



HAL
open science

Étude des rapports entre stéréotomie et résistance des voûtes clavées

Mathias Fantin

► **To cite this version:**

Mathias Fantin. Étude des rapports entre stéréotomie et résistance des voûtes clavées. Art et histoire de l'art. Université Paris-Est, 2017. Français. NNT : 2017PESC1077 . tel-01834617

HAL Id: tel-01834617

<https://theses.hal.science/tel-01834617v1>

Submitted on 10 Jul 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

préparée au sein du laboratoire Géométrie Structure Architecture
de l'École nationale supérieure d'architecture Paris-Malaquais

présentée pour l'obtention du diplôme de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ PARIS-EST
École doctorale : Ville, Transports et Territoires
Spécialité : Architecture

par

Mathias Fantin

intitulée

Étude des rapports entre stéréotomie et résistance des voûtes clavées

Soutenue le mercredi 13 décembre 2017 devant le jury composé de :

Alexandre GADY, président du Jury, Université Paris-Sorbonne
Gianmarco DE FELICE, rapporteur, Università degli Studi Roma Tre
Jean-Claude MOREL, rapporteur, Coventry University
Alain EHRLACHER, examinateur, École nationale des ponts et chaussées
Nathalie DOMÈDE, examinatrice, INSA Toulouse
Benjamin MOUTON, invité, Agence Mouton ACMH
Gilbert MARGUERITTE, invité, Margueritte SAS
Maurizio BROCATO, directeur de thèse, ENSA Paris-Malaquais
Thierry CIBLAC, professeur co-encadrant, ENSA Paris-Malaquais

Résumé

Cette thèse vise à mieux comprendre l'influence de la coupe des pierres sur la résistance des arcs et des voûtes clavés en général, et des couvrements plans en particulier. L'étude historique et typologique des plates-bandes et des voûtes plates, à travers les exemples construits et les traités d'architecture et de coupe des pierres du XVI^e au XVIII^e siècle, forme le préalable à l'étude mécanique de ces constructions. Les plates-bandes à joints en X, les plates-bandes en fausse-coupe, et les voûtes plates d'Abeille sont étudiées en détail en raison de leur stéréotomie savante. Les règles géométriques utilisées pour l'appareillage des plates-bandes, d'une part par les architectes, et d'autre part par les appareilleurs et tailleurs de pierre, émergent de ce travail. Une extension de la méthode des réseaux de forces est proposée, pour tenir compte de l'appareil des voûtes, pour raffiner les réseaux, et pour intégrer rigoureusement les réseaux à la théorie du calcul à la rupture. Des stratégies de calcul pour la recherche des chargements extrêmes, dont la détermination fonde la faisabilité de la technique, sont proposées. Les études mécaniques conduites considèrent les arcs en plein-cintre et dômes hémisphériques, les plates-bandes et voûtes plates, et les voûtes hélicoïdales. Elles illustrent la précision de l'estimatif proposée pour le coefficient de sécurité géométrique, l'influence de la coupe des pierres pour les couvrements plans, et les possibilités et limites de l'application de la méthode des réseaux de forces à l'étude des constructions clavées.

Mots-clés : stéréotomie, coupe des pierres, pierre de taille, appareil, plate-bande, voûte plate, stabilité, calcul à la rupture

Abstract

This work aims at a better understanding of the influence of stereotomy on the stability of stone-cut archs and vaults in general, and flat archs and flat vaults in particular. A study of the history and typology of flat archs and flat vaults, through the consideration of existing examples and treaties of architecture or stereotomy from 1500 to 1800, is a preamble to the mechanical study of these constructions. Flat archs with X-joints, flat archs « en fausse-coupe », and Abeille's flat vaults are studied in detail because of their specific stereotomy. Geometric rules used to determine joint orientation, by architects on the one hand, and by stone masons on the other hand, emerge from this work. An extension of the force network method is presented, in order to take into account the vaults' stonework, to find new equilibrium solutions by refining networks, and to comply rigorously with the theory of yield calculus. Calculus strategies for the search of limit loads, whose determination is essential for the technique, are given. Mechanical studies are conducted on cylindrical archs and hemispherical domes, flat archs and flat vaults, and helicoidal vaults. They show the precision of the geometric safety factor estimate, the influence of stone cutting on flat archs and vaults, and the possibilities and limits of using the force networks method to study stone-cut vaults.

Keywords : stereotomy, stone cutting, ashlar, stonework, flat arch, flat vault, stability, yield design

Remerciements

Je remercie Maurizio Brocato et Thierry Ciblac d’avoir accepté d’encadrer cette thèse de doctorat et de m’avoir accompagné pendant ces trois années de recherche sur la coupe des pierres et sur les voûtes.

Je tiens à remercier particulièrement les Compagnons passant du devoir tailleurs de pierre Luc Tamboréro (Ateliers romeo), Gilbert Margueritte (Margueritte SAS), et Jérémie Fierens (Ateliers de Saint-Jacques) pour leur aide et leurs conseils sur la coupe des pierres actuelle et passée des plates-bandes, qui ont été essentiels pour mon travail de recherche historique sur les règles géométriques de conception des plates-bandes.

Je voudrais ensuite remercier l’ensemble des historiens de l’art qui m’ont apporté leur expertise pour contextualiser les exemples découverts de plates-bandes en fausse-coupe, et en tout premier lieu Alexandre Gady (Centre André-Chastel, Université Paris-Sorbonne) et Guillaume Fonkenell (musée national de la Renaissance au château d’Écouen) pour leur aide précieuse concernant les plates-bandes en fausse-coupe de Jacques Lemercier et celles du Louvre. Je remercie également Paolo Cornaglia (Politecnico di Torino), Javier Ibáñez Fernández (Universidad de Zaragoza) et Arturo Zaragoza Catalán (Universitat de València), Pierre-Louis Laget (Conseil régional des Hauts-de-France), et Nicolas Reveyron (Université Lumière Lyon 2) pour leurs remarques éclairées. Un grand merci également à Léonore Losserand (chercheuse indépendante), Béatrice Viré-Gaillard (ENSA Versailles), Joëlle Barreau (Centre André Chastel) et Yvon Plouzenec (Centre André Chastel) pour leurs conseils et remarques.

Je suis reconnaissant à tous ceux qui m’ont aidé à réunir des informations sur le phénomène particulier de la fausse-coupe à Chambéry : Humbert de Rivaz (UDAP Haute-Savoie), Philippe Raffaelli (Conservation départementale du patrimoine de la Savoie), Benoit Chambre (Épure - architecture & patrimoine), François Juttet (Centre d’interprétation de l’Architecture et du Patrimoine) et Dominique Tritenne (Conservatoire national des pierres et marbres). Je tiens à remercier également Didier Repellin (ACMH) et Thomas Bricheux (Agence Repellin Larpin & Associés) pour leur aide concernant la coupe des pierres à Lyon, et en particulier pour m’avoir permis d’observer de près les plates-bandes en fausse-coupe de Soufflot à l’Hôtel-Dieu de Lyon.

Un grand merci à Benoît Vérant (ENSA Paris-Malaquais), Vianney Loing (ENPC), Blerta Lipo (Università Degli Studi Roma Tre) pour leur aide durant et après les expériences aux Grands Ateliers de l’Isle d’Abeau, et à Marco Czarnecki (Université Montpellier 2) pour son aide précieuse pour trouver une solution pratique aux problèmes d’optimisation numérique posés par les réseaux de forces.

Je suis également reconnaissant à Jérémy Bleyer (ENPC), Sandrine Conan (Université Lille 3), Antoine Garnier (Atlas roman), Louis Jacquart, Nicolas Lestrinquez (ENSA Paris-La-Villette), Anne-Laure Morel (ENSA Paris-Malaquais), Robert March (ENSA Paris-Malaquais), Márton Sarkadi et Nicolas Wasylszyn (UDAP de l’Eure).

Enfin, merci à Silvia pour sa relecture attentive et sa patience durant ces trois années de recherche.

Liste des symboles

Afin de les distinguer des scalaires, les matrices sont notées par des lettres capitales en gras, et les vecteurs par des lettres minuscules en gras.

Lettres latines

b : largeur d'une plate-bande (ou $2b$ dans le cas des plates-bandes à joints en X)

C : matrice de connectivité

$CSG_j(\zeta) = \lambda_j(\zeta)$: le coefficient de sécurité géométrique d'un joint correspondant à la solution d'équilibre donnée par le vecteur paramètre ζ

$CSG_{\mathcal{J}}(\zeta)$: coefficient de sécurité géométrique de la structure correspondant à la solution d'équilibre donnée par le vecteur paramètre ζ

$\overline{CSG_{\mathcal{J}}}$: coefficient de sécurité géométrique de la structure, correspondant à la plus grande valeur atteignable avec une solution d'équilibre

$CSS_j(\zeta)$: coefficient de sécurité statique d'un joint correspondant à la solution d'équilibre donnée par le vecteur paramètre ζ

$CSS_{\mathcal{J}}(\zeta)$: coefficient de sécurité statique de la structure correspondant à la solution d'équilibre donnée par le vecteur paramètre ζ

$\overline{CSS_{\mathcal{J}}}$: coefficient de sécurité statique de la structure, correspondant à la plus grande valeur atteignable avec une solution d'équilibre

e : excentricité d'un centre de pression par rapport au centre du joint

f : fonction de coût utilisée pour déterminer un multiplicateur de rupture

$F(Q)$: coefficient de rupture du mode de chargement Q , également appelé multiplicateur de charge, ou coefficient de sécurité

g : fonction de coût utilisée pour déterminer un multiplicateur de rupture

G : domaine admissible pour les contraintes

H : poussée (réaction horizontale sur un appui)

h : hauteur d'une plate-bande ou d'une voûte plate

K : domaine des chargements potentiellement supportables

\mathbf{K} : matrice obtenue par l'écriture de l'équilibre horizontal de chaque nœud d'un réseau

k : nombre de claveaux d'une plate-bande

l : longueur d'une branche d'un réseau de forces

l^* : force dans la branche d'un réseau de forces

l_H : longueur de la projection sur un plan horizontal d'une branche d'un réseau de forces

L_i : portée libre de l'arc ou de la voûte, mesurée à l'intrados

L_m : portée de l'arc ou de la voûte, mesurée à mi-hauteur

M : moment dans le repère global de la plate-bande (contrainte généralisée de la théorie des poutres)

M' : moment dans le repère local du joint (contrainte généralisée de la théorie des poutres)
 m : moment adimensionné, ou nombre de branches d'un réseau de forces
 N : effort normal dans le repère global de la plate-bande (contrainte généralisée de la théorie des poutres)
 N' : effort normal dans le repère local du joint (contrainte généralisée de la théorie des poutres)
 N_c : effort normal maximal admissible dans le repère global de la plate-bande
 N'_c : effort normal maximal admissible dans le repère local du joint
 n : effort normal adimensionné, ou nombre de nœuds d'un réseau de forces
 n_b : nombre de nœuds d'appuis d'un réseau de forces
 n_i : nombre de nœuds intérieurs d'un réseau de forces
 n_{dof} : degré d'hyperstaticité d'un réseau de forces projeté sur un plan horizontal
 r : rayon moyen d'un arc en plein-cintre ou d'un dôme hémisphérique
 p_x, p_y, p_z : composantes du chargement extérieur sur un nœud d'un réseau de forces
 \underline{Q} : vecteur représentant le mode de chargement de la structure
 q : densité de force dans une branche d'un réseau de forces
 r_K : rang de la matrice \mathbf{K}
 s : force axiale dans une branche d'un réseau de forces
 t : épaisseur d'un arc en plein-cintre ou d'un dôme hémisphérique
 u : composante selon l'axe x d'une branche d'un réseau de forces
 u^* : composante selon l'axe x de la force dans une branche d'un réseau de forces
 V : effort tranchant dans le repère global de la plate-bande (contrainte généralisée de la théorie des poutres)
 V' : effort tranchant dans le repère local du joint (contrainte généralisée de la théorie des poutres)
 v : effort tranchant adimensionné ou composante selon l'axe y d'une branche d'un réseau de forces
 v^* : composante selon l'axe y de la force dans une branche d'un réseau de forces
 W : charge verticale totale s'appliquant à une plate-bande ou une voûte plate
 W_0 : charge verticale due au poids propre
 w : composante selon l'axe z d'une branche d'un réseau de forces
 w^* : composante selon l'axe z de la force dans une branche d'un réseau de forces
 x : coordonnée cartésienne d'un nœud d'un réseau de forces
 x_G : coordonnée cartésienne du centre de gravité d'un claveau
 y : coordonnée cartésienne d'un nœud d'un réseau de forces
 y_G : coordonnée cartésienne du centre de gravité d'un claveau
 z : coordonnée cartésienne d'un nœud d'un réseau de forces
 z_G : coordonnée cartésienne du centre de gravité d'un claveau

Lettres grecques

λ_j : coefficient de rupture du joint j , également appelé multiplicateur de charge, ou coefficient de sécurité

φ : angle d'un joint avec la verticale

μ : coefficient de frottement de Coulomb d'un joint, correspondant à un angle de frottement de $\tan^{-1} \mu$

ρ_0 : masse volumique de la pierre

$\underline{\sigma}$: champ de contrainte

σ_0 : résistance admissible à la compression d'un joint

ξ : hauteur relative en compression d'un joint

ζ : vecteur des forces horizontales d'un réseau de forces (cas du calcul d'un réseau), ou vecteur des paramètres de l'équilibre d'un réseau de forces (cas de la recherche des chargements extrêmes)

Acronymes

GAIA : Grands ateliers de l'Isle d'Abeau

GSA : Laboratoire géométrie, structure, architecture de l'ENSA Paris-Malaquais

ENPC : École nationale des ponts et chaussées

ENSA Paris-Malaquais : École nationale supérieure d'architecture Paris-Malaquais

ENSA Paris-La-Villette : École nationale supérieure d'architecture Paris-La-Villette

ENSA Versailles : École nationale supérieure d'architecture de Versailles

ISMH : Monument inscrit à la liste supplémentaire des Monuments Historiques

MH : Monument classé aux Monuments Historiques

Table des matières

Remerciements	3
Liste des symboles	4
Table des matières	8
Introduction	15
Partie I État de l'art	19
1 Équilibre des constructions clavées	20
1.1 Le polygone funiculaire	21
1.2 La ligne de pression	22
1.3 Comparaison de la ligne de pression et du polygone funiculaire	23
1.4 Influence de l'appareil sur la ligne de pression	27
2 Stabilité des constructions clavées	28
2.1 Le calcul à la rupture	29
2.1.1 Mécanique des milieux continus tridimensionnels	29
2.1.2 Formulation générale	29
2.1.3 Construction de K par l'intérieur	31
2.1.4 Approche de K par l'extérieur	32
2.1.5 Coefficient de rupture, multiplicateur de charge, et coefficient de sécurité	32
2.1.6 Application aux constructions clavées	33
2.1.7 Conclusion	34
2.2 Recherche des solutions d'équilibre stables	34
2.2.1 Méthodes antérieures au calcul à la rupture	34
2.2.2 Résolution analytique	34
2.2.3 Méthode des équations d'équilibre discrétisées	35
2.2.4 Méthode de Delbecq	37
2.3 Exemples de structures étudiées	38
3 Critères de résistance	40
3.1 Critères de résistance des joints	41

Table des matières

3.1.1	Expressions des critères	41
3.1.2	Construction des coefficients de sécurité	42
3.2	Résistance finie des joints à la compression	43
3.2.1	Coefficient de sécurité statique	43
3.2.2	Cas avec incertitudes sur la géométrie	45
3.3	Résistance infinie des joints à la compression	46
3.3.1	Coefficient de sécurité statique inopérant	46
3.3.2	Introduction du coefficient de sécurité géométrique	47
3.4	Résistance interne des pierres	49
3.4.1	Cercles de Mohr	49
3.4.2	Application au claveau d'une plate-bande	50
3.4.3	Outils graphiques pour déterminer des solutions d'équilibre stables	52
4	Méthode des réseaux de forces	55
4.1	Introduction	56
4.2	Méthode des densités de forces	56
4.2.1	Concepts et hypothèses	56
4.2.2	Connectivité du réseau	58
4.2.3	Notations	58
4.2.4	Mise en équation de l'équilibre	59
4.2.5	Recherche d'une solution admissible	61
4.3	Méthode des réseaux de forces	61
4.3.1	Origine de la méthode	61
4.3.2	Hypothèses	62
4.3.3	Principe de résolution pour les structures existantes	62
4.3.4	Notations	66
4.3.5	Mise en équation de l'équilibre	66
4.3.6	Recherche des solutions d'équilibre admissibles	69
	Partie II Plates-bandes et voûtes plates en France	71
5	Stéréotomie et coupe des pierres	72
5.1	Définitions; de la pierre au voussoir	73
5.2	Processus de taille de pierre	76
5.3	Évolution des tracés de coupe des pierres	77
5.4	Principe de normalité	80
6	Typologie constructive des plates-bandes	85
6.1	Terminologie	87
6.1.1	Plates-bandes et linteaux	87
6.1.2	Classification des plates-bandes selon les joints	89
6.2	Nombre impair des claveaux	96
6.3	Inclinaison des joints	98
6.3.1	Principe d'inclinaison	98
6.3.2	Rejet des joints verticaux	98

Table des matières

6.3.3	Règles géométriques pour déterminer l'inclinaison	99
6.3.4	Évolution des règles dans les traités	101
6.3.5	Méthodes de tracés	110
6.3.6	Architectes et appareilleurs	113
6.3.7	Les « portes bombées » et les « croisées bombées »	115
6.4	Hauteur des claveaux	116
6.5	Détails constructifs	121
6.5.1	Crossettes	121
6.5.2	Balles de plomb, cailloux, goujons et os de bœufs	123
6.5.3	La contre-flèche	126
6.5.4	Lit de carrière	128
6.6	Utilisation du métal dans les plates-bandes	128
6.6.1	Exemples de plates-bandes avec armatures métalliques	128
6.6.2	L'armature : linteau ou tirant	132
6.6.3	Opposition aux armatures	133
6.7	Coupe des pierres et décor	134
6.7.1	Refends et faux-appareil	134
6.7.2	Ablaq	136
6.7.3	Non-fiabilité des dessins et gravures	137
7	Plates-bandes à joints en X	140
7.1	Construction	141
7.2	Exemples construits au Moyen Âge	141
7.3	Références écrites	142
7.4	Expériences	146
7.4.1	Expériences aux ateliers de l'ENSA Paris-Malaquais	146
7.4.2	Expériences aux Grands ateliers de l'Isle d'Abeau	147
8	Plates-bandes en fausse-coupe	151
8.1	La fausse-coupe dans les traités	152
8.2	Plates-bandes en fausse-coupe potentielles	154
8.2.1	Introduction	154
8.2.2	Jacques Lemercier (av. 1586-1654)	156
8.2.3	Le Louvre	158
8.2.4	Le dix-septième siècle	159
8.2.5	Refus et renouveau de la fausse-coupe au XVIII ^e siècle	161
8.2.6	La fausse-coupe à Chambéry	162
8.3	Conclusion	164
9	Plates-bandes de l'Antiquité à la Révolution	168
9.1	Méthode de recherche et objectifs	169
9.2	Antiquité	170
9.2.1	Du linteau à la plate-bande dans les entablements	170
9.2.2	Exemples construits	170
9.3	Moyen Âge	176
9.3.1	Portails	176
9.3.2	Cheminées	177

Table des matières

9.3.3	Baies	178
9.3.4	Villard de Honnecourt	178
9.4	Époque Moderne	180
9.4.1	Entablements	180
9.4.2	Baies	180
9.4.3	Escaliers à jour et escaliers suspendus	181
9.4.4	Les dessins de Léonard de Vinci	181
10	Voûtes plates	184
10.1	Voûtes plates ou voûtes surbaissées ?	185
10.2	Voûtes plates dallées	188
10.3	Voûtes plates clavées	189
10.3.1	Appareil	189
10.3.2	Utilisation du métal	189
10.3.3	Exemples construits	193
10.3.4	Voûtes plates d'Abeille	196
10.4	Voûtes très surbaissées	198
10.4.1	Confusion des termes	198
10.4.2	Voûtes surbaissées en pierre de taille	199
10.4.3	Voûtes à la Roussillon, ou voûtes catalanes	200
Partie III	Réseaux de forces pour les constructions clavées	202
11	Motivation et enjeux	203
11.1	Réseaux de forces et lignes de pression	204
11.1.1	Extension du polygone funiculaire sous forme de réseau	204
11.1.2	Réseau funiculaire	205
11.2	Hypothèse de l'intersection des forces	206
11.2.1	Rappels sur l'équilibre d'un bloc	206
11.2.2	L'intersection, condition non nécessaire	207
11.2.3	Absence de conséquence en 2D	207
11.2.4	Directions fixes des forces projetées sur le plan horizontal	208
11.2.5	Conjugaison des directions du réseau	208
11.3	Verticalité des charges	211
11.4	Besoins d'une extension de la méthode	211
11.4.1	Pour la coupe des pierres	211
11.4.2	Pour le calcul à la rupture	211
12	Extension des réseaux de forces	212
12.1	Extension de la méthode des réseaux de forces	213
12.2	Simplification de l'appareil et paramétrisation de la géométrie	213
12.3	Considération des joints	214
12.4	Critères de résistance des joints	215
12.5	Branches partielles additionnelles	215
12.6	Recherche des chargements extrêmes	217
12.6.1	Recherche par optimisation sous contraintes	217

Table des matières

12.6.2	Stratégies de résolution	218
13	Implémentation numérique	219
13.1	Implémentation de l'extension des réseaux de forces	220
13.1.1	Visual Basic for Applications et Microsoft Excel	220
13.1.2	Équilibre horizontal	220
13.1.3	Équilibre vertical	221
13.2	Redéfinition des joints	223
13.3	Raffinement du réseau et branches partielles	225
13.3.1	Modification des équations d'équilibre	225
13.3.2	Écriture alternative des équations d'équilibre	226
13.3.3	Vérification de l'équilibre a posteriori	226
13.4	Recherche des chargements extrêmes	227
13.4.1	Optimisation sous contraintes	227
13.4.2	Polynômes de Lagrange	227
13.4.3	Multiplicateurs de charges modifiés par puissances d'entiers	228
13.4.4	Coefficient de sécurité géométrique modifié	233
13.4.5	Convexité du domaine des chargements supportables	235
13.4.6	Bilan des stratégies	236
Partie IV	Étude mécanique des constructions clavées	237
14	Étude des arcs et dômes	238
14.1	Épaisseurs minimales	239
14.1.1	Coefficient de sécurité géométrique	239
14.1.2	Épaisseur minimale d'un arc plein-cintre	239
14.1.3	Épaisseur minimale d'un dôme hémisphérique	241
14.2	Étude des procédés historiques de calcul des voûtes	245
15	Étude des plates-bandes	249
15.1	Paramétrisation des plates-bandes	250
15.2	Domaines des chargements supportables analytiques	253
15.2.1	Contexte	253
15.2.2	Frontière du critère de résistance en compression	253
15.2.3	Frontière du critère de résistance en frottement	256
15.3	Influence de la coupe des pierres sur la stabilité	257
15.3.1	Exemples considérés, Prato et GAIA	257
15.3.2	Influence du nombre de claveaux et de la clé	259
15.3.3	Influence de l'inclinaison des joints	259
15.3.4	Influence des joints en X	261
15.4	Extension des domaines avec les réseaux de forces	263
15.4.1	Principe de construction des domaines avec les réseaux de forces	263
15.4.2	Plates-bandes à joints inclinés	264
15.4.3	Plates-bandes à joints en X	265
15.5	Modèle aux éléments finis	270
15.5.1	Contexte	270

Table des matières

15.5.2	Modèle Cast3M des plates-bandes	270
15.5.3	Solutions d'équilibre	272
16	Étude des voûtes plates	276
16.1	Description des voûtes étudiées	277
16.1.1	Étude de trois appareils	277
16.1.2	Paramétrisation des appareils	278
16.1.3	Définition des voûtes étudiées	279
16.2	Influence des choix de modélisation	280
16.2.1	Application de la méthode des réseaux de forces	280
16.2.2	Raffinement du réseau	281
16.2.3	Interpolation polynomiale des paramètres	283
16.3	Influence de la coupe des pierres	285
16.3.1	Résultats de la voûte unidirectionnelle	285
16.3.2	Résultats de la voûte bidirectionnelle	286
16.3.3	Résultats de la voûte d'Abeille	291
16.3.4	Conclusion	294
16.4	Modèle aux éléments finis	294
17	Étude des voûtes hélicoïdales	298
17.1	Introduction	299
17.2	Étude par bandes indépendantes	299
17.3	Étude avec les réseaux de forces	300
17.3.1	Bande infinitésimale	300
17.3.2	Escalier complet	300
	Conclusion et perspectives	305
	Partie V Annexes	307
A	Sources bibliographiques	308
A.1	Citations des traités de l'Époque Moderne	308
A.2	Citations des traités de l'Époque Contemporaine	321
A.3	Citations des ouvrages récents	332
A.4	Discussion des plates-bandes à l'Académie royale d'architecture	336
B	Catalogue	344
B.1	Plates-bandes dans l'Antiquité	345
B.2	Plates-bandes au Moyen Âge	352
B.2.1	Plates-bandes de portail	352
B.2.2	Plates-bandes de cheminée	359
B.2.3	Plates-bandes de baie	365
B.3	Plates-bandes à l'Époque Moderne	368
B.3.1	Plates-bandes d'entablement	368
B.3.2	Plates-bandes d'escalier	370
B.4	Plates-bandes à joints en X	371

Table des matières

B.5	Plates-bandes en fausse-coupe	373
B.5.1	Jacques Lemercier	373
B.5.2	Le Louvre	380
B.5.3	Le dix-septième siècle	391
B.5.4	Le dix-huitième siècle	398
B.5.5	Chambéry	406
B.6	Voûtes plates	411
C	Critère de résistances des joints en X	418
D	Instrumentation des plates-bandes à joints en X	422
D.1	Contexte	422
D.2	Résultats de mars 2017 (GAIA)	423
D.3	Résultats de juin 2017 (Troyes)	424
E	Voûtes plates d’Abeille expérimentales	426
E.1	Expériences aux Grands ateliers de l’Isle d’Abeau	426
E.2	Murs préfabriqués du projet Astonysine	427
F	Formules des voussoirs	429
F.1	Arc en plein-cintre	430
F.2	Dôme hémisphérique	430
F.3	Dôme elliptique	432
F.4	Voûte hélicoïdale	433
F.5	Voûte plate	433
	Table des figures	436
	Index	445
	Index des auteurs	449
	Bibliographie	453

Introduction

L'objectif de cette thèse est de mieux comprendre l'influence de la coupe des pierres sur la résistance des arcs et des voûtes clavés en pierre de taille. Elle s'inscrit dans le cadre de l'étude des techniques constructives antérieures à la Révolution.

Les épures des tailleurs de pierre du XVI^e au XVIII^e siècle, telles qu'elles sont suggérées par les traités de coupe des pierres, sont complexes à appréhender. Elles débutent cependant par l'application de règles géométriques simples, qui concernent notamment l'inclinaison à donner aux joints des voussoirs ou claveaux. Ces règles concernant l'inclinaison des joints constituent le fil conducteur reliant les différents arcs et voûtes que nous étudions, du point de vue historique, typologique, puis mécanique.

La **partie I** présente l'état de l'art de l'étude de la stabilité des constructions clavées, c'est-à-dire des arcs et des voûtes composés de voussoirs ou claveaux, éléments en pierre de taille taillés et posés pour occuper une place prédéterminée dans la construction. Les concepts de polygone funiculaire et de ligne de pression sont d'abord présentés, ainsi que l'influence de l'appareil, et donc de la coupe des pierres, sur la ligne de pression. La théorie du calcul à la rupture et son application aux constructions clavées sont exposées ensuite. Cette théorie permet de déterminer les chargements potentiellement supportables par un arc ou une voûte. Les domaines des chargements potentiellement supportables seront exploités ultérieurement pour comparer la résistance des voûtes. Les différentes méthodes permettant de produire les solutions d'équilibre nécessaires à la construction par l'intérieur des domaines des chargements potentiellement supportables sont évoquées, ainsi que des exemples de constructions étudiées dans la littérature montrant la diversité des applications possibles du calcul à la rupture pour la maçonnerie et la pierre de taille.

Pour appliquer la théorie du calcul à la rupture aux constructions clavées, il convient d'exprimer la résistance des matériaux au niveau des joints. Ce point fait l'objet d'un chapitre spécifique, en raison de son importance dans le cadre de notre étude sur la coupe des pierres. Le coefficient de sécurité statique et un estimatif du coefficient de sécurité géométrique sont définis. La possible considération de la résistance interne de la pierre, en construisant des champs de contrainte constant par morceaux admissible pour chaque claveaux, et en exploitant les propriétés graphiques des cercles de Mohr, est ensuite présentée.

La méthode des densités de forces et la méthode des réseaux de forces sont ensuite décrites. Les réseaux de forces étendent sous forme de réseau la notion de polygone funiculaire, de la même manière que la résille caténaire inversée, notamment utilisée par Antoni Gaudí, généralise la caténaire inversée. L'intérêt des réseaux de forces

pour l'étude des voûtes en maçonnerie a été mis en avant par O'Dwyer (1999) sous le nom de « force network method », et étendue par Block et Ochsendorf (2007) sous le nom de « thrust network analysis ». Ces réseaux seront utilisés dans cette thèse pour générer les solutions d'équilibre des constructions clavées.

La **partie II** présente les résultats d'une étude historique et typologique des plates-bandes et des voûtes plates construites en France. Les notions principales de la stéréotomie et de la taille des pierres sont tout d'abord introduites, ainsi qu'un résumé de l'évolution des traités de coupe des pierres qui décrivent le tracé des épures. Le principe de normalité, qui indique que les joints des voûtes doivent être perpendiculaires à l'intrados, est ensuite décrit, ainsi que les limites qu'entraîneraient son application systématique. Cet ensemble constitue le contexte général de la coupe des pierres des voûtes courbes, qui permet d'apprécier ensuite les spécificités de la coupe des pierres des couvertures plans : les plates-bandes et les voûtes plates.

Un essai de typologie constructive des plates-bandes est proposé, en considérant successivement le nombre de claveaux (généralement impair), la hauteur de la plate-bande (donnée relativement à sa portée), les détails constructifs (comme l'utilisation des crossettes, des balles de plomb etc.), et l'utilisation du métal. La relation qu'entretiennent coupe des pierres et décor est examinée à travers des exemples ; l'utilisation des refends pour souligner l'appareil, ou au contraire simuler un faux-appareil, est mentionnée ; le caractère non fiable des dessins et gravures représentant l'appareil des plates-bandes est rappelé. Au sein de la typologie proposée, l'inclinaison des joints des plates-bandes fait l'objet d'une étude approfondie. Le rejet des joints verticaux pour la construction des plates-bandes conduit à l'utilisation de joints inclinés sur la verticale. Nous étudions l'évolution des règles géométriques donnant le tracé des joints inclinés, et les informations que ces règles livrent sur les pratiques respectives des architectes et des appareilleurs.

Les plates-bandes à joints en X construites au Moyen Âge en Europe, et les plates-bandes en fausse-coupe construites à partir du XVII^e siècle en France, présentent une coupe des pierres savante, jouant sur l'impression d'instabilité qu'elle procure au spectateur. Chacune fait l'objet d'un chapitre pour exposer son mode constructif, les exemples connus, et les informations tirées de la littérature à propos de ces objets. Les résultats d'expériences sur des plates-bandes à joints en X en bois, puis en pierre, sont présentés.

Une histoire des plates-bandes est proposée à travers la présentation d'exemples construits dans l'Antiquité, au Moyen Âge puis à l'Époque Moderne. Pour chaque époque, les traits principaux des plates-bandes tels qu'ils peuvent être appréciés à partir des exemples réunis sont exposés.

Enfin, les informations réunies sur les voûtes plates en pierre de taille, à ne pas confondre avec les voûtes surbaissées, font l'objet du dernier chapitre de la partie historique. Les voûtes plates clavées, et parmi elles les voûtes plates d'Abeille, du nom de leur inventeur, font l'objet d'un développement particulier.

L'exploitation des informations contenues dans les traités d'architecture et de coupe des pierres nécessite une part d'interprétation du vocabulaire de leurs auteurs, qui ne répond pas à une nomenclature bien établie concernant les points de détails de construction des plates-bandes. À titre d'exemple, le terme « joint à plomb » fait référence non pas à un joint unique vertical, mais à un joint double formé d'une partie

verticale (la *fausse-coupe*) et d'une partie inclinée. Dans ce contexte, les citations exploitées dans cette étude historique sont reproduites pour permettre la confrontation des nombreuses sources utilisées. Elles ont été réunies en annexe pour ne pas alourdir la lecture. Les citations sont numérotées par ordre chronologique de publication. Le renvoi « cit. 64 » fait référence à la citation numéro 64, les citations étant regroupées dans l'annexe A.

Le nombre d'exemples de plates-bandes et de voûtes plates réunis pour ces différents chapitres étant important, ils ont été rassemblés en annexe sous forme d'un catalogue constitué de tableaux illustrés, avec les indications recueillies sur le contexte de la construction et la datation de chaque plate-bande ou voûte plate référencée.

La **partie III** présente l'extension de la méthode des réseaux de forces que nous proposons dans cette thèse. Dans un premier temps, les raisons pour lesquelles une extension nous a semblé nécessaire sont exposées. Il convient tout d'abord de remarquer que le réseau de forces est l'extension sous forme de réseau du polygone funiculaire, et non celle de la ligne de pression. De plus, les deux hypothèses fondamentales nécessaires pour appliquer la méthode des réseaux des forces introduisent des limitations sur les solutions d'équilibre accessibles. Le besoin d'une extension de la méthode apparaît également pour permettre d'une part l'étude de l'influence de l'appareil, et d'autre part l'intégration de la méthode au cadre rigoureux du calcul à la rupture.

Les principes de l'extension de la méthode des réseaux de forces sont ensuite exposés. Ils consistent en la simplification de l'appareil, la considération de la géométrie des joints, puis celle des critères de résistance exprimés au niveau des joints, qui sont des points essentiels pour l'intégration de la méthode des réseaux de forces au cadre du calcul à la rupture. De plus, l'introduction de branches partielles permet de raffiner les réseaux et donc les solutions d'équilibre accessibles. Enfin, différentes stratégies de détermination des chargements extrêmes définissant les domaines de chargements potentiellement supportables sont proposées.

L'implémentation de ces différents points est ensuite détaillée dans un chapitre spécifique. Les stratégies d'optimisation numérique, qui sont l'enjeu numérique le plus important pour la recherche des chargements extrêmes et donc pour la faisabilité pratique de la méthode que nous proposons, sont présentées, ainsi qu'une étude des vitesses de convergence pour la stratégie la plus efficace (modification de la fonction de coût utilisée pour la recherche des chargements extrêmes).

Enfin, la **partie IV** présente les résultats des études mécaniques que nous avons menées sur quatre types de structures : les voûtes courbes (arcs et dômes), les plates-bandes, les voûtes plates, et les voûtes hélicoïdales.

Le chapitre sur les voûtes courbes présente deux applications de l'extension de la méthode des réseaux de forces. La première est l'étude des épaisseurs minimales des arcs en plein-cintre et des dômes hémisphériques, et à travers ces exemples l'étude de la convergence de l'estimatif du coefficient de sécurité géométrique vers la valeur du coefficient théorique défini par Heyman (1969). La seconde est l'exploitation des réseaux de forces pour l'étude des procédés historiques de calcul des voûtes, à travers les exemples de Rankine et Durand-Claye au XIX^e siècle.

L'influence de la coupe des pierres sur la résistance des plates-bandes est étudiée dans le chapitre suivant. Trois types de plates-bandes sont analysés : les plates-bandes

à joints verticaux, les plates-bandes à joints inclinés, et les plates-bandes à joints en X. Les domaines des chargements potentiellement supportables, qui sont utilisés pour quantifier la résistance, sont déterminés d'abord par calcul analytique, puis étendus avec les réseaux de forces. Les réseaux de forces correspondant aux chargements extrêmes sont comparés aux résultats obtenus avec un modèle aux éléments finis.

Après les plates-bandes, l'influence de la coupe des pierres sur la résistance des voûtes plates est analysée. Trois types de voûte sont analysées : la voûte plate appareillée sur le plan du berceau, la voûte plate appareillée sur le plan de la voûte en arc-de-cloître, et enfin la voûte plate d'Abeille. Les domaines des chargements potentiellement supportables, qui sont utilisés pour quantifier la résistance, sont déterminés avec les réseaux de forces. Les réseaux de forces correspondant aux chargements extrêmes sont comparés aux résultats obtenus avec un modèle aux éléments finis.

Enfin, le dernier chapitre de l'étude mécanique présente la comparaison des résultats fournis par la méthode des réseaux de forces à ceux d'un modèle analytique des voûtes hélicoïdales (García Ares, 2007). Cette comparaison vise à illustrer quelques limites de la méthode des réseaux de forces, comme la conjugaison de la direction des réseaux, qui limite les solutions d'équilibre qui peuvent être produites avec cette méthode.

Première partie

État de l'art

Chapitre 1

Équilibre des constructions clavées

Résumé : Ce chapitre traite de l'équilibre des constructions clavées en pierre de taille. Le polygone funiculaire et la ligne de pression sont des formes géométriques couramment employées pour l'étude en deux dimensions de ces structures. Dans les cas les plus courants, ces formes sont presque superposées, aussi est-il souvent difficile de les discerner. Ce chapitre donne la définition de chacun de ces objets géométriques, et souligne les confusions existant entre ces termes dans la littérature du XIX^e siècle. L'influence de l'appareil sur la ligne de pression est ensuite évoqué. Les informations historiques concernant le polygone funiculaire et la ligne de pression de ce chapitre sont tirées de *History of strength of materials* de Timoshenko (1953).

Sommaire

1.1	Le polygone funiculaire	21
1.2	La ligne de pression	22
1.3	Comparaison de la ligne de pression et du polygone funiculaire . .	23
1.4	Influence de l'appareil sur la ligne de pression	27

1.1 Le polygone funiculaire

Pour que trois forces soient en équilibre, en 2D comme en 3D, il faut nécessairement que leurs lignes d'action soient coplanaires et passent par un même point, ce point pouvant être à l'infini (Culmann, 1880, p.147). En revanche, pour plus de trois forces, ces conditions ne sont plus nécessaires : quatre forces peuvent être en équilibre sans que leurs lignes d'actions soient coplanaires ni passent par un même point. Nous verrons des exemples de ce type dans le cadre de l'étude des réseaux de forces (section 11.2 page 206).

L'équilibre d'un claveau faisant partie d'un arc fait intervenir trois forces : le chargement, et les deux forces s'appliquant sur les joints. À partir de la propriété précédente, il existe un point d'intersection des forces s'appliquant à chaque claveau.

Définition 1. Un *polygone funiculaire* d'un arc clavé est un polygone dont les sommets sont les points d'intersection des lignes d'action des forces en équilibre s'appliquant à chaque claveau.

Si le chargement est formé d'un ensemble de forces coplanaires, comme cela est le cas généralement pour le chargement gravitaire des arcs, alors le polygone funiculaire et le polygone des forces sont plans (fig. 1.1 à gauche). Cependant, si les forces ne sont pas coplanaires, alors le polygone funiculaire et le polygone des forces ne sont pas plans (fig. 1.1 à droite).

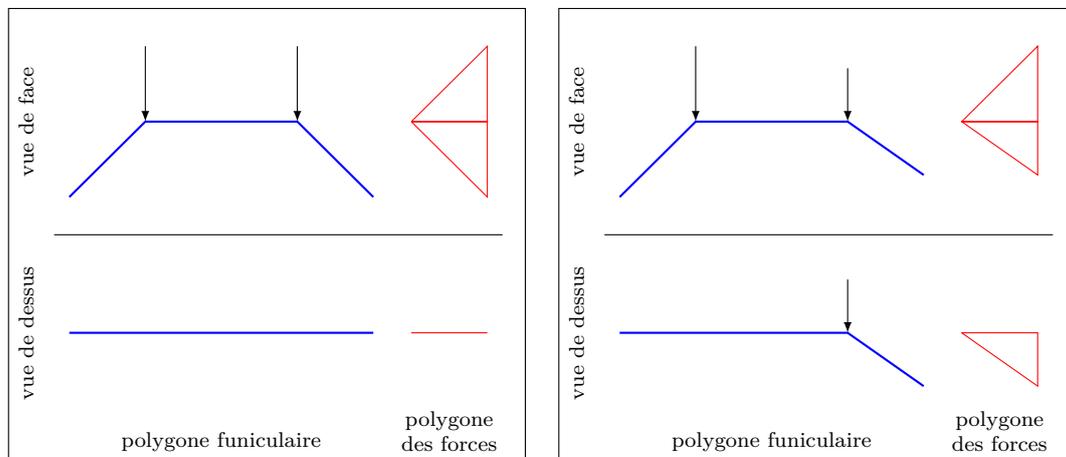


Fig 1.1 – Polygones funiculaires et polygones des forces de systèmes composés de deux forces coplanaires (à g.) ou non coplanaires (à d.), en vue de face et vue de dessus

Historiquement, La Hire est le premier à avoir utilisé le polygone funiculaire en 1695 (Timoshenko, 1953, p. 63). Le polygone funiculaire est également utilisé par Varignon en 1725, par Lamé et Clapeyron en 1823, et par Poncelet en 1840 pour l'étude des murs de soutènement (1953, p. 84, 89, 194). Il s'agit cependant d'applications pour des cas particuliers, et il faut attendre Culmann (1864) pour la présentation systématique des méthodes graphiques pour l'analyse des structures (1953, p. 194).

Culmann publie *Die graphische Statik* en 1864 à Zürich. Son ouvrage ne sera traduit de l'allemand au français qu'en 1880. L'épure de Méry, qui était la méthode de calcul des arcs en maçonnerie la plus connue en France au XIX^e siècle, ne fait pas usage⁽¹⁾ du polygone funiculaire (Méry, 1840).

1.2 La ligne de pression

Un lieu géométrique important pour l'étude de l'équilibre des arcs est pour chaque joint le *point d'application de la résultante des actions de contact*. Ce point peut être également appelé *point d'application de la résultante des forces*, ou *centre de pression*.

Les points d'application des résultantes des actions de contact sur les joints forment la ligne de pression. Dans le cadre de la statique graphique, ces points sont construits à partir du polygone funiculaire.

Définition 2. Une *ligne de pression* d'un arc clavé est la suite des points d'application des résultantes des actions de contact (ou centres de pression) sur ses joints.

Les centres de pression étant donnés par les intersections des lignes d'action des résultantes des actions de contact avec les joints, la *ligne de pression* est donc la suite des intersections des segments ou des prolongations des segments du polygone funiculaire avec les joints.

Le concept de ligne de pression est publié pour la première fois par Gerstner (1831, p. 405) selon Timoshenko (1953, p. 211) et Benvenuto (1991, cit. 134, 135)⁽²⁾. Il est ensuite étudié par Moseley (1843a,b), qui est le premier à distinguer la ligne de pression et le polygone funiculaire, et qui publie en 1843 un article écrit en 1839 sur la question (Timoshenko, 1953, p. 212). En France, Méry est le premier à employer le terme de « courbe de(s) pression(s) » en 1840. Selon Dupuit (1870), l'article de 1840 correspond à un travail rédigé en 1827.

Une confusion importante règne parmi les termes utilisés pour désigner le « polygone funiculaire » et la « ligne de pression », en raison des faux-amis⁽³⁾ en anglais et en allemand.

Ainsi, dans (Culmann, 1880) qui est la première traduction en français du traité de statique graphique de Culmann, les noms de « polygone funiculaire » et de « ligne des pressions » sont appliqués respectivement à un polygone funiculaire en tension, et à un polygone funiculaire en compression⁽⁴⁾. Dans la partie de son ouvrage où Culmann utilise ces termes, il considère uniquement les relations entre le polygone

(1). L'épure de Méry connaît une évolution tout au long du XIX^e siècle. Nous faisons référence ici à l'épure de Méry telle qu'elle fut présentée par son auteur en 1840.

(2). Les citations sont numérotées par ordre chronologique de publication. Le renvoi « cit. 134 » fait référence à la citation numéro 134, les citations étant regroupées dans l'annexe A.

(3). « Faux-ami : terme d'une langue étrangère qui présente une ressemblance graphique ou phonique avec un terme de la langue maternelle, mais ne possède pas le même sens. » Dictionnaire Larousse.

(4). Culmann (1880) : « C'est pour ce motif que l'on désigne fréquemment le contour polygonal formé par les résultantes sous le nom de *polygone funiculaire*. Dans la théorie des voûtes, où tous les côtés du polygone sont soumis à des pressions, on l'appelle *ligne des pressions*. Nous emploierons ces deux expressions, suivant que la majorité des côtés du polygone sera tendue ou comprimée. »

Culmann (1875) : « Es wird daher häufig dieser Zug der Mittellinien ein Seilpolygon genannt. In der

des forces et le polygone funiculaire. Il ne peut donc y avoir confusion de sens avec la ligne de pression telle que nous l'entendons dans cette thèse, qui nécessite l'existence d'une famille de joints sur laquelle l'évaluer. Ici, le terme « ligne des pressions » est un faux-ami, une traduction littérale du terme allemand « Drucklinie », introduisant la confusion avec les autres acceptions du terme à la même époque. Par ailleurs le terme « Drucklinie » est également utilisé par Breymann pour traduire le concept de « ligne de pression ». En effet Breymann intègre une traduction d'une large partie de l'article de Méry (1840) dans son ouvrage sur la construction en pierre (Breymann, 1849). Le terme « courbe de pression » de Méry est traduit par Breymann par « Druckcurve ».

En anglais, la « ligne de pression » est traduite par « line of thrust », et le « polygone funiculaire » par « line of pressure », ce qui induit naturellement une confusion certaine pour les traducteurs.

La comparaison des appellations de plusieurs auteurs est exposée dans la table 1.1.

Définitions données ici	Ligne de pression	Polygone funiculaire
Méry (1840)	« courbe de(s) pression(s) »	∅ – non utilisé
Moseley (1843a)	« line of resistance »	« line of pressure »
Dupuit (1870)	« ligne ou courbe de pression »	∅ – non utilisé
Durand-Claye (1880)	« courbe de pression »	∅ – non utilisé
Culmann (1880)	∅	« polygone funiculaire, ligne des pressions »
Benvenuto (2006, p. 388)	« linea di resistenza »	« linea di pressione »
aujourd'hui	« ligne de pression »	« polygone funiculaire »
aujourd'hui	« line of thrust »	« funicular polygon »

TABLE 1.1 – Comparaison des termes désignant la ligne de pression et le polygone funiculaire

1.3 Comparaison de la ligne de pression et du polygone funiculaire

La ligne de pression et le polygone funiculaire ont des définitions distinctes. Cependant, dans le cadre de la statique graphique⁽⁵⁾ le second est une étape nécessaire pour construire les points de la première, et ces deux objets géométriques sont proches : dans la plupart des cas, les points de la ligne de pression seront localisés sur les segments du polygone funiculaire.

Cette observation peut être illustrée par plusieurs exemples.

- La figure 1.2 représente trois cas d'équilibre pour un demi arc en plein-cintre. Dans la colonne de droite et dans celle du centre sont représentés deux cas où la ligne de pression et le polygone funiculaire sont proches. En revanche,

Gewölbetheorie, wo alle Seiten des Polygons gepresst sind, heisst es mitunter auch die Drucklinie. Wir werden beide Ausdrücke gebrauchen, je nachdem die meisten Polygonseiten gespannt oder gepresst sind. »

(5). Il est à noter cependant qu'avant (Culmann, 1880), première traduction en français de l'ouvrage de Culmann, la ligne de pression pouvait déjà être dessinée sans recours au polygone funiculaire (*p. ex.* Méry, 1840 ; Dupuit, 1870).

dans la colonne de gauche est représenté un cas où la ligne de pression et le polygone funiculaire ne se superposent pas près de la naissance de l'arc.

- Moseley illustre cette différence en 1843 pour une portion d'arc soumis à la fois à des forces horizontales et verticales (fig. 1.4, couleurs ajoutées par l'auteur).
- La figure 1.3 donne l'exemple d'un arc-boutant, où ligne de pression et polygone funiculaire sont presque confondues dans la partie courante de l'arc, et bien distinctes au niveau de l'élargissement de l'appui de l'arc en pied.
- Dans le cas particulier des joints horizontaux étudié par Dupuit (fig. 1.5 à gauche) sur lequel nous reviendrons ultérieurement, il est intéressant de noter que le polygone funiculaire se réduit au point m , point d'intersection commun à l'ensemble des résultantes, alors que la ligne de pression est composée par la suite des points r_1, r_2, \dots, R . Par ailleurs, le concept de polygone funiculaire n'est pas utilisé par Dupuit pour tracer ces figures⁽⁶⁾.

La différence nette qui existe entre la ligne de pression et le polygone funiculaire sur certains de ces exemples s'explique par l'observation suivante : les centres de pression ne sont pas nécessairement localisés sur le polygone funiculaire. Par définition, chaque segment du polygone funiculaire correspond à un joint particulier. L'intersection des lignes prolongeant un segment du polygone funiculaire avec le joint donne le centre de pression. Le centre de pression peut être placé sur le segment du polygone des forces, ou bien en dehors de ce segment, sur la ligne qui le prolonge. Par exemple, sur la figure de Moseley, le centre de pression e est placé sur la ligne (DE) , mais pas sur le segment $[DE]$ (fig. 1.4).

Un corollaire de cette observation est que le polygone funiculaire peut sortir de la maçonnerie, alors que tous les centres de pression correspondants sont situés à l'intérieur de la maçonnerie, ou plus exactement des joints. Cette remarque est essentielle pour trouver des solutions d'équilibre pour les voûtes ayant une stéréotomie particulière, comme les voûtes d'Abeille et les plates-bandes à joints en X, que nous étudierons plus en détail ultérieurement (parties 15.3.4 et 16.3.3).

Heyman (2009) a souligné les différences entre la ligne de pression et le polygone funiculaire, et les confusions qui pouvaient se produire. Il a également souligné que ces deux concepts dépendent de la *stéréotomie* des arcs considérés, ce sur quoi nous allons revenir dans la section 1.4.

(6). Ce dernier utilise une méthode proche de celle de Méry de 1840, avec la résolution successive de l'équilibre de l'ensemble des blocs situés au-dessus d'un joint.

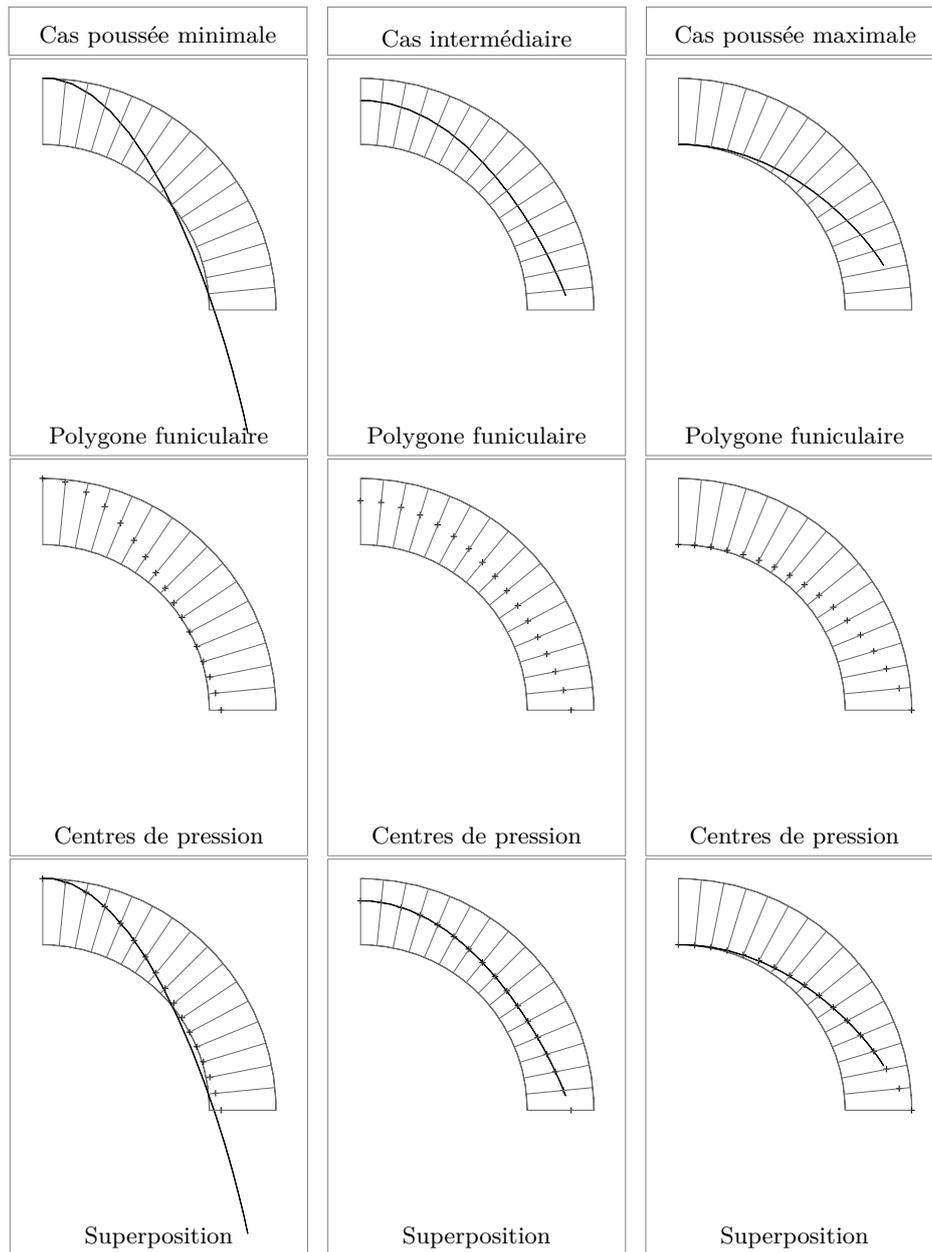


Fig 1.2 – Comparaison de la ligne de pression et du polygone funiculaire

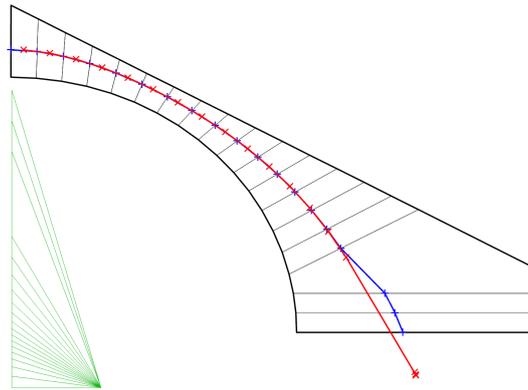


Fig 1.3 – Comparaison de la ligne de pression (bleu) et du polygone funiculaire (rouge) sur un exemple d'arc boutant

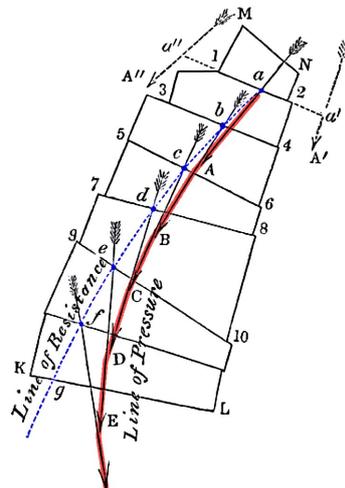


Fig 1.4 – Ligne de pression en bleu (« line of resistance ») et polygone funiculaire en rouge (« line of pressure »), d'après Moseley (1843a), et Heyman (2009)

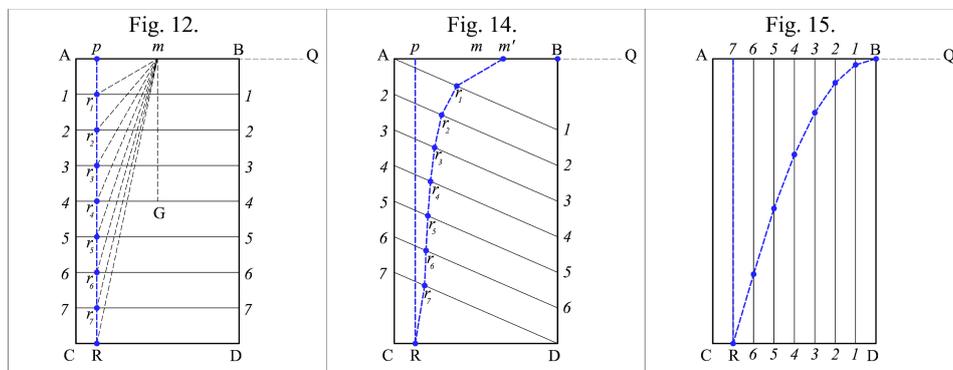


Fig 1.5 – Influence du choix des joints sur la ligne de pression d'un piédroit, d'après Dupuit (1870, Pl. 1)

1.4 Influence de l'appareil sur la ligne de pression

Contrairement au cas du polygone funiculaire qui ne nécessite de connaître que les points d'application des charges, la détermination de la ligne de pression présuppose le découpage de la structure à étudier en un certain nombre de blocs, ou de manière équivalent en 2D le choix d'une famille de joints découpant la structure. Ce choix constitue l'*appareil*, parfois également appelé *clavage*⁽⁷⁾, de la structure.

La ligne de pression dépend directement de l'appareil choisi pour l'étude mécanique. Dupuit⁽⁸⁾ illustre cette propriété dans le cas d'un piédroit rectangulaire $ABCD$ soumis uniquement à une force horizontale Q en tête et à son poids propre (Dupuit, 1870 – voir fig. 1.5). Il considère trois familles de joints, qui divisent chacune le piédroit en huit parties égales (de même poids). Le polygone des forces est donc identique dans les trois cas. Pour une famille de joints horizontaux, la ligne de pression⁽⁹⁾ pR (figure de gauche) est verticale.

Pour les arcs et voûtes clavées, l'appareil est connu et les blocs de l'étude mécanique doivent correspondre aux blocs réels, les *voussoirs* ou *claveaux*. Pour les structures non clavées, comme les maçonneries en moellons, il est nécessaire de choisir un découpage fictif en blocs pour procéder à l'étude mécanique en utilisant la ligne des pressions.

Nous reviendrons en détail sur l'influence de l'appareil, et donc de la coupe des pierres, sur la résistance des voûtes dans la partie IV consacrée à l'étude mécanique des constructions clavées.

(7). Sur la définition et les différentes acceptions du mot *clavage*, voir la section 5.1 p. 74.

(8). L'attention apportée par Dupuit à l'influence des joints sur la forme de la ligne de pression a été relevée notamment par Huerta Fernández et Aroca Hernández-Ros (1989) et Tarrío (2015).

(9). « Les points r_1, r_2, \dots, R sont tous situés sur une verticale pR dite ligne de pression. Dans ce cas particulier, la ligne de pression est droite, mais, dans beaucoup de cas, les points déterminés par la rencontre de la résultante et de chacun des plans de joint sont en ligne courbe. » Dupuit (1870, p. 25). La ligne de pression est plus précisément r_1R dans le cas présent.

Chapitre 2

Stabilité des constructions clavées

Résumé : Ce chapitre traite de la théorie du calcul à la rupture et de son application à l'étude de la résistance des constructions clavées. La théorie du calcul à la rupture sous sa forme générale est d'abord présentée, et les notions de *chargement extrême* et de *domaine des chargements potentiellement supportables* sont introduites. Les critères de résistances habituellement choisis pour l'application du calcul à la rupture à la maçonnerie sont ensuite donnés. Il existe différentes méthodes pour calculer les solutions d'équilibre qui sont ensuite exploitées dans le cadre du calcul à la rupture. Ces méthodes sont présentées, ainsi qu'un ensemble de types de constructions en maçonnerie ou pierre de taille étudiés récemment dans littérature (dômes, escaliers, roses etc.).

Sommaire

2.1	Le calcul à la rupture	29
2.1.1	Mécanique des milieux continus tridimensionnels	29
2.1.2	Formulation générale	29
2.1.3	Construction de K par l'intérieur	31
2.1.4	Approche de K par l'extérieur	32
2.1.5	Coefficient de rupture, multiplicateur de charge, et coefficient de sécurité	32
2.1.6	Application aux constructions clavées	33
2.1.7	Conclusion	34
2.2	Recherche des solutions d'équilibre stables	34
2.2.1	Méthodes antérieures au calcul à la rupture	34
2.2.2	Résolution analytique	34
2.2.3	Méthode des équations d'équilibre discrétisées	35
2.2.4	Méthode de Delbecq	37
2.3	Exemples de structures étudiées	38

2.1 Le calcul à la rupture

Le calcul à la rupture est un « mode de raisonnement » pour permettre la vérification du dimensionnement des ouvrages. Selon Salençon (1983, p. 23), « Le calcul à la rupture est certainement le mode de raisonnement le plus anciennement utilisé pour tenter d’y apporter une réponse [...]. C’est ce mode de raisonnement que l’on trouve aussi bien chez Galilée (1638), que chez Coulomb (1773), Culmann (1866), et qui est à la base de l’épure de Méry (1840), des règles de descentes de charges, etc ; ».

Le calcul à la rupture s’appuie sur la connaissance de trois éléments uniquement :
 — la géométrie du système, qui est supposée indéformable ;
 — le chargement appliqué au système ;
 — la résistance du matériau constitutif.

Il a été appliqué au calcul des structures et à la mécanique des sols.

Nous donnons ici une synthèse de la présentation de Salençon (1983) du calcul à la rupture. Cette présentation est reprise par différents auteurs (Oikonomopoulou, 2009 ; Ciblac et Morel, 2014).

2.1.1 Mécanique des milieux continus tridimensionnels

Salençon (1983) présente le calcul à la rupture avec le formalisme des milieux continus tridimensionnels :

- V est le volume de la structure et S son contour ;
- $\underline{\underline{\sigma}}$ est le tenseur des contraintes de Cauchy ;
- $\underline{\underline{d}}$ est le tenseur des vitesses de déformation dérivé de $\underline{\underline{v}}$;
- $-(\underline{\underline{\sigma}} : \underline{\underline{d}}) dV$ est la puissance des efforts intérieurs pour l’élément dV dans le champ de vitesse $\underline{\underline{v}}$.

Les *champs de contrainte statiquement admissibles* dans le mode de chargement étudié sont les champs $\underline{\underline{\sigma}}$ qui satisfont les conditions aux limites sur les contraintes et les équations d’équilibre pour un état de sollicitation du mode étudié.

Les *champs de vitesse cinématiquement admissibles* dans le mode de chargement étudié sont les champs $\underline{\underline{v}}$ qui satisfont les conditions aux limites sur les vitesses pour un état de sollicitation du mode étudié.

Le principe des puissances virtuelles pour l’équilibre statique d’un système s’écrit :

$$\begin{aligned} &\forall \underline{\underline{\sigma}} \text{ champ de contrainte statiquement admissible et} \\ &\forall \underline{\underline{\hat{v}}} \text{ champ de vitesse virtuel cinématiquement admissible :} \\ &P_{(i)} + P_{(e)} = 0 \end{aligned} \tag{2.1}$$

$$\text{avec } P_{(i)} = - \int_V [\underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{x}}) : \underline{\underline{\hat{d}}}(\underline{\underline{x}})] dV - \int_{\Sigma} [[\underline{\underline{\hat{v}}}(\underline{\underline{x}})]] \cdot \underline{\underline{\sigma}}(\underline{\underline{x}}) \cdot \underline{\underline{n}}(\underline{\underline{x}}) d\Sigma \tag{2.2}$$

$$\text{avec } P_{(e)}(Q(\underline{\underline{\sigma}}), \underline{\underline{\hat{v}}}) = Q(\underline{\underline{\sigma}}) \cdot \dot{q}(\underline{\underline{\hat{v}}}) \tag{2.3}$$

2.1.2 Formulation générale

Géométrie, chargement et résistance

Le calcul à la rupture s’applique à des systèmes dont la géométrie, le chargement et la résistance sont connus. La géométrie de la structure est donnée par son volume

Chapitre 2. Stabilité des constructions clavées

V et son contour S . Par hypothèse le *mode de chargement* dépend linéairement de n paramètres, et est représenté par le vecteur $\underline{Q} \in \mathbb{R}^n$. On désigne par $\underline{\sigma}(\underline{x})$ le tenseur des contraintes en un point quelconque de la structure ($\underline{x} \in V$).

La résistance est donnée sous la forme du domaine admissible pour les contraintes en chaque point de V . Ce domaine admissible est noté $G(\underline{x})$:

$$\begin{cases} 1^\circ & \underline{\sigma}(\underline{x}) \notin G(\underline{x}) \text{ est impossible} \\ 2^\circ & \underline{\sigma}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \text{ est permis.} \end{cases} \quad (2.4)$$

Nous faisons les hypothèses suivantes sur le domaine admissible $G(\underline{x})$:

$$G(\underline{x}) \text{ contient l'état de contrainte nul : } \underline{\sigma}(\underline{x}) = 0 \in G(\underline{x}) \quad (2.5)$$

$$G(\underline{x}) \text{ est convexe} \quad (2.6)$$

Salençon n'utilise que le caractère étoilé de G , notant que la convexité de G est fréquente mais n'est pas une règle générale.

Notion de stabilité potentielle

Une condition nécessaire de stabilité d'une structure sous un chargement \underline{Q} est qu'il existe un champ de contrainte statiquement admissible qui respecte en tout point le critère de contrainte.

$$\text{stabilité sous } \underline{Q} \Rightarrow \exists \underline{\sigma} \text{ tel que } \begin{cases} \underline{\sigma} \text{ statiquement admissible avec } \underline{Q} \\ \underline{\sigma}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \quad \forall \underline{x} \in V \end{cases} \quad (2.7)$$

La condition ci-dessus n'est qu'une condition nécessaire. Elle n'est pas une condition nécessaire et suffisante. On introduit la notion de stabilité potentielle d'une structure sous un chargement \underline{Q} par l'équivalence suivante :

$$\text{stabilité potentielle sous } \underline{Q} \Leftrightarrow \exists \underline{\sigma} \text{ tel que } \begin{cases} \underline{\sigma} \text{ statiquement admissible avec } \underline{Q} \\ \underline{\sigma}(\underline{x}) \in G(\underline{x}) \quad \forall \underline{x} \in V \end{cases} \quad (2.8)$$

Pour illustrer la notion de stabilité potentielle, Salençon utilise dans son cours un exemple de cadre à six barres. Lorsque la loi de comportement des barres est de type fragile, des chemins de chargements conduisant à la rupture existent, bien que les chargements appliqués soient potentiellement supportables.

Chargements potentiellement supportables

Salençon introduit l'ensemble K des *chargements potentiellement supportables*, c'est-à-dire des chargements pour lesquels la structure est potentiellement stable. Cet ensemble est appelé le *domaine des chargements potentiellement supportables*. Il a les propriétés suivantes, qui découlent directement des propriétés de G :

$$K \text{ contient le chargement nul : } \underline{Q} = 0 \in K \quad (2.9)$$

$$K \text{ est convexe} \quad (2.10)$$

Les chargements appartenant à la frontière de K seront désignés sous le terme de *chargements extrêmes*.

2.1.3 Construction de K par l'intérieur

La construction de K par l'intérieur exploite la propriété de convexité de K .

Soit \underline{Q}_1 un chargement potentiellement supportable. Soit $\underline{Q}^\lambda = \lambda \underline{Q}_1$ un trajet de charge radial. On recherche le paramètre λ maximal donnant un chargement potentiellement supportable. (fig. 2.1)

Trouver le paramètre maximal qui donne le chargement extrême n'est pas toujours possible en pratique. Cependant tout paramètre λ donnant un chargement potentiellement supportable est une borne inférieure du paramètre maximal recherché. En conduisant cette recherche pour plusieurs directions de \underline{Q} , on approche ainsi par l'intérieur l'ensemble K des chargements potentiellement supportable (fig. 2.2).

