



**HAL**  
open science

# Techniques de synchronisation à très faible SNR pour des applications satellites

Mohamed Amine Jhaidri

► **To cite this version:**

Mohamed Amine Jhaidri. Techniques de synchronisation à très faible SNR pour des applications satellites. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Ecole nationale supérieure Mines-Télécom Atlantique, 2017. Français. NNT : 2017IMTA0038 . tel-01814702

**HAL Id: tel-01814702**

**<https://theses.hal.science/tel-01814702>**

Submitted on 13 Jun 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



**IMT Atlantique**  
Bretagne-Pays de la Loire  
École Mines-Télécom

**UNIVERSITE  
BRETAGNE  
LOIRE**

## **THÈSE / IMT Atlantique**

*sous le sceau de l'Université Bretagne Loire*

pour obtenir le grade de

**DOCTEUR D'IMT Atlantique**

*Spécialité : Télécommunications*

**École Doctorale MathSTIC**

Présentée par

**Mohamed Amine Jhaidri**

Préparée au département Signal & communications

Laboratoire Labsticc

# Techniques de synchronisation à très faible SNR pour des applications satellites

**Thèse soutenue le 07 décembre 2017**

devant le jury composé de :

**Gilles Burel**

Professeur des universités, Université de Bretagne Occidentale / président

**Maryline Hélard**

Professeur, Insa - Rennes / rapporteur

**Laurent Ros**

Maître de conférences (HDR), INP - Grenoble / rapporteur

**Alain Dominique Thomas**

Ingénieur Expert, Zodiac Data Systems - Courtaboeuf / examinateur

**Christophe Laot**

Professeur, IMT Atlantique / directeur de thèse



# Remerciements

A travers ces quelques paragraphes, je tiens à saluer l'ensemble des personnes qui ont contribué à l'aboutissement de cette thèse de Doctorat.

En premier lieu, je souhaite remercier Monsieur Christophe LAOT et Monsieur Alain Thomas pour la direction et l'encadrement de mon travail. Leur bienveillance et leur soutien au quotidien furent indispensables à la conduite et à la finalisation de ces trois années d'étude.

Je tiens à remercier sincèrement Madame Maryline Helard, Professeur INSA Rennes et Monsieur Laurent Ros, Maître de conférences, INP Grenoble, d'avoir accepté de rapporter ce travail. Je remercie Monsieur Gilles Burel, Professeur UBO Brest, pour m'avoir fait l'honneur d'être le président du jury de cette thèse.

J'adresse un grand merci à toutes les personnes que j'ai côtoyées lors de ma thèse pour avoir largement contribué à rendre ces trois années très agréables. Je pense naturellement à mes collègues doctorants, post-doctorants et professeurs au sein du labo Sc de IMT Atlantique. Je remercie sincèrement les personnels technique et administratif de IMT Atlantique pour leur support et leur sympathie infaillible.

Je remercie tout autant l'ensemble de mes collègues de travail de Zodiac Data Systems sur le site des Ulis pour l'accueil et la place qu'ils m'ont réservé au sein de l'entreprise. C'est avec honneur et plaisir que je poursuis ma carrière à vos côtés.

Enfin mais surtout, je remercie du fond du coeur toute ma famille, notamment pour son inconditionnel soutien.

A tous, et à tous ceux que je n'ai pas eu l'occasion de citer au cours de ces quelques lignes, je dédie ce travail.



# Table des matières

Acknowledgments	i
Table des figures	vii
Liste des tableaux	ix
Acronymes	xi
Publications	xiii
Introduction générale	1
<b>1 Généralités sur la transmission par satellites</b>	<b>5</b>
I Généralités sur le système satellite	6
I.1 Transmission numérique de données	6
I.2 Allocation des bandes de fréquences	8
II Les types de satellites	9
II.1 Les satellites de la catégorie A	9
II.2 Les satellites de la catégorie B	10
III Caractéristiques d'un système de transmission par satellite	12
III.1 Bilan de liaison	12
III.2 Influence de l'effet Doppler sur la communication numérique	16
IV Modulation à enveloppe constante	18
IV.1 Modulation GMSK	19
IV.1.1 Décomposition de Laurent	20
IV.1.2 Récepteur GMSK $BT_b = 0.5$	21
V Conclusion	23
<b>2 Synchronisation porteuse</b>	<b>25</b>
I Introduction	26
II Critère du maximum de vraisemblance	26
II.1 Synchronisation assistée par des symboles pilotes ( <i>DA : Data Aided</i> )	28
II.2 Synchronisation par retour de décision ( <i>DD : Decision Directed</i> )	28
II.3 Synchronisation par retour de décision décodée ( <i>CA : Code Aided</i> )	29
II.4 Synchronisation aveugle ( <i>NDA : Non Data Aided</i> )	29
III Les techniques d'implémentation d'un estimateur ML	30
III.1 Synchronisation par bloc	30
III.1.1 Synchronisation par bloc assistée par symboles pilotes	30
III.1.2 Synchronisation par bloc assistée par code correcteur d'erreurs	33
III.2 Synchronisation en flux continu : Boucle à verrouillage de phase	34

IV	Détecteur de phase de la modulation GMSK $BT_b = 0.5$ . . . . .	38
IV.1	Implémentation du critère ML par une fenêtre glissante . . . . .	38
IV.1.1	Simplification de la boucle BPLL . . . . .	40
IV.2	Calcul du critère ML sur la totalité du signal reçu . . . . .	43
V	Les courbes en S des détecteurs de phase . . . . .	44
V.1	La courbe en S du détecteur SBPLL . . . . .	44
V.2	La courbe en S du détecteur HBPLL . . . . .	45
VI	Conclusion . . . . .	49
<b>3</b>	<b>Étude théorique d'une PLL avec un détecteur de phase semi-sinusoïdal</b>	<b>51</b>
I	Analyse de fonctionnement en phase d'acquisition . . . . .	52
I.1	Étude d'une PLL du premier ordre . . . . .	52
I.1.1	Plan de phase d'une PLL du premier ordre . . . . .	53
I.2	Étude d'une PLL du deuxième ordre . . . . .	55
I.2.1	Plan de phase d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur semi-sinusoïdal . . . . .	58
I.2.2	Temps de <i>pull-in</i> d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur de phase semi-sinusoïdal . . . . .	60
I.3	Étude d'une PLL du deuxième ordre en présence d'un Doppler rate . . . . .	63
II	Analyse linéaire d'une PLL du deuxième ordre . . . . .	65
II.1	Analyse de performances en phase de poursuite . . . . .	67
II.1.1	Variance de l'erreur de phase . . . . .	67
II.1.2	Taux d'erreur binaire . . . . .	69
III	Implémentation sur une carte FPGA de la boucle SBPLL . . . . .	70
IV	Conclusion . . . . .	70
<b>4</b>	<b>Techniques de combinaison d'antennes pour des applications <i>Deep Space</i></b>	<b>73</b>
I	Système de réception par réseau d'antennes . . . . .	74
I.1	Avantages de réseau d'antennes . . . . .	74
I.1.1	Avantages mécaniques . . . . .	74
I.1.2	Optimisation du coût de construction . . . . .	75
I.1.3	Meilleure flexibilité . . . . .	75
I.2	Principales caractéristiques d'un réseau d'antennes . . . . .	75
I.2.1	Le retard de propagation . . . . .	75
I.2.2	Gain équivalent d'un réseau d'antennes . . . . .	76
II	État de l'art des techniques de combinaison d'antennes . . . . .	77
II.1	Modèle mathématique du système . . . . .	77
II.2	Approches de combinaison d'antennes . . . . .	78
II.3	Techniques de combinaison d'antennes . . . . .	80
II.3.1	Estimation des facteurs d'incohérence basée sur l'inter-corrélation	80
II.3.2	Maximum Ratio Combining . . . . .	81
II.3.3	Approche d'implémentation de la combinaison par inter-corrélation	82
III	Technique de combinaison d'antennes à très faible SNR . . . . .	84
III.1	Synchronisation de trame . . . . .	84
III.2	Détection des pilotes ASM dans le domaine temporel . . . . .	86
III.2.1	Détecteur des pilotes ASM à seuil constant . . . . .	90
III.2.2	Détecteur des pilotes ASM à seuil adaptatif . . . . .	93
III.2.3	Détection des pilotes ASM en présence du Doppler . . . . .	96

III.2.4	Combinaison d'antennes basée sur les pilotes ASM . . . . .	98
IV	Conclusion . . . . .	101
	<b>Conclusions et Perspectives</b>	<b>103</b>
	<b>Bibliographie</b>	<b>107</b>



# Table des figures

1.1	Les principaux sous-systèmes d'un satellite de communication . . . . .	6
1.2	Chaîne de communication numérique . . . . .	7
1.3	Les schémas de modulation proposés dans le standard DVB-S2 . . . . .	7
1.4	Les catégories de missions de transmission par satellite . . . . .	9
1.5	Le réseau espace lointain (DNS : <i>Deep Space Network</i> ) . . . . .	10
1.6	La sonde Rosetta sur l'orbite de la comète 67P/T . . . . .	11
1.7	La sonde Voyager 1 . . . . .	11
1.8	Trace Gas Orbiter, ExoMars 2016 . . . . .	12
1.9	Les composants d'une liaison satellitaire . . . . .	12
1.10	L'effet du déphasage entre le démodulateur et l'onde porteuse sur la constellation . . . . .	17
1.11	Caractéristique d'un amplificateur SSPA . . . . .	18
1.12	L'effet de la non-linéarité de l'amplificateur sur les modulations à enveloppe variable . . . . .	18
1.13	Distorsion spectrale d'une modulation 16-QAM . . . . .	19
1.14	La fonction $g(u)$ de la GMSK $BT_b = 0.25$ , $BT_b = 0.3$ et $BT_b = 0.5$ . . . . .	20
1.15	L'occupation spectrale : GMSK $BT_b = 0.25$ , $BT_b = 0.5$ et le masque spectral SFCG21-2 . . . . .	20
1.16	Pulses de Laurent GMSK $BT_b = 0.5$ . . . . .	21
1.17	Structure du récepteur GMSK $BT_b = 0.5$ . . . . .	21
1.18	Taux d'erreur binaire, BPSK, GMSK avec précodage, GMSK sans précodage . . . . .	22
1.19	Taux d'erreur binaire en présence d'une erreur de phase . . . . .	22
2.1	Système de réception à base de démodulation cohérente . . . . .	26
2.2	Système de synchronisation par données pilotes . . . . .	28
2.3	Système de synchronisation par retour de décision . . . . .	29
2.4	Système de synchronisation par retour de décision décodée . . . . .	29
2.5	Système de synchronisation aveugle . . . . .	30
2.6	Estimateur ML de l'offset de fréquence . . . . .	31
2.7	Estimation conjointe Temps/Fréquence . . . . .	32
2.8	Algorithme de décodage en treillis avec une quantification de phase sur 3 niveaux . . . . .	33
2.9	L'architecture de la Turbo synchronisation . . . . .	33
2.10	Schéma-bloc d'un récepteur incluant une boucle à verrouillage de phase . . . . .	34
2.11	Boucle à verrouillage de phase assistée par pilotes . . . . .	35
2.12	Réponse de la PLL assistée par pilotes de la modulation QPSK . . . . .	35
2.13	Boucle à verrouillage de phase assistée par retour de décision . . . . .	36
2.14	Boucle de Costas de la modulation BPSK . . . . .	37
2.15	Les pulses de Laurent qui contribuent au calcul de la fonction de vraisemblance sur l'intervalle $T_k$ pour $k = 0$ . . . . .	38
2.16	PLL, GMSK $BT_b = 0.5$ . . . . .	40
2.17	La fonction tangente hyperbolique . . . . .	42

2.18	Structures simplifiées de la boucle de synchronisation GMSK $BT_b = 0.5$ . . . . .	42
2.19	Les courbes en S des trois détecteurs de phase de la modulation GMSK $BT_b = 0.5$ . . . . .	48
3.1	Modèle équivalent de la PLL en phase d'acquisition . . . . .	52
3.2	Plan de phase d'une PLL du premier ordre avec un détecteur semi-sinusoidal . . . . .	53
3.3	Réponse d'une PLL du premier ordre, $\omega'_\Delta = 0.5$ . . . . .	55
3.4	Le plan de phase d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur semi-sinusoidal . . . . .	58
3.5	Fréquence de <i>Pull-out</i> . . . . .	59
3.6	La fréquence <i>Pull-in</i> d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur semi-sinusoidal . . . . .	59
3.7	Le modèle utilisé pour développer l'expression analytique du temps de <i>pull-in</i> . . . . .	60
3.8	Temps de <i>Pull-in</i> . . . . .	63
3.9	Le plan de phase d'une PLL du deuxième ordre en présence de <i>Doppler rate</i> . . . . .	64
3.10	Modèle linéaire d'une PLL du deuxième ordre . . . . .	65
3.11	Réponse de la PLL à un saut de phase de 0.2 rd avec différentes valeurs de $\xi$ . . . . .	65
3.12	Modèle équivalent en présence de bruit . . . . .	67
3.13	Variance de l'erreur de phase en phase de poursuite de trois PLL GMSK $BT_b = 0.5$ , $B_n = 0.05\%R_s$ . . . . .	68
3.14	Carte FPGA . . . . .	70
3.15	Taux d'erreur binaire, GMSK $BT_b = 0.5$ avec un Turbo code de rendement $R = 1/6$ et une taille de trame égale 8920 bits, la bande de boucle $B_n = 0.05\%R_s$ . . . . .	70
3.16	TEB récepteur satellites de ZDS, Turbo code $R = 1/6$ , GMSK $BT_b = 0.5$ , $B_n = 0.05\%R_s$ . . . . .	71
4.1	Un réseau d'antennes composé de deux éléments . . . . .	75
4.2	Gain de combinaison en fonction de la taille du réseau d'antennes . . . . .	77
4.3	Transposition du signal en bande de base . . . . .	79
4.4	Combinaison avec pré-détection . . . . .	79
4.5	Combinaison avec post-détection . . . . .	79
4.6	Estimation du retard par inter-corrélation . . . . .	81
4.7	Schéma-bloc de l'algorithme SIMPLE . . . . .	83
4.8	Schéma-bloc de l'algorithme SUMPLE . . . . .	83
4.9	Performances des algorithmes de combinaison d'antennes basés sur l'inter-corrélation, $SNR_i = -5dB, i = 1, \dots, 4$ . . . . .	83
4.10	Structure de trame préconisée par le CCSDS . . . . .	84
4.11	Détection des séquences ASM . . . . .	85
4.12	Détection des pilotes ASM par corrélation, $N_A = 192$ bits, $S_d = 0.8 \times N_A^2$ . . . . .	85
4.13	Exemple d'un signal $S_i(t)$ avec trois signaux ASM . . . . .	90
4.14	Corrélation du signal $S_i(t)$ avec un signal ASM . . . . .	90
4.15	Calcul du barycentre . . . . .	90
4.16	Probabilité de fausse alarme du détecteur à seuil constant . . . . .	92
4.17	Probabilité de détection du détecteur à seuil constant . . . . .	92
4.18	Schéma-bloc de la technique CFAR . . . . .	94
4.19	Détecteur des ASM à seuil adaptatif CA-CFAR . . . . .	95
4.20	Courbes ROC du détecteur des ASM CA-CFAR . . . . .	96
4.21	Concaténation de deux signaux ASM modulés en GMSK $BT_b = 0.5$ . . . . .	96
4.22	L'effet du décalage Doppler sur la puissance de la cible . . . . .	96
4.23	Influence de l'effet Doppler sur les performances du CA-CFAR . . . . .	97
4.24	Corrélation bidimensionnelle temps/fréquence . . . . .	97
4.25	Banc de filtres à trois voies . . . . .	98

4.26	Alignement des antennes par rapport aux positions des ASM . . . . .	99
4.27	Variance de l'estimation de phase . . . . .	99
4.28	Schéma-bloc de la combinaison d'antennes par détection des ASM . . . . .	100
4.29	TEB réseau de 4-antennes, Turbo code 1/6 . . . . .	101
4.30	TEB réseau de 4-antennes, Turbo code 1/4 . . . . .	101



# Liste des tableaux

1.1	Bandes de fréquences des canaux satellites . . . . .	8
1.2	Exemples de configurations de la voie descendante de la mission <i>curiosity</i> . . . . .	15
1.3	Doppler et Doppler rate pour les missions de la catégorie A . . . . .	16
1.4	Doppler et Doppler rate pour les missions de la catégorie B . . . . .	17
1.5	Recommandations CCSDS pour les missions de la catégorie A . . . . .	17
1.6	Recommandations CCSDS pour les missions de la catégorie B . . . . .	18
2.1	Probabilités et erreurs de phase . . . . .	48
4.1	Séquence pilote dédiée à la synchronisation de trame . . . . .	84



# Acronymes

<b>ASM</b>	Attached Synchronization Marker
<b>BCJR</b>	Bahl, Cocke, Jelinek and Raviv
<b>BPLL</b>	Blind Phase Locked Loop
<b>BPSK</b>	Binary Phase Shift Keying
<b>CA</b>	Code Aided
<b>CA-CFAR</b>	Cell Averaging-Constant False Alarm Rate
<b>CCSDS</b>	Consultative Committee for Space Data Systems
<b>CNES</b>	Centre National d'Etudes Spatiales
<b>DA</b>	Data Aided
<b>DD</b>	Decision Directed
<b>DSN</b>	Deep Space Network
<b>DSP</b>	Densité Spectrale de Puissance
<b>DVB-RC</b>	Digital Video Broadcasting-Return Channel
<b>DVB-S</b>	Digital Video Broadcasting-Satellite
<b>DVB-S2</b>	Digital Video Broadcasting-Satellite 2
<b>EGC</b>	Equal Gain Combining
<b>EM</b>	Expectation–Maximization
<b>ESA</b>	European Space Agency
<b>ETSI</b>	European Telecommunications Standards Institute
<b>FPGA</b>	Field Programmable Gate Array
<b>GMSK</b>	Gaussian Minimum Shift Keying
<b>GO-CFAR</b>	Greast Of-Constant False Alarm Rate
<b>GSM</b>	Global System for Mobile Communications
<b>HBPLL</b>	Hard Blind Phase Locked Loop
<b>LDPC</b>	Low Density Parity Check
<b>MAP</b>	Maximum A Posteriori
<b>ML</b>	Maximum likelihood
<b>MRC</b>	Maximal Ratio Combining
<b>MRO</b>	Mars Reconnaissance Orbiter
<b>MSK</b>	Minimum Shift Keying
<b>NASA</b>	National Aeronautics and Space Administration

<b>NCO</b>	Numerically Controlled Oscillator
<b>NDA</b>	Non Data Aided
<b>PLL</b>	Phase Locked Loop
<b>PSP</b>	Per-Survivor Processing
<b>QAM</b>	Quadrature Amplitude Modulation
<b>QPSK</b>	Quaternary Phase Shift Keying
<b>ROC</b>	Receiver Operating Characteristic
<b>SBPLL</b>	Soft Blind Phase Locked Loop
<b>SC</b>	Selection Combining
<b>SNR</b>	Signal to Noise Ratio
<b>SO-CFAR</b>	Smallest Of-Constant False Alarm Rate
<b>SSPA</b>	Solid State Power Amplifier
<b>TEB</b>	Taux d'Erreur Binaire
<b>TGO</b>	Trace Gas Orbiter
<b>TWTA</b>	Traveling Wave Tube Amplifier
<b>UIT</b>	Union Internationale des Télécommunications

# Publications

## Articles présentés en conférence internationale

- M. A. Jhaidri, C. Laot and A. Thomas, "Nonlinear analysis of GMSK carrier phase recovery loop," *2016 International Symposium on Signal, Image, Video and Communications (ISIVC)*, Tunis, 2016, pp. 230-235.
- M. A. Jhaidri, C. Laot and A. Thomas, "Performance analysis of GMSK carrier synchronization loop phase detector at very low SNR," *European space agency TTC Workshop*, Noordwijk Netherlands, 2016.

## Article soumis en résumé étendu

- M. A. Jhaidri, A. Thomas and C. Laot, "Carrier Phase Synchronization Techniques at Very Low SNR for Deep Space Missions" *International Conference On Space Operations*, Marseille France, 2018.



# Introduction générale

## Contexte général

Le 25 août 2013, pour la première fois de l'histoire de l'humanité, une sonde spatiale a réussi à franchir les frontières de notre système solaire. Voyager I, a été lancée par la NASA en 1979 dans le cadre de l'une des premières missions d'exploration en espace lointain. Disposant d'une antenne de 4 mètres de diamètre et de batteries en plutonium, Voyager I continue toujours de transmettre des données de télémétrie vers les stations terrestres sur une liaison radio d'environ 17 milliards de kilomètres. En arrivant à leurs destinations, les signaux transmis sont fortement atténués à cause de la grande distance parcourue ainsi que de la faible puissance d'émission, entraînant un très faible rapport signal à bruit (SNR) à la réception.

Compte tenu de ces conditions sévères, les informations transmises depuis l'espace lointain (*Deep Space*), doivent être protégées par des codes correcteurs d'erreurs très performants, tels que les Turbo-codes et le LDPC, pour qu'elles puissent être récupérées d'une manière fiable à très faible SNR tout en maximisant le débit. Cependant, les gains de codage sont conditionnés par le bon fonctionnement des étages de la démodulation cohérente en amont, notamment l'étage de synchronisation de la porteuse.

La démodulation cohérente consiste en une transposition en bande de base, du signal transmis sur porteuse, suivie d'un filtrage adapté à la forme d'onde d'émission. Cette opération nécessite des informations précises sur la fréquence et la phase de l'onde porteuse afin de maximiser la puissance à la sortie du filtre adapté. Ensuite, le signal en bande de base est échantillonné au rythme symbole pour générer les variables de décision qui représentent les rapports des probabilités de vraisemblance des symboles émis. Finalement, l'algorithme de décodage de canal sera appliquée sur les variables de décision afin de détecter et corriger les erreurs de transmission et restituer les données transmises. Théoriquement, la démodulation cohérente est l'approche de détection optimale au sens de la minimisation du taux d'erreur binaire (TEB).

Dans des conditions réelles, les mouvements des sondes spatiales relativement aux stations sol, provoquent un décalage fréquentiel proportionnel à la vitesse de déplacement et à la fréquence porteuse. Ce phénomène est connu sous le nom d'effet Doppler. D'autre part, l'instabilité des oscillateurs, utilisés à la transposition en fréquence des signaux, entraîne aussi des dérives par rapport à la fréquence de fonctionnement souhaitée. Ces facteurs engendrent un décalage, en phase et en fréquence, entre l'onde porteuse et l'oscillateur local, provoquant la dégradation du TEB. Par conséquent, l'estimation et la compensation des erreurs de synchronisation s'avèrent indispensables afin d'optimiser la liaison de communication et de profiter du gain apporté par les codes correcteurs d'erreurs.

La difficulté principale de la synchronisation de porteuse réside dans la méconnaissance des symboles émis, au niveau de la réception. Pour résoudre ce problème, certaines applications ont recours à l'insertion des symboles pilotes, connus du récepteur, dans le message à transmettre afin de permettre au récepteur d'estimer les différents paramètres nécessaires à la démodulation cohérente. Telles que préconisées par le CCSDS (*Consultative Committee for Space Data Systems*), les transmissions *Deep Space* s'effectuent sans symboles pilotes dédiés à la synchronisation de la porteuse et une approche aveugle sera considérée dans ce contexte.

Dans l'objectif d'optimiser l'utilisation des ressources spectrales allouées aux transmissions *Deep Space*, le CCSDS a recommandé la modulation à phase continue GMSK avec un produit  $BT_b = 0.5$ . En effet, la propriété de l'enveloppe constante de la GMSK, permet aux amplificateurs de puissance de fonctionner au voisinage de leurs zones de saturation tout en protégeant le signal contre les distorsions spectrales. De plus, comparativement aux modulations à saut de phase, les techniques de modulation à phase continue réduisent les lobes secondaires dans le spectre du signal modulé, et ainsi, offrent une meilleure efficacité spectrale.

Notre objectif dans cette thèse est de fiabiliser l'étage de synchronisation du récepteur dans des conditions très sévères de très faible rapport signal à bruit, d'effet Doppler conséquent avec prise en compte d'un phénomène d'accélération (Doppler rate) et d'une transmission sans pilotes.

## Motivations et Contributions

Les techniques de synchronisation de la porteuse, actuellement implémentées sur les récepteurs *Deep Space* des différents acteurs du domaine spatial, sont généralement basées sur des boucles à verrouillage de phase (PLL). En effet, la PLL offre un très bon compromis entre la complexité d'implémentation et les performances, et elle est bien adaptée à la transmission en flux continu. Dans cette thèse, nous étudions trois détecteurs de phase, dérivés du critère du maximum de vraisemblance, pour le schéma de modulation GMSK  $BT_b = 0.5$ . Nous déterminons les expressions analytiques des courbes caractéristiques permettant de définir les modèles équivalents de la PLL dans le domaine linéaire et non-linéaire. A notre connaissance, les expressions théoriques présentées ne sont pas proposées dans littérature. En utilisant la méthode de plan de phase, nous étudions les performances d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur de phase semi-sinusoïdal en phase d'accrochage non-linéaire. Nous présentons nos contributions, notamment la plage de *lock-in* et le temps de *pull-in*. Nous nous intéresserons aussi à la phase de poursuite linéaire et une comparaison entre un détecteur de phase sinusoïdal et semi-sinusoïdal est présentée. Finalement, nous détaillons l'implémentation, d'une PLL avec un détecteur semi-sinusoïdal, sur une carte électronique (FPGA) pour la mission ExoMars 2016 et nous évaluons les performances à très faible SNR en utilisant un Turbo-code 1/6.

Les stations de réception des signaux *Deep Space* utilisent généralement des antennes à grande ouverture, allant de 24 à 70 mètres de diamètre, afin de maximiser la puissance détectée et de maintenir un SNR supérieur au seuil du fonctionnement du système de démodulation. En pratique, une antenne d'une telle taille, a plusieurs inconvénients, notamment le coût important de construction et d'installation et la haute sensibilité aux erreurs d'orientation. Cette observation motive l'approche proposée à la deuxième partie de la thèse. Nous présentons une nouvelle technique de combinaison d'antennes qui vise à réduire la taille des antennes réceptrices, en remplaçant l'antenne à grande ouverture par un réseau de petites antennes. L'approche proposée

améliore aussi le bilan de liaison de la mission en permettant l'ajout des nouveaux éléments au réseau, au fur et à mesure que les besoins évoluent.

## Organisation de la thèse

Dans le chapitre 1, nous présentons les principales caractéristiques d'un système de transmission par satellite en se focalisant sur les transmissions en espace lointain. Après la description de quelques exemples de missions d'exploration spatiale, nous développons les spécificités de la liaison satellitaire en espace lointain, notamment le bilan de liaison et l'influence de l'effet Doppler. La dernière partie de ce chapitre est consacré à la présentation de la modulation GMSK  $BT_b = 0.5$  et à l'étude de ses performances dans le contexte d'une transmission par satellite.

Les techniques de synchronisation de la porteuse basées sur le critère du maximum de vraisemblance font l'objet du chapitre 2. Nous présentons une étude de l'état de l'art des méthodes existantes et nous comparons les différentes approches d'implémentation en terme de performances et de complexité. À l'issue de cette étude, en prenant en considération les recommandations CCSDS et les caractéristiques des transmissions *Deep Space*, nous retenons les boucles à verrouillages de phase (PLL) aveugles et nous justifions nos choix.

Le chapitre 3 est consacré à l'étude de fonctionnement d'une boucle à verrouillage de phase pour le schéma de modulation GMSK  $BT_b = 0.5$ . Nous nous intéresserons particulièrement à la phase d'acquisition caractérisée par un comportement non-linéaire de la PLL. De nouveaux résultats sont présentés dans le cas d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur de phase semi-sinusoïdal. Nous étudions aussi les performances de la PLL en phase de poursuite en utilisant un modèle équivalent linéaire et nous décrivons l'intégration dans une carte FPGA. Les performances à très faible SNR de cette technique de synchronisation sont étudiées à la dernière partie de ce chapitre avec un modèle de simulation inspiré des recommandations CCSDS.

Dans le chapitre 4, nous nous intéresserons aux systèmes de réception par réseau d'antennes. Après une étude des solutions proposées dans la littérature, nous présentons une nouvelle approche de combinaison d'antennes destinée aux transmissions *Deep Space*. Premièrement, nous déterminons les performances théoriques, en terme des probabilités de détection et de fausse alarme, de notre système de détection multi-antennes en utilisant un détecteur à seuil constant. Ensuite, nous considérons une deuxième approche de détection à seuil adaptatif CA-CFAR, permettant de maintenir une probabilité de fausse alarme constante quel que soit le rapport signal à bruit. Finalement, nous décrivons le fonctionnement du système complet et nous évaluons le gain en SNR apporté par cette méthode à très faible SNR.

Finalement, nous présentons nos conclusions et proposons quelques perspectives aux travaux réalisés dans le cadre de cette thèse.



# Généralités sur la transmission par satellites

*Knowledge is an unending adventure at the edge of uncertainty.*

Jacob Bronowski

---

I	Généralités sur le système satellite . . . . .	6
I.1	Transmission numérique de données . . . . .	6
I.2	Allocation des bandes de fréquences . . . . .	8
II	Les types de satellites . . . . .	9
II.1	Les satellites de la catégorie A . . . . .	9
II.2	Les satellites de la catégorie B . . . . .	10
III	Caractéristiques d'un système de transmission par satellite . . . . .	12
III.1	Bilan de liaison . . . . .	12
III.2	Influence de l'effet Doppler sur la communication numérique . . . . .	16
IV	Modulation à enveloppe constante . . . . .	18
IV.1	Modulation GMSK . . . . .	19
IV.1.1	Décomposition de Laurent . . . . .	20
IV.1.2	Récepteur GMSK $BT_b = 0.5$ . . . . .	21
V	Conclusion . . . . .	23

---

Dans ce chapitre, nous présentons les principales caractéristiques d'un système de transmission par satellite. Dans un premier temps, nous décrivons quelques généralités sur le système satellite. Nous faisons par la suite la distinction entre deux catégories (A et B) de transmissions par satellite en fonction de l'altitude de l'orbite en se focalisant sur les transmissions en espace lointain (*Deep Space*), objet de cette thèse. Ensuite nous nous intéressons aux contraintes imposées par la liaison satellitaire en développant le bilan de liaison et les phénomènes provoquant la variation de l'onde porteuse. Finalement nous présentons une modulation à phase continue GMSK, qui a été recommandée par le CCSDS pour les transmissions *Deep Space*, et nous étudions ses performances en présence d'une erreur de synchronisation.

## I Généralités sur le système satellite

En 1962, l'opérateur téléphonique américain AT&T a lancé le premier satellite de télécommunications baptisé Telstar 1 [1]. Depuis lors, le nombre des satellites mis sur orbite (basse et espace lointain) ainsi que les applications dédiées ne cessent de s'accroître. Un satellite se décompose en trois systèmes principaux [2] (Fig.1.1) : le système d'alimentation (carburant, batteries et panneaux solaires photovoltaïques), le système de télémessure, de poursuite et de télécommande (TT&C) et le système de communication (les transpondeurs). Un transpondeur comprend l'antenne réceptrice qui détecte les signaux provenant de la station au sol, un récepteur large bande, un multiplexeur et un convertisseur de fréquence qui est utilisé pour rediriger le signal à travers un amplificateur haute puissance vers la voie descendante. Un satellite dispose de plusieurs transpondeurs travaillant à des fréquences différentes.

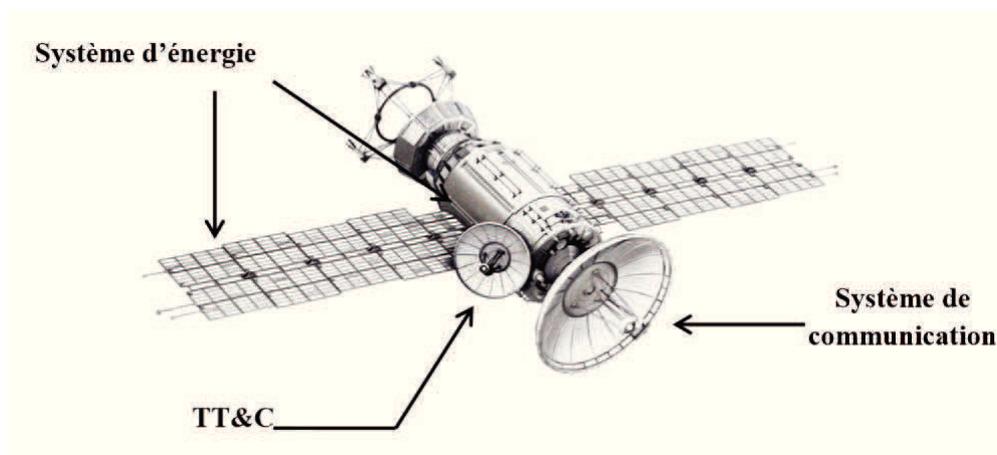


FIGURE 1.1 – Les principaux sous-systèmes d'un satellite de communication

Fondamentalement, un satellite de communication est une station répéitrice/émettrice des ondes électromagnétiques permettant à deux ou plusieurs utilisateurs ayant les équipements appropriés d'échanger de l'information sous plusieurs formes. Les satellites sont largement utilisés pour des applications de communications profitant des nombreux avantages de la liaison satellitaire comme par exemple la large zone de couverture, la mobilité de la liaison sans fil et la bande passante disponible. Les principaux domaines d'application de la communication par satellite sont :

- Surveillance environnementale [3].
- Navigation par satellites [4].
- La téléphonie [5].
- Télévision et radio [6].
- Exploration spatiale (*Deep Space*) [7].

Pour mettre en place ces systèmes de transmission, les caractéristiques des satellites sont déterminantes. Le type d'application impose souvent des contraintes sur la bande de fréquences utilisée ainsi que l'altitude de l'orbite. Dans la section suivante, nous allons développer quelques exemples de ces contraintes dans différents contextes.

## I.1 Transmission numérique de données

Les informations collectées par le satellite seront transmises vers une station réceptrice en utilisant les techniques de communications numériques. Les informations issues de capteurs sont numérisées par un convertisseur analogique/numérique qui génère une séquence binaire (les bits  $d_k \in \{0,1\}$ ). Ces bits sont encodés par un code correcteur d'erreurs, pour les protéger contre les perturbations, et regroupés par  $M$  bits. Ensuite pour chaque ensemble de  $M$  bits on fait correspondre un symbole appartenant à un alphabet  $\mathcal{A}$  d'un cardinal égal à  $2^M$ . Finalement, une onde porteuse, qui est un signal sinusoïdal ayant une fréquence appelée fréquence porteuse  $f_c$ , sera modulée en fonction de ces symboles selon une technique de modulation donnée. Lorsque des contraintes sur l'occupation spectrale sont imposées, le signal sur porteuse sera filtré par un masque spectral (filtre passe bande). Un schéma-bloc de la chaîne de communication numérique est donné à la figure 1.2.

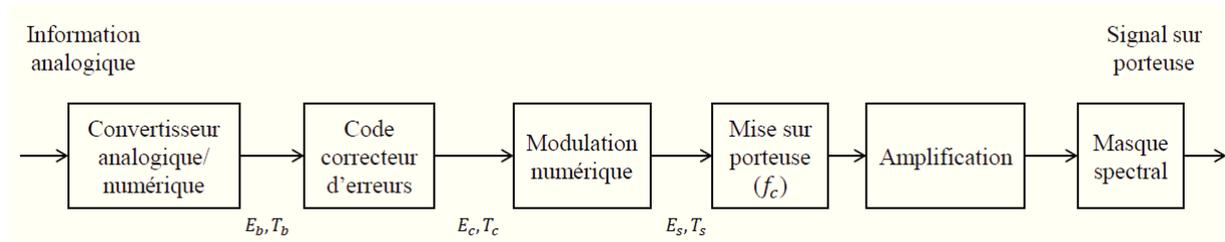


FIGURE 1.2 – Chaîne de communication numérique

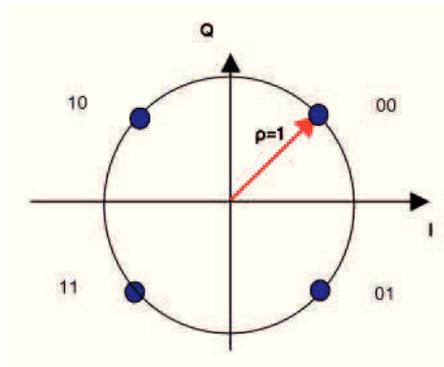
A la sortie de chaque bloc de la chaîne, les informations sont caractérisées par le couple : énergie moyenne par élément ( $E$ ) et période ( $T$ ). Le rapport ( $1/T_b$ ) est connu sous le nom du débit binaire (en bit/seconde) tandis que ( $1/T_s$ ) est le rythme symbole, appelé aussi la rapidité de modulation et exprimé en Bauds. La modulation consiste à modifier une ou plusieurs caractéristiques de l'onde porteuse en fonction des symboles. Ces caractéristiques sont principalement : la phase, la fréquence et l'amplitude. Les schémas de modulation ainsi que les codes correcteurs d'erreurs sont fixés par les standards proposés par ETSI (*European Telecommunications Standards Institute*) tels que le DVB-S, DVB-S2 (voie descendante) et DVB-RCS (voie montante). Quelques exemples des modulations du standard DVB-S2 [8] sont illustrés à la figure 1.3.

Les modulations avec des ordres (le paramètre  $M$ ) élevés offrent une meilleure efficacité spectrale au prix d'une augmentation des seuils de fonctionnement en matière de SNR. Par ailleurs, l'ETSI a proposé dans le standard DVB-S2 l'utilisation des codes correcteurs d'erreurs du type LDPC et Turbo code, plus puissants que la concaténation d'un code convolutif et un code RS (*Reed-Solomon*) proposée au précédent standard DVB-S.

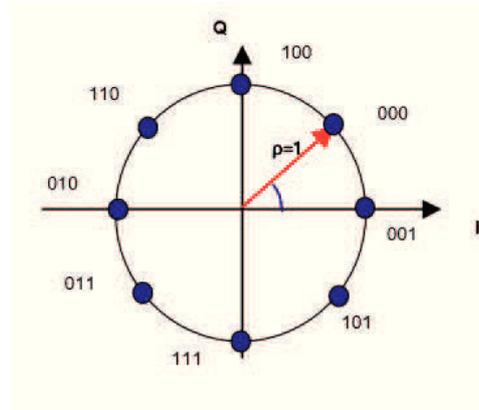
Dans le cadre de cette thèse, nous nous intéressons à la partie réception et plus particulièrement à la synchronisation. Le schéma de modulation qui sera considéré n'est pas inclus dans la norme DVB-S2 mais a été recommandé par le CCSDS pour les applications *Deep Space*. Dans la section suivante, nous présentons les bandes de fréquences utilisées pour les différentes applications de transmissions par satellite.

