



**HAL**  
open science

# Evaluation structurale des murs de soutènement en maçonnerie

Benjamin Terrade

► **To cite this version:**

Benjamin Terrade. Evaluation structurale des murs de soutènement en maçonnerie. Génie civil. Université Paris-Est, 2017. Français. NNT : 2017PESC1203 . tel-01794727

**HAL Id: tel-01794727**

**<https://theses.hal.science/tel-01794727>**

Submitted on 17 May 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# UNIVERSITÉ — — PARIS-EST

Thèse présentée pour obtenir le grade de  
**Docteur de l'Université Paris-Est**

Spécialité : Génie Civil

par

**Benjamin TERRADE**

École Doctorale : SCIENCES, INGÉNIERIE ET ENVIRONNEMENT

## *Évaluation structurale des murs de soutènement en maçonnerie*

Thèse soutenue 15 décembre 2017 devant le jury composé de :

M. Claude BOUTIN	HDR, Professeur, ENTPE	<i>Rapporteur</i>
M. Samir MAGHOUS	Professeur, Université Rio Grande do Sul	<i>Rapporteur</i>
Mme. Anne-Sophie COLAS	ITPE, Ifsttar	<i>Examineur, encadrant</i>
M. Gianmarco DE FELICE	Professeur, Université de Rome III	<i>Examineur</i>
M. Denis GARNIER	Chargé de recherche, ENPC	<i>Examineur, encadrant</i>
M. Patrick DE BUHAN	Professeur, IGPEF, ENPC	<i>Directeur de thèse</i>
M. Jean-Claude MOREL	Professeur, Université de Coventry	<i>Directeur de thèse</i>





## Évaluation structurale des murs de soutènement en maçonnerie.

---

### Résumé :

Partout où la pierre est facilement disponible, on trouve des constructions en maçonnerie de pierre. Suivant les coutumes et les usages, les blocs de pierres sont assemblés bruts, simplement ébauchés ou parfaitement taillés, avec ou sans l'ajout d'un liant. Supplantée par le béton dans les constructions neuves depuis le milieu du XX<sup>e</sup> siècle, les ouvrages en maçonnerie demeurent majoritaires dans le patrimoine bâti français, un patrimoine qu'il convient d'entretenir rationnellement. L'objectif de ce travail de thèse est de poursuivre l'élaboration d'un cadre scientifique rigoureux et opérationnel afin de donner aux décideurs et aux gestionnaires les outils nécessaires pour mener à bien leur mission. Nous proposons ici deux outils d'évaluation de la stabilité d'ouvrages de soutènement en maçonnerie basés sur l'utilisation conjointe du calcul à la rupture avec des méthodes d'homogénéisation. Dans un premier temps, nous mettons d'abord au point un outil analytique permettant de dimensionner des ouvrages neufs ou d'évaluer la stabilité d'ouvrages peu déformés. Cet outil permet également de dimensionner des solutions de renforcement par clouage lorsque cela est jugé nécessaire. Dans un deuxième temps, nous implémentons cet outil dans un code numérique afin de lui donner la souplesse nécessaire à l'étude d'ouvrages non-conventionnels, de grandes taille ou fortement pathologique. Enfin, nous mettons en œuvre plusieurs campagnes expérimentales qui nous fournissent les données nécessaires à la validation de ces modèles de calcul.

**Mots-clés :** maçonnerie de pierre, mur de soutènement, calcul à la rupture, renforcement par clouage, optimisation quadratique, approche expérimentale.

---

## Structural assessment of masonry earth retaining walls.

---

### Abstract :

Wherever stone is readily available, we encounter stone masonry buildings. Depending on customs or dedicated use, the blocks are used raw, lightly faced or perfectly cut, with or without the use of mortar. Although concrete has replaced masonry in new construction for some decades, the better part of the French built heritage is made of masonry, an heritage we are responsible for. This works aims at contributing to create a reliable scientific frame for that purpose. This thesis uses the yield design theory alongside with homogenisation techniques to study the stability of stone masonry earth retaining walls. First, we provide an analytical tool suitable for designing new structures or assessing the stability of existing ones that are still in good shape. Should it be needed, this tools allows for the design of a strengthening solution based on soil-nailing. Then, we implement it in a finite element code to give it the versatility required to study unconventional structures or structures badly damaged. We then present several experimental campaigns aiming at validating the proposed tools.

**Key words :** stone masonry, retaining wall, yield design, soil-nailing, second order cone programming, experimental method.

---



# Remerciements

Ce mémoire signé de mon nom n'est pas le fruit d'un travail solitaire. Pendant ces trois ans, une multitude de personnes m'ont aidé, conseillé, encouragé, épaulé, formé. Je tâche ici de les remercier.

Je remercie tout d'abord M. Gianmarco de Felice de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse. Je remercie M. Samir Maghous et M. Claude Boutin d'avoir accepté de rapporter mon travail, de l'avoir fait avec un très grand sérieux et un non moins grand soin et de m'avoir prodigué leurs conseils éclairés.

Toute ma gratitude va vers les personnes qui m'ont encadré au long de cette thèse. Je remercierai tout d'abord M. Patrick de Buhan et M. Jean-Claude Morel pour avoir dirigé ce travail. Je tiens à remercier tout particulièrement Mme Anne-Sophie Colas et M. Denis Garnier, eux qui m'ont supporté au quotidien, pour leur très grande disponibilité, leurs conseils toujours avisés et leurs grandes qualités humaines. Je ne méritai pas de bénéficier d'un encadrement d'une telle qualité. Vous m'avez guidé sans autoritarisme, vous m'avez conseillé sans manipulation ; vous m'avez laissé libre de mes faits et gestes tout en m'indiquant la direction, vous m'avez enseigné par votre exemple. Pour cela et pour tout le reste, pour ce que j'oublie et pour ce que je tais, merci.

Je remercie M. Jean-François Seignol de m'avoir accueilli au sein du laboratoire SDOA et de m'avoir permis de mener mon travail de doctorat dans des conditions optimales, puis M. Pierre Argoul après son accession à la direction du laboratoire SDOA. Je remercie également M. Pierre Marchand et M. Renaud-Pierre Martin, du laboratoire EMMS, de m'avoir accueilli au sein du laboratoire EMMS et de m'avoir laissé les coudées franches pour préparer ma soutenance. Je remercie chaleureusement Mme Minh Orcési, Mme Marie-Josèphe Duboc et Mme Valérie Fournier pour leur professionnalisme et l'efficacité inégalée qu'elles manifestent à résoudre tout problème administratif, ce qui contribue au confort de travail dans ce laboratoire.

Trois campagnes expérimentales ont été réalisées pendant ce doctorat. À chaque fois, j'ai eu la chance d'être accompagné et épaulé par une équipe souriante et performante. Pour la première campagne de modélisation physique, je remercie M. Patrick Boujard pour son aide à la conception et Mme Chloé Richet pour son aide dans la réalisation des essais.

Pour la deuxième campagne de modélisation physique, je désirerais remercier M. Pierre Marchand pour avoir mis à ma disposition les ressources du laboratoire EMMS à titre gracieux, M. Franck Guirado pour la réalisation du montage, M. Jean-Claude Renaud pour son aide précieuse pour la métrologie, MM. Joël Billo et Marc Estivin pour leurs conseils de conception et M. Amaury Herrera pour ses innombrables conseils pratiques et les coups de main que je ne compte plus. Je remercie bien sûr Mme Chloé Plut pour sa patience et son opiniâtreté pour construire, détruire, déconstruire et reconstruire la quarantaine de murs testés.

Pour les essais *Lozère*, je tiens à remercier toute l'équipe de l'association des Artisans Bâisseurs en Pierre Sèche pour leur disponibilité et leur aide généreuse. Je remercie Mme Cathie O'Neill, pour son investissement au sein du projet LAUBAMAC sans qui ces essais n'auraient pu même être envisagés. Je remercie MM. Thomas Brasseur, Marc Dombre, Bruno Durand et Pierre Fabre pour leurs conseils et leurs relectures, pour tout le temps qu'ils ont pris pour s'assurer que tout irai bien depuis les premières esquisses jusqu'à la réalisation des essais en passant par le coulage de la dalle et le montage du portique. Enfin, je remercie M. Joachim Blanc-Gonnet et M. Stéphane Cointet, de

l'ENTPE, pour leur appui technique inestimable, sans qui ces essais n'auraient fourni la moindre donnée. Si cette campagne s'est déroulée dans la bonne humeur, si elle s'est déroulée sans anicroche et si elle nous a permis d'obtenir des résultats de qualité, c'est grâce à vous tous.

Je n'aurai pas non plus l'outrecuidance de m'inscrire dans la légende du programmeur solitaire. M. Jérémy Bleyer et M. Ghazi Hassen m'ont accompagné dans mes premiers pas avec l'outil numérique, d'abord pour discrétiser le problème puis pour le résoudre numériquement par le calcul à la rupture en exploitant un algorithme d'optimisation quadratique. Merci à M. Bleyer pour sa pédagogie et à M. Hassen pour m'avoir partagé les sources desquelles je me suis largement inspiré pour concevoir mon code de calcul.

Je remercie les doctorants de la passerelle, et plus particulièrement, en commençant par mes aînés, Badreddine Kchakech, le taulier de la passerelle, Amaury Herrera, toujours prêt à rendre service, Thomas Guénet, Yolaine Tissier, Olfa Loukil, Agathe Bourchy, Nissrine Boujia, Ismaïl Alj. Merci pour la camaraderie, les conseils, les encouragements.

Je remercie finalement tous mes collègues des laboratoires SDOA et EMMS, pour les cafés, la bonne humeur, l'amitié, tout ce qui fait qu'on vient au travail avec le sourire. Merci à Madame Anne-Sophie Colas et à Monsieur Denis Garnier pour leur générosité, leur bienveillance et leur convivialité. Merci à M. le Président Saint-Ange Billo pour sa sagesse, merci à M. Jean-François Seignol pour ses lettres et son esprit, merci à M. Marc Quiertant pour son expérience qu'il partage toujours volontiers. Merci tout spécialement à Florent Baby, Nina Coulaty-Chin, Lucas Adélaïde, Sandrine Ramanich, Aghiad Khadour, Othman Omikrine-Metalssi, Franziska Schmidt, Adélaïde Féraïlle, Yannick Tardivel.

Mes derniers remerciements s'adressent à ma famille, à mes parents, ma sœur, mes deux frères pour leur soutien inconditionnel.

# Sommaire

<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>1 État de l'art</b>	<b>13</b>
1.1 Cadre de l'étude . . . . .	17
1.2 Approches analytiques et semi-analytiques . . . . .	24
1.3 Approches numériques . . . . .	30
1.4 Approches expérimentales . . . . .	37
1.5 Du modèle au terrain . . . . .	44
1.6 Présentation de la démarche adoptée . . . . .	51
<b>2 Approche analytique</b>	<b>53</b>
2.1 Position du problème . . . . .	57
2.2 Théorie du calcul à la rupture . . . . .	57
2.3 Extension aux maçonneries hourdées . . . . .	60
2.4 Renforcement par clouage . . . . .	72
<b>3 Approche numérique</b>	<b>89</b>
3.1 Présentation de l'optimisation quadratique . . . . .	93
3.2 Reformulation du problème du calcul à la rupture . . . . .	94
3.3 Modèle 2D . . . . .	97
3.4 Modèle 3D . . . . .	110
<b>4 Approche expérimentale</b>	<b>117</b>
4.1 Introduction à l'approche expérimentale . . . . .	121
4.2 Modélisation physique 2D . . . . .	121
4.3 Modélisation physique 3D . . . . .	131
4.4 Expérimentation à l'échelle 1 sur mur de soutènement routier . . . . .	142
<b>5 Validation et application</b>	<b>159</b>
5.1 Validation de la modélisation 2D . . . . .	163
5.2 Application à un cas d'ouvrage pathologique . . . . .	173
<b>Conclusion</b>	<b>181</b>
<b>Liste des symboles</b>	<b>185</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>189</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>193</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>195</b>

<b>Table des matières</b>	<b>201</b>
<b>A Approche analytique</b>	<b>205</b>
A.1 Rupture par renversement : développement des calculs . . . . .	205
<b>B Approche numérique</b>	<b>209</b>
B.1 Chargement en pression, chargement en déplacement . . . . .	209
<b>C Caractérisations des matériaux</b>	<b>211</b>
C.1 Modélisation physique 2D . . . . .	211
C.2 Modélisation physique 3D . . . . .	214
C.3 Campagne à échelle 1 . . . . .	220
<b>D Dimensionnement de la plate-forme d'essai</b>	<b>223</b>
D.1 Le vérin . . . . .	223
D.2 Portique . . . . .	224
D.3 Dalle . . . . .	229
D.4 Conclusion et remarques générales . . . . .	231
<b>E Essais <i>Lozère</i></b>	<b>233</b>
E.1 Positionnement exact des capteurs à câble sur le parement du mur . . . . .	233
<b>F Résultats des essais</b>	<b>235</b>
F.1 Modélisation physique 3D . . . . .	235
F.2 Campagne à échelle 1 . . . . .	235





# Introduction

La maçonnerie a longtemps été une des techniques de prédilection pour la construction en général et le génie civil en particulier. Elle a été employée partout où la pierre est disponible. Parmi les ouvrages de génie civil, elle est marginalement concurrencée par le métal à partir du XIX<sup>e</sup> siècle et il faut attendre le milieu du XX<sup>e</sup> siècle pour que le béton la supplante complètement. Ce dernier, homogène, souvent plus résistant et surtout plus simple à mettre en œuvre s'est installé sur le devant de la scène dès la fin de la Seconde Guerre Mondiale. Par conséquent, les connaissances accumulées au cours des siècles sur la maçonnerie se sont graduellement perdues, au point qu'il n'existe que peu d'éléments normatifs réglementant le dimensionnement d'ouvrages en maçonnerie pour le génie civil.

Dans ce travail, nous nous consacrons à l'étude des murs de soutènement en maçonnerie, tant sèche que jointoyée. Remplacés par des solutions technologiques faisant la part belle au béton et à l'acier, ces ouvrages ont depuis longtemps quitté l'éventail des ouvrages envisagés dans les projets d'infrastructure neuve. Pour autant et malgré le développement massif du réseau routier et autoroutier français des 70 dernières années, le patrimoine des ouvrages de soutènement français reste majoritairement composé de murs en maçonnerie. Sur les 5 000 ouvrages de soutènement recensés sur le réseau routier national, 3 000 sont des ouvrages en maçonnerie qu'il faut entretenir, surveiller, réparer et parfois remplacer. L'enjeu est de taille car, à ce jour, les gestionnaires du réseau routier français ne disposent pas des outils nécessaires pour l'évaluation de la stabilité de ces ouvrages et le dimensionnement de leur réparation. Cette lacune est la motivation première de ce travail.

Le principe de la maçonnerie est simple : il s'agit d'empiler des modules de pierre en s'aidant ou non d'un liant, plus ou moins résistant selon sa composition. Réalisée selon les règles de l'art, la maçonnerie brave les siècles : la majorité du patrimoine architectural antérieur à la Révolution Industrielle a été construit en pierre. Son point névralgique, c'est la qualité de l'assemblage des modules. C'est là que se révèle l'art du maçon et c'est aussi là que se concentrent les difficultés de modélisation, car liée ou non, la maçonnerie est un matériau composite constitué de deux phases réparties de façon plus ou moins régulière et homogène, induisant ainsi une anisotropie singulière.

La littérature fait état de très nombreuses stratégies pour modéliser ce matériau anisotrope. Chaque auteur apportant sa contribution, on retrouve des approches continues, des approches discrètes, des modélisations homogénéisées comme des modélisations particularisant la représentation des phases de ce composite. Les méthodes de calcul sont tout aussi variées, allant de la méthode de l'équilibre limite au éléments finis incluant des lois de comportement d'élastoplasticité non-associées ou d'endommagement en passant par les éléments discrets.

Parmi toutes ces méthodes, nous avons choisi la méthode du calcul à la rupture qui offre un cadre rigoureux et simple d'utilisation, parfaitement adapté à l'évaluation de la stabilité de structures existantes. Ce travail s'inscrit dans la continuité des travaux de Colas (2009) et Le (2013) qui ont employé cette méthode en mettant en œuvre des techniques d'homogénéisation pour décrire le comportement de la maçonnerie. Nous reprenons cette stratégie que nous mettons en pratique d'abord analytiquement, en étendant leur domaine de validité à la maçonnerie hourdée. Nous complétons ensuite les possibilités offertes par le calcul analytique en implémentant cette approche dans un code numérique, afin de gagner en souplesse et en polyvalence par rapport aux calculs analytiques. En parallèle du développement de ces outils, nous conduisons une approche expérimentale

qui nous permettra de les valider.

La finalité de ce travail est de mettre au point un outil robuste, fiable et opérationnel permettant à la fois d'évaluer la santé structurale d'ouvrages de soutènement routiers existants et le dimensionnement de leurs réparations éventuelles.

Ce mémoire s'articule en cinq parties.

**Chapitre 1 :** Le premier chapitre définit le périmètre de cette étude. Après quelques précisions vocabulaires, nous débutons par une présentation générale de la maçonnerie dans le cadre du génie civil puis nous nous focalisons sur les ouvrages de soutènement, leur typologie, leurs pathologies et les réparations correspondantes. Nous présentons ensuite les différentes stratégies de modélisation d'ouvrages de soutènement en maçonnerie rencontrées dans la littérature. Enfin, nous donnons quelques éléments de réponse aux questions qui apparaissent lors du passage d'un modèle théorique à la réalité du terrain, notamment quant aux méthodes de caractérisation des matériaux.

**Chapitre 2 :** Le deuxième chapitre présente l'approche analytique adoptée dans ce travail. Après avoir précisé le problème posé par un mur de soutènement, nous présentons le cadre théorique du calcul à la rupture. Nous reprenons ensuite la méthode mise au point par Colas (2009) en l'étendant aux maçonneries hourdées chargées par un remblai cohérent et frottant. Enfin, dans une dernière partie, nous proposons une modélisation du renforcement d'un ouvrage par clouage géotechnique.

**Chapitre 3 :** Dans le troisième chapitre, nous mettons en œuvre une méthode numérique pour résoudre le problème abordé analytiquement au chapitre précédent. Nous employons toujours les théories du calcul à la rupture et de l'homogénéisation ; nous conservons l'hypothèse de déformation plane dans la première partie de ce chapitre. Après avoir reformulé les équations du chapitre 2 pour correspondre au formalisme de la programmation conique, nous présentons l'application de cette méthode pour trois matériaux : le matériau de von Mises, le matériau de Mohr-Coulomb et un matériau de maçonnerie homogénéisée proposé pour la première fois par de Buhan et de Felice (1997). Ces trois matériaux sont testés, vérifiés et validés sur des cas simples de calcul de structures. Enfin, nous assemblons ces matériaux au sein d'un seul code numérique afin de pouvoir résoudre le problème de la stabilité d'un *mur de soutènement simple*. Dans un second temps, nous présentons les premières étapes nécessaires au passage à une résolution 3D du problème de la stabilité d'un *mur de soutènement routier* et les écueils rencontrés pour aller plus loin.

**Chapitre 4 :** Après une brève introduction à l'approche expérimentale, nous présentons les trois campagnes d'essais menées au cours de cette étude. La première est une campagne de modélisation physique sur une maquette 2D de petites dimensions au cours de laquelle nous étudions des ouvrages en maçonnerie sèche, hourdée ou clouée, chargés par un remblai pulvérulent. Cette campagne fournit une partie des éléments permettant de mener à bien la première étape de validation des modèles des chapitres 2 et 3. La deuxième campagne représente un mur de soutènement routier, c'est-à-dire un mur de soutènement remblayé jusqu'à son couronnement et amené à la rupture par l'application d'une surcharge verticale localisée sur le remblai au voisinage du mur, également menée sur le principe de la modélisation physique. La troisième et dernière campagne reproduit le même essai sur un ouvrage à échelle 1.

**Chapitre 5 :** Dans la première partie du chapitre 5, nous confrontons les résultats expérimentaux – soit obtenus au chapitre 4, soit rapportés dans la littérature – avec les résultats des outils développés aux cours des chapitres 2 et 3 afin de conclure quant à leur validité. La deuxième partie de chapitre est consacrée à l'application du modèle numérique pour évaluer l'influence de la formation d'un « ventre » sur un ouvrage type.

# Chapitre 1

## État de l'art des ouvrages de soutènement en maçonnerie

*If you do not know these,  
you are not entitled to give  
any opinion on the subject.*

Ralph Waldo Emerson

### Plan du chapitre 1

---

<b>1.1</b>	<b>Cadre de l'étude . . . . .</b>	<b>17</b>
1.1.1	La maçonnerie en génie civil . . . . .	17
1.1.2	Les ouvrages de soutènement . . . . .	19
1.1.3	Pathologies courantes . . . . .	21
1.1.4	Réparations et renforcements . . . . .	22
<b>1.2</b>	<b>Approches analytiques et semi-analytiques . . . . .</b>	<b>24</b>
1.2.1	Approches discrètes . . . . .	24
1.2.2	Approches continues . . . . .	27
<b>1.3</b>	<b>Approches numériques . . . . .</b>	<b>30</b>
1.3.1	Approches discrètes . . . . .	30
1.3.2	Approches continues . . . . .	34
<b>1.4</b>	<b>Approches expérimentales . . . . .</b>	<b>37</b>
<b>1.5</b>	<b>Du modèle au terrain . . . . .</b>	<b>44</b>
1.5.1	Maçonnerie sèche et maçonnerie jointoyée . . . . .	44
1.5.2	Caractérisations en laboratoire . . . . .	44
1.5.3	Caractérisations <i>in situ</i> . . . . .	49
<b>1.6</b>	<b>Présentation de la démarche adoptée . . . . .</b>	<b>51</b>

---



Cette thèse est consacrée à l'étude des ouvrages de soutènement en maçonnerie, à leur dimensionnement, l'évaluation de leur stabilité et leur renforcement éventuel. Parent pauvre du génie civil, la maçonnerie constitue pourtant la majeure partie du patrimoine français des ouvrages de soutènement routiers. Pour la plupart, ces ouvrages ont été construits avant la Seconde Guerre Mondiale. L'évolution des usages inflige des sollicitations de plus en plus importantes à des ouvrages que le vieillissement naturel n'épargne pas. L'enjeu de maintenance et de réparation est prégnant. Au-delà de la performance scientifique, cet enjeu est la principale motivation de ce travail.

Ce sujet s'inscrit à la suite d'une série de trois thèses, elles-mêmes se positionnant dans le large paysage de la maçonnerie. En nous appuyant sur la littérature existante, nous commencerons par décrire brièvement les particularités de la maçonnerie dans son application au génie civil. Nous en définirons les termes puis nous concentrerons sur les ouvrages de soutènement, leur typologie, leurs pathologies courantes ainsi que les méthodes de renforcement correspondantes.

Nous nous pencherons ensuite sur les différentes approches rapportées dans la littérature permettant de modéliser un ouvrage de soutènement en maçonnerie. Nous débuterons par les approches analytiques puis nous traiterons les approches numériques. Dans ces deux cas, nous distinguons les approches discrètes, où la maçonnerie est décrite par un assemblage de blocs distincts, des approches continues, où la maçonnerie est assimilée à un matériau continu. Enfin, nous recenserons les approches expérimentales étudiant un mur de soutènement. Nous finirons en donnant quelques indications nécessaires pour pouvoir appliquer tout modèle à un cas réel : l'étape de caractérisation des propriétés des matériaux.



## 1.1 Cadre de l'étude

### 1.1.1 La maçonnerie en génie civil

**Définition.** *Partie des travaux du bâtiment comprenant l'édification des fondations et des gros murs, ainsi que les travaux de revêtement (enduits, joints).* Telle est la première définition de la maçonnerie énoncée par le Trésor de la langue française informatisé. Par métonymie, ce dictionnaire poursuit par : *Ouvrage fait de matériaux (pierres, briques, etc.) assemblés et joints le plus souvent par un liant (ciment, mortier, etc.).* Cette deuxième définition, focalisée sur le matériau, laisse entrevoir la complexité du problème. En une vingtaine de mots, elle évoque déjà une demi-douzaine de combinaisons possibles... Nous avons affaire à un matériau protéiforme, *a priori* hétérogène, anisotrope, possiblement continu, éventuellement discret, généralement composite, peut-être régulier...

Le véritable dénominateur commun tient peut-être finalement au mode de construction : un assemblage de blocs. Cette simplification de la définition n'en est pas une : la façon d'assembler les blocs, ou *appareillage*, discrimine les maçonneries avec la même pertinence que le type de bloc ou la qualité du jointolement.

Fort de ces remarques préliminaires, délimitons avant de définir. Comme le suggère l'intitulé de cette partie, ce travail se focalise sur l'emploi de la maçonnerie dans le génie civil, discipline qui a longtemps utilisé la maçonnerie – non exclusivement bien sûr – pour construire des ponts, des tunnels et des murs de soutènement. Exception faite des ouvrages les plus visibles, en génie civil, les aspects fonctionnels et pécuriaires éclipsent habituellement les aspects esthétiques.

**Appareillages.** Il convient de distinguer la maçonnerie à pierres sèches, c'est-à-dire sans mortier, de la maçonnerie jointoyée ou hourdée. La qualité de l'assemblage assure la stabilité de l'édifice, assemblage qui peut être réalisé suivant divers motifs, appelés appareils. Les principaux appareils de maçonnerie de pierre sèche ou hourdée ont été recensés et décrits dans le *Guide des bonnes pratiques de construction de murs de soutènement en pierre sèche* (CAPEB *et al.*, 2008). Spécificité vernaculaire, plusieurs facteurs interviennent dans le choix de l'appareil, parmi lesquels la géologie et la culture locale. L'appareil le moins régulier est l'*opus incertum*, caractérisé par l'absence de motif discernable (figure 1.1). Réalisé avec des modules de grande taille, il prend le nom d'*opus cyclopéen*. Lorsqu'il est possible d'identifier des lits de pose, plus ou moins réguliers, on parle alors d'*opus assisé* (figure 1.2). Enfin, si les modules utilisés sont réguliers, on parle d'*opus quadratum* ou d'*opus romain*.

Cette typologie découle principalement de la géométrie naturelle des pierres. Les *opus incertum* et *cyclopéen* sont destinés aux granites, grès, basaltes et calcaires non stratifiés, alors que les roches stratifiées et schisteuses se prêtent naturellement à l'*opus assisé*.

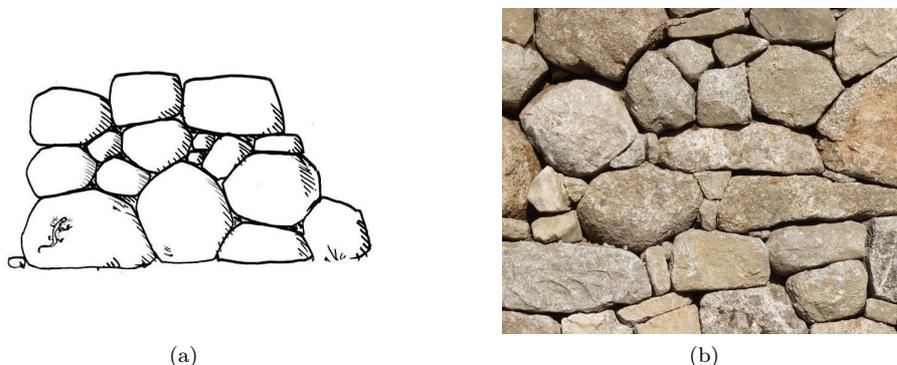


Figure 1.1 – *Opus incertum* : a) croquis ; b) exemple en granite au Pont-de-Monvert (48). *Source* Guide pierre sèche (CAPEB *et al.*, 2008).

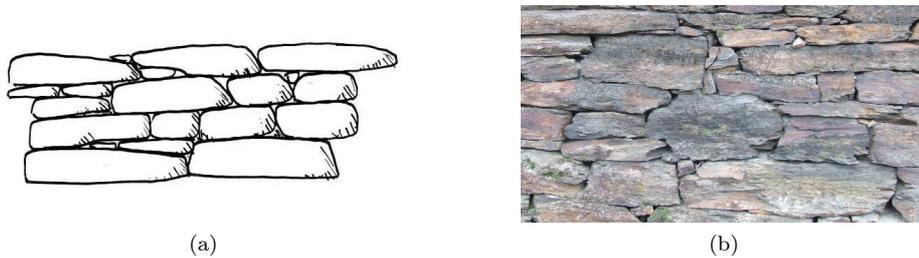


Figure 1.2 – *Opus assisé* : a) croquis ; b) exemple en schiste à Florac (48). *Source* Guide pierre sèche (CAPEB *et al.*, 2008).

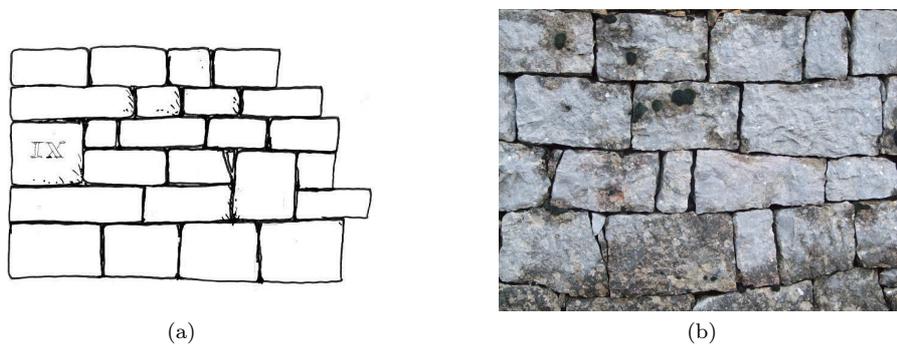


Figure 1.3 – *Opus quadratum* : a) croquis ; b) exemple en calcaire à Balsiegès (48). *Source* Guide pierre sèche (CAPEB *et al.*, 2008).

D'autres appareillages sont possibles si le maçon taille toutes les pierres « au carré ». Cela permet de transformer un *opus assisé* en *opus quadratum* puis en *opus romain* si les pierres sont exactement jointives et les lits nivelés et de même épaisseur.

Ces appareils peuvent être utilisés à profit pour décrire des assemblages de pierres jointoyées. En maçonnerie de briques, grâce à la régularité des modules utilisés, on définit aisément une multitude d'appareils parfaitement périodiques, parmi lesquels se dénombrent les appareils français, anglais, hollandais, à mi-brique, en chaîne, en croix, etc. que nous ne décrirons pas ici : généralement minces, ils sont peu adaptés aux problématiques inhérentes aux ouvrages de soutènement, comme nous le verrons au dernier paragraphe de la section 1.1.2.

**Vocabulaire et bonnes pratiques.** Un vocabulaire riche décrit précisément chaque pierre utilisée dans un mur, en fonction de sa forme de sa position et de sa fonction. À la base du mur, le maçon privilégie les pierres les plus grosses, dites *pierres de socle*, *de fondation* ou *d'assise*. En fond de fouille, elles assurent la bonne transmission des efforts dans le sol ; leur lit de pose doit être le plus plan possible afin de ne pas générer de surcharge ponctuelle qui pourrait amener la ruine de l'ouvrage par poinçonnement de la fondation.

Au dessus, le maçon arrange les *pierres de bâti*, pierres qui constitueront l'essentiel du mur. Il est recommandé d'incliner les lits de pierres vers l'intérieur du mur, ce qui améliore la stabilité de la maçonnerie : on appelle cette pratique le *pendage*. L'unité structurelle de base, en maçonnerie de pierre, est le *moellon*. On utilise habituellement les *moellons* présentant une face plane en tant que *pierre de parement*, pour des raisons évidemment esthétiques. Les *moellons* bruts sont réservés à un usage exclusivement structurel et participent à l'organisation interne du mur. On les appelle *pierres de blocage*, *pierres de remplissage*, *blocaille* ou encore *fourrure* – en réservant les deux derniers termes aux éléments de plus petite dimension (figure 1.4).

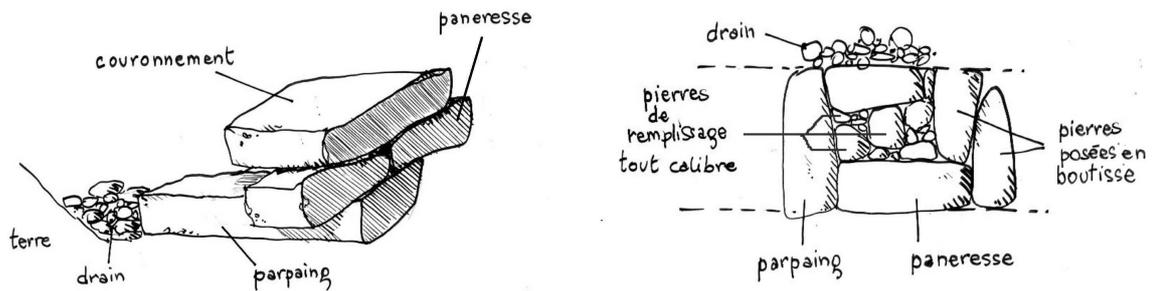


Figure 1.4 – Nomenclature du mur en pierre : boutisses et paneresses. *Source* : Guide pierre sèche (CAPEB *et al.*, 2008).

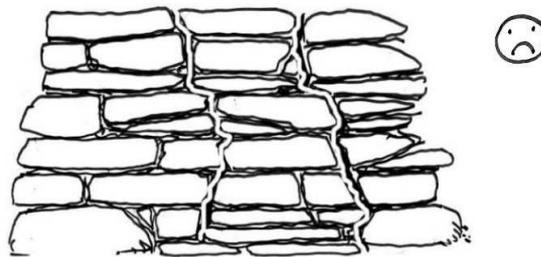


Figure 1.5 – À éviter : le coup de sabre, ou l'alignement vertical des joints sur plusieurs lits consécutifs. *Source* : Guide pierre sèche (CAPEB *et al.*, 2008).

Le maçon s'assure que chaque pierre soit appuyée sur trois appuis stables afin de réaliser la condition d'équilibre isostatique. En maçonnerie sèche, le maçon positionne des *pierres de calage* pour parfaire la stabilité de l'appareillage ; en maçonnerie hourdée, le joint de hourdage remplit ce rôle tout en permettant de répartir la transmission des contraintes entre les moellons, évitant ainsi la formation de points durs qui pourraient à terme fragiliser les blocs. Il permet également d'alourdir le mur en comblant une partie de l'espace qui serait laissé vide en maçonnerie sèche.

Tout l'art de la maçonnerie consiste à imbriquer les moellons de façon suffisamment complexe et enchevêtrée pour que le tout se comporte comme un seul bloc. Le maçon s'attache donc à limiter au maximum les *coups de sabre*, c'est-à-dire l'alignement vertical de joints sur plusieurs rangs de pierres (figure 1.5). Il veille également à relier régulièrement les deux faces du mur appelées parements amont et aval. Pour ce faire, il tire le meilleur parti des moellons de grande longueur qu'il pose en *boutisse*. La *boutisse* est une pierre de liaison massive couchée dans l'épaisseur du mur, le traversant de part en part. Si ses deux extrémités sont facées, on parle de *boutisse parpaing* ou plus simplement de *parpaing*. Le pendant de la *boutisse* est la *panneresse* (figure 1.4). La *panneresse* présente les mêmes caractéristiques dimensionnelles que la *boutisse*. Elle diffère de la *boutisse* car l'un de ses grands côtés est facé, côté que la maçon place en parement. Ainsi, elle permet de relier plusieurs moellons entre eux, coupant court à de potentiels coups de sabre.

### 1.1.2 Les ouvrages de soutènement

**Définitions.** La partie précédente nous a permis de délimiter le domaine de la maçonnerie auquel ce manuscrit s'intéresse et d'en définir les termes principaux. Nous nous focalisons désormais sur les ouvrages de soutènement. On distingue, en génie civil, une dizaine de type d'ouvrages de soutènement différents : mur poids, paroi clouée, mur encastré sur semelle – en L ou en T –, paroi moulée, paroi berlinoise ou parisienne, voile et poutre ancrés, rideau de palplanches métalliques, mur en remblai renforcé, enrochements ou éléments de béton préfabriqués empilés. D'un point de vue fonctionnel, ces ouvrages peuvent se classer en quatre catégories :

- les ouvrages destinés à renforcer le sol, générant l'équivalent d'une cohésion apparente : mur en remblai renforcé, terre armée ;
- les ouvrages minces ancrés dans le sol, permettant de répartir les efforts sur l'ensemble du parement de façon discrète : paroi clouée, voile ou poutre ancrée ;
- les ouvrages minces, encastrés en leur base, présentant un fort taux de travail en flexion : paroi moulée, paroi berlinoise ou parisienne, rideau de palplanches métalliques, mur en béton en T ou en L ;
- les ouvrages massifs, fonctionnant sur le principe du mur poids : enrochement, empilement d'éléments en béton préfabriqués, mur poids en béton, en maçonnerie ou en gabions.

Nous étudions les ouvrages de cette dernière catégorie. C'est le mode de construction le plus adapté à la maçonnerie ; historiquement, tous les ouvrages de soutènement en maçonnerie ont été construits sur ce principe. Certains ouvrages de soutènement en maçonnerie ont, par la suite, été renforcés par clouage, modifiant ainsi leur mode de fonctionnement : de plus amples détails sont donnés en 1.1.4.

**Vocabulaire.** Un mur de soutènement sert premièrement à retenir des sols sur une surface réduite, afin de créer ou d'agrandir une surface utilisable ou plus facilement aménageable. Cette fonctionnalité répond à de nombreux problèmes : augmenter la surface cultivable dans le cas des cultures en terrasses, stabiliser une berge, soutenir une fouille, etc. Ce travail se concentre sur les problématiques routières, pour lesquelles un mur de soutènement fournit deux types de solution. Positionné en amont de la route, il la protège de glissements de terrain, éventuellement en accroissant la largeur de la plate-forme routière. Il s'agit du *mur amont*, parfois aussi appelé *mur protégeant la route*. D'ailleurs ce mur ne diffère en rien d'un mur soutenant une terrasse ou une berge : nous nous référerons à ce type de mur par la locution « *mur de soutènement simple* ». Positionné en aval de la route, en plus de contenir les terres, il soutient la route et ses charges routières. Sans entrer dans beaucoup plus de détail, il est d'ores et déjà évident que ces charges roulantes ajoutent un degré de complexité supplémentaire au problème du mur de soutènement simple. Nous nous référerons à ce type de mur par la locution « *mur de soutènement routier* ».

Avant d'entrer dans le détail des principes régissant le fonctionnement d'un mur poids, définissons quelques termes et locutions que nous utiliserons par la suite. *Le Guide des bonnes pratiques de construction des murs de soutènement en pierre sèche* (CAPEB *et al.*, 2008) distingue quatre parties constituantes d'un mur de soutènement. Le *socle*, ou la *fondation*, correspond au premier lit de pierre, sur lequel reposera l'ensemble du mur. Le *parement extérieur*, également appelé *parement aval*, constitue la face visible du mur. Le *parement intérieur*, ou *parement aval*, en est le pendant invisible. C'est sur cette face que s'applique la poussée du remblai. On ne bâtit rarement ces deux parements absolument verticaux. Au contraire, l'usage privilégie des parements inclinés, inclinaison que l'on nomme *fruit*. De la même façon que le *pendage* décrit à la section 1.1.1, cet angle accroît la stabilité du mur. D'une part, il permet de distribuer de façon plus raisonnée la matière dans le mur, élargissant l'ouvrage là où les efforts sont les plus importants. D'autre part, il augmente d'autant la sécurité en cas de déformations du mur, garantissant une marge de plusieurs centimètres de déplacement en tête de mur avant l'apparition d'un porte-à-faux. Enfin, le *couronnement*, ou *arasement*, désigne le dernier lit de pierres. Ce couronnement assure un chaînage supérieur du mur et prévient la dégradation des parties supérieures de l'ouvrage.

**Fonctionnement d'un mur poids.** Forts de ces quelques définitions, revenons sur les particularités d'un mur poids. Ces murs se distinguent des autres ouvrages par leurs dimensions massives : seul leur poids propre s'oppose à la poussée des terres qu'ils retiennent. D'une conception simple et sans fioriture, ils sont *a priori* aisés à dimensionner et à bâtir.

Pour dimensionner un mur poids, comme pour toute structure, la première étape consiste à vérifier la stabilité externe. Dans ce cas particulier, il s'agit de vérifier d'une part l'équilibre des forces et d'autre part l'équilibre des moments. Cela revient pratiquement à considérer le glissement du mur sur sa base ou le renversement du mur autour de son pied. Après avoir choisi un modèle

de calcul pour estimer la poussée des terres retenues sur le parement amont du mur et avoir défini un angle de frottement entre la base du mur et le sol sur lequel il est fondé, on obtient aisément un coefficient de sécurité par rapport au glissement. Le produit de ces mêmes forces par leur bras de levier permettra le calcul du coefficient de sécurité vis-à-vis du renversement. Ces deux calculs sont pratiquement les seules étapes nécessaires au dimensionnement d'un mur poids. Bien sûr, on s'assure également de la capacité portante de la fondation, de la stabilité globale de la pente, mais on sort du dimensionnement structurel pour entrer dans le domaine de la géotechnique.

Ce dimensionnement repose néanmoins sur une hypothèse résolument forte : l'intégrité du mur n'est jamais remise en question. Cette hypothèse est généralement pertinente pour un ouvrage en béton, dans lequel les contraintes seront de toute façon bien en deçà des résistances en jeu. Pour la maçonnerie, cette hypothèse devient de plus en plus discutable à mesure que les caractéristiques mécaniques du mortier employé diminuent, pour être nulles dans le cas de la maçonnerie sèche. Alors, il devient nécessaire de vérifier la stabilité interne du mur, en d'autres termes vérifier sa capacité à conserver son intégrité. Cette facette du problème est l'un des motifs de ce travail.

**Retour sur la dichotomie bâtiment-génie civil.** La section 1.1.1 a permis d'ébaucher quelques traits distinguant la maçonnerie appliquée au bâtiment de la maçonnerie appliquée au génie civil. L'étude de murs poids vient ajouter une nouvelle divergence. Nous venons de voir qu'un mur de soutènement de type mur poids est soumis à deux types d'efforts, d'ordres comparables : le poids propre d'une part et la poussée des terres d'autre part. La maçonnerie d'un bâtiment est également soumise à deux actions similaires : la descente de charge – c'est-à-dire le poids propre augmenté du poids des structures soutenues et des charges de services – et les charges de vents. Néanmoins, les ordres de grandeur diffèrent. L'Eurocode 1 prévoit une pression équivalente de 1 kPa à 10 m du sol et en bord de mer – cas le plus défavorable en France pour un bâtiment de faible hauteur, correspondant à un vent d'environ 140 km/h. Pour un sable sec ayant un angle de frottement de 45° et un poids volumique de 16 kN/m<sup>3</sup> – cas très favorable –, la contrainte horizontale donnée par la théorie de Terzaghi dépasse 4,5 kPa dès le premier mètre de profondeur. *A contrario*, les charges verticales dans un bâtiment, du fait du poids de la charpente ou des dalles des étages, sont plus concentrées que dans le cas d'un ouvrage de soutènement. La proportion de chargement hors plan appliquée à un ouvrage de soutènement est donc bien supérieure à celle à laquelle est soumis le mur d'un bâtiment, sans compter le gain de rigidité apporté par la conception tri-dimensionnelle d'un bâtiment – mur de refend, dalle à l'étage, charpente...

Cette différence de chargement se traduit dans les sections courantes : un mur de soutènement de 2 m de haut aura couramment une largeur supérieure à 70 cm, alors qu'un mur bâtiment sera probablement plus proche des 30 cm de large. Les appareils minces – une à deux briques de large – classiquement utilisés en maçonnerie de brique dans le cadre du bâtiment sont par conséquent moins adaptés à l'élaboration de murs poids.

### 1.1.3 Pathologies courantes

Le LCPC et le Séttra (1982) ont publié un catalogue recensant les défauts apparents dans les ouvrages d'art en maçonnerie. Le vocabulaire qui y est développé illustre une cinquantaine de pathologies, aux conséquences plus ou moins critiques, susceptibles d'atteindre un ouvrage en maçonnerie. Sans entrer dans beaucoup de détails, nous rapportons ici les six catégories adoptées par la FABEM dans le guide STRRES 6.1 (Poineau et Bouineau, 2011a) :

**les déformations massives** regroupent les déformations affectant l'ouvrage dans l'ensemble de sa structure. On y trouve principalement des altérations au niveau des parties porteuses de l'ouvrage et de ses fondations ainsi que les déformations généralisées de l'ouvrage ;

**les déformations localisées**, généralement des bombements, gonflements ou ventres venant en saillie sur le parement. Toutes les parties de l'ouvrage y sont sensibles, avec néanmoins des degrés divers de criticité ;

**les fissures** sont des fentes de faible ouverture visibles en surface. Elles altèrent indifféremment les pierres ou les joints ;

**les fractures** : si la séparation est totale, la fissure devient fracture ;

**les désorganisations de la maçonnerie** : disparition de joint, chute de moellons, cavité... La maçonnerie a clairement perdu son aspect initial au détriment des capacités portantes et de la sécurité de la structure ;

**les altérations des matériaux** : l'érosion ou le gel, entre autres, peuvent altérer localement les pierres, briques ou joints. C'est généralement sans gravité tant que l'atteinte reste superficielle, mais peut dégénérer en désorganisation de la maçonnerie si l'atteinte s'approfondit.

Problème spécifique des ouvrages de soutènement, Arya et Gupta (1983) insistent sur l'importance de l'entretien des dispositifs de drainage. Ils évoquent également la nécessité de protéger le pied du mur de l'érosion, cause courante de ruine de murs de soutènement par destruction de la fondation. Chan (1996), dans une revue de dix ruines d'ouvrages de soutènement en maçonnerie, mentionne la hauteur de la nappe phréatique parmi les causes probables pour cinq d'entre eux. Enfin, dernière cause courante pour les murs de soutènement en pierre, la désorganisation interne conduisant à la séparation du parement aval d'avec le parement amont est documentée par Brady et Kavanagh (2002).

#### 1.1.4 Réparations et renforcements

Plusieurs stratégies de réparations et de renforcement coexistent, plus ou moins intrusives. Ces méthodes sont recensées et exposées précisément dans divers ouvrages techniques français, dont le fascicule 51 du CCTG (LCPC, 1979) et les guides Fabem du STRRES 6.2 et 6.3 (Poineau et Bouineau, 2011b ; 2011c), ainsi que dans quelques rapports techniques internationaux, comme la monographie sur l'entretien des ouvrages de soutènement en pierre d'O'Reilly et Perry (2009) ou l'étude des ouvrages de maçonnerie anciens de Hong-Kong menée par Chan (1996). Nous en présentons un bref catalogue dans les paragraphes suivants.

**Rejointolement.** Le rejointolement consiste à remettre à neuf en surface le mortier d'origine dégradé. Cette méthode simple à mettre en place apporte une plus-value esthétique certaine pour un gain de résistance faible à moyen. Son principal intérêt structurel est d'éviter que des désordres apparaissent ou d'empêcher qu'ils ne s'aggravent. Plébiscitée pour cela, cette méthode est à manier avec de grandes précautions ; elle doit bien sûr être réservée aux murs jointoyés et en aucun cas être utilisée sur un ouvrage en pierre sèche, sous peine d'en précipiter la ruine. Le premier effet secondaire de cette technique est d'imperméabiliser le parement. Mise en œuvre sans précautions subsidiaires, l'ouvrage reçoit un chargement hydraulique supplémentaire non négligeable. Les guides pré-cités recommandent par conséquent de mettre à niveau le réseau de drainage existant et de ne pas hésiter à percer de nouvelles barbicanes. O'Reilly et Perry suggèrent même de laisser 30 % des joints à l'identique par mesure de précaution supplémentaire. Généralement réalisé avec un mortier de bonne qualité, le rejointolement a deux conséquences structurelles : il rigidifie le parement et modifie le transfert de charge vers la surface de l'ouvrage. Thelin *et al.* (2014) voient dans cette incompatibilité de rigidité une des causes principales de la ruine du rempart de Visby : avant la réparation, la descente de charge se répartissait uniformément sur toute l'épaisseur du mur ; après la réparation, la descente de charge est concentrée sur les parements externes, phénomène renforcé par la souplesse relative de la fourrure interne du mur. Ces vulnérabilités ne sont pas clairement compensées par le gain de résistance apporté, gain dont l'estimation est d'ailleurs difficile.

**Reconstitution des parements.** Autre méthode superficielle, la reconstitution des parements à l'identique se justifie en présence de désordre localisé de la maçonnerie. Traitant essentiellement le symptôme, cette méthode devrait s'accompagner d'une démarche de recherche et traitement des causes de ces désordres.

**Drainage.** Les dispositifs de drainage sont normalement soumis à un entretien régulier. Néanmoins, il n'est pas anodin de constater que le fascicule 51 mentionne la remise en état du dispositif de drainage existant en tête des réparations courantes. Il se peut toutefois que les dispositifs installés à l'origine ne soient pas suffisants, ou que les conditions hydrauliques aient évolué depuis la construction de l'ouvrage, et la simple mise en place d'un nouveau réseau de drains peut être considérée comme une stratégie de renforcement. Il ne s'agit pas d'augmenter la résistance de l'ouvrage mais de diminuer les charges auxquelles il est soumis. Une stratégie comparable consiste à excaver le remblai existant et le remplacer par un matériau plus léger ou de meilleure qualité - un sol plus frottant par exemple.

**Injection.** L'injection de la maçonnerie par un mortier liquide ou un coulis de ciment généralise le rejointoiement dont la zone d'influence ne dépasse pas la surface. Une injection bien conçue emploie un mortier dont les propriétés mécaniques ne diffèrent pas trop du reste de la maçonnerie, afin de ne pas localiser les efforts autour de points durs, tout en prenant en compte les problématiques de compatibilité entre la pierre et le mortier. Le nombre de points d'injection doit être suffisant pour garantir un résultat homogène dans toutes les directions. Pendant la phase de prise, le mortier impose un chargement hydrostatique à la structure : il convient d'évaluer la surcharge correspondante et étayer temporairement le mur si cela s'avère nécessaire. Tout comme pour le rejointoiement, la perte de drainage générée peut avoir des conséquences dramatiques sur la stabilité de l'ouvrage. Cette opération doit impérativement être accompagnée de la pose de barbacanes qu'il conviendra d'entretenir régulièrement.

**Clouage.** Les clous, broches, épingles ou tirants peuvent être utilisés pour solidariser le mur à un certain volume du sol qu'il retient. Procédure courante en géotechnique, elle consiste à sceller une barre métallique dans un forage, généralement sur une longueur de plusieurs mètres, afin d'ajouter une force résistante supplémentaire contribuant à la stabilité de l'ouvrage tout en renforçant l'ensemble du sol retenu. Pour les ouvrages en maçonnerie, le guide Fabem 6.3 (Poineau et Bouineau, 2011c) recommande de privilégier les armatures passives aux armatures précontraintes : les unités précontraintes localisent des efforts importants que la maçonnerie n'encaisse pas nécessairement bien ; d'autre part, le fluage de la maçonnerie est encore actuellement difficilement quantifiable et encore moins maîtrisable. Si nécessaire, on utilisera une légère mise en tension pour mettre en contact les pièces d'appui, dont on maximisera la zone d'influence par l'intermédiaire d'une platine de grandes dimensions ou d'une croix de Saint-André par exemple.

Appliqué directement et régulièrement à un ouvrage relativement sain, le clouage évite les problématiques de drainage générées par le rejointoiement et l'injection. S'il est appliqué en complément d'un revêtement global de la maçonnerie par du béton projeté et armé, il faudra de nouveau veiller à rétablir le drainage afin de ne pas surcharger hydrauliquement la structure.

**Remaniements structurels.** Les cinq techniques évoquées dans les paragraphes précédents préservent l'aspect général et la géométrie de l'ouvrage existant. Lorsque l'encombrement au sol est modifiable, il est possible d'envisager d'épaissir l'ouvrage existant ou de construire un mur peau devant lui. Suivant les technologies employées, il faut prendre garde au drainage, à la résistance de la fondation et à l'interaction entre l'ajout et l'existant. Une solution moins intrusive consiste à ajouter des contreforts à intervalle régulier. Cette solution est *a priori* plus rapide à mettre en œuvre et sollicite moins les fondations, puisqu'elle implique un volume moindre de matériaux. Enfin, la dernière solution est de déconstruire et reconstruire. Cela s'applique plus particulièrement à la maçonnerie sèche étant donné la possibilité de réutiliser une grande partie des pierres existantes sans transformations excessives. En cas de brèche sur de la maçonnerie sèche, la réparation consiste généralement à purger la brèche et à reconstruire, soit à l'identique, soit en augmentant légèrement l'épaisseur ou le fruit de l'ouvrage.

De la construction à la réparation, en passant par quelques rapides considérations de conception,

nous avons balayé rapidement le paysage de la maçonnerie en nous concentrant majoritairement sur l'application aux ouvrages de soutènement. Ayant ainsi jalonné le sujet et défini les termes principaux, nous pouvons désormais aborder les composantes plus théoriques du sujet en exposant les différentes méthodes qui sont classiquement employées pour modéliser la maçonnerie.

## 1.2 Approches analytiques et semi-analytiques

*Nani gigantum humeris insidentes* — des nains juchés sur les épaules de géants. Cette citation attribuée à Bernard de Chartres, philosophe platonicien français du XII<sup>e</sup> siècle, illustre adroitement le mécanisme de construction de la connaissance : réinventer les fondamentaux de chaque discipline serait une perte de temps, aussi nous contenterons nous de grimper sur les épaules des précurseurs. Après cette partie destinée à délimiter le problème et à en définir les termes principaux, plongeons-nous dans l'étude des principales approches de la maçonnerie, en privilégiant l'angle relatif au problème du mur poids. Conformément à son titre, cette partie traite des approches analytiques ou semi-analytiques. La maçonnerie se prête à deux types d'approches : des approches discrètes, distinguant des blocs individuels, et des approches continues, assimilant généralement la maçonnerie à un milieu homogène. C'est à travers ce prisme que nous décrirons donc le paysage de la maçonnerie. Nous résumons ici les grandes lignes structurant la littérature existante sur la maçonnerie.

### 1.2.1 Approches discrètes

La façon la plus logique d'appréhender la maçonnerie est probablement une approche discrète : le matériau réel est bel et bien construit par un assemblage d'éléments distincts, disjoints, éventuellement unis par une matrice continue. Plusieurs auteurs ont pris le parti de reproduire cette spécificité dans leur reconstitution abstraite du matériau. Selon les modélisations, la discrétisation employée reproduit la géométrie réelle de façon plus ou moins exacte. Partant d'une méthode en géométrie exacte, nous progresserons au cours de cette partie vers des niveaux d'abstractions de plus en plus importants, qui nous mèneront finalement aux approches continues.

Heyman (1966), reprenant une partie des travaux de ses prédécesseurs, reproduit exactement la géométrie de plusieurs cathédrales de France et d'Angleterre, pratiquement au voussoir près. Les cas d'étude s'y prêtent parfaitement. Ces constructions en pierre de taille, avec des voussoirs aux dimensions imposantes assemblés à joints vifs – assemblage sec parfaitement jointif – combinent des géométries simples avec un nombre total d'éléments limité, ce qui rend le calcul sur la géométrie exacte parfaitement envisageable.

Heyman énonce ensuite trois hypothèses :

1. *La pierre ne résiste pas à la traction* : cet énoncé est littéralement inexact, mais globalement valable : bien que chaque voussoir puisse résister à des contraintes de traction, il ne peut pour autant les transmettre à ses voisins du fait du joint. Cette hypothèse va dans le sens de la sécurité.
2. *La résistance à la compression de la pierre est pratiquement infinie* : le niveau général des contraintes est suffisamment faible pour justifier cette hypothèse, légèrement moins sécuritaire que l'hypothèse précédente.
3. *Deux voussoirs ne peuvent glisser l'un part rapport à l'autre* : cette hypothèse se justifie pour des structures entièrement comprimées, telles arches et voûtes ; elle nécessite néanmoins de supposer un angle de frottement suffisamment important lorsque la résultante des efforts n'est pas orthogonale à l'interface.

En appliquant ces trois hypothèses aux cathédrales décrites ci-avant, il ne reste plus qu'à équilibrer les forces en jeu de part et d'autre de chaque voussoir. Le frottement entre deux voussoirs adjacents étant supposé suffisamment important, les modes de rupture impliquent nécessairement l'apparition de rotation des blocs. Tout bien considéré, cette méthode se base entièrement sur la mécanique du solide. Elle se range dans la catégorie des approches dites d'*équilibre limite*. Le nom

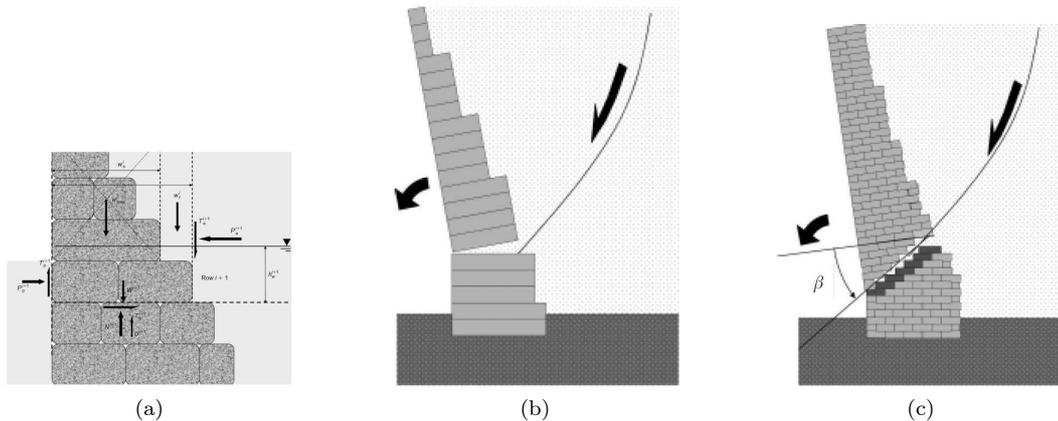


Figure 1.6 – Modélisation discrète de la maçonnerie d’un mur de soutènement par Alejano *et al.* (2012) : a) appareillage ; b) rupture par renversement, mode I ; c) rupture par renversement mode II.

provient du résultat produit par cette méthode : pour un mode de chargement donné, l’estimation de la résistance de la structure correspond à la charge maximale pour laquelle un équilibre peut encore être trouvé. On qualifie également cette méthode de « méthode de la *ligne de poussée* », la ligne de poussée étant définie comme l’ensemble des points d’équilibre des forces.

La maçonnerie monumentale à joints vifs convient parfaitement à une approche en géométrie exacte mais la réalité des ouvrages de soutènement est souvent tout autre, comme nous l’avons exposé en section 1.1.1. Néanmoins, quelques exceptions existent : à titre d’exemple, Alejano *et al.* (2012) citent plusieurs ouvrages de soutènement en Espagne, au Portugal et au Pérou construits avec des moellons de dimensions imposantes, probablement métriques. Contrairement aux arcs-boutants de cathédrale, il n’est plus possible d’adopter une modélisation en géométrie exacte pour un mur poids achevé, à moins de le démonter méticuleusement, de numéroter chaque moellon, d’en mesurer les dimensions et de le remonter avec le même soin. Aussi, choisissent-ils une géométrie approchée présentant une certaine régularité : les moellons ont tous la même hauteur – 0,5 m dans l’étude décrite – et sont assemblés à joints croisés (figure 1.6a). Ils conservent les deux premières hypothèses énoncées par Heyman mais choisissent d’autoriser le glissement d’un bloc par rapport à son voisin. Leur approche se base sur la méthode de l’équilibre limite qui leur permet de définir la résistance maximale disponible. Ajoutant un modèle géotechnique pour évaluer la poussée des terres, ils sont à même de déterminer la charge effectivement appliquée au mur. Le quotient de ces deux quantités définit un facteur de sécurité. Ils appliquent ensuite cette méthode à trois mécanismes de rupture interne : un mécanisme de glissement sur un lit, un mécanisme de renversement de la partie supérieure où la rupture interne suit un lit (figure 1.6b) et un mécanisme de renversement où la ligne de rupture interne traverse plusieurs lits – une rupture crénelée, passant entre les blocs (figure 1.6c).

Quelques années auparavant, Cooper (1986) avait également proposé une géométrie discrète simplifiée. Contrairement à Alejano *et al.*, il choisit de représenter le mur par l’empilement de ses lits, sans distinguer de moellons au sein de chaque lit (figure 1.7). Il applique des préceptes similaires aux deux méthodes déjà exposées : les plans de contact entre les éléments du mur sont parfaitement plats et le matériau constituant le mur parfaitement rigide. Cooper s’intéresse aux modes de rupture d’un mur de soutènement en pierre sèche, aussi ne cherche-t-il pas à déterminer un équilibre limite. Il définit donc les causes d’une rotation d’un bloc : deux blocs peuvent tourner l’un par rapport à l’autre si la résultante des efforts appliqués sort de la section du mur, sachant qu’une rotation d’un bloc vers l’arrière ne peut se produire qu’en conjonction avec un déplacement horizontal du mur.

Il déduit de ces hypothèses cinq modes de rupture pour le mur en pierre sèche :

**Rupture par renversement** : mode de rupture d’un mur en bon état, sur fondation rigide pour lequel la résultante en pied du mur sort de la largeur de la fondation. Il s’agit d’un mur

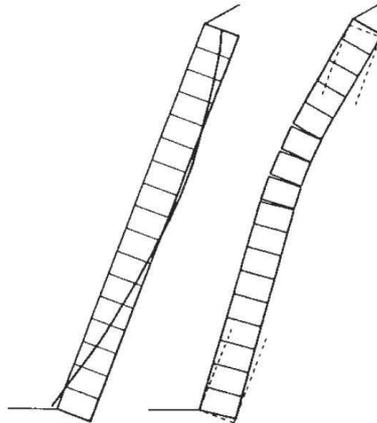


Figure 1.7 – Discretisation de Cooper : représentation de la ligne de poussée à gauche et de la déformée à droite (Cooper, 1986).

sous-dimensionné.

**Rupture par formation de ventre** : la formation d'un ventre résulte de la rotation des blocs, produite soit par l'augmentation de la poussée des terres actives dans la partie supérieure du mur, soit par l'apparition de déformations de compression sur le parement amont, rendues possibles par le vieillissement des blocs.

**Rupture par formation de ventre sur fondation souple** : mécanisme similaire au précédent, aggravé par la déformabilité de la fondation.

**Rupture de la fondation** : la fondation rompt ; il peut également en résulter une formation de ventre.

**Rupture en cisaillement** : mécanisme se produisant au niveau de la base, lorsque le chargement augmente plus rapidement que la résistance du mur au chargement. Il en résulte une déformation concave du mur.

Cooper n'utilise pas ce formalisme pour déterminer la résistance d'un mur poids, mais utilise ses résultats comme un outil d'aide au diagnostic. Il soutient qu'une analyse minutieuse de l'état du mur, de sa fondation et de son état de déformation permet de choisir la stratégie de réparation la plus adaptée, en gardant à l'esprit que le symptôme diffère de la cause.

Plus récemment, Mundell *et al.* (2009) utilisent un formalisme similaire. Ils représentent un mur poids en maçonnerie sèche comme un empilement de lits et résolvent le problème ainsi posé selon la méthode de l'équilibre limite. Ici aussi, la discrétisation géométrique adoptée n'est pas exacte, mais Mundell *et al.* exploitent la modularité de ce modèle pour étudier des configurations déformées (figure 1.8). Alors que Cooper décrit un éventail de mécanismes possibles, Mundell *et al.* quantifient les déplacements nécessaires pour le rééquilibrage du mur, rendant l'approche plus pragmatique. Ils comparent d'ailleurs les résultats de leur modèle avec des résultats expérimentaux réalisés sur deux campagnes expérimentales, une à échelle réduite et l'autre à échelle 1.

Les quelques démarches décrites ici s'apparentent toutes à la méthode de l'équilibre limite. Elles ont en commun d'être discrètes, mais le niveau de précision adopté pour la discrétisation diffère grandement. Heyman utilise une géométrie exacte tandis qu'Alejano *et al.* formulent des hypothèses de régularité de la maçonnerie, tout en conservant des blocs distincts. Nous qualifierons ces approches de *méso-mécaniques*. De leur côté, Cooper puis Mundell *et al.* ne mentionnent plus de blocs distincts, préférant une discrétisation en lits superposés. Nous qualifierons ces approches de *macro-mécaniques* : ces approches assimilent la maçonnerie à un matériau homogène, continu « par morceaux ». Dans la théorie développée par Mundell *et al.*, la discrétisation employée n'est finalement que le moyen de rendre l'outil polyvalent et adaptable à n'importe quel ouvrage : d'aucuns

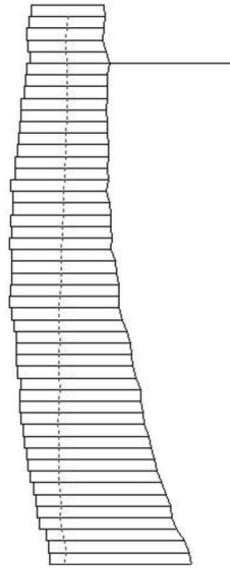


Figure 1.8 – Discretisation de la maçonnerie proposée par Mundell *et al.* (2009) appliquée à l'étude d'un mur déformé.

pourraient soutenir que Mundell se rapproche plus des méthodes continues que nous allons aborder dans la section suivante que de l'approche discrète développée par Heyman.

### 1.2.2 Approches continues

Si les approches discrètes semblent éminemment pertinentes en matière de maçonnerie, l'approche continue séduit par sa simplicité apparente. *Stricto sensu*, la méthode de dimensionnement des murs poids décrite en section 1.1.2 est une approche continue. Constable (1875) transforme cette méthode traitant uniquement de stabilité extérieure de l'ouvrage et introduit un mécanisme de rupture interne. Partant de ses observations sur la ruine d'un mur poids en maçonnerie sèche, il estime l'angle de rupture interne de la maçonnerie à  $45^\circ$ , mais, par mesure de précaution, il choisit d'utiliser un angle de rupture inférieur – ici l'angle de frottement du remblai. Cet angle lui permet de tracer une ligne de rupture interne, séparant le mur en deux portions : la portion inférieure reste immobile tandis que la portion supérieure adopte un mécanisme de rotation (figure 1.9). L'équilibre écrit n'est ni plus ni moins que l'équilibre du moment généré par le poids du prisme de sol mobilisé par le mécanisme auquel s'oppose le moment généré par le poids de la portion supérieure du mur. Avant lui, Burgoyne (1853) avait introduit sa campagne expérimentale par une analyse similaire. Constable résume donc la maçonnerie à un matériau continu, homogène et pesant dont l'angle de rupture interne est inférieur à  $45^\circ$ .

Arya et Gupta (1983) justifient l'utilisation d'une approche continue pour un mur en maçonnerie sèche s'il a été construit selon les règles de l'art, c'est-à-dire lorsque les moellons sont suffisamment imbriqués pour que le mur se comporte de façon monolithique. S'intéressant à la maçonnerie sèche, ils introduisent un angle de frottement entre les pierres accompagné de l'angle d'inclinaison du lit de pose, ou *pendage*. Ces deux paramètres forment la base de leur modèle de résistance de la maçonnerie. L'idée gouvernant ce choix de paramètres résulte de l'observation que, sur un plan incliné, il est plus difficile de faire glisser une pierre vers le haut de la pente. Sous ces hypothèses, ils ne considèrent que des modes de rupture par glissement du mur.

Dans ses travaux de doctorat, Villemus (2004) juxtapose, pour ainsi dire, ces deux conceptions, puisqu'il envisage une rupture par renversement et une rupture par mécanisme mixte de glissement-cisaillement. Il énonce plusieurs hypothèses :

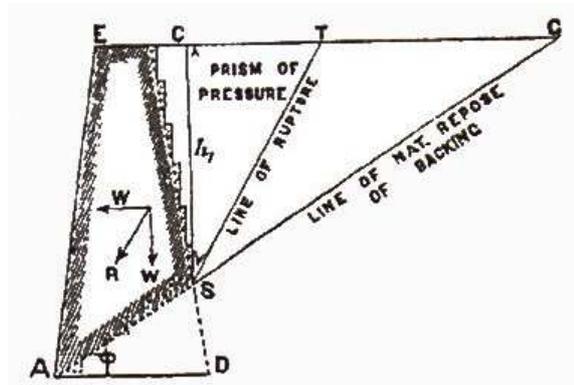


Figure 1.9 – Mécanisme de rupture interne proposé par Constable (1875).

- les deux mécanismes, renversement d'une part et glissement-cisaillement d'autre part, sont décorrélés ;
- le frottement mobilisé pour cisailer les joints équivaut au frottement de Coulomb mesuré entre les pierres en laboratoire ;
- l'angle de rupture interne  $\theta$  diffère de l'angle de *pendage*  $\eta$  ;
- la ligne de rupture interne émerge sur le parement à la cote  $h_0$ .

Plus élaborée, cette méthode requiert un calibrage plus abouti pour être mise en œuvre. Villemus déclare d'ailleurs que des tests à échelle 1 sont recommandés, notamment pour déterminer le choix des paramètres de rupture interne  $\theta$  et  $h_0$ .

Ces trois approches tombent encore dans le giron de l'équilibre limite, comme toutes les approches rapportées ici jusqu'à présent. L'hypothèse de milieu continu introduite dans cette section ouvre la voie à d'autres approches. De Buhan et de Felice (1997) proposent une approche exploitant la théorie du calcul à la rupture. Cette théorie introduit la définition d'un critère de rupture pour chaque matériau. Ce critère, adjoint à la connaissance de la géométrie et du chargement – deux piliers indispensables pour poser tout problème mécanique –, permet de déterminer un ensemble de chargements potentiellement supportables. Nous donnerons de plus amples détails au chapitre 2.

De Buhan et de Felice adoptent une méthode d'homogénéisation pour construire leur représentation mécanique de la maçonnerie. Ils reprennent plusieurs des hypothèses précédemment évoquées (figure 1.10) :

- les moellons sont supposés infiniment résistants ;
- les propriétés mécaniques des joints gouvernent la résistance du matériau : ils adoptent un modèle de Mohr-Coulomb cohérent et frottant pour appréhender à la fois la maçonnerie sèche et la maçonnerie jointoyée.

À ces deux hypothèses, ils ajoutent trois autres hypothèses géométriques :

- les moellons sont tous identiques, rectangulaires, de hauteur  $a$  et de longueur  $b$  ;
- les joints sont infiniment minces ;
- les moellons sont disposés de façon périodique, jointive, les joints verticaux du rang  $n$  interceptant le milieu des moellons du rang  $n+1$ .

Ces quelques hypothèses leur permettent, après le nécessaire changement d'échelle, de définir le critère de résistance du matériau homogène continu équivalent à cette description mésoscopique de la maçonnerie. Ainsi défini, ce critère s'avère être anisotrope : le *pendage* des lits constitue un quatrième paramètre, rendu implicite dans la formulation finale – les trois autres paramètres étant la cohésion et l'angle de frottement interne des joints et l'élanement des moellons.

Ce modèle repose sur une hypothèse majeure de changement d'échelle : la cellule de base admise doit être petite par rapport aux dimensions caractéristiques de la structure représentée. Pour employer ce modèle à bon escient, il convient de s'assurer de la validité de cette hypothèse. Cette hypothèse est couramment considérée valide dès que le mur est constitué d'au moins cinq moellons

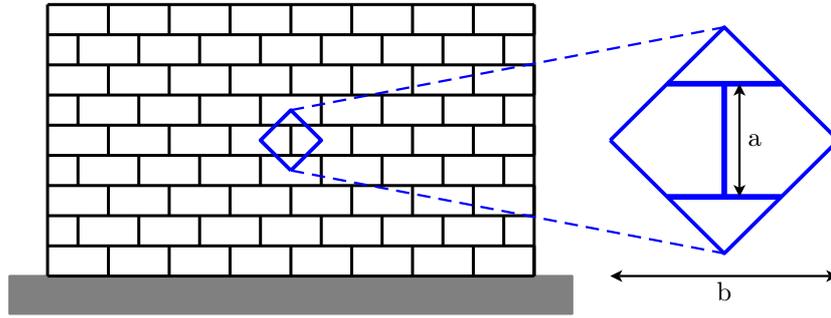


Figure 1.10 – Modélisation périodique régulière de la maçonnerie par de Buhan et de Felice (1997) accompagnée de la cellule de base choisie.

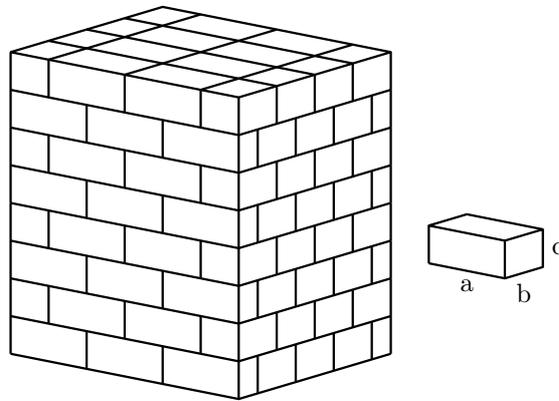


Figure 1.11 – Modèle de maçonnerie périodique 3D adopté par Le (2013).

dans sa largeur. En deçà de cette borne, ce modèle n'est *a priori* plus recevable ; toutefois, son domaine d'application peut être localement étendu pourvu qu'une étude adéquate le prouve – cf. Colas (2009).

Ce critère a été repris par Colas (2009) et appliqué aux murs de soutènement routiers en pierre sèche. Utilisant l'approche par l'extérieur du calcul à la rupture, elle obtient un estimateur en borne supérieure de la résistance d'un mur de pierre sèche chargé par son remblai. À l'instar de Villemus, elle suppose deux modes de rupture possible, soit par renversement, soit par glissement. Ces deux mécanismes introduisent l'un et l'autre la possibilité d'une rupture interne du mur ; contrairement à Villemus, la valeur de cet angle de rupture interne n'est pas présupposé mais résulte des calculs menés dans cette méthode.

La dernière approche analytique que nous aborderons dans cette partie correspond aux travaux de Le (2013). Sur les brisées de Colas et de Buhan et de Felice, Le exploite également la complémentarité de l'homogénéisation et du calcul à la rupture. Posant des hypothèses similaires à celles de De Buhan et de Felice, Le produit un critère anisotrope 3D de la maçonnerie, à blocs infiniment résistants, frottant entre eux selon un modèle de Mohr-Coulomb. Le modèle de maçonnerie périodique qu'elle utilise est représenté en figure 1.11. Elle résout le problème posé par un chargement quasi-ponctuel statique sur le remblai à proximité du mur le soutenant pour modéliser les sollicitations imposées par un essieu de poids-lourd stationné le long d'un mur de soutènement. Elle propose une rupture dans laquelle un prisme de sol vient « poinçonner » le mur qui le soutient. Ce mécanisme simple reproduit relativement fidèlement l'aspect des déformations obtenues en grandeur nature dans la campagne expérimentale concluant son doctorat.

Deux cadres théoriques englobent l'ensemble des approches analytiques développées pour étudier la maçonnerie : l'équilibre limite et le calcul à la rupture. Au sein de cette dichotomie, une variabilité certaine subsiste comme nous avons pu le voir en observant les différentes stratégies mises en œuvre pour aborder un même problème.

### 1.3 Approches numériques

Les approches numériques contournent certaines des limitations restreignant les approches analytiques développées dans la partie précédente. L'augmentation exponentielle des puissances de calcul informatique conjecturée par Gordon E. Moore en 1965 s'est traduite par la démocratisation du calcul numérique approché. La complexité de la modélisation est de moins en moins un obstacle à sa résolution... Dans cette nouvelle partie, nous nous pencherons sur les différentes stratégies de modélisation recensées dans la littérature. À nouveau, nous discriminerons les méthodes proposées suivant la dichotomie continu-discret précédemment exploitée.

#### 1.3.1 Approches discrètes

Le passage de l'analytique au numérique n'altère en rien la pertinence d'une approche discrète. Au contraire, l'utilisation de l'outil numérique facilite à divers égards l'étude de structures présentant un pas de discrétisation important.

**Modèles à interfaces ou à joints.** Plusieurs auteurs proposent de reproduire l'ambivalence de la maçonnerie en disjoignant, généralement dans un modèle d'éléments finis, les blocs des joints. Suivant les auteurs, le joint est modélisé par un simple élément d'interface, infiniment mince, ou bien possède une épaisseur propre.

Lotfi et Shing ont assimilé d'abord la maçonnerie à un matériau continu homogène auquel ils appliquent un modèle de fissuration réparti (Lotfi et Shing, 1991). Pour reproduire correctement le fonctionnement fragile de la maçonnerie, ils décident d'adjoindre à ce modèle des éléments d'interface pour représenter les joints (Lotfi et Shing, 1994). Les briques conservent les propriétés énoncées précédemment, tandis que les joints se voient attribuer un comportement de type Mohr-Coulomb. Les résultats en termes de capacités de cisaillement et de dilatance coïncident avec ceux des campagnes documentées dans la littérature.

Lourenço et Rots (1997) proposent un modèle pour la maçonnerie jointoyée (figure 1.12). Ils concentrent l'endommagement dans les joints grâce à l'utilisation d'éléments d'interface et autorisent une rupture en traction des blocs de maçonnerie suivant une ligne verticale, en leur milieu. Ces briques sont par ailleurs assimilées à un matériau élastoplastique basé sur un critère de Mohr-Coulomb fermé, de sorte que ce modèle tient compte de ruptures en compression, traction et cisaillement.

Onze ans plus tard, Milani (2008) sort de la simulation en déformation plane et propose une modélisation 3D d'un mur de briques par le calcul à la rupture. Pour pouvoir modéliser n'importe quel type d'appareil, il dessine chaque brique qu'il maille par des éléments tétraédriques et assimile les joints à des interfaces. Les briques sont modélisées avec le critère de Lourenço-Rots tandis que les joints reprennent le classique Mohr-Coulomb. La dépense calculatoire qu'impose le passage à la troisième dimension est compensée par la possibilité d'étudier des chargements hors-plan.

Portioli *et al.* (2013), toujours dans le cadre du calcul à la rupture, proposent un modèle de maçonnerie à blocs rigides fractionnables (figure 1.14). Les joints sont supposés cohérents ou frottant sans traction pour représenter des joints maçonnés ou sec. Chaque bloc de maçonnerie est divisé en six triangles. À chaque étape, leur algorithme détermine s'il y a rupture selon chacune des interfaces internes pour, le cas échéant, en modifier les propriétés à l'étape suivante. Si la rupture se fait en glissement, l'interface reçoit les propriétés de Mohr-Coulomb adéquates ; si la rupture se fait par fissuration ou écrasement, ils fournissent un critère complet en compression et en traction

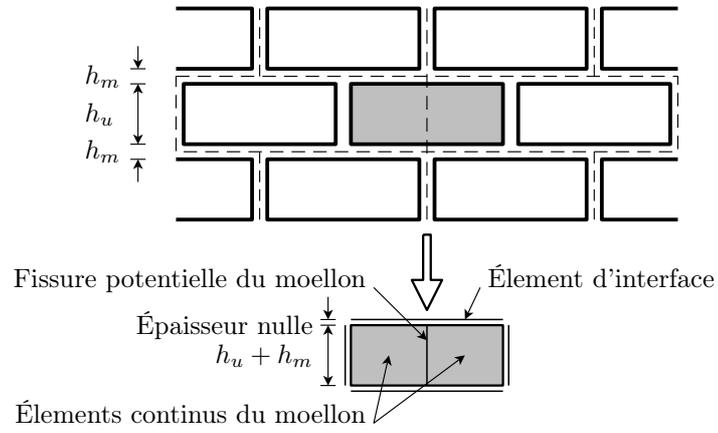


Figure 1.12 – Modèle de maçonnerie jointoyée proposé par Lourenço et Rots (1997).

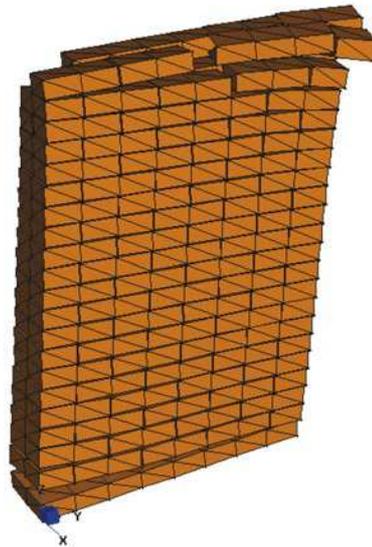


Figure 1.13 – Modèle 3D à interfaces proposé par Milani (2008).

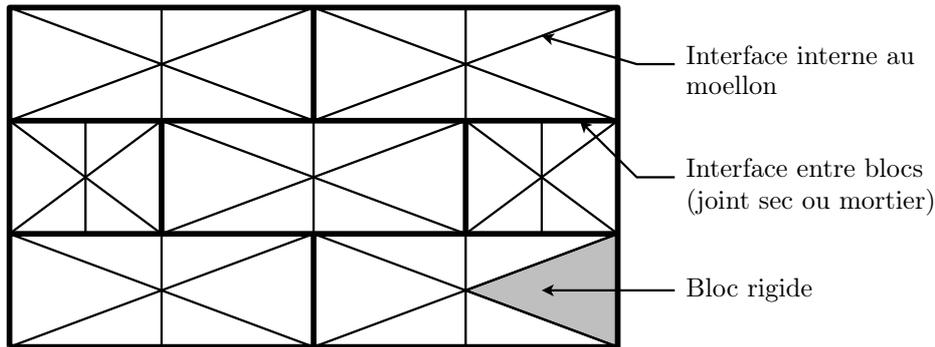


Figure 1.14 – Modèle à blocs rigides fractionnables de Portioli *et al.* (2013).

parfaitement plastique. Le processus de calcul étant itératif, ils distinguent des propriétés initiales et résiduelles dans tous les cas.

Jusqu'à présent, les joints ont été réduits à leur expression la plus mince, mais tous les auteurs ne font pas ce choix. Shieh-Beygi et Pietruszczak (2008) présentent eux aussi une approche mésomécanique tout en prenant le parti de donner une véritable épaisseur aux joints – cette fois-ci, les interfaces s'intercalent entre les briques et le mortier. Ils adoptent un modèle plastique fragile en compression et élastique fragile en traction, la rupture étant gouvernée par le critère de Mohr-Coulomb coupé en traction par le critère de Rankine, sur lequel ils ajoutent une sur-couche permettant de suivre l'évolution de la fissuration après localisation de l'endommagement. Un critère énergétique permet de déterminer la perte définitive de l'équilibre.

Partis des modèles analytiques, où la première hypothèse était couramment la résistance infinie des blocs, il a été introduit des modèles à joints minces et blocs élastoplastiques, donc déformables, des modèles numériques où la rupture est confinée aux joints et des modèles numériques où la rupture se produit dans les blocs ou dans les joints, éventuellement épais, et finalement un modèle à joints minces où les blocs sont initialement parfaitement rigides à nouveau. Tout ceci a été réalisé dans un formalisme essentiellement continu, celui des éléments finis.

**Modèles à éléments distincts.** Différentes subtilités ont été introduites pour traiter des milieux discontinus à partir d'éléments finis, certaines d'entre elles ont été décrites dans les paragraphes précédents. La méthode des éléments distincts met de côté l'hypothèse de continuité pour se concentrer sur les discontinuités elles-mêmes. Avec cette méthode, il n'est plus question d'assimiler un milieu granulaire à un milieu continu, mais bien de reproduire chacun des grains de sable et leurs interactions les uns avec les autres.