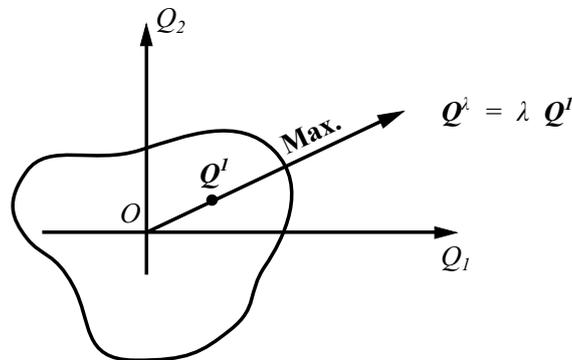


Fig 2.1 – Construction de K par trajets de charge radiaux, d'après Salençon (1983, p. 40)

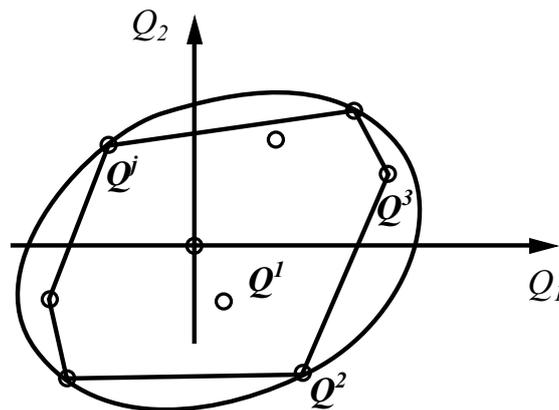


Fig 2.2 – Approximation par l'intérieur de la frontière de K lorsque K est convexe, d'après Salençon (1983, p. 41)

2.1.4 Approche de K par l'extérieur

Approche de K par l'extérieur par les contraintes

L'approche par l'extérieur par les contraintes consiste à chercher des chargements pour lesquels l'équilibre implique le dépassement de la capacité de résistance du matériau.

Nous n'utiliserons pas cette approche dans cette thèse.

Approche de K par l'extérieur par les vitesses

L'approche de K par l'extérieur par les vitesses est également appelée approche cinématique par l'extérieur. Elle s'appuie sur le *principe des puissances virtuelles*, et introduit la notion de *puissance résistante maximale*.

Salençon pose les fonctions π suivantes, correspondant à la densité de puissance résistante maximale :

$$\pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}(\underline{x})) = \sup\{\underline{\sigma}(\underline{x}) : \underline{\hat{d}}(\underline{x}) \mid \underline{\sigma}(\underline{x}) \in G(\underline{x})\} \quad (2.11)$$

$$\pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), [[\underline{\hat{v}}(\underline{x})]]) = \sup\{[[\underline{\hat{v}}(\underline{x})]].\underline{\sigma}(\underline{x}).\underline{n}(\underline{x}) \mid \underline{\sigma}(\underline{x}) \in G(\underline{x})\} \quad (2.12)$$

$$(2.13)$$

La puissance résistante maximale pour un champ de vitesse virtuel cinématiquement admissible $\underline{\hat{v}}$ est :

$$P_{rm}(\underline{\hat{v}}) = \int_V \pi(\underline{x}, \underline{\hat{d}}(\underline{x})) dV + \int_\Sigma \pi(\underline{x}, \underline{n}(\underline{x}), [[\underline{\hat{v}}(\underline{x})]]) d\Sigma \quad (2.14)$$

Si il existe un champ de vitesse virtuel $\underline{\hat{v}}$ cinématiquement admissible tel que :

$$P_{rm}(\underline{\hat{v}}) < P_{(e)}(\underline{Q}, \underline{\hat{v}}) = \underline{Q} \cdot \underline{\dot{q}}(\underline{\hat{v}}) \quad (2.15)$$

alors \underline{Q} ne fait pas partie des champs potentiellement supportables.

Le champ de contrainte $\underline{\sigma}$ que pris pour calculer la valeur de la fonction π n'est pas nécessairement un champ statiquement admissible. Il est choisi pour donner la plus grande valeur possible à la puissance résistante locale.

Dans le cas des arcs clavés, l'approche par l'extérieur consiste à chercher les mécanismes de rupture pour lesquels la puissance résistante maximale des efforts intérieurs est égale à la puissance du chargement dans le mécanisme considéré.

2.1.5 Coefficient de rupture, multiplicateur de charge, et coefficient de sécurité

Salençon introduit le *coefficient de rupture* $F(\underline{Q})$ pour un mode de chargement \underline{Q} (fig. 2.3). Ce coefficient de rupture est défini tel que $\underline{Q}^F = F(\underline{Q})\underline{Q}$ soit un chargement extrême. Sa définition est :

$$F(\underline{Q}) = \max_{\lambda/\lambda \underline{Q} \in K} \lambda \quad (2.16)$$

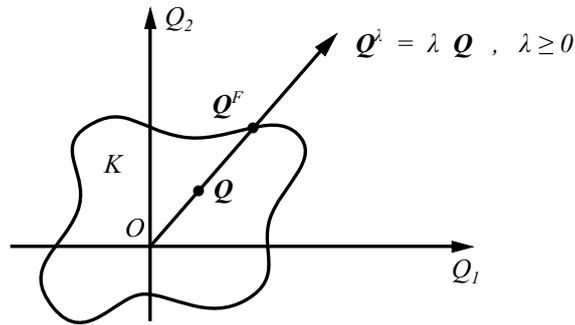


Fig 2.3 – Définition du coefficient de rupture, d’après Salençon (1983, p. 71)

Nous verrons dans la partie consacrée aux critères de résistance l’application pratique de ce concept de coefficient de rupture.

Le coefficient de rupture est également appelé *multiplieur de charge* par Salençon. Il pourrait également être appelé *coefficient de sécurité*.

2.1.6 Application aux constructions clavées

Le domaine admissible des contraintes G mentionné précédemment est défini par les critères suivants dans le cas des structures en maçonnerie :

1. la maçonnerie n’a pas de résistance à la traction ;
2. la résistance à la compression de la maçonnerie est finie ;
3. le critère de résistance au frottement est le critère de frottement sec de Coulomb, la cohésion étant nulle.

L’absence de résistance à la traction implique que la résultante des forces sur un joint doit se trouver à l’intérieur de l’enveloppe convexe de ce joint.

Une démarche très similaire est adoptée dans le cadre de l’analyse limite, qui étudie les structures composées d’un matériau au comportement élasto-plastique parfait. Kooharian (1953) propose d’appliquer l’analyse limite à l’étude des arcs clavés en pierre. Heyman développe cette idée dans un important article pour l’application de l’analyse limite à la maçonnerie : *The Stone Skeleton* (Heyman, 1966). Il y propose trois hypothèses qui ont été très largement reprises depuis pour l’étude des structures clavées :

1. la pierre n’a pas de résistance à la traction ;
2. la résistance à la compression de la pierre est infinie ;
3. le glissement d’une pierre sur une autre ne peut pas se produire.

Heyman applique les théorèmes de l’analyse limite à l’étude des arcs-boutants et des voûtes d’ogives (Heyman, 1966), puis aux dômes (1967a) et aux voûtes en éventail (1967b). La synthèse de ses travaux sont publiés dans (Heyman, 1995).

2.1.7 Conclusion

Le calcul à la rupture permet de connaître des chargements pour lesquels l'instabilité d'une structure est certaine, dans le cadre des hypothèses de l'étude. Cependant, pour les chargements potentiellement supportables, la stabilité n'est que potentielle, et non certaine. Pour obtenir une réponse plus précise, il faut prendre en compte de nouvelles informations :

- la loi de comportement du matériau constitutif ;
- l'état d'auto-contrainte initial de la structure ;
- l'histoire de chargement de la structure, car la loi de comportement peut en dépendre ;
- les déformations.

2.2 Recherche des solutions d'équilibre stables

Le calcul à la rupture et l'analyse limite ont été appliqués aux structures en maçonneries dans la seconde moitié du xx^e siècle. Ces théories fournissent un cadre rigoureux dans lequel de nouvelles méthodes ont pu être formulées.

Les méthodes que nous mentionnons dans la suite ne sont pas des théories indépendantes du calcul à la rupture, mais des moyens de trouver des solutions d'équilibre qui prennent leur sens grâce à la théorie du calcul à la rupture.

2.2.1 Méthodes antérieures au calcul à la rupture

La plupart des méthodes anciennes de calculs des maçonneries peuvent être réinterprétées dans le cadre de la théorie du calcul à la rupture. L'étude de la poutre en porte-à-faux par Galilée est peut-être l'exemple le plus ancien et le plus cité (*Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles* publié en 1638 – fig. 2.4). Cette étude peut être réinterprétée comme une approche statique par l'extérieur pour déterminer une borne supérieure du chargement extrême d'une telle poutre selon Salençon. Les travaux de Coulomb sur les murs de soutènement (1773), la statique graphique mise au point par Culmann (1875), ou encore l'épure de Méry (1840) permettant de déterminer la ligne de pression d'un arc avant l'avènement de la statique graphique sont d'autres exemples cités par Salençon de méthodes utilisant le mode de raisonnement du calcul à la rupture avant que ce dernier soit formellement établi.

Dans certains cas, les méthodes vues ci-dessous sont simplement l'implémentation numérique de méthodes plus anciennes.

2.2.2 Résolution analytique

Les solutions d'équilibre nécessaires à l'utilisation du calcul à la rupture peuvent être obtenues en cherchant les solutions analytiques des équations d'équilibre, en fonction des inconnues hyperstatiques. Une telle résolution n'est possible que pour les géométries les plus simples : piédroits, arcs en plein-cintre, surfaces de révolution etc. Elle est appliquée par exemple par Heyman (1966) pour étudier les arc-boutants droits,

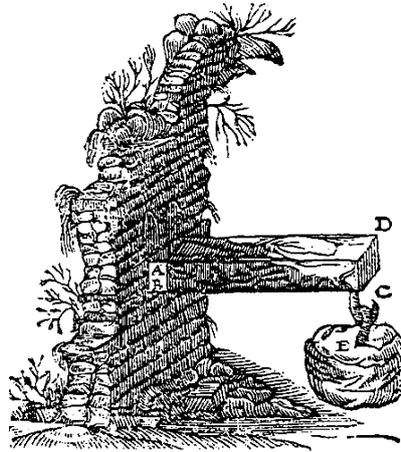


Fig 2.4 – Figure 17 des *Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles* de Galilée 1638

par Heyman (1967a) pour étudier les arcs en plein-cintre et les dômes sphériques, et par Ochsendorf (2002) pour étudier les piédroits et contreforts.

2.2.3 Méthode des équations d'équilibre discrétisées

Nous introduisons la méthode des équations d'équilibre discrétisées par un exemple. Considérons un arc clavé reposant sur deux appuis. En se donnant la valeur des trois inconnues hyperstatiques, et en utilisant les équations d'équilibre appliquées à chaque bloc, les forces intérieures sont déterminées de proche en proche dans l'arc. Les équations peuvent être écrites sous forme matricielle. La recherche des chargements extrêmes met en jeu ou bien un choix manuel par l'utilisateur des paramètres, ou en systématisant le processus avec l'optimisation numérique des solutions.

Cette méthode est la plus proche conceptuellement de la statique graphique du XIX^e siècle. Si le mode de calcul est numérique et non graphique, les résultats sont généralement présentés sous leur forme graphique à l'aide de la ligne de pression. Cette approche est utilisée par Smars (2000) et Lau (2006) notamment.

Les opérations nécessaires à l'application de la statique graphique sont des opérations géométriques de base : calculer l'aire d'un polygone, déterminer les intersections de deux droites, etc. Les logiciels de géométrie dynamique, comme Cabri II Plus⁽¹⁾ ou Geogebra⁽²⁾, permettent de mettre en œuvre de façon paramétrique l'ensemble des tracés pour obtenir une ligne des pressions, puis de rechercher en modifiant par exemple le pôle du polygone des forces une ligne des pressions intérieure à la maçonnerie.

La géométrie dynamique a notamment été utilisée par Ciblac (2008) pour l'enseignement. Certaines méthodes du XIX^e siècle ont fait l'objet d'implémentation, comme

(1). Logiciel payant, <http://www.cabri.com/>

(2). Logiciel Open source librement utilisable par des utilisateurs non commerciaux, <http://www.geogebra.org/about>

Chapitre 2. Stabilité des constructions clavées

celles de Eddy (1877) et Wolfe (1921) par Lau⁽³⁾ à l'aide du logiciel Cabri Geometry II (Lau, 2006).

La méthode des équations d'équilibre discrétisées est généralement utilisée pour les problèmes 2D. En effet dans le cas où la structure à étudier **et son chargement** présentent une symétrie par rapport à un plan, il est possible de simplifier l'étude en se ramenant à l'étude dans le plan, sous l'hypothèse des contraintes planes (cas des arcs-boutants), ou l'hypothèse des déformations planes (cas des tunnels). Par exemple la travée d'une église couverte en berceau (fig. 2.5 à gauche) peut être étudiée dans le plan de symétrie (fig. 2.5 à droite). Dans le cas où la symétrie n'est vraie que localement, il faut tenir compte des effets de bord. Sur la figure 2.6 la travée centrale, en vert, se prête bien à une étude bidimensionnelle, tandis que les travées placées aux extrémités, en rouge, peuvent être soumises à des effets de bords importants.

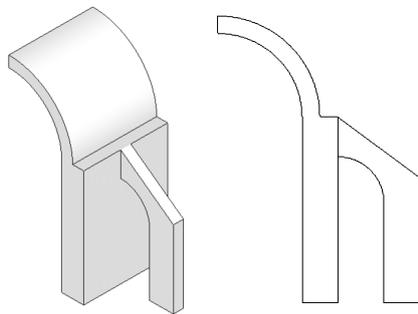


Fig 2.5 – Demi-voûte en berceau avec arc-boutant ; vue axonométrique (à g.), et coupe selon le plan de symétrie (à d.)

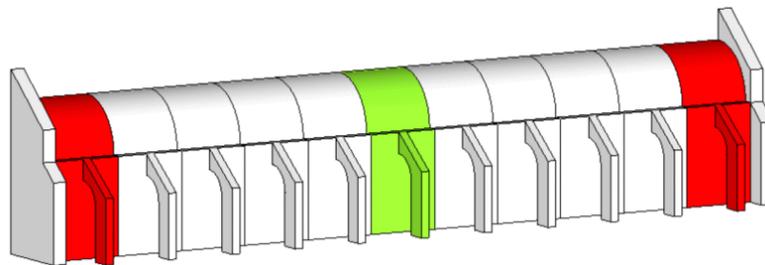


Fig 2.6 – Travée présentant une symétrie par rapport à un plan (en vert) ; travée présentant une symétrie par rapport à un plan seulement localement (en rouge)

Le chargement doit lui aussi être symétrique et ne pas être concentré ponctuellement dans le plan de symétrie. O'Dwyer montre dans le cas d'une voûte en berceau que l'étude bidimensionnelle dans le cas d'un chargement ponctuel est conservatif : il est possible de trouver des poussées minimales plus faibles en prenant en compte la tridimensionnalité du problème (O'Dwyer, 1999).

Une hypothèse simplificatrice pour tenir compte de la tridimensionnalité du problème d'équilibre tridimensionnel est de le décomposer en une série d'études bidimensionnelles, en découpant la structure par tranches en une série d'arches juxtaposées.

(3). <http://web.mit.edu/masonry/wwlau/>

Cette méthode est mise en avant par Ungewitter et Mohrmann (1901) pour l'étude des voûtes d'ogives et des dômes. Elle est utilisée par Smars (2000, p. 151) avec l'utilisation d'un logiciel dédié *Calipous*.

La méthode des réseaux de forces, qui sera présentée en détail dans la prochaine partie, fait partie des méthodes à équations d'équilibre discrétisées. Précédée par la méthode des densités de forces (Schek, 1974), la méthode des réseaux de forces a été développée par O'Dwyer (1999), puis étendue par Block et Ochsendorf sous le nom de « thrust network analysis » en 2007.

Pour finir, Tomasoni et D'Ayala ont mis au point une méthode pour les voûtes en arc-de-cloître en 3D (D'Ayala et Tomasoni, 2008 ; Tomasoni, 2008). Après discrétisation de la voûte en une série de voussoirs, l'équilibre de ces voussoirs est écrite en fonction de la force dirigée selon les méridiens S , de la force dirigée selon les parallèles H (« hoop forces »), de la force de cisaillement sur les joints des méridiens $T_{\theta x}$ et de la force de cisaillement sur les joints des parallèles $T_{x\theta}$. L'ensemble des équations d'équilibre des blocs sont exprimées sous la forme d'un système linéaire d'équations. La maximisation d'une fonction de coût permet de rechercher une solution dont l'ensemble des points d'application des forces sont situés à l'intérieur des joints.

2.2.4 Méthode de Delbecq

Nous appelons méthode de Delbecq la méthode mise au point par l'ingénieur du même nom au début des années 1980. Elle a été développée pour fournir un outil numérique d'évaluation de la capacité portante des ponts en maçonnerie. Elle explore un ensemble de solutions d'équilibre possibles et choisit la meilleure solution du point de vue du critère de résistance avec prise en compte de la résistance finie de la maçonnerie. Méthode efficace, et qui semble toujours utilisée aujourd'hui par le Setra⁽⁴⁾ avec le logiciel *Voûte*, elle ne semble cependant pas avoir fait l'objet de développements ultérieurs.

Delbecq (1983) applique le calcul à la rupture aux ponts en maçonnerie (arches avec remblai, avec de fortes surcharges d'exploitation). Contrairement à Heyman (1966), il ne postule pas que la pierre a une résistance à la compression infinie, et envisage donc la diminution de stabilité due à l'écrasement des voussoirs. Suite à une étude extensive des formes des lignes de pression des arches avec remblai, Delbecq produit une méthode qui permet la détermination de l'ensemble des lignes de pression qui restent comprises à l'intérieur de l'arche, à partir des propriétés des lignes de pression extrémales. Pour un chargement donné Q , cette méthode donne le coefficient de rupture F , qui est défini par le chargement minimum $Q_{ext} = FQ$ provoquant l'effondrement. À titre d'exemple, la figure 2.7 affiche en rouge l'ensemble des lignes de pression intérieures d'un arc simple, trouvées en appliquant la méthode de Delbecq.

(4). Le Setra est le *Service d'études sur les transports, les routes et leurs aménagements* qui dépend du ministère de l'Écologie, du Développement durable et de l'Énergie.

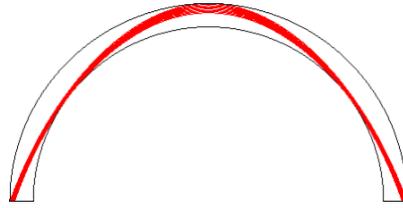


Fig 2.7 – Ensemble des lignes de pression intérieures d'un arc déterminées avec la méthode de Delbecq (1983)

2.3 Exemples de structures étudiées

Outre le cas classique des arcs en plein-cintre et des voûtes en berceau, de nombreux types de structures en maçonnerie ont fait l'objet d'une étude ou bien essentiellement graphique (éventuellement informatisée ou sous forme analytique), ou bien exploitant la théorie du calcul à la rupture, depuis la publication par Heyman du *Stone Skeleton* en 1966.

Nous proposons ici une liste non exhaustive d'études concernant des structures en maçonnerie variées. Les arcs, qui sont présentés par la quasi-intégralité des études comme exemple introductif, ne sont pas mentionnés ici. Mentionnons cependant la thèse d'Ochsendorf (2002) qui prend en compte l'effet de la déformation des arcs (par mécanisme par blocs) sur l'équilibre.

Couvrements de bâtiments — voûtes, flèches

Voûtes en arc de cloître : Tomasoni (2008)

Voûtes d'ogives : Smars (2000), Block et Lachauer (2014a)

Voûtes en éventail : Heyman (1967b), Gil et al. (2010)

Flèches : Heyman (1967b)

Dômes :

- Heyman (1967a) qui calcule leur épaisseur minimale
- Plusieurs étudiants du MIT dans le cadre de mémoire de master ou thèse de doctorat : Lau (2006), Reese (2008), Zessin (2012). Ces travaux s'intéressent plus particulièrement aux dômes de Guastavino, selon une technique importée aux États-Unis depuis l'Espagne à la fin du XIX^e. Il s'agit de dômes construits en brique posée à plats, selon une technique similaire à celles des voûtes « à la Roussillon » que nous détaillerons ultérieurement concernant les voûtes plates.

Élévations de bâtiments — murs, contreforts, tours

Murs : Heyman (1992), Ochsendorf et al. (2004)

Contreforts : Ochsendorf (2002), Ochsendorf et al. (2004)

Tours : Heyman (1992) qui étudie l'effet de leur inclinaison

Chapitre 2. Stabilité des constructions clavées

Escaliers

Escaliers à voûte sarrasine : García Ares (2007, 2011), Block (2009), Baratta et Corbi (2013)

Escaliers suspendus : Como (2013), Marmo et Rosati (2017)

Roses, remplages de baies

Roses : Heyman (2002), Block (2009)

Remplage de baie : Barthel et al. (2003)

Ouvrages d'art — ponts, murs de soutènement

Ponts en maçonnerie : Delbecq (1983)

Murs de soutènement en pierre sèche : Villemus (2004), Colas (2009)

Chapitre 3

Critères de résistance

Résumé : Ce chapitre traite de l'utilisation des critères de résistance dans le cadre du calcul à la rupture. Dans un premier temps, les critères de résistance au niveau des joints sont considérés. Ces critères permettent de construire les multiplicateurs de charges, ou coefficients de sécurité, nécessaires à la détermination des domaines des chargements potentiellement supportables. Plusieurs exemples de critères et coefficients de sécurité associés aux joints sont donnés, lorsque la résistance à la compression des joints est finie. Le cas particulier du coefficient de sécurité géométrique, qui ne fait pas partie du cadre rigoureux du calcul à la rupture, est abordé lorsque la résistance à la compression des joints est considérée infinie. Dans un deuxième temps, la résistance interne de la pierre est considérée. L'utilisation des propriétés graphiques des cercles de Mohr pour construire des champs de contrainte constant par morceaux admissibles vis-à-vis du critère de résistance interne de la pierre sont présentés.

Sommaire

3.1	Critères de résistance des joints	41
3.1.1	Expressions des critères	41
3.1.2	Construction des coefficients de sécurité	42
3.2	Résistance finie des joints à la compression	43
3.2.1	Coefficient de sécurité statique	43
3.2.2	Cas avec incertitudes sur la géométrie	45
3.3	Résistance infinie des joints à la compression	46
3.3.1	Coefficient de sécurité statique inopérant	46
3.3.2	Introduction du coefficient de sécurité géométrique	47
3.4	Résistance interne des pierres	49
3.4.1	Cercles de Mohr	49
3.4.2	Application au claveau d'une plate-bande	50
3.4.3	Outils graphiques pour déterminer des solutions d'équilibre stables	52

3.1 Critères de résistance des joints

3.1.1 Expressions des critères

Nous limitons notre présentation au cas des joints rectangulaires plans. Bien que ce type de joint soit le plus courant, il existe de nombreux cas de joints polygonaux (et plans) mais non rectangulaires. Les formules données ci-dessous s'étendent alors avec les formules habituelles de la résistance des matériaux.

Le cas des joints non plans sort du cadre de notre étude. Par exemple les assises inférieures et supérieures des voussoirs des dômes hémisphériques sont des surfaces coniques, et donc correspondent à des joints non plans. Cependant ce type de joint peut être approximé par un joint plan si les voussoirs sont de taille réduite par rapport à la taille globale du dôme.

Nous considérons un joint rectangulaire plan, avec b' son épaisseur et h' sa hauteur, et nous nous plaçons dans un repère de coordonnées local $x'y'z'$ dont l'origine est le centre du joint, avec l'axe x' normal au joint, l'axe y' parallèle au côté b' et l'axe z' parallèle au côté h' et orienté vers le bas (fig. 3.1). Nous utiliserons ultérieurement un autre repère de coordonnées global xyz pour une plate-bande, où l'axe x sera dirigé selon l'axe de la plate-bande (fig. 3.2).

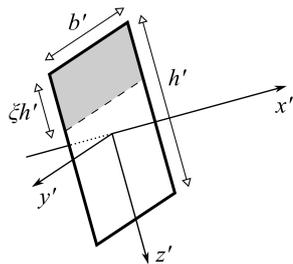


Fig 3.1 – Axes locaux x' , y' et z' d'un joint

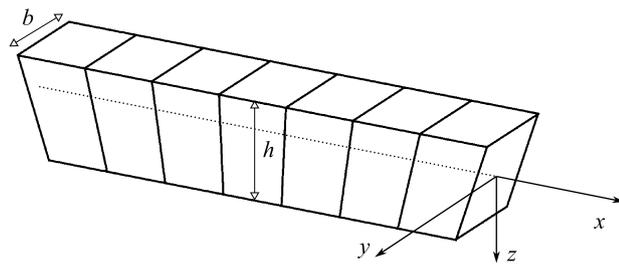


Fig 3.2 – Axes globaux x , y et z d'une plate-bande

La contrainte normale $\sigma_{x'x'}$ et les contraintes tangentielles $\tau_{x'y'}$ et $\tau_{x'z'}$ sont liées aux contraintes généralisées (l'effort normal N' , aux efforts tranchants V' , aux moments de flexion M' et au moment de torsion T') par intégration sur l'ensemble de

la surface du joint S :

$$N' = \int_{-h'/2}^{h'/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} \sigma_{x'x'} dy' dz' \quad (3.1)$$

$$V'_y = \int_{-h'/2}^{h'/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} \tau_{x'y'} dy' dz' \quad (3.2)$$

$$V'_z = \int_{-h'/2}^{h'/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} \tau_{x'z'} dy' dz' \quad (3.3)$$

$$M'_y = - \int_{-h'/2}^{h'/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} z' \sigma_{x'x'} dy' dz' \quad (3.4)$$

$$M'_z = \int_{-h'/2}^{h'/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} y' \sigma_{x'x'} dy' dz' \quad (3.5)$$

$$T' = \int_{-h'/2}^{h'/2} \int_{-b'/2}^{b'/2} (\tau_{x'z'y'} - \tau_{x'y'z'}) dy' dz' \quad (3.6)$$

Pour simplifier on considère dans la suite que $M'_y = 0$, $V'_y = 0$ et $T' = 0$, et nous notons $M' = M'_z$ et $V' = V'_z$. Nous notons $N'_c = b'h'\sigma_c$ l'effort normal maximal admissible sur un joint, et nous utilisons cette valeur pour créer les valeurs adimensionnées suivantes :

$$n' = N'/N'_c \quad (3.7)$$

$$m' = \frac{2}{h'} M'/N'_c \quad (3.8)$$

$$v' = V'/N'_c \quad \text{de telle manière que : } V'/N' = v'/n' \quad (3.9)$$

Les critères de résistance sont évalués au niveau des joints entre les blocs, pour les raisons exposées dans la section précédente. Nous utilisons dans la suite les critères suivants :

$$\sigma_t \leq \sigma \leq \sigma_c \quad (3.10)$$

$$|\tau| \leq \mu\sigma \quad (3.11)$$

Nous considérons dans le cadre de ce travail que la résistance en traction au niveau du joint est nulle ($\sigma_t = 0$). Le critère de résistance (3.10) devient :

$$0 \leq \sigma \leq \sigma_c \quad (3.12)$$

3.1.2 Construction des coefficients de sécurité

Dans le cadre du calcul à la rupture, le critère de résistance choisi pour l'étude de la stabilité d'une structure est relié à un *coefficient de rupture*, également appelé *multiplicateur de charge* (Salençon, 1983 – voir section 2.1.5 p. 32). Le multiplicateur de charge est une mesure de la sécurité de la structure vis-à-vis de la charge qui s'y applique. Il est encore appelé *coefficient de sécurité*, terme que nous retiendrons pour la suite de ce document.

Pour les structures en maçonnerie, le critère de résistance est généralement exprimé au niveau du joint. L'hypothèse implicite le justifiant est que la résistance de la pierre est supérieure à celle de l'interface représentée par le joint. Les efforts internes aux blocs ne sont donc pas pris en compte par les critères de résistance que nous considérons, bien que cela soit possible dans le cadre du calcul à la rupture.

En pratique, le processus classique suivant, basé sur le travail de Salençon sur le calcul à la rupture (Salençon, 1983) et son application aux ponts en maçonnerie par Delbecq (1983), est suivi pour calculer le coefficient de sécurité d'une structure.

Soit Q le chargement, supposé fixé dans la suite. Soit \mathcal{J} l'ensemble des joints j de la structure. Soit ζ le vecteur des paramètres qui définissent une solution d'équilibre si la structure est hyperstatique. Le critère considéré ici est un critère local qui doit être respecté en tout point du joint.

1. Le critère local est combiné avec une hypothèse sur la répartition des contraintes sur le joint (contraintes constantes par morceaux, répartition linéaire, etc.), de manière à donner un coefficient de sécurité local $\lambda_j(\zeta)$ pour chaque joint j .
2. L'ensemble des coefficients de sécurité locaux aux joints sont réunis sous la forme d'un coefficient de sécurité global $\lambda_{\mathcal{J}}$, dont la valeur est liée à la solution d'équilibre considérée, c'est-à-dire liée à une valeur du vecteur ζ :

$$\lambda_{\mathcal{J}}(\zeta) = \min_{j \in \mathcal{J}} \lambda_j(\zeta) \quad (3.13)$$

3. Le coefficient de sécurité de la structure F pour le chargement considéré Q est alors défini comme le maximum des coefficients de sécurité globaux pour toutes les solutions d'équilibre possibles, soit

$$F(Q) = \max_{\zeta} \lambda_{\mathcal{J}}(\zeta) = \max_{\zeta} \min_{j \in \mathcal{J}} \lambda_j(\zeta) \quad (3.14)$$

En résumé, pour tout critère de résistance local formulé pour les joints, un coefficient de sécurité global pour la structure peut être défini.

3.2 Résistance finie des joints à la compression

3.2.1 Coefficient de sécurité statique

Les critères de résistance (3.12) sur les contraintes normales et ceux (3.11) sur les contraintes tangentielles au niveau du joint permettent la construction d'un critère de résistance sur les contraintes généralisées N' , M' et V' s'appliquant sur un joint.

Pour commencer, un champ de contrainte respectant partout le critère de résistance est considéré, et le moment et l'effort normal correspondant sont calculés. Par simplicité, le champ de contrainte de l'effort normal considéré est constant par morceaux. Il vaut $\sigma_{x'x'} = \sigma_c$ sur un rectangle de largeur b' et de hauteur $\xi h'$, et est nul partout ailleurs sur le joint (fig. 3.1).

$$N' = \xi b' h' \sigma_c \quad \Leftrightarrow \quad n' = \xi \quad (3.15)$$

$$M' = \frac{h'}{2} N' (1 - \xi) \quad \Leftrightarrow \quad m' = n' (1 - \xi) \quad (3.16)$$

$$V' = \mu \xi b' h' \sigma_c \quad \Leftrightarrow \quad v' = \mu n' \quad (3.17)$$

Chapitre 3. Critères de résistance

Ce champ de contrainte est en équilibre avec des contraintes généralisées respectant les équations suivantes :

$$M' = \frac{h'}{2}N' \left(1 - \frac{N'}{b'h'\sigma_c}\right) \quad \Leftrightarrow \quad m' = n'(1 - n') \quad \text{en remplaçant } \xi \quad (3.18)$$

Le domaine de résistance étant convexe et comprenant l'état de contrainte nul, les ensembles d'efforts N' , M' et V' inférieurs à ceux construits ci-dessus sont donc également statiquement admissibles, ce qui conduit aux critères suivants, et à leurs équivalents adimensionnés :

$$|M'| \leq \frac{h'}{2}N' \left(1 - \frac{N'}{b'h'\sigma_c}\right) \quad \Leftrightarrow \quad |m'| \leq n'(1 - n') \quad (3.19)$$

$$|V'| \leq \mu N' \quad \Leftrightarrow \quad |v'| \leq \mu n' \quad (3.20)$$

La figure 3.3 représente le domaine de résistance de ce joint.

Ces critères doivent être respectés pour tous les joints. Pour n' , m' et v' donnés et correspondant à un chargement Q posons le facteur multiplicateur λ tel que $\lambda n'$, $\lambda m'$ et $\lambda v'$ atteignent la frontière d'un des deux critères :

$$|\lambda m'| = \lambda n'(1 - \lambda n') \quad (3.21)$$

$$\lambda = \left(1 - \frac{|m'|}{n'}\right) / n' \quad (3.22)$$

Le coefficient de sécurité est alors donné par :

$$F(Q) = \max_{\text{joints}} \min \left(1 - \frac{|m'|}{n'}\right) / n' \quad (3.23)$$

Cette définition du critère est exposée puis exploitée par Delbecq (1983) dans le cadre de sa thèse sur les ponts en maçonnerie. Nous appellerons ce coefficient de sécurité *coefficient de sécurité statique*, et le noterons CSS dans la suite. Nous distinguerons :

- $\text{CSS}_j(\zeta)$ le coefficient de sécurité d'un joint correspondant à la solution d'équilibre donnée par le vecteur paramètre ζ ;
- $\text{CSS}_{\mathcal{J}}(\zeta)$ le coefficient de sécurité de la structure correspondant à la solution d'équilibre donnée par le vecteur paramètre ζ ;
- $\overline{\text{CSS}}_{\mathcal{J}}$ le coefficient de sécurité de la structure, correspondant à la plus grande valeur atteignable avec une solution d'équilibre.

Ce coefficient de sécurité a les propriétés suivantes :

- si $\text{CSS}_{\mathcal{J}} > 0$, alors pour la solution d'équilibre correspondante, tous les centres de pression sont localisés à l'intérieur des joints : le coefficient de sécurité géométrique (que nous définirons ci-dessous) est supérieur à 1 ;
- si $\text{CSS}_{\mathcal{J}} = 1$, alors pour la solution d'équilibre correspondante, la contrainte sur le joint atteint en au moins un point la limite de résistance en compression σ_0 ;
- si $\text{CSS}_{\mathcal{J}} = 2$, alors pour la solution d'équilibre correspondante, la contrainte sur le joint atteint en au moins un point la limite de résistance en compression $\sigma_0/2$;

- si $\overline{\text{CSS}}_{\mathcal{J}} > 1$, alors il y a au moins une solution d'équilibre où les contraintes sur les joints ne sont nulle part supérieures à $\sigma_0/\overline{\text{CSS}}_{\mathcal{J}}$.

L'influence de l'hypothèse de la répartition des contraintes sur le domaine de résistance est étudié pour le cas des joints rectangulaires par Smars (2000, p. 36-51, 87-91).

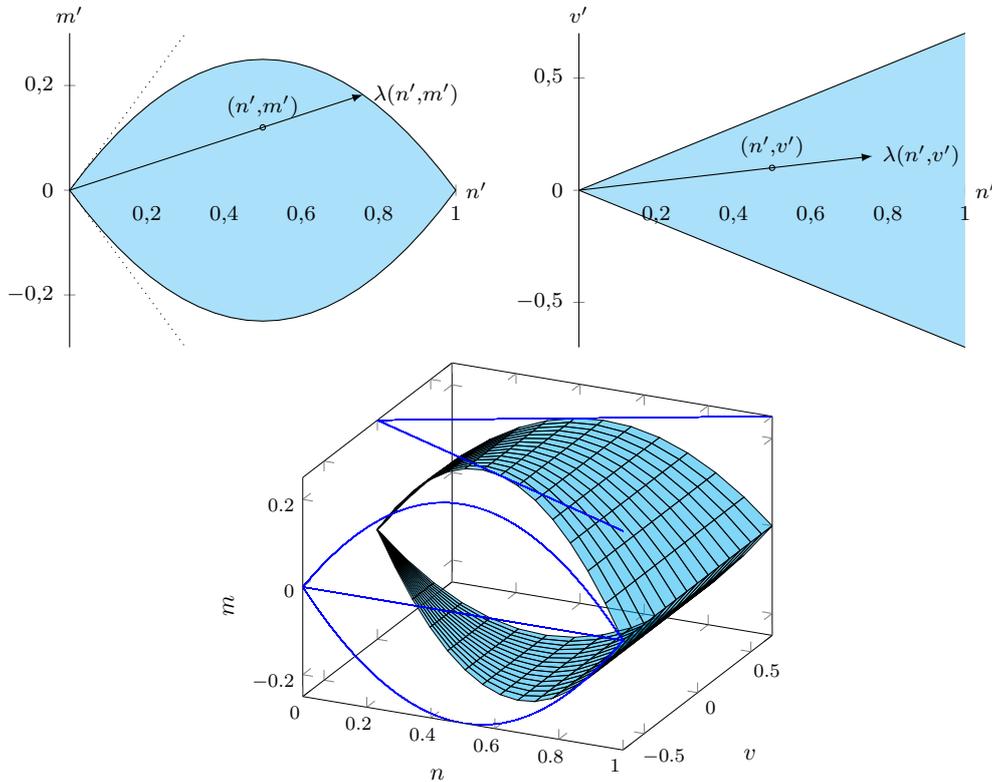


Fig 3.3 – Critères de résistance pour un joint rectangulaire, avec résistance finie à la compression

3.2.2 Cas avec incertitudes sur la géométrie

Des incertitudes peuvent régner sur la géométrie : manque d'information sur la géométrie exacte d'une structure existante, approximations lors de la construction (même si la géométrie exacte prévue est connue), déformations non prises en compte par le calcul à la rupture etc.

Il est possible d'introduire un facteur correcteur ε sur la hauteur du joint pour prendre partiellement en considération cette incertitude. La hauteur du joint considéré dans le calcul devient $\bar{h}' = \varepsilon h'$. Les critères de résistance vus plus haut deviennent simplement :

$$|m'| \leq \varepsilon n' \quad (3.24)$$

$$|m'| \leq \varepsilon n' (1 - n'/\varepsilon) \quad (3.25)$$

La figure 3.4 indique la modification des domaines de résistance dans le cas où $\varepsilon = 0,9$.

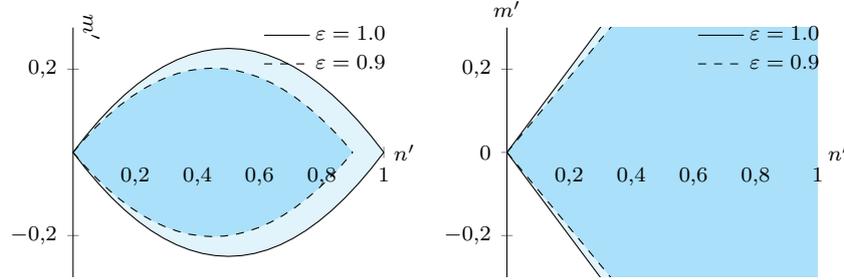


Fig 3.4 – Critères de résistance avec et sans incertitudes sur la géométrie

Le coefficient de sécurité est donné par :

$$F(\underline{Q}) = \max_{\text{joints}} \min \left(1 - \frac{|m'|}{\varepsilon n'} \right) \frac{1}{\varepsilon n'} \quad (3.26)$$

$$F(\underline{Q}) < \text{CSS}(\underline{Q}) \quad (3.27)$$

Il n'existe pas de relation de proportionnalité directe entre ce coefficient de sécurité et celui sans incertitude.

3.3 Résistance infinie des joints à la compression

3.3.1 Coefficient de sécurité statique inopérant

Si la résistance à la compression des joints est négligée, le critère local de résistance sur les contraintes normales (3.12) devient

$$0 \leq \sigma \quad (3.28)$$

le critère local de résistance sur les contraintes tangentielles (3.11) n'étant pas modifié.

Le critère (3.28) implique les deux conditions équivalentes suivantes sur l'effort normal N' , le moment M' , et l'excentricité $e = M'/N'$. En notant h' la hauteur du joint et S sa surface :

$$|M'| \leq \frac{h'}{2} N' \quad \Leftrightarrow \quad |m'| \leq n' \quad (3.29)$$

$$|e| \leq \frac{h'}{2} \quad (3.30)$$

Le critère (3.11) implique que :

$$|V'| \leq \mu N' \quad \Leftrightarrow \quad |v'| \leq \mu n' \quad (3.31)$$

La figure 3.5 représente le domaine de résistance de ce joint.

Le coefficient de sécurité du calcul à la rupture est inopérant pour ce critère de résistance. En effet, s'il existe un chargement potentiellement supportable \underline{Q}_1 , le critère

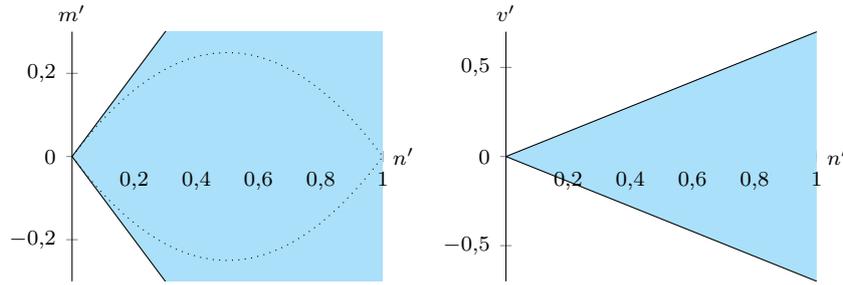


Fig 3.5 – Critères de résistance pour un joint rectangulaire, avec résistance infinie à la compression

est respecté en tout joint. Les contraintes généralisées $\lambda N'$ et $\lambda M'$ respecteront alors encore le critère pour le chargement $\lambda \underline{Q}_1$, qui sera donc potentiellement supportable quelle que soit la valeur de $\lambda > 0$.

$$F(\underline{Q}_1) = \infty \quad \text{si } \exists \underline{Q}_1 \text{ potentiellement supportable} \quad (3.32)$$

Ce phénomène apparaît également lorsque la résistance à la compression des joints σ_0 est très grande (mais non infinie) par rapport aux contraintes dans la structure. Le coefficient de sécurité statique ne donne qu'une information binaire sur la stabilité (stable / non stable). Cette valeur peut d'ailleurs être trompeuse : le coefficient de sécurité statique $\text{CSS}_{\mathcal{J}}$ peut être très élevé, et dans le même temps la valeur du coefficient de sécurité géométrique $\text{CSG}_{\mathcal{J}}$ proche de 1.

Pour éviter ce type de problème, Delbecq (1983, p. 162) applique un coefficient de sécurité réducteur à l'épaisseur de la voûte à prendre en compte pour le calcul. Il justifie l'application de ce coefficient, compris entre 0,9 et 1,0 par la nécessité de prendre en compte les incertitudes existant sur l'épaisseur réelle des voûtes. Quand le coefficient de sécurité réducteur de 0,9 est appliqué à l'épaisseur des voûtes, cette précaution garantie que le coefficient de sécurité géométrique sera au moins de $1/0,9 = 1,11$, à partir du moment où le coefficient de sécurité statique est positif.

3.3.2 Introduction du coefficient de sécurité géométrique

Définition théorique

Un autre coefficient de sécurité est utilisé dans le cas où la résistance à la traction est nulle, et la résistance à la compression considérée infinie : le *coefficient de sécurité géométrique*. Ce coefficient de sécurité tel qu'il est défini par Heyman n'est pas construit de la même façon que les coefficients de sécurité du calcul à la rupture.

En effet, Heyman définit le coefficient de sécurité géométrique comme le rapport entre l'épaisseur de l'arc considéré et l'épaisseur minimale pour laquelle l'arc est stable (Heyman, 1969 ; 1995, p. 21). La détermination de la valeur de ce coefficient de sécurité nécessite de déterminer l'épaisseur minimale de la structure pour pouvoir ensuite la relier à l'épaisseur réelle de la structure (fig. 3.6).

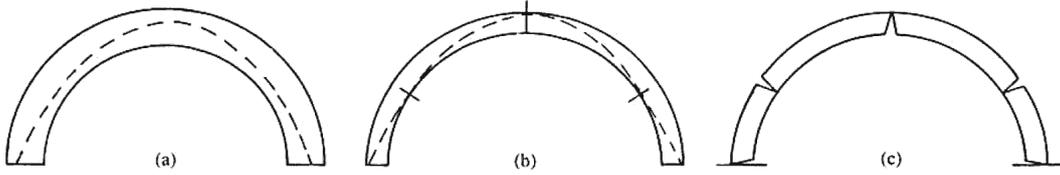


Fig 3.6 – Arc stable (a), et arc d'épaisseur minimale (b), (c), d'après Heyman (1995, p. 21)

Estimation numérique

Il est possible de calculer une estimation du coefficient de sécurité géométrique théorique défini par Heyman, en utilisant les mêmes processus calculatoires que ceux utilisés pour les autres coefficients de sécurité du calcul à la rupture défini précédemment.

Un coefficient de sécurité géométrique local est défini comme le rapport entre la demi-hauteur du joint $h/2$, et l'excentricité du centre de pression sur le joint e , soit :

$$\lambda_j = \frac{h'}{2e} = \frac{h'}{|2M'/N'|} \quad (3.33)$$

L'estimation du coefficient de sécurité géométrique de la structure est alors définie comme le maximum des coefficients de sécurité globaux :

$$F = \max_{\zeta} \lambda_{\mathcal{J}} = \max_{\zeta} \min_{j \in \mathcal{J}} \lambda_j \quad (3.34)$$

Nous noterons cette estimation du coefficient de sécurité géométrique CSG dans la suite. La convergence de cette estimation vers le coefficient de sécurité géométrique théorique dans le cas des arcs et des dômes (section 14.1 p. 239). Nous notons :

- $\text{CSG}_j(\zeta) = \lambda_j(\zeta)$ le coefficient de sécurité d'un joint correspondant à la solution d'équilibre donnée par le vecteur paramètre ζ ;
- $\text{CSG}_{\mathcal{J}}(\zeta)$ le coefficient de sécurité de la structure correspondant à la solution d'équilibre donnée par le vecteur paramètre ζ ;
- $\overline{\text{CSG}_{\mathcal{J}}}$ le coefficient de sécurité de la structure, correspondant à la plus grande valeur atteignable avec une solution d'équilibre.

Si la résistance à la compression des joints σ_0 est très grande par rapport aux contraintes dans la structure, ce coefficient de sécurité a les propriétés suivantes :

- Pour une solution d'équilibre avec un coefficient de sécurité géométrique $\overline{\text{CSG}_{\mathcal{J}}} = 1$, le coefficient de sécurité statique $\overline{\text{CSS}_{\mathcal{J}}}$ est nul ;
- Pour une solution d'équilibre avec un coefficient de sécurité géométrique $\overline{\text{CSG}_{\mathcal{J}}} > 1$, le coefficient de sécurité statique $\overline{\text{CSS}_{\mathcal{J}}}$ est $+\infty$;
- Pour une solution d'équilibre avec un coefficient de sécurité géométrique $\overline{\text{CSG}_{\mathcal{J}}} < 1$, le coefficient de sécurité statique $\overline{\text{CSS}_{\mathcal{J}}}$ est $-\infty$.

O'Dwyer introduit un coefficient de sécurité géométrique (« geometric factor of safety »), similaire au coefficient présenté ici, mais qui est exprimé à partir de la position du *polygone funiculaire* (ou de façon équivalente du réseau de forces) par rapport aux limites de la maçonnerie (O'Dwyer, 1999 – fig. 3.7). Cette définition,

qui ne fait pas intervenir les joints, ne converge pas exactement vers le coefficient de sécurité géométrique théorique, pour des raisons analogues à celles analysées sur la différence entre *ligne de pression* et *polygone funiculaire* (voir section 1.3 p. 23).

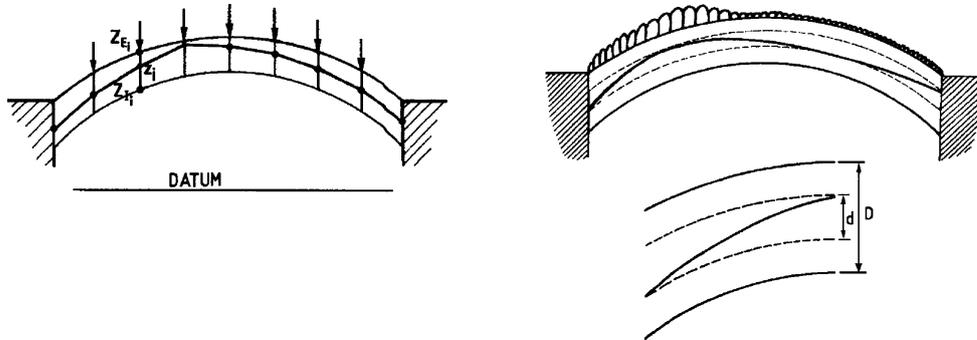


Fig 3.7 – Coefficient de sécurité géométrique D/d , d'après O'Dwyer (1999)

3.4 Résistance interne des pierres

3.4.1 Cercles de Mohr

Les efforts internes aux pierres ne sont pas pris en considération dans les critères de résistance présentés jusqu'à présent, puisque ces derniers ne concernent que la résistance au niveau des joints. Dans cette section, nous considérons au contraire que la résistance de la pierre elle-même est limitée. La construction des solutions d'équilibre nécessaires pour l'approche par l'intérieur du calcul à la rupture ne peut plus concerner uniquement les états de contraintes au niveau des joints. Il est nécessaire de trouver pour chaque claveau un champ de contrainte interne admissible.

Une approche possible est d'exploiter les propriétés graphiques des *cercles de Mohr*⁽¹⁾ pour construire de tels champs de contrainte. Ce type de méthode est notamment utilisée dans le cadre de l'étude de la résistance des sols.

Les conventions usuelles des cercles de Mohr utilisent la traction positive. Avec cette convention, les contraintes sont représentées sur la figure 3.8. Nous utilisons dans ce document la convention usuelle pour les maçonneries, avec compression positive, ce qui nécessite d'adapter la représentation des cercles de Mohr comme indiqué sur la figure 3.9, en dirigeant vers le haut l'axe τ .

Nous rappelons les principes de bases pour l'exploitation du cercle de Mohr. Connaissant les contraintes σ_{11} , σ_{22} et $\sigma_{12} = \sigma_{21}$ exprimées dans le repère géométrique y_1y_2 , le cercle de Mohr décrivant l'état de contrainte correspondant est le cercle de centre $C = (\frac{\sigma_{11} + \sigma_{22}}{2}; 0)$ et passant par le point $P^* = (\sigma_{11}; -\sigma_{12})$. Le point P^* est appelé *pôle du cercle de Mohr*.

(1). Les cercles de Mohr sont nommés après Otto Mohr (1835-1918), qui présenta leur utilisation en 1882 pour la représentation graphique des contraintes. Culmann avait déjà présenté en 1866 dans son livre sur la statique graphique les cercles de contraintes (« circle of stress »), un cas particulier des cercles de Mohr, mais qui comprenait déjà les principes de bases que nous utiliserons ici : le pôle et l'inclinaison de la facette donnant les contraintes sur la facette (Timoshenko, 1953, p. 194-195, 285-286).

Chapitre 3. Critères de résistance

Soit nv un repère géométrique obtenu par rotation d'un angle α du repère géométrique y_1y_2 . Les composantes des contraintes dans ce repère sont obtenues par la rotation d'angle 2α et de centre C du point $Q_0 = (\sigma_{11}; \sigma_{12})$, donnant ainsi le point $Q_\alpha = (\sigma_n; \sigma_{nv})$ sur la figure 3.9.

Par ailleurs, les contraintes s'appliquant sur une facette élémentaire sont obtenues en cherchant l'intersection de la droite parallèle à cette facette passant par le pôle P^* d'une part, et le cercle de Mohr d'autre part.

Les contraintes principales de l'état de contrainte sont données par l'intersection du cercle avec l'axe $\tau = 0$, donc ici les points $M = (\sigma_1; 0)$ et $N = (\sigma_2; 0)$. Les coordonnées du centre C du cercle de Mohr s'expriment également sous la forme $(\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}; 0)$.

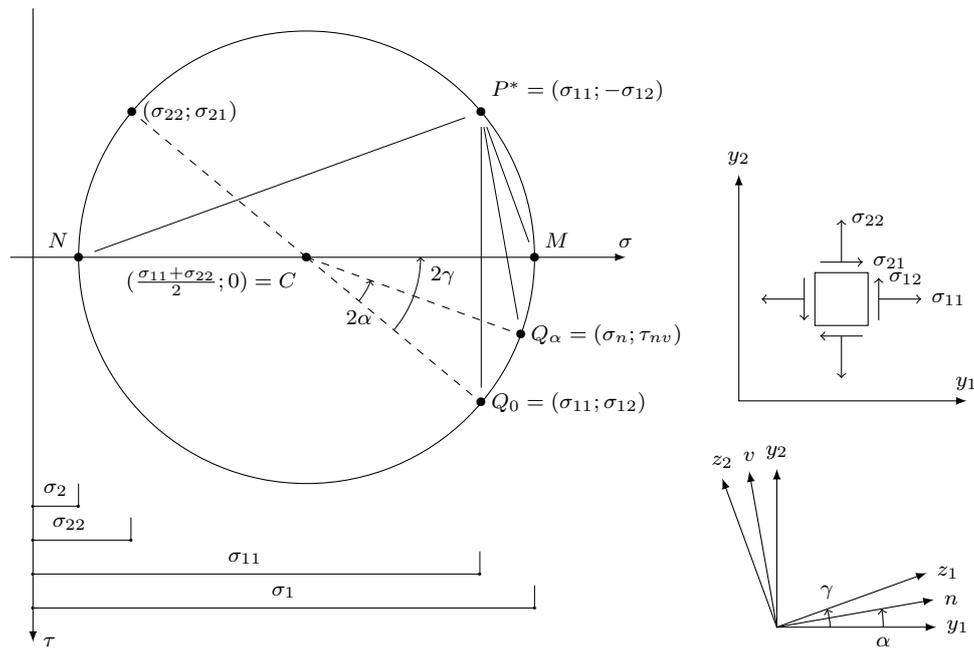


Fig 3.8 – Cercle de Mohr, convention de signe avec traction positive, d'après Sollazzo et Marzano (1988)

3.4.2 Application au claveau d'une plate-bande

Nous considérons un claveau de plate-bande soumis à un chargement surfacique vertical uniforme q sur sa face supérieure, et à un chargement (σ, τ) sur la partie supérieure d'un joint latéral (fig. 3.10).

Nous cherchons un champ de contrainte constant par morceaux qui respecte à la fois :

- le critère de résistance interne de la pierre ;
- les conditions aux bords données par le chargement.

Le découpage en quatre zones 1, 2, 3 et 4 où les contraintes sont constantes par zone est donné sur la figure 3.10. Les données d'entrée du problème sont les valeurs q , σ et τ . Les inconnues à déterminer sont à la fois la position des frontières délimitant les

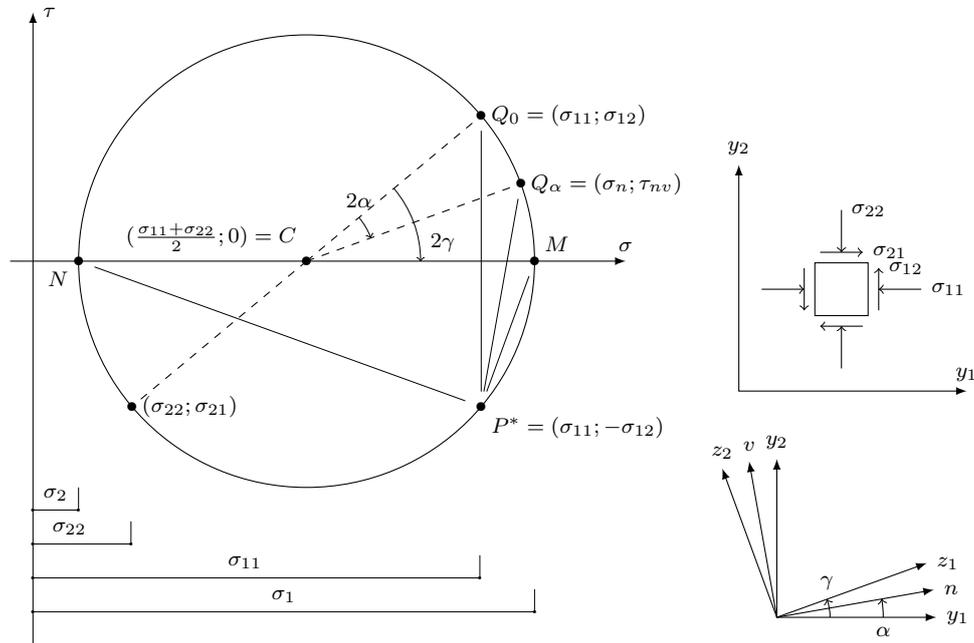


Fig 3.9 – Cercle de Mohr, convention de signe avec compression positive (utilisée pour ce document), d’après Sollazzo et Marzano (1988)

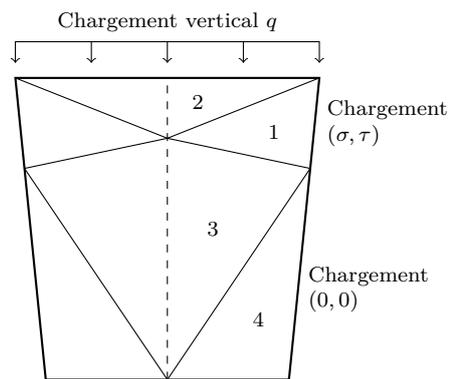


Fig 3.10 – Schéma de principe du découpage d’un claveau en champ de contrainte constant par morceaux

champs de contrainte constants, et la valeur de chacun de ces champs de contrainte constants.

Nous utilisons un logiciel de géométrie dynamique, GeoGebra, pour résoudre ce problème. La construction de tels champs nécessite de pouvoir trouver des solutions aux deux sous-problèmes suivants :

- la détermination d'un cercle de Mohr connaissant deux points de ce cercle et la direction d'une interface correspondant à un de ces points ;
- la détermination d'un cercle de Mohr à partir de l'équilibre sur une interface avec un premier cercle de Mohr

Nous présentons ci-dessous deux outils graphiques permettant de trouver les solutions de ces problèmes.

3.4.3 Outils graphiques pour déterminer des solutions d'équilibre stables

Outil1 : Détermination d'un cercle à partir de deux points et une direction

Le premier outil permet, connaissant la contrainte sur une interface (1 point A et une direction $\text{dir.}A$) et la contrainte pour une autre interface (1 point B correspondant à une interface de direction $\text{dir.}B$ non connue), de déterminer le cercle de Mohr et son pôle P (fig. 3.11).

L'outil 1 fonctionne comme suit. Le point C est l'intersection entre l'axe x et la médiatrice du segment $[AB]$. Le cercle de Mohr recherchée est le cercle de centre C passant par A . Par construction, ce cercle passe également par B . Le pôle P est obtenu en traçant l'intersection entre le cercle d'une part, et la droite parallèle à la direction $\text{dir.}A$ et passant par A .

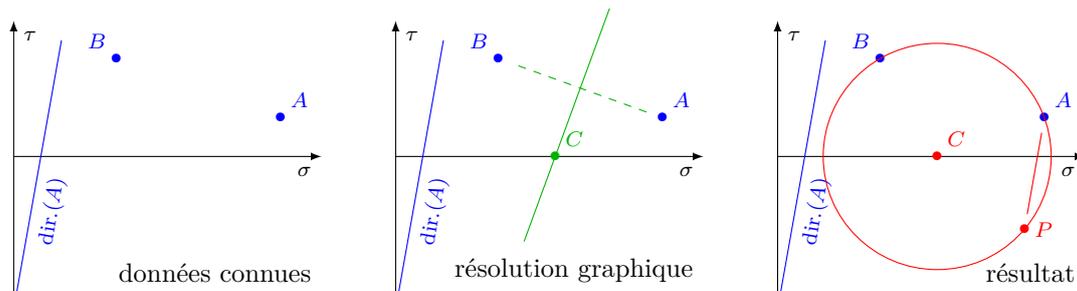


Fig 3.11 – Outil 1, détermination d'un cercle de Mohr à partir de deux points et une direction

Outil2 : Détermination d'un second cercle à partir de l'équilibre sur une interface

Deux champs de contrainte constants par morceaux sont en équilibre le long d'une frontière de direction P_1P_2 inconnue. Les informations connues sont :

- le cercle de Mohr c_1 du domaine 1 y compris la position du pôle P_1 ;

Chapitre 3. Critères de résistance

- un point A du cercle c_2 ;
- la direction de l'interface correspondant au point A .

Les informations recherchées sont :

- le cercle de Mohr c_2 du domaine 2 et la position de son pôle P_2 ;
- la direction de l'interface permettant l'équilibre entre les domaines 1 et 2, et le point correspondant à cette interface sur les cercles c_1 et c_2 .

L'outil 2 fonctionne comme suit. On se donne un point D_a arbitraire sur le cercle c_1 . Soit E_a l'intersection de la droite P_1D_a avec la direction donnée passant par A . On trace les médiatrices des segments D_aA et D_aE_a , qui s'intersectent en un point F_a . La même construction est réalisée pour un second point D_b arbitraire sur le cercle c_1 , conduisant à la détermination d'un point F_b . La droite F_aF_b coupe l'axe des abscisses en un point C_2 qui est le centre du cercle recherché. Connaissant le centre C_2 et le point A , le cercle c_2 est donc connu. Le pôle P_2 est l'intersection avec le cercle de la droite connue passant par A . Les cercles C_1C_2 et la droite P_1P_2 s'intersectent en un point unique, qui correspond à la contrainte le long de la frontière entre 1 et 2, dont la direction est P_1P_2 .

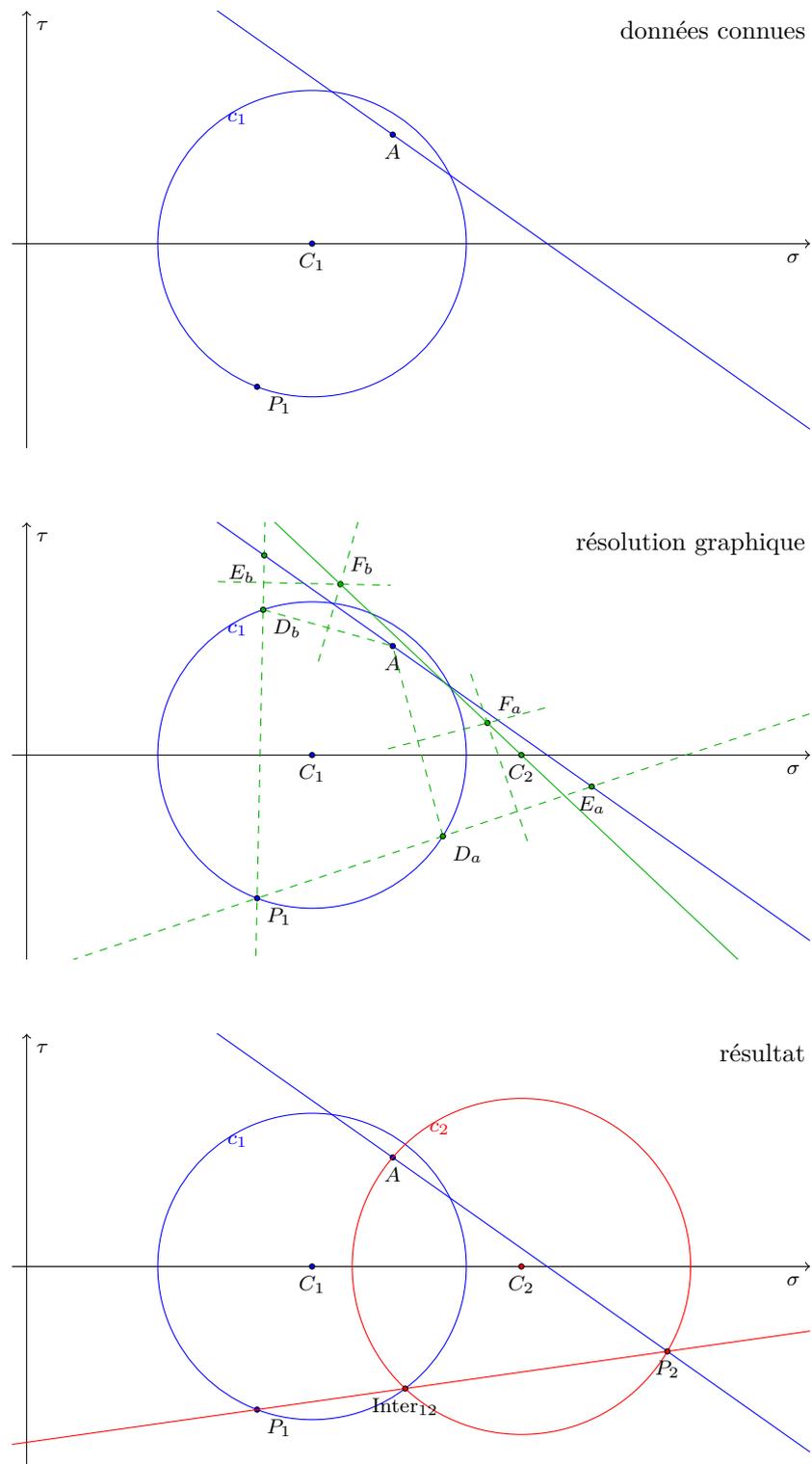


Fig 3.12 – Outil 2, détermination d'un second cercle de Mohr à partir de l'équilibre sur une interface

Chapitre 4

Méthode des réseaux de forces

Résumé : Ce chapitre présente successivement la méthode des densités de forces, puis la méthode des réseaux de forces appliquée aux voûtes en maçonnerie. Ces deux méthodes expriment l'équilibre d'un système sous la forme d'un réseau, formé de nœuds où s'appliquent le chargement, et de branches reliant les nœuds et par où transitent les forces. Les réseaux de forces étendent sous forme de réseau la notion de polygone funiculaire de la statique graphique. Leur intérêt pour la maçonnerie a été mis en avant par O'Dwyer (1999) sous le nom de « force network method », et étendue par Block et Ochsendorf (2007) sous le nom de « thrust network analysis ». Ils seront utilisés ultérieurement dans cette thèse pour générer les solutions d'équilibre des constructions clavées étudiées.

Sommaire

4.1	Introduction	56
4.2	Méthode des densités de forces	56
4.2.1	Concepts et hypothèses	56
4.2.2	Connectivité du réseau	58
4.2.3	Notations	58
4.2.4	Mise en équation de l'équilibre	59
4.2.5	Recherche d'une solution admissible	61
4.3	Méthode des réseaux de forces	61
4.3.1	Origine de la méthode	61
4.3.2	Hypothèses	62
4.3.3	Principe de résolution pour les structures existantes	62
4.3.4	Notations	66
4.3.5	Mise en équation de l'équilibre	66
4.3.6	Recherche des solutions d'équilibre admissibles	69

4.1 Introduction

Les réseaux de forces étendent sous forme de réseau la notion de polygone funiculaire de la statique graphique, de la même manière que la résille caténaire inversée, notamment utilisée par Antoni Gaudí, généralise la caténaire inversée.

Schek (1974) a introduit la méthode des densités de forces, permettant de concevoir des réseaux de forces utilisables dans le cadre de la conception de nouvelles structures en compression ou en traction.

L'intérêt des réseaux de forces pour l'étude de la stabilité des voûtes en maçonnerie a été mis en avant par O'Dwyer (1999). Un réseau de forces est une solution d'équilibre admissible qui peut être utilisée dans le cadre du calcul à la rupture pour l'étude de la stabilité des voûtes. O'Dwyer a proposé une méthode pour générer les réseaux de forces adaptés aux voûtes en maçonnerie : la méthode des réseaux de forces (« the force network method »).

Cette méthode a été étendue par Block et Ochsendorf (2007) sous le nom de « thrust network analysis », avec l'introduction des *figures réciproques* (Maxwell, 1864 ; Culmann, 1864 ; Cremona, 1872). Elle a été utilisée pour mettre au point des outils d'optimisation de forme (Rippmann, 2016). Plusieurs avancées et extensions ont été publiées ces dernières années concernant les procédures d'optimisation (Vouga et al., 2012 ; Block et Lachauer, 2014b) et les formulations variationnelles du problème mécanique (Fraternali, 2010 ; De Goes et al., 2013). Elle a également fait l'objet d'un développement par Gil et al. (2010), dans laquelle les branches du réseau de forces sont remplacées par des barres élastiques, et l'équilibre résolu par une méthode utilisant des éléments finis.

La méthode des réseaux de forces a été appliquée pour l'étude de constructions historiques en maçonnerie : voûtes en éventail (Block et Ochsendorf, 2008), voûtes d'ogives gothiques, les rosaces, escaliers sur voûte sarrasine (Block, 2009 ; Block et Lachauer, 2014a). Cependant le domaine d'application principal de la méthode est la conception de structures en compression innovantes. Elle a prouvé être un outil adéquat pour les processus de recherche de forme (Rippmann et al., 2012). Nous nous plaçons dans la suite de ce document dans le cadre de la méthode appliquée à la vérification des constructions clavées existantes, pour laquelle la géométrie des claveaux, et donc des joints, est connue.