## I.2 Allocation des bandes de fréquences

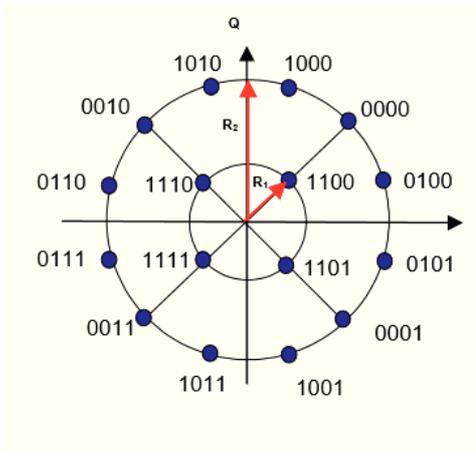
L'allocation des bandes de fréquences pour les services par satellites est un processus compliqué nécessitant une coordination et une planification à l'échelle internationale. L'union in-



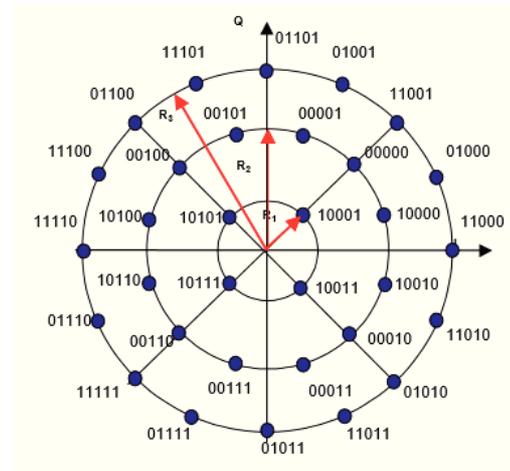
(a) Constellation de la modulation de phase à 4 états QPSK,  $M = 2$



(b) Constellation de la modulation de phase à 8 états 8-PSK,  $M = 3$



(c) Constellation de la modulation de phase et d'amplitude à 16 états 16-APSK,  $M = 4$



(d) Constellation de la modulation de phase et d'amplitude à 32 états 32-APSK,  $M = 5$

FIGURE 1.3 – Les schémas de modulation proposés dans le standard DVB-S2

ternationale de télécommunication (IUT) [9] est l'organisme qui se charge de cette tâche et il décompose le monde en trois grandes régions :

- Région 1 : l'Europe et Afrique.
- Région 2 : l'Amérique du Nord, Amérique du Sud et Groenland.
- Région 3 : l'Asie et l'Australie.

Le tableau 1.1 illustre les bandes de fréquences allouées aux différents services par satellites.

Non de bande	Plage de fréquences (en GHz)
VHF	0.1 – 0.3
UHF	0.3 – 1.0
Bande L	1.0 – 2.0
Bande S	2.0 – 4.0
Bande C	4.0 – 8.0
Bande X	8.0 – 12.0
Bande Ku ( <i>under K band</i> )	12.0 – 18.0
Bande Ka ( <i>above K band</i> )	18.0 – 27.0
Bande V	40.0 – 75.0
Bande W	75.0 – 110
Bande Mm	110 – 300
Bande $\mu\text{m}$	300 – 3000

TABLE 1.1 – Bandes de fréquences des canaux satellites

Ci-dessous quelques exemples de services par satellite ainsi que la bande de fréquences correspondante :

- Navigation et service mobiles par satellite : la bande VHF et la bande L.
- Services fixes par satellite (FSS) [10] : la bande C.
- Diffusion directe par satellite (DBS) : la bande K et la bande C.
- Exploration spatial : la bande S, la bande X et la bande Ka pour des projets futurs.

## II Les types de satellites

Selon l'altitude de l'orbite par rapport à la surface de la terre, le CCSDS (Comité Consultatif de Systèmes et Données Spatiales) et l'IUT divisent les missions de transmission par satellites en deux catégories [11] (Fig.1.4).

- Catégorie A : les missions à une altitude inférieure ou égale à 2 millions de km.
- Catégorie B (espace lointain) : les missions à une altitude supérieure ou égale à 2 millions de km.

### II.1 Les satellites de la catégorie A

#### □ Les satellites géostationnaires (GEO : *Geostationary Earth Orbit*)

Ces satellites sont placés sur des orbites à une altitude de 36000 km avec un angle d'inclinaison nul par rapport au plan équatorial. Les satellites GEO [13] tournent à la même vitesse que la terre ce qui fait que, pour un observateur terrestre, ils semblent stationnaires. Théoriquement, trois satellites GEO peuvent assurer la couverture de la totalité de la surface terrestre et ils sont utilisés dans plusieurs services tels que la diffusion des chaînes de télévision et la radio.

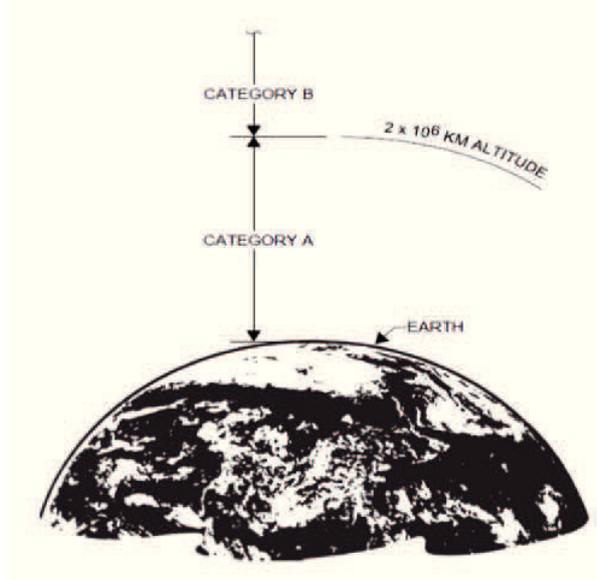


FIGURE 1.4 – Les catégories de missions de transmission par satellite : [12]

#### □ Les satellites orbite basse (LEO : *Low Earth Orbit*)

Les LEO [14] ont des orbites circulaires situées entre 500 à 1500 km de la surface de la terre. A cause de la forte attraction terrestre à cette basse altitude, les satellites LEO défilent à une vitesse beaucoup plus élevée que les satellites GEO et ils ont une période de révolution d'environ 90 minutes. Les satellites LEO offrent l'avantage d'un temps de propagation faible et un rapport signal à bruit plus avantageux que les satellites de la catégorie B. Ces satellites sont principalement utilisés dans la télémétrie qui consiste à effectuer des mesures à distance.

#### □ Les satellites orbite moyenne (MEO : *medium earth orbit*)

Les orbites moyennes [15] se situent entre les LEO et les GEO à environ 10000 km d'altitude. Ces satellites défilent à une vitesse plus faible que les LEO avec une période de révolution d'environ six heures. En fonction de l'inclinaison par rapport au plan équatorial, un MEO peut couvrir des larges zones géographiques et fournir plusieurs services tels que la navigation par satellite.

## II.2 Les satellites de la catégorie B

Les systèmes de transmission en espace lointain [16] seront particulièrement étudiés dans cette thèse. Ces systèmes sont des réseaux composés de trois sites terrestres de transmissions équipés d'antennes de 26, 34 et 70 mètres de diamètre. En tenant compte de la rotation de la terre, ces sites sont espacés de 120 degrés en longitude (Fig.1.5) afin de maintenir une communication permanente avec les sondes spatiales. Les réseaux *Deep Space* sont des systèmes de communication bidirectionnels, la liaison montante (*uplink*) est dédiée aux signaux de télécommande de sondes spatiales tandis que la voie descendante (*downlink*) est réservée à la réception des signaux de la télémétrie. Les missions *Deep space* exploitent trois bandes des fréquences S, X et Ka pour les liaisons montante et descendante. Les communication optiques en infrarouge

sont en cours de test pour des missions *Deep Space* futures [17].

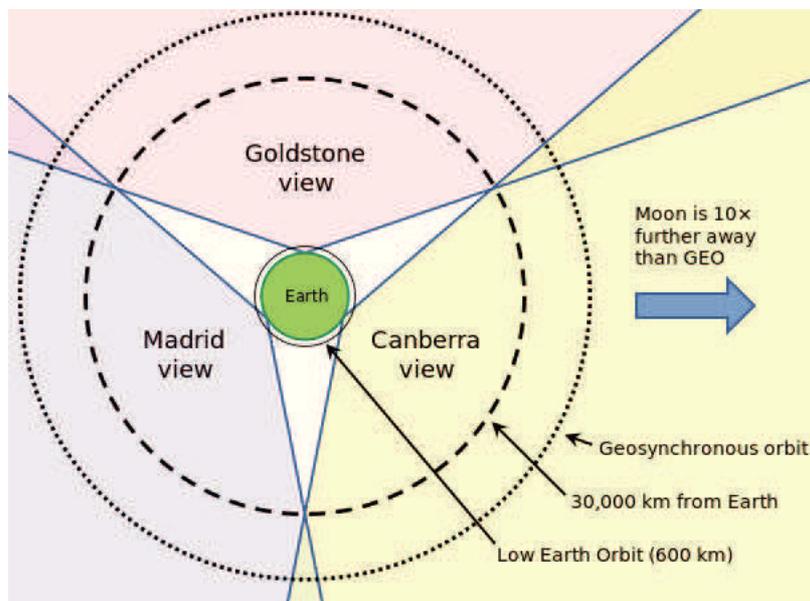


FIGURE 1.5 – Le réseau espace lointain (DNS *Deep Space Network*) de l’agence spatiale américaine (NASA) : [18]

Les domaines d’application des réseaux *Deep space* sont assez variés, parmi lesquels on peut citer :

- Radio Science : l’étude des corps célestes (la masse, la densité, l’atmosphère. . .).
- Localisation active (*active ranging*) : une technique permettant la localisation (position et vitesse) des sondes spatiales. La localisation se fait par la mesure du temps d’aller-retour du signal de télécommande et de la vitesse qui se déduit de l’effet Doppler.
- Localisation passive (*passif ranging*) : En utilisation l’interférométrie à très longue base, ce système détermine les positions des objets fixes dans le ciel. La localisation des sondes spatiales pourra ensuite se faire relativement à ces objets plutôt que par rapport à la terre. Le Delta-Dor [19] est un exemple des techniques de localisation passives hautement précises utilisées pour poursuivre les sondes en espace lointain.

Dans la suite de cette section, nous présentons quelques exemples de missions de transmission en espace lointain dont notamment la mission ExoMars 2016 pour laquelle nous avons contribué dans le cadre de cette thèse.

### □ Mission Rosetta

La sonde spatiale Rosetta [20] a été lancée le 2 mars 2004 par l’agence spatiale européenne (ESA) dans le cadre d’une mission d’exploration spatiale. L’objectif de cette mission a été l’étude de la composition de la comète 67P/T et son comportement à l’approche du soleil. Après avoir parcouru 6.5 milliards de kilomètres, Rosetta s’est placée sur une orbite autour de la comète

(Fig.1.6) et a lancé, après une certaine période d'observation, le robot Philae qui a atterri sur la comète afin de collecter les données nécessaires. Pour réussir sa mission qui a duré 18 mois, Philae a été équipé de 11 instruments de mesure. Les données enregistrées ont contribué énormément à l'étude du système solaire et notamment le processus de formation des planètes. Cette mission s'inscrit dans le cadre du programme Horizon 2000 de l'ESA qui rassemble plusieurs acteurs européens du domaine spatial tels que le CNES (Centre National d'études spatiales) en France.

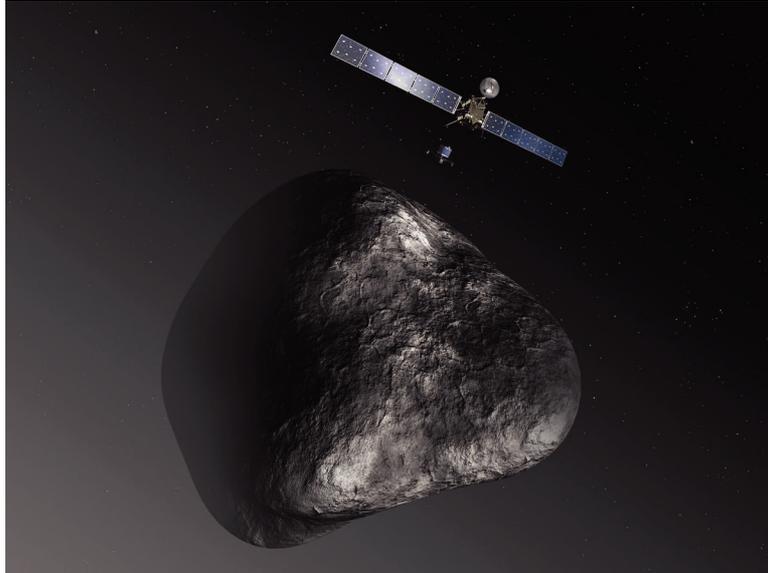


FIGURE 1.6 – La sonde Rosetta sur l'orbite de la comète 67P/T : [21]

#### □ Mission Voyager

La mission Voyager [22] a été l'une des premières missions d'exploration des exo-planètes qui se trouvent à l'extérieur du système solaire. Dans le cadre de cette mission, deux sondes spatiales Voyager 1 et 2 ont été lancées, respectivement, le 5 septembre et 20 août 1977. La mission principale était l'exploration de Jupiter et de Saturne. Après avoir fait une série de découvertes sur ces planètes, notamment sur la lune de Jupiter "Io" et les caractéristiques des anneaux de Saturne, la mission a été étendue. En 2012, Voyager 1 (Fig.1.7) a quitté le système solaire et devenue le premier engin spatial de l'histoire de l'humanité à entrer dans l'espace interstellaire. Les deux sondes continuent d'envoyer les informations sur leur environnement via le Deep Space Network (DSN). La mission actuelle est le voyage interstellaire dont l'objectif est de caractériser l'environnement extérieur du système solaire.

#### □ Mission ExoMars 2016

La dénomination « ExoMars » concatène « exobiologie », la science qui recherche des traces d'une forme de vie extraterrestre avec la dénomination de la planète cible. Ce programme mené en coopération avec Roscosmos, s'articule autour de 2 missions [24].

La première mission du programme ExoMars comprend deux engins spatiaux, Trace Gas Orbiter (TGO) (Fig.1.8), qui est le satellite de relais lancé en mars 2016, et le robot Schiaparelli. Les principaux objectifs de cette mission sont de rechercher des preuves du méthane et d'autres gaz atmosphériques, qui pourraient être des signatures de processus biologiques ou géologiques, et de tester de nouvelles technologies qui représentent les futures contributions de l'ESA notamment la mission ExoMars 2020. En profitant du positionnement de la Terre et de Mars (fenêtre

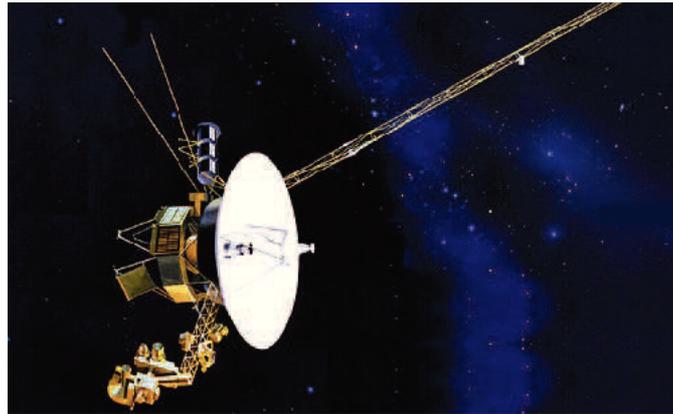


FIGURE 1.7 – La sonde Voyager 1 : [23]

de lancement), le voyage a été limité à environ 7 mois. Trois jours avant d’atteindre l’atmosphère de Mars, le 16 octobre 2016, Schiaparelli a été éjecté du TGO. Ensuite, il s’est dirigé vers sa destination en traversant l’atmosphère martienne à 21 000 km/h. Malheureusement, une anomalie dans le système de mesure et de navigation a entraîné l’échec de l’opération d’atterrissage et la destruction du robot. Les spécifications techniques établies par l’ESA pour la voie descendante de la mission ExoMars sont les suivantes :

- Le rythme symbole : varie entre 500  $Ksps$  et 0.02  $Ksps$ .
- Codes correcteur d’erreurs : code concaténé : RS (255,223) + code convolutif (1/2,7) et Turbo code avec les rendements 1/2, 1/4, 1/6 et une longueur de trame égale à 8920 bits.
- Modulation : GMSK et PCM/PSK/PM avec porteuse résiduelle.
- Fréquence porteuse : la bande X à 8.41GHz.

Le choix de la configuration (code, modulation...) s’effectue d’une manière dynamique en fonction des conditions de transmission. Ces conditions sont principalement la distance entre TGO et la station terrestre, la bande des fréquences disponibles et le rapport signal à bruit.

L’entreprise Zodiac Data Systems a participé à cette mission par le récepteur (CRT Cortex) permettant de recevoir les signaux émis par TGO. Grâce aux travaux menés dans le cadre de cette thèse CIFRE avec IMT Atlantique, ce récepteur a pu répondre au cahier des charges établi par l’ESA. Le système de synchronisation de ce récepteur sera détaillé au Chapitre 2.

Dans la suite, nous allons présenter les caractéristiques d’une liaison satellitaire en développant le bilan de liaison et les phénomènes provoquant la variation de l’onde porteuse. Nous nous intéressons ensuite aux spécificités de la modulation GMSK  $BT_b = 0.5$  qui a été recommandée par le CCSDS pour les transmissions *Deep Space* objet de cette thèse.



FIGURE 1.8 – Trace Gas Orbiter, ExoMars 2016 : [25]

### III Caractéristiques d'un système de transmission par satellite

Afin de pouvoir ajuster les éléments de la chaîne de transmission en fonction des besoins des missions, nous développons dans ce paragraphe le bilan de liaison satellitaire. Ce procédé consiste à évaluer tous les éléments de gain et de perte dans la chaîne de transmission et d'exprimer la puissance reçue en fonction de la puissance émise. Ces éléments nous permettent d'exprimer le rapport signal à bruit au niveau du récepteur ainsi que de développer la théorie de la combinaison d'antennes au chapitre 4.

Le canal de transmission par satellite (Fig.1.9) se modélise par un canal gaussien mono-trajet puisque le trajet direct est fortement prépondérant relativement aux trajets réfléchis.

#### III.1 Bilan de liaison

□ Gain de l'antenne

Pour une longueur d'onde de fonctionnement ( $\lambda$ ) donnée, le gain d'une antenne [26] parabolique ( $G$ ) s'exprime en fonction de sa surface effective ( $A_e$ ) comme suit :

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e \quad (1.1)$$

La surface effective peut s'exprimer comme le produit de la surface physique de l'antenne ( $A_p = \pi d^2/4$ ,  $d$  : le diamètre de l'antenne) et le rendement de l'ouverture ( $\eta$ ) (ce paramètre varie entre 50% et 70%). Ainsi, l'expression du gain devient :

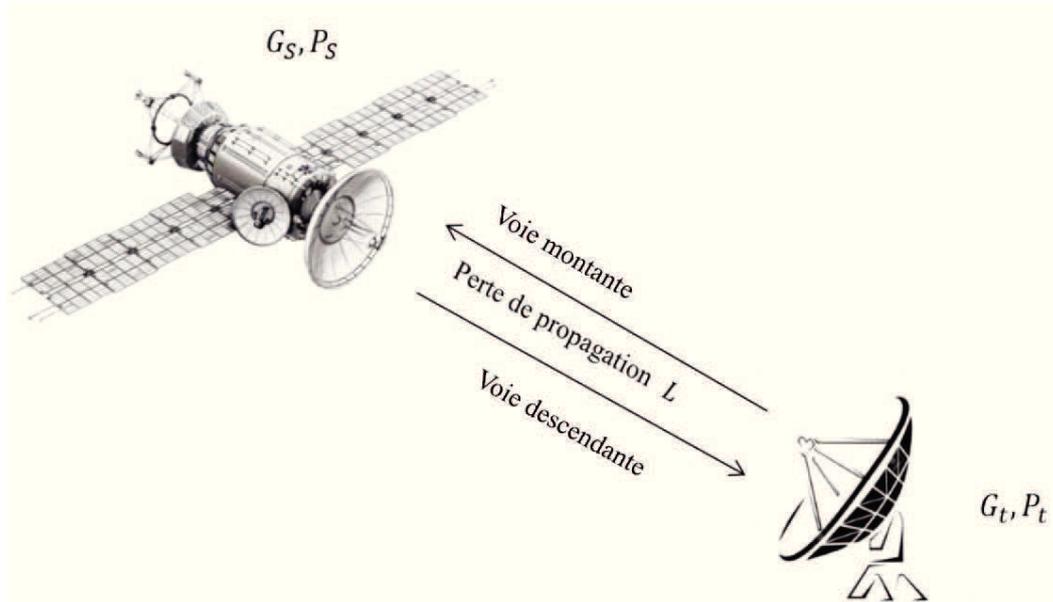


FIGURE 1.9 – Les composants d'une liaison satellitaire

$$G = \left( \frac{\pi d}{\lambda} \right)^2 \eta \quad (1.2)$$

□ Perte de propagation

Selon l'équation de Friis [27], la puissance reçue ( $P_r$ ) par une antenne réceptrice située à une distance ( $D$ ) d'une antenne émettrice est égale à :

$$\begin{aligned} P_r &= P_e G_e \frac{A_r}{4\pi D^2} \\ &= P_e G_e G_r \left( \frac{\lambda}{4\pi D} \right)^2 \end{aligned} \quad (1.3)$$

Avec :

- $P_e$  : la puissance d'émission
- $A_r$  : la surface effective de l'antenne réceptrice
- $G_e$  : le gain de l'antenne émettrice
- $G_r$  : le gain de l'antenne réceptrice

Pour que l'équation (1.3) soit valide, il faut que les deux antennes (émettrice et réceptrice) soient parfaitement alignées.

La perte de propagation  $L$ , qui est par définition le rapport de la puissance reçue par la puissance émise :

$$L = \left( \frac{4\pi D}{\lambda} \right)^2 \quad (1.4)$$

En appliquant (1.3) et (1.4) sur le cas d'une transmission par satellite, la puissance ( $P_t$ ) reçue au niveau de la station terrestre peut être déterminée en fonction de la puissance d'émission du satellite ( $P_s$ ) comme suit :

$$P_t = \frac{P_s G_t G_s}{L} \quad (1.5)$$

avec  $G_t$  et  $G_s$ , respectivement, le gain de l'antenne du satellite et l'antenne de la station au sol.

A la réception, le rapport de la puissance du signal reçu par la puissance du bruit (rapport signal à bruit RSB) est souvent utilisé comme un facteur de performance de la liaison de transmission. Le RSB de la liaison descendante du satellite vers la station au sol est égal à :

$$\begin{aligned} RSB_d &= \frac{P_t}{P_b} \\ &= \frac{P_s G_t G_s}{LK_b T B} \end{aligned} \quad (1.6)$$

avec :

- $k_b = 1.38 \times 10^{-23} J/K$  : le coefficient de Boltzmann
- $T$  : la température de bruit de récepteur
- $B$  : la bande passante du récepteur
- $K_b T$  : la densité spectrale du bruit thermique

D'après (1.6), la perte de propagation ( $L$ ) est proportionnelle au carré de la distance séparant l'émetteur du récepteur. Dans le cas des missions de transmission espace lointain, cette distance est très importante (ex : la distance moyenne entre un satellite autour de la planète Mars et une station terrestre est égale à 220 millions de kilomètres) provoquant un SNR très faible au niveau de la station terrestre. Afin d'avoir une idée plus précise du bilan de liaison d'une mission *Deep Space*, nous allons prendre l'exemple de la sonde *curiosity* qui a été lancé par la NASA en 2011 dans le cadre d'une mission d'exploration de la planète Mars. La communication entre *curiosity* et le DSN est assurée par le satellite de relais MRO (*Mars Reconnaissance Orbiter*). Selon les informations publiées dans [28], le bilan de liaison de la voie descendante de cette mission, de

MRO vers le DSN, est le suivant :

**Paramètres d'émission :**

- Fréquence porteuse : 8.45 GHz (Bande X)
  - Puissance d'émission : 40 dBm (1)
  - Gain d'antenne émettrice (2 mètres) : 43 dBi (2)
  - Perte due à l'erreur d'orientation : 0.1 dB (3)
- 

**Canal de transmission :**

- Perte de propagation (400 millions de kilomètres) : 283 dB (4)
  - Atténuation atmosphérique : 0.04 dB (5)
- 

**Paramètres de réceptions :**

- Perte de polarisation : 0.1 dB (6)
  - Gain d'antenne réceptrice (70 mètres) : 74 dBi (7)
  - Perte due à l'erreur d'orientation : 0.2 dB (8)
  - Température totale du système de réception : 21 K
  - Densité spectrale de puissance du bruit thermique ( $N_0$ ) =  $-185.35$  dBm/Hz (9)
- 

**Bilan de liaison :**

- Puissance totale reçue :  $P_r = (1) + (2) - (3) - (4) - (5) - (6) + (7) - (8) = -122.74$  dBm (10)
  - Rapport  $P_r/N_0 = (10) - (9) = 62.6$  dB-Hz (11)
  - Rapport signal à bruit :  $E_s/N_0 = P_r/N_0 - 10 \log_{10}(R_s)$ ,  $R_s$  : débit symbole
- 

En se basant sur le bilan de liaison, nous pouvons concevoir les différents blocs de la chaîne de transmission (puissances, tailles des antennes) de sorte que le rapport  $P_r/N_0$  soit supérieur au seuil de fonctionnement de la configuration souhaitée. Le tableau 1.2 illustre quelques exemples de configurations de la mission *curiosity* ainsi que la valeur de  $P_r/N_0$  minimale requise.

Débit binaire	Débit symbole	Code correcteur d'erreurs	Modulation	$P_r/N_0$ requis	$E_s/N_0$
1.74 Mbps	4 Msps	CC (1/2, 7)+RS ( $I = 5$ )	QPSK	65.6 dB-Hz	-0.42 dB
1.5 Mbps	3 Msps	Turbo code 1/2	QPSK	63.5 dB-Hz	-1.27 dB
1.325 Mbps	4 Msps	Turbo code 1/3	QPSK	62.4 dB-Hz	-3.62 dB
0.5 Mbps	3 Msps	Turbo code 1/6	QPSK	57.6 dB-Hz	-7.17 dB

 TABLE 1.2 – Exemples de configurations de la voie descendante de la mission *curiosity*

Il est à noter que la valeur minimale requise de  $P_r/N_0$  est calculée par rapport au seuil de fonctionnement du code correcteur d'erreurs. Dans ce cas, le rapport  $E_s/N_0$  s'exprime en fonction du  $E_b/N_0$  de la manière suivante :

$$\frac{E_s}{N_0} = \frac{E_b}{N_0} + 10 \log_{10}(M) + 10 \log_{10}(R_c) \quad (1.7)$$

avec  $M$  l'ordre de la modulation et  $R_c$  le rendement du code correcteur d'erreurs. Ainsi, l'enjeu majeur de la conception d'une chaîne de transmission du type *Deep Space*, consiste à assurer le bon fonctionnement des autres étages de démodulation, tels que la synchronisation, à un tel faible rapport signal à bruit, d'où la motivation de cette thèse.

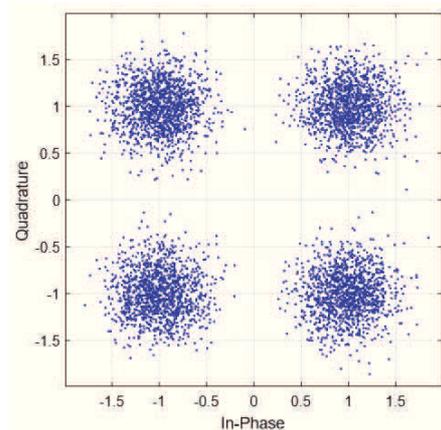
Un autre phénomène perturbe aussi fortement la communication numérique par satellite. Il s'agit de l'effet Doppler, objet de la prochaine section.

### III.2 Influence de l'effet Doppler sur la communication numérique

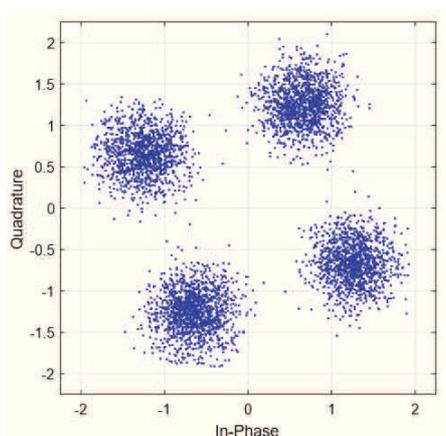
La communication entre le satellite et les stations au sol s'effectue par une radio-transmission des ondes électromagnétiques à une fréquence porteuse donnée. Le mouvement non uniforme des sondes spatiales par rapport aux stations de réception terrestres donne lieu à un décalage en fréquence (décalage Doppler) [29] entre l'onde porteuse reçue et la valeur attendue au niveau de la station réceptrice. En notant  $\vartheta_e$  la vitesse de l'émetteur,  $\vartheta_r$  celle du récepteur,  $c$  la célérité de l'onde,  $f_e$  la fréquence émise, le signal reçu possède une fréquence apparente :

$$f_p = \left( \frac{c - \vartheta_r}{c - \vartheta_e} \right) f_e \quad (1.8)$$

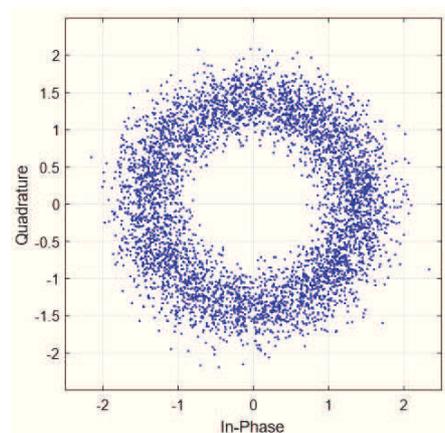
L'instabilité des oscillateurs, sur lesquels le modulateur et le démodulateur se reposent pour transposer en fréquence le signal en bande de base, provoque également un décalage en phase et en fréquence. Cette incohérence entre le démodulateur et l'onde porteuse se traduit par une rotation de la constellation de symboles et, par conséquent, une dégradation des performances en matière de taux d'erreur binaire (TEB). La figure 1.10 illustre la constellation d'une modulation de phase à 4 états (QPSK) en présence d'un déphasage nul (Fig.1.10(a)), d'un déphasage statique (Fig.1.10(b)) et d'un déphasage variable au cours du temps (Fig.1.10(c)). La distorsion de la constellation perturbe l'organe de décision, qui se base sur les régions de décision (les quatre quadrants du plan complexe), et provoque des erreurs de détection même dans le cas non-bruité. Ce phénomène devra donc être traité et compensé au niveau du récepteur afin d'optimiser les performances de la chaîne de transmission. Les techniques de la synchronisation de fréquence et de phase seront l'objet du chapitre 2.



(a) Constellation avec un déphasage nul



(b) Constellation avec un déphasage constant (0.3 rd)



(c) Constellation avec un déphasage variable (décalage fréquentiel de 0.1% du rythme symbole)

FIGURE 1.10 – L'effet du déphasage entre le démodulateur et l'onde porteuse sur la constellation

Les tableaux 1.3 et 1.4 donnent les plages de variation du décalage Doppler ainsi que les taux de variation de ce paramètre au cours du temps (Doppler rate) pour les missions de catégorie A et la catégorie B (Deep Space) [30].

□ Catégorie A

	Doppler	Doppler rate
Bande S	$\pm 80$ KHz	$\pm 3$ KHz/s
Bande X	$\pm 300$ KHz	$\pm 10$ KHz/s

TABLE 1.3 – Doppler et Doppler rate pour les missions de la catégorie A

□ Catégorie B

	Doppler	Doppler rate
Bande S	$\pm 250$ KHz	$\pm 70$ Hz/s
Bande X	$\pm 900$ KHz	$\pm 240$ Hz/s
Bande Ka	$\pm 4$ MHz	$\pm 1200$ Hz/s

TABLE 1.4 – Doppler et Doppler rate pour les missions de la catégorie B

Le CCSDS recommande [30], [31] aux concepteurs des récepteurs au sol que leurs architectures soient robustes face à ce phénomène de variation fréquentielle tout en assurant des plages d’acquisition suffisamment larges selon la bande de fréquences considérée. La plage d’acquisition est le décalage en fréquence maximal que le récepteur est capable d’estimer et de compenser. Les tableaux 1.5 et 1.6 récapitulent ces différentes recommandations.

	Plage d’acquisition minimale	Plage du Doppler rate
Bande S	$\pm 150$ KHz	Min : 500 Hz
Bande X	$\pm 600$ KHz	Max : 50 KHz

TABLE 1.5 – Recommandations CCSDS pour les missions de la catégorie A

	Plage d’acquisition minimale	Plage du Doppler rate
Bande S	$\pm 300$ KHz	Min : 1 Hz/s
Bande X	$\pm 1$ MHz	Max : 10 KHz/s
Bande X	$\pm 4$ MHz	

TABLE 1.6 – Recommandations CCSDS pour les missions de la catégorie B

L’estimation des variations de la fréquence porteuse est alors nécessaire pour optimiser le système de démodulation et éviter la dégradation de performance. Dans le chapitre 2, nous présentons les algorithmes de synchronisation qui permettent de démoduler le signal d’une manière cohérente et optimale au sens de la minimisation du taux d’erreur binaire.

Les ressources spectrales allouées aux transmissions par satellite sont rares et l’optimisation de l’efficacité spectrale est primordiale lors de la conception d’un tel système de communication. Dans ce contexte, le CCSDS a recommandé pour les catégories A et B la modulation à enveloppe constante, objet de la section suivante.

## IV Modulation à enveloppe constante

Les communications numériques par satellite fonctionnent sur de très longues distances et subissent une forte atténuation. Par conséquent, afin d’assurer un rapport signal à bruit supérieur aux seuils de fonctionnement des différents étages du démodulateur, les amplificateurs de puissance, tels que le TWTA (*traveling-wave tube amplifier*) et le SSPA (*solid-state power amplifier*), doivent fonctionner dans la zone de saturation pour maximiser la puissance de sortie. Malheureusement, dans cette zone les amplificateurs ont des caractéristiques non linéaires (Fig.1.11) ce qui entraîne des distorsions spectrales des signaux [32],[33] (Fig.1.12), notamment dans le cas des modulations qui transmettent l’information par variation d’amplitude telles que la modulation d’amplitude (AM) et la modulation d’amplitude quadrature (QAM) (Fig.1.12(a)).

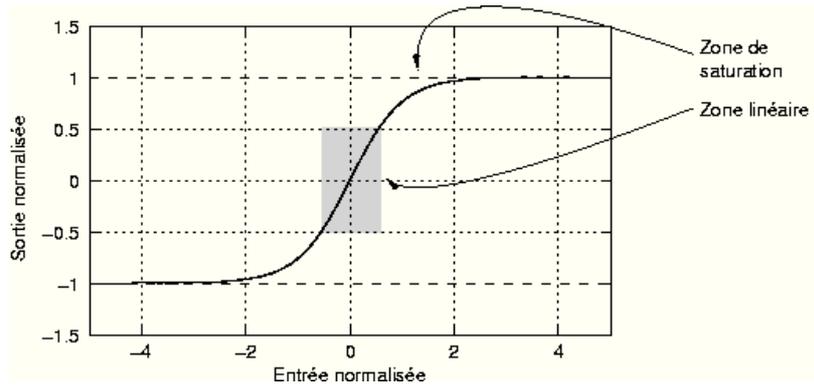


FIGURE 1.11 – Caractéristique d'un amplificateur SSPA

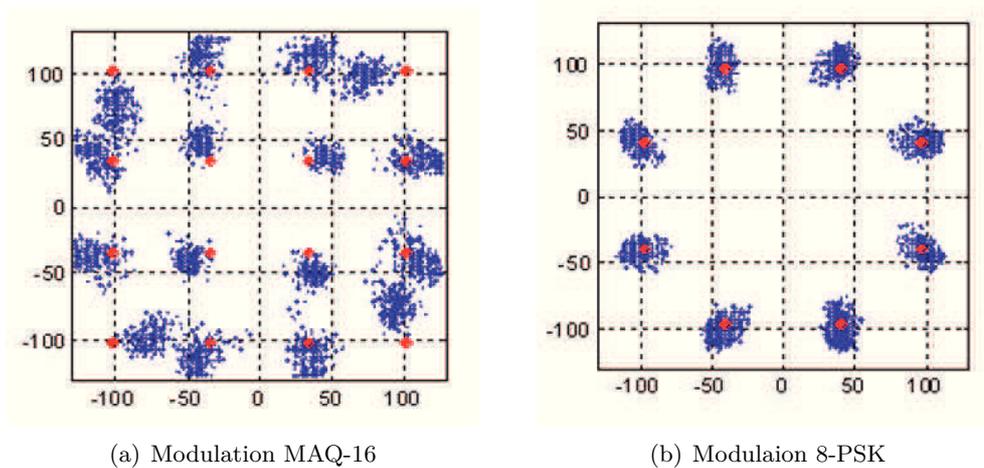


FIGURE 1.12 – L'effet de la non-linéarité de l'amplificateur sur les modulations à enveloppe variable : [33]

L'effet de la non-linéarité de l'amplificateur de puissance sur les modulations à enveloppe variable, peut provoquer la distorsion du spectre (Fig.1.13) de sorte qu'il ne respecte plus la limitation de l'occupation spectrale imposée par la mission. Alors, après le filtrage par le masque spectral, une partie du signal sera perdue et l'efficacité spectrale de la transmission sera fortement dégradée. En tenant compte de ces contraintes et du besoin d'efficacité énergétique, il est nécessaire de considérer des modulations qui offrent une bonne efficacité spectrale par des moyens autres que l'amplitude à plusieurs niveaux. Une telle modulation est la modulation à phase continue (CPM) et en particulier la GMSK (*Gaussian minimum shift keying*). La propriété de l'enveloppe constante de la modulation GMSK, protège le signal contre la distorsion spectrale (Fig.1.15) et permet aux amplificateurs de puissance de fonctionner à la zone de saturation ce qui maximise le gain d'amplification. Ce schéma de modulation a été recommandée par le CCSDS [34] pour les missions des catégories A et B avec un paramétrage spécifique à chaque catégorie.

