s^2, limitée par les collisions avec la vapeur résiduelle dans l'enceinte à vide. L'avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas, contrairement aux mesures de la période de Bloch par mesure de la vitesse des atomes, d'avoir initialement un nuage atomique dont la largeur de la distribution en vitesse est petite devant la zone de Brillouin.

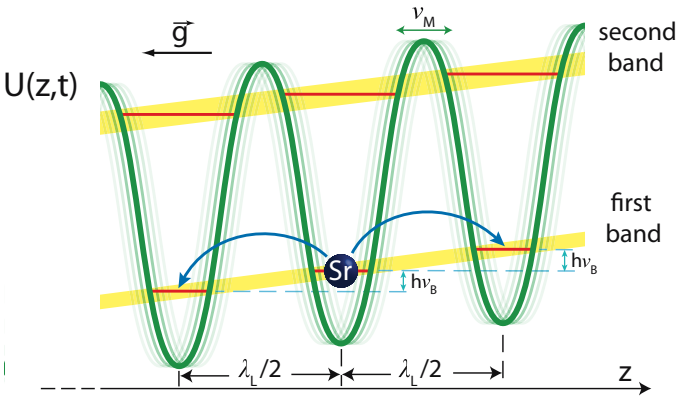


FIGURE I.13 – Couplage tunnel intrabande entre les différents puits du potentiel lumineux induit par modulation de phase. Lorsque que la fréquence de modulation ν_M est égale à un multiple entier de la période de Bloch ν_B le couplage est résonant. La fréquence de Bloch correspond à l'écart en énergie, dû à l'accélération de la pesanteur, entre les niveaux d'énergies de deux puits adjacents (figure extraite de [65]).

Le même groupe a plus récemment effectué une mesure de l'accélération de la pesanteur en modulant le réseau optique, non plus en phase, mais en amplitude [88]. En mesurant la résonance de la taille du nuage autour de cinq fois la fréquence de Bloch, pour une durée de modulation de 10 s (ces valeurs correspondent à un compromis entre l'augmentation de la résolution et la diminution du rapport signal à bruit due à la perte d'atomes du réseau), g a été mesuré avec une incertitude de $1.4 \cdot 10^{-6}$ m/s^2, pour un temps d'intégration de 1 h, et la valeur obtenue est en accord, compte tenu des incertitudes des deux appareils, avec une mesure effectuée au même endroit avec un gravimètre FG5. Cette mesure est limitée par la courbure du front d'onde du laser et sa stabilité en fréquence.

Les auteurs ont ensuite effectué une mesure de g, avec le même dispositif expérimental, mais en mesurant la fréquence de Bloch à partir de la vitesse des atomes, les atomes étant soumis au réseau, qui n'est alors plus modulé, pendant 20 s. L'incertitude sur la fréquence de Bloch issue de l'ajustement des données expérimentales est identique à celle obtenue lors de la modulation d'amplitude, mais sa variabilité observée lors des répétitions de la mesure est beaucoup plus élevée ($6 \cdot 10^{-6} g$). Cette seconde méthode de mesure est en effet sensible à la position initiale des atomes dans le piège, qui ici fluctue, et est plus sensible à la synchronisation de l'expérience.

Notons, qu'en modulant en amplitude le réseau optique, il a également été possible de créer un miroir atomique, qui pourrait être utilisé pour réaliser un interféromètre [9].

L'expérience FORCA-G du SYRTE, qui a pour objectif la mesure des interactions atome-surface sur des distances micrométriques [105], est basée sur le même principe que les expériences décrites ci-dessus, sauf que le couplage tunnel de Wannier-Stark est induit par des transitions Raman. Q. Beaufils *et al.* ont observé cet effet avec des transitions Raman entre les deux sous-

niveaux hyperfins fondamentaux du ^{87}Rb [12]. Le couplage est résonant lorsque la différence de fréquence des lasers Raman est égale à l'écart hyperfin ν_{SHF} plus ou moins un nombre entier de fois la fréquence de Bloch ν_B (voir figure I.14). Il est alors possible de mesurer la fréquence de Bloch avec un interféromètre de Ramsey (deux impulsions $\frac{\pi}{2}$). Avec une durée entre les impulsions de 400 ms et une différence de fréquence entre les lasers Raman proche alternativement de $\nu_{SHF} + 3\nu_B$ et $\nu_{SHF} - 3\nu_B$ (l'alternance des mesures permet de s'affranchir d'éventuels décalages de la fréquence ν_{SHF} dus par exemple à du light-shift ou à de l'effet Zeeman quadratique), il a été possible de mesurer $6\nu_B$. La sensibilité relative résultante sur la mesure de la fréquence de Bloch est de $6 \cdot 10^{-5}$ pour un temps d'intégration de 1 s.

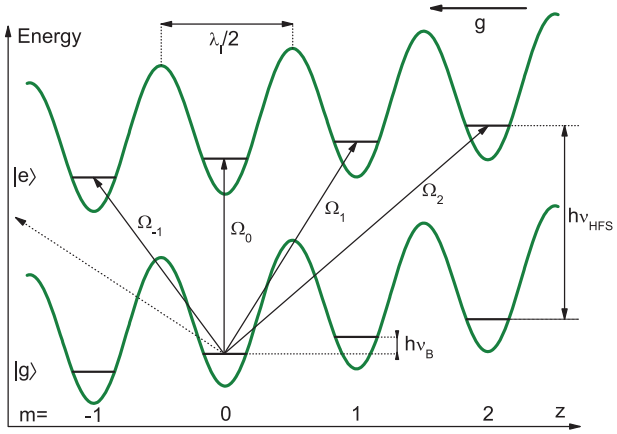


FIGURE I.14 – Couplages Raman entre l'état fondamental $|g\rangle$ et les différents états de Wannier-Stark de l'état excité $|e\rangle$ (figure extraite de [12]).

I.5.3 Autres techniques permettant une mesure locale de l'accélération de la pesanteur

D'autres techniques permettent d'effectuer des mesures locales de la pesanteur. F. Impens et Ch. J. Bordé ont proposé de faire rebondir un condensat, grâce à une série d'impulsions Raman $\frac{\pi}{2}$ [64]. La séquence est constituée de séries de quatre impulsions $\frac{\pi}{2}$, les deux premières transférant à l'atome une quantité de mouvement dirigée vers le haut et les deux dernières étant dans la direction opposée (voir figure I.15), l'idée générale étant que l'atome subit successivement une absorption d'un photon dont la quantité de mouvement est dirigée vers le haut, puis l'émission d'un photon dont la quantité de mouvement est dirigée vers le bas. La quantité de mouvement résultante est donc dirigée vers le haut. Deux impulsions successives ayant une même direction sont séparées d'une durée T, la durée entre deux impulsions successives de directions opposées étant faible, afin que le déplacement de l'atome dû à la pesanteur soit négligeable. Lorsqu'on mesure le nombre d'atomes maintenus en "lévitation", en fonction de T, on observe des franges résultant des interférences entre les multiples chemins générés, la franges centrale correspondant à une certaine condition de résonance, dépendant de l'accélération de la pesanteur. Or, on peut montrer que, plus on fait subir de cycles de quatre impulsions à l'atome, plus les franges sont étroites. L'intérêt de cet interféromètre à ondes multiples est donc de permettre d'avoir une sensibilité plus élevée qu'avec un interféromètre à deux bras.

Une réalisation expérimentale d'un interféromètre à ondes multiples a été effectuée par M. Robert-De-Saint-Vincent *et al.*, en utilisant des réflexions de Bragg imparfaites (c'est-à-dire générant de la diffraction dans les ordres -1 et 2) d'un condensat d'atomes de ^{87}Rb sur une onde lumineuse [95]. La différence avec l'interféromètre décrit dans [63] est qu'il n'y a pas de

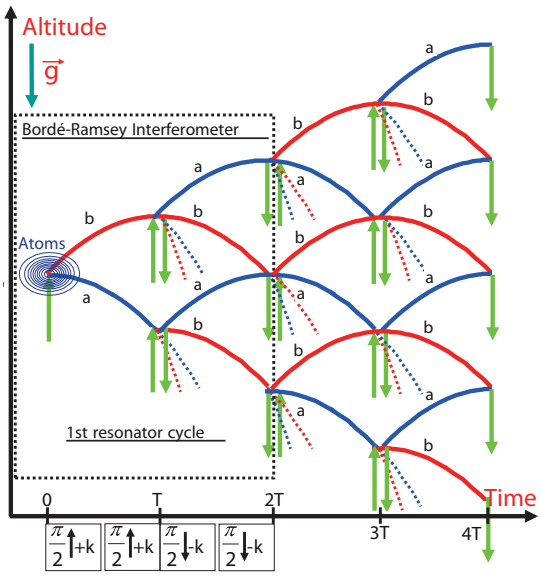


FIGURE I.15 – Trajectoires des atomes subissant des multi-rebonds quantiques grâce à une série d'impulsions Raman $\frac{\pi}{2}$ (figure extraite de [64]).

changement de l'état interne de l'atome. La réduction de la largeur des franges d'interférences a pu être montrée jusqu'à 30 impulsions lumineuses. Une mesure de g a été effectuée avec le signal de franges obtenu avec 10 impulsions, avec une incertitude de $4 \cdot 10^{-3}$ m/s^2. Il est cependant nécessaire de connaître précisément le déphasage induit par chaque impulsion pour pouvoir effectuer une mesure de g. Cette mesure est limitée par les fluctuations de puissance du laser et par le trop faible rapport signal sur bruit pour des nombres d'impulsions supérieurs à 10, dû à une trop forte dispersion en vitesse des atomes.

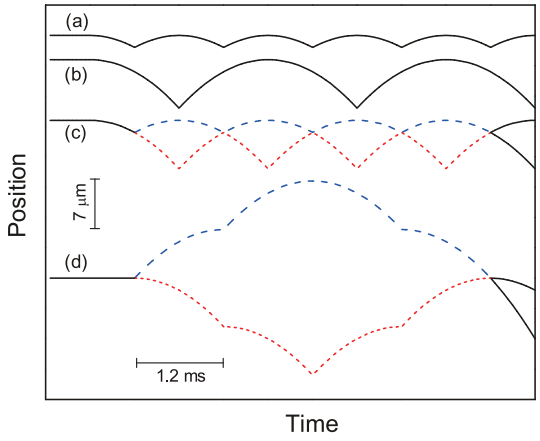


FIGURE I.16 – Trajectoires d'atomes rebondissant par réflexions successives sur une onde lumineuse stationnaire verticale. (a) Rebonds d'ordre 1 (changement de quantité de mouvement de $-\hbar k$ à $+\hbar k$). (b) Rebonds d'ordre 2 (changement de quantité de mouvement de $-2\hbar k$ à $+2\hbar k$). (c) et (d) Schémas d'interféromètres combinant des réflexions partielles ou totales d'ordres 1 et/ou 2 (figure extraite de [63]).

K. J. Hughes *et al.* ont par ailleurs réalisé une expérience consistant à faire rebondir un condensat d'atomes de ^{87}Rb par réflexions successives sur une onde lumineuse stationnaire verticale [63]. Le taux de répétition auquel doit être allumé le réseau optique est lié à la valeur de g. Des rebonds d'ordre 1 (changement de quantité de mouvement de $-\hbar k$ à $+\hbar k$) et d'ordre 2 (changement de quantité de mouvement de $-2\hbar k$ à $+2\hbar k$) ont été observés pendant 100 ms.

À partir des rebonds d'ordre 1, g a été mesurée avec une incertitude de $8 \cdot 10^{-3}$ m/s^2. Il est aussi possible de créer un interféromètre, en mettant l'atome, au niveau du premier rebond, dans une superposition des états $|-\hbar k\rangle$ et $|+\hbar k\rangle$, d'associer ensuite des rebonds d'ordre 1 et 2 afin de maintenir les deux chemins en "lévitation", puis de les recombiner (voir figure I.16). Si on compare, dans le cas d'une mesure limitée par le bruit de grenaille, la sensibilité obtenue sur une mesure de g déduite d'une mesure de la fréquence de Bloch, et la sensibilité obtenue avec cet interféromètre, on peut montrer théoriquement un gain d'un facteur $\frac{\pi g m^2}{\hbar^2 k^3}$, m étant la masse d'un atome (ce facteur vaut 9 pour un atome de ^{87}Rb). Un tel interféromètre n'a cependant pas montré, expérimentalement, une bonne sensibilité ($3 \cdot 10^{-2}$ m/s^2). L'interféromètre réalisé était, en effet, sensible à l'intensité de l'onde stationnaire, à cause de la dissymétrie entre les deux bras. Notons que d'autres schémas d'interféromètres, utilisant ces rebonds, peuvent être envisagés.

I.6 Plan du manuscrit

C'est dans ce contexte que s'inscrit ce travail de thèse, qui consiste en la réalisation d'un gravimètre à atomes froids combinant quatre impulsions Raman $\frac{\pi}{2}$ et une séquence oscillations de Bloch atomiques. Il s'agit donc ici d'une mesure d'accélération par interférométrie atomique.

Les oscillations de Bloch, insérées entre les deux impulsions centrales de l'interféromètre (voir figure I.12) permettent d'empêcher la chute des atomes, et donc d'envisager, d'une part de réaliser un gravimètre compact, et d'autre part de réaliser un gravimètre sensible, puisqu'alors le temps de chute des atomes ne sera plus limité par la taille du dispositif expérimental. Elle permet de plus d'envisager des mesures de forces à courtes distances, puisque la mesure d'accélération se fait localement.

Cette technique semble d'autant plus prometteuse qu'elle a déjà permis de mesurer la constante de structure fine avec une très bonne sensibilité relative de l'ordre de $7 \cdot 10^{-10}$ [21]. Les techniques de mesure de g à partir de la période de Bloch, soit par mesure de la vitesse des atomes, soit par mesure de résonances Wannier-Stark induites par modulation d'amplitude du réseau optique, semblent, quant à elles, actuellement limitées à des sensibilités relatives de l'ordre de 10^{-6} [62, 88]. Les mesures d'accélération par les techniques de multi-rebonds quantiques de condensat n'en sont actuellement qu'à un stade préliminaire, qui ne permet pas encore de conclure quant à leur potentiel pour des mesures très sensibles.

Ces travaux de thèse seront présentés en quatre chapitres. Après quelques rappels théoriques sur les transitions Raman stimulées, nous nous familiariserons avec les interféromètres atomiques, puis effectuerons le calcul du signal atomique en sortie de l'interféromètre réalisé dans cette thèse (chapitre 1). Le chapitre 2 est consacré aux oscillations de Bloch atomiques. Celles-ci seront décrites, soit par analogie avec des transitions Raman stimulées sans changement d'état interne de l'atome, soit par analogie avec le phénomène d'oscillations de Bloch d'un électron dans un réseau périodique soumis à un champ électrique. Cette dernière approche, plus quantitative, va nous permettre, en outre, d'évaluer les limitations des différentes expériences réalisées pendant cette thèse. Le dispositif expérimental sera ensuite décrit dans le chapitre 3, en particulier les modifications dues à l'ajout d'une séquence d'oscillations de Bloch dans l'expérience. Enfin, au chapitre 4, seront présentés les différents résultats expérimentaux obtenus, et les limites de notre séquence interférométrique seront évaluées.

Chapitre 1

Transitions Raman stimulées et interféromètres

Pour réaliser un interféromètre atomique, il est nécessaire de savoir séparer et recombiner de façon cohérente une fonction d'onde atomique. À la fin des années 1980, différentes techniques ont été testées. La diffraction d'atomes par une onde laser stationnaire a été observée en régime de Kapitza-Dirac [61] ainsi qu'en régime de Bragg [77]. La diffraction d'atomes de sodium par un réseau matériel formé par d'étroites fentes dans une feuille d'or a aussi été mise en évidence [67]. Un interféromètre atomique de type fente d'Young a été réalisé en 1991 [27] avec un faisceau d'hélium métastable passant successivement par deux structures en feuille d'or, l'une composée d'une fente et l'autre composée de deux fentes distantes de 8 µm.

En 1989, Ch. J. Bordé suggère d'utiliser comme séparatrice atomique le recul acquis par un atome lorsqu'il effectue une transition optique entre deux niveaux [18]. L'intérêt de cette technique est qu'en sortie d'interféromètre, chaque bras est associé à un état d'énergie interne de l'atome, ce qui rend possible une détection d'un seul des bras même si les bras ne sont pas séparés spatialement. La contrepartie est qu'il faut utiliser des états atomiques de durées de vie suffisamment longues. M. Kasevich et S. Chu effectuent en 1991 une première mesure de la pesanteur par interférométrie atomique avec une sensibilité de 3×10^{-6} m/s^2 en utilisant comme séparatrices atomiques des transitions Raman stimulées à deux photons [66]. Ces transitions à deux photons couplent les deux sous niveaux hyperfins de l'état fondamental de l'atome (ici du sodium), qui ont de très longues durées de vie. Remarquons qu'il aurait été possible de coupler ces deux niveaux par une transition à un photon, de fréquence plus petite. Nous verrons plus tard que pour des raisons de sensibilité de l'interféromètre il est plus intéressant d'utiliser des transitions à deux photons.

Dans notre expérience, nous avons utilisé des transitions Raman stimulées pour réaliser nos séparatrices atomiques, nous allons donc maintenant voir plus en détail ce qu'est une transition Raman stimulée. Puis nous calculerons l'état d'un atome en sortie de différents interféromètres utilisant ces transitions, dont, en particulier, l'interféromètre qui nous a permis de mesurer l'accélération de la pesanteur.

1.1 La transition Raman stimulée

1.1.1 Présentation du problème

Lorsqu'un atome effectue une transition Raman stimulée, trois niveaux atomiques sont mis en jeu (voir figure 1.1). Les niveaux $|a\rangle$ et $|b\rangle$ sont deux niveaux fondamentaux, le niveau $|e\rangle$ est

un état excité. L'atome est soumis à deux faisceaux lasers dont les fréquences sont "proches" (typiquement quelques GHz) de la fréquence ω_{ae} de la transition $|a\rangle \rightarrow |e\rangle$, et dont la différence de fréquence est "proche" de la fréquence ω_{SHF} de la transition $|a\rangle \rightarrow |b\rangle$.

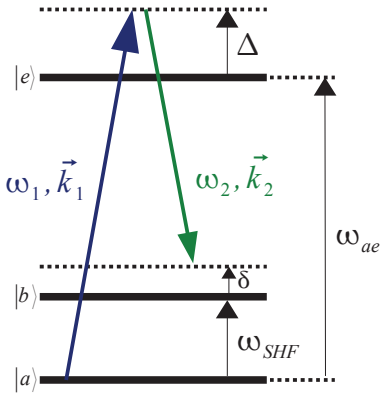


FIGURE 1.1 – Faisceaux lasers et niveaux atomiques mis en jeu dans une transition Raman stimulée.

Lorsque la différence de fréquence entre les lasers est égale, aux termes d'effet Doppler et d'énergie de recul près, à ω_{SHF}, un atome, supposé initialement dans l'état interne $|a\rangle$ avec une quantité de mouvement $\vec{p}$, va absorber un photon du laser $\left(\omega_1, \vec{k}_1\right)$ puis va émettre de façon stimulée un photon dans le mode du laser $\left(\omega_2, \vec{k}_2\right)$. À la fin du processus, l'atome se retrouve dans l'état $|b\rangle$, avec la quantité de mouvement $\vec{p} + \hbar\left(\vec{k}_1 - \vec{k}_2\right)$. La quantité de mouvement de l'atome a été modifiée par les reculs des photons émis et absorbé.

La condition de résonance du processus d'absorption-émission stimulée s'écrit précisément de la façon suivante, en prenant en compte l'effet Doppler et l'énergie de recul de l'atome :

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{SHF} = \underbrace{\frac{\vec{p}\cdot\vec{k}_{eff}}{m}}_{\text{effet Doppler}} + \underbrace{\frac{\hbar\vec{k}_{eff}^2}{2m}}_{\text{énergie de recul}}, \quad \text{avec} \quad \vec{k}_{eff} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2\,. \tag{1.1}$$

Notons que les faisceaux lasers sont susceptibles d'engendrer des déplacements lumineux des niveaux atomiques, qui ne sont pas pris en compte dans l'expression de la condition de résonance 1.1. Cette condition de résonance peut également s'écrire de la façon suivante :

$$\delta_R(\vec{p}) = 0, \tag{1.2}$$

en introduisant le désaccord Raman :

$$\delta_R(\vec{p}) = \delta - \frac{\vec{p}\cdot\vec{k}_{eff}}{m} - \frac{\hbar\vec{k}_{eff}^2}{2m}. \tag{1.3}$$

Nous allons maintenant quantifier précisément l'évolution de notre atome soumis à deux faisceaux lasers en posant les équations du problème.

1.1.2 Le Hamiltonien et les équations de Schrödinger

Nous allons dans ce paragraphe reprendre les calculs effectués dans l'article [80], mais dans un cas plus général, puisque nous ne serons plus ici dans le cas où le désaccord $\Delta = \omega_1 - \omega_{ae}$

par rapport à la transition à un photon $|a\rangle \rightarrow |e\rangle$ vérifie $\Delta \ll \omega_{SHF}$. Nous ne pourrons donc plus négliger le couplage de l'état $|b\rangle$ à l'état $|e\rangle$, par le laser n° 1, ainsi que le couplage de l'état $|a\rangle$ à l'état $|e\rangle$, par le laser n° 2.

L'atome est soumis au champ électrique $\hat{\vec{E}}\left(\hat{\vec{R}}, t\right)$, somme des champs électriques de chacun des deux lasers. Nous notons :

$$\hat{\vec{E}}\left(\hat{\vec{R}}, t\right) = \frac{1}{2}\mathcal{E}_1\vec{\epsilon}_1 \mathrm{e}^{i\left(\vec{k}_1 \cdot \hat{\vec{R}} - \omega_1 t + \phi_1(t)\right)} + \frac{1}{2}\mathcal{E}_2\vec{\epsilon}_2 \mathrm{e}^{i\left(\vec{k}_2 \cdot \hat{\vec{R}} - \omega_2 t + \phi_2(t)\right)} + c.c. \tag{1.4}$$

Le Hamiltonien Raman H de l'atome soumis aux deux faisceaux lasers Raman s'écrit comme une somme de deux termes, le Hamiltonien atomique H_A et le Hamiltonien d'interaction atome-champ H_{int} :

$$H = H_A + H_{int} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{lcl} H_A & = & \dfrac{\hat{\vec{P}}^2}{2m} + \hbar\omega_{SHF}\,|b\rangle\langle b| + \hbar\omega_{ae}\,|e\rangle\langle e| \\ H_{int} & = & -\hat{\vec{D}} \cdot \hat{\vec{E}}\left(\hat{\vec{R}}, t\right) \end{array} \right. . \tag{1.5}$$

Pour expliciter le Hamiltonien d'interaction atome-champ, nous devons faire le bilan des différents états atomiques à prendre en compte. Expérimentalement, la condition $\Delta \gg \delta$ sera vérifiée, nous ne conserverons donc que les états $|a, \vec{p}\rangle$, $\left|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$, $\left|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_1\right\rangle$, $\left|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_2\right\rangle$ et $\left|e, \vec{p} + \hbar\left(\vec{k}_{eff} + \vec{k}_1\right)\right\rangle$, les couplages vers les autres états étant suffisamment loin de la condition de résonance pour pouvoir être négligés. Nous négligeons aussi les processus d'émission spontanée, nous pouvons donc noter la fonction d'onde atomique de la façon suivante :

$$\begin{aligned} |\Psi_{\vec{p}}(t)\rangle = {} & C_a(\vec{p}, t)\,|a, \vec{p}\rangle + C_b(\vec{p}, t)\left|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle \\ & + C_{e,1}(\vec{p}, t)\left|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_1\right\rangle + C_{e,2}(\vec{p}, t)\left|e, \vec{p} + \hbar\vec{k}_2\right\rangle + C_{e,3}(\vec{p}, t)\left|e, \vec{p} + \hbar\left(\vec{k}_{eff} + \vec{k}_1\right)\right\rangle . \end{aligned} \tag{1.6}$$

Les énergies des différents niveaux atomiques considérés sont représentés sur la figure 1.2. Nous introduisons les pulsations de Rabi :

$$\begin{array}{lcl} \Omega_{1a} & = & -\dfrac{\langle e|\,\hat{\vec{D}} \cdot \mathcal{E}_1\vec{\epsilon}_1\,|a\rangle}{2\hbar}, \\ \Omega_{2a} & = & -\dfrac{\langle e|\,\hat{\vec{D}} \cdot \mathcal{E}_2\vec{\epsilon}_2\,|a\rangle}{2\hbar}, \\ \Omega_{1b} & = & -\dfrac{\langle e|\,\hat{\vec{D}} \cdot \mathcal{E}_1\vec{\epsilon}_1\,|b\rangle}{2\hbar}, \\ \Omega_{2b} & = & -\dfrac{\langle e|\,\hat{\vec{D}} \cdot \mathcal{E}_2\vec{\epsilon}_2\,|b\rangle}{2\hbar}, \end{array} \tag{1.7}$$

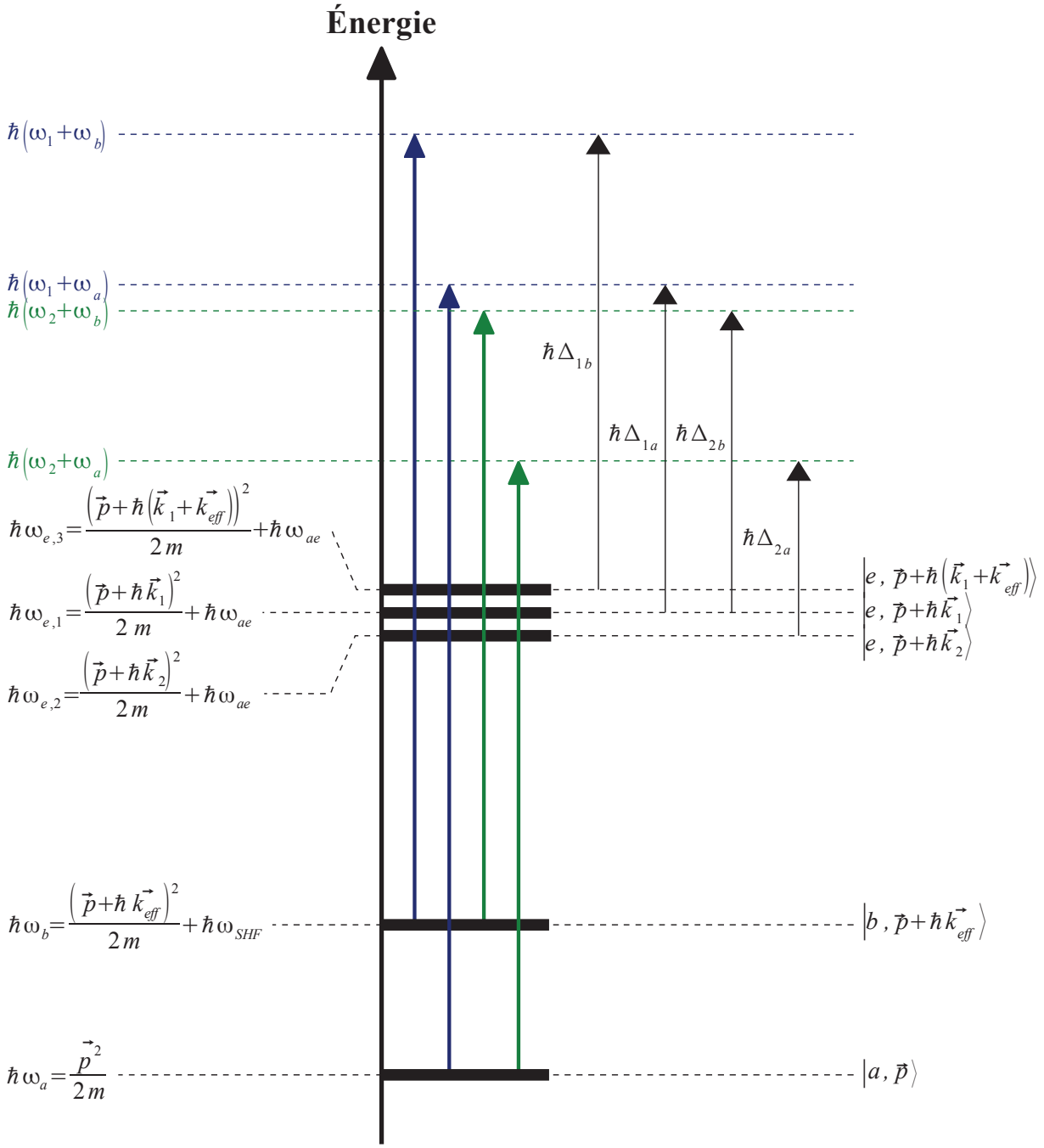


FIGURE 1.2 – Énergies des différents niveaux atomiques considérés et fréquences des lasers. Les flèches bleues (vertes) représentent l'énergie $\hbar\omega_1$ ($\hbar\omega_2$) d'un photon du laser n° 1 (n° 2).

et les énergies suivantes (voir figure 1.2) :

$$\begin{aligned}
\hbar\omega_a &= \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m}, \\
\hbar\omega_b &= \frac{\left(\vec{p}+\hbar\vec{k}_{eff}\right)^2}{2m} + \hbar\omega_{SHF}, \\
\hbar\omega_{e,1} &= \frac{\left(\vec{p}+\hbar\vec{k}_1\right)^2}{2m} + \hbar\omega_{ae}, \\
\hbar\omega_{e,2} &= \frac{\left(\vec{p}+\hbar\vec{k}_2\right)^2}{2m} + \hbar\omega_{ae}, \\
\hbar\omega_{e,3} &= \frac{\left(\vec{p}+\hbar\left(\vec{k}_1+\vec{k}_{eff}\right)\right)^2}{2m} + \hbar\omega_{ae},
\end{aligned} \tag{1.8}$$

$$\begin{aligned}
\hbar\Delta_{1a} &= \hbar\left(\omega_1+\omega_a\right) - \hbar\omega_{e,1}, \\
\hbar\Delta_{1b} &= \hbar\left(\omega_1+\omega_b\right) - \hbar\omega_{e,3}, \\
\hbar\Delta_{2a} &= \hbar\left(\omega_2+\omega_a\right) - \hbar\omega_{e,2}, \\
\hbar\Delta_{2b} &= \hbar\left(\omega_2+\omega_b\right) - \hbar\omega_{e,1}.
\end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant expliciter le Hamiltonien Raman dans la base $|a,\vec{p}\rangle$, $\left|b,\vec{p}+\hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$, $\left|e,\vec{p}+\hbar\vec{k}_1\right\rangle$, $\left|e,\vec{p}+\hbar\vec{k}_2\right\rangle$ et $\left|e,\vec{p}+\hbar\left(\vec{k}_{eff}+\vec{k}_1\right)\right\rangle$. En utilisant la relation $\mathrm{e}^{\pm i\vec{k}\cdot\hat{\vec{R}}} = \int \left|\vec{p}\pm\hbar\vec{k}\right\rangle\left\langle\vec{p}\right| \mathrm{d}\vec{p}$, on obtient :

$$H = \begin{array}{c}
\begin{array}{ccccc}
|a,\vec{p}\rangle & \left|b,\vec{p}+\hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle & \left|e,\vec{p}+\hbar\vec{k}_1\right\rangle & \left|e,\vec{p}+\hbar\vec{k}_2\right\rangle & \left|e,\vec{p}+\hbar\left(\vec{k}_{eff}+\vec{k}_1\right)\right\rangle
\end{array} \\
\begin{bmatrix}
\hbar\omega_a & 0 & \hbar\Omega_{1a}^*\mathrm{e}^{-i(-\omega_1 t+\phi_1(t))} & \hbar\Omega_{2a}^*\mathrm{e}^{-i(-\omega_2 t+\phi_2(t))} & 0 \\
0 & \hbar\omega_b & \hbar\Omega_{2b}^*\mathrm{e}^{-i(-\omega_2 t+\phi_2(t))} & 0 & \hbar\Omega_{1b}^*\mathrm{e}^{-i(-\omega_1 t+\phi_1(t))} \\
\hbar\Omega_{1a}\mathrm{e}^{i(-\omega_1 t+\phi_1(t))} & \hbar\Omega_{2b}\mathrm{e}^{i(-\omega_2 t+\phi_2(t))} & \hbar\omega_{e,1} & 0 & 0 \\
\hbar\Omega_{2a}\mathrm{e}^{i(-\omega_2 t+\phi_2(t))} & 0 & 0 & \hbar\omega_{e,2} & 0 \\
0 & \hbar\Omega_{1b}\mathrm{e}^{i(-\omega_1 t+\phi_1(t))} & 0 & 0 & \hbar\omega_{e,3}
\end{bmatrix}
\end{array}. \tag{1.9}$$

De l'équation de Schrödinger $i\hbar\dfrac{\mathrm{d}|\Psi_{\vec{p}}(t)\rangle}{\mathrm{d}t} = H\,|\Psi_{\vec{p}}(t)\rangle$, nous pouvons déduire le système d'équations différentielles suivant :

$$\left\{\begin{aligned}
i\frac{\mathrm{d}c_a}{\mathrm{d}t} &= \Omega_{2a}^*\mathrm{e}^{i(\Delta_{2a}t-\phi_2(t))}c_{e,2} + \Omega_{1a}^*\mathrm{e}^{i(\Delta_{1a}t-\phi_1(t))}c_{e,1} \\
i\frac{\mathrm{d}c_b}{\mathrm{d}t} &= \Omega_{2b}^*\mathrm{e}^{i(\Delta_{2b}t-\phi_2(t))}c_{e,1} + \Omega_{1b}^*\mathrm{e}^{i(\Delta_{1b}t-\phi_1(t))}c_{e,3} \\
i\frac{\mathrm{d}c_{e,1}}{\mathrm{d}t} &= \Omega_{1a}\mathrm{e}^{i(-\Delta_{1a}t+\phi_1(t))}c_a + \Omega_{2b}\mathrm{e}^{i(-\Delta_{2b}t+\phi_2(t))}c_b \\
i\frac{\mathrm{d}c_{e,2}}{\mathrm{d}t} &= \Omega_{2a}\mathrm{e}^{i(-\Delta_{2a}t+\phi_2(t))}c_a \\
i\frac{\mathrm{d}c_{e,3}}{\mathrm{d}t} &= \Omega_{1b}\mathrm{e}^{i(-\Delta_{1b}t+\phi_1(t))}c_b
\end{aligned}\right. , \tag{1.10}$$

où nous avons noté :

$$\left\{\begin{aligned}
C_a\left(\vec{p},t\right) &= c_a\left(\vec{p},t\right)\mathrm{e}^{-i\omega_a t} \\
C_b\left(\vec{p},t\right) &= c_b\left(\vec{p},t\right)\mathrm{e}^{-i\omega_b t} \\
C_{e,j}\left(\vec{p},t\right) &= c_{e,j}\left(\vec{p},t\right)\mathrm{e}^{-i\omega_{e,j} t}
\end{aligned}\right. , \tag{1.11}$$

pour $j = 1, 2, 3$.

1.1.3 Résolution du système d'équations par élimination adiabatique

Pour limiter l'émission spontanée, nous choisissons un désaccord Δ très grand devant les pulsations de Rabi Ω_{jl} et la largeur Γ du niveau excité[1]. Les fonctions $c_{e,1}$, $c_{e,2}$ et $c_{e,3}$ vont donc osciller au cours du temps avec une fréquence beaucoup plus élevée que c_a et c_b. Nous pouvons donc résoudre les trois dernières équations du système 1.10 en supposant que c_a et c_b sont constants au cours du temps. Nous supposons aussi que les phases ϕ_1 et ϕ_2 des lasers sont constantes pendant le temps d'interaction des lasers avec l'atome. Nous obtenons alors :

$$\left\{\begin{array}{lcl} c_{e,1}\left(\vec{p},t\right) & = & \dfrac{\Omega_{1a}}{\Delta_{1a}}\mathrm{e}^{i(-\Delta_{1a}t+\phi_1)}c_a\left(\vec{p},t\right)+\dfrac{\Omega_{2b}}{\Delta_{2b}}\mathrm{e}^{i(-\Delta_{2b}t+\phi_2)}c_b\left(\vec{p},t\right) \\ c_{e,2}\left(\vec{p},t\right) & = & \dfrac{\Omega_{2a}}{\Delta_{2a}}\mathrm{e}^{i(-\Delta_{2a}t+\phi_2)}c_a\left(\vec{p},t\right) \\ c_{e,3}\left(\vec{p},t\right) & = & \dfrac{\Omega_{1b}}{\Delta_{1b}}\mathrm{e}^{i(-\Delta_{1b}t+\phi_1)}c_b\left(\vec{p},t\right) \end{array}\right. . \tag{1.12}$$

Les deux premières équations du système 1.10 nous donnent un système de deux équations différentielles couplées en c_a et c_b :

$$\left\{\begin{array}{lcl} i\dfrac{\mathrm{d}c_a}{\mathrm{d}t} & = & \Omega_a^{AC}c_a+\dfrac{\Omega_b^{eff*}}{2}\mathrm{e}^{i(\delta_R t+\delta\phi_{12})}c_b \\ i\dfrac{\mathrm{d}c_b}{\mathrm{d}t} & = & \dfrac{\Omega_a^{eff}}{2}\mathrm{e}^{-i(\delta_R t+\delta\phi_{12})}c_a+\Omega_b^{AC}c_b \end{array}\right. , \tag{1.13}$$

où nous avons posé :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \Omega_a^{eff} & = & 2\dfrac{\Omega_{1a}\Omega_{2b}^*}{\Delta_{1a}} \\ \Omega_b^{eff} & = & 2\dfrac{\Omega_{1a}\Omega_{2b}^*}{\Delta_{2b}} \\ \Omega_a^{AC} & = & \dfrac{\left|\Omega_{1a}\right|^2}{\Delta_{1a}}+\dfrac{\left|\Omega_{2a}\right|^2}{\Delta_{2a}} \\ \Omega_b^{AC} & = & \dfrac{\left|\Omega_{1b}\right|^2}{\Delta_{1b}}+\dfrac{\left|\Omega_{2b}\right|^2}{\Delta_{2b}} \\ \delta\phi_{12} & = & \phi_2-\phi_1 \end{array}\right. . \tag{1.14}$$

Remarquons que nous avons l'égalité suivante :

$$\delta_R=\Delta_{1a}-\Delta_{2b}=\left(\omega_1-\omega_2\right)-\left(\omega_b-\omega_a\right). \tag{1.15}$$

Nous remarquons, dans le système d'équations 1.14, que la prise en compte des états $\left|e,\vec{p}+\hbar\vec{k}_2\right\rangle$ et $\left|e,\vec{p}+\hbar\left(\vec{k}_{eff}+\vec{k}_1\right)\right\rangle$, qui intervient à travers les pulsations de Rabi Ω_{2a} et Ω_{1b}, a pour seul effet d'induire un déplacement lumineux des niveaux $|a\rangle$ et $|b\rangle$.

Nous définissons le déplacement lumineux différentiel δ^{AC} et le déplacement lumineux moyen AC :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \delta^{AC} & = & \Omega_b^{AC}-\Omega_a^{AC}, \\ AC & = & \Omega_b^{AC}+\Omega_a^{AC}. \end{array}\right. \tag{1.16}$$

1. Typiquement, dans nos conditions expérimentales, nous avons $\frac{\Delta}{2\pi}\simeq 50$ GHz, $\frac{\Gamma}{2\pi}=6.07$ MHz, et l'ordre de grandeur des normes des pulsations de Rabi est de quelques dizaines de MHz.

En posant les changements de variables $c_a(\vec{p},t) = d_a(\vec{p},t)\,\mathrm{e}^{-i\frac{AC-\delta_R}{2}t}$ et $c_b(\vec{p},t) = d_b(\vec{p},t)\,\mathrm{e}^{-i\frac{AC+\delta_R}{2}t}$, nous obtenons le système d'équations différentielles à coefficients constants suivant :

$$\left\{\begin{array}{rcl} \dfrac{\mathrm{d}d_a}{\mathrm{d}t} & = & -\dfrac{i}{2}\left(\left(\delta_R-\delta^{AC}\right)d_a+\Omega_b^{eff*}\mathrm{e}^{i\delta\phi_{12}}d_b\right) \\ \dfrac{\mathrm{d}d_b}{\mathrm{d}t} & = & -\dfrac{i}{2}\left(\Omega_a^{eff}\mathrm{e}^{-i\delta\phi_{12}}d_a-\left(\delta_R-\delta^{AC}\right)d_b\right) \end{array}\right. . \tag{1.17}$$

Le système 1.17 se résout assez facilement et donne les résultats suivants pour d_a et d_b :

$$\left\{\begin{array}{rcl} d_a(\vec{p},t_0+\tau) & = & \left(\cos\left(\dfrac{\Omega_R\tau}{2}\right)-i\dfrac{\delta_R-\delta^{AC}}{\Omega_R}\sin\left(\dfrac{\Omega_R\tau}{2}\right)\right)d_a(\vec{p},t_0)-i\mathrm{e}^{i\delta\phi_{12}}\dfrac{\Omega_b^{eff*}}{\Omega_R}\sin\left(\dfrac{\Omega_R\tau}{2}\right)d_b(\vec{p},t_0) \\ d_b(\vec{p},t_0+\tau) & = & -i\mathrm{e}^{-i\delta\phi_{12}}\dfrac{\Omega_a^{eff}}{\Omega_R}\sin\left(\dfrac{\Omega_R\tau}{2}\right)d_a(\vec{p},t_0)+\left(\cos\left(\dfrac{\Omega_R\tau}{2}\right)+i\dfrac{\delta_R-\delta^{AC}}{\Omega_R}\sin\left(\dfrac{\Omega_R\tau}{2}\right)\right)d_b(\vec{p},t_0) \end{array}\right. , \tag{1.18}$$

où on a posé $\Omega_R=\sqrt{\Omega_a^{eff}\Omega_b^{eff*}+(\delta_R-\delta^{AC})^2}$. Remarquons que $\Omega_a^{eff}\Omega_b^{eff*}=4\dfrac{|\Omega_{1a}|^2\,|\Omega_{2b}|^2}{\Delta_{1a}\Delta_{2b}}$ est bien réel. De plus, il est positif dans nos conditions expérimentales, Ω_R est donc réel. Il ne reste maintenant plus qu'à revenir aux variables $C_j(\vec{p},t)$ pour avoir l'évolution de l'état atomique en présence des lasers :

$$\left\{\begin{array}{rcl} C_a(\vec{p},t_0+\tau) & = & \left(\cos\left(\dfrac{\Omega_R\tau}{2}\right)-i\dfrac{\delta_R-\delta^{AC}}{\Omega_R}\sin\left(\dfrac{\Omega_R\tau}{2}\right)\right)\mathrm{e}^{-i\left(\frac{AC-\delta_R}{2}+\omega_a\right)\tau}C_a(\vec{p},t_0) \\ & & -i\mathrm{e}^{i(-\delta\omega_{12}t_0+\delta\phi_{12})}\dfrac{\Omega_b^{eff*}}{\Omega_R}\sin\left(\dfrac{\Omega_R\tau}{2}\right)\mathrm{e}^{-i\left(\frac{AC-\delta_R}{2}+\omega_a\right)\tau}C_b(\vec{p},t_0) \\ C_b(\vec{p},t_0+\tau) & = & -i\mathrm{e}^{-i(-\delta\omega_{12}t_0+\delta\phi_{12})}\dfrac{\Omega_a^{eff}}{\Omega_R}\sin\left(\dfrac{\Omega_R\tau}{2}\right)\mathrm{e}^{-i\left(\frac{AC+\delta_R}{2}+\omega_b\right)\tau}C_a(\vec{p},t_0) \\ & & +\left(\cos\left(\dfrac{\Omega_R\tau}{2}\right)+i\dfrac{\delta_R-\delta^{AC}}{\Omega_R}\sin\left(\dfrac{\Omega_R\tau}{2}\right)\right)\mathrm{e}^{-i\left(\frac{AC+\delta_R}{2}+\omega_b\right)\tau}C_b(\vec{p},t_0) \end{array}\right. , \tag{1.19}$$

en notant $\delta\omega_{12}=\omega_2-\omega_1$. Nous remarquons que les variables C_a et C_b, et donc c_a et c_b, oscillent dans le temps avec la pulsation Ω_R : notre résolution du système 1.10 par élimination adiabatique est donc valable pour $\Delta \gg \Omega_R$.

1.1.4 Simplification des calculs dans le cas d'un grand désaccord

Dans nos conditions expérimentales, Δ est suffisamment grand pour pouvoir négliger au premier ordre les termes liés à l'effet Doppler dans les expressions des Δ_{jl}. Comme nous avons aussi $\Delta \gg \delta$, nous pouvons écrire :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \Delta_{1a} & \simeq & \Delta_{2b} \simeq \Delta \\ \Delta_{2a} & \simeq & \Delta-\omega_{SHF} \\ \Delta_{1b} & \simeq & \Delta+\omega_{SHF} \end{array}\right. . \tag{1.20}$$

Les pulsations de Rabi Ω_a^{eff}, Ω_b^{eff}, Ω_a^{AC} et Ω_b^{AC} sont donc supposées à partir de maintenant indépendantes de la quantité de mouvement $\vec{p}$ de l'atome. Remarquons qu'avec les approximations 1.20, nous avons aussi $\Omega_a^{eff}\simeq\Omega_b^{eff}$. De plus nous ne tiendrons plus compte, à partir de maintenant, des déplacements lumineux AC et δ^{AC}. Leur effet peut ne pas être négligeable, mais leur étude n'est pas l'objet de ce chapitre. On retrouve alors l'expression de la condition de résonance Raman 1.2 :

$$\delta_R(\vec{p})=0. \tag{1.21}$$

Considérons un atome, qui est à l'instant t_0 dans l'état $\left|b, \vec{p}_0 + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$ [2], avec $\vec{p}_0$ vérifiant la condition de résonance Raman $\delta_R(\vec{p}_0) = 0$. Dans ce cas, le système 1.19 peut se simplifier sous la forme :

$$\begin{cases} C_a\left(\vec{p}_0, t_0 + \tau\right) \simeq -i\mathrm{e}^{i(-\delta\omega_{12}t_0 + \delta\phi_{12})} \dfrac{\Omega_b^{eff*}}{\left|\Omega_b^{eff}\right|} \sin\left(\dfrac{\tau}{2}\left|\Omega_b^{eff}\right|\right) \mathrm{e}^{-i\omega_a(\vec{p}_0)\tau} \\ C_b\left(\vec{p}_0, t_0 + \tau\right) \simeq \cos\left(\dfrac{\tau}{2}\left|\Omega_b^{eff}\right|\right) \mathrm{e}^{-i\omega_b(\vec{p}_0)\tau} \end{cases}. \tag{1.22}$$

Les probabilités $P_a\left(\vec{p}_0, t_0 + \tau\right)$ et $P_b\left(\vec{p}_0, t_0 + \tau\right)$ vont donc s'écrire :

$$\begin{cases} P_a\left(\vec{p}_0, t_0 + \tau\right) \hat{=} \left|C_a\left(\vec{p}_0, t_0 + \tau\right)\right|^2 \simeq \sin^2\left(\dfrac{\tau}{2}\left|\Omega_b^{eff}\right|\right) \\ P_b\left(\vec{p}_0, t_0 + \tau\right) \hat{=} \left|C_b\left(\vec{p}_0, t_0 + \tau\right)\right|^2 \simeq \cos^2\left(\dfrac{\tau}{2}\left|\Omega_b^{eff}\right|\right) \end{cases}. \tag{1.23}$$

On retrouve ici le phénomène connu d'oscillations de Rabi pour un atome à deux niveaux : l'atome va, périodiquement au cours du temps, passer de l'état $|a\rangle$ à l'état $|b\rangle$. La période de ces oscillations de Rabi est ici $\left|\Omega_b^{eff}\right|$.

Si les lasers Raman sont allumés pendant une durée

$$\tau_\pi = \frac{\pi}{\left|\Omega_b^{eff}\right|}, \tag{1.24}$$

on dira qu'on effectue une impulsion π. Une impulsion π va donc correspondre à une probabilité de changement d'état interne de l'atome égale à 1. Si les lasers Raman sont allumés pendant une durée $\tau_{\frac{\pi}{2}} = \frac{\tau_\pi}{2}$, on dira qu'on effectue une impulsion $\frac{\pi}{2}$. À l'instant $t_0 + \tau_{\frac{\pi}{2}}$, l'atome est dans une superposition équiprobable des états $|a\rangle$ et $|b\rangle$.

Nous pouvons ainsi voir une impulsion π comme l'analogue atomique d'un miroir et une impulsion $\frac{\pi}{2}$ comme l'analogue d'une lame séparatrice 50/50.

1.1.5 Transition Raman stimulée et sélection en vitesse

Le désaccord Raman δ_R dépendant de la quantité de mouvement $\vec{p}$ de l'atome, la probabilité qu'un atome change d'état interne au cours d'une transition Raman va donc dépendre de sa vitesse. Une transition Raman effectue donc une sélection de la vitesse de l'atome.

Nous considérons à présent un atome, qui est à l'instant t_0 dans l'état $\left|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$, $\vec{p}$ étant quelconque. Nous pouvons noter :

$$\vec{p} = \vec{p}_0 + \delta\vec{p}, \tag{1.25}$$

avec $\vec{p}_0$ vérifiant la condition de résonance Raman. Nous avons alors :

$$\delta_R(\delta\vec{p}) = -\frac{\delta\vec{p}\cdot\vec{k}_{eff}}{m}. \tag{1.26}$$

Nous pouvons donc écrire :

$$\Omega_R(\delta\vec{v}) = \sqrt{\left(\frac{\pi}{\tau_\pi}\right)^2 + \left(\delta\vec{v}\cdot\vec{k}_{eff}\right)^2}, \tag{1.27}$$

2. Nous prenons ici l'état $|b\rangle$ comme état de départ car, expérimentalement, nos atomes se trouvent initialement dans le niveau fondamental de plus haute énergie.

où nous avons posé $\delta\vec{v} = \dfrac{\delta\vec{p}}{m}$. La probabilité $P_a\left(\delta\vec{v}, t_0+\tau\right)$ que l'atome soit dans l'état $|a,\vec{p}\rangle$ à l'instant $t_0+\tau$ va donc s'écrire, d'après la première équation du système 1.19 :

$$P_a\left(\delta\vec{v}, t_0+\tau\right) = \frac{\left|\Omega_b^{eff}\right|^2}{\left(\Omega_R(\delta\vec{v})\right)^2}\sin^2\left(\frac{\Omega_R(\delta\vec{v})\,\tau}{2}\right) \simeq \frac{\pi^2}{4}\left(\frac{\tau}{\tau_\pi}\right)^2 \mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi}{2}\frac{\tau}{\tau_\pi}\sqrt{1+\frac{\tau_\pi^2}{\pi^2}\left(\delta\vec{v}\cdot\vec{k}_{eff}\right)^2}\right), \tag{1.28}$$

avec $\mathrm{sinc}(x) = \dfrac{\sin(x)}{x}$. Dans le cas d'une impulsion π, l'expression de $P_a\left(\delta\vec{v}, t_0+\tau\right)$ devient :

$$P_a\left(\delta\vec{v}, t_0+\tau_\pi\right) \simeq \frac{\pi^2}{4}\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\pi}{2}\sqrt{1+\frac{\tau_\pi^2}{\pi^2}\left\|\vec{k}_{eff}\right\|^2\delta v_k^2}\right), \tag{1.29}$$

en notant $\delta\vec{v} = \delta v_k \frac{\vec{k}_{eff}}{\left\|\vec{k}_{eff}\right\|} + \delta\vec{v}_k^{\perp}$. Une impulsion lumineuse π de durée τ_π permet donc d'effectuer une sélection de la composante de la vitesse de l'atome selon la direction de $\vec{k}_{eff}$. Si on a initialement un ensemble d'atomes dans l'état $|b\rangle$ ayant une distribution en vitesse uniforme selon la direction de $\vec{k}_{eff}$, on obtiendra, après une impulsion π, un ensemble d'atomes dans l'état $|a\rangle$ ayant une distribution en vitesse selon la direction de $\vec{k}_{eff}$ de largeur totale à mi-hauteur :

$$\sigma_{\delta v_k}^{\pi} \simeq \frac{5.0}{\tau_\pi\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}. \tag{1.30}$$

Remarquons que, dans le cas où $\dfrac{\tau_\pi}{\pi}\left\|\vec{k}_{eff}\right\|\delta v_k \gg 1$, la probabilité $P_a(\delta\vec{v}, t_0+\tau_\pi)$ s'écrit :

$$P_a\left(\delta\vec{v}, t_0+\tau\right) \simeq \frac{\pi^2}{4}\mathrm{sinc}^2\left(\pi\tau_\pi\frac{\left\|\vec{k}_{eff}\right\|\delta v_k}{2\pi}\right). \tag{1.31}$$

Or, la norme au carré de la transformée de Fourier [3] d'une fonction porte, d'amplitude 1 et de durée τ_π, s'écrit :

$$\tilde{\Pi}(\nu) = \tau_\pi^2\mathrm{sinc}^2(\pi\tau_\pi\nu) \tag{1.32}$$

La probabilité $P_a(\delta\vec{v}, t_0+\tau_\pi)$, dans le cas où $\dfrac{\tau_\pi}{\pi}\left\|\vec{k}_{eff}\right\|\delta v_k \gg 1$, est donc proportionnelle à la norme au carré de la transformée de Fourrier de l'impulsion lumineuse, prise au point $\nu = \dfrac{\left\|\vec{k}_{eff}\right\|\delta v_k}{2\pi}$.

1.2 L'interféromètre de Ramsey

Afin d'améliorer la précision de mesure des niveaux d'énergie atomiques, N. F. Ramsey montre [91], en 1950, que faire interagir un jet d'atomes avec deux cavités, séparées spatialement, dans lesquelles règne un même champ micro-onde, est équivalent à faire interagir ces atomes avec une seule longue cavité. Dans le cas d'une seule cavité, la sensibilité de la mesure des niveaux atomiques augmente avec la longueur de la cavité, mais il est très difficile de réaliser une longue

3. La transformée de Fourrier $\tilde{f}(\nu)$ d'une fonction $f(t)$ est définie par $\tilde{f}(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)\,\mathrm{e}^{-2i\pi\nu t}\mathrm{d}t$.

cavité de bonne qualité. Or, dans le cas de deux cavités, cette sensibilité augmente avec la distance entre les deux cavités. Il n'est donc plus nécessaire de construire des cavités longues pour obtenir une bonne sensibilité de mesure. Cette technique, qui vaudra à N. F. Ramsey le prix Nobel en 1989, est utilisée dans les horloges atomiques, qui servent actuellement de référence de temps mondiale.

Nous allons étudier plus en détail le cas d'un interféromètre de Ramsey réalisé avec des transitions Raman stimulées. Il s'agit ici d'un cas un peu différent de l'expérience décrite ci-dessus. En effet, nous n'avons plus ici un jet d'atomes qui traverse successivement deux zones de champ électrique allumé en continu, mais un ensemble d'atomes éclairé successivement par deux impulsions de champ électrique.

Nous calculerons l'état d'un atome à la fin de cet interféromètre et nous étudierons comment est modifiée la distribution de vitesse d'un ensemble d'atomes par l'interféromètre.

1.2.1 Cas des atomes en chute libre

Nous considérons un interféromètre de Ramsey composé de deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ séparées d'une durée T_R (voir figure 1.3). La première impulsion commence à l'instant t_0. Notre atome sera de

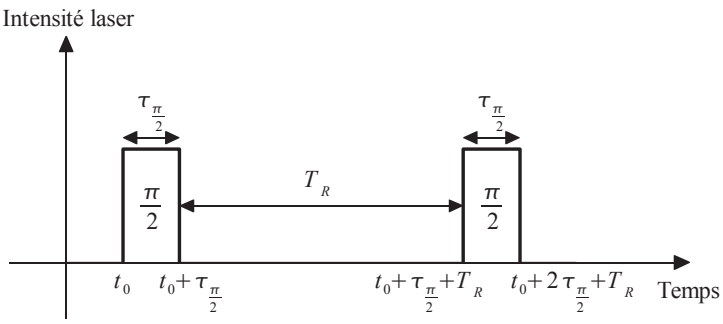


FIGURE 1.3 – Séquence temporelle d'un interféromètre de Ramsey : cet interféromètre est constitué de deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ séparées d'un temps T_R.

plus soumis à l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$, que nous noterons $\vec{g} = -g\vec{e}_z$. Pour simplifier les calculs, nous nous placerons dans le référentiel en chute libre, d'accélération uniforme $\vec{g}$. Dans ce référentiel, que nous noterons $\mathcal{R}_{\vec{g}}$, la quantité de mouvement $\vec{p}_{\mathcal{R}_{\vec{g}}}$ de l'atome restera constante au cours du temps et le hamiltonien de l'atome soumis aux lasers Raman sera toujours donné par l'équation 1.5. Cependant, les lasers Raman sont fixes dans le référentiel du laboratoire. On doit donc effectuer un changement de la variable d'espace $\hat{\vec{R}}$ dans l'expression du champ électrique $\hat{\vec{E}}$. Notons $\hat{\vec{R}}_{\mathcal{R}_{\vec{g}}} = \begin{pmatrix} \hat{X}_{\mathcal{R}_{\vec{g}}} \\ \hat{Y}_{\mathcal{R}_{\vec{g}}} \\ \hat{Z}_{\mathcal{R}_{\vec{g}}} \end{pmatrix}$ la variable d'espace dans le référentiel $\mathcal{R}_{\vec{g}}$, la variable d'espace dans le référentiel du laboratoire étant $\hat{\vec{R}} = \begin{pmatrix} \hat{X} \\ \hat{Y} \\ \hat{Z} \end{pmatrix}$. $\hat{\vec{R}}$ et $\hat{\vec{R}}_{\mathcal{R}_{\vec{g}}}$ sont reliés entre eux par les relations :

$$\begin{cases} \hat{X}_{\mathcal{R}_{\vec{g}}} &= \hat{X} \\ \hat{Y}_{\mathcal{R}_{\vec{g}}} &= \hat{Y} \\ \hat{Z}_{\mathcal{R}_{\vec{g}}} &= \hat{Z} + \dfrac{1}{2} g \left(t - t_0\right)^2 \end{cases} . \tag{1.33}$$

Il est de plus nécessaire de compenser l'effet Doppler lié à la chute des atomes, en changeant linéairement au cours du temps la différence de fréquence $\delta\omega_{12}$ entre les lasers Raman. Nous notons alors :

$$\delta\omega_{12}(t) = \delta\omega_{12}(t_0) - 2\pi\alpha\,(t - t_0)\,. \tag{1.34}$$

L'expression du champ électrique $\hat{\vec{E}}$ dans le référentiel $\mathcal{R}_{\vec{g}}$ est en fait similaire à son expression dans le référentiel du laboratoire, à condition d'inclure les termes supplémentaires dans l'expression des phases $\phi_j(t)$ des lasers Raman (voir équation 1.4). Dans le référentiel du laboratoire, la différence de phase $\delta\phi_{12}(t)$ entre les lasers Raman s'écrit simplement :

$$\delta\phi_{12}(t) = \phi_2(t) - \phi_1(t)\,. \tag{1.35}$$

Dans le référentiel en chute libre, cette différence de phase va s'écrire :

$$\delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t) = 2\pi\alpha\int_{t_0}^{t}(u - t_0)\,\mathrm{d}u - \frac{1}{2}\vec{k}_{eff}\cdot\vec{g}\,(t - t_0)^2 + \delta\phi_{12}(t) = \frac{(t - t_0)^2}{2}\left(2\pi\alpha - \vec{k}_{eff}\cdot\vec{g}\right) + \delta\phi_{12}(t)\,. \tag{1.36}$$

Ainsi, pour calculer l'état d'un atome, soumis à l'accélération de la pesanteur, en sortie d'un interféromètre de Ramsey, nous pourrons réutiliser les calculs effectués au paragraphe 1.1, en effectuant un simple changement de la phase des lasers Raman. Notons que la variation au cours du temps de la différence des fréquences des lasers Raman est prise en compte dans le terme de phase $\delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t)$. Nous conserverons donc la notation $\delta\omega_{12}$, utilisée précédemment, pour désigner $\delta\omega_{12}(t_0)$.

1.2.2 Matrices de transfert

Pour calculer l'état d'un atome à la sortie de l'interféromètre, nous allons décomposer la séquence temporelle en trois étapes :

- la transformation de l'état atomique par la première impulsion laser Raman,
- l'évolution de l'atome pendant une durée T_R sous l'effet du seul champ de pesanteur,
- la transformation de l'état atomique par la deuxième impulsion laser Raman.

Pour rendre les calculs plus lisibles nous allons écrire chacune des étapes de la séquence temporelle sous forme matricielle.

Le système 1.19 peut s'écrire matriciellement comme suit :

$$\begin{bmatrix} C_a\left(\vec{p}, t_0 + \tau\right) \\ C_b\left(\vec{p}, t_0 + \tau\right) \end{bmatrix} = M_R\left(\vec{p}, t_0, \tau, \delta\omega_{12}, \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}\right)\begin{bmatrix} C_a\left(\vec{p}, t_0\right) \\ C_b\left(\vec{p}, t_0\right) \end{bmatrix}. \tag{1.37}$$

$M_R\left(\vec{p}, t_0, \tau, \delta\omega_{12}, \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}\right)$ est la matrice de transfert par une impulsion laser Raman. La matrice de transfert par la première impulsion Raman de l'interféromètre de Ramsey va donc s'écrire $M_R\left(\vec{p}, t_0, \tau_{\frac{\pi}{2}}, \delta\omega_{12}, \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}\left(t_0\right)\right)$, et celle de la deuxième impulsion Raman $M_R\left(\vec{p}, t_1, \tau_{\frac{\pi}{2}}, \delta\omega_{12}, \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}\left(t_1\right)\right)$, en notant $t_1 = t_0 + \tau_{\frac{\pi}{2}} + T_R$.

Ces deux dernières matrices étant connues (voir équation 1.19), il ne reste plus à calculer que la matrice de transfert $M\left(\vec{p}, T_R\right)$ correspondant à l'évolution libre de l'atome pendant la durée T_R. Le Hamiltonien de l'atome, lorsque les lasers sont éteints, s'écrit :

$$H_A = \frac{\hat{\vec{P}}^2}{2m} + \hbar\omega_{SHF}\,|b\rangle\langle b| + \hbar\omega_{ae}\,|e\rangle\langle e|\,. \tag{1.38}$$

En résolvant l'équation de Schrödinger $i\hbar\frac{\mathrm{d}|\Psi_{\vec{p}}(t)\rangle}{\mathrm{d}t} = H_A\,|\Psi_{\vec{p}}(t)\rangle$ entre $t_0 + \tau_{\frac{\pi}{2}}$ et t_1, nous obtenons :

$$M\left(\vec{p}, T_R\right) = \begin{bmatrix} \mathrm{e}^{-i\omega_a T_R} & 0 \\ 0 & \mathrm{e}^{-i\omega_b T_R} \end{bmatrix}. \tag{1.39}$$

Nous notons $\begin{bmatrix} C_a\left(\vec{p}, t_0\right) \\ C_b\left(\vec{p}, t_0\right) \end{bmatrix}$ l'état de l'atome au début de l'interféromètre de Ramsey et $\begin{bmatrix} C_a\left(\vec{p}, t_1 + \tau_{\frac{\pi}{2}}\right) \\ C_b\left(\vec{p}, t_1 + \tau_{\frac{\pi}{2}}\right) \end{bmatrix}$ l'état de l'atome à la fin de l'interféromètre. Nous avons alors :

$$\begin{bmatrix} C_a\left(\vec{p}, t_1 + \tau_{\frac{\pi}{2}}\right) \\ C_b\left(\vec{p}, t_1 + \tau_{\frac{\pi}{2}}\right) \end{bmatrix} = M_R\left(\vec{p}, t_1, \tau_{\frac{\pi}{2}}, \delta\omega_{12}, \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_1)\right) M(\vec{p}, T_R)\, M_R\left(\vec{p}, t_0, \tau_{\frac{\pi}{2}}, \delta\omega_{12}, \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_0)\right) \begin{bmatrix} C_a(\vec{p}, t_0) \\ C_b(\vec{p}, t_0) \end{bmatrix}. \tag{1.40}$$

1.2.3 Interprétation en terme d'interférence entre deux chemins

Nous allons voir que l'état d'un atome en sortie d'un interféromètre de Ramsey peut s'interpréter en terme d'interférences à deux chemins de fonctions d'onde atomiques.

Nous introduisons les fonctions suivantes :

$$\begin{cases} t(\vec{p}, \tau) & = & \left[\cos\left(\frac{\Omega_R \tau}{2}\right) - i\frac{\delta_R}{\Omega_R}\sin\left(\frac{\Omega_R \tau}{2}\right)\right] \mathrm{e}^{-i\frac{\delta\omega_{12}\tau}{2}} \\ r(\vec{p}, \tau, t_j) & = & -i\frac{\Omega_b^{eff}}{\Omega_R}\sin\left(\frac{\Omega_R \tau}{2}\right) \mathrm{e}^{i\left(\delta\omega_{12} t_j - \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_j)\right)} \mathrm{e}^{i\frac{\delta\omega_{12}\tau}{2}} \end{cases}. \tag{1.41}$$

La matrice de transfert $M_R\left(\vec{p}, t_j, \tau, \delta\omega_{12}, \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_j)\right)$ par une impulsion Raman, de durée τ et débutant à l'instant t_j, peut alors s'écrire :

$$M_R\left(\vec{p}, t_j, \tau, \delta\omega_{12}, \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_j)\right) = \mathrm{e}^{-i\frac{\omega_b + \omega_a}{2}\tau} \begin{bmatrix} t(\vec{p}, \tau) & -r^*(\vec{p}, \tau, t_j) \\ r(\vec{p}, \tau, t_j) & t^*(\vec{p}, \tau) \end{bmatrix}. \tag{1.42}$$

Cette matrice est alors similaire à la matrice donnant les coefficients complexes de réflexion r et de transmission t en amplitude d'une lame séparatrice optique.

Représentons à présent les différentes trajectoires possibles d'un atome, initialement dans l'état $\left|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$ et subissant successivement deux impulsions laser Raman de même durée (nous traitons ici le cas général, sans supposer pour l'instant que les impulsions Raman soient des impulsions $\frac{\pi}{2}$). Pour simplifier, nous supposons le problème unidimensionnel, $\vec{p}$, $\vec{g}$ et $\vec{k}_{eff}$ étant supposés colinéaires. À la sortie de l'interféromètre, seuls les chemins aboutissant à un même état interne atomique interfèrent. Dans le cas de deux impulsions Raman, deux paires de chemins vont donc interférer (voir figure 1.4).

L'amplitude de probabilité que l'atome se trouve dans l'un des états $|a, \vec{p}\rangle$ ou $\left|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$ à la fin de l'interféromètre va donc s'écrire comme une somme de deux termes, l'amplitude et la phase de chacun des termes étant simplement déterminées en prenant en compte les coefficients de "réflexion" et de "transmission" au niveau des impulsions Raman, donnés par les équations 1.41, ainsi que les déphasages subis au cours de la propagation libre de l'atome entre les impulsions Raman.

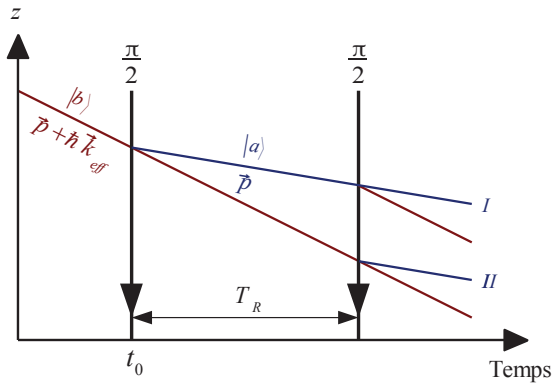


FIGURE 1.4 – Trajectoires spatio-temporelles possibles, dans le référentiel $\mathcal{R}_{\vec{g}}$, et états internes d'un atome, initialement dans l'état $\left|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$, soumis à deux impulsions Raman. La trajectoire de l'atome est tracée en bleu (rouge) si l'état interne de l'atome est $|a\rangle$ ($|b\rangle$). Le problème est supposé ici unidimensionnel selon la direction de $\vec{g}$.

Ainsi, la probabilité $P_a(\vec{p}, t_0, t_1)$, que l'atome soit dans l'état $|a, \vec{p}\rangle$ à la fin d'un interféromètre de Ramsey, va s'écrire :

$$P_a(\vec{p}, t_0, t_1) = \left| r^*\left(\vec{p}, \tau_{\frac{\pi}{2}}, t_0\right) t\left(\vec{p}, \tau_{\frac{\pi}{2}}\right) \mathrm{e}^{-i\omega_a T_R} + t^*\left(\vec{p}, \tau_{\frac{\pi}{2}}\right) r^*\left(\vec{p}, \tau_{\frac{\pi}{2}}, t_1\right) \mathrm{e}^{-i\omega_b T_R} \right|^2 . \tag{1.43}$$

1.2.4 Cas d'un atome vérifiant la condition de résonance Raman

Si la quantité de mouvement de l'atome vaut $\vec{p}_0$, avec $\vec{p}_0$ vérifiant la condition de résonance Raman $\delta_R(\vec{p}_0) = 0$, les fonctions r et t s'écrivent simplement, pour une impulsion Raman $\frac{\pi}{2}$:

$$\left\{ \begin{array}{lcl} t\left(\vec{p}_0, \tau_{\frac{\pi}{2}}\right) & = & \frac{1}{\sqrt{2}} \mathrm{e}^{-\frac{i}{2}\delta\omega_{12}\tau_{\frac{\pi}{2}}} \\ r\left(\vec{p}_0, \tau_{\frac{\pi}{2}}, t_j\right) & = & \frac{-i}{\sqrt{2}} \frac{\Omega_b^{eff}}{\left|\Omega_b^{eff}\right|} \mathrm{e}^{i\left(\delta\omega_{12} t_j - \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_j)\right)} \mathrm{e}^{\frac{i}{2}\delta\omega_{12}\tau_{\frac{\pi}{2}}} \end{array} \right. . \tag{1.44}$$

Nous avons alors :

$$P_a(\vec{p}_0, t_0, t_1) = \frac{1}{2}\left[1 + \cos\left(\delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_1) - \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_0)\right)\right] = \frac{1}{2}\left[1 + \cos(\Phi_0)\right], \tag{1.45}$$

avec

$$\Phi_0 = \frac{(t_1 - t_0)^2}{2}\left(2\pi\alpha - \vec{k}_{eff} \cdot \vec{g}\right) + \delta\phi_{12}(t_1) - \delta\phi_{12}(t_0) . \tag{1.46}$$

La probabilité que l'atome soit dans l'état $|a, \vec{p}_0\rangle$ à la sortie d'un interféromètre de Ramsey est une fonction sinusoïdale du produit $\vec{k}_{eff} \cdot \vec{g}$. Cependant, nous allons voir qu'il n'est pas possible d'effectuer une mesure de l'accélération de la pesanteur avec un simple interféromètre de Ramsey, car la phase Φ_0 en sortie d'interféromètre dépend de la vitesse de l'atome. Pour un nuage atomique présentant une certaine largeur en vitesse, les franges d'interférences vont être brouillées.

1.2.5 Probabilité de transition dans le cas d'un atome de vitesse quelconque

La probabilité qu'un atome, initialement dans l'état $\left|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$, se trouve dans l'état $|a, \vec{p}\rangle$ à la fin de l'interféromètre de Ramsey, est donnée par l'équation 1.43. En introduisant les

notations suivantes :

$$\begin{cases} \vec{p} & = & \vec{p}_0 + \delta\vec{p} \quad \text{avec} \quad \delta_R(\vec{p}_0) = 0 \\ \delta\vec{v} & = & \dfrac{\delta\vec{p}}{m} \\ x & = & \tau_{\frac{\pi}{2}}\delta\vec{v}\cdot\vec{k}_{eff} \\ u & = & \dfrac{T_R}{\tau_{\frac{\pi}{2}}} \\ \Psi & = & \dfrac{\pi}{2}\sqrt{1+\dfrac{4}{\pi^2}x^2} \\ \Phi_0 & = & \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_1) - \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_0) \\ \Phi & = & \Phi_0 - ux \end{cases} , \tag{1.47}$$

cette probabilité va s'écrire :

$$\Pi_a(x,u,\Phi_0) = \frac{\pi^2}{4}\text{sinc}^2\left(\frac{\Psi}{2}\right)\left[\cos\left(\frac{\Psi}{2}\right)\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) - \frac{x}{\Psi}\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)\sin\left(\frac{\Phi}{2}\right)\right]^2 . \tag{1.48}$$

Remarquons qu'avec nos notations précédentes, la probabilité qu'un atome, qui se trouve à l'instant t_0 dans l'état $\left|b,\vec{p}+\hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$, passe dans l'état $|a,\vec{p}\rangle$ après une impulsion π de durée τ_π, va s'écrire (voir équation 1.29) :

$$\Pi_a^\pi(x) = \frac{\pi^2}{4}\text{sinc}^2(\Psi) , \tag{1.49}$$

puisque $\tau_\pi = 2\tau_{\frac{\pi}{2}}$.

Nous représentons sur la figure 1.5 les probabilités $\Pi_a(x,u,\Phi_0)$ et $\Pi_a^\pi(x)$. La famille de courbes $\mathcal{C}_{u,\Phi_0}$, d'équation $y = \Pi_a(x,u,\Phi_0)$, a pour enveloppe la fonction $\mathcal{E}$ définie comme suit (voir annexe A) :

$$\mathcal{E}(x) = \frac{\pi^2}{4}\text{sinc}^2\left(\frac{\Psi}{2}\right)\left[\cos^2\left(\frac{\Psi}{2}\right) + \left(\frac{x}{\Psi}\right)^2\sin^2\left(\frac{\Psi}{2}\right)\right] . \tag{1.50}$$

En posant :

$$\mathcal{G}(x,u,\Phi_0) = \cos^2\left(\frac{\Phi}{2}+\Theta\right) , \tag{1.51}$$

où

$$\Theta = \arctan\left(\frac{x}{\Psi}\tan\left(\frac{\Psi}{2}\right)\right) , \tag{1.52}$$

$\Pi_a(x,u,\Phi_0)$ peut se réécrire sous la forme (voir annexe A) :

$$\Pi_a(x,u,\Phi_0) = \mathcal{E}(x)\,\mathcal{G}(x,u,\Phi_0) . \tag{1.53}$$

Θ peut être approximée, pour $x \gg \dfrac{\pi}{2}$, par :

$$\arctan\left(\tan\left(\frac{x}{2}\right)\right) = \frac{x}{2} - \pi\left(1 + \left\lfloor\frac{x-\pi}{2\pi}\right\rfloor\right) , \tag{1.54}$$

où $\lfloor\rfloor$ désigne la partie entière. Nous avons alors :

$$\Pi_a(x,u,\Phi_0) \simeq \mathcal{E}(x)\cos^2\left(\frac{\Phi_0}{2} - \frac{u-1}{2}x\right) . \tag{1.55}$$

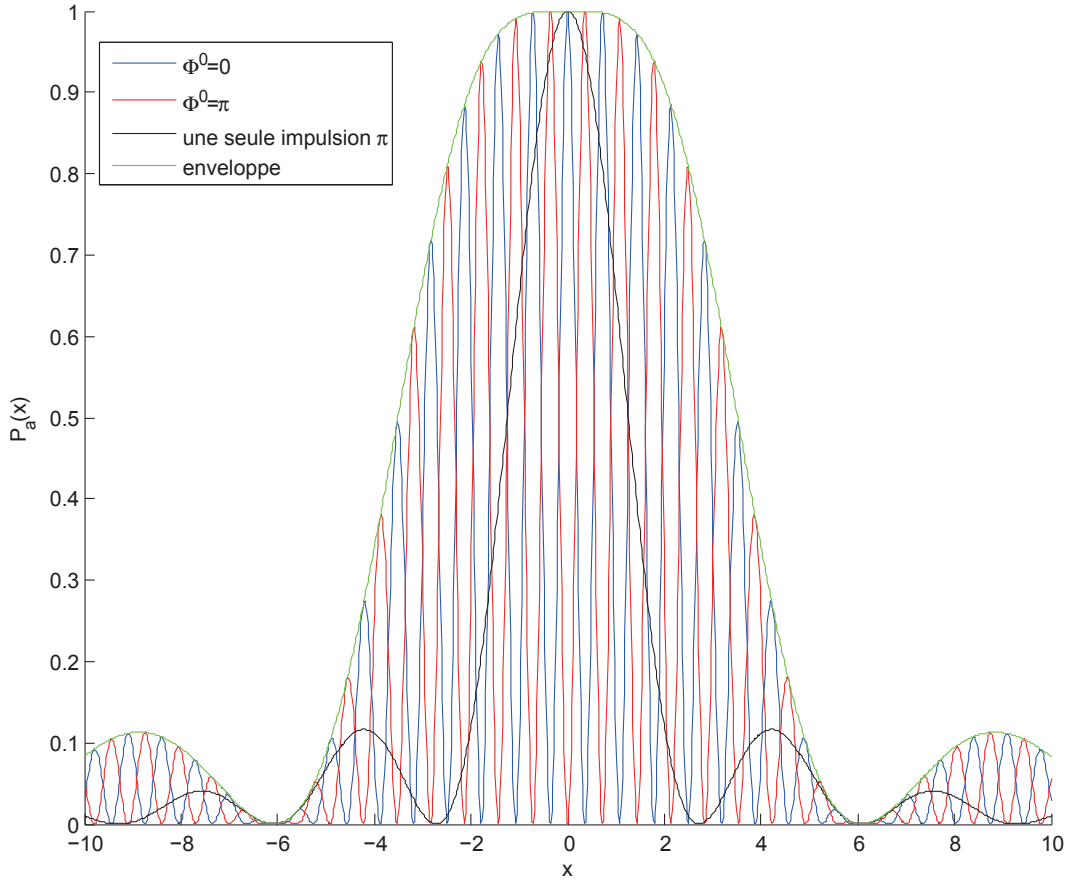


FIGURE 1.5 – Les courbes bleue et rouge représentent la probabilité $\Pi_a(x, u, \Phi_0)$ qu'un atome, initialement dans l'état $\left|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$, se retrouve dans l'état $|a, \vec{p}\rangle$ après un interféromètre de Ramsey. Nous avons pris $u = 10$. Φ_0 vaut respectivement 0 et π pour les courbes bleue et rouge. La courbe noire représente la probabilité $\Pi_a^\pi(x)$ qu'un atome passe de l'état $\left|b, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$ à l'état $|a, \vec{p}\rangle$ après une impulsion π. La courbe verte représente l'enveloppe de la famille courbes $\mathcal{C}_{u,\Phi_0}$.

Cette formule est une très bonne approximation, même pour $x \lesssim \dfrac{\pi}{2}$, de la formule 1.48.

Supposons que nous ayons initialement un ensemble d'atomes dont la projection de la vitesse selon la direction de $\vec{k}_{eff}$ est distribuée uniformément. Nous avons vu au paragraphe 1.1, qu'après une impulsion Raman π, la distribution en vitesse obtenue était de type sinus-cardinal, de largeur à mi-hauteur inversement proportionnelle à la durée de l'impulsion (voir équation 1.29).

Un interféromètre de Ramsey induit aussi une sélection en vitesse, mais la distribution en vitesse obtenue à une forme différente (voir figure 1.5). Il s'agit d'un peigne, qui a pour enveloppe la fonction $\mathcal{E}$, dont la largeur à mi-hauteur vaut $\sigma_x \simeq 7.0$. Les "dents" du peigne correspondent à la fonction $\mathcal{G}$, qui peut être approximée par une fonction périodique de période $\frac{2\pi}{u-1}$. Si on ramène ces grandeurs à la projection $\delta v_k = \delta\vec{v} \cdot \frac{\vec{k}_{eff}}{\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}$ de la vitesse de l'atome selon la direction de $\vec{k}_{eff}$, la largeur totale à mi-hauteur de l'enveloppe $\mathcal{E}$ vaut :

$$\sigma^R_{\delta v_k} \simeq \frac{7.0}{\tau_{\frac{\pi}{2}} \left\|\vec{k}_{eff}\right\|}, \tag{1.56}$$

et l'écart entre deux "dents" du peigne vaut :

$$\delta^R_{\delta v_k} \simeq \frac{2\pi}{\left(T_R - \tau_{\frac{\pi}{2}}\right)\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}. \tag{1.57}$$

Dans le cas où $T_R \gg \tau_{\frac{\pi}{2}}$, nous avons :

$$\delta^R_{\delta v_k} \simeq \frac{2\pi}{T_R\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}. \tag{1.58}$$

À la fin de notre interféromètre de Ramsey, δv_k est donc distribuée selon un peigne, dont l'enveloppe a une largeur totale inversement proportionnelle à la durée des impulsions $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre, et dont l'écart entre les "dents" est inversement proportionnel à la durée entre les deux impulsions.

Remarquons que la largeur totale à mi-hauteur de l'enveloppe du peigne (équation 1.56) vaut environ 3 fois la largeur totale à mi-hauteur de la distribution en vitesse sélectionnée après une impulsion π de durée $\tau_\pi = 2\tau_{\frac{\pi}{2}}$ (voir équation 1.30). L'intérêt d'effectuer une sélection en vitesse des atomes par un interféromètre de Ramsey, plutôt que par une simple impulsion $\frac{\pi}{2}$, est qu'on peut sélectionner beaucoup d'atomes tout en ayant une distribution en vitesse présentant des pics très fins.

1.2.6 Interféromètre de Ramsey et mesure de déphasage

Considérons maintenant un ensemble d'atomes, initialement dans l'état interne $|b\rangle$. La vitesse d'un atome est notée $\vec{v} = \vec{v}_0 + \delta\vec{v}$, avec $\vec{v}_0 = \dfrac{\vec{p}_0}{m}$ où $\vec{p}_0$ vérifie la condition de résonance Raman. Nous écrivons $\delta\vec{v} = \delta v_k \frac{\vec{k}_{eff}}{\left\|\vec{k}_{eff}\right\|} + \delta\vec{v}_k^{\perp}$ et nous supposons que δv_k est distribuée uniformément entre $-\delta v_k^{max}$ et $+\delta v_k^{max}$. La probabilité qu'un atome se trouve dans l'état $|a\rangle$, après avoir été soumis à un interféromètre de Ramsey, est donnée, en unités réduites, par l'équation 1.55. Avec l'hypothèse supplémentaire $|\delta v_k^{max}| \ll \sigma^R_{\delta v_k}$ (cette approximation correspond, en unité réduites, à $x \ll 7$), on peut approximer la fonction enveloppe $\mathcal{E}$ par 1 (voir l'équation 1.50 et le graphe 1.5). En supposant de plus $T_R \gg \tau_{\frac{\pi}{2}}$, cette probabilité va alors s'écrire :

$$P_a(\delta v_k, t_0, t_1) \simeq \frac{1}{2}\left(1 + \cos(\Phi_R)\right), \tag{1.59}$$

avec

$$\Phi_R = \Phi_0 - T_R\left\|\vec{k}_{eff}\right\|\delta v_k. \tag{1.60}$$

Cette équation est similaire à l'équation 1.45, au terme de phase près $T_R\left\|\vec{k}_{eff}\right\|\delta v_k$. Ce terme de phase dépend de la vitesse de l'atome et va donc induire un brouillage des franges d'interférences. En effet, si on calcule le signal total $P_a^{tot}(t_0, t_1)$, intégré sur l'ensemble des vitesses atomiques, nous obtenons :

$$P_a^{tot}(t_0, t_1) = \int_{-\delta v_k^{max}}^{+\delta v_k^{max}} \frac{1}{2\delta v_k^{max}} P_a(\delta v_k, t_0, t_1)\,\mathrm{d}\delta v_k \simeq \frac{1}{2}\left(1 - \mathrm{sinc}\left(T_R\left\|\vec{k}_{eff}\right\|\delta v_k^{max}\right)\cos(\Phi_0)\right). \tag{1.61}$$

Avec notre ensemble d'atomes, nous obtenons donc des franges d'interférences qui ont le même terme de phase Φ_0 que les franges d'interférences obtenues avec un seul atome de vitesse $\vec{v}_0$

(voir équation 1.45), mais leur contraste, qui vaut $\mathrm{sinc}\left(T_R \left\|\vec{k}_{eff}\right\| \delta v_k^{max}\right)$, est plus faible. Pour avoir des franges dont le contraste est supérieur à 0.5, il faut :

$$\delta v_k^{max} \lesssim \frac{1.9}{T_R \left\|\vec{k}_{eff}\right\|}. \tag{1.62}$$

Cette condition peut s'interpréter en terme de longueur de cohérence. La longueur de cohérence l_c du nuage atomique est de l'ordre de :

$$l_c \simeq \frac{h}{m\delta v_k^{max}}. \tag{1.63}$$

Pour que les franges ne soient pas brouillées, il faut que la longueur de cohérence du nuage atomique soit grande devant la distance d_{I-II} qui sépare les paquets d'atomes constituant les deux chemins qui interfèrent. Cette distance vaut simplement (voir figure 1.4) :

$$d_{I-II} = \frac{\hbar \left\|\vec{k}_{eff}\right\| T_R}{m}. \tag{1.64}$$

La condition $l_c \gg d_{I-II}$ s'écrit :

$$\delta v_k^{max} \ll \frac{2\pi}{T_R \left\|\vec{k}_{eff}\right\|}, \tag{1.65}$$

qui est similaire à l'équation 1.62.