Ces modèles sont excessivement coûteux en temps de calcul, du fait de la complexité combinatoire inhérente à leur constitution, auquel peut s'ajouter un aspect chaotique : au niveau local, il est virtuellement impossible de retrouver, d'une expérience numérique à l'autre, les mêmes caractéristiques pour un impact, à un instant et pour une particule donnée. Même la trajectoire totale d'une particule peut, pour une modification infime des paramètres, se trouver radicalement changée (Jean, 1999). Néanmoins, il est attendu que les variables macroscopiques correspondantes soient comparables. Au-delà de cette limitation, ils permettent de traiter des problèmes avec de grands déplacements sans nécessiter de raffinement supplémentaire.

Dans l'application aux ouvrages de soutènement en pierre sèche, plusieurs auteurs ont employé un modèle continu pour représenter le remblai afin d'optimiser les temps de calcul et de réserver ainsi toute la puissance de calcul pour évaluer les interactions entre les moellons. C'est ce que font Harkness *et al.* (2000) puis Powrie *et al.* (2002), utilisant le logiciel UDEC pour modéliser les essais de Burgoyne (1853) – une campagne expérimentale menée à échelle 1 dont nous parlerons plus en détails en partie 1.4. Grâce à cette méthode, les auteurs sont en mesure de produire des mécanismes

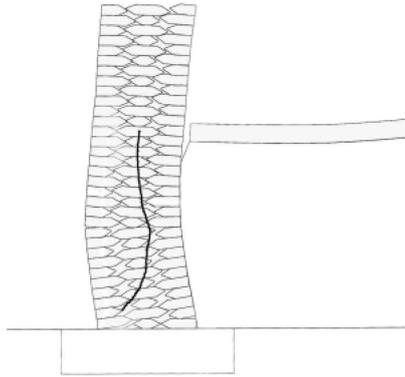


Figure 1.15 – Modélisation par éléments discrets, obtention d'un ventre stable (Walker *et al.*, 2007).

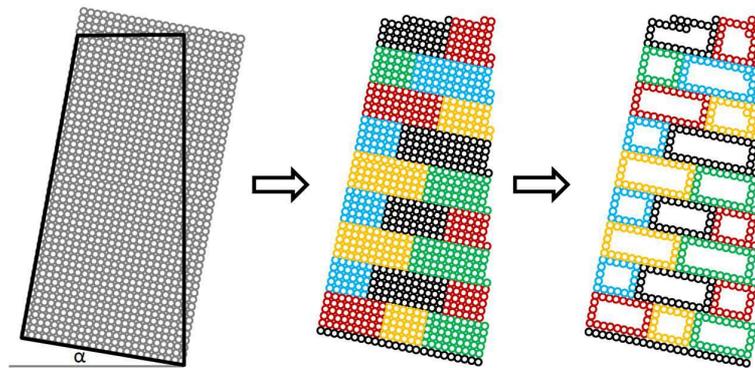


Figure 1.16 – Principe de construction de moellon possédant de la macro-rugosité (Oetomo, 2014).

de rupture très réalistes, des plus utiles lorsqu'il s'agit de donner un diagnostic pour un ouvrage existant vieillissant. Powrie *et al.*, par exemple, énoncent que la formation d'un ventre n'est pas forcément annonciatrice de ruine de l'ouvrage (résultat corroboré par Walker *et al.*, figure 1.15) ; inversement, une rupture par renversement ne laisse paraître que très peu de signes avant-coureurs, les déformations annonciatrices d'un tel mécanisme étant extrêmement faibles, de moins de 1 % de la hauteur totale du mur. Walker *et al.* (2007) poursuivent dans cette voie et ne qualifient plus le mécanisme de formation de ventre comme un mécanisme de rupture, mais plutôt comme un mécanisme de plasticité, une réorganisation des blocs en vue d'atteindre un nouvel état d'équilibre. Claxton *et al.* (2005) poursuivent ces travaux avec plusieurs analyses paramétriques. Ils concluent quant à la prépondérance des mécanismes par renversement dès que l'angle de frottement entre les pierres dépasse  $20^\circ$ . Conformément à la théorie, les paramètres de contact élastiques entre les pierres n'ont pas d'influence sur la stabilité globale, mais plutôt sur l'amplitude des déplacements du mur ; il en est de même pour l'élanement moyen des blocs.

Au delà des difficultés numériques d'origine combinatoire, la principale difficulté présentée par cette méthode réside dans la bonne calibration des paramètres de contact : frottement, rigidités, amortissements éventuels... Tran *et al.* (2014), reproduisant numériquement le décoffrage d'une voûte en maçonnerie, formulent un modèle de contact partiel entre les voussoirs. Oetomo (2014) propose quant à lui une représentation fine de la surface des moellons afin de différencier le frottement provenant du matériau du frottement provenant de la rugosité de la surface (figure 1.16).

Avec l'augmentation des capacités informatiques, Oetomo ouvre la voie vers la modélisation par éléments distincts en 3D et explore le problème soulevé par Le dans sa thèse de doctorat. Poursuivant

dans cette lignée, Quezada *et al.* (2016) retrouvent le caractère soudain de la rupture d'un ouvrage en maçonnerie sèche : à 80 % du chargement de ruine, les déplacements sont encore imperceptibles.

Si toutes les applications présentées jusqu'ici concernent la maçonnerie sèche, il reste possible d'étudier la maçonnerie jointoyée avec des éléments distincts. Pour ce faire, il faut ajouter une composante adhésive au modèle de contact. Acary (2001) propose d'utiliser le modèle de Frémond-Cangémi dans ce but. Ce modèle emploie deux composantes de cohésion en plus du frottement sec tangentiel : une composante résistant à la traction dans la direction normale et une composante tangentielle qui s'ajoute à la contribution provenant du frottement. Au fonctionnement des éléments distincts évoqués jusqu'à présent, ce modèle ajoute un fonctionnement adhérent. Le passage du mode adhérent au mode de frottement sec est piloté par une variable d'endommagement. La stratégie de maillage diffère des modélisations précédentes : cette fois-ci, les éléments adhérents sont parfaitement jointifs avant d'être éventuellement séparés au cours du calcul.

La méthode des éléments distincts reproduit explicitement le caractère hétérogène de la maçonnerie, au prix d'une grande complexité théorique. Elle regroupe dans un seul problème des lois discontinues non dérivables – notamment certaines lois de contact – avec des problématiques dynamiques et combinatoires. Comme pour les approches micro et méso-mécaniques rapportées au début de cette partie, de multiples approches sont possibles. Nous avons vu des modèles à blocs rigides disjoints, des modèles à blocs déformables disjoints, un modèle à blocs quasi-jointifs secs avant de décrire un modèle d'éléments distincts adhérents puis frottants. Parmi toutes les méthodes numériques discrètes appliquées à la maçonnerie, elle en est probablement la plus raffinée.

### 1.3.2 Approches continues

Si un mur de maçonnerie est bien construit, il adopte un comportement monolithique. C'est en substance ce que Constable (1875) puis Arya et Gupta (1983), entre autres, ont affirmé pour fonder leurs approches analytiques continues ; à certains égards, cela a également été corroboré par des résultats de l'école britannique des éléments distincts (Harkness *et al.*, 2000 ; Powrie *et al.*, 2002 ; Walker *et al.*, 2007), ou encore par la campagne expérimentale menée par Colas (2009). Aussi n'est-il pas surprenant de rencontrer à nouveau ce type de stratégies parmi les approches numériques.

**De l'élastoplasticité anisotrope.** Les modèles les plus simples capitalisent sur cette hypothèse de continuité, reprenant des modèles utilisés plus classiquement pour des matériaux homogènes. Ces modèles sont généralement employés comme une première étape, un tremplin avant de parvenir à un modèle plus élaboré. C'est le cas par exemple de Lotfi et Shing, évoqués précédemment, qui en 1991 testent un modèle à fissuration répartie pour représenter un mur de maçonnerie. N'étant eux-mêmes pas satisfaits de tous les résultats générés par cette approche, ils détaillent leur représentation de la maçonnerie en proposant un modèle à interfaces trois ans plus tard (Lotfi et Shing, 1994). Dans leur note de calcul, Zhang *et al.* (2004) débutent également leurs calculs par un modèle continu avant de poursuivre avec un modèle décrivant les joints.

Quelques années plus tard, Lourenço *et al.* (1997) présentent un modèle élastoplastique orthotrope de la maçonnerie, coupé en traction par le critère de Rankine et en compression par le critère de Hill. Ils ajoutent à ce modèle un paramètre d'endommagement local scalaire qu'ils relient à l'énergie libérée par fissuration. Ce modèle comporte sept paramètres de résistance et cinq paramètres inélastiques : la phase de calibration et d'étalonnage des paramètres est tout aussi importante que celle de conception du modèle et fait l'objet d'une publication l'année suivante (Lourenço *et al.*, 1998). Les auteurs concluent à la pertinence de ce modèle pour un large panel de types de maçonnerie – briques creuses, briques pleines, en argile ou en béton etc. – tout en donnant des indications qualitatives correctes quant au positionnement des fissures.

Lourenço *et al.* suggéraient d'exploiter le formalisme de l'orthotropie pour décrire le comportement de la maçonnerie. Ushaksaraei et Pietruszczak (2002) puis Lee et Pietruszczak (2008) développent l'approche du plan critique. Cette approche consiste à introduire l'anisotropie de la maçonnerie par le biais d'une fonction de rupture dont les valeurs dépendent de la direction d'observation.

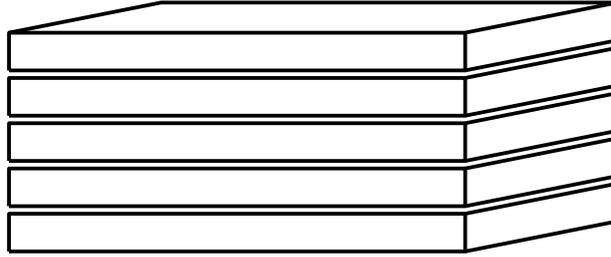


Figure 1.17 – Représentation multicouches de la maçonnerie par un empilement de strates de mortier et de briques proposé par Pande *et al.* (1989).

Utilisant des tenseurs déviateurs du second ordre, cette approche prometteuse illustre le point névralgique d’une représentation continue de la maçonnerie : la façon d’introduire l’anisotropie.

**Homogénéisation périodique.** Les travaux de De Buhan et de Felice nous ont déjà permis d’introduire le concept d’homogénéisation au paragraphe 1.2.2. Remarquons d’ailleurs que cette technique n’est qu’un outil pour décrire le comportement du matériau et ne présume en rien de la méthode de dimensionnement employée : dans leur article de 1997, de Buhan et de Felice appliquent ensuite la théorie du calcul à la rupture pour modéliser un mur soumis à un chargement sismique ; en 2010, de Felice *et al.* reprennent le même modèle dans une approche par éléments finis élastoplastiques. Nous distinguerons par la suite plusieurs méthodes d’homogénéisation, suivant l’hypothèse fondamentale formulée. Nous débuterons par l’homogénéisation strictement périodique, présentée dans ce paragraphe, avant de dériver vers des interprétations plus souples de la notion de périodicité dans le paragraphe suivant.

En 1989, Pande *et al.* assimilent la maçonnerie à un matériau multicouches, un empilement de strates de mortier et de briques alternées (figure 1.17). Ayant produit le matériau équivalent correspondant, ils en dérivent un modèle 3D. Sous ces hypothèses simples, le matériau équivalent produit des résultats qualitativement corrects. En 1997, Luciano et Sacco développent un modèle de maçonnerie plus précis, basé sur une cellule de base carrée introduisant des joints verticaux (figure 1.18a). Comme dans de nombreuses approches méso-mécaniques précédemment discutées, le mortier joue un rôle capital puisqu’il concentre tout l’endommagement du modèle. Hypothèse également courante, les briques sont choisies infiniment élastiques tandis que le mortier est choisi élastique fragile. Après initiation d’une fissure, qui dans ce modèle ne peut se développer que dans les directions verticale ou horizontale, huit schémas de fissurations sont retenus pour des raisons de périodicité. La fissuration est contrôlée par un critère énergétique : si la densité d’énergie de déformation est supérieure à l’énergie de fissuration, la fissure croît.

La même année, Pegon et Anthoine (1997) utilisent une cellule de base parallélépipédique de maçonnerie à joints épais, prenant également en compte de l’endommagement, résolu en déformation plane et en contrainte plane (figure 1.18b). Plus tard, Mistler adopte la même cellule de base sur un modèle élastique qu’il applique ensuite au modèle de déformation plane généralisée d’Anthoine (1995), afin de prendre en compte des sollicitations hors plan.

Le processus d’homogénéisation, qui comme le concluent Lopez *et al.* (1999) permet de simplifier les maillages et d’accélérer les calculs, requiert une phase préparatoire non négligeable pour obtenir le matériau équivalent. Plusieurs auteurs réalisent des expériences de chargement numériques sur leur choix de cellule de base afin d’en dériver les paramètres mécaniques équivalents. Zucchini et Lourenço (2002) décrivent une application de cette méthode sur un modèle élastique où initialement les joints seuls se déforment en cisaillement, hypothèse qu’ils valident pour des joints épais. Pour le cas des joints minces, c’est-à-dire où le ratio entre l’épaisseur du joint et l’épaisseur de la brique est inférieur à 5 %, ils intègrent une déformation de cisaillement dans les briques (Zucchini et Lourenço, 2004). Ils ajoutent également dans ce modèle de l’endommagement isotrope puis de la plasticité en compression (Zucchini et Lourenço, 2007).

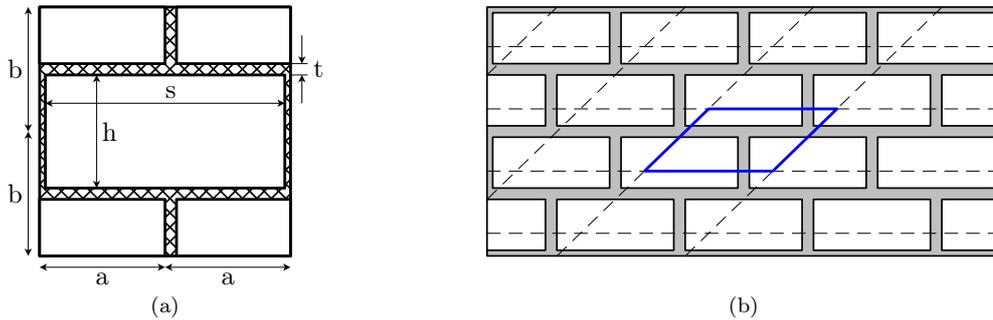


Figure 1.18 – Cellules de bases : a) Luciano et Sacco (Luciano et Sacco, 1997) ; b) Pegon et Antoine (Pegon et Anthoine, 1997).

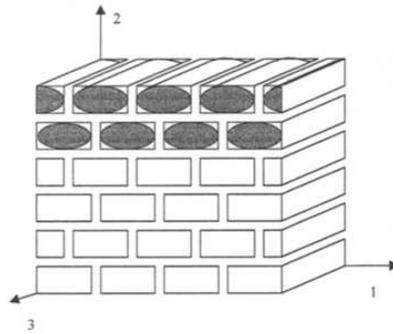


Figure 1.19 – Représentation de la maçonnerie par un empilement d'ellipsoïdes cylindriques proposée par Bati *et al.* (1999).

Toutes ces méthodes exploitent la régularité de la maçonnerie de briques. Suivant le nombre de dimensions considéré, les divers auteurs cités assemblent des rectangles ou des parallélépipèdes avec une régularité mathématique. Bati *et al.* (1999) proposent une conception différente de la maçonnerie. Ils proposent d'assimiler la maçonnerie à un empilement de cylindres à section ellipsoïdale, représentant les briques, emprisonnés dans une matrice de mortier (figure 1.19). Ils résolvent alors le problème ainsi posé en utilisant le schéma d'homogénéisation d'Eschelby et son extension théorisée par Mori et Tanaka (1973). Cette approche, essentiellement élastique, est parfaitement adaptée pour déterminer les paramètres élastiques de l'appareil considéré. La périodicité affichée en figure 1.19 n'est qu'une apparence, une illustration conceptuelle de la pertinence de l'approche : en effet, les théories d'Eschelby et de Mori-Tanaka ne se fondent pas sur des notions de périodicité, mais sur des critères d'homogénéité plus généraux, que nous approfondirons au paragraphe suivant.

**Homogénéisation non-périodique.** Parler d'homogénéisation non-périodique confine à l'oxymore. Pourtant, en matière d'homogénéisation, deux notions cohabitent. Plusieurs auteurs parlent d'une « cellule de base », notion qui implique la définition d'un motif élémentaire permettant de construire l'ensemble du matériau par simples translations. D'autres auteurs élargissent cette cellule de base à un « volume élémentaire représentatif » – parfois abrégé en VER. Cette notion de représentativité introduit une diversité de matériaux bien plus grande dans le domaine de l'homogénéisation. Les travaux d'Eschelby et de Mori et Tanaka, exploités par Bati *et al.*, se situent de ce côté du spectre. Sortie de la maçonnerie de briques et de la maçonnerie de pierres de taille, l'homogénéisation strictement périodique perd rapidement de sa pertinence *a priori*. Visuellement, le matériau réel n'affiche plus de stricte périodicité ce qui l'éloigne de la définition du matériau virtuel.

Pour réduire cette discordance, deux cheminements coexistent dans la littérature.

Une première approche consiste à remanier un modèle périodique en introduisant un ou plusieurs paramètres de variabilité. Gusella et Cluni (2006) décrivent la maçonnerie comme un composite bi-phasé, formé de pierres et de mortier, complètement aléatoire. La répartition entre les deux milieux est résumée dans une fonction de probabilité multivariable. À l’instar des cellules de base, la probabilité donnée par cette fonction est supposée invariable par translation. Il s’agit d’un réel progrès par rapport à la définition d’une simple cellule de base aux caractéristiques moyennes, car cette fonction inclut la notion de répartition autour de cette moyenne. La fonction étant multivariable, il est possible de privilégier certaines directions par rapport à d’autres, introduisant ainsi de l’anisotropie à peu de frais. Les paramètres de cette fonction sont calibrés par la méthode de la « fenêtre de test ». L’année suivante, Falsone et Lombardo (2007) publient une approche stochastique légèrement différente. Ils pondèrent les paramètres d’élasticité par une fonction de probabilité.

Cecchi et Sab (2009) proposent une approche plus descriptive. Ils définissent implicitement un appareillage en *opus quadratum* : les moellons sont parallélépipédiques et posés selon des lits, mais leur largeur est variable (figure 1.20a). Ils construisent ainsi un modèle à géométrie perturbée qu’ils comparent au modèle strictement périodique. Il en résulte que la configuration périodique est toujours légèrement plus rigide, de 5 à 10 % selon les cas. Sab (2009) utilise ce même modèle de géométrie perturbée dans une approche par le calcul à la rupture.

Un an après, Milani (2010) introduit un modèle permettant de traiter également des opus non assisés. Le volume élémentaire représentatif choisi est constitué d’un élément central et de ses voisins, de tailles aléatoires (figure 1.20b). Ils construisent ainsi un modèle rigide plastique dont l’estimation finale est donnée par une approche de Monte-Carlo.

La deuxième façon d’appréhender l’homogénéisation non-périodique parcourt le chemin inverse. La méthode de la « fenêtre de test » en fait partie : il s’agit de choisir aléatoirement une portion d’un mur existant pour en tirer des paramètres homogénéisés représentatifs de la globalité. Gitman *et al.* (2007) théorisent plusieurs conditions de validité de cette méthode, notamment en terme d’existence du volume élémentaire représentatif et de choix de sa taille. Si Cluni et Gusella en ont présenté un cas d’étude en 2004, l’application la plus marquante est indubitablement celle de Milani *et al.*, qui, en 2013, l’appliquent à l’ensemble de la façade du château de Guimarães.

Plusieurs approches coexistent lorsqu’il s’agit de rendre compte du comportement de la maçonnerie par un matériau continu. Les méthodes de changement d’échelle semblent plébiscitées, peut-être du fait de leur caractère visuel : dans tous les cas, il s’agit d’abord de reproduire la maçonnerie avant d’en déduire les paramètres macroscopiques régissant le comportement mécanique du matériau représenté. Les possibilités ne manquent pas pour varier les modèles : l’appareillage, l’épaisseur des joints, la forme des modules, les paramètres constitutifs des modules et des joints, l’adoption d’un système non-périodique, etc. Autant de modèles spécifiques qui ne demandent qu’à être calibrés puis validés expérimentalement avant d’être utilisés sur le terrain.

## 1.4 Approches expérimentales

Dans les deux sections précédentes, nous avons vu de nombreuses stratégies de modélisation de la maçonnerie, certaines se focalisant plutôt sur la représentation du matériau, d’autres englobant l’ensemble de la structure. Quelle que soit la modélisation finalement adoptée, il convient néanmoins d’en vérifier la validité en la confrontant avec l’expérience. Nous présentons dans cette section plusieurs campagnes expérimentales en nous concentrant sur celles étudiant des ouvrages de soutènement.

**Burgoyne.** Le Lieutenant-Général Sir John Burgoyne, inspecteur général des fortifications britanniques, désireux d’optimiser le coût de construction des fortifications tout en conservant une sécurité suffisante, mène une campagne expérimentale composée de quatre murs (Burgoyne, 1853). Ces quatre murs de même volume sont construits en granite non taillé, suivant quatre géométries différentes :

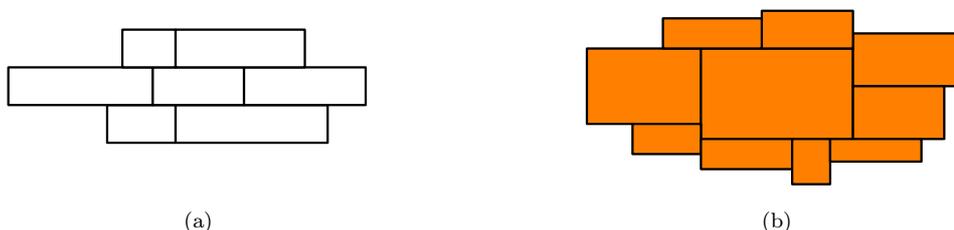


Figure 1.20 – Homogénéisation non-périodique : a) modèle à joints perturbés pour un *opus assisé* proposé par Cecchi et Sab (2009) ; b) modèle à VER aléatoire pour un *opus quadratum* proposé par Milani (2010).

**Mur A** : mur à parements parallèles, inclinés (figure 1.21a) ;

**Mur B** : mur à parement aval incliné (figure 1.21b) ;

**Mur C** : mur à parement amont incliné (figure 1.21c) ;

**Mur D** : mur droit (figure 1.21d).

De ces quatre murs, le mur A est le plus robuste : il demeure, selon Burgoyne, non affecté par la poussée des terres, bien qu'ayant été remblayé plusieurs fois pour combler le tassement naturel du remblai. Le mur B, tout comme le mur A, supporte d'être remblayé jusqu'à son couronnement, mais il montre des signes d'instabilité : en plus de fissures visibles dans le parement, il mesure des déplacements du parement supérieurs à 5 cm. Néanmoins, comme pour le mur A, les tassements du remblai ont pu être comblés sans déclencher la ruine de l'ouvrage.

Les murs C et D n'ont pas supporté de chargement similaire et ont rompu pour une hauteur de remblai de 17 pieds – 5,18 m. Dans les deux cas, Burgoyne décrit un mécanisme quasi-monolithique de renversement avec rupture interne. Ces deux murs ont présenté de fortes déformations : un surplomb d'environ 25 cm pour le mur C, de 30 à 45 cm pour le mur D.

Cette campagne a été réalisée en 1853. En 1875, Constable décrit laconiquement une campagne à échelle réduite, toujours en déformation plane, où les briques sont remplacées par des tasseaux de pin et le remblai par un picotin d'avoine. Il utilise ces essais pour vérifier son modèle de rupture interne et obtient des résultats très prometteurs. Après ces deux entreprises, il faut attendre plus d'un siècle avant de trouver une nouvelle campagne expérimentale sur des ouvrages de soutènement en maçonnerie, ce qui conduit de multiples auteurs – Harkness *et al.* (2000), Brady et Kavanagh (2002), Powrie *et al.* (2002), Zhang *et al.* (2004), etc. – à comparer leurs résultats avec ces travaux, en dépit du manque de caractéristiques physiques des matériaux en jeu, la plupart des notions impliquées n'existant pas à l'époque de Burgoyne.

**Villemus.** Près de 130 ans après Burgoyne, Villemus (2004) conduit plusieurs essais de chargement de murs de soutènement de taille réelle édifiés en pierre sèche pour valider son modèle continu présenté à la section 1.2.2. Cinq murs sont mis à l'épreuve, pour lesquels il fait varier la géométrie et les matériaux (figure 1.22). Les caractéristiques principales en sont consignées dans le tableau 1.1.

Villemus prend le parti de charger ses murs par l'intermédiaire d'une pression latérale d'eau. Cela lui permet de s'affranchir des inconnues telles que l'interaction entre les pierres et le remblai et la nature du remblai, tout en donnant une base solide pour évaluer les paramètres de résistance interne du mur soumis à un chargement triangulairement réparti – relativement similaire à une certaine catégorie de chargements géotechniques. Pour appliquer cette pression, un réservoir souple, intercalé entre le mur testé et un mur de réaction, est rempli progressivement.

À chaque test, il instrumente le parement de l'ouvrage par sept capteurs à câble, afin d'en mesurer les déplacements. Un huitième capteur à câble, relié à un flotteur, permet de mesurer la hauteur d'eau dans le réservoir de chargement. La fondation des quatre premiers ouvrages est conçue comme

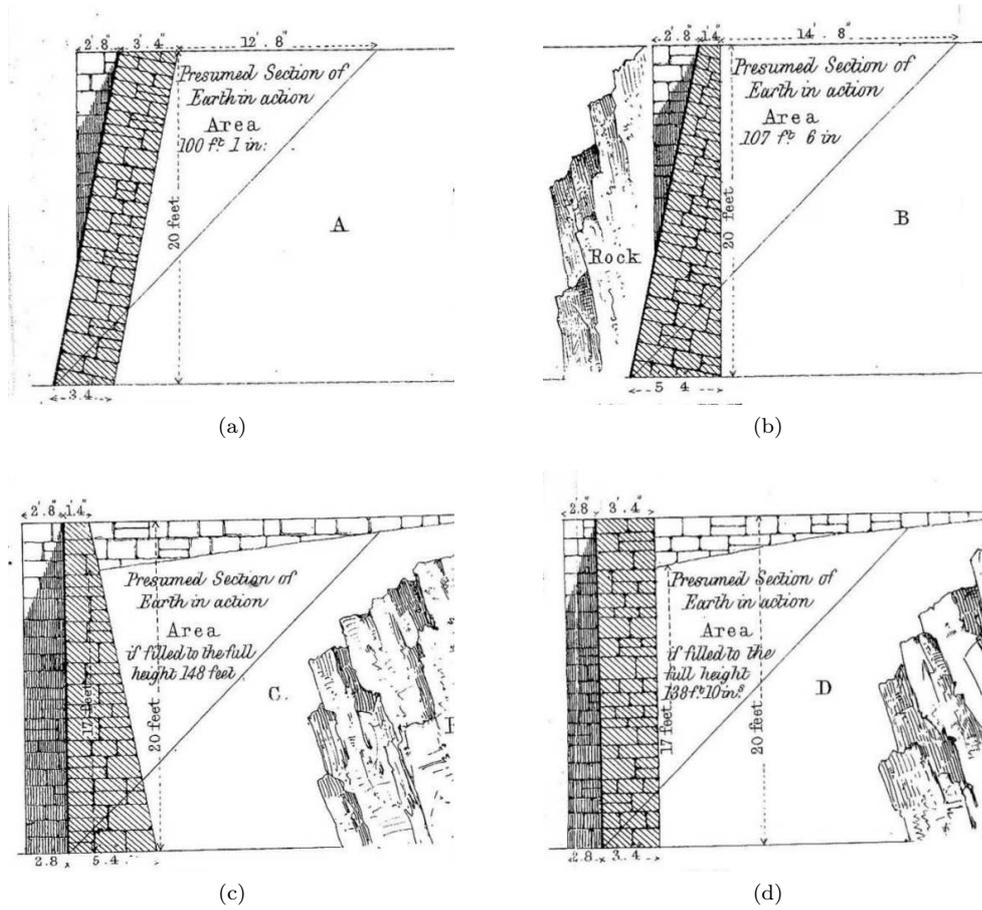


Figure 1.21 – Campagne expérimentale du Lieutenant-Général Burgoyne (1853).

Tableau 1.1 – Données géométriques des ouvrages testés par Villemus (2004).

	Mur 1	Mur 2	Mur 3	Mur 4	Mur 5
Hauteur (m)	2	2	4	2	4,25
Largeur en tête (m)	0,6	0,9	1,2	0,65	1,16
Fruit aval (%)	15	0	15	12	15
Pendage (°)	0	0	0	-4	-8,5
Matériau	Calcaire	Calcaire	Calcaire	Calcaire	Schiste

Tableau 1.2 – Données géométriques des ouvrages testés par Colas (2009).

	Mur 1	Mur 2	Mur 3	Mur 4
Hauteur (m)	2,5	2,5	2,5	2,5
Largeur en tête (m)	0,45	0,45	0,55	0,50
Fruit aval (%)	6,0	6,0	6,0	6,0
Pendage (°)	3,4	3,4	9,1	9,1
Matériau	Granite	Schiste	Schiste	Calcaire

une balance : le premier lit de pierres repose sur quatre plaques métalliques indépendantes reposant chacune sur un peson, ce qui permet d'une part de peser le mur avant l'essai et d'autre part de suivre l'évolution de la résultante verticale des efforts appliqués au mur. Ces essais sont à nouveau réalisés dans le cadre de la déformation plane. Enfin, il suit les déformations dans le plan de section du mur au moyen d'un appareil photographique dont il interprète les résultats par la méthode de la stéréophotogrammétrie. Cette méthode utilise le principe de la vision binoculaire pour distinguer des déplacements locaux entre deux clichés consécutifs d'un même objet. Par le truchement d'un stéréoscope, un relief virtuel apparaîtra aux endroits où il y a eu un déplacement.

Cette campagne expérimentale lui permet de mesurer l'angle de rupture interne qu'il a défini au préalable et de valider son modèle de calcul. Elle lui permet de mieux comprendre certaines recommandations qui jusqu'alors n'étaient rien de plus que de « bonnes pratiques ». Il insiste notamment sur le pendage des pierres vers l'amont, qui contribue grandement à la stabilité de l'ouvrage. Il recommande d'accorder un soin accru au tiers inférieur du mur, de limiter au maximum l'utilisation de petites pierres dans cette zone et d'y disposer des boutisses très régulièrement.

**Colas.** En 2009, Colas complète la campagne expérimentale de Villemus en soumettant des murs de maçonnerie à un véritable remblai. Il s'agit toujours de murs en pierre sèche abordés dans le cadre de l'hypothèse de déformation plane. Colas étudie quatre murs dont les caractéristiques géométriques sont décrites dans le tableau 1.2. Alors que Villemus s'est principalement penché sur l'influence de la géométrie du mur, Colas s'intéresse plus particulièrement à l'influence du type de pierre et du mode de construction. Les deux premiers murs sont construits selon un mode « ingénieur », c'est-à-dire que les artisans prennent un soin particulier à construire un parement le plus soigné possible, tandis que les deux suivants sont construits sur un mode « paysan ». Alors que trois jours suffisent à construire un mur « paysan », quinze jours sont nécessaires pour réaliser un mur « ingénieur ».

Une fois construit, chaque mur est progressivement remblayé par un sol granulaire, déposé selon sa pente naturelle, jusqu'à la rupture du mur. Le parement de chaque mur est instrumenté par neuf capteurs à câble (figure 1.23). L'évolution des déformations du mur est suivie par le biais d'une caméra et d'appareils photos, à des fins qualitatives uniquement.

Cette campagne met en évidence la cohabitation de deux processus au cours de la ruine d'un mur :

- une rotation globale autour du pied du mur ;
- un cisaillement des lits de pierre situés dans le tiers inférieur du mur.

Le type de pierre détermine les trois caractéristiques principales du mur : le frottement interne, la masse volumique, le pourcentage des vides. Le soin particulier apporté à la construction des murs « ingénieurs » n'a pas de conséquences réellement significatives sur la résistance globale de l'ouvrage ou sur l'indice des vides. Cette campagne conforte d'ailleurs l'importance du pendage des assises et de la présence des boutisses qui ont un effet stabilisateur visible.

**Mundell.** En parallèle des essais menés en France, Mundell (2009) s'est intéressé à l'effet de deux paramètres sur la stabilité de murs existants : le tassement du sol retenu par l'ouvrage et les charges routières. Ces deux aspects sont encore étudiés pour de la maçonnerie en pierre sèche. Il étudie cinq



Figure 1.22 – Campagne expérimentale menée par Villemus *et al.* (2007) : a) mur 1 (calcaire) ; b) détail de la piscine de chargement à l'amont du mur.



Figure 1.23 – Mur 2 (schiste) de la campagne de Colas *et al.* (2010) : a) état initial ; b) durant le chargement.

Tableau 1.3 – Données géométriques des ouvrages testés par Mundell (2009).

	Mur 1	Mur 2	Mur 3	Mur 4	Mur 5
Hauteur	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5
Épaisseur de la base (m)	0,6	0,5	0,6	0,7	0,67
Fruit aval (°)	3,1	3,4	4,2	8,5	5,5
Matériau	Calcaire	Calcaire	Calcaire	Calcaire	Ardoise



Figure 1.24 – Mur 1 de la campagne expérimentale de Mundell (2009) peu avant la ruine.

ouvrages dont les caractéristiques sont consignées dans le tableau 1.3.

Dans les premières années de vie d'un ouvrage de soutènement, on observe généralement un tassement du remblai à l'amont du mur. Cette mise en place du sol est normale et bien souvent inévitable, mais difficilement reproductible durant le temps limité d'une campagne expérimentale. Pourtant, tout porte à croire que ce tassement a une conséquence positive sur le frottement entre le sol et le mur. Mundell propose de contourner la contrainte temporelle en reproduisant ce mouvement relatif entre le mur et le sol. Il fonde chaque mur sur une plate-forme mobile pilotée par des vérins, qui lui permet de remonter chaque mur une fois construit et remblayé. Cette plate-forme permet aussi d'imposer une rotation au pied du mur.

Le dispositif expérimental ainsi développé permet deux types de chargement, en plus du chargement gravitaire du remblai : un chargement ponctuel appliqué sur la surface du remblai et un chargement simulant la rupture de la fondation du mur. Pour ce dernier, il suffit simplement d'abaisser la plate-forme, initialement montée en début d'expérience pour générer du frottement entre le mur et le remblai.

Après la construction du mur, le remblai est mis en place et compacté avec une plaque vibrante. Chaque mur est ensuite amené à la ruine par l'application d'une surcharge ponctuelle appliquée sur le remblai (figure 1.24).

Mundell adopte une instrumentation fournie. En plus des photos et vidéos, il utilise un tachéomètre pour mesurer chaque mur durant la construction puis durant le test. Il positionne un inclinomètre dans le remblai afin de déterminer la position du plan de cisaillement. Il place cinq groupes de deux pesons mesurant les efforts verticaux et horizontaux en deux rideaux, un rideau de trois groupes le long du mur et un deuxième rideau de deux groupes, un peu plus en retrait. Enfin, il positionne un réseau de billes en acier dans le remblai dont la position est mesurée à la mise en



Figure 1.25 – Construction d’un des murs testé par Le (2013).

place et lors de la phase de déconstruction.

En plus de l’instrumentation classique par capteurs à câble sur le parement externe, Mundell attache également des capteurs à câble sur le parement interne. Pour ce faire, il positionne un tube acier à section rectangulaire dans le mur, remplaçant une pierre du parement extérieur, au travers duquel passe le câble du capteur.

Cette étude conclut à deux modes de rupture privilégiés : le renversement et la formation de ventre – ou plutôt l’éclatement d’un ventre. La formation d’un ventre est fortement corrélée à la possibilité de rotation dont disposent les pierres : un mur dont les pierres sont assemblées de façon lâche est sujet à la formation de ventres et vulnérable vis-à-vis de ce mode de rupture. Néanmoins, la formation d’un ventre n’est pas toujours pathologique : le tassement naturel du remblai peut induire la formation d’un léger ventre inoffensif.

**Le.** Suivant les traces de Mundell, Le (2013) s’intéresse également au problème du mur de soutènement routier en pierre sèche. Cette campagne porte sur deux murs de soutènement en calcaire, de 2,3 m de haut et 10,55 m de long. Larges de 0,55 m en tête de mur, ces ouvrages sont construits avec un fruit aval de 6 % (figure 1.25).

Le parement du mur est instrumenté par treize capteurs à câble. Contrairement à Villemus et Colas, Le s’intéresse plus aux déplacements dans le tiers supérieur du mur. Le mécanisme de rupture n’étant plus plan, il n’y a plus de raison de positionner les capteurs selon une verticale : ils sont ici placés en forme de croix latine. Un peson est positionné au niveau de la plaque de chargement carrée de 0,6 m de côté. Le chargement est appliqué par une pelle mécanique.

Le premier mur est chargé trois fois : une fois à 4 m du parement interne du mur, une fois à 2 m et une fois à 0,5 m. Le deuxième mur est chargé deux fois : une fois à 1,7 m et une fois à 0,5 m. Conformément à ce qui est attendu, l’influence de la surcharge croît avec sa proximité avec le mur. Le couronnement du mur se déforme suivant une parabole dont l’apex se situe à l’aplomb du point de chargement. La brèche formée par le chargement s’étend sur environ 8 m de large et 1,75 m de haut.

Depuis Burgoyne, quatre campagnes expérimentales en grandeur nature ont été réalisées sur des ouvrages de soutènement. Toutes réalisées en maçonnerie sèche, elles présentent chacune leurs spécificités, en terme de type de pierres employées, de dimensions et surtout de mode de chargement.

Toutes ces campagnes ont en commun d'avoir été réalisées en appui d'une modélisation existante afin d'en vérifier la validité : étape cruciale pour pouvoir employer ces modèles sur le terrain.

## 1.5 Du modèle au terrain

### 1.5.1 Maçonnerie sèche et maçonnerie jointoyée

Parmi les multiples travaux évoqués jusqu'alors, plusieurs restreignent leur champ d'application à la maçonnerie de pierre sèche. Cependant, la plupart de ces modèles adoptent le formalisme de Coulomb pour représenter le frottement, que ce soit entre deux blocs différenciés ou pour une rupture interne d'un matériau homogénéisé, ou considéré homogène. Le formalisme de Mohr-Coulomb complète avantageusement le simple frottement de Coulomb, introduisant une composante cohésive : la relation entre l'effort normal et l'effort tangentiel devient affine et plus simplement linéaire. Cette modification mineure étend à peu de frais le domaine d'application de ces modèles secs aux modèles jointoyés à joints minces. En règle générale, le cas des joints épais se traite moins aisément : l'épaisseur permet par exemple l'apparition de phénomènes de flexion dans les joints ou de modes de déformation répartis dans l'épaisseur du joint, phénomènes qu'un modèle de joint mince ne peut que difficilement décrire. L'application d'un modèle de maçonnerie sèche à de la maçonnerie jointoyée se justifie pour les ouvrages faiblement jointoyés ou jointoyés par un mortier de faibles performances. De la même façon qu'en géotechnique il est courant de négliger la cohésion du sol dans le dimensionnement d'un ouvrage de soutènement, il est sécuritaire de négliger la contribution de la cohésion des joints à la solidité de l'ouvrage. D'une pertinence manifeste d'un point de vue sécuritaire, une connaissance plus précise de la résistance d'un ouvrage est tout aussi précieuse lorsqu'il s'agit de circonvier l'incertitude, d'optimiser le dimensionnement pour réduire les coûts écologiques et économiques ou encore de justifier l'existant.

**Cohésion  $C$  et angle de frottement  $\varphi$ .** Différents tests permettent de mesurer la résistance au cisaillement d'un assemblage maçonné sous un chargement de confinement donné. Nous en décrivons les principaux à la section 1.5.2. En faisant varier ce chargement de confinement, on peut donc obtenir les paramètres de cohésion et de frottement du modèle de Mohr-Coulomb. Le tableau 1.4 présente les résultats issus de la littérature pour différents types de bloc (brique ou pierre) et différents types de mortiers. Les résultats sont particulièrement dispersés, mais on peut néanmoins en tirer un ordre de grandeur du domaine de variation pour ces deux paramètres : la cohésion varie entre 0,08 MPa et 1,61 MPa, tandis que l'angle de frottement  $\varphi$  varie entre 17,7° et 50,9°. Remarquons que la cohésion est relativement faible. Cinq séries d'expériences sont réalisées sur de la maçonnerie de pierre et ne présentent pas des caractéristiques mécaniques significativement inférieures aux résultats obtenus avec des assemblages en brique, pourtant nettement plus réguliers.

### 1.5.2 Caractérisations en laboratoire

Quel que soit le type de maçonnerie considéré, la caractérisation de la résistance des joints est une étape incontournable dans l'évaluation des performances mécaniques d'un mur de maçonnerie. Si les essais de résistance à la compression sont relativement classiques et simples de mise en œuvre, les essais de cisaillement sont généralement moins connus et nécessitent des dispositifs expérimentaux plus élaborés. Dans le cas de la maçonnerie jointoyée, il est important de noter qu'il n'est pas suffisant d'évaluer séparément les caractéristiques mécaniques du mortier et des pierres (ou des briques). En effet, que ce soit pour la compression ou le cisaillement, le comportement de l'interface pierre-mortier a une importance déterminante sur la résistance de l'assemblage total.

Dans le cas de la compression, le frottement à l'interface introduit un confinement différent que de celui induit par les plateaux de la presse, théoriquement nul, ce qui a pour conséquence l'augmentation de la résistance effective à la compression du mortier seul. Il en résulte généralement

Tableau 1.4 – Cohésion  $C$  et angle de frottement  $\varphi$  obtenus pour différents assemblages maçonnés. Les dosages de mortiers sont donnés en Ciment:Chaux:Sable(Eau).

Source	Bloc	Mortier	$C$ (MPa)	$\varphi$ (°)
Atkinson <i>et al.</i> (1989)	Brique usagée	1:2:9(13)	0,127	34,7
	Brique usagée	1:2:9(7)	0,213	32,6
	Brique neuve	1:1,5:4,5	0,811	36,6
Amadio et Rajgelj (1991)	Brique pleine	Ciment	0,650	35,9
Magenes (1992)	Brique pleine	Chaux hydraulique	0,206	39,1
	Brique pleine	Chaux	0,081	33,1
Binda <i>et al.</i> (1994)	Grès	Chaux hydraulique	0,330	36,5
	Calcaire	Chaux hydraulique	0,580	30,0
Roberti <i>et al.</i> (1997)	Brique	Chaux hydraulique	0,230	29,7
Lourenço <i>et al.</i> (2004)	Brique creuse	Micro-béton	1,390	45,8
Vasconcelos et Lourenço (2009)	Granite	Chaux	0,359	32,2
Qaisar <i>et al.</i> (2012)	Brique	1:0:4	0,220	17,7
	Brique	1:0:6	0,200	27,5
	Brique	1:0:8	0,120	36,9
	Brique	1:0:10	0,070	22,3
Abdou <i>et al.</i> (2006)	Brique pleine	Ciment	1,610	46,4
	Brique creuse	Ciment	1,270	46,4
Milosevic <i>et al.</i> (2013)	Pierres irrégulières	Chaux hydraulique	0,080	29,2
	Pierres irrégulières	Chaux	0,200	50,9

Tableau 1.5 – Ordres de grandeurs des résistances à la compression de différents types de pierre selon Lootvoet (1981).

Type de pierre	Résistance à la compression en MPa	
	Borne inférieure	Borne supérieure
Porphyre	120	250
Granite	50	180
Grès	25	250
Calcaire	5	200

que l'assemblage pierre-mortier présente des caractéristiques intermédiaires entre celles du mortier et celles de la pierre vis-à-vis de la compression.

Dans le cas du cisaillement, si la résistance de l'interface pierre-mortier est inférieure à la résistance au cisaillement du mortier, la rupture se fera probablement au niveau de l'interface, pour un état de contrainte plus faible. C'est pour ces raisons que les tests destinés à la maçonnerie se font sur des assemblages d'au moins deux éléments.

Le modèle que nous allons développer dans la suite de ce travail considère une résistance à la compression infinie pour les blocs. Il n'est par conséquent pas nécessaire de connaître cette donnée de manière précise : un simple ordre de grandeur suffit pour valider cette hypothèse. Le tableau 1.5 reproduit ici à titre indicatif les ordres de grandeurs énoncés par Lootvoet (1981).

Nous ne développerons ici que des dispositifs expérimentaux permettant de déterminer la résistance au cisaillement d'un assemblage de maçonnerie et en particulier ceux qui permettent de définir facilement les paramètres de cohésion  $C$  et d'angle de frottement  $\varphi$  définis par le modèle de Mohr-Coulomb.

Les dispositifs les plus simples nécessitent seulement quelques briques ; le nom du test diffère en fonction du nombre de briques employé : *duet test* pour deux briques, *triplet test* pour trois briques et *quartet test* pour quatre (respectivement figure 1.26a, 1.26b et 1.26c). Les briques sont réparties en deux ou trois lits. Le chargement de ces petits assemblages se fait suivant deux directions : une charge de confinement  $\sigma_n$ , exercée dans la direction orthogonale au plan des joints, et une charge de cisaillement  $\tau$ , exercée parallèlement au plan des joints (figure 1.26). Ce type de configuration a l'avantage d'être facile à réaliser et mobilise des chargements relativement faibles. Si la figure 1.26 représente des briques régulières, il est envisageable de réaliser ce même genre d'essai avec des pierres non taillées. Elle reste cependant limitée presque exclusivement à l'étude d'assemblages neufs.

Deux autres dispositifs sont couramment employés pour déterminer la résistance au cisaillement de murs de maçonnerie jointoyée. Le premier est un essai indirect, appelé *diagonal compression test*, décrit par la norme ASTM E 519-02 (2002). Comme son nom l'indique, il consiste à charger un mur carré suivant l'une de ses diagonales (figure 1.27a). Le chargement est donc incliné de  $45^\circ$  par rapport au plan des joints dans le cas d'une maçonnerie régulière. Un raffinement de ce test consiste à ajouter une charge de confinement orthogonale au plan des joints, pouvant ainsi modéliser l'influence de la descente de charge (figure 1.27b).

Le deuxième dispositif consiste à effectuer un essai de cisaillement simple sur un mur de dimensions réduites. Pour mémoire, on appelle essai de cisaillement simple un essai sur un élément encastré à sa base que l'on vient charger latéralement à son sommet, en présence d'un chargement de confinement vertical (figure 1.28). Il convient de choisir avec soin les dimensions de l'élément à tester, de sorte que le moment de flexion soit négligeable devant les efforts de cisaillement – pour cela, l'élanement doit être de l'ordre de 1.

Il est possible de réaliser ces deux derniers essais sur des murs « historiques » : soit en prélevant une portion de mur, soit par un essai *in situ* (figure 1.29). Dans les deux cas, l'essai est alors considérablement destructif.

Comme on peut le constater, tous ces dispositifs expérimentaux ont été conçus pour des applica-

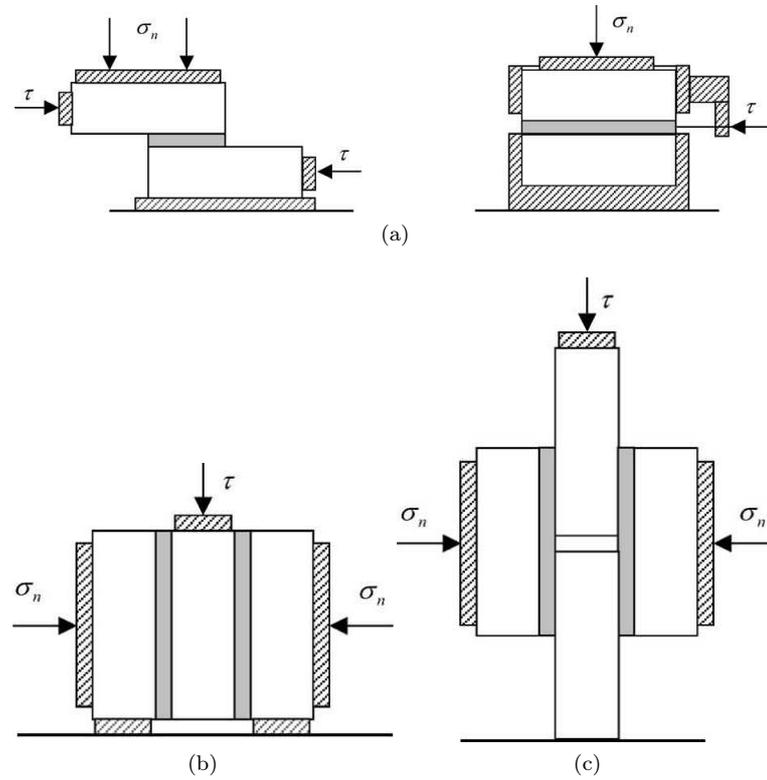


Figure 1.26 – Différentes configurations expérimentales pour caractériser le comportement en cisaillement des joints en maçonnerie jointoyée, d'après Abdou *et al.* (2006) : a) deux configurations de *duet test*, b) *triplet test*, c) *quartet test*.

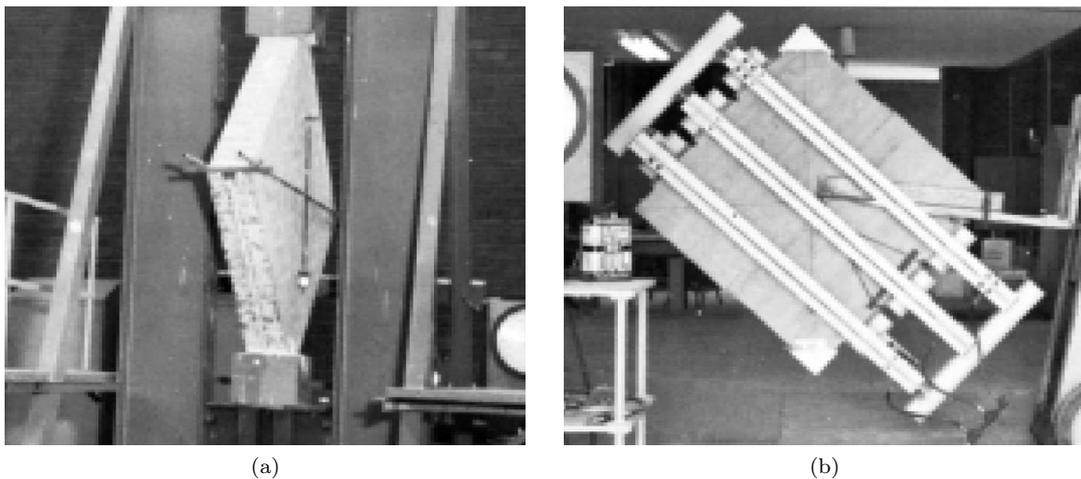


Figure 1.27 – *Diagonal compression test* d'après la norme ASTM E 519-02 (2002) : a) simple ; b) avec charge de confinement.

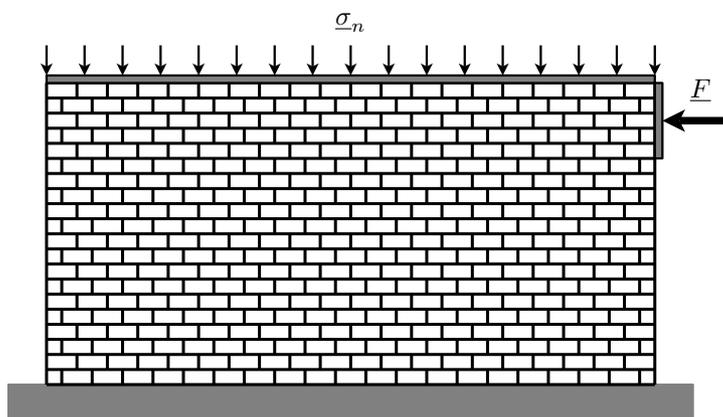


Figure 1.28 – Essai de cisaillement simple sur mur en maçonnerie encastré à sa base avec un confinement vertical  $\sigma_n$  pour un chargement latéral  $F$ .



Figure 1.29 – *Diagonal compression test* réalisé dans un mur existant d'après Borri *et al.* (2011).

tions dans le domaine du bâtiment. En particulier, que ce soit pour l'essai de compression diagonale ou l'essai de cisaillement simple, toute application *in situ* entraîne un niveau d'endommagement sur la structure qui paraît rédhibitoire : d'autres essais sont à privilégier pour les application *in situ*. Néanmoins, les résultats de ces essais peuvent fournir des ordres de grandeur utiles au gestionnaire.

### 1.5.3 Caractérisations *in situ*

**Identification visuelle et géométrique.** Dans un essai de laboratoire, l'opérateur maîtrise un large panel de paramètres. Sur le terrain, il est souvent difficile ne serait-ce que de connaître l'épaisseur réelle d'un mur de soutènement – Chan (1996) suggère de sonder les barbacanes pour obtenir l'épaisseur du mur, lorsqu'il y en a... Cet écart illustre avec justesse la différence entre l'environnement aseptisé du laboratoire et le monde réel. Les premières étapes de collecte des informations sont généralement visuelles; elles sont d'ailleurs les plus simples à mettre en œuvre à l'échelle du patrimoine (Thierry *et al.*, 2011). Cette inspection permet tout d'abord d'identifier le type de maçonnerie, l'appareil utilisé et le type de pierre, en plus des dimensions géométriques accessibles. Elle a également pour objectif de recenser les défauts éventuels. L'identification visuelle des pierres permet généralement d'obtenir une estimation correcte de leurs caractéristiques mécaniques en se référant à une base de données *ad hoc*, telle que celle proposée par Lootvoet (1981) ou la plus récente base de donnée en ligne *Lithoscope* maintenue par le Centre technique des matériaux naturels de construction (CTMNC, 2017). Une inspection géométrique, telle celle mise en œuvre sur les murs du Grand Zimbabwe par Walker et Dickens (1995), fournit déjà des éléments intéressants de diagnostic, notamment les effets néfastes de l'eau. Ils profitent également d'une brèche pour réunir des informations sur l'organisation interne de l'ouvrage. Cette pratique est entachée d'un biais certain puisqu'elle conduit potentiellement à observer la partie la plus faible de l'ouvrage. Enfin, nous rappellerons ici les travaux de Milani *et al.* (2013) où ils exploitent la numérisation de la façade du château de Guimarães pour en dériver les paramètres mécaniques via un procédé d'homogénéisation.

**Méthodes géophysiques.** Pour percer sous la surface de la maçonnerie, sans pour autant en perturber l'organisation, il est courant d'appliquer les méthodes d'évaluation non-destructives géophysiques aux ouvrages en questions. McCann et Forde (2001) proposent une classification exhaustive des différentes méthodes disponibles, réparties en trois catégories :

**Méthodes soniques :** elles consistent à générer une onde sonore dans le matériau étudié et à en étudier, selon les cas, les transmissions directe, indirectes, réfléchies et l'écho, ou encore les variations locales du son à l'impact. Lombillo *et al.* (2013) présentent une application de méthode sonique ;

**Méthodes électro-magnétiques :** trois méthodes principales se groupent dans cette catégorie : le radar impulsif, avec des fréquences supérieures à 1 GHz pour obtenir un niveau de détail fin à faible profondeur, ou avec des fréquences comprises entre 100 et 500 MHz pour une meilleure pénétration – Maierhofer et Leipold (2001) en présentent une application – ; la mesure de la conductivité de l'ouvrage ou de la résistivité ; la mesure des variations du champ magnétique par induction ;

**Méthodes radiographiques :** méthodes basées sur l'utilisation de rayons X, de rayons gamma ou encore de neutrons. Hormis la gamma-graphie, ces méthodes sont difficiles d'utilisation du fait de leur dangerosité.

Flint *et al.* (1999) mènent une étude comparative des résultats obtenus par radar, résistivité et sismologie. D'une manière générale, ces méthodes sont très sensibles aux variations d'humidité interne et ne fournissent que des résultats indicatifs. La plupart de ces méthodes reposent sur des hypothèses fortes régissant la circulation des ondes employées à l'intérieur du matériau : on suppose en général une circulation en ligne droite, sachant que ce n'est pas nécessairement le cas, sans pour autant disposer de moyen de calibrer un modèle de rayon courbe.

Sur le plan mécanique, ces méthodes ne fournissent pratiquement que des informations géométriques. Par ailleurs, il faut garder à l'esprit que ces méthodes ne sont pas exactes ; elles génèrent

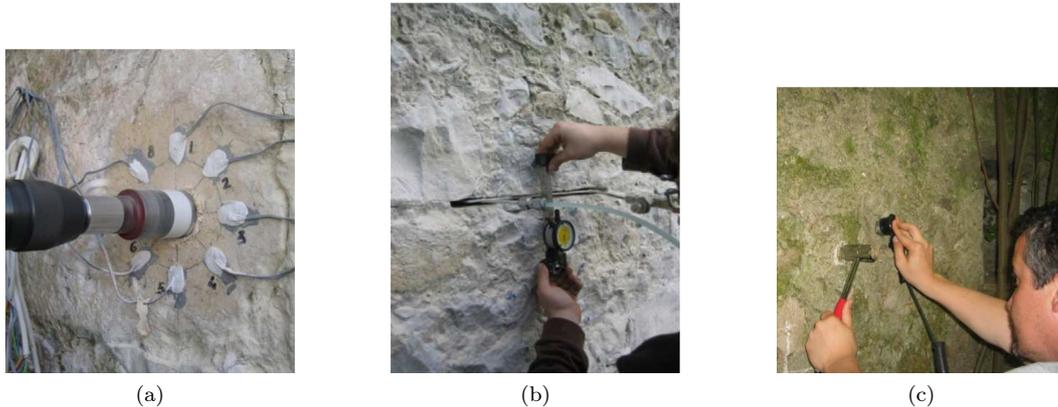


Figure 1.30 – Méthodes d’investigation peu destructives décrites par Lombillo *et al.* (2013) : a) relaxation des contraintes; b) vérin plat; c) mesure de l’écho après impact.

périodiquement des faux-positifs – défauts apparaissant à l’interprétation mais n’existant pas réellement – ou des faux-négatifs – défauts réels n’apparaissant pas à l’interprétation des résultats.

**Méthodes destructives.** Plutôt que de chercher à développer des méthodes de mesure *in situ*, il est courant de simplement prélever des carottes qui seront ensuite testées en laboratoire. À titre d’exemple, Drdácý *et al.* (2013) ont carotté une pile de pont en maçonnerie pour étudier les différents types de mortiers utilisés. Ils en découvrent quatre types, variant suivant la côte de prélèvement. Les éprouvettes ainsi prélevées sont testées en flexion trois points puis en compression. Pelà *et al.* (2014) décrivent une campagne où les carottages contiennent à la fois des briques et du mortier, en proportion représentative de l’appareil utilisé, permettant ainsi de tester la maçonnerie dans son ensemble. Le principal inconvénient de cette méthode, et de toutes les suivantes, réside dans la cicatrice laissée à l’ouvrage, qui l’affaiblit localement.

Quitte à carotter, Lombillo *et al.* (2013) proposent d’instrumenter la maçonnerie alentour par des jauges de déformation (figure 1.30a). Les déformations induites par la relaxation imposée par le prélèvement de la carotte permettent ensuite de remonter à l’état de contrainte complet avant forage. La procédure est décrite dans la norme *Hole drilling* ASTM E 837-95. Deux autres solutions, légèrement moins intrusives, consistent à utiliser un ou deux vérins plats (figure 1.30b). La procédure consiste à entailler la maçonnerie jusqu’à former une fente suffisamment grande pour accueillir un vérin plat. En instrumentant la maçonnerie par des capteurs de déplacement, il est alors possible d’obtenir le module de Young et le coefficient de Poisson de la maçonnerie dans la zone de mesure. Manning *et al.* (2014) présentent une variante de ces deux méthodes qui exploite des vérins tubulaires.

Méthode moins intrusive, Liberatore *et al.* (2014) décrivent une méthode exploitant un pénétromètre pour évaluer les performances locales du mortier. Le pénétromètre peut être statique ou dynamique : pour le pénétromètre statique, on obtient directement la courbe effort-déplacement, mesurant ainsi le travail développé; un pénétromètre dynamique requiert l’estimation d’un coefficient d’efficacité, dû aux phénomènes dissipatifs induits par la percussion du marteau sur l’enclume du pénétromètre. Ces deux méthodes sont encore à l’étude.

Parmi toutes les méthodes décrites ici, les plus fiables et les plus précises restent les méthodes en laboratoire, lorsqu’il est possible de prélever un nombre suffisant d’échantillons sans mettre en danger l’ouvrage lui-même. Cet inconvénient est d’autant plus prégnant lors de l’étude d’ouvrages fragilisés par les assauts du temps.

## 1.6 Présentation de la démarche adoptée

Ce chapitre nous a permis de poser les fondements de ce travail. Après une introduction générale sur les ouvrages en maçonnerie, nous avons extrait de la littérature les principaux modèles. Deux dichotomies structurent l'ensemble des choix possibles : la dichotomie analytique-numérique et la dichotomie continu-discret. Une poignée de campagnes expérimentales conduites grandeur nature, flanquées d'une armée d'essais matériaux, fournissent l'ensemble des données nécessaires à la validation de ces modèles.

Le travail qui suit s'inscrit dans la lignée ouverte par de Buhan et de Felice (1997) : nous combinons les méthodes de l'homogénéisation et du calcul à la rupture pour résoudre le problème des ouvrages de soutènement maçonnés. Cette méthode nous semble particulièrement adaptée à l'évaluation structurale d'ouvrages existants. Elle fournit un cadre théorique robuste nécessitant peu de paramètres matériaux qu'il est difficile d'obtenir sur des ouvrages en maçonnerie de pierre. Cette approche pragmatique a d'ores et déjà fait ses preuves avec différents niveaux de raffinement validés par l'expérience.

Le but poursuivi par ce travail est d'étendre les outils existants pour la maçonnerie sèche à la maçonnerie hourdée puis d'implémenter numériquement cette stratégie de modélisation, afin d'obtenir un outil apte à étudier à la fois des ouvrages pathologiques fortement déformés et des ouvrages soumis à des chargements tri-dimensionnels.



## Chapitre 2

# Position du problème et résolution analytique

*Fear an old man in a profession  
where men usually die young.*

### Plan du chapitre 2

---

<b>2.1</b>	<b>Position du problème</b> . . . . .	<b>57</b>
2.1.1	Le mur de soutènement simple . . . . .	57
2.1.2	Le mur de soutènement routier . . . . .	57
<b>2.2</b>	<b>Théorie du calcul à la rupture</b> . . . . .	<b>57</b>
2.2.1	Présentation du calcul à la rupture . . . . .	57
2.2.2	Approche par l'intérieur . . . . .	58
2.2.3	Approche par l'extérieur . . . . .	59
<b>2.3</b>	<b>Extension aux maçonneries hourdées</b> . . . . .	<b>60</b>
2.3.1	Hypothèses retenues et homogénéisation . . . . .	61
2.3.2	Familles de mécanismes de rupture . . . . .	65
2.3.3	Résolution du problème . . . . .	66
<b>2.4</b>	<b>Renforcement par clouage</b> . . . . .	<b>72</b>
2.4.1	Prise en compte théorique . . . . .	72
2.4.2	Clouage du sol seul . . . . .	73
2.4.3	Clouage du sol et du mur . . . . .	75
2.4.4	Étude paramétrique de l'influence du clouage . . . . .	78

---



La construction en pierre se pratique dans le monde entier depuis le Néolithique, d'abord en pierre sèche, puis en pierre maçonnée. Ce n'est qu'au milieu du XX<sup>e</sup> siècle qu'elle est détrônée par le béton dans le génie civil pour être finalement abandonnée. Plus employée, le savoir, les outils et les méthodes de dimensionnement tombent peu à peu dans l'oubli, au point qu'il n'existe pas de méthode réellement reconnue pour dimensionner des ouvrages de soutènement en pierre.

Nous poursuivons sur les brisées de Colas (2009) et Le (2013), dont les travaux ont été présentés au chapitre 1, en choisissant le calcul à la rupture et l'homogénéisation comme cadre théorique à ce travail. Cette association s'avère robuste et rigoureuse. Elle ne suppose pas la définition d'une loi de comportement et limite le nombre de paramètres matériaux à calibrer, un atout pour une méthode aux ambitions opérationnelles.

Plus précisément, nous étendons ici les travaux de Colas (2009) qui traitaient d'un ouvrage de maçonnerie sèche retenant un massif de sol pulvérulent afin de pouvoir traiter le cas d'un ouvrage de maçonnerie jointoyée soutenant un massif de sol cohérent et frottant. Nous commençons ce chapitre par la définition du problème en réutilisant le formalisme développé par Colas (2009), puis nous exposons les développements nécessaires à l'étude de la maçonnerie hourdée et du remblai cohérent et frottant. Enfin, nous développerons la modélisation dans ce cadre d'une méthode de renforcement : le clouage au sens géotechnique.



## 2.1 Position du problème

Le chapitre 1 nous a permis d'exposer, présenter et définir une palette élargie des problématiques associées à la maçonnerie appliquée au génie civil. Cette ouverture thématique nous permet d'expliquer et de justifier les choix de modélisation effectués dans ce chapitre et le chapitre suivant. Elle nous permet également de mettre en perspective les résultats obtenus et d'en discuter la pertinence le cas échéant. Nous nous concentrons désormais sur deux cas d'études, le *mur de soutènement simple* et le *mur de soutènement routier*, selon les définitions adoptées au chapitre 1 (§ 1.1.2).

### 2.1.1 Le mur de soutènement simple

Nous appelons *mur de soutènement simple* un ouvrage de soutènement pour lequel l'hypothèse de déformation plane dans un plan orthogonal au parement du mur est applicable. Nous retranchons donc de cette catégorie les ouvrages sollicités par un chargement non uniformément réparti dans leur direction longitudinale – pas de surcharge locale envisageable ici. Nous écartons également de cette approche les ouvrages non rectilignes : la section courante de l'ensemble « ouvrage - remblai » est supposée invariante par translation dans l'axe du mur. La section choisie rend compte des éventuels pendages du remblai ou des lits de la maçonnerie et des fruits amont et aval.

Sauf indication contraire, nous supposons que le mur est frottant sur sa fondation.

Les différents calculs qui seront menés au cours de cette étude sur ce type d'ouvrage sont composés de deux matériaux : le sol de remblai et la maçonnerie. Ces matériaux sont supposés pesants ; d'ailleurs, dans bien des cas, le seul chargement appliqué à la structure est le chargement gravitaire naturel. Selon les calculs, l'interface entre ces deux matériaux est supposée lisse, collée ou frottante.

Dans tous les cas, nous n'étudions que le cas d'un sol sec. Cette hypothèse convient absolument aux ouvrages en pierre sèche dont la perméabilité est notoire et permet pratiquement de traiter l'ensemble de la vie de l'ouvrage. Cette hypothèse n'est pas valide pour les ouvrages maçonnés, pour lesquels un calcul hydraulique subsidiaire doit être réalisé.

### 2.1.2 Le mur de soutènement routier

Par opposition au *mur de soutènement simple*, le *mur de soutènement routier* sort du cadre de la déformation plane. Les circulations routières sur le remblai retenu imposent une surcharge qui elle-même génère des déformations localisées. Par extension, les outils développés sous cette appellation pourraient s'appliquer à tout calcul de surcharge locale non routière – due à un éboulis par exemple.

Pour ces deux types d'ouvrages, nous n'engageons qu'un calcul statique. Nous nous concentrons sur le mur de soutènement simple dans ce chapitre ; le mur de soutènement routier sera abordé au chapitre suivant.

## 2.2 Théorie du calcul à la rupture

### 2.2.1 Présentation du calcul à la rupture

Pour réaliser cette étude, nous avons fait le choix d'utiliser la théorie du calcul à la rupture. Le calcul à la rupture présente l'avantage d'être une méthode robuste et rapide à mettre en œuvre : cette partie en définit plus précisément la théorie. Nous rapportons ici un bref aperçu de ce qui a été présenté en détails par Colas (2009) dans ses travaux de thèse.

La théorie du calcul à la rupture vise à déterminer si un ouvrage donné supportera le chargement qui lui est appliqué, compte tenu des caractéristiques de résistance des matériaux qui le constituent. La condition nécessaire à la stabilité de l'ouvrage est la compatibilité entre son équilibre quasi statique et les conditions imposées par les capacités de résistance des matériaux constitutifs. Nous employons ici le formalisme développé par Salençon (1983).

La théorie du calcul à la rupture repose sur la connaissance de trois types de données sur l'ouvrage étudié :

1. sa *géométrie* ;
2. son *mode de chargement* ;
3. les *capacités de résistance* de ses matériaux constitutifs.

La *géométrie* de l'ouvrage permet d'en définir le volume  $\mathcal{V}$ , délimité par la surface  $\mathcal{S}$ .

Le système ainsi défini est soumis à un *mode de chargement*  $\underline{Q} \in \mathbb{R}^n$  dont les  $n$  composantes correspondent chacune à une sollicitation et sont notées  $Q_i, i = 1 \dots n$ . Nous distinguons les forces de masse, définies dans le volume  $\mathcal{V}$ , des conditions aux limites définies sur  $\mathcal{S}$ .

Les *capacités de résistance* du matériau constitutif de l'ouvrage sont définies en tout point  $\underline{x}$  de  $\mathcal{V}$  par la donnée du domaine admissible pour les contraintes noté  $G(\underline{x})$ .

Ce domaine est invariable, c'est-à-dire indépendant du temps et des sollicitations subies et possède les propriétés suivantes :

- $G(\underline{x})$  contient le tenseur contrainte nul :

$$\underline{\sigma}(\underline{x}) = \underline{0} \in G(\underline{x}) \quad (2.1)$$

- $G(\underline{x})$  est convexe :

$$\forall (\underline{\sigma}^{(1)}(\underline{x}), \underline{\sigma}^{(2)}(\underline{x})) \in G^2(\underline{x}), \forall \alpha \in [0, 1], \alpha \underline{\sigma}^{(1)}(\underline{x}) + (1 - \alpha) \underline{\sigma}^{(2)}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \quad (2.2)$$

La connaissance de ces trois types de paramètres permet de proposer comme condition nécessaire de la stabilité de l'ouvrage la compatibilité entre l'équilibre quasi statique sous  $\underline{Q}$  et les capacités de résistance du matériau :

STABILITÉ POTENTIELLE de l'ouvrage sous $\underline{Q}$					
$\Updownarrow$					
Compatibilité entre	<table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>ÉQUILIBRE quasi statique sous <math>\underline{Q}</math></td> <td>①</td> </tr> <tr> <td>respect du CRITÈRE DE RÉSISTANCE du matériau</td> <td>②</td> </tr> </table>	ÉQUILIBRE quasi statique sous $\underline{Q}$	①	respect du CRITÈRE DE RÉSISTANCE du matériau	②
ÉQUILIBRE quasi statique sous $\underline{Q}$	①				
respect du CRITÈRE DE RÉSISTANCE du matériau	②				

La stabilité de l'ouvrage est dite *potentielle* parce que la condition énoncée est nécessaire mais pas toujours suffisante, notamment pour des matériaux constitutifs non ductiles.

Il s'agit ensuite, à partir de cette condition, de déterminer quel est l'ensemble  $K$  des chargements potentiellement supportables par notre système. Notons que les propriétés (2.1) et (2.2) de  $G(\underline{x})$  impliquent que  $K$  contient le chargement nul et qu'il est convexe.

### 2.2.2 Approche par l'intérieur

Une première méthode pour évaluer  $K$  consiste à construire des champs de contrainte qui assurent la compatibilité des propositions ① et ② ; c'est l'approche dite *statique par l'intérieur*.

L'équilibre ① est assuré si le champ de contrainte  $\underline{\sigma}$  est *statiquement admissible* (s.a.), c'est-à-dire si  $\underline{\sigma}$  vérifie les conditions aux limites en efforts sur  $\mathcal{S}$  et si :

$$\forall \underline{x} \in \mathcal{V}, \quad \text{div}(\underline{x}) \underline{\sigma} + \underline{\gamma} = \underline{0} \quad (2.3)$$

Les capacités de résistance ② sont quant à elles définies par :

$$\underline{\sigma}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \quad (2.4)$$

On associe généralement à  $G(\underline{x})$  un critère de résistance  $g$ , fonction de  $\underline{\sigma}(\underline{x})$ , de sorte que :

$$\underline{\sigma}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \quad \Leftrightarrow \quad g(\underline{\sigma}(\underline{x})) \leq 0 \quad (2.5)$$

Alors, tout champ de contrainte  $\underline{\underline{\sigma}}$  statiquement admissible et vérifiant les conditions de résistance (2.4) définit un chargement potentiellement supportable.  $K$  contient donc l'ensemble des chargements que ces champs de contrainte équilibrent soit :

$$K = \left\{ \underline{Q} / \exists \underline{\underline{\sigma}} \text{ s.a. avec } \underline{Q} \text{ et } \forall \underline{x} \in \mathcal{V}, \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \right\} \quad (2.6)$$

En pratique, on cherche les champs de contrainte  $\underline{\underline{\sigma}}$  statiquement admissibles qui vérifient l'équation (2.4), étant entendu qu'il n'est pas possible de les parcourir tous, le problème étant hyperstatique de degré infini :

$$\boxed{\exists \underline{\underline{\sigma}} \text{ s.a. avec } \underline{Q} \text{ et } \forall \underline{x} \in \mathcal{V}, \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \Rightarrow \underline{Q} \in K} \quad (2.7)$$

Alors, l'enveloppe convexe  $K_s$  de l'ensemble des chargements correspondants sera incluse dans  $K$ , ce qui revient à une estimation de  $K$  par l'intérieur (figure 2.1).

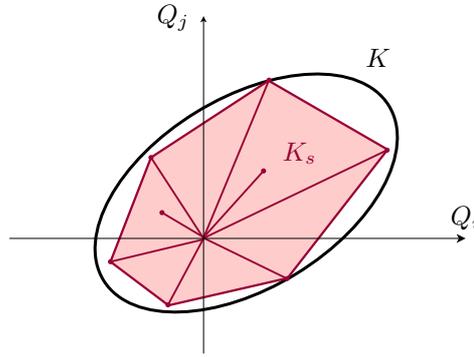


Figure 2.1 – Construction par l'intérieur du domaine  $K$  des chargements potentiellement supportables.

### 2.2.3 Approche par l'extérieur

L'approche par l'intérieur développée dans le paragraphe précédent est avantageusement complétée par sa duale, dite approche *cinématique par l'extérieur*.

La condition d'équilibre ① est alors exprimée grâce au principe des puissances virtuelles. La formulation duale de l'équilibre emploie des champs de vitesse virtuels  $\underline{v}$  *cinématiquement admissibles* (c.a.), c'est-à-dire des champs de vitesse continûment dérivables par morceaux et respectant les conditions aux limites en vitesse. Le principe des puissances virtuelles énonce alors que :

$$\forall \underline{\underline{\sigma}} \text{ s.a. avec } \underline{Q} \text{ et } \forall \underline{v} \text{ c.a. avec } \underline{\dot{q}}, \quad \int_{\mathcal{V}} \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) : \underline{\underline{d}}(\underline{x}) \, dV + \int_{\Sigma} (\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x})) \cdot \llbracket \underline{v}(\underline{x}) \rrbracket \, dS = \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}}) \cdot \underline{\dot{q}}(\underline{v}) \quad (2.8)$$

avec :

- $\underline{\underline{d}}(\underline{x})$  le tenseur des taux de déformation au point  $\underline{x}$  ;
- $\Sigma$  la surface sur laquelle les discontinuités de vitesses sont autorisées ;
- $\underline{n}(\underline{x})$  la normale à  $\Sigma$  en  $\underline{x}$  ;
- $\llbracket \underline{v}(\underline{x}) \rrbracket$  la discontinuité de vitesse en  $\underline{x}$ .

Nous noterons par la suite :

$$\mathcal{P}^e(\underline{Q}, \underline{\dot{q}}) = \underline{Q}(\underline{\underline{\sigma}}) \cdot \underline{\dot{q}}(\underline{v}) \quad (2.9)$$

Introduisons maintenant les fonctions suivantes :

$$\pi(\underline{d}) = \sup_{\underline{\underline{\sigma}}} \left\{ \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) : \underline{\underline{d}}(\underline{x}) / \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \right\} \quad (2.10a)$$

$$\pi(\underline{n}, \llbracket \underline{v} \rrbracket) = \sup_{\underline{\underline{\sigma}}} \left\{ (\underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x})) \cdot \llbracket \underline{v}(\underline{x}) \rrbracket / \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \right\} \quad (2.10b)$$

Ces fonctions  $\pi$  sont appelées fonctions d'appui du domaine de résistance  $G(\underline{x})$ .

Remarquons alors que le respect des capacités de résistance  $\mathcal{Q}$  de l'ouvrage permet de majorer  $\mathcal{P}^e(\underline{Q}, \underline{\dot{q}})$  tel que décrit en (2.8) par une puissance dite puissance résistante maximale  $\mathcal{P}^{rm}$  :

$$\mathcal{P}^{rm}(\underline{v}) = \int_{\mathcal{V}} \pi(\underline{d}) \, dV + \int_{\Sigma} \pi(\underline{n}, \llbracket \underline{v} \rrbracket) \, dS \quad (2.11)$$

Les capacités de résistance du matériau imposent donc une nouvelle condition sur  $K$  :

$$K \subset \left\{ \underline{Q} / \forall \underline{v} \text{ c.a. avec } \underline{\dot{q}}, \mathcal{P}^e(\underline{Q}, \underline{\dot{q}}) \leq \mathcal{P}^{rm}(\underline{v}) \right\} \quad (2.12)$$

En pratique, on propose des formes de champs de vitesse  $\underline{v}$  cinématiquement admissibles pour lesquelles on calcule  $\mathcal{P}^{rm}(\underline{v})$ , étant entendu qu'on ne peut les explorer toutes et on cherche pour quelles valeurs de  $\underline{Q}$  la fonction  $\underline{Q} \cdot \underline{\dot{q}} - \mathcal{P}^{rm}$  est négative, sachant que :

$$\boxed{\underline{Q} \in K \Rightarrow \forall \underline{v} \text{ c.a. avec } \underline{\dot{q}}, \mathcal{P}^e(\underline{Q}, \underline{\dot{q}}) \leq \mathcal{P}^{rm}(\underline{v})} \quad (2.13)$$

Cette opération permet de définir un ensemble  $K_c$  qui contient  $K$ . On délimite ainsi les frontières de  $K$  par excès d'où le nom de construction *par l'extérieur* (figure 2.2).

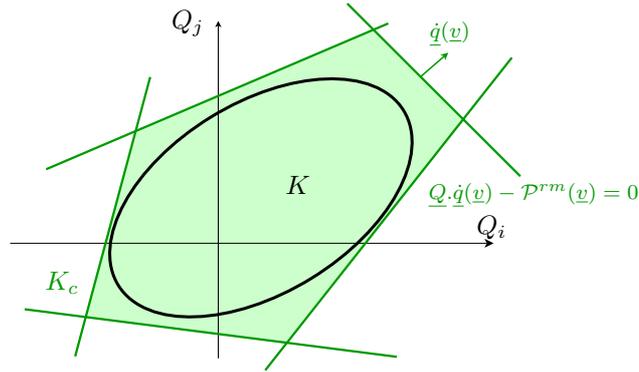


Figure 2.2 – Construction par l'extérieur du domaine  $K$  des chargements potentiellement supportables.

Appliquées de concert, les approches par l'intérieur et par l'extérieur permettent d'encadrer le domaine réel  $K$ . Dans le cadre de cette étude, nous nous limitons à l'utilisation de l'approche par l'extérieur du calcul à la rupture. En effet, il est plus facile de construire des champs de vitesse cinématiquement admissibles que de construire des champs de contrainte statiquement admissibles ; aussi nous focalisons-nous sur l'approfondissement de l'approche par l'extérieur qui a déjà fait ses preuves dans le cas de la maçonnerie en pierre sèche (Colas, 2009 ; Le, 2013). L'approche par l'extérieur présente également l'avantage de fournir une condition suffisante de rupture : au-delà de cette charge potentiellement supportable, la structure étudiée atteint inéluctablement sa ruine et ce quelle que soit la fragilité ou la ductilité du matériau sollicité.

## 2.3 Approche analytique : extension aux maçonneries hourdées

Nous avons vu que le calcul à la rupture se suffisait de la connaissance de trois jeux de données : la géométrie, le chargement et la résistance des matériaux en présence. La géométrie générale d'un mur de soutènement se définit facilement, de même que le chargement appliqué à l'ouvrage. Le critère de résistance mérite une attention plus particulière, du fait de l'hétérogénéité de la maçonnerie.

Plusieurs stratégies fructueuses ont été rapportées dans le chapitre 1. Nous poursuivons dans la voie de l'homogénéisation périodique en déformation plane ouverte par de Buhan et de Felice (1997). Cette méthode a déjà été validée expérimentalement, à échelle réduite puis en grandeur réelle, pour la pierre sèche par les travaux de thèse de Colas (2009) puis par ceux de Le (2013).

### 2.3.1 Hypothèses retenues et homogénéisation

#### 2.3.1.1 Description de la maçonnerie

**Hypothèse de régularité.** Chaque mur est un assemblage périodique de blocs réguliers. Les blocs possèdent tous les mêmes dimensions et sont posés en lits parallèles et réguliers. La pose se fait à joints croisés, comme dans la figure 2.3. Pour la pierre sèche, cette hypothèse ne se vérifie pas exactement mais elle simplifie avantageusement le problème.

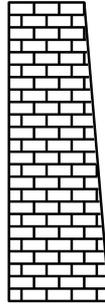


Figure 2.3 – Maçonnerie périodique à joints croisés.

**Hypothèse de comportement des blocs.** La résistance des blocs est infinie.

**Hypothèse de comportement des joints.** Les joints de mortier entre les blocs constituent une interface infiniment mince caractérisée par un critère de Mohr-Coulomb cohérent et frottant.

**Cellule de base.** Les trois hypothèses précédentes nous permettent alors de recourir à la même méthode d'homogénéisation périodique que celle développée par de Buhan et de Felice (1997). Nous adaptons toutefois cette méthode de façon à pouvoir distinguer les joints horizontaux des joints verticaux. La cellule de base qui en découle est décrite dans la figure 2.4; on remarquera que le choix proposé correspond bien au plus petit motif permettant de réaliser un pavage du plan par translations.

$\mathcal{M}$  représente le volume de la cellule de base et  $\mathcal{J} = \mathcal{J}_v \cup \mathcal{J}_h$  la surface totale des joints, composée des joints verticaux  $\mathcal{J}_v$  et horizontaux  $\mathcal{J}_h$ . L'élanement  $m$  du bloc est défini comme le rapport de la hauteur  $a$  sur la largeur  $b$ . La théorie de l'homogénéisation en calcul à la rupture nous permet alors de déduire des données géométriques et mécaniques de la cellule de base les caractéristiques du milieu homogénéisé équivalent, à savoir le domaine de résistance de la maçonnerie  $G^{\text{hom}}$ .