Nous présentons dans ce chapitre d'abord la méthode des densités de forces, pour mettre en lumière ensuite les points communs et différences lors de la présentation de la méthode des réseaux de forces appliquée aux voûtes en maçonnerie.

4.2 Méthode des densités de forces

4.2.1 Concepts et hypothèses

La méthode des densités de forces est présentée par Schek (1974). Elle permet de créer des réseaux de forces équilibrés, en tension ou en compression. Les réseaux comportent des nœuds, reliés par des branches. Deux types de nœuds sont considérés, les nœuds intérieurs (« interior nodes »), dont la position dans l'espace est une inconnue

Chapitre 4. Méthode des réseaux de forces

du problème, et les nœuds d'appuis (« boundary nodes » ou « fixed nodes »), dont la position dans l'espace est fixe.

Les hypothèses fondamentales de la méthode sont les suivantes :

- la ligne d'action de la force entre deux nœuds passe par la branche qui les relie ;
- les connections entre les branches au niveau des nœuds ne transmettent aucun moment ;
- les chargements extérieurs s'appliquent uniquement sur les nœuds.

La méthode nécessite de connaître à chaque étape du calcul :

- la position des nœuds d'appui ;
- le coefficient de proportionnalité entre la force et la longueur de chaque branche ;
- les charges extérieures s'appliquant sur les nœuds.

Les coefficients de proportionnalités sont appelés *densités de forces*. La méthode des densités de forces en tire son nom.

La résolution de l'équilibre permet d'exprimer la position de l'ensemble des nœuds intérieurs du réseau à travers un système d'équations linéaires dépendant des positions des nœuds d'appui, des densités de forces pour toutes les branches, et du chargement extérieur.

Autrement dit, si le chargement est donné ainsi que les conditions aux limites (positions des nœuds d'appui), la forme géométrique du réseau est exprimée en fonction d'un seul type de paramètre : les densités de forces des branches (fig. 4.1).

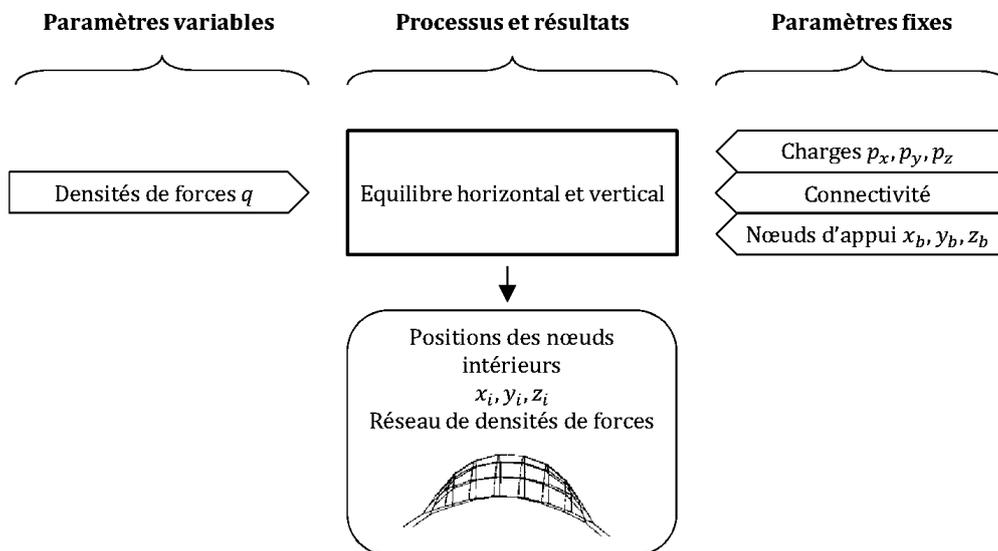


Fig 4.1 – Diagramme de la méthode des densités de forces

En faisant varier les valeurs des densités de forces dans les branches, la méthode permet d'explorer l'ensemble des solutions d'équilibre possibles pour un réseau. Des conditions complémentaires peuvent être ajoutées pour rechercher des réseaux de forces possédant des propriétés spécifiques :

- conditions sur la longueur des branches, soit dans l'état avant chargement (barre ou câble au repos) ou après chargement (barre ou câble étiré ou comprimé suivant une loi élastique linéaire) ;
- conditions sur les forces dans les branches ;
- combinaison des deux types de conditions précédentes.

La recherche de réseaux spécifiques introduit des équations non linéaires fonctions uniquement des densités de forces dans les nœuds, pour lesquelles Schek (1974) propose une méthode de résolution itérative.

Par construction, l'équilibre des forces à chaque nœud entraîne l'équilibre des moments, puisque les branches s'y réunissent en un point.

4.2.2 Connectivité du réseau

Le réseau est considéré sous forme de graphe orienté pour les nécessités d'implémentation numérique du calcul, et la connectivité entre les nœuds et les branches du réseau peut être transcrite sous forme matricielle avec la matrice de connectivité \mathbf{C} (« branch-node matrix », voir fig. 4.2) :

$$C(i,j) = \begin{cases} 1 & \text{si le nœud } j \text{ est le nœud de tête de la branche } i \\ -1 & \text{si le nœud } j \text{ est le nœud de queue de la branche } i \\ 0 & \text{dans les autres cas} \end{cases} \quad (4.1)$$

En numérotant les nœuds pour avoir en premier les nœuds intérieurs, puis les nœuds d'appui, cette matrice peut s'écrire sous la forme d'une matrice par blocs avec \mathbf{C}_i et \mathbf{C}_b les sous-matrices correspondant respectivement aux nœuds intérieurs et nœuds d'appuis :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_i & \mathbf{C}_b \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

Ce formalisme est utilisé notamment par Schek (1974) pour la méthode des densités de forces, et par Block (2009) pour la méthode des réseaux de forces.

4.2.3 Notations

Soit i et b les indices indiquant les quantités correspondant respectivement à un nœud intérieur ou à un nœud d'appui (« boundary »). Soit $n = n_i + n_b$ le nombre de nœuds, et m le nombre de branches du réseau.

Le détail des quantités utilisées pour les calculs et les relations qui les lient sont les suivantes :

- x , y et z les coordonnées cartésiennes des nœuds ;
- u , v et w les composantes des branches (vecteurs orientés) ;
- $l = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$ la longueur des branches ;
- s la force axiale des branches ;
- $q = s/l$ la densité de force dans les branches ;
- p_x , p_y et p_z les composantes du chargement extérieur.

Afin de les distinguer des scalaires, les matrices sont notées par des lettres capitales en gras, et les vecteurs par des lettres minuscules en gras. Les vecteurs suivants, définis sur la base des quantités précédentes, seront utilisés :

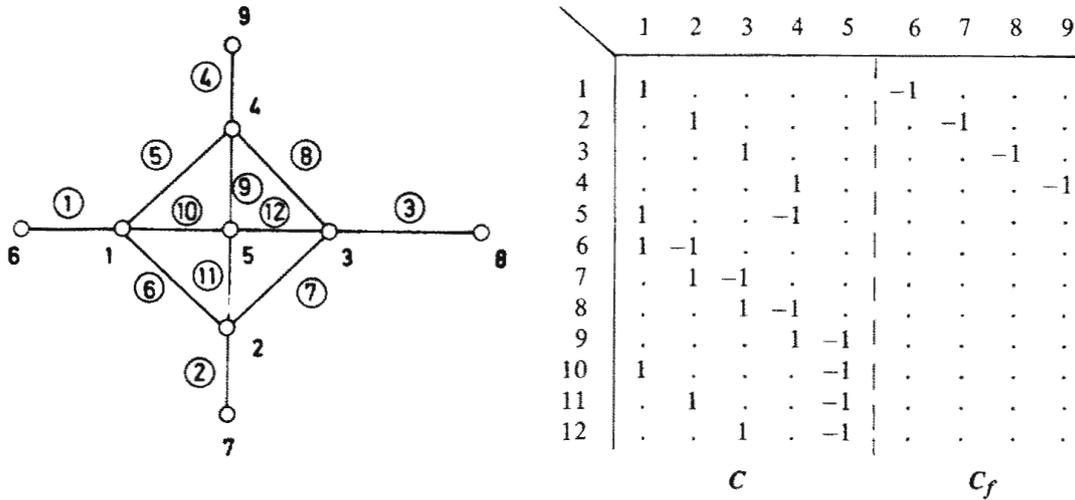


Fig. 2. Graph and branch-node matrix $C_s = [C \ C_f]$.

Fig 4.2 – Matrice de connectivité (« branch-node matrix »), d'après Schek (1974)

- \mathbf{x} , \mathbf{y} et \mathbf{z} les vecteurs de dimension n obtenus avec les coordonnées x , y et z de l'ensemble des nœuds ;
- \mathbf{p}_x , \mathbf{p}_y et \mathbf{p}_z les vecteurs de dimension n_i obtenus avec les composantes p_x , p_y et p_z du chargement s'appliquant à chaque nœud intérieur ;
- \mathbf{u} , \mathbf{v} et \mathbf{w} les vecteurs de dimension m obtenus avec les composantes u , v et w de l'ensemble des branches ;
- \mathbf{l} , \mathbf{s} et \mathbf{q} les vecteurs de dimension m obtenus avec les quantités l , s et q de l'ensemble des branches.

Nous utilisons la notation simplifiée suivante pour la correspondance entre un vecteur et la matrice diagonale qui peut y être associée :

$$\mathbf{u} = \begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{Bmatrix} \leftrightarrow \mathbf{U} = \begin{bmatrix} u_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & u_n \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

La multiplication d'un vecteur avec une matrice diagonale présente la propriété suivante, qui sera exploitée dans la suite : $\mathbf{U}\mathbf{v} = \mathbf{V}\mathbf{u}$.

4.2.4 Mise en équation de l'équilibre

En utilisant les propriétés de la matrice de connectivité \mathbf{C} , les composantes des branches orientées s'écrivent simplement en fonction des coordonnées des nœuds :

$$\mathbf{u} = \mathbf{C}\mathbf{x} \quad (4.4)$$

$$\mathbf{v} = \mathbf{C}\mathbf{y} \quad (4.5)$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{C}\mathbf{z} \quad (4.6)$$

Chapitre 4. Méthode des réseaux de forces

Les forces \mathbf{s} dans les branches étant parallèles à ces dernières, leurs composantes s'écrivent :

$$UL^{-1}\mathbf{s} \quad \text{composantes des forces } \mathbf{s} \text{ suivant l'axe } x \quad (4.7)$$

$$VL^{-1}\mathbf{s} \quad \text{composantes des forces } \mathbf{s} \text{ suivant l'axe } y \quad (4.8)$$

$$WL^{-1}\mathbf{s} \quad \text{composantes des forces } \mathbf{s} \text{ suivant l'axe } z \quad (4.9)$$

Les équations d'équilibre de l'ensemble des nœuds intérieurs s'écrivent :

$$C_i^t UL^{-1}\mathbf{s} + \mathbf{p}_x = 0 \quad (4.10)$$

$$C_i^t VL^{-1}\mathbf{s} + \mathbf{p}_y = 0 \quad (4.11)$$

$$C_i^t WL^{-1}\mathbf{s} + \mathbf{p}_z = 0 \quad (4.12)$$

Les inconnues dans ces systèmes d'équations sont les coordonnées des nœuds \mathbf{x} , \mathbf{y} et \mathbf{z} , et donc les quantités \mathbf{U} , \mathbf{V} , \mathbf{W} , \mathbf{L}^{-1} et \mathbf{s} qui en dépendent. Ces systèmes d'équations sont non linéaires car ils font intervenir les termes du type $UL^{-1}\mathbf{s}$. Ils sont linéarisés en introduisant les densités de forces \mathbf{q} qui sont connus à chaque étape du calcul (nous reviendrons sur le principe du calcul itératif ultérieurement) :

$$\mathbf{q} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{s} \quad (4.13)$$

Après injection de cette équation dans les équations d'équilibre, et utilisation des propriétés du type $\mathbf{U}\mathbf{q} = \mathbf{Q}\mathbf{u}$, on obtient :

$$C_i^t \mathbf{Q}\mathbf{C}\mathbf{x} + \mathbf{p}_x = 0 \quad (4.14)$$

$$C_i^t \mathbf{Q}\mathbf{C}\mathbf{y} + \mathbf{p}_y = 0 \quad (4.15)$$

$$C_i^t \mathbf{Q}\mathbf{C}\mathbf{z} + \mathbf{p}_z = 0 \quad (4.16)$$

La matrice \mathbf{D} et ses sous-matrices \mathbf{D}_i et \mathbf{D}_b sont introduites pour simplifier les notations :

$$\mathbf{D} = C_i^t \mathbf{Q}\mathbf{C} \quad (4.17)$$

$$\mathbf{D}_i = C_i^t \mathbf{Q}\mathbf{C}_i \quad (4.18)$$

$$\mathbf{D}_b = C_i^t \mathbf{Q}\mathbf{C}_b \quad (4.19)$$

Les positions des nœuds intérieurs sont tirées des systèmes d'équations linéaires suivants :

$$\mathbf{D}_i \mathbf{x}_i = -\mathbf{p}_x - \mathbf{D}_b \mathbf{x}_b \quad (4.20)$$

$$\mathbf{D}_i \mathbf{y}_i = -\mathbf{p}_y - \mathbf{D}_b \mathbf{y}_b \quad (4.21)$$

$$\mathbf{D}_i \mathbf{z}_i = -\mathbf{p}_z - \mathbf{D}_b \mathbf{z}_b \quad (4.22)$$

Ces systèmes montrent que les positions des nœuds intérieurs \mathbf{x}_i , \mathbf{y}_i et \mathbf{z}_i sont données en fonction des positions des nœuds d'appuis \mathbf{x}_b , \mathbf{y}_b et \mathbf{z}_b , du chargement extérieur \mathbf{p}_x , \mathbf{p}_y et \mathbf{p}_z , et des densités de forces \mathbf{q} .

Les longueurs des branches, puis les forces dans les branches sont ensuite données par :

$$\mathbf{L} = \sqrt{\mathbf{U}^t \mathbf{U} + \mathbf{V}^t \mathbf{V} + \mathbf{W}^t \mathbf{W}} \quad (4.23)$$

$$\mathbf{s} = \mathbf{L}\mathbf{q} \quad (4.24)$$

4.2.5 Recherche d'une solution admissible

Pour trouver une solution admissible, c'est-à-dire ici respectant un ensemble de conditions formulées sur les longueurs des branches ou les forces dans les branches, Schek (1974) utilise des méthodes itératives.

Il montre que les conditions sur les longueurs de branches et sur les forces dans les branches peuvent être exprimées uniquement en fonction des densités de forces \mathbf{q} . L'incrément $\Delta \mathbf{q}_j$ à ajouter à chaque itération j aux densités de forces \mathbf{q}_j est ensuite exprimé de façon explicite. Un calcul itératif permet alors de chercher la solution qui respecte les conditions recherchées (fig. 4.3).

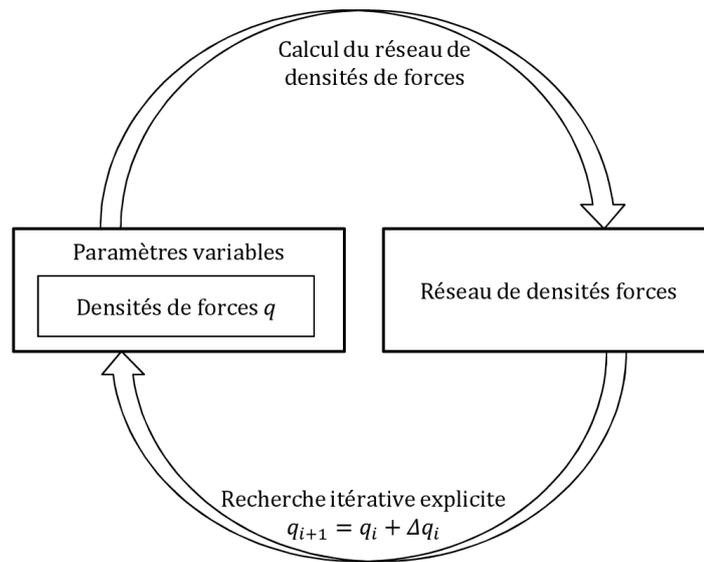


Fig 4.3 – Diagramme de recherche itérative des réseaux de densités de forces

4.3 Méthode des réseaux de forces

4.3.1 Origine de la méthode

La méthode des réseaux de forces permet de produire, comme la méthode des densités de forces, des réseaux de forces. Cependant, elle utilise une hypothèse complémentaire par rapport à la méthode des densités de forces : la projection des nœuds sur le plan horizontal est fixée.

L'utilisation de cette hypothèse pour l'étude des structures tendues est antérieure à l'article de O'Dwyer (1999) (*p. ex.* Majowiecki, 1994). Cependant, l'intérêt des réseaux de forces dans le cadre de l'étude des voûtes en maçonnerie est mis en avant par O'Dwyer (1999), qui expose sa formulation de la méthode sans faire référence à la méthode des densités de forces.

L'hypothèse complémentaire sur la position des nœuds dans le plan horizontal induit que les solutions d'équilibre produites par la méthode des réseaux de forces

est une sous-classe des solutions d'équilibre produites par la méthode des densités de forces ⁽¹⁾.

Cette hypothèse complémentaire présente deux avantages :

- dans le cadre de l'étude de la stabilité des constructions en maçonnerie, elle permet de réduire le champ des solutions d'équilibre possibles à celles qui sont utiles dans ce cadre, c'est-à-dire aux réseaux dont la projection horizontale coïncide avec celle des centres de gravité des blocs (O'Dwyer, 1999) ;
- de façon générale (étude des constructions existantes ou optimisation de forme), elle permet d'introduire lors du processus de calcul la dualité entre le réseau projeté, qui est une forme d'équilibre, et sa forme duale qui est le diagramme des forces (Block, 2009).

Cette hypothèse modifie également le processus de résolution de l'équilibre :

- les équations d'équilibre dans le plan horizontal ne servent plus à déterminer la position des nœuds, mais elles introduisent des relations entre les différentes densités de forces dans chaque branche, ce qui est la traduction de la limitation des solutions d'équilibre accessibles, et en même temps permet l'introduction des figures réciproques ;
- les distances horizontales entre les nœuds étant fixées, la donnée des densités de forces devient de fait la donnée des forces horizontales dans les nœuds ⁽²⁾.

4.3.2 Hypothèses

Nous nous plaçons dans le cadre de la vérification des constructions existantes pour la présentation de la méthode des réseaux de forces. Les trois hypothèses suivantes sont requises pour permettre l'utilisation de la méthode :

1. l'ensemble des droites d'actions des forces s'appliquant sur un bloc s'intersectent en un point ;
2. l'ensemble des charges extérieures ⁽³⁾ sur le système sont des charges verticales ;
3. les blocs intérieurs et les blocs d'appuis sont infiniment rigides, de façon à ce que l'équilibre puisse être écrit sur la géométrie initiale du système.

L'hypothèse 2 peut être remplacée par celle d'avoir un ensemble de charges parallèles, ce qui permet ensuite de choisir comme axe vertical du repère un axe parallèle à ces charges (Block et Lachauer, 2014b).

4.3.3 Principe de résolution pour les structures existantes

Nous présentons le principe de résolution de la méthode des réseaux de forces appliquée à une construction existante avant de présenter les calculs correspondants. Nous utilisons dans la suite l'exemple d'un escalier à voûte sarrasine, correspondant à

(1). Réciproquement, si la position des nœuds dans le plan horizontale est modifiée à l'aide d'une procédure itérative, alors la méthode des réseaux de forces permet d'étendre le champ des solutions d'équilibre à l'ensemble des solutions d'équilibre de la méthode des densités de forces.

(2). Car $q = s/L = s_H/L_H$ d'après le théorème de Thalès.

(3). Les forces de réactions aux appuis, qui pourraient également être considérées comme un chargement extérieur, ne sont pas soumises à cette hypothèse.

une fine voûte hélicoïdale, pour la clarté et lisibilité des figures décrivant cette structure (fig. 4.4(a)). Le diagramme présentant l'enchaînement des étapes de la méthode est donné sur la figure 4.5.

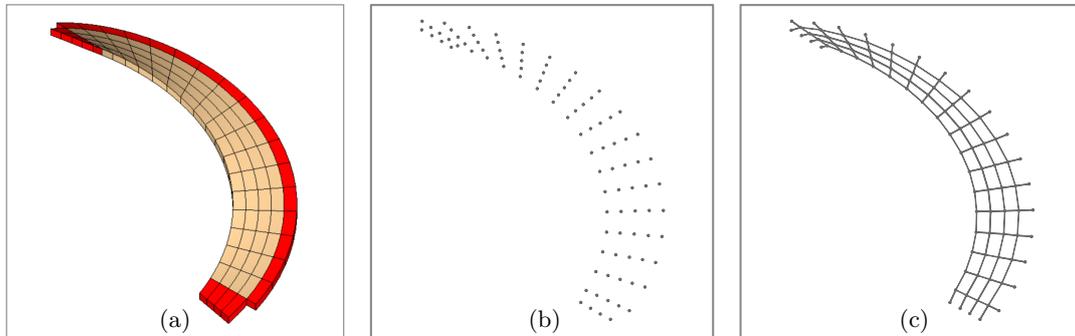


Fig 4.4 – Escalier hélicoïdal ; blocs (a), nuage de points (b), réseau de masse (c)

Considérons un système de blocs soumis uniquement à son poids propre, chaque bloc étant un *polyèdre*⁽⁴⁾. Les centres de gravité et les masses forment un nuage de points pondéré (fig. 4.4(b)). Les points correspondant aux blocs de la structure à étudier sont appelés nœuds intérieurs (« interior nodes » – blocs beiges sur fig. 4.4(a)). Les points correspondant aux blocs représentant les appuis ou la frontière de la structure sont appelés nœuds d'appui (« boundary nodes » – blocs rouges sur fig. 4.4(a)).

Pour construire un réseau à partir du nuage de points, une branche est créée pour chaque joint. Chaque branche connecte les nœuds des blocs adjacents en contact au joint considéré. La force de contact au niveau du joint a la même direction que celle de la branche. Cette opération forme un premier réseau, que nous appellerons *réseau de masse* (« mass network »). Voir fig. 4.4 (c)

La connectivité du réseau est déduite de la discrétisation de la voûte en un ensemble de blocs. L'influence de l'appareil sur l'équilibre a été présenté précédemment sur le cas particulier de la ligne de pression en 2D. Dans le cas d'une voûte en pierre de taille, la discrétisation correspond à l'appareil⁽⁵⁾ de la voûte.

La résolution des équations d'équilibre est réalisée en deux étapes successives.

Premièrement, les équations d'équilibre dans le plan horizontal sont considérées pour chacun des blocs. La projection du réseau de masse dans un plan horizontal donne le *réseau projeté* (« primal grid » ou « form diagram »). Comme le chargement est un système de forces verticales par hypothèse, la projection du chargement se réduit à des vecteurs nuls. Le chargement n'intervient pas dans l'équilibre du réseau projeté.

Nous nous plaçons dans le cas où le réseau projeté est une forme en auto-équilibre et statiquement indéterminée. L'équilibre du réseau projeté dépend alors uniquement

(4). Un polyèdre est un objet tridimensionnel délimité par des faces planes, chaque face étant un polygone. Nous verrons dans le cas des plates-bandes à joints en X que les réseaux de forces peuvent être étendus aux joints non plans au moyen de certaines adaptations qui seront décrites dans la partie consacrée à l'extension de la méthode des réseaux de forces.

(5). Les questions de vocabulaire concernant la coupe des pierres, l'appareil et la stéréotomie seront présentés dans la partie consacrée à la coupe des pierres des plates-bandes. Voir section 5.1 p. 73.

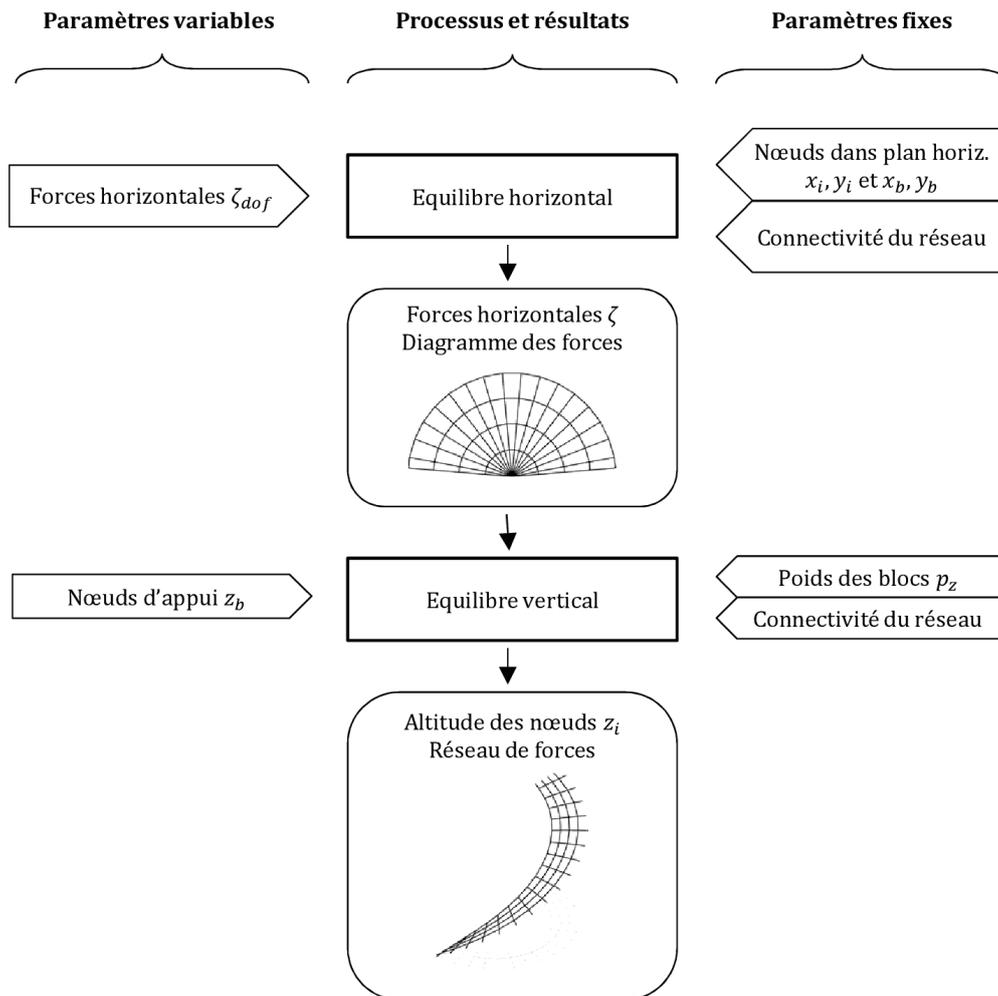


Fig 4.5 – Diagramme de construction d'un réseau de forces

Chapitre 4. Méthode des réseaux de forces

d'un nombre limité de paramètres, indépendants du chargement. Chaque paramètre correspond à la force horizontale dans une branche.

L'équilibre horizontal peut être exprimé à travers la *figure réciproque* du réseau projeté, appelé le *diagramme des forces* (« dual grid » ou « force diagram »). Il est la réunion des polygones des forces exprimant l'équilibre horizontal de chaque nœud intérieur (fig. 4.6).

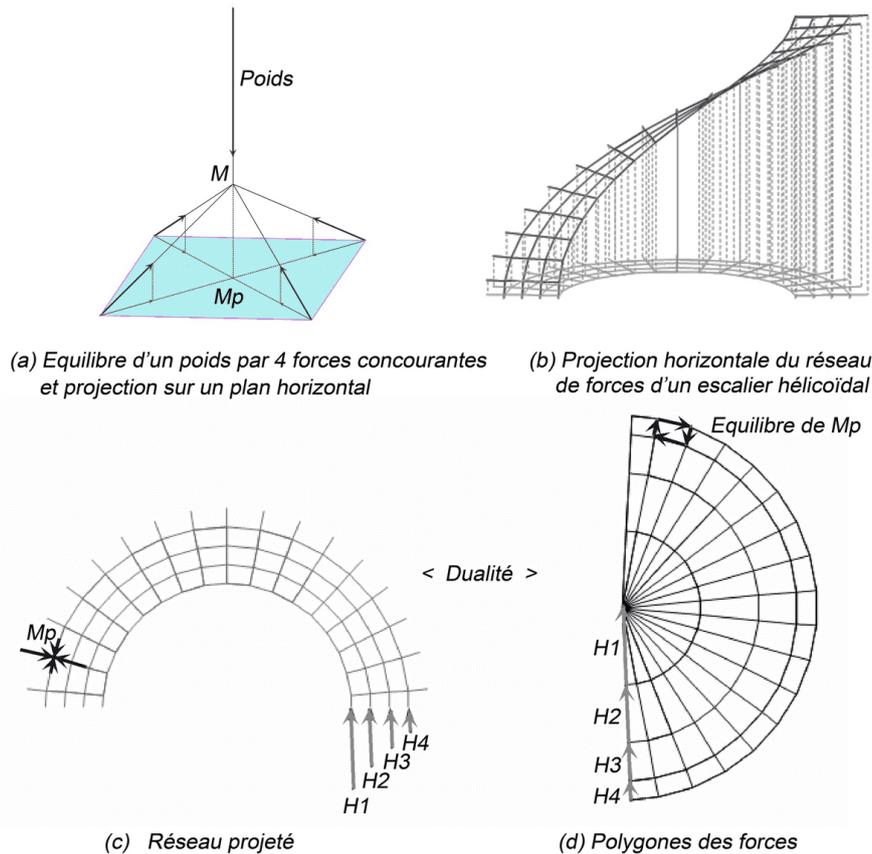


Fig 4.6 – Réseau de forces d'un escalier hélicoïdal, projection horizontale du réseau de forces et figure réciproque associée en fonction des réactions horizontales (poussées), d'après Ciblac et Fantin (2016)

Deuxièmement, l'équation d'équilibre vertical est considérée pour chacun des blocs, de manière à déterminer la position verticale à l'équilibre de chacun des nœuds intérieurs. En effet, le réseau de masse est une forme équilibrée uniquement pour des cas particuliers.

À partir du réseau projeté, pour lequel les forces dans chaque branche (horizontale) est connue, le réseau de forces est donc déduit en appliquant les équations d'équilibre vertical. Cette étape transforme le réseau projeté, qui est plan, en réseau de forces, qui est tridimensionnel. Il nécessite l'introduction de nouveaux paramètres, à savoir la position des nœuds de bords du réseau.

Le réseau de forces obtenu est une forme représentant l'équilibre et dépendant

d'un certain nombre de paramètres. Il existe donc une infinité de réseaux de forces pour une structure de blocs, chaque réseau étant défini par un ensemble de valeurs affectées aux paramètres. Chaque réseau est en équilibre, mais la forme d'équilibre représentée n'est pas nécessairement stable. Le jeu de paramètre optimum est défini comme celui donnant le réseau de forces le plus proche du réseau de masse. Il n'existe pas nécessairement de réseau de forces superposé au réseau de masse, qui n'est généralement pas un réseau équilibré, sauf dans quelques cas particuliers (*optimisation de forme, solution membranaire*).

4.3.4 Notations

Nous reprenons les notations de la méthode des densités de forces (section 4.2.3 ci-dessus), complétées par les notations suivantes.

L'exposant * identifie les quantités duales lors du passage du réseau projeté à sa forme duale, le diagramme des forces. Si u est la coordonnée d'une branche selon l'axe x dans le réseau projeté, alors u^* est la composante de la force dans cette branche selon l'axe x dans le diagramme des forces. On note :

- dans le réseau de masse
 - x_G, y_G et z_G les coordonnées des nœuds
- dans le réseau projeté
 - x_G et y_G les coordonnées des nœuds
 - u et v les composantes des branches (vecteurs orientés)
 - $l_H = \sqrt{u^2 + v^2}$ les longueurs (horizontales) des branches
- dans le diagramme des forces
 - u^* et v^* les composantes des branches (vecteurs orientés), qui correspondent aux forces horizontales dans les branches correspondantes du réseau projeté
 - $l_H^* = \sqrt{u^{*2} + v^{*2}}$ les longueurs des branches, qui correspondent aux forces horizontales dans les branches correspondantes du réseau projeté
- dans le réseau de forces
 - $x = x_G, y = y_G$ et z les coordonnées des nœuds
 - u, v et w les composantes des branches (vecteurs orientés)
 - $l = \sqrt{u^2 + v^2 + w^2}$ les longueurs des branches
 - w^* les forces verticales dans les branches
 - $l^* = \sqrt{u^{*2} + v^{*2} + w^{*2}}$ les forces dans les branches

Les notations principales sont rappelées sur la figure 4.7

4.3.5 Mise en équation de l'équilibre

Équilibre horizontal

Considérons les équations 4.14 et 4.15 de la méthode des densités de forces, qui expriment l'équilibre selon les axes x et y . La réécriture de ces équations donne :

$$C_i^t U q + p_x = 0 \quad (4.25)$$

$$C_i^t V q + p_y = 0 \quad (4.26)$$

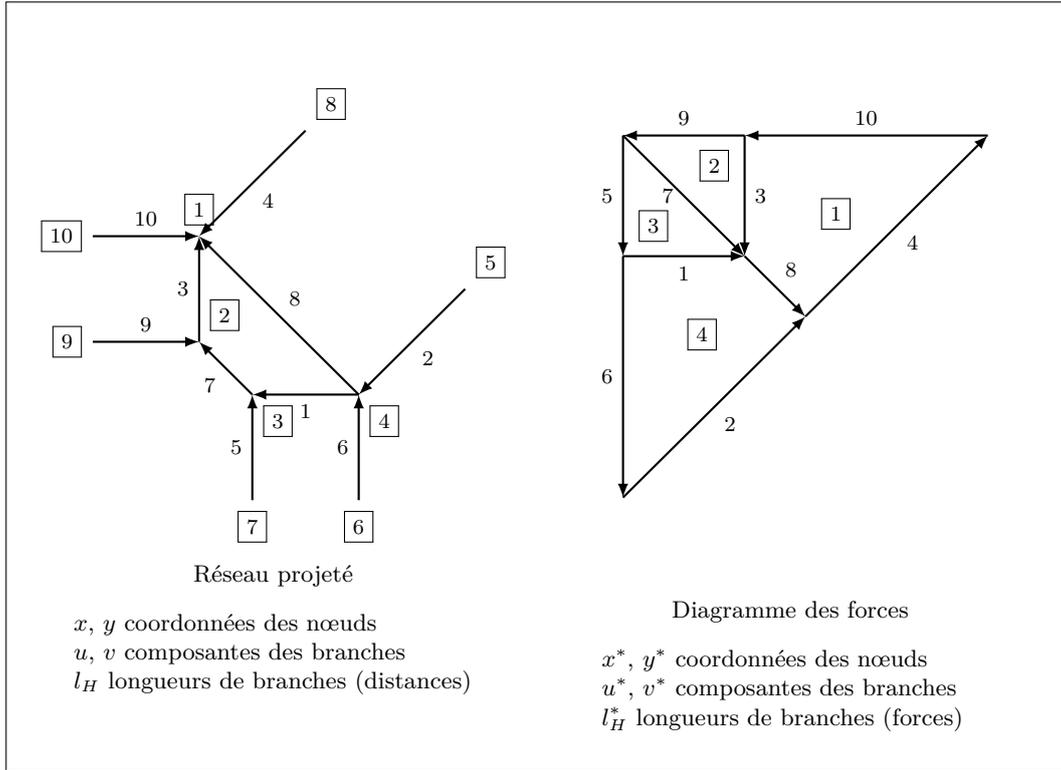


Fig 4.7 – Réseau projeté et sa forme duale, le diagramme des forces

Par définition de la densité de force, on a $q = s/l = s_H/l_H$. On pose $\zeta = s_H$ la force horizontale dans les branches, et on construit le vecteur correspondant $\boldsymbol{\zeta}$ de dimension m . Ainsi les équations d'équilibre selon les axes x et y sont équivalentes à l'expression suivante :

$$\mathbf{K} \cdot \boldsymbol{\zeta} = 0 \quad \text{avec} \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_i^t \mathbf{U} \mathbf{L}_H^{-1} \\ \mathbf{C}_i^t \mathbf{V} \mathbf{L}_H^{-1} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Contrairement au cas de la méthode des densités de forces, dans la méthode des réseaux de forces les quantités \mathbf{U} et \mathbf{V} qui désignent les composantes des branches dans le réseau projeté sont connues. Les coefficients de la matrice \mathbf{K} sont donc constants, et l'équation précédente représente un système d'équations linéaires d'inconnue $\boldsymbol{\zeta}$.

La dimension $2n_i \times m$ de la matrice \mathbf{K} est la traduction de l'existence de $2n_i$ équations d'équilibre horizontal et de m inconnues. La structure est hyperstatique. Les valeurs des forces horizontales dans les branches du réseau de forces dépendent de $n_{dof} = m - 2n_i$ paramètres si la matrice \mathbf{K} est de rang maximal, ou de $n_{dof} = m - r_K$ paramètres avec r_K le rang de la matrice \mathbf{K} dans les autres cas (Block et Lachauer, 2014b).

Après avoir réordonné le vecteur $\boldsymbol{\zeta}$ pour séparer les paramètres choisis des autres inconnues, $\boldsymbol{\zeta}$ est la superposition des vecteurs $\boldsymbol{\zeta}_{unk}$ et $\boldsymbol{\zeta}_{dof}$, et \mathbf{K} peut être écrite sous la forme d'une matrice par blocs avec \mathbf{K}_{unk} et \mathbf{K}_{dof} . La matrice \mathbf{K}_{unk} est alors une

matrice carrée inversible.

$$\mathbf{K} = \left[\mathbf{K}_{unk} : \mathbf{K}_{dof} \right] \quad \text{et} \quad \boldsymbol{\zeta} = \begin{Bmatrix} \boldsymbol{\zeta}_{unk} \\ \boldsymbol{\zeta}_{dof} \end{Bmatrix} \quad (4.28)$$

Les équations d'équilibre horizontal sont alors mises sous la forme suivante qui dépend des n_{dof} paramètres choisis et réunis dans le vecteur $\boldsymbol{\zeta}_{dof}$:

$$\mathbf{K}_{unk} \cdot \boldsymbol{\zeta}_{unk} = -\mathbf{K}_{dof} \cdot \boldsymbol{\zeta}_{dof} \quad (4.29)$$

$$\boldsymbol{\zeta}_{unk} = -\mathbf{K}_{unk}^{-1} \cdot \mathbf{K}_{dof} \cdot \boldsymbol{\zeta}_{dof} \quad (4.30)$$

À la fin de cette étape, l'ensemble des forces horizontales $\mathbf{s}_H = \boldsymbol{\zeta}$ dans les branches sont connues en fonction du vecteur paramètre $\boldsymbol{\zeta}_{dof}$.

Équilibre vertical

Soit l_H la longueur d'une branche dans le réseau projeté (*c.-à-d.* la distance géométrique entre les nœuds correspondant) et $l_H^* = s_H = \zeta$ la longueur d'une branche dans le diagramme des forces (*c.-à-d.* la force horizontale dans la branche correspondante du réseau projeté). Chaque force étant parallèle à la branche correspondante, le théorème de Thalès donne :

$$\mathbf{w}^* = \mathbf{L}_H^{-1} \mathbf{L}_H^* \mathbf{w} = \mathbf{L}_H^{-1} \mathbf{L}_H^* \mathbf{C} \mathbf{z} \quad (4.31)$$

Considérons l'équation 4.16 de la méthode des densités de forces, qui exprime l'équilibre vertical (selon l'axe z). La réécriture de cette équation donne successivement :

$$\mathbf{C}_i^t \mathbf{W} \mathbf{q} + \mathbf{p}_z = 0 \quad (4.32)$$

$$\mathbf{C}_i^t \mathbf{Q} \mathbf{w} + \mathbf{p}_z = 0 \quad (4.33)$$

$$\mathbf{C}_i^t \mathbf{L}_H^{-1} \mathbf{Z} \mathbf{C} \mathbf{z} + \mathbf{p}_z = 0 \quad (4.34)$$

La matrice \mathbf{D} et ses sous-matrices \mathbf{D}_i et \mathbf{D}_b sont utilisées pour simplifier les notations :

$$\mathbf{D} = \mathbf{C}_i^t \mathbf{L}_H^{-1} \mathbf{Z} \mathbf{C} \quad (4.35)$$

$$\mathbf{D}_i = \mathbf{C}_i^t \mathbf{L}_H^{-1} \mathbf{Z} \mathbf{C}_i \quad (4.36)$$

$$\mathbf{D}_b = \mathbf{C}_i^t \mathbf{L}_H^{-1} \mathbf{Z} \mathbf{C}_b \quad (4.37)$$

Ces matrices sont identiques à celles de la méthode des densités de forces, elle sont formulées ici pour faire apparaître la dépendance en \mathbf{Z} (matrice diagonale tirée du vecteur $\boldsymbol{\zeta}$) donnant les forces horizontales dans le réseau.

La position des nœuds d'appuis \mathbf{z}_b étant connue, ainsi que les forces horizontales $\boldsymbol{\zeta}$ obtenues lors de la résolution de l'équilibre horizontal, l'équation 4.38 ci-dessous peut être résolue. Elle donne la position verticale de tous les nœuds intérieurs de manière à respecter l'équilibre vertical :

$$\mathbf{D}_i \mathbf{z}_i = -\mathbf{p}_z - \mathbf{D}_b \mathbf{z}_b \quad (4.38)$$

Paramètres

Deux types de paramètres ont été introduits lors de la résolution des équations d'équilibre. Premièrement, les paramètres ζ_{dof} (égaux aux forces horizontales) ont été introduits. Deuxièmement, les paramètres liés à la position verticale des nœuds d'appuis z_b ont été introduits. Chaque ensemble de valeurs pour ces jeux de paramètres donne une solution d'équilibre, qui peut être stable ou non dans le cadre du calcul à la rupture suivant les critères considérés.

4.3.6 Recherche des solutions d'équilibre admissibles

L'application de la méthode des réseaux de forces produit des réseaux de forces en équilibre en fonction des paramètres mentionnés précédemment (fig. 4.5).

Le choix des valeurs à prendre pour ces paramètres est guidé par la recherche des solutions d'équilibre admissibles (stables) parmi l'ensemble des solutions d'équilibre possibles. Un réseau de forces est jugé admissible si ses nœuds sont situés à l'intérieur de la maçonnerie⁽⁶⁾. En notant $z_i^{\text{intradados}}$ et z_i^{extrados} les altitudes respectives de l'intradados et l'extrados à l'aplomb du nœud i (fig. 3.7 p. 49), cette condition de stabilité s'écrit :

$$\text{pour tous les nœuds intérieurs : } z_i^{\text{intradados}} < z_i < z_i^{\text{extrados}} \quad (4.39)$$

Pour rechercher un réseau respectant cette condition, une fonction de coût f à minimiser est définie. La fonction f est la somme des distances quadratiques entre les nœuds du réseau de forces et les nœuds du réseau de masse (Block, 2009 ; Block et Lachauer, 2014b) :

$$f = \sum (z_i^2 - z_G^2) \quad (4.40)$$

Pour le réseau de forces minimisant cette fonction, on vérifie alors que les nœuds du réseau sont bien situés à l'intérieur de la maçonnerie. Le diagramme décrivant la recherche d'un réseau de forces admissible est donné sur la figure 4.8.

Ce processus d'optimisation ne concerne que les paramètres permettant d'obtenir une solution d'équilibre d'admissible, la géométrie étant une donnée connue du problème à résoudre (voir paramètres fixes et paramètres variables sur la figure 4.5). Dans le cas de la recherche de formes, qui sort du cadre de cette thèse, les poids et la position des nœuds dans le plan horizontal peuvent également faire partie du processus d'optimisation pour trouver de nouvelles formes d'équilibre. Ce sujet sort de notre recherche axée sur les constructions clavées historiques.

(6). Cette propriété utilisé dans la formulation d'origine de la méthode des réseaux de forces (O'Dwyer, 1999) est une simplification par rapport à la condition donnée par l'application rigoureuse du calcul à la rupture. Ce point est étudié en détail dans la partie III consacrée à l'extension de la méthode des réseaux de forces (section 11.1 p. 204).

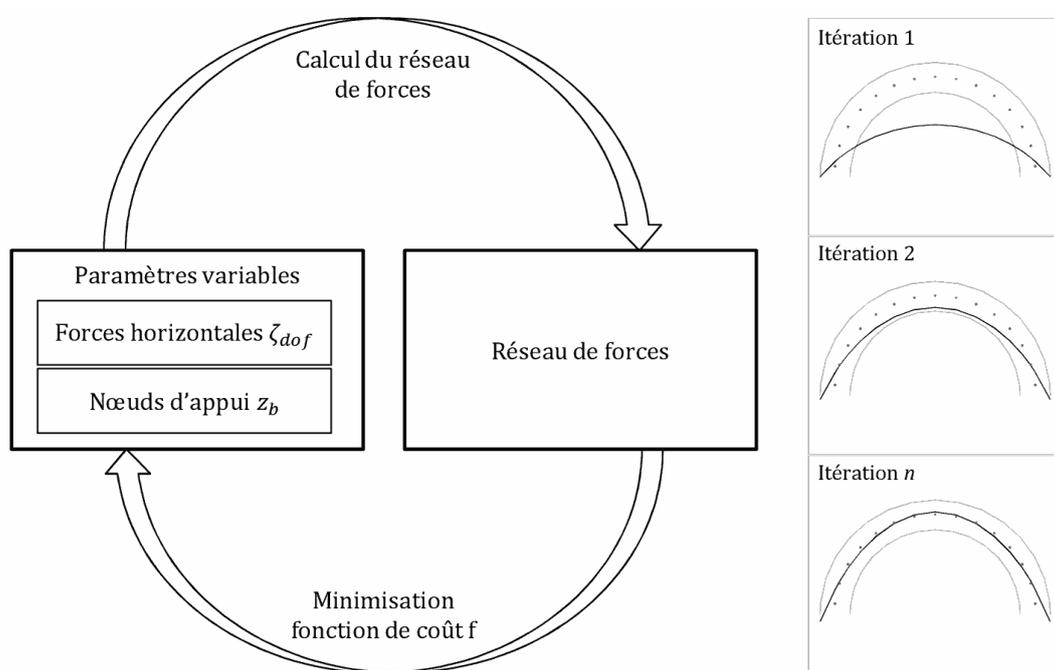


Fig 4.8 – Diagramme de recherche d'un réseau de forces admissible

Deuxième partie

**Plates-bandes et voûtes plates
en France**

Chapitre 5

Stéréotomie et coupe des pierres

Résumé : Ce chapitre traite de la stéréotomie, appelée plus traditionnellement coupe des pierres. Les définitions et la terminologie de base relative à la coupe des pierres sont données. Les processus de taille des pierres et l'évolution historique des épures exposées dans les traités de coupe des pierres français sont ensuite présentés pour donner le contexte historique de la coupe des pierres. Enfin, le principe de normalité, qui règle l'orientation à donner aux joints des voûtes, et les limites de son application sont évoqués.

Sommaire

5.1	Définitions ; de la pierre au voussoir	73
5.2	Processus de taille de pierre	76
5.3	Évolution des tracés de coupe des pierres	77
5.4	Principe de normalité	80

5.1 Définitions ; de la pierre au voussoir

La *stéréotomie* est la science qui traite de la découpe des solides. Elle s'applique dans le cadre de la construction à la taille des pierres d'une part, et à la taille du bois pour les charpentes d'autre part. Le terme stéréotomie apparaît au XVII^e siècle chez Curabelle (Pérouse de Montclos, 1982, p. 85, 99). La stéréotomie est plus simplement appelée *coupe des pierres*, ou science du *trait*. Les traités s'intitulent ainsi en majorité simplement « traité de [la] coupe des pierres » ou font directement référence au terme « coupe des pierres » (Desargues, De La Hire, De La Rue, Frézier, Simonin, Douliot, Adhémar, Chaix, Tachon etc.).

La *coupe des pierres* regroupe l'ensemble des règles de tracé des épures, qui permettent à l'appareilleur de produire les panneaux et gabarits utiles au tailleur de pierre.

Les *voussoirs* désignent les pierres de taille qui composent une voûte. Le terme voussoir désignant une pierre dont l'intrados ou l'extrados est courbe, il ne convient généralement pas pour les pierres composant une plate-bande dont le soffite et l'arasement sont plans. Dans ce cas, le terme *claveau* s'applique. Ce point est souligné régulièrement ⁽¹⁾ dans les traités et mémoires de l'Époque Moderne.

La *clé* (ou *clef*) désigne le voussoir central lorsqu'un arc est composé d'un nombre impair de voussoirs ou claveaux. Les voussoirs sur lesquels s'appuie la clé sont appelés les *contre-clés* (ou *contreclefs*). Les pierres situées sur les piédroits et servant d'appui à l'arc sont les *sommiers*.

Le voussoir d'un arc possède six faces, ou *panneaux* ⁽²⁾. Ces derniers sont opposés deux à deux : deux *panneaux de douelle* (correspondant à la face inférieure et supérieure du voussoir, et donc à l'intrados et à l'extrados de l'arc), deux *panneaux de lits* ou *de coupe* (correspondant aux faces en contact avec les voussoirs voisins), et deux *panneaux de tête* (D'Aviler, 1691, p. 237-238, cit. 19 ⁽³⁾ – fig. 5.1).

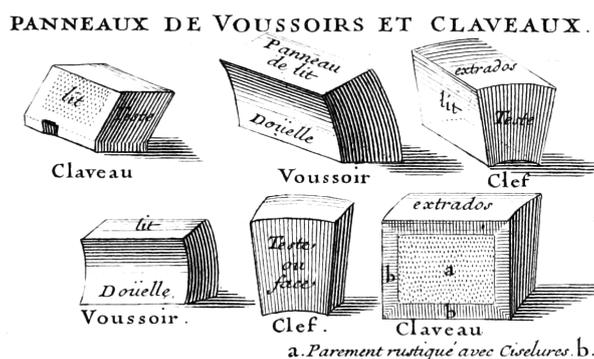


Fig 5.1 – Panneaux de voussoirs, d'après D'Aviler (1691, p. 236)

(1). Derand (1643, p. 2), D'Aviler (1691, p. 237, cit. 18), De La Hire (1712, p. 75, cit. 22), Frézier (1738, p. 64, cit. 31), Diderot et d'Alembert (1765a, cit. 45).

(2). Le terme panneau désigne également les gabarits utilisés par les tailleurs de pierre pour reporter les dessins de l'épure sur la pierre à tailler.

(3). Les citations sont numérotées par ordre chronologique de publication. Le renvoi « cit. 19 » fait référence à la citation numéro 19, les citations étant regroupées dans l'annexe A.

De manière générale, le *joint* désigne l'« espace entre deux éléments, généralement rempli de mortier, de plâtre ou par des plaques de plomb. Le mot désigne également la couche de matériau remplissant cet espace. » (Pérouse de Montclos, 2007, p. 58). Pérouse de Montclos (2007, p. 603) indique que « pour certains auteurs, ce mot [joint] désigne aussi bien l'intervalle entre deux éléments que la ligne marquant ces intervalles en parement ». Dans le cas des plates-bandes, il fait la distinction entre le *lit en coupe*, qui est le « pan oblique par lequel un claveau s'appuie sur le claveau voisin » et le *joint de lit en coupe* qui n'est que la partie visible du joint sur l'intrados (2007, p. 148).

Dans ce document, nous utiliserons le terme de *joint* pour désigner à la fois les *joints de lit en coupe* (segments), et les *lits en coupe* eux-mêmes (surfaces).

Arcs et voûtes « clavés »

Les termes *claver*, *clavé* et *clavage* ne sont pas définis dans les traités de coupe des pierres de l'Époque Moderne, et renvoient à plusieurs concepts suivant leur contexte d'utilisation.

Aujourd'hui, le dictionnaire Larousse donne trois acceptions pour le verbe claver :

déf. 1. « Construire à claveaux. »

déf. 2. « Mettre en place la clef d'un organe fait de claveaux. »

déf. 3. « Mettre en serrage un soutènement ou un remblai contre le toit. »

Dans le contexte de l'architecture en maçonnerie, et plus particulièrement celui de l'histoire de l'architecture et de l'histoire de la construction, c'est généralement ⁽⁴⁾ la première définition qui s'applique (déf. 1).

Il convient cependant de préciser le contenu de cette définition. Dans l'ouvrage de référence actuel sur le vocabulaire de l'architecture, Pérouse de Montclos (2007) désigne comme *appareil clavé* l'appareil composé de *claveaux*, ces derniers étant un « élément de l'appareil d'une plate-bande, d'un arc ou d'une voûte, taillé en forme de coin » (2007, p. 148). Nous reviendrons longuement sur le *principe de normalité* qui règle la forme de coin des claveaux à la fin de ce chapitre. Par ailleurs, Pérouse de Montclos (2007, p. 130) distingue quatre types de voûtes suivant leur matériau constitutif et la mise en œuvre de ce dernier :

- avec agrégats ou éléments de maçonnerie jetés :
 - l'arc ou la voûte en béton ;
 - l'arc ou la voûte en blocage, ce dernier étant constitué d'éléments de maçonnerie « de différentes grosseurs jetés dans un bain de mortier » ;
- avec éléments de maçonnerie ou pierre de taille posés :
 - l'arc ou la voûte bloqués au mortier, formés « d'éléments *non clavés* dont les joints, remplis de mortier et quelquefois de cailloux, sont ouverts en V vers l'extrados » (fig. 5.2) ;
 - l'arc ou la voûte appareillés, l'appareil étant « une maçonnerie formée d'éléments posés et non jetés : chaque élément est donc taillé pour occuper une place déterminée ».



Fig 5.2 – Voûte bloquée au mortier, surmontée par une maçonnerie de blocage ; amphithéâtre de Luni, Ligurie (Italie)

Dans le cadre de la définition des claveaux, Pérouse de Montclos (2007, p.148) préconise de « ne pas appeler voussoirs [ou claveaux] les éléments *non clavés* des voûtes et des arcs bloqués au mortier ». Enfin, il distingue la « voûte assisée clavée », formée de voussoirs, de la « voûte [assisée] en tas-de-charge », c'est-à-dire « formée d'assises horizontales en surplomb l'une sur l'autre » (Pérouse de Montclos, 2007, p. 130).

En tenant compte de la remarque précédemment faite sur l'emploi respectif du terme *voussoir* pour les arcs et les voûtes courbes et *claveau* pour les plates-bandes et les voûtes plates, la définition de Pérouse de Montclos (2007) de l'adjectif *clavé* repose sur cinq concepts :

1. l'adjectif *clavé* qualifie un arc ou une voûte construite par voussoirs (arcs et voûtes courbes) ou par claveaux (plates-bandes et voûtes plates) ;
2. ces voussoirs ou claveaux sont posés ;
3. ces voussoirs ou claveaux sont taillés pour occuper une place déterminée ;
4. ces voussoirs ou claveaux sont taillés en forme de coin ;
5. le mortier n'est pas utilisé pour donner une forme de V aux joints.

Nous retenons cette définition pour ce document.

Parmi les termes à signification proche, notons que la « voûte appareillée » telle que définie par Pérouse de Montclos (2007) peut être ou bien clavée, ou bien construite en *encorbellement*⁽⁵⁾. Le terme « voûte à poussée » est utilisé implicitement pour désigner les voûtes clavées par Choisy (1899a, p. 31, 162, 246) et Adam (1989, p. 174).

Les termes *claver*, *clavé* et *clavage* sont peu employés avant les années 1870-1880, ce que traduit leur absence des dictionnaires et lexiques donnés par les traités de

(4). Le terme *clavé* correspond à la première définition par exemple chez Choisy (1873), Adam (1989), Sakarovitch (1998) et Pérouse de Montclos (2007, 1982).

(5). Choisy utilise l'expression « berceau d'appareil » à au moins une occasion pour désigner une voûte en *encorbellement* (Choisy, 1899a, p. 30).

l'Époque Moderne traitant de la coupe des pierres. En dehors des ouvrages traitant de l'histoire de l'architecture et de l'histoire de la construction, ils sont à partir de cette date essentiellement utilisés pour décrire le processus de mise en place de la clé de voûte (déf. 2), lors de la construction des voûtes ou des tunnels. Aujourd'hui, le terme *clavage* désigne dans la pratique courante des ingénieurs en bâtiment la solidarisation d'un élément porteur et d'un élément porté (déf. 3), et par extension de deux éléments successifs : poutre en béton précontraint sur murs ou poteaux, dallages, tabliers des ponts, etc.

Le suffixe « -age » désigne dans le cas du dérivé d'un verbe ou bien l'action, ou bien le résultat de cette action. Dans ce cas, le terme *clavage* désignerait donc l'action de mettre en place la clé de voûte (déf. 2), ou l'action de solidariser deux ouvrages (déf. 3). À ce titre, le dictionnaire Larousse ne donne pas de définition équivalente à la définition 1 vue précédemment pour « claver ». Cependant, le terme *clavage* peut également indiquer le résultat de l'action du découpage en claveau. Viollet-le-Duc, qui n'emploie ce terme que trois fois dans son dictionnaire, et seulement à l'article sur les roses, semble plutôt utiliser ce terme pour désigner un ensemble de claveaux.

Nous utilisons le terme *appareil* plutôt que celui de *clavage* dans ce document.

5.2 Processus de taille de pierre

Le type d'épure est lié au processus de taille de pierre adopté sur le chantier. Les principaux types de taille de pierre sont les suivants (Sakarovitch, 1998 ; Pérouse de Montclos, 1982).

La taille par ravalement ne demande pas de tracé préalable. Les pierres sont placées dans la voûte en construction, puis ravalées, c'est-à-dire retaillées alors qu'elles occupent déjà leur position finale dans l'édifice, pour obtenir la surface recherchée. Ce type de taille comprend notamment la *taille à la perche*, où une perche sert de guide pour trouver les parties qui doivent être ravalées. Cette technique de taille est la plus ancienne.

La taille par équarrissement s'applique à un bloc de pierre préalablement équarri (parallélépipède rectangle). Le profil du claveau tracé à l'échelle en plan et en élévation est reporté, soit par *panneau*⁽⁶⁾, soit à la règle et à l'équerre, sur les faces du bloc équarri, qui est alors de nouveau taillé. Cette taille est également appelée *taille par déroboement*.

La taille par panneaux permet un gain de matière par rapport à la taille par équarrissement. Elle nécessite de dessiner toutes les faces du voussoir (les panneaux). Le profil de la première face est reporté par *panneau* et la face est taillée. Les orientations des faces voisines sont reportées avec le *biveau* ou la *sauterelle*, qui permettent de reporter ces orientations à travers l'angle entre les faces. Le panneau de chaque face à tailler est ensuite reporté.

(6). « Le panneau est le patron en papier, en parchemin, en bois, en métal, d'un des pans du voussoir à tailler, servant à reporter sur le bloc de pierre le contour donné par l'épure. » (Pérouse de Montclos, 1982, p. 90)

5.3 Évolution des tracés de coupe des pierres

Plus la technique de taille est économe en pierre et précise, plus elle nécessite des méthodes de tracé perfectionnées. Nous dressons rapidement dans cette section l'évolution des méthodes de tracés, sans entrer dans le détail de ces dernières, à travers les traités qui les présentent (fig. 5.3).

La source principale de cette partie est l'ouvrage de Sakarovitch (1998, p. 136-149) intitulé *Épures d'architecture : de la coupe des pierres à la géométrie descriptive XVI^e-XIX^e siècles*.

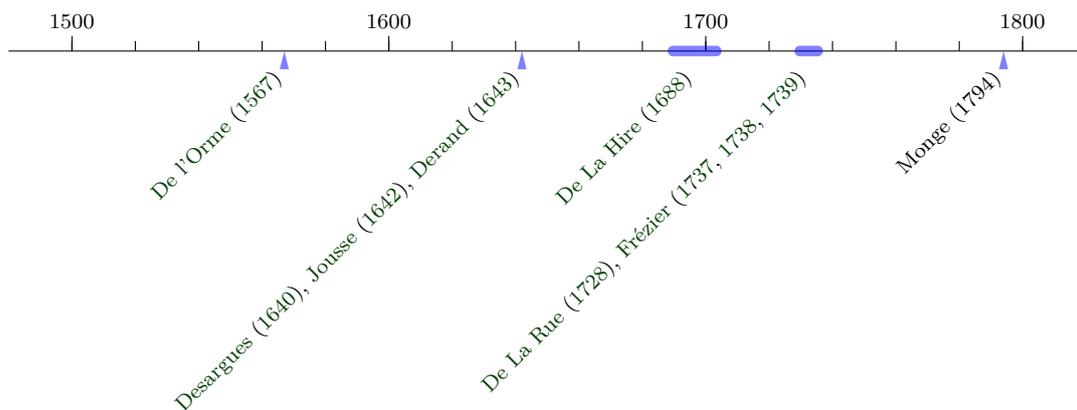


Fig 5.3 – Frise historique des principaux traités français de coupe des pierres

Moyen Âge

L'*Album* de Villard de Honnecourt comporte des dessins qui illustrent certaines épures (Lalbat et al., 1987, 1989). Il n'existe cependant pas de traité de coupe des pierres au Moyen Âge.

La construction des voûtes au Moyen Âge repose sur un nombre limité de méthodes géométriques (Tamboréro et Sakarovitch, 2010). Les statuts des tailleurs de pierre leur interdisaient au Moyen Âge de partager leur savoir en dehors de la corporation (Sakarovitch, 1992, p. 531, cit. 130 ; Pérouse de Montclos, 1982, p. 85).

Philibert De l'Orme (1514-1570)

Philibert De l'Orme est le premier auteur à avoir publié en France les règles d'un art dont la transmission était jusqu'alors orale, de maître à apprentis. Architecte, il consacre les livres III et IV de son traité d'architecture à la coupe des pierres (De l'Orme, 1567). Son traité s'adresse principalement aux architectes.

De l'Orme présente la coupe des pierres comme le moyen d'aménager et réutiliser les bâtiments existants. Des trompes, tourelles d'angles, et escaliers en vis sont construites pour desservir les différents niveaux existants et permettre la régularisation du plan du nouvel édifice construit sur la base d'un édifice antérieur, au plan irrégulier (De l'Orme, 1567, 86, cit. 6). Selon Sakarovitch (1998, p. 136), « l'archétype

Chapitre 5. Stéréotomie et coupe des pierres

de cet[te] usage de la stéréotomie est la trompe du chateau d'Anet, ajoutée sur une façade déjà construite pour soutenir en porte-à-faux le cabinet du roi Henri II ».

Tamboréro (2013) souligne que le traité de De l'Orme ne se limite pas à diffuser des techniques existantes chez les tailleurs de pierre. De l'Orme propose également de moderniser les méthodes de tracé. Tamboréro (2013) écrit ainsi : « Ce tracé possède effectivement une propriété fondamentale en coupe des pierres : il est universel, c'est-à-dire qu'il peut être appliqué à tous les cas de figure d'une voûte conique. »

Enfin, De l'Orme indique que « les bons maîtres » se servent de la taille par panneaux, et non de la taille par équarissement (Pérouse de Montclos, 1982, p. 91).

Les méthodes de tracés présentées par De l'Orme sont analysées en détail par Tamboréro (2008).

Girard Desargues (1591-1661)

Girard Desargues est considéré « comme l'une des plus éminentes personnalités de l'Europe savante du XVII^e siècle » (Pérouse de Montclos, 1982, p. 98). Il publie en 1640 un opuscule très court (quatre pages de textes et quatre planches), intitulé *Brouillon projet de coupes des pierres* (Desargues, 1640). Tamboréro (2013) explique que Desargues y expose « une méthode "universelle" qui permet de résoudre la totalité des problèmes de coupe des pierres, à condition de travailler avec des surfaces planes ».

Desargues s'adresse principalement aux architectes. Il ne donne comme exemple d'application de sa méthode que les descentes biaises, parce qu'elles regroupent la plupart des difficultés rencontrées dans la coupe des pierres.

Pérouse de Montclos (1982, p. 88) rapporte la note suivante de François Blondel, dans sa réédition du traité de Savot en 1685. Les ouvriers « pratiquaient couramment le ravalement pour corriger leurs défauts de conception », parce qu'ils ne maîtrisaient pas la seule méthode « infallible », celle du *trait à preuve* de Desargues.

Cet opuscule sera durement attaqué par ses contemporains, et notamment Curabelle. Desargues ne publiera plus après, et se consacrera à la construction pour montrer l'efficacité de sa méthode.

La méthode de Desargues est reprise et présentée par Bosse (1643) dans la *Pratique du trait à preuve*.

Curabelle

Curabelle fut d'après Mariette « le meilleur appareilleur de son temps », et en forte opposition à Desargues qu'il critiqua durement (Sakarovitch, 1998 ; Pérouse de Montclos, 1982, p. 99). Il est le premier à utiliser le terme *stéréotomie*, qui était connue jusqu'alors comme *l'art du trait* (D'Amato et Fallacara, 2005, p. 52).

Mathurin Jousse (1607-1650)

Mathurin Jousse publie en 1642 *Le secret d'architecture découvrant fidèlement les traits géométriques, coupes et dérobemens nécessaires dans les bastiments*. Il s'adresse aux maçons et tailleurs de pierre. Son texte est court et les figures dépouillées, destinées à pouvoir être utilisées par les appareilleurs.

François Derand (1588-1644)

François Derand publie en 1643 *L'architecture des voûtes, ou l'art des traits, et coupes des voûtes*. Plus clair que ses prédécesseurs, il présente l'ensemble des méthodes qui sont utilisées par les appareilleurs au XVII^e siècle.

Selon Tamboréro (2013), les textes de Jousse et Derand « rassemblent un bien plus grand nombre de tracés mais n'apportent pas de réelles nouveautés géométriques » par rapport à De l'Orme, contrairement à la méthode que propose Desargues, ensuite reprise par La Hire pour l'enseignement à l'Académie royale d'architecture à partir de 1688.

Jean-Baptiste de La Rue (1697-1643)

Jean-Baptiste de La Rue publie en 1728 un traité qui est un abrégé de celui de Derand. Son originalité vient de l'utilisation systématique de la représentation en axonométrie des claveaux, ce qui facilite la compréhension des épures.

Philippe de La Hire (1640-1718)

Il n'est pas présenté par Sakarovitch, car le cours de La Hire n'est pas publié, et n'est connu que sous la forme de manuscrits (deux tomes). La Hire est nommé professeur d'architecture à l'Académie royale d'architecture en 1687, et commence son cours de coupe des pierres en 1688. Le *Traité de la coupe des pierres* de Philippe de La Hire a été analysé et présenté par Tamboréro (2013). Il reprend la méthode de Desargues, et la présente à l'aide de nombreux exemples.

L'enseignement de Philippe de La Hire aux architectes et ingénieurs du roi vise à leur fournir une technique de tracé universelle, qui puisse être appliquée à tous les cas qu'ils pourront rencontrer en pratique, et ainsi affermir le pouvoir des architectes et ingénieurs sur le chantier, au détriment des corporations (Tamboréro, 2013).

Amédée Frézier (1682-1773)

Amédée Frézier publie un traité monumental en trois tomes (1737; 1738; 1739) : *Théorie et pratique de la coupe des pierres et des bois pour la construction des voûtes et autres parties des bâtiments civils et militaires*. Ce traité comprend des constructions qui n'avaient jusqu'alors pas été présentées dans les traités existants, comme les retombées de coupole.

Ses observations et préconisations concernant les voûtes plates et les plates-bandes sont complètes et argumentées, alors que ces objets sont très peu commentés par les autres auteurs de traités.

« Avec la parution de *La théorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois...* d'Amédée-François Frézier, le processus d'évolution théorique de la stéréotomie, parti de la réalité constructive du chantier de la Renaissance, atteint son apogée. Fondée scientifiquement sur les catégories techniques Vitruviennes, la stéréotomie était organisée dans l'ouvrage de Frézier dans les parties suivantes : tomographie, tomo-graphie, stéréographie (ichnographie, orthographie, épipédographie, goniographie) ;

et tomotechnique, c'est-à-dire : étude des courbes obtenues comme sections de solides au moyen des surfaces planes ou courbes ; représentation des courbes sur des surfaces planes et courbes ; représentation, mesures et développement et, enfin, détermination des sections les plus utiles à la coupe des matériaux de construction. » (D'Amato et Fallacara, 2005, p. 54).