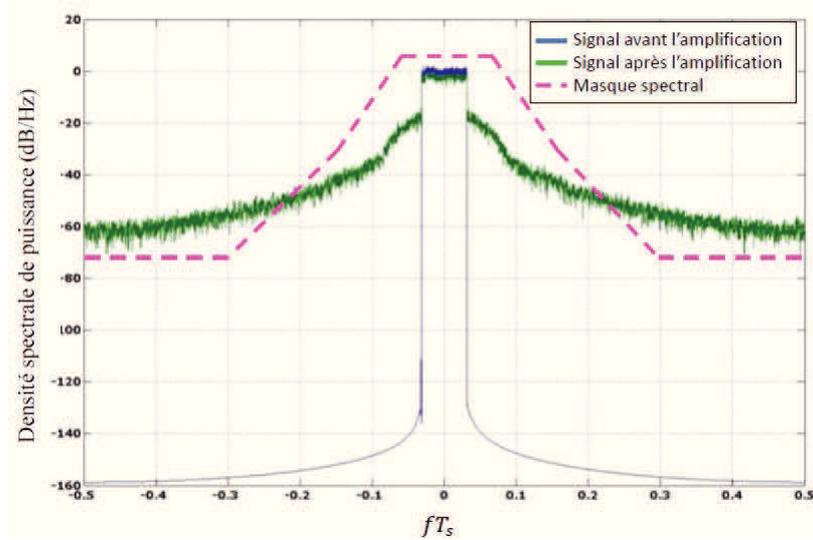


FIGURE 1.13 – Distorsion spectrale d'une modulation 16-QAM

#### IV.1 Modulation GMSK

La modulation GMSK a été proposée pour la première fois en 1981 [35] comme modulation offrant une bonne efficacité spectrale. Cette modulation a été retenue pour la deuxième génération du réseau radiomobile, le GSM (*global system mobile*). La GMSK est une modulation de phase continue à réponse partielle avec un indice de modulation  $h = 0.5$ , obtenue en filtrant la réponse impulsionnelle rectangulaire du filtre de mise en forme de la modulation MSK (*minimum shift keying*) par un filtre Gaussien. L'enveloppe complexe d'un signal modulé en GMSK est la suivante :

$$S_{GMSK}(t) = \sqrt{\frac{E_b}{T_b}} \exp(j\Phi(t)) \quad (1.9)$$

avec  $E_b$  l'énergie moyenne par bit,  $T_b$  la période bit et  $\Phi$  la fonction de phase définie par :

$$\Phi(t) = 2\pi h \sum_k d_k q(t - kT_b) \quad (1.10)$$

où

$$q(t) = \int_{-\infty}^t g(u) du \quad (1.11)$$

$$d_k \in \{\pm 1\} \quad (1.12)$$

$d_k$  sont les symboles ayant une période égale à  $T_b$  et  $g(u)$  est le résultat du filtrage d'un pulse rectangulaire d'une durée  $T_b$  par le filtre gaussien :

$$g(u) = \frac{1}{2T_b} \left[ Q\left(\frac{2\pi BT_b}{\sqrt{\ln 2}} \left(\frac{u}{T_b} - 1\right)\right) - Q\left(\frac{2\pi BT_b}{\sqrt{\ln 2}} \left(\frac{u}{T_b}\right)\right) \right] \quad (1.13)$$

La fonction  $Q$  est l'intégrale de la loi normale :

$$Q(x) = \int_x^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{y^2}{2}\right) dy \quad (1.14)$$

$B$  la bande à  $-3$  dB du filtre gaussien. Une faible valeur du produit  $BT_b$  résulte en un spectre plus compact (Fig.1.15) mais introduit une interférence entre symboles qui dégrade le taux d'erreur binaire (TEB). Ainsi, pour une application donnée, la valeur de  $BT_b$  est choisie comme un compromis entre l'efficacité spectrale et la fiabilité de la transmission. En pratique la fonction  $g(w)$  est tronquée sur une durée  $LT_b$  (Fig.1.14), choisie en fonction du paramètre  $BT_b$ . Pour les services de transmission par satellite, le CCSDS recommande deux jeux de paramètres :  $BT_b = 0.25, L = 4$  pour les missions de la catégorie A et  $BT_b = 0.5, L = 2$  pour les missions de la catégorie B (*Deep Space*).

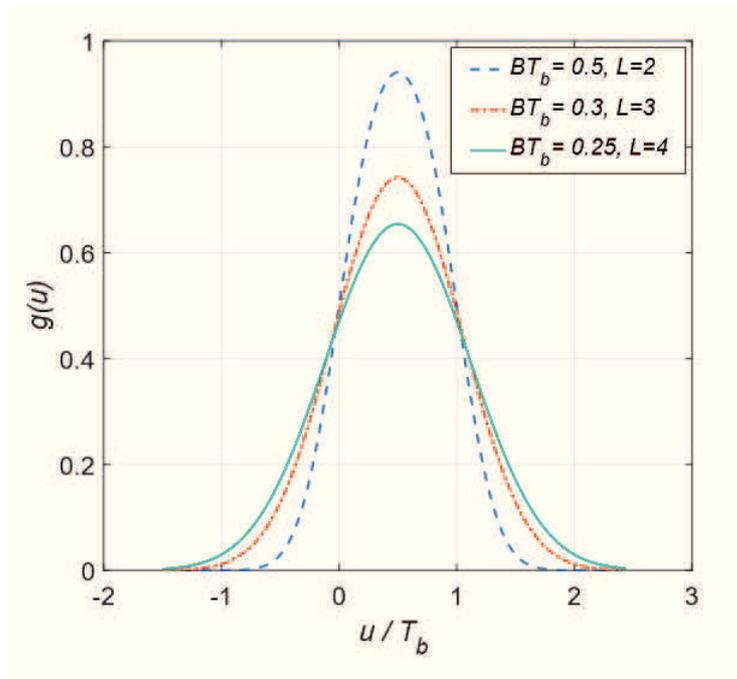


FIGURE 1.14 – La fonction  $g(u)$  de la GMSK  $BT_b = 0.25$ ,  $BT_b = 0.3$  et  $BT_b = 0.5$

#### IV.1.1 Décomposition de Laurent

La décomposition de Laurent [36] est une transformation qui permet d'exprimer un signal CPM par une superposition d'un ensemble de signaux appelés pulses de Laurent déphasés en fonction de l'information à transmettre. Cette transformation offre une représentation linéaire de la modulation CPM et permet entre autres de concevoir une variante du récepteur optimal basé sur la représentation en treillis de la fonction de phase  $\Phi(t)$  [37].

Le nombre de pulses nécessaire à une représentation exacte d'un signal CPM dépend principalement de la largeur du filtre  $g(u)$ . Selon la décomposition de Laurent le signal GMSK peut être représenté par :

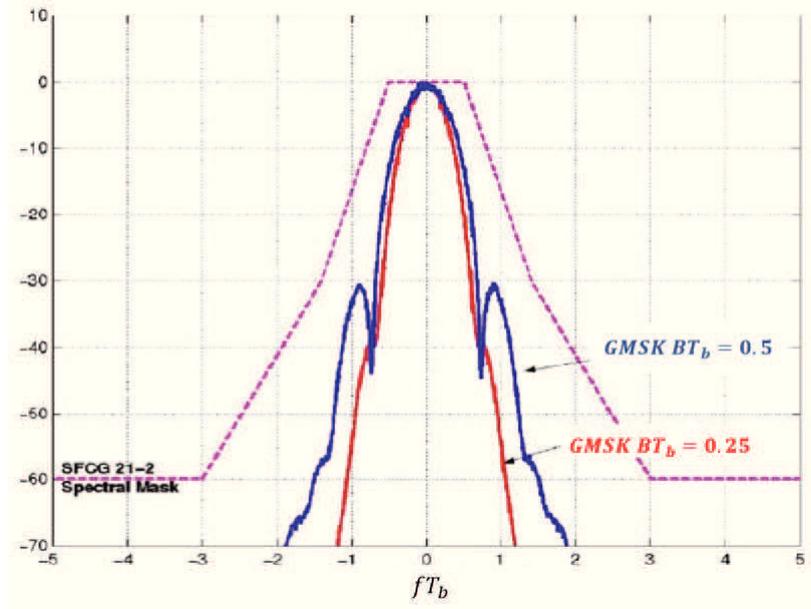


FIGURE 1.15 – L'occupation spectrale : GMSK  $BT_b = 0.25$ ,  $BT_b = 0.5$  et le masque spectral SFCG21-2

$$S_{GMSK}(t) = \sqrt{\frac{E_s}{T_b}} \sum_{i=0}^{2L-1} \sum_k a_{i,k} C_i(t - kT_b) \quad (1.15)$$

avec  $a_{i,k}$  les coefficient de Laurent et  $C_i(t)$  les pulses de Laurent.

Pour illustrer la décomposition de Laurent, nous considérons l'exemple  $BT_b = 0.5$  et  $L = 2$ . Dans ce cas de figure, le signal GMSK peut être exprimé par la superposition de deux pulses  $C_0(t)$  et  $C_1(t)$ . La fonction de phase généralisée est définie comme suit :

$$\Psi(t) = \begin{cases} \pi q(t), & 0 \leq t \leq LT_b \\ \frac{\pi}{2}[1 - 2q(t - LT_b)], & LT_b \leq t \end{cases} \quad (1.16)$$

alors

$$\begin{cases} C_0(t) = \sin(\Psi(t)) \sin(\Psi(t + T_b)), & 0 \leq t \leq 3T_b \\ C_1(t) = \sin(\Psi(t)) \sin(\Psi(t + 3T_b)), & LT_b \leq t \end{cases} \quad (1.17)$$

Les deux pulses de Laurent qui représentent le signal GMSK  $BT_b = 0.5$  sont tracés dans la figure 1.16. Le premier pulse  $C_0(t)$  est prépondérant au deuxième pulse  $C_1(t)$  et il véhicule 99.97% de l'énergie du signal. Par conséquent, le récepteur pourra être simplifié en ne considérant que le premier pulse de Laurent  $C_0(t)$ .

Les coefficients de Laurent sont calculés en fonction des symboles  $d_k$  de la manière suivante :

$$a_{0,k} = j^{k+1} \prod_{n=0}^k d_n \quad (1.18)$$

$$a_{1,k} = j^k d_k \prod_{n=0}^{k-2} d_n \quad (1.19)$$

D'après (1.18) et (1.19), on en déduit :

$$a_{0,k} = j d_k a_{0,k-1} \quad (1.20)$$

$$a_{1,k} = j d_k a_{0,k-2} \quad (1.21)$$

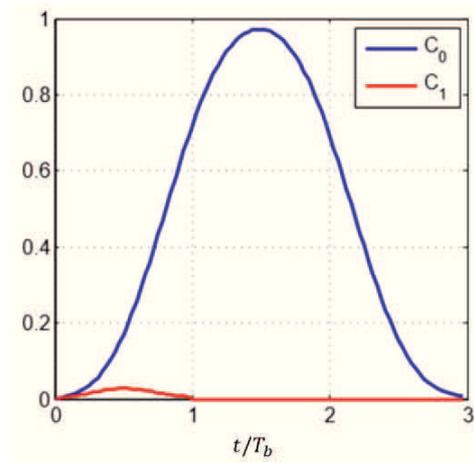


FIGURE 1.16 – Pulses de Laurent GSMK  $BT_b = 0.5$

#### IV.1.2 Récepteur GSMK $BT_b = 0.5$

En supposant que la synchronisation de l'horloge (rythme symbole) et la récupération de l'onde porteuse sont parfaites, le signal reçu modulé en GSMK  $BT_b = 0.5$  peut être démodulé par une structure (Fig.1.17) relativement simple qui consiste en un filtre adapté, un échantillonneur au rythme symbole et un décodeur différentiel.

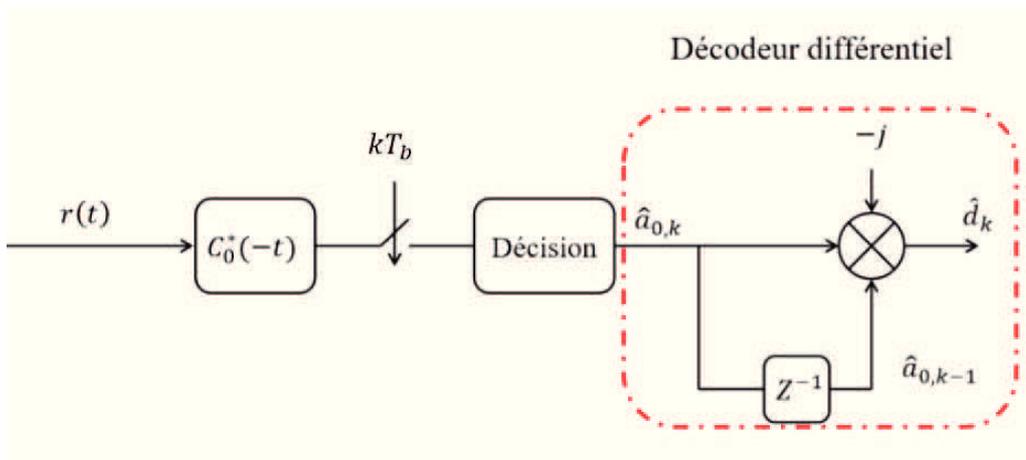


FIGURE 1.17 – Structure du récepteur GSMK  $BT_b = 0.5$

Théoriquement le décodage différentiel dégrade le taux d'erreurs binaires du récepteur par un facteur égale à 2. Pour réduire cette perte, le CCSDS recommande [30] de pré-encoder les symboles  $d_k$  de la manière suivante :

$$\beta_k = (-1)^k d_k d_{k-1} \quad (1.22)$$

Alors, les symboles de Laurent deviennent :

$$a_{0,k} = I(k) d_k \quad (1.23)$$

$$a_{1,k} = j(-1)^k I(k-2) d_k d_{k-1} d_{k-2} \quad (1.24)$$

avec

$$I(k) = \begin{cases} j, & n \text{ pair} \\ 1, & n \text{ impair} \end{cases} \quad (1.25)$$

Maintenant, nous allons évaluer les performances en terme de TEB de la GMSK  $BT_b = 0.5$  en comparaison avec la modulation de phase binaire (BPSK) dans le cas d'un canal Gaussien.

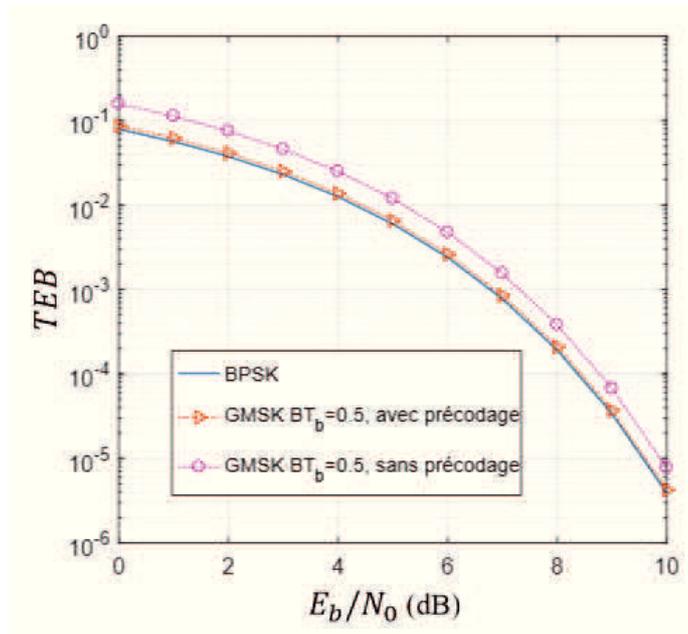


FIGURE 1.18 – Taux d'erreur binaire, BPSK, GMSK avec précodage, GMSK sans précodage

Soit  $r(t)$  le signal reçu à la sortie du canal gaussien :

$$r(t) = S_{GMSK}(t) + n(t) \quad (1.26)$$

$n(t)$  est un bruit blanc additif gaussien (BBAG) avec une densité spectrale de puissance égale à  $N_0$ . Le pré-encodage de l'information binaire en amont de la modulation GMSK élimine la corrélation entre les symboles de Laurent. Ainsi, à chaque instant  $k$ , le symbole  $a_{0,k}$  dépend uniquement du symbole  $d_k$  (1.23). En absence de toute incohérence (fréquentielle et temporelle) entre le récepteur et le signal reçu, le taux d'erreurs binaires de la GMSK  $BT_b = 0.5$  est pratiquement identique à celui de la modulation BPSK (1.27) [38] tout en offrant une meilleure efficacité spectrale.

$$TEB \simeq \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right) \quad (1.27)$$

avec  $\operatorname{erfc}(x)$  est la fonction d'erreur complémentaire :

$$\operatorname{erfc}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2} dt \quad (1.28)$$

L'expression exacte du TEB de la modulation GMSK  $BT_b = 0.5$  peut être trouvée dans [39]. La figure 1.18 compare Le TEB du récepteur (Fig.1.17) avec le TEB d'une BPSK et d'une GMSK précodée. Un gain d'un facteur 2 est obtenu en précodant les symboles  $d_k$ , ce qui évite en outre le décodage différentiel.

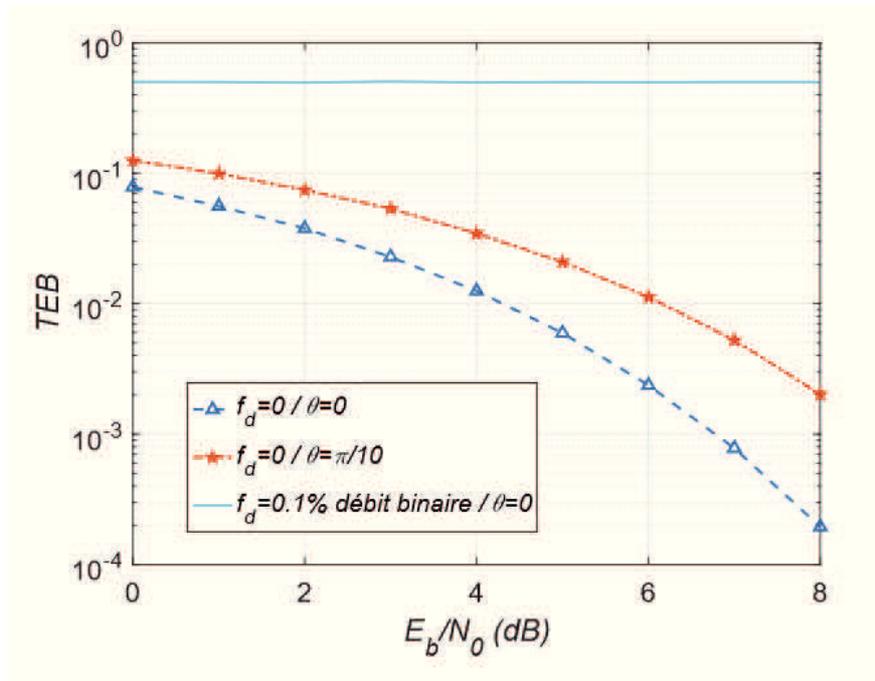


FIGURE 1.19 – Taux d'erreur binaire en présence d'une erreur de phase

Pour mettre en évidence l'effet du décalage Doppler sur la qualité de la transmission, on trace à la figure 1.19 le TEB en présence d'un déphasage  $\theta$  et un offset de fréquence  $f_d$  entre l'onde porteuse modulée en GMSK et l'oscillateur local du récepteur. Une perte d'environ 1.5 dB peut être constaté entre le cas d'une synchronisation parfaite et le cas avec déphasage de  $\pi/10$ . Un décalage en fréquence de 0.1% du débit binaire provoque le dysfonctionnement de la chaîne de transmission avec un  $TEB \simeq 0.5$ . Par conséquent, l'intégration d'un circuit qui estime et compense l'erreur de synchronisation devient nécessaire au bon fonctionnement du récepteur. La synchronisation de phase et de fréquence sera traitée en détail au chapitre suivant.

## V Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté les principales caractéristiques d'un système de transmission par satellite. Nous avons développé quelques exemples d'applications ainsi que les différentes catégories de transmissions par satellite. Nous nous sommes focalisés sur la transmission

*Deep Space* qui sera l'objet de cette thèse et à laquelle nous avons contribué dans le cadre de la mission ExoMars 2016. L'étude de la chaîne de communication numérique par satellite nous a permis d'identifier les principales contraintes imposées par une telle liaison dont notamment le faible rapport signal à bruit et la variation de phase de l'onde porteuse. En prenant en considération les recommandations de CCSDS, nous avons décrit la modulation GMSK avec la décomposition de Laurent. Par l'évaluation des performances du récepteur, nous avons mis en évidence la dégradation de la qualité de transmission en matière de TEB en présence d'un déphasage entre l'onde porteuse et l'oscillateur local, d'où la nécessité d'une étude particulière de l'étage de synchronisation pour satisfaire les performances requises. Le prochain chapitre sera consacré aux techniques de synchronisation porteuse et aux différentes approches d'implémentation.

# Synchronisation porteuse

*We cannot solve our problems with the same thinking we used when we created them*

Albert Einstein

---

I	Introduction . . . . .	26
II	Critère du maximum de vraisemblance . . . . .	26
	II.1 Synchronisation assistée par des symboles pilotes ( <i>DA : Data Aided</i> ) . . .	28
	II.2 Synchronisation par retour de décision ( <i>DD : Decision Directed</i> ) . . . . .	28
	II.3 Synchronisation par retour de décision décodée ( <i>CA : Code Aided</i> ) . . . . .	29
	II.4 Synchronisation aveugle ( <i>NDA : Non Data Aided</i> ) . . . . .	29
III	Les techniques d'implémentation d'un estimateur ML . . . . .	30
	III.1 Synchronisation par bloc . . . . .	30
	III.1.1 Synchronisation par bloc assistée par symboles pilotes . . . . .	30
	III.1.2 Synchronisation par bloc assistée par code correcteur d'erreurs . . . . .	33
	III.2 Synchronisation en flux continu : Boucle à verrouillage de phase . . . . .	34
IV	Détecteur de phase de la modulation GMSK $BT_b = 0.5$ . . . . .	38
	IV.1 Implémentation du critère ML par une fenêtre glissante . . . . .	38
	IV.1.1 Simplification de la boucle BPLL . . . . .	40
	IV.2 Calcul du critère ML sur la totalité du signal reçu . . . . .	43
V	Les courbes en S des détecteurs de phase . . . . .	44
	V.1 La courbe en S du détecteur SBPLL . . . . .	44
	V.2 La courbe en S du détecteur HBPLL . . . . .	45
VI	Conclusion . . . . .	49

---

La présence d'une incohérence entre l'onde porteuse et l'oscillateur local du récepteur dégrade d'une manière significative les performances de la démodulation. Notre objectif est de fiabiliser l'étage de synchronisation pour assurer le bon fonctionnement du récepteur à très faible rapport signal à bruit. Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux techniques de synchronisation porteuse basées sur le critère du maximum de vraisemblance dans le contexte de la transmission par satellite. Après une revue de la littérature sur les approches de synchronisation, nous présentons les différentes méthodes d'implémentation de ce critère. En prenant en considération l'absence de symboles pilotes, dédiés à la synchronisation de la porteuse, dans les recommandations CCSDS pour les transmissions *Deep Space*, l'approche de synchronisation aveugle sera retenue. La transmission de données de télémétrie se fait généralement en flux contenu, ainsi

les algorithmes de synchronisation basés sur une boucle à verrouillage de phase (PLL) s'avèrent plus adaptés à notre contexte que la synchronisation par bloc de données. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous présentons une boucle à verrouillage de phase conçue pour la récupération d'une onde porteuse modulée en GMSK  $BT_b = 0.5$ .

## I Introduction

La conception d'un système de communication numérique doit répondre à un certain nombre d'exigences afin de fournir une architecture compétitive en terme de coût d'implémentation et permettre la transmission de l'information d'une manière fiable de la source vers la destination. Les paramètres, tels que la bande passante et le rapport signal à bruit (le rapport de la puissance du signal émis par celle du bruit thermique généré par les composants électroniques), sont souvent imposés par les ressources à disposition [40], notamment la taille des antennes émettrice et réceptrice [41] et les rendements des générateurs de puissance. Les concepteurs de récepteurs numériques essaient d'optimiser leurs architectures en tenant compte de ces contraintes et de proposer des solutions adaptées et fiables. L'un des éléments-clés d'une récupération optimale de l'information transmise est la démodulation cohérente [42] (Fig.2.1). Cette technique consiste en une transposition en fréquence du signal reçu, pour le ramener en bande de base, suivi d'un filtrage adapté à la forme d'onde d'émission et finalement un échantillonnage aux instants qui maximisent l'énergie des échantillons sur lesquels la décision sera faite. Cette technique de démodulation nécessite la connaissance parfaite d'un certain nombre de paramètres comme la phase de la porteuse, la fréquence porteuse et le rythme symbole.

Comme il a été mentionné au chapitre précédent, des facteurs, tels que les mouvements des

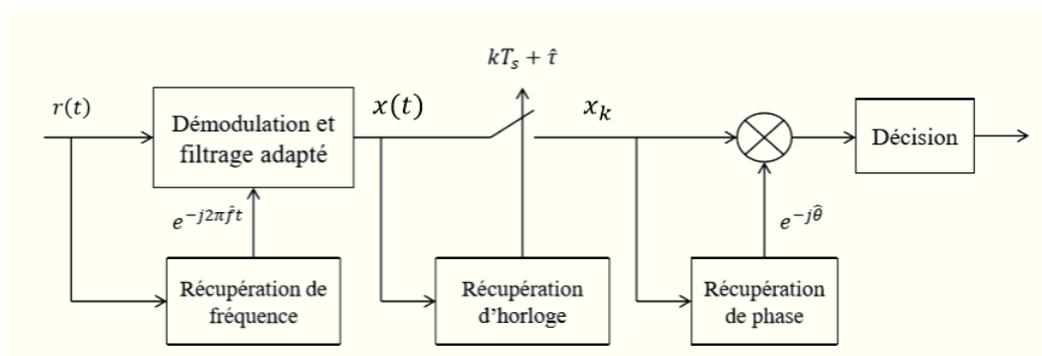


FIGURE 2.1 – Système de réception à base de démodulation cohérente

terminaux et l'instabilité des oscillateurs, entraînent un décalage statique ou dynamique entre les valeurs de ces paramètres à l'émission et les valeurs attendues au niveau du récepteur.

Par conséquent, une estimation de ces paramètres en amont de la démodulation cohérente est primordiale afin d'avoir les performances souhaitées. En termes de communication numérique, cette opération d'estimation est connue sous le nom de synchronisation [43] (porteuse : fréquence et phase, temporelle : rythme). Dans le cadre de cette thèse, seul le problème de la synchronisation de la porteuse est traité, la récupération du rythme est supposée parfaite.

Nous allons dans la section suivante présenter le critère d'estimation du maximum de vraisemblance et son application à la synchronisation de la porteuse.

## II Critère du maximum de vraisemblance

Fondamentalement une démodulation cohérente est une estimation selon le critère du maximum de vraisemblance (ML : *Maximum Likelihood*) des symboles qui représentent l'information binaire à transmettre. La difficulté principale de cette technique réside dans le fait que la fonction de vraisemblance à maximiser contient non seulement les symboles mais également les paramètres de transmission (fréquence, réponse impulsionnelle du canal de transmission, variance du bruit. . .). Prenons le cas d'une modulation linéaire [44] transmise sur un canal gaussien. Soit  $S(t)$  l'enveloppe complexe du signal émis :

$$S(t) = \sqrt{\frac{E_s}{T_s}} \sum_k a_k g(t - kT_s) \quad (2.1)$$

avec  $a_k$  les symboles,  $T_s$  la période symbole,  $E_s$  l'énergie moyenne par symbole et  $g(t)$  la forme d'onde d'émission.

Le signal reçu  $r(t)$  ramené en bande de base est la somme du signal émis  $S(t)$  et d'un bruit gaussien  $n(t)$  ayant une densité spectrale de puissance égale à  $N_0$  :

$$r(t) = S(t - \tau) \exp(j\theta(t - \tau)) + n(t) \quad (2.2)$$

$\theta(t)$  représente le résiduel de phase et  $\tau$  le retard de propagation. En présence d'un décalage fréquentiel variable au cours le temps (mouvement non uniforme des terminaux) le résiduel de phase s'exprime comme suit :

$$\theta(t) = 2\pi\left(\frac{1}{2}f_r t^2 + f_d t\right) + \theta_0 \quad (2.3)$$

où  $f_r$  représente le taux de variation du décalage Doppler au cours du temps (Doppler rate),  $f_d$  est le décalage Doppler et  $\theta_0$  est la phase à l'origine de l'onde porteuse.

Sous ces hypothèses, le critère du maximum de vraisemblance s'exprime sous la forme suivante [45] :

$$L_{ML}(\hat{\Phi}) = p[r(t)|\hat{S}(t, \hat{\Phi})] = C_1 \exp\left(-\frac{C_2}{N_0} \int_{T_0} |r(t) - \hat{S}(t, \hat{\Phi})|^2 dt\right) \quad (2.4)$$

où  $C_1, C_2$  sont des constantes de normalisation,  $T_0$  est la période d'observation du signal et  $\hat{S}(t, \hat{\Phi})$  est un signal prototype qui s'exprime en fonction de l'estimation de l'ensemble de paramètres  $\Phi = \{\tau, f_r, f_d, \theta_0, \mathbf{a}_k\}$  :

$$\hat{S}(t, \hat{\Phi}) = \sqrt{\frac{E_s}{T_s}} \sum_k \hat{a}_k g(t - kT_s - \hat{\tau}) \exp(j\hat{\theta}(t - \hat{\tau})) \quad (2.5)$$

Dans le cas d'une modulation avec une enveloppe constante, le terme  $|\hat{S}(t, \hat{\Phi})|$  ne dépend pas de l'ensemble  $\hat{\Phi}$ . Par conséquent, le critère de maximum du vraisemblance (2.4) devient :

$$L_{ML}(\hat{\Phi}) = C_1 \exp\left(\frac{2C_2}{N_0} \Re\left(\int_{T_0} r(t) \hat{S}^*(t, \hat{\Phi}) dt\right)\right) \quad (2.6)$$

où  $\Re(\cdot)$  représente la partie réelle et  $(\cdot)^*$  le conjugué complexe.

En remplaçant  $\hat{S}(t, \hat{\Phi})$  par son expression (2.7) dans (2.6), supprimant tous les termes qui ne dépendent pas des paramètres à estimer et appliquant le logarithme naturel, le critère de maximum du vraisemblance s'exprime comme suit :

$$\Lambda(\hat{\Phi}) = \sum_{k=0}^{N-1} \Re(x_k \hat{a}_k^* e^{-j\hat{\theta}_k}) \quad (2.7)$$

où  $N$  est le nombre de symboles contenus dans le signal durant la période d'observation ( $N = T_0/T_s$ ). Le résiduel de phase  $\theta(t)$  est supposée constant pendant une période symbole et égale à  $\theta_k$ .  $x_k$  est la sortie du filtre adaptée  $x(t)$  échantillonnée à l'instant  $kT_s + \hat{\tau}$  :

$$x_k = \int_{T_0} r(t) g^*(t - kT_s - \hat{\tau}) dt \quad (2.8)$$

Selon le critère du maximum de vraisemblance, les paramètres les plus probables sont ceux qui maximisent la fonction de vraisemblance (2.7) :

$$\hat{\Phi} = \arg \max_{\tilde{\Phi}} \Lambda(\tilde{\Phi}) \quad (2.9)$$

La maximisation de cette fonction par rapport à tous les paramètres est un problème d'optimisation multidimensionnel qui présente une complexité d'implémentation très élevée. Par conséquent, l'estimation d'un sous-ensemble de  $\Phi$  nécessite la connaissance parfaite des autres éléments de l'ensemble ou le calcul de la probabilité marginale en intégrant la fonction de vraisemblance par rapport à ces éléments. Nous allons maintenant développer les différentes approches de résolution de ce problème d'optimisation et les comparer en matière de coût et de performance.

## II.1 Synchronisation assistée par des symboles pilotes (*DA : Data Aided*)

Les symboles pilotes sont des séquences connues insérées dans le message à transmettre pour permettre au récepteur (Fig.2.2) d'estimer les différents paramètres nécessaires à la démodulation cohérente [46]. Théoriquement, cette technique de synchronisation offre les meilleures performances selon le critère du maximum de vraisemblance. Cependant, l'insertion de ces symboles connus, réduit la quantité d'information utile transmise et ainsi dégrade l'efficacité spectrale [47]. Le critère ML avec des symboles pilotes s'exprime de la manière suivante :

$$\Lambda_{DA}(\hat{\Phi}) = \sum_{k=0}^{N-1} \Re(x_k a_k^* e^{-j\hat{\theta}_k}) \quad (2.10)$$

avec  $a_k$  les symboles pilotes.

Les performances de la synchronisation par pilotes, en termes de variance de l'erreur de phase, dépend principalement du paramètre  $N$  et du SNR. Lorsque la phase de l'onde porteuse varie dans le temps d'une manière non uniforme, les symboles pilotes doivent être insérés d'une manière périodique afin de poursuivre l'évolution de ce paramètre. Ainsi, un compromis entre l'efficacité spectrale et la performance de la synchronisation est nécessaire au choix de  $N$  et de la disposition des symboles pilotes dans la trame utile. Dans [48], l'auteur propose une méthode pour déterminer la séquence pilote qui minimise la variance d'un estimateur ML de la phase de la porteuse, l'offset de fréquence et le retard temporel. Cette méthode consiste à chercher la séquence qui minimise la borne de Cramer-Rao [49] [50].

## II.2 Synchronisation par retour de décision (*DD : Decision Directed*)

Après une première tentative de démodulation sans aucune compensation d'un éventuel décalage au niveau de paramètres de la porteuse, les symboles décidés seront redirigés vers

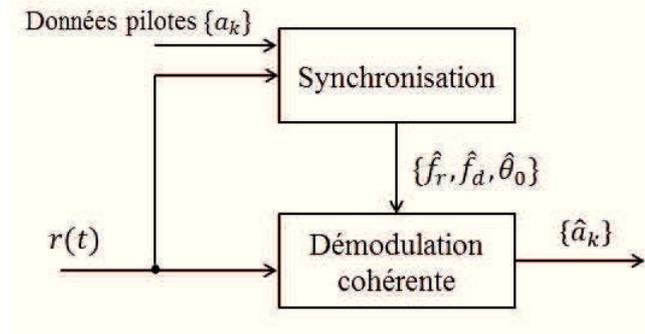


FIGURE 2.2 – Système de synchronisation par données pilotes

un bloc de synchronisation (Fig.2.3) basé sur le critère ML [51]. Ces symboles, faisant partie du message utile, seront considérés comme des symboles pilotes par l'estimateur ce qui évite la dégradation de l'efficacité spectrale. Cependant, dans des conditions sévères telles que un très faible SNR (cas de missions de la catégorie B : espace lointain), la fiabilité des décisions faites sur les symboles est très dégradée. Cette dégradation va entraîner par la suite des erreurs d'estimation des paramètres et ainsi une propagation d'erreur.

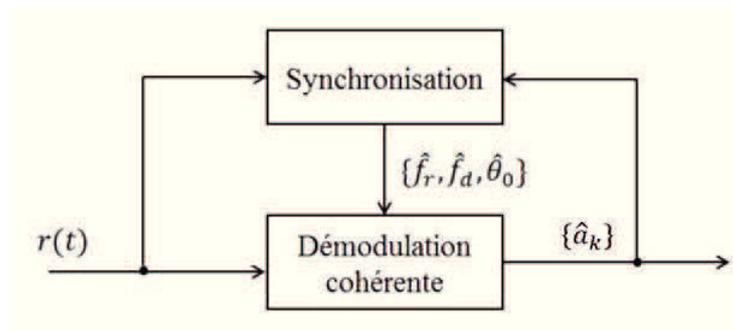


FIGURE 2.3 – Système de synchronisation par retour de décision

Le critère de ML s'exprime en fonction de symboles décidés  $\hat{a}_k$  comme suit :

$$\Lambda_{DD}(\hat{\Phi}) = \sum_{k=0}^{N-1} \Re(x_k \hat{a}_k^* e^{-j\hat{\theta}_k}) \quad (2.11)$$

### II.3 Synchronisation par retour de décision décodée (CA : Code Aided)

Cette approche est dérivée de la structure *Decision Directed* en ajoutant un code correcteur d'erreurs (Fig.2.4) afin d'améliorer la fiabilité des symboles redirigés vers le bloc de synchronisation [52]. Bien qu'il existe dans la littérature des codes tels que les LDPC [53] et les Turbo codes [54] [55] capables d'offrir une fiabilité de décision très satisfaisante à très faible RSB, le pouvoir correcteur de ces codes est conditionné par le bon fonctionnement de la démodulation cohérente. Les performances de décodage se dégradent considérablement lorsque le décalage initial entre l'onde porteuse et l'oscillateur local est très important. Par conséquent, la première tentative de décodage sans la synchronisation de l'oscillateur local peut contenir plusieurs erreurs de décision et provoquer un phénomène de propagation d'erreur ce qui rend incertain la convergence de l'algorithme CA. Le temps de traitement peut être également considéré comme un inconvénient

de cette technique notamment dans un contexte d'une estimation itérative par bloc qui sera développée à la section III.1.2.

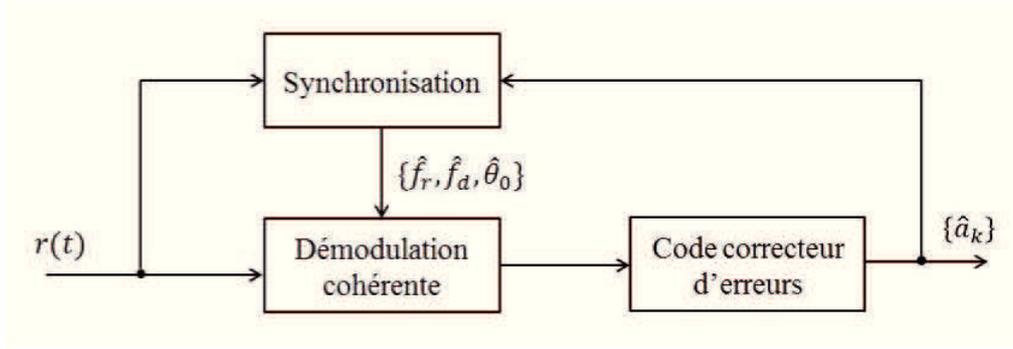


FIGURE 2.4 – Système de synchronisation par retour de décision décodée

#### II.4 Synchronisation aveugle (*NDA : Non Data Aided*)

La synchronisation aveugle [56] (Fig.2.5) consiste à estimer les paramètres de la synchronisation en se basant sur la fonction de vraisemblance marginale. Cette fonction est la densité de probabilité conditionnelle du signal observé par rapport aux paramètres de synchronisation uniquement. La connaissance de la distribution statistique des symboles et le type de modulation est généralement nécessaire pour appliquer une telle technique de synchronisation.

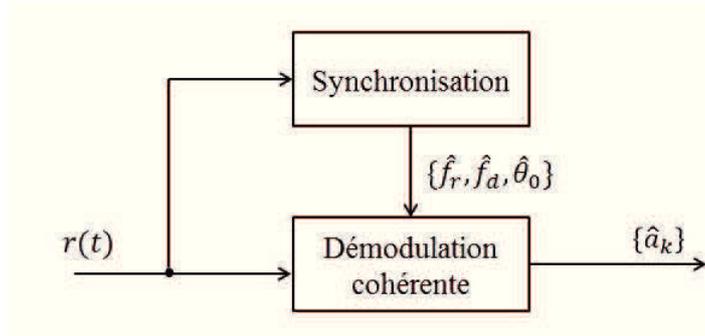


FIGURE 2.5 – Système de synchronisation aveugle

Ce critère est obtenu par le calcul de l'espérance mathématique de (2.4) par rapport aux symboles  $\mathbf{a}_k$  :

$$\begin{aligned}
 L_{NDA}(\hat{\Phi}) &= \mathbb{E}_{\mathbf{a}}\{L(\hat{\Phi})\} \\
 &= \sum_{\hat{\mathbf{a}} \in \mathcal{A}} p[r(t)|\hat{S}(t, \hat{f}_r, \hat{f}_d, \hat{\theta}_0, \hat{\mathbf{a}})] \Pr[\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{a}]
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

et

$$\Lambda_{NDA}(\hat{\Phi}) = \ln\{L_{NDA}(\hat{\Phi})\}
 \tag{2.13}$$

avec  $\mathcal{A}$  l'ensemble de toutes les séquences possibles.

En pratique, la méthode de détermination des paramètres de synchronisation par une recherche du zéro de la dérivée du critère ML présente une complexité très élevée. Ainsi, l'implémentation d'un circuit de synchronisation aveugle est souvent basée sur des structures en boucle fermée telle que les boucles de verrouillage de phase (PLL : phase locked loop)[57]. Ces techniques offrent un bon compromis entre complexité et performance. Cependant, une bonne configuration (choix de paramètres de la boucle) est primordiale pour bien maîtriser le comportement de la boucle. La configuration de la PLL sera traitée dans le chapitre suivant.

Dans la prochaine section, nous présentons les différentes techniques d'implémentation du circuit de synchronisation basé sur le critère du maximum de vraisemblance. Deux modes de transmission seront considérés, la transmission par bloc et la transmission en flux continu.

### III Les techniques d'implémentation d'un estimateur ML

#### III.1 Synchronisation par bloc

Cette technique d'implémentation consiste à estimer les paramètres de synchronisation en utilisant un bloc de symboles d'une longueur finie. Les symboles reçus sont utilisés pour calculer la fonction de maximum de vraisemblance (2.7) et ainsi estimer les paramètres souhaités. Cette technique de synchronisation est applicable uniquement dans le cas où ces symboles sont connus du récepteur (Data Aided) ou avec une approche *code aided* en exploitant les sortie pondérées d'un code correcteur d'erreur plutôt que les symboles pilotes.