Compte tenu des hypothèses retenues, une première définition statique de  $G^{\text{hom}}$  en fonction des champs de contrainte macroscopiques  $\underline{\underline{\Sigma}}$  s'écrit :

$$G^{\text{hom}} = \left\{ \underline{\underline{\Sigma}} / \underline{\underline{\Sigma}} = \frac{1}{\mathcal{M}} \int_{\mathcal{M}} \underline{\underline{\sigma}}(\underline{x}) \, dV \right\} \quad (2.14)$$

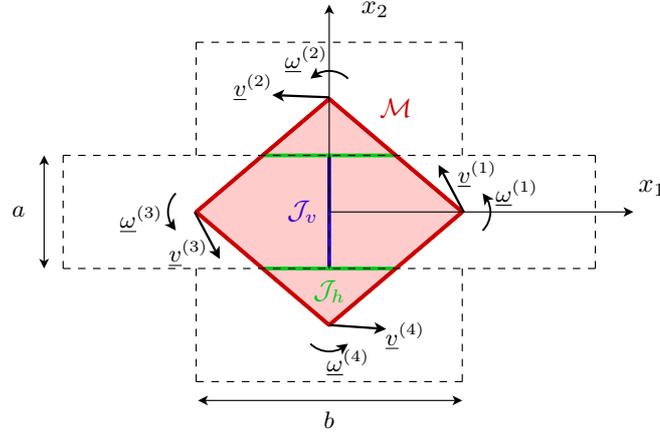


Figure 2.4 – Cellule de base représentative de la maçonnerie, adaptée de De Buhan et de Felice (1997).

avec  $\forall \underline{x} \in \mathcal{M}$

$$\underline{\sigma}(\underline{x}) \in \mathbb{R}^6 \text{ et } \forall \underline{x} \in \mathcal{J}, g(\underline{\sigma}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x})) \leq 0 \quad (2.15a)$$

$$\operatorname{div} \underline{\sigma}(\underline{x}) = \underline{0} \quad (2.15b)$$

$$\underline{\sigma} \cdot \underline{n}(\underline{x}) \text{ continu} \quad (2.15c)$$

$$\underline{\sigma}(\underline{x}) \cdot \underline{n}(\underline{x}) \text{ antipériodique à la frontière de } \mathcal{M} \quad (2.15d)$$

$\underline{\sigma}(\underline{x})$  représente le tenseur des contraintes au point  $\underline{x}$ . La fonction  $g$  définit une surface dans l'espace des contraintes qui correspond au critère de résistance des joints.

En exprimant le critère en fonction du taux de déformation macroscopique  $\underline{D}$  :

$$\underline{D} = \frac{1}{2}(\underline{n} \otimes \llbracket \underline{v} \rrbracket + \llbracket \underline{v} \rrbracket \otimes \underline{n}) \quad (2.16)$$

on obtient la fonction d'appui  $\pi^{\text{hom}}$  :

$$\pi^{\text{hom}}(\underline{D}) = \begin{cases} \frac{C_v}{\tan \varphi_v} D_{11} + \frac{C_h}{\tan \varphi_h} D_{22} & \text{si (2.18)} \\ \infty & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.17)$$

avec les conditions de pertinence suivantes :

$$\text{Si } 0 \leq 2m \leq \frac{1}{\tan \varphi_h} : \quad (2.18a)$$

$$-D_{11} \leq 0 \quad (2.18b)$$

$$\tan \varphi_h D_{11} \leq 2m D_{22} \quad (2.18c)$$

$$2|D_{12}| \leq \tan \varphi_h D_{11} + \frac{1}{\tan \varphi_h} D_{22} \quad (2.18d)$$

$$\text{Si } \frac{1}{\tan \varphi_h} \leq 2m : \quad (2.18e)$$

$$-D_{11} \leq 0 \quad (2.18f)$$

$$\tan \varphi_h D_{11} \leq 2m D_{22} \quad (2.18g)$$

$$2|D_{12}| \leq \frac{1}{2m} D_{11} + 2m D_{22} \quad (2.18h)$$

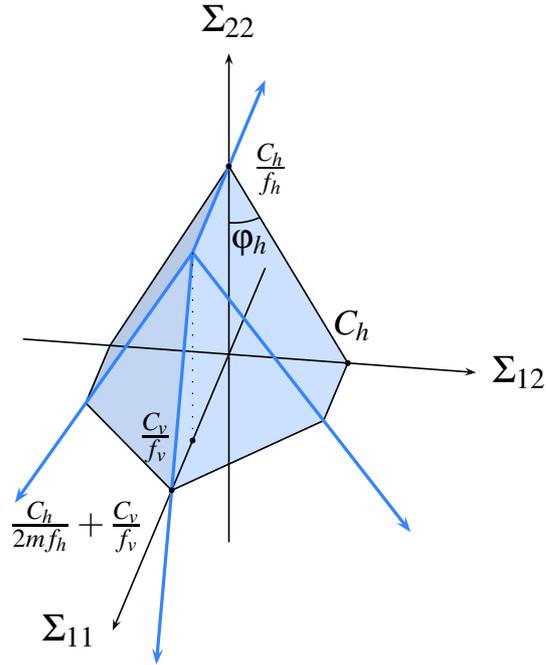


Figure 2.5 – Représentation du critère de maçonnerie homogénéisé, d'après de Buhan et de Felice (1997).

Le critère de résistance obtenu permet la différenciation du comportement des joints horizontaux et verticaux. Remarquons que les valeurs de la fonction  $\pi$  dépendent des paramètres de cohésion  $C_v$  et  $C_h$  et de frottement  $\varphi_v$  et  $\varphi_h$  des joints verticaux et horizontaux, tandis que seuls l'angle de frottement des joints horizontaux  $\varphi_h$  et l'élanement des blocs  $m$  interviennent dans les conditions de pertinence.

### 2.3.1.2 Description de la structure

**Hypothèses géométriques.** Nous considérons dans ce chapitre le problème de la stabilité du mur de soutènement simple, sous l'hypothèse de déformation plane. La définition d'une section courante suffit pour circonscrire entièrement la géométrie du problème. Nous adoptons une géométrie paramétrique dont une représentation apparaît en figure 2.6. Le mur de soutènement est défini par une hauteur  $h$ , une largeur en tête  $l$  et trois angles : le pendage des lits  $\alpha$ , le fruit aval  $\lambda_1$  et le fruit amont  $\lambda_2$ .

Deux paramètres décrivent la quantité de sol retenue par le mur : la hauteur de remblai à l'arrière du mur  $h_s$  et l'angle de pendage  $\beta$ .

Le repère  $(O, X'_1, X'_2)$  permet de prendre en compte le pendage des lits au sein de la maçonnerie. Nous utilisons pour les calculs la définition des paramètres géométriques représentés par la figure 2.6

dans ce repère :

$$h' = \frac{\cos(\lambda_1 - \alpha)}{\cos \lambda_1} h + l \sin \alpha \quad (2.19a)$$

$$l' = l \cos \alpha \quad (2.19b)$$

$$\lambda'_1 = \lambda_1 - \alpha \quad (2.19c)$$

$$\lambda'_2 = \lambda_2 + \alpha \quad (2.19d)$$

$$\beta' = \beta + \alpha \quad (2.19e)$$

Introduisons également les deux coefficients :

$$\varepsilon'_1 = \frac{h' - l' \tan \alpha}{l'} \tan \lambda'_1 \quad (2.20a)$$

$$\varepsilon'_2 = \frac{h'}{l'} \tan \lambda'_2 \quad (2.20b)$$

**Chargement appliqué.** Le système est soumis à deux paramètres de chargement :

- le poids propre du mur projeté dans les axes  $\underline{e}'_1$  et  $\underline{e}'_2$  :

$$\underline{\gamma} = -\gamma \sin \alpha \underline{e}'_1 - \gamma \cos \alpha \underline{e}'_2 \quad (2.21)$$

- le poids propre du remblai :

$$\underline{\gamma}_s = -\gamma_s \sin \alpha \underline{e}'_1 - \gamma_s \cos \alpha \underline{e}'_2 \quad (2.22)$$

**Matériaux.** Le mur est modélisé par un assemblage de blocs indéformables. Les joints horizontaux, respectivement verticaux, entre les blocs sont caractérisés par une cohésion  $C_h$  et un angle de frottement  $\varphi_h$ , respectivement  $C_v$  et  $\varphi_v$ . Le comportement à la rupture du mur est représenté par le critère de la maçonnerie homogénéisé (d'après de Buhan et de Felice) explicité au paragraphe 2.3.1.1 dans l'équation (2.17).

Le sol est caractérisé par le critère de résistance de Mohr-Coulomb défini par sa cohésion  $C_s$  et son angle de frottement  $\varphi_s$  et exprimé par ses fonctions d'appui :

$$\pi(\underline{d}_s) = \begin{cases} \frac{C_s}{\tan \varphi_s} \text{tr}(\underline{d}_s) & \text{si (2.24)} \\ \infty & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.23)$$

avec la condition de pertinence suivante :

$$\text{tr}(\underline{d}_s) \geq (|d_{s1}| + |d_{s2}|) \sin \varphi_s \quad (2.24)$$

et

$$\pi(\underline{n}_s, \llbracket \underline{v}_s \rrbracket) = \begin{cases} \frac{C_s}{\tan \varphi_s} \llbracket \underline{v}_s \rrbracket \cdot \underline{n}_s & \text{si (2.26)} \\ \infty & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.25)$$

avec la condition de pertinence suivante :

$$\llbracket \underline{v}_s \rrbracket \cdot \underline{n}_s \geq |\llbracket \underline{v}_s \rrbracket| \sin \varphi_s \quad (2.26)$$

L'interface entre le mur et le sol est caractérisée par un critère d'interface à frottement de Mohr-Coulomb défini par sa cohésion  $C_\delta$  et son angle de frottement  $\delta$  que l'on exprime grâce à sa fonction d'appui :

$$\pi(\underline{n}, \underline{\Delta v}) = \begin{cases} \frac{C_\delta}{\tan \delta} \underline{\Delta v} \cdot \underline{n}_\delta & \text{si (2.28)} \\ \infty & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.27)$$

avec la condition de pertinence suivante :

$$\underline{\Delta v} \cdot \underline{n}_\delta \geq |\underline{\Delta v} \cdot \underline{t}_\delta| \tan \delta \quad (2.28)$$

**Conditions aux limites.** Le mur est supposé frottant sur sa fondation [CO]. La fondation est considérée comme infiniment résistante. Le sol s'étend infiniment à gauche du modèle ; il frotte sur sa fondation (F $\infty$ ). Aucun effort ne s'applique sur les facettes libres – segments [OA], [AB], [BS] et la demi-droite [S $\infty$ ).

### 2.3.2 Familles de mécanismes de rupture

Dans le mur, nous choisissons une famille de champs de vitesse (mécanisme de rupture) de corps rigide délimité par une surface  $O'O$  inclinée d'un angle  $\Psi$  avec  $X'_1$  (figure 2.7). La géométrie du système impose alors :

$$\Psi \in \left[ \alpha, \arctan \frac{h'}{l'(1 + \varepsilon'_1)} \right] \quad (2.29)$$

La surface de rupture interne émerge au point  $O'$  de coordonnées  $(-l'_r, h'_r)$  telles que :

$$l'_r(\Psi) = \frac{\cos \lambda'_2 \cos \Psi}{\cos(\Psi - \lambda'_2)} l'(1 + \varepsilon'_1 + \varepsilon'_2) \quad (2.30a)$$

$$h'_r(\Psi) = l'_r \tan \Psi \quad (2.30b)$$

La normale  $\underline{n}$  à la surface de rupture  $OO'$  décrite dans la figure 2.7 s'écrit :

$$\underline{n} = \sin \Psi \underline{e}'_1 + \cos \Psi \underline{e}'_2 \quad (2.31)$$

Seul le trapèze  $OABO'$  se déplace à la vitesse  $\underline{v}$ , le triangle  $OCO'$  restant immobile sur la fondation.

Le champ de vitesse dans le sol présente une discontinuité le long de la surface plane  $O'T$  inclinée d'un angle  $\Psi_s$  par rapport au parement intérieur du mur. La normale  $\underline{n}_s$  à la surface  $O'T$  s'écrit :

$$\underline{n}_s = \cos(\Psi_s - \lambda'_2) \underline{e}'_1 + \sin(\Psi_s - \lambda'_2) \underline{e}'_2 \quad (2.32)$$

Seul le triangle  $O'TS$  est mobilisé en déplacement à la vitesse  $\underline{v}_s$ .

L'interface entre le mur et le sol est caractérisée par sa normale  $\underline{n}_\delta$  et sa tangente  $\underline{t}_\delta$  :

$$\underline{n}_\delta = \cos \lambda'_2 \underline{e}'_1 - \sin \lambda'_2 \underline{e}'_2 \quad (2.33a)$$

$$\underline{t}_\delta = \sin \lambda'_2 \underline{e}'_1 + \cos \lambda'_2 \underline{e}'_2 \quad (2.33b)$$

Nous exploitons trois champs de vitesse virtuels dans la suite :

1. une translation de vitesse  $\underline{\chi}$  du mur et une translation de vitesse  $\underline{\chi}_s$  du sol (figure 2.8a) :

$$\underline{\chi} = \chi \cos \psi \underline{e}'_1 + \chi \sin \psi \underline{e}'_2 \quad (2.34a)$$

$$\underline{\chi}_s = \chi_s \cos \psi_s \underline{e}'_1 - \chi_s \sin \psi_s \underline{e}'_2 \quad (2.34b)$$

2. une rotation de vitesse angulaire  $\omega$  du mur et un cisaillement du sol  $\underline{v}_s$  (figure 2.8b).

$$\underline{v} = \omega X'_2 \underline{e}'_1 - \omega X'_1 \underline{e}'_2 \quad (2.35a)$$

$$\underline{v}_s = \omega_s X''_2 \cos \psi_s \underline{e}'_1 + \omega_s X''_2 \sin \psi_s \underline{e}'_2 \quad (2.35b)$$

3. une rotation de vitesse angulaire  $\omega$  du mur et une translation de vitesse  $\underline{\chi}_s$  du sol (figure 2.8c) :

$$\underline{v} = \omega X'_2 \underline{e}'_1 - \omega X'_1 \underline{e}'_2 \quad (2.36a)$$

$$\underline{\chi}_s = \chi_s \cos \psi_s \underline{e}'_1 - \chi_s \sin \psi_s \underline{e}'_2 \quad (2.36b)$$

### 2.3.3 Résolution du problème

#### 2.3.3.1 Rupture par glissement

**Puissance des efforts extérieurs.** La puissance des efforts extérieurs se décompose en deux termes : la contribution du mur  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^e$  et la contribution du sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^e$ . Elle dépend uniquement des forces à distance  $\gamma$  et  $\gamma_s$ .

$$\mathcal{P}^e = \underbrace{\iint_{OABO'} \underline{\gamma} \cdot \underline{\chi} \, dS}_{\mathcal{P}_{\text{mur}}^e} + \underbrace{\iint_{O'ST} \underline{\gamma}_s \cdot \underline{\chi}_s \, dS}_{\mathcal{P}_{\text{sol}}^e} \quad (2.37)$$

La puissance des efforts développée dans le mur  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^e$  s'écrit à partir de (2.21) et (2.34a) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{mur}}^e &= \iint_{OABO'} \underline{\gamma} \cdot \underline{\chi} \, dS \\ &= -\frac{\gamma\chi}{2} \sin(\psi + \alpha) l' \left[ (2 + \varepsilon'_1 + \varepsilon'_2) h' - (1 + \varepsilon'_1 + \varepsilon'_2) h'_r - l'(1 + \varepsilon'_1) \tan \alpha \right] \end{aligned} \quad (2.38)$$

La puissance des efforts développée dans le sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^e$  s'écrit à partir de (2.22) et (2.34b) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{sol}}^e &= \iint_{O'ST} \underline{\gamma}_s \cdot \underline{\chi}_s \, dS \\ &= \frac{\gamma_s \chi_s}{2} \frac{\sin(\psi_s - \alpha) \sin \Psi_s \cos(\beta' - \lambda'_2)}{\cos(\Psi_s + \beta' - \lambda'_2) \cos^2 \lambda'_2} (h'_s - h'_r)^2 \end{aligned} \quad (2.39)$$

**Puissance résistante maximale.** La puissance résistante maximale se compose de trois termes : la contribution du mur  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm}$ , la contribution du sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm}$  et la contribution de l'interface  $\mathcal{P}_{\delta}^{rm}$ .

$$\mathcal{P}^{rm} = \mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} + \mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm} + \mathcal{P}_{\delta}^{rm} \quad (2.40)$$

Remarquons que le mécanisme de rupture par glissement étant constitué de mouvements de corps rigide, le taux de déformation  $\underline{d}$  est nul dans l'ensemble du système ce qui simplifie le calcul de la puissance résistante maximale.

La puissance résistante maximale du mur  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm}$  n'est due qu'à la discontinuité du champ de vitesse le long de  $O'O$ . Elle s'écrit à partir de (2.17) et (2.34a) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} &= \int_{O'O} \pi^{\text{hom}}(\underline{n}, \llbracket \underline{v} \rrbracket) \, dl \\ &= \chi \frac{h'_r}{\sin \Psi} \left( \frac{C_v}{\tan \varphi_v} \sin \Psi \cos \psi + \frac{C_h}{\tan \varphi_h} \cos \Psi \sin \psi \right) \end{aligned} \quad (2.41)$$

La puissance résistante maximale du sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm}$  s'écrit à partir de (2.25) et (2.34b) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm} &= \int_{O'ST} \pi(\underline{d}_s) \, dS + \int_{TO'} \pi(\underline{n}_s, \llbracket \underline{v}_s \rrbracket) \, dl \\ &= \chi_s \frac{C_s}{\tan \varphi_s} \frac{\cos(\Psi_s + \psi_s - \lambda'_2) \cos(\lambda'_2 - \beta')}{\cos(\Psi_s + \beta' - \lambda'_2) \cos \lambda'_2} (h'_s - h'_r) \end{aligned} \quad (2.42)$$

La puissance résistante maximale de l'interface  $\mathcal{P}_{\delta}^{rm}$  s'écrit à partir de (2.27), (2.34a) et (2.34b) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\delta}^{rm} &= \int_{O'S} \pi(\underline{n}, \underline{\Delta v}) \, dl \\ &= \frac{C_{\delta} (\chi \cos(\psi + \lambda'_2) - \chi_s \cos(\psi_s - \lambda'_2))}{\tan \delta \cos \lambda'_2} (h'_s - h'_r) \end{aligned} \quad (2.43)$$

### 2.3. EXTENSION AUX MAÇONNERIES HOURDÉES

Les paramètres cinématiques doivent respecter les conditions d'existence des fonctions d'appui du domaine de résistance du mur (2.18), du sol (2.26) et de l'interface (2.28).

Concernant le domaine de résistance du mur, en remplaçant  $\underline{n}$  et  $\underline{\chi}$  par (2.31) et (2.34a) dans (2.18), les conditions de pertinence deviennent :

$$\chi \geq 0 \quad (2.44a)$$

$$\tan \varphi_h \tan \Psi \leq 2m \tan \psi \quad (2.44b)$$

$$\varphi_h \leq \psi \quad \text{avec } \tan \Psi \leq 1 / \tan \varphi_h \quad (2.44c)$$

Dans le cas du sol, en remplaçant  $\underline{n}_s$  et  $\underline{\chi}_s$  par (2.32) et (2.34b) dans (2.26), on trouve :

$$\begin{aligned} \llbracket \underline{\chi}_s \rrbracket \cdot \underline{n}_s &\geq \llbracket \underline{\chi}_s \rrbracket \sin \varphi_s \\ \frac{\pi}{2} - \Psi_s - \varphi_s + \lambda'_2 &\geq \psi_s \end{aligned} \quad (2.45)$$

À l'interface entre le mur et le sol, en substituant à  $\underline{n}_\delta$  et  $\underline{t}_\delta$  leur expression (2.33a) et (2.33b) et en explicitant  $\underline{\Delta v} = \underline{\chi} - \underline{\chi}_s$  dans l'équation (2.28), il vient :

$$\begin{aligned} \underline{\Delta v} \cdot \underline{n}_\delta &\geq |\underline{\Delta v} \cdot \underline{t}_\delta| \tan \delta \\ \chi \cos(\psi + \delta + \lambda'_2) &\geq \chi_s \cos(\psi_s - \delta - \lambda'_2) \end{aligned} \quad (2.46)$$

**Calcul de la charge extrême.** L'approche par l'extérieur du calcul à la rupture nous donne une condition nécessaire de stabilité :

$$\mathcal{P}^e \leq \mathcal{P}^{rm} \quad \forall \underline{v} \text{ cinématiquement admissible} \quad (2.47)$$

Pour simplifier les expressions, nous écrirons  $\mathcal{P}^e$  et  $\mathcal{P}^{rm}$  comme des polynômes de la hauteur du remblai  $h'_s$ , en posant :

$$\mathcal{P}_{\text{sol}}^e = p_{\text{sol}}^e (h'_s - h'_r)^2 \quad (2.48a)$$

$$\mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm} = p_{\text{sol}}^{rm} (h'_s - h'_r) \quad (2.48b)$$

$$\mathcal{P}_\delta^{rm} = p_\delta^{rm} (h'_s - h'_r) \quad (2.48c)$$

La hauteur critique  $h_s'^{g0}$  est donc la plus grande racine du polynôme :

$$\mathcal{P}^{rm} - \mathcal{P}^e = -p_{\text{sol}}^e (h'_s - h'_r)^2 + (p_{\text{sol}}^{rm} + p_\delta^{rm})(h'_s - h'_r) + \mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} - \mathcal{P}_{\text{mur}}^e \quad (2.49)$$

Le discriminant  $\Delta$  de cette équation vaut :

$$\Delta = 4p_{\text{sol}}^e (\mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} - \mathcal{P}_{\text{mur}}^e) + (p_{\text{sol}}^{rm} + p_\delta^{rm})^2 \quad (2.50)$$

Ainsi,  $h_s'^{g0}$  s'écrit :

$$h_s'^{g0}(\psi, \Psi, \psi_s, \Psi_s, \chi, \chi_s) = \frac{2p_{\text{sol}}^e h'_r + p_{\text{sol}}^{rm} + p_\delta^{rm} \pm \sqrt{\Delta}}{2p_{\text{sol}}^e} \quad (2.51)$$

Il s'agit ensuite de trouver les valeurs de  $\psi$ ,  $\Psi$ ,  $\psi_s$ ,  $\Psi_s$  et  $\chi/\chi_s$  qui minimisent  $h_s'^{g0}$  sous les conditions (2.44), (2.45) et (2.46) :

$$\psi^{\text{opt}} = \varphi_h \quad (2.52a)$$

$$\Psi^{\text{opt}} = \alpha \quad (2.52b)$$

$$\psi_s^{\text{opt}} = \frac{\pi}{2} - \Psi_s - \varphi_s + \lambda'_2 \quad (2.52c)$$

$$\left( \frac{\chi}{\chi_s} \right)^{\text{opt}} = \frac{\cos(\psi_s - \delta - \lambda'_2)}{\cos(\psi + \delta + \lambda'_2)} \quad (2.52d)$$

La hauteur extrême  $h'_s{}^g$ , hauteur de chargement critique pour le mécanisme de rupture par glissement, s'exprime dans le repère incliné  $(O, X'_1, X'_2)$  sous la forme :

$$h'_s{}^g = \min_{\Psi_s} h'_s{}^{g0} \left( \psi^{\text{opt}}, \Psi^{\text{opt}}, \psi_s^{\text{opt}}, \left( \frac{\chi}{\chi_s} \right)^{\text{opt}} \right) \quad (2.53)$$

Finalement, la hauteur  $h_s^g$ , hauteur de chargement critique pour le mécanisme de rupture par glissement, s'écrit dans le repère  $(O, X_1, X_2)$  :

$$h_s^g = \frac{\cos(\lambda'_2 - \alpha)}{\cos \lambda'_2} h'_s{}^g - \sin \alpha l'(1 + \varepsilon'_1 + \varepsilon'_2) \quad (2.54)$$

### 2.3.3.2 Rupture par renversement : rotation du mur et cisaillement du sol

**Puissance des efforts extérieurs.** La puissance des efforts extérieurs se décompose en deux termes : la contribution du mur  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^e$  et la contribution du sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^e$ .

$$\mathcal{P}^e = \underbrace{\iint_{OABO'} \underline{\gamma} \cdot \underline{v} \, dS}_{\mathcal{P}_{\text{mur}}^e} + \underbrace{\iint_{O'ST} \underline{\gamma}_s \cdot \underline{v}_s \, dS}_{\mathcal{P}_{\text{sol}}^e} \quad (2.55)$$

Dans le cas d'une rotation pure, la puissance des efforts développée dans le mur s'écrit à partir de (2.21) et (2.35a) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{mur}}^e &= \iint_{OABO'} \underline{\gamma} \cdot \underline{v} \, dS \\ &= \iint_{OABO'} -\gamma \omega (X'_2 \sin \alpha - X'_1 \cos \alpha) \, dX'_1 dX'_2 \end{aligned} \quad (2.56)$$

(détails en annexe A.1)

La puissance des efforts développée dans le sol s'écrit à partir de (2.22) et (2.35b) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{sol}}^e &= \iint_{O'ST} \underline{\gamma}_s \cdot \underline{v}_s \, dS \\ &= \iint_{O'ST} \gamma_s \omega_s \cos(\Psi_s + \psi_s + \alpha - \lambda'_2) X_2'' \, dX_1'' dX_2'' \end{aligned} \quad (2.57)$$

(détails en annexe A.1)

Nous écrivons  $\mathcal{P}^e$  sous la forme d'un polynôme de degré 3 en  $h'_s$  :

$$\mathcal{P}^e = \mathcal{P}_{\text{mur}}^e + p_{\text{sol}}^e(\omega_s, \psi_s, \Psi_s)(h'_s - h'_r)^3 \quad (2.58)$$

où  $p_{\text{sol}}^e$  est un coefficient qui s'exprime en fonction des paramètres géométriques et physiques du problème.

**Puissance résistante maximale.** La puissance résistante maximale se compose de trois termes : la contribution du mur  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm}$ , la contribution du sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm}$  et la contribution de l'interface  $\mathcal{P}_{\delta}^{rm}$ .

$$\mathcal{P}^{rm} = \mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} + \mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm} + \mathcal{P}_{\delta}^{rm}$$

La puissance résistante maximale du mur  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm}$  s'écrit à partir de (2.17) et (2.35a) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} &= \int_{O'O} \pi^{\text{hom}}(\underline{n}, \llbracket \underline{v} \rrbracket) \, dl \\ &= \frac{\omega l_r'^2}{2} \left( \frac{C_h}{\tan \varphi_h} + \frac{C_v}{\tan \varphi_v} \tan^2 \Psi \right) \end{aligned} \quad (2.59)$$

### 2.3. EXTENSION AUX MAÇONNERIES HOURDÉES

La puissance résistante maximale du sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm}$  s'écrit à partir de (2.23), (2.25) et (2.35b). Notons que pour ce mécanisme qui suppose du cisaillement dans le sol, le taux de déformation  $\underline{d}_s$  n'est pas nul.

$$\mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm} = \iint_{O'ST} \frac{C_s}{\tan \varphi_s} \omega_s \sin \Psi_s X_2'' dX_1'' dX_2'' + \int_{O'T} \frac{C_s}{\tan \varphi_s} \omega_s \sin \Psi_s X_2'' dX_2'' \quad (2.60)$$

(détails en annexe A.1)

Pour alléger les écritures, nous écrivons  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm}$  sous la forme :

$$\mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm} = p_{\text{sol}2}^{rm} (h'_s - h'_r)^2 + p_{\text{sol}3}^{rm} (h'_s - h'_r)^3 \quad (2.61)$$

La puissance résistante maximale de l'interface  $\mathcal{P}_{\delta}^{rm}$  s'écrit à partir de (2.27), (2.35a) et (2.35b) :

$$\mathcal{P}_{\delta}^{rm} = \int_{O'S} \pi(\underline{n}, \underline{\Delta v}) dl \quad (2.62)$$

(détails en annexe A.1)

Pour alléger les expressions, nous écrivons  $\mathcal{P}_{\delta}^{rm}$  sous la forme :

$$\mathcal{P}_{\delta}^{rm} = p_{\delta 1}^{rm} (h'_s - h'_r) + p_{\delta 12}^{rm} (h_s'^2 - h_r'^2) + p_{\delta 2}^{rm} (h'_s - h'_r)^2 \quad (2.63)$$

La puissance résistante maximale  $\mathcal{P}^{rm}$  s'exprime alors sous la forme :

$$\mathcal{P}^{rm} = \mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} + p_{\delta 1}^{rm} (h'_s - h'_r) + p_{\delta 12}^{rm} (h_s'^2 - h_r'^2) + (p_{\text{sol}2}^{rm} + p_{\delta 2}^{rm}) (h'_s - h'_r)^2 + p_{\text{sol}3}^{rm} (h'_s - h'_r)^3 \quad (2.64)$$

Les paramètres cinématiques doivent respecter les conditions d'existence des fonctions d'appui du domaine de résistance du mur (2.18), du sol (2.24) et (2.26) et de l'interface (2.28).

Pour le mur, en remplaçant  $\underline{n}$  et  $\underline{v}$  par (2.31) et (2.35a) dans (2.18), nous obtenons les conditions de pertinence suivantes :

$$\omega \geq 0 \quad (2.65a)$$

$$\tan \Psi \leq \sqrt{\frac{2m}{\tan \varphi_h}} \quad (2.65b)$$

$$\tan \Psi \leq \frac{1}{\tan \varphi_h} \quad (2.65c)$$

Pour le sol, en remplaçant  $\underline{n}_s$  et  $\underline{v}_s$  par (2.32) et (2.35b) dans (2.24) et (2.26), il vient :

$$\begin{aligned} \text{tr}(\underline{d}_s) &\geq (|d_{s1}| + |d_{s2}|) \sin \varphi_s \\ \sin \psi_s &\geq \sin \varphi_s \end{aligned} \quad (2.66)$$

Le champ de vitesse a été choisi en respectant la condition de pertinence sur la discontinuité de vitesse au niveau de la ligne de rupture dans le sol : nous n'ajoutons donc pas de conditions supplémentaires ici.

À l'interface entre le mur et le remblai, en substituant à  $\underline{n}_{\delta}$  et  $\underline{t}_{\delta}$  leur expression (2.33a) et (2.33b) et en explicitant  $\underline{\Delta v} = \underline{v} - \underline{v}_s$  dans l'équation (2.28), il vient :

$$\begin{aligned} \underline{\Delta v} \cdot \underline{n}_{\delta} &\geq |\underline{\Delta v} \cdot \underline{t}_{\delta}| \tan \delta \\ \Psi &\geq \delta + \lambda'_2 \end{aligned} \quad (2.67)$$

**Calcul de la charge extrême.** L'approche par l'extérieur du calcul à la rupture nous donne une condition nécessaire de stabilité (2.47) :

$$\mathcal{P}^e \leq \mathcal{P}^{rm} \quad \forall v \text{ cinématiquement admissible}$$

Il s'agit donc de trouver la plus petite racine positive  $h_s'^{r0}$  du polynôme :

$$\mathcal{P}^{rm} - \mathcal{P}^e = \mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} - \mathcal{P}_{\text{mur}}^e + p_{\delta 1}^{rm}(h_s' - h_r') + p_{\delta 12}^{rm}(h_s'^2 - h_r'^2) + (p_{\text{sol}2}^{rm} + p_{\delta 2}^{rm})(h_s' - h_r')^2 + (p_{\text{sol}3}^{rm} - p_{\text{sol}}^e)(h_s' - h_r')^3 \quad (2.68)$$

On cherche enfin les valeurs de  $\Psi$ ,  $\psi_s$ ,  $\Psi_s$ ,  $\omega$  et  $\omega_s$  qui minimisent  $h_s'^{r0}$  sous les conditions (2.65), (2.66) et (2.67) :

$$\Psi^{\text{opt}} = \delta + \lambda_2' \quad (2.69a)$$

$$\psi_s^{\text{opt}} = \varphi_s \quad (2.69b)$$

$$\left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^{\text{opt}} = \frac{\sin \Psi_s \sin(\Psi_s + \psi_s + \delta)}{\cos \delta} \quad (2.69c)$$

La hauteur extrême  $h_s'^r$ , hauteur de chargement critique pour le mécanisme de rupture par renversement, s'exprime dans le repère incliné  $(O, X_1', X_2')$  :

$$h_s'^r = \min_{\Psi_s} h_s'^{r0} \left( \Psi_s^{\text{opt}}, \psi_s^{\text{opt}}, \left(\frac{\omega}{\omega_s}\right)^{\text{opt}} \right) \quad (2.70)$$

Finalement, la hauteur  $h_s^r$ , hauteur de chargement critique pour le mécanisme de rupture par renversement, s'écrit dans le repère  $(O, X_1, X_2)$  :

$$h_s^r = \frac{\cos(\lambda_2' - \alpha)}{\cos \lambda_2'} h_s'^r - \sin \alpha l'(1 + \varepsilon_1' + \varepsilon_2') \quad (2.71)$$

### 2.3.3.3 Mode de rupture mixte : rotation du mur et translation du sol

**Puissance des efforts extérieurs.** La puissance des efforts extérieurs se décompose en deux termes : la contribution du mur  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^e$  et la contribution du sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^e$ .

$$\mathcal{P}^e = \mathcal{P}_{\text{mur}}^e + \mathcal{P}_{\text{sol}}^e$$

Dans le cas d'une rotation pure, la puissance des efforts développée dans le mur s'exprime de la même façon que (2.56). On obtient ainsi  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^e$  en fonction des paramètres cinématiques  $\psi$ ,  $\Psi$  et  $\omega$ .

Pour le sol, le mécanisme de rupture étant identique à celui utilisé pour le mécanisme de translation, la puissance des efforts développée dans le sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^e$  s'écrit comme dans (2.39).

Pour alléger les expressions, nous écrirons  $\mathcal{P}^e$  sous la forme :

$$\mathcal{P}^e = \mathcal{P}_{\text{mur}}^e + p_{\text{sol}}^e (h_s' - h_r')^2 \quad (2.72)$$

**Puissance résistante maximale.** La puissance résistante maximale du système se décompose en trois termes : la contribution du mur  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm}$ , la contribution du sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm}$  et la contribution de l'interface  $\mathcal{P}_{\delta}^{rm}$ .

$$\mathcal{P}^{rm} = \mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} + \mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm} + \mathcal{P}_{\delta}^{rm}$$

La puissance résistante maximale du mur  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm}$  s'écrit comme dans (2.59) et la puissance résistante maximale du sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm}$  s'écrit comme dans (2.42).

### 2.3. EXTENSION AUX MAÇONNERIES HOURDÉES

La puissance résistante maximale de l'interface  $\mathcal{P}_\delta^{rm}$  s'écrit à partir de (2.27), (2.36a) et (2.36b) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_\delta^{rm} &= \int_{O'S} \pi(\underline{n}, \underline{\Delta v}) dl \\ &= \frac{C_\delta}{\tan \delta} \left[ \frac{\omega}{2 \cos \lambda'_2} (h'_s - h'_r)^2 - (\omega l' (1 + \varepsilon'_1 + \varepsilon'_2) \sin \lambda'_2 + \chi_s \cos(\psi_s - \lambda'_2)) (h'_s - h'_r) \right] \end{aligned} \quad (2.73)$$

Pour alléger la notation, nous écrivons  $\mathcal{P}^{rm}$  sous la forme :

$$\mathcal{P}^{rm} = \mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} + (p_{\text{sol}}^{rm} + p_{\delta 1}^{rm}) (h'_s - h'_r) + p_{\delta 2}^{rm} (h'_s - h'_r)^2 \quad (2.74)$$

Les paramètres cinématiques doivent respecter les conditions d'existence des fonctions d'appui du domaine de résistance du mur (2.18), du sol (2.24) et (2.26) et de l'interface (2.28).

Pour ce mode de rupture, les conditions d'existence de la fonction  $\pi$  pour le mur et le sol restent les mêmes qu'en (2.65), soit pour le mur :

$$\begin{aligned} \omega &\geq 0 \\ \tan \Psi &\leq \sqrt{\frac{2m}{\tan \varphi_h}} \\ \tan \Psi &\leq \frac{1}{\tan \varphi_h} \end{aligned}$$

et pour le sol (2.45) :

$$\frac{\pi}{2} - \Psi_s - \varphi_s + \lambda'_2 \geq \psi_s$$

À l'interface, on substitue à  $\underline{n}_\delta$  et  $\underline{t}_\delta$  leur expression (2.33a) et (2.33b) et on explicite  $\underline{\Delta v} = \underline{v} - \underline{v}_s$  dans l'équation (2.28) :

$$\begin{aligned} \underline{\Delta v} \cdot \underline{n}_\delta &\geq |\underline{\Delta v} \cdot \underline{t}_\delta| \tan \delta \\ \frac{\omega}{\chi_s} &\geq \frac{\cos(\psi_s - \delta - \lambda'_2) \cos(\Psi - \lambda'_2)}{\sin(\Psi + \delta + \lambda'_2) \cos \lambda'_2 l' (1 + \varepsilon'_1 + \varepsilon'_2)} \end{aligned} \quad (2.75)$$

**Calcul de la charge extrême.** L'approche par l'extérieur du calcul à la rupture nous donne une condition nécessaire de stabilité (2.47) :

$$\mathcal{P}^e \leq \mathcal{P}^{rm} \quad \forall \underline{v} \text{ cinématiquement admissible}$$

Il s'agit de trouver la plus petite racine positive  $h_s'^{m0}$  du polynôme :

$$\mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} - \mathcal{P}_{\text{mur}}^e + p_{\text{sol}}^{rm} (h'_s - h'_r) - p_{\text{sol}}^e (h'_s - h'_r)^2 \quad (2.76)$$

On cherche enfin les valeurs de  $\Psi$ ,  $\psi_s$ ,  $\omega$ ,  $\chi_s$  et  $\Psi_s$  qui minimisent  $h_s'^{m0}$  sous les conditions (2.65), (2.66) et (2.67) :

$$\Psi^{\text{opt}} = \delta + \lambda'_2 \quad (2.77a)$$

$$\psi_s^{\text{opt}} = \varphi_s \quad (2.77b)$$

$$\left( \frac{\omega}{\chi_s} \right)^{\text{opt}} = \frac{\sin \Psi_s \sin(\Psi_s + \psi_s + \delta)}{\cos \delta} \quad (2.77c)$$

La hauteur extrême  $h_s^m$ , hauteur de chargement critique pour le mécanisme de rupture mixte, s'exprime dans le repère  $(O, X_1', X_2')$  :

$$h_s^m = \min_{\Psi_s} h_s^{m0} \left( \Psi_s^{\text{opt}}, \psi_s^{\text{opt}}, \left( \frac{\omega}{\chi_s} \right)^{\text{opt}} \right) \quad (2.78)$$

Finalement, la hauteur  $h_s^m$ , hauteur de chargement critique pour le mécanisme de rupture mixte, s'écrit dans le repère  $(O, X_1, X_2)$  :

$$h_s^m = \frac{\cos(\lambda_2' - \alpha)}{\cos \lambda_2'} h_s^{m0} - \sin \alpha l' (1 + \varepsilon_1' + \varepsilon_2') \quad (2.79)$$

Comme nous l'avons évoqué dans la partie 2.2.3, l'approche par l'extérieur du calcul à la rupture fournit une estimation par l'extérieur du domaine des chargements supportables. Par conséquent, lors de la comparaison de différents mécanismes de rupture virtuels, seule la valeur minimale est à retenir. Ainsi, la hauteur extrême de remblai potentiellement supportable par le mur est majorée par  $h_s^+$  définie à partir de (2.54), (2.71) et (2.79) de sorte que :

$$h_s^+ = \min\{h_s^g, h_s^r, h_s^m\} \quad (2.80)$$

## 2.4 Renforcement par clouage

Parmi les six catégories générales de renforcement exposées au chapitre 1 (§ 1.1.4), la plupart sont abordables avec les outils développés jusqu'ici. La reconstitution à l'identique des parements se traite sans aucune modification des outils présentés ici. La mise en place d'un dispositif de drainage permet de revenir à l'une des conditions d'application directe de l'outil développé dans la partie 2.3. Enfin, le rejointoiement et l'injection modifient les propriétés des joints à adopter dans cette modélisation.

Pour le clouage, des développements supplémentaires du modèle sont nécessaires. L'ajout du clou dénature le problème, change la géométrie et introduit un matériau supplémentaire. Il est *a priori* incompatible avec une approche en déformation plane : il n'existe plus de coupe transversale invariante par translation dans la direction longitudinale du mur. Pour continuer à utiliser les outils 2D développés au cours de la section 2.3, il nous faut donc affaiblir cette hypothèse d'invariance. Nous considérons par la suite que les clous sont répartis régulièrement et qu'ils sont suffisamment proches les uns des autres pour que l'ouvrage conserve un mouvement régulier longitudinalement.

### 2.4.1 Prise en compte théorique

L'approche du calcul à la rupture classiquement employée pour le clouage de sol nous conduit à ne considérer que la résistance face aux efforts de traction dans le clou. Nous considérons ici un clou « passif » : seule sa contribution à la puissance résistante maximale du système est prise en compte. Trois mécanismes physiques de ruine peuvent se produire : l'arrachement du clou, sa rupture ponctuelle ou sa plastification sur un segment de longueur mesurable. La résistance à l'arrachement est représentée par la grandeur  $T_l$ , mesurée en newton par mètre de clou. L'effort de traction à la rupture du clou  $N_c$  dépend de la section du clou  $S$  et de la qualité de l'acier employé  $\sigma_{sy}$  :

$$N_c = \sigma_{sy} S \quad (2.81)$$

avec

$\sigma_{sy}$  : la limite plastique de l'acier ;

$S$  : la section du clou.

Pour tout champ de vitesse dans le clou  $\underline{v}_c$  cinématiquement admissible, la puissance résistante correspondante s'écrit :

$$p_{\text{clou}}^r(\underline{v}_c) = \int_{\text{clou}} T_l |(\underline{v}_c(\underline{x}) - \underline{v}_s(\underline{x})) \cdot \underline{t}_c| dl \quad \text{Arrachement du clou} \quad (2.82a)$$

$$+ \int_{\text{clou}} N_c \left| \underline{t}_c \cdot \underline{d}_c(\underline{x}) \cdot \underline{t}_c \right| dl \quad \text{Plastification du clou} \quad (2.82b)$$

$$+ N_c \left| \llbracket \underline{v}_c \rrbracket \cdot \underline{t}_c \right| \quad \text{Rupture ponctuelle du clou} \quad (2.82c)$$

avec

$\underline{d}_c(\underline{x})$  : le taux de déformation du clou ;

$\underline{v}_c(\underline{x})$  : la vitesse du clou ;

$\underline{v}_s(\underline{x})$  : la vitesse du sol ;

$\underline{t}_c$  : la direction du clou.

La puissance résistante maximale du clou s'obtient en parcourant l'ensemble des champs de vitesse cinématiquement admissibles  $\underline{v}_c$  :

$$\mathcal{P}_{\text{clou}}^{rm} = \min_{\underline{v}_c \text{ c.a.}} p_{\text{clou}}^r(\underline{v}_c) \quad (2.83)$$

**Remarques.** Sous cette formulation, la vitesse du clou devient un paramètre supplémentaire sur lequel porte l'optimisation de l'inéquation  $\mathcal{P}^e \leq \mathcal{P}^{rm}$  fournissant la condition nécessaire de stabilité du calcul à la rupture. Elle ne préjuge donc pas du mode de rupture optimal du clou, qui dépend entre autres choses du mode de rupture du système entier.

Nous proposons une représentation d'un clouage simple, mais celle-ci peut facilement s'étendre à la plupart des autres configurations :

- *Stricto sensu*, cette modélisation traduit la mise en œuvre d'un clou par mètre linéaire d'ouvrage de soutènement dans la direction perpendiculaire à la section du mur. Il est tout à fait possible de choisir un espacement inter-clou  $e_c$  différent : il suffit alors de diviser  $\mathcal{P}_{\text{clou}}^{rm}$  par  $e_c$ . Cet artifice de calcul revient à employer un clou de section équivalente.
- Une configuration à plusieurs clous répartis sur la hauteur du mur est parfaitement envisageable, bien que le problème ne soit pas linéaire *a priori*.

### 2.4.2 Clouage du sol seul

Dans un premier temps, nous considérons que le clou renforce uniquement le sol. *A priori* sécuritaire, cette hypothèse pourrait représenter la mise en œuvre du clouage sur une maçonnerie de pierre sèche ou avec un appareil de répartition sur le parement – platine, ancre – de faible dimension. Elle pourrait également être mise en œuvre dans lors de la réparation d'une brèche, pour renforcer le sol avant de reconstruire le mur ensuite.

**Configuration étudiée.** Nous étudions l'ajout d'un seul clou sur l'ouvrage étudié en partie 2.3. Le clou est représenté sur le schéma 2.9 par le segment  $[NP]$ . Notons  $L = L_1 + L_2$  la longueur du clou et  $\theta_c$  son inclinaison par rapport au repère  $(O, X_1, X_2)$ . Nous notons  $(-l_c, h_c)$  les coordonnées du point N dans le repère  $(O, X_1, X_2)$  ;  $\underline{t}_c$  se projette dans ce même repère comme :

$$\underline{t}_c = \cos \theta_c \underline{e}_1 - \sin \theta_c \underline{e}_2 \quad (2.84)$$

La longueur du clou conditionne la qualité du renforcement apporté, comme le suggère l'expression de  $p_{\text{clou}}^r(\underline{v}_c)$  (équation (2.82)). À l'instar du clouage d'une pente, l'ajout d'un clou peut aussi déplacer la surface de rupture critique à l'extérieur de la zone renforcée. Le cas échéant, le clou n'atteint pas sa ruine : il améliore passivement la résistance générale du système.

**Rupture du sol par translation.** Au vu des dimensions relatives du sol et du clou, nous assimilerons le clou à un élément uni-dimensionnel. Nous négligeons son influence sur la puissance des efforts moteurs  $\mathcal{P}^e$ . Seule compte sa contribution  $\mathcal{P}_{clou}^{rm}$  à la puissance résistante maximale  $\mathcal{P}^{rm}$ .

Pour clarifier la présentation du fonctionnement du clou, nous nous baserons sur le schéma 2.9. Afin de simplifier l'écriture générale de la puissance résistante du clou donnée en (2.82), nous adoptons les hypothèses suivantes :

- les vitesses scalaires sont toutes projetées selon la direction du clou  $\underline{t}_c$  :  $v_c^b = \underline{v}_a^b \cdot \underline{t}_c$  ;
- la vitesse du clou est constante par morceaux ;
- la vitesse du clou est croissante le long du clou :  $v_c^{(1)} \leq v_c^{(2)}$  ;
- la vitesse du clou dans la partie mobile du sol  $v_c^{(2)}$  est inférieure ou égale à la vitesse du sol  $v_s^{(2)}$ .

Sous ces hypothèses, nous pouvons réécrire l'équation (2.82) sous la forme :

$$p_{clou}^r = N_c \left( v_c^{(2)} - v_c^{(1)} \right) + L_1 T_l v_c^{(1)} + L_2 T_l \left( v_c^{(2)} - v_s^{(2)} \right) \quad (2.85)$$

Nous définissons ainsi une forme bilinéaire  $p_{clou}^r(v_c^{(1)}, v_c^{(2)})$  : son optimum local est atteint sur le bord de son domaine de définition ou en un point d'annulation des dérivées partielles. Ces dérivées partielles s'écrivent :

$$\frac{\partial p_{clou}^r}{\partial v_c^{(1)}} = L_1 T_l - N_c \qquad \frac{\partial p_{clou}^r}{\partial v_c^{(2)}} = N_c - L_2 T_l \quad (2.86)$$

Si les dérivées partielles ne sont pas nulles, leur signe donne la direction dans laquelle est atteint l'optimum local. Les quatre optimums possibles sont résumés dans le tableau suivant :

	$L_1 T_l - N_c \leq 0$		$L_1 T_l - N_c \geq 0$	
	$N_c - L_2 T_l \leq 0$	$N_c - L_2 T_l \geq 0$	$N_c - L_2 T_l \leq 0$	$N_c - L_2 T_l \geq 0$
$v_c^{(1)}$ optimal	0	0	0	$v_s^{(2)}$
$v_c^{(2)}$ optimal	0	$v_s^{(2)}$	0	$v_s^{(2)}$
$\mathcal{P}_{clou}^{rm}$	$L_2 T_l v_s^{(2)}$	$N_c v_s^{(2)}$	$L_2 T_l v_s^{(2)}$	$L_1 T_l v_s^{(2)}$
Dénomination	Clou immobile	Rupture du clou	Clou immobile	Arrachement du clou

Dans le cas de nullité des dérivés partielles, il n'est plus possible de discriminer entre les modes de rupture du clou car les puissances résistantes maximales correspondantes deviennent égales.

Pour mémoire, en conservant le champ de vitesse dans le sol  $\underline{\chi}_s$  employé précédemment (2.34b) et avec la géométrie représentée en figure 2.6 à laquelle nous ajoutons le clou tel qu'il est défini en figure 2.9, on écrit :

$$v_s^{(2)} = \chi_s \cos(\psi_s - \theta'_c)$$

$$L_2 = \left| \frac{h'_r - h'_c + \tan\left(\frac{\pi}{2} - \Psi_s + \lambda'_2\right)(l'_c - l'_r)}{\cos \theta'_c (\tan\left(\frac{\pi}{2} - \Psi_s + \lambda'_2\right) - \tan \theta'_c)} \right|$$

L'optimisation de la fonction  $p_{clou}^{rm}(v_c^{(1)}, v_c^{(2)})$  sous les hypothèses adoptées met en évidence trois mécanismes de ruine différents pour le clou. Si la longueur d'ancrage  $L_2$  est faible, le clou demeure immobile ; la rupture se produit au niveau de la liaison entre le sol et le clou dans la zone ② – la partie mobile du sol. Une fois que cette longueur dépasse le rapport entre la limite de résistance du clou en traction  $N_c$  et la résistance du clou à l'arrachement  $T_l$ , deux cas sont à envisager. Si l'ancrage du clou dans la zone ① – partie immobile du sol – est suffisant, alors le clou rompt au

niveau de la ligne de rupture interne du sol. Si la longueur d'ancrage  $L_1$  n'est pas suffisante, alors le clou demeure ancré dans la zone ② et est arraché du sol immobile de la zone ①.

Il suffit ensuite d'inclure cette contribution à l'inéquation  $\mathcal{P}^{rm} - \mathcal{P}^e \geq 0$  et de conclure en suivant le même cheminement que dans la partie 2.3.3. Dans cette équation,  $\mathcal{P}^e$  reste inchangé et égal à la somme de  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^e$  (2.38) et de  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^e$  (2.39). Ainsi, la prise en compte d'un clou revient à augmenter  $\mathcal{P}^{rm}$  (équations (2.40), (2.41), (2.42) et (2.43)) par  $\mathcal{P}_{\text{clou}}^{rm}$ .

Pour ce cas, le champ de vitesse choisi dans le mur n'a donc absolument aucune conséquence sur l'apport du clou : les résultats de ce paragraphe sont donc valides pour les mécanismes de rupture dits « par glissement » et « par mode mixte ».

**Rupture du sol par cisaillement.** Afin de simplifier l'écriture générale de la puissance résistante du clou donnée en (2.82), nous adoptons les hypothèses suivantes :

- les vitesses sont toutes projetées selon la direction du clou  $\underline{t}_c$  :  $v_a^b = \underline{v}_a^b \cdot \underline{t}_c$  ;
- la vitesse du clou est croissante le long du clou :  $v_c^{(1)} \leq v_c^{(2)}$  ;
- la vitesse du clou dans la partie mobile du sol  $v_c^{(2)}$  est inférieure ou égale à la vitesse du sol  $v_s^{(2)}$ .

Du fait du champ de cisaillement dans le sol, il faut cette fois-ci considérer la rupture du clou par plastification sur toute sa longueur  $L_2$ . Pour simplifier les écritures, nous considérerons que le clou ne peut pas se déformer et s'arracher en même temps dans une même portion de sol. De plus, le champ de vitesse dans le sol étant continu au niveau de la ligne de rupture interne, il ne peut générer de rupture localisée. Nous résumons ces deux modes dans le tableau suivant :

	Clou immobile	Plastification du clou sur $L_2$
$v_c^{(1)}$ optimal	0	0
$v_c^{(2)}$ optimal	0	$v_s^{(2)}$
$\mathcal{P}_{\text{clou}}^{rm}$	$T_l \omega_s \cos(\psi_s - \zeta_c) \frac{(L_2 \sin \zeta_c)^2}{2}$	$N_c \omega_s \left( \frac{\cos \psi_s}{2} \sin(2\zeta_c) + \sin \psi_s \sin^2 \zeta_c \right) L_2$

avec

$$\zeta_c = \frac{\pi}{2} + \lambda'_2 - \theta'_c - \Psi_s$$

$$L_2 = \left| \frac{h'_r - h'_c + \tan\left(\frac{\pi}{2} - \Psi_s + \lambda'_2\right)(l'_c - l'_r)}{\cos \theta'_c (\tan\left(\frac{\pi}{2} - \Psi_s + \lambda'_2\right) - \tan \theta'_c)} \right|$$

Pour ce mécanisme, la longueur du clou n'est plus le paramètre permettant de discriminer entre les deux modes de rupture. Il s'agit plutôt du rapport entre la résistance du clou et la qualité de son ancrage avec le sol : la plastification du clou ne se produit que si l'ancrage est suffisamment solide pour le permettre.

### 2.4.3 Clouage du sol et du mur

Avec un appareil d'ancrage des clous de dimensions suffisantes, il est envisageable de considérer que le mur est cloué avec le sol. Cette hypothèse reste toutefois délicate à employer pour de la maçonnerie de pierres sèches, pour laquelle la transmission des efforts de traction induits au voisinage du clou est faible voire aléatoire.

**Configuration étudiée.** Nous étudions la mise en œuvre d'un clou représenté dans le schéma 2.10 par le segment  $[MP]$ . Notons  $L = L_1 + L_2 + L_3$  la longueur du clou et  $\theta_c$  son inclinaison par rapport au repère  $(O, X_1, X_2)$ .

**Rupture par glissement.** Tout comme au paragraphe 2.4.2, nous adoptons quelques hypothèses simplifiant l'écriture et la résolution du problème. Nous nous reporterons au schéma 2.10 par souci de clarté.

Afin de simplifier l'écriture générale de la puissance résistante du clou donnée en (2.82), nous adoptons les hypothèses suivantes :

- les vitesses sont toutes projetées selon la direction du clou  $\underline{t}_c$  :  $v_a^b = \underline{v}_a \cdot \underline{t}_c$  ;
- la vitesse du clou est constante par morceaux ;
- la vitesse du clou est croissante le long du clou :  $v_c^{(1)} \leq v_c^{(2)} \leq v_c^{(3)}$  ;
- le clou est parfaitement ancré dans le mur :  $v_c^{(3)} = \underline{v} \cdot \underline{t}_c = v$ .

Sous ces hypothèses, nous pouvons réécrire l'équation (2.82) sous la forme :

$$\begin{aligned} p_{clou}^r &= N_c \left| v_c^{(3)} - v_c^{(2)} \right| + N_c \left| v_c^{(2)} - v_c^{(1)} \right| + L_1 T_l \left| v_c^{(1)} \right| + L_2 T_l \left| v_c^{(2)} - v_s^{(2)} \right| \\ &= N_c \left( v - v_c^{(1)} \right) + L_1 T_l v_c^{(1)} + L_2 T_l \left| v_c^{(2)} - v_s^{(2)} \right| \end{aligned} \quad (2.87)$$

Nous définissons ainsi une forme bilinéaire  $p_{clou}^r(v_c^{(1)}, v_c^{(2)})$  : son optimum local est atteint sur le bord de son domaine de définition ou en un point d'annulation des dérivées partielles. Ces dérivées partielles s'écrivent :

$$\frac{\partial p_{clou}^r}{\partial v_c^{(1)}} = L_1 T_l - N_c \qquad \frac{\partial p_{clou}^r}{\partial v_c^{(2)}} = \pm L_2 T_l \quad (2.88)$$

Une valeur absolue étant conservée dans l'expression simplifiée de  $p_{clou}^r$ , le signe de  $\frac{\partial p_{clou}^r}{\partial v_c^{(2)}}$  dépend de la valeur de la vitesse du clou  $v_c^{(2)}$  par rapport à celle du sol  $v_s^{(2)}$  dans la zone ②. La minimisation de fonction de deux variables dans le cadre défini par les hypothèses adoptées ici permet de dégager deux modes de rupture du clou. Dans le premier mode, la rupture du clou se produit dans deux sections : à l'intersection du clou avec la ligne de rupture interne du sol et au niveau de l'interface entre le sol et le mur. Dans le deuxième cas, il y a toujours rupture au niveau de l'interface entre le mur et le sol, mais l'extrémité gauche du clou ne reste pas ancrée dans la zone ① : elle en est arrachée.

	$L_1 T_l - N_c \leq 0$	$L_1 T_l - N_c \geq 0$
$v_c^{(1)}$ optimal	0	$v_s^{(2)}$
$v_c^{(2)}$ optimal	$v_s^{(2)}$	$v_s^{(2)}$
$\mathcal{P}_{clou}^{rm}$	$N_c v$	$N_c(v - v_s^{(2)}) + L_1 T_l v_s^{(2)}$
Dénomination	Double rupture du clou	Arrachement du clou

Dans le cas de nullité des dérivés partielles, les modes de rupture du clou sont équivalents et les puissances résistantes maximales correspondantes deviennent égales.

Pour mémoire, en conservant les champs de vitesse dans le mur  $\underline{\chi}$  et dans le sol  $\underline{\chi}_s$  employés précédemment (2.34b), les quantités  $v$  et  $v_s^{(2)}$  valent :

$$\begin{aligned} v &= \chi \cos(\psi + \theta'_c) \\ v_s^{(2)} &= \chi_s \cos(\psi_s - \theta'_c) \end{aligned}$$

Il suffit à nouveau d'inclure cette contribution à l'inéquation  $\mathcal{P}^{rm} - \mathcal{P}^e \geq 0$  et de conclure en suivant le même cheminement que dans la partie 2.3.3. Dans cette équation,  $\mathcal{P}^e$  demeure inchangé. Ainsi, la prise en compte d'un clou revient à augmenter  $\mathcal{P}^{rm}$  (équations (2.40), (2.41), (2.42) et (2.43)) par  $\mathcal{P}_{clou}^{rm}$ .

Le clouage du sol seul autorisait trois modes de rupture : la rupture du clou, le clou immobile – qui s'arrache sur le tronçon  $L_2$  – et l'arrachement du clou – qui est ancré dans  $L_2$  et s'arrache dans  $L_1$ .

Le clouage du mur n'autorise plus que deux mécanismes : la double rupture du clou et l'arrachement du clou sur le tronçon  $L_1$ . En terme de puissance résistante maximale, la double rupture n'est pas plus pénalisante que la simple rupture du clou, car ce n'est pas le nombre de sections plastifiées qui importe mais la différence de vitesse entre les deux extrémités du clou. Le mode de rupture où le clou est immobile dans le sol n'est plus optimal, car il ajouterait la contribution de frottement sur le tronçon  $L_2$  à la contribution de rupture par plastification, sans amoindrir cette dernière. Dans le cas du mur cloué, la rupture par arrachement induit une puissance résistante plus importante que dans le cas où seul le sol est cloué, car cette fois-ci il faut aussi plastifier la section de clou à l'interface entre le sol et le mur.

**Rupture par cisaillement.** Pour traiter ce dernier cas, nous reprenons une partie des hypothèses adoptées précédemment :

- les vitesses sont projetées selon la direction du clou  $\underline{t}_c$  :  $v_a^b = \underline{v}_a^b \cdot \underline{t}_c$  ;
- la vitesse du clou est croissante le long du clou :  $v_c^{(1)} \leq v_c^{(2)} \leq v_c^{(3)}$  ;
- le clou est parfaitement ancré dans le mur :  $v_c^{(3)} = \underline{v} \cdot \underline{t}_c = v$ .

Du fait du champ de cisaillement dans le sol – zone ② –, il convient de prendre en compte un mode de rupture par déformation généralisée du clou. Comme au paragraphe 2.4.2, nous n'envisageons une rupture par déformation que si la liaison entre le sol et le clou est intacte. Nous n'envisageons pas de rupture du clou entre les zones ① et ② du sol, puisque le champ de vitesse est continu sur cette frontière. En se restreignant à des champs de vitesses linéaires ou constants par morceaux, nous retenons trois mécanismes :

Dénomination	Clou immobile	Clou arraché	Plastification du clou sur $L_2$
$v_c^{(1)}$ optimal	0	$v$	0
$v_c^{(2)}$ optimal	0	$v$	$v_s^{(2)}$

**Clou immobile** : le clou immobile frotte le long du tronçon  $L_2$  et se plastifie à l'interface du sol et du mur.

$$\begin{aligned}
 p_{clou,i}^r &= T_l \int_{L_2} v_s^{(2)}(l) dl + N_c v \\
 &= T_l \omega_s \cos(\psi_s - \zeta_c) \frac{(L_2 \sin \zeta_c)^2}{2} + N_c v
 \end{aligned} \tag{2.89}$$

**Clou arraché** : le clou arraché frotte sur les tronçons  $L_1$  et  $L_2$ . La vitesse du sol  $v_s^{(2)}$  étant variable, l'écriture du frottement se complexifie légèrement. La vitesse du clou est égale à la vitesse  $v$  du mur.

$$\begin{aligned}
 p_{clou,a}^r &= T_l \left( L_1 v + \int_{L_2} (v - v_s^{(2)}(l)) dl \right) \\
 &= T_l \left( L_1 v + (v - \omega_s) \cos(\psi_s - \zeta_c) \frac{(L_2 \sin \zeta_c)^2}{2} \right)
 \end{aligned} \tag{2.90}$$

**Plastification** : la vitesse du clou est égale à celle du sol sur les tronçons  $L_1$  et  $L_2$  et à celle du mur sur le tronçon  $L_3$ . La vitesse  $v_s^{(2)}$  étant variable, le clou plastifie sur l'ensemble du tronçon  $L_2$ , sans oublier la contribution de la plastification au niveau de l'interface entre le mur et le sol.

$$\begin{aligned}
 p_{clou,p}^r &= \int_{L_2} N_c \underline{t}_c \cdot \underline{d} \cdot \underline{t}_c dl + N_c (v - v_s^{(2)}(l = L_2)) \\
 &= N_c \left( \omega_s \left( \frac{\cos \psi_s}{2} \sin(2\zeta_c) + \sin \psi_s \sin^2 \zeta_c \right) L_2 + (v - \omega_s L_2 \sin \zeta_c) \right)
 \end{aligned} \tag{2.91}$$

avec

$$\zeta_c = \frac{\pi}{2} + \lambda'_2 - \theta'_c - \Psi_s$$

$$L_2 = \left| \frac{h'_r - h'_c + \tan\left(\frac{\pi}{2} - \Psi_s + \lambda'_2\right)(l'_c - l'_r)}{\cos \theta'_c (\tan\left(\frac{\pi}{2} - \Psi_s + \lambda'_2\right) - \tan \theta'_c)} \right|$$

Nous retrouvons les deux mécanismes mis en évidence lors de l'étude du clouage du sol seul pour le mécanisme de cisaillement, à savoir un mode de rupture où le clou est immobile et un mode de rupture où le clou plastifie sur l'ensemble du tronçon  $L_2$ . Pour se produire, ces deux mécanismes nécessitent la rupture du clou au niveau de l'interface entre le sol et le mur qui vient donc augmenter les puissances résistantes maximales écrites pour le cas où seul le sol est cloué. À ces deux mécanismes viennent s'ajouter un troisième : l'arrachement du clou sur les tronçons  $L_1$  et  $L_2$ . Ce mécanisme n'était pas possible lorsque le mur n'était pas traversé par le clou puisque la vitesse du sol est nulle au niveau de la ligne de rupture. C'est le scellement du clou dans le mur qui rend ce mécanisme envisageable : tout le clou se déplace alors à la vitesse du mur.

Lorsque la qualité de l'ancrage du clou est médiocre, le mécanisme d'arrachement du clou est le mécanisme privilégié. Lorsqu'elle devient comparable à la résistance du clou, les deux autres mécanismes – clou immobile et plastification du clou – entrent en considération et c'est la longueur  $L_2$  et donc l'angle  $\Psi_s$  de rupture dans le sol qui devient discriminant.

D'après l'équation (2.83), la puissance résistante maximale du clou  $\mathcal{P}_{\text{clou}}^{rm}$  s'écrit :

$$\mathcal{P}_{\text{clou}}^{rm} = \min \{p_{\text{clou},i}^r, p_{\text{clou},a}^r, p_{\text{clou},p}^r\}$$

Ensuite, cette contribution s'ajoute à la puissance résistante maximale  $\mathcal{P}^{rm}$  du système sans clou, décrite par les équations (2.40), (2.59), (2.60) et (2.62). La puissance des efforts extérieurs reste inchangée (équations (2.56) et (2.57)).

#### 2.4.4 Étude paramétrique de l'influence du clouage

**Étude d'une configuration de clouage.** La modélisation du clouage telle qu'elle a été adoptée est pensée comme une solution de renforcement, notamment dans le cas de la réparation d'ouvrages. Pour les six cas possibles, nous réutilisons les mécanismes de rupture tels quels et nous réemployons la puissance des efforts extérieurs  $\mathcal{P}^e$ . Le seul changement intervient au niveau du calcul de la puissance résistante maximale  $\mathcal{P}^{rm}$  qui est augmentée par la contribution du clou  $\mathcal{P}_{\text{clou}}^{rm}$ . Cette dernière quantité étant positive, elle tend à augmenter la stabilité générale du système au sens du calcul à la rupture.

Nous proposons dans ce paragraphe d'étudier le gain de résistance apporté par la mise en place d'un clou sur quatre cas d'étude variant les propriétés mécaniques de l'ouvrage en question, en nous concentrant sur la cohésion du sol, des joints et de l'interface entre le mur et le sol. Le clou utilisé est un clou en acier, de 20 mm de diamètre, suffisamment long pour qu'il soit efficace (10 m de long, cf. tableaux 2.1b et 2.1c). Les quatre cas proposés sont explicités dans le tableau 2.1d. Les caractéristiques de l'ouvrage sont rapportées dans le tableau 2.1a. Elles sont inspirées des essais en vraie grandeur conduits par Colas (2009) et décrits au chapitre 1 (§ 1.4).

Le gain de résistance apporté par le clouage est variable ; la figure 2.11 l'illustre bien. Observons néanmoins que le clouage du sol et du mur procure le renforcement le plus substantiel. À vrai dire, considérer le clouage du sol seul est purement théorique. D'un point de vue pratique, un clou mis en œuvre dans un projet de renforcement d'un ouvrage existant sera généralement foré et scellé au travers du mur. Seul le cas de la réparation d'une brèche fait exception : dans ce cas, il est possible de mettre en place le clou dans le sol avant de reconstruire le mur, en ne renforçant donc que le sol. Dans tous les autres cas, elle donne une borne inférieure du gain de résistance apporté.

Tableau 2.1 – Caractéristiques géométriques et physiques utilisées pour l'étude d'une configuration de clouage.

(a) Caractéristiques du système étudié

Propriété	Valeur
Inclinaison des lits de pierre $\alpha$	3,4°
Fruit aval du mur $\lambda_1$	6,8°
Fruit amont du mur $\lambda_2$	0°
Inclinaison du remblai $\beta$	31,7°
Largeur en tête de mur $l$	0,45 m
Hauteur du mur $h$	2,5 m
Poids volumique du mur $\gamma$	20 kN/m <sup>3</sup>
Poids volumique du sol $\gamma_s$	16,5 kN/m <sup>3</sup>

(b) Paramètres géométriques du clou

Propriétés géométriques du clou	Valeur
Longueur $L$	10 m
Inclinaison $\theta_c$	20°
Hauteur d'implantation $h_c$	1,5 m
Diamètre $\Phi$	20 mm

(c) Propriétés physiques du clou

Propriétés physiques du clou	Valeur
Limite plastique de l'acier $\sigma_{sy}$	600 MPa
Résistance à l'arrachement $T_l$	50 kN/ml

(d) Cas choisis pour comparer l'influence d'un renforcement par clouage en fonction des caractéristiques de résistance du mur et du sol

Paramètres variables	Cas 1	Cas 2	Cas 3	Cas 4
Cohésion des joints horizontaux $C_h$	100 kPa	100 kPa	100 kPa	100 kPa
Cohésion des joints verticaux $C_v$	100 kPa	10 kPa	10 kPa	10 kPa
Cohésion du sol $C_s$	0 kPa	0 kPa	5 kPa	5 kPa
Cohésion de l'interface sol-mur $C_\delta$	0 kPa	0 kPa	0 kPa	2,5 kPa
Angle de frottement des joints horizontaux $\varphi_h$	25°	25°	25°	25°
Angle de frottement des joints verticaux $\varphi_v$	25°	25°	25°	25°

## CHAPITRE 2. APPROCHE ANALYTIQUE

Pour la suite de cette étude, nous faisons varier les paramètres géométriques selon lesquels le clou est mis en œuvre. Partant cas d'étude n° 2, nous étudions ici successivement l'influence de la longueur du clou  $L$ , de sa position au niveau du parement aval  $h_c$  puis de son inclinaison  $\theta_c$  par rapport à l'inclinaison des lits afin d'aiguiller les choix lors de la mise en œuvre. Le système de référence choisi ici se compose d'un remblai frottant retenu par un mur de maçonnerie jointoyée. Pour mémoire, le détail de la géométrie et des paramètres physiques adoptés est donné dans le tableau 2.2.

Tableau 2.2 – Caractéristiques géométriques et physiques du système étudié pour l'étude paramétrique visant à optimiser la configuration de clouage.

Propriété	Valeur
Inclinaison des lits de pierre $\alpha$	3,4°
Fruit aval du mur $\lambda_1$	6,8°
Fruit amont du mur $\lambda_2$	0°
Inclinaison du remblai $\beta$	31,7°
Largeur en tête de mur $l$	0,45 m
Hauteur du mur $h$	2,5 m
Poids volumique du mur $\gamma$	20 kN/m <sup>3</sup>
Poids volumique du sol $\gamma_s$	16,5 kN/m <sup>3</sup>
Angle de frottement interne du mur $\varphi$	25°
Angle de frottement interne du sol $\varphi_s$	37°
Angle de frottement de l'interface sol-mur $\varphi_\delta$	37,7°
Cohésion des joints horizontaux $C_h$	100 kPa
Cohésion des joints verticaux $C_v$	10 kPa
Cohésion du sol $C_s$	0 kPa
Cohésion de l'interface sol-mur $C_\delta$	0 kPa

**Variation de la longueur du clou.** Nous considérons ici la variation de la longueur du clou  $L$  par pas de 0,5 m entre  $L = 0$  m et  $L = 5$  m.

Considérant l'évolution de la hauteur de chargement critique en fonction de l'augmentation de la longueur du clou, deux paliers se distinguent (figure 2.13). Le premier palier est celui pour lequel le clou ne coupe pas la surface de rupture de la situation non renforcée. Suivant le mode de rupture considéré, la longueur minimale nécessaire pour que le clou soit efficace se situe entre 1 et 2 m. Le deuxième palier correspond à la limite du renforcement du clou. Dans cette zone, l'augmentation de la longueur du clou n'a plus d'effet, la rupture se faisant par arrachement sur le tronçon noté  $L_2$  dans la partie 2.4.

Avec l'augmentation de la longueur du clou, l'angle  $\Psi_s$  varie de manière non monotone (figure 2.14). Une représentation graphique de l'évolution de la rupture est proposée dans la figure 2.12. Dans cette figure, la rupture pour le cas non renforcé est matérialisée en pointillés.

Dans un premier temps, l'angle de rupture  $\Psi_s$  augmente. Cette augmentation traduit le fait qu'il est plus facile de provoquer la rupture d'un bloc de sol plus important, plutôt que d'arracher le clou sur une grande longueur (figures 2.12b et 2.12c) : l'arrachement se produit sur le tronçon  $L_1$  (figure 2.12c). À partir d'un certain seuil, il est plus facile d'arracher le clou sur le tronçon  $L_2$  (figure 2.12d). Le mode de rupture s'adapte en conséquence et l'angle  $\Psi_s$  atteint un palier. Augmenter la longueur du clou n'est alors plus d'aucune utilité.

**Variation de la position du clou.** Jusqu'alors, le clou était positionné de sorte que son intersection avec le parement se trouve à 1,5 m du sol, soit à  $3/5$  de la hauteur totale du mur et  $3/4$

de la hauteur de sol derrière le mur. Dans ce paragraphe, tout en conservant une hauteur de mur constante et égale à 2,5 m, nous faisons varier la hauteur d'implantation du clou  $h_c$  entre 10 % et 90 % de  $h$ .

L'augmentation de la hauteur de clouage améliore la performance générale du mur (figure 2.15). Le gain de performance obtenu est meilleur pour les cinématiques de rupture par rotation du mur, comme le montre la convexité des courbes correspondantes, au contraire des cinématiques de rupture par glissement. D'ailleurs, le gain effectif entre les deux valeurs extrêmes de  $h_c$  est de seulement 22 % pour le glissement avec mur non cloué et de 32 % pour le glissement avec mur cloué, alors qu'il s'élève à 48 % pour le renversement et à 100 % pour le mode mixte. Malgré cela, le mode de rupture par renversement reste le mode de rupture critique.

Cette croissance monotone de la stabilité en fonction de la hauteur du clou pourrait être un biais résultant des mécanismes utilisés. Avec un clou très haut, un mécanisme de rotation autour du point d'ancrage du clou sur le parement pourrait devenir limitant (figure 2.19).

**Variation de l'inclinaison du clou.** La modélisation de l'apport du clou à la puissance résistante maximale du système développée dans la partie 2.4 est considérée valable pour les clous de faible inclinaison – cette restriction provient de l'approximation utilisée, selon laquelle le clou ne travaille qu'en traction. Nous faisons varier ici l'angle  $\theta_c$  entre  $-35^\circ$  et  $25^\circ$ . Pour mémoire, le signe de  $\theta_c$  est compté positif dans le sens horaire : les clous représentés dans les figures 2.9 et 2.10 correspondent à un angle  $\theta_c$  de  $5^\circ$ .

L'inclinaison du clou n'a pratiquement pas d'influence sur le mode de glissement avec mur cloué, qui présente une amélioration des performances de seulement 3 % (figure 2.17). Le mode de rupture mixte est le mode le plus influencé par la variation de l'inclinaison du clou dans le sol, avec une hausse de 33 %, alors que les deux autres modes présentent des hausses d'environ 13 %. Le mode de rupture par renversement reste le mode de rupture privilégié.

**Recommandations de mise en œuvre des clous.** Nous pouvons tirer plusieurs enseignements de ces trois études paramétriques. Tout d'abord, il faut garder à l'esprit qu'il existe pour chaque clou une longueur optimale. Cette longueur variant en fonction de tous les paramètres du système, il convient de l'estimer à chaque fois.

En ce qui concerne la hauteur d'implantation, ces résultats montrent qu'un clou est plus efficace lorsqu'il est positionné en partie haute du mur. Cette indication est valable lorsque l'ouvrage présente un état de santé homogène. Si l'ouvrage présente des faiblesses localisées, il convient de les prendre en compte dans la conception du renforcement.

Nous avons vu que l'inclinaison du clou n'avait qu'une faible influence sur le gain de résistance apporté par le clou. Il est par conséquent judicieux de privilégier une inclinaison facilitant les conditions de mise en œuvre du clou, pour garantir la qualité de réalisation du clou.

Dans ce chapitre, nous avons eu l'occasion de développer une approche analytique basée sur des techniques d'homogénéisation dans le cadre de la théorie du calcul à la rupture. La méthode d'homogénéisation reprend les travaux de De Buhan et de Felice (1997) en introduisant la possibilité de distinguer les propriétés mécaniques des joints, selon qu'ils sont horizontaux ou verticaux. À partir de ce nouveau critère, nous avons repris les travaux de Colas (2009), ciblant la maçonnerie sèche, pour les étendre à la maçonnerie jointoyée soutenant un remblai cohérent et frottant. Enfin, nous avons prolongé cette modélisation par l'ajout du clouage, permettant de renforcer un ouvrage existant.

Sous les hypothèses formulées, cette approche se mue en une approche semi-analytique, le résultat final étant obtenu via un processus de minimisation numérique. Elle conserve néanmoins les principaux avantages des méthodes analytiques, dont la rapidité et la robustesse. Nous discuterons au chapitre 5 de la qualité des résultats produits. Cette approche s'adapte parfaitement à la conception d'ouvrages de soutènement neufs, à l'étude d'ouvrages existants peu déformés et au diagnostic d'ouvrages existants très déformés mais dont la géométrie courante rentre encore dans le cadre défini par

## *CHAPITRE 2. APPROCHE ANALYTIQUE*

la figure 2.6. Dans ces deux derniers cas ainsi que dans le cas d'une brèche, l'outil développé permet de dimensionner une solution de renforcement ou de réparation par clouage. Nous réservons l'étude des ouvrages pathologiques très déformés au chapitre suivant, l'approche numérique fournissant la souplesse géométrique requise pour traiter efficacement ces problèmes à géométrie complexe.

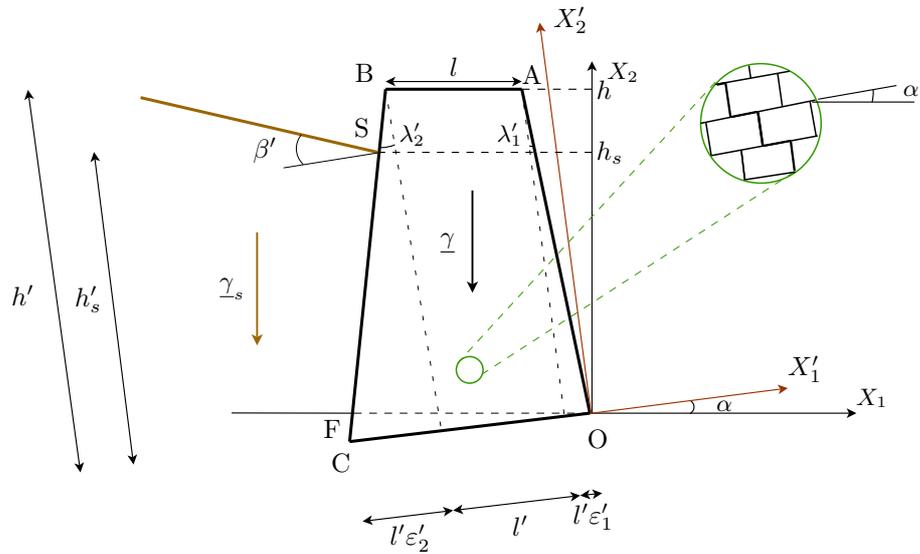


Figure 2.6 – Géométrie et chargement du système mur/remblai.

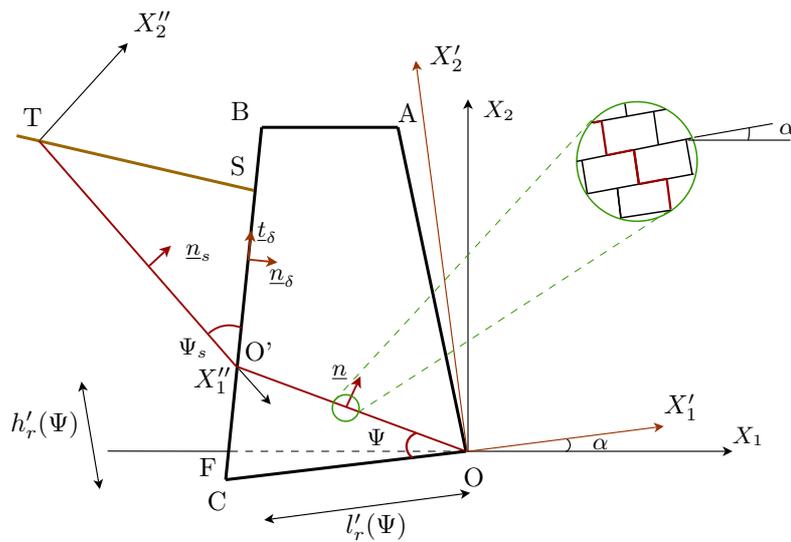


Figure 2.7 – Géométrie de la rupture du système mur/remblai.

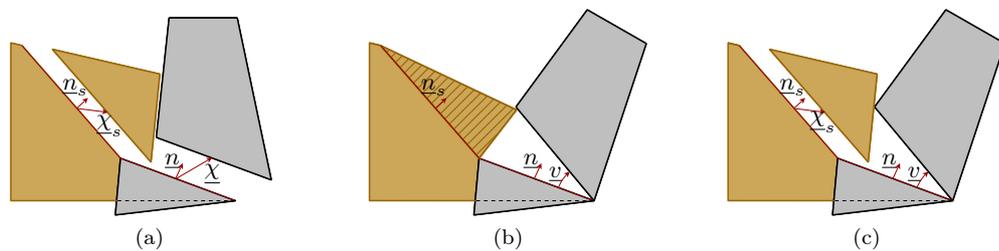


Figure 2.8 – Modes de rupture : a) mode de glissement : translation du sol et translation du mur ; b) mode de renversement : cisaillement du sol et rotation du mur ; c) mode mixte : translation du sol et rotation du mur.

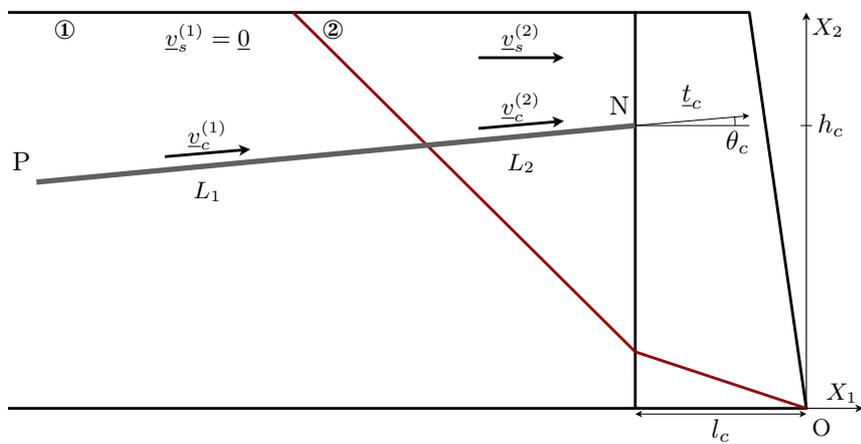


Figure 2.9 – Schéma de principe du clouage du sol seul.

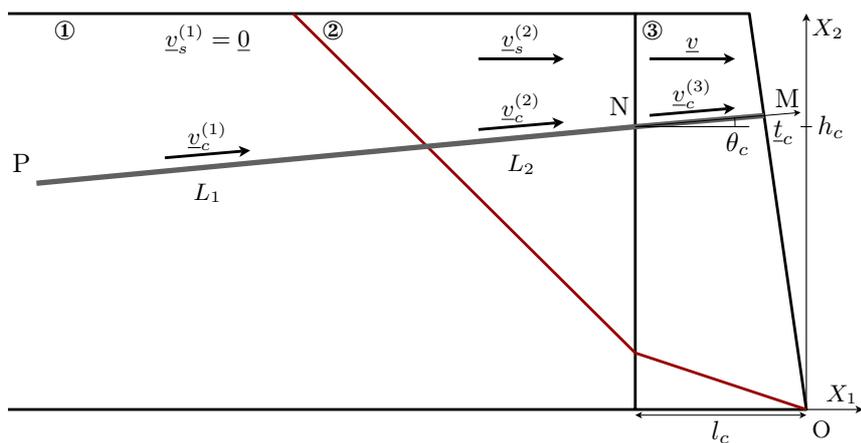


Figure 2.10 – Schéma de principe du clouage du sol et du mur.

