



HAL
open science

Étude expérimentale de l'effet d'un gradient radial de température sur les instabilités du système de Couette-Taylor

Clément Savaro

► **To cite this version:**

Clément Savaro. Étude expérimentale de l'effet d'un gradient radial de température sur les instabilités du système de Couette-Taylor. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université du Havre, 2014. Français. NNT: . tel-01794201

HAL Id: tel-01794201

<https://theses.hal.science/tel-01794201>

Submitted on 17 May 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Thèse présentée à l'Université du Havre

pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université du Havre

Discipline Physique
École doctorale SPMII

**Étude expérimentale de l'effet d'un gradient
radial de température sur les instabilités
du système de Couette-Taylor**

par

Clément Savaro

soutenue publiquement le 26 mars 2014

Jury

L. DANAILA	Professeur à l'Université de Rouen	Examineur
P. LE GAL	Directeur de Recherche CNRS à l'IRPHE de Marseille	Examineur
A. PRIGENT	Maître de Conférence à l'Université du Havre	Examineur
I. MUTABAZI	Professeur à l'Université du Havre	Directeur de thèse
A. EZERSKY	Professeur à l'Université de Caen	Rapporteur
B. PODVIN	Chargé de recherche CNRS à l'Université Paris XI	Rapporteur

Laboratoire Onde et Milieux Complexes, LOMC, UMR CNRS 6294, Université du Havre
75, rue Bellot, 7600 Le Havre

Table des matières

1	Étude bibliographique	11
1.1	Historique du système de Couette-Taylor	11
1.2	La convection naturelle en cavité	13
1.2.1	Les différents régimes d'écoulement	14
1.2.2	Convection entre deux cylindres	19
1.2.3	Instabilités de l'écoulement	20
1.2.4	Travaux réalisés au LOMC	23
1.3	Le système de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température .	23
1.3.1	Premières approches	24
1.3.2	Étude de H. A. Snyder et S. K. F. Karlson	24
1.3.3	Étude de K. S. Ball et B. Farouk	25
1.3.4	Étude de M. Ali et P. D. Weidman	25
1.3.5	Étude de D.C. Kuo et K. S. Ball	26
1.3.6	Étude de H. N. Yoshikawa, M. Nagata et I. Mutabazi	27
1.3.7	Étude de M. Ali et G. B. McFadden	29
1.3.8	Travaux expérimentaux réalisés au LOMC	30
2	Description théorique	37
2.1	Équations de la convection thermique dans un anneau cylindrique	37
2.2	Échelles caractéristiques et paramètres de contrôle	38
2.3	L'état de base dans un anneau de longueur infinie	40
2.3.1	L'écoulement de Couette azimutal	40
2.3.2	L'écoulement de convection barocline	42
2.4	Les flux de chaleur dans l'état de base	45
2.5	Stabilité de l'écoulement de base	47
2.5.1	Critère de Rayleigh	47
2.5.2	Effet du gradient radial de température	48
3	Dispositif expérimental et techniques de mesure	49
3.1	Description du dispositif et protocole expérimental	49
3.2	Gradient de température effectif dans le fluide	50
3.3	Technique de visualisation de l'écoulement	52
3.4	Analyse des diagrammes spatiotemporels	54
3.5	Mesure des champs de vitesse et de température	58
3.5.1	Les cristaux liquides	58

3.5.2	Principe de la méthode de mesure PIV/T	61
3.5.3	Acquisition et analyse des données	62
4	Caractérisation de l'état de base pour de grands gradients de température	67
4.1	Introduction	67
4.2	Évolution du gradient vertical de température en fonction du nombre de Grashof	68
4.2.1	Champs de température et de vitesse en fonction de la hauteur	71
4.3	Discussion	77
4.4	Résumé	78
5	Caractéristiques des premières instabilités	81
5.1	Introduction	81
5.2	Rouleaux de Taylor en présence d'un faible gradient de température	81
5.2.1	Le mélange eau-glycérine	82
5.2.2	Le seuil de l'instabilité	82
5.3	Paramètres critiques du mode de spirale au seuil	84
5.4	Instabilité de la convection naturelle, le mode hydrodynamique	91
5.4.1	Le mode hydrodynamique en l'absence de rotation	91
5.4.2	Effets de la rotation du cylindre intérieur sur le mode hydrodynamique	95
5.4.3	Coexistence du mode hydrodynamique avec les spirales	98
5.5	Résumé	101
6	L'onde solitaire	105
6.1	Visualisations	105
6.1.1	Observation et description d'une onde solitaire	105
6.1.2	Propriétés de l'onde solitaire	111
6.1.3	Analyse spectrale	114
6.2	Mesures des champs de température et de vitesse	126
6.2.1	Nombre de Grashof négatif	126
6.2.2	Nombre de Grashof positif	139
6.3	Comparaison avec les modèles de solitons	144
6.4	Conclusion	145
7	Transition vers la turbulence	147
7.1	Introduction	147
7.2	Gradient de température modéré, $Gr = 2430$	148
7.2.1	Chemin vers la turbulence	149
7.2.2	Évolution des caractéristiques spatio-temporelles	152
7.2.3	Étude du régime avec deux tailles de rouleaux	154
7.3	Gradient de température important, $Gr = 10420$	160
7.3.1	Chemin vers la turbulence	160
7.3.2	Évolution des caractéristiques spatio-temporelles	162
7.4	Résumé	164

Nomenclature

α	Coefficient de dilatation thermique
δT	Différentiel de température dans l'entrefer
η	Rapport des rayons
Γ	Rapport d'aspect
γ	Paramètre de stratification
κ	Coefficient de diffusivité thermique
λ_z	Longueur d'onde du motif dans la direction axiale
λ_θ	Longueur d'onde dans la direction azimutale
\mathcal{N}	Fréquence de Brunt-Väisälä
$\hat{\mathbf{I}}$	Transformée de Fourier d'une image
μ	Viscosité dynamique
ν	Viscosité cinématique
Ω	Vitesse angulaire du cylindre intérieur
ω	Pulsation du motif
Ω_m	Vitesse angulaire moyenne de l'écoulement de base azimutal
ω_θ	Vorticité azimutale
$\overrightarrow{\phi}_{cond}$	Densité de flux de chaleur par conduction
$\overrightarrow{\Phi}_{conv}$	Flux de chaleur transportée par convection
$\overrightarrow{\phi}_{conv}$	Densité de flux de chaleur par convection
\vec{n}	Directeur définissant l'orientation des molécules dans un cristal liquide
\vec{V}	Champ de vitesse
ϕ	Angle d'inclinaison du motif par rapport à l'horizontale

Φ_{cond}	Flux de chaleur par conduction
ρ	Masse volumique
ρ_0	Masse volumique de référence
τ	Gradient de température vertical adimensionné
τ_κ	Temps de diffusion thermique à travers l'entrefer
τ_ν	Temps de diffusion visqueuse à travers l'entrefer
τ_a	Temps caractéristique d'advection
τ_c	Temps d'advection par la cellule de convection naturelle
τ_r	Temps d'advection par la rotation du cylindre intérieur
θ	Angle dans le repère des coordonnées cylindriques
a	Rayon extérieur du cylindre intérieur
$A(z,t)$	Image filtrée
b	Rayon intérieur du cylindre extérieur
c	Rayon intérieur du cylindre d'isolation
D	Débit des bains thermostatés
d	Largeur de l'entrefer
e	Épaisseur des cylindres
F	Fréquence d'acquisition des image
f	Fréquence du motif
g	Accélération de la pesanteur
Ga	Nombre de Galilée
Gr	Nombre de Grashof
H	Hauteur utile de la cavité
h	Teinte
H'	Hauteur des cylindres
I	Intensité d'une image
k_z	Fréquence spatiale dans la direction axiale du motif

k_θ	Fréquence spatiale dans la direction azimutale
M	Hauteur du film en pixels
m	Numéro de pixel vertical
m_θ	Nombre d'onde azimutal
N	Nombre d'image prise dans un film, ou nombre de pixels selon l'horizontale
n	Numéro de pixel horizontal
P	Champ de pression
p	Pas de la spirale définissant un cristal liquide cholestérique
Pr	Nombre de Prandtl
q	Nombre d'onde total du motif
q_z	Nombre d'onde du motif dans la direction axiale
R	Rayon au centre de l'entrefer
r	Composante radiale
Ra	Nombre de Rayleigh
Re	Nombre de Reynolds
St	Nombre de Stokes
T	Champ de température
t	Temps
T'_1	Température du cylindre intérieur
T'_2	Température du cylindre extérieur
T_0	Température de référence
T_1	Température du bain relié au cylindre intérieur
T_2	Température du bain relié au cylindre extérieur
Ta	Nombre de Taylor
V_0	Vitesse de la paroi du cylindre intérieur
V_θ	Vitesse azimutale
V_r	Vitesse radiale

V_z	Vitesse axiale
W	Échelle de vitesse de la cellule de convection
z	Position selon l'axe dans le repère des coordonnées cylindriques
Ra	Nombre de Rayleigh
Ri	Nombre de Richardson

Introduction générale

Le système de Couette-Taylor consiste en un fluide confiné entre deux cylindres coaxiaux en rotation différentielle. À faible taux de rotation l'écoulement est simplement cisailé, le système est alors un viscosimètre, avec un couple proportionnel à la vitesse de rotation. Mais dans certaines conditions, au delà d'une vitesse seuil, l'écoulement se déstabilise entraînant la formation d'un écoulement secondaire. La relation entre le couple et la vitesse est alors modifiée. L'écoulement secondaire forme un motif dont les propriétés varient et se complexifient lorsque le taux de rotation augmente. Après plusieurs instabilités qui modifient l'écoulement secondaire, le système arrive à un écoulement turbulent. Outre cet intérêt d'ordre fondamental, la compréhension de ce système intéresse de nombreuses applications pratiques. En effet les machines tournantes utilisant un fluide de lubrification sont courantes dans l'industrie. On retrouve aussi des configurations assimilables à un système de Couette-Taylor dans des systèmes de refroidissement de moteur électrique, des échangeurs de chaleur, les forages dans les puits de pétrole, etc... Ce système intéresse aussi d'autres domaines scientifiques. Par exemple, les écoulements atmosphériques ou du manteau terrestre sont sujets à des instabilités centrifuges, proches des instabilités observables dans le système de Couette-Taylor. On peut noter que dans la plupart de ces applications, un gradient de température est présent et motive l'étude de l'effet de son ajout au système de Couette-Taylor. La présence de ce gradient de température génère de la convection. Un fluide confiné entre deux plaques parallèles ou deux cylindres maintenus à des températures différentes dans un champ de gravité se met en mouvement à cause de la dépendance de la densité des fluides avec la température. Le fluide plus froid est plus dense et donc coule tandis que le fluide plus chaud monte. La cellule de convection qui en découle est, comme le système de Couette-Taylor, un sujet de recherche important à la fois pour la connaissance de phénomènes physiques que pour diverses applications. Cet écoulement est sujet à des instabilités menant à la turbulence, ajoutant au problème des questions de transfert de chaleur, modifiés par des écoulements secondaires.

Le travail présenté ici s'intéresse aux modes d'instabilités. Les seuils de stabilité où l'écoulement secondaire se met en place ou se modifie ainsi que la structure même des écoulements secondaires sont déterminés. Afin de réaliser de telles mesures de manière non intrusive, le fluide estensemencé de particules suffisamment fines pour suivre l'écoulement sans l'influencer et qui réfléchissent la lumière. Nous utilisons du Kalliroscope pour l'exploration des motifs formés par les écoulements secondaires, ce sont des paillettes réfléchissantes qui permettent de visualiser directement l'écoulement à la lumière ambiante. Nous utiliserons aussi, dans les cas le demandant, des cristaux liquides thermochromiques encapsulés permettant de mesurer les champs de vitesse et de température en deux dimensions.

Cette thèse fait suite à plusieurs années de travaux sur ce système ayant révélé une grande variété de motifs en fonction des deux paramètres le contrôlant, le taux de rotation et le gradient de température. Le but de cette étude est d'explorer de nouvelles zones dans l'espace de ces paramètres, avec un gradient de température relativement important ainsi que de grands taux de rotation.

Le manuscrit est organisé de la manière suivante, pour commencer nous résumons dans une étude bibliographique les résultats des précédentes études sur les questions des instabilités du système de Couette-Taylor, de la convection naturelle et de la combinaison de ces deux problèmes. Nous décrivons ensuite théoriquement l'état de base du système de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température, dans le régime de conduction. Puis nous présentons le dispositif expérimental et les techniques de métrologies utilisées au cours de cette thèse. Nous caractérisons l'état de base du système pour les plus grands gradients de températures utilisés dans le chapitre quatre, le système s'écarte un peu du régime de conduction. Le chapitre cinq porte sur la caractérisation du seuil et des paramètres critiques de la première instabilité du système, et la comparaison de l'expérience avec des résultats théoriques. Dans le chapitre six nous présentons un motif particulier observé dans le système juste au dessus du seuil, ce motif ayant les caractéristiques d'une onde solitaire. Dans le dernier chapitre nous explorons les modes d'instabilités du système pour de grands taux de rotation.

Chapitre 1

Étude bibliographique

Ce chapitre donne une vue d'ensemble des études déjà réalisées sur le système de Couette-Taylor, sur l'effet d'une stratification radiale de température dans une cavité et sur la combinaison de ces deux écoulements qui est le sujet de cette thèse. Nous présentons dans un premier temps un rapide historique à propos du système de Couette-Taylor et de son importance dans le domaine de la recherche en mécanique des fluides et sur les instabilités des écoulements. Une section est consacrée à la convection naturelle, l'écoulement déclenché par un gradient horizontal de température dans une cavité verticale. Enfin nous nous intéresserons aux études réalisées sur le problème du système de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température qui combine l'écoulement de convection naturelle avec l'écoulement de Couette-Taylor.

1.1 Historique du système de Couette-Taylor

À la suite de l'établissement des équations de Navier Stokes au début du XIX^e siècle la recherche en mécanique des fluides s'est orienté vers l'étude de systèmes permettant de mesurer des viscosités. Le principe de cette mesure se base sur un écoulement cisailé simple dont on connaît le profil en fonction de la viscosité. Par exemple l'écoulement cisailé entre deux plaques parallèles (écoulement de Couette plan), l'écoulement dans une conduite circulaire sous pression, ou l'écoulement entre deux cylindre coaxiaux en rotation différentielle (écoulement de Couette-Taylor). Les expériences alors effectuées ont permis de rapidement montrer que ces écoulements restent dans leur état de base, l'écoulement cisailé, uniquement pour des vitesses suffisamment faibles. Il existe toujours une vitesse critique, dépendante des paramètres du système, au delà de laquelle un écoulement secondaire apparaît dans l'écoulement. Stokes et Reynolds émirent l'idée que cette vitesse doit être caractérisé par un nombre sans dimension, le rapport entre les forces d'inerties et les forces visqueuses qui a été appelé le nombre de Reynolds. Il s'exprime comme $Re = V_0 d / \nu$ ou V_0 est la vitesse de l'écoulement, d une longueur caractéristique rendant compte de l'échelle de l'écoulement et ν est la viscosité cinématique du fluide. En effet, deux écoulements similaires dans des systèmes de tailles très différentes se déstabilisent à des vitesses du fluide différentes mais pour la même valeur du nombre de Reynolds. Les efforts pour décrire théoriquement le phénomène de déstabilisation des écoulements

se sont au début concentrés sur l'écoulement de Couette et l'écoulement en conduite dont l'analyse mathématique semble plus simple au premier abord. Mais la déstabilisation vers un écoulement turbulent de ces deux systèmes est en réalité complexe et un phénomène qui reste une question ouverte de nos jours. À l'inverse si l'écoulement de Couette-Taylor semble plus complexe à décrire à cause des coordonnées cylindriques, la physique entraînant sa déstabilisation est plus simple, elle est liée à la force centrifuge. C'est pour cela que la première description mathématique de l'instabilité d'un écoulement fut celle du système de Couette-Taylor en 1923 [1]. Contrairement à l'écoulement de Couette ou en conduite, l'instabilité de cet écoulement ne mène pas directement à la turbulence. Il y a un échange de stabilité entre l'écoulement de base et un écoulement secondaire qui lui-même peut se déstabiliser laissant la place à un écoulement un peu plus complexe. La turbulence se forme ainsi plus progressivement après une cascade d'instabilités. Dans ses calculs Taylor introduit un nombre de Reynolds modifié par un facteur géométrique, le nombre de Taylor ($Ta = Re\sqrt{d/a}$, où a est le rayon du cylindre intérieur). Il montre que ce nombre caractérise bien la première instabilité qui prend la forme de rouleaux axisymétriques stationnaires ayant une taille proche de celle de l'entrefer et qui se superposent sur toute la hauteur du système. Il confirme ses calculs expérimentalement et observe la complexification de l'écoulement au delà du seuil ainsi que l'apparition de motifs en spirale lorsque l'écoulement de base présente une composante verticale. Il a été mis en évidence plus tard que cette composante verticale était due à la présence d'un gradient de température. L'autre avantage du système de Couette-Taylor par rapport à l'écoulement de Couette aux écoulement en conduite est expérimentale. La gestion des conditions aux limites est plus simple. Dans le cas de l'écoulement de Couette plan et des écoulements en conduite, le fluide se déplace vers les extrémités du système et cela implique un dispositif très grand devant la zone d'observation, en particulier pour de grandes vitesses, afin que les zones d'accélération et de décélération du fluide n'influent pas les mesures. Le système de Couette-Taylor au contraire présente des conditions périodiques dans la direction du déplacement du fluide ce qui élimine totalement ce problème. Des effets de bords aux extrémités des cylindres existent mais sont moins contraignants.

Le système de Couette-Taylor est ainsi devenu un modèle fondamental de la recherche sur les instabilités hydrodynamique. Ce problème a fait l'objet de très nombreuses études aussi bien dans le domaine de la physique fondamentale que de l'ingénierie [2]. Andereck et al ont exploré les états observables dans le système en fonction d'une grande plage de taux de rotation des cylindres intérieur et extérieur [3] (figure 1.1).

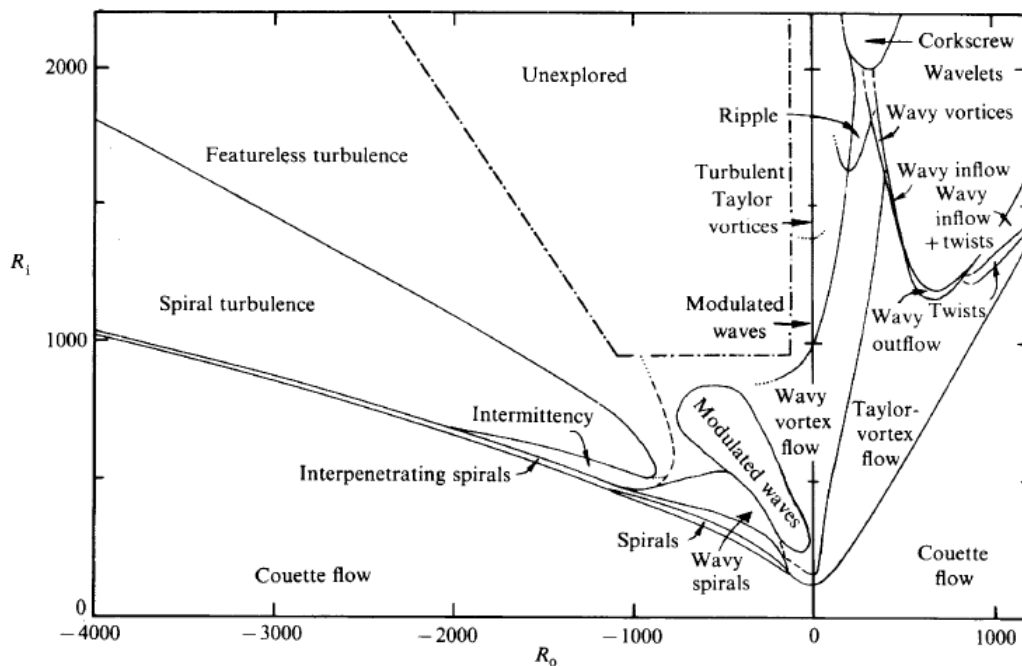


FIGURE 1.1 – Diagramme des états du système de Couette Taylor publié par Andereck et al (1985).

D'autres études se sont concentrées sur un type de motif particulier. Wereley et Lueptow [4] décrivent le régime des « Wavy Vortices » résultant de la déstabilisation des rouleaux de Taylor et montrent qu'il s'y produit un important échange de fluide entre les rouleaux. Brandstater et Swinney [5] décrivent la transition vers la turbulence. Eckhardt & all [6] ont étudié l'évolution du couple dans les régimes turbulents.

Un large axe de recherche se base sur la bonne connaissance du système acquise au fil du temps afin d'étudier l'influence de différents effets sur les instabilités. Sont notamment étudiés les effets de la présence d'un écoulement axial induisant des instabilités de type convective [7,8], l'interaction entre deux fluides non miscibles [9], les fluides viscoélastiques [10–12] ou la présence d'un gradient de température, objet de cette étude et détaillé dans la suite de la bibliographie.

1.2 La convection naturelle en cavité

Une autre branche importante de la mécanique des fluides concerne les problèmes de convection et de transferts thermiques. La convection naturelle fait référence à un fluide mis en mouvement par un gradient de température. Une augmentation locale de la température fait diminuer la densité d'une particule fluide. Celle-ci est alors entraînée vers le haut par la poussée d'Archimède et cela amorce un écoulement. L'écoulement de convection transporte aussi de la chaleur par advection. Nous nous intéressons au cas où un fluide Newtonien est enfermé entre deux parois verticales séparées d'une distance faible devant la hauteur totale du système. Les parois sont maintenues à des températures différentes dans le champ de pesanteur. Elles peuvent être des plaques planes ou deux cylindres coaxiaux.

Choisir des cylindres permet de bénéficier de conditions aux limites plus favorables pour les expériences mais cela introduit un paramètre de courbure supplémentaire. Ce type de configuration est celle d'un double vitrage, comprendre les phénomènes de transfert de chaleur dans ces systèmes est un enjeu important. Des recherches sur ce sujet sont menées depuis plusieurs décennies suivant diverse approches : théorique [13], numérique [14–16] ou expérimentale [17, 18]. Les principaux phénomènes connus sur ce type d'écoulement sont résumés dans cette section.

L'écoulement de convection démarre sans seuil, il suffit qu'une différence de température existe pour que le fluide soit mis en mouvement. Le fluide monte le long de la paroi la plus chaude et redescend le long de la paroi froide. L'écoulement est alors caractérisé par le nombre de Grashof (Gr), un nombre sans dimension représentant le rapport entre les forces de flottaison et les forces visqueuses. Il est défini par $Gr = g\alpha\delta T d^3/\nu^2$, où g est l'accélération de la pesanteur, α le coefficient de dilatation thermique du fluide, δT la différence de température, d la distance entre les parois et ν la viscosité cinématique du fluide. Le nombre de Grashof est l'équivalent d'un nombre de Reynolds dans lequel la vitesse caractéristique est la vitesse thermique : $V = \alpha\delta Tgd^2/\nu$ (voir chapitre 2). Le nombre de Rayleigh (Ra) peut aussi être utilisé, il est défini comme $Ra = GrPr$ avec Pr le nombre de Prandtl qui représente le rapport entre la diffusivité de la quantité de mouvement et la diffusivité thermique. Batchelor [13] montra que différents régimes stationnaires d'écoulements peuvent exister selon l'importance des transferts de chaleur par convection devant le transfert par conduction.

1.2.1 Les différents régimes d'écoulement

Les différents régimes d'écoulement stationnaires dans la cavité sont liés à différents mode de transfert de chaleur entre les parois :

Le régime de conduction Le régime de conduction désigne le cas où les échanges de chaleur par convection entre les parois sont négligeables par rapport aux échanges par conduction. Expérimentalement cette condition ne peut être satisfaite que suffisamment loin des extrémités et pour les plus petits nombres de Grashof. Du point de vue théorique c'est l'écoulement obtenu lorsque l'on considère un système invariant selon l'axe vertical et infini (dans ce cas il n'y a pas d'échange convectif entre les parois, voir chapitre 2). Le champ de température est celui d'une diffusion de la chaleur à travers le fluide et le champ de vitesse est cisailé au centre de l'entrefer entre la zone chaude ascendante et la zone froide descendante.

Le régime de transition Le régime de transition désigne le cas où les transferts de chaleur par convection et par conduction entre les parois sont d'ordre de grandeur comparables. Le fluide ayant une certaine inertie thermique, il met un certain temps à se refroidir ou se réchauffer lorsqu'il passe du côté chaud au côté froid en haut ou l'inverse en bas. Un temps qui correspond à une hauteur, à cause du déplacement du fluide, sur laquelle il se forme un gradient vertical de température. Ce gradient est d'abord confiné près des extrémités du système mais augmenter le nombre de Grashof accélère le fluide

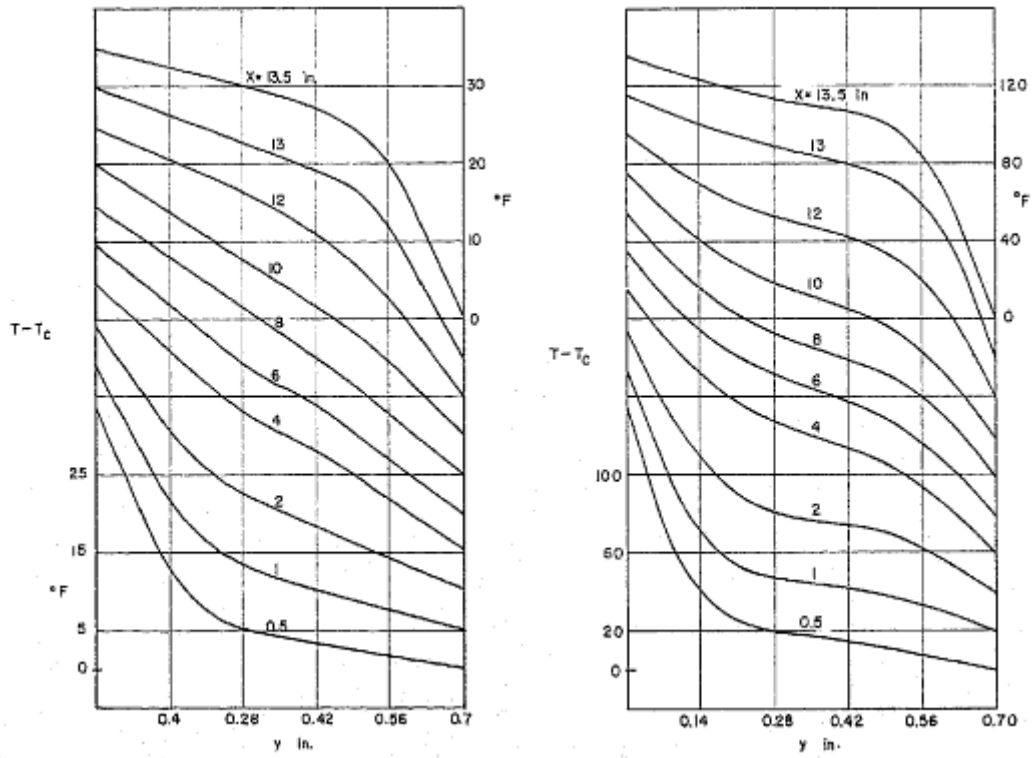
tout en augmentant son inertie thermique et a donc pour effet d'agrandir ces zones. Elles finissent par se rencontrer au centre du système. Dans ce régime les profils radiaux de température sont légèrement déformés, ils s'aplatissent au centre de la cavité. Le système transite de manière continue du régime conductif vers le régime convectif.

Le régime convectif Dans ce régime le transport de chaleur par conduction est négligeable devant le transport convectif. Le gradient radial de température et l'écoulement vertical se retrouvent alors confinés dans des couches limites proches des parois et la partie centrale de l'entrefer est caractérisée par un gradient de température vertical linéaire.

1.2.1.1 Études de l'écoulement des différents régimes

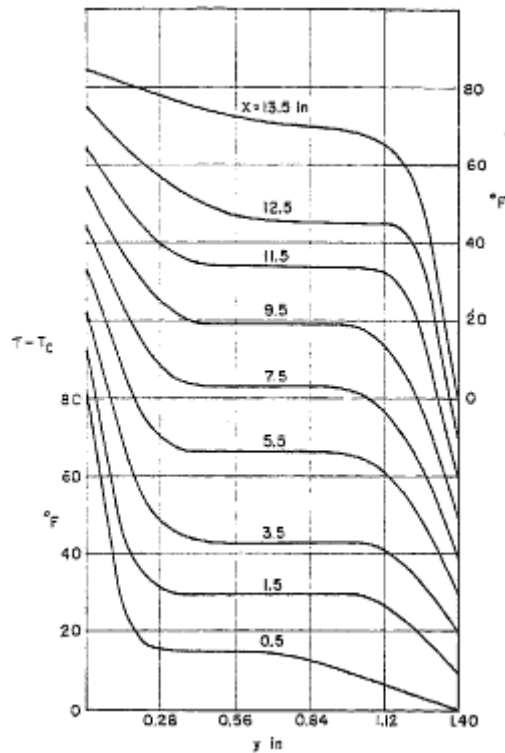
Approche expérimentale Eckert et Carlson [17] ont mesuré les champs de température dans de l'air pour ces différents régimes par interférométrie. Pour tous les observer, ils ont fait varier le gradient de température δT et le rapport d'aspect Γ , défini comme le rapport entre la hauteur et la largeur de l'entrefer. Ils ont étudié des hauteurs de $H = 35,6$ cm, $H = 8,9$ cm et $H = 7,6$ cm pour des largeurs d'entrefer de $d = 0,76$ cm, $d = 1,8$ cm et $d = 3,6$ cm. La figure 1.2 montre leurs mesures de température réalisées pour chacun des régimes d'écoulement. Ces courbes représentent le profil de température entre la paroi chaude et la paroi froide à différentes hauteurs labellisées sur la courbe. Pour éviter la superposition des profils les courbes sont présentées sur des échelles décalées, que l'on recalcule en notant que les parois sont isothermes. Des profils de température linéaire sur la figure 1.2(a) caractérisent le régime conductif. On note tout de même que sur des portions assez larges près des extrémités (15 – 20% de la hauteur totale) les profils ne sont déjà plus linéaires. Dans le régime de transition (figure 1.2(b)) les profils de températures sont courbés partout dans le système. En régime de convection le profil de température est horizontal dans les trois quart centraux de l'entrefer (figure 1.2(c)). Le gradient radial de température est rejeté dans d'étroites bandes près des parois, c'est pourquoi ce régime est aussi appelé le régime de couches limites thermiques.

Ils ont aussi représentés le profil de température vertical au centre de l'entrefer pour chacun de ces régimes (figure 1.3). Dans la première figure, les croix représentent les mesures pour un régime de conduction, le gradient de température vertical est nul excepté en dessous de 20% et au dessus de 80% de la hauteur totale du système. Les autres points de cette figure sont des mesures en régime de transition, de forts gradients verticaux sont présentés près des extrémités et un gradient bien plus faible mais non nul est présent dans le reste du système. Les deux autres figures représentent les mesures en régime de convection où le gradient vertical de température est linéaire.



(a)

(b)



(c)

FIGURE 1.2 - Profils de température pour de l'air confiné entre des parois différentiellement chauffés [17] (a) Régime de conduction ($\Gamma = 20$, $\delta T = 1,7^\circ\text{C}$). (b) Régime de transition ($\Gamma = 20$, $\delta T = 57^\circ\text{C}$). (c) Régime de convection ($\Gamma = 10$, $\delta T = 29,4^\circ\text{C}$).

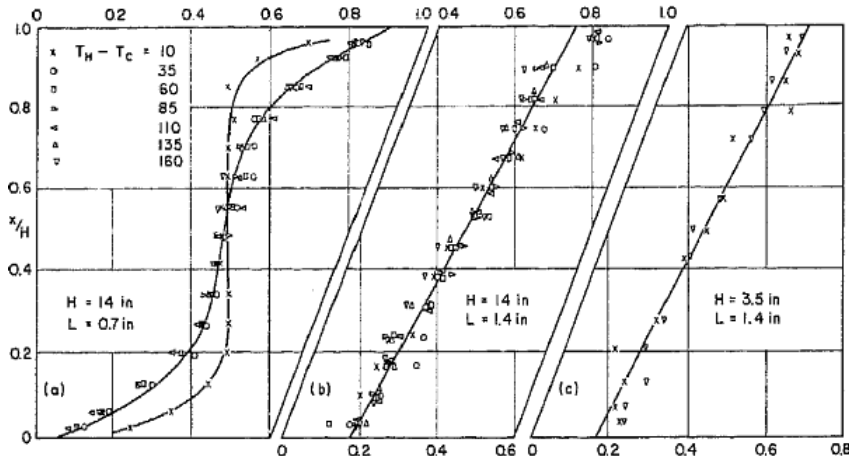


FIGURE 1.3 – Profils verticaux de température adimensionné dans l’air au centre de l’entrefer [17].

Elder a réalisé des mesures de champs de vitesse avec de l’huile minérale très visqueuse et ayant donc un nombre de Prandtl très élevé [18]. Cela a permis d’atteindre des valeurs très grandes du nombre de Rayleigh (supérieur à 10^4). Il a ainsi étudié les régimes de transition et de convection et a comparé ses mesures avec des profils calculés théoriquement. Il a utilisé des cavités de hauteurs de $H = 30$ à $H = 80$ cm pour des largeurs de $d = 1$ à $d = 5$ cm. La figure 1.4 montre les profils de vitesse obtenus ainsi que le profil théorique pour quatre cas avec un nombre de Rayleigh croissant. Bien que cela soit le régime de transition car un gradient vertical de température est présent, le premier profil est très similaire au profil de vitesse d’un régime de conduction. L’augmentation du nombre de Rayleigh entraîne la formation progressive de couches limites, tandis que le profil de vitesse s’aplatit progressivement au centre de la cavité.

Il a aussi réalisé des mesure de température à l’aide de thermocouples dans le système de rapport d’aspect de 60, il note que le gradient vertical de température, inexistant en dessous de $Ra = 20000$ (début du régime de transition) augmente très rapidement pour atteindre une valeur asymptotique à partir de $Ra = 100000$ (début du régime de convection). La valeur asymptotique du gradient de température s’établissant entre les extrémités supérieures et inférieures du système correspond à peu près à la moitié du différentiel de température entre les deux parois verticales.

Approche théorique et numérique Le régime de conduction est un cas académique relativement simple à résoudre (voir le chapitre 2 où l’on résout le cas plus complexe entre deux cylindres). La solution analytique de ce régime est obtenue en considérant un système infini et invariant suivant la hauteur. Cette simplification n’est plus valable pour les régimes de transition et convection. Une solution pour ces régimes est proposé par Elder [18], en remarquant que le système est symétrique par rapport au point central de la cavité et en particulier que la vitesse horizontale doit être nulle en ce point, il simplifie les équations pour les résoudre autour de ce point central. Il montre qu’une vitesse horizontale nulle induit un gradient vertical de température constant et que le champ de vitesse peut être calculé si cette constante est connue. Dans son modèle un gradient vertical de

température nul donne la solution du régime de conduction tandis que pour une valeur finie de ce gradient, le champ de vitesse s'écrit sous forme d'exponentielles complexes dépendantes d'un unique paramètre adimensionnel, le paramètre de stratification $\gamma = (\frac{1}{4}Ra\tau)^{1/4}$ où $\tau = (\partial T/\partial z)(d/\delta T)$ est le gradient de température vertical adimensionné. Bien que strictement valide proche du centre de la cavité cette solution s'avère satisfaisante par rapport aux expériences pour à peu près la moitié de la hauteur totale de la cavité.

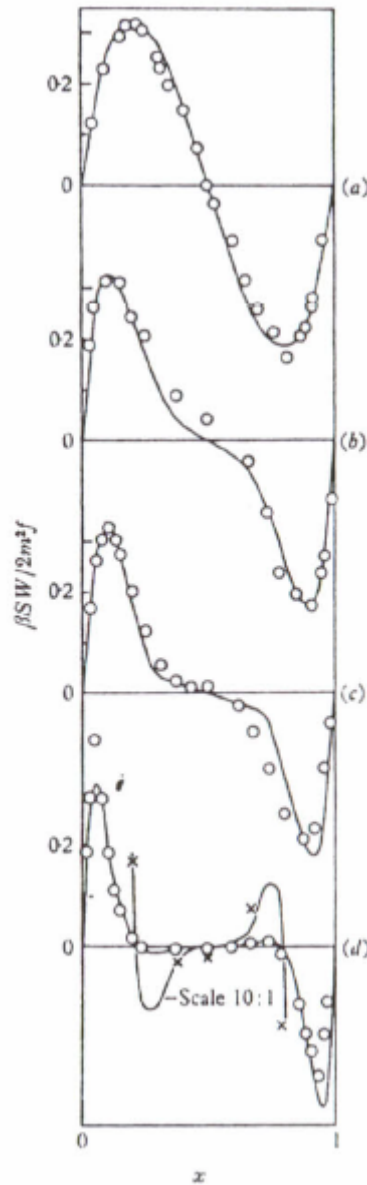


FIGURE 1.4 – Champs de vitesse à mi-hauteur de la cavité en régime de transition et de convection, de haut en bas $Ra = 3.08 \times 10^4, 2.95 \times 10^5, 6.56 \times 10^5, 3.61 \times 10^6$.

Par la suite plusieurs études théoriques ou numériques considérant des parois infinie pour simplifier le problème, ajoutent un gradient de température vertical constant afin de forcer la solution de Elder et étudier les régimes de transition et convection [15, 19–21]. Le paramètre de stratification est dans ce cas considéré comme un paramètre de contrôle

supplémentaire.

1.2.1.2 Critère de transition entre les différents régimes

L'ensemble de la littérature montre que la transition entre les trois régimes d'écoulement est déterminée par la valeur du rapport entre le nombre de Rayleigh (en valeur absolue) et le rapport d'aspect Γ . On peut interpréter cette grandeur comme le rapport entre le temps caractéristique des échanges de chaleur par conduction d^2/κ et le temps caractéristique des échanges de chaleur par convection entre les parois $H/|V_z|$, soit le temps qu'une particule fluide fasse un demi tour de la cellule de convection. Batchelor [13] estime la transition entre le régime de conduction et le régime de transition à $Ra/\Gamma = 500$. Et Elder [18] définit le début du régime de convection comme le point où les deux couches limites sont séparées et calcule théoriquement le point de transition pour $Ra/\Gamma = 1770$.

1.2.2 Convection entre deux cylindres

Nous nous intéressons plus particulièrement au cas où le fluide est confiné entre deux cylindres coaxiaux. Si cette configuration possède des conditions aux limites plus simples elle introduit un nouveau paramètre : la courbure. Ce paramètre est caractérisé par le rapport entre le rayon du cylindre intérieur et le rayon du cylindre extérieur : η . Un grand rapport des rayons (proche de 1) signifiant une faible courbure. La courbure a pour effet de déformer l'état de base à travers les deux phénomènes suivants :

- Il y a moins de volume disponible pour le fluide s'écoulant verticalement près du cylindre intérieur que pour le fluide s'écoulant près du cylindre extérieur. Le courant du côté du cylindre intérieur doit donc être plus rapide pour assurer un débit vertical nul.
- Dans le régime de conduction pour que le flux de chaleur reste constant en traversant l'entrefer, la densité de flux de chaleur doit être plus grande proche du cylindre intérieur que proche du cylindre extérieur, car la surface traversée est plus petite. Par l'application de la loi de Fourier le gradient de température augmente quand on s'approche du cylindre intérieur. Il s'ensuit que le profil de température n'est pas linéaire mais courbe.

Le calcul de Elder pour prendre en compte un gradient vertical de température peut se généraliser à ce système [21] et donne des prédictions satisfaisantes. En plus du paramètre de stratification, la solution dépend alors aussi du rapport des rayons et s'écrit sous la forme de fonctions de Bessel. On note néanmoins que l'hypothèse de base faite par Elder pour trouver cette solution n'est pas valable entre des cylindres, car il n'y a plus la symétrie centrale de l'écoulement.

Étude numérique de Thomas et de Vahl Davis Thomas et de Vahls Davis [16] ont réalisés des simulations numériques directes de l'écoulement de convection entre deux cylindres fermés aux extrémités. Ils ont étudié une large bande de nombres de Rayleigh (jusqu'à 200000) et de nombre de Prandtl (0,5 à 10000) ainsi que différents rapports de

rayons et des rapports d'aspect entre 1 et 33. Leurs simulations mettent en évidence les différents régimes identifiés précédemment. Pour les cavités de rapport d'aspect supérieur à 5 ils montrent que les transitions entre ces régimes dépendent peu du nombre de Prandtl. En définissant le début du régime de transition comme le point où le gradient horizontal de température au centre de la cavité diffère de 10% de la valeur trouvée par le calcul négligeant la convection ils calculent la valeur $Ra/\Gamma = 400$ pour cette transition. Ils définissent le début du régime de convection lorsque ce gradient devient nul et trouvent $Ra/\Gamma = 3000$ pour cette seconde transition.

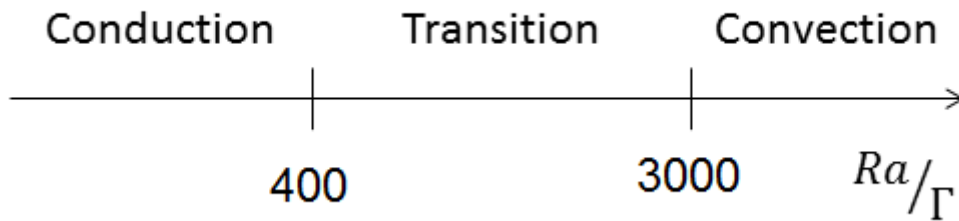


FIGURE 1.5 – Seuils des régimes d'écoulements entre deux cylindres (d'après [16]).

Dans le régime de conduction la vitesse est strictement axiale sur presque toute la cavité, une vitesse radiale fermant la cellule de convection n'existe que très près des extrémités. Par contre en régime de transition et de convection, les lignes de courant se referment plus loin des bords, ne laissant une vitesse radiale nulle que dans une région très réduite de l'entrefer. De plus cette région ne se trouve pas à mi-hauteur, la différence de vitesse entre le fluide proche du cylindre intérieur et le fluide proche du cylindre extérieur entraîne une advection des lignes de courant. Il en résulte que si le cylindre intérieur est le plus chaud le point de vitesse radiale nulle se trouve au dessus du centre de la cavité et il se trouve en dessous dans le cas contraire.

1.2.3 Instabilités de l'écoulement

En plus de la problématique de la forme de l'écoulement de base, celui-ci peut se déstabiliser entraînant la formation d'un écoulement secondaire. Le seuil de déstabilisation et la forme de l'écoulement secondaire dépendent du régime de l'écoulement de base ainsi que de la courbure.

1.2.3.1 Travaux de Elder (1964)

Dans son étude du régime de convection Elder [18] s'intéresse aussi aux écoulements secondaires. Il mesure le nombre de Rayleigh critique à $Ra_c = 3 \times 10^5 \pm 30\%$ indiquant que la forte incertitude est due à la difficulté d'observer l'écoulement secondaire au seuil à cause de sa très faible intensité. À partir de ce point l'écoulement n'est plus unicellulaire mais se sépare en deux cellules de convection. Augmenter encore le nombre de Rayleigh fait apparaître plus de cellules, la longueur d'onde associée à ces cellules de convection

diminue rapidement et atteint un palier et le système est alors empli de rouleaux horizontaux corotatifs (figure 1.6). Il observe aussi une seconde instabilité ou des rouleaux contrarotatifs se forment dans la zone de cisaillement entre les rouleaux formés par la première instabilité.

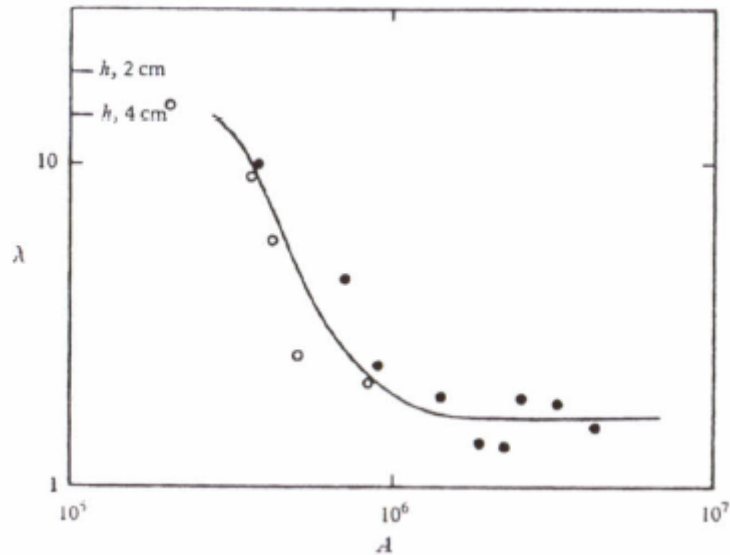


FIGURE 1.6 – Longueurs d’onde de l’écoulement secondaire en fonction du nombre de Rayleigh [18].

1.2.3.2 Travaux de Bergholz (1977)

Bergholz a réalisé une étude numérique de stabilité linéaire de l’écoulement d’un fluide entre deux plaques différentiellement chauffées et infinies [15]. Il force la solution de Elder (voir section 1.2.1.1) pour l’état de base en ajoutant un gradient de température vertical et en introduisant ainsi le paramètre de stratification comme un paramètre de contrôle supplémentaire du système. Il calcule les paramètres critiques de l’écoulement à savoir le nombre de Grashof, le nombre d’onde et la vitesse de l’onde en fonction du nombre de Prandtl et du paramètre de stratification. Il remarque un changement du mode critique à une valeur critique du paramètre de stratification γ_1 . Ce changement n’est pas le même selon la valeur du nombre de Prandtl. Si le nombre de Prandtl est grand, supérieur à 12.7, le mode critique est propagatif si $\gamma < \gamma_1$ et stationnaire si $\gamma > \gamma_1$. Dans ce cas la valeur de γ_1 diminue quand le nombre de Prandtl augmente et dans la limite du nombre de Prandtl infini il n’existe pas de mode propagatif. Pour les nombres de Prandtl inférieur à 12.7, si $\gamma < \gamma_1$ l’instabilité est stationnaire alors qu’elle est propagative pour $\gamma > \gamma_1$ et γ_1 diminue quand le nombre de Prandtl augmente. Le nombre de Grashof critique du mode stationnaire dépend peu du nombre de Prandtl mais augmente avec le paramètre de stratification. Il existe de plus deux domaines pour le mode propagatif séparés par γ_2 qui diminue quand le nombre de Prandtl augmente. Pour $\gamma < \gamma_2$ le nombre de Grashof critique diminue avec γ et dépend fortement du nombre de Prandtl, pour $\gamma > \gamma_2$ le nombre de Grashof critique augmente avec γ et le nombre de Rayleigh critique dépend peu du nombre de Prandtl. Ces seuils sont présentés en figure 1.7.

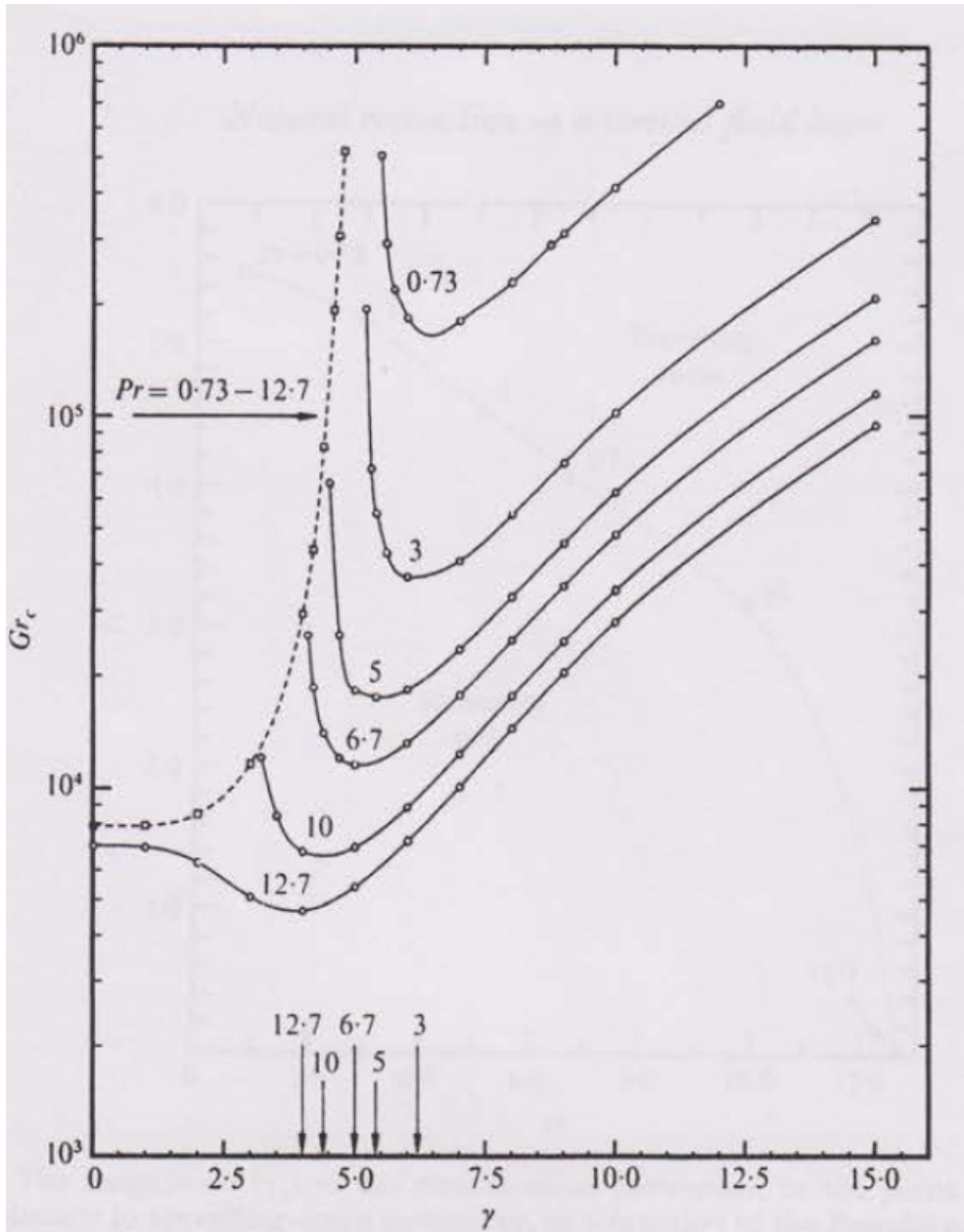


FIGURE 1.7 – Nombre de Grashof critique pour la convection naturelle en fonction du paramètre de stratification et du nombre de Prandtl [15]. Le mode stationnaire est en pointillés et le mode propagatif en traits pleins.

Chacun de ces deux modes est associé à un mécanisme de déstabilisation différent. Le mode stationnaire peut se développer si l'on néglige les perturbations thermiques, c'est un mode hydrodynamique qui s'explique par une déstabilisation de l'écoulement de base. À l'inverse le mode propagatif n'apparaît pas si on néglige les perturbations thermiques, on l'appelle donc le mode thermique, et il se forme sous l'influence des forces de flottaison.

1.2.4 Travaux réalisés au LOMC

Bahloul étudia numériquement la stabilité du régime de conduction entre deux cylindres en fonction du rapport des rayons et du nombre de Prandtl [22]. Il retrouve les modes hydrodynamiques et thermiques révélés par les précédentes études entre des plaques parallèles mais ils sont dans ce cas tous deux propagatifs à cause de la courbure. Le mode hydrodynamique est stabilisé par la courbure, le nombre de Grashof critique diminue quand η augmente et est insensible au nombre de Prandtl. Le mode thermique est quant à lui déstabilisé par la courbure et par l'augmentation du nombre de Prandtl. Lepiller a étudié la stabilité du régime de conduction entre deux cylindres en utilisant un rapport d'aspect particulièrement grand : $\Gamma = 110$. Elle a mis en évidence l'apparition de rouleaux axisymétrique propagatifs dans la partie centrale de l'entrefer. Le seuil de ces rouleaux ainsi que leurs paramètres critiques correspondent au mode hydrodynamique. Au seuil le motif apparaît sur 20% de la hauteur totale du système et comporte des défauts, des rouleaux qui entrent en collisions ou des trous d'amplitude. Augmenter le nombre de Grashof augmente l'espace occupé par les rouleaux ainsi que le nombre de défauts. Ces propriétés sont dues au comportement de l'écoulement de base près des extrémités où il s'écarte notablement du régime de conduction (voir figure 1.3). Les conditions d'apparitions des rouleaux ne sont ainsi réunies qu'au centre du dispositif et la variation de l'écoulement entre les extrémités et le centre du système peut être vue comme une rampe spatiale du paramètre de contrôle qui amène l'écoulement d'un régime stable vers un régime instable. C'est une condition qui donne lieu à des instabilités d'Eckhaus [23, 24] à l'origine des défauts. En augmentant encore le gradient de température les rouleaux se déstabilisent et il apparaît des domaines turbulents donnant lieu à de l'intermittence spatio-temporelle. Lepiller détermina les propriétés de cet écoulement.

1.3 Le système de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température

Le sujet de cette étude réunit les deux systèmes décrits précédemment. Un système de Couette-Taylor, constitué de deux cylindres coaxiaux dont le cylindre intérieur peut être mis en rotation, est soumis à un gradient radial de température, entraînant la formation d'une cellule de convection verticale. L'écoulement de base de ce système est la somme de la cellule de convection et de l'écoulement de Couette azimutal, soit un écoulement en trois dimensions déjà relativement complexe. Les instabilités centrifuges sont modifiées par l'écoulement axial généré par le gradient de température et de même les instabilités de la cellule de convection peuvent être perturbées par l'écoulement de Couette circulaire. L'ajout d'un gradient radial de température est un moyen simple de modifier la transition vers la turbulence du système de Couette Taylor. Cela en fait un système intéressant du point de vue fondamental qui permet d'explorer de nouveaux chemins de transitions vers la turbulence afin de mieux comprendre ce phénomène. Cette configuration intéresse aussi l'industrie où l'on trouve beaucoup de systèmes assimilable à un système de Couette-Taylor, des machines tournantes comme des turbines, des échangeurs de chaleur ou certains réacteurs chimiques. Dans ces applications, soit le maintien d'une

température constante n'est pas possible, soit la présence d'un gradient de température est voulue. L'étude des effets thermiques dans un système de Couette-Taylor est donc nécessaire pour modéliser des situations réalistes. Ce système peut aussi modéliser des problèmes géophysiques ou astrophysiques comme l'atmosphère et le manteau terrestre ou les disques d'accrétions.

1.3.1 Premières approches

Le système de Couette-Taylor soumis à un gradient de température fut d'abord étudié en mesurant les transferts thermiques [25–27], une approche ayant des applications pratiques directes et qui permet de mesurer les seuils de déstabilisation mais ne donne pas accès à la structure des instabilités. Il a été constaté que les seuils de déstabilisation étaient changés par la présence d'un gradient de température et cela a ouvert la voie à des recherches se concentrant sur la stabilité de l'écoulement et les structures des écoulements secondaires formés lors de sa déstabilisation.

1.3.2 Étude de H. A. Snyder et S. K. F. Karlson

La première étude visant à visualiser les effets d'un gradient radial de température sur l'écoulement de Couette-Taylor est attribuée à Snyder et Karlson en 1964 [28]. Ils ont étudiés l'influence du gradient de température sur le seuil d'apparition de l'instabilité dans un système de rapport des rayons $\eta = 0,96$ et de rapport d'aspect $\Gamma = 336$. Des injections d'encre leur ont permis de visualiser l'aspect des rouleaux se formant au seuil de l'instabilité. Ils ont utilisé de l'eau et un mélange eau-glycérine pour explorer l'influence des propriétés du fluide. Leurs résultats se rassemblent sur une courbe maîtresse, montrant le nombre de Taylor critique en fonction du gradient de température (figure 1.8).

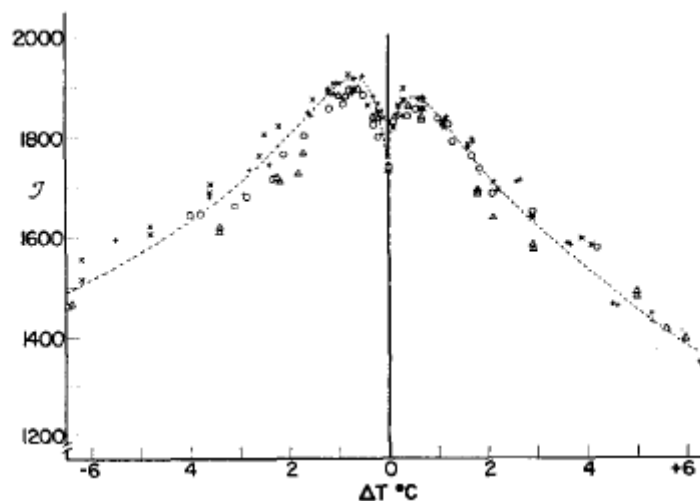


FIGURE 1.8 – Diagramme de stabilité construit par Snyder et Karlson [28].

Ils observent une stabilisation de l'écoulement pour de très faibles gradients de température, les rouleaux se forment à un nombre de Taylor plus élevé que pour le cas isotherme. Mais

pour de plus grands gradients de température, l'écoulement est déstabilisé par l'influence de la cellule de convection. Des motifs s'enroulant en hélice autour du cylindre intérieur et se propageant en suivant la rotation du cylindre intérieur apparaissent à des nombres de Taylor d'autant plus faible que le gradient de température est grand. Ils font le rapprochement entre leurs observations et les motifs déjà observés par Taylor lorsque l'état de base comportait une composante verticale [1].

1.3.3 Étude de K. S. Ball et B. Farouk

En 1989, une étude expérimentale de Ball et Farouk explore les régimes d'écoulement au delà du seuil [29]. Les caractéristiques de leur système étaient $\eta = 0,438$ et $\Gamma = 31,5$. Les écoulements ont été visualisés dans de l'air à l'aide de fumée. Leurs résultats montrent que le nombre de Richardson $Ri = Gr/Re^2$ comparant les effets thermiques et les effets inertiels est un bon paramètre de contrôle car la nature de l'écoulement dépend uniquement de Ri dans le domaine étudié. Ils classent l'écoulement en six types de régimes :

- Pour $Ri < 0,05$: régime des rouleaux de Taylor axisymétriques et contrarotatifs.
- Pour $0,05 < Ri < 0,13$, les rouleaux ayant le même sens de rotation que la cellule de convection de base (positifs) sont plus grand que les rouleaux tournant dans l'autre sens (négatifs).
- Pour $0,13 < Ri < 0,15$, les rouleaux sont allongé dans la direction axiale.
- Pour $0,15 < Ri < 0,3$, les rouleaux négatifs disparaissent et les rouleaux positifs forment une spirale propagative.
- Pour $0,3 < Ri < 1$: régime de rouleaux axisymétriques contrarotatifs avec les rouleaux positifs trois fois plus grands que les rouleaux négatifs.
- Pour $Ri > 1$, il ne reste que la cellule de convection.

1.3.4 Étude de M. Ali et P. D. Weidman

L'article de M. Ali et P. D. Weidman de 1990 est une avancée importante du point de vue théorique [30]. Ils établissent les équations des perturbations autour de l'état de base dans le système de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température en prenant en compte la possibilité de perturbations non-axisymétriques. L'analyse des symétries de ces équations leur permet de prévoir le sens d'inclinaison des motifs en fonction du sens du gradient de température et du sens de rotation du cylindre intérieur, une prédiction confirmée par les expériences (figure 1.9).

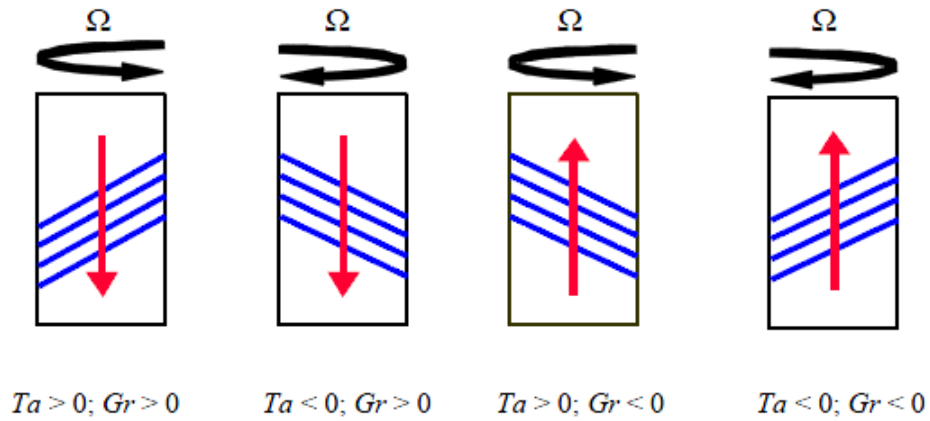


FIGURE 1.9 – Sens d’inclinaison des spirales prévue par M. Ali et P. D. Weidman [28].

Ils montrent aussi qu’augmenter le nombre de Prandtl ou le rapport des rayons a pour effet de déstabiliser l’écoulement.

1.3.5 Étude de D.C. Kuo et K. S. Ball

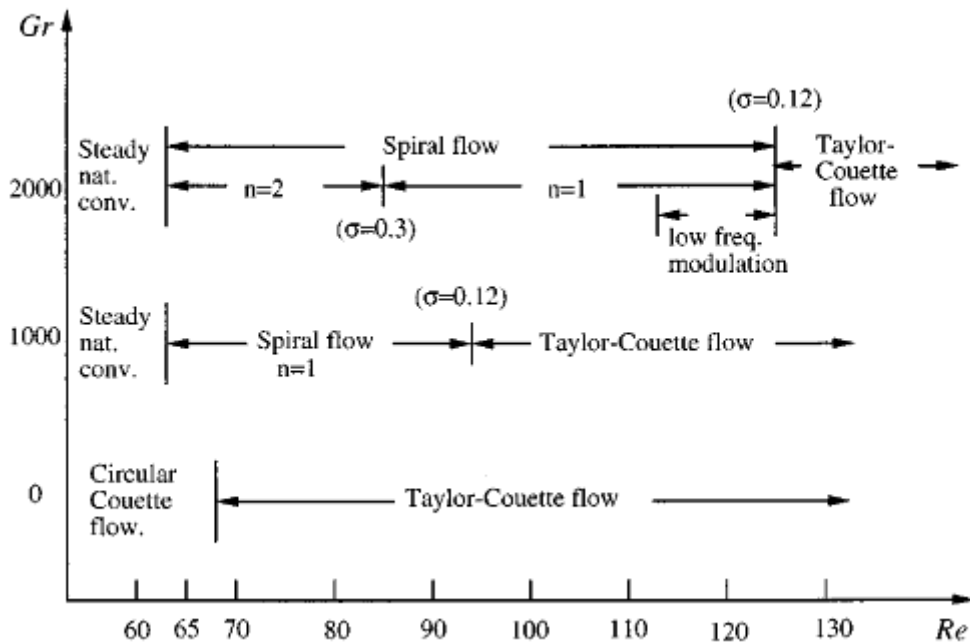


FIGURE 1.10 – Diagramme de stabilité obtenu numériquement par D.C. Kuo et K. S. Ball [31] (σ est le nombre de Richardson et n est le nombre d’onde azimutal de la spirale).

En 1997 D.C. Kuo et K. S. Ball réalisent des simulations numériques directes de l'écoulement dans ce système pour trois valeurs du nombre de Grashof : 0, 1000 et 2000 [31]. Ils choisissent d'étudier de l'air ($Pr = 0,71$) dans un système dont les caractéristiques sont : $\eta = 0,5$ et $\Gamma = 10$. Ils établissent ainsi un diagramme de stabilité (figure 1.10) Deux points importants sont à noter :

- La transition entre le mode spiralé et le mode axisymétrique se trouve au même nombre de Richardson : $Ri = 0,12$ pour les deux nombres de Grashoff considérés. Un seuil proche de celui trouvé par K. S. Ball et B. Farouk.
- L'écoulement est plus complexe pour de plus grands nombres de Grashof où une spirale à double hélice est observée ainsi qu'une modulation de basse fréquence.

1.3.6 Étude de H. N. Yoshikawa, M. Nagata et I. Mutabazi

Récemment H. N. Yoshikawa, M. Nagata et I. Mutabazi ont réalisé une étude de stabilité linéaire dans un système de hauteur infini avec $\eta = 0,8$ et $Pr = 5,5$ [32]. Ils ont calculé les seuils de la première instabilité en fonction du nombre de Grashof jusqu'au mode hydrodynamique de la convection naturelle. Ils retrouvent un comportement similaire aux observations de de Snyder et Carlson (section 1.3.2). Le gradient de température déstabilise l'écoulement et entraîne la formation de motifs en spirales excepté pour des nombres de Grashof inférieur à 22,5, en valeur absolue. En dessous de cette valeur le nombre de Taylor critique augmente légèrement avec le nombre de Grashof et le motif reste axisymétrique et stationnaire. Au delà de cette valeur, le seuil diminue rapidement pour atteindre $Ta_c = 10$ à $Gr = 2000$ et n'évolue plus quand le nombre de Grashof est encore augmenté (figure 1.11(a)). L'angle d'inclinaison des spirales augmente avec le nombre de Grashof et sature à environ 80° (figure 1.11(b)). Le nombre d'onde des motifs, adimensionné par la largeur de l'entrefer, diminue avec le nombre de Grashof et sature à environ 2,2. À $Gr = 7932$ et $Ta = 10$ le mode hydrodynamique se déstabilise aussi définissant ainsi un point de codimension 2.

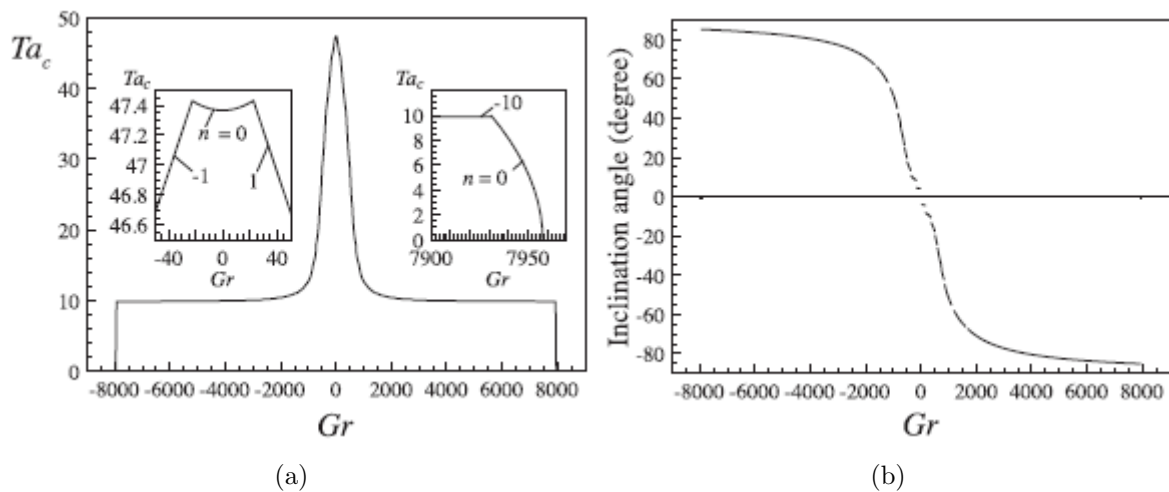


FIGURE 1.11 – Première instabilité calculé par H. N. Yoshikawa, M. Nagata et I. Mutabazi (a) Nombre de Taylor critique. (b) Angle d'inclinaison des motifs.

Ils ont aussi réalisé une analyse énergétique des instabilités, la variation de l'énergie cinétique des perturbations est décomposée en fonction des différents phénomènes physiques effectuant un travail sur le mode critique :

$$\frac{dK}{dt} = W_{Ta} + W_{Hy} + W_{\theta} + W_C - D_{\nu} \quad (1.1)$$

où W_{Ta} est le travail de la force centrifuge, W_{Hy} le travail du cisaillement de la cellule de convection, W_{θ} le travail de la poussée d'Archimède, W_C le travail de la poussée d'Archimède dans la direction radiale, due à la gravité centrifuge et D_{ν} le travail des forces de viscosité qui dissipe l'énergie. La figure 1.12 représente la valeur des termes apportant de l'énergie au mode critique en fonction du nombre de Grashof. Pour les faibles nombres de Grashof c'est la force centrifuge qui contribue principalement à la croissance de l'instabilité alors que pour les grands nombres de Grashof, le travail de la force centrifuge est marginal et c'est la poussée d'Archimède qui alimente l'instabilité. On comprend ainsi l'évolution du nombre de Taylor critique avec le nombre de Grashof. L'instabilité est centrifuge et renforcée par la poussée d'Archimède pour les faibles nombres de Grashof ou le seuil varie rapidement avec le nombre de Grashof. Alors que pour de grands gradients de température, l'instabilité ne dépend plus des effets centrifuges et le nombre de Taylor critique ne varie plus avec le nombre de Grashof, la rotation n'est alors plus le moteur de l'instabilité mais excite le mode thermique. De plus le nombre de Taylor critique augmente quand le nombre de Prandtl diminue.

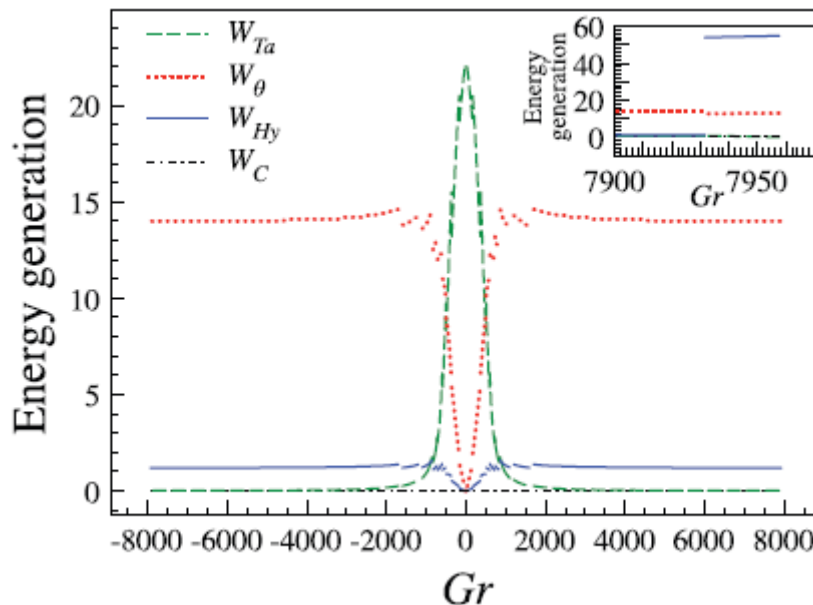


FIGURE 1.12 – Importance relative des différents termes contribuant à faire croître l'énergie cinétique des perturbations K . Les termes sont moyennés sur une période et normalisés par $2K$.