Par exemple, pour $T_R = 20$ ms, et dans le cas où les transitions Raman sont réalisées par deux lasers contrapropageants, c'est-à-dire tels que $\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$, à 780 nm, la condition 1.62 donne $\delta v_k^{max} \lesssim 6$ µm/s. Il est donc difficile [4] d'obtenir un nuage atomique, dont la distribution en vitesse est suffisamment fine pour avoir un bon contraste sur les franges d'interférences, et qui contienne un nombre suffisant d'atomes pour pouvoir observer expérimentalement un signal en sortie d'interféromètre. Nous allons voir qu'avec d'autres types d'interféromètres, il est possible d'obtenir en sortie d'interféromètre un déphasage qui est indépendant de la vitesse initiale de l'atome. Ces interféromètres sont dits fermés en position.

1.3 L'interféromètre de Ramsey-Bordé

Dans les années 1970, différentes équipes s'intéressent à l'utilisation de transitions optiques afin d'affiner les mesures de niveaux d'énergie atomiques. Jusqu'alors ces mesures étaient réalisées grâce à des transitions micro-onde dans une configuration de type Ramsey. Pour des transitions optiques, la longueur d'onde des champs électriques étant beaucoup plus petite, l'élargissement Doppler des raies est beaucoup plus important. Pour minimiser l'effet Doppler, deux techniques sont envisagées : l'absorption à deux photons et l'absorption saturée.

Dans le cas de l'absorption à deux photons, un interféromètre de Ramsey, constitué de deux zones de champ électrique stationnaire, permet d'obtenir une résonance de largeur égale à l'inverse du temps de transit des atomes entre les zones [10], comme c'était le cas pour les transitions micro-onde. On comprend facilement pourquoi on n'est pas sensible à l'effet Doppler si on utilise des ondes stationnaires. En effet, l'équation 1.61 montre que, dans le cas

4. La demi-largeur à $\frac{1}{\sqrt{2}}$ de la dispersion en vitesse d'un nuage thermique d'atomes de ^{85}Rb de 1 µK est de 1 cm/s.

où $\vec{k}_{eff} = \vec{0}$, il n'y a pas de perte du contraste des franges quelle que soit δv_k^{max}. Dans le cas où les impulsions $\frac{\pi}{2}$ sont réalisées par des transitions Raman, l'effet Doppler est annulé pour $\vec{k}_1 = \vec{k}_2$. Dans le cas de l'absorption à deux photons, on n'est pas sensible à l'effet Doppler avec une onde stationnaire ($\vec{k}_1 = -\vec{k}_2$).

Pour l'absorption saturée, une configuration de type Ramsey ne permet plus de mesurer précisément les niveaux d'énergie atomiques, car l'effet Doppler brouille les franges d'interférences. Y. Baklanov *et al.* montrent [11] qu'en rajoutant une troisième zone de champ électrique, les trois zones étant équidistantes, on observe à nouveau une résonance dont la largeur est inversement proportionnelle au temps de transit des atomes entre les zones. La première observation expérimentale de franges similaires à celles de Ramsey, avec trois et quatre zones de champ électrique, a lieu en 1977 [15].

Ch. Bordé et al. proposent, en 1984 [19], une configuration à quatre ondes progressives pour mesurer les niveaux d'énergie vibrationnelle du SF_6. Il s'agit de deux interféromètres de Ramsey successifs : dans chaque interféromètre les ondes progressives se propagent dans le même sens, mais le sens des ondes progressives dans le deuxième interféromètre est opposé au sens des ondes du premier interféromètre. Cette configuration est appelée interféromètre de Ramsey-Bordé asymétrique.

Nous allons étudier l'état d'un atome en sortie d'un interféromètre de Ramsey-Bordé symétrique, c'est-à-dire sans inversion du sens des vecteurs d'onde des lasers, réalisé avec des transitions Raman stimulées. Nous montrerons que le déphasage en sortie d'un tel interféromètre est indépendant de la vitesse initiale de l'atome, mais est dépendant, tout comme pour un interféromètre de Ramsey (voir équation 1.45), de l'accélération subie par l'atome, au cours de l'interféromètre, dans le référentiel du laboratoire. Un interféromètre de Ramsey-Bordé symétrique permet donc de mesurer l'accélération de la pesanteur.

1.3.1 Description des différents chemins atomiques

Considérons un atome, initialement dans l'état $\left|b, m\vec{v} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$. Nous notons, comme aux paragraphes précédents, $\vec{v} = \vec{v}_0 + \delta\vec{v}$ où $\vec{v}_0$ vérifie la condition de résonance Raman. Nous allons nous intéresser ici à la probabilité $P_b^{RB}(\delta\vec{v})$ que notre atome se retrouve dans l'état $\left|b, m\vec{v} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$ à la fin de l'interféromètre.

Nous constatons (voir figure 1.6), qu'à la sortie d'un interféromètre de Ramsey-Bordé, l'état atomique est donné par l'interférence de huit chemins différents. La probabilité $P_b^{RB}(\delta\vec{v})$ va donc s'écrire comme le résultat de l'interférence entre ces huit chemins :

$$P_b^{RB}(\delta\vec{v}) = \left|\sum_{l=I}^{VIII} \alpha_l(\delta\vec{v})\, \mathrm{e}^{i\Phi_l(\delta\vec{v})}\right|^2 . \tag{1.66}$$

Le calcul de P_b^{RB} est similaire à celui de l'équation 1.43. Le résultat obtenu est résumé dans l'annexe B.

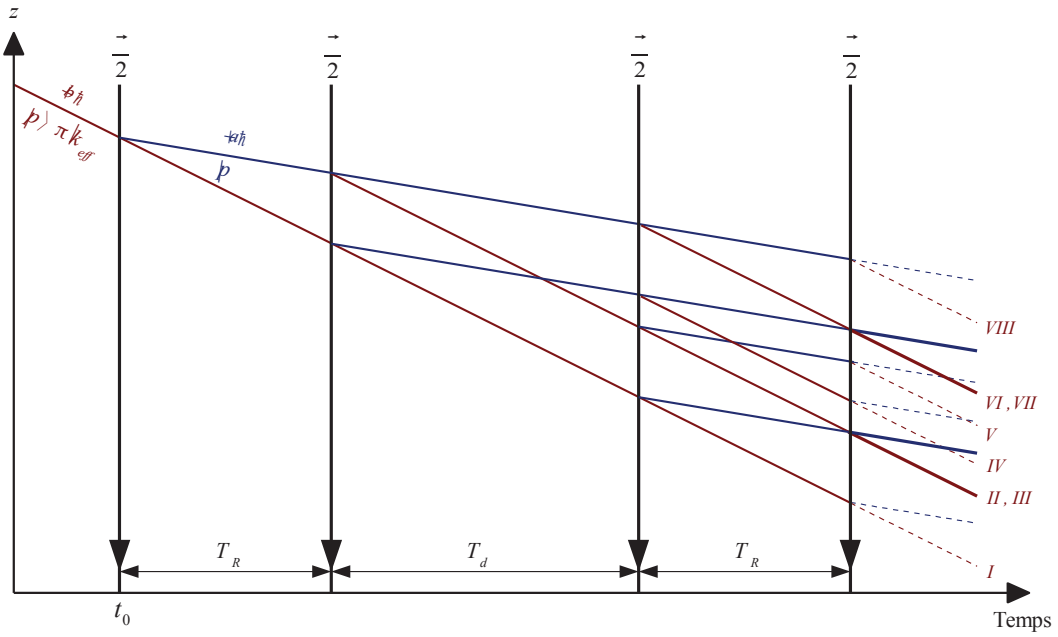


FIGURE 1.6 – Trajectoires spatio-temporelles des différents chemins atomiques qui interfèrent dans un interféromètre de Ramsey-Bordé, pour un atome initialement dans l'état $\left|b, m\vec{v} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$, $\vec{k}_{eff}$, $\vec{g}$ et $\vec{p}$ étant supposés colinéaires. Du fait de la symétrie de l'interféromètre, deux chemins atomiques distincts peuvent avoir des trajectoires confondues à la sortie de l'interféromètre. Ces trajectoires sont représentées en trait plein épais, les trajectoires correspondant à un seul chemin atomique étant représentées en trait tireté à la sortie de l'interféromètre.

1.3.2 Cas d'un ensemble d'atomes ayant une dispersion en vitesse non nulle

Nous considérons un ensemble d'atomes, qui se trouvent dans l'état interne $|b\rangle$ au début de l'interféromètre, et tels que $\delta v_k = \delta\vec{v} \cdot \vec{u}_k$ soit distribuée selon la loi $\mathcal{F}$. $\mathcal{F}$ est une fonction en cloche dont la demi-largeur à mi-hauteur est notée δv_k^{max} et dont l'intégrale sur $\mathbb{R}$ vaut 1. Nous ne nous intéressons qu'à la projection de la vitesse de l'atome selon la direction de $\vec{k}_{eff}$. Il est en effet possible de montrer que P_b^{RB} est une fonction de δv_k : les α_l sont des fonctions de δv_k, et chaque différence $\Phi_l - \Phi_m$ ne dépend que de δv_k.

Pour un atome, nous pouvons écrire P_b^{RB} sous la forme :

$$P_b^{RB} = \sum_{l,m} \alpha_l \alpha_m^* \mathrm{e}^{i(\Phi_l - \Phi_m)}. \tag{1.67}$$

P_b^{RB} est ainsi exprimé comme une somme de termes issus de l'interférence entre deux chemins.

Nous serons expérimentalement dans le cas où la largeur à mi-hauteur de la distribution en vitesse du nuage atomique vérifie les conditions $\delta v_k^{max} \gg \frac{1}{T_R\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}$ et $\delta v_k^{max} \gg \frac{1}{T_d\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}$. La longueur de cohérence du nuage atomique est donc petite devant la distance qui sépare les paquets d'atomes issus des différents chemins possibles de l'interféromètre et qui ne sont pas superposés en sortie d'interféromètre. Ainsi, dans le calcul de la probabilité $P_{b\,RB}^{tot}$ de trouver un atome dans l'état $|b\rangle$ à la fin de l'interféromètre, intégrée sur l'ensemble des vitesses atomiques,

seules les interférences entre les chemins $II - III$ et $VI - VII$, qui sont superposés [5] en sortie d'interféromètre, vont contribuer au signal d'interférence (une démonstration plus mathématique de cette approximation est donnée dans l'annexe B). Nous avons alors :

$$P_{b\,RB}^{tot} \simeq \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}\left[\sum_{l=I}^{VIII} |\alpha_l|^2 + 2\Re\big(\alpha_{II}\alpha_{III}^* \mathrm{e}^{i(\Phi_{II}-\Phi_{III})} + \alpha_{VI}\alpha_{VII}^* \mathrm{e}^{i(\Phi_{VI}-\Phi_{VII})}\big)\right] \mathrm{d}\delta v_k. \tag{1.68}$$

D'après le tableau B.2 donné en annexe, nous avons :

$$\Phi_{III} - \Phi_{II} = \Phi_{VII} - \Phi_{VI} = \Phi_{RB}, \tag{1.69}$$

avec

$$\begin{aligned} \Phi_{RB} &= \delta\phi_{12}^{total}(t_0) - \delta\phi_{12}^{total}(t_1) - \delta\phi_{12}^{total}(t_2) + \delta\phi_{12}^{total}(t_3) \\ &= \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_0) - \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_1) - \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_2) + \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_3)\,, \end{aligned} \tag{1.70}$$

où on a posé :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} t_1 & = & t_0 + \tau_{\frac{\pi}{2}} + T_R \\ t_2 & = & t_0 + 2\tau_{\frac{\pi}{2}} + T_R + T_d \\ t_3 & = & t_0 + 3\tau_{\frac{\pi}{2}} + 2T_R + T_d \end{array} \right. , \tag{1.71}$$

et :

$$\delta\phi_{12}^{total}(t_j) = \delta\omega_{12} t_j - \delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}}(t_j) \quad \text{pour } j = 0, 1, 2, 3. \tag{1.72}$$

Les produits $\alpha_{II}\alpha_{III}^*$ et $\alpha_{VI}\alpha_{VII}^*$ étant réels, le déphasage entre les chemins II et III est identique au déphasage entre les chemins VI et VII, et vaut Φ_{RB}. Les signaux d'interférences entre les chemins $II - III$ et $VI - VII$ vont donc se sommer constructivement. Notons de plus que le déphasage Φ_{RB} ne dépend que des instants t_j, et est donc indépendant de la vitesse initiale de l'atome.

Nous pouvons montrer (voir annexe B) que, dans le cas où $\delta v_k^{max} \ll \frac{1}{\tau_{\frac{\pi}{2}} \|\vec{k}_{eff}\|}$, c'est-à-dire dans le cas où la largeur en vitesse du nuage atomique est très petite devant la largeur de l'enveloppe du peigne de vitesses sélectionné par les deux premières impulsions $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre, nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}\left[\sum_{l=I}^{VIII} |\alpha_l|^2\right] \mathrm{d}\delta v_k & \simeq & \dfrac{1}{2} \\ \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}\alpha_{II}\alpha_{III}^* \mathrm{d}\delta v_k = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}\alpha_{VI}\alpha_{VII}^* \mathrm{d}\delta v_k & \simeq & \dfrac{1}{16} \end{array} \right. , \tag{1.73}$$

ce qui est cohérent avec le fait qu'en moyenne la moitié des atomes est dans l'état interne $|a\rangle$ et l'autre moitié dans l'état interne $|b\rangle$.

Notons que l'hypothèse $\delta v_k^{max} \ll \frac{1}{\tau_{\frac{\pi}{2}} \|\vec{k}_{eff}\|}$ est compatible avec les inégalités $\delta v_k^{max} \gg \frac{1}{T_R \|\vec{k}_{eff}\|}$ et $\delta v_k^{max} \gg \frac{1}{T_d \|\vec{k}_{eff}\|}$ dans le cas où $\tau_{\frac{\pi}{2}} \ll T_R, T_d$.

Nous avons alors :

$$P_{b\,RB}^{tot} = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F} P_b^{RB} \mathrm{d}\delta v_k \simeq \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\cos(\Phi_{RB})\right). \tag{1.74}$$

5. On peut dire aussi que seuls interfèrent les chemins qui correspondent à des interféromètres fermés en position.

Dans le cas d'un interféromètre de Ramsey-Bordé, nous obtenons donc des franges d'interférences ayant un contraste de $\frac{1}{2}$, avec les conditions $\delta v_k^{max} \gg \frac{1}{T_R\|\vec{k}_{eff}\|}$, $\delta v_k^{max} \gg \frac{1}{T_d\|\vec{k}_{eff}\|}$ et $\delta v_k^{max} \ll \frac{1}{\tau_{\frac{\pi}{2}}\|\vec{k}_{eff}\|}$, alors que dans le cas d'un interféromètre de Ramsey, il faut que la condition $\delta v_k^{max} \lesssim \frac{2}{T_R\|\vec{k}_{eff}\|}$ soit vérifiée pour avoir des franges de même contraste (voir équation 1.61). Cela s'explique par le fait, que contrairement au déphasage Φ_R (voir équation 1.60) en sortie d'un interféromètre de Ramsey, le déphasage Φ_{RB} (voir équation 1.70) en sortie d'un interféromètre de Ramsey-Bordé est indépendant de la vitesse initiale de l'atome.

Notons qu'expérimentalement, nous serons dans le cas où δv_k^{max} est du même ordre de grandeur, voire très grand devant $\frac{1}{\tau_{\frac{\pi}{2}}\|\vec{k}_{eff}\|}$. Les approximations 1.73 ne sont donc plus valables, et le contraste des franges d'interférences sera alors dépendant de la largeur en vitesse du nuage atomique (voir annexe B).

Nous souhaitons faire effectuer aux atomes des oscillations de Bloch entre les deux paires d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales d'un interféromètre de Ramsey-Bordé. Il est nécessaire, pour cela, d'effectuer une sélection en vitesse des atomes. Cette sélection en vitesse sera effectuée grâce à la première paire d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ (voir le paragraphe 1.2) : un faisceau "pousseur", ajouté après la deuxième impulsion $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre, va "éliminer" les atomes restés dans l'état $|b\rangle$, en les poussant, par pression de radiation, hors de la zone de détection. L'élimination de ces atomes permet que le signal détecté ne soit pas "pollué" par les atomes qui n'effectueront pas d'oscillations de Bloch et donc d'augmenter le rapport signal sur bruit. Ce faisceau "pousseur" va, par ailleurs, éliminer certains chemins de l'interféromètre et nous verrons que, dans ce cas, le contraste des franges d'interférences sera indépendant de la largeur en vitesse du nuage atomique.

1.4 Interféromètre de Ramsey-Bordé en présence d'un faisceau "pousseur"

1.4.1 Élimination de certains chemins de l'interféromètre

Nous allons étudier le signal en sortie d'un interféromètre de Ramsey-Bordé, où est rajouté un faisceau "pousseur" après la première paire d'impulsions $\frac{\pi}{2}$, qui élimine les atomes restés dans l'état $|b\rangle$. Le schéma 1.6 montre que, lorsqu'on rajoute le faisceau "pousseur", seuls restent les chemins *IV*, *VI*, *VII* et *VIII*.

Un interféromètre de Ramsey-Bordé est composé d'une succession de deux interféromètres de Ramsey, séparés d'une durée T_R. La matrice de transfert de chacun de ces interféromètres de Ramsey peut s'écrire sous la forme :

$$M_{Ra}^j = \begin{bmatrix} T_j(\vec{v}) & -R_j^*(\vec{v}) \\ R_j(\vec{v}) & T_j^*(\vec{v}) \end{bmatrix}, \text{ pour } j = 1, 2, \tag{1.75}$$

à un terme de phase global près et pour un atome de vitesse $\vec{v}$. T_j et R_j sont les coefficients de "transmission" et de "réflexion" en amplitude d'un interféromètre de Ramsey.

L'effet du "pousseur" sur l'interféromètre peut aussi se transcrire sous la forme d'une matrice. Cette matrice va s'écrire :

$$M_P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}. \tag{1.76}$$

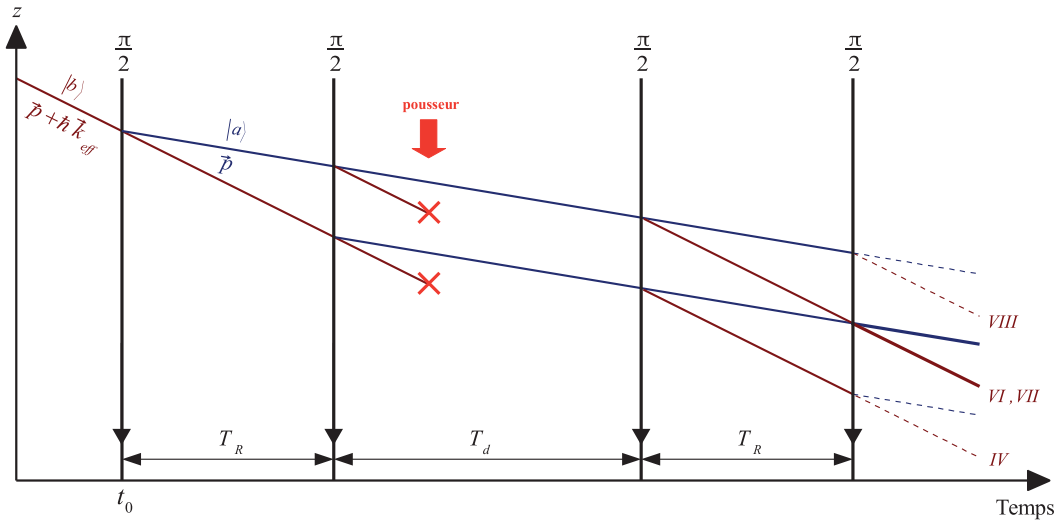


FIGURE 1.7 – Trajectoires spatio-temporelles des différents chemins atomiques qui interfèrent dans un interféromètre de Ramsey-Bordé, dans le cas où on rajoute un faisceau "pousseur" éliminant les atomes dans l'état interne $|b\rangle$ après la deuxième impulsion $\frac{\pi}{2}$. $\vec{k_{eff}}$, $\vec{g}$ et $\vec{p}$ sont ici supposés colinéaires.

Dans le cas général, nous pouvons écrire l'état d'un atome, au début de l'interféromètre de Ramsey-Bordé, sous la forme $\begin{bmatrix} C_a(\vec{v},t_0) \\ C_b(\vec{v},t_0) \end{bmatrix}$. L'état de l'atome, à la fin de l'interféromètre, va alors s'écrire :

$$\begin{bmatrix} C_a^{final}(\vec{v}) \\ C_b^{final}(\vec{v}) \end{bmatrix} = M_{Ra}^2 M_P M_{Ra}^1 \begin{bmatrix} C_a(\vec{v},t_0) \\ C_b(\vec{v},t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_2T_1 & -T_2R_1^* \\ R_2T_1 & -R_2R_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_a(\vec{v},t_0) \\ C_b(\vec{v},t_0) \end{bmatrix}. \tag{1.77}$$

La probabilité $P_b^{RB-pouss}$ qu'un atome, initialement dans l'état $|b\rangle$, se retrouve dans l'état $|b\rangle$ à la fin de l'interféromètre va alors s'écrire :

$$P_b^{RB-pouss}(\vec{v}) = |R_2R_1^*|^2 = |R_2|^2\,|R_1|^2\,. \tag{1.78}$$

Remarquons que nous avons :

$$\begin{cases} |R_1(\vec{v})|^2 & = & P_a(\vec{v},t_0,t_1) \\ |R_2(\vec{v})|^2 & = & P_a(\vec{v},t_2,t_3) \end{cases}, \tag{1.79}$$

P_a étant donné par l'équation 1.43.

$P_b^{RB-pouss}$ s'écrit donc comme le produit des probabilités que l'atome change d'état au cours de chacun des interféromètres de Ramsey constituant l'interféromètre de Ramsey-Bordé. Cependant cette probabilité n'est calculée que pour un unique atome. Le signal observé expérimentalement doit être intégré sur l'ensemble des vitesses atomiques, puisque tous les atomes, mis à part ceux qui ont été éliminés par le "pousseur", contribuent au signal détecté. L'écart en position, en sortie d'interféromètre entre, par exemple, les chemins *IV* et *VIII* vaut, dans nos conditions expérimentales, au maximum une centaine de µm, ce qui est très faible devant la taille du nuage atomique, qui est de l'ordre de 5 mm.

Dans le cas d'un ensemble d'atomes, dont la distribution en vitesse initiale est donnée par la fonction $\mathcal{F}$, la probabilité totale de trouver un atome dans l'état $|b\rangle$ en sortie d'interféromètre

va s'écrire :

$$P^{tot}_{b\,RB-pouss} = \frac{\int \mathcal{F}\,|R_2|^2\,|R_1|^2\,\mathrm{d}\vec{v}}{\int \mathcal{F}\,|R_1|^2\,\mathrm{d}\vec{v}}, \tag{1.80}$$

la probabilité devant être normalisée par rapport au nombre d'atomes restant après application du "pousseur". Du fait de la longueur de cohérence du nuage atomique, seul le résultat de l'interférence entre les chemins *VI* et *VII* va contribuer au signal d'interférence en sortie d'interféromètre. En exprimant R_1 et R_2 en fonction des coefficients r et t donnés par l'équation 1.41, et en remarquant qu'on peut écrire :

$$r(t_j) = \rho \mathrm{e}^{i\delta\phi_{12}^{total}(t_j)},\ \text{pour } j = 0, 1, 2, 3, \tag{1.81}$$

on obtient :

$$P^{tot}_{b\,RB-pouss} \simeq 4\frac{\int \mathcal{F}\,|\rho t|^4\,\mathrm{d}\vec{v}}{\int \mathcal{F}\,|R_1|^2\,\mathrm{d}\vec{v}}\left(1 + \frac{1}{2}\cos(\Phi_{RB})\right). \tag{1.82}$$

En introduisant les mêmes notations qu'à l'équation 1.47, on peut montrer que :

$$\left\{\begin{array}{lcl} |\rho t|^4(\vec{v}) & = & \dfrac{\mathcal{E}^2(x)}{16} \\ |R_1|^2(\vec{v}) & = & \Pi_a(x, u, \Phi_0) \end{array}\right., \tag{1.83}$$

où Π_a et $\mathcal{E}$ sont définies respectivement par les équations 1.48 et 1.50. En introduisant la fonction $\mathcal{F}_x$, telle que :

$$\mathcal{F}(\vec{v}) = \mathcal{F}_x(x)\,, \tag{1.84}$$

on a :

$$P^{tot}_{b\,RB-pouss} \simeq \frac{1}{4}\frac{\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}_x\mathcal{E}^2(x)\,\mathrm{d}x}{\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}_x\Pi_a(x, u, \Phi_0)\,\mathrm{d}x}\left(1 + \frac{1}{2}\cos(\Phi_{RB})\right). \tag{1.85}$$

Calculons ce que vaut le quotient $A = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}_x\mathcal{E}^2(x)\mathrm{d}x}{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}_x\Pi_a(x,u,\Phi_0)\mathrm{d}x}$ dans les cas limites où :

1. $\mathcal{F}_x$ est une fonction dont la largeur est grande devant les variations rapides de $\Pi_a(x, u, \Phi_0)$, qui sont de l'ordre de $\frac{2\pi}{u-1}$ (ce qui correspond à une largeur de la fonction $\mathcal{F}$ grande devant $\frac{2\pi}{T_R\|\vec{k}_{eff}\|}$, voir le paragraphe 1.2.5), et petite devant la largeur de $\mathcal{E}$ (ce qui correspond à une largeur de la fonction $\mathcal{F}$ petite devant $\frac{7}{\tau_{\frac{\pi}{2}}\|\vec{k}_{eff}\|}$).
2. $\mathcal{F}_x$ est une fonction dont la largeur est grande devant la largeur de $\mathcal{E}$.

Rappelons que (voir le paragraphe 1.2.5) $\Pi_a(x, u, \Phi_0)$ peut être approximée, pour tout x, par la fonction :

$$\Pi_a(x, u, \Phi_0) \simeq \mathcal{E}(x)\cos^2\left(\frac{\Phi_0}{2} - \frac{u-1}{2}x\right). \tag{1.86}$$

Dans le cas 1, nous pouvons donc approximer A par :

$$A \simeq \frac{\mathcal{E}^2(0)}{\frac{1}{2}\mathcal{E}(0)} \simeq 2. \tag{1.87}$$

Dans le cas 2, on a :

$$A \simeq \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}^2(x)\,\mathrm{d}x}{\frac{1}{2}\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{E}(x)\,\mathrm{d}x} \simeq 2 \times \frac{5.8}{8.5} \simeq 1.4, \tag{1.88}$$

les intégrales ayant été calculées numériquement.

Les franges, obtenues en sortie d'un interféromètre de Ramsey-Bordé, au cours duquel est rajouté un faisceau "pousseur" éliminant les atomes dans l'état interne $|b\rangle$ après la deuxième impulsion $\frac{\pi}{2}$, ont donc un contraste de $\dfrac{1}{2}$, quelle que soit la largeur de la distribution en vitesse initiale du nuage atomique. On constate que l'amplitude $\frac{A}{4}$ des franges, et donc le rapport signal sur bruit, diminue avec la largeur de la distribution en vitesse initiale des atomes, mais cette variation est assez faible. Expérimentalement, nous serons dans le cas 2, l'amplitude des franges sera donc de :

$$\frac{A}{4} \simeq 0.35. \tag{1.89}$$

1.4.2 Cas où les atomes changent de vitesse entre les deux paires d'impulsions $\frac{\pi}{2}$

Pour effectuer notre mesure de l'accélération de la pesanteur, nous soumettons nos atomes à un potentiel optique périodique. Ce potentiel est allumé entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales d'un interféromètre de Ramsey-Bordé, après une impulsion de faisceau "pousseur" qui élimine les atomes qui se trouvent dans l'état interne $|b\rangle$. Nous verrons plus tard que nos atomes effectuent alors des oscillations de Bloch, ce qui va modifier leur vitesse. Les deux branches de l'interféromètre étant dans le même état au moment où on allume le potentiel périodique, le potentiel périodique n'induit pas de déphasage supplémentaire entre les deux chemins qui vont interférer. L'effet du potentiel périodique sera alors un simple changement de la vitesse des atomes, que nous noterons $\Delta\vec{v}_{Bloch}$. Le signal en sortie d'interféromètre ne dépendra pas de l'instant où a lieu ce changement de vitesse. En effet, l'énergie des atomes est la même pour les deux branches de l'interféromètre entre la fin de la deuxième impulsion $\frac{\pi}{2}$ et l'instant où on allume le potentiel périodique, et, comme les deux branches de l'interféromètre subissent le même changement de vitesse, l'énergie des atomes restera identique pour les deux branches de l'interféromètre jusqu'à la troisième impulsion $\frac{\pi}{2}$. Le signal en sortie d'interféromètre ne contiendra donc pas de terme de déphasage entre les deux branches de l'interféromètre lié à l'évolution libre des atomes pendant la durée T_d, et donc, par conséquent, pas de terme dépendant de l'instant t_{Bloch} où a lieu le changement de vitesse $\Delta\vec{v}_{Bloch}$.

La probabilité $P^{tot}_{b\,Bloch}$ qu'un atome, initialement dans l'état $|b\rangle$, se retrouve dans l'état $|b\rangle$ à la fin d'un interféromètre de Ramsey-Bordé, l'atome subissant de plus un saut de vitesse $\Delta\vec{v}_{Bloch}$ entre les deux paires d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre, va s'écrire :

$$P^{tot}_{b\,Bloch} \simeq 4\frac{\displaystyle\int \mathcal{F}\,|\rho(\vec{v})\,t(\vec{v})|^2\,|\rho(\vec{v}+\Delta\vec{v}_{Bloch})\,t(\vec{v}+\Delta\vec{v}_{Bloch})|^2\,\mathrm{d}\vec{v}}{\displaystyle\int \mathcal{F}\,|R_1|^2\,\mathrm{d}\vec{v}}\left(1+\frac{1}{2}\cos\!\left(\Phi^{Bloch}_{RB}\right)\right), \tag{1.90}$$

où on a posé :

$$\Phi^{Bloch}_{RB} = \delta\phi^{\mathcal{R}_{\vec{g}}-Bloch}(t_0) - \delta\phi^{\mathcal{R}_{\vec{g}}-Bloch}(t_1) - \delta\phi^{\mathcal{R}_{\vec{g}}-Bloch}(t_2) + \delta\phi^{\mathcal{R}_{\vec{g}}-Bloch}(t_3)\,, \tag{1.91}$$

avec

$$\delta\phi^{\mathcal{R}_{\vec{g}}-Bloch}(t) = \frac{(t-t_0)^2}{2}\left(2\pi\alpha - \vec{k}_{eff}\cdot\vec{g}\right) - (t-t_{Bloch})\,\vec{k}_{eff}\cdot\Delta\vec{v}_{Bloch}\mathcal{H}(t-t_{Bloch}) + \delta\phi_{12}(t)\,, \tag{1.92}$$

et où $\mathcal{H}$ est la fonction de Heaviside, définie de la façon suivante :

$$\forall x \in \mathbb{R}, \mathcal{H}(x) = \left\{ \begin{array}{lll} 0 & \text{si} & x < 0 \\ 1 & \text{si} & x \geq 0 \end{array} \right. . \tag{1.93}$$

Étudions ce que devient la formule 1.90 dans le cas où la condition de résonance Raman est vérifiée, tout au long de l'interféromètre, pour la vitesse moyenne du nuage atomique.

1.4.3 Cas où la condition de résonance Raman est vérifiée

Nous considérons ici le cas d'un ensemble d'atomes, dans l'état interne $|b\rangle$, et dont la distribution en vitesse initiale est centrée autour d'une vitesse $\vec{v}_0$. Ces atomes subissent un saut de vitesse $\Delta v_{\vec{Bloch}}$ entre les deux paires d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre. Pour que la condition de résonance Raman soit vérifiée, pour la vitesse moyenne des atomes, pendant tout l'interféromètre, il va être nécessaire, afin de compenser l'effet Doppler lié à ce saut de vitesse, de faire subir un saut, entre les deux paires d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre, à la différence de fréquence $\delta\omega_{12}$ entre les deux lasers Raman. Nous noterons ce saut $\delta\omega_{12}^{Bloch}$. La différence de phase entre les lasers Raman va alors s'écrire, dans le référentiel en chute libre :

$$\delta\phi_{12}^{\mathcal{R}_{\vec{g}}-Bloch}(t) = \frac{(t-t_0)^2}{2}\left(2\pi\alpha - \vec{k}_{eff}\cdot\vec{g}\right) + (t-t_{saut})\,\delta\omega_{12}^{Bloch}\mathcal{H}(t-t_{saut}) + \delta\phi_{12}(t)\,, \tag{1.94}$$

t_{saut} étant l'instant où on effectue le saut de fréquence.

Ainsi, la probabilité P_b qu'un atome soit dans l'état $|b\rangle$ à la fin de l'interféromètre va s'écrire :

$$\begin{aligned} P_{b\,Bloch}^{tot} &= 4\frac{\displaystyle\int \mathcal{F}\,|\rho(\vec{v})\,t(\vec{v})|^4\,\mathrm{d}\vec{v}}{\displaystyle\int \mathcal{F}\,|R_1|^2\,\mathrm{d}\vec{v}}\left(1+\frac{1}{2}\cos\left(\Phi_{RB}^{Bloch}\right)\right) \\ &= \frac{A}{4}\left(1+\frac{1}{2}\cos\left(\left(\delta\omega_{12}^{Bloch} - \vec{k}_{eff}\cdot\Delta\vec{v}_{Bloch}\right)T_R + \left(2\pi\alpha - \vec{k}_{eff}\cdot\vec{g}\right)T_R\,(T_R+T_d) + \Phi_L\right)\right), \end{aligned} \tag{1.95}$$

avec

$$\Phi_L = \delta\phi_{12}(t_0) - \delta\phi_{12}(t_1) - \delta\phi_{12}(t_2) + \delta\phi_{12}(t_3)\,, \tag{1.96}$$

et en supposant $\tau_{\frac{\pi}{2}} \ll T_R, Td$.

1.4.4 Principe d'une mesure de l'accélération de la pesanteur

Dans le cas d'un interféromètre de Ramsey-Bordé avec "pousseur", où les atomes ne subissent pas de changement de vitesse entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre, la probabilité qu'un atome, initialement dans l'état $|b\rangle$, se retrouve dans l'état $|b\rangle$ à la fin de l'interféromètre est simplement donnée par la formule suivante, dans le cas où on est proche de la condition de résonance Raman :

$$P_{b\,Bloch}^{tot} = \frac{A}{4}\left(1+\frac{1}{2}\cos\left(\left(2\pi\alpha - \vec{k}_{eff}\cdot\vec{g}\right)T_R\,(T_R+T_d) + \Phi_L\right)\right) \tag{1.97}$$

Le terme Φ_L est nul si les lasers Raman ne subissent pas de saut de phase au cours de l'interféromètre, ce que nous allons supposer. Avec cette hypothèse, nous voyons que P_b est indépendant de T_R et T_d, lorsque la condition de résonance :

$$\vec{k}_{eff} \cdot \vec{g} - 2\pi\alpha = 0, \tag{1.98}$$

est vérifiée.

Le principe expérimental d'une mesure de $\vec{g}$ sera donc le suivant : on mesure P_b, en fonction de α, pour différentes valeurs du produit $\Pi_t = T_R\,(T_R + T_d)$. Nous obtiendrons alors différentes sinusoïdes de périodes différentes, comme décrit sur la figure 1.8, qui seront en phase lorsque la condition 1.98 est vérifiée. Nous remarquons que, plus le produit Π_t est élevée, plus la période

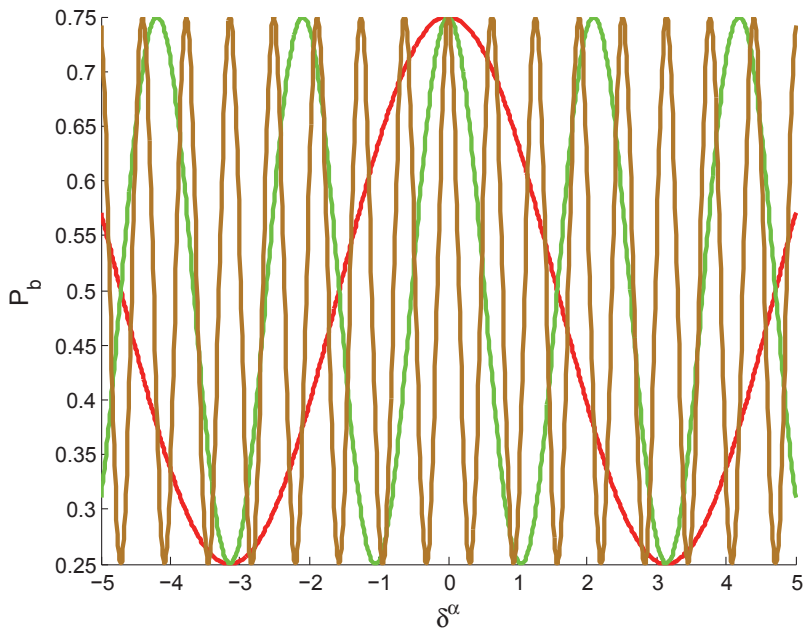


FIGURE 1.8 – Principe d'une mesure de $\vec{g}$. Nous représentons P_b, dans le cas $\Phi_{RB} = 0$, en fonction de $\delta^\alpha = \vec{k}_{eff} \cdot \vec{g} - 2\pi\alpha$, pour différentes valeurs arbitraires du produit $\Pi_t = T_R\,(T_R + T_d)$. La courbe beige correspond à $\Pi_t = 10$, la courbe verte à $\Pi_t = 3$ et la rouge à $\Pi_t = 1$.

des sinusoïdes est petite, et donc plus la valeur de α vérifiant la condition 1.98 sera déterminée précisément.

Remarquons que, dans le cas où les atomes subissent un changement de vitesse $\Delta\vec{v}_{Bloch}$ entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre, le principe de la mesure de $\vec{g}$ reste inchangé, à condition que le saut $\delta\omega_{12}^{Bloch}$ que l'on fait subir aux laser Raman compense très précisément l'effet Doppler supplémentaire induit par $\Delta\vec{v}_{Bloch}$, c'est-à-dire que la condition :

$$\delta\omega_{12}^{Bloch} = \vec{k}_{eff} \cdot \Delta\vec{v}_{Bloch}, \tag{1.99}$$

soit précisément vérifiée. Cela suppose de connaître très bien le saut de vitesse que subissent les atomes. Nous verrons que, dans le cas des oscillations de Bloch, ce saut de vitesse est effectivement très bien connu.

1.5 Comparaison avec un interféromètre de Mach-Zehnder

La première expérience de mesure de $\vec{g}$ avec des transitions Raman stimulées, effectuée par M. Kasevich et S. Chu [66], utilisait un schéma d'interféromètre de type Mach-Zehnder, qui consiste en la succession d'une impulsion $\frac{\pi}{2}$, d'une impulsion π, puis d'une dernière impulsion $\frac{\pi}{2}$. Cet interféromètre est en effet l'analogue atomique d'un interféromètre de Mach-Zehnder optique, où chaque faisceau laser passe successivement par une lame séparatrice, un miroir, puis une deuxième lame séparatrice. Dans un interféromètre de Mach-Zehnder, seuls deux chemins

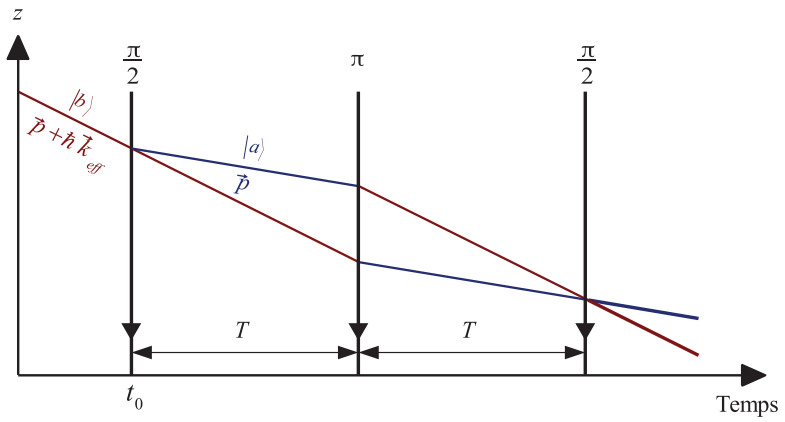


FIGURE 1.9 – Trajectoires des différents chemins atomiques qui interfèrent dans un interféromètre de Mach-Zehnder, dans le référentiel en accélération uniforme selon $\vec{g}$, $\vec{k}_{eff}$, $\vec{g}$ et $\vec{p}$ étant supposés colinéaires.

sont susceptibles d'interférer (voir figure 1.9), le contraste d'un tel interféromètre sera donc de 1, et non de $\frac{1}{2}$, comme dans le cas d'un interféromètre de Ramsey-Bordé.

Cependant, à aucun moment au cours de l'interféromètre, les deux chemins possibles ont la même vitesse. La différence de vitesse entre les deux chemins est de $\hbar\frac{\|\vec{k}_{eff}\|}{m}$ entre les impulsions Raman. Nous verrons qu'il n'est pas possible de faire effectuer des oscillations de Bloch à deux atomes (et donc à deux parties de la fonction d'onde d'un même atome), dans la bande d'énergie fondamentale du même réseau optique, si leur différence de vitesse est supérieure ou égale $2\hbar\frac{k_r}{m}$, k_r étant la norme du vecteur d'onde du laser créant le réseau optique. Or, dans notre expérience, nous aurons $k_r \simeq \frac{\|\vec{k}_{eff}\|}{2}$. Il serait possible de faire effectuer aux atomes des oscillations de Bloch, soit dans deux réseaux distincts, soit dans deux bandes d'énergies différentes, mais cela induirait des effets systématiques plus difficilement maitrisables que dans le cas où les deux branches de l'interféromètre oscillent dans la même bande d'énergie du même réseau. De plus, dans l'interféromètre de Mach Zehnder, les deux chemins ne sont jamais dans le même état interne. Les deux branches de l'interféromètre verraient donc, si elles étaient soumises à un même réseau optique, des profondeurs de potentiel différentes, ce qui induirait aussi des effets systématiques difficiles à compenser.

Le calcul de la probabilité P_b, qu'un atome, initialement dans l'état $|b\rangle$, se retrouve dans l'état $|b\rangle$ à la fin d'un interféromètre de Mach-Zehnder se calcule facilement à partir de la même probabilité, calculée pour un interféromètre de Ramsey-Bordé (voir équation 1.74), dans laquelle on prend $T_d = 0$. Nous avons donc, pour un interféromètre de Mach-Zehnder :

$$P_b = \frac{1}{2}\left(1 + \cos\left(\left(2\pi\alpha - \vec{k}_{eff}\cdot\vec{g}\right)T^2 + \Phi_L^{MZ}\right)\right), \tag{1.100}$$

avec

$$\Phi_L^{MZ} = \delta\phi_{12}(t_0) - 2\delta\phi_{12}(t_1) + \delta\phi_{12}(t_2) \tag{1.101}$$

et

$$\left\{ \begin{array}{lcl} t_1 & = & t_0 + T \\ t_2 & = & t_0 + 2T \end{array} \right. , \tag{1.102}$$

en supposant $\tau_\pi \ll T$. Le contraste d'un interféromètre de Mach-Zehnder est le double du contraste obtenu en sortie d'un interféromètre de Ramsey-Bordé avec "pousseur", puisque tous les chemins contribuent au signal d'interférence dans la configuration Mach-Zehnder.

Une mesure de $\vec{g}$ dans le cas d'un interféromètre de Mach-Zehnder s'effectuera donc de la même façon qu'avec un interféromètre de Ramsey-Bordé.

Conclusion

Dans ce chapitre sont présentés les principaux résultats théoriques permettant de calculer l'état d'un atome en sortie d'un interféromètre de Ramsey-Bordé constitué de quatre impulsions $\frac{\pi}{2}$. Nous avons vu que la probabilité de trouver l'atome dans un certain état est une fonction sinusoïdale de l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$. Un interféromètre de Ramsey-Bordé permet donc d'effectuer une mesure de $\vec{g}$.

La mesure de l'accélération de la pesanteur avec un tel interféromètre s'effectue de façon similaire au cas d'un interféromètre de Mach-Zehnder. Cependant, comme nous souhaitons faire effectuer des oscillations de Bloch, dans la bande d'énergie fondamentale, et dans un même réseau optique, simultanément aux deux chemins de l'interféromètre, ce qui n'est pas possible avec un interféromètre de Mach-Zehnder, nous avons choisi, pour notre expérience, d'utiliser un interféromètre de Ramsey-Bordé.

L'ajout des oscillations de Bloch nécessite de plus d'effectuer une sélection en vitesse des atomes. Cette sélection en vitesse s'effectue grâce aux deux premières impulsions $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre, les atomes qui n'effectueront pas d'oscillations de Bloch du fait de leur "mauvaise" vitesse étant ensuite poussés hors de la zone de détection grâce à un faisceau "pousseur". Nous avons vu que ce faisceau "pousseur" élimine certains chemins de l'interféromètre de Ramsey-Bordé et avons calculé le signal en sortie de l'interféromètre dans ce cas. Nous avons montré que l'ajout d'oscillations de Bloch au sein de l'interféromètre ne change pas le principe de mesure de l'accélération de la pesanteur.

Dans le chapitre suivant seront décrites en détails les bases théoriques permettant d'expliquer le phénomène d'oscillations de Bloch.

Chapitre 2

Oscillations de Bloch d'un atome dans un réseau optique

Nous avons vu au chapitre 1 que, plus le temps d'interaction des atomes avec la pesanteur est long, plus la valeur de l'accélération de la pesanteur sera déterminée précisément. Cependant, cela implique d'avoir un dispositif expérimental suffisamment long, puisque les atomes sont en chute libre pendant ce temps d'interaction. Mais il est possible, en faisant subir aux atomes des oscillations de Bloch, de les empêcher de chuter, tout en conservant l'interaction des atomes avec la pesanteur. Ainsi il ne sera plus nécessaire d'avoir un dispositif expérimental encombrant pour obtenir une mesure sensible de l'accélération de la pesanteur. Dans ce chapitre, nous allons étudier les oscillations de Bloch atomiques et leurs limitations expérimentales. Le phénomène d'oscillations de Bloch peut s'expliquer de différentes façons. Nous en présenterons ici deux, l'une étant l'analogie avec des transitions Raman stimulée sans changement d'état interne, l'autre étant une approche de type physique du solide.

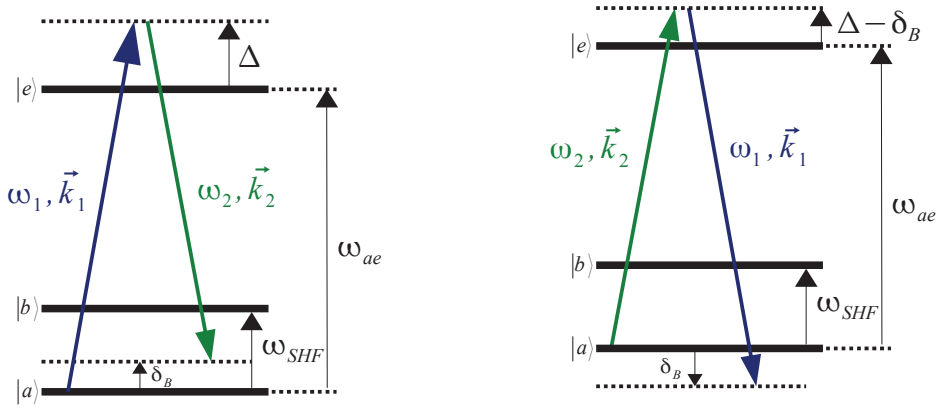
2.1 Analogie avec une transition Raman stimulée sans changement d'état interne

2.1.1 Condition de résonance

Considérons le cas d'un atome à trois niveaux soumis à deux lasers $\left(\omega_1, \vec{k}_1\right)$ et $\left(\omega_2, \vec{k}_2\right)$, dans la configuration décrite sur la figure 2.1(A). Lorsque la différence $\delta_B = \omega_1 - \omega_2$ des fréquences des lasers Bloch vérifie une certaine condition de résonance, l'atome va absorber un photon du laser $\left(\omega_1, \vec{k}_1\right)$ puis va émettre de façon stimulée un photon dans le mode du laser $\left(\omega_2, \vec{k}_2\right)$. Ainsi, un atome initialement dans l'état $|a, \vec{p}\rangle$, va se retrouver dans l'état $\left|a, \vec{p} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$ [1]. Il s'agit donc de l'analogue d'une transition Raman stimulée sans changement d'état interne. Seule la quantité de mouvement de l'atome est changée au cours du processus. Ce qui change, par rapport à la configuration décrite sur le schéma 1.1, est que la différence $\omega_1 - \omega_2$ des fréquences des lasers est "proche" de 0, alors qu'elle était "proche" de ω_{SHF} dans le cas d'un transition Raman stimulée.

Nous avons vu au chapitre 1 que la condition de résonance Raman s'écrivait, dans le cas où

1. Rappelons que $\vec{k}_{eff} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$.



(A) Cas de l'absorption d'un photon du laser $\left(\omega_1, \vec{k}_1\right)$.

(B) Cas de l'absorption d'un photon du laser $\left(\omega_2, \vec{k}_2\right)$.

FIGURE 2.1 – Fréquences des lasers Bloch et niveaux atomiques dans la cas simple d'un atome à trois niveaux.

on néglige le déplacement lumineux différentiel des états $|a\rangle$ et $|b\rangle$ (voir équation 1.1) :

$$\delta = \omega_1 - \omega_2 - \omega_{SHF} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{k}_{eff}}{m} + \frac{\hbar \vec{k}_{eff}^2}{2m}. \tag{2.1}$$

En posant $\vec{v}_{recul} = \frac{\hbar \vec{k}_{eff}}{2m}$, l'équation précédente peut s'écrire sous la forme :

$$\delta = \left(\vec{v} + \vec{v}_{recul}\right) \cdot \vec{k}_{eff}, \tag{2.2}$$

Dans le cas d'une transition Raman sans changement d'état interne, la condition de résonance devient simplement :

$$\delta_B = \omega_1 - \omega_2 = \left(\vec{v} + \vec{v}_{recul}\right) \cdot \vec{k}_{eff}. \tag{2.3}$$

Cependant, nous n'avons ici pas tenu compte du fait qu'un atome peut aussi absorber un photon du laser $\left(\omega_2, \vec{k}_2\right)$ et émettre de façon stimulée un photon dans le mode du laser $\left(\omega_1, \vec{k}_1\right)$ (voir le schéma 2.1(B)). Or, du fait que $\delta_B \ll \Delta$, ce processus a une probabilité de se produire quasi identique au processus décrit précédemment. La condition de résonance, pour le cas décrit sur le schéma 2.1(B), va s'écrire :

$$\omega_2 - \omega_1 = \left(\vec{v} - \vec{v}_{recul}\right) \cdot \left(-\vec{k}_{eff}\right), \tag{2.4}$$

soit :

$$\delta_B = \left(\vec{v} - \vec{v}_{recul}\right) \cdot \vec{k}_{eff}. \tag{2.5}$$

En combinant les équations 2.3 et 2.5, la condition de résonance Bloch va alors s'écrire :

$$\delta_B = \left(\vec{v} \pm \vec{v}_{recul}\right) \cdot \vec{k}_{eff}. \tag{2.6}$$

En introduisant la vitesse du réseau :

$$\vec{v}_{reseau} = \delta_B \frac{\vec{k}_{eff}}{\left\|\vec{k}_{eff}\right\|^2}, \tag{2.7}$$

l'équation 2.6 se met sous la forme :

$$\vec{v}_{reseau} = \vec{v} \pm \vec{v}_{recul}, \tag{2.8}$$

si on suppose que la vitesse $\vec{v}$ de l'atome est colinéaire au vecteur $\vec{k}_{eff}$.

2.1.2 Oscillations de Bloch d'un atome soumis au champ de pesanteur

Supposons maintenant que notre atome soit soumis à l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$. En notant $\vec{v}_0$ la vitesse initiale de l'atome, sa vitesse $\vec{v}(t)$ à l'instant t va s'écrire :

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 + \vec{g}t. \tag{2.9}$$

Supposons qu'à un instant t_0, la condition de résonance :

$$\delta_B = (\vec{v}(t_0) + \vec{v}_{recul}) \cdot \vec{k}_{eff}, \tag{2.10}$$

soit vérifiée. À cet instant l'atome va donc subir un cycle d'absorption-émission stimulée de photon, et sa vitesse va passer de $\vec{v}(t_0)$ à $\vec{v}(t_0) + 2\vec{v}_{rec}$.

Afin d'expliciter le problème, nous devons à présent préciser notre configuration expérimentale. Les lasers Bloch sont contrapropageants, verticaux (c'est-à-dire que $\vec{k}_{eff}$ est colinéaire à $\vec{g}$) et nous supposons que le photon absorbé par l'atome provient du laser se propageant de bas en haut. Le photon émis de façon stimulée par l'atome sera alors émis dans le mode du laser se propageant de haut en bas (voir figure 2.2). Le problème se ramène donc

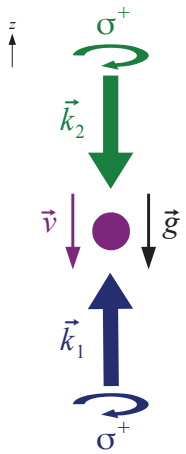


FIGURE 2.2 – Configuration expérimentale des lasers Bloch.

simplement à une dimension, qui est la direction de $\vec{k}_{eff}$ et $\vec{g}$. Nous supposerons pour simplifier que $\vec{v}_0$ est aussi colinéaire à cette direction.

Ainsi, lorsque l'atome subi un cycle d'absorption-émission stimulée, il est accéléré vers le haut, colinéairement à $\vec{g}$. En écrivant, pour un instant $t > t_0$, l'évolution de la vitesse de l'atome, projetée selon la direction z, nous obtenons :

$$\|\vec{v}(t)\| = \pm \|\vec{v}_0\| - \|\vec{g}\| t + 2 \|\vec{v}_{recul}\|, \tag{2.11}$$

le signe devant $\|\vec{v}_0\|$ dépendant du sens de la vitesse initiale de l'atome. Il existe donc un instant t_1 tel que

$$\vec{v}(t_1) = \vec{v}(t_0). \tag{2.12}$$

À cet instant, la condition de résonance 2.10 est donc de nouveau vérifiée, et l'atome subi un deuxième cycle d'absorption-émission stimulée. Nous avons :

$$t_1 = t_0 + 2\frac{\|\vec{v}_{recul}\|}{\|\vec{g}\|}. \tag{2.13}$$

Ainsi, l'atome va subir périodiquement des cycles d'absorption-émission stimulée, sa vitesse oscillant périodiquement entre $\vec{v}(t_0)$ et $\vec{v}(t_0) + 2\vec{v}_{recul}$. L'atome effectue donc des oscillations de Bloch, dont la période t_B est donnée par la formule :

$$t_B = \frac{2\,\|\vec{v}_{recul}\|}{\|\vec{g}\|}. \tag{2.14}$$

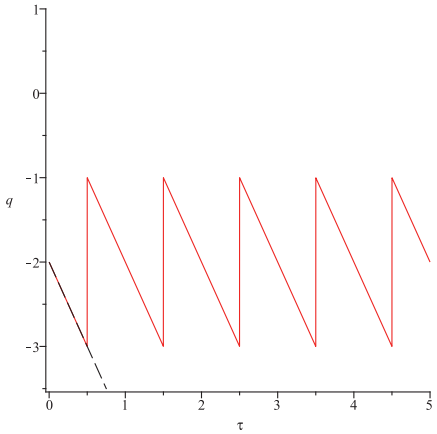
Nous introduisons les grandeurs réduites suivantes :

$$\begin{cases} \tau & = & \dfrac{t}{t_B} \\ q & = & \dfrac{\|\vec{v}\|}{\|\vec{v}_{recul}\|} \\ \zeta & = & \dfrac{z}{\|\vec{v}_{recul}\|\,t_B} \\ q_{reseau} & = & \dfrac{\delta_B}{\left\|\vec{k}_{eff}\right\|\,\|\vec{v}_{recul}\|} = \dfrac{\|\vec{v}_{reseau}\|}{\|\vec{v}_{recul}\|} \end{cases}, \tag{2.15}$$

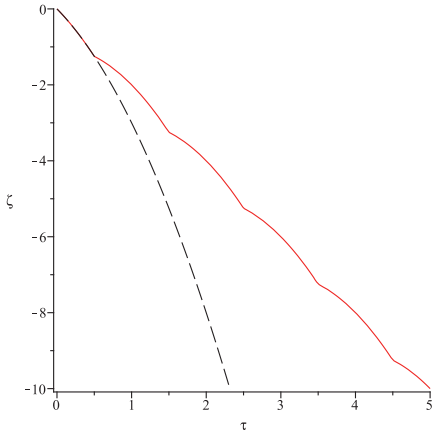
z désignant la position de l'atome. Avec les grandeurs réduites introduites ci-dessus, la condition de résonance 2.10, s'écrit :

$$q_{reseau} = q + 1. \tag{2.16}$$

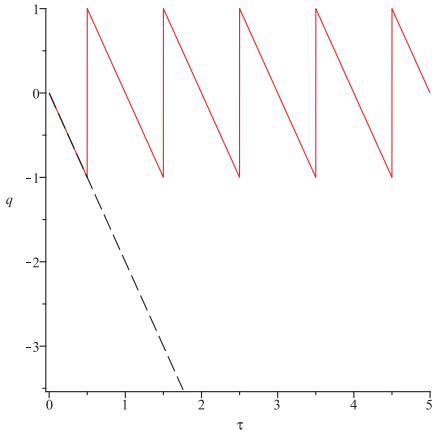
Sur les graphes de la figure 2.3 sont représentées les variations de la vitesse et de la position de l'atome en fonction du temps, en grandeurs réduites, dans les cas $q_{reseau} = -2$ et $q_{reseau} = 0$. La condition de résonance 2.16 est supposée vérifiée pour la première fois en $\tau = 0.5$ et la position de l'atome est supposée nulle en $\tau = 0$. Dans le cas $q_{reseau} = 0$ (réseau optique stationnaire), la vitesse de l'atome oscille autour de la valeur 0, et sa position moyenne est constante, ce qui est particulièrement intéressant pour réaliser un gravimètre atomique de faible encombrement, l'amplitude des oscillations en position de l'atome étant faible (1.8 µm dans nos conditions expérimentales).



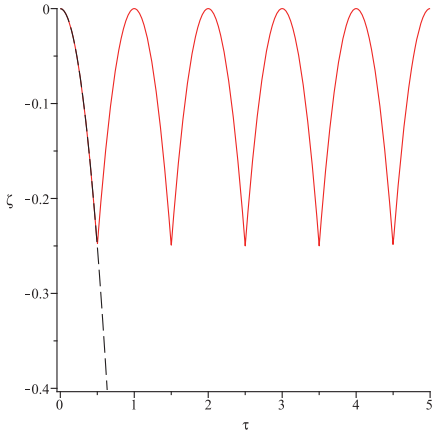
(A) Vitesse de l'atome, dans le cas $q_{reseau} = -2$.



(B) Position de l'atome, dans le cas $q_{reseau} = -2$. Dans nos conditions expérimentales, $\zeta = -10$ correspond à un déplacement de l'atome de -74 µm.



(C) Vitesse de l'atome, dans le cas $q_{reseau} = 0$.



(D) Position de l'atome, dans le cas $q_{reseau} = 0$. Dans nos conditions expérimentales, $\zeta = -0.25$ correspond à un déplacement de l'atome de -1.8 µm.

FIGURE 2.3 – Vitesse et position d'un atome effectuant des oscillations de Bloch (courbes en trait plein rouge), en fonction du temps, en grandeurs réduites, dans les cas $q_{reseau} = -2$ et $q_{reseau} = 0$. La condition de résonance 2.16 est supposée vérifiée pour la première fois en $\tau = 0.5$. La position de l'atome est supposée nulle en $\tau = 0$. En pointillés noirs sont représentées la vitesse et la position d'un atome en chute libre, de même vitesse et position initiales. Dans nos conditions expérimentales, nous avons $t_B \simeq 1.2$ ms et $v_{recul} \simeq 6$ mm/s.

2.1.3 Accélération d'un atome grâce aux oscillations de Bloch

Dans les cas étudiés précédemment (voir les graphes de la figure 2.3), nous supposions δ_B constant, ce qui implique que l'atome effectue des oscillations de Bloch en vitesse autour d'une vitesse moyenne constante, la période de ces oscillations étant t_B. Mais si on change δ_B au cours du temps, il va être possible de modifier au cours du temps la vitesse moyenne de l'atome. Nous allons supposer que δ_B varie linéairement dans le temps, suivant la formule :

$$\delta_B(t) = \delta_B(0) + \beta t \tag{2.17}$$

Ce qu'il se passe dans ce cas s'explique facilement en effectuant un changement de référentiel. La vitesse $\vec{v}_{reseau}$ du réseau optique, dans notre cas où les lasers Bloch sont contrapropageants et verticaux, est donnée par la formule :

$$\vec{v}_{reseau} = \frac{\delta_B}{\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}\vec{u}_z. \tag{2.18}$$

Nous sommes dans le cas où $\omega_1, \omega_2 \gg |\delta_B|$, nous pouvons donc négliger les variations temporelles de $\left\|\vec{k}_{eff}\right\|$. Ainsi, dans le cas où δ_B varie dans le temps suivant la formule 2.17, le réseau est uniformément accéléré, avec une accélération égale à $\frac{\beta}{\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}\vec{u}_z$. Notons $\mathcal{R}_r$ le référentiel du réseau. Une grandeur X exprimée dans ce référentiel sera écrite sous la forme $X^{\mathcal{R}_r}$. La condition de résonance 2.8 devient alors :

$$\vec{0} = \vec{v}^{\mathcal{R}_r} \pm \vec{v}_{recul} \tag{2.19}$$

dans le référentiel du réseau. L'équation 2.19 est identique à la condition de résonance d'un atome, soumis à une onde stationnaire dans un champ de pesanteur de valeur $\vec{g} - \frac{\beta}{\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}\vec{u}_z$. Dans le référentiel $\mathcal{R}_r$ l'atome subit donc des oscillations de Bloch autour d'une vitesse moyenne nulle, dont la période est :

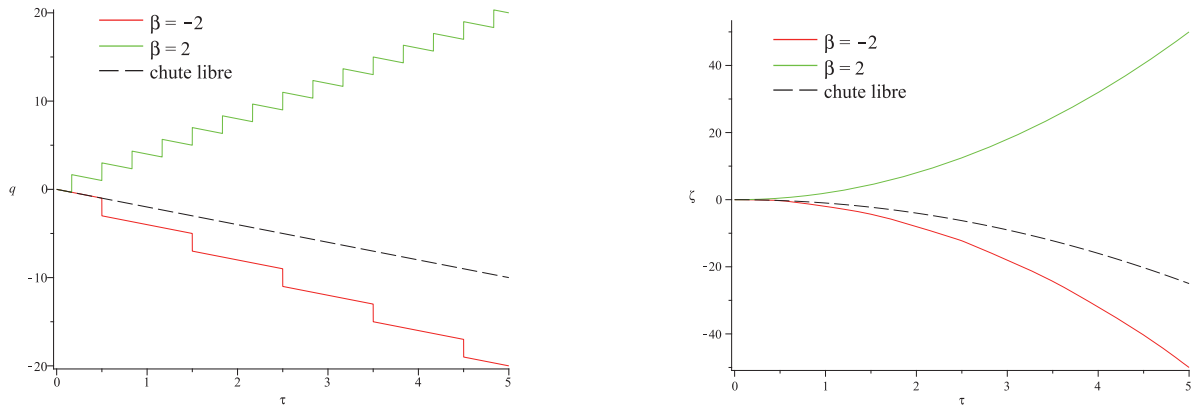
$$t_B^\beta = \frac{2\left\|\vec{v}_{recul}\right\|}{\|\vec{g}\| + \frac{\beta}{\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}}. \tag{2.20}$$

Dans le référentiel du laboratoire, l'atome subira donc des oscillations de Bloch de période t_B^β, autour d'une vitesse moyenne égale à la vitesse du réseau. Il est ainsi possible, grâce aux oscillations de Bloch, d'accélérer les atomes, vers le haut ou le bas selon le signe de β.

Nous introduisons la grandeur réduite $\tilde{\beta} = \frac{\beta}{\|\vec{g}\|\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}$, qui représente l'accélération du réseau optique en unité de $\|\vec{g}\|$. Nous avons alors :

$$q_{reseau}(\tau) = q_{reseau}(0) + 2\tilde{\beta}\tau. \tag{2.21}$$

Nous représentons sur les graphes de la figure 2.4 l'évolution de la vitesse et la position de l'atome en fonction du temps, dans le référentiel du laboratoire, en unités réduites, dans les cas où l'atome est soumis à un réseau accéléré d'accélération $\pm 2\vec{g}$. La vitesse et la position de l'atome ainsi que la vitesse du réseau sont supposées nulles à l'instant $\tau = 0$.



(A) Vitesse de l'atome. Dans nos conditions expérimentales, $q = 20$ correspond à une vitesse de 0.12 m/s.

(B) Position de l'atome. Dans nos conditions expérimentales, $\zeta = 40$ correspond à un déplacement de 370 µm.

FIGURE 2.4 – Vitesse et position d'un atome effectuant des oscillations de Bloch, en fonction du temps, en grandeurs réduites, dans le cas où l'atome est soumis à un réseau optique uniformément accéléré. La vitesse et la position de l'atome ainsi que la vitesse du réseau sont supposées nulles à l'instant $\tau = 0$. Les courbes vertes (rouges) correspondent au cas où l'accélération du réseau est $-2\vec{g}$ ($2\vec{g}$). En pointillés noirs sont représentées la vitesse et la position d'un atome en chute libre, de même vitesse et position initiales.

2.2 Approche physique du solide

Par analogie avec des transitions Raman sans changement d'état interne de l'atome, le phénomène d'oscillations de Bloch s'explique assez simplement (voir paragraphe 2.1) et on comprend aisément comment il est possible de contrôler la vitesse d'un atome grâce à ce phénomène. Nous allons présenter ici une autre approche du phénomène d'oscillations de Bloch, qui permet d'introduire la notion de bandes d'énergies. Cette étude est similaire à l'étude des oscillations de Bloch d'électrons en physique du solide [79].

2.2.1 Calcul du potentiel lumineux

Notre atome est soumis à deux faisceaux lasers contrapropageants verticaux, de même polarisation. Nous supposons ici que les deux lasers ont la même fréquence ω (le réseau généré sera donc un réseau stationnaire) et sont de même puissance. Le champ électrique total vu par l'atome va alors s'écrire :

$$\begin{aligned}\vec{E}(z,t) &= \mathcal{E}_0\vec{\epsilon}\cos(\omega t + kz) + \mathcal{E}_0\vec{\epsilon}\cos(\omega t - kz)\\ &= 2\mathcal{E}_0\vec{\epsilon}\cos(kz)\cos(\omega t)\,.\end{aligned} \tag{2.22}$$

L'intensité laser $I(z)$ est proportionnelle au carré du champ électrique et sa moyenne temporelle va s'écrire :

$$I(z) \propto < \vec{E}(z,t)\cdot\vec{E}(z,t) >= 4I_0\cos^2(kz)\,, \tag{2.23}$$

où :

$$I_0 = \frac{\epsilon_0 c}{8}\mathcal{E}_0^2, \tag{2.24}$$

étant l'intensité de chacun des lasers. ϵ_0 est la permittivité diélectrique du vide.

Les lasers induisent un déplacement lumineux des niveaux d'énergie de l'atome, qui vaut, dans le cas où le désaccord $\Delta = \omega - \omega_{ae}$ est grand devant la largeur Γ du niveau excité :

$$\delta_l = \frac{\Gamma^2}{8\Delta}\frac{I(z)}{I_{sat}}, \tag{2.25}$$

I_{sat} étant l'intensité de saturation de la transition $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$. L'atome soumis aux deux faisceaux laser contrapropageants voit donc un potentiel $\tilde{U}(z)$ qui s'écrit :

$$\tilde{U}(z) = U_0 \cos^2(kz) \quad \text{avec} \quad U_0 = \frac{\hbar\Gamma^2}{2\Delta}\frac{I_0}{I_{sat}}. \tag{2.26}$$

Dans le cas où le laser est désaccordé dans le rouge de la transition atomique ($\Delta < 0$), les minima du potentiel correspondent aux maxima de l'intensité lumineuse. Dans le cas d'un désaccord dans le bleu ($\Delta > 0$), les minimas du potentiel correspondent aux minimas de l'intensité lumineuse. Les atomes, dont la probabilité de présence est plus élevée au niveau des minima du potentiel, auront une probabilité plus importante d'émettre un photon de façon spontanée dans le cas où le laser est désaccordé dans le rouge. Expérimentalement, nous avons donc choisi de désaccorder les lasers dans le bleu.

2.2.2 Le hamiltonien de l'atome dans le potentiel lumineux

Nous supposons le problème unidimensionnel dans la direction z de propagation des faisceaux laser. Le hamiltonien de l'atome dans le potentiel lumineux $\tilde{U}(z)$ va alors s'écrire :

$$H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \tilde{U}(\hat{z}) = \frac{\hat{p}^2}{2m} + U_0 \cos^2(k\hat{z})\,. \tag{2.27}$$

En supprimant le terme constant, qui n'a pas d'incidence sur la physique du problème, on peut écrire :

$$H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{U_0}{2}\cos(2k\hat{z})\,. \tag{2.28}$$

Nous poserons par la suite :

$$V(z) = \frac{U_0}{2}\cos(2k\hat{z})\,. \tag{2.29}$$

Le hamiltonien 2.28 est bien connu : il est en effet identique au hamiltonien d'un électron soumis au potentiel périodique d'un réseau cristallin. En 1928, F. Bloch a publié un article dans lequel il décrit les états propres et les niveaux d'énergies de ce hamiltonien [16].

Les éléments propres du hamiltonien

La diagonalisation du hamiltonien 2.28 se fait en remarquant qu'il commute avec l'opérateur de translation $\hat{T}_d$ défini par :

$$\hat{T}_d = \mathrm{e}^{i\frac{\hat{p}d}{\hbar}}, \tag{2.30}$$

en prenant comme valeur pour d la période du réseau, soit :

$$d = \frac{\pi}{k}. \tag{2.31}$$

La conséquence de cette propriété est qu'il est possible de trouver une base de diagonalisation commune à $\hat{T}_d$ et H. Les valeurs propres de $\hat{T}_d$ sont l'ensemble des nombres complexes de module

1, qu'on peut écrire sous la forme e^{iQd}. L'état propre ψ_Q de $\hat{T}_d$ associé à la valeur propre e^{iQd} s'écrit sous la forme :

$$\psi_Q(z) = u_Q(z)\,\mathrm{e}^{iQz}, \tag{2.32}$$

où u_Q est une fonction de période d. Si on résout l'équation aux valeurs propres :

$$H\psi_Q = E(Q)\,\psi_Q, \tag{2.33}$$

on obtient que la fonction u_Q doit vérifier l'équation aux valeurs propres suivante :

$$H_Q u_Q = E(Q)\,u_Q \quad \text{avec} \quad H_Q = \frac{(\hat{p}+\hbar Q)^2}{2m} + V(\hat{z})\,. \tag{2.34}$$

Cette équation admet un ensemble discret de solutions périodiques $u_{n,Q}$, n étant un entier strictement positif appelé indice de bande. La valeur propre associée est notée $E_n(Q)$. L'état propre $\psi_{n,Q}$ du hamiltonien H associé à la valeur propre $E_n(Q)$ va alors s'écrire :

$$\psi_{n,Q}(z) = u_{n,Q}(z)\,\mathrm{e}^{iQz}. \tag{2.35}$$

Ce résultat constitue le théorème de Bloch.

Remarquons que les fonctions $\psi_{n,Q}$ vérifient la propriété suivante :

$$\psi_{n,Q+\frac{2\pi}{d}} = \psi_{n,Q}. \tag{2.36}$$

En effet, on a :

$$\psi_{n,Q+\frac{2\pi}{d}}(z+d) = \mathrm{e}^{iQd}\psi_{n,Q+\frac{2\pi}{d}}(z)\,. \tag{2.37}$$

$\psi_{n,Q+\frac{2\pi}{d}}$ est donc vecteur propre de $\hat{T}_d$, associé à la valeur propre e^{iQd}. Or $\psi_{n,Q}$ est aussi vecteur propre de $\hat{T}_d$ associé à cette même valeur propre. Ces deux fonctions sont donc égales, puisqu'elle sont supposées normées.

Les éléments propres du hamiltonien 2.28 sont donc les couples $(\psi_{n,Q}, E_n(Q))$ avec $n \in \mathbb{N}^*$, Q pouvant être restreint à l'intervalle $\left]-\frac{\pi}{d}, \frac{\pi}{d}\right]$, puisque ces éléments propres sont périodiques en Q de période $\frac{2\pi}{d}$. Pour chaque indice n, $E_n(Q)$ forme une bande d'énergie continue, séparée des autres bandes d'indice n différent. Nous verrons plus loin comment il est possible d'effectuer un calcul numérique de ces bandes d'énergie.

Décomposition des états propres du hamiltonien sur une base d'états propres d'une particule libre

Le hamiltonien de l'équation 2.28 peut s'écrire sous la forme :

$$H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{U_0}{4}\left(\int |p+2\hbar k\rangle\langle p|\,\mathrm{d}p + \int |p-2\hbar k\rangle\langle p|\,\mathrm{d}p\right), \tag{2.38}$$

en utilisant la relation $\mathrm{e}^{\pm 2ik\hat{z}} = \int |p \pm 2\hbar k\rangle\langle p|\,\mathrm{d}p$. $|p\rangle$ désigne l'état propre d'une particule libre d'impulsion p. L'équation 2.38 montre que la base $(|p+2l\hbar k\rangle)_{l\in\mathbb{Z}}$ est stable par le hamiltonien H. On peut alors écrire les états propres $|\psi_{n,Q}\rangle$ de ce hamiltonien sous la forme :

$$|\psi_{n,Q}\rangle = \sum_l a_{n,l}(Q)\,|\hbar Q + 2l\hbar k\rangle\,. \tag{2.39}$$

Il est possible de montrer [33] que la fonction $\Phi_n(Q) = a_{n,0}(Q)$ est la fonction de Wannier [102] de la bande n en représentation p, et que :

$$a_{n,l}(Q) = \Phi_n(Q+2lk)\,. \tag{2.40}$$

2.2.3 Les oscillations de Bloch

Nous venons d'étudier le cas d'un atome soumis à une onde stationnaire. Étudions maintenant ce qu'il se passe lorsque l'atome est soumis à un réseau optique mobile. Nous supposons alors que la différence de fréquence δ_B entre les deux lasers est non nulle et dépend du temps. La vitesse du réseau va alors s'écrire :

$$v_{reseau}(t) = \frac{\delta_B(t)}{2k}, \tag{2.41}$$

dans le cas où $|\delta_B| \ll \omega$. Le hamiltonien de l'atome soumis aux faisceaux laser peut alors s'écrire :

$$H(t) = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V\left(\hat{z} - \int^t v_{reseau}(t')\,\mathrm{d}t'\right). \tag{2.42}$$

En effectuant une translation sur les fonctions d'ondes, de la quantité $\int^t v_{reseau}(t')\,\mathrm{d}t'$, par l'opérateur :

$$T_{\int^t v_{reseau}(t')\mathrm{d}t'} = \mathrm{e}^{i\frac{\hat{p}\int^t v_{reseau}(t')\mathrm{d}t'}{\hbar}}, \tag{2.43}$$

on obtient le hamiltonien suivant :

$$H'(t) = \frac{\left(\hat{p} - mv_{reseau}(t)\right)^2}{2m} - m\frac{v_{reseau}^2(t)}{2} + V(\hat{z})\,. \tag{2.44}$$

H' étant périodique en z, on peut écrire, d'après le théorème de Bloch (voir équation 2.32), un état propre ψ' de H' sous la forme :

$$\psi'(z,t) = f(z,t)\,\mathrm{e}^{iQ_0 z}, \tag{2.45}$$

où f est une fonction périodique en z, vecteur propre du hamiltonien :

$$H^{(f)}(t) = \frac{\left(\hat{p} - mv_{reseau}(t) + \hbar Q_0\right)^2}{2m} - m\frac{v_{reseau}^2(t)}{2} + V(\hat{z})\,. \tag{2.46}$$

En introduisant le Hamiltonien H_Q défini à l'équation 2.34, on peut écrire :

$$H^{(f)} = H_{\tilde{Q}(t)} - m\frac{v_{reseau}^2(t)}{2}, \tag{2.47}$$

avec :

$$\tilde{Q}(t) = Q_0 - \frac{mv_{reseau}(t)}{\hbar}. \tag{2.48}$$

Les états propres du hamiltonien H_Q sont notés $u_{n,Q}$. Si la quantité $\tilde{Q}(t)$ était, pour tout t, dans la première zone de Brillouin $\left]-\frac{\pi}{d}, \frac{\pi}{d}\right]$, les états propres de $H^{(f)}$ s'écriraient $u_{n,\tilde{Q}(t)}$. Cependant, en posant :

$$f(x,t) = v(x,t)\,\mathrm{e}^{iN(t)\frac{2\pi}{d}z}, \tag{2.49}$$

où $N(t)$ est un entier tel que $Q_B(t) = \tilde{Q}(t) + N(t)\,\frac{2\pi}{d}$ soit dans la première zone de Brillouin, il est possible de montrer que la fonction v est vecteur propre du hamiltonien :

$$H^{(v)} = \frac{\left(\hat{p} + \hbar Q_B(t)\right)^2}{2m} - m\frac{v_{reseau}^2(t)}{2} + V(\hat{z})\,. \tag{2.50}$$

Or, comme $Q_B(t)$ est toujours dans la première zone de Brillouin, les états propres de $H^{(v)}$ sont les $u_{n,Q_B(t)}$. Les états propres du hamiltonien $H^{(f)}$ sont donc les fonctions :

$$u_{n,Q_B(t)}(z)\,\mathrm{e}^{iN(t)\frac{2\pi}{d}z}, \tag{2.51}$$

et ceux du hamiltonien H' sont les fonctions :

$$u_{n,Q_B(t)}(z)\,\mathrm{e}^{iQ_B(t)z}\mathrm{e}^{i\frac{mv_{reseau}}{\hbar}z}. \tag{2.52}$$

Supposons que le réseau soit uniformément accéléré, avec une accélération a. On peut écrire :

$$v_{reseau}(t) = at, \tag{2.53}$$

et

$$\tilde{Q}(t) = Q_0 - m\frac{at}{\hbar}. \tag{2.54}$$

Dans ce cas, Q_B sera donc une fonction périodique, de période :

$$t_B = \frac{2\pi}{d}\frac{\hbar}{ma} = \frac{2\hbar k}{ma} = \frac{2v_{recul}}{a}, \tag{2.55}$$

en remarquant que nous avons, dans le cas de deux lasers contrapropageants dont la norme du vecteur d'onde est k, $v_{recul} = \frac{\hbar k}{m}$.

Supposons qu'à l'instant $t = 0$, l'atome soit dans la bande d'énergie n. Si les variations avec le temps du hamiltonien H sont suffisamment lentes, le théorème adiabatique [20] dit qu'alors, à chaque instant t, l'atome restera dans la même bande d'énergie. L'atome effectuera donc dans ce cas des oscillations dans la bande d'énergie n, l'atome parcourant la totalité de la première zone de Brillouin en un temps t_B (voir le schéma 2.5).

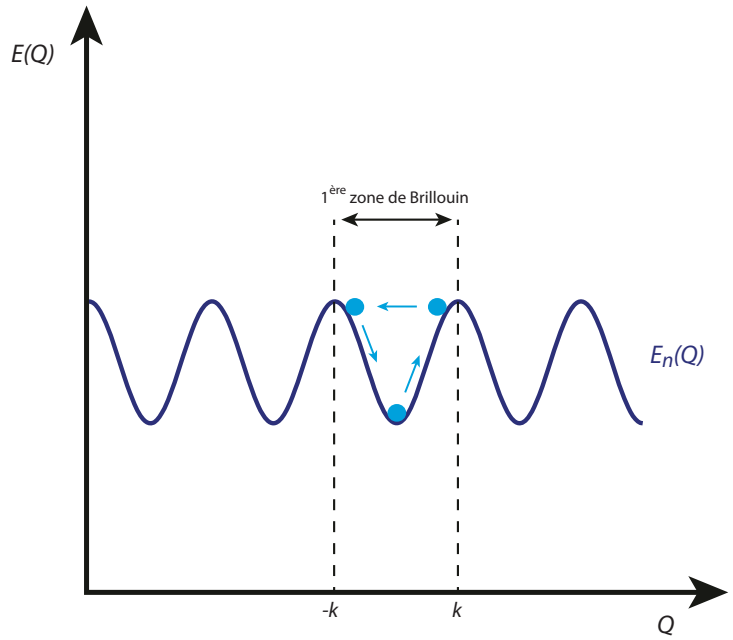


FIGURE 2.5 – Schéma représentant, dans la première zone de Brillouin, les oscillations de Bloch d'un atome dans la bande d'énergie n.

2.2.4 Cas d'un atome soumis au champ de pesanteur

Nous venons d'étudier ici le cas d'un atome, soumis à un réseau optique mobile à la vitesse v_{reseau}, sans force extérieure. Mais expérimentalement, nos atomes seront soumis à l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$. Dans le cas d'un réseau stationnaire, le hamiltonien du système va s'écrire :

$$H_{labo} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V(\hat{z}) + mg\hat{z}. \tag{2.56}$$

Si on effectue un changement de référentiel et qu'on se place dans le référentiel en accélération uniforme $\vec{g}$, le hamiltonien du système va pouvoir se mettre sous une forme similaire au hamiltonien 2.42. On introduit pour cela la transformation unitaire [85] :

$$U(t) = \mathrm{e}^{-i\frac{\hat{p}}{\hbar}\alpha(t)}\mathrm{e}^{i\frac{\hat{z}}{\hbar}\beta(t)}\mathrm{e}^{-i\frac{\gamma(t)}{\hbar}}, \tag{2.57}$$

avec :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \alpha(t) & = & \frac{1}{2}gt^2 \\ \beta(t) & = & mgt \\ \gamma(t) & = & \frac{1}{3}mg^2t^3 \end{array}\right. . \tag{2.58}$$

Remarquons que les deux premiers termes de $U(t)$ se comprennent assez bien : ils correspondent respectivement à une translation dans l'espace des positions d'une valeur $\frac{1}{2}gt^2$, et à une translation dans l'espace des impulsions d'une valeur mgt.