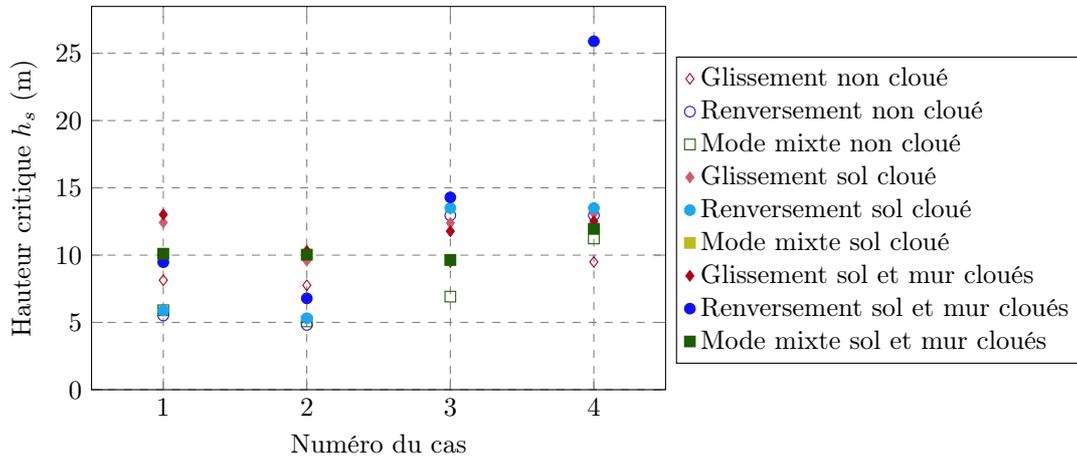


Figure 2.11 – Hauteur de chargement critique en fonction du mode de clouage évaluée pour différents cas : 1) sol frottant, mur jointoyé,  $C_h = C_v = 100$  kPa; 2) sol frottant, mur jointoyé,  $C_h = 10$ ,  $C_v = 100$  kPa; 3) sol cohérent et frottant, mur jointoyé,  $C_h = 10$ ,  $C_v = 100$  kPa; 4) sol et interface cohérents et frottants, mur jointoyé,  $C_h = 10$ ,  $C_v = 100$  kPa (tableau 2.1d pour plus de détails sur les cas).

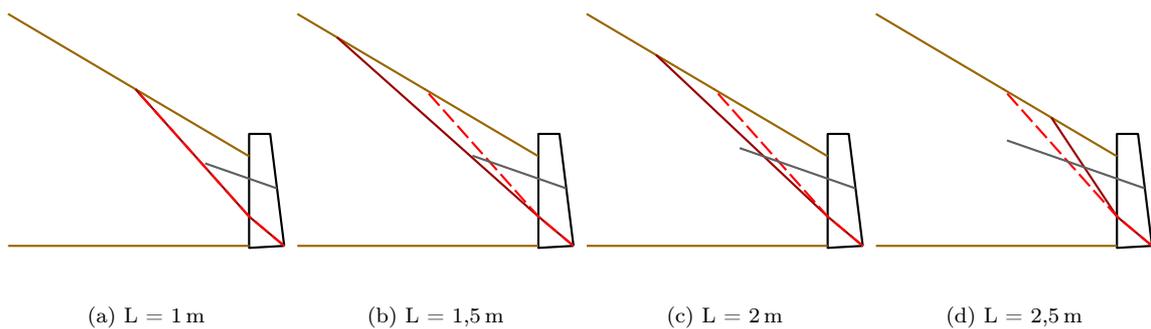


Figure 2.12 – Représentation de l'évolution de la rupture avec la longueur de clouage, la ligne pointillée représentant mécanisme de rupture non renforcé (sol frottant, mur jointoyé anisotrope, rupture par renversement).

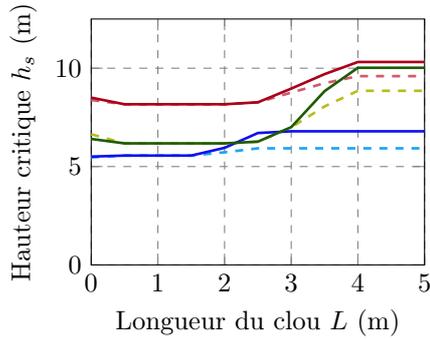


Figure 2.13 – Évolution de la hauteur de chargement critique  $h_s$  en fonction de la longueur du clou  $L$ .

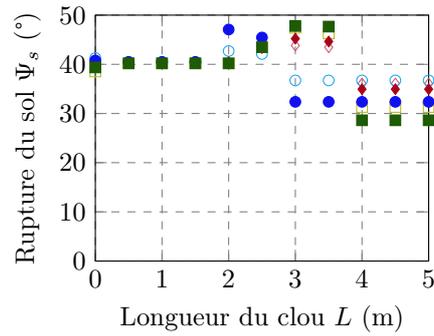


Figure 2.14 – Évolution de l'angle de rupture dans le sol  $\Psi_s$  en fonction de la longueur du clou  $L$ .

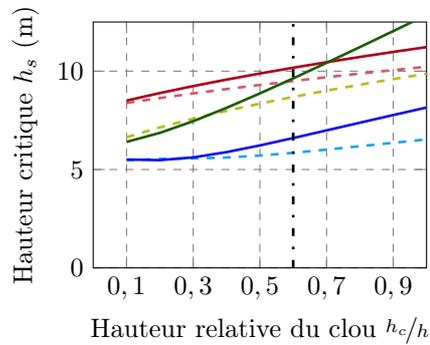


Figure 2.15 – Évolution de la hauteur de chargement critique  $h_s$  en fonction de la hauteur d'implantation relative du clou.

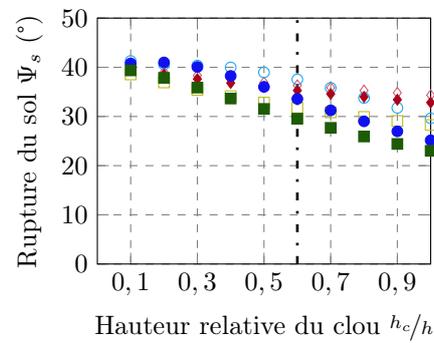


Figure 2.16 – Évolution de l'angle de rupture dans le sol  $\Psi_s$  en fonction de la hauteur d'implantation relative du clou.

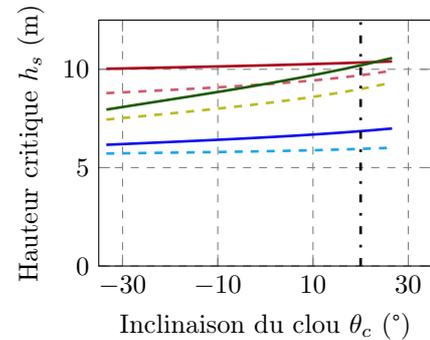


Figure 2.17 – Évolution de la hauteur de chargement critique  $h_s$  en fonction de l'inclinaison  $\theta_c$  du clou.

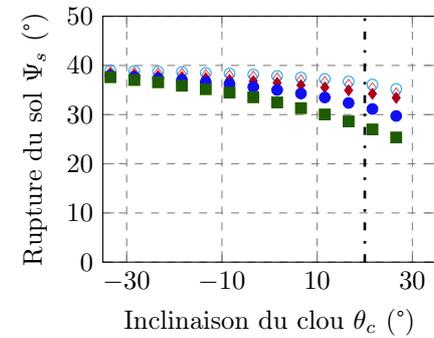
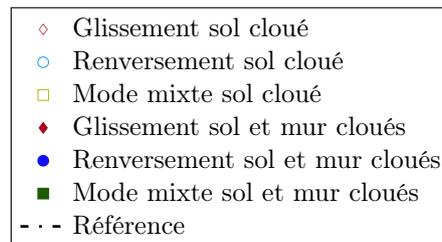
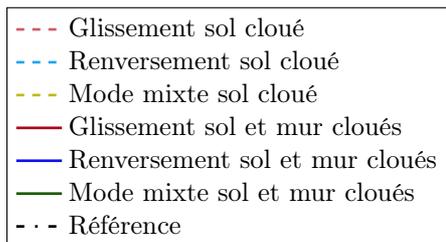


Figure 2.18 – Évolution de l'angle de rupture dans le sol  $\Psi_s$  en fonction de l'inclinaison  $\theta_c$  du clou.



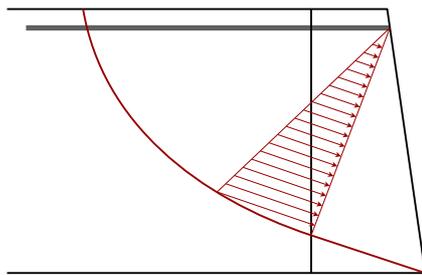


Figure 2.19 – Mécanisme de rotation autour du point d’ancrage du clou sur le parement pour le cas d’un clou haut.



# Chapitre 3

## Approche numérique

*You can go a long way with a smile.  
You can go a lot farther  
with a smile and  
a gun.*

Al Capone

### Plan du chapitre 3

---

<b>3.1</b>	<b>Présentation de l'optimisation quadratique . . . . .</b>	<b>93</b>
<b>3.2</b>	<b>Reformulation du problème du calcul à la rupture . . . . .</b>	<b>94</b>
3.2.1	Le problème d'optimisation . . . . .	94
3.2.2	Le mode de chargement . . . . .	94
3.2.3	Chargement en pression, chargement en vitesse . . . . .	96
3.2.4	Maillage . . . . .	96
3.2.5	Interfaces . . . . .	97
<b>3.3</b>	<b>Modèle 2D . . . . .</b>	<b>97</b>
3.3.1	Matériau de von Mises . . . . .	98
3.3.2	Matériau de Mohr-Coulomb . . . . .	101
3.3.3	Matériau de maçonnerie homogénéisée . . . . .	104
3.3.4	Le mur de soutènement simple . . . . .	106
<b>3.4</b>	<b>Modèle 3D . . . . .</b>	<b>110</b>
3.4.1	Une dimension supplémentaire . . . . .	110
3.4.2	Matériau de Drucker-Prager . . . . .	111
3.4.3	Matériau de maçonnerie homogénéisé 3D . . . . .	112
3.4.4	Ordre du maillage . . . . .	113

---



L'approche analytique développée dans le chapitre 2 se démarque par son élégance et, surtout, par l'obtention d'un résultat littéral. Il suffit de mener le calcul une seule fois pour n'avoir ensuite qu'une application numérique à effectuer. Supposant que cette approche soit considérée valide, précise et fiable, le problème se cristallise alors autour de la juste évaluation des différents paramètres géométriques et physiques en jeu. Bien que les hypothèses adoptées au chapitre 2 (§ 2.3.1) réduisent le problème à sa plus simple formulation, la complexité des expressions croît au court des résolutions successives des sections 2.3 et 2.4 de ce chapitre au point que l'applicabilité des solutions exhibées devient discutable.

L'approche numérique développée dans ce chapitre pallie cette limitation moyennant un temps de calcul mesurable. Elle permet également de sortir du cadre strict dans lequel l'approche analytique du chapitre 2 est *a priori* applicable avec un minimum d'effort. Seule l'imagination de l'opérateur le limite dans la définition de géométries plus ou moins élaborées : une succession d'algorithmes *ad hoc* se chargent de définir le maillage correspondant suivant les directives de l'opérateur puis d'explorer les champs de vitesses cinématiquement admissibles pertinents et d'évaluer les différentes intégrations nécessaires à la résolution du problème.

La modélisation que nous mettons au point dans ce chapitre est l'exact pendant numérique de l'approche analytique du chapitre 2. Nous restons dans le cadre du calcul à la rupture et nous conservons l'hypothèse d'homogénéisation de la maçonnerie. Le calcul à la rupture formulant une inéquation à minimiser, nous commençons ce chapitre par la présentation de l'outil d'optimisation numérique que nous avons choisi. Le passage de l'analytique au numérique nécessite une petite gymnastique préalable que nous présentons dans un second temps, avant d'en détailler la mise en œuvre en 2D, sous l'hypothèse de déformation plane. Nous introduirons tour à tour les matériaux de von Mises, Mohr-Coulomb ainsi qu'un matériau de maçonnerie homogénéisée tel qu'il a été introduit par de Buhan et de Felice (1997) avant de les combiner pour résoudre le problème qui nous occupe. À chaque étape, ces matériaux sont testés sur des cas simples dont la solution exacte est connue. Enfin, nous introduirons la mise en œuvre en 3D de cet outil.



### 3.1 Présentation de l'optimisation quadratique

La résolution analytique développée à la fin du chapitre 2 gravite autour de l'optimisation d'une inéquation qui rythme les sections 2.3 et 2.4 de ce chapitre :

$$\mathcal{P}^e \leq \mathcal{P}^{rm} \quad \forall \underline{v} \text{ cinématiquement admissible}$$

Outre les contraintes cinématiques évoquées dans cette équation, les conditions de pertinence des différents matériaux en présence ajoutent un jeu de contraintes subsidiaires. Ainsi présenté, le calcul à la rupture n'est rien moins qu'un problème d'optimisation sous contraintes.

L'optimisation quadratique est destinée à résoudre des problèmes dont les contraintes s'écrivent sous la forme :

$$x_t \in \mathcal{K}_t \quad (3.1)$$

$\mathcal{K}_t$  représente ici un cône convexe et  $x_t$  un n-uplet des variables du problème. Dans le cas de variables réelles, sachant que le produit cartésien  $\mathbb{R}^n$  est un cône convexe, toutes les variables du problème peuvent être regroupées dans un vecteur  $x$  tandis que les cônes correspondants sont regroupés dans l'espace  $\mathcal{K}$ .

On retient communément deux types de cônes quadratiques :

- Cône quadratique :

$$\mathcal{Q}^n = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : x_0 \geq \sqrt{\sum_{j=1}^{n-1} x_j^2} \right\} \quad (3.2)$$

- Cône quadratique retourné :

$$\mathcal{Q}_r^n = \left\{ x \in \mathbb{R}^n : 2x_0x_1 \geq \sqrt{\sum_{j=2}^{n-1} x_j^2}, \quad x_0 \geq 0, \quad x_1 \geq 0 \right\} \quad (3.3)$$

Sous sa forme la plus générale, le problème ciblé par cette méthode s'écrit ainsi :

$$\text{minimiser } c^T x + c^f \quad (3.4a)$$

$$\text{sous les conditions } l^c \leq Ax \leq u^c, \quad (3.4b)$$

$$l^x \leq x \leq u^x, \quad (3.4c)$$

$$x \in \mathcal{K} \quad (3.4d)$$

$c^T x + c^f$  représente l'objectif à minimiser. La matrice  $A$  effectue toutes les opérations linéaires entre les variables du problème stockées dans le vecteur  $x$  tandis que  $l^c$  et  $u^c$  sont deux vecteurs encadrant le résultat de ces opérations. Les vecteurs  $l^x$  et  $u^x$  encadrent le vecteur  $x$ . Avec ce formalisme, il convient de ne pas restreindre les vecteurs  $l^c$ ,  $l^x$ ,  $u^c$  et  $u^x$  à des vecteurs à valeurs strictement réelles mais d'autoriser la définition de bornes infinies. Pour que le problème reste faisable, il convient également de s'assurer que :

$$l^c \leq u^c$$

$$l^x \leq u^x$$

Le cas d'égalité des bornes  $l^c$  et  $u^c$  ou  $l^x$  et  $u^x$  transforme l'encadrement en une simple égalité. Enfin, les contraintes quadratiques sont imposées par la condition d'appartenance du vecteur  $x$  à l'espace  $\mathcal{K}$ .

## 3.2 Reformulation du problème du calcul à la rupture

### 3.2.1 Le problème d'optimisation

L'optimisation quadratique englobe les problèmes strictement linéaires et ouvre l'étude d'une catégorie de problèmes non-linéaires. Or, plusieurs critères de résistance classiques présentent les conditions de régularité nécessaires à l'application de cette méthode, moyennant quelques opérations de reformulation du problème.

L'approche par l'extérieur du calcul à la rupture repose sur la définition de champs de vitesses cinématiquement admissibles dans lesquels travaillent les forces en présence pour générer la puissance extérieure du système,  $\mathcal{P}_e$ . À cette puissance vient s'opposer la puissance résistante maximale du système  $\mathcal{P}_{rm}$ , calculée à partir des fonctions d'appui  $\pi$  caractérisant les matériaux en présence, à valeur réelle lorsque le champ de vitesse virtuel respecte les conditions de pertinence.

Considérons un problème de volume  $\mathcal{V}$  et d'enveloppe extérieure  $\mathcal{S}$ . Les conditions aux limites sont définies en vitesses sur  $\mathcal{S}_0$  et en contraintes sur  $\mathcal{S}_1$  de sorte que  $\mathcal{S} = \mathcal{S}_0 \cup \mathcal{S}_1$  et  $\mathcal{S}_0 \cap \mathcal{S}_1 = \emptyset$ . Le système est également soumis à des forces volumiques  $\underline{\gamma}$  sur le volume  $\mathcal{V}$ . Définissons deux ensembles caractérisant les champs de vitesse pertinents  $\mathcal{E}$  et  $\mathcal{E}_\Sigma$  :

$$\mathcal{E} = \{\underline{d}, \pi(\underline{d}) < +\infty\} \quad (3.5)$$

$$\mathcal{E}_\Sigma = \{(\underline{n}, \llbracket \underline{v} \rrbracket), \pi(\underline{n}, \llbracket \underline{v} \rrbracket) < +\infty\} \quad (3.6)$$

L'ensemble  $\mathcal{E}$  caractérise les champs de vitesse de déformation continus pertinents selon la définition des domaines de résistance des matériaux ; l'ensemble  $\mathcal{E}_\Sigma$  caractérise les discontinuités de vitesses pertinentes sur la surface  $\Sigma$ , regroupant l'ensemble des facettes sur lesquelles une discontinuité de vitesse est acceptée. Cette surface diffère de la surface  $\mathcal{S}$  dont la définition est purement géométrique ; elle dépend de la description adoptée pour le matériau. Nous en discuterons plus en détail dans les applications menées dans les parties 3.3 et 3.4.

La puissance résistante maximale et la puissance des efforts extérieurs se définissent par :

$$\mathcal{P}^{rm}(\underline{v}) = \int_{\mathcal{V}} \pi(\underline{d}) \, dV + \int_{\Sigma} \pi(\underline{n}, \llbracket \underline{v} \rrbracket) \, dS \quad (3.7)$$

$$\mathcal{P}^e(\underline{v}) = \int_{\mathcal{V}} \underline{\gamma} \cdot \underline{v} \, dV + \int_{\mathcal{S}_1} \underline{T}_1 \cdot \llbracket \underline{v} \rrbracket \, dS + \int_{\mathcal{S}_0} (\underline{\sigma} \cdot \underline{n}) \cdot \underline{V}_0 \, dS \quad (3.8)$$

ou  $\underline{T}_1 = \underline{\sigma} \cdot \underline{n}_{\mathcal{S}_1}$  est le vecteur contrainte imposé sur la surface  $\mathcal{S}_1$ ,  $\underline{V}_0$  le vecteur vitesse imposé sur la surface  $\mathcal{S}_0$ ,  $\underline{d}$  le tenseur taux de déformation et  $\underline{\gamma}$  les forces volumiques appliquées au problème.

Avec ces notations, le problème du calcul à la rupture se résume à :

$$\begin{aligned} & \text{optimiser } \mathcal{P}^e(\underline{v}) \leq \mathcal{P}^{rm}(\underline{v}) \\ & \text{sous les conditions } \underline{d} \in \mathcal{E} \qquad \qquad \qquad \text{dans } \mathcal{V} \end{aligned} \quad (3.9a)$$

$$(\underline{n}, \llbracket \underline{v} \rrbracket) \in \mathcal{E}_\Sigma \qquad \qquad \qquad \text{sur } \Sigma \quad (3.9b)$$

$$\underline{v} = \underline{V}_0 \qquad \qquad \qquad \text{sur } \mathcal{S}_0 \quad (3.9c)$$

### 3.2.2 Le mode de chargement

Si la quantité à optimiser se détache clairement, les leviers à enclencher pour parvenir à cette optimisation demeurent implicites. Dans la partie 2.2 du chapitre 2, nous avons introduit la notion d'un *mode de chargement*  $\underline{Q} \in \mathbb{R}^n$  permettant de distinguer les contributions de différentes sollicitations à la puissance des efforts extérieurs. Cette paramétrisation du chargement permet, par exemple, de prendre un chargement gravitaire fixe, correspondant au poids propre de la structure, alors que la structure est menée à la ruine par une surcharge surfacique ponctuelle.

### 3.2. REFORMULATION DU PROBLÈME DU CALCUL À LA RUPTURE

Pour simplifier l'écriture, nous considérons dans la suite le chargement à deux paramètres suivant :

$$\mathcal{P}^e = \mathcal{P}_0^e + \beta \mathcal{P}_{var}^e \quad (3.10)$$

avec

- $\mathcal{P}_0^e$  : la puissance extérieure des efforts fixes ;
- $\mathcal{P}_{var}^e$  : la puissance extérieure des efforts variables ;
- $\beta$  : le multiplicateur sur lequel porte l'optimisation.

Nous définissons le multiplicateur exact  $\beta^*$  donnant la solution du problème tel que :

$$\mathcal{P}^{rm}(\underline{v}) = \beta^* \mathcal{P}_{var}^e(\underline{v}) + \mathcal{P}_0^e(\underline{v}) \quad (3.11)$$

En considérant un multiplicateur  $\beta$  strictement supérieur au multiplicateur exact  $\beta^*$ , il vient :

$$\mathcal{P}^{rm}(\underline{v}) \leq \beta \mathcal{P}_{var}^e(\underline{v}) + \mathcal{P}_0^e(\underline{v}) \quad (3.12)$$

Le problème d'optimisation devient alors le problème de minimisation suivant :

$$\begin{array}{ll} \text{minimiser} & \mathcal{P}^{rm}(\underline{v}) - \mathcal{P}_0^e(\underline{v}) \\ \text{sous les conditions} & \underline{d} \in \mathcal{E} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{dans } \mathcal{V} \\ \text{sur } \Sigma \\ \text{sur } \mathcal{S}_0 \end{array} \quad (3.13a)$$

$$(\underline{n}, \llbracket \underline{v} \rrbracket) \in \mathcal{E}_\Sigma \quad (3.13b)$$

$$\underline{v} = \underline{V}_0 \quad (3.13c)$$

$$\mathcal{P}_{var}^e(\underline{v}) = 1 \quad (3.13d)$$

Le résultat du problème ainsi formulé est la valeur du multiplicateur  $\beta$  pour laquelle la structure étudiée atteint sa ruine au sens du calcul à la rupture.

Rappelons la formulation générale du problème décrite dans la section 3.1 :

$$\begin{array}{ll} \text{minimiser} & c^T x + c^f \\ \text{sous les conditions} & l^c \leq Ax \leq u^c, \\ & l^x \leq x \leq u^x, \\ & x \in \mathcal{K} \end{array}$$

Les premières composantes du vecteur  $x$  de cette formulation correspondent aux vitesses virtuelles nodales sur l'ensemble du maillage. De cette façon, le calcul de la puissance des forces extérieures  $\mathcal{P}^e$  se fait par un simple produit scalaire. Le reste des composantes de ce vecteur dépend d'artifices de calculs nécessaires pour la définition de  $\mathcal{P}^{rm}$ , d'une part, et de la vérification des conditions de pertinence, d'autre part ; on y trouvera notamment la valeur des composantes du tenseur  $\underline{d}$ .

Les conditions (3.13a) et (3.13b) traduisent le comportement des matériaux en présence. Dans de nombreux cas, il s'agira de conditions non-linéaires quadratiques du type  $x \in \mathcal{K}$ . Les conditions aux limites en vitesse (3.13c) rentrent dans l'ensemble des conditions linéaires  $l^x \leq x \leq u^x$ . La condition de normalisation de la puissance des efforts extérieurs variables (3.13d), quant à elle, tombe dans la catégorie des conditions linéaires traitées par  $l^c \leq Ax \leq u^c$ .

Ainsi formulé, le problème est résolu grâce au logiciel d'optimisation Mosek développé par Erling D. Andersen (Andersen et Andersen, 2000 ; Andersen, 2000, 2001 ; Andersen *et al.*, 2003 ; Andersen et Andersen, 2017).

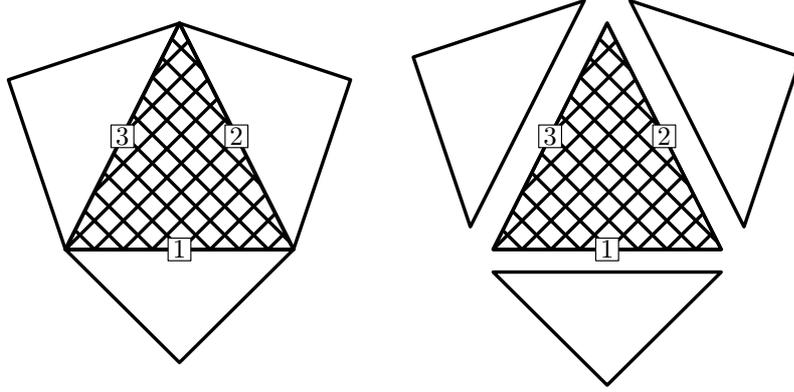


Figure 3.1 – Représentation de la séparation d'un élément de ses voisins – éléments triangulaires, modélisation 2D.

### 3.2.3 Chargement en pression, chargement en vitesse

Comme le nom l'indique, un chargement en pression définit une pression sur une certaine surface ; les vitesses sont laissées libres sous cette surface. Au contraire, un chargement en vitesse impose la vitesse et laisse les contraintes se répartir librement sous cette surface. En supposant que, dans les deux cas, le chargement défini soit constant, il vient :

$$\mathcal{P}^e = \rho \int_S \underline{v} \cdot \underline{n} \, dS \quad \text{pour un chargement en pression } \rho \underline{n} \quad (3.14)$$

$$= V \int_S (\underline{\sigma} \cdot \underline{n}) \cdot \underline{e} \, dS \quad \text{pour un chargement en vitesse } U \underline{e} \quad (3.15)$$

Dans l'approche par l'extérieur, toutes les données sont déjà présentes. Dans le cas d'un chargement en pression, la puissance des efforts extérieurs se calcule explicitement, puisque le champ de vitesse est une variable du problème. Il convient alors de normaliser cette puissance extérieure afin que le résultat du problème soit effectivement le multiplicateur  $\beta$  précédemment défini (3.12).

Dans le cas d'un chargement en vitesse –  $\underline{v}_0$  non nul sur  $\mathcal{S}_0$  –, il suffit d'imposer la vitesse, ce qui impose alors la puissance résistante maximale  $\mathcal{P}^{rm}$  et la puissance des efforts extérieurs fixes  $\mathcal{P}_0^e$ . La puissance des efforts extérieurs dus aux vitesses  $\underline{v}_0$  imposés sur la surface  $\mathcal{S}_0$  résulte à nouveau de la différence entre ces deux quantités. Dans le cas où le chargement est entièrement imposé en vitesse, la condition  $\mathcal{P}_{var}^e(\underline{v}) = 1$  (3.13d) n'a plus lieu d'être. Le résultat du problème ainsi posé n'est plus le multiplicateur adimensionnel  $\beta$  mais la puissance des efforts extérieurs chargeant le problème  $\mathcal{P}_{var}^{rm}$ .

### 3.2.4 Maillage

Le modèle numérique présenté dans ce chapitre est développé en supposant un maillage par éléments finis d'ordre 1. Pour le modèle 2D, nous employons des éléments triangulaires ; pour le modèle 3D, nous employons des éléments tétraédriques.

Dans tous les cas, nous supposons que le champ de vitesse discrétisé autorise des discontinuités de vitesse entre chaque élément (figure 3.1). Une discontinuité du champ de vitesse entre deux éléments du maillage engendre le calcul de la puissance résistante correspondante. Si le saut de vitesse a lieu entre deux éléments du même matériau, la puissance résistante est quantifiée par la fonction d'appui  $\pi(\underline{n}, \llbracket \underline{v} \rrbracket)$ . Si il a lieu entre deux matériaux différents, la puissance résistante correspondante est quantifiée selon le formalisme décrit au paragraphe suivant (§ 3.2.5).

### 3.2.5 Interfaces

Nous supposons dans cette étude que les paramètres matériaux sont constants à l'intérieur de chaque élément. Il nous faut néanmoins définir la façon dont deux matériaux interagissent sur leur frontière commune.

La définition du comportement à l'interface se pose dès que deux matériaux différents sont en contact dans un même modèle. En effet, pour les arêtes situées à la frontière entre deux matériaux présentant des caractéristiques différentes, un choix *a priori* est impossible dans la plupart des cas. La solution générale proposée par Salençon (1983) consiste à décomposer le saut de vitesse  $\llbracket \mathbf{V} \rrbracket$  à l'interface en un saut de vitesse  $\llbracket \mathbf{V}_1 \rrbracket$  dans le matériau 1, un saut de vitesse  $\llbracket \mathbf{V}_i \rrbracket$  à l'interface et un saut de vitesse  $\llbracket \mathbf{V}_2 \rrbracket$  dans le matériau 2 de la façon suivante :

$$\llbracket \mathbf{V} \rrbracket = \llbracket \mathbf{V}_1 \rrbracket + \llbracket \mathbf{V}_i \rrbracket + \llbracket \mathbf{V}_2 \rrbracket \quad (3.16)$$

Ensuite, il suffit d'appliquer les fonctions d'appuis respectives  $\pi_1$ ,  $\pi_i$  et  $\pi_2$ , ce qui laisse toute latitude au programme d'optimisation quant à l'endroit où la rupture doit se produire.

Nous proposons deux façons de simplifier cette vision. La première façon consiste à imposer que le saut de vitesse se fasse à l'interface. Cette méthode paraît peu polyvalente : pour retrouver une variabilité comparable à celle de la définition de Salençon, il faut définir autant d'interfaces que de couples de matériaux possibles.

Nous adoptons dans cette étude une seconde simplification de la formulation complète de Salençon :

$$\llbracket \mathbf{V} \rrbracket = \llbracket \mathbf{V}_1 \rrbracket + \llbracket \mathbf{V}_2 \rrbracket \quad (3.17)$$

Physiquement, les deux matériaux sont collés sur une interface fictive infiniment résistante et la rupture se fait de part et d'autre de cette interface, dans des proportions déterminées par l'algorithme d'optimisation. Cette approche définit autant d'interfaces différentes que de couples de matériaux disponibles dans le modèle sans avoir à définir une seule fonction  $\pi_i$ .

Cette partie nous a permis de définir le formalisme que nous employons pour résoudre un problème de calcul à la rupture par le moyen de l'optimisation quadratique. La principale nouveauté réside dans la façon dont le problème s'écrit dans ce formalisme : c'est le même problème que celui que nous avons présenté et résolu au chapitre 2, hormis que les équations se sont transformées en matrices et les conditions de pertinence se cachent derrière des conditions d'appartenance à des cônes.

Dans la partie suivante, nous allons successivement mettre en place trois matériaux différents. Nous les testerons séparément, avant de les assembler pour résoudre le problème du *mur de soutènement simple*, dans l'hypothèse de déformation plane.

## 3.3 Modélisation en déformation plane

Nous reprenons ici l'étude du problème de l'ouvrage de soutènement simple tel qu'il a été défini au cours du chapitre 2 (§ 2.1.1). Nous utilisons une modélisation en déformation plane, utilisant un maillage triangulaire d'ordre 1. Chaque élément triangulaire de ce maillage est séparable des trois autres triangles avec lesquels il partage un côté par l'intermédiaire d'un élément d'interface linéique. La surface  $\Sigma$  évoquée à la section 3.2 se compose de l'ensemble des segments partagés par deux éléments contigus du maillage.

Cette partie explicite les principales étapes achevant la reformulation du problème déjà résolu en section 2.1.1 du chapitre 2. Trois matériaux sont présentés en traduisant les fonctions d'appui définies par le calcul à la rupture en cônes quadratiques.

### 3.3.1 Matériau de von Mises

#### 3.3.1.1 Champ de vitesse continu

Le critère de von Mises de constante  $k$  peut s'écrire sous la forme :

$$\sqrt{J_2(\underline{s})} - k \leq 0 \quad (3.18)$$

avec

$$\underline{s} = \text{dev}(\underline{\sigma}) = \underline{\sigma} - \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\sigma}) \underline{\underline{1}} \quad (3.19a)$$

$$J_2(\underline{s}) = \frac{1}{2} \sum_{i,j} s_{ij}^2 \quad (3.19b)$$

La puissance résistante maximale générée par un champ de vitesse continu dans le matériau s'écrit ensuite :

$$\pi(\underline{d}) = k\lambda \quad (3.20a)$$

$$\text{avec } \text{tr}(\underline{d}) = 0 \quad (3.20b)$$

$$\lambda \geq \sqrt{J_2(\text{dev}(\underline{d}))} \quad (3.20c)$$

Le critère de von Mises ne traite que des champs à trace nulle : les champs  $\underline{d}$  pertinents sont donc des champs purement déviatoriques pour lesquels  $\text{dev}(\underline{d}) = \underline{d}$ . Sous cette condition,  $J_2$  devient :

$$\begin{aligned} J_2(\text{dev}(\underline{d})) &= \frac{1}{2} \sum_{i,j} d_{ij}^2 \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{d_{11}^2 + d_{22}^2 + 2d_{12}^2} \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} \text{tr}(\underline{d}^2) \end{aligned}$$

#### 3.3.1.2 Discontinuités de vitesse

La puissance résistante maximale générée au niveau d'une discontinuité de vitesse sur la surface  $\Sigma$ , après quelques manipulations, s'écrit sous la forme :

$$\pi(\underline{n}, \llbracket v \rrbracket) = k |\llbracket v \rrbracket| \quad (3.21a)$$

$$\text{avec } \llbracket v \rrbracket \cdot \underline{n} = 0 \quad (3.21b)$$

#### 3.3.1.3 Validation : la compression

Afin de concrétiser le formalisme déployé dans les paragraphes précédents, nous l'appliquons à l'exemple classique de la compression. Nous proposons ici d'étoffer cet exemple en variant l'élanement des éprouvettes, les conditions d'encastrement et le mode de chargement. Nous définissons ici l'élanement d'une éprouvette comme le rapport entre sa hauteur  $h$  et sa largeur  $l$  (figure 3.2). Les deux chargements considérés ici sont les chargements définis en section 3.2.3. Le chargement en vitesse impose une vitesse  $\underline{u}$  du plateau supérieur (figure 3.2a) ; le chargement en pression applique une pression uniformément répartie  $\underline{q}$  sur le plateau supérieur. Nous étudions enfin trois jeux de conditions aux limites :

**Contact lisse** : les deux plateaux sont supposés parfaitement lisses, la contrainte tangentielle est nulle au niveau du plateau ;

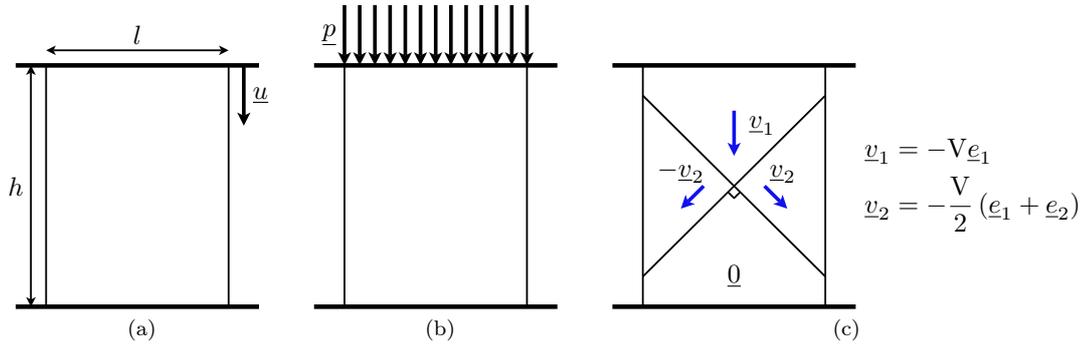


Figure 3.2 – Représentation d’une éprouvette type d’élancement 1,33 : a) chargement en vitesse ; b) chargement en pression ; c) mécanisme de rupture continu par bloc optimal pour une éprouvette de von Mises sollicitée en compression.

**Encastré en bas :** les vitesses sont nulles sur le plateau inférieur, le plateau supérieur conserve un contact parfaitement lisse ;

**Double encastrement :** les vitesses sont nulles sur le plateau inférieur, les vitesses tangentielles sont nulles sur plateau supérieur, tout en conservant le contact avec l’éprouvette.

Les résultats sont représentés en figure 3.3. Une éprouvette de von Mises de section  $S$  sollicitée en compression simple, entre deux plateaux parfaitement lisses, supporte la charge maximale  $Q^+$  suivante :

$$Q^+ = 2kS \quad (3.22)$$

Cette charge  $Q^+$  est atteinte pour un état de déformation homogène en compression simple.

En compression gênée, une éprouvette de von Mises dont l’élancement est supérieur à 1 supporte la même charge maximale  $Q^+$ . Le mécanisme correspondant est représenté en figure 3.2c. Il est caractérisé par une double discontinuité inclinée à  $45^\circ$  par rapport à l’horizontale. Les deux blocs latéraux ainsi délimités se déplacent latéralement et le bloc supérieur s’enfonce verticalement tandis que le bloc inférieur reste immobile. Ce mécanisme est cinématiquement admissible à partir d’un élancement supérieur à 1 : les conditions limites sur les plateaux supérieurs et inférieurs ne l’affectent pas.

Nous retrouvons par le calcul numérique cette valeur pour les configurations à contact lisse et pour les configurations où l’élancement est supérieur à 1, avec une précision de  $10^{-6}$  (figure 3.3).

Le problème doublement encastéré se comporte différemment pour les faibles élancements. Le gain de résistance induit par le sur-confinement apporté par les conditions aux limites s’élève à plus de 25 % pour une éprouvette d’élancement  $1/2$  par rapport au cas lisse. Cette configuration d’essai conduit également à une déformation de l’éprouvette en forme de tonneau, un résultat concordant avec la réalité expérimentale.

**Choix du maillage.** Les résultats présentés en figure 3.3 sont nettement influencés par le type de maillage choisi. Nous l’illustrons en menant le même calcul sur une éprouvette d’élancement 1,25 maillée de huit façons différentes. Les sept premiers maillages sont homogènes et aléatoires. Ils diffèrent par la taille caractéristique de chaque élément : elle est définie par quantième de la largeur  $l$  de l’éprouvette, variant de  $l/10$  pour le premier maillage à  $l/70$  pour le septième (cf. tableau 3.1). Le huitième maillage emploie la même taille caractéristique d’élément que le premier maillage. Ses éléments sont orientés en respectant le mécanisme reproduit en figure 3.2c.

Les sept premiers maillages demeurent à quelque distance de la solution exacte (cf. tableau 3.2). Malgré son raffinement considérable, le maillage n° 7 est encore à 0,3 % de la solution exacte. Le maillage n° 8 et ses 220 éléments adroitement ordonnés fournit la solution exacte : le champ de vitesse correspond à celui obtenu analytiquement et présenté en figure 3.2c (figures 3.4e et f). Les champs

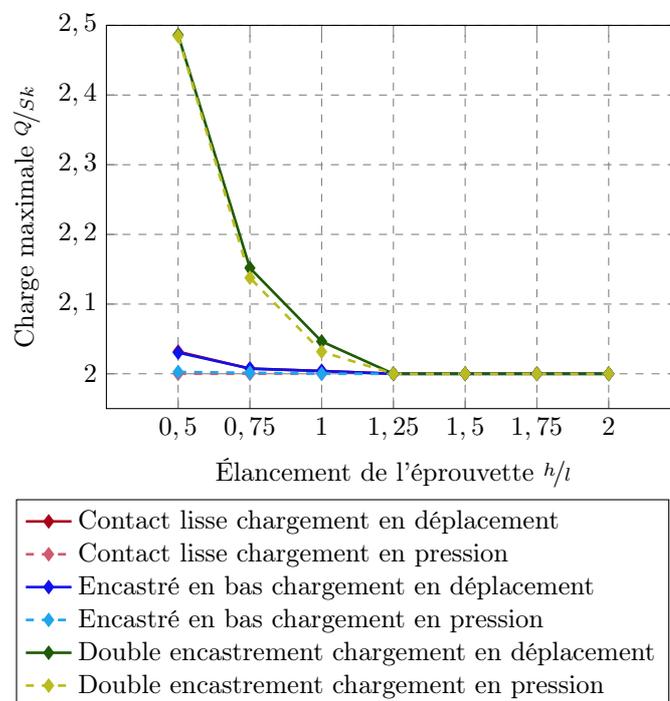


Figure 3.3 – Évolution du quotient  $Q/s_k$  caractérisant la charge maximale supportable par une éprouvette de von Mises sollicitée en compression, en fonction de son élancement et des conditions aux limites appliquées.

Tableau 3.1 – Propriétés des maillages utilisés pour l'analyse de dépendance au maillage pour une éprouvette d'élancement 1,25.

Maillage	Taille caractéristique	Nombre de nœuds	Nombre d'éléments
1	$l/10$	125	220
2	$l/20$	454	842
3	$l/30$	990	1898
4	$l/40$	1758	3378
5	$l/50$	2730	5286
6	$l/60$	3896	7582
7	$l/70$	5281	10336
8	$l/10$	120	220

Tableau 3.2 – Analyse de la sensibilité au maillage : éprouvette de von Mises d'éclatement 1,25, bi-encastée, sollicitée en compression.

Maillage	$Q$ , chargement en vitesse	Écart relatif	Temps CPU (s)	$Q$ , chargement en pression	Écart relatif	Temps CPU (s)
1 — $l/10$	2,058391	2,9 %	1,2	2,037144	1,9 %	1,2
2 — $l/20$	2,032815	1,6 %	3,2	2,020587	1,0 %	3,1
3 — $l/30$	2,026088	1,3 %	7,7	2,012856	0,6 %	6,7
4 — $l/40$	2,019783	1,0 %	13,4	2,009674	0,5 %	13,0
5 — $l/50$	2,015899	0,8 %	27,0	2,007843	0,4 %	28,2
6 — $l/60$	2,011996	0,6 %	65,8	2,006112	0,3 %	56,1
7 — $l/70$	2,010487	0,5 %	113,6	2,005130	0,3 %	113,2
8 — $l/10$	2,000000	0,0 %	1,1	2,000000	0,0 %	1,1

des sept premiers maillages tendent vers ce champ optimal, comme l'illustrent les figures 3.4a,b,c et d : la déformation d'un élément est relativement moins efficace que la discontinuité du champ entre deux éléments le long d'une arête. Ce handicap provient vraisemblablement de la rigidité des éléments linéaires employés : au sein de chaque élément, le taux de variation de la vitesse  $\underline{d}$  est constant. Une amélioration notable consisterait à implémenter des éléments d'un ordre supérieur pour apporter plus de souplesse dans l'espace des champs de vitesses envisageables.

### 3.3.2 Matériau de Mohr-Coulomb

Alors que le critère de von Mises est un cylindre de révolution, c'est-à-dire un cône dégénéré, le critère de Mohr-Coulomb est, en deux dimensions, un véritable cône de révolution. Sous cette hypothèse, il coïncide avec le critère de Drucker-Prager. C'est la formulation classique de ce critère qui s'avère la plus pratique pour notre approche et c'est sous cette forme que nous présentons notre modélisation.

#### 3.3.2.1 Champ de vitesse continu

Le critère de Mohr-Coulomb peut s'écrire sous la forme :

$$\sqrt{J_2(\text{dev}(\underline{\sigma}))} + aI_1(\underline{\sigma}) - k \leq 0 \quad (3.23a)$$

$$\text{avec } k = C \cos \varphi \quad (3.23b)$$

$$a = \sin \varphi \quad (3.23c)$$

$$I_1(\underline{\sigma}) = \sum_i \sigma_{ii} \quad (3.23d)$$

Makrodimopoulos et Martin (2008) proposent d'écrire la puissance résistante maximale générée par un champ de vitesse continu dans le matériau sous la forme suivante :

$$\pi(\underline{d}) = k\lambda \quad (3.24a)$$

$$\text{avec } \theta = \text{tr}(\underline{d}) \quad (3.24b)$$

$$\theta = a\lambda \quad (3.24c)$$

$$\lambda \geq 2\sqrt{J_2(\text{dev}(\underline{d}))} \quad (3.24d)$$

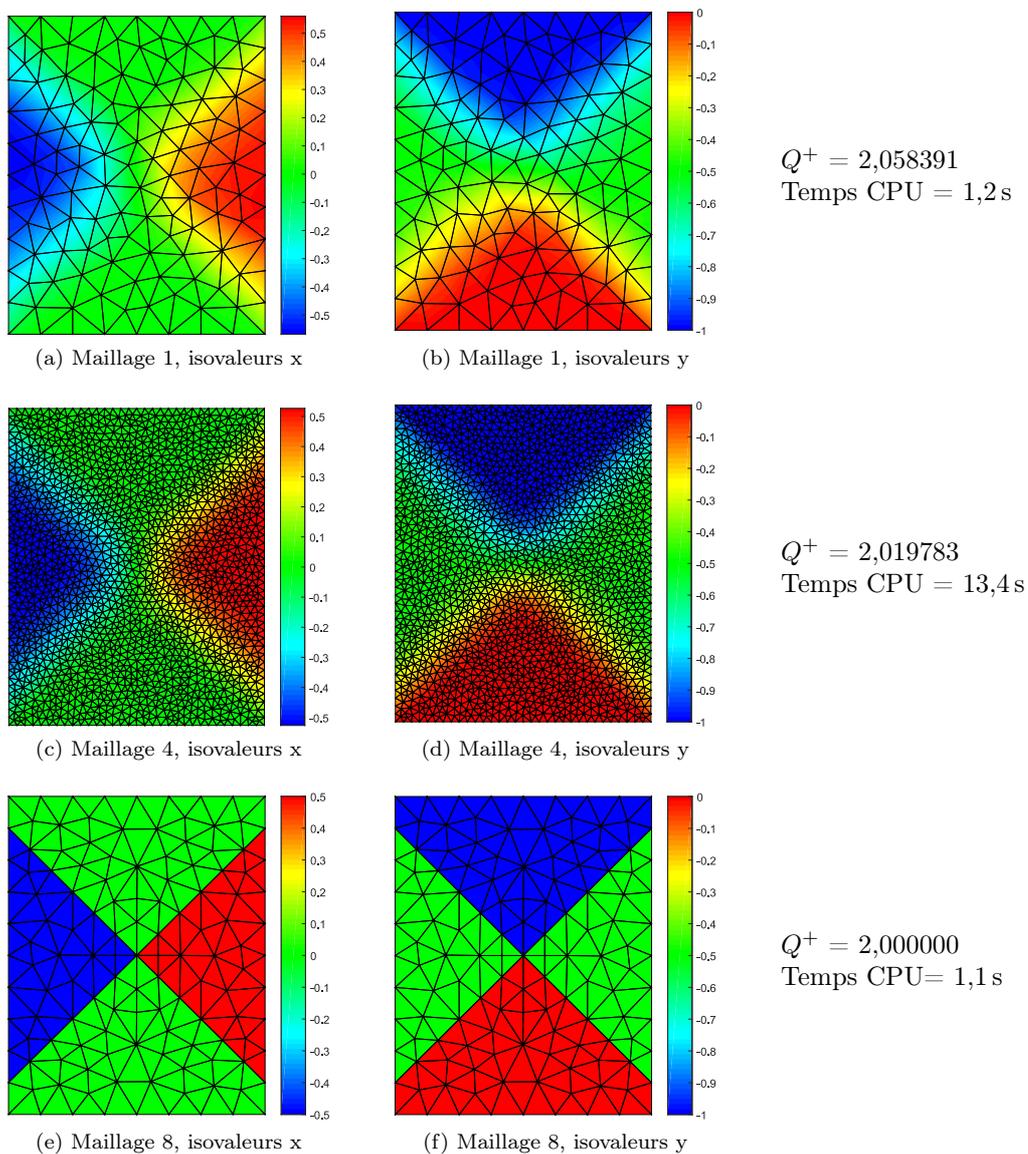


Figure 3.4 – Champ de vitesse optimal pour une éprouvette de von Mises d’élancement 1,25, bi-encastée, sollicitée en compression gênée par une vitesse imposée.

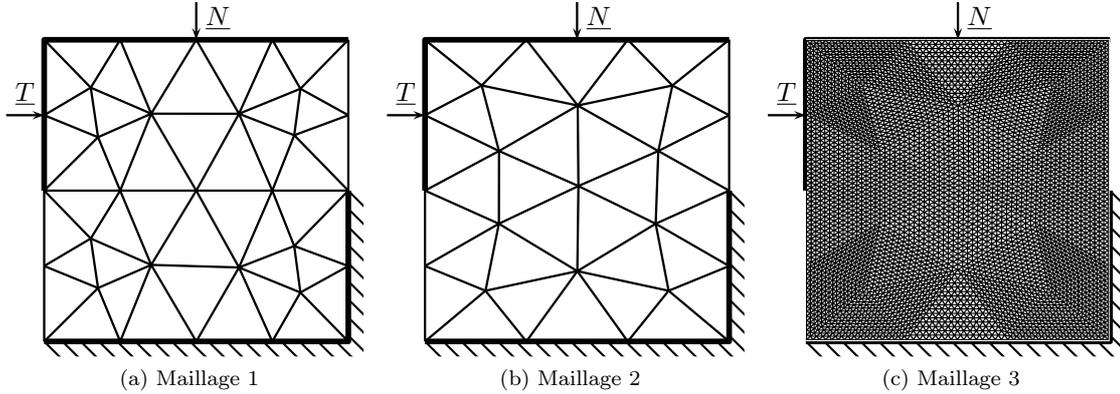


Figure 3.5 – Essai de cisaillement direct, choix de maillage.

### 3.3.2.2 Discontinuités de vitesse

Nous conservons le formalisme proposé par Makrodimopoulos et Martin (2008). La puissance résistante maximale générée au niveau d'une discontinuité de vitesse sur la surface  $\Sigma$  s'écrit grâce à une variable intermédiaire  $\mu^*$ . Soit  $\underline{t}$  le vecteur de norme unitaire directement orthogonal à  $\underline{n}$  :

$$\pi(\underline{n}, \llbracket \underline{v} \rrbracket) = C \mu^* \quad (3.25a)$$

$$\text{avec } \mu^* \geq \|\llbracket \underline{v} \rrbracket \cdot \underline{t}\| \quad (3.25b)$$

$$\llbracket \underline{v} \rrbracket \cdot \underline{n} = \mu^* \tan \varphi \geq 0 \quad (3.25c)$$

### 3.3.2.3 Validation : le cisaillement direct à la boîte de Casagrande

Après la compression simple du paragraphe 3.3.1.3, nous étudions un essai de cisaillement direct pour tester notre code sur un matériau de Mohr-Coulomb. Cet essai est pratiquement conçu pour le matériau de Mohr-Coulomb qui admet une formulation élégante reliant la contrainte normale à la contrainte tangentielle (cf. équation (3.26)). L'éprouvette subit un chargement horizontal  $\underline{T}$  et un chargement vertical  $\underline{N}$ , qui génèrent les contraintes normale  $\sigma$  et tangentielle  $\tau$  (cf. figure 3.5). Ce problème se résout analytiquement. Pour un matériau de Mohr-Coulomb caractérisé par un angle de frottement  $\varphi$  et une cohésion  $C$ , ces deux contraintes sont liées par la relation :

$$\tau = C + \sigma \tan \varphi \quad (3.26)$$

Dans l'application proposée, nous utilisons un matériau dont la cohésion vaut 1 kPa et l'angle de frottement  $36^\circ$  en faisant varier la contrainte normale  $\sigma_n$  de 0 à 0,5 kPa par pas de 0,1 kPa. Nous conduisons les calculs sur trois maillages différents, représentés en figure 3.5. Le premier est un maillage à 44 éléments agencés de sorte que le plan de cisaillement corresponde avec une ligne du maillage (figure 3.5a). Le deuxième, composé de 34 éléments, assure que le plan de cisaillement ne suive pas des éléments mais qu'il les intersecte (figure 3.5b). Le troisième maillage est l'équivalent du deuxième raffiné 256 fois (figure 3.5c).

Les résultats sont représentés en figure 3.6. Sur les six calculs menés sur le premier maillage, l'écart théorique moyen est inférieur à 2,5 % malgré la grossièreté du maillage employé – seulement 44 éléments – ce qui corrobore l'efficacité du calcul lorsque les arêtes du maillage coïncident avec les discontinuités du champ de vitesse optimal. Le maillage 2, équivalent du maillage 1 avec ses 34 éléments mais construit de façon homogène et aléatoire, sur-estime la résistance du matériau de 21,3 % en moyenne. Même le maillage 3, pourtant fort de ses 8704 éléments, ne parvient pas à descendre en-dessous des 3 % d'écart relatif moyen. Les faciès de rupture sont représentés en

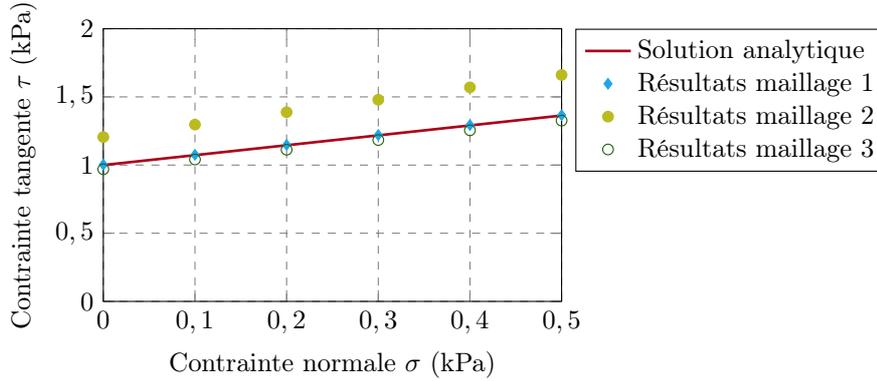


Figure 3.6 – Essai numérique à la boîte de Casagrande : comparaison avec la théorie.

figure 3.7 : comme attendu, la rupture dans les maillages 2 et 3 ne bénéficie pas de la présence du plan de cisaillement matérialisé dans le maillage 1. Les éléments linéaires utilisés confirment à nouveau leur manque de souplesse. Le plan de cisaillement marqué du maillage 1 nous permet également de vérifier que le bloc supérieur du maillage 1 décolle selon l'angle de frottement du matériau  $\varphi = 36^\circ$  (figure 3.7b).

### 3.3.3 Matériau de maçonnerie homogénéisée

#### 3.3.3.1 Champ de vitesse continu

Pour mémoire, nous reportons ici le critère de maçonnerie homogénéisée (d'après de Buhan et de Felice (1997)) tel qu'il a été énoncé au chapitre 2 (équation (2.17)) :

$$\pi^{\text{hom}}(\underline{D}) = \frac{C_v}{\tan \varphi_v} D_{11} + \frac{C_h}{\tan \varphi_h} D_{22}$$

en respectant les conditions de pertinence suivantes :

$$\begin{aligned} \text{Si } 0 \leq 2m \leq \frac{1}{\tan \varphi_h} : \\ & -D_{11} \leq 0 \\ & \tan \varphi_h D_{11} \leq 2m D_{22} \\ & 2|D_{12}| \leq \tan \varphi_h D_{11} + \frac{1}{\tan \varphi_h} D_{22} \\ \text{Si } \frac{1}{\tan \varphi_h} \leq 2m : \\ & -D_{11} \leq 0 \\ & \tan \varphi_h D_{11} \leq 2m D_{22} \\ & 2|D_{12}| \leq \frac{1}{2m} D_{11} + 2m D_{22} \end{aligned}$$

Cette formulation montre clairement que ce critère est linéaire. Il ne nécessite pas l'introduction de conditions de pertinence coniques. Son implémentation est directe si la direction 2 du repère global correspond à la direction des lits horizontaux ; sinon, il convient d'appliquer un changement de repère adéquat avant de calculer la puissance résistante maximale.

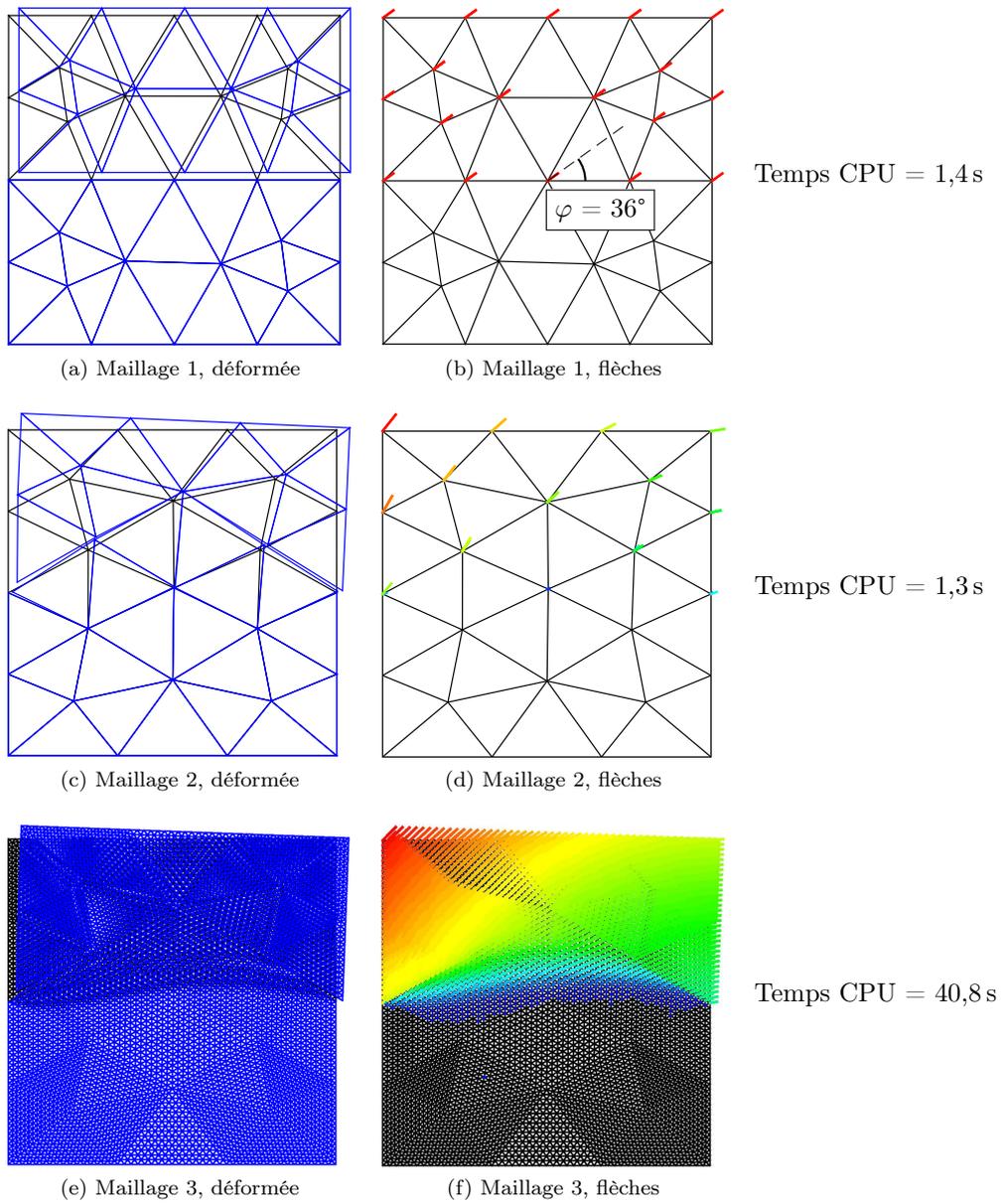


Figure 3.7 – Essai numérique à la boîte de Casagrande –  $C = 1 \text{ kPa}$ ,  $\varphi = 36^\circ$ .

### 3.3.3.2 Discontinuités de vitesse

Pour ce critère, le cas des discontinuités de vitesse sur la surface  $\Sigma$  se traite facilement si l'on définit le tenseur  $\underline{\underline{\chi}}$  :

$$\underline{\underline{\chi}}(\underline{n}, \llbracket \underline{v} \rrbracket) = \underline{n} \otimes^s \llbracket \underline{v} \rrbracket \quad (3.27a)$$

$$= \frac{1}{2}(\underline{n} \otimes \llbracket \underline{v} \rrbracket + \llbracket \underline{v} \rrbracket \otimes \underline{n}) \quad (3.27b)$$

Le tenseur  $\underline{\underline{\chi}}$  quantifie le taux de déformation induit par la discontinuité locale de vitesse. Il vient remplacer le tenseur  $\underline{\underline{D}}$  dans la définition de la puissance résistante maximale (2.17).

### 3.3.3.3 Validation : chargement sismique statique

En 1997, après avoir introduit leur critère de maçonnerie homogénéisée, de Buhan et de Felice le mettent à profit pour étudier un chargement sismique pseudo-statique sur un mur de maçonnerie. Ils modélisent ce chargement sismique en ajoutant au poids une composante horizontale proportionnelle à la masse (figure 3.9a).

Ils exhibent une solution analytique simple de ce problème, basée sur un mécanisme mettant en jeu une rupture interne du mur accompagnée d'un mouvement de rotation de corps rigide. La solution s'écrit en fonction du coefficient multiplicateur  $\lambda$  quantifiant l'intensité du chargement horizontal supportable. Basée sur l'approche par l'extérieur du calcul à la rupture, cette méthode fournit une estimation de la borne supérieure du problème  $\lambda^+$  :

$$\lambda^+ = \begin{cases} \sqrt{\frac{m}{2 \tan \varphi}} & \text{si } \rho \leq \sqrt{\frac{2m}{\tan \varphi}} \\ \frac{3\rho \tan \varphi - 2\sqrt{2m \tan \varphi}}{3\rho \tan \varphi - 2m} & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.28)$$

avec  $\rho$  l'élancement du mur, défini par :

$$\rho = \frac{h}{l} \quad (3.29)$$

Du fait de la définition du chargement, le résultat analytique ne dépend plus du poids volumique  $\underline{\underline{\gamma}}$  ; il demeure fonction des paramètres décrivant la maçonnerie  $m$  et  $\varphi$ , respectivement l'élancement des moellons et l'angle de frottement entre eux, et de l'élancement  $\rho$  du mur. Les auteurs rapportent ensuite les résultats expérimentaux obtenus à l'Université de Rome par un essai au plan incliné sur deux séries de murs en maçonnerie : l'une utilise des briques d'élancement  $m=0,21875$  ; l'autre des briques deux fois plus élancées, pour lesquelles  $m$  vaut  $0,4375$ . L'angle de frottement caractérisant la maçonnerie vaut  $31^\circ$ . Nous reportons ces résultats accompagnés des estimations numériques réalisées grâce à l'outil développé dans cette partie en figure 3.8. L'estimation numérique s'écarte de la borne supérieure analytique (3.28) et se rapproche des résultats expérimentaux pour le cas  $m=0,4375$  (figure 3.8b). Cet écart s'explique en partie par le mode de rupture obtenu numériquement, qui se distingue de l'hypothèse de travail de mouvement de corps rigide formulée par de Buhan et de Felice. Sans s'écarter beaucoup du mécanisme de rotation, l'outil numérique permet de mieux distribuer les déformations sur l'ensemble du mur (figure 3.9) ce qui induit la ruine de l'ouvrage pour une charge limite plus faible.

### 3.3.4 Le mur de soutènement simple

Cette section vient conclure la présentation des éléments constitutifs de modélisation numérique 2D. Après avoir exploré les spécificités de la programmation conique appliquée au calcul à la rupture, dévoilé les formulations régissant les particularités de trois matériaux – von Mises, Mohr-Coulomb et le matériau de maçonnerie homogénéisée (d'après de Buhan et de Felice (1997)) – et vérifié leur bon

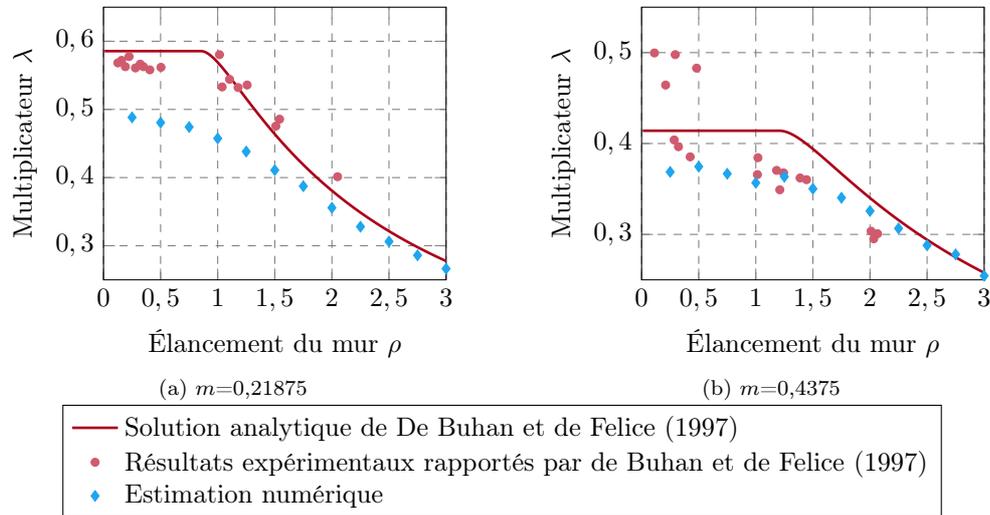


Figure 3.8 – Comparaison de résultats analytiques, numériques et expérimentaux caractérisant la résistance d'un mur en maçonnerie soumis à un chargement sismique pseudo-statique.

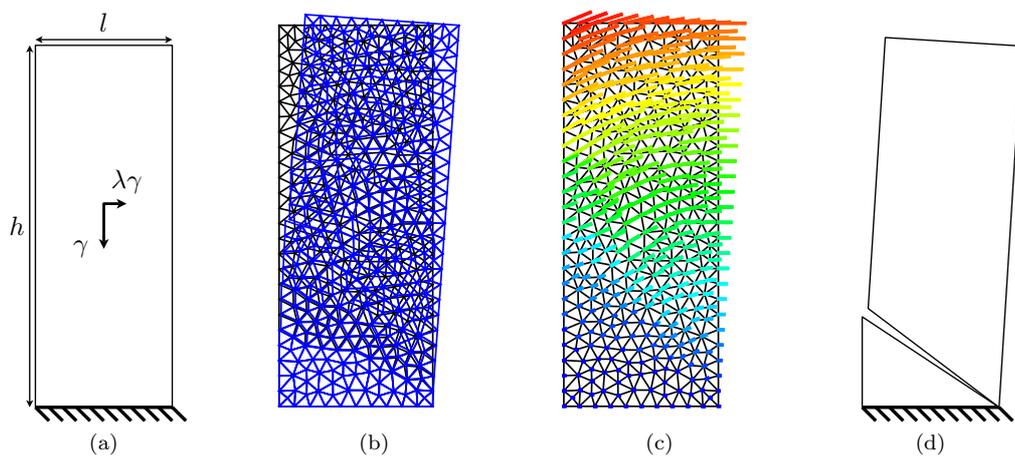


Figure 3.9 – Essai numérique de chargement latéral d'un mur de maçonnerie et comparaison avec la solution analytique de De Buhari et de Felice (1997) : a) mode de chargement ; b) déformée ; c) champs de vitesse ; d) mécanisme analytique proposé par de Buhari et de Felice –  $m=0,21875$ ,  $\varphi=31^\circ$ ,  $\rho=2,5$ .

fonctionnement respectif sur des exemples simples, il ne nous reste plus qu'à assembler ces différents modules.

Cet assemblage, réalisé par le moyen des interfaces développées au paragraphe 3.2.5, nous permettra de résoudre le problème du *mur de soutènement simple* dont nous avons déjà proposé une solution analytique à la fin du chapitre 2 (§ 2.3).

Nous appliquerons cet outil pour étudier un mur de soutènement simple en maçonnerie sèche de la campagne expérimentale de Colas (2009).

### 3.3.4.1 Géométrie et matériaux

Nous étudions ici le deuxième mur de la campagne expérimentale de Colas, nommé C2s. Il s'agit d'un mur en schiste chargé par un remblai de gravier de Bellegarde. Le mur mesure 2,5 m de haut et 0,45 m de large en tête, avec un fruit aval de 6 %. Il est amené à la rupture par augmentation de la hauteur de remblai : la rupture se produit pour une hauteur de remblai de 2,41 m. La surface libre du remblai est inclinée d'un angle  $\beta$  de  $31,7^\circ$  (figure 3.10). Le frottement interne  $\varphi$  du mur vaut  $25^\circ$ , le coefficient  $m = a/b$  représentant l'élanement des blocs est estimé à 0,6 et le pendage des lits  $\alpha$  vaut  $3,4^\circ$ . La maçonnerie étant supposée sèche, la cohésion du mur est nulle. Son poids volumique  $\gamma$  vaut  $20 \text{ kN/m}^3$ . Ce mur retient un remblai pulvérulent dont l'angle de frottement  $\varphi_s$  vaut  $37,7^\circ$  pour un poids volumique de  $14,9 \text{ kN/m}^3$ .

### 3.3.4.2 Mode de chargement et stratégie de résolution

Dans le processus expérimental réel, le mur C2s est d'abord construit, puis remblayé par couches successives, jusqu'à sa ruine : le remblai constitue le chargement. Pour l'approche numérique, nous adoptons une stratégie itérative, en faisant varier le maillage à chaque étape. Pour le premier maillage, la hauteur de remblai est choisie égale à la hauteur de remblai qui a produit la rupture expérimentalement :  $h_s = 2,41 \text{ m}$ . Le multiplicateur numérique utilisé dans le processus d'optimisation concerne ici le poids volumique du remblai retenu  $\gamma_s$ . À l'issue du premier calcul, on obtient  $\gamma_{s,i}^{\text{num}}$  que l'on compare avec la valeur réelle  $\gamma_s$ . Si l'écart entre les deux valeurs est inférieur à une tolérance  $\varepsilon$  donnée, le calcul s'arrête. Sinon, on répète l'étape précédente en modifiant la hauteur de remblai  $h_{s,i}$  par dichotomie : on augmente  $h_{s,i}$  si  $\gamma_{s,i}^{\text{num}}$  est supérieur à  $\gamma_s$ , on diminue  $h_{s,i}$  sinon.

### 3.3.4.3 Maillage

Nous utilisons l'interface simplifiée (3.17) décrite au paragraphe 3.2.5 pour joindre le matériau représentant la maçonnerie dans le mur avec celui de Mohr-Coulomb utilisé pour le sol. Le dernier maillage employé apparaît en figure 3.10 : il comporte 1935 éléments triangulaires, dont la majorité est concentrée au niveau du mur. Ses éléments sont linéaires. Chaque élément de ce maillage peut être séparé de ses voisins respectifs, moyennant une contribution à la puissance résistante maximale du système, par le biais de la fonction  $\pi(\underline{n}, \llbracket v \rrbracket)$  *ad hoc*.

Les  $n$  maillages nécessaires pour satisfaire la condition  $\varepsilon$  sont bâtis sur le même patron, avec un raffinement équivalent.

### 3.3.4.4 Résultat

Nous avons fixé la tolérance sur la valeur du poids volumique du remblai  $\varepsilon$  à  $\pm 0,5 \%$ , soit  $14,826 \leq \gamma_{s,i} \leq 14,975$ .

Pour ce cas d'espèce, après deux itérations, nous obtenons une hauteur de rupture  $h_{s,2} = 2,45 \text{ m}$  pour un poids volumique du remblai  $\gamma_{s,2} = 14,83 \text{ kN/m}^3$  : cela correspond à un écart de  $1,8 \%$  sur la hauteur de rupture et de  $-0,4 \%$  sur le poids volumique du remblai. Ce résultat est seulement  $3 \%$  plus proche que le résultat donné par la méthode analytique développée par Colas (2009).

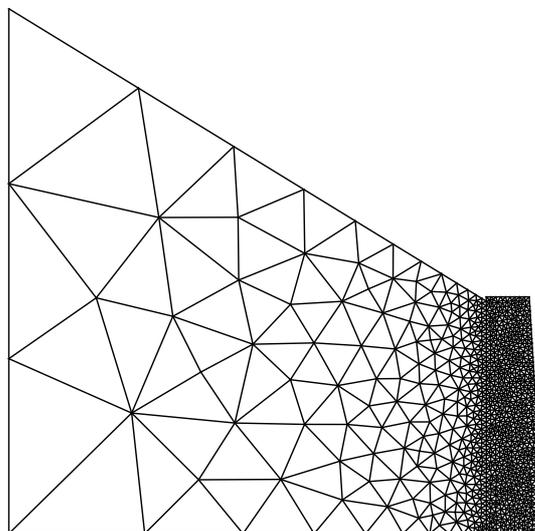


Figure 3.10 – Maillage représentant le mur C2s de Colas (2009) : hauteur du mur 2,5 m ; largeur du mur en tête 0,45 m ; fruit 6 % ; hauteur du remblai 2,45 m ; longueur du remblai 5 m ; pendage du remblai 31,7°.

Nous donnons une représentation du mode de rupture numérique en figure 3.11. Nous retrouvons un mécanisme similaire au deuxième mécanisme étudié analytiquement, incluant une rupture interne du mur accompagnée d'un mouvement de rotation et d'un mécanisme de cisaillement dans le sol.

L'ensemble de la procédure est effectué en 26 s sur quatre cœurs à 2,9 GHz.

Dans cette partie, nous sommes sortis des aspects théoriques développés dans les parties 3.1 et 3.2 pour résoudre quelques problèmes concrets. Nous avons ainsi pu présenter trois matériaux différents : le matériau de von Mises, le matériau de Mohr-Coulomb et le matériau de maçonnerie homogénéisée (d'après de Buhan et de Felice (1997)).

Après avoir présenté les reformulations nécessaires à l'implémentation dans un code informatique, nous avons testé chacun de ces matériaux avec un cas simple dont la solution théorique est connue. Cette approche s'avère très sensible au maillage. Cette sensibilité résulte du fait que nous travaillons avec des maillages composés d'éléments séparables les uns des autres et reliés par des éléments d'interface. Par conséquent, un maillage grossier mais autorisant des discontinuités bien choisies est souvent plus performant qu'un maillage plus raffiné mais découpant l'espace de façon aléatoire. Cet handicap résulte du manque de souplesse des éléments linéaires employés. Pour contourner cette difficulté, il conviendrait d'employer des éléments finis d'ordre supérieur afin d'enrichir l'ensemble des champs de vitesses admissibles. Malgré cela, en raffinant un peu, le modèle numérique produit de très bons résultats.

Enfin, nous avons pu fournir une solution numérique au problème du *mur de soutènement simple* qui nous occupe depuis le début de ce mémoire. Nous discuterons ces résultats au cours du chapitre 5, en les comparant avec les résultats expérimentaux issus de la littérature et des campagnes expérimentales réalisées au long de ce travail et présentées au chapitre 4 de ce mémoire.

La partie suivante sert un objectif similaire à celui qui nous a occupé jusqu'à maintenant : elle présente l'application à l'approche 3D de la méthode de l'optimisation conique en calcul à la rupture.

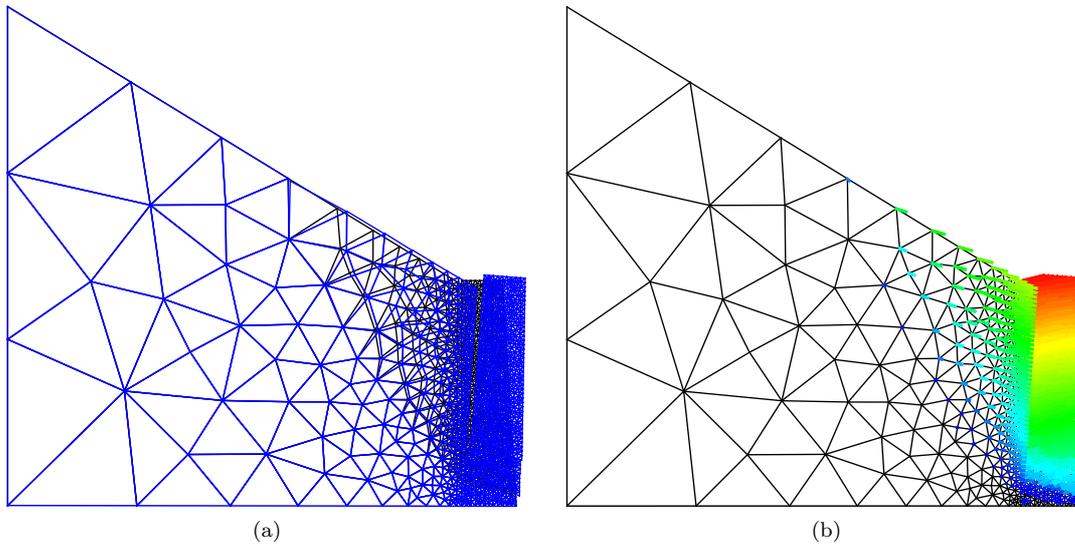


Figure 3.11 – Représentation du mode de rupture numérique sur le mur C2s de Colas (2009) : a) déformée; b) champs de vitesses – Paramètres du mur :  $m = 0,6$ ,  $C_h = C_v = 0$ ,  $\varphi_h = \varphi_v = 25^\circ$ ,  $\alpha = 3,4^\circ$ ,  $\gamma = 20 \text{ kN/m}^3$ ; paramètres du sol :  $C_s = 0$ ,  $\varphi_s = 37,7^\circ$  – Résultat :  $h_{s,2} = 2,45 \text{ m}$ ,  $\gamma_{s,2} = 14,83 \text{ kN/m}^3$ .

## 3.4 Vers la modélisation tri-dimensionnelle

### 3.4.1 Une dimension supplémentaire

Le passage du plan au volume élargit le champ des problèmes abordables. Il ne dénature pas le problème en lui-même ni la façon de l'aborder et, dans de nombreux cas, l'ajout de la troisième dimension est transparent. Il s'accompagne néanmoins de quelques inconvénients non triviaux. Par exemple, définir des conditions aux limites par la dichotomie normale-tangente n'est plus si astucieux, puisqu'il faut alors définir un repère tangentiel local pour les conditions tangentielles non nulles.

Les principaux inconvénients se concentrent autour du maillage. En passant du triangle au tétraèdre, on troque un élément à trois sommets, trois arêtes et trois éléments voisins pour un élément à quatre sommets, quatre faces, six arêtes et quatre éléments voisins. Un maillage 3D est plus volumineux que son homologue 2D de raffinement comparable, à la fois en nombre d'éléments et en taille de mémoire requise. Toutes les opérations de traitement et de manipulation du maillage deviennent beaucoup plus coûteuses en temps : la complexité algorithmique des opérations combinatoires induites est factorielle. À titre d'exemple, pour un maillage à 100 éléments, il y a  $C_3^{100} = 161\,700$  triplets possibles pour définir un élément triangulaire; pour le même nombre d'éléments, en 3D, il y a  $C_4^{100} = 3\,921\,225$  quadruplets possibles pour définir un élément tétraédrique.

Enfin, dernier inconvénient mais non pas des moindres, le critère de Mohr-Coulomb perd la régularité mathématique qui en fait toute son attractivité en déformation plane. En 3D, il a la forme d'un cône à section hexagonale et ne peut plus être traité par la méthode de l'optimisation conique quadratique. La méthode pour résoudre ce nouveau problème se base sur l'exploitation des propriétés des matrices semi-définies positives. Nous ne l'abordons pas ici et par conséquent, nous abandonnons le critère de Mohr-Coulomb au profit de celui de Drucker-Prager pour la 3D.

### 3.4.2 Matériau de Drucker-Prager

#### 3.4.2.1 Mohr-Coulomb et Drucker-Prager

Le critère de Mohr-Coulomb ne présentant plus la régularité nécessaire, nous le remplaçons par celui de Drucker-Prager. Celui-ci a l'avantage de conserver la même expression que dans l'hypothèse de déformation plane, que nous rappelons ici (équation (3.23)) :

$$\sqrt{J_2(\underline{s})} + aI_1 - k \leq 0$$

Trois possibilités existent pour approcher le critère de Mohr-Coulomb par le critère de Drucker-Prager. La première consiste à choisir le cône régulier qui circonscrit le cône à section hexagonale de Mohr-Coulomb :

$$a = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \quad k = \frac{6C \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 - \sin \varphi)} \quad (3.30)$$

Elle sur-estime toujours la résistance du matériau de Mohr-Coulomb. Moins sécuritaire, elle est plus économiquement avantageuse pour dimensionner un ouvrage retenant un sol de Mohr-Coulomb.

La deuxième solution utilise un cône médian :

$$a = \frac{2 \sin \varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi)} \quad k = \frac{6C \cos \varphi}{\sqrt{3}(3 + \sin \varphi)} \quad (3.31)$$

Plus sécuritaire, cette approche limite le sous-dimensionnement induit par le choix précédent ; néanmoins, pour la moitié des états de contrainte possibles, elle sous-estime la résistance du matériau de Mohr-Coulomb.

La troisième solution consiste à choisir le cône régulier inscrit dans le cône de Mohr-Coulomb :

$$a = \frac{\sin \varphi}{\sqrt{9 + 3 \sin^2 \varphi}} \quad k = \frac{3C \cos \varphi}{\sqrt{9 + 3 \sin^2 \varphi}} \quad (3.32)$$

Avec ce choix de coefficients, le matériau de Drucker-Prager est toujours plus moins résistant que le matériau de Mohr-Coulomb qu'il approche. Elle permet de réaliser le dimensionnement le plus sécuritaire. Elle permet également de conserver le caractère de borne supérieure de l'approche par l'extérieur.

Hormis ce choix de coefficient, le reste du travail de reformulation a déjà été présenté en section 3.3.2 et n'est pas modifié par l'ajout d'une dimension d'espace.

#### 3.4.2.2 Validation : la traction

Nous proposons d'étudier le cas de la traction simple sur une éprouvette cylindrique de Drucker-Prager. Pour définir le matériau de Drucker-Prager dans ce cas d'espèce, nous utilisons le cône de révolution circonscrivant un cône de Mohr-Coulomb dont la cohésion  $C$  vaut 1 kPa et l'angle de frottement interne  $\varphi$  vaut  $40^\circ$ . Nous appliquons un chargement en pression. Sur onze éprouvettes d'élanement variant de 0,5 à 3, nous adoptons à nouveau les trois types de conditions aux limites différentes induisant des confinements variables utilisés en section 3.3.1, à savoir :

**Contact lisse** : les deux plateaux sont supposés parfaitement lisses, la contrainte tangentielle est nulle au niveau du plateau ;

**Encastré en bas** : les vitesses sont nulles sur le plateau inférieur, le plateau supérieur conserve un contact parfaitement lisse ;

**Double encastrement** : les vitesses sont nulles sur le plateau inférieur, les vitesses tangentielles sont nulles sur plateau supérieur, tout en conservant le contact avec l'éprouvette.

Les deux premières conditions sont équivalentes dès lors que l'élanement de l'éprouvette est supérieur à  $\tan(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}) = 2,14$ .

La combinaison d'une éprouvette de faible élanement avec des conditions aux limites d'encastrement génère un gain de résistance de l'éprouvette, comme pour l'essai de compression documenté en section 3.3.1. Pour l'éprouvette d'élanement  $1/2$  doublement encadrée, la charge supportable est 10 % supérieure au résultat donné par le calcul en contact lisse ; pour l'élanement 3, cet écart tombe à 0,5 %, ce qui est pratiquement négligeable, malgré des faciès de rupture très différents (figure 3.13). Les conditions aux limites 1 et 2 sont équivalentes pour des élanements supérieurs à 2,14 : la rigidité des éléments linéaires peine à le transcrire fidèlement. Les écarts relatifs de résistance entre ces deux séries pour les élanements 2,25 à 3 restent de l'ordre de 0,2 % ; l'écart absolu entre les deux solutions est supérieur à 0,003 alors que les calculs sont conduits en simple précision, soit à  $10^{-6}$  près.

### 3.4.3 Matériau de maçonnerie homogénéisé 3D

Pour représenter la maçonnerie en trois dimensions, nous adoptons le critère développé par Le et Garnier (Le, 2013 ; Le *et al.*, 2016). Ce critère se fonde sur des hypothèses similaires à celles utilisées par de Buhan et de Felice : les éléments de maçonnerie sont parallélépipédiques, infiniment rigides et disposés de façon périodique. Les dimensions de ces blocs sont définies par les paramètres  $a$ ,  $b$  et  $c$  (figure 3.14). Les joints, infiniment minces, sont cohérents et frottants. Quatre paramètres régissent le comportement de ce critère : la cohésion des joints  $C$ , l'angle de frottement des joints  $\varphi$  et les deux élanements des blocs  $b/a$  et  $c/a$ . Il convient d'observer que ce critère est anisotrope : l'orientation du repère du matériau ajoute un paramètre de description du matériau supplémentaire qui doit être pris en compte dans son implémentation.