Gaspard Monge (1746-1818)

Les traités de coupe des pierres que nous avons vus précédemment utilisent les projections et procédés graphiques de la géométrie descriptive. Cependant ils présentent une suite de cas particuliers, sans regard global sur la théorie employée (Sakarovitch, 1992, p. 532). La géométrie descriptive, mise au point par Gaspard Monge, est l'aboutissement de la lente évolution des méthodes de tracés (Sakarovitch, 1998, p. 5).

5.4 Principe de normalité

La perpendicularité des joints avec l'intrados est présentée comme un des principes fondamentaux de la coupe des pierres dans les traités d'architecture et de coupe des pierres (fig. 5.4) (Aita, 2003). À défaut d'un terme communément admis pour désigner ce principe, nous proposons de le nommer « principe de normalité », au sens mathématique du terme. Dans le cas des arcs de cercles, ou courbes construites sur la base d'arcs de cercles comme les arcs en anse-de-panier, ce principe est parfois énoncé sous une autre forme, à savoir que les joints tendent vers le centre des cercles qui servent au tracé des arcs.

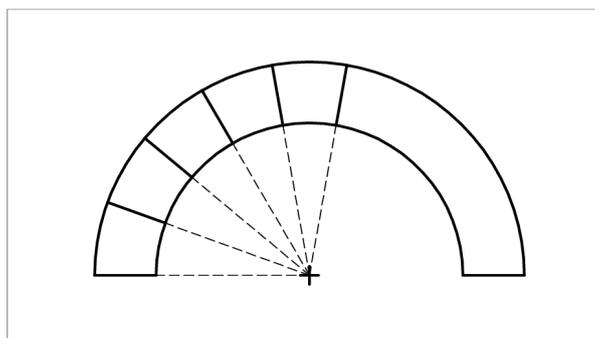


Fig 5.4 – Joints d'un arc formant un angle droit avec l'intrados

Dès l'Antiquité, Vitruve indique que les joints des voussoirs des arcs tendent vers le centre de l'arc. Son indication ne prend cependant pas la forme d'un principe ; il indique simplement que les arcs de décharges placés au-dessus des linteaux et les arcs composant les bâtiments à arcades sont construits ainsi ⁽⁷⁾.

(7). Traduction du chapitre XI du livre 6 de Vitruve (Rondelet, 1805, p. 11-13) : « Si les fondemens qu'on élève au-dessus du rez-de-chaussée sont faits comme nous l'avons expliqué dans les livres précédents en parlant des murs et des théâtres, il n'y a pas de doute que ces édifices se maintiennent solides jusqu'aux tems les plus reculés. Si l'on fait des constructions souterraines et des voûtes, elles

Chapitre 5. Stéréotomie et coupe des pierres

Ce principe est ensuite mentionné dans de nombreux traités français, entre autres par :

- D’Aviler (1691, p. 237-238, cit. 19) à propos des voussoirs des arcs en plein-cintre ;
- Tiercelet (1728, p. 61, cit. 25) à propos des arcs segmentaires et plates-bandes couvrant les fenêtres ;
- Frézier (1737, p. 281-282, cit. 30) ;
- Diderot et d’Alembert (1756, cit. 44), qui indiquent dans l’article concernant la fausse-coupe que la direction du joint doit être perpendiculaire à l’arc du cintre pour être « en bonne coupe » (Diderot et d’Alembert, 1756, cit. 44), sans donner cependant la raison de cette condition ;
- Blondel (1752, p. 156, cit. 56) ;
- Blondel et Patte (1777a, p. 288, cit. 59) ;
- Dhombres (1992, p. 340, cit. 69), (1992, p. 419, cit. 70) ;
- Viollet-Le-Duc (1858, cit. 84), (1859b, cit. 88), (1863, cit. 92) ;
- Bazin (1888, cit. 104, 105) ;
- Chaix (1890, p. 16, cit. 107) ;
- Choisy (1899b, p. 146), qui indique que les arcs brisés romans « ont leurs lits normaux à l’intrados, ce qui permet de les couper tous sur un modèle uniforme » ;
- manuscrit ⁽⁸⁾ ms. 1517 des Ponts et chaussées, non daté, mentionné par Pérouse de Montclos (1982, p. 88).

Le principe de normalité apparaît implicitement chez Coulomb, Charles Bossut, Claude Antoine Couplet, Giordano Riccati, Mariano Fontana et Anton Maria Lorgna (Aita, 2003). Ce sujet a été abordé récemment par Aita (2003) et Rippmann (2016).

Plusieurs justifications différentes sont données pour expliquer l’existence de ce

doivent avoir plus d’épaisseur que celles des parties au-dessus. Les murs, les points d’appui et les colonnes de l’étage supérieur doivent être élevés perpendiculairement au milieu de ceux des parties inférieures, afin que les parties solides se répondent. Car si la charge des murs et des colonnes était en porte-à-faux, ils n’auraient ni solidité, ni durée. Indépendamment de cette disposition, il est à propos de soutenir la trop grande portée des linteaux ou poitrails par des décharges, pour les rendre plus fermes ; car, lorsque ces linteaux ou poitrails sont trop chargés, ils fléchissent dans le milieu, et causent des ruptures et des désunions dans les constructions qu’ils soutiennent. Mais au moyen des décharges angulaires, fig I, planche LXVIII, qu’on peut établir au-dessous, les constructions ne souffrent plus de dommage, et les pièces de bois se trouvent soulagées. On peut aussi les décharger du poids des murs, en faisant des **arcs divisés en voussoirs, dont les joints tendent à un même centre** [cuneorum divisionibus, et ad centrum respondantes earum conclusuræ]. Les premiers voussoirs de l’arc étant au delà des bouts des linteaux ou des poitrails, se trouveront renfermés dans le segment de l’arc, et par ce moyen ces pièces de bois étant déchargées du fardeau, ne pourront plus plier. De plus si dans la suite elles venaient à être détruites par vétusté, elles pourraient être changées sans avoir besoin d’étayement.

On construit aussi des édifices sur des piliers réunis par des **arcades divisées en voussoirs, dont les joints tendent au centre** [divisionibus coagmentis ad centrum respondentibus, fornices concluduntur] ; alors, il faut que les piliers des extrémités (fig. 2) soient plus larges que les autres, afin de leur donner la force nécessaire pour résister aux efforts des voussoirs chargés du poids des murs ; et comme les voussoirs du milieu ne se soutiennent que par leurs joints qui, en tendant au centre, repoussent les coussinets ou premiers voussoirs. C’est pourquoi si les piliers des angles ont une masse assez grande, ils contiendront cet effort et procureront à l’ouvrage la stabilité qui lui convient. »

La traduction de Vitruve par Claude Perrault (1673) ne contient pas ces précisions.

(8). « [...] et la géométrie détermine dans tous les cas d’une manière exacte toutes les coupes tendant au centre des différents arcs. » Manuscrit ms. 1517 des Ponts et chaussées.

principe. La plus commune est que son application permet de donner aux voussoirs la forme de coins, forme nécessaire à la stabilité (Frézier, 1737, p. 281-282, cit. 30). La solidité des blocs est également avancée comme explication de la nécessité de ce principe. Une coupe non normale à la courbe de la voûte produit des angles aigus jugés néfastes pour la stabilité en raison du risque de rupture de la pierre :

- Frézier (1737, p. 281-282, cit. 30) ;
- Dhombres (1992, p. 340, 419, cit. 69, 70) ;
- Viollet-Le-Duc (1863, cit. 92) ;
- Chaix (1890, p. 16, cit. 107).

Ce principe permet d'obtenir une coupe uniforme pour tous les voussoirs (Choisy, 1899b, p. 146, à propos des arcs brisés romans). Enfin, Bazin présente un dernier argument : selon lui, la coupe normale est la plus « naturelle » parmi les coupes inclinées, donc parmi celles qui permettent la stabilité (Bazin, 1888, cit. 104, 105).

Le principe de normalité s'applique à l'ensemble des couvrements courbes en pierre de taille (voûtes en berceau plein-cintre ou surbaissé, voûtes d'arêtes, voûtes en arc-de-cloître, coupes etc.). Il est également mentionné par Viollet-le-Duc dans le cadre de l'étude de l'appareil des remplages des baies au Moyen Âge (Viollet-Le-Duc, 1863, cit. 92).

Ce principe n'est cependant pas toujours respecté en pratique. Dans le cas des remplages, l'analyse que fait Viollet-le-Duc des tracés des remplages souligne la rationalisation que connaissent ces tracés à partir des années 1240. Il souligne que dans le système abouti, « les joints étaient toujours normaux aux courbes » des voussoirs formant le remplage (Viollet-Le-Duc, 1863, cit. 92). Cependant en négatif apparaissent tous les remplages antérieurs qui ne respectent pas la condition de normalité.

De même, les méthodes de tracé des épures de coupe des pierres publiées du XVI^e au XVIII^e siècle, qui ont fait l'objet d'une étude comparative par Sakarovitch, montrent dans le cas des descentes biaises que le principe de normalité n'est pas toujours respecté (Sakarovitch, 1998, p. 178-179, cit. 129).

Dans le cas des dômes elliptiques étudiés par La Hire⁽⁹⁾ le choix du centre de l'ellipse aurait conduit à des joints qui ne sont pas perpendiculaires à l'intrados, même si ce choix n'est finalement pas retenu par La Hire. Frézier souligne également que le principe de normalité ne peut pas toujours être appliqué, même dans le cas relativement simple des berceaux (Frézier, 1737, p. 279-281).

En pratique, nous avons également relevé des exemples d'arcs simples ne respectant pas le principe de normalité. C'est ainsi le cas de certains arcs brisés de Toscane au Moyen Âge, comme cela est particulièrement visible à Prato en raison de l'utilisation de claveaux de couleurs claires et sombres alternées (fig. B.72, voir l'arc du

(9). La question de l'appareillage des dômes elliptiques, soulevée à l'Académie royale d'architecture, fait l'objet d'interventions répétées de La Hire devant la même Académie (1688 cit. 148, 149, 150, 151, 152 et 153). Ce dernier propose une nouvelle manière de tracer les épures de ces voûtes, probablement plus compacte que celle habituellement pratiquée (« nouvelle manière de tracer tous les panneaux sans sortir du champ de l'ouvrage »). De plus, il substitue aux arcs en anse-de-panier, composés de plusieurs arcs de cercles, de véritables ellipses. Il observe qu'il faudrait utiliser le « centre de l'ovale [ellipse] » comme point de rayonnement des joints. Comme « cela n'est pas si agréable à la vue, cependant on est obligé de tomber en ce cas en plusieurs rencontres », c'est-à-dire qu'il faut utiliser plusieurs centres de rayonnement. Ces centres ne sont pas précisés dans le compte-rendu de l'Académie, mais on peut supposer qu'ils correspondent, finalement, aux centres qui auraient été choisis pour tracer l'arc en anse-de-panier.

tympan au-dessus de la plate-bande du portail). L'arc d'une porte de Palmyre⁽¹⁰⁾, relevé par Durm (1885), montre qu'il existe également des contre-exemples dans l'Antiquité (fig. 5.5).

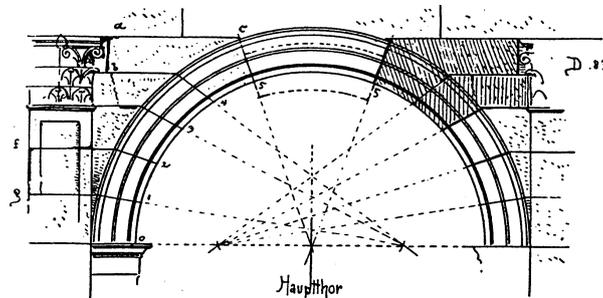


Fig 5.5 – Arc avec joints non convergents vers le centre de l'arc, porte principale de « Säulenstrasse » à Palmyre, d'après Durm (1885, fig. 124)

Ainsi, le principe de normalité, bien qu'il puisse être respecté pour les couvrements courbes⁽¹¹⁾ à toutes les époques, souffre de nombreuses exceptions dès que la géométrie devient complexe, comme dans le cas des remplages et des descentes biaises, mais aussi pour des géométries simples (berceaux mentionnés par Frézier 1737, arcs brisés en Toscane). Le principe de normalité sera de plus progressivement remis en question au XIX^e siècle pour des raisons statiques, suite aux recherches sur les ponts biaises (Sakarovitch, 1992, p. 539-540, cit. 132 ; Rippmann, 2016).

Le principe de normalité permet néanmoins de souligner la disposition la plus courante et la plus simple⁽¹²⁾ pour le choix de l'inclinaison des joints d'un arc par rapport à l'intrados, et de remarquer l'impossibilité de son application dans le cas des plates-bandes⁽¹³⁾. Nous reviendrons en détail sur ce point ultérieurement (voir section 6.3).

Pour terminer sur le principe de normalité, remarquons que Monge produit des solutions idéalisées, en l'appliquant rigoureusement aux dômes elliptiques, mais dont la difficulté rend la construction laborieuse. Cet exemple est démonstratif de l'impossibilité, du point de vue des nécessités constructives de chantier, d'appliquer le principe de normalité dans toutes les situations. Ainsi, chez Monge, le principe de normalité est présent sous une forme plus stricte, énoncée dans les *leçons de mathématique de l'École normale* de 1794 (publiés par Dhombres, 1992, p. 419, cit. 70). Les conditions de Monge pour choisir la coupe à donner aux voussoirs sont résumées par Sakarovitch (1992, p. 536) ainsi :

(10). Cet exemple est relevé par Cejka (1978, 2-17).

(11). Les couvrements courbes ne sont cependant pas les seules structures où cette problématique du choix de l'orientation des joints se pose. Dans le cas des piédroits, et comme pour les murs, les assises sont généralement horizontales. Il ne s'agit cependant pas de la seule solution. Dupuit indique, concernant l'orientation des assises des piles de ponts : « Ce que le constructeur doit plutôt rechercher, c'est que la direction du joint soit normale à la courbe des pressions, parce qu'alors tout glissement du massif sur le plan de joint devient impossible. » (Dupuit, 1870, p. 32)

(12). Si les coupes horizontales et verticales sont exclues.

(13). L'impossibilité d'appliquer le principe de normalité aux plates-bandes est mentionné explicitement par Frézier (Frézier, 1737, p. 281-282, cit. 30)

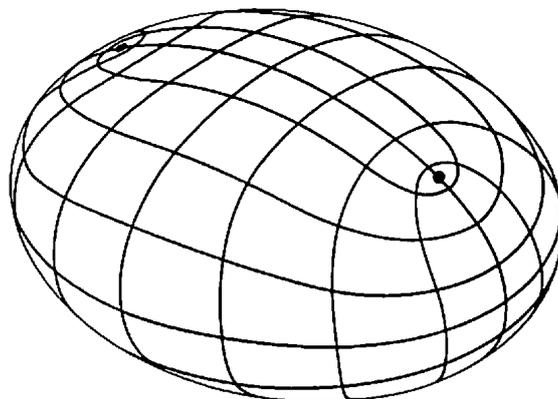


Fig 5.6 – Lignes de courbure de l'ellipsoïde, devant correspondre aux joints selon Monge, d'après Sakarovitch (1992, p. 537)

1. « L'orthogonalité des joints du voussoir avec la surface de la voûte. Cette condition s'impose pour des raisons statiques » ;
2. « L'orthogonalité des joints d'un même voussoir », pour les mêmes raisons statiques ;
3. « Les surfaces des joints des voussoirs doivent être développables », pour des raisons pratiques de taille ;
4. « Les lignes de division de la surface doivent aussi porter le caractère de la surface. Cette exigence, purement esthétique, semble s'imposer au géomètre avec autant de force que les précédentes. »

Monge poursuit : « Pour résoudre les problèmes statique, géométrique, esthétique et pratique que pose l'appareillage des voûtes, la seule solution consiste à choisir comme lignes de joint les lignes de courbure de la surface. Les conditions 1 et 3 énoncées ci-dessus suffisent d'ailleurs, à elles seules, à imposer de suivre les lignes de courbure ; [...] ».

Monge remarque que dans le cas simple des surfaces de révolution la pratique des anciens répondait aux conditions qu'il propose (voussoirs divisés par les méridiens et les parallèles), avec notamment des lignes de joints horizontales. Cependant dans le cas d'un ellipsoïde, les conditions de Monge conduisent à un appareil plus complexe (fig. 5.6) qui ne fut pas employé en pratique⁽¹⁴⁾ (Sakarovitch, 1992, p. 540, cit. 133).

(14). La solution de Monge pour l'appareillage des dômes elliptiques sera cependant mentionnée régulièrement dans les traités du XIX^e siècle, comme par exemple à l'article « Appareil » de Pillet (1888, cit. 106).

Chapitre 6

Typologie constructive des plates-bandes

Résumé : Ce chapitre présente un essai de typologie constructive des plates-bandes. La terminologie spécifique aux plates-bandes est d'abord introduite, ainsi que l'utilisation du terme *plate-bande* dans les traités du XIII^e au XVII^e siècle. Les caractéristiques formant la typologie proposée sont le nombre de claveaux (généralement impair), la hauteur de la plate-bande (donnée relativement à sa portée), les détails constructifs (comme l'utilisation des crossettes, des balles de plomb etc.), et l'utilisation du métal dans les plates-bandes. La relation qu'entretiennent coupe des pierres et décor est examinée, avec notamment l'utilisation des refends pour souligner l'appareil, ou au contraire simuler un faux-appareil, et la non fiabilité des dessins et gravures pour représenter l'appareil des plates-bandes. Au sein de la typologie proposée, l'inclinaison des joints des plates-bandes fait l'objet d'une étude approfondie. Le rejet des joints verticaux pour la construction des plates-bandes est présenté. Ce rejet conduit à l'utilisation de joints inclinés sur la verticale. Nous étudions l'évolution des règles géométriques qui permettent le tracé des joints inclinés, et les informations que ces règles livrent sur les pratiques respectives des architectes et des appareilleurs.

Sommaire

6.1	Terminologie	87
6.1.1	Plates-bandes et linteaux	87
6.1.2	Classification des plates-bandes selon les joints	89
6.2	Nombre impair des claveaux	96
6.3	Inclinaison des joints	98
6.3.1	Principe d'inclinaison	98
6.3.2	Rejet des joints verticaux	98
6.3.3	Règles géométriques pour déterminer l'inclinaison	99
6.3.4	Évolution des règles dans les traités	101
6.3.5	Méthodes de tracés	110
6.3.6	Architectes et appareilleurs	113
6.3.7	Les « portes bombées » et les « croisées bombées »	115
6.4	Hauteur des claveaux	116
6.5	Détails constructifs	121
6.5.1	Crossettes	121
6.5.2	Balles de plomb, cailloux, goujons et os de bœufs	123
6.5.3	La contre-flèche	126
6.5.4	Lit de carrière	128
6.6	Utilisation du métal dans les plates-bandes	128
6.6.1	Exemples de plates-bandes avec armatures métalliques	128
6.6.2	L'armature : linteau ou tirant	132
6.6.3	Opposition aux armatures	133
6.7	Coupe des pierres et décor	134
6.7.1	Refends et faux-appareil	134
6.7.2	Ablaq	136
6.7.3	Non-fiabilité des dessins et gravures	137

6.1 Terminologie

6.1.1 Plates-bandes et linteaux

Le *couvrement* est un « organe ou ouvrage limitant par le haut un entrecolonne-ment, une baie, une pièce, un vaisseau, etc. » (Pérouse de Montclos, 2007, p. 125). Parmi les variétés de couvrement figurent le *linteau* et la *plate-bande* :

- le linteau est un « bloc de pierre, pièce de bois ou de métal couvrant une baie et présentant un soffite » (2007, p. 126) ;
- la plate-bande est un « organe clavé porté par deux points d'appui et présentant un soffite » (2007, p. 126).

L'*architrave* est un « linteau ou Plate-bande portant sur des supports verticaux. L'architrave monolithe est un linteau ; l'architrave clavée, une plate-bande. [...] L'architrave est généralement comprise dans un entablement dont elle constitue la partie inférieure » (Pérouse de Montclos, 2007, p. 128).

Le *soffite* est la « face inférieure plane et dégagée d'un linteau et d'une plate-bande » (Pérouse de Montclos, 2007, p. 144). L'*arasement* est la « face supérieure horizontale d'un linteau ou d'une plate-bande, exceptionnellement d'un arc ou d'une voûte » (2007, p. 143). Bien que les termes *intrados* et *extrados* soient selon certains auteurs réservés aux faces inférieures et supérieures curvilignes des arcs et des voûtes (2007, p. 143-144), nous utilisons ces termes à la place de soffite et arasement dans ce document, comme le fait Frézier (1738, p. 66, cit. 34) ⁽¹⁾.

Le terme plate-bande est introduit au XIII^e siècle en France (Nollet, 2012, cit. 139). La seule source écrite du XIII^e siècle traitant de la coupe des plates-bandes est le carnet de Villard de Honnecourt. Ce dernier n'utilise pas le terme plate-bande. Il désigne les arcs plats sous le terme « pendans rivlés » (« pendans réglés »), et le couvrement plat d'une baie sous le terme « voussure rivleie » (« voussure réglée ») (Bechmann, 1993).

Dans le *Premier tome de l'architecture*, De l'Orme utilise le terme de plate-bande à deux reprises : « platte bède » (1567, 220r) et « plates bandes » (1567, 225v). Il continue par ailleurs à utiliser d'autres termes, comme « couvertures d'une pièce » et « [couvertures] de plusieurs pièces ». Léonard et Serlio utilisent pour leur part les termes d'architraves à plusieurs parties (Nollet, 2012, cit. 140). Les termes « supercilio » et « architrave » utilisés par Serlio (Serlio, 1537, Cit.1 et 2) sont traduits en français par Coecke en 1542 sous les termes « supercile », « architrabe » et « architrave », et le terme « cunei » (claveaux) par « penantz ».

Tandis que Jousse ⁽²⁾ (1642) puis François Blondel ⁽³⁾ (1675, p. 434) utilisent les termes « plate bande » ou « platte-bande » pour désigner les architraves clavées, Félibien ne référence en 1676 dans son dictionnaire que les acceptions relatives à la décoration pour la « platte-bande », et ne fait donc pas référence aux architraves

(1). Les citations sont numérotées par ordre chronologique de publication. Le renvoi « cit. 34 » fait référence à la citation numéro 34, les citations étant regroupées dans l'annexe A.

(2). Jousse utilise le terme de « plate bande » pour les trois tracés qu'il propose à ce sujet : « De la plate Bande droite, ou plat Fond », « De la Plate bande biaize », « Plate bande sous la Tour ronde. » (Jousse, 1642).

(3). François Blondel consacre une page dans son cours d'architecture à la description des « Plattes-bandes que l'on fait servir pour linteaux aux Portes & aux Fenestres, & pour architraves aux Colonnes isole [...] » (Blondel, 1675, p. 434).

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

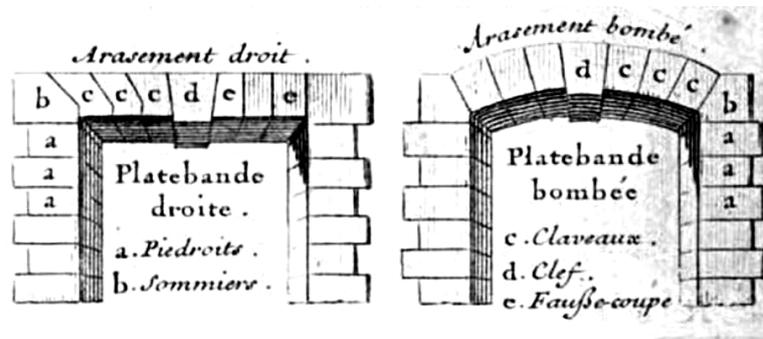


Fig 6.1 – Plates-bandes droites et bombées, d'après D'Aviler (1691, Pl. 66), détail

clavées (Félibien, 1676, p. 698, cit. 13). En 1691, d'Aviler ajoute dans son dictionnaire en plus des définitions liées à la décoration (fig. 6.2) la définition de la plate-bande telle que nous l'étudions⁽⁴⁾ ici (D'Aviler, 1691, p. 237, cit. 18 – fig. 6.1). Il définit la « Platebande de baye », la « Platebande bombée & réglée », et la « Platebande circulaire ».

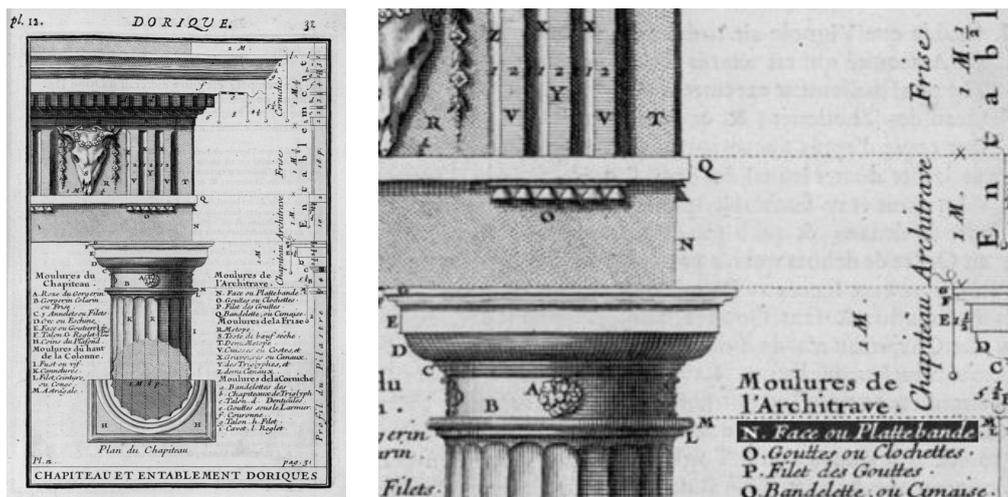


Fig 6.2 – Chapiteau et entablement doriques, d'après D'Aviler (1691, Pl. 12), planche complète et détail

Les auteurs postérieurs à d'Aviler utilisent tous le terme « plate-bande ».

Plates-bandes courbes

Nous appelons plates-bandes courbes les plates-bandes dont la projection sur le plan horizontal forme une courbe. Ce type de plate-bande se rencontre par exemple

(4). D'Aviler définit également les « platebandes de compartiment », « platebandes de pavé », « platebandes de parquet » et « platebandes de parterre » qui ne se rapportent pas au concept de plate-bande que nous étudions ici.

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

dans les plates-bandes sous tour ronde dont la coupe des pierres est donnée par Jousse (1642). Les exemples construits que nous avons relevés sont les suivants :

- « Entre 1654 et 1657, Antoine Le Pautre réalise l'architrave incurvée dans la cour de l'hôtel de Beauvais à Paris, en utilisant des claveaux de pierre renforcés de barres métalliques pour porter un important secteur de parois » (Tibières, 2012, voir fig. 6.3) ;
- D'Aviler (1691) mentionne l'« Entablement Ionique de l'église de Saint André sur le Quirinal à Rome, qui subsiste avec beaucoup de portée par l'artifice de son appareil » ;
- Quatremère de Quincy (1825) mentionne les « plates-bandes circulaires » des temples circulaires comme ceux de Vesta et de la Sybille. Cependant ces plates-bandes sont probablement des architraves monolithes, et non des architraves clavées ;
- Viollet-Le-Duc (1859a) mentionne la plate-bande de la cheminée du logis des clergers, dans la cathédrale du Puy-en-Velay, qui est composée de deux claveaux soutenus par des consoles (fig. B.48) ;
- Adam (1989, p. 188) mentionne la plate-bande (en brique) d'une fenêtre percée dans un mur sur plan circulaire, dans la villa des Mystères.

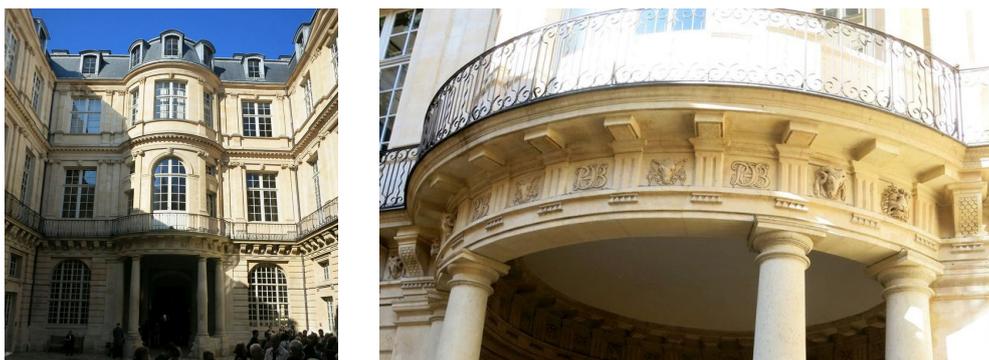


Fig 6.3 – Plate-bande courbe, cour de l'hôtel de Beauvais à Paris, par Antoine Le Pautre (1654-1657)

Nous proposons également d'intégrer sous ce terme les plates-bandes dont la projection sur le plan horizontal forme une droite brisée. Nous verrons des exemples de ce type à propos des cheminées construites au XIV^e siècle en France (figures B.41, B.42 et B.43).

6.1.2 Classification des plates-bandes selon les joints

Nous proposons de classer les plates-bandes suivant la géométrie des joints selon les catégories suivantes :

- plates-bandes à joints inclinés ;
- plates-bandes à joints inclinés à lits brisés ;
- plates-bandes à joints inclinés à double coupe ;
- plates-bandes à joints verticaux ;
- plates-bandes à joints curvilignes ;
- plates-bandes à joints en X ;

— plates-bandes en fausse-coupe.

Les sous-catégories suivantes se superposent aux catégories précédentes :

- plates-bandes appareillées à crossettes ;
- plates-bandes à tenons ;
- plates-bandes à clavettes ;
- plates-bandes à balles de plomb.

Il existe également des plates-bandes présentant des joints horizontaux, séparant deux ou trois rangs de claveaux. Lorsque deux plates-bandes sont superposées, l'ensemble est appelé « plate-bande à deux rangs de claveaux » (Pérouse de Montclos, 2007, p. 126).

Plates-bandes à joints inclinés

Les plates-bandes à joints inclinés sont formées de claveaux dont les joints forment un angle non nul avec la verticale (fig. 6.4).

La coupe des pierres la plus courante correspond à des joints rayonnant autour d'un centre placé sur l'axe de symétrie de la plate-bande (fig. 6.5 à d.). Les règles donnant la position du centre de rayonnement et, à partir de ce dernier, le découpage en claveaux varient suivant les époques et les professions (architecte, appareilleur). Nous reviendrons en détail sur cette question ultérieurement (section 6.3).

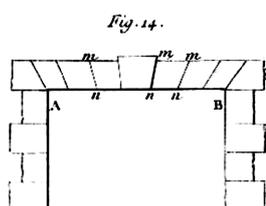


Fig 6.4 – Plate-bande à joints inclinés, d'après Diderot et d'Alembert (1756)

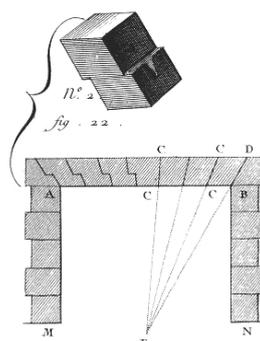


Fig 6.5 – Plate-bande appareillée à crossettes (à g.), et à joints inclinés suivant la règle du triangle équilatéral (à d.), d'après Diderot et d'Alembert (1765a)

Les joints peuvent également présenter une inclinaison constante de part et d'autre de l'axe central de la plate-bande. Cette méthode simplifie les épures, car tous les claveaux situés d'un côté de la clé présentent alors la même géométrie, alors que dans le cas des joints rayonnant chaque claveau présente une géométrie unique. Ce cas se rencontre moins fréquemment, mais il existe des exemples (fig. 6.6). Le plus souvent cependant, ce type de dessin correspond à des linteaux enduits avec dessin d'un faux-appareil de plate-bande (fig. 6.7). L'usage de linteaux enduits pour simuler une plate-bande est mentionnée par Blondel et Patte (1777a, p. 290, cit. 60).



Fig 6.6 – Plate-bande à joints inclinés à inclinaison constante, et à lits brisés, 2 rue Métropole, Chambéry



Fig 6.7 – Faux-appareil d'une plate-bande dessinée sur enduit, 13 rue des Beaux-Arts à Paris et 72 rue Saint-Louis-en-L'Île à Paris

Plates-bandes à joints inclinés à lits brisés

Selon la terminologie proposée par Pérouse de Montclos (2007), les plates-bandes à lits brisés sont des plates-bandes à joints inclinés dont la partie inférieure du joint est verticale, et donc perpendiculaire à l'intrados. Ce système est désigné de multiples façons dans la littérature :

- Patte (1769, p. 280) les nomme claveaux « taillés à crossettes ⁽⁵⁾ par le bas » ;
- Rondelet (1804, p. 93) ne nomme pas explicitement ce système, et décrit la partie inférieure sous le terme « ligne à plomb » ;
- Douliot (1825, p. 81) appelle « facettes d'équerre » les parties verticales de ces joints ;
- Adhémar (1845, p. 12) ne nomme pas explicitement ce système, et décrit la partie inférieure sous le terme de « coupe verticale » ;
- Monduit (1889, p. 72) utilise le terme de « crossette verticale ou à plomb ».

Les facettes verticales des lits brisés peuvent être de hauteur égale pour tous les joints, ou réglés suivant un arc de cercle, comme dans le mémoire de Bullet de 1704 pour l'Académie royale d'architecture (fig. A.4 p. 338), ou chez Rondelet (fig. 6.8). Adhémar (1845, p. 12) et Chaix (1890, p. 172) présentent les deux systèmes conjointement.

Douliot (1825, p. 79), Chaix (1890, p. 172, cit. 109), et l'Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 130, cit. 120) préconisent la même hauteur pour les facettes verticales : 2 pouces \approx 5 cm. A contrario, Monduit (1889, p. 72, cit. 95) parle simplement d'une « hauteur indéterminée » pour les facettes verticales.

Douliot (1825, p. 79) propose une solution avec lits brisés doublement, reprise également par Chaix (1890) (fig. 6.9). Les plates-bandes à lits brisés doublement sont plus rares que celles à joints brisés (simplement), mais des exemples existent (fig. B.46). Les plates-bandes peuvent ne présenter des lits brisés qu'au niveau des sommiers, c'est-à-dire aux joints qui présentent la plus grande inclinaison sur la verticale, comme par exemple au 53 rue Saint-Antoine à Paris.

L'utilisation des lits brisés semble assez courante au XVII^e et XVIII^e siècle en France, et nous en verrons de nombreux exemples au chapitre 9 concernant les exemples construits.

Plates-bandes à joints inclinés à double coupe

Les plates-bandes à joints inclinés à double coupe sont des plates-bandes dont les joints inclinés présentent deux pentes. Deux centres de rayonnement sont utilisés pour définir la coupe (Chaix, 1890, p. 174 ; Association ouvrière des Compagnons du devoir, 1996, p. 128).

Ce type de plate-bande est utilisé par exemple pour la plate-bande d'un tombeau dans l'Antiquité (fig. 6.10), et au musée Carnavalet à Paris.

(5). Patte utilise à plusieurs reprises le terme de « crossettes » avec un seul s en 1769 et 1777a, il ne s'agit donc probablement pas d'une coquille.

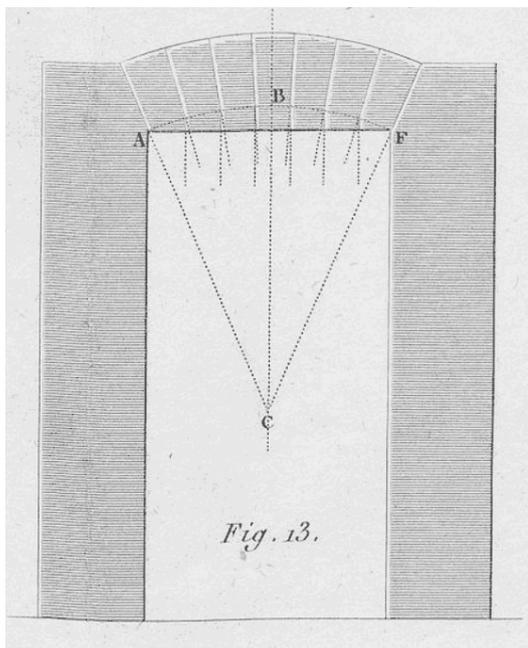


Fig 6.8 – Plates-bandes à lits brisés suivant un arc de cercle, d'après Rondelet (1828, Pl. XXIX)

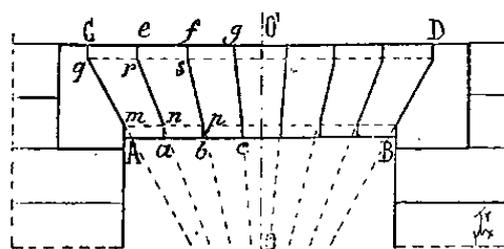


Fig 6.9 – Plate-bande à lits doublement brisés, d'après Chaix (1890, p. 172)

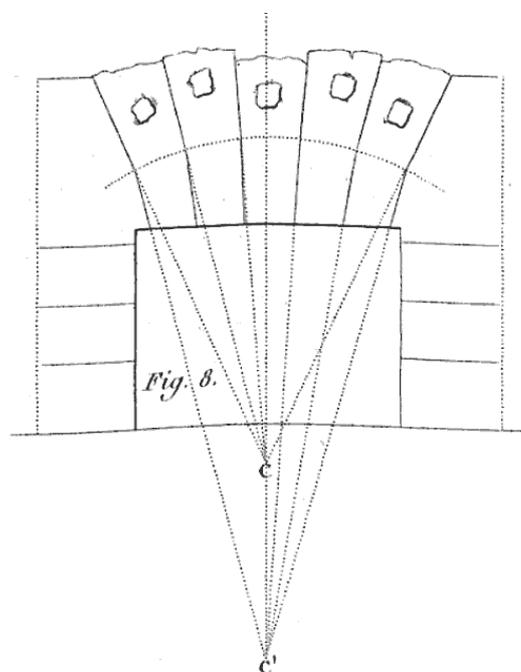


Fig 6.10 – Plates-bandes à joints inclinés à double coupe, tombeau de Cecilia Metella (Via Appia, Italie), d'après Rondelet (1828, Pl. XXIX)

Plates-bandes à joints verticaux

Les plates-bandes à joints verticaux sont composées de claveaux à panneaux de tête rectangulaires. Du point de vue géométrique, elles correspondent à des plates-bandes à joints inclinés dont le centre de convergence serait placé infiniment bas. Il est parfois difficile de distinguer si les joints sont verticaux ou fortement inclinés (fig. 6.16).

Nous définirons ci-dessous également les plates-bandes en fausse-coupe, qui se distinguent des plates-bandes à joints verticaux par l'existence d'un joint incliné masqué.

Plates-bandes à joints curvilignes

Les plates-bandes à joints curvilignes, également appelées « à joints courbes », présentent des joints dont le tracé est une surface réglée non plane (fig. B.23). Nous présenterons quelques rares exemples construits en France au Moyen Âge dans des portails d'églises. Ce type de plate-bande est généralement associé à l'architecture islamique (Cejka, 1978 ; Rondelet, 1804, p. 101, cit. 72).

Plates-bandes en fausse-coupe

Selon Pérouse de Montclos (2007, p.148), « les lits sont dits en fausse-coupe, lorsque leurs joints ne convergent pas : dans la plate-bande en fausse-coupe les joints peuvent même être verticaux, seule la queue des claveaux étant taillée en coupe ».

Cela signifie que les joints sont composés de deux plans. Le premier est un plan vertical, qui forme le joint vertical visible sur le front de la plate-bande. Le second est un plan incliné sur la verticale, qui forme la seconde partie masquée du joint (fig. 6.11). Nous reviendrons en détail sur la typologie de la *fausse-coupe* et son histoire dans le chapitre 8.

Plates-bandes à joints en X

Les plates-bandes à joints en X sont constituées de claveaux tous identiques, composés chacun de deux trapèzes (ou triangles) tête-bêche (fig. 6.12). Comme pour les plates-bandes en fausse-coupe, l'observation du front de l'arc ne révèle que la moitié des joints qui composent la plate-bande. Nous reviendrons sur la typologie des plates-bandes à joints en X et leur histoire le chapitre 7.

Il existe peu d'exemples construits de ce type de plate-bande. Nous verrons cinq exemples potentiels, dont aucun n'est situé en France. En raison de cette rareté, il n'existe pas de terminologie établie pour désigner les plates-bandes à joints en X. La similitude conceptuelle entre les plates-bandes en fausse-coupe et les plates-bandes à joints en X pourrait suggérer de nommer ces dernières *plates-bandes en fausse-coupe à joints alternés*. Cependant en raison du caractère anachronique de cette description, le terme « fausse-coupe » apparaissant en France deux siècles environ après la construction des plates-bandes à joints en X, et pour éviter d'utiliser un qualificatif (*fausse*) préjugant des qualités de l'objet alors que ce type de plate-bande possède des propriétés mécaniques intéressantes, nous retiendrons dans ce document le terme neutre de *joints en X*.

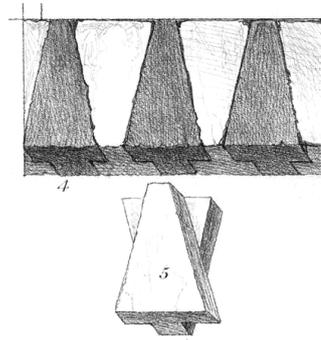
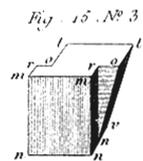
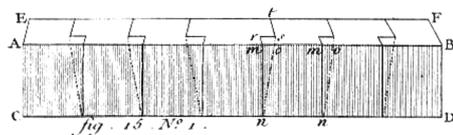


Fig 6.11 – Plate-bande en fausse-coupe, d'après Diderot et d'Alembert (1756)

Fig 6.12 – Plate-bande à joints en X, d'après Ruskin (1849; 1855 pour ce dessin)

Plates-bandes appareillées à crossettes

Une « plate-bande appareillée à crossettes » est une plate-bande dont les joints présentent un petit ressaut situé à mi-hauteur du joint environ (fig. 6.5 à gauche). Cette plate-bande peut être appareillée à simples crossettes (une seule crossette par joint), ou plus rarement à doubles crossettes⁽⁶⁾ (deux crossettes par joint). Une certaine confusion règne concernant le terme *crossette*, car ce dernier est également utilisé pour désigner :

- les joints à lits brisés (Patte, 1769, p. 280) ;
- les claveaux en état de charge (Frézier, 1738, p. 66, cit. 35) ;
- les joints à tenons (Chaix, 1890, p. 175).

Dans les plates-bandes à « claveaux en état de charge », selon la terminologie donnée par Douliot (Douliot, 1825, p. 80, cit. 80), un ou plusieurs claveaux font « retour horizontalement dans une assise des parties au-dessus du couvrement »⁽⁷⁾ (fig. 6.13).

Le terme « à crossettes » est parfois remplacé par « à redans » (Gautier, 1717, p. 17), ou « ressauts » et « redens » (Frézier, 1738, p. 66, cit. 35).

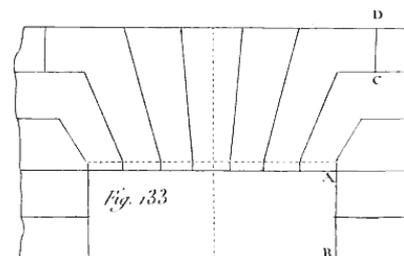
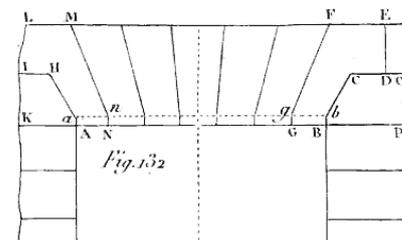


Fig 6.13 – « Plates-bandes à claveaux en état de charge », d'après Douliot (1825, Pl. 10)

(6). « Le claveau est dit à crossette, à double crossette, lorsque ses lits en coupe présentent un deux petits ressauts, soit pour faire liaison avec le claveau voisin, soit pour faire retour horizontalement dans une assise des parties au-dessus du couvrement » (Pérouse de Montclos, 2007, p. 148).

(7). Cette définition est de Pérouse de Montclos (2007, p. 148) qui l'applique cependant au terme « à crossettes ».

Plates-bandes à tenons

« Le claveau est dit à tenon lorsque l'un des lits présente un tenon qui s'assemble dans une entaille du claveau voisin. Le tenon interne est un tenon qui n'apparaît pas en parement. Plate-bande à tenons » (Pérouse de Montclos, 2007, p. 148-149).

Chaix (1890, p. 175) appelle les tenons intérieurs « crossettes intérieures ».

Plates-bandes à clavettes

« Dans l'arc, la plate-bande à clavettes, les claveaux sont assemblés par une clavette, sorte de tenon qui n'est pas solidaire des claveaux mais introduit de force après la pose dans des entailles entre ces claveaux. » (Pérouse de Montclos, 2007, p. 149).

Les plates-bandes à clavettes figurent dans *Le premier tome de l'architecture* de Philibert De l'Orme (1567) ; voir figure 6.14. Il en existe de rares exemples, avec des joints verticaux (voir section 9.4.2)

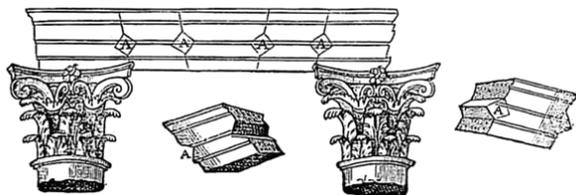


Fig 6.14 – Plate-bande à clavettes, d'après De l'Orme (1567)

6.2 Nombre impair des claveaux

Dès que cela est précisé dans les traités, le nombre de claveaux composant les plates-bandes est impair, ce qui induit la présence d'un claveau central appelé *clé* (ou *clef*). Les auteurs suivants font explicitement référence au nombre impair des claveaux composant une plate-bande :

- Serlio (1537, 10v, cit. 2) « in numero disparo » ;
- Blondel (1675, p. 434, cit. 11) ;
- Tiercelet (1728, p. 61, cit. 25) ;
- Frézier (1738, p. 65) ;
- Roland Le Virloys (1770a, p. 451) ;
- Blondel et Patte (1777a, p. 288, cit. 59) ;
- Douliot (1825, p. 77, 78) ;
- Adhémar (1845, p. 10) préconise de diviser l'intrados « en un nombre impair de parties égales » ;
- Chaix (1890, p. 170, 171).

Cette préconisation théorique semble très suivie en pratique. Tous les exemples de plates-bandes reproduits dans ce document ont un nombre impair de claveaux. Cependant, il existe des plates-bandes avec un nombre important de claveaux ($n \geq 9$),

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

chaque claveau ayant une largeur variable, et où la clé n'est pas positionnée exactement au centre de la plate-bande⁽⁸⁾.

Il existe néanmoins des plates-bandes avec un nombre pair de claveaux au Proche-Orient, en Sicile et dans les Pouilles⁽⁹⁾. Ces plates-bandes appartiennent plutôt à des constructions modestes, mais nous ne disposons pas de photos pour documenter ces cas.

Les mêmes observations sont valables pour les arcs courbes (nombre impair de claveaux de façon presque systématique), à l'exception des arcs brisés où il existe en général en France un joint vertical à la clé, divisant ainsi l'arc en un nombre pair de claveaux (Viollet-Le-Duc, 1858, cit. 84 ; Choisy, 1899b, p. 146). A contrario, dans l'architecture islamique les arcs brisés peuvent présenter un joint vertical à la clé ou non (Cejka, 1978, 4-39).

Les plates-bandes dans lesquelles les sommiers portent en encorbellement et se rejoignent au milieu de la portée correspondent d'un point de vue typologique à des plates-bandes à zéro claveau, et se trouvent donc à la limite de notre définition de la plate-bande ; ces structures, qui peuvent théoriquement porter par encorbellement sans se toucher au centre de la plate-bande, et donc sans générer aucune poussée, tiennent à la fois de la plate-bande (car il y a un joint), et du linteau (car la portance de la structure est liée à la résistance interne à la flexion des pierres). Un exemple de ce type est présent aux fenêtres du château à Coulonges-les-Royaux (Nollet, 2012). La cheminée du logis des Clergerons au Puy-en-Velay appartient également à ce type de plate-bande (fig. B.48).

De façon générale, les exemples présentés dans cette thèse comportent en majorité trois, cinq ou sept claveaux, avec quelques exemples avec un nombre supérieur de claveaux notamment pour les grandes portées (dix-sept claveaux pour le fronton de l'église Saint-Gervais-Saint-Protais à Paris, fig. B.62). Les exemples de plates-bandes à un claveau sont plus rares, à l'exception de Lyon, où les plates-bandes des immeubles sont dans leur majorité construites avec un large claveau unique, souvent à crossettes. Les plates-bandes des édifices monumentaux à Lyon peuvent également être construites avec un claveau unique (fig. 6.15 et 6.16).

(8). Information transmise oralement par Jérémie Fierens, Ateliers de Saint-Jacques.

(9). Information transmise oralement par Maurizio Brocato.

(10). La chapelle Notre-Dame-de-Pitié de l'Hôtel-Dieu à Lyon est construite par l'architecte Guillaume Ducellet, qui meurt en 1641 avant la fin des travaux. Les travaux sont poursuivis par Claude Chana et Simon Le Rupt, maîtres-maçons. L'église est terminée, hors façade, en 1644. La façade est construite en 1646 sur les plans de Le Muet (Mignot, 1991).

La chapelle Notre-Dame-de-Pitié fait partie de l'Hôtel-Dieu de Lyon, mais ne doit pas être confondue avec la chapelle des malades de l'Hôtel-Dieu construite par Soufflot au XVIII^e siècle, cette dernière comportant des plates-bandes en fausse-coupe que nous présenterons au chapitre 8.



Fig 6.15 – Lyon, hôtel de ville



Fig 6.16 – Lyon, chapelle Notre-Dame-de-Pitié⁽¹⁰⁾, façade de 1646 sur des plans de Le Muet

6.3 Inclinaison des joints

6.3.1 Principe d'inclinaison

Le premier texte à aborder directement le problème mécanique posé par la plate-bande est *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes*, textes rédigés par Baldi de 1580 à 1615 et publiés à titre posthume (Becchi, 2012). Ce texte souligne que les plates-bandes composées de claveaux qui n'ont pas la forme de coins, et qui sont donc à joints verticaux, ne peuvent se soutenir (cit. 7).

Ce principe de non stabilité des plates-bandes à joints verticaux est exprimé explicitement chez les auteurs suivants :

- Baldi (1580-1615, cit. 7) ;
- Frézier (1738, p. 64, cit. 32) ;
- Rondelet (1804, p. 92, cit. 74) ;
- Bazin (1888, p. 40, cit. 105) ;
- Chaix (1890, p. 170, cit. 108).

Plus souvent, les auteurs des traités d'architecture et de coupe des pierres de l'Époque Moderne préconisent une inclinaison particulière pour les joints, selon des règles que nous verrons dans la suite, indiquant donc implicitement que les plates-bandes ne devraient pas être construites à joints verticaux.

Nous appelons donc *principe d'inclinaison* le principe selon lequel les joints d'une plate-bande doivent être inclinés, pour donner aux claveaux la forme de coins nécessaire à leur stabilité selon les traités de coupe des pierres.

6.3.2 Rejet des joints verticaux

Il existe donc deux principes antagonistes pour le choix de l'inclinaison des joints d'une plate-bande :

- le *principe de normalité*, que nous avons présenté dans le chapitre 5, et qui est un principe général de la coupe des pierres ;

- le principe d'inclinaison des joints sur la verticale, qui est un principe spécifique aux plates-bandes.

Le principe d'inclinaison l'emporte sur le principe de normalité dans le cas des plates-bandes (Rondelet, 1804, p. 92, cit. 74 ; Bazin, 1888, p. 40, cit. 105). Les auteurs des traités prescrivent systématiquement l'usage de joints inclinés. Nous verrons dans la sous-section suivante quelles règles sont utilisées pour choisir l'inclinaison, et comment les joints sont ensuite dessinés.

Le non-respect du principe de normalité est cependant problématique, parce que l'inclinaison des joints engendre des angles aigus (ou aiguïtés), en particulier à proximité des sommiers. Certains auteurs proposent pour cette raison l'utilisation des lits brisés, qui sont une solution de compromis, où la grande partie du joint est inclinée, sauf la partie inférieure du joint qui est normale à l'intrados (Chaix, 1890, p. 172, cit. 109 ; Association ouvrière des Compagnons du devoir, 1996, p. 130, cit. 120 ; Académie royale d'architecture, compte-rendu du 24 février 1710 cit. 162).

L'utilisation des lits brisés est au contraire critiquée par Frézier (1738). Il indique que cette pratique diminue la hauteur utile de la plate-bande et affaiblit donc la plate-bande (Frézier, 1738, p. 66, cit. 35).

6.3.3 Règles géométriques pour déterminer l'inclinaison

Nécessité et non-unicité de la règle géométrique

Dans les plates-bandes, les joints ne sont pas normaux à l'intrados mais inclinés sur la verticale, pour les raisons que nous venons de voir. Le principe de normalité (au sens mathématique du terme) des joints par rapport à l'intrados, qui donne pour les arcs et voûtes courbes l'inclinaison, n'est donc pas applicable. Dans ce contexte, il est nécessaire d'avoir une autre règle qui permette de déterminer l'inclinaison des joints.

Les règles géométriques présentées par les traités reposent pour la plupart sur la détermination d'un centre vers lequel convergeront les joints, donnant ainsi aux joints une inclinaison variable avec la verticale, l'inclinaison étant maximale au niveau des sommiers, et minimale au niveau de la clé. Puisque ce centre n'est pas donné par la forme de l'intrados, comme cela est généralement le cas pour les intrados courbes, plusieurs règles géométriques coexistent, basées sur la portée de la plate-bande le plus souvent.

Frézier (1738, p. 64, cit. 32) souligne qu'il y a dans ces différentes règles géométriques « plus de disposition de goût que de Géométrie ». En termes contemporains, il indique donc que ces règles répondent plus à une problématique esthétique qu'à la résolution d'un problème mécanique.

Trois règles courantes pour les joints rayonnants

Les trois règles les plus courantes dans la littérature pour tracer les joints inclinés d'une plate-bande sont basées sur le dessin d'un triangle, dont la base correspond à l'intrados de la plate-bande, et dont le sommet inférieur donne le centre de rayonnement des joints. Ces trois règles sont (fig. 6.17) :

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

- la règle du triangle équilatéral, où les longueurs des côtés du triangle correspondent à la portée de la plate-bande ;
- la règle du « 1 pour 2 », où la hauteur du triangle vaut deux fois la demi portée de la plate-bande ;
- la règle du « 1 pour 3 », où la hauteur du triangle vaut trois fois la demi portée de la plate-bande.

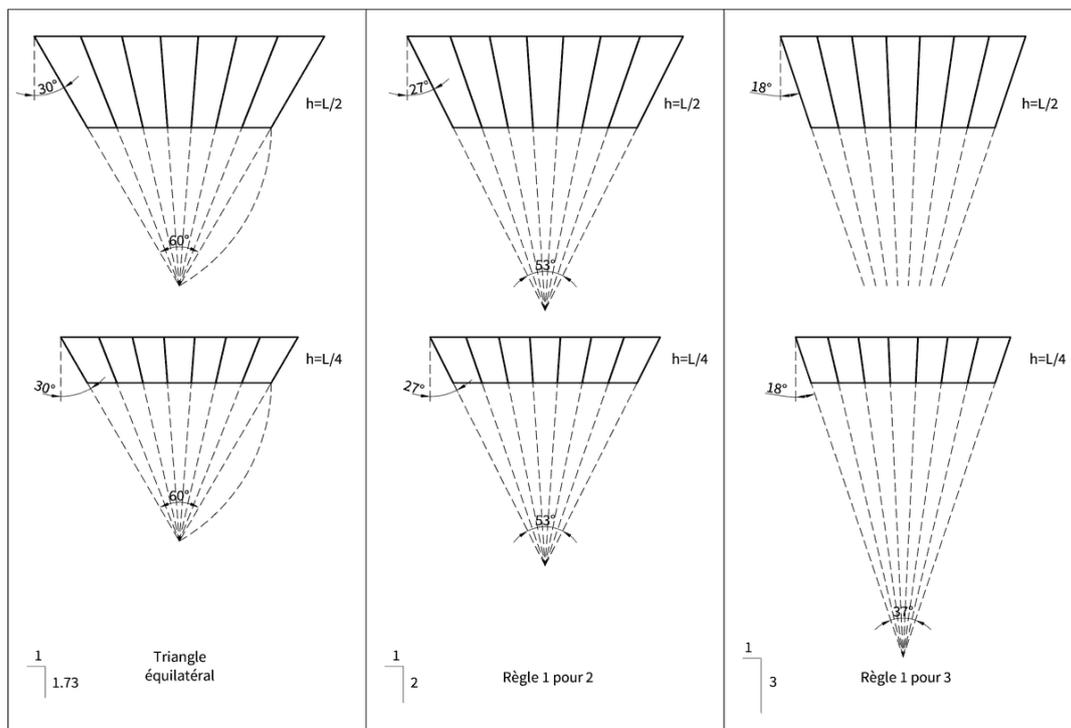


Fig 6.17 – Trois règles géométriques donnant l'inclinaison des joints d'une plate-bande

Ces méthodes utilisent la portée, qui est mesurée au niveau de l'intrados. La définition de la portée ne pose pas de problème dans le cas où les faces inférieures des claveaux occupent exactement la portée libre couverte par la plate-bande, comme dans l'exemple dessiné par Jousse (fig. 6.22). Cependant les sommiers qui supportent la plate-bande peuvent présenter un surplomb ou encorbellement plus ou moins prononcé (fig. 6.21 à gauche et à droite) par rapport au nu du tableau de la baie ou par rapport au bord du chapiteau, ou au contraire un léger retrait (fig. 6.21 au centre). Il existe donc plusieurs définitions possibles pour la portée de la plate-bande, comme nous en verrons l'illustration en étudiant les gravures de Serlio (1537). Dans le cas général, il est délicat ne connaissant pas la portée de déterminer quelle règle a été utilisée par l'appareilleur ou le dessinateur.

L'Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 78) donne les trois règles indiquées ci-dessus, et ajoute ensuite que l'espacement entre le centre de convergence et l'intrados peut également être réglé sur le nombre (impair) de claveaux.

- pour 5 claveaux, $3/2$ de la portée (règle du « 1 pour 3 ») ;
- pour 7 claveaux, $4/3$ de la portée (entre la règle du « 1 pour 3 » et celle du « 1 pour 2 ») ;

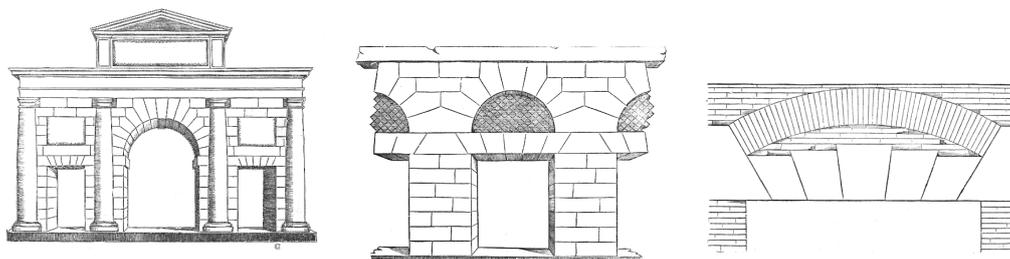


Fig 6.18 – Plates-bandes d’après Serlio (1537, 9v, 10v, 17v)

- pour 9 claveaux, une fois la portée (règle du « 1 pour 2 ») ;
- pour 11 à 13 claveaux, $\sqrt{2/3}$ de la portée (proche de la règle du triangle équilatéral).

Ce dernier procédé réglé sur le nombre de claveaux ne serait pas appliqué en pratique par les tailleurs de pierre⁽¹¹⁾.

6.3.4 Évolution des règles dans les traités

Vitruve, *De architectura*

Au 1^{er} siècle avant J.-C., Vitruve donne des indications sur la coupe des pierres des arcs en général⁽¹²⁾, mais il ne donne aucune indication sur la coupe des pierres des plates-bandes. Dans *De architectura*, livre VI, au chapitre 11, Vitruve n’évoque que les systèmes de décharge au-dessus des linteaux.

Claude Perrault (1673, VI-11) illustre sa traduction en français de Vitruve d’un dessin qui représente une plate-bande (fig. 6.19), et qui ne correspond pas au texte d’origine qui lui désigne un linteau. Donc ce dessin ne peut pas être pris comme représentatif de l’inclinaison des joints préconisé par Vitruve. Rondelet remplacera d’ailleurs la plate-bande ajoutée par Perrault par une poutre en bois sur la planche illustrant les principes constructifs donnés par Vitruve (Rondelet, 1805 – voir fig. 6.20).

Serlio (1537)

Serlio prescrit pour les plates-bandes de l’ordre toscan l’utilisation de joints rayonnant autour d’un centre unique (Serlio, 1537, 10v, cit. 2). Il ne donne pas d’indication sur la position à donner à ce centre, mais ses dessins semblent correspondre à la règle du triangle équilatéral. En effet, considérons les plates-bandes dessinées aux pages 9v, 10v et 17v (fig. 6.18). Sachant que la hauteur des plates-bandes est le quart de leur portée (Serlio, 1537, 10v, cit. 2), la portée est tantôt la portée libre de la baie (fig. 6.21 à gauche), tantôt la portée entre les faces latérales des sommiers de la

(11). Jérémie Fierens, qui a rédigé cette partie de l’encyclopédie des compagnons du devoir, nous a indiqué que cette méthode proviendrait d’un article de Michal et Lerouge publié dans les *Annales des ponts et chaussées*, mais que ce procédé n’est pas passé dans la pratique des tailleurs de pierres.
(12). Concernant la coupe des pierres des arcs en général chez Vitruve, voir la note (7) p. 80.

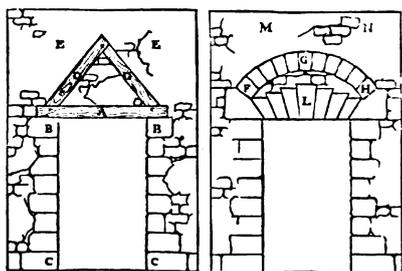


Fig 6.19 – Illustration des systèmes de décharge de Vitruve, d'après Perrault (1673, VI-11)

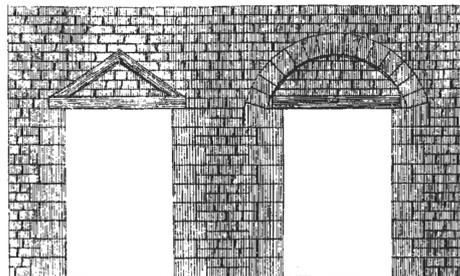


Fig 6.20 – Illustration des systèmes de décharge de Vitruve, d'après Rondelet (1805, Pl. LXVIII Fig. 1)

plate-bande (fig. 6.21 au centre et à droite). Pour ce choix des portées, la règle du triangle équilatéral est respectée⁽¹³⁾ pour les trois plates-bandes considérées.

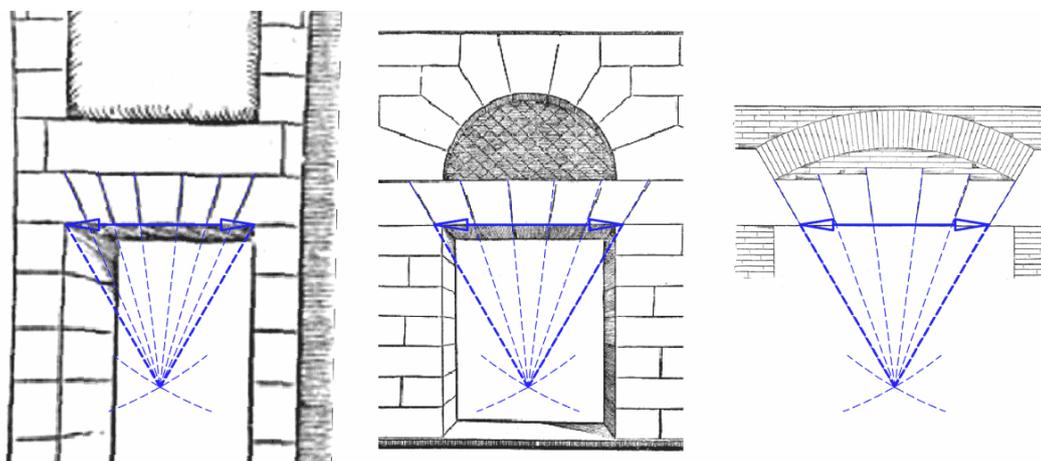


Fig 6.21 – Plates-bandes respectant la règle du triangle équilatéral d'après Serlio (1537, 9v, 10v, 17v); voir également fig. 6.18

En dehors du cas de Serlio qui précise la hauteur des plates-bandes en fonction de la portée, ce qui permet de trouver la portée avant de s'intéresser à la position du centre, il est difficile de retrouver précisément la règle utilisée à partir des seuls dessins d'un traité.

Le triangle équilatéral

En 1537, Serlio utilise la règle du triangle équilatéral sans la nommer explicitement dans son texte, comme nous l'avons vu ci-dessus. En 1567, De l'Orme préconise l'utilisation de joints inclinés, qu'il appelle « commissures de pente » et « joints d'engraissement »⁽¹⁴⁾ (De l'Orme, 1567, 225v, cit. 4). Il utilise à plusieurs reprises dans

(13). Dans le cas de la figure à droite sur la figure 6.21, la hauteur des claveaux les plus petits vaut le quart de la portée.

(14). Le terme « joint d'engraissement » a été relevé par Nollet (2012, p.280) qui indique qu'ils signifient joints inclinés.

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

son traité la figure du triangle équilatéral (pour le dessin des fondations, l'emplacement des murailles, etc.), mais il n'en fait pas mention concernant l'inclinaison à donner aux joints des plates-bandes.

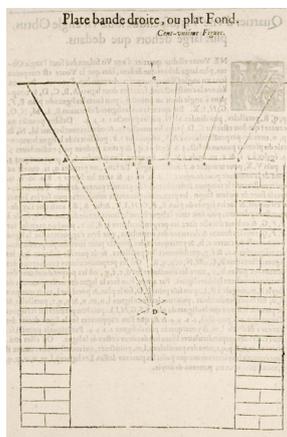


Fig 6.22 – « Plate bande droite, ou plat Fond », d'après Jousse (1642, p. 202)

La première mention explicite de l'utilisation du triangle équilatéral dont nous avons trouvé la trace dans les traités vient du traité de coupe des pierres de Mathurin Jousse en 1642. À partir de cette date, parmi les différents auteurs qui utilisent cette règle explicitement, en nommant le triangle, ou en décrivant sa construction, on trouve :

- Jousse (1642, p. 203), qui donne uniquement la description de la construction géométrique, sans évoquer le triangle ou l'intérêt de cette inclinaison ;
- Blondel (1675, p. 434, cit. 11), qui utilise l'expression « triangle équilatéral renversé » ;
- D'Aviler (1691, p. 122, cit. 17), qui utilise le terme de « triangle équilatéral » mais uniquement dans le cas particulier de la porte rustique d'ordre toscan ; il n'aborde pas le sujet de la coupe des pierres lorsqu'il décrit de façon générale les plates-bandes (D'Aviler, 1691, p. 764, cit. 21) ;
- l'Académie royale d'architecture dans un compte-rendu de 1710 (cit. 162), qui ajoute qu'en raison du risque de rupture des angles aigus formés par les claveaux, la partie inférieure du joint devait être verticale (plate-bande à lits brisés) ;
- De La Hire (1712, p. 75), qui utilise le terme de « triangle équilatéral » dans son mémoire *Sur la construction des voûtes dans les édifices* présenté à l'Académie royale des sciences ;
- Gautier (1717, Pl. II Fig. 4), qui utilise l'expression de « triangle équilatéral » ;
- Bélidor (1729, Livre II p. 40, 61, cit. 26), qui utilise l'expression « triangle équilatéral » (fig. 6.32) ;
- Frézier (1738, p. 65), qui utilise l'expression « triangle équilatéral », mais recommande de positionner le centre du triangle un peu plus bas, comme nous le verrons ci-dessous ;
- Patte (1769, p. 280), qui indique à propos des claveaux des architraves de la place Louis XV : « lesquels sont taillés à crosettes par le bas pour ôter l'aiguité des angles, & leur donner plus de solidité. Ces claveaux par leur coupe

tendent au sommet d'un triangle équilatéral dont la base est la longueur de l'architrave » ; il reprend le même terme dans la partie consacrée à la poussée des plates-bandes en général, dont la base est cette fois-ci « la largeur de l'entre-colonne » (1769, p. 308), et mentionne le « triangle équilatéral » dans la description de la voussure du quai Pelletier (1769, p. 216) ;

- Blondel et Patte (1777a, p. 267, 288, cit. 58, 59), qui indiquent que les claveaux « tendent d'ordinaire au sommet d'un Triangle équilatéral g, dont la base est la longueur de la Plate-bande ». Il s'agit cette fois-ci des plates-bandes ordinaires. Le terme de triangle équilatéral est utilisé à plusieurs reprises dans cet ouvrage ;
- Douliot (1825, p. 77, 81), qui précise que l'utilisation du triangle équilatéral est la méthode la plus usitée, mais n'explique pas quelles sont les autres règles ;
- Adhémar (1845, p. 10), qui utilise l'expression de « triangle équilatéral » ;
- Monduit (1889, p. 72, cit. 97), qui utilise la méthode mais qui n'utilise pas le terme « triangle équilatéral » ;
- Chaix (1890, p. 171).