1.3.7 Étude de M. Ali et G. B. McFadden

En 2005 M. Ali et G. B. McFadden réalisent une étude de stabilité numérique en prenant en compte un gradient vertical de température, caractéristique du régime de transition de la cellule de convection [21]. Ils considèrent des cylindres infinis dans la direction axiale et utilisent le paramètre de stratification γ pour pouvoir simuler un régime de transition ou de convection. Leurs calculs ont été faits pour deux valeurs du paramètre de stratification : $\gamma = 4$ où l'état de base est encore assez proche d'un régime de conduction et $\gamma = 13$ correspondant à un régime de couches limites. Le nombre de Prandtl est fixé à 100 et le rapport des rayons est $\eta = 0,6$. Les modes les plus instables ainsi que leurs caractéristiques ont été calculés en fonction du nombre de Grashof. Ils remarquent que l'augmentation du paramètre de stratification tend à stabiliser l'écoulement. De plus les deux régimes étudiés présentent des caractéristiques bien distinctes. La figure 1.13 montre les diagrammes de stabilité établis par cette étude, avec un nombre de Taylor défini comme : $Ta = 2\eta^2\omega^2d^4/\nu^2(1 - \eta^2)$. n correspond au nombre d'onde azimutal, autrement dit le nombre de branches d'un motif en spirale, pour $n = 0$ le motif est axisymétrique.

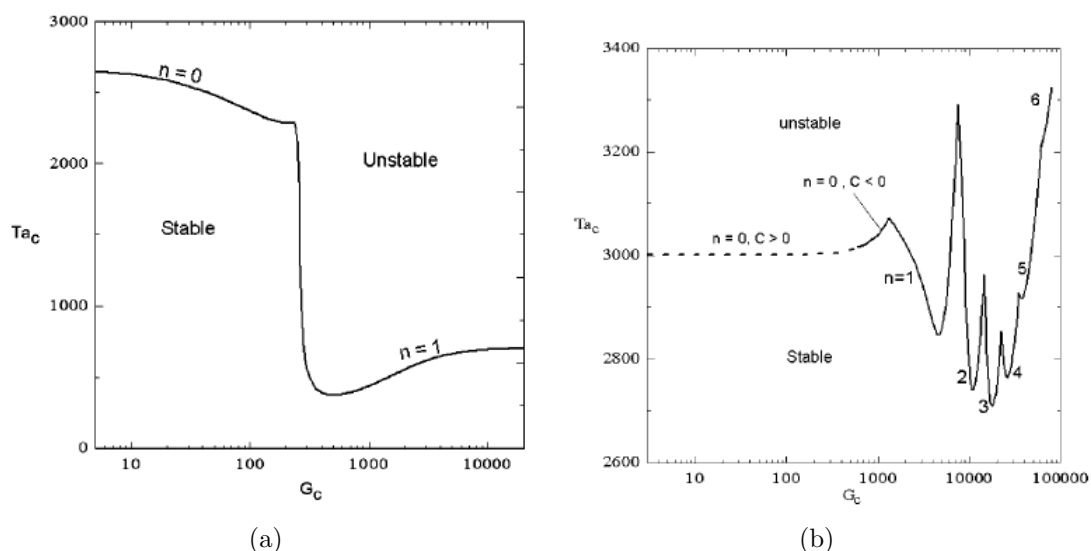


FIGURE 1.13 – Seuils des modes les plus instables calculés par M. Ali et G. B. McFadden (a) Régime de transition: $\gamma = 4$ (b) Régime de convection : $\gamma = 13$.

Régime de transition, $\gamma = 4$: Pour le régime de transition tant que le nombre de Grashof est inférieur à 250 le mode le plus instable est axisymétrique et propagatif. Pour ce mode l'augmentation du nombre de Grashof a pour effet de diminuer le nombre de Taylor critique et la vitesse de propagation axiale du motif. Au nombre de Grashof $Gr_c = 250$ le motif transite vers un mode de spirale à une branche et le nombre de Taylor critique chute pour atteindre une valeur cinq fois plus faible (figure 1.13(a)). La spirale se propage axialement dans la direction inverse du mode axisymétrique. Au delà de $Gr = 500$, l'augmentation du nombre de Grashof augmente le nombre de Taylor critique de ce mode ainsi que l'inclinaison de la spirale par rapport à l'horizontale. La spirale est presque à la verticale pour un nombre de Grashof supérieur à 10000 avec une inclinaison

de 85° .

Régime de convection $\gamma = 13$ Dans le régime de convection le diagramme de stabilité est beaucoup plus riche. On retrouve un mode axisymétrique et une spirale à une branche, mais aussi des modes de spirales avec 2 à 6 branches, le nombre de branches du motif le plus instable augmentant lorsque l'on augmente le nombre de Grashof (figure 1.13(b)). Le mode axysymétrique se déplace dans la même direction que dans le cas du régime de transition pour les plus petits nombres de Grashof mais change de direction de propagation pour un nombre de Grashof de 600. L'angle d'inclinaison du motif augmente moins vite avec le nombre de Grashof que dans le régime de transition, arrivant à une inclinaison de 55° à $Gr = 80000$

1.3.8 Travaux expérimentaux réalisés au LOMC

Le système de Couette-Taylor est étudié depuis longtemps au laboratoire LOMC à la fois numériquement et expérimentalement. Le laboratoire dispose de plusieurs dispositifs servant à étudier différents phénomènes comme l'utilisation de fluides viscoélastiques, l'effet d'excitations périodiques ou, le cas de cette étude, l'effet d'un gradient radial de température dans un système vertical. On détaillera ici les principaux résultats obtenus pour ce dernier cas. Ces résultats expérimentaux ont été obtenus avec un système de rapport d'aspect particulièrement grand (voir chapitre 3). Les travaux successifs de A. Goharzadeh, V. Lepiller puis R. Guillerm ont permis de construire un diagramme de stabilité du système présenté en figure 1.14. Ce diagramme représente en fonction du nombre de Taylor et du nombre de Grashof les frontières des domaines d'existence de différents motifs classés en se basant sur des visualisations à l'aide de Kalliroscope [33] et des diagrammes spatiotemporels (voir section 3.3). Avec un éclairage approprié, le Kalliroscope permet de voir directement les structures de l'écoulement et un diagramme spatiotemporel montre l'évolution temporelle de l'intensité lumineuse le long d'une ligne verticale ou radiale de l'écoulement (figures 1.15 et 1.16).

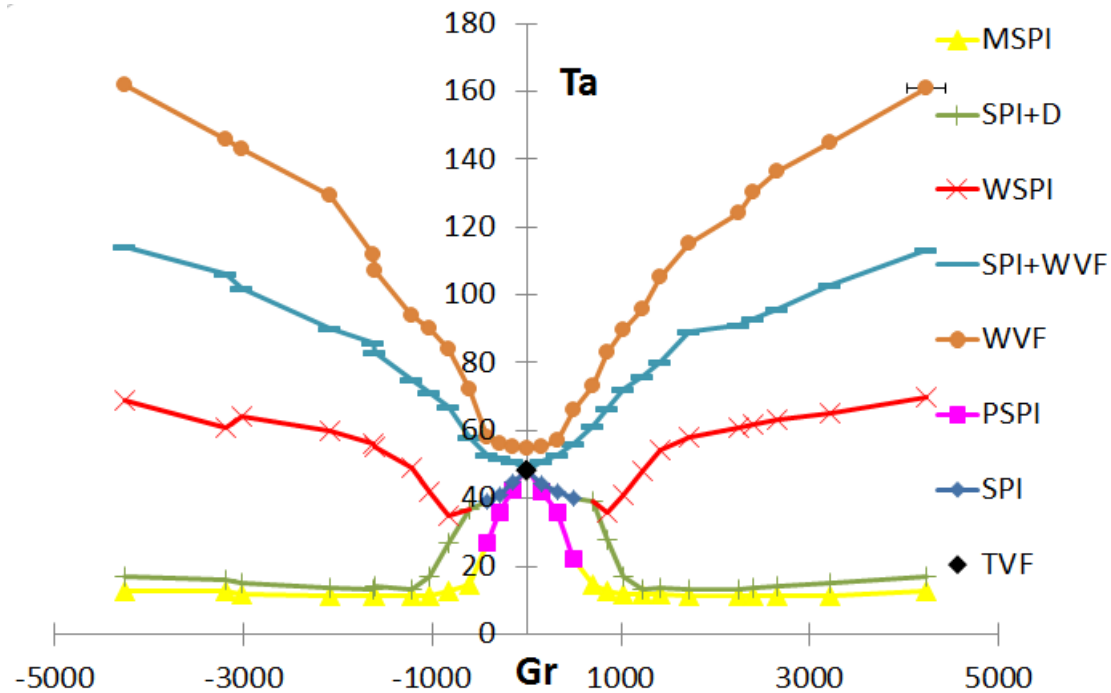


FIGURE 1.14 – Diagramme de stabilité du système de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température.

Les différents motifs observés sont les suivant :

TVF (Taylor Vortex Flow) Ce sont les rouleaux de Taylor axisymétriques et stationnaires (figure 1.15(a)). Ils ne sont observés que pour un nombre de Grashof nul, ou très faible.

WVF (Wavy Vortex Flow) La première déstabilisation des rouleaux de Taylor qui se mettent à onduler verticalement (figure 1.15(b)). Ce motif est aussi observé avec un gradient de température important, Lepiller remarqua que le seuil d'apparition de ce motif suit asymptotiquement la courbe $Ri = 0,033$.

PSPI (Partial Spiral) La première instabilité observée pour de faibles nombres de Grashof. Le motif s'enroule en spirale autour du cylindre intérieur mais n'emplit pas la totalité du système (figure 1.15(c)). Cette spirale est toujours observé en bas du système quel que soit le sens du gradient de température. Lepiller mit en évidence que ce mode était une instabilité convective.

SPI (Spiral) Le motif en spirale a envahi tout le système, il y a eu une transition entre l'instabilité convective des PSPI et une instabilité absolue (figure 1.15(d)).

SPI+WVF (Spiral + Wavy Vortex Flow) Un régime de coexistence de la spirale et des rouleaux ondulés (figure 1.16(a)).

MSPI (Modulated Spiral) La première instabilité pour les grands nombres de Grashof. Un motif de spirales dont l'amplitude est lentement modulée (figure 1.16(b)).

SPI+D (Spiral + Dislocation) Un motif de spirale comportant beaucoup de dislocations et déformations (figure 1.16(c)).

WSPI (Wavy Spiral) Un motif en spirale qui ondule à la manière des WVF (figure 1.16(d)).

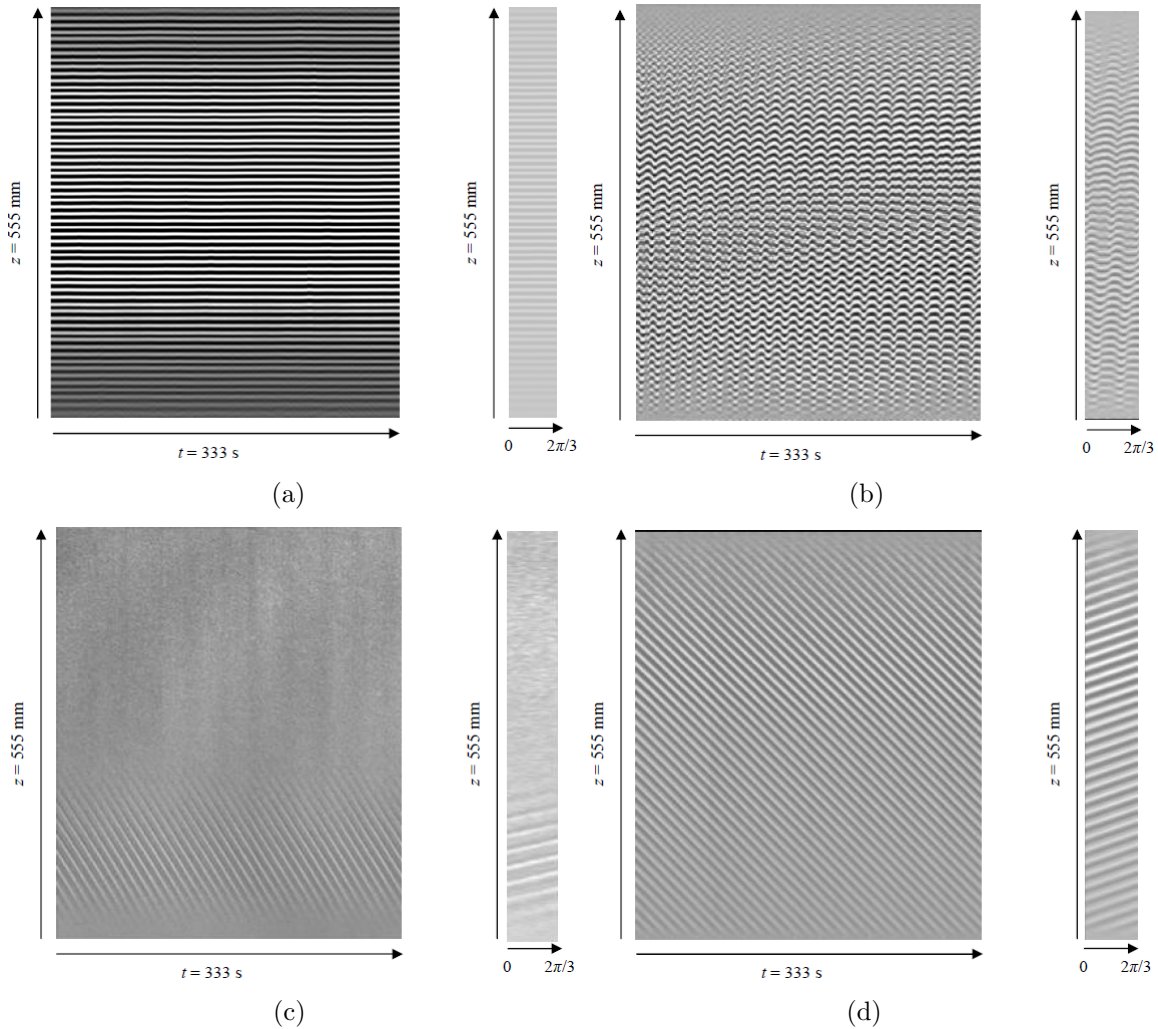


FIGURE 1.15 – Diagrammes spatiotemporels et photos représentant différents types de motifs [34] (a) Rouleaux de Taylor (TVF) à $Gr = 0$ et $Ta = 48$. (b) Rouleaux ondulés (WVF à $Gr = 3219$ et $Ta = 140$. (c) Spirale partielle (PSPI) à $Gr = 392$ et $Ta = 31,3$. (d) Spirale (SPI) à $Gr = 392$ et $Ta = 41$.

Tous les motifs en spirales observés dans ce système suivent les règles d'inclinaisons proposées par Ali et Weidman (figure 1.9).

Lepiller [35] a étudié les propriétés spatiotemporelles des motifs pour $Gr < 1000$ en fonction du nombre de Taylor. Celles-ci suivent la même évolution en fonction du nombre de Taylor quel que soit le nombre de Grashof. Le nombre d'onde axial q augmente avec le nombre de Taylor et converge vers le nombre d'onde critique du cas isotherme. Le nombre d'onde azimutal m , représentant le nombre de spirales coupant l'axe horizontal, diminue quand le nombre de Taylor augmente. Les pulsations mesurées ω du motif se rassemblent

sur une courbe maîtresse en fonction du taux de rotation du cylindre intérieur Ω telle que $\omega/m = 0,426\Omega$, ce qui correspond à la vitesse moyenne du fluide (voir section 2.3.1). Cela signifie que les motifs en spirales se propagent autour des cylindres à un taux de rotation de $0,426\Omega$ tandis que l'angle d'inclinaison de la spirale par rapport à l'horizontale diminue lorsque l'on augmente le nombre de Taylor.

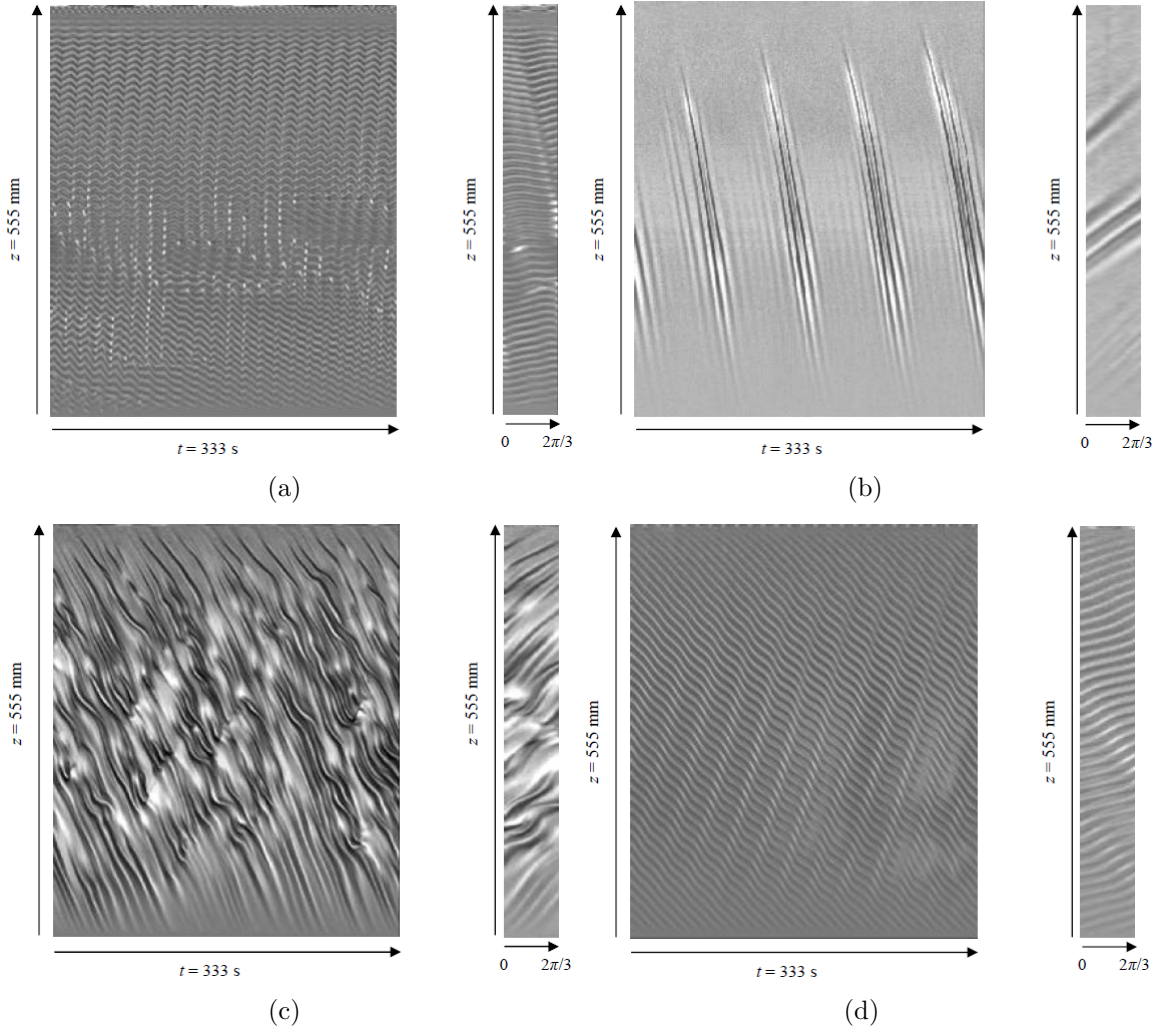


FIGURE 1.16 – Diagrammes spatiotemporels et photos représentant différents types de motifs [34] (a) Coexistence de spirales et de rouleaux ondulés (SPI+WVF) à $Gr = 1701$ et $Ta = 85$. (b) Spirale modulée (MSPI) à $Gr = 4230$ et $Ta = 12,5$. (c) Spirale avec dislocations (SPI+D) à $Gr = 2405$ et $Ta = 14,8$. (d) Spirale ondulée (WSPI) à $Gr = 850$ et $Ta = 45$.

R. Guillermin a étudié en détail le cas de la spirale modulée (figure 1.16(b)), le motif apparaissant au seuil pour de grands nombres de Grashof. Ce motif présente les caractéristiques d'un paquet d'ondes inclinées se propageant autour des cylindres. R. Guillermin a réalisé des analyses spectrales des diagrammes spatiotemporels de ce motif. Les spectres spatiaux révèlent le nombre d'onde du motif q . Les spectres temporels sont eux caractérisés par deux fréquences distinctes f_{mod} et f_p (figure 1.17). Le spectre présente un premier pic à f_{mod} puis plusieurs paquets de pics groupés autour de la fréquence f_p et

ses harmonique. Les pics dans chaque paquet sont espacés de f_{mod} . La basse fréquence f_{mod} est la fréquence de modulation du motif. Il a été remarqué que $2\pi f_{mod} = 0,426\Omega$, ce qui signifie que le paquet d'ondes se déplace autour du cylindre intérieur à la vitesse moyenne de l'écoulement de base (voir chapitre 2). La seconde fréquence f_p est la fréquence de la spirale, liée aux dimensions des ondulations de la spirale. Il a aussi observé que l'inclinaison de la spirale modulée augmente avec le nombre de Grashof alors que la taille du paquet d'ondes diminue.

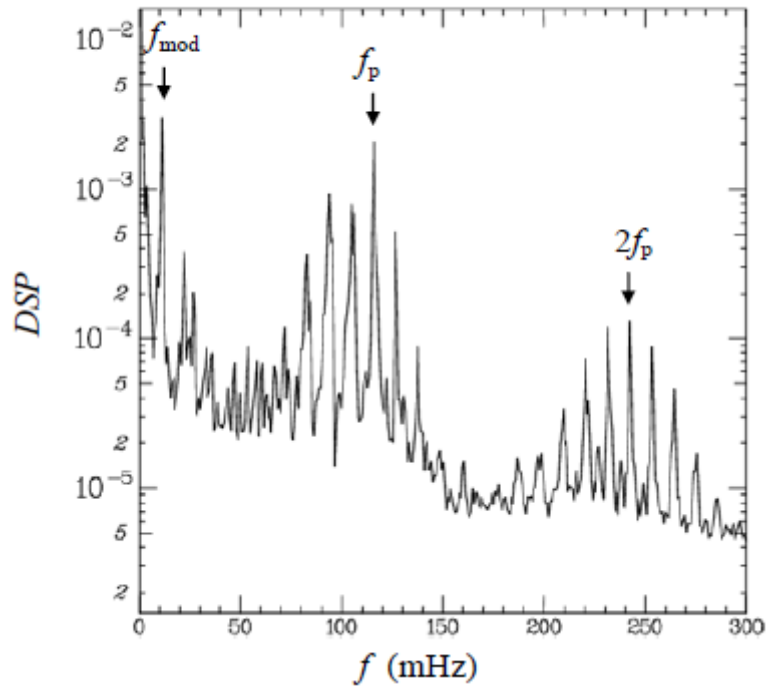


FIGURE 1.17 – Spectre temporel d'une spirale modulée ($Gr = 2405$ et $Ta = 11.3$) [34]

R. Guillerm a aussi développé au laboratoire la technique de mesure de champs de vitesse et de température à l'aide de cristaux liquide thermochromique encapsulés. Il s'en est servi pour étudier les rouleaux de Taylor et l'effet de la mise en place d'un gradient de température sur ces derniers. Les mesures sont en bon accord avec des simulations numériques. Il a aussi fait des mesures de champs de vitesse et de température pour différents types de motifs observés dans le système (figure 1.14). Pour les faibles gradients de température, la spirale et la spirale partielle sont composées de rouleaux corotatifs, les rouleaux deviennent contrarotatifs quand le système transite vers les rouleaux de Taylor ondulés. Les rouleaux déforment le champ de température par advection créant des alternance de zones chaudes et de zones froides selon le sens de l'écoulement radial (figure 1.18(a)). Dans le régime des rouleaux ondulés la déformation du champ de température est telle que le gradient horizontal est repoussé dans d'étroites bandes proches des parois alors appelées couches limites thermiques et il n'y a alors plus de gradient de température horizontal dans la partie centrale de l'entrefer (figure 1.18(b)).

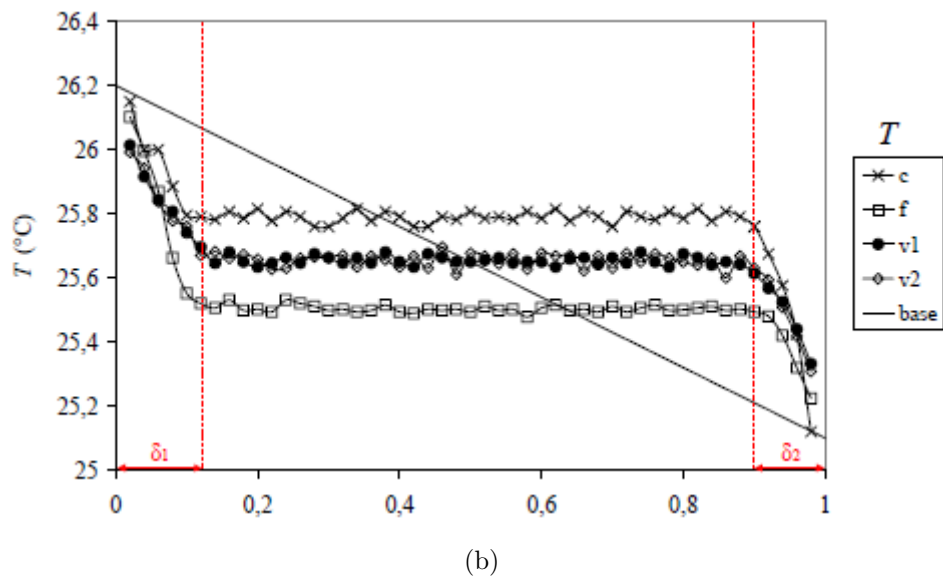
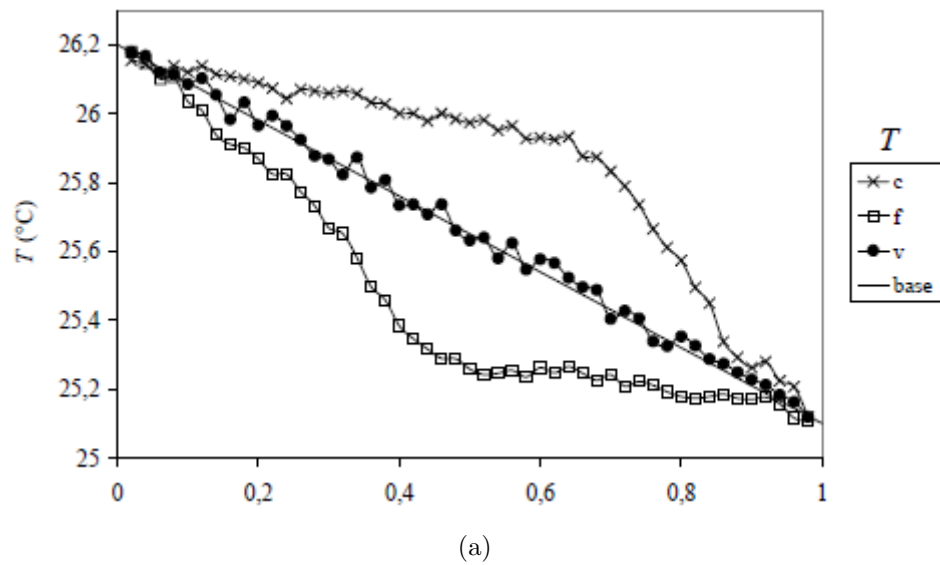


FIGURE 1.18 – Profils de température dans une zone froide (f), une zone chaude (c) et le cœur d'un vortex (v) [34] (a) Dans une spirale $Gr = 706$ et $Ta = 23.9$. (b) Dans les rouleaux ondulés $Gr = 706$ et $Ta = 80$.

Pour de plus grands gradients de température le champ de vitesse au seuil de l'instabilité ne révèle pas de vortex. Le motif de spirales modulées a la forme d'une onde progressive, l'interface entre le fluide chaud montant et le fluide froid descendant représenté par une nappe de vorticité ondule au passage de la spirale (figure 1.19). On remarque que cette instabilité ressemble à une onde de Kelvin-Helmholtz. Une transition depuis cette onde vers des rouleaux contrarotatifs à lieu dans le domaine des spirales avec dislocations.

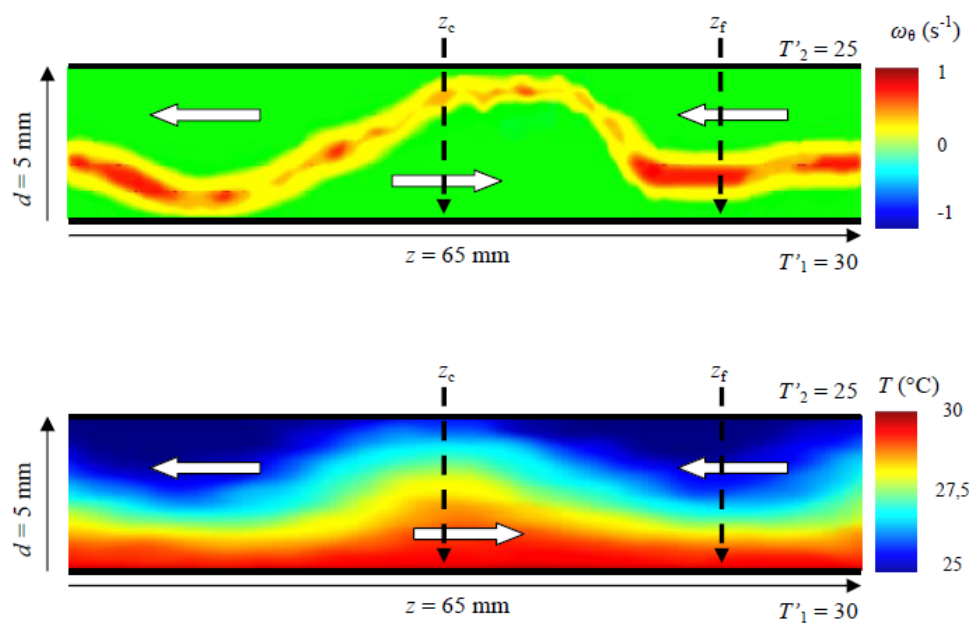


FIGURE 1.19 – Champ de vorticité et champ de température au cœur de la spirale modul e ($Gr = 2405$ et $Ta = 11,3.$) [34]

Chapitre 2

Description théorique

2.1 Équations de la convection thermique dans un anneau cylindrique

Un fluide Newtonien incompressible est confiné entre deux cylindres de hauteur H et de rayons respectifs a et b . La largeur de l'entrefer est $d = b - a$. Le cylindre intérieur est en rotation à la vitesse angulaire Ω . De l'eau provenant de bains thermostatés aux températures T_1 et T_2 circule respectivement dans le cylindre intérieur et autour du cylindre extérieur, maintenant les parois délimitant l'entrefer aux températures T'_1 et T'_2 . Les équations régissant les champs de vitesses \vec{V} de température T et de pression P de ce fluide dans le champ de pesanteur terrestre sont :

- l'équation de continuité, ou conservation de la masse

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0 \quad (2.1)$$

- les équation de conservation de la quantité de mouvement, les équations de Navier-Stokes

$$\rho \left(\partial_t(\vec{V}) + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} \right) = -\vec{\nabla} \cdot P + \mu \Delta \vec{V} + \rho \vec{g} \quad (2.2)$$

- l'équation de conservation de l'énergie

$$\partial_t T + (\vec{V} \cdot \vec{\nabla}) T = \kappa \Delta T \quad (2.3)$$

Les paramètres de ces équations sont le champ de gravité g et les propriétés du fluide : sa masse volumique ρ , sa viscosité μ et le coefficient de diffusivité thermique κ . On se place dans le cadre de l'approximation de Boussinesq où les variations de ces paramètres sont négligées et leur valeur estimée pour une température de référence T_0 . L'exception est faite pour la masse volumique lorsqu'elle est associée avec la force de pesanteur. Ainsi on néglige les fluctuations de masses volumiques dans les effets inertiels mais pas pour le poids. On pose alors que la masse volumique varie linéairement avec la température :

$$\rho = \rho_0(1 - \alpha(T - T_0)) \quad (2.4)$$

où α est le coefficient de dilatation thermique et ρ_0 la masse volumique prise à la température de référence T_0 . Cette variation de masse volumique crée une variation radiale de la poussée d'Archimède qui est le moteur de la convection naturelle.

2.2 Échelles caractéristiques et paramètres de contrôle

Les échelles caractéristiques du système sont des grandeurs construites à partir des paramètres du problème qui permettent d'adimensionner les variables. Utiliser des variables adimensionnées permet de comparer des systèmes d'échelles différentes, donnant une certaine universalité aux mesures expérimentales. De plus adimensionner les équations permet de réduire le nombre de paramètres. On peut connaître le nombre de paramètres nécessaires en appliquant le théorème de Vaschy-Buckingham (ou théorème Π). Ce théorème énonce qu'un système comportant n variables qui s'expriment en fonction de k unités fondamentales peut s'écrire en fonction de $n-k$ paramètres sans dimension. Les équations (2.1) à (2.4) comportent dix variables : les trois composantes d'espaces, les trois composantes de vitesse, le temps, la température la pression et la densité. Ces variables s'expriment avec quatre unités fondamentales : la masse, le temps, la longueur, la température. Donc $10-4 = 6$ paramètres indépendants, les paramètres de contrôle, suffisent pour caractériser complètement le système.

Nous allons adimensionner les équations (2.1) à (2.4) en utilisant les 5 échelles suivantes :

- Longueur : d , la largeur de l'entrefer.
- Vitesse : $V_0 = \Omega a$, la vitesse du cylindre intérieur.
- Temps : $\tau_a = d/V_0$, le temps caractéristique d'advection.
- Pression : $\rho_0 V_0^2$.
- Température : $\delta T = T'_1 - T'_2$, on redéfinit aussi l'origine de la température à $T = T_0$.

Nous définissons en plus d'autres échelles caractéristiques qui ne vont pas servir à adimensionner les équations mais ont un sens qui peut être utile pour l'analyse des données expérimentales. Par exemple si l'on s'intéresse aux processus de dissipation thermique ou visqueuse on utilisera les échelles de temps correspondantes à savoir:

- le temps de diffusion visqueuse à travers l'entrefer $\tau_\nu = d^2/\nu$
- le temps de diffusion thermique à travers l'entrefer $\tau_\kappa = d^2/\kappa$.

D'autres grandeurs sont définies à partir de l'état de base du système (résolu plus loin dans le chapitre) et permettent de comparer l'écoulement secondaire à l'écoulement de base :

- L'échelle de vitesse de la cellule de convection de l'état de base :
 $W = 0,008 \times W_a = 0,008 \times g\alpha\delta T d^2/\nu$
- La vitesse azimutale moyenne du fluide dans l'état de base :
 $V_{0m} = \Omega_m(a + b)/2 = 0,426\Omega(a + b)/2$
- Le temps d'advection par la cellule de convection naturelle:
 $\tau_c = H/W = 125 \times \nu\Gamma/g\alpha\delta T d$
- Le temps d'advection par la rotation du cylindre intérieur :
 $\tau_r = 2\pi/\Omega_m = 2\pi/0,426\Omega.$

Les équations (2.1) à (2.4) adimensionnées par les cinq premières échelles s'écrivent :

$$\begin{cases} \vec{\nabla}^* \cdot (\vec{V}^*) = 0 \\ \partial_{t^*} \vec{V}^* + (\vec{V}^* \cdot \vec{\nabla}^*) \vec{V}^* = -\vec{\nabla}^* \cdot P^* + \frac{\Delta^* \vec{V}^*}{Re} + \left(\frac{Ga}{Re^2} - \frac{GrT^*}{Re^2} \right) \vec{e}_z \\ \partial_{t^*} T^* + (\vec{\nabla} T^*) \cdot \vec{V}^* = \frac{1}{RePr} \Delta^* T^* \end{cases} \quad (2.5)$$

Ces équations dépendent de quatre paramètres indépendants, ce sont les quatre premiers paramètres de contrôles :

- $Re = \frac{V_0 d}{\nu}$ Le nombre de Reynolds, rapport entre l'inertie et la dissipation visqueuse.
- $Gr = \frac{g\alpha\delta T d^3}{\nu^2}$ Le nombre de Grashof rapport entre la poussée d'Archimède et la dissipation visqueuse.
- $Ga = \frac{gd^3}{\nu^2}$ Le nombre de Galilée rapport entre les forces de gravité et les forces visqueuses
- $Pr = \frac{\nu}{\kappa}$ Le nombre de Prandtl, rapport entre la diffusion visqueuse et la diffusion thermique.

On préférera utiliser le nombre de Taylor $Ta = Re\sqrt{\frac{d}{a}}$ à la place du nombre de Reynolds car il offre une meilleure mise à l'échelle lorsque l'on parle d'instabilités centrifuges. Deux autres paramètres utiles sont construits à partir des quatre premiers :

- Le nombre de Rayleigh $Ra = Gr.Pr$ qui regroupe le nombre de Grashoff et le nombre de Prandtl.
- Le nombre de Richardson $Ri = Gr/Re^2$ qui compare les effets thermiques et inertiels.

Il manque encore deux paramètres indépendants des précédents pour que le système soit complètement caractérisé. Ce sont les paramètres de contrôle géométriques, qui permettent de caractériser les dimensions du système et qui entrent en compte lorsque l'on pose les conditions aux limites. On choisit :

- Le rapport des rayons $\eta = a/b = 0,8$ qui apparait dans le calcul de l'état de base du système.
- Le rapport d'aspect $\Gamma = H/d=110$.

2.3 L' état de base dans un anneau de longueur infinie

La géométrie du système suggère d'utiliser les coordonnées cylindriques (r, θ, z) . L'état de base stationnaire du système attendu en dessous du seuil d'apparition d'instabilités est un écoulement stationnaire qui conserve les symétries du système. On simplifie donc les équations (2.5) en imposant :

- Une invariance en z (approximation du cylindre infini) $\Rightarrow \partial_z = 0$ excepté pour le champ de pression pour lequel on admet l'équilibre hydrostatique : $\partial_z P = Ga/Re^2$
- L'axisymétrie $\Rightarrow \partial_\theta = 0$
- Un état stationnaire $\Rightarrow \partial_t = 0$

L'équation de continuité se simplifie alors en :

$$\partial_r(rV_r) = 0 \quad (2.6)$$

En ajoutant la condition de non pénétration aux parois ($V_r = 0$ sur les parois) on trouve une vitesse radiale nulle partout. Les équations de conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie dans le système de coordonnées cylindriques sous forme adimensionnée deviennent donc :

$$\begin{cases} \frac{V_\theta^2}{r} = \frac{dP}{dr} \\ \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV_\theta}{dr} \right) - \frac{V_\theta}{r} = 0 \\ Re \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{dV_z}{dr} \right) + GrT = 0 \\ \frac{d}{dr} \left(r \frac{dT}{dr} \right) = 0 \end{cases} \quad (2.7)$$

On remarque que les champs de vitesses azimutal $V_\theta(r)$ et vertical $V_z(r)$ sont découplés, on peut donc les résoudre séparément.

2.3.1 L'écoulement de Couette azimutal

Cet écoulement est induit par la rotation du cylindre intérieur et est régi par la seconde équation du système d'équations (2.7), c'est une équation différentielle linéaire du second ordre qui se résout directement :

$$V_\theta(r) = Ar + \frac{B}{r} \quad (2.8)$$

Les constantes A et B étant déterminées avec la condition de non glissement aux parois des cylindres :

$$\begin{cases} V_\theta = 1 \text{ à } r = \frac{\eta}{1-\eta} \\ V_\theta = 0 \text{ à } r = \frac{1}{1-\eta} \end{cases} \quad (2.9)$$

Le profil de vitesse adimensionné s'écrit alors:

$$V_\theta(r) = \frac{\eta}{1+\eta} \left(\frac{1}{r(1-\eta)^2} - r \right) \quad (2.10)$$

Le profil de vitesse correspondant est représenté en figure 2.1. C'est un profil légèrement convexe.

Il est utile de définir la vitesse angulaire moyenne de l'écoulement :

$$\omega_m = \left\langle \frac{V_\theta(r)}{r} \right\rangle \equiv \frac{\int_a^b \frac{V_\theta(r)}{r} r \, dr}{\int_a^b r \, dr} \quad (2.11)$$

Soit :

$$\omega_m = \frac{\eta}{1+\eta} \left(\frac{2 \ln(\eta)}{\eta^2 - 1} - 1 \right) \quad (2.12)$$

Pour $\eta = 0.8$, on a $\omega_m = 0,1065$. La grandeur utile pour l'expérimentation est dans ce cas la grandeur dimensionné : $\Omega_m = 0,1065\Omega a/d = 0,426\Omega$.

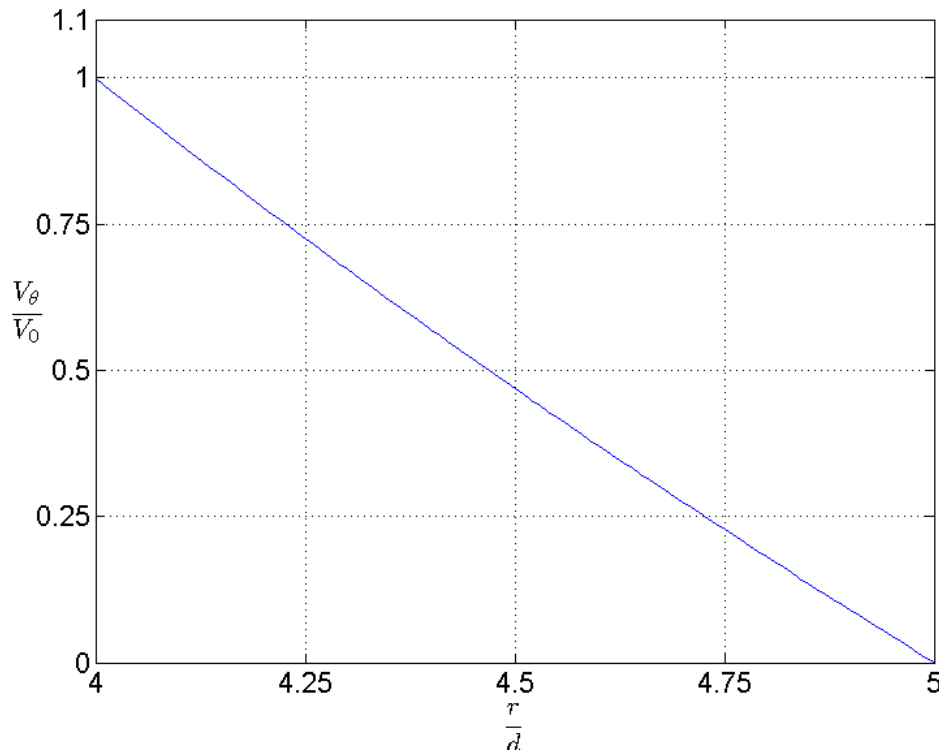


FIGURE 2.1 – Profil de vitesse azimutale adimensionné pour $\eta = 0,8$.

2.3.2 L'écoulement de convection barocline

Cet écoulement est induit par le gradient radial de température et la variation du poids du fluide avec la température. Il porte le nom d'écoulement barocline, et est régi par la troisième équation du système d'équations (2.7). Pour obtenir le profil de vitesse il faut d'abord déterminer le profil de température avec la quatrième équation dont la solution est de la forme : $T = C \ln(r) + D$. Les constantes C et D sont déterminés par les températures imposés aux parois des cylindres :

$$\begin{cases} T = \frac{T'_1 - T_0}{T'_1 - T'_2} \text{ à } r = \frac{\eta}{1 - \eta} \\ T(b/d) = \frac{T'_2 - T_0}{T'_1 - T'_2} \text{ à } r = \frac{1}{1 - \eta} \end{cases} \quad (2.13)$$

Ce qui donne

$$T = \frac{\ln((1 - \eta)r)}{\ln(\eta)} + \frac{T'_2 - T_0}{T'_1 - T'_2} \quad (2.14)$$

On injecte ce profil de température dans la troisième équation du système d'équations (2.7) pour obtenir l'équation de la vitesse axiale :

$$\frac{Re}{r} \partial_r (r \partial_r V_z) + Gr \left(\frac{\ln((1 - \eta)r)}{\ln(\eta)} + \bar{T}_0 \right) = 0 \quad (2.15)$$

Avec $\bar{T}_0 = \frac{T'_2 - T_0}{T'_1 - T'_2}$. La solution générale de cette équation s'écrit :

$$V_z = \frac{Gr}{Re} \left[E + \left(\frac{1}{4 \ln(\eta)} - \frac{T_0}{4} \right) r^2 - \frac{r^2 \ln((1 - \eta)r)}{4 \ln(\eta)} + F \ln((1 - \eta)r) \right] \quad (2.16)$$

Pour déterminer les deux constantes d'intégrations E et F ainsi que la température de référence T_0 , on impose la condition de non glissement aux parois et un débit vertical nul :

$$\begin{cases} V_z = 0 \text{ à } r = \frac{\eta}{1 - \eta} \text{ et } r = \frac{1}{1 - \eta} \\ \int_{a/d}^{b/d} r V_z(r) dr = 0 \end{cases} \quad (2.17)$$

Après calcul on trouve que le champ de vitesse axial s'écrit :

$$V_z(r) = \frac{Gr}{Re} \frac{1}{4 \ln(\eta)} [(\beta_1 - \ln((1 - \eta)r))(r^2 - \beta_2) + \beta_3] \quad (2.18)$$

Avec

$$\begin{cases} \beta_1 = 1 - \bar{T}_0 \ln(\eta) = \frac{(1 - \eta^2)(1 - 3\eta^2) - 4\eta^4 \ln(\eta)}{4((1 - \eta^2)^2 + (1 - \eta^4) \ln(\eta))} \ln(\eta) \\ \beta_2 = \frac{\eta^2}{(1 - \eta)^2} - \beta_1 \frac{\eta + 1}{(\eta - 1) \ln(\eta)} \\ \beta_3 = \beta_1 \frac{\eta + 1}{\eta - 1} \left(1 - \frac{\beta_1}{\ln(\eta)} \right) \end{cases} \quad (2.19)$$

La figure 2.2 montre le profil de température obtenu pour $\eta = 0,8$, c'est un profil légèrement convexe. Et la température T_0 correspond à la température au centre de l'entrefer.

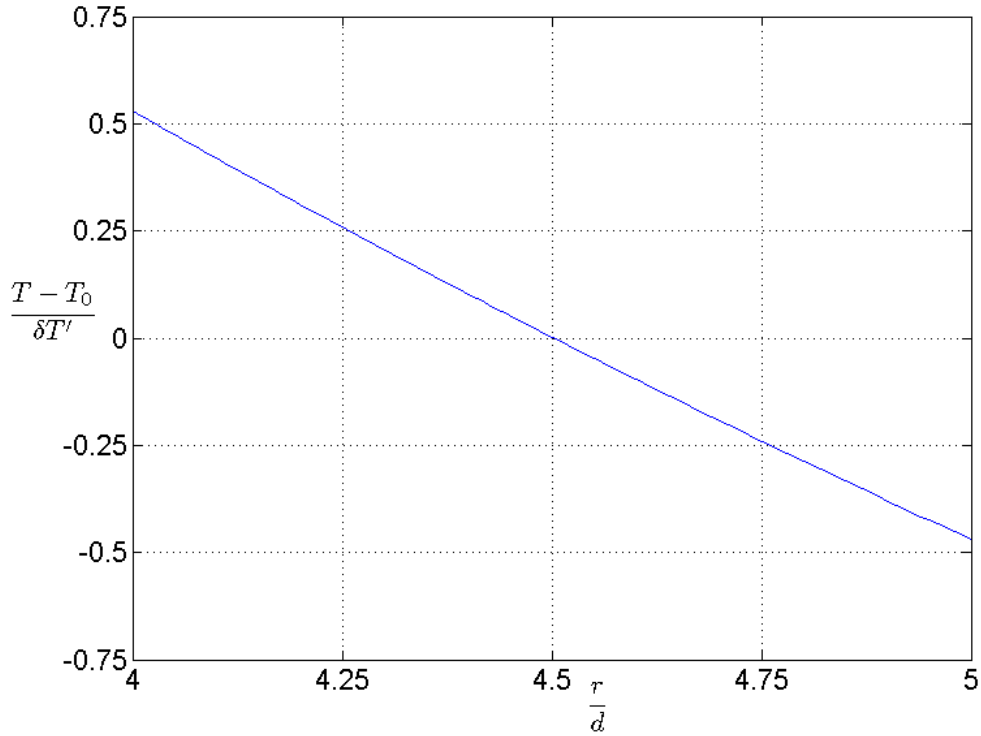


FIGURE 2.2 – Profil température sans dimension, $\eta = 0,8$.

L'équation (2.18) montre que la champ de vitesse axial sans dimension est proportionnel à Gr/Re qui peut se réécrire comme W_a/V_0 où $W_a = \alpha \delta T g d^2 / \nu$ est la vitesse caractéristique associée à l'écoulement de base axial. La figure 2.3 montre le profil de vitesse axial adimensionné par W_a . Ce profil présente une claire dissymétrie l'écoulement est plus rapide dans la partie de l'entrefer du côté du cylindre intérieur par rapport à l'écoulement côté du cylindre extérieur, les extremums du profil de vitesse axiale sont :

$$\begin{cases} V_z(r = 4,21) = 0,0084 \times W_a \\ V_z(r = 4,79) = -0,0076 \times W_a \end{cases} \quad (2.20)$$

On peut également représenter la vorticité azimutale de l'état de base. En effet, la vitesse radiale étant nulle, cette vorticité s'écrit $\vec{\omega}_\theta = -\partial_r V_z \vec{e}_\theta$, c'est simplement la dérivée par rapport à r du profil de vitesse axiale, elle est représentée en figure 2.4.

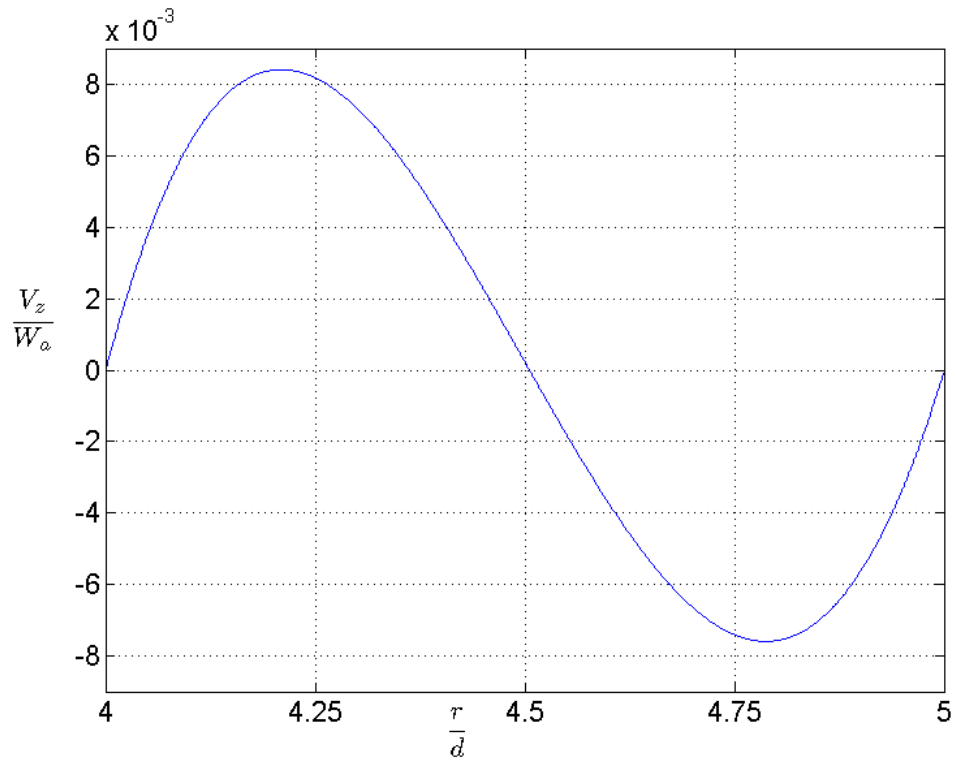


FIGURE 2.3 – Profil de vitesse axiale sans dimension, $\eta = 0,8$.

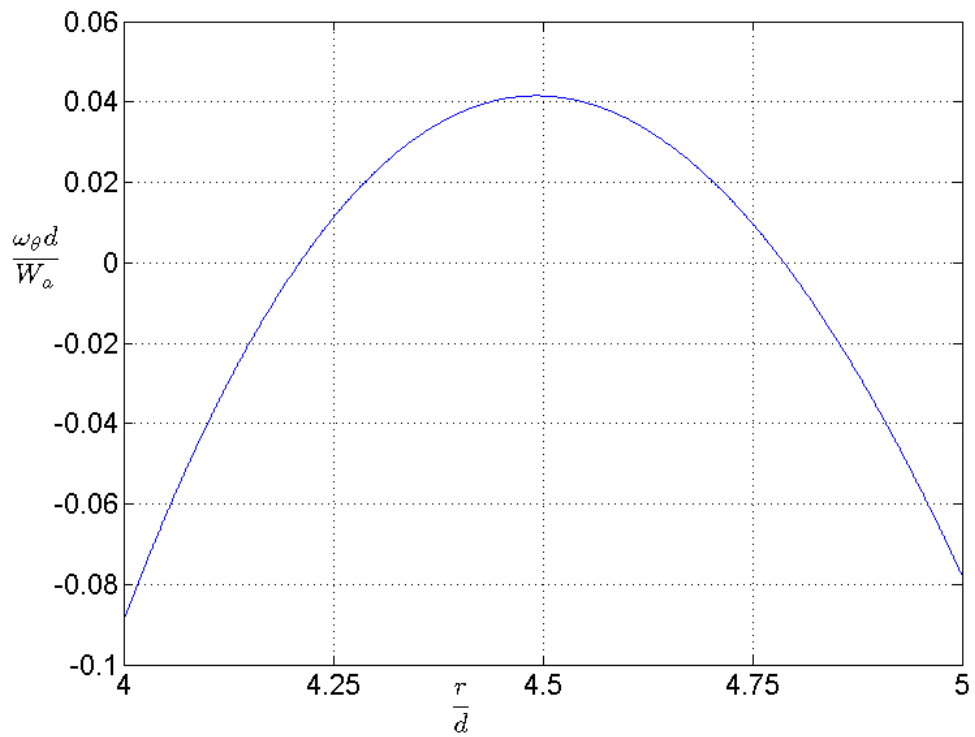


FIGURE 2.4 – Profil de vorticité azimutale sans dimension, $\eta = 0,8$.

2.4 Les flux de chaleur dans l'état de base

Du fait de la présence d'un gradient de température, l'état de base du système transporte de la chaleur, il y a à la fois un transport de chaleur par conduction entre les deux cylindres et un transport de chaleur par convection dans la direction de propagation du fluide. La densité du flux de chaleur transporté par conduction est donnée par la loi de Fourier :

$$\vec{j}_{cond} = -\lambda \vec{\nabla} T \quad (2.21)$$

où λ est la conductivité thermique du fluide. Dans l'état de base entre des cylindres infinis (équation (2.14)), la densité du flux de chaleur transportée par conduction est purement radiale, et s'écrit :

$$\vec{j}_{cond} = j_{cond}(r) \vec{e}_r \quad (2.22)$$

où

$$j_{cond}(r) = -\lambda \frac{dT}{dr} = -\frac{\lambda \delta T}{r \ln(\eta)} \quad (2.23)$$

Dans le système de hauteur H , si l'on néglige la modification des champs de vitesse et de température près des extrémités, le flux de chaleur est transporté par conduction à travers la surface verticale : $\vec{dS}_r = r d\theta dz \vec{e}_r$ et le flux total est :

$$\Phi_{cond} = \int_{S_r} \vec{j}_{cond} \cdot \vec{dS}_r = -\frac{2\pi H \lambda \delta T}{\ln(\eta)} \quad (2.24)$$

où $S_r = 2\pi r H$ est la surface totale d'échange.

La densité de flux de chaleur transportée par convection est le produit de la densité de chaleur du fluide et du champ de vitesse :

$$\vec{j}_{conv} = \rho C_p T \vec{V} \quad (2.25)$$

L'état de base entre des cylindres infinis transporte donc de la chaleur dans la direction axiale, vers le haut dans la moitié de l'entrefer où le fluide est le plus chaud et vers le bas dans l'autre moitié (figure 2.3). Le flux de chaleur total transporté par convection à travers la surface horizontale $\vec{dS}_z = r d\theta dr \vec{e}_z$ s'écrit

$$\Phi_{conv} = \int_{S_z} \vec{j}_{conv} \cdot \vec{dS}_z = 2\pi \rho C_p \int_a^b r T(r) V_z(r) dr \quad (2.26)$$

où $S_z = \pi(b-a)^2$ est la surface totale d'échange.

L'intégrale est calculé numériquement, on obtient pour $\eta = 0.8$:

$$\Phi_{conv} = \frac{2\pi d \lambda R a \delta T}{161.4} \quad (2.27)$$

Le même calcul peut être fait pour chaque η , mais la section horizontale définie par les deux cylindres augmente avec η pour une largeur d'entrefer donnée. Il faut donc calculer la densité de flux de chaleur moyenné selon le rayon si l'on veut calculer l'influence de la courbure sur ce flux. Cette grandeur s'écrit :

$$\langle j_{conv} \rangle_r = \frac{\int_{S_z} \vec{j}_{conv} \cdot \vec{dS}}{S_z} = \frac{\lambda Ra \delta T}{f(\eta) d} \quad (2.28)$$

$f(\eta)$ a été calculé numériquement et est donné en figure 2.5. On peut noter que la limite $\eta \rightarrow 1$ coïncide avec le calcul du flux de chaleur dans le cadre d'un fluide confiné entre deux parois verticales où l'on obtient $\langle j_{conv} \rangle_r = \lambda Ra \delta T / 720 d$ [17].

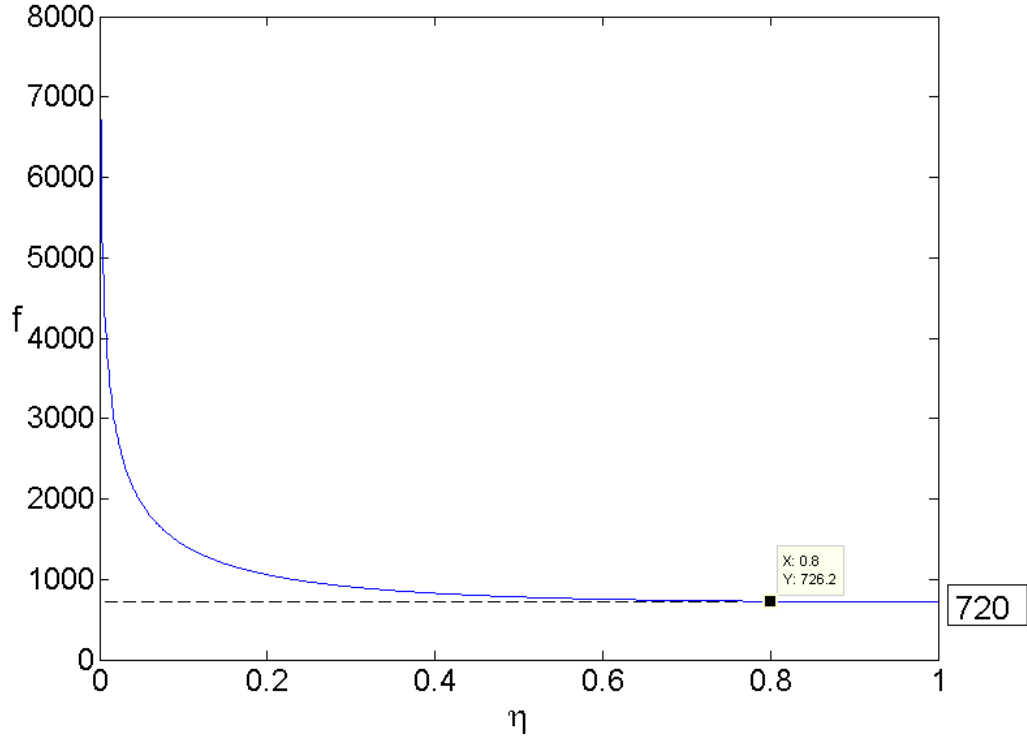


FIGURE 2.5 – Paramètre f en fonction de η .

Ce flux est toujours positif autrement dit la cellule de convection transporte de la chaleur vers le haut du système. Dans le cas du système de hauteur H , cette énergie doit donc être injectée en bas du système et rejetée en haut pour que la cellule de convection du régime de conduction puisse être présente en régime stationnaire. Si les extrémités sont adiabatiques cet apport d'énergie se fait par la déformation des champs de température près des extrémités [17]. En bas du système le gradient de température augmente près de la paroi chaude et diminue près de la paroi froide. Ainsi le flux de chaleur entrant est plus grand que le flux sortant permettant d'alimenter la cellule de convection. Le symétrique de ce scénario arrive en haut du système pour permettre l'évacuation de la chaleur. Ce flux est proportionnel au carré du gradient de température, alors que le flux conductif est proportionnel au gradient de température, on comprend donc pourquoi le système transite vers le régime de transition lorsque l'on augmente le gradient de température, le flux convectif augmente plus vite que le flux conductif. On remarque aussi que $\Phi_{conv} / \Phi_{cond} = Ra / 744 \Gamma$. Or l'étude de Thomas et de Vahl Davis (section 1.2.2)

démontre que le système passe du régime de conduction vers le régime de transition à une valeur quasi constante de la grandeur Ra/Γ qu'ils fixent à 400. Cela revient à dire que cette transition à lieu quand $\Phi_{conv}/\Phi_{cond} = 0,54$.

2.5 Stabilité de l'écoulement de base

2.5.1 Critère de Rayleigh

Le mécanisme de déstabilisation de l'écoulement de Couette circulaire se base sur l'équilibre entre la force centrifuge et le gradient de pression centripète. Si on néglige la dissipation visqueuse, une particule fluide déplacée radialement par une perturbation conserve son moment cinétique et peut se retrouver dans une zone où le gradient de pression ne compense plus l'effet centrifuge. La force que subit alors la particule peut amplifier ou atténuer la perturbation. La nature stabilisatrice ou déstabilisatrice de ce phénomène est déterminée par le critère de Rayleigh. Dans l'état stationnaire, le gradient de pression et la force centrifuge s'équilibrent.

$$\frac{dP}{dr} = \rho \frac{V_\theta^2}{r} \quad (2.29)$$

Dans cet écoulement, une perturbation déplace la particule fluide de la position r à la position $r + dr$, sa nouvelle vitesse $V'_\theta(r + dr)$ est déduite de sa vitesse initiale $V_\theta(r)$ par la conservation de son moment cinétique :

$$\rho \times (r + dr)V'_\theta(r + dr) = \rho r V_\theta(r) \quad (2.30)$$

La différence entre le gradient de pression présent à cette nouvelle position et la force centrifuge donné par la vitesse V' génère une force $\vec{\delta F}$ s'appliquant sur la particule fluide :

$$\vec{\delta F} = \left(\rho \frac{V_\theta'^2(r + dr)}{r + dr} - \frac{dP}{dr} \Big|_{r+dr} \right) \vec{e}_r = -\rho \frac{1}{r^3} \frac{d}{dr} \left(r V_\theta(r) \right)^2 dr \vec{e}_r \quad (2.31)$$

Ainsi le caractère stabilisant ou déstabilisant de la force $\vec{\delta F}$ est déterminé par le signe du discriminant de Rayleigh :

$$\Phi_0(r) = \frac{1}{r^3} \frac{d}{dr} \left(r V_\theta(r) \right)^2 \quad (2.32)$$

Si $\Phi_0(r) > 0$ la force ramène la particule fluide vers sa position initiale et est donc stabilisatrice. Au contraire si $\Phi_0(r) < 0$ la perturbation est amplifiée et l'écoulement est instable. Dans le cas où seul le cylindre intérieur est en rotation, avec le profil de vitesse d'équation (2.10), on obtient :

$$\Phi_0(r) = -\frac{4\eta}{r^2(1+\eta)} \left(\frac{1}{(1-\eta)^2} - r^2 \right) \quad (2.33)$$

Or par hypothèse $r^2 < (b/d)^2 = 1/(1-\eta)^2$ d'où $\Phi_0(r) < 0$. Cette force est toujours déstabilisatrice. L'existence d'un seuil non nul de l'instabilité est due à la dissipation visqueuse qui amortit les perturbations.

2.5.2 Effet du gradient radial de température

On peut étendre le critère de Rayleigh en prenant en plus en compte la variation de la densité du fluide avec la température (équation (2.4)). Cela revient à considérer que le gradient de pression dans la direction radiale généré par les effets centrifuges induit des effets de flottaison dans la direction radiale [34, chapitre 2]. La force δF s'écrit alors :

$$\vec{\delta F} = -\frac{1}{r^3} \frac{d}{dr} \left(\rho(r) r V_\theta(r) \right)^2 dr \vec{e}_r \quad (2.34)$$

Le discriminant de Rayleigh généralisé qui prend en compte les effets thermiques devient [32] :

$$\Phi_1(r) = \Phi_0(r) - \alpha \frac{dT}{dr} \frac{V_\theta^2}{r} \quad (2.35)$$

Le dernier terme du second membre de cette égalité décrit le produit de la stratification radiale de la masse volumique $-\alpha dT/dr$ et de la gravité radiale $g_r = V_\theta^2/r \vec{e}_r$. Ce terme peut être donc considéré comme l'équivalent du carré de la fréquence de Brunt-Väisälä associée à la stratification radiale.

$$\mathcal{N}^2 \equiv -\frac{g_r}{\rho_0} \frac{d\rho}{dr} \quad (2.36)$$

C'est une grandeur fréquemment utilisée en météorologie et en océanographie notamment pour décrire des vagues internes [36]. Elle représente la pulsation propre de l'oscillation d'une particule fluide dans un milieu stratifié. En utilisant les grandeurs caractéristiques du système, la vitesse V_0 et le rayon a , cette fréquence peut se réécrire comme :

$$\mathcal{N}\tau_\nu = Ta \sqrt{\frac{Gr}{Ga}} \quad (2.37)$$

Cela induit une dissymétrie du système car cette fréquence n'existe que si le nombre de Grashof est positif, l'association de la gravité radiale et le gradient de température entraîne alors une situation statiquement stable sujet à des oscillations à la fréquence de Brunt-Väisälä. Dans le cas contraire on obtient une situation statiquement instable où \mathcal{N} est le taux de croissance de l'instabilité. Le nombre de Galilée de notre système est de l'ordre de 2×10^6 , l'étude numérique de Yoshikawa et al [32] montre que pour cette valeur la dissymétrie est négligeable au seuil.

Chapitre 3

Dispositif expérimental et techniques de mesure

3.1 Description du dispositif et protocole expérimental

Le système expérimental (figure 3.1) est constitué de trois cylindres creux d'épaisseur $e = 5$ mm et de hauteur $H' = 57$ cm. Le cylindre intérieur est en aluminium anodisé noir de rayon extérieur $a = 2$ cm. Le second cylindre de rayon intérieur $b = 2,5$ cm est en verre transparent et est imbriqué autour du premier cylindre, ce qui donne un entrefer de largeur $d = 5$ mm dans lequel se trouve le fluide étudié. Le dernier cylindre en verre de rayon intérieur $c = 5$ cm sert d'isolation et encercle les deux autres cylindres. Le cylindre intérieur peut être mis en rotation par un servomoteur tandis que les deux autres cylindres restent fixes.

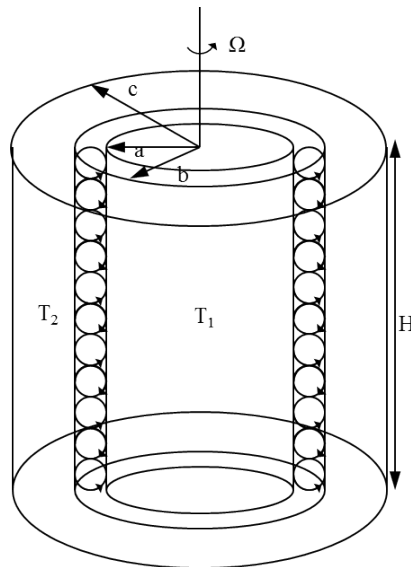


FIGURE 3.1 – Schéma du dispositif expérimental.

Deux joints en téflon sont ajoutés dans l'entrefer et fixés aux extrémités inférieures et supérieures du premier cylindre de verre. On impose ainsi des conditions au limites

fixes et adiabatique. En effet le Téflon est un bon isolant, sa conductivité thermique $\lambda_T = 0,25 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$ est 800 fois plus petite que celle de l'aluminium ($\lambda_{al} = 204 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$) et 3 fois plus petite que celle du verre ($\lambda_v = 0,78 \text{ Wm}^{-1}\text{K}^{-1}$). Une fois ces joints placés, la hauteur utile de l'entrefer est $H = 55,4 \text{ cm}$. Deux bains thermostatés aux températures T_1 et T_2 font circuler de l'eau avec un débit de $D = 15 \text{ l min}^{-1}$ dans le cylindre intérieur et dans le cylindre d'isolation, permettant d'imposer des températures choisies sur les parois délimitant l'entrefer.

Dans l'ensemble des études de cette thèse, sauf indication contraire, les « états » du système mesurés sont atteints en augmentant d'abord le gradient de température dans le système de manière à obtenir le nombre de Grashof voulu. L'erreur d'estimation de $0,2 \text{ }^\circ\text{C}$ du gradient de température, à une température moyenne de $30 \text{ }^\circ\text{C}$ entraîne une erreur d'estimation du nombre de Grashof de 100. On attend ensuite au moins une heure pour laisser le temps au système d'atteindre un état stationnaire. Puis le cylindre intérieur est mis en rotation, en prenant soin d'augmenter la vitesse par petits paliers, à chaque palier nous attendons au moins 15 min avant de faire des mesures. Un pas de 1 mHz pour augmenter la fréquence de rotation entraîne une variation de 0,5 pour le nombre de Taylor.

3.2 Gradient de température effectif dans le fluide

Les températures aux parois de l'entrefer ne sont pas égales aux températures imposées dans les bains, il faut prendre en compte le transfert de chaleur entre l'eau des bains et les cylindres ainsi que les phénomènes de conduction dans les parois en verre et en aluminium. La relation entre la température des bains et le gradient de température dans l'entrefer a été établie par V. Lepiller [35, Chapitre 1]. Nous décrivons ici rapidement son raisonnement. Le principe consiste à exprimer les différents flux de chaleur passant entre les cylindres puis à appliquer la conservation du flux total. Les flux conductifs passant à travers les parois et dans l'entrefer sont exprimés en utilisant la loi de Fourier et les flux de chaleur convectifs échangés entre les bains thermiques et les cylindres sont exprimés à l'aide de la loi de Newton. Les coefficients d'échange par convection sont déterminés en utilisant la formule semi-empirique de Colburn. On obtient ainsi une relation entre les températures aux différentes interfaces (voir figure 3.2) :

$$\Phi_{cond} = \frac{T_1 - T_{a-e}}{R_{h_1}} = \frac{T_{a-e} - T'_1}{R_{Al}} = \frac{T'_1 - T'_2}{R_e} = \frac{T'_2 - T_{b+e}}{R_v} = \frac{T_{b+e} - T_2}{R_{h_2}} \quad (3.1)$$

Les paramètres R sont des résistances thermiques qui dépendent des dimensions du système, des conductivités des matériaux λ_i et des coefficients d'échange par convection entre l'eau des bains thermiques et les cylindres h_i . Ils s'écrivent :

$$\begin{aligned} R_{h_1} &= \frac{1}{2\pi H h_1 (a-e)} \approx 0.0117 \text{ K W}^{-1} \\ R_{Al} &= \frac{1}{2\pi H \lambda_{Al}} \ln \frac{a}{a-e} \approx 4.051 \times 10^{-4} \text{ K W}^{-1} \\ R_e &= \frac{1}{2\pi H \lambda_e} \ln \frac{b}{a} \approx 0.1061 \text{ K W}^{-1} \\ R_v &= \frac{1}{2\pi H \lambda_v} \ln \frac{b+e}{b} \approx 0.06715 \text{ K W}^{-1} \\ R_{h_2} &= \frac{1}{2\pi H h_2 (b+e)} \approx 0.009576 \text{ K W}^{-1} \end{aligned} \quad (3.2)$$

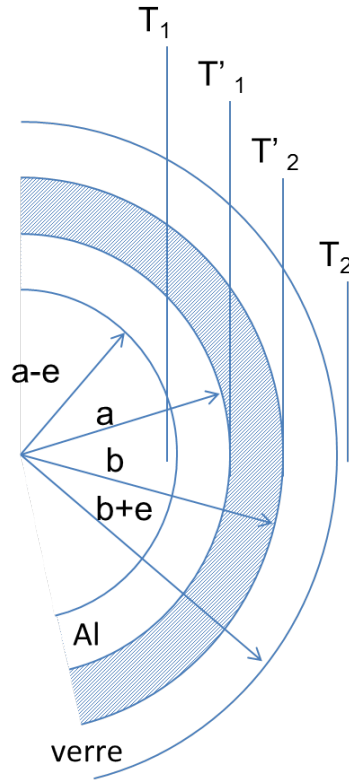


FIGURE 3.2 – Schéma d'une coupe horizontale du dispositif.