Nous détaillons dans la suite l'implémentation de critères *Data aided* et *Code Aided* en utilisant cette technique.

##### III.1.1 Synchronisation par bloc assistée par symboles pilotes

En connaissant le bloc de données reçu durant une période d'observation ( $N$  symboles pilotes), le récepteur est capable d'estimer les modifications subies par le signal et ainsi synchroniser son oscillateur local. Dans ce cas de figure, les paramètres de la synchronisation peuvent être estimés d'une manière directe. Autrement dit, les symboles pilotes connus du récepteur sont utilisés afin de déterminer les valeurs qui maximisent le critère du maximum de vraisemblance. Dans [58], l'auteur propose une technique de banc de filtres adaptés pour estimer les paramètres de synchronisation. Dans un premier temps nous nous focalisons sur le décalage Doppler. L'estimation de ce paramètre se fait par une discrétisation de l'ensemble des fréquences et ensuite un banc de filtres adaptés centrés à ces valeurs ( $\tilde{f}_d$ ). Les sorties du banc de filtres seront par la suite utilisées pour calculer la fonction du ML et ainsi déterminer la fréquence qui maximise cette fonction (2.14).

— Offset de fréquence :

$$\hat{f}_d^{DA} = \arg \max_{\tilde{f}_d} \{|\Lambda(\tilde{f}_d)|\} \quad (2.14)$$

avec

$$\Lambda(\tilde{f}_d) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k^* x_k(\tilde{f}_d) \quad (2.15)$$

et

$$x_k(\tilde{f}_d) = \int_{T_0} r(t)g^*(t - kT_s)e^{-j2\pi\tilde{f}_d t} dt \quad (2.16)$$

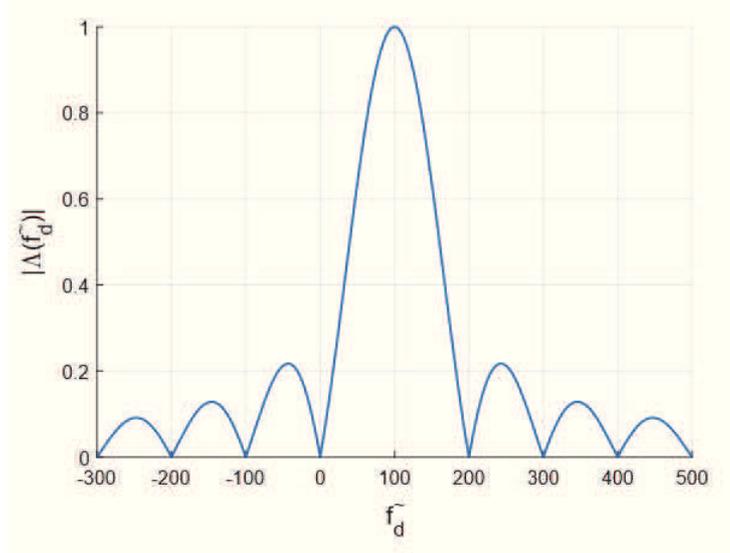


FIGURE 2.6 – Estimateur ML de l'offset de fréquence

La figure 2.6 illustre la fonction ML (2.15) dans le cas d'un signal modulé en BPSK et décalé en fréquence de 100 Hz. La forme d'onde de mise en forme et une fonction porte d'une durée de  $T_s$ . En se basant sur ces résultats, l'estimateur sélectionne la valeur qui correspond au maximum de cette fonction et ensuite corrige l'oscillateur sur lequel le récepteur se base pour transposer le signal reçu en bande de base.

En présence d'un décalage temporel ( $\tau$ ), l'estimation doit être réalisée d'une manière conjointe par une recherche en deux dimensions (Fig.2.7). Le critère d'optimisation devient :

$$(\hat{\tau}^{DA}, \hat{f}_d^{DA}) = \arg \max_{\tilde{f}_d, \tilde{\tau}} \{|\Lambda(\tilde{f}_d, \tilde{\tau})|\} \quad (2.17)$$

avec

$$\Lambda(\tilde{f}_d, \tilde{\tau}) = \sum_{k=0}^{N-1} a_k^* x_k(\tilde{f}_d, \tilde{\tau}) \quad (2.18)$$

et

$$x_k(\tilde{f}_d, \tilde{\tau}) = \int_{T_0} r(t)g^*(t - kT_s - \tilde{\tau})e^{-j2\pi\tilde{f}_d(t+\tilde{\tau})} dt \quad (2.19)$$

Après la synchronisation en temps et en fréquence ( $\hat{f}_d^{DA}, \hat{\tau}^{DA}$ ), le récepteur procède à l'estimation de l'offset de phase statique ( $\theta_0$ ). Ce paramètre peut être déterminé par une recherche directe du zéro de la dérivée de la fonction de vraisemblance :

$$\hat{\theta}_0^{DA} = \arg\{\Lambda(\hat{f}_d^{DA}, \hat{\tau}^{DA})\} \quad (2.20)$$

Dans la majorité des applications, les trames de données contiennent un nombre limité de symboles pilotes qui peuvent être insuffisants pour obtenir une estimation fiable de paramètres. Dans ce cas de figure, la technique de synchronisation assistée par symboles pilotes peut être combinée avec d'autres techniques comme la synchronisation par retour de décision (*Decision*

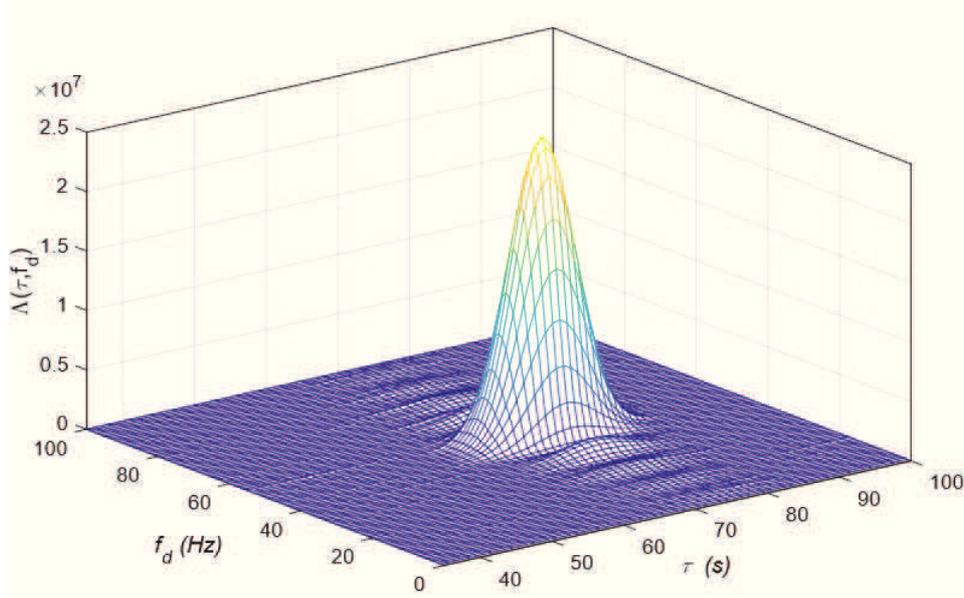


FIGURE 2.7 – Estimation conjointe Temps/Fréquence

directed). Dans [59] et [60], les auteurs proposent une estimation conjointe de la phase et la fréquence porteuse. Cette méthode consiste en une estimation itérative du type *DD* basée sur l'algorithme EM (*Expectation–Maximization*) [61]. Le modèle considéré est une transmission par bloc de  $N$  symboles dont  $N_p$  symboles pilotes et  $N_d$  symboles aléatoires inconnus. Les valeurs initiales  $(\hat{f}_d^0, \hat{\theta}_0^0)$  sont calculées à l'aide d'une estimation *DA* en exploitant les  $N_p$  symboles. Ensuite l'algorithme de synchronisation bascule sur un mode *DD* itérative sur la totalité de symboles ( $N$ ) permettant d'affiner l'estimation et améliorer les performances. Ce principe nécessite de stocker les observations sur la durée du bloc pour pouvoir estimer à plusieurs reprises les paramètres. Cette technique a été comparée avec une deuxième approche qui consiste à estimer les valeurs initiales d'une manière "hybride" *DA&NDA* sur le bloc de  $N$  symboles (*DA* sur  $N_p$  symboles et *NDA* sur  $N_d$  symboles). L'algorithme qui combine ces deux techniques d'estimation est proposé dans [62], où l'auteur a proposé une méthode d'estimation grossière de paramètres en utilisant les  $N_p$  symboles pilotes ensuite un affinement de l'estimation par les  $N_d$  symboles en mode aveugle. La comparaison de deux méthodes (*DA-DD* et *DA&NDA-DD*) a montré que la deuxième technique améliore les performances de l'algorithme EM en fournissant des valeurs initiales plus fiables car elle combine deux approches d'estimation sur un nombre de symboles plus important tandis que la méthode *DA-DD* se limite au  $N_p$  symboles pilotes. Le schéma de modulation qui a été considéré dans cette référence est une modulation de phase à 4 états (QPSK) ayant la propriété suivante :

$$\forall c \in \mathcal{A}, c^4 = -1. \quad (2.21)$$

avec  $\mathcal{A} = \{e^{j\frac{(2m+1)\pi}{4}}, m = \{0, 1, 2, 3\}\}$  l'alphabet de la QPSK. Par conséquent, pour supprimer la contribution des symboles dans le calculer du critère ML et effectuer une estimation aveugle des paramètres, les symboles QPSK sont élevés à la puissance 4 au lieu de calculer la moyenne du critère ML par rapport à ces symboles. Cette technique est spécifique à la modulation QPSK et n'est pas applicable aux autres schémas de modulations. Pour la QPSK, l'estimation aveugle (*NDA*) de valeurs initiales en utilisant le  $N_d$  symboles aléatoires peut être réalisée comme suit [63], [64] :

$$\hat{f}_d^0 = \frac{1}{N_d} \arg \max_{\hat{f}_d} \left| \sum_{k=0}^{N_d-1} |x_k|^4 e^{j4 \arg \{x_k\}} e^{-j2\pi \hat{f}_d k T_s} \right| \quad (2.22)$$

et

$$\hat{\theta}_0^0 = \frac{1}{N_d} \arg \left\{ \sum_{k=0}^{N_d-1} |x_k|^4 e^{j4 \arg \{x_k\}} e^{-j2\pi \hat{f}_d k T_s} \right\} \quad (2.23)$$

### III.1.2 Synchronisation par bloc assistée par code correcteur d'erreurs

La technique de synchronisation assistée par code correcteur (Code Aided) est un traitement conjoint de la synchronisation et du décodage correcteur d'erreurs. Dans la littérature deux approches principales peuvent être distinguées.

#### — Modification de l'algorithme de détection/décodage

Cette approche consiste à modifier l'algorithme de décodage de canal pour qu'il tienne compte de l'incertitude sur les paramètres de synchronisation [65] [66] [67]. Afin de détailler davantage cette approche, considérons le cas d'un décodeur en treillis (Viterbi, PSP, BCJR... ) d'un code convolutif [68]. L'algorithme de décodage modifié effectue une quantification de la phase sur  $P$  niveaux ( $\theta \in \frac{2\pi k}{P}, k = 0..P-1$ ), ensuite pour chaque transition d'un état du treillis à un autre ( $s_i \rightarrow s_j$ ) il calcule autant de métriques que les niveaux de phase considérés.

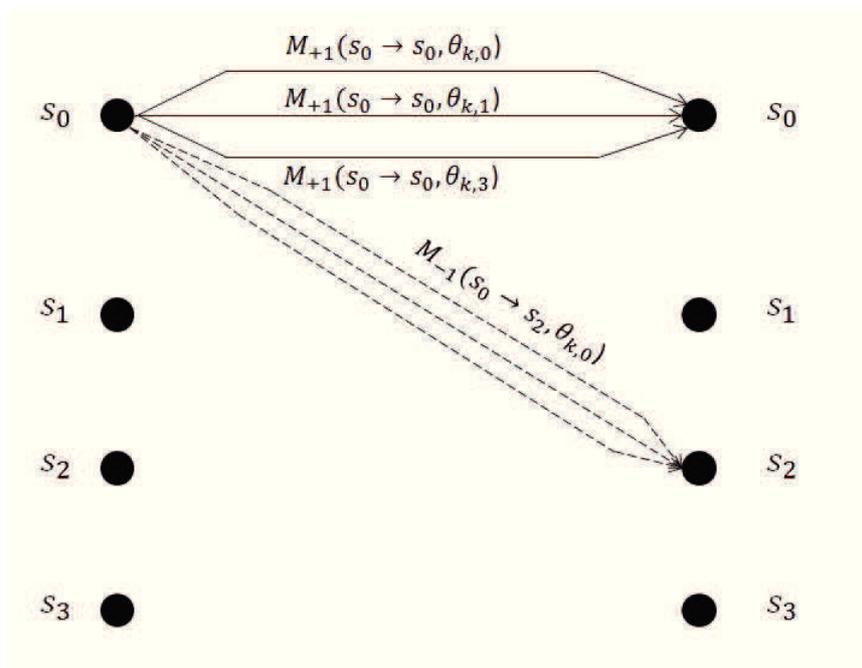


FIGURE 2.8 – Algorithme de décodage en treillis avec une quantification de phase sur 3 niveaux

la figure 2.8 illustre un algorithme de décodage en treillis à 4 états avec une quantification de la phase sur 3 niveaux (en pratique une quantification plus fine est nécessaire pour une performance acceptable). La branche qui représente la phase la plus proche de la valeur réelle sera favorisée par l'algorithme lors de la sélection du trajet le plus probable.

— Synchronisation par sorties pondérées du code correcteur

Cette deuxième catégorie d'algorithmes de synchronisation assistée par code correcteur [69][70][71] utilisent les rapports de probabilités a posteriori des symboles transmis (LLR : log likelihood Ratio) plutôt que les symboles pilotes afin d'estimer les paramètres de synchronisation. Les LLR s'expriment comme suit :

$$P_{a_k} = \log \left( \frac{\Pr[\hat{a}_k = +1 | r(t), \hat{f}_r, \hat{f}_d, \hat{\theta}_0]}{\Pr[\hat{a}_k = -1 | r(t), \hat{f}_r, \hat{f}_d, \hat{\theta}_0]} \right) \quad (2.24)$$

Des algorithmes de décodage de canal tels que le BCJR [72] et le SOVA [73] peuvent être utilisés afin de calculer ces LLR qui seront par la suite rédirigés vers l'estimateur des paramètres de synchronisation. Ce dernier va affiner l'estimation de paramètres et les ré-envoyer au décodeur pour effectuer une nouvelle itération du décodage et générer les nouveaux LLR. Cette technique est connue sous le nom de Turbo synchronisation [74] à cause de sa nature itérative et l'échange de l'information (les LLR dans un sens et les paramètres dans l'autre) entre les deux blocs (Fig.2.9) (synchronisation/décodage canal)

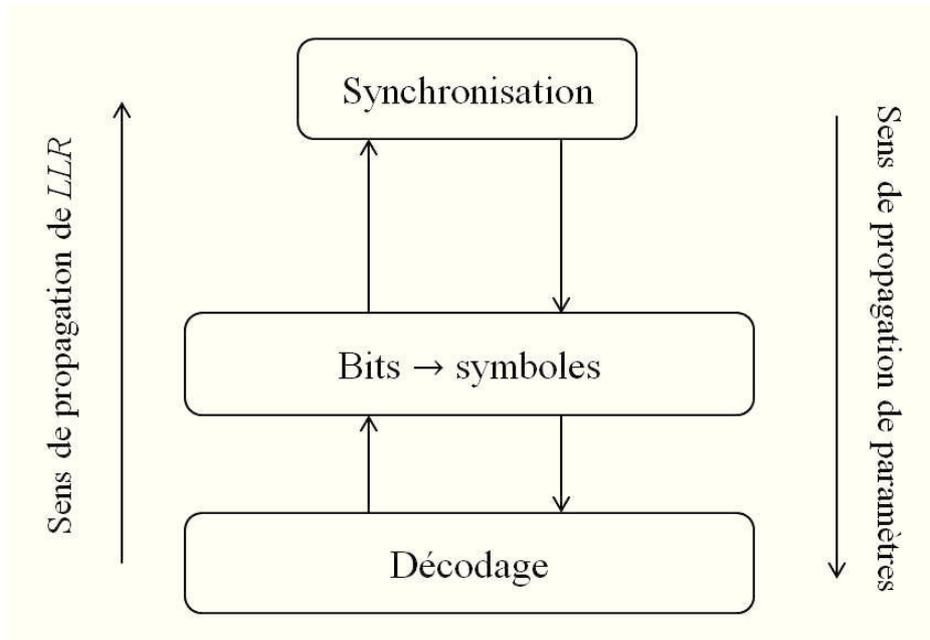


FIGURE 2.9 – L'architecture de la Turbo synchronisation

En cas de convergence, cette technique de synchronisation offre des performances similaires à celles de la synchronisation *DA* tout en optimisant l'efficacité spectrale de la transmission. Cependant, à très faible SNR, cette convergence n'est pas garantie [75] [76] et un phénomène de propagation d'erreur peut apparaître ce qui entraîne la perte de tout un bloc de données. D'autre part, l'aspect doublement itératif de cette technique (dans le cas d'utilisation d'un décodeur itératif tel que Turbo code ou LDPC) et le fait que ce traitement doit être effectué pour chaque bloc, afin d'assurer la poursuite de paramètres, présente une complexité très élevée notamment pour l'implémentation sur une carte électronique (carte FPGA).

### III.2 Synchronisation en flux continu : Boucle à verrouillage de phase

La boucle à verrouillage de phase est un système asservi qui permet de synchroniser un signal de sortie sur un signal de référence en fréquence et en phase. Un schéma-bloc de la PLL est illustré à la figure 2.10. Le système consiste en un « Détecteur de phase » qui génère l'erreur d'estimation  $e_k(\hat{\theta}_k)$ . Ce signal passe ensuite dans le filtre de boucle qui commande un oscillateur numérique (N.C.O : numerically controlled oscillator). Le choix du filtre de boucle ainsi que l'analyse de fonctionnement (dans les deux domaines linéaire et non linéaire) seront discutés dans le chapitre suivant.

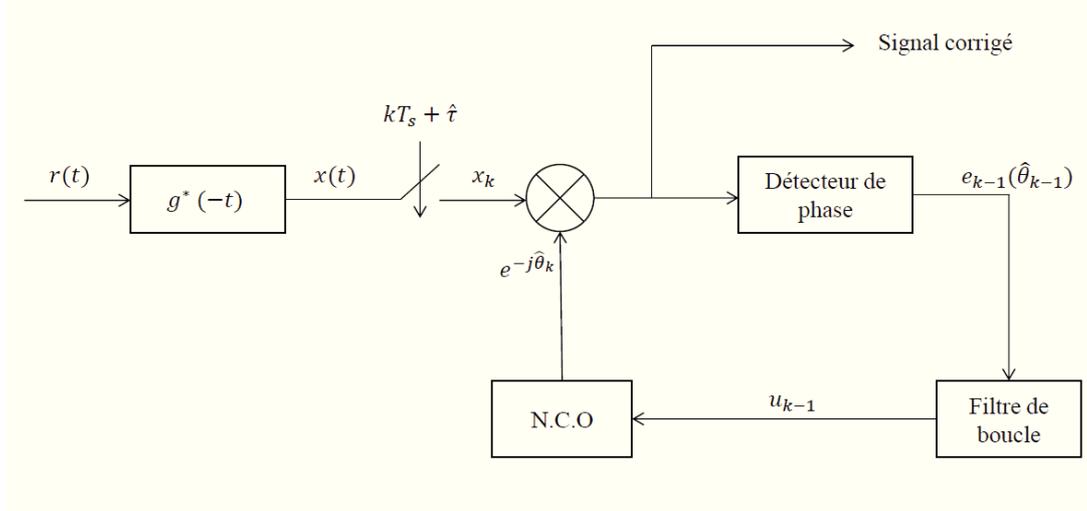


FIGURE 2.10 – Schéma-bloc d'un récepteur incluant une boucle à verrouillage de phase

L'implémentation d'un circuit de synchronisation à base d'une PLL est la technique d'implémentation la plus adaptée au mode de transmission en flux continu. La maximisation du critère de vraisemblance se fait d'une manière séquentielle à l'aide d'une structure en boucle fermée. A chaque itération, la boucle utilise la dérivée du critère ML par rapport à la valeur estimée comme une erreur d'estimation et essaie d'ajuster l'estimation afin d'annuler cette erreur au fur et à mesure des observations reçues. Fondamentalement, une PLL est une implémentation du critère ML basée sur l'algorithme du gradient [45]. Autrement dit, au lieu de déterminer la valeur qui maximise le critère ML par annulation de sa dérivée sur un bloc de données, le détecteur de la boucle calcule cette dérivée sur chaque partie du signal. Ensuite, le filtre de boucle, rassemble toutes les contributions et génère un signal de commande pour corriger la phase de l'oscillateur. L'estimation de la phase étant itérative, l'information de Doppler sera incluse dans l'estimation de la phase.

Soit la fonction de vraisemblance déduite de (2.7) :

$$\Lambda(\hat{\theta}) = \sum_{k=0}^{N-1} \Re(x_k \hat{a}_k^* e^{-j\hat{\theta}_k}) \quad (2.25)$$

La dérivée de cette fonction par rapport à la phase estimée est :

$$\left. \frac{d\Lambda(\hat{\theta})}{d\hat{\theta}} \right|_{\hat{\theta}=\hat{\theta}_k} = \sum_{k=0}^{N-1} \Im(x_k \hat{a}_k^* e^{-j\hat{\theta}_k}) \quad (2.26)$$

Alors, l'erreur de phase à chaque instant  $k$  est égale :

$$e_k(\hat{\theta}_k) = \Im(x_k \hat{a}_k^* e^{-j\hat{\theta}_k}) \quad (2.27)$$

D'après l'expression (2.27), une estimation du symbole  $\hat{a}_k$  est nécessaire au calcul de l'erreur de phase. Ainsi, La PLL peut être implémentée soit à l'aide de données pilotes (Data Aided PLL), par retour de décision (Decision Directed PLL) ou d'une manière totalement aveugle (Non Data Aided PLL). Dans la suite de cette section, nous présentons ces trois types de PLL.

#### — PLL assistée par pilotes

L'expression du détecteur de phase d'une PLL assistée par symboles pilotes déduite de (2.10) est :

$$e_k^{DA}(\hat{\theta}_k) = \Im(x_k a_k^* e^{-j\hat{\theta}_k}) \quad (2.28)$$

avec  $a_k$  un symbole connu du récepteur.

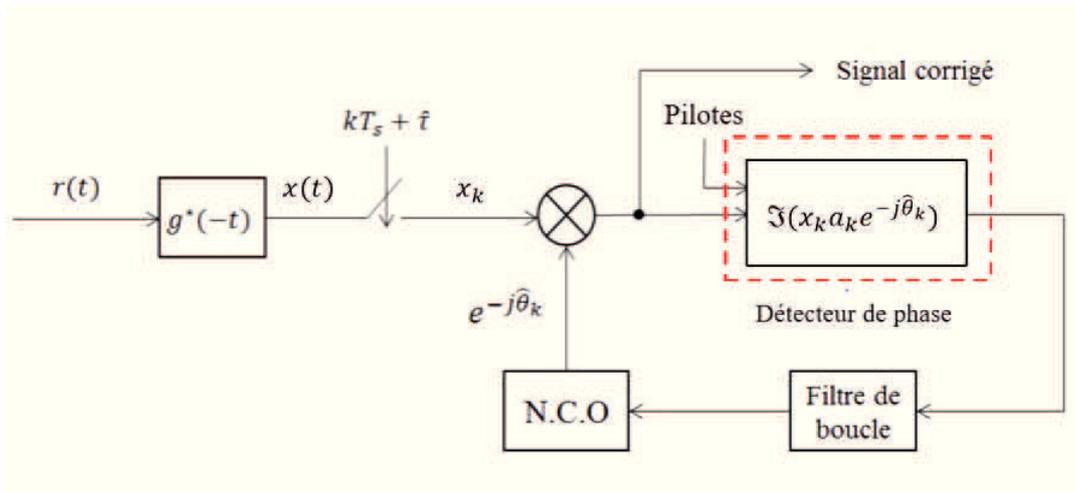


FIGURE 2.11 – Boucle à verrouillage de phase assistée par pilotes

Prenons le cas d'une modulation quadrature de phase, les symboles appartiennent à une constellation de quatre états en  $\mathcal{A} = \{e^{j\frac{(2m+1)\pi}{4}}, m = \{0, 1, 2, 3\}\}$ .

En l'absence du bruit, la sortie du détecteur de phase est égale :

$$e_k^{DA}(\phi_k) = \sin(\phi_k) \quad (2.29)$$

où  $\phi_k = \theta_k - \hat{\theta}_k$  est l'offset de phase entre le  $k^{ieme}$  symbole et le N.C.O. de la boucle. Ainsi, le détecteur de phase de la PLL assistée par symboles pilotes de la modulation QPSK est un détecteur sinusoïdal.

La figure 2.12 illustre la réponse de la PLL ( $\hat{\theta}_k$  : trait pointillé) en présence d'un décalage en phase statique de 0.2 rd et une transmission non bruitée. Nous constatons que l'erreur de phase ( $e_k^{DA}(\phi_k)$  : trait plein) converge vers zéro après un temps de réponse, qui sera défini en chapitre 3, et la PLL élimine le déphasage entre les symboles reçus et le N.C.O. Le temps de convergence dépend principalement de la configuration de la PLL notamment des coefficients du filtre de

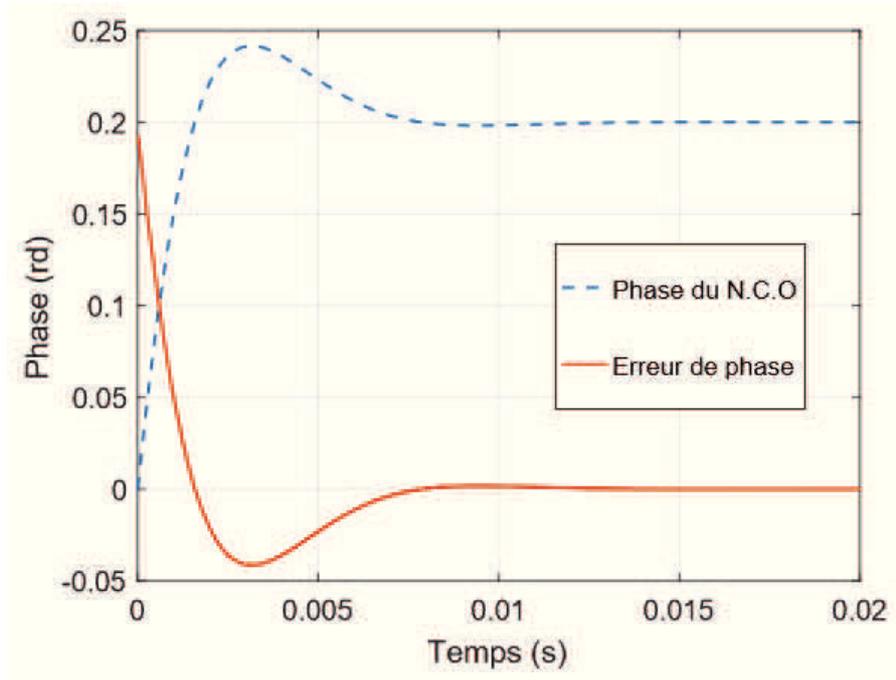


FIGURE 2.12 – Réponse de la PLL assistée par pilotes de la modulation QPSK

boucle et du gain du détecteur de phase. La réponse de la PLL se compose en deux phases de fonctionnement : la première phase est l'acquisition où la PLL essaye d'éliminer le déphasage en mettant à jour la phase du N.C.O à chaque nouvelle estimation du détecteur de phase. Une fois verrouillée (erreur de phase nulle) la PLL passe en mode de poursuite. Dans ce mode, le détecteur de phase continue de fonctionner pour assurer que la PLL réponde à tout nouveau déphasage qui peut apparaître entre le N.C.O et le signal reçu. Dans [77], une PLL du premier ordre (un filtre du boucle proportionnel) assistée par pilotes a été étudiée dans le domaine d'acquisition non-linéaire. La nature non-linéaire de la PLL en phase d'acquisition s'explique par le fait que le détecteur de phase a une caractéristique non linéaire lorsque le déphasage entre les signaux est important (ex : le détecteur sinusoïdal de la PLL QPSK). L'étude de ce régime non-linéaire est indispensable pour pouvoir configurer la PLL en fonction des performances souhaitées ainsi que pour déterminer les limites théoriques de fonctionnement du système. Cette étude sera développée au chapitre suivant dans le cas de la modulation GMSK.

#### — PLL assistée par retour de décision

L'expression du détecteur de phase issue de (2.11) :

$$e_k^{DD}(\hat{\theta}_k) = \Im(x_k \hat{a}_k^* e^{-j\hat{\theta}_k}) \quad (2.30)$$

La technique de synchronisation basée sur une PLL assistée par décision, consiste à améliorer la fiabilité de détection d'une manière itérative et ainsi avoir des performances similaires à celles de la synchronisation par pilotes. Dans [78], l'auteur présente une méthode pour déterminer l'expression analytique du détecteur de phase de PLL DD dans le cas d'une modulation d'amplitude en quadrature (QAM). Les résultats sont obtenus par un calcul statistique puisque la sortie du détecteur de phase dépend de la décision ré-bouclée, soit du rapport signal à bruit. Dans [79] et

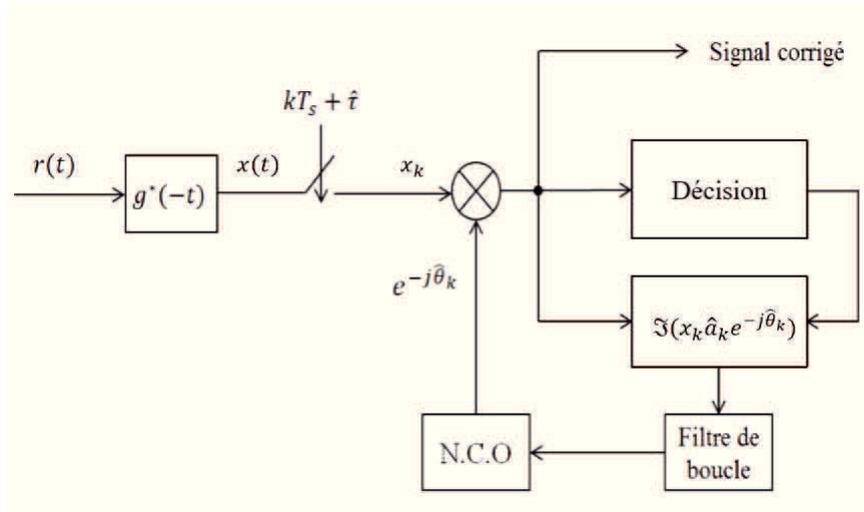


FIGURE 2.13 – Boucle à verrouillage de phase assistée par retour de décision

[80], les performances de la PLL DD sont comparées à une autre technique similaire consiste à utiliser la sortie pondérée d'un code correcteur d'erreurs (*Soft Decision Directed*) plutôt que la décision dure. En faible rapport signal à bruit, cette technique améliore les performances de la boucle en matière de variance d'erreur de phase.

#### — PLL aveugle :

L'approche de synchronisation complètement aveugle est souvent basée sur l'hypothèse de symboles aléatoires identiquement distribués. Seule l'information a priori sur le type de modulation (l'alphabet de symboles) est utilisée afin de marginaliser la fonction de vraisemblance et supprimer la contribution des symboles dans le calcul du critère ML.

Considérons une modulation binaire de phase (BPSK). Les symboles  $a_k$  appartiennent à un alphabet à deux états  $\{-1, 1\}$ . À partir de (2.7) et (2.6), la fonction de vraisemblance s'exprime par :

$$\begin{aligned}
 L(\hat{\theta}) &= \exp \left\{ \frac{2}{N_0} \Re \left( \sum_k \int_{T_0} r(t) \hat{a}_k^* g^*(t - kT_s) e^{-j\hat{\theta}_k} dt \right) \right\} \\
 &= \prod_k \exp \{ \Re(\hat{a}_k^* x_k e^{-j\hat{\theta}_k}) \}
 \end{aligned} \tag{2.31}$$

Les termes du produit (2.31) sont des variables aléatoires indépendantes. Ainsi, la moyenne statistique de cette fonction par rapport les symboles  $a_k$  peut être calculer de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}_{\mathbf{a}}[L(\hat{\theta})] &= \prod_k \mathbb{E}_{a_k}[\exp\{\Re(\hat{a}_k^* x_k e^{-j\hat{\theta}_k})\}] \\
 &= \prod_k \cosh(\Re(x_k e^{-j\hat{\theta}_k}))
 \end{aligned} \tag{2.32}$$

En appliquant le logarithme naturel ( $\ln$ ) à (2.32) et dérivant le résultat par rapport  $\hat{\theta}_k$ , on obtient le critère ML aveugle :

$$\Lambda_{NDA}(\hat{\theta}) = \sum_k \Im(x_k e^{-j\hat{\theta}_k}) \tanh(\Re(x_k e^{-j\hat{\theta}_k})) \quad (2.33)$$

avec  $\tanh(\cdot)$  la fonction tangente hyperbolique.

Alors, l'expression analytique du détecteur de phase de la PLL aveugle de la modulation BPSK est :

$$e_k(\hat{\theta}_k) = \Im(x_k e^{-j\hat{\theta}_k}) \tanh(\Re(x_k e^{-j\hat{\theta}_k})) \quad (2.34)$$

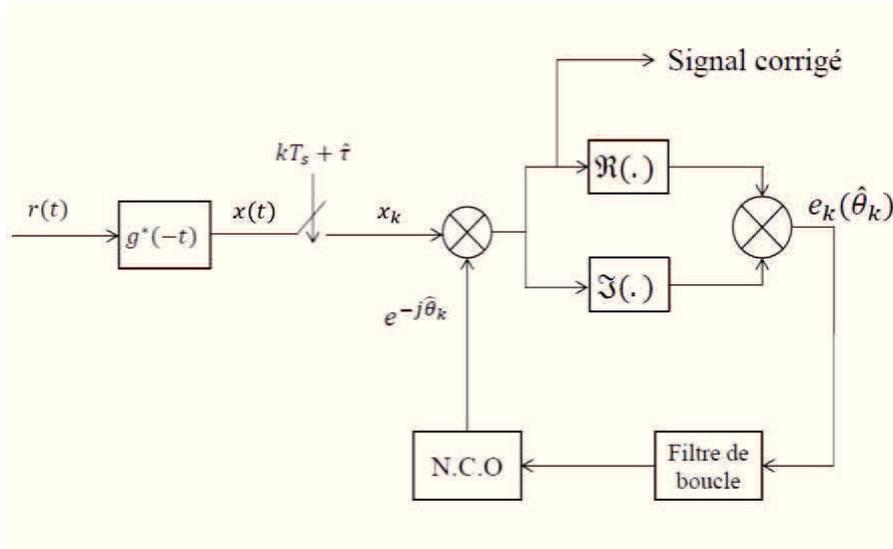


FIGURE 2.14 – Boucle de Costas de la modulation BPSK

Pour une faible valeur à l'entrée, la fonction  $\tanh$  peut être approchée par la fonction identité  $f(x) = x$ . Ainsi, on retrouve la boucle de Costas de la modulation BPSK. Une étude de performance de cette boucle est présentée dans [81].

Après avoir étudié les différentes approches de la synchronisation fréquentielle et les techniques d'implémentation du critère ML, nous retenons la solution de la boucle à verrouillage de phase (*PLL*) aveugle. Ces choix se justifient par le fait que la transmission des signaux de télémétrie se fait en mode flux continu. D'autre part, pour les transmissions *Deep Space*, le CCSDS ne recommande pas l'utilisation des symboles pilotes autres que les ASM (*Attached Synchronization Marker*), qui sont des courtes séquences pilotes destinées à la synchronisation des trames. A cause de leurs tailles réduites et leur disposition dans le signal, les ASM ne sont pas adaptées à la synchronisation par *PLL Data Aided*. Ces séquences vont être utilisées, en chapitre 4, dans le cadre de la combinaison d'antennes.

La *PLL* aveugle s'avère une solution bien adaptée à notre contexte. Cependant, une étude complète de fonctionnement, notamment dans le domaine non-linéaire, est indispensable pour maîtriser la configuration de la boucle en fonction de nos besoins. Dans un premier temps, nous présentons le détecteur de phase de la *PLL* *GMSK* et ensuite nous procédons à l'étude des performances.

## IV Détecteur de phase de la modulation GMSK $BT_b = 0.5$

Dans ce paragraphe, la détermination de l'expression théorique du détecteur de phase basé sur le critère du maximum de vraisemblance aveugle sera détaillée dans le cas de la modulation GMSK  $BT_b = 0.5$ . Nous rappellerons que le retard  $\tau$  est considéré nul (pour plus de détails sur la synchronisation temporelle voir [82]) et que uniquement la synchronisation porteuse est traitée dans cette thèse. Deux approches d'implémentation du critère ML seront considérées. La première est une implémentation par fenêtre glissante tandis que la deuxième est une implémentation basée sur la totalité du signal reçu pendant la durée  $T_0$ .

### IV.1 Implémentation du critère ML par une fenêtre glissante

Cette méthode a été proposée par M. SIMON [83] et consiste en les étapes suivantes :

- Décomposition de la durée d'observation  $T_0$  en intervalles d'une durée  $T_k$  durant laquelle la phase est considérée constante et égale à  $\theta_k$ .
- Pour chaque intervalle  $T_k$ , on calcule la moyenne de la fonction de vraisemblance par rapport aux symboles qui contribuent au signal durant cette période.
- Dérivation par rapport à la phase estimée du critère moyenné.
- Utilisation du résultat obtenu comme erreur de phase pour affiner l'estimation à l'intervalle suivant  $T_{k+1}$ .

Nous allons maintenant appliquer ces étapes sur la GMSK  $BT_b = 0.5$  et décrire la démarche qui mène à l'expression analytique du détecteur de phase aveugle. Dans le cas de la GMSK  $BT_b = 0.5$ , la période symbole  $T_s$  est égale à la période bit  $T_b$ .

Soit  $r(t)$  le signal reçu :

$$r(t) = S_{GMSK}(t)e^{j\theta(t)} + n(t) \quad (2.35)$$

avec  $S_{GMSK}(t)$  la représentation de Laurent du signal GMSK  $BT_b = 0.5$  (voir chapitre 1) :

$$S_{GMSK}(t) = \sqrt{\frac{E_s}{T_s}} \left\{ \sum_j a_{0,j} C_0(t - jT_s) + a_{1,j} C_1(t - jT_s) \right\} \quad (2.36)$$

Le premier pulse  $C_0(t)$  a une durée de  $3T_s$  et  $C_1(t)$  une durée d'une seule période symbole  $T_s$ . A cause du chevauchement des pulses de Laurent, la période d'observation sera composée d'intervalles d'une durée supérieure à la durée du premier pulse  $C_0(t)$ , soit une durée de  $4T_s$ . Ainsi, durant le  $k^{ieme}$  intervalle  $T_k = \{kT_s, (k+4)T_s\}$  le signal reçu contient les symboles suivants :  $(a_{0,k-2}, a_{0,k-1}, a_{0,k}, a_{0,k+1}, a_{0,k+2}, a_{0,k+3}, a_{1,k}, a_{1,k+1}, a_{1,k+2}, a_{1,k+3})$ . On illustre à la figure 2.15 la contribution du pulse  $C_0(t)$  pour l'intervalle  $T_k$  avec  $k = 0$ .