La formule de changement de référentiel pour le hamiltonien H_{labo} est donnée par :

$$H_{acc} = i\hbar\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}U^\dagger + UH_{labo}U^\dagger, \tag{2.59}$$

H_{acc} étant le hamiltonien du système dans le référentiel en accélération uniforme. On obtient alors :

$$H_{acc} = \frac{\hat{p}^2}{2m} + V\left(\hat{z} + \frac{1}{2}gt^2\right), \tag{2.60}$$

qui est similaire au hamiltonien 2.42 dans le cas où $v_{reseau}(t) = -gt$.

Un atome, dans un réseau stationnaire et soumis au champ de pesanteur, effectuera donc des oscillations de Bloch de période :

$$t_B = \frac{2v_{recul}}{g}. \tag{2.61}$$

On retrouve donc bien le résultat obtenu à l'équation 2.14 du paragraphe précédent.

La période de Bloch d'un atome dans un réseau optique en accélération uniforme a, et soumis au champ de pesanteur, va donc s'écrire :

$$t_B^a = \frac{2v_{recul}}{|g-a|}. \tag{2.62}$$

2.3 Calcul numérique de l'évolution de l'état d'un atome soumis à un réseau optique

2.3.1 Principe du calcul

Nous allons ici considérer le cas d'un atome soumis à un réseau optique, qui peut éventuellement être mobile. Le hamiltonien du système est alors donné par l'équation 2.44, si on considère les fonctions d'onde translatées. Nous supposerons de plus que la profondeur U_0 du réseau est susceptible de varier au cours du temps.

On introduit les grandeurs sans dimension suivantes :

$$\begin{cases} H_{reduit} & = & \dfrac{H'}{E_r} \\ q & = & \dfrac{p}{\hbar k} \\ q_{reseau} & = & \dfrac{m v_{reseau}}{\hbar k} \\ \kappa & = & \dfrac{U_0}{4E_r} \end{cases}, \tag{2.63}$$

où on a noté $E_r = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ l'énergie de recul de l'atome. Le hamiltonien H_{reduit} va alors s'écrire :

$$H_{reduit} = (\hat{q} - q_{reseau})^2 + \kappa \left(\mathrm{e}^{2ikz} + \mathrm{e}^{-2ikz}\right), \tag{2.64}$$

en ne tenant pas compte du terme $-m\frac{v_{reseau}^2}{2}$ du hamiltonien 2.44, qui ne change pas la physique du problème.

La base infinie des $|q_{2l}\rangle = |p + 2l\hbar k\rangle$, avec $l \in \mathbb{Z}$, est stable par H_{reduit}. On peut donc écrire la matrice de H_{reduit} dans cette base :

$$\begin{array}{c} \\ \vdots \\ |q_{-2l}\rangle \\ \vdots \\ |q_0\rangle \\ \vdots \\ |q_{2l}\rangle \\ \vdots \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} \cdots & |q_{-2l}\rangle & \cdots & |q_0\rangle & \cdots & |q_{2l}\rangle & \cdots \end{array} \\ \begin{bmatrix} \ddots & \kappa & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ \kappa & h_{-2l} & \kappa & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & \kappa & \ddots & \kappa & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \kappa & h_0 & \kappa & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & \kappa & \ddots & \kappa & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & \kappa & h_{2l} & \kappa \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & \kappa & \ddots \end{bmatrix} \end{array}, \tag{2.65}$$

où on a posé $h_{2l} = (q + 2l - q_{reseau})^2$.

Pour pouvoir effectuer des calculs numériques avec cette matrice, on tronque la base infinie des $|q_{2l}\rangle$ aux états vérifiant $|l| \leq N$. On peut montrer [33] que les calculs faits avec cette approximation seront valables si la condition :

$$\kappa \ll 4N^4, \tag{2.66}$$

est vérifiée.

Notons $|\Psi'(0)\rangle$ la fonction d'onde atomique à l'instant initial $t = 0$. Afin de calculer la fonction d'onde atomique à un instant t quelconque, on utilise l'équation de Schrödinger adimensionnée :

$$i\frac{\mathrm{d}\,|\Psi'\rangle}{\mathrm{d}u} = H_{reduit}\,|\Psi'\rangle\,, \tag{2.67}$$

où u est l'unité de temps réduite $u = \frac{E_r}{\hbar}t$.

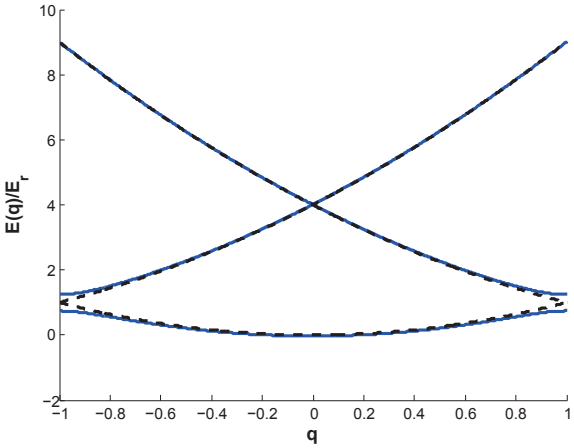
Pour calculer numériquement l'évolution de la fonction d'onde atomique au cours du temps, on discrétise la variable temporelle par pas de durée δu, et on suppose le hamiltonien constant pendant cette durée. Ainsi, on a :

$$|\Psi'(\delta u)\rangle = \mathrm{e}^{-iH_{reduit}(0)\delta u}\,|\Psi'(0)\rangle\,, \tag{2.68}$$

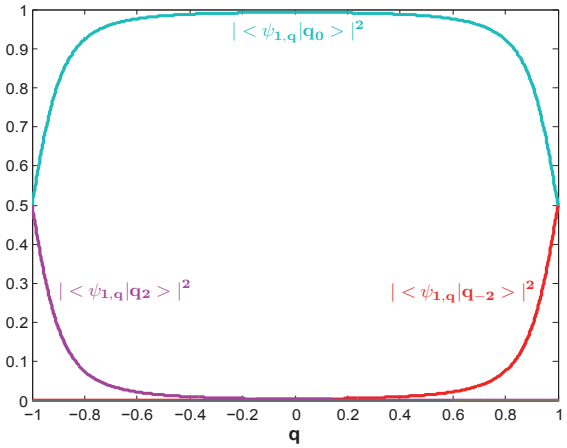
et on réitère le calcul jusqu'au temps u recherché. En pratique, dans les simulations numériques effectuées par la suite, les pas de temps utilisés seront compris entre 0.1 et 1 µs.

2.3.2 Éléments propres du hamiltonien dans le cas d'un réseau stationnaire indépendant du temps

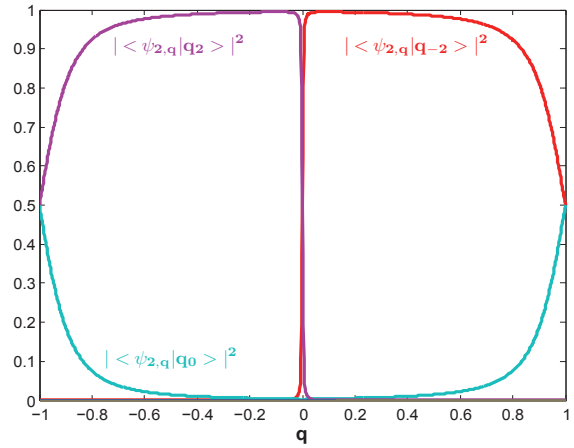
On va calculer, en fonction de q, les éléments propres, correspondant aux premières bandes d'énergie, du hamiltonien réduit 2.64, dans le cas d'un réseau stationnaire indépendant du temps. On a alors simplement $h_{2l} = (q + 2l)^2$. Les graphes des figures 2.6 et 2.7 représentent ces calculs, dans les cas $\kappa = \frac{1}{4}$ et $\kappa = \frac{10}{4}$.



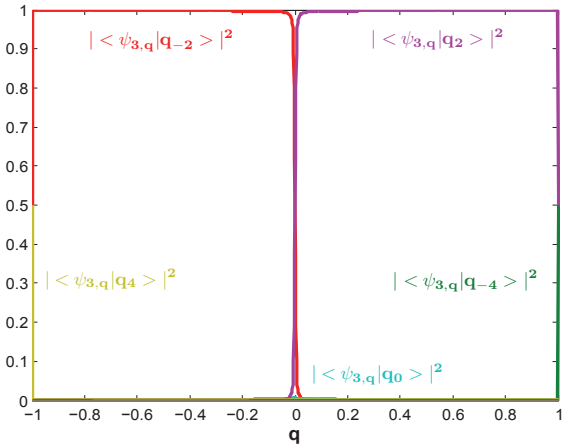
(A) Les trois premières bandes d'énergies propres du hamiltonien (courbes pleines bleues). Les courbes en pointillé noir représentent les niveaux d'énergie de la particule libre.



(B) Normes au carré des composantes de l'état propre $|\psi_{1,q}\rangle$ correspondant à la première bande d'énergie.

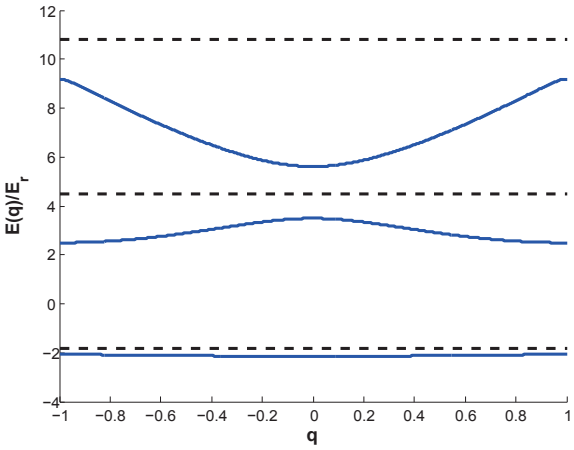


(C) Normes au carré des composantes de l'état propre $|\psi_{2,q}\rangle$ correspondant à la deuxième bande d'énergie.

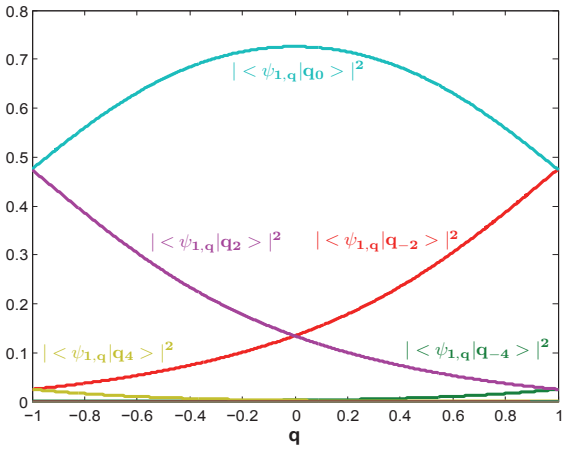


(D) Normes au carré des composantes de l'état propre $|\psi_{3,q}\rangle$ correspondant à la troisième bande d'énergie.

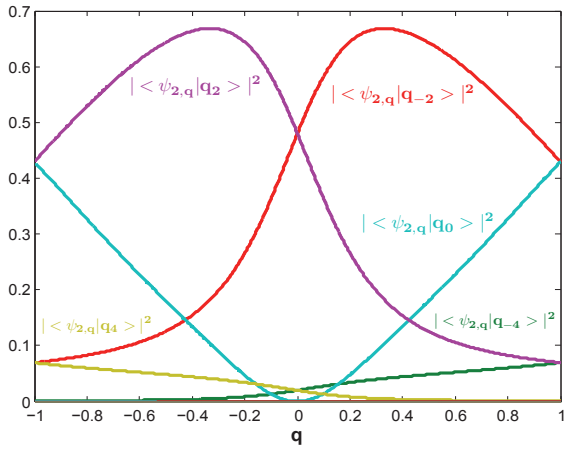
FIGURE 2.6 – Élements propres, dans la base des états propres de la particule libre $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$, du hamiltonien d'un atome dans une onde stationnaire, correspondant aux trois premières bandes d'énergie, en fonction de q, dans la limite des liaisons faibles ($\kappa = \frac{1}{4}$). Remarquons que, d'après la formule 2.39, $|\langle\psi_{j,q}|\ q_{2l}\rangle|^2 = |a_{j,l}(q)|^2$.



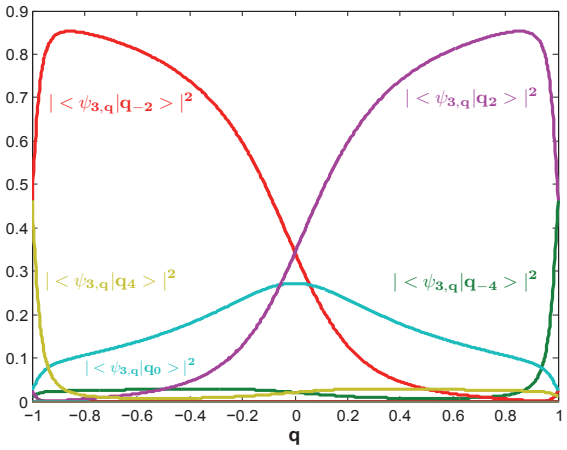
(A) Les trois premières bandes d'énergies propres du hamiltonien (courbes pleines bleues). Les courbes en pointillé noir représentent les niveaux d'énergie d'un atome piégé dans le potentiel harmonique approximant le fond d'un puits de potentiel.



(B) Normes au carré des composantes de l'état propre $|\psi_{1,q}\rangle$ correspondant à la première bande d'énergie.



(C) Normes au carré des composantes de l'état propre $|\psi_{2,q}\rangle$ correspondant à la deuxième bande d'énergie.



(D) Normes au carré des composantes de l'état propre $|\psi_{3,q}\rangle$ correspondant à la troisième bande d'énergie.

FIGURE 2.7 – Élements propres, dans la base des états propres de la particule libre $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$, du hamiltonien d'un atome dans une onde stationnaire, correspondant aux trois premières bandes d'énergie, en fonction de q, dans la limite des liaisons fortes ($\kappa = \frac{10}{4}$). Remarquons que, d'après la formule 2.39, $|\langle\psi_{j,q}|\, q_{2l}\rangle|^2 = |a_{j,l}(q)|^2$.

Dans le cas d'un réseau stationnaire indépendant du temps, le hamiltonien H_{reduit} va s'écrire simplement :

$$H_{reduit} = \hat{q}^2 + 2\kappa \cos(2kz)\,. \tag{2.69}$$

Dans le cas où $\kappa = 0$, le hamiltonien de l'atome est celui d'une particule libre. Si on représente les niveaux d'énergies de la particule libre, ramenés la première zone de Brillouin, on obtient des morceaux de paraboles, d'équations $E(q) = (q + 2l)^2$, $l \in \mathbb{Z}$ (voir figure 2.8).

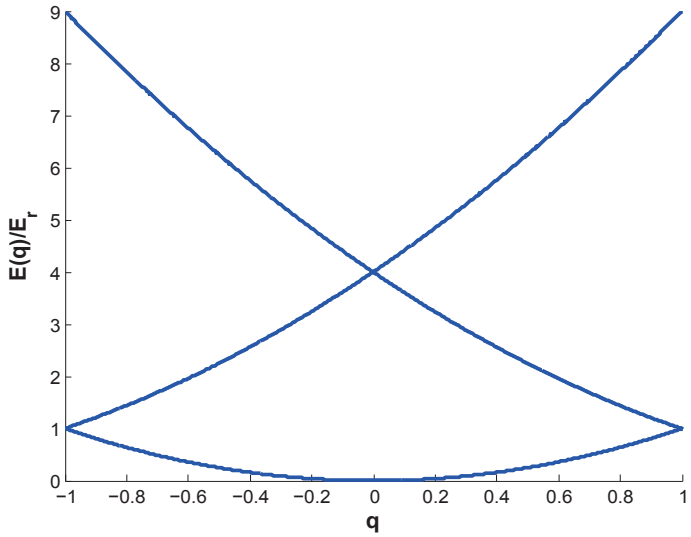


FIGURE 2.8 – Niveaux d'énergie de la particule libre, ramenés dans la première zone de Brillouin, en fonction de q.

En $q = 0$, la différence d'énergie entre ce qu'on peut appeler, par analogie au cas où $\kappa \neq 0$, les deux premières bandes d'énergie, vaut $4E_r$. Dans le cas où $\kappa \ll 4$, on pourra donc, pour calculer les éléments propres du hamiltonien 2.69, appliquer la théorie des perturbations stationnaires. Cependant, ce calcul ne sera plus valable là où l'écart en énergie entre les "bandes" d'énergie de la particule libre est nul, donc en bord de zone de Brillouin où au centre, selon la bande d'énergie qu'on souhaite calculer. Si $\kappa \ll 4$, on peut dire que l'onde stationnaire est vue comme une perturbation par rapport au cas de la particule libre. Ce cas est appelé "limite des liaisons faibles", et sa condition de validité va s'écrire :

$$U_0 \ll 16E_r. \tag{2.70}$$

Le calcul numérique des éléments propres des trois premières bandes d'énergie du hamiltonien 2.69, dans la limite des liaisons faibles ($\kappa = \frac{1}{4}$), est présenté sur les graphes de la figure 2.6. Les niveaux d'énergies du hamiltonien sont très proches des niveaux d'énergie de la particule libre (voir graphe 2.6(A)). Le potentiel lumineux induit une levée de dégénérescence en bord de zone de Brillouin, pour les deux premières bandes d'énergie, et au centre de la zone de Brillouin, pour les bandes 2 et 3. L'état propre correspondant à la première bande d'énergie a une composante principale sur l'état $|q_0\rangle$ au centre de la zone de Brillouin, tandis qu'en $q = -1$ ($q = 1$), ses composantes sont équiréparties entre les états $|q_0\rangle$ et $|q_2\rangle$ ($|q_{-2}\rangle$) (voir figure 2.6(B)). De même, pour les états propres des bandes d'énergie suivantes, à part en bord et en centre de zone de Brillouin où le calcul des états propres par application de la théorie des perturbations stationnaires n'est pas valable, leur composante principale correspond bien à l'état propre du hamiltonien de la particule libre.

L'autre cas limite est appelé "limite des liaisons fortes". Dans ce cas, le potentiel lumineux est suffisamment profond pour que l'atome reste piégé au fond d'un puits du potentiel. L'extension spatiale du paquet d'onde atomique est alors suffisamment faible pour que le potentiel lumineux puisse être approximé par un potentiel harmonique. On peut alors approximer le hamiltonien 2.69, au voisinage d'un puits de potentiel :

$$H_{reduit} \simeq \hat{q}^2 + 4\kappa k^2 z^2 - 2\kappa. \tag{2.71}$$

Les niveaux d'énergie de ce hamiltonien sont, en unité de E_r :

$$E^n_{reduit} = 4\left(n - \frac{1}{2}\right)\sqrt{\kappa} - 2\kappa \quad \text{avec} \quad n \in \mathbb{N}^*. \tag{2.72}$$

Les graphes de la figure 2.7 représentent les calculs numériques des trois premières bandes d'énergie du hamiltonien 2.69, dans la limite des liaisons fortes ($\kappa = \frac{10}{4}$). Les bandes d'énergie sont beaucoup plus séparées que dans la limite des liaisons faibles, et tendent vers les niveaux d'énergie d'un atome piégé dans le potentiel harmonique approximant le fond d'un puits du potentiel lumineux (voir graphe 2.7(A)). Le calcul montre aussi que les normes des composantes des états propres sur les états $|q_{2l}\rangle$, avec $l \geq 2$ sont plus élevées lorsque la profondeur du potentiel augmente. Les états propres sont donc plus délocalisés dans l'espace des impulsions, ce qui confirme, d'après l'inégalité de Heisenberg, que la position des atomes est plus localisée.

2.4 Limitations expérimentales aux oscillations de Bloch

2.4.1 Le chargement des atomes dans la bande d'énergie fondamentale du hamiltonien

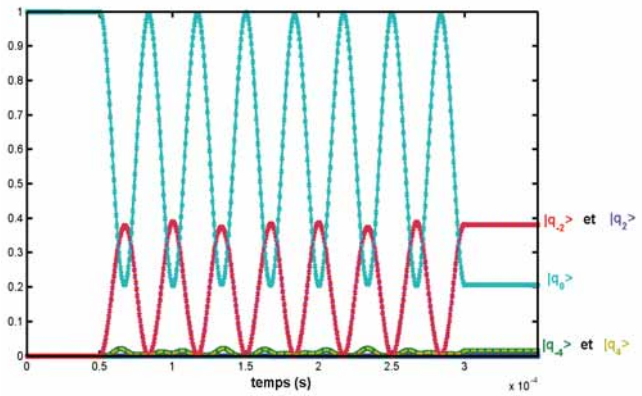
On souhaite faire effectuer à nos atomes des oscillations de Bloch dans la bande d'énergie fondamentale du hamiltonien. Deux phénomènes sont alors à prendre en compte. Le premier est que l'on part d'un ensemble d'atomes ayant une certaine distribution en vitesse. Or, de la vitesse de l'atome par rapport au réseau optique va dépendre la probabilité que l'atome soit chargé dans la bande fondamentale. Le deuxième est qu'au moment où on allume le réseau optique, l'atome est dans un état $|p\rangle$, qui est état propre du hamiltonien de la particule libre mais qui n'est pas état propre du hamiltonien de l'atome soumis au réseau optique.

Chargement adiabatique d'un atome dans la bande d'énergie fondamentale

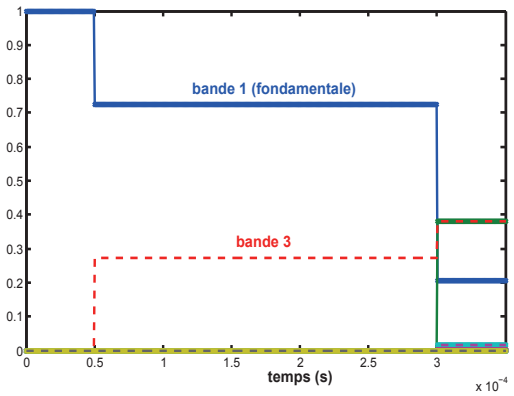
Calculons numériquement l'évolution de l'état d'un atome soumis à un réseau optique stationnaire, en prenant en compte les phases d'extinction et d'allumage du réseau. La vitesse de l'atome par rapport au réseau est nulle. L'atome est donc initialement dans l'état $|q = 0\rangle$. On se place dans nos conditions expérimentales, où $\frac{E_r}{\hbar} = 2.4 \cdot 10^4\ \mathrm{s}^{-1}$. La séquence temporelle de variation de κ utilisée pour le calcul est représentée sur la figure 2.9. On représente, sur la figure 2.10, l'évolution au cours du temps des composantes de l'état atomique. Le graphe 2.10(A) représente les normes au carré des composantes de cet état sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$, tandis que le graphe 2.10(B) représente les normes au carré de ses composantes sur la base de diagonalisation du hamiltonien H_{reduit} (équation 2.64).

On constate que, lorsque le réseau optique est allumé, les composantes de l'état atomique sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$ oscillent périodiquement. On peut montrer [44] que la période de ces oscillations est égale au gap en énergie entre les bandes 1 et 3, ces oscillations étant dues à des

FIGURE 2.9 – Séquence temporelle de variation de κ, correspondant à un allumage et une extinction instantanés du réseau optique.



(A) Évolution au cours du temps des normes au carré des composantes de l'état atomique sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$.



(B) Évolution au cours du temps des normes au carré des composantes de l'état atomique sur la base de diagonalisation du hamiltonien 2.64. Lorsque le réseau optique est éteint cette base devient simplement la base des $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$.

FIGURE 2.10 – Évolution au cours du temps des normes au carré des composantes de l'état d'un atome, initialement dans l'état $|q=0\rangle$, soumis à un réseau optique, de profondeur normalisée $\kappa = \frac{10}{4}$, pendant 250 µs. L'allumage et l'extinction du réseau sont instantanés (voir figure 2.9).

interférences entre des deux bandes d'énergies. En regardant les composantes de l'état atomique sur la base de diagonalisation du hamiltonien 2.64, on constate bien que pratiquement seules les bandes 1 et 3 sont peuplées. En fait, pour des raisons de symétrie des fonctions d'onde, et comme l'atome est supposé initialement dans l'état $|q=0\rangle$, seules les bandes de numéro impair peuvent être peuplées [2]. Nous remarquons, en outre, qu'un allumage brutal du réseau optique ne permet pas de charger l'atome dans la seule bande fondamentale.

Après extinction du réseau, l'atome se retrouve dans une superposition des états $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$, ses composantes principales étant sur les états $|q_0\rangle$, $|q_2\rangle$ et $|q_{-2}\rangle$. La probabilité de se retrouver dans chacun de ses états va alors dépendre de la durée d'allumage du réseau optique. Pour pouvoir effectuer une mesure de l'accélération de la pesanteur, il faut que tous les atomes soient dans un même état $|q_{2l}\rangle$ bien défini, afin d'une part, de ne pas faire d'erreur sur la mesure d'accélération, et d'autre part, en admettant qu'une sélection d'un état $|q_{2l}\rangle$ soit effectuée, d'avoir un maximum de signal atomique. Le réseau ne doit donc pas être allumé et éteint brusquement.

L'atome doit, lors de l'allumage du réseau optique, passer adiabatiquement de l'état $|q=0\rangle$

2. La fonction d'onde correspondant à une bande d'énergie de numéro impair est une fonction paire.

à l'état propre de la bande d'énergie fondamentale, afin que seule la bande fondamentale soit peuplée. De plus, on souhaite, après extinction du réseau optique, que l'atome se retrouve dans un état $|q_{2l}\rangle$ bien défini. Ainsi, le réseau optique doit aussi être éteint adiabatiquement. En effet, supposons que notre réseau optique soit stationnaire et que l'atome ait été chargé adiabatiquement dans la bande fondamentale. Si on éteint brusquement le réseau, l'atome va se retrouver dans l'état propre de la bande fondamentale, qui est principalement une superposition des états $|q_0\rangle$ (73% de probabilité si $\kappa = \frac{10}{4}$), $|q_2\rangle$ et $|q_{-2}\rangle$ (13% de probabilité chacun si $\kappa = \frac{10}{4}$).

La condition pour que le réseau soit allumé et éteint adiabatiquement découle du théorème adiabatique [20], qui s'écrit :

$$\left\langle u_{n',q(t)} \middle| \dot{u}_{n,q(t)} \right\rangle \ll \frac{|E_{n'}(q) - E_n(q)|}{\hbar} \qquad \forall\, n \neq n'. \tag{2.73}$$

On peut montrer [13] que ce théorème donne les conditions suivantes, pour un atome d'état initial $|q = 0\rangle$, sur la variation de κ au cours du temps :

– dans la limite des liaisons faibles :

$$\dot{\kappa} \ll \frac{16 E_r}{\sqrt{2}\hbar}, \tag{2.74}$$

– dans la limite des liaisons fortes :

$$\dot{\kappa} \ll \frac{32\sqrt{2} E_r}{\hbar} \kappa^{\frac{3}{2}}. \tag{2.75}$$

Supposons que le réseau optique soit allumé et éteint selon une rampe linéaire de durée T_{adiab}, jusqu'à une valeur $\kappa = \frac{10}{4}$. Pour connaître la valeur minimale de T_{adiab} afin que le réseau soit allumé et éteint adiabatiquement, on doit prendre en compte la plus restrictive des conditions 2.74 et 2.75. En effet, au début de la rampe, tant que la condition $\kappa \ll 4$ est vérifiée, on sera dans la limite des liaisons faibles. Dans nos conditions expérimentales, où $\frac{E_r}{\hbar} = 2.4 \cdot 10^4\ \mathrm{s}^{-1}$, on obtient :

$$T_{adiab} \gg 10\ \mu\mathrm{s}. \tag{2.76}$$

Nous allons calculer l'évolution de l'état d'un atome, dans les mêmes conditions que pour les calculs dont les résultats sont présentés sur la figure 2.10, la seule différence étant qu'au lieu d'être allumé et éteint brutalement, le réseau optique est allumé et éteint selon une rampe de durée 200 µs (voir schéma 2.11). Les résultats du calcul sont représentés sur les graphes de la

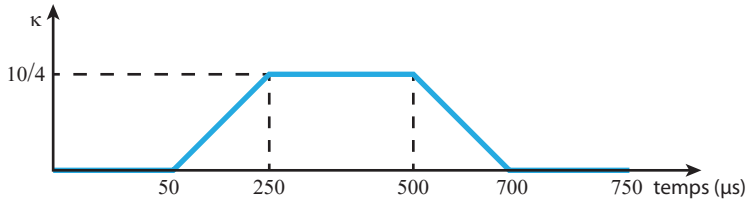
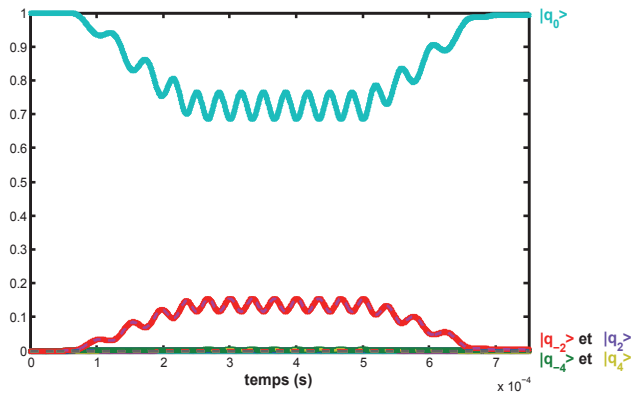


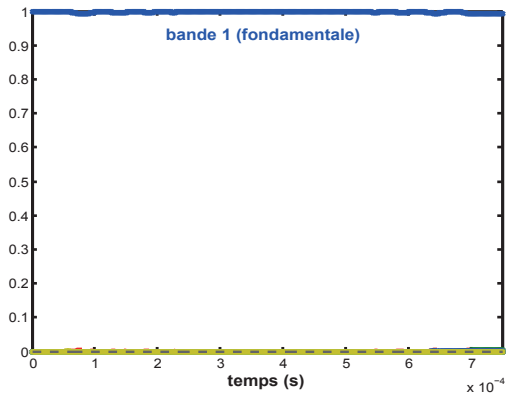
FIGURE 2.11 – Séquence temporelle de variation de κ, correspondant à un allumage et une extinction du réseau optique selon une rampe linéaire d'une durée $T_{adiab} = 200$ µs.

figure 2.12.

On constate bien, comme attendu, que lorsque le réseau est allumé, seule la bande fondamentale est peuplée (voir graphe 2.12(B)). Et, une fois le réseau éteint, l'atome se retrouve dans l'état $|q = 0\rangle$ (voir graphe 2.12(A)). L'amplitude des oscillations des composantes de l'état atomique sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$ est beaucoup plus petite que lorsque le réseau était allumé brutalement. Remarquons que, dans le cas de l'allumage adiabatique du réseau, les valeurs moyennes de ces



(A) Évolution au cours du temps des normes au carré des composantes de l'état atomique sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$.



(B) Évolution au cours du temps des normes au carré des composantes de l'état atomique sur la base de diagonalisation du hamiltonien 2.64. Lorsque le réseau optique est éteint cette base devient simplement la base des $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$.

FIGURE 2.12 – Évolution au cours du temps des normes au carré des composantes de l'état d'un atome, initialement dans l'état $|q=0\rangle$, soumis à un réseau optique, de profondeur normalisée $\kappa = \frac{10}{4}$, pendant 250 µs. L'allumage et l'extinction du réseau suivent une rampe linéaire de durée $T_{adiab} = 200$ µs (voir figure 2.11).

oscillations correspondent aux normes au carré des composantes de l'état propre de la bande fondamentale (voir graphe 2.7(B)).

Ainsi, si on allume puis éteint le réseau optique de façon adiabatique, il est possible de charger un atome, initialement dans l'état $|q=0\rangle$, dans la bande d'énergie fondamentale du hamiltonien décrivant le système, et de récupérer, après extinction du réseau, un atome dans le même état $|q=0\rangle$. Cependant, nous n'avons étudié ici que le cas d'un atome dont la vitesse initiale par rapport au réseau optique est parfaitement nulle. Expérimentalement, nous avons un nuage atomique présentant une certaine distribution en vitesse. Nous allons voir, que, pour pouvoir charger l'ensemble des atomes dans la bande d'énergie fondamentale, cette distribution en vitesse doit être suffisamment fine.

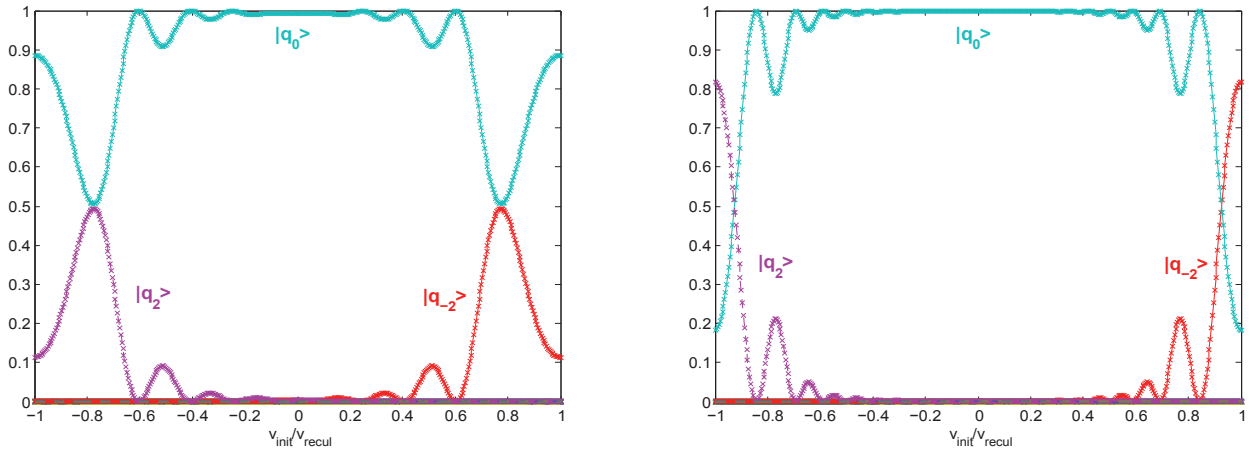
Conditions sur la largeur de la distribution en vitesse du nuage atomique

La vitesse v_{at} d'un atome peut s'écrire :

$$v_{at} = 2lv_{recul} + \delta v \quad \text{avec} \quad \delta v \in \,]-v_{recul}, +v_{recul}] \quad \text{et} \quad l \in \mathbb{Z}. \tag{2.77}$$

Prenons l'exemple d'un atome dont la vitesse vérifie l'équation ci-dessus avec $l = 1$. Avant l'allumage du réseau optique, l'état de cet atome va donc être l'état $|q_2\rangle$, avec $q = \frac{m\delta v}{\hbar k}$. Cet atome ne pourra pas être chargé adiabatiquement dans la bande fondamentale, puisqu'à la limite d'un réseau d'amplitude infiniment petite, l'état propre de la bande fondamentale tend vers l'état $|q_0\rangle$. Si nous supposons que la vitesse moyenne du nuage atomique est nulle par rapport au réseau optique, il est donc nécessaire que la largeur totale de la distribution en vitesse du nuage soit inférieure à $2v_{recul}$ pour que tous les atomes puissent être chargés dans la fondamentale.

En bord de zone de Brillouin, la composante de l'état propre de la bande fondamentale sur l'état $|q_0\rangle$ est plus faible qu'en centre de zone (voir graphes 2.6(B) et 2.7(B)). Il va donc être plus difficile de charger adiabatiquement dans la bande fondamentale des atomes dont la vitesse est proche de $\pm v_{recul}$. Calculons les composantes, sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$, de l'état final d'un atome, soumis à un réseau optique stationnaire, allumé et éteint adiabatiquement suivant une rampe linéaire de durée T_{adiab}, de profondeur $\kappa = \frac{10}{4}$ (voir la séquence temporelle 2.11), en fonction de la vitesse initiale v_{init} de l'atome par rapport au réseau, dans la première zone de Brillouin $]-v_{recul}, +v_{recul}]$. Les résultats de ces calculs sont présentés sur les graphes de la figure 2.13, pour des temps T_{adiab} de 200 µs et 500 µs.



(A) $T_{adiab} = 200$ µs. (B) $T_{adiab} = 500$ µs.

FIGURE 2.13 – Calculs des normes au carré des composantes, sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$, de l'état final d'un atome, soumis à un réseau optique stationnaire, allumé et éteint adiabatiquement suivant une rampe linéaire de durée T_{adiab}, de profondeur $\kappa = \frac{10}{4}$, en fonction de la vitesse initiale v_{init} de l'atome par rapport au réseau, dans la première zone de Brillouin $]-v_{recul}, +v_{recul}]$.

On constate que, lorsqu'on se rapproche du bord de la zone de Brillouin, c'est-à-dire lorsque la vitesse initiale de l'atome par rapport au réseau se rapproche de $\pm v_{recul}$, l'état final de l'atome, après allumage puis extinction du réseau optique, présente un composante non nulle sur les états $|q_{-2}\rangle$ (bord droit) ou $|q_2\rangle$ (bord gauche). Afin qu'un maximum d'atomes du nuage atomique se retrouve dans l'état $|q_0\rangle$ après extinction du réseau, il faut donc que la largeur totale de la distribution en vitesse du nuage atomique soit inférieure à environ $0.8v_{recul}$, pour une durée de chargement adiabatique $T_{adiab} = 200$ µs (voir graphe 2.13(A)), et à environ $1.2v_{recul}$, pour $T_{adiab} = 500$ µs (voir graphe 2.13(B)).

Nous venons d'étudier dans quelles conditions il est possible de charger un ensemble d'atomes dans la bande d'énergie fondamentale du hamiltonien décrivant un atome soumis à un réseau optique. Le réseau doit être allumé et éteint suffisamment lentement, et la largeur de la distribution en vitesse du nuage atomique doit être suffisamment fine. Nous allons maintenant voir quelles conditions devront être satisfaites afin de pouvoir faire effectuer à ces atomes des oscillations de Bloch dans la bande d'énergie fondamentale.

2.4.2 Limitations du nombre d'oscillations de Bloch

Les pertes Landau-Zener

Nous allons ici étudier le cas où les atomes sont soumis, en plus d'un réseau optique stationnaire, à l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$. Ce cas est équivalent à celui d'un atome immobile soumis à un réseau d'accélération uniforme $-\vec{g}$ (voir équation 2.60).

Nous supposons que tous les atomes sont chargés adiabatiquement dans la bande fondamentale du hamiltonien. Ils effectueront donc des oscillations de Bloch dans cette bande d'énergie. Cependant, on constate (voir graphes 2.6(A) et 2.7(A)) que, moins le potentiel lumineux est profond, plus les bandes d'énergies 1 et 2 sont proches en bord de zone de Brillouin. L'atome aura donc une probabilité plus importante de passer de la bande fondamentale à la bande d'énergie suivante lorsqu'il atteindra les bords de la zone de Brillouin. Cette probabilité sera aussi d'autant plus importante que l'accélération des atomes par rapport au réseau sera élevée, l'accélération limite se déduisant du théorème adiabatique (voir équation 2.73). La valeur de cette accélération critique peut se calculer dans les limites des liaisons faibles et fortes [13]. Ainsi, l'accélération a des atomes par rapport au réseau doit vérifier la condition :

– dans la limite des liaisons faibles :

$$a \ll a_0 \kappa^2, \tag{2.78}$$

– dans la limite des liaisons fortes :

$$a \ll 4 a_0 \kappa^{\frac{3}{4}}, \tag{2.79}$$

où on a posé $a_0 = \frac{\hbar^2 k^3}{m^2}$. a_0 correspond à l'accélération qu'il faut fournir à l'atome pour que son énergie augmente de E_r, lorsqu'il parcourt un pas du réseau. Dans le cas d'un atome soumis à l'accélération de la pesanteur $g \simeq 9.81$ m/s^2, il faudra donc que la profondeur du réseau vérifie :

$$\kappa \gg 0.2. \tag{2.80}$$

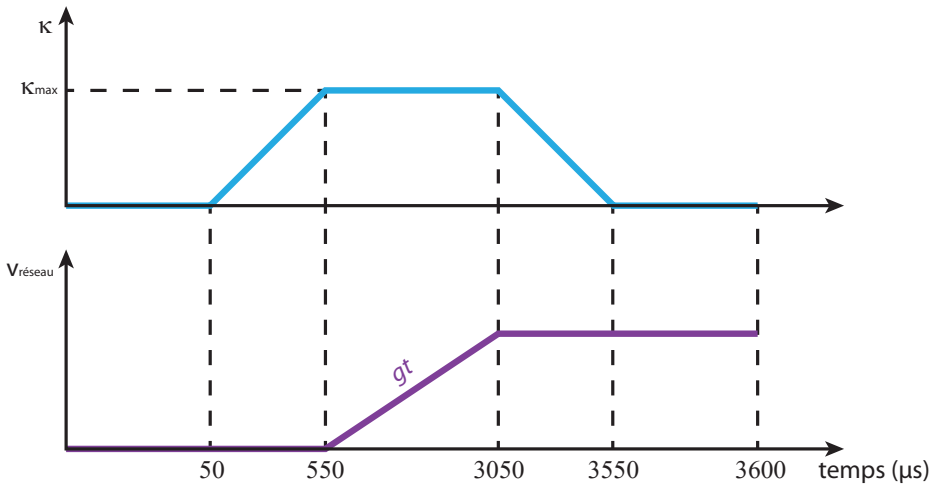
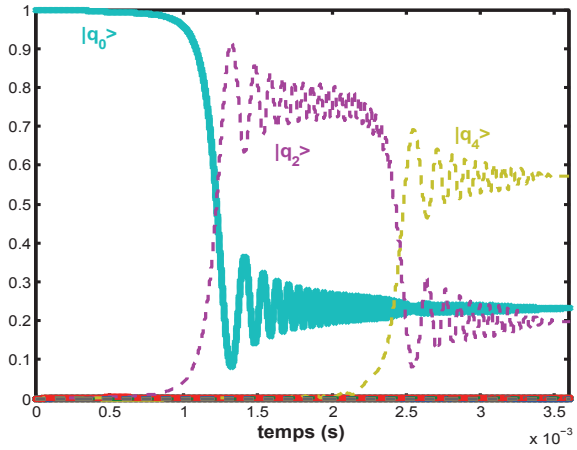
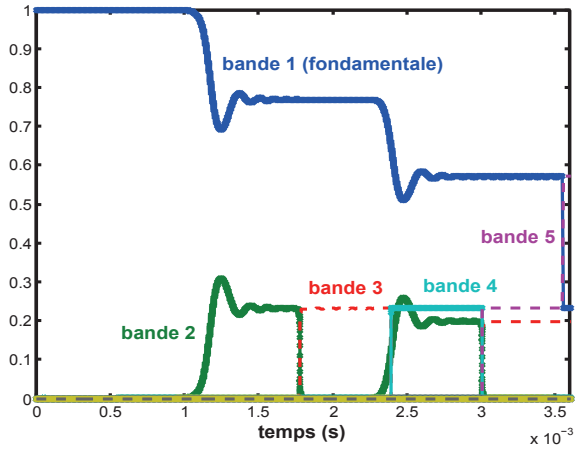


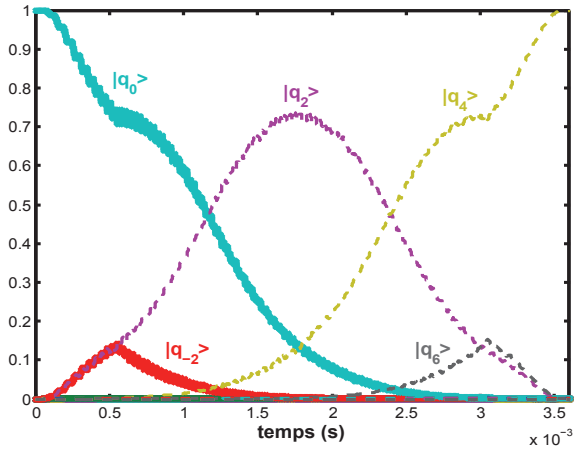
FIGURE 2.14 – Exemple de séquence temporelle de variation de κ et de la vitesse du réseau optique. L'atome est chargé adiabatiquement dans la bande fondamentale, puis le réseau est accéléré uniformément avec une accélération g et enfin le réseau est éteint adiabatiquement. Dans cet exemple $T_{adiab} = 500$ µs.



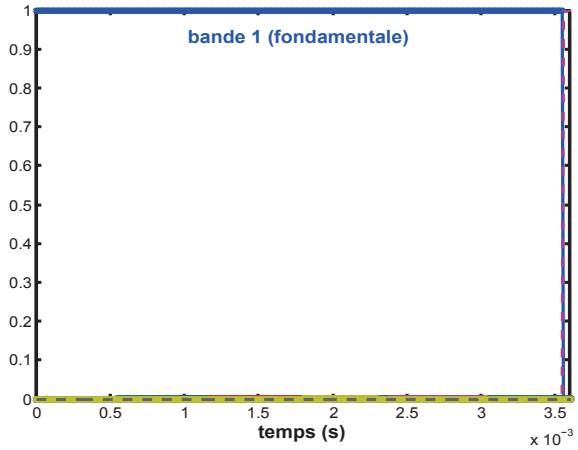
(A) Évolution au cours du temps des normes au carré des composantes de l'état atomique sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$, pour une valeur maximale de la profondeur du réseau de $\kappa_{max} = \frac{1}{4}$.



(B) Évolution au cours du temps des normes au carré des composantes de l'état atomique sur la base de diagonalisation du hamiltonien 2.64, pour une valeur maximale de la profondeur du réseau de $\kappa_{max} = \frac{1}{4}$.



(C) Évolution au cours du temps des normes au carré des composantes de l'état atomique sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$, pour une valeur maximale de la profondeur du réseau de $\kappa_{max} = \frac{10}{4}$.



(D) Évolution au cours du temps des normes au carré des composantes de l'état atomique sur la base de diagonalisation du hamiltonien 2.64, pour une valeur maximale de la profondeur du réseau de $\kappa_{max} = \frac{10}{4}$.

FIGURE 2.15 – Évolution au cours du temps des normes au carré des composantes de l'état d'un atome, initialement dans l'état $|q = 0\rangle$, chargé adiabatiquement dans la bande d'énergie fondamentale. Le réseau optique est ensuite accéléré uniformément, avec une accélération g, et l'atome effectue des oscillations de Bloch dans cette bande fondamentale. Le réseau optique est ensuite éteint adiabatiquement (voir la séquence temporelle sur la figure 2.14).

Calculons numériquement l'évolution de l'état d'un atome soumis à un réseau optique d'accélération $\vec{g}$. L'atome, qui est initialement dans l'état $|q=0\rangle$, est d'abord chargé adiabatiquement, pendant une rampe linéaire de 500 µs, dans la bande d'énergie fondamentale du hamiltonien. Pour que le chargement soit adiabatique, le réseau est immobile pendant cette rampe. Le réseau est ensuite accéléré pendant 2.5 ms, avec une accélération uniforme de valeur g. Le réseau est ensuite éteint adiabatiquement : sa vitesse est alors maintenue constante à la vitesse atteinte en fin d'accélération et son intensité décroit selon une rampe de 500 µs (voir la séquence temporelle sur la figure 2.14).

Nous calculons l'évolution des normes au carré des composantes de l'état atomique sur la base des états $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$ et sur la base des états propres du hamiltonien 2.64, pour des valeurs de la profondeur maximale κ_{max} du réseau de $\frac{1}{4}$ et $\frac{10}{4}$. Dans le cas où la profondeur maximale du réseau vaut $\frac{1}{4}$, la condition d'adiabaticité 2.80 n'est pas vérifiée. Les résultats de ses calculs sont représentés sur la figure 2.15.

L'accélération du réseau par rapport aux atomes valant g, la période des oscillations de Bloch sera d'environ 1.23 ms. Le réseau étant accéléré pendant 2.5 ms, on s'attend donc à ce que les atomes soient dans l'état $|q_4\rangle$ (les atomes effectuent 2 oscillations de Bloch) après extinction du réseau. Lorsque la profondeur maximale du réseau vaut $\kappa_{max} = \frac{1}{4}$, on constate (voir graphe 2.15(B)) qu'à chaque fois que l'atome atteint le bord de la zone de Brillouin, la bande fondamentale se dépeuple alors que les bandes d'énergie supérieures se peuplent. Nous verrons un peu plus loin qu'il est possible, dans la limite des liaisons faibles, de trouver une formule analytique donnant le pourcentage d'atomes quittant la bande fondamentale à chaque oscillation de Bloch. Lorsque l'atome atteint le bord de la zone de Brillouin, les bandes d'énergie paires se peuplent, alors que lorsque l'atome passe par le centre de la zone de Brillouin, ce sont les bandes d'énergies impaires qui sont peuplées. Cela se comprend aisément grâce au graphe 2.6(A), les passages d'une bande à l'autre s'effectuant là où le gap en énergie entre les deux bandes est le plus faible. Remarquons qu'un atome a une probabilité non nulle de passer successivement d'une bande à la suivante à chacun de ses passages en bord ou en centre de zone de Brillouin : un tel atome n'effectue plus d'oscillations de Bloch, il se comporte comme une particule libre qui ne "voit" pas le réseau. Après extinction du réseau, l'atome se retrouve dans une superposition des états $|q_0\rangle$, $|q_2\rangle$ et $|q_4\rangle$ (voir graphe 2.15(A)).

Dans le cas où la profondeur maximale du réseau vaut $\kappa_{max} = \frac{10}{4}$, l'atome reste dans la bande fondamentale pendant toute la durée d'allumage du réseau (voir graphe 2.15(D)). Les normes des composantes de l'état atomique sur la base $(|q_l\rangle)_{|l|\leq 10}$ subissent toutes la même variation au cours du temps, à une translation près (voir graphe 2.15(C)). Ainsi, après extinction adiabatique du réseau optique, l'atome a une probabilité de 1 de se trouver dans l'état $|q_4\rangle$.

Remarquons que, même dans le cas où la profondeur maximale du réseau vaut $\kappa_{max} = \frac{10}{4}$, il faut que la durée où le réseau est accéléré soit "proche" d'un nombre entier de fois (pour un atome initialement dans l'état $|q=0\rangle$) la valeur de la période de Bloch pour que l'atome se retrouve dans un état pur $|q_{2l}\rangle$ après extinction du réseau optique. En effet, il faut que l'atome se trouve suffisamment près du centre de la N^{e} zone de Brillouin (après N oscillations de Bloch) au moment de l'extinction adiabatique du réseau. Ce problème est identique à celui décrit sur la figure 2.13 pour le chargement adiabatique des atomes dont la vitesse initiale par rapport au réseau est de l'ordre de $\pm v_{recul}$.

Nous calculons numériquement, en fonction de la durée pendant laquelle le réseau est accéléré, les normes au carré des composantes de l'état final de l'atome après extinction du réseau, sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$. La séquence temporelle de variation de la profondeur du réseau et de sa vitesse est identique à la séquence décrite sur le schéma 2.14, seule la durée où le

réseau est accéléré et à sa profondeur maximale varie. La profondeur maximale du réseau vaut $\kappa_{max} = \frac{10}{4}$. On constate (voir figure 2.16) que, si la durée d'accélération du réseau vaut un nombre entier de fois la durée d'une oscillation de Bloch à ± 250 µs près, on obtient bien, après extinction du réseau optique, un atome dans un état pur $|q_{2l}\rangle$.

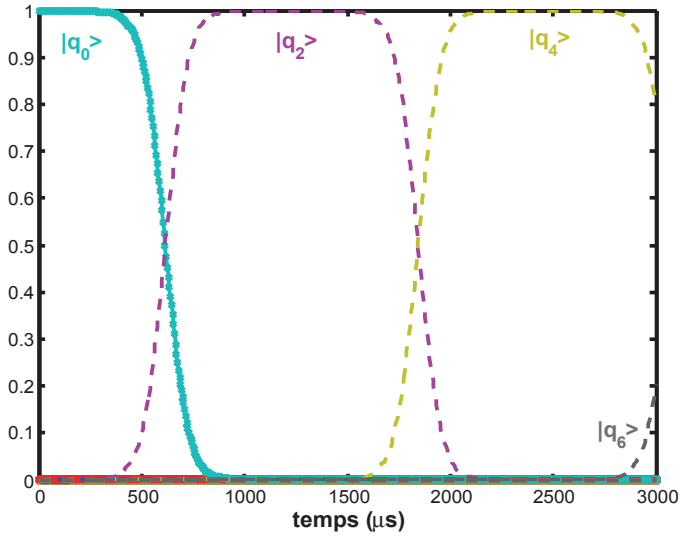


FIGURE 2.16 – Normes au carré des composantes de l'état final d'un atome, après extinction du réseau, en fonction de la durée d'accélération du réseau, sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$. La séquence temporelle de variation de la profondeur du réseau et de sa vitesse est identique à la séquence décrite sur le schéma 2.14, seule la durée où le réseau est accéléré et à sa profondeur maximale varie. La profondeur maximale du réseau vaut $\kappa_{max} = \frac{10}{4}$.

Calcul analytique des pertes Landau-Zener dans la limite des liaisons faibles

La formule de Landau-Zener s'applique au cas d'un système à deux niveaux, avec un terme de couplage ϵ_{12} indépendant du temps, et une différence d'énergie $\epsilon_1 - \epsilon_2$ entre les valeurs propres du hamiltonien non perturbé (c'est-à-dire sans terme de couplage), qui varie linéairement dans le temps (voir figure 2.17 et [106]). Le hamiltonien de ce système peut alors se mettre sous la forme :

$$H(t) = \begin{array}{c} \begin{array}{cc} |1\rangle & |2\rangle \end{array} \\ \begin{bmatrix} \epsilon_1(t) & \epsilon_{12} \\ \epsilon_{12} & \epsilon_2(t) \end{bmatrix} \end{array} \quad \text{avec} \quad \left\{ \begin{array}{lcl} \epsilon_{12} & = & \text{cste} \\ \frac{\mathrm{d}(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{\mathrm{d}t} & = & \text{cste} \end{array} \right. , \tag{2.81}$$

$(|1\rangle, |2\rangle)$ étant la base des états propres du hamiltonien non perturbé. La probabilité P qu'un atome, dont l'état initial est représenté sur le schéma 2.17, effectue une transition non-adiabatique, s'écrit alors :

$$P = \mathrm{e}^{-\frac{2\pi}{\hbar} \frac{\epsilon_{12}^2}{\frac{\mathrm{d}(\epsilon_1 - \epsilon_2)}{\mathrm{d}t}}} . \tag{2.82}$$

On va utiliser cette formule pour calculer la probabilité qu'un atome, initialement dans la bande fondamentale du hamiltonien 2.64 décrivant l'atome dans un réseau optique, passe dans la bande d'énergie suivante lorsqu'il atteint le bord de la zone de Brillouin. On se place pour les calculs suivants au voisinage du bord de la première zone de Brillouin, c'est-à-dire au voisinage de $q - q_{reseau} = 1$ (on prendra $q = 0$ et $q_{reseau} \simeq 1$). Dans la limite des liaisons faibles, on peut ne prendre en compte que les états $|q_0\rangle$ et $|q_2\rangle$ pour exprimer le hamiltonien. D'après l'équation

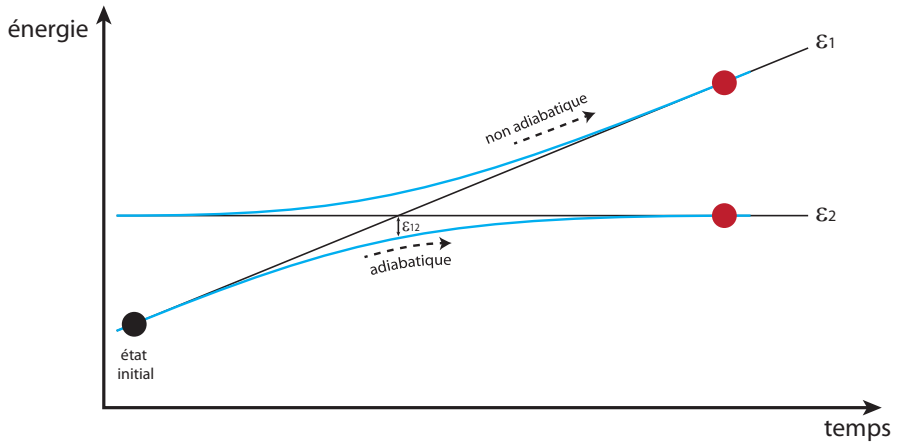


FIGURE 2.17 – Résumé des conditions d'applications de la formule de Landau-Zener. Le système considéré est un système à deux niveaux, avec un terme de couplage ϵ_{12} indépendant du temps, et une différence d'énergie $\epsilon_1 - \epsilon_2$ entre les valeurs propres du hamiltonien non perturbé (c'est-à-dire sans terme de couplage), qui varie linéairement dans le temps.

2.65 on peut écrire :

$$H(t) \simeq E_r \begin{array}{c} \begin{array}{cc} |q_0\rangle & |q_2\rangle \end{array} \\ \begin{bmatrix} q_{reseau}^2(t) & \kappa \\ \kappa & (q_{reseau}(t)+2)^2 \end{bmatrix} \end{array} + E_r \left(2\kappa - q_{reseau}^2\right) \begin{array}{c} \begin{array}{cc} |q_0\rangle & |q_2\rangle \end{array} \\ \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{array}. \tag{2.83}$$

Le terme de droite peut-être négligé car seule intervient dans l'expression de P la différence entre les termes diagonaux du hamiltonien. Rappelons que, dans le cas d'un réseau mobile ayant une vitesse $v_{reseau}(t) = at$, on a :

$$q_{reseau}(t) = \frac{mat}{\hbar k}. \tag{2.84}$$

On obtient alors :

$$P = \mathrm{e}^{-\frac{a_c}{a}} \quad \text{avec} \quad a_c = a_0 \frac{\pi}{4} \kappa^2. \tag{2.85}$$

Ainsi, après N oscillations de Bloch, la probabilité P_N que l'atome reste dans la bande d'énergie fondamentale, va s'écrire :

$$P_N = \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{a_c}{a}}\right)^N. \tag{2.86}$$

Calculons numériquement les normes au carré des composantes, sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$, de l'état final atomique, après la séquence de la figure 2.14, en fonction de la profondeur maximale du réseau optique. L'atome effectuant deux oscillations de Bloch au cours de cette séquence et le réseau optique subissant une accélération g, la probabilité que l'atome reste dans la bande d'énergie fondamentale va s'écrire, en utilisant la formule 2.86 :

$$P_2(a = g) = \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{a_c}{g}}\right)^2. \tag{2.87}$$

On constate (voir figure 2.18), que la probabilité que l'atome soit dans l'état $|q_4\rangle$ après la séquence 2.14 coïncide bien avec la formule 2.87 calculée dans la limite des liaisons faibles. En effet, l'accélération du réseau est suffisamment faible pour qu'une faible valeur (respectant la condition de limite des liaisons faibles) de la profondeur du réseau optique soit suffisante pour que l'atome reste dans la bande d'énergie fondamentale.

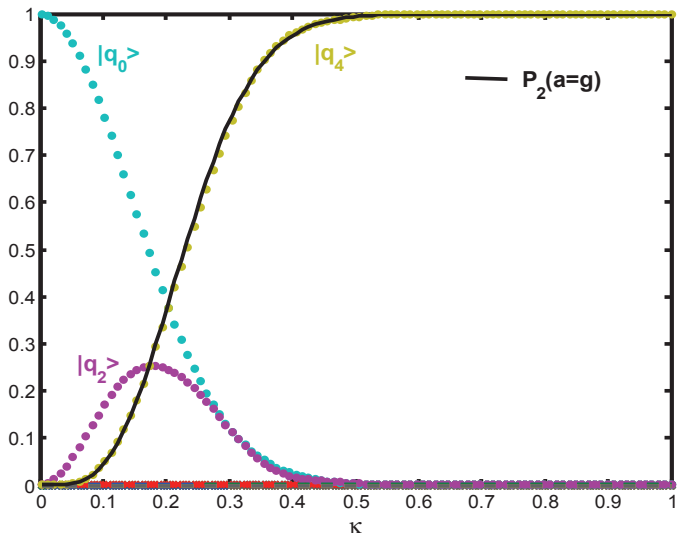


FIGURE 2.18 – Normes au carré des composantes, sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 10}$, de l'état final d'un atome après la séquence 2.14, en fonction de la profondeur maximale du réseau. En trait plein noir est représenté la probabilité qu'un atome, soumis à un réseau optique en accélération uniforme g, reste dans la bande d'énergie fondamentale du hamiltonien après avoir effectué deux oscillations de Bloch. Cette probabilité est calculée, dans la limite des liaisons faibles, grâce à la formule de Landau-Zener (voir équation 2.87).

Afin de pouvoir faire effectuer à un atome un nombre important d'oscillations de Bloch, il est donc nécessaire que le réseau optique soit suffisamment profond, pour minimiser les pertes Landau-Zener. Cependant, nous allons voir que si l'intensité des lasers est trop élevée, l'atome peut se désexciter de façon spontanée. Un atome ayant effectué une émission spontanée ne peut plus être utilisé pour la mesure de l'accélération de la pesanteur, puisque sa vitesse le long de l'axe vertical sera alors aléatoirement comprise dans l'intervalle $[-v_{recul}, +v_{recul}]$.

L'émission spontanée

Considérons un atome soumis à un laser d'intensité I. Dans le cas où le désaccord Δ du laser à la transition à un photon (voir figure 2.1) est grand devant la largeur Γ du niveau excité, le nombre $\mathcal{N}$ de cycles d'absorption-émission spontanée qu'effectue un atome par seconde s'écrit :

$$\mathcal{N} = \frac{1}{8}\frac{\Gamma^3}{\Delta^2}\frac{I}{I_{sat}}, \tag{2.88}$$

I_{sat} étant l'intensité de saturation de la transition considérée.

Lorsque l'atome est dans le réseau optique, il est soumis à deux lasers contrapropageants verticaux d'intensité I_0, dont la norme du vecteur d'onde vaut k. L'intensité totale s'écrit alors (voir équation 2.23) :

$$I(z) = 4I_0\cos^2(kz)\,. \tag{2.89}$$

Si on suppose que la probabilité de présence de l'atome est uniforme en z, le taux d'émission spontanée moyen va s'écrire :

$$\overline{\mathcal{N}} = \frac{1}{4}\frac{\Gamma^3}{\Delta^2}\frac{I_0}{I_{sat}}. \tag{2.90}$$

Cependant, pour plus d'exactitude, il est nécessaire de prendre en compte la variation de la probabilité de présence de l'atome en fonction de z. Il faut donc calculer la moyenne du terme

$\cos^2(kz)$ sur l'état atomique. On va supposer que l'atome est dans l'état propre correspondant à la bande d'énergie fondamentale. Si on est dans la limite des liaisons fortes, cette moyenne se calcule facilement car on peut considérer que l'atome est piégé au fond d'un puits du potentiel, et approximer le fond du puits par un potentiel harmonique. On va donc calculer la moyenne de $\cos^2(kz)$ sur l'état fondamental $|\phi_0\rangle$ d'un oscillateur harmonique.

Dans le cas où les lasers sont désaccordés dans le rouge ($\Delta < 0$), les minima du potentiel lumineux correspondent aux maxima de l'intensité laser. On aura donc, au voisinage du fond d'un puits :

$$\cos^2(kz) = \frac{1+\cos(2kz)}{2} \simeq 1 - k^2 z^2. \tag{2.91}$$

Dans le cas de l'oscillateur harmonique décrit par le hamiltonien 2.71, on a [39] :

$$\langle\phi_0|\, \hat{z}^2 \,|\phi_0\rangle = \frac{1}{4k^2\sqrt{\kappa}}, \tag{2.92}$$

et donc :

$$\langle\phi_0|\,\mathcal{N}(\hat{z})\,|\phi_0\rangle \simeq \frac{1}{2}\frac{\Gamma^3}{\Delta^2}\frac{I_0}{I_{sat}}, \tag{2.93}$$

puisque dans la limite des liaisons fortes on a $\frac{1}{4\sqrt{\kappa}} \ll 1$. On remarque que ce taux d'émission spontanée est simplement le double du taux calculé en supposant la probabilité de présence de l'atome uniforme en z.

Dans le cas où les lasers sont désaccordés dans le bleu ($\Delta > 0$), l'atome va être piégé au niveau d'un minimum de l'intensité laser. Au voisinage du fond d'un puits on a donc :

$$\cos^2 kz \simeq k^2 z^2. \tag{2.94}$$

Le taux d'émission spontanée moyen va alors s'écrire :

$$\langle\phi_0|\,\mathcal{N}(\hat{z})\,|\phi_0\rangle \simeq \frac{1}{8}\frac{1}{\sqrt{\kappa}}\frac{\Gamma^3}{\Delta^2}\frac{I_0}{I_{sat}}. \tag{2.95}$$

Ce taux est plus faible que le taux calculé dans le cas où les lasers sont désaccordés dans le rouge, d'un facteur $\frac{1}{4\sqrt{\kappa}}$. La formule précédente peut s'écrire aussi sous la forme :

$$\langle\phi_0|\,\mathcal{N}(\hat{z})\,|\phi_0\rangle \simeq \frac{1}{2^{3/2}}\frac{\Gamma^2}{\Delta^{3/2}}\sqrt{\frac{E_R}{\hbar}}\sqrt{\frac{I_0}{I_{sat}}}, \tag{2.96}$$

en utilisant la relation $\kappa = \frac{U_0}{4E_r}$ et l'équation 2.26. Le taux d'émission spontanée est donc ici proportionnel à la racine carrée de l'intensité laser I_0, alors qu'il était proportionnel à I_0 dans le cas où les lasers sont désaccordés dans le rouge (voir équation 2.93).

Dans la limite des liaisons faibles, on peut montrer [33] que le taux d'émission spontanée moyen, calculé pour un atome dans l'état propre $|\psi_0\rangle$ de la bande d'énergie fondamentale, s'écrit :

$$\langle\psi_0|\,\mathcal{N}(\hat{z})\,|\psi_0\rangle = \frac{1}{4}\frac{\Gamma^3}{\Delta^2}\frac{I_0}{I_{sat}}\left(1 - \frac{|\kappa|}{4}\mathrm{arcsinh}\left(\frac{4}{\kappa}\right)\right). \tag{2.97}$$

Compromis entre émission spontanée et pertes Landau-Zener

Sur les graphes de la figure 2.19 sont représentées, en fonction du désaccord Δ et de l'intensité I_0, les variations de la probabilité $P_{30}(a = g)$ (voir équation 2.86) qu'un atome reste dans la bande d'énergie fondamentale, après 30 oscillations de Bloch, ainsi que les variations de la probabilité P_{30}^{spont} qu'un atome ne subisse pas d'émission spontanée au cours de ces 30 oscillations de Bloch. Ce calcul est effectué dans la limite des liaisons faibles. Le taux d'émission spontanée est alors donnée par l'équation 2.97 et P_{30}^{spont} s'écrit donc :

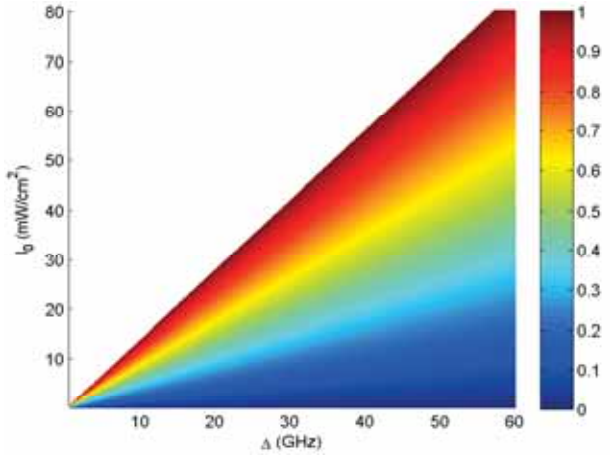
$$P_{30}^{spont} = \mathrm{e}^{-30\langle\psi_0|\mathcal{N}(\hat{z})|\psi_0\rangle t_B}, \tag{2.98}$$

t_B étant la période de Bloch. On se place également dans le cas où les lasers sont désaccordés dans le bleu. On calcule également les variations de κ dans le plan Δ-I_0, qui sont données, d'après l'équation 2.26, par la formule :

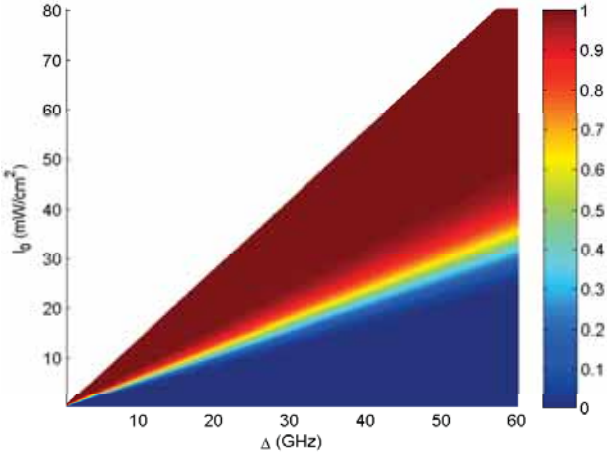
$$4E_r\kappa = \frac{\hbar\Gamma^2}{2\Delta}\frac{I_0}{I_{sat}}. \tag{2.99}$$

On constate (voir graphe 2.19(C)) que, plus on augmente l'intensité I_0 et plus on diminue de le désaccord Δ, plus les pertes par émission spontanée sont importantes. Mais lorsqu'on augmente I_0 et qu'on diminue Δ, on augmente la profondeur du réseau (voir le graphe 2.19(A) et l'équation 2.99), on diminue donc les pertes Landau-Zener (voir graphe 2.19(B)).

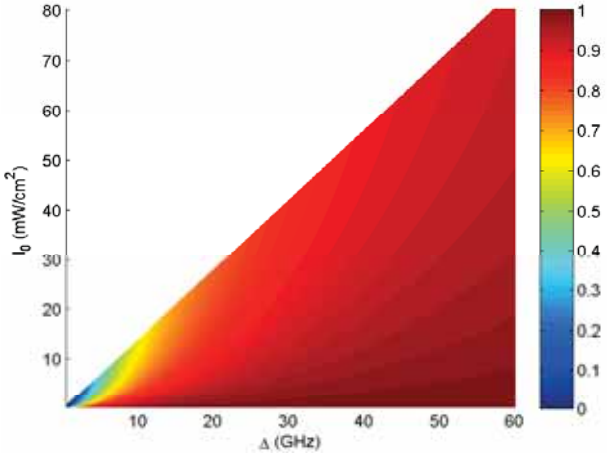
Il sera donc nécessaire, afin de pouvoir faire effectuer à un nombre suffisant d'atomes un grand nombre d'oscillations de Bloch, de régler expérimentalement I_0 et Δ de façon à trouver un compromis entre les pertes Landau-Zener et l'émission spontanée. Or on constate que, si le désaccord Δ est suffisamment élevé, les pertes par émission spontanée sont faibles et varient relativement peu avec l'intensité I_0, tandis que les variations des pertes Landau-Zener en fonction de I_0 restent du même ordre de grandeur, quelle que soit la valeur de Δ. Ceci s'explique par le fait que le taux d'émission spontanée est, si on néglige le terme correctif $1 - \frac{|\kappa|}{4}\mathrm{arcsinh}\left(\frac{4}{\kappa}\right)$, proportionnel à $\frac{I_0}{\Delta^2}$ (voir équation 2.97), tandis que la profondeur κ du réseau est proportionnelle à $\frac{I_0}{\Delta}$ (voir équation 2.99). En prenant Δ suffisamment élevé, il est donc possible de régler I_0 de façon à avoir peu d'émission spontanée et peu de pertes Landau-Zener. Expérimentalement, nous prendrons typiquement Δ de l'ordre de 50 GHz et I_0 de l'ordre de 40 mW/cm^2, ce qui correspond à κ de l'ordre de 0.5.



(A) Variations de κ en fonction de Δ et I_0.



(B) Variations de $P_{30}(a = g)$ en fonction de Δ et I_0.



(C) Variations de P_{30}^{spont} en fonction de Δ et I_0.

FIGURE 2.19 – Variations, en fonction du désaccord Δ et de l'intensité I_0, de la probabilité $P_{30}(a = g)$ qu'un atome reste dans la bande d'énergie fondamentale, après 30 oscillations de Bloch, et de la probabilité P_{30}^{spont} qu'un atome ne subisse pas d'émission spontanée au cours de ces 30 oscillations de Bloch. Ce calcul est effectué dans la limite des liaisons faibles et dans le cas où les lasers sont désaccordés dans le bleu. Les variations de κ dans le plan Δ-I_0 sont également représentées. Les graphes sont tronqués lorsque $\kappa \geq 1$ afin de rester dans la limite des liaisons faibles.

2.4.3 Génération du réseau optique avec un faisceau laser rétro-réfléchi

Expérimentalement, nous avons choisi (voir chapitre 3) de générer le réseau optique avec un unique laser rétro-réfléchi. Pour pouvoir obtenir un réseau optique mobile, il est donc nécessaire que ce laser comporte deux fréquences. Cependant, nous n'obtenons pas de cette façon un unique réseau optique, mais quatre réseaux, deux ayant des vitesses opposées, les deux derniers étant des réseaux stationnaires.

Écrivons le champ électrique vu par les atomes. Le laser est vertical, selon l'axe z, supposé parfaitement rétro-réfléchi par un miroir situé en $z = 0$, et comporte deux fréquences ω_1 et ω_2. On obtient alors :

$$\begin{aligned}\vec{E}(z,t) =& \mathcal{E}_1\vec{\epsilon}\cos(\omega_1 t - k_1 z) - \mathcal{E}_1\vec{\epsilon}\cos(\omega_1 t + k_1 z)\\ &+ \mathcal{E}_2\vec{\epsilon}\cos(\omega_2 t - k_2 z) - \mathcal{E}_2\vec{\epsilon}\cos(\omega_2 t + k_2 z)\\ =& 2\mathcal{E}_1\vec{\epsilon}\sin(\omega_1 t)\sin(k_1 z) + 2\mathcal{E}_2\vec{\epsilon}\sin(\omega_2 t)\sin(k_2 z)\,,\end{aligned} \tag{2.100}$$

le champ électrique étant nul au niveau du miroir. On calcule alors l'intensité laser, en moyennant les termes correspondant à des ondes se propageant à des vitesses de phase supérieures ou égales à c :

$$\begin{aligned}I(z) \propto <\vec{E}(z,t)\cdot\vec{E}(z,t)> =& \overbrace{4I_1\sin^2(k_1 z) + 4I_2\sin^2(k_2 z)}^{\text{réseaux stationnaires}}\\ &\underbrace{- 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}\left[\cos(\Delta\omega t + (k_1+k_2)\,z) + \cos(\Delta\omega t - (k_1+k_2)\,z)\right]}_{\text{réseaux mobiles}},\end{aligned} \tag{2.101}$$

en posant $\Delta\omega = \omega_1 - \omega_2$. On obtient ainsi bien deux réseaux stationnaires de périodes spatiales $\frac{\pi}{k_1}$ et $\frac{\pi}{k_2}$, et deux réseaux mobiles de période spatiale $\frac{2\pi}{k_1+k_2}$ et de vitesses $+v_{reseau}$ et $-v_{reseau}$, avec :

$$v_{reseau} = c\frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1 + \omega_2} = \frac{\Delta\omega}{k_1 + k_2}. \tag{2.102}$$

Remarquons que l'équation précédente peut se mettre sous la forme :

$$I(z) = \underbrace{4I_1\sin^2(k_1 z) + 4I_2\sin^2(k_2 z)}_{\text{réseaux stationnaires}} - \underbrace{4\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}\cos(\Delta\omega t)\cos((k_1+k_2)\,z)}_{\text{réseau modulé en amplitude}}. \tag{2.103}$$

L'intensité totale $I(z)$ peut donc aussi être vue comme la somme de trois réseaux stationnaires, de périodes spatiales $\frac{\pi}{k_1}$, $\frac{\pi}{k_2}$ et $\frac{\pi}{k_1+k_2}$, le réseau de période spatiale $\frac{2\pi}{k_1+k_2}$ étant modulé en amplitude.

Les formules 2.100, 2.101 et 2.103 ne sont cependant valables que si ω_1 et ω_2 sont constantes au cours du temps. Dans le cas contraire, la formule 2.101 devient :

$$\begin{aligned}I(z) =& 4I_1\sin^2(k_1 z) + 4I_2\sin^2(k_2 z)\\ &- 2\sqrt{I_1}\sqrt{I_2}\left[\cos\left(\int^t \Delta\omega(t')\,\mathrm{d}t' + (k_1+k_2)\,z\right) + \cos\left(\int^t \Delta\omega(t')\,\mathrm{d}t' - (k_1+k_2)\,z\right)\right].\end{aligned} \tag{2.104}$$

Expérimentalement, la différence de fréquence $\Delta\omega$ n'excédera pas quelques MHz. Nos lasers ayant une longueur d'onde d'environ 780 nm, on peut considérer que $k_1 \simeq k_2$, que nous noterons

par la suite k. Les deux réseaux stationnaires n'en formeront donc plus qu'un, d'amplitude $4I_1 + 4I_2$.

Écrivons le hamiltonien d'un atome soumis à l'intensité laser $I(z)$:

$$\begin{aligned} H(t) =& \frac{\hat{p}^2}{2m} + (U_1 + U_2)\sin^2(kz) \\ &- \frac{\sqrt{U_1}\sqrt{U_2}}{2}\left[\cos\left(\int^t \Delta\omega(t')\,\mathrm{d}t' + 2kz\right) + \cos\left(\int^t \Delta\omega(t')\,\mathrm{d}t' - 2kz\right)\right], \end{aligned} \tag{2.105}$$

en notant $U_j = \frac{\hbar\Gamma^2}{2\Delta}\frac{I_j}{I_{sat}}$, pour $j = 1, 2$. Nous pouvons introduire le hamiltonien réduit :

$$\begin{aligned} H_{reduit}(t) = \frac{H(t)}{E_r} =& \hat{q}^2 - (\kappa_1 + \kappa_2)\left(\mathrm{e}^{2ikz} + \mathrm{e}^{-2ikz}\right) \\ &- \sqrt{\kappa_1}\sqrt{\kappa_2}\mathrm{e}^{2ik\int^t v_{reseau}(t')\mathrm{d}t'}\left(\mathrm{e}^{2ikz} + \mathrm{e}^{-2ikz}\right) \\ &- \sqrt{\kappa_1}\sqrt{\kappa_2}\mathrm{e}^{-2ik\int^t v_{reseau}(t')\mathrm{d}t'}\left(\mathrm{e}^{2ikz} + \mathrm{e}^{-2ikz}\right), \end{aligned} \tag{2.106}$$

en reprenant les notations introduites en 2.63 et en posant $\kappa_j = \frac{U_j}{4E_r}$, pour $j = 1, 2$. On a donc toujours un hamiltonien stable dans la base infinie des $(|q_{2l}\rangle)_{l\in\mathbb{Z}}$, et sa matrice dans cette base va s'écrire :

$$\begin{array}{c} \\ \vdots \\ |q_{-2l}\rangle \\ \vdots \\ |q_0\rangle \\ \vdots \\ |q_{2l}\rangle \\ \vdots \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccccccc} \cdots & |q_{-2l}\rangle & \cdots & |q_0\rangle & \cdots & |q_{2l}\rangle & \cdots \end{array} \\ \begin{bmatrix} \ddots & K_{12} & 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 \\ K_{12} & H_{-2l} & K_{12} & \ddots & \vdots & & \vdots \\ 0 & K_{12} & \ddots & K_{12} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & K_{12} & H_0 & K_{12} & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & K_{12} & \ddots & K_{12} & 0 \\ \vdots & & \vdots & \ddots & K_{12} & H_{2l} & K_{12} \\ 0 & \cdots & 0 & \cdots & 0 & K_{12} & \ddots \end{bmatrix} \end{array}, \tag{2.107}$$

avec :

$$\begin{cases} H_{2l} &= (q + 2l)^2 \\ K_{12} &= -(\kappa_1 + \kappa_2) - 2\sqrt{\kappa_1}\sqrt{\kappa_2}\cos\left(2k\int^t v_{reseau}(t')\,\mathrm{d}t'\right) \end{cases}. \tag{2.108}$$

Expérimentalement, nous chargerons adiabatiquement les atomes dans un des réseaux mobiles. Nous allons donc calculer numériquement comment est modifié au cours du temps l'état d'un atome, chargé adiabatiquement dans l'un de ces réseaux, par la présence des réseaux parasites. Nous appelons ici "réseaux parasites", les réseaux stationnaire et mobile avec une vitesse opposée à celle du réseau dans lequel sont chargés les atomes. Nous supposerons que les intensités I_1 et I_2 des deux raies du laser sont égales. En notant I_0 l'intensité totale du laser, nous aurons alors :

$$I_1 = I_2 = \frac{I_0}{2}. \tag{2.109}$$

Nous noterons $U_0 = \frac{\hbar\Gamma^2}{2\Delta}\frac{I_0}{I_{sat}}$ et $\kappa = \frac{U_0}{4E_r}$. Nous avons donc, dans le cas où les deux raies laser sont de même intensité :

$$\kappa_1 = \kappa_2 = \frac{\kappa}{2}. \tag{2.110}$$

Nous remarquons (voir équation 2.106) que, dans ce cas, la profondeur des réseaux mobiles est égale à la moitié de la profondeur du réseau stationnaire, et vaut $\frac{\kappa}{2}$.

Sur le schéma 2.20 est représentée la séquence temporelle de variation de κ, de la vitesse du réseau dans lequel sont chargés les atomes et de la vitesse de ceux-ci, utilisée pour effectuer les calculs numériques.