Le gradient de température effectif dans l'entrefer se déduit alors à partir des températures imposées :

$$T'_1 - T'_2 = \frac{R_e(T_1 - T_2)}{R_{h_1} + R_{Al} + R_e + R_v + R_{h_2}} \approx 0.544 * (T_1 - T_2) \quad (3.3)$$

On peut aussi calculer séparément les températures théoriques de la surface de chaque cylindre en contact avec le fluide étudié :

$$\begin{aligned} T'_1 &= T_1 - \frac{(R_{Al} + R_{h_1})(T_1 - T_2)}{R_{h_1} + R_{Al} + R_e + R_v + R_{h_2}} \approx T_1 - 0.062 * (T_1 - T_2) \\ T'_2 &= T_2 + \frac{(R_v + R_{h_2})(T_1 - T_2)}{R_{h_1} + R_{Al} + R_e + R_v + R_{h_2}} \approx T_2 + 0.394 * (T_1 - T_2) \end{aligned} \quad (3.4)$$

On remarque ici que la température dans l'entrefer est bien plus proche de la température du bain relié au cylindre intérieur que de celle du bain relié au cylindre extérieur. Cet effet est dû au fait que l'aluminium transfère la chaleur de manière bien plus efficace que le verre. On note aussi que ce raisonnement n'est valable que si la quantité de chaleur échangée par convection dans l'entrefer est suffisamment petite devant la quantité de chaleur échangée par conduction. Ce qui n'est plus vrai pour les plus grandes valeurs du gradient de température, lorsque l'écoulement de base atteint le régime de transition. Cela peut se traduire par une diminution de la résistance thermique dans l'entrefer. En effet le flux de chaleur par convection s'ajoute au flux conductif augmentant le flux de chaleur dans l'entrefer pour le même gradient de température. Dans l'équation (3.3) diminuer R_e fait diminuer le gradient de température effectif. On peut donc s'attendre à observer un

gradient de température effectif plus faible que prévu lorsque le système arrive au régime de transition.

3.3 Technique de visualisation de l'écoulement

Le fluide est ensemencé de 2% en volume d'une solution de Kalliroscope AQ1000 (Kalliroscope Corporation 264 Main Street, P.O. Box 60 Groton, Massachusetts) [33]. Cette solution consiste en une suspension de plaquettes réfléchissantes de dimensions moyennes $30\ \mu\text{m} \times 6\ \mu\text{m} \times 0.07\ \mu\text{m}$. Ces particules fortement anisotropes s'orientent dans la direction du plus fort cisaillement et l'intensité lumineuse réfléchie par la solution dépend de l'orientation de ces plaquettes (voir figure 3.3). Ainsi les structures de l'écoulement sont directement visibles à l'œil nu. La solution est aussi dégazée afin d'empêcher la formation de bulles lors du chauffage.

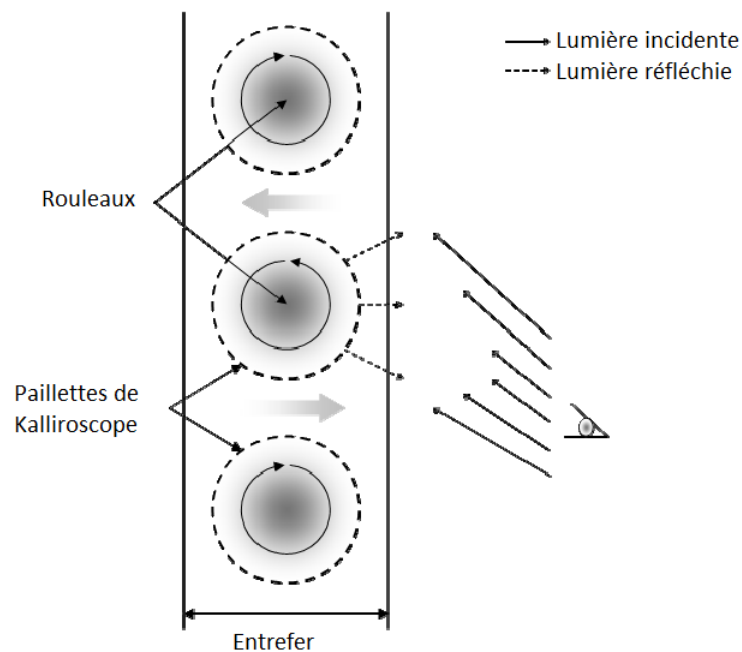


FIGURE 3.3 – Schéma de principe de la visualisation à l'aide de Kalliroscope.

Les données sont enregistrées à partir d'une section verticale de l'écoulement réalisée avec une nappe laser. Une caméra CCD (Basler) enregistre cette section à une fréquence et pendant une durée choisies en fonction de la vitesse d'évolution des motifs (figure 3.4).

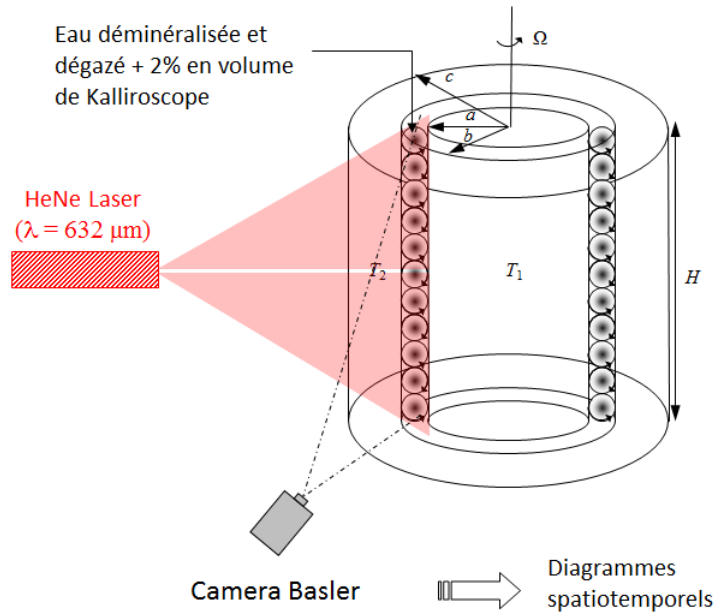


FIGURE 3.4 – Schéma du dispositif de métrologie.

On choisit $F = 4 \text{ Hz}$ pour les régimes lents ou $F = 50 \text{ Hz}$ pour les régimes rapides et un nombre d'images N comme une puissance de 2 (1024, 2048, 4096 ou 8192 selon les besoins). La figure 3.5(a) montre une image d'un enregistrement.

La ligne verticale de M pixels au centre de l'entrefer est extraite pour les N images du film. En superposant ces lignes chronologiquement en respectant un intervalle de temps constant entre les lignes, on construit une image $I(m,n)$ de taille $M * N$ qui montre l'intensité du signal en fonction du temps et de la cote : $I(z,t)$. Avec $z = H \times m/M$ mm et $t = n/F$ s. Cette image est appelé un diagramme spatiotemporel. Ce type de diagramme permet de voir l'évolution temporelle d'un motif. Et permet de classer les motifs en fonction de leur aspect, sa régularité, sa forme, etc... Le diagramme spatiotemporel peut être aussi effectué dans la direction radiale en extrayant des lignes horizontales à une hauteur choisie pour obtenir des informations suivant le rayon.

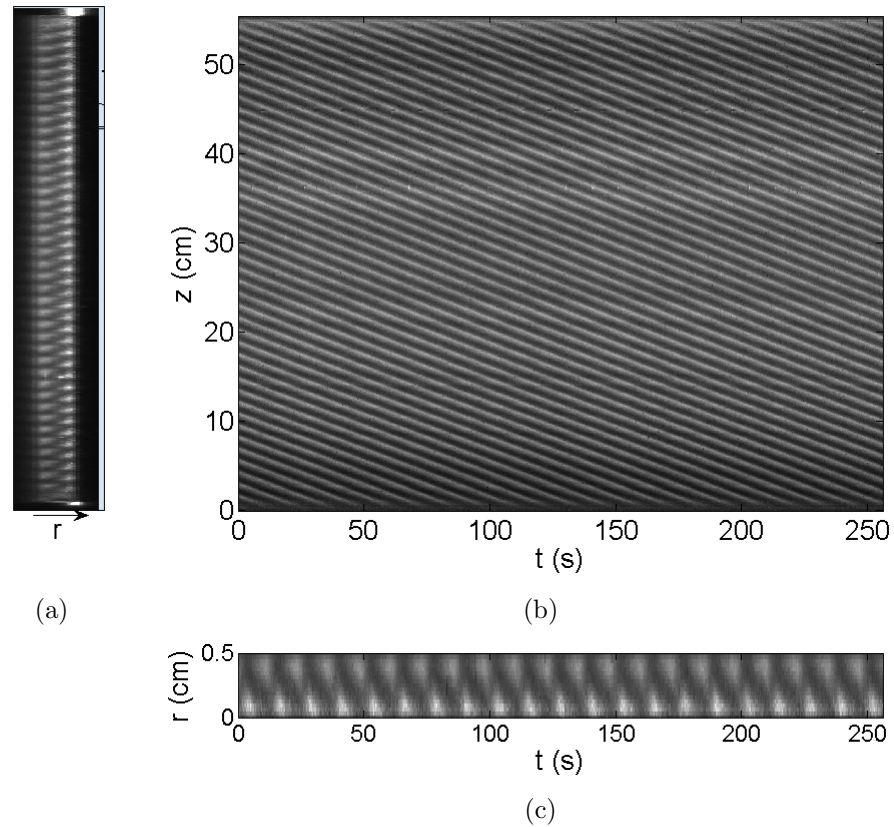


FIGURE 3.5 – Image d’une section droite de l’écoulement (a), diagramme spatiotemporel en fonction de la cote (au centre de l’entrefer) (b), et en fonction du rayon (à $z = H/2$) (c) pour $Gr = 520$ et $Ta = 39$.

La figure 3.5 est un exemple d’une image d’un enregistrement d’un motif de spirale régulière accompagné des diagrammes spatiotemporels axial et vertical correspondants. Un traitement d’image détaillé à la section suivante permet d’obtenir les nombres d’ondes et fréquences associés aux motifs observés.

3.4 Analyse des diagrammes spatiotemporels

Normalisation

L’éclairage du laser n’est pas isotrope (figure 3.6(a)). Pour homogénéiser l’image chaque pixel est divisé par la valeur moyenne de l’intensité de la ligne (donc la moyenne temporelle). L’image est aussi normalisée afin de pouvoir faire des comparaisons entre les différentes mesures.

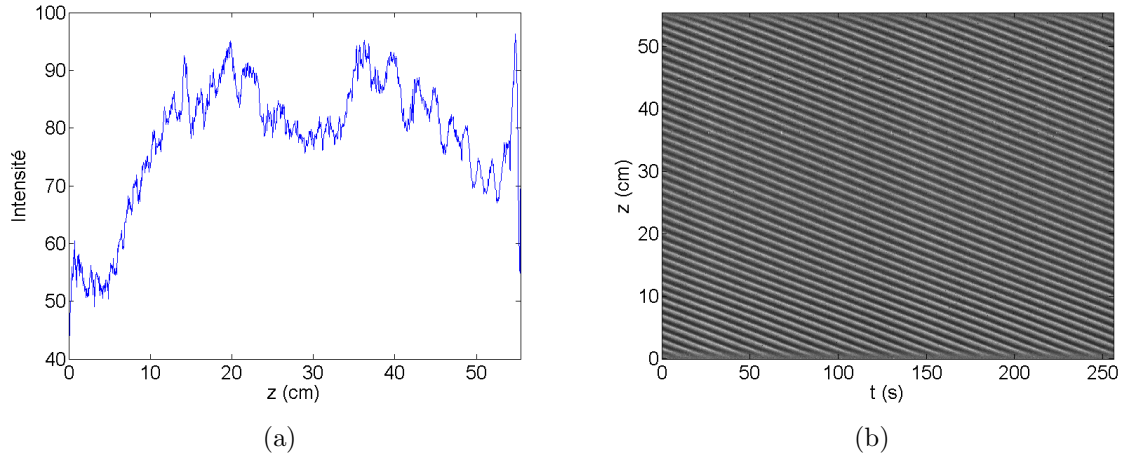


FIGURE 3.6 – Profil de l'intensité lumineuse (a) et diagramme spatiotemporel normalisé (b) pour l'état décrit à la figure précédente ($Gr = 520$ et $Ta = 39$).

Analyse spectrale

Une fois l'image normalisée, une analyse dans l'espace de Fourier permet de mesurer les fréquences et les nombres d'onde des motifs. La transformée de Fourier rapide est appliquée sur chaque ligne ou chaque colonne de l'image, afin d'obtenir les spectres en fréquences temporelles ou spatiales des motifs :

$$\begin{aligned}\hat{I}(z, f) &= \sum_{n=0}^{N-1} I(z, n) e^{\frac{2i\pi}{N} f n} \\ \hat{I}(k_z, t) &= \sum_{m=0}^{M-1} I(m, t) e^{\frac{2i\pi}{M} k_z m}\end{aligned}\quad (3.5)$$

où f représente la fréquence du motif et k_z la fréquence spatiale, c'est à dire l'inverse de la longueur d'onde λ_z du motif dans la direction axiale. Un simple changement de variable permet de travailler avec la pulsation $\omega = 2\pi f$ ou le nombre d'onde $q_z = 2\pi k_z$. À partir des transformées de Fourier on calcule la densité spectrale de puissance $S = |\hat{I}|^2$ dont les pics se trouvent aux fréquences ou nombres d'ondes caractéristiques du motif. On peut moyenner le spectre temporel en espace ou le spectre spatial en temps. On obtient des spectres pairs représentés à la figure 3.7. On relève en figure 3.7(a) un pic en fréquence à $f = 82$ mHz ainsi que ses harmoniques, tandis que le spectre spatial en figure 3.7(b) donne $k_z = 0,7$ cm⁻¹. On remarque ici que le premier pic du spectre spatial est déformé à sa base, et le second pic est double, l'analyse va permettre d'interpréter cette déformation.

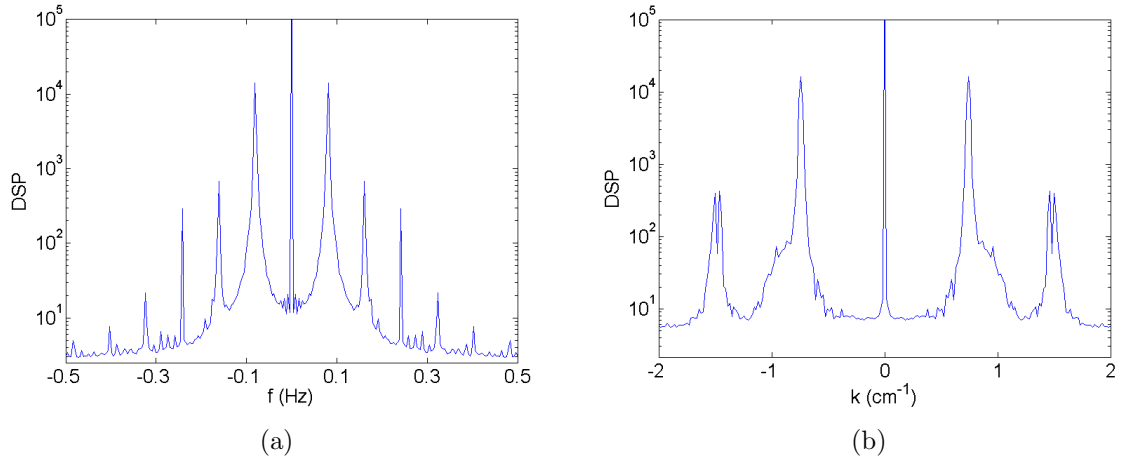


FIGURE 3.7 – Spectre en fréquences temporelles moyen (a) et spectre en fréquences spatiales moyen (b) pour un état à $Gr = 520$ et $Ta = 39$.

Une autre information est contenue dans le spectre 2D obtenu en appliquant successivement la transformée de Fourier selon les deux directions (figure 3.8). On remarque ici que les nombres d'ondes négatifs correspondent aux fréquences positives et réciproquement. Le spectre 2D permet de mesurer les vitesses de phase ω/k et de groupe $d\omega/dk$ du motif, ici la droite reliant les pics du spectre 2D passe par $(0,0)$ et ces deux vitesses sont donc égales. Dans le cas présent elles sont de plus négatives, la spirale se propage en effet du haut vers le bas du système (figure 3.6).

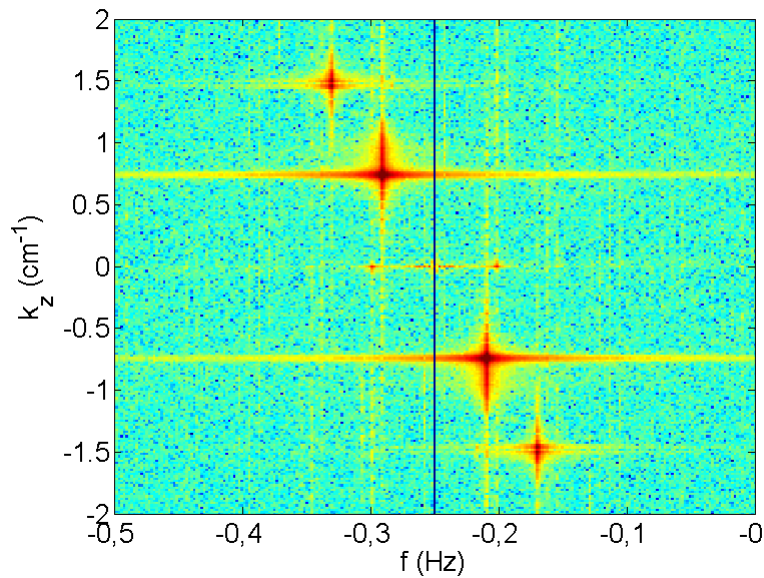


FIGURE 3.8 – Spectre 2D de l'état à $Gr = 520$ et $Ta = 39$.

Filtrage et démodulation

Une fois les fréquences spatiales et temporelles moyennes du motif obtenues une opération de filtrage est réalisée autour d'une ou plusieurs fréquences. Cela permet d'éliminer

le bruit, d'accéder aux variations spatiales et temporelles des fréquences ou de séparer les modes dans les cas où plusieurs modes distincts coexistent dans le système. On multiplie le spectre par une fonction de transfert T passe-bande qui efface les fréquences en dehors d'un intervalle choisi. Cette fonction vaut 1 dans l'intervalle de fréquence choisi et 0 partout ailleurs, avec une pente de chaque côté de la fenêtre. Cette opération est effectuée aussi bien sur les fréquences spatiales que les fréquences temporelles. Pour l'état de la figure 3.5 nous sélectionnons le premier pic en fréquence temporel positif (figure 3.7(a)) et le premier pic en fréquence spatial négatif (figure 3.7(b)) afin de bien obtenir le mode présent dans le système (figure 3.8). Les fonctions de transfert utilisées sont présentées en figure 3.9.

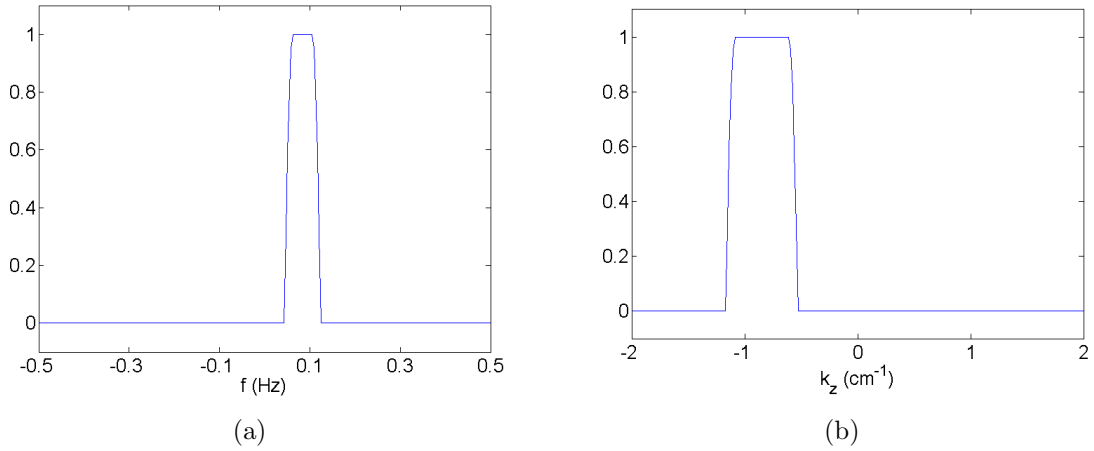


FIGURE 3.9 – (a) Fonction de transfert pour les fréquences temporelles. (b) Fonction de transfert pour les fréquences spatiales.

La démodulation permet d'obtenir l'amplitude réelle et la phase du motif, on applique la transformée de Fourier inverse au spectre filtré :

$$\begin{aligned}
 A(z,t) &= \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \hat{\Gamma}'(z,n) e^{-\frac{2i\pi}{N}tn} \\
 A(z,t) &= \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \hat{\Gamma}'(m,t) e^{-\frac{2i\pi}{M}zm}
 \end{aligned}
 \tag{3.6}$$

Le signal filtré dans l'espace de Fourier n'étant plus symétrique, on obtient un signal complexe : $A(z,t) = |A(z,t)|e^{i\phi(z,t)}$. La partie réelle de ce nombre reconstitue le motif (figure 3.10(a)), le module $|A(z,t)|$ est l'amplitude du motif et les dérivées de la phase $\phi(z,t)$ permettent de mesurer localement les fréquences et nombre d'ondes du motif. En effet la pulsation est $\omega(z,t) = \frac{\partial\phi(z,t)}{\partial t}$ et le nombre d'onde $q_z(z,t) = \frac{\partial\phi(z,t)}{\partial z}$.

Pour l'exemple à $Gr = 520$ et $Ta = 39$, le profil de la fréquence spatiale moyenné en temps (figure 3.10(b)) présente de claires augmentations du nombre d'ondes près des extrémités, nous pouvons donc interpréter la déformation du spectre en figure 3.7(b) par un effet de bords où les rouleaux sont plus petits.

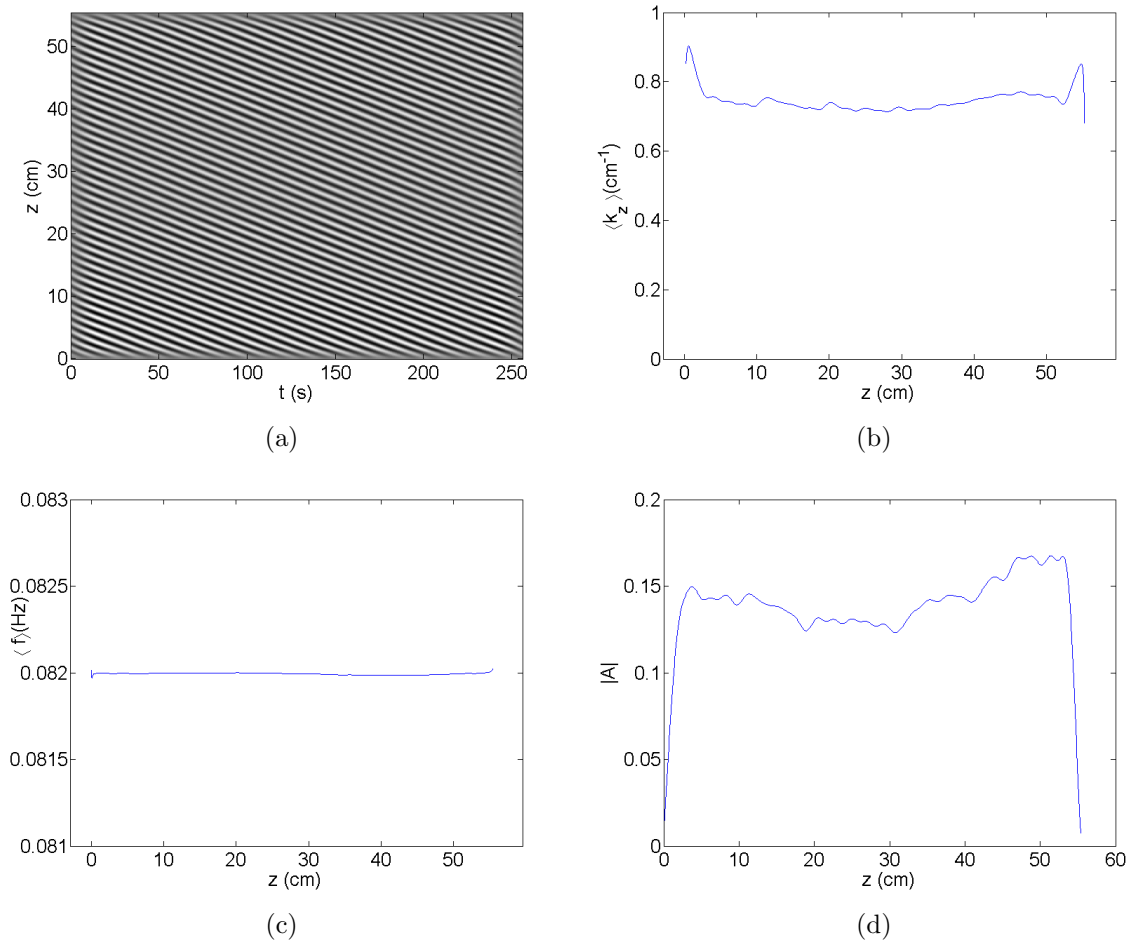


FIGURE 3.10 – Partie réelle du signal après filtrage (a) et profils des fréquences spatiales (b), des fréquences temporelles (c) et de l’amplitude (d) moyennés en temps pour un état à $Gr = 520$ et $Ta = 39$.

3.5 Mesure des champs de vitesse et de température

Cette section détaille une technique utilisant les propriétés de cristaux liquides pour réaliser des mesures non intrusives et simultanées des champ température et de vitesse dans un écoulement [37]. Dans un premier temps la notion de cristal liquide et ses propriétés sont introduites, puis nous détaillons comment sont exploitées ces propriétés pour effectuer ces mesures.

3.5.1 Les cristaux liquides

Le terme cristal liquide désigne une phase particulière de la matière découverte en 1888 par Friedrich Reinitzer [38]. Les molécules constituant un cristal liquide peuvent se déplacer les unes par rapport aux autres, propriété propre aux fluides, mais présentent aussi une organisation à grande échelle propre aux cristaux. Cette organisation peut donner au cristal liquide des propriétés optiques particulières notamment la biréfringence,

quand la vitesse de propagation de la lumière dans le milieu dépend de sa polarisation. Dans un cristal liquide ce sont les forces intermoléculaires qui induisent une organisation à grande échelle qui peut être un alignement des molécules ou une organisation de positionnement. Cette organisation peut être fortement perturbée par des facteurs environnementaux comme des champs électriques ou la température. On peut classer les cristaux liquides en deux grandes catégories : les thermotropes et les lyotropes [39]. Les thermotropes ne sont constitués que d'une seule espèce et leur phase ne dépend que de la température. Les lyotropes sont des molécules en solution dans un solvant. Les propriétés d'un tel cristal liquide dépendent à la fois de la température et de la concentration, le savon en est un exemple. Les structures formées par un cristal liquide lyotropique peuvent être assez complexes, se sont par exemple les micelles ou les membranes cellulaires.

La catégorie de cristaux liquides nous intéressant ici sont les cristaux liquide thermotropes. Selon la température ou la forme des molécules constituantes du cristal différentes phases peuvent se former [40].

- La phase nématique est le cas où les molécules tendent à s'aligner toute dans la même direction. Cette phase est caractérisée par un paramètre d'ordre qui rend compte de la direction d'orientation des molécules. L'orientation moyenne en phase nématique est définie par un vecteur unitaire appelé le directeur \vec{n} . (figure 3.11(a))
- La phase smectique désigne une phase plus ordonnée, en plus d'avoir une orientation commune les molécules s'arrangent en couches ce qui nécessite un second paramètre d'ordre lié à la densité locale de molécules. Les molécules circulent librement au sein d'une même couche, mais le passage d'une couche à l'autre leur demande beaucoup d'énergie (figure 3.11(b)). Il existe de nombreux types de phases smectiques en fonction du sens du directeur au sein des couches. On s'intéressera à une phase smectique particulière qui apparait avec des molécules chirales, la phase choléstérique.

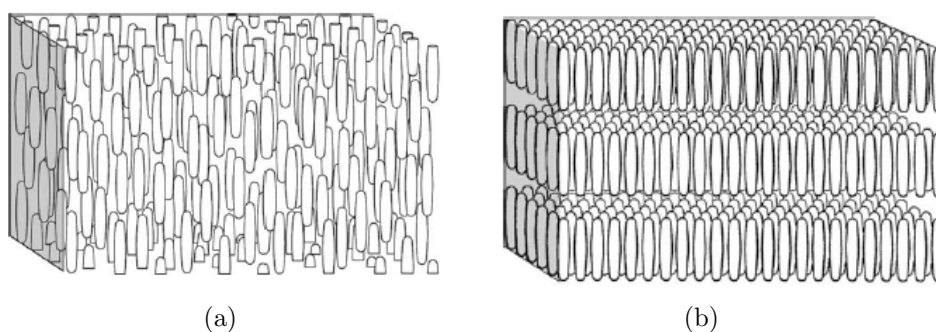


FIGURE 3.11 – (a) Schéma d'une phase de cristaux liquides nématiques (b) Schéma d'une phase de cristaux liquides smectiques.

- La phase choléstérique est une phase smectique particulière, elle se forme à partir de molécules chirales. Le directeur \vec{n} est orienté dans le plan des couches et varie d'un petit angle en passant d'une couche à l'autre (figure 3.12). Cet angle ainsi que la distance entre les couches sont gouvernés par la température du cristal liquide. C'est grâce à cette propriété et aux effets optique qu'elle induit que l'on va pouvoir mesurer

des températures. La variation de \vec{n} d'une couche à l'autre définit une spirale de pas p . p est ainsi la distance entre deux couches ayant le même directeur. Il est possible de fabriquer des cristaux liquide tel que p varie plus ou moins fortement avec la température en ayant une grandeur du même ordre que les longueurs d'onde de la lumière visible [41].

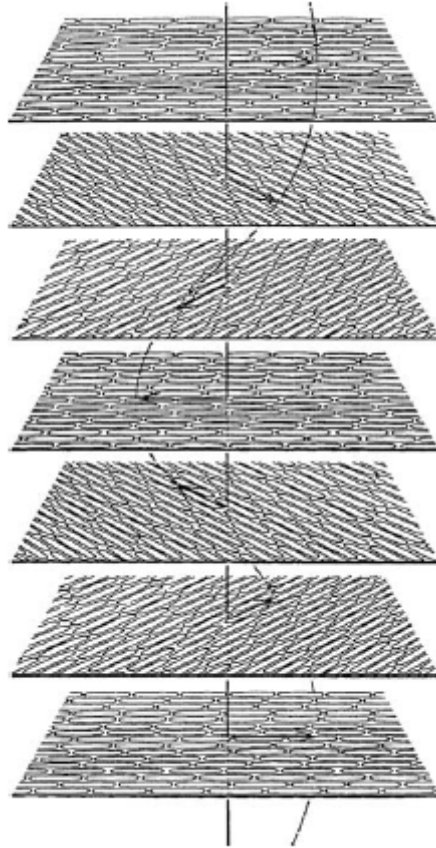


FIGURE 3.12 – Schéma montrant la structure de la phase cholestérique [39].

Propriétés optiques de la phase cholestérique

Tout cristal liquide est biréfringent, la vitesse de la lumière dans le milieu et donc son indice dépend de sa polarisation. Cet effet est dû à l'anisotropie du système, la lumière se propageant plus ou moins facilement selon l'orientation de sa polarisation par rapport à celle des molécules constituant le cristal liquide. La différence d'indice selon la polarisation entraîne une différence d'angle de réfraction et un rayon non polarisé est séparé en deux. La phase cholestérique a en plus une structure en spirale introduisant une périodicité p à la structure. L'effet détaillé du passage dans le cristal liquide d'un rayon de lumière blanche non polarisé est assez complexe et fait intervenir divers effets optiques comme du dichroïsme circulaire ou de la diffusion de Bragg. De manière simplifiée le système agit un peu à la manière d'un réseau optique en réflexion de pas p dans le sens où la couleur réfléchie a un angle de déviation donné dépend de p et donc de la température du milieu, mais la répartition des couleurs réfléchies n'est pas celle d'un réseau.

3.5.2 Principe de la méthode de mesure PIV/T

Pour être utilisable en solution les cristaux liquides doivent être chimiquement isolés du fluide. Les cristaux liquides que nous utilisons (LCR Hallcrest) se présentent sous la forme d'une pâte, mélange d'eau et de 40% en masse de micro capsules en polymère. Ce sont ces capsules de taille moyenne de 70 μm qui contiennent les cristaux liquides ainsi isolés du fluide. Ces micro capsules ont de plus l'intérêt de pouvoir servir de traceurs qui permettent de mesurer les champs de vitesses en utilisant une technique appelée la PIV (Particle Image Velocimetry).

Nous disposons de plusieurs types de cristaux liquides, qui diffèrent par leur gamme de température active. Selon l'expérience nous utilisons les cristaux liquide actifs entre 20 °C et 30 °C (SLN40/R20C10W) ou ceux actifs entre 20 °C et 40 °C (SLN40/R20C20W). D'après le fabriquant le temps de réaction des CLT à un changement de température est de l'ordre de quelques dizaine à quelques centaines de millisecondes, un temps à comparer avec les champs de vitesses pour connaître la résolution spatiale minimum. Le fabricant préconise une concentration entre 0,01 % et 0,1 % en volume. Nous optons pour un dosage de 0,02 %, à savoir 0,4 g du produit dans 800 mL d'eau. La solution est ensuite mélangée avec un agitateur magnétique pendant plusieurs heures afin d'obtenir une solution homogène. Elle est ensuite dégazée puis filtrée dans un tamis pour éviter la formation de bulles et la présence d'agglomérats.

Les propriétés de la solution ainsi préparée permettent de mesurer à la fois les champs de vitesse et les champs de température sans perturber l'écoulement. En effet il a été vérifié que préparée ainsi la solution garde la même viscosité que l'eau [34, Chapitre 6]. De plus les particules en suspensions peuvent à la fois servir de traceur pour mesurer le champ de vitesse et leurs propriétés optiques en font des thermomètres pour mesurer le champ de température. Cela permet de réaliser deux types de mesures purement optiques qui n'affectent donc pas l'écoulement.

Les micro-capsules, de bons traceurs : Les particule en suspension dans le fluide peuvent être suivies afin de mesurer les champ de vitesse par PIV, pour que celles-ci puissent être considérées comme de bons traceurs, il faut s'assurer qu'elles suivent bien les lignes de courant. L'énergie cinétique que la particule peut acquérir en étant emportée par le courant doit être suffisamment rapidement dissipée par les frottements du fluide. Ceci est assuré si le nombre de Stokes St reste petit devant l'unité [42].

$$St = \frac{\rho_p D^2 v}{\mu d} \quad (3.7)$$

Avec ρ_p la densité des particules, D leur dimension, v la vitesse caractéristique du fluide et d la taille de l'entrefer. On remarque que le nombre de Stokes peut s'écrire comme $St = v/v_c$, avec $v_c = \mu d/\rho_p D^2$. Autrement dit les particules constituent de bon traceurs tant que la vitesse du fluide reste très inférieure à v_c . En utilisant les valeurs données par le fabriquant, à savoir $\rho_p = 0,95 \text{ g cm}^{-3}$ et $D = 70 \mu\text{m}$ et avec la viscosité de l'eau à 30 °C : $\mu = 8 * 10^{-4} \text{ Pa s}$, on obtient $v_c \approx 0,9 \text{ m s}^{-1}$. Cette vitesse est atteinte par l'écoulement azimuthal pour un taux de rotation du cylindre intérieur de 7 Hz, on doit donc rester à des taux de rotation bien inférieurs à cette valeur pour pouvoir réaliser des mesures de vitesse. D'autre part la valeur maximale du nombre de Grashof accessible par

notre dispositif est de l'ordre de 15000 et la vitesse associée à la cellule de convection est dans ce cas $W_a = 0,02 \text{ m s}^{-1}$, ce qui reste bien inférieur à v_c .

Les micro-capsules, des thermomètres : Grâce à leurs propriétés optiques les micro-capsules de cristaux liquide en suspension vont réfléchir sélectivement la lumière en fonction de la température locale du fluide. Autrement dit la couleur du fluide dépend de sa température, propriété qui permet de mesurer le champ de température. Mais la réalisation d'une telle mesure n'est pas si simple car de nombreux facteurs peuvent influencer les couleurs réfléchies. C'est pourquoi beaucoup d'études sont consacrées à la mesure des influences de ces paramètres afin de maîtriser et réduire les erreurs de mesure [43–48].

- L'éclairage a une importante influence sur la lumière réfléchie, il convient d'avoir une source bien maîtrisée. Il faut notamment éviter toute lumière parasite, et travailler dans l'obscurité. Le spectre de la source doit aussi être maîtrisé [44, 45]. Il faut éclairer avec de la lumière blanche pour profiter au maximum de la dispersion de la lumière par les cristaux liquides. La lumière blanche est définie comme une lumière de température de couleur de 5600 K, la température de couleur étant définie en comparant le spectre avec celui d'un corps noir chauffé à cette température. Une température de couleur de 3200 K est acceptable [49].
- La concentration n'influence pas la couleur de façon notable dans la gamme de concentration conseillée par Hallcrest [46]
- L'angle de visualisation influe sur la couleur observée, il faut donc travailler à un angle constant. Il a été constaté que la meilleure résolution était obtenue à un angle de 60° [34, Chapitre 6].
- Le vieillissement des cristaux liquides peut altérer leur gamme de fonctionnement mais ce phénomène est lent, quelques années si le produit est stocké dans de bonnes conditions d'après le fabricant. Prendre la précaution de refaire une courbe d'étalonnage à intervalles de quelques mois règle le problème.
- L'hystérésis des cristaux liquides est normalement négligeable, ceux-ci étant conçus pour mesurer les températures d'un fluide se réchauffant ou se refroidissant rapidement. Mais des effets d'hystérésis ont été observés quand les cristaux liquides étaient chauffés au delà de leur température de fonctionnement [43]. La solution doit donc être réinitialisée par précaution en début d'expérience en la refroidissant en dessous de la gamme de fonctionnement des cristaux liquides.

3.5.3 Acquisition et analyse des données

Une section verticale du fluide est éclairée par un générateur de nappe de lumière blanche avec une température de couleur de 3200 K. Un appareil photo couleur (Canon) est placé à 60° de la source de lumière pour prendre des images de cette section verticale. L'appareil est réglé en se basant sur la température de couleur de l'éclairage. Les photographies sont analysées pour mesurer le champ de température. On utilise aussi une caméra placée à 90° de la source de lumière pour enregistrer les données qui serviront à mesurer de champ de vitesse (voir section 3.5.3)

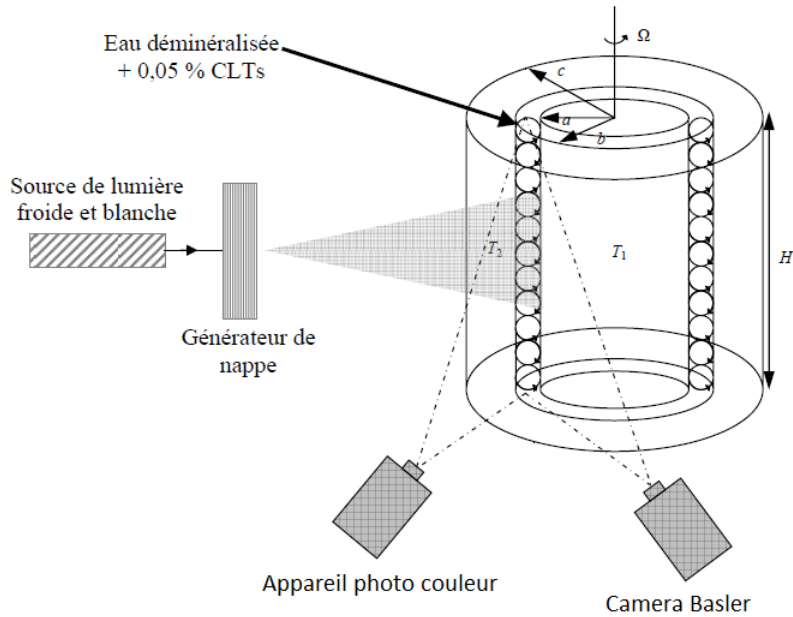


FIGURE 3.13 – Schéma du dispositif expérimental utilisé pour les mesures de champ de température et de vitesse.

Colorimétrie Afin de mesurer la température à partir de l'image en couleur il faut définir une mesure de la couleur. Une image photo en couleur est constituée de trois matrices, chaque matrice est une représentation du capteur (chaque case représentant un pixel) contenant l'intensité lumineuse normalisée reçue pour chacune des trois couleurs primaires : rouge, vert et bleu. C'est ce qui est appelé le système RGB (Red, Green, Blue). Ce type de représentation n'est pas très pratique pour la mesure de température car chaque couleur, donc chaque température est associée à la combinaison de trois valeurs. En 1988 Akino [50] suggéra d'utiliser le système HSV (Hue, Saturation, Value), une transformation non linéaire du système RGB qui présente l'intérêt de définir la teinte dans une seule valeur appelée l'angle de Hue. Pour définir cet angle, le système RGB est vu comme un système de coordonnées cartésiennes, ou un cube, où chaque couleur représente une direction, le noir étant en $(0,0,0)$ et le blanc en $(1,1,1)$. Ce cube est projeté sur le plan orthogonal à la diagonale qui relie le noir et le blanc formant un hexagone avec le noir et le blanc confondus au centre. L'angle de hue est alors l'angle entre un vecteur projeté et le vecteur rouge. Usuellement l'angle de Hue est normalisé pour définir la teinte. Avec R , G et B les valeurs correspondant respectivement au rouge, vert et bleu, min et max respectivement la valeur minimum et maximum entre ces trois valeurs, la teinte s'écrit :

$$h = \begin{cases} 0 & \text{si } max = min \\ \frac{1}{6}(G - B)/(max - min) & \text{si } max = R \text{ et } G \geq B \\ \frac{1}{6}(G - B)/(max - min) + 1 & \text{si } max = R \text{ et } G < B \\ \frac{1}{6}(B - R)/(max - min) + \frac{1}{2} & \text{si } max = G \\ \frac{1}{6}(R - G)/(max - min) + \frac{2}{3} & \text{si } max = B \end{cases} \quad (3.8)$$

Pour mesurer des températures il suffit donc d'associer la valeur de la Hue à la température du fluide correspondante. Cela se fait par un étalonnage du système.

Étalonnage des cristaux liquides

Le principe de l'étalonnage est assez simple, cela consiste à mesurer la teinte moyenne de l'image du fluide lorsque sa température est précisément contrôlée dans toute la gamme de fonctionnement des cristaux liquide. On peut alors associer chaque valeur de la teinte à la température correspondante. Le protocole de calibration des CLT type SLN40/R20C20W ayant une gamme de fonctionnement entre 20 °C et 40 °C est le suivant :

- Le fluide estensemencé avec les cristaux liquide et mis dans le système.
- Les deux bains sont fixé à 19 °C, il n'y a pas de couleur observable à cette température.
- On augmente les températures des deux bains par paliers de 1 °C, attendant au moins 20 min pour que la température s'établisse pleinement.
- Des photos du système sont prises à chaque palier après le temps d'attente jusqu'à la température de saturation.

Les photographies (figure 3.14(a)) sont traitées sur Matlab. L'image RGB est rognée autour de la zone d'intérêt, puis est transformé en image HSV en utilisant la fonction « rgb2hsv » de Matlab. L'intensité de l'image est utilisée pour identifier plus précisément l'entrefer comme la zone d'intensité constante sur la figure 3.14(b).

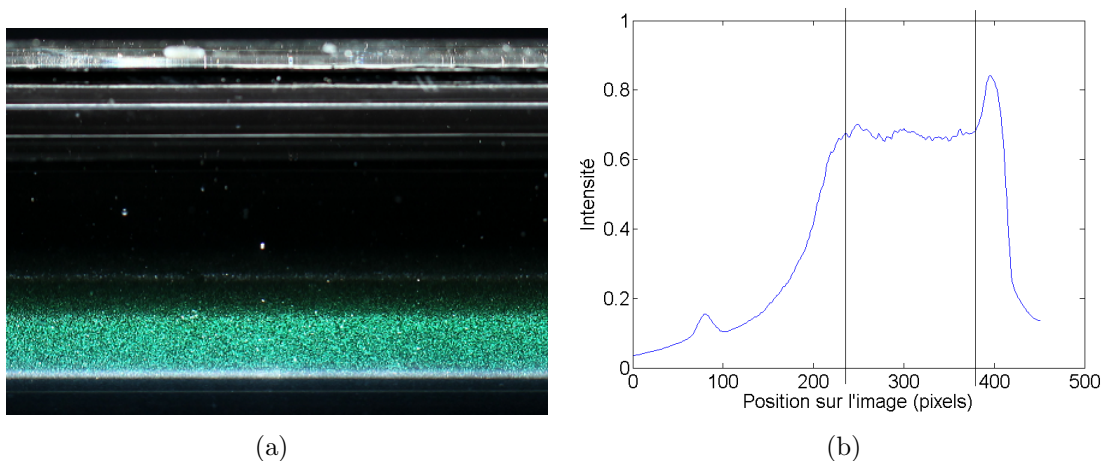


FIGURE 3.14 – (a) Extrait d'une photo de calibration, $T = 25$ °C pour les cristaux liquides de type SLN40/R20C20W (b) Intensité moyenné sur la hauteur.

La valeur moyenne de la teinte pour chaque température est reportée sur une courbe de calibration donnant la valeur de la température en fonction de la teinte (figure 3.15). Cette courbe est ajustée sur une fonction polynomiale qui sera utilisée par la suite pour faire la transformation de l'angle de Hue en température sur les images des motifs qui

nous intéressent. La déviation standard de la teinte dans les images permet d'estimer une erreur de 1 °C pour cette calibration.

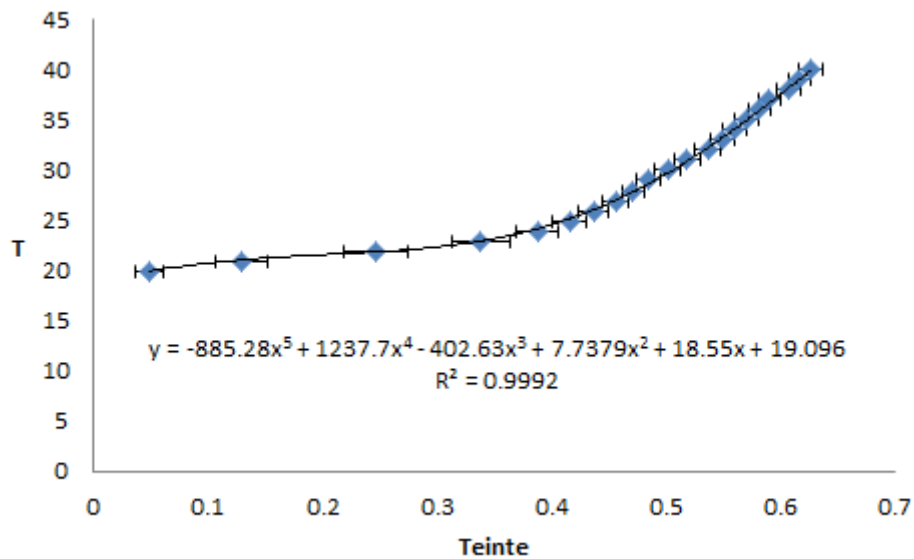


FIGURE 3.15 – Courbe de calibration pour les cristaux liquides de type SLN40/R20C20W.

Le champ de température est mesuré en transformant les photographies du système de la même manière puis en appliquant ensuite le polynôme de calibration sur la teinte mesurée.

Mesures de vitesses Le principe de la technique de PIV (Particle image velocimetry) consiste à suivre le mouvement de particules en suspension dans un fluide, pour en déduire le champ de vitesse. On s'est déjà assuré que les micro-capsules contenant les cristaux liquides sont de bons traceurs dans les domaines d'écoulement étudiés. Il faut de plus des images nettes, où les traceurs sont à la fois bien discernables et apparaissent suffisamment dense pour avoir une bonne résolution. Pour une image nette le temps d'exposition de chaque image doit être très court pour éviter les phénomènes de traînée. Pour notre dispositif on utilisera le même éclairage que pour les mesures de température, afin de pouvoir faire des mesures simultanées de température et de vitesse. Une caméra CCD avec une fenêtre de (130 × 1392 pixels) enregistre des films à une fréquence relativement élevée (30 à 100 Hz) pour des temps d'expositions de l'ordre de 5 ms (figure 3.13). La fenêtre de visualisation est de 5 × 82 mm à 0,5 mm près, on a donc une résolution d'environ 20 px mm⁻¹. Dans ces conditions les micro-capsules apparaissent sur l'image avec un diamètre typique de 2 pixels. Nous voulons éviter des phénomènes de traînée qui apparaissent si les particules se déplacent de plus que leur diamètre apparent pendant le temps d'exposition. Il faut donc des vitesses ne dépassent pas 2 px/20 px mm⁻¹ 5 ms = 20 mm s⁻¹. La plus grande source d'erreur est l'incertitude sur la taille de la fenêtre donc de l'ordre de 0,5 mm.

Pour extraire le champ de vitesse à partir d'un film, les images sont d'abord rassemblées par paires successives, le temps séparant les images d'une paire est connu et vaut $\Delta t = 1/f_{acquisition}$. Chaque image de chaque paire est divisée en fenêtres d'analyses dont la

taille $M_g \times N_g$ va définir la résolution du champ de vitesse. Ces fenêtres doivent être assez grandes pour contenir une dizaine de particules et le déplacement maximum entre deux images ne doit pas dépasser 1/4 de la fenêtre d'analyse. On calcule ensuite le coefficient de corrélation pour chaque couple de fenêtres (g_1, g_2) en fonction d'un déplacement de la seconde fenêtre par rapport à la première. On appelle cette grandeur une fonction de corrélation croisée, elle est définie comme :

$$\Phi(m, n) = \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} g_1(i, j) g_2(i + m, j + n) \quad (3.9)$$

Pour $m = 0$ et $n = 0$ cette somme est d'autant plus grande que les images g_1 et g_2 sont similaires. Le point où la fonction $\Phi(m, n)$ atteint le maximum correspond au déplacement de g_2 par rapport à g_1 qui donne la meilleure superposition des deux fenêtres. Connaissant le temps séparant les deux images, ce déplacement est relié au champ de vitesse instantané. Pour une meilleure précision des résultats, on utilise une version normalisée de cette fonction [51] :

$$CC(m, n) = \frac{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} [g_1(i, j) - \bar{g}_1] [g_2(i + m, j + n) - \bar{g}_2]}{\sqrt{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} [g_1(i, j) - \bar{g}_1]^2 [g_2(i + m, j + n) - \bar{g}_2]^2}} \quad (3.10)$$

Le traitement des données pour la PIV se fait à l'aide d'un logiciel commercial (Directpiv, Dantec) pour bénéficier, en plus d'une interface pratique, des optimisations de l'algorithme pour une meilleure précision et des calculs plus rapides. Ces logiciels permettent notamment une adaptation itérative de la taille et de la position des fenêtres en fonction de la vitesse locale du fluide et de la concentration des particules ainsi que des filtres de correction qui lissent le champ de vitesse et éliminent les vecteurs aberrants pouvant être causés par des bulles dans le cylindre d'isolation par exemple. Nous ajoutons un post-traitement qui consiste à ajuster les profils radiaux des vitesses avec une fonction polynôme contrainte à être nulle au niveaux des parois des cylindres afin de satisfaire la condition d'adhésion aux parois.

Chapitre 4

Caractérisation de l'état de base pour de grands gradients de température

4.1 Introduction

Nous allons explorer les modes d'instabilité de notre système en imposant de grands gradients de température. Or si l'on considère le critère de Thomas et de Vahl Davis [16] (figure 1.5). Notre système reste en régime de conduction jusqu'au nombre de Rayleigh $Ra_c = 400\Gamma = 44000$. Dans le domaine des températures utilisés dans cette étude et avec de l'eau, le nombre de Prandtl reste compris entre 4 (à 45 °C) et 7 (à 20 °C). Cela signifie que le système reste en régime de conduction si le nombre de Grashof ne dépasse pas 11000 pour les hautes températures et 6300 pour les basses températures. Or l'instabilité du mode hydrodynamique dans le régime conductif de la cellule de convection est numériquement situé à $Gr_c = 7958$. Pour observer ce mode on doit donc amener le système dans un domaine où on ne peut être certain de la nature conductive du régime de l'écoulement, compte tenu des incertitudes sur la valeur de la température et des effets non pris en compte dans les études numériques. Dans ce chapitre nous caractérisons donc l'état de base du système pour les grands gradients de température en utilisant les cristaux liquides pour faire des mesures de champs de vitesse et de température.

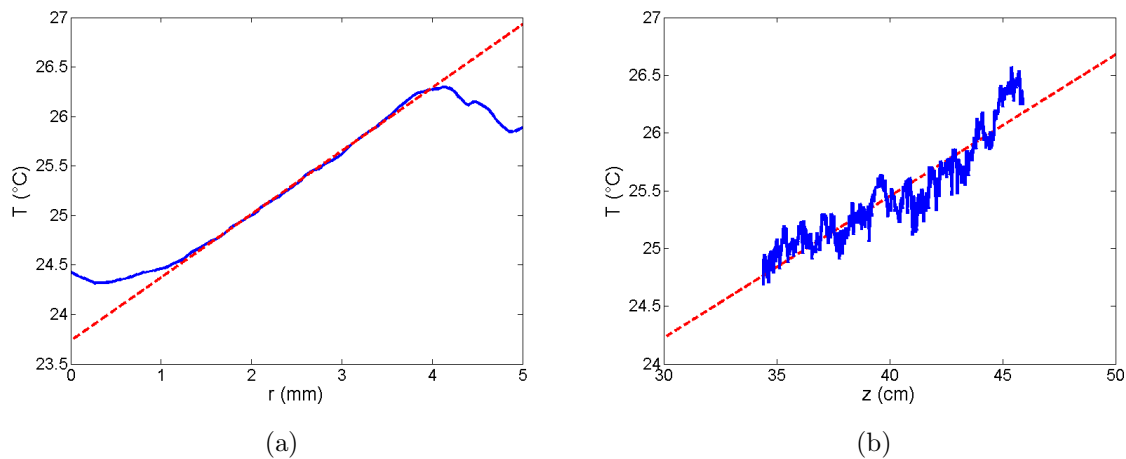
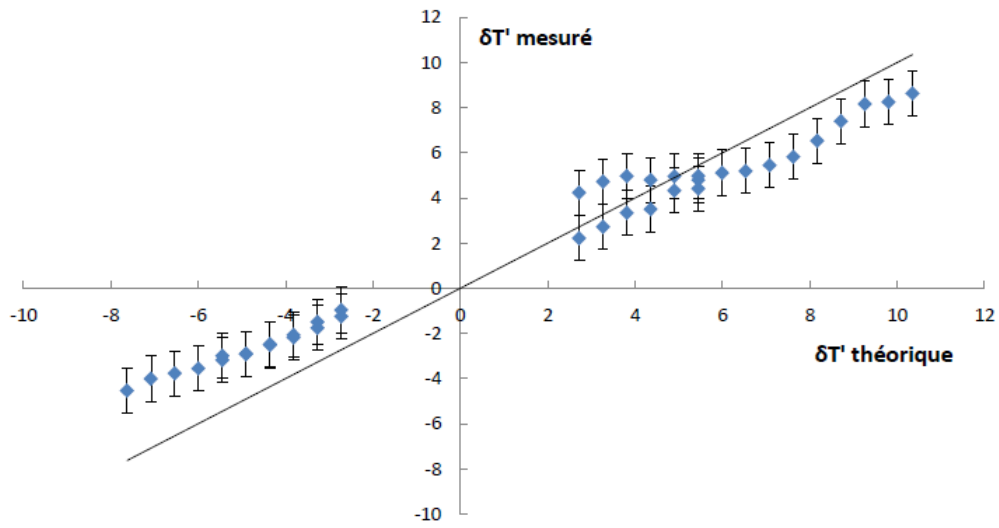


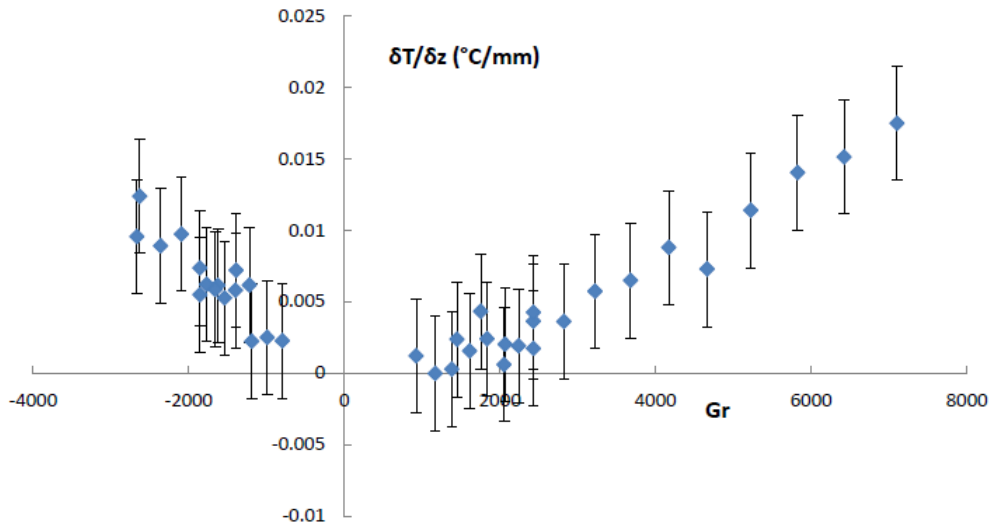
FIGURE 4.1 – (a) Mesure du profil de température radial moyen et (b) mesure du profil de température axial moyen pour $Gr=-1850$ entre 34,4 cm et 45,9 cm

4.2 Évolution du gradient vertical de température en fonction du nombre de Grashof

Nous avons réalisé une première série de mesures de température dans une fenêtre située entre 34,4 cm et 44,4 cm soit entre 62% et 80% de la hauteur totale du système pour différents gradients de température imposés. Cette fenêtre est à priori en dessous de la zone où l'on s'attend à observer un gradient vertical de température dû aux effets de bords [17]. La mesure de température directe près des parois n'est pas possible à cause des réflexions du verre et de l'aluminium qui affectent la Hue (figure 4.1(a)), on estime le différentiel de température radial dans le gap $\delta T'$ en ajustant le profil mesuré autour du centre du gap sur une droite. L'évolution de cette mesure en fonction du gradient de température attendu est représenté en figure 4.2(a). De plus nous constatons la présence d'un gradient vertical de température (figure 4.1(b)) dont la valeur est mesurée en ajustant le profil de température axial sur une droite, l'évolution de cette mesure en fonction du nombre de Grashof est représentée en figure 4.2(b).



(a)

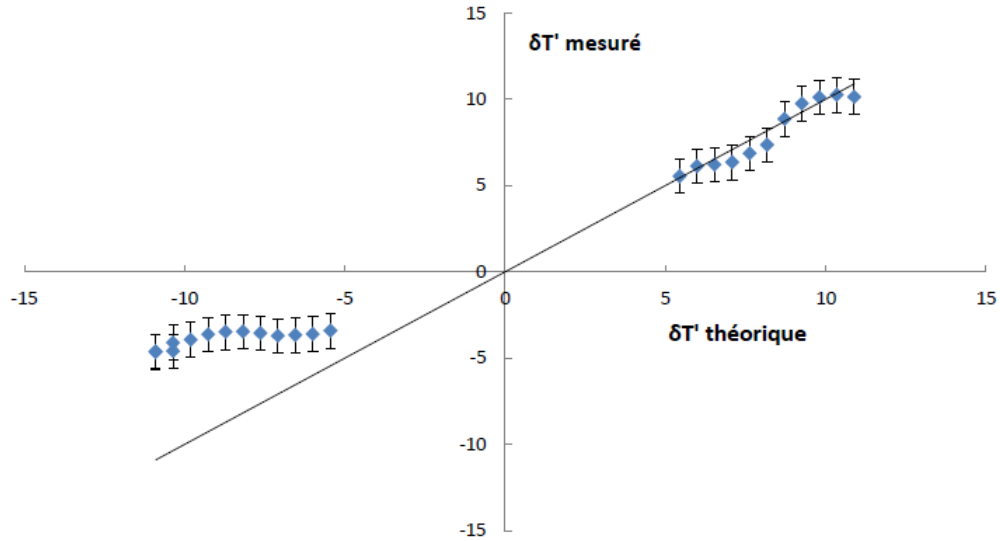


(b)

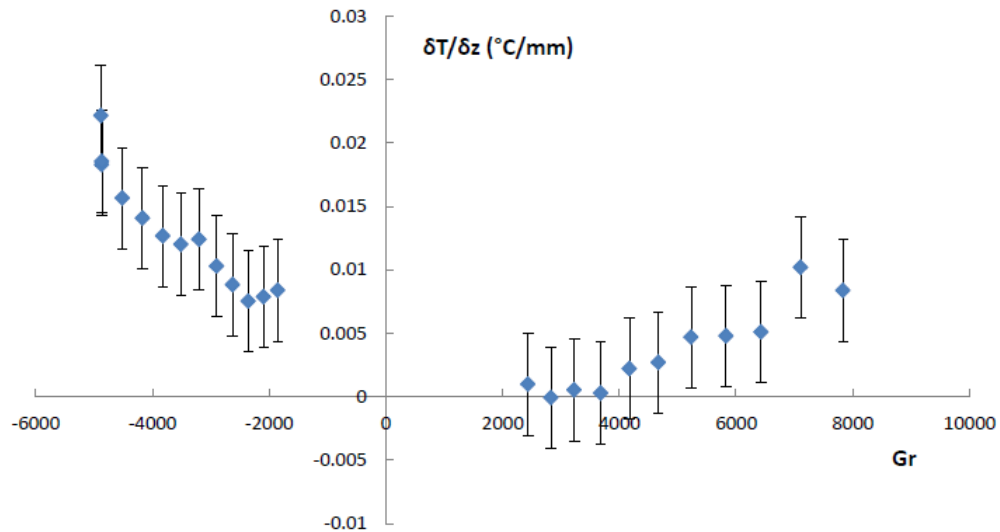
FIGURE 4.2 – (a) Écart moyen de température entre les deux cylindre mesurée entre 34,4 cm et 45,9 cm en fonction de l'écart attendu (b) Gradient vertical de température moyen entre 34,4 cm et 45,9 cm en fonction du nombre de Grashof

On observe une différence de comportement entre les gradients de température positifs et négatifs. Dans le cas du gradient positif, c'est à dire quand le cylindre intérieur est le plus chaud, les mesures du gradient radial sont conformes à celles attendues jusqu'à $\delta T' \approx 6 \text{ }^\circ\text{C}$ ou l'on mesure un gradient un peu plus faible qu'attendu. Ce gradient de température correspond à un nombre de Grashof de 2800. C'est aussi à partir de ce point que le gradient vertical mesuré devient important (figure 4.2(b)). Pour un gradient négatif, où le cylindre extérieur est plus chaud, la déviation des mesures par rapport au gradient attendu ainsi que le gradient vertical sont observés bien plus tôt, avant $Gr = 1000$.

Une seconde série de mesures a été réalisée de la même manière mais au centre du système, entre 24,4 cm et 34,4 cm soit 44% et 62% de la hauteur totale. Les résultats sont présentés en figure 4.3.



(a)



(b)

FIGURE 4.3 – (a) Gradient de température radial moyen mesuré entre 24,4 cm et 34,4 cm en fonction du gradient de température attendu (b) Gradient vertical de température moyen entre 24,4 cm et 34,4 cm en fonction du nombre de Grashof

Dans cette fenêtre on observe toujours une nette différence en fonction du signe du gradient de température. Pour les gradients positifs les mesures du gradient radial sont conformes à ce qui est attendu et on observe un gradient vertical faible à partir de $Gr \approx 5000$. Pour les gradients négatifs toutes les mesures sont nettement en dessous du gradient

attendu et on observe un net gradient vertical de température. Le fait de changer la position de la fenêtre d'observation change les seuils, on en déduit que la première fenêtre était en réalité dans la zone où un gradient vertical de température est induit par les effets de bord. Néanmoins dans nos mesures le paramètre de stratification : $\gamma = (Ra\tau/4)^{1/4}$ ne dépasse jamais $\gamma_{max} = (8000 * 5 * 0.025 * 5/4 * 10)^{1/4} \approx 3,3$, ce qui reste un paramètre de stratification faible, qui n'est pas supposé entraîner de grands changements pour la forme de l'état de base mais est tout de même suffisant pour changer les valeurs des seuils d'instabilités [15, 18, 21].

4.2.1 Champs de température et de vitesse en fonction de la hauteur

Pour préciser ce que nous avons observé nous présentons les champs de température et de vitesse sur une plus large partie de la cavité, en effectuant des mesures dans plusieurs fenêtres. On choisit des nombres de Grashof positifs et négatifs. Dans un premier cas le gradient de température n'est pas trop élevé et l'état de base de conduction est bien établi (tableau 4.1). Dans le second cas un gradient de température plus élevé est imposé et un gradient vertical de température est présent (tableau 4.2).

TABLE 4.1 – Paramètres des régimes mesurés.

$T_1(^{\circ}C)$	$T_2(^{\circ}C)$	$T'_1(^{\circ}C)$	$T'_2(^{\circ}C)$	Gr	$T_{moyen}(^{\circ}C)$	Pr	Ra/Γ	$W_a(ms^{-1})$
27.5	20.5	27.1	23.2	1510	25.2	6.1	83	0.27
23	30	23.4	27.2	-1530	25.3	6.1	83	-0.27

Petit gradient de température ($\delta T = 7$) Les champs de température pour les paramètres du tableau 4.1 sont présentés en figure 4.4. Ces champs correspondent à un régime de conduction, sans gradient de température vertical significatif. Dans le cas du nombre de Grashof positif (figure 4.4(a)), les températures moyennes estimées aux parois sont $T'_1 = 27 \pm 0.4$ °C et $T'_2 = 23,1 \pm 0.2$ °C ce qui est en très bon accord avec les températures attendues. Par contre dans le cas du Grashof négatif (figure 4.4(b)) les températures des parois : $T'_1 = 25,9 \pm 0.4$ °C et $T'_2 = 28,3 \pm 0.2$ °C diffèrent nettement des températures attendues, le système est en moyenne plus chaud que prévu et le gradient radial mesuré vaut $\delta T' = -2,4 \pm 0.4$ °C plus faible que le gradient attendu : $\delta T' = -3,8$ °C. Le nombre de Grashof calculé à partir des températures mesurées est $Gr_{exp} = -1110$. Nous avons aussi mesuré les champs de vitesse, représentés en figures 4.4(c) et 4.4(d) avec les champs de vorticité correspondant. Les vecteurs vitesses sont présentés dans les fenêtres de mesures. Il n'y a pas de différence notable entre les champs mesurés dans ces différentes fenêtres.

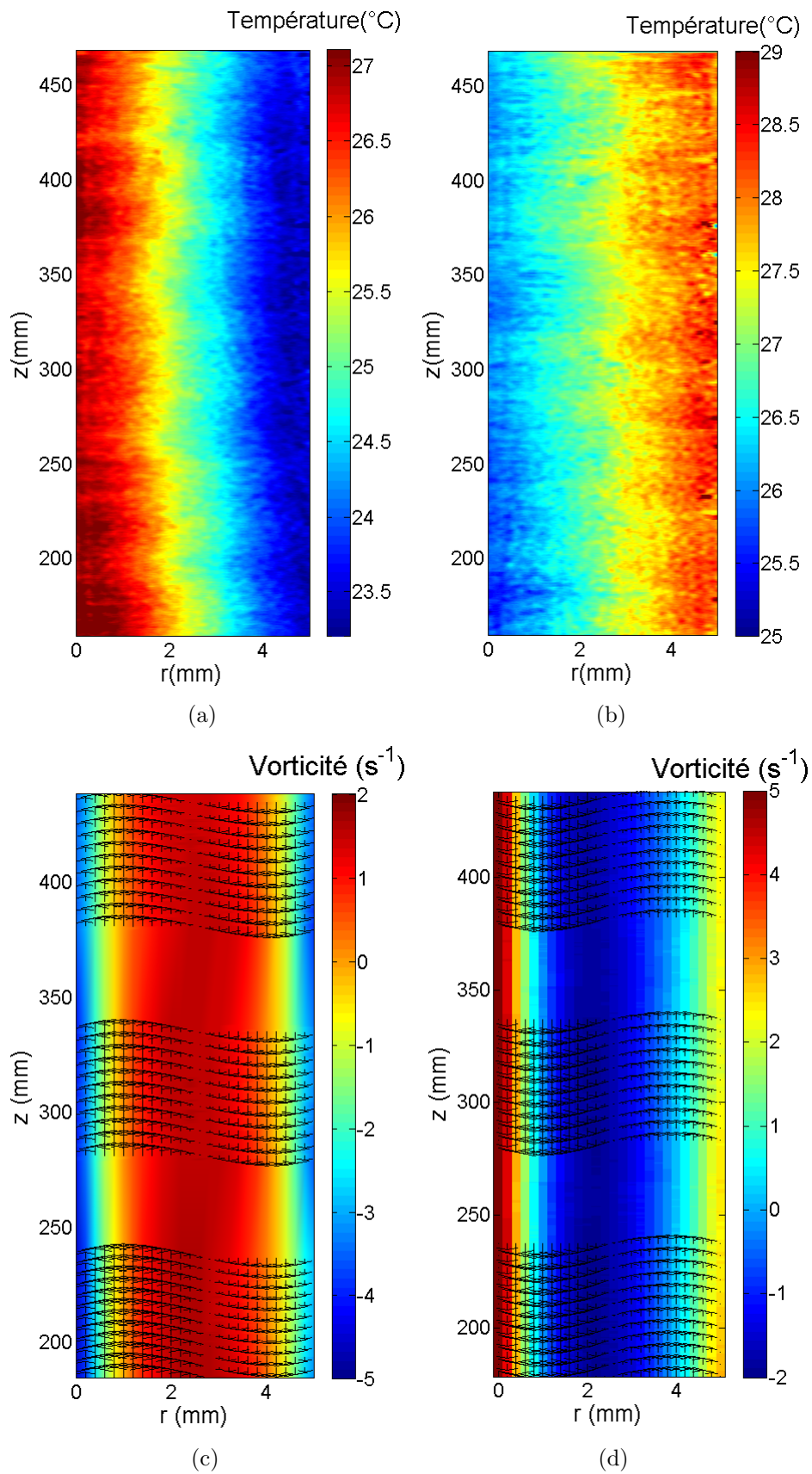


FIGURE 4.4 – Champs de température pour $Gr = 1510$ (a) et $Gr = -1530$ (b). Champs de vitesse et de vorticité pour $Gr = 1510$ (c) et $Gr = -1530$ (d)

Les profils radiaux moyens des champs de vitesse sont présentés en figure 4.5 accompagnés du modèle théorique du régime de conduction (équation (2.18)). L'accord entre les courbes théoriques et expérimentales est assez bon pour le cas du nombre de Grashof positif, mais on n'exclut pas que le nombre de Grashof soit surestimé. L'accord n'est pas aussi bon pour un nombre de Grashof négatif, en particulier l'asymétrie attendue entre l'écoulement proche du cylindre intérieur et l'écoulement proche du cylindre extérieur est amplifiée. Or on sait que que l'état de base théorique est caractérisé par un débit vertical nul avec des vitesses plus grandes proches du cylindre intérieur à cause d'un volume plus petit. Cet amplification de l'asymétrie signifie donc soit un excès de débit proche du cylindre intérieur soit un défaut de débit proche du cylindre extérieur si l'on ne considère que le champ de vitesse axial. Mais la condition du débit axial nul doit être vraie en toute circonstance car le système est fermé, l'augmentation de l'asymétrie du champ de vitesse axial suggère donc la présence d'une vitesse radiale, dirigée vers l'intérieur pour compenser cette variation des débits. La vitesse radiale reste trop faible pour être à portée de mesure compte tenu de la résolution.