Alors le signal prototype durant l'intervalle de temps  $T_k$  peut être approché par :

$$\hat{S}_{GMSK}^k(t) = \sqrt{\frac{E_s}{T_s}} \left\{ \sum_{j=k-2}^{k+3} \hat{a}_{0,j} C_0(t - jT_s) + \sum_{j=k}^{k+3} \hat{a}_{1,j} C_1(t - jT_s) \right\} e^{j\hat{\theta}_k}, \quad t \in T_k \quad (2.37)$$

avec  $\hat{\theta}(t) = \hat{\theta}_k$  pour  $t \in T_k$ .

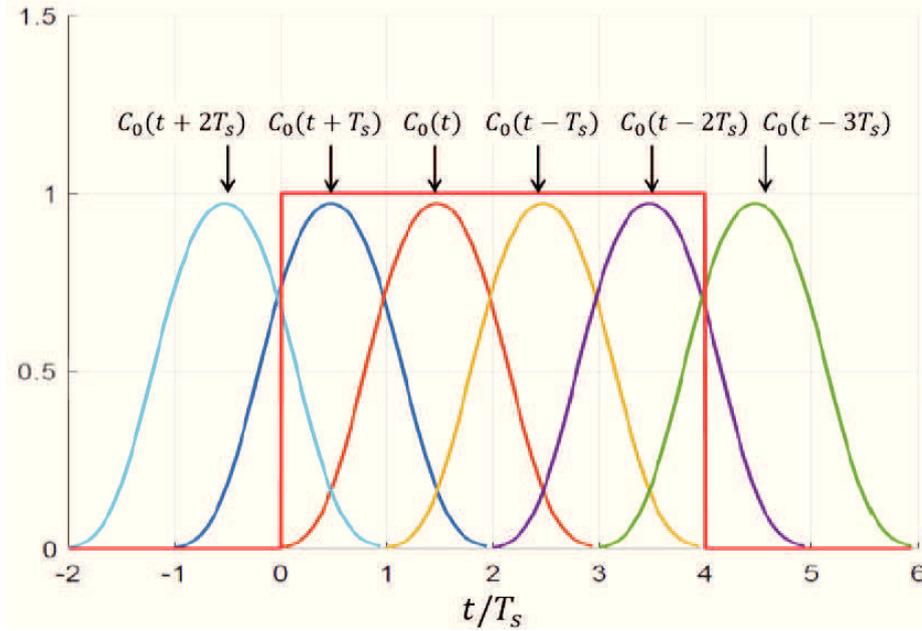


FIGURE 2.15 – Les pulses de Laurent qui contribuent au calcul de la fonction de vraisemblance sur l'intervalle  $T_k$  pour  $k = 0$

L'étape suivante consiste à calculer la densité de probabilité du signal reçu conditionnellement au signal prototype  $\hat{S}_{GMSK}^k(t)$ . En considérant la propriété de l'enveloppe constante de la modulation GMSK, (2.6) s'écrit :

$$\begin{aligned}
 p[r_k(t)|\hat{S}_{GMSK}^k(t)] &= \exp\left(\frac{2}{N_0} \Re \int_{kT_s}^{(k+4)T_s} r_k(t) (\hat{S}_{GMSK}^k(t))^* dt\right) \\
 &= \exp\left(\frac{2}{N_0} \sqrt{\frac{E_s}{T_s}} \Re \left( \int_{kT_s}^{(k+4)T_s} r_k(t) \left\{ \sum_{j=k-2}^{k+3} \hat{a}_{0,j}^* C_0(t - jT_s) \right. \right. \right. \\
 &\quad \left. \left. \left. + \sum_{j=k}^{k+3} \hat{a}_{1,j}^* C_1(t - jT_s) \right\} e^{-j\hat{\theta}_k} \right) \right) \\
 &= \exp\left(\Re \left( \sum_{j=k-2}^{k+3} \hat{a}_{0,j}^* x_0(k, j) + \sum_{j=k}^{k+3} \hat{a}_{1,j}^* x_1(k, j) \right) \right)
 \end{aligned} \tag{2.38}$$

avec

$$x_l(k, j) = \left( \frac{2}{N_0} \sqrt{\frac{E_s}{T_s}} \int_{kT_s}^{(k+4)T_s} r_k(t) C_l(t - jT_s) dt \right) e^{-j\hat{\theta}_k} \quad l = 0, 1 \tag{2.39}$$

et  $r_k(t)$  l'observation du signal pour  $t \in T_k$ . On rappelle les propriétés suivantes des pseudo symboles  $\mathbf{a}_{0,j}$  et  $\mathbf{a}_{1,j}$  (voir chapitre 1) :

$$a_{0,j} = \begin{cases} \pm j & \text{si } j \text{ est pair} \\ \pm 1 & \text{sinon} \end{cases}$$

et

$$a_{1,j} = \begin{cases} \pm 1 & \text{si } j \text{ est pair} \\ \pm j & \text{sinon} \end{cases}$$

Alors, (2.38) devient :

$$\begin{aligned} p[r_k(t)|\hat{S}_{GMSK}^k(t)] &= \prod_{\substack{j=k-2 \\ j \text{ pair}}}^{k+2} \exp(-j\hat{a}_{0,j}^* \Im(x_0(k,j))) \prod_{\substack{j=k-1 \\ j \text{ impair}}}^{k+3} \exp(\hat{a}_{0,j}^* \Re(x_0(k,j))) \\ &\times \prod_{\substack{j=k \\ j \text{ pair}}}^{k+2} \exp(\hat{a}_{1,j}^* \Re(x_1(k,j))) \prod_{\substack{j=k+1 \\ j \text{ impair}}}^{k+3} \exp(-j\hat{a}_{1,j}^* \Im(x_1(k,j))) \end{aligned} \quad (2.40)$$

D'après (2.39), on distingue que l'intégration englobe entièrement le pulse de Laurent  $C_0(t)$  uniquement pour les valeurs qui correspondent à  $j = k$  et  $j = k + 1$ . Pour les autres valeurs, l'intégration est partielle. Par conséquent, ces deux termes auront les contributions les plus importantes lors du calcul de l'erreur de phase. Cette propriété va être utilisée dans la suite du chapitre afin de simplifier la structure de la boucle de synchronisation.

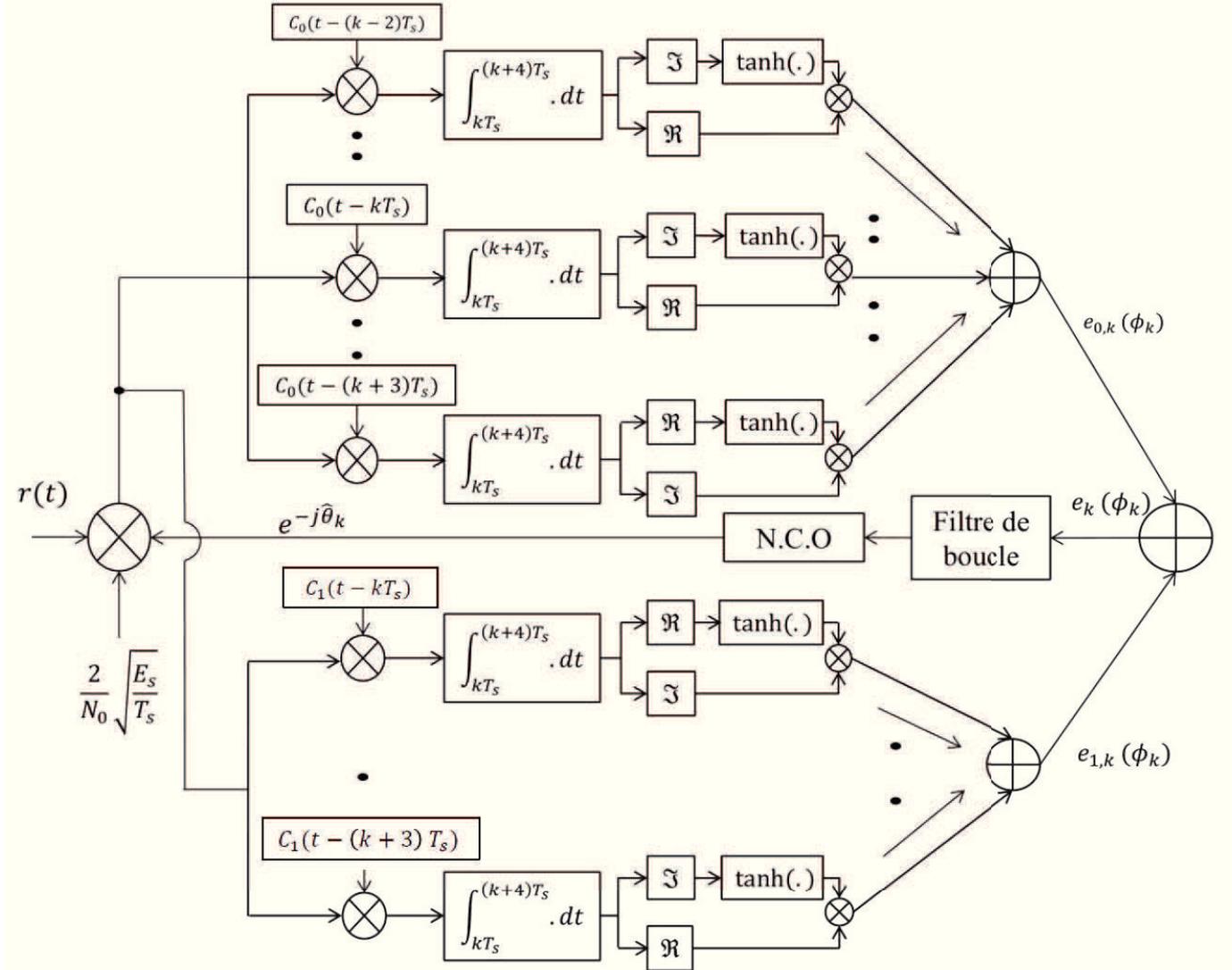
Grâce au pré-encodage de bits, les pseudo-symboles de Laurent peuvent être considérés comme des symboles i.i.d (indépendants identiquement distribués). Ainsi, en remplaçant (2.40) dans (2.12), on obtient la fonction du maximum de vraisemblance aveugle qui correspond à l'intervalle du temps  $T_k$  :

$$\begin{aligned} L_{NDA}^k(\hat{\theta}_k) &= \prod_{\substack{j=k-2 \\ j \text{ pair}}}^{k+2} \cosh(\Im(x_0(k,j))) \prod_{\substack{j=k-1 \\ j \text{ impair}}}^{k+3} \cosh(\Re(x_0(k,j))) \\ &\times \prod_{\substack{j=k \\ j \text{ pair}}}^{k+2} \cosh(\Re(x_1(k,j))) \prod_{\substack{j=k+1 \\ j \text{ pair}}}^{k+3} \cosh(\Im(x_1(k,j))) \end{aligned} \quad (2.41)$$

En appliquant la fonction logarithme naturel (ln) à (2.41) et dérivant le résultat par rapport la phase estimée  $\hat{\theta}_k$ , on obtient l'expression théorique de l'erreur de phase ( $e_k(\phi_k)$ ,  $\phi_k = \theta_k - \hat{\theta}_k$ ), qui correspond à la  $k^{ieme}$  itération de la boucle :

$$\begin{aligned} e_k(\phi_k) &= - \sum_{\substack{j=k-2 \\ j \text{ pair}}}^{k+2} \Re(x_0(k,j)) \tanh(\Im(x_0(k,j))) + \sum_{\substack{j=k-1 \\ j \text{ impair}}}^{k+3} \Im(x_0(k,j)) \tanh(\Re(x_0(k,j))) \\ &+ \sum_{\substack{j=k \\ j \text{ pair}}}^{k+2} \Im(x_1(k,j)) \tanh(\Re(x_1(k,j))) - \sum_{\substack{j=k+1 \\ j \text{ pair}}}^{k+3} \Re(x_1(k,j)) \tanh(\Im(x_1(k,j))) \\ &= e_{0,k}(\phi_k) + e_{1,k}(\phi_k) \end{aligned} \quad (2.42)$$

La boucle de synchronisation de phase aveugle de la modulation GMSK  $BT_b = 0.5$  obtenue par cette approche d'implémentation est illustrée à la figure 2.16. Le détecteur de phase décrit par (2.42) est scindé en deux blocs afin de distinguer la contribution du premier pulse de Laurent  $C_0(t)$  de celle du deuxième  $C_1(t)$ . Dans la suite du chapitre cette boucle de synchronisation aveugle sera notée BPLL (*Blind PLL*).


 FIGURE 2.16 – PLL, GMSK  $BT_b = 0.5$ 

#### IV.1.1 Simplification de la boucle BPLL

D'un point de vue matériel, la boucle BPLL présente une complexité relativement élevée notamment en considérant le nombre important de multiplieurs utilisés dans le calcul de l'erreur de phase. De plus, des contrôleurs automatiques du gain (*AGC : automatic gain control*) doivent être intégrés, à la sortie de chaque intégrateur, pour maintenir un niveau de puissance exploitable à très faible SNR. D'autre part, la fonction tangente hyperbolique  $\tanh$  doit être implémentée à l'aide d'un algorithme itératif (CORDIC [84]) et une estimation du SNR ( $E_s/N_0$ ) est nécessaire au calcul de l'erreur, ce qui complique davantage l'algorithme de synchronisation. Ainsi, ce paragraphe sera consacré à la présentation de deux versions simplifiées [85] [86] de BPLL. En se basant sur un ensemble de propriétés de la modulation GMSK et le détecteur de phase de BPLL, l'obtention de structures simplifiées se résume aux points suivants :

- Le premier pulse de Laurent contient 99.997% de l'énergie du signal :  $e_{0,k}(\phi_k)$  est le terme dominant dans l'expression du détecteur de phase (2.42)

$$\Rightarrow e_k(\phi_k) \simeq e_{0,k}(\phi_k)$$

— Les termes qui correspondent à  $j = k$  et  $j = k + 1$  contiennent la plupart de l'énergie du  $e_{0,k}(\phi_k)$  :

$$\Rightarrow e_{0,k}(\phi_k) \simeq -\Re(x_0(k, k)) \tanh(\Im(x_0(k, k)) + \Im(x_0(k, k + 1))) \tanh(\Re(x_0(k, k + 1)))$$

— La fonction tangente hyperbolique peut être considéré comme une décision adaptative (en fonction du SNR) sur les pseudo symboles  $a_{0,k}$  et  $a_{0,k+1}$ .

Développons l'expression de  $x_0(k, k)$  (2.39) afin d'expliquer davantage le dernier point :

$$x_0(k, k) = \frac{2}{N_0} \left( \sqrt{\frac{E_s}{T_s}} \int_{kT_s}^{(k+4)T_s} r_k(t) C_0(t - kT_s) dt \right) e^{-j\hat{\theta}_k} \quad (2.43)$$

avec

$$r_k(t) \simeq \sqrt{\frac{E_s}{T_s}} \left\{ \sum_{j=k-2}^{k+3} a_{0,j} C_0(t - jT_s) e^{j\theta_k} \right\} + n(t) \quad (2.44)$$

Substituons  $r_k(t)$  par son expression dans (2.43) :

$$\begin{aligned} x_0(k, k) &= 2 \frac{E_s}{N_0} \sum_{j=k-2}^{k+3} a_{0,j} e^{j\phi_k} \frac{1}{T_s} \int_{kT_s}^{(k+4)T_s} C_0(t - jT_s) C_0(t - kT_s) dt + w_k \\ &= 2 \frac{E_s}{N_0} \sum_{j=k-2}^{k+3} a_{0,j} e^{j\phi_k} C(j, k) + w_k \end{aligned} \quad (2.45)$$

avec

$$w_k = \frac{2}{N_0} \sqrt{\frac{E_s}{T_s}} \int_{kT_s}^{(k+4)T_s} n(t) C_0(t - kT_s) dt \quad (2.46)$$

Les termes  $C(j, k)$  sont les coefficients d'auto-corrélation de la fonction  $C_0(t)$  :

$$C(j, k) = \frac{1}{T_s} \int_{kT_s}^{(k+4)T_s} C_0(t - jT_s) C_0(t - kT_s) dt \quad (2.47)$$

et  $w_k$  un bruit additif gaussien ayant une puissance  $\sigma_w^2 = 4E_s C(0, 0)/N_0$ . Selon (2.45), l'entrée de la fonction  $\tanh$  est une combinaison linéaire des pseudo symboles (interférence inter-symboles) pondérés par les coefficients de l'auto-corrélation et le rapport signal à bruit ( $E_s/N_0$ ). La courbe de la fonction  $\tanh$  ainsi que les deux fonctions  $f(x) = x$  (l'identité) et  $f(x) = \text{sign}(x)$  (la fonction signe) sont tracées à la figure 2.17.

Pour une valeur de SNR ( $E_s/N_0$ ) importante, la fonction "tanh" fournit une décision dure ( $\{-1, +1\}$ ) (la fonction "sign") sur le pseudo symbole  $a_{0,k}$  tandis que pour une valeur faible ( $E_s/N_0$  proche du zéro) une décision *soft* ("l'identité") va être prise. Ainsi, "tanh" peut être approchée soit par "sign" (fort SNR) ou "l'identité" (faible SNR) en fonction du type de mission et du SNR cible. L'aspect adaptatif du détecteur BPLL est le résultat de la multiplication par  $(1/N_0)$  lors du calcul de termes  $x_0(k, j)$ . Par conséquent, cette multiplication sera inutile dans

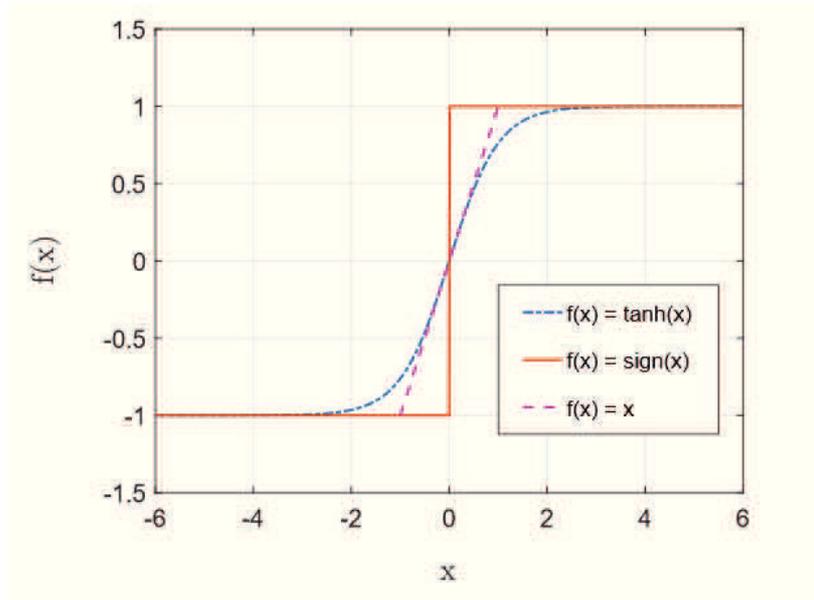


FIGURE 2.17 – La fonction tangente hyperbolique

le cas des deux versions simplifiées vu que la fonction "tanh" est déjà remplacée par "sign" ou "l'identité".

En se basant sur ces hypothèses, deux détecteur de phase pour la modulation GMSK  $BT_b = 0.5$  peuvent être dérivés du détecteur de la boucle BPLL.

- Détecteur de phase basé sur l'approximation faible SNR de tanh ( $\tanh(x) \simeq x$ ) "SBPLL" (*Soft Blind PLL*) :

$$e_{SBPLL,k}(\phi_k) = -\Re(x_{t_0}(k, k))\Im(x_{t_0}(k, k)) + \Im(x_{t_0}(k, k+1))\Re(x_{t_0}(k, k+1)) \quad (2.48)$$

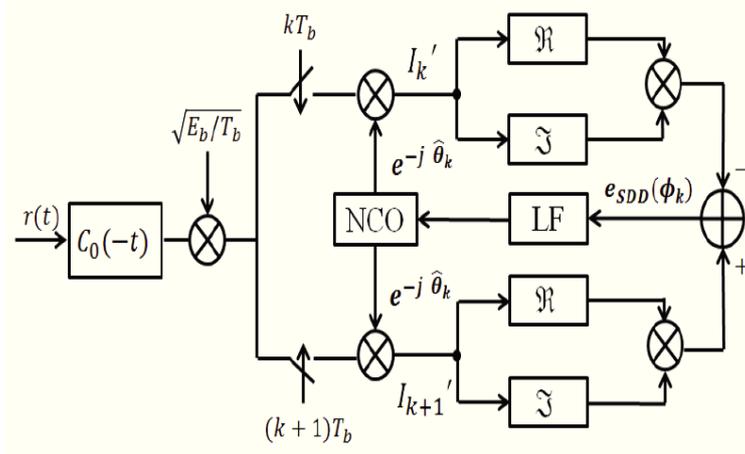
- Détecteur de phase basé sur l'approximation fort SNR de tanh ( $\tanh(x) \simeq \text{sign}(x)$ ) "HBPLL" (*Hard Blind PLL*) :

$$e_{HBPLL,k}(\phi_k) = -\Re(x_{t_0}(k, k))\text{sign}(\Im(x_{t_0}(k, k))) + \Im(x_{t_0}(k, k+1))\text{sign}(\Re(x_{t_0}(k, k+1))) \quad (2.49)$$

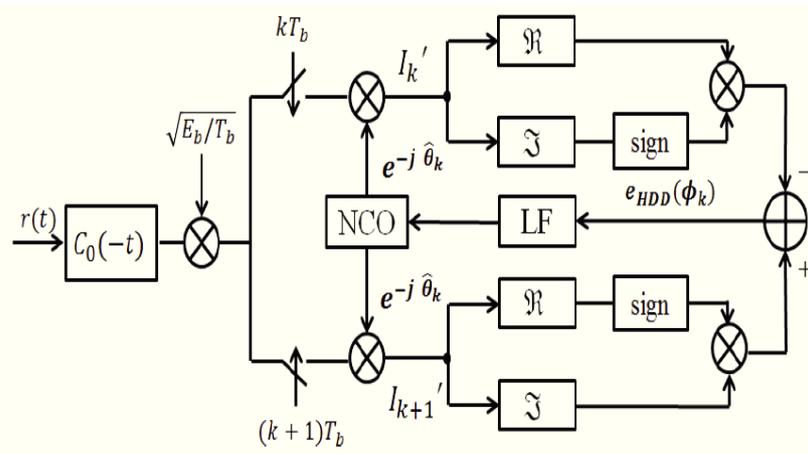
avec

$$x_{t_0}(k, k) = \sqrt{\frac{E_s}{T_s}} \int_{kT_s}^{(k+4)T_s} r_k(t) C_0(t - jT_s) e^{-j\hat{\theta}_k} dt \quad (2.50)$$

La figure 2.18 illustre les deux versions simplifiées de la boucle BPLL. Bien qu'une réduction de la complexité ait été obtenue par la simplification du détecteur de phase, une étude de performance reste nécessaire pour comparer les trois structures et estimer la dégradation de performance due aux approximations. Cette étude sera développée au chapitre suivant. Dans la suite de cette section, nous allons considérer une deuxième approche d'implémentation du critère



(a) Boucle de synchronisation SBPLL



(b) Boucle de synchronisation HBPLL

FIGURE 2.18 – Structures simplifiées de la boucle de synchronisation GMSK  $BT_b = 0.5$

ML qui consiste à calculer la fonction de vraisemblance sur toute la période d'observation  $T_0$ . Ensuite, nous comparons cette méthode au résultat obtenu par l'implémentation avec une fenêtre glissante proposée dans [83].

## IV.2 Calcul du critère ML sur la totalité du signal reçu

Afin de simplifier le calcul, nous ne considérons que le premier pulse de Laurent. En reprenant (2.6), on écrit :

$$\begin{aligned}
 p[r(t)|\hat{S}_{GMSK}(t)] &= \exp\left(\frac{2}{N_0}\Re\left(\int_{T_0} r(t)\hat{S}_{GMSK}^*(t)dt\right)\right) \\
 &= \exp\left(\frac{2}{N_0}\sqrt{\frac{E_s}{T_s}}\Re\left(\int_{T_0} r(t)\left\{\sum_k \hat{a}_{0,2k}^*C_0(t-2kT_s)\right.\right.\right. \\
 &\quad \left.\left.\left. + \hat{a}_{0,2k+1}^*C_0(t-(2k+1)T_s)\right\}e^{-j\hat{\theta}_k}\right)\right) \\
 &= \prod_k \exp\left(\Re\left(\hat{a}_{0,2k}^*x_{2k} + \hat{a}_{0,2k+1}^*x_{2k+1}\right)\right)
 \end{aligned} \tag{2.51}$$

avec

$\hat{S}_{GMSK}(t)$  le signal prototype sur toute la période  $T_0$  et il s'exprime comme suit :

$$\hat{S}_{GMSK}(t) = \sum_k \{\hat{a}_{0,2k}^*C_0(t-2kT_s) + \hat{a}_{0,2k+1}^*C_0(t-(2k+1)T_s)\}e^{-j\hat{\theta}_k} \tag{2.52}$$

et

$$x_l = \frac{2}{N_0}\sqrt{\frac{E_s}{T_s}}\int_{T_0} r(t)C_0(t-lT_s)e^{-j\hat{\theta}_k} dt \tag{2.53}$$

En utilisant (1.23) et (1.25), les symboles de Laurent peuvent être exprimés en fonction des symboles  $d_k$  et (2.51) devient :

$$p[r(t)|\hat{S}_{GMSK}(t)] = \prod_k \exp\left(\Im(\hat{d}_{2k}^*x_{2k}) + \Re(\hat{d}_{2k+1}^*x_{2k+1})\right) \tag{2.54}$$

Maintenant, on calcule la moyenne statistique de ce critère par rapport les symboles  $d_k$ . Les termes du produit sont statistiquement indépendants. Alors :

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}_{\mathbf{d}_k} \left[ p[r(t)|\hat{S}_{GMSK}(t)] \right] &= \prod_k \mathbb{E}_{d_{2k}, d_{2k+1}} \left[ \exp\left(\Im(\hat{d}_{2k}^*x_{2k}) + \Re(\hat{d}_{2k+1}^*x_{2k+1})\right) \right] \\
 &= \prod_k \cosh(\Im(x_{2k})) \cosh(\Re(x_{2k+1}))
 \end{aligned} \tag{2.55}$$

En appliquant le logarithme naturel (ln) à (2.55) et dérivant le résultat par rapport  $\hat{\theta}_k$ , on obtient le critère ML aveugle :

$$L_{NDA}(\hat{\theta}) = \sum_k -\Re(x_{2k}) \tanh(\Im(x_{2k})) + \Im(x_{2k+1}) \tanh(\Re(x_{2k+1})) \tag{2.56}$$

Alors l'expression analytique du détecteur de phase s'exprime par :

$$e_k^{NDA}(\phi_k) = -\Re(x_{2k}) \tanh(\Im(x_{2k})) + \Im(x_{2k+1}) \tanh(\Re(x_{2k+1})) \tag{2.57}$$

En comparant (2.57) et (2.42), nous constatons que l'expression de l'erreur de phase obtenue par l'implémentation du critère ML par une fenêtre glissante contient des termes supplémentaires par rapport à l'erreur de phase qui découle directement du critère ML optimal. Les termes

supplémentaires n'apporteront aucune amélioration de performances de la boucle de synchronisation puisque, dans le meilleur des cas, la BPLL aura des performances similaires à celles de la boucle ML aveugle optimale. Par ailleurs, en faisant l'approximation de  $\tanh$  dans l'expression de l'erreur de phase optimale (2.57) en fonction du SNR, nous retrouvons les deux détecteurs SBPLL et HBPLL qui ont été dérivés du détecteur BPLL ce qui prouve la fiabilité des hypothèses qui ont été considérées.

Après avoir défini les différentes versions de la PLL GMSK  $BT_b = 0.5$ , nous procédons à l'étude de fonctionnement de ces structures. Cette étude est basée sur des modèles équivalents où chaque bloc de la PLL est représenté par sa fonction caractéristique. Le filtre de boucle et le N.C.O sont directement représentés par leurs fonctions de transfert. Concernant le détecteur de phase, cette fonction caractéristique doit être déterminée à partir de l'expression analytique des détecteurs. En termes de la théorie de PLL, cette fonction est appelée la courbe en S (*S-curve*).

## V Les courbes en S des détecteurs de phase

Par définition la courbe en S (ou la courbe caractéristique) est la valeur moyenne de la sortie du détecteur de phase en présence d'une différence de phase statique ( $\theta_k = \theta, \forall k$ ) entre l'onde porteuse et le N.C.O local de la boucle ouverte, i.e, en supprimant la rétroaction du détecteur de phase sur le N.C.O :

$$S(\phi) = \mathbb{E}[e_k(\phi_k)|\phi] \quad (2.58)$$

Dans ce paragraphe, la détermination de courbes en S des détecteurs SBPLL et HBPLL est développée en détail et les résultats obtenus sont comparés par des simulations. A notre connaissance, ces expressions n'existent pas dans la littérature et représentent une contribution de ce travail de thèse.

### V.1 La courbe en S du détecteur SBPLL

On rappelle l'expression analytique du détecteur SBPLL (2.48) :

$$e_{SBPLL,k}(\phi_k) = -\Re(x'_0(k, k))\Im(x'_0(k, k)) + \Im(x'_0(k, k+1))\Re(x'_0(k, k+1)) \quad (2.59)$$

avec

$$x_{t_0}(k, k) = \left\{ E_s \sum_{j=k-2}^{k+2} a_{0,j} C(j, k) \right\} e^{j\phi_k} + n_{t_k} \quad (2.60)$$

$n'_k$  est un bruit gaussien avec une moyenne nulle et une variance  $\sigma_{n'}^2 = E_s N_0 C(0, 0)$ . Les coefficient d'auto-corrélation  $C(k-2, k) = C(k, k+2) \simeq 0.0014$ . Comparativement aux autres termes, ces deux termes seront négligés lors de la détermination de la courbe en S.

$$x_{t_0}(k, k) = \{E_s [a_{0,k-1} C(k-1, k) + a_{0,k} C(k, k) + a_{0,k+1} C(k+1, k)]\} e^{j\phi_k} + n_{t_k} \quad (2.61)$$

En tenant compte de pré-encodage et le fait que  $C(k-1, k) = C(k+1, k) = 0.409$ , (2.61) devient :

$$r_{t_0}(k, k) = E_s [C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) + j d_k C(k, k)] e^{j\phi_k} \quad (2.62)$$

avec,  $C(k, k) = 0.997, \forall k$ .

Considérons que la première partie de l'erreur de phase  $e_{SBPLL,k}(\phi_k)$  ( $-\Re(x'_0(k, k))\Im(x'_0(k, k))$ ) :

$$\Re(r'_{l_0}(k, k)) = E_s[C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \cos(\phi_k) - d_k C(k, k) \sin(\phi_k)] + n'_{k,I} \quad (2.63)$$

et

$$\Im(r'_{l_0}(k, k)) = E_s[C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \sin(\phi_k) + d_k C(k, k) \cos(\phi_k)] + n'_{k,Q} \quad (2.64)$$

avec  $n'_{k,I}$  et  $n'_{k,Q}$  sont, respectivement, la partie réelle et la partie imaginaire de  $n'_k$ .

Le produit de (2.63) et (2.64) donne :

$$\begin{aligned} -\Re(r'_{k,k})\Im(r'_{k,k}) &= E_s^2 \left[ \frac{1}{2} C^2(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1})^2 \sin(2\phi_k) \right. \\ &\quad + C(k+1, k)C(k, k)(d_{k-1} + d_{k+1})d_k \cos^2(\phi_k) \\ &\quad - C(k+1, k)C(k, k)(d_{k-1} + d_{k+1})d_k \sin^2(\phi_k) \\ &\quad \left. - \frac{1}{2} C^2(k, k) \sin(2\phi_k) \right] + n'_{k,I}n'_{k,Q} \\ &\quad + n'_{k,I}E_s[C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \sin(\phi_k) + d_k C(k, k) \cos(\phi_k)] \\ &\quad + n'_{k,Q}E_s[C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \cos(\phi_k) - d_k C(k, k) \sin(\phi_k)] \end{aligned}$$

En calculant la moyenne de cette expression par rapport aux symboles  $d_k$  et en remarquant que les termes de bruit ont une moyenne nulle, on obtient :

$$\mathbb{E}_{\mathbf{d}, n'}[-\Re(r'_{l_0}(k, k))\Im(r'_{l_0}(k, k))] = \frac{E_s^2}{2} (C(k, k)^2 - 2C^2(k+1, k)) \sin(2\phi_k) \quad (2.65)$$

En appliquant le même développement pour le deuxième terme de  $e_{SBPLL,k}(\phi_k)$ , on obtient exactement le même résultat. Par conséquent, la courbe en S du détecteur SBPLL s'exprime de la manière suivante :

$$S_{SBPLL}(\phi) = E_s^2 (C(k, k)^2 - 2C^2(k+1, k)) \sin(2\phi) \quad (2.66)$$

## V.2 La courbe en S du détecteur HBPLL

L'expression analytique du détecteur HBPLL (2.49) est :

$$e_{SBPLL,k}(\phi_k) = -\Re(x'_0(k, k)) \times \text{sign}(\Im(x'_0(k, k))) + \Im(x'_0(k+1, k)) \times \text{sign}(\Re(x'_0(k+1, k))) \quad (2.67)$$

En remplaçant (2.62) dans le premier terme de (2.67) :

$$\begin{aligned} -\Re(r'_{k,k})\text{sign}(\Im(r'_{l_0}(k, k))) &= (E_s[C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \cos(\phi_k) - d_k C(k, k) \sin(\phi_k)] + n'_{k,I}) \\ &\quad \times \text{sign}(E_s[C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \sin(\phi_k) + d_k C(k, k) \cos(\phi_k)] + n'_{k,Q}) \\ &= \lambda_k (E_s[C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \cos(\phi_k) - d_k C(k, k) \sin(\phi_k)] + n'_{k,I}) \end{aligned} \quad (2.68)$$

avec  $\lambda_k$  la décision *hard* prise sur le symbole  $d_k$  en présence d'un interférence inter-symboles ( $d_{k-1}$  et  $d_{k+1}$ ) et d'une erreur de phase ( $\phi_k$ ).

La moyenne de l'expression (2.68) s'exprime de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}_{d_{k-1}, d_k, d_{k+1}, \lambda_k, n_I}[-\Re(r'_{l_0}(k, k))\text{sign}(\Im(r'_{l_0}(k, k)))] &= \sum_{\lambda_k \in I} \sum_{d_{k-1} \in I} \sum_{d_k \in I} \sum_{d_{k+1} \in I} \Pr[\lambda_k, d_{k-1}, d_k, d_{k+1}] \\
 &\quad \lambda_k (E_s [C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \cos(\phi_k) \\
 &\quad - d_k C(k, k) \sin(\phi_k)] + n_{I, I}) \\
 &= \frac{1}{8} \sum_{\lambda_k \in I} \sum_{d_{k-1} \in I} \sum_{d_k \in I} \sum_{d_{k+1} \in I} \Pr[\lambda_k | d_{k-1}, d_k, d_{k+1}] \\
 &\quad \lambda_k (E_s [C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \cos(\phi_k) \\
 &\quad - d_k C(k, k) \sin(\phi_k)] + n_{I, I}) \\
 &= \frac{1}{8} \sum_{m=0}^{15} P_m U_m
 \end{aligned} \tag{2.69}$$

avec  $I = \{-1, +1\}$ ,  $P_m$  la probabilité d'une combinaison donnée de symboles  $\{\lambda_k, d_{k-1}, d_k, d_{k+1}\}$ ,  $U_m$  l'erreur de phase qui correspond à cette combinaison et  $n_{I, I}$ ,  $n_{I, Q}$  sont les termes de bruit gaussien avec une moyenne nulle et une variance  $\sigma_{n, I}^2 = \sigma_{n, Q}^2 = E_s N_0 C(0, 0)/2$ .

Afin de réduire le nombre de séquences pour lesquelles il faut déterminer la probabilité d'apparition ainsi que l'erreur de phase correspondante, on développe les deux probabilités suivantes :

$$\begin{aligned}
 \Pr[\lambda_k = -1 | d_{k-1}, d_k, d_{k+1}] &= \Pr[E_s [C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \sin(\phi_k) + d_k C(k, k) \cos(\phi_k)] \\
 &\quad + n_{I, Q} \leq 0] \\
 &= \Pr \left[ \sqrt{\frac{2}{E_s N_0 C(k, k)}} n_{I, Q} \geq \right. \\
 &\quad \left. \sqrt{\frac{2E_s}{N_0 C(k, k)}} (C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \sin(\phi_k) + d_k C(k, k) \cos(\phi_k)) \right] \\
 &= Q \left( \sqrt{\frac{2E_s}{N_0 C(k, k)}} (C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \sin(\phi_k) + d_k C(k, k) \cos(\phi_k)) \right)
 \end{aligned} \tag{2.70}$$

et

$$\begin{aligned}
 \Pr[\lambda_k = 1 | d_{k-1}, d_k, d_{k+1}] &= \Pr[E_s[C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \sin(\phi_k) + d_k C(k, k) \cos(\phi_k)] \\
 &\quad + n'_{k,Q} \geq 0] \\
 &= \Pr \left[ \sqrt{\frac{2}{E_s N_0 C(k, k)}} n'_{k,Q} \geq \right. \\
 &\quad \left. - \sqrt{\frac{2E_s}{N_0 C(k, k)}} (C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \sin(\phi_k) + d_k C(k, k) \cos(\phi_k)) \right] \\
 &= Q \left( - \sqrt{\frac{2E_s}{N_0 C(k, k)}} (C(k+1, k)(d_{k-1} + d_{k+1}) \sin(\phi_k) + d_k C(k, k) \cos(\phi_k)) \right)
 \end{aligned} \tag{2.71}$$

En utilisant (2.70), (2.71) et la propriété suivante de la fonction  $Q(x)$  :

$$Q(x) = 1 - Q(-x) \tag{2.72}$$

On obtient :

$$\Pr[\lambda_k = 1 | d_{k-1}, d_k, d_{k+1}] = 1 - \Pr[\lambda_k = -1 | d_{k-1}, d_k, d_{k+1}] \tag{2.73}$$

D'autre part, les erreurs de phase qui correspondent à ces deux séquences sont de même module et de signe opposé :

$$U[\lambda_k = 1, d_{k-1}, d_k, d_{k+1}] = -U[\lambda_k = -1, d_{k-1}, d_k, d_{k+1}] \tag{2.74}$$

En prenant en considération (2.73) et (2.74), (2.69) devient :

$$\mathbb{E}_{d_{k-1}, d_k, d_{k+1}, \lambda_k} [-\Re(r'_{k,k}) \text{sign}(\Im(r'_{k,k}))] = \frac{1}{8} \sum_{m=0}^7 U_m (2P_m - 1) \tag{2.75}$$

Alors, seule la moitié des séquences possibles doit être considérée dans le calcul la courbe en S.