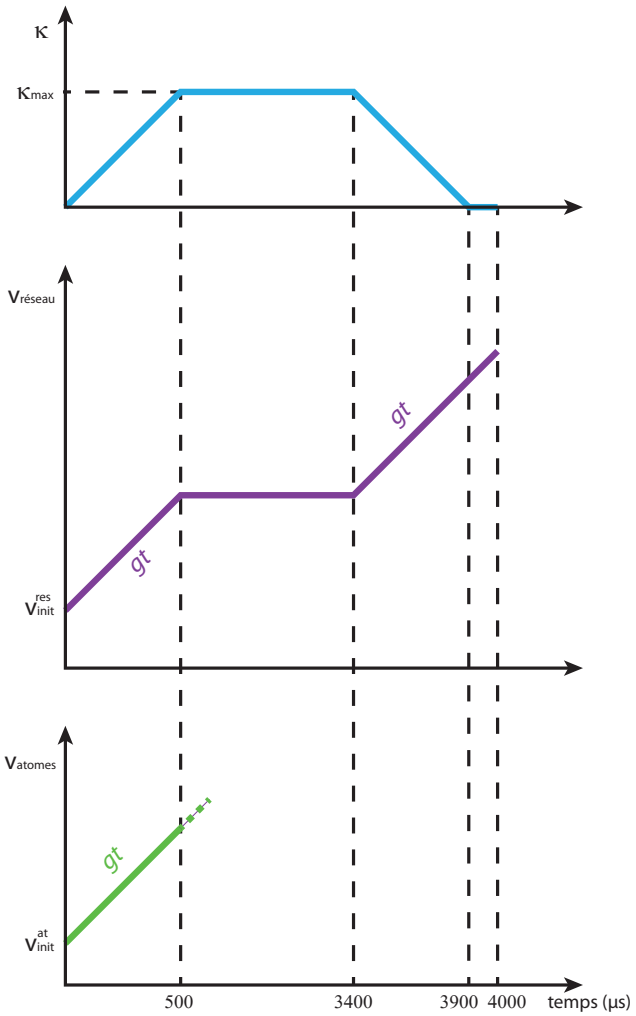
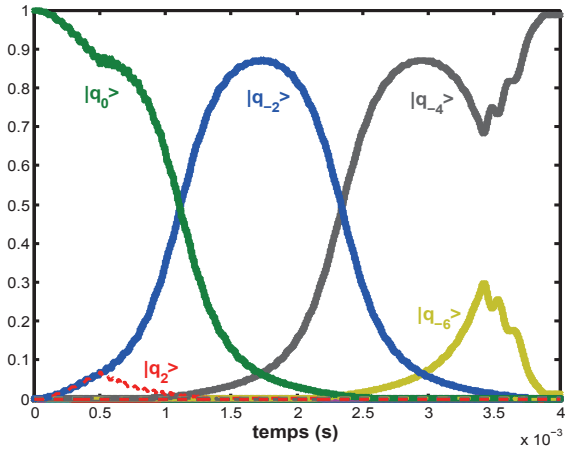


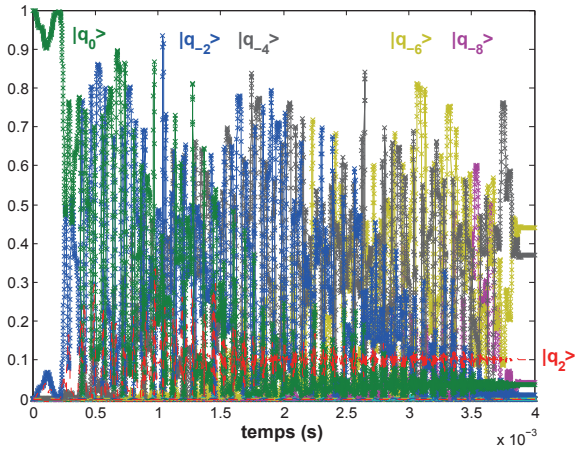
FIGURE 2.20 – Séquence temporelle de variation de κ, de la vitesse du réseau dans lequel sont chargés les atomes et de la vitesse de ceux-ci, utilisée pour effectuer les calculs numériques.

Nous allons tout d'abord calculer l'évolution au cours du temps de l'état d'un atome, sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 15}$, chargé puis déchargé adiabatiquement dans un réseau mobile, selon la séquence temporelle décrite sur le schéma 2.20, en l'absence des deux réseaux parasites. La profondeur maximale du réseau est prise égale à $\frac{\kappa_{max}}{2} = \frac{5}{4}$, et nous supposons que la vitesse initiale v_{init}^{at} de l'atome est égale à la vitesse initiale v_{init}^{res} du réseau (c'est-à-dire que l'atome est chargé au centre de la zone Brillouin). L'évolution de l'état de l'atome, en l'absence de réseaux parasites, ne dépend pas de la vitesse initiale v_{init} commune au réseau et à l'atome. Ce calcul est représenté sur le graphe 2.21(A). L'atome effectue deux oscillations de Bloch et a une probabilité quasiment égale à 1 de se retrouver dans l'état $|q_{-4}\rangle$ à la fin de la séquence temporelle.

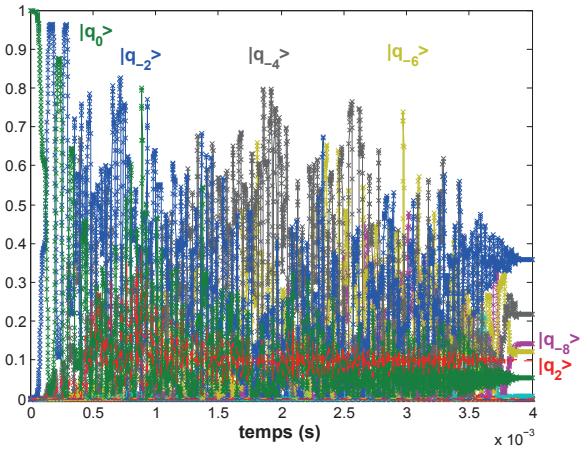
Effectuons à présent le même calcul, pour des vitesses initiales $v_{init} = 0$ et $v_{init} = 0.8v_{recul}$, en présence des réseaux parasites. Ces calculs sont représentés sur les graphes 2.21(B) et 2.21(C). Nous constatons, d'une part, que l'évolution de l'état de l'atome est fortement modifiée par rapport au cas sans réseaux parasites, et que, d'autre part, cette évolution dépend de la vitesse initiale v_{init}.



(A) Cas sans réseaux parasites. L'évolution au cours du temps de l'état de l'atome ne dépend pas de la vitesse initiale v_{init} commune au réseau et à l'atome.



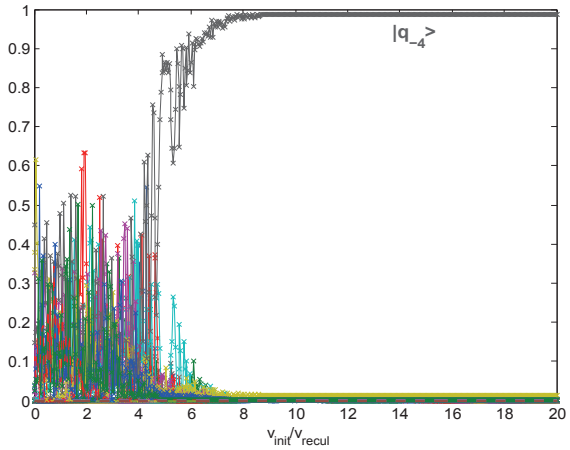
(B) Cas avec réseaux parasites, $v_{init} = 0$.



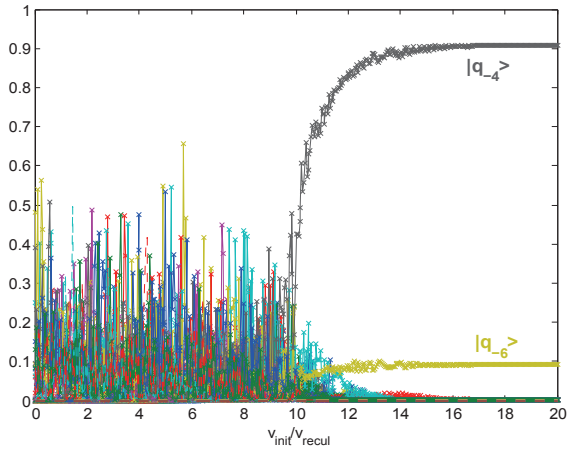
(C) Cas avec réseaux parasites, $v_{init} = 0.8 v_{recul}$.

FIGURE 2.21 – Évolution au cours du temps des normes au carré des composantes de l'état atomique, sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 15}$, en présence ou non de réseaux parasites. L'atome est chargé puis déchargé adiabatiquement dans un réseau mobile, selon la séquence temporelle décrite sur le schéma 2.20. La profondeur maximale du réseau mobile vaut ici $\frac{\kappa_{max}}{2} = \frac{5}{4}$.

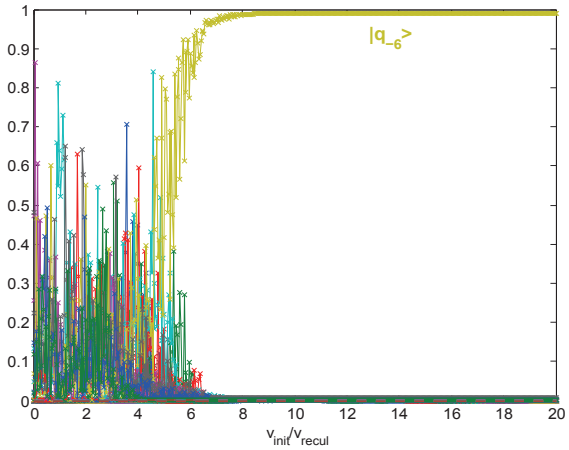
Afin d'étudier l'évolution, en fonction de la vitesse initiale v_{init}, de l'influence des réseaux parasites, nous allons calculer, en fonction de v_{init}, l'évolution des normes au carré des composantes de l'état de l'atome à la fin de la séquence temporelle décrite sur le schéma 2.20 (c'est-à-dire au temps $t = 4000$ µs), sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 15}$. Nous représentons ces calculs, dans les cas $\kappa_{max} = \frac{10}{4}$ et $\kappa_{max} = \frac{40}{4}$, sur les graphes 2.22(A) et 2.22(B). Nous effectuons aussi le même calcul, en fonction de la vitesse initiale du réseau mobile, mais dans le cas où on ne suppose plus $v_{init}^{at} = v_{init}^{res}$, pour une profondeur maximale du réseau de $\kappa_{max} = \frac{10}{4}$. Pour le calcul, nous avons pris $v_{init}^{at} = v_{init}^{res} + 0.7 v_{recul}$. L'atome est donc chargé dans le réseau, toujours dans la bande fondamentale, mais plus près du bord de la zone de Brillouin. Ce calcul est représenté sur le graphe 2.22(C). Nous constatons qu'à partir d'une certaine valeur de la vitesse



(A) $\kappa_{max} = \frac{10}{4}$ et $v_{init}^{at} = v_{init}^{res} = v_{init}$. En l'absence de réseaux parasites, l'état de l'atome à la fin de la séquence vaut $|q_{-4}\rangle$.



(B) $\kappa_{max} = \frac{40}{4}$ et $v_{init}^{at} = v_{init}^{res} = v_{init}$. En l'absence de réseaux parasites, l'état de l'atome à la fin de la séquence vaut $0.91\,|q_{-4}\rangle + 0.09\,|q_{-6}\rangle$.



(C) $\kappa_{max} = \frac{10}{4}$ et $v_{init}^{at} = v_{init}^{res} + 0.7 v_{recul}$. En l'absence de réseaux parasites, l'état de l'atome à la fin de la séquence vaut $|q_{-6}\rangle$.

FIGURE 2.22 – Évolution, en fonction des vitesses initiales v_{init}^{at} et v_{init}^{res} de l'atome et du réseau, des normes au carré de la composante de l'état de l'atome, à la fin de la séquence temporelle 2.20, sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 15}$.

de chargement v_{init} de l'atome dans le réseau mobile, l'état final de l'atome tend vers l'état

final qu'aurait l'atome en l'absence de réseaux parasites. De plus, plus la profondeur maximale κ_{max} est élevée, plus la vitesse à partir de laquelle l'influence des réseaux parasites devient négligeable est élevée (environ $8v_{recul}$ dans le cas où $\kappa_{max} = \frac{10}{4}$ et environ $13v_{recul}$ dans le cas où $\kappa_{max} = \frac{40}{4}$). Cependant, cette valeur ne change pas si on ne charge pas l'atome au centre de la zone de Brillouin.

Si nous traçons l'évolution de l'état d'un atome au cours de la séquence temporelle décrite sur le schéma 2.20, soumis aux réseaux parasites, dans le cas où $v_{init}^{at} = v_{init}^{res} = 15v_{recul}$, pour une profondeur maximale $\kappa_{max} = \frac{10}{4}$ (voir figure 2.23), nous constatons bien que, tout au long de la séquence interférométrique, l'état de l'atome est peu modifié par rapport au cas sans réseaux parasites (voir graphe 2.21(A)), mais présente de fortes oscillations (de période environ 4 µs), dont l'origine reste à comprendre.

Nous verrons dans le chapitre 4 qu'il a été possible d'observer expérimentalement des oscillations de Bloch dans un réseau mobile, donc en présence des réseaux parasites, avec une profondeur maximale du réseau stationnaire de $\kappa_{max} \simeq \frac{6}{4}$ et une vitesse de chargement des atomes dans le réseau mobile de $v_{init} = 27.5v_{recul}$, ce qui est en accord avec les calculs numériques effectués ci-dessus.

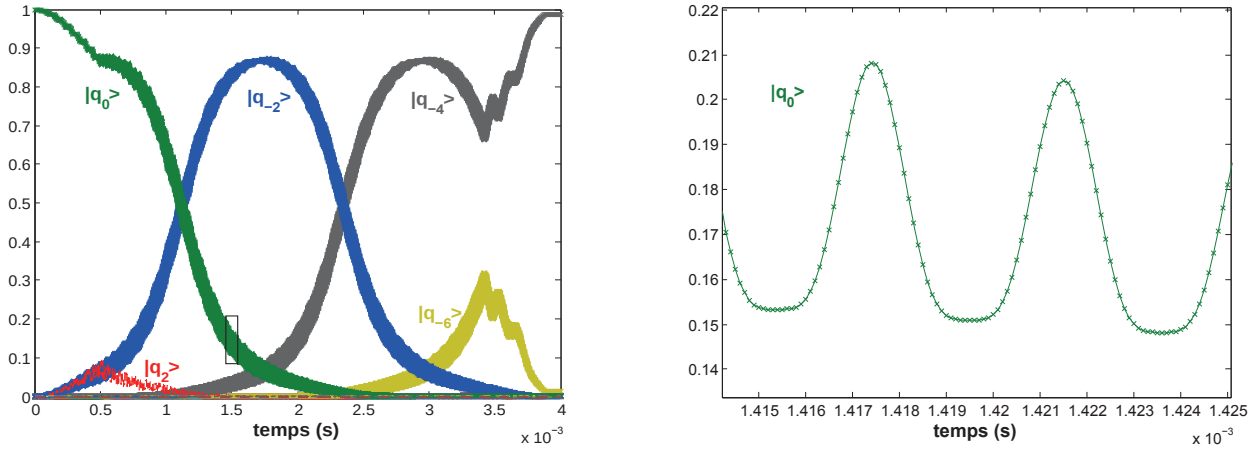


FIGURE 2.23 – Évolution au cours du temps des normes au carré des composantes de l'état atomique, sur la base $(|q_{2l}\rangle)_{|l|\leq 15}$, en présence des réseaux parasites. L'atome est chargé puis déchargé adiabatiquement dans un réseau mobile, selon la séquence temporelle décrite sur le schéma 2.20. La profondeur maximale du réseau mobile vaut ici $\frac{\kappa_{max}}{2} = \frac{5}{4}$. La vitesse initiale v_{init}^{res} du réseau est égale à la vitesse initiale v_{init}^{at} de l'atome et vaut $15v_{recul}$. Le graphe de droite représente un zoom, au niveau du rectangle noir, du graphe de gauche.

Conclusion

Le phénomène d'oscillations de Bloch d'un atome dans un réseau optique en mouvement par rapport à l'atome peut s'expliquer de différentes façons. Nous en avons présenté deux dans ce chapitre, l'une étant l'analogie avec une succession de transitions Raman sans changement d'état interne, l'autre étant l'analogie avec le phénomène d'oscillations de Bloch d'un électron dans un réseau périodique parfait et soumis à un champ électrique. Il est aussi possible de comprendre ce phénomène en utilisant une approche de type "atome habillé" [24].

En partant d'un ensemble d'atomes dont la largeur totale de la distribution en vitesse est de l'ordre de ou inférieure à $2v_{recul}$, il est possible, grâce aux oscillations de Bloch, de transférer

à l'ensemble de ces atomes une quantité de mouvement très précisément connue, puisqu'égale à un nombre entier de fois le recul que subit un atome lorsqu'il absorbe (ou émet) un photon. Nous pourrons alors effectuer une mesure de l'accélération de la pesanteur en faisant subir aux atomes des oscillations de Bloch entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales d'un interféromètre de Ramsey-Bordé (voir chapitre 1). Remarquons qu'il n'est pas possible d'insérer une séquence d'oscillations de Bloch dans un interféromètre atomique à un instant où les deux branches de l'interféromètre sont dans deux états différents. En effet, la différence de vitesse entre les deux branches est alors de l'ordre de $2v_{recul}$, et il n'est alors pas possible que les atomes des deux branches soient chargés simultanément dans la bande d'énergie fondamentale du hamiltonien décrivant l'atome dans le réseau optique. Nous avons pour cette raison choisi d'utiliser une configuration d'interféromètre de type Ramsey-Bordé à quatre impulsions $\frac{\pi}{2}$, puisqu'à aucun instant, dans un interféromètre de type Mach-Zehnder, les deux branches de l'interféromètre ne se trouvent dans le même état interne (voir figure 1.9).

Les oscillations de Bloch vont ainsi nous permettre de manipuler la vitesse des atomes, et en particulier d'empêcher la chute des atomes sous l'effet de la pesanteur, sans pour autant empêcher d'effectuer une mesure précise de l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$. De plus, comme la sensibilité de la mesure de $\vec{g}$ est proportionnelle à la durée T_d entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre de Ramsey-Bordé (voir équation 1.95), il sera intéressant de faire effectuer aux atomes le plus grand nombre possible d'oscillations de Bloch. Il sera donc nécessaire de régler l'intensité et la fréquence du laser Bloch de façon à avoir un compromis optimal entre les pertes Landau-Zener et l'émission spontanée.

Expérimentalement, si on souhaite charger un atome dans un réseau mobile, dans une configuration où le laser générant le réseau est rétro-réfléchi, l'atome va être soumis à deux réseaux parasites supplémentaires, un stationnaire, et un autre de vitesse opposée à celle du réseau dans lequel est chargé l'atome. Le calcul numérique de l'évolution de l'état d'un atome dans un tel cas, en fonction de la vitesse des réseaux mobiles, montre que l'influence des réseaux parasites devient faible lorsque cette vitesse est supérieure à environ $8v_{recul}$, dans le cas où la profondeur maximale du réseau mobile vaut $\frac{\kappa_{max}}{2} = \frac{5}{4}$. Cette étude reste cependant à confirmer expérimentalement, d'autant plus qu'elle ne prend pas en compte l'émission spontanée induite par les réseaux parasites. En outre, si le réseau est généré par un laser désaccordé dans le bleu, les atomes, dans le cas d'un unique réseau, auront une probabilité plus élevée de se trouver au niveau des minimas de l'intensité lumineuse, ce qui réduit l'émission spontanée, alors que ce ne sera pas le cas en présence de réseaux parasites.

Notons que cette configuration, qui génère simultanément deux réseaux mobiles, permet d'envisager de nouvelles géométries d'interféromètres atomiques [69].

Nous verrons dans les chapitres prochains quel est le dispositif expérimental utilisé pour effectuer une mesure de l'accélération de la pesanteur avec un interféromètre de Ramsey-Bordé combiné avec des oscillations de Bloch, et quels résultats expérimentaux ont été obtenus.

Chapitre 3

Le dispositif expérimental

Dans ce chapitre sera décrit le montage expérimental utilisé pour mesurer l'accélération de la pesanteur $\vec{g}$. Nous décrirons les deux bancs lasers du montage, la configuration des champs magnétiques ainsi que les circuits micro-ondes réalisés afin de générer les différentes fréquences nécessaires à l'expérience. Pendant la majeure partie de ma thèse, les atomes utilisés étaient des atomes de ^{85}Rb. Pour améliorer la qualité du signal interférométrique obtenu, les toutes dernières mesures ont été effectuées avec du ^{87}Rb. Certains changements sur le dispositif expérimental ont été effectués au moment du changement d'isotope. Ces changements seront mentionnés brièvement à la fin de ce chapitre, le dispositif décrit en détail ici étant le dispositif ayant permis d'adresser les atomes de ^{85}Rb.

3.1 Architecture de GIRAFON

La figure 3.1 est une photo du montage expérimental. L'expérience est principalement composée de deux racks contenant les bancs lasers utilisés pour générer les faisceaux du piège magnéto-optique [90], du "pousseur", du Bloch et du Raman, et d'une table anti-vibration MinusK sur laquelle est fixé le miroir de rétro-réflexion des faisceaux Raman et Bloch, et au-dessus de laquelle est fixée l'enceinte à ultra-vide où s'effectue l'interaction des atomes de rubidium avec les lasers. Ce dispositif expérimental est presque identique à celui décrit dans [28], un nouveau laser ayant été monté pour générer le faisceau Bloch, le faisceau Raman étant, sur le montage actuel, généré par ce même nouveau laser.

L'expérience comporte quatre grandes étapes :

- le refroidissement des atomes avec une étape de piège magnéto-optique et de mélasse optique,
- la préparation des atomes dans un état interne bien défini,
- la séquence interférométrique,
- une phase de détection permettant de mesurer la proportion d'atomes dans les deux états internes considérés et donc d'effectuer la mesure de la pesanteur.

Nous allons successivement décrire les différents éléments du dispositif expérimental permettant de réaliser ces différentes étapes.

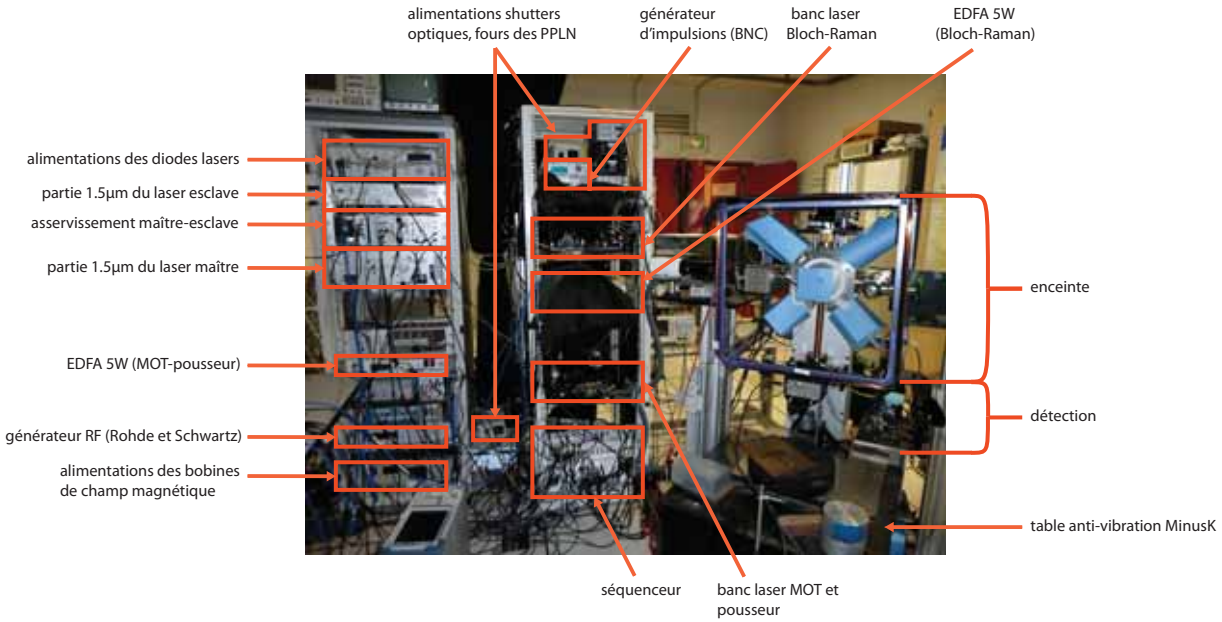


FIGURE 3.1 – Photo du dispositif expérimental GIRAFON utilisé pour mesurer la pesanteur.

3.2 Le refroidissement atomique

La première étape de l'expérience est une étape de refroidissement atomique. Le principe de l'expérience consistant en la mesure de l'accélération d'une boule d'atomes, il est nécessaire que la dispersion en vitesse du nuage atomique soit faible pour que suffisamment d'atomes puissent être détectés à la fin de la séquence interférométrique, les atomes devant traverser, pour rejoindre la zone de détection, un tube de chute de 2 cm de diamètre sans en toucher les parois. De plus, comme les impulsions Raman sont sélectives en vitesses, plus le nuage sera froid, plus le nombre d'atomes sélectionnés au cours des impulsions Raman sera élevé, et donc plus le signal en sortie d'interféromètre sera important.

La phase de refroidissement se décompose en deux étapes : une première étape appelée piège magnéto-optique, où les atomes sont soumis à six faisceaux lasers contrapropageants et à un gradient de champ magnétique, puis une deuxième étape appelée mélasse optique durant laquelle le champ magnétique est éteint.

3.2.1 Les champs magnétiques

Le gradient de champ magnétique nécessaire au piège magnéto-optique est généré par des bobines en configuration anti-Helmholtz fixées autour de l'enceinte à vide. Ces bobines créent un champ magnétique de la forme $\vec{B} = B_0\,(x\vec{e}_x + y\vec{e}_y - 2z\vec{e}_z)$ sur les atomes, l'axe des bobines étant l'axe z. Dans notre configuration expérimentale [73], nous avons $2B_0 \simeq 1.7 I_{gradient}$, $I_{gradient}$ étant le courant des bobines (en Ampères) qui sert à la génération du gradient de champ magnétique, B_0 étant exprimé en G/cm. Expérimentalement, le courant dans les bobines sera de quelques Ampères.

À cause de la présence du champ magnétique terrestre, il faut rajouter des bobines qui généreront un champ magnétique pour le compenser : il s'agit de la "cage" violette sur la photo 3.1.

Un courant supplémentaire est ajouté dans ces bobines, afin de générer un champ magnétique vertical de quantification. Ce champ magnétique, va permettre, grâce à l'effet Zeeman, de sélectionner les atomes dans le sous-niveau $|F = 2, m_F = 0\rangle$ [1], après les deux premières impulsions Raman de l'interféromètre. Il vaut environ 100 mG dans nos conditions expérimentales. Cela correspond à un écart en fréquence entre les sous-niveaux Zeeman des niveaux $|F = 2\rangle$ et $|F = 3\rangle$ de l'ordre de 47 kHz, soit un écart de 2×47 kHz entre les conditions de résonance pour une transition Raman entre un sous-niveau Zeeman de l'état $|F = 2\rangle$ (ou $|F = 3\rangle$) vers un sous-niveau Zeeman de l'état $|F = 3\rangle$ (resp. $|F = 2\rangle$), les transitions Raman ne s'effectuant qu'entre sous-niveaux Zeeman de même m_F.

Il alors nécessaire que la largeur fréquentielle des impulsions Raman soit suffisamment faible pour pouvoir résoudre les différents sous-niveaux Zeeman. La sélection du sous-niveau Zeeman $|F = 2, m_F = 0\rangle$ s'effectuant grâce à un faisceau "pousseur", qui pousse hors de la zone de détection, par pression de radiation, les atomes qui n'étaient pas à résonance avec les deux premières impulsions $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre, il faut donc que la largeur totale, ramenée en unité de fréquence, du peigne sélectionné par ces deux premières impulsions, soit inférieure à 2×47 kHz. Dans nos conditions expérimentales, il faut donc que les durées des impulsions $\frac{\pi}{2}$ soient d'au moins environ 20 µs pour pouvoir résoudre les sous-niveaux Zeeman et ne sélectionner que les atomes dans le sous-niveau $|F = 2, m_F = 0\rangle$.

3.2.2 Les fréquences optiques à générer

Les atomes généralement utilisés dans l'expérience sont des atomes de ^{85}Rb, la transition utilisée pour interagir avec ces atomes étant la transition $\left|5^2S_{1/2}\right\rangle \rightarrow \left|5^2P_{3/2}\right\rangle$, appelée transition D_2, dont la longueur d'onde est d'environ 780 nm. Sur la figure 3.2, nous représentons la structure hyperfine de cette transition.

Au cours des deux phases de refroidissement, deux fréquences laser sont nécessaires. Une première fréquence servant au refroidissement proprement dit, qui est décalée d'environ 3Γ [2] dans le rouge de la transition $\left|5^2S_{1/2}, F = 3\right\rangle \rightarrow \left|5^2P_{3/2}, F' = 4\right\rangle$ au cours du piège magnéto-optique. Au cours de la phase de mélasse optique cette fréquence sera décalée d'environ 10Γ dans le rouge dans la transition $\left|5^2S_{1/2}, F = 3\right\rangle \rightarrow \left|5^2P_{3/2}, F' = 4\right\rangle$. Cependant, au cours du refroidissement, les atomes sont dépompés du niveau $|F = 3\rangle$ vers le niveau $|F = 2\rangle$ [3]. Or un atome dans le niveau $|F = 2\rangle$ n'est plus à résonance avec les faisceaux laser de refroidissement, il ne "verra" donc plus le piège magnéto-optique ou la mélasse et sera donc perdu. Pour palier ce problème, on rajoute une deuxième fréquence laser, appelée fréquence repompeur, qui est à résonance avec la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$. Un atome, dans l'état $|F' = 3\rangle$, peut se désexciter spontanément vers l'état $|F = 2\rangle$ ou $|F = 3\rangle$. Le faisceau repompeur permet donc, par pompage optique, de ramener tous les atomes dans le niveau $|F = 3\rangle$. Pour effectuer l'étape de refroidissement atomique, il est donc nécessaire de générer deux fréquences optiques, distantes d'environ 3 GHz.

Afin que la phase de refroidissement puisse s'effectuer, la fréquence servant au refroidissement des atomes doit être ajustée précisément et être suffisamment stable dans le temps. Pour ce faire, cette fréquence sera asservie, la fréquence de repompeur étant générée grâce à un modulateur de phase inséré sur le laser de refroidissement.

1. On sélectionne les atomes dans le sous-niveau Zeeman $m_F = 0$ car ce sous-niveau est insensible, au premier ordre, au champ magnétique.

2. Γ est la largeur du niveau excité $\left|5^2P_{3/2}\right\rangle$ et vaut $2\pi \times (6.067$ MHz).

3. Il existe une probabilité non nulle qu'un atome, dans niveau $|F = 3\rangle$, soit excité, par le laser de refroidissement, vers le niveau $|F' = 3\rangle$. Un tel atome peut alors se désexciter spontanément vers le niveau $|F = 2\rangle$.

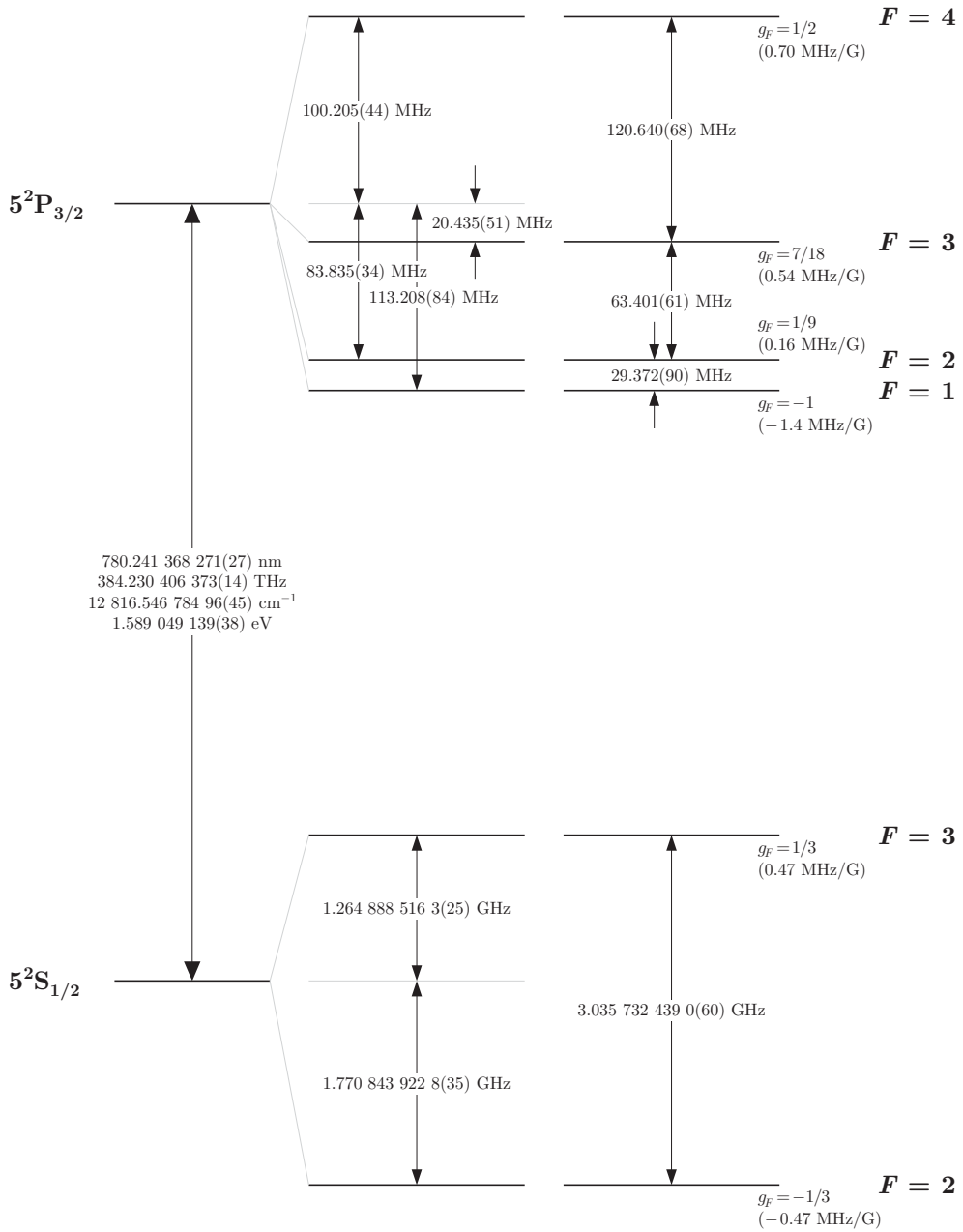


FIGURE 3.2 – Structure hyperfine de la transition D_2 du ^{85}Rb (figure extraite de [99]).

3.2.3 Asservissement du laser maître

Le montage laser a été précisément décrit dans [28, 73], nous ne présenterons ici que les grandes lignes du dispositif. La principale caractéristique du montage est d'être en grande partie fibré. Une longueur d'onde de 780 nm peut en effet s'obtenir par doublage de fréquence d'un laser à 1560 nm, or beaucoup de composants télécoms fibrés existent à 1560 nm. L'intérêt d'un montage fibré, par rapport à un montage en espace libre, est sa beaucoup plus grande stabilité, qui est critique pour un banc laser embarquable. Nous allons tout d'abord décrire la partie du montage à 1560 nm.

Comme indiqué précédemment, il est nécessaire d'asservir la fréquence du laser de refroidissement, afin que celle-ci soit stable dans le temps et précisément connue. Cet asservissement va s'effectuer en deux temps. Un premier laser à 1560 nm, appelé laser maître, est tout d'abord amplifié par un EDFA (amplificateur à fibre dopée Erbium) de 500 mW (Keopsys) puis doublé en fréquence par un PPLN (cristal de Niobate de Lithium périodiquement retourné) en guide d'onde de 30 mm. Le faisceau à 780 nm résultant est envoyé sur une cellule de rubidium, où va être généré un signal d'absorption saturée détecté par une photodiode. Le laser maître est un laser à fibre dopée Erbium (Kohéras), de largeur de raie 2 kHz et de puissance 10 mW. Sa longueur d'onde peut être modifiée de trois façon différentes :

- en changeant la température de la fibre, ce qui va modifier le pas du réseau de Bragg,
- en contrôlant la cale piézo-électrique sur laquelle est monté le réseau de Bragg,
- en changeant le courant des diodes de pompe du laser.

L'asservissement du laser maître est réalisé en modulant sinusoïdalement la tension appliquée V à la cale piézo-électrique :

$$V(t) = V_0 \sin(\omega t)\,. \tag{3.1}$$

La fréquence f du laser dépendant linéairement de la tension appliquée à la cale, on peut écrire :

$$f(V) = f_0 + \alpha V. \tag{3.2}$$

Le signal $s(f)$ observé à la photodiode est donc :

$$s(f) = s(f_0 + \alpha V_0 \sin(\omega t)) \simeq s(f_0) + \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}f}(f_0)\,\alpha V_0 \sin(\omega t)\,. \tag{3.3}$$

Le signal servant à réaliser l'asservissement est généré par détection synchrone, en multipliant le signal de la photodiode par $V(t)$, puis en soumettant le résultat de la multiplication à un filtre passe-bas, dont la fréquence de coupure est petite devant ω. Le signal $A(f_0)$ résultant va donc s'écrire :

$$A(f) = \frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}f}(f_0)\,\frac{\alpha V_0^2}{2}. \tag{3.4}$$

Lorsque la fréquence f_0 correspond à un pic d'absorption saturée, $\frac{\mathrm{d}s}{\mathrm{d}f}(f_0) = 0$, ce qui permet de réaliser l'asservissement. Nous représentons sur la figure 3.3 différents pics du signal d'absorption saturée de la structure hyperfine de la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F'\rangle$ du ^{85}Rb. Les deux pics centraux ne correspondent pas à des niveaux réels, mais à des croisements de niveaux : au niveau de ces pics, la fréquence correspond à la moyenne des fréquences de transition des deux niveaux croisés. Le laser maître sera asservi sur le croisement des niveaux $|F' = 2\rangle$ et $|F' = 4\rangle$.

L'asservissement précédent permet de stabiliser la fréquence du laser, mais seulement si celle-ci dérive de moins de 150 MHz environ. Pour des fluctuations plus importantes, la cale piézo-électrique arrive en bout de course et l'asservissement saute. Pour palier ce problème, un deuxième asservissement va modifier la température de la fibre du laser, afin de rester toujours dans la plage d'accordabilité de la cale piézo. Ce deuxième asservissement est réalisé à l'aide d'un micro-contrôleur Microchip 16F84 [73].

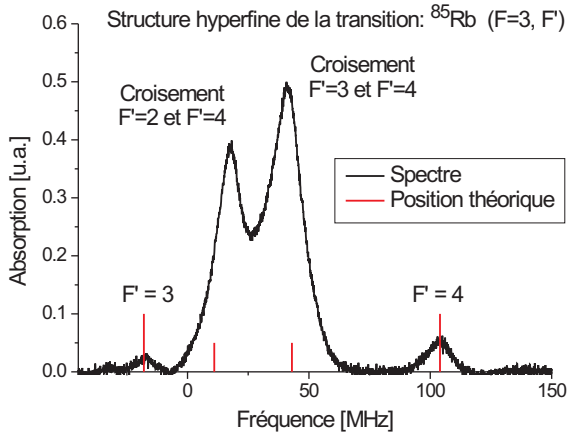


FIGURE 3.3 – Absorption saturée d'une partie de la structure hyperfine de la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F'\rangle$ du ^{85}Rb. L'absorption simple a été soustraite. Cette figure est extraite de [73].

3.2.4 Asservissement du laser esclave

Le laser maître va servir à asservir un deuxième laser à 1560 nm, appelé laser esclave, qui va être amplifié par un EDFA 5 W, puis doublé en fréquence par un cristal de PPLN massif. C'est ce laser esclave doublé qui va ensuite être envoyé sur les atomes. Avant l'EDFA est inséré un modulateur de phase permettant de générer les deux fréquences nécessaires au refroidissement atomique.

Le laser esclave, qui est une diode laser DFB (à contre-réaction répartie), est asservi par battement sur le laser maître. Le principe de cet asservissement est représenté sur le schéma 3.4. Une petite partie de la puissance des lasers maître et esclave est envoyée dans un coupleur fibré,

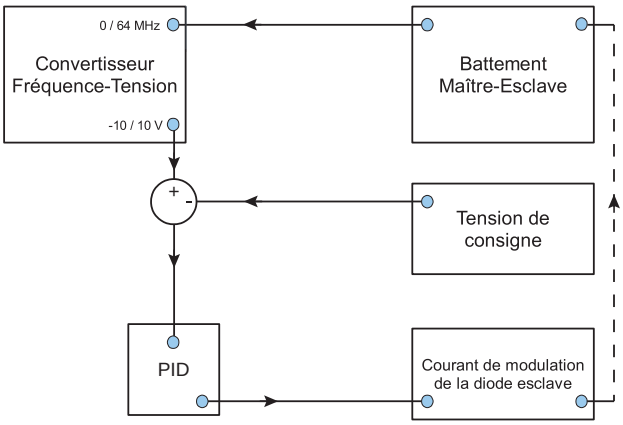


FIGURE 3.4 – Schéma du principe de l'asservissement du laser esclave sur le laser maître.

puis détecté grâce à une photodiode rapide Thorlabs de bande passante 1 MHz-1.8 GHz, qui ne sera sensible qu'à la différence entre les deux fréquences laser. Le signal électrique ainsi généré est envoyé sur un convertisseur fréquence-tension $0 - 64$ MHz, dont la tension de sortie sera comparée à une tension de consigne (cette tension de consigne va nous permettre de contrôler au cours du temps la fréquence du laser esclave), puis envoyée sur un PID dont la sortie contrôlera le courant de la diode esclave. Après doublage de fréquence, la fréquence du laser esclave pourra

donc théoriquement [4] évoluer de ±128 MHz autour de la fréquence du laser maître (croisement des niveaux $|F' = 2\rangle$ et $|F' = 4\rangle$).

3.2.5 Schéma global de la partie à 1560 nm du montage du laser de refroidissement

La figure 3.5 représente le schéma global de la partie à 1560 nm du laser de refroidissement et résume les différents éléments décrits plus haut.

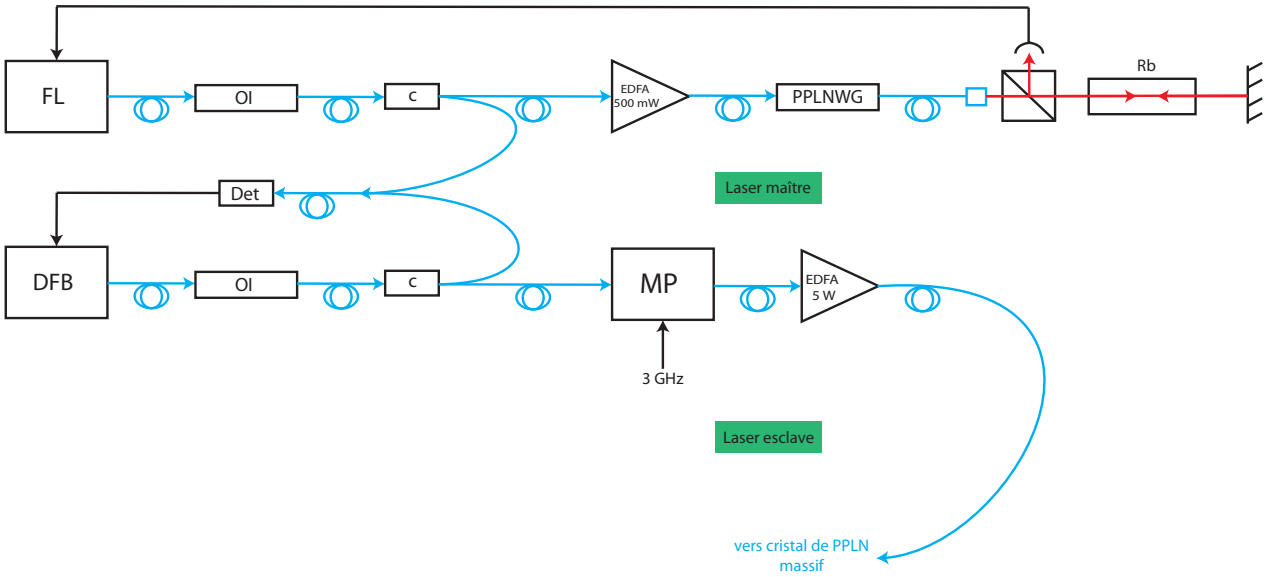


FIGURE 3.5 – Schéma global de la partie à 1560 nm du laser de refroidissement. Les sigles utilisés sont les suivants : OI, isolateur optique ; FL, laser à fibre dopée Erbium ; c, coupleur fibré ; MP, modulateur de phase ; PPLN WG, PPLN en guide d'onde ; DFB, laser à contre-réaction répartie ; Det, détecteur rapide ; Rb, cellule de rubidium.

Le circuit miro-onde servant à générer le 3 GHz injecté dans le modulateur de phase pour générer la fréquence repompeur est très simple : il est simplement constitué d'un générateur HP 8350 B, dont la fréquence est réglée autour de 2.93 GHz, suivi d'un amplificateur 20 dB. La fréquence et la puissance en sortie du HP 8350 B sont contrôlables avec une tension de commande, ce qui permet de conserver le repompeur à résonance lorsqu'on doit changer la fréquence du laser de refroidissement et de changer les puissances relatives des deux faisceaux au cours du temps.

3.2.6 Description de la partie à 780 nm du laser de refroidissement

Comme le montre le schéma 3.5, la diode laser esclave passe dans un amplificateur optique EDFA 5W PM fibré. Le faisceau à 1560 nm sortant de la fibre de sortie de cet EDFA passe ensuite en espace libre puis traverse un cristal de PPLN massif en double passage, où il est doublé en fréquence (voir la photo 3.6). Le faisceau à 780 nm passe ensuite dans un modulateur acousto-optique. L'ordre 0 de ce modulateur acousto-optique va servir à générer les faisceaux de refroidissement, mais aussi, comme nous le verrons plus tard, le faisceau de détection. L'ordre

4. Expérimentalement, l'asservissement est stable si la fréquence du battement, à 780 nm, est comprise entre 20 et 100 MHz.

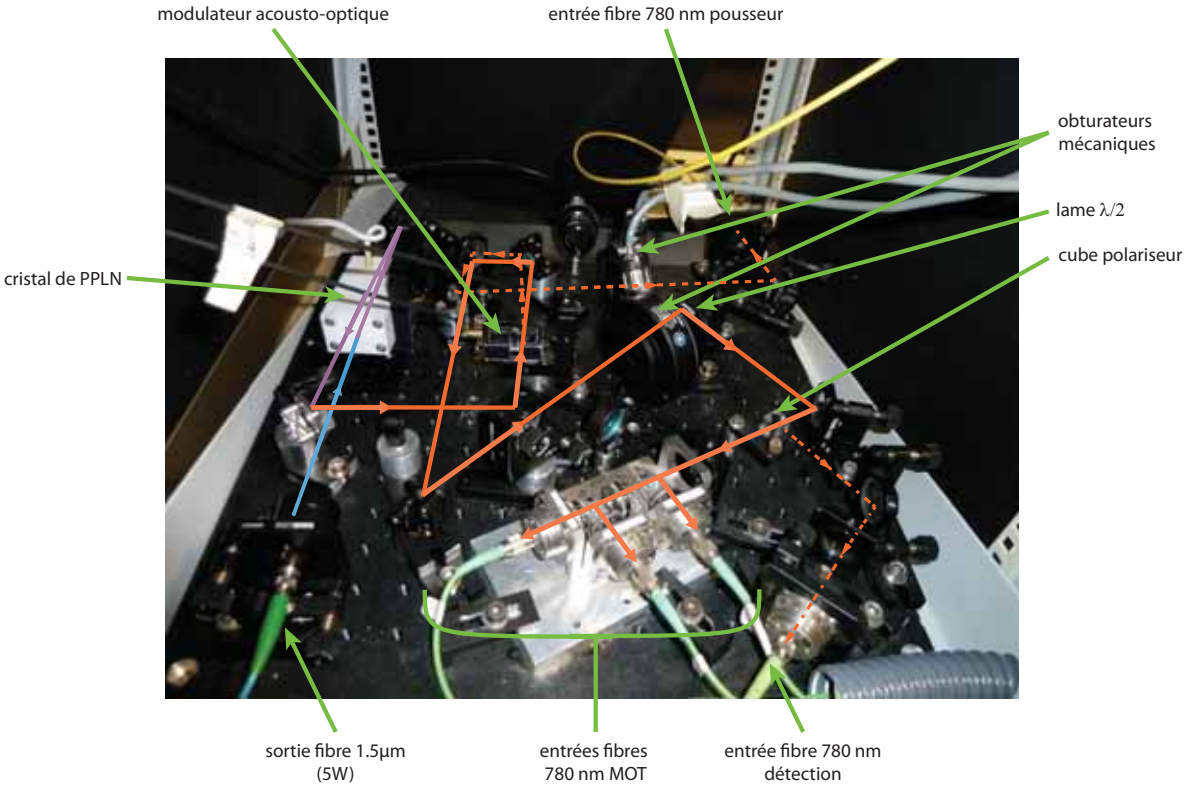


FIGURE 3.6 – Photo du banc espace libre à 780 nm du laser de refroidissement.

1 va servir de "pousseur" : au cours de notre séquence interférométrique nous allons en effet effectuer une phase de sélection de la vitesse des atomes. Pour effectuer cette sélection en vitesse, nous utiliserons un interféromètre de Ramsey, composé de deux impulsions $\frac{\pi}{2}$. Les atomes dont la vitesse ne convient pas seront les atomes restés dans l'état interne $|F = 3\rangle$. Notre "pousseur" sera donc un faisceau à résonance avec la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$. Les atomes dans l'état $|F = 2\rangle$ ne "verront" pas ce faisceau, tandis que les atomes dans l'état $|F = 3\rangle$ subiront de nombreux cycles d'absorption-émission de photons, qui les pousseront hors de la zone de détection.

Le faisceau "pousseur", une fois sorti du modulateur acousto-optique, va simplement passer par un obturateur mécanique (Uniblitz LS2ZM2), puis est injecté dans une fibre optique. Quant à l'ordre 0, il va lui aussi passer par un obturateur mécanique identique, puis par une lame $\frac{\lambda}{2}$. Cette lame $\frac{\lambda}{2}$ va servir à répartir la puissance entre la partie du faisceau qui servira à la détection, et celle qui ira refroidir les atomes. En effet, après la lame $\frac{\lambda}{2}$, l'ordre 0 est envoyé sur un cube polariseur. Une des sorties du cube polariseur ira sur un système de marque OFR, qui sépare le faisceau en trois parties, qui sont injectées dans trois fibres (voir photo 3.6). L'autre sortie du cube polariseur est directement injectée dans une fibre, et constituera le faisceau de détection.

3.2.7 Les faisceaux de refroidissement au niveau des atomes

Les trois fibres optiques sortant du système OFR vont permettre d'amener les faisceaux laser de refroidissement du rack (celui de droite sur la photo 3.1), où est situé le banc laser en espace libre, au niveau de l'enceinte à vide où les atomes de rubidium sont présents. Le schéma 3.7 représente la configuration des différents faisceaux lasers au niveaux de l'enceinte. Les trois faisceaux lasers sortant de l'OFR sont disposés dans trois directions de l'espace, et

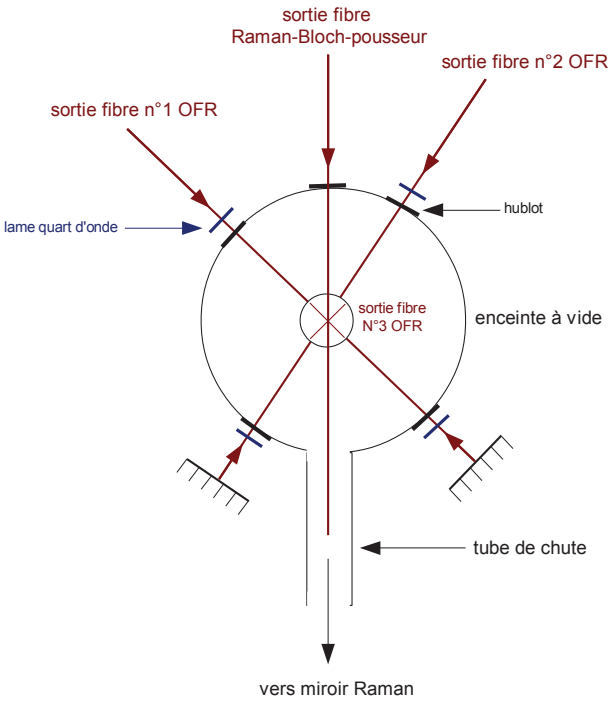


FIGURE 3.7 – Schéma du haut de l'enceinte à vide et configurations rétro-réfléchies des différents lasers.

rétro-réfléchis, afin d'obtenir trois paires de faisceaux lasers contrapropageants. Ces faisceaux sont polarisés linéairement. Mais les lasers de refroidissement doivent être en configuration σ^+/σ^-, des lames $\frac{\lambda}{4}$ sont donc ajoutées en sortie des fibres et avant les miroirs réfléchissant les faisceaux.

Les atomes de rubidium sont générés sous forme de vapeur grâce à quatre dispensers montés en parallèle, situés à l'intérieur de l'enceinte à vide.

3.2.8 La séquence temporelle de refroidissement des atomes

L'expérience est pilotée grâce à un séquenceur National Instruments, qui permet de générer des signaux TTL et des signaux analogiques sur la plage -10 V/10 V. Le séquenceur est contrôlé à l'aide du logiciel Labview. Le schéma 3.8 représente une séquence temporelle typique de refroidissement des atomes.

La phase de piège magnéto-optique (MOT) dure environ 1 s, suivie par une phase de mélasse optique, d'une durée de 20 ms environ. Au cours de la phase de chargement du MOT, la puissance micro-onde dans le modulateur de phase est d'environ 4 dBm, ce qui correspond, à 780 nm, à une intensité de la raie repompeur d'environ 4% de la raie de refroidissement, qui est un optimal expérimental de chargement du MOT.

À la fin de la phase de mélasse, on augmente la puissance de la micro-onde injectée dans le modulateur de phase, afin d'éteindre petit à petit la porteuse (une puissance micro-onde de 20 dBm correspond à l'extinction de la porteuse), qui correspond au laser de refroidissement. Ainsi, seul reste à la fin de la mélasse, la raie laser repompeur. Les atomes sont ainsi préparés dans l'état interne $|F = 3\rangle$ par pompage optique. Puis le faisceau laser est éteint progressivement, tout d'abord par une augmentation de la puissance RF dans le modulateur acousto-optique, ce qui augmente la puissance passant dans l'ordre 1, tout en diminuant la puissance dans l'ordre 0. L'obturateur mécanique situé sur la voie du "pousseur" étant fermé,

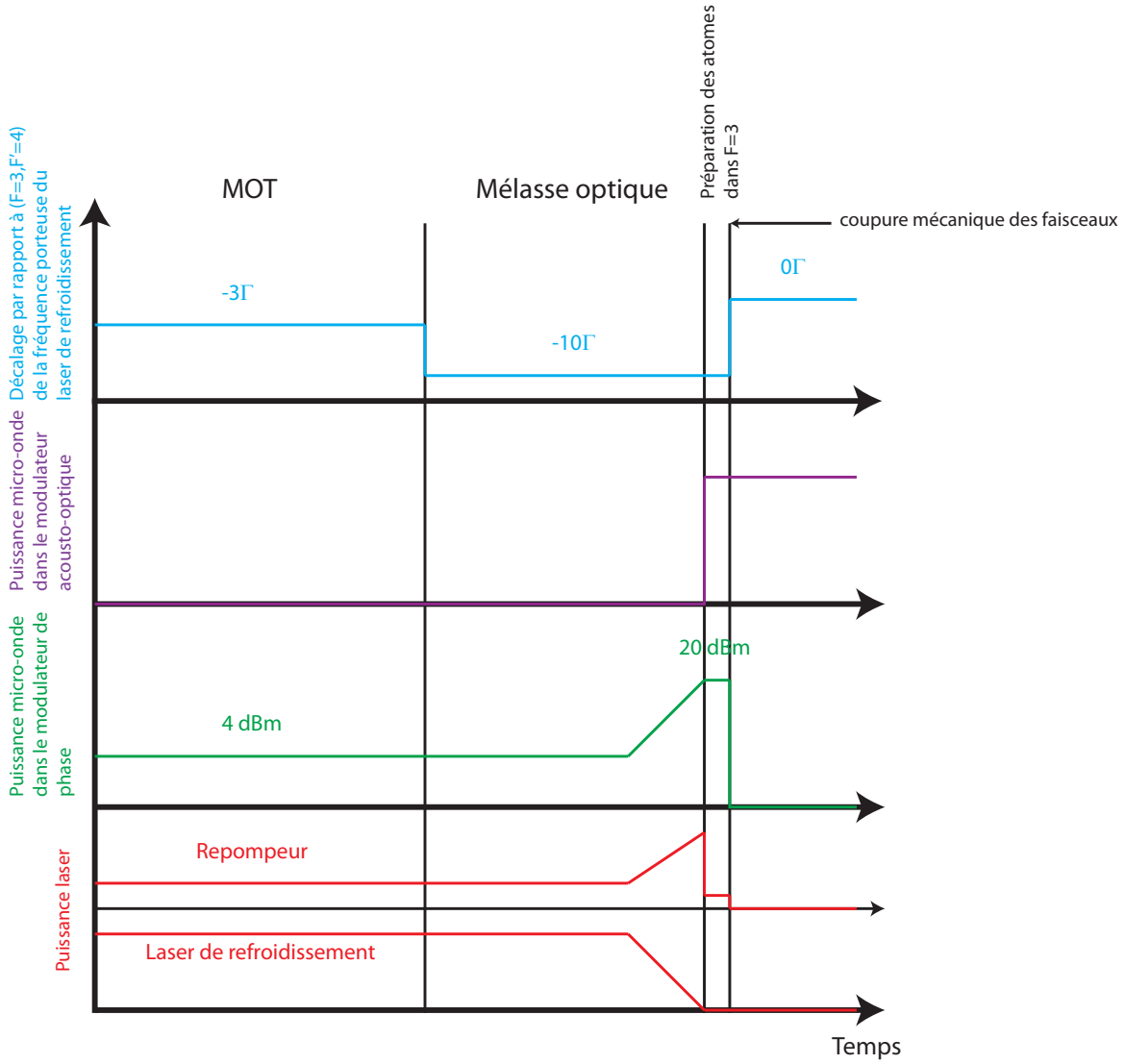


FIGURE 3.8 – Séquence temporelle typique de refroidissement des atomes.

l'effet sur les atomes est une simple diminution de l'intensité laser. Le faisceau est ensuite totalement coupé par fermeture de l'obturateur situé sur la voie du laser de refroidissement. La fermeture de l'obturateur s'effectue en quelques centaines de microsecondes.

Le graphe 3.9 représente le chargement du piège magnéto-optique pour un courant dans chacun des quatre dispensers [5] de 1.88 A, et lorsque les dispensers ont été éteints pendant une nuit. Plus la pression partielle de rubidium est élevée dans l'enceinte, plus le piège magnéto-optique est chargé rapidement. Les différentes expériences réalisées seront effectuées avec un courant de 2 A dans chaque dispenser, ce qui correspond à des temps de chargement du piège magnéto-optique de l'ordre de la seconde. Lors des séquences expérimentales, les lasers resteront donc en configuration MOT pendant environ une seconde au cours de chaque cycle, afin de charger un maximum d'atomes.

Avec la séquence de refroidissement décrite sur le schéma 3.8, la température du nuage atomique est d'environ 2.5 µK. Cette température est mesurée grâce à une technique de temps de vol, développée pour la première fois au NIST en 1988 [71]. Cette technique consiste à mesurer

5. Un dispenser est une résistance chauffante contenant quelques mg de rubidium. Le rubidium est libéré sous forme de vapeur lorsque la résistance est chauffée par le passage d'un courant de quelques ampères.

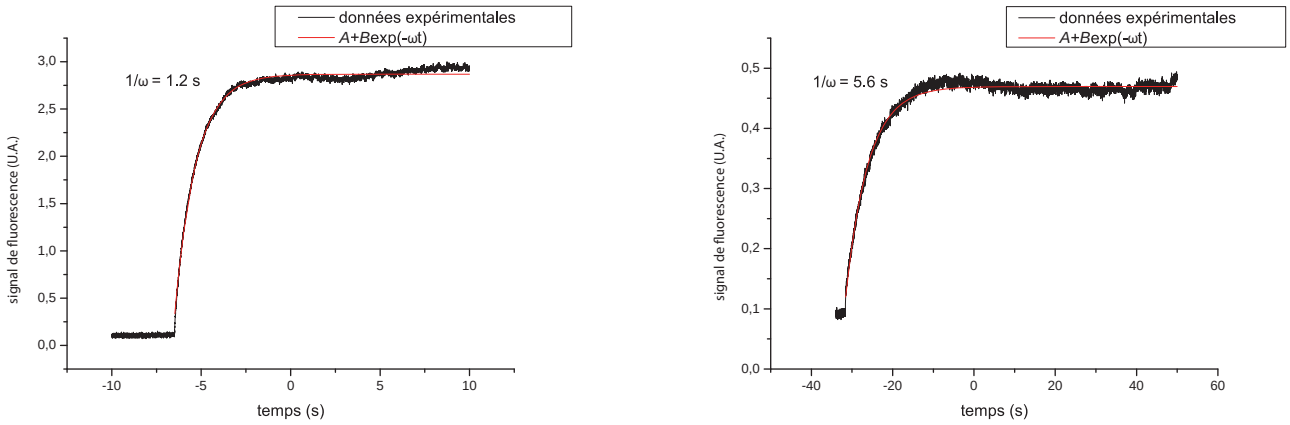


FIGURE 3.9 – Fluorescence collectée au cours du chargement du piège magnéto-optique. La figure de gauche est obtenue pour un courant dans chaque dispenser de 1.88 A, celle de droite avec des dispensers éteints depuis une nuit. La grandeur $\frac{1}{\omega}$ représente le temps typique de chargement du piège magnéto-optique.

la taille du nuage atomique en l'éclairant avec une nappe de lumière horizontale d'environ 1 mm d'épaisseur, dont la fréquence est à résonance avec la transition $|F=3\rangle \rightarrow |F'=4\rangle$. Le système de détection de notre montage expérimental sera décrit en détail un peu plus loin, au paragraphe 3.3.

Supposons que la distribution en vitesse du nuage atomique à la fin de la phase de refroidissement suive la loi de Boltzmann. Le nombre d'atomes $\mathrm{d}N(v)$ dont la projection de la vitesse selon la direction z est comprise entre v et $v+\mathrm{d}v$, va alors s'écrire :

$$\mathrm{d}N(v) = N_0\sqrt{\frac{m}{2\pi k_B T}}\mathrm{e}^{-\frac{mv^2}{2k_BT}}\mathrm{d}v, \tag{3.5}$$

N_0 étant le nombre total d'atomes refroidis et T la température du nuage atomique. La demi-largeur en vitesse σ_v à $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}}$ du nuage s'écrit alors :

$$\sigma_v = \sqrt{\frac{k_BT}{m}}. \tag{3.6}$$

En négligeant la taille initiale du nuage, au bout d'un temps de chute t_c, l'étendue spatiale (il s'agit ici aussi en fait de la demi-largeur du nuage) σ_z, va s'écrire :

$$\sigma_z = \sigma_v t_c. \tag{3.7}$$

On trouve expérimentalement σ_z en mesurant le temps que met le nuage atomique, qui a chuté pendant un certain temps t_c connu, à traverser la nappe de lumière horizontale. La demi-largeur à $\frac{1}{\sqrt{\mathrm{e}}}$ σ_t du signal expérimental obtenu est relié à σ_z par la formule :

$$\sigma_t = \frac{\sigma_z}{gt_c} = \frac{\sigma_v}{g}. \tag{3.8}$$

La mesure de σ_t permet donc de remonter à la température du nuage. La figure 3.10 montre un temps de vol obtenu après un temps de chute des atomes de 250 ms. La température mesurée est de 2.8 µK.

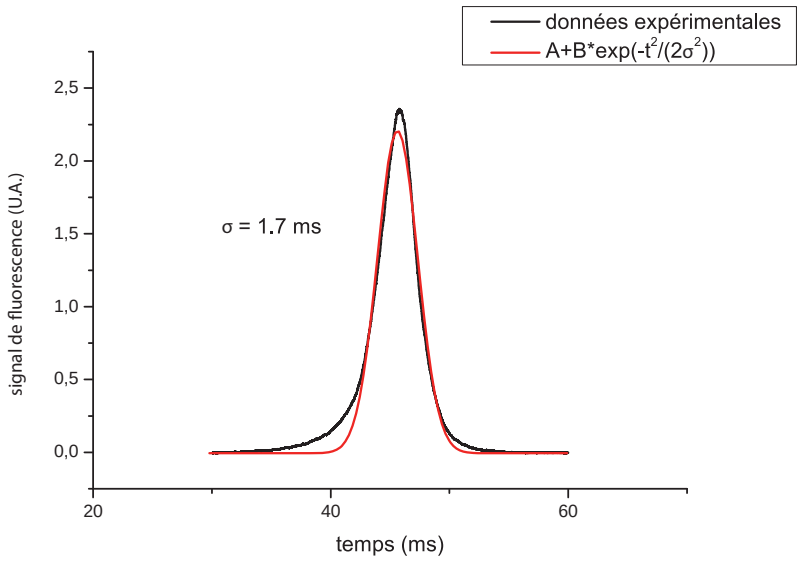


FIGURE 3.10 – Temps de vol obtenu après un temps de chute des atomes de 250 ms. L'ajustement gaussien donne une température du nuage atomique de 2.8 µK.

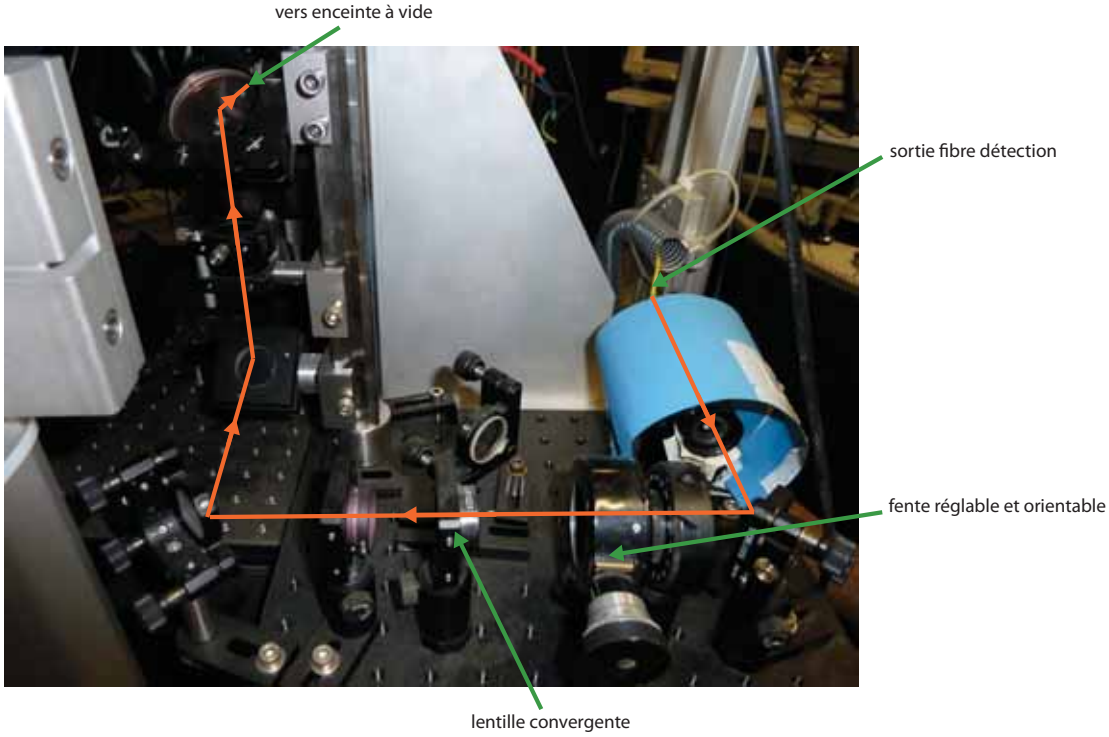
3.3 Le système de détection

Nous venons de voir comment il est possible de mesurer la température du nuage atomique. Nous allons à présent décrire le système de détection qui permet d'effectuer une telle mesure, et qui va permettre aussi, par la suite d'effectuer une mesure de l'accélération de la pesanteur.

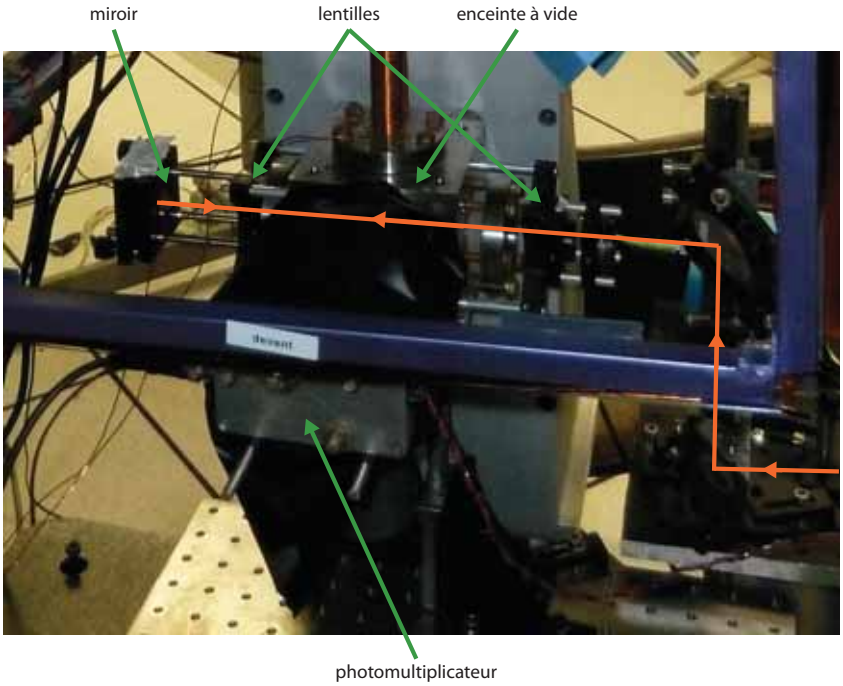
3.3.1 Schéma optique

Le faisceau laser servant à détecter les atomes est généré sur le banc représenté sur la photo 3.6. Une partie du laser de refroidissement est prélevée grâce à un cube polariseur, puis injectée dans une fibre, qui amène le faisceau au niveau d'un deuxième banc optique, situé à côté de l'enceinte à vide où se trouvent les atomes de rubidium. Ce deuxième banc sera appelé banc de détection.

Le système de détection se compose de deux parties, l'une étant le banc optique où est effectuée la mise en forme du faisceau laser, la deuxième étant le détecteur qui va récupérer le signal de fluorescence des atomes. Ce détecteur est un photomultiplicateur Hamamatsu XP2017B. Une fente verticale est collée au photomultiplicateur et imagée sur les atomes par une lentille. Cette fente permet de ne sélectionner que les atomes qui sont au centre du nuage. Ces atomes sont, lorsque le réglage est correct, situés au centre des faisceaux lasers Raman et Bloch, là où l'intensité des faisceaux fluctue peu spatialement. Les atomes sélectionnés par la fente vont donc tous avoir vu la même intensité laser.



(A) Banc optique du laser de détection.



(B) Détection de la fluorescence des atomes.

FIGURE 3.11 – Photos du système de détection.

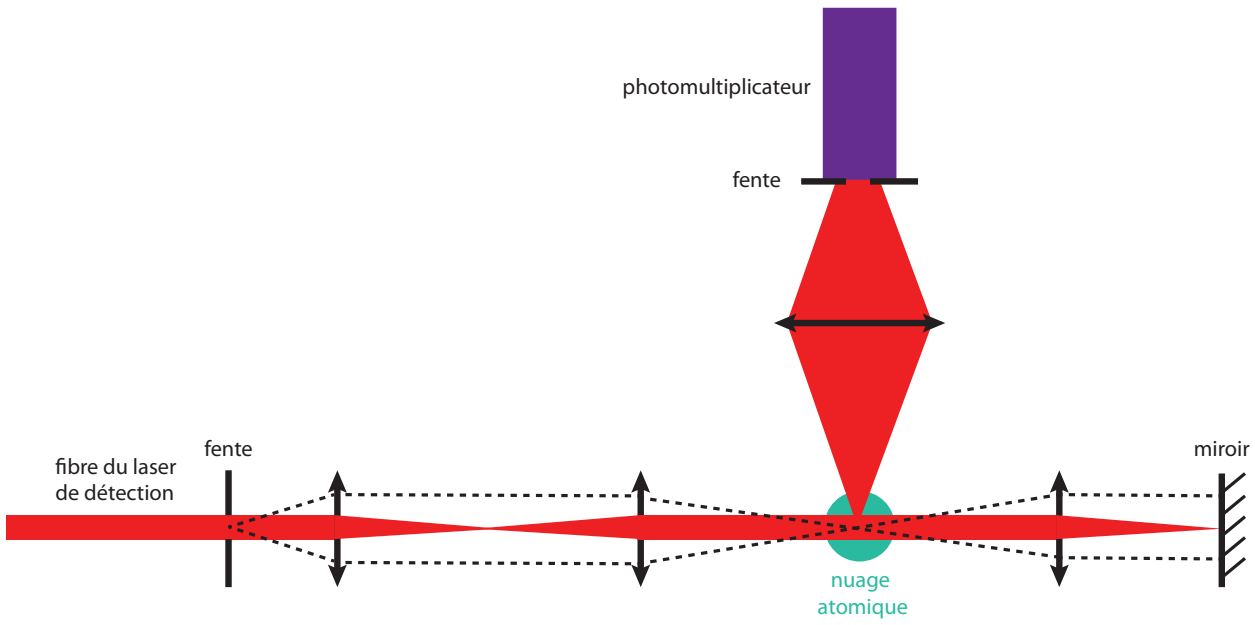


FIGURE 3.12 – Schéma global du système de détection dans le cas où le détecteur est le photomultiplicateur.

Les photos 3.11(A) et 3.11(B) ainsi que le schéma 3.12 décrivent les deux parties du montage de détection. Sur le banc de détection est présente une fente, qui est imagée sur les atomes par un télescope de grandissement proche de 1. Cette fente est orientable et sa largeur est réglable. Deux positions de la fente seront utilisées : la position horizontale, qui va servir pour obtenir une détection des atomes de type temps de vol, et la position verticale, qui va, combinée à la fente verticale collée au photomultiplicateur, permettre de sélectionner la fluorescence des atomes situés dans un parallélépipède rectangle au centre du nuage atomique. En configuration "temps de vol", la nappe de lumière est donc perpendiculaire à la direction de chute des atomes. En effet, pour effectuer une mesure correcte de la température du nuage, il est nécessaire que la taille de la fente selon la direction de chute des atomes soit la plus fine possible, car le signal mesuré résulte de la convolution de la projection de la nappe de lumière dans la direction de chute des atomes, par la taille réelle du nuage atomique.

Afin d'éviter que les atomes ne soient trop vite poussés hors de l'angle solide de détection du photomultiplicateur (ou de la photodiode), le faisceau de détection est rétro-réfléchi et effectue donc deux passages au niveau du nuage atomique. Le bon alignement du faisceau retour sur le faisceau aller conditionnera une bonne détection du signal atomique.

3.3.2 La séquence temporelle de détection

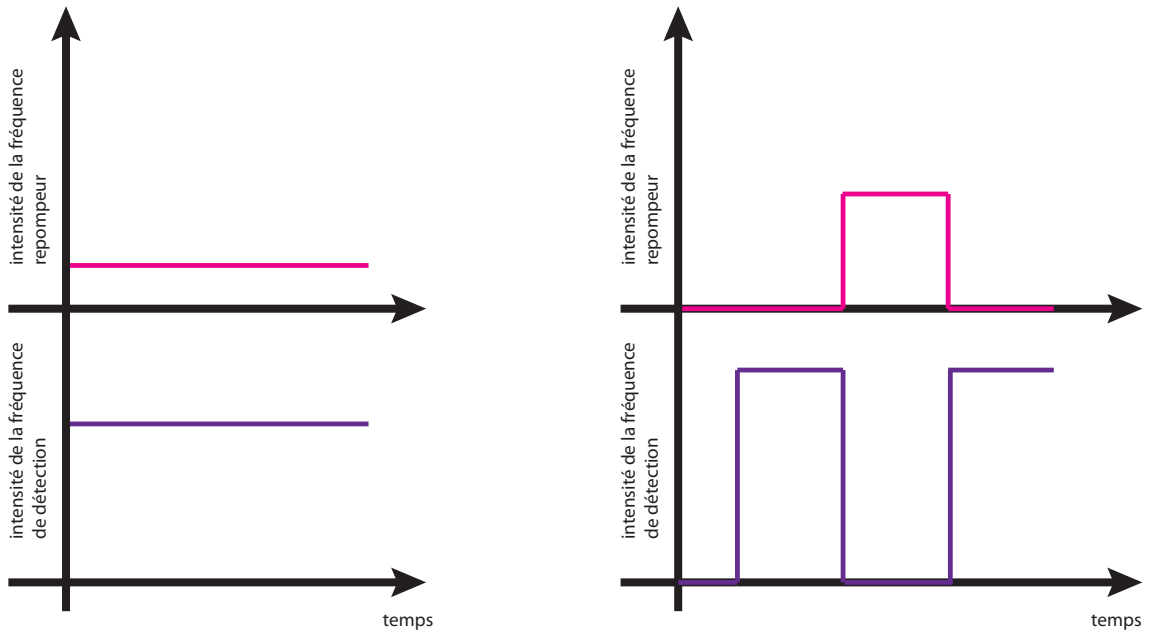
La fréquence du laser de détection est réglée de façon à être proche de la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$. Le signal optimal est obtenu pour un laser de détection désaccordé d'environ 0.5Γ dans le rouge de cette transition. Seuls les atomes dans l'état interne $|F = 3\rangle$ vont donc être à résonance avec le laser de détection. En configuration temps de vol, nous cherchons à mesurer tous les atomes, sans distinction de leur état interne. Le laser repompeur devra donc être présent au cours de cette phase de détection. De plus, un atome, dans l'état $|F = 3\rangle$ a une probabilité non nulle d'être excité par le laser de détection dans un état $|F' \neq 4\rangle$, et de retomber par émission spontanée dans l'état $|F = 2\rangle$. En configuration temps de vol, la fréquence de détection (qui correspond à la porteuse du modulateur de phase) et la fréquence repompeur (une des

bandes latérales d'ordre 1 du modulateur de phase) seront donc toujours allumées en même temps. La puissance micro-onde envoyée sur le modulateur de phase au cours d'une détection temps de vol sera identique à la puissance envoyée au cours de la phase de refroidissement, ce qui correspond à un rapport d'environ 10 entre l'intensité de la raie laser de détection et celle de la raie laser du repompeur à 780 nm.

La deuxième configuration de détection employée, nommée détection N_3-N_{tot}, est la configuration qui permet d'effectuer une mesure de l'accélération de la pesanteur. Pour effectuer cette mesure, nous devons connaître le pourcentage d'atomes dans l'un des deux niveaux hyperfins $|F=2\rangle$ ou $|F=3\rangle$ (voir équation 1.97). Nous devons donc discriminer les atomes dans chacun de ces niveaux. Notre laser de détection étant à résonance avec les atomes dans le niveau $|F=3\rangle$, les atomes détectés par fluorescence sont les atomes se trouvant dans l'état $|F=3\rangle$. Afin de mesurer la probabilité $P_{|F=3\rangle}$ qu'un atome soit dans cet état interne, nous procéderons donc comme suit : les atomes dans l'état $|F=3\rangle$ sont détectés par fluorescence, puis la raie laser de détection est éteinte et les atomes dans l'état $|F=2\rangle$ sont repompés vers l'état $|F=3\rangle$. La totalité des atomes se trouve alors dans l'état $|F=3\rangle$, et un rallumage de la raie de détection permet alors de mesurer le nombre total d'atomes. On peut déduire de cette mesure $P_{|F=3\rangle}$. La probabilité qu'un atome soit dans l'état $|F=2\rangle$ est simplement $1-P_{|F=3\rangle}$. La détection N_3-N_{tot} va donc se décomposer en trois phases :

- une première où seule est présente la raie laser de détection,
- une deuxième où la puissance de la micro-onde dans le modulateur de phase est réglée de façon à ce que seule la fréquence repompeur soit présente (extinction de la porteuse),
- et enfin une dernière où de nouveau seule est présente la fréquence de détection.

Dans la majorité des résultats expérimentaux qui seront présentés, les deux premières étapes durent 200 µs.



(A) Détection en configuration temps de vol.

(B) Détection en configuration N_3-N_{tot}.

FIGURE 3.13 – Les deux séquences temporelles de détection.

Les schémas 3.13(A) et 3.13(B) représentent les séquences temporelles des deux configurations temps de vol et N_3-N_{tot}. Sur le graphe 3.14 est représenté un signal typique obtenu en

configuration N_3-N_{tot}. Ici les atomes ont subi une simple chute après la phase de refroidisse-

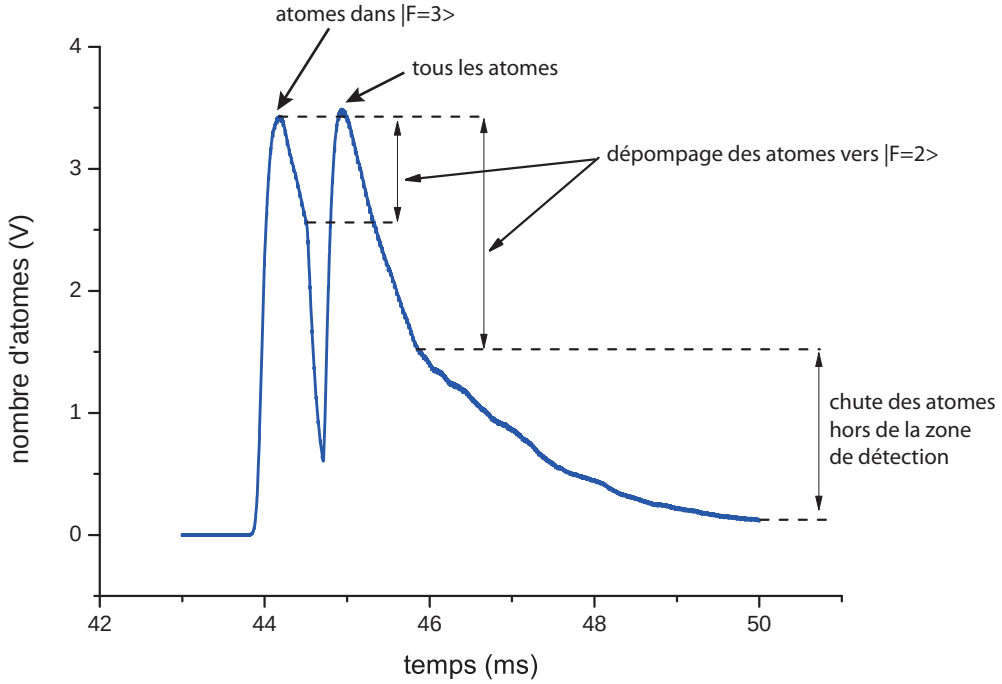


FIGURE 3.14 – Signal typique obtenu dans le cas d'une détection en configuration N_3-N_{tot}. Les atomes font dans cette exemple une simple chute après la phase de refroidissement.

ment. Tous les atomes se trouvent dans l'état interne $|F = 3\rangle$, on obtient donc deux pics de même amplitude sur le graphe. Le fait que nous obtenons bien deux pics de même amplitude montre que notre système de détection est bien réglé. Si nous effectuons une détection avec une séquence temporelle correspondant à la configuration "temps de vol", mais avec une fente verticale, nous observons un pic, qui résulte de la convolution de la hauteur de la fente par la taille réelle du nuage. Ce pic est donc plus large que le pic observé avec une fente horizontale. Il est environ deux fois plus large avec le système de détection utilisé. En configuration N_3-N_{tot}, il faut que les trois phases de la détection coïncident avec le maximum du pic de la convolution, afin que le nombre total d'atomes vus par la détection soit identique aux deux instants où la fréquence de détection est allumée. Le fait que la fente soit verticale permet donc aussi de pouvoir avoir un temps de détection un peu plus long, car le pic du signal observé est plus large que si on effectuait une détection avec une fente horizontale.

L'observation du graphe 3.14 amène plusieurs remarques. On constate qu'au cours de la première phase d'allumage de la fréquence de détection, le signal atteint un maximum puis diminue progressivement. Il s'agit du dépompage des atomes vers l'état $|F = 2\rangle$. En effet, après l'application du repompeur, le niveau du signal remonte à l'amplitude maximale obtenue au cours de la première phase de détection. Cela montre aussi que l'alignement de la rétro-réflexion du laser de détection est correct : en effet si le faisceau retour est mal aligné sur le faisceau aller, les atomes sont poussés hors de la zone détection et le maximum du deuxième pic est plus faible que le maximum du premier pic. Au niveau du deuxième pic, on constate la même décroissance que pour le premier pic, puis on observe un changement du type de décroissance : à partir de cet instant la perte des atomes du fait de leur chute hors de la zone de détection devient la principale cause de la décroissance du signal.