D'autres auteurs utilisent la règle du triangle équilatéral sans la nommer ni décrire sa construction :

- Serlio (1537, 9v, 10v, 17v), comme nous l'avons vu en détail précédemment (fig. 6.21) ;
- Diderot et d'Alembert (1765a) utilisent la règle du triangle équilatéral, sans la nommer, sur la figure 6.5 qui est tirée de la planche liée à l'article concernant les plates-bandes ;
- Simonin (1792, Pl. XXI – fig. 8.3) utilise la règle du triangle équilatéral uniquement pour trouver l'inclinaison des joints des sommiers (les autres inclinaisons ne donnent pas des joints rayonnants, nous reviendrons sur ce point lors de la présentation des méthodes des tracés).

Règles du « 1 pour 2 » et « 1 pour 3 »

Les règles du « 1 pour 2 » puis du « 1 pour 3 » apparaissent après les premières mentions du triangle équilatéral dans les traités. La première source écrite que nous avons trouvée préconisant de placer le centre de convergence des rayons plus bas que le sommet du triangle équilatéral se trouve dans le compte-rendu de l'Académie royale d'architecture de 1698 (cit. 156). Quelques années plus tard, en 1710, la même Académie préconisera de nouveau l'utilisation du triangle équilatéral (cit. 162).

Frézier (1738) aborde le sujet des plates-bandes en détail. Il n'indique pas par écrit où il place ce centre – « Je baisse le centre de la coupe un peu plus que le sommet du triangle équilatéral » cit. 33 – mais son dessin (fig. 6.23) correspond à la règle du « 1 pour 2 », la règle du triangle équilatéral correspondant à une proportion de 1 pour $\sqrt{3} \approx 1,73$.

La règle du triangle équilatéral peut être évoquée (ou dessinée) sans que soient mentionnées les deux autres règles. A contrario, si les règles du « 1 pour 2 » et du « 1 pour 3 » sont mentionnées, alors il est systématiquement également fait référence à la règle du triangle équilatéral.

Parmi les différents auteurs qui mentionnent implicitement ou explicitement la règle du « 1 pour 2 » ou « 1 pour 3 » nous avons trouvé :

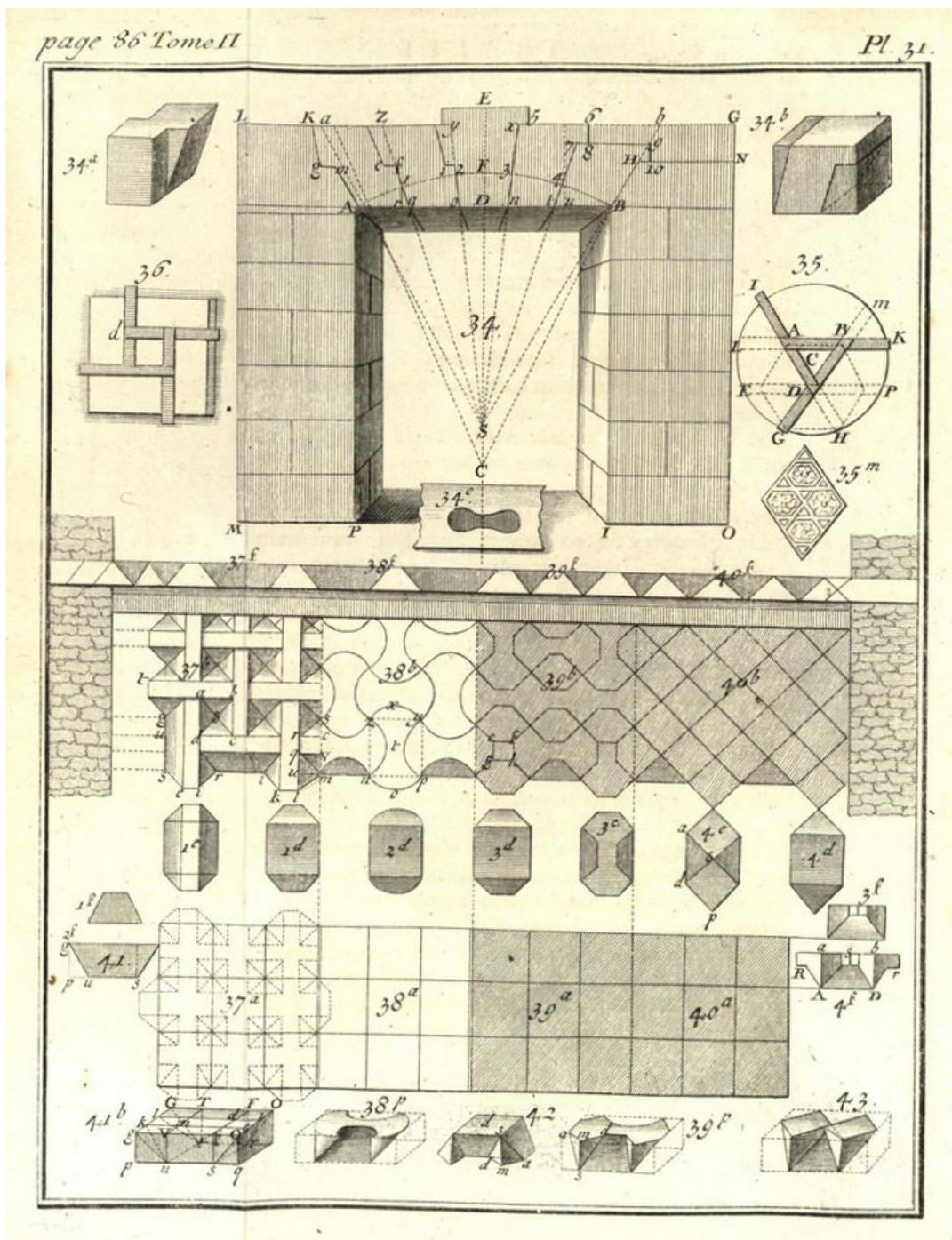


Fig 6.23 – Plates-bandes et voûtes plates, d'après Frézier (1738, Pl. 31)

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

- De La Hire, Desgodetz et Félibien (cit. 156), qui signent le compte-rendu de l'Académie royale d'architecture du 20 Janvier 1698 ;
- Frézier (1738, p. 65-66, cit. 33), qui dessine la règle du « 1 pour 2 » pour les plates-bandes ;
- Frézier (1738, p. 72, cit. 42), qui mentionne celle du « 1 pour 3 » pour les voûtes plates d'Abeille ;
- Diderot et d'Alembert (1765a, cit. 46), qui utilisent la règle du triangle équilatéral implicitement. Cependant ils indiquent explicitement qu'éloigner le centre de convergence des joints de la plate-bande (E sur la figure) augmente sa poussée, ce qui suggère qu'abaisser ce centre est envisageable (même s'il augmente la poussée) ;
- Diderot et d'Alembert (1765b, cit. 50), qui utilisent sans la nommer une règle intermédiaire, correspondant à une proportion de « 1 pour 2,5 » sur une figure représentant la coupe des pierres pour une voûte plate (et non une plate-bande). Voir *fig. 32* sur la planche reproduite sur la figure 10.7 ;
- Monduit (1889, p. 82, cit. 98).

Règle du « 1 pour 1 »

Mentionnons pour terminer la règle du « 1 pour 1 », plus rare, qui revient à dessiner les joints des sommiers à 45° . Cette règle n'est pas mentionnée par écrit, mais apparaît implicitement au moins à deux occasions dans des traités. Premièrement, Simonin utilise sur la planche représentant une « arrière voussure en plate-bande, ébrasée en quart de cercle », des joints rayonnants dont l'inclinaison au sommier vaut 45° (fig. 6.24). Son texte, qui décrit le dessin des panneaux de joints E, F et G, prend pour base l'élévation A, pour laquelle aucune indication écrite n'est donnée pour l'inclinaison des joints (Simonin, 1792, p. 30). Deuxièmement, la voûte plate d'Abeille telle que dessinée sur les planches publiées par Gallon présente des joints à 45° avec la verticale. Cependant la description du texte donne une autre inclinaison (Gallon, 1735). Ce point fera l'objet de remarques de la part de Frézier (1738), comme nous le verrons dans la section consacrée aux voûtes d'Abeille (section 10.3.4).

La règle du « 1 pour 1 » a probablement été utilisée en pratique, mais les exemples sont rares. Le portail du passage Menestrier à Lyon montre un cas où l'on s'approche de cette règle (proportion de 1 pour 1,2 environ, voir fig. 6.25).

Cohabitation des règles dans les traités

Les règles du triangle équilatéral, du « 1 pour 2 » et du « 1 pour 3 » cohabitent dans les traités de coupe des pierres. La synthèse des mentions ou utilisations des différentes règles dans les traités est exposée dans la table 6.1.

Deux phénomènes mécaniques opposés expliquent qu'aucune des règles ne se soit complètement imposée dans les traités par rapport aux autres. En effet, l'inclinaison des joints joue à la fois sur le risque de rupture des angles aigus des claveaux, et sur la poussée des plates-bandes⁽¹⁵⁾. Le choix d'une inclinaison est donc nécessairement

(15). Lorsqu'ils abordent la question, les auteurs de l'Époque Moderne indiquent que moins les joints d'une plate-bande (ou d'un claveau) sont inclinés, plus la poussée de la plate-bande sera importante

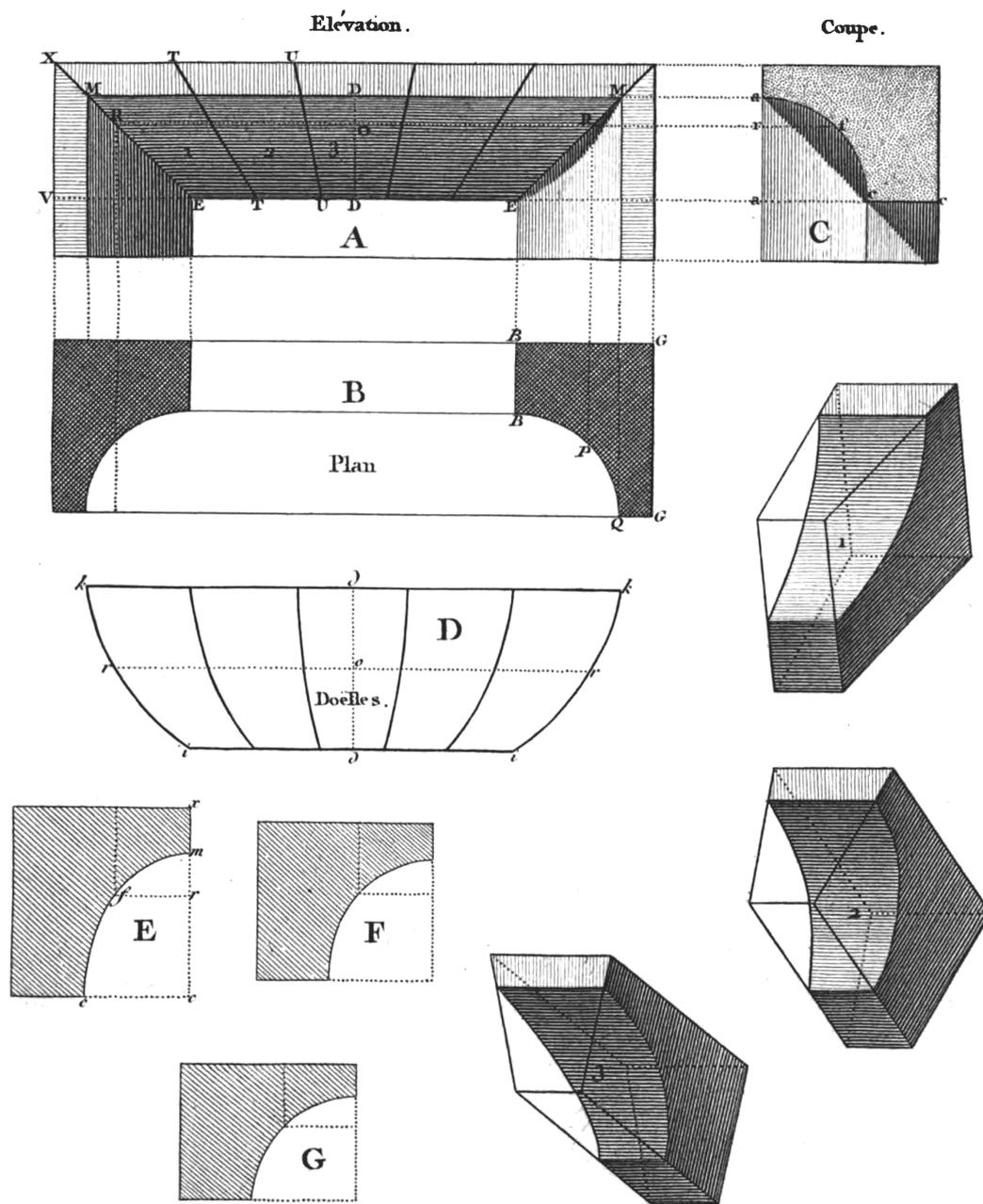


Fig 6.24 – « Arrière voûture en plate-bande, ébrasée en quart de cercle », d'après Simonin (1792, Pl. XIII)



Fig 6.25 – Passage Menestrier, Lyon

Triangle équilatéral	« 1 pour 2 »	« 1 pour 3 »
Jousse (1642), Blondel (1675), D'Aviler (1691), Acad. Roy. d'Archi. 1710, De La Hire (1712), Gautier (1717), Bélicor (1729), Frézier (1738), Patte (1769), Blondel et Patte (1777a), Douliot (1825), Adhémar (1845), Monduit (1889), Chaix (1890)	Acad. Roy. d'Archi. 1698, ≈ Frézier (1738), ≈ Diderot et d'Alembert (1765b), ≈ Rondelet (1804)	≈ Frézier (1738), ≈ Rondelet (1804), Monduit (1889)

TABLE 6.1 – Mention ou utilisation dans les traités des différentes règles géométriques pour le choix de l'inclinaison des joints des plates-bandes ; le symbole \approx indique une utilisation implicite de la règle

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

le choix d'un compromis entre ces deux effets, et c'est en substance ce que soulignent Frézier à propos des plates-bandes puis des voûtes plates d'Abeille (Frézier, 1738, p. 65-66, 72, cit. 33 et 42), ainsi que l'Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 78, cit. 119).

Le flou relatif et l'absence d'une solution unique et optimale pour le problème du choix de l'inclinaison des joints explique que l'Académie royale d'architecture puisse recommander en 1698 de placer le centre de convergence plus bas qu'un triangle équilatéral (cit. 156), pour ensuite revenir au triangle équilatéral en 1710 (cit. 162), mais en préconisant de plus l'utilisation des lits brisés pour éviter la rupture de la pierre à cause des aiguïtés.

Une autre illustration de ce phénomène se trouve dans la présentation de l'inclinaison des joints par Rondelet (1804). Ce dernier critique d'une part la proportion de 1 pour 1,5 environ de la figure 7 de la planche XXVII, soit des angles encore plus aigus que ceux donnés par la règle du triangle équilatéral, et encourage la proportion de 1 pour 2,5 des figures 8 et 9 de cette même planche. Il ne donne pas d'indication dans son texte sur l'emplacement à donner au centre de convergence des joints. Par ailleurs, la position de ce centre sera modifiée dans les éditions suivantes. Par exemple sur les planches de Rondelet (1828), pour la figure 7 (dont la numérotation change) une proportion de 1,73 est utilisée (soit le triangle équilatéral), et pour la figure 8 une proportion de 1 pour 2,9. Dans l'édition posthume de 1834, il est simplement indiqué que l'angle entre sommiers peut varier entre 40° et 60° (Rondelet, 1834, p. 118, cit. 78).

Permanence de la règle du triangle équilatéral dans les traités

La synthèse donnée sur la table 6.1 montre la permanence de la règle du triangle équilatéral dans les traités d'architecture jusqu'à la fin du XIX^e siècle, alors qu'en pratique il semble que les tailleurs de pierre utilisent plutôt la règle du « 1 pour 3 » à partir du début du XVIII^e siècle. Nous avançons les hypothèses suivantes, qui pourraient expliquer la divergence qui se produit entre la règle prescrite majoritairement dans les traités et la pratique des tailleurs de pierre :

- les auteurs peuvent, par tradition, reprendre la règle qui figurait dans les traités déjà publiés – la règle la plus anciennement transmise par les traités est celle

(*p. ex.* Diderot et d'Alembert, 1765a, cit. 46, Diderot et d'Alembert, 1765b, cit. 49). Cette propriété découle probablement (ce n'est pas indiqué dans les textes) de la théorie de La Hire avec voussoirs à joints glissants, appliquée également par Bélidor (1729, Livre II p. 39-40).

Cette propriété est également transmise oralement par les tailleurs de pierre, présentée cette fois-ci comme une observation pratique. Lors de la construction des plates-bandes, les tailleurs de pierre observent que les plates-bandes à joints peu inclinés poussent plus que les autres (serrage des joints, déformation des appuis, etc.) Cette observation nous a été rapportée par Luc Tamboréro.

Notons que dans le cadre du calcul à la rupture, lorsque la plate-bande présente un fort rapport portée sur hauteur L/h (la plate-bande a une forme élancée), le critère de résistance en frottement n'intervient pas, comme nous le verrons dans le chapitre 15 consacré à l'étude mécanique des plates-bandes. Le calcul à la rupture permet d'étudier les chargements extrêmes, et non la situation d'équilibre réelle se produisant dans la plate-bande. Le calcul à la rupture ne permet donc pas de donner une réponse à cette question. De plus, les plates-bandes à joints verticaux, qui ne sont pas admises en pratique pour la construction, présentent des domaines des chargements supportables similaires à ceux des plates-bandes à joints inclinés. Il y a donc ici une limite à n'étudier la stabilité des plates-bandes que par le calcul à la rupture.

- du triangle équilatéral ;
- le triangle équilatéral présente un intérêt esthétique et symbolique que n'ont pas les triangles selon les proportions du « 1 pour 2 » et du « 1 pour 3 » ;
- la règle du triangle équilatéral est plus rapide à dessiner à l'échelle réduite qui est celle de l'architecte et des auteurs des traités (nous reviendrons dans la section 6.3.6 sur les différences pratiques que présentent les trois règles pour les architectes d'une part, et pour les appareilleurs d'autre part) ;
- les avantages des autres règles (moins de cubage de pierre ; moins de risque de casse de la pierre lors de la taille, puis lors de la pose) ne sont pas considérés par les auteurs qui s'adressent plus aux architectes qu'aux tailleurs de pierre.

Il est d'ailleurs surprenant que parmi ces auteurs, Douliot – un tailleur de pierre de formation – présente la construction de la règle du triangle équilatéral et non celle de la règle du « 1 pour 3 » dont il avait nécessairement connaissance.

Hypothèses sur l'évolution de l'emploi des règles

Les informations fournies par les traités ne sont pas nécessairement représentatives des pratiques de chantier, ainsi que l'illustre la permanence de la règle du triangle équilatéral dans les traités alors que cette dernière n'est plus employée en pratique au XIX^e siècle. Nous formulons les hypothèses suivantes sur l'évolution de l'emploi des règles géométriques sur chantier, basées sur le catalogue d'exemples construits de plates-bandes réunis dans le cadre de cette thèse. Premièrement, la majorité des exemples de plates-bandes de l'Antiquité et du Moyen Âge ne correspondent pas à la règle du triangle équilatéral. La règle du triangle équilatéral semble s'être imposée en France à partir du XVI^e ou XVII^e siècle à la fois sur chantier et dans les traités, peut-être sous l'influence des traités italiens (par exemple Serlio). Deuxièmement, la remise en question de la règle du triangle équilatéral intervient rapidement, dès la fin du XVII^e siècle, avec l'utilisation fréquente des lits brisés, puis par l'abaissement du centre de convergence des joints, dont Frézier se fait l'écho en 1738. Une étude d'archéologie du bâti, que nous n'avons pas menée, serait nécessaire pour confirmer et préciser ces hypothèses d'évolution. Il est certain cependant qu'il existe un vrai décalage concernant les plates-bandes entre le tableau dressé par l'étude des traités d'architecture et la pratique sur chantier au moins à partir du XVIII^e siècle.

6.3.5 Méthodes de tracés

Les règles que nous venons de voir permettent de définir le centre de convergence des rayons par construction d'un triangle, pointe en bas. L'appareil de la plate-bande peut être obtenu en divisant l'angle en autant de secteurs angulaires qu'il y a de claveaux. Il existe cependant plusieurs méthodes pour cette dernière étape, dont l'étude permet de distinguer les avantages et les inconvénients dans la pratique respective de l'architecte, qui dessine à échelle réduite, et de l'appareilleur, qui dessine en vraie grandeur.

Nous présentons dans un premier temps les trois techniques décrites dans les traités, que nous appellerons respectivement, à défaut de terminologie établie les concernant :

- la méthode du centre de convergence ;

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

- la méthode des divisions égales ;
- la méthode de proportion des saillies.

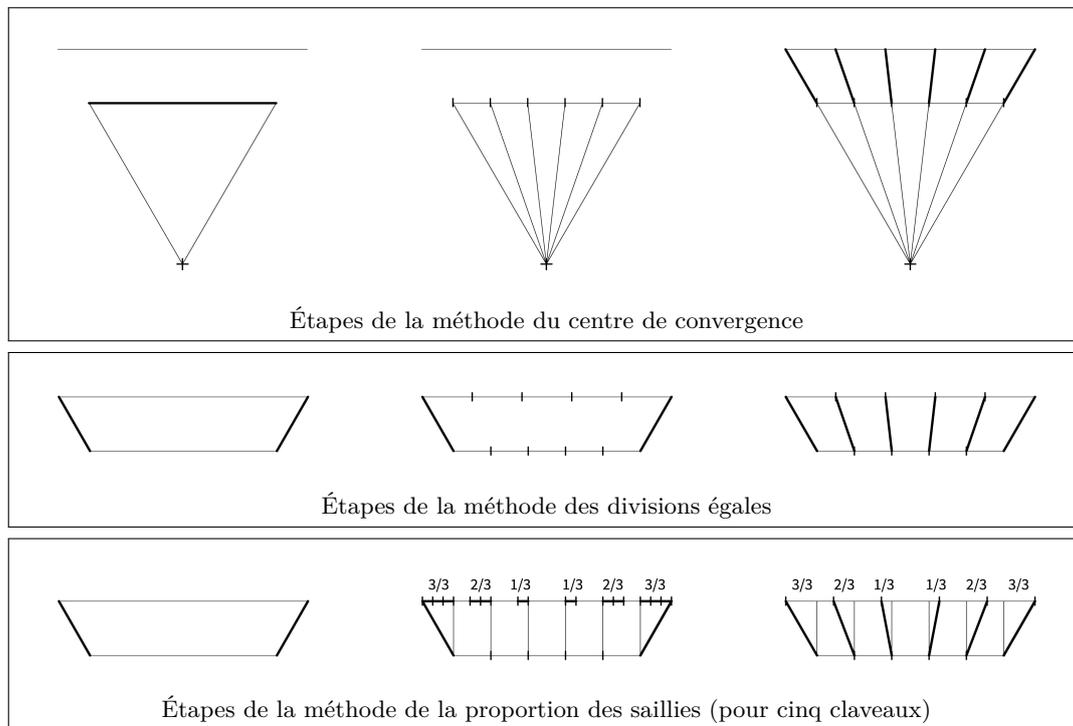


Fig 6.26 – Méthodes de tracé de l'appareil d'une plate-bande à cinq claveaux

Méthode du centre de convergence

La *méthode du centre de convergence* nécessite, comme son nom l'indique, le centre de convergence des rayons. Le secteur angulaire, défini par le triangle dont la base est l'intrados et le sommet le centre de convergence, est divisé en autant de triangles qu'il y a de claveaux à dessiner (fig. 6.26). Cette division peut être réalisée :

- en divisant l'angle au sommet du triangle en autant d'angles égaux qu'il y a de claveaux ;
- en divisant l'intrados en autant de segments égaux qu'il y a de claveaux.

L'appareil de la plate-bande est obtenu en prolongeant les droites partant du centre de convergence jusqu'à l'extrados.

Cette méthode, dans sa version avec division de l'intrados en parties égales, est présentée par exemple par Douliot (1825, p. 77) et Adhémar (1845, p. 10). Frézier (1738, p. 65) présente cette méthode dans sa version avec division de l'angle en parties égales.

Il est à noter que la division égale de l'angle d'une part et la division égale de l'intrados d'autre part ne donnent pas le même résultat. La division égale de l'intrados permet d'obtenir des claveaux qui ont tous le même poids W_0/k avec W_0 le poids total de la plate-bande et k le nombre des claveaux (car les panneaux de tête ont tous la même aire). L'appareil paraît très régulier à l'œil (fig. 6.27 à droite). A contrario,

la division égale de l'angle donne des panneaux de tête un peu plus importants à proximité des sommiers ; la clé paraît plus petite que les claveaux près des sommiers (fig. 6.27 à gauche). Cet effet est discret, mais reste perceptible sans nécessiter de mesure.

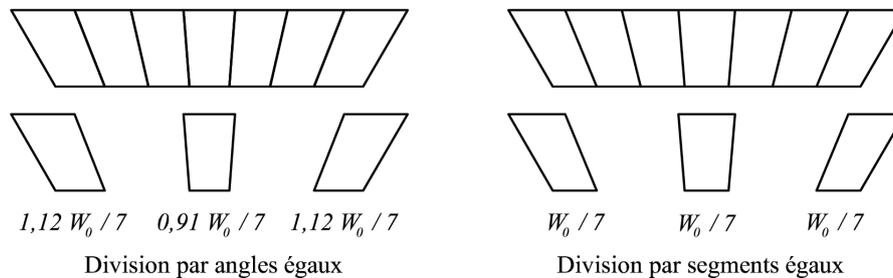


Fig 6.27 – Comparaison des coupes données par la division égales des angles du triangle, et la division égale de l'intrados

Méthode des divisions égales

La *méthode des divisions égales* n'utilise pas le centre de convergence des rayons. Le point de départ de la méthode est donné par les deux joints des sommiers de la plate-bande (fig. 6.26). Les segments qui relient ces deux joints sont l'intrados et l'extrados. En divisant ces derniers chacun en autant de parties égales qu'il y a de claveaux, puis en reliant les points obtenus par des segments, on obtient l'appareil de la plate-bande.

Le résultat obtenu est le même que celui de la méthode du centre de convergence dans sa version avec division de l'intrados en parties égales. Cependant, dans cette seconde méthode à aucun moment le centre de convergence des joints n'est utilisé.

Cette méthode est présentée par Frézier (1738, p. 66, cit. 34) en plus de la méthode du centre de convergence.

Méthode de proportion des saillies

La *méthode de proportion des saillies* n'utilise pas le centre de convergence des rayons. Comme pour la méthode des divisions égales, le point de départ est donné par les deux joints des sommiers de la plate-bande (fig. 6.26). Les segments qui relient ces deux joints sont l'intrados et l'extrados. L'intrados est divisé en autant de segments égaux qu'il y a de claveaux. En revanche, la division de l'extrados suit un système de proportion des saillies ; nous appelons ici saillie la distance horizontale qui sépare la partie supérieure d'un joint incliné par rapport à la partie inférieure.

La saillie des joints des sommiers étant connue, elle est divisée en m modules, avec m le nombre de joints se trouvant de part et d'autre de la clé. Pour une plate-bande à cinq claveaux, il y a $m = 3$ joints de part et d'autre de la clé. En partant de la clé, le premier joint a une saillie de un module, le deuxième de deux modules, et ainsi de suite jusqu'au joint du sommier qui a une saillie de m modules.

Comme dans le cas de la méthode des divisions égales, cette méthode ne nécessite pas de connaître le centre de convergence des rayons correspondant aux joints des sommiers. Cependant, cette méthode ne présente pas la propriété de donner des joints convergents en un point unique, comme l'illustre la figure 6.28 sur deux exemples (plates-bandes à cinq et sept claveaux).

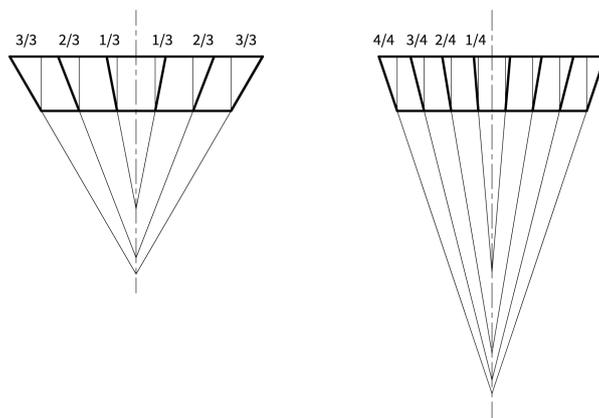


Fig 6.28 – Non convergence des joints tirés de la méthode de proportion des saillies

Cette méthode est présentée succinctement par Simonin dans le cas particulier d'une plate-bande en fausse-coupe à cinq claveaux (Simonin, 1792, p.37, cit. 67 – fig. 8.3). Simonin utilise par ailleurs également la méthode des divisions égales ou du centre de convergence dans le cas d'une « arrière voussure en plate-bande, ébrasée en quart de cercle » (Simonin, 1792, p. 30 – fig. 6.24).

6.3.6 Architectes et appareilleurs

Les méthodes de tracé présentées ci-dessus présentent des avantages et des inconvénients différents, selon le point de vue adopté : celui de l'architecte, dessinant à l'échelle réduite, et celui de l'appareilleur, dessinant en vraie grandeur.

Notons pour commencer que les règles servant à déterminer l'inclinaison des joints (règles du triangle équilatéral, du « 1 pour 2 » et du « 1 pour 3 ») peuvent être facilement adaptées pour obtenir l'inclinaison des joints des sommiers au lieu du centre de convergence des joints. En traçant au point d'appui un segment avec une pente de « 1 pour 3 », on obtient le même joint incliné que celui qu'on obtiendrait avec la règle du « 1 pour 3 » appliquée à la portée de la plate-bande, puis en prolongeant le trait jusqu'à l'extrados (fig. 6.29). De même, en traçant un segment à 30° avec la verticale, on obtient le même joint incliné que celui qu'on obtiendrait avec la règle du triangle équilatéral. Les règles des traités peuvent donc être appliquées avec les trois méthodes de tracé présentées sans nécessairement dessiner la position du centre de convergence des rayons.

Nous comparons ici la méthode des centres de convergence (avec division de l'intrados en parties égales) et la méthode des divisions égales⁽¹⁶⁾. Notons que ces deux

(16). La méthode de proportion des saillies présente les mêmes avantages que celle des divisions égales dans le cadre de cette comparaison.

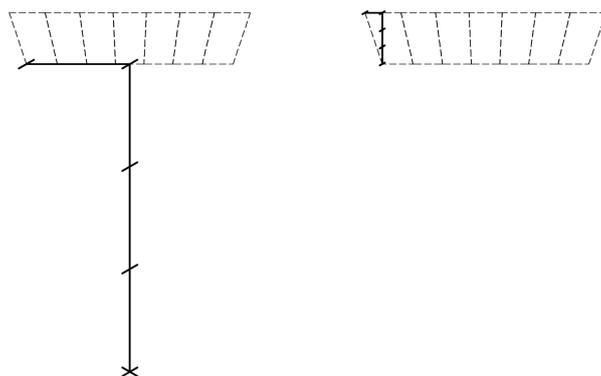


Fig 6.29 – Règle du « 1 pour 3 » dessinée sur la portée (à g.), et sur le joint du sommier (à d.), donnant un appareil identique

méthodes donnent exactement le même appareil, si les joints des sommiers choisis pour la méthode des divisions égales convergent au centre de convergence utilisé avec la méthode des centres de convergence. Notre comparaison concerne donc les méthodes elles-mêmes, et non les résultats produits par les méthodes (qui sont identiques).

La méthode des divisions égales nécessite une épure occupant un espace beaucoup plus réduit que celui de la méthode du centre de convergence, surtout si on utilise la règle du « 1 pour 3 » qui éloigne significativement le centre de convergence de l'intrados de la plate-bande. Elle est donc bien adaptée au chantier, car elle nécessite peu d'espace au sol pour le tracé. Cette compacité a pour corollaire une plus grande rapidité d'exécution, les déplacements de l'appareilleur (qui travaille en vraie grandeur l'échelle du mètre) étant également plus réduits.

Inversement, il sera plus simple et plus rapide pour un dessinateur travaillant à échelle réduite de travailler avec une règle et un compas en déterminant d'abord le centre de convergence, puis en tirant des traits depuis ce dernier pour dessiner l'appareil. Le dessin sera généralement trop petit pour permettre de dessiner facilement la règle du « 1 pour 3 » sur la hauteur du joint du sommier.

Il est possible que cette différence d'échelle des dessins et des épures sur chantier soit un facteur explicatif que la règle du triangle équilatéral persiste dans les traités, alors que ces mêmes traités soulignent les problèmes d'aiguïté des joints qu'elle provoque. En effet, la méthode la plus rapide du point de vue du dessin est celle du triangle équilatéral, qui ne nécessite que deux coups de compas pour déterminer le centre de rayonnement des joints. La règle du « 1 pour 3 » nécessite quant à elle de diviser en deux la portée, pour ensuite la reporter trois fois, ce qui est plus long et moins commode, surtout lorsque les dessins sont répétitifs. De plus, les avantages mécaniques de la règle du « 1 pour 3 » n'ont pas nécessairement le même intérêt pour le dessinateur (qui travaille en atelier) que pour l'appareilleur (qui travaille sur chantier).

Cette différence des pratiques ne concerne pas uniquement l'architecte et l'appareilleur. Monduit la souligne également entre l'élève et l'appareilleur (Monduit, 1889, cit. 99).

Cette différence des intérêts et des méthodes de tracés respectives de l'architecte et de l'appareilleur trouve son illustration la plus frappante dans les plates-bandes

à refends, où l'appareil souligné par les refends ne correspond pas nécessairement à l'appareil réel. Ainsi, les plates-bandes du 6 rue des Beaux-Arts à Paris (section 6.7.1) présentent d'une part un faux-appareil à refends à trois claveaux et suivant la règle du triangle équilatéral, et d'autre part un appareil réel à cinq claveaux et suivant la règle du « 1 pour 3 ». Le faux-appareil correspond probablement au dessin de la façade voulu par l'architecte, tandis que l'appareil réel, presque invisible, a probablement été tracé par l'appareilleur indépendamment (ou peut-être sous le contrôle) de l'architecte.

6.3.7 Les « portes bombées » et les « croisées bombées »

Au XVIII^e siècle, les trois types de portes ou fenêtres admis dans l'architecture française selon J.-F. Blondel sont les *croisées*⁽¹⁷⁾ *en plein-cintre*, les « croisées carrées » ou « croisées en plate-bande », et les « croisées bombées » (Blondel, 1752, p. 108, 113, cit. 52 et 54). Blondel exclut les « croisées surbaissées » (*arcs en anse-de-panier*) et les « croisées surmontées » (*arcs brisés*). D'Aviler (1691) utilise quant à lui le terme de « plate-bandes bombées » (fig. 6.1).

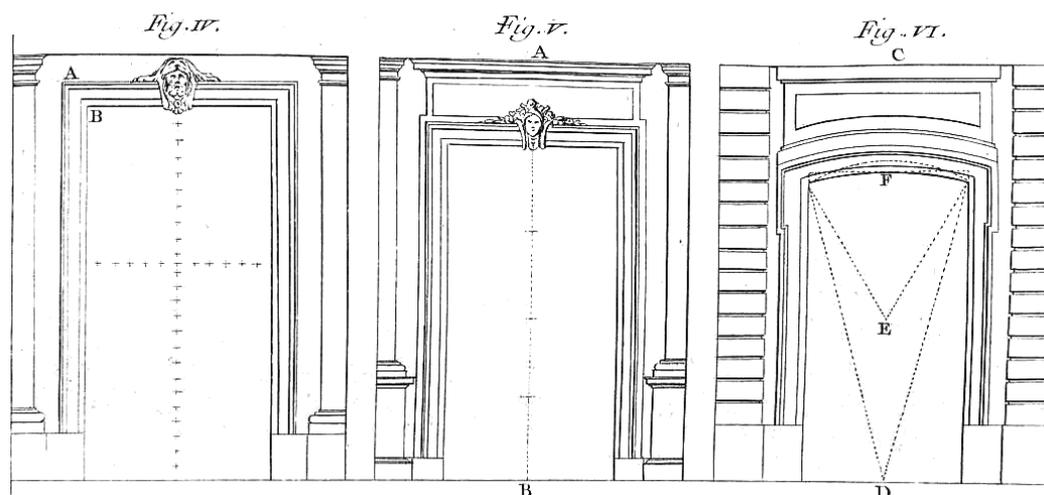


Fig 6.30 – « Portes carrées » et « Portes bombées », d'après Blondel (1752, p. 111)

Les portes et croisées bombées correspondent aux portes et fenêtres couvertes d'un *arc segmentaire*. La détermination du centre de l'arc, qui détermine sa forme, ou de façon équivalente sa flèche, répond essentiellement à des préoccupations esthétiques pour Desgodets et Blondel. Il s'agit de trouver la forme la plus juste du point de vue du décor architectural, dans un ensemble réglé par le jeu des proportions de la théorie des ordres.

Bien qu'il n'y soit pas fait référence, nous supposons qu'une fois le centre de l'arc déterminé pour l'épure de l'arc segmentaire, le même centre est utilisé, par commodité, comme centre de convergence des joints. Cette solution, la plus simple

(17). Le terme *croisée* désigne aujourd'hui les fenêtres divisées en croix par un meneau et un croisillon. Au XVIII^e siècle, le terme *croisée* est employé par J.-F. Blondel pour désigner une fenêtre, sans qu'il soit question de meneau ou de croisillon.

que l'on puisse imaginer dans cette situation puisqu'elle ne nécessite aucun tracé complémentaire, donne des joints perpendiculaires à l'intrados, et suit donc le *principe de normalité* défini précédemment.

Les règles évoquées dans les traités pour déterminer le centre de l'arc segmentaire des plates-bandes bombées sont les suivantes.

- D'Aviler (1691, p. 116) donne pour centre le sommet du triangle équilatéral renversé, dont la base correspond à la largeur de la porte ou de la fenêtre, alors qu'il ne mentionne pas de règle particulière concernant les plates-bandes droites (cit. 16).
- Desgodets (1719, p. 98) donne la même règle que d'Aviler, avec le triangle équilatéral.
- Tiercelet (1728, p. 61) mentionne également le triangle équilatéral (cit. 25).
- Blondel (1752, p. 114) donne deux limites à ne pas dépasser pour les portes (fig. 6.30). Le centre doit être situé entre le centre donné par la règle du triangle équilatéral, et le centre qui serait donné par une règle du « 1 pour 4 ». Ces limites sont données pour des raisons esthétiques et non mécaniques ou liées à la coupe des pierres (Blondel, 1752, p. 110, cit. 53). La même règle s'applique aux fenêtres (cit. 55).

Les essais de typologie du portail dans l'architecture privée parisienne, réalisés par Kamovska-Monnereau concernant le XVII^e siècle, puis les années 1700-1750, permettent de quantifier pour Paris la fréquence de l'utilisation de ces formes (sans distinguer ici le linteau de la plate-bande, ou l'architrave en pierre de celle en maçonnerie ou en bois enduit). Ainsi, sur les 300 exemples de portails répertoriés au XVII^e siècle à Paris, 89 correspondaient à des « portes à baie rectangulaire » (Kamovska-Monnereau, 2006, p. 42). Entre 1700 et 1750, par contre, les baies rectangulaires sont les moins représentées du corpus (9 sur 240 – Kamovska-Monnereau, 2004). À cette époque, les portes bombées (arcs segmentaires) sont beaucoup plus utilisées que les portes droites.

6.4 Hauteur des claveaux

Les indications sur la hauteur à donner aux plates-bandes sont relativement rares dans les traités d'architecture de l'Époque Moderne, et plus fréquentes après la Révolution. En effet, à l'Époque Moderne, l'accent est porté par les auteurs des traités plus sur l'inclinaison des joints, les crosettes, tenons, lits brisés etc., que sur la hauteur des claveaux. La hauteur joue pourtant un rôle important vis-à-vis de la stabilité des plates-bandes.

Les traités de la Renaissance se focalisent sur les systèmes de proportions à donner aux ordres, et ce également pour les ornements des fenêtres. À titre d'exemple, Palladio préconise que l'architrave ait comme hauteur au moins la largeur des jambages de la baie, eux-mêmes devant être compris entre le sixième et le cinquième de la portée (Palladio, 1570, p. 56). Les dimensions à donner aux frises et corniches au-dessus de l'architrave sont basées sur le module donné par la division en quatre de l'architrave.

Nous donnons dans la suite les différentes méthodes présentées dans des traités pour trouver la hauteur des plates-bandes. La méthode la plus courante est de prendre

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

comme hauteur une fraction de la portée libre de la plate-bande. Dans les autres cas, nous donnerons également le rapport portée sur hauteur L_i/h lorsque ce dernier peut être déduit de la méthode, pour permettre la comparaison des méthodes entre elles. La synthèse de ces règles est donnée sur la figure 6.31, où ont également été reportées les positions de plates-bandes présentées dans le catalogue en annexe.

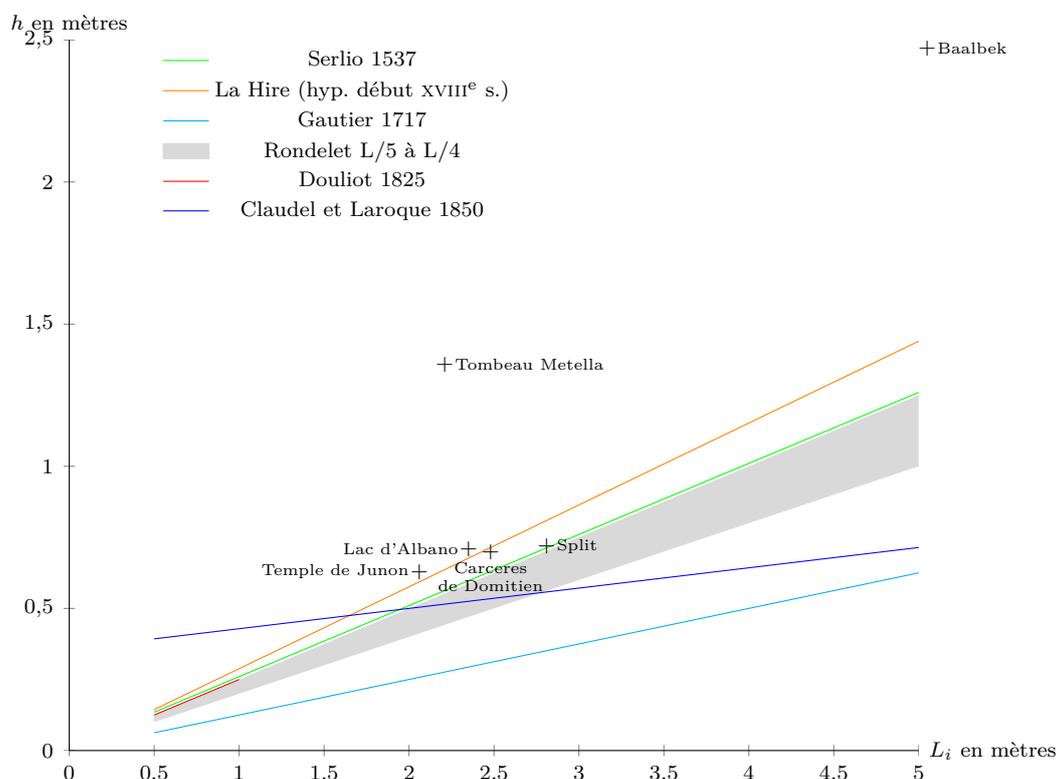


Fig 6.31 – Hauteur de la plate-bande suivant différents auteurs⁽¹⁸⁾

Serlio (1537)

Serlio (1537, 10v, cit. 2) indique sur l'exemple d'une porte de l'ordre Toscan que la hauteur à donner à la plate-bande est le quart de la portée. Cette règle, donnée pour un exemple particulier, s'applique assez bien aux autres exemples de plates-bandes de l'ordre Toscan de son traité (*p. ex.* 9v, 10v, 17v – fig. 6.18), à l'exception du dessin de la page 16v où la plate-bande présente une hauteur supérieure à la moitié de la portée.

Jousse (1642)

Jousse (1642) donne les méthodes de tracé de l'appareil de trois types de plates-

(18). Les dimensions des exemples de plates-bandes de l'Antiquité représentés par Rondelet sont indiquées sur cette figure (Rondelet, 1828, Pl. XXX). Par ailleurs, les droites correspondant aux règles de Serlio et de Douliot sont légèrement décalées verticalement pour éviter leur superposition sur le domaine donné par Rondelet, et faciliter la visibilité du graphique.

bandes : « plate-bande droite », « plate-bande biaise » et « plate-bande sous la tour ronde ». Il n'indique pas la hauteur à donner aux plates-bandes, et les ratios de la portée sur la hauteur des plates-bandes dessinées sont variables. Pour le tracé le plus simple d'une plate-bande droite (fig. 6.22), le rapport portée sur hauteur vaut $L_i/h = 2,15$.

De La Hire (1712)

Le fascicule de l'encyclopédie des compagnons du devoir concernant les plates-bandes a été rédigé par Jérémie Fierens dans le dernier quart du XX^e siècle. Il donne une méthode graphique pour déterminer la hauteur à donner à une plate-bande (Association ouvrière des Compagnons du devoir, 1996, p. 78-79, voir fig. 6.33 à d.). Cette méthode utilise le triangle équilatéral de sommet F et dont la base correspond à la portée AB de la plate-bande à l'intrados. Il s'agit du même triangle équilatéral que celui de la règle géométrique permettant d'obtenir l'inclinaison des joints que nous avons vu précédemment. Le point E donnant la hauteur de la plate-bande est obtenu par l'intersection entre la perpendiculaire à AF passant par A et l'axe vertical FD de la plate-bande. Cette méthode donne un ratio hauteur de plate-bande sur portée de $h/L_i = \tan(\pi/6)/2 = 0,289$ ou $L_i/h = 3,46$, soit une hauteur comprise entre le tiers et le quart de la portée.

Cette méthode est équivalente à dessiner l'équilibre limite d'une plate-bande en utilisant la théorie des claveaux sans frottement de De La Hire (1712), sous réserve que l'inclinaison des joints de la plate-bande respecte la règle du triangle équilatéral. Nous n'avons pas trouvé d'indices dans les traités qui permettent de démontrer que cette méthode pour trouver la hauteur des plates-bandes a bien été proposée par De La Hire, cependant le lien conceptuel entre cette méthode graphique et la théorie de De La Hire est évident⁽¹⁹⁾. Nous ferons référence à cette méthode dans la suite en la qualifiant de *méthode de De La Hire*.

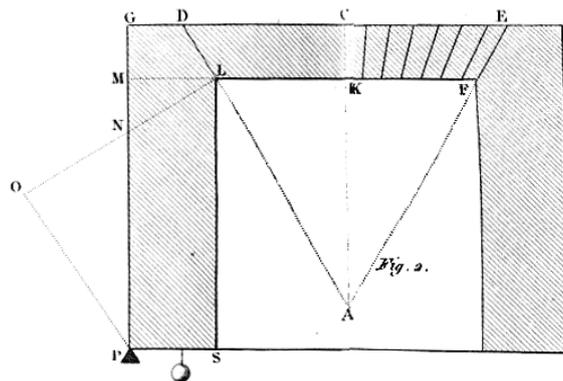


Fig 6.32 – Épaisseur à donner aux piédroits qui soutiennent une plate-bande, d'après d'après Bélidor (1729, Pl. 6)

(19). La théorie de De La Hire (1712) concernant la stabilité des plates-bandes, ou plus précisément des piédroits supportant les plates-bandes, est analysée par Becchi (2012).

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

Cependant l'appareil pris pour l'exemple de l'encyclopédie est celui donné par la règle du « 1 pour 3 ». L'exemple de l'encyclopédie des compagnons combine donc deux règles concernant l'inclinaison des claveaux. La première, celle du « 1 pour 3 », est explicite et donne l'inclinaison réelle à donner aux joints des claveaux. La seconde, celle du triangle équilatéral, est implicite et peut être reliée via la théorie de De La Hire à l'équilibre de la plate-bande.

Nous faisons l'hypothèse que la règle a initialement été formulée par De La Hire ou un de ses élèves telle que dessinée sur la figure 6.33 à gauche, c'est-à-dire en ne faisant usage que du triangle équilatéral à la fois pour obtenir la hauteur de la plate-bande et l'inclinaison des joints. La règle donne une hauteur comprise entre le tiers et le quart de la portée, donc semblable aux exemples construits sans cette règle au XVII^e siècle. Lors de l'apparition de la règle du « 1 pour 3 » probablement fin XVII^e siècle ou début XVIII^e siècle, la nouvelle règle appliquée pour l'inclinaison des joints ne pouvait être appliquée pour la hauteur des plates-bandes, car le ratio qui aurait été obtenu $L_i/h = 6$ était trop important (la plate-bande trop fine – fig. 6.33 au centre).

Frézier fait explicitement le lien entre le triangle équilatéral et la théorie de De La Hire, et souligne qu'il faut prendre en considération la modification de la position du centre de convergence dans les calculs et modifier en conséquence le calcul de l'épaisseur à donner aux piédroits (Frézier, 1738, p. 65-66, cit. 33).

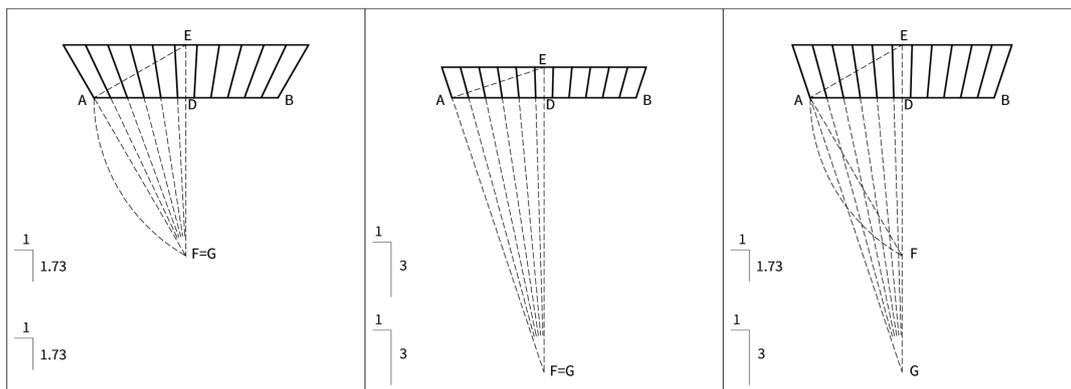


Fig 6.33 – Règle géométrique pour la détermination de la hauteur de la plate-bande; figure de droite d'après Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 78)

Gautier (1717)

Gautier (1717, p. 14) donne une méthode liée à la règle géométrique du triangle équilatéral, dans laquelle la hauteur des claveaux est donnée par la distance entre un arc dont le centre est le sommet du triangle équilatéral, et l'intrados (fig. 6.34). Cette méthode donne un ratio hauteur de plate-bande sur portée de $1 - \cos(\pi/6) = 0,134$ que Gautier arrondit comme étant le huitième de la portée $h/L_i = 0,125$.

Cette méthode est en rupture avec les autres méthodes listées ici, car elle produit des plates-bandes beaucoup plus fines. L'origine de cette différence pourrait être liée au type de constructions considérées, Gautier traitant des ponts, alors que les autres règles relevées ici sont présentées pour les bâtiments.

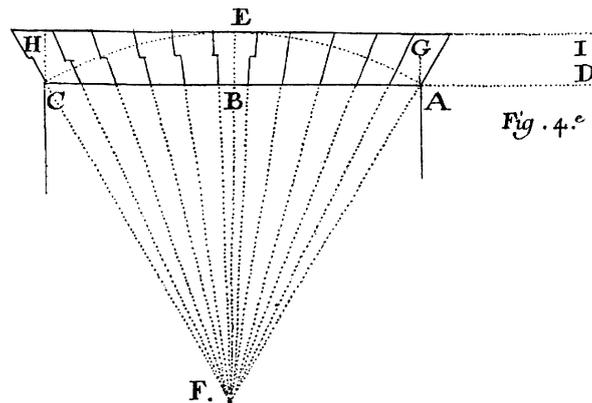


Fig 6.34 – Hauteur et inclinaison des joints à donner à une plate-bande, d'après Gautier (1717, Pl. II Fig. 4)

Après la Révolution

Rondelet (1804, p. 95, cit. 75) indique que l'épaisseur d'une voûte plate ou d'une plate-bande devrait être de l'ordre du quart de la portée, et au minimum du cinquième de la portée pour que les systèmes d'armatures en fer puissent en assurer la stabilité. Nous en déduisons que selon Rondelet pour les plates-bandes sans armatures métalliques, la hauteur doit également être à minima supérieure à ces proportions. Douliot (1825, p. 79) indique que pour les petites portées inférieures à 1 m, il faut donner à la plate-bande au moins le quart de sa largeur. Claudel et Laroque (1850, p. 242) donnent une expression analytique plus complexe qui se distingue des règles vues jusqu'à présent car la hauteur n'est plus simplement proportionnelle à la portée.

Dans une voûte appareillée en plate-bande, on a, toutes les dimensions étant exprimées en mètres,

$$h = \frac{L_i + 5}{14} \quad \text{et} \quad x = 3 \left(\frac{L_i^2 - h^2}{2h} \right) \quad (6.1)$$

L_i, moitié de la largeur à recouvrir.

h, hauteur de la plate-bande.

x, distance du point de concours de tous les plans de joints à l'intrados de la plate-bande

Claudel et Laroque (1850, p. 242)

Ces formules sont reprises par Barré et Barré (1896, p. 652).

Lorsqu'il n'est pas possible de donner à la plate-bande une hauteur suffisante, Douliot (1825, p. 81, cit. 79) présente les crossettes et les tenons intérieurs comme des solutions « plus ou moins efficaces » pour compenser le manque de hauteur. Chaix (1890, p. 175, cit. 110) reprend les exemples de Douliot, mais en se montrant nettement plus réservé quant à leur efficacité.

Exemples construits à faible hauteur

Gautier (1717, p. 15) donne l'exemple d'une plate-bande construite « dans l'Eglise

des Reverends Peres Jesuites à Nismes, faite sous la conduite de feu le Reverend Pere Mourgues, & du Dessein de feu Sieur Cubisol, habile architecte ». Cette plate-bande a quatre toises, deux pieds, six pouces de longueur et un pied d'épaisseur, soit un rapport portée sur hauteur de $L_i/h = 26,5/1 = 26,5$. Cet exemple est ensuite repris par d'autres auteurs (Frézier, 1738, p. 67; Gauthey, 1843).

Huerta Fernández (2012) cite l'exemple d'une « plate-bande tridimensionnelle » dans le chœur du monastère El Escorial, présentant un rapport portée sur hauteur de $L_i/h = 28$.

Ces deux exemples exceptionnels par leur faible hauteur par rapport à leur portée, bien que mentionnés dans des chapitres traitant des plates-bandes, appartiennent vraisemblablement plutôt à la catégorie des voûtes plates, soumises aux charges de circulation de personnes (*surcharges d'exploitation*) et non au poids de maçonneries, ce qui rend délicat toute comparaison avec les règles précédemment mentionnées pour les plates-bandes des bâtiments.

6.5 Détails constructifs

6.5.1 Crossettes

Dimensions et matériau

Les traités apportent les informations suivantes sur la dimension de la saillie des crossettes, également appelées « repos horizontal » ou « ressaut » :

- ne doit pas être supérieure à 2 ou 3 pouces selon Rondelet (1804, p. 101, cit. 76) ;
- doit être égale pour toutes les crossettes, et ne doit pas être supérieure au quart de la demi épaisseur de la plate-bande, soit le huitième de l'épaisseur de la plate-bande selon Douliot (1825, p. 82) ;
- ne doit pas être supérieure au quart de l'épaisseur du claveau selon Chaix (1890, p. 174), et selon l'Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 129).

Rondelet précise par ailleurs que la partie au dessus de la saillie doit être supérieure à deux fois la saillie (Rondelet, 1804, p. 101, cit. 76).

Douliot (1825), puis Chaix (1890), donnent le moyen de tracer ces crossettes, et ces deux auteurs les placent alignées sur une droite à mi-hauteur de la plate-bande, comme le fera plus tard l'Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 128). D'autres dispositions sont envisageables. Une plate-bande romaine du palais de Dioclétien à Split (Croatie) présente des crossettes alignées sur deux droites inclinées de part et d'autre de la clé (fig. 6.37). De Vinci a également dessiné des crossettes disposées alternativement sur deux droites horizontales (voir section 9.4.4). Les joints peuvent également présenter deux crossettes au lieu d'une seule, bien que ces cas soient beaucoup plus rares. La plate-bande déchargeant le linteau de la porte du premier étage du mausolée de Théodoric à Ravenne (Italie), construit en 519 (Cejka, 1978, 5-Taf1), présente des doubles crossettes visibles de l'intérieur du bâtiment. Au Moyen Âge, le chauffoir de l'abbaye de Longpont présente une plate-bande à double

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

crossettes (fig. B.51). Il existe enfin des plates-bandes à double crossettes en Égypte (fig. 6.35 et 6.36).



Fig 6.35 – Plate-bande à double crossettes, Le Caire (Égypte) – photo : Louis Jacquart, 2016

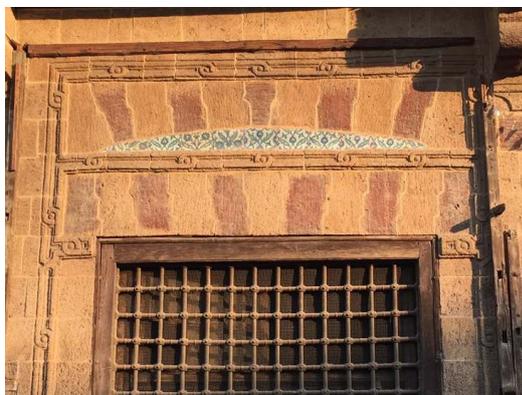


Fig 6.36 – Plate-bande à double crossettes, Le Caire (Égypte) – photo : Louis Jacquart, 2016

Rondelet et Chaix indiquent que les plates-bandes à crossettes peuvent, ou doivent, être réalisées avec une pierre dure (Rondelet, 1804, p.101, cit. 76 ; Chaix, 1890, p. 175, cit. 111).

Discussion des crossettes dans les traités

Les crossettes sont employées pour les plates-bandes dès l'Antiquité. Elles ont été utilisées de façon fréquente au Moyen Âge pour la construction des manteaux des cheminées.

L'emploi des crossettes ne fait pas l'objet d'un consensus. Certains auteurs conseillent leur utilisation (Monduit, 1889), ou y voient un moyen de pallier une hauteur disponible réduite (Douliot, 1825). D'autres auteurs les critiquent (Frézier, 1738 ; Adhémar, 1845). D'autres encore mentionnent avantages et inconvénients supposés sans toutefois apporter d'avis tranché sur la question (Gautier, 1717, cit. 23).

Les traités qui proposent d'employer des crossettes font généralement appel à la stabilité de la plate-bande pour expliciter leur utilité, mais les arguments sont divers. Selon Diderot et d'Alembert (1765a), les crossettes permettent de diminuer la poussée de la plate-bande sans devoir recourir à des angles de joints trop importants qui risqueraient d'entraîner la rupture des arêtes (cit. 47). Tiercelet les conseille, sous le vocable de « voussoir à crochet », dans le cas où l'on ne dispose pas d'« une bonne butée » (Tiercelet, 1728, p. 53, cit. 24). Adhémar propose le même argument concernant les voûtes plates, mais son raisonnement s'applique également aux plates-bandes (Adhémar, 1845, p. 15, cit. 82). Pour ce dernier, il n'y a pour les voûtes plates tout simplement « pas de poussée » grâce aux crossettes. Monduit indique quant à lui qu'elles permettent d'éviter l'usage d'« horribles linteaux en fer », et sous-entend que leur absence ne s'expliquerait que pour des raisons d'économie de taille de pierre et de temps de pose (Monduit, 1889, p. 72, cit. 96). Enfin, Chaix présente les crossettes

comme une solution lorsque la hauteur disponible pour la plate-bande est insuffisante, tout en se montrant réservé sur l'efficacité des différents systèmes à crossettes, y compris les plates-bandes à tenons intérieurs qu'il inclut sous cette dénomination (Chaix, 1890, p. 175, cit. 110).

La critique des crossettes peut être basée sur des arguments esthétiques. Frézier critique l'utilisation des crossettes (Frézier, 1738, p. 66, cit. 35), et propose de leur substituer un autre système avec des balles de plomb de son invention, que nous verrons dans la prochaine sous-section. Bien qu'il classe les crossettes parmi les « moyens de donner de la solidité à ce genre de voûte⁽²⁰⁾ », son objection est basée sur une appréciation esthétique. Il indique que la « déformité » que représente les crossettes n'est acceptable que lorsqu'elle peut être cachée par une moulure. Un exemple de plate-bande de ce type se trouve à la chapelle Saint-Louis de l'hôpital de la Salpêtrière (fig. 8.7). Couvrant des portes latérales de la chapelle, ces plates-bandes présentent des joints verticaux, avec une crossette masquée par le sommet du chambranle de la porte. Tiercelet indique également que les « crochets » des voussoirs pourraient être masqués comme le sont les joints inclinés par les joints verticaux dans les plates-bandes en fausse-coupe (Tiercelet, 1728, p. 53, cit. 24).

Adhémar juge également défavorablement l'aspect des crossettes dans le cas des plates-bandes (tout en soulignant leur avantage pour les voûtes plates, comme nous l'avons vu ci-dessus). Il donne le système des tenons intérieurs comme un moyen d'« éviter l'aspect désagréable produit dans la face apparente du mur par la coupe brisée [crossette] » (Adhémar, 1845, p. 13).

Douliot indique que même dans le cas des plates-bandes à crossettes, les joints de la clé doivent être plans et donc dépourvus de crossettes (Douliot, 1825, p. 81, cit. 81). La justification de sa préconisation est liée au processus constructif : la clé étant le dernier claveau mis en place lors du montage d'une plate-bande, et cette dernière devant servir à mettre en compression la plate-bande, l'opération serait trop difficile si les joints en coupe n'étaient pas plans. Chaix, qui s'inspire largement des textes de Douliot dans son chapitre consacré aux plates-bandes, fait les mêmes remarques à propos des clés des plates-bandes (Chaix, 1890, p. 175). Cette préconisation est également reprise par Adhémar (1845, p. 13) et l'Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 128-129, cit. 121)). Cependant, tous les exemples construits de plates-bandes à crossettes que nous reproduisons dans ce document présentent des crossettes sur la clé.

Planat analyse les crossettes à la clé existant sur diverses plates-bandes antiques et juge ces dernières inefficaces pour des raisons similaires à celles de Douliot, mais cette fois-ci en cas de mouvements des appuis de la plate-bande (Planat, 1888b, p. 486-487, cit. 103 – fig. 6.37).

6.5.2 Balles de plomb, cailloux, goujons et os de bœufs

Outre les plates-bandes à tenons et les plates-bandes à clavettes décrites lors de la définition des différents type de plates-bandes, il existe également d'autres artifices mentionnés dans les traités jouant un rôle similaire aux tenons et clavettes : les « Z »

(20). Les voûtes en question sont les voûtes plates et les plates-bandes.

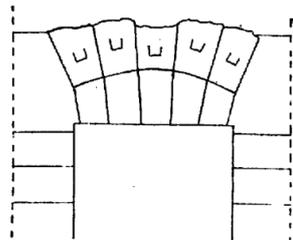


Fig. 16. — Du tombeau de Cécilia Metella

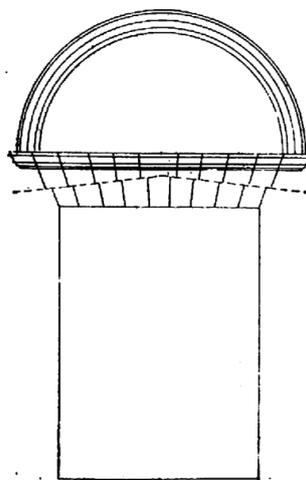


Fig. 17. — Du palais de Dioclétien.

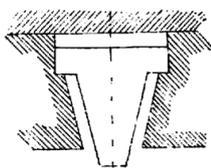


Fig. 18.

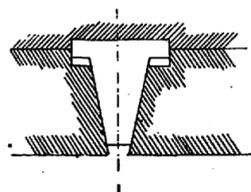


Fig. 19.

Fig 6.37 – Plates-bandes romaines, d'après Planat (1888d, p. 486-487)

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

métalliques, les balles de plomb, les cailloux, les goujons en bois ou en métal, et les os de bœufs.

Balles de plomb et cailloux

Frézier propose un système de son invention pour se substituer au système des plates-bandes à crossettes dont il critique l'efficacité (Frézier, 1738, p. 66, cit. 35). Ce système consiste à placer deux balles de plomb de 1 pouce de diamètre (environ 2,7 cm) à chaque joint. Il n'indique pas si les balles de plomb sont coulées en place dans les « cavités hémisphériques » pratiquées dans le joint, ou si elles sont placées lors de la pose des claveaux. L'Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 129) indique que ce procédé constructif n'a cependant pas été observé en pratique.

Rondelet mentionne les balles de plomb, dont il estime la taille à environ « deux pouces de gros », soit environ 5,4 cm. Il ajoute que des cailloux sont également utilisés, et que ces derniers sont préférables (Rondelet, 1804, p. 101, cit. 77). L'utilisation des cailloux nécessite leur scellement, soit au plomb, soit en coulant les joints de la plate-bande au plâtre (et peut-être avec un coulis de chaux), mais ce détail n'est pas abordé par Rondelet. L'Association ouvrière des Compagnons du devoir (2001, p. 145) indique à propos des voussoirs de voûtes (et non spécifiquement des plates-bandes), que l'usage de cailloux n'a été employé que très ponctuellement.

Goujons en bois, pierre, fer ou bronze

Douliot évoque l'utilisation de goujons « de bois durci au feu ou en pierre très dure », et les crampons en forme de « z », « en fer ou en bronze », scellés au mortier ou ciment gras. Douliot exclut l'utilisation du plâtre dans le cas des crampons en fer (Douliot, 1825, p. 83). Il juge « plus simple et plus solide » l'emploi de ces goujons et crampons, par rapport à l'utilisation des crossettes (Douliot, 1825, p. 82).

Clavettes

Nollet (2012) donne plusieurs exemples de plates-bandes à clavettes à Lyon, Bourges, et Loches, mais également des précédents italiens entre le XV^e et XVI^e siècle.