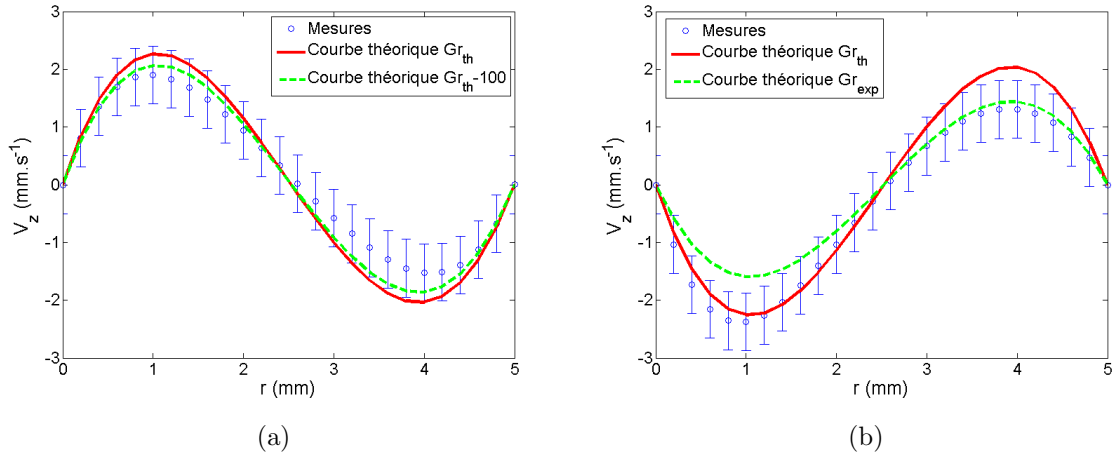


FIGURE 4.5 – Profil radial du champ de vitesse moyen pour $Gr = 1510$ comparé à la courbe théorique du régime de conduction et à la courbe théorique correspondant au nombre de Grashof théorique moins son erreur d'estimation : $Gr = 1410$ (a) et profil radial du champ de vitesse moyen pour $Gr = -1530$ comparé à la courbe théorique du régime de conduction et à la courbe théorique correspondant au nombre de Grashof mesuré : $Gr_{exp} = -1110$ (b).

On rappelle que l'étude numérique de Thomas et de Vahl Davis [16] montre que dans le régime de transition les lignes de courant peuvent se refermer assez loin des extrémités, autrement dit il y a une vitesse radiale loin des extrémités. Ils montrent aussi une asymétrie, quand le cylindre extérieur est le plus chaud les lignes de courant sont advectées vers le bas, la vitesse radiale est alors dirigée vers l'intérieur dans la plus large partie de la cavité.

Les champs de vitesse et de température indiquent donc que le système atteint déjà un régime de transition pour $Gr = -1530$ alors que l'on est toujours en régime de conduction pour $Gr = 1510$.

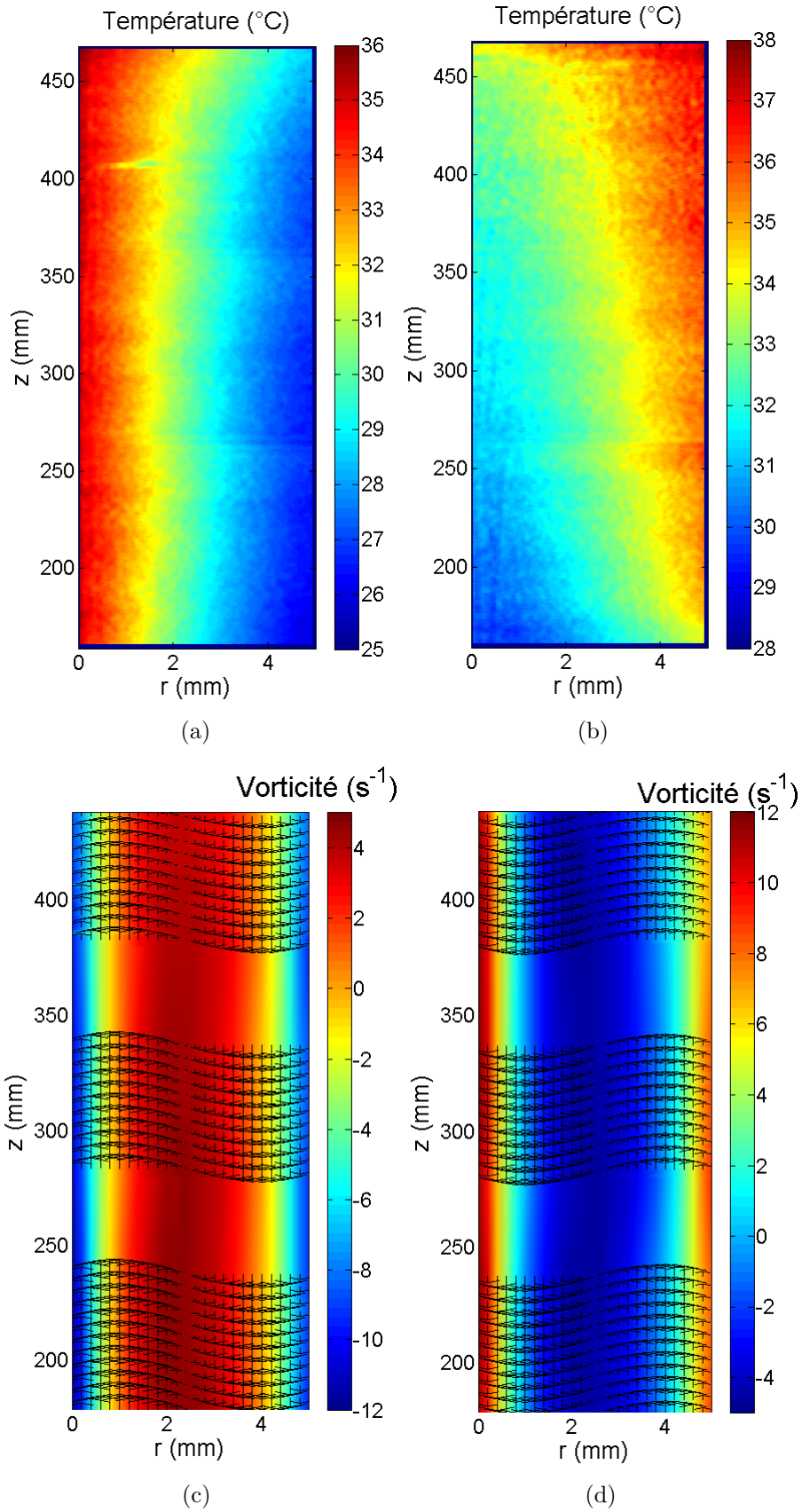
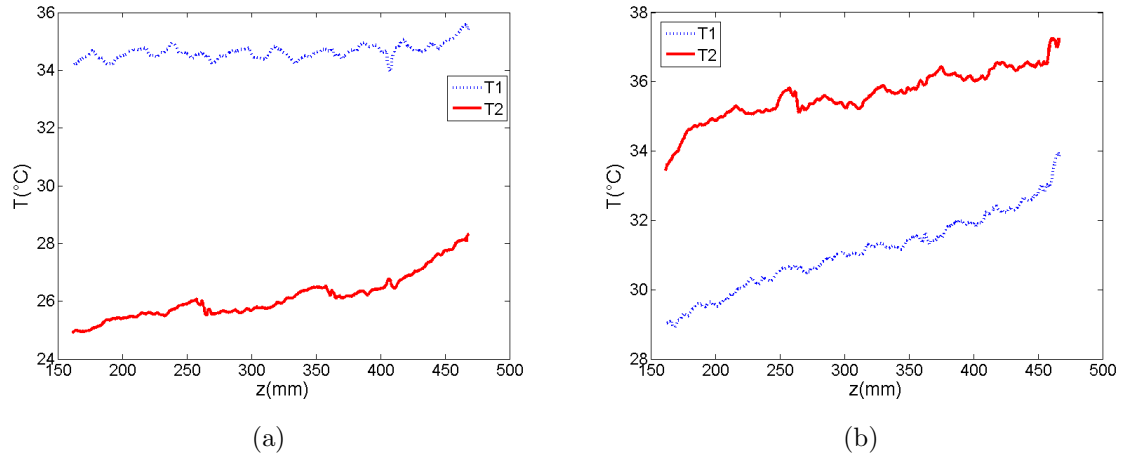


FIGURE 4.6 – Champs de températures pour $Gr = 4670$ (a) et $Gr = -4690$ (b). Champs de vitesses et de vorticité pour $Gr = 4670$ (c) et $Gr = -4690$ (d).

TABLE 4.2 – Paramètres des régimes mesurés.

$T_1(^{\circ}C)$	$T_2(^{\circ}C)$	$T'_1(^{\circ}C)$	$T'_2(^{\circ}C)$	Gr	$T_{moyen}(^{\circ}C)$	Pr	Ra/Γ	$W_a(ms^{-1})$
35	20	34.1	25.9	4670	30	5.5	230	0.75
25	40	25.9	34.1	-4690	30	5.5	230	-0.75

Grands gradients de température ($\delta T = 15$) Pour un gradient de température imposé plus important (tableau 4.2), on observe un net changement de l'aspect des champs de température (figure 4.6). Dans le cas du nombre de Grashof positif (figure 4.4(a)), le gradient de température vertical reste faible au centre mais on détecte un gradient de température vertical plus important en haut et en bas de la zone de mesure. Les températures varient aussi sur les parois (figure 4.7(a)) mais restent proche des valeurs attendues. Dans le cas du nombre de Grashof négatif (figure 4.4(b)), le champ de température correspond plutôt à un régime de transition, avec un gradient vertical de température présent dans toute la cavité. Les températures des parois varient bien plus et sont en moyenne plus élevées que celles attendues. De plus le gradient de température radial mesuré vaut en moyenne $-4,5 \pm 0,6$ °C, bien en dessous du gradient attendu ($-8,2$ °C). La température moyenne mesurée est 33 ± 2 °C, le nombre de Grashof estimé avec ces valeurs expérimentales est $Gr_{exp} = -3200$.

FIGURE 4.7 – Température aux parois en fonction de z $Gr = 4670$ (a) et $Gr = -4690$ (b).

Les profils moyens de vitesse sont comparés aux profils théoriques en figure 4.8. L'accord est bon pour le nombre de Grashof positif. Les vitesses mesurées sont sensiblement plus faibles qu'attendues pour le nombre de Grashof négatif et on obtient un meilleur accord avec le nombre de Grashof recalculé à partir des mesures de température. L'amplification de l'asymétrie remarquée pour le nombre de Grashof de -1530 est encore plus marquée ici.

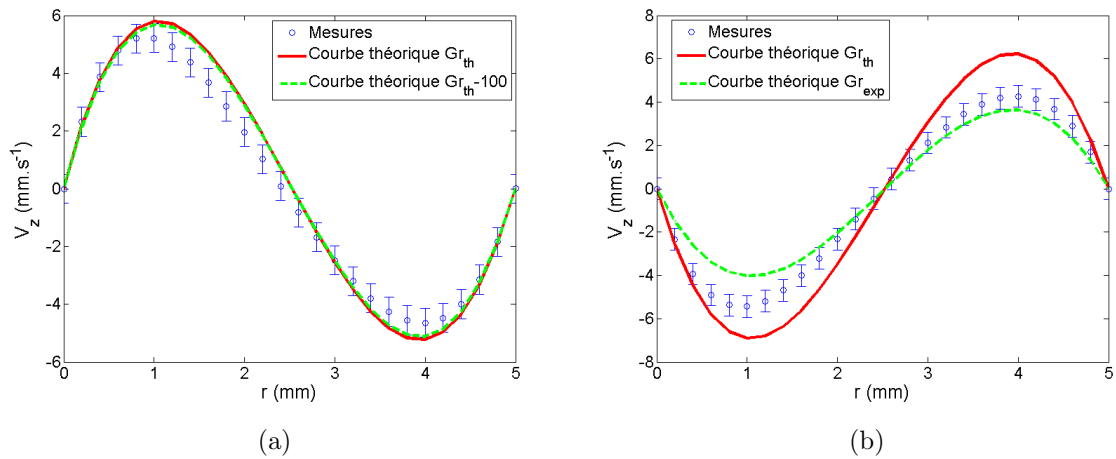


FIGURE 4.8 – Profil radial du champ de vitesse moyen pour $Gr = 4670$ comparé à la courbe théorique du régime de conduction et à la courbe théorique correspondant au nombre de Grashof théorique moins son erreur d'estimation : $Gr = 4570$ (a) et profil radial du champ de vitesse moyen pour $Gr = -4690$ comparé à la courbe théorique du régime de conduction et à la courbe théorique correspondant au nombre de Grashof mesuré : $Gr_{exp} = -3200$ (b).

Nous avons de plus constaté une variation des champs de vitesses avec z dans les différentes fenêtres de mesure. La forme du profil reste la même mais l'amplitude change. La figure 4.9 présente les extréma des profils de vitesse pris à $r_1 = 1$ mm et $r_2 = 3,9$ mm en fonction de z . Les vitesses sont plus faibles en haut du système, dans la zone où les champs de température s'écartent le plus de l'état de conduction. (figures 4.6(a), 4.6(b) et 4.7)

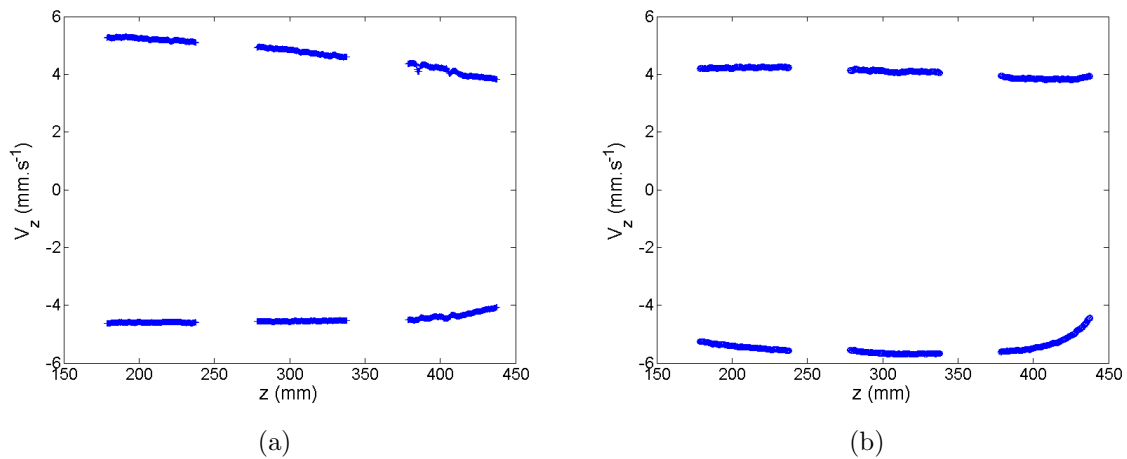


FIGURE 4.9 – Extrema des profils de vitesse en fonction de z $Gr = 4670$ (a) et $Gr = -4690$ (b)

4.3 Discussion

Dans le cas du gradient de température positif l'état de base de convection s'établit correctement mais sur une hauteur plus petite que celle attendu. D'après Eckert et Carlson [17], le gradient vertical de température en régime de conduction ne devrait pas s'étendre au delà de 20% de la hauteur du système depuis les extrémités (figure 1.3) mais nous mesurons un gradient vertical jusqu'au milieu. La présence d'un gradient de température vertical est de plus accompagnée d'une diminution du gradient de température radial par rapport à celui attendu.

Quand le gradient de température est négatif, un autre phénomène entre en jeu car les mesures montrent une perte de gradient de température radial et un gradient vertical bien plus grand que lorsque le gradient de température est positif.

L'apparition anticipée d'un gradient vertical de température dans le système avec une chute du gradient radial peut être liée à la conduction finie des parois. En effet la détermination du gradient de température effectif présenté en section 3.2 qui prend en compte cette conduction finie fait une hypothèse forte : le transfert thermique par convection ne compte pas dans le transfert thermique radial. Or cette hypothèse n'est vraie que loin des extrémités et en régime de conduction car le transfert thermique par convection donné par l'équation (2.27) est dans ce cas strictement vertical et n'a pas d'influence sur le transfert radial. Mais ce transport vertical d'énergie doit avoir une influence près des extrémités. En effet, les anneaux de Téflon qui ferment l'espace annulaire sont adiabatiques. La chaleur transportée verticalement par la convection doit alors passer par les parois des cylindres. La chaleur entre dans le gap par la paroi chaude en bas du système et ressort par la paroi froide en haut. De manière naturelle, les champs de température se déforment pour permettre ce transfert [17] et la zone où ce transfert a lieu fait environ 20% de la taille totale du système soit 10 cm dans notre cas. Or le flux de chaleur vertical varie comme le carré du gradient de température imposé (équation (2.27)) alors que les flux de chaleur passant à travers les parois sur une hauteur donnée varient linéairement avec le gradient imposé (équation (3.1)). Il existe donc une valeur limite δT_{lim} du gradient de température imposé au delà de laquelle le flux de chaleur passant par les parois ne suffit plus à « alimenter » le flux de chaleur vertical imposé par l'état de base.

À l'aide des équations (3.1) et (3.2) nous pouvons estimer la chaleur maximum pouvant passer à travers chaque paroi sur une hauteur de 10 cm. On considère pour cela que le gradient de température à travers la paroi est égal au gradient imposé entre les deux bains thermiques, ceci étant clairement une forte surestimation de la chaleur réellement transmise. La figure 4.10 compare les flux de chaleur maximums passant à travers la paroi intérieure en aluminium et la paroi extérieure en verre avec le flux de chaleur vertical transporté théoriquement dans le régime de conduction avec des gradients de température imposé dans la gamme des gradient que nous imposons au système réel. On constate que δT_{lim} reste bien au delà des gradients que nous imposons au système pour le cylindre intérieur. Mais ce n'est pas le cas pour le cylindre extérieur, à partir de $\delta T = 22$ °C le flux de chaleur passant par le cylindre en verre n'est plus suffisant pour « alimenter » la cellule de convection de base. Dans ce cas ce cylindre va contraindre le système et l'état de base

va avoir besoin de plus de hauteur pour se mettre en place. Cela entraîne une chute du gradient de température radial ainsi que la présence d'un gradient de température vertical sur une plus grande hauteur. Sans oublier que ce raisonnement surestime largement le flux de chaleur passant réellement à travers les cylindres, on comprend donc pour quoi on peut observer des effets pour une température imposée inférieure à 22 °C.

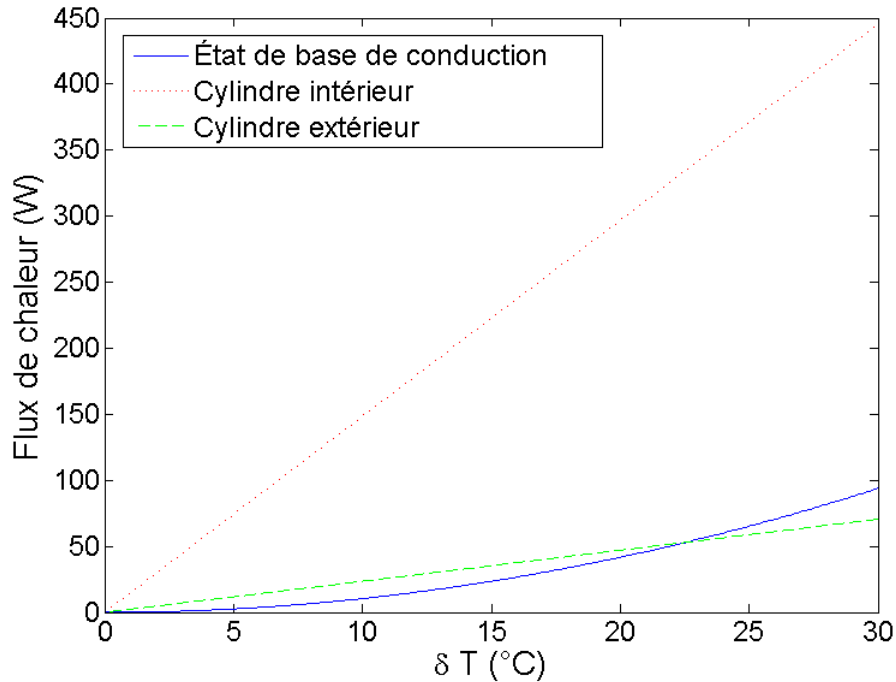


FIGURE 4.10 – Flux de chaleur vertical transporté par la cellule de convection comparé aux flux maximums pouvant passer à travers les parois sur 10 cm de hauteur en fonction du gradient de température imposé.

Ce phénomène peut expliquer pourquoi un gradient vertical de température est observé à des gradients radiaux plus faible que prévus et loin des extrémités, mais n'explique pas la différence entre l'intérieur et l'extérieur.

4.4 Résumé

Notre système atteint bien le début du régime de transition pour les plus grands gradients de température imposés, c'est donc un aspect à prendre en compte pour l'interprétation des résultats obtenus avec ce dispositif. Néanmoins, pour les plus grands gradients de températures verticaux mesurés, le paramètre de stratification reste inférieur à 3.3, le système reste donc dans un état proche du régime de conduction, le gradient vertical de température peut influencer les seuils mais ne change pas fondamentalement la forme de l'état de base. La présence d'un gradient vertical de température apparait à un nombre de Grashof plus faible que prévu, ceci peut s'expliquer par la conduction de la chaleur à travers le verre qui n'est plus assez efficace pour alimenter la convection natu-

relle du système. On observe en plus une dissymétrie en fonction du sens du gradient de température, le régime de transition apparaît encore plus rapidement lorsque le cylindre extérieur est le plus chaud.

Chapitre 5

Caractéristiques des premières instabilités

5.1 Introduction

Le diagramme des états du système construit par Lepiller et Guillermin (figure 1.14) explore les modes d'instabilité dans le système de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température jusqu'à un nombre de Grashof de 4500. Un autre mode d'instabilité, le mode hydrodynamique, se développe sans rotation du cylindre intérieur autour de $Gr = 8000$. Dans ce chapitre nous complétons le diagramme en donnant le seuil et les caractéristiques de la première instabilité du système pour une plage de nombre de Grashof plus large. Nous considérerons de très faibles nombres de Grashof en utilisant des fluides plus visqueux que l'eau, en effet les études expérimentales de Snyder et Carlson [28] ainsi que des études numériques [21, 32] indiquent que l'on peut observer des rouleaux axisymétriques pour des nombres de Grashof petits mais non nuls. Nous allons aussi combler la zone inexplorée du diagramme des états entre les modes en spirale observés par Guillermin et le mode hydrodynamique. Enfin nous nous intéresserons aux effets de la rotation sur le mode hydrodynamique et l'interaction entre ce mode et le mode des spirales.

5.2 Rouleaux de Taylor en présence d'un faible gradient de température

Pour $\eta = 0,8$, l'analyse de stabilité linéaire prévoit une première instabilité prenant la forme de rouleaux axisymétriques stationnaires pour des nombres de Grashof inférieurs à 22,5. Or dans notre système, il n'est pas possible d'imposer une différence de température de moins de 0,3 °C avec une précision acceptable, c'est à dire un nombre de Grashof de l'ordre de 80 pour de l'eau à $T_0 = 20$ °C. Pour obtenir une valeur du nombre de Grashof suffisamment petite, nous pouvons soit diminuer la largeur de l'entrefer soit augmenter la viscosité. La première solution n'est pas simple à mettre en place car il faudrait alors changer tout le dispositif. Mais pour augmenter la viscosité il suffit d'utiliser un autre fluide. Par exemple, un mélange d'eau et de glycérine peut être utilisé pour obtenir des

fluides de grande viscosité. La glycérine est en effet incolore peu toxique et très soluble dans l'eau. Avec des concentrations de 40% à 50% en masse, nous pouvons obtenir des viscosités 4 à 5 fois supérieures à celle de l'eau et donc des nombres de Grashof 16 à 25 fois plus petits que ceux que nous obtenons avec de l'eau. Nous pouvons ainsi atteindre des valeurs du nombre de Grashof de l'ordre de 5, suffisamment petit pour pouvoir observer les rouleaux axisymétriques prévus par l'analyse de stabilité linéaire.

5.2.1 Le mélange eau-glycérine

De la glycérine est dégazée puis mélangée avec de l'eau elle aussi dégazée afin d'obtenir une solution avec 40% ou 50% de glycérine en masse. On ajoute aussi du Kalliroscope pour permettre la visualisation des motifs. Les propriétés physiques et chimiques d'une telle solution sont calibrées et peuvent être trouvées dans la littérature [52–54]. Mais il faut noter aussi qu'à cause de sa viscosité importante, le nombre de Prandtl du mélange est aussi bien plus grand que celui de l'eau (compris entre 4 et 7 dans les gammes de température utilisées). À 20 °C et pour un mélange à 40% le nombre de Prandtl vaut 50 et il vaut 73 pour un mélange à 50%. Le nombre de Prandtl caractérisant les effets thermiques, on peut considérer que son influence reste faible à condition que le gradient de température imposé reste assez petit. L'analyse théorique prévoit sinon une déstabilisation de l'écoulement par l'augmentation du nombre de Prandtl (le nombre de Taylor critique diminue) [30].

5.2.2 Le seuil de l'instabilité

La figure 5.1 représente les seuils observés d'apparition de la première instabilité dans le système en fonction du nombre de Grashof et du nombre de Taylor.

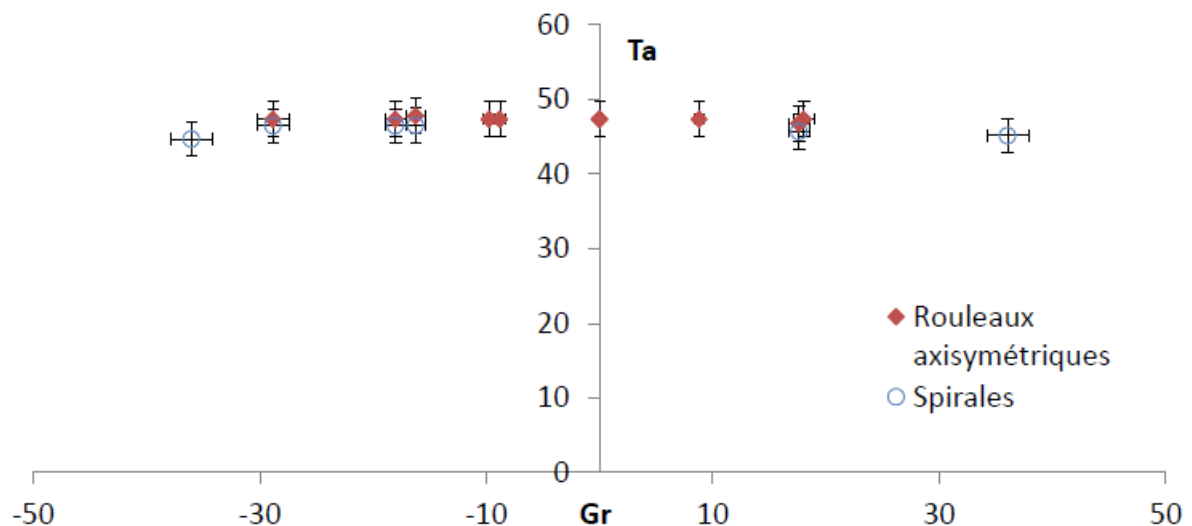


FIGURE 5.1 – Seuils de la première instabilité du système pour de faibles nombres de Grashof.

Pour des nombres de Grashof inférieur à 10 le motif au seuil est constitué de rouleaux axisymétriques et stationnaires. La transition est la même que dans le cas isotherme. On

observe en premier l'apparition de rouleaux autour des extrémités juste avant le seuil (figure 5.2(b)). Ces rouleaux sont générés à cause de la présence des parois et sont appelés vortex d'Ekman [55–58]. Les parois sont immobiles et ralentissent la rotation du fluide diminuant ainsi l'effet centrifuge alors que le champ de pression reste présent. Il en résulte une force qui génère un écoulement dirigé vers l'intérieur le long des parois inférieures et supérieures et cet écoulement génère un rouleau. La présence de rouleaux aux extrémités déclenche l'instabilité de manière sous critique et un ensemble de rouleaux se forme sur une hauteur de plus en plus grande lorsque le nombre de Taylor est augmenté. Le seuil est défini comme le moment où tout le système est envahi de rouleaux de manière isotrope (figure 5.2(b)). Le nombre d'onde axial de ce motif est $q_z = 3,1$, le même que celui des rouleaux de Taylor.

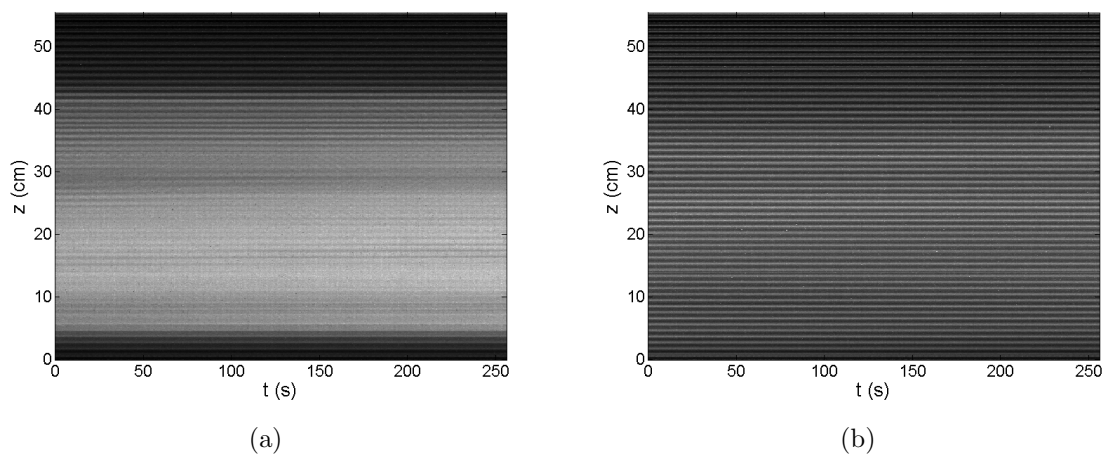


FIGURE 5.2 – Diagrammes spatiotemporels des motifs observés autour du seuil avec une solution de concentration de 50% de glycérine : (a) présence des vortex d'Ekman juste avant le seuil à $Gr = 7$ et $Ta = 47$, (b) rouleaux de Taylor juste au dessus du seuil à $Gr = 7$ et $Ta = 48$

Entre $Gr = 10$ et $Gr = 30$ les vortex d'Ekman apparaissant aux extrémités du système sont accompagnés d'une spirale au centre (figure 5.3(a)). Le nombre d'onde azimutal de cette spirale, mesuré à partir de la mesure de la fréquence du motif vaut 1. Son nombre d'onde axial n'est pas distinguable du nombre d'onde des rouleaux axisymétriques $q_z = 3,1$. C'est donc une unique spirale constituée d'une paire de rouleaux hélicoïdaux. Si l'on augmente le taux de rotation ce sont les rouleaux stationnaires qui envahissent le système (figure 5.3(b)). La transition vers les rouleaux axisymétrique reste donc la même que dans le cas isotherme excepté la présence d'un motif supplémentaire accompagnant les vortex d'Ekman, une spirale.

Pour $Gr > 30$ c'est le mode des spirales partielles qui apparaît au seuil (figure 5.4(a)) et à l'extrémité basse du système. On note que des rouleaux d'Ekman sont toujours présents en haut. Ce mode de spirale partielle envahit tout le système lorsque l'on augmente le taux de rotation (figure 5.4(b)). Le nombre d'onde azimutal de cette spirale est 1 pour un nombre d'onde axial indistinguable du nombre d'onde des rouleaux, $q_z = 3,1$.

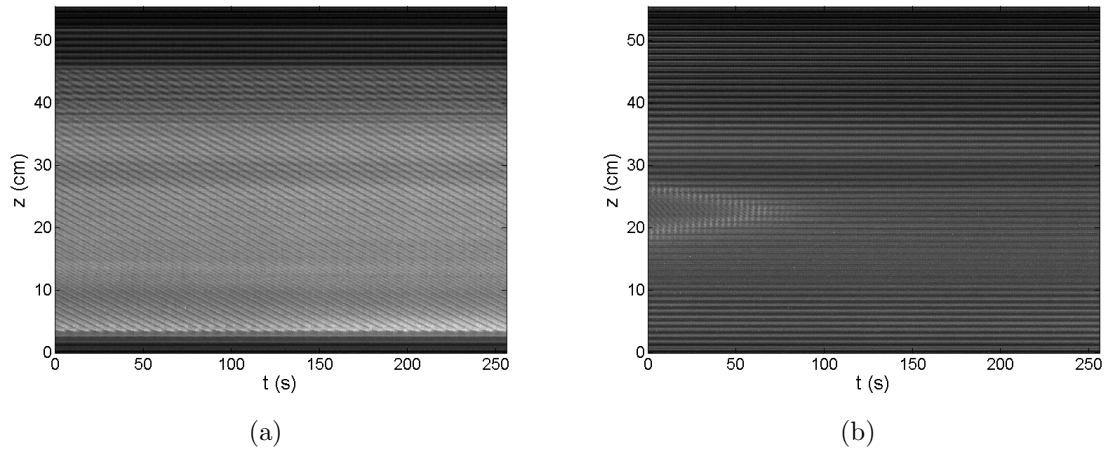


FIGURE 5.3 – Diagrammes spatiotemporels des motifs observés autour du seuil avec une solution de concentration de 50% de glycérine : (a) présence des vortex d’Ekman et d’une spirale à $Gr = 15$ et $Ta = 47$, (b) fin du régime transitoire, le système est envahi de rouleaux de Taylor à $Gr = 15$ et $Ta = 48$.

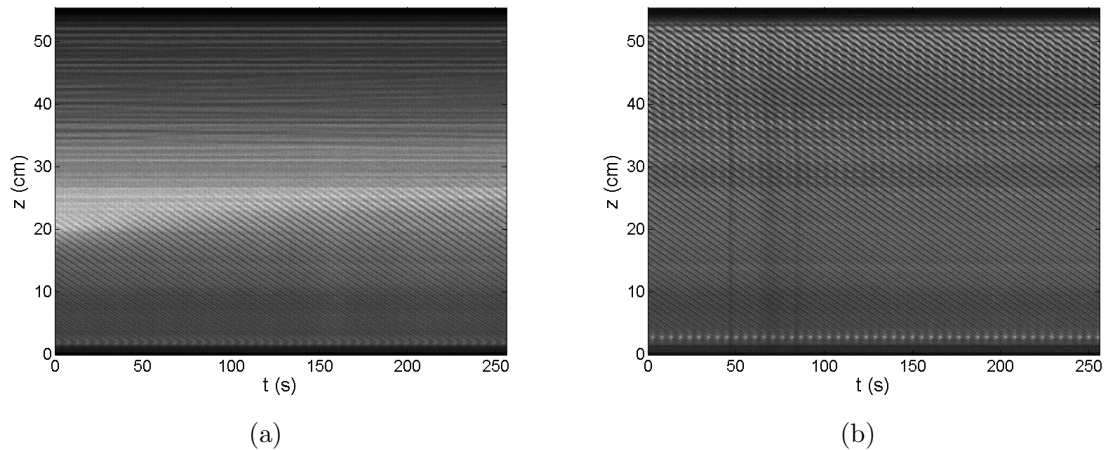


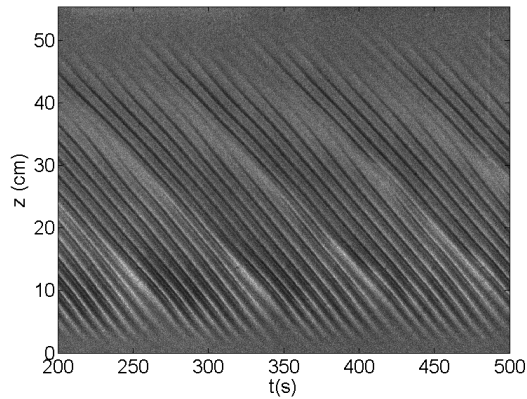
FIGURE 5.4 – Diagrammes spatiotemporels des motifs observés autour du seuil avec une solution de concentration de 40% de glycérine : (a) au seuil d’apparition de la spirale partielle à $Gr = 35$ et $Ta = 45$ et (b) la spirale a envahi tout le système à $Gr = 35$ et $Ta = 46$.

5.3 Paramètres critiques du mode de spirale au seuil

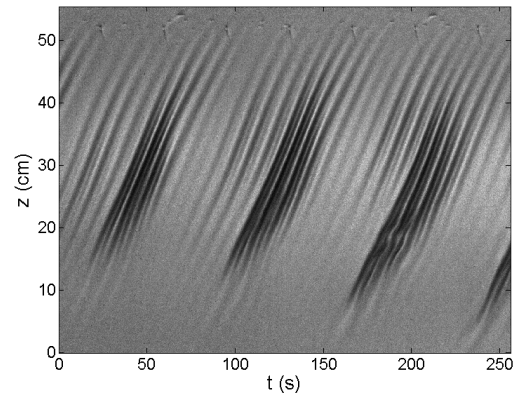
Nous avons cherché pour de grandes valeurs du gradient de température le taux de rotation à partir duquel l’écoulement se déstabilise. Le tableau 5.1 référence les paramètres critiques ainsi que les caractéristiques spatiotemporelles des motifs observés au plus proche du seuil.

TABLE 5.1 – Seuils de déstabilisation.

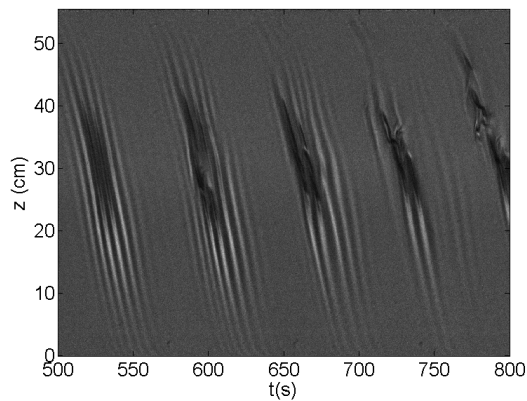
$T_1(^{\circ}\text{C})$	$T_2(^{\circ}\text{C})$	$T'_1(^{\circ}\text{C})$	$T'_2(^{\circ}\text{C})$	$\frac{\Omega}{2\pi}$ (mHz)	$T_m(^{\circ}\text{C})$	Pr	Gr	Ta	$k_z(\text{cm}^{-1})$	$f(\text{Hz})$
30	26	29,8	27,6	31	27,6	5,7	1133	11,8	0,36	0,105
28	33	28,3	31,0	29	29,7	5,5	-1523	11,2	0,27	0,109
27	36	27,5	32,5	30	30,0	5,5	-2813	11,7	0,20	0,125
40	30	39,4	33,9	30	33,9	4,7	4641	13,4	0,16	0,125
41	29	40,3	33,7	33	33,7	4,7	5632	14,8	0,14	0,143
42	28	41,1	33,5	32	33,5	4,6	6671	14,5	0,13	0,162
43	27	42	33,3	34	33,3	4,6	7710	15,5	0,13	0,172
44	26	42,9	33,1	34	33,1	4,6	8772	15,5	0,13	0,186
45	25	43,8	32,9	36	32,9	4,5	9892	16,6	0,13	0,196
46	24	44,6	32,7	38	32,7	4,5	11000	17,6	0,13	0,205



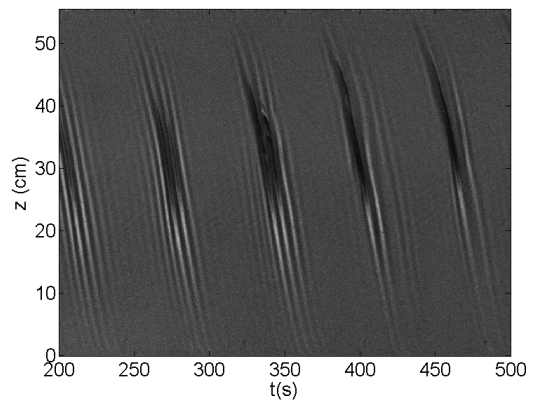
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 5.5 – Diagrammes spatiotemporels proches du seuil pour différents nombres de Grashof (a) $Gr = 1133$ et $Ta = 11,8$ (b) $Gr = -2813$ et $Ta = 11,7$ (c) $Gr = 7710$ et $Ta = 15,5$ (d) $Gr = 9892$ et $Ta = 16,6$

Il est difficile d'obtenir le motif exact au seuil de la première instabilité car il suffit d'une très faible variation de vitesse, à la limite de la précision des moteurs, pour voir l'aspect du motif fortement varier (voir figure 6.3). Néanmoins nous avons remarqué que malgré ces forts changements d'apparence, les fréquences et nombres d'onde principaux du motif changent peu. La variation de fréquence est du même ordre que la variation du taux de rotation et on ne mesure pas de changement du nombre d'onde. Ils sont déterminés en relevant les pics principaux des spectres spatiaux et temporels. La figure 5.5 montre quelques diagrammes spatiotemporels de ces motifs. L'ensemble des points critiques que nous avons déterminé sont ajoutés aux paramètres critiques qui ont été déterminés par Guillerm pour de plus faibles gradients de température.

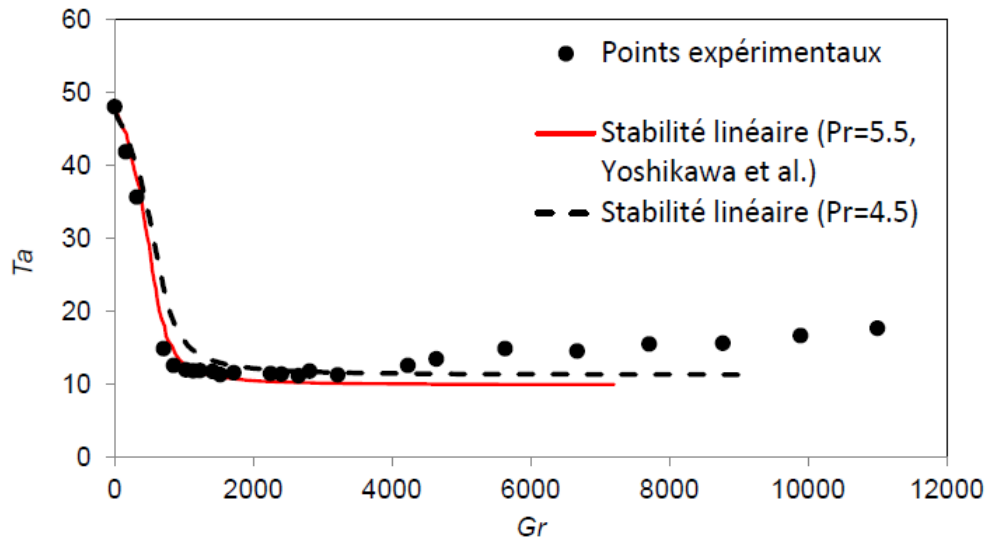


FIGURE 5.6 – Seuils des rouleaux de Taylor et du mode en spirale, $Ta_c = f(Gr)$, comparés aux courbes de stabilité linéaire théorique.

Le nombre de Taylor critique mesuré pour le mode spirale en fonction du nombre de Grashof est présenté en figure 5.6 avec la courbe issue de l'analyse de stabilité linéaire. Comme cela a été démontré par les études précédentes, le gradient de température est fortement déstabilisant. Le nombre de Taylor critique, qui vaut 48 dans le cas isotherme, chute rapidement lorsque l'on augmente le nombre de Grashof pour atteindre 12 à $Gr = 1000$ puis 11 à $Gr = 3000$. On observe ensuite une faible restabilisation à partir de $Gr = 4000$ non prévue par la théorie. Le nombre de Taylor critique du mode spirale atteint ainsi $Ta_c = 18$ à $Gr = 11000$. Les contraintes expérimentales font que le nombre de Prandtl n'est pas constant dans nos mesures, il diminue lorsque l'on augmente le nombre de Grashof, car la température moyenne du fluide augmente (figure 5.7).

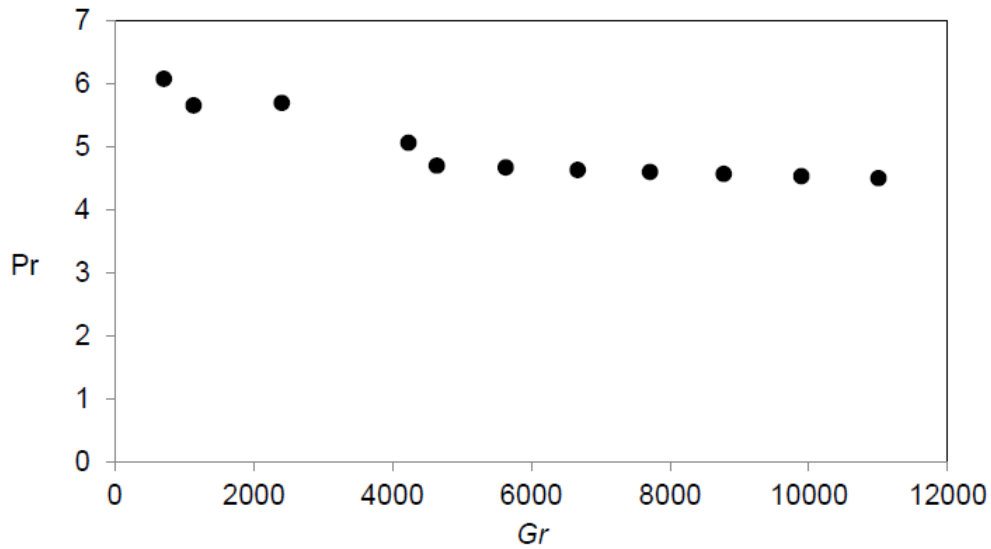


FIGURE 5.7 – Variation expérimentale du nombre de Prandtl en fonction du nombre de Grashof.

Théoriquement, la diminution du nombre de Prandtl est bien stabilisante [30], mais la restabilisation observée est trop importante pour être expliqué uniquement par cet effet (figure 5.6). On a donc besoin de considérer la présence d'un gradient vertical de température pour expliquer ce décalage. L'étude de M. Ali et G.B. McFadden [21] démontre en effet qu'un tel gradient peut stabiliser l'écoulement. L'analyse de stabilité linéaire prévoit l'apparition d'une autre instabilité à $Gr = 8000$ où la cellule de convection est déstabilisée même sans rotation. C'est le mode hydrodynamique décrit en section 1.2.3. Nous observons bien ce mode dans notre système mais à une valeur du nombre de Grashof sensiblement plus grande, nous revenons à cette question à la section 5.4.

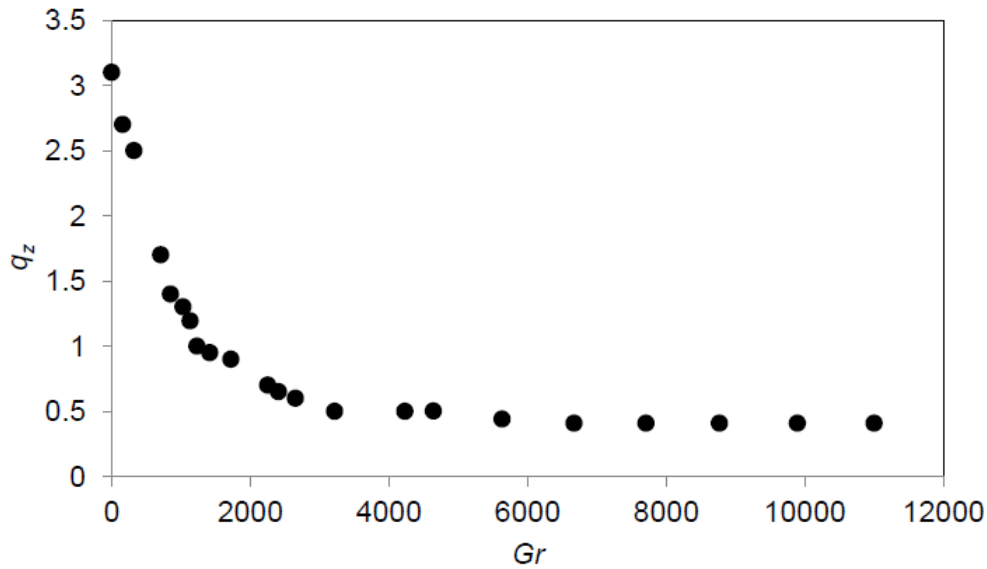


FIGURE 5.8 – Nombre d’onde axial critique (adimensionné par d) en fonction du nombre de Grashof.

Nous présentons l’évolution du nombre d’onde axial et de la fréquence au seuil aux figures 5.8 et 5.9. Le nombre d’onde axial au seuil diminue avec le nombre de Grashof jusqu’à atteindre une valeur limite 0,41 autour de $Gr = 6000$ alors que la fréquence critique augmente avec le nombre de Grashof. Ces deux grandeurs sont celles que nous mesurons directement sur les diagrammes spatiotemporels, ce sont des projections du motif sur l’axe vertical et l’axe temporel. Pour l’interprétation il est préférable de les transformer pour obtenir des grandeurs plus intuitives.

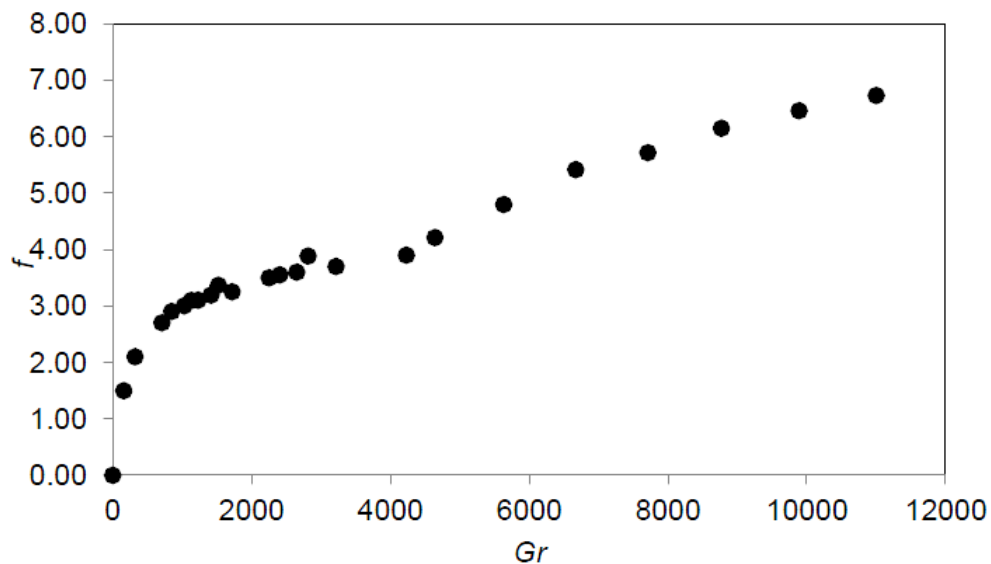


FIGURE 5.9 – Fréquence critique (adimensionnée par τ_ν) en fonction du nombre de Grashof.

En posant que la spirale se propage dans la direction azimutale à la vitesse moyenne du fluide, propriété établie par Guillermin [34, Chapitre 5], nous pouvons déduire le nombre d'onde azimutal à partir de la fréquence : $m_\theta = \text{int}[2\pi f / (0,426\Omega)]$ (figure 5.10). Ce nombre représente le nombre de fois que l'axe horizontal est coupé par une branche de spirale sur toute la circonférence des cylindres. Il est relié à la longueur du motif dans la direction azimutale par $\lambda_\theta = 1/k_\theta = 2\pi R/m$ où $R = (a + b)/2$ est le rayon au centre de l'entrefer.

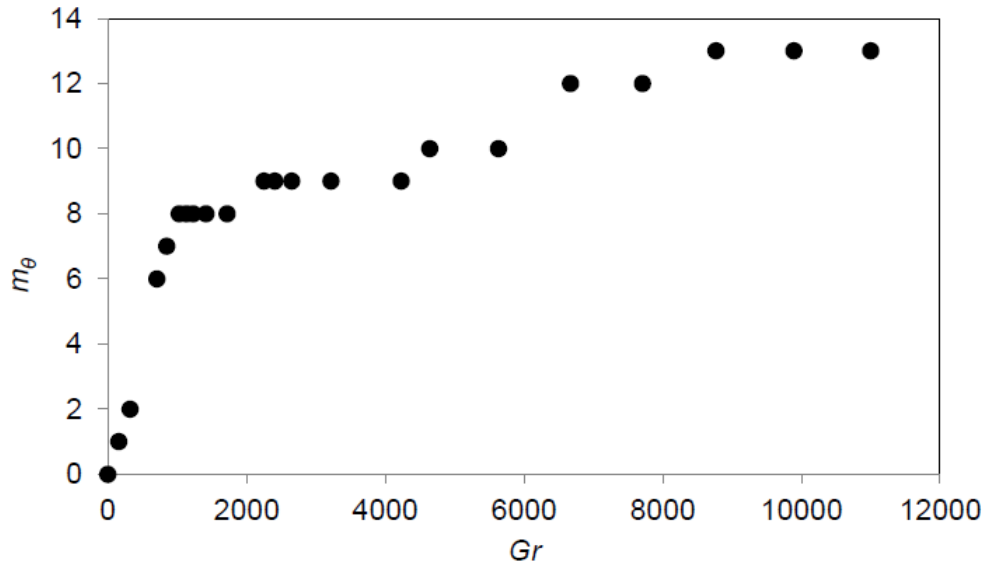


FIGURE 5.10 – Nombre d'onde azimutal au seuil en fonction du nombre de Grashof.

À partir des nombres d'ondes axiaux et azimutaux, nous pouvons calculer l'angle d'inclinaison que fait le motif par rapport à l'horizontale : $\phi = \tan^{-1} k_\theta/k_z$ et le nombre d'onde dans la direction perpendiculaire à la ligne de phase : $q = \sqrt{k_z^2 + k_\theta^2}$. Ces grandeurs bien plus intuitives pour interpréter les résultats sont représentées en figures 5.11 et 5.12.

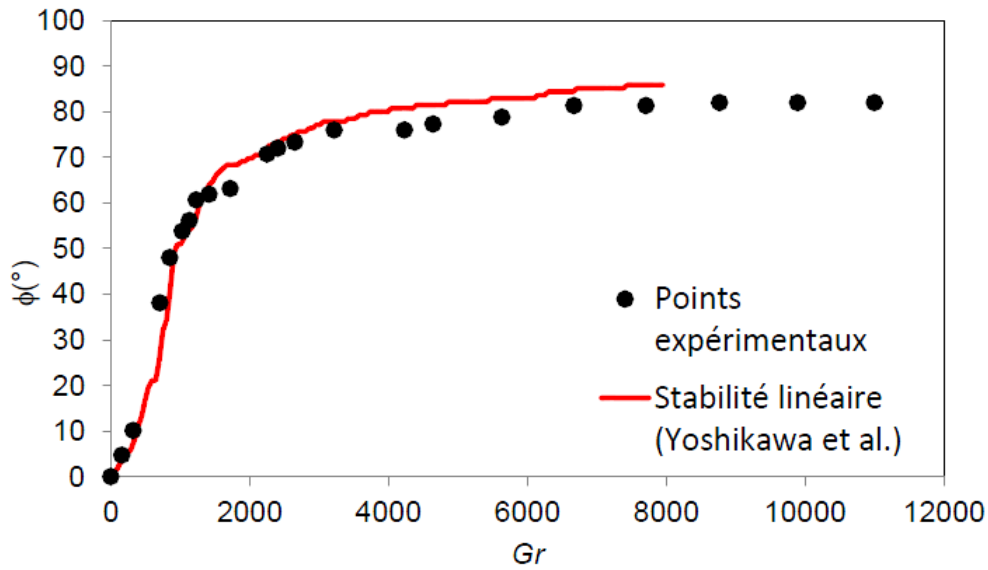


FIGURE 5.11 – Angle d’inclinaison de la spirale par rapport à l’horizontale au seuil en fonction du nombre de Grashof comparé à la prédiction théorique.

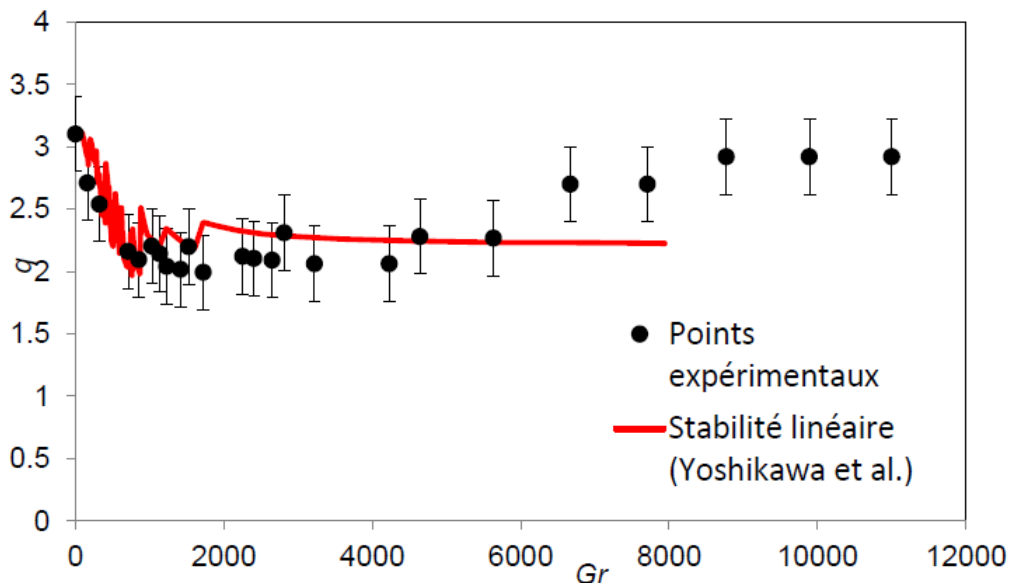


FIGURE 5.12 – Nombre d’onde total critique (adimensionné par d) en fonction du nombre de Grashof comparé à la prédiction théorique.

L’angle d’inclinaison augmente rapidement avec le nombre de Grashof et sature à 82° , les mesures sont en très bon accord avec l’analyse de stabilité linéaire. L’angle d’inclinaison pouvant aussi être mesuré directement nous avons confirmé quelques valeurs par des mesures directes. Cette augmentation traduit l’augmentation de l’importance de la cellule de convection verticale par rapport à l’écoulement de Couette horizontal. Plus l’écoulement de convection est fort, plus le motif s’approche de la verticale. Le nombre d’onde total diminue rapidement pour atteindre $q = 2$ à $Gr = 2000$ mais augmente ensuite

à partir de $Gr = 5000$ jusqu'à saturer à la valeur $q = 3$. Les rouleaux de Taylor ont un nombre d'onde de $q_T = 3,1$ et cela correspond à des rouleaux de section circulaire de la taille de l'entrefer. La présence de la cellule de convection a pour effet d'allonger les rouleaux qui prennent une forme ovale. La courbe théorique des nombres d'onde présente un saut à chaque changement du nombre de branches de la spirale, l'intervalle de nombre de Grashof entre ces changements étant de l'ordre de 100 on ne peut les résoudre avec notre expérience. La rapide diminution du nombre d'onde avec le nombre de Grashof prévue par la théorie est bien retrouvée par l'expérience mais l'augmentation observée pour les grandes valeurs du nombre de Grashof n'est pas prévue.

5.4 Instabilité de la convection naturelle, le mode hydrodynamique

Nous présentons une étude visant à déterminer les effets de la rotation du cylindre intérieur sur le mode hydrodynamique de l'instabilité de la cellule de convection naturelle. Des rouleaux axisymétriques propagatifs ont été observés dans notre dispositif expérimental à partir d'un nombre de Grashof critique et en l'absence de rotation. On se propose de se placer autour de ce seuil et mesurer l'effet de la mise en rotation du cylindre intérieur sur celui-ci et sur les rouleaux formés par cette instabilité. On vise ainsi à savoir de quelle façon se connectent les instabilités centrifuges et l'instabilité de la cellule de convection. Nous rappelons dans un premier temps les caractéristiques spatiotemporelles du mode hydrodynamique qui serviront de référence. Nous présentons ensuite les mesures effectuées après une augmentation progressive du taux de rotation du cylindre intérieur jusqu'à l'apparition d'une autre instabilité.

5.4.1 Le mode hydrodynamique en l'absence de rotation

5.4.1.1 Seuil de l'instabilité

En augmentant progressivement le gradient de température lorsque le cylindre intérieur est immobile le premier motif est observé pour $T_1 = 45,5$ °C et $T_2 = 24,5$ °C. Soit $T'_1 = 44,2$ °C et $T'_2 = 32,8$ °C et donc $\delta T' = 11,4$ °C, en prenant les propriétés du fluide à sa température moyenne $T_0 = 38,5$ °C (voir équation (3.4)), on obtient $Pr = 4,5$ et $Gr = 10420$. Le motif est alors à peine visible (figure 5.13(a)). C'est un ensemble de rouleaux axisymétriques se propageant vers le haut du système. Nous nous sommes placés légèrement au dessus du seuil, à $T_1 = 46$ °C et $T_2 = 24$ °C, c'est à dire $T_0 = 38,6$ °C, $Gr = 11000$ et $Pr = 4,5$ afin d'avoir un motif suffisamment visible pour pouvoir observer d'éventuelles perturbations (figure 5.13(b)).

Le seuil trouvé est sensiblement plus élevé que le seuil attendu pour le régime de conduction qui doit être $Gr_c = 8000$ [14, 59, 60]. Ceci peut être l'effet d'un gradient de température vertical, en effet Bergholz montre que la présence d'un gradient de température vertical est notablement stabilisant [15]. En s'appuyant sur ses courbes figure 1.7 on note que le seuil mesuré ici correspondrait au seuil pour un paramètre de stratification d'approximativement $\gamma = 2,7$, ce qui équivaut à un gradient vertical de $0,1$ °C/cm, encore très

faible devant le gradient horizontal imposé et du même ordre de grandeur que celui que nous avons mesuré au chapitre 4.

5.4.1.2 Caractéristiques du mode hydrodynamique

Ce régime a été étudié en détail par Lepiller [35], nous redonnons ici ses caractéristiques qui vont servir de point de comparaison avec les motifs observés après la mise en rotation du cylindre intérieur. La figure 5.13(b) représente un agrandissement du diagramme spatiotemporel du motif obtenu pour $Gr = 11000$. Le motif observé est constitué d'un ensemble de rouleaux axisymétriques existant sur une étroite région à mi-hauteur du système. On peut observer sur le diagramme spatiotemporel une propagation de ces rouleaux du bas vers le haut du système. On observe également la présence de défauts dans le motif, correspondant à la fusion de deux rouleaux ou une baisse locale de l'amplitude.

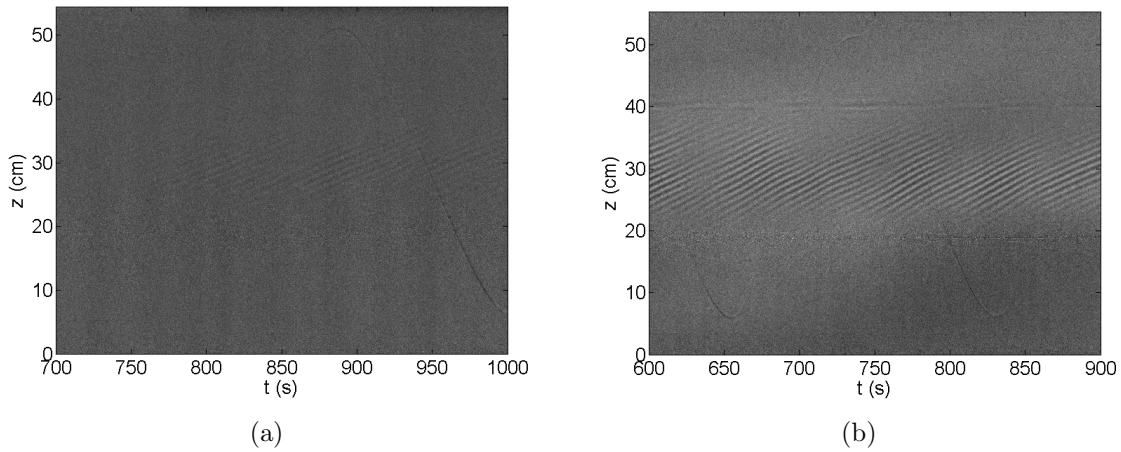


FIGURE 5.13 – Diagrammes spatiotemporel du mode hydrodynamique pour $Gr = 10420$ (a) et pour $Gr = 11000$ (b)

La figure 5.14 montre les spectres en fréquences temporelle et spatiale du motif. Chaque spectre présente un pic unique, caractéristique du motif observé. Ces pics sont relativement dispersés, ce qui signifie que le nombre d'onde et la fréquence fluctuent. Cette fluctuation est due à la taille finie du motif dans le système qui est aussi la cause des défauts suite à l'instabilité d'Eckhaus [35, Chapitre 4]. L'instabilité a lieu dans la zone où l'écoulement est le plus proche du régime de conduction théorique, avec le gradient vertical de température le plus faible (figure 1.3) donc dans la partie centrale de l'entrefer. Et comme nous l'avons constaté au chapitre 4 cette zone est sensiblement réduite dans notre système. Tout ce passe alors comme si une rampe spatiale du paramètre de contrôle amenait l'écoulement dans sa zone instable. C'est la présence de cette rampe spatiale qui entraîne la formation de défauts via l'instabilité d'Eckhaus [23].

Le diagramme spatiotemporel est filtré autour des pics afin de mesurer précisément la fréquence et le nombre d'onde moyen en calculant le gradient de la phase (voir section 3.4). On obtient $k_z = 0.9 \pm 0.2 \text{ cm}^{-1}$ et $f = 95 \pm 20 \text{ mHz}$. Le gradient de la phase révèle aussi une variation lente et faible des nombres d'ondes et des fréquences confirmant le modèle

d'instabilité d'Eckhaus. Les mesures sont donc très dispersées à cause des dislocations qui ont lieu dans le système. Nous adimensionnons ces valeurs par la taille de l'entrefer d pour le nombre d'onde et par le temps de diffusion visqueuse $d^2/\nu = 37$ s pour la fréquence. Ce qui donne $q_z^* = 2\pi k_z d = 2,8 \pm 0,6$ et $f^* = f d^2/\nu = 3,5 \pm 0,8$. La vitesse de dérive axiale moyenne des rouleaux s'écrit $v = f/k_z = 1,1 \pm 0,4$ mms⁻¹ soit $v^* = 2\pi f^*/q_z^* = 7,8 \pm 3$.

L'analyse de stabilité linéaire montre que les caractéristiques spatiotemporelles du mode hydrodynamique dépendent très peu du nombre de Prandtl et prévoit un nombre d'onde critique de $q_c = 2,8$ et une vitesse de dérive critique $v_c = 5,6$ pour ce mode [14, 59, 60]. De plus le nombre d'onde critique ne change pas non plus si le paramètre de stratification reste inférieur à $\gamma = 3$ [15]. Notre mesure du nombre d'onde est donc en bon accord avec la théorie. Par contre la vitesse de dérive des rouleaux varie avec le nombre de Grashof, elle est due à la différence de vitesse entre le fluide ascendant et descendant [35]. Théoriquement elle vaut $8 \times 10^{-4} W_a = 1,19$ mms⁻¹ (2.20), en bon accord avec la mesure.

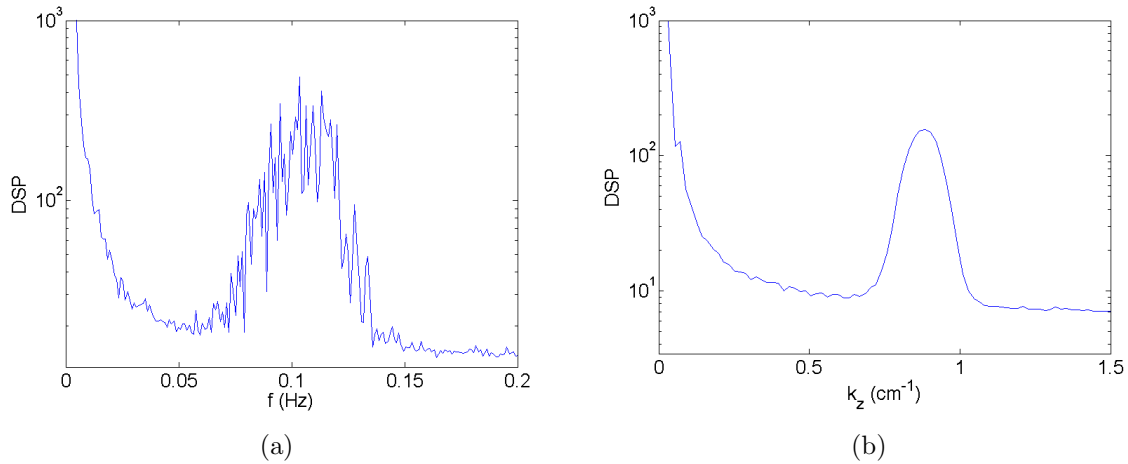


FIGURE 5.14 – Spectre moyen en fréquence temporelle (a) et spectre moyen en fréquence spatiale moyen (b) pour $Gr = 11000$ et $Ta = 0$

Le diagramme spatiotemporel filtré donne aussi une amplitude pour le motif. L'image de cette amplitude et son profil axial moyenné en temps sont représentés en figure 5.15. Sur l'image les défauts du motif apparaissent comme des diminutions de l'amplitude. On considère que le motif est présent quand l'amplitude est supérieure au quart du maximum de l'amplitude moyennée en temps. L'extension axiale du motif E représentant la zone du dispositif où le motif est établi est mesurée à partir du profil d'amplitude $E = z_2 - z_1 = 35,6 - 22,5 = 13,1$ cm (figure 5.15(b)). Cela représente 24 % de la hauteur totale du système. Cette valeur est en bon accord avec les observations de Lepiller [35, Chapitre 4].