Remarquons que 200 µs de durée, pour la phase de repompage, sont largement suffisantes pour que la totalité des atomes dans l'état $|F = 2\rangle$ soit repompé dans l'état $|F = 3\rangle$. En effet,

le nombre de cycles d'absorption-émission spontanée qu'effectue un atome par seconde s'écrit :

$$\mathcal{N} = \frac{\Gamma}{2}\frac{s}{1+s}, \tag{3.9}$$

avec

$$s = \frac{I}{I_{sat}}\frac{1}{1+4\left(\frac{\omega-\omega_0}{\Gamma}\right)^2}. \tag{3.10}$$

Γ est la largeur du niveau $5^2P_{3/2}$, I_{sat} est l'intensité de saturation de la transition $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$, ω_0, sa fréquence, et ω est la fréquence du laser repompeur.

Nous sommes expérimentalement dans le cas où le taux de saturation s est de l'ordre de 1, le nombre de cycles d'absorption-émission spontanée par seconde va alors s'écrire :

$$\mathcal{N} \simeq \frac{\Gamma}{4}. \tag{3.11}$$

En 200 µs, un atome va donc effectuer environ 2000 cycles d'absorption-émission spontanée. Par cycle, l'atome a environ 33% de probabilité de se désexciter du niveau $|F'=3\rangle$ vers le niveau $|F=2\rangle$, donc au bout de 2000 cycles, la probabilité que l'atome soit dans l'état $|F=2\rangle$ devient $0.33^{2000} \simeq 0$.

3.4 Le laser Raman-Bloch

La dernière partie du dispositif expérimental qui reste à détailler est le laser générant les faisceaux Bloch et Raman. Ce banc est construit sur le même principe que le banc du laser de refroidissement, avec une première partie à 1560 nm fibrée qui est amplifiée par un EDFA 5 W, puis doublée en fréquence grâce à un cristal de PPLN massif. Le banc espace libre où s'effectue le doublage de fréquence est situé au-dessus du banc espace libre du laser de refroidissement, dans le même rack (voir photo 3.1).

3.4.1 Partie fibrée à 1560 nm du banc laser Raman-Bloch

Le schéma de la partie à 1560 nm du banc laser Raman-Bloch est représenté sur la figure 3.15. Une diode laser DFB fibrée à 1560 nm (Avanex) est envoyée, après passage dans un

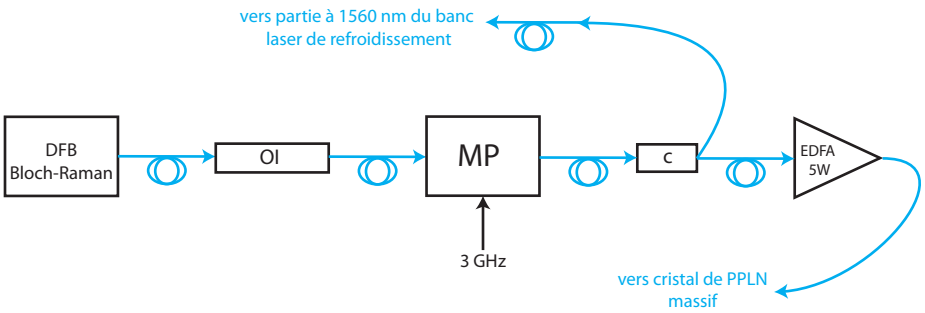


FIGURE 3.15 – Schéma de la partie fibrée à 1560 nm du banc laser Raman-Bloch. Les sigles utilisés sont les suivants : OI, isolateur optique ; c, coupleur fibré ; MP, modulateur de phase ; DFB, laser à contre-réaction répartie.

isolateur optique, sur un modulateur de phase, puis le faisceau est amplifié par un EDFA (IPG) 5 W à maintien de polarisation. Le modulateur de phase va servir à générer les deux fréquences

nécessaires pour les lasers Raman. Nous avons vu au chapitre 1 que, pour que la condition de résonance Raman soit vérifiée tout au long de la chute libre des atomes, il est nécessaire de changer linéairement au cours du temps la différence de fréquence entre les lasers Raman. Dans le cas où les atomes subissent un changement de vitesse supplémentaire, dû à des oscillations de Bloch, entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre de Ramsey-Bordé, il faut en plus, pour conserver cette condition de résonance Raman, pouvoir faire effectuer un saut à la différence de fréquence entre les deux lasers.

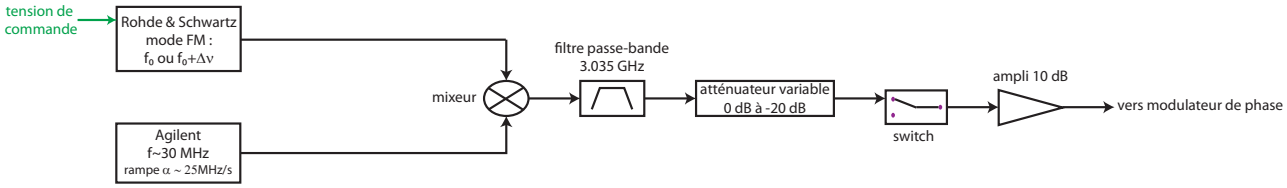


FIGURE 3.16 – Schéma du circuit micro-onde commandant le modulateur de phase générant les fréquences Raman.

Le circuit micro-onde commandant le modulateur est décrit sur la figure 3.16. Afin d'effectuer le saut en fréquence $\Delta\nu$ nécessaire pour conserver la condition de résonance Raman lorsque les atomes effectuent des oscillations de Bloch, on utilise un synthétiseur Rohde & Schwartz SML03 en mode modulation de fréquence. Une tension de commande est appliquée en entrée du synthétiseur, la fréquence générée étant alors une fonction affine de cette tension. Lorsque la tension appliquée est nulle, le synthétiseur génère numériquement une fréquence $f_0 = 3$ GHz. La rampe de fréquence est ajoutée ensuite, en mixant la sortie du switch avec un synthétiseur Agilent 33250A, qui génère une rampe de fréquence de 25 MHz/s autour d'une fréquence d'environ 30 MHz. À la sortie du mixeur, seule doit être conservée la somme des fréquences, un filtre passe-bande autour de 3.035 GHz est donc ajouté. Le rapport de puissance entre la fréquence porteuse et les bandes latérales du modulateur de phase est réglé en changeant la puissance micro-onde grâce à un atténuateur variable contrôlable en tension.

3.4.2 Mesure de la fréquence du laser Bloch-Raman

Il est nécessaire, pour pouvoir mesurer précisément l'accélération de la pesanteur, de bien connaître les vecteurs d'onde des lasers Raman (voir équation 1.98). Pour cela nous devons précisément connaître la longueur d'onde du laser. Une partie du faisceau à 1560 nm sortant du modulateur de phase est donc couplée avec le laser maître du banc laser de refroidissement. Cependant, la différence de fréquence entre ces deux lasers étant de l'ordre de 25 GHz, le battement est difficilement mesurable directement [6]. On va donc d'abord faire passer le faisceau issu du laser maître dans un modulateur de phase, modulé à 6.8 GHz, puis la sortie du modulateur de phase est couplée avec le laser Raman. On va alors mesurer, avec une photodiode rapide relié a un analyseur de spectre, le battement entre l'une des bandes latérales générées par le modulateur de phase et le laser Raman. En pratique, on prendra la bande latérale dont la fréquence sera la plus proche de la fréquence du laser Raman. Il est ainsi possible, à condition de savoir quel est l'ordre de la bande latérale considérée, de mesurer facilement la fréquence du laser Raman. Le principe de ce dispositif de mesure est résumé sur le schéma 3.17.

La caractéristique typique courant-fréquence de la diode laser Raman-Bloch, mesurée grâce à ce dispositif, est représentée sur le graphe 3.18.

6. La bande passante de notre analyseur de spectre électronique est de 7 GHz.

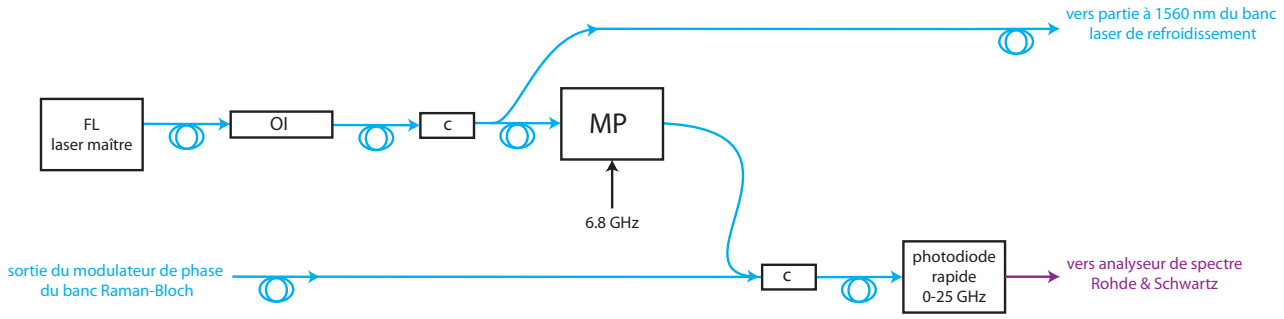


FIGURE 3.17 – Schéma du dispositif de mesure de la fréquence du laser Raman. Les sigles utilisés sont les suivants : OI, isolateur optique ; FL, laser à fibre dopée Erbium ; c, coupleur fibré ; MP, modulateur de phase.

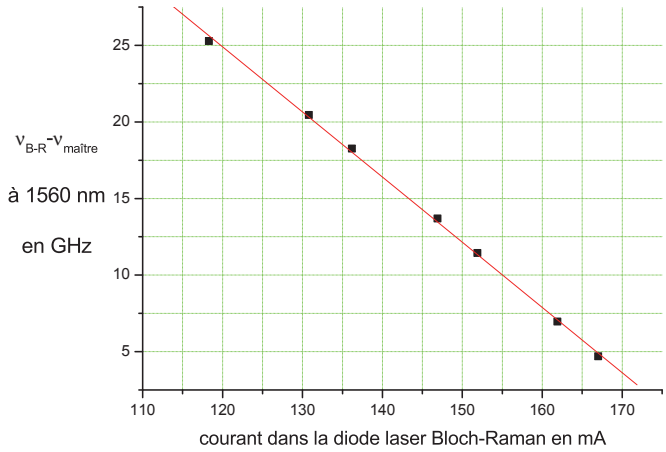


FIGURE 3.18 – Caractéristique courant-fréquence de la diode laser Raman-Bloch à 1560 nm. Les points expérimentaux sont les carrés noirs, la courbe continue rouge est une régression linéaire de la forme $A + Bx$, avec $A = 76.0 \pm 0.9$ GHz et $B = -0.426 \ \pm 6 \cdot 10^{-3}$GHz/mA.

3.4.3 Banc espace libre à 780 nm du laser Bloch-Raman

Le banc en espace libre à 780 nm du laser Bloch-Raman est représenté sur la photo 3.19. Le faisceau à 1560 nm sortant de l'amplificateur optique EDFA 5 W est doublé à 780 nm par un triple passage dans un cristal de PPLN massif. Le faisceau à 780 nm est ensuite séparé du faisceau à 1560 nm par réflexion sur un miroir dichroïque, puis envoyé sur un modulateur acousto-optique. Une partie du faisceau est prélevée avant le modulateur acousto-optique, puis envoyée dans un Fabry-Pérot, afin de contrôler, à 780 nm, l'intensité des raies Raman générées par le modulateur de phase. L'ordre 0 du modulateur est bloqué, tandis que l'ordre 1 est injecté dans une fibre optique, dont la sortie est envoyée verticalement sur les atomes, puis rétro-réfléchie par un miroir solidaire de la table anti-vibration MinusK (voir schéma 3.20). Le faisceau "pousseur", généré au niveau du banc espace libre du laser de refroidissement (voir photo 3.6), est amené, grâce à une fibre optique, au niveau du banc laser Bloch-Raman, puis injecté dans la même fibre que le faisceau Bloch-Raman, par l'intermédiaire d'un cube polariseur. Au niveau des atomes, les faisceaux Bloch-Raman et "pousseur" ont un diamètre de 9 mm.

Les faisceaux Raman sont en configuration $\sigma^+ - \sigma^+$, une lame $\lambda/4$ est donc placée sur le trajet du faisceau, avant qu'il ne pénètre l'enceinte à vide, puisque le faisceau sortant de la fibre est polarisé linéairement. Ainsi, les faisceaux Bloch-Raman et "pousseur" seront tous deux en configuration $\sigma^+ - \sigma^+$.

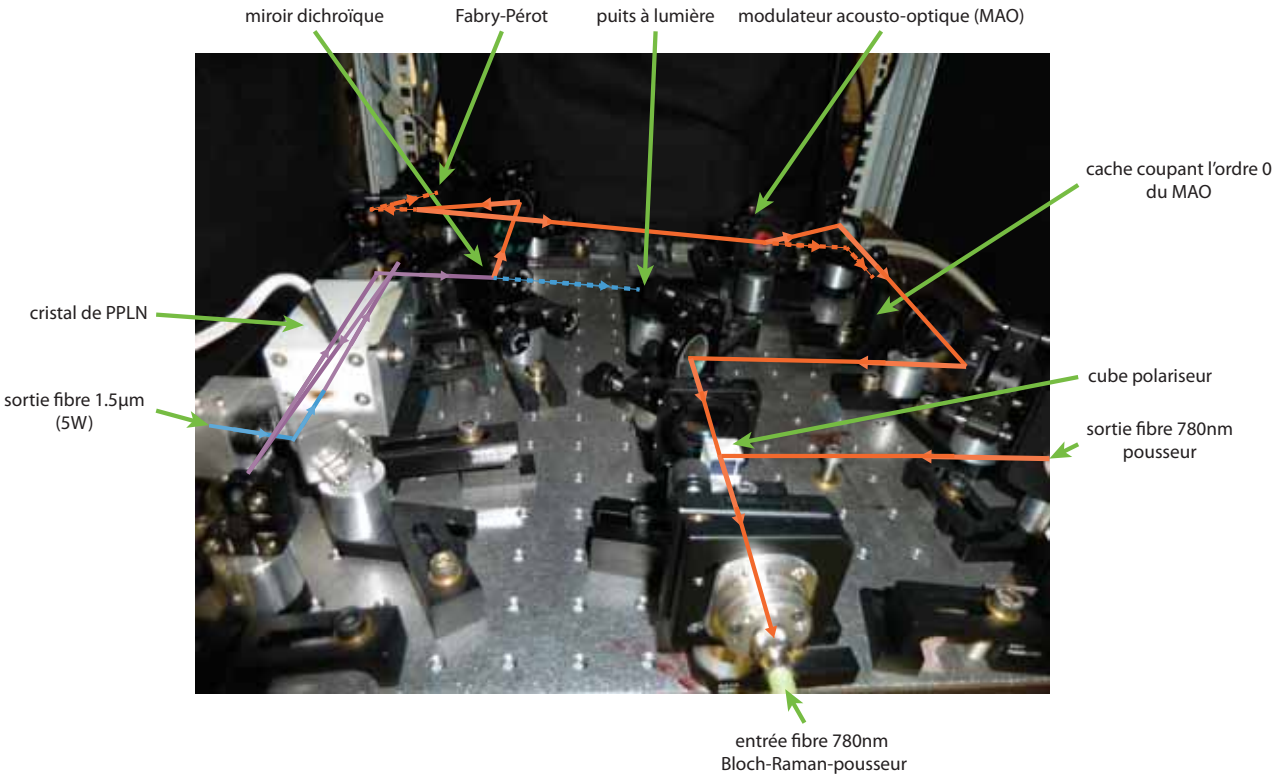


FIGURE 3.19 – Photo du banc espace libre à 780 nm du laser Bloch-Raman.

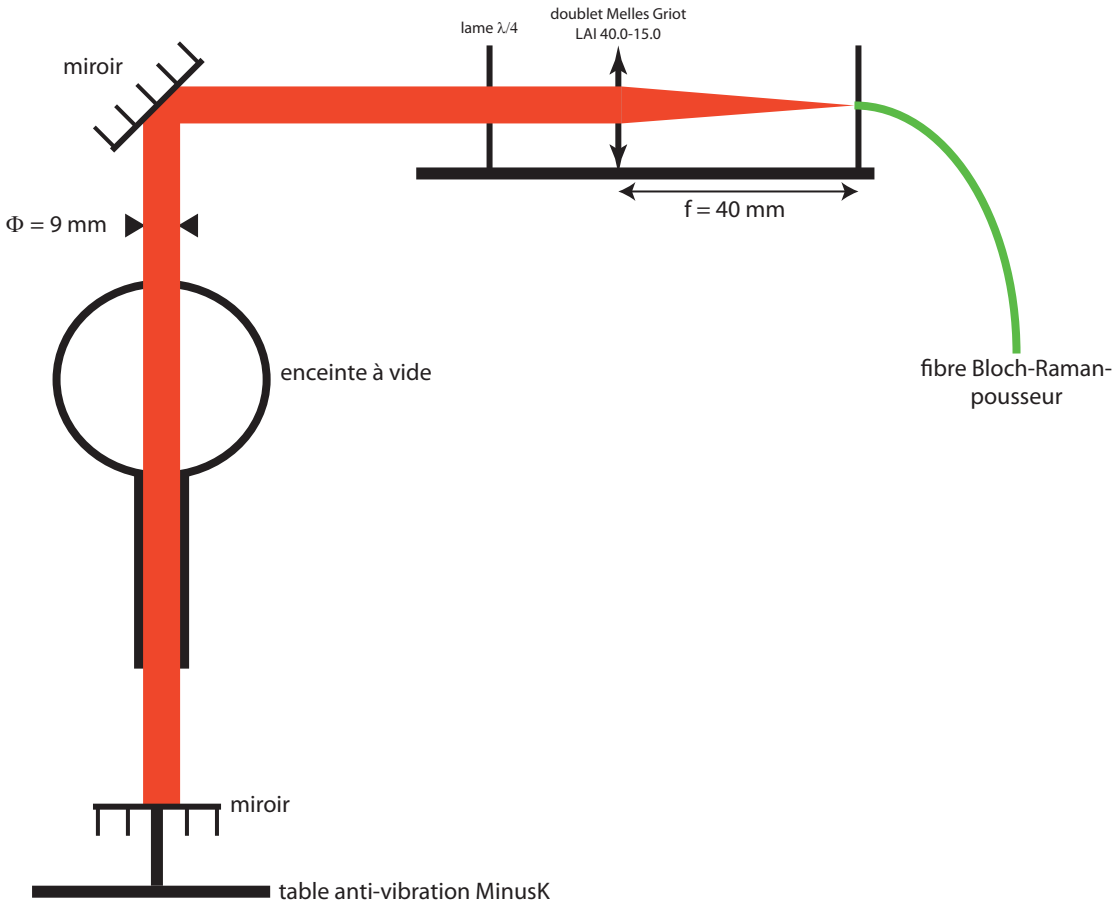


FIGURE 3.20 – Schéma de l'arrivée sur l'enceinte à vide de la fibre Bloch-Raman-pousseur.

3.4.4 Contrôle de la fréquence et de l'intensité du faisceau Bloch-Raman

Nous avons vu au chapitre 2, que, pour qu'un atome de vitesse non nulle effectue des oscillations de Bloch dans un réseau optique, il est nécessaire que la vitesse du réseau soit égale à la vitesse de l'atome, à la vitesse de recul près. Il est donc nécessaire de pouvoir, sur notre dispositif expérimental, générer un réseau optique mobile. Un tel réseau peut être généré grâce à deux lasers contrapropageants de fréquences différentes [24]. Cependant, nous avons choisi, par souci de compacité, de n'utiliser qu'un seul laser pour réaliser les faisceaux Bloch et Raman. La configuration la plus simple est alors d'utiliser un même dispositif pour les deux faisceaux. Le réseau sera donc généré par un faisceau rétro-réfléchi (voir figure 3.20). De plus, dans une telle configuration, aucun cube polariseur ne sera ajouté sur le trajet des faisceaux, ce qui permet de conserver une meilleure qualité de front d'onde.

Afin de pouvoir générer un réseau mobile avec un faisceau rétro-réfléchi, il faut que le faisceau comporte deux fréquences. Ces deux fréquences sont générées au niveau du modulateur acousto-optique du banc espace libre Bloch-Raman (voir photo 3.19). Mais un faisceau rétro-réfléchi comportant deux fréquences va, en fait, générer quatre réseaux optiques : deux réseaux stationnaires et deux réseaux mobiles à des vitesses $\pm v_{reseau}$ opposées. La vitesse d'un réseau optique est liée aux fréquences ν_1 et ν_2 des lasers constituant le réseau, par la formule :

$$v_{reseau} = c\frac{\nu_2 - \nu_1}{\nu_1 + \nu_2}, \tag{3.12}$$

où c désigne la vitesse de la lumière dans le vide.

Le circuit micro-onde permettant de générer deux fréquences dans le modulateur acousto-optique est représenté sur le schéma 3.21. Une DDS NI 5412 pouvant générer plusieurs

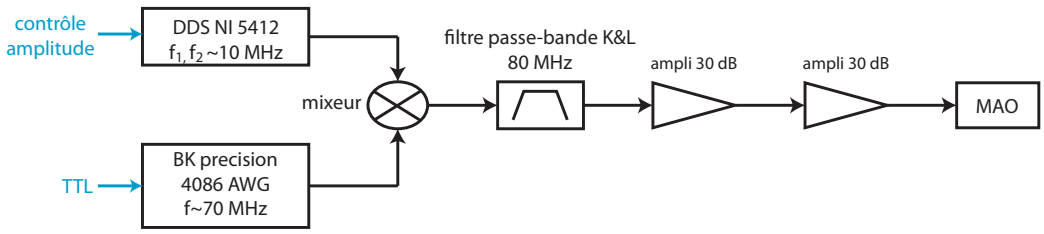
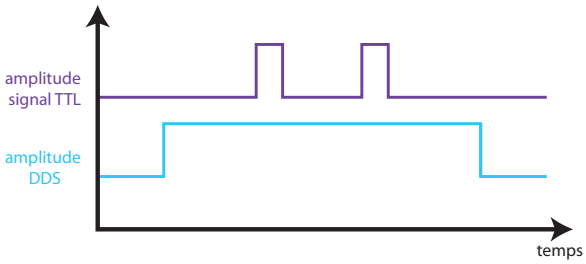


FIGURE 3.21 – Schéma du circuit micro-onde pilotant le modulateur acousto-optique (MAO) du banc laser Bloch-Raman.

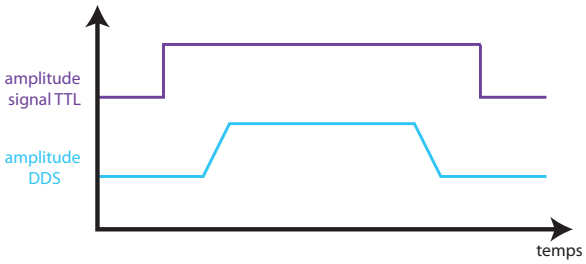
fréquences autour de 10 MHz, est mixée avec un synthétiseur (BK precision), réglé sur une fréquence de 70 MHz, afin d'obtenir, au final, deux fréquences d'environ 80 MHz, ce qui correspond à la fréquence nominale de fonctionnement du modulateur acousto-optique. À la sortie du mixeur, un filtre passe-bande permet de ne récupérer que la somme des fréquences de la DDS et du BK precision. Après amplification, le signal micro-onde est envoyé sur le modulateur acousto-optique.

La DDS est programmable numériquement. Ainsi, elle permet de générer les rampes d'intensité et de fréquences nécessaires au chargement adiabatique des atomes dans le réseau optique (voir chapitre 2). Le passage d'une configuration "Bloch" où la DDS génère deux fréquences, à une configuration "Raman" où il ne faut qu'une seule fréquence, se fait ainsi simplement. Cependant, la DDS est pilotée par le séquenceur , qui ne peut générer que des pas de temps de 2 µs au minimum. Ainsi, la génération des impulsions Raman ne sera pas faite par la DDS, mais par un signal TTL envoyé sur le synthétiseur BK precision. Ce signal est produit par

un générateur Berkeley BNC 565 Pulse delay, qui a une résolution temporelle de 0.1 ns. Les schémas 3.22(A) et 3.22(B) montrent des séquences temporelles typiques, permettant de générer à la fois les rampes d'intensité laser nécessaires au chargement adiabatique des atomes dans le réseau optique et les impulsions Raman.



(A) Génération de deux impulsions Raman



(B) Génération des rampes permettant de charger les atomes adiabatiquement dans le réseau optique.

FIGURE 3.22 – Séquences temporelles typiques permettant de contrôler l'intensité du faisceau Bloch-Raman.

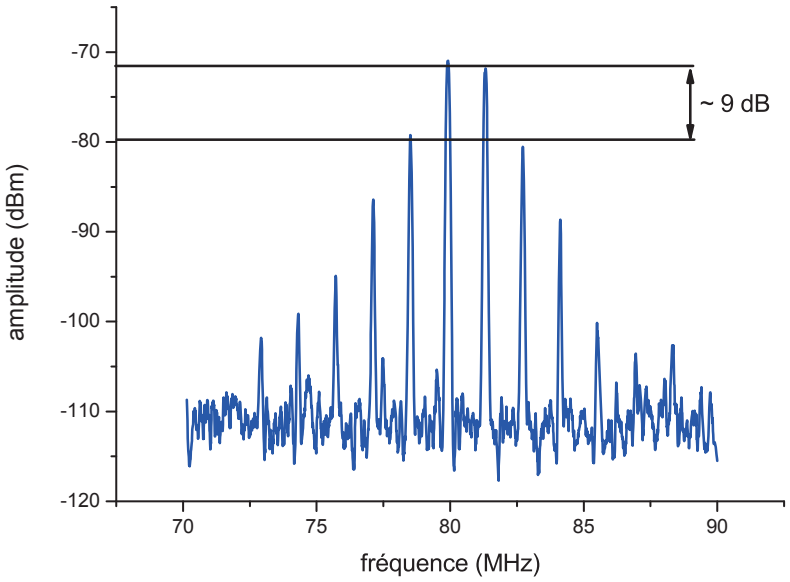


FIGURE 3.23 – Mesure par battement des fréquences du faisceau sortant du modulateur acousto-optique lorsque deux fréquences sont programmées sur la DDS.

Les fréquences optiques générées par le modulateur acousto-optique, lorsque deux fréquences sont programmées sur la DDS, ont été mesurées en injectant dans un coupleur la sortie de la fibre Bloch-Raman et une partie du faisceau prélevée avant le modulateur acousto-optique, par une fibre, située à la place du Fabry-Pérot. Le battement est mesuré avec une photodiode rapide reliée à un analyseur de spectre. Le spectre obtenu est représenté sur le graphe 3.23. Le signal présente bien deux fréquences prédominantes, quasiment de même amplitude (on a ici environ 1 dB de différence d'amplitude entre ces deux fréquences). Cependant d'autres fréquences parasites sont présentes, les plus importantes ayant une amplitude 9 dB plus faible que l'amplitude des fréquences principales. Ces fréquences parasites vont créer des réseaux parasites mobiles et stationnaires.

3.5 Derniers changements effectués sur le dispositif expérimental

Nous allons décrire ici, brièvement, les changements qui ont étés apportés au dispositif expérimental présenté précédemment, à l'occasion du passage à l'isotope 87 du rubidium.

L'écart entre les sous-niveaux hyperfins de l'état fondamental du ^{87}Rb est de 6.83 GHz. Les circuits micro-onde générant les fréquences laser de refroidissement et Raman ont donc été modifiés en conséquence. Le schéma général de ces circuits n'a pas été modifié, seuls certains éléments dont la bande passante était inférieure à 6.83 GHz ont été remplacés.

D'autres changements ont été effectués afin d'améliorer le signal interférométrique. Le synthétiseur Rohde & Schwarz présentant, en mode modulation de phase, un bruit en fréquence trop élevé, le saut de fréquence Raman permettant de compenser l'effet Doppler dû aux oscillations de Bloch, est à présent généré par commutation entre deux synthétiseurs.

Par ailleurs, le photomultiplicateur et sa fente ont été remplacés par une simple photodiode, et la détection en mode N_3-N_{tot} s'effectue maintenant avec un faisceau vertical (le même faisceau que celui qui sert à pousser les atomes).

Conclusion

Nous avons présenté ici les principaux éléments du dispositif expérimental qui nous a permis d'effectuer une mesure de l'accélération de la pesanteur. Ce dispositif est relativement compact, puisque seuls deux petits bancs laser (50 cm $\times$ 50 cm) ont été utilisés pour générer les lasers de refroidissement atomique, de détection, ainsi que les faisceaux Bloch et Raman. De plus, l'utilisation d'une configuration rétro-réfléchie pour la réalisation du réseau optique permet d'avoir un montage simple, mais génère des réseaux optiques spectateurs, qui peuvent dans certaines conditions (voir chapitre 2) avoir une influence sur l'état de l'atome. Dans le chapitre suivant seront présentés les résultats obtenus avec ce dispositif.

Chapitre 4

Résultats expérimentaux

Nous allons présenter dans ce chapitre les différents résultats expérimentaux obtenus, dans un premier temps avec des atomes de ^{85}Rb [1], et, dans un second temps, avec des atomes de ^{87}Rb. Ces résultats seront présentés dans l'ordre chronologique.

Au début de ma thèse, le dispositif expérimental est dans la configuration qui a permis à O. Carraz de mesurer l'accélération de la pesanteur, grâce à un interféromètre atomique de type Mach-Zehnder [28]. Le dispositif expérimental ne possède alors qu'un seul banc laser générant les lasers de refroidissement, de détection et Raman [29]. La première étape de modification du dispositif a donc été de monter un banc laser supplémentaire pour générer le faisceau Bloch. Des premières oscillations de Bloch sont alors observées, la sélection en vitesse nécessaire à l'observation de ces oscillations étant alors réalisée par une diminution, pendant un court instant, de la profondeur du potentiel lumineux.

Une deuxième étape a consisté à observer des oscillations de Bloch avec une sélection en vitesse effectuée par la succession de deux impulsions $\frac{\pi}{2}$, afin d'être dans la même configuration que dans un interféromètre de Ramsey-Bordé.

Des franges d'interférences ont été ensuite observées, avec des atomes effectuant des oscillations de Bloch, tout d'abord dans un réseau mobile (cas le plus simple à réaliser expérimentalement), puis dans un réseau fixe. Pour réaliser cette dernière expérience, il a été nécessaire de modifier le dispositif expérimental (voir le chapitre 3), car le signal atomique observé dans la configuration initiale du dispositif était trop faible pour observer des franges d'interférences. C'est à cette occasion que l'isotope utilisé a été changé.

4.1 Première observation qualitative d'oscillations de Bloch après une sélection en vitesse effectuée par diminution de la profondeur du potentiel lumineux

Après l'ajout du banc laser permettant de générer le réseau optique, nous avons essayé d'observer des oscillations de Bloch. Le montage permettant de réaliser des impulsions Raman n'étant pas encore en place, nous avons effectué la sélection en vitesse nécessaire pour observer ces oscillations par une diminution de la profondeur du réseau.

1. Le ^{85}Rb est l'isotope historiquement utilisé sur l'expérience GIRAFON, les composants micro-onde permettant de générer la fréquence de 6.83 GHz nécessaire pour adresser le ^{87}Rb n'étant pas disponibles au moment de la construction de GIRAFON.

4.1.1 Principe de l'expérience

Les atomes sont tout d'abord refroidis à environ 3 µK, par un piège magnéto-optique suivi d'une phase de mélasse optique. Les atomes sont dans l'état $\left|5^2S_{1/2}, F=3\right\rangle$ à la fin de la phase de refroidissement. Juste après la fin de la phase de mélasse [2], on allume le faisceau laser Bloch. Le faisceau laser n'est alors composé que d'une seule fréquence, donc les atomes sont soumis à un réseau optique stationnaire. L'intensité du laser Bloch suit la séquence temporelle décrite sur le schéma 4.1.

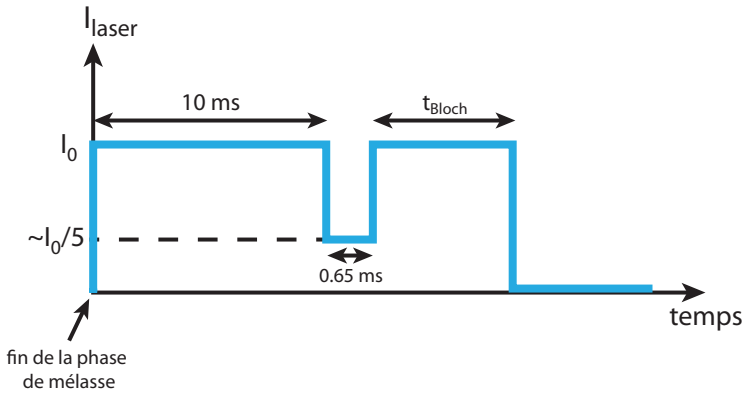


FIGURE 4.1 – Séquence temporelle de variation de l'intensité du laser Bloch permettant d'effectuer une sélection en vitesse des atomes et d'observer des oscillations de Bloch. Expérimentalement, la profondeur maximale du potentiel lumineux, correspondant à une intensité du laser Bloch égale à I_0, vaut $U_0 = 9.2E_r$.

Le laser est tout d'abord allumé pendant 10 ms. Son intensité maximale pendant cette durée est notée I_0. L'intensité laser est ensuite divisée par un facteur 5 pendant 650 µs, puis revient ensuite à la valeur I_0 pendant une durée t_{Bloch}. Remarquons que, dans le cas d'un atome soumis au champ de pesanteur et à un réseau optique dont la vitesse est constante, la période des oscillations de Bloch de l'atome vaut environ 1.23 ms. On abaisse donc d'un facteur 5 l'intensité du réseau pendant une durée de l'ordre de la moitié de la période de Bloch. Nous verrons plus loin comment l'abaissement de la profondeur du potentiel permet d'affiner la distribution en vitesse des atomes.

Le faisceau laser est un faisceau gaussien, de waist $w \simeq 4.5$ mm, et de puissance totale $P_0 \simeq 58$ mW. L'intensité laser maximale I_0 vaut donc :

$$I_0 = \frac{2P_0}{\pi w^2} \simeq 180 \text{ mW/cm}^2. \tag{4.1}$$

Le laser est désaccordé de $\Delta = 56$ GHz dans le bleu de la transition $\left|5^2S_{1/2}, F=3\right\rangle \rightarrow \left|5^2P_{3/2}, F'=4\right\rangle$ du ^{85}Rb (voir figure 3.2). La profondeur du potentiel lumineux créé par le laser Bloch, vaut alors $U_0 = 9.2E_r$ (voir équation 2.26), E_r étant l'énergie de recul échangée lorsque l'atome émet ou absorbe un photon.

Afin d'observer les oscillations de Bloch des atomes, le nuage atomique est détecté par temps de vol. Les atomes sont éclairés par une nappe de lumière horizontale d'environ 1 mm d'épaisseur, désaccordée d'environ 0.5Γ dans le rouge de la transition $\left|5^2S_{1/2}, F=3\right\rangle \rightarrow \left|5^2P_{3/2}, F'=4\right\rangle$ (voir chapitre 3). La fluorescence des atomes est ensuite récupérée par un photomultiplicateur devant lequel est placée une fente verticale (voir figure 3.12). Le signal mesuré par le photomultiplicateur à un instant t sera donc proportionnel au nombre d'atomes

2. Les atomes commencent leur chute libre juste après la fin de la phase de mélasse.

éclairés par la nappe de lumière au même instant. On pourra donc déduire de ce signal l'instant d'arrivée des atomes au niveau de la nappe de lumière, et, comme ce signal est directement lié à la vitesse des atomes, il nous permettra d'observer les oscillations de Bloch en vitesse des atomes.

4.1.2 Signal observé au photomultiplicateur

Le signal typique donné par le photomultiplicateur, en fonction du temps, présente trois pics (voir figure 4.2). Dans l'exemple donné ici, on a $t_{Bloch} = 10$ ms. On ajuste les trois pics

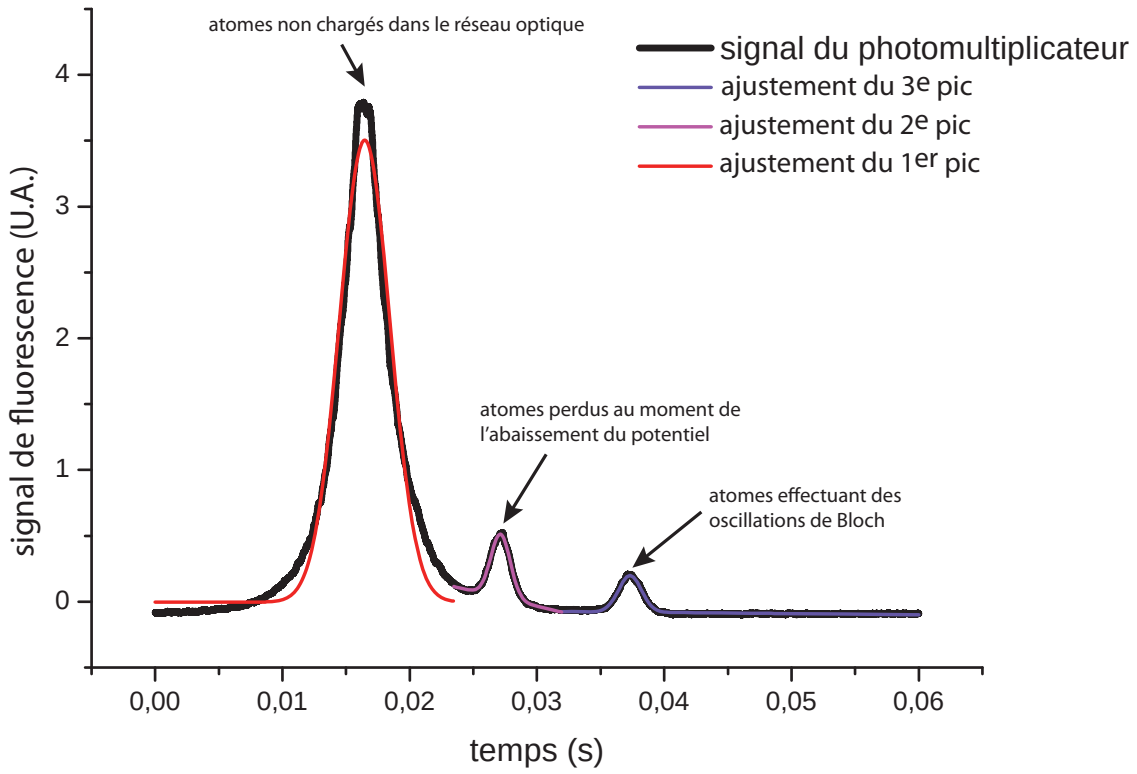


FIGURE 4.2 – Signal du photomultiplicateur obtenu par temps de vol, lorsque l'intensité du laser Bloch suit la séquence décrite en figure 4.1, avec $t_{Bloch} = 10$ ms. Les trois pics sont ajustés séparément, le premier par une gaussienne (voir équation 4.2), et les deux suivants par une gaussienne à laquelle est ajoutée une dérive linéaire (voir équation 4.3).

séparément, le premier par une gaussienne, dont la formule est :

$$y = y_0 + A\mathrm{e}^{-\frac{(t-t_C)^2}{2w^2}}, \tag{4.2}$$

les deux autre pics étant ajustés par une gaussienne à laquelle est ajoutée une dérive linéaire, afin de prendre en compte la partie résiduelle des atomes du pic principal qui se superpose aux atomes des deux pics secondaires. La fonction utilisée pour l'ajustement des deux pics secondaires s'écrit :

$$y = y_0 + Bt + A\mathrm{e}^{-\frac{(t-t_C)^2}{2w^2}}. \tag{4.3}$$

Supposons que le laser Bloch soit éteint. Les atomes seront donc en chute libre à partir de la fin de la phase de mélasse. Notons L la distance que parcourt un atome entre l'instant où il est lâché et l'instant t_{nl} où il atteint la nappe de lumière de détection. La vitesse initiale de

l'atome, au moment de son lâché, est supposée nulle. Le système est supposé unidimensionnel selon la direction z du champ de pesanteur. On a alors :

$$L = \frac{1}{2} g t_{nl}^2. \tag{4.4}$$

Considérons maintenant le cas d'un atome, qui effectue des oscillations de Bloch pendant une durée t_{Bloch}, dans un réseau stationnaire, allumé juste après la fin de la phase de refroidissement. La vitesse de l'atome va donc osciller entre $+v_{recul}$ et $-v_{recul}$ pendant t_{Bloch}. Notons δv, la vitesse de l'atome au moment où le laser Bloch est éteint (on a donc $\delta v \in [-v_{recul}, +v_{recul}]$). L'instant t_{nlB} où l'atome va atteindre la nappe de lumière de détection s'écrit alors :

$$L = \frac{1}{2} g \left(t_{nlB} - t_{Bloch}\right)^2 + \delta v \left(t_{nlB} - t_{Bloch}\right). \tag{4.5}$$

On a alors :

$$t_{nlB} = t_{Bloch} + t_{nl} \sqrt{1 + \left(\frac{\delta v}{g t_{nl}}\right)^2} - \frac{\delta v}{g}, \tag{4.6}$$

qui devient simplement :

$$t_{nlB} = t_{Bloch} + t_{nl}, \tag{4.7}$$

si $\delta v = 0$. Remarquons que, comme le temps de chute des atomes jusqu'à leur arrivée au niveau de la nappe de lumière de détection est grand (271 ms), on a $\frac{\delta v}{g t_{nl}} \ll 1$, la vitesse de recul de l'atome valant dans notre cas $v_{recul} \simeq 6$ mm/s. On peut donc approximer l'expression de t_{nlB} par :

$$t_{nlB} \simeq t_{Bloch} + t_{nl} - \frac{\delta v}{g}. \tag{4.8}$$

Les ajustements des trois pics du signal de la figure 4.2, donnent les résultats suivants pour les paramètres A, x_C et w :

	1er pic	2e pic	3e pic
A	$3.507 \pm 3 \cdot 10^{-3}$	$0.4815 \pm 3 \cdot 10^{-4}$	$0.2785 \pm 2 \cdot 10^{-4}$
t_C	$16.47 \pm 2 \cdot 10^{-3}$ ms	$27.13 \pm 5 \cdot 10^{-4}$ ms	$37.31 \pm 8 \cdot 10^{-4}$ ms
w	$1.99 \pm 2 \cdot 10^{-3}$ ms	$0.7633 \pm 6 \cdot 10^{-4}$ ms	$0.8962 \pm 9 \cdot 10^{-4}$ ms
$\sigma_v = gw$	$19.52 \pm 2 \cdot 10^{-2}$ mm/s	$7.488 \pm 6 \cdot 10^{-3}$ mm/s	$8.791 \pm 9 \cdot 10^{-3}$ mm/s

. (4.9)

Les incertitudes indiquées dans le tableau 4.9 sont les incertitudes sur l'ajustement. Le pic principal correspond aux atomes qui n'ont pas été chargés dans le réseau optique. Le maximum du second pic est décalé de 10.66 ms du sommet du premier pic. Le troisième pic, dont le sommet est, dans le cas de la figure 4.2, décalé de 20.84 ms par rapport au sommet du premier pic, correspond donc bien aux atomes qui sont restés piégés dans le réseau optique pendant toute la durée où le laser Bloch est allumé. On constate que la demi-largeur à $\frac{1}{\sqrt{e}}$ du troisième pic est environ 2.2 fois plus faible que celle du pic principal, et correspond à une distribution en vitesse dont la demi-largeur à $\frac{1}{\sqrt{e}}$ vaut $\sigma_v \simeq 1.5 v_{recul}$. Le second pic est un peu plus fin : sa demi-largeur en vitesse à $\frac{1}{\sqrt{e}}$ vaut $\sigma_v \simeq 1.25 v_{recul}$. Nous verrons un peu plus loin comment s'expliquent ses variations de largeur entre les différents pics.

4.1.3 Mesure du maximum du troisième pic et de sa largeur à $\frac{1}{\sqrt{e}}$ en fonction de t_{Bloch}

Expérimentalement, nous mesurons la position t_{C3} du maximum du troisième pic du signal du photomultiplicateur en fonction de t_{Bloch}. On s'attend à obtenir une courbe oscillant autour de la valeur moyenne $\overline{t_{C3}} = t_{Bloch} + cste$ avec une période $t_B = \frac{2v_{recul}}{g}$. Sur la figure 4.3 est représentée la position du troisième pic du signal du photomultiplicateur, en fonction de t_{Bloch}. On a retiré du signal sa valeur moyenne $\overline{t_{C3}}$, le terme constant étant obtenu en ajustant le signal expérimental par une fonction affine, de coefficient directeur 1. Le signal résultant présente des oscillations, dont la période correspond bien à la valeur attendue ($\frac{9.8}{8} \simeq 1.23$ ms). Cependant,

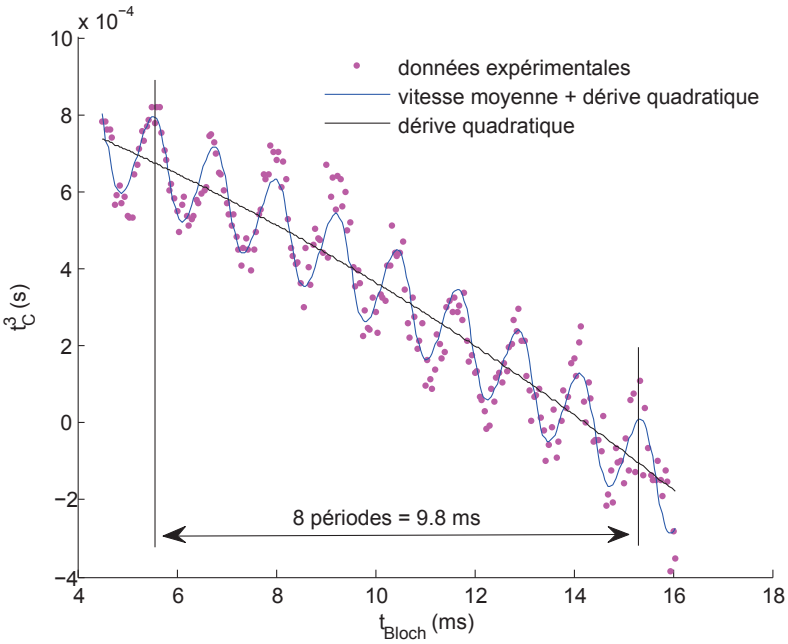


FIGURE 4.3 – Position du maximum du troisième pic du signal du photomultiplicateur, en fonction de t_{Bloch}. On a retiré du signal sa valeur moyenne $\overline{t_{C3}}$. On remarque qu'il subsiste une dérive résiduelle. Les données expérimentales sont ajustées par la fonction 4.10.

on s'attend théoriquement à ce que le signal oscille autour d'une valeur moyenne constante. Le signal présente une dérive résiduelle, qui a été ajustée par l'équation $At_{Bloch}^2 + Bt_{Bloch} + C$, avec $A \simeq -1.9 \cdot 10^{-3}$ ms^{-1}, $B \simeq -4.0 \cdot 10^{-2}$ et $C \simeq 9.6 \cdot 10^{-1}$ ms. Cela peut s'expliquer par la présence de lumière parasite lors de la détection des atomes, qui va pousser les atomes vers le bas. En effet, lorsque le faisceau laser de détection est allumé, les faisceaux laser utilisés pour refroidir les atomes le sont aussi. Or, plus les atomes restent piégés longtemps dans le réseau optique, plus ils arrivent tard au niveau de la nappe de lumière de détection. Lorsque nous avons réalisé l'expérience, nous avons toujours allumé le faisceau laser de détection au même instant, donc, plus les atomes arrivaient tard au niveau de la nappe de lumière de détection, plus le laser de détection restait allumé longtemps pour pouvoir détecter les atomes. Donc les atomes effectuant un grand nombre d'oscillations de Bloch subissent pendant plus longtemps l'effet de la lumière parasite et arrivent donc plus tôt que prévu au niveau du faisceau laser de détection. Le sens de variation de la dérive observée est bien cohérent avec le fait que les atomes arrivent plus tôt qu'ils ne devraient au niveau du faisceau de détection.

Nous souhaitons ajuster les oscillations observées. Nous devons donc savoir dans quelle bande d'énergie se trouvent les atomes pendant la durée t_{Bloch}. Pour le savoir, nous allons calculer numériquement l'évolution de l'état d'un atome soumis à la séquence temporelle décrite

sur le schéma 4.1. De plus, comme le nuage atomique a une température de 3 µK, ce qui correspond à une largeur totale à $\frac{1}{\sqrt{e}}$ de la distribution en vitesse du nuage atomique de l'ordre de $6v_{recul}$, et couvre donc trois zones de Brillouin, il est donc nécessaire d'étudier l'état d'un atome en fonction de sa vitesse initiale.

4.1.4 Étude de l'état d'un atome pendant la durée t_{Bloch} en fonction de sa vitesse initiale

Nous commencerons tout d'abord par étudier l'évolution de l'état $|\Psi\rangle$ d'un atome de vitesse initiale nulle par rapport au réseau au cours de la séquence temporelle décrite sur le schéma 4.1, puis nous calculerons l'état $\left|\Psi_f^-\right\rangle$ d'un atome, juste avant l'extinction finale du réseau optique, en fonction de sa vitesse initiale par rapport au réseau. Ce calcul sera comparé au cas où le réseau optique n'est pas diminué.

Évolution de l'état d'un atome au cours de la séquence temporelle 4.1

Les allumages et extinctions du réseau optique s'effectuent de façon non adiabatique. Un atome, dont la vitesse initiale par rapport au réseau optique est nulle, n'aura donc pas une probabilité de 1 d'être chargé dans la bande d'énergie fondamentale du réseau. Afin de savoir dans quelle bande d'énergie évolue cet atome au cours de notre expérience, nous allons calculer numériquement les normes au carré des composantes de l'état $|\Psi\rangle$ de l'atome sur la base $|\psi_n\rangle$ des états propres du hamiltonien 2.64 (l'état $|\psi_n\rangle$ désigne l'état propre associé à la bande d'énergie n).

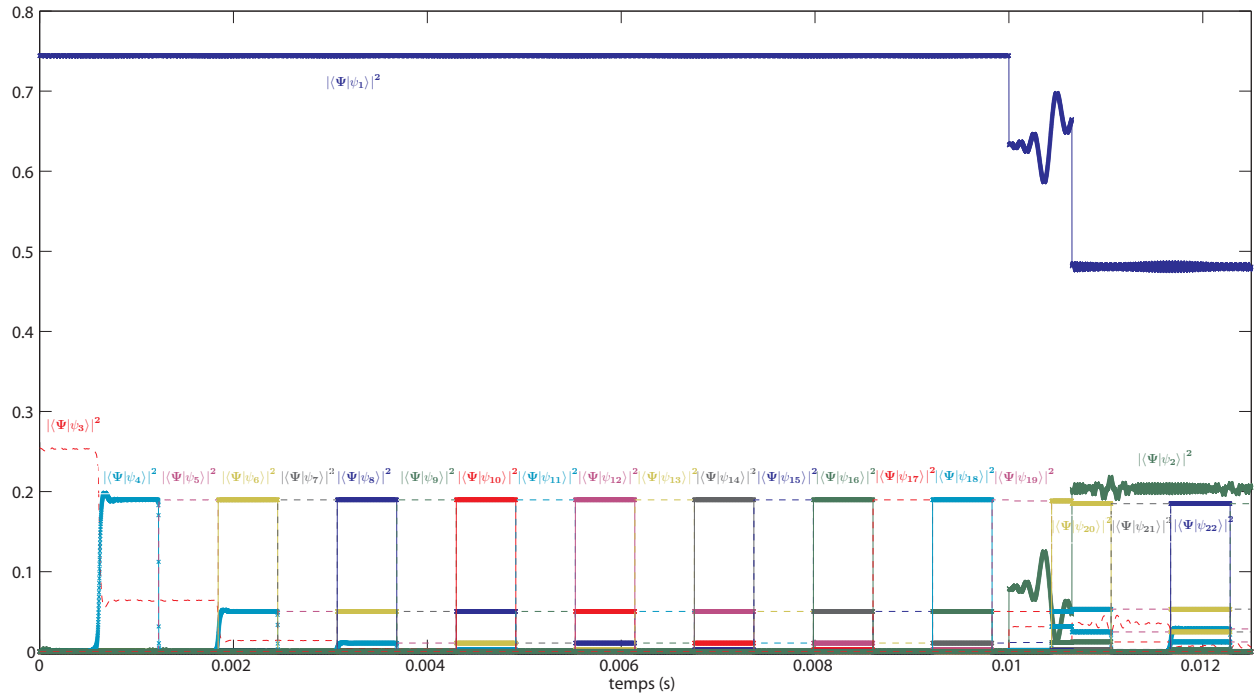


FIGURE 4.4 – Évolution au cours du temps de l'état $|\Psi\rangle$ d'un atome, de vitesse initiale nulle par rapport au réseau optique, sur la base $|\psi_n\rangle$ des états propres du hamiltonien 2.64. L'atome est soumis à la séquence décrite sur le schéma 4.1, avec $t_{Bloch} = 1.85$ ms. La profondeur maximale du réseau est de $U_0 = 9.2E_r$.

Sur la figure 4.4 est représentée l'évolution de l'état d'un atome, de vitesse initiale nulle

par rapport au réseau optique, sur la base $(|\psi_n\rangle)$ au cours du temps. L'atome est soumis à la séquence décrite sur le schéma 4.1, avec $t_{Bloch} = 1.85$ ms. La profondeur maximale du réseau est de $U_0 = 9.2E_r$. On constate qu'au moment de l'allumage du réseau optique, les atomes sont chargés dans les bandes 1 et 3. Les atomes chargés dans la bande fondamentale (bande 1) effectuent des oscillations de Bloch pendant les premières 10 ms où le réseau est allumé à sa valeur maximale, tandis que ceux chargés dans la bande 3 effectuent successivement des transitions non adiabatiques vers les bandes d'énergies supérieures. Ces atomes ne sont donc pas piégés dans le réseau optique. Après diminution puis réaugmentation de la profondeur du réseau, certains atomes initialement piégés dans la bande fondamentale, passent dans la bande 2, et y restent piégés pendant la durée t_{Bloch}. Pendant la durée t_{Bloch}, un atome, dont la vitesse initiale par rapport au réseau optique est nulle, va donc effectuer soit des oscillations de Bloch dans la bande 1, soit dans la bande 2.

État d'un atome, juste avant l'extinction finale du réseau, en fonction de sa vitesse initiale

Nous n'avons pas, initialement, uniquement des atomes dont la vitesse initiale par rapport au réseau est nulle, mais un nuage atomique de 3 µK. Nous constatons (voir figure 4.4) que, du fait de la profondeur du réseau choisie, seuls les atomes dans les bandes 1 et 2 sont piégés. Afin de connaître la répartition des atomes piégés, pendant la durée t_{Bloch}, dans ces deux bandes, en fonction de leur vitesse initiale $\frac{p}{m}$ par rapport au réseau, nous allons calculer, numériquement, les composantes de l'état $\left|\Psi_f^-\right\rangle$ de l'atome juste avant l'extinction finale du réseau, sur les états propres $|\psi_1\rangle$ et $|\psi_2\rangle$, en fonction de sa vitesse initiale par rapport au réseau.

Le résultat de ce calcul est représenté sur la figure 4.5, dans le cas où $t_{Bloch} = 1.85$ ms et où la profondeur maximale du réseau est de $U_0 = 9.2E_r$. Les atomes dans les bandes 1 et 2 étant piégés dans le réseau optique, la répartition calculée ici va peu fluctuer avec t_{Bloch}. Ce calcul donne donc une idée assez précise de la répartition des atomes dans les bandes 1 et 2, au cours de la durée t_{Bloch}, en fonction de leur vitesse initiale par rapport au réseau. Sur le graphe de la figure 4.5 est aussi représenté ce même calcul, mais effectué dans le cas où le réseau optique n'est pas diminué.

Expérimentalement, si nous mesurons l'instant d'arrivée des atomes piégés dans le réseau optique, en fonction de la durée d'allumage du réseau, mais sans effectuer de diminution de la profondeur du réseau, nous n'observons pas d'oscillations. La diminution de la profondeur du potentiel lumineux permet donc d'éliminer certains atomes, de façon sélective en fonction de leur vitesse initiale. Nous constatons en effet, sur le graphe de la figure 4.5, que, pour une vitesse initiale de l'atome par rapport au réseau comprise dans $[-1.8v_{recul},\ -v_{recul}]\cup[0.74v_{recul},\ 1.53v_{recul}]$, la probabilité que l'atome soit dans la bande 2 est fortement diminuée (cette diminution sera interprétée plus loin), dans le cas où on abaisse le potentiel lumineux, par rapport au cas où le potentiel lumineux reste constant. Ce n'est cependant pas le cas de la bande fondamentale, où on n'observe pas de nette diminution de la probabilité sur l'ensemble de la largeur du nuage atomique. Du fait de l'élimination de certains atomes piégés dans la bande 2, la diminution du potentiel lumineux permet donc d'observer les oscillations de Bloch des atomes piégés dans la bande 2. En effet, comme la quasi-totalité de la bande 1 est peuplée, les oscillations de Bloch dans cette bande seront en grande partie moyennées.

Nous constatons que le calcul effectué en figure 4.5 est en bon accord avec les largeurs des pics mesurées expérimentalement (voir tableau 4.9). Les atomes dont la vitesse initiale par rapport au réseau est supérieure, en valeur absolue, à environ $2.5v_{recul}$, ne restent piégés ni dans la bande 1, ni dans la bande 2. On peut alors évaluer à environ $2.5v_{recul}$ la largeur totale à $\frac{1}{\sqrt{e}}$ des atomes restant piégés dans le réseau, ce qui est cohérent avec les largeurs

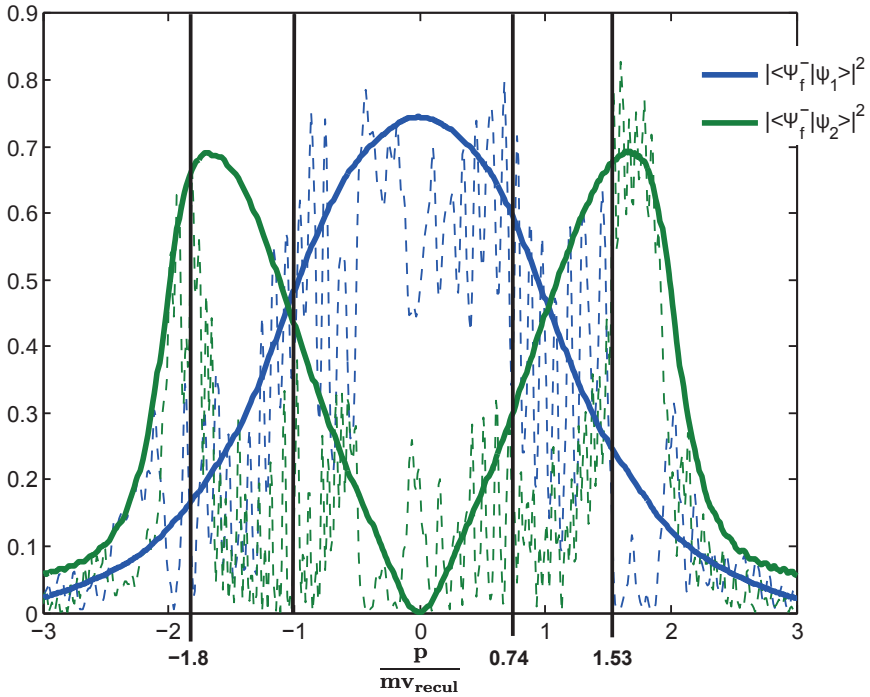


FIGURE 4.5 – Normes au carré des composantes de l'état $\left|\Psi_f^-\right\rangle$ d'un atome juste avant l'extinction finale du réseau, sur les états propres $|\psi_1\rangle$ et $|\psi_2\rangle$, en fonction de sa vitesse initiale $\frac{p}{m}$ par rapport au réseau. Les courbes en pointillés représentent le cas où l'atome est soumis à la séquence temporelle décrite sur le schéma 4.1. Les courbes en trait plein représentent le cas où l'atome est soumis à un réseau optique de même durée totale et de même profondeur maximale, mais dont la profondeur n'est pas diminuée. Ces calculs sont effectués dans le cas où $t_{Bloch} = 1.85$ ms et où la profondeur maximale du réseau est de $U_0 = 9.2E_r$.

des deuxième et troisième pics du signal observé au photomultiplicateur. Nous constatons également expérimentalement, que le troisième pic est un peu plus large que le deuxième. D'après le graphe 4.5, on constate en effet que les atomes "perdus" du réseau du fait de l'abaissement du potentiel ont une vitesse initiale par rapport au réseau principalement dans l'intervalle $[-1.8v_{recul}, 1.53v_{recul}]$, tandis que les atomes dont la vitesse initiale par rapport au réseau est comprise dans l'intervalle $[-2.5v_{recul}, -1.8v_{recul}] \cup [1.53v_{recul}, 2.5v_{recul}]$ restent piégés malgré l'abaissement du potentiel.

Notons que l'expérience réalisée ici n'est absolument pas optimisée, puisque les atomes ne sont proprement chargés ni dans la bande 1, ni dans la bande 2. Les oscillations observées expérimentalement sont en effet très bruitées, mais il était alors plus s'intéressant de chercher à observer des oscillations de Bloch avec une sélection en vitesse avec deux impulsions Raman $\frac{\pi}{2}$, ce qui correspond au cas de l'expérience finale que nous souhaitons réaliser pour effectuer une mesure de l'accélération de la pesanteur. Nous n'avons donc pas cherché à améliorer cette expérience.

Nous remarquons que les oscillations observées expérimentalement sont de plus en plus bruitées, lorsqu'on augmente t_{Bloch}, ce qui peut s'expliquer par le fait que les atomes subissent de l'émission spontanée. Pour un temps $t_{Bloch} = 16$ ms, la durée totale d'allumage du laser Bloch à son intensité maximale I_0 est de 26 ms (voir schéma 4.1) : au bout de ce temps, environ

10% des atomes ont subi de l'émission spontanée[3]. Il n'a pas été possible, expérimentalement, d'observer plus de 8 oscillations de Bloch.

Notons que si nous avions utilisé un potentiel lumineux dont la profondeur maximale est de $U_0 = 2E_r$, seuls les atomes chargés dans la bande fondamentale seraient restés piégés dans le réseau, et la diminution du potentiel lumineux, en éliminant une partie des atomes piégés, aurait permis d'observer des oscillations de Bloch d'atomes piégés dans la bande fondamentale. Le calcul numérique de la composante de l'état $\left|\Psi_f^-\right\rangle$ de l'atome sur l'état propre $|\psi_1\rangle$ correspondant à la bande fondamentale, en fonction de la vitesse initiale de l'atome par rapport au réseau, montre que la diminution du potentiel permet de fortement diminuer la probabilité qu'un atome, dont la vitesse initiale par rapport au réseau est comprise dans l'intervalle $[-0.66v_{recul}, 0.27v_{recul}]$, reste piégé dans la bande fondamentale (voir figure 4.6).

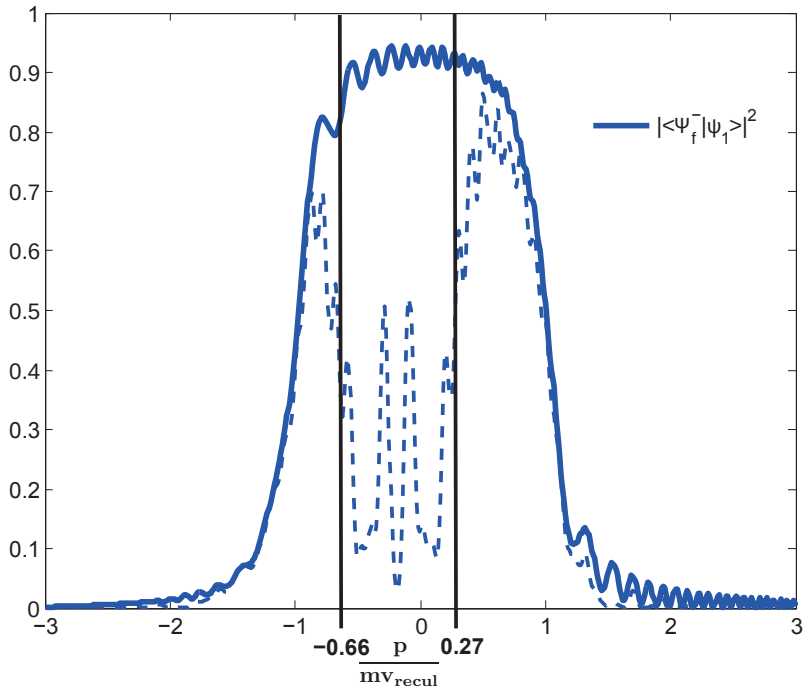


FIGURE 4.6 – Norme au carré de la composante de l'état $\left|\Psi_f^-\right\rangle$ d'un atome juste avant l'extinction finale du réseau sur l'état $|\psi_1\rangle$, en fonction de sa vitesse initiale $\frac{p}{m}$ par rapport au réseau. La courbe en pointillé représente le cas où l'atome est soumis à la séquence temporelle décrite sur le schéma 4.1. La courbe en trait plein représente le cas où l'atome est soumis à un réseau optique de même durée totale, et de même profondeur maximale, mais dont la profondeur n'est pas diminuée. Ces calculs sont effectués dans le cas où $t_{Bloch} = 1.85$ ms et où la profondeur maximale du réseau est de $U_0 = 2E_r$.

Interprétation de la diminution de la probabilité qu'un atome se trouve dans la bande 2 dans le cas où on diminue le potentiel lumineux

Afin de comprendre comment s'effectue la diminution de la probabilité qu'un atome se trouve dans la bande 2 dans le cas où on diminue le potentiel lumineux, nous traçons (voir figure 4.7) les trois premières bandes d'énergie du hamiltonien 2.64 dans la première zone de

3. Dans nos conditions expérimentales, où $I_0 \simeq 180\text{mW/cm}^3$ et $\Delta = 56$ GHz, le taux d'émission spontanée est de l'ordre de 4 s^{-1} (voir équation 2.95).

Brillouin, pour des profondeurs de réseau de $9.2E_r$ et $\frac{9.2}{5}E_r$.

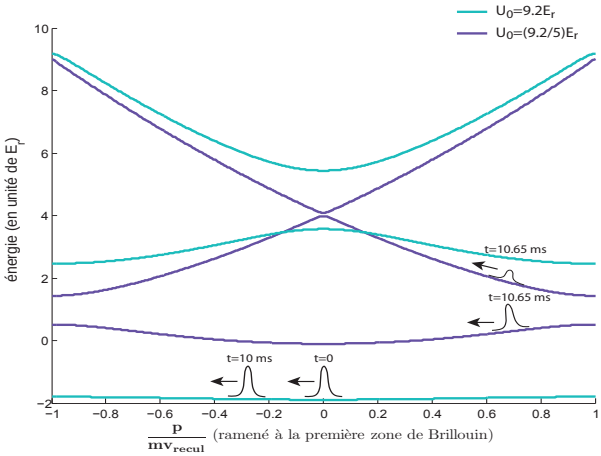
Un atome, dont la vitesse initiale par rapport au réseau optique est nulle, et qui reste piégé dans le réseau pendant les premières 10 ms d'allumage du laser Bloch, a une vitesse par rapport au réseau d'environ $-0.28v_{recul}$ au bout de ces 10 ms. À la fin des 650 µs où la profondeur du réseau est divisée par cinq, la vitesse de l'atome, sous l'effet de la pesanteur, aura changé d'environ $1.06v_{recul}$. Donc, un atome de vitesse initiale nulle va franchir le bord gauche de la première zone de Brillouin au cours des 650 µs où la profondeur du réseau est faible. L'écart en énergie, en bord de zone, entre la première et la deuxième bande étant alors plus faible, l'atome aura une probabilité non nulle d'effectuer une transition non adiabatique vers la deuxième bande d'énergie (voir graphe 4.7(A)). Lorsque la profondeur du réseau optique est ramenée à sa valeur initiale, l'atome va donc resté piégé, soit dans la deuxième bande d'énergie, soit dans la bande fondamentale. On constate bien, sur le graphe de la figure 4.5, qu'un atome de vitesse initiale nulle par rapport au réseau a une probabilité plus élevée de se trouver dans la bande 2 dans le cas où on diminue le potentiel lumineux que dans le cas où celui-ci reste constant.

Étudions à présent l'origine de la diminution de la probabilité qu'un atome se trouve dans la bande 2, dans le cas où on diminue le potentiel lumineux, pour un atome dont la vitesse initiale par rapport au réseau optique est située dans l'intervalle $[-1.8v_{recul}, -v_{recul}]$. Considérons par exemple le cas d'un atome dont la vitesse initiale par rapport au réseau optique vaut $-1.5v_{recul}$. Cet atome a alors une forte probabilité d'être chargé, au moment de l'allumage du réseau optique, dans la bande 2. Il y restera piégé pendant les premières 10 ms où le réseau est à sa profondeur maximale. On remarque (voir graphe 4.7(B)) qu'un tel atome traverse le centre de la zone de Brillouin pendant les 650 µs où la profondeur du réseau est faible. Il a alors une forte probabilité d'effectuer une transition non adiabatique vers la bande 3 pendant cette durée. Or, les atomes chargés dans la bande 3 ne sont plus piégés par le potentiel lumineux, même lorsque celui-ci est revenu à sa valeur maximale. Un tel atome quitte donc le réseau au moment de l'abaissement du potentiel lumineux. La diminution du potentiel lumineux permet donc d'éliminer certains atomes initialement chargés dans la bande 2, et ce, sélectivement en fonction de la vitesse initiale de l'atome par rapport au réseau.

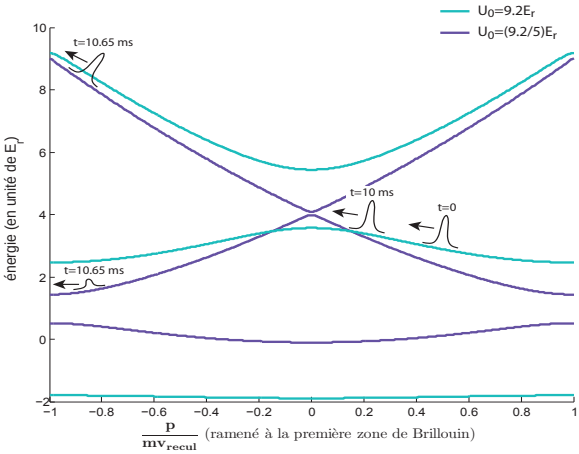
Les situations limites du cas décrit ci-dessus sont :

- la probabilité que l'atome soit chargé dans la bande 2 au moment de l'allumage du réseau n'est plus grande devant la probabilité qu'il soit chargé dans la bande fondamentale. On peut considérer que la situation limite est quand l'atome est en bord de zone de Brillouin, c'est-à-dire que sa vitesse initiale par rapport au réseau est de $-v_{recul}$.
- l'atome arrive au centre de la zone de Brillouin au bout des premières 10 ms d'allumage du réseau. Il ne traversera donc pas le centre de la zone lorsque la profondeur du réseau est abaissée. Un tel atome a une vitesse initiale par rapport au réseau de $-1.72v_{recul}$.

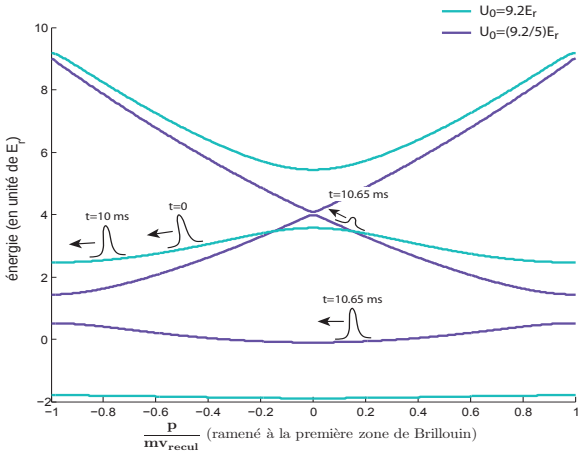
Ces valeurs limites de la vitesse initiale de l'atome par rapport au réseau concordent bien avec la diminution de la probabilité que l'atome soit dans la bande 2, observée dans l'intervalle $[-1.8v_{recul}, -v_{recul}]$, sur le graphe 4.5.



(A) Évolution d'un atome, dont la vitesse initiale par rapport au réseau optique est nulle, au moment de la phase d'abaissement du potentiel lumineux.



(B) Évolution d'un atome, dont la vitesse initiale par rapport au réseau optique vaut $-1.5v_{recul}$, au moment de la phase d'abaissement du potentiel lumineux.



(C) Évolution d'un atome, dont la vitesse initiale par rapport au réseau optique vaut $+1.5v_{recul}$, au moment de la phase d'abaissement du potentiel lumineux.

FIGURE 4.7 – Les trois premières bandes d'énergie du hamiltonien 2.64, représentées dans la première zone de Brillouin, pour des profondeurs du potentiel lumineux de $9.2E_r$ et $\frac{9.2}{5}E_r$. Est représentée aussi l'évolution d'un atome au moment de la phase d'abaissement du potentiel lumineux, qui a lieu dans l'intervalle de temps [10 ms, 10.65 ms] (voir schéma 4.1), dans le cas où sa vitesse initiale par rapport au réseau optique vaut 0, $-1.5v_{recul}$ et $+1.5v_{recul}$.

La diminution de la probabilité qu'un atome se trouve dans la bande 2 est aussi observée dans l'intervalle $[0.74v_{recul}, 1.53v_{recul}]$. Cela se comprend assez aisément, même si les cas limites sont ici plus difficilement interprétables. Prenons l'exemple d'un atome dont la vitesse initiale par rapport au réseau vaut $1.5v_{recul}$. Un tel atome a une grande probabilité d'être chargé dans la bande 2 au moment de l'allumage du réseau. Or il va franchir le bord gauche de la zone de Brillouin lorsque le potentiel lumineux est abaissé (voir graphe 4.7(C)). Il aura donc une certaine probabilité de passer non adiabatiquement de la bande 2 à la bande 1 pendant les 650 µs où le potentiel lumineux est diminué. Cependant, le cas limite, qui correspond au cas où l'atome arrive au bord gauche de la zone de Brillouin au bout des premières 10 ms de l'allumage du réseau, se produit pour une vitesse initiale de l'atome par rapport au réseau de 1.28 ms. Or, sur le graphe de la figure 4.5, la probabilité qu'un atome soit dans la bande 2 continue à être plus faible que dans le cas où on n'abaisse pas le potentiel lumineux jusqu'à une valeur de la vitesse initiale de l'atome par rapport au réseau de $0.74v_{recul}$. Ceci s'explique par le fait que, lorsque la vitesse initiale de l'atome par rapport au réseau est inférieure à 1.28 ms, un atome, chargé initialement dans la bande 2, franchit alors le centre de la zone de Brillouin lorsque le potentiel est abaissé, et passe donc non adiabatiquement dans la bande 3 et n'est donc plus piégé dans le réseau.

Notons que la diminution de la probabilité qu'un atome, dont la vitesse initiale par rapport au réseau est comprise dans l'intervalle $[-0.66v_{recul}, 0.27v_{recul}]$, reste piégé dans la bande fondamentale, observée dans le cas d'une diminution de la profondeur du réseau pour un réseau de profondeur maximale $U_0 = 2E_r$ (voir figure 4.6), s'explique de façon similaire à ce qui a été décrit ci-dessus.

4.1.5 Ajustement des oscillations observées expérimentalement

Les simulations numériques effectuées au paragraphe précédent montrent que, dans nos conditions expérimentales, les oscillations observées sont très probablement des oscillations de Bloch d'atomes piégés dans la bande 2. Théoriquement, si on charge adiabatiquement un atome dans la bande d'énergie n, puis qu'on coupe non adiabatiquement le réseau, l'atome se retrouve dans l'état propre $|\psi_n\rangle$. La valeur moyenne de la vitesse d'un atome dans cet état, s'écrit (voir annexe C) :

$$\langle\psi_n|\,\hat{v}\,|\psi_n\rangle = \langle\hat{v}\rangle_n = \frac{1}{\hbar}\frac{\mathrm{d}E_n}{\mathrm{d}Q}, \tag{4.10}$$

où $E_n(Q)$ désigne la bande d'énergie n. Les oscillations observées expérimentalement correspondant à des atomes piégés dans la bande 2, nous ajusterons les mesures expérimentales de la variation de la position t_{C3} du maximum du troisième pic du signal du photomultiplicateur, par la fonction :

$$\langle\hat{v}\rangle_2\left(2k\tfrac{t_{Bloch}-t_0}{t_B}, \kappa\right) + At_{Bloch}^2 + Bt_{Bloch} + C, \tag{4.11}$$

où k est la norme du vecteur d'onde du laser Bloch et $\kappa = \frac{U_0}{4E_r}$. Les paramètres de l'ajustement sont κ, t_0, A et B. L'amplitude des oscillations de t_C^3 en fonction de t_{Bloch} va dépendre de la profondeur du réseau optique : plus le réseau optique est profond, plus les variations de E_2, et donc de $\langle\hat{v}\rangle_2$, avec Q sont faibles. Le résultat de l'ajustement donne $\kappa \simeq 3.9$, qui est plus élevée que la valeur attendue $\kappa = \frac{9.2}{4} = 2.3$. Cet écart peut s'expliquer par le fait que, du fait de la présence d'atomes dans la bande fondamentale, les oscillations subissent un moyennage qui diminue leur amplitude. Notons que l'émission spontanée va aussi induire une diminution

de l'amplitude des oscillations.

Les oscillations de Bloch observées dans l'expérience décrite précédemment constituent la première observation qualitative d'oscillations de Bloch sur l'expérience GIRAFON. Ces oscillations ont pu être observées en effectuant une sélection en vitesse des atomes par diminution de la profondeur du potentiel lumineux. La séquence expérimentale n'était pas du tout optimisée, la profondeur du réseau étant trop élevée ($\kappa = 2.3$) pour ne piéger les atomes que dans la bande fondamentale. Les oscillations observées sont très probablement des oscillations de Bloch d'atomes piégés dans la bande 2. Cette expérience n'a pas été plus approfondie, puisque nous souhaitons réaliser des oscillations de Bloch au sein d'un interféromètre atomique de type Ramsey-Bordé où la sélection en vitesse s'effectue dans ce cas grâce à la première paire d'impulsions Raman $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre.

4.2 Observation d'oscillations de Bloch après sélection en vitesse des atomes par deux impulsions Raman $\frac{\pi}{2}$

Afin de tester notre dispositif expérimental dans la même configuration que celle qui nous permettra d'effectuer une mesure de l'accélération de la pesanteur, nous avons essayé d'observer des oscillations de Bloch après une sélection en vitesse effectuée grâce à un interféromètre de Ramsey (c'est-à-dire deux impulsions Raman $\frac{\pi}{2}$). Pour sélectionner un ensemble d'atomes dont la distribution en vitesse est un peigne de largeur totale de l'ordre de la largeur de la zone de Brillouin, il est nécessaire que la durée des impulsions $\frac{\pi}{2}$ soit suffisamment grande (voir équation 1.56). Pour augmenter ces durées, on peut, soit diminuer l'intensité du laser Raman, soit augmenter le désaccord du laser par rapport à la transition à un photon $\left|5^2S_{1/2}\right\rangle \rightarrow \left|5^2P_{3/2}\right\rangle$ (il s'agit du désaccord Δ représenté sur la figure 1.1). On a constaté expérimentalement qu'un meilleur transfert Raman était obtenu avec un désaccord élevé plutôt qu'une faible intensité. L'asservissement du laser esclave du banc laser refroidissement-détection-Raman réalisé par O. Carraz ne permettant pas de désaccorder le laser de plus de 1 GHz environ, il a été décidé d'utiliser le même laser pour générer les faisceaux Raman et Bloch, ce laser pouvant être désaccordé de plusieurs dizaines de gigahertz. Le montage optique de l'"ancien" laser Raman étant à présent utilisé pour générer le faisceau "pousseur" permettant d'éliminer les atomes non sélectionnés par l'interféromètre de Ramsey.

4.2.1 La séquence expérimentale

La séquence expérimentale réalisée est représentée sur le schéma 4.8. La durée des impulsions Raman est de 62.7 µs et l'écart entre les deux impulsions est de 10 ms. D'après les calculs effectués au chapitre 1, l'interféromètre de Ramsey réalisé ici sélectionne un peigne de vitesses atomiques, de largeur totale à mi-hauteur de l'ordre de $1.2v_{recul}$ [4] (voir équation 1.56), et dont la largeur des dents est de l'ordre de $0.006v_{recul}$ (voir équation 1.58). Le faisceau "pousseur" élimine les atomes qui n'ont pas changé d'état interne après l'interféromètre de Ramsey, soit environ 90%

4. Pour une telle largeur totale à mi-hauteur, les premières annulations de l'enveloppe du peigne de vitesses ont lieu en $+v_{recul}$ et $-v_{recul}$.

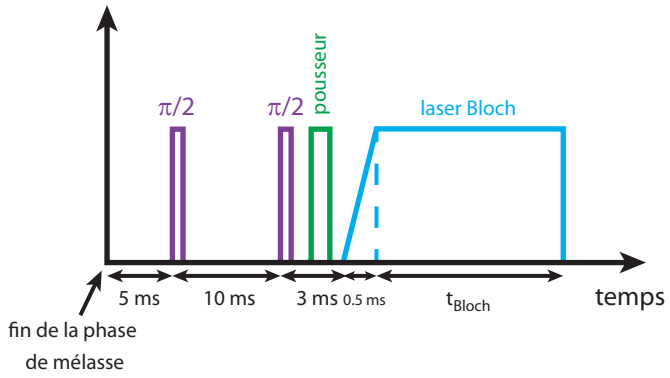


FIGURE 4.8 – Séquence expérimentale réalisée afin d'observer des oscillations de Bloch avec une sélection en vitesse des atomes par un interféromètre de Ramsey. La durée des impulsions Raman $\frac{\pi}{2}$ est de 62.7 µs et l'écart entre les deux impulsions est de 10 ms.

des atomes dans nos conditions expérimentales [5]. Le laser Bloch est allumé adiabatiquement, en 500 µs, afin de charger un maximum d'atomes dans la bande d'énergie fondamentale du hamiltonien. Comme dans l'expérience précédente, la vitesse des atomes est mesurée par temps de vol.

Remarquons, que, contrairement à l'expérience décrite précédemment, le laser Bloch n'est pas allumé juste après la fin de la mélasse. Au moment où le réseau optique est allumé, les atomes ont chuté pendant 18 ms, et leur vitesse sera donc d'environ 0.165 m/s = $27.5 v_{recul}$, en tenant compte du recul transmis aux atomes par les impulsions Raman. Afin de charger adiabatiquement les atomes dans la bande d'énergie fondamentale, le réseau optique doit avoir la même vitesse que les atomes pendant la durée de la rampe d'allumage du laser Bloch. D'après la formule 2.18, le réseau optique doit donc être créé par deux composantes fréquentielles différentes du laser Bloch, dont la différence de fréquence s'écrit :

$$|\delta_B| = \left\| \vec{k}_{eff}^{bloch} \right\| |v_{at}| \,, \tag{4.12}$$

v_{at} étant la vitesse d'un atome et $\vec{k}_{eff}^{bloch}$ le vecteur d'onde effectif du laser Bloch. L'application numérique donne $|\delta_B| = 423$ kHz. Nous trouvons, expérimentalement, un optimum, pour le nombre d'atomes chargés dans le réseau, pour cette même valeur de $|\delta_B|$.