Ce critère repose sur la définition d'un taux de déformation macroscopique  $\underline{\underline{D}}$  :

$$\underline{\underline{D}} = \begin{bmatrix} \frac{\alpha_1}{a} & \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_2}{a} + \frac{\beta_1}{b} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_3}{a} + \frac{\delta_1}{c} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_2}{a} + \frac{\beta_1}{b} \right) & \frac{\beta_2}{b} & \frac{1}{2} \left( \frac{\beta_3}{b} + \frac{\delta_2}{c} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\alpha_3}{a} + \frac{\delta_1}{c} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\beta_3}{b} + \frac{\delta_2}{c} \right) & \frac{\delta_3}{c} \end{bmatrix} \quad (3.33)$$

à partir duquel se définit la fonction d'appui du critère homogénéisé :

$$\pi^{\text{hom}}(\underline{\underline{D}}) = \frac{C}{\tan \varphi} \text{tr}(\underline{\underline{D}}) \quad (3.34)$$

sous les conditions de pertinence suivantes :

$$\underline{\alpha} \cdot \underline{e}_1 \geq |\underline{\alpha}| \sin \varphi \quad (3.35a)$$

$$\underline{\beta} \cdot \underline{e}_2 \geq |\underline{\beta}| \sin \varphi \quad (3.35b)$$

$$\left( \underline{\delta} + \frac{1}{2}(\underline{\alpha} + \underline{\beta}) \right) \cdot \underline{e}_3 \geq \left| \underline{\delta} + \frac{1}{2}(\underline{\alpha} + \underline{\beta}) \right| \sin \varphi \quad (3.35c)$$

$$\left( \underline{\delta} - \frac{1}{2}(\underline{\alpha} + \underline{\beta}) \right) \cdot \underline{e}_3 \geq \left| \underline{\delta} - \frac{1}{2}(\underline{\alpha} + \underline{\beta}) \right| \sin \varphi \quad (3.35d)$$

$$\left( \underline{\delta} + \frac{1}{2}(\underline{\alpha} - \underline{\beta}) \right) \cdot \underline{e}_3 \geq \left| \underline{\delta} + \frac{1}{2}(\underline{\alpha} - \underline{\beta}) \right| \sin \varphi \quad (3.35e)$$

$$\left( \underline{\delta} - \frac{1}{2}(\underline{\alpha} - \underline{\beta}) \right) \cdot \underline{e}_3 \geq \left| \underline{\delta} - \frac{1}{2}(\underline{\alpha} - \underline{\beta}) \right| \sin \varphi \quad (3.35f)$$

Les vecteurs  $\underline{\alpha}$ ,  $\underline{\beta}$  et  $\underline{\delta}$  jouent le rôle de variables auxiliaires simplifiant l'écriture des champs de vitesses pertinents. Ils découlent des conditions de périodicité employées pour décrire le matériau. Formulées grâce à des inégalités de normes quadratiques, ces conditions de pertinence (3.35) se trouvent déjà sous la forme conique requise.

#### 3.4.4 Ordre du maillage

Au long de la section 3.3, nous avons présenté l'influence du maillage sur les résultats. Par exemple, nous avons mis en évidence en partie 3.3.1.3 qu'un maillage aléatoire, même raffiné à l'excès n'est ni plus précis ni plus efficace qu'un maillage grossier dont les éléments sont positionnés de façon optimale. Dans cette analyse de sensibilité au maillage, nous avons observé que la convergence vers la solution exacte en raffinant graduellement le maillage est lente – l'erreur reste néanmoins faible, inférieure à 2 % pour le maillage le plus grossier. Cette lenteur de convergence résulte de l'ordre des éléments utilisés dans cette étude : les éléments sont linéaires, le taux de déformation est donc constant au sein de chaque élément.

En 3D, ces problèmes s'accroissent. Nous avons conservé un maillage composé de tétraèdres linéaires. Le matériau de Drucker-Prager s'en satisfait à condition d'employer des maillages excessivement raffinés, qui atteignent la capacité de calcul disponible pour cette étude.

Le matériau de Le-Garnier ne donne quant à lui pas de résultats satisfaisants quelle que soit la finesse du maillage employée. Du fait de la rigidité des éléments linéaires, tout se passe comme si le matériau de Le-Garnier était infiniment résistant. Il s'agit là du même écueil que celui qui avait été rencontré lors la résolution analytique établie par Le (2013). Il était ardu de trouver un mécanisme de rupture simple, pertinent et efficace lors de la résolution analytique ; il est tout aussi compliqué de trouver numériquement un mécanisme de rupture pertinent et efficace avec des éléments linéaires. Une solution proposée pour contourner ce point de blocage serait d'employer des éléments finis d'ordre supérieur : nous y reviendrons en perspectives.

Au chapitre 2, nous avons présenté l'approche analytique du calcul à la rupture et son application pour résoudre le problème du *mur de soutènement simple*. Dans ce chapitre, nous avons présenté l'approche numérique développée et mise en pratique dans ce travail. Nous avons commencé par présenter l'outil qui sous-tend cette approche numérique, l'optimisation quadratique. Après un bref aperçu des modalités de nécessaires pour traiter un problème de calcul à la rupture par cet outil, nous nous sommes plongés dans la résolution du problème en déformation plane. Nous avons introduit, décrit, testé et validé trois matériaux successivement : le matériau de von Mises, le matériau de Mohr-Coulomb et un matériau de maçonnerie homogénéisée (d'après de Buhan et de Felice (1997)). Pour compléter le modèle numérique 2D, nous avons réuni ces trois matériaux dans un seul code afin de résoudre le problème du *mur de soutènement simple*. Nous discuterons au chapitre 5 de la qualité de ces résultats numériques.

Ayant achevé le modèle numérique 2D, nous avons franchi les premières étapes vers un modèle 3D fonctionnel. Avec l'ajout d'une troisième dimension, nous avons atteint les limites d'un maillage d'ordre 1. Trop simples, les champs de vitesses pertinents pour le modèle de maçonnerie homogénéisée de Le-Garnier ne sont pas efficaces et ne nous permettent malheureusement pas de conclure avant d'avoir enrichi l'ordre des éléments employés.

Ce chapitre vient conclure les apports de ce travail en terme de modélisation. Au chapitre suivant, nous quitterons le confort des sphères théoriques que nous avons parcourues jusqu'ici pour le pragmatisme de l'approche expérimentale.

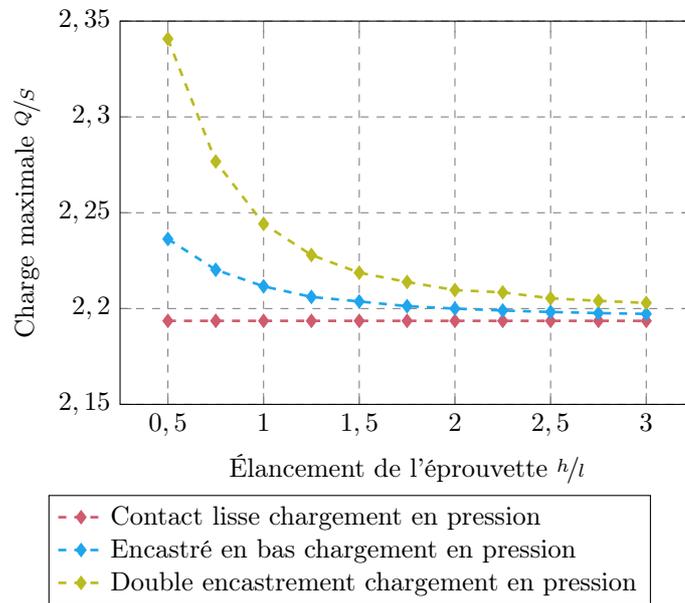


Figure 3.12 – Évolution du quotient  $Q^+/s$  caractérisant la charge maximale supportable par une éprouvette de Drucker-Prager sollicitée en traction en fonction de son élancement et des conditions aux limites appliquées. Cône de Drucker-Prager circonscrivant le cône de Mohr-Coulomb de cohésion  $C = 1$  kPa et d'angle de frottement interne  $\varphi = 40^\circ$ .

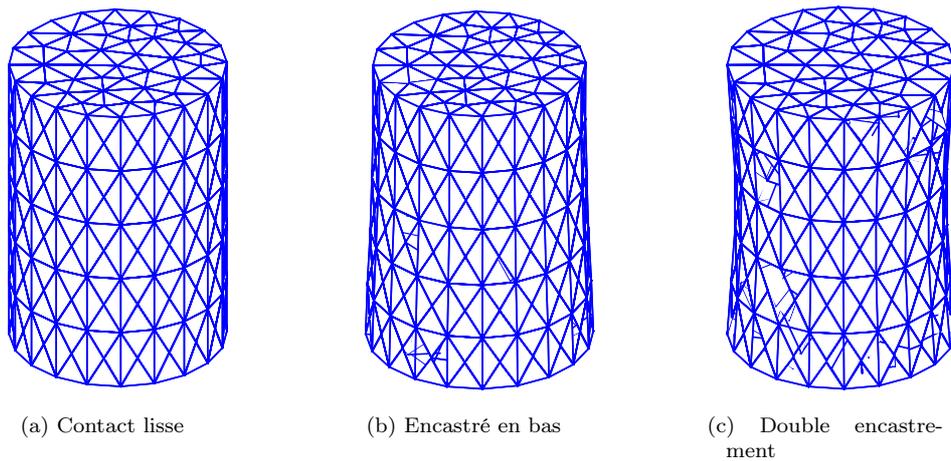


Figure 3.13 – Essai de traction simple sur une éprouvette de Drucker-Prager d'élancement 1,25 : représentation des déformées pour un chargement en vitesse.

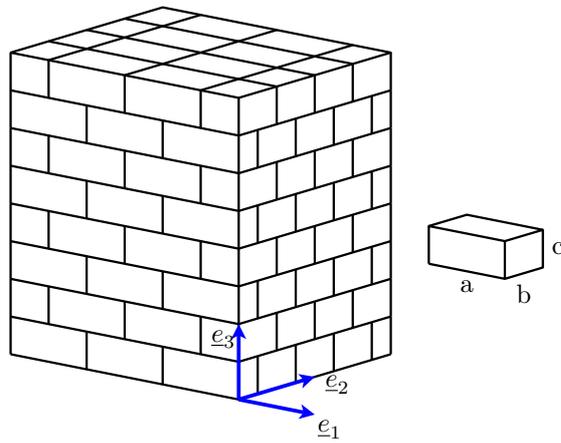


Figure 3.14 – Représentation de l'appareillage géométrique employé dans le critère de maçonnerie homogénéisé 3D (d'après Le (2013)).



# Chapitre 4

## Approche expérimentale

*Never argue with an idiot.  
They will only bring you  
down to their level and  
beat you with experience.*

George Carlin

### Plan du chapitre 4

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction à l'approche expérimentale</b>	<b>121</b>
<b>4.2</b>	<b>Modélisation physique 2D</b>	<b>121</b>
4.2.1	Description des composants du modèle	122
4.2.2	Description des configurations testées	124
4.2.3	Description du dispositif expérimental	126
4.2.4	Présentation des résultats	127
<b>4.3</b>	<b>Modélisation physique 3D</b>	<b>131</b>
4.3.1	Description des composants du modèle	132
4.3.2	Description des configurations testées	134
4.3.3	Description du dispositif expérimental	134
4.3.4	Présentation des résultats	135
<b>4.4</b>	<b>Expérimentation à l'échelle 1 sur mur de soutènement routier</b>	<b>142</b>
4.4.1	Aménagement d'une plate-forme expérimentale	142
4.4.2	Description des configurations testées et du dispositif expérimental	144
4.4.3	Présentation des résultats	149

---



Nous avons présenté dans le chapitre 1 trois façons d'aborder l'étude de la stabilité d'un ouvrage de soutènement : la méthode analytique, la méthode numérique et la méthode expérimentale. Le chapitre 2 nous a donné l'occasion d'étendre l'approche analytique développée par Colas (2009) aux maçonneries hourdées et à leur renforcement par clouage. Dans le chapitre 3, nous avons décrit la conception d'un outil numérique basé sur les mêmes fondamentaux théoriques. Cette partie présente le troisième volet, l'approche expérimentale.

Dans les deux premiers volets, nous présentons deux campagnes expérimentales conçues sur le principe de la modélisation physique. Nous multiplions les essais sur des maquettes de dimensions réduites, ce qui nous permet d'accroître la base de données de référence que nous utilisons au chapitre 5 pour valider la pertinence et évaluer la précision des méthodes analytiques et numériques développées dans les chapitres précédents. Sur ces deux campagnes, la première est réalisée en déformation plane et traite le problème du *mur de soutènement simple*. La deuxième est réalisée en 3D afin de traiter le problème du *mur de soutènement routier*.

Dans le dernier volet de ce triptyque, nous présentons une campagne réalisée à échelle 1 sur un ouvrage de soutènement en pierre sèche. Remblayé jusqu'à son couronnement, le mur est amené à la rupture par l'application d'une surcharge localisée sur le remblai à proximité du mur.



## 4.1 Introduction à l'approche expérimentale

Nous avons exposé dans les chapitres 2 et 3 deux outils exploitant la théorie du calcul à la rupture que nous avons appliqués ensuite à l'analyse des ouvrages de soutènement en maçonnerie. Nous présentons ici le volet expérimental de notre travail dont la finalité est la validation de ces outils théoriques développés à partir d'un nombre restreint d'hypothèses énumérées précédemment.

Nous adoptons une démarche expérimentale en deux étapes. Nous procédons d'abord à une campagne expérimentale sur un modèle réduit avant de passer à la réalisation d'essais similaires sur un modèle en vraie grandeur. Nous considérons les modèles réduits employés ici comme des modèles physiques. Cette disposition simplifie la réalisation de la maquette puisqu'il n'est plus nécessaire de conserver un facteur d'échelle strict sur l'ensemble de la maquette. Chaque élément du modèle réduit est représenté tel quel dans l'outil de modélisation théorique correspondant. Par conséquent, les résultats obtenus caractérisent la résistance du modèle réduit mais pas la résistance d'un hypothétique ouvrage à l'échelle 1. L'avantage de l'utilisation de modèles réduits réside dans leur adaptabilité, leur faible coût et leur relative rapidité de mise en œuvre, trois paramètres qui rendent possible la réalisation d'un nombre d'essais conséquent. Nous présentons ici deux campagnes de modélisation physique. La première est menée sous l'hypothèse de déformation plane et représente un mur de soutènement simple atteignant la ruine sous le poids du remblai qu'il soutient. La deuxième est un demi-modèle de mur de soutènement routier, pour lequel la ruine est provoquée par un chargement localisé.

Bien entendu, la simple confrontation des outils mis au point avec un modèle physique n'est pas jugée suffisante : en pratique, elle ne permet que de valider la pertinence de ces outils pour dimensionner des maquettes. Par conséquent, nous complétons cette approche expérimentale par des essais en vraie grandeur. Contrairement aux essais à petite échelle, les limites de temps et d'argent enjoignent à la sobriété pour ces essais. Plusieurs campagnes ont déjà été réalisées en 2D (Colas, 2009 ; Villemus, 2004) avec de très bons résultats. En 3D, les essais existant dans la littérature (Mundell, 2009 ; Le, 2013) ne permettent pas de valider les outils développés. Mundell propose un chargement multi-paramétrique grâce à un dispositif expérimental permettant de soulever et incliner la portion centrale du mur une fois qu'il est remblayé, puis de l'amener à la rupture en appliquant un chargement ponctuel sur le remblai : ces nombreux paramètres rendent la modélisation difficile et toute conclusion reste délicate. Le propose un essai beaucoup plus simple mais qui n'est pas mis en œuvre avec la même rigueur que Mundell. Seule une charge ponctuelle est appliquée, mais elle l'est par le biais du bras d'une pelle mécanique, sans pouvoir contrôler la direction et la vitesse d'application, en plus d'ajouter les vibrations du moteur de la pelle mécanique. C'est pour cela que nous nous focalisons sur le cas du mur de soutènement routier soumis à une surcharge locale à proximité de son couronnement pour la campagne à échelle 1. Au chapitre 5, nous nous reporterons aux travaux de Villemus (2004) et Colas (2009) de ce mémoire pour élargir la confrontation.

## 4.2 Modélisation physique en déformations planes : le mur de soutènement simple

Cette campagne est réalisée selon le principe du modèle physique. L'objectif est de reproduire les conditions du modèle théorique, de se conformer à ses hypothèses et non pas de représenter un ouvrage réel en miniature. Une campagne similaire avait déjà été réalisée par Colas (2009) dans ses travaux de thèse. L'objectif de cette campagne est de valider les résultats fournis par les modèles analytique et numérique présentés au cours des chapitres 2 et 3. Nous nous concentrons sur l'influence de deux paramètres – les joints et le clouage – les autres paramètres ayant déjà été validés par des campagnes précédentes (Colas, 2009).

Cette campagne porte sur une quarantaine de murs (figure 4.1). Selon les variantes, les murs mesurent entre 25 et 40 cm de haut, pour une dizaine de centimètres de large. Des rouleaux de Schneebeli constituent le remblai pulvérulent retenu par le mur, ce qui permet de respecter l'hy-

## CHAPITRE 4. APPROCHE EXPÉRIMENTALE

pothèse de déformation plane. Les briques sont réalisées en mortier de ciment et assemblées selon l'appareillage à joints croisés proposé par de Buhan et de Felice (1997) et représenté en figure 2.4.



Figure 4.1 – Aperçu des configurations d’essai, de gauche à droite : configuration de référence ; mur à parement aval incliné ; mur jointoyée ; mur à lits inclinés ; mur à parement aval et lits inclinés ; mur cloué.

### 4.2.1 Description des composants du modèle

#### 4.2.1.1 Le sol

Le sol est modélisé par le matériau analogique de Schneebeli (1956). Il s’agit d’un assemblage de rouleaux de section variable permettant de reproduire le comportement d’un sol frottant mais de façon purement bidimensionnelle. Dans le cas considéré, nous avons utilisé des rouleaux de duralium, de 6 cm de long et de 3 à 5 mm de diamètre. Afin de permettre un empilement granulaire plus compact, certains rouleaux sont matés et ne présentent donc plus une section circulaire (figure 4.2). La répartition des différents types de rouleaux est rapportée dans le tableau 4.1. Le matériau analogique ainsi constitué permet de modéliser un sol pulvérulent ayant un angle de frottement de  $22^\circ$  pour un poids volumique de  $22,5 \text{ kN/m}^3$  (Hardiyatmo, 1995).



Figure 4.2 – Rouleaux de Schneebeli. De gauche à droite : rouleau de 3 mm de diamètre, rouleau de 3 mm de diamètre maté, rouleau de 4 mm de diamètre, rouleau de 5 mm de diamètre et rouleau de 5 mm de diamètre maté.

Tableau 4.1 – Propriétés géométriques des rouleaux de Schneebeli, d’après Hardiyatmo (1995).

Diamètre	Section	Proportion
3 mm	Circulaire	31 %
3 mm	Matée	5 %
4 mm	Circulaire	5 %
5 mm	Circulaire	51 %
5 mm	Matée	8 %

#### 4.2.1.2 Le mur

Nous avons testé des ouvrages en maçonnerie sèche et en maçonnerie hourdée. Les briques employées ici sont réalisées en mortier de ciment. La section d'une brique courante mesure 9 mm de haut sur 18 mm de long, soit un élanement  $m$  de  $1/2$ . Pour permettre un assemblage à joints croisés, nous avons également réalisé des demi-briques de section carrée de 9 mm de côté (figure 4.3). Afin de pouvoir garantir un état de déformation plane, toutes les briques mesurent 6 cm de long, la même taille que les rouleaux de Schneebeli employés ici. Du fait de ces dimensions atypiques, nous avons dû les fabriquer manuellement, ce qui induit une certaine variabilité dans la géométrie en dépit du soin apporté.

Nous avons mesuré un angle de frottement entre les briques de  $32^\circ$  par un essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande (cf. annexe C.1.1).

Le poids volumique des briques est de  $23,8 \text{ kN/m}^3$ . Du fait des irrégularités de surface des briques, le poids volumique de la maçonnerie sèche est inférieur et vaut en moyenne  $18,6 \text{ kN/m}^3$ . Cette différence traduit la présence de 22 % de vide dans la maçonnerie sèche réalisée dans ce modèle réduit ; cette valeur s'approche de la borne inférieure mesurée par Mundell (2009) – 20 % – et tombe dans la fourchette rapportée dans les campagnes de Villemus (2004) et Colas (2009) – de 16 à 32 %. Obtenir de telles valeurs n'était pas notre intention : c'est un défaut mineur de ce modèle physique, qui avait vocation à reproduire aussi fidèlement que possible les hypothèses posées par de Buhan et de Felice (1997) et détaillées au chapitre 2 (§ 2.3). Dans la campagne de modélisation physique 3D, nous avons utilisé des briques extrudées industriellement afin de nous affranchir de ces difficultés de fabrication.



Figure 4.3 – Briques en mortier de ciment employées pour le modèle physique 2D.

Les murs en maçonnerie hourdée ont été réalisés en liant les briques décrites précédemment avec un mortier de terre. Ses paramètres de frottement et de cohésion ont été mesurés par un test de cisaillement direct à la boîte de Casagrande. Pour ce sol, la cohésion  $C$  vaut  $5 \text{ kPa}$  et l'angle de frottement  $\varphi$  vaut  $27,5^\circ$  (cf. annexe C.1.3).

Introduisant un mortier, il nous faut définir un temps de prise, à partir duquel seront réalisés les essais. Contrairement à un mortier de ciment ou à un mortier de chaux, pour lesquels la prise est une réaction chimique, un mortier d'argile repose uniquement sur des processus physiques. La force de cohésion de ce type de mortier découle de réarrangements ioniques et de l'équilibre des tensions de surface entre les différentes phases. Aussi, la résistance maximale de ce type de mortier est atteinte en quelques heures. À l'exception du mur n° 10, testé immédiatement après sa réalisation par curiosité, nous avons testé tous les murs hourdés après 24 h de séchage.

En maçonnerie hourdée, le mortier occupe pratiquement l'intégralité de l'espace entre les blocs. Le poids volumique moyen du mur vaut  $17,3 \text{ kN/m}^3$ . Il est 8 % plus faible que le poids volumique moyen obtenu en maçonnerie sèche : cet écart s'explique par l'augmentation de l'épaisseur des joints

lorsque l'on passe de la maçonnerie sèche à la maçonnerie hourdée. Pour la maçonnerie partiellement hourdée, le poids volumique moyen descend à  $17,2 \text{ kN/m}^3$ .

#### 4.2.1.3 Renforcement par inclusion

Nous avons utilisé des inclusions de bandes de papier pour reproduire le renforcement d'un ouvrage par un clou. Un dispositif d'ancrage répartit les efforts du clou sur huit lits de brique, quatre au-dessus et quatre au-dessous du clou (figure 4.4). Pour des raisons de simplicité de mise en œuvre, le clou est placé horizontalement dans la maçonnerie, entre deux lits de briques. Cela a pour conséquence de changer l'interface entre les deux lits de briques au contact direct du clou en diminuant le frottement entre ces deux lits et donc la résistance de la maçonnerie en ce point précis. La répartition des efforts sur huit lits par le biais de l'ancrage en parement élimine virtuellement cette faiblesse locale. Les dimensions conséquentes de l'ancrage justifient l'hypothèse d'un clouage du sol avec le mur.



Figure 4.4 – Ancrage du clou sur le parement aval du mur (en rouge) – mur n° 21.

L'interaction entre le clou et le sol s'apparente ici à un contact frottant sec. Nous en avons mesuré l'angle de frottement en positionnant le clou au niveau du plan de cisaillement d'une boîte de Casagrande dont les compartiments inférieurs et supérieurs étaient remplis de rouleaux de Schneebeli (cf. annexe C.1.2). L'angle de frottement entre le sol et le clou mesuré grâce à ce dispositif est de  $31^\circ$ . La force horizontale à appliquer sur le clou pour l'arracher est proportionnelle à la charge verticale appliquée sur le clou : elle augmente donc avec la distance du clou à la surface libre du remblai.

#### 4.2.2 Description des configurations testées

L'avantage d'une campagne expérimentale conduite sur une maquette de faibles dimensions réside dans la possibilité de mettre en place un grand nombre d'expériences pour un investissement en temps et en argent maîtrisable. Pour vérifier la répétabilité des résultats, la plupart des configurations ont été réalisées au moins trois fois. Nous avons étudié quatre configurations géométriques en maçonnerie sèche. La première est celle d'un mur à lits horizontaux, dont les fruits amont et aval sont nuls

Tableau 4.2 – Caractéristiques géométriques des maquettes 2D, séries regroupées par catégorie.

Série	Mur	Hauteur (cm)	Largeur (cm)	Fruit $\lambda_1$	Pendage $\alpha$	Clou	Joint
1	1-5 ; 36-38	41,0	10	0°	0°	non	sec
2	6	30,5	6	18°	0°	non	sec
3	7	41,5	3	14°	0°	non	sec
4	8	41,5	5	11°	0°	non	sec
5	11-13	40,5	11	0°	0°	non	total
6	14-16	40,0	11	0°	0°	non	partiel
7	17	42,0	8	0°	-12°	non	sec
8	18	31,5	7	7°	-18°	non	sec
9	19	26,0	8	14°	-18°	non	sec
10	20	25,0	12	12°	-18°	non	sec
11-15	21-41	41,7	10	0°	0°	oui	sec

(figure 4.5a). La seconde configuration introduit un fruit aval positif (figure 4.5b). Puis, nous avons repris ces deux configurations en inclinant les lits de briques (figures 4.5c et 4.5d). Compte tenu de la régularité des briques, le fruit a été réalisé avec des redans. Enfin, nous avons repris la géométrie initiale – lits horizontaux et parements verticaux – en la réalisant en maçonnerie hourdée (figure 4.6). Nous avons testé deux qualités de jointolement : un jointolement total et un jointolement partiel, dans lequel seuls les joints horizontaux sont réalisés en mortier. Le tableau 4.2 recense les caractéristiques géométriques des ouvrages testés. Pour respecter une des conditions de pertinence des techniques d’homogénéisation, les murs sont réalisés de sorte qu’il y ait au moins cinq briques dans la largeur du mur – *a minima* dans la partie susceptible de subir la rupture interne.

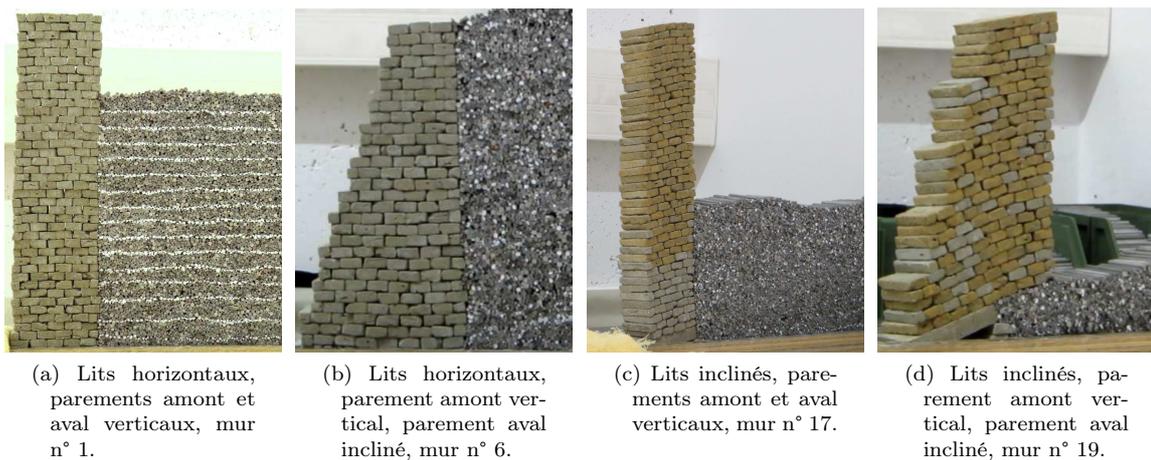


Figure 4.5 – Représentation des différents types de géométries testées pour la maçonnerie sèche.

Pour l’étude du renforcement par clouage, nous avons fait varier la longueur du clou et sa hauteur d’implantation. Tout comme dans la théorie développée, nous n’avons mis en œuvre qu’un seul clou par mur testé. Les détails géométriques relatifs à la hauteur d’implantation et la longueur du clou



Figure 4.6 – Mur en maçonnerie hourdée, mur n° 16.

Tableau 4.3 – Caractéristiques des clous mis en œuvre sur les maquettes 2D, séries regroupées par catégorie.

Série	Numéros	Hauteur du clou (cm)	Longueur du clou (cm)
11	27-29	10	10
12	30-32	10	15
13	21-24	10	20
14	39-41	15	15
15	33-35	20	15

sont précisés dans le tableau 4.3. Tous les clouages ont été faits sur de la maçonnerie sèche.

### 4.2.3 Description du dispositif expérimental

Tous les murs sont construits sur une semelle de fondation de dimensions  $10 \times 6$  cm qui est fixée sur le bâti d'expérience. Nous la considérons encastree. Pour les murs dont les lits sont inclinés, la semelle est également inclinée et fixée dans cette position. Dans tous les cas, la hauteur de chargement de sol est mesurée à partir de la face supérieure de la semelle. La semelle est réalisée avec le même mortier de ciment que les briques constitutives du mur : de cette façon, le frottement entre le premier lit de brique et la fondation est le même que le frottement caractérisant le mur afin de respecter le modèle théorique. Afin de se prémunir contre d'éventuels effets de bords, le bâti expérimental fait 50 cm de long.

Pour chaque test, le mur est bâti en premier, en absence de chargement. La géométrie est respectée dans la limite de la précision des briques. En particulier, lorsque les parements ne sont pas verticaux, l'inclinaison est réalisée par redans, en enlevant périodiquement une demi-brique ou une brique dans la largeur du mur. Le chargement est ensuite mis en place par passes horizontales successives. Lorsque le remblai approche la hauteur de chargement critique théorique, l'épaisseur des passes est progressivement réduite, en passant d'environ 3 cm d'épaisseur au début à environ 1 cm, pour finir par ajouter les rouleaux un à un. Pour ce type de chargement, la rupture est un processus instable et est déclenchée par l'ajout d'un seul rouleau – soit environ 5 g.

Chaque mur est mesuré avant son chargement. La phase de chargement du mur est filmée, ce qui permet de mesurer *a posteriori* la hauteur de chargement maximale. Afin d'étudier le champ de vitesse dans l'ensemble mur-sol lors de la rupture, nous utilisons la méthode de corrélation d'images. Le principe en est simple. Considérons deux images prises aux instants  $t_1$  et  $t_2$  séparés par un intervalle de temps  $\Delta t$ . Si cet intervalle est *suffisamment* court, alors les deux images diffèrent très

peu. L'algorithme effectue un quadrillage de l'image  $t_1$  et recherche dans l'image  $t_2$  chacune des régions du quadrillage de  $t_1$ . De cette façon, il est possible de déterminer les déplacements de zones dont la surface contient quelques dizaines de pixels. En appliquant cette méthode à la totalité de l'image  $t_1$ , on obtient le champ de déplacement entre les images  $t_1$  et  $t_2$ .

## 4.2.4 Présentation des résultats

### 4.2.4.1 Analyse détaillée d'un essai type : le mur 2

Nous décrivons ici la démarche adoptée pour l'analyse de chacun des murs testés dans cette campagne en nous appuyant sur le cas du mur n° 2.

**Géométrie et poids volumique.** Le mur n° 2 est un mur en maçonnerie sèche, composé de 40 lits de 5 briques chacun (figure 4.7). Du fait des imperfections géométriques des briques, les joints ne sont pas infiniment minces : le mur mesure 41 cm de haut pour 10 cm de large. Les briques mesurant 9 mm de haut pour 18 mm de large, les joints horizontaux mesurent donc en moyenne 1,25 mm tandis que les joints verticaux mesurent en moyenne 2 mm d'épaisseur. Le poids volumique de ce mur est de 18,8 kN/m<sup>3</sup>.

**Hauteur de chargement à la rupture.** Le mur se renverse lorsque le remblai atteint la hauteur de 33 cm. Notons que ce dispositif expérimental ne permet pas de donner la hauteur de chargement à la rupture avec une précision inférieure au demi-centimètre, du fait de la granulométrie du matériau de Schneebeli et du mode de mise en œuvre du remblai.

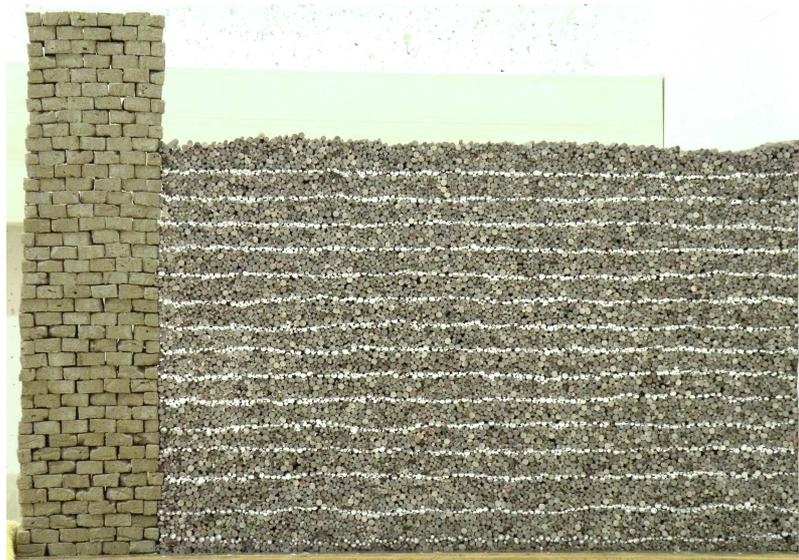


Figure 4.7 – Mur en maçonnerie sèche, 40 lits de 5 briques, peu avant la hauteur de chargement critique – mur n° 2.

**Rupture interne dans le mur.** Dans le cas du mur 2, la rupture s'est faite par renversement du mur avec rupture interne. Tout comme supposé dans le modèle, la rupture se fait uniquement le long des joints en laissant les briques intactes. La rupture se propage suivant un escalier non régulier et traverse les seize premiers lits de briques (figure 4.8a). En approchant cette rupture par une droite, nous obtenons un angle de rupture interne  $\Psi$  de 56°, bien supérieur aux 22° prévus par le modèle analytique.

**Rupture dans le sol.** Nous obtenons l'évolution des champs de déplacement dans le sol par corrélation d'images. Les images sont prises en respectant une fréquence de 6 Hz, soit un intervalle  $\Delta t$  de 167 ms entre deux images. Le champ de déplacement dans le sol obtenu correspond à un champ de cisaillement sur un triangle de sol, ce qui corrobore l'hypothèse adoptée pour le mode de rupture par *renversement* défini au chapitre 2 (figure 4.8b à comparer avec la figure 2.8b). L'angle de rupture  $\Psi_s$  ainsi obtenu est de  $46^\circ$ , également supérieur aux  $41^\circ$  prévus par le modèle analytique.



Figure 4.8 – Cinématique de la rupture du mur n° 2 : a) rupture interne de la maçonnerie sèche ; b) rupture dans le sol obtenue par corrélation d'images.

#### 4.2.4.2 Répétabilité

Nous utilisons trois indicateurs pour caractériser chaque série d'expériences : la moyenne  $m$ , l'écart-type  $S$  et le coefficient de variation  $s$  (équations 4.1). Ce dernier indicateur quantifie la dispersion relative d'une catégorie de résultats pour chaque série. Adimensionnel, nous l'utilisons pour caractériser la répétabilité de chacune de ces séries.

$$m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (4.1a)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - m)^2} \quad (4.1b)$$

$$s = \frac{S}{m} \quad (4.1c)$$

Nous étudions la répétabilité des résultats de cette campagne pour huit séries différentes portant sur la même géométrie d'ouvrage. Il s'agit d'un mur de soutènement d'environ 42 cm de haut et 10 cm de large. Le mur de la première série est réalisé en maçonnerie sèche ; il nous servira de référence dans les comparaisons de résistance avec les sept autres séries. Pour les deux séries suivantes, n° 5 et 6, les murs sont réalisés en maçonnerie hourdée. Le jointoiment est total pour la série 5 et partiel pour la série 6 – seuls les joints horizontaux reçoivent le mortier de terre décrit en section 4.2.1.2. Pour les cinq dernières séries, n° 11 à 15, les murs sont réalisés en maçonnerie sèche. Les séries 11, 12 et 15 sont clouées à 10 cm de hauteur par un clou de longueur variable : 10 cm pour la série 11, 15 cm pour la 12 et 20 cm pour la 13. Les murs de la série 14 sont cloués par un clou de 15 cm de long placé à 15 cm de hauteur. Les murs de la série 15 sont cloués par un clou de 15 cm positionné à 20 cm de hauteur, soit à mi-parement.

Tableau 4.4 – Caractérisation de la répétabilité des résultats obtenus lors de la campagne expérimentale en déformation plane.

Série		1	5	6	11	12	13	14	15
Nombre d'essais		8	3	3	3	3	4	3	3
Poids volumique du mur $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	<i>m</i>	18,70	17,32	17,20	18,51	18,51	18,51	18,51	18,51
	<i>S</i>	0,16	0,02	0,14	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	<i>s</i>	0,8 %	0,1 %	0,8 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %
Porosité $\frac{e}{1+e}$	<i>m</i>	0,22	0,27	0,28	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22
	<i>S</i>	0,01	0,00	0,01	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	<i>s</i>	3,1 %	0,3 %	2,1 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %	0,0 %
Hauteur de sol à la rupture $h_s$ (cm)	<i>m</i>	29,9	36,1	33,9	33,2	35,2	35,2	35,3	35,1
	<i>S</i>	2,09	1,79	1,83	0,61	0,58	1,83	1,15	2,68
	<i>s</i>	7,0 %	5,0 %	5,4 %	1,8 %	1,6 %	5,2 %	3,2 %	7,6 %
Rupture dans le mur $\Psi$ (°)	<i>m</i>	47	0	17	41	43	48	51	50
	<i>S</i>	4,10	0,00	17,00	0,82	3,40	5,40	2,16	3,30
	<i>s</i>	8,8 %	—	102,0 %	2,0 %	7,8 %	11,2 %	0,0 %	6,6 %
Rupture dans le sol $\Psi_s$ (°)	<i>m</i>	46	45	45	43	43	45	47	46
	<i>S</i>	1,86	0,00	0,00	2,36	2,36	0,00	2,87	0,94
	<i>s</i>	4,1 %	0,0 %	0,0 %	5,4 %	5,4 %	0,0 %	6,1 %	2,1 %

Nous représentons dans le tableau 4.4 l'analyse de différentes données collectées lors de cette campagne au travers du prisme de ces trois indicateurs. La première série regroupe huit essais, les autres séries représentées ici en regroupent trois. Les coefficients de variation faibles nous permettent de valider la répétabilité des résultats dans la majorité des cas.

Avec un coefficient de variation de l'angle de rupture dans le mur supérieur à 100 %, seule la série 6 fait exception. Deux comportements différents étaient en concurrence : dans un cas, le mur s'est comporté de façon monolithique, sans rupture interne, en pivotant autour de son pied. Dans un autre nous avons obtenu une rupture interne inclinée à environ 40°. Dans le troisième, la rupture interne s'est produite selon un angle de 10°. Malgré ces fortes variations de mécanismes de rupture, la résistance du mur ne varie que très peu ; ces deux mécanismes de rupture donnent des résultats équivalents.

La variabilité de la résistance observée ici s'explique principalement par la variabilité locale du matériau maçonnerie, hypothèse corroborée par la faible variabilité du poids volumique du mur.

Dans tous les cas, la rupture dans le sol se fait par cisaillement, selon le mécanisme proposé au chapitre 2 et représenté en section 4.2.4.1, accompagné par un renversement du mur. Les séries 11 à 13 arborent un mode de rupture du sol plus complexe du fait de la présence du clou, mais qui reste assimilable au cisaillement.

#### 4.2.4.3 Analyse paramétrique

Nous étudions dans ce paragraphe l'influence des trois paramètres variables parmi les huit séries présentées au paragraphe précédent. La série 1, un mur en maçonnerie sèche non cloué, nous sert de référence. Les séries 1, 5 et 6 nous permettent d'étudier l'influence du matériau constitutif du mur sur la résistance de l'ouvrage. Les séries 11, 12 et 13 nous permettent d'étudier l'influence de la longueur d'un clou positionné à une hauteur fixe, ici 10 cm. Avec les séries 12, 14 et 15 nous étudions l'influence de la hauteur d'implantation d'un clou de longueur fixe, 15 cm ici. Le tableau 4.5 résume les particularités de chaque série en ajoutant le gain de résistance par rapport à la première série,

Tableau 4.5 – Comparaison de la résistance de la maçonnerie hourdée ou clouée avec celle la maçonnerie sèche.

Série	Description	Gain de résistance
1	Référence	—
5	Totalement hourdée	21 %
6	Partiellement hourdée	13 %
11	Clou de 10 cm de long à 10 cm de haut	11 %
12	Clou de 15 cm de long à 10 cm de haut	18 %
13	Clou de 20 cm de long à 10 cm de haut	18 %
14	Clou de 15 cm de long à 15 cm de haut	18 %
15	Clou de 15 cm de long à 20 cm de haut	17 %

prise comme référence. Ce gain de résistance  $\Delta_{h,i}$  est estimé en calculant l'écart relatif entre la hauteur moyenne de chargement maximale supportable de la série de référence  $\bar{h}_s^1$  avec celle de la série courante  $\bar{h}_s^i$  :

$$\Delta_{h,i} = \frac{\bar{h}_s^i - \bar{h}_s^1}{\bar{h}_s^1} \quad (4.2)$$

**Influence du matériau.** La maçonnerie hourdée est 21 % plus résistante que la maçonnerie sèche, alors que le poids volumique de la maçonnerie sèche est 9 % plus grand que celui de la maçonnerie hourdée. La cohésion des joints apportée par le mortier de terre modifie également le mode de rupture interne du mur. En maçonnerie totalement hourdée, l'angle de rupture dans le mur  $\Psi$  passe d'une moyenne de 46° pour la série de référence à 0° : le mur se comporte comme un bloc parfaitement monolithique, il ne subit pas de rupture interne – mais ne se déforme plus avant la rupture. En maçonnerie partiellement hourdée, les différences sont moindres : le matériau est moins résistant, le comportement pas tout à fait monolithique puisqu'on obtient une rupture interne du mur pour un angle  $\Psi$  moyen de 17°.

**Influence du clouage.** Du point de vue du gain de résistance, seule la longueur du clouage influe. Il semble que la longueur optimale de clou soit comprise entre 10 et 15 cm et que le gain de résistance maximal soit de 18 %. Un clou de 15 cm de long conserve la même efficacité qu'il soit positionné à 10, 15 ou 20 cm de haut, ce qui ne correspond pas tout à fait aux prédictions du modèle, qui lui prévoyait une augmentation du gain de résistance en fonction de la hauteur du clou. Deux pistes peuvent expliquer cette différence. La première piste est une considération au niveau du matériau : le confinement imposé au clou – duquel dérive sa résistance à l'arrachement – diminue à mesure que l'on augmente la hauteur d'implantation du clou. La deuxième piste, déjà soulevée à la fin du chapitre 2 (figure 2.19), est que les mécanismes de rupture implémentés dans le modèle ne reproduisent pas fidèlement la phénoménologie de la rupture dans le cas d'un clou placé en partie haute du mur, ce qui se traduit par une surestimation de l'amélioration de la stabilité induite par le clouage.

La présence du clou modifie la cinématique de la rupture dans le sol, comme l'illustre la figure 4.9. Contrairement à l'hypothèse de rupture rectiligne dans le sol formulée au chapitre 2, la ligne de rupture se comporte ici plutôt comme une ligne brisée évitant le clou. On peut distinguer deux zones de rupture dans le sol, séparées par le clou. Au-dessus du clou, nous retrouvons le champ de cisaillement incliné 45°, comme pour toutes les séries. En-dessous du clou, le champ de vitesse s'apparente toujours à un champ de cisaillement, mais plus incliné, de sorte que la rupture contourne le clou. Dans toutes ces expériences, aucun clou n'a été brisé : la rupture s'apparente à un arrachement du clou sur l'ensemble de la longueur du clou.

Cette campagne de modélisation physique menée en déformation plane est la première que nous

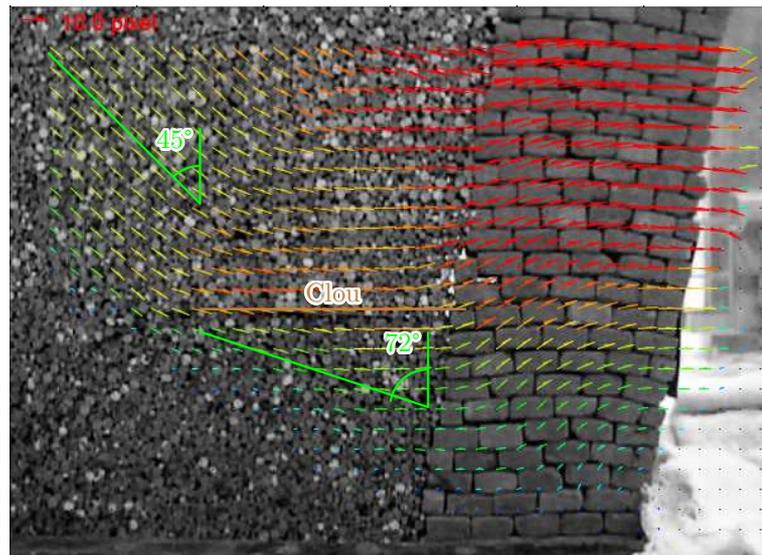


Figure 4.9 – Cinématique de la rupture d'un mur cloué : cas d'un clou de 15 cm de long positionné à 10 cm de hauteur – série 12, mur n° 32.

avons réalisée. Son but était de reproduire le plus fidèlement possible les hypothèses adoptées dans les chapitres 2 et 3. La qualité géométrique des briques et des joints obtenue n'est pas tout à fait à la hauteur de nos espérances, ce qui se ressent dans l'appareillage et la géométrie globale des ouvrages. Néanmoins, les résultats expérimentaux restent de très bonne qualité et viennent enrichir la base de données issue des campagnes précédentes en apportant deux informations inédites : le hourdage et le clouage.

Nous obtenons deux types de résultats : la hauteur de rupture, caractérisant la résistance de l'ouvrage testé, et la cinématique de la rupture. Grâce à la technique de corrélation d'images, nous accédons à un degré de précision supplémentaire concernant le mode de rupture du système. Tous ces résultats seront confrontés aux modèles analytique et numérique au cours du chapitre 5.

### 4.3 Modélisation physique tri-dimensionnelle : le mur de soutènement routier

Comme pour la campagne 2D décrite à la partie précédente, cette campagne 3D se base à nouveau sur le principe de la modélisation physique. L'expérience consiste à appliquer une surcharge localisée sur un remblai soutenu par un mur de soutènement. Nous reprenons les hypothèses adoptées par Le (2013), notamment pour l'appareillage des briques représenté en figure 3.14.



Figure 4.10 – Représentation du dispositif expérimental employé pour la campagne de modélisation physique 3D.

Afin d'observer les mouvements du sol à l'aplomb de la zone de chargement, nous construisons un demi-système, dont le plan de symétrie est matérialisé par une vitre. Le dispositif mesure 1 m de long, 0,8 m de large et 0,5 m de haut (figure 4.11). Nous avons réalisé une quarantaine d'essais répartis dans dix configurations différentes.

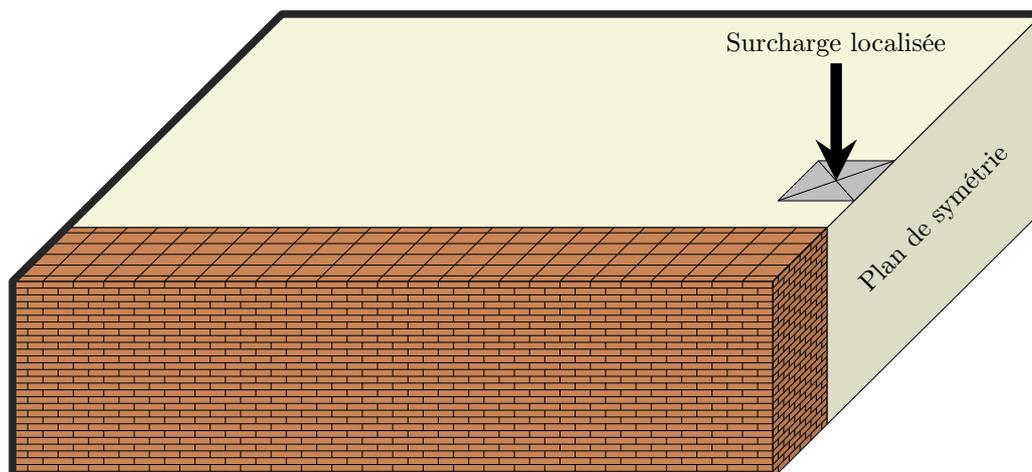


Figure 4.11 – Schéma de principe de la campagne de modélisation physique 3D.

Première campagne de ce type à notre connaissance, nous nous limitons à l'étude d'ouvrages en maçonnerie sèche non renforcée. La maçonnerie sèche présente l'indéniable avantage d'être pratiquement à 100 % réutilisable et de se mettre en œuvre plus rapidement que la maçonnerie jointoyée à volume équivalent : deux atouts qui nous ont permis de multiplier les essais de mise au point à moindre coût – essais non documentés ici – puis de réaliser un grand nombre d'expériences dans un temps raisonnable.

### 4.3.1 Description des composants du modèle

#### 4.3.1.1 Le sol

Nous avons utilisé le sable d'Hostun type *HN 31* – auparavant connu sous l'appellation *RF* – pour constituer le remblai de la maquette. La granulométrie de ce sable est représentée en figure C.4 ; une analyse plus complète est présentée par Flavigny *et al.* (1990). Nous l'avons mis en œuvre avec un faible niveau de compactage pour la majorité des configurations testées ; le poids volumique  $\gamma_s$  obtenu vaut  $13,3 \text{ kN/m}^3$ . Ce poids volumique correspond à un indice des vides  $e$  de 0,99. Pour la dernière configuration, le compactage a été modifié pour atteindre un poids volumique  $\gamma_s$  de  $14,5 \text{ kN/m}^3$ , soit un indice des vides de 0,83.

Nous avons caractérisé l'angle de frottement interne de ce sable par un test de cisaillement à la boîte de Casagrande en variant la masse volumique du sable (cf. annexe C.2.2). Les résultats sont résumés dans le tableau 4.6.

#### 4.3.1.2 Les briques

Les murs sont réalisés en briques de terre cuite assemblées à joints secs. Chaque brique mesure 3,3 cm de long, 1,6 cm de large et 1,1 cm d'épaisseur (figure 4.12). Nous les assemblons à joints croisés dans deux directions de l'espace en respectant des lits de pose réguliers (figure 4.13). Cet appareillage correspond à celui utilisé dans le modèle développé par Le (2013). La masse volumique de la maçonnerie ainsi réalisée est mesurée sur un échantillon de mur. Cet échantillon est composé de cinq lits de 55 briques – cinq briques dans le sens de la largeur, onze dans celui de la longueur. Cet échantillon mesure 36,8 cm de long, 8,4 cm de large et 5,6 cm de haut, pour une masse de 3,459 kg. De ces valeurs, il vient que la masse volumique de cet appareillage vaut  $14,9 \text{ kg/m}^3$  pour un poids volumique de  $14,6 \text{ kN/m}^3$ . En moyenne, une brique pèse 9,38 g pour une masse volumique du matériau de  $16,15 \text{ kg/m}^3$ . Le pourcentage de vides de cet appareillage vaut donc 8 %. Cette valeur est faible par rapport aux valeurs habituelles pour la pierre sèche, mais c'est volontaire : l'objectif

Tableau 4.6 – Évolution de l'angle de frottement  $\varphi_s$  du sable d'Hostun en fonction de son degré de compaction évalué par sa densité relative  $D_r$  ; comparaison avec des résultats issus de la littérature.

Auteur	Sol	$\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	$e$	$D_r$ (%)	$\varphi_s$ (°)
	HN31	13,3	0,993	2	36,4
	HN31	14,5	0,829	49	37,8
	HN31	15,5	0,710	83	40,3
Baudouin <i>et al.</i> (2008)	HN31	15,3	0,731	77	34,6
Park (1997)	RF	13,8	0,916	24	26,3
	RF	15,0	0,762	68	34,4
Delage <i>et al.</i> (1989)	RF	13,8	0,916	24	28,8
	RF	15,0	0,762	68	36,3

$$D_r = \frac{e_{max} - e}{e_{max} - e_{min}}$$

$$e_{max} = 1$$

$$e_{min} = 0,65$$

$\gamma_s$  : le poids volumique  
 $e$  : l'indice des vides  
 $D_r$  : la densité relative  
 $\varphi_s$  : l'angle de frottement interne

ici est de se rapprocher au plus près des hypothèses du modèle de Le (2013). C'est une des raisons motivant le choix de briques extrudées industriellement.

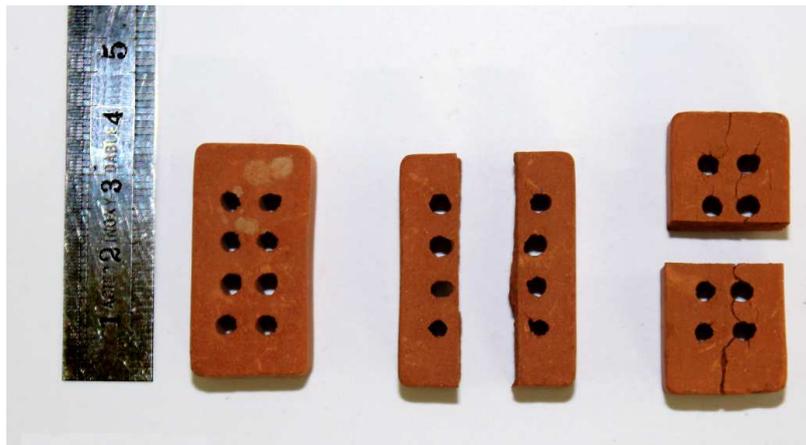


Figure 4.12 – Briques de terre cuite. De gauche à droite : brique entière, chantignoles et demi-briques.



Figure 4.13 – Appareillage à joints croisés dans deux directions de l'espace, laissant les joints des lits de pose continus : a-b) appareillage réalisé avec les briques de terre cuite de l'étude c) rappel de l'appareillage de Le (2013).

Tableau 4.7 – Plan d’expérience de la campagne 3D à échelle réduite.

Série	Mur		Sable	Fondation		Nombre d’essais
	Hauteur (cm)	Largeur (cm)	$\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	Distance $d$ (cm)	Taille (cm)	
0	26,1	10,1	13,3	5	10 × 10	7
1	26,1	10,1	13,3	<b>2</b>	10 × 10	4
2	26,1	10,1	13,3	<b>8</b>	10 × 10	5
3	26,1	10,1	13,3	5	<b>13 × 13</b>	3
4	26,1	10,1	13,3	5	<b>16 × 16</b>	3
5	26,1	<b>8,3</b>	13,3	5	10 × 10	3
6	26,1	<b>11,2</b>	13,3	5	10 × 10	3
7	<b>21,6</b>	10,1	13,3	5	10 × 10	3
8	<b>30,6</b>	10,1	13,3	5	10 × 10	3
9	26,1	10,1	<b>14,5</b>	5	10 × 10	3

Un angle de frottement entre les briques de 35° est mesuré par un test de cisaillement direct à la boîte de Casagrande (cf. annexe C.2.2).

### 4.3.2 Description des configurations testées

Nous avons réalisé une trentaine d’essais ventilés en dix séries. Les paramètres variables sont compilés dans le tableau 4.7. La série 0 sert de référence. Nous varions ensuite le chargement dans les séries 1 à 4. Paramètre variable des séries 1 et 2, la distance au mur  $d$  est mesurée comme la distance du bord extérieur de la fondation au parement amont du mur (figure 4.14). Le chargement des séries 3 et 4 est appliqué via une plaque de chargement de surface plus importante. Nous varions ensuite la géométrie du mur dans les quatre séries suivantes : d’abord sa largeur – séries 5 et 6 – puis sa hauteur – séries 7 et 8. Enfin, nous employons un sable plus compact – série 9.

Chaque série se compose d’au moins trois essais afin d’en contrôler la répétabilité.

### 4.3.3 Description du dispositif expérimental

**Principe.** Cette campagne expérimentale se penche sur le problème du mur de soutènement routier. Une fois construit et remblayé, nous appliquons une surcharge ponctuelle à proximité du mur afin de l’amener à la ruine. Comme nous employons l’approche par l’extérieur du calcul à la rupture, pour laquelle la bonne définition de champs de vitesses est primordiale, la connaissance du champ de vitesse à la rupture réel est particulièrement intéressante. En deux dimensions, nous avons pu faire appel à un matériau analogique, les rouleaux de Schneebeli, qui simplifient grandement l’étude des mouvements du sol. Pour cette campagne, nous ne réalisons qu’un demi-modèle. La face Est du dispositif est transparente : ainsi, en appliquant la surcharge à l’extrémité Est du mur, c’est-à-dire au niveau du plan de symétrie, il est possible de suivre l’évolution des déplacements dans le mur et dans le sol lors de la rupture de l’ouvrage (figure 4.14). Nous utiliserons la méthode de corrélation d’images décrite au paragraphe 4.2.3 pour suivre ces déplacements.

Le dispositif expérimental utilisé mesure 1 m de long et 0,8 m de large. Le parement amont du mur et la limite arrière du dispositif sont espacés de 0,6 m (figure 4.14). La surcharge est appliquée au moyen d’un vérin appuyé sous un portique de réaction.

**Protocole.** Comme pour la campagne expérimentale 2D qui fait l’objet des paragraphes précédents, chaque expérience débute par la construction du mur. Le premier lit de briques repose sur un autre lit de briques solidaire du bâti expérimental. Par conséquent, nous considérons que le mur frotte sur sa fondation selon l’angle de frottement interne  $\varphi$  du mur.

À son extrémité Est, les briques du mur sont simplement mises en contact avec la vitre qui ferme le dispositif. À son extrémité Ouest, les briques sont mises en contact avec une mousse qui

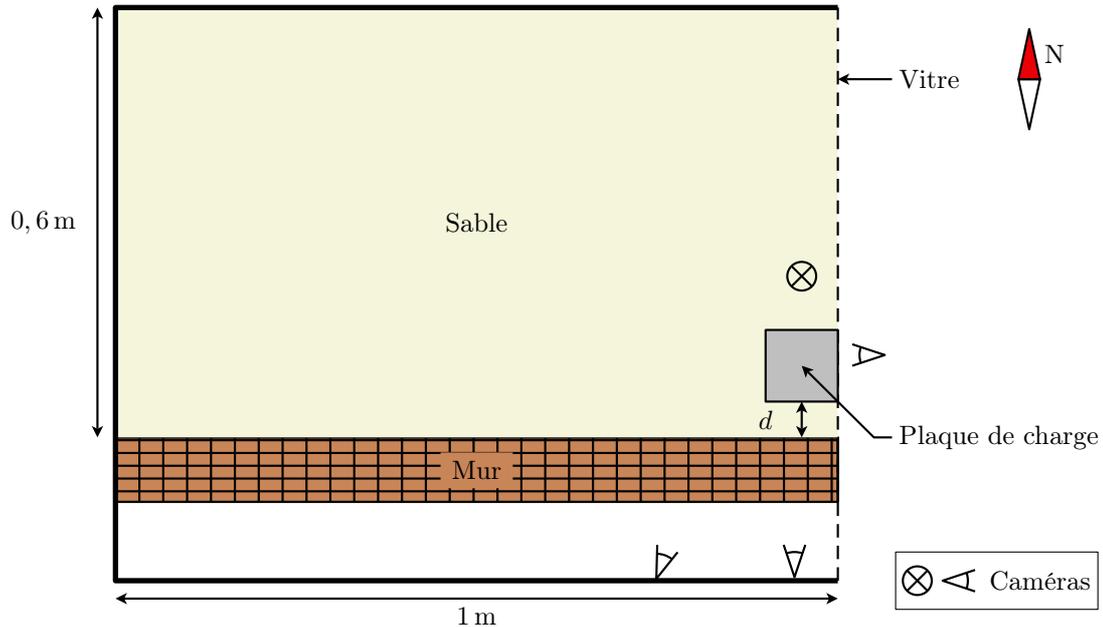


Figure 4.14 – Vue de dessus du dispositif de chargement.

permet d'assurer l'étanchéité du sable tout en autorisant quelques déplacements dans l'axe du mur. La conjugaison de ces deux précautions permet d'approcher la condition contact lisse au niveau de la vitre nécessaire à l'hypothèse de symétrie utilisée dans ce demi-modèle.

Le sable est ensuite disposé par couches successives en maintenant une hauteur de chute du sable quasi nulle. La quantité de sable effectivement utilisée pour chaque expérience est pesée avant chaque début d'essai pour obtenir le poids volumique correspondant. Sur les 34 essais réalisés avec le sol lâche – configuration 0 à 8 –, le poids volumique moyen obtenu est de  $13,32 \text{ kN/m}^3$  ; l'écart-type de cette série vaut  $0,052 \text{ kN/m}^3$  ce qui correspond à un coefficient de variation de 0,39 %, un résultat fort satisfaisant.

Le mur est amené à la ruine grâce à un vérin appliquant une force verticale sur une plaque de chargement en bois. Pendant la phase de chargement, nous mesurons la surcharge ponctuelle grâce à un peson et l'enfoncement de la plaque de chargement grâce à un capteur de déplacement de type LVDT. Nous utilisons quatre caméras pour suivre les déplacements sur trois faces du dispositif : deux caméras enregistrent les déplacements du parement, une caméra enregistre la vue de dessus et une autre la vue de côté (figure 4.14).

Le tracé de la courbe surcharge-enfoncement en temps réel permet de suivre l'évolution de la rupture. Le chargement est arrêté après confirmation de l'atteinte du palier plastique.

#### 4.3.4 Présentation des résultats

##### 4.3.4.1 Analyse détaillée d'un essai type : le mur 5

Nous détaillons ici le protocole adopté pour l'étude de chacun des murs testés dans cette campagne à partir de l'exemple du mur n° 5.

**Géométrie et poids volumique.** Le mur n° 5 appartient à la série de référence. Il est composé de six briques dans sa largeur et de vingt-trois lits de briques ; il est chargé par une plaque carrée de 10 cm de côté positionnée à 5 cm du parement amont du mur. Le mur est remblayé par du sable d'Hostun, mis en œuvre gravitairement en respectant une hauteur de chute nulle : le poids volumique mesuré est de  $13,3 \text{ kN/m}^3$ , soit la valeur visée.

**Résistance de l'ouvrage.** Le système mur-remblai montre un comportement plastique dès le début du chargement. Après une montée en charge non-linéaire, la charge supportable se stabilise alors que la plaque de charge continue de s'enfoncer (figure 4.15). La charge maximale supportée par ce système est de 202 N et est atteinte pour un enfoncement de la plaque de charge de 53 mm.

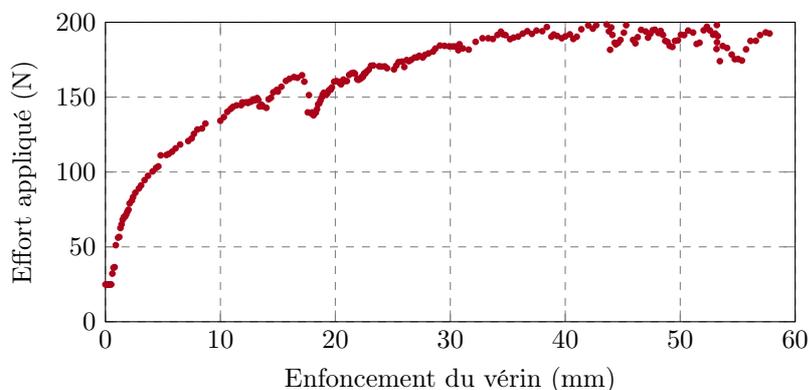


Figure 4.15 – Chargement du mur n° 5 de la campagne de modélisation physique 3D : courbe effort-enfoncement.

**Rupture interne dans le mur.** Au niveau du plan de symétrie, nous observons une rupture interne comparable aux ruptures internes obtenues lors de la campagne réalisée en déformation plane : la ligne de rupture suit les joints. L'angle de rupture interne dans le plan de symétrie vaut  $63^\circ$  (figure 4.16).

En fin d'expérience, le mur présente un net fendage sur ses quatorze lits supérieurs (figure 4.16b), ce qui représente 60 % de sa hauteur. Cet artéfact dévoile une limite de l'hypothèse de symétrie adoptée dans cette campagne : le frottement entre la vitre et les briques n'est pas partout négligeable. Toutefois, cet artéfact intervient généralement après la rupture mécanique ce qui minimise l'influence de cet effet indésirable.

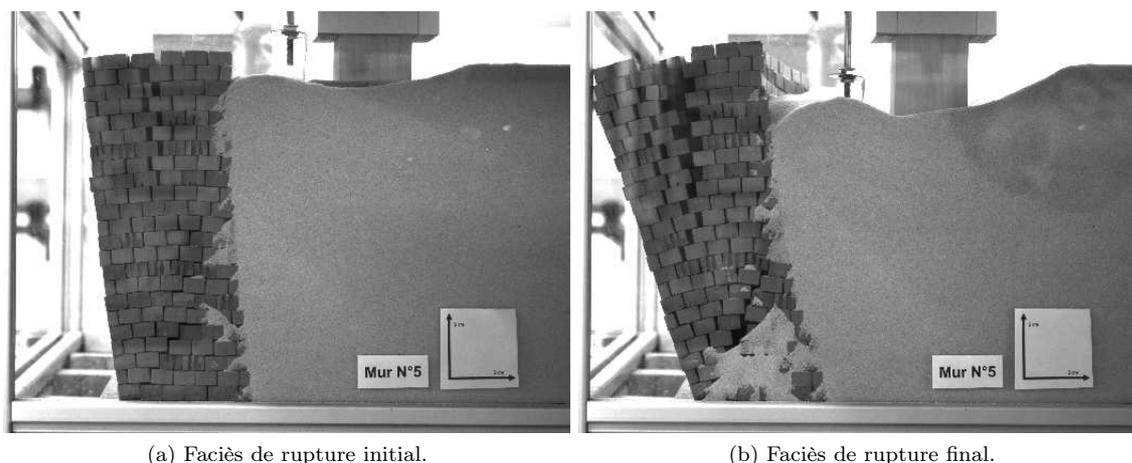


Figure 4.16 – Rupture interne du mur dans son plan de symétrie, modélisation physique 3D – mur n° 5.

**Rupture dans le sol.** Nous définissons la zone d'influence de la plaque de charge comme la zone où la surface du sol a été perturbée par l'essai. Nous l'assimilons à un triangle rectangle dont l'angle droit se trouve à l'extrémité Est du parement amont du mur ; nous la caractérisons par son étendue longitudinale – mesurée dans la grande direction du mur – et transversale – mesurée perpendiculairement au mur. Pour le mur 5, elle s'étend de 40 cm longitudinalement et de 30 cm transversalement (figure 4.17).

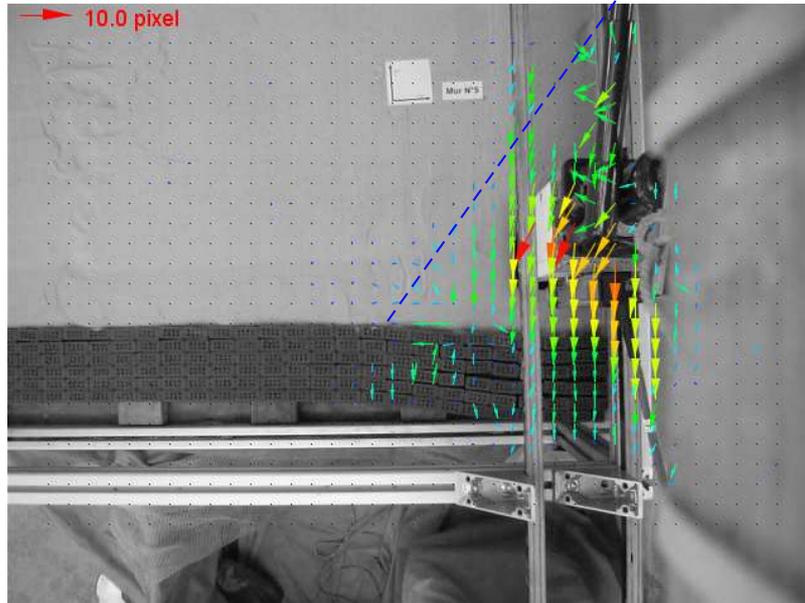


Figure 4.17 – Vue de dessus de la zone d'influence de la plaque de charge, modélisation physique 3D – mur n° 5.

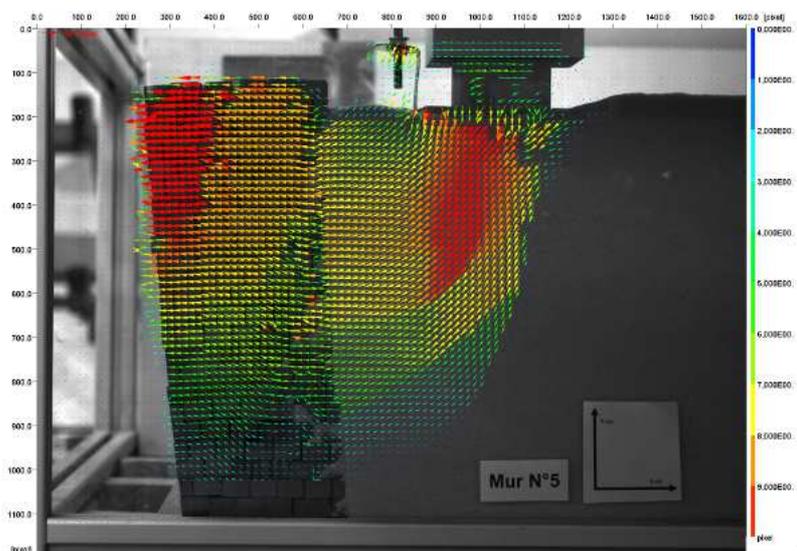


Figure 4.18 – Rupture dans le sol au niveau du plan de symétrie, modélisation physique 3D – mur n° 5.

Dans le plan de symétrie du système, l'analyse d'images laisse apparaître un mécanisme de poinçonnement sous la plaque de charge, prolongé par un mouvement de translation incliné à  $16^\circ$ ,

du sol compris entre le poinçon et le mur. La transition entre le sol mobile et immobile se fait presque sans bande de cisaillement (figure 4.18).

#### 4.3.4.2 Répétabilité

Nous étudions dans cette section la répétabilité de cette campagne de modélisation physique tri-dimensionnelle. Nous employons la métrique présentée en section 4.2.4.2. Les résultats relatifs à la résistance des ouvrages sont regroupés dans le tableau 4.8. Le poids volumique du sol  $\gamma_s$  est l'un des paramètres les mieux maîtrisés, avec un coefficient de variation  $s$  moyen inférieur à 1 %. Contrairement au sable, nous n'avons pas pesé chaque mur avant chaque test. Néanmoins, au sein d'une même série, chaque mur est réalisé avec exactement les mêmes briques et les dimensions sont contrôlées grâce à un gabarit : la variation de poids volumique du mur est par conséquent négligeable.

Avec des coefficients de variation compris entre 2,6 et 18,9 %, la répétabilité de la surcharge supportable peut, selon les séries, être qualifiée d'excellente à acceptable (tableau 4.8).

L'angle de rupture interne du mur  $\Psi$  est un autre paramètre variant peu, tant au sein de chaque série (tableau 4.9), que globalement : le coefficient de variation de l'angle de rupture interne dans le plan de symétrie est de 3,5 %, pour un angle  $\Psi$  moyen de 58°. Dernier paramètre régulier, la taille de la zone d'influence de la plaque de charge conserve des variations inférieures à 10 %.

Deux paramètres se comportent de manière plus erratique : l'angle de rupture du sol  $\Psi_s$  et l'enfoncement au pic d'effort. Ces deux paramètres dépendent fortement de l'uniformité du sol situé directement en dessous de la plaque de chargement. Or, si d'une expérience à l'autre, le poids volumique moyen du sable varie de façon négligeable, la mise en œuvre manuelle du sable ne garantit pas l'uniformité locale de la densité du sable, ce qui peut expliquer les grandes variations de ces deux grandeurs. Remarquons toutefois que ces grandes variations ne semblent pas se répercuter sur la résistance globale du système sol-mur, traduisant par là le rôle important du mur dans la stabilité de l'ensemble.

#### 4.3.4.3 Analyse paramétrique

Nous nous intéressons dans cette partie à l'évolution de la résistance du système mur-sol en fonction des différentes séries. Chaque série diffère de la série de référence par un seul paramètre.

Nous avons étudié trois paramètres de chargement : la distance entre la plaque de charge et le mur, la surface de la plaque de charge et la densité du remblai. Le dernier paramètre variant est un paramètre géométrique : l'élancement du mur – variation obtenue en modifiant soit la largeur, soit la hauteur du mur. Le tableau 4.10 consigne les variations de résistance entre les différentes configurations, ce qui permet de donner une idée de l'influence de chacun de ces paramètres sur le gain de résistance. Pour les séries 1 à 8, les fluctuations de résistance mesurées sont intuitivement attendues : plus le chargement est appliqué proche du mur, plus il l'affecte (figure 4.20a); en répartissant le chargement sur une plus grande surface, le chargement supportable est plus important (figure 4.20b); plus un mur est élancé, moins il est solide (figure 4.20c). En première approximation, ces variations paraissent linéaires. Les coefficients de détermination – obtenus par la méthode des moindres carrés – sont mentionnés à titre indicatif. Il faudrait compléter cette campagne par d'autres essais pour confirmer ou infirmer les tendances relevées ici.

La perte de 4 % de résistance de la série 9 par rapport à la série de référence est presque insignifiante. Néanmoins, elle semble illustrer la concomitance de deux phénomènes physiques. Le paramètre variant dans cette série est la densité du sol. Le sol est plus dense et applique donc sur le mur un chargement horizontal plus important. Parallèlement, le frottement interne du sol augmente avec sa densité, ce qui se traduit par une résistance accrue du sol seul.

On caractérise habituellement le chargement horizontal appliqué par le remblai sur son ouvrage de soutènement par le coefficient de poussée  $K_a$ . Pour un sol pulvérulent d'angle de frottement interne  $\varphi$ , on l'estime à :

$$K_a = \tan^2\left(\frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}\right) \quad (4.3)$$

Tableau 4.8 – Caractérisation de la répétabilité des résultats obtenus lors de la campagne de modélisation physique 3D – charge extrême.

Série		Poids volumique $\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	Surcharge (N)	Enfoncement au pic (mm)
0	<i>m</i>	13,27	187	50,8
	$\sigma$	0,05	15,36	4,87
	<i>s</i>	0,3 %	8,2 %	9,6 %
1	<i>m</i>	13,26	118	22,2
	$\sigma$	0,09	4,73	3,06
	<i>s</i>	0,7 %	4,0 %	13,8 %
2	<i>m</i>	13,33	227	36,0
	$\sigma$	0,01	43,06	8,56
	<i>s</i>	0,1 %	18,9 %	23,8 %
3	<i>m</i>	13,34	348	36,3
	$\sigma$	0,00	26,35	1,96
	<i>s</i>	0,0 %	7,6 %	5,4 %
4	<i>m</i>	13,35	357	18,3
	$\sigma$	0,00	44,90	4,87
	<i>s</i>	0,0 %	12,6 %	26,6 %
5	<i>m</i>	13,38	132	31,8
	$\sigma$	0,01	20,31	10,97
	<i>s</i>	0,1 %	15,4 %	34,5 %
6	<i>m</i>	13,33	211	35,8
	$\sigma$	0,02	13,87	8,16
	<i>s</i>	0,2 %	6,5 %	22,8 %
7	<i>m</i>	13,28	258	39,1
	$\sigma$	0,03	6,63	6,37
	<i>s</i>	0,2 %	2,6 %	16,3 %
8	<i>m</i>	13,35	139	27,0
	$\sigma$	0,02	2,46	4,13
	<i>s</i>	0,1 %	1,8 %	15,3 %
9	<i>m</i>	14,50	179	0,3
	$\sigma$	0,00	12,46	0,25
	<i>s</i>	0,0 %	6,9 %	74,8 %

CHAPITRE 4. APPROCHE EXPÉRIMENTALE

Tableau 4.9 – Caractérisation de la répétabilité des résultats obtenus lors de la campagne de modélisation physique 3D – cinématique de la rupture.

Série		Zone d'influence		Rupture du mur	Rupture du sol
		Longitudinale (cm)	Transversale (cm)	$\Psi$ (°)	$\Psi_s$ (°)
0	<i>m</i>	39	29	58	20
	$\sigma$	3,00	1,00	3,29	4,10
	<i>s</i>	7,7 %	3,4 %	5,6 %	20,1 %
1	<i>m</i>	45	27	58	31
	$\sigma$	0,47	2,36	1,25	6,02
	<i>s</i>	1,0 %	8,8 %	2,1 %	19,6 %
2	<i>m</i>	41	27	58	17
	$\sigma$	2,62	2,06	1,94	3,31
	<i>s</i>	6,4 %	7,8 %	3,3 %	19,2 %
3	<i>m</i>	42	26	61	23
	$\sigma$	3,00	0,50	0,94	6,94
	<i>s</i>	7,1 %	2,0 %	1,6 %	29,8 %
4	<i>m</i>	46	28	58	20
	$\sigma$	1,41	1,41	2,16	4,90
	<i>s</i>	3,1 %	5,1 %	3,7 %	24,5 %
5	<i>m</i>	44	26	58	29
	$\sigma$	1,41	1,89	0,47	6,18
	<i>s</i>	3,2 %	7,2 %	0,8 %	21,1 %
6	<i>m</i>	42	25	60	7
	$\sigma$	2,36	0,00	0,47	6,50
	<i>s</i>	5,7 %	0,0 %	0,8 %	100,0 %
7	<i>m</i>	41	25	57	18
	$\sigma$	1,25	1,41	1,25	4,19
	<i>s</i>	3,1 %	5,7 %	2,2 %	23,7 %
8	<i>m</i>	49	26	58	37
	$\sigma$	2,83	0,47	1,41	5,10
	<i>s</i>	5,8 %	1,8 %	2,4 %	13,8 %
9	<i>m</i>	41	22	59	29
	$\sigma$	3,09	0,47	0,94	4,90
	<i>s</i>	7,6 %	2,2 %	1,6 %	16,9 %
Total	<i>m</i>	43	26	59	23
	$\sigma$	3,64	2,59	2,05	8,80
	<i>s</i>	8,4 %	10,0 %	3,5 %	38,1 %

Tableau 4.10 – Évolution de la résistance de la maquette 3D en fonction de la série.

Série	Paramètre variable	Charge moyenne (N)	Gain de résistance
0	Référence	187,10	0 %
1	Distance $d$ fondation-mur –	118,97	–36 %
2	Distance $d$ fondation-mur +	227,88	22 %
3	Surface fondation +	317,90	70 %
4	Surface fondation ++	357,09	91 %
5	Largeur mur –	132,01	–29 %
6	Largeur mur +	211,94	13 %
7	Hauteur mur –	258,78	38 %
8	Hauteur mur +	139,78	–25 %
9	Densité sable	179,97	–4 %

La contrainte horizontale appliquée au mur à la profondeur  $z$  s'écrit :

$$\sigma = K_a \gamma_s z \quad (4.4)$$

Sur  $[0, \frac{\pi}{2}[$ , la fonction  $K_a(\varphi)$  est décroissante, or l'angle de frottement  $\varphi$  du sable d'Hostun augmente avec son poids volumique  $\gamma_s$  (tableau 4.6). Toutefois, entre la série 0 et la série 9, ces deux phénomènes ne s'annulent pas tout à fait :  $K_a \gamma_s$  vaut 3,25 dans le cas 0 et 3,39 dans le cas 9. En définitive, le chargement dû au remblai augmente légèrement, ce qui peut expliquer la petite diminution de la surcharge maximale supportable par le système.

Ces deux séries diffèrent par un autre point : l'enfoncement au pic d'effort. Pour la série 0, le pic d'effort est en moyenne atteint après un enfoncement de 50 mm de la plaque de charge (figure 4.15) ; pour la série 9, le pic d'effort est atteint avant le premier millimètre d'enfoncement de la plaque de charge, suivi par un palier plastique presque parfait (figure 4.19). Il semblerait que le sol, étant plus compact, transmette plus directement les efforts qui lui sont appliqués.

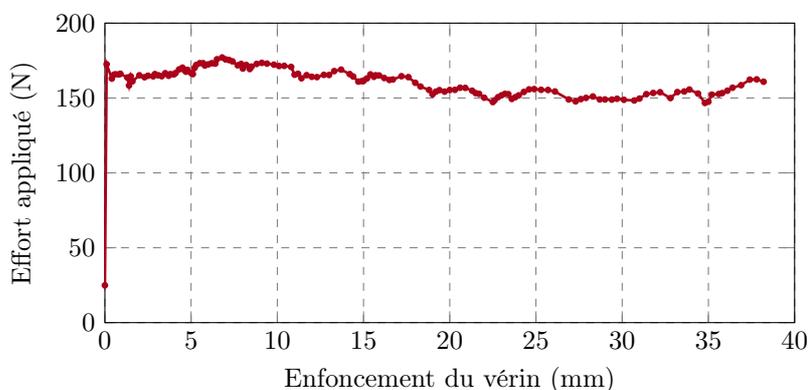


Figure 4.19 – Chargement du mur n° 32 de la campagne de modélisation physique 3D : courbe effort-enfoncement parfaitement plastique.

Cette deuxième campagne avait des objectifs parfaitement similaires à la première : reconstituer les conditions imposées par le choix d'hypothèses utilisées dans la résolution théorique du problème du mur de soutènement routier. Grâce à l'utilisation de briques en terre cuite extrudées par un processus industriel, la maçonnerie obtenue respecte quasi parfaitement l'hypothèse de périodicité ; les ouvrages eux-mêmes sont beaucoup plus réguliers que dans la campagne précédente.

Première campagne de ce type à notre connaissance, nous nous sommes contentés de l'étude d'ouvrages en maçonnerie sèche non renforcée. Nous avons pris un soin particulier à l'étude de

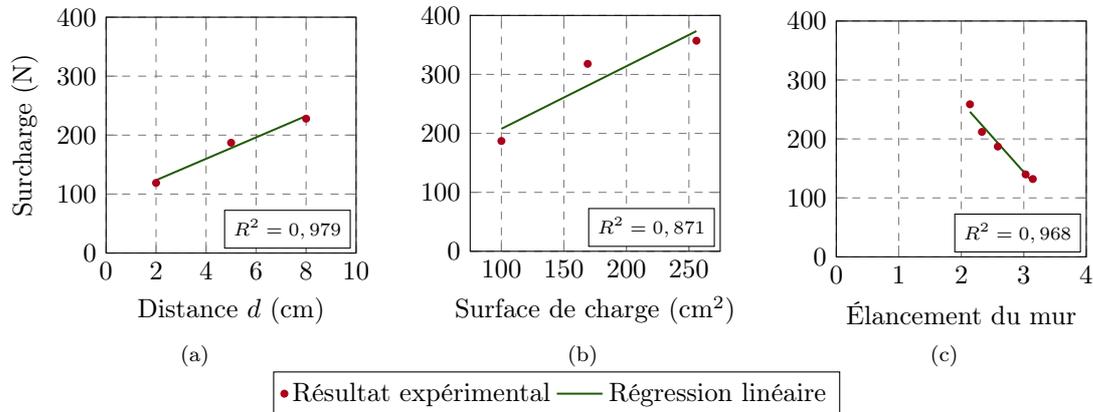


Figure 4.20 – Influence des paramètres testés sur la surcharge maximale supportable : a) charge en fonction de la distance  $d$  entre la fondation et le mur ; b) charge en fonction de la surface de la fondation ; c) charge en fonction de l'élanement du mur.

répétabilité de chaque configuration testée. Comme pour la modélisation physique 2D, nous obtenons des résultats caractérisant la résistance du système et la cinématique de la rupture. La technique de corrélation d'images utilisée dans cette campagne ne nous permet d'accéder qu'à des estimations 2D des champs de vitesse, ce qui complique quelque peu leur interprétation.