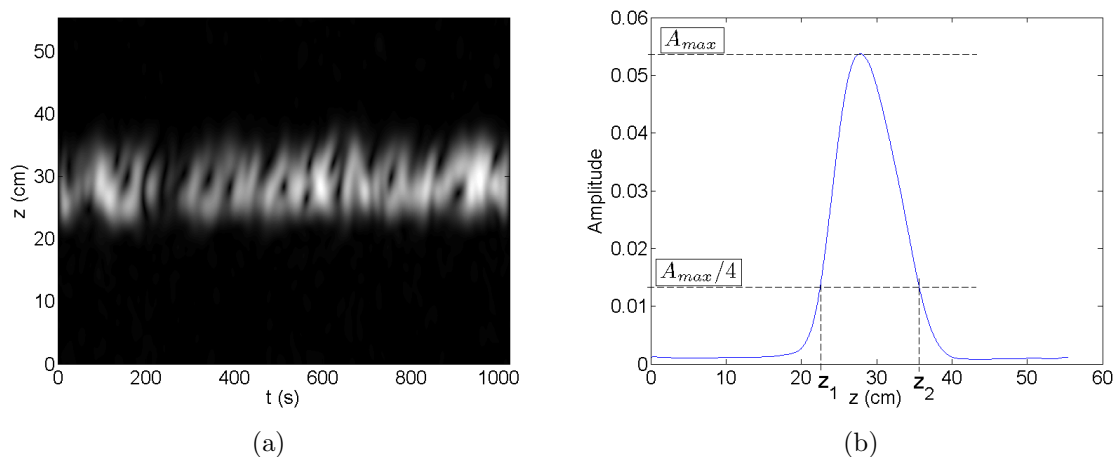


FIGURE 5.15 – $Gr = 11000$ et $Ta = 0$. (a) Amplitude du motif. (b) Profil de l'amplitude du motif moyennée en temps

Le nombre de défauts peut être compté en binarisant l'image, les pixels de valeur inférieur à $A_{max}/4$ sont mis à 0 et les pixels restants sont mis à 1. On obtient une image en noir et blanc comme celle présentée en figure 5.16.

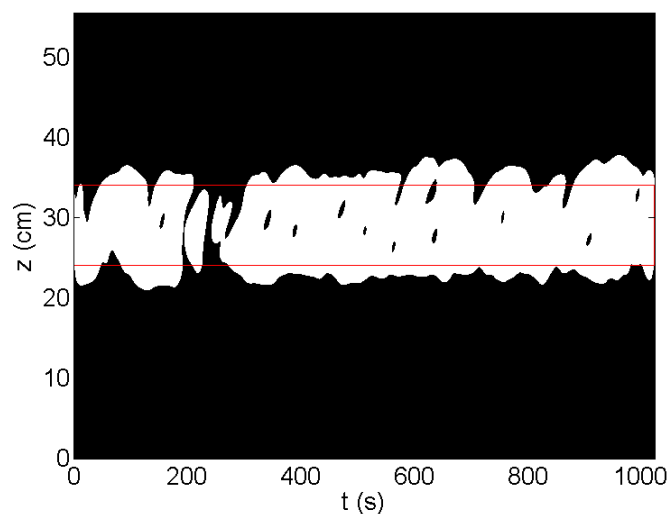


FIGURE 5.16 – Image de l'amplitude binarisé pour $Gr = 11000$ et $Ta = 0$, un défaut est défini comme une tache noire incluse dans le rectangle, entre 24 cm et 34 cm

On compte le nombre de zones noires apparaissant entre 24 cm et 34 cm de hauteur. Ces valeurs sont choisies afin d'être incluses dans la zone d'existence du motif dans tous les cas explorés. On compte ici 23 défauts pendant les 1024 s de l'enregistrement. Ce qui fait 12 défauts sur 410 s, cette valeur est compatible avec les observations de Lepiller [35, Chapitre 4].

Nous avons décrit plusieurs grandeurs mesurables qui caractérisent le motif : la fréquence, le nombre d'onde, la vitesse de propagation des rouleaux, la portion du système où le motif est présent, et la densité de défauts. Ces grandeurs de références sont résumées dans le

tableau 5.2. Nous allons dans la suite explorer l'évolution de ces grandeurs avec la mise en rotation du cylindre intérieur.

TABLE 5.2 – Caractéristiques des rouleaux axisymétriques pour $Gr = 11000$ et sans rotation, grandeurs sans dimensions.

f	q_z	v	E	N
$3,5 \pm 0,8$	$2,8 \pm 0,6$	$7,8 \pm 3$	0,24	29

5.4.2 Effets de la rotation du cylindre intérieur sur le mode hydrodynamique

Le cylindre intérieur est mis en rotation et la vitesse est augmentée par paliers de 5 mHz soit des paliers de 2,5 pour le nombre de Taylor. La figure 5.17 montre des exemples de diagrammes spatiotemporels obtenus en augmentant le nombre de Taylor.

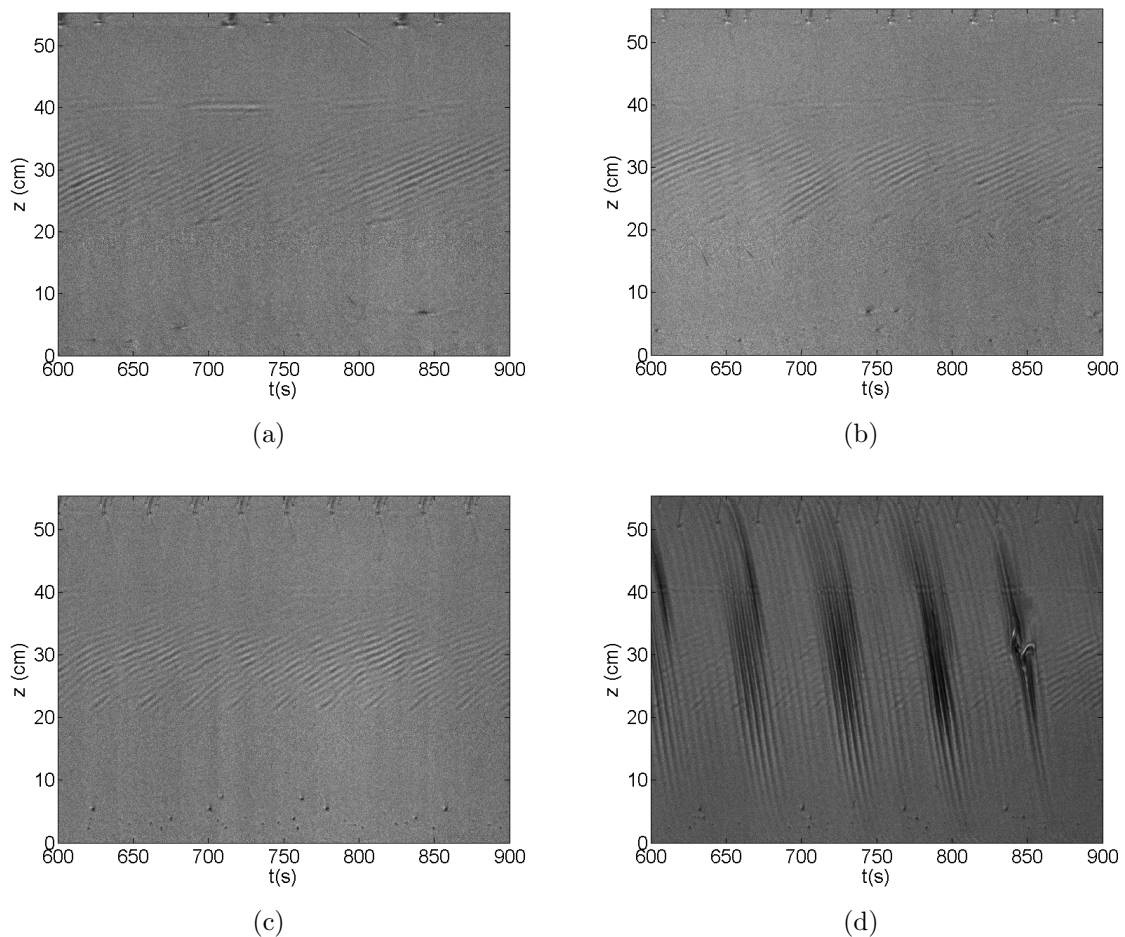


FIGURE 5.17 – Diagrammes spatiotemporels à $Gr = 11000$ et différents nombres de Taylor, (a) $Ta = 4$, (b) $Ta = 9$, (c) $Ta = 15$ et (d) $Ta = 17,6$

Jusqu'à $Ta = 17,6$ la nature du motif ne change pas, le mode hydrodynamique est toujours présent dans le système. Au premier abord seuls de légers changements sont visibles, la propagation des rouleaux semble moins régulière lorsque le taux de rotation est augmenté. À partir de $Ta = 17,6$ un nouveau motif apparaît dans le système. Ce motif se propage dans le sens opposé du mode hydrodynamique et ressemble au motif des spirales modulées. À l'apparition de ces spirales le mode hydrodynamique reste présent et les deux motifs se superposent. Nous reprenons ce cas en détail à la section 5.4.3 et au chapitre 6.

Des spectres pour différents taux de rotation sont présentés à la figure 5.18. On observe un pic assez large autour des mêmes fréquence et nombre d'onde qu'en l'absence de rotation. Un ensemble de pics supplémentaires apparaît dans le spectre en fréquence, ces nouveaux pics correspondent à la fréquence de rotation du moteur et ses harmoniques. Le spectre en fréquence spatiale est déformé et s'élargit vers les basses fréquences. Il y a une augmentation de la dispersion du nombre d'onde lorsque le taux de rotation est augmenté.

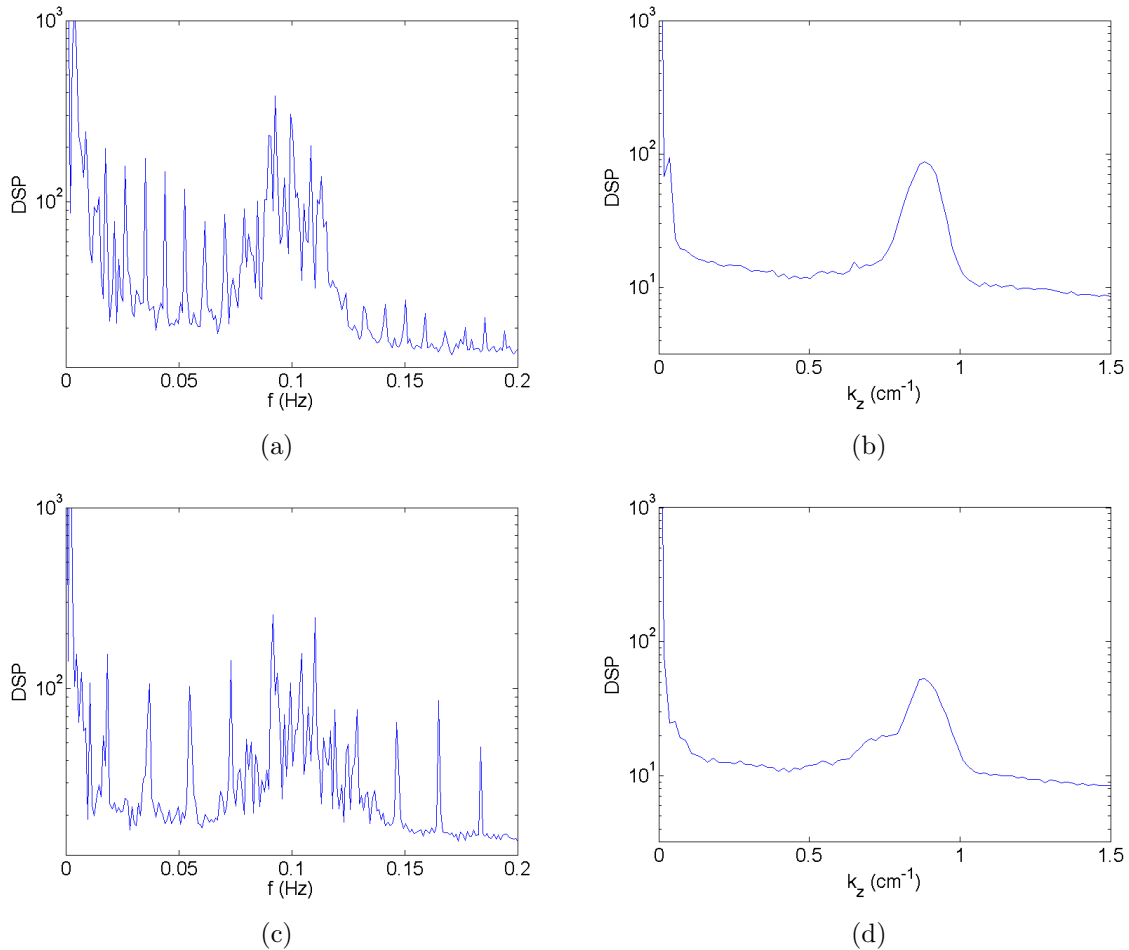


FIGURE 5.18 – Spectres pour $Gr = 11000$ et différents nombres de Taylor, (a) $Ta = 4$, spectre moyen en fréquence temporelle, (b) $Ta = 4$, spectre moyen en fréquence spatiale, (c) $Ta = 9$, spectre moyen en fréquence temporelle et (d) $Ta = 9$, spectre moyen en fréquence spatiale.

La figure 5.19 représente les mesures de la fréquence et du nombre d'onde après filtrage autour des fréquences du motif pour différents nombres de Taylor. La fréquence et le nombre d'onde moyens ne présentent pas d'évolution notable.

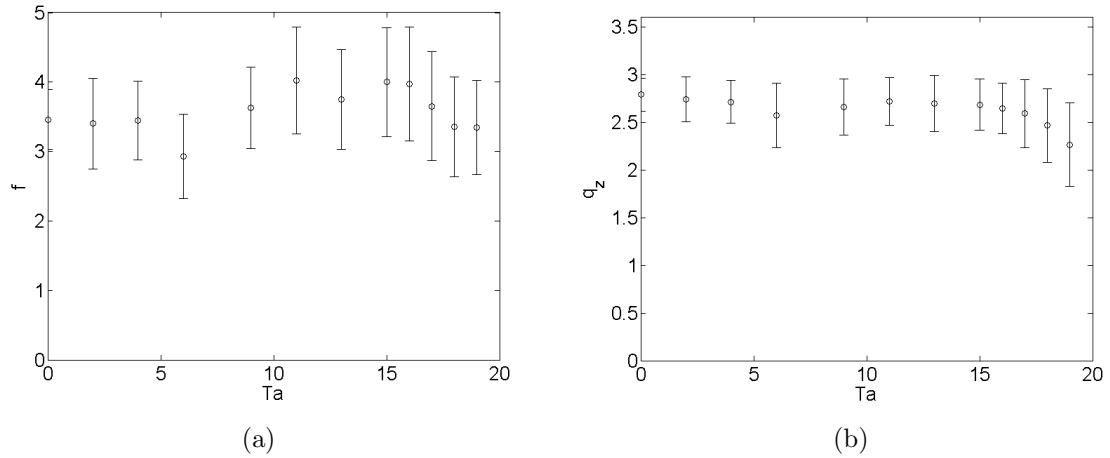


FIGURE 5.19 – Fréquences temporelle (a) et spatiale (b) moyennes du motif des rouleaux axisymétriques pour $Gr = 11000$ en fonction du nombre de Taylor

Le motif reste présent dans la même zone quel que soit le taux de rotation, les fluctuations des valeurs de z_1 et z_2 mesurés ne dépassent pas 1 cm (figure 5.20).

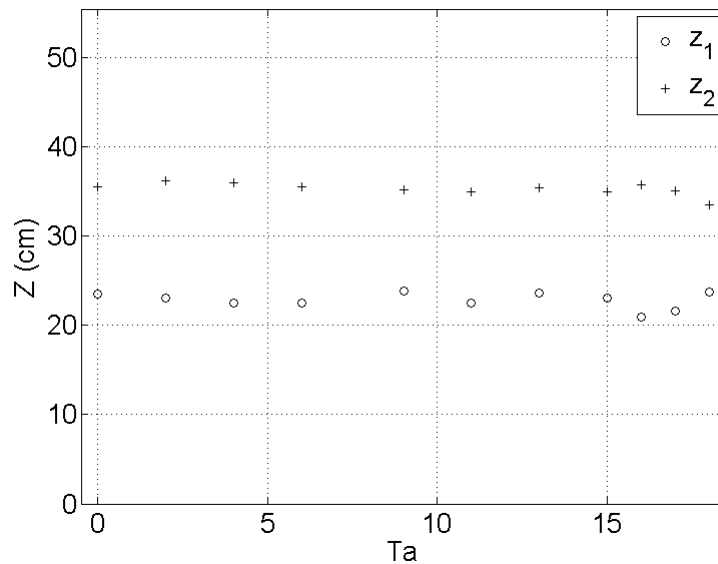


FIGURE 5.20 – Positions limites de présence du motif dans l'entrefer en fonction du nombre de Taylor.

Nous voulons compter le nombre de défauts apparaissant entre $z = 24$ cm et $z = 34$ cm, zone où le motif est toujours présent. Mais la mise en rotation du cylindre intérieur pose problème, le motif est advecté dans la direction azimutale et le même défaut peut passer

plusieurs fois devant l'appareil de mesure. Le motif dérive aussi vers le haut à la vitesse v , donc un défaut est évacué en un temps de l'ordre de $E/v \approx 90$ s. Au plus grand nombre de Taylor étudié, le taux de rotation du cylindre intérieur est de 40 mHz c'est à dire une période de 25 s. Nous comptons donc les défauts dans des intervalles d'une durée limité à 20 s, assez courte pour que le même défaut ne puisse passer deux fois devant la caméra, et espacés en temps 120 s pour que les défauts aient le temps d'être évacués entre deux périodes de comptage. Le résultat est représenté en fonction du nombre de Taylor en figure 5.21. Il n'y a pas d'effet notable avant le seuil d'apparition des spirales à $Ta = 17,6$ où le nombre de dislocations augmente nettement.

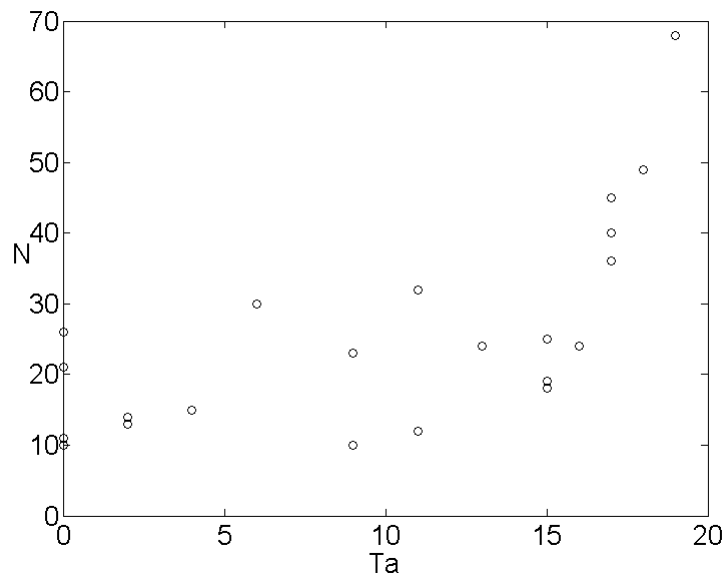


FIGURE 5.21 – Évolution en fonction du nombre de Taylor du nombre de défauts apparaissant entre $z = 24$ cm et $z = 34$ cm dans un temps de 1024 s pour $Gr = 11000$

Nous avons fait la même expérience, juste en dessous du seuil, à $T_1 = 45$ °C et $T_2 = 25$ °C, c'est à dire $T_m = 38,3$ °C, $Gr = 9890$ et $Pr = 4,5$, aucun motif n'est visible dans ces conditions et nous n'avons pas observé d'instabilité avant le seuil d'apparition des spirales modulées.

5.4.3 Coexistence du mode hydrodynamique avec les spirales

À partir de $Ta = 17,6$, une nouvelle instabilité se développe dans le système (figure 5.22). On observe alors un motif localisé dans la direction azimutale et fortement incliné se propageant dans le sens de rotation du cylindre intérieur. Cela ressemble au motif de la spirale modulée [34]. On remarque néanmoins des différences dans ce motif par rapport à la spirale modulée. Des défauts comme celui visible à 850 s sur la figure 5.22 se forment et nous avons constaté que ces défauts continuent à apparaître même après de long temps d'attentes (quelques heures). Une branche de spirale beaucoup plus intense que les autres est visible en haut du système dans les 700 premières secondes de ce diagramme

spatiotemporel, cette branche semble se fondre dans la spirale modulée au moment où le défaut apparaît.

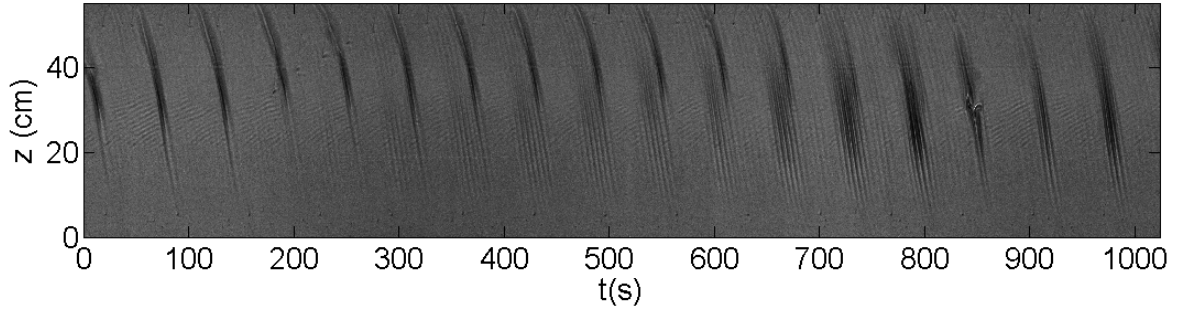


FIGURE 5.22 – Diagramme spatiotemporel du motif observé au seuil du mode de spirales, $Gr = 11000$ et $Ta = 17,6$.

Les différents motifs présent dans le système se distinguent bien dans le spectre 2D du diagramme spatiotemporel de la figure 5.22 présenté en figure 5.23. D'une part, on retrouve les fréquences du mode hydrodynamique autour de $k_z = 0.8 \text{ cm}^{-1}$, soit $q_z = 2.5$ et $f = 100 \text{ mHz}$, soit $f^* = 3.7$. D'autre part les fréquences et les nombres d'onde associées aux spirales sont de signes opposés car les spirales se propagent vers le bas. Nous savons que la spirale modulé se caractérise par deux fréquences temporelles. Il y a la fréquence de la porteuse, située ici à $f_p = 205 \text{ mHz}$ ($f^*_p = 7.6$) et autour de ce pic le spectre présente des pics situé à $f_p + n f_{mod}$ ou $f_{mod} = 0.426 * f_{moteur} = 16.2 \text{ mHz}$ ($f^*_m = 0.61$) est la fréquence de modulation qui correspond à l'écoulement azimuthal moyen du fluide dans l'état de base et n est un entier [34, Chapitre 5]. La fréquence de la porteuse est associé à un nombre d'onde axial de $k_z = 0.13 \text{ cm}^{-1}$ ($q^*_z = 0.41$). Pour la spirale modulée, il a aussi été constaté qu'un pic peut apparaitre dans le spectre à f_{mod} . Mais une nouveauté est observée ici dans le fait qu'il apparait aussi dans le spectre de nombreuses harmoniques de f_{mod} . On associe naturellement ces pics aux défauts et à la branche de spirale plus intense observés dans le diagramme spatiotemporel, des phénomènes de fréquence plus faible que la spirale modulée. Nous reviendrons plus en détail sur ce nouveau motif au chapitre 6.

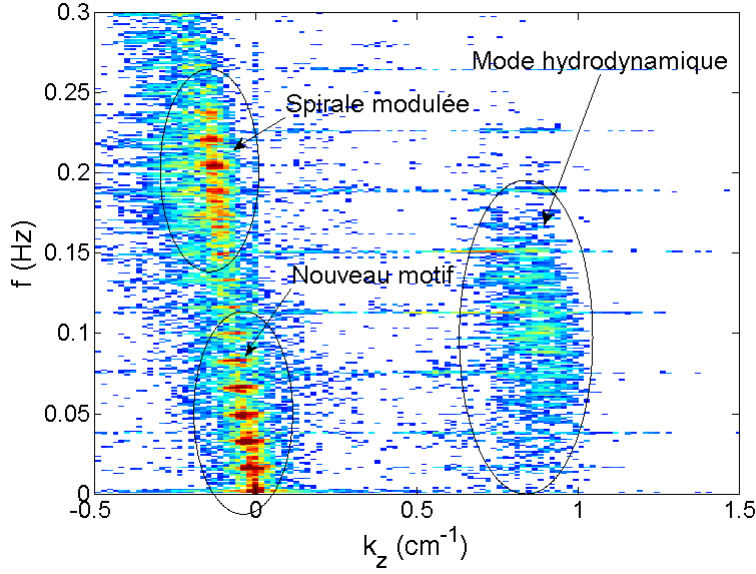


FIGURE 5.23 – $Gr = 11000$, $Ta = 18$, Spectre 2D du diagramme spatiotemporel.

Nous séparons le mode hydrodynamique du mode des spirales, la figure 5.24 montre les diagrammes spatiotemporel de chacun des deux motifs après un filtrage autour de leurs fréquence respectives. On note une nette atténuation du mode hydrodynamique lorsque la spirale est présente. Cette observation quantifiée par un calcul de coefficient de corrélation. A_1 et A_2 sont respectivement les images de l'amplitude du motif du mode hydrodynamique et du motif des spirales que l'on a restreint sur la zone d'existence du mode hydrodynamique. On calcul le coefficient :

$$Cor = \frac{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} [A_1(i,j) - \overline{A_1}] [A_2(i,j) - \overline{A_2}]}{\sqrt{\sum_{i=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} [A_1(i,j) - \overline{A_1}]^2 [A_2(i,j) - \overline{A_2}]^2}} \quad (5.1)$$

Il vaut -0.51 ce qui rend compte d'une importante anti-corrélation entre les deux motifs, cela signifie que la spirale plus intense que le mode hydrodynamique l'atténue.

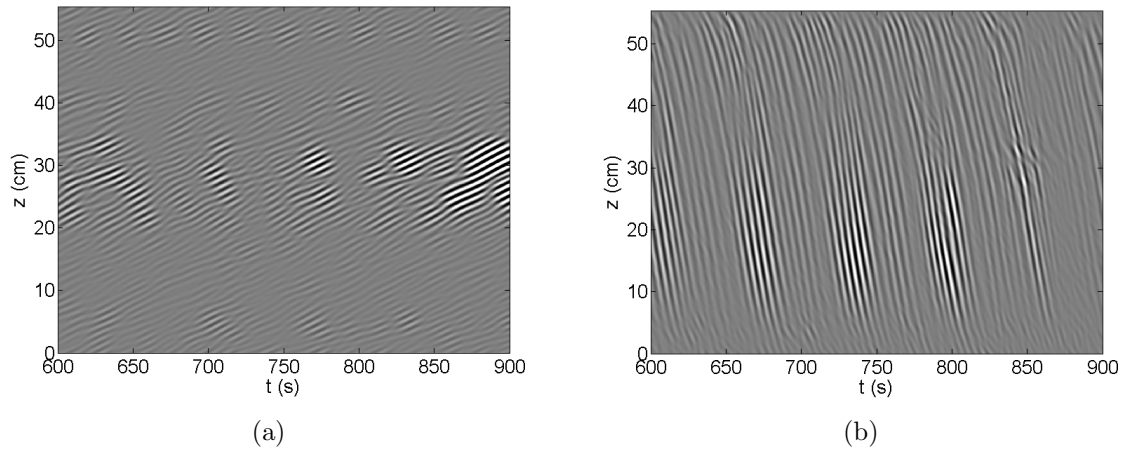


FIGURE 5.24 – $Gr = 11000$, $Ta = 18$ (a) Diagramme spatiotemporel après démodulation autour des rouleaux axisymétriques (b) Diagramme spatiotemporel après démodulation autour de la spirale modulée

5.5 Résumé

Nous avons étudié le seuil de l'instabilité du système de Couette-Taylor soumis à un gradient de température pour une large gamme de gradients de température. Nous nous sommes intéressés en particulier à la première instabilité où l'écoulement de base se déstabilise et un écoulement secondaire se forme. Le diagramme de stabilité obtenu est présenté en figure 5.25. Nous retrouvons un comportement similaire à celui du diagramme obtenu par l'analyse de stabilité linéaire (figure 1.11(a)). Les quelques disparités observés peuvent être reliés à des phénomènes non pris en compte dans l'analyse linéaire, comme la présence d'un gradient vertical de température ou la dimension finie du dispositif. Nous avons séparés l'analyse en trois parties :

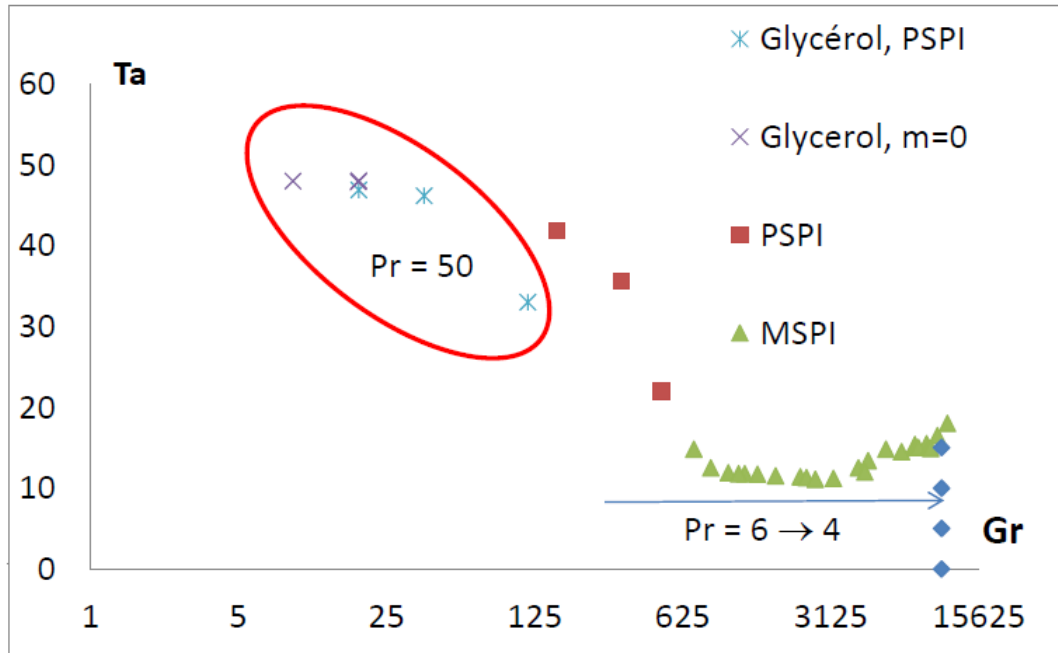


FIGURE 5.25 – Seuils de la première instabilité du système.

Pour de faibles valeurs du nombre de Grashof nous avons confirmé la présence d'un mode axisymétrique pour de faible nombre de Grashof qui avait aussi été observé par Snyder et Carlson [28] et calculé par des études numériques [21, 32]. L'analyse numérique, faite pour des systèmes infinis, prévoit que le motif au seuil passe brusquement d'un mode axisymétrique à une spirale quand le nombre de Grashof dépasse $Gr_s = 22,5$. La transition que l'on observe est moins tranchée car dans notre système fini les extrémités jouent un rôle important. Les parois fixes sont la cause de la génération d'un écoulement radial par le phénomène du transport d'Ekman. Dans le cas isotherme cet écoulement déclenche l'instabilité de manière sous critique [56–58] et la transition de l'écoulement de base vers les rouleaux de Taylor est alors modifiée par les parois. Des rouleaux apparaissent près des extrémités avant le seuil et envahissent peu à peu le système quand le taux de rotation est augmenté. Lorsque le seuil est atteint les rouleaux envahissent tout le système de manière isotrope. Cette transition reste inchangée jusqu'à $Gr_{s1} = 10$. Entre Gr_{s1} et $Gr_{s2} = 30$ les vortex d'Ekman qui apparaissent toujours en premier aux extrémités sont accompagnés d'un mode spirale occupant le reste du système. Ce mode est progressivement remplacé par des rouleaux axisymétriques lorsque le taux de rotation est augmenté. Au delà de Gr_{c2} le premier motif observé est un mode spirale présent uniquement dans le bas du système et qui occupe de plus en plus de place jusqu'à envahir tout le système lorsque le nombre de Taylor est augmenté.

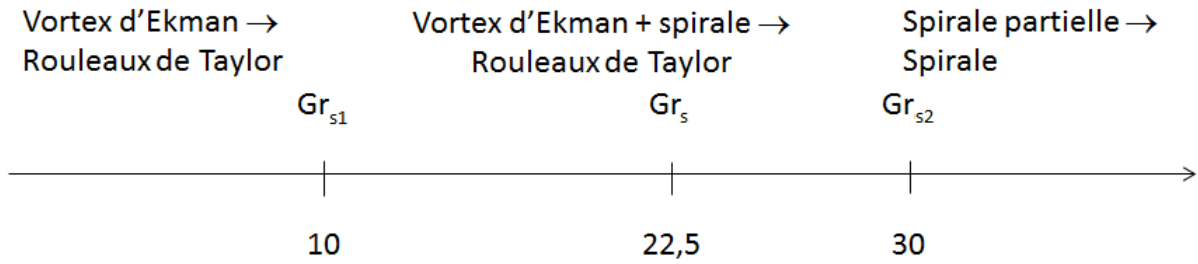


FIGURE 5.26 – Motifs observés à autour du seuil en fonction du nombre de Grashof pour $Pr = 50$.

Nos observations sont en bon accord avec l'analyse numérique, les différences constatées s'expliquent bien par le déclenchement sous critique des instabilités par l'écoulement d'Ekman aux extrémités du système. Entre Gr_{s1} et Gr_s le mode spirale est déclenché de manière sous critique par les rouleaux d'Ekman, entre Gr_s et Gr_{s2} il y a compétition entre le mode spirale et les vortex d'Ekman. Au niveau des extrémités, plus favorable à des rouleaux axisymétriques, les vortex d'Ekman dominant même si le seuil du mode axisymétrique est théoriquement augmenté par la présence du gradient de température tandis que la spirale se forme au centre du système. Ce n'est qu'à partir de Gr_{s2} que le seuil des rouleaux axisymétrique est suffisamment élevé pour que le mode en spirale domine seul malgré les effets des extrémités.

Mode spirales : Nous avons poursuivi l'étude en utilisant de l'eau pour mesurer les paramètres critiques des spirales apparaissant au seuil pour des nombre de Grashof bien plus élevés. Nous comparons nos mesures avec les études de stabilité linéaires numériques. Le seuil de première instabilité est en bon accord avec les calculs de Yoshikawa et al. [32] jusqu'à $Gr = 4000$, puis on observe une augmentation du seuil avec le nombre Grashof qui n'est pas prédite par cette étude. Mais l'étude de Ali et McFadden qui prend en compte la présence d'un gradient de température vertical [21] prédit une telle remontée du seuil pour un faible gradient de température vertical. L'angle d'inclinaison mesuré pour les spirales est en très bon accord avec la prédiction de Yoshikawa et al.. Le nombre d'onde total que l'on mesure se comporte comme prédit par Yoshikawa et al. pour les petits nombres de Grashof mais l'étude numérique ne prévoit pas l'augmentation de cette grandeur en fonction du nombre de Grashof que l'on observe au delà de $Gr = 4000$.

Mode hydrodynamique : D'après l'analyse linéaire et de précédentes études expérimentales [14, 59, 60], sans mettre en rotation le cylindre intérieur l'écoulement se déstabilise pour un nombre de Grashof supérieur à $Gr_c = 8000$. Nous avons détecté ce seuil à $Gr_c = 10420$. L'écart constaté peut être dû à la présence d'un gradient vertical de température de l'ordre de $0,1 \text{ °C/cm}$ [15]. L'écoulement secondaire formé par cette instabilité est constitué de rouleaux axisymétriques se propageant vers le haut du système quand le cylindre intérieur est le plus chaud et vers le bas dans le cas contraire. Nous avons étudié l'effet de l'écoulement de Couette sur ce mode et nous n'avons observé qu'une légère perturbation de celui-ci même avec l'ajout d'un

écoulement dont la vitesse est du même ordre de grandeur que celle de l'écoulement de base. En effet au seuil la vitesse de l'écoulement de la cellule de convection est de l'ordre de 10 mms^{-1} et un nombre de Taylor de 10 correspond à un écoulement de l'ordre de 3 mms^{-1} . Dans le cas inverse, les rouleaux de Taylor qui apparaissent lorsque la vitesse de l'écoulement de base est de l'ordre de 16 mms^{-1} sont changés en hélices lorsque la vitesse de l'écoulement de la cellule de convection vaut moins de $0,1 \text{ mms}^{-1}$.

Nous ne pouvons pas aller plus haut en nombre de Taylor pour étudier le mode hydrodynamique car le mode spirale qui apparaît dans le système à $Ta = 17.6$ devient rapidement plus intense que le mode hydrodynamique et l'atténue. Les spirales et le mode hydrodynamique sont deux instabilités totalement indépendantes et le point ($Gr = 10420; Ta = 17.6$) où ces deux instabilités se développent est appelé un point de codimension 2.

Nous avons observé l'apparition d'un motif très intense qui coexiste avec les rouleaux axisymétriques et la spirale modulée et les perturbe. les spectres correspondant s'en trouvent naturellement modifiés. Nous détaillerons l'étude de ce motif au chapitre 6.

TABLE 5.3 – Récapitulatif.

Domaine	Résultats
$0 > Gr > 50$	- Confirmation de l'existence d'un mode axisymétrique au seuil
$50 > Gr > 4000$	- Mode spirale et bon accord entre l'expérience et l'analyse linéaire - Modulation du motif
$4000 > Gr > 10420$	-Déviation entre l'expérience et l'analyse linéaire : -Stabilisation en augmentant Gr -Augmentation du nombre d'onde avec Gr
$Gr > 10420$	- Seuil du mode hydrodynamique indiquant la présence d'un gradient de température vertical - Point de codimension 2 avec le mode spirale et le mode hydrodynamique

Chapitre 6

L'onde solitaire

6.1 Visualisations

6.1.1 Observation et description d'une onde solitaire

Nous avons observé un nouveau objet accompagnant la spirale modulée et prenant la forme d'une branche de spirale beaucoup plus intense que les autres (figure 6.1(b)). Ce phénomène peut être observé lorsque le nombre de Grashoff dépasse 6000 légèrement au dessus du seuil. Cet objet a le même sens d'inclinaison que la spirale modulée et est présent plutôt en haut du système quand le cylindre intérieur est le plus chaud et en bas dans le cas contraire (figure 6.1). Il peut aussi être à l'origine d'irrégularités dans le motif; on peut en effet le voir se déformer se briser et même disparaître pendant quelques cycles (figure 6.1(a)) affectant aussi la spirale modulée. Ces événements particuliers sont lents, ils peuvent durer quelques cycles de rotation et l'aspect du système peut ainsi fortement évoluer au court du temps (figure 6.2). La disparition de cet objet a pour effet de « réinitialiser » le système empêchant la mise en place d'un état stationnaire, nous n'avons pas trouvé de claire régularité de la dynamique de ces défauts dans la plupart des cas. Quelques cas plus stables, sans formation de défauts, mènent à l'observation d'une onde localisée et stationnaire, se propageant sans déformation dans la direction azimutale, dans ce chapitre nous appellerons cet objet une onde solitaire.



→
Sens de rotation

(a)



→
Sens de rotation

(b)



→
Sens de rotation

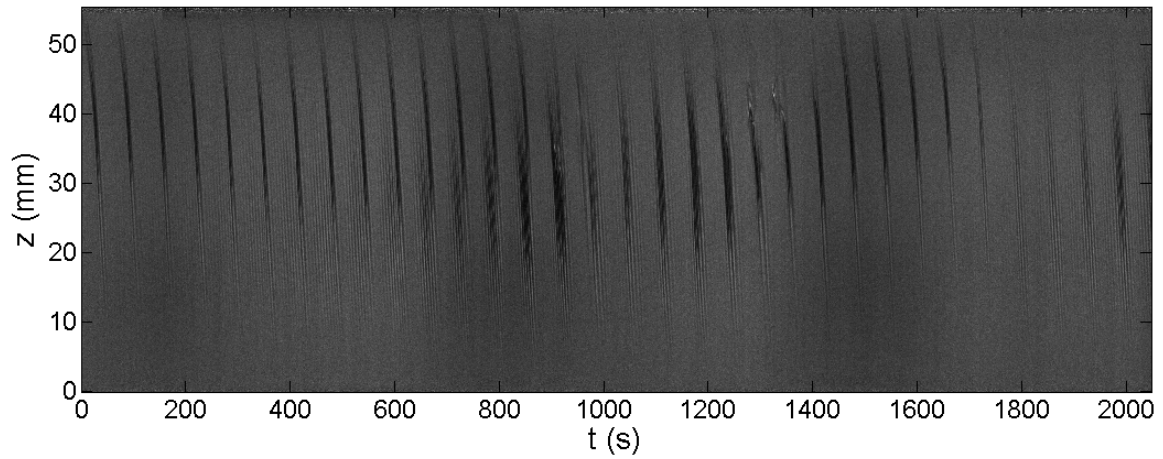
(c)



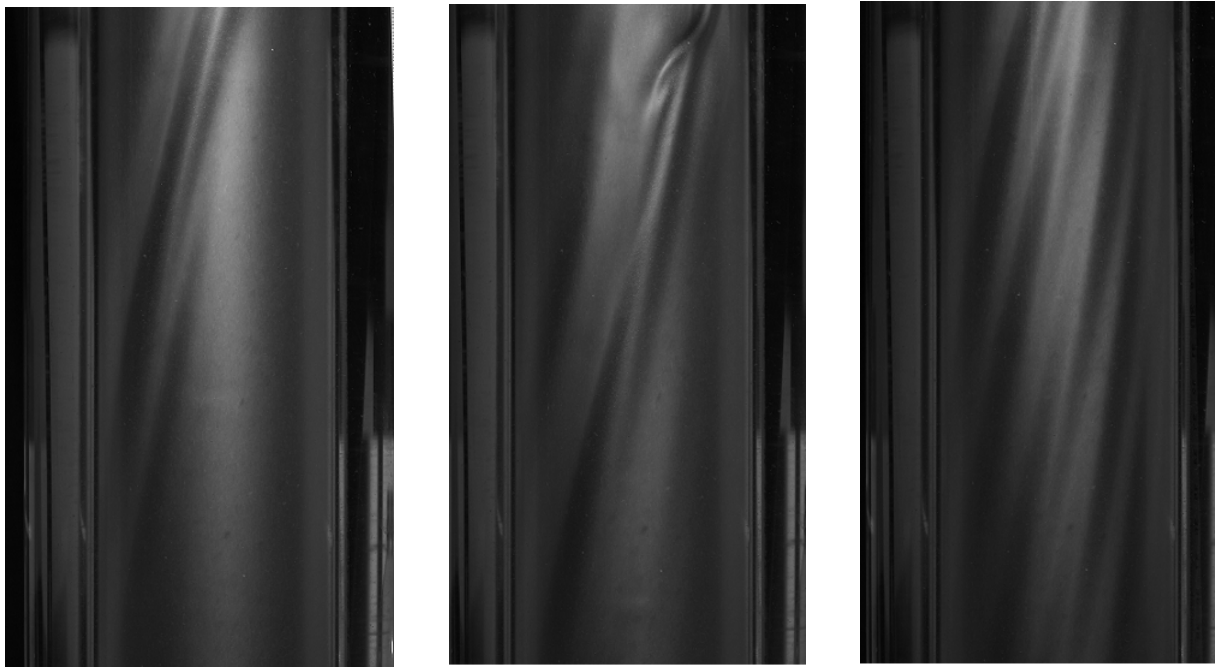
←
Sens de rotation

(d)

FIGURE 6.1 – Photographie du haut du dispositif au passage de l'onde solitaire à $Gr = 9890$ (a) $Ta = 16,6$, présence d'un défaut. (b) $Ta = 17,5$ régime régulier, l'onde solitaire se propage autour du cylindre sans déformation. Photographie du bas du dispositif à $Gr = -8820$ et $Ta = 17,5$ (c) rotation vers la droite et (d) $Ta = -17,5$ rotation vers la gauche.



(a)



→
Sens de rotation

(b)

→
Sens de rotation

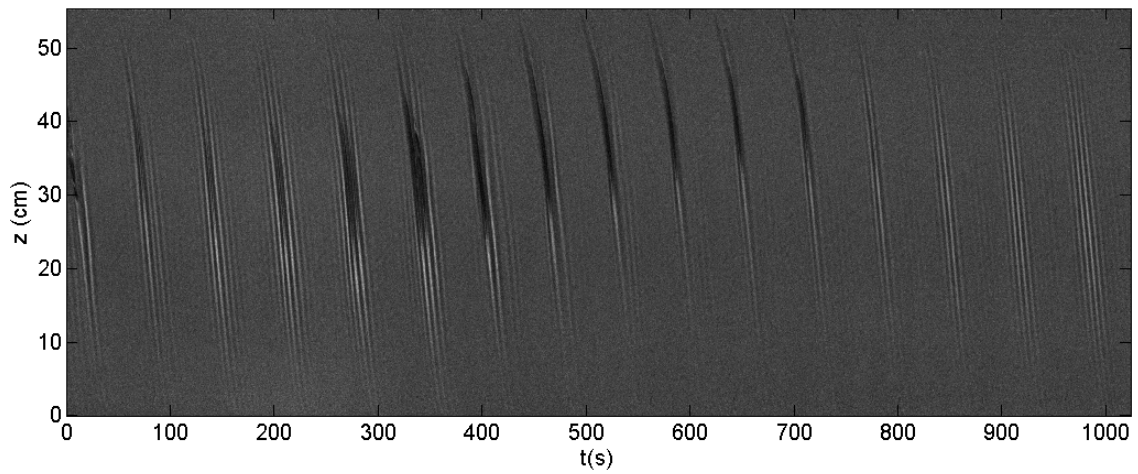
(c)

→
Sens de rotation

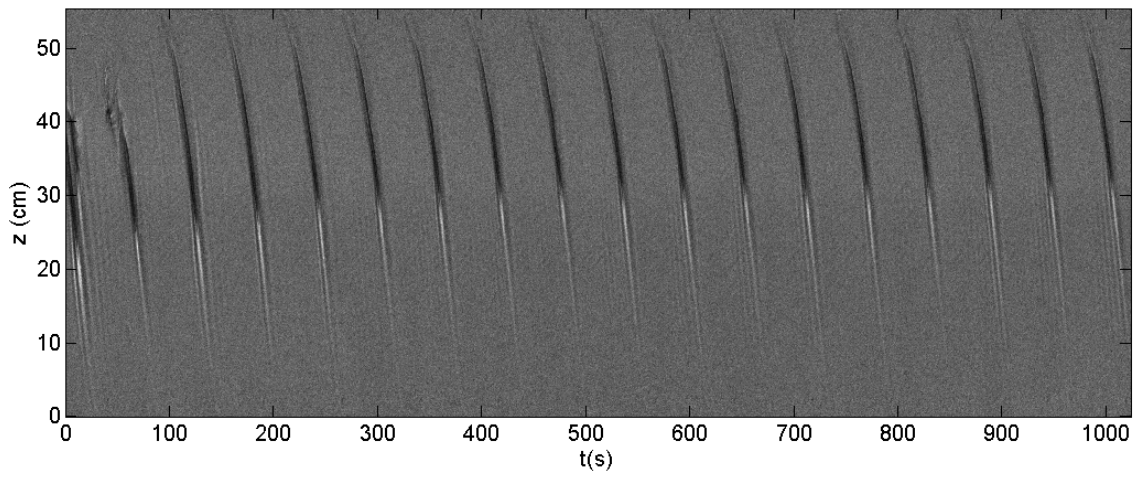
(d)

FIGURE 6.2 – Diagramme spatiotemporel du motif pour $Gr = 9000$ et $Ta = 15,5$ (a) et photographies au milieu du dispositif, au passage de l'onde solitaire (b), lors d'un événement de déformation de l'onde solitaire (c) et au passage d'une spirale modulée le tout dans les mêmes conditions (d).

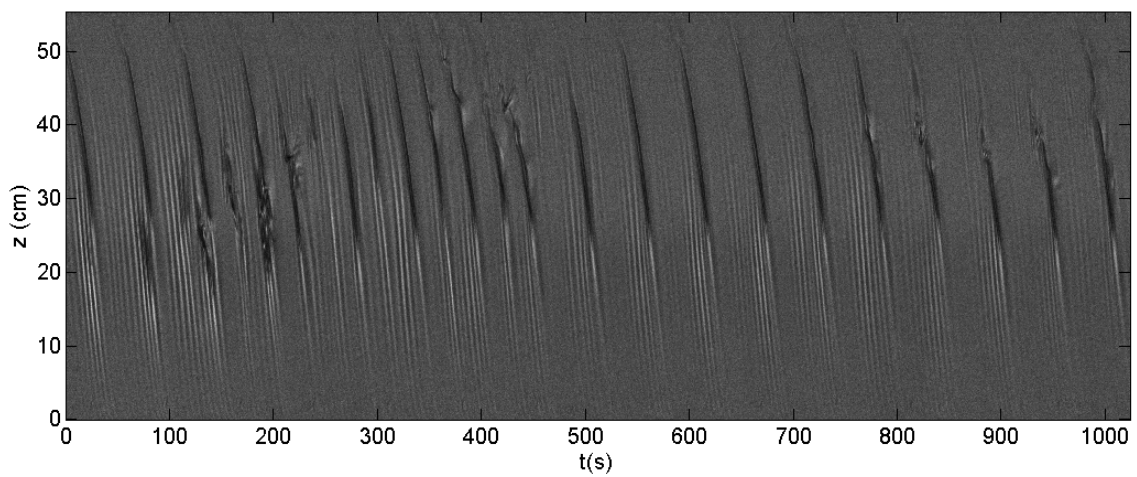
L'apparence du motif autour du seuil est très sensible aux changements du taux de rotation. On peut en effet observer d'importantes variations de l'aspect du motif pour des changements de taux de rotation à la limite de la précision de notre moteur. Par exemple la figure 6.3 représente une série de diagrammes spatiotemporels de motifs au même nombre de Grashof et des taux de rotation différent de 2 mHz.



(a)



(b)



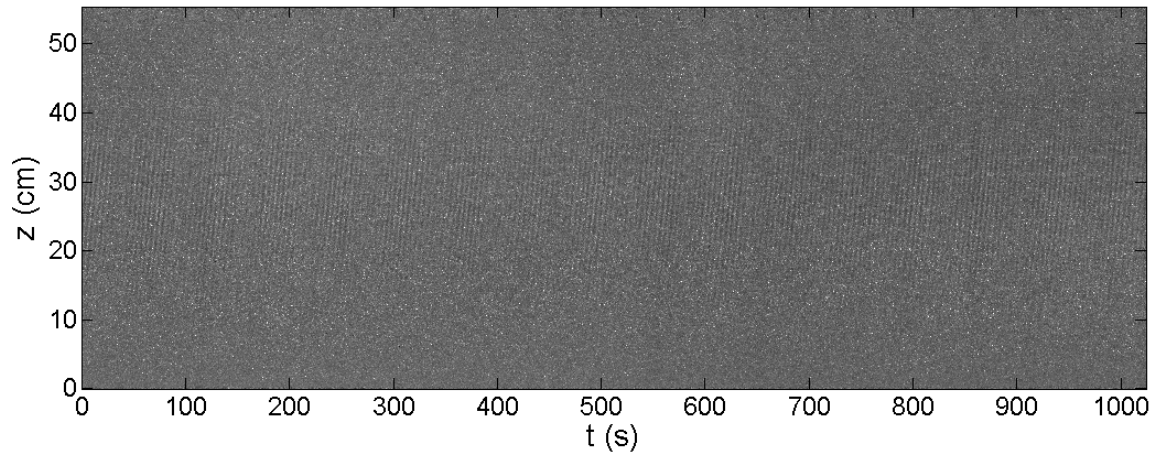
(c)

FIGURE 6.3 – Diagrammes spatiotemporels pour $Gr = 9890$ juste au dessus du seuil (a) $Ta = 16,6$ (le plus proche du seuil) (b) $Ta = 17,5$ (c) $Ta = 18,4$.

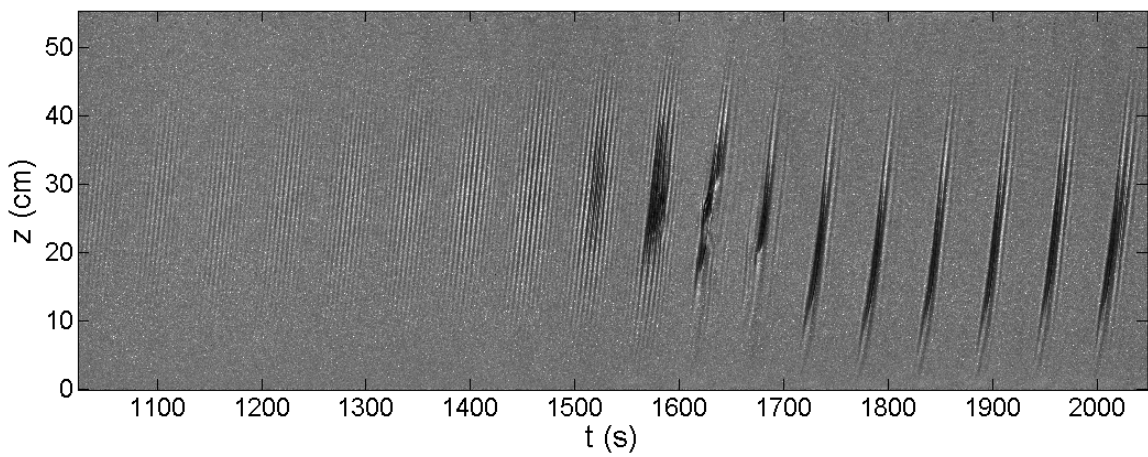
Dans le premier cas (figure 6.3(a)), au plus proche du seuil, la spirale modulée est bien reconnaissable mais tout de même instable, un défaut est visible entre 200 s et 800 s. La présence de défauts dans ce régime se maintient même après de long temps d'attente (plusieurs heures).

En augmentant un peu le taux de rotation, la spirale modulée a quasiment disparu pour être remplacée par une seule vague particulièrement intense et localisée en haut du système (figure 6.3(b)). Le système parvient ici à un état permanent où il n'y a plus d'événement de déformation, l'unique vague se propage autour des cylindres sans déformation pendant des temps très longs (figure 6.1(b)). Si le taux de rotation est encore légèrement augmenté le système devient plus désordonné avec la présence simultanée de la spirale modulée et de la vague plus intense, des défauts nombreux et fréquents apparaissent dans ce régime (figure 6.3(c)).

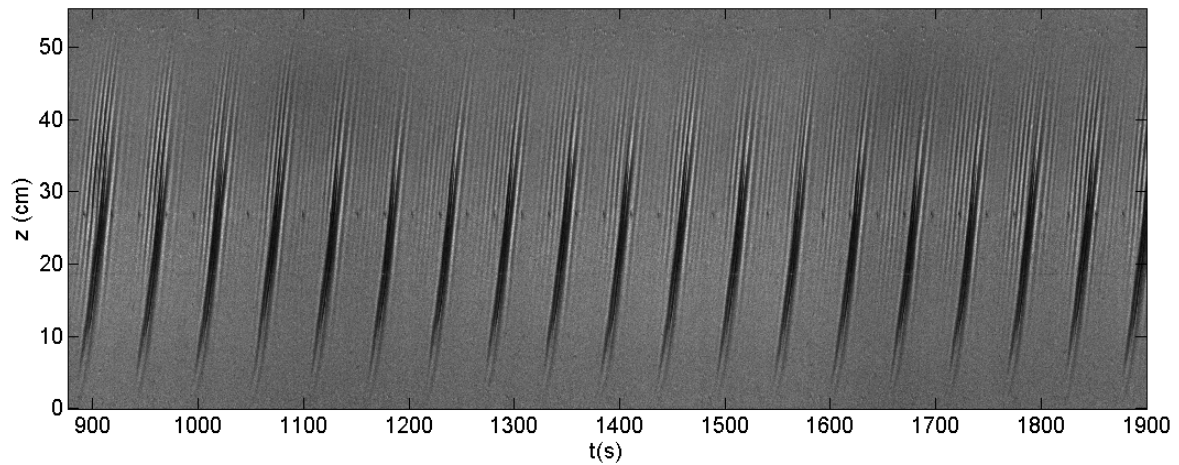
Cette sensibilité du système fait qu'il est très difficile d'obtenir le motif du seuil, nous y sommes parvenu en poussant à l'extrême limite la précision du moteur, les figures 6.4(a) et 6.4(b) sont des diagrammes spatiotemporels obtenus à la même vitesse affichée par le boîtier de contrôle, précis à 1 mHz, mais une position du curseur très légèrement différente. On considère que la différence de vitesse entre ces deux cas est de 0,5 mHz. La première figure est le seuil tout juste dépassé, après 30 min d'attente le motif est à peine visible et c'est une spirale modulée régulière. Le motif de la figure 6.4(b) est obtenu en lançant l'enregistrement juste après que la vitesse ait été augmentée d'une valeur inférieure au seuil à sa valeur finale juste au dessus. On observe alors la spirale modulée croître puis se déstabiliser et être remplacée par l'onde solitaire. La figure 6.4(c) est le diagramme spatiotemporel du motif final à 1 mHz au dessus du seuil où l'onde solitaire et la spirale modulé sont toutes deux présentes.



(a)



(b)



(c)

FIGURE 6.4 – Diagrammes spatiotemporels pour $Gr = -8820$ au seuil à $Ta = 15,8$ (a), légèrement au dessus du seuil à $Ta = 16,0$ et avec l’enregistrement commencé juste après l’augmentation de la vitesse (b) et encore un peu plus au dessus du seuil à $Ta = 16,2$, l’onde solitaire et la spirale modulée sont toutes deux présentes (c).

Nous allons dans ce chapitre caractériser ce nouvel objet dans un premier temps par l'analyse spectrale des visualisations puis, dans un second temps, par des mesures de champs de température et de vitesse à l'aide des cristaux liquides thermochromiques.

6.1.2 Propriétés de l'onde solitaire

Nous avons exploré plusieurs combinaisons des paramètres de contrôle proches du seuil avec un nombre de Grashof positif ou négatif en cherchant des cas où le motif est le plus régulier possible afin qu'ils soient plus simples à analyser et surtout adaptés pour des mesures de température et de champs de vitesse. Le cas régulier est rare, dans la plupart des cas la spirale modulée et l'onde solitaire sont toutes deux présentes et interagissent entraînant la présence de nombreux défauts. Les deux cas jugés suffisamment réguliers se trouvent aux paramètres donnés dans le tableau 6.1. Une série d'images du passage de l'onde solitaire devant la caméra pour chaque cas est présentée en figure 6.5 et les diagrammes spatiotemporels correspondant sont montrés en figure 6.6. Pour le premier cas

TABLE 6.1 – Paramètres pour lesquels le motif est régulier.

$T_1(^{\circ}C)$	$T_2(^{\circ}C)$	$\Omega/2\pi(\text{mHz})$	$T'_1(^{\circ}C)$	$T'_2(^{\circ}C)$	Gr	Ta	$T_{moyen}(^{\circ}C)$	Pr
45	25	38.1	43.8	32.9	9890	17.5	38.3	4.5
25.4	48.4	38.3	26.8	39.3	-8820	16.2	33.1	5.1

en figures 6.5(a), 6.6(a) et 6.6(b), le cylindre intérieur est le plus chaud et l'onde solitaire apparaît en haut du système tandis que la spirale modulée est à peine visible. Observée dans le plan $(r - z)$, l'onde se propage vers le bas du système, propagation due à l'inclinaison de la spirale associée à son déplacement azimutal. Le second cas (figures 6.5(b), 6.6(c) et 6.6(d)) est un peu différent, d'une part c'est le cylindre extérieur qui est le plus chaud et l'onde solitaire apparaît alors en bas du système. Son angle d'inclinaison est donc changé selon la règle établie par Ali et Weidman (section 1.3.4). D'autre part la spirale modulée est ici bien visible, elle évolue en fonction du temps mais ne crée pas de défauts de l'onde solitaire qui reste stable. Observée dans le plan $(r - z)$, l'onde se déplace vers le haut du système. L'onde a aussi une inclinaison dans le plan $(r - z)$ (figures 6.5(a) et 6.5(b)) et le sens de cette inclinaison change avec le signe du gradient de température. Les diagrammes spatiotemporels radiaux pris à une hauteur donnée (figures 6.6(b) et 6.6(d)) montrent bien que nous avons affaire à une onde localisée, toute la largeur de l'entrefer est laminaire entre deux passages de l'onde.

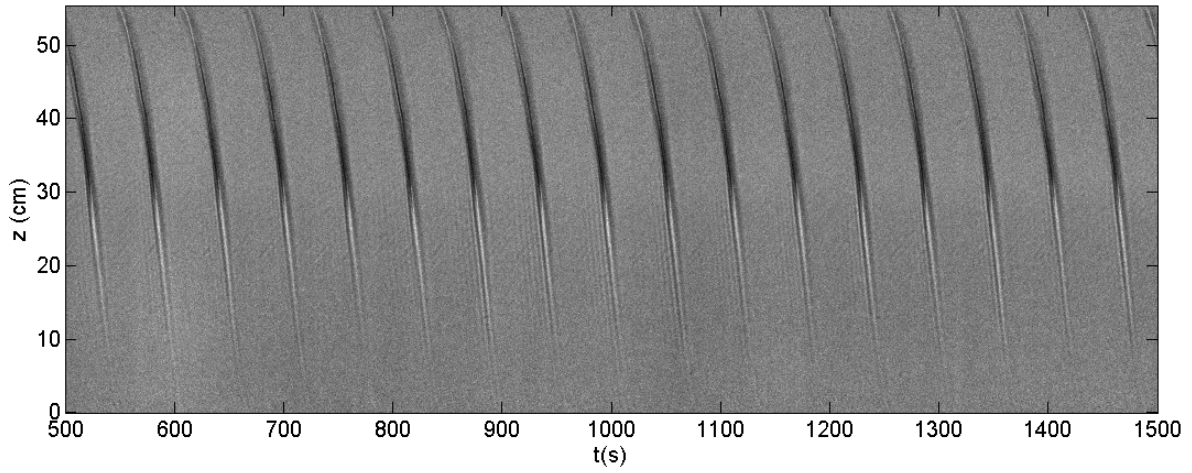


(a)

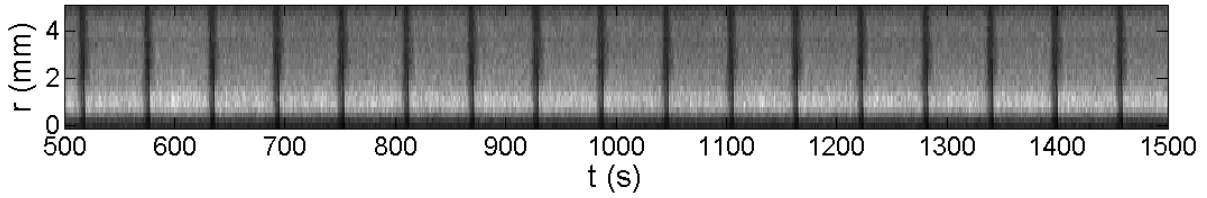


(b)

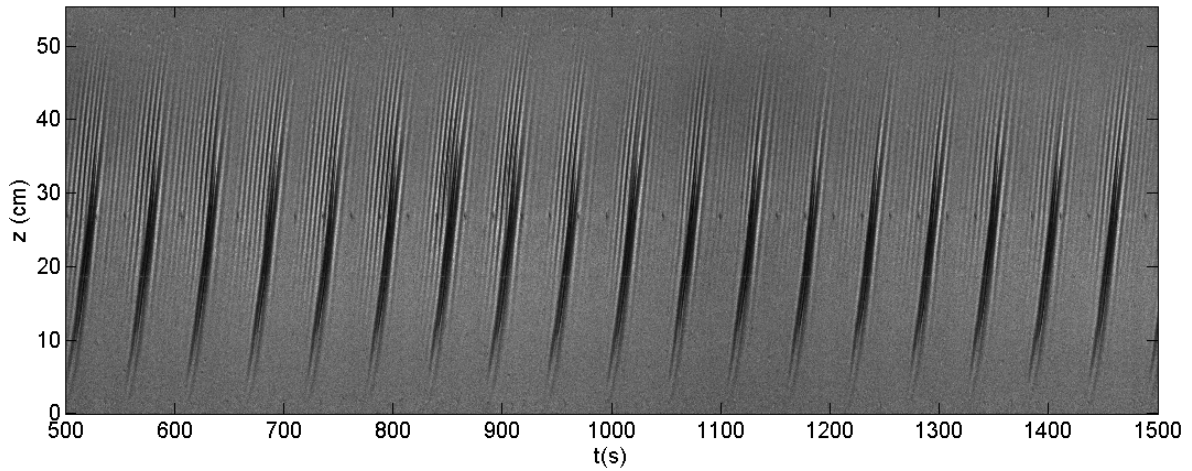
FIGURE 6.5 – Images successives espacées de 5 s lors du passage de l'onde solitaire dans le plan $(r - z)$ pour $Gr = 9890$ et $Ta = 17,5$ (a) et pour $Gr = -8820$ et $Ta = 16,2$ (b).



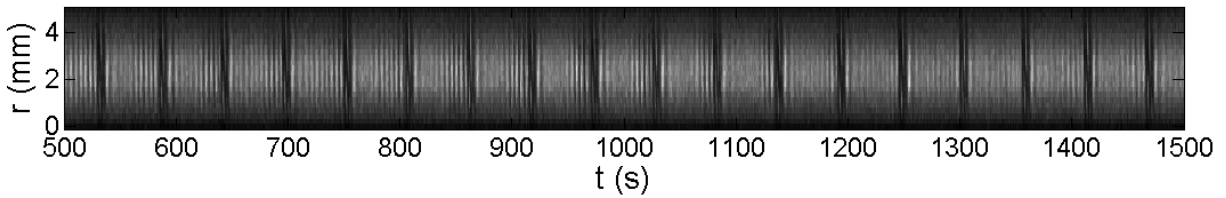
(a)



(b)



(c)



(d)

FIGURE 6.6 – Diagrammes spatiotemporels pour $Gr = 9890$ et $Ta = 17,5$, sur l'axe au centre de l'entrefer (a), sur le rayon à $z = 37$ cm (b) et pour $Gr = -8820$ et $Ta = 16,2$, sur l'axe au centre de l'entrefer (c) et sur le rayon à $z = 27$ cm (d).

6.1.3 Analyse spectrale

Nous avons réalisé des enregistrements long des deux régimes de la figure 6.6. Prenant 8192 images à une fréquence d'acquisition de 4 Hz, cela signifie un temps d'acquisition de 34 min. Nous obtenons ainsi une résolution de 0,5 mHz sur les fréquences mesurées.

6.1.3.1 Analyse du premier motif où la spirale modulée est fortement atténuée ($Gr > 0$)

Nous analysons dans un premier temps les caractéristiques spatiotemporelles du motif de la figure 6.6(a), où l'onde solitaire se trouve plutôt en haut du système, le nombre de Grashof est positif, et la spirale modulée est tout juste distinguable au centre.

Spectres temporels et spatiaux Les spectres en espace et en temps du premier motif sont représentés en figures 6.7 et 6.8. Le motif présentant une différence nette entre le haut et le bas du système nous avons aussi réalisé des spectre à partir des images restreintes à la moitié haute ou basse du système pour le spectre spatial. La variation du spectre temporel en fonction de z est représenté en figure 6.9.

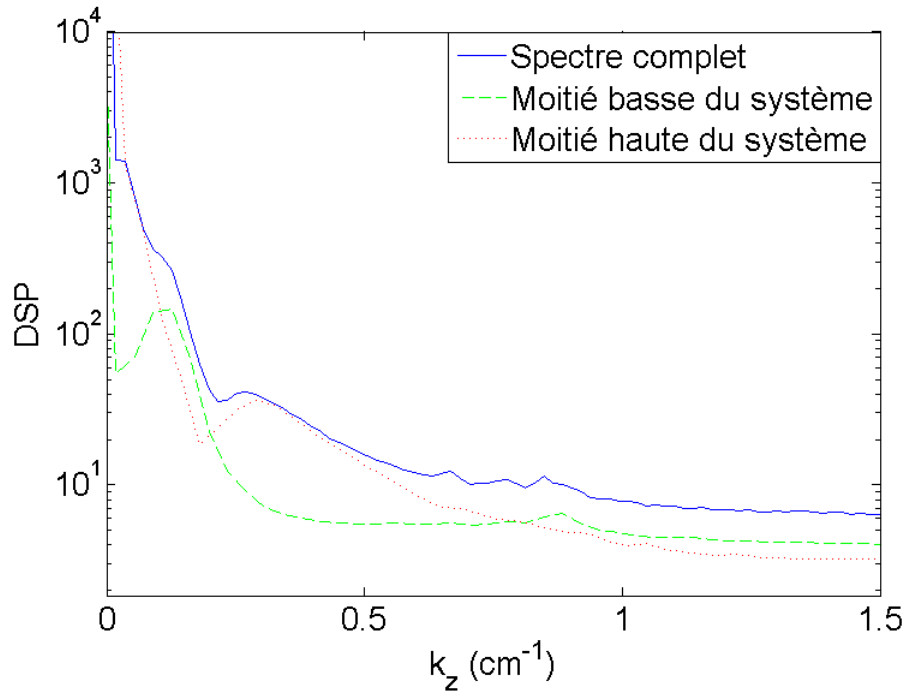


FIGURE 6.7 – Spectres spatiaux moyennés en temps de la totalité, de la moitié basse et de la moitié haute du système pour $Gr = 9890$ et $Ta = 17$.

Le spectre en nombre d'onde pour la moitié basse du système présente un pic à $k_{zMSPI} = 0,13 \pm 0,03 \text{ cm}^{-1}$ soit une longueur d'onde $1/k_z = 7,7 \pm 2 \text{ cm}$ ou $q_{zMSPI} = 2\pi dk_z = 0,4 \pm 0,1$ pour le nombre d'onde sans dimension. Pour la moitié haute du système, où l'onde solitaire est présente on observe un pic léger mais large autour de $k_{zSW} = 0,3 \pm 0,1 \text{ cm}^{-1}$ soit $q_{zSW} = 0,9 \pm 0,3$. La moitié haute du système contient aussi

des nombres d'ondes très proches de zéro qui traduisent la présence d'un objet de taille comparable à celle du système dans la direction axiale.