$m$	$\{\lambda_k, d_{k-1}, d_k, d_{k+1}\}$	$P_m$	$U_m$
0	-1, -1, -1, -1	$Q(-\sqrt{\frac{2E_s}{N_0 C_0}} \{2C_1 \sin(\phi_k) + C_0 \cos(\phi_k)\})$	$E_s[-2C_1 \cos(\phi_k) + C_0 \sin(\phi_k)]$
1	-1, -1, -1, 1	$Q(-\sqrt{\frac{2E_s}{N_0 C_0}} \{C_0 \cos(\phi_k)\})$	$E_s[C_0 \sin(\phi_k)]$
2	-1, -1, 1, -1	$Q(-\sqrt{\frac{2E_s}{N_0 C_0}} \{2C_1 \sin(\phi_k) - C_0 \cos(\phi_k)\})$	$-E_s[2C_1 \cos(\phi_k) + C_0 \sin(\phi_k)]$
3	-1, -1, 1, 1	$Q(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0 C_0}} \{C_0 \cos(\phi_k)\})$	$-E_s[C_0 \sin(\phi_k)]$
4	-1, 1, -1, -1	$Q(-\sqrt{\frac{2E_s}{N_0 C_0}} \{C_0 \cos(\phi_k)\})$	$E_s[C_0 \sin(\phi_k)]$
5	-1, 1, -1, 1	$Q(-\sqrt{\frac{2E_s}{N_0 C_0}} \{-2C_1 \sin(\phi_k) + C_0 \cos(\phi_k)\})$	$E_s[2C_1 \cos(\phi_k) + C_0 \sin(\phi_k)]$
6	-1, 1, 1, -1	$Q(\sqrt{\frac{2E_s}{N_0 C_0}} \{C_0 \cos(\phi_k)\})$	$-E_s[C_0 \sin(\phi_k)]$
7	-1, 1, 1, 1	$Q(-\sqrt{\frac{2E_s}{N_0 C_0}} \{-2C_1 \sin(\phi_k) - C_0 \cos(\phi_k)\})$	$E_s[2C_1 \cos(\phi_k) - C_0 \sin(\phi_k)]$

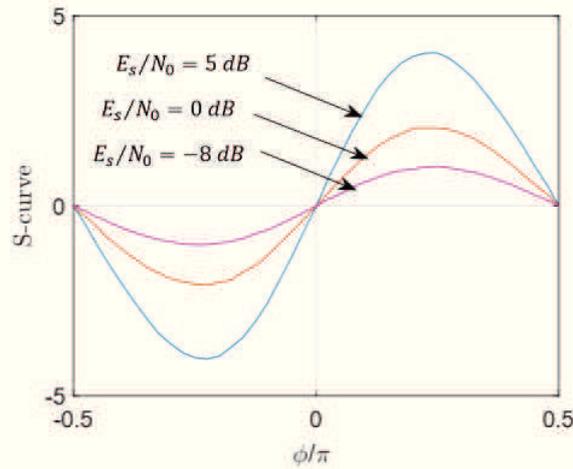
TABLE 2.1 – Probabilités et erreurs de phase

avec  $C_0 = C(k, k)$  et  $C_1 = C(k, k + 1)$ .

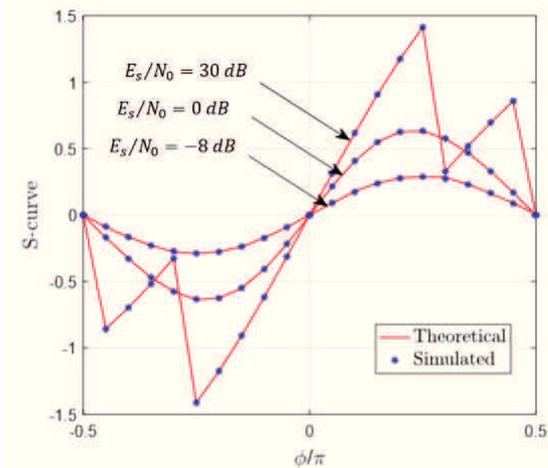
Les probabilités ( $P_m$ ) et les erreurs de phase correspondantes ( $U_m$ ) des 8 séquences possibles sont données au tableau 2.1.

Finalement, en remplaçant ces valeurs dans l'expression (2.75) et en effectuant quelques manipulations mathématiques simples, la courbes en S du détecteur HBPLL s'exprime comme suit :

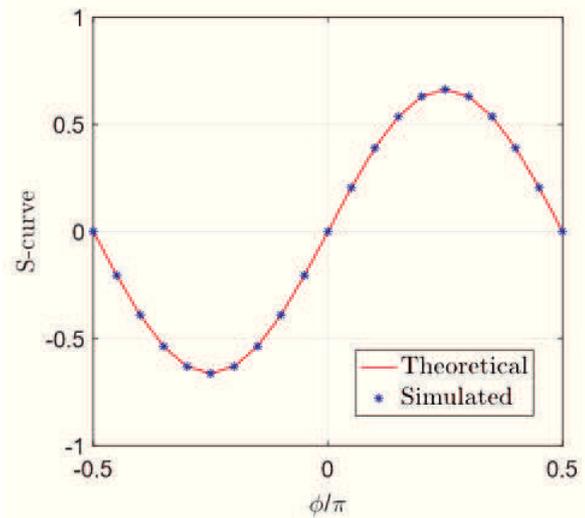
$$S_{HBPLL}(\phi) = \mathbb{E}[e_{SBPLL,k}(\phi)|\phi] = \frac{1}{2}U_0(2P_0 - 1) + U_1(2P_1 - 1) + \frac{1}{2}U_5(2P_5 - 1) \quad (2.76)$$



(a) Détecteur BPLL



(b) Détecteur HBPLL



(c) Détecteur SBPLL

FIGURE 2.19 – Les courbes en S des trois détecteurs de phase de la modulation GMSK  $BT_b = 0.5$

La figure 2.19 illustre les courbes en S des trois détecteurs de phase considérés dans ce chapitre. Contrairement aux détecteurs BPLL et HBPLL, la courbe en S du détecteur SBPLL

ne dépend pas du rapport signal à bruit. En pratique, cette propriété représente un avantage important puisqu'une estimation du SNR, avant la synchronisation, ne sera pas nécessaire à la configuration des paramètres de boucle. Selon les expressions obtenues et qui ont été confirmées par simulations, toutes les courbes en  $S$  ont une forme semi-sinusoidale à très faible SNR :

$$S(\phi) = \frac{\alpha}{2} \sin(2\phi) \quad (2.77)$$

avec  $\alpha$  la pente à l'origine de la courbe en  $S$ .

$$\alpha = \left. \frac{dS(\phi)}{d\phi} \right|_{\phi=0} \quad (2.78)$$

## VI Conclusion

Dans ce chapitre nous nous sommes intéressés aux techniques de synchronisation de la porteuse basées sur le critère ML. Les différentes approches d'implémentation de ce critère ont été présentées et comparées en termes de performance et coût d'implémentation. Nous avons retenu les méthodes de synchronisation aveugle basées sur une structure en boucle fermée (PLL) qui s'avéraient adaptées au contexte de la transmission par satellite en flux continu et sans symboles pilotes. Dans la suite de ce travail, il sera prouvé que la PLL n'est pas seulement un système relativement simple à implémenter mais elle est aussi capable, à condition d'une bonne maîtrise de la configuration des paramètres, de satisfaire les exigences de la transmission par satellite. Le chapitre suivant sera consacré à l'analyse de la PLL dans le domaine linéaire et non-linéaire afin de proposer des outils théoriques qui facilitent la configuration de la boucle et assurent la convergence de l'algorithme à très faible rapport signal à bruit.

# Étude théorique d'une PLL avec un détecteur de phase semi-sinusoidal

*The present is theirs ; the future, for which I really worked, is mine*

Nikola Tesla

---

I	Analyse de fonctionnement en phase d'acquisition . . . . .	52
I.1	Étude d'une PLL du premier ordre . . . . .	52
I.1.1	Plan de phase d'une PLL du premier ordre . . . . .	53
I.2	Étude d'une PLL du deuxième ordre . . . . .	55
I.2.1	Plan de phase d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur semi-sinusoidal . . . . .	58
I.2.2	Temps de <i>pull-in</i> d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur de phase semi-sinusoidal . . . . .	60
I.3	Étude d'une PLL du deuxième ordre en présence d'un Doppler rate . . . . .	63
II	Analyse linéaire d'une PLL du deuxième ordre . . . . .	65
II.1	Analyse de performances en phase de poursuite . . . . .	67
II.1.1	Variance de l'erreur de phase . . . . .	67
II.1.2	Taux d'erreur binaire . . . . .	69
III	Implémentation sur une carte FPGA de la boucle SBPLL . . . . .	70
IV	Conclusion . . . . .	70

---

Nous présentons dans ce chapitre une nouvelle étude de fonctionnement d'une PLL avec un détecteur de phase semi-sinusoidal ( $S(\phi) \propto \sin(2\phi)$ ) basée sur la méthode de plan de phase. L'objectif de cette étude est d'exprimer les différents modes de fonctionnement de la PLL en fonction des paramètres de configuration. Dans un premier temps, nous développons l'analyse en phase d'acquisition. Durant cette phase, le décalage en fréquence et en phase entre l'onde porteuse et le N.C.O du récepteur est important. Ainsi, la boucle présente un comportement non-linéaire à cause de la caractéristique sinusoidal du détecteur de phase. Ensuite, nous nous intéresserons à la phase de poursuite où ce décalage sera réduit et la courbe en S du détecteur de phase pourra être approchée par sa pente à l'origine. Par conséquent, la PLL sera modélisée par un simple système linéaire et l'étude peut être réalisée à l'aide d'outils classiques tels que la fonction de transfert. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous nous focalisons sur les performances à très faible SNR des trois PLL présentées dans le chapitre 2. Finalement, nous

présentons les résultats de simulation d'une transmission du type *Deep Space* en utilisant un Turbo code avec un rendement égal à  $1/6$ .

## I Analyse de fonctionnement en phase d'acquisition

La phase d'acquisition, appelée aussi phase d'accrochage, est généralement caractérisée par un comportement non linéaire provoqué par la nature sinusoidal de la courbe en S (*S-curve*) du détecteur de phase. Dans la littérature, cette phase a été bien étudiée dans le cas d'une PLL avec un détecteur de phase sinusoidal ( $S(\phi) = \sin(\phi)$ ). Dans [87] et [57], les auteurs présentent des analyses théoriques complètes de ce type de PLL dans le domaine linéaire et non-linéaire. Ces études se sont intéressés à la capacité de la PLL à éliminer un décalage Doppler en partant d'un état de verrouillage ainsi que le temps nécessaire à ce processus. Les types de filtre de boucle qui ont été considérés sont le filtre proportionnel et proportionnel-intégral (P-I). Comme il a été démontré dans le chapitre 2, les trois détecteurs BPLL, SBPLL et HBPLL de la modulation GMSK  $BT_b = 0.5$ , ont tous des caractéristiques semi-sinusoidales ( $S(\phi) \propto \sin(2\phi)$ ), ainsi les formules présentées dans [87] et [57], ne sont pas directement applicables sur ces détecteurs. Dans la suite de cette section, nous allons présenter une nouvelle analyse d'une PLL avec un détecteur semi-sinusoidal en utilisant la méthode de plan de phase [88]. Les résultats obtenus représentent des contributions de cette thèse et, au meilleur de notre connaissance, ils n'existent pas dans la littérature. Les phénomènes étudiés dans la première section de ce chapitre ne peuvent pas être décrits par le modèle linéaire qui sera présenté dans la deuxième section. Bien que les implémentations sont discrètes, cette analyse sera développée dans le domaine du temps continu afin de simplifier le calcul. En pratique, en multipliant les différents coefficients par la fréquence d'échantillonnage, toutes les formules restent applicables dans le domaine discret.

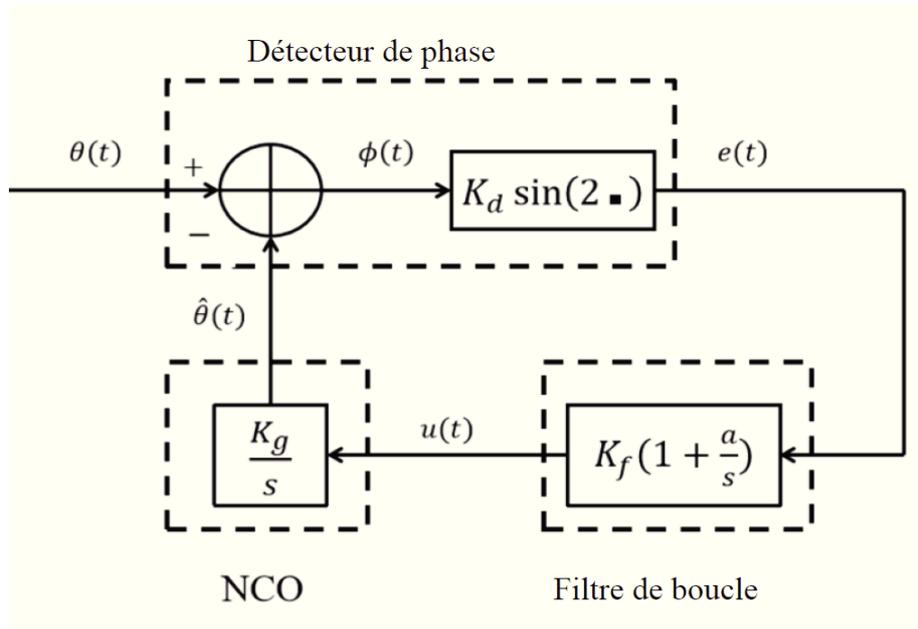


FIGURE 3.1 – Modèle équivalent de la PLL en phase d'acquisition

Le modèle équivalent non-linéaire de la PLL illustré à la figure 3.1 est le point de départ de cette étude. Les paramètres  $K_d$ ,  $K_f$ ,  $K_g$  représentent les gains des différents blocs et  $a$  le gain de l'intégrateur du filtre de boucle. Les phases  $\theta(t)$  et  $\hat{\theta}(t)$  représentent, respectivement, le

résiduel de phase, après la transposition en bande de base du signal sur porteuse, et la phase du NCO. Dans un premier temps, nous considérons un décalage Doppler constant (Doppler rate nul). Dans ce cas de figure, le résiduel de phase s'exprime par :

$$\theta(t) = \omega_{\Delta}t + \theta_0 \quad (3.1)$$

avec  $\omega_{\Delta} = 2\pi(f_d - f_0)$  l'offset de fréquence entre le décalage Doppler ( $f_d$ ) et la fréquence centrale initiale du NCO ( $f_0$ ). Afin d'expliquer la méthode d'analyse par un plan de phase, nous considérons dans la première partie de cette section une PLL du premier ordre, i.e, un filtre de boucle proportionnel avec  $a = 0$ .

### I.1 Étude d'une PLL du premier ordre

En se basant sur le modèle équivalent de la figure 3.1, nous pouvons modéliser la PLL du premier ordre par l'équation différentielle suivante [89] :

$$\frac{d\phi(t)}{dt} = \omega_{\Delta} - G \sin(2\phi(t)) \quad (3.2)$$

avec  $G = K_d K_d K_g$  le gain de la boucle et  $\phi(t) = \theta(t) - \hat{\theta}(t)$ .

Le décalage de fréquence  $\omega_{\Delta}$  est considéré positif. Pour le cas  $\omega_{\Delta} < 0$ , il faut simplement remplacer  $\phi(t)$  par  $-\phi(t)$ . En utilisant une variable de temps normalisée  $\tau = t/G$ , on peut réduire le nombre de paramètres explicites dans l'équation (3.2), et on obtient :

$$\frac{d\phi(\tau)}{d\tau} = \omega'_{\Delta} - \sin(2\phi(\tau)) \quad (3.3)$$

avec  $\omega'_{\Delta} = \omega_{\Delta}/G$ . Dans ce chapitre, la synchronisation temporelle est supposée parfaite et le symbole  $\tau$  est désormais utilisé pour représenter la variable temporelle normalisée. Maintenant nous procédons à l'analyse de la PLL décrite par (3.3) en utilisant la méthode de plan de phase. Cette méthode d'étude graphique est souvent utilisée pour analyser les équations différentielles non-linéaires d'ordre 1 et 2 avec des coefficients invariants dans le temps [90], [91].

#### I.1.1 Plan de phase d'une PLL du premier ordre

L'offset de fréquence instantané  $d\phi(\tau)/d\tau$  est tracé en fonction du déphasage  $\phi(\tau)$  à la figure 3.2. Cette courbe est une représentation graphique de l'équation différentielle (3.3) et elle est connue sous le nom de plan de phase. En utilisant cette courbe, nous allons développer dans la suite de cette section quelques caractéristiques de la PLL du premier ordre avec un détecteur de phase semi-sinusoidal.

— **Points d'équilibre :**

La courbe bleue (en ligne pleine) représente le cas de  $|\omega'_{\Delta}| < 1$ . Dans ce cas de figure, l'équation  $d\phi(\tau)/d\tau = 0$  admet des solutions dans l'ensemble des phases  $\phi$ . Ces solutions sont appelées points d'équilibre du système et peuvent être déterminés en résolvant l'équation suivante :

$$\begin{aligned} \frac{d\phi(\tau)}{d\tau} &= 0 \\ \Rightarrow \sin(2\phi(\tau)) &= \omega'_{\Delta} \end{aligned} \quad (3.4)$$

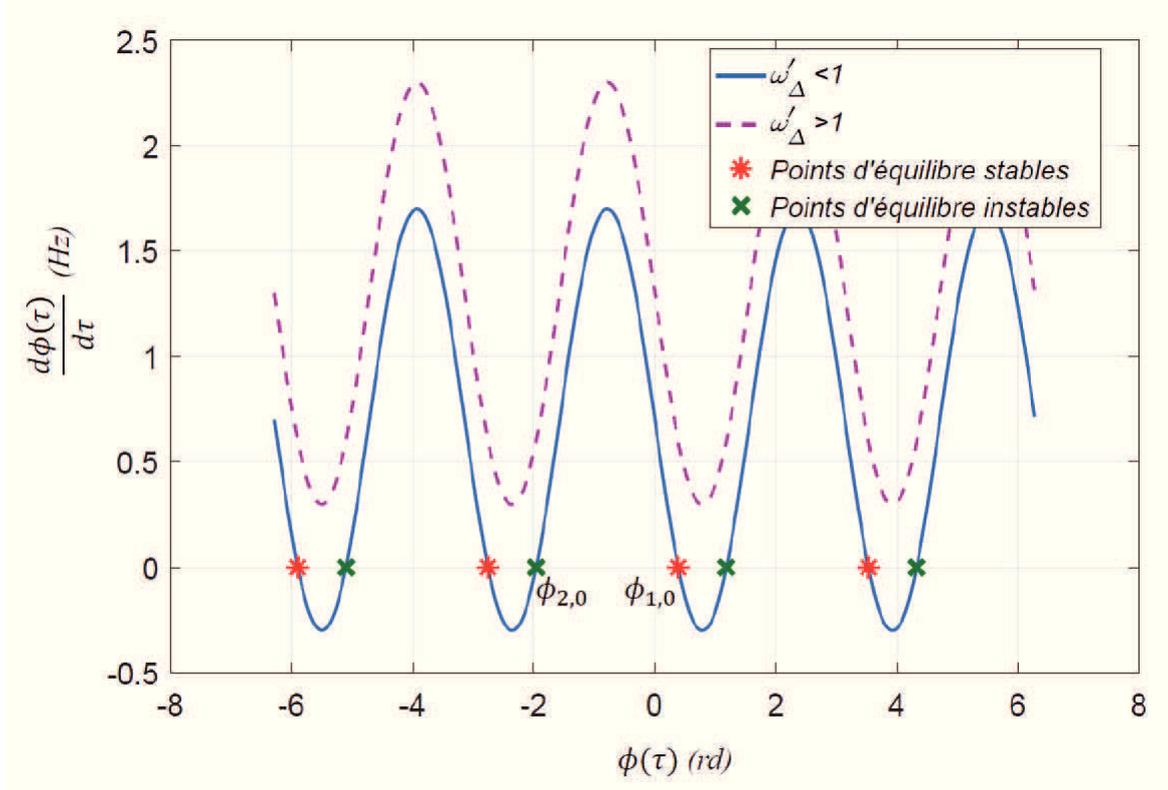


FIGURE 3.2 – Plan de phase d'une PLL du premier ordre avec un détecteur semi-sinusoidal

Si  $|\omega'_\Delta| < 1$ , cette équation admet des solutions qui peuvent être divisées en deux classes comme suit :

$$\phi_{1,k} = k\pi + \frac{1}{2} \sin^{-1}(\omega'_\Delta) \quad (3.5)$$

et

$$\phi_{2,k} = (k - \frac{1}{2})\pi - \frac{1}{2} \sin^{-1}(\omega'_\Delta) \quad (3.6)$$

avec  $k \in \mathbb{Z}$ .

Au niveau des points définis par (3.5), la courbe de  $d\phi(\tau)/d\tau$  coupe l'axe de  $\phi(\tau)$  avec une pente négative. Par conséquent, ces valeurs de  $\phi(\tau)$  correspondent aux points d'équilibres stables de la PLL, appelés aussi états de verrouillage (*Lock state*). Afin d'expliquer la stabilité de ces points d'équilibre, nous supposons que la PLL est au point d'équilibre  $\phi_{1,0}$  (Fig.3.2). Maintenant, supposons que la PLL subisse une légère perturbation provoquant une augmentation de l'erreur de phase (vers la droite sur l'axe de  $\phi$ ). Dans cette zone  $d\phi(\tau)/d\tau$  est négative, alors la valeur de  $\phi$  va diminuer jusqu'à ce qu'elle atteigne le point  $\phi_{1,0}$  où  $d\phi(\tau)/d\tau$  va s'annuler. Dans le cas contraire (décalage vers la gauche),  $d\phi(\tau)/d\tau$  est positif, ainsi la valeur de  $\phi$  va augmenter et revenir au niveau du point  $\phi_{1,0}$ . En appliquant le même raisonnement sur les points de la deuxième classe de points d'équilibre (3.6) (ex : le point  $\phi_{2,0}$  sur la figure 3.2) nous pouvons facilement prouver qu'ils sont instables. Maintenant, nous allons présenter quelques paramètres qui caractérisent le fonctionnement de la PLL en se basant sur le plan de phase.

— **Plage de maintien** (*hold-in range*) :

Par définition, la plage de maintien (*hold-in range*) d'une PLL du premier ordre, notée  $\Omega_h$ , est la valeur maximale  $|\omega_\Delta|$  pour laquelle les points d'équilibre existent dans le plan de phase. Alors, si la PLL, supposée verrouillée (dans un point d'équilibre stable), subit un saut de fréquence supérieur à cette valeur, les points d'équilibre vont disparaître et le verrouillage de la PLL ne sera plus possible. Comme il est illustré à la figure 3.2, les points équilibres existent si et seulement si  $|\omega'_\Delta| < 1$  (voir la courbe en ligne pointillée sur la figure 3.2), ainsi le *hold-in range* d'une PLL du premier ordre est égal au gain de boucle,  $\Omega_h = G$ .

— **Pull-in range** :

Un autre paramètre important pour l'analyse de la PLL est le *pull-in range* noté  $\Omega_p$ . Par définition  $\Omega_p$  est la valeur maximale de  $\omega_\Delta$  pour laquelle il n'existent pas de cycle infini dans le plan de phase. Autrement dit, lorsque la PLL quitte un point d'équilibre stable à la suite d'une augmentation de  $|\omega_\Delta|$  tout en restant inférieur à  $\Omega_p$ , elle va atteindre un autre point d'équilibre stable après un temps d'accrochage appelé temps de *pull-in*. Dans le cas contraire, où  $|\omega_\Delta|$  dépasse  $\Omega_p$ , la PLL va osciller sans jamais atteindre un point d'équilibre stable. Ce phénomène peut apparaître lorsque l'augmentation de  $|\omega_\Delta|$  provoque la disparition totale des points d'équilibre stables. Ainsi, le *pull-in range* de la PLL du premier ordre est aussi égal au gain de boucle,  $\Omega_p = G$ .

— **Temps d'acquisition** :

Le temps d'acquisition  $T_a$  est la durée nécessaire pour que la PLL atteigne un point d'équilibre stable quelconque  $\phi_s(\tau)$  en partant d'une position initiale donnée  $\phi(0)$ . A partir de (3.3), on peut écrire :

$$d\tau = \frac{d\phi(\tau)}{\omega'_\Delta - \sin(2\phi(\tau))} \quad (3.7)$$

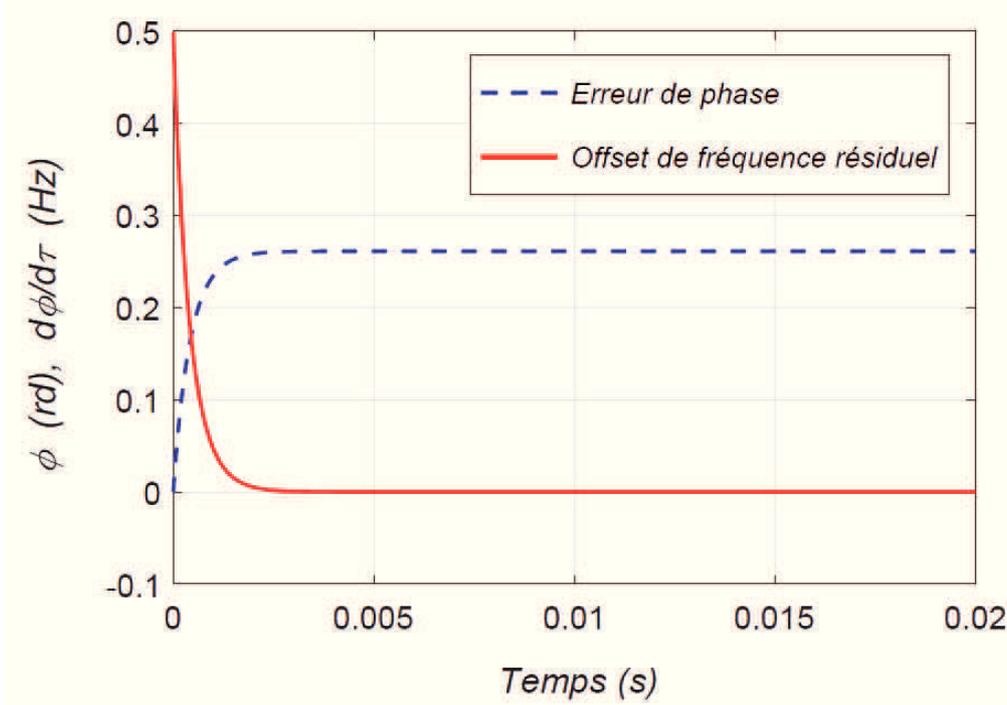
Alors, le temps d'acquisition peut être déterminé par l'intégration de (3.7) entre  $\phi(0)$  et  $\phi_s(\tau)$  :

$$T_a = \int_{\phi(0)}^{\phi_s(\tau)} \frac{d\phi(\tau)}{\omega'_\Delta - \sin(2\phi(\tau))} \quad (3.8)$$

pour  $|\omega'_\Delta| < 1$ , on obtient :

$$T_a = \frac{1}{2\sqrt{1 - (\omega'_\Delta)^2}} \ln \left\{ \frac{\omega'_\Delta \tan(\phi_s(\tau)) + 1 - \sqrt{1 - (\omega'_\Delta)^2}}{\omega'_\Delta \tan(\phi_s(\tau)) + 1 + \sqrt{1 - (\omega'_\Delta)^2}} \right\} - \frac{1}{2\sqrt{1 - (\omega'_\Delta)^2}} \ln \left\{ \frac{\omega'_\Delta \tan(\phi(0)) + 1 - \sqrt{1 - (\omega'_\Delta)^2}}{\omega'_\Delta \tan(\phi(0)) + 1 + \sqrt{1 - (\omega'_\Delta)^2}} \right\} \quad (3.9)$$

D'après (3.5), nous constatons que lorsque la PLL atteint un point d'équilibre stable, l'offset de fréquence est complètement éliminé. Cependant, le N.C.O reste déphasé par rapport au signal de


 FIGURE 3.3 – Réponse d'une PLL du premier ordre,  $\omega'_{\Delta} = 0.5$ 

référence avec une erreur de phase statique qui s'exprime en fonction du décalage en fréquence initial. Un exemple de réponse d'une PLL du premier d'ordre est illustré à la figure 3.3 dans le cas d'un décalage en fréquence normalisé par le gain de boucle  $\omega'_{\Delta} = 0.5$ . À la fin de la phase d'acquisition, ce décalage est éliminé par la PLL tandis qu'une erreur de phase statique (3.6) égale à,  $0.5 \sin^{-1}(0.5) = 0.2618$  rd, peut être constaté après la convergence de la PLL. Afin de réduire ce déphasage, un gain de boucle  $G$  beaucoup plus grand que  $\omega_{\Delta}$  ( $|\omega'_{\Delta}| \ll 1$ ) est requis. Cependant, un gain de boucle très important dégrade les performances de la PLL en phase de poursuite en terme de variance de l'erreur de phase et de taux d'erreur binaire. Une autre possibilité pour éliminer ce déphasage, tout en assurant des bonnes performances en phase de poursuite, réside dans l'utilisation d'une PLL du deuxième ordre avec un filtre de boucle proportionnel-intégral (P-I). Dans la section suivante, nous étudions la phase d'acquisition non-linéaire d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur de phase semi-sinusoïdal.

## I.2 Étude d'une PLL du deuxième ordre

La PLL considérée dans cette section contient un filtre de boucle P-I défini par l'équation de transfert suivante :

$$F(s) = K_f \left(1 + \frac{a}{s}\right) \quad (3.10)$$

avec  $(1/s)$  est la fonction de transfert d'un intégrateur et  $a > 0$ . Le signal de référence est décrit par (3.1). Dans un premier temps, nous allons déterminer l'équation différentielle gouvernant le comportement de cette PLL dans le domaine non-linéaire en suivant l'approche de [92]. La phase du N.C.O  $\hat{\theta}(t)$  est liée au signal de commande  $u(t)$ , généré par le filtre de boucle, par l'expression suivante :

$$\frac{d\hat{\theta}(t)}{dt} = K_g u(t) \quad (3.11)$$

Maintenant, en dérivant (3.11) par rapport au temps et exprimant  $u(t)$  en fonction du signal d'erreur  $e(t)$ , on obtient :

$$\frac{d^2\hat{\theta}(t)}{dt} = K_g K_f \left( \frac{de(t)}{dt} + a e(t) \right) \quad (3.12)$$

La dérivée par rapport au temps de  $e(t)$  peut être remplacée par :

$$\frac{de(t)}{dt} = \frac{de(t)}{d\phi(t)} \frac{d\phi(t)}{dt} \quad (3.13)$$

Le signal d'erreur est défini en fonction de la courbe en S du détecteur de phase (2.77) :

$$e(t) = K_d \sin(2\phi(t)) \quad (3.14)$$

En substituant (3.14) et (3.13) dans (3.12), on obtient l'équation différentielle qui caractérise la PLL :

$$\frac{d^2\phi(t)}{dt^2} + 2G \cos(2\phi(t)) \frac{d\phi(t)}{dt} + Ga \sin(2\phi(t)) = 0 \quad (3.15)$$

avec  $G = K_d K_f K_g$  le gain de boucle. Finalement, on normalise l'équation (3.15) par  $G$  et on définit la variable de temps normalisée  $\tau = t/G$ . L'équation différentielle devient :

$$\frac{d^2\phi(\tau)}{d\tau^2} + 2 \cos(2\phi(\tau)) \frac{d\phi(\tau)}{d\tau} + a' \sin(2\phi(\tau)) = 0 \quad (3.16)$$

avec  $a' = a/G$ .

L'équation (3.16) est une équation différentielle d'ordre 2 qui n'admet pas une solution analytique connue. Par conséquent, nous allons utiliser l'analyse par le plan de phase pour étudier le fonctionnement non-linéaire de la PLL considérée dans cette section. Premièrement, nous étudions les points d'équilibre du système.

#### — Points d'équilibre :

L'équation (3.16) peut être représentée par le système d'équations suivant :

$$\begin{aligned} \frac{d\phi(\tau)}{d\tau} &= \dot{\phi}(\tau) \\ \frac{d\dot{\phi}(\tau)}{d\tau} &= -2 \cos(2\phi(\tau)) \dot{\phi}(\tau) - a' \sin(2\phi(\tau)) \end{aligned} \quad (3.17)$$

avec les variables  $\phi$  et  $\dot{\phi} \equiv d\phi/d\tau$ . Afin de simplifier le calcul, nous allons utiliser une notation matricielle pour ce système et suivre la démarche de [93]. D'abord, on définit le vecteur suivant :

$$\mathbf{x}(\tau) = \begin{bmatrix} x_1(\tau) \\ x_2(\tau) \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \phi(\tau) \\ \dot{\phi}(\tau) \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Ensuite, on utilise  $\mathbf{x}$  pour écrire le système d'équations (3.17) de la manière suivante :

$$F(\mathbf{x}) = \frac{d\mathbf{x}}{d\tau} \quad (3.19)$$

avec

$$F(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(\mathbf{x}) \\ f_2(\mathbf{x}) \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} x_2 \\ -2 \cos(2x_1)x_2 - a' \sin(2x_1) \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

Finalement, les points d'équilibre de la PLL représentée par (3.20) peuvent être déterminés par la résolution de l'équation suivante :

$$F(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} x_2 \\ -2 \cos(2x_1)x_2 - a' \sin(2x_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.21)$$

Alors, les points d'équilibre sont définis par :

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} k\frac{\pi}{2} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (3.22)$$

D'après (3.22), nous remarquons que les positions des points d'équilibre dans le plan de phase ne dépendent pas des paramètres de la boucle. Dans le cas du signal de référence défini par (3.1), les points d'équilibre existent quelle que soit la configuration de la PLL. Par conséquent, le *hold-in range* d'une PLL du deuxième ordre est infini. Cependant, le temps nécessaire pour atteindre un point d'équilibre peut être infini aussi, ce qui n'est pas acceptable en pratique. Alors, nous allons nous intéresser à d'autres paramètres plus significatifs tels que le *lock-in range* et le *pull-in range* [89]. Dans un premier temps, nous allons exprimer la stabilité de points d'équilibre en fonction de l'entier  $k$ . En utilisant la technique présentée dans [93], la nature (stable ou instable) d'un point d'équilibre peut être déterminée à l'aide de la matrice Jacobienne qui correspond au système (3.20). Cette matrice est définie comme suit :

$$\begin{aligned} J(\mathbf{x}) &= \begin{bmatrix} \partial f_1 / \partial x_1 & \partial f_1 / \partial x_2 \\ \partial f_2 / \partial x_1 & \partial f_2 / \partial x_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 4x_2 \sin(2x_1) - 2a' \cos(2x_1) & -2 \cos(2x_1) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.23)$$

On calcule la matrice  $J$  au niveau des points d'équilibre, en remplaçant (3.22) dans (3.23), on obtient :

$$J(\mathbf{x}_k) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -2a'(-1)^k & -2(-1)^k \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Les valeurs propres de cette matrice s'expriment comme suit :

$$\lambda_{\pm} = -(-1)^k \pm \sqrt{1 - 2a'(-1)^k} \quad (3.25)$$

D'après (3.25), lorsque  $k$  est pair, les deux valeurs propres de la matrice Jacobienne  $J$ , définie au point d'équilibre  $\mathbf{x}_k$ , ont des parties réelles négatives. Dans ce cas de figure, le point d'équilibre  $\mathbf{x}_k$  est asymptotiquement stable. Dans le cas contraire, où  $k$  est impair, au moins

l'une des deux valeurs propres de  $J(\mathbf{x}_k)$  a une partie réelle positive. Ainsi, le point d'équilibre  $\mathbf{x}_k$  est instable. Par conséquent, les points d'équilibres stables de la PLL du deuxième ordre contenant un détecteur de phase semi-sinusoïdal sont définis de la manière suivante :

$$\mathbf{x}_m = \begin{bmatrix} m\pi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad m \in \mathbb{Z} \quad (3.26)$$

Une fois verrouillée, la PLL va éliminer complètement le décalage en fréquence. Cependant, le N.C.O pourra être en opposition de phase par rapport au signal de référence ( $m$  impair), ce phénomène est connu sous le nom d'ambiguïté de phase. En pratique, ce cas sera traité à l'aide de la synchronisation de trames qui consiste à localiser des séquences pilotes insérées dans le message transmis afin de déterminer les débuts des trames. Ces séquences seront par la suite utilisées pour détecter ce déphasage et le compenser. La synchronisation trame sera présentée en détail dans le chapitre suivant. L'ambiguïté de phase peut être aussi éliminée en utilisant un encodage différentiel [94] au prix d'une dégradation du TEB provoquée par le décodage différentiel à la réception.

Maintenant, nous allons présenter le plan de phase d'une PLL du deuxième ordre afin d'étudier son comportement au voisinage d'un point d'équilibre stable.

### I.2.1 Plan de phase d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur semi-sinusoïdal

Dans cette section, nous allons utiliser la méthode de plan de phase pour analyser le fonctionnement de la PLL dans le domaine non-linéaire. Suivant l'approche de [87], à partir de (3.17), on obtient :

$$\frac{d\dot{\phi}}{d\phi} = -2 \cos(2\phi) - a' \frac{\sin(2\phi)}{\dot{\phi}} \quad (3.27)$$

L'équation (3.27) exprime l'offset de fréquence  $\dot{\phi}$  en fonction de l'erreur de phase  $\phi$ . L'intervalle de recherche des solutions de cette équation peut être restreint à  $-\phi/2 \leq \phi \leq \phi/2$  puisqu'elle est  $\pi$ -périodique. Par ailleurs, on constate que le deuxième terme de cette équation n'est pas défini aux points d'équilibre  $(\phi, \dot{\phi}) = (k\pi/2, 0)$ . Le plan de phase d'une PLL du deuxième ordre consiste à tracer les solutions de l'équation (3.27) sur le plan rapporté aux variables  $(\phi, \dot{\phi})$ . Comme il a été déjà mentionné, cette équation n'admet pas une solution analytique connue, ainsi un intégrateur numérique doit être utilisé afin de déterminer les solutions pour les différentes conditions initiales. Cette opération consiste à utiliser (3.27) pour calculer numériquement la tangente  $d\dot{\phi}/d\phi$  à chaque point du plan et ainsi, de proche en proche, déterminer la trajectoire qui décrit l'évolution des deux paramètres  $\dot{\phi}$  et  $\phi$  en partant d'un point qui représente la condition initiale. En faisant ce calcul pour plusieurs points initiaux, on obtient le plan de phase qui illustre les solutions de l'équation différentielle (3.15).