Os de bœufs

Les suspentes métalliques des plates-bandes armées auraient été remplacées par des os de bœufs dans l'Ouest de la France. Bienvenu (2013, p. 212-213, cit. 141, 142) évoque cette pratique de chantier, qui n'apparaît pas dans les traités de construction, mais qui est présentée au cours d'une expertise sur la construction de la plate-bande du palier de l'escalier monumental du palais de la Chambre des Comptes à Nantes au XVIII^e siècle.

Les autres sources évoquant l'utilisation des os, mais pas spécifiquement dans le cas des plates-bandes, sont les suivantes.

- L'association ouvrière des Compagnons du devoir évoque au moins une fois l'utilisation d'os dans la construction en pierre de taille : « À la pose, on y emboîte une cheville en pierre dure ou en os. Mais aujourd'hui, l'utilisation de ce procédé ancien est exceptionnelle » (Association ouvrière des Compagnons du devoir, 1996, p. 129).
- Viollet-le-Duc évoque également l'utilisation des os dans son article concernant les meneaux des remplages de baies : « La barre G traverse la tête de ces meneaux et maintient les sommiers de la claire-voie au moyen de goujons en os ». Il ajoute en note de bas de page : « À dater du xv^e siècle, les constructeurs qui avaient eu l'occasion de constater combien les goujons en fer, en gonflant par suite de l'oxydation, étaient préjudiciables aux travaux de pierre et les faisaient éclater, remplacèrent ces goujons de métal par des goujons en os de mouton ou en corne de cerf. Ces derniers ont conservé toute leur dureté » (Viollet-Le-Duc, 1863).

6.5.3 La contre-flèche

La contre-flèche est nommée au xviii^e siècle « bombement » (Bullet, Gautier, Frézier, Patte), « exhaussement » (Frézier) ou « élévation sous clef » (Simonin).

La contre-flèche est utilisée pour les plates-bandes pour deux raisons, mises en avant par Bullet dans un mémoire présenté à l'Académie royale d'architecture le 30 juin 1710 (fig. A.6). La première raison est que la plate-bande prend une certaine flèche après son décintrement, et n'est donc plus parfaitement de niveau. La seconde raison est due à un effet optique où une droite paraît courbe. La seconde raison est contestée par Frézier qui indique que cet effet d'optique n'est pas sensible sur des longueurs aussi faibles que celles des plates-bandes (Frézier, 1738, p. 67-68, cit. 38).

Dans le cas spécifique des plates-bandes armées, Patte donne une troisième raison pour donner un léger bombement aux claveaux au centre de la plate-bande. Le bombement est donné à l'aide de cales de bois lors de la pose des claveaux. Lors du décintrage, les cales situés sous les trois claveaux centraux sont enlevées en premier, ce qui induit parfois un léger glissement vers le bas de ces claveaux. Selon Patte (1769, p. 282, 288), le retrait des cales restantes ne produit plus généralement (« à l'ordinaire ») de mouvement.

Bullet donne une contre-flèche de 1,5 pouces pour une largeur de 12 pieds (soit une contre-flèche de 1 pour 100 environ), à adapter suivant la largeur de la porte couverte par la plate-bande. Patte indique que dans le cas des plates-bandes de la place Louis XV (actuelle place de la Concorde à Paris), la contre-flèche utilisée était de 6 lignes, pour une portée de 9 pieds environ (soit une contre-flèche de 1 pour 216 environ) (Patte, 1769, p. 280, 288). Frézier indique qu'on ne peut pas connaître exactement la contre-flèche (« l'exhaussement ») à donner à la plate-bande pour obtenir après apparition de la flèche une plate-bande parfaitement de niveau, car cette contre-flèche dépend à la fois de la longueur de la plate-bande, du nombre de claveaux, de la qualité de la pierre, et de l'adresse des ouvriers lors de la taille puis lors de la pose (Frézier, 1738, p. 67-68, cit. 38). Il reprend l'exemple mentionné par Gautier sur l'église des Jésuites à Nîmes (voir section 6.4), où une plate-bande de 26 pieds et 6 pouces de portée a été construite avec une contre-flèche de 6 à 7 pouces (soit une contre-flèche

de 1 pour 50 environ), et est descendue lors du décintrement de 3 pouces, laissant ainsi la plate-bande bombée. Patte donne une contre-flèche de 5 ou 6 lignes (environ un demi pouce) pour les plates-bandes armées de la place Louis XV. L'association ouvrière des Compagnons du devoir propose une contre-flèche de 3 à 5 pour 1000 dans le cas des voûtes plates de petites dimensions, et de 1 pour 100 pour les voûtes de grandes dimensions. Pour cela un couchis bombé en plâtre ordinaire est mis en place sur le platelage du cintre (Association ouvrière des Compagnons du devoir, 2001, p. 147).

Il n'existe donc pas de règle universelle concernant la valeur à donner à la contre-flèche. Les rapports hauteur sur portée reportés par la littérature sont compris entre 3 pour 1000 et 1 pour 50. Dans le cas où plusieurs plates-bandes devaient être construites (cas courant des baies de bâtiment), l'expérience sur la première plate-bande construite donnait la contre-flèche à utiliser pour les suivantes, la première pouvant par ailleurs être ravalée si la flèche apparue était trop importante⁽²¹⁾.

Bullet propose de tailler les claveaux avec la contre-flèche, qui fait partie de l'épure. Il est également possible de tailler les claveaux sans contre-flèche, et de les mettre en place avec contre-flèche sur leur étalement, ce que semble proposer Frézier sans que cela soit précisé explicitement dans son texte (Frézier, 1738, p. 67-68, cit. 38). La méthode de l'épure sans contre-flèche, avec contre-flèche intégrée uniquement lors de la mise en œuvre, est celle qui est pratiquée aujourd'hui par les tailleurs de pierre⁽²²⁾.

Les auteurs qui mentionnent la technique de la contre-flèche sont les suivants :

- Bullet dans son mémoire de 1710, et figure également sur le dessin de son mémoire de 1704⁽²³⁾ ;
- Frézier (1738, p. 67-68) ;
- Patte (1769, p. 282, 288) ;
- Simonin (1792, p. 4, cit. 66)⁽²⁴⁾ ;
- Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 140, cit. 122 ; 2001, p. 147) mentionne la contre-flèche, mais uniquement concernant les voûtes plates.

A contrario, Douliot (1825), qui consacre deux pages à la description de la pose des plates-bandes, sujet peu abordé par les autres auteurs, n'indique pas l'utilisation d'une contre-flèche. Il indique simplement que « En posant ces claveaux, on aura soin de tenir la douëlle bien de niveau, dans le sens de l'épaisseur du mur, et à la règle, dans celui de la largeur de la porte [...] » (Douliot, 1825, p. 424-425). De même Monduit (1889) qui consacre six planches à des plates-bandes, et trois planches à des voûtes plates, et les neuf textes associés à la description des épures, ne mentionne à aucun moment l'utilisation d'une contre-flèche.

(21). Information transmise oralement par Luc Tamboréro, Ateliers Romeo, Trani (Italie).

(22). Information transmise oralement par Luc Tamboréro, Ateliers Romeo, Trani (Italie).

(23). Nous n'avons pas eu accès au texte complet du mémoire de 1704 de Bullet, et nous n'avons donc pas d'indications sur d'éventuelles préconisations à ce sujet en 1704.

(24). Simonin après avoir évoqué les ponts fortement surbaissés construits à la fin du XVIII^e siècle, comme le pont de Neuilly à Paris, conjecture qu'il sera possible de construire dans le futur des « arches plates » de très grandes portées (96 pieds de portée, soit environ 30 mètres), en utilisant une contre-flèche (« une certaine élévation ») comme on le fait déjà pour les plates-bandes (Simonin, 1792, p. 4, cit. 66).

6.5.4 Lit de carrière

Adhémar précise que les pierres doivent être disposées selon l'orientation de leur *lit de carrière*, pour « que les couches dont se compose la pierre soient pressées les unes contre les autres » (Adhémar, 1845, p. 11).

6.6 Utilisation du métal dans les plates-bandes

Nous décrivons ici l'emploi du métal dans les plates-bandes, en focalisant notre attention sur la typologie des pièces métalliques, plutôt que sur leur fonction, qui fait l'objet d'interprétations divergentes. Nous utiliserons dans la suite pour cette raison le terme d'*armature* plutôt que ceux de *tirant* et *linteaux*, qui font référence à une fonction structurelle qui oriente la perception des objets.

6.6.1 Exemples de plates-bandes avec armatures métalliques

Choisy mentionne l'utilisation d'« armatures de fer » au temple des Géants d'Agrigente en Sicile (Temple de Zeus Olympien), construit au v^e siècle avant J.-C.⁽²⁵⁾. Choisy reprend l'interprétation de Quatremère de Quincy qui indique que la pierre tendre de la région ne permettait ni d'obtenir des pierres de dimensions suffisante pour créer les linteaux monolithes de ce temple « dans une dimension double des autres monuments de cette ville », ni de résistance adaptée pour la même raison, et avait donc contraint les constructeurs à appuyer l'architrave sur un mur et à créer ainsi une architrave clavée (Quatremère de Quincy, 1825 ; Choisy, 1899a). Cette architrave repose en effet partiellement sur le mur entre colonnes du temple (pseudo-périptère – fig. 6.38). Nous n'avons pas trouvé de détails sur la typologie des armatures.

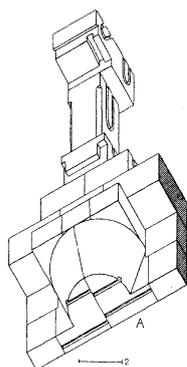


Fig 6.38 – Plate-bande du temple des Géants d'Agrigente, d'après Choisy (1899a, p. 302)

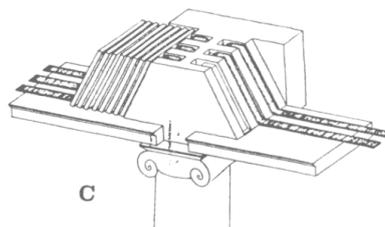


Fig 6.39 – Plate-bande armée à Tivoli, d'après Olivier (1983) reproduisant un dessin de Hoffmann (1978)

À la villa d'Hadrien à Tivoli, construite au II^e siècle ap. J.-C., des sommiers en pierre de taille particuliers ont été retrouvés en plusieurs endroits (Olivier, 1983 ;

(25). Choisy mentionne le cas particulier de l'entablement du temple de Zeus Olympien à Agrigente en Sicile à deux reprises (Choisy, 1899a, p. 278-279, 303, cit. 113, 114, voir fig. 6.38).

Adam, 2012, p. 71). Ces sommiers présentent des entailles qui devaient correspondre à l'appui d'armatures métalliques. Le reste de la plate-bande était construit en briques, et une dalle en marbre de forte épaisseur masquait l'ensemble (fig. 6.39). Des traces de plomb ont été retrouvées dans les rainures. Les cinq travées du portique de la salle aux piliers doriques et les neuf travées du théâtre maritime ont été remontées en utilisant ce système, et sont donc des reconstitutions. Olivier suggère que ce système ait également pu être utilisé à Conimbriga au Portugal.

Tibières (2012) mentionne plusieurs exemples italiens de plates-bandes construites avec des barres métalliques pour servir à la fois d'« armatures de plates-bandes, en pierre ou en briques, et comme structures de renfort des architraves en pierre contre la poussée des voûtes » :

- portique des Conservateurs de Michel-Ange à Rome vers 1537-1558 (Tibières, 2012, cit. 138) ;
- portique des Offices de Giorgio Vasari à Florence, vers 1560-1570 ;
- débat entre 1567 et 1574 sur l'utilisation du fer pour la plate-bande du baptistère de la cathédrale de Milan construit par Pellegrini ;
- description donnée par Scamozzi (1615) des plates-bandes armées, avec tirants inférieurs et supérieurs, ancrés au niveau des colonnes dans des barres verticales scellées au plomb.

Tibières indique ensuite que cet artifice n'est pas utilisé dans l'architecture française de la première moitié du XVII^e siècle.

En France, des barres en fer sont logées dans une réservation taillée dans l'intrados des plates-bandes. Claudel et Laroque préconisent au XIX^e siècle que la réservation soit remplie de « plâtre coloré de la même couleur que la pierre » (Claudel et Laroque, 1850, p. 241-242, cit. 83). Ce remplissage visible sous l'intrados peut trahir la présence de barres en fer de ce type. Nous avons observé les exemples suivants, sans pouvoir néanmoins réunir d'informations sur la présence effective de la barre en fer, ni si cette dernière correspond bien à la construction d'origine et non à une intervention de restauration :

- fronton de l'église Saint-Gervais-Saint-Protais, construite par Salomon de Brosse 1616-1621 (fig. B.62) ;
- fronton de l'église du Val-de-Grâce, construite par François Mansart puis Le Muet 1644-1669 (fig. B.63) ;
- fronton de la chapelle du collège des Quatre-Nations, construite par Louis Le Vau 1662-1688 (fig. B.64) ;
- porte au rez-de-chaussée de l'avant-corps du château d'Anet, construite par Philibert De l'Orme après 1547, et remonté au XIX^e siècle à l'École des Beaux-Arts à Paris (Pérouse de Montclos, 1995 – fig. 6.40).

Rappelons que De l'Orme critique à plusieurs reprises dans ses traités l'usage du fer, parce que ce dernier rouille et fait éclater la pierre, et surtout parce que De l'Orme estime qu'un maître maçon maîtrisant la coupe des pierres peut par ce moyen éviter d'utiliser le fer (De l'Orme, 1567, 68, cit. 5). Il critique les maçons parisiens qui selon lui usent des tirants et ancrés métalliques liant poutres et murs pour stabiliser ces derniers et ainsi économiser sur l'épaisseur du mur à construire (De l'Orme, 1561, 5v-6, cit. 3).

Il est ainsi intéressant de noter la présence d'un tirant métallique sous la plate-bande de l'avant-corps du château d'Anet (fig. 6.40), soit qu'elle corresponde à une

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

disposition d'origine voulue par De l'Orme, soit qu'elle ait été ajoutée au XIX^e siècle par les maçons et l'architecte qui furent chargés à Paris de son remontage.



Fig 6.40 – Avant-corps du château d'Anet construit par De l'Orme après 1547, remonté à Paris au XIX^e s.

La construction de la grande colonnade du Louvre à Paris (1667-1670) par Claude Perrault, Louis Le Vau et Charles Le Brun provoque un grand débat⁽²⁶⁾ sur la coupe des pierres des plates-bandes et l'utilisation du métal pour ces dernières (fig. 6.41). La plate-bande de la grande colonnade utilise plusieurs niveaux de barres horizontales, ancrées dans l'axe des colonnes à des barres verticales. Des suspentes métalliques complètent le dispositif. Ces plates-bandes, que nous appellerons plates-bandes armées dans la suite, seront construites ensuite essentiellement au XVIII^e siècle :



Fig 6.41 – Grande colonnade du Louvre par Claude Perrault (1667-1670)

- portique du Palais-Royal, construit par Pierre Contant d'Ivry en 1747 ;
- portique de l'église Saint-Sulpice, à Paris, construit par Servandoni entre 1732 et 1749 (Losserand, 2017a) ;

(26). Sur les débats autour de la construction des plates-bandes de la grande colonnade du Louvre, voir les articles parus dans l'ouvrage collectif *L'architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction* : Petzet (2012) *Perrault et l'architrave armée* ; Tibières (2012) *La coupe des pierres dans les plates-bandes* ; Jeanneret (2012) *En quête de vérité : le cas de la plate-bande*. Sur les plates-bandes armées en général, voir Middleton (1987) *Des architectes qui imitent les ingénieurs - La question des linteaux armés au XVIII^e siècle*.

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

- portique de la cathédrale Saint-Pierre de Genève construite par Alfieri entre 1752 et 1756 ;
- portiques de l'hôtel de La Marine et de l'hôtel Crillon sur la place Louis XV (actuelle place de la Concorde), à Paris, par Ange-Jacques Gabriel en 1758 (fig. 6.42) ;
- portique de l'église Sainte-Geneviève (actuel Panthéon), à Paris, par Jacques-Germain Soufflot en 1774 ;
- portique du grand théâtre, à Bordeaux, par Victor Louis entre 1772 et 1780. Ce portique utilise, outre les armatures, une taille des claveaux des voûtes plates très spécifique, pour permettre aux claveaux de transmettre la poussée aux deux extrémités de la colonnade (Carrecabe et Glaud, *Le clou de Victor Louis*, Association ouvrière des Compagnons du devoir, 2001).

Jeanneret mentionne également des exemples construits à Arras et Saint-Pétersbourg (Jeanneret, 2012).

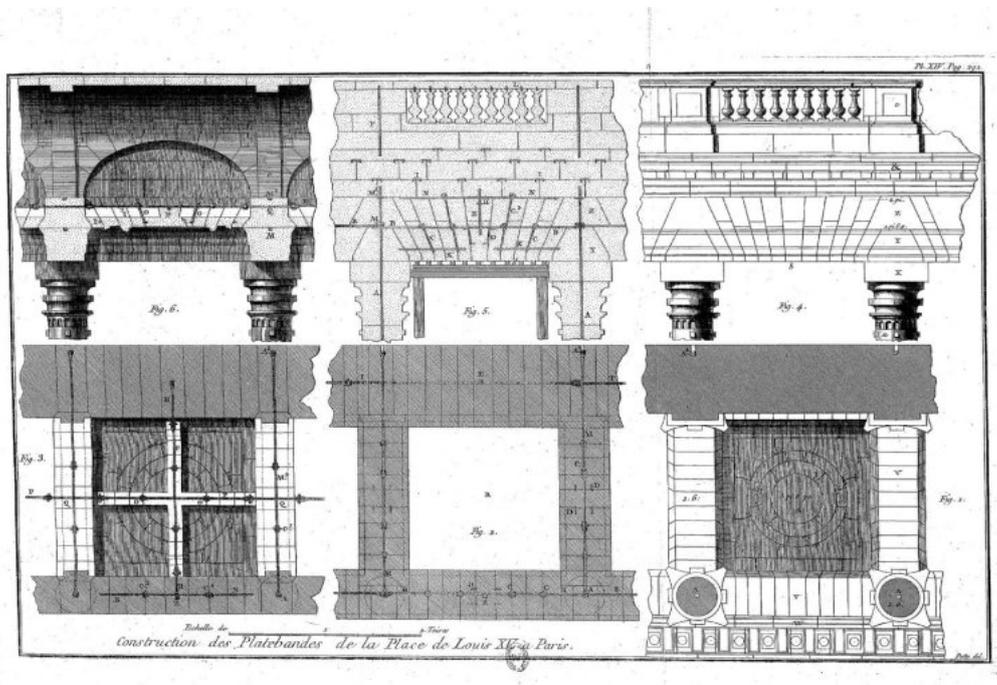


Fig 6.42 – Plates-bandes armées de la place Louis XV (actuelle place de la Concorde), Paris, d'après Patte (1769)

Le mode de construction des plates-bandes de la grande colonnade du Louvre est largement décrit par Patte (1769) dans *Mémoires sur les objets les plus importants de l'architecture*. Patte décrit également la construction des plates-bandes armées à Paris de l'église Saint-Sulpice, de l'hôtel de La Marine et de l'hôtel Crillon sur la place Louis XV (actuelle place de la Concorde), du portail des Théatins, du Palais-Royal, ainsi que celles de Saint-Pétersbourg. Les dessins de Patte seront repris et complétés par Rondelet, notamment avec les dessins de l'église Sainte-Geneviève, dans *l'Art de Bâtir* publié à partir de 1802.

L'Académie royale d'architecture sera consultée à plusieurs reprises au sujet des

plates-bandes armées au XVIII^e siècle. Gabriel y présente son projet lors de la construction des plates-bandes armées place Louis XV en 1762. Soufflot présente à l'Académie en 1770 les dessins de la plate-bande construite à la cathédrale Saint-Pierre de Genève par Alfieri entre 1752 et 1756, puis remet à l'Académie en 1780 une maquette de la plate-bande construite pour l'église Sainte-Geneviève à Paris.

6.6.2 L'armature : linteau ou tirant

Les auteurs des traités d'architecture du XVIII^e et XIX^e attribuent à l'armature en fer engravée dans l'intrados des plates-bandes deux fonctions principales, qui se reflètent dans le vocabulaire employé.

Certains auteurs appellent l'armature un *linteau de fer* ou *plate-bande de fer*. Appuyée sur les sommiers, elle y transfère une partie des charges de la plate-bande comme le ferait une poutre et il n'est pas fait référence à une fonction de tirant.

D'autres auteurs appellent l'armature un « tirant de fer ». Ancrée dans les sommiers de la plate-bande, elle s'oppose à leur écartement sous la poussée.

Par exemple, Patte utilise les deux significations du terme dans des situations différentes. Il utilise le terme de « tirans » pour les armatures horizontales des plates-bandes armées (Patte, 1769, p. 300), et le terme de « linteau de fer » pour les fers placés sous les plates-bandes des fenêtres de maison (Blondel et Patte, 1777a, p. 266-267, voir fig. 6.43). Dans ce dernier cas, il ne représente pas d'ancrage pour le « linteau de fer ».

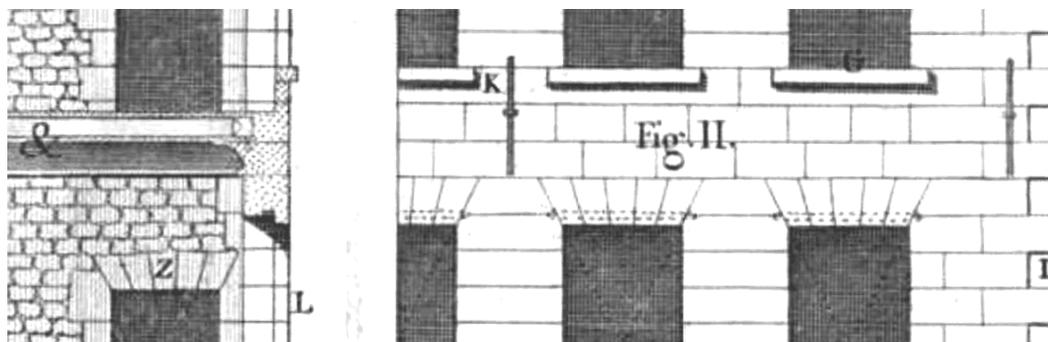


Fig 6.43 – Plates-bandes avec linteau en fer engravé sous l'intrados, d'après Blondel et Patte (1777a, Pl. LXXIV)

Roland Le Virloys et d'Aviler nomment « plate-bande de fer » l'armature qui « soulage la portée » de la plate-bande de pierre (D'Aviler, 1691, p. 764, cit. 21 ; Roland Le Virloys, 1770a, p. 451, cit. 63). Roland Le Virloys utilise le terme « tirant de fer » pour désigner les armatures retenant la poussée des plates-bandes (Roland Le Virloys, 1770b, p. 37, cit. 64).

Au XVIII^e siècle, lors de l'expertise sur la construction de la plate-bande du palier de l'escalier monumental du palais de la Chambre des Comptes à Nantes, deux partis s'opposent sur la faisabilité de la plate-bande imaginée par l'architecte. Le parti s'opposant à la construction de la plate-bande s'appuiera sur l'argument que l'armature en fer mise en place est insuffisante pour porter les claveaux. Le parti adverse

répliquera en montrant que l'armature est en réalité un tirant, et que cette dernière n'est pas chargée par les claveaux (Bienvenu, 2013, p. 217, 221).

Les deux fonctionnements vus ci-dessus (flexion ou traction) peuvent se combiner, l'armature étant à la fois linteau et tirant. De plus, l'engagement de l'armature dans la pierre par frottement peut faire passer des efforts de cisaillement entre les deux, produisant un troisième comportement similaire à une poutre armée. Le comportement mécanique réel est donc plus complexe que celui simplifié présenté dans les traités.

Il est impossible de donner des affirmations systématiques sur le fonctionnement des plates-bandes avec armature encastree dans l'intrados, car le comportement mécanique dépend de nombreux facteurs (mode d'appui ou d'ancrage des armatures dans les sommiers, frottement entre le tirant et les claveaux, mode de mise en charge, nature du mortier, etc.). Dans le cas où l'interaction possible entre la pierre et l'armature est négligée en dehors des appuis, et le bon ancrage de l'armature dans les appuis postulé, on peut remarquer qu'étant donné la faible rigidité du linteau en fer formé d'une barre carrée ou légèrement rectangulaire en fer forgé l'armature a dans ce cas pour la plate-bande plutôt un rôle de tirant que de linteau, en particulier si la plate-bande présente une portée importante. Par ailleurs malgré sa faible rigidité en flexion, il est envisageable que le linteau ait un rôle provisoire pour les plates-bandes des fenêtres et portes ordinaires, comme le suggère Le Camus de Mézières (Le Camus de Mézières, 1786, p. 116-117, cit. 65). Enfin, il peut agir comme sécurité en cas de rupture des linteaux en pierre, comme le suggère Savot pour les linteaux des manteaux de cheminée, qui peuvent se rompre sous l'effet de la chaleur du feu (Savot, 1624, p. 283-284, cit. 8).

Frézier a peut-être le point de vue le plus nuancé concernant l'usage du fer avec les plates-bandes. Il remarque que pour une plate-bande bien conçue, c'est-à-dire correctement contrebutée, construite avec une pierre résistante, et située sous un arc de décharge, les armatures ne sont pas utiles. Il convient néanmoins que les armatures sont « le grand antidote contre les affaissemens de cette espèce de voute » (Frézier, 1738, p. 67, cit. 36). Cette utilité des armatures pour empêcher un claveau de glisser est également avancée par Denfer (1891, p. 195, cit. 112). Ce dernier donne également les dimensions usuelles pour les armatures pour les plates-bandes des fenêtres, information généralement non mentionnée par les autres auteurs.

6.6.3 Opposition aux armatures

La critique de l'usage du métal pour contribuer à la stabilité des maçonnerie date au moins de De l'Orme (1561, 1567); voir section 6.6.1. Dans le cas des armatures pour les linteaux, deux arguments principaux sont avancés en opposition à l'usage du métal.

D'une part les armatures, qui ne sont pas visibles, donnent l'impression d'une construction simple, alors que le procédé constructif des plates-bandes armées est particulièrement complexe pour assembler l'ensemble des claveaux et des fers. L'usage des armatures irait donc à l'encontre de la vérité de l'architecture.

D'autre part, la corrosion du métal n'assure pas la pérennité du système. Selon ses détracteurs, cet argument est renforcé dans le cas des plates-bandes armées par

le fait que le fer n'est pas dans ce cas un procédé de consolidation, mais un élément essentiel à la stabilité de l'ensemble.

La synthèse de ces deux arguments est présentée en détail par Reynaud (1867, p. 529-530, cit. 93).

Si la plupart des auteurs signalent la problématique de la corrosion du fer, certains d'entre-eux condamnent explicitement l'usage des armatures en fer pour les plates-bandes. Parmi eux :

- F. Blondel (1675, p. 434, cit. 12) ;
- Reynaud (1867, p. 529-530, cit. 93) ;
- Viollet-Le-Duc (1864, cit. 86) ;
- Monduit (1889, p. 72, cit. 96), qui rejette l'utilisation de ces « horribles linteaux en fer que l'on entaille dans le dessous ou l'intrados des arcs et des plates-bandes ». Cet auteur y voit le signe d'un manque de confiance du constructeur qui n'emploie pas les claveaux à crossettes.

L'Académie royale d'architecture préconise l'utilisation de « tirants en fer » sous une plate-bande de grande portée à Versailles (compte-rendu de 1672, cit. 143), puis regrette quelques années plus tard leur usage dans les plates-bandes parce qu'elles en compromettent la durabilité (compte-rendu de 1683, cit. 146).

Pour finir, notons que Bélidor se place sur un plan différent, et indique que la plate-bande n'est pas adaptée aux fortifications en raison de sa grande poussée, et que les barres de fer nécessaires pour contrer cette dernière engendrent des « dépenses considérables », limitant l'application de la technique aux « grands édifices » (Bélidor, 1729, Livre II p. 40, cit. 27).

6.7 Coupe des pierres et décor

6.7.1 Refends et faux-appareil

Les refends sont les canaux creusés dans la pierre qui soulignent les joints et donc l'appareil d'un parement. Ils peuvent également simuler des joints inexistantes et dessiner ainsi un *faux-appareil* sur le parement, distinct de l'appareil réel.

Les refends apparaissent à la fin du XVII^e siècle en France sur les places royales et certains grands hôtels particuliers. Ils sont utilisés en bandes verticales pour souligner les angles des bâtiments ou des corps de bâtiments, et des surfaces au rez-de-chaussée (Mignot, 2004, p. 53). L'utilisation des *bossages* pour encadrer les baies et souligner l'appareil des arcs et plates-bandes est antérieur, et procède du même principe.

Les exemples suivants illustrent la différence entre l'appareil d'une part et le faux-appareil souligné par des refends d'autre part. Le cas du 6 rue des Beaux-Arts à Paris montre même l'existence de règles différentes fondant le choix de l'inclinaison des joints de l'appareil et du faux-appareil.

- Paris, 29 rue de la Ferronnerie, Louis XV (Mignot, 2004, p. 33), voir fig. 6.47. Plate-bande à refend à sept claveaux, appareil réel à cinq claveaux. Même centre de convergence des joints dans les deux cas.
- Paris, 6 rue des Beaux-Arts, construit vers 1824, date de percement de la rue (Hillairet, 1997, voir fig. 6.44). Plate-bande à refends à trois claveaux, appareil

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

réel à cinq claveaux. Le centre de convergence de la plate-bande réelle est nettement plus bas que celui de la plate-bande à refends.

- Paris, 16 rue Tournefort, Ancien couvent des Dames Bénédictines du Saint-Sacrement (Base Mérimée PA00088409), voussure à refends, où l'appareil réel est différent du faux-appareil des refends (fig. 6.45).

Les plates-bandes à bossages visibles à Prato sont particulièrement intéressantes (fig. 6.46). En effet, ces plates-bandes sont en réalité des linteaux monolithes. Le faux-appareil dessiné par les bossages représente des joints verticaux, qui ne sont pas réalisables en pratique. L'influence de la plate-bande en fausse-coupe de la façade de la cathédrale de Prato est évidente (fig. 8.8).



Fig 6.44 – Plate-bande à refends,
6 rue des Beaux-Arts à Paris



Fig 6.45 – Voussure à refends,
16 rue Tournefort à Paris

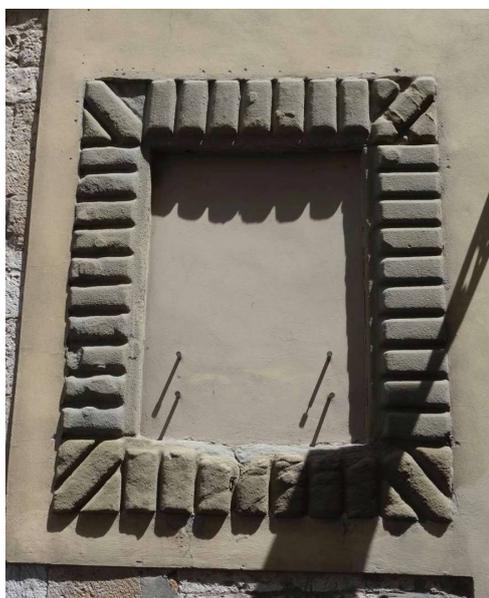


Fig 6.46 – Linteau avec faux-appareil en bossage, imitant des joints verticaux, sur la façade d'un palais de Prato



Fig 6.47 – Plate-bande à refends,
29 rue de la Ferronnerie à Paris

6.7.2 Ablaq

L'utilisation de pierres de couleurs alternées claires et sombres permet également de souligner l'appareil (fig. 6.48). Ce procédé, désigné comme « décor ablaq » ou « architecture ablaq » (Cejka, 1978), est courant dans l'architecture islamique, et est apparu également en Toscane après la première croisade. Il dérive probablement de l'utilisation combinée de la brique et de la pierre dans l'architecture romaine.



Fig 6.48 – Décor ablaq sur les façades de la cathédrale, du château, et de l'église San Francesco à Prato

Cet effet décoratif peut s'appliquer aux parements des murs, où les assises claires et sombres sont alternées formant ainsi des bandes de couleur, ou aux structures clavées, où les voussoirs sont alors de couleurs alternées. Les plates-bandes à décor ablaq mentionnées par ailleurs dans cette thèse sont :

- les plates-bandes à double crosettes égyptiennes (fig. 6.35 et 6.36) ;
- la plate-bande en fausse-coupe de la masrada 'Âdiliya à Damas (fig. 8.10) ;
- les plates-bandes de la cathédrale de Prato (fig. 8.8 et B.72) ;
- les plates-bandes des façades du château et de l'église San Francesco à Prato (fig. 6.48).

Plusieurs autres exemples de plates-bandes à décor ablaq sont mentionnés par Lampariello (2012) en Toscane : église de Santo Stefano al Ponte à Florence, Lucignano près d'Arezzo.

Cejka (1978) étudie en détail l'architecture ablaq au sein de l'architecture islamique. Il distingue trois modes constructifs pour les arcs à joints courbes. Dans le premier, le joint courbe fait toute la profondeur de l'arc (fig. 6.49 a). Dans le deuxième, le joint présente une partie courbe sur l'avant de l'arc, et une partie plane à l'arrière (fig. 6.49 b). Sur l'exemple donné par Cejka, la partie courbe est de profondeur plus réduite que la partie plane du joint. Dans le troisième, le joint courbe est créé par placage (fig. 6.49 c). Cejka ne donne pas d'indication particulière sur les matériaux et l'assemblage entre la partie structurelle de l'arc et le placage (la partie décorative). Ces observations pour les arcs s'appliquent probablement également pour les plates-bandes à joints courbes.

Nous n'avons connaissance que d'un seul exemple en France de plate-bande avec un décor de type ablaq, dont l'effet est beaucoup moins marqué, à Voisinlieu dans

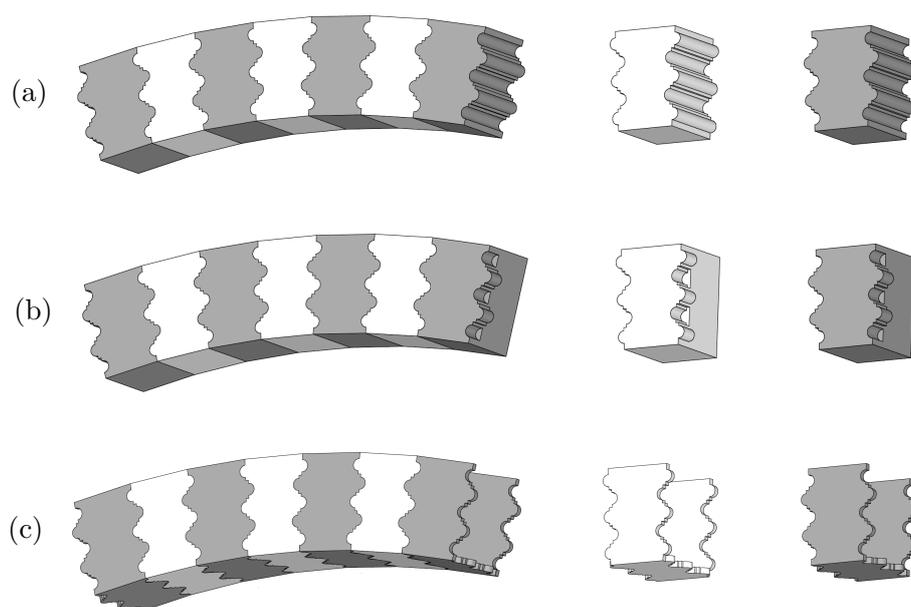


Fig 6.49 – Modes constructifs des claveaux ablaq dans l’architecture islamique ; schémas de principe d’après les dessins de Cejka (1978, 5-Abb19a, Abb20)

l’Oise (fig. B.20).

6.7.3 Non-fiabilité des dessins et gravures

Les dessins et les gravures des façades ne sont pas des sources fiables concernant l’appareil des plates-bandes. Les raisons de cette non fiabilité a déjà été explorée lors de la considération des pratiques différentes des architectes et des appareilleurs (section 6.3.6). Nous donnons ci-dessous deux exemples significatifs qui illustrent ce phénomène.

Palladio et le palazzo Barbarano à Vicence

La façade sur rue du palazzo Barbarano à Vicence possède plusieurs caractéristiques intéressantes regardant la relation entre coupe des pierres et dessin. Comme de nombreux édifices à Vicence, un *faux-appareil* en enduit recouvre la maçonnerie en brique. Le faux-appareil des baies du rez-de-chaussée correspond à une plate-bande à cinq claveaux, avec une clé un peu plus large que les claveaux voisins. La hauteur de la plate-bande correspond à une seule assise du faux-appareil. Le dessin du projet ⁽²⁷⁾ est présenté par Palladio (1570, Livre 2) dans *I quattro libri dell’architettura*, alors que le bâtiment est déjà en cours de construction (fig. 6.50). Ce dessin ne correspond pas à la façade effectivement construite. En effet, Palladio propose sur son dessin une plate-bande dont la hauteur correspond à deux assises et qui est composée de

(27). Le texte de Palladio est accompagné par deux figures page 22, qui sont des versions antérieures du projet, ce que souligne l’auteur. Il indique que les nouveaux dessins n’ont pas pu être intégrés à temps pour l’impression. Seul le dessin de la page 23, reproduit ici, est présenté comme l’élévation du projet en cours de réalisation.

Chapitre 6. Typologie constructive des plates-bandes

seulement quatre claveaux, et donc sans clé centrale, contrairement à l'usage d'utiliser un nombre impair de claveaux (voir section 6.2). Notons que toutes les autres plates-bandes publiées par Palladio dans *I quattro libri dell'architettura* sont composées d'un nombre impair de claveaux (trois ou cinq).



Fig 6.50 – Façade sur rue du Palazzo Barbarano à Vicence, d'après Palladio (1570, Livre 2 p. 23)

L'originalité de ce dessin est peut-être liée à la liberté laissée par le faux-appareil, non contraint par les nécessités de la coupe des pierres et de la stabilité des plates-bandes. Palladio a pu choisir de représenter un nombre pair de claveaux, sachant que cette disposition, qui n'est pas admise en pratique pour la construction en pierre de taille, n'avait aucune importance dans le cas de ce faux-appareil.

Ledoux et l'hôtel d'Uzès à Paris

Le portail de l'hôtel d'Uzès, construit en 1767-1769 par Claude-Nicolas Ledoux (1736-1806) a fait l'objet de nombreuses représentations, en raison notamment de l'organisation d'un concours de perspective de l'Académie d'Architecture en 1784 qui propose le portail de l'hôtel d'Uzès comme sujet (fig. 39, 40, 41, 55, 62, 66, 67, 70, 80, 81, 109 dans Paze-Mazzi, 2015, p. 55). Elles illustrent la diversité des représentations d'une même plate-bande. Sur les gravures et dessins présentés ci-dessous, chaque figure présente une inclinaison différente (joints verticaux, inclinés avec inclinaison constante, inclinés rayonnants). Deux dessins représentent sept claveaux, et le troisième neuf claveaux. Le portail a été détruit en 1848, mais un daguerréotype réalisé probablement peu avant la destruction permet d'observer l'appareil réel de cette plate-bande. Elle était constituée de neuf claveaux inclinés à lits brisés (Paze-Mazzi, 2015, fig. 109 – Daguerréotype attribué à Victor Chevalier ou à Claude Félix Niépce de Saint-Victor, collection CCA. PH1984 :0155).

La figure 6.51, qui représente des joints verticaux, pourrait provenir d'une réédition de *L'architecture considérée sous le rapport de l'art, des mœurs et de la législation* publié en 1804 par Ledoux lui-même. La première édition du livre ne fait pas apparaître ce dessin avec plate-bande en fausse-coupe.



Fig 6.51 – Portail de l’hôtel d’Uzès, construit par Ledoux ; schéma gravé d’après Ledoux, ne représentant pas l’appareil réel de la plate-bande (Gallet 1980)



Fig 6.52 – Portail de l’hôtel d’Uzès à Paris ; dessin ne représentant pas l’appareil réel de la plate-bande, d’après <http://www.metmuseum.org/art/collection/search/343839>

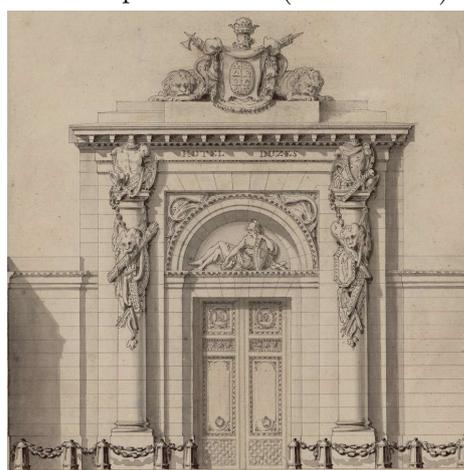


Fig 6.53 – Portail de l’hôtel d’Uzès à Paris ; dessin ne représentant pas l’appareil réel de la plate-bande, d’après <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b103035743>

Chapitre 7

Plates-bandes à joints en X

Résumé : Ce chapitre présente les informations réunies sur les plates-bandes à joints en X, qui sont des plates-bandes à la stéréotomie particulière, et dont tous les exemples construits connus datent du Moyen Âge. Le principe constructif de ces plates-bandes est exposé, puis les exemples construits sont répertoriés, et enfin les quelques références écrites mentionnant ces plates-bandes particulières sont présentées.

Sommaire

7.1	Construction	141
7.2	Exemples construits au Moyen Âge	141
7.3	Références écrites	142
7.4	Expériences	146
7.4.1	Expériences aux ateliers de l'ENSA Paris-Malaquais	146
7.4.2	Expériences aux Grands ateliers de l'Isle d'Abeau	147

7.1 Construction

Selon la définition établie précédemment (section 6.1.2 p. 94), les plates-bandes à joints en X sont constituées de claveaux tous identiques, composés chacun de deux trapèzes ou triangles tête-bêche (fig. 6.12 p. 95).

Contrairement aux plates-bandes ordinaires, où la clé est toujours le dernier claveau à être mis en place, dans les plates-bandes à joints en X les claveaux sont nécessairement mis en place séquentiellement d'un bout à l'autre de la plate-bande, comme cela est également le cas pour les plates-bandes en fausse-coupe (fig. 7.1).

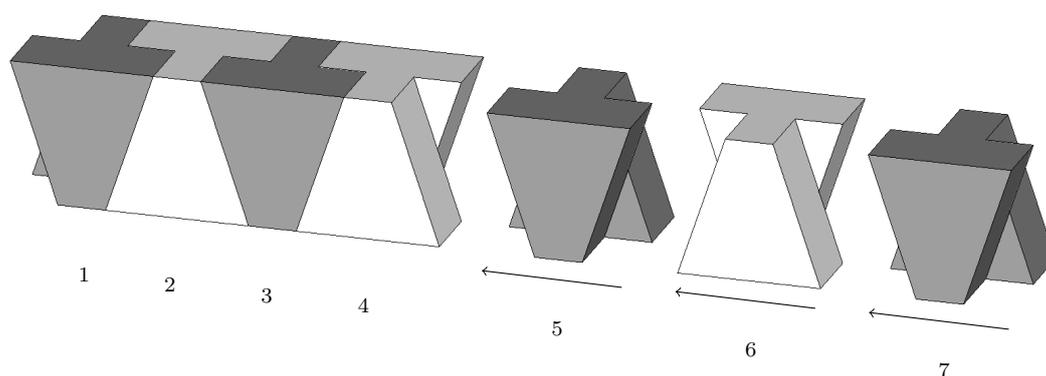


Fig 7.1 – Assemblage séquentiel d'une plate-bande à joints en X

7.2 Exemples construits au Moyen Âge

Les exemples de plates-bandes à joints en X connus à ce jour sont présentés dans le catalogue en annexe (section B.4). Les informations les concernant sont très lacunaires. Les plates-bandes repérées semblent avoir été construites au XIII^e et XIV^e siècle. Elles ne correspondent pas à une zone géographique bien définie : les exemples se trouvent en Italie, Roumanie et Hongrie (fig. 7.3). La mention d'une équipe de maîtres maçons de Saint-Dié dans les archives de l'exemple roumain de Alba Iulia pourrait indiquer que des maîtres maçons français aient eu connaissance ou aient participé à la construction ce type de plate-bande. Néanmoins nous n'avons pas connaissance de plate-bande de ce type ou s'y assimilant en France au Moyen Âge, la première plate-bande en fausse-coupe française retrouvée n'étant pas antérieure à 1601 (Montceaux-en-Brie).

La typologie des plates-bandes à joints en X est variable. Elles sont construites avec un nombre impair de claveaux, compris entre 5 et 7 sur les exemples où cette information est disponible. L'angle φ des joints avec la verticale varie de façon importante :

- à Prato, φ est compris entre 5 et 7° environ ;
- à Alba Iulia, les claveaux sont formés de triangles équilatéraux, et φ est donc égal à 30° ;

Chapitre 7. Plates-bandes à joints en X

- à Arezzo, nous n'avons pas pu mesurer φ , les joints fins correspondant d'ailleurs peut-être à un faux-appareil ;
- sur le dessin de Léonard de Vinci, les claveaux sont formés de triangles isocèles (non équilatéraux), et φ est égal à 25° environ.

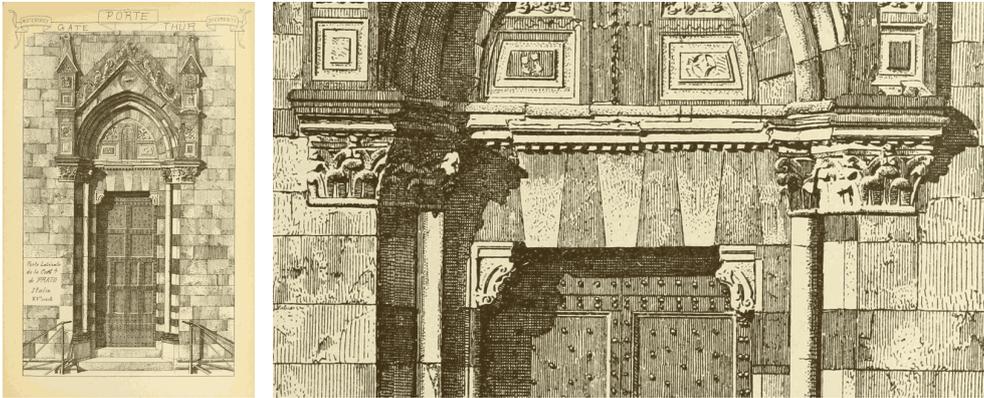


Fig 7.2 – Plate-bande du portail sud du transept de la cathédrale de Prato, d'après Raguenet (1915a)

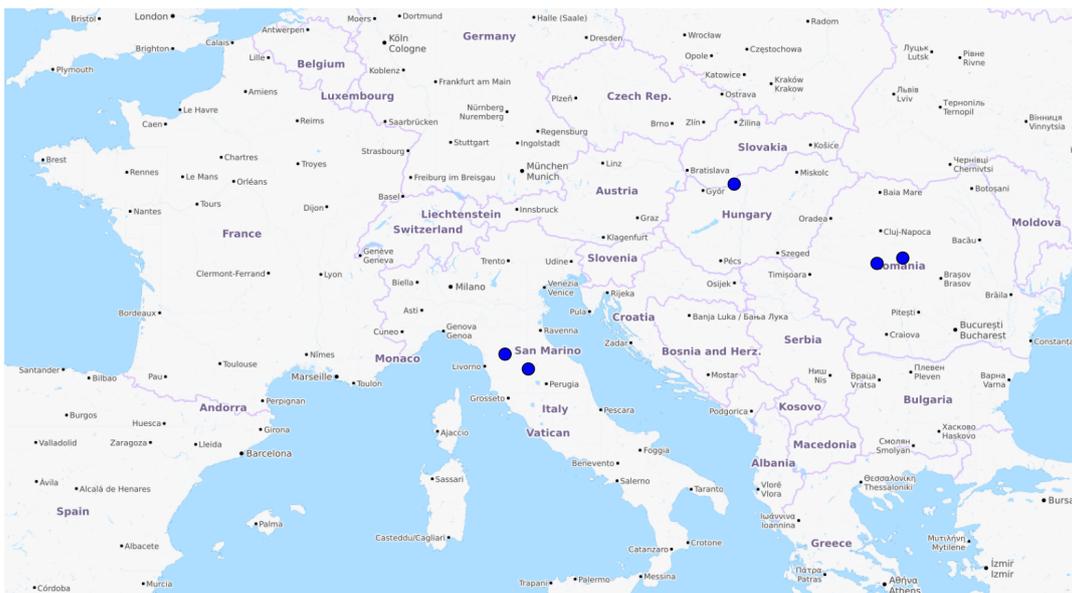


Fig 7.3 – Localisation des cinq exemples de plates-bandes à joints en X connus (fond de carte : <http://www.openstreetmap.org>)

7.3 Références écrites

Il existe peu de références écrites à ce type de plate-bande, hormis un dessin de Léonard de Vinci, et quelques mentions récentes de l'existence de ces plates-bandes dans des articles.

Chapitre 7. Plates-bandes à joints en X

Le Codex Atlanticus est un recueil de dessins et de textes de Léonard de Vinci qui auraient été composés entre 1478 et 1518. Le feuillet 91 du Codex Atlanticus est daté vers 1480-1482 (Lampariello, 2012). Il représente de haut en bas des assemblages de poutres en bois mises bout-à-bout, une *poutre armée* avec une machine permettant de cintrer la partie inférieure de la poutre avant la mise en place de la partie supérieure⁽¹⁾, et deux plates-bandes en pierre (fig. 7.4). Les indications manuscrites suivantes accompagnent les dessins des plates-bandes :

*I dua triangoli hanno a essere appiccati insieme e d'un pezzo
D'un pezzo i due triangoli
Questo di sopra e questo di sotto sono modi d'un arco, over cardinal
d'uscio, da farlo di pezzi*

Les deux premières lignes concernent la plate-bande à joints en X. Elles précisent que les deux triangles forment un seul et même claveau. Les deux dernières lignes concernent la plate-bande à crossettes.

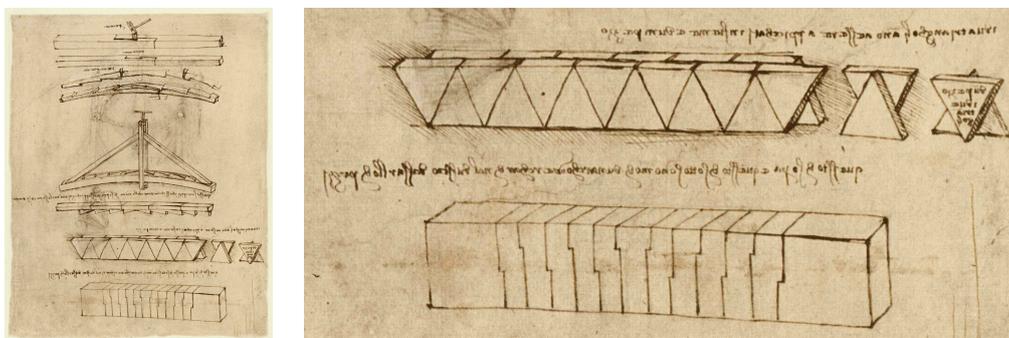


Fig 7.4 – Plate-bande dessinée par Léonard de Vinci vers 1480-1482, Codex Atlanticus f.0091 v

Fleury (2010) fait référence au dessin de Léonard de Vinci parmi ses solutions de « franchissements plans ». Motro (2009, p.25) mentionne brièvement la plate-bande de Alba Iulia comme un exemple peu connu du passage du linteau à la plate-bande (fig. 7.5). Cependant il n'existe pas à notre connaissance d'étude d'ensemble concernant le principe des joints en X.

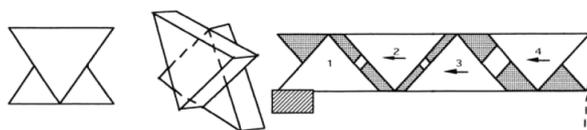


Fig 7.5 – Plate-bande à joints en X d'Alba Iulia⁽²⁾, d'après Motro (2009)

Pour finir, notons que le « berceau suspendu » de Simonin présente une légère similitude avec les plates-bande à joints en X (Simonin, 1792, p.37-38, cit. 68). Le « berceau suspendu » est une plate-bande dont les joints en coupe visible sont inversés

(1). Sur le sujet des poutres armées en bois au xv^e siècle, voir Bouticourt (2008, 2016).

(2). Les proportions du schéma de droite ne correspondent pas à la plate-bande d'Alba Iulia. Ce schéma indique probablement uniquement l'assemblage séquentiel de ce type de plate-bande.

Chapitre 7. Plates-bandes à joints en X

(trapèzes avec grand côté vers le bas), donnant ainsi l'impression de l'instabilité des claveaux pour l'observateur qui ne voit que le front du berceau (fig. 7.6). Cependant, dans la solution présentée par Simonin les claveaux sont appuyés sur le mur, et l'auteur indique que ces derniers doivent avoir suffisamment de queue pour que leur centre de gravité soit à l'aplomb du mur, évitant ainsi leur basculement. La similitude provient, outre de l'aspect des joints, des pyramides que Simonin ajoute et retranche aux claveaux E et F pour que les clés et contre-clés puissent être en appui et servir d'appui aux claveaux voisins (fig. 7.6).

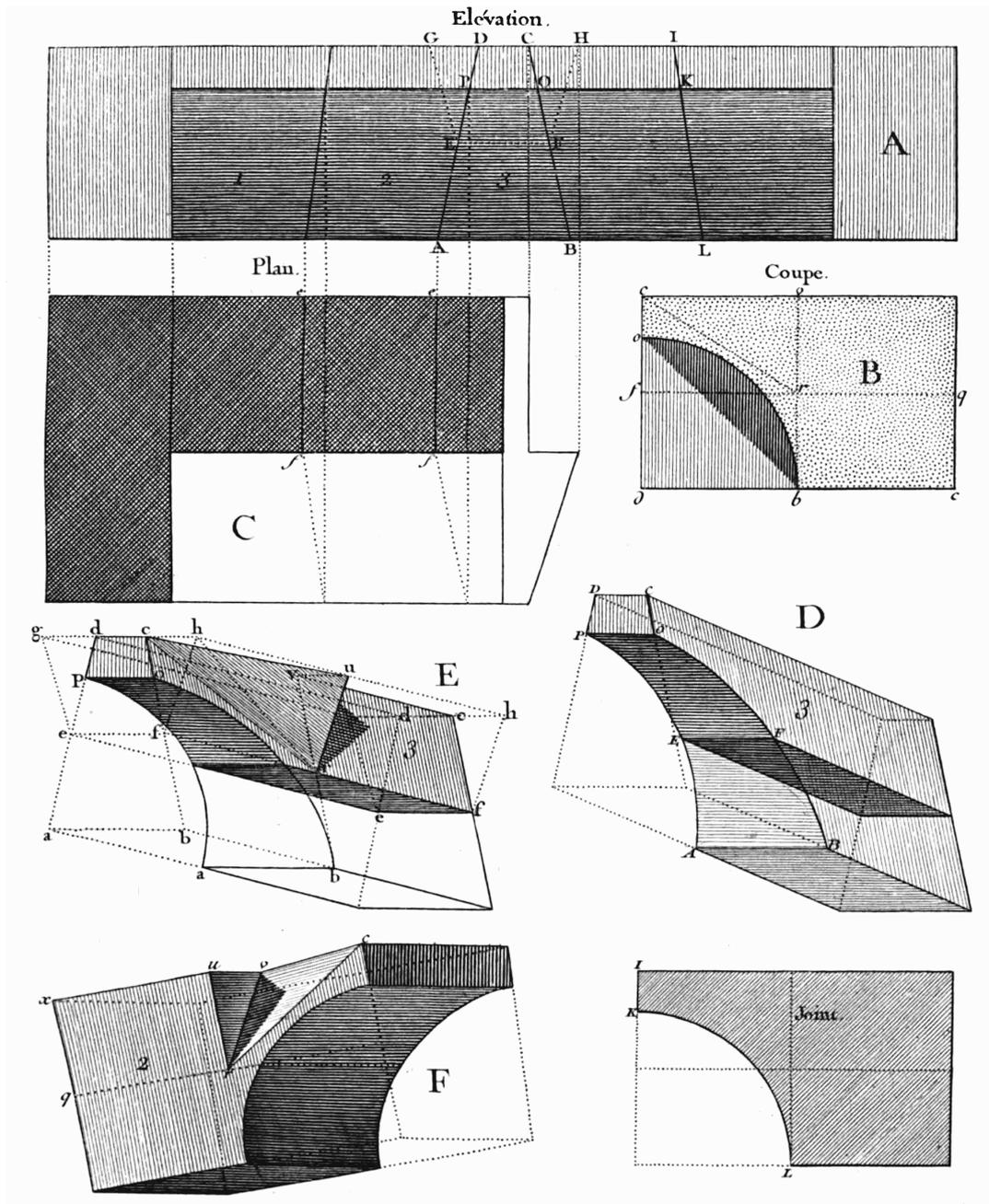


Fig 7.6 – « Berceau suspendu », d'après Simonin (1792, Pl. XXII)

7.4 Expériences

7.4.1 Expériences aux ateliers de l'ENSA Paris-Malaquais

Afin d'aborder le comportement des plates-bandes à joints en X du point de vue expérimental, une plate-bande en blocs de bois a été réalisée⁽³⁾ puis testée en juin 2016 aux ateliers de l'École nationale supérieure d'architecture Paris-Malaquais.

La plate-bande se compose de neuf claveaux identiques, et de deux blocs d'appuis (fig. 7.7). Les deux prismes trapézoïdes composant chaque claveau ont été collés pour former le claveau final. L'angle de frottement du bois étant nettement inférieur à celui de la pierre, des papiers abrasifs ont été collés sur les faces des blocs pour augmenter le frottement. Les deux blocs d'appuis sont reliés par deux tirants disposés de part et d'autre de la plate-bande, et centrés en hauteur sur cette dernière.

La géométrie de la plate-bande est définie par les paramètres suivants (voir paramétrage section 15.1 p. 250) :

- $\varphi = 18.4^\circ$ (règle du « 1 pour 3 ») ;
- $h = 12$ cm ;
- $2d = 4$ cm ;
- $2a = 2d + 2h \tan \varphi = 12$ cm ;
- épaisseur demi-claveau : $b = 6$ cm ;
- Portée libre à l'intrados $L_i = 68$ cm ;
- Portée à mi-hauteur $L_m = 72$ cm.

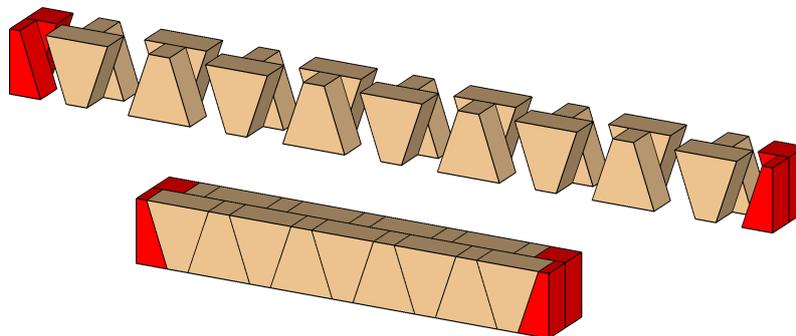


Fig 7.7 – Vue 3D éclatée puis assemblée du modèle de la plate-bande à joints en X en bois

La plate-bande a ensuite été chargée par le biais d'un vérin fixé sur un cadre métallique. Un essai de flexion trois points (fig. 7.8), et de flexion quatre points ont été réalisés (fig. 7.9).

En l'absence d'instrumentation, les observations réalisées lors des essais de charge ont été qualitatives. Dans les deux cas de chargement, une articulation se forme au niveau de la clé. Les blocs d'appuis étant libres de tourner autour de l'appui conçu comme un appui rotule, deux autres rotules se forment sous les blocs d'appuis, et non entre les blocs d'appuis et la plate-bande.

(3). La réalisation de la plate-bande est due à Benoît Vérant, responsable des ateliers de l'ENSA Paris-Malaquais.

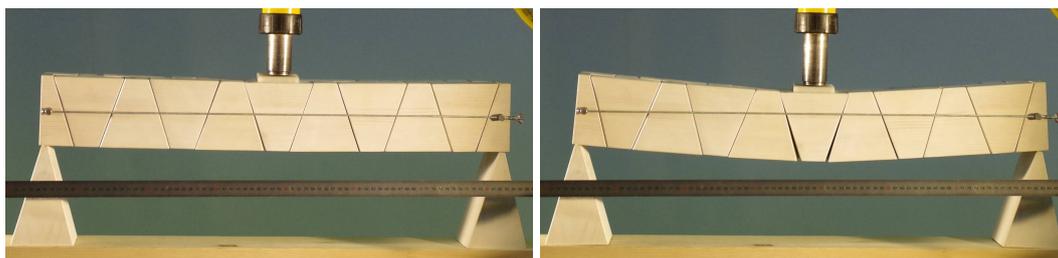


Fig 7.8 – Essai en flexion trois points d’une plate-bande à joints en X en bois

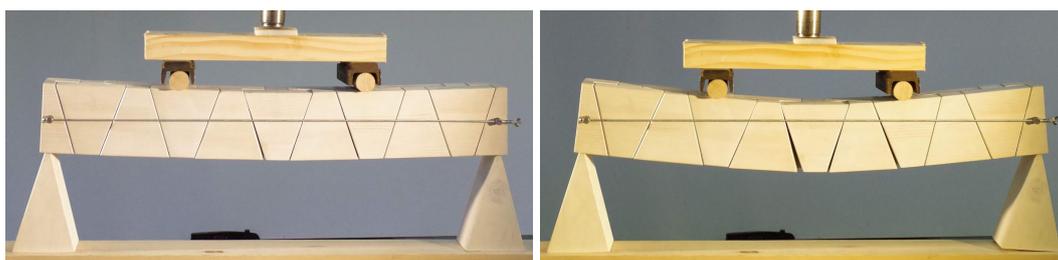


Fig 7.9 – Essai en flexion quatre points d’une plate-bande à joints en X en bois

Les plates-bandes à joints en X connues possèdent toutes des blocs d’appuis engagés dans la maçonnerie et chargés par le mur au dessus du niveau de la plate-bande. Il a donc été choisi, pour l’expérience réalisée l’année suivante en pierre de taille, de modifier le type les blocs d’appuis et la position du tirant.

7.4.2 Expériences aux Grands ateliers de l’Isle d’Abeau

Description de l’expérience

Une étude expérimentale a été conduite aux Grands ateliers de l’Isle d’Abeau (GAIA) en mars 2017 sous la direction de Maurizio Brocato et Thierry Ciblac. Deux plates-bandes en pierre de taille ont été construites : une plate-bande à joint en X (IA01 – fig. 7.10), et une plate-bande à joints en X réglés (IA02 – fig. 7.11). L’aspect des joints en vue de face est identique pour les deux plates-bandes, et différent en vue de dessus et de dessous. Les claveaux ont été taillés et fournis par l’entreprise S.N.B.R. ⁽⁴⁾ (fig. 7.12).

Chaque plate-bande est composée de sept claveaux, deux sommiers, et un tirant métallique de 24 mm de diamètre fixé aux sommiers. Des plaques en caoutchouc de 5 mm d’épaisseur sont disposées au niveau des joints, pour rattraper les imprécisions de coupe des pierres et de pose, et permettre la pose à joints secs (sans mortier) en vue de la réutilisation des claveaux.

La pierre utilisée est un calcaire de Bourgogne (Semond doré) de couleur beige, de masse volumique théorique 2210 kg/m^3 , et de résistance moyenne à la compression égale à 76,6 MPa. Le volume de chaque bloc non percé est $0,3 \times 0,2 \times 0,3 = 0,018 \text{ m}^3$.

(4). S.N.B.R. est une entreprise de restauration de monuments anciens (maçonnerie, pierre de taille et sculptures), basée à Sainte-Savine (Aube).

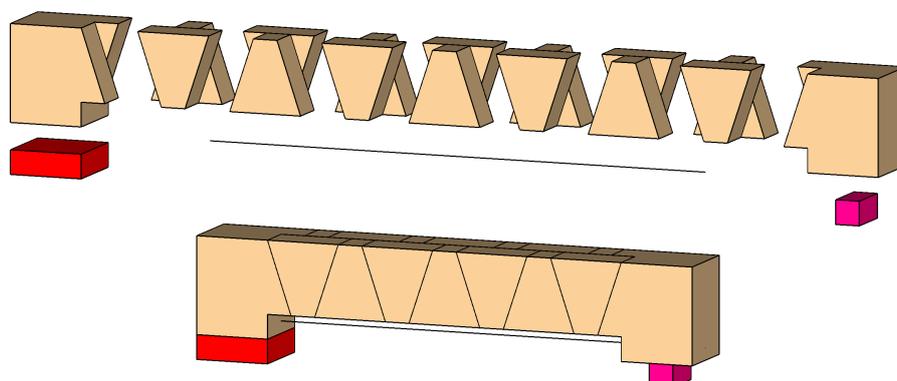


Fig 7.10 – Vue 3D éclatée puis assemblée, du modèle de la plate-bande à joints en X (IA01), avec bloc d'appui en rouge, et appui glissant en magenta

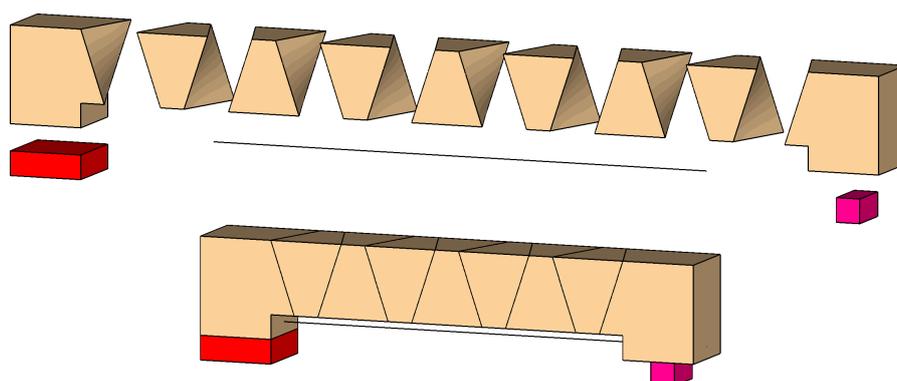


Fig 7.11 – Vue 3D éclatée puis assemblée, du modèle de la plate-bande à joints en X réglés (IA02), avec bloc d'appui en rouge, et appui glissant en magenta



Fig 7.12 – Claveaux – joints en X (IA01 à g.) et joints en X réglés (IA02 à d.)

Chapitre 7. Plates-bandes à joints en X

La mesure du poids des blocs donne une masse volumique de 2217 kg/m^3 avec un écart type de 18 kg/m^3 (10 blocs pesés).

La géométrie de la plate-bande à joints en X est définie par les paramètres suivants (voir paramétrage section 15.1 p. 250) :

- $\varphi = 18.4^\circ$ (règle du « 1 pour 3 ») ;
- $h = 30 \text{ cm}$;
- $2d = 10 \text{ cm}$;
- $2a = 2d + 2h \tan \varphi = 30 \text{ cm}$;
- épaisseur demi-claveau : $b = 15 \text{ cm}$;
- Portée libre à l'intrados $L_i = 1,30 \text{ m}$;
- Portée à mi-hauteur $L_m = 1,40 \text{ m}$.



Fig 7.13 – Plate-bande à joints en X IA01



Fig 7.14 – Plate-bande à joints en X réglés IA02

Montage

Les claveaux ont été percés en leur centre pour faciliter leur manutention (fig. 7.12). Lors du montage, des barres en acier sont passées à travers les trous, et des sangles textiles sont utilisées pour permettre le montage progressif de la plate-bande à l'aide de cales ajustables mobiles (fig. 7.15 à gauche). Le tirant métallique est le dernier élément mis en place. Il est légèrement mis en tension avant le relâchement des sangles textiles (fig. 7.15 à droite).



Fig 7.15 – Plate-bande IA01 en cours de montage

Chargement

Chaque plate-bande a été chargée par une force verticale appliquée à la clé de la plate-bande, à l'aide d'un vérin équipé d'une cellule de charge pour mesurer l'effort appliqué. La charge verticale maximale appliquée lors des expériences à l'Isle d'Abeau vaut 10 kN environ. Cette charge était volontairement faible pour éviter d'aller jusqu'à la rupture et pouvoir réutiliser les claveaux. Pour cette charge appliquée progressivement, nous avons observé l'ouverture des joints et une flèche de l'ordre de 4 mm (fig. 7.16).