Le spectre de la fréquence temporelle présente un premier pic positionné à $f_{SW} = 17,0 \pm 0,5$ mHz ainsi que de nombreuses harmoniques de ce pic. Cette fréquence est celle de la fréquence de passage de l'onde solitaire devant le capteur. On note un autre ensemble de pics plus petits positionnés à $f_{moteur} = 38,1 \pm 0,5$ mHz et ses harmoniques, c'est la fréquence de rotation du cylindre intérieur. On note que f_{SW} est proche de la fréquence correspondant à l'écoulement de base moyen (section 2.3.1) : $f_m = 0,426f_{moteur} = 16,2 \pm 0,5$ mHz, cela signifie que l'onde est advectée à la vitesse moyenne de l'écoulement de base, comme c'est le cas pour une spirale modulée [34].

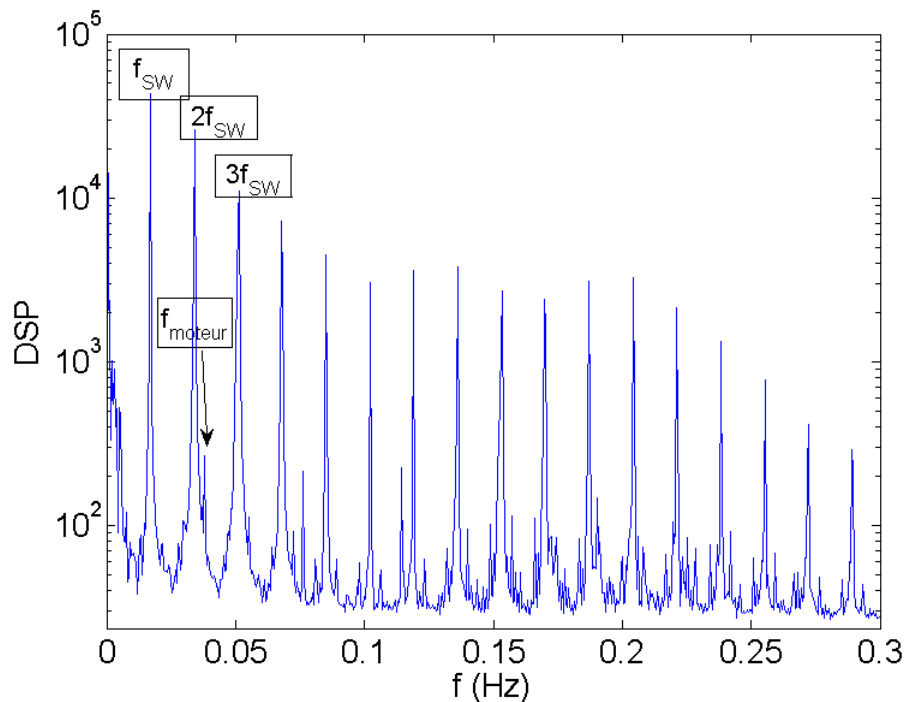


FIGURE 6.8 – Spectre de la fréquence temporelle du motif pour $Gr = 9890$ et $Ta = 17$.

La figure 6.9 montre que les 4 à 5 plus basses harmoniques de f_{SW} sont associées au motif présent en haut du système, entre 30 cm et 50 cm. Ce spectre est celui d'un pulse de fréquence f_{SW} et de largeur $10,8 \pm 1$ s. Entre 10 cm et 25 cm on observe une forêt de pics correspondants aux harmoniques de f_{SW} mais sous une enveloppe centrée autour de 170 mHz. Ce spectre caractérise un train d'onde de fréquence 170 mHz et dont l'enveloppe a la fréquence de f_{SW} . C'est une spirale modulée, la demi-largeur de l'enveloppe est l'inverse de la largeur du train d'onde qu'on estime entre $1/0,1 = 10$ s et $1/0,12 = 8,3$ s. La fréquence du train d'onde est un multiple de la fréquence de modulation. Cela signifie que la phase du train d'onde ne varie pas.

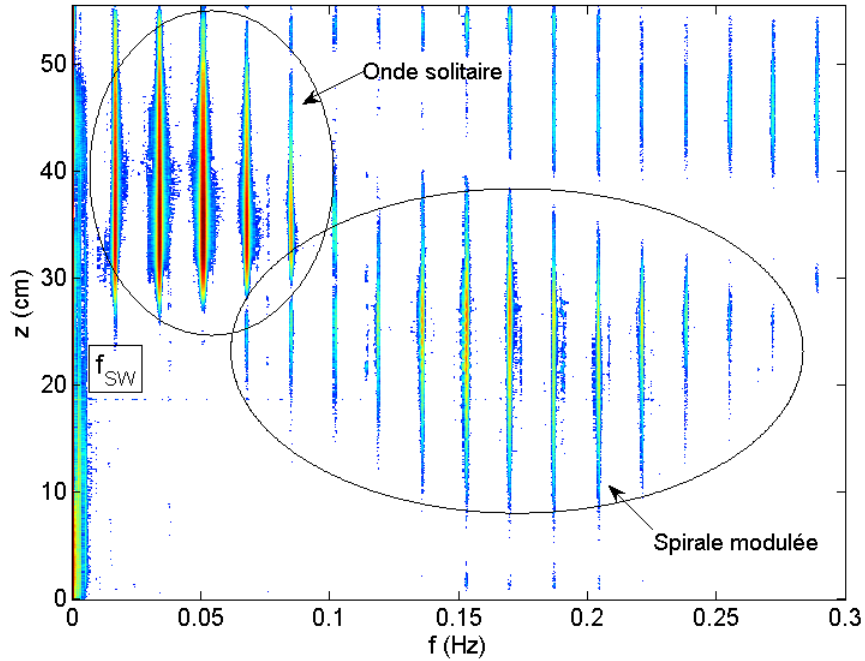


FIGURE 6.9 – Spectre en fréquences temporelles du motif pour $Gr = 9890$ et $Ta = 17$ en fonction de z .

Nous avons aussi réalisé le spectre $2D$ du motif présenté sur la figure 6.10. En identifiant les fréquences et nombres d'onde provenant de l'onde solitaire en haut ou de la spirale modulée en bas à l'aide de la figure 6.9, nous pouvons distinguer deux tendances correspondant à deux relations de dispersion. L'estimation des pentes df/dk_z donne la vitesse de groupe axiale pour chacun des motifs. On mesure pour l'onde solitaire $V_{zSW} = -1,5 \pm 0,3 \text{ cms}^{-1}$ et pour la spirale modulée $V_{zMSPi} = -0,8 \pm 0,1 \text{ cms}^{-1}$.

Le motif est un objet dépendant de z mais se déplaçant dans la direction azimutale à la vitesse constante $V_\theta = 2\pi R f_{SW} = 0,240 \pm 0,007 \text{ cms}^{-1}$ et sans se modifier au cours du temps. La différence de vitesse axiale entre le haut et le bas du motif traduit donc une variation de l'angle d'inclinaison du motif. On peut déduire cet angle à partir des vitesses axiale et azimutale : $\phi = \arctan V_z/V_\theta$. On obtient $\phi_{MSPi} = 81 \pm 2^\circ$ pour la spirale modulée et $\phi_{SW} = 73 \pm 2^\circ$ pour l'onde solitaire. L'angle d'inclinaison de la spirale modulée correspond bien à l'angle d'inclinaison prédit au seuil par l'analyse linéaire pour $Gr = 9890$. L'onde solitaire est significativement moins inclinée.

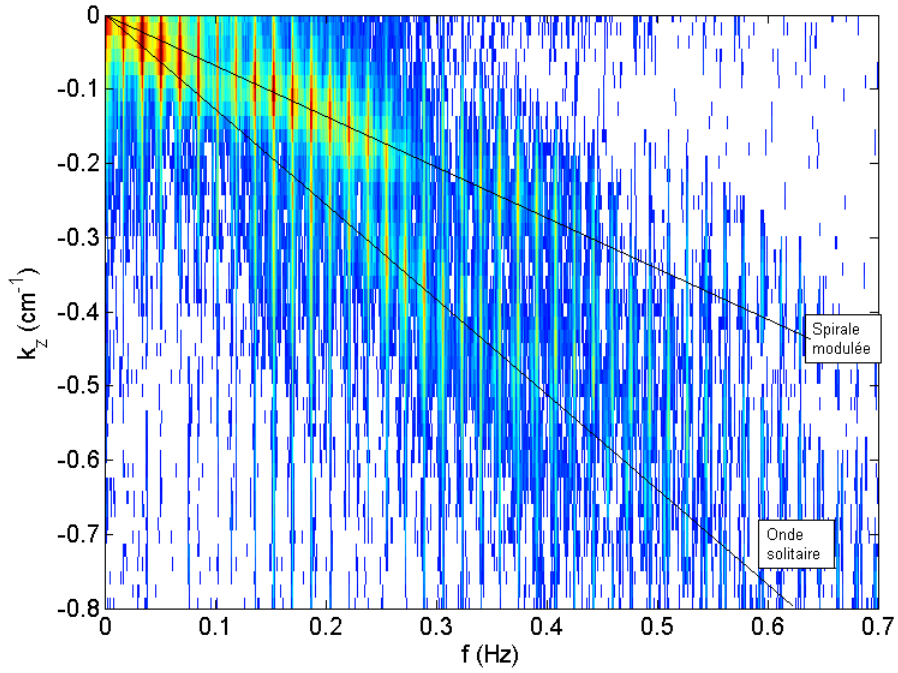


FIGURE 6.10 – Spectre 2D du motif pour $Gr = 9890$ et $Ta = 17$.

Caractéristique du motif des spirales modulées Nous avons filtré le diagramme spatiotemporel autour des fréquences et nombres d’onde correspondant à la spirale modulée en bas du système pour mesurer ses caractéristiques spatiotemporelles. La figure 6.11 montre le diagramme spatiotemporel du motif après avoir appliqué le filtre.

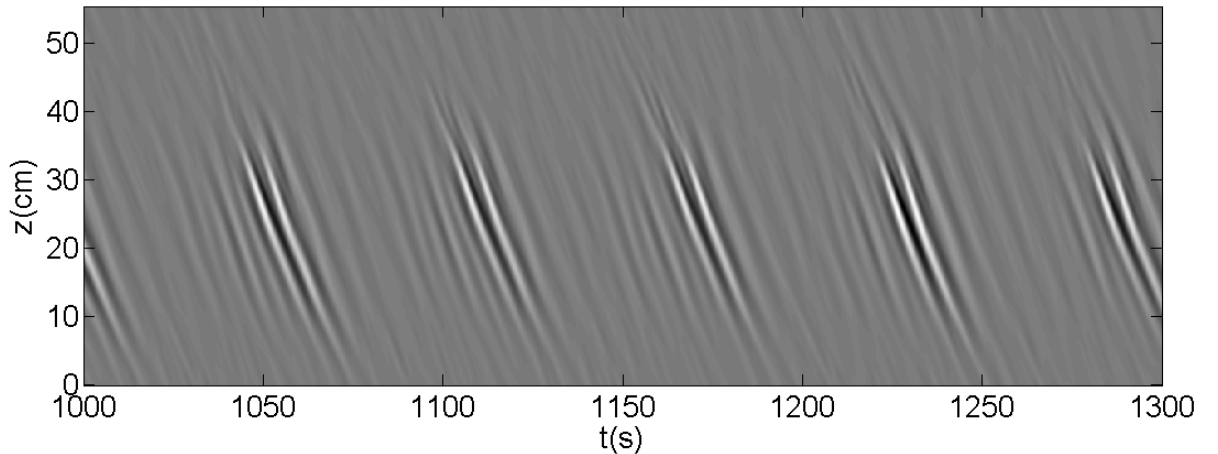


FIGURE 6.11 – Diagramme spatiotemporel filtré autour de la spirale modulée ($Gr = 9890$ et $Ta = 17$).

Le gradient de la phase donne $f_{MSPI} = 190 \pm 30$ mHz et $k_{zMSPI} = 0,13 \pm 0,02$ cm^{-1} . Nous retrouvons l’angle d’inclinaison $\phi_b = 81,3 \pm 0,2^\circ$ mesuré précédemment et le nombre d’onde total est $q_b = 2,7 \pm 0,2$. Ces grandeurs correspondent bien aux caractéristiques de

la spirale modulée au seuil pour la valeur du nombre de Grashof de ce motif : $Gr = 9890$ (figures 5.10 et 5.11), bien que nous soyons très légèrement au dessus du seuil.

Nous avons aussi « redressé » le motif de la spirale modulé en réalisant le changement de variable $t' = t + z/V_{zMSPI}$. Ce faisant les points de même phase de la spirale se retrouvent à la même abscisse (figure 6.12). Grâce à ce changement de référentiel nous pouvons moyenner le motif selon z pour obtenir le profil temporel de l'amplitude du paquet d'onde (figure 6.13) [34].

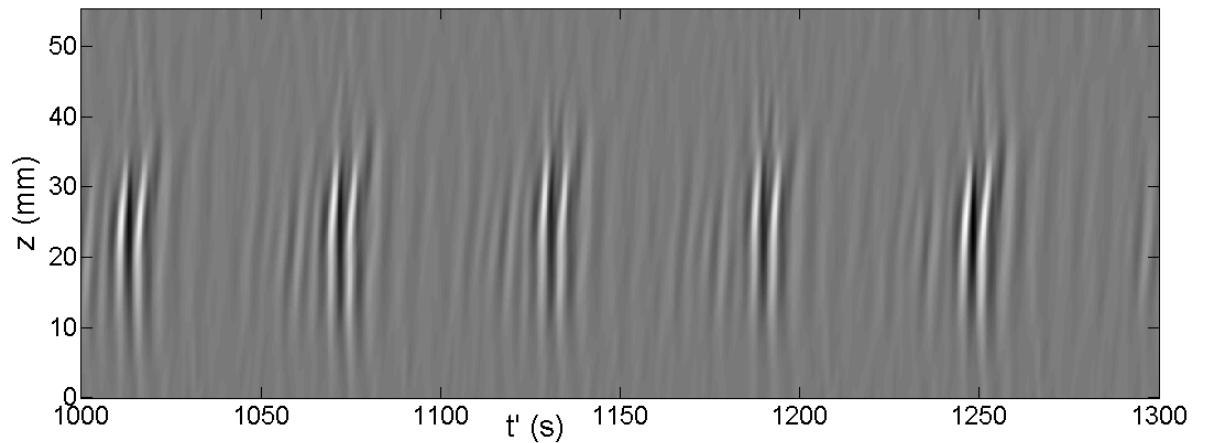


FIGURE 6.12 – Diagramme spatiotemporel filtré autour de la spirale modulé et redressé ($Gr = 9890$ et $Ta = 17$).

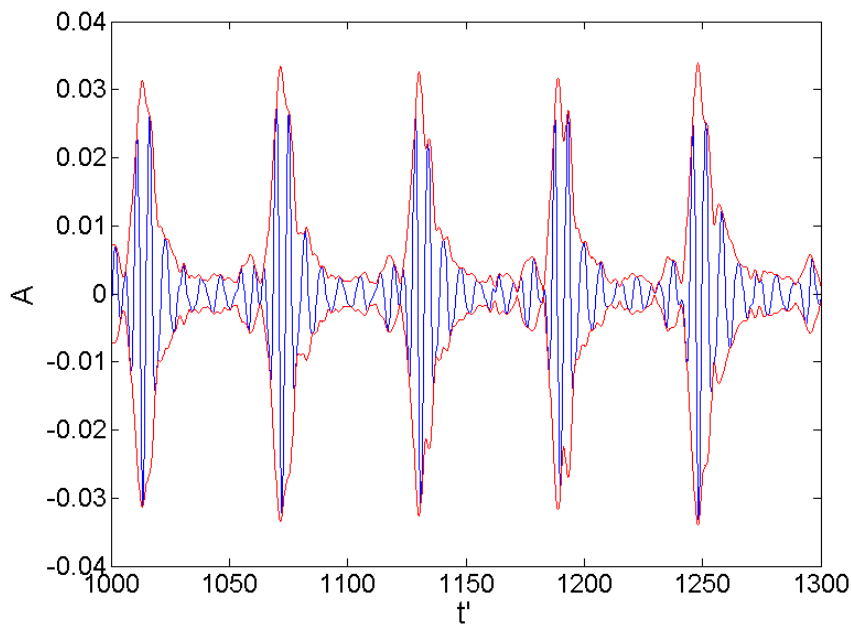


FIGURE 6.13 – Profil moyen des paquets d'onde et leurs amplitudes ($Gr = 9890$ et $Ta = 17$).

Un profil moyen du paquet d'onde est obtenu en moyennant les paquets du profil 6.13, après avoir lissé les données on obtient le profil présenté en figure 6.14

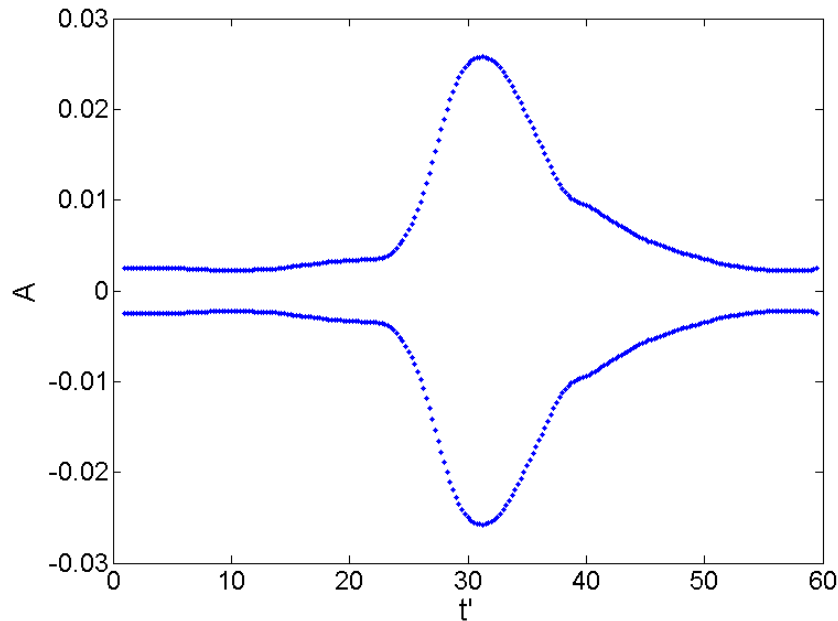


FIGURE 6.14 – Amplitude moyenne d'un paquet d'onde ($Gr = 9890$ et $Ta = 17$).

Pour la spirale modulée, il a été montré que l'enveloppe de l'onde est très bien décrite par une solution de l'équation de Schrödinger non-linéaire décrivant l'enveloppe de paquets d'ondes modulées [34], un sinus hyperbolique. Mais on remarque ici que le profil n'est pas symétrique, la présence de l'onde solitaire déforme la spirale modulée, cette asymétrie est mise en lumière par la superposition de la courbe modèle sur l'enveloppe expérimentale (figure 6.15). Le modèle est de la forme :

$$A_{max} \operatorname{sech} \left(\frac{t' - t'_{max}}{\sigma} \right) \quad (6.1)$$

où $A_{max} = 0,026$ est le maximum de l'amplitude, $t'_{max} = 31,25$ s l'abscisse de ce maximum et σ est un paramètre d'ajustement. Le meilleur ajustement trouvé, la courbe en trait plein, se fait à droite (avec $\sigma = 4,6$ s), l'ajustement à gauche illustré par la courbe en pointillés est sensiblement moins bon ($\sigma = 3,3$ s). En comparant la courbe avec le meilleur ajustement avec l'enveloppe expérimentale nous pouvons dire que la spirale modulée est déformée des deux côtés.

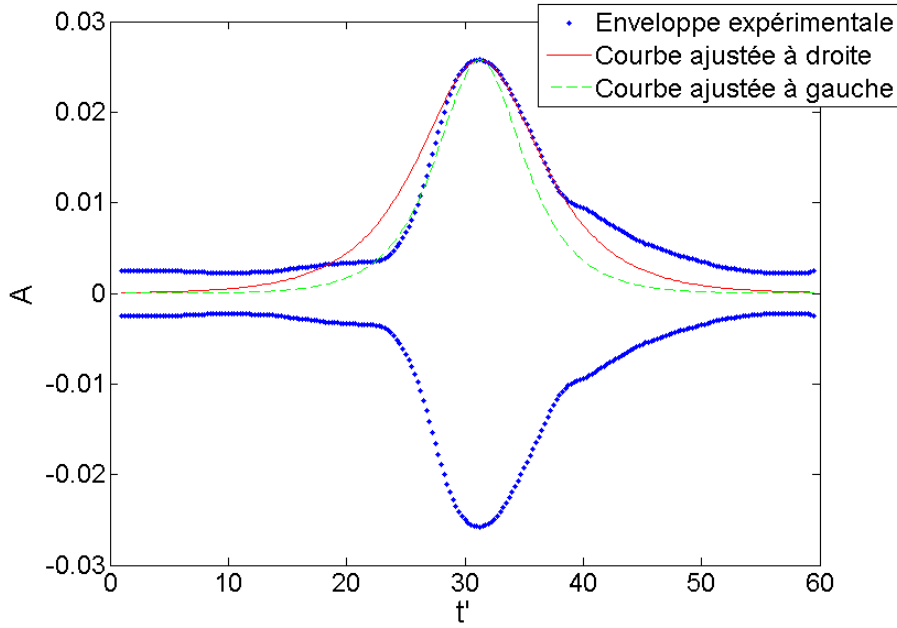


FIGURE 6.15 – Sécantes hyperboliques ajustées à l’amplitude moyenne d’un paquet d’onde ($Gr = 9890$ et $Ta = 17$).

Caractéristique du motif onde solitaire Le motif en haut du système n’a pas une structure d’onde, l’analyse par démodulation n’est donc pas adaptée. Après avoir filtré les hautes fréquences pour diminuer le bruit, nous effectuons une moyenne des images comprises entre $t_0 + i/f_{SW}$ et $t_0 + 2i/f_{SW}$ où t_0 est un temps choisi juste avant le passage d’une onde. On obtient ainsi la figure 6.16, qui est l’image physique de l’objet se propageant dans le système. En effet, l’onde solitaire se déplaçant à vitesse constante dans la direction azimutale sans se déformer, nous pouvons faire une équivalence entre le temps du diagramme spatiotemporel et la position sur le périmètre de l’onde. Autrement dit le diagramme spatiotemporel est l’équivalent d’un instantané $z - \theta$ du système. La figure obtenue est une onde modulé en bas du système, entre $z = 0$ cm et $z = 25$ cm et une onde solitaire très intense en haut, entre $z = 25$ cm et $z = 50$ cm. La période $1/f_{SW} = 58,8$ s correspond à la période d’un tour de cylindre soit une distance de $2\pi R = 14,1$ cm. On peut mesurer directement sur l’image l’angle d’inclinaison de l’onde et ses dimensions.

En mesurant sur l’image la longueur d’onde visible entre $z = 0$ cm et $z = 25$ cm on retrouve les grandeurs correspondant à la spirale modulée à savoir l’angle d’inclinaison $\phi_b = 80 \pm 1^\circ$, la longueur d’onde axiale $\lambda_z = 8 \pm 1$ cm, la longueur d’onde azimutale $\lambda_\theta = 1,2 \pm 0,5$ cm ce qui donne pour le nombre d’onde total $q_b = 2,6 \pm 1$. Entre $z = 25$ cm et $z = 50$ cm zone où le motif est le plus intense, l’inclinaison est de $\phi_h = 75 \pm 1^\circ$. La hauteur du motif est $\lambda_z = 5 \pm 1$ cm, sa largeur est $\lambda_\theta = 1,5 \pm 0,5$ cm. Et la taille de l’onde solitaire dans la direction perpendiculaire à la ligne de phase est de l’ordre de $5 \pm 0,7$ cm.

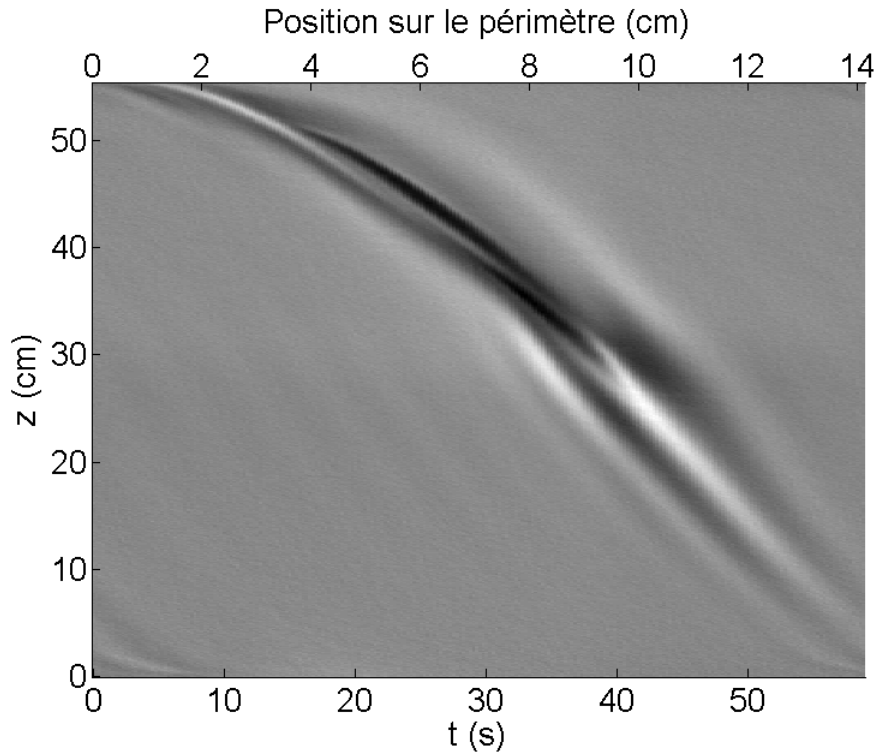


FIGURE 6.16 – $Gr = 9890$ et $Ta = 17$ Diagramme spatiotemporel moyen de l'onde solitaire.

Nous avons vu pour les paramètres $Gr = 9890$ et $Ta = 17$ que la spirale modulée et l'onde solitaire sont toutes deux très régulières et se propagent à la même vitesse, le système reste stationnaire. Le second cas étudié a un comportement un peu différent.

6.1.3.2 Interaction de l'onde solitaire avec la spirale modulée ($Gr < 0$)

Spectres temporels et spatiaux Nous analysons maintenant le motif de la figure 6.6(c), différant du premier motif sur plusieurs points. Le nombre de Grashof est négatif, il en résulte que la spirale est penchée dans l'autre sens. On remarque qu'ici l'onde solitaire est présente plutôt en bas du système. La spirale modulée est bien plus intense que précédemment et évolue en fonction du temps, son intensité est en effet plus grande à 900 s qu'à 1200 s. Comme pour le cas précédent, les spectres spatial et temporel sont représentés en figures 6.17 et 6.18 ainsi que les spectres pour la partie haute et basse du système mais la séparation est choisie ici à 34 cm. La variation du spectre temporel en fonction de z est représentée en figure 6.19. Les deux spectres spatiaux ne sont pas aussi différents l'un de l'autre que pour le cas précédent. Ils présentent tous deux un pic en $k_z = 0.13 \pm 0.05 \text{ cm}^{-1}$ soit $q_z = 0.41 \pm 0.16$. Et de très faibles nombres d'onde présent cette fois en bas du système mais pas en haut traduisent la présence de l'onde solitaire qui est caractérisée par un très petit nombre d'onde.

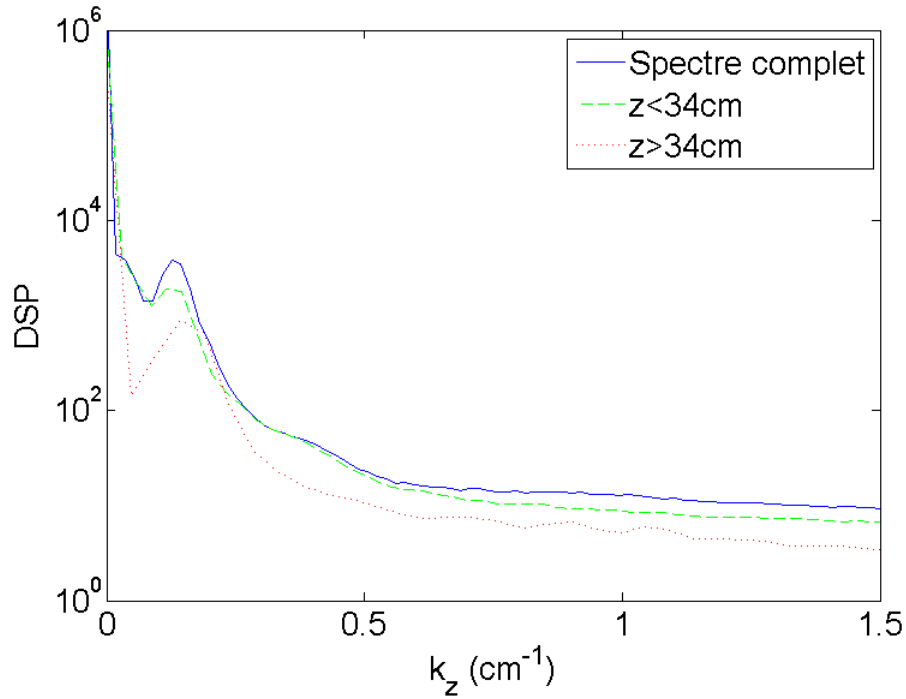


FIGURE 6.17 – Spectres en fréquence spatiale du motif de la totalité, du bas et du haut du système pour $Gr = -8820$ et $Ta = 16$.

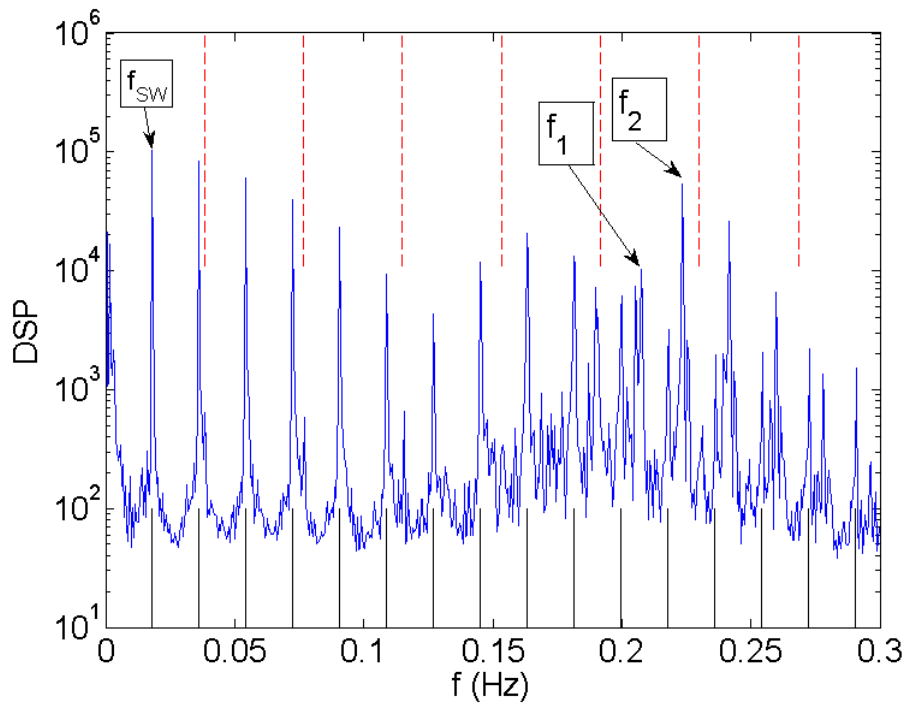


FIGURE 6.18 – Spectre en fréquence temporelle du motif pour $Gr = -8820$ et $Ta = 16$, pour aider au repérage des pics de la spirale modulée, les pics correspondant à la rotation du cylindre intérieurs (traits pointillés en haut) et les pics correspondant à la fréquence de l'onde solitaire (traits pleins en bas) sont labellisés.

Le point commun du spectre temporel avec le cas précédent est une forêt de pics correspondant à la fréquence de passage de l'onde solitaire, $f_{SW} = 18,1$ mHz et des pics correspondant à la fréquence du moteur $f_{moteur} = 38,3$ mHz. Par contre la fréquence de l'onde solitaire est ici sensiblement plus grande que la fréquence de l'écoulement moyen : $f_m = 0,426 f_{moteur} = 16,3$ mHz et de nombreux autres pics apparaissent entre 0,15 et 0,3 Hz. Pour décrire l'ensemble de ces nouveaux pics nous avons besoin de définir deux fréquences principales : $f_1 = 207,3$ mHz et $f_2 = 223,4$ mHz. Ces fréquences principales sont labellisées sur la figure 6.18. On remarque que la fréquence de l'écoulement moyen apparaît ici dans la différence entre ces deux fréquences. L'ensemble des pics apparaissant dans le spectre sont les combinaisons linéaires de ces deux fréquences ainsi que les fréquences $f_i + n f_{SW}$ ou n est un entier compris entre -4 et 4 . La présence de deux fréquences f_1 et f_2 séparées par la fréquence de l'écoulement moyen est caractéristique d'une spirale modulée mais ici chacune de ces deux fréquences est en plus modulée par la fréquence de l'onde solitaire, un peu plus rapide. De plus la phase du train d'onde de la spirale modulée varie au cours du temps car f_1 n'est pas multiple de $f_2 - f_1$.

La figure 6.19 montre que les 6 première harmoniques de f_{SW} sont présentes entre $z = 10$ cm et $z = 35$ cm, c'est le pulse de l'onde solitaire. Les autres fréquences correspondantes à la spirale modulée sont présentes un peu plus haut.

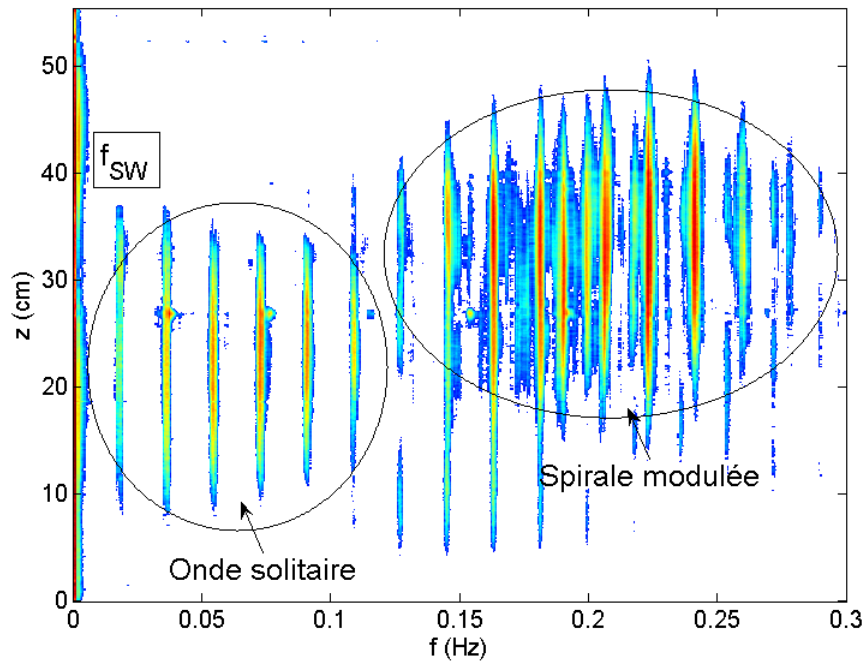


FIGURE 6.19 – Spectre en fréquences temporelles du motif pour $Gr = -8820$ et $Ta = 16$ en fonction de z .

Caractéristiques du motif de spirale modulée Nous avons filtré le diagramme spatiotemporel autour de chacune des fréquences principales, f_1 et f_2 . L'amplitude au carré moyennée en espace de ces deux modes est représentée en figure 6.20. Ces amplitudes ne sont pas constantes, le mode f_2 domine jusqu'à 1250 s puis c'est le mode f_1

qui devient le plus important. Nous avons aussi filtré autour d'autres fréquences du motif et les amplitudes obtenues sont représentées en figure 6.21. L'amplitude des modes en $f_i + n f_{SW}$ ont tendance à être maximum quand le mode f_i correspondant domine. Ces observations indiquent que les deux fréquences f_1 et f_2 correspondent à deux modes distinct présents dans le système. Lorsque seuls ces deux modes sont présent leur interaction additive forme la spirale modulée et fait apparaitre dans le spectre des fréquences en $f_i + n f_m$. Dans le cas présent l'onde solitaire ajoute une modulation de fréquence légèrement supérieure à la fréquence de modulation de la spirale modulée. Cette modulation agit sur les modes présent physiquement dans le système, faisant apparaitre en plus dans le spectre les fréquences en $f_1 + n f_{SW}$ et $f_2 + n f_{SW}$.

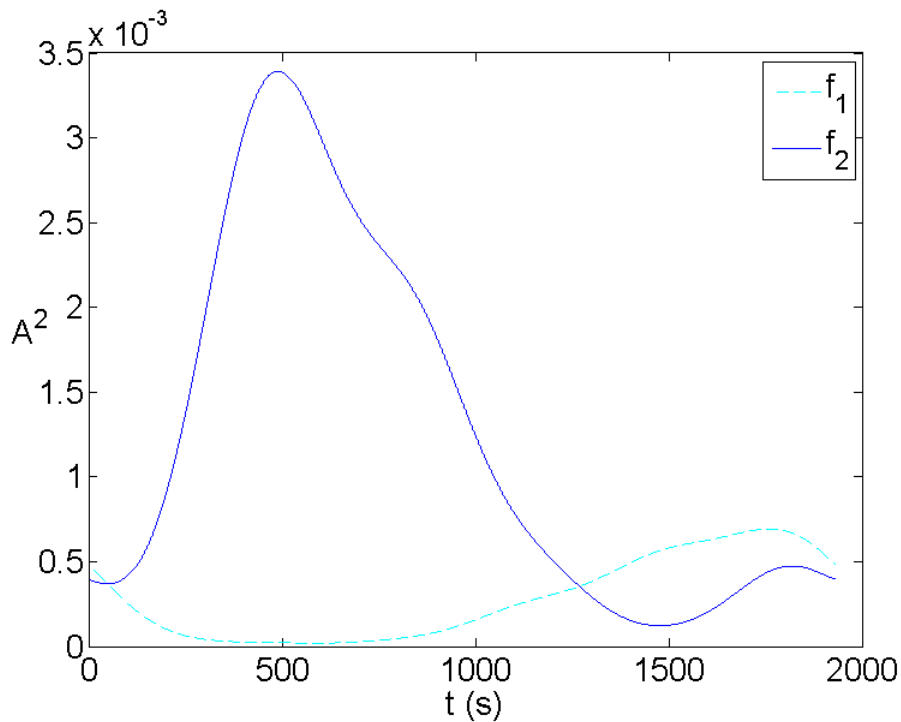


FIGURE 6.20 – Évolution de l'amplitude des modes f_1 et f_2 en fonction du temps ($Gr = -8820$ et $Ta = 16$).

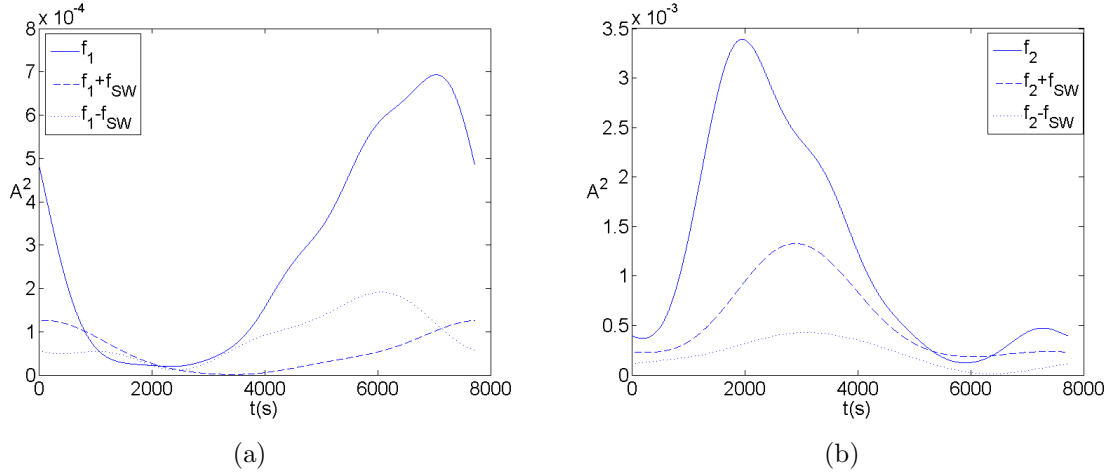


FIGURE 6.21 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$ (a) Amplitudes des modes f_1 et $f_1 \pm f_{SW}$ (b) Amplitudes des modes f_2 et $f_2 \pm f_{SW}$.

La dérivée de la phase des diagrammes spatiotemporels filtrés nous donne une mesure précise des nombres d'onde de chacun des modes. On mesure $k_{z1} = 0.140 \pm 0.005 \text{ cm}^{-1}$ et $k_{z2} = 0.130 \pm 0.005 \text{ cm}^{-1}$. Les nombres d'onde azimutaux sont respectivement $m_{\theta1} = 14$ et $m_{\theta2} = 13$. Ce qui nous permet de calculer l'angle d'inclinaison et le nombre total pour ces deux modes :

- $\phi_1 = \phi_2 = 81,9 \pm 0,8^\circ$
- $q_1 = 3,1 \pm 0,2$ et $q_2 = 2,9 \pm 0,2$.

Les angles d'inclinaison sont les mêmes et correspondent bien à l'angle d'inclinaison attendu pour les spirales modulées au gradient de température imposé. Le nombre d'onde correspond au nombre d'onde que l'on mesure au seuil. Il est plus grand que celui prévu par l'analyse de stabilité linéaire.

Caractéristiques du motif onde solitaire Nous appliquons ici la même méthode que pour le cas précédent en moyennant l'image sur la période $1/f_{SW} = 55 \text{ s}$. Le résultat est représenté en figure 6.22. Cette moyenne efface la majeure partie de la spirale modulée qui ne garde pas la même phase entre chaque tour. Cette image ressemble beaucoup à la figure 6.16 renversée verticalement. L'inclinaison est plus forte entre $z = 26 \text{ cm}$ et $z = 44 \text{ cm}$ avec un angle de $81 \pm 1^\circ$ par rapport à l'horizontale. La zone plus intense entre $z = 12 \text{ cm}$ et $z = 26 \text{ cm}$ est inclinée à $78 \pm 3^\circ$. Nous mesurons la hauteur et la largeur de cette zone sombre pour obtenir une estimation de la dimension du soliton : $\lambda_z = 8 \pm 2 \text{ cm}$ et $\lambda_\theta = 1,8 \pm 0,5 \text{ cm}$. La taille du soliton dans la direction perpendiculaire à la ligne de phase est alors de l'ordre de $1,8 \pm 0,5 \text{ cm}$.

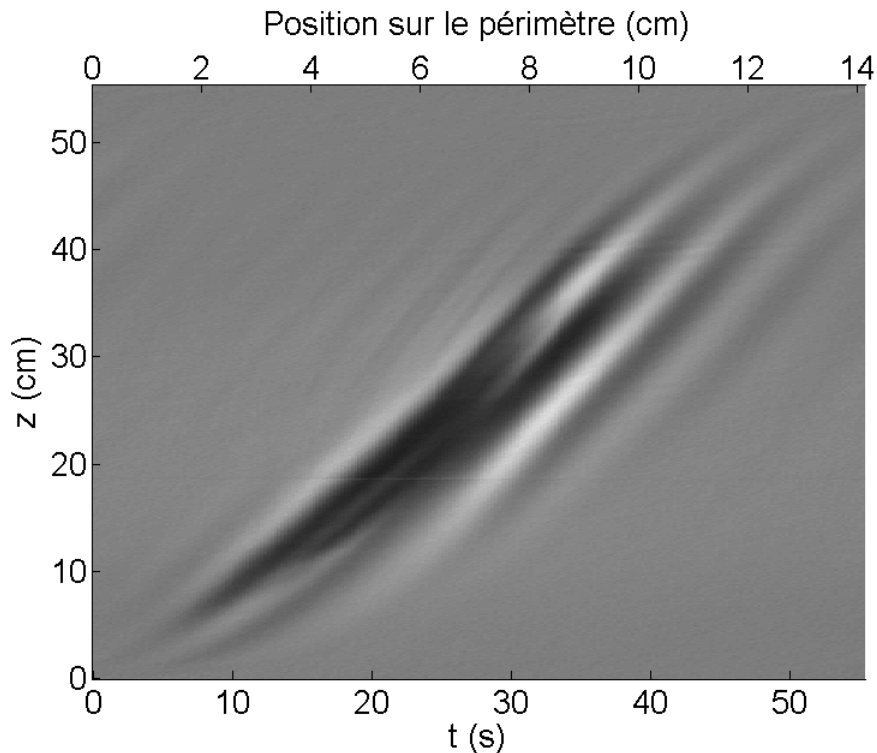


FIGURE 6.22 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$ Diagramme spatiotemporel moyen de l'onde solitaire.

Dans la suite nous présentons des mesures de champs de vitesse et de température réalisées sur les deux cas réguliers que nous avons analysé à partir des visualisations.

6.2 Mesures des champs de température et de vitesse

Nous voulons déterminer la structure de l'onde solitaire, pour cela nous avons utilisé la technique de mesure de vitesse et température décrite à la section 3.5. Nous considérons les deux cas réguliers que nous avons trouvés (tableau 6.1), les températures attendues aux parois des cylindres sont $T'_1 = 43,8$ °C et $T'_2 = 32,9$ °C pour le premier cas ($Gr = 9890$) et $T'_1 = 26,8$ °C et $T'_2 = 39,3$ °C pour le second ($Gr = -8820$). Des mesures de température et de champs de vitesse ont été effectuées pour le cas avec $Gr = -8820$ pour lequel les cristaux liquides fonctionnant entre 20 °C et 40 °C ont été utilisés. Nous avons aussi effectué des mesures de champs de vitesse pour le cas avec $Gr = 9890$.

6.2.1 Nombre de Grashof négatif

6.2.1.1 Champs de vitesse et température de l'onde solitaire

On se place dans les conditions d'apparition du motif de la figure 6.6(c) avec une solution contenant des CLT. Nous enregistrons ensuite des films de 1 min à une fréquence de 60 Hz afin d'être sûr de détecter le passage de l'onde solitaire ayant une période de 55 s (voir section 6.1.3.2). Simultanément nous prenons une photographie couleur toutes

les cinq secondes pour mesurer le champ de température. La figure 6.23(a) représente les champs de vitesse et température instantanés en obtenus au passage de l'onde solitaire, la figure 6.23(b) contient la perturbation de ces champs par rapport aux champs de l'écoulement de base. La vorticité est présentée en figure 6.23(c) et la perturbation de vorticité en figure 6.23(d).

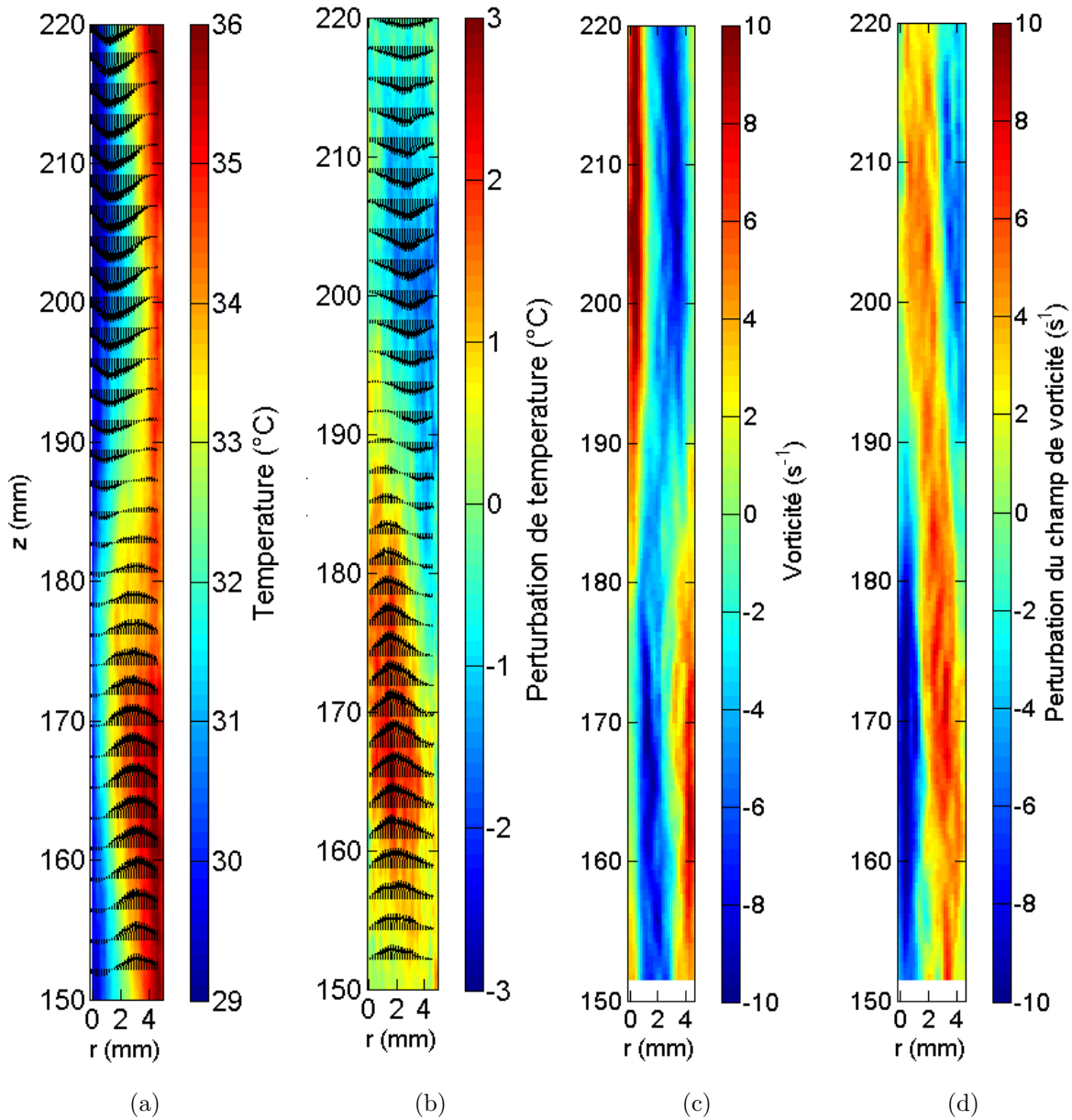


FIGURE 6.23 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$ (a) Instantané du champ de vitesse et de température au passage de l'onde solitaire, (b) perturbations de ces champs par rapport à l'écoulement de base, (c) instantané du champ de vorticité (d) et perturbation du champ de vorticité.

Les champs de température et de vitesse prennent la forme d'une ondulation de l'interface entre le fluide chaud ascendant et le fluide froid descendant (figure 6.23(a)). Cette ondulation est une projection de l'onde solitaire sur le plan $r - z$ et se déplace vers le haut

sans se déformer. La nappe de vorticité de l'état de base, négative au centre de l'entrefer est repoussée vers l'extérieur puis vers l'intérieur au passage de l'onde.

La figure 6.24 présente les densités de flux de chaleur transporté par convection dans la direction axiale ($q_z = \rho C_p T V_z$). On retrouve des profils similaires à ceux mesurés par Guillerm [34] dans le cadre de l'étude de la spirale modulée. On peut remarquer que l'excès de flux est dirigé vers le cœur de la perturbation où convergent des courants montant et descendant. Cela indique que le courant dans la direction azimuthale est modifié de manière importante à cet endroit, pour que l'excès de flux de chaleur et de quantité de mouvement que l'on observe dans le champ en deux dimensions puisse être évacué. La forme de l'onde solitaire ressemble aux ondulations de la spirale modulé [34, Chapitre 9] mais avec une amplitude bien plus grande.

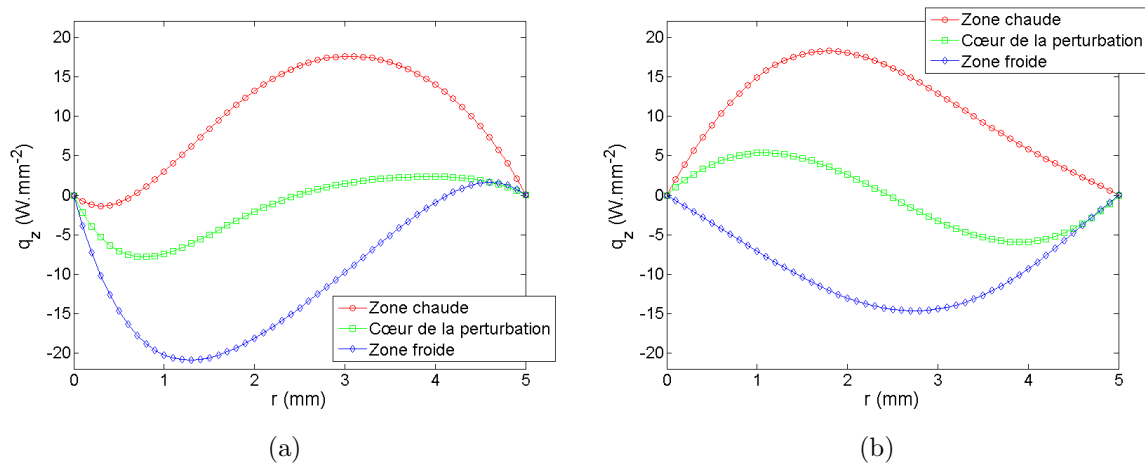


FIGURE 6.24 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$ (a) Profils des densités de flux de chaleur axial (b) et profils des perturbations de la densité du flux de chaleur axial.

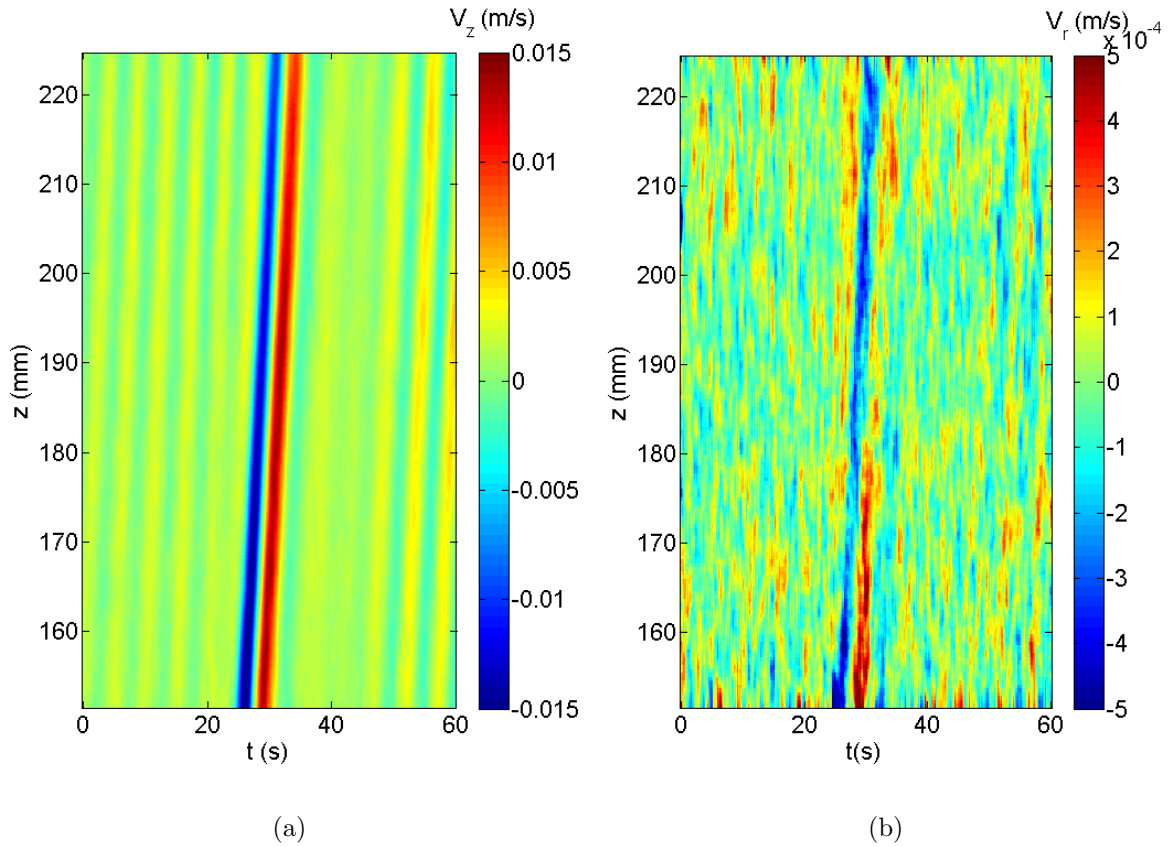
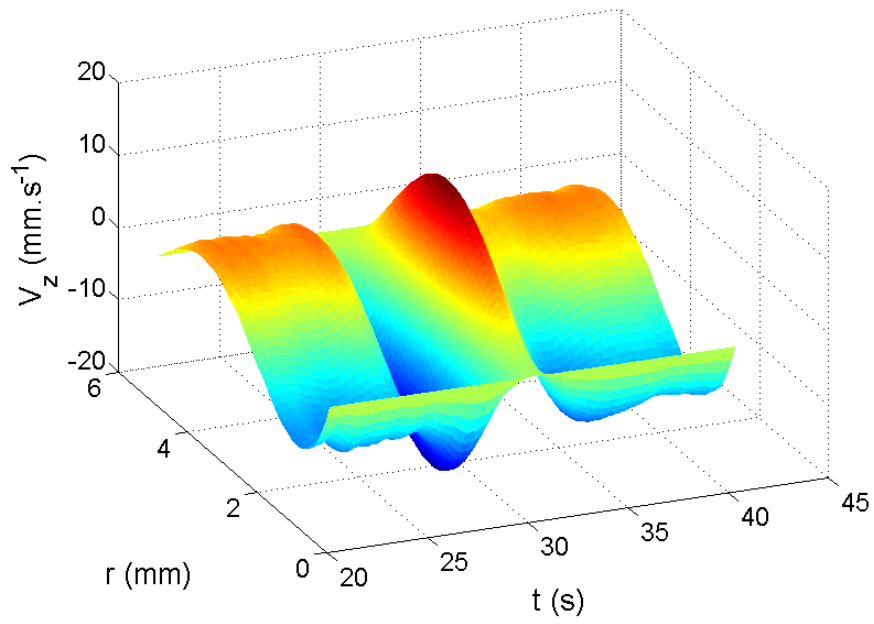
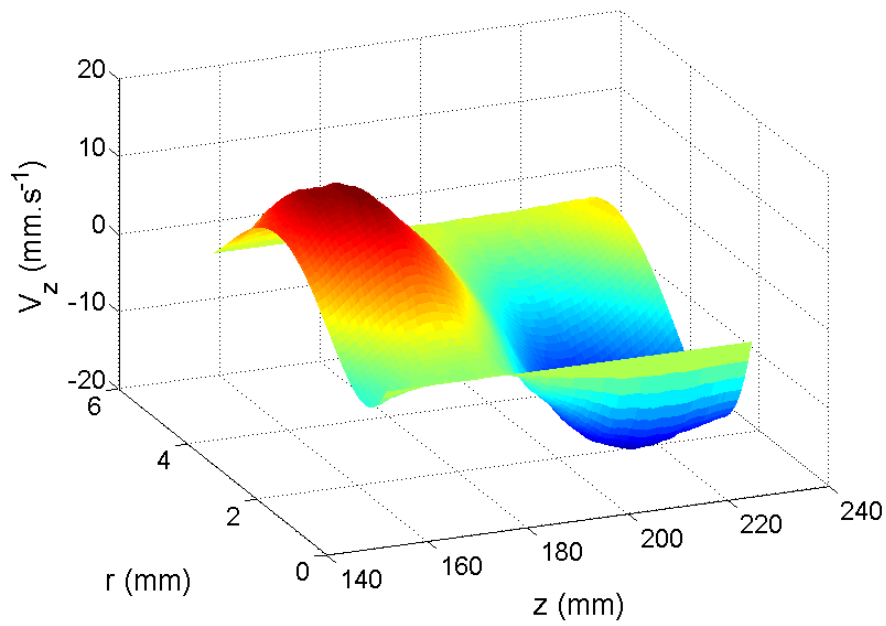


FIGURE 6.25 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$, diagrammes spatiotemporels de la vitesse au milieu de l’entrefer, (a) vitesses axiales et (b) vitesses radiales.

On peut voir sur la figure 6.25 qui montre les diagrammes spatiotemporels des champs de vitesse axiale et radiale mesurées que les vitesses associées à l’onde solitaire sont presque deux fois plus élevées que celles de la spirale modulée. On ne distingue presque pas l’onde solitaire dans le champ de vitesse radial qui se déforme pourtant de manière similaire au champ de vitesse axiale. En effet les vitesses radiales mesurées restent très faibles et sont à la limite de la résolution de nos mesures.



(a)



(b)

FIGURE 6.26 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$, (a) représentation en 3 dimensions du diagramme spatiotemporel des vitesses axiales en fonction du rayon à $z = 180$ mm et (b) représentation en trois dimensions de l'instantané de la vitesse axiale lorsque l'onde est au milieu de la fenêtre de mesure.

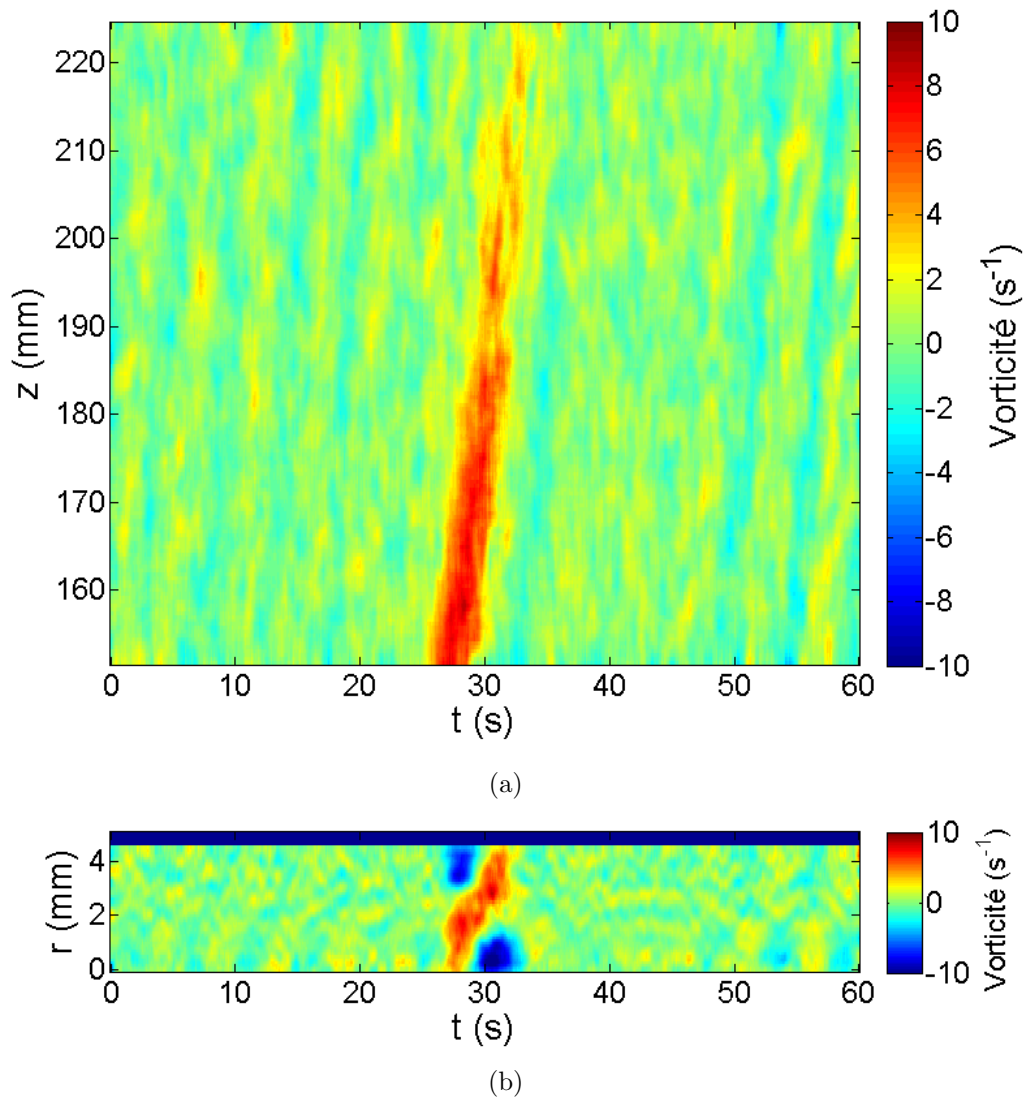


FIGURE 6.27 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$ Diagrammes spatiotemporels de la perturbation de la vorticité azimutale au milieu de l'entrefer (a) et à $z = 180$ mm (a).

La figure 6.27 montre les diagrammes spatiotemporels de la perturbation de la vorticité azimutale en fonction de la côte et du rayon. Au centre de l'entrefer la perturbation de vorticité est purement positive, mais on observe des perturbations négatives près des parois. Il y a une diminution de l'amplitude avec la côte, la perturbation de vorticité est fortement réduite au dessus de $z = 20$ cm, donc encore loin de l'extrémité supérieure du système.

6.2.1.2 Modèle d'onde progressive

La figure 6.28 représente l'évolution de la vitesse axiale en un point (r, z) fixe. On utilise ce profil pour définir plusieurs grandeurs :

- On définit l'amplitude de l'onde comme $A = A_1 - A_2$ avec A_1 et A_2 les extremums du profil de vitesse.

- La position du cœur de la perturbation t_0 est définie comme le centre des positions des extremums du profil de vitesse, $t_0 = (t_1 + t_2)/2$.
- La largeur de l'onde est défini comme le double de la distance entre les extremums : $\Delta t = 2(t_2 - t_1)$

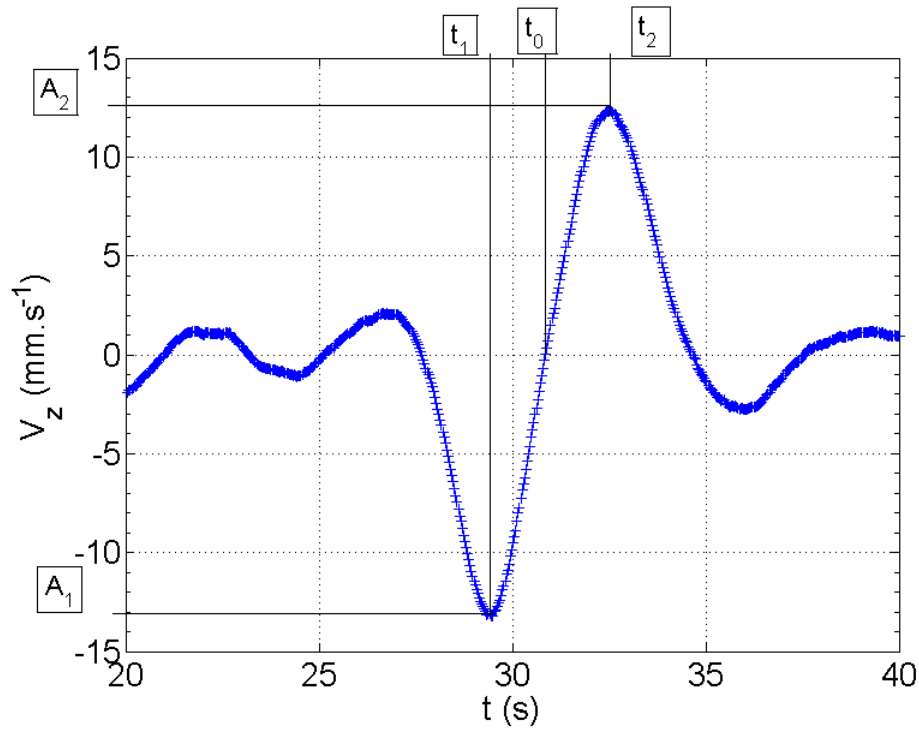


FIGURE 6.28 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$, évolution en fonction du temps de la vitesse axiale au centre de l'entrefer à $z = 20$ cm.

Pour la figure 6.28, à $z = 20$ cm et $r = 2,5$ mm, on mesure $A = 25 \pm 0,5 \text{ mm s}^{-1}$, $t_0 = 31 \pm 0,1$ s et $\Delta t = 5,6 \pm 0,1$ s. Ici t_0 se trouve à un point où la perturbation de vitesse est nulle mais ce n'est pas le cas partout. Par exemple aux niveaux des rayons correspondants aux extremums de la vitesse de l'écoulement de base soit $r = 1$ mm et $r = 3,9$ mm (figure 6.29) on peut remarquer que bien que les perturbations de la spirale modulée apparaissent bien centrées autour de zéro ce n'est pas le cas pour l'onde solitaire, à la position du cœur de l'onde solitaire correspond alors une vitesse non nulle que l'on nomme C .

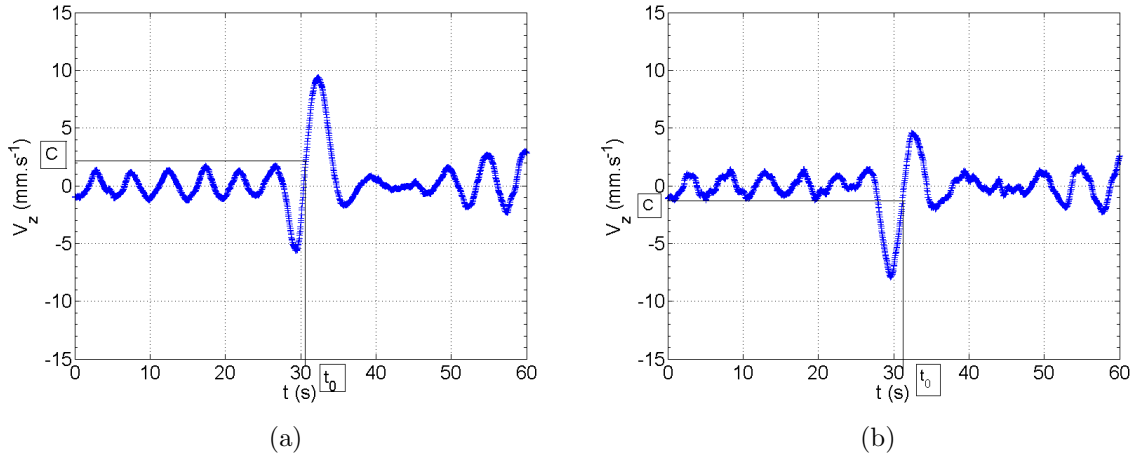


FIGURE 6.29 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$, évolution en fonction du temps de la vitesse axiale à différents rayons et à $z = 20$ cm (a) $r = 1$ mm, minimum de la vitesse de l'état de base et (b) $r = 3,9$ mm, maximum de la vitesse de l'état de base.