La figure 3.4 illustre le plan de phase au voisinage du point d'équilibre stable ( $\phi = 0, \dot{\phi} = 0$ ) avec un gain d'intégrateur  $a' = 1$ . Le choix de cette valeur va être justifié par la suite à la section II consacrée à l'analyse linéaire. Quelques propriétés de ce plan de phase peuvent être constatées en se basant sur l'équation (3.27). Pour une valeur  $\dot{\phi}$  très importante, le premier terme de la partie droite de l'équation est prépondérant. Ainsi, les trajectoires dans cette plage de fréquences ont une forme sinusoïdale et ne convergent pas au point d'équilibre stable le plus proche. Ce phénomène est connu sous le nom de saut de cycle. Un cycle est l'intervalle qui sépare deux points d'équilibre stables voisins et égal à  $\pi$  dans notre cas. D'autre part, pour un offset de fréquence plus faible, les trajectoires convergent au point  $(0, 0)$  avec une forme en spirale. Dans le plan de phase, les deux trajectoires, tracées en ligne rouge interrompue à la figure 3.4, qui

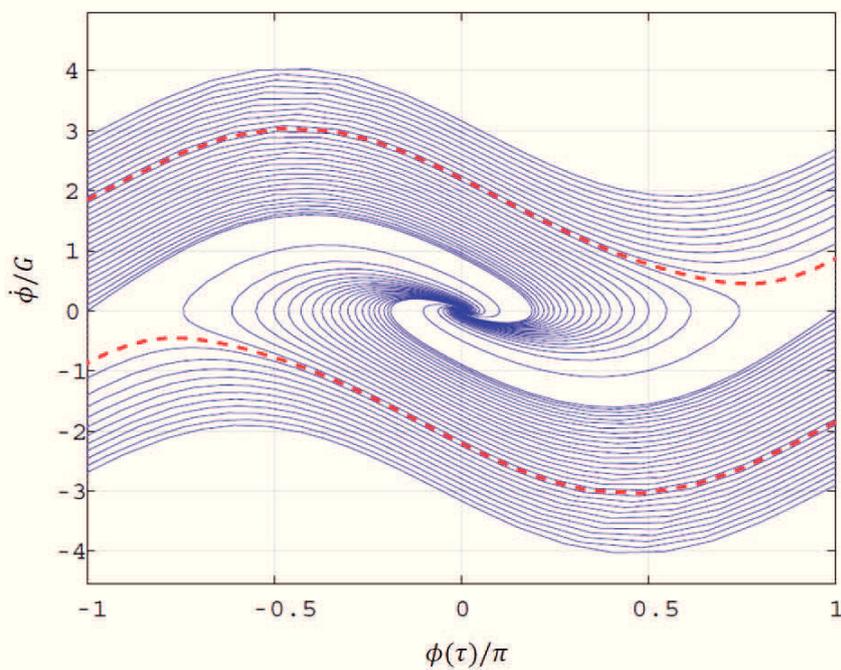


FIGURE 3.4 – Le plan de phase d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur semi-sinusoidal

séparent ces deux types de trajectoires sont appelées *séparatrices*. En utilisant ces propriétés, nous allons définir le *lock-in range* de la PLL considérée dans cette section.

— **Lock-in range :**

Supposons que la PLL soit en état de verrouillage, au point  $(0,0)$  par exemple, on appelle fréquence de *pull-out* notée  $\Omega_{po}$ , le décalage en fréquence maximal qui pourra apparaître entre le signal de référence et le NCO, tandis que la PLL restera capable de revenir vers le même point d'équilibre stable sans sauter aucun cycle (converger vers un autre point d'équilibre stable). En se basant sur le plan de phase, cette fréquence peut être déterminée comme l'intersection de la trajectoire séparatrice avec l'axe de fréquences  $(\dot{\phi})$  (Fig.3.5).

Ensuite, en utilisant cette méthode pour différentes valeurs de  $a'$ , nous pouvons exprimer la fréquence de *pull-out* normalisée par le gain de boucle  $\Omega'_{po}$  en fonction de  $a'$  (Fig.3.6). En suivant l'approche proposée dans [89], qui traite le cas d'une PLL avec un détecteur sinusoidal ( $S(\phi) \propto \sin(\phi)$ ), nous présentons une nouvelle expression analytique approchée de la fréquence de *pull-out* d'une PLL avec un détecteur semi-sinusoidal :

$$\Omega'_{po} = 1.24(\sqrt{a'} + 0.74) \quad (3.28)$$

En tenant compte de la symétrie du plan de phase par rapport à l'axe de phase  $(\phi(\tau))$ , le *lock-in range* d'une PLL du deuxième ordre peut être défini par la zone du plan de phase limitée par les deux trajectoires séparatrices ( $|\dot{\phi}(\tau)| \leq \Omega_{po}$ ).

En dehors de cette plage de fréquences, la PLL pourra mettre un temps très important avant d'arriver à un autre point d'équilibre stable. Par conséquent, le *lock-in range* est un paramètre très important et il doit être considéré lors de la configuration de la PLL afin d'éviter un temps de réponse très long.

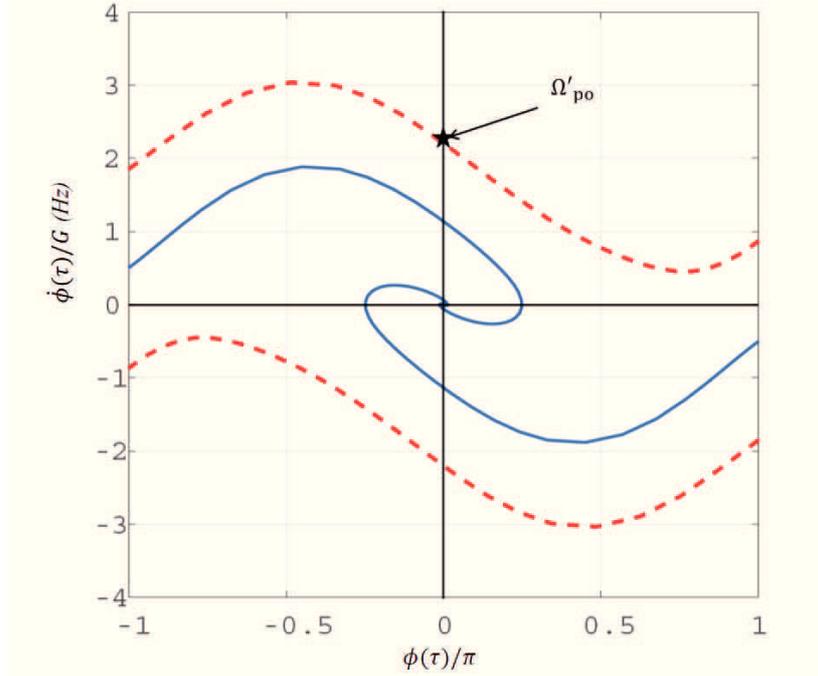


FIGURE 3.5 – Fréquence de *Pull-out*

La fréquence de *pull-out* normalisée obtenue par la méthode du plan de phase est tracée en fonction du gain de l'intégrateur normalisé  $a'$  à la figure 3.6 (ligne pleine). L'expression analytique approchée (3.28) est illustrée à la même figure en ligne pointillée. Nous constatons que l'expression proposée est suffisamment fiable notamment dans la plage de  $a'$  généralement utilisée en pratique. Des détails sur le choix de ce paramètre seront présentés dans la section II. Dans [95], l'auteur dérive une expression analytique de fréquence de *pull-out* d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur sinusoïdal à partir d'une modélisation mathématique des trajectoires séparatrices. Cette expression est plus proche de la courbe obtenue par simulation que l'expression proposée par [89]. Néanmoins, elle nécessite plus de calcul ce qui complique la configuration de la PLL. Dans la suite de cette section, nous allons exprimer le temps de *pull-in* dans le cas d'un décalage en fréquence beaucoup plus important que la fréquence de *pull-out* de la PLL.

### I.2.2 Temps de *pull-in* d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur de phase semi-sinusoïdal

Comme il a été prouvé précédemment dans cette section, pour le type de signal de référence donné par (3.1), l'existence des points d'équilibre stable ne dépend pas des paramètres de la boucle. Ainsi, bien que le point de départ puisse être à l'extérieur de la zone de *lock-in*, la PLL reste capable d'atteindre un point d'équilibre stable après un certain nombre de sauts de cycle. Par conséquent, la plage de *pull-in* est infinie. Cette propriété de la PLL du deuxième ordre peut être démontrée par l'intégration de l'offset de fréquence instantané  $\dot{\phi}$  sur un cycle du plan de phase (ex : entre  $[-\pi/2, \pi/2]$ ) en utilisant l'équation (3.27). En faisant ce calcul, nous constatons que  $\dot{\phi}$  diminue après chaque saut de cycle. Alors, ce décalage en fréquence va finir par disparaître au bout d'un certain nombre de sauts de cycle. Maintenant, en suivant la démarche de [87], nous allons déterminer le temps nécessaire à ce processus en considérant un décalage en fréquence

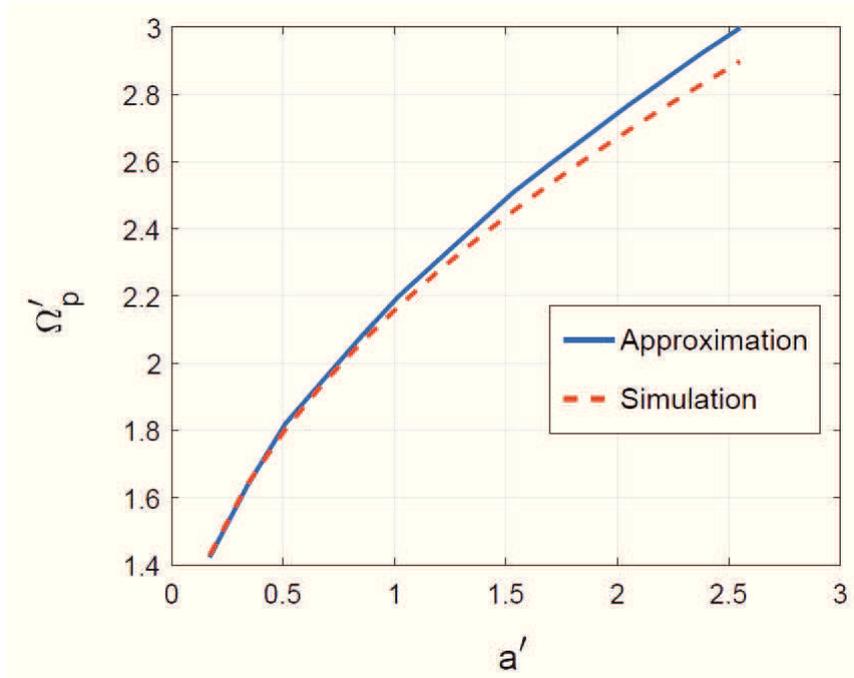


FIGURE 3.6 – La fréquence *Pull-in* d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur semi-sinusoidal

initial  $\dot{\phi}_0 \gg \Omega_{po}$ . Premièrement, quelques hypothèses doivent être considérées afin d'obtenir une expression approchée du temps de *pull-in* puisque la nature non-linéaire du processus *pull-in* nous empêche de définir une expression exacte. La figure 3.7 sera utilisée pour mieux expliquer ces hypothèses.

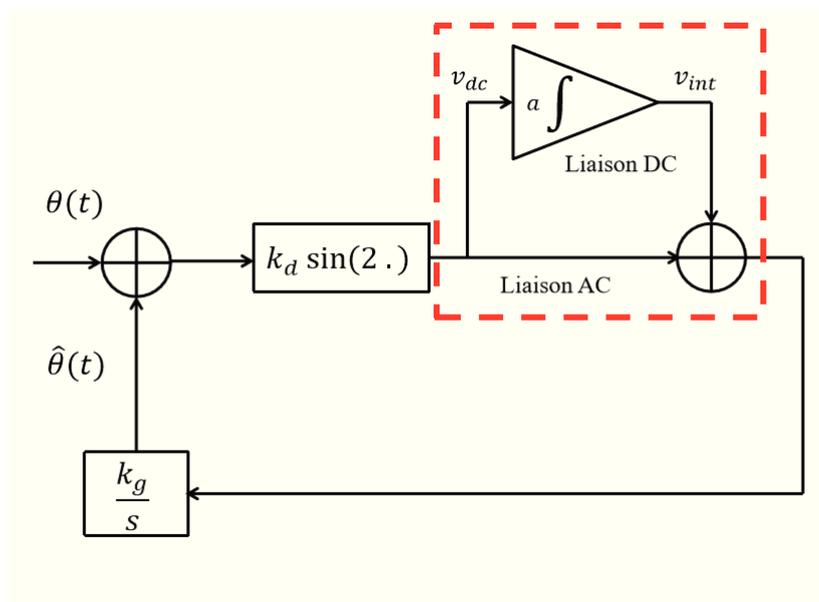


FIGURE 3.7 – Le modèle utilisé pour développer l'expression analytique du temps de *pull-in*

Les hypothèses à considérer sont les suivantes :

- La fréquence de *pull-out* est négligeable par rapport au décalage en fréquence initial : la PLL effectuera plusieurs sauts de cycle avant d'atteindre la zone de *lock-in*.
- Le décalage en fréquence  $\dot{\phi}(\tau)$ , moyenné sur un cycle de phase de  $\pi$ , diminue lentement d'un cycle à l'autre.
- Le signal d'erreur à la sortie du détecteur de phase contient une composante alternative "AC", qui oscille à la fréquence de l'erreur de phase, et une composante continue "DC" notée par  $v_{dc}$ .
- L'effet de "AC" est négligeable : le NCO est commandé uniquement par  $v_{int}$ .

Sous ces hypothèses, l'offset de fréquence instantané s'exprime par :

$$\dot{\phi}(t) = \dot{\phi}_0 - aK_f v_{int}(t) \quad (3.29)$$

En dérivant (3.29), on obtient :

$$\frac{d\dot{\phi}(t)}{dt} = -aK_f v_{dc}(t) \quad (3.30)$$

Le temps de *pull-in*, noté  $T_p$ , sera approché par le temps nécessaire pour que  $\dot{\phi}(t)$  aille de la valeur initiale  $\dot{\phi}_0$  à une valeur qui représente un état de verrouillage de la PLL, soit  $\dot{\phi} = 0$ . Tout d'abord, une relation entre  $d\dot{\phi}(t)/dt$  et  $v_{dc}$  doit être établie afin d'éliminer  $v_{dc}$  de l'équation (3.30) et d'obtenir une équation différentielle en fonction de  $\dot{\phi}$ . Cette relation peut être déterminée en considérant la première hypothèse ci-dessus. Face à un offset de fréquence beaucoup plus important que sa fréquence de *pull-out*, la PLL du deuxième ordre se comporte comme une boucle du premier ordre sauf que l'erreur de fréquence diminue lentement au cours du temps. Par conséquent, on écrit :

$$\dot{\phi}(t) = \dot{\phi}_0 - aK_f v_{int}(t) - G \sin(2\phi(t)) \quad (3.31)$$

En introduisant  $\Delta\dot{\phi}(t) = \dot{\phi}_0 - aK_f v_{int}(t)$ , on obtient :

$$\dot{\phi}(t) = \Delta\dot{\phi}(t) - G \sin(2\phi(t)) \quad (3.32)$$

Une solution de (3.31) peut être obtenue en substituant l'expression suivante [87] :

$$\phi(t) = w_f t + c_1 \cos(2\phi(t)) + c_2 \sin(2\phi(t)) \quad (3.33)$$

dans l'équation (3.31). Ensuite, en résolvant le système d'équation obtenu, on peut exprimer les coefficients de l'équation (3.33) de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 w_f &= \frac{\Delta\dot{\phi}(t)}{2} + \frac{G}{2} \sqrt{\left(\frac{\Delta\dot{\phi}(t)}{G}\right)^2 - 2} \\
 c_1 &= \frac{\Delta\dot{\phi}(t)}{G} - \sqrt{\left(\frac{\Delta\dot{\phi}(t)}{G}\right)^2 - 2} \\
 c_2 &= 0
 \end{aligned} \tag{3.34}$$

Les deux coefficients  $c_1$  et  $w_f$  approchent, respectivement, 0 et  $\Delta\dot{\phi}$  lorsque  $\Delta\dot{\phi} \gg G$ . Maintenant, en remplaçant  $\phi(t)$  dans l'expression de la sortie du détecteur de phase, on obtient :

$$\begin{aligned}
 K_d \sin(2\phi(t)) &= K_d \sin(2w_f t + 2c_1 \cos(2\phi(t))) \\
 &= K_d [\sin(2w_f t) \cos(2c_1 \cos(2\phi(t))) + \cos(2w_f t) \sin(2c_1 \cos(2\phi(t)))] \\
 &= K_d [\sin(2w_f t) + 2c_1 \cos^2(2w_f t)]
 \end{aligned} \tag{3.35}$$

Le dernier passage dans (3.35) est basé sur le fait que  $c_1$  est proche de 0 [87]. Ensuite, en utilisant (3.35), la composante continue du signal d'erreur s'exprime par :

$$v_{dc} = K_d c_1 = K_d \left[ \frac{\Delta\dot{\phi}(t)}{G} - \sqrt{\left(\frac{\Delta\dot{\phi}(t)}{G}\right)^2 - 2} \right] \tag{3.36}$$

Alors, en utilisant (3.36) et (3.30) et en négligeant la liaison "AC", on obtient :

$$dt = -\frac{2}{aG^2} \dot{\phi}(t) d\dot{\phi}(t) \tag{3.37}$$

Finalement, en intégrant (3.37) entre  $\dot{\phi}_0$  et 0, le temps de *pull-in* s'exprime par :

$$T_p = \frac{\dot{\phi}_0^2}{aG^2} \tag{3.38}$$

Un exemple du processus *pull-in*, dans le cas non bruité, est illustré à la figure 3.8. Le gain de boucle  $G = 500$  et  $a' = 1$ . Selon (3.28), la fréquence de *pull-out*  $\Omega_{po} = 1.24 \times 1.74 \times 500 = 1080 \text{ Hz}$ . En appliquant un saut de fréquence angulaire de  $2500 \text{ Hz} \simeq 2.5\Omega_{po}$ , à l'entrée de cette PLL, l'erreur de fréquence  $\dot{\phi}(\tau)$ , tracée en ligne pleine à la figure 3.8, effectue plusieurs sauts de cycle avant d'arriver à un point d'équilibre stable. D'après (3.38), le temps nécessaire à ce processus est égale :

$$T_p = \frac{(2500)^2}{(500)^2} = 0.0505 \text{ s} \tag{3.39}$$

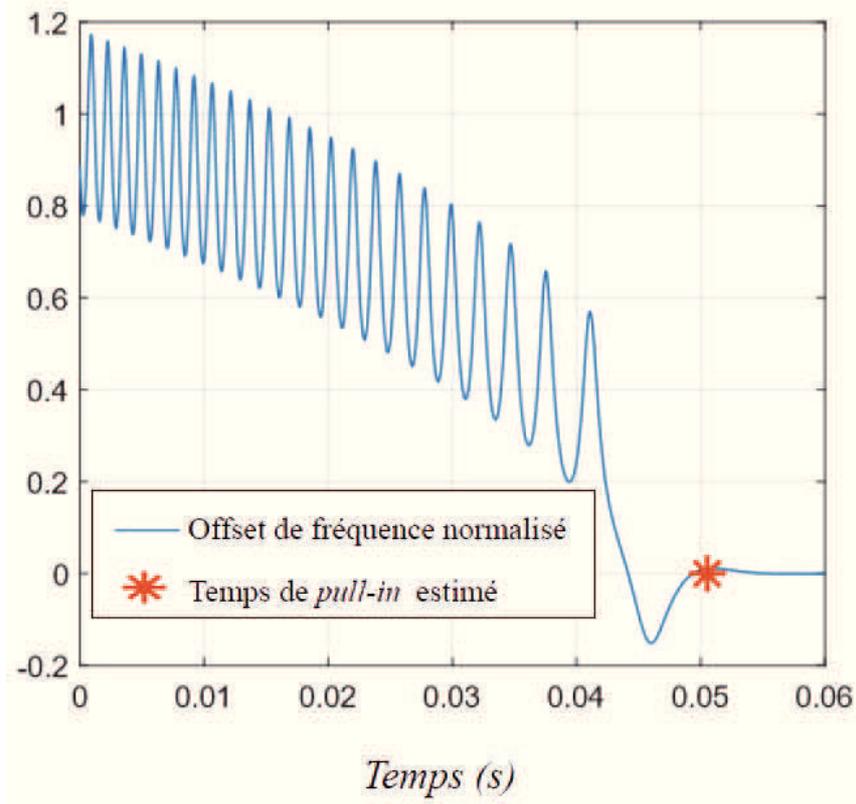


FIGURE 3.8 – Temps de *Pull-in*

Le temps de *pull-in* estimé par (3.27) est marqué par une étoile à la figure 3.8. Le résultat obtenu prouve la fiabilité de l'expression approchée de ce paramètre ce qui nous offre un outil efficace pour maîtriser ce phénomène non-linéaire et analyser le comportement de la PLL dans ce type de scénarios.

Maintenant, nous allons traiter le cas d'un signal de référence avec un offset de fréquence variable (*Doppler rate*).

### I.3 Étude d'une PLL du deuxième ordre en présence d'un Doppler rate

En présence d'un *Doppler rate* constant, le signal de référence s'exprime comme suit :

$$\theta(t) = \frac{1}{2}\dot{\omega}_{\Delta}t^2 + \omega_{\Delta}t + \theta_0 \quad (3.40)$$

L'équation (3.40) représente une rampe de fréquence avec une pente égale au *Doppler rate*  $\dot{\omega}_{\Delta}$ . Cette expression correspond au cas d'un satellite ou une sonde spatiale qui se déplace avec une accélération constante. Dans ce cas de figure, l'équation différentielle qui gouverne le fonctionnement de la PLL dans le domaine non-linéaire (phase d'acquisition) s'exprime par :

$$\frac{d^2\phi(\tau)}{d\tau^2} + 2\cos(2\phi(\tau))\frac{d\phi(\tau)}{d\tau} + a'\sin(2\phi(\tau)) = \dot{\omega}'_{\Delta}. \quad (3.41)$$

avec  $\dot{\omega}'_{\Delta} = \dot{\omega}_{\Delta}/G^2$  le *Doppler rate* normalisé. En appliquant les mêmes techniques utilisées précédemment dans ce chapitre, nous pourrions définir les points d'équilibre stables d'une PLL

du deuxième ordre avec un détecteur semi-sinusoidal dans le cas du signal de référence décrit par (3.40) :

$$\mathbf{x}_m = \begin{bmatrix} m\pi + 0.5 \sin^{-1}\left(\frac{\dot{\omega}_\Delta}{aG}\right) \\ 0 \end{bmatrix}, \quad m \in \mathbb{Z} \quad (3.42)$$

À notre connaissance, cette expression n'existe pas dans la littérature. Contrairement au cas d'une rampe de phase (3.1), l'existence des points d'équilibre stables dépend de la configuration de la PLL et du *Doppler rate*. Par conséquent, la plage de *pull-in* n'est plus infinie puisque des cycles infinis peuvent apparaître dans le plan de phase. Par ailleurs, nous constatons que au niveau des points d'équilibre stable, l'erreur de phase ne sera pas complètement éliminée puisque ces points sont décalés de  $0.5 \sin^{-1}(\dot{\omega}_\Delta/aG)$  par rapport aux points  $m\pi$ . La condition d'existence des points d'équilibre est la suivante :

$$\dot{\omega}_\Delta \leq aG \quad (3.43)$$

En divisant (3.43) par  $G^2$ , on obtient la condition de verrouillage en fonction des paramètres normalisés :

$$\dot{\omega}'_\Delta \leq a' \quad (3.44)$$

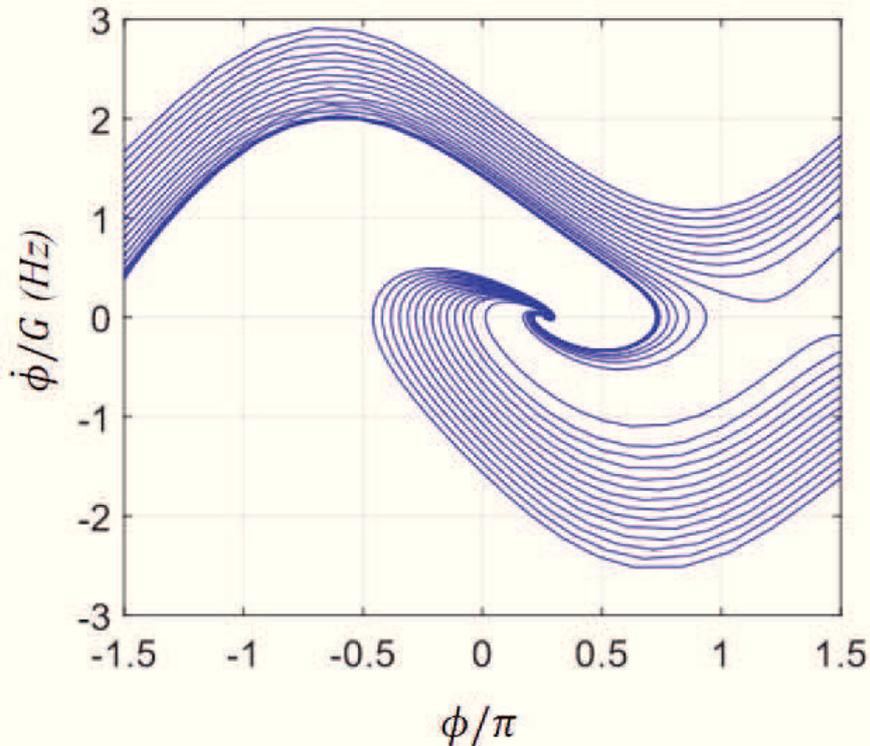


FIGURE 3.9 – Le plan de phase d'une PLL du deuxième ordre en présence de *Doppler rate*

La figure 3.9 illustre le plan de phase d'une PLL du deuxième ordre en présence d'un *Doppler rate*  $\dot{\omega}'_\Delta = 0.4$ . Le gain d'intégrateur normalisé  $a'$  est égal à 1. Avec cette configuration, les trajectoires dans la zone de *lock-in* convergent vers le point  $(0.2, 0)$  ce qui va provoquer un

déphasage statique entre le NCO et le signal de référence en phase de poursuite. Pour remédier à ce phénomène, deux solutions sont possibles. La première réside dans l'utilisation d'une boucle du troisième ordre en ajoutant un intégrateur quadratique au niveau du filtre de boucle. La fonction de transfert d'un tel filtre est la suivante :

$$F(s) = K_f \left( 1 + \frac{a_1}{s} + \frac{a_2}{s^2} \right) \quad (3.45)$$

La difficulté majeure de ce type de PLL tient en l'analyse dans le domaine non-linéaire puisque la manipulation d'un espace de phase tridimensionnel s'avère très compliquée comparativement à un simple plan de phase. Néanmoins, quelques analyses de stabilité de la PLL du troisième ordre peuvent être trouvées dans la littérature. Parmi eux, on peut citer [96]. Dans cette référence, l'auteur a utilisé la deuxième méthode de Lyapunov [97] pour étudier la stabilité de la PLL en phase non-linéaire. Cette méthode consiste à définir une fonction d'énergie qui décrit le fonctionnement du système et en se basant sur sa variation, nous pouvons modéliser le comportement de la PLL. Dans [98], l'auteur a proposé un estimateur du canal de propagation basé sur la structure de la PLL du troisième ordre. Cette structure offre une réduction de complexité considérable par rapport au filtre de Kalman souvent utilisé dans la littérature. Les performances de cette structure ont été étudiées en mode de poursuite et une méthode d'optimisation de paramètre basée sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne est également proposée.

Comparativement au cas de la PLL du deuxième ordre, les analyses de la PLL du troisième ordre en phase d'accrochage ne sont pas suffisantes pour définir des outils de conceptions théoriques fiables et elles se limitent à quelques discussions et observations. En pratique, autre que la PLL du troisième ordre, une deuxième méthode peut être utilisée pour poursuivre les variations de l'effet Doppler. C'est la PLL du deuxième ordre avec une compensation préalable du *Doppler rate*. En se basant sur un modèle décrivant le mouvement des terminaux, nous pouvons établir une pré-estimation de la variation du décalage Doppler au cours du temps. Ensuite, ses informations seront injectées directement dans le NCO afin d'aider la PLL à poursuivre le signal de référence en phase et en fréquence. Cette opération nécessite des informations hautement précises sur les déplacements du satellite et elle est généralement effectuée par des agences spatiales ayant accès à ces informations.

Au voisinage d'un point d'équilibre stable, l'erreur de phase et de fréquence seront relativement faibles et la courbe en S du détecteur de phase peut être approchée par sa pente à l'origine ( $\frac{dS(\phi)}{d\phi}|_{\phi=0}$ ). Ainsi, le modèle équivalent de la PLL devient linéaire et l'analyse du système se réalise plus facilement. Dans la suite de ce chapitre, nous allons nous intéresser à l'analyse d'une PLL du deuxième ordre dans le domaine linéaire qui correspond à la phase de poursuite.

## II Analyse linéaire d'une PLL du deuxième ordre

Une fois verrouillée, la PLL passe en mode poursuite (*Tracking* en anglais) afin d'assurer une réponse à tout déphasage qui pourrait apparaître entre le NCO local et l'onde porteuse. Durant cette phase, l'erreur de phase est proche de zéro. Ainsi, la courbe en S sera approchée par sa pente à l'origine et le détecteur de phase sera modélisé par un simple multiplicateur dans le modèle équivalent de la PLL de la figure 3.10. Le modèle obtenu est un modèle linéaire dont la fonction de transfert est définie par (3.46).

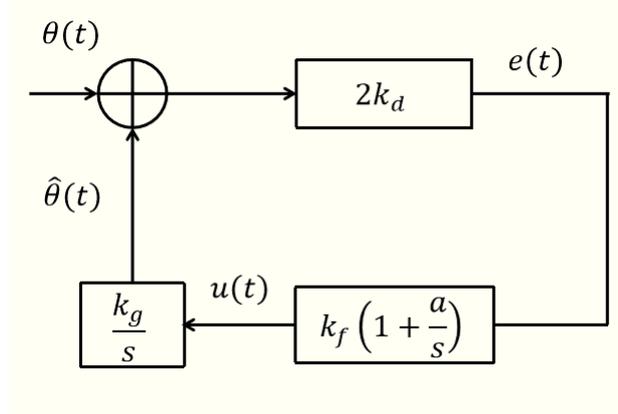


FIGURE 3.10 – Modèle linéaire d'une PLL du deuxième ordre

Le filtre de boucle est un filtre proportionnel-intégral du premier ordre, menant à une fonction de transfert d'ordre 2, d'où l'appellation PLL du deuxième ordre.

$$H(s) = \frac{2Ga + 2Gs}{2Gs + 2Ga + s^2} \quad (3.46)$$

En faisant l'analogie avec la forme canonique d'un système du second ordre :

$$H(s) = \frac{\omega_n^2 + 2\xi\omega_n s}{\omega_n^2 + 2\xi\omega_n s + s^2} \quad (3.47)$$

nous pouvons définir les paramètres caractéristiques de la PLL d'ordre 2 tels que :

- La pulsation propre :  $\omega_n = \sqrt{2Ga}$
- Le coefficient d'amortissement  $\xi = \sqrt{\frac{G}{2a}} = \frac{1}{\sqrt{2a}}$

La réponse de la PLL à un faible saut de phase de 0.2 rd est illustrée à la figure 3.11 pour différentes valeurs  $\xi$ . Comme son nom l'indique, le coefficient d'amortissement  $\xi$  agit sur le nombre d'oscillations de la PLL autour du point d'équilibre. En pratique, la valeur  $\xi = 1/\sqrt{2} \simeq 0.707$  est souvent utilisée puisqu'elle réalise le meilleur compromis entre les oscillations et le temps de réponse à 5% [92].

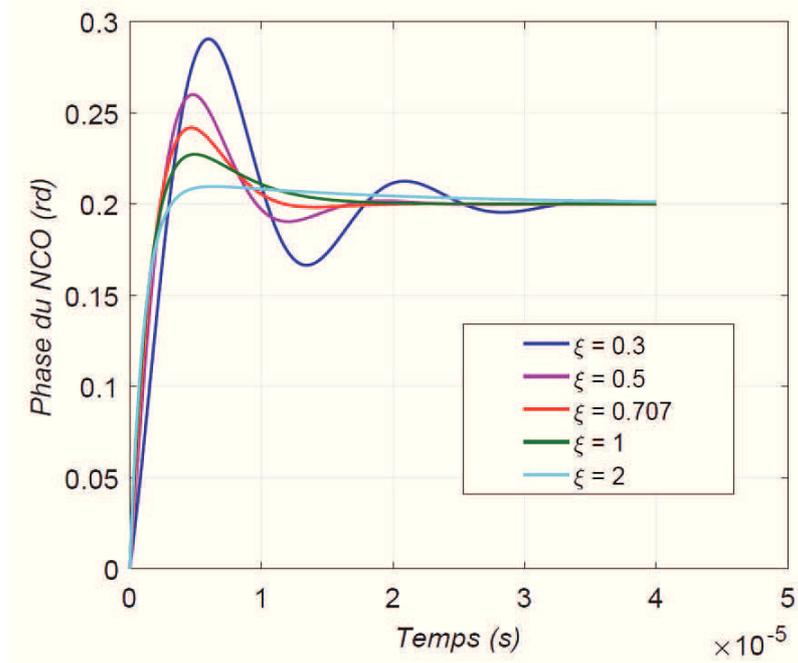
Dans le paragraphe suivant, nous allons présenter les principales étapes permettant de calculer la bande équivalente de bruit d'une PLL du second ordre. Ce paramètre est défini par :

$$B_n = \frac{1}{2\pi} \int_0^{+\infty} |H(j\omega)|^2 d\omega \quad (3.48)$$

ou

$$2B_n = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(j\omega)|^2 d\omega \quad (3.49)$$

En utilisant le théorème des résidus aux fractions rationnelles [99], la bande de boucle  $B_n$  s'exprime en fonction du facteur d'amortissement  $\xi$  et de la pulsation propre  $\omega$  comme suit :


 FIGURE 3.11 – Réponse de la PLL à un saut de phase de 0.2 rd avec différentes valeurs de  $\xi$ 

$$B_n = \frac{\omega_n}{2} \xi \left(1 + \frac{1}{4\xi^2}\right) \quad (3.50)$$

D'après (3.47),  $\xi$  et  $\omega_n$  dépendent directement des paramètres de la boucle  $G$  et  $a$ , soit de la courbe en S. D'autre part, nous avons démontré en chapitre 2 que les courbes en S des détecteurs HBPLL et BPLL changent en fonction du SNR (voir la figure 2.19). Par conséquent, pour avoir une bande équivalente de bruit constante en utilisant l'un de ces deux détecteurs de phase, une estimation de SNR en amont est nécessaire. Cette propriété est très désavantageuse en pratique puisque l'estimation du SNR s'avère très compliquée avant l'asservissement du N.C.O sur l'onde porteuse.

En utilisant les paramètres du modèle linéaire, la plage de *lock-in* et le temps de *pull-in* s'expriment par :

$$\Omega_{po} = 1.24\omega_n \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + 0.74\xi\right) \quad (3.51)$$

et

$$T_p = \frac{2\dot{\phi}_0^2}{\xi\omega_n^3} \quad (3.52)$$

Selon [89], dans le cas d'une PLL avec un détecteur sinusoïdal, ces deux paramètres sont égaux à :

$$\Omega_{po} = 1.8\omega_n(1 + \xi) \quad (3.53)$$

et

$$T_p = \frac{\dot{\phi}_0^2}{4\xi\omega_n^3} \quad (3.54)$$

En comparant ces résultats, nous constatons que la PLL avec un détecteur sinusoidal, pour une même bande de boucle  $B_n$ , a une plage de *lock-in* à peu près deux fois plus large que celle de la PLL avec détecteur semi-sinusoidal. Autrement dit, la PLL avec un détecteur sinusoidal est plus robuste face aux erreurs de fréquence que la PLL avec un détecteur semi-sinusoidal tout en offrant les mêmes performances en phase de poursuite. D'autre part, pour un décalage en fréquence beaucoup plus important que la plage de *pull-in*, le processus de *pull-in* de la PLL avec un détecteur sinusoidal est 4 fois plus rapide que celui de la PLL avec un détecteur semi-sinusoidal. Il est à noter que ces comparaisons sont valides seulement dans la plage de  $a' \leq 1$ . En dehors de cette zone, les relations entre les paramètres des deux types de détecteurs de phase ne sont plus linéaires. Par ailleurs, la forme de la courbe en S du détecteur de phase est imposée par le critère d'estimation de phase et n'est pas un choix de conception. Par exemple, l'approche de synchronisation aveugle résulte en un détecteur de phase semi-sinusoidal tandis que l'approche *Data Aided* nous offre un détecteur sinusoidal. En prenant en considération la contrainte d'une transmission sans symboles pilotes dans le cas d'une communication *Deep Space*, l'approche *Code Aided* peut être envisageable afin d'obtenir un détecteur de phase sinusoidal à condition de bien maîtriser la stabilité de ce type d'algorithmes.

Afin de comparer les trois détecteurs de phase présentés en chapitre 2, nous allons nous intéresser à la section suivante aux performances en matière de variance et de TEB en phase de poursuite.

## II.1 Analyse de performances en phase de poursuite

### II.1.1 Variance de l'erreur de phase

la présence d'un bruit additif au niveau du signal de référence provoque l'apparition d'un bruit équivalent dans la boucle, noté  $N_e$ . Dans ce cas de figure, le modèle équivalent de la PLL devient :

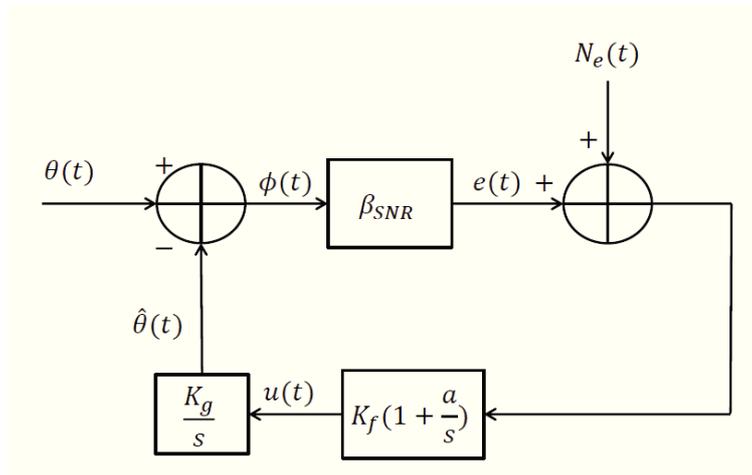


FIGURE 3.12 – Modèle équivalent en présence de bruit

$\beta_{SNR}$  est la pente à l'origine de la courbe en S. Nous avons fait ce changement de notation afin de mieux expliquer l'effet du SNR sur la configuration de la PLL. Dans la suite de cette section, nous allons exprimer la variance de la phase estimée  $\sigma_{\hat{\theta}}^2$  en fonction de la variance du bruit équivalent  $\sigma_{N_e}^2$ .

La relation entre la densité spectrale de puissance (DSP) de la phase estimée  $\hat{\theta}$  et celle du bruit équivalent  $N_e(t)$  est la suivante :

$$S_{\hat{\theta}}(\omega) = S_{N_e}(\omega)|H'(j\omega)|^2 \quad (3.55)$$

avec  $H'(s)$  la fonction de transfert de la partie du système située entre l'entrée du bruit équivalent et la sortie du NCO, alors :

$$H'(s) = \left( \frac{1}{\beta_{SNR}} \right) H(s) \quad (3.56)$$

et

$$S_{\hat{\theta}}(\omega) = S_{N_e}(\omega) \left( \frac{1}{\beta_{SNR}^2} \right) |H(j\omega)|^2 \quad (3.57)$$

La DSP du bruit équivalent s'exprime par :

$$S_{N_e}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_{N_e}(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (3.58)$$

avec  $R_{N_e}(\tau)$  la fonction d'auto-corrélation de  $N_e(t)$ . Sachant que  $N_e(t)$  est cyclostationnaire [100] d'une période égale à  $T_s$  (période symbole), alors sa DSP est donnée par :

$$S_{N_e}(\omega) = \sigma_{N_e}^2 T_s \operatorname{sinc}^2 \left( \frac{\omega T_s}{2\pi} \right) \quad (3.59)$$

Ainsi, la variance de la phase estimée peut être exprimée par :

$$\sigma_{\hat{\theta}}^2 = \frac{1}{\beta_{SNR}^2} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{N_e}(\omega) |H(j\omega)|^2 d\omega \quad (3.60)$$

En substituant (3.59) dans (3.60) et considérant le fait que la bande équivalent de la PLL est beaucoup plus étroite que la bande du bruit, on obtient :

$$\begin{aligned} \sigma_{\hat{\theta}}^2 &= \frac{1}{\beta_{SNR}^2} \sigma_{N_e}^2 T_s \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |H(j\omega)|^2 d\omega \\ &= \frac{2B_n}{R_s} \frac{\sigma_{N_e}^2}{\beta_{SNR}^2} \end{aligned} \quad (3.61)$$

avec  $R_s$  le rythme symbole et  $B_n$  la bande équivalent de bruit définie par (3.50).