Au cours du temps, la différence de fréquence $|\delta_B|$ suit la séquence décrite sur la figure 4.9. Pendant les 500 µs de chargement adiabatique, la vitesse du réseau suit celle des atomes, qui sont en accélération uniforme de valeur g, puis celle-ci est maintenue constante afin de faire effectuer aux atomes des oscillations de Bloch. Du fait qu'expérimentalement, le réseau optique est généré par un seul faisceau laser rétro-réfléchi (voir chapitre 3), les atomes sont soumis à deux réseaux parasites, un stationnaire, et un autre dont la vitesse est opposée à celle du réseau à résonance (voir équation 2.101). Or, la vitesse du réseau mobile dans lequel sont chargés les atomes étant, en valeur absolue, d'au moins $27.5 v_{recul}$, et sa profondeur maximale étant de l'ordre de $\kappa \simeq 1$, les simulations effectuées au chapitre 2, montrent que l'influence de ces réseaux parasites peut être négligée. Remarquons que des réseaux parasites supplémentaires sont générés par le modulateur acousto-optique (voir figure 3.23), mais comme leur profondeur

5. Au minimum, 50% des atomes sont perdus car, en moyenne, un atome a une probabilité $\frac{1}{2}$ de changer d'état après deux impulsions $\frac{\pi}{2}$. À ces 50% se rajoute l'effet de sélection en vitesse des atomes. La demi-largeur à $\frac{1}{\sqrt{e}}$ de la distribution en vitesse initiale des atomes est d'environ $3 v_{recul}$, car nos atomes sont refroidis à environ 3 µK.

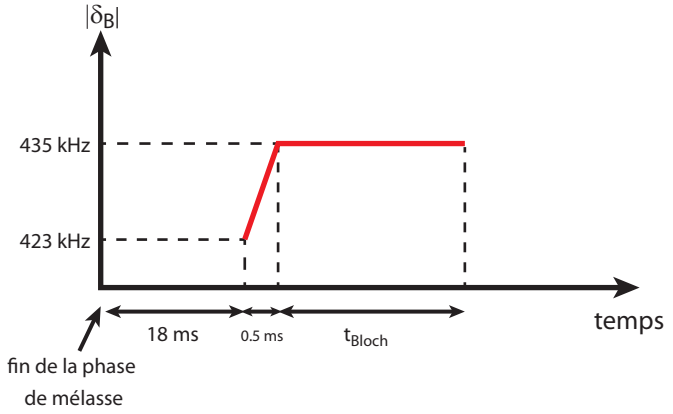


FIGURE 4.9 – Séquence temporelle de variation de la différence de fréquence δ_B pour le chargement adiabatique des atomes, dans la bande d'énergie fondamentale, après 18 ms de chute libre.

est beaucoup plus faible que les réseaux parasites précédemment évoqués, leur influence pourra, a fortiori, être négligée.

Cette configuration rétro-réfléchie induit cependant plus d'émission spontanée que dans le cas d'un seul réseau mobile. En effet, pour obtenir la même profondeur du réseau mobile, deux fois plus de puissance laser totale est nécessaire dans notre cas. Pour une profondeur du réseau mobile de $\kappa \simeq 1$, le taux d'émission spontanée vaut environ 12 s^{-1} (le calcul du taux d'émission spontanée sera effectué en détail au paragraphe 4.3.2).

4.2.2 Observation des oscillations de Bloch

Nous mesurons, en fonction de t_{Bloch}, l'instant d'arrivée des atomes au niveau de la nappe de lumière de détection, pour différentes valeurs de la puissance du laser Bloch. La puissance du laser Bloch est mesurée grâce à une photodiode branchée sur un oscilloscope. La tension lue à l'oscilloscope, qui est proportionnelle à la puissance du laser Bloch, sera notée V_{Bloch}. Les résultats obtenus sont représentés sur la figure 4.10. On remarque qu'en réglant correctement la puissance du laser Bloch, on arrive à observer jusqu'à 40 oscillations de Bloch.

Les différentes courbes sont ajustées par la fonction 4.10. Les différentes valeurs de κ déduites de ces ajustements sont représentées dans le tableau suivant :

V_{Bloch} (mV)	235	406	589	814
κ	1.27	1.38	1.64	1.75

. (4.13)

Ces mesures nous permettent de calibrer la profondeur du potentiel lumineux en fonction de la puissance du laser Bloch. Cependant, cette calibration n'est pas très précise. En effet, la largeur totale de la distribution en vitesse des atomes, après sélection par l'interféromètre de Ramsey, est de l'ordre de grandeur de la zone de Brillouin. L'amplitude de ces oscillations sera donc sous estimée, par effet de moyennage, et la profondeur du réseau sera alors surestimée.

Afin de calibrer la profondeur du réseau dans lequel sont chargés les atomes en fonction de la puissance du laser Bloch, nous allons donc procéder différemment, en mesurant le nombre d'atomes restés piégés dans le réseau, en fonction de la puissance du laser.

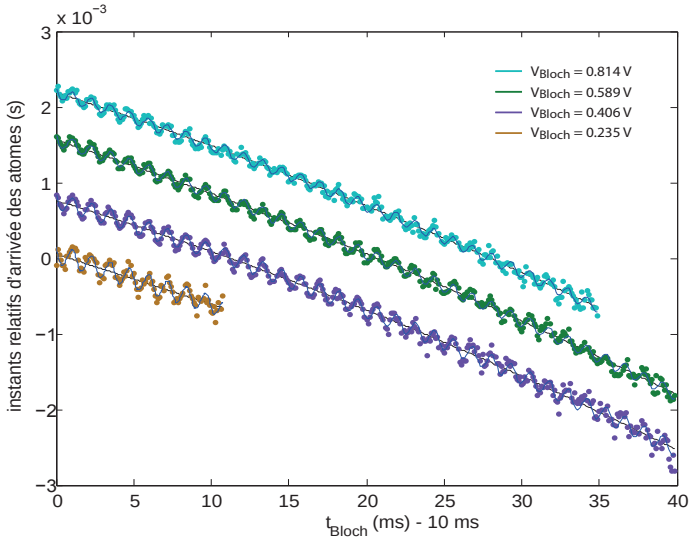


FIGURE 4.10 – Instant d'arrivée des atomes au niveau de la nappe de lumière de détection, en fonction de t_{Bloch}, pour différentes valeurs de la tension V_{Bloch}. Les courbes sont ajustées par la fonction 4.10, et les résultats des ajustements sont les courbes en trait plein bleu. Les courbes noires représentent la dérive quadratique. Différentes courbes ont été translatées selon l'axe des ordonnées afin de rendre le graphe lisible. La courbe violette a été translatée de 0.7 ms, la courbe verte de 1.5 ms, et la courbe cyan de 2.1 ms.

4.2.3 Calibration de la profondeur du réseau optique en fonction de la puissance du laser Bloch

La sélection en vitesse des atomes est identique à celle décrite sur le schéma 4.8. Le laser Bloch est allumé et éteint adiabatiquement en 500 µs, et sa durée d'allumage est de 9 périodes de Bloch. Le résultat de cette mesure est représenté sur la figure 4.11.

Si on ne tient compte que des pertes Landau-Zener, la probabilité qu'un atome reste dans le réseau optique après 9 oscillations de Bloch va s'écrire (voir équation 2.85) :

$$P_9 = \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{\pi}{4}\frac{a_0}{g}\kappa^2}\right)^9, \tag{4.14}$$

où $\kappa = \frac{U_0}{4E_r}$ est la profondeur normalisée du réseau. Rappelons que $a_0 = \frac{\hbar^2 \left\|\vec{k}_{eff}^{bloch}\right\|^3}{8m^2}$. Les données expérimentales sont alors ajustées par la fonction :

$$A\left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{\pi}{4}\frac{a_0}{g}(\alpha V_{Bloch})^2}\right)^9. \tag{4.15}$$

Le résultat de l'ajustement des données de la figure 4.11 donne $\alpha \simeq 1.4 \cdot 10^{-3} \pm 1 \cdot 10^{-4}$ mV^{-1}.

Les valeurs de κ déduites des ajustements des quatre courbes de la figure 4.10 (voir tableau 4.13) sont représentées sur le graphe 4.12. Ces valeurs sont ajustées par une droite d'équation $AV_{Bloch} + B$, avec $A = 8.9 \cdot 10^{-4}$ mV^{-1} et $B = 1.06$. On constate que ces valeurs sont plus élevées que celles obtenues par la mesure du nombre d'atomes restant dans le réseau (figure 4.11), ce qui confirme bien le fait que les amplitudes des oscillations de Bloch mesurées expérimentalement sont sous estimées. Remarquons que la pente de variation de κ avec V_{Bloch} issue des ajustements des oscillations en vitesse est du même ordre de grandeur que celle obtenue en mesurant le nombre d'atomes restant. Mais l'ajustement de ces mesures donne une droite dont la valeur à l'origine est non nulle, correspondant à un biais contant sur l'estimation

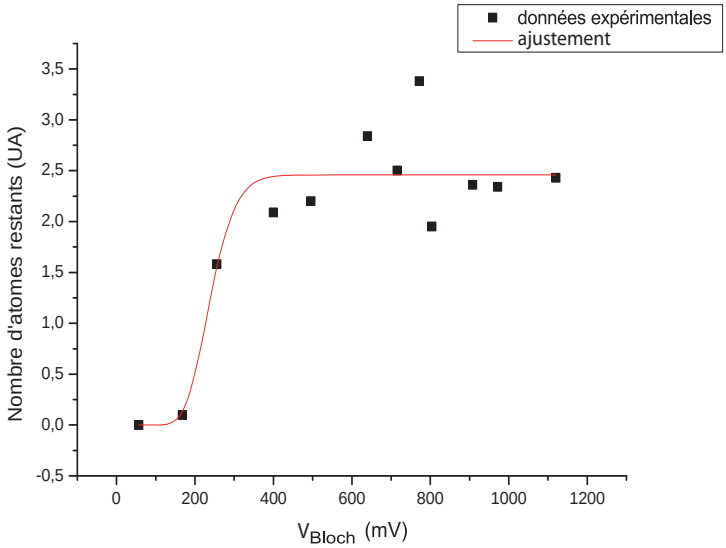


FIGURE 4.11 – Mesure du nombre d'atomes restant dans le réseau optique en fonction de la tension V_{Bloch}. Les atomes effectuent 9 oscillations de Bloch. Les données expérimentales sont en points noirs. La courbe rouge est le résultat de l'ajustement par la fonction 4.15.

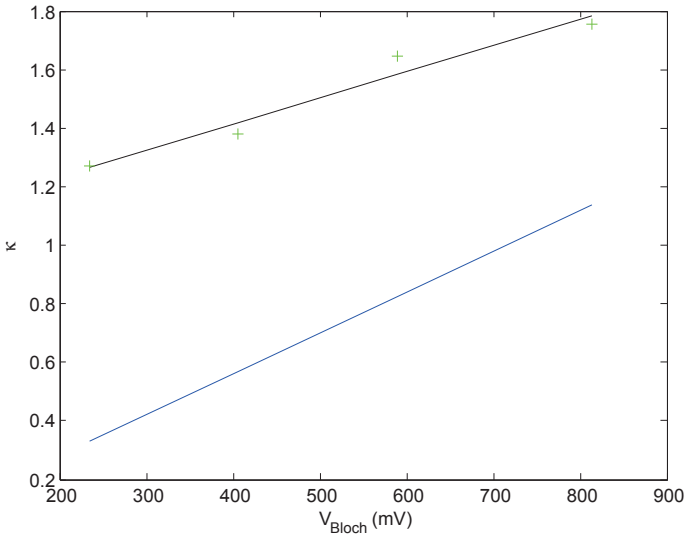


FIGURE 4.12 – Valeurs de κ déduites des ajustements des courbes de la figure 4.10 en fonction de V_{Bloch} (croix vertes). Ces valeurs sont ajustées par une droite (courbe en trait plein noir) d'équation $AV_{Bloch} + B$, avec $A = 8.9 \cdot 10^{-4}$ mV^{-1} et $B = 1.06$. En trait plein bleu est représentée la droite $\kappa = \alpha V_{Bloch}$, avec $\alpha = 1.4 \cdot 10^{-3}$ mV^{-1}.

de la valeur de la profondeur du réseau.

Nous avons donc réussi, expérimentalement, à observer 40 oscillations de Bloch, avec des atomes chargés à une vitesse de 0.165 m/s dans un réseau mobile, après une sélection en vitesse effectuée grâce à un interféromètre de Ramsey. Nous allons à présent fermer l'interféromètre, par un deuxième interféromètre de Ramsey, afin de pouvoir effectuer un mesure de l'accélération de la pesanteur.

4.3 Mesure de l'accélération de la pesanteur avec un interféromètre de Ramsey-Bordé avec et sans ajout d'oscillations de Bloch

Nous avons réussi à observer des franges d'interférences, avec des atomes effectuant jusqu'à 30 oscillations de Bloch, dans un réseau mobile, entre les deux paires d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ d'un interféromètre de Ramsey-Bordé. Cependant, nous constatons que le contraste des franges d'interférences diminue avec la durée T_R entre les deux premières impulsions de l'interféromètre (la durée entre les deux dernières impulsions de l'interféromètre vaut aussi T_R), ainsi qu'avec le nombre d'oscillations de Bloch et la puissance du laser Bloch. Nous montrerons que cette chute de contraste a pour origine les imperfections du laser Bloch.

4.3.1 Résultats expérimentaux

La séquence expérimentale réalisée est représentée sur le schéma 4.13. La mesure de

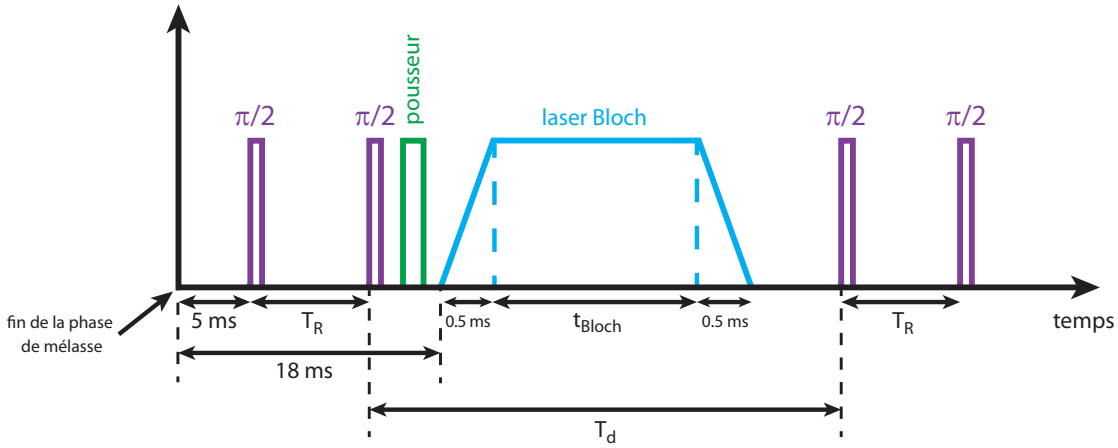


FIGURE 4.13 – Séquence expérimentale réalisée afin d'effectuer une mesure de la pesanteur avec un interféromètre de Ramsey-Bordé au sein duquel les atomes effectuent une série d'oscillations de Bloch. Les impulsions $\frac{\pi}{2}$ ont une durée de 62.7 µs. Nous ferons varier T_R entre 400 µs et 10 ms.

l'accélération g de la pesanteur s'effectue en mesurant, à la fin de l'interféromètre, la probabilité P_b qu'un atome soit dans l'état $\left|5^2S_{1/2}, F=3\right\rangle$. Rappelons que cette probabilité s'écrit, dans le cas où on suppose $\Phi_L = 0$ (voir équation 1.95) :

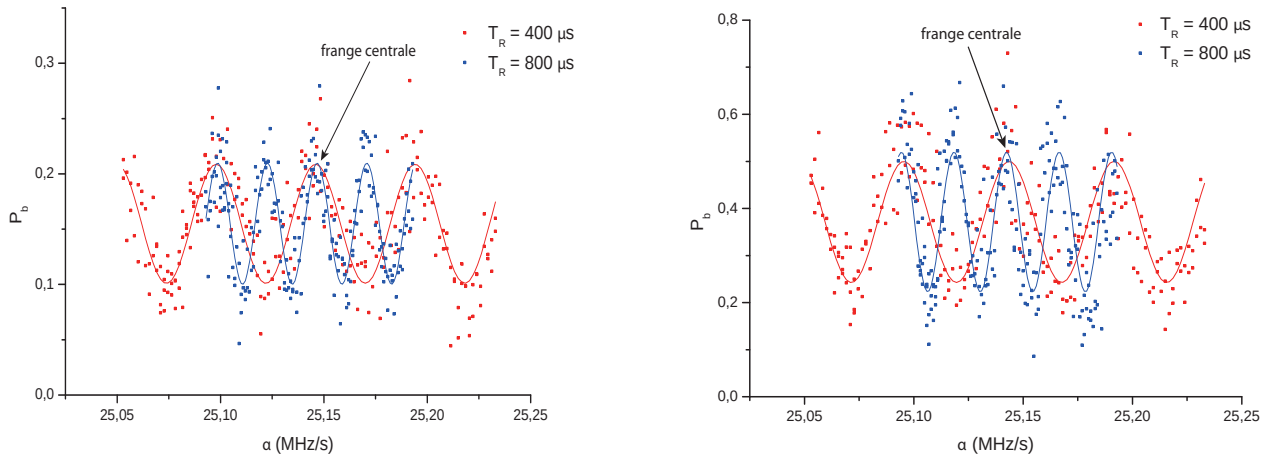
$$P_b = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{1}{2}\cos\left(\left(\delta\omega_{12}^{Bloch} - \vec{k}_{eff}^{ram}\cdot\Delta\vec{v}_{Bloch}\right)T_R + \left(2\pi\alpha - \vec{k}_{eff}^{ram}\cdot\vec{g}\right)T_R\left(T_R + T_d\right)\right)\right), \quad (4.16)$$

avec les notations suivantes :

- $\delta\omega_{12}^{Bloch}$ est le saut en fréquence qu'il faut faire subir à la différence de fréquence des faisceaux Raman afin de compenser l'effet Doppler lié au changement de vitesse induit par les oscillations de Bloch.
- $\Delta\vec{v}_{Bloch}$ est le changement de vitesse induit par les oscillations de Bloch. Si les atomes effectuent N oscillations de Bloch, on a $\Delta\vec{v}_{Bloch} = 2Nv_{recul}$.
- α est la pente de la variation de la différence de fréquence des faisceaux Raman au cours du temps. Cette différence de fréquence doit varier linéairement au cours du temps afin de compenser l'effet Doppler lié à la chute des atomes sous l'effet de la pesanteur.

– $\vec{k}_{eff}^{ram}$ est le vecteur d'onde effectif du laser Raman.

Afin d'effectuer une mesure correcte de g, il est nécessaire que le saut de fréquence $\delta\omega_{12}^{Bloch}$ compense précisément l'effet Doppler induit par le saut $\Delta\vec{v}_{Bloch}$, où que la différence entre ces deux valeurs soit précisément connue. Expérimentalement, le saut en fréquence $\delta\omega_{12}^{Bloch}$ sera donc toujours ajusté, le plus précisément possible, à la valeur $2N_{Bloch}\vec{k}_{eff}^{ram}\cdot\vec{v}_{recul}$, N_{Bloch} étant le nombre d'oscillations de Bloch qu'effectuent les atomes au sein de l'interféromètre. Dans le cas où le saut est correctement réglé, la probabilité P_b devient indépendante du produit $T_R\,(T_R+T_d)$, si la condition $\vec{k}_{eff}^{ram}\cdot\vec{g}=2\pi\alpha$ est vérifiée. Nous allons donc mesurer P_b en fonction de α, pour différentes valeurs du produit $T_R\,(T_R+T_d)$.



(A) Cas où les atomes sont en chute libre entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre.

(B) Cas où les atomes effectuent 30 oscillations de Bloch entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre.

FIGURE 4.14 – Mesures de P_b en fonction de α, dans le cas où $T_R+T_d=52$ ms, avec $T_R=400$ µs et $T_R=800$ µs. Les mesures expérimentales sont représentées par des points, les courbes en trait plein étant les ajustements de ces mesures par la formule 4.17.

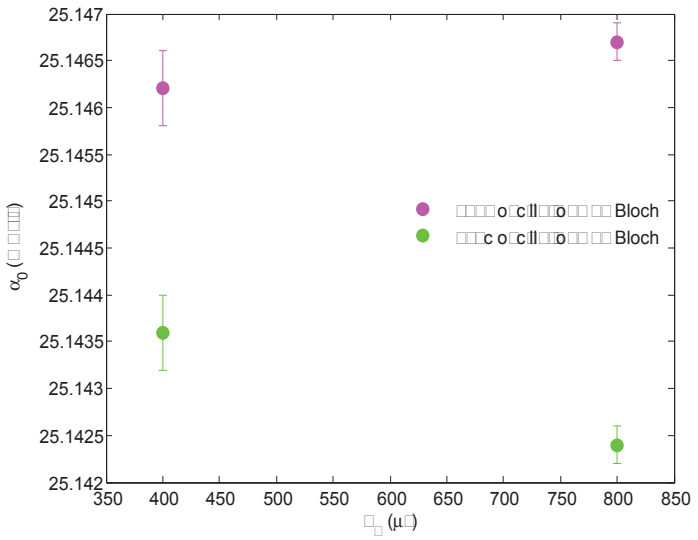
Sur la figure 4.14 sont représentées les mesures de P_b en fonction de α, dans le cas où $T_R+T_d=52$ ms, avec $T_R=400$ µs et $T_R=800$ µs. Sur le graphe 4.14(A), les atomes sont en chute libre entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre. Sur le graphe 4.14(B), les atomes effectuent 30 oscillations de Bloch entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales (on a alors $t_{Bloch}=30t_B$). Les durées T_R choisies ici sont faibles. En effet, le contraste des franges d'interférences en présence d'oscillations de Bloch diminuant rapidement avec T_R, les franges d'interférences devenaient difficilement visibles pour des durées T_R plus élevées.

Nous remarquons que, sur chacun des graphes, les deux systèmes de franges sont en phase pour une certaine valeur de α. Cette valeur de α vérifie la condition $\vec{k}_{eff}^{ram}\cdot\vec{g}=2\pi\alpha$ et va nous permettre de mesurer g. Les données expérimentales sont ajustées par la fonction :

$$A+\frac{B}{2}\cos(2\pi\,(\alpha-\alpha_0)\,T_R\,(T_R+T_d))\,, \tag{4.17}$$

les paramètres de l'ajustement étant les variables A, B et α_0. La valeur initiale du paramètre α_0 est prise proche de la valeur correspondant à la frange centrale, afin que l'ajustement ne converge pas vers une autre frange.

Les valeurs de α_0 obtenues par les ajustements des courbes expérimentales de la figure 4.14 sont indiquées sur la figure 4.15. Les incertitudes indiquées dans le tableau de la figure 4.15



sans Bloch	
$T_R = 400$ µs	$T_R = 800$ µs
$25.1462 \pm 4 \cdot 10^{-4}$ MHz/s	$25.1467 \pm 2 \cdot 10^{-4}$ MHz/s
avec 30 oscillations de Bloch	
$T_R = 400$ µs	$T_R = 800$ µs
$25.1436 \pm 4 \cdot 10^{-4}$ MHz/s	$25.1424 \pm 2 \cdot 10^{-4}$ MHz/s

FIGURE 4.15 – Valeurs de α_0 obtenues par les ajustements des courbes expérimentales de la figure 4.14. Les incertitudes indiquées sont les incertitudes issues des ajustements.

sont les incertitudes issues de l'ajustement.

Nous vérifions que l'incertitude sur α_0 est bien divisée par deux lorsque le produit $T_R\,(T_R + T_d)$ est doublé. De plus, les valeurs de α_0 obtenues avec les oscillations de Bloch est différente d'environ $3.5 \cdot 10^{-3}$ MHz/s valeur obtenue en prenant avec, et sans oscillations de Bloch, la moyenne des deux valeurs mesurée pour $T_R = 400$ µs et $T_R = 800$ µs, et en faisant leur différence) de la valeur obtenue sans oscillations de Bloch. Ceci s'explique dans ce cas par l'incertitude sur le saut de fréquence $\delta\omega_{12}^{Bloch}$. Expérimentalement, ce saut de fréquence est réalisé par un synthétiseur Rohde & Schwartz (voir schéma 3.16), en mode FM. La fréquence $f_{R\&S}$ délivrée par ce synthétiseur s'écrit alors :

$$f_{R\&S} = f_0 + KV, \tag{4.18}$$

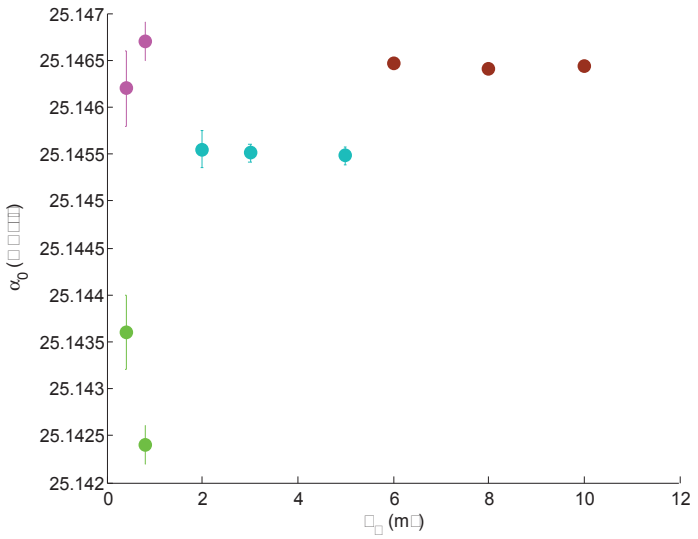
V étant la tension de commande appliquée en entrée du synthétiseur et K le facteur de conversion fréquence/tension du synthétiseur. Lorsqu'on réalise expérimentalement un interféromètre de Ramsey-Bordé sans oscillations de Bloch, la tension de commande appliquée au Rohde & Schwartz est éteinte. Mais lorsque les atomes effectuent des oscillations de Bloch, cette tension passe de 0 à V_0 entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre. Mais l'alimentation utilisée pour générer cette tension présente des fluctuations dont l'amplitude relative $\frac{\Delta V_0}{V_0}$ est de l'ordre de $3 \cdot 10^{-4}$. Lorsque les atomes effectuent 30 oscillations de Bloch, le saut de fréquence à appliquer aux lasers Raman afin de compenser l'effet Doppler induit par le changement de vitesse $\Delta\vec{v}_{Bloch} = 60 v_{recul}$ vaut environ 927 kHz. L'incertitude $\Delta\delta\omega_{12}^{Bloch}$ sur $\delta\omega_{12}^{Bloch}$ sera donc de l'ordre de $2\pi \times (300$ Hz). L'incertitude $\Delta\alpha_0$ sur α_0 correspondante, s'écrit :

$$\Delta\alpha_0 = \frac{\Delta\delta\omega_{12}^{Bloch}}{2\pi\,(T_R + T_d)}, \tag{4.19}$$

et vaut environ $6 \cdot 10^{-3}$ MHz/s. Cette incertitude est bien du même ordre de grandeur que l'écart observé sur la mesure de α_0 avec et sans oscillations de Bloch.

Expérimentalement, nous constatons que lorsqu'on augmente T_R, en présence d'oscillations de Bloch, le contraste des franges d'interférence diminue. Les franges ne sont plus observables pour $T_R = 2$ ms. Cependant, si on diminue le nombre d'oscillations de Bloch qu'effectuent les atomes, les franges d'interférences sont à nouveau observables pour des valeurs de T_R supérieures à 2 ms.

Le graphe 4.16 représente les mesures de α_0, pour $T_R = 2,\ 3$ et 5 ms, réalisées dans le cas où les atomes effectuent 10 oscillations de Bloch, avec $T_R + T_d = 28$ ms. Ces mesures sont comparées avec des mesures de α_0, effectuées sans oscillations de Bloch, toujours avec $T_R + T_d = 28$ ms, mais avec $T_R = 6,\ 8$ et 10 ms. Le saut de fréquence $\delta\omega_{12}^{Bloch}$, à appliquer aux faisceaux Raman



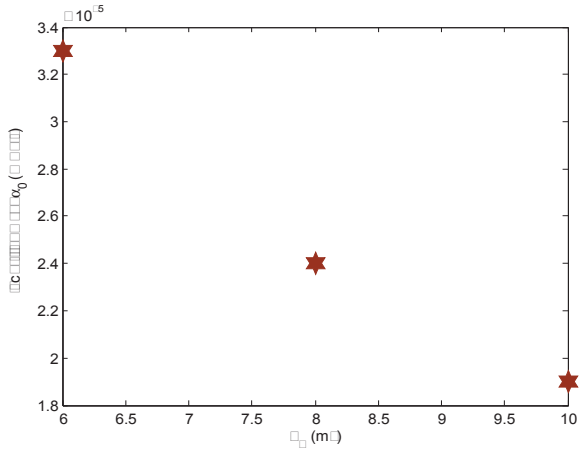
sans Bloch		
$T_R = 6$ ms	$T_R = 8$ ms	$T_R = 10$ ms
$25.14646 \pm 3 \cdot 10^{-5}$ MHz/s	$25.14641 \pm 2 \cdot 10^{-5}$ MHz/s	$25.14644 \pm 2 \cdot 10^{-5}$ MHz/s
avec 10 oscillations de Bloch		
$T_R = 2$ ms	$T_R = 3$ ms	$T_R = 5$ ms
$25.1455 \pm 2 \cdot 10^{-4}$ MHz/s	$25.1455 \pm 1 \cdot 10^{-4}$ MHz/s	$25.1455 \pm 1 \cdot 10^{-4}$ MHz/s

FIGURE 4.16 – Mesures de α_0 obtenues avec $T_R + T_d = 28$ ms (points cyans et marron), en fonction de T_R. Les points cyans sont les valeurs obtenues avec des atomes effectuant 10 oscillations de Bloch, les points marron sont obtenus en l'absence d'oscillations de Bloch. Les points verts et roses sont les valeurs représentées sur la figure 4.15. Les incertitudes représentées sont les incertitudes issues de l'ajustement des franges d'interférence.

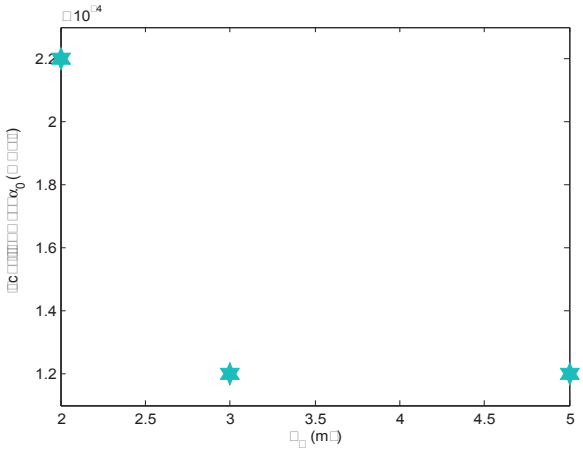
dans le cas où les atomes effectuent 10 oscillations de Bloch, étant trois fois plus petit que dans le cas où les atomes effectuent 30 oscillations de Bloch, l'incertitude sur α_0, due à l'incertitude sur $\delta\omega_{12}^{Bloch}$, est d'environ $2 \cdot 10^{-3}$ MHz/s pour des atomes effectuant 10 oscillations de Bloch. On constate bien, sur la figure 4.16, que les valeurs de α_0, mesurées avec des atomes effectuant seulement 10 oscillations de Bloch, sont plus proches des valeurs obtenues sans oscillations de Bloch que les mesures effectuée avec 30 oscillations de Bloch.

Sur les graphes 4.17(A) et 4.17(B), est représentée l'incertitude sur α_0, issue de l'ajustement des franges d'interférences, en fonction de T_R et dans le cas où $T_R + T_d = 28$ ms, lorsque les

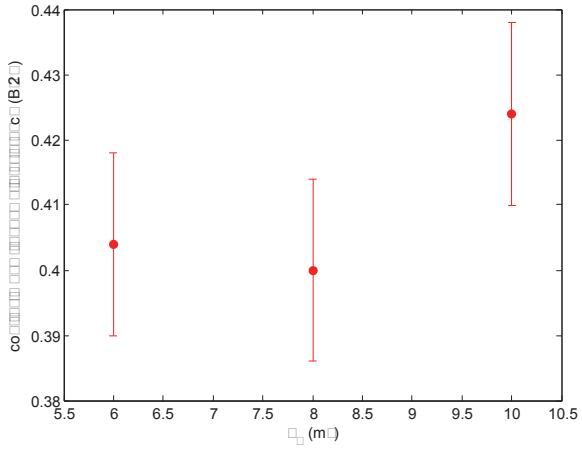
atomes effectuent ou non des oscillations de Bloch. Nous constatons qu'en l'absence d'oscillations de Bloch, l'incertitude décroît avec T_R, alors qu'elle sature à une valeur minimale en présence d'oscillations de Bloch. Ceci s'explique par le fait, qu'en présence d'oscillations de Bloch, le contraste des franges diminue avec T_R (voir graphes 4.17(C) et 4.17(D)).



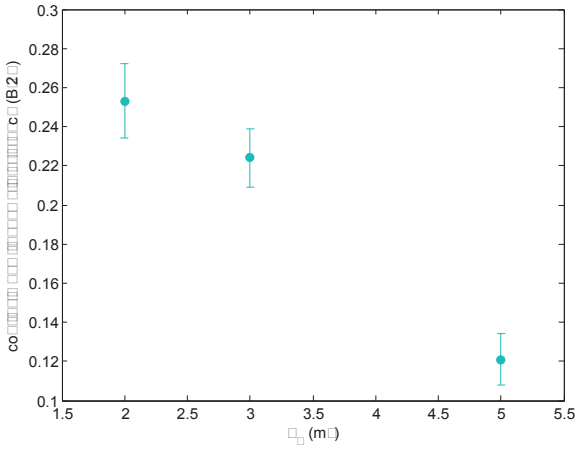
(A) Incertitude sur α_0 dans le cas où les atomes n'effectuent pas d'oscillations de Bloch.



(B) Incertitude sur α_0 dans le cas où les atomes effectuent 10 oscillations de Bloch.



(C) Contraste des franges d'interférence dans le cas où les atomes n'effectuent pas d'oscillations de Bloch.



(D) Contraste des franges d'interférence dans le cas où les atomes effectuent 10 oscillations de Bloch.

FIGURE 4.17 – Incertitude sur α_0 (donnée par l'ajustement des franges) et contraste des franges d'interférence en fonction de T_R, pour $T_R + T_d = 28$ ms, lorsque les atomes effectuent ou non des oscillations de Bloch. Le contraste C des franges est donné par la formule $C = \frac{B}{2A}$ (voir équation 4.17), et les incertitudes σ_C sur les valeurs du contraste sont déduites des incertitudes issues des ajustements σ_A et σ_B sur les variables A et B, par la formule $\sigma_C = C\sqrt{\left(\frac{\sigma_A}{A}\right)^2 + \left(\frac{\sigma_B}{B}\right)^2}$.

4.3.2 Origines de la chute du contraste des franges d'interférence en présence d'oscillations de Bloch

La chute du contraste des franges d'interférences en présence d'oscillations de Bloch ne peut s'expliquer que par un saut de vitesse aléatoire subi par les atomes entre les deux paires d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre. Ce saut de vitesse aléatoire est induit par des effets parasites liés au laser Bloch. Nous verrons que la chute de contraste observée expérimentalement peut s'expliquer par une réflexion parasite sur le hublot d'entrée du laser dans l'enceinte à vide et par la présence de speckle dans le faisceau. Nous montrerons de plus que cette chute de contraste, dans nos conditions expérimentales, ne peut pas être due à de l'émission spontanée induite par le laser Bloch.

Nous allons tout d'abord établir un lien entre la chute du contraste des franges d'interférences avec T_R et la densité de probabilité du saut de vitesse $\Delta\vec{v}$ subi par les atomes.

Lien entre chute du contraste et saut de vitesse aléatoire subi par les atomes

Les franges d'interférences observées expérimentalement sont la résultante des franges générées par chaque atome individuellement. La probabilité qu'un atome, ayant subi un saut de vitesse $\Delta\vec{v}$, soit dans l'état $\left|5^2S_{1/2}, F=3\right\rangle$ à la fin de l'interféromètre, vaut, dans le cas où on suppose $\Delta\vec{v}\cdot\vec{k}_{eff}^{ram}$ suffisamment petit pour que la condition de résonance Raman soit toujours vérifiée[6] (voir équation 1.95) :

$$P_b(\Delta\vec{v}) = \frac{1}{2}\left(1+\frac{1}{2}\cos\left(\left(\delta\omega_{12}^{Bloch} - \vec{k}_{eff}^{ram}\cdot\left(\Delta\vec{v}_{Bloch}+\Delta\vec{v}\right)\right)T_R + \left(2\pi\alpha - \vec{k}_{eff}^{ram}\cdot\vec{g}\right)T_R\left(T_R+T_d\right)\right)\right). \tag{4.20}$$

La probabilité résultante, intégrée sur l'ensemble des atomes s'écrit alors :

$$P_b^{tot} = \int P(\Delta\vec{v})\, P_b(\Delta\vec{v})\,\mathrm{d}\Delta\vec{v}, \tag{4.21}$$

$P(\Delta\vec{v})$ étant la probabilité qu'un atome subisse le changement de vitesse $\Delta\vec{v}$. En substituant, dans l'équation de P_b^{tot}, $P_b(\Delta\vec{v})$ par son expression donnée à l'équation 4.20, on obtient :

$$P_b^{tot} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\int P(\Delta\vec{v})\cos\left(\Phi_0 - \vec{k}_{eff}^{ram}\cdot\Delta\vec{v}\,T_R\right)\mathrm{d}\Delta\vec{v}, \tag{4.22}$$

en posant :

$$\Phi_0 = \left(\delta\omega_{12}^{Bloch} - \vec{k}_{eff}^{ram}\cdot\Delta\vec{v}_{Bloch}\right)T_R + \left(2\pi\alpha - \vec{k}_{eff}^{ram}\cdot\vec{g}\right)T_R\left(T_R+T_d\right), \tag{4.23}$$

et en utilisant le fait que $\int P(\Delta\vec{v})\,\mathrm{d}\Delta\vec{v} = 1$. Seule la projection de $\Delta\vec{v}$ selon la direction de $\vec{k}_{eff}^{ram}$ intervient dans le calcul de $P_b(\Delta\vec{v})$. Nous ne considérerons donc à partir de maintenant que cette projection, que nous noterons Δv. Nous notons $\tilde{P}$ la transformée de Fourier de P, définie de la façon suivante :

$$\tilde{P}(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\Delta v)\,\mathrm{e}^{-2i\pi s\Delta v}\mathrm{d}\Delta v. \tag{4.24}$$

6. Plus précisément, il faut que $\Delta\vec{v}\cdot\frac{\vec{k}_{eff}^{ram}}{\|\vec{k}_{eff}^{ram}\|}$ soit très petit devant la largeur de l'enveloppe du peigne de vitesse sélectionné par les deux premières (ou les deux dernières) impulsions $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre, c'est-à-dire qu'il faut que $\Delta\vec{v}\cdot\vec{k}_{eff}^{ram} \ll \frac{7}{\tau_{\frac{\pi}{2}}}$ (voir équation 1.56), ce qui correspond à $\Delta\vec{v}\cdot\frac{\vec{k}_{eff}^{ram}}{\|\vec{k}_{eff}^{ram}\|} \ll 1.2v_{recul}$ dans nos conditions expérimentales.

Comme la fonction P est réelle, nous pouvons écrire :

$$\begin{cases} \Re\left(\tilde{P}(s)\right) & = & \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} P(\Delta v)\cos(2\pi s\Delta v)\,\mathrm{d}\Delta v \\ \Im\left(\tilde{P}(s)\right) & = & \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} P(\Delta v)\sin(2\pi s\Delta v)\,\mathrm{d}\Delta v \end{cases}, \tag{4.25}$$

$\Re$ et $\Im$ désignant respectivement les parties réelle et imaginaire. Nous avons alors :

$$P_b^{tot} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\Re\left(\tilde{P}\left(\frac{T_R\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}{2\pi}\right)\right)\cos(\Phi_0) + \frac{1}{4}\Im\left(\tilde{P}\left(\frac{T_R\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}{2\pi}\right)\right)\sin(\Phi_0)\,, \tag{4.26}$$

que nous pouvons écrire aussi sous la forme :

$$P_b^{tot} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4\cos(\theta(T_R))}\Re\left(\tilde{P}\left(\frac{T_R\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}{2\pi}\right)\right)\cos(\Phi_0 - \theta(T_R))\,, \tag{4.27}$$

où :

$$\theta(T_R) = \arctan\left(\frac{\Im\left(\tilde{P}\left(\frac{T_R\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}{2\pi}\right)\right)}{\Re\left(\tilde{P}\left(\frac{T_R\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}{2\pi}\right)\right)}\right) = \arg\left(\tilde{P}\left(\frac{T_R\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}{2\pi}\right)\right). \tag{4.28}$$

θ induit donc un déphasage sur les franges d'interférences. Nous ne nous intéresserons ici qu'à l'effet du saut de vitesse sur le contraste des franges, nous supposerons donc que $\theta = 0$. Remarquons que cela revient à supposer que $\tilde{P}$ est réelle, et donc que P est paire. Nous pouvons alors écrire :

$$P_b^{tot} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\tilde{P}\left(\frac{T_R\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}{2\pi}\right)\cos(\Phi_0)\,. \tag{4.29}$$

Le contraste des franges obtenues en tenant compte de l'ensemble des atomes s'écrit alors :

$$C(T_R) = \frac{1}{2}\tilde{P}\left(\frac{T_R\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}{2\pi}\right). \tag{4.30}$$

Réciproquement, si on connaît la variation du contraste avec T_R, on peut en déduire la distribution de probabilité P par la formule :

$$\tilde{C}(u) = \frac{\pi}{\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}P\left(\frac{2\pi}{\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}u\right), \tag{4.31}$$

où $\tilde{C}$ est défini par :

$$\tilde{C}(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} C(T_R)\,\mathrm{e}^{-2i\pi u T_R}\mathrm{d}T_R. \tag{4.32}$$

Expérimentalement, nous mesurons, en fonction de T_R, la variation du contraste des franges d'interférence en présence d'oscillations de Bloch, dans différents cas. Les courbes obtenues sont ajustées par une gaussienne d'équation :

$$A\mathrm{e}^{-\frac{T_R^2}{2\sigma^2}}. \tag{4.33}$$

Nous faisons ici l'hypothèse que la densité de probabilité $P(\Delta\vec{v})$ est gaussienne, car cela semble en accord avec nos résultats expérimentaux. Une étude plus approfondie des phénomènes à l'origine de ce saut de vitesse serait nécessaire pour pouvoir prédire théoriquement quelle serait la forme de la densité de probabilité $P(\Delta\vec{v})$ dans nos conditions expérimentales.

Sur la figure 4.18 sont représentées les mesures expérimentales de la variation du contraste avec T_R, obtenues dans les trois cas suivants :

- les atomes effectuent 30 oscillations de Bloch, $T_R + T_d = 52$ ms, $t_{Bloch} = 36.9$ ms et la puissance du laser Bloch correspond à une tension mesurée avec la photodiode de $V_{Bloch} = 590$ mV, soit une profondeur du réseau de $\kappa \simeq 0.8$.
- les atomes effectuent 10 oscillations de Bloch, $T_R + T_d = 28$ ms, $t_{Bloch} = 12.3$ ms et la puissance du laser Bloch correspond à une tension mesurée avec la photodiode de $V_{Bloch} = 590$ mV.
- les atomes effectuent 7 oscillations de Bloch, $T_R+T_d = 24$ ms, $t_{Bloch} = 9$ ms et la puissance du laser Bloch correspond à une tension mesurée avec la photodiode de $V_{Bloch} = 290$ mV, soit une profondeur du réseau de $\kappa \simeq 0.4$.

On constate que les valeurs du paramètre σ, obtenues en ajustant les différentes courbes expérimentales, sont différentes. σ est multiplié par un facteur 3.8 lorsque le nombre d'oscillations de Bloch est divisé par 3, et est multiplié par un facteur 1.7 lorsque la puissance du laser Bloch est divisée par 2 (en négligeant la variation du nombre d'oscillations de Bloch entre les deux dernières mesures effectuées).

$C(T_R)$ étant une gaussienne dont la demi-largeur à $\frac{1}{\sqrt{e}}$ vaut σ, $P(\Delta\vec{v})$ sera alors aussi une gaussienne dont la demi-largeur à $\frac{1}{\sqrt{e}}$, en vitesse, vaut :

$$\sigma_{\Delta v} = \frac{1}{\sigma \left\| \vec{k}_{eff}^{ram} \right\|}. \tag{4.34}$$

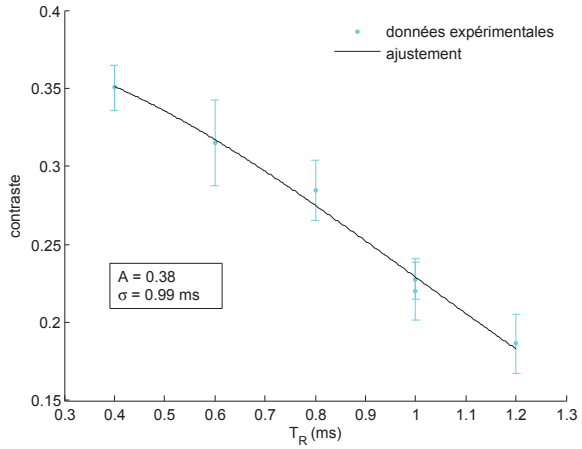
Les trois valeurs de σ issues des ajustements des données expérimentales de la figure 4.18, correspondent les valeurs de $\sigma_{\Delta v}$ suivantes :

	30 oscillations	10 oscillations	7 oscillations
σ	0.99 ms	3.8 ms	6.3 ms
$\sigma_{\Delta v}$	63 µm/s	16 µm/s	10 µm/s

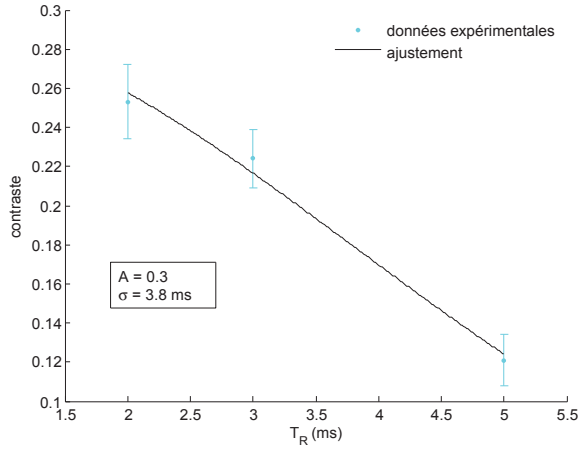
. (4.35)

Remarquons que les valeurs de $\sigma_{\Delta v}$ trouvées ci-dessus sont faibles devant la vitesse de recul de l'atome (qui est d'environ 6 mm/s dans nos conditions expérimentales), ce qui est en accord avec l'hypothèse faite sur $\Delta\vec{v}$ pour le calcul de la probabilité $P_b(\Delta\vec{v})$ donné à l'équation 4.20.

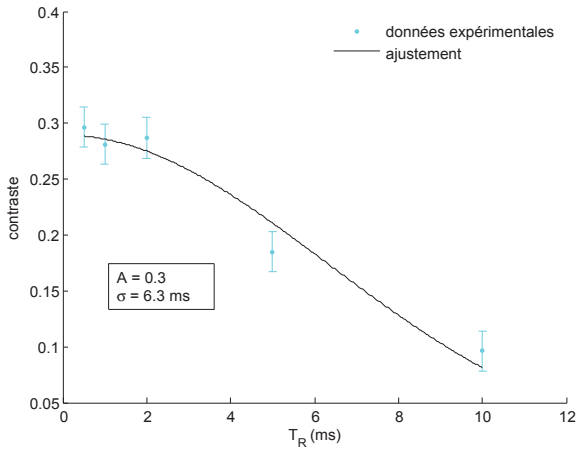
Nous allons maintenant étudier quels phénomènes peuvent induire sur les atomes un saut de vitesse aléatoire dont la distribution de probabilité vérifie les caractéristiques observées expérimentalement.



(A) Les atomes effectuent 30 oscillations de Bloch, $T_R + T_d = 52$ ms, $t_{Bloch} = 36.9$ ms et la puissance du laser Bloch correspond à une tension mesurée avec la photodiode de $V_{Bloch} = 590$ mV, soit une profondeur du réseau de $\kappa \simeq 0.8$.



(B) Les atomes effectuent 10 oscillations de Bloch, $T_R + T_d = 28$ ms, $t_{Bloch} = 12.3$ ms et la puissance du laser Bloch correspond à une tension mesurée avec la photodiode de $V_{Bloch} = 590$ mV.



(C) Les atomes effectuent 7 oscillations de Bloch, $T_R + T_d = 24$ ms, $t_{Bloch} = 9$ ms et la puissance du laser Bloch correspond à une tension mesurée avec la photodiode de $V_{Bloch} = 290$ mV, soit une profondeur du réseau de $\kappa \simeq 0.4$.

FIGURE 4.18 – Mesures (points de couleur cyan) de la variation du contraste des franges d'interférences, en présence d'oscillations de Bloch, en fonction de T_R, dans différents cas. Les courbes sont ajustées par la gaussienne d'équation 4.33 (courbes en trait plein noir).

Effets du speckle du laser Bloch sur la vitesse des atomes

Rappelons le trajet du faisceau laser Bloch depuis la sortie de la fibre qui l'amène du banc laser à l'enceinte à vide où se trouvent les atomes (voir figure 4.19). Le faisceau traverse un

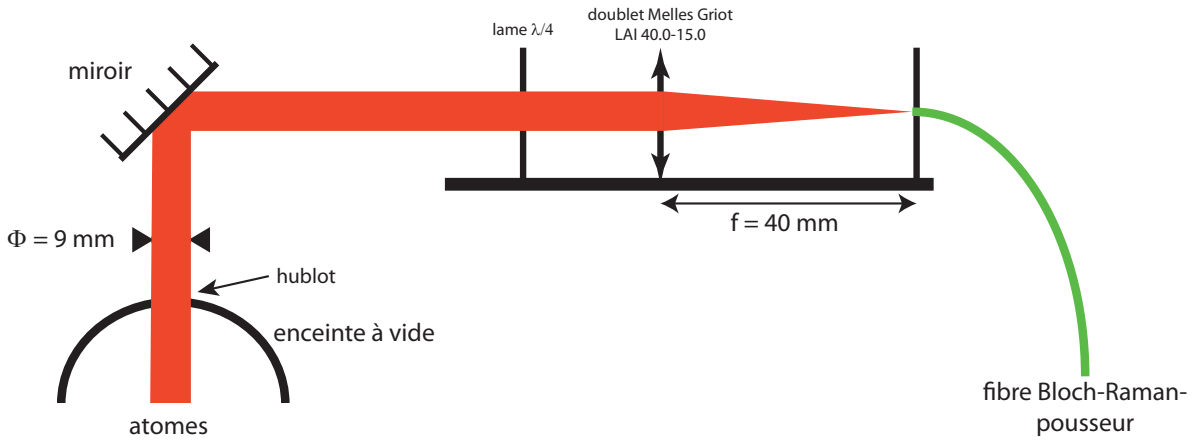


FIGURE 4.19 – Trajet du faisceau laser Bloch entre sa sortie de la fibre et son arrivée aux niveau des atomes.

doublet de lentilles, une lame $\lambda/4$ et un hublot qui peuvent présenter des imperfections ou des poussières qui vont induire du speckle sur le faisceau laser. Deux effets, induits par le speckle, sont susceptibles de modifier aléatoirement la vitesse des atomes :

- la dispersion en vecteurs d'ondes, qui va changer la valeur de la projection le long de l'axe vertical z de la vitesse de recul transmise aux atomes,
- les variations de l'intensité lumineuse, qui vont induire une force dipolaire sur les atomes, et donc modifier leur vitesse.

Les propriétés statistiques du speckle sont détaillées dans [43], nous n'en reprendrons ici que les principaux résultats.

L'amplitude maximale des variations de la projection sur l'axe vertical z de la vitesse de recul que transmet le laser Bloch aux atomes, s'écrit :

$$\Delta v_z^{spkl} = \frac{\hbar}{m}\Delta k_z^{spkl}, \tag{4.36}$$

où Δk_z vaut :

$$\Delta k_z^{spkl} = \frac{\mathrm{d}\Delta\Phi_l^{spkl}}{\mathrm{d}z}, \tag{4.37}$$

$\Delta\Phi_l^{spkl}$ étant le déphasage supplémentaire induit sur le champ électrique du laser Bloch par la présence des défauts sur les optiques. Un ordre de grandeur de Δk_z^{spkl} est donné par :

$$\Delta k_z^{spkl} \simeq \frac{\pi}{4}\frac{\Delta I_{Bloch}}{I_{Bloch}}\frac{1}{\Delta z_I}. \tag{4.38}$$

ΔI_{Bloch} est la variation de l'intensité laser au niveau d'un grain de speckle, I_{Bloch} est l'intensité du laser Bloch et Δz_I est la taille caractéristique des variations de l'intensité laser, dues aux imperfections des optiques, le long de l'axe de propagation z du laser. Nous avons alors :

$$\Delta v_z^{spkl} \simeq 1\cdot 10^{-2}\ \mu\mathrm{m/s}, \tag{4.39}$$

pour $\frac{\Delta I_{Bloch}}{I_{Bloch}} = 2\%$ [7]. Nous verrons un peu plus loin que, dans nos conditions expérimentales, $\Delta z_I \simeq 1.5$ mm.

Pour une dizaine d'oscillations de Bloch, nous avons alors une fluctuation de la vitesse transmise aux atomes de $20\Delta v_z$, qui est plus faible, d'environ deux ordres de grandeurs, que les largeurs $\sigma_{\Delta v}$ évaluées dans le tableau 4.35. L'effet de la dispersion des vecteurs d'onde sur la chute du contraste des franges d'interférences est donc négligeable dans nos conditions expérimentales et ne permet pas d'expliquer la chute de contraste observée expérimentalement. Remarquons que ce ce phénomène ne pouvait pas être la seule cause de la chute de contraste des franges d'interférences, puisqu'ici l'amplitude des variations de la vitesse de atomes ne dépend pas de la puissance du laser Bloch.

Nous allons à présent étudier l'effet des variations spatiales de l'intensité du laser sur la vitesse des atomes. Nous donnerons un ordre de grandeurs de ces variations dans un plan perpendiculaire à la direction de propagation du laser et le long de sa direction de propagation.

La taille caractéristique des variations de l'intensité lumineuse du laser Bloch dans le plan perpendiculaire à sa direction de propagation situé à une distance d de l'optique induisant du speckle est de l'ordre de :

$$\Delta r_I^{\perp} \simeq 2\frac{\lambda d}{\Phi}, \tag{4.40}$$

avec $\lambda = \frac{4\pi}{\|\vec{k}_{eff}^{bloch}\|}$. Φ est le diamètre du faisceau Bloch et vaut 9 mm dans notre expérience. Le dernier élément optique situé sur le trajet du faisceau laser étant le hublot de l'enceinte à vide (voir figure 4.19), et les atomes étant situés à environ 10 cm de ce hublot, on peut évaluer l'ordre de grandeur de $\Delta r_I^{\perp}$ dans nos conditions expérimentales :

$$\Delta r_I^{\perp} \simeq 20\ \mu\text{m}. \tag{4.41}$$

La taille caractéristique des fluctuations de l'intensité lumineuse le long de l'axe de propagation du laser est de l'ordre de :

$$\Delta z_I \simeq \frac{16\lambda d^2}{\Phi^2} \simeq 1.5\ \text{mm}, \tag{4.42}$$

dans nos conditions expérimentales.

Seuls les sauts de vitesse dont la projection le long de la direction de propagation du laser sont non nuls sont susceptibles d'induire une chute du contraste des franges d'interférences (voir équation 4.20). Or, seules les fluctuations d'intensité le long de la direction de propagation du laser sont susceptibles d'induire un saut de vitesse le long de cette même direction.

Nous voyons que la taille caractéristique des variations de l'intensité lumineuse le long de l'axe de propagation du laser est de l'ordre de grandeur de la taille du nuage atomique (le diamètre du nuage atomique est de 5 mm environ). Il est donc fortement possible que, dans nos conditions expérimentales, l'effet du speckle ne soit pas uniquement une chute de contraste des franges d'interférences, mais également un déphasage des franges d'interférences, la densité de probabilité $P(\Delta v)$ n'étant alors plus paire. Nous n'avons pas étudié ici ce déphasage.

Évaluons la force exercée sur les atomes du fait des variations d'intensité du laser le long de son axe de propagation. Nous avons vu au chapitre 2 (voir équation 2.25) que le potentiel vu par un atome soumis à un laser d'intensité I_0 s'écrit :

$$U = \frac{\hbar\Gamma^2}{8\Delta}\frac{I_0}{I_{sat}}, \tag{4.43}$$

7. Il s'agit ici d'une estimation de l'ordre de grandeur de la profondeur des grains de speckle dans nos conditions expérimentales.

I_{sat} étant l'intensité de saturation de la transition $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$ du ^{85}Rb, Δ le désaccord laser par rapport à cette transition et Γ la largeur du niveau $5^2P_{3/2}$. Cependant, comme nous sommes dans une configuration rétro-réfléchie, l'intensité moyenne vue par les atomes est de $2I_{Bloch}$, I_{Bloch} étant l'intensité du laser Bloch. Nous avons alors :

$$U = \frac{\hbar\Gamma^2}{4\Delta}\frac{I_{Bloch}}{I_{sat}}. \tag{4.44}$$

La force exercée sur l'atome du fait de la variation d'intensité du laser le long de son axe de propagation va avoir pour ordre de grandeur :

$$\Delta F \simeq \frac{\hbar\Gamma^2}{I_{sat}4\Delta}\frac{\Delta I_{Bloch}}{\Delta z_I}, \tag{4.45}$$

ΔI_{Bloch} étant la fluctuation d'intensité du laser au niveau d'un grain de speckle. Pour une durée d'allumage du laser Bloch de t_{Bloch}, la variation de vitesse induite sur un atome va s'écrire :

$$m\Delta v_{spkl} = \Delta F t_{Bloch} = t_{Bloch}\frac{\hbar\Gamma^2}{I_{sat}4\Delta}\frac{\Delta I_{Bloch}}{\Delta z_I}, \tag{4.46}$$

que nous pouvons écrire aussi sous la forme :

$$\Delta v_{spkl} = \frac{t_{Bloch}}{m}\frac{\hbar\Gamma^2}{I_{sat}4\Delta}\frac{\Delta I_{Bloch}}{I_{Bloch}}\frac{I_{Bloch}}{\Delta z_I}. \tag{4.47}$$

Expérimentalement, pour une puissance du laser Bloch mesurée à 590 mV, la profondeur U_0 du potentiel lumineux vu par les atomes vaut $U_0 \simeq 3.2E_r$. Cependant la force exercée sur les atomes est proportionnelle à l'intensité totale du laser, alors que $U_0 \simeq 3.2E_r$ ne correspond qu'à la profondeur du réseau mobile dans lequel les atomes sont chargés.

Dans le cas d'un seul réseau stationnaire formé par un laser d'intensité I rétro-réfléchi, l'amplitude de variations d'intensité le long de l'axe de propagation du laser est de $4I$ (voir équation 2.23). Dans ce cas nous avons :

$$I = U_0\frac{2\Delta}{\hbar\Gamma^2}I_{sat}. \tag{4.48}$$

Dans notre cas, où sont présents deux réseaux mobiles et un réseau stationnaire, l'amplitude des variations d'intensité de chacun des réseaux mobiles vaut $2I_{Bloch}$ (voir équation 2.101). Nous avons alors :

$$I_{Bloch} = 2U_0\frac{2\Delta}{\hbar\Gamma^2}I_{sat}. \tag{4.49}$$

Nous pouvons alors écrire :

$$\Delta v_{spkl} = \frac{t_{Bloch}}{m}\frac{\Delta I_{Bloch}}{I_{Bloch}}\frac{U_0}{\Delta z_I}. \tag{4.50}$$

L'application numérique donne :

$$\Delta v_{spkl} \simeq 10\ \mu\text{m/s}, \tag{4.51}$$

pour $t_{Bloch} = 10t_B$ et $\frac{\Delta I_{Bloch}}{I_{Bloch}} = 2\%$. Cette valeur est bien du même ordre de grandeur que les valeurs de $\sigma_{\Delta v}$ obtenues expérimentalement (voir tableau 4.35). De plus, Δv_{spkl} est proportionnel à la fois à l'intensité du laser Bloch et à sa durée, ce qui concorde avec les variations de $\sigma_{\Delta v}$ observées expérimentalement.

Influence d'une réflexion parasite au niveau du hublot de la chambre à vide

Un autre phénomène induit une modification de la projection le long de l'axe vertical de la vitesse de recul transmise aux atomes et des variations de l'intensité du laser de long de son axe de propagation. Il s'agit d'une réflexion parasite au niveau du hublot de la chambre à vide où se trouvent les atomes. L'angle entre le faisceau réfléchi et le faisceau incident est de l'ordre de $\theta = 15$ mrad (voir schéma 4.20). Cette valeur a été mesurée en observant les franges d'interférences entre le faisceau incident sur le hublot (laser Bloch n° 2 sur le schéma 4.20) et sa réflexion sur le hublot. Nous notons z la direction verticale et x la direction perpendiculaire.

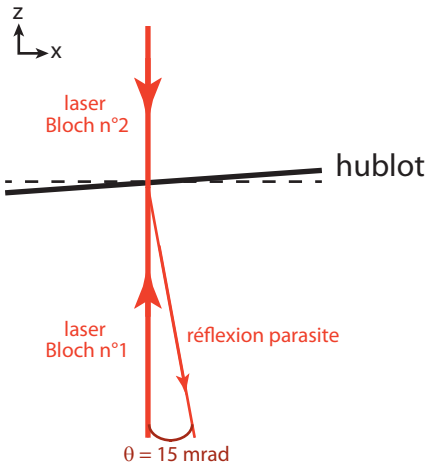


FIGURE 4.20 – Réflexion parasite du laser Bloch sur un hublot de la chambre à vide.

Le champ électrique des faisceaux laser Bloch peut alors s'écrire sous la forme suivante, en supposant que le laser Bloch n'est composé que d'une seule fréquence :

$$E_{lb} = E_0 \left(\mathrm{e}^{ikz} + \mathrm{e}^{-ikz}\right), \tag{4.52}$$

et le champ électrique correspondant à la réflexion parasite :

$$E_{rp} = r_h E_0 \mathrm{e}^{-ik_z z + ik_x x}, \tag{4.53}$$

avec

$$\begin{cases} k_z &= k\cos(\theta) &\simeq k\left(1 - \dfrac{\theta^2}{2}\right) \\ k_x &= k\sin(\theta) &\simeq k\theta \\ k &= \dfrac{\left\|\vec{k}_{eff}^{bloch}\right\|}{2} \end{cases}. \tag{4.54}$$

La variation Δv_{rec}^{rp} de la projection le long de l'axe z de la vitesse de recul transmise aux atomes, du fait de la réflexion parasite, s'écrit :

$$\Delta v_{rec}^{rp} = \frac{\hbar}{m}\frac{\mathrm{d}\Delta\Phi_l^{rp}}{\mathrm{d}z}, \tag{4.55}$$

où :

$$\frac{\mathrm{d}\Delta\Phi_l^{rp}}{\mathrm{d}z} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left[\arg\left(E_0\mathrm{e}^{-ikz} + r_h E_0 \mathrm{e}^{-ik_z z + ik_x x}\right)\right] \simeq -r_h k\frac{\theta^2}{2}, \tag{4.56}$$

est le déphasage supplémentaire, induit sur le champ électrique du laser, du fait de la réflexion parasite. Dans nos conditions expérimentales, nous avons :

$$|\Delta v_{rec}^{rp}| \simeq 0.1 \text{ µm/s}, \tag{4.57}$$

pour $r_h = \sqrt{0.02}$. Pour une dizaine d'oscillations de Bloch, la fluctuation de la projection le long de l'axe z de la vitesse des atomes est donc de $20\Delta v_{rec}^{rp}$, qui est plus faible, d'environ un ordre de grandeur, que les largeurs $\sigma_{\Delta v}$ évaluées dans le tableau 4.35.

Nous allons à présent étudier les variations de l'intensité laser induites par la réflexion parasite. L'intensité laser résultant de l'interférence des champs E_{lb} et E_{rp} s'écrit :

$$I = I_0 \left(2 + r_h^2 + 2\cos(2kz) + 2r_h \cos(2kz - k\theta x) + 2r_h \cos\left(k\frac{\theta^2}{2} z + k\theta x \right) \right), \tag{4.58}$$

en supposant le coefficient r_h de réflexion en amplitude du hublot réel. Cette interférence induit une variation de l'intensité laser selon les axes x et z et donc une fluctuation du potentiel lumineux vu par les atomes. Les atomes vont donc subir une force, égale au gradient du potentiel lumineux :

$$\Delta\vec{F} = \begin{pmatrix} \Delta F_x \\ \Delta F_z \end{pmatrix} = -2k\frac{\hbar\Gamma^2}{I_{sat} 8\Delta} I_0 \begin{pmatrix} -r_h\theta \sin(2kz - k\theta x) + r_h\theta \sin\left(k\frac{\theta^2}{2}z + k\theta x\right) \\ 2\sin(2kz) + 2r_h \sin(2kz - k\theta x) + r_h\frac{\theta^2}{2}\sin\left(k\frac{\theta^2}{2}z + k\theta x\right) \end{pmatrix}. \tag{4.59}$$

Seule la composante ΔF_z peut induire une variation de la vitesse des atomes le long de l'axe z. ΔF_z se compose de trois termes, dont les périodes de variations spatiales ont les ordres de grandeurs suivants :

	période	
terme	direction x	direction z
$\sin(2kz)$		$\frac{\pi}{k} \simeq 0.4$ µm
$\sin(2kz - k\theta x)$	$\frac{2\pi}{k\theta} \simeq 50$ µm	$\frac{\pi}{k} \simeq 0.4$ µm
$\sin\left(k\frac{\theta^2}{2}z + k\theta x\right)$	$\frac{2\pi}{k\theta} \simeq 50$ µm	$\frac{4\pi}{k\theta^2} \simeq 7$ mm

(4.60)

Le premier terme correspond au réseau optique dans lequel les atomes effectuent des oscillations de Bloch. Le deuxième terme induit une modification de ce réseau, dépendante de x. Le troisième terme correspond à la force parasite induite sur les atomes. Sa période de variation selon la direction x étant petite devant la taille du nuage atomique, l'effet moyen de cette force sur le nuage atomique sera nul (la densité de probabilité $P(\Delta v)$ sera paire). Cette force ne va donc pas induire de déphasage des franges d'interférences atomiques, mais seulement une baisse de leur contraste.

Remarquons que dans notre séquence expérimentale (voir schéma 4.13), les atomes ne sont pas immobiles pendant la durée d'allumage du laser Bloch. Leur vitesse moyenne, sans tenir compte des oscillations de Bloch, est de l'ordre de $g \times 18.5$ ms $\simeq 0.2$ m/s. Si les atomes effectuent 30 oscillations de Bloch, leur déplacement pendant la durée d'allumage du laser Bloch sera donc d'environ 7 mm. La force moyenne exercée sur les atomes devrait donc commencer à être moyennée au bout d'environ 30 oscillations de Bloch.

Calculons l'effet maximal de ΔF_z sur la vitesse des atomes lorsque ceux-ci effectuent 10 oscillations de Bloch. Nous avons alors :

$$\Delta v_{rp} \simeq \frac{10 t_B}{m} \frac{U_0}{2} k r_h \theta^2 \simeq 92 \text{ µm/s}, \tag{4.61}$$

pour $r_h = \sqrt{0.02}$ et $U_0 = 3.2E_r$. Δv_{rp} est bien du même ordre de grandeur que les valeurs de $\sigma_{\Delta v}$ mesurée expérimentalement (voir tableau 4.35).

L'émission spontanée

Un atome, soumis au laser Bloch, est susceptible, après avoir absorbé un photon, de se désexciter de façon spontanée. La direction de l'impulsion du photon émis étant quelconque, la projection de la vitesse de l'atome le long de la direction verticale sera donc modifiée de façon aléatoire. Pour un cycle d'absorption-émission spontanée cette projection peut varier entre $-2v_{recul}$ et $+2v_{recul}$, l'atome pouvant absorber un photon du faisceau laser montant ou du faisceau laser descendant. Remarquons qu'un atome ayant subi un cycle d'absorption-émission spontanée ne va pas forcément contribuer au signal interférométrique : en effet, il doit pour cela rester piégé dans le réseau optique et rester à résonance avec les laser Raman. Les impulsions Raman ont une durée de 62.7 µs, ce qui correspond à une largeur spectrale totale à mi-hauteur, ramenée en unité de vitesse, de $1.2v_{recul}$ (voir équation 1.56). La largeur de la zone de Brillouin étant de $2v_{recul}$, on peut dire qu'un atome ayant subi un cycle d'absorption-émission spontanée à environ 50% de chance de contribuer au signal interférométrique.

La largeur caractéristique de la densité de probabilité qu'un atome subisse un saut de vitesse Δv du fait de l'émission spontanée est de l'ordre de v_{recul}. Le contraste des franges d'interférences devrait donc décroître avec T_R selon une courbe dont la largeur est de l'ordre de $\frac{1}{\|\vec{k}_{eff}^{ram}\| v_{recul}} \simeq$ 11 µs, qui ne correspond pas à la variation du contraste observée expérimentalement. Cependant, l'effet de l'émission spontanée sur le contraste des franges d'interférences mérite d'être étudié, car nous verrons qu'il pourra intervenir dans le cas où on effectue un grand nombre d'oscillations de Bloch.

Notons N_0 le nombre d'atomes piégés dans le réseau optique à l'instant $t = 0$ d'allumage du laser Bloch. Après extinction du laser, ce nombre initial d'atomes sera scindé en différentes parties :

- les atomes, dont le nombre est noté N_{es}^{nres}, qui sont perdus du réseau optique par émission spontanée,
- les atomes, dont le nombre est noté N_{es}^{res}, qui ont subi de l'émission spontanée et qui sont restés piégés dans le réseau,
- les autres atomes, dont le nombre sera noté N_{nes}^{res}, qui sont restés piégés dans le réseau sans subir d'émission spontanée.

Nous avons alors la relation :

$$N_0 = N_{es}^{nres} + N_{es}^{res} + N_{nes}^{res}. \tag{4.62}$$

Exprimons maintenant le signal interférométrique P_b^{tot}, intégré sur l'ensemble du nuage atomique. La probabilité $P_b(\Delta v)$ qu'un atome, ayant subi un saut de vitesse Δv, soit dans l'état $\left|5^2S_{1/2}, F=3\right\rangle$ à la fin de l'interféromètre, est donnée par la formule 4.20. Seuls les N_{es}^{res} atomes ayant subi de l'émission spontanée et restés piégés dans le réseau ont subi un saut de vitesse Δv. Notons $P_{es}^{res}(\Delta v)$ la densité de probabilité de ce saut de vitesse. Nous avons alors :

$$P_b^{tot} = \frac{N_{nes}^{res}}{N^{res}} P_b(0) + \frac{N_{es}^{res}}{N^{res}} \int P_{es}^{res}(\Delta v)\, P_b(\Delta v)\, \mathrm{d}\Delta v, \tag{4.63}$$

en posant $N^{res} = N_{es}^{res} + N_{nes}^{res}$. Comme précédemment (voir équation 4.29), nous pouvons montrer que P_b^{tot} peut se mettre sous la forme suivante :

$$P_b^{tot} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\left(\frac{N_{nes}^{res}}{N^{res}} + \frac{N_{es}^{res}}{N^{res}} \tilde{P}_{es}^{res}\left(\frac{T_R \|k_{eff}\|}{2\pi}\right)\right) \cos(\Phi_0)\,. \tag{4.64}$$

Le contraste C des franges d'interférences intégrées sur l'ensemble des atomes s'écrit alors :

$$C = \frac{1}{2}\left(\frac{N_{nes}^{res}}{N^{res}} + \frac{N_{es}^{res}}{N^{res}}\tilde{P}_{es}^{res}\left(\frac{T_R\left\|k_{eff}\right\|}{2\pi}\right)\right). \tag{4.65}$$

Nous allons maintenant calculer $\frac{N_{nes}^{res}}{N^{res}}$, c'est-à-dire le rapport du nombre d'atomes n'ayant pas subi d'émission spontanée pendant la durée t_{Bloch} d'allumage du laser Bloch, sur le nombre d'atomes qui sont restés piégés dans le réseau optique pendant toute la durée d'allumage du laser. Remarquons que tous les atomes qui n'ont pas subi d'émission spontanée restent dans le réseau. Nous avons donc :

$$N_{nes}^{res}(t) = N_{nes}(t) = N_0 \mathrm{e}^{-\gamma t}, \tag{4.66}$$

$N_{nes}(t)$ étant le nombre d'atomes n'ayant pas subi d'émission spontanée à l'instant t et γ le nombre de cycles d'absorption-émission spontanée qu'un atome effectue pendant une seconde.

Il reste alors à calculer le nombre d'atomes restant dans le réseau à l'instant t. Pendant l'intervalle de temps infinitésimal $\mathrm{d}t$, le nombre d'atomes perdus du réseau à l'instant t s'écrit :

$$\mathrm{d}N^{res} = -\left(1-\zeta\right)\mathrm{d}N_{es}, \tag{4.67}$$

$\mathrm{d}N_{es}$ étant le nombre d'atomes subissant de l'émission spontanée, à l'instant t, pendant l'intervalle de temps infinitésimal $\mathrm{d}t$. ζ est la probabilité qu'un atome, après avoir subi un cycle d'absorption-émission spontanée, contribue au signal interférométrique. $\mathrm{d}N_{es}$ s'écrit :

$$\mathrm{d}N_{es} = \gamma N_{es}(t)\,\mathrm{d}t = \gamma N_0 \mathrm{e}^{-\gamma t}\mathrm{d}t. \tag{4.68}$$

Nous avons alors :

$$\frac{\mathrm{d}N^{res}}{\mathrm{d}t} = -\left(1-\zeta\right)\gamma N_0 \mathrm{e}^{-\gamma t}, \tag{4.69}$$

ce qui donne :

$$N^{res}(t) = \left(1-\zeta\right)N_0\left(\mathrm{e}^{-\gamma t}-1\right) + N_0, \tag{4.70}$$

puisqu'à l'instant $t = 0$ il y a N_0 atomes dans le réseau. Remarquons qu'on peut écrire $N^{res}(t)$ sous la forme :

$$N^{res}(t) = N_0 \mathrm{e}^{-\gamma t} + N_0\zeta\left(1-\mathrm{e}^{-\gamma t}\right). \tag{4.71}$$

$N^{res}(t)$ s'écrit alors comme un somme de deux termes, le premier étant le nombre $N_{nes}^{res}(t)$ d'atomes n'ayant pas subi d'émission spontanée à l'instant t, le deuxième étant ζ fois le nombre d'atomes ayant subi de l'émission spontanée à l'instant t, c'est-à-dire la proportion du nombre d'atomes ayant subi de l'émission spontanée à l'instant t qui reste piégée dans le réseau. Ce deuxième terme est donc $N_{es}^{res}(t)$.

Le contraste des franges d'interférences intégrées sur l'ensemble des atomes va alors s'écrire :

$$C = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{1+\zeta\left(\mathrm{e}^{\gamma t_{Bloch}}-1\right)} + \frac{\zeta\left(\mathrm{e}^{\gamma t_{Bloch}}-1\right)}{1+\zeta\left(\mathrm{e}^{\gamma t_{Bloch}}-1\right)}\tilde{P}_{es}^{res}\left(\frac{T_R\left\|k_{eff}\right\|}{2\pi}\right)\right). \tag{4.72}$$

Nous avons vu (voir équation 2.90), que le taux d'émission spontanée moyen d'un atome soumis à deux faisceaux laser contrapropageants d'intensité I_{Bloch} s'écrit :

$$\gamma = \frac{1}{4}\frac{\Gamma^3}{\Delta^2}\frac{I_{Bloch}}{I_{sat}}. \tag{4.73}$$

Dans notre cas, le laser Bloch est désaccordé dans le bleu de la transition $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$, mais nous ne pouvons cependant pas utiliser la formule 2.97, car, du fait de la présence des

réseaux parasites, nous ne pouvons pas supposer que l'atome a une probabilité plus importante de se trouver au niveau des minima de l'intensité lumineuse. En utilisant l'équation 4.49 pour exprimer I_{Bloch} en fonction de U_0, nous avons :

$$\gamma = \frac{\Gamma U_0}{\Delta \hbar}. \tag{4.74}$$

Avec nos données expérimentales ($\Delta = 2\pi \times (49\text{ GHz})$, $\Gamma = 2\pi \times (6.07\text{ MHz})$ et $U_0 = 3.2E_r$) nous obtenons :

$$\gamma \simeq 9.4\text{ s}^{-1}. \tag{4.75}$$

L'effet de l'émission spontanée sur le contraste des franges sera maximal dans le cas où $\tilde{P}_{es}^{res}\left(\frac{T_R\|k_{eff}\|}{2\pi}\right) = 0$. Dans ce cas, nous avons :

$$C = \frac{1}{2}\frac{1}{1+\zeta\left(\mathrm{e}^{\gamma t_{Bloch}}-1\right)}. \tag{4.76}$$

Pour $t_{Bloch} = 30t_B$ et $\zeta = 0.5$, nous obtenons $C = 0.41$. L'effet de l'émission spontanée est donc bien négligeable pour les mesures effectuées ci-dessus (voir graphe 4.18). Remarquons que si nous effectuons 200 oscillations de Bloch ($t_{Bloch} = 200t_B$), le contraste n'est alors plus que de $C = 0.09$.

Variation du contraste des franges d'interférences avec la puissance du laser Bloch

Nous avons constaté expérimentalement que le contraste des franges d'interférence était une fonction gaussienne de la durée T_R (voir équation 4.33). De plus, d'après les causes identifiées de la chute du contraste, la demi-largeur σ à $\frac{1}{\sqrt{2}}$ de cette gaussienne est inversement proportionnelle à la puissance du laser Bloch (voir équations 4.34, 4.51 et 4.61) et donc à la tension V_{Bloch} de la photodiode avec laquelle la puissance du laser Bloch est mesurée. Si nous mesurons, pour des durées T_R et t_{Bloch} fixées, le contraste des franges en fonction de la puissance du laser Bloch, nous devons alors obtenir une gaussienne.

Calculons la largeur attendue de cette gaussienne. Nous avons mesuré expérimentalement le coefficient de proportionnalité α entre la profondeur normalisée du réseau $\kappa = \frac{U_0}{4E_r}$ et la tension V_{Bloch} (voir figure 4.12). D'après les équations 4.51 et 4.61, nous pouvons écrire :

$$\left\{\begin{array}{lllll} \Delta v_{spkl} & = & \alpha_{spkl}U_0 & = & 4E_r\alpha\alpha_{spkl}V_{Bloch} \\ \Delta v_{rp} & = & \alpha_{rp}U_0 & = & 4E_r\alpha\alpha_{rp}V_{Bloch} \end{array}\right. , \tag{4.77}$$

avec

$$\left\{\begin{array}{lll} \alpha_{spkl} & = & \dfrac{t_{Bloch}}{m\Delta z_I}\dfrac{\Delta I_{Bloch}}{I_{Bloch}} \\ \alpha_{rp} & = & \dfrac{t_{Bloch}}{2m}kr_h\theta^2 \end{array}\right. . \tag{4.78}$$

La variation du contraste des franges d'interférences avec la tension V_{Bloch} s'écrit :

$$C(V_{Bloch}) = Ae^{-\frac{V_{Bloch}^2}{2}\left(4T_R\|k_{eff}\|E_r\alpha\alpha_{\mathrm{o}}\right)^2}, \tag{4.79}$$

d'après les équations 4.33 et 4.34. α_{o} désigne α_{spkl} ou α_{rp}, selon le phénomène considéré. $C(V_{Bloch})$ est donc une gaussienne de demi-largeur à $\frac{1}{\sqrt{2}}$:

$$\sigma_{V_{Bloch}} = \frac{1}{4T_R\|k_{eff}\|E_r\alpha\alpha_{\mathrm{o}}}. \tag{4.80}$$

Pour une durée d'allumage du laser Bloch $t_{Bloch} = 9$ ms, $T_R = 10$ ms et les valeurs des autres paramètres étant prises identiques à celles utilisées pour les calculs 4.51 et 4.61, nous obtenons :

$$\begin{cases} \sigma^{spkl}_{V_{Bloch}} & \simeq & 500 \text{ mV} \\ \sigma^{rp}_{V_{Bloch}} & \simeq & 54 \text{ mV} \end{cases} . \tag{4.81}$$

Nous traçons expérimentalement (voir figure 4.21) la valeur du contraste des franges d'interférences en fonction de la tension V_{Bloch}, dans le cas où $T_R = 10$ ms et $t_{Bloch} = 9$ ms. Cette courbe est ajustée par une gaussienne d'équation :

$$\tilde{A}e^{-\frac{V^2_{Bloch}}{2\sigma^2_{V_{Bloch}}}} . \tag{4.82}$$

La valeur de $\sigma_{V_{Bloch}}$ obtenue par l'ajustement est de 170 mV, qui est du même ordre de

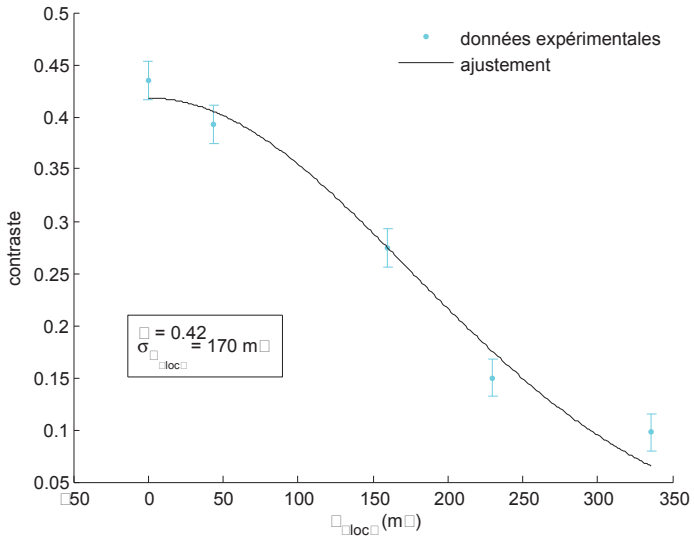


FIGURE 4.21 – Variation du contraste des franges d'interférence en fonction de la tension V_{Bloch}, pour $T_R = 10$ ms, $T_R + T_d = 24$ ms et $t_{Bloch} = 9$ ms (7 oscillations de Bloch). Les points expérimentaux sont ajustés par la fonction 4.82.

grandeur que les valeurs estimées (voir équation 4.81).

Nous avons montré qu'il est possible d'effectuer une mesure de l'accélération de la pesanteur, avec un interféromètre de Ramsey-Bordé auquel est ajouté, entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre, une séquence d'oscillations de Bloch. Les atomes étant en chute libre depuis la fin de la phase de mélasse jusqu'à l'allumage du laser Bloch, les atomes effectuent donc des oscillations de Bloch dans un réseau optique mobile, dont la vitesse est égale à la vitesse de l'atome à la fin de la rampe d'allumage du laser Bloch. Dans le cas de la séquence décrite sur le schéma 4.13, les atomes ont effectué une chute libre de 18.5 ms au moment de la fin de la rampe d'allumage du laser Bloch. Leur vitesse est donc de 0.18 m/s à cet instant. La vitesse moyenne d'un atome, pendant la séquence d'oscillations de Bloch, sera donc de 0.18 m/s. Ainsi, un atome effectuant 30 oscillations de Bloch va chuter d'environ 7 mm. Remarquons qu'un atome, de vitesse initiale 0.18 m/s, et en chute libre pendant 30 périodes de Bloch, va chuter d'environ 13 mm. L'ajout d'oscillations de Bloch permet donc de réduire la distance de chute des atomes, mais cette distance de chute est proportionnelle à la durée pendant laquelle les atomes effectuent des oscillations de Bloch.