Les grandeurs mesurées en fonction du temps sur la figure 6.28 peuvent être transformées en données spatiales en remarquant que l'onde solitaire est une onde progressive se déplaçant dans la direction azimutale sans déformation à une vitesse constante : $c = 2\pi f_{SW} = 0,114 \pm 0,03$ rad s⁻¹ où $f_{SW} = 18,1 \pm 0,5$ mHz a été déterminée à la section 6.1.3.2. Les variables associées à cette onde doivent donc s'écrire sous la forme :

$$g(z,r)f(\theta - ct + \xi(z,r)) \quad (6.2)$$

où g et f sont deux fonctions représentant la forme de l'onde et ξ une phase. Nous observons le passage de l'onde en un point de l'azimut que l'on définit comme l'origine ($\theta = 0$). En mesurant le temps on mesure alors la phase : $\xi(z,r) = ct$. L'arc du cylindre occupé par le soliton dans la direction azimutale est $\Delta\xi = c\Delta t$. La phase au cœur de l'onde est $\xi_0(z,r) = ct_0(z,r)$. Or tout point (θ, r, z) au cœur l'onde solitaire vérifie la relation :

$$\theta - ct + \xi_0(z,r) = 0 \quad (6.3)$$

Nous définissons deux angles d'inclinaison (voir la figure 6.30). Le premier, l'angle ϕ est le même angle que celui mesuré pour la spirale modulée dans le chapitre 5. Le second angle ψ est l'angle que fait la perturbation avec l'horizontal dans le plan $r - z$ (figures 6.5 et 6.23(b)).

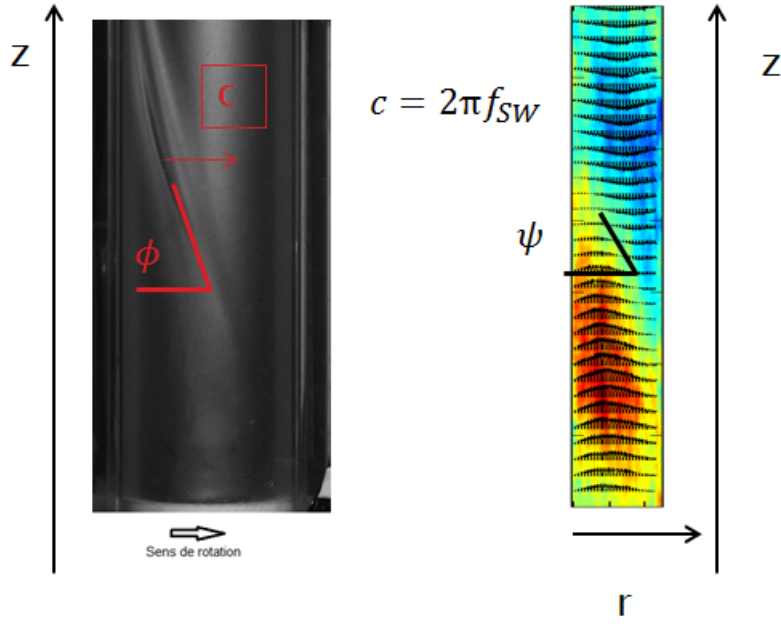


FIGURE 6.30 – Définition des angles d'inclinaison de l'onde solitaire, le sens d'inclinaison de cette illustration correspond à un nombre de Grashof négatif.

Localement ces angles vérifient :

$$\tan(\phi) = -\frac{dz}{R d\theta} \text{ et } \tan(\psi) = -\frac{dz}{dr} \quad (6.4)$$

où R est le rayon moyen ($R = (a + b)/2$). En appliquant l'équation (6.3) pour les points (θ, r, z) et $(\theta + d\theta, r, z + dz)$ d'une part et (θ, r, z) et $(\theta + d\theta, r + dr, z)$ d'autre part, on obtient :

$$\partial_z \xi_0(z, r) = \frac{1}{R \tan(\phi)} \text{ et } \partial_r \xi_0(z, r) = \frac{\tan(\psi)}{R \tan(\phi)} \quad (6.5)$$

Ces relations nous permettent de déduire les angles d'inclinaisons locaux de l'onde solitaire à partir des données obtenues par PIV.

6.2.1.3 Dépendance radiale de l'onde

La figure 6.31 présente l'évolution en fonction du rayon de l'amplitude, de la phase, de la vitesse C et de l'arc occupé par le soliton à $z = 20$ cm. L'amplitude de la perturbation est maximum au centre de l'entrefer et diminue lorsque l'on s'approche des parois. Le profil radial s'ajuste bien avec un profil quadratique de la forme :

$$V_{max}(4r/d - 4(r/d)^2) \quad (6.6)$$

L'ajustement est très bon du côté intérieur mais se dégrade à l'extérieur où la décroissance de l'amplitude est plus rapide que le profil quadratique.

La phase varie de manière quasi linéaire avec le rayon, on mesure $\partial_r \xi_0 = 0,018 \text{ rad mm}^{-1}$. Avec l'angle d'inclinaison mesuré par la visualisation du motif $78 \pm 3^\circ$ on peut estimer

l'angle ψ avec le rayon moyen $R = 25$ mm : $\psi = 65 \pm 6$ degree. La vitesse C suit une évolution inverse à celle du champ de vitesse de l'état de base en fonction du rayon, quand la vitesse de l'état de base est positive, C est négative et réciproquement. Cette vitesse reste quatre fois plus faible que la vitesse de l'état de base. Enfin l'arc occupé par le soliton ne varie pas avec le rayon, il vaut $\Delta\xi = 0,65 \pm 0,01$ rad. Cette grandeur est reliée à la longueur d'onde dans la direction azimutale par : $\lambda_\theta = r\Delta\xi$. On constate donc que λ_θ est proportionnelle au rayon. Au centre de l'entrefer on a $\lambda_\theta(R) = 1,6 \pm 0,05$ cm, en bon accord avec les mesures faites par la visualisation.

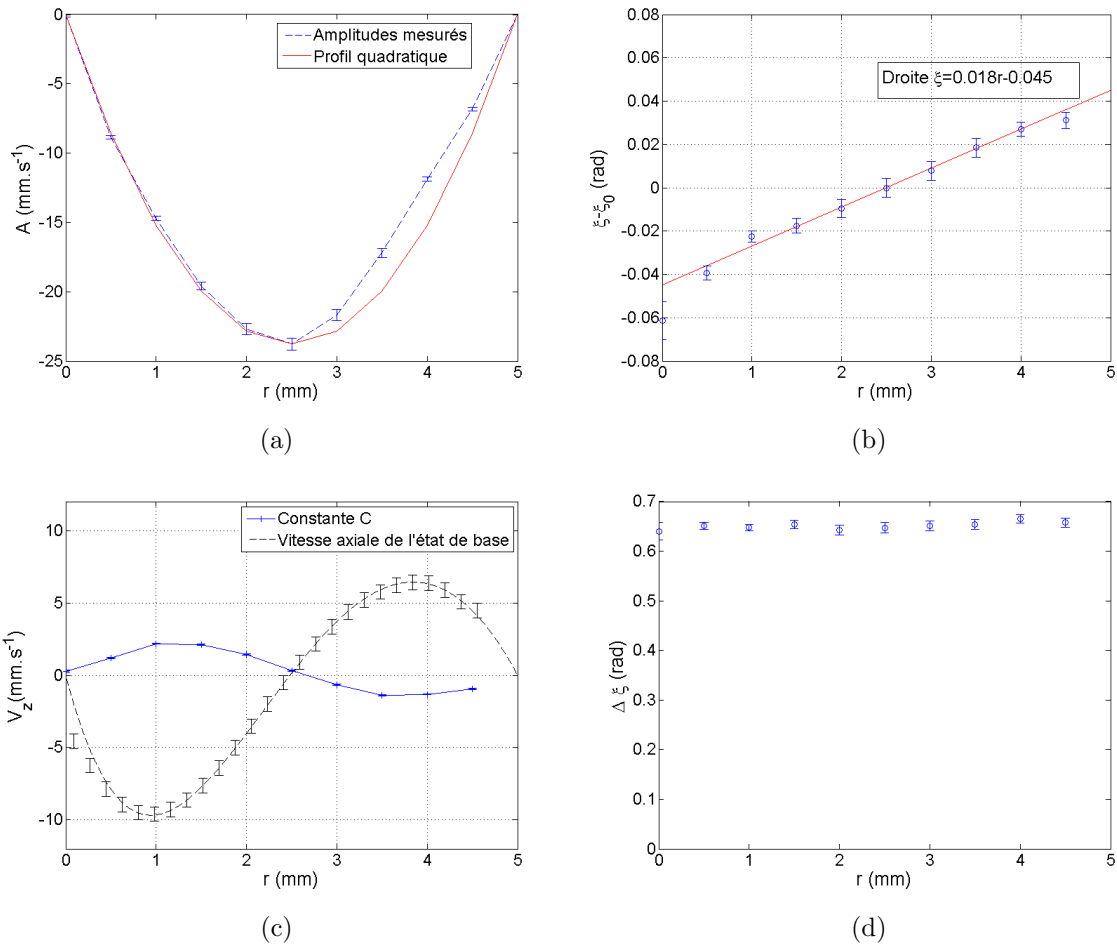


FIGURE 6.31 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$, caractéristiques de l'onde à $z = 20$ cm en fonction du rayon, (a) amplitude, (b) phase, (c) constante C comparée au profil de vitesse axiale de l'état de base et (d) arc occupé par l'onde solitaire.

6.2.1.4 Dépendance axiale de l'onde

Nous avons poursuivi les mesures de champs de vitesse à différentes hauteurs pour suivre l'évolution de l'onde solitaire. Une série d'enregistrement a été effectuée, depuis l'extrémité inférieure du système en élevant les appareils de mesure de 5 cm entre chaque mesure. Nous réalisons des enregistrements de 1 min afin d'être sûr d'enregistrer le passage d'une onde solitaire. Il y a donc un intervalle de temps de quelques minutes entre chaque

mesure, le temps de déplacer les appareils.

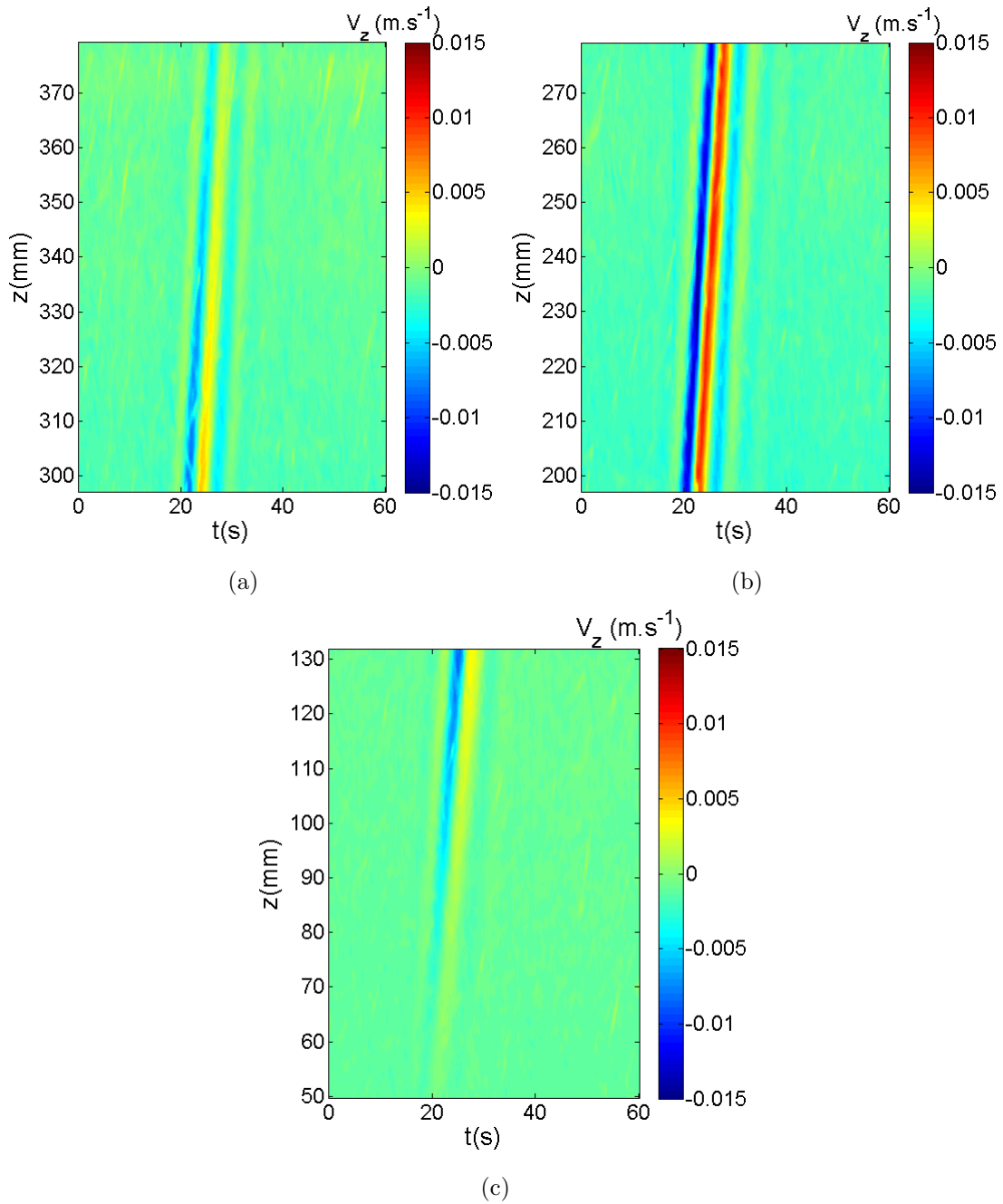


FIGURE 6.32 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$, diagramme spatiotemporel du champ de vitesse axial, (a) dans la zone où l'onde solitaire est remplacée par les spirales modulées, (b) dans la zone d'intensité maximum de l'onde solitaire et (c) en bas du système.

La figure 6.32 représente les diagrammes spatiotemporels des champs de vitesse axiale pris au milieu de l'entrefer à trois hauteurs montrant différents aspects de l'onde solitaire. La figure 6.32(c) montre le champ de vitesse axiale au niveau de l'extrémité basse. L'onde y est encore peu intense probablement en raison des effets de bord. L'onde solitaire apparaît pleinement développée en figure 6.32(b), c'est à dire dans la partie centrale du système.

Sur la figure 6.32(a), on voit que l'intensité de l'onde solitaire diminue en s'éloignant du centre et ce même si l'on est encore loin du bord. L'onde solitaire est ainsi bien visible à partir de 10 cm du bas et disparaît complètement à près de 20 cm du haut. Ceci est conforme à ce que l'on a observé avec les visualisations où l'onde solitaire est globalement plus intense en bas du système.

Nous avons mesuré l'amplitude, la phase et la largeur du soliton sur un maillage (r, z) de 0,5 mm en r et 3 mm en z . Nous en avons déduit les angles ϕ et ψ dans le domaine d'existence du soliton (figure 6.33).

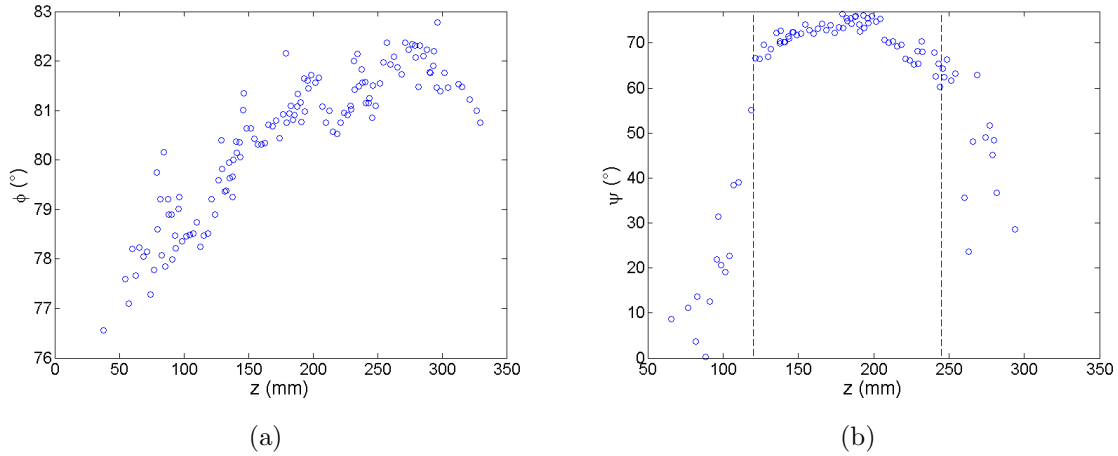


FIGURE 6.33 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$, angles d'inclinaison de l'onde en fonction de z , (a) angle ϕ dans le plan (z, θ) et (b) angle ψ dans le plan (r, z) .

L'évolution de l'angle de la spirale ϕ mesuré ici correspond bien à ce que nous avons mesuré à partir des visualisations du motif. L'angle d'inclinaison est plus faible en bas du système et augmente avec la côte pour tendre vers la valeur de l'angle d'inclinaison de la spirale modulée. L'angle ψ reste entre 65° et 75° sur la majeure partie du système mais aux extrémités où l'onde est la moins intense cet angle chute rapidement vers zéro. La figure 6.34 montre les champs de vitesse et de vorticité instantanés en bas du système où la mesure de ψ donne une valeur faible. L'image des perturbations des champs illustre la faible valeur de ψ et on remarque que dans cette zone l'intensité de l'onde solitaire varie fortement avec la côte. Des lignes en pointillés marquent la zone où $\psi > 65^\circ$.

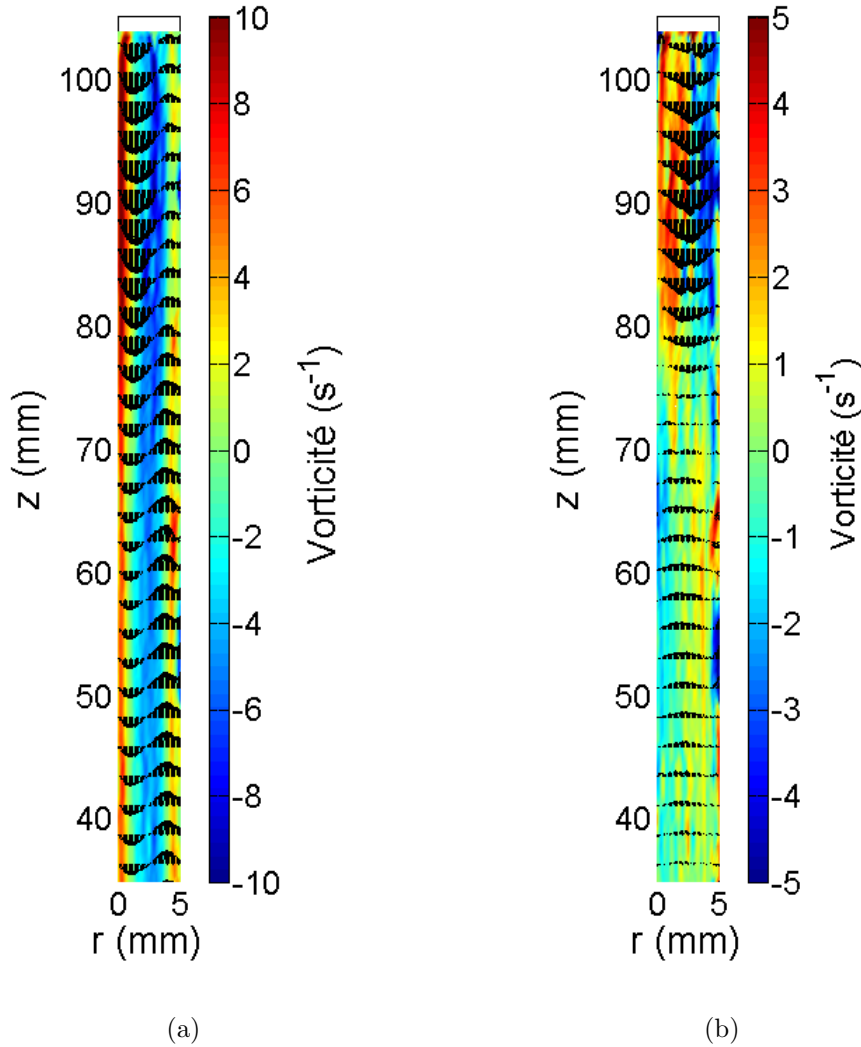


FIGURE 6.34 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$, (a) instantané du champ de vitesse et de vorticité au passage de l’onde solitaire en bas du système et (b) perturbations de ce champ par rapport à l’écoulement de base.

La mesure de l’angle d’inclinaison du motif permet de définir une coordonnée curviligne, qui suit l’onde dans le sens de la longueur : $z' = z \sin^{-1}(\phi)$. L’amplitude A et l’arc $\Delta\xi$ de l’onde solitaire sont représentés en fonction de cette coordonnée en figure 6.35. L’onde solitaire atteint sensiblement plus vite son maximum en partant du bas du système vers le haut, où la pente est estimé à $0,21 \pm 0,02 \text{ s}^{-1}$ que de l’autre côté où la pente est de $0,13 \pm 0,02 \text{ s}^{-1}$. Des lignes en pointillés marquent la même zone que sur la figure 6.33(b), où $\psi < 65^\circ$.

L’arc occupé par le soliton diminue avec z' mais cela est un effet direct de l’augmentation de l’angle d’inclinaison ϕ . Á partir de cet arc, on calcule la longueur d’onde dans la dimension azimuthale au centre de l’entrefer : $\lambda_\theta = R\Delta\xi$ et on en déduit la longueur d’onde dans la direction perpendiculaire à la ligne de phase : $\lambda = \lambda_\theta \sin(\phi)$ que l’on a représenté en figure 6.36.

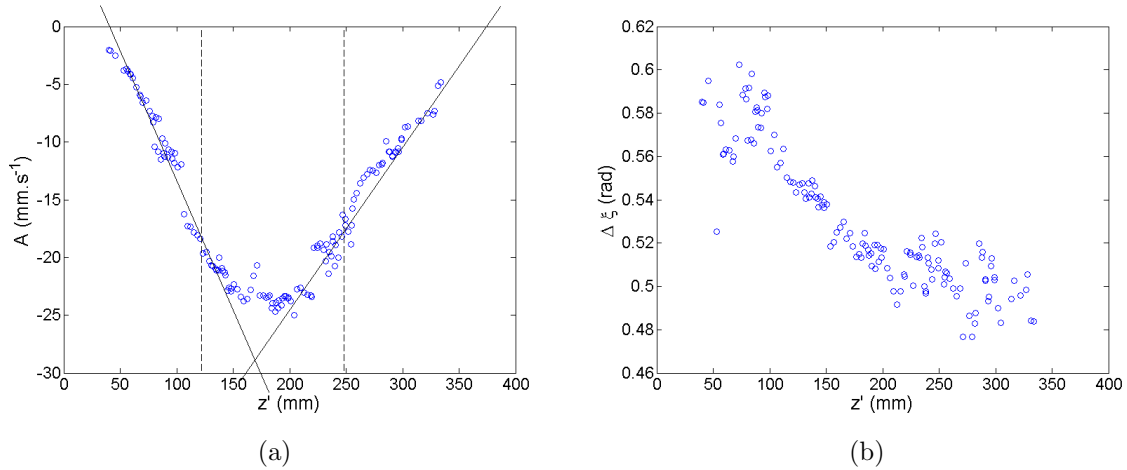


FIGURE 6.35 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$, (a) amplitude de l'onde en fonction de la coordonnée curviligne et (b) arc occupé par le soliton.

On constate une diminution de quelques millimètres de cette longueur d'onde avec z' .

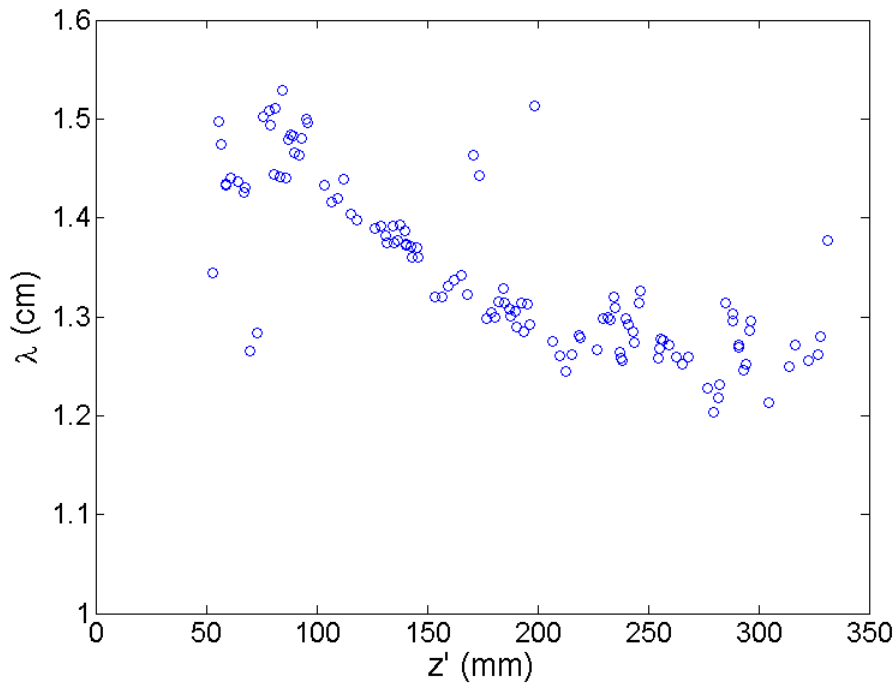


FIGURE 6.36 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$, longueur d'onde de la perturbation en fonction de la coordonnée curviligne.

6.2.2 Nombre de Grashof positif

Pour le cas régulier avec un nombre de Grashof positif nous n'avons pas pu réaliser de mesures de température, car les températures aux parois sont en dehors du domaine de fonctionnement des cristaux liquide à notre disposition (tableau 6.1). Nous avons tout

de même réalisé des mesures de PIV en utilisant des billes de verre comme traceurs. La figure 6.37 montre un instantané des champs de vitesse et de vorticité ainsi que les perturbations de ces champs par rapport à l'état de base au moment du passage de l'onde solitaire.

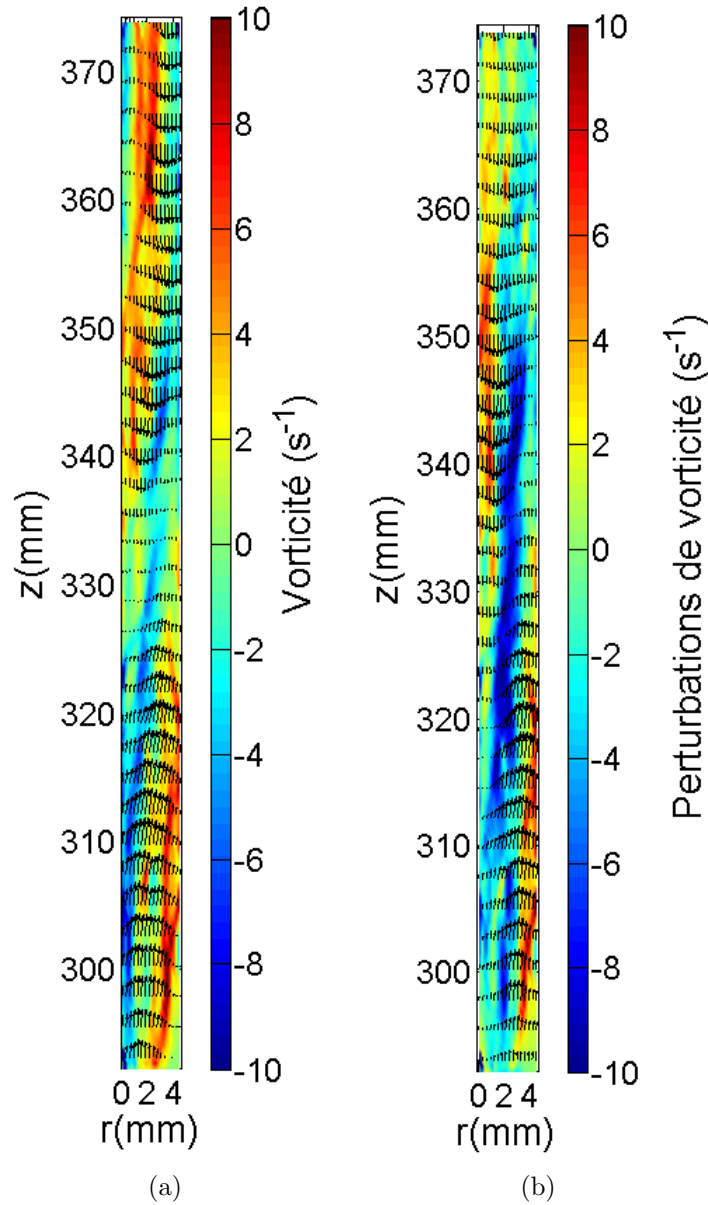
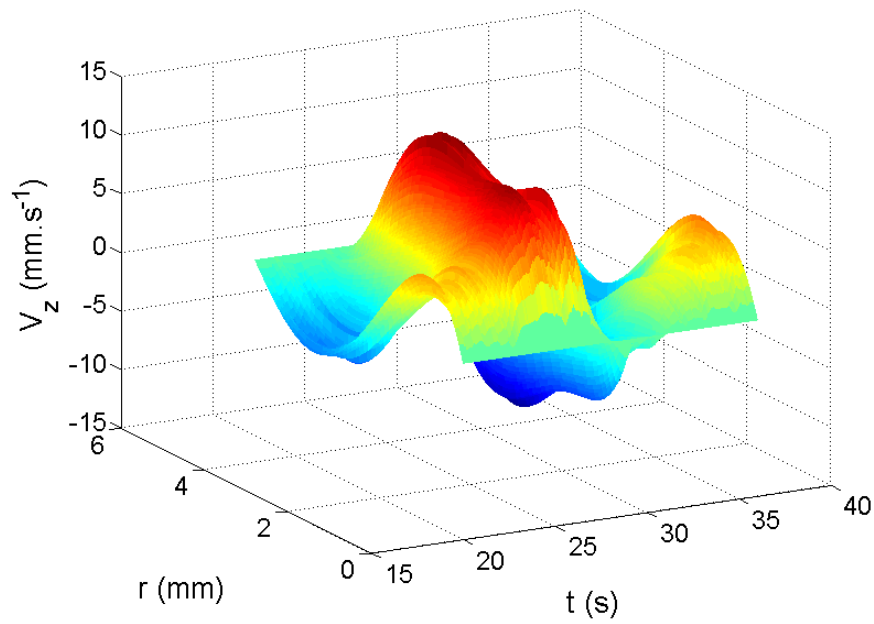
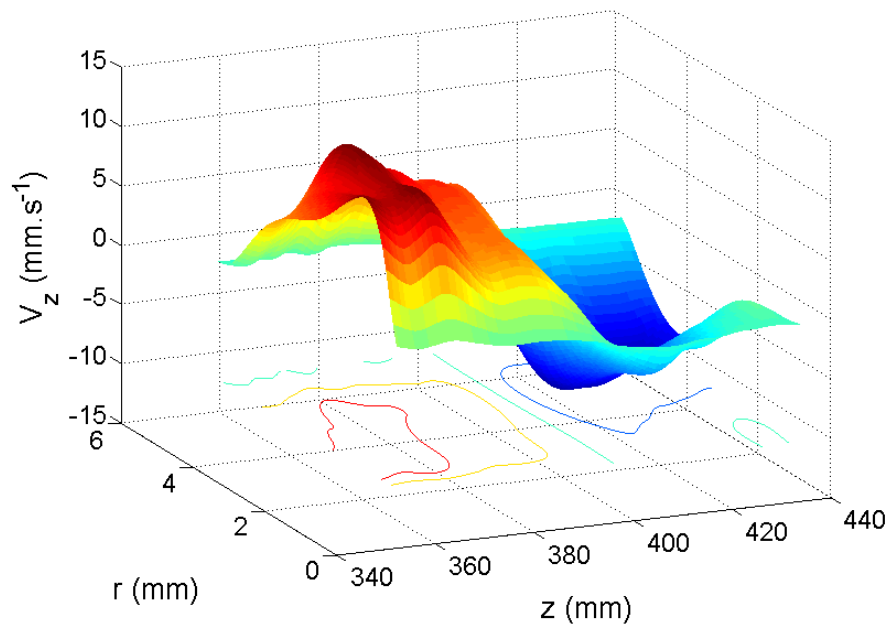


FIGURE 6.37 – $Gr = 9890$ et $Ta = 17.5$, (a) instantané du champ de vitesse et de vorticité au passage de l'onde solitaire et (b) perturbations de ces champs par rapport à l'écoulement de base.

Le cylindre tourne dans le même sens que précédemment. En comparant ces mesures avec les champ de la figure 6.23, on constate que l'inversion du gradient de température entraîne une inversion de la symétrie par rapport à l'axe central de l'entrefer. De plus ici la perturbation se déplace vers le bas, alors qu'elle se déplace vers le haut quand le gradient de température est négatif.



(a)



(b)

FIGURE 6.38 – $Gr = 9890$ et $Ta = 17.5$, (a) représentation en 3 dimensions du diagramme spatiotemporel de la vitesse axiale en fonction du rayon à $z = 400$ mm et (b) représentation en trois dimensions de l'instantané de la vitesse axiale lorsque l'onde est au milieu de la fenêtre de mesure.

Nous avons relevé les variations des paramètres définis dans les figures 6.28 et 6.29. Ces variations en fonction du rayon sont représentées en figure 6.39. On observe un comportement similaire au cas où le gradient de température est négatif. Par rapport au cas

avec un nombre de Grashof négatif, l'amplitude est inversée car le sens de propagation de la spirale est inversé, le sens de propagation dans le rayon est le même car à la fois le sens de propagation dans le plan $r - z$ et l'angle ψ changent de signe.

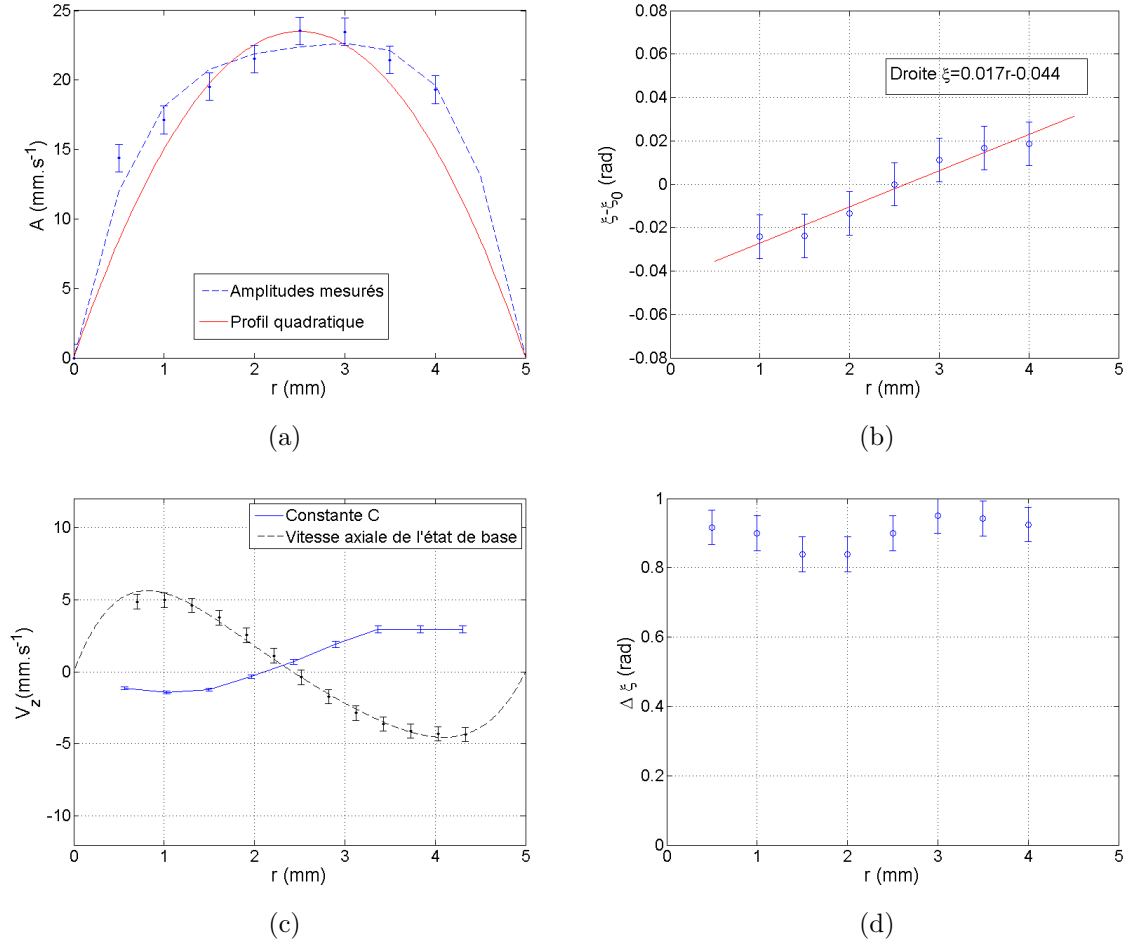


FIGURE 6.39 – $Gr = 9890$ et $Ta = 17,5$, caractéristiques de l'onde à $z = 40$ cm, (a) amplitude, (b) phase, (c) constante C comparée au profil de vitesse axiale de l'état de base et (d) arc occupé par l'onde solitaire.

Nous avons aussi réalisé des mesures de vitesse à plusieurs hauteurs, la figure 6.40 représente des diagrammes spatiotemporels du champ de vitesse à différents endroits du système. L'onde est visible à moins de 3 cm de l'extrémité supérieure mais disparaît déjà à près de 20 cm du bas.

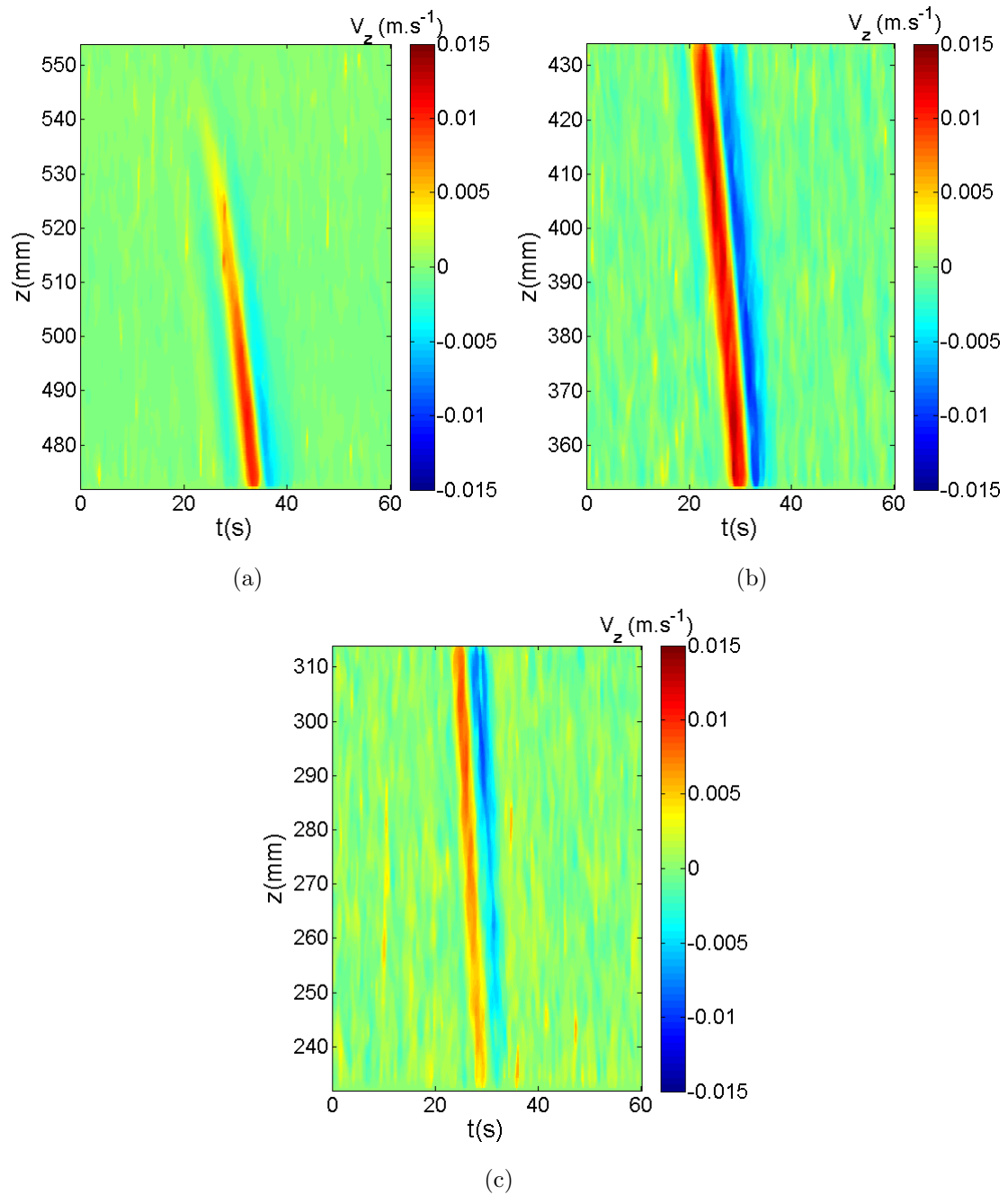


FIGURE 6.40 – $Gr = 9890$ et $Ta = 17,5$, diagrammes spatiotemporels du champ de vitesse axial (a) en haut du système, (b) dans la zone d'intensité maximum de l'onde solitaire et (c) dans la zone où l'onde solitaire disparaît en bas.

L'angle d'inclinaison diminue avec la hauteur figure 6.41(a). L'amplitude présente un comportement similaire en fonction de la côte que précédemment, l'asymétrie des pentes est néanmoins moins marquée : on mesure une pente de $0,13 \pm 0,01 \text{ s}^{-1}$ en haut de et $0,12 \pm 0,01 \text{ s}^{-1}$ en bas.

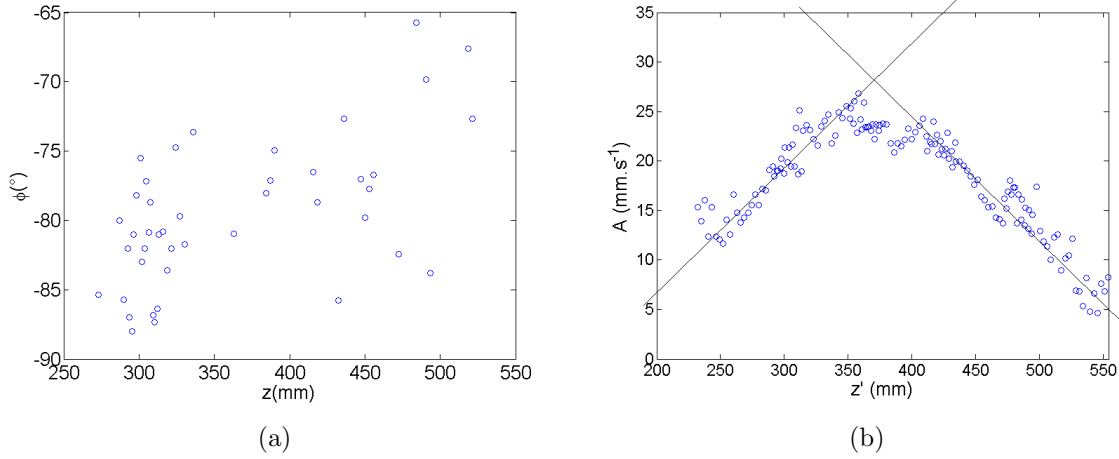


FIGURE 6.41 – $Gr = -8820$ et $Ta = 16$, (a) angle d'inclinaison de l'onde en fonction de la hauteur et (b) amplitude.

6.3 Comparaison avec les modèles de solitons

Nous comparons ici les profils de vitesse mesurés à des modèles de soliton connus. La plupart des modèles de solitons connus ont un profil ascendant puis descendant, la dérivée s'annule une fois, contrairement à notre profil de vitesse. Néanmoins, la vitesse peut dériver d'une grandeur ayant une forme de soliton, comme par exemple une énergie mécanique ou un potentiel des vitesses. Nous pouvons donc vérifier si la dérivée de modèles de solitons se compare bien avec notre profil de vitesses. Les modèles sont ajustés aux points expérimentaux en utilisant la fonction 'fit' de Matlab, on obtient ainsi une valeur pour les paramètres du modèle avec des barres d'erreurs ainsi que des informations statistiques sur la qualité de l'ajustement. Un premier modèle testé est une solution des équations de Schrödinger non-linéaires, une sécante hyperbolique, nous comparons le profil de vitesses à sa dérivée :

$$A \tanh\left(\frac{\xi - ct}{\sigma}\right) \operatorname{sech}\left(\frac{\xi - ct}{\sigma}\right) \quad (6.7)$$

Le second modèle, la sécante hyperbolique élevée au carré est une solution de l'équation de Korteweg et de Vries, sa dérivée s'écrit :

$$A \tanh\left(\frac{\xi - ct}{\sigma}\right) \operatorname{sech}^2\left(\frac{\xi - ct}{\sigma}\right) \quad (6.8)$$

Le dernier modèle testé est la Gaussienne, les solitons de profil Gaussiens sont appelé Gausson et sont solutions de l'équation de Schrödinger non linéaire sous certaines conditions, soit dans un potentiel parabolique [61] soit avec des non linéarités logarithmiques [62, 63]. On compare la vitesse à :

$$V_z(t) = A \frac{c(\xi - ct)}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{(\xi - ct)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (6.9)$$

La figure 6.42 présente les points expérimentaux ajustés à ces différents modèles et le tableau 6.2 contient les paramètres des fonctions ajustés ainsi que le coefficient de détermination et l'erreur quadratique moyenne de l'ajustement.

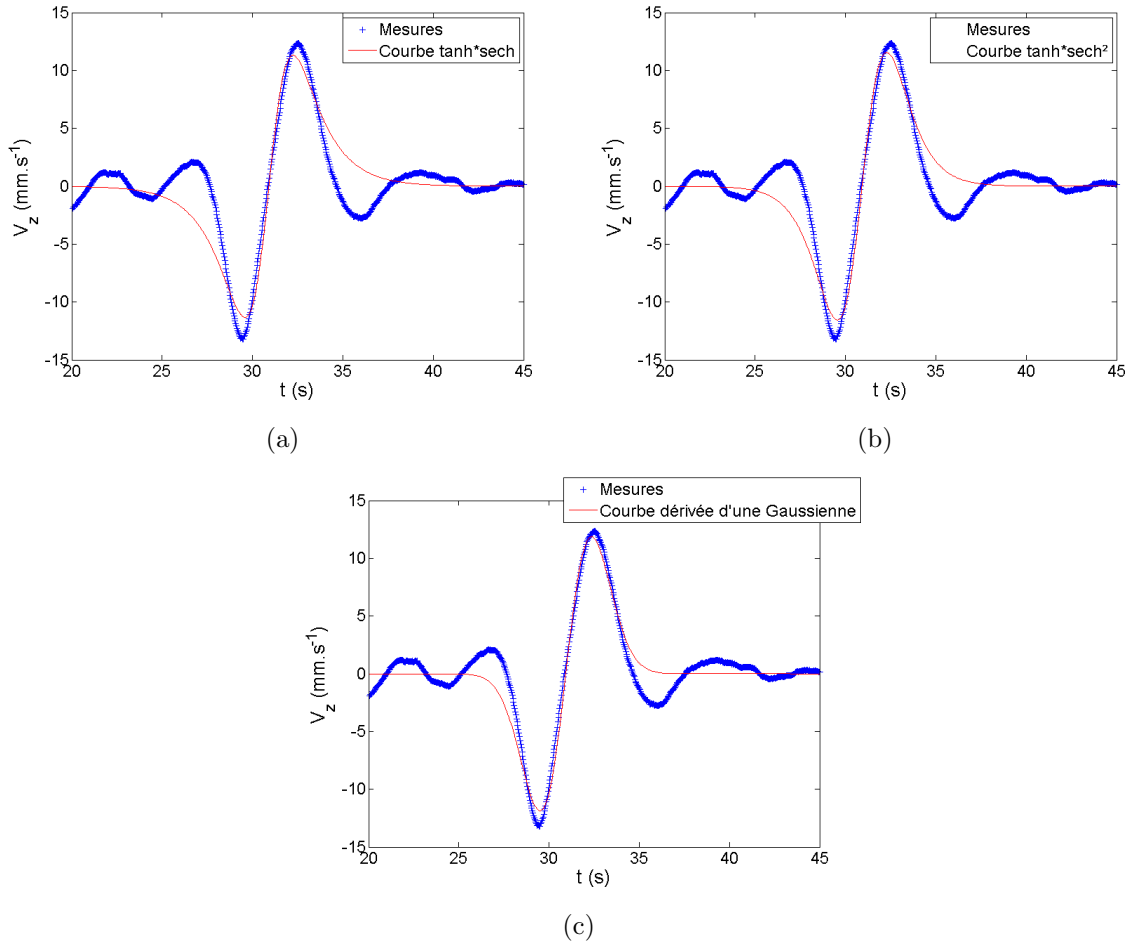


FIGURE 6.42 – Évolution fonction du temps de la vitesse axiale au centre de l'entrefer à $z = 20$ cm comparée à la dérivée de modèles de soliton, (a) une sécante hyperbolique, (b) le carré d'une sécante hyperbolique et (c) une Gaussienne.

Les figures, les coefficients de détermination et l'erreur quadratique moyenne montrent tous que l'ajustement est sensiblement meilleur avec le modèle Gaussien.

6.4 Conclusion

Dans le système de Couette-Taylor soumis à un fort gradient de température, le motif au seuil est une onde modulée régulière. Pour des augmentations du taux de rotation de l'ordre du milli-hertz au dessus du seuil un autre motif apparaît dans le système. Ce nouveau motif est une onde solitaire, ayant un angle d'inclinaison et une longueur d'onde différente que celle de l'onde modulée. Néanmoins le sens d'inclinaison reste le même et suit les règles de M. Ali et P.D. Weidman en fonction du sens de rotation et du signe du

TABLE 6.2 – Paramètres et qualité des ajustements.

	$A(\text{mms}^{-1})$	$\sigma(\text{rad})$	$\xi(\text{rad})$	Coefficient de détermination	Erreur quadratique moyenne
Sécante hyperbolique	-22.6 ± 0.6	5.8 ± 0.2	3.52 ± 0.003	0.973	1.46
Sécante hyperbolique au carré	-30 ± 0.7	4.2 ± 0.1	3.52 ± 0.003	0.979	1.27
Gaussienne	-27.9 ± 0.5	0.162 ± 0.003	3.52 ± 0.003	0.987	1.00

nombre de Grashof. Cette onde solitaire est observée plus intensément en bas du système quand le cylindre extérieur est le plus chaud et en haut dans le cas contraire. Les deux motifs présents dans le système interagissent donnant lieu dans la plupart des cas, mais pas tous, à un comportement irrégulier. Nous avons trouvé deux ensembles de paramètres où le système atteint un état suffisamment régulier pour pouvoir réaliser une analyse spectrale. Dans le premier cas, avec un nombre de Grashof positif, la spirale modulée est fortement atténuée et est quasiment invisible. Dans le second cas, avec un nombre de Grashof négatif, la spirale modulée est bien présente dans le système, elle est perturbée par l'onde solitaire mais cette dernière ne l'est pas et se comporte de manière similaire à l'onde solitaire observée dans le premier cas.

Nous avons mesuré les caractéristiques spatio-temporelles de l'onde solitaire ainsi que celles de la spirale modulée pour ces deux cas réguliers. L'angle d'inclinaison et le nombre d'onde de la spirale modulée sont quasiment les mêmes qu'au seuil. L'onde solitaire a un nombre d'onde axial et une inclinaison plus faible que la spirale modulée. De plus nous avons mesuré une vitesse de propagation plus élevée que celle de la spirale modulée.

L'analyse de l'interaction entre ces deux motifs montre que deux modes distincts de la spirale modulée interagissent avec l'onde solitaire. Cela suggère que la spirale modulée est elle-même le produit de l'interaction additive de deux modes de spirales.

Nous avons mesuré les champs de vitesse et de température au passage de l'onde solitaire, sur toute la hauteur où elle est présente. La perturbation a une forme similaire à l'ondulation observée par Guillerm dans la spirale modulée, mais son intensité est bien plus grande. Dans le plan $r - z$ un courant ascendant chaud va à la rencontre d'un courant descendant froid. Cette forme suggère que le champ de vitesse azimuthale est sensiblement perturbé. L'intensité de la perturbation est maximum au centre de l'entrefer et décroît de manière quasi quadratique vers les parois. En partant du côté où l'onde solitaire est présente, son angle d'inclinaison augmente lorsque l'on s'éloigne du bord et son intensité augmente d'abord rapidement avant de décroître un peu plus lentement après s'être maintenue constante sur quelques centimètres pour disparaître à 60% de la hauteur totale du système.

Chapitre 7

Transition vers la turbulence

7.1 Introduction

Un gradient radial de température imposé à un système de Couette-Taylor change la nature des instabilités de ce système. De rouleaux axisymétriques et stationnaires on passe à des motifs inclinés qui forment des hélices s'enroulant autour du cylindre intérieur. Mais quand le taux de rotation du cylindre intérieur est suffisamment grand devant l'écoulement de la cellule de convection, à un nombre de Richardson constant de $Ri = 0.033$, les motifs spiralés n'existent plus. À la place on retrouve des rouleaux toriques à première vue similaires aux rouleaux observés dans le cas isotherme. Guillermin a montré que dans ce régime les rouleaux forcent le gradient radial de température à se confiner dans d'étroites bandes près des parois appelées couches limites thermiques (voir section 1.3.8). Le profil de température devient alors plat au centre de l'entrefer. Ainsi les conditions d'écoulement se retrouvent proches du cas isotherme dans la partie centrale de la cavité et c'est pour cela que l'on retrouve un motif ressemblant à première vue au cas isotherme. Mais rien ne permet d'assurer que ces couches limites thermiques n'ont aucun effet sur les rouleaux. Dans ce chapitre nous explorons l'effet du gradient radial de température dans ce type de régime. Nous nous intéressons en particulier à l'effet de la thermique sur la transition vers la turbulence. Les différents régimes par lesquels passe le système de Couette Taylor isotherme avant la turbulence sont bien connus [3]. Dans notre système les seuils sont les suivant :

- à $Ta = 48$, l'écoulement de Couette bifurque vers l'état des rouleaux de Taylor axisymétriques et stationnaires.
- à $Ta = 54$, les rouleaux de Taylor se déstabilisent et bifurquent vers l'état des rouleaux ondulés avec une ondulation azimutale régulière de nombre d'onde m et de fréquence ω (figure 7.1(a)).
- à $Ta \approx 550$ Une seconde fréquence apparaît et l'on obtient un état bipériodique de rouleaux ondulés modulés.
- à $Ta \approx 800$, les rouleaux deviennent turbulents et l'ondulation disparaît (figure 7.1(b)).

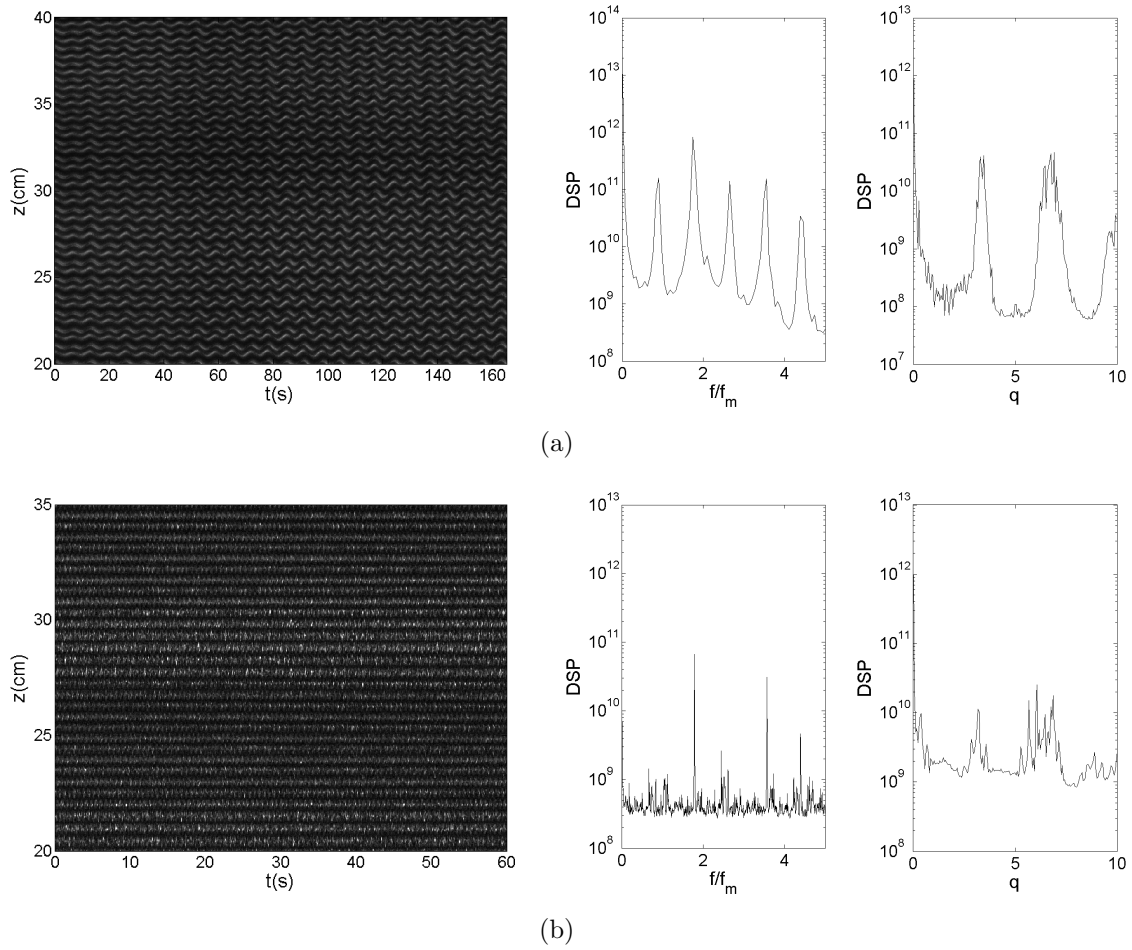


FIGURE 7.1 – Diagrammes spatiotemporels de motifs dans le cas isotherme, spectre temporel et spectre spatial correspondants (a) $Ta = 72$ rouleaux ondulés et (b) $Ta = 800$, rouleaux turbulents.

Dans ce chapitre nous explorons le scénario vers la turbulence du système de Couette-Taylor soumis dans un premier temps à un gradient de température modéré ($Gr = 2430$) puis, dans un second temps, un fort gradient de température ($Gr = 10420$) lorsque l'on augmente la vitesse de rotation du cylindre intérieur. Nous analyserons les spectres en fréquence et nombre d'onde des motifs, en relevant les fréquences principales. Dans ce chapitre les fréquences sont adimensionnées par la fréquence de l'écoulement moyen de l'état de base $f_m = 0.426 f_{moteur}$ et les nombres d'onde sont adimensionnés par la largeur de l'entrefer d .

7.2 Gradient de température modéré, $Gr = 2430$

Le système est placé dans les conditions décrites dans le tableau 7.1. Après avoir attendu suffisamment longtemps pour que l'état de base se mette en place, le cylindre intérieur est mis en rotation, le taux de rotation étant augmenté par paliers de 100 mHz soit un nombre de Taylor de 37.

TABLE 7.1 – Paramètres des régimes mesurés.

$T_1(^{\circ}C)$	$T_2(^{\circ}C)$	$T'_1(^{\circ}C)$	$T'_2(^{\circ}C)$	Gr	$T_{moyen}(^{\circ}C)$	Pr
30	20	29.4	23.9	2430	26.6	5.9

7.2.1 Chemin vers la turbulence

En dessous de $Ta = 135$ on trouve le domaine des motifs en spirales (figure 7.2(a)), il existe beaucoup de types de spirales différentes qui ont été décrits dans de précédentes études par Lepiller et Guillermin [34, 35]. Le motif de spirale est advecté autour de l'axe des cylindres à la vitesse moyenne de l'écoulement de l'état de base, on retrouve donc f_m dans le spectre en fréquence.

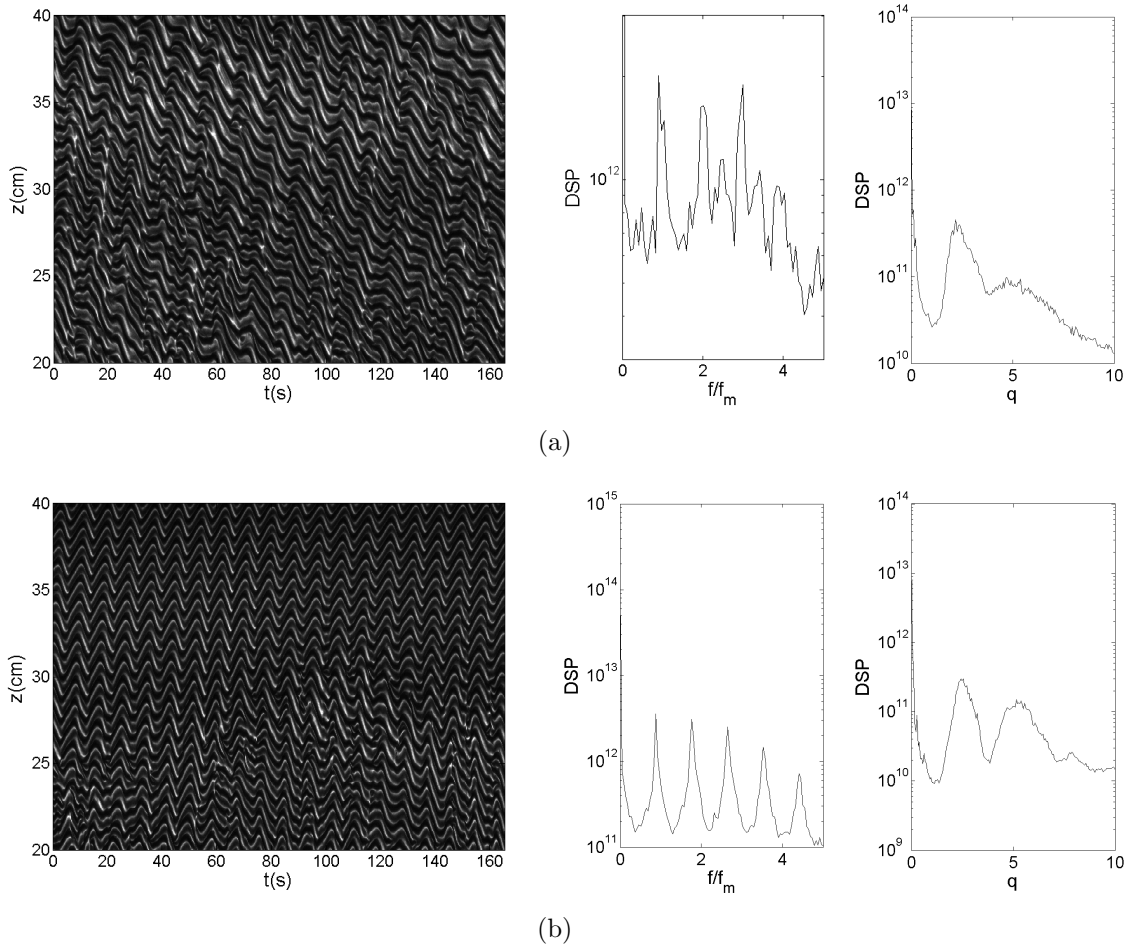


FIGURE 7.2 – Diagrammes spatiotemporels de motifs pour $Gr = 2430$ et spectres en fréquences temporelle et spatiale correspondants (a) $Ta = 70$ régime de spirales et (b) $Ta = 110$ coexistence de spirales et de rouleaux.

Si la spirale a plusieurs branches, soit un nombre d'onde azimutal m supérieur à l'unité, les pics aux fréquences $n * f_m$ avec $n = [1, \dots, m]$ sont élevés, ce ne sont alors pas seulement des harmoniques. L'augmentation du nombre de Taylor a pour effet de réduire

l'angle d'inclinaison des spirales par rapport à l'horizontale et ainsi réduire le nombre d'onde azimutal. Quand cet angle devient suffisamment petit, on observe dans le système une coexistence entre des spirales et des rouleaux se refermant sur eux-mêmes pour former un tore (figure 7.2(b)). À partir de $Ta = 135$ il n'y a plus de spirales dans le système ce seuil correspond à un nombre de Richardson critique : $Ri_c = 0,033$.

On peut observer un motif assez complexe entre $Ta = 135$ et $Ta = 170$, les rouleaux ondulent à plusieurs fréquences (figure 7.3(a)). Le pic le plus haut dans le spectre est à $f/f_m = 0,8$. Cette fréquence donne une période de 7,5 s qui correspond à l'ondulation longue visible sur le motif. Tous les autres pics du spectre sont harmoniques et sous harmoniques de ce premier pic mais on relève tout de même une seconde fréquence, le septième pic du spectre à $f/f_m = 2,7$. On relève ce pic pour plusieurs raisons, il est plus grand que les deux pics précédents, il correspond par continuité aux fréquences principales relevées à des nombres de Taylor plus élevés et sa période de 2,2 s est celle des ondulations les plus rapides visibles sur la figure.

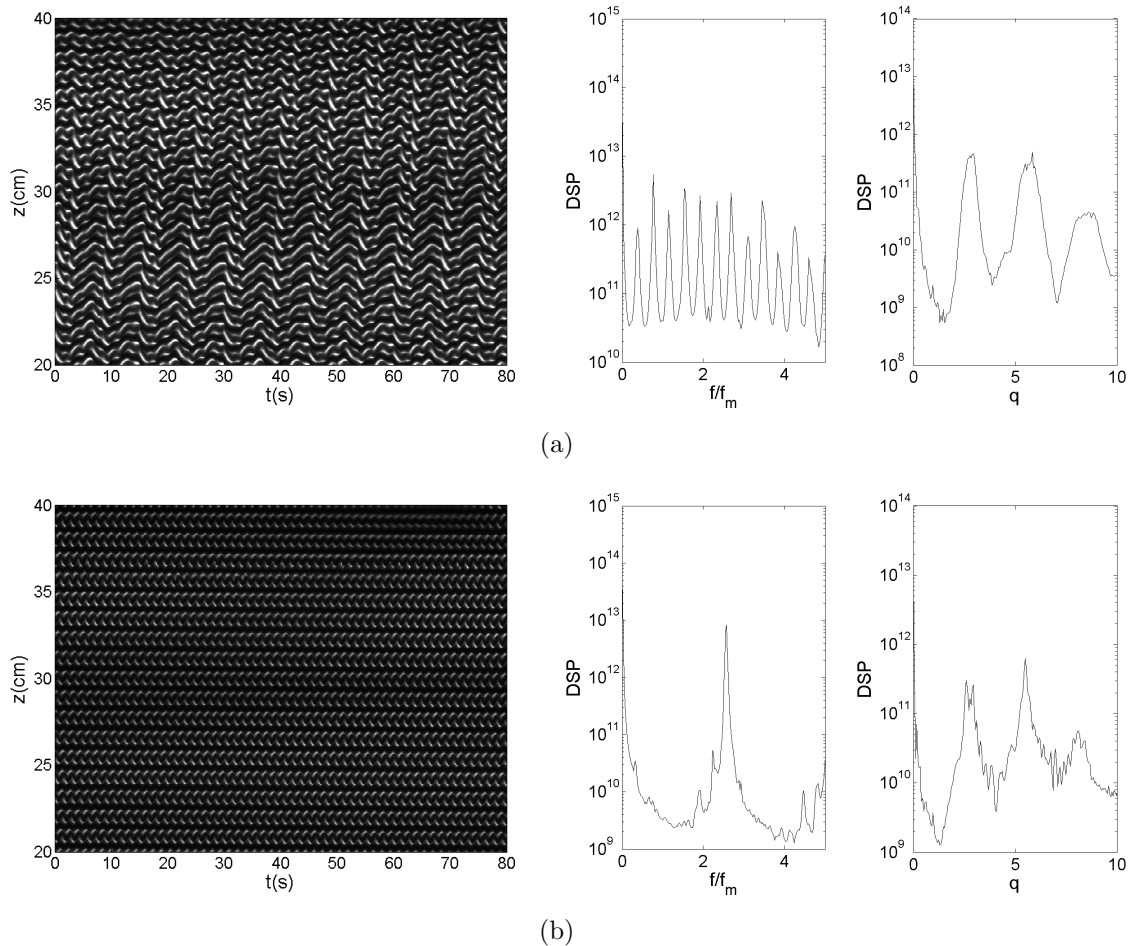


FIGURE 7.3 – Diagrammes spatiotemporels de motifs pour $Gr = 2430$ et spectres en fréquences temporelle et spatiale correspondants, (a) $Ta = 150$ rouleaux modulés et (b) $Ta = 220$ rouleaux ondulés.

Entre $Ta = 170$ et $Ta = 250$ le motif est bien plus simple (figure 7.3(b)), l'influence

de la cellule de convection semble avoir disparu et on observe un motif très similaire à ce que l'on peut voir dans le cas isotherme : des rouleaux ondulés avec une seule fréquence.

Mais à $Ta = 250$ un phénomène surprenant apparaît, le système n'est plus isotrope. Il apparaît sur la figure 7.4(a) deux domaines distincts avec des tailles de rouleaux différentes. Pour ces cas, en plus du spectre total on calcule aussi les spectres moyennés sur une partie du système, pour visualiser le spectre de chaque domaine séparément. Entre 0 cm et 23 cm de hauteur les rouleaux sont plus petits et ondulent plus rapidement que les rouleaux présent en haut du système.

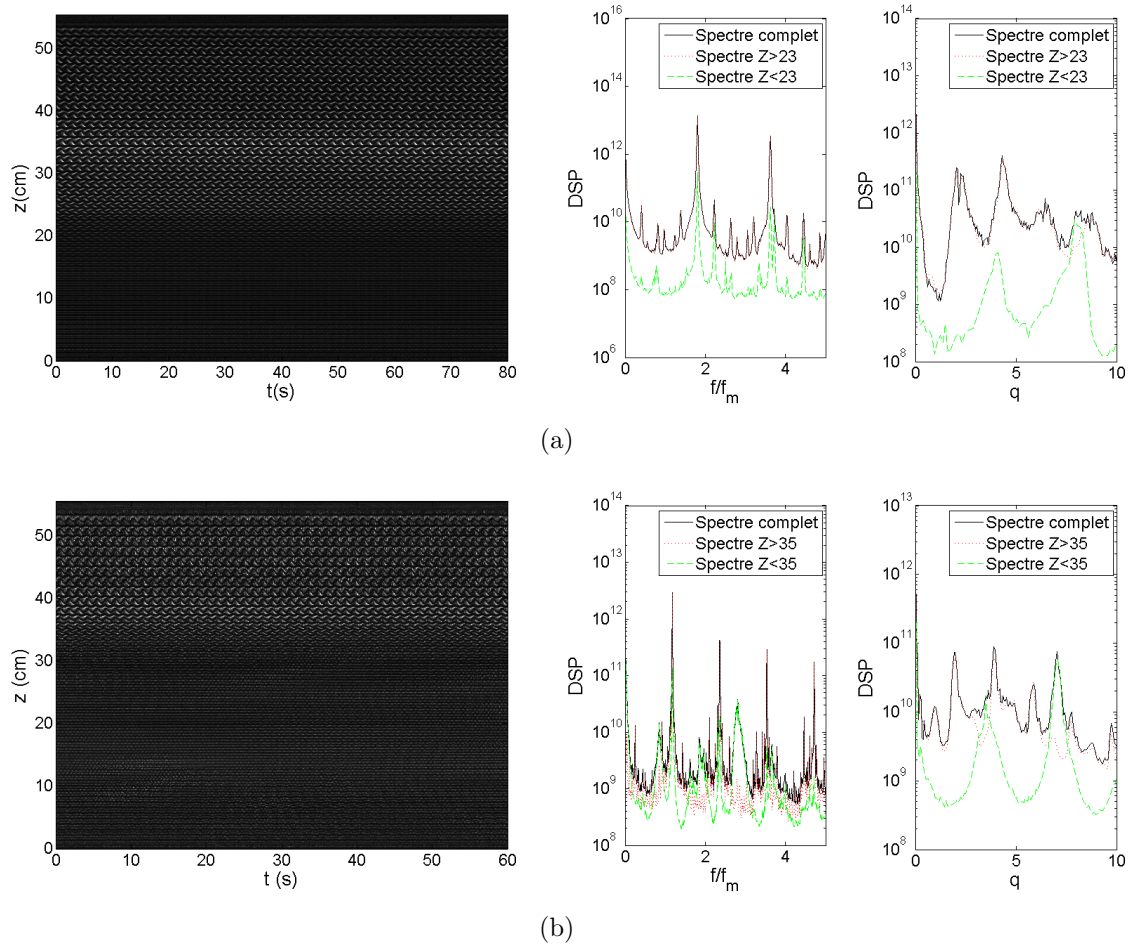


FIGURE 7.4 – Diagrammes spatiotemporels et spectres en fréquence et en nombre d'onde de motifs pour $Gr = 2430$, (a) $Ta = 300$ coexistence de deux tailles de rouleaux dans le système et (b) $Ta = 560$ les plus gros rouleaux sont turbulents.