Écrivons la variance du bruit équivalent sous la forme suivante :

$$\sigma_{N_e}^2 = \frac{N_0}{2E_s} \rho_{SNR} \quad (3.62)$$

Le terme  $(N_0/2E_s)$  représente le bruit équivalent de la PLL dû au bruit thermique [101]. Dans le cas d'un estimateur de phase basé sur le critère ML, ce terme coïncide avec la borne inférieure de Cramer-Rao. Le terme noté par  $\rho_{SNR}$ , est un facteur supplémentaire provoqué par la

nature aléatoire des données modulant l'onde porteuse. La valeur de ce terme est d'autant plus importante que l'ordre de modulation est élevé. Finalement, en remplaçant (3.62) dans (3.61), on obtient l'expression analytique générale de la variance d'erreur de phase :

$$\sigma_{\hat{\theta}}^2 = \frac{N_0 B_n \rho_{SNR}}{E_s R_s \beta_{SNR}^2} \quad (3.63)$$

Le rapport  $\beta_{SNR}^2/\rho_{SNR}$ , souvent appelé la perte quadratique "squaring loss" [101], est une mesure quantitative de la dégradation de la variance de l'erreur de phase par rapport à la borne de Cramer-Rao. En connaissant cette valeur, la bande de boucle  $B_n$  peut être configurée, en pourcentage du rythme symbole, de sorte que les performances en phase poursuite de la PLL correspondent au cahier des charges de la mission. Les expressions analytiques des variances de l'erreur de phase des trois boucles BPLL, SBPLL et HBPLL peuvent être trouvées dans [85].

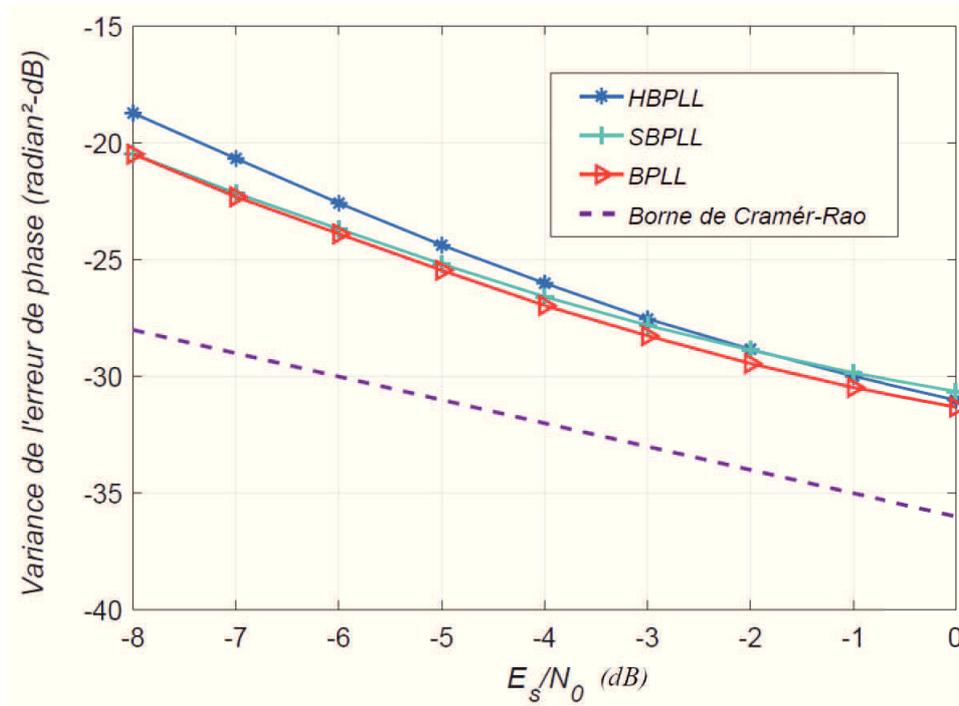


FIGURE 3.13 – Variance de l'erreur de phase en phase de poursuite de trois PLL GMSK  
 $BT_b = 0.5$ ,  $B_n = 0.05\%R_s$

Les variances de l'erreur de phase des trois PLL (BPLL, SBPLL et HBPLL) de la modulation GMSK  $BT_b = 0.5$ , sont illustrées à la figure 3.13. La valeur de la bande de boucle  $B_n$  a été fixée à  $0.05\%R_s$  afin de respecter les seuils de fonctionnement des étages qui suivent la synchronisation de porteuse. Au-delà de cette valeur, la variance de l'erreur de phase ne permettra pas l'accrochage de la synchronisation trame à cause des sauts de cycles qui vont apparaître d'une manière aléatoire. En respectant ce seuil de variance, l'analyse non-linéaire, développée à la section précédente, reste parfaitement applicable à très faible SNR. La plage de SNR qui a été choisie pour évaluer les performances des PLL, correspond aux zones de fonctionnement des codes correcteurs d'erreurs utilisés dans la norme *Deep Space* à savoir les Turbo codes de rendements  $R = 1/6$  ( $E_s/N_0 \simeq -8$ ) et  $R = 1/4$  ( $E_s/N_0 \simeq -6$ ) avec  $E_s/N_0 = E_b/N_0 + 10 \log_{10}(R)$ . Afin de bien analyser les résultats illustrés à la figure 3.13, nous allons les discuter en fonction

du SNR ( $E_s/N_0$ ) :

- $-8 \leq E_s/N_0 \leq -6$  : dans cette plage de SNR, les deux détecteurs BPLL et SBPLL affichent quasiment les mêmes performances. Ces résultats peuvent être expliqués par le fait que, à très faible SNR, l'approximation de la fonction  $\tanh$  par l'identité est suffisamment fiable et ne provoque aucune dégradation notable. De plus, le calcul, que nous avons développé dans la section IV.2, a montré théoriquement que la structure très complexe de la BPLL n'apporte aucune amélioration de performances par rapport à SBPLL qui découle directement du critère ML. Ainsi, la BPLL, qui a été présenté dans la littérature comme la boucle optimale pour la modulation GMSK, augmente la complexité d'implémentation sans offrir d'amélioration de performances par rapport à une structure beaucoup plus simple qui est la SBPLL.
  
- $-6 \leq E_s/N_0 \leq -2$  : dans cette zone, la fonction  $\tanh$  commence à s'éloigner de sa zone linéaire ce qui dégrade les performances de SBPLL en matière de variance par rapport à la BPLL. D'autre part, la HBPLL s'approche de plus en plus de la courbe BPLL tout en restant au-dessus de celle de SBPLL.
  
- $E_s/N_0 \geq -2$  : Cette valeur représente le seuil du passage de la fonction  $\tanh$  à la zone de décision ferme. Au-delà de cette valeur, l'approximation de cette fonction par l'identité, n'est plus correcte et le courbe de SBPLL s'éloigne de celle de BPLL, alors que la courbe de HBPLL s'en approche.

### II.1.2 Taux d'erreur binaire

Maintenant, nous nous intéressons aux performances en matière de TEB en phase de poursuite en utilisant la méthode de Monte-Carlo [102]. Cette méthode consiste à estimer le TEB d'une communication numérique d'une manière itérative. A chaque itération, on transmet un bloc de données (trame) d'une taille fixe, on le démodule, on fait une décision sur les bits et on détermine le nombre d'erreurs en comparant les bits transmis avec les bits décidés. Finalement, le nombre d'erreurs cumulés, après un certain nombre d'itérations, est divisé par la taille de trame ainsi que le nombre total de blocs transmis afin d'estimer le TEB. Le canal de propagation considéré est un canal gaussien mono-trajet et le code correcteur d'erreurs utilisé est un Turbo code d'un rendement  $R = 1/6$ . La taille de trame égale 8920 bits auxquels on ajoute les bits nécessaires à l'accrochage de la PLL. Ces bits ajoutés ne sont pas considérés lors du calcul du TEB. Le Turbo code 1/6 ainsi que la taille de trame sont recommandés par le CCSDS pour les transmissions *Deep Space* [31].

Dans des conditions parfaites, i.e sans erreur de synchronisation ni d'égalisation, un tel code nécessite un rapport  $E_b/N_0 \simeq -0.1dB$  pour afficher un TEB de  $10^{-6}$  après décodage [31]. Cette valeur correspond à  $E_s/N_0 \simeq -7.88dB$  pour un rendement de code de 1/6 et une modulation à un bit/symbole. Comme il a été constaté par les courbes de variance (Fig.3.13), dans cette plage du SNR, la SPBLL offre les mêmes performances que la BPLL. Ces résultats sont confirmés par le TEB, tracé à la figure 3.15, puisque les courbes qui correspondent à ces détecteurs sont pratiquement superposées avec une dégradation d'environ  $0.1dB$  par rapport au cas d'une synchronisation parfaite pour un  $TEB = 10^{-6}$ . Cette dégradation est principalement provoquée par la variance non nulle de l'erreur de phase en phase de poursuite. Par ailleurs, la boucle HBPLL

affiche une dégradation plus importante, respectivement, de  $0.3dB$  et  $0.2dB$  par rapport à la synchronisation parfaite et aux deux autres boucle.



FIGURE 3.14 – Carte FPGA

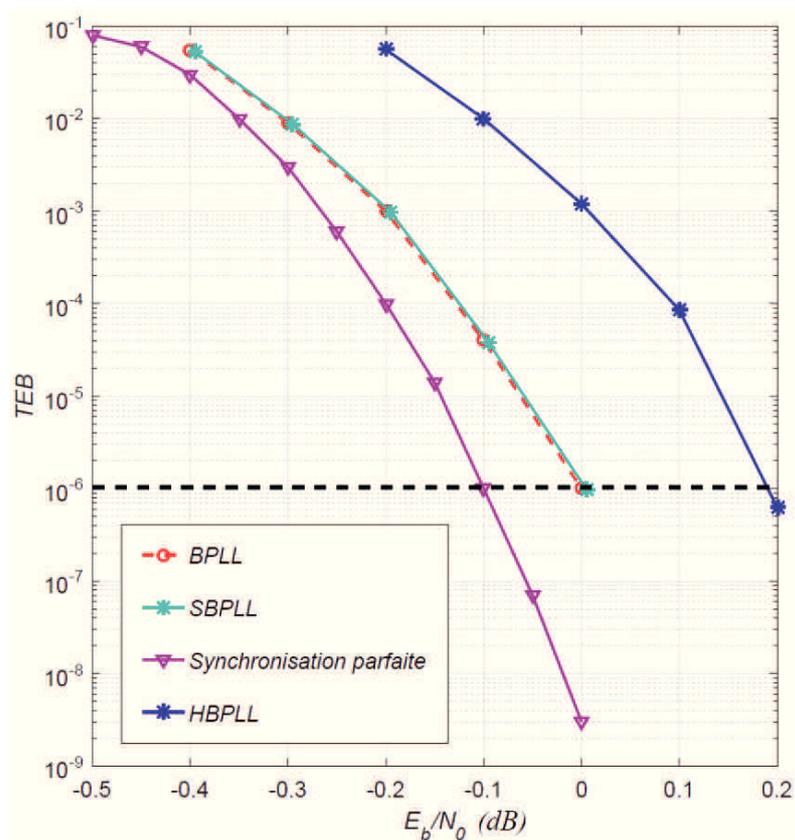


FIGURE 3.15 – Taux d'erreur binaire, GMSK  $BT_b = 0.5$  avec un Turbo code de rendement  $R = 1/6$  et une taille de trame égale 8920 bits, la bande de boucle  $B_n = 0.05\%R_s$

### III Implémentation sur une carte FPGA de la boucle SBPLL

Dans le cadre de la mission ExoMars 2016, la boucle SBPLL a été implémentée sur une carte FPGA (Fig.3.14) et intégrée dans le récepteur Cortex CRT de l'entreprise Zodiac Data Systmes

(ZDS). Les performances en terme de TEB, qui ont été obtenues par simulation sur la carte électronique, sont tracées à la figure 3.16. La faible dégradation d'environ  $0.05dB$  par rapport aux résultats obtenus par simulation informatique est probablement provoquée par la deuxième boucle qui est dédiée à la synchronisation du rythme et qui n'a pas été considérée dans notre modèle de simulation.

Afin de mettre en avant le travail réalisé, il est à noter que la PLL utilisée dans le récepteur avant cette thèse avait un seuil de fonctionnement d'environ  $E_s/N_0 \simeq -2dB$ . Ainsi, le plus faible rendement de code qu'on pouvait utiliser était égal à  $1/2$ . Pour les codes de rendements plus faibles que cette valeur, l'étage de synchronisation n'était pas capable de fournir les performances nécessaires, provoquant la dégradation de l'efficacité énergétique de la chaîne de transmission. En utilisant les résultats obtenus par l'ensemble des analyses développées dans ce chapitre, nous sommes désormais capables de bien configurer la boucle de synchronisation afin de satisfaire les performances requises dans les domaines non-linéaire et linéaire, ce qui nous a permis de répondre aux cahiers des charges de plusieurs missions *Deep Space* telles que ExoMars et Rosetta.

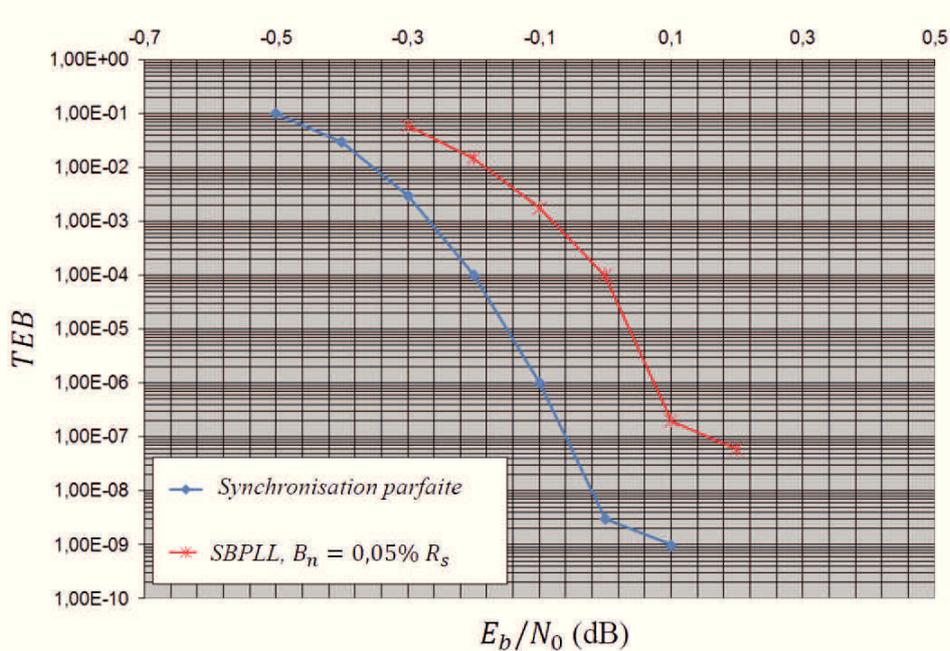


FIGURE 3.16 – TEB récepteur satellites de ZDS, Turbo code  $R = 1/6$ , GMSK  $BT_b = 0.5$ ,  $B_n = 0.05\%R_s$

## IV Conclusion

En utilisant les expressions analytiques des courbes en S, qui ont été déterminées au chapitre 2, nous avons développé dans ce chapitre une nouvelle analyse non-linéaire d'une PLL avec un détecteur de phase semi-sinusoidal. Une PLL du premier ordre a été considérée au début de ce chapitre afin d'expliquer la méthode de plan de phase. Ensuite, nous nous sommes intéressés au deuxième ordre avec un filtre de boucle proportionnel-intégral. Nous avons déterminé les expressions analytiques des différentes zones de fonctionnement de la PLL dont notamment la plage de *lock-in* et de *pull-in*. Une expression approchée du temps de *pull-in* a été aussi présentée. Les expressions analytiques issues de cette analyse représentent un outil théorique très efficace

permettant de maîtriser la configuration de la PLL. Dans la deuxième partie du chapitre, nous avons étudié les performances de trois détecteurs de phase de la modulation GMSK (BPLL, SBPLL et HBPLL) en phase de poursuite à très faible SNR avec un Turbo code de rendement 1/6. Comme il a été constaté par la théorie, dans cette plage du SNR, la boucle SBPLL affiche les mêmes performances que la BPLL tout en offrant une réduction de complexité très importante. Ainsi, nous avons implémenté la SBPLL dans notre récepteur *Deep Space* et les performances en matière de TEB obtenues par simulation et sur cible ont été également présentées dans ce chapitre. Dans le chapitre suivant, nous allons développer une nouvelle technique de combinaison d'antennes réceptrices permettant d'améliorer le bilan de liaison ou de diminuer la taille des antennes de la station sol.

# Techniques de combinaison d'antennes pour des applications *Deep Space*

*The true sign of intelligence is not knowledge but imagination*

Albert Einstein

---

I	Système de réception par réseau d'antennes . . . . .	74
I.1	Avantages de réseau d'antennes . . . . .	74
I.1.1	Avantages mécaniques . . . . .	74
I.1.2	Optimisation du coût de construction . . . . .	75
I.1.3	Meilleure flexibilité . . . . .	75
I.2	Principales caractéristiques d'un réseau d'antennes . . . . .	75
I.2.1	Le retard de propagation . . . . .	75
I.2.2	Gain équivalent d'un réseau d'antennes . . . . .	76
II	État de l'art des techniques de combinaison d'antennes . . . . .	77
II.1	Modèle mathématique du système . . . . .	77
II.2	Approches de combinaison d'antennes . . . . .	78
II.3	Techniques de combinaison d'antennes . . . . .	80
II.3.1	Estimation des facteurs d'incohérence basée sur l'inter-corrélation . . . . .	80
II.3.2	Maximum Ratio Combining . . . . .	81
II.3.3	Approche d'implémentation de la combinaison par inter-corrélation . . . . .	82
III	Technique de combinaison d'antennes à très faible SNR . . . . .	84
III.1	Synchronisation de trame . . . . .	84
III.2	Détection des pilotes ASM dans le domaine temporel . . . . .	86
III.2.1	Détecteur des pilotes ASM à seuil constant . . . . .	90
III.2.2	Détecteur des pilotes ASM à seuil adaptatif . . . . .	93
III.2.3	Détection des pilotes ASM en présence du Doppler . . . . .	96
III.2.4	Combinaison d'antennes basée sur les pilotes ASM . . . . .	98
IV	Conclusion . . . . .	101

---

Plus la sonde spatiale s'éloigne de la station au sol, Plus la puissance du signal reçu se dégrade. Le SNR étant plus faible que le seuil de fonctionnement du système de démodulation, ne permet pas la récupération de l'information transmise. La conception d'un schéma de réception qui compense la dégradation du SNR s'avère donc primordiale. Avec des ouvertures d'antenne et des températures poussées à leurs limites, la seule possibilité de récupérer l'information à ce très faible SNR, réside dans l'exploitation de la diversité spatiale. Plus précisément, l'utilisation d'un réseau d'antennes réceptrices et la combinaison des signaux détectés. Afin de pouvoir bénéficier du gain apporté par une telle architecture, les signaux doivent être combinés d'une manière cohérente. Autrement dit, une compensation du retard et du décalage en fréquence et en phase, entre les signaux, doit être effectuée en amont de la combinaison. Dans ce chapitre, nous nous intéressons aux techniques de combinaison d'antennes pour les transmissions du type *Deep Space*. Dans un premier temps, nous décrivons les principales caractéristiques d'un système de réception par réseau d'antennes. Ensuite, nous présentons une revue de la littérature sur les approches et les techniques de combinaison d'antennes et nous comparons les différentes méthodes en termes de coût et de performances. Les rapports signal à bruit visés par cette partie de thèse, sont extrêmement faibles (en dessous de  $E_s/N_0 = -10$  dB). Les techniques de combinaison en temps réel, actuellement implémentées sur le réseau espace lointain de la NASA (*DNS : Deep Space Network*), ne sont pas capables de bien fonctionner à un tel SNR. Dans la dernière partie de ce chapitre, nous proposons un nouveau système de combinaison d'antennes qui, à notre connaissance, n'a pas été proposé dans la littérature dans le cadre de la communication en espace lointain.

## I Système de réception par réseau d'antennes

La réception par un réseau d'antennes, est une technique qui vise à améliorer le rapport signal à bruit par la combinaison des signaux reçus. Théoriquement, dans le cas d'une combinaison cohérente, un gain proportionnel à la taille du réseau peut être obtenu. Dans cette section, nous présentons quelques avantages d'un tel système de réception ainsi que ces principales caractéristiques.

### I.1 Avantages de réseau d'antennes

#### I.1.1 Avantages mécaniques

Les antennes à grande ouverture (ex : 70 mètres) sont caractérisées par une haute sensibilité aux erreurs d'orientation à cause de leurs faisceaux de détection relativement étroits. Une haute précision d'orientation est donc nécessaire pour minimiser les pertes de puissance. D'un point de vue mécanique, cette précision est très difficile à réaliser en manipulant des grandes structures. Une solution à ce problème réside dans l'utilisation des antennes à petite ouverture qui offrent des faisceaux de détection plus larges. Le système de réception devient donc plus robuste face aux erreurs d'orientation et les techniques de correction sont plus faciles à appliquer. Ainsi, le remplacement d'une antenne à grande ouverture par un réseau de petites antennes, avec un rapport ( $G/T$ ) équivalent, s'avère très bénéfique sur le plan mécanique. Néanmoins, la difficulté sera transférée dans le domaine électronique puisque les signaux doivent être combinés d'une manière cohérente afin d'obtenir des performances de démodulation similaires à celles de la grande antenne.

### I.1.2 Optimisation du coût de construction

Le coût de construction d'une antenne est proportionnel à son volume, tandis que son gain  $G$  est proportionnel au carré de son diamètre [103]. A titre d'exemple, réduire de moitié le diamètre d'une antenne divise le coût de construction par un facteur 8. Cependant, 4 antennes de cette taille réduite sont nécessaires pour obtenir les mêmes performances que celles obtenues avec une antenne à grande ouverture. Au total, une réduction de 50% du coût de construction peut être réalisée à condition que les signaux soient parfaitement combinés. Nous donnons plus de détails sur le gain équivalent d'un réseau d'antennes dans la suite de cette section.

### I.1.3 Meilleure flexibilité

Le réseau d'antennes offre une grande flexibilité d'installation en permettant l'ajout d'éléments supplémentaires au fur et à mesure que les besoins de la mission évoluent. Par exemple, pendant la phase de croisière de la mission Cassini, une seule antenne de 34 m a été utilisée, tandis qu'une combinaison de deux antennes de 70 m et 34 m de diamètres a été nécessaire à la réception des données transmises depuis Saturne. L'ajout de nouveaux éléments peut être effectué avec peu d'impact sur les installations existantes. Par ailleurs, le réseau d'antennes offre plus de robustesse opérationnelle contre les pannes. Avec une seule antenne en service, une panne provoque l'échec de la mission. Dans le cas d'un réseau d'antennes, le dysfonctionnement d'un élément du réseau dégrade les performances du système mais n'entraîne pas nécessairement l'arrêt total du service.

Dans la suite, nous présentons les principales caractéristiques d'un réseau d'antennes et nous discutons des limites théoriques de cette technique de détection.

## I.2 Principales caractéristiques d'un réseau d'antennes

En se basant sur l'exemple illustré à la figure 4.1, nous allons développer les éléments-clés d'un système de réception par réseau d'antennes.

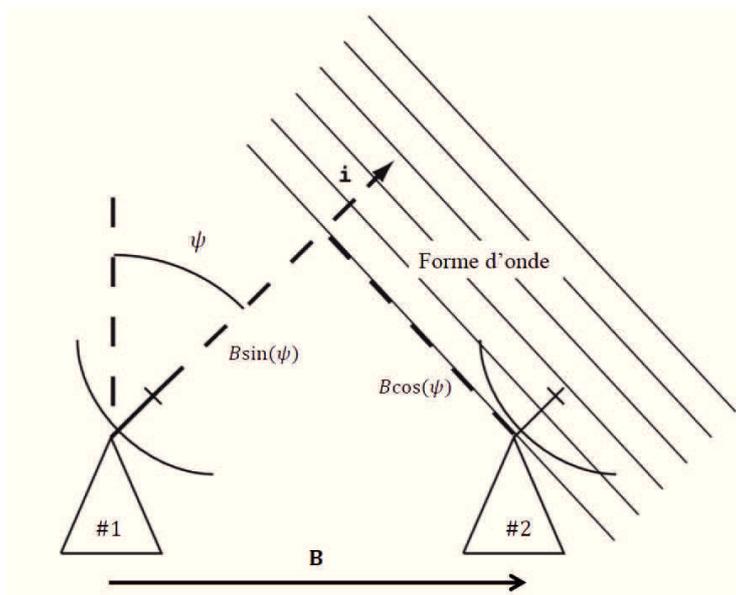


FIGURE 4.1 – Un réseau d'antennes composé de deux éléments

### I.2.1 Le retard de propagation

Sans perte de généralité, nous considérons un réseau d'antennes à 2 éléments. En utilisant la notation vectorielle introduite dans [104], la différence entre les instants d'arrivée du signal sur chaque antenne peut être approchée par :

$$\gamma_1 - \gamma_2 = \gamma_d = \frac{\langle \mathbf{B}, \mathbf{i} \rangle}{c} = \frac{B \sin(\psi)}{c} \quad (4.1)$$

avec :

$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} B \\ 0 \end{pmatrix}$  : le vecteur de la ligne de base d'une norme  $B$  égale à la distance entre les deux antennes.

$\mathbf{i} = \begin{pmatrix} \sin(\psi) \\ \cos(\psi) \end{pmatrix}$  : le vecteur unitaire pointé vers la source émettrice.

$c$  la célérité de la lumière. L'hypothèse de l'onde plane est justifiée par le fait que la source est supposée à l'infini. La fiabilité de cette approximation dépend principalement de la précision des mesures de la ligne de base  $B$  et l'orientation des antennes  $\psi$ .

En dérivant (4.1) par rapport aux variables  $B$  et  $\psi$ , on obtient :

$$\nabla \gamma_d = \left( \frac{\sin(\psi)}{c} \right) \Delta B \mathbf{B} + \left( \frac{B \cos(\psi)}{c} \right) \Delta \psi \mathbf{i} \quad (4.2)$$

$\Delta B$  et  $\Delta \psi$  sont, respectivement, les erreurs du calcul de  $B$  et  $\psi$ . Ensuite, en prenant la norme euclidienne de (4.2), on obtient l'erreur d'estimation de  $\gamma_d$  :

$$\Delta \gamma_d = \sqrt{\left( \frac{\sin(\psi)}{c} \right)^2 \Delta B^2 + \left( \frac{B \cos(\psi)}{c} \right)^2 \Delta \psi^2} \quad (4.3)$$

Afin d'assurer la cohérence entre les signaux combinés, la condition suivante doit être satisfaite :

$$B_r \Delta \gamma_d \ll 1 \quad (4.4)$$

avec  $B_r$  la bande passante du récepteur. En pratique, un produit  $B_r \Delta \gamma_d = 10^{-2}$  est généralement suffisant pour obtenir une combinaison cohérente. Par exemple, pour une bande passante  $B_r = 10 \text{ MHz}$ , l'erreur d'estimation du retard  $\Delta \gamma_d$  doit être de l'ordre de la nanoseconde. En supposant que l'erreur d'orientation  $\Delta \psi = 0$ , pour avoir cette précision d'estimation du retard  $\gamma_d$ , l'erreur du calcul de la ligne de base  $\Delta B$  doit être inférieur à  $30 \text{ cm}$ . Dans des conditions réelles, ces informations ne sont pas aussi précises, notamment dans le cas d'une structure plus complexe (réseau de plusieurs d'antennes). Par conséquent, une technique d'estimation du résidu du retard doit être intégrée dans la structure afin d'éviter la dégradation des performances.

Dans la suite de cette section, nous allons exprimer le gain équivalent d'un réseau d'antennes en fonction des gains élémentaires.

### I.2.2 Gain équivalent d'un réseau d'antennes

Le rapport du gain d'antenne  $G$  par la température totale  $T$  représente le facteur de sensibilité du système de détection. La relation entre le facteur de sensibilité et le rapport signal à bruit est donnée au chapitre 1. Pour un réseau d'antennes, le facteur de sensibilité équivalent  $[G/T]$  est la somme des facteurs de sensibilités élémentaires, à condition que les signaux soient combinés d'une manière cohérente.

$$\left[ \frac{G}{T} \right] = \sum_{i=1}^N \left( \frac{G}{T} \right)_i \quad (4.5)$$

avec  $(G/T)_i$  le facteur de sensibilité de l' $i^{\text{ième}}$  antenne du réseau et  $N$  la taille du réseau. Dans le cas d'un réseau homogène, i.e toutes les antennes ont le même facteur de sensibilité,  $(G/T)_i = (G/T)_0 \forall i$ , (4.5) devient :

$$\left[ \frac{G}{T} \right] = N \left( \frac{G}{T} \right)_0 \quad (4.6)$$

Le rapport de  $[G/T]$  par  $(G/T)_0$  représente le gain de combinaison et s'exprime en dB. La figure 4.2 trace ce gain, qui est égal à  $10 \log_{10}(N)$  dans le cas du réseau homogène, en fonction de la taille du réseau. Nous constatons que, au fur et à mesure que le nombre d'antennes augmente, le gain apporté en dB diminue. Par exemple, l'ajout d'une deuxième antenne, avec le même  $G/T$ , apporte à un gain de 3 dB tandis que la troisième apporte 1.8dB et la dixième seulement 0.46dB.

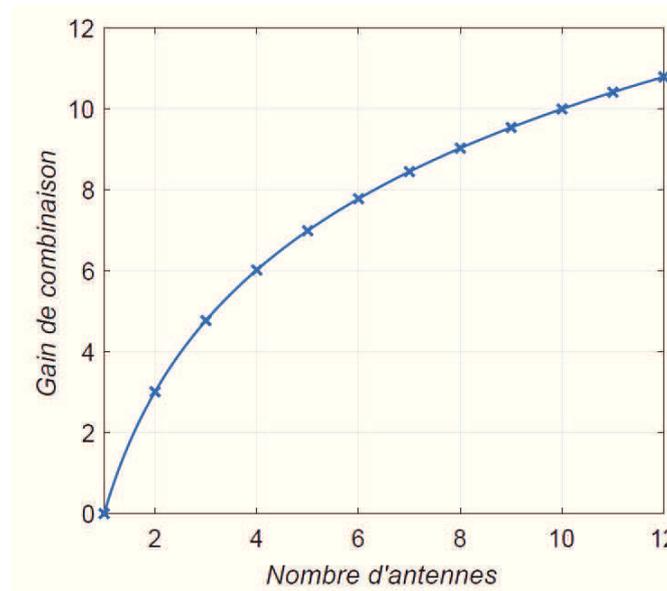


FIGURE 4.2 – Gain de combinaison en fonction de la taille du réseau d'antennes

Dans le cas d'un réseau hétérogène avec des facteurs de sensibilité  $(G/T)_i$  différents, le gain global du réseau est obtenu en ajoutant les facteurs de sensibilité à l'élément ayant le  $G/T$  le plus important. Plus précisément, la combinaison de deux antennes dont le facteur  $(G/T)$  de la première est dix fois celui de la deuxième, apporte un gain d'environ 0.46dB au gain total du réseau.

En tenant compte de ces résultats, l'ajout d'un nouvel élément à un réseau d'antennes est envisageable en pratique si un gain minimum de 10% du gain global du réseau est apporté. Les formules présentées dans ce paragraphe, seront démontrées à la section II.3.2 en développant l'algorithme de combinaison MRC. D'autres caractéristiques de réseau d'antennes telles que la fiabilité et la disponibilité peuvent être trouvées à la référence [104].

Notre objectif dans ce chapitre est de fiabiliser l'estimation des paramètres d'incohérence (retard, fréquence et phase) dans l'objectif de maximiser le gain de combinaison. Dans un premier temps, nous allons présenter une revue de la littérature de combinaison d'antennes dans le contexte d'une transmission *Deep Space*. La dernière partie de ce chapitre sera consacrée à la présentation d'une nouvelle technique de traitement de réseaux d'antennes qui vise à minimiser le seuil de fonctionnement du système de détection.

## II État de l'art des techniques de combinaison d'antennes

### II.1 Modèle mathématique du système

Afin de simplifier les notations, nous considérons l'exemple d'un réseau d'antennes à deux éléments (Fig.4.2). Les signaux reçus sur les deux antennes sont deux répliques décalées du signal sur porteuse émis par le satellite  $S^p(t)$  et s'expriment par :

$$\begin{aligned} S_1^p(t) &= h_1 S^p(t - \gamma_1) + n_1(t) \\ S_2^p(t) &= h_2 S^p(t - \gamma_2) + n_2(t) \end{aligned} \tag{4.7}$$

avec  $h_1$  et  $h_2$  deux constantes.

Le canal de propagation considéré est gaussien non sélectif en fréquence, et  $n_1(t)$ ,  $n_2(t)$  sont deux bruits gaussiens non-corrélés avec une DSP égale à  $N_0/2$ . A la réception, les signaux sont ramenés en bande de base en utilisant le N.C.O local du récepteur.

Après la transposition, les signaux en bande de base s'écrivent :

$$\begin{aligned} S_1(t) &= h'_1 S(t - \gamma_1) e^{j(\Delta\omega_1 t + \phi_1)} + n'_1(t) \\ S_2(t) &= h'_2 S(t - \gamma_2) e^{j(\Delta\omega_2 t + \phi_2)} + n'_2(t) \end{aligned} \tag{4.8}$$

avec

- $h'_1$  et  $h'_2$  deux constantes.
- $n'_1(t)$  et  $n'_2(t)$  deux bruits gaussiens.
- $S(t)$  l'enveloppe complexe du signal émis :

$$S^p(t) = \Re\{S(t) e^{j(\omega_0 t + \phi_0)}\} \tag{4.9}$$

$\omega_0$  et  $\phi_0$  sont, respectivement, la fréquence angulaire et la phase de l'onde porteuse.

- $\Delta\omega_i$ ,  $i = 1, 2$ . représente le décalage en fréquence angulaire entre le  $i^{\text{ième}}$  signal et le NCO.
- $\phi_i$ ,  $i = 1, 2$ . représente le déphasage entre le  $i^{\text{ième}}$  signal et le NCO et s'écrit :

$$\phi_i = \phi_0 - \omega_0\gamma_i - \phi_{NCO} \quad (4.10)$$

Dans l'objectif d'identifier les facteurs d'incohérence entre les signaux, nous allons effectuer un changement de l'origine du temps et exprimer la phase  $\phi_2$  en fonction de  $\phi_1$ , alors on obtient :

$$S_1(t) = h'_1 S(t) e^{j(\Delta\omega_1 t + \phi_1)} + n'_1(t) \quad (4.11)$$

$$S_2(t) = h'_2 S(t - \gamma_d) e^{j(\Delta\omega_1 t + \phi_1)} e^{-j(\Delta\omega_2 t + \Phi_{12})} + n'_2(t)$$

avec  $\Phi_{12} = \phi_1 - \phi_2$  et  $\gamma_d = \gamma_1 - \gamma_2$ . Le terme  $\Delta\omega_{12}$  représente la différence entre les décalages en fréquence sur les deux signaux. Cette différence peut être provoquée par la transposition asynchrone (Fig.4.3(b)) et/ou par la présence d'un décalage Doppler différent sur chaque signal.



Les transmissions numériques par satellite sont largement utilisées dans plusieurs domaines allant des applications commerciales en orbites terrestres aux missions d'exploration scientifiques en espace lointain (*Deep Space*). Ces systèmes de transmission fonctionnent sur des très grandes distances et ils disposent des ressources énergétiques très limitées. Cela se traduit par un très faible rapport signal à bruit au niveau de la station de réception terrestre. Une possibilité d'établir une liaison fiable dans ces conditions très défavorables, réside dans l'utilisation de codes correcteurs d'erreurs puissants tels que les Turbo codes et le LDPC. Cependant, les gains de codage sont conditionnés par le bon fonctionnement des étages de la démodulation cohérente en amont, notamment l'étage de synchronisation. L'opération de synchronisation consiste à estimer et compenser le décalage en phase et en fréquence entre le signal reçu et l'oscillateur local du récepteur. Ces décalages sont généralement provoqués par des imperfections matérielles et le phénomène d'effet Doppler. A très faible rapport signal à bruit, les systèmes de synchronisation actuels se trouvent limités et incapables d'assurer les performances requises. Notre objectif est de fiabiliser l'étage de synchronisation du récepteur dans des conditions très difficiles de faible rapport signal sur bruit, d'effet Doppler conséquent avec prise en compte d'un phénomène d'accélération (*Doppler rate*) et d'une transmission sans pilote.

Cette thèse CIFRE traite du problème de la synchronisation porteuse pour la voie descendante d'une transmission *Deep Space*. Après la réalisation d'une étude de l'état de l'art des techniques de synchronisation, nous avons retenu les boucles à verrouillage de phase (*PLL: Phase Locked Loop*). Dans un contexte industriel, les PLL offrent le meilleur compromis entre complexité d'implémentation et performances. Plusieurs détecteurs de phase basés le critère du maximum de vraisemblance ont été considérés et modélisés par leurs courbes caractéristiques. En se basant sur les modèles équivalents, nous avons développé une nouvelle étude de la phase d'acquisition non-linéaire d'une PLL du deuxième ordre avec un détecteur de phase semi-sinusoidal.

La deuxième partie de la thèse a été consacrée à l'étude des techniques de combinaison d'antennes. Ces méthodes visent à exploiter la diversité spatiale et améliorer le bilan de liaison de la chaîne de transmission tout en offrant une flexibilité de conception ainsi qu'une réduction considérable du coût d'installation. A l'issue de cette partie, nous avons proposé un nouveau schéma de combinaison d'antenne qui améliore le seuil de fonctionnement des systèmes existants.

**Mots clef :** Traitement du signal, Transmission par satellite, Espace lointain, Synchronisation de la porteuse, Estimation aveugle, Boucle à verrouillage de phase, Courbe en S, Combinaison d'antennes, Détection CFAR

In deep space communication systems, the long distance between the spacecraft and the ground station along with the limited capacity of the on-board power generator result a very low signal to noise ratio (SNR). However, such transmission still possible by using near Shannon limit error correction codes (Turbo code and LDPC code). Nevertheless, to take advantage of this coding gain, the coherent demodulation is mandatory, and the carrier phase synchronization must be reliable at more restrictive SNR. At very low SNR, current synchronization systems are limited and unable to provide the required performances. Our goal is to improve the reliability of the receiver synchronization stage under very difficult conditions of a very low SNR, a variable Doppler effect (Doppler rate) and a blind transmission.

This thesis deals with the problem of carrier phase synchronization for the downlink of a Deep Space transmission. After the study of the existing solutions, we selected the phase locked loop (*Phase Locked Loop: PLL*). In an industrial context, PLL offers the best trade-off between complexity and performance. Several phase detectors based on the maximum likelihood criterion were considered and characterized by their S-curves. Based on the equivalent models, we have developed a new study of the non-linear acquisition phase of a second-order PLL with a semi-sinusoidal phase error detector.

The second part of the thesis was dedicated to the antennas combining techniques. These methods aim to improve the link budget of the transmission and offer more flexibility. At the end of this part, we proposed a new antennas combining scheme that improves the operating threshold of existing systems.

**Keywords:** Signal processing, Satellite communications, Deep Space, Carrier synchronization, Blind estimation, Phase locked loop, S-curve, Antennas combining, CFAR detection