Cependant, si les atomes ont une vitesse nulle à la fin de la rampe d'allumage du laser Bloch, ils effectueront des oscillations de Bloch autour d'une vitesse moyenne nulle et leur déplacement moyen sera nul. Nous allons voir qu'il est possible d'amener les atomes à vitesse nulle à cet instant en les lançant vers le haut, avant la première impulsion Raman $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre, avec une séquence d'oscillations de Bloch.

4.4 Mesure de l'accélération de la pesanteur avec des atomes lancés vers le haut avant la première impulsion $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre

Une mesure de l'accélération de la pesanteur a été réalisée, avec des atomes lancés vers le haut avant la première impulsion Raman de l'interféromètre grâce à un réseau mobile accéléré. Les atomes ont ensuite pu être chargés dans un réseau stationnaire entre les deux paires d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre. Il a cependant été nécessaire de modifier le dispositif expérimental utilisé précédemment, le signal atomique étant alors trop faible pour observer des franges d'interférences. Les modifications du dispositif expérimental sont décrites dans le chapitre 3, le principal changement étant que les atomes utilisés sont des atomes de ^{87}Rb et non plus des atomes de ^{85}Rb. Tous les résultats présentés à partir de maintenant sont donc obtenus avec des atomes de ^{87}Rb.

Nous expliquerons tout d'abord comment il est possible d'accélérer les atomes vers le haut grâce à un réseau mobile. Nous présenterons ensuite notre mesure de l'accélération de la pesanteur. Dans une dernière partie sera étudiée l'influence de différents phénomènes sur l'exactitude de notre mesure de g.

4.4.1 Lancement des atomes vers le haut après la phase de mélasse

Conditions de résonance Bloch dans le cas d'un laser rétro-réfléchi composé de deux fréquences

Rappelons tout d'abord, sur le schéma 4.22, la configuration expérimentale du laser Bloch. Le faisceau laser Bloch est composé de deux fréquences, ω_1 et ω_2, et est rétro-réfléchi. Par

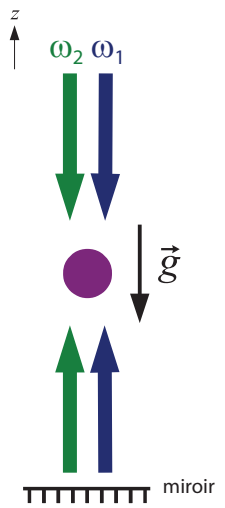


FIGURE 4.22 – Configuration expérimentale du laser Bloch.

convention, nous prenons $\omega_1 \geqslant \omega_2$. Nous notons $\vec{k}_j^{\pm} = \pm\frac{\omega_j}{c}\vec{e}_z$, pour $j = 1, 2$, $\vec{k}_{eff}^{\pm} = \vec{k}_1^{\pm} - \vec{k}_2^{\pm}$ et $\vec{v}_{recul}^{\pm} = \frac{\hbar\vec{k}_{eff}^{\pm}}{2m}$. D'après l'équation 2.6, la condition de résonance Bloch s'écrit :

$$\delta_B^{\pm}(\omega_1 \to \omega_2) = \left(\vec{v}_{at} + \vec{v}_{recul}^{\pm}\right) \cdot \vec{k}_{eff}^{\pm}, \tag{4.83}$$

si on ne tient compte que du phénomène d'absorption d'un photon de fréquence ω_1 et d'émission d'un photon de fréquence ω_2. $\vec{v}_{at} = v_{at}\vec{e}_z$ désigne la vitesse de l'atome. La condition de résonance dans le cas de l'absorption d'un photon de fréquence ω_2 puis de l'émission d'un photon de fréquence ω_1 s'écrit :

$$\delta_B^{\pm}(\omega_2 \to \omega_1) = \left(\vec{v}_{at} - \vec{v}_{recul}^{\pm}\right) \cdot \vec{k}_{eff}^{\pm}. \tag{4.84}$$

Nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \delta_B^{\pm}(\omega_1 \to \omega_2) & = & \omega_1 - \omega_2 \\ \delta_B^{\pm}(\omega_2 \to \omega_1) & = & \omega_2 - \omega_1 \end{array} \right. . \tag{4.85}$$

Les équations 4.83 et 4.84 peuvent donc se résumer sous la forme :

$$\delta_B^{\pm} = \omega_1 - \omega_2 = \left(\pm v_{at} + \epsilon_{1\leftrightarrow 2}\left\|\vec{v}_{recul}^{\pm}\right\|\right)\left\|\vec{k}_{eff}^{\pm}\right\|, \tag{4.86}$$

avec $\epsilon_{1\leftrightarrow 2} = +1$ dans le cas de l'absorption d'un photon de fréquence ω_1 suivie de l'émission d'un photon de fréquence ω_2, et $\epsilon_{1\leftrightarrow 2} = -1$ dans le cas de l'absorption d'un photon de fréquence ω_2 suivie de l'émission d'un photon de fréquence ω_1. Remarquons que nous avons :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} \left\|\vec{k}_{eff}^{+}\right\| & = & \left\|\vec{k}_{eff}^{-}\right\| \\ \left\|\vec{v}_{recul}^{+}\right\| & = & \left\|\vec{v}_{recul}^{-}\right\| \end{array} \right. . \tag{4.87}$$

Afin d'accélérer les atomes, ceux-ci sont chargés, juste après la fin de la mélasse, dans un réseau optique accéléré uniformément vers le haut. Comme nous l'avons vu au chapitre 2, la vitesse du réseau optique s'écrit :

$$\vec{v}_{reseau}^{\pm} = \pm\frac{\delta_B^{\pm}}{\left\|\vec{k}_{eff}^{\pm}\right\|}\vec{e}_z. \tag{4.88}$$

Si un atome subit une transition de vecteur d'onde effectif $\vec{k}_{eff}^{+}$ ($\vec{k}_{eff}^{-}$), appelée par la suite transition + (−), il est donc chargé dans un réseau se déplaçant vers le haut (vers le bas). Afin d'accélérer un atome vers le haut, sa vitesse doit donc vérifier, périodiquement au cours du temps, la condition de résonance de la transition +.

Si nous faisons subir à $\delta_B^{\pm}$ une rampe linéaire au cours du temps, dont le coefficient directeur est noté β, l'accélération du réseau vaut, en valeur absolue, d'après l'équation 4.88 :

$$|a_{reseau}| = \frac{|\beta|}{\left\|\vec{k}_{eff}^{\pm}\right\|}. \tag{4.89}$$

Nous ne prenons pas en compte, dans les calculs précédents, le réseau stationnaire, superposition du réseau stationnaire formé par la rétro-réflexion du faisceau de fréquence ω_2 et du réseau stationnaire formé par la rétro-réflexion du faisceau de fréquence ω_1. Un atome subira un cycle d'absorption-émission stimulée dans ce réseau si sa vitesse vaut $\pm\left\|\vec{v}_{recul}\right\|$.

Séquence expérimentale permettant l'accélération des atomes vers le haut

Notons que toutes les formules écrites précédemment sont valables pour $\delta_B^{\pm}$ exprimé en rad/s, alors que les valeurs expérimentales ci-dessous seront exprimées en Hz.

La séquence expérimentale permettant d'accélérer les atomes vers le haut est décrite sur le schéma 4.23.

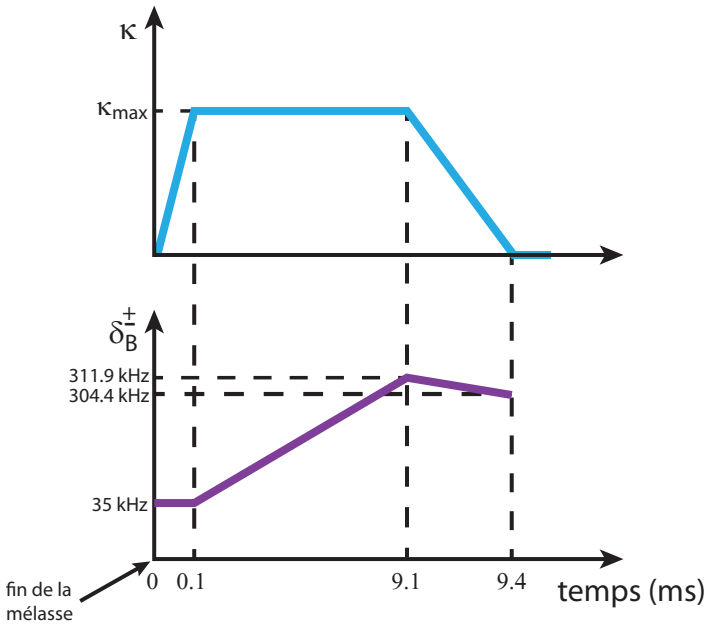


FIGURE 4.23 – Séquence temporelle de variation de la profondeur réduite κ du réseau optique et du désaccord Bloch $\delta_B^{\pm}$. L'instant $t = 0$ correspond à la fin de la phase de mélasse optique.

Cette séquence a été optimisée afin d'obtenir un maximum d'atomes lancés vers le haut. Les atomes sont d'abord chargé adiabatiquement dans le réseau pendant 0.1 ms. Le désaccord $\delta_B^{\pm}$ subi ensuite une rampe de pente 30.8 MHz/s, ce qui correspond à une accélération du réseau de 12 m/s^2 en valeur absolue. Afin de décharger les atomes adiabatiquement du réseau, l'intensité du laser Bloch est éteinte selon une rampe de 0.3 ms, le désaccord δ_B^{pm} subissant une rampe de pente -25 MHz/s, qui correspond à une accélération d'environ $-g$ pour le réseau permettant d'accélérer les atomes vers le haut. La vitesse du réseau "suit" celle des atomes afin de pouvoir décharger ceux-ci adiabatiquement.

Dans nos conditions expérimentales, nous avons :

$$\frac{\left\|\vec{v}_{recul}^{\pm}\right\| \left\|\vec{k}_{eff}^{\pm}\right\|}{2\pi} \simeq 15.4 \text{ kHz}. \tag{4.90}$$

À l'instant $t = 0$, les atomes sont donc soumis à trois réseaux optiques, un étant stationnaire, les deux autres ayant une vitesse d'environ $\pm 2.3 v_{recul}$. Théoriquement, seuls les atomes dont la vitesse initiale est comprise entre $1.3 v_{recul}$ et $3.3 v_{recul}$ peuvent être chargés dans le réseau se déplaçant vers le haut, les atomes dont la vitesse initiale est comprise entre $-v_{recul}$ et v_{recul} étant chargés dans le réseau stationnaire, et ceux dont la vitesse initiale est comprise entre $-3.3 v_{recul}$ et $-1.3 v_{recul}$ étant chargés dans le réseau se déplaçant vers le bas.

À la fin de la phase de mélasse, la température du nuage atomique est d'environ 2 µK. La demi-largeur à $\frac{1}{\sqrt{2}}$ de la distribution en vitesse des atomes est alors d'environ $2.3 v_{recul}$. Leur vitesse moyenne étant proche de zéro, il semblerait théoriquement plus efficace de prendre une

valeur initiale de $\delta_B^{\pm}$ nulle. Cependant, le nombre d'atomes chargés dans le réseau descendant serait alors aussi plus important. Il semble alors difficile de prévoir théoriquement la valeur optimale du désaccord initial, d'autant plus que la vitesse moyenne initiale du nuage atomique est mal connue.

Afin d'évaluer la proportion d'atomes chargés dans les différents réseaux, nous mesurons par temps de vol le nombre d'atomes en fonction de leur instant d'arrivée au niveau de la nappe de lumière de détection. Le temps de vol obtenu expérimentalement, avec la séquence temporelle décrite sur le schéma 4.23, est représenté sur le graphe 4.24. Les différents pics ont été ajustés

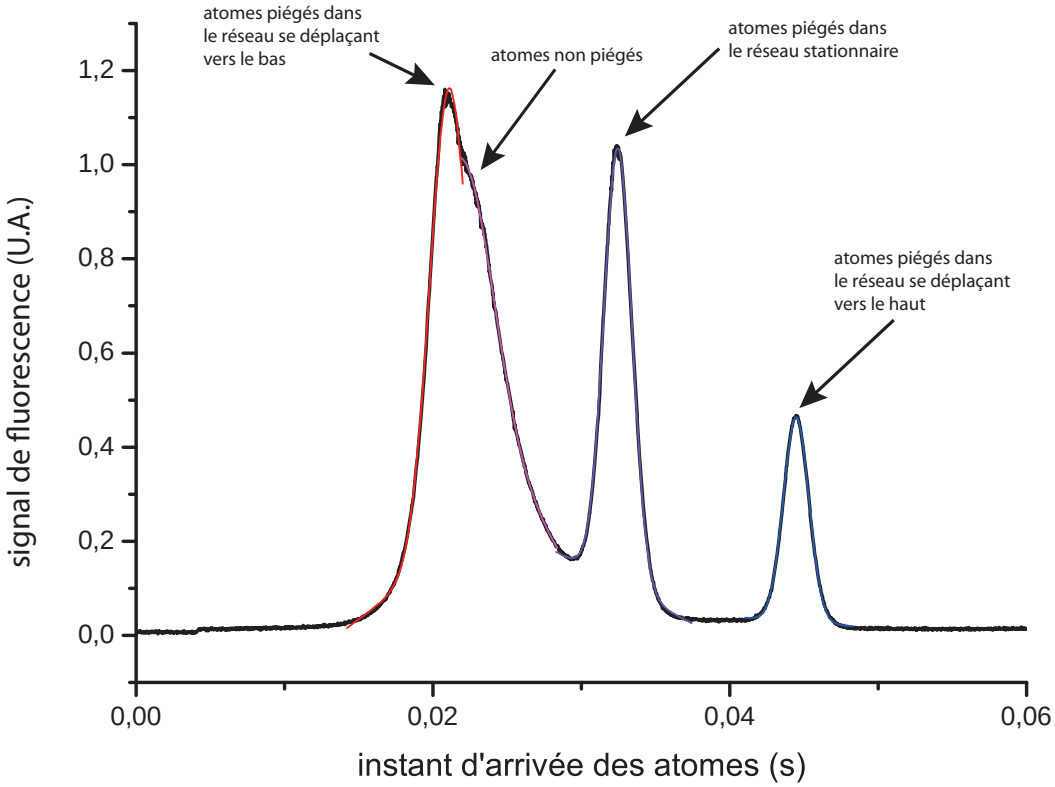


FIGURE 4.24 – Mesure, par temps de vol, du nombre d'atomes en fonction de leur instant d'arrivée au niveau de la nappe de lumière de détection. La courbe noire représente les données expérimentales. Les courbes en couleur sont des ajustements, par la fonction 4.91, des différents pics du signal.

séparément, par la fonction :

$$y = y_0 + Bt + A\mathrm{e}^{-\frac{(t-t_C)^2}{2w^2}}. \tag{4.91}$$

Le nombre d'atomes N_{at}^r correspondant au pic du signal de temps de vol désigné par l'indice r s'écrit :

$$N_{at}^r \propto A_r \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-\frac{(t-t_C^r)^2}{2w_r^2}}. \tag{4.92}$$

Or,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-\frac{(t-t_C^r)^2}{2w_r^2}} = \sqrt{2\pi} w_r. \tag{4.93}$$

Nous avons donc :

$$N_{at}^r \propto A_r \sqrt{2\pi} w_r. \tag{4.94}$$

La proportion d'atomes correspondant au pic d'indice r :

$$P_{at}^{r} = \frac{A_r w_r}{\sum_{r'} A_{r'} w_{r'}}. \tag{4.95}$$

Pour les quatre pics du signal de temps de vol représenté en figure 4.24, nous obtenons les valeurs suivantes pour P_{at} :

réseau se déplaçant vers le bas	atomes non piégés	réseau stationnaire	réseau se déplaçant vers le haut
36%	29%	25%	10%

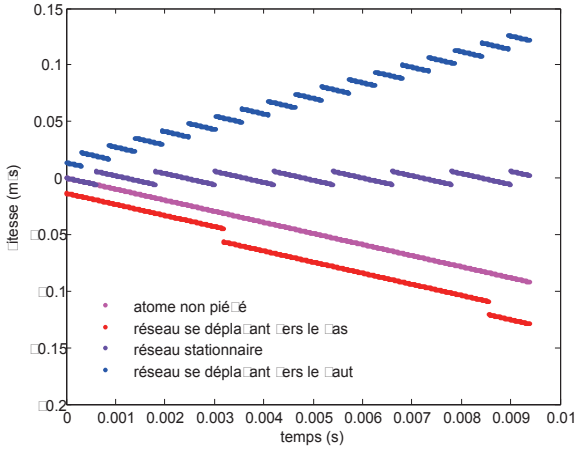
. (4.96)

Nous calculons, numériquement (voir figure 4.25), la vitesse et la trajectoire des atomes pendant la durée d'allumage du laser Bloch, en fonction du réseau dans lequel ils sont chargés, pour la variation de $\delta_B^{\pm}$ décrite sur le schéma 4.23. Pour ce calcul, nous choisissons la vitesse initiale de l'atome de façon à ce que l'atome soit à l'instant $t = 0$ au centre de la première zone de Brillouin du réseau considéré. Ainsi, nous prenons un atome dont la vitesse initiale vaut :

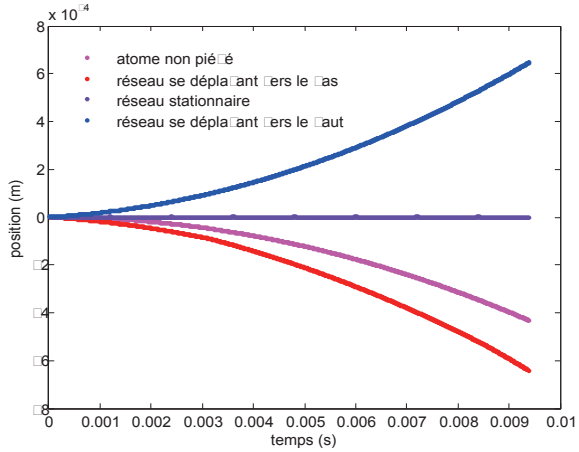
- $2.3v_{recul}$ pour le réseau se déplaçant vers le haut,
- 0 pour le réseau stationnaire,
- $-2.3v_{recul}$ pour le réseau se déplaçant vers le bas.

Nous représentons aussi la vitesse et la trajectoire d'un atome, qui n'a pas été chargé dans un réseau, et dont la vitesse initiale est nulle.

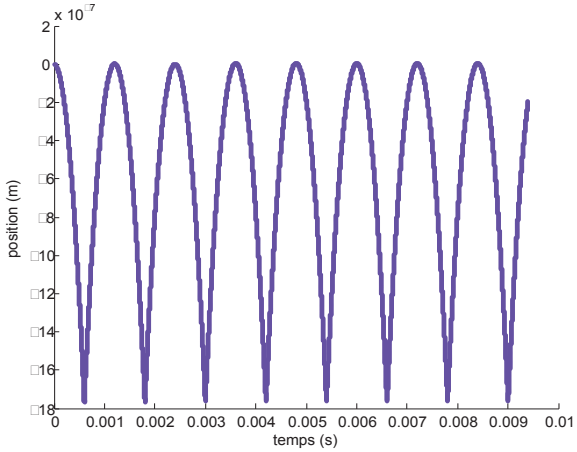
Nous constatons, sur le graphe 4.25(A), que les atomes n'effectuent pas le même nombre d'oscillations de Bloch selon le réseau dans lequel ils ont été piégés. Cela s'explique assez simplement. La période de Bloch est inversement proportionnelle à la valeur de l'accélération de l'atome par rapport au réseau (voir équation 2.62). Dans le cas du réseau stationnaire, l'accélération de l'atome par rapport au réseau vaut g. Elle vaut $g + a_{reseau}$ dans le cas du réseau accéléré vers le haut et $g - a_{reseau}$ dans le cas du réseau accéléré vers le bas, a_{reseau} étant l'accélération du réseau, en valeur absolue (a_{reseau} vaut 12 m/s^2 ici). Remarquons que les pertes Landau-Zener ne seront donc pas les mêmes pour les différents réseaux, et sont plus importantes, plus l'accélération de l'atome par rapport au réseau est élevée, d'une part parce que la probabilité qu'un atome effectue une transition non-adiabatique lorsqu'il arrive en bord de zone de Brillouin augmente avec l'accélération de l'atome par rapport au réseau, et d'autre part parce que l'atome effectue également plus d'oscillations de Bloch, plus son accélération par rapport au réseau est élevée. Dans le tableau 4.97 sont résumées les différentes caractéristiques des trois réseaux auxquels sont soumis les atomes. Sont également calculés le nombre d'oscillations de Bloch effectué par un atome, initialement au centre de la première zone de Brillouin du réseau dans lequel l'atome est piégé, au cours de la séquence expérimentale d'accélération (ce nombre d'oscillations de Bloch se lit directement sur le graphe 4.25(A)), ainsi que la probabilité qu'un atome n'effectue pas de transition non-adiabatique au cours de cette séquence, pour des réseaux mobiles de profondeur $U_0 = 2.5E_r$ (le réseau stationnaire a une profondeur deux fois plus élevée, voir le chapitre 2), ce qui correspond à l'ordre de grandeur de la profondeur du réseau utilisée expérimentalement.



(A) Vitesse de l'atome.



(B) Position de l'atome.



(C) Zoom sur la courbe violette du graphe (B).

FIGURE 4.25 – Vitesse et position d'un atome, situé initialement au centre de la première zone de Brillouin, pendant la durée d'allumage du laser Bloch, en fonction du réseau dans lequel l'atome est chargé. Le désaccord $\delta_B^{\pm}$ entre les deux composantes fréquentielles du laser Bloch suit la séquence temporelle décrire sur le schéma 4.23.

	réseau se déplaçant vers le bas	réseau stationnaire	réseau se déplaçant vers le haut
accélération de l'atome par rapport au réseau	2.2 m/s^2	9.8 m/s^2	21.8 m/s^2
période de Bloch	5.38 ms	1.20 ms	0.54 ms
nombre d'oscillations de Bloch	2	8	17
profondeur U_0 du réseau	$2.5E_r$	$5E_r$	$2.5E_r$
probabilité de ne pas effectuer de transition non-adiabatique	1	1	0.71

(4.97)

Nous constatons donc que les atomes ont une probabilité plus faible de rester dans le réseau accéléré vers le haut, ce qui est cohérent avec la mesure de temps de vol obtenue expérimentalement (voir figure 4.24). En supposant qu'au moment où on allume le laser Bloch, autant d'atomes sont, soit chargés dans un des réseaux, soit non piégés (c'est-à-dire que 25% des atomes sont, soit chargés dans un réseau, soit non piégés), à la fin de la séquence expérimentale d'accélération, le pourcentage d'atomes dans le réseau accéléré vers le haut sera alors de $71\% \times 25\% = 18\%$. La différence avec le résultat obtenu expérimentalement (voir tableau 4.96) s'explique très certainement par le fait que les atomes ne sont pas équitablement répartis entre les différentes possibilités de chargement.

Le calcul numérique effectué à la figure 4.25 nous permet de connaître la position z_0 et la vitesse v_0 de l'atome au moment de l'extinction du laser Bloch. Sachant que la nappe de lumière de détection se situe environ $L = 36$ cm en-dessous de la position des atomes à la fin de la phase de mélasse et que les atomes sont en chute libre à partir de l'extinction du laser Bloch, nous pouvons alors évaluer l'instant t_L d'arrivée des atomes au niveau de la nappe de lumière de détection, en résolvant l'équation :

$$-L = -\frac{1}{2}gt_L^2 + v_0 t_L + z_0. \tag{4.98}$$

Nous prenons comme origine des instants d'arrivée des atomes au niveau de la nappe de détection l'instant d'arrivée des atomes non piégés. Comparons les résultats obtenus numériquement aux résultats donnés par les ajustements des pics du temps de vol du graphe 4.24 :

	instant d'arrivée des atomes			
	réseau se déplaçant vers le bas	atome non piégé	réseau stationnaire	réseau se déplaçant vers le haut
ajustement des données expérimentales	$-1.1 \pm 6 \cdot 10^{-3}$ ms	$0 \pm 3 \cdot 10^{-2}$ ms	$10.3 \pm 1 \cdot 10^{-3}$ ms	$22.3 \pm 1 \cdot 10^{-3}$ ms
calcul numérique	-3.7 ms	0 ms	9.6 ms	22.3 ms

(4.99)

Les instants d'arrivée des atomes mesurés expérimentalement sont bien en accord avec les instants d'arrivée calculés numériquement. L'écart le plus important est pour le calcul de l'instant d'arrivée des atomes chargés dans le réseau se déplaçant vers le bas. En effet, ces atomes arrivant au niveau de la nappe de détection presque en même temps que les atomes non chargés dans un réseau, l'ajustement du pic du signal expérimental correspondant à ces atomes n'est pas très précis.

4.4.2 Mesure de l'accélération de la pesanteur avec des atomes chargés dans un réseau stationnaire

À partir de maintenant nous désignerons à nouveau le vecteur d'onde effectif du laser Bloch par la notation $\vec{k}_{eff}^{bloch}$ (le vecteur d'onde effectif du laser Raman sera toujours noté $\vec{k}_{eff}^{ram}$).

Séquence interférométrique

Nous avons réussi à lancer les atomes vers le haut, en les chargeant dans un réseau uniformément accéléré vers le haut. Nous souhaitons à présent réaliser un interféromètre de

Ramsey-Bordé à quatre impulsions $\frac{\pi}{2}$, avec des atomes chargés dans un réseau stationnaire entre les deux impulsions centrales de l'interféromètre. La séquence interférométrique réalisée expérimentalement est décrite sur le schéma 4.26. Les atomes sont tout d'abord accélérés vers

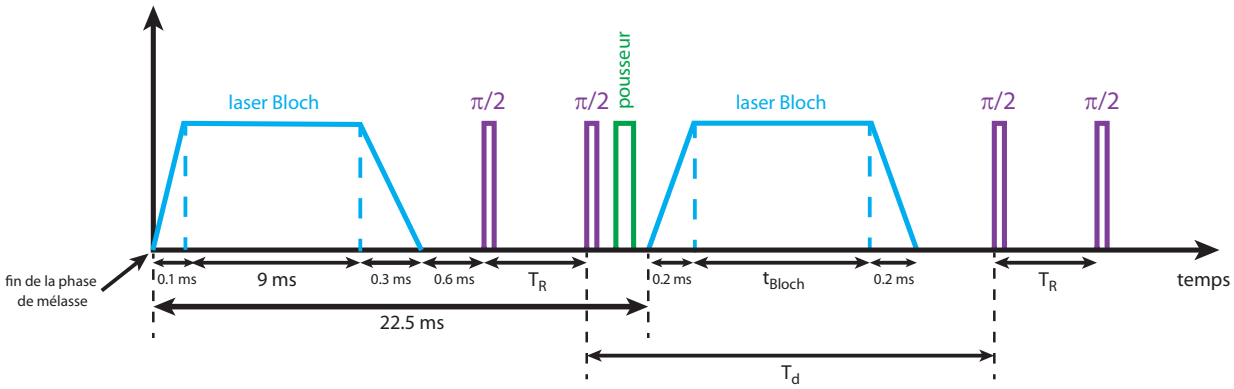


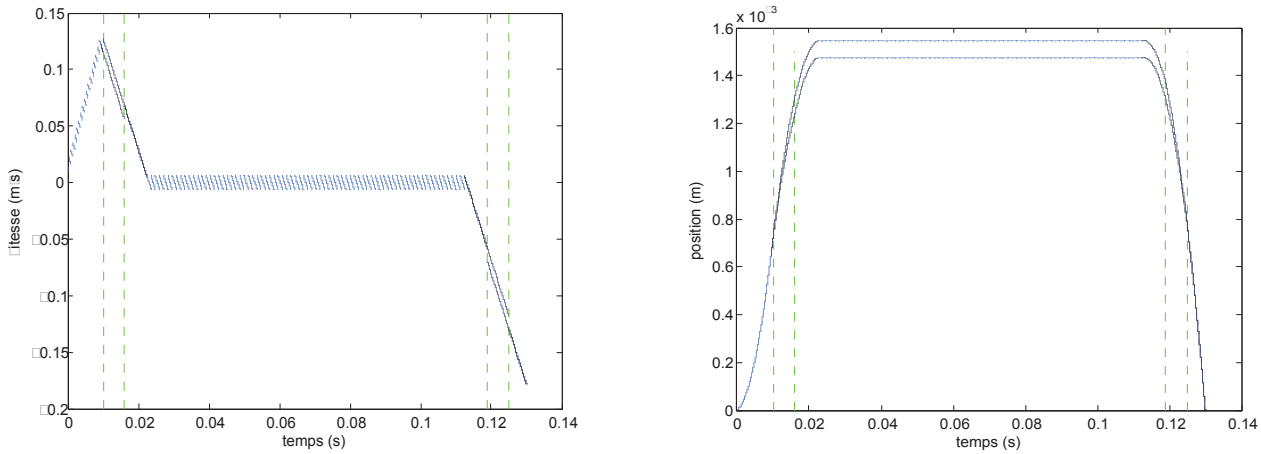
FIGURE 4.26 – Séquence interférométrique permettant d'effectuer une mesure de l'accélération de la pesanteur avec des atomes chargés dans un réseau stationnaire entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre. Les atomes effectuent une première série d'oscillations de Bloch avant la première impulsion $\frac{\pi}{2}$ afin d'âtre accélérés vers le haut. La séquence d'accélération des atomes vers le haut est détaillée sur le schéma 4.23.

le haut, par la séquence décrite sur le schéma 4.23, ils subissent ensuite deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ alors que leur vitesse est encore dirigée vers le haut. Au moment où leur vitesse devient nulle, on allume adiabatiquement le laser Bloch, le désaccord $\delta_B^{\pm}$ entre les composantes fréquentielles du laser Bloch étant nul. Les atomes sont alors chargés dans un réseau stationnaire et leur vitesse va donc osciller entre $+v_{recul}$ et $-v_{recul}$. Ils effectueront donc des oscillations en position de très faible amplitude (environ 2 µm, voir le graphe 4.25(C)), autour d'une position fixe, pendant toute la durée t_{Bloch} d'allumage du laser Bloch. Le laser Bloch est ensuite éteint adiabatiquement et les atomes subissent les deux dernières impulsions $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre de Ramsey-Bordé.

Les graphes de la figure 4.27 représentent les calculs des deux évolutions possibles de la vitesse et de la position d'un atome, lorsqu'il subit la séquence interférométrique décrite sur le schéma 4.26, avec $T_R = 6$ ms, $T_d = 103$ ms et $t_{Bloch} = 75t_B = 90$ ms[8]. La vitesse initiale de l'atome est prise égale à $2.3v_{recul}$ (centre de la zone de Brillouin du réseau accéléré vers le haut à l'instant $t = 0$). Les calculs numériques montrent que l'atome atteint une vitesse nulle 22.3 ms après la fin de la mélasse, ce qui est bien cohérent avec l'optimum de chargement des atomes dans le réseau stationnaire trouvé expérimentalement, qui correspond à un début de la rampe d'allumage du laser Bloch 22.5 ms après la fin de la mélasse.

D'après le graphe 4.27(B), l'amplitude du déplacement d'un atome, entre la première et la dernière impulsion $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre, n'est que d'environ 0.8 mm.

8. Rappelons que t_B désigne la période de Bloch, et que, dans nos conditions expérimentales et pour des atomes de ^{87}Rb, nous avons $t_B = 1.20$ ms.



(A) Vitesse. (B) Position.

FIGURE 4.27 – Évolutions possibles de la vitesse et de la position d'un atome lorsqu'il subit la séquence décrite sur le schéma 4.26, avec $T_R = 6$ ms, $T_d = 103$ ms et $t_{Bloch} = 75t_B = 90$ ms. La vitesse initiale de l'atome est prise égale à $2.3v_{recul}$ (centre de la zone de Brillouin du réseau accéléré vers le haut à l'instant $t = 0$). Les courbes sont tracées en noir lorsque le laser Bloch est éteint. Les traits verts pointillés représentent les instants où ont lieu les impulsions Raman.

Mesure de l'accélération de la pesanteur et variation du contraste des franges d'interférence

Comme pour la mesure de l'accélération de la pesanteur effectuée avec les atomes de ^{85}Rb, nous mesurons la probabilité que l'atome soit dans le sous-niveau hyperfin de plus haute énergie de l'état $\left|5^2S_{1/2}\right\rangle$, en fonction de la pente α de la rampe appliquée à la différence entre les fréquences du laser Raman afin de compenser l'effet Doppler lié à la variation de la vitesse des atomes sous l'effet de la pesanteur. Pour l'isotope 87 du rubidium le sous-niveau hyperfin de plus haute énergie de l'état $\left|5^2S_{1/2}\right\rangle$ est l'état $\left|5^2S_{1/2}, F = 2\right\rangle$.

Le graphe 4.28 représente les franges d'interférences obtenues avec la séquence décrite sur le schéma 4.26, avec $T_R = 6$ ms, $T_d = 103$ ms et $t_{Bloch} = 75t_B = 90$ ms. Les atomes effectuent des oscillations de Bloch, entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre, dans un réseau de profondeur $U_0 \simeq 2E_r$. Les données expérimentales sont ajustées par la fonction 4.17. L'ajustement donne, pour la valeur de α correspondant à la frange centrale[9], $\alpha_0 = 25.146564 \pm 6 \cdot 10^{-6}$ MHz/s. Les franges ont un contraste de $C = \frac{B}{2A} = 0.12$.

Les variations du contraste des franges d'interférence en fonction de T_R et du nombre d'oscillations de Bloch qu'effectuent les atomes entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre sont représentées sur les graphes de la figure 4.29. Les données expérimentales sont ajustées par des exponentielles décroissantes, d'équation :

$$Ae^{-\frac{x}{\tau_x}}. \tag{4.100}$$

On remarque que la variation du contraste avec T_R suit une courbe différente de celle mesurée expérimentalement avec le ^{85}Rb (voir figure 4.18), où la variation du contraste était mieux ajustée par une gaussienne que par une exponentielle décroissante. La probabilité $P(\Delta v)$ qu'un

9. La frange centrale est identifiée, comme sur les graphes de la figure 4.14, en acquérant les franges d'interférences, pour différentes valeurs du produit $T_R\,(T_R + T_d)$. Ces différents systèmes de franges ne sont pas représentés sur la figure 4.28.

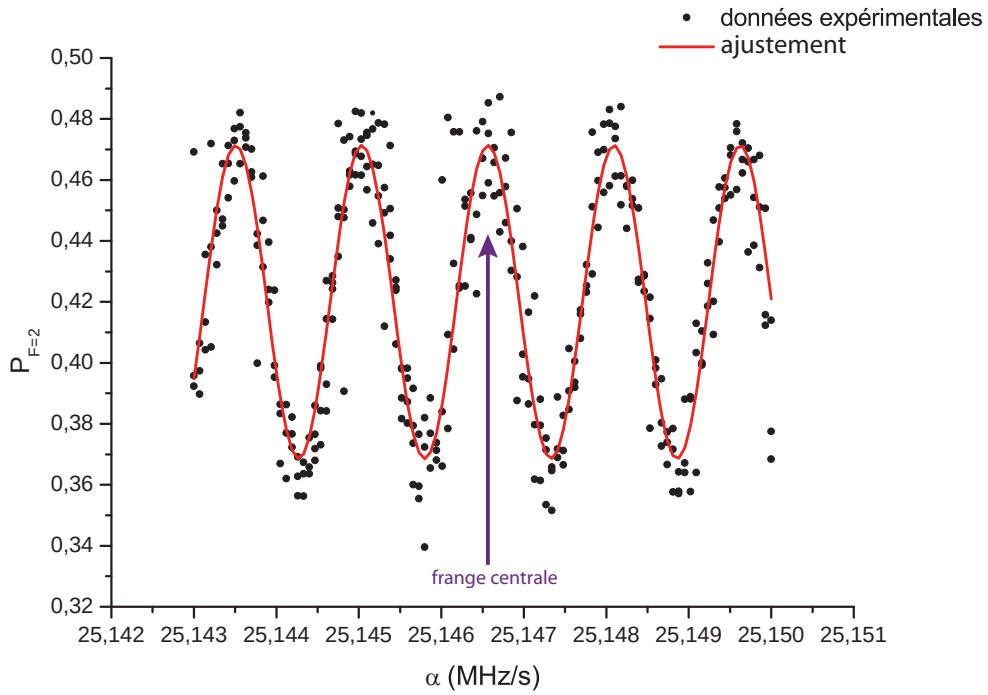


FIGURE 4.28 – Franges d'interférence obtenues avec la séquence expérimentale décrite sur le schéma 4.26, avec $T_R = 6$ ms, $T_d = 103$ ms et $t_{Bloch} = 75t_B = 90$ ms. Ces franges sont constituées de 300 points expérimentaux, ce qui correspond à une durée de mesure d'environ 300 s. La profondeur du réseau stationnaire situé entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre est de $U_0 \simeq 2E_r$. Les données expérimentales sont ajustées par la fonction 4.17. L'ajustement donne, pour la valeur de α correspondant à la frange centrale, $\alpha_0 = 25.146564 \pm 6 \cdot 10^{-6}$ MHz/s.

atome subisse un saut de vitesse Δv le long de l'axe de propagation du laser Raman a alors une forme différente. Dans le cas des mesures effectuées avec du ^{85}Rb, $P(\Delta v)$ semble donc plus proche d'une gaussienne, tandis qu'elle semble plus proche d'une lorentzienne pour les mesures effectuées avec le ^{87}Rb. Ceci peut s'expliquer par le fait que, dans le cas du ^{85}Rb, les atomes se déplaçaient dans le faisceau laser Bloch (ils effectuaient des oscillations de Bloch dans un réseau mobile), alors que dans le cas du ^{87}Rb, les atomes sont quasiment immobiles dans le faisceau laser (le déplacement d'un atome n'est que de quelques microns lorsqu'il effectuent des oscillations de Bloch dans un réseau stationnaire, voir graphe 4.25(C)).

La transformée de Fourier de la fonction $C(T_R) = A\mathrm{e}^{-\frac{|T_R|}{\tau_x}}$ s'écrit :

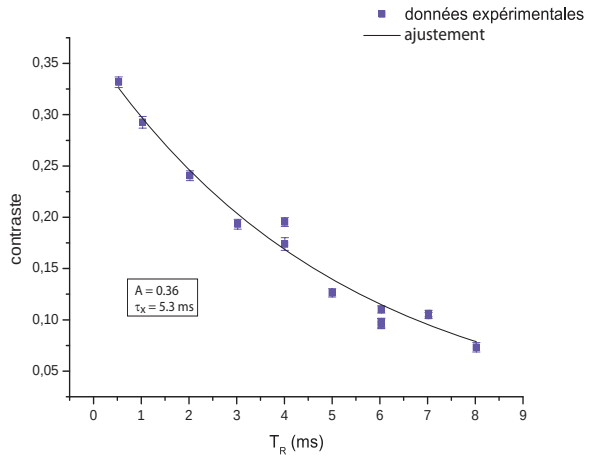
$$\tilde{C}(u) = A \int_{-\infty}^{+\infty} \mathrm{e}^{-\frac{T_R}{\tau_x}} \mathrm{e}^{-2i\pi u T_R} \mathrm{d}T_R = \frac{2\tau_x}{1 + (2\pi\tau_x u)^2}. \tag{4.101}$$

D'après l'équation 4.31, nous pouvons déduire de $\tilde{C}(u)$ la distribution de probabilité $P(\Delta v)$:

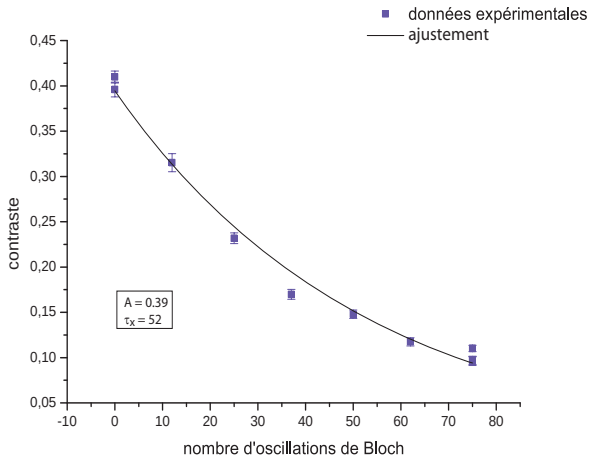
$$P(\Delta v) = \frac{\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}{\pi} \tilde{C}\left(u = \frac{\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}{2\pi}\Delta v\right) = \frac{\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}{\pi} \frac{2\tau_x}{1 + \left(\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\| \tau_x \Delta v\right)^2}. \tag{4.102}$$

La demi-largeur à mi-hauteur de la densité de probabilité Δv vaut alors :

$$\sigma_{\Delta v} = \frac{1}{\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\| \tau_x}. \tag{4.103}$$



(A) Variation du contraste des franges d'interférence avec T_R. Les atomes effectuent 75 oscillations de Bloch et $T_d = 115$ ms $- 2T_R$.



(B) Variation du contraste des franges d'interférence avec le nombre N_{Bloch} d'oscillations de Bloch, dans le cas où $T_R = 6$ ms et $T_d = 13$ ms $+ N_{Bloch} \cdot 1.2$ ms.

FIGURE 4.29 – Variations du contraste des franges d'interférences, obtenues avec la séquence temporelle décrite sur le schéma 4.26, en fonction de T_R et du nombre d'oscillations de Bloch. Les données expérimentales sont ajustées par la fonction 4.100.

L'ajustement des données expérimentales du graphe 4.29(A) donne $\tau_x \simeq 5.3$ ms. Nous avons alors, dans ce cas :

$$\sigma_{\Delta v} \simeq 12 \text{ µm/s}. \tag{4.104}$$

Si nous évaluons l'amplitude maximale Δv de la variation de vitesse, le long de la direction de propagation du laser Raman, que peut subir un atome du fait des imperfections du faisceau laser Bloch, nous obtenons :

– variation de vitesse due au speckle :

$$\Delta v_{spkl} \simeq \frac{t_{Bloch}}{m} \frac{\Delta I_{Bloch}}{I_{Bloch}} \frac{U_0}{2\Delta z_I} \simeq 11 \text{ µm/s}, \tag{4.105}$$

– variation de vitesse due à la réflexion parasite sur le hublot :

$$\Delta v_{rp} \simeq \frac{t_{Bloch}}{m} \frac{U_0}{4} \frac{\left\| \vec{k}_{eff}^{bloch} \right\|}{2} r_h \theta^2 \simeq 207 \text{ µm/s}, \tag{4.106}$$

avec $t_{Bloch} = 75 t_B$, $\frac{\Delta I_{Bloch}}{I_{Bloch}} = 1\%$ [10], $U_0 = 2E_r$, $\Delta z_I = 1.5$ mm, $r_h = \sqrt{0.02}$ et $\theta = 15$ mrad. Les ordres de grandeurs de Δv_{spkl} et Δv_{rp} sont en accord avec la valeur de $\sigma_{\Delta v}$ obtenue à l'équation 4.104, compte tenu du fait que nous ne prenons pas en compte la vitesse transverse des atomes, qui induit, dans le cas de la réflexion parasite sur le hublot, un moyennage de la force exercée sur les atomes. Rappelons que le terme de la force exercée sur les atomes, due à la réflexion parasite sur le hublot, et susceptible d'induire une diminution du contraste des franges d'interférences, s'écrit (voir équation 4.59) :

$$\Delta F_z \propto \sin\left(k \frac{\theta^2}{2} z + k\theta x \right). \tag{4.107}$$

10. Nous prenons ici $\frac{\Delta I_{Bloch}}{I_{Bloch}} = 1\%$ au lieu de 2%, comme pour les mesures effectuées avec le ^{85}Rb, car les différents optiques ont été soigneusement nettoyées pour les mesures effectuées ici. Il s'agit cependant d'un simple ordre de grandeur et non d'un résultat calculé précisément.

Un déplacement des atomes dans un plan transverse à la direction z de propagation du laser Bloch induit donc bien un moyennage de la force exercée sur les atomes. L'estimation de Δv_{rp} constitue donc une majoration du saut de vitesse que peut subir un atome.

Dans le cas des mesures effectuées ci-dessus (voir figure 4.29), le taux d'émission spontanée d'un atome est de l'ordre de (voir équation 2.95) :

$$\gamma = \frac{\Gamma U_0}{2\Delta\hbar}\left(1 - \frac{U_0}{16E_r}\text{arcsinh}\left(\frac{16E_r}{U_0}\right)\right) \simeq 1.6\ \text{s}^{-1}, \tag{4.108}$$

avec $\Delta = 2\pi \times (58\ \text{GHz})$, $\Gamma = 2\pi \times (6.07\ \text{MHz})$ et $U_0 = 2E_r$. Au bout de $t_{Bloch} = 75t_B$, le contraste, calculé avec l'équation 4.76, est de $C = 0.46$. La contribution de l'émission spontanée à la chute du contraste des franges est donc toujours négligeable.

Remarquons que les expressions de Δv_{spkl} et Δv_{rp} diffèrent d'un facteur $\frac{1}{2}$ des expressions données en 4.51 et 4.61, car dans le cas présent le faisceau Bloch n'est composé que d'un seul réseau stationnaire. L'intensité totale vue par les atomes correspond donc à l'intensité du réseau dans lequel sont piégés les atomes. Quant au taux d'émission spontanée γ, il diffère d'un facteur $\frac{1}{2}\left(1 - \frac{U_0}{16E_r}\text{arcsinh}\left(\frac{16E_r}{U_0}\right)\right)$ par rapport à l'équation 4.74. Le facteur $\frac{1}{2}$ provient du fait que l'intensité totale correspond à l'intensité du réseau, et le facteur $\left(1 - \frac{U_0}{16E_r}\text{arcsinh}\left(\frac{16E_r}{U_0}\right)\right)$, du fait que les atomes ont une probabilité plus élevée de se trouver au niveau des minima de l'intensité.

Que ce soit à cause de la présence de speckle dans le faisceau laser Bloch, ou à cause de la réflexion parasite sur le hublot, la variation de Δv avec le nombre N_{Bloch} d'oscillations Bloch, pour une valeur de T_R fixée, est linéaire. Nous pouvons alors écrire :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \Delta v_{spkl} & = & \beta_{spkl} N_{Bloch} \\ \Delta v_{rp} & = & \beta_{rp} N_{Bloch} \end{array}\right. , \tag{4.109}$$

avec

$$\left\{\begin{array}{lcl} \beta_{spkl} & = & \dfrac{t_B}{m}\dfrac{\Delta I_{Bloch}}{I_{Bloch}}\dfrac{U_0}{2\Delta z_I} \\ \beta_{rp} & = & \dfrac{t_B}{m}\dfrac{U_0}{4}\dfrac{\left\|\vec{k}_{eff}^{bloch}\right\|}{2} r_h \theta^2 \end{array}\right. . \tag{4.110}$$

La variation du contraste des franges d'interférences avec le nombre d'oscillations de Bloch va alors s'écrire, en utilisant l'équation 4.103 :

$$C(N_{Bloch}) = A\text{e}^{-\frac{N_{Bloch}}{\tau_x^{Bloch}}}, \tag{4.111}$$

avec

$$\tau_x^{Bloch} = \frac{1}{\beta_\text{o} T_R \left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\|}, \tag{4.112}$$

β_o désignant β_{spkl} ou β_{rp} selon le phénomène considéré.

Dans nos conditions expérimentales, nous obtenons :

– dans le cas du speckle :

$$\tau_x^{Bloch} \simeq 69, \tag{4.113}$$

– dans le cas de la réflexion parasite sur le hublot :

$$\tau_x^{Bloch} \simeq 3. \tag{4.114}$$

Les ordres de grandeur de τ_x^{Bloch} obtenus ci-dessus sont en accord, compte tenu des estimations de Δv_{spkl} et Δv_{rp} effectuées aux équations 4.105 et 4.106, avec l'ajustement des données expérimentales du graphe 4.29(B), qui donnait un taux de décroissance de 52.

Nous avons constaté, après un nettoyage soigneux du hublot de la chambre à vide que traverse le laser Bloch, une augmentation d'un facteur 2 du contraste des franges d'interférences, ce qui confirme le fait que la baisse du contraste des franges puisse être due aux imperfections du faisceau laser.

Variation de α_0 avec le nombre d'oscillations de Bloch

Sur la figure 4.30 est représentée la mesure de α_0 en fonction du nombre N_{Bloch} d'oscillations de Bloch qu'effectuent les atomes entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre, pour $T_R = 6$ ms et $T_d = 13$ ms $+ N_{Bloch} \cdot 1.2$ ms. Les incertitudes représentées sont les incertitudes issues de l'ajustement des franges d'interférence.

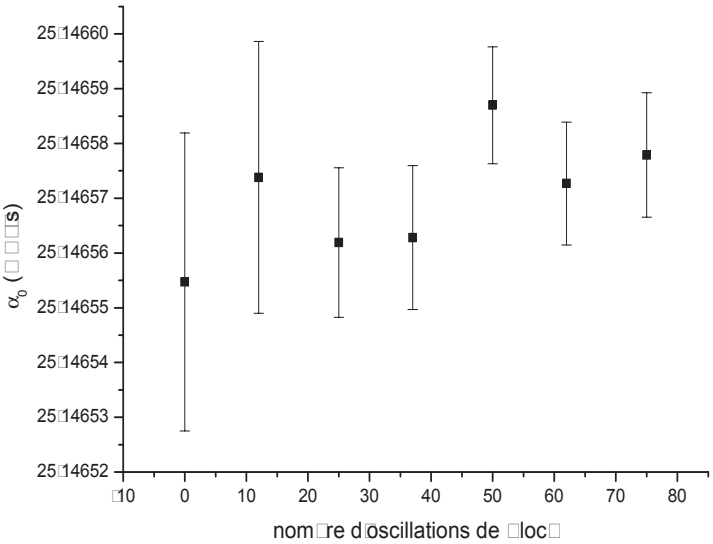


FIGURE 4.30 – Variation de α_0 avec le nombre N_{Bloch} d'oscillations de Bloch qu'effectuent les atomes entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre, pour $T_R = 6$ ms et $T_d = 13$ ms $+ N_{Bloch} \cdot 1.2$ ms. Les incertitudes représentées sont les incertitudes issues de l'ajustement des franges d'interférence.

Au vu de notre incertitude de mesure, nous ne constatons pas de variation de α_0 avec le nombre d'oscillations de Bloch. Remarquons que l'incertitude sur la mesure de α_0 dans le cas où les atomes n'effectuent pas d'oscillations de Bloch est de $3 \cdot 10^{-5}$ MHz/s, alors qu'il est de $1 \cdot 10^{-5}$ MHz/s lorsque les atomes effectuent 75 oscillations de Bloch. Les trajectoires des atomes étant identiques (aux oscillations de Bloch près) pour ces deux mesures, l'ajout d'oscillations de Bloch permet d'augmenter la sensibilité de notre mesure, sans avoir à augmenter la distance d'interaction des atomes avec le champ de pesanteur.

Nous allons à présent estimer les biais sur la mesure de l'accélération de la pesanteur que peuvent induire les oscillations de Bloch.

4.4.3 Estimation des biais sur la mesure de l'accélération de la pesanteur liés aux oscillations de Bloch

Dans les applications numériques que nous effectuerons dans ce paragraphe, nous prendrons $T_R = 6$ ms, $T_d = 103$ ms, $N_{Bloch} = 75$ et $\Delta = 58$ GHz, Δ étant le désaccord du laser Bloch-Raman par rapport à la transition $\left|5^2S_{1/2}, F=2\right\rangle \rightarrow \left|5^2P_{3/2}, F'=2\right\rangle$ du ^{87}Rb.

Incertitude sur le saut en fréquence Raman $\delta\omega_{12}^{Bloch}$

Nous avons vu (voir équation 4.19) qu'une incertitude $\Delta\delta\omega_{12}^{Bloch}$ sur le saut en fréquence Raman permettant de compenser l'effet Doppler lié au changement de vitesse des atomes lors de la séquence d'oscillations de Bloch située entre les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ centrales de l'interféromètre induisait une incertitude $\Delta\alpha_0$ sur la valeur α_0 de la frange centrale, qui s'écrit :

$$\Delta\alpha_0 = \frac{\Delta\delta\omega_{12}^{Bloch}}{2\pi\left(T_R + T_d\right)}. \tag{4.115}$$

L'incertitude relative sur la valeur g de l'accélération de la pesanteur, liée à l'incertitude sur le saut en fréquence Raman va alors s'écrire :

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta\alpha_0}{\alpha_0} = \frac{\Delta\delta\omega_{12}^{Bloch}}{\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\| g\left(T_R + T_d\right)}. \tag{4.116}$$

L'incertitude sur le saut $\delta\omega_{12}^{Bloch}$ est limitée par la précision du synthétiseur Rohde & Schwartz, qui est de l'ordre de $2\pi \cdot (0.3\text{ Hz})$. Nous obtenons, dans ce cas :

$$\frac{\Delta g}{g} = 1.1 \cdot 10^{-7}. \tag{4.117}$$

Remarquons que si le saut en fréquence Raman avait toujours été effectué avec le mode FM du synthétiseur Rohde & Schwartz, comme c'était le cas pour les mesures effectuées avec le ^{85}Rb, l'incertitude sur ce saut aurait été, dans le cas de 75 oscillations de Bloch, d'environ $2\pi \cdot (680\text{ Hz})$ (voir page 130), ce qui aurait donné une incertitude sur g de trois ordres de grandeurs plus élevée.

Incertitude sur la fréquence du laser Bloch

Notons ν_{Bloch} la fréquence du laser Bloch. Un atome qui absorbe ou émet un photon du laser Bloch subi un changement de vitesse v_{recul} qui s'écrit, en fonction de ν_{Bloch} :

$$v_{recul} = \frac{h\nu_{Bloch}}{mc}. \tag{4.118}$$

Une incertitude $\Delta\nu_{Bloch}$ sur la fréquence du laser Bloch va donc induire une incertitude Δv sur la vitesse des atomes, qui va s'écrire, dans le cas où les atomes effectuent N_{Bloch} oscillations de Bloch :

$$\Delta v = 2N_{Bloch}\frac{h\Delta\nu_{Bloch}}{mc} = 2N_{Bloch}v_{recul}\frac{\Delta\nu_{Bloch}}{\nu_{Bloch}}. \tag{4.119}$$

L'incertitude relative sur g, due à une incertitude Δv sur la vitesse des atomes s'écrit :

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta v}{g\left(T_R + T_d\right)}. \tag{4.120}$$

Dans le cas où Δv est donné par l'équation 4.119, nous avons :

$$\frac{\Delta g}{g} = 2N_{Bloch} v_{recul} \frac{\Delta \nu_{Bloch}}{\nu_{Bloch}} \frac{1}{g\left(T_R + T_d\right)}. \tag{4.121}$$

L'incertitude sur la fréquence du laser Bloch est d'environ 10 MHz, qui correspond à une incertitude relative sur g de :

$$\frac{\Delta g}{g} = 2.2 \cdot 10^{-8}. \tag{4.122}$$

Le laser Bloch n'étant pas asservi en fréquence, cette incertitude de 10 MHz correspond à la dérive en fréquence du laser entre le moment de la mesure de sa fréquence et le moment où est réalisée la mesure de l'accélération de la pesanteur. Asservir le laser permettrait de réduire l'incertitude sur sa fréquence à environ 1 MHz, qui correspond à notre incertitude sur notre mesure de la fréquence laser par battement (voir chapitre 3) due à l'incertitude sur la fréquence du laser utilisé pour effectuer le battement.

Non adiabaticité du chargement des atomes dans le bande d'énergie fondamentale du hamiltonien décrivant l'atome dans le réseau optique

Les pertes Landau-Zener et la non parfaite adiabaticité de l'allumage et de l'extinction du réseau optique peuvent produire des atomes ayant une vitesse égale à $2\left(N_{Bloch} + p\right) v_{recul}$, p étant un entier. Le système de franges associés à de tels atomes est déphasé de $2\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\| T_R p v_{recul} \simeq 1.1 \cdot 10^3$p rad par rapport au système de franges principal. Ces franges parasites peuvent induire une erreur sur la mesure de g, qui peut cependant être annulée en prenant pour T_R un multiple entier de $\frac{\pi}{\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\| v_{recul}}$. Remarquons qu'une grande partie de ces atomes est éliminée par la sélectivité en vitesse de la deuxième partie de l'interféromètre (constituée des deux dernières impulsions $\frac{\pi}{2}$), la largeur totale à mi-hauteur en vitesse d'un interféromètre de Ramsey constitué d'impulsions de 62.7 µs étant de $1.2 v_{recul}$.

Avec notre incertitude de mesure, nous ne constatons pas, expérimentalement, de variation de la valeur de g en prenant T_R multiple entier de $\frac{\pi}{\left\|\vec{k}_{eff}^{ram}\right\| v_{recul}}$.

Phase de Gouy et courbure

Le laser Bloch est un faisceau gaussien, dont le waist vaut $w_0 \simeq 4.5$ mm, et non une onde plane parfaite. Son vecteur d'onde va donc varier dans l'espace. Cette variation du vecteur d'onde induit donc une variation de la vitesse de recul transmise aux atomes par le laser Bloch et peut donc induire un biais sur la mesure de l'accélération de la pesanteur.

Le champ électrique d'un faisceau gaussien s'écrit [89] :

$$E(r,z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \mathrm{e}^{-\frac{r^2}{w(z)^2}} \mathrm{e}^{-ikz - ik\frac{r^2}{R(z)} + i\zeta(z)}, \tag{4.123}$$

avec :

$$\begin{cases} r &= \sqrt{x^2+y^2} \\ w(z) &= w_0\sqrt{1+\left(\dfrac{z}{z_0}\right)^2} \\ R(z) &= z\left[1+\left(\dfrac{z_0}{z}\right)^2\right] \\ \zeta(z) &= \arctan\left(\dfrac{z}{z_0}\right) \\ z_0 &= \dfrac{\pi w_0^2}{\lambda} \end{cases} . \tag{4.124}$$

Le vecteur d'onde du laser vaut :

$$\begin{aligned} \tilde{k}(r,z) &= k\left(1+r^2\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left(\frac{1}{R}\right)(z)\right)-\frac{\mathrm{d}\zeta}{\mathrm{d}z}(z) \\ &= k\left(1+\underbrace{\frac{r^2}{z_0^2}\frac{1-\left(\frac{z}{z_0}\right)^2}{\left(1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right)^2}}_{\text{courbure}}\right)-\underbrace{\frac{1}{z_0}\frac{1}{1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2}}_{\text{phase de Gouy}} . \end{aligned} \tag{4.125}$$

La variation du vecteur d'onde du laser dans l'espace provient de deux contributions :
- la courbure du faisceau et la variabilité du rayon de courbure $R(z)$ le long de l'axe z,
- la phase de Gouy $\zeta(z)$ qui induit une variation supplémentaire du vecteur d'onde de long de l'axe z.

En introduisant les fonctions suivantes :

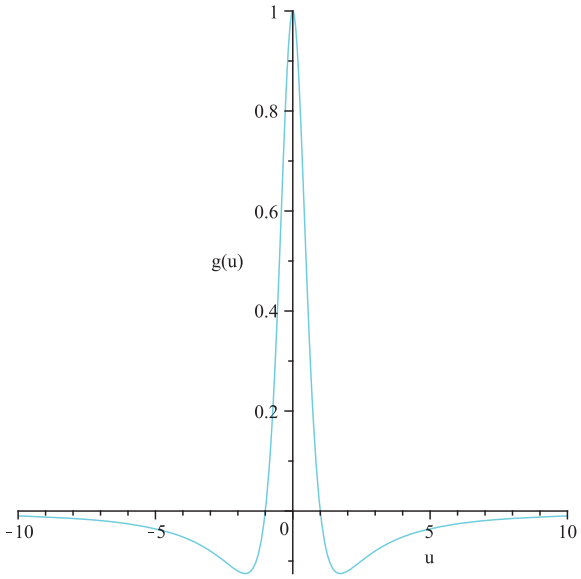
$$\begin{cases} g(u) &= \dfrac{1-u^2}{(1+u^2)^2} \\ h(u) &= \dfrac{1}{1+u^2} \end{cases} , \tag{4.126}$$

on peut écrire :

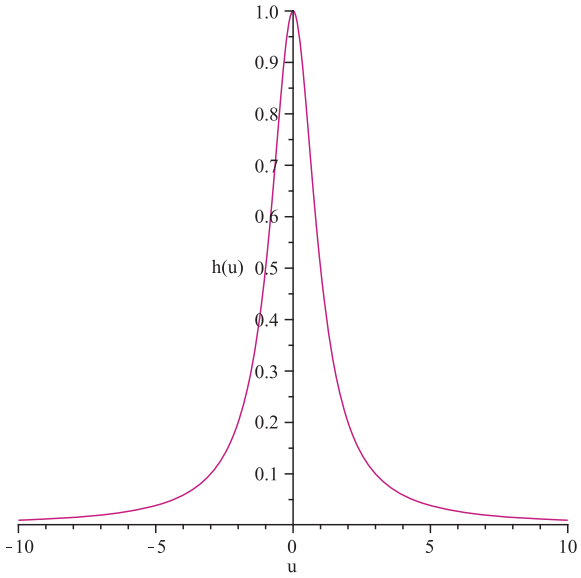
$$\tilde{k}(r,z) = k\left[1+\frac{r^2}{z_0^2}\,g\left(\frac{z}{z_0}\right)\right]-\frac{1}{z_0}\,h\left(\frac{z}{z_0}\right) . \tag{4.127}$$

Les fonctions g et h sont représentées sur la figure 4.31.

La variation dans l'espace de $\tilde{k}(r,z)$ induit une variation du recul transféré par le laser à un atome en fonction de la position de l'atome. Les fonctions g et h étant maximales en 0, cet effet est maximal pour un atome situé dans le plan $z=0$, c'est-à-dire dans le plan du waist du faisceau.



(A) La fonction g.



(B) La fonction h.

FIGURE 4.31 – Tracés des fonctions $g(u) = \dfrac{1-u^2}{(1+u^2)^2}$ et $h(u) = \dfrac{1}{1+u^2}$.

Phase de Gouy

Étudions tout d'abord l'incertitude maximale induite sur la mesure de g du fait du terme de phase de Gouy. Considérons un atome, situé au centre du faisceau ($r = 0$). Dans ce cas, seule la phase de Gouy va contribuer à la variation du vecteur d'onde. Supposons de plus que cet atome est situé en $z = 0$, puisque la variation du vecteur d'onde, par rapport au cas où le faisceau serait une onde plane, y est maximale. Cette variation vaut :

$$\Delta k_{Gouy} = \tilde{k}(0,0) - k = -\frac{1}{z_0} = -\frac{2}{kw_0^2}. \tag{4.128}$$

La variation maximale de la vitesse de recul transmise à un atome, due au terme de phase de Gouy, vaut donc :

$$\Delta v_{recul}^{Gouy} = -\frac{2v_{recul}}{k^2 w_0^2}. \tag{4.129}$$

L'incertitude sur la vitesse d'un atome qui a effectué N_{Bloch} oscillations de Bloch s'écrit alors :

$$\Delta v_{Gouy} = -\frac{4N_{Bloch}v_{recul}}{k^2 w_0^2}, \tag{4.130}$$

et l'incertitude relative sur g :

$$\frac{\Delta g_{Gouy}}{g} = \left| -\frac{4N_{Bloch}v_{recul}}{gk^2 w_0^2 \left(T_R + T_d\right)} \right|. \tag{4.131}$$

Dans nos conditions expérimentales nous avons :

$$\frac{\Delta g_{Gouy}}{g} = 1.2 \cdot 10^{-9}. \tag{4.132}$$

Courbure

La taille du nuage atomique de l'expérience est d'environ 5 mm de diamètre, qui est du même ordre de grandeur que le diamètre du faisceau. On peut estimer que l'erreur de positionnement du nuage atomique sur le centre du faisceau est de l'ordre de la moitié du diamètre du nuage atomique. L'effet de la courbure du faisceau, pour un atome situé à la distance $r_1 = 2.5$ mm du centre du faisceau et dans le plan du waist, induit une variation du vecteur d'onde qui s'écrit :

$$\Delta k_{courb} = k\frac{r_1^2}{z_0^2}. \tag{4.133}$$

L'incertitude relative correspondante sur g, pour un atome qui a effectué N_{Bloch} oscillations de Bloch, s'écrit alors :

$$\frac{\Delta g_{courb}}{g} = \frac{2N_{Bloch}v_{recul}r_1^2}{gz_0^2\left(T_R + T_d\right)}, \tag{4.134}$$

qui vaut donc nos conditions expérimentales :

$$\frac{\Delta g_{courb}}{g} \simeq 8 \cdot 10^{-10}. \tag{4.135}$$

Force dipolaire longitudinale

L'intensité d'un faisceau gaussien s'écrit :

$$I(r,z) = \frac{I_0}{1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2}\mathrm{e}^{-\frac{2r^2}{w_0^2\left(1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right)}}. \tag{4.136}$$

L'intensité n'est donc pas constante le long de la direction de propagation du laser. Ce gradient d'intensité va induire une force sur les atomes, qui va modifier leur vitesse. Nous notons I_{Bloch}^{max} l'intensité du laser Bloch. Les atomes seront alors soumis à une intensité moyenne maximale de $2I_{Bloch}^{max}$ puisque nous sommes expérimentalement dans une configuration où le laser Bloch est rétro-réfléchi. Le potentiel lumineux vu par les atomes va alors s'écrire, d'après l'équation 2.25 :

$$U(r,z) = \frac{\hbar\Gamma^2}{I_{sat}4\Delta}\frac{I_{Bloch}^{max}}{1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2}\mathrm{e}^{-\frac{2r^2}{w_0^2\left(1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right)}}. \tag{4.137}$$

La projection de la force exercée sur les atomes selon la direction de propagation du laser s'écrit alors, en $r = 0$:

$$F_z(r=0,z) = -\frac{\partial U}{\partial z}(r=0,z) = \frac{\hbar\Gamma^2}{I_{sat}2\Delta}\frac{I_{Bloch}^{max}}{z_0}\frac{z}{z_0\left(1+\left(\frac{z}{z_0}\right)^2\right)^2}. \tag{4.138}$$

En posant :

$$f(u) = \frac{u}{\left(1+u^2\right)^2}, \tag{4.139}$$

nous pouvons écrire :

$$F_z(r=0,z) = \frac{\hbar\Gamma^2}{I_{sat}2\Delta}\frac{I_{Bloch}^{max}}{z_0}f\left(\frac{z}{z_0}\right). \tag{4.140}$$

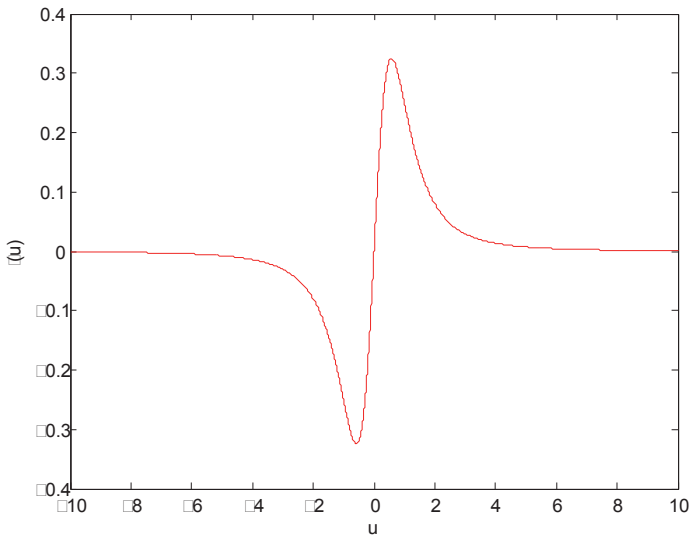


FIGURE 4.32 – Tracé de la fonction $f(u) = \dfrac{u}{(1+u^2)^2}$.

La fonction f est tracée sur le graphe 4.32. Cette fonction admet deux extrema en $u = \pm\frac{\sqrt{3}}{3} \simeq \pm 0.58$, où ses valeurs sont $f\left(\pm\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \pm\frac{3}{16}\sqrt{3} \simeq \pm 0.32$.

La valeur maximale de la force exercée sur les atomes a donc lieu pour un atome se situant à une distance $z = \pm 0.58 z_0$, soit environ ± 47 m dans nos conditions expérimentales, du plan du waist du laser, et sa valeur vaut, en valeur absolue :

$$F_z^{max} \simeq 0.32 \frac{\hbar\Gamma^2}{I_{sat} 2\Delta} \frac{I_{Bloch}^{max}}{z_0}. \tag{4.141}$$

Nos atomes sont chargés dans un réseau optique dont la profondeur vaut environ $U_0 \simeq 2E_r$. Un ordre de grandeur de I_{Bloch}^{max} sera alors (voir équation 2.26) :

$$I_{Bloch}^{max} = \frac{2\Delta I_{sat}}{\hbar\Gamma^2} 2E_r. \tag{4.142}$$

Nous pouvons alors écrire :

$$F_z^{max} \simeq 0.32 \frac{2E_r}{z_0}. \tag{4.143}$$

La variation de vitesse maximale induite sur un atome, pour un laser Bloch restant allumé un temps $N_{Bloch} t_B$ sera :

$$\Delta v \simeq 0.32 \frac{N_{Bloch} t_B}{m} \frac{2E_r}{z_0}. \tag{4.144}$$

Dans nos conditions expérimentales cette variation de vitesse induit une erreur relative sur g de :

$$\frac{\Delta g}{g} \simeq 0.32 \frac{N_{Bloch} t_B}{gm\,(T_R + T_d)} \frac{2E_r}{z_0} \simeq 1.1 \cdot 10^{-8}. \tag{4.145}$$

Cette incertitude n'est pas négligeable dans le cas où on souhaite atteindre une précision relative sur la mesure de g de l'ordre de 10^{-9}, cependant son effet peut s'annuler en effectuant une mesure avec un laser Bloch désaccordé successivement dans le bleu puis dans le rouge, ou en plaçant les atomes au waist du faisceau laser. Si on suppose que le centre du nuage est au niveau du waist du faisceau, la force dipolaire en bordure du nuage atomique (c'est-à-dire à environ 2.5 mm du plan du waist) est plus faible qu'en $z = \pm 0.58 z_0$ (positions où la force est maximale en valeur absolue), d'un facteur $9 \cdot 10^{-5}$.

L'indice de réfraction

La vapeur résiduelle de rubidium fait que le laser ne se propage pas dans le vide, mais dans un milieu ayant un indice de réfraction n différent de 1. Le vecteur d'onde du laser Bloch, dans un milieu d'indice n va s'écrire :

$$k_n = nk, \tag{4.146}$$

k étant le vecteur d'onde du laser dans le vide. L'étude de ce phénomène est faite en détail dans [24, 37], où il est montré que :

$$\Delta n = n - 1 = \pi\rho\frac{\Gamma}{\Delta}\left(\frac{\lambda_0}{2\pi}\right)^3, \tag{4.147}$$

ρ étant le nombre d'atomes par unité de volume et λ_0 la longueur d'onde de la transition $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$.

L'incertitude induite sur la vitesse d'un atome effectuant N_{Bloch} oscillations de Bloch va s'écrire :

$$\Delta v = 2N_{Bloch}\Delta n v_{recul}, \tag{4.148}$$

et l'incertitude relative sur g vaut alors :

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{2N_{Bloch}\Delta n v_{recul}}{g\,(T_R + T_d)} \simeq 5 \cdot 10^{-10}, \tag{4.149}$$

la densité de la vapeur résiduelle étant de l'ordre de $\rho \simeq 10^9$ cm^{-3}.

Bilan des incertitudes

Le bilan des différentes incertitudes est résumé dans le tableau 4.150. L'incertitude totale est de $1.13 \cdot 10^{-7}g$, dominée par l'incertitude sur le saut en fréquence du laser Raman et l'incertitude sur la fréquence du laser Bloch. Ces problème peuvent être résolus assez simplement en utilisant un générateur de fréquence plus précis et en asservissant le laser Bloch. La troisième principale source d'erreur est la force dipolaire, dont l'effet peut être moyenné en effectuant successivement des mesures avec un laser Bloch désaccordé dans le rouge puis dans le bleu de la transition $5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2}$.

cause	incertitude ($\times 10^{-9}g$)
saut en fréquence du laser Raman	110
fréquence du laser Bloch	22
phase de Gouy	1.2
rayon de courbure	0.8
force dipolaire	11
indice de réfraction	0.5
total	112.7

. (4.150)

Les ordres de grandeurs des incertitudes évalués ci-dessus confirment bien le fait que nous ne devions expérimentalement, avec notre incertitude de mesure, pas constater de variation de la valeur de g avec le nombre d'oscillations de Bloch. Ce bilan n'est cependant pas complet. Nous avons en effet supposé que la moyenne, sur le nuage atomique, des sauts de vitesse induits par le speckle et la réflexion parasite sur le hublot est nulle. Si ce n'est pas le cas, cela induit un biais sur la mesure de l'accélération de la pesanteur (voir équation 4.27). D'autre part, nous avons supposé que le faisceau laser est parfaitement gaussien, ce qui n'est pas le cas expérimentalement, et n'avons, de plus, pas pris en compte les aberrations des optiques.

4.4.4 Variation de la norme du vecteur d'onde effectif Raman liée aux raies parasites du laser Raman

Nous n'allons pas ici effectuer une évaluation exhaustive de l'ensemble des causes d'incertitude qui peuvent entacher notre mesure de l'accélération de la pesanteur, cette étude ayant déjà été faite dans [28], mais simplement évaluer l'influence des raies parasites du laser Raman sur cette mesure. Ces raies parasites Raman proviennent du fait que la génération des deux fréquences nécessaires pour effectuer une transition Raman est effectuée, sur notre dispositif expérimental, par modulation de phase du laser (voir figure 3.15). De ce fait, le laser Raman est constitué d'une multitude composantes fréquentielles, deux composantes fréquentielles successives étant distantes de ω_{SHF} (écart hyperfin entre les niveaux $\left|5^2S_{1/2}, F=1\right\rangle$ et $\left|5^2S_{1/2}, F=2\right\rangle$ du ^{87}Rb) en l'absence de rampe ou de saut de fréquence compensant l'effet Doppler. L'effet de ces raies parasites sera plus important dans notre expérience que dans celle réalisée par O. Carraz dans [28], car le désaccord de notre laser Raman par rapport à la transition $\left(5^2S_{1/2}\right) \rightarrow \left(5^2P_{3/2}\right)$ est beaucoup plus élevé (58 GHz contre 1 GHz dans [28]). Dans notre cas ce désaccord est grand devant ω_{SHF}, les différentes paires de couples Raman constitués par les composantes fréquentielles d'ordres faibles auront une influence équivalente sur l'atome.

Rappel du champ électrique après passage dans un modulateur de phase et doublage de fréquence

Le champ électrique en entrée du modulateur de phase est noté :

$$E_{in} = E_{in}^0 \mathrm{e}^{i(\omega t - kz)}. \tag{4.151}$$

On peut montrer (voir [28]) que le champ électrique en sortie d'un modulateur de phase, auquel est appliqué la tension $V = V_{mod}\cos(\omega_{mod}t)$, va s'écrire :

$$E_{out,\,\omega} = E_{in}^0 \mathrm{e}^{-i\phi_0} \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} i^n J_n\left(\pi \frac{V_{mod}}{V_\pi}\right) \mathrm{e}^{i(\omega + n\omega_{mod})\left(t - \frac{z}{c}\right)}, \tag{4.152}$$

ϕ_0 et V_π étant des grandeurs caractéristiques du modulateur de phase utilisé. J_n est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre n. En posant :

$$E_{out,\,\omega}^n = E_{in}^0 \mathrm{e}^{-i\phi_0} i^n J_n\left(\pi \frac{V_{mod}}{V_\pi}\right), \tag{4.153}$$

on peut écrire $E_{out,\,\omega}$ sous la forme :

$$E_{out,\,\omega} = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} E_{out,\,\omega}^n \mathrm{e}^{i(\omega + n\omega_{mod})\left(t - \frac{z}{c}\right)}. \tag{4.154}$$

Notre faisceau laser est ensuite doublé en fréquence. Le champ électrique de fréquence 2ω sera alors proportionnel au carré de $E_{out,\,\omega}$:

$$E_{out,\,2\omega} \propto \sum_{n,n'} E_{out,\,\omega}^n E_{out,\,\omega}^{n'} \mathrm{e}^{i(2\omega + (n+n')\omega_{mod})\left(t - \frac{z}{c}\right)}. \tag{4.155}$$

Or, en utilisant la relation :

$$\mathrm{e}^{iz\cos(\theta)} = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} i^n J_n(z)\, \mathrm{e}^{in\theta}, \tag{4.156}$$

on peut montrer que :

$$\sum_{n,n'} i^{n+n'} J_n(z)\, J_{n'}(z)\, \mathrm{e}^{i(n+n')\theta} = \mathrm{e}^{i2z\cos(\theta)} = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} i^n J_n(2z)\, \mathrm{e}^{in\theta}. \tag{4.157}$$

On peut alors écrire :

$$E_{out,\,2\omega} \propto \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} E^n_{out,\,2\omega} \mathrm{e}^{i(2\omega+n\omega_{mod})\left(t-\frac{z}{c}\right)}, \tag{4.158}$$

avec

$$E^n_{out,\,2\omega} = i^n J_n\left(2\pi \frac{V_{mod}}{V_\pi}\right). \tag{4.159}$$

Remarquons que, du fait de la relation $J_{-n} = (-1)^n J_n$, nous avons $E^{-n}_{out,\,2\omega} = E^n_{out,\,2\omega}$.

Les différents couples de faisceaux Raman engendrés par les composantes fréquentielles du laser

Le modulateur de phase est modulé à une fréquence ω_{SHF}. Nous posons :

$$\omega_n = 2\omega + n\omega_{SHF}. \tag{4.160}$$

Expérimentalement, notre faisceau Raman est rétro-réfléchi. Le champ électrique vu par les atomes s'écrit alors :

$$E = E^0 \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} E_n \left(\mathrm{e}^{i\omega_n\left(t+\frac{z}{c}\right)+i\varphi_n} - \mathrm{e}^{i\omega_n\left(t-\frac{z-2z_M}{c}\right)+i\varphi_n}\right), \tag{4.161}$$

z_M étant la position du miroir de rétro-réflexion. Pour simplifier les notations, nous avons posé $E_n = E^n_{out,\,2\omega}$. L'axe vertical z est dirigé vers le haut.

Nous représentons sur la figure 4.33, les niveaux $\left|5^2S_{1/2}, F=1\right\rangle$ (noté $|a\rangle$), $\left|5^2S_{1/2}, F=2\right\rangle$ (noté $|b\rangle$) et $\left|5^2P_{3/2}\right\rangle$ (noté $|e\rangle$) du ^{87}Rb (on ne tient pas compte ici de la structure hyperfine du niveau $\left|5^2P_{3/2}\right\rangle$), ainsi que les amplitudes des champs électriques correspondant aux différents couples de composantes fréquentielles du laser pouvant engendrer une transition Raman entre ces niveaux atomiques. Seuls quatre couples de faisceaux Raman sont représentés. Avec les notations de la figure 4.33, la fréquence du champ électrique incident sur le modulateur de phase s'écrit :

$$\omega = \frac{\omega_0 + \Delta}{2}. \tag{4.162}$$

Le faisceau Raman étant rétro-réfléchi, il existe deux couples contrapropageants possibles (E_n, E_{n+1}) pour chaque n donné. Cependant, nous n'allons tenir compte ici que d'un seul de ces couples, puisqu'expérimentalement, les transitions Raman sont appliquées à des atomes de vitesse non nulle, et, du fait de l'effet Doppler, seul un seul de ces couples sera à résonance avec les atomes.

Le couple de faisceaux Raman principal est le couple (E_0, E_1). Nous notons $k^0_{eff} = \frac{\omega_0+\omega_1}{c}$ son vecteur d'onde effectif (on suppose que le couple de faisceaux contrapropageants à résonance induit un recul de l'atome vers le haut). Le vecteur d'onde effectif k^n_{eff} du couple (E_n, E_{n+1}) s'écrira alors :

$$k^n_{eff} = \frac{\omega_n + \omega_{n+1}}{c} = k^0_{eff} + \frac{2n\omega_{SHF}}{c} = k^0_{eff} + n\Delta k, \tag{4.163}$$

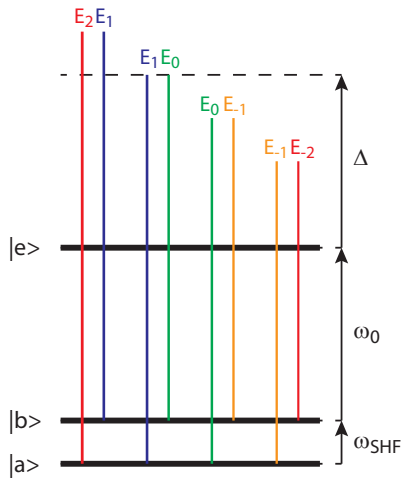


FIGURE 4.33 – Niveaux $\left|5^2S_{1/2}, F=1\right\rangle$ (noté $|a\rangle$), $\left|5^2S_{1/2}, F=2\right\rangle$ (noté $|b\rangle$) et $\left|5^2P_{3/2}\right\rangle$ (noté $|e\rangle$) du ^{87}Rb, ainsi que les quatre couples de faisceaux Raman correspondant aux 5 composantes fréquentielles du laser d'amplitudes les plus élevées (en norme).

en posant :

$$\Delta k = \frac{2\omega_{SHF}}{c}. \tag{4.164}$$

Ainsi, les différents couples de faisceaux Raman vont coupler une infinité d'états atomiques, s'écrivant :

$$\left\{\left|a, p + n\hbar\Delta k\right\rangle, \left|b, p + \hbar k^0_{eff} + n\hbar\Delta k\right\rangle\right\}_{n\in\mathbb{Z}}. \tag{4.165}$$

D'après [28], le hamiltonien effectif de l'atome soumis au laser Raman, obtenu par élimination adiabatique de l'état $|e\rangle$ et dans l'approximation des ondes tournantes, s'écrit :

$$\begin{aligned} H_{eff} =& \frac{\hbar}{2}\sum_{n,n'} \Omega_{n'} e^{i\phi_{n'}} \left|b, p + \hbar k^0_{eff} + (n+n')\hbar\Delta k\right\rangle \left\langle a, p + n\hbar\Delta k\right| \\ &+ \Omega_{n'} e^{-i\phi_{n'}} \left|a, p + (n-n')\hbar\Delta k\right\rangle \left\langle b, p + \hbar k^0_{eff} + n\hbar\Delta k\right|, \end{aligned} \tag{4.166}$$

avec :

$$\left\{\begin{array}{lcl} \phi_n & = & -k^0_{eff} z + n\Delta k\left(z_M - z\right) + \varphi_{n+1} - \varphi_n \\ \Omega_n & = & \dfrac{E_{n+1}E_n}{E_1E_0}\dfrac{\Delta}{\Delta + n\omega_{SHF}}\Omega_0 \\ \Omega_0 & = & \dfrac{\Omega^*_{1ae}\Omega_{0be}}{2\left(\Delta + n\omega_{SHF}\right)} \end{array}\right., \tag{4.167}$$

où $\hbar\Omega_{nxe} = -\left\langle e\right| d_{xe}E_n \left|x\right\rangle$, d désignant le dipôle atomique. Les différents couplages induits par H_{eff} sur les états atomiques sont résumés sur la figure 4.34.