Le début de la turbulence a été observé à $Ta = 500$, ce sont alors les plus gros rouleaux qui deviennent turbulents et ils ondulent toujours (figure 7.4(b)).

Au delà de $Ta = 700$ tout est turbulent et on observe toujours deux domaines distincts.

7.2.2 Évolution des caractéristiques spatio-temporelles

Nous avons effectué des enregistrements de l'écoulement à chaque palier afin de mesurer l'évolution des caractéristiques spatio-temporelles des motifs en fonction du nombre de Taylor. Nous calculons les spectres spatiaux et temporels des motifs pour localiser les pics principaux. Pour les cas où deux tailles de rouleaux sont présentes nous relevons deux pics pour le même nombre de Taylor, correspondants aux deux états présents dans le système.

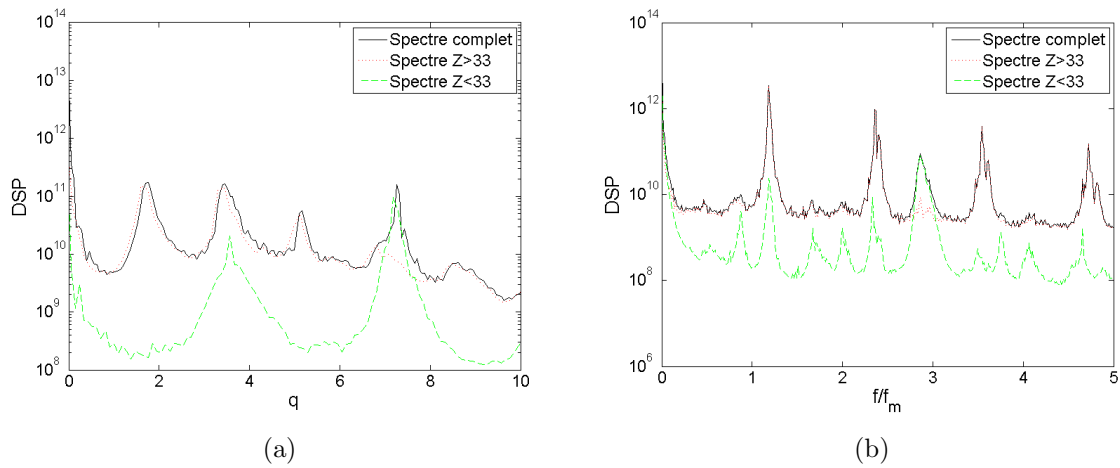


FIGURE 7.5 – $Gr = 2430$ et $Ta = 440$, (a) spectres spatiaux et (b) spectres temporels.

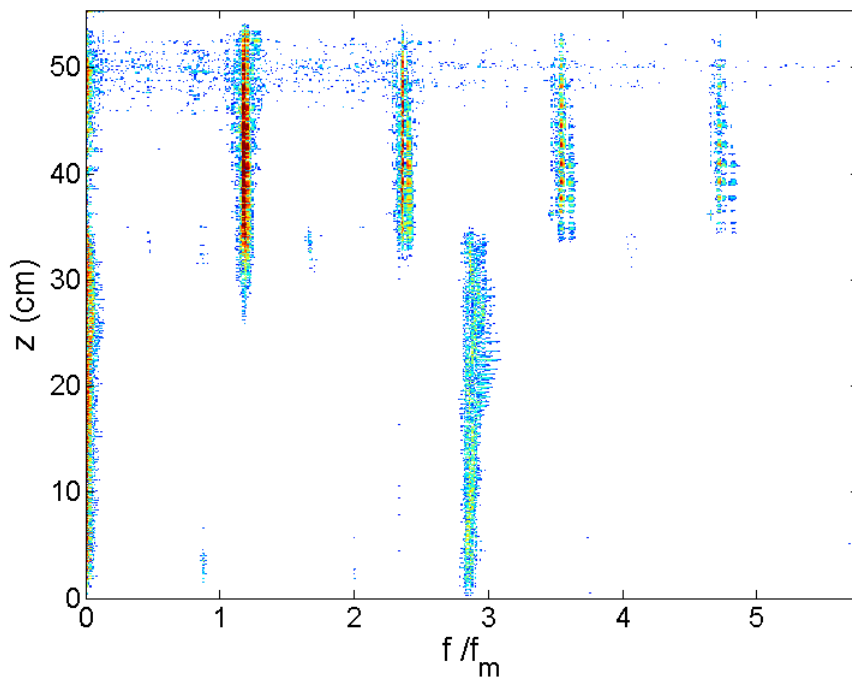


FIGURE 7.6 – Spectre de la fréquence temporelle du motif pour $Gr = 2430$ et $Ta = 440$ en fonction de z .

Les spectres ainsi que la variation du spectre en fréquence pour $Gr = 2430$ et $Ta = 440$ sont présentés en exemple en figures 7.5 à 7.6. La présence de deux états bien différents en bas et en haut du système est bien mise en évidence par ces figures. La fréquence mesurée en bas du système, jusqu'à environ 30 cm, est bien plus grande que celle mesurée en haut du système.

Les figures 7.7 et 7.8 montrent l'évolution des nombres d'onde et des fréquences des différents motifs en fonction du nombre de Taylor.

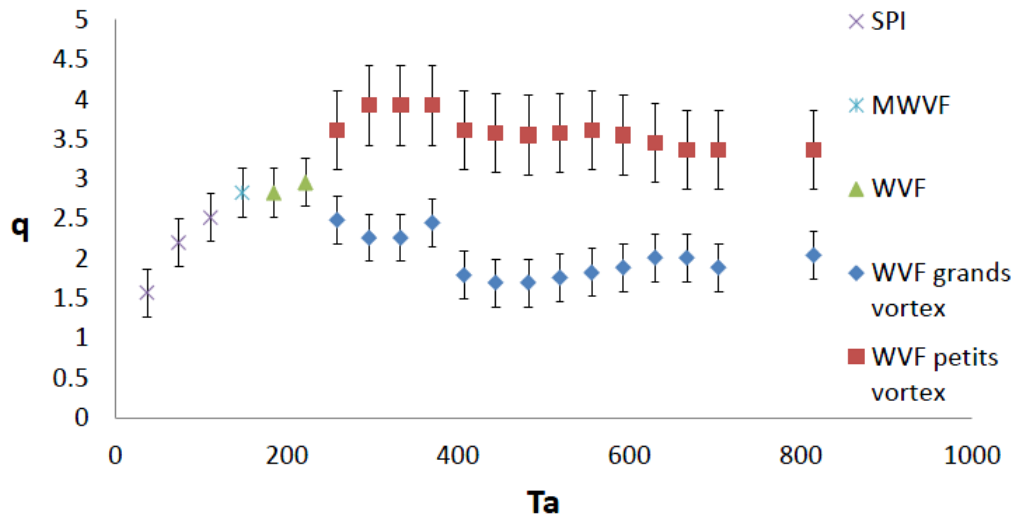


FIGURE 7.7 – $Gr = 2430$, évolution du nombre d'onde adimensionné du motif en fonction du nombre de Taylor.

Le nombre d'onde des spirales augmente avec le nombre de Taylor jusqu'à atteindre une valeur proche de celle des rouleaux de Taylor isothermes (de 3,1) à la transition entre les spirales et les rouleaux toriques. Cette augmentation traduit la diminution de l'angle d'inclinaison des spirales, la taille de la projection des rouleaux sur l'axe vertical diminue quand l'angle d'inclinaison diminue. Le nombre d'onde n'augmente plus jusqu'à $Ta = 250$, où l'on commence à observer deux modes distincts dans le système. Nous notons les nombres d'onde de chacun des modes présents, le diagramme résultant ressemble au diagramme d'une bifurcation fourche supercritique où un mode devient instable et deux nouveaux modes stables apparaissent. On peut supposer que les conditions aux limites différentes en haut et en bas du système forcent l'un ou l'autre mode formant les deux domaines distincts. Les rouleaux situés en bas du système ont un nombre d'onde plus grand que les rouleaux de Taylor, ils sont donc plus petits. Au contraire les rouleaux situés en haut sont plus grands que les rouleaux de Taylor.

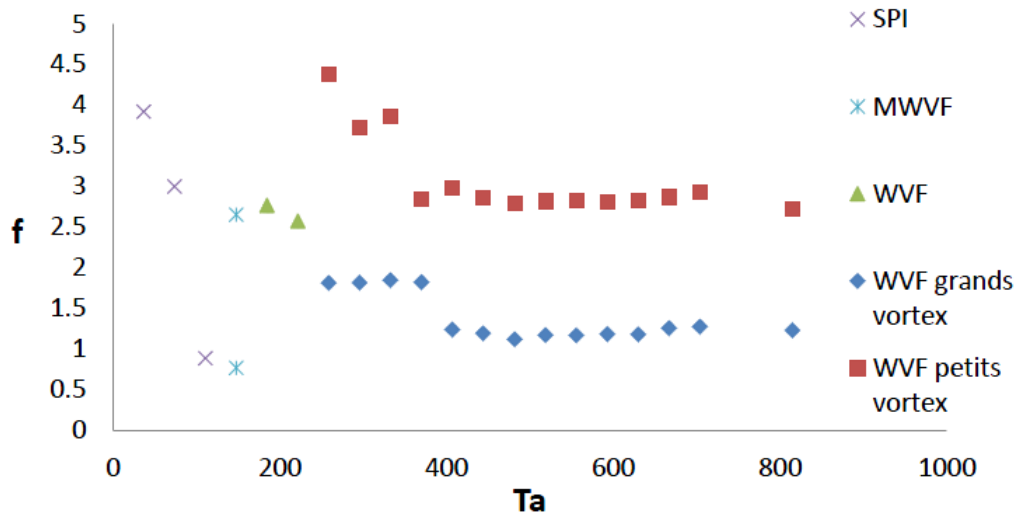


FIGURE 7.8 – $Gr = 2430$, évolution de la fréquence du motif adimensionnée par la fréquence de l'écoulement moyen en fonction du nombre de Taylor.

Pour les spirales, la fréquence relevée correspond au nombre d'onde azimutal. Il diminue rapidement avec le nombre de Taylor jusqu'à 1 juste avant la transition vers les rouleaux toriques. Cette diminution traduit la diminution de leur angle d'inclinaison avec le nombre de Taylor. Juste après la transition entre les spirales et les rouleaux toriques, le motif est un peu particulier, avec beaucoup de fréquences dans le spectre (figure 7.3(a)). On relève en particulier deux fréquences, la plus basse fréquence que l'on relève est proche de l'écoulement moyen, alors que la seconde fréquence plus grande est correspond par continuité à celle relevée pour les rouleaux ondulés présents à un nombre de Taylor supérieur. Ce motif est intermédiaire entre les spirales et les rouleaux ondulés, les rouleaux sont toriques mais encore fortement déviés par la cellule de convection. C'est en fait une spirale trop peu inclinée pour qu'un tour de cylindre suffise pour avoir un déplacement vertical plus grand que la taille des rouleaux. Le motif démarrant comme une spirale se referme alors sur lui-même en un point de l'azimut formant ainsi un rouleau torique déformé avec une périodicité correspondant à un tour. C'est pour cela qu'on observe toujours dans le spectre la fréquence de l'écoulement moyen. D'un autre côté cet état est proche de l'état des rouleaux ondulés, et la fréquence correspondant apparaît aussi.

Il y a une discontinuité lorsque l'on entre dans le régime avec deux tailles de rouleaux présentes dans le système, les rouleaux les plus petits voient leur fréquence brusquement augmenter tandis que l'inverse arrive pour les plus gros rouleaux. Ces fréquences diminuent ensuite avec le nombre de Taylor pour atteindre une valeur asymptotique proche de $3f_m$ pour les petits rouleaux et f_m pour les grand rouleaux.

7.2.3 Étude du régime avec deux tailles de rouleaux

7.2.3.1 Effet des conditions aux limites

En inversant le sens du gradient de température, on échange les conditions aux limites du haut et du bas du système. En effet l'écoulement d'Ekman prend dans notre cas la

forme d'un courant dirigé vers l'intérieur du système au niveau des extrémités car elles sont fixées au cylindre extérieur. Donc quand le cylindre intérieur est le plus chaud l'écoulement d'Ekman et la cellule de convection vont dans le même sens en bas et en sens contraire en haut. La situation s'inverse si le cylindre extérieur est le plus chaud, l'écoulement d'Ekman ne change pas alors que l'écoulement de convection change de sens. Nous avons donc testé comment le régime avec deux modes présents dans le système se comportait en inversant le gradient de température et avons constaté que cela inverse le phénomène : avec un gradient de température négatif les plus grands rouleaux se retrouvent en bas du système et les plus petits en haut (figure 7.9). Ceci confirme l'idée que ce sont les conditions aux limites qui contraignent le mode présent.

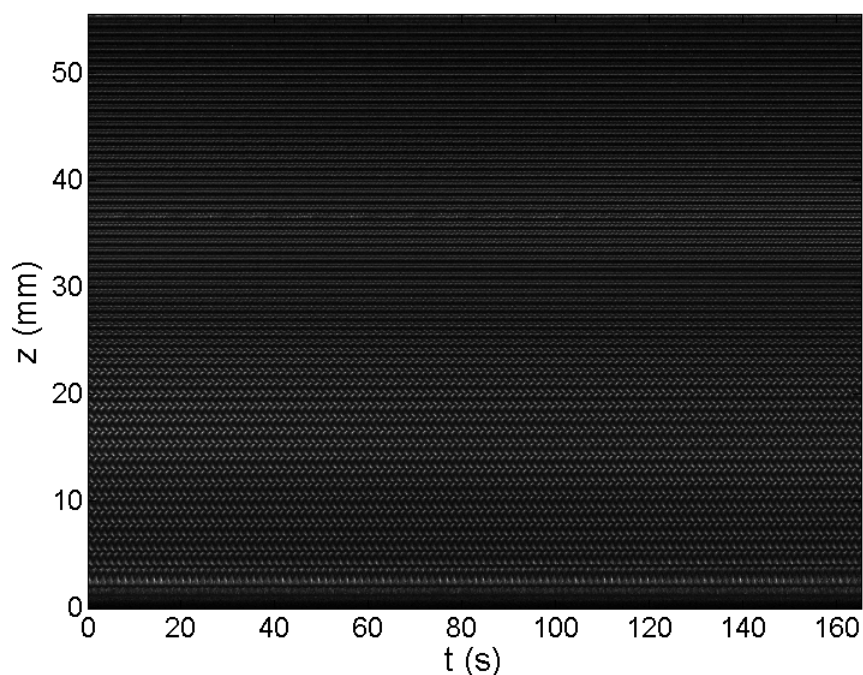


FIGURE 7.9 – Diagramme spatiotemporel du régime avec deux modes pour un gradient de température négatif $Gr = -2800$ et $Ta = 320$.

7.2.3.2 Déplacement du front

Nous avons aussi réalisé une longue expérience afin de déterminer si ce régime est bien un régime stationnaire et non transitoire. Les paramètres du système sont fixés à $Gr = 2430$ et $Ta = 296$ et un enregistrement est effectué toutes les deux heures. Nous avons constaté que la position du front séparant les petits et les grands rouleaux changeait lentement au cours du temps. Pour chaque image, la position du front est déterminée en mesurant l'extension du motif au plus petit nombre d'onde. Ce motif est sélectionné à l'aide d'un filtre passe-bas et son amplitude sert de critère pour déterminer la position du front. Un seuil à $1/4$ de l'amplitude maximum du motif est choisi pour définir la zone de présence de ce motif. La position du front en fonction du temps est présentée en figure 7.10. Au début de l'expérience ce sont les plus gros rouleaux qui occupent la plus

grande partie du système. Les plus petits rouleaux remplacent ensuite les plus gros au cours du temps et l'interface monte lentement. Il faut près de 10 h pour un déplacement de 30 cm. Mais même après 24 h les deux modes coexistent toujours dans le système. Le front atteint une position limite située à $z = 40$ cm.

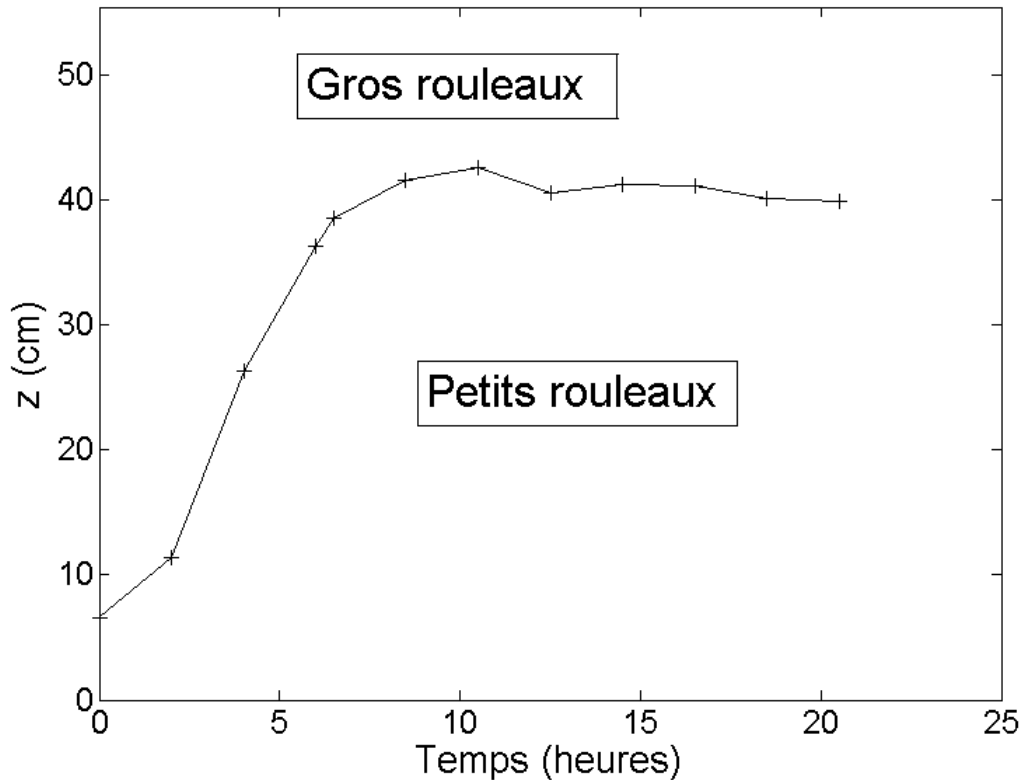


FIGURE 7.10 – $Gr = 2430$, $Ta = 296$, évolution de la position de l'interface entre les deux tailles de rouleaux en fonction du temps.

Nous observons ici un phénomène très lent par rapport à la vitesse de l'écoulement du fluide avec une saturation. Cette saturation de la position du front confirme l'idée que les conditions aux limites influencent le choix d'un mode ou l'autre par le système. En s'approchant de l'extrémité supérieure le front ralentit. La courbe $z(t)$ est normalisée et le temps adimensionné par t_ν , le temps caractéristique de diffusion visqueuse. Puis elle est ajustée à une sigmoïde :

$$\frac{1}{1 + \exp\left(\frac{t' - t_{1/2}}{\tau}\right)} \quad (7.1)$$

Sur la figure 7.11 les paramètres de la courbe ajustée sont $\tau = 120 \pm 20$ et $t_{1/2} = 440 \pm 20$. Le temps caractéristique lié à la progression du front, vaut donc 120 fois le temps de diffusion visqueuse.

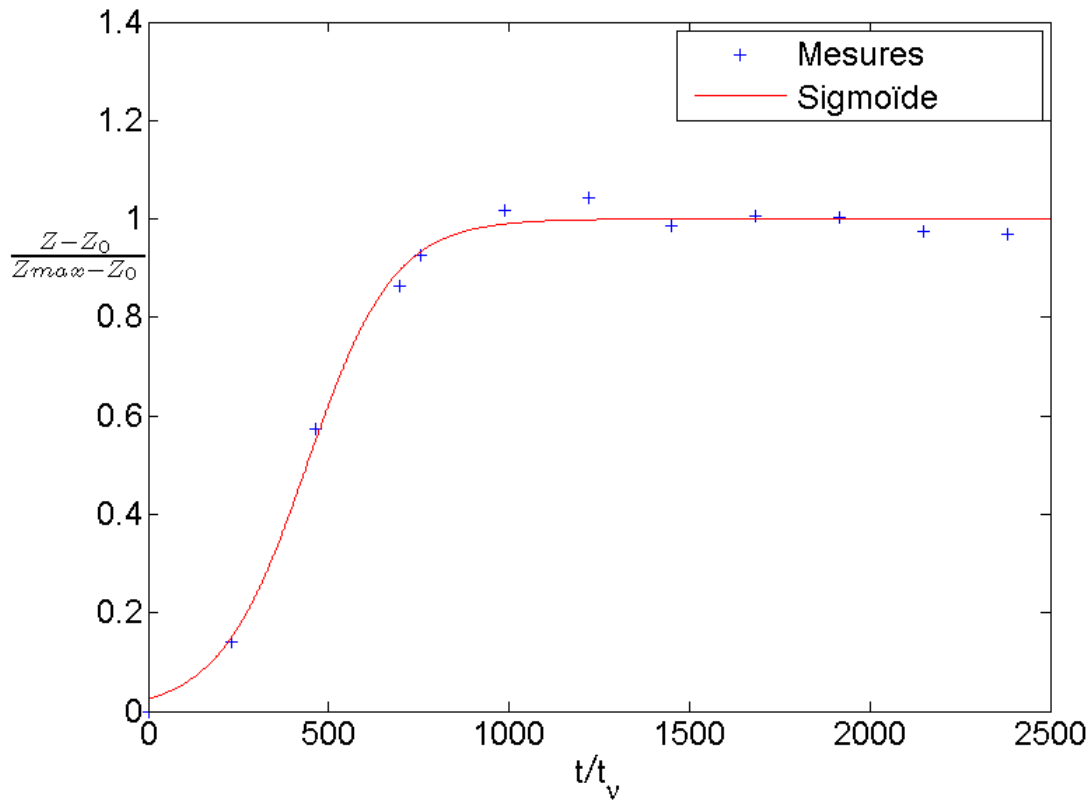


FIGURE 7.11 – Courbe adimensionnée de l'évolution de la position de l'interface entre les deux tailles de rouleaux en fonction du temps comparée à une fonction logistique.

7.2.3.3 Mesures du champ de vitesse

Dans ce même régime nous avons effectué des mesures de PIV, dans deux fenêtres d'observations, en bas du système pour mesurer les petits rouleaux, et en haut du système pour les grands rouleaux. Nous enregistrons 10 s de l'écoulement à 200 Hz. Les champs de vitesse et de vorticité moyennés sur la durée de l'enregistrement sont représentés en figure 7.12.

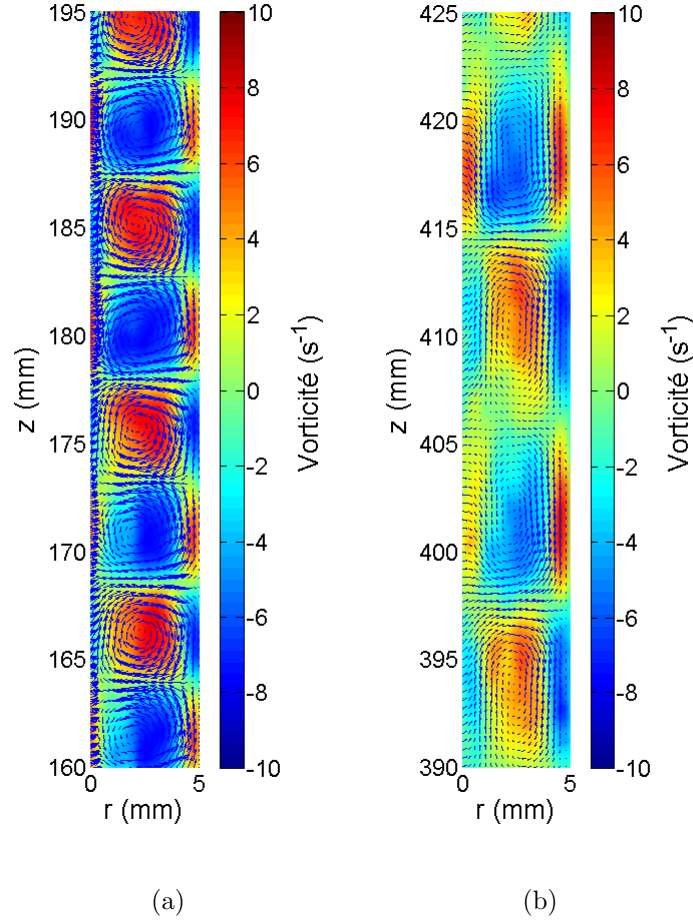


FIGURE 7.12 – Champs de vitesse et vorticité moyennés en temps pour $Gr = 2430$ et $Ta = 296$, (a) en bas du système, petits rouleaux et (a) en haut du système, grand rouleaux.

On observe deux formes de rouleaux bien différentes. En bas du système la structure ressemble beaucoup aux rouleaux de Taylor isothermes. Ce sont des rouleaux contra-rotatifs de forme carrée. L'extension axiale d'un rouleau est définie entre deux points où la vorticité s'annule. La taille moyenne des petits rouleaux est $\lambda_{zb} = 3,9 \pm 0,2$ mm et nous n'avons pas mesuré de différence de taille entre les rouleaux de vorticité positive et les rouleaux de vorticité négative. Le nombre d'onde axial d'une paire de petits rouleaux est $q_{zb}\pi d/\lambda_{zb} = 4 \pm 0,2$, en bon accord avec les visualisations. En haut les rouleaux sont bien plus allongés, de taille moyenne $\lambda_{zh} = 6,5 \pm 0,9$ mm sans différence selon le signe de la vorticité. Le nombre d'onde axial d'une paire de grands rouleaux est $q_{zh}\pi d/\lambda_{zh} = 2,2 \pm 0,2$, là aussi en bon accord avec les visualisations. On remarque que l'écoulement allant de l'intérieur vers l'extérieur entre deux rouleaux est bien plus fort et localisé que l'écoulement allant de l'extérieur vers l'intérieur.

Les données de PIV pour chaque régime sont présentées sous la forme de diagrammes spatiotemporels dans les figures 7.13 et 7.14. Ceux-ci sont construits en prenant les vitesses aux endroits où elles sont les plus grandes. C'est à dire au centre de l'entrefer pour la vitesse radiale présentée en figures 7.13(b) et 7.14(b) et au premier et troisième quart de

l'entrefer pour les vitesses axiales, présentées en figures 7.13(a) et 7.14(a) pour l'intérieur et en figures 7.13(c) et 7.14(c) pour l'extérieur.

Petits rouleaux Nous ne distinguons pas l'ondulation des rouleaux dans ces images. La fréquence mesurée pour les petits rouleaux par la visualisation dans ce régime est de 1,29 Hz, soit une période de 0,8 s qui devrait être visible ici. Mais l'amplitude axiale de l'oscillation estimée en mesurant la hauteur des ondulations sur le diagramme spatiotemporel correspondant (figure 7.4(a)) vaut 1 mm. La résolution spatiale de la PIV de 0,4 mm est insuffisante pour bien distinguer cette ondulation.

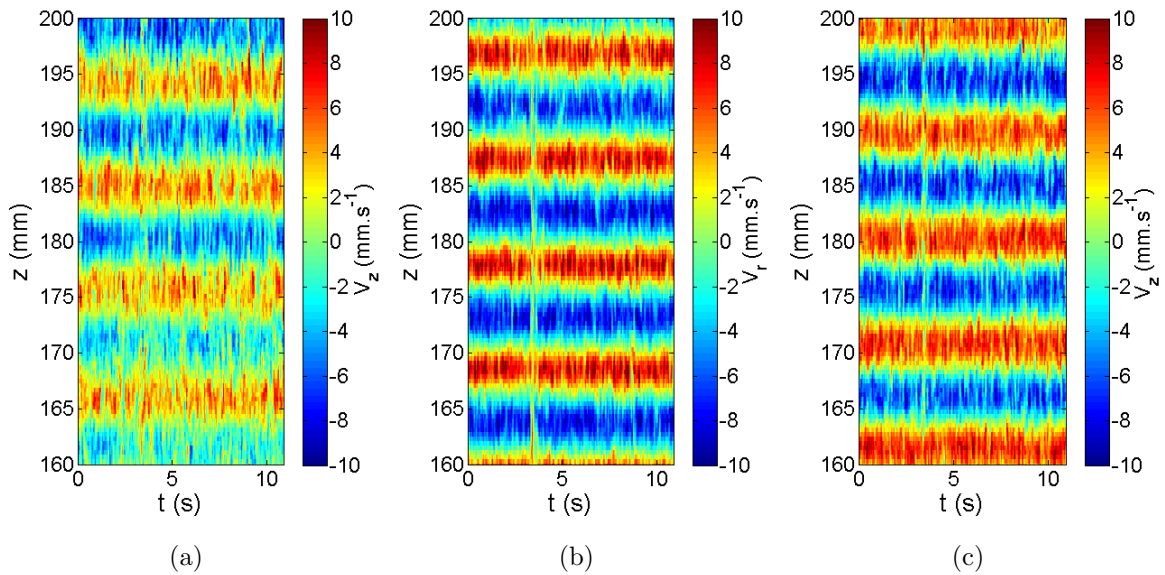


FIGURE 7.13 – Diagrammes spatiotemporels des mesures par PIV en bas du système, $Gr = 2430$ et $Ta = 296$, (a) vitesse axiale à $x = 0.2$, (b) vitesse radiale à $x=0.5$ et (c) vitesse axiale à $x = 0.8$. ($x \equiv r/d$).

Grand rouleaux Les diagrammes spatiotemporels révèlent une structure particulière des rouleaux. L'écoulement radial au centre est très localisé et intense vers l'extérieur mais diffus vers l'intérieur. Les oscillations sont bien visibles dans les écoulements axiaux. D'après la mesure fait par visualisation nous nous attendons à une fréquence de 0,6 Hz soit une période de 1,6 s que l'on retrouve bien ici. L'amplitude axiale estimée à 3 mm est aussi retrouvée.

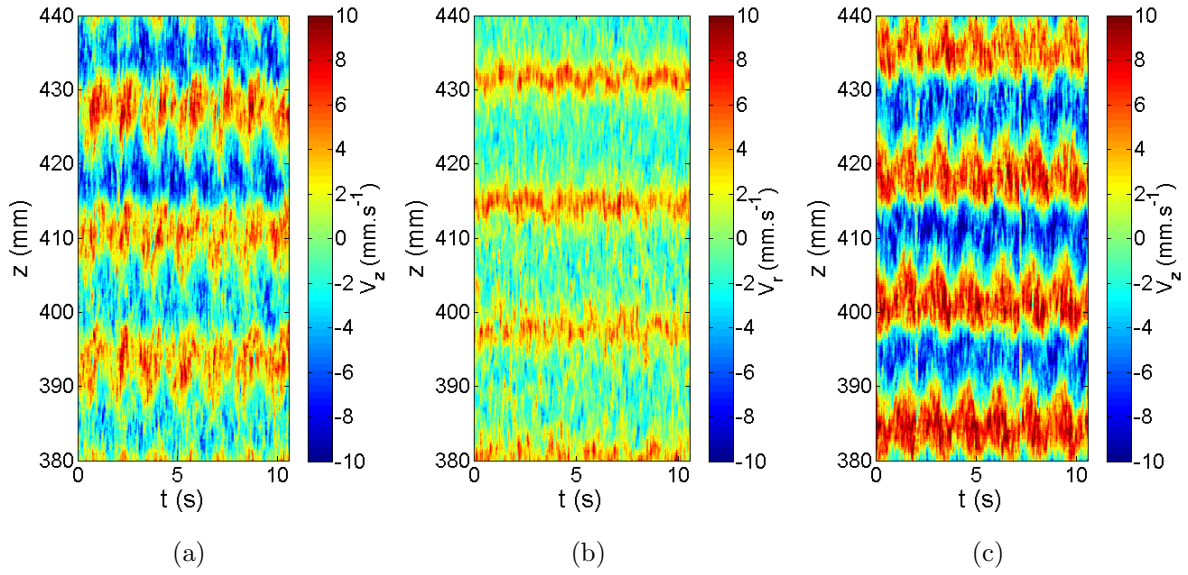


FIGURE 7.14 – Diagrammes spatiotemporels des mesures par PIV en haut du système, $Gr = 2430$ et $Ta = 296$, (a) vitesse axiale à $x = 0.2$, (b) vitesse radiale à $x=0.5$ et (c) vitesse axiale à $x = 0.8$. ($x \equiv r/d$).

7.3 Gradient de température important, $Gr = 10420$

Nous avons fait la même étude avec un plus grand gradient de température, les paramètres de l'état de base sont résumés dans le tableau 7.2

TABLE 7.2 – Paramètres des régimes mesurés.

$T_1(^{\circ}C)$	$T_2(^{\circ}C)$	$T'_1(^{\circ}C)$	$T'_2(^{\circ}C)$	Gr	$T_{moyen}(^{\circ}C)$	Pr
45.5	24.5	44.2	32.8	10420	38.5	4.5

7.3.1 Chemin vers la turbulence

Comme avec un gradient de température modéré, si $Ri > 0,0033$ soit $Ta < 280$ on observe les motifs en hélice, qui ne sont pas le sujet de ce chapitre. Entre $Ta < 280$ et $Ta < 380$ on observe un motif régulier mais ondulant avec plusieurs fréquences semblable à celui vu précédemment (figure 7.15(a)). Le premier pic est situé un peu en dessous de f_m et est plus petit que le second situé un peu au dessus de f_m . On relève ces deux pics. À partir de $Ta = 380$ le motif reste le même mais on observe en plus l'apparition de spots turbulents localisés (figure 7.15(b)).

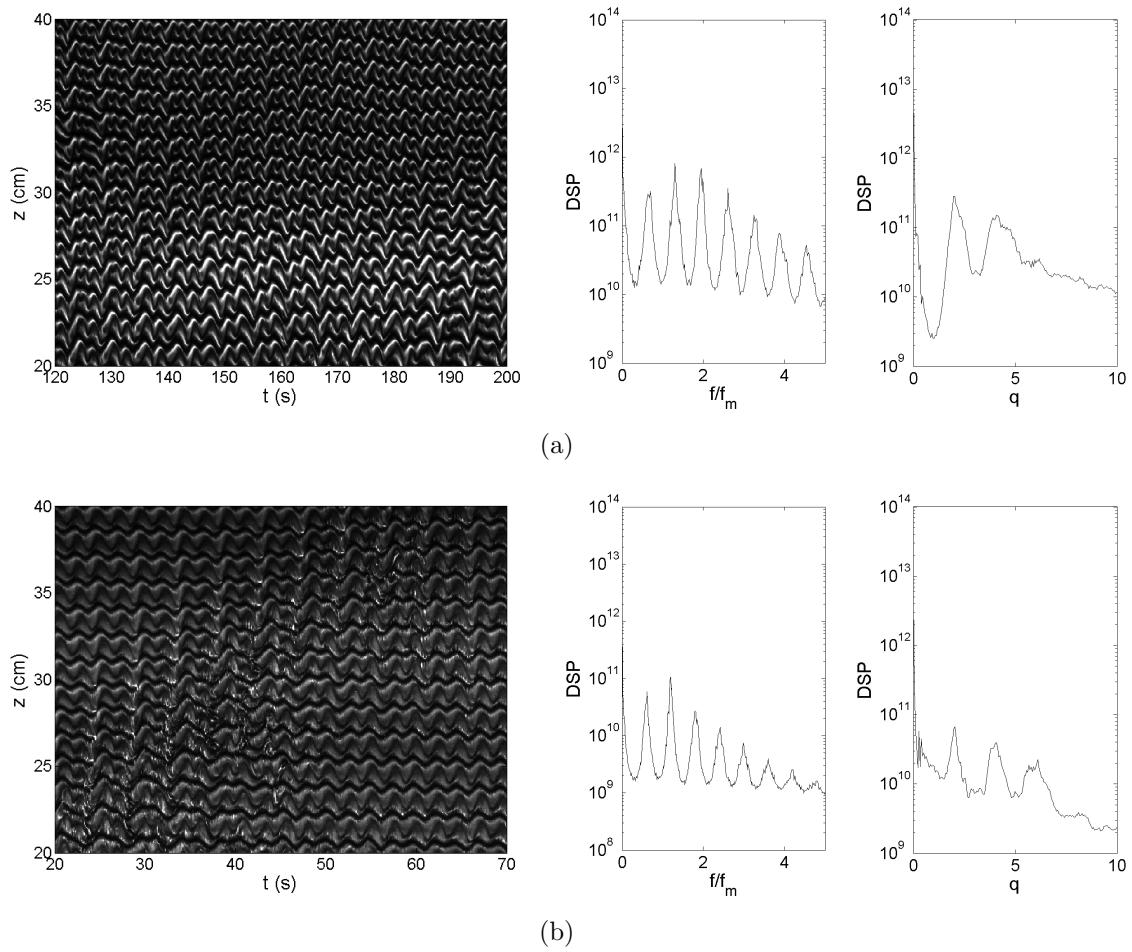


FIGURE 7.15 – Diagrammes spatiotemporels de motifs pour $Gr = 10420$, (a) $Ta = 280$, rouleaux modulés et (b) $Ta = 380$ présence de spots turbulent.

À partir de $Ta = 600$, tout le système est turbulent (figure 7.16(a)). De plus le motif sous-jacent est plus simple, il ne reste qu'une seule fréquence d'ondulation. L'ondulation des rouleaux disparaît à $Ta = 1400$ (figure 7.16(b)) et on arrive alors à un régime de rouleaux turbulents.

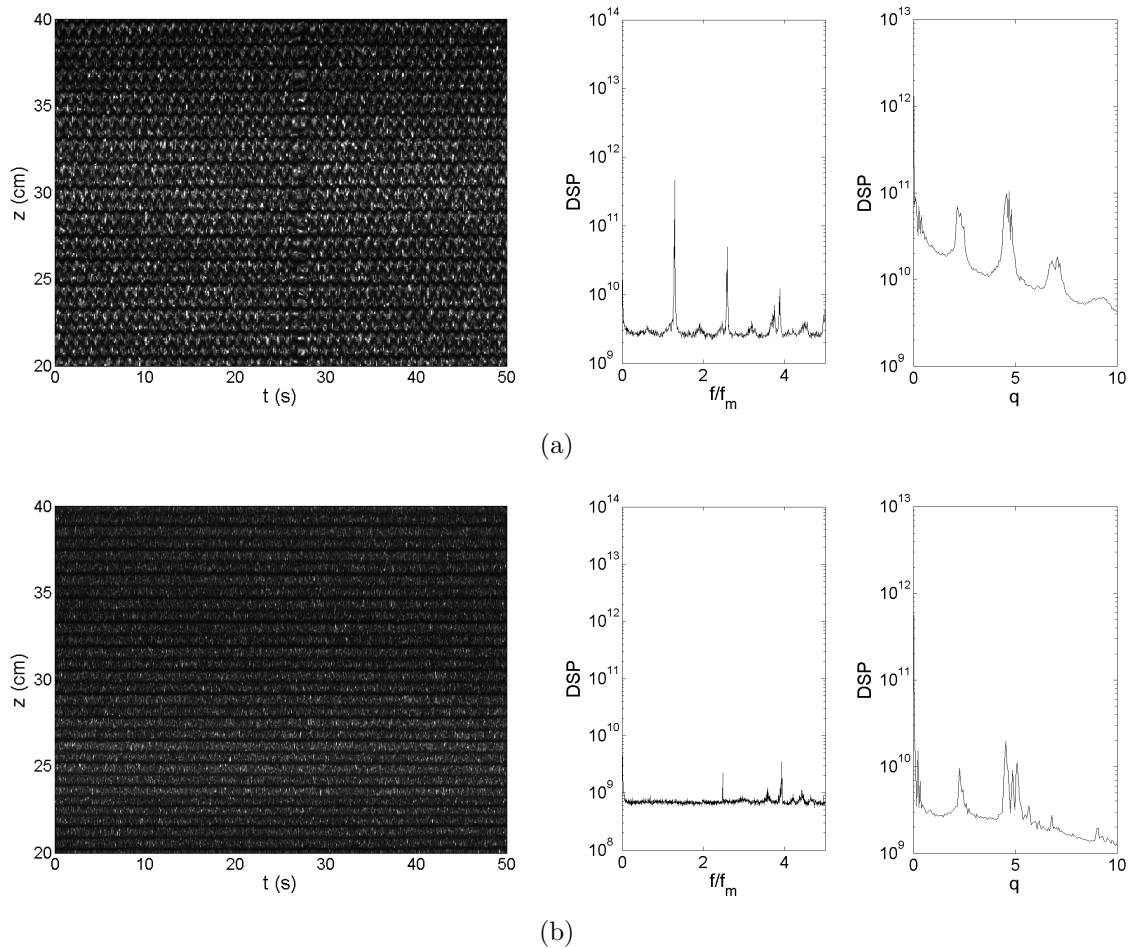


FIGURE 7.16 – Diagrammes spatiotemporels de motifs pour $Gr = 10420$, (a) $Ta = 780$ rouleaux ondulés turbulents et (b) $Ta = 1500$, rouleaux turbulents.

7.3.2 Évolution des caractéristiques spatiotemporelles

Comme précédemment nous avons relevé les pics des spectres spatiaux et temporels pour les différentes valeurs du nombre de Taylor enregistré. L'évolution du nombre d'onde adimensionné est présentée en figure 7.17 et la fréquence adimensionnée par la fréquence de l'écoulement moyen en figure 7.18. Dans les cas où le motif ondule à plusieurs fréquences un second pic est relevé.

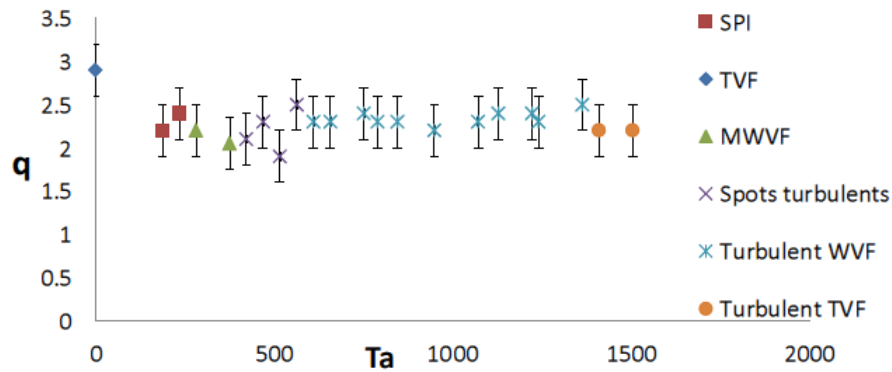


FIGURE 7.17 – $Gr = 10420$, évolution du nombre d'onde adimensionné du motif en fonction du nombre de Taylor.

Le nombre d'onde n'évolue pas, il reste fixé à une valeur autour de 2. C'est la même taille de rouleaux que les rouleaux les plus larges observés précédemment avec un gradient de température plus faible.

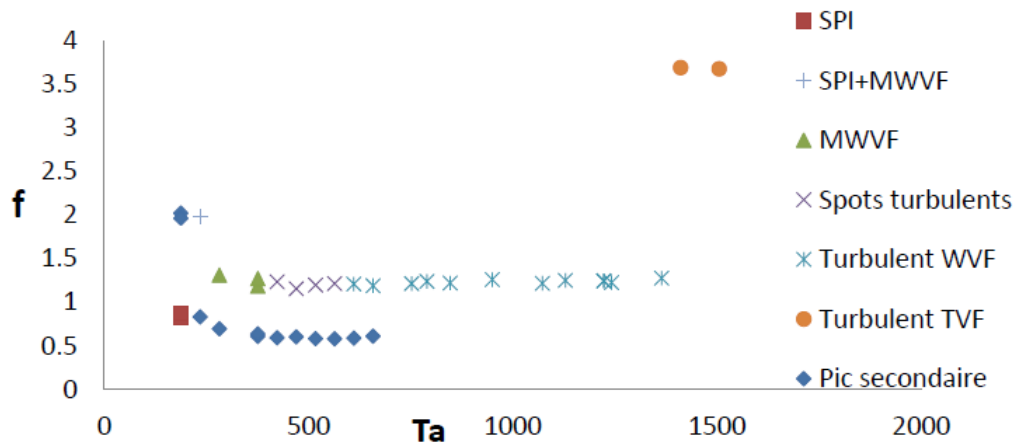


FIGURE 7.18 – $Gr = 10420$, évolution de la fréquence du motif adimensionné par la fréquence de l'écoulement moyen en fonction du nombre de Taylor.

Les motifs spiralés observables juste sous le seuil des motifs toriques ont deux fréquences : la fréquence moyenne de l'écoulement indiquant un nombre d'onde azimutal de 1, et une autre fréquence plus élevée car les spirales ondulent. Les rouleaux toriques ondulent tous légèrement plus vite que la fréquence de l'écoulement moyen jusqu'à $Ta = 1400$ où l'ondulation n'est plus visible sur les diagrammes spatiotemporels. Entre $Ta = 280$ et $Ta = 700$ on note deux fréquences, le motif est modulé à une fréquence plus faible que la fréquence de l'écoulement moyen.

7.4 Résumé

Nous avons étudié les effets d'un gradient radial de température sur l'écoulement de Couette Taylor pour de grands taux de rotations, entre le point où les régimes en spirale bifurquent vers un régime de rouleaux toriques, à $Ri = 0.034$, et le début de la turbulence. Un domaine où le gradient de température est poussé vers les parois où il forme des couches limites thermiques. Nous avons étudié deux valeurs du nombre de Grashof, $Gr_1 = 2430$ et $Gr_2 = 10420$. Pour un nombre de Grashof modéré ($Gr_1 = 2430$), la bifurcation des spirales vers les rouleaux torique a lieu à $Ta = 135$. Le mode formé par cette bifurcation est un mode de rouleaux ondulés d'une taille proche de celle des rouleaux de Taylor. Nous avons observé une seconde bifurcation à $Ta = 250$ où les rouleaux bifurquent soit vers un mode de rouleaux ondulés sensiblement plus petits que les rouleaux de Taylor, soit vers un mode de rouleaux ondulés plus grands que les rouleaux de Taylor. Le choix d'un mode ou l'autre est contraint par les conditions aux limites qui sont différentes en haut et en bas de notre système. Nous avons observé une dynamique de front lente entre les deux domaines se formant dans le système où les rouleaux de petites taille prennent peu à peu la place des rouleaux de grande taille sans jamais les remplacer totalement, il existe une position limite du front. Nous avons réalisé des mesures de champ de vitesse pour caractériser chacun de ces modes. Les petits rouleaux sont similaires à des rouleaux de Taylor, mais ils sont confinés dans un entrefer plus petit entre les couches limites thermiques. Les grand rouleaux sont de forme oblongue et sont caractérisés par un courant fort et confiné de l'intérieur vers l'extérieur mais plus diffus dans l'autre sens. Ce sont les grand rouleaux qui deviennent turbulents en premier à un seuil plus faible que le seuil de la turbulence dans le cas isotherme. Les plus petits rouleaux deviennent aussi turbulent avant ce seuil.

Pour un nombre de Grashof élevé ($Gr_1 = 10420$) nous n'avons observé qu'un seul mode. Ce mode a les mêmes caractéristiques que les grands rouleaux observés à Gr_1 , avec une ondulation régulière. La turbulence apparaît sur ce mode de manière progressive. Nous avons pu observer un régime de spots turbulents localisés spatialement. Le seuil de la turbulence est aussi plus faible que dans le cas isotherme. Nous avons de plus observé de la turbulence alors que le motif sous-jacent ondule toujours.

TABLE 7.3 – Récapitulatif.

Domaine	Résultats
$Gr = 2430$	<ul style="list-style-type: none"> - Seuil de la turbulence abaissé par le gradient radial de température. - Coexistence de deux modes de rouleaux de tailles différentes. - Déplacement lent du front entre ces deux modes.
$Gr = 10420$	<ul style="list-style-type: none"> -Seuil de la turbulence abaissé par le gradient radial de température. - Seul le mode avec les plus grands rouleaux subsiste.

Conclusion

Cette thèse est la poursuite d'études expérimentales réalisés au LOMC et s'étalant sur plusieurs années sur un dispositif de Couette-Taylor avec un grand rapport d'aspect et un rapport des rayons intermédiaire. Ce système est soumis à un gradient radial de température et à la rotation du cylindre intérieur. Le fluide est caractérisé par son nombre de Prandtl. L'écoulement de base du système est la superposition d'un écoulement de Couette circulaire, caractérisé par le nombre de Taylor, et un écoulement de convection vertical, caractérisé par le nombre de Grashof. Cet écoulement de base se déstabilise et un écoulement secondaire se forme pour certaines valeurs des paramètres de contrôle. En faisant varier le nombre de Grashof et le nombre de Taylor et en observant la réponse du système, un diagramme de stabilité décrivant les domaines d'existence de différents états du système a été construit. Ce diagramme est comparé avec le résultat d'analyses de stabilité linéaire de l'écoulement de base qui prévoit la forme et le seuil de la première instabilité du système. Nous avons complété ce diagramme en analysant trois zones.

Premièrement nous avons recherché le seuil de la première instabilité lorsque le nombre de Grashof est très faible, inférieur à 50. Cette recherche est motivé par le fait que l'analyse de stabilité linéaire prévoit que le motif critique consiste en rouleaux axysymétriques jusqu'à un nombre de Grashof fini puis devient un mode en spirale pour des nombres de Grashof supérieurs. Nous avons confirmé expérimentalement cette propriété en utilisant un fluide très visqueux afin de pouvoir atteindre des valeurs suffisamment faibles du nombre de Grashof. Nous avons aussi déterminé le seuil et les paramètres critique des états spiralés pour de grands nombres de Grashof. D'après l'analyse de stabilité linéaire, le seuil devient indépendant du nombre de Grashof au delà de $Gr = 1500$. Nous avons constaté une faible augmentation du nombre de Taylor critique avec le nombre de Grashof. Cette augmentation peut être attribuée soit à la présence d'un gradient de température vertical, soit à la diminution du nombre de Prandtl. Enfin le système se déstabilise indépendamment de la rotation à partir de $Gr_{exp} = 10420$ pour former des rouleaux axisymétriques propagatifs. Ce seuil expérimental, indépendant du taux de rotation, est un peu plus grand que le seuil de ce mode hydrodynamique déterminé par l'analyse linéaire du régime de conduction, $Gr_{cth} = 8000$. Il existe un point où se croisent les seuils du motif spiralé et du mode hydrodynamique, $Gr_{exp} = 10420$ et $Ta_c = 17$. C'est un point de codimension deux au delà duquel les deux écoulements secondaires sont présents et coexistent.

Nous avons montré par des mesures de champs de température et de vitesse que dans notre système expérimental, un gradient de température vertical se met en place pour des nombres de Grashof supérieurs à 5000 ou inférieurs à -1500 . La présence de ce gradient vertical explique la différence constatée entre Gr_{exp} et Gr_{cth} .

Nous avons étudié plus en détail le motif des spirales juste au dessus du seuil de l'instabilité pour de grands gradients de température. Au seuil l'écoulement secondaire est une ondulation similaire à une onde de Kelvin-Helmoltz modulée en amplitude et formant ainsi un paquet d'ondes inclinées se propageant dans la direction azimutale. Nous avons observé juste au dessus du seuil une déstabilisation de cette spirale modulée menant à l'apparition d'un autre motif, une onde solitaire beaucoup plus intense que la spirale modulée. La position de cette onde dépend du sens du gradient de température. Elle se trouve en haut quand le cylindre intérieur est le plus chaud et en bas dans le cas contraire. Son angle d'inclinaison est légèrement plus petit que celui de la spirale modulée. Nous avons observé cette onde se propager plus rapidement que l'onde modulée et interagir avec elle. L'analyse de cette interaction montre que la spirale modulée est formée de l'addition linéaire de deux modes d'ondes ayant des fréquences proches. Nous avons réalisé des mesures de champs de température et de vitesse de cette onde solitaire et mesuré ses dimensions et sa forme. Au passage de la perturbation, l'interface entre le fluide chaud montant et le fluide froid descendant ondule. L'onde solitaire a la même forme que la spirale modulée mais est beaucoup plus intense. Le champ de vitesse axial au centre de l'entrefer prend la forme d'un courant chaud ascendant allant à la rencontre d'un courant froid descendant, la vitesse radiale restant très faible. Nous en déduisons que le champ de vitesse azimutal, que nous ne pouvons pas mesurer directement est notablement perturbé. Nous avons comparé le profil de vitesse axiale avec des dérivées de modèles de soliton, avec dans l'idée que la vitesse dérive d'une grandeur, l'énergie mécanique ou un potentiel des vitesses, qui se comporte comme un soliton. On obtient une très bonne superposition du profil de vitesse avec un modèle de soliton gaussien.

Nous avons aussi exploré le domaine des taux de rotation importants, défini entre le point où le mode spirale transite vers un mode de rouleaux toriques et le début de la turbulence. L'effet du gradient radial de température dans ce domaine est loin d'être marginal bien qu'il soit confiné près des parois dans des couches limites thermiques. En effet les modes observés en présence d'un gradient de température sont bien différents du mode des rouleaux isothermes même au delà de l'apparition de la turbulence. Pour un gradient de température modéré il existe deux modes stables distincts présents simultanément dans le système. Un premier mode a la forme de rouleaux de Taylor ondulés et confinés dans un espace réduit par les couches limites thermiques. Le second mode est constitué de rouleaux ovales ondulés. Ces rouleaux ovales sont asymétriques, le courant dirigé vers l'extérieur des cylindres est plus intense et confiné dans la direction axiale que le courant retour. L'évolution des nombres d'onde en fonction du nombre de Taylor suggère que ces modes sont issus d'une bifurcation fourche où un mode de rouleaux similaires à des rouleaux de Taylor devient instable et laisse la place à ces deux nouveaux modes. Ce sont des conditions aux limites différentes en haut et en bas du système, plus favorables à l'un ou l'autre mode qui entraînent la présence simultanée des deux modes dans le système dans deux domaines séparés par un front. Nous avons observé un déplacement très lent de ce front au cours du temps, le temps caractéristique de ce déplacement est 120 fois plus long que le temps de diffusion visqueuse et le front atteint une position limite après plusieurs heures. Pour un très grand gradient de température, seul le mode des rouleaux ovales est observé. Ce mode de rouleaux ovales devient turbulent en conservant son ondulation,

phénomène inexistant dans le cas isotherme où l'ondulation des rouleaux disparaît avec l'apparition de la turbulence.

L'ensemble de ces résultats soulève un certain nombre de questions, la différence de comportement du gradient de température vertical en fonction du signe du nombre de Grashof reste inexplicée. L'onde solitaire est un motif particulièrement intéressant, des informations utiles en vue de construire un modèle théorique pourraient être obtenues en analysant le mode transitoire où la spirale modulée se déstabilise pour former l'onde solitaire. Une telle étude nécessite de pouvoir suivre la progression du motif tout au long de l'azimut. Il faudrait aussi mesurer la perturbation du champ de vitesse azimutal. Il peut être aussi intéressant de déterminer les domaines d'existence des modes observés pour des grands nombres de Taylor et déterminer jusqu'à quel nombre de Grashof le mode des petits rouleaux existe.

Bibliographie

- [1] G. I. Taylor. Stability of a viscous liquid contained between two rotating cylinders. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical or Physical Character*, **223**(605-615):289–343, 1923.
- [2] Randall Tagg. A guide to literature related to the Taylor-Couette problem. In C. David Andereck and F. Hayot, editors, *Ordered and Turbulent Patterns in Taylor-Couette Flow*, volume **297** of *NATO ASI Series*, pages 303–354. Springer US, 1992.
- [3] C. D. Andereck, S. S. Liu, and H. L. Swinney. Flow regimes in a circular Couette system with independently rotating cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, **164**:155–183, 1986.
- [4] S. T. Wereley and R. M. Lueptow. Spatio-temporal character of non-wavy and wavy Taylor-Couette flow. *Journal of Fluid Mechanics*, **364**:59–80, 1998.
- [5] A. Brandstater and H. L. Swinney. Strange attractors in weakly turbulent Couette-Taylor flow. *Phys. Rev. A*, **35**:2207–2220, Mar 1987.
- [6] B. Eckhardt, S. Grossmann, and D. Lohse. Torque scaling in turbulent Taylor-Couette flow between independently rotating cylinders. *Journal of Fluid Mechanics*, **581**:221–250, 5 2007.
- [7] A. Tsameret and V. Steinberg. Convective vs. absolute instability in Couette-Taylor flow with an axial flow. *EPL (Europhysics Letters)*, **14**(4):331, 1991.
- [8] C. Hoffmann, M. Lücke, and A. Pinter. Spiral vortices and Taylor vortices in the annulus between rotating cylinders and the effect of an axial flow. *Phys. Rev. E*, **69**(5):056309, May 2004.
- [9] G. Baier and M. D. Graham. Two-fluid Taylor–Couette flow: Experiments and linear theory for immiscible liquids between corotating cylinders. *Physics of Fluids*, **10**(12):3045–3055, 1998.
- [10] A. Groisman and V. Steinberg. Solitary vortex pairs in viscoelastic Couette flow. *Phys. Rev. Lett.*, **78**(8):1460–1463, Feb 1997.
- [11] A. Groisman and V. Steinberg. Mechanism of elastic instability in Couette flow of polymer solutions: Experiment. *Physics of Fluids*, **10**(10):2451–2463, 1998.

- [12] R. E. Khayat. Finite-amplitude Taylor-vortex flow of viscoelastic fluids. *Journal of Fluid Mechanics*, **400**:33–58, 1999.
- [13] G. K. Batchelor. Heat transfer by free convection across a closed cavity between vertical boundaries at different temperature. *Q. Appl. Math.*, **12**:209–233, 1954.
- [14] I. G. Choi and S. A. Korpela. Stability of the conduction regime of natural convection in a tall vertical annulus. *Journal of Fluid Mechanics*, **99**:725–738, 7 1980.
- [15] R. F. Bergholz. Instability of steady natural convection in a vertical fluid layer. *Journal of Fluid Mechanics*, **84**:743–768, 1 1978.
- [16] R. W. Thomas and G. de Vahl Davis. Natural convection in annular and rectangular cavities : a numerical study. *4th Intl Heat Transf. Conf.*, 1970.
- [17] E.R.G. Eckert and W. O. Carlson. Natural convection in an air layer enclosed between two vertical plates with different temperatures. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **2**(1-2):106 – 110, IN3, 111–120, 1961.
- [18] J. W. Elder. Laminar free convection in a vertical slot. *Journal of Fluid Mechanics*, **23**(01):77–98, 1965.
- [19] K. Gotoh and J. Mizushima. The stability of convection between two parallel vertical walls. *Journal of the Physical Society of Japan*, **34**(5):1408–1413, 1973.
- [20] R.V. Birikh, G.Z. Gershuni, E.M. Zhukhovitskii, and R.N. Rudakov. Stability of the steady convective motion of a fluid with a longitudinal temperature gradient. *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, **33**(6):937 – 947, 1969.
- [21] M. E. Ali and G. B. McFadden. Linear stability of cylindrical Couette flow in the convection regime. *Physics of Fluids*, **17**(5):054112, 2005.
- [22] A. Bahloul. *Étude numérique des instabilités dans un canal courbe avec un gradient radial de température*. PhD thesis, Université du Havre, 1997.
- [23] H. Riecke and H.-G. Paap. Perfect wave-number selection and drifting patterns in ramped Taylor vortex flow. *Phys. Rev. Lett.*, **59**:2570–2573, Nov 1987.
- [24] N. Mukolobwicz, A. Chiffaudel, and F. Daviaud. Supercritical Eckhaus instability for surface-tension-driven hydrothermal waves. *Phys. Rev. Lett.*, **80**:4661–4664, May 1998.
- [25] F. Kreith. Convection heat transfer in rotating systems. *Advances in heat transfer*, **5**:129–251, 1968.
- [26] J. Kaye and E.C. Elgar. *Modes of Adiabatic and Diabatic Fluid Flow in an Annulus with an Inner Rotating Cylinder*. Report (Massachusetts Institute of Technology. Research Laboratory of heat transfer in electronics). M.I.T. Research Laboratory of Heat Transfer in Electronics, 1957.

- [27] F. C. Haas and A. H. Nissan. Experimental heat transfer characteristics of a liquid in Couette motion and with Taylor vortices. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, **261**(1305):215–226, 1961.
- [28] H. A. Snyder and S. K. F. Karlsson. Experiments on the stability of Couette motion with a radial thermal gradient. *Physics of Fluids*, **7**(10):1696–1706, 1964.
- [29] K. S. Ball and B. Farouk. A flow visualization study of the effects of buoyancy on Taylor vortices. *Physics of Fluids A: Fluid Dynamics*, **1**(9):1502–1507, 1989.
- [30] M. Ali and P. D. Weidman. On the stability of circular Couette flow with radial heating. *Journal of Fluid Mechanics*, **220**:53–84, 1990.
- [31] D.-C. Kuo and K. S. Ball. Taylor–Couette flow with buoyancy: Onset of spiral flow. *Physics of Fluids*, **9**(10):2872–2884, 1997.
- [32] H. N. Yoshikawa, M. Nagata, and I. Mutabazi. Instability of the vertical annular flow with a radial heating and rotating inner cylinder. *Physics of Fluids (1994-present)*, **25**(11):–, 2013.
- [33] G. Gauthier, P. Gondret, and M. Rabaud. Motions of anisotropic particles: Application to visualization of three-dimensional flows. *Physics of Fluids*, **10**(9):2147–2154, 1998.
- [34] R. Guillermin. *Étude expérimentale des instabilités thermo-hydrodynamiques dans un système de Couette-Taylor*. PhD thesis, Université du Havre, 2010.
- [35] V. Lepiller. *Étude expérimentale des instabilités hydro-thermiques dans un anneau cylindrique vertical de Couette-Taylor soumis à un gradient radial de température*. PhD thesis, Université du Havre, 2006.
- [36] S.J. Prinsenberg and M. Rattray Jr. Effects of continental slope and variable bruntväsälä frequency on the coastal generation of internal tides. *Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts*, **22**(4):251 – 263, 1975.
- [37] J. Stasiek. Thermochromic liquid crystals and true colour image processing in heat transfer and fluid-flow research. *Heat and Mass Transfer*, **33**(1-2):27–39, 1997.
- [38] F. Reinitzer. Beiträge zur kenntniss des cholesterins. *Monatshefte für Chemie und verwandte Teile anderer Wissenschaften*, **9**(1):421–441, 1888.
- [39] D. Dabiri. Digital particle image thermometry/velocimetry: a review. *Experiments in Fluids*, **46**(2):191–241, 2009.
- [40] G. Friedel. Les états mésomorphes de la matière. *Annales de physique*, **18**(S):273–474, 1922.
- [41] L.C.R. Hallcrest. Hallcrest handbook of thermochromic liquid crystal technology. <http://hallcrest.com/randt.cfm>, 1991.

- [42] M. Raffel, C.E. Willert, S.T. Wereley, and J. Kompenhans. *Particle Image Velocimetry : a practical guide*. Springer, 1998.
- [43] N. Abdullah, A. R. Abu Talib, A. A. Jaafar, M. A. Mohd Salleh, and W. T. Chong. The basics and issues of thermochromic liquid crystal calibrations. *Experimental Thermal and Fluid Science*, **34**(8):1089 – 1121, 2010.
- [44] M.R. Anderson and JW. Baughn. Liquid-crystal thermography: Illumination spectral effects. part 1 : Experiments. *J. Heat Transfer*, **127**(6):581–587, 2005.
- [45] M.R. Anderson and JW. Baughn. Liquid-crystal thermography: Illumination spectral effects. part 2 : Theory. *J. Heat Transfer*, **127**(6):588–597, 2005.
- [46] J.L. Hay and D.K. Hollingsworth. Calibration of micro-encapsulated liquid crystals using hue angle and a dimensionless temperature. *Experimental Thermal and Fluid Science*, **18**(3):251 – 257, 1998.
- [47] R. Wiberg and N. Lior. Errors in thermochromic liquid crystal thermometry. *Review of Scientific Instruments*, **75**(9):2985–2994, 2004.
- [48] Jr Kodzwa, P. M. and J. K. Eaton. Angular effects on thermochromic liquid crystal thermography. *Experiments in Fluids*, **43**(6):929–937, 2007.
- [49] I. Kimura, T. Hyodo, and M. Ozawa. Temperature and velocity measurement of a 3-D thermal flow field using thermo-sensitive liquid crystals. *J. Vis.*, **1**(2):145–152, April 1998.
- [50] N. Akino, T. Kunugi, M. Ueda, and A. Kurosawa. Liquid crystal thermometry based on automatic color evaluation and applications to measure turbulent heat transfer. In *Transport Phenomena in Turbulent Flows*, pages 807–820. 1988.
- [51] H. Huang, D. Dabiri, and M. Gharib. On errors of digital particle image velocimetry. *Measurement Science & Technology*, **8**:1427–1440, 1997.
- [52] N.E. Dorsey. *Properties of Ordinary Water-substance: In All Its Phases: Water-vapor, Water, and All the Ices*. ACS monograph. Hafner Publishing Company, 1968.
- [53] L. W. Bosart and A. O. Snoddy. Specific gravity of glycerol1. *Industrial and Engineering Chemistry*, **20**(12):1377–1379, 1928.
- [54] O. K. Bates. Binary mixtures of water and glycerol - thermal conductivity of liquids. *Industrial and Engineering Chemistry*, **28**(4):494–498, 1936.
- [55] O. Czarny, E. Serre, P. Bontoux, and R. M. Lueptow. Ekman vortices and the centrifugal instability in counter-rotating cylindrical Couette flow. *Theoretical and Computational Fluid Dynamics*, **18**(2-4):151–168, 2004.
- [56] T. B. Benjamin. Bifurcation phenomena in steady flows of a viscous fluid. i. theory. *Proceedings of the Royal Society of London. A. Mathematical and Physical Sciences*, **359**(1696):1–26, 1978.

- [57] G. Ahlers and D. S. Cannell. Vortex-front propagation in rotating Couette-Taylor flow. *Phys. Rev. Lett.*, **50**:1583–1586, May 1983.
- [58] V. Sobolik, B. Izrar, F. Lusseyran, and S. Skali. Interaction between the ekman layer and the Couette-Taylor instability. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, **43**(24):4381 – 4393, 2000.
- [59] P. Le Quéré and J. Pécheux. Numerical simulations of multiple flow transitions in axisymmetric annulus convection. *Journal of Fluid Mechanics*, **206**:517–544, 9 1989.
- [60] A. Bahloul, I. Mutabazi, and A. Ambari. Codimension 2 points in the flow inside a cylindrical annulus with a radial temperature gradient. *The European Physical Journal - Applied Physics*, **9**:253–264, 3 2000.
- [61] P. T. S. Alencar J. F. de Souza J. E. de Oliveira M. Cattani A. B. Nassar, J. M. F. Bassalo. Gaussian solitons in nonlinear Schrödinger equation. *Il Nuovo Cimento B*, **117**:941–946, 2002.
- [62] C. M. Khalique and A. Biswas. Gaussian soliton solution to nonlinear Schrödinger equation with log-law nonlinearity. *International Journal of Physical Sciences*, **5**:280–282, 2010.
- [63] A. Biswas and D. Milovic. Optical solitons with log-law nonlinearity. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, **15**(12):3763–3767, 2010.

Résumé

Nous avons étudié expérimentalement la stabilité de l'écoulement d'un fluide confiné entre deux cylindres coaxiaux et mis en mouvement par deux actions distinctes : la rotation du cylindre intérieur et la convection naturelle générée par un gradient radial de température. Ce dispositif appelé système de Couette-Taylor est un système modèle permettant d'étudier le comportement des instabilités centrifuges auxquelles on ajoute ici un effet thermique. Nous avons étudié la structure de l'écoulement révélée par du Kalliroscope et effectué des mesures des champs de température et de vitesse à l'aide de cristaux liquides thermo-chromiques. Dans le cas où le cylindre intérieur n'est pas encore mis en rotation, nous avons mis en évidence la formation d'un gradient vertical de température lorsque le gradient de température radial est grand. Ce gradient vertical a une influence sur le seuil de la première instabilité du système avec rotation, nous avons en effet constaté une déviation entre nos mesures et le seuil calculé par une analyse de stabilité linéaire pour les plus grands gradients de température imposés. Nous avons en particulier étudié le motif d'ondes modulées formé par la déstabilisation de l'écoulement de base pour de grands gradients de température. Une très faible augmentation de la rotation du cylindre intérieur suffit à le déstabiliser et une unique vague localisée beaucoup plus intense que l'onde modulée apparaît alors. Nous avons aussi étudié le domaine des grands taux de rotation et constaté que le gradient de température radial a toujours une influence importante sur l'écoulement même si la convection confine ce gradient dans des couches limites thermiques.

Abstract

We performed an experimental investigation of the stability of the flow confined between two coaxial cylinders and produced by two distinct actions: the rotation of the inner cylinder and the natural convection generated by a radial temperature gradient. In other words, thermal effects are added to the Couette-Taylor system, which is a good prototype for the study of centrifugal instabilities. We studied the flow pattern which are revealed by Kalliroscope and performed temperature and velocity fields measurement using thermo-chromic liquids crystals. With the inner cylinder at rest, we showed that a vertical temperature gradient is produced when the radial temperature gradient is large enough. This vertical gradient affects the threshold of the first instability with inner cylinder rotation. We observed a slight discrepancy between our measurements and the threshold calculated with a linear stability analysis for the largest applied temperature gradients. We studied especially the modulated wave pattern arising from the destabilization of the base state for large temperature gradients. A very small increase of the inner cylinder rotation destabilizes this pattern and a solitary localized wave much more intense than the modulated spiral appears. We also studied the high rotation rates domain and found that the radial temperature gradient still affects the flow even if the temperature gradient is confined in thermal boundary layers due to the convection.