Les résultats de l'instrumentation, qui n'ont pas pu être exploités et reliés aux modèles de calcul, sont présentés en annexe (chapitre D).



Fig 7.16 – Plate-bande IA02 chargée, avec une règle droite posée sur l'extrados pour visualiser la déformation

Chapitre 8

Plates-bandes en fausse-coupe

Résumé : Ce chapitre traite des plates-bandes en fausse-coupe, qui furent construites à partir du XVII^e siècle en France. Les informations sur la fausse-coupe tirées des traités d'architecture sont présentées. Les exemples de plates-bandes en fausse-coupe proposés dans ce chapitre sont pour la plupart potentiels, car la géométrie exacte de leur coupe est par nature cachée. Ces exemples sont regroupés et présentés par thèmes, pour essayer de dresser le portrait d'une technique qui eut un emploi beaucoup plus important que celui suggéré par sa présentation dans les traités d'architecture et de coupe de pierre.

Sommaire

8.1	La fausse-coupe dans les traités	152
8.2	Plates-bandes en fausse-coupe potentielles	154
8.2.1	Introduction	154
8.2.2	Jacques Lemercier (av. 1586-1654)	156
8.2.3	Le Louvre	158
8.2.4	Le dix-septième siècle	159
8.2.5	Refus et renouveau de la fausse-coupe au XVIII ^e siècle . .	161
8.2.6	La fausse-coupe à Chambéry	162
8.3	Conclusion	164

8.1 La fausse-coupe dans les traités

L'inclinaison des joints des arcs et des plates-bandes répond à des règles géométriques. Dans le cas des arcs et voûtes courbes, les joints doivent converger vers le centre de courbure de l'intrados (*principe de normalité*, voir section 5.4). Dans le cas des plates-bandes et voûtes plates, ils doivent être inclinés par rapport à la verticale (*principe d'inclinaison*, voir section 6.3).

La *fausse-coupe* désigne les *joints de lits en coupe* dont l'inclinaison ne répond pas à ces règles. Les joints en fausse-coupe des arcs courbes sont donc horizontaux ou verticaux (fig. 8.1), et ceux des plates-bandes sont verticaux (Diderot et d'Alembert, 1756, cit. 44, voir fig. 8.2).

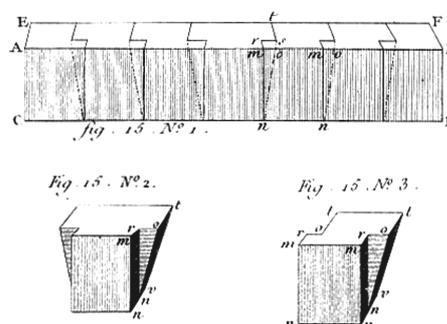
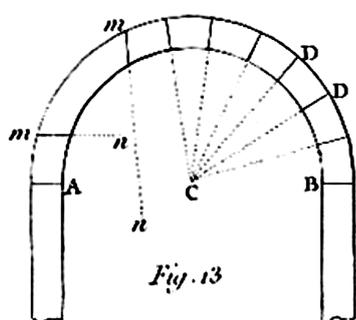


Fig 8.1 – Joints en fausse-coupe mn d'un arc, d'après Diderot et d'Alembert (1756) Fig 8.2 – Plate-bande en fausse-coupe, d'après Diderot et d'Alembert (1756)

Puisque l'inclinaison des joints des plate-bandes en fausse-coupe enfreint les règles géométriques communément admises, les traités indiquent qu'un artifice est nécessairement présent pour garantir la stabilité de ces plates-bandes. Cet artifice peut être soit une *bonne coupe*, c'est-à-dire un joint incliné pour les plates-bandes, qui est masqué à l'arrière du joint vertical, soit l'utilisation de barres de fer. La solution de la bonne coupe est mentionnée ou représentée par :

- D'Aviler (1691, p. 572, cit. 20) ;
- Tiercelet (1728, p. 53, cit. 24) ;
- Frézier (1738, p. 67, cit. 37) ;
- Diderot et d'Alembert (1756, cit. 44) ;
- Blondel et Patte (1777a, p. 266-267, 288, cit. 58, 59) ;
- (Simonin, 1792, voir fig. 8.3).

La solution avec « barres de fer » est mentionnée par Frézier (cit. 37) et Diderot et d'Alembert (cit. 44).

Nous retenons dans la suite de ce document le vocabulaire suivant, pour éviter la confusion entre ces deux systèmes (avec joints inclinés masqués ou avec barres de fer). Nous appelons plate-bande en fausse-coupe une plate-bande dont les joints sont composés d'un ou deux plans verticaux et d'un plan incliné (avec ou sans barre de fer). Nous appelons plate-bande à joints verticaux une plate-bande dont les joints sont uniquement verticaux (avec ou sans barre de fer).

Chapitre 8. Plates-bandes en fausse-coupe

La fausse-coupe peut être *simple* (si les joints verticaux sont présents seulement d'un côté) ou *double* (si les joints verticaux sont présents des deux côtés). La figure 8.2 représente un cas de simple fausse-coupe, et la figure 8.3 représente un cas de double fausse-coupe. Cette distinction n'est pas faite dans le vocabulaire utilisé par les traités.

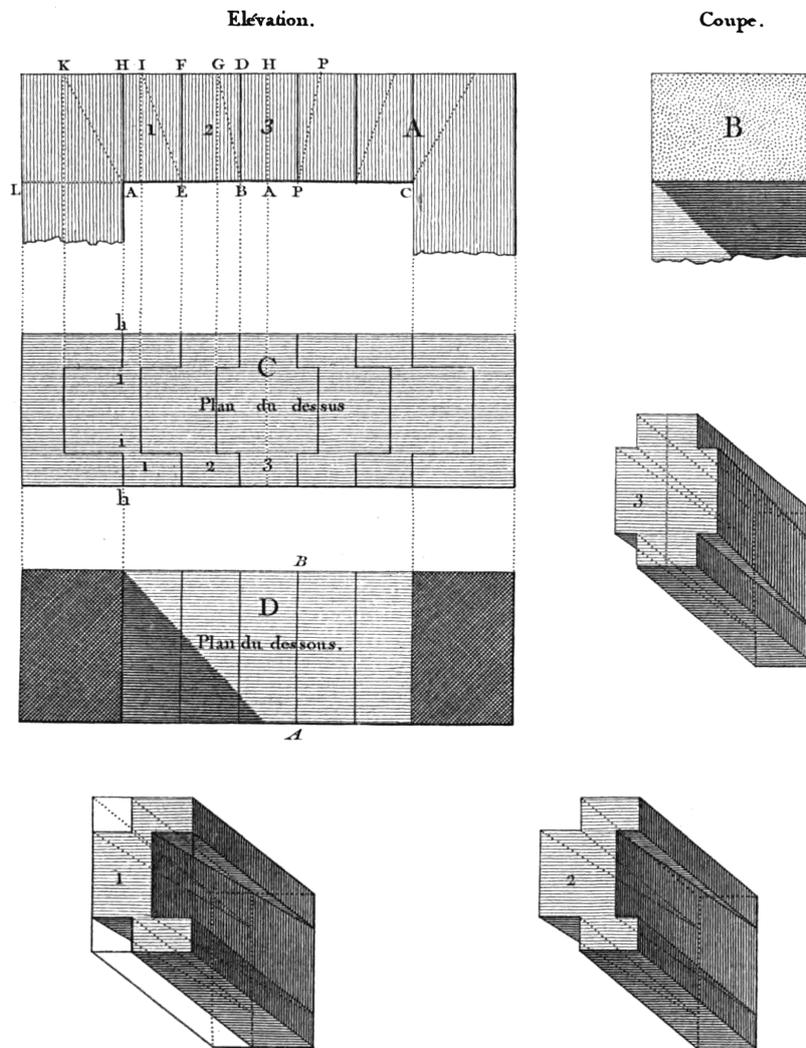


Fig 8.3 – Plate-bande en fausse-coupe, d'après Simonin (1792, Pl. XXI)

Le terme fausse-coupe existe dans le dictionnaire de Félibien, mais concerne uniquement la charpenterie et la menuiserie (Félibien, 1676). La première occurrence que nous avons trouvé correspondant aux plates-bandes se trouve chez D'Aviler (1691, p. 572, cit. 20, voir fig. 6.1). Le terme est ensuite utilisé par Frézier (1738, p. 67, cit. 37), Diderot et d'Alembert (1756, cit. 44), et Blondel et Patte (1777a, p. 266-267, 288, cit. 58, 59).

En revanche, d'autres auteurs n'utilisent pas le terme de fausse-coupe pour désigner la technique. L'Académie royale d'architecture qualifie ces joints de « joins à plomb » (1701 cit. 157) ou de « coupes à plomb » (1710 cit. 162). Tiercelet indique que

s'ils ne tendent pas au centre, il faut que les « joints paroissent perpendiculaires » et accompagne son texte d'un dessin explicite d'un claveau en fausse-coupe (Tiercelet, 1728, p. 61, cit. 25). Simonin appelle ce type de plate-bande « Platte-bande à joints d'aplomb » (Simonin, 1792, p. 36). Chez ces auteurs (sauf Tiercelet dont le dessin lève toute ambiguïté), il est implicite qu'une plate-bande à joints verticaux n'est pas réalisable, et donc que les joints verticaux sont doublés de joints inclinés. Le terme « joint à plomb » est dans ce cas un synonyme de « fausse-coupe », et ne désigne pas les plates-bandes à joints purement verticaux. Comme vu précédemment, pour éviter les confusions, nous ferons la distinction entre les plates-bandes à joints verticaux (très rares), et les plates-bandes en fausse-coupe (composées d'un ou deux plans verticaux et d'un plan incliné).

Du point de vue géométrique, les descriptions des traités apportent quelques indications sur les proportions des joints en fausse-coupe, souvent contradictoires. D'Aviler indique que la profondeur de la (simple) fausse-coupe est de six pouces [15 cm – D'Aviler, 1691, p. 572], tandis que Diderot et d'Alembert indiquent seulement trois à quatre pouces (7,5 cm à 10 cm – Diderot et d'Alembert, 1756, cit. 44). Simonin indique dans le cas d'une double fausse-coupe que l'épaisseur correspondant aux joints verticaux doit valoir de 40 à 50% de l'épaisseur totale (Simonin, 1792, p. 37). Une telle disposition est critiquée par l'association ouvrière des Compagnons du devoir qui indique que « un tel appareil affaiblit considérablement la plate-bande, car la partie clavée ne représente souvent plus que la moitié de sa profondeur » (Association ouvrière des Compagnons du devoir, 1996, p. 129).

Les exemples de plates-bandes en fausse-coupe connus grâce aux traités d'architectures sont rares, et reviennent toujours aux mêmes bâtiments. Les portes des passages sous les corps centraux des façades de la cour Carrée du Louvre sont les exemples le plus souvent cités⁽¹⁾. Sont également cités le portail de l'église Saint-Eustache à Paris (Quatremère de Quincy, 1825) et plus récemment l'hôtel de Brancas (6 rue de Tournon à Paris – Tibières, 2012). Il existe en réalité bien d'autres exemples. Nous présentons dans la section suivante ceux découverts au cours de nos recherches.

8.2 Plates-bandes en fausse-coupe potentielles

8.2.1 Introduction

Nous présentons dans cette section les exemples de fausse-coupe potentielle que nous avons trouvés au cours de nos recherches. L'adjectif *potentiel* est ici important.

En effet, les exemples de simple fausse-coupe, où la partie verticale du joint est visible d'un côté de la plate-bande et la partie inclinée est visible de l'autre côté, sont rares : les plates-bandes des portes latérales sous oculi de la majorité des avant-corps du Louvre, de Lemercier à Lefuel, et deux exemples de plates-bandes du XIX^e siècle à Chambéry. Dans ces cas la présence de la fausse-coupe est attestée, et la possibilité qu'il s'agisse uniquement de plates-bandes à joints verticaux ne se pose pas.

(1). Les traités mentionnant ces exemples au Louvre pour illustrer les plates-bandes en fausse-coupe, en utilisant ou non ce terme, sont les suivants : D'Aviler (1691, p. 572, cit. 20), Tiercelet (1728, p. 53, cit. 24), Frézier (1738, p. 67, cit. 37), Diderot et d'Alembert (1756, cit. 44), Blondel (1752, p. 156, cit. 56), Quatremère de Quincy (1825).

Dans tous les autres cas, il n'a pas été possible de vérifier que les plates-bandes possédaient des joints inclinés internes, soit parce que des joints verticaux étaient présents des deux côtés de la plate-bande (double fausse-coupe potentielle, comme dans le passage du pavillon de l'aile Nord de la cour Carrée du Louvre), soit parce qu'une seule des deux faces de la plate-bande a pu être vue : si nous n'avons pas eu accès au bâtiment, ou si l'arrière de la plate-bande était masqué par la retombée du plafond (cas courant). Dans ces cas, il est possible qu'il n'y ait pas de joints inclinés à l'intérieur des plates-bandes, et donc que la plate-bande soit une plate-bande à joints verticaux.

Il existe cependant quelques indices qui permettent de favoriser l'hypothèse de l'existence d'un joint incliné à l'arrière des fausses coupes présentées, et l'absence de renforts en métal.

1. La construction de plates-bandes à joints verticaux n'est pas envisagée comme possible dans les traités d'architecture (voir section 6.3.1 p. 98). Il faut donc qu'il existe ou bien une coupe inclinée cachée, ou bien des éléments métalliques, or la présence de ces derniers semble peu probable (voir points suivants).
2. L'utilisation des armatures métalliques pour les plates-bandes armées est bien documentée, par les mêmes auteurs qui font référence à la fausse-coupe. Alors que dans le cas des plates-bandes armées ces auteurs (Patte, 1769 et Rondelet, 1804 notamment) décrivent les armatures mises en œuvre et les avantages et inconvénients des différents systèmes, dans le cas des plates-bandes en fausse-coupe qui pourraient également comporter des barres de fer aucun dessin de ce type de système n'est répertorié dans les traités.
3. En cas de présence de métal à l'intérieur des plates-bandes, leur durabilité s'amointrit nettement en raison de la corrosion du métal. Dans le cas du Louvre, qui présente la plus importante concentration de plates-bandes en fausse-coupe que nous avons trouvé en France, il n'y a pas eu de restauration de grande ampleur sur les façades *intérieures* de la cour Carrée qui auraient vu le remplacement de plates-bandes potentiellement en fausse coupe suite à la corrosion des fers⁽²⁾.
4. Le type de barres qu'il faudrait mettre en place pour compenser l'utilisation de joints verticaux n'est jamais précisé dans les traités. Sur les exemples présentés dans la suite, nous n'avons pas vu de « linteau de fer » engravé sous l'intrados comme ceux existants pour de nombreuses plates-bandes à joints inclinés (voir section 6.6 p. 128).

Par ailleurs, la restauration partielle des plates-bandes en fausse-coupe n'est pas possible sans laisser des traces visibles sur l'appareil, en raison de l'assemblage séquentiel nécessaire pour ces plates-bandes, comme pour les plates-bandes à joints en X vues précédemment (fig. 7.1). Cela signifie que le procédé traditionnel de remplacement des claveaux (remplacement « en tiroir », c'est-à-dire en retirant le claveau dans un mouvement horizontal perpendiculaire à la façade) n'est pas possible.

(2). Information transmise oralement par Guillaume Fonkenell, ancien conservateur chargé de l'histoire du Louvre, conservateur chargé de la Sculpture et de l'architecture au musée national de la Renaissance au château d'Écouen.

Chapitre 8. Plates-bandes en fausse-coupe

Nous présenterons les exemples de fausse-coupe potentiels, sans faire référence dans la suite au caractère potentiel de nos observations pour alléger les descriptions, en réunissant les exemples par thèmes : Jacques Lemercier, Le Louvre, le dix-septième siècle, le refus et renouveau de la fausse-coupe au dix-huitième siècle, et enfin la fausse-coupe à Chambéry. Pour faciliter la lecture de cette synthèse, les illustrations et détails pour chaque exemple sont réunis par thème et présentés dans le catalogue des plates-bandes en annexe (section B.5).

Nous n'avons pas considéré les baies aveugles parmi les exemples de plates-bandes en fausse-coupe potentiels, car dans ce cas les claveaux peuvent prendre appui sur le mur (fig. 8.4 et 8.5).



Fig 8.4 – Paris, fontaine des Quatre-Saisons rue de Grenelle, construite par Edmé Bouchardon (1739-1745)

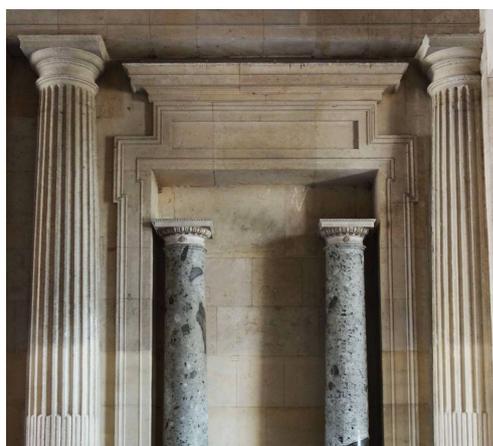


Fig 8.5 – Paris, Louvre, passage de l'aile Sud de la cour Carrée

8.2.2 Jacques Lemercier (av. 1586-1654)

Les informations qui suivent concernant la biographie de Jacques Lemercier sont tirées de la monographie de Gady (2005) concernant cet architecte.

Jacques Lemercier est issu d'une famille de « maîtres maçons tailleurs de pierre » de Pontoise. Son grand-père Pierre Lemercier (n.c.-1570), son oncle Pierre II Lemercier (n.c.-1638), son père Nicolas Lemercier (1541-n.c.), son demi-frère Nicolas II Lemercier (1600-ap.1648), son demi-frère Jacques Lemercier (1601-1639), et son beau-frère André Gerbault (n.c.-1641) sont tous maîtres maçons. Bien que Nicolas, le père de Jacques, est également qualifié de « architecte des Bâtiments de la Reine » pour ses travaux au château de Montceaux-en-Brie, il agit plutôt en tant que maçon ou entrepreneur qu'en tant qu'architecte.

Jacques Lemercier apprend probablement le métier de maçon tailleur de pierre auprès de son père, avant un séjour italien de 1607 à 1611. Si aucune archive ne permet de confirmer ce point, notons cependant que le jeune Jacques Lemercier a pu avoir l'occasion d'observer les plates-bandes à joints en X en Toscane (Prato et Arezzo) pendant sa formation en Italie.

Chapitre 8. Plates-bandes en fausse-coupe

De retour en France en 1612, il commence sa carrière par un rôle d'ingénieur travaillant sur les ponts, pour apporter des solutions techniques sur différents projets.

Le premier projet de bâtiment important où Jacques Lemercier intervient comme architecte est la chapelle de l'Oratoire du Louvre à Paris (1622-1625).

Suite à la mort de Salomon de Brosse en 1626, Jacques Lemercier devient l'architecte de la reine Marie de Médicis en 1627, puis du cardinal de Richelieu la même année. Il devient ultérieurement Premier architecte du roi, et est chargé du doublement de l'aile de Lescot au Louvre (actuelle aile Ouest de la cour Carrée).

Jacques Lemercier est le premier architecte qui utilise régulièrement des plates-bandes en fausse-coupe. Les exemples conservés se trouvent à l'église Notre-Dame de Richelieu, à l'église Saint-Pierre Saint-Paul de Rueil-Malmaison, à la chapelle de la Sorbonne, au Palais-Royal (ancien palais Cardinal), et enfin et surtout au Louvre, où son exemple sera suivi par ses successeurs jusqu'au XIX^e siècle inclus.

L'attribution à Jacques Lemercier de la construction de l'église Saint-Joseph-des-Carmes est hypothétique aujourd'hui, les archives ne permettant pas d'attribuer la construction à un architecte particulier. Cependant, l'utilisation de la fausse-coupe pour le portail pourrait être un indice technique en faveur de l'attribution à Jacques Lemercier.

Les premiers exemples de plates-bandes fausse-coupe redécouverts en France se trouvent au château de Montceau-en-Brie (figures B.76 et B.77). Ils pourraient être dus à Salomon de Brosse. Mais l'absence de fausse-coupe dans les autres réalisations de Salomon de Brosse permet de douter de cette hypothèse. Qui alors, de Nicolas (le père) ou de Jacques (le fils), est à l'origine de ces premiers exemples de plates-bandes en fausse-coupe ? Rien ne permet de trancher la question aujourd'hui. Notons seulement une conjonction de circonstances qui ont pu jouer dans cette apparition.

Premièrement, cette famille de tailleurs de pierre est d'origine picarde. Elle a donc nécessairement eu connaissance des nombreux exemples de plates-bandes que l'on trouve dans les églises du Moyen Âge de la région, dont certaines présentent une stéréotomie particulière (plates-bandes à crosettes, plates-bandes à joints courbes – voir notre historique des plates-bandes au Moyen Âge). La technique de la plate-bande fait donc partie d'un patrimoine technique local que ces maîtres tailleurs de pierre connaissaient nécessairement.

Deuxièmement, le jeune Jacques Lemercier a fait le voyage en Italie. Il aurait pu voir à cette occasion en Toscane la plate-bande à joints en X du portail Sud et la plate-bande en fausse-coupe de la façade occidentale de la cathédrale de Prato, et être intrigué par ces systèmes constructifs, très visibles par leur alternance de pierres blanches et sombres (décor *ablaq*).

Notons enfin, comme cela est souligné par Gady (2005) dans sa monographie de l'architecte, que « Le goût de Lemercier pour les jeux de stéréotomie s'exprime enfin par des réalisations que l'on pourrait qualifier de "gratuites", eu égard à leur position ou à leur discours ». Gady mentionne un escalier en vis évidé à la Sorbonne, une arrière voussure de Marseille, etc. Il mentionne également les plates-bandes « formées de pierres parallèles » au Louvre.

Par ailleurs, nous n'avons pas pu confirmer ou infirmer la présence de plates-bandes en fausse-coupe à l'intérieur de la chapelle de l'Oratoire du Louvre, un des

premiers grands chantiers parisiens de Lemercier (1622-1625). Lemercier ne conduit pas le chantier à son terme, les dernières travées de la nef et la façade ne seront construites qu'au XVIII^e siècle, ce qui pourrait expliquer l'absence de fausse-coupe pour cet édifice.

Les exemples relevés de fausse-coupe chez Jacques Lemercier sont présentés dans le catalogue en annexe (section B.5.1 p. 373).

8.2.3 Le Louvre

Les datations et attributions des constructions et modifications successives du Louvre qui seront mentionnées dans cette section sont en grande partie tirées d'un échange sur site avec Guillaume Fonkenell, ancien conservateur chargé de l'histoire du Louvre. Les éventuelles erreurs d'attributions et de datations qui se seraient glissées dans la suite de cette section sont de notre fait.

Les exemples relevés de fausse-coupe au Louvre sont présentés dans le catalogue en annexe (section B.5.2 p. 380). Pour faciliter la lecture de l'analyse qui va suivre, les exemples de fausse-coupe situés au rez-de-chaussée de la cour Carrée sont localisés sur la figure 8.6.

Si le Louvre n'est pas le premier bâtiment dans lequel la fausse-coupe est utilisée, elle y est remarquable par son emploi presque systématique pour toutes les portes et fenêtres couvertes par une plate-bande droite (non cintrée) construites par Lemercier et par les architectes qui lui succèdent pour construire les quatre ailes formant aujourd'hui la cour Carrée.

Sur les façades intérieures de la cour Carrée, en dehors des parties dues à Pierre Lescot en 1551-1556 (sud de l'aile occidentale, ouest de l'aile méridionale), il semble que toutes les plates-bandes des portes du rez-de-chaussée, et toutes celles des fenêtres du premier étage soient en fausse-coupe. Sur les façades extérieures, l'emploi de la fausse-coupe est plus limité mais encore présent : sur les trois fenêtres du premier étage des corps centraux des ailes Nord et Sud dus à Louis Le Vau, sur les autres fenêtres du premier étage de l'aile Sud, ainsi que les trois portes de la façade orientale (sous la grande colonnade).

Les plates-bandes en fausse-coupe des portes latérales des avant-corps des ailes Ouest, Sud et Est côté cour Carrée sont particulièrement significatives, parce qu'elles sont construites à simple coupe, et les joints inclinés sont visibles à l'arrière des plates-bandes depuis l'intérieur des passages (figures B.86, B.89 et B.99).

Ces plates-bandes à simple coupe forment un ensemble d'exemples didactiques d'utilisation de la technique. Ce point est d'autant plus frappant que nous n'avons trouvé que très peu d'exemples de plates-bandes en fausse-coupe permettant l'observation des joints inclinés qui révèlent le secret de la technique.

La fausse-coupe est employée au Louvre par tous les architectes qui se succéderont à sa construction après Lemercier : Le Vau, Perrault, Percier et Fontaine, Visconti, Lefuel. La question de l'utiliser se posa lors des débats précédant la construction de la grande colonnade en 1669 (Tibières, 2012, p. 369). Elle ne fut finalement pas utilisée pour les portiques de la grande colonnade, mais elle est présente sur les trois portes du corps central (fig. B.101), et aux fenêtres du premier étage (donnant sur la loggia située sous les portiques – fig. B.102).

Chapitre 8. Plates-bandes en fausse-coupe

Sur les façades de la cour Carrée, les joints des plates-bandes des portes secondaires et des fenêtres du premier étage sont particulièrement fins, à tel point qu'il est difficile parfois de les distinguer depuis le sol. Cette finesse a été notée par Sauval au XVII^e siècle (Sauval, 1724a, p. 32, cit. 15).

La question de l'emploi de la fausse-coupe au palais des Tuileries se pose par la proximité des deux palais, réunis par la Grande galerie longeant la Seine, et parce que Louis Le Vau, qui a utilisé de façon intensive la fausse-coupe pour la cour Carrée, est également intervenu au palais des Tuileries. L'observation des photos prises avant la destruction du palais n'a cependant pas permis d'établir l'utilisation de la fausse-coupe aux Tuileries.

8.2.4 Le dix-septième siècle

Les exemples d'utilisation de la fausse-coupe au XVII^e siècle que nous avons regroupés sont présentés dans le catalogue en annexe (section B.5.3 p. 391).

En 1738, lorsque Frézier évoque et critique l'utilisation de la fausse-coupe, il indique que « quelques architectes » en ont fait l'usage, sans en préciser les noms (Frézier, 1738, p. 67, cit. 37). Ces « quelques architectes » regroupent cependant des grands noms de l'architecture du XVII^e siècle : a minima, d'après les exemples que nous avons retrouvés : Jacques Lemercier (av.1586-1654), Louis Le Vau (1610-1670) et son collaborateur François d'Orbay (1634-1697), et Pierre Le Muet (1591-1669). Il faut peut-être ajouter à cette liste Charles Joubert (1640-n.c.), architecte moins connu, et dont la datation de la plate-bande en fausse-coupe à l'amphithéâtre d'anatomie n'est pas connue avec certitude (fig. B.111). Il existe certainement d'autres noms à ajouter à cette liste.

Nous n'avons pas trouvé d'exemples de fausse-coupe en consultant les monographies de Salomon de Brosse (~1565-1626), de François Mansart ⁽³⁾ (1598-1666), et de Jules Hardouin-Mansart (1646-1708), mais il n'est pas exclu que ces derniers aient utilisé la technique.

Aussi, alors que Pérouse de Montclos (1982, p. 92) remarque l'importance de la stéréotomie dans l'œuvre de François Mansart, et a contrario le faible usage qu'en fait Louis Le Vau, la fausse-coupe n'a probablement pas été utilisée par Mansart, alors qu'elle l'a été à de nombreuses reprises par Le Vau. Notons à cette occasion que si les plates-bandes en fausse-coupe nécessitent une habileté particulière pour leur taille et leur mise en œuvre, ce n'est pas le cas pour leur épure, qui est très simple en comparaison avec les épures des escaliers sur lesquelles Pérouse de Montclos s'appuie implicitement pour comparer l'usage respectif de la stéréotomie chez Mansart et chez Le Vau.

La fausse-coupe a donc été utilisée au XVII^e siècle a minima de 1622 (date de la fin de la construction de Montceaux-en-Brie) jusqu'en 1692 (date du début de la construction de la cathédrale de Montauban).

(3). Information apportée par les examinateurs lors de la soutenance : Benjamin Mouton a signalé la présence d'une plate-bande en fausse-coupe à l'intérieur de l'hôtel de Chimay, dans une partie du bâtiment construite par François Mansart selon Alexandre Gady. François Mansart a donc également utilisé la technique de la fausse-coupe.

Chapitre 8. Plates-bandes en fausse-coupe

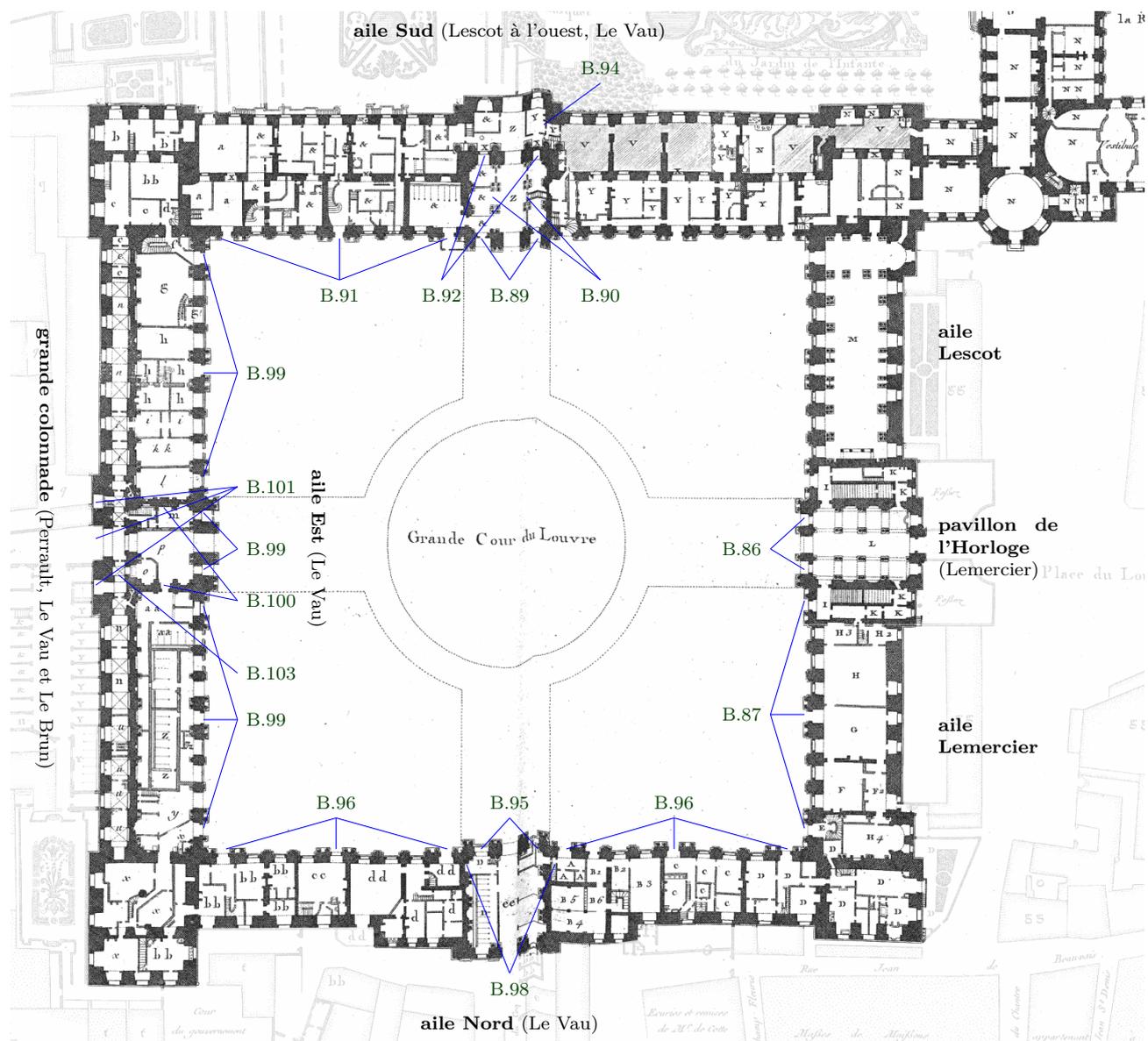


Fig 8.6 – Localisation des plates-bandes en fausse-coupe au rez-de-chaussée de la cour Carrée du Louvre ; les numéros renvoient au catalogue en annexe ; fond de plan d'après Blondel (1756, Pl. 5)

Notons pour finir une variante à la fausse-coupe ; Libéral Bruand (1635-1697) utilise une plate-bande particulière pour la chapelle Saint-Louis de l'hôpital de la Salpêtrière ⁽⁴⁾, à joints verticaux et crossettes. Nous n'avons pas répertorié cet exemple parmi les exemples de fausse-coupe en raison de la présence des crossettes, qui pourrait correspondre à un système différent (sans coupe inclinée masquée ni barres de fer).



Fig 8.7 – Plate-bande à joints verticaux et crossettes, chapelle Saint-Louis de l'hôpital de la Salpêtrière à Paris, construite par Libéral Bruand (1671-1679)

8.2.5 Refus et renouveau de la fausse-coupe au XVIII^e siècle

Les exemples de fausse-coupe au XVIII^e siècle relevés sont présentés dans le catalogue en annexe (section B.5.4 p. 398).

Au début du XVIII^e siècle, deux comptes-rendus de l'Académie royale d'architecture indiquent que le sujet de la fausse-coupe a été abordé, et que cette pratique n'a pas été « approuvée » (1701 cit. 157), et a même été « blâmée » (1710 cit. 162).

Ces deux avis formulés par l'Académie correspondent au début d'une période qui s'étend des années 1690 (construction de la cathédrale de Montauban) à 1741 (début de la construction de l'Hôtel-Dieu à Lyon par Soufflot) où nous n'avons pas trouvé d'exemples fiables de plates-bandes en fausse-coupe. Il est probable qu'il existe des exemples entre ces deux dates, néanmoins les exemples assez nombreux trouvés avant 1670 environ, et après 1750 environ, et présentés dans ce document contrastent avec les quelques exemples dont la datation est incertaine entre ces deux dates (amphithéâtre d'Anatomie et hôtel Brancas à Paris).

La diminution de l'utilisation de la fausse-coupe à la fin du XVII^e siècle peut être mise en parallèle avec deux cas particuliers, qui n'ont pas valeur de démonstration mais illustrent le changement d'esprit vis-à-vis de la technique.

(4). La chapelle Saint-Louis de l'hôpital de la Salpêtrière est construite par Libéral Bruand de 1671 à 1679 sur des plans de Louis Le Vau mort en 1670 avant le début des travaux.

Jacques II Bruand (1663-1752), fils de Jacques I Bruand et neveu de Libéral Bruand (tous architectes), fut admis à l'Académie royale d'architecture en 1699. Il fait partie des signataires avec Bullet du compte-rendu de l'Académie royale d'architecture du 22 août 1701 qui désapprouve l'usage des « joints à plomb », c'est-à-dire de la fausse-coupe.

Chapitre 8. Plates-bandes en fausse-coupe

Premièrement, bien que la question de son utilisation se soit posée en 1669 (Tibaldières, 2012, p. 369), la fausse-coupe n'est pas utilisée pour les portiques de la grande colonnade du Louvre.

Deuxièmement, un compte-rendu de 1679 indique que les académiciens se sont penchés sur la question de la coupe à donner aux plates-bandes et aux arcs, et que l'échange mis au jour des « sentiments différents » sur lequel le compte-rendu ne s'étend pas (1679, cit. 145). Il indique seulement à propos de ces avis divergents que l'Académie « a résolu de s'esclairer au premier jour ». Les comptes-rendus suivants ne font plus état du sujet.

Soufflot sera donc parmi les premiers au XVIII^e siècle, s'il n'est le premier, à réutiliser les plates-bandes en fausse-coupe, lors de la construction de l'Hôtel-Dieu à Lyon (à partir de 1741). Son utilisation de la technique est limitée au corps central de l'aile construite le long du Rhône, correspondant à la chapelle des malades : trois plates-bandes en façade à l'étage noble côté cour et côté quai (fig. B.115), quatre plates-bandes d'accès aux salles entourant le vestibule du rez-de-chaussée (fig. B.116), et enfin quatre plates-bandes formant tribunes sur la chapelle des malades (fig. B.118).

Les exemples sont nombreux à partir des années 1750, et se prolongent au delà de la Révolution, notamment avec Charles Percier (1764-1838) et Pierre Fontaine (1762-1853), Louis Visconti (1791-1853), et enfin Hector-Martin Lefuel (1810-1880) au Louvre.

Le changement du jugement porté sur les fausses coupes est particulièrement accusé chez J.-F. Blondel, pour qui ces dernières « n'affoiblissant pas la solidité, donne à l'édifice une hardiesse apparente qui tient du merveilleux. » (Blondel, 1752, p. 156, cit. 56).

Certains architectes resteront opposés à l'utilisation de la fausse-coupe. Viel, auteur de *De l'impuissance des mathématiques pour assurer la solidité des bâtimens, et Recherches sur la construction des ponts*, s'oppose avec force à l'usage des joints verticaux (Viel, 1805, p. 35, cit. 71). Viel n'utilise pas le terme de fausse-coupe, mais cette dernière est visée implicitement dans son texte.

Pour compléter les exemples donnés dans la suite, mentionnons le cas particulier de l'église Saint-Sulpice à Paris, où les plates-bandes des portiques de la façade sont à joints verticaux. Il s'agit de plates-bandes avec armatures métalliques, et nous ne les avons donc pas cataloguées avec les exemples de fausse-coupe que nous supposons construites probablement sans métal.

8.2.6 La fausse-coupe à Chambéry

Les exemples de fausse-coupe relevés à Chambéry sont présentés dans le catalogue en annexe (section B.5.5 p. 406).

Chambéry présente un ensemble remarquable de sept bâtiments avec des plates-bandes en fausse-coupe construites entre 1767 et la première moitié du XIX^e siècle. Cet ensemble est remarquable pour plusieurs raisons.

Premièrement, la ville ne présente pas une tradition particulière de la plate-bande, en raison du mode de construction des édifices. Dans les édifices du centre ancien conservés aujourd'hui, les larges baies du rez-de-chaussée consacrées aux boutiques

sont couvertes par des arcs en anse-de-panier en calcaire de Lémenc. Dans les étages, les fenêtres rectangulaires sont couvertes par des linteaux monolithes en molasse. Lors de la construction (ou reconstruction) des façades sur rue et de l'introduction des plates-bandes, cette dernière sera réservée au portail d'entrée, les autres baies de la façade étant couvertes par des arcs en anse-de-panier ou par des arcs segmentaires (hôtel de Chateauneuf, hôtel de Beauregard, hôtel des Marquis de Faverges, immeubles du 231 et 254 place Saint-Léger, 2 rue Métropole, etc.).

Deuxièmement, le nombre d'exemples conservés (au moins sept bâtiments concernés) est très important au regard de la superficie de la ville ancienne actuelle, cette dernière ayant été détruite en partie lors de la seconde Guerre Mondiale. À titre de comparaison, nous avons trouvé un seul exemple de fausse-coupe à Lyon située à 100 km, en dehors de ceux du très exceptionnel Hôtel-Dieu de Soufflot. Annecy, ville située à 50 km et de taille comparable, et possédant la même tradition des boutiques avec arcs en anse-de-panier, n'a pas conservé d'exemples de plates-bandes en fausse-coupe.

Nous avons exploré deux hypothèses pour essayer d'expliquer l'apparition des plates-bandes en fausse-coupe à Chambéry.

La première hypothèse était l'influence turinoise, en raisons des échanges culturels importants entre les deux villes et parce que l'architecte des deux premiers exemples connus à Chambéry, Luca Raineri était d'origine turinoise⁽⁵⁾. Chambéry fut la capitale du Duché de Savoie jusqu'en 1562, date du transfert de la capitale à Turin. Cependant, la construction des bâtiments à Turin est principalement en brique, et les quelques façades en pierre de taille présentent des portails avec arc en plein-cintre ou linteau monolithe, et donc sans plate-bande⁽⁶⁾.

La seconde hypothèse était l'influence lyonnaise. La construction de l'Hôtel-Dieu a attiré et mobilisé à Lyon pendant une vingtaine d'années (1741-1763) un nombre important de tailleurs de pierre, qui ont appris ou observé la technique de la fausse-coupe au niveau du corps central de l'aile du quai du Rhône. Il est possible qu'à la fin de ce chantier, vers 1763, certains tailleurs de pierre qui maîtrisaient la fausse-coupe soient revenus à Chambéry. Les dates de commencement de la construction de l'hôtel de Roche (1767) et de l'hôtel Chollet du Bourget (1768) ne sont pas incompatibles avec cette hypothèse.

Dans ces deux hôtels, les joints verticaux des plates-bandes en fausse-coupe sont soulignés par des refends, ce qui ne s'observe dans aucun des autres exemples français de plate-bande en fausse-coupe que nous avons réunis. Le caractère expressif et visible de l'appareil de ces plates-bandes a pu lancer un mouvement d'émulation entre les maîtres d'ouvrage et entre les maîtres d'œuvre.

Notons en effet que la technique de la fausse-coupe ne répond à aucun intérêt structurel ou économique. Elle est plus difficile à réaliser et demande un savoir faire

(5). Luca Raineri est désigné comme « architecte, auteur et directeur de la grotte des Échelles en Savoie » dans la note bibliographique sur son fils, Francesco Raineri (di Vesme, 1968). Son origine turinoise est indiquée par Juttet (2005). Nous n'avons pas trouvé d'autres informations sur cet architecte.

(6). Ces informations sur le mode constructif des façades à Turin nous ont été communiquées par Paolo Cornaglia, professeur au Politecnico de Turin.

particulier, deux raisons qui en augmentent nécessairement le prix pour le maître d'ouvrage.

Pour finir, l'utilisation à partir de la fin du XVIII^e siècle de la plate-bande à Chambéry ne sera plus limitée aux édifices prestigieux. Certaines maisons du Faubourg Maché et du Faubourg de Montmélian sont munies au rez-de-chaussée de plates-bandes massives à joints inclinés, là où l'utilisation d'un linteau en bois ou d'un arc en anse-de-panier se serait peut-être montrée plus économique et mieux adaptée à la faible importance du bâtiment.

La dynamique qui a conduit à la construction à Chambéry d'un grand nombre de plates-bandes pour couvrir soit les portails des bâtiments, soit les boutiques en rez-de-chaussée, certaines à joints en fausse-coupe, d'autres à joints inclinés, reste donc en grande partie inexpliquée.

8.3 Conclusion

Ce parcours thématique des exemples français de plates-bandes en fausse-coupe, exemples compris du début du XVII^e siècle au milieu du XIX^e siècle, permet de formuler quelques remarques générales.

Premièrement, l'architecte qui semble lancer la technique en France au XVII^e siècle est Jacques Lemercier, qui l'emploiera sur de nombreux chantiers, avant de l'appliquer au Louvre à partir de 1639. Cette technique sera reprise par son successeur au Louvre, Louis Le Vau, et par tous les architectes qui se succéderont au Louvre jusqu'au XIX^e siècle inclus.

Après une période avec peu d'exemples de fausse-coupe, entre les années 1690 et les années 1740 environ, de nombreux exemples ont été repérés à partir des années 1750.

En dehors de l'exemple particulier que forme le Louvre où la plate-bande est utilisée sur des façades entières, l'utilisation de la fausse-coupe est réservée aux parties les plus importantes des édifices : portails au rez-de-chaussée et fenêtres à l'étage noble essentiellement. La fausse-coupe n'est pas systématisée à l'ensemble des baies d'un bâtiment. Par exemple, à l'Hôtel-Dieu de Lyon, Soufflot les utilise en façade uniquement sur le corps central de l'aile donnant sur le Rhône. Le corps central correspond par ailleurs à la chapelle des malades, et à l'entrée monumentale du bâtiment.

Claude Mignot émet l'hypothèse qu'une des raisons expliquant l'utilisation de la fausse-coupe en France est qu'elle permet d'intégrer plus harmonieusement les lignes dessinées par les joints des plates-bandes aux lignes verticales et horizontales dessinées par les pierres de taille de la façade⁽⁷⁾. En effet, dans le cas des portes et fenêtres bombées (baies couvertes d'un arc segmentaire), et même dans le cas des plates-bandes à joints inclinés, les lignes inclinées dessinées par les joints rayonnants créent une tension avec les lignes horizontales et verticales du bel appareil en pierre de taille. A contrario, les joints verticaux des plates-bandes en fausse-coupe s'intègrent parfaitement au dessin de l'appareil du reste de la façade.

(7). Échange oral à l'occasion d'une présentation « Les plates-bandes à l'Époque Moderne », en avril 2017 au Centre André Chastel, à Paris.

Pour soutenir cette hypothèse, notons que dans les débats qui précèdent la construction de la grande colonnade du Louvre en 1669, il est envisagé de construire les plates-bandes en fausse-coupe pour des raisons de « beauté » (Tibières, 2012, p. 369). La remarque toute en emphase de J.-F. Blondel montre que les raisons sont les mêmes au XVIII^e : « Pour la propreté de l'appareil dans les platebandes droites du côté de leur parement, on affecte que les joints soient perpendiculaires, comme on le remarque au Louvre, ce qui n'affoiblissant pas la solidité, donne à l'édifice une hardiesse apparente qui tient du merveilleux. » (Blondel, 1752, p. 156, cit. 56).

Les plates-bandes en fausse-coupe présentent une certaine ambivalence du point de vue visuel. D'une part, ces dernières sont réalisées pour ne pas être vues⁽⁸⁾, et pour s'intégrer à l'appareil du mur : joints verticaux semblables à ceux des autres assises, joints très fins des exemples du Louvre, uniformité des claveaux, etc. Elles sont de ce point de vue une réussite, car aujourd'hui le souvenir de ces techniques s'est en grande partie perdu, et les plates-bandes en fausse-coupe sont désormais anonymes parmi les autres plates-bandes sur les façades des édifices. D'autre part, c'est parce que le spectacle visuel qu'elles offrent n'est pas conforme à la *vérité* de l'architecture que se développe une rhétorique contre l'utilisation de la fausse-coupe au XVIII^e siècle, et qu'on leur attribue ce qualificatif peu flatteur. Elles sont donc à la fois peu visibles – c'est leur réussite – et trop visibles – ce qui les condamnera provisoirement au début du XVIII^e siècle.

Les plates-bandes à joints en X du Moyen Âge, que nous avons présentées au chapitre précédent (chapitre 7), offrent des similarités conceptuelles avec les plates-bandes en fausse-coupe françaises construites à partir du XVII^e siècle. Dans les deux cas, les joints visibles sur le front de la plate-bande ne semblent pas garantir la stabilité de ces dernières. Les plates-bandes à joints en X ont donc pu avoir une influence sur l'apparition de la fausse-coupe française.

Les similitudes et relations entre la France et l'Espagne du point de vue de la stéréotomie sont importantes (Pérouse de Montclos, 1982, p. 200, 212). Il est possible que la technique de la fausse-coupe provienne d'Espagne. Cependant, le premier exemple dont il est fait mention dans la littérature daterait de 1642 dans un manuscrit de Joseph Gelabert (Díaz et Mozo, 2012), soit dix à vingt ans après la première utilisation de la fausse-coupe en France par Lemer cier.

Deux autres plates-bandes, dont la similarité avec la coupe des pierres des plates-bandes en fausse-coupe françaises est encore plus forte, ont été repérées.

Premièrement, le portail de la façade occidentale de la cathédrale de Prato est couvert par une plate-bande dont les joints visibles en façade sont des joints verticaux (fig. 8.8). Bien que l'arrière de la plate-bande soit en grande partie masqué par le plafond du petit vestibule d'entrée, on devine le départ de crossettes. La figure 8.9 représente une vue hypothétique de la construction de cette plate-bande, en supposant que les joints non visibles au dessus des crossettes à l'arrière de la plate-bande sont inclinés.

Deuxièmement, le portail de la masrada 'Âdiliya (ou masrada 'al-'Adiliyya) à Damas (Syrie) est couvert d'une plate-bande dont les joints visibles en façade sont

(8). Les plates-bandes de l'hôtel de Roche et de l'hôtel Chollet-du-Bourget à Chambéry sont de ce point de vue de rares contre-exemples, où l'appareil en fausse-coupe est souligné par des refends.

Chapitre 8. Plates-bandes en fausse-coupe

des joints verticaux comme à Prato (fig.8.10). Cette plate-bande est composée de trois claveaux. Sauvaget (1950) indique la présence de crossettes à l'arrière de cette plate-bande. Ces deux exemples sont construits avec des claveaux de couleurs alternées claires et foncées, selon la technique du décor *ablaq*.

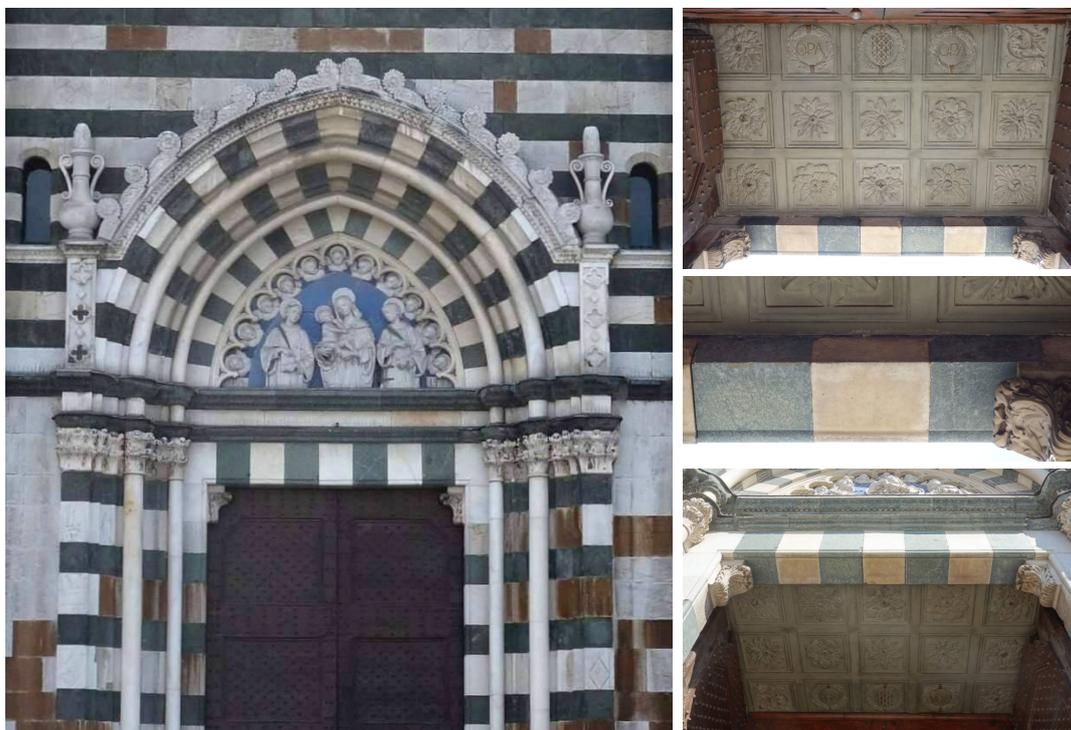


Fig 8.8 – Plate-bande à joints en fausse-coupe, portail occidental de la cathédrale de Prato

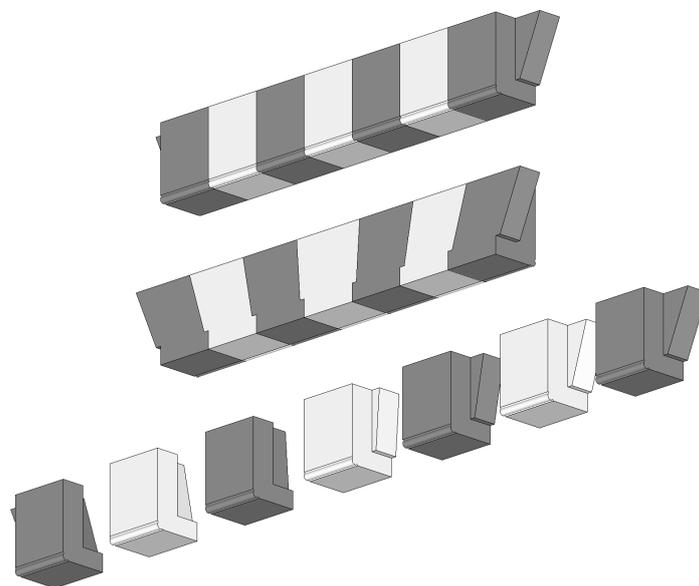


Fig 8.9 – Composition hypothétique de la plate-bande à joints verticaux de Prato



Fig 8.10 – Plate-bande à joints verticaux de la masrada 'Âdiliya à Damas (Syrie), avec crossettes masquées à l'arrière – photo : Luc Tamboréro

Chapitre 9

Exemples construits de plates-bandes de l'Antiquité à la Révolution

Résumé : Ce chapitre propose une succincte histoire des plates-bandes à travers la présentation d'exemples construits dans l'Antiquité, au Moyen Âge puis à l'Époque Moderne. Pour chaque époque, les traits principaux des plates-bandes tels qu'ils peuvent être appréciés à partir des exemples réunis sont exposés. Le catalogue des exemples utilisés dans ce chapitre est présenté en annexe. Les limites de la méthode adoptée pour tracer cette histoire sont exposées en introduction.

Sommaire

9.1	Méthode de recherche et objectifs	169
9.2	Antiquité	170
9.2.1	Du linteau à la plate-bande dans les entablements	170
9.2.2	Exemples construits	170
9.3	Moyen Âge	176
9.3.1	Portails	176
9.3.2	Cheminées	177
9.3.3	Baies	178
9.3.4	Villard de Honnecourt	178
9.4	Époque Moderne	180
9.4.1	Entablements	180
9.4.2	Baies	180
9.4.3	Escaliers à jour et escaliers suspendus	181
9.4.4	Les dessins de Léonard de Vinci	181

9.1 Méthode de recherche et objectifs

Nous présentons dans ce chapitre une succincte histoire des plates-bandes dans l'Antiquité, au Moyen Âge, puis à l'Époque Moderne, à travers l'exploration d'exemples construits. Du point de vue géographique, nous nous concentrons pour le Moyen Âge et l'Époque Moderne sur les exemples français. Nous réduisons notre champ de recherche aux plates-bandes dont l'intrados et l'extrados sont plans et horizontaux.

L'objectif de ce chapitre est d'observer les grandes lignes de l'évolution typologique des plates-bandes, qui permettent ensuite de choisir des paramètres judicieux pour la définition géométrique de l'appareil des plates-bandes qui feront l'objet d'une étude mécanique dans la partie IV.

En dehors d'un ouvrage collectif sur l'histoire de la construction des structures horizontales (*L'architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, 2012), les sources spécifiquement dédiées au sujet des plates-bandes sont rares. Les informations sur les plates-bandes tirées de la littérature doivent donc être prises avec précaution, car elles ne sont souvent que des bribes données au détour d'un discours plus général sur l'histoire de l'architecture, l'histoire de l'art, etc.

La majorité des exemples répertoriés pour l'Antiquité sont tirés de *L'art de bâtir* de Rondelet (1804). Ceux du Moyen Âge et de l'Époque Moderne sont tirés de sources variées. Nous avons notamment consulté l'essai de typologie des portails de l'architecture privée parisienne de Kamovska-Monnereau (2004, 2006).

Nous indiquons les datations connues en indiquant les sources de ces datations. L'analyse de la cohérence des sources, en particulier celles du XIX^e siècle, sort du cadre de notre travail.

Cette méthode d'étude présente comme intérêt principal sa rapidité, puisque cette recherche historique n'est qu'un prélude à l'étude mécanique des plates-bandes. Elle présente l'inconvénient de donner une vue biaisée des constructions à travers les représentations qu'en donnent les traités d'architecture. Certains exemples connus font ainsi l'objet de nombreuses mentions. Tel est le cas des plates-bandes à joints courbes dans l'Oise mentionnées par Viollet-le-Duc à Beauvais, puis reportées de nouveau par Enlart, mais qui occultent l'existence d'autres plates-bandes à joints courbes ailleurs que dans l'Oise, avec par exemple au moins un autre exemple dans les Hautes-Alpes, et surtout l'existence d'une majorité de plates-bandes au Moyen Âge présentant une coupe des pierres moins complexe. Nous avons tenté dans quelques cas, comme pour les escaliers et les cheminées, d'étendre notre champ de vision en consultant des recueils de relevés, qui ne donnent eux-aussi cependant qu'une vue réduite aux structures les plus exceptionnelles, et ne remplacent donc pas une approche archéologique plus fouillée, qui sort du cadre de cette thèse et aurait nécessité de réduire le champ d'étude à la fois temporellement et géographiquement.

9.2 Antiquité

9.2.1 Du linteau à la plate-bande dans les entablements

Cette partie sur l'histoire des plates-bandes dans l'Antiquité est basée essentiellement sur l'*Histoire de l'Architecture* de Choisy (1899a) et sur l'article *Structures horizontales dans la Rome antique : du linteau à la plate-bande* de Adam (2012).

Les architraves en pierre de l'architecture grecque ne sont pas des plates-bandes clavées, mais des linteaux monolithes qui portent de colonne à colonne (Adam, 2012 ; Planat, 1888b, p. 484, cit. 100). Ces linteaux peuvent être seuls, ou composés de pièces juxtaposées (appelées « architraves à bandes » par Choisy, 1899a, p. 319, 363, 375, voir fig. 9.2). Ils ne sont cependant pas clavés.

Dans l'architecture grecque le matériau privilégié pour la construction des colonnes et des entablements, dont les linteaux, est le marbre. La qualité de ce matériau est essentiel au succès de ce système constructif lorsque les portées sont importantes, cependant les pierres tendres locales sont également utilisées pour des portées plus réduites, comme à Agrigente.

Ce principe de couvrement monolithe de l'espace entre colonnes est repris pour les temples romains construits à l'époque républicaine, mais avec l'utilisation d'autres matériaux (travertin romain, tuf volcanique). L'utilisation du marbre n'apparaîtra dans l'architecture romaine que dans la seconde moitié du 1^{er} siècle av. J.-C. (Adam, 2012, p. 67).

Selon Adam (2012, p. 69), l'utilisation de la plate-bande clavée chez les Romains est un « artifice technique » pour permettre d'exploiter les matériaux locaux qui ne possèdent pas la résistance du marbre. Les plates-bandes sont placées au niveau de la frise, au-dessus d'une architrave monolithe. La plate-bande joue alors un rôle de décharge de l'architrave. Elle est composée de seulement trois claveaux : deux sommiers et une clé. Le temple Jupiter Stator – actuellement appelé temple des Castors ou Dioscures – est un exemple représentatif de ce système, relevé par Desgodets (fig. 9.1), et fréquemment cité⁽¹⁾ (fig. 9.3). Construit pour la première fois vers 499 av. J.-C., il sera reconstruit plusieurs fois, et pour la dernière fois en 6 ap. J.-C. sous Tibère⁽²⁾.

En résumé, les plates-bandes clavées ne font pas partie de l'architecture monumentale grecque qui utilise presque exclusivement le linteau monolithe. Les plates-bandes clavées sont utilisées dans l'architecture monumentale de la Rome Antique, qui reprend ou redécouvre des dispositifs préexistants. Le principe de la plate-bande clavée existait avant son utilisation chez les Romains, notamment chez les Étrusques à la prison de Mamertine selon Choisy (« plafond clavé », 1873, p. 125 ; 1899a, p. 247, 514).

9.2.2 Exemples construits

Une grande partie des exemples présentés ci-dessous sont tirés de *L'Art de Bâtir* de Rondelet (1804). Alors que la première édition de cet ouvrage contient peu d'exemples de plates-bandes antiques, en dehors de celle du théâtre de Marcellus, de nouveaux

(1). Par exemple chez Choisy (1899a, p. 515, cit. 115), DeLaine (1990).

(2). Notice p. 382 par Rousteau-Chambon dans le fac-similé de Desgodets (1682).

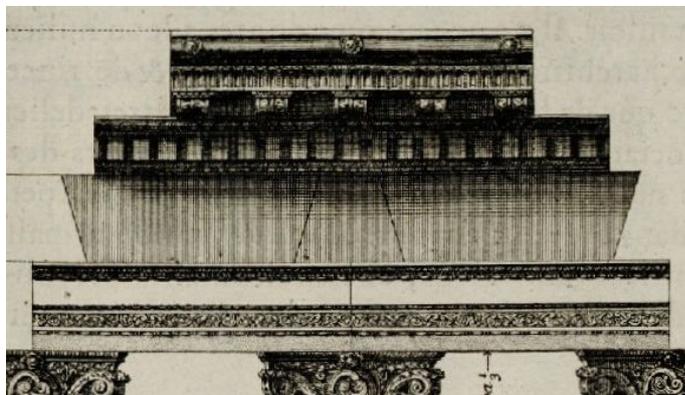


Fig 9.1 – « Des Trois Colonnes de Campo Vaccino à Rome », temple de Jupiter Stator, d'après Desgodets (1682, p. 127)

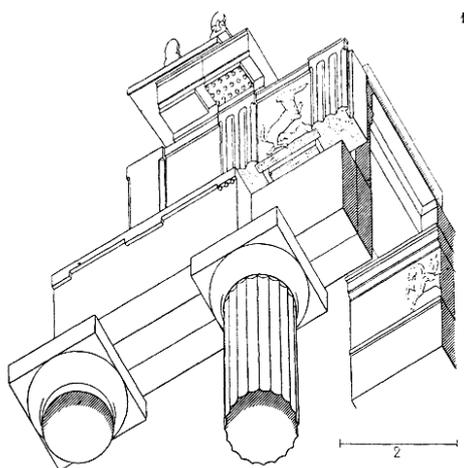


Fig 9.2 – Entablement dorique avec architrave à trois bandes, d'après Choisy (1899a, p. 299)

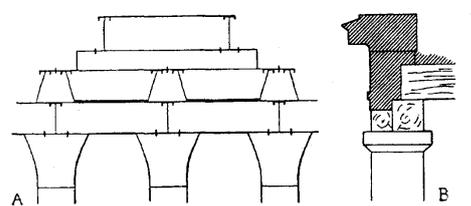


Fig 9.3 – Temple de Jupiter Stator, d'après Choisy (1899a, p. 515)

Chapitre 9. Plates-bandes de l'Antiquité à la Révolution

exemples sont ajoutés aux éditions suivantes. Ainsi sur la planche XXIX de l'édition de 1828, reproduite à la figure 9.4, huit figures sont consacrées à des exemples d'appareil de plates-bandes antiques. Planat (1888b, p.486-487, cit. 103) reprend les exemples et figures présentés par Rondelet (1834).

Nous n'avons pas mentionné ici le cas des plates-bandes en moellon, en brique, ou combinant les deux, qui sont également utilisées dans l'architecture civile. Adam en donne des exemples à Ostie et à Pompéi (Adam, 2012). Ce type de plate-bande sort du cadre de notre étude des structures en pierre de taille.

À Taposiris Magna, en Égypte, une voûte appareillée à crossette datant d'avant le milieu du II^e siècle av. J.-C. a été découverte récemment (Fournet, 2011). S'il ne s'agit pas d'une plate-bande, elle établit cependant l'existence du système de la crossette bien avant le premier exemple que nous avons trouvé pour une plate-bande, au théâtre d'Orange, à l'époque d'Auguste (fig. B.12).

L'utilisation des plates-bandes est souvent expliquée par l'absence à proximité du chantier de grandes pierres, ou de pierres de résistance suffisantes, pour faire des linteaux⁽³⁾. Les arènes de Vérone sont une exception. En effet les portes intérieures d'accès à l'arène sont construites avec des sommiers monolithes très imposants posés en encorbellement, et combinés avec un claveau unique de petite dimension (fig. B.11). Les blocs monolithes qui composent les sommiers auraient pu être utilisés comme des linteaux. Il existe d'ailleurs dans ces mêmes arènes quelques portes, trop rapprochées les unes des autres pour permettre la mise en équilibre des sommiers, où l'architrave est construite avec un linteau et non une plate-bande.

Sur le territoire correspondant actuellement à la France, très peu d'indications sont disponibles sur la possible utilisation de la plate-bande dans l'Antiquité, en dehors de l'exemple du théâtre d'Orange (fig. B.12). Quicherat (1886, p. 377) mentionne la présence d'une plate-bande dans le mur d'une poterne des murs gallo-romains de Sens, qui aurait été détruite vers 1840.

Les exemples relevés sont présentés dans le catalogue en annexe (section B.1 p. 345). Des exemples complémentaires, non mentionnés ici, peuvent être trouvés dans Cejka (1978, p. 5-6 à 5-19) et DeLaine (1990).

(3). Frézier (1738, p. 69, cit. 41), Viollet-Le-Duc (1859b, cit. 89), DeLaine (1990, p. 413), Adam (2012, p. 69).

Chapitre 9. Plates-bandes de l'Antiquité à la Révolution

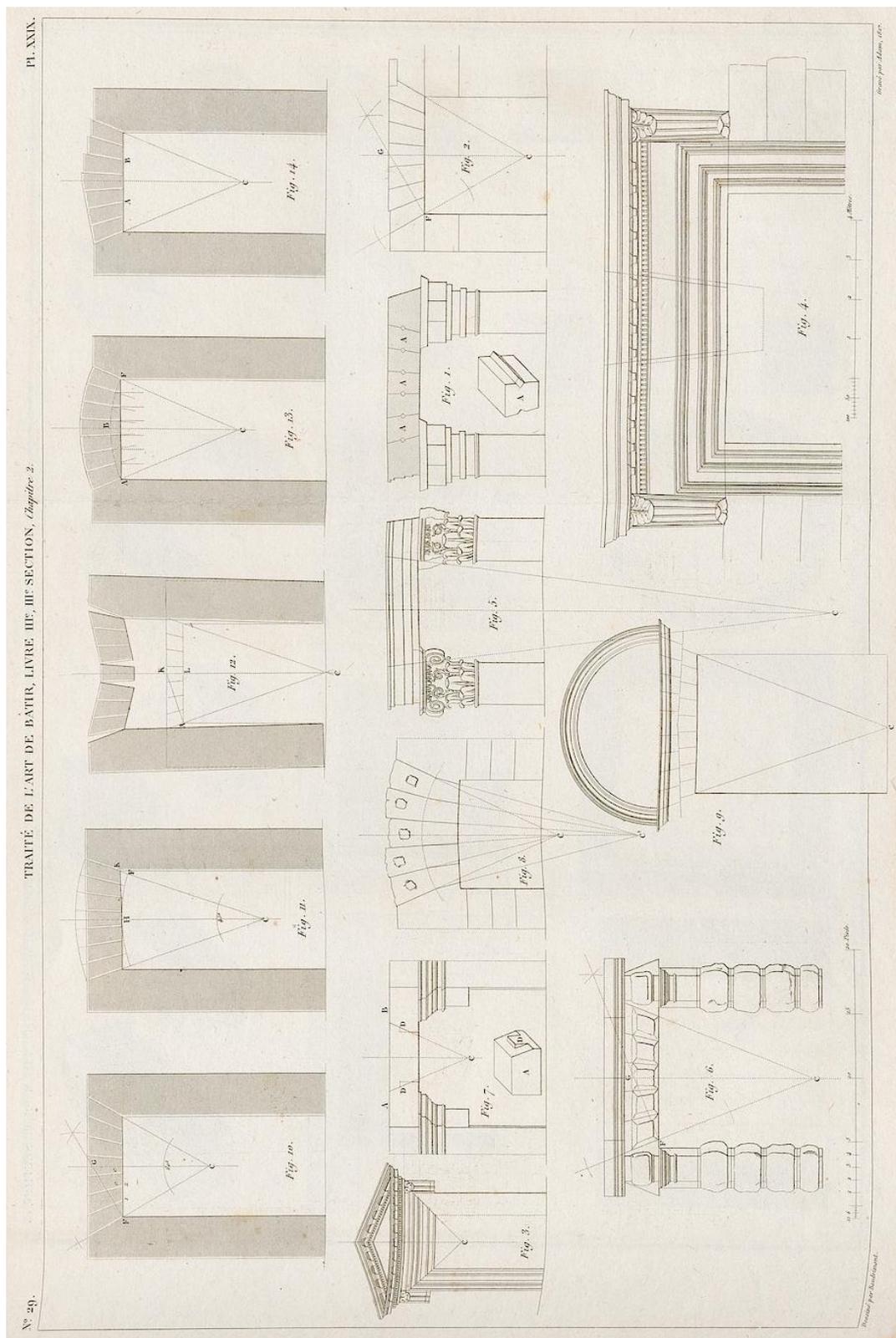


Fig 9.4 – Plates-bandes antiques, d'après Rondelet (1828, Pl. XXIX)



Fig. 6. — RUINES DU TEMPLE DU SOLEIL, A BALBEK. (II^e SIÈCLE)

p. 422.