Cette campagne pose les fondements d'une base de données d'essais sur *mur de soutènement routier* qui pourra par la suite être employée comme point de comparaison pour la validation de diverses modélisations de problème. Cette campagne nous permet de mieux décrire le mécanisme de rupture d'un mur de soutènement soumis à un chargement localisé. Nous avons également obtenu des informations intéressantes sur le comportement du sol dans le plan de symétrie du système.

## 4.4 Expérimentation à l'échelle 1 sur mur de soutènement routier

### 4.4.1 Aménagement d'une plate-forme expérimentale

Nous avons réalisé les deux campagnes précédentes dans le cadre de la modélisation physique. Les deux objets d'étude étaient des modèles réduits reproduisant quelques aspects de la réalité. Très utiles pour multiplier les configurations d'essai et comprendre la phénoménologie du problème, elles évitent les questions de similitude et de lois d'échelle et ne peuvent donc pas être utilisées pour valider le modèle sur des murs réels. Nous les complétons donc par une campagne réalisée en vraie grandeur.

En 2D, des essais en vraie grandeur ont été réalisés par Villemus (2004) et Colas (2009). Ces essais ont permis de valider les modèles développés en déformation plane. En 3D, Le (2013) a dirigé une campagne sur ouvrages en vraie grandeur. La surcharge ponctuelle était appliquée par le moyen d'une pelle mécanique, ce qui a soulevé plusieurs problèmes. Malgré toute la dextérité du conducteur, le chargement est difficilement maîtrisable : il est appliqué par à-coups, parfois brutalement, le godet de la pelle transmet les vibrations du moteur à la plaque de chargement, la composante horizontale du chargement n'est plus négligeable. Dans certains cas, la pelle s'est avérée insuffisante pour atteindre la ruine. Ces lacunes compromettent la fiabilité des résultats de cette campagne, ce qui complexifie la validation des modèles développés. Cette nouvelle campagne a pour vocation de mieux maîtriser le mode d'application du chargement.

Comme pour la campagne de modélisation physique 3D, nous nous intéressons à un mur de sou-

#### 4.4. EXPÉRIMENTATION À L'ÉCHELLE 1 SUR MUR DE SOUTÈNEMENT ROUTIER

tènement routier, soutenant un remblai, sur lequel une surcharge ponctuelle est appliquée. Contrairement au modèle physique, l'essai porte sur un mur complet et non plus sur un demi-mur : la surcharge est appliquée dans le plan médian du dispositif. L'ajout d'une banche transparente, résistante aux rayures du gravier, suffisamment solide pour résister à la poussée de 2 m de gravier n'était pas envisageable dans ce projet. Nous ne disposerons donc pas des champs de vitesses dans le sol à l'aplomb de la surcharge contrairement à la maquette 3D.

Cette campagne a été réalisée avec le concours de l'association des Artisans bâtisseurs en pierres sèches et de l'ENTPE sur une plate-forme d'essais construite dans le cadre du projet CPIER LAUBAMAC. Nous avons conçu et dimensionné une plate-forme d'essais *ad hoc*. Elle a été construite à l'Espinas, sur la commune de Ventalon-en-Cévennes (48), sur le site de l'École professionnelle de la pierre sèche. Elle se compose d'un portique de réaction ancré dans une dalle rigide en béton armé (figure 4.21). Un vérin, intercalé entre le portique de réaction et le remblai, permet d'appliquer la surcharge locale qui amènera le mur de soutènement à sa ruine. La plate-forme mesure 6,3 m de long et 3,5 m de large. Elle a été dimensionnée pour supporter l'application d'une charge de 200 kN à mi-travée – tous les détails de ce dimensionnement sont rapportés en annexe D. Ce choix a été fait en regard des essais précédents de la littérature : dans sa campagne expérimentale, Mundell (2009) rapporte des charges maximales supportables comprises entre 60 et 110 kN ; Le (2013), pour des essais très similaires à ce que nous nous proposons ici, rapporte des charges de ruptures comprises entre 35 et 150 kN.

Le portique est composé de quatre poteaux HEB 140 de 4 m de haut. Les deux poteaux avant soutiennent la poutre longitudinale, un IPE 330 de 6 m de long. Sous cette poutre sont suspendues deux poutres transversales, deux IPE 270 de 3,2 m de long, chacune reposant sur un poteau arrière. Enfin, sous ces deux poutres transversales est suspendue la traverse d'appui du vérin, un HEB 200 mobile de 2,1 m de long qui peut se déplacer le long de ces deux poutres. L'articulation du vérin se trouve à 3,4 m de la dalle ; pour un mur de 1,8 m de haut, cela correspond à une distance de 1,6 m entre les deux points d'application de la force : cela permet de conserver une surcharge quasi verticale même en présence de petits déplacements horizontaux de la plaque de charge.

Le vérin utilisé pour appliquer la charge ponctuelle est un vérin double-effet de 300 kN de capacité pour 1,01 m de course. Il est relié au portique par une chape assurant une liaison pivot d'axe parallèle au mur. La pompe hydraulique alimentant le vérin fournit un débit d'huile de 3,2 L/min à 210 bar.



Figure 4.21 – Plate-forme d'essai – l'Espinas, Ventalon-en-Cévennes (48).

## 4.4.2 Description des configurations testées et du dispositif expérimental

### 4.4.2.1 Description de l'ouvrage

**Le mur.** Nous avons utilisé du calcaire provenant de la carrière de Laval-du-Tarn (48), assemblé à sec. Le frottement sec pierre sur pierre a été mesuré par essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande sur des épontes taillées dans des moellons prélevés sur le chantier (cf. annexe C.3.2). Le poids volumique de ce calcaire a été mesuré par pesée hydrostatique : il vaut  $26,1 \text{ kN/m}^3$  (cf. annexe C.3.3).

Le mur est construit entre les deux poteaux avant du portique, sans les toucher : un espace de 5 cm est laissé libre de part et d'autre du mur afin de prévenir toute interaction entre le mur et le portique. Avant la mise en place du remblai, il est comblé par de la mousse pour éviter que le gravier ne s'écoule de chaque côté du mur (figure 4.23b).

Le mur mesure 5,6 m de long, 1,8 m de haut et 0,5 m d'épaisseur (figure 4.22). Le premier lit de pierre est bloqué par une cornière métallique fixée dans la dalle (figure 4.23c), d'où une hauteur utile de seulement 1,7 m. Pour faciliter la mesure de son poids volumique, un échantillon représentatif de mur a été réalisé à côté de l'ouvrage. Cet échantillon mesure 1 m de haut, 1 m de large et 0,5 m d'épaisseur (figure 4.23a). Il comporte une seule boutisse, correspondant à la répartition d'une boutisse par mètre carré de parement ; le chaînage d'angle est réalisé sur  $\frac{1}{3}$  de la hauteur afin de ne pas sur-représenter cette partie recommandée par les règles de bonnes pratiques mais toutefois présente uniquement aux extrémités d'un ouvrage réel. Il pèse 1085 kg, ce qui correspond à un poids volumique de  $21,3 \text{ kN/m}^3$  pour un indice des vides  $e$  de 0,22, soit 18 % de vide.

Nous avons dimensionné ce mur en utilisant les outils développés par Colas (2009), sous l'hypothèse de déformation plane, en ne considérant que le chargement induit par le remblai. Le coefficient de sécurité obtenu par cette méthode est de 1,3. Il s'agit d'un ouvrage sous-dimensionné, à vocation expérimentale : les forces ponctuelles supportables sont également faibles mais ne préjugent pas de la résistance d'un ouvrage de soutènement routier en maçonnerie de taille équivalente correctement dimensionné.

**Le remblai.** Le mur est remblayé par  $38 \text{ m}^3$  de gravier roulé de Bellegarde 8/16. Sa courbe granulométrique est représentée en figure C.12. Livré sur chantier en *BigBag*, il a été mis en place avec une hauteur de chute variant entre 0 et 1 m (figure 4.24). Ses propriétés ont été mesurées par Colas (2009) par le moyen d'un essai triaxial : nous retiendrons ici un poids volumique de  $15,6 \text{ kN/m}^3$  pour un angle de frottement de  $37^\circ$ . Le mur a été construit auto-porteur, selon la géométrie décrite au paragraphe précédent. Afin de nous assurer que la phase de remblaiement ne perturbait pas excessivement cette géométrie, nous avons mis en place l'instrumentation avant de remblayer le mur et enregistré la mesure des capteurs à câble. Il s'avère que le mur se déforme légèrement : l'amplitude maximale est de 3 mm, ce qui est inférieur à la tolérance de construction. De plus amples détails sont développés au paragraphe 4.4.3.1.

### 4.4.2.2 Description des configurations testées

Nous avons effectué trois chargements successifs sur le système mur-sol, appelés *Lozère 1*, *2* et *3*. Le premier essai vise à tester le mur ; le deuxième à tester le remblai ; le troisième à confirmer la rupture du mur. Pour le premier essai, la plaque de chargement est positionnée de sorte que le chargement vertical soit appliqué à 0,9 m du parement amont du mur. Le deuxième essai est un essai de poinçonnement du remblai : le chargement est appliqué à 2 m du parement amont du mur – soit à 1,5 m du fond du dispositif d'essai. Pour le troisième essai, le chargement est appliqué à 0,6 m du parement amont du mur (figure 4.25).

Avant le premier essai, le remblai n'a pas été perturbé. Pour le deuxième essai, une bonne partie du sol sollicité n'a pas été perturbée par le premier essai. Le troisième essai est réalisé sur un mur déformé, soutenant un remblai fortement perturbé par les deux essais précédents : deux paramètres à prendre en compte dans la comparaison des résultats des essais 1 et 3. Dans tous les cas, la plaque

#### 4.4. EXPÉRIMENTATION À L'ÉCHELLE 1 SUR MUR DE SOUTÈNEMENT ROUTIER



Figure 4.22 – Mur en calcaire de la campagne d'essai à l'échelle 1.



(a)



(b)



(c)

Figure 4.23 – Détails du mur : a) échantillon de mur en calcaire – hauteur : 1 m ; largeur : 1 m ; épaisseur : 0,5 m – ; b) mousse intercalée entre une extrémité du mur et le poteau adjacent ; c) blocage du premier lit de pierres.



Figure 4.24 – Mise en place du remblai.

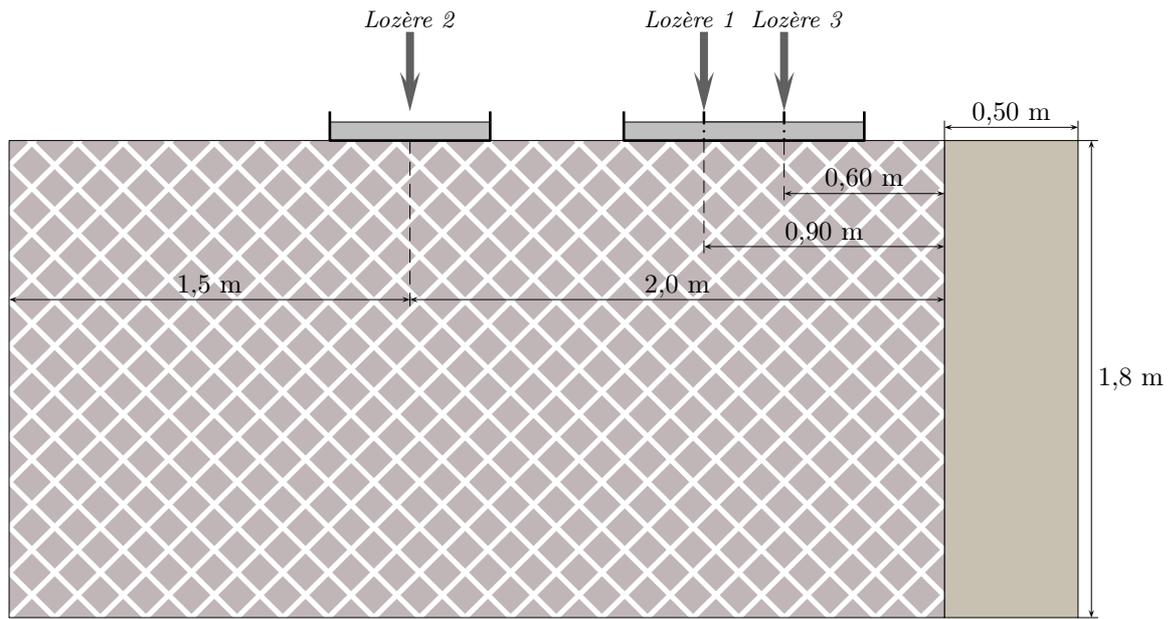


Figure 4.25 – Positions de la surcharge localisée appliquée sur le remblai.

de charge s'est enfoncée de cinq à dix centimètres dans le sol, laissant une dépression visible. Avant de passer à l'essai suivant, nous avons comblé cette dépression et aplani la surface du sol à la griffe à remblai.

#### 4.4.2.3 Description du dispositif expérimental

**Chargement.** Le mur a été construit quelques semaines avant le jour de l'essai, en absence de remblai : il est auto-porteur. Il a ensuite été remblayé par le gravier roulé de Bellegarde jusqu'à son couronnement. Enfin, nous avons appliqué une surcharge verticale sur le remblai dans le plan médian du dispositif. Elle est appliquée par le moyen d'un vérin appuyé sur une plaque de charge en acier, carrée, de 0,6 m de côté (figure 4.26). Entre le vérin et la plaque de charge sont intercalés un peson d'une capacité de 200 kN et une rotule, afin de ne mesurer que la composante verticale appliquée par le vérin sur la plaque de charge. L'ensemble composé de la plaque de charge, du peson et de la rotule pèse 105 kg.

La pompe hydraulique alimentant le vérin est équipée d'un limiteur de pression et d'un régulateur de débit. Nous ne disposons ni d'un asservissement en force ni en déplacement mais nous pouvons régler le débit fourni par la pompe – nous avons utilisé le réglage minimum. Tant que la pression nécessaire pour garantir ce débit est faible devant la pression maximale de la pompe, cela peut s'apparenter à un pilotage en déplacement ; plus justement, cela impose une borne supérieure à la vitesse d'enfoncement de la plaque. Nous reviendrons sur la vitesse de chargement et sa régularité au cours des trois épisodes de chargement au paragraphe 4.4.3.

**Instrumentation.** En plus du peson utilisé pour mesurer le chargement appliqué, nous avons utilisé deux systèmes de mesure de champs en parallèle : l'un composé de capteurs à câble, l'autre de caméras. Un capteur à câble mesure l'enfoncement de la plaque de charge. Treize autres capteurs sont positionnés sur le parement en forme de croix (figures 4.27 et 4.28). Six capteurs se trouvent sur la verticale médiane du mur : de haut en bas, ce sont les capteurs 2, 6, 10, 12, 13 et 14. Trois capteurs se trouvent sur une horizontale positionnée à 1,15 m du sol : de gauche à droite, il s'agit des capteurs 9 à 11. Enfin, six capteurs forment la troisième branche de la croix, une horizontale positionnée à 1,47 m du sol : de gauche à droite, il s'agit des capteurs 3 à 8. Ces capteurs sont fixés sur la croix de bois représentée à la figure 4.27, reliés par un fil d'acier à un crochet collé à un moellon. Chaque

#### 4.4. EXPÉRIMENTATION À L'ÉCHELLE 1 SUR MUR DE SOUTÈNEMENT ROUTIER



Figure 4.26 – Application de la surcharge ponctuelle : a) plaque de charge à la fin de l'essai 3; b) système plaque de charge, peson, rotule et vérin.

crochet est collé sur le milieu de la face d'un moellon de grande taille, afin d'obtenir les meilleures mesures possibles, au détriment de la régularité du positionnement des capteurs : les « horizontales » ne sont pas exactement horizontales, la « verticale » n'est pas rigoureusement verticale (figure 4.28). Nous avons enregistré les déplacements du mur avec ces capteurs depuis la mise en place du remblai. Ils nous ont aussi permis de suivre le comportement du mur en direct pendant l'application de la surcharge, pour vérifier que tout se déroulait comme prévu et surveiller la rupture.



Figure 4.27 – Capteurs à câble utilisés pour mesurer les déplacements du parement.

Deux caméras sont utilisées en tandem pour mesurer les déformations du parement du mur. Leur champ couvre environ un sixième de la surface du mur. Nous l'avons orienté là où les déformations sont les plus grandes, au milieu du mur, en tirant parti de la symétrie du problème. Le champ de vision des caméras couvre pratiquement le deuxième quart du mur (figure 4.28). Les images prises sont traitées avec un algorithme de corrélation d'images qui diffère de celui présenté jusque-là puisqu'en exploitant le principe de la vision binoculaire, celui-ci est à même de mesurer des déplacements dans les trois dimensions de l'espace.

Nous recourons à une troisième caméra pour filmer la vue de dessus du mur. Pour celle-ci, nous



Figure 4.28 – Représentation de la position des capteurs à câble (+) sur le parement et du champ des caméras utilisées pour l'analyse d'images 3D (rectangle —).

utiliserons l'algorithme de corrélation d'images 2D déjà présenté.

### 4.4.3 Présentation des résultats

#### 4.4.3.1 Histoire de l'essai

**Remblaiement.** Nous avons enregistré les déplacements du parement au cours de la phase de remblaiement. Les valeurs enregistrées à la fin de cette phase sont reportées en annexe F.2. Bien que faibles, ces déplacements sont mesurables, avec un maximum de 3 mm en tête de mur. Le chargement appliqué par le remblai sur le mur s'assimile à un chargement uniformément réparti sur la longueur du mur, aussi devrait-il adopter un état de déformation plane. Les graphes 4.29a et 4.29b ne corroborent pas parfaitement cette hypothèse. Les capteurs 9, 10 et 11, positionnés horizontalement, se déplacent avec la même amplitude. Au contraire, les capteurs 3 à 8, qui forment la deuxième horizontale, ne manifestent pas la même régularité. Deux phénomènes expliquent ces irrégularités : la variabilité locale du mur ou des défauts dans la mise en place du remblai. Une relation linéaire entre la hauteur du capteur et l'amplitude du déplacement mesuré à la fin du remblaiement est discutable. Nous la représentons à titre indicatif en figure 4.29a.

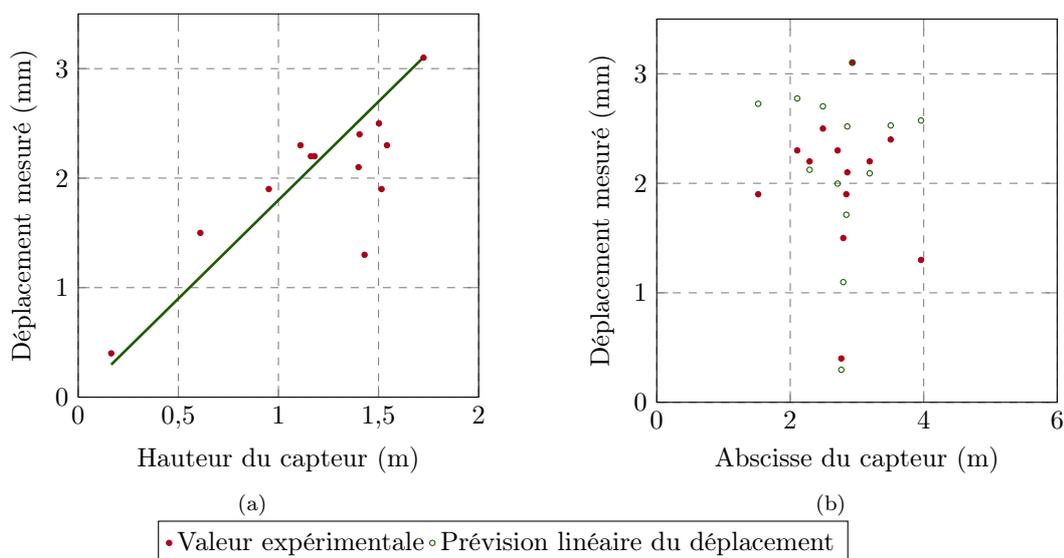


Figure 4.29 – Déplacements du mur mesurés lors de la phase de remblaiement : a) en fonction de la hauteur du capteur ; b) en fonction de l'abscisse du capteur.

**Essai Lozère 1.** Dans ce premier essai de chargement, compte tenu des déplacements enregistrés au cours de la phase de remblaiement – amplitude maximale inférieure à 3 mm –, nous considérons que le mur se trouve dans sa géométrie initiale. L'essai *Lozère 1* applique une surcharge ponctuelle à 0,9 m du parement amont du mur, sur le remblai. Le chargement est augmenté par paliers temporels de 10 s, pendant lesquels le débit de l'huile est maintenu constant. Sur l'ensemble de l'expérience, la vitesse d'enfoncement du vérin pour cet essai est de 2 mm/s – vitesse moyenne avec un coefficient de détermination  $R^2$  de 0,9994 (cf. annexe F.2).

La charge maximale supportée dans cet essai est de 48 kN. Elle est atteinte pour un enfoncement du vérin de 76 mm et pour un déplacement en tête de mur de 26 mm. Le palier plastique se poursuit sans diminution significative de l'effort appliqué (figure 4.30a). Les déplacements maximaux mesurés sont reportés en annexe F.2.

À titre de comparaison, Le (2013) obtient une charge maximale supportable à 0,8 m du parement de 55 kN pour son premier mur et de 63 kN pour son second mur. Les ouvrages étudiés par Le sont plus grands et plus larges que le nôtre – 2,3 m de haut et 0,7 m de large en base avec 6 % de fruit aval contre 1,8 m de haut et 0,5 m de large pour notre ouvrage. Compte-tenu de ces différences de géométrie, les ordres de grandeur concordent.

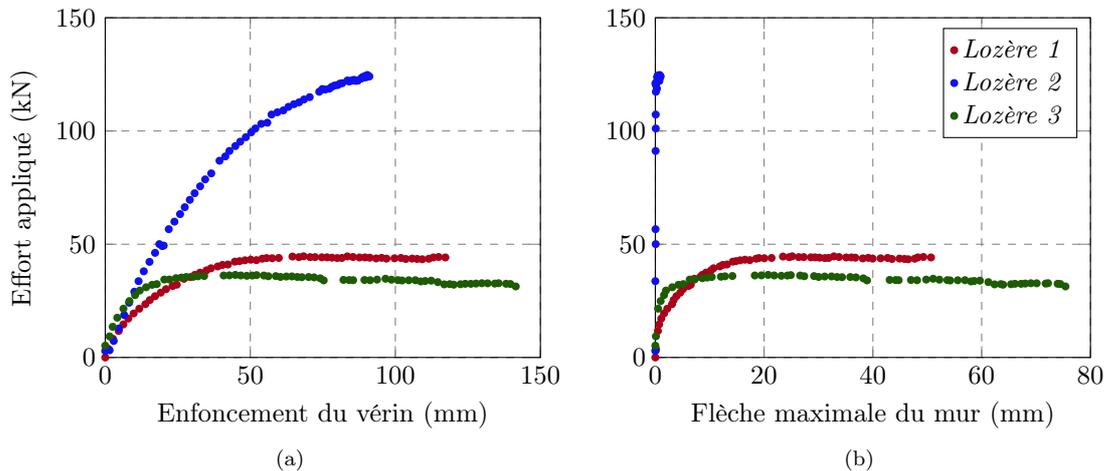


Figure 4.30 – Essai *Lozère* : a) effort en fonction de l’enfoncement du vérin b) effort en fonction du déplacement du haut du parement (capteur 2).

**Essai *Lozère 2*.** Le deuxième essai de chargement vise à mesurer la résistance du sol au poinçonnement : la surcharge est appliquée à 2 m du parement amont du mur. La vitesse d’enfoncement du vérin pour cet essai est de 1,46 mm/s – vitesse moyenne avec un coefficient de détermination  $R^2$  de 0,9984 (cf. annexe F.2).

La charge maximale supportée par le sol s’élève à 125 kN, atteinte pour un enfoncement de 88 mm (figure 4.30a). Elle est assimilable à la capacité portante du sol, peut-être légèrement supérieure étant donné que la surcharge est appliquée à 1,5 m du mur arrière du dispositif, très rigide puisqu’il est lui-même appuyé sur le relief naturel. Comme le montre clairement la courbe 2 de la figure 4.30a, nous avons arrêté l’essai *Lozère 2* prématurément : la courbe s’infléchit mais le palier n’est pas encore tout à fait atteint.

Comme lors du remblaiement du mur, les déplacements ne sont pas négligeables mais restent millimétriques – ici inférieurs à 2 mm (cf. annexe F.2).

Le (2013) a employé le même gravier pour remblayer ses ouvrages. Lors de ses essais de poinçonnement du sol, elle obtient une charge maximale supportable de 80 kN à 4,3 m du parement pour son premier ouvrage et de 117 kN à 1,7 m du parement : dans les deux cas, les ordres de grandeur coïncident.

**Essai *Lozère 3*.** Lors du dernier essai de chargement, l’ensemble du système est déjà passablement perturbé : la tête du mur s’est déplacée de plus de 55 mm – résultant essentiellement du premier essai –, la déformation en tête est visible. La surcharge ponctuelle est placée à 0,6 m du parement amont du mur. La vitesse d’enfoncement du vérin pour cet essai est de 1,73 mm/s – vitesse moyenne avec un coefficient de détermination  $R^2$  de 0,9986 (cf. annexe F.2).

La charge maximale supportée dans cet essai est de 38 kN, soit une diminution de 21 % par rapport à l’essai *Lozère 1*. Elle est atteinte pour un enfoncement de 55 mm. Entre le début de ce troisième chargement et le moment où la charge maximale est atteinte, la tête du mur s’est déplacée de 21 mm, portant la flèche totale à 78 mm. Le palier plastique se poursuit sans diminution

#### 4.4. EXPÉRIMENTATION À L'ÉCHELLE 1 SUR MUR DE SOUTÈNEMENT ROUTIER

significative de l'effort appliqué (figure 4.30a). Les déplacements maximaux mesurés sont reportés en annexe F.2.

Au cours de cet essai, la plaque de charge et le vérin se sont visiblement inclinés dès le début du chargement (figure 4.31). Nous avons mesuré un angle d'inclinaison du vérin de  $2^\circ$  en direction du mur. Cela correspond à un déplacement horizontal de 6 cm, mais grâce à la grande distance entre le point d'application de la force et la fixation du vérin sur le portique, la composante verticale de la force reste égale à 99,9 % de la force totale. On peut donc considérer que la force mesurée correspond à la force appliquée. La plaque s'est quant à elle inclinée de  $2,2^\circ$  – son extrémité la plus proche du mur s'enfonçant le plus profondément.



Figure 4.31 – Inclinaison du vérin dès le début du chargement – Essai *Lozère 3*.

**Résumé de l'essai.** Après la phase de remblaiement, au cours de laquelle les déplacements du parement sont négligeables, nous avons appliqué successivement une surcharge ponctuelle à 0,9 m du parement amont – *Lozère 1* –, à 2 m du parement amont – *Lozère 2* –, puis à 0,6 m du parement amont – *Lozère 3*. Les résultats sont résumés dans le tableau 4.11.

Sous l'effet de l'application de la surcharge localisée, le mur s'est progressivement déformé. Nous en reproduisons la vue de dessus en figure 4.34, selon les deux coupes quasi-horizontales constituées par les capteurs 9 à 11 – coupe à 1,15 m du sol – et les capteurs 3 à 8 – coupe à 1,47 m du sol. Nous complétons ces mesures par les résultats obtenus par l'analyse d'images selon ces deux horizontales. En fin d'expérience, le capteur 2, situé en tête du mur, s'est déplacé de 133 mm : cela correspond à 25 % de l'épaisseur du mur. Cet état de déformation est visible à l'œil nu ; la rupture au sens mécanique est atteinte depuis longtemps déjà, mais le mur demeure néanmoins stable, une nouvelle preuve de la souplesse et de la ductilité des ouvrages de soutènement en pierre sèche.

Nous reproduisons l'évolution de la tranche du mur selon une coupe verticale dans le plan médian du mur en figure 4.35. Comme pour la vue de dessus, l'évolution de cette déformée est très régulière. Son aspect s'apparente plutôt à une parabole.

##### 4.4.3.2 Étude du cisaillement le long du mur

Nous rappelons ici le formalisme proposé par Colas (2009) pour étudier le cisaillement entre les lits de pierre. Il repose sur l'évaluation du rapport entre les efforts normaux et tangentiels appliqués au niveau des lits instrumentés. Pour chaque lit étudié, nous mettrons ensuite en relation l'évolution de ce rapport avec celle du déplacement relatif de ce lit.

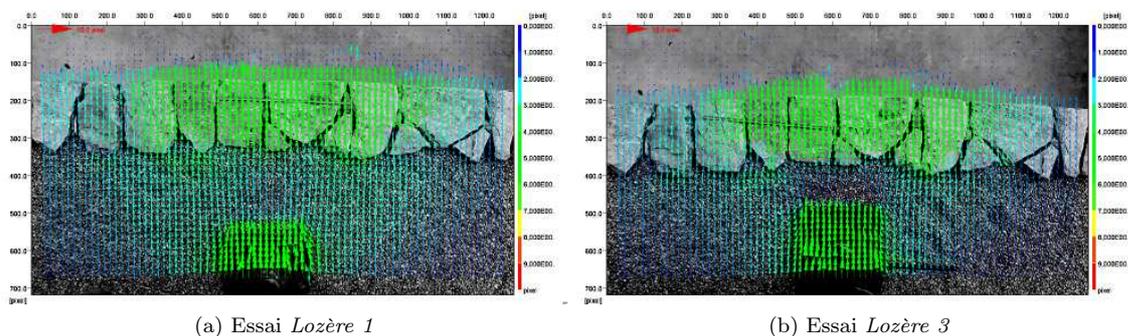


Figure 4.32 – Champ de déplacements, vue de dessus.

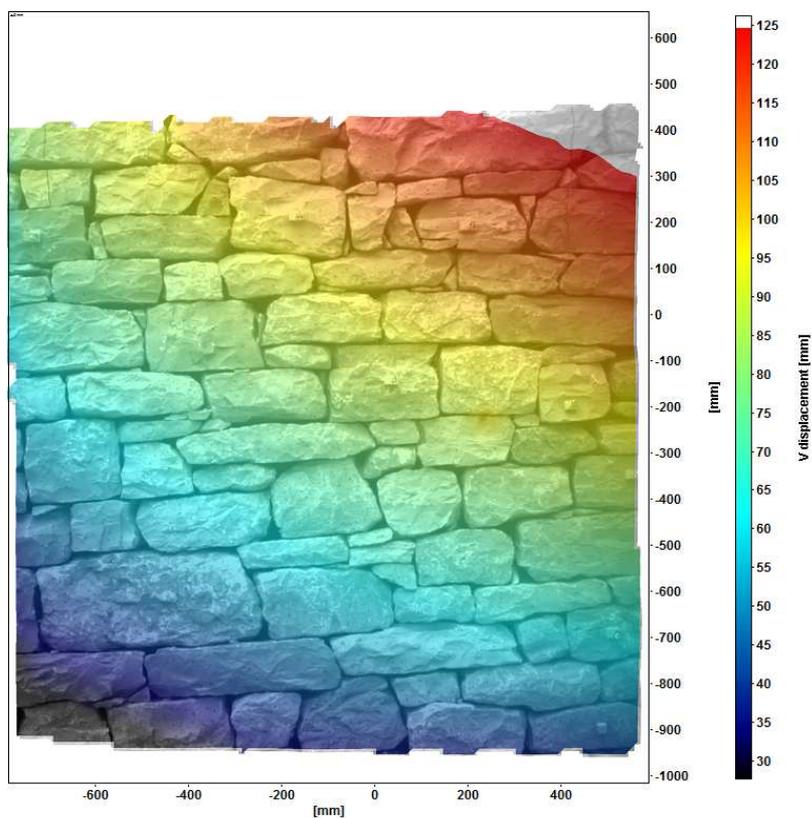
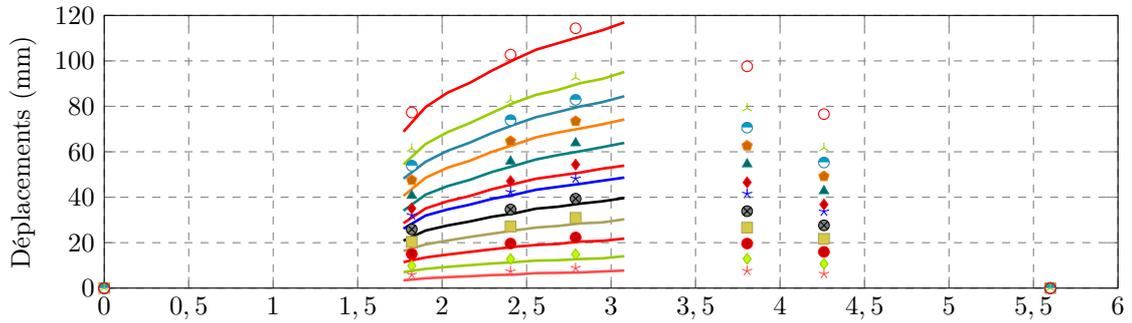


Figure 4.33 – Représentation des isovaleurs du champ de déplacements hors-plan obtenus par analyse d'images 3D en comparant l'état initial et final du mur.

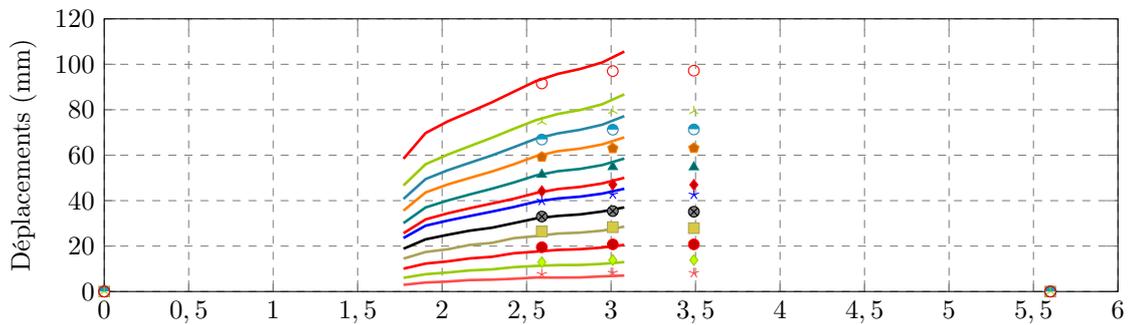
Tableau 4.11 – Résumé des résultats de l'essai *Lozère* à échelle 1.

	<i>Lozère 1</i>	<i>Lozère 2</i>	<i>Lozère 3</i>
Charge max (kN)	48	125	38
Enfoncement à charge max (mm)	76	88	55
Enfoncement en fin d'essai (mm)	125	88	152
Déplacement de la tête du mur à charge max (mm)	29	55	78
Déplacement de la tête du mur en fin d'essai (mm)	55	55	131
Vitesse de chargement (mm/s)	2,00	1,46	1,73
R <sup>2</sup> enfoncement	0,9994	0,9984	0,9986

#### 4.4. EXPÉRIMENTATION À L'ÉCHELLE 1 SUR MUR DE SOUTÈNEMENT ROUTIER



(a) Coupe à 1,47 m du sol



(b) Coupe à 1,15 m du sol

Figure 4.34 – Essais *Lozère* – Évolution des déplacements du parement selon un plan de coupe horizontal : comparaison des mesures ponctuelles des capteurs à câble avec la mesure continue de l'analyse d'images 3D (PIV).

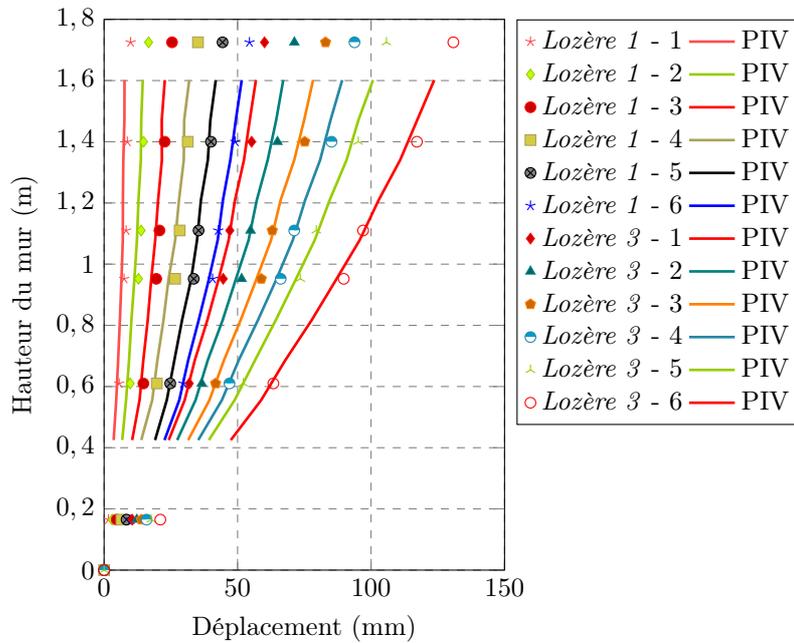
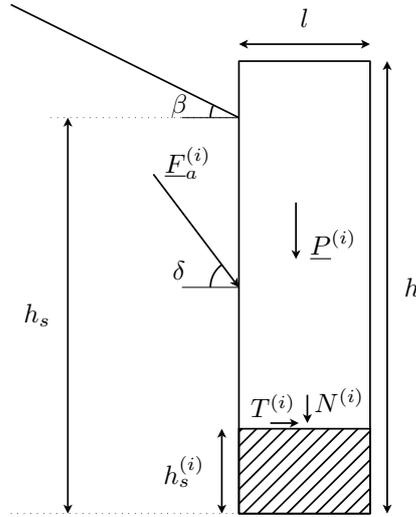


Figure 4.35 – Essais *Lozère* – Évolution des déplacements du parement au milieu du mur selon un plan coupe vertical orthogonal au mur : comparaison des mesures ponctuelles des capteurs à câble avec la mesure continue de l'analyse d'images 3D (PIV).


 Figure 4.36 – Efforts tangentiels et normaux s'exerçant sur le joint  $i$ .

Au niveau du joint  $i$  situé au-dessus du capteur  $C_i$  à une hauteur  $h^{(i)}$  du sol (figure 4.36). Trois efforts interviennent : la poussée du remblai, l'influence de la surcharge et le poids du mur. Colas estime la poussée du remblai  $F_a^{(i)}$  par :

$$F_a^{(i)} = \begin{cases} 0 & \text{si } h_s < h^{(i)} \\ \frac{K_a \gamma_s}{2} (h_s - h^{(i)})^2 & \text{si } h_s \geq h^{(i)} \end{cases} \quad (4.5)$$

où  $h^{(i)}$  est la hauteur de remblai située en dessous du lit de pierre et  $K_a$  le coefficient de poussée des terres de Poncelet :

$$K_a = \frac{\sin^2(\eta - \varphi_s)}{\sin^2(\eta) \sin(\eta + \delta)} \left( 1 + \sqrt{\frac{\sin(\varphi_s + \delta) \sin(\varphi_s - \beta)}{\sin(\eta + \delta) \sin(\eta - \beta)}} \right)^{-2} \quad (4.6)$$

$$= \frac{\cos^2(\varphi_s)}{\left( 1 + \sqrt{\sin(2\varphi_s)} \right)^2} \quad (4.7)$$

avec

$\eta$  : l'angle entre le parement amont et l'horizontale, nul dans notre cas ;

$\beta$  : le pendage du remblai, nul dans notre cas ;

$\varphi_s$  : l'angle de frottement du sol ;

$\delta$  : l'angle d'application de la force de poussée.

Nous supposons que la surcharge admet une répartition triangulaire inclinée à  $\varphi_s$ . Nous estimons la contribution de la surcharge  $F_s^{(i)}$  par :

$$F_s^{(i)} = K_a F \left( B + 2 \left( h_s - h^{(i)} \right) \tan \varphi_s \right) \quad (4.8)$$

avec

$F$  : la valeur de la surcharge ;

$B$  : la dimension de la fondation dans la direction perpendiculaire au parement du mur.

La force volumique exercée sur ce lit de pierre s'exprime alors comme :

$$P^{(i)} = \gamma (V - V^{(i)}) \quad (4.9)$$

où

#### 4.4. EXPÉRIMENTATION À L'ÉCHELLE 1 SUR MUR DE SOUTÈNEMENT ROUTIER

$V$  est le volume du mur

$$V = lh \quad (4.10)$$

$V^{(i)}$  est le volume du mur situé en dessous du lit  $i$  :

$$V^{(i)} = lh^{(i)} \quad (4.11)$$

On en déduit la valeur des efforts normaux  $N$  et tangentiels  $T$  en fonction de l'inclinaison initiale  $\alpha$  des lits de pierre :

$$\begin{cases} N^{(i)} = P^{(i)} + F_a^{(i)} \sin(\delta) \\ T^{(i)} = F_a^{(i)} \cos(\delta) + F_s^{(i)} \end{cases} \quad (4.12)$$

Les déplacements associés à un joint  $\delta u_0^{(i)}$  sont obtenus à partir des données des capteurs situés au-dessous ( $C_i$ ) et au-dessus ( $C_{i+1}$ ) de ce joint de sorte que :

$$\delta u^{(i)} = u_{i+1} - u_i \quad (4.13)$$

Nous notons  $\varphi^{(i)}$  l'inclinaison de la résultante des efforts appliqués au lit  $i$ .

$$\frac{T^{(i)}}{N^{(i)}} = \tan \varphi^{(i)} \quad (4.14)$$

Si la courbe  $\varphi^{(i)} = f(\delta u^{(i)})$  atteint un palier, la valeur de ce palier nous donne une borne inférieure l'angle de frottement  $\varphi_{\text{effectif}}^{(i)}$  du joint  $i$ .

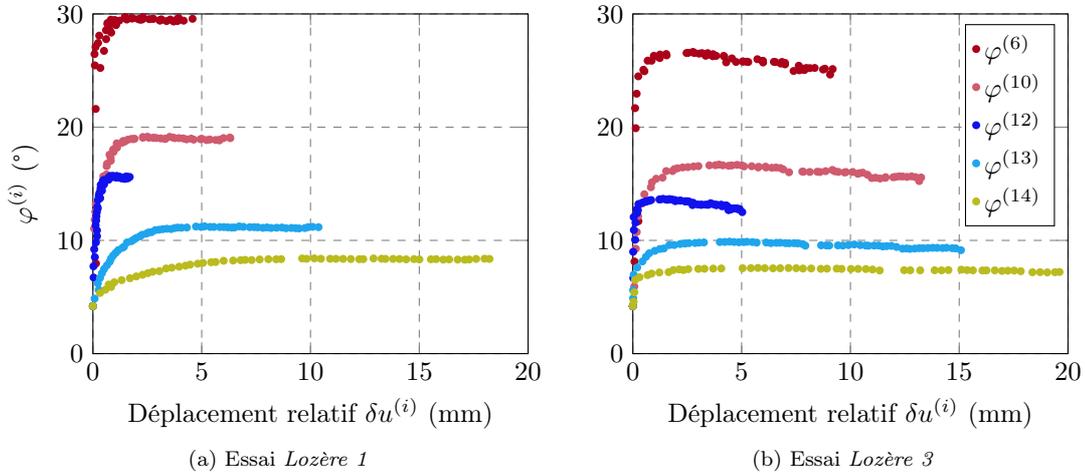


Figure 4.37 – Évolution de l'inclinaison  $\varphi^{(i)}$  de la résultante des efforts appliqués au lit  $i$  en fonction du déplacement relatif de ce lit  $\delta u^{(i)}$ .

Nous traçons en figure 4.37 les courbes  $\varphi^{(i)} = f(\delta u^{(i)})$  issues des données collectées par les capteurs 2, 6, 10, 12, 13 et 14, les six capteurs positionnés sur la verticale médiane du mur. Les résultats sont tant soit peu biaisés par les différences de hauteurs d'implantation de ces capteurs, variables et parfois importantes. Il y a par exemple quatre lits entre les capteurs 13 et 14 ; il y a trois lits entre les capteurs 2 et 6, 6 et 10, et 12 et 13 ; enfin, il y a deux lits de pierre entre les capteurs 10 et 12 (cf. figure 4.28). Du fait de ces écarts géométriques importants, l'augmentation du déplacement relatif  $\delta u^{(i)}$  n'indique pas nécessairement un glissement relatif au niveau du joint  $i$  : un mouvement global de rotation peut également être à l'origine de cette variation.

Les dix courbes  $\varphi^{(i)} = f(\delta u^{(i)})$  atteignent un palier : la variation de  $\varphi^{(i)}$  provenant uniquement de celle de  $F_s^{(i)}$ , qui elle-même admet un palier, cela n'est pas surprenant. La valeur maximale de  $\varphi^{(i)}$  vaut  $30^\circ$  et est atteinte pour le lit 6 : l'angle de frottement interne du mur est donc au moins égal à  $30^\circ$ . Nous ne pouvons rien conclure de plus étant donné la distance entre les capteurs 2 et 6. Les sollicitations en cisaillement diminuent à mesure que l'on se rapproche de la base du mur, ce qui concorde avec la modélisation du mode de chargement adoptée.

#### 4.4.3.3 Retour sur l'analyse d'images 3D

Sur l'ensemble des méthodes de mesure employées, l'analyse d'images 3D est la plus délicate à manier. La qualité des données recueillies dépend de nombreux paramètres : adéquation du positionnement des caméras et de leur orientation par rapport à la grandeur à mesurer, pertinence du positionnement des mires pour la calibration, variations d'ensoleillement, etc. Les photos prises à chaque pause ne constituent rien de plus que de la matière première brute : il faut plusieurs heures de traitement puis de calcul avant d'en obtenir les résultats désirés : l'opérateur est par conséquent amené à employer son « meilleur jugement » lors de la mise en place des caméras et de leur calibration sans pouvoir vérifier ses choix en temps réel. Enfin, pour ne rien faciliter, nous nous intéressons principalement à l'évolution du déplacement hors-plan, la composante la plus difficile à estimer.

Nous avons représenté sur les mêmes graphes l'évolution des profils transversaux verticaux et horizontaux du mur en figures 4.35 et 4.34. Les points matérialisent la mesure des capteurs à câble tandis que les lignes représentent les résultats obtenus par analyse d'images 3D. Les deux jeux de résultats semblent concorder. Le tableau 4.12 présente l'écart relatif de mesure par analyse d'images 3D avec celle des capteurs à câble. Pendant les premières étapes de l'essai *Lozère 1*, les déplacements hors-plan sont faibles et les écarts entre l'analyse d'images et les capteurs à câble sont importants. À partir de la cinquième étape de cet essai, quand les déplacements hors-plan dans la zone cible sont tous supérieurs à 25 mm, les résultats de l'analyse d'images coïncident presque parfaitement avec ceux de la mesure des capteurs à câble (tableau 4.12).

Notons que les capteurs à câble ne mesurent pas le déplacement hors-plan mais la distance  $d$  entre le point d'accroche du câble sur le mur et le corps du capteur. Si le point d'accroche se déplace uniquement dans la direction orthogonale au mur, alors le capteur à câble mesure le déplacement hors-plan. Malheureusement, la rotation locale des blocs et les translations dans les deux directions du plan du mur s'ajoutent au déplacement hors-plan et perturbent la mesure du capteur à câble. Pour une longueur de câble  $d$  donnée, Colas (2009) établit que l'erreur  $\varepsilon_{\text{rot}}$  vaut :

$$\varepsilon_{\text{rot}} = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{h(1 - \cos \theta)}{d}\right)^2}} - 1 \quad (4.15)$$

L'erreur  $\varepsilon_{\text{trans}}$  due à la translation du point d'accroche dans les deux directions du plan du parement de  $\delta_x$  et  $\delta_y$  s'écrit :

$$\varepsilon_{\text{trans}} = \frac{d - \sqrt{(d - \delta_z)^2 - \delta_x^2 - \delta_y^2}}{\delta_z} - 1 \quad (4.16)$$

Pour une rotation de  $\theta = 10^\circ$  – le maximum mesuré par Colas est de  $6^\circ$  –, l'erreur due à la rotation est inférieure à 1 %. Pour des translations  $\delta_x$  et  $\delta_y$  de 20 mm – le maximum mesuré dans cette campagne est 10 mm – et un déplacement hors-plan  $\delta_z$  de 25 mm, l'erreur due à la rotation est de l'ordre de 5 %. La mesure des capteurs à câble peut raisonnablement être assimilée à celle du déplacement hors-plan pour peu que la distance  $d$  soit suffisamment grande. Nous avons appliqué ces corrections dans la comparaison des deux jeux de données : l'influence est inférieure à 1 %.

Cette campagne expérimentale à échelle 1 complète et achève la partie expérimentale de ce mémoire. Contrairement aux travaux précédents, nous n'avons pu mettre à l'épreuve qu'un seul mur de soutènement. Il n'est pas question donc de parler de répétabilité dans cette partie. Le dispositif

#### 4.4. EXPÉRIMENTATION À L'ÉCHELLE 1 SUR MUR DE SOUTÈNEMENT ROUTIER

Tableau 4.12 – Écart relatif de la mesure du déplacement hors-plan par analyse d'images 3D avec la mesure des capteurs à câble dans le champ des caméras.

Étape	Capt. 3	Capt. 4	Capt. 5	Capt. 9	Capt. 10	Capt. 12	Capt. 13
<i>Lozère 1 - 1</i>	-27,0 %	-18,1 %	-22,5 %	-21,8 %	-23,3 %	-14,4 %	-11,3 %
<i>Lozère 1 - 2</i>	-16,5 %	-12,5 %	-15,7 %	-13,9 %	-14,8 %	-10,9 %	-10,5 %
<i>Lozère 1 - 3</i>	-12,7 %	-9,4 %	-10,2 %	-10,5 %	-9,7 %	-8,0 %	-6,2 %
<i>Lozère 1 - 4</i>	-8,2 %	-8,0 %	-9,1 %	-8,5 %	-8,2 %	-7,5 %	-5,6 %
<i>Lozère 1 - 5</i>	-4,6 %	-5,4 %	-5,9 %	-4,5 %	-4,4 %	-2,3 %	-0,4 %
<i>Lozère 1 - 6</i>	-2,4 %	-3,0 %	-4,3 %	-3,3 %	-3,3 %	-2,8 %	0,1 %
<i>Lozère 3 - 1</i>	-2,2 %	-3,1 %	-5,7 %	-4,2 %	-3,5 %	-3,0 %	0,6 %
<i>Lozère 3 - 2</i>	-0,7 %	-3,3 %	-4,8 %	-3,3 %	-3,5 %	-3,5 %	0,2 %
<i>Lozère 3 - 3</i>	0,0 %	-2,1 %	-3,5 %	-2,1 %	-2,3 %	-2,2 %	1,3 %
<i>Lozère 3 - 4</i>	0,3 %	-3,0 %	-3,2 %	-2,3 %	-2,5 %	-1,5 %	0,7 %
<i>Lozère 3 - 5</i>	-0,1 %	-1,9 %	-2,5 %	-2,0 %	-2,1 %	-1,4 %	0,9 %
<i>Lozère 3 - 6</i>	-0,3 %	-1,8 %	-2,3 %	-2,1 %	-2,1 %	-1,8 %	0,4 %

spécialement mis au point pour cet essai a pleinement satisfait nos exigences. L'application du chargement est désormais très bien maîtrisée, en terme de direction, de vitesse de chargement et de régularité. Cette campagne a également été l'occasion d'expérimenter une nouvelle méthode de mesure, l'analyse d'images 3D. Moins précise pour mesurer de petits déplacements hors-plans, sa précision croît rapidement avec leur augmentation pour devenir rapidement comparable avec celle des capteurs à câble. L'avantage indéniable de la technique réside dans l'obtention d'une mesure continue sur une grande surface pour un encombrement minimum. Ses résultats étant différés, on ne peut pas encore envisager de l'utiliser comme méthode de mesure. Toutefois, ces deux dispositifs se complètent bien : l'analyse d'images 3D fournit une mesure sur tout ou partie de la surface, les capteurs à câble fournissent des mesures ponctuelles précises en temps réel. Les résultats ponctuels des capteurs à câble fournissent les points de comparaison pour vérifier la qualité de l'analyse d'image.

Nous avons décrit dans ce chapitre un panel étendu d'approches expérimentales possibles. Nous avons débuté par une campagne 2D de modélisation physique sur une maquette se comportant en déformation plane. Nous avons poursuivi par une campagne 3D de modélisation physique sur la maquette d'un demi-modèle de mur de soutènement routier. Enfin, nous avons réalisé une campagne 3D à échelle 1 modélisant le problème du *mur de soutènement routier*.

La campagne de modélisation physique 2D compte 41 essais répartis en 15 configurations ; la campagne de modélisation physique 3D en compte 34 répartis en 9 configurations. Cela nous a permis de mesurer la répétabilité de l'expérience ; les résultats obtenus sont de bonne qualité, ce qui nous permet de les utiliser pour valider les outils analytiques et numériques développés dans les chapitre 2 et 3. Assez éloignées de la réalité du terrain, par leur taille et la régularité de leurs appareillages, la principale finalité de ces campagnes est de participer à cette validation.

Nous utilisons les données de la première campagne, réalisée en 2D, dans la première partie du chapitre suivant, afin de comparer les résultats obtenus avec ceux des modélisations analytiques et numériques développées dans les chapitre 2 et 3. Les données des deux autres campagnes réalisées au cours de ce travail, conduites en 3D, viennent alimenter la base de donnée de la littérature concernant les ouvrages de soutènement en maçonnerie soumis à un chargement routier. Elle nous ont également permis de mettre en évidence certains points d'achoppement du modèle analytique développé par Le (2013), notamment en termes de mécanismes de rupture, et en permettra donc l'amélioration.



# Chapitre 5

## Validation et application

*Great minds discuss ideas,  
average ones discuss events,  
and small minds discuss people.*

Eleanor Roosevelt

### Plan du chapitre 5

---

<b>5.1</b>	<b>Validation de la modélisation 2D</b>	<b>163</b>
5.1.1	Confrontation avec la modélisation physique	163
5.1.2	Confrontation avec la littérature	169
<b>5.2</b>	<b>Application à un cas d'ouvrage pathologique</b>	<b>173</b>
5.2.1	Présentation du cas d'étude	173
5.2.2	Mode opératoire	173
5.2.3	Discussion	176

---



Dernière étape de ce mémoire, ce chapitre réunit et compare les apports de ses prédécesseurs. Son objectif premier est de valider les outils développés aux chapitres 2 et 3 en les comparant avec les résultats expérimentaux rapportés aux chapitres 1 et 4.

L'outil analytique utilisé est issu des travaux de Colas (2009), qui l'a déjà testé et validé pour la pierre sèche. Nous étudions ici la validité de son extension aux maçonneries hourdées et clouées. Nous nous appuyons sur ses résultats pour étoffer la validation de l'outil numérique sur la maçonnerie sèche. La validation est menée en plusieurs étapes. Nous commençons par l'étude de modèles physiques, des maquettes reproduisant au plus près les hypothèses de régularité géométrique et de périodicité de l'appareillage de la maçonnerie utilisées dans la modélisation. Nous terminons par la confrontation avec les résultats des campagnes expérimentales à l'échelle 1 de Villemus (2004) et Colas (2009).

Cette partie de validation est aussi l'occasion de comparer les performances respectives des outils analytique et numérique.

Dans un second temps, une fois que l'outil numérique est validé, nous l'appliquons à l'étude d'une géométrie déformée : le cas d'un mur de soutènement atteint d'un ventre dans sa partie basse. L'outil numérique se prête bien à l'étude de cette catégorie de problèmes : la modification de la géométrie est un processus transparent pour cet outil.

Ce chapitre met un terme à notre travail sur les ouvrages de soutènement en maçonnerie. Les deux outils qui nous ont occupé jusqu'à présent ont atteint un niveau de maturité suffisant pour envisager leur transfert vers des applications plus opérationnelles, pour des maîtres d'ouvrages ou des maîtres d'œuvre. La méthode analytique fournit un outil intéressant pour évaluer le niveau de santé d'un grand parc d'ouvrages. La méthode numérique complète cet outil pour étudier avec plus de détails les ouvrages pathologiques ou de grande taille.



## 5.1 Validation de la modélisation 2D

Ce dernier chapitre se consacre premièrement à la confrontation des modèles théoriques développés avec les résultats issus de l'expérience. Cette comparaison nous permettra de préciser leur domaine de validité. Dans un second temps, nous explorerons une partie des possibilités géométriques offertes par un code numérique fonctionnel.

### 5.1.1 Confrontation avec la modélisation physique

#### 5.1.1.1 Présentation des trois campagnes

Nous débutons cette partie de validation par la confrontation du modèle numérique présenté au cours du chapitre 3 avec les résultats de plusieurs campagnes de modélisation physique. Nous avons présenté le principe de la modélisation physique en 2D en partie 4.2. Nous étoffons la base de données des résultats issus de cette campagne par ceux des deux campagnes similaires conduites par Colas (2009) durant sa thèse.

**Briques en bois (Colas, 2009).** Dans sa première campagne de modélisation physique, Colas utilise des modules en bois de section  $2 \times 1$  cm et de 6 cm de long. L'angle de frottement entre les modules vaut  $30^\circ$ . Ces éléments sont assemblés à joints croisés et retiennent un remblai constitué de rouleaux de Schneebeli. Le mur ainsi constitué pèse  $7,1 \text{ kN/m}^3$ . Pour mémoire, le matériau de Schneebeli pèse  $22,5 \text{ kN/m}^3$  et est caractérisé par un angle de frottement de  $22^\circ$  (cf. 4.2.1.1).

Elle réalise neuf variantes géométriques, en faisant varier le fruit aval, le pendage des lits de la maçonnerie et le pendage du remblai (cf. tableau 5.1). La résistance de chaque mur est caractérisée par la hauteur de remblai supportable par l'ouvrage.

**Briques de terre cuite (Colas, 2009).** Dans sa deuxième campagne de modélisation physique, Colas utilise des modules en briques de terre cuite de section  $2 \times 1$  cm et de 6 cm de long. L'angle de frottement entre les blocs vaut  $33^\circ$ . Comme précédemment, les modules sont assemblés à joints croisés. Le mur pèse  $18,4 \text{ kN/m}^3$ .

Elle réalise également neuf variantes géométriques, en faisant varier les mêmes paramètres dans des proportions similaires (cf. tableau 5.2).

**Briques de mortier de ciment.** Contrairement aux deux campagnes évoquées dans les paragraphes précédents, celle-ci a été réalisée au cours de ce travail de thèse. Nous l'avons présentée en détails au chapitre 4 (§ 4.2). Les briques, réalisées ici en mortier de ciment, présentent le même élancement  $m = a/b = 0,5$ . Elles sont caractérisées par un angle de frottement de  $32^\circ$ . Assemblées à joints croisés, les murs pèsent en moyenne  $18,6 \text{ kN/m}^3$ . Cinq configurations sont renforcées par un clou, supposé infiniment résistant et avec un coefficient de frottement de  $T_l$  de  $1 \text{ kN/ml}$ . Les murs des séries 5 et 6 sont jointoyés avec un mortier de terre dont la cohésion vaut  $0,5 \text{ kPa}$  et l'angle de frottement  $28^\circ$  – valeurs entre parenthèses dans le tableau 5.5.

Les paramètres géométriques de chaque série sont regroupés dans le tableau 4.2. Nous rappelons dans les tableaux 5.3 et 5.4 le paramètre variable dans chacune des séries de cette campagne.

**Modalités de la confrontation.** Dans la suite de cette partie, nous comparons les résultats obtenus expérimentalement avec les résultats issus des modélisations en déformation plane analytique et numérique respectivement présentées dans les chapitres 2 et 3. Les campagnes de Colas ayant déjà fait l'objet de la comparaison avec l'outil analytique, nous reportons simplement ici les résultats publiés par Colas (2009). Pour les configurations clouées, nous ne menons la comparaison qu'avec l'outil analytique. Le renforcement par clouage n'a pas encore été implémenté dans l'outil numérique. Les paramètres physiques utilisés pour modéliser les trois campagnes sont résumés dans le tableau 5.5.

CHAPITRE 5. VALIDATION ET APPLICATION

Tableau 5.1 – Paramètres géométriques variables des ouvrages en briques de bois de Colas (2009).  
Valeurs de référence : hauteur : 27,5 cm, largeur en tête : 11 cm, fruit amont : 0 %, fruit aval 0 %,  
pendage des lits 0°, pendage du remblai 0°.

Série	Paramètre	Valeur
1	Référence	—
2	Fruit aval (%)	9
3	Fruit aval (%)	12
4	Pendage des lits $\alpha$	-6
5	Pendage des lits $\alpha$	-6
6	Pendage des lits $\alpha$	16
7	Pendage du remblai $\beta$	5
8	Pendage du remblai $\beta$	10
9	Pendage du remblai $\beta$	20

Tableau 5.2 – Paramètres géométriques variables des ouvrages en briques de terre cuite de Colas (2009).  
Valeurs de référence : hauteur : 27,5 cm, largeur en tête : 9 cm, fruit amont : 0 %, fruit aval 0 %,  
pendage des lits 0°, pendage du remblai 0°.

Série	Paramètre	Valeur
1	Référence	—
2	Fruit aval (%)	11
3	Fruit aval (%)	16
4	Pendage des lits $\alpha$	-12
5	Pendage des lits $\alpha$	-6
6	Pendage des lits $\alpha$	6
7	Pendage du remblai $\beta$	5
8	Pendage du remblai $\beta$	10
9	Pendage du remblai $\beta$	20

Tableau 5.3 – Paramètres variables des ouvrages en briques de mortier de ciment. Valeurs de référence :  
hauteur : 41 cm, largeur en tête : 10 cm, fruit amont : 0 %, fruit aval 0 %, pendage des lits 0°, pendage  
du remblai 0°.

Série	Paramètre	Valeur
1	Référence	—
2	Fruit aval	18°
3	Fruit aval	14°
4	Fruit aval	11°
5	Jointoyage	total
6	Jointoyage	partiel
7	Pendage $\alpha$	-12°
8	Fruit aval ; pendage	7° ; -18°
9	Fruit aval ; pendage	14° ; -18°
10	Fruit aval ; pendage	12° ; -18°

Tableau 5.4 – Paramètres variables des clous mis en œuvre sur les ouvrages en briques de mortier de ciment.

Série	Paramètre	Valeur
11	Longueur	10 cm
12	Référence	—
13	Longueur	20 cm
14	Hauteur	15 cm
15	Hauteur	20 cm

Tableau 5.5 – Paramètres physiques utilisés dans les modélisations des campagnes sur maquette (paramètres du mortier de terre rapportés entre parenthèses).

Paramètre	Bois	Terre cuite	Mortier de ciment
Cohésion du sol $C_s$ (kPa)	0	0	0
Angle de frottement du sol $\varphi_s$ (°)	22	22	22
Cohésion du mur $C$ (kPa)	0	0	0 (0,5)
Angle de frottement du mur $\varphi$ (°)	30	33	32 (28)
Élancement des blocs $m = a/b$	0,5	0,5	0,5
Poids volumique du sol $\gamma_s$ (kN/m <sup>3</sup> )	22,5	22,5	22,5
Poids volumique du mur $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	7,1	18,4	18,6
Frottement du clou $T_l$ (kN/ml)	—	—	1

Conformément au principe de la modélisation physique, ces maquettes sont simulées en respectant leurs dimensions réelles. Pour la méthode numérique, nous utilisons un maillage plus raffiné au niveau du mur : la taille caractéristique des éléments du mur est de l'ordre de 1 cm ; celle des éléments à l'extrémité opposée du remblai est de l'ordre de 8 cm. Le nombre total d'éléments est compris entre 1 500 et 2 500 éléments selon les géométries (figure 5.1). Le mur est considéré encasté sur sa base.

Nous abordons cette comparaison en commençant par les charges extrêmes supportables. Nous caractérisons la charge extrême par la hauteur de remblai maximale supportable par l'ouvrage. L'outil analytique fournit directement cette donnée. Pour l'outil numérique, nous appliquons la stratégie de résolution décrite au cours du chapitre 3 (§ 3.3.4). Cette méthode fait varier la hauteur de remblai par remaillages successifs selon un processus dichotomique jusqu'à ce que le poids volumique induisant la rupture numérique de l'ouvrage corresponde au poids volumique du matériau de Schneebeli à une tolérance près, fixée ici à 1 %. Dans un second temps, nous nous concentrons sur les mécanismes de rupture.

### 5.1.1.2 Confrontation des charges extrêmes

Nous rapportons les résultats obtenus par l'expérience et la modélisation dans le tableau 5.6. Nous mesurons l'écart entre la hauteur de rupture expérimentale  $h_{s,\text{exp}}$  et la hauteur de rupture analytique  $h_{s,\text{ana}}$  ou la hauteur de rupture numérique  $h_{s,\text{num}}$  par le paramètre  $\delta_{\text{xxx-exp}}$  défini par :

$$\delta_{\text{xxx-exp}} = \frac{h_{s,\text{xxx}} - h_{s,\text{exp}}}{h_{s,\text{exp}}} \quad (5.1)$$

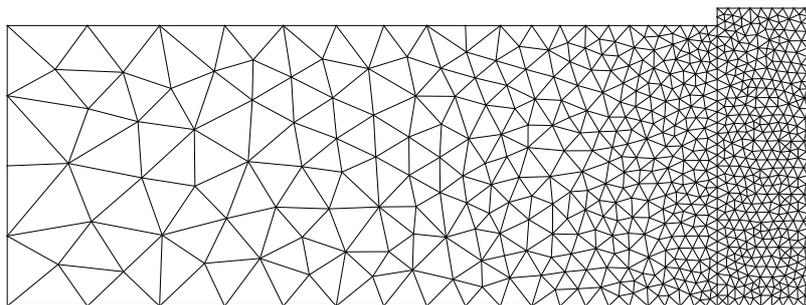


Figure 5.1 – Maillage type utilisé pour la confrontation du code 2D avec les campagnes de modélisation physique – maillage représentant la configuration de référence de la campagne de Colas sur des ouvrages en brique de terre cuite, 1316 éléments.

Nous mesurons l’erreur moyenne  $\overline{err}_{xxx}$  sur l’ensemble d’une campagne expérimentale par :

$$\overline{err}_{xxx} = \sum_i^n \frac{|\delta_{xxx-\text{exp}}^i|}{n} \quad (5.2)$$

La modélisation des murs réalisés en briques de bois présente les résultats les moins fiables. Du fait de leur faible poids volumique, inférieur au tiers du poids volumique du sol de Schneebeli, ces murs sont notoirement instables, ce qui peut expliquer la difficulté d’une modélisation correcte. Avec 9 % d’erreur moyenne pour la modélisation analytique et 10 % pour la modélisation numérique, ces résultats sont néanmoins très satisfaisants.

Pour les deux campagnes suivantes, l’approche numérique fournit régulièrement une estimation de meilleure qualité que l’approche analytique. Néanmoins, les configurations à pendage des lits  $\alpha$  négatifs posent problème à l’approche numérique. La résistance des séries 4 et 5 de la campagne en briques de terre cuite est largement sous-estimée – de respectivement 25,0 et 12,5 %. Il en est de même pour la série 7 de la campagne en briques de mortier de ciment – où l’écart s’élève à 11,7 % –, tandis que les murs des séries 8 à 10 de cette campagne ne sont pas numériquement stables – de même que le mur de la série 6 de la campagne en briques de bois.

Dans plusieurs cas, le fruit du parement aval a été obtenu par redans successifs – configurations bois 2 et 3, configurations briques ciment 2 à 4 et 8 à 10. Pour modéliser ces géométries par la méthode analytique, nous avons assimilé le parement aval à son profil moyen, ce qui est parfois une estimation grossière : la figure 4.5b en est un exemple. C’est une des raisons de la moindre précision de l’approche analytique sur ces configurations. Pour la campagne que nous avons réalisée, nous avons pu conduire le calcul numérique sur les géométries exactes, ce qui explique la meilleure qualité des résultats numériques pour les configurations 2 à 4.

Quatre séries sont numériquement instables : la série 6 des murs en bois et les séries 8 à 10 des murs en briques de mortier de ciment. Pour ces trois dernières séries, la modélisation analytique donne aussi des résultats aberrants. Expérimentalement, la construction de ces ouvrages s’apparentait plutôt à un jeu d’équilibre qu’à de la maçonnerie ordinaire : ces ouvrages étaient aussi relativement instables lors de leur construction. La plus grande partie de leur résistance effective ne provient pas du frottement des blocs les uns avec les autres mais plutôt de phénomènes de blocages géométriques modifiant localement l’appareillage pour une meilleure stabilité. Pour retrouver numériquement les hauteurs de remblai à la rupture obtenues expérimentalement, nous avons dû, selon les cas, augmenter la valeur de l’angle de frottement du mur  $\varphi$  de 35 à 50°. Cela va dans le sens de l’hypothèse des blocages géométriques formulée précédemment.

La modélisation numérique semble produire des résultats de meilleure qualité que la modélisation analytique, de l’ordre de quelques pourcents. Reste à comparer les temps de calculs. Pour la précision de maillage choisie, sur une machine disposant de 8 Go de mémoire RAM avec quatre cœurs cadencés à 2,9 GHz, chaque itération nécessite environ 5 s ; selon les calculs, il faut entre 1 et 15 itérations

pour satisfaire la condition de précision sur le poids volumique du sol, ce qui porte le temps de calcul maximum à environ 75 s. Comparé aux 30 ms généralement suffisantes pour l'exécution d'un calcul analytique, c'est presque lent mais loin d'être réhébitoraire pour un usage courant, y compris pour de l'analyse paramétrique – à ce rythme, il faut moins d'une heure pour effectuer une cinquantaine de calculs.

Enfin, l'approche analytique produit d'excellents résultats pour la modélisation du renforcement par clouage, avec seulement 2,9 % d'erreur moyenne sur les séries 11 à 15 de la campagne en briques de mortier de ciment, pour une erreur maximale de 5,2 %. De tels résultats semblent difficiles à surpasser par un calcul numérique. Développer un outil de clouage numérique serait néanmoins intéressant pour étudier des clouages plus complexes. Un outil de clouage numérique 2D permettrait de varier facilement le nombre de clous dans la section de référence, afin d'aborder avec plus de pertinence les ouvrages de soutènement de grande hauteur. Un outil de clouage numérique 3D permettrait quant à lui de concevoir un plan optimal de clouage sur l'ensemble de la surface du parement à renforcer.

**Nota.** Les écarts  $\delta_{\text{num-exp}}$  sont parfois négatifs, indiquant par là que l'estimation numérique est inférieure à la solution expérimentale. Or, l'approche par l'extérieur du calcul à la rupture possède normalement le caractère de borne supérieure par rapport à la solution du cas réel. Cette différence provient de la stratégie de calcul adoptée qui fait varier deux paramètres : le poids volumique du remblai et la hauteur de remblaiement. La tolérance sur le poids volumique est symétrique autour de la valeur cible : un poids volumique supérieur à la valeur cible – mais inférieur à la borne supérieure définie par la tolérance choisie – peut donc produire une estimation de la hauteur de sol supportable inférieure à la hauteur expérimentale sans pour autant perdre le caractère de borne supérieure de l'approche par l'extérieur du calcul à la rupture.

### 5.1.1.3 Confrontation des mécanismes de rupture

La confrontation des mécanismes de rupture réels avec les mécanismes de rupture virtuels est particulièrement intéressante pour la validation du modèle analytique. Contrairement à l'approche numérique, l'approche analytique que nous utilisons parcourt un nombre restreint de familles de mécanismes. Comme nous l'avons remarqué au paragraphe 4.2.4.1, le mode de rupture privilégié expérimentalement est un mode de rupture combinant un mouvement de rotation du mur avec un champ de cisaillement dans le sol (figure 5.2a) : il s'apparente à la famille des champs de *renversement* utilisée dans l'approche analytique. Conduire le calcul analytique avec un mécanisme de rupture similaire au mécanisme de rupture réel est un gage de précision du résultat et contre-balance le fait que nous ne parcourons que trois familles de mécanismes.

Avec l'approche numérique, l'espace des mécanismes parcouru est incomparablement plus vaste. Une fois franchie l'étape de discrétisation et de construction du champ par les éléments finis, tout champ cinématiquement admissible et pertinent est parcouru par l'algorithme d'optimisation. S'inquiéter d'utiliser le « bon champ virtuel » n'a plus de sens devant une telle diversité. Il reste instructif de constater que le champ virtuel optimal ressemble fort au champ de rupture réel comme l'illustre la figure 5.2.

Affiner l'analyse des cinématiques de rupture n'a que peu de sens pour la méthode numérique. Au cours du chapitre 3, nous avons montré à plusieurs reprises la problématique de dépendance au maillage : il suffirait de raffiner le maillage, d'ordonner le maillage ou d'arranger son découpage pour façonner le mécanisme de rupture au gré de l'opérateur.

La première étape de la validation des outils développés était la confrontation avec les résultats engrangés au cours des différentes campagnes de modélisation physique. Cette première étape donne entière satisfaction. Quelques configurations géométriques extrêmes et irréalistes – dont des murs avec des lits fortement inclinés vers l'aval – posent des problèmes de modélisation, matérialisant une des frontières du domaine d'application de ces outils.

CHAPITRE 5. VALIDATION ET APPLICATION

Tableau 5.6 – Comparaison de la charge de rupture expérimentale  $h_{s,exp}$  avec les charges de rupture issues de la modélisation analytique  $h_{s,ana}$  et numérique  $h_{s,num}$  – Nan : *not a number*, correspondant aux cas où le calcul ne converge pas.

Série	$h_{s,exp}$	$h_{s,ana}$	$h_{s,num}$	$\delta_{ana-exp}$	$\delta_{num-exp}$	Meilleure estimation
Bois, campagne Colas						
1	18,90	21,65	19,37	14,6 %	2,5 %	Numérique
2	16,50	18,28	21,11	10,8 %	27,9 %	Analytique
3	18,50	18,62	21,59	0,6 %	16,7 %	Analytique
4	18,00	19,11	16,45	6,2 %	-8,6 %	Analytique
5	21,30	24,81	20,97	16,5 %	-1,6 %	Numérique
6	24,00	25,39	NaN	5,8 %	NaN	Analytique
7	18,00	20,85	19,00	15,8 %	5,6 %	Numérique
8	19,00	19,74	18,11	3,9 %	-4,7 %	Analytique
9	19,00	17,34	16,33	-8,7 %	-14,1 %	Analytique
	Erreur moyenne $\overline{err}$			9,2 %	10,2 %	
Briques de terre cuite, campagne Colas						
1	25,90	28,65	25,19	10,6 %	-2,7 %	Numérique
2	27,00	28,45	27,22	5,4 %	0,8 %	Numérique
3	28,00	30,59	27,50	9,3 %	1,8 %	Numérique
4	18,00	25,74	13,50	43,0 %	-25,0 %	Numérique
5	23,50	28,65	20,56	21,9 %	-12,5 %	Numérique
6	27,00	28,65	26,47	6,1 %	-2,0 %	Numérique
7	0,00	28,06	24,88	NaN	NaN	—
8	24,00	27,38	24,05	14,1 %	0,2 %	Numérique
9	24,00	25,37	21,75	5,7 %	-9,4 %	Analytique
	Erreur moyenne $\overline{err}$			12,9 %	6,5 %	
Briques de mortier de ciment						
1	29,9	33,70	30,48	12,6 %	2,0 %	Numérique
2	30,5	31,90	30,50	4,6 %	0,0 %	Numérique
3	34,2	32,15	34,20	-6,0 %	0,0 %	Numérique
4	34,5	33,80	34,50	-2,0 %	0,0 %	Numérique
5	36,1	36,65	35,54	1,6 %	-1,6 %	Numérique
6	33,9	36,31	33,11	7,0 %	-2,3 %	Numérique
7	23,0	19,64	20,31	-14,6 %	-11,7 %	Numérique
8	16,5	10,92	NaN	-33,8 %	NaN	—
9	19,0	10,02	NaN	-47,3 %	NaN	—
10	18,0	11,29	NaN	-37,3 %	NaN	—
	Erreur moyenne $\overline{err}$			16,7 %	2,5 %	
Briques de mortier de ciment, configurations clouées						
11	29,9	33,70	—	1,4 %	—	Analytique
12	30,5	36,60	—	4,1 %	—	Analytique
13	34,2	37,00	—	5,2 %	—	Analytique
14	34,5	36,80	—	4,2 %	—	Analytique
15	36,1	35,00	—	-0,2 %	—	Analytique
	Erreur moyenne $\overline{err}$			2,9 %	—	

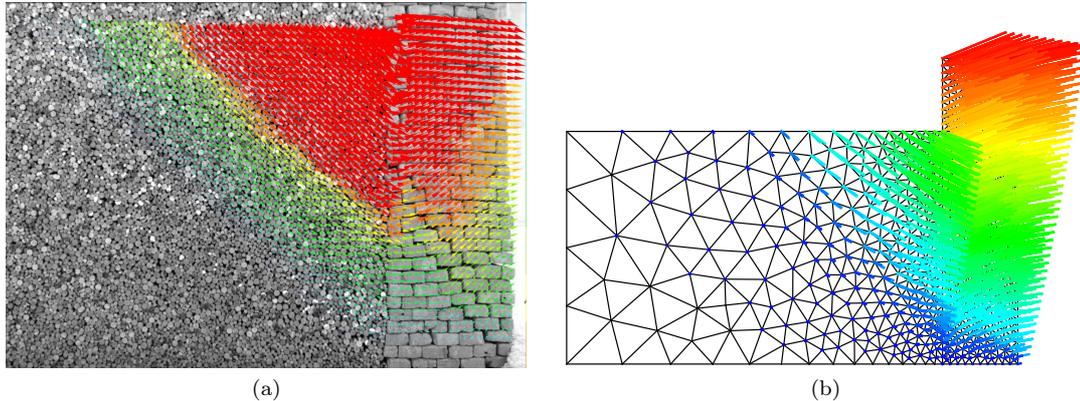


Figure 5.2 – Comparaison des mécanismes de rupture : a) champ de vitesse obtenu expérimentalement, mur 2 ; b) champ de vitesse virtuel obtenu numériquement.

Notre modèle 2D est désormais capable de dimensionner efficacement une maquette d’ouvrage de soutènement. Ce modèle a fait ses preuves sur une large diversité de configurations géométriques et pour quatre matériaux différents. D’un intérêt pratique réel mais somme toute limité, la véritable pierre de touche est la confrontation avec les campagnes expérimentales conduites à l’échelle 1 et documentées dans la littérature que nous abordons dans la section suivante.

### 5.1.2 Confrontation avec la littérature

La littérature rapporte peu d’essais menés en vraie grandeur sur des ouvrages de soutènement sollicités en déformation plane. En partie 1.4, nous avons présenté les campagnes à l’échelle 1 menées par Burgoyne (1853), Villemus (2004) et Colas (2009). Nous nous penchons dans cette partie sur ces deux dernières campagnes. Elles ont déjà fait l’objet d’une comparaison avec les outils analytiques développés par leurs acteurs respectifs, nous les comparons ici avec les résultats de la modélisation numérique. En partie 3.3.4, nous avons confronté avec succès les résultats expérimentaux obtenus par Colas pour son deuxième mur, C2s, avec les résultats du modèle numérique 2D. Il ne reste plus qu’à confronter ici le modèle numérique 2D avec les résultats de la campagne conduite par Villemus.

#### 5.1.2.1 Présentation de la campagne

En 2003, Villemus a réalisé cinq essais à l’échelle 1 sur des ouvrages de soutènement en pierre sèche. Les quatre premiers murs sont construits en calcaire, le dernier est construit en schiste. Ces essais ont la particularité de faire intervenir un chargement hydrostatique : chaque mur est amené à la rupture par l’augmentation progressive du niveau d’eau dans une piscine dont le mur forme une des parois. Ce chargement hydrostatique diffère des chargements granulaires employés jusqu’alors : la plus grande différence entre ces deux chargements réside dans le fait que l’intensité et la direction du chargement hydrostatique sont parfaitement déterminées en tout point du parement. Cette différence de chargement n’affaiblit pas l’intérêt de cette campagne : un mur de soutènement est couramment soumis à la combinaison de ces deux chargements.

Nous consignons dans le tableau 5.7 les paramètres géométriques et physiques utilisés pour la modélisation numérique 2D. Il s’agit des paramètres rapportés par Villemus, à l’exception du paramètre d’élancement des blocs  $m$ . Celui-ci a été évalué à partir des photos de la tranche des ouvrages fournies par Villemus, en prenant la moyenne sur une quarantaine de pierres. Notons que cette estimation est légèrement biaisée à cause des dispositions constructives recommandées : les murs sont nécessairement arrêtés par un chaînage d’angle sur leurs faces latérales, chaînage pour lequel les maçons privilégient les modules de meilleure qualité, ce qui en maçonnerie sèche correspond

Tableau 5.7 – Paramètres géométriques et physiques des murs de Villemus utilisés dans la modélisation numérique.

Paramètre	V1c	V2c	V3c	V4c	V5s
Géométrie					
Hauteur $h$ (m)	2,00	1,95	4,00	2,00	4,25
Largeur en tête $l$ (m)	0,60	0,91	1,20	0,66	1,16
Fruit aval $f_1$ (%)	15	0	15	12	15
Pendage des lits $\alpha$ (°)	0	0	0	4	8,5
Physique					
Angle de frottement du mur $\varphi$ (°)	35	35	35	35	28,5
Élancement $m = a/b$ des blocs	0,61	0,58	0,48	0,50	0,29
Poids volumique du mur $\gamma$ (kN/m <sup>3</sup> )	15,4	14,9	15,7	15,7	18,0

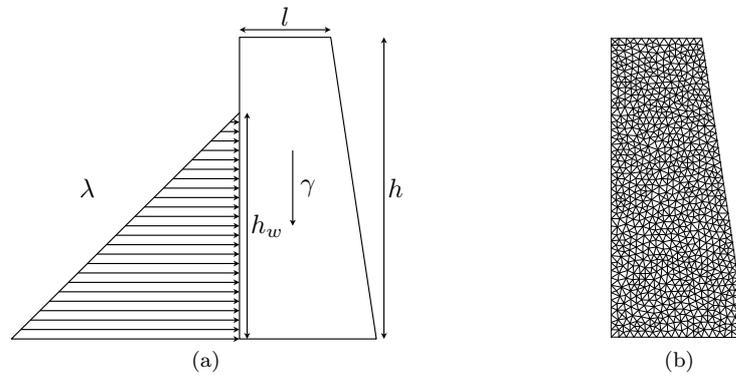


Figure 5.3 – Modélisation numérique 2D de la campagne de Villemus (2004) : a) mode de chargement ; b) maillage type, taille caractéristique des éléments :  $h/40$ .

aux modules les plus gros et les mieux formés. Nous reprenons ici la nomenclature « Vix » établie par Colas (2009) : « V » pour Villemus, suivi d’un index donnant le numéro de l’ouvrage, puis une lettre « c » pour un mur en calcaire, « s » pour un mur en schiste.