Biais induit par les raies parasites dans le cas d'un interféromètre de Ramsey-Bordé

Le calcul du biais induit par les raies parasites a été effectué dans [28]. Pour la configuration d'interféromètre décrite dans le paragraphe 4.4, ce calcul peut être grandement simplifié car, pendant l'interféromètre, la distance atomes-miroir varie peu (0.8 mm, voir le graphe 4.27(B)) devant la longueur d'onde micro-onde $\frac{2\pi}{\Delta k} \simeq 22$ mm. Dans ce cas, on peut montrer que la présence de raies parasites se traduit sur le biais uniquement par une modification du vecteur d'onde effectif du laser Raman.

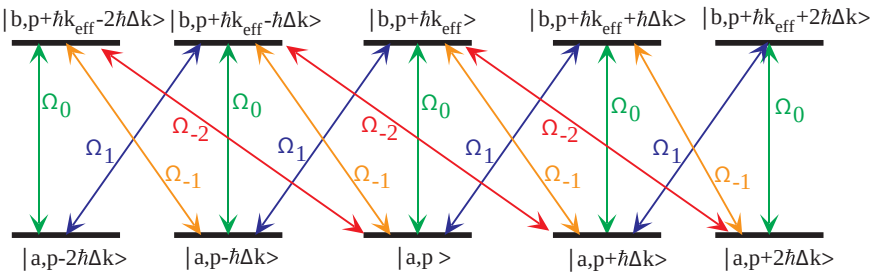


FIGURE 4.34 – Résumé des couplages induits par le hamiltonien effectif H_{eff} (équation 4.166) sur les différents états atomiques.

Le vecteur d'onde effectif Raman s'écrit, en présence de raies parasites :

$$k_{eff} = -k^0_{eff} + \delta k_{eff}, \tag{4.168}$$

avec :

$$\begin{aligned}\delta k_{eff} &= -\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\left[\arg\left(\sum_n \Omega_n \mathrm{e}^{in\Delta k(z_M - z)}\right)\right] \\ &= \Delta k \frac{\sum_n n\Omega_n \cos(n\Delta k(z_M-z)) \sum_n \Omega_n \cos(n\Delta k(z_M-z)) + \sum_n n\Omega_n \sin(n\Delta k(z_M-z)) \sum_n \Omega_n \sin(n\Delta k(z_M-z))}{\left(\sum_n \Omega_n \sin(n\Delta k(z_M-z))\right)^2 + \left(\sum_n \Omega_n \cos(n\Delta k(z_M-z))\right)^2}.\end{aligned} \tag{4.169}$$

Il est aussi possible de montrer que la pulsation de Rabi d'une transition Raman en présence de raies parasites vaut :

$$\Omega = \left|\sum_n \Omega_n \mathrm{e}^{in\Delta k(z_M - z)}\right|. \tag{4.170}$$

Détermination de δk_{eff} dans nos conditions expérimentales et évaluation de la valeur de g

Nous mesurons, pour la première impulsion Raman, la valeur de la pulsation de Rabi Ω en fonction de la position du miroir de rétro-réflexion. Pour cela, le miroir a été monté sur une platine de translation. La valeur de la pulsation de Rabi est obtenue en mesurant expérimentalement les oscillations de Rabi. Ces oscillations sont ajustées, et, de l'ajustement, est déduite la durée τ_π d'une impulsion π. La pulsation de Rabi se déduit de τ_π par la formule :

$$\Omega = \frac{\pi}{\tau_\pi}. \tag{4.171}$$

Les mesures expérimentales de Ω sont ajustées par la fonction suivante (voir équation 4.170) :

$$\Omega_0 \left|\sum_n \frac{E_{n+1}E_n}{E_1 E_0} \frac{\Delta}{\Delta + n\omega_{SHF}} \mathrm{e}^{in\Delta k(z_M - z)}\right|, \tag{4.172}$$

avec

$$E_n = i^n J_n\left(2\pi \frac{V_{mod}}{V_{pi}}\right). \tag{4.173}$$

Les paramètres de l'ajustement sont Ω_0, z et $\frac{V_{mod}}{V_{pi}}$. Ces mesures et leur ajustement sont représentés sur la figure 4.35. L'ajustement donne les résultats suivants :

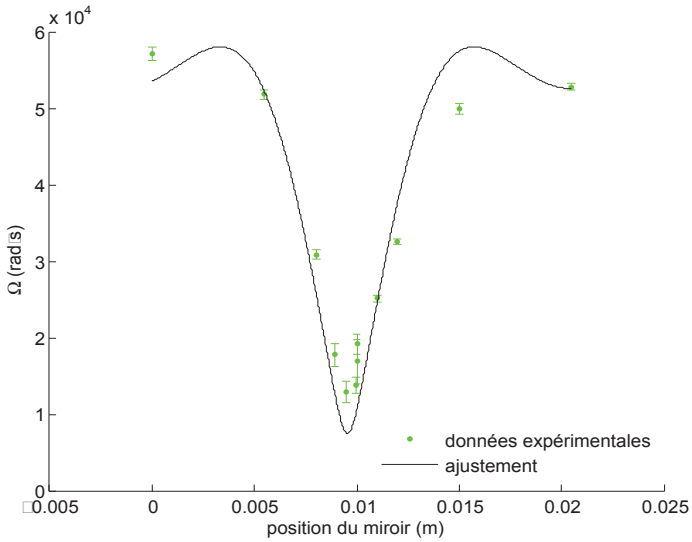


FIGURE 4.35 – Mesures de la pulsation de Rabi Ω de la première impulsion Raman de l'interféromètre en fonction de la position du miroir de rétro-réflexion. Les incertitudes sur les valeurs expérimentales sont les incertitudes issues de l'ajustement des oscillations de Rabi. Les mesures de Ω sont ajustées par la fonction 4.172.

$$\begin{cases} \Omega_0 & \simeq & 3.14 \cdot 10^4 \pm 4 \cdot 10^2 \text{ rad/s} \\ z & \simeq & -1.42 \pm 0.2 \text{ mm} \\ \dfrac{V_{mod}}{V_{pi}} & \simeq & 0.186 \pm 5 \cdot 10^{-3} \end{cases} \tag{4.174}$$

Nous avons :

$$\left| \frac{J_1(2\pi \cdot 0.186)}{J_0(2\pi \cdot 0.186)} \right|^2 \simeq 0.51, \tag{4.175}$$

or expérimentalement, nous mesurons un rapport des intensités de la raie d'ordre 1 sur la raie d'ordre 0 de 0.52, ce qui est cohérent. Remarquons que z ne donne pas la distance réelle entre le miroir et les atomes. En effet Ω est une fonction périodique de z, dont la période est la longueur d'onde micro-onde $\frac{2\pi}{\Delta k} = 21.93$ mm.

Les fluctuations de la pulsation de Rabi Ω en fonction de z sont importantes (il y a un facteur de l'ordre de 6 entre le maximum et le minimum de Ω). Cela s'explique par le fait que cette pulsation de Rabi résulte de l'interférence entre les différentes transitions Raman possibles, induites par les différents couples de fréquences du laser Raman (voir figure 4.33). Lorsque Ω est minimale, l'interférence entre ces différents processus est fortement destructive, tandis qu'elle est constructive lorsque Ω est maximale.

Traçons à présent sur un même graphe $\frac{\delta k_{eff}}{\Delta k}$ et $\frac{\Omega}{\Omega_0}$, en fonction de $z - z_M$, sur une période, pour $\frac{V_{mod}}{V_{pi}} = 0.186$. Nous constatons (voir le graphe 4.36), que $\frac{\delta k_{eff}}{\Delta k}$ fluctue rapidement au voisinage du minimum de $\frac{\Omega}{\Omega_0}$. Afin que, pour les quatre impulsions Raman, les atomes "voient" le même vecteur d'onde effectif, il faut donc se placer le plus loin possible du minimum de $\frac{\Omega}{\Omega_0}$. Le déplacement de nos atomes entre la première et la dernière impulsion Raman de l'interféromètre est de l'ordre de 0.8 mm dans le cas de l'interféromètre réalisé avec lancement des atomes vers le haut avant la première impulsion Raman (voir graphe 4.27(B)). Si nous réglons la position du miroir de façon à ce que la pulsation de Rabi de la première impulsion Raman soit loin de son minimum, le réglage restera correct pour les autres impulsions Raman de l'interféromètre.

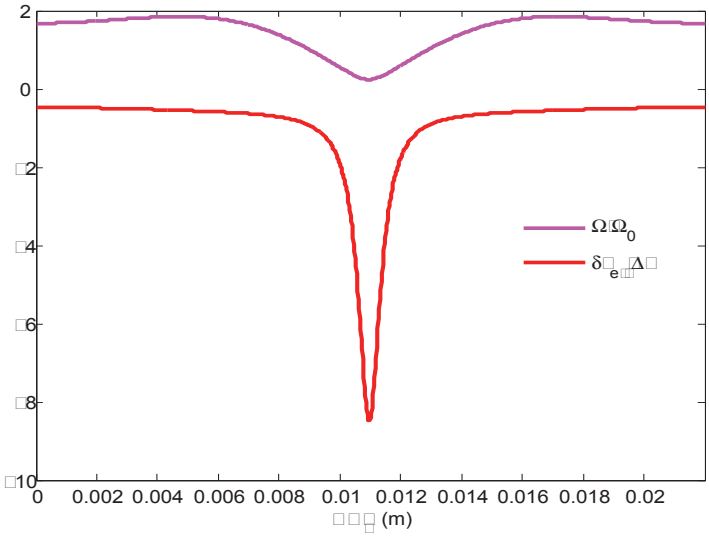


FIGURE 4.36 – Tracé de $\frac{\delta k_{eff}}{\Delta k}$ et $\frac{\Omega}{\Omega_0}$, en fonction de $z - z_M$, sur une période, pour $\frac{V_{mod}}{V_{pi}} = 0.186$.

Remarquons que si la taille du nuage atomique est de l'ordre de $\frac{2\pi}{\Delta k}$ on peut observer une baisse du contraste des franges d'interférences due au fait que certains atomes verront un vecteur d'onde effectif très différent.

Expérimentalement, nous plaçons le miroir à la position 20.5 mm (voir graphe 4.35), qui correspond à la position du minimum de Ω plus une demi-période. Dans ce cas nous avons $\delta k_{eff} \simeq -0.472\Delta k$.

Afin de calculer g à partir de la valeur de α_0 trouvée précédemment (voir graphe 4.28), nous devons prendre comme vecteur d'onde effectif $k^0_{eff} - 0.472\Delta k$. Nous avons alors :

$$g = \frac{2\pi\alpha_0}{k^0_{eff} - 0.472\Delta k} \simeq 9.808774 \pm 2 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2, \tag{4.176}$$

l'incertitude donnée ici étant simplement l'incertitude sur α_0 issue de l'ajustement des franges ramenée en m/s^2. Remarquons que cette incertitude est prédominante par rapport au bilan des biais liés aux oscillations de Bloch effectué dans le tableau 4.150.

Pour un atome situé à une distance égale à un multiple entier de fois $\frac{2\pi}{\Delta k}$ du miroir, une incertitude de 0.8 mm sur sa position va entraîner une incertitude sur le vecteur d'onde effectif d'environ $0.0029\Delta k$, soit une erreur relative sur g de $5.2 \cdot 10^{-8}$.

On peut de plus évaluer l'incertitude sur la mesure de la position du miroir qui correspond minimum de la pulsation de Rabi à environ 0.2 mm (incertitude issue de l'ajustement des données expérimentales du graphe 4.35, voir équation 4.174), ce qui correspond à une incertitude sur l'évaluation du vecteur d'onde effectif Raman d'environ $2 \cdot 10^{-4}\Delta k$, soit une incertitude relative sur la mesure de g d'environ $3.6 \cdot 10^{-9}$. Cependant, du fait de fluctuations de température du cristal doubleur de fréquence, les intensités relatives des différentes raies du laser Raman vont fluctuer. La valeur du vecteur d'onde effectif Raman va donc varier au cours du temps. Cet effet n'est pas pris en compte dans l'évaluation faite ci-dessus de l'incertitude sur le vecteur d'onde effectif Raman.

Une mesure de l'accélération de la pesanteur a été effectuée, à l'endroit où se trouve l'expérience GIRAFON, par le SHOM (Service Hydrographique et Océanographique de la Marine), grâce à un gravimètre relatif Scintrex. La valeur de g obtenue est de :

$$g = 9.80883194 \pm 6 \cdot 10^{-8} \text{ m/s}^2. \tag{4.177}$$

On constate que cette valeur est plus élevée, d'environ $58 \cdot 10^{-6}$ m/s^2, que la valeur que nous obtenons expérimentalement (voir équation 4.176). Cette différence peut s'expliquer par un mauvais alignement de la verticalité du laser Raman, un réglage précis de cette verticalité (par exemple en maximisant la valeur de g obtenue en faisant varier la direction du laser) n'ayant pas été effectuée. Une erreur d'un angle $\delta\theta$ sur la verticalité du laser Raman correspond à une erreur relative sur g de :

$$\frac{\Delta g}{g} = -\frac{\delta\theta^2}{2}, \tag{4.178}$$

donc une erreur sur la mesure de g de $58 \cdot 10^{-6}$ m/s^2 correspond à une erreur de réglage de la verticalité du laser Raman de :

$$\delta\theta \simeq 3.4 \text{ mrad}, \tag{4.179}$$

qui est cohérente avec notre précision de réglage.

Conclusion

Nous avons mesuré l'accélération de la pesanteur, avec des atomes de ^{87}Rb effectuant 75 oscillations de Bloch, dans un réseau optique stationnaire, entre les deux paires d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ d'un interféromètre de Ramsey-Bordé. La durée T_R entre les deux premières et les deux dernières impulsions $\frac{\pi}{2}$ est de $T_R = 6$ ms, et la durée T_d entre les deux paires d'impulsions est de $T_d = 103$ ms. Afin d'amener les atomes à vitesse nulle au moment de l'allumage du réseau stationnaire, ceux-ci sont tout d'abord lancés vers le haut, juste après la fin de la phase de mélasse, grâce à un réseau optique uniformément accéléré à 12 m/s^2 pendant 9 ms. La valeur obtenue pour g est de :

$$g = 9.808774 \pm 2 \cdot 10^{-6} \text{ m/s}^2, \tag{4.180}$$

l'incertitude indiquée étant statistique.

Afin d'obtenir ce résultat, il a été nécessaire de changer l'isotope du rubidium utilisé sur l'expérience GIRAFON. L'isotope initialement utilisé était l'isotope 85, cependant nous avons constaté que le signal atomique obtenu en sortie d'interféromètre, avec des atomes lancés vers le haut et effectuant des oscillations de Bloch dans un réseau stationnaire, était trop faible pour observer des franges d'interférences. Le passage à l'isotope 87 permet de gagner en signal pour deux raisons principales. D'une part, le niveau fondamental de plus haute énergie du ^{87}Rb a un moment cinétique $F = 2$, alors qui est de $F = 3$ pour le ^{85}Rb. Lors de la sélection du sous-niveau Zeeman $m_F = 0$, $\frac{6}{7}$ des atomes seront perdus dans le cas du ^{85}Rb, contre seulement $\frac{4}{5}$ pour le ^{87}Rb. De plus, comme les niveaux hyperfins du ^{87}Rb sont plus écartés, on perd, au cours de la phase de détection, moins d'atomes par dépompage vers le niveau fondamental de plus basse énergie qu'avec du ^{85}Rb. Notons que le changement d'isotope n'est pas l'unique modification qui a été effectuée sur le dispositif expérimental, le système de détection ayant également été modifié, ce qui a permis aussi une augmentation du signal.

L'incertitude statistique obtenue sur notre mesure de l'accélération de la pesanteur (équation 4.180) est environ 7 fois plus élevée que le bruit de projection quantique. Effectuons un rapide bilan du nombre d'atomes participant au signal de fluorescence détecté en sortie d'interféromètre.

Ce bilan est résumé dans le tableau ci-dessous :

étape	nombre d'atomes restant
fin de la phase de refroidissement	10^8
lancement vers le haut	10^7
sélection du sous-niveau $m_F = 0$	$\frac{1}{5} \times 10^7$
probabilité que l'atome change d'état après deux impulsions $\frac{\pi}{2}$	$\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times 10^7$
atomes participant au signal de fluorescence détecté	$0.1 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times 10^7 = 10^5$

. (4.181)

Le nombre d'atomes initialement refroidis est d'environ 10^8. Nous avons vu qu'ensuite, seuls 10% des atomes étaient lancés vers le haut. Les oscillations de Bloch étant sélectives en vitesse, la sélectivité en vitesse des deux premières impulsions $\frac{\pi}{2}$ de l'interféromètre peut être négligée. Ces deux impulsions suivies du faisceau "pousseur" auront donc simplement pour effet une sélection du sous-niveau Zeeman $m_F = 0$, ce qui représente $\frac{1}{5}$ des atomes, puisque ceux-ci sont initialement dans l'état $|F = 2\rangle$. Cependant, en moyenne, après deux impulsions $\frac{\pi}{2}$, un atome n'a que 50% de probabilité de se trouver dans l'état $|F = 1\rangle$, donc seulement la moitié des atomes du sous-niveau Zeeman $m_F = 0$ est conservée après les deux impulsions $\frac{\pi}{2}$ suivies du faisceau "pousseur". Enfin, on peut considérer qu'environ 10% des atomes restants participent au signal de fluorescence détecté en sortie d'interféromètre. Le nombre total d'atomes participant au signal de fluorescence détecté est donc d'environ 10^5.

L'incertitude sur g, due au bruit de projection quantique s'écrit :

$$\Delta g_{PQ} = \frac{1}{\sqrt{N} \left\| \vec{k}_{eff}^{ram} \right\| T_R \left(T_R + T_d \right)}, \tag{4.182}$$

N étant le nombre d'atomes participant aux signal de fluorescence détecté en sortie d'interféromètre. Dans nos conditions expérimentales ($T_R = 6$ ms et $T_d = 103$ ms), nous avons :

$$\Delta g_{PQ} = 3 \cdot 10^{-7} \text{ m/s}^2, \tag{4.183}$$

qui est environ 7 fois plus faible que l'incertitude statistique obtenue expérimentalement.

La valeur de g de l'équation 4.180 est obtenue en prenant en compte la variation du vecteur d'onde effectif Raman dû à l'effet des raies parasites, venant du fait que les raies Raman sont obtenues par modulation de phase. Le temps nécessaire à l'acquisition des franges d'interférences ayant permis de réaliser cette mesure est de 300 s. Grâce aux oscillations de Bloch, les atomes ne se déplacent que de 0.8 mm entre la première et la dernière impulsion Raman.

La comparaison de la valeur de l'accélération de la pesanteur obtenue ci-dessus, avec une mesure effectuée à l'emplacement de l'expérience, avec un gravimètre relatif Scintrex, a cependant montré un écart d'environ $58 \cdot 10^{-6}$ m/s^2, dû très probablement à un mauvais

réglage de la verticalité du laser Raman.

Pour réaliser un interféromètre, après une séquence de lancement identique, ne contenant pas d'oscillations de Bloch entre les deux paires d'impulsions, avec une même amplitude de déplacement des atomes et avec un même temps T_R, il faut prendre $T_d = 13$ ms. Théoriquement, un tel interféromètre a une sensibilité 5.7 fois plus faible que l'interféromètre contenant 75 oscillations de Bloch. Expérimentalement, nous avons pu montrer un gain en sensibilité d'un facteur 3 entre ces deux interféromètres. Ce facteur est plus faible que celui attendu théoriquement, car expérimentalement, nous avons constaté une chute du contraste des franges d'interférences en présence d'oscillations de Bloch au sein de l'interféromètre, lorsque T_R, le nombre d'oscillations de Bloch ou la puissance du laser Bloch augmente.

Nous avons pu expliquer cette chute de contraste par les imperfections de notre laser Bloch, celui-ci étant affecté par du speckle et par une réflexion parasite sur les faces des hublots de la chambre à vide contenant les atomes. Si le problème de la réflexion parasite peut se résoudre assez facilement en utilisant des hublots non perpendiculaires au faisceau laser, réduire l'influence du speckle est plus compliqué. Le saut de vitesse induit sur les atomes du fait des fluctuations d'intensité du laser Bloch étant inversement proportionnel à la taille des grains de speckle, il peut être intéressant d'essayer d'augmenter cette taille. Ceci peut se faire, soit en éloignant les atomes de l'optique générant le speckle, ce qui n'est pas très intéressant pour avoir un dispositif compact, soit en diminuant l'ouverture du faisceau. Cependant, diminuer l'ouverture du faisceau va diminuer sa longueur de Rayleigh et augmenter l'incertitude sur la mesure de g du fait d'une augmentation de la force dipolaire longitudinale. De plus, avec de gros grains de speckle, la moyenne sur le nuage atomique, du saut de vitesse engendré sur les atomes risque de ne plus être nulle, ce qui va engendrer un biais sur la mesure de g.

Il faut aussi s'efforcer de minimiser la profondeur des grains de speckle, en utilisant des optiques très propres et de bonne qualité. La présence de poussières sur l'optique de collimation du laser peut être évitée en mettant celle-ci sous vide, le passage sous vide se faisant au niveau de la sortie de la fibre optique amenant le faisceau du banc laser à la chambre à vide afin de ne pas ajouter d'élément diffusant sur le faisceau au moment du passage sous vide.

Notre bilan des biais sur la mesure de g induits par l'ajout d'oscillations de Bloch dans l'interféromètre ne montre pas de phénomène causant une erreur relative d'un ordre de grandeur supérieur à 10^{-9} qui ne puisse être amélioré aisément ou compensé. Ce bilan n'est cependant pas complet. Nous avons en effet supposé que la moyenne, sur le nuage atomique, des sauts de vitesse induits par le speckle et la réflexion parasite sur le hublot est nulle. Si ce n'est pas le cas, cela induit un biais sur la mesure de l'accélération de la pesanteur. D'autre part, nous avons supposé que le faisceau laser est parfaitement gaussien, ce qui n'est pas le cas expérimentalement, et n'avons, de plus, pas pris en compte les aberrations des optiques.

Expérimentalement, le laser Raman est rétro-réfléchi et les fréquences Raman nécessaires à l'adressage des atomes sont générées par modulation de phase. La modulation de phase génère des fréquences parasites qui vont engendrer une dépendance du vecteur d'onde effectif Raman en fonction de la position des atomes par rapport au miroir de rétro-réflexion du laser, cette dépendance étant périodique, de période $\frac{\pi c}{\omega_{SHF}}$, ω_{SHF} étant l'écart hyperfin du niveau fondamental des atomes. Ces raies parasites engendrent aussi une dépendance de la pulsation de Rabi Raman en fonction de la distance de l'atome au miroir de rétro-réflexion, cette dépendance étant elle aussi périodique, de période $\frac{\pi c}{\omega_{SHF}}$. La mesure de la pulsation de Rabi Raman, en fonction de la position du miroir de rétro-réflexion, a permis de déterminer la position des

atomes par rapport au miroir, à un nombre entier de fois $\frac{\pi c}{\omega_{SHF}}$ près, avec une incertitude de l'ordre de 0.2 mm, ce qui correspond à une incertitude relative sur la valeur de g de seulement $3.6 \cdot 10^{-9}$. Cependant, du fait de fluctuations de température du cristal doubleur de fréquence, les intensités relatives des différentes raies du laser Raman vont fluctuer. La valeur du vecteur d'onde effectif Raman va donc varier au cours du temps. Cet effet n'est pas pris en compte dans l'évaluation faite ci-dessus de l'incertitude sur la mesure de g liée aux raies parasites.

Conclusion générale

Ce travail a permis de réaliser une mesure de l'accélération de la pesanteur par interférométrie atomique, en associant des oscillations de Bloch à un interféromètre de Ramsey-Bordé. La sensibilité de mesure augmentant avec le temps d'interaction des atomes avec la pesanteur, les gravimètres atomiques "classiques" sont limités en durée d'interaction par les dimensions du dispositif utilisés, les atomes étant en chute libre pendant ce temps d'interaction. Les oscillations de Bloch permettent d'empêcher la chute des atomes entre les deux paires d'impulsions de l'interféromètre de Ramsey-Bordé, et donc d'augmenter la durée de l'interféromètre sans être limité par la taille du dispositif expérimental.

Un bilan préliminaire des biais induits par l'ajout d'oscillations de Bloch à l'interféromètre n'a pas montré de phénomène causant une erreur relative sur la mesure de g d'un ordre de grandeur supérieur à 10^{-9} qui ne puisse être amélioré aisément ou compensé. Cependant, nous avons constaté expérimentalement que l'ajout d'oscillations de Bloch cause une perte de contraste des franges d'interférences, le contraste diminuant avec le nombre d'oscillations de Bloch, la puissance du laser Bloch, et la durée T_R entre les deux premières (et les deux dernières) impulsions Raman de l'interféromètre. Il a été possible de montrer, par des calculs d'ordres de grandeur, que cette chute de contraste provient très probablement des imperfections du faisceau laser Bloch, qui induisent un saut de vitesse aléatoire sur les atomes. Cependant, ce phénomène mériterait d'être étudié plus en détail, par exemple par une simulation de Monte-Carlo, afin de quantifier précisément l'effet de ces imperfections sur la mesure de la pesanteur. En effet, ces imperfections sont susceptibles de causer un biais sur la mesure de g, que nous n'avons pas pris en compte dans notre étude.

Malgré ces limitations, il a été possible d'effectuer une mesure de l'accélération de la pesanteur, avec des atomes effectuant 75 oscillations de Bloch dans un réseau stationnaire, entre les deux paires d'impulsions $\frac{\pi}{2}$ d'un interféromètre de Ramsey-Bordé dont les caractéristiques sont les suivantes : $T_R = 6$ ms et $T_d = 103$ ms (T_d est la durée entre les deux paires d'impulsions). Les atomes sont lancés vers le haut avant la première impulsion Raman, grâce à des oscillations de Bloch dans un réseau uniformément accéléré, afin d'avoir une vitesse nulle au moment de l'allumage du réseau stationnaire et de pouvoir y être chargés. La valeur obtenue est :

$$g = 9.808774 \pm 2 \cdot 10^{-6}\ \mathrm{m/s^2},$$

l'incertitude indiquée étant statistique. Cette incertitude est 7 fois plus élevée que l'incertitude liée au bruit de projection quantique. Entre la première et la dernière impulsion de l'interféromètre, les atomes ne se déplacent que de 0.8 mm.

Pour réaliser un interféromètre, après une séquence de lancement identique, ne contenant pas d'oscillation de Bloch entre les deux paires d'impulsions Raman, avec une même amplitude de déplacement des atomes et avec un même temps T_R, il faut prendre $T_d = 13$ ms. Théoriquement, un tel interféromètre a une sensibilité 5.7 fois plus faible que l'interféromètre contenant 75 oscillations de Bloch. Expérimentalement, nous avons pu montrer un gain en

sensibilité d'un facteur 3 entre ces deux interféromètres. Ce facteur est plus faible que celui attendu théoriquement, du fait de la chute du contraste des franges d'interférences induite par les oscillations de Bloch, mais démontre cependant l'intérêt de l'ajout d'oscillations de Bloch pour augmenter la sensibilité de la mesure.

Le dispositif expérimental utilisé pour effectuer cette mesure de g est une modification du dispositif utilisé par O. Carraz pour mesurer l'accélération de la pesanteur avec un interféromètre de Mach-Zehnder [28]. Le réseau permettant de faire subir aux atomes des oscillations de Bloch étant généré grâce à une configuration rétro-réfléchie, l'implémentation du laser Bloch n'a nécessité l'ajout que d'un seul petit banc laser sur le dispositif expérimental, le faisceau laser à 780 nm créant le réseau optique étant généré, comme les autres faisceaux laser déjà présents sur le montage, par doublage de fréquence à partir d'un montage fibré à 1.5 µm. Cela permet, d'une part, d'utiliser des composants télécoms robuste. D'autre part, un montage fibré présente l'avantage d'être stable, ce qui est intéressant si on souhaite pouvoir embarquer le dispositif dans un véhicule en mouvement.

De plus, le faible déplacement des atomes au cours de l'interféromètre permet d'envisager de réduire la taille du dispositif expérimental. Il permet aussi de s'affranchir de certaines contraintes expérimentales, comme par exemple sur le champ magnétique, qui, dans notre cas, ne doit être rendu uniforme que sur une distance de l'ordre du millimètre. Notons cependant que la taille de l'enceinte à vide où se trouvent les atomes sera alors limitée par la taille des faisceaux du piège magnéto-optique, cette taille étant au moins centimétrique, afin d'avoir un flux d'atomes capturés suffisant. Le déplacement des atomes dans les gravimètres atomiques "classiques" les plus sensibles [82, 70] et les plus exacts [86, 75] est supérieur ou de l'ordre de 7 cm. Mais une fontaine atomique, permettrait, pour une même durée d'interaction, d'obtenir un déplacement des atomes centimétrique. Les avantages et inconvénients du lancement par rapport à la technique utilisée dans ce manuscrit restent à étudier. Remarquons cependant que, dans le cas du lancement, le champ magnétique devra être rendu uniforme sur une distance centimétrique.

Les mesures locales d'accélération permettent d'envisager de tester certaines lois de la physique, comme l'effet Casimir-Polder [30] ou la loi de la gravitation de Newton à faible distance [98]. Différents types d'accéléromètres atomiques, ayant pour objectif des mesures locales d'accélération, ont été réalisés jusqu'à présent. Des mesures préliminaires de l'accélération de la pesanteur ont été effectuées [63, 95] grâce à une technique de multi-rebonds quantiques [64] avec des condensats de Bose-Einstein. L'avantage des condensats est leur faible dispersion en vitesse, par rapport à un nuage thermique, mais ils présentent l'inconvénient de nécessiter une étape de refroidissement plus difficile à réaliser.

Différentes mesures locales de l'accélération de la pesanteur ont été effectuées à partir de mesures de la période de Bloch, soit par mesure des oscillations en vitesse des atomes [35, 52, 93, 62], soit en induisant un couplage tunnel entre puits voisins du réseau optique [65, 88, 12]. Les mesures de g réalisées dans les références [62, 88] présentent des résolutions respectives de $9 \cdot 10^{-6}$ m/s^2 et $1.4 \cdot 10^{-6}$ m/s^2. Ces mesures, dont l'incertitude est du même ordre de grandeur que l'incertitude de la mesure effectuée dans ce manuscrit, ont cependant nécessité de conserver la cohérence des atomes dans le réseau optique pendant des durées de l'ordre de la dizaine de secondes, alors qu'ici les atomes ne restent piégés dans le réseau optique que pendant 90 ms. Le gravimètre réalisé dans la référence [88] constitue l'état de l'art des gravimètres atomiques à base d'oscillations de Bloch : sa résolution est de $1.4 \cdot 10^{-6}$ m/s^2 pour un temps d'intégration d'une heure, ce qui, ramené à 1 s, donne une sensibilité de

$8.5 \cdot 10^{-5}$ m/s^2, et son exactitude est du même ordre de grandeur. Le gravimètre réalisé dans ce manuscrit n'a nécessité un temps d'intégration que de 300 s pour obtenir une résolution sur la mesure de g de $2 \cdot 10^{-6}$ m/s^2 (cela correspond à une sensibilité de $3.5 \cdot 10^{-5}$ m/s^2 pour un temps d'intégration de 1 s), et constitue donc une technique très prometteuse pour effectuer des mesures locales d'accélération, et ce, malgré un faisceau laser générant le réseau optique présentant beaucoup d'imperfections et un dispositif expérimental non optimisé pour une telle mesure.

La sensibilité de la mesure de l'accélération de la pesanteur réalisée ici est limitée par la chute du contraste des franges d'interférences due aux imperfections du faisceau laser Bloch, celui-ci étant affecté par du speckle et par une réflexion parasite sur les faces des hublots de la chambre à vide contenant les atomes. Le faisceau laser présente aussi divers défauts de front d'onde qui n'ont pas été étudiés dans ce manuscrit. Une analyse détaillée de l'effet de toutes ces imperfections sur les atomes sera alors nécessaire afin de déterminer les sensibilité et exactitude ultimes de la mesure de g que l'on peut espérer avec le gravimètre réalisé ici.

Notons que le problème de la réflexion parasite peut se résoudre en utilisant des hublots non perpendiculaires au faisceau laser, et que la présence de poussières sur l'optique de collimation du laser peut être évitée en mettant celle-ci sous vide, le passage sous vide se faisant au niveau de la sortie de la fibre optique amenant le faisceau du banc laser à la chambre à vide afin de ne pas ajouter d'élément diffusant sur le faisceau au moment du passage sous vide. Une nouvelle enceinte à vide va être implémentée sur le dispositif expérimental, avec des hublots inclinés, et le passage éventuel sous vide du faisceau laser au niveau de la sortie de la fibre est en cours d'étude.

Annexe A

Calcul de l'enveloppe de la famille de courbes $\mathcal{C}_{u,\Phi_0}$

Considérons la famille de courbes $\mathcal{C}_{u,\Phi_0}$, d'équation :

$$y = \Pi_a(x, u, \Phi_0)\,, \tag{A.1}$$

où

$$\Pi_a(x, u, \Phi_0) = \frac{\pi^2}{4}\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\Psi}{2}\right)\left[\cos\left(\frac{\Psi}{2}\right)\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) - \frac{x}{\Psi}\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)\sin\left(\frac{\Phi}{2}\right)\right]^2, \tag{A.2}$$

avec

$$\begin{cases} \Psi(x) & = & \dfrac{\pi}{2}\sqrt{1+\dfrac{4}{\pi^2}x^2} \\ \Phi(x, u, \Phi_0) & = & \Phi_0 - ux \end{cases}. \tag{A.3}$$

Nous cherchons à calculer l'enveloppe $\mathcal{E}$ de cette famille de courbes. Cette enveloppe est définie de la façon suivante :

$$\text{pour tout } x \text{ il existe un couple } (u_x, \Phi_{0x}) \text{ tel que : } \begin{cases} \mathcal{E}(x) & = & \Pi_a(x, u_x, \Phi_{0x}) & \text{(A.4a)} \\ \dfrac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}x}(x) & = & \dfrac{\partial \Pi_a}{\partial x}(x, u_x, \Phi_{0x}) & \text{(A.4b)} \end{cases}$$

Or on a :

$$\frac{\mathrm{d}\mathcal{E}}{\mathrm{d}x}(x) = \frac{\partial \Pi_a}{\partial x}(x, u_x, \Phi_{0x}) + \frac{\mathrm{d}u_x}{\mathrm{d}x}\frac{\partial \Pi_a}{\partial u}(x, u_x, \Phi_{0x}) + \frac{\mathrm{d}\Phi_{0x}}{\mathrm{d}x}\frac{\partial \Pi_a}{\partial \Phi_0}(x, u_x, \Phi_{0x})\,. \tag{A.5}$$

L'équation A.4b devient donc :

$$\frac{\mathrm{d}u_x}{\mathrm{d}x}\frac{\partial \Pi_a}{\partial u}(x, u_x, \Phi_{0x}) + \frac{\mathrm{d}\Phi_{0x}}{\mathrm{d}x}\frac{\partial \Pi_a}{\partial \Phi_0}(x, u_x, \Phi_{0x}) = 0. \tag{A.6}$$

D'après les équations A.2 et A.3, on remarque que :

$$\frac{\partial \Pi_a}{\partial u}(x, u_x, \Phi_{0x}) = -x\frac{\partial \Pi_a}{\partial \Phi_0}(x, u_x, \Phi_{0x})\,. \tag{A.7}$$

On peut alors réécrire l'équation A.6 sous la forme :

$$\left[-x\frac{\mathrm{d}u_x}{\mathrm{d}x} + \frac{\mathrm{d}\Phi_{0x}}{\mathrm{d}x}\right]\frac{\partial \Pi_a}{\partial \Phi_0}(x, u_x, \Phi_{0x}) = 0. \tag{A.8}$$

Cette équation est vérifiée si :

$$\begin{cases} -x\dfrac{\mathrm{d}u_x}{\mathrm{d}x} + \dfrac{\mathrm{d}\Phi_{0x}}{\mathrm{d}x} &= 0 \qquad \text{(A.9a)} \\ \text{ou} \\ \dfrac{\partial \Pi_a}{\partial \Phi_0}(x, u_x, \Phi_{0x}) &= 0 \qquad \text{(A.9b)} \end{cases}$$

Si on suppose que l'équation A.9b n'est pas vérifiée en un point x_0, alors, comme toutes les fonctions sont continues, l'équation A.9a sera alors vérifiée sur un voisinage de ce point. Les fonctions $x \to u_x$ et $x \to \Phi_{0x}$ sont donc liées par une équation différentielle. Or il n'y a aucune raison que ces fonctions soient liées. L'enveloppe sera donc donnée par le couple (u_x, Φ_{0x}) vérifiant l'équation A.9b.

En utilisant les équations A.2 et A.3, l'équation A.9b est équivalente à :

$$\begin{cases} \cos\left(\dfrac{\Psi}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\Phi_{0x} - u_x x}{2}\right) - \dfrac{x}{\Psi}\sin\left(\dfrac{\Psi}{2}\right)\sin\left(\dfrac{\Phi_{0x} - u_x x}{2}\right) &= 0 \qquad \text{(A.10a)} \\ \text{ou} \\ \cos\left(\dfrac{\Psi}{2}\right)\sin\left(\dfrac{\Phi_{0x} - u_x x}{2}\right) + \dfrac{x}{\Psi}\sin\left(\dfrac{\Psi}{2}\right)\cos\left(\dfrac{\Phi_{0x} - u_x x}{2}\right) &= 0 \qquad \text{(A.10b)} \end{cases}$$

En éliminant l'enveloppe inférieure qui est la fonction nulle (équation A.10a), l'enveloppe cherchée est donnée par les couples (u_x, Φ_{0x}) vérifiant l'équation A.10b. Cette équation donne :

$$\frac{\Phi_{0x}^n - u_x^n x}{2} = -\arctan\left(\frac{x}{\Psi}\tan\left(\frac{\Psi}{2}\right)\right) + n\pi \quad \text{avec} \quad n \in \mathbb{Z}. \tag{A.11}$$

Remarquons que quel que soit n, nous avons :

$$\Pi_a(x, u_x^n, \Phi_{0x}^n) = \Pi_a\big(x, u_x^0, \Phi_{0x}^0\big)\,. \tag{A.12}$$

L'enveloppe $\mathcal{E}$ vaut donc :

$$\mathcal{E}(x) = \frac{\pi^2}{4}\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\Psi}{2}\right)\left[\cos\left(\frac{\Psi}{2}\right)\cos(\Theta) + \frac{x}{\Psi}\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)\sin(\Theta)\right]^2, \tag{A.13}$$

avec

$$\Theta(x) = \arctan\left(\frac{x}{\Psi}\tan\left(\frac{\Psi}{2}\right)\right). \tag{A.14}$$

L'équation A.13 peut s'écrire plus simplement sous la forme :

$$\mathcal{E}(x) = \frac{\pi^2}{4}\mathrm{sinc}^2\left(\frac{\Psi}{2}\right)\left[\cos^2\left(\frac{\Psi}{2}\right) + \left(\frac{x}{\Psi}\right)^2\sin^2\left(\frac{\Psi}{2}\right)\right], \tag{A.15}$$

en utilisant les relations :

$$\begin{cases} \cos(\arctan(\alpha)) &= \dfrac{1}{\sqrt{1+\alpha^2}} \\ \sin(\arctan(\alpha)) &= \dfrac{\alpha}{\sqrt{1+\alpha^2}} \end{cases}. \tag{A.16}$$

Calculons maintenant le quotient $\mathcal{G}(x,u,\Phi_0) = \dfrac{\Pi_a(x,u,\Phi_0)}{\mathcal{E}(x)}$:

$$\mathcal{G}(x,u,\Phi_0) = \frac{\left[\cos\left(\frac{\Psi}{2}\right)\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) - \frac{x}{\Psi}\sin\left(\frac{\Psi}{2}\right)\sin\left(\frac{\Phi}{2}\right)\right]^2}{\cos^2\left(\frac{\Psi}{2}\right) + \left(\frac{x}{\Psi}\right)^2\sin^2\left(\frac{\Psi}{2}\right)}. \tag{A.17}$$

En divisant le numérateur et le dénominateur par $\cos^2\left(\frac{\Psi}{2}\right)$, on obtient :

$$\mathcal{G}(x,u,\Phi_0) = \frac{\left[\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) - \tan(\Theta)\sin\left(\frac{\Phi}{2}\right)\right]^2}{1+\tan^2(\Theta)}. \tag{A.18}$$

En utilisant la relation $\dfrac{1}{1+\tan^2(\Theta)} = \cos^2(\Theta)$, il vient :

$$\mathcal{G}(x,u,\Phi_0) = \left[\cos(\Theta)\cos\left(\frac{\Phi}{2}\right) - \sin(\Theta)\sin\left(\frac{\Phi}{2}\right)\right]^2 = \cos^2\left(\Theta + \frac{\Phi}{2}\right). \tag{A.19}$$

Annexe B

État d'un atome en sortie d'un interféromètre de Ramsey-Bordé

Nous reprenons ici les notations introduites dans le chapitre 1.

Considérons un atome, initialement dans l'état $\left|b, m\vec{v} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$. Nous notons $\vec{v} = \vec{v}_0 + \delta\vec{v}$, où $\vec{v}_0$ vérifie la condition de résonance Raman $\delta_{12ab}(\vec{v}_0) = 0$. Nous allons nous intéresser ici à la probabilité $P_b^{RB}(\delta\vec{v})$ que notre atome se retrouve dans l'état $\left|b, m\vec{v} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$ à la fin d'un interféromètre de Ramsey-Bordé.

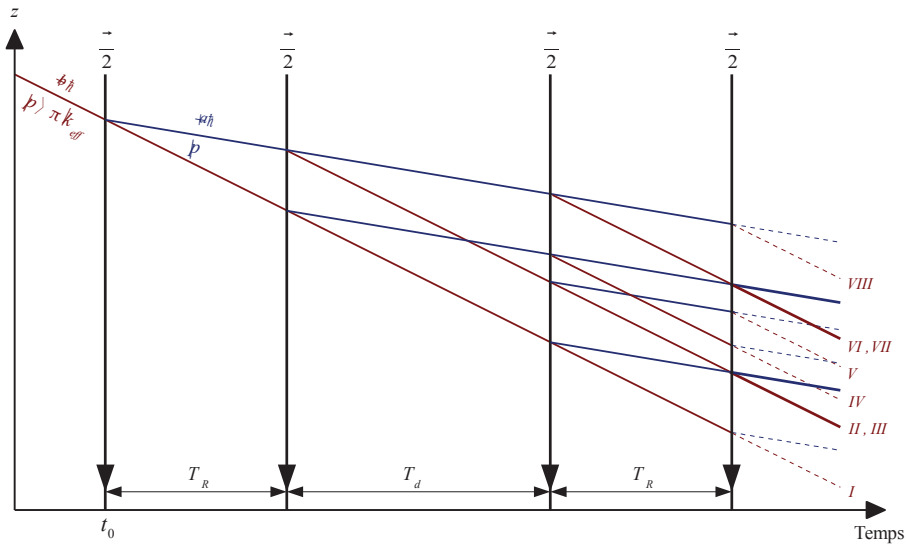


FIGURE B.1 – Trajectoires des différents chemins atomiques qui interfèrent dans un interféromètre de Ramsey-Bordé, pour un atome initialement dans l'état $\left|b, m\vec{v} + \hbar\vec{k}_{eff}\right\rangle$, $\vec{k}_{eff}$, $\vec{g}$ et $\vec{p}$ étant supposés colinéaires. Du fait de la symétrie de l'interféromètre, deux chemins atomiques distincts peuvent avoir des trajectoires confondues à la sortie de l'interféromètre. Ces trajectoires sont représentées en trait plein épais, les trajectoires correspondant à un seul chemin atomique étant représentées en trait tireté à la sortie de l'interféromètre.

L'état atomique en sortie d'interféromètre est donné par l'interférence de huit chemins différents (voir figure B.1). La probabilité $P_b^{RB}(\delta\vec{v})$ va donc s'écrire comme le résultat de cette interférence :

$$P_b^{RB}(\delta\vec{v}) = \left|\sum_{l=I}^{VIII} \alpha_l(\delta\vec{v})\, \mathrm{e}^{i\Phi_l(\delta\vec{v})}\right|^2 . \tag{B.1}$$

Le calcul des $\alpha_l(\delta\vec{v})$ et $\Phi_l(\delta\vec{v})$ s'effectue en considérant les impulsions Raman comme des "lames séparatrices" dont les coefficients de "réflexion" et "transmission" en amplitude sont donnés par les équations 1.41 et 1.42, et en prenant en compte les déphasages liés à la propagation libre de l'atome entre les impulsions Raman. Le résultat de ce calcul est résumé dans le tableau B.2.

l	$\alpha_l(\delta\vec{v})$	$\Phi_l(\delta\vec{v})$
I	$f^*(\delta\vec{v})^4$	$-\omega_b\left(T_d+2T_R\right)+4\delta\omega_{12}\tau_{\frac{\pi}{2}}$
II	$\frac{\pi^2}{4\tau_{\frac{\pi}{2}}^2}g(\delta\vec{v})^2\,f^*(\delta\vec{v})^2$	$-\omega_a T_R-\omega_b\left(T_d+T_R\right)+\delta\phi_{12}^{total}(t_2)-\delta\phi_{12}^{total}(t_3)+3\delta\omega_{12}\tau_{\frac{\pi}{2}}$
III	$\frac{\pi^2}{4\tau_{\frac{\pi}{2}}^2}g(\delta\vec{v})^2\,f^*(\delta\vec{v})^2$	$-\omega_a T_R-\omega_b\left(T_d+T_R\right)+\delta\phi_{12}^{total}(t_0)-\delta\phi_{12}^{total}(t_1)+3\delta\omega_{12}\tau_{\frac{\pi}{2}}$
IV	$\frac{\pi^2}{4\tau_{\frac{\pi}{2}}^2}g(\delta\vec{v})^2\,f^*(\delta\vec{v})^2$	$-\omega_a T_d-2\omega_b T_R+\delta\phi_{12}^{total}(t_1)-\delta\phi_{12}^{total}(t_2)+3\delta\omega_{12}\tau_{\frac{\pi}{2}}$
V	$\left(\frac{\pi^2}{4\tau_{\frac{\pi}{2}}^2}\right)^2 g(\delta\vec{v})^4$	$-2\omega_a T_R-\omega_b T_d+\delta\phi_{12}^{total}(t_0)-\delta\phi_{12}^{total}(t_1)+\delta\phi_{12}^{total}(t_2)-\delta\phi_{12}^{total}(t_3)+2\delta\omega_{12}\tau_{\frac{\pi}{2}}$
VI	$\frac{\pi^2}{4\tau_{\frac{\pi}{2}}^2}g(\delta\vec{v})^2\left\lvert f(\delta\vec{v})\right\rvert^2$	$-\omega_a\left(T_d+T_R\right)-\omega_b T_R+\delta\phi_{12}^{total}(t_1)-\delta\phi_{12}^{total}(t_3)+2\delta\omega_{12}\tau_{\frac{\pi}{2}}$
VII	$\frac{\pi^2}{4\tau_{\frac{\pi}{2}}^2}g(\delta\vec{v})^2\left\lvert f(\delta\vec{v})\right\rvert^2$	$-\omega_a\left(T_d+T_R\right)-\omega_b T_R+\delta\phi_{12}^{total}(t_0)-\delta\phi_{12}^{total}(t_2)+2\delta\omega_{12}\tau_{\frac{\pi}{2}}$
VIII	$\frac{\pi^2}{4\tau_{\frac{\pi}{2}}^2}g(\delta\vec{v})^2\,f(\delta\vec{v})^2$	$-\omega_a\left(T_d+2T_R\right)+\delta\phi_{12}^{total}(t_0)-\delta\phi_{12}^{total}(t_3)+\delta\omega_{12}\tau_{\frac{\pi}{2}}$

, (B.2)

où nous avons noté :

$$\begin{cases} f(\delta\vec{v}) & = & \left[\cos\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right)-i\frac{\delta_{12ab}}{\Omega_R}\sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right)\right] \\ g(\delta\vec{v}) & = & \frac{-i}{\Omega_R}\sin\left(\frac{\Omega_R\tau}{2}\right) \\ \delta\phi_{12}^{total}(t_j) & = & \delta\omega_{12}t_j-\frac{(t_j-t_0)^2}{2}\left(2\pi\alpha-\vec{k}_{eff}\cdot\vec{g}\right)-\delta\phi_{12}(t_j) \\ t_1 & = & t_0+\tau_{\frac{\pi}{2}}+T_R \\ t_2 & = & t_0+2\tau_{\frac{\pi}{2}}+T_R+T_d \\ t_3 & = & t_0+3\tau_{\frac{\pi}{2}}+2T_R+T_d \end{cases}. \tag{B.3}$$

$P_b^{RB}(\delta\vec{v})$ peut se réécrire sous la forme :

$$P_b^{RB}=\sum_{l,m}\alpha_l\alpha_m^*\mathrm{e}^{i(\Phi_l-\Phi_m)}. \tag{B.4}$$

Il est ainsi possible de montrer que P_b^{RB} est une fonction de $\delta v_{\vec{k}_{eff}}=\delta\vec{v}\cdot\vec{u}_{\vec{k}_{eff}}$, avec $\vec{u}_{\vec{k}_{eff}}=\frac{\vec{k}_{eff}}{\|\vec{k}_{eff}\|}$. En effet, f et g sont en fait des fonctions de $\delta v_{\vec{k}_{eff}}$, donc les α_l sont des fonctions de $\delta v_{\vec{k}_{eff}}$. De plus, on peut montrer que chaque différence $\Phi_l-\Phi_m$ est aussi une fonction de $\delta v_{\vec{k}_{eff}}$.

D'après le tableau B.2, nous constatons que les différences $\Phi_{III}-\Phi_{II}$ et $\Phi_{VII}-\Phi_{VI}$ sont indépendantes de la vitesse de l'atome, et que, dans le cas où $T_R\neq T_d$, ce sont les seules

en dehors des termes de phase nulle correspondant aux cas $l = m$. Ces différences de phase correspondent aux déphasages entre les chemins dont les trajectoires sont confondues à la sortie de l'interféromètre (voir figure B.1). Isolons, dans l'expression de P_b^{RB}, tous les termes dont la phase est indépendante de la vitesse de l'atome :

$$\begin{aligned} P_b^{RB} = & |f|^8 + \left(\frac{\pi^2}{4\tau_{\frac{\pi}{2}}^2}\right)^4 |g|^8 + 6\left(\frac{\pi^2}{4\tau_{\frac{\pi}{2}}^2}\right)^2 |g|^4 |f|^4 + 4\left(\frac{\pi^2}{4\tau_{\frac{\pi}{2}}^2}\right)^2 |g|^4 |f|^4 \cos(\Phi_{RB}) \\ & + 2 \sum_{\substack{l\, m(l,m)\notin\{II,III\}^2 \\ (l,m)\notin\{VI,VII\}^2}} \Re\left(\alpha_l \alpha_m^* \mathrm{e}^{i(\Phi_l - \Phi_m)}\right), \end{aligned} \tag{B.5}$$

avec :

$$\Phi_{RB} = \delta\phi_{12}^{total}(t_0) - \delta\phi_{12}^{total}(t_1) - \delta\phi_{12}^{total}(t_2) + \delta\phi_{12}^{total}(t_3)\,. \tag{B.6}$$

Considérons à présent le cas d'un ensemble d'atomes, tels que $\delta v_{\vec{k}_{eff}}$ soit distribuée selon la loi $\mathcal{F}$. $\mathcal{F}$ est une fonction en cloche dont la demi-largeur à mi-hauteur est notée $\delta v_{\vec{k}_{eff}}^{max}$ et dont l'intégrale sur $\mathbb{R}$ vaut 1. Dans le cas où $\delta v_{\vec{k}_{eff}}^{max} \gg \frac{1}{T_R\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}$ et $\delta v_{\vec{k}_{eff}}^{max} \gg \frac{1}{T_d\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}$, le dernier terme de l'équation B.5 pourra être négligé dans le calcul de la probabilité résultante $P_{b\,RB}^{tot}$, intégrée sur l'ensemble des vitesses atomiques. Il se compose en effet d'une somme de termes oscillant avec des périodes caractéristiques de l'ordre de $\frac{1}{T_R\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}$ ou $\frac{1}{T_d\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}$.

Le contraste C des franges obtenues en sortie d'interféromètre, intégrées sur l'ensemble des vitesses atomiques, va alors s'écrire :

$$C = \frac{4\left(\frac{\pi^2}{4\tau_{\frac{\pi}{2}}^2}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}\,|fg|^4\,\mathrm{d}\delta v_{\vec{k}_{eff}}}{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}\,|f|^8\,\mathrm{d}\delta v_{\vec{k}_{eff}} + \left(\frac{\pi^2}{4\tau_{\frac{\pi}{2}}^2}\right)^4 \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}\,|g|^8\,\mathrm{d}\delta v_{\vec{k}_{eff}} + 6\left(\frac{\pi^2}{4\tau_{\frac{\pi}{2}}^2}\right)^2 \int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{F}\,|fg|^4\,\mathrm{d}\delta v_{\vec{k}_{eff}}}. \tag{B.7}$$

Les largeurs caractéristiques des fonctions $|f|$ et $|g|$ sont de l'ordre de $\frac{1}{\tau_{\frac{\pi}{2}}\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}$. En faisant l'hypothèse supplémentaire $\delta v_{\vec{k}_{eff}}^{max} \ll \frac{1}{\tau_{\frac{\pi}{2}}\left\|\vec{k}_{eff}\right\|}$, nous pouvons faire les approximations $\left|f\left(\delta v_{\vec{k}_{eff}}\right)\right| \simeq |f(0)| = \frac{1}{\sqrt{2}}$ et $\left|g\left(\delta v_{\vec{k}_{eff}}\right)\right| \simeq |g(0)| = \frac{1}{\sqrt{2}}\frac{2\tau_{\frac{\pi}{2}}}{\pi}$. Dans ce cas nous avons simplement :

$$C \simeq \frac{1}{2}. \tag{B.8}$$

Annexe C

Calcul de la vitesse moyenne d'un atome dans un état propre du hamiltonien décrivant l'atome soumis à un réseau optique

Le calcul présenté ici est tiré de [13].

Rappelons l'expression du hamiltonien décrivant un atome soumis à un réseau optique stationnaire, formé par deux laser contrapropageants, dont les vecteurs d'onde sont colinéaires à l'axe Oz et de norme k (voir équation 2.28) :

$$H = \frac{\hat{p}^2}{2m} + \frac{U_0}{2}\cos(2k\hat{z})\,. \tag{C.1}$$

Nous cherchons à calculer la valeur moyenne de l'opérateur vitesse $\hat{v} = \frac{\hat{p}}{m}$, d'un atome dans un état propre du hamiltonien C.1. Nous avons vu au chapitre 2, que les valeurs propres du hamiltonien C.1 forment des bandes d'énergie $E_n(Q)$, avec $n \in \mathbb{N}^*$, et que l'état propre associé à la n^{e} bande d'énergie s'écrit :

$$\psi_{n,Q}(z) = u_{n,Q}(z)\,\mathrm{e}^{iQz}, \tag{C.2}$$

où $u_{n,Q}(z)$ est vecteur propre du hamiltonien :

$$H_Q = \frac{(\hat{p} + \hbar Q)^2}{2m} + \frac{U_0}{2}\cos(2k\hat{z})\,. \tag{C.3}$$

La valeur moyenne de l'opérateur vitesse, pour un atome dans l'état propre associé à la n^{e} bande d'énergie, va alors s'écrire :

$$\langle\hat{v}\rangle_n = \frac{1}{m}\langle\psi_{n,Q}|\,\hat{p}\,|\psi_{n,Q}\rangle = -i\frac{\hbar}{m}\langle\psi_{n,Q}|\,\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}z}\,|\psi_{n,Q}\rangle\,. \tag{C.4}$$

Or,

$$\frac{\mathrm{d}\psi_{n,Q}}{\mathrm{d}z}(z) = iQ\psi_{n,Q}(z) + \mathrm{e}^{iQz}\frac{\mathrm{d}u_{n,Q}}{\mathrm{d}z}(z)\,. \tag{C.5}$$

Donc :

$$\langle\hat{v}\rangle_n = \frac{1}{m}\langle u_{n,Q}|\,(\hat{p} + \hbar Q)\,|u_{n,Q}\rangle\,. \tag{C.6}$$

Dérivons par rapport à Q l'équation $H_Q \left|u_{n,Q}\right\rangle = E_n(Q) \left|u_{n,Q}\right\rangle$. On obtient :

$$\frac{\hbar}{m} \left(\hat{p} + \hbar Q\right) \left|u_{n,Q}\right\rangle + H_Q \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Q} \left|u_{n,Q}\right\rangle = \frac{\mathrm{d}E_n}{\mathrm{d}Q} \left|u_{n,Q}\right\rangle + E_n \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}Q} \left|u_{n,Q}\right\rangle . \tag{C.7}$$

En projetant cette équation sur l'état $\left|u_{n,Q}\right\rangle$, on a alors :

$$\left\langle \hat{v} \right\rangle_n = \frac{1}{\hbar} \frac{\mathrm{d}E_n}{\mathrm{d}Q}. \tag{C.8}$$

Bibliographie

[1] Http ://www.esa.int/esaLP/ESAYEK1VMOC_LPgoce_0.html

[2] Http ://www.csr.utexas.edu/grace/

[3] Http ://www.microglacoste.com/system6.php

[4] Http ://scintrexltd.com/internal.php ?storeCategoryID=1&subcatID=9&s_page=Gravity

[5] Http ://catalog.gwrinstruments.com/category/gravity-meters&bc=100%7C1001

[6] Http ://www.microglacoste.com/a10.php

[7] Http ://www.microglacoste.com/absolutemeters.php

[8] Http ://www.microglacoste.com/fg5.php

[9] A. Alberti, G. Ferrari, V. V. Ivanov, M. L. Chiofalo et G. M. Tino, *Atomic wave packets in amplitude-modulated vertical optical lattices*, New Journal of Physics, **12 (6)**, (2010), 065037

[10] Y. Baklanov, V. Chebotayev et B. Dubetsky, *The resonance of two-photon absorption in separated optical fields*, Applied Physics A : Materials Science and Processing, **11**, (1976), 201–202

[11] Y. Baklanov, B. Dubetsky et V. Chebotayev, *Non-linear ramsey resonance in the optical region*, Applied Physics A : Materials Science and Processing, **9**, (1976), 171–173

[12] Q. Beaufils, G. Tackmann, X. Wang, B. Pelle, S. Pelisson, P. Wolf et F. Pereira dos Santos, *Laser Controlled Tunneling in a Vertical Optical Lattice*, Phys. Rev. Lett., **106**, (2011), 213002

[13] M. Ben Dahan, *Transport et relaxation d'atomes de Césium : oscillations de Bloch et résonance de diffusion*, Thèse de doctorat, Université Paris VI (1997)

[14] M. Ben Dahan, E. Peik, J. Reichel, Y. Castin et C. Salomon, *Bloch Oscillations of Atoms in an Optical Potential*, Phys. Rev. Lett., **76**, (1996), 4508–4511

[15] J. C. Bergquist, S. A. Lee et J. L. Hall, *Saturated Absorption with Spatially Separated Laser Fields : Observation of Optical "Ramsey" Fringes*, Phys. Rev. Lett., **38 (4)**, (1977), 159–162

[16] F. Bloch, *Über die Quantenmechanik der Elektronen in Kristallgittern*, Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei, **52**, (1928), 555–600

[17] Q. Bodart, S. Merlet, N. Malossi, F. Pereira Dos Santos, P. Bouyer et A. Landragin, *A cold atom pyramidal gravimeter with a single laser beam*, **96 (13)**, (2010), 134101

[18] C. Bordé, *Atomic interferometry with internal state labelling*, Physics Letters A, **140 (1-2)**, (1989), 10–12

[19] C. J. Bordé, C. Salomon, S. Avrillier, A. van Lerberghe, C. Bréant, D. Bassi et G. Scoles, *Optical Ramsey fringes with traveling waves*, Phys. Rev. A, **30 (4)**, (1984), 1836–1848

[20] M. Born et V. Fock, *Beweis des Adiabatensatzes*, Zeitschrift für Physik A Hadrons and Nuclei, **51**, (1928), 165–180

[21] R. Bouchendira, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez et F. Biraben, *New Determination of the Fine Structure Constant and Test of the Quantum Electrodynamics*, Phys. Rev. Lett., **106**, (2011), 080801

[22] S. Branca, D. Carbone et F. Greco, *Intrusive mechanism of the 2002 NE-Rift eruption at Mt. Etna (Italy) inferred through continuous microgravity data and volcanological evidences*, Geophys. Res. Lett., **30 (20)**, (2003), 2077

[23] A. M. Burton, *Improving the Accuracy and Resolution of SINS/DGPS Airborne Gravimetry*, Thèse de doctorat, University Calgary (2000)

[24] M. Cadoret, *Application des oscillations de Bloch d'atomes ultra-froids et de l'interférométrie atomique à la mesure de h/m et à la détermination de la constante de structure fine*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (2008)

[25] M. Cadoret, E. de Mirandes, P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien et F. Biraben, *Combination of Bloch Oscillations with a Ramsey-Bordé Interferometer : New Determination of the Fine Structure Constant*, Phys. Rev. Lett., **101**, (2008), 230801

[26] S. B. Cahn, A. Kumarakrishnan, U. Shim, T. Sleator, P. R. Berman et B. Dubetsky, *Time-Domain de Broglie Wave Interferometry*, Phys. Rev. Lett., **79**, (1997), 784–787

[27] O. Carnal et J. Mlynek, *Young's double-slit experiment with atoms : A simple atom interferometer*, Phys. Rev. Lett., **66 (21)**, (1991), 2689–2692

[28] O. Carraz, *Gravimétrie atomique embarquable : étude théorique et expérimentale de l'instrument*, Thèse de doctorat, Observatoire de Paris (2009)

[29] O. Carraz, F. Lienhart, R. Charrière, M. Cadoret, N. Zahzam, Y. Bidel et A. Bresson, *Compact and robust laser system for onboard atom interferometry*, Applied Physics B : Lasers and Optics, **97**, (2009), 405–411

[30] H. B. G. Casimir et D. Polder, *The Influence of Retardation on the London-van der Waals Forces*, Phys. Rev., **73**, (1948), 360–372

[31] S.-W. Chiow, S. Herrmann, S. Chu et H. Müller, *Noise-Immune Conjugate Large-Area Atom Interferometers*, Phys. Rev. Lett., **103**, (2009), 050402

[32] S.-W. Chiow, T. Kovachy, H.-C. Chien et M. A. Kasevich, $102\hbar k$ *Large Area Atom Interferometers*, Phys. Rev. Lett., **107**, (2011), 130403

[33] P. Clade, *Oscillations de Bloch d'atomes ultrafroids et mesure de la constante de structure fine*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie (2005)

[34] P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, F. Nez et F. Biraben, *Large Momentum Beam Splitter Using Bloch Oscillations*, Phys. Rev. Lett., **102**, (2009), 240402

[35] P. Cladé, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien et F. Biraben, *A promising method for the measurement of the local acceleration of gravity using Bloch oscillations of ultracold atoms in a vertical standing wave*, Europhys. Lett., **71 (5)**, (2005), 730–736

[36] P. Cladé, E. de Mirandes, M. Cadoret, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien et F. Biraben, *Determination of the Fine Structure Constant Based on Bloch Oscillations of Ultracold Atoms in a Vertical Optical Lattice*, Phys. Rev. Lett., **96**, (2006), 033001

[37] P. Cladé, E. de Mirandes, M. Cadoret, S. Guellati-Khélifa, C. Schwob, F. Nez, L. Julien et F. Biraben, *Precise measurement of* h/m_{Rb} *using Bloch oscillations in a vertical optical lattice : Determination of the fine-structure constant*, Phys. Rev. A, **74**, (2006), 052109

[38] P. Cladé, T. Plisson, S. Guellati-Khélifa, F. Nez et F. Biraben, *Theoretical analysis of a large momentum beamsplitter using Bloch oscillations*, Eur. Phys. J. D, **59 (3)**, (2010), 349–360

[39] C. Cohen-Tannoudji, B. Diu et F. Laloë, *Mécanique quantique*, (Hermann, 1998)

[40] R. Colella, A. W. Overhauser et S. A. Werner, *Observation of Gravitationally Induced Quantum Interference*, Phys. Rev. Lett., **34**, (1975), 1472–1474

[41] A. D. Cronin, J. Schmiedmayer et D. E. Pritchard, *Optics and interferometry with atoms and molecules*, Rev. Mod. Phys., **81**, (2009), 1051–1129

[42] G. D'Agostino, S. Desogus, A. Germak, C. Origlia, D. Quagliotti, G. Berrino, G. Corrado, V. Derrico et G. Ricciardi, *The new IMGC-02 transportable absolute gravimeter : measurement apparatus and applications in geophysics and volcanology*, Annals of Geophysics, **51 (1)**, (2008), 39

[43] J. Dainty, A. Ennos, M. Françon, J. Goodman, T. McKechnie et G. Parry, *Laser Speckle and Related Phenomena*, Vol. 9 de *Topics in Applied Physics*, (Springer Berlin / Heidelberg, 1975)

[44] J. H. Denschlag, J. E. Simsarian, H. Häffner, C. McKenzie, A. Browaeys, D. Cho, K. Helmerson, S. L. Rolston et W. D. Phillips, *A Bose-Einstein condensate in an optical lattice*, Journal of Physics B : Atomic, Molecular and Optical Physics, **35 (14)**, (2002), 3095

[45] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan et M. A. Kasevich, *Testing General Relativity with Atom Interferometry*, Phys. Rev. Lett., **98**, (2007), 111102

[46] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan et M. A. Kasevich, *General relativistic effects in atom interferometry*, Phys. Rev. D, **78**, (2008), 042003

[47] S. Dimopoulos, P. W. Graham, J. M. Hogan, M. A. Kasevich et S. Rajendran, *Atomic gravitational wave interferometric sensor*, Phys. Rev. D, **78**, (2008), 122002

[48] M. R. Drinkwater, R. Haagmans, D. Muzi, A. Popescu, R. Floberghagen, M. Kern et M. Fehringer, *THE GOCE GRAVITY MISSION : ESA'S FIRST CORE EARTH EXPLORER*, *dans Proceedings of the 3rd International GOCE User Workshop, 6-8 November, 2006, Frascati, Italy*, S. 1–8, (ESA Special Publication, 2007)

[49] D. S. Durfee, Y. K. Shaham et M. A. Kasevich, *Long-Term Stability of an Area-Reversible Atom-Interferometer Sagnac Gyroscope*, Phys. Rev. Lett., **97**, (2006), 240801

[50] A. Einstein, *Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen*, *dans The collected papers of Albert Einstein*, Vol. 2 (1907)

[51] C. R. Ekstrom, J. Schmiedmayer, M. S. Chapman, T. D. Hammond et D. E. Pritchard, *Measurement of the electric polarizability of sodium with an atom interferometer*, Phys. Rev. A, **51**, (1995), 3883–3888

[52] G. Ferrari, N. Poli, F. Sorrentino et G. M. Tino, *Long-Lived Bloch Oscillations with Bosonic Sr Atoms and Application to Gravity Measurement at the Micrometer Scale*, Phys. Rev. Lett., **97**, (2006), 060402

[53] J. B. Fixler, G. T. Foster, J. M. McGuirk et M. A. Kasevich, *Atom Interferometer Measurement of the Newtonian Constant of Gravity*, Science, **315 (5808)**, (2007), 74–77

[54] S. Fray, C. A. Diez, T. W. Hänsch et M. Weitz, *Atomic Interferometer with Amplitude Gratings of Light and Its Applications to Atom Based Tests of the Equivalence Principle*, Phys. Rev. Lett., **93**, (2004), 240404

[55] C. Freier, *Measurement of Local Gravity using Atom Interferometry*, Thèse de doctorat, Technische Universität Berlin (2010)

[56] C. Förste, R. Schmidt, R. Stubenvoll, F. Flechtner, U. Meyer, R. König, H. Neumayer, R. Biancale, J.-M. Lemoine, S. Bruinsma, S. Loyer, F. Barthelmes et S. Esselborn, *The GeoForschungsZentrum Potsdam/Groupe de Recherche de Géodésie Spatiale satellite-only and combined gravity field models : EIGEN-GL04S1 and EIGEN-GL04C*, Journal of Geodesy, **82**, (2008), 331–346

[57] A. Gauguet, B. Canuel, T. Lévèque, W. Chaibi et A. Landragin, *Characterization and limits of a cold-atom Sagnac interferometer*, Phys. Rev. A, **80**, (2009), 063604

[58] R. Geiger, V. Menoret, G. Stern, N. Zahzam, P. Cheinet, B. Battelier, A. Villing, F. Moron, M. Lours, Y. Bidel, A. Bresson, A. Landragin et P. Bouyer, *Detecting inertial effects with airborne matter-wave interferometry*, Nat Commun, **2**, (2011), 474

[59] G. Genevès, P. Gournay, F. Villar, P. Pinot, P. Juncar, M. Lecollinet, L. Chassagne, A. Clairon, A. Landragin, D. Holleville, F. Pereira Dos Santos, J. David, M. Besbes, F. Alves, S. Topçu, D. Haddad, A. Gosset, Z. Silvestri, P.-A. Meury, T. Madec et S. Macé, *La balance du watt : vers une nouvelle définition de l'unité de masse ?*, Revue Française de Métrologie, **9**, (2007), 3

[60] D. M. Giltner, R. W. McGowan et S. A. Lee, *Atom Interferometer Based on Bragg Scattering from Standing Light Waves*, Phys. Rev. Lett., **75**, (1995), 2638–2641

[61] P. L. Gould, G. A. Ruff et D. E. Pritchard, *Diffraction of atoms by light : The near-resonant Kapitza-Dirac effect*, Phys. Rev. Lett., **56 (8)**, (1986), 827–830

[62] M. Gustavsson, E. Haller, M. J. Mark, J. G. Danzl, G. Rojas-Kopeinig et H.-C. Nägerl, *Control of Interaction-Induced Dephasing of Bloch Oscillations*, Phys. Rev. Lett., **100**, (2008), 080404

[63] K. J. Hughes, J. H. T. Burke et C. A. Sackett, *Suspension of Atoms Using Optical Pulses, and Application to Gravimetry*, Phys. Rev. Lett., **102**, (2009), 150403

[64] F. Impens et C. J. Bordé, *Space-time sensors using multiple-wave atom levitation*, Phys. Rev. A, **80**, (2009), 031602

[65] V. V. Ivanov, A. Alberti, M. Schioppo, G. Ferrari, M. Artoni, M. L. Chiofalo et G. M. Tino, *Coherent Delocalization of Atomic Wave Packets in Driven Lattice Potentials*, Phys. Rev. Lett., **100**, (2008), 043602

[66] M. Kasevich et S. Chu, *Atomic interferometry using stimulated Raman transitions*, Phys. Rev. Lett., **67 (2)**, (1991), 181–184

[67] D. W. Keith, M. L. Schattenburg, H. I. Smith et D. E. Pritchard, *Diffraction of Atoms by a Transmission Grating*, Phys. Rev. Lett., **61 (14)**, (1988), 1580–1583

[68] B. P. Kibble et G. J. Hunt, *A Measurement of the Gyromagnetic Ratio of the Proton in a Strong Magnetic Field*, Metrologia, **15 (1)**, (1979), 5

[69] T. Kovachy, J. M. Hogan, D. M. S. Johnson et M. A. Kasevich, *Optical lattices as waveguides and beam splitters for atom interferometry : An analytical treatment and proposal of applications*, Phys. Rev. A, **82**, (2010), 013638

[70] J. Le Gouët, T. Mehlstäubler, J. Kim, S. Merlet, A. Clairon, A. Landragin et F. Pereira Dos Santos, *Limits to the sensitivity of a low noise compact atomic gravimeter*, Applied Physics B : Lasers and Optics, **92**, (2008), 133–144

[71] P. D. Lett, R. N. Watts, C. I. Westbrook, W. D. Phillips, P. L. Gould et H. J. Metcalf, *Observation of Atoms Laser Cooled below the Doppler Limit*, Phys. Rev. Lett., **61 (2)**, (1988), 169–172

[72] T. Lévèque, A. Gauguet, F. Michaud, F. Pereira Dos Santos et A. Landragin, *Enhancing the Area of a Raman Atom Interferometer Using a Versatile Double-Diffraction Technique*, Phys. Rev. Lett., **103**, (2009), 080405

[73] F. Lienhart, *Étude d'un gravimètre à atomes froids embarquable*, Thèse de doctorat, Observatoire de Paris (2007)

[74] A. Louchet-Chauvet, T. Farah, Q. Bodart, A. Clairon, A. Landragin, S. Merlet et F. Pereira Dos Santos, *The influence of transverse motion within an atomic gravimeter*, New Journal of Physics, **13 (6)**, (2011), 065025

[75] A. Louchet-Chauvet, S. Merlet, Q. Bodart, A. Landragin, F. Pereira Dos Santos, H. Baumann, G. D'Agostino et C. Origlia, *Comparison of 3 Absolute Gravimeters Based on Different Methods for the e-MASS Project*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, **60 (7)**, (2011), 2527

[76] N. Malossi, Q. Bodart, S. Merlet, T. Lévèque, A. Landragin et F. Pereira Dos Santos, *Double diffraction in an atomic gravimeter*, Phys. Rev. A, **81**, (2010), 013617

[77] P. J. Mar, B. G. Oldaker, A. H. Miklich et D. E. Pritchard, *Bragg scattering of atoms from a standing light wave*, Phys. Rev. Lett., **60 (6)**, (1988), 515–518

[78] J. M. McGuirk, M. J. Snadden et M. A. Kasevich, *Large Area Light-Pulse Atom Interferometry*, Phys. Rev. Lett., **85**, (2000), 4498–4501

[79] N. D. Mermin et N. W. Ashcroft, *Physique des solides*, (EDP SCIENCES, 2003)

[80] K. Moler, D. S. Weiss, M. Kasevich et S. Chu, *Theoretical analysis of velocity-selective Raman transitions*, Phys. Rev. A, **45 (1)**, (1992), 342–348

[81] H. Müller, S.-W. Chiow, S. Herrmann et S. Chu, *Atom Interferometers with Scalable Enclosed Area*, Phys. Rev. Lett., **102**, (2009), 240403

[82] H. Müller, S.-W. Chiow, S. Herrmann, S. Chu et K.-Y. Chung, *Atom-Interferometry Tests of the Isotropy of Post-Newtonian Gravity*, Phys. Rev. Lett., **100**, (2008), 031101

[83] H. Müller, S.-W. Chiow, Q. Long, S. Herrmann et S. Chu, *Atom Interferometry with up to 24-Photon-Momentum-Transfer Beam Splitters*, Phys. Rev. Lett., **100**, (2008), 180405

[84] T. M. Niebauer, G. S. Sasagawa, J. E. Faller, R. Hilt et F. Klopping, *A new generation of absolute gravimeters*, Metrologia, **32 (3)**, (1995), 159

[85] E. Peik, M. Ben Dahan, I. Bouchoule, Y. Castin et C. Salomon, *Bloch oscillations of atoms, adiabatic rapid passage, and monokinetic atomic beams*, Phys. Rev. A, **55 (4)**, (1997), 2989–3001

[86] A. Peters, K. Y. Chung et S. Chu, *High-precision gravity measurements using atom interferometry*, Metrologia, **38 (1)**, (2001), 25

[87] T. Pfau, C. Kurtsiefer, C. S. Adams, M. Sigel et J. Mlynek, *Magneto-optical beam splitter for atoms*, Phys. Rev. Lett., **71**, (1993), 3427–3430

[88] N. Poli, F.-Y. Wang, M. G. Tarallo, A. Alberti, M. Prevedelli et G. M. Tino, *Precision Measurement of Gravity with Cold Atoms in an Optical Lattice and Comparison with a Classical Gravimeter*, Phys. Rev. Lett., **106**, (2011), 038501

[89] J.-P. Pérez, *Optique : Fondements et applications*, (Dunod, 2004)

[90] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu et D. E. Pritchard, *Trapping of Neutral Sodium Atoms with Radiation Pressure*, Phys. Rev. Lett., **59 (23)**, (1987), 2631–2634

[91] N. F. Ramsey, *A Molecular Beam Resonance Method with Separated Oscillating Fields*, Phys. Rev., **78 (6)**, (1950), 695–699

[92] E. M. Rasel, M. K. Oberthaler, H. Batelaan, J. Schmiedmayer et A. Zeilinger, *Atom Wave Interferometry with Diffraction Gratings of Light*, Phys. Rev. Lett., **75**, (1995), 2633–2637

[93] G. Roati, E. de Mirandes, F. Ferlaino, H. Ott, G. Modugno et M. Inguscio, *Atom Interferometry with Trapped Fermi Gases*, Phys. Rev. Lett., **92**, (2004), 230402

[94] A. J. Romaides, J. C. Battis, R. W. Sands, A. Zorn, D. O. Benson Jr et D. J. DiFrancesco, *A comparison of gravimetric techniques for measuring subsurface void signals*, Journal of Physics D : Applied Physics, **34 (3)**, (2001), 433

[95] M. Robert-de Saint-Vincent, J.-P. Brantut, C. J. Bordé, A. Aspect, T. Bourdel et P. Bouyer, *A quantum trampoline for ultra-cold atoms*, EPL, **89 (1)**, (2010), 10002

[96] D. Schmerge et O. Francis, *Set standard deviation, repeatability and offset of absolute gravimeter A10-008*, Metrologia, **43 (5)**, (2006), 414

[97] M. J. Snadden, J. M. McGuirk, P. Bouyer, K. G. Haritos et M. A. Kasevich, *Measurement of the Earth's Gravity Gradient with an Atom Interferometer-Based Gravity Gradiometer*, Phys. Rev. Lett., **81**, (1998), 971–974

[98] F. Sorrentino, A. Alberti, G. Ferrari, V. V. Ivanov, N. Poli, M. Schioppo et G. M. Tino, *Quantum sensor for atom-surface interactions below* 10 μm, Phys. Rev. A, **79**, (2009), 013409

[99] D. A. Steck, *Rubidium 85 D Line Data* (2008)

[100] R. L. Steiner, E. R. Williams, R. Liu et D. B. Newell, *Uncertainty Improvements of the NIST Electronic Kilogram*, IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, **56**, (2007), 592–596

[101] G. Varoquaux, R. A. Nyman, R. Geiger, P. Cheinet, A. Landragin et P. Bouyer, *How to estimate the differential acceleration in a two-species atom interferometer to test the equivalence principle*, New Journal of Physics, **11 (11)**, (2009), 113010

[102] G. H. Wannier, *The Structure of Electronic Excitation Levels in Insulating Crystals*, Phys. Rev., **52**, (1937), 191–197

[103] M. Weitz, B. C. Young et S. Chu, *Atomic Interferometer Based on Adiabatic Population Transfer*, Phys. Rev. Lett., **73**, (1994), 2563–2566

[104] S. R. Wilkinson, C. F. Bharucha, K. W. Madison, Q. Niu et M. G. Raizen, *Observation of Atomic Wannier-Stark Ladders in an Accelerating Optical Potential*, Phys. Rev. Lett., **76**, (1996), 4512–4515

[105] P. Wolf, P. Lemonde, A. Lambrecht, S. Bize, A. Landragin et A. Clairon, *From optical lattice clocks to the measurement of forces in the Casimir regime*, Phys. Rev. A, **75**, (2007), 063608

[106] C. Zener, *Non-adiabatic crossing of energy levels*, Proc. Soc. Lond. A, **137**, (1932), 696–702

[107] L. Zhou, Z. Xiong, W. Yang, B. Tang, W. Peng, K. Hao, R. Li, M. Liu, J. Wang et M. Zhan, *Development of an atom gravimeter and status of the 10-meter atom interferometer for precision gravity measurement*, General Relativity and Gravitation, **43**, (2011), 1931–1942

[108] T. van Zoest, N. Gaaloul, Y. Singh, H. Ahlers, W. Herr, S. T. Seidel, W. Ertmer, E. Rasel, M. Eckart, E. Kajari, S. Arnold, G. Nandi, W. P. Schleich, R. Walser, A. Vogel, K. Sengstock, K. Bongs, W. Lewoczko-Adamczyk, M. Schiemangk, T. Schuldt, A. Peters, T. Könemann, H. Müntinga, C. Lämmerzahl, H. Dittus, T. Steinmetz, T. W. Hänsch et J. Reichel, *Bose-Einstein Condensation in Microgravity*, Science, **328 (5985)**, (2010), 1540–1543

Optimisation d'un capteur inertiel à atomes froids par une nouvelle technique de mesure accélérométrique combinant interférométrie atomique et oscillations de Bloch

Ce travail a permis de montrer la faisabilité d'une mesure de l'accélération de pesanteur par interférométrie atomique, en associant des oscillations de Bloch atomiques à un interféromètre de Ramsey-Bordé à transitions Raman stimulées.

La sensibilité de mesure de ce type d'instrument augmentant avec le temps d'interaction, les gravimètres atomiques classiques, à trois impulsions Raman, sont limités en sensibilité par les dimensions du dispositif utilisé, les atomes étant en chute libre pendant toute la durée d'interaction. Les oscillations de Bloch permettent de limiter la chute des atomes dans l'interféromètre, et donc, d'une part, d'augmenter la durée de celui-ci sans être limité par la taille du dispositif expérimental et, d'autre part, d'effectuer une mesure locale de l'accélération de la pesanteur. Cela est notamment intéressant pour envisager une réduction de la taille de ce genre d'instrument, ou des mesures d'interactions à courtes distances.

Il a été possible d'effectuer une mesure de l'accélération de pesanteur, avec une résolution de 2.10^{-7} g pour un temps d'intégration de 300 s, ce qui est une des mesures les plus sensibles réalisées jusqu'alors avec un gravimètre atomique à oscillations de Bloch. Le déplacement des atomes pendant la durée de l'interféromètre est d'environ 1 mm. Les limitations de la sensibilité de la mesure semblent dues à des imperfections du laser utilisé pour générer le réseau optique permettant les oscillations de Bloch. Ces imperfections sont principalement du speckle, induit par les défauts des différents éléments optiques traversés par le faisceau laser, et une réflexion parasite sur les hublots de la chambre à vide contenant les atomes.

Mots-clés : **gravimétrie, atomes froids, oscillations de Bloch, interférométrie atomique, transitions Raman, mesure locale d'accélération**

Optimization of a cold atom inertial sensor with a new accelerometric measurement technique combining atom interferometry and Bloch oscillations

This work has shown the feasibility of measuring the gravity by atom interferometry, combining atomic Bloch oscillations and a Ramsey-Bordé interferometer with stimulated Raman transitions.

The measurement sensitivity of this kind of instrument increases with the interaction time. As the atoms are in free-fall during this time, classical atomic gravimeters, with three Raman pulses, are limited in sensitivity because of the dimensions of the device used. Bloch oscillations limit the fall of the atoms inside the interferometer, and therefore enable longer interaction times without being limited by the size of the experimental device. They also allow to perform a local measurement of the gravity. This is particularly interesting in order to reduce the size of such an instrument, or to perform short-range interaction measurements.

It was possible to measure the gravity, with a resolution of 2.10^{-7} g for an integration time of 300 s, which is one of the most sensitive measurements performed until now with an atomic gravimeter with Bloch oscillations. The displacement of atoms during the interferometer is reduced to about 1 mm. The limitations of the sensitivity of the measurement appear to be due to imperfections of the laser used to generate the optical lattice performing the Bloch oscillations. These imperfections are mostly speckle, induced by defects in the optical elements, and parasitic reflections on the windows of the vacuum chamber.

Keywords : **gravimetry, cold atoms, Bloch oscillations, atom interferometry, Raman transitions, local acceleration measurement**

Office National d'Études et de Recherches Aérospatiales
Chemin de la Hunière
BP 80100
FR-91123
PALAISEAU CEDEX