Fig 9.5 – Ruines du temple du soleil à Baalbek (II^e siècle), d'après Planat (1888c, p. 422)

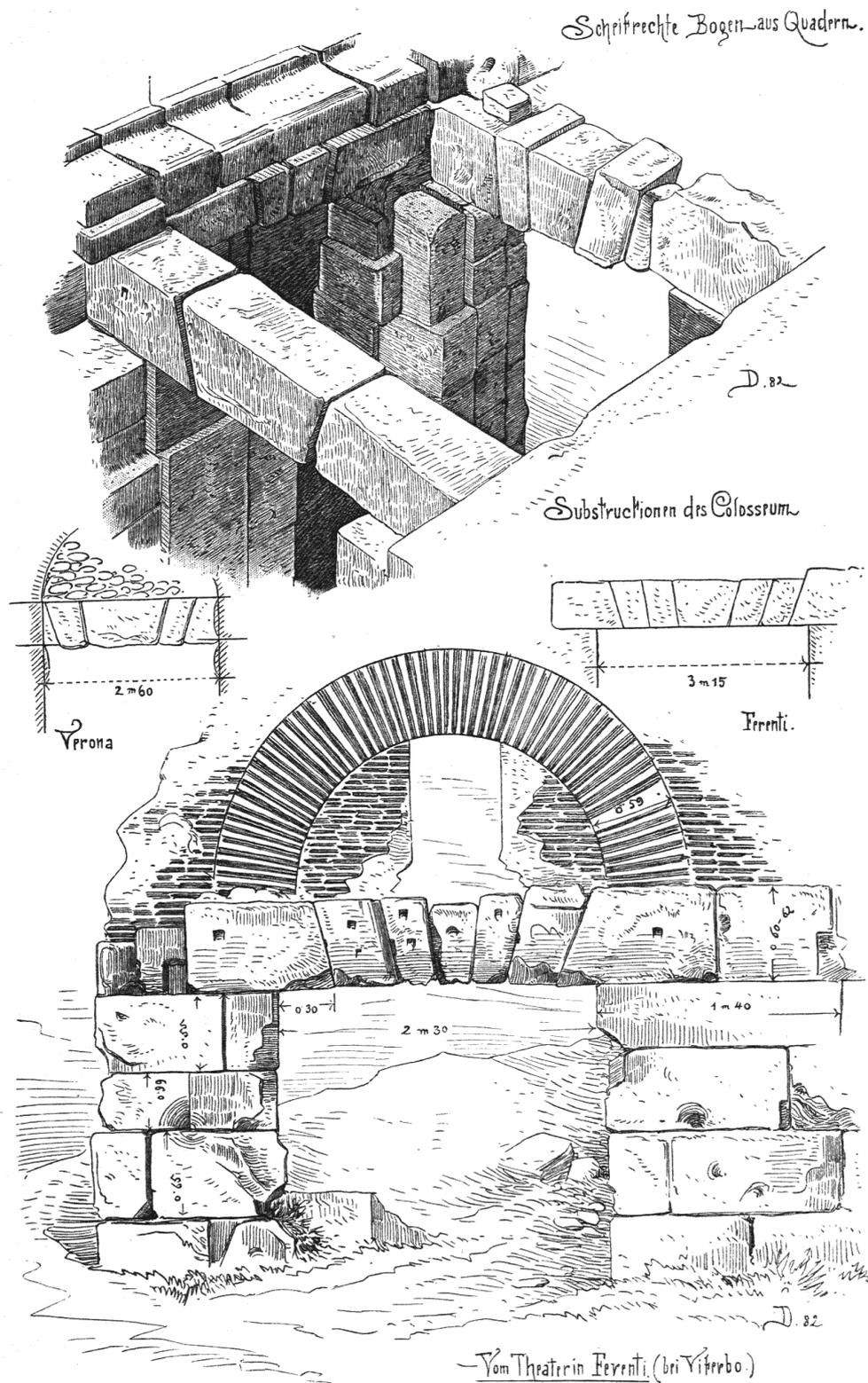


Fig 9.6 – Plates-bandes romaines dessinées par Durm (1885, fig. 116)

9.3 Moyen Âge

Les exemples relevés de plates-bandes utilisées pour les portails sont présentés dans le catalogue en annexe (section B.2.1 p. 352).

Contrairement aux plates-bandes de l'Époque Moderne qui ont fait l'objet d'une littérature abondante, les informations disponibles sur les plates-bandes construites au Moyen Âge en France sont plus réduites.

Nous n'avons pas trouvé d'information particulières sur les plates-bandes du Haut Moyen Âge (env. 475-1000) en France. En Orient, les premiers exemples de plate-bande connus datent de 728-729 en Syrie, à la forteresse de Qasr al-Hair ash-Sharqi (Speiser et Wimmel, 2012, p. 99). En Italie, une plate-bande à double crossettes décharge le linteau de la porte du premier étage du mausolée de Théodorique à Ravenne (Italie), construit en 519 (Cejka, 1978, 5-Taf1).

Les plates-bandes sont utilisées au Moyen Âge pour trois « ensembles architectoniques » : le portail, la cheminée, et la baie (Reveyron, 1993). Nous nous intéressons successivement ci-dessous à ces trois cas.

9.3.1 Portails

Enlart (1927, p. 30, cit. 117) indique que les plates-bandes sont « souvent employé[e]s dans les portails du Moyen Âge ». Ce cas semble si courant pour Enlart, que ce dernier ne prend pas la peine d'en donner des exemples, alors qu'il recense fréquemment dans son manuel d'archéologie les exemples construits des dispositifs qu'il présente. Quicherat (1886, p. 448, cit. 94) indique également que les plates-bandes sont d'un « emploi fréquent pendant le XI^e et XII^e siècle ».

A contrario, selon Viollet-le-Duc (1864, cit. 86) les architectes du Moyen Âge n'utilisent pas la plate-bande sauf « à de très rares exceptions ».

D'autres exemples nous ont été signalés sans que nous puissions les vérifier et les inclure au catalogue.

- Neuvy-en-Champagne, église Saint-Julien (Sarthe) ;
- Dangers, église Saint-Rémy (Eure-et-Loire) ;
- Étouvelle, église Saint-Martin (Aisne) ;
- Baignolet, église Saint-Sébastien (Eure-et-Loir) ;
- Équery, église (Oise) ;
- Saint-Georges-de-Boscherville (Seine-Maritime) ;
- Neaufles-Saint-Martin, église (Eure) ;
- Ailly, église (Eure) ;
- La Bonneville-sur-Iton, église abbatiale de la Noé (Eure) ;
- Foix, chapelle de Montgauzy (Ariège), dont la plate-bande pourrait néanmoins dater de la reconstruction de la chapelle romane au XVII^e siècle.

Les plates-bandes à joints courbes sont celles pour lesquelles on trouve le plus d'exemples dans la littérature. Viollet-le-Duc ne dessine pour les plates-bandes de portail qu'un seul exemple, celui de Saint-Étienne à Beauvais à joints courbes (fig. B.23). Enlart (1927, p. 322-323) ne donne que des exemples de plates-bandes à joints courbes

pour les plates-bandes de portails. Cela n'indique pas nécessairement que leur diffusion est plus importante que celle des plates-bandes à joints plans. Elles sont peut-être plus visuellement marquantes, et sont mentionnées plus souvent de ce fait.

La situation en Italie est mieux documentée, grâce à l'article de Lampariello (2012) qui donne de nombreux exemples de plates-bandes utilisées pour des portails d'églises.

9.3.2 Cheminées

Les exemples relevés de plates-bandes utilisées pour les cheminées sont présentés dans le catalogue en annexe (section B.2.2 p. 359).

Alors que Enlart (1927) mentionne l'emploi fréquent des plates-bandes dans les portails (voir ci-dessus), Bechmann souligne la rareté des plates-bandes à l'Époque Gothique, sauf en ce qui concerne les manteaux de cheminée (Bechmann, 1993, p. 200-201, cit. 123 et 124). Selon Viollet-le-Duc, les constructeurs au Moyen Âge évitaient l'utilisation de la plate-bande, mais pouvaient être contraints à l'utiliser pour les manteaux de cheminée en raison de leur grande portée (Viollet-Le-Duc, 1859b, cit. 88, 89 ; 1858, cit. 85).

Les informations sur l'histoire des cheminées sont tirées du recueil de relevés publiés sous la direction de Diot (2007), sauf indication contraire.

Au Haut Moyen Âge, les cheminées occupent une position centrale dans les pièces. Ce n'est qu'à partir du XII^e siècle que les cheminées sont adossées à un des murs de la pièce. Le foyer de la cheminée est d'abord de plan circulaire, comme au logis des clergons au Puy-en-Velay (fig. B.48), avant de devenir de plan rectangulaire. Les formes qui nous occupent sont le *manteau* de la cheminée et sa *hotte*. Le manteau est composé des deux piédroits latéraux, sur lesquels est placée une architrave. L'architrave porte la hotte, qui se raccorde aux conduits de cheminée, eux-même se raccordant au niveau de la toiture à la souche de cheminée. Si l'architrave est portée par des consoles, le manteau est alors appelé *faux-manteau*.

Par conséquent, à partir du XII^e siècle, les manteaux de cheminées nécessitent une structure horizontale pour former la partie haute du chambranle du manteau de cheminée, mais également pour porter la hotte. Cette structure sera une pièce monolithe en pierre (un linteau), ou une pièce monoxyle en bois⁽⁴⁾. Des plates-bandes sont également utilisées.

Les conduits de cheminées, d'abord placés dans l'épaisseur du mur et adossés les uns aux autres, sont à partir du XVII^e siècle placés les uns à côté des autres. Cette évolution technique est accompagnée de la diminution de l'importance du manteau et de sa hotte, et de son intégration progressive au mur au cours de ce siècle⁽⁵⁾.

Les plates-bandes des exemples relevés présentent régulièrement des crossettes, et ce dès le XII^e siècle. Les plates-bandes à crossettes au XII^e et XIII^e siècle ont fait

(4). Pour l'Époque Moderne, voir les préconisations de Blondel et Patte (1777a, p. 398) concernant les pièces de charpente qui portent la hotte. Le terme plate-bande ne désigne pas ici une structure clavée : « Il est d'usage de faire les plate-bandes qui portent la hotte avec des pièces de bois de charpente recouvertes de plâtre de tous côtés, ce qui ne sauroit avoir d'inconvénient, vu leur élévation & leur grand éloignement du feu ».

(5). « Vers le milieu du siècle, une réaction classique se produit, la cheminée perd définitivement ses dimensions colossales. » (Diot, 2007, p. 234.)

Chapitre 9. Plates-bandes de l'Antiquité à la Révolution

l'objet d'une étude par Conan (2015).

Un cas de plate-bande à joints courbes daté de 1360 environ a été relevé par Mesqui à Septmonts (fig. B.49). Il s'agit du seul exemple de plate-bande à joints courbes que nous connaissons pour les cheminées, ce type de plate-bande étant plus souvent utilisé pour les portails d'église.

Les plates-bandes des cheminées forment parfois un angle obtus en projection horizontale (fig. B.43), ce qui nécessite des dispositifs complémentaires pour reprendre la poussée hors-plan de ces plates-bandes. Ces dispositifs peuvent être des tirants métalliques masqués à l'intérieur du manteau de cheminée, comme au château de Vincennes (fig. B.42), ou un étrésillon, comme au palais de justice de Paris (fig. B.41). Cependant même en l'absence de cet angle obtus, la pente que forme la hotte avec la verticale peut produire elle aussi une poussée perpendiculaire à la plate-bande, qui nécessiterait une analyse plus poussée des effets hors plans.

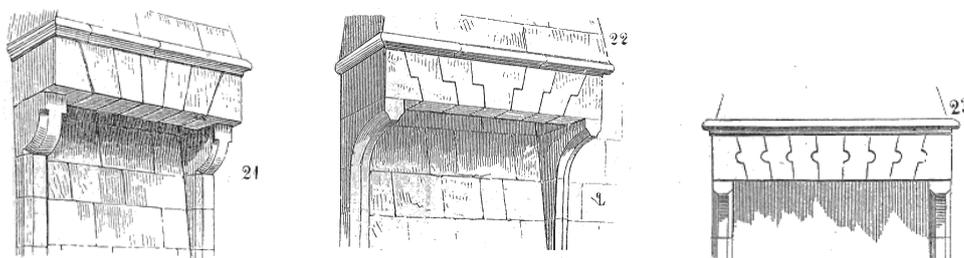


Fig 9.7 – Manteaux de cheminées, d'après Viollet-Le-Duc (1858)

9.3.3 Baies

Nous avons réuni les exemples suivants concernant l'utilisation de la plate-bande pour les baies au Moyen Âge. Outre ces exemples, Viollet-le-Duc indique l'utilisation plus fréquente qu'ailleurs des plates-bandes « du côté du Rhin » en raison de la résistance des grès rouges des Vosges (Viollet-Le-Duc, 1858, cit. 85). Nous n'avons pas retrouvé d'exemple de ce type.

Les exemples relevés de baies au Moyen Âge sont présentés dans le catalogue en annexe (section B.2.3 p. 365).

9.3.4 Villard de Honnecourt

Le carnet de Villard de Honnecourt date du XIII^e siècle. Sur la planche 40 (folio 20 verso) un petit dessin représente de manière très synthétique la coupe d'une plate-bande (fig. 9.8). Selon Bechmann, la présence de ce dessin montre la curiosité de Villard de Honnecourt pour ce procédé rare, plutôt que sa fréquence dans l'architecture gothique (Bechmann, 1993, p. 201, cit. 124).

Le dessin est accompagné d'une courte description comme les autres dessins de cette même planche : « Par chu tail om pendans rivlés, metes le bas el haut ». Cette description est traduite ainsi par Bechmann : « ainsi taille-t-on des pendants réglés, mettez le bas en haut » (1993, p. 202).

Chapitre 9. Plates-bandes de l'Antiquité à la Révolution

Le dessin représente les trois claveaux centraux d'une plate-bande : une clé et deux contre-clés, avec la clé superposées aux contre-clés. La clé se trouve à l'envers, ce qui permet la superposition (fig. 9.9). Il faut retourner la clé pour comprendre le dessin, ce qu'indique le texte.

La clé n'est pas représentée à l'envers par hasard. La précision de la taille des joints des plates-bandes est importante. Or cette représentation permet la superposition exacte des joints de la clé avec les joints des contre-clés. De plus cela permet d'économiser l'espace nécessaire pour le dessin, et donc d'économiser le coût du parchemin qui est une ressource précieuse (Bechmann, 1993).

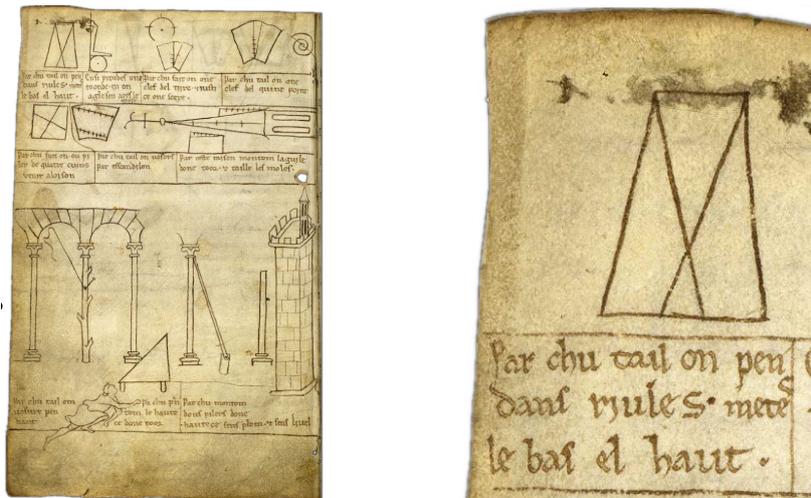


Fig 9.8 – Dessin d'une clé de plate-bande et des deux contre-clés, d'après Villard de Honnecourt

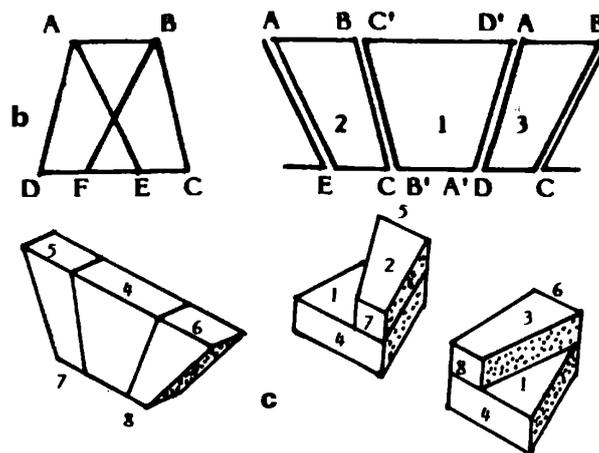


Fig 9.9 – Analyse du dessin de Villard de Honnecourt (fig. 9.8), d'après Bechmann (1993, p. 203)

9.4 Époque Moderne

Nous avons vu précédemment que les plates-bandes sont utilisées au Moyen Âge pour trois « ensembles architectoniques » : le portail, la cheminée, et la baie (Reveyron, 1993). À l'Époque Moderne, s'ajoute à ces ensembles les entablements reposant sur des colonnes (avec fronton ou sans fronton) et les escaliers. Quant aux cheminées, les plates-bandes sont également utilisées au début de l'Époque Moderne pour les manteaux de cheminée, mais elles perdent rapidement de leur intérêt d'un point de vue structurel en raison de l'évolution des formes des manteaux (voir le détail de cette évolution dans la section consacrée aux cheminées du Moyen Âge).

Nous explorons dans la suite les entablements, les baies, et enfin les escaliers.

9.4.1 Entablements

À l'Époque Moderne, la plate-bande apparaît sous une nouvelle forme qui donnera lieu à de nombreux débats sur sa stabilité : elle forme l'architrave, et parfois la frise des entablements. Le premier exemple de portique avec fronton en France est celui du château de Villers-Cotterets, construit vers 1550, et aujourd'hui disparu (Pérouse de Montclos, 1995, p. 109-110).

Les plates-bandes des frontons sont souvent appareillées avec des joints inclinés à lits brisés. La largeur des frontons, et par conséquent la portée des plates-bandes, nécessite parfois l'utilisation du métal. Le cas particulier des plates-bandes armées, construites en combinant la pierre avec plusieurs éléments en fer forgé (tirants, suspentes, ancras, etc.), a été abordé dans la partie consacrée à l'utilisation du métal dans les plates-bandes (section 6.6 p.128). Les grandes portées nécessitent parfois l'utilisation de plates-bandes construites sur plusieurs niveaux, à double ou triple rangs de claveau. Contrairement à l'Italie, où le système constructif des plates-bandes des frontons est masqué par un revêtement, en France la coupe des pierres est visible⁽⁶⁾.

Quelques exemples de plates-bandes utilisés pour les entablements sont données en annexe (section B.3.1 p. 368).

9.4.2 Baies

Deux évolutions marquées interviennent au XVII^e siècle pour les baies. Premièrement, le passage de la croisée à la fenêtre se produit, avec le remplacement au début du XVII^e siècle des meneaux et croisillons en pierre par des meneaux et croisillons en bois, puis leur disparition complète à partir des années 1640 (Pérouse de Montclos, 1995, p. 165-166, cit. 126 et 127 ; Benouville, 1888, cit. 101). Deuxièmement, l'utilisation, l'utilisation du linteau et de la plate-bande à la place des arcs se fait de plus en plus fréquente de la Renaissance au XVIII^e siècle. Cette seconde évolution pourrait avoir été favorisée par l'utilisation des huisseries, mal adaptées aux formes en arc (Bechmann, 1993, p. 199, cit. 125), ou pourrait être liée à l'importation de formes en provenance d'Italie (Rivoalen, 1888, cit. 102).

Par ailleurs, du point de vue structurel, la réduction puis la suppression du mur d'appui des fenêtres, avec la diffusion des fenêtres à banquettes, diminue le poids

(6). Différence notée par Tibières (2012, cit. 137) entre les exemples français et italiens.

Chapitre 9. Plates-bandes de l'Antiquité à la Révolution

supporté par le couvrement des fenêtres (Blondel et Patte, 1777a, p. 52-53, cit. 57), et favorise de ce fait l'utilisation des plates-bandes.

Les exemples de plates-bandes pour les baies et portes de l'Époque Moderne sont extrêmement fréquents, et il ne semble pas utile d'en faire une liste ici comme pour les périodes précédentes.

Nollet (2012) donne des exemples non datés de plates-bandes très particulières à Bourges, Loches et Malville : des plates-bandes à joints verticaux et clavettes en pierre ou en bois. Ces exemples sont similaires au dessin de la plate-bande à clavette de De l'Orme (1567, voir fig. 6.14), à ceci près que sur le dessin de De l'Orme les joints sont inclinés.

9.4.3 Escaliers à jour et escaliers suspendus

Les escaliers à jour et les escaliers suspendus peuvent utiliser la plate-bande.

Les escaliers à jour en pierre apparaissent dans le sud de la France dès la première moitié du XVI^e siècle (Diot, 2011, p. 31). Ces escaliers sont portés sur quatre supports verticaux placés dans les angles du périmètre du jour. Ces supports verticaux sont appelés noyaux. Les volées sont portées par des arcs rampants.

Les escaliers suspendus se diffusent à partir de la fin des années 1630. Ces escaliers sont des escaliers à jour mais sans noyaux (Diot, 2011, p. 32). Des exemples d'escaliers suspendus antérieurs existent (escalier du palais des rois de Majorque à Perpignan de 1347, escalier du Capitole à Toulouse de 1532 à 1542, escalier en vis des Tuileries de Philibert De l'Orme – Diot, 2011, p. 32).

Nous laissons de côté les escaliers suspendus sur voûte, pour nous intéresser aux escaliers où l'appareil du limon permet de distinguer cet appareil facilement du point de vue structurel de l'appareil de la voûte composant la volée. Ce découpage est arbitraire, et a pour but de ne pas entrer dans le détail des escaliers sur voûte, qui nécessiteraient une étude à eux-seuls. Le type d'escalier concerné ici est donc essentiellement celui des escaliers à jour ou escaliers suspendus, avec marche porteuse et limon porteur. Ce type d'escalier fait parfois usage de la plate-bande, inclinée pour le limon, et droite au niveau des paliers. Les exemples relevés sont présentés en annexe (section B.3.2 p. 370).

9.4.4 Les dessins de Léonard de Vinci

Entre 1479 et 1482, Léonard de Vinci, alors à Florence, dessine plusieurs plates-bandes appareillées à crossettes. Ces dessins de plates-bandes sont reproduits sur les figures 9.10, 9.11, 9.12 p. 182, et 7.4 p. 143. Les informations sur les dates de réalisation de ces dessins sont données par di Teodoro (2012).

Le premier dessin (fig. 9.10) représente une plate-bande à joints inclinés avec crossettes, et a été réalisé vers 1479-1480. Les joints inclinés ne sont pas rayonnants, ce qui se traduit par la largeur plus importante de la clé au niveau de l'extrados par rapport aux autres claveaux. De Vinci rattrape partiellement cette différence en donnant une largeur moins importante à la clé au niveau de l'intrados par rapport aux autres claveaux. Le second dessin (fig. 9.11) est une copie du premier, et n'est pas de la main de Léonard de Vinci selon di Teodoro (2012).

Chapitre 9. Plates-bandes de l'Antiquité à la Révolution

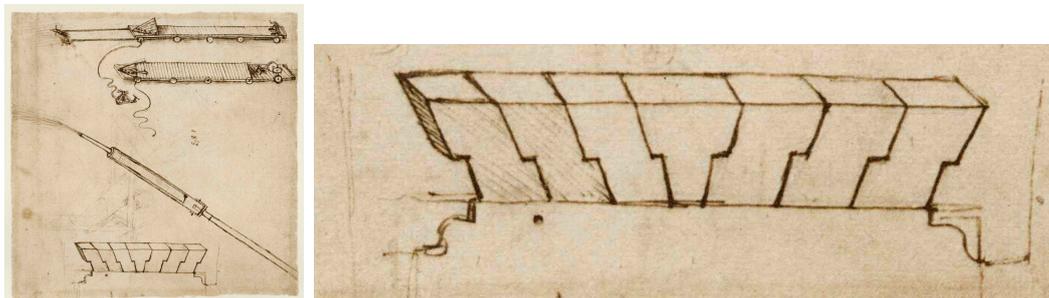


Fig 9.10 – Plate-bande dessinée par Léonard de Vinci vers 1479-1480, Codex Atlanticus f.1074 r

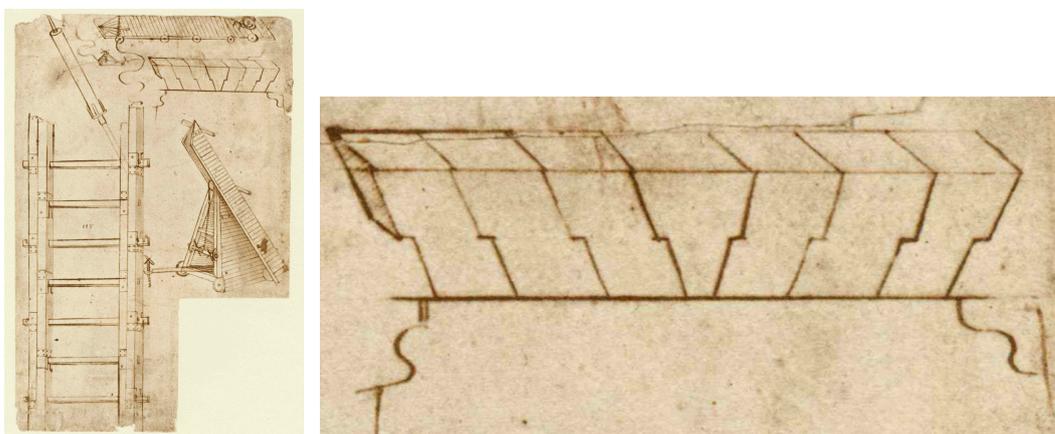


Fig 9.11 – Copie de la plate-bande du feuillet f.1074 r de Léonard de Vinci, Codex Atlanticus f.0050 r

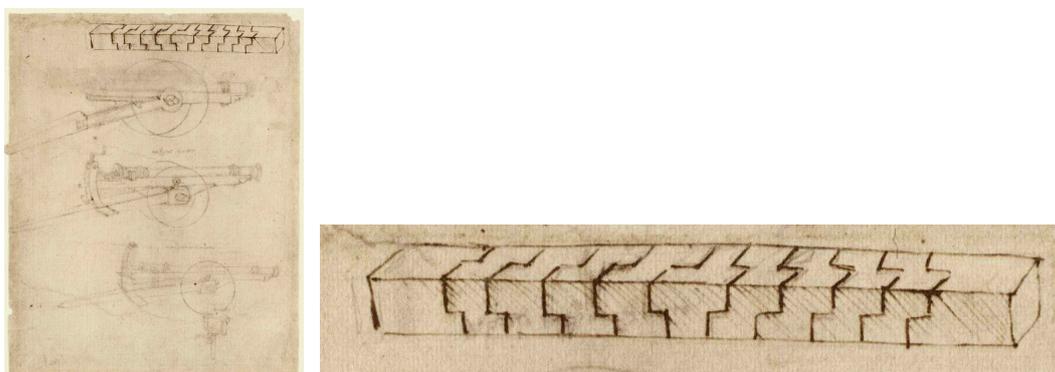


Fig 9.12 – Plate-bande dessinée par Léonard de Vinci vers 1480-1482, Codex Atlanticus f.0076 r

Chapitre 9. Plates-bandes de l'Antiquité à la Révolution

Le troisième dessin (fig. 9.12) est une invention de Vinci, avec une combinaison de crossettes dans deux directions.

Le quatrième dessin (fig. 7.4 p. 143) est une plate-bande à joints verticaux et crossettes. Les crossettes ne sont pas alignées sur une droite unique, mais alternées sur deux droites horizontales, selon un principe dont nous n'avons pas trouvé d'exemples construits.

Chapitre 10

Voûtes plates

Résumé : Ce chapitre traite des voûtes plates. Les principaux termes utilisés pour décrire et qualifier les voûtes plates sont donnés. La confusion existante entre voûtes plates et voûtes surbaissées est soulignée. Différents types de voûtes plates sont ensuite étudiés à travers les informations disponibles dans la littérature : les voûtes plates dallées, les voûtes plates clavées en général, et les voûtes plates d’Abeille qui sont un cas particulier de voûte plate clavée. Nous nous intéressons en particulier à l’appareil de ces différentes voûtes. Les exemples construits connus répertoriés sont présentés. Enfin, quelques considérations sont données sur les voûtes fortement surbaissées, parfois improprement appelées voûtes plates depuis le XVIII^e siècle.

Sommaire

10.1	Voûtes plates ou voûtes surbaissées?	185
10.2	Voûtes plates dallées	188
10.3	Voûtes plates clavées	189
10.3.1	Appareil	189
10.3.2	Utilisation du métal	189
10.3.3	Exemples construits	193
10.3.4	Voûtes plates d’Abeille	196
10.4	Voûtes très surbaissées	198
10.4.1	Confusion des termes	198
10.4.2	Voûtes surbaissées en pierre de taille	199
10.4.3	Voûtes à la Roussillon, ou voûtes catalanes	200

10.1 Voûtes plates ou voûtes surbaissées ?

Nous rappelons rapidement quelques points de vocabulaire concernant les profils des arcs, dont les qualificatifs sont également utilisés pour décrire les voûtes. Les *arcs surbaissés* désignent « tout arc dont la flèche est inférieure à la moitié de la portée » (Pérouse de Montclos, 2007, p.131). Ils désignent donc tous les arcs dont la flèche est moins importante que celle de l'arc en plein-cintre de même portée. Les arcs surbaissés comprennent en particulier les *arcs en anse-de-panier*, dont le profil est proche de celui d'une ellipse, et les *arcs segmentaires*, qui sont des arcs surbaissés en arc de cercle. Des profils d'arcs surbaissés sont représentés sur la figure 10.1.

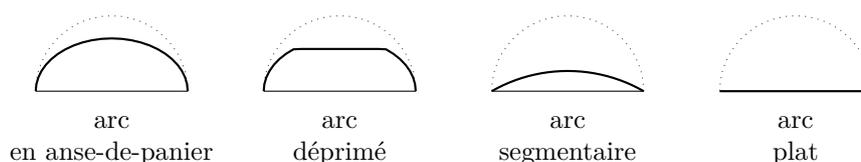


Fig 10.1 – Arcs surbaissés, superposés à un arc en plein-cintre

A contrario, les *arcs surhaussés* désignent les arcs dont la flèche est supérieure à la moitié de la portée. Ils désignent donc tous les arcs dont la flèche est plus importante que celle de l'arc en plein-cintre de même portée. Les arcs surhaussés comprennent en particulier les *arcs brisés*⁽¹⁾. Les profils d'arcs surhaussés sont représentés sur la figure 10.2.

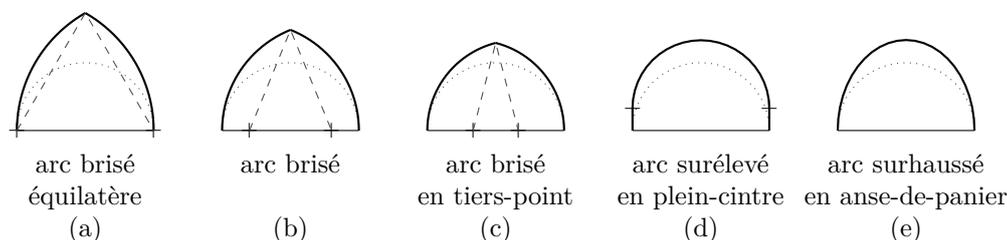


Fig 10.2 – Arcs surhaussés, superposés à un arc en plein-cintre

Une *voûte plate*⁽²⁾ est une voûte dont l'intrados, appelé dans ce cas particulier *plafond*, est horizontal (fig. 10.3). Par ailleurs, une voûte dont seule la partie centrale est plate est appelée *voûte déprimée*⁽³⁾.

Par abus de langage, les *voûtes surbaissées* et en particulier les *voûtes segmentaires* sont fréquemment qualifiées de voûtes plates (Pérouse de Montclos, 1982, p.162). Ainsi les voûtes surbaissées à arêtes doubles de l'hôtel Franque à Avignon sont réf-

(1). Parmi les arcs brisés, les arcs brisés en tiers-point peuvent désigner soit les arcs brisés dont les centres des arcs de cercles sont situés sur les naissances, un triangle équilatéral s'inscrivant alors à l'intérieur de l'arc brisé (Pérouse de Montclos, 2007, p. 132 – fig. 10.2 a), soit les arcs brisés dont les centres des arcs de cercles sont obtenus en divisant en trois la corde, segment reliant les naissances (Diderot et d'Alembert, 1751, cit. 43 – fig. 10.2 c).

(2). Diderot et d'Alembert (1765b, cit. 50) utilisent les termes « voûte plane » et « voûte plate ».

(3). « Une voûte déprimée est formée d'une partie centrale plate et de retombées cintrées » (Pérouse de Montclos, 1982, p. 162).

rencées sous le vocable « voûte plate » dans la base Mémoire de la Médiathèque de l'Architecture et du Patrimoine (fig. 10.4).

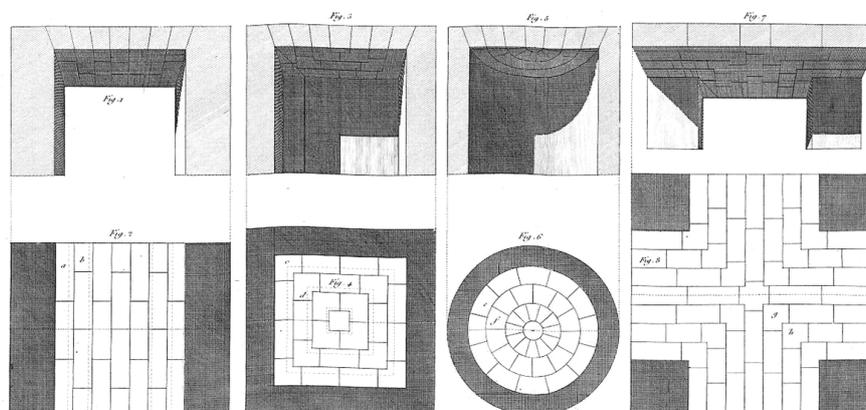


Fig 10.3 – Appareils des voûtes plates, d'après Rondelet (1804, Pl. XXXI) – ici Rondelet (1828, Pl. XXX)

Nous essaierons donc de faire dans la suite la distinction entre voûte plate et voûte très surbaissée. Cependant, il n'existe pas de définition de limite entre les deux. De plus, comme pour les plates-bandes, et de façon probablement plus systématique que pour ces dernières, les voûtes plates sont construites avec une certaine contre-flèche, nommée au XVIII^e siècle « bombement », « exhaussement » ou « élévation sous clef » (section 6.5.3 p. 126). Les voûtes plates sont donc généralement des voûtes très surbaissées. De même, dans certains exemples, la partie déprimée (c'est-à-dire plate) de la voûte occupe la presque intégralité de la travée, et nous qualifierons la voûte dans ce cas de voûte plate (par exemple pour les voûtes du vestibule de l'hôtel de Saïge à Bordeaux).

Parmi les voûtes plates à proprement parler, on distingue les « voûtes plates dallées » d'une part, et les « voûtes plates clavées » d'autre part, qui sont abordées successivement dans la suite.

Notons, pour conclure ces définitions, que les *voûtes d'arêtes plates*, que l'on oppose aux *voûtes d'arêtes bombées*, sont des « voûtes d'arêtes dont les quartiers ont leur ligne de faîte dans le même plan horizontal » (Pérouse de Montclos, 2007, p. 135 – fig. 10.5). Il ne s'agit pas des voûtes plates étudiées dans le cadre de cette thèse.

(4). Source des photos : Médiathèque de l'Architecture et du Patrimoine. Liens consultés : Base MédiatheK MDP86058061, MDP86058082, MDP86058083, MDP86058084.

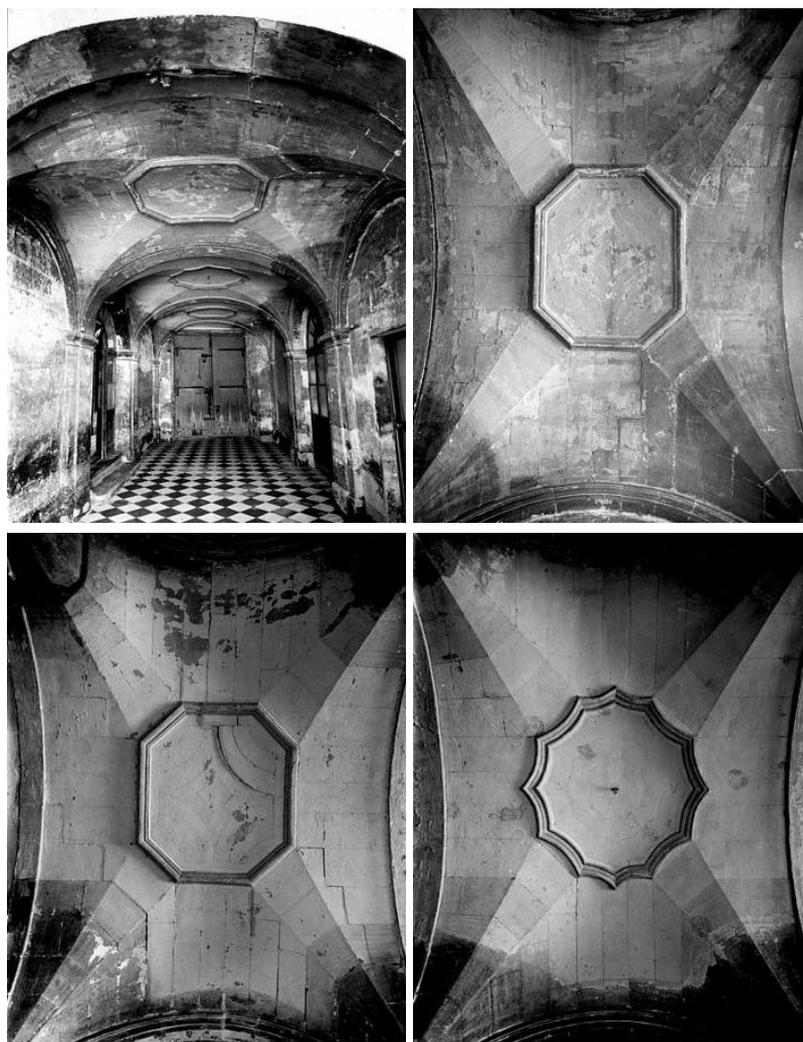


Fig 10.4 – Avignon, hôtel Franque (1743-1751), voûtes surbaissées, à arêtes doubles
– photos : Meyer, 1955 ⁽⁴⁾

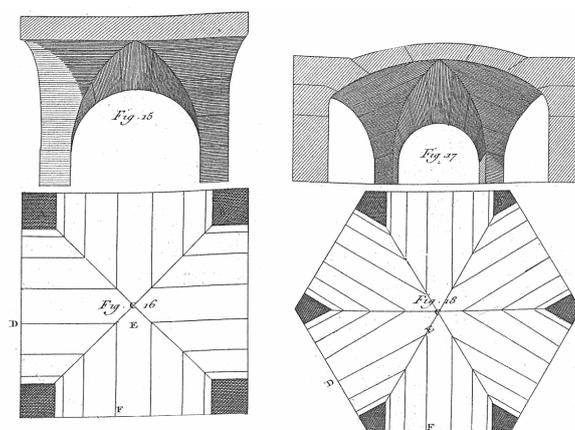


Fig 10.5 – Voûte d'arête plate (à g.) et voûte d'arête bombée (à d.),
d'après Rondelet (1804, Pl. XXXVII) – ici Rondelet (1828, Pl. XXX)

10.2 Voûtes plates dallées

Les voûtes plates dallées sont composées de dalles portées soit directement par les murs délimitant le couverture, soit par des arcs secondaires (arcs diaphragmes, arcs doubleaux) divisant la zone à couvrir. Les exemples, essentiellement construits en Normandie au XVI^e siècle, relevés par Pérouse de Montclos (1982) dans *L'Architecture à la française*, sont :

- chapelles haute et basse de Gaillon (1504-1510) ;
- ancien évêché de Bayeux (1516) ;
- église Saint-Pierre à Caen (1518-1545) ;
- église du Vieux-Saint-Étienne à Caen (1536-1544) ;
- église Notre-Dame des Marais à La Ferté-Bernard (1536-1544) ;
- église de Tillières-sur-Avre (1543-1546) ;
- église Saint-Jacques de Dieppe (1530-1550) ;
- abbaye de Valmont (1530-1550) ;
- église Saint-Germain d'Argentan (vers 1609) ;
- château d'Azay-le-Rideau ;
- château de la Rochefoucauld ;
- église de Cravant ;
- chapelle de la collégiale de Beaune (1530-1533), où Pérouse de Montclos indique la possible existence d'une structure porteuse au-dessus de la voûte.

Outre ces exemples, nous avons pu observer que la voûte de la chapelle des Évêques de la cathédrale de Toul appartenait à la catégorie des voûtes plates dallées (fig. 10.6). Les arcs doubleaux déprimés, à retombées cintrées, et composés de claveaux évidés sont le support de dalles.



Fig 10.6 – Voûte plate dallée de la chapelle des Évêques de la cathédrale de Toul ; vue de dessous de la voûte étayée (à g.) et vue de détail de l'extrados (à d.) ; claveau courant d'un arc doubleau (a), claveau à l'intersection de deux arcs doubleaux (b), dalle en deux parties (c)

Le système des voûtes plates dallées n'est plus utilisé à partir du début du XVII^e siècle (Pérouse de Montclos, 1982, p. 163).

10.3 Voûtes plates clavées

10.3.1 Appareil

Les voûtes plates clavées sont les voûtes qui nous intéresseront dans la suite lors de l'étude de l'influence de la coupe des pierres sur la stabilité. Ces voûtes peuvent être appareillées sur différents plans (le numéro des figures données dans la liste ci-dessous renvoient à la figure 10.3, tirée de *l'Art de Bâtir* de Rondelet) :

- voûte appareillée sur le plan de la voûte en berceau, également appelée « voûte en plate-bande » par l'Association ouvrière des Compagnons du devoir (2001, p. 148) — fig. 1 et 2 ;
- voûte appareillée sur le plan d'une voûte en arc-de-cloître — fig. 3 et 4 ;
- voûte appareillée sur le plan de la coupole — fig. 5 et 6 ;
- voûte appareillée sur le plan de la voûte d'arêtes — fig. 7 et 8 ;
- voûte d'Abeille, du nom de son inventeur, qui présente un appareil particulier sur lequel nous reviendrons dans la section 10.3.4.

Les règles utilisées pour le choix de l'inclinaison des joints des voûtes plates étaient probablement similaires à celles que nous avons vues pour les plates-bandes, mais nous avons trouvé peu d'informations dans les traités. Le flou des instructions données par Derand concernant l'appareillage de la partie centrale plate d'une voûte d'arêtes déprimée est sur ce point révélateur : il conviendra de placer le centre de convergence « directement au dessous de la clef, & distant d'icelle plus ou moins selon que la force desdites coupes, eu égard à l'estenduë du plat-fond, l'exigera » (Derand, 1643, p. 382, cit. 9).

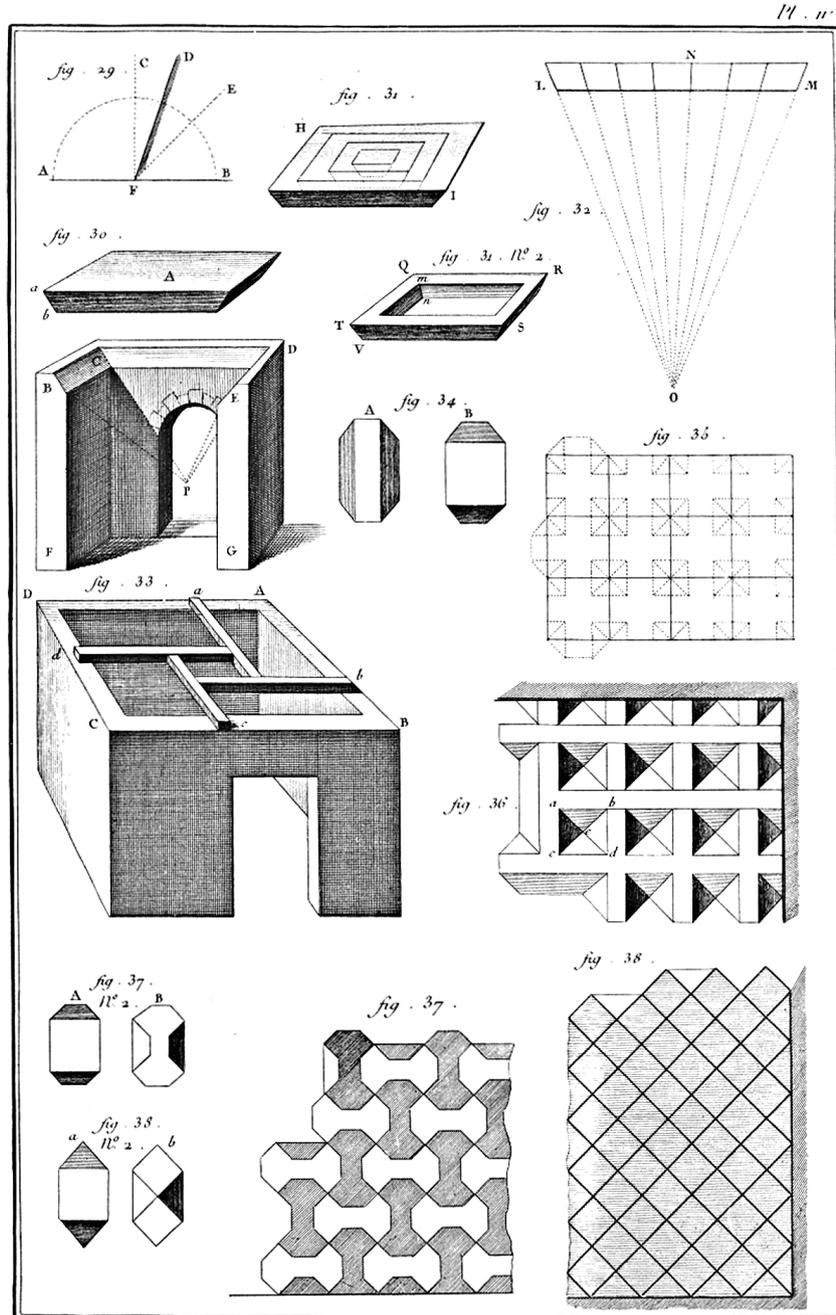
Diderot et d'Alembert (1765b, cit. 50) consacrent une planche aux voûtes plates (fig. 10.7). Le sujet est traité à l'article « voûte » de leur encyclopédie. Les appareils décrits dans le texte sont celui de la voûte plate appareillée sur le plan de la voûte en arc-de-cloître, et celui de la voûte plate appareillée sur le plan de la coupole. Diderot et d'Alembert (1765b) utilisent une proportion de 1 pour 2,5 sur une figure représentant la coupe des pierres pour une voûte plate (Diderot et d'Alembert, 1765b, cit. 50). Voir *fig. 32* sur la planche reproduite p. 190.

Nous avons trouvé une seule référence à une règle géométrique pour trouver le centre de convergence des rayons utilisés pour l'épure (Blondel, 1752, p. 156, cit. 56). Blondel donne la règle du triangle équilatéral (voir notre étude de cette règle dans le chapitre 6 concernant la typologie des plates-bandes).

10.3.2 Utilisation du métal

Derand souligne, à propos des escaliers suspendus sur voûtes en arc de cloître, que ces derniers « ne se font ordinairement qu'au premier étage où ils se terminent sans monter plus haut » (Derand, 1643, p. 432, cit. 10). Il ajoute qu'il est de coutume de poursuivre cet escalier en pierre par un escalier en charpente bois, ou de construire d'autres escaliers ailleurs dans le bâtiment pour desservir les étages supérieurs. Cette

(5). Cette figure fait partie de la planche II des planches intitulées *Architecture, Coupe des pierres* de l'encyclopédie de Diderot et d'Alembert. Nous n'avons pas retrouvé le texte correspondant, hormis la légende mentionnée ici.



Architecture, Coupe des Pierres.

Fig 10.7 – Voûtes plates, d'après Diderot et d'Alembert (1765b)

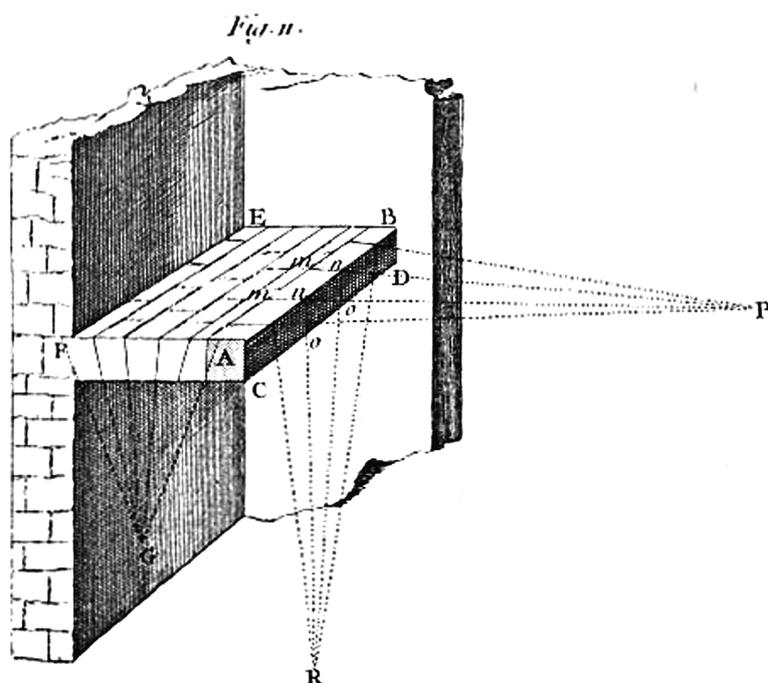


Fig 10.8 – « Double coupe de la plate-bande A B C D d'un pallier. P, point de concours des joints mn, mn. R, point de concours des joints no, no. G point de concours des joints de lit des claveaux du plat-fond », d'après Diderot et d'Alembert ⁽⁵⁾

Chapitre 10. Voûtes plates

pratique est justifiée par Derand en partie pour des raisons de stabilité, et en partie pour des raisons esthétiques. De plus, même dans le cas où l'escalier ne dessert qu'un étage, il indique que l'« on a de coutume d'y employer quantité de fer, pour donner plus de soustenuë & de fermeté aux liaisons des pierres, qui les composent, & pour mieux lier le tout avec les gros murs, qui les environnent & les supportent ». Il est néanmoins possible de poursuivre l'escalier en pierre au delà du premier étage, mais Derand appelle à une certaine prudence dans ce cas, et réitère le conseil d'utiliser « fortes bandes & crampons de fer » (Derand, 1643, p. 432-433, cit. 10 – relevé par Pérouse de Montclos, 1982).

La recommandation de Derand ne s'applique pas directement aux voûtes plates, sujet qui n'est abordé que partiellement dans son traité au détour des parties plates des voûtes déprimées. Cependant cela suggère a fortiori l'usage du métal dans les escaliers dans lesquels les paliers sont construits comme des voûtes plates (ce qui n'est pas le cas dans l'épure où Derand fait mention du métal). Dans le cas concret de l'escalier du château d'Anet, construit de 1680-1712 et dont le palier forme une voûte plate avec de très courtes retombées cintrées, « toutes les pièces du palier sont goujonnées » (Pérouse de Montclos, 1982, p. 178).

Ces observations du XVII^e siècle trouvent une confirmation ultérieure dans le cours de Blondel et Patte (1777a, p. 290, cit. 61, voir fig. 10.9). Ce cours indique à propos des escaliers : « Quelquefois on fait leurs grands paliers tout droits par dessous, quoiqu'entièrement bâtis en pierre ; mais alors on ne vient à bout de contenir leurs claveaux ou voussoirs dans une pareille position, qu'en mettant des T de fer dans leurs joints, & qu'en multipliant les tirants dans l'épaisseur desdits paliers, de manière à empêcher tout espèce de poussée, surtout vers le vuide de l'escalier. »

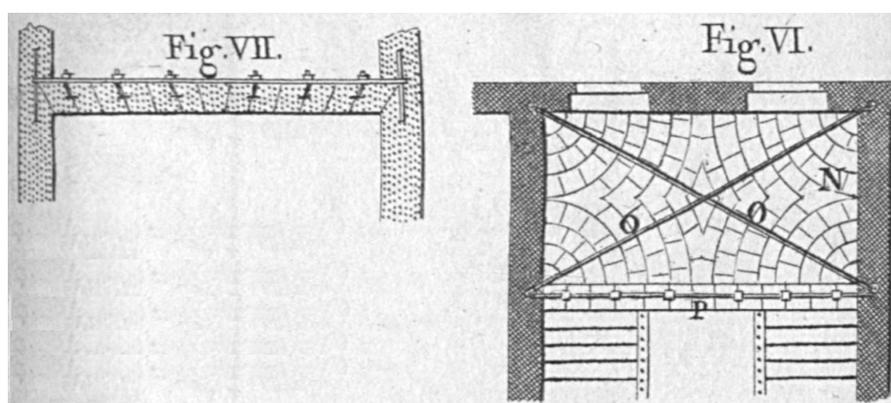


Fig 10.9 – Chaînages métalliques pour les voûtes plates formant palier d'escalier, d'après Blondel et Patte (1777a, Pl. LXXIX)

De façon similaire, des chaînages métalliques sont utilisés pour les voûtes plates des portiques, notamment dans celles construites conjointement avec les plates-bandes armées (Patte, 1769 fig. 10.10). Ils sont visibles sur les photos d'une voûte plate en cours de déconstruction en 1985 à l'École Militaire à Paris (fig. 10.11). L'Association ouvrière des Compagnons du devoir (2001, p. 147) indique également que les voûtes plates clavées étaient cintrées par des chaînages en fer.

10.3.3 Exemples construits

L'invention des voûtes plates clavées daterait de l'invention d'Abeille de 1699 selon Frézier (Frézier, 1738, p. 69, cit. 40), ou de Jean-Baptiste Franque, né en 1684, selon Hauteœur. Pérouse de Montclos contredit l'affirmation de Hauteœur, et souligne qu'il faut nuancer l'affirmation de Frézier : « Dès lors que l'on a su faire des plates-bandes, on a pu faire des voûtes plates clavées par juxtaposition de plates-bandes, mais les plates-bandes n'étant pas solidaires les unes des autres, la voûte ne résistait pas. » (Pérouse de Montclos, 1982, p. 163). La fin de cette affirmation est probablement trop réductrice, nous reviendrons en détail sur le fonctionnement mécanique des voûtes plates et l'influence de leur appareillage dans la partie consacrée à l'étude mécanique des structures en pierre de taille. Quant à l'existence de voûtes plates antérieures, Pérouse de Montclos (1982) donne trois exemples de voûtes plates clavées effectivement antérieures à Abeille et Franque : à Écouen (1540-1550 – fig. B.142), à Anet (1552 – fig. B.141) et à Brissac (1614-1620 – fig. B.143). Il existe également en Espagne des voûtes clavées en pierre de taille fortement déprimées, presque plates, dès le début du XVI^e siècle (Pérouse de Montclos, 1982, p. 208-209). Ajoutons de plus que des voûtes plates clavées sont connues dans l'Antiquité, à Rome et en Égypte (voir section 9.2 sur l'histoire des plates-bandes dans l'Antiquité, et fig. B.5 et B.14).

Les exemples relevés de voûtes plates clavées sont présentés dans le catalogue en annexe (section B.6 p. 411). Sauf mention contraire, la source des datations est la Base Mémoire de la Médiathèque de l'Architecture et du Patrimoine.

D'autres exemples du XVIII^e siècle sont probablement répertoriés au sein des notices rédigées par Pérouse de Montclos sur les voûtes clavées construites en France entre le milieu du XV^e siècle et la fin du XVIII^e siècle (Pérouse de Montclos, 1982, p. 284-316).

Nous reviendrons en profondeur dans la section suivante sur le cas particulier des voûtes plates d'Abeille, inventées en 1699 par l'architecte du même nom.

(6). Source des photos : Médiathèque de l'Architecture et du Patrimoine. Liens consultés : Base MédiatheK MDP86087178, MDP86087367, MDP86087261, MDP86087250.

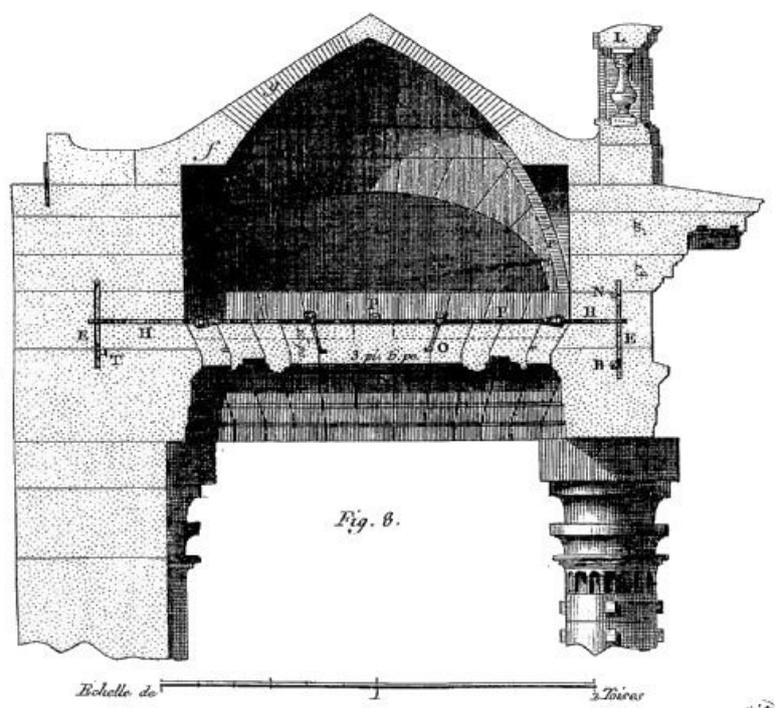


Fig 10.10 – « Plates-bandes de la Place de Louis XV »
(place de la Concorde à Paris), d'après Patte (1769)

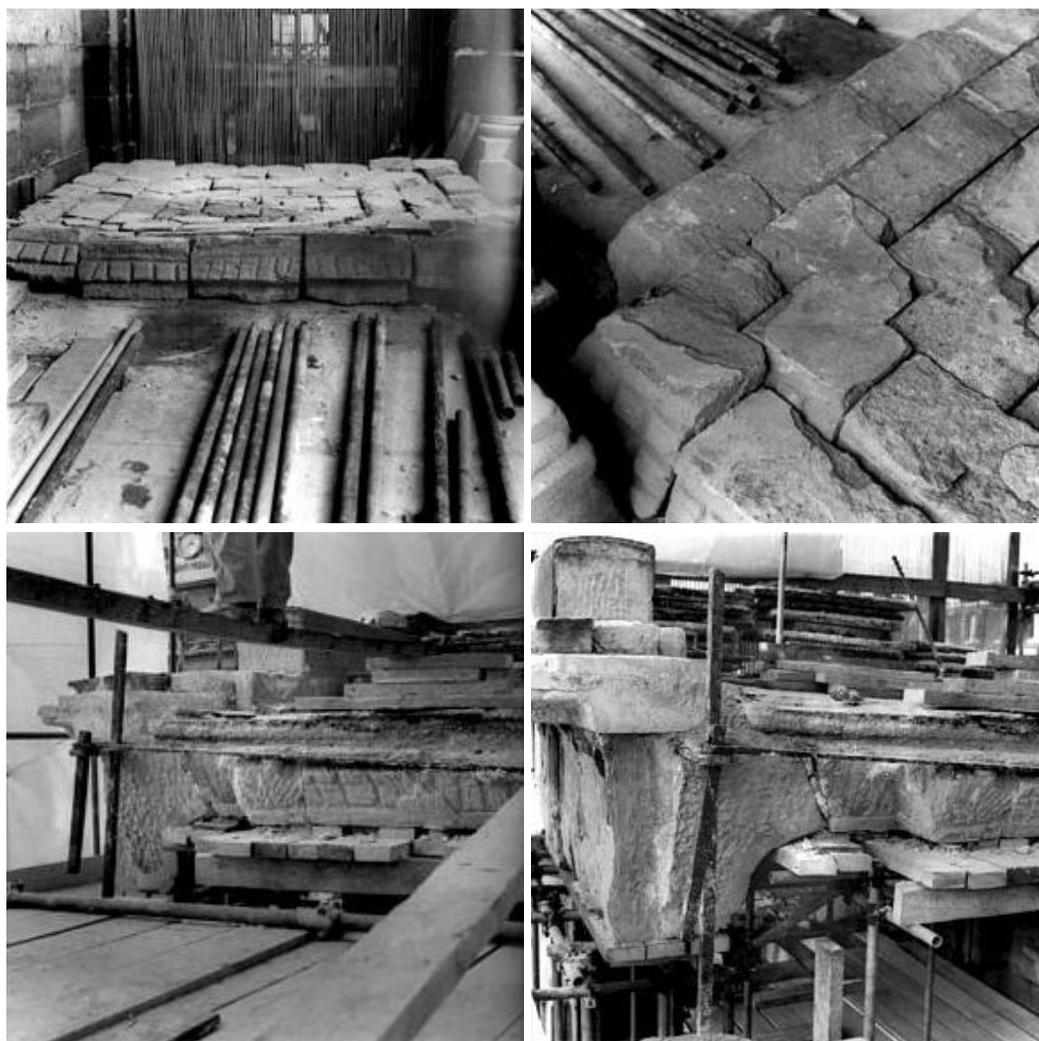


Fig 10.11 – Paris, École Militaire, « Voûte déposée de la travée de l'aile formant le portique droit » (en h.), « Chaînage longitudinal et transversal repris par ancre au droit des colonnes » (en b.) – photos : Daniel Bontemps, 1985 ⁽⁶⁾

10.3.4 Voûtes plates d'Abeille

Exemples construits

Les voûtes plates d'Abeille sont nommées d'après le nom de leur inventeur, Joseph Abeille (1673-1752). Peu d'informations sont disponibles à propos de Joseph Abeille. Bauchal (1887, p. 1) mentionne un « architecte et ingénieur » de ce nom (sans préciser son prénom), actif en 1717 à Montpellier puis à Toulouse, mais il ne mentionne pas les voûtes plates. Bélidor (1729, Livre II p. 61, cit. 28) fait directement référence à l'invention de « Mr Abeille Ingenieur du Canal de Picardie », mais sans donner plus d'informations sur ce dernier. Plus récemment, el Wakil (2009) indique que Joseph Abeille était ingénieur du roi auprès de Jacques V Gabriel (Premier ingénieur du roi), spécialiste des travaux hydrauliques, et qu'il fut actif à Rennes, en Bourgogne, à Berne et à Genève.

Les voûtes plates d'Abeille sont constituées de claveaux identiques portant dans deux directions orthogonales. Les claveaux sont des polyèdres dont les coupes verticales par les plans de symétrie sont des trapèzes isocèles. L'intrados forme un plafond continu, et l'extrados forme un plancher avec des lacunes pyramidales. Cette disposition peut être inversée pour avoir un intrados décoratif avec les lacunes pyramidales, et un plancher continu.

Les voûtes d'Abeille auraient été inventées par Joseph Abeille en 1699 à la suite d'expérimentations réalisées pour les voûtes plates du Louvre, selon de Maillet (2012). Un dessin amélioré sans les trous pyramidaux à l'extrados est inventé la même année par Sébastien Truchet. Bélidor mentionne l'invention d'Abeille mais ne décrit pas sa géométrie (Bélidor, 1729, Livre II p. 61, cit. 28). Les inventions d'Abeille et de Truchet ne seront publiées qu'en 1735 par Gallon, avec les planches correspondantes (Gallon, 1735).

Selon Díaz et Mozo (2012), aucune voûte d'Abeille n'a été construite en France jusqu'aux expériences dirigées par Joël Sakarovitch entre 2003 et 2006 aux Grands ateliers de l'Isle d'Abeau. Ces auteurs ajoutent que deux voûtes d'Abeille ont été construites en Espagne : à la Cathédrale de Lugo en 1769, et à la Casa de Mina de Limpia à Ponton de la Oliva en 1853.

Paramétrisation

Nous reprenons ici la paramétrisation des voûtes d'Abeille présentée par Brocato et Mondardini (2014).

Les claveaux des voûtes d'Abeille sont des polyèdres tous identiques (voir fig 3^e sur fig. 10.12). Les coupes suivant les axes principaux d'un claveau sont des trapèzes isocèles, définis par cinq longueurs a , b , c , d et h (fig. 10.13). Ces longueurs sont reliées par les égalités suivantes :

$$d = a - h \tan \varphi, \quad c = b + h \tan \varphi \quad (10.1)$$

La géométrie d'un claveau est donc complètement définie par seulement quatre paramètres. Nous prendrons dans la suite les paramètres a , b , h et φ . Les paramètres c et d seront déduits des précédents.

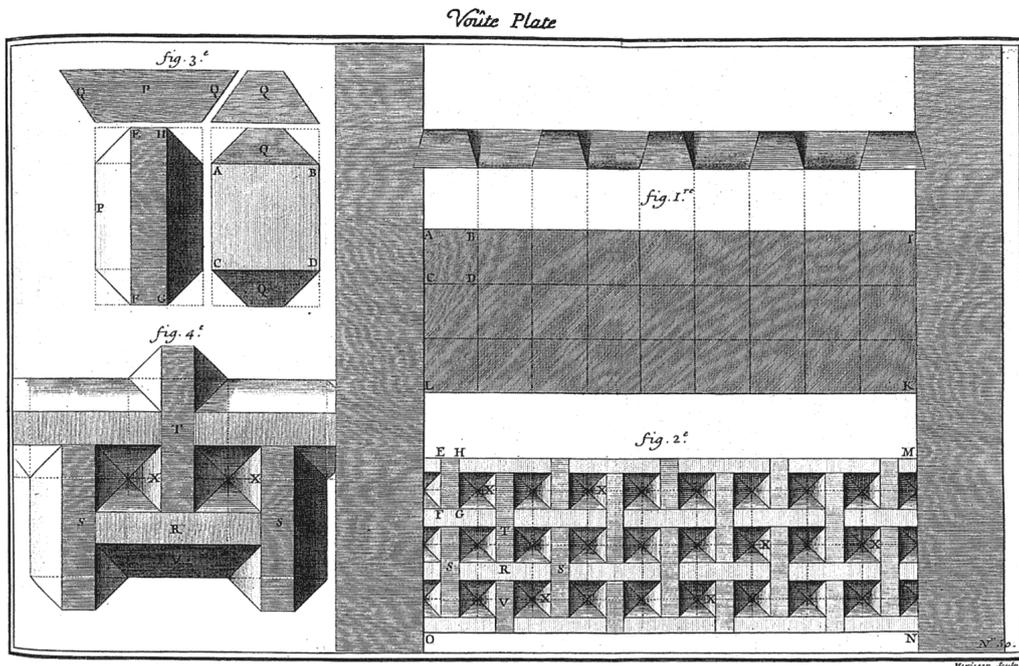


Fig 10.12 – Voûte d’Abeille, d’après Gallon (1735)

La distance entre les centres de gravité de deux claveaux en contact est $p = a + b = c + d$ dans les deux directions orthogonales principales de la voûte.