### 5.1.2.2 Modalité de la confrontation

**Stratégie de calcul.** Comme pour l’étude du mur C2s présentée au chapitre 3 (§ 3.3.4), nous utilisons une méthode itérative afin de représenter au mieux la réalité. Dans cette campagne, les murs sont d’abord construits seuls avant de recevoir progressivement le chargement hydraulique. Pour la première itération du calcul numérique, nous appliquons un chargement hydraulique sur la hauteur  $h_{w,exp}$ , hauteur de rupture obtenue expérimentalement (figure 5.3a). Le multiplicateur numérique  $\lambda$  sur lequel porte l’optimisation correspond au poids volumique de l’eau  $\gamma_w$ . À l’issue du premier calcul, on obtient  $\gamma_{w,i}^{num}$  que l’on compare avec la valeur réelle  $\gamma_w$ . Si l’écart entre les deux valeurs est inférieur à une tolérance  $\varepsilon$  donnée, le calcul s’arrête. Sinon, on répète l’étape précédente en modifiant la hauteur d’eau  $h_{w,i}$  par dichotomie.

**Maillage.** La taille caractéristique des éléments employés dans cette étude est de l’ordre de  $h/40$ , ce qui correspond à environ 1 700 éléments pour le mur (figure 5.3b). Le mur est supposé encasté sur sa fondation.

Tableau 5.8 – Comparaison des charges de rupture expérimentales  $h_{w,\text{exp}}$  obtenues par Villemus avec les charges de rupture issues de la modélisation analytique de Colas  $h_{w,\text{ana}}$  et numérique  $h_{w,\text{num}}$ .

Mur	$h_{w,\text{exp}}$	$h_{w,\text{ana}}$	$h_{w,\text{num}}$	$\delta_{\text{ana-exp}}$	$\delta_{\text{num-exp}}$	Meilleure estimation
V1c	1,74	1,85	1,69	6,3 %	-3,1 %	Numérique
V2c	1,90	1,92	1,77	1,1 %	-7,0 %	Analytique
V3c	3,37	3,74	3,47	11,0 %	2,9 %	Numérique
V4c	1,94	1,94	1,79	0,0 %	-7,8 %	Analytique
V5s	3,62	3,98	3,86	9,9 %	6,5 %	Numérique
	Erreur moyenne $\overline{err}$			5,7 %	5,5 %	

### 5.1.2.3 Confrontation des charges extrêmes

Pour chacun des cinq murs de la campagne de Villemus, nous présentons dans le tableau 5.8 la hauteur d'eau à la rupture  $h_{w,\text{exp}}$  obtenue expérimentalement par Villemus, la hauteur d'eau maximale supportable  $h_{w,\text{ana}}$  obtenue par Colas à partir de son modèle analytique et la hauteur d'eau maximale supportable  $h_{w,\text{num}}$  obtenue par notre code numérique 2D. Nous accolons à ces résultats les indicateurs  $\delta_{\text{ana-exp}}$  et  $\delta_{\text{num-exp}}$  pour quantifier les écarts entre ces trois valeurs, définis par l'équation (5.1).

Les deux méthodes produisent des résultats très satisfaisants. Contrairement à la comparaison avec la modélisation physique présentée en partie 5.1.1, la méthode analytique et la méthode numérique ne diffèrent pas significativement sur le plan de la précision : l'erreur moyenne  $\overline{err}$  sont équivalentes.

Pour la précision de maillage choisie, sur une machine disposant de 8 Go de mémoire RAM avec quatre cœurs cadencés à 2,9 GHz, chaque itération nécessite environ 2 s ; selon les calculs, il faut entre 1 et 15 itérations pour satisfaire la condition de précision sur le poids volumique de l'eau. Il faut donc compter environ 30 s par calcul, un temps très honorable qui permet à nouveau d'envisager de réaliser un nombre conséquent de calculs. À titre de comparaison, Oetomo (2014) qui a modélisé ce même problème mentionne un temps de calcul de 2,5 semaines pour un calcul en méthode discrète pure et un temps de calcul de 2 à 4 h sur en méthode discrète pour le mur et continue pour le remblai sur une machine cadencée à 3,2 GHz.

### 5.1.2.4 Confrontation des mécanismes de rupture

Villemus a utilisé deux méthodes pour mesurer les déplacements de ses ouvrages. Une série de capteurs à câbles positionnés sur le parement permet un suivi en temps réel tandis qu'un appareil photo orienté vers la tranche de chaque ouvrage permet une mesure ponctuelle. Il emploie la technique de la stéréophotogrammétrie pour estimer les déplacements entre deux images prises à des instants différents. Cette technique exploite la vision binoculaire de l'opérateur pour évaluer les déplacements d'un semis de points déterminé à l'avance. Cette méthode est biaisée par le ressenti de l'opérateur : à défaut de constituer une véritable mesure, elle donne des résultats qualitativement intéressants.

La figure 5.4 reproduit les champs de déplacements des ouvrages V3c, V4c et V5s obtenus par stéréophotogrammétrie. Les figures 5.5 et 5.6 représentent respectivement les déformées et les flèches résultant du calcul numérique. Précisons que la stéréophotogrammétrie estime un champ de déplacement tandis que le code numérique utilisé ici produit un champ de vitesse. Les deux diffèrent d'une intégration : il convient d'être circonspect dans la comparaison de ces deux informations. Les deux champs indiquent un mode de rupture interne comparable, selon une ligne de rupture inclinée à une dizaine de degrés.

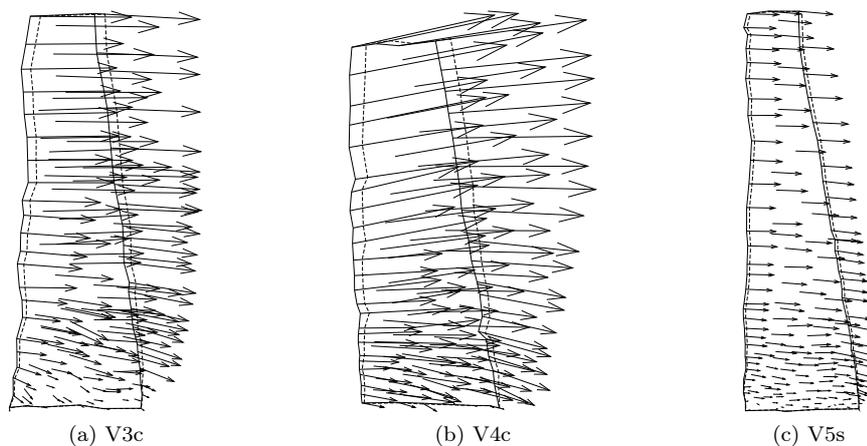


Figure 5.4 – Estimation par stéréophotogrammétrie de la déformation des ouvrages de Villemus (2004).

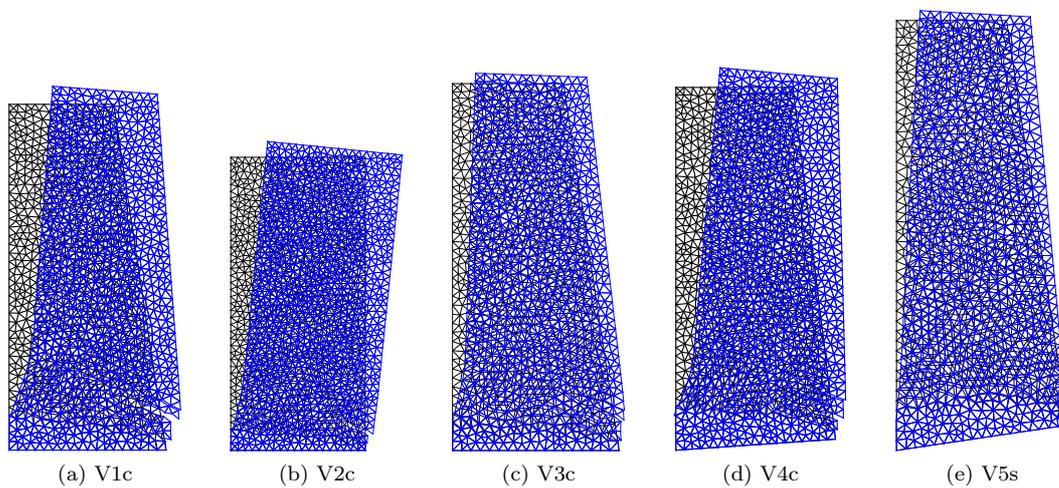


Figure 5.5 – Modélisation numérique de la campagne de Villemus : déformées.

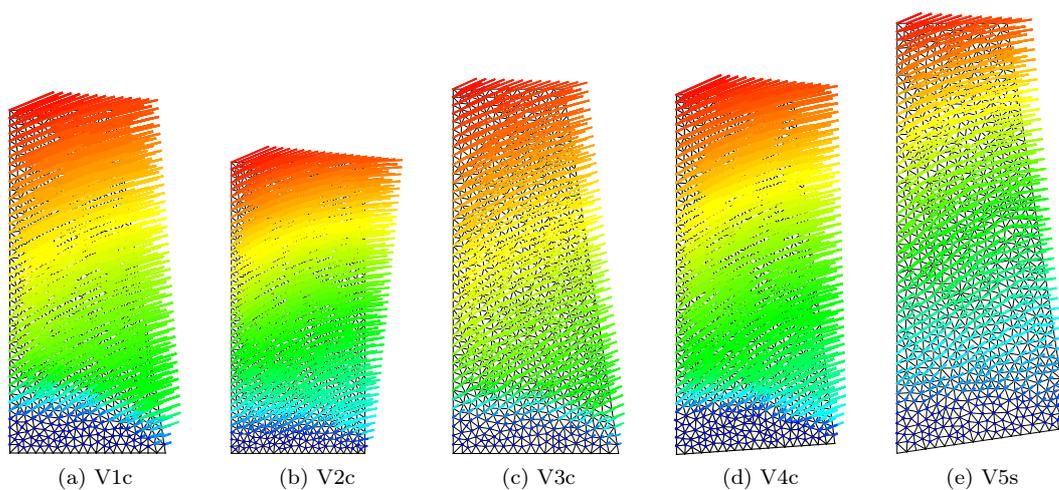


Figure 5.6 – Modélisation numérique de la campagne de Villemus : flèches.

Cette partie achève le processus de validation en deux étapes que nous avons employé. Trois campagnes de modélisation physique nous ont permis de multiplier les géométries et les combinaisons de matériau sur un total de 33 configurations. Deux campagnes réalisées à l'échelle 1 nous permettent d'ouvrir le domaine de validité de cet outil aux ouvrages réels. La méthode développée ici semble mûre pour envisager le transfert vers un outil opérationnel. Bien sûr, il ne s'agit pas de mettre un point final à ce travail : il reste possible d'envisager des raffinements – comme enrichir les éléments finis disponibles dans le code – ou poursuivre le développement informatique de l'outil – comme diversifier les modes de chargement possibles.

Dans la partie suivante, nous employons la méthode numérique dans l'un des cadres où elle se justifie le mieux : l'étude paramétrique extensive de géométries déformées, dont la résolution analytique est fastidieuse.

## 5.2 Application à un cas d'ouvrage pathologique

Depuis le début de ce chapitre, nous avons pu constater que les deux méthodes présentées dans ce mémoire ont la même précision. Selon les situations étudiées, l'une ou l'autre est plus proche du résultat expérimental mais l'ordre de grandeur de l'erreur d'estimation reste le même. La méthode analytique conserve même un léger avantage sur la géométrie type décrite en figure 2.6 : elle est systématiquement plus rapide que sa concurrente.

La méthode numérique reprend l'avantage lorsque l'on perturbe le problème initial. Elle s'adapte instantanément à l'étude d'une géométrie déformée. Avec la méthode analytique, l'étude de parements non rectilignes complexifie calculs, notamment les intégrations et l'optimisation du problème : rien d'insurmontable, . L'outil numérique nous permet de franchir cet obstacle à moindre coût.

L'objectif de cette dernière partie est d'étudier l'impact d'une déformation géométrique sur la stabilité d'un ouvrage de soutènement. Nous nous penchons ici sur l'étude des *ventres* selon la définition apportée au cours du chapitre 1 (§ 1.1.3).

### 5.2.1 Présentation du cas d'étude

Nous nous proposons d'étudier une version déformée du mur C2s, le deuxième mur de la campagne à l'échelle 1 de Colas (2009). Il s'agit d'un mur en schiste de 2,5 m de haut et 0,45 m de large en tête avec 6 % de fruit aval. Nous supposons qu'il est remblayé par 2,38 m de sol dont la surface libre est horizontale. Son poids volumique  $\gamma_0$  vaut 20,0 kN/m<sup>3</sup> et son angle de frottement interne  $\varphi$  vaut 25°. Il est chargé par un remblai pulvérulent dont l'angle de frottement  $\varphi_s$  vaut 37,7° (tableau 5.10). La surface de ce remblai est horizontale :  $\beta = 0^\circ$ .

Nous adoptons trois paramètres de déformations :  $r$ ,  $v_1$  et  $v_2$  (figure 5.7a). Le paramètre  $r$  définit l'étendue de la déformation par rapport à la hauteur totale  $h$  du mur. Les paramètres  $v_1$  et  $v_2$  correspondent aux flèches à mi-hauteur de la déformation par rapport à la géométrie initiale :  $v_1$  mesure la flèche sur le parement aval,  $v_2$  mesure la flèche sur le parement amont. Nous avons fait ensuite varier  $r$  de  $1/3$  à  $3/4$  et  $v_1$  et  $v_2$  de  $1/20$  à  $3/4$ . Les 90 géométries testées sont renseignées dans le tableau 5.9.

### 5.2.2 Mode opératoire

Pour cette partie, nous caractériserons la résistance du mur par la valeur maximale du poids volumique  $\gamma_s$  supportable par le mur. La hauteur de remblaiement  $h_s$  reste fixe pour l'ensemble des calculs.

Il est raisonnable de penser que, pour un mur réel, la formation d'un ventre s'accompagne d'une diminution du poids volumique moyen de l'ouvrage. La variation de résistance d'un ouvrage donné soumis à une déformation  $(r, v_1, v_2)$  peut provenir de la modification de la géométrie et/ou de la variation de poids volumique. Afin de différencier l'influence de ces deux causes physiques, nous conduisons trois calculs pour chaque géométrie définie par le triplet  $(r, v_1, v_2)$ .

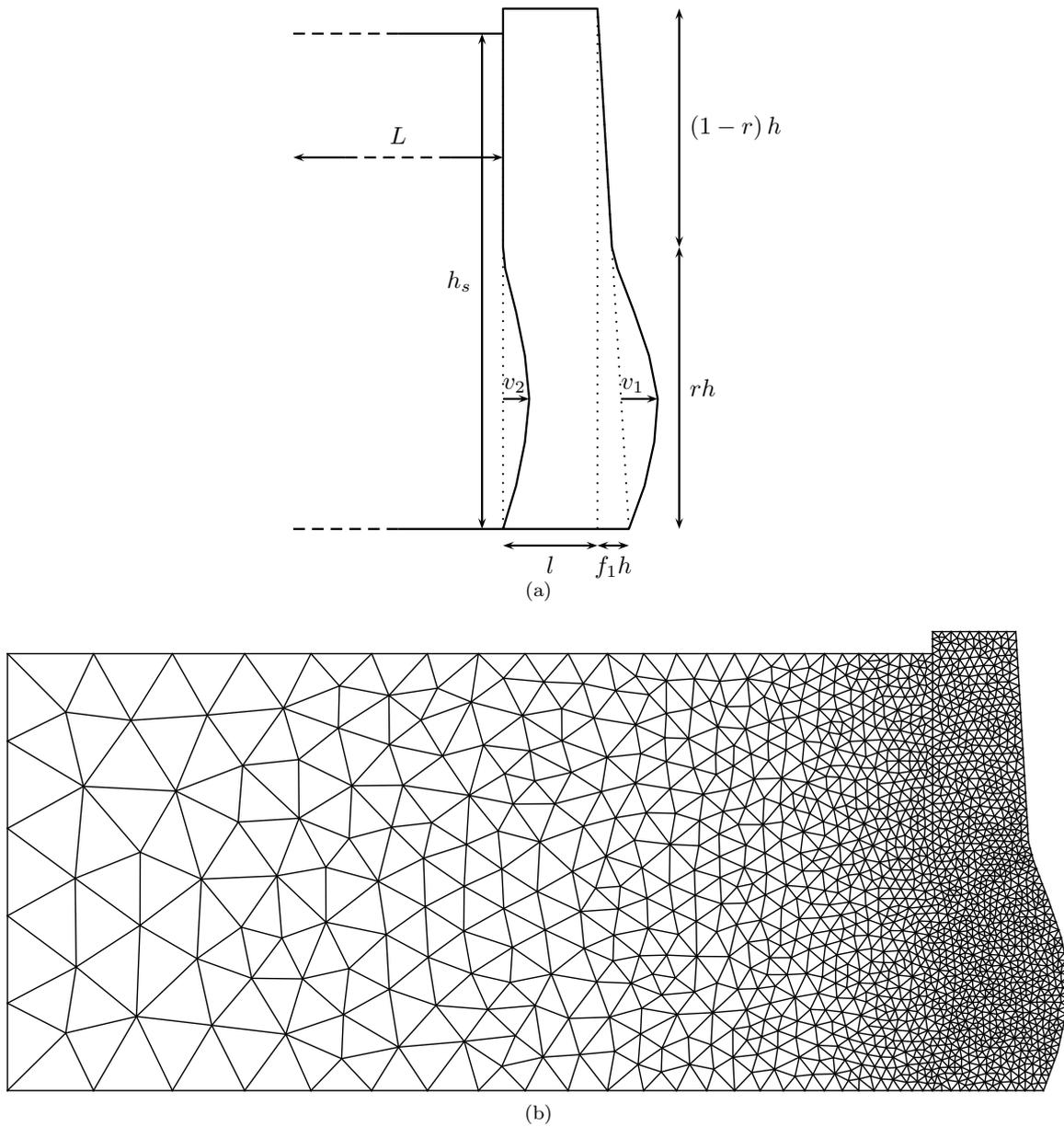


Figure 5.7 – Description de la géométrie du cas d'étude : a) géométrie paramétrique ; b) maillage type : taille caractéristique des éléments du mur égale à  $rh/24$ , 3232 éléments,  $L=5$  m,  $h=2,5$  m,  $h_s=2,38$  m,  $l=0,45$  m, fruit aval initial  $f_1=6$  %,  $r=0,5$ ,  $v_1 = 0,175l$ ,  $v_2 = 0,125l$ .

## 5.2. APPLICATION À UN CAS D'OUVRAGE PATHOLOGIQUE

Tableau 5.9 – Valeurs des paramètres variables des géométries déformées testées.

Série 1	$r$	0,33	$\gamma_1^{\min} = 17,6 \text{ kN/m}^3$
	$v_1$	de 0,05 $l$ à 0,75 $l$ par pas de 0,05	$\gamma_1^{\max} = 19,8 \text{ kN/m}^3$
	$v_2$	0	$0,87 \leq \gamma_1/\gamma_0 \leq 0,99$
Série 2	$r$	0,33	$\gamma_1^{\min} = 20,9 \text{ kN/m}^3$
	$v_1$	0,50	$\gamma_1^{\max} = 18,5 \text{ kN/m}^3$
	$v_2$	de 0,05 $l$ à 0,75 $l$ par pas de 0,05	$0,92 \leq \gamma_1/\gamma_0 \leq 1,04$
Série 3	$r$	0,50	$\gamma_1^{\min} = 16,7 \text{ kN/m}^3$
	$v_1$	de 0,05 $l$ à 0,75 $l$ par pas de 0,05	$\gamma_1^{\max} = 19,7 \text{ kN/m}^3$
	$v_2$	0	$0,80 \leq \gamma_1/\gamma_0 \leq 0,99$
Série 4	$r$	0,50	$\gamma_1^{\min} = 17,4 \text{ kN/m}^3$
	$v_1$	0,60	$\gamma_1^{\max} = 20,8 \text{ kN/m}^3$
	$v_2$	de 0,05 $l$ à 0,75 $l$ par pas de 0,05	$0,86 \leq \gamma_1/\gamma_0 \leq 1,04$
Série 5	$r$	0,50	$\gamma_1^{\min} = 15,4 \text{ kN/m}^3$
	$v_1$	de 0,05 $l$ à 0,75 $l$ par pas de 0,05	$\gamma_1^{\max} = 19,6 \text{ kN/m}^3$
	$v_2$	0	$0,70 \leq \gamma_1/\gamma_0 \leq 0,92$
Série 6	$r$	0,50	$\gamma_1^{\min} = 15,6 \text{ kN/m}^3$
	$v_1$	0,75	$\gamma_1^{\max} = 20,0 \text{ kN/m}^3$
	$v_2$	de 0,05 $l$ à 0,75 $l$ par pas de 0,05	$0,72 \leq \gamma_1/\gamma_0 \leq 1,00$

Tableau 5.10 – Propriétés physiques de la maçonnerie et du remblai employées pour l'étude de géométries déformées.

Angle de frottement du mur $\varphi$ (°)	25
Cohésion du mur $C$ (kPa)	0
Pendage des lits de la maçonnerie $\alpha$ (°)	3,4
Poids volumique du mur $\gamma_0$ (kN/m <sup>3</sup> )	20,0
Angle de frottement du remblai $\varphi_s$ (°)	37,7
Cohésion du remblai $C_s$ (kPa)	0

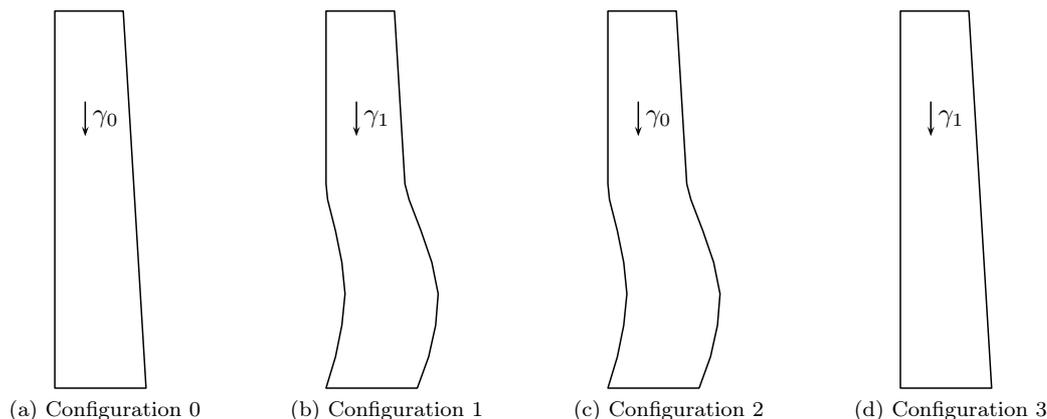


Figure 5.8 – Configurations de calculs utilisées pour distinguer l’influence de la modification de la géométrie de celle de la diminution du poids volumique sur la résistance globale d’un ouvrage type.

Configuration 1 : calcul à masse constante sur la géométrie déformée – nous définissons ainsi le poids volumique affaibli  $\gamma_1 \leq \gamma_0$  (figure 5.8b) ;

Configuration 2 : calcul à poids volumique constant sur la géométrie déformée (figure 5.8c) ;

Configuration 3 : calcul sur la géométrie initiale en utilisant le poids volumique affaibli  $\gamma_1$  (figure 5.8d).

Nous considérons la configuration 1 comme la plus proche de la réalité. En se déformant, le mur se désorganise en augmentant la part de vides ce qui a pour conséquence de réduire le poids volumique moyen de l’ouvrage. La configuration 2 est bien moins réaliste puisqu’en augmentant le volume sans diminuer le poids volumique, l’ouvrage gagne en matière et vraisemblablement aussi en résistance : les ouvrages qui nous intéressent ici fonctionnent sur le principe du mur poids. Cette configuration nous permet d’évaluer les conséquences de la déformation géométrique seule. Quant à la configuration 3, elle nous permet de quantifier l’influence de la seule diminution du poids volumique sur la résistance du mur. Les résultats de ces trois calculs sont comparés au résultat de la configuration 0 – géométrie et poids volumique initiaux (figure 5.8a).

### 5.2.3 Discussion

Nous présentons en figure 5.9 l’évolution du poids volumique du sol  $\gamma_s$  maximal supportable par le mur en fonction de la flèche variable pour les six séries décrites en tableau 5.9. Pour chaque série, nous repérons également en pointillés le poids volumique du sol  $\gamma_s$  maximal supportable par la configuration 0 – non déformée,  $\gamma = \gamma_0$ .

**Série 1.** La série 1 étudie l’augmentation progressive d’un ventre en pied de mur. La flèche maximale  $v_1$  est atteinte au sixième de la hauteur du mur ; seul le tiers inférieur de l’ouvrage est déformé. L’évolution de la résistance se fait en deux temps (figure 5.9a). Tout d’abord, cette déformation en pied améliore la stabilité de l’ouvrage. La configuration 1 devient rapidement plus résistante que la configuration 0 et le reste jusqu’à un niveau de déformation conséquent : elle repasse en-dessous de la résistance initiale lorsque la flèche  $v_1$  dépasse 40 % de la largeur du mur. Le gain de résistance par rapport à la configuration 0 atteint 8,5 % pour une flèche  $v_1$  égale à 15 % de la largeur du mur. En poursuivant l’augmentation de la flèche  $v_1$ , la résistance du système diminue jusqu’à ce que le ventre ne soit plus stable et engendre une rupture localisée de l’ouvrage pour des flèches supérieures à 55 % de la largeur initiale du mur.

La configuration 2 a un comportement similaire à la configuration 1, en restant toujours plus résistante. La résistance de la configuration 3 décroît linéairement à mesure que le poids volumique

5.2. APPLICATION À UN CAS D'OUVRAGE PATHOLOGIQUE

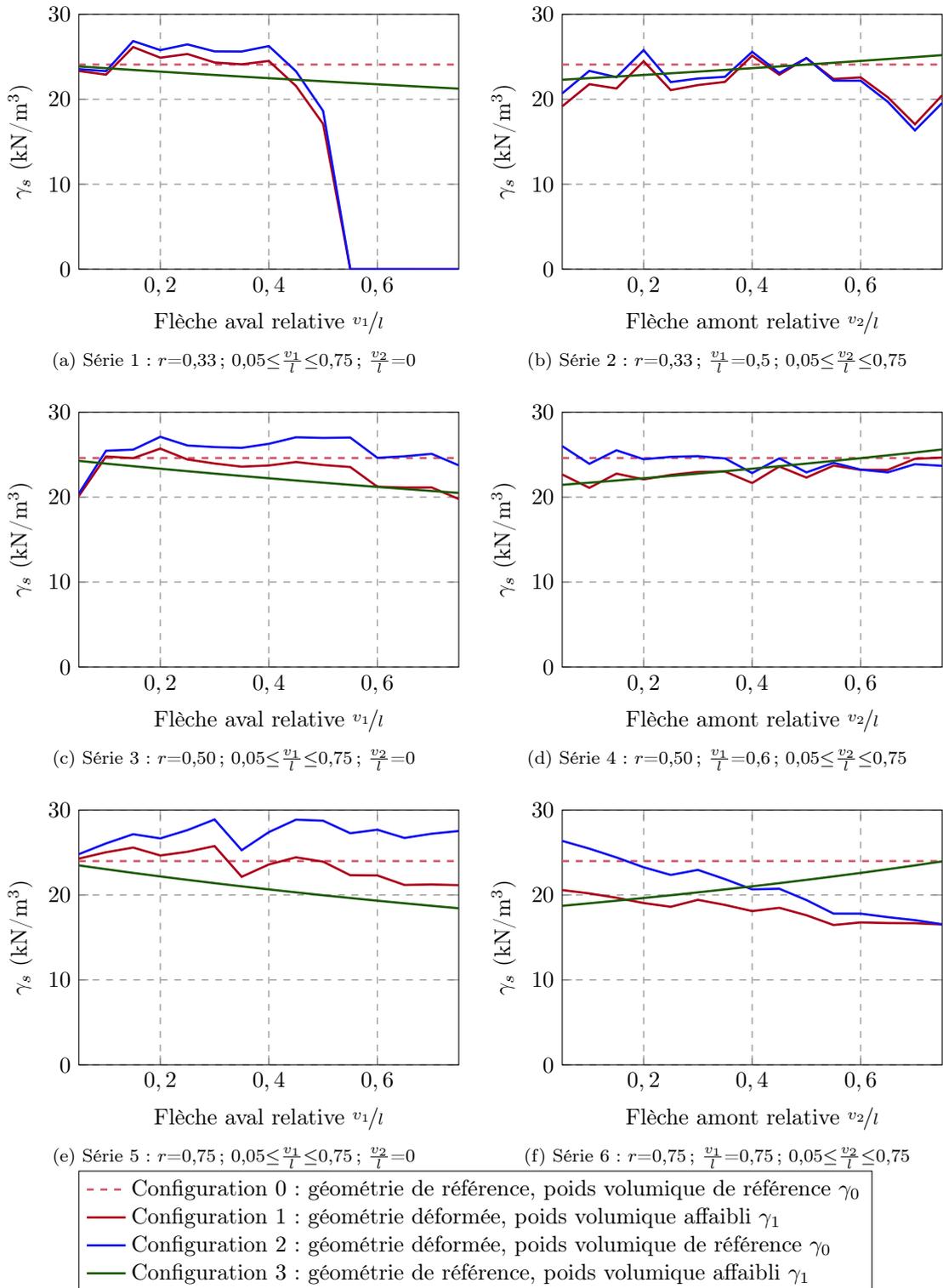


Figure 5.9 – Évolution du poids volumique du sol  $\gamma_s$  maximal supportable par le mur en fonction de sa déformation.

affaibli  $\gamma_1$  diminue. La résistance de la configuration 1 est inférieure à celle de la configuration 3 pour les flèches  $v_1$  supérieures ou égales à 50 % de la largeur initiale du mur. Ces deux configurations supposant le même poids volumique  $\gamma_1$ , la déformation géométrique du mur est seule responsable de cette inflexion.

**Série 2.** La série 2 étudie la formation progressive d'un creusement du parement amont d'un mur présentant un ventre prononcé sur son parement aval. La flèche du ventre en parement aval  $v_1$  est fixée à 50 % de la largeur initiale du mur ; comme précédemment, la déformation est confinée au tiers inférieur du mur. La figure 5.9b présente les résultats pour une flèche  $v_2$  variant entre 5 et 75 % de la largeur du mur. Au début, la résistance des configurations 1 et 2 est inférieure à celle de la configuration 3. Elle croissent progressivement – et chaotiquement – jusqu'à une flèche  $v_2$  de 50 % de la largeur initiale du mur où elles rejoignent les résistances des configurations 0 et 3. Pour cette valeur de  $v_2$ , le poids volumique  $\gamma_1$  est égal au poids volumique  $\gamma_0$  alors que la géométrie du mur est fortement perturbée.

Au-delà de  $v_2 = 0,5 l$ , alors même que  $\gamma_1$  dépasse le poids volumique de référence  $\gamma_0$ , la géométrie a raison de la densité : la résistance des configurations 1 et 2 chute. Cette fois, la configuration 1 est logiquement plus résistante – car plus dense – mais l'écart de résistance est négligeable.

**Série 3.** La série 3 reproduit les mêmes variations de la flèche du ventre aval  $v_1$  pour un ventre se développant sur la moitié inférieure de l'ouvrage de référence. L'évolution de la résistance est similaire à celle de la série 1 (figure 5.9c). La résistance du mur déformé dépasse rapidement celle du mur de référence pour atteindre un quasi-palier. Ce palier dure un peu plus longtemps que pour la série 1 : il se poursuit jusqu'à  $v_1 = 0,6l$ . Au-delà, la résistance décroît à nouveau.

Le gain de résistance maximal de la configuration 1 par rapport à la configuration 0 s'élève à 4,5 % ; il est atteint pour une flèche  $v_1$  de 9,0 % de la largeur du mur.

**Série 4.** La série 4 reproduit les mêmes variations géométriques que la série 2. Il s'agit de creuser le parement amont en augmentant progressivement la flèche amont  $v_2$  derrière un ventre aval prononcé. La flèche du ventre aval est fixée à 60 % de la largeur du mur. Comme pour la série 3, la déformation est confinée à la moitié inférieure de l'ouvrage de référence.

Dans cette série, il semble que ce soit la valeur du poids volumique qui gouverne la résistance globale de l'ouvrage, du moins tant que  $v_2$  est inférieur à 40 % de la largeur du mur (figure 5.9d). Dans cet intervalle, la résistance de la configuration 1 est similaire à celle de la configuration 3 et celle de la configuration 2 est similaire à la résistance de la configuration 0 – pour les deux premières, le poids volumique vaut  $\gamma_1$ , pour les deux suivantes il vaut  $\gamma_0$ .

Au-delà de  $v_2 = 0,4l$ , la résistance des configurations déformées diminue légèrement par rapport à leurs homologues non déformées : la géométrie reprend le pas sur la densité du matériau.

**Série 5.** La série 5 suit le schéma de déformation des séries 1 et 3. Cette fois-ci, le ventre aval se forme sur les trois-quart inférieurs du mur.

L'évolution de la résistance des configurations 1 et 2 diffère légèrement de ce que nous avons observé pour les séries 1 et 3 (figure 5.9e). La configuration 1 déformée reste plus résistante que la configuration 0 jusqu'à une flèche de 40 % de la largeur du mur. Au-delà, elle décroît doucement mais reste plus résistante que la configuration 3, jusqu'à la flèche maximale de 75 % de la largeur du mur. Le gain de résistance maximal de la configuration 1 par rapport à la configuration 0 s'élève à 7,4 % ; il est atteint pour une flèche  $v_1$  de 13,5 % de la largeur du mur.

**Série 6.** La série 6 suit le schéma de déformation des séries 2 et 4. Cette fois-ci, la flèche du ventre aval  $v_1$  est fixée à 75 % de la largeur du mur. Comme pour la série 5, la déformation se forme sur les trois-quart inférieurs du mur.

L'évolution de la résistance de configurations 1 et 2 diffère très largement de ce que nous avons observé pour les séries 1 et 3 (figure 5.9f). La résistance de ces deux séries décroît sur l'ensemble de

l'intervalle de variation de  $v_2$ . Pourtant, le volume du mur décroissant avec l'augmentation de  $v_2$ , le poids volumique  $\gamma_1$  augmente constamment – comme le montre bien l'augmentation de la résistance de la configuration 3. Dans cette configuration, la géométrie gouverne la résistance de l'ouvrage. Pour des valeurs de  $v_2$  inférieures à 10 % de la largeur du mur, les configurations déformées 1 et 2 sont plus résistantes que leurs équivalentes non déformées 3 et 0. Pour les valeurs de  $v_2$  supérieures à 40 % de la largeur du mur, la configuration 2 devient même moins résistante que la configuration 3, pourtant encore moins dense.

Nous avons présenté dans cette partie les résultats de 273 calculs : c'est beaucoup et pourtant de nombreuses configurations resteraient à étudier. De ces quelques calculs, la première conclusion à tirer est qu'un raisonnement au cas par cas est souvent le plus sûr : suivant les séries et les proportions, la résistance du mur demeure variable. De telles études sont à privilégier pour le cas d'ouvrages d'art stratégiques et/ou fortement pathologiques. Dans la majorité des cas, la formation d'un ventre s'accompagne d'un gain de résistance, en dépit de la perte de densité de l'ouvrage. Il semblerait donc que ce soit un mécanisme de stabilisation du mur, une réorganisation optimale de la matière disponible pour maximiser la résistance de l'ouvrage. Nous rejoignons en cela les conclusions énoncées par l'école britannique (Powrie *et al.*, 2002 ; Claxton *et al.*, 2005 ; Walker *et al.*, 2007) rappelées dans le chapitre 1 de ce mémoire (§ 1.3.1).

Dans cette étude, nous avons réussi à générer un gain de résistance maximal de 8 % par formation d'un ventre aval, pour des flèches  $v_1$  comprises entre 9 et 15 % de la largeur initiale du mur. La résistance d'un ouvrage déformé reste souvent comparable à celle de l'ouvrage dans sa géométrie d'origine pour des flèches atteignant 40 à 60 % de la largeur initiale du mur.

Nous rapportons ces résultats à titre indicatif : ils dépendent très largement des hypothèses de déformations adoptées ici – la forme des ventres, la valeur des paramètres  $r$ ,  $v_1$  et  $v_2$ , la valeur du poids volumique  $\gamma_1$ . Une hypothèse importante implicite est que l'ouvrage déformé conserve un niveau d'organisation interne acceptable : la séparation du mur en deux « peaux » serait probablement moins avantageuse. Nous avons aussi conservé les paramètres matériau du mur mais la formation d'un ventre pourrait aussi provenir d'une baisse de l'angle de frottement interne  $\varphi$ , ou de rupture de pierres diminuant localement la valeur du paramètre d'élancement  $m$ , deux phénomènes qui ne sont pas considérés ici et pourraient induire des résultats différents.

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons confronté les outils de modélisation développés au cours des chapitres 2 et 3 avec les résultats de cinq campagnes expérimentales. Tout d'abord, nous nous sommes focalisés sur trois campagnes de modélisation physique : celles de Colas (2009) puis celle présentée au cours du chapitre 4 (§ 4.2). L'emploi de maquettes permet de multiplier les essais, de varier les configurations, d'explorer un large domaine de validité du problème en question, pour un coût maîtrisé et abordable. En combinant les trois campagnes, nous avons pu mener la comparaison sur un total de 59 maquettes ventilées en 33 configurations différentes. Sur cet ensemble d'essais, l'erreur moyenne de l'estimation donnée par l'approche numérique est de 6,7 % ; l'erreur de l'estimation donnée par l'approche analytique est à peine supérieure, 11,5 %.

Nous avons poursuivi cette confrontation avec les résultats des campagnes à l'échelle 1 réalisées par Villemus (2004) et Colas (2009). L'erreur moyenne de l'estimation obtenue par la modélisation proposée est de l'ordre de 5 %, aussi bien pour l'approche analytique que pour l'approche numérique. Cela conclut positivement cette phase de validation des outils développés dans les chapitres 2 et 3 de cet ouvrage. À l'issue de ce travail, nous disposons désormais de deux outils complémentaires. L'outil analytique permet une résolution précise et rapide du cas général défini au cours du chapitre 2 ; il est parfaitement adapté à la gestion d'un grand parc d'ouvrages d'art pour lequel il est facile de définir un ouvrage générique. L'outil numérique complète l'outil analytique en apportant la flexibilité nécessaire pour traiter aisément les cas particuliers, que ce soit pour l'étude d'ouvrages atypiques ou pour celle d'ouvrages pathologiques.

Forts d'un outil numérique valide, nous nous sommes dans une dernière partie essayés à l'étude de géométries perturbées. La polyvalence de l'outil numérique se prête parfaitement à ce type d'étude paramétrique qu'il est plus difficile de reproduire expérimentalement. En accumulant les calculs, nous avons pu discerner certaines tendances dont l'analyse nous donne une meilleure compréhension de la formation de ventres sur des ouvrages réels. Les résultats obtenus suggèrent l'existence d'une géométrie optimale maximisant la résistance d'un ouvrage à poids constant. Parmi les configurations envisagées, les maximums de résistance sont obtenus pour de légers ventres, dont la flèche représente 10 à 15 % de la largeur du mur. Toujours parmi les géométries envisagées, les ventres plus proéminents ne sont néfastes qu'à partir de flèches de l'ordre de 40 à 60 % de la largeur initiale de l'ouvrage. Les outils développés permettent d'étudier facilement deux autres pathologies courantes : la perte de résistance des joints de la maçonnerie hourdée se traite en modifiant simplement les paramètres de cohésion et frottement internes du mur ; les grands déplacements en tête de mur se traitent tout aussi simplement par la modification de la géométrie en conséquence.

# Conclusion

Employée depuis le Néolithique, éprouvée par les ans, la maçonnerie a longtemps été plébiscitée dans le domaine du génie civil. Plus facile et plus rapide à mettre en œuvre et par certains aspects plus solide, seul le béton parvient à la supplanter au milieu du XX<sup>e</sup> siècle. En dépit de cette révolution technologique, le patrimoine d'ouvrages de soutènement en maçonnerie reste majoritaire en France. Plus anciens, ces ouvrages ont suivi l'évolution résultant du vieillissement normal : ce qui s'apparentait à de l'entretien courant se mue progressivement en entretien spécialisé puis en réparations. Face à ce besoin établi, la gestion raisonnée d'un parc d'ouvrages nécessite des outils d'évaluation et dimensionnement performants et fiables : c'est la vocation de ce travail. Pour simplifier l'étude d'un parc d'ouvrages de soutènement, nous les classons en deux catégories : les *murs de soutènement simples*, chargés uniquement par le remblai qu'ils soutiennent, que nous traitons en 2D grâce à l'hypothèse de déformation plane, et les *murs de soutènement routiers*, soumis à des sollicitations plus complexes – notamment à cause du trafic –, pour lesquels la modélisation doit être faite en 3D.

Les outils que nous avons développés reposent sur la théorie du calcul à la rupture. La maçonnerie est modélisée ici comme un matériau périodique homogénéisé, dans lequel les joints cohérents et frottants sont infiniment minces et les modules de maçonnerie infiniment résistants. Six paramètres nous permettent d'en ajuster le comportement. Dans un premier temps, nous avons étendu le modèle analytique proposé par Colas (2009) aux maçonneries hourdées chargées par un remblai cohérent et frottant. La résolution est faite en conditions drainées. Nous avons ensuite appliqué ce modèle de mur de soutènement à l'étude du renforcement par clouage géotechnique. Modélisé comme un élément uni-dimensionnel, nous prenons en compte deux modes de rupture locaux du clou : sa plastification ou la rupture de sa liaison avec le sol. Nous mettons en évidence différents modes de rupture globaux en fonction de la longueur du clou et de son mode d'implantation puis en déduisons des recommandations à destination des prescripteurs.

Dans un second temps, nous avons présenté le pendant numérique de l'approche analytique employée jusque là. Nous résolvons le problème d'optimisation que pose le calcul à la rupture par une méthode quadratique, la programmation conique. Sans modifier la nature du problème, nous avons présenté la reformulation nécessaire permettant l'emploi de cet outil d'optimisation numérique. La première étape consistait à résoudre le problème en déformation plane. Pour cela, nous avons d'abord introduit et testé trois matériaux séparément avant de les assembler afin de pouvoir résoudre numériquement le problème du *mur de soutènement simple* chargé par son remblai. Enfin, nous avons donné quelques éléments de réponse pour traiter le problème du *mur de soutènement routier* chargé par une force ponctuelle.

Après ces deux parties de modélisation, nous avons entrepris trois campagnes de validation expérimentale. Les deux premières sont des campagnes de modélisation physique réalisées sur des maquettes de dimensions réduites. Conduite en déformation plane, la première campagne traite le problème du *mur de soutènement simple* avec de la maçonnerie sèche, hourdée ou clouée. La deuxième aborde le problème du *mur de soutènement routier* représenté ici par un demi-modèle symétrique. Enfin, la troisième campagne est une campagne d'essai à échelle 1, sur un mur de soutènement de 1,8m de haut et 6m de long, remblayé jusqu'à son couronnement et amené à la rupture par l'application d'un chargement vertical ponctuel sur le remblai au voisinage du mur. Ces

trois campagnes nous permettent d'accroître les bases de données expérimentales existantes et de donner matière à comparaison pour la validation des modèles théoriques développés.

Enfin, nous avons confronté les résultats expérimentaux – soit obtenus au cours de cette étude, soit rapportés dans la littérature – avec les résultats analytiques et numériques. Sur la soixantaine d'essais réalisés selon le principe de la modélisation physique, l'erreur moyenne entre l'estimation numérique et le résultat expérimental est de 6,7 % ; pour l'approche analytique, elle est de 11,5 %, ce qui nous a permis de conclure positivement la première étape de validation. Nous avons poursuivi la comparaison avec les résultats expérimentaux des campagnes à échelle 1 réalisées par Villemus (2004) et Colas (2009). L'erreur d'estimation obtenue sur ces campagnes est de l'ordre de 5 % ce qui confirme la capacité de notre modèle à évaluer la stabilité de murs de soutènement en maçonnerie et entérine la deuxième étape du processus de validation des modèles développés.

Nous avons terminé ce travail par un exemple d'application de notre modèle numérique à l'évaluation structurale de murs de soutènements en maçonnerie, étudiant l'influence de la formation d'un ventre sur la stabilité d'un ouvrage de soutènement type, le mur C2s de la campagne de Colas (2009). Cette étude indique que la formation d'un ventre est d'abord un processus de stabilisation de l'ouvrage, permettant un gain de résistance d'une dizaine de pourcents. Ce n'est qu'au-delà de fortes flèches – supérieures à 40 % de la largeur initiale – que le ventre devient préjudiciable à la structure. Ces résultats demeurent indicatifs et dépendent fortement des choix effectués, notamment quant à la géométrie du ventre.

Au cours de ce travail, nous avons développé et validé deux outils complémentaires facilitant la gestion d'un parc d'ouvrages de soutènement en maçonnerie. L'outil analytique met à disposition du gestionnaire un outil efficace pour évaluer la stabilité d'ouvrages correspondant au type défini. Sa rapidité le rend parfaitement adapté pour évaluer la santé structurale d'un parc d'ouvrages d'art. L'outil numérique le complète pour l'étude des ouvrages spécifiques hors-cadre, soit parce qu'il s'agit d'ouvrages très pathologiques, soit parce qu'il s'agit d'ouvrages exceptionnels.

Pour aller plus loin dans ce travail, nous envisageons plusieurs pistes de réflexion. Si le code numérique 2D produit d'excellents résultats, il serait intéressant d'implémenter des éléments finis d'ordre 2 ou 3 et ainsi agrandir le domaine des champs de vitesse possibles. Cela donnerait plus de souplesse au maillage et permettrait probablement de gagner en précision et en temps de calcul. Souhaitable pour le code 2D, cette amélioration est primordiale pour le code 3D, pour lequel l'utilisation de tétraèdres linéaires conduit à un blocage numérique. Pour plus de polyvalence, nous pourrions également introduire des éléments quadrangulaires ou prismatiques en lieu et place des éléments triangulaires et tétraédriques actuellement utilisés.

Il serait également intéressant d'introduire la possibilité de renforcement par clouage dans le code numérique. Sans nécessairement viser à gagner en précision, la finalité se porterait plutôt vers la polyvalence d'un outil permettant de traiter des géométries singulières sans pour autant compliquer le travail du modélisateur. La configuration de clouage pourrait ainsi être optimisée sur un ensemble de paramètres plus large que celui auquel le modèle analytique nous donne accès.

Les outils présentés ici n'élucident pas toutes les problématiques soulevées par les ouvrages de soutènement en maçonnerie. Aucun outil présenté ici n'a été mis en œuvre pour modéliser un ouvrage en conditions non drainées pourtant incontournables en sol argileux – les éléments nécessaires ont été mis au point et validés séparément, seul l'assemblage reste à implémenter. Autre chargement hors-plan possible, nous n'avons pas étudié d'ouvrage de soutènement soumis à une charge sismique. Ce cas n'est pourtant pas rare en zone montagneuse, qui s'avèrent également concentrer une majorité des ouvrages de soutènement du patrimoine français.

Il reste également du chemin à parcourir en matière de modélisation d'ouvrages existants. En dernière partie de cet ouvrage, nous avons modélisé la formation d'un ventre en modifiant la géométrie et la densité de l'ouvrage. Il serait intéressant de reproduire ces géométries expérimentalement pour vérifier les résultats numériques et valider les conclusions tirées ici. Il se pourrait aussi que le ventre résulte de la rupture de certains blocs, ou encore de l'abaissement des propriétés mécaniques de la maçonnerie dû au vieillissement naturel ; un vide pourrait également se former au milieu du

mur derrière le ventre, ce qui aurait des conséquences différentes du point de vue de la stabilité. L'étude d'ouvrages existants est un vaste sujet et il reste encore beaucoup de travail pour en explorer tous les recoins.

En élargissant à nouveau les perspectives vers des horizons accessibles à plus long terme, nous pouvons également envisager de nouveaux schémas d'homogénéisation. Les différents schémas utilisés ici supposent des conditions de périodicité et de régularité fortes; une telle rigueur est loin de la réalité du terrain : peu d'ouvrages de soutènement sont bâtis en pierres de taille. Ces hypothèses fortes produisent des résultats de bonne qualité comme nous avons pu le constater au cours du chapitre 5; néanmoins, il serait intéressant de mettre au point un schéma d'homogénéisation plus réaliste qui permettrait peut-être d'améliorer encore la qualité des résultats.

Tout au long de ce travail, nous avons travaillé avec le formalisme du calcul à la rupture. Comme nous avons déjà eu l'occasion de l'expliquer, cet outil nous permet d'évaluer la charge maximale supportable par un ouvrage. Par contre, il ne nous donne aucune information sur les déplacements admissibles par l'ouvrage, alors qu'en matière de surveillance d'ouvrage pathologique, un suivi des déplacements et déformations de la structure est souvent le plus simple et le plus direct à mettre en œuvre. Par conséquent, il serait intéressant de coupler les outils développés ici dans le cadre du calcul à la rupture par un outil de calcul élastoplastique. Utilisés en parallèle, ces deux outils nous permettraient de donner une charge supportable par la structure accompagnée d'un seuil de déplacement critique, très utile dans l'étude de cas pathologiques.



# Liste des symboles

## Modèle analytique

$a$	Hauteur des blocs de pierre
$b$	Largeur des blocs de pierre
$C_h$	Cohésion des joints horizontaux
$C_v$	Cohésion des joints verticaux
$C_s$	Cohésion du sol
$\underline{e}_1$	Vecteur directeur de l'axe $(O, X_1)$
$\underline{e}'_1$	Vecteur directeur de l'axe $(O, X'_1)$
$\underline{e}''_1$	Vecteur directeur de l'axe $(O, X''_1)$
$\underline{e}_2$	Vecteur directeur de l'axe $(O, X_2)$
$\underline{e}'_2$	Vecteur directeur de l'axe $(O, X'_2)$
$\underline{e}''_2$	Vecteur directeur de l'axe $(O, X''_2)$
$f_1$	Fruit aval du mur
$f_2$	Fruit amont du mur
$F_a$	Force de poussée d'un sol
$h$	Hauteur du mur
$h'$	Hauteur du mur dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$h_r$	Hauteur de rupture du mur
$h'_r$	Hauteur de rupture du mur dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$h_s$	Hauteur du remblai de sol
$h'_s$	Hauteur du remblai de sol dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$h_c$	Hauteur d'implantation du clou mesurée au niveau du parement amont
$h'_c$	Hauteur d'implantation du clou dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$K_a$	Coefficient de poussée d'un sol
$L$	Longueur du clou
$l_c$	Abscisse d'implantation du clou mesurée au niveau du parement amont
$l'_c$	Abscisse d'implantation du clou dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$l$	Largeur du mur
$l'$	Largeur du mur dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$m$	Élancement des blocs
$\mathcal{P}^e$	Puissance des efforts extérieurs
$\mathcal{P}^{rm}$	Puissance résistante maximale
$S$	Section du clou
$T_l$	Résistance du clou à l'arrachement

$\underline{t}_c$	Direction du clou
$u$	Déplacement
$u_i$	Déplacement du capteur $i$ , $i \in [2, 14]$
$\underline{v}$	Vitesse virtuelle de rupture du mur
$\underline{v}_s$	Vitesse virtuelle de rupture du sol
$\underline{v}_c$	Vitesse virtuelle de rupture du clou
$X_1$	Abscisse du point $\underline{X}$ dans le repère $(O, X_1, X_2)$
$X'_1$	Abscisse du point $\underline{X}$ dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$X''_1$	Abscisse du point $\underline{X}$ dans le repère $(O, X''_1, X''_2)$
$X_2$	Ordonnée du point $\underline{X}$ dans le repère $(O, X_1, X_2)$
$X'_2$	Ordonnée du point $\underline{X}$ dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$X''_2$	Ordonnée du point $\underline{X}$ dans le repère $(O, X''_1, X''_2)$
$\alpha$	Pendage des lits de pierre du mur
$\beta$	Pendage de la surface du remblai
$\beta'$	Pendage de la surface du remblai dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$\underline{\gamma}$	Poids propre du mur
$\underline{\gamma}_s$	Poids propre du sol
$\delta$	Angle de frottement à l'interface mur/sol
$\varepsilon_1$	Coefficient du parement aval du mur
$\varepsilon_2$	Coefficient du parement amont du mur
$\varepsilon'_1$	Coefficient du parement aval du mur dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$\varepsilon'_2$	Coefficient du parement amont du mur dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$\theta$	Angle de rotation expérimental du mur
$\theta_c$	Inclinaison du clou
$\theta'_c$	Inclinaison du clou dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$\lambda_1$	Inclinaison du parement aval du mur
$\lambda_2$	Inclinaison du parement amont du mur
$\lambda'_1$	Inclinaison du parement aval du mur dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$\lambda'_2$	Inclinaison du parement amont du mur dans le repère $(O, X'_1, X'_2)$
$\varphi_h$	Angle de frottement de blocs de pierre le long des joints horizontaux
$\varphi_v$	Angle de frottement de blocs de pierre le long des joints verticaux
$\varphi_s$	Angle de frottement du sol
$\sigma$	Contrainte normale
$\sigma_{sy}$	Limite plastique de l'acier du clou
$\tau$	Contrainte tangentielle
$\psi$	Orientation du vecteur $\underline{\chi}$ de vitesse virtuelle du mur
$\underline{\chi}$	Vitesse virtuelle du mur en translation
$\underline{\chi}_s$	Vitesse virtuelle du sol en translation
$\psi_s$	Orientation du vecteur $\underline{\chi}_s$ de vitesse virtuelle du sol
$\Psi$	Angle de rupture virtuel du mur
$\Psi_s$	Angle de rupture virtuel du sol
$\omega$	Angle de rotation virtuel du mur
$\omega_s$	Coefficient de cisaillement virtuel du sol

## Modèle numérique

$A$	Matrice maître du problème d'optimisation
$C$	Cohésion de Mohr-Coulomb
$\text{dev}()$	Opérateur déviateur
$\mathcal{E}$	Espace des champs de vitesse de déformation continus pertinents
$\mathcal{E}_\Sigma$	Espace des discontinuités de vitesses pertinentes
$I_1$	Premier invariant d'un tenseur d'ordre 2
$J_2$	Deuxième invariant d'un tenseur d'ordre 2
$k$	Constante de von Mises
$\mathcal{K}$	Domaine des variables quadratiques
$l^c$	Vecteur des bornes inférieures des conditions linéaires
$l^x$	Vecteur des bornes inférieures des composantes du vecteur $x$
$\mathcal{P}_0^e$	Puissance extérieure des efforts fixes
$\mathcal{P}_{var}^e$	Puissance extérieure des efforts variables
$Q^+$	Charge maximale supportable
$\mathcal{Q}^n$	Cône quadratique
$\mathcal{Q}_r^n$	Cône quadratique retourné
$\underline{s}$	Déviateur du tenseur des contraintes
$\mathcal{S}$	Enveloppe du volume $\mathcal{V}$
$\mathcal{S}_0$	Surface où sont définies les conditions limites en déplacements
$\mathcal{S}_1$	Surface où sont définies les conditions limites en contraintes
$\underline{T}_1$	Vecteur contraintes imposé sur $\mathcal{S}_1$
$\underline{U}_0$	Vecteur déplacement imposé sur $\mathcal{S}_0$
$u^c$	Vecteur des bornes supérieures des conditions linéaires
$u^x$	Vecteur des bornes supérieures des composantes du vecteur $x$
$\mathcal{V}$	Volume du problème
$x$	Vecteur des variables sur lequel porte l'optimisation
$\beta$	Multiplicateur appliqué aux efforts variables pour la résolution
$\beta^*$	Multiplicateur solution correspondant
$\underline{\sigma}$	Tenseur des contraintes
$\Sigma$	Surface où les discontinuités de vitesses sont autorisées
$\varphi$	Angle de frottement de Mohr-Coulomb



# Liste des figures

1.1	<i>Opus incertum</i> . . . . .	17
1.2	<i>Opus assisé</i> . . . . .	18
1.3	<i>Opus quadratum</i> . . . . .	18
1.4	Boutisses et panneresses . . . . .	19
1.5	Le coup de sabre . . . . .	19
1.6	Modélisation discrète (Alejano <i>et al.</i> , 2012) . . . . .	25
1.7	Discrétisation de Cooper (1986) . . . . .	26
1.8	Discrétisation de Mundell <i>et al.</i> (2009) . . . . .	27
1.9	Rupture interne (Constable, 1875) . . . . .	28
1.10	Modélisation périodique régulière (de Buhan et de Felice, 1997) . . . . .	29
1.11	Modèle de maçonnerie périodique 3D (Le, 2013) . . . . .	29
1.12	Maçonnerie jointoyée (Lourenço et Rots, 1997) . . . . .	31
1.13	Modèle 3D à interface (Milani, 2008) . . . . .	31
1.14	Modèle à blocs rigides fractionnables (Portioli <i>et al.</i> , 2013) . . . . .	32
1.15	Modélisation par éléments discrets : ventre stable (Walker <i>et al.</i> , 2007) . . . . .	33
1.16	Macro-rugosité (Oetomo, 2014) . . . . .	33
1.17	Maçonnerie stratifiée (Pande <i>et al.</i> , 1989) . . . . .	35
1.18	Cellules de bases . . . . .	36
1.19	Empilement d'ellipsoïdes (Bati <i>et al.</i> , 1999) . . . . .	36
1.20	Homogénéisation non-périodique . . . . .	38
1.21	Campagne expérimentale du Lieutenant-Général Burgoyne (1853) . . . . .	39
1.22	Campagne expérimentale menée par Villemus (2004) . . . . .	41
1.23	Mur 2 (schiste) de la campagne de Colas <i>et al.</i> (2010) . . . . .	41
1.24	Mur 1 de la campagne expérimentale de Mundell (2009) . . . . .	42
1.25	Construction d'un des murs testés par Le (2013) . . . . .	43
1.26	Cisaillement d'assemblages maçonnés . . . . .	47
1.27	<i>Diagonal compression test</i> d'après la norme ASTM E 519-02 . . . . .	47
1.28	Essai de cisaillement simple sur mur en maçonnerie . . . . .	48
1.29	<i>Diagonal compression test</i> réalisé <i>in situ</i> . . . . .	48
1.30	Investigations peu destructives (Lombillo <i>et al.</i> , 2013) . . . . .	50
2.1	Calcul à la rupture par l'intérieur . . . . .	59
2.2	Calcul à la rupture par l'extérieur . . . . .	60
2.3	Maçonnerie périodique à joints croisés . . . . .	61
2.4	Cellule de base adaptée de De Buhan et de Felice (1997) . . . . .	62
2.5	Critère de maçonnerie homogénéisée . . . . .	63
2.6	Géométrie et chargement du système mur/remblai . . . . .	83
2.7	Géométrie de la rupture du système mur/remblai . . . . .	83
2.8	Modes de rupture du modèle analytique . . . . .	83
2.9	Schéma de principe du clouage du sol seul . . . . .	84
2.10	Schéma de principe du clouage du sol et du mur . . . . .	84

## LISTE DES FIGURES

2.11	Influence du clouage sur la hauteur de chargement critique . . . . .	85
2.12	Évolution de la rupture en fonction de la longueur de clou . . . . .	85
2.13	Hauteur de chargement critique $h_s$ en fonction de la longueur du clou $L$ . . . . .	86
2.14	Angle de rupture dans le sol $\Psi_s$ en fonction de la longueur du clou $L$ . . . . .	86
2.15	Hauteur de chargement critique $h_s$ en fonction de la hauteur du clou . . . . .	86
2.16	Angle de rupture dans le sol $\Psi_s$ en fonction de la hauteur du clou . . . . .	86
2.17	Hauteur de chargement critique $h_s$ en fonction de l'inclinaison $\theta_c$ du clou . . . . .	86
2.18	Angle de rupture dans le sol $\Psi_s$ en fonction de l'inclinaison $\theta_c$ du clou . . . . .	86
2.19	Mécanisme de rupture alternatif en cas de clouage haut . . . . .	87
3.1	Maillage à éléments séparables . . . . .	96
3.2	Essai de compression numérique sur matériau de von Mises – présentation . . . . .	99
3.3	Essai de compression numérique sur matériau de von Mises – résultats . . . . .	100
3.4	Champ de vitesse optimal, éprouvette de von Mises bi-encastrée comprimée . . . . .	102
3.5	Essai de cisaillement direct, choix de maillage . . . . .	103
3.6	Essai numérique à la boîte de Casagrande : comparaison avec la théorie . . . . .	104
3.7	Essai numérique à la boîte de Casagrande – résultats . . . . .	105
3.8	Essai de chargement sismique statique – comparaison des résultats . . . . .	107
3.9	Champs de vitesse optimaux sur l'essai numérique de chargement sismique statique . . . . .	107
3.10	Maillage représentant le mur C2s de Colas (2009) . . . . .	109
3.11	Mode de rupture numérique sur le mur C2s de Colas (2009) . . . . .	110
3.12	Essai numérique de traction sur éprouvette de Drucker-Prager – résultats . . . . .	114
3.13	Essai numérique de traction sur éprouvette de Drucker-Prager – champs de vitesse . . . . .	114
3.14	Appareillage géométrique du critère de Le-Garnier . . . . .	115
4.1	Aperçu de la campagne de modélisation physique 2D . . . . .	122
4.2	Rouleaux de Schneebeli . . . . .	122
4.3	Briques du modèle physique 2D . . . . .	123
4.4	Ancrage du clou sur le parement aval . . . . .	124
4.5	Géométries testées par le modèle physique 2D . . . . .	125
4.6	Mur en maçonnerie hourdée, modèle physique 2D . . . . .	126
4.7	Mur n° 2 en maçonnerie sèche, modèle physique 2D . . . . .	127
4.8	Cinématique de la rupture du mur n° 2, modèle physique 2D . . . . .	128
4.9	Cinématique de la rupture d'un mur cloué, modèle physique 2D . . . . .	131
4.10	Aperçu de la campagne de modélisation physique 3D . . . . .	131
4.11	Schéma de principe de la campagne de modélisation physique 3D . . . . .	132
4.12	Briques de terre cuite, modèle physique 3D . . . . .	133
4.13	Appareillage à joints croisés, modèle physique 3D . . . . .	133
4.14	Vue de dessus du modèle physique 3D . . . . .	135
4.15	Courbe effort-enfoncement type, modèle physique 3D . . . . .	136
4.16	Rupture interne du mur, modèle physique 3D . . . . .	136
4.17	Zone d'influence du chargement, modèle physique 3D . . . . .	137
4.18	Rupture dans le sol, modèle physique 3D . . . . .	137
4.19	Courbe effort-enfoncement parfaitement plastique, modèle physique 3D . . . . .	141
4.20	Influence de la géométrie sur la résistance, modèle physique 3D . . . . .	142
4.21	Plate-forme d'essai – l'Espinass, Ventalon-en-Cévennes (48) . . . . .	143
4.24	Mise en place du remblai . . . . .	145
4.25	Positions de la surcharge localisée appliquée sur le remblai . . . . .	146
4.26	Application de la surcharge ponctuelle . . . . .	147
4.27	Capteurs à câble utilisés pour mesurer les déplacements du parement . . . . .	147
4.28	Position des capteurs à câble et du champ des caméras . . . . .	148
4.29	Déplacements du mur mesurés lors de la phase de remblaiement . . . . .	149
4.30	Essai <i>Lozère</i> – courbes force-enfoncement et force-flèche du mur . . . . .	150

4.31	Inclinaison du vérin – essai <i>Lozère 3</i> . . . . .	151
4.33	Déplacements hors-plan obtenus par analyse d’images 3D . . . . .	152
4.34	Déplacements du parement le long de coupes horizontales – essais <i>Lozère</i> . . . . .	153
4.35	Déplacements du parement le long de la coupe médiane verticale – essais <i>Lozère</i> . . . . .	153
4.36	Efforts tangentiels et normaux s’exerçant sur un joint . . . . .	154
4.37	Estimation du frottement mobilisé entre les lits . . . . .	155
5.1	Exemple de maillage d’une maquette utilisée en modélisation physique 2D . . . . .	166
5.2	Mécanismes de ruptures expérimentaux et numériques . . . . .	169
5.3	Modélisation numérique 2D de la campagne de Villemus (2004) . . . . .	170
5.4	Stéréophotogrammétrie sur les murs de Villemus . . . . .	172
5.5	Déformées numériques des murs de Villemus . . . . .	172
5.6	Flèches numériques des murs de Villemus . . . . .	172
5.7	Description des géométries déformées . . . . .	174
5.8	Configurations de calcul sur géométries déformées . . . . .	176
5.9	Estimation de la résistance de l’ouvrage en fonction de sa déformation . . . . .	177
A.1	Rupture par renversement : cisaillement du sol et rotation du mur. . . . .	205
C.1	Cisaillement direct sur épontes de mortier de ciment . . . . .	211
C.2	Mesure du frottement entre le clou et les rouleaux de Schneebeli . . . . .	212
C.3	Cisaillement direct du sol de Ouaco : courbe sigma-tau . . . . .	213
C.4	Granulométrie du sable d’Hostun . . . . .	214
C.5	Cisaillement direct sur sable d’Hostun : courbe sigma-tau . . . . .	216
C.6	Cisaillement direct sur sable d’Hostun à 13,3 kN/m <sup>3</sup> . . . . .	216
C.7	Cisaillement direct sur sable d’Hostun à 14,1 kN/m <sup>3</sup> . . . . .	217
C.8	Cisaillement direct sur sable d’Hostun à 14,5 kN/m <sup>3</sup> . . . . .	217
C.9	Cisaillement direct sur sable d’Hostun à 15,5 kN/m <sup>3</sup> . . . . .	218
C.10	Cisaillement direct sur sable d’Hostun à 16,5 kN/m <sup>3</sup> . . . . .	218
C.11	Cisaillement direct sur assemblage de briques . . . . .	219
C.12	Granulométrie du gravier roulé de Bellegarde . . . . .	220
C.13	Cisaillement direct sur épontes de calcaire sciées . . . . .	221
D.1	Vue isométrique de la plate-forme d’essai . . . . .	225
F.1	Vitesse d’enfoncement du vérin . . . . .	236



# Liste des tableaux

1.2	Données géométriques des ouvrages testés par Colas . . . . .	40
1.3	Données géométriques des ouvrages testés par Mundell . . . . .	42
1.4	Cohésion et angle de frottement de divers assemblages maçonnés . . . . .	45
1.5	Résistance à la compression de la pierre . . . . .	46
2.1	Configurations variables de clouage . . . . .	79
2.2	Configuration de référence pour l’optimisation du clouage . . . . .	80
3.1	Test de dépendance au maillage pour l’essai de compression – présentation . . . . .	100
3.2	Test de dépendance au maillage pour l’essai de compression – résultats . . . . .	101
4.1	Propriétés géométriques des rouleaux de Schneebeli . . . . .	122
4.2	Géométries testées par le modèle physique 2D . . . . .	125
4.3	Clous utilisés dans le modèle physique 2D . . . . .	126
4.4	Répétabilité de la campagne de modélisation physique 2D . . . . .	129
4.5	Influence du matériau sur la résistance de la maçonnerie, modèle physique 2D . . . . .	130
4.6	Angle de frottement du sable d’Hostun . . . . .	133
4.7	Plan d’expérience de la campagne 3D à échelle réduite . . . . .	134
4.8	Répétabilité de la campagne 3D à échelle réduite – charge extrême . . . . .	139
4.9	Répétabilité de la campagne 3D à échelle réduite – cinématique de la rupture . . . . .	140
4.10	Évolution de la résistance du système en fonction de la série, modèle physique 3D . . . . .	141
4.11	Résumé des résultats de l’essai <i>Lozère</i> à échelle 1 . . . . .	152
4.12	Précision de l’analyse d’images 3D . . . . .	157
5.1	Paramètres des ouvrages en briques de bois de Colas (2009) . . . . .	164
5.2	Paramètres des ouvrages en briques de terre cuite de Colas (2009) . . . . .	164
5.3	Paramètres des ouvrages en briques de ciment . . . . .	164
5.4	Paramètres des clous sur ouvrage en briques de ciment . . . . .	165
5.5	Paramètres physiques utilisés dans les modélisations . . . . .	165
5.6	Confrontation des résultats des trois modèles . . . . .	168
5.7	Paramètres géométriques et physiques des murs de Villemus (2004) . . . . .	170
5.8	Résultats expérimentaux, analytiques et numériques, murs de Villemus . . . . .	171
5.9	Paramètres variables testés sur les géométries déformées . . . . .	175
5.10	Propriétés physiques utilisés pour l’étude des géométries déformées . . . . .	175
C.1	Essais de cisaillement direct sur le sable d’Hostun . . . . .	215
C.2	Pesée hydrostatique . . . . .	222
C.3	Caractérisation de la densité du mur <i>Lozère</i> . . . . .	222
E.1	Positionnement des capteurs à câble sur le parement . . . . .	233
F.1	Déplacements maximaux mesurés par les capteurs à câble durant l’essai <i>Lozère</i> . . . . .	235



# Bibliographie

- L. Abdou, R. A. Saada, F. Meftah et A. Mebarki. Experimental investigations of the joint-mortar behaviour. *Mechanics Research Communications*, 33(3), pp. 370–384, 2006. 45, 47
- V. Acary. *Contribution à la modélisation mécanique et numérique des édifices maçonnés*. Thèse de Doctorat, Université Aix -Marseille II, 2001. 34
- L.R. Alejano, M. Veiga, J. Taboada et M. Diez-Farto. Stability of granite drystone masonry retaining walls : I. Analytical design. *Géotechnique*, 62, pp. 1013–1025, 2012. 25, 189
- C. Amadio et S. Rajgelj. Shear behavior of brick-mortar joints. *Masonry International*, 5, pp. 19–22, 1991. 45
- E.D. Andersen. On primal and dual infeasibility certificates in a homogeneous model for convex optimisation. *SIAM Journal on Control and Optimization*, 11, pp. 380–388, 2000. 95
- E.D. Andersen. Certificates of primal and dual infeasibility in linear programming. *Computational Optimization and Applications*, 20, pp. 171–183, 2001. 95
- E.D. Andersen et K.D. Andersen. *The MOSEK interior point optimizer for linear programming : an implementation of the homogeneous algorithm*, pp. 197–232. Kluwer Academic Publishers, 2000. 95
- E.D. Andersen et K.D. Andersen. Mosek aps, 2017. URL <https://www.mosek.com/>. 95
- E.D. Andersen, C. Roos et T. Terlaky. On implementing a primal-dual interior-point method for conic quadratic optimization. *Mathematical Programming*, 95(2), pp. 249–277, 2003. 95
- A. Anthoine. Derivation of the in-plane elastic characteristics of masonry through homogenization theory. *International Journal of Solids and Structures*, 32, pp. 137–163, 1995. 35
- A.S. Arya et V.P. Gupta. Retaining wall for hill roads. *Indian Roads Congress*, 44-1, pp. 291–326, 1983. 22, 27, 34
- ASTM. *ASTM E 519-02 Standard test method for diagonal tension (shear) in masonry assemblages*. ASTM International, 2002. 46, 47
- R.H. Atkinson, B.P. Amadei, S. Saeb et S. Sture. Response of masonry bed joint in direct shear. *Journal of Structural Engineering*, 115, pp. 2277–96, 1989. 45
- S.B. Bati, G. Ranocchiali et L. Rovero. A micromechanical model for linear homogenization of brick masonry. *Materials and Structures*, 32, pp. 22–30, 1999. 36, 189
- G. Baudouin, F. Rosquoet, J. Canou, J-C. Dupla, L. Thorel, G. Rault et I. Andria-Ntoanina. Caractérisation mécanique d'un mélange de sables d'Hostun. Dans *Journées Nationales de Géotechnique et de Géologie de l'Ingénieur*, pp. 491–498, France, 2008. 133

## BIBLIOGRAPHIE

- L. Binda, A. Fontana et G. Mirabella. Mechanical behavior and stress distribution in multiple-leaf stone wall. Dans *Proceedings of 10<sup>th</sup> international brick block masonry conference*, Calgary, Canada, 1994. 45
- A. Borri, G. Castori, M. Corradi et E. Speranzini. Shear behavior of unreinforced and reinforced masonry panels subjected to in situ diagonal compression tests. *Construction and Building Materials*, 25, pp. 4403–4414, 2011. 48
- K.C. Brady et J. Kavanagh. Analysis of the stability of masonry-faced earth retaining walls. Rapport technique, Transport Research Foundation, 2002. 22, 38
- J. Burgoyne. Revetments or retaining walls. *Corps of Royal Engineers Paper*, 3, pp. 154–159, 1853. 27, 32, 37, 39, 169, 189
- CAPEB, ABPS, Murailleurs de Provence, CBPS, CMA 84 et ENTPE. *Guide des bonnes pratiques de construction des murs de soutènement en pierre sèche*. CAPEB, 2008. 17, 18, 19, 20
- A. Cecchi et K. Sab. Discrete and continuous models for in plane loaded random elastic brickwork. *European Journal of Mechanics–A/Solids*, 28, pp. 610–625, 2009. 37, 38
- Y.C. Chan. Study of old masonry retaining walls in Hong Kong. Rapport technique, Geotechnical Engineering Office, Hong Kong, 1996. 22, 49
- M. Claxton, R.A. Hart, P.F. McCombie et P. Walker. Rigid block distinct-element model of dry-stone retaining walls in plane strain. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 131, pp. 381–389, 2005. 33, 179
- F. Cluni et V. Gusella. Homogenization of non-periodic masonry structures. *International Journal of Solids and Structures*, 41(7), pp. 1911–1923, 2004. 37
- A.-S. Colas. *Mécanique des murs de soutènement en pierre sèche : modélisation par le calcul à la rupture et expérimentation échelle 1*. Thèse de Doctorat, École Centrale de Lyon, École Nationale des Travaux Publics de l'État, 2009. 11, 12, 29, 34, 40, 55, 57, 60, 61, 78, 81, 108, 109, 110, 119, 121, 123, 142, 144, 151, 154, 156, 161, 163, 164, 168, 169, 170, 173, 179, 181, 182, 190, 193
- A.-S. Colas, J.-C. Morel et D. Garnier. Full-scale field trials to assess dry-stone retaining wall stability. *Engineering Structures*, 32, pp. 1215–1222, December 2010. 41, 189
- C. Constable. Retaining walls – an attempt to reconcile theory with practice. *American Society of Civil Engineers*, 3, pp. 67–75, 1875. 27, 28, 34, 38, 189
- M.R. Cooper. Deflections and failure modes in dry-stone retaining walls. *Ground Engineering*, 19, pp. 40–45, 1986. 25, 26, 189
- CTMNC. Lithothèque, 2017. URL <http://ctmnc1.ecritel.net:8080/cindocwebjsp/>. 49
- P. de Buhan et G. de Felice. A homogenization approach to the ultimate strength of brick masonry. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 45(7), pp. 1085–1104, 1997. 12, 28, 29, 35, 51, 61, 62, 63, 81, 91, 104, 106, 107, 109, 113, 122, 123, 189
- G. de Felice, A. Amorosi et A. Malena. Elasto-plastic analysis of block structures through a homogenization method. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 34, pp. 221–247, 2010. 35
- P. Delage, G. Petit et E. de Laure. Interaction sol-clou : étude à la boîte de cisaillement. Rapport technique, CERMES - ENPC, 1989. 133

- M. Drdácý, F. Fratini, D. Frankeová et Z. Sližková. The roman mortars used in the construction of the Ponte di Augusto (Narni, Italy) – A comprehensive assessment. *Construction and Building Materials*, 38, pp. 1117–1128, 2013. 50
- G. Falsone et M. Lombardo. Stochastic representation of the mechanical properties of irregular masonry structures. *International Journal of Solids and Structures*, 44, pp. 8600–8612, 2007. 37
- E. Flavigny, J. Desrues et B. Palayer. Note technique – le sable d’Hostun RF. *Revue Française de Géotechnique*, 53, pp. 67–70, 1990. 132
- R.C. Flint, P.D. Jackson et D.M. McCann. Geophysical imaging inside masonry structures. *NDT & E International*, 32, pp. 469–479, 1999. 49
- I.M. Gitman, H. Askes et L.J. Sluys. Representative volume : Existence and size determination. *Engineering Fracture Mechanics*, 74, pp. 2518–2534, 2007. 37
- V. Gusella et F. Cluni. Random field and homogenization for masonry with nonperiodic microstructure. *Journal of Mechanics of Materials and Structures*, 1(2), pp. 357–386, 2006. 37
- H.C. Hardiyatmo. *Approche expérimentale du dimensionnement des massifs renforcés à parement cellulaire*. Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier–Grenoble I, 1995. 122
- R.M. Harkness, W. Powrie, X. Zhang, K.C. Brady et M.P. O’Reilly. Numerical modelling of full-scale tests on drystone masonry retaining walls. *Géotechnique*, 50, pp. 165–179, 2000. 32, 34, 38
- J. Heyman. The stone skeleton. *International Journal of Solids and Structures*, 2, pp. 249–279, 1966. 24
- M. Jean. The non-smooth contact dynamics method. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 177, pp. 235–257, 1999. 32
- LCPC. Fascicule 51 Instruction technique pour la surveillance et l’entretien des ouvrages d’art, 1979. 22
- LCPC et SETRA. Défauts apparents des ouvrages d’art en maçonnerie. Rapport technique, Direction des Routes, 1982. 21
- H. H. Le, D. Garnier, A.-S. Colas, B. Terrade et J.-C. Morel. 3D homogenised strength criterion for masonry : Application to drystone retaining walls. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 95, pp. 239–253, 2016. 112
- H.H. Le. *Stabilité des murs de soutènement routiers en pierre sèche : Modélisation 3D par le calcul à la rupture et expérimentation échelle 1*. Thèse de Doctorat, ENTPE, 2013. 11, 29, 43, 55, 60, 61, 112, 113, 115, 121, 131, 132, 133, 142, 143, 150, 157, 189
- Y.-K. Lee et S. Pietruszczak. Application of critical plane approach to the prediction of strength anisotropy in transversely isotropic rock masses. *International Journal of Rock Mechanics and Mining Science*, 45, pp. 513–523, 2008. 34
- D. Liberatore, N. Masini, L. Sorrentino, V. Racina, L. Frezza et M. Sileo. A static penetration test for masonry mortar. Dans *SAHC2014 – 9<sup>th</sup> International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions*, 2014. 50
- I. Lombillo, C. Thomas, L. Villegas, J.P. Fernandez-Alvarez et J. Norambuena-Contreras. Mechanical characterization of rubble stone masonry walls using non and minor destructive tests. *Construction and Building Materials*, 43, pp. 266–277, 2013. 49, 50, 189
- A. Lootvoet. *Technologie des maçonneries*. Laboratoire Central des Ponts et Chaussées, 1981. 46, 49

## BIBLIOGRAPHIE

- J. Lopez, S. Oller, E. Oñate et J. Lubliner. A homogeneous constitutive model for masonry. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 46, pp. 1651–1671, 1999. 35
- H.R. Lotfi et P.B. Shing. An appraisal of smeared crack models for masonry shear wall analysis. *Computers and Structures*, 41, pp. 413–425, 1991. 30, 34
- H.R. Lotfi et P.B. Shing. Interface model applied to fracture of masonry structures. *Journal of Structural Engineering*, 120, pp. 63–80, 1994. 30, 34
- P.B. Lourenço et J.G. Rots. Multisurface interface model for analysis of masonry structures. *Journal of Engineering Mechanics*, 123, pp. 660–668, 1997. 30, 31, 189
- P.B. Lourenço, R. de Borst et J.G. Rots. A plane stress softening plasticity model for orthotropic materials. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 40, pp. 4033–4057, 1997. 34
- P.B. Lourenço, J.G. Rots et J. Blaauwendraad. Continuum model for masonry : Parameter estimation and validation. *Journal of Structural Engineering*, 124, pp. 642–652, 1998. 34
- P.B. Lourenço, J.O. Barros et J.T. Oliveira. Shear testing of stack bonded masonry. *Construction and Building Materials*, 18, pp. 125–132, 2004. 45
- R. Luciano et E. Sacco. Homogenization technique and damage model for old masonry material. *International Journal of Solids and Structures*, 34, pp. 3191–3208, 1997. 35, 36
- G. Magenes. *Seismic behavior of brick masonry : strength and failure mechanisms*. Thèse de Doctorat, University of Pavian, 1992. 45
- C. Maierhofer et S. Leipold. Radar investigation of masonry structures. *NDT & E International*, 34, pp. 139–147, 2001. 49
- A. Makrodimopoulos et C.M. Martin. Upper bound limit analysis using discontinuous quadratic displacement fields. *Communications in Numerical Methods in Engineering*, 24, pp. 911–927, 2008. 101, 103
- E.C. Manning, L.F. Ramos et F. Fernandes. Tube-jack testing : regular masonry wall testing. Dans *SAHC2014 – 9<sup>th</sup> International Conference on Structural Analysis of Historical Construction*, 2014. 50
- D.M. McCann et M.C. Forde. Review of NDT methods in the assessment of concrete and masonry structures. *NDT & E International*, 34, pp. 71–84, 2001. 49
- G. Milani. 3D upper bound limit analysis of multi-leaf masonry walls. *International Journal of Mechanical Sciences*, 50, pp. 817–836, 2008. 30, 31, 189
- G. Milani, Y.W. Esquivel, P.B. Lourenço, B. Riveiro et D.V. Oliveira. Characterization of the response of quasi-periodic masonry : Geometrical investigation, homogenization and application to the Guimarães Castle, Portugal. *Engineering Structures*, 56, pp. 621–641, 2013. 37, 49
- P.B. Milani, G. and Lourenço. Monte Carlo homogenized limit analysis model for randomly assembled blocks in-plane loaded. *Computational Mechanics*, 46, pp. 827–849, 2010. 37, 38
- J. Milosevic, A.S. Gago, M. Lopes et R. Bento. Experimental assessment of shear strength parameters on rubble stone masonry specimens. *Construction and Building Materials*, 47, pp. 1372–1380, 2013. 45
- T. Mori et K. Tanaka. Average stress in matrix and average elastic energy of materials with misfitting inclusions. *Acta Metallurgica*, 21(5), pp. 571–574, 1973. 36

- C. Mundell. *Large scale testing of drystone retaining structures*. Thèse de Doctorat, University of Bath, 2009. 40, 42, 121, 123, 143, 189
- C. Mundell, P. McCombie, C. Bailey, A. Heath et P. Walker. Limit-equilibrium assessment of drystone retaining structures. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers Geotechnical Engineering*, 162, pp. 203–212, 2009. 26, 27, 189
- J.J. Oetomo. *Comportement à la rupture des murs de soutènement en pierre sèche : une modélisation par approche discrète*. Thèse de Doctorat, École Centrale de Lyon, 2014. 33, 171, 189
- M. O'Reilly et J. Perry. Drystone retaining walls and their modifications – conditions appraisal and remedial treatment. Rapport technique, CIRIA, 2009. 22
- G.N. Pande, J.X. Liang et J. Middleton. Equivalent elastic moduli for brick masonry. *Computers and Geotechnics*, 8, pp. 243–265, 1989. 35, 189
- H.S. Park. *Mise en place de canalisation par microtunnelage, interaction en frottement sol-canalisation*. Thèse de Doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 1997. 133
- P. Pegon et A. Anthoine. Numerical strategies for solving continuum damage problems with softening : Application to the homogenization of masonry. *Computers & Structures*, 64(1-4), pp. 623–642, 1997. 35, 36
- L. Pelà, A. Peverini, L. Garijo et P. Roca. Experimental calibration of in-situ sampling and testing of historical masonry. Dans *SAHC2014 – 9<sup>th</sup> International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions*, 2014. 50
- D. Poineau et A. Bouineau. *Réparation et renforcement des maçonneries 6.1 Généralités et préparation des travaux*. Syndicat National des Entrepreneurs Spécialistes de Travaux de Réparation et Renforcement de Structures (STRRES), 2011a. 21
- D. Poineau et A. Bouineau. *Réparation et renforcement des maçonneries 6.2 Réparation non-structurale*. Syndicat National des Entrepreneurs Spécialistes de Travaux de Réparation et Renforcement de Structures (STRRES), 2011b. 22
- D. Poineau et A. Bouineau. *Réparation et renforcement des maçonneries 6.3 Réparation et renforcement structuraux*. Syndicat National des Entrepreneurs Spécialistes de Travaux de Réparation et Renforcement de Structures (STRRES), 2011c. 22, 23
- F. Portioli, L. Cascini, C. Casapulla et M. d'Aniello. Limit analysis of masonry walls by rigid block modelling with cracking units and cohesive joints using linear programming. *Engineering Structures*, 57, pp. 232–247, 2013. 30, 32, 189
- W. Powrie, R.M. Harkness, X. Zhang et D.I. Bush. Deformation and failure modes of drystone retaining walls. *Géotechnique*, 52, pp. 435–446, 2002. 32, 34, 38, 179
- A. Qaisar, I.B. Yasir, A. Naveed, A. Bashir, R. Shahzad et A.S.B. Farhat. Experimental investigation on the characterization of solid clay brick masonry for lateral shear strength evaluation. *International Journal of Earth Sciences and Engineering*, 5, pp. 782–791, 2012. 45
- J.-C. Quezada, E. Vincens, R. Mouterde et J.-C. Morel. 3D failure of a scale-down dry stone retaining wall : A DEM modelling. *Engineering Structures*, 117, pp. 506–517, 2016. 34
- G.M. Roberti, L. Binda et G. Cardani. Numerical modelling of shear bond tests on small brick-masonry assemblages. Dans *Computer methods in structural masonry*, volume 4, pp. 144–153, 1997. 45
- K. Sab. Overall ultimate yield strength of a quasi-periodic masonry. *Comptes Rendus Mécanique*, 337(8), pp. 603–609, 2009. 37

## BIBLIOGRAPHIE

- J. Salençon. *Calcul à la rupture et analyse limite*. Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, 1983. 57, 97
- G. Schneebeli. Une mécanique pour les terres sans cohésion. *Compte rendus des séances de l'Académie des Sciences*, 243, pp. 2647–2673, 1956. 122
- B. Shieh-Beygi et S. Pietruszczak. Numerical analysis of structural masonry : mesoscale approach. *Computers and Structures*, 86, pp. 1958–1973, 2008. 32
- C. Thelin, K. Balksten et F. Höst. Collapse and rebuilding of a medieval city wall – An assessment of the structure and material. Dans *SAHC2014 – 9<sup>th</sup> International Conference on Structural Analysis of Historical Constructions*, 2014. 22
- F. Thierry, E. Boete, M. Lefebvre et J. Desille. IQOA Murs Campagne d'évaluation 2010 Dossier national. Rapport technique, Sétra – Service d'études sur les transports, les routes et leurs aménagements, Juillet 2011. 49
- V.H. Tran, E. Vincens, J.-C. Morel, F. Dedecker et H.H. Le. 2D-DEM modelling of the formwork removal of a rubble stone masonry bridge. *Engineering Structures*, 75, pp. 448–456, 2014. 33
- R. Ushaksaraei et S. Pietruszczak. Failure criterion for structural masonry based on critical plane approach. *Journal of Engineering Mechanics*, 128, pp. 769–778, 2002. 34
- G. Vasconcelos et P.B. Lourenço. Experimental characterization of stone masonry in shear and compression. *Construction and Building Materials*, 23, pp. 3337–3345, 2009. 45
- B. Villemus. *Étude des murs de soutènement en maçonnerie de pierres sèches*. Thèse de Doctorat, INSA de Lyon, École Nationale des Travaux Publics de l'État, 2004. 27, 38, 39, 121, 123, 142, 161, 169, 170, 172, 179, 182, 189, 191, 193
- B. Villemus, J.-C. Morel et C. Boutin. Experimental assessment of dry stone retaining wall stability on a rigid foundation. *Engineering Structures*, 29, pp. 2124–2132, 2007. 41
- P. Walker et J.G. Dickens. Stability of medieval dry-stone walls in Zimbabwe. *Géotechnique*, 45, pp. 141–147, 1995. 49
- P. Walker, P. McCombie et M. Claxton. Plane strain numerical model for drystone retaining walls. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers Geotechnical Engineering*, 160, pp. 97–103, 2007. 33, 34, 179, 189
- X. Zhang, N. C. Koutsabeloulis, S. Hope et A. Pearce. A finite element analysis for the stability of drystone masonry retaining walls. *Géotechnique*, 54, pp. 57–60, 2004. 34, 38
- A. Zucchini et P.B. Lourenço. A micro-mechanical model for the homogenisation of masonry. *International Journal of Solids and Structures*, 39, pp. 3233–3255, 2002. 35
- A. Zucchini et P.B. Lourenço. A coupled homogenisation-damage model for masonry cracking. *Computers and Structures*, 82, pp. 917–929, 2004. 35
- A. Zucchini et P.B. Lourenço. Mechanics of masonry in compression : Results from a homogenisation approach. *Computers and Structures*, 85, pp. 193–204, 2007. 35

# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>1 État de l'art</b>	<b>13</b>
1.1 Cadre de l'étude	17
1.1.1 La maçonnerie en génie civil	17
1.1.2 Les ouvrages de soutènement	19
1.1.3 Pathologies courantes	21
1.1.4 Réparations et renforcements	22
1.2 Approches analytiques et semi-analytiques	24
1.2.1 Approches discrètes	24
1.2.2 Approches continues	27
1.3 Approches numériques	30
1.3.1 Approches discrètes	30
1.3.2 Approches continues	34
1.4 Approches expérimentales	37
1.5 Du modèle au terrain	44
1.5.1 Maçonnerie sèche et maçonnerie jointoyée	44
1.5.2 Caractérisations en laboratoire	44
1.5.3 Caractérisations <i>in situ</i>	49
1.6 Présentation de la démarche adoptée	51
<b>2 Approche analytique</b>	<b>53</b>
2.1 Position du problème	57
2.1.1 Le mur de soutènement simple	57
2.1.2 Le mur de soutènement routier	57
2.2 Théorie du calcul à la rupture	57
2.2.1 Présentation du calcul à la rupture	57
2.2.2 Approche par l'intérieur	58
2.2.3 Approche par l'extérieur	59
2.3 Extension aux maçonneries hourdées	60
2.3.1 Hypothèses retenues et homogénéisation	61
2.3.1.1 Description de la maçonnerie	61
2.3.1.2 Description de la structure	63
2.3.2 Familles de mécanismes de rupture	65
2.3.3 Résolution du problème	66
2.3.3.1 Rupture par glissement	66
2.3.3.2 Rupture par renversement : rotation du mur et cisaillement du sol	68
2.3.3.3 Mode de rupture mixte : rotation du mur et translation du sol	70
2.4 Renforcement par clouage	72
2.4.1 Prise en compte théorique	72
2.4.2 Clouage du sol seul	73

TABLE DES MATIÈRES

2.4.3	Clouage du sol et du mur . . . . .	75
2.4.4	Étude paramétrique de l'influence du clouage . . . . .	78
<b>3</b>	<b>Approche numérique</b>	<b>89</b>
3.1	Présentation de l'optimisation quadratique . . . . .	93
3.2	Reformulation du problème du calcul à la rupture . . . . .	94
3.2.1	Le problème d'optimisation . . . . .	94
3.2.2	Le mode de chargement . . . . .	94
3.2.3	Chargement en pression, chargement en vitesse . . . . .	96
3.2.4	Maillage . . . . .	96
3.2.5	Interfaces . . . . .	97
3.3	Modèle 2D . . . . .	97
3.3.1	Matériau de von Mises . . . . .	98
3.3.1.1	Champ de vitesse continu . . . . .	98
3.3.1.2	Discontinuités de vitesse . . . . .	98
3.3.1.3	Validation : la compression . . . . .	98
3.3.2	Matériau de Mohr-Coulomb . . . . .	101
3.3.2.1	Champ de vitesse continu . . . . .	101
3.3.2.2	Discontinuités de vitesse . . . . .	103
3.3.2.3	Validation : le cisaillement direct à la boîte de Casagrande . . . . .	103
3.3.3	Matériau de maçonnerie homogénéisée . . . . .	104
3.3.3.1	Champ de vitesse continu . . . . .	104
3.3.3.2	Discontinuités de vitesse . . . . .	106
3.3.3.3	Validation : chargement sismique statique . . . . .	106
3.3.4	Le mur de soutènement simple . . . . .	106
3.3.4.1	Géométrie et matériaux . . . . .	108
3.3.4.2	Mode de chargement et stratégie de résolution . . . . .	108
3.3.4.3	Maillage . . . . .	108
3.3.4.4	Résultat . . . . .	108
3.4	Modèle 3D . . . . .	110
3.4.1	Une dimension supplémentaire . . . . .	110
3.4.2	Matériau de Drucker-Prager . . . . .	111
3.4.2.1	Mohr-Coulomb et Drucker-Prager . . . . .	111
3.4.2.2	Validation : la traction . . . . .	111
3.4.3	Matériau de maçonnerie homogénéisé 3D . . . . .	112
3.4.4	Ordre du maillage . . . . .	113
<b>4</b>	<b>Approche expérimentale</b>	<b>117</b>
4.1	Introduction à l'approche expérimentale . . . . .	121
4.2	Modélisation physique 2D . . . . .	121
4.2.1	Description des composants du modèle . . . . .	122
4.2.1.1	Le sol . . . . .	122
4.2.1.2	Le mur . . . . .	123
4.2.1.3	Renforcement par inclusion . . . . .	124
4.2.2	Description des configurations testées . . . . .	124
4.2.3	Description du dispositif expérimental . . . . .	126
4.2.4	Présentation des résultats . . . . .	127
4.2.4.1	Analyse détaillée d'un essai type : le mur 2 . . . . .	127
4.2.4.2	Répétabilité . . . . .	128
4.2.4.3	Analyse paramétrique . . . . .	129
4.3	Modélisation physique 3D . . . . .	131
4.3.1	Description des composants du modèle . . . . .	132
4.3.1.1	Le sol . . . . .	132

4.3.1.2	Les briques . . . . .	132
4.3.2	Description des configurations testées . . . . .	134
4.3.3	Description du dispositif expérimental . . . . .	134
4.3.4	Présentation des résultats . . . . .	135
4.3.4.1	Analyse détaillée d'un essai type : le mur 5 . . . . .	135
4.3.4.2	Répétabilité . . . . .	138
4.3.4.3	Analyse paramétrique . . . . .	138
4.4	Expérimentation à l'échelle 1 sur mur de soutènement routier . . . . .	142
4.4.1	Aménagement d'une plate-forme expérimentale . . . . .	142
4.4.2	Description des configurations testées et du dispositif expérimental . . . . .	144
4.4.2.1	Description de l'ouvrage . . . . .	144
4.4.2.2	Description des configurations testées . . . . .	144
4.4.2.3	Description du dispositif expérimental . . . . .	146
4.4.3	Présentation des résultats . . . . .	149
4.4.3.1	Histoire de l'essai . . . . .	149
4.4.3.2	Étude du cisaillement le long du mur . . . . .	151
4.4.3.3	Retour sur l'analyse d'images 3D . . . . .	156
<b>5</b>	<b>Validation et application</b>	<b>159</b>
5.1	Validation de la modélisation 2D . . . . .	163
5.1.1	Confrontation avec la modélisation physique . . . . .	163
5.1.1.1	Présentation des trois campagnes . . . . .	163
5.1.1.2	Confrontation des charges extrêmes . . . . .	165
5.1.1.3	Confrontation des mécanismes de rupture . . . . .	167
5.1.2	Confrontation avec la littérature . . . . .	169
5.1.2.1	Présentation de la campagne . . . . .	169
5.1.2.2	Modalité de la confrontation . . . . .	170
5.1.2.3	Confrontation des charges extrêmes . . . . .	171
5.1.2.4	Confrontation des mécanismes de rupture . . . . .	171
5.2	Application à un cas d'ouvrage pathologique . . . . .	173
5.2.1	Présentation du cas d'étude . . . . .	173
5.2.2	Mode opératoire . . . . .	173
5.2.3	Discussion . . . . .	176
	<b>Conclusion</b>	<b>181</b>
	<b>Liste des symboles</b>	<b>185</b>
	<b>Liste des figures</b>	<b>189</b>
	<b>Liste des tableaux</b>	<b>193</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>195</b>
	<b>Table des matières</b>	<b>201</b>
<b>A</b>	<b>Approche analytique</b>	<b>205</b>
A.1	Rupture par renversement : développement des calculs . . . . .	205
<b>B</b>	<b>Approche numérique</b>	<b>209</b>
B.1	Chargement en pression, chargement en déplacement . . . . .	209

TABLE DES MATIÈRES

<b>C</b>	<b>Caractérisations des matériaux</b>	<b>211</b>
C.1	Modélisation physique 2D . . . . .	211
C.1.1	Essai de cisaillement direct des briques de mortier . . . . .	211
C.1.2	Caractérisation du frottement du clou . . . . .	212
C.1.3	Essai de cisaillement direct du sol de Ouaco . . . . .	213
C.2	Modélisation physique 3D . . . . .	214
C.2.1	Granulométrie du sable d'Hostun . . . . .	214
C.2.2	Essai de cisaillement direct du sable d'Hostun . . . . .	215
C.2.3	Essai de cisaillement direct des briques de terre cuite . . . . .	219
C.3	Campagne à échelle 1 . . . . .	220
C.3.1	Granulométrie du gravier de Bellegarde . . . . .	220
C.3.2	Essai de cisaillement direct sur le calcaire de Laval-du-Tarn . . . . .	221
C.3.3	Pesage hydrostatique du calcaire de Laval-du-Tarn . . . . .	222
<b>D</b>	<b>Dimensionnement de la plate-forme d'essai</b>	<b>223</b>
D.1	Le vérin . . . . .	223
D.1.1	Description . . . . .	223
D.1.2	Flambage du vérin . . . . .	223
D.1.3	Fixation supérieure du vérin . . . . .	224
D.1.3.1	Poinçonnement des chapes . . . . .	224
D.1.3.2	Flambage des chapes . . . . .	224
D.1.3.3	Cisaillement de l'axe de la chape . . . . .	224
D.2	Portique . . . . .	224
D.2.1	Résistance des poteaux à la traction . . . . .	225
D.2.2	Résistance à la flexion . . . . .	225
D.2.2.1	Poutre B . . . . .	225
D.2.2.2	Poutre D . . . . .	226
D.2.2.3	Poutres C . . . . .	227
D.2.2.4	Dimensionnement à la flexion . . . . .	227
D.2.3	Boulonnage . . . . .	228
D.2.3.1	Résistance des boulons à la traction . . . . .	228
D.2.3.2	Poinçonnement des boulons . . . . .	229
D.3	Dalle . . . . .	229
D.3.1	Description . . . . .	229
D.3.2	Dimensionnement de la longrine . . . . .	230
D.4	Conclusion et remarques générales . . . . .	231
<b>E</b>	<b>Essais <i>Lozère</i></b>	<b>233</b>
E.1	Positionnement exact des capteurs à câble sur le parement du mur . . . . .	233
<b>F</b>	<b>Résultats des essais</b>	<b>235</b>
F.1	Modélisation physique 3D . . . . .	235
F.2	Campagne à échelle 1 . . . . .	235
F.2.1	Déplacements maximaux des capteurs à câbles lors des essais <i>Lozère</i> . . . . .	235
F.2.2	Vitesse d'enfoncement du vérin . . . . .	236

## Annexe A

# Approche analytique

### A.1 Rupture par renversement : développement des calculs

Dans cette annexe, nous détaillons les calculs éludés au cours du chapitre 2.

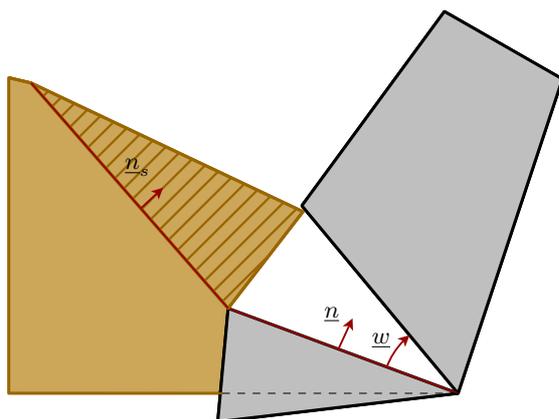


Figure A.1 – Rupture par renversement : cisaillement du sol et rotation du mur.

**Puissance des efforts extérieurs.** La puissance des efforts extérieurs se décompose en deux termes : la contribution du mur  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^e$  et la contribution du sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^e$ .

$$\mathcal{P}^e = \underbrace{\iint_{OABO'} \underline{\gamma} \cdot \underline{v} \, dS}_{\mathcal{P}_{\text{mur}}^e} + \underbrace{\iint_{O'ST} \underline{\gamma}_s \cdot \underline{v}_s \, dS}_{\mathcal{P}_{\text{sol}}^e} \quad (\text{A.1})$$

Dans le cas d'une rotation pure, la puissance des efforts développée dans le mur s'écrit à partir

ANNEXE A. APPROCHE ANALYTIQUE

de (2.21) et (2.35a) :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_{\text{mur}}^e &= \iint_{OABO'} \underline{\gamma} \cdot \underline{v} \, dS \\
 &= \iint_{OABO'} -\gamma\omega(X'_2 \sin \alpha - X'_1 \cos \alpha) \, dX'_1 dX'_2 \\
 \mathcal{P}_{\text{mur}}^e &= -\gamma\omega \left[ \int_{l_{0i}}^{l_{0f}} \int_{h_{0i}}^{h_{0f}} (X'_2 \sin \alpha - X'_1 \cos \alpha) \, dX'_1 dX'_2 \right. \\
 &\quad + \int_{l_{1i}}^{l_{1f}} \int_{h_{1i}}^{h_{1f}} (X'_2 \sin \alpha - X'_1 \cos \alpha) \, dX'_1 dX'_2 \\
 &\quad \left. + \int_{l_{2i}}^{l_{2f}} \int_{h_{2i}}^{h_{2f}} (X'_2 \sin \alpha - X'_1 \cos \alpha) \, dX'_1 dX'_2 \right] \tag{A.2}
 \end{aligned}$$

avec

	$l$	$h$	
0i	$-l'(1 + \varepsilon'_1)$	$-X'_1 \tan \Psi$	
0f	$-l'\varepsilon'_1$	$h' - (l'(1 + \varepsilon'_1) + X'_1) \tan \alpha$	
1i	$-l'\varepsilon'_1$	$-X'_1 \tan \Psi$	
1f	0	$-X'_1 / \tan \lambda'_1$	
2i	$-l'_r$	$-X'_1 \tan \Psi$	
2f	$-l'(1 + \varepsilon'_1)$	$(l'(1 + \varepsilon'_1 + \varepsilon'_2) + X'_1) / \tan \lambda'_2$	(A.3)

La puissance des efforts développée dans le sol s'écrit à partir de (2.22) et (2.35b) :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{P}_{\text{sol}}^e &= \iint_{O'ST} \underline{\gamma}_s \cdot \underline{v}_s \, dS \\
 &= \iint_{O'ST} \gamma_s \omega_s \cos(\Psi_s + \psi_s + \alpha - \lambda'_2) X''_2 \, dX''_1 dX''_2 \\
 \mathcal{P}_{\text{sol}}^e &= \int_0^{TH} \int_0^{X''_{21}} \gamma_s \omega_s \cos(\Psi_s + \psi_s + \alpha - \lambda'_2) X''_2 \, dX''_1 dX''_2 \\
 &\quad + \int_{TH}^{TO'} \int_0^{X''_{22}} \gamma_s \omega_s \cos(\Psi_s + \psi_s + \alpha - \lambda'_2) X''_2 \, dX''_1 dX''_2 \tag{A.4}
 \end{aligned}$$

où  $SH$  est la distance du point  $S$  à  $TO'$ . Il vient donc :

$$TH = \frac{\sin \Psi_s \tan(\Psi_s + \beta' - \lambda'_2)}{\cos \lambda'_2} (h'_s - h'_r) \tag{A.5a}$$

$$TO' = \frac{\cos(\lambda'_2 - \beta')}{\cos(\Psi_s + \beta' - \lambda'_2) \cos \lambda'_2} (h'_s - h'_r) \tag{A.5b}$$

et

$$X''_{21} = X''_1 \tan\left(\frac{\pi}{2} - \Psi_s - \beta' + \lambda'_2\right) \tag{A.6a}$$

$$X''_{22} = (TO' - X''_1) \tan \Psi_s \tag{A.6b}$$

Comme précédemment, nous écrivons  $\mathcal{P}^e$  sous la forme d'un polynôme de degré 3 en  $h'_s$  :

$$\mathcal{P}^e = \mathcal{P}_{\text{mur}}^e + p_{\text{sol}}^e(\omega_s, \psi_s, \Psi_s)(h'_s - h'_r)^3 \tag{A.7}$$

où  $p_{\text{sol}}^e$  est un coefficient qui s'exprime en fonction des paramètres géométriques et physiques du problème.

**Puissance résistante maximale.** La puissance résistante maximale se décompose en trois termes : la contribution du mur  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm}$ , la contribution du sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm}$  et la contribution de l'interface  $\mathcal{P}_{\delta}^{rm}$ .

$$\mathcal{P}^{rm} = \mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} + \mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm} + \mathcal{P}_{\delta}^{rm}$$

La puissance résistante maximale du mur  $\mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm}$  s'écrit à partir de (2.17) et (2.35a) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} &= \int_{OABO'} \pi^{\text{hom}}(\underline{d}) dS + \int_{O'O} \pi^{\text{hom}}(\underline{n}, \llbracket v \rrbracket) dl \\ &= \frac{\omega l_r'^2}{2} \left( \frac{C_h}{\tan \varphi_h} + \frac{C_v}{\tan \varphi_v} \tan^2 \Psi \right) \end{aligned} \quad (\text{A.8})$$

La puissance résistante maximale du sol  $\mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm}$  s'écrit à partir de (2.23), (2.25) et (2.35b) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm} &= \iint_{O'ST} \frac{C_s}{\tan \varphi_s} \omega_s \sin \Psi_s X_2'' dX_1'' dX_2'' + \int_{O'T} \frac{C_s}{\tan \varphi_s} \omega_s \sin \Psi_s X_2'' dX_2'' \\ \mathcal{P}_{\text{sol}}^{rm} &= \int_0^{TH} \int_0^{X_{21}''} \frac{C_s}{\tan \varphi_s} \omega_s \sin \Psi_s X_2'' dX_1'' dX_2'' \\ &+ \int_{TH}^{TO'} \int_0^{X_{22}''} \frac{C_s}{\tan \varphi_s} \omega_s \sin \Psi_s X_2'' dX_1'' dX_2'' \\ &+ \frac{C_s \omega_s \sin \Psi_s}{2 \tan \varphi_s} TO'^2 \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

La puissance résistante maximale de l'interface  $\mathcal{P}_{\delta}^{rm}$  s'écrit à partir de (2.27), (2.35a) et (2.35b) :

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\delta}^{rm} &= \int_{O'S} \pi(\underline{n}, \underline{\Delta v}) dl \\ &= \frac{C_{\delta}}{\tan \delta} \left[ \omega \left( -\tan \lambda_2' l' (1 + \varepsilon_1' + \varepsilon_2') (h_s' - h_r') + \frac{1}{2 \cos \lambda_2'} (h_s'^2 - h_r'^2) \right) \right. \\ &\quad \left. + \omega_s \frac{\sin(\Psi_s + \psi_s - 2\lambda_2')}{2 \cos \lambda_2'} (h_s' - h_r')^2 \right] \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Pour alléger les expressions, nous écrivons  $\mathcal{P}_{\delta}^{rm}$  sous la forme :

$$\mathcal{P}_{\delta}^{rm} = p_{\delta 1}^{rm} (h_s' - h_r') + p_{\delta 12}^{rm} (h_s'^2 - h_r'^2) + p_{\delta 2}^{rm} (h_s' - h_r')^2 \quad (\text{A.11})$$

La puissance résistante maximale  $\mathcal{P}^{rm}$  s'exprime alors sous la forme :

$$\mathcal{P}^{rm} = \mathcal{P}_{\text{mur}}^{rm} + p_{\delta 1}^{rm} (h_s' - h_r') + p_{\delta 12}^{rm} (h_s'^2 - h_r'^2) + (p_{\text{sol}2}^{rm} + p_{\delta 2}^{rm}) (h_s' - h_r')^2 + p_{\text{sol}3}^{rm} (h_s' - h_r')^3 \quad (\text{A.12})$$



## Annexe B

# Approche numérique

### B.1 Chargement en pression, chargement en déplacement

Au cours du chapitre 3 (§ 3.2.3), nous avons mentionné deux types de chargements possibles : le chargement en pression et le chargement en déplacement. Nous rappelons ici les équations qui en décrivent le fonctionnement :

$$\begin{aligned}\mathcal{P}^e &= \rho \int_S \underline{v} \cdot \underline{n} \, dS \quad \text{pour un chargement en pression } \rho \underline{n} \\ &= U \int_S (\underline{\sigma} \cdot \underline{n}) \cdot \underline{e} \, dS \quad \text{pour un chargement en déplacement } U \underline{e}\end{aligned}$$

Le cas du chargement en pression ne pose pratiquement aucun problème car toutes les données sont présentes explicitement :  $\rho$  est imposé et les vitesses  $\underline{v}$  constituent les variables du problème d'optimisation. Dans le cas du chargement en déplacement, nous imposons le déplacement  $U$  mais nous n'avons aucun moyen de connaître le tenseur des contraintes  $\underline{\sigma}$ . La résolution est donnée implicitement. On obtient  $\beta \mathcal{P}_{var}^e$  en minimisant la quantité  $\mathcal{P}^{rm}(\underline{v}) - \mathcal{P}_0^e(\underline{v})$ . Pour retrouver une définition du multiplicateur  $\beta$ , il faut adopter une hypothèse supplémentaire sur la répartition des contraintes sur la surface où une condition en déplacement non nulle est imposée.



## Annexe C

# Caractérisation mécanique des matériaux utilisés dans les expérimentations

### C.1 Modélisation physique 2D

#### C.1.1 Essai de cisaillement direct des briques de mortier

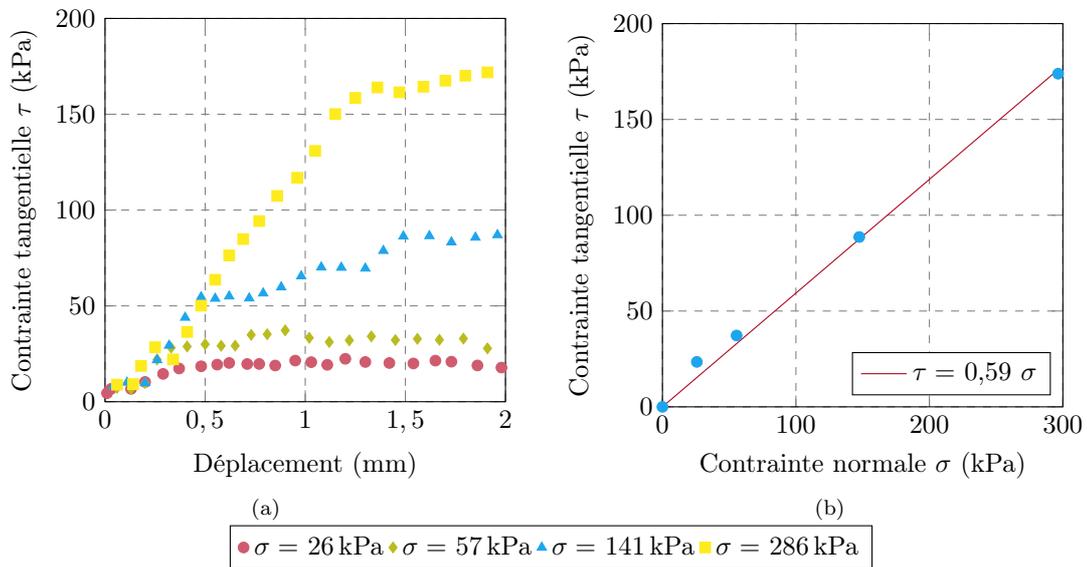


Figure C.1 – Essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande sur une éponte de mortier de ciment : a) contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction du déplacement horizontal ; b) contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction de la contrainte normale  $\sigma$ .

### C.1.2 Caractérisation du frottement du clou

Nous caractérisons le frottement entre le matériau granulaire analogique de Schneebeli et les clous de carton employés dans la modélisation physique 2D par le moyen d'un essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande. Pour cela, nous remplissons le compartiment inférieur de la boîte de Casagrande par des rouleaux de Schneebeli, jusqu'à en dépasser légèrement l'arasement. Nous positionnons ensuite le clou de sorte qu'il repose uniquement sur des rouleaux. Enfin, nous positionnons le compartiment supérieur de la boîte de Casagrande que nous remplissons également de rouleaux de Schneebeli. Le clou est fixé au bord du compartiment supérieur de la boîte de Casagrande. Le reste de la procédure est identique à un essai à la boîte de Casagrande classique.

Cet essai nous donne accès à l'angle de frottement  $\varphi_c$  entre une face du clou et le sol de Schneebeli. Pour obtenir le coefficient  $T_l$  caractérisant l'ancrage du clou, il convient de prendre en compte la surface de frottement mobilisée et le confinement appliqué au clou :

$$T_l = 2l_y (h_s - h_c) \gamma_s \tan \varphi_c \quad (\text{C.1})$$

avec  $l_y$  la largeur du clou dans la direction normale au plan de déformation,  $h_s$  la hauteur de sol au moment de la rupture,  $h_c$  la hauteur d'implantation du clou,  $\gamma_s$  le poids volumique du matériau de Schneebeli et  $\varphi_c$  l'angle de frottement mesuré par l'essai décrit au paragraphe précédent.

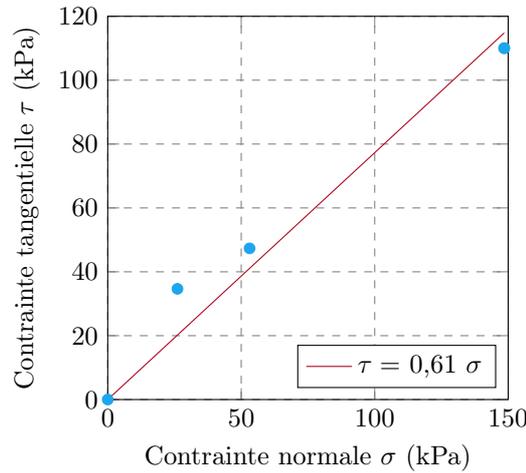


Figure C.2 – Essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande afin d'estimer le frottement entre le clou et le matériau de Schneebeli : contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction de la contrainte normale  $\sigma$ .

### C.1.3 Essai de cisaillement direct du sol de Ouaco

La terre utilisée est un limon très plastique selon la classification UCSC-LCPC extrait à Ouaco en Nouvelle-Calédonie. Les paramètres de frottement et de cohésion de ce sol ont été mesurés par un test de cisaillement direct à la boîte de Casagrande réalisé en conditions saturées. Pour ce sol, la cohésion  $C$  vaut 5 kPa et l'angle de frottement  $\varphi$  vaut  $27,5^\circ$ .

La saturation de l'échantillon est réalisée en deux étapes : l'air contenu dans l'échantillon est d'abord remplacé par du  $\text{CO}_2$ , puis le  $\text{CO}_2$  est remplacé par de l'eau, ce qui permet d'obtenir un échantillon saturé tout en minimisant les perturbations sur l'échantillon. On obtient ainsi la valeur de la cohésion et de l'angle de frottement en conditions saturées.

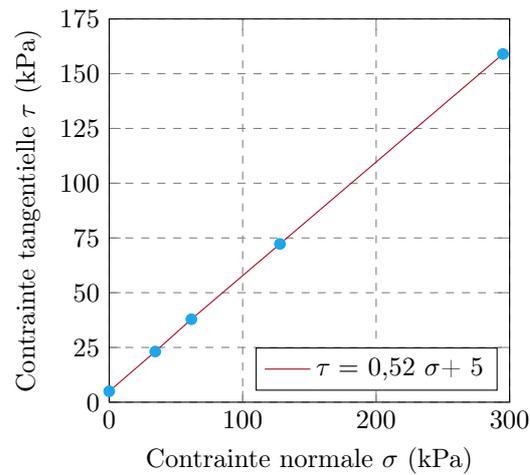


Figure C.3 – Essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande sur le sol de Ouaco utilisé comme mortier de terre pour la modélisation physique 2D : contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction de la contrainte normale  $\sigma$ .

## C.2 Modélisation physique 3D

### C.2.1 Granulométrie du sable d'Hostun

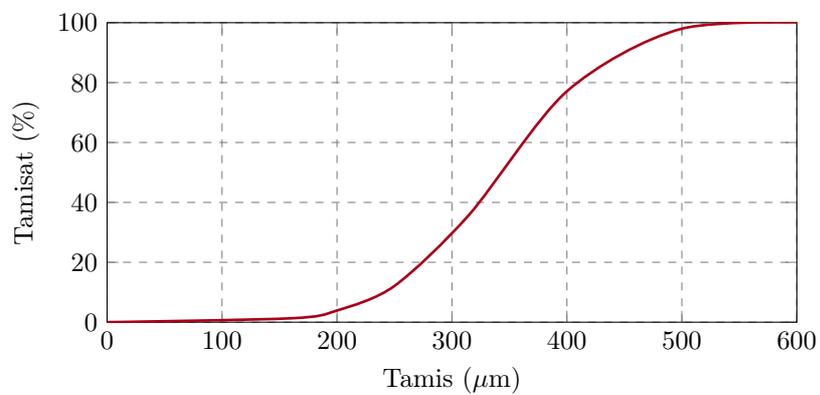


Figure C.4 – Courbe granulométrique du sable d'Hostun employé dans la campagne de modélisation physique 3D.

### C.2.2 Essai de cisaillement direct du sable d'Hostun

L'angle de frottement interne du sable d'Hostun *HN 31* a été mesuré par des essais de cisaillement direct à la boîte de Casagrande. Nous les avons réalisés pour cinq niveaux de densité, avec plusieurs niveaux de confinement, résumés dans le tableau C.1.

Tableau C.1 – Répartition des essais de cisaillement direct à la boîte de Casagrande sur le sable d'Hostun

Masse volumique	Confinement	Nombre d'essais
13,3 kN/m <sup>3</sup>	50 kPa	3
	100 kPa	3
	150 kPa	3
	200 kPa	2
14,1 kN/m <sup>3</sup>	50 kPa	2
	100 kPa	1
14,5 kN/m <sup>3</sup>	50 kPa	2
	100 kPa	2
	150 kPa	3
	200 kPa	2
15,5 kN/m <sup>3</sup>	50 kPa	3
	100 kPa	5
	150 kPa	4
	200 kPa	3
16,5 kN/m <sup>3</sup>	50 kPa	2
	100 kPa	2
	150 kPa	3
	200 kPa	3

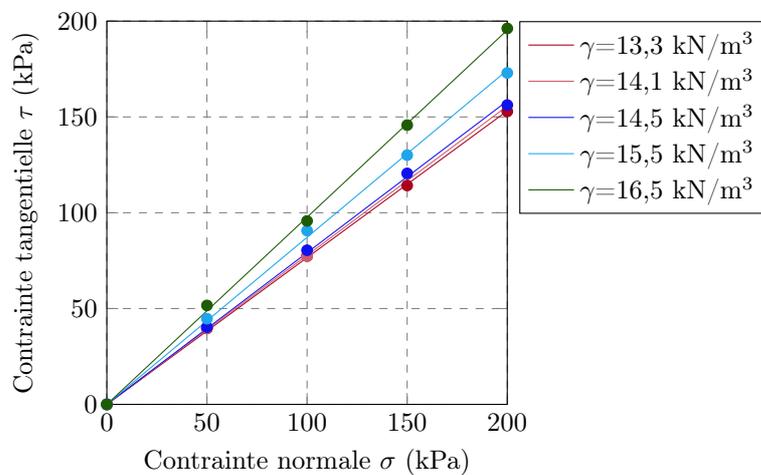


Figure C.5 – Essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande sur le sol d’Hostun : contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction de la contrainte normale  $\sigma$ .

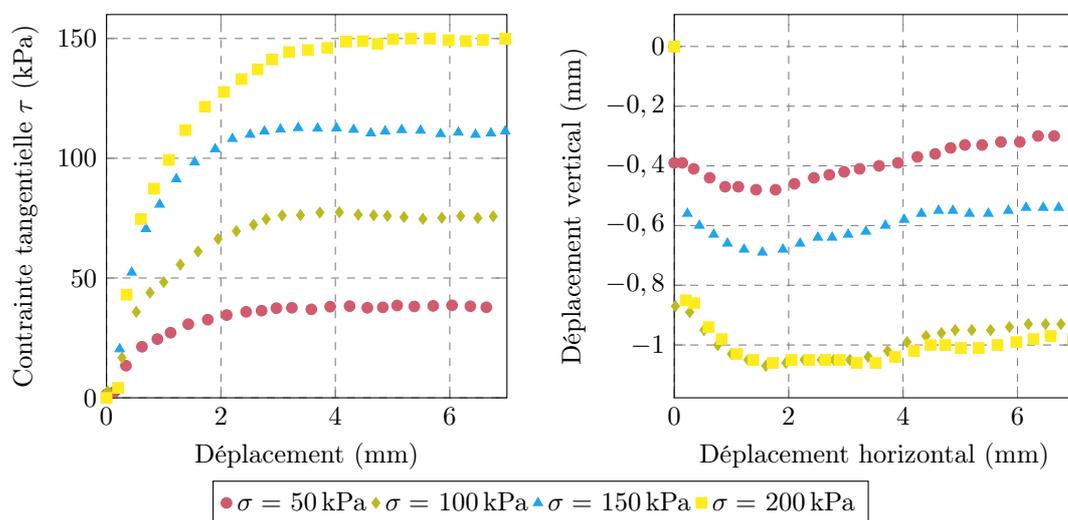


Figure C.6 – Essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande sur le sol d’Hostun compacté à  $\gamma = 13,3 \text{ kN/m}^3$  : a) contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction du déplacement horizontal; b) déplacement vertical en fonction du déplacement horizontal.

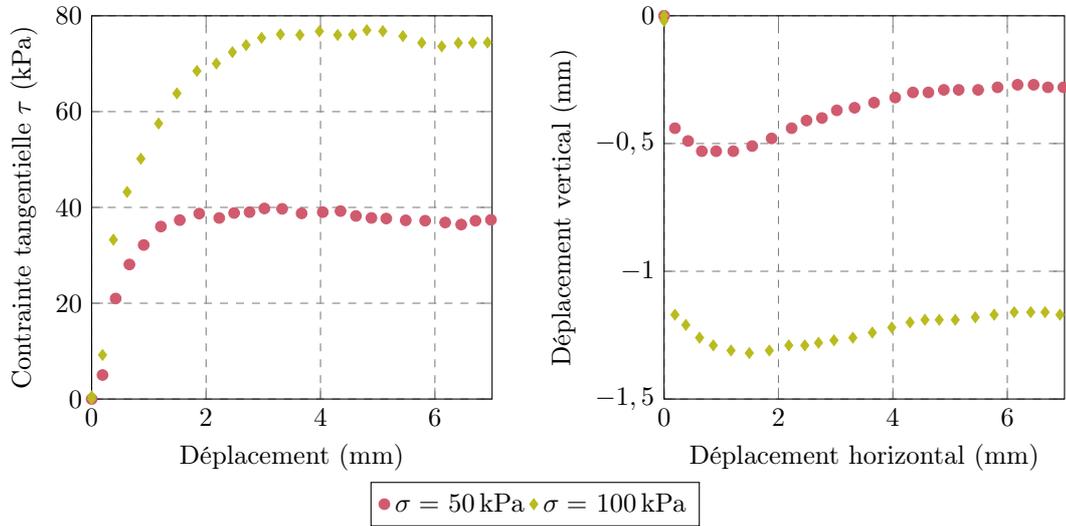


Figure C.7 – Essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande sur le sol d’Hostun compacté à  $\gamma = 14,1 \text{ kN/m}^3$  : a) contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction du déplacement horizontal ; b) déplacement vertical en fonction du déplacement horizontal.

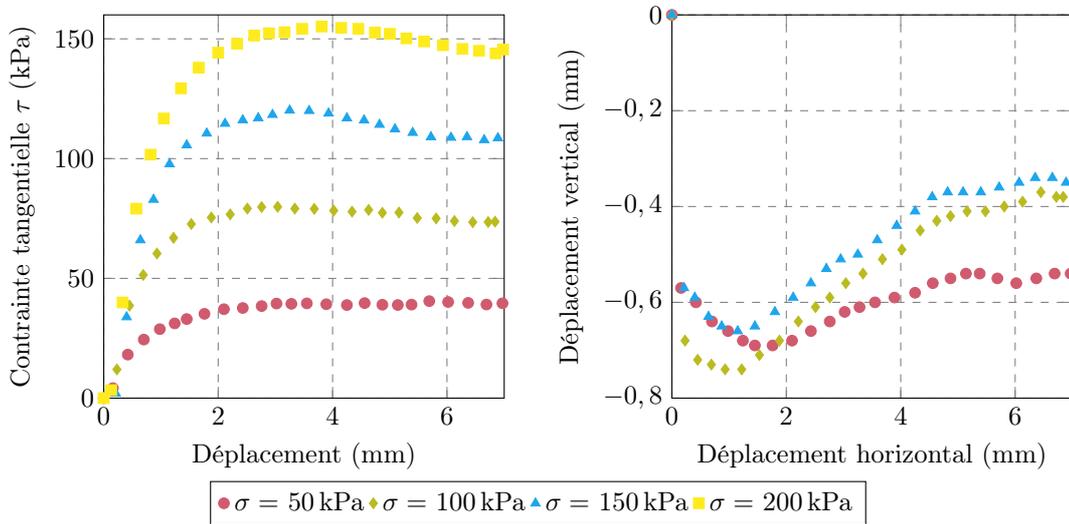


Figure C.8 – Essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande sur le sol d’Hostun compacté à  $\gamma = 14,5 \text{ kN/m}^3$  : a) contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction du déplacement horizontal ; b) déplacement vertical en fonction du déplacement horizontal.

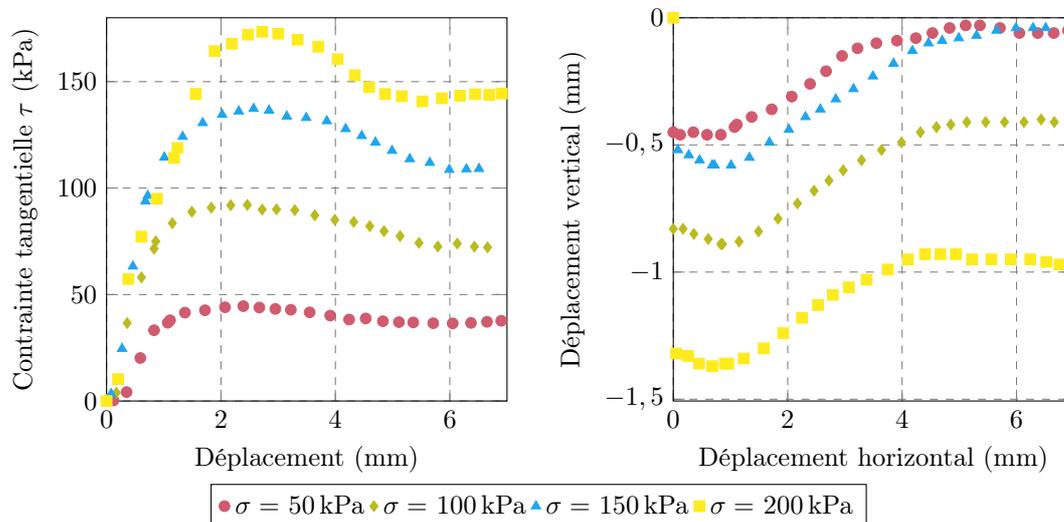


Figure C.9 – Essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande sur le sol d’Hostun compacté à  $\gamma = 15,5 \text{ kN/m}^3$  : a) contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction du déplacement horizontal; b) déplacement vertical en fonction du déplacement horizontal.

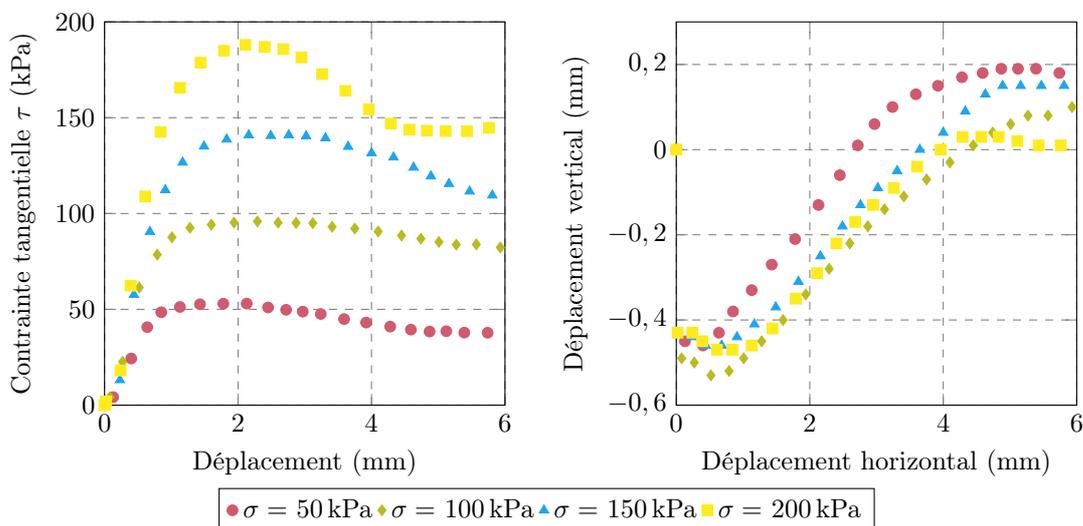


Figure C.10 – Essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande sur le sol d’Hostun compacté à  $\gamma = 16,5 \text{ kN/m}^3$  : a) contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction du déplacement horizontal; b) déplacement vertical en fonction du déplacement horizontal.

### C.2.3 Essai de cisaillement direct des briques de terre cuite

Nous mesurons l'angle de frottement entre les briques de terre cuite utilisées dans la modélisation physique 3D par un essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande. L'assemblage de briques est positionné de sorte que le plan de cisaillement de l'essai à la boîte de Casagrande coïncide avec le joint sec séparant deux lits de briques consécutifs. L'appareillage utilisé est identique à l'appareillage employé pour les ouvrages de cette campagne.

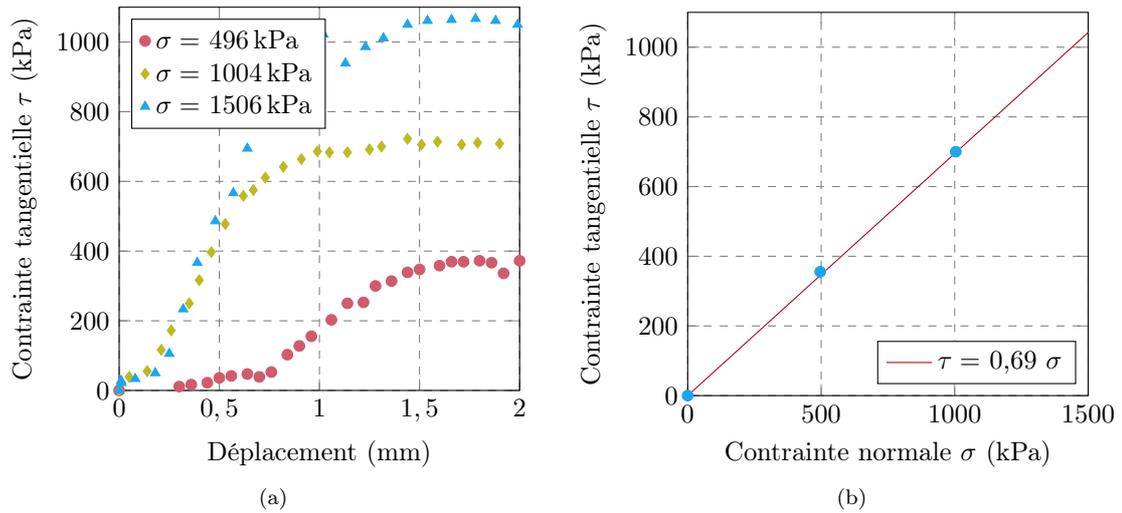


Figure C.11 – Essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande sur un assemblage de briques de terre cuite utilisées dans la modélisation 3D : a) contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction du déplacement horizontal ; b) contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction de la contrainte normale  $\sigma$ .

### C.3 Campagne à échelle 1

#### C.3.1 Granulométrie du gravier de Bellegarde

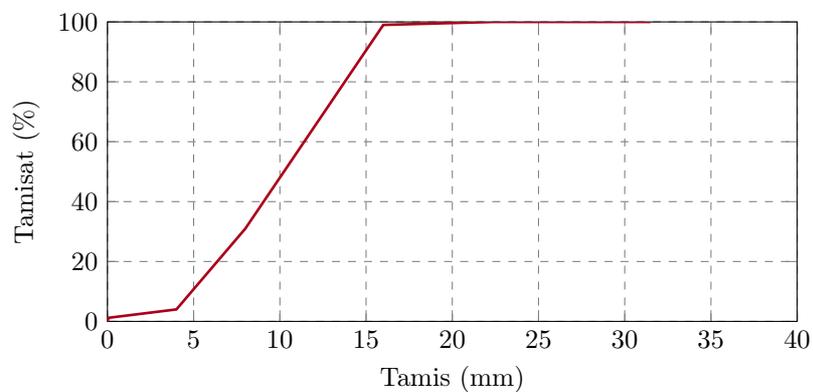


Figure C.12 – Courbe granulométrique du gravier roulé de Bellegarde 8/16 employé dans la campagne expérimentale à échelle 1.

## C.3.2 Essai de cisaillement direct sur le calcaire de Laval-du-Tarn

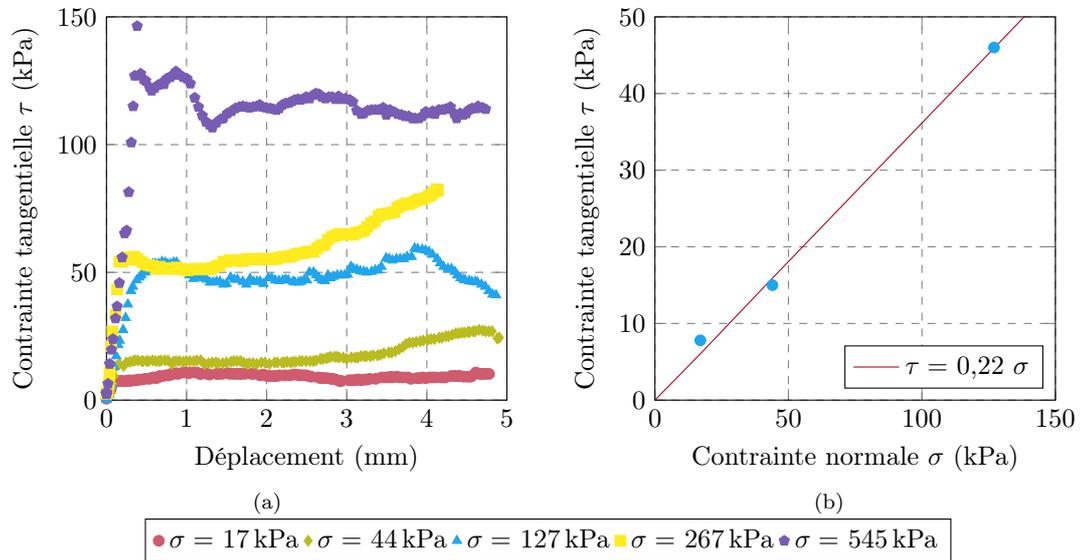


Figure C.13 – Essai de cisaillement direct à la boîte de Casagrande sur une éponte de calcaire de Laval-du-Tarn sciées : a) contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction du déplacement horizontal; b) contrainte tangentielle  $\tau$  en fonction de la contrainte normale  $\sigma$ .

### C.3.3 Pesage hydrostatique du calcaire de Laval-du-Tarn

Afin de connaître le pourcentage de vides dans le mur des essais *Lozère*, nous avons réalisé une pesée hydrostatique sur cinq échantillons de calcaire de Laval-du-Tarn prélevés parmi le reliquat non utilisé par la construction du mur. Nous avons suivi pour cela la norme NF EN 1936 relative à la détermination des masses volumiques réelle et apparente pour les pierres naturelles. Les résultats des diverses pesées sont résumés dans le tableau C.2.

Nous avons pesé et numéroté les cinq échantillons une première fois. Nous les avons ensuite étuvés durant 72 h à 70°C, puis les avons pesés à nouveau. La perte de masse à ce moment là résulte de l'évaporation de l'eau contenue dans la porosité accessible, relativement faible. Les cinq échantillons sont ensuite placés dans une enceinte sous une pression de 30 mbar pendant 24 h. Après 24 h, les échantillons sont recouverts d'eau puis le vide est coupé. Deux pesées sont effectuées : une première pesée pour mesurer la masse saturée puis une pesée dans l'eau donnant ce que nous appelons ici la *masse hydrostatique*. Connaissant la masse volumique de l'eau et en appliquant le principe d'Archimède, on obtient ainsi d'une part le volume de chaque pierre et d'autre part le volume accessible à l'eau.

Sur ces cinq éprouvettes, nous mesurons une densité moyenne de 2,657 avec une très faible variation – le coefficient de variation vaut 0,87 %, une valeur très satisfaisante.

Tableau C.2 – Évaluation de la masse volumique du calcaire de Laval-du-Tarn par pesée hydrostatique.

Pierre	Masse initiale (g)	Masse étuvée (g)	Masse saturée (g)	Masse hydrostatique (g)	Volume accessible (mL)	Densité
1	2 073	2 071	2 075	1 306	4	2,693
2	1 079	1 075	1 084	676	9	2,635
3	1 928	1 926	1 935	1 212	9	2,664
4	1 362	1 361	1 368	857	7	2,663
5	1 571	1 567	1 580	984	13	2,629
Moyenne						2,657
Ecart-type						0,0231
Coefficient de variation						0,87 %

Tableau C.3 – Caractérisation de la densité du mur *Lozère*

Poids volumique de la pierre	26,1 kN/m <sup>3</sup>
Poids volumique du mur	21,3 kN/m <sup>3</sup>
Indice des vides $e$	0,22
Pourcentage des vides	18 %

## Annexe D

# Dimensionnement de la plate-forme d'essai de l'Espinas

La plate-forme d'essai de l'Espinas est composée de deux éléments principaux : une dalle en béton armé dans laquelle est ancré un portique en acier. Les murs à tester sont construits sur la dalle de béton armé et remblayés avec le sol souhaité dans l'expérience en question. Le chargement localisé est appliqué verticalement par un vérin hydraulique attaché au portique.

### D.1 Le vérin

#### D.1.1 Description

Le vérin employé a une capacité de 30 tonnes à 195 bar pour une course utile de 1,010 m et un encombrement maximal de 2,310 m – soit une longueur repliée de 1,300 m. C'est un vérin double effet, alimenté par une pompe hydraulique délivrant une pression maximale de 210 bar. La tige du vérin a un diamètre de 80 mm. Le diamètre extérieur du vérin mesure 160 mm. Les deux extrémités du vérin sont percées transversalement en diamètre 40,25 mm pour permettre la fixation du vérin par deux liaisons pivot.

#### D.1.2 Flambage du vérin

Étant donné le grand élanement du vérin, il convient d'en vérifier la résistance au flambage puisqu'il est sollicité en compression. Le flambage théorique est donné par la formule suivante :

$$F_{flamb} = \frac{\pi^2 EI}{l_k^2} \quad (D.1)$$

E le module de Young : 210 GPa

I le moment quadratique :  $2,01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^4$

$l_k$  la longueur de flambage

La longueur de flambage varie en fonction de la liaison de l'élément comprimé :

**Bi-rotulé**  $l_k = L$

**Bi-encasté**  $l_k = 0,5L$

**Encasté-rotulé**  $l_k = 0,699 L$

**Encasté-libre**  $l_k = 2L$

Pour mémoire, le moment quadratique  $I$  est calculé par la formule suivante pour un élément à section circulaire de diamètre  $D$  :

$$I = \frac{\pi D^4}{64} \quad (\text{D.2})$$

Dans notre cas, le vérin est rotulé à ses deux extrémités : la valeur d'effort de compression maximale admissible dans le vérin est de 787 kN — valeur qui tombe à 196 kN pour le cas encastré-libre.

### D.1.3 Fixation supérieure du vérin

L'extrémité supérieure du vérin est fixé par une chape sur la face inférieure de la traverse du portique. Ces chapes mesurent 33 mm d'épaisseur et sont percées en diamètre  $\Phi = 40$  mm.

#### D.1.3.1 Poinçonnement des chapes

La surface résistante des chapes d'épaisseur  $e$  pour un effort vertical vaut :

$$S = 2e\Phi \quad (\text{D.3})$$

La contrainte maximale supportable vaut :

$$\sigma = \frac{235}{1,35} = 174 \text{ MPa} \quad (\text{D.4})$$

L'effort maximal supportable par ces chapes vaut donc  $S\sigma = 459$  kN.

#### D.1.3.2 Flambage des chapes

Les chapes sont sollicitées en traction lors des phases de repos par le poids propre du vérin et en compression lors des phases d'application de l'effort du vérin sur le remblai. Elles mesurent 200 mm de large, 33 mm d'épaisseur et 200 mm de long. L'effort théorique de flambage calculé selon le formalisme du paragraphe D.1.2 est de l'ordre de 10 MN. Par mesure de précaution supplémentaires, les chapes sont contre-ventées jusqu'à la moitié de leur hauteur ce qui élimine virtuellement tout risque de flambage à ce niveau-là.

#### D.1.3.3 Cisaillement de l'axe de la chape

La tige complétant la liaison pivot du vérin sur la traverse du portique est sollicitée en cisaillement.

La surface de cisaillement vaut :

$$S_{cis} = 2\pi \frac{\Phi^2}{4} \quad (\text{D.5})$$

La contrainte maximale vaut toujours  $\sigma = 174$  MPa. L'effort de cisaillement maximal supportable par l'axe de la chape vaut donc  $S_{cis}\sigma = 437$  kN.

## D.2 Portique

Le portique se compose de quatre poteaux verticaux et de quatre poutres horizontales (figure D.1).

- Deux poteaux avants : HEB 140, 4,10 m de long ;
- Deux poteaux arrières : HEB 140, 3,83 m de long ;
- La poutre principale (dite poutre B, en orange) : IPE 330, 6,14 m de long ;
- Deux poutres transversales parallèles (dites poutres C, en jaune) : IPE 270, 3,15 m de long ;

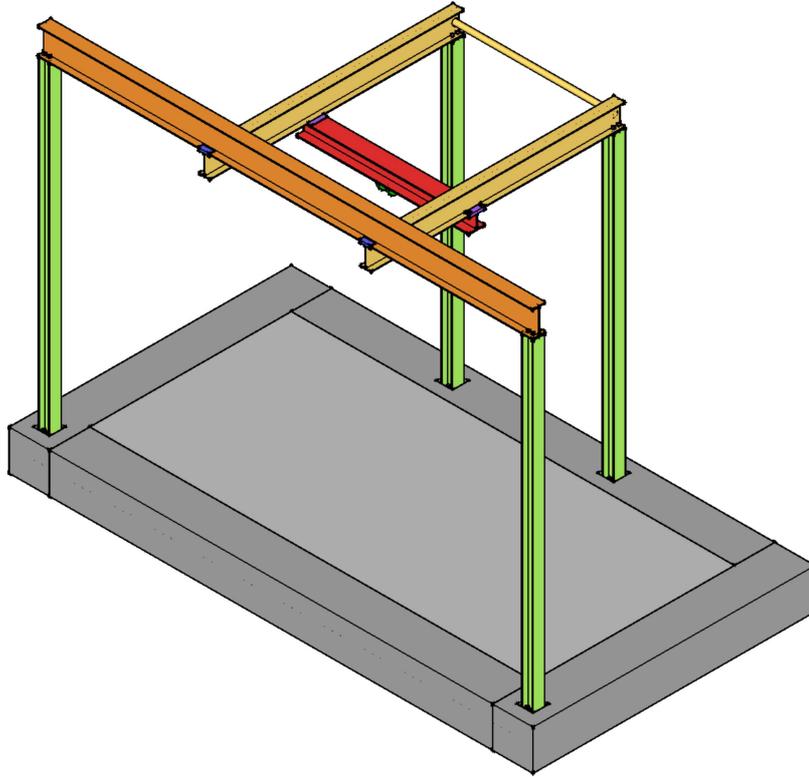


Figure D.1 – Vue isométrique de la plate-forme d'essai de l'Espinass

- La traverse de support du vérin (dite poutre D, en rouge) : HEB 200, 2,135 m de long.  
Nous ajoutons à l'opposé de la poutre principale B un élément anti-déversement reliant les deux poutres transversales C : une simple cornière carrée d'environ 20 mm de côté rempli ce rôle.

### D.2.1 Résistance des poteaux à la traction

Les quatre poteaux sont réalisés en HEB 140, dont la section  $S$  mesure  $43 \text{ cm}^2$ . L'effort de traction maximal admissible par poteau vaut donc  $S\sigma = 748,5 \text{ kN}$ , soit près de 2,5 fois la capacité du vérin employé.

### D.2.2 Résistance à la flexion

#### D.2.2.1 Poutre B

La poutre B est un IPE 330 dont la portée vaut  $L_B = 5,86 \text{ m}$ . Les poutres C coupent cette portée en trois travées consécutives de respectivement  $L_1 = 2,00 \text{ m}$  –  $L_2 = 1,86 \text{ m}$  –  $L_3 = 2,00 \text{ m}$ . Elle est donc sollicitée en flexion 4 points. Notons  $F/2$  l'effort appliqué par chaque poutre C sur la poutre B. Le moment maximal, atteint en section  $x = L_1$ , vaut donc :

$$M_{max,B} = \frac{FL_1}{2} \quad (\text{D.6})$$

En notant  $h_B$  la hauteur de la poutre B et  $I$  son moment quadratique, la contrainte normale dans la section  $x = L_1$  vaut :

$$\sigma(x = L_1) = \frac{M_{max,B}h}{2I_B} \quad (\text{D.7})$$

À l'ELU, l'effort maximal applicable sur la poutre B dépend de la contrainte maximale supportable par l'acier  $\sigma_{sy}$  selon la relation :

$$\begin{aligned} F_{\text{ELU},B} &= \frac{4I_B\sigma_{sy}}{L_1h_B} & (\text{D.8}) \\ &= \frac{4 \times 1,177.10^8 \times 235}{2000 \times 330 \times 1,15} \\ &= 219 \text{ kN} \end{aligned}$$

En notant  $E = 210 \text{ GPa}$  le module de Young de la poutre B, la flèche de la poutre B est donnée par la formule :

$$f_B = \frac{FL_1}{48EI_B} (3L_2^2 + 12L_1L_2 + 8L_1^2) \quad (\text{D.9})$$

À l'ELS, l'effort maximal applicable sur la poutre B dépend de la flèche, qui doit être inférieure à 0,5 % de la portée  $L_B$  de la poutre :

$$\begin{aligned} F_{\text{ELS},B} &= \frac{48EI_B \times 0,005L_B}{L_1(3L_2^2 + 12L_1L_2 + 8L_1^2)} & (\text{D.10}) \\ &= 199 \text{ kN} \end{aligned}$$

Nous retiendrons donc le dimensionnement à l'ELS pour cette poutre.

#### D.2.2.2 Poutre D

La poutre D est un HEB 200 dont la portée vaut  $L_2 = 1,86 \text{ m}$ . Elle est sollicitée en son milieu par le vérin, en flexion 3 points. Le moment maximal, atteint en section  $x = L_2/2$  vaut :

$$M_{\text{max},D} = \frac{FL_2}{4} \quad (\text{D.11})$$

On obtient de la même façon qu'en (D.7) la contrainte normale dans cette section.

À l'ELU, l'effort maximal applicable sur la poutre D dépend de la contrainte maximale supportable par l'acier  $\sigma_{sy}$  selon la relation :

$$\begin{aligned} F_{\text{ELU},D} &= \frac{8I_D\sigma_{sy}}{L_2h_D} & (\text{D.12}) \\ &= \frac{8 \times 5,696.10^7 \times 235}{1860 \times 200 \times 1,15} \\ &= 250 \text{ kN} \end{aligned}$$

La flèche de la poutre D est donnée par la formule :

$$f_D = \frac{FL_2^3}{48EI_D} \quad (\text{D.13})$$

À l'ELS, l'effort maximal applicable sur la poutre D dépend de la flèche, qui doit être inférieure à 0,5 % de la portée  $L_2$  de la poutre :

$$F_{\text{ELS},D} = \frac{48EI_D \times 0,005L_2}{L_2^3} \quad (\text{D.14})$$

$$\begin{aligned} &= \frac{48 \times 210000 \times 5,696.10^7 \times 0,005 \times 1860}{1860^3} & (\text{D.15}) \\ &= 829 \text{ kN} \end{aligned}$$

Nous retenons le dimensionnement à l'ELU pour cette poutre.

### D.2.2.3 Poutres C

Les poutres C sont des IPE 270 dont la portée vaut  $L_C = 2,85$  m. Elles sont sollicitées en un point de leur travée par la poutre D. Nous le repérons par le couple classique  $(a, b)$  tel que  $a + b = L_C$ . Le moment maximal est atteint au point d'application de la charge :

$$M_{max,C} = \frac{Fab}{L_C} \quad (D.16)$$

Il est maximal pour  $a = b = L_C/2$ , pour lequel on retrouve exactement le cas de la poutre D.

Nous appliquons le même cheminement que pour la poutre D, tout en conservant le point d'application de la force parmi les inconnues.

La force maximale supportable à l'ELU est :

$$F_{ELU,C}(a) = \frac{2I_C L_C \sigma_{sy}}{a(L_C - a)h_C} \quad (D.17)$$

Elle est minimale pour  $a = L_C/2$  :

$$\begin{aligned} F_{ELU,C}(a) &= \frac{8I\sigma_{sy}}{L_C h_C} & (D.18) \\ &= \frac{8 \times 5,789.10^7 \times 235}{2850 \times 270 \times 1,15} \\ &= 122 \text{ kN} \end{aligned}$$

En imposant  $b < a$ , la flèche maximale est donnée par l'équation :

$$f_{max} = \frac{Fb}{27EI_C L_C} \sqrt{3(L_C^2 - b^2)^3} \quad (D.19)$$

La force maximale supportable à l'ELS devient :

$$F_{ELS,C}(a) = \frac{27EI_C L_C}{(L_C - a) \sqrt{3(2L_C a - a^2)^3}} \quad (D.20)$$

Elle toujours minimale pour la charge centrée :

$$F_{ELS,C} = \frac{48EI_C \times 0,005L_C}{L_C^3} \quad (D.21)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{48 \times 210000 \times 5,789.10^7 \times 0,005 \times 2850}{2850^3} & (D.22) \\ &= 359 \text{ kN} \end{aligned}$$

Nous retenons le dimensionnement à l'ELU pour les poutres C.

### D.2.2.4 Dimensionnement à la flexion

En suivant le cheminement de la charge, le portique est limité par :

**La résistance de la poutre D :** Cette poutre sollicitée en flexion 3 points accepte une charge au vérin maximale de 250 kN (ELU).

**La résistance des poutres C :** Ces deux poutres résistent à une charge de 122 kN (ELU) en flexion 3 points centrée, le cas le plus défavorable. Elles reprennent chacune 50 % de la charge supportée par la poutre D, soit une charge maximale au vérin de 244 kN (ELU).

**La résistance de la poutre B :** Cette poutre est sollicitée en flexion 4 points; elle supporte une charge totale maximale de 199 kN dans le cas le plus défavorable, celui où la poutre D est positionnée sous la poutre C.

Pour toutes les configurations géométriques, le portique est limité à une charge au vérin de 199 kN. Pour certaines positions de la poutre D, on peut atteindre sans risque la limite imposée par la poutre D, à savoir 250 kN au vérin. Soit  $b = 600$  mm et  $a = 2250$  mm. La charge maximale admissible par chacune des poutres C vaut :

$$\begin{aligned} F_{\text{ELU,C}}(a = 2250) &= \frac{2 \times 5,789.10^7 \times 2850 \times 235}{2250 \times 600 \times 270 \times 1,15} \\ &= 184 \text{ kN} \end{aligned}$$

Cela porte donc la charge maximale supportable par les deux poutres C à 368 kN. Les poutres C appliquent alors une fraction de cette charge à la poutre B :

$$\begin{aligned} F_{CB} &= \frac{F_C b}{L_C} & \text{(D.23)} \\ &= \frac{250 \times 2250}{2850} \\ &= 197 \text{ kN} \end{aligned}$$

Cette répartition étant linéaire, en continuant d'éloigner la poutre D de la poutre B, la charge appliquée à la poutre B diminue. Par contre, la charge supportable par les poutres C diminue aussi. Il convient d'éviter à nouveau la zone centrale des poutres C, la résistance est inférieure à 125 kN : cette zone est comprise entre  $b = 1244$  mm et  $b = 1606$  mm.

## D.2.3 Boulonnage

### D.2.3.1 Résistance des boulons à la traction

Nous employons des assemblages par boulonnage pour au niveau aux extrémités des quatre poteaux. Ces assemblages travaillent majoritairement en traction.

Classe : 10.9

Limite élastique  $f_{sy}$  : 900 MPa

Diamètre extérieur : 16 mm

Diamètre résistant : 14 mm

Surface utile  $A_s$  : 153 mm

Coefficient de sécurité : 1,5

$$\begin{aligned} F_{max} &= \frac{A_s f_{sy}}{1,5} & \text{(D.24)} \\ &= 92 \text{ kN} \end{aligned}$$

L'effort de traction maximal admissible au niveau des boulons  $F_{max}$  vaut 92 kN. Chaque poteaux est fixé par quatre boulons, l'effort de traction maximal admissible au niveau des liaisons poteau-dalle et poteau-poutre 369 kN.

**Note pour le cisaillement.** Les boulons ne doivent pas travailler au cisaillement. La conception du portique tient compte de cette limitation. Néanmoins, on admet généralement que la limite de résistance au cisaillement pour un boulon vaut 60 % de la limite à la traction.

### D.2.3.2 Poinçonnement des boulons

Les boulons permettent l'assemblage des poteaux avant avec la poutre B et des poteaux arrières avec les poutres C. Nous employons quatre boulons à chaque extrémité de poteaux. Nous avons soudé une plaque carrée de 150 mm de côté et de 20 mm d'épaisseur aux deux extrémités de chaque poteau. Nous calculons la résistance au poinçonnement du boulon dans cette plaque par la formule suivante :

$$B = \frac{0,6\pi d_m t_p f_u}{\gamma_{Mb}} \quad (\text{D.25})$$

avec

$B$  la charge maximale admissible vis-à-vis du poinçonnement d'un écrou

$d_m$  le diamètre de l'écrou : 21 mm

$t_p$  l'épaisseur de la plaque : 20 mm

$f_u$  la limite élastique de la plaque : 235 MPa

$\gamma_{Mb}$  le coefficient de sécurité : 1,25

Pour un écrou, la charge maximale admissible vis-à-vis du poinçonnement vaut  $B = 148$  kN. Cela porte donc l'effort de traction maximal admissible au niveau des liaisons poteau-dalle à 595 kN.

Pour les liaisons poteau-poutre, il convient également d'évaluer la résistance au poinçonnement des têtes de boulon sur les ailes de l'IPE 330 constituant la poutre B et des IPE 270 constituant les poutres C. Ces ailes sont légèrement moins épaisses que la plaque : 11,5 mm pour l'IPE 330 et 10,2 mm pour l'IPE 270. La résistance au poinçonnement de l'IPE 330 vaut 85 kN par boulon, celle de l'IPE 270 vaut 75 kN par boulon. Cela porte l'effort de traction maximal admissible au niveau des liaisons poteau-poutre à 340 kN pour chaque extrémité de la poutre B et à 300 kN pour les poutres C.

Par conséquent, la résistance des poutres reste l'élément limitant pour évaluer la charge maximale admissible par le portique. Ces quatre assemblages sont les seuls nécessitant une vérification. La poutre D est simplement mise en pression sous les poutres C au moment de la mise en charge du vérin, de même que ces deux poutres C sous la poutre B. En absence de chargement, les poutres C sont suspendues sous la poutre B par le moyen d'une cornière soudée à leur extrémité s'appuyant sur l'aile de la poutre B ; la poutre D est suspendue par un dispositif similaire sous les poutres C.

## D.3 Dalle

### D.3.1 Description

Le portique dont nous venons de présenter le dimensionnement est ancré dans la dalle. Cette dalle mesure 6,5 m de long pour 3,5 m de large. Elle se compose d'une longrine périphérique de section carrée de 0,5 m de côté entourant une partie centrale de 0,25 m d'épaisseur.

**Ferraillage.** L'ensemble de la dalle est ferrailé par deux nappes de treillis soudé ST65C – maille carrée de 100 mm de côté, fil de 9 mm de diamètre. La nappe supérieure est positionnée à 50 mm de la surface de la dalle ; la nappe inférieure est positionnée à 150 mm en dessous, soit à 50 mm du fond de la partie centrale de la dalle.

Nous disposons en fond de fouille de la longrine périphérique un lit de cinq barres HA 16. Ce lit d'aciers passifs est relié à la nappe de treillis supérieure par une série d'étriers réalisés en HA 10 espacés de 300 mm les uns des autres – dits *grands étriers*. Les deux nappes de treillis sont reliées par une deuxième série d'étriers – dits *petits étriers* – eux aussi espacés de 300 mm les uns des autres et intercalés entre les *grands étriers*.

La dalle est prolongée sur l'avant du dispositif par une dalle de propreté de 6,5 m de long pour 2 m de large : nous ne discutons pas du dimensionnement de cette dalle ici.

**Ancrage des poteaux.** Chaque poteau est fixé dans la dalle par le moyen de quatre tiges filetées vissées sur une platine en acier de 20 mm d'épaisseur passant sous les aciers passifs. Les tiges filetées sont positionnées de sorte qu'elles rentrent dans les plaques d'about des poteaux sur lesquelles elles sont ensuite boulonnées.

### D.3.2 Dimensionnement de la longrine

La partie dimensionnante de la longrine est située à l'aplomb de la poutre B, du fait de la grande portée de cette poutre et donc du moment maximal en milieu de travée. Nous la dimensionnons à l'ELU selon l'Eurocode 2. Elle mesure 6 m de long et sa section est un carré de 0,5 m de côté. Nous supposons un moment maximal  $M_{ed}$  de 210 kN.m à mi-travée, ce qui correspond à un effort de 70 kN dans les deux poteaux avant.

Le moment réduit  $\mu_{cu}$  vaut alors :

$$\begin{aligned}\mu_{cu} &= \frac{M_{ed}}{b_w d^2 f_{cu}} \\ &= 0,0830\end{aligned}\quad (D.26)$$

avec :

- $d$  la distance entre la fibre supérieure et les aciers : 0,45 m
- $b_w$  la largeur de la longrine : 0,5 m
- $f_{cu}$  la résistance à la compression du béton : 25 MPa

Le coefficient  $\alpha_u$  nous permet de déterminer le pivot à utiliser :

$$\begin{aligned}\alpha_u &= \frac{1}{\lambda} \left( 1 - \sqrt{1 - 2\mu_{cu}} \right) \\ &= 0,1084 \Rightarrow \text{Pivot B}\end{aligned}\quad (D.27)$$

La déformation du béton est donnée par  $\varepsilon_c = 3,5 \text{ ‰}$ . Nous en déduisons la déformation dans l'acier :

$$\begin{aligned}\varepsilon_{s1} &= \varepsilon_c \frac{1 - \alpha_u}{\alpha_u} \\ &= 0,0287\end{aligned}\quad (D.28)$$

En se reportant à la courbe  $\sigma - \varepsilon$  de l'acier, nous obtenons la contrainte dans l'acier :  $\sigma_{s1} = 450 \text{ MPa}$ .

La surface d'acier nécessaire pour reprendre l'effort induit par le moment  $M_{ed}$  pour des aciers travaillant à la contrainte  $\sigma_{s1}$  vaut :

$$\begin{aligned}A_{s1} &= \frac{M_{ed}}{\sigma_{s1} z_c} \\ &= 0,001 \text{ m}^2 \Rightarrow \text{soit 5 HA 16}\end{aligned}\quad (D.29)$$

$$\text{avec } z_c = d - \frac{\lambda}{2} \alpha_u d \quad (D.30)$$

En faisant travailler les aciers à leur maximum de 540 MPa, le moment maximal  $M_{ed}$  devient :

$$\begin{aligned}M_{ed} &= A_{s1} z_c \sigma_{s1} \\ &= 0,001 \times 0,43 \times 540000 \\ &= 232 \text{ kN.m}\end{aligned}\quad (D.31)$$

**Remarques.** Les deux longrines longitudinales sont dimensionnées pour un moment maximal de 210 kN.m – 232 kN.m en exploitant les aciers au maximum. Les deux longrines transversales, aux mêmes dimensions et recevant le même ferrailage, étant moins longues sont d'autant plus résistantes.

Au vu de son dimensionnement, la dalle limite l'effort appliqué dans les deux poteaux avant à 77 kN. En positionnant la poutre D sous la poutre B, cela limite la charge supportable par la dalle à 154 kN au vérin. En positionnant la poutre D à mi-travée des poutres C, l'effort applicable au vérin vaut 308 kN puis décroît jusqu'à 200 kN lorsque la poutre D est positionnée contre les poteaux arrière.

## D.4 Conclusion et remarques générales

L'ensemble de la structure supporte une charge de 154 kN au vérin quelle que soit la configuration de chargement adoptée. Sur un chargement centré, la charge maximale acceptée par la structure est de 244 kN.

Pour des positions intermédiaires de la poutre D, il convient de reprendre les calculs présentés dans les parties précédentes.

Élément non porteur, les banches latérales reprennent la même poussée des terres que le mur de soutènement destiné à être testé par cette structure. Leur ancrage au niveau de la dalle n'a pas été dimensionné en conséquence. Les grandes déformations mesurées au niveau des banches après remblaiement – et avant les essais – donnent raison de penser que les ancrages ont rompu. Avant l'essai *Lozère*, les banches ont été étayées en conséquence.

*ANNEXE D. DIMENSIONNEMENT DE LA PLATE-FORME D'ESSAI*

## Annexe E

# Dispositif expérimental des essais *Lozère*

### E.1 Positionnement exact des capteurs à câble sur le parement du mur

Tableau E.1 – Position des capteurs à câble sur le parement du mur des essais *Lozère*

Numéro du capteur	Abscisse (cm)	Ordonnée (cm)
2	323,0	172,5
3	182,0	151,5
4	240,5	154,2
5	279,0	150,2
6	315,5	140,0
7	380,5	140,5
8	426,5	143,0
9	259,0	118,0
10	301,0	111,0
11	349,0	116,2
12	314,0	95,2
13	309,5	61,0
14	306,5	16,5



# Annexe F

## Résultats des essais

### F.1 Modélisation physique 3D

### F.2 Campagne à échelle 1

#### F.2.1 Déplacements maximaux des capteurs à câbles lors des essais *Lozère*.

Tableau F.1 – Déplacements maximaux en mm mesurés par les capteurs à câble au cours des essais *Lozère*.

Phase	Déplacements maximaux			Déplacements maximaux cumulés			
	Remblaiement	1	2	3	1	2	3
Capteur 2	3,10	52,45	1,22	76,78	55,55	56,77	133,55
Capteur 3	1,86	30,95	1,35	45,27	32,81	34,16	79,44
Capteur 4	2,33	40,61	1,12	60,37	42,94	44,05	104,42
Capteur 5	2,54	45,82	1,58	65,03	48,37	49,94	114,97
Capteur 6	2,12	47,26	1,49	67,02	49,39	50,88	117,90
Capteur 7	2,36	39,56	1,45	55,31	41,92	43,37	98,68
Capteur 8	1,32	32,58	0,94	42,35	33,90	34,84	77,19
Capteur 9	2,18	37,94	0,85	51,06	40,11	40,96	92,02
Capteur 10	2,25	40,62	0,99	53,69	42,88	43,86	97,55
Capteur 11	2,21	40,72	0,74	54,18	42,92	43,66	97,84
Capteur 12	1,88	39,01	0,73	48,70	40,88	41,62	90,32
Capteur 13	1,50	28,53	0,38	33,61	30,03	30,41	64,02
Capteur 14	0,45	9,86	0,16	10,88	10,31	10,47	21,35

### F.2.2 Vitesse d'enfoncement du vérin

Le système hydraulique employé pour les essais *Lozère* n'était pas équipé de dispositif d'asservissement. Deux réglages étaient possibles : la pression nominale de la pompe et le débit d'huile maximal. Le réglage de la pression nominale sert de sécurité pour le système hydraulique et le peson utilisé puisqu'il limite la charge maximale applicable au vérin. Le réglage du débit d'huile maximal limite la vitesse maximale d'enfoncement.

Le but de l'essai *Lozère* est d'appliquer un chargement quasi-statique vertical et ponctuel sur le remblai soutenu par le mur de soutènement. Il conviendrait que le chargement soit augmenté de façon progressive et régulière, suffisamment lentement pour s'apparenter à un chargement quasi-statique. Nous le vérifions ici en traçant l'enfoncement du vérin en fonction du temps d'essai. Pour mémoire, le chargement a été appliqué par incréments de chargement de 10 s suivi de pauses pendant lesquelles nous avons pris les photos du parement pour l'analyse d'images 3D et nous assurer du bon déroulement de l'essai. L'enfoncement du vérin en figure F.1 est donc tracé en fonction d'un temps équivalent qui correspond au temps d'essai purgé des temps de pause.

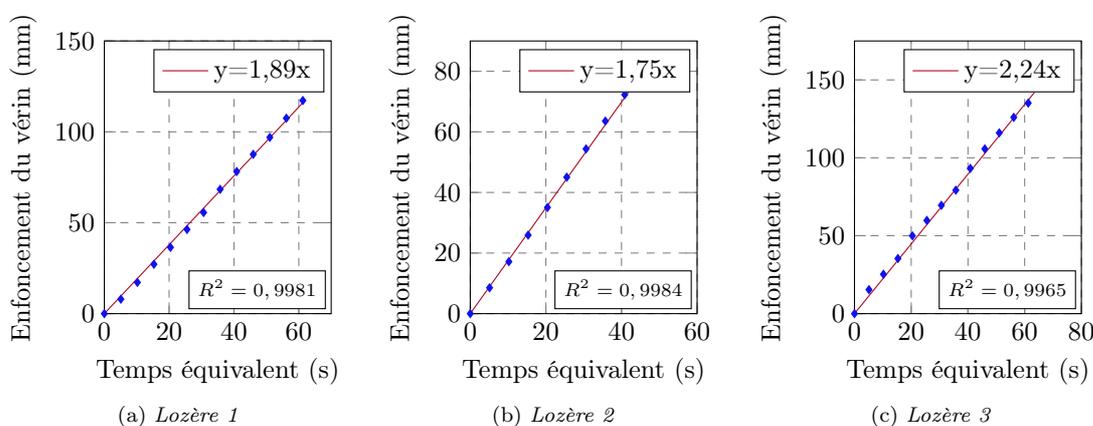


Figure F.1 – Représentation de l'enfoncement du vérin en fonction du temps d'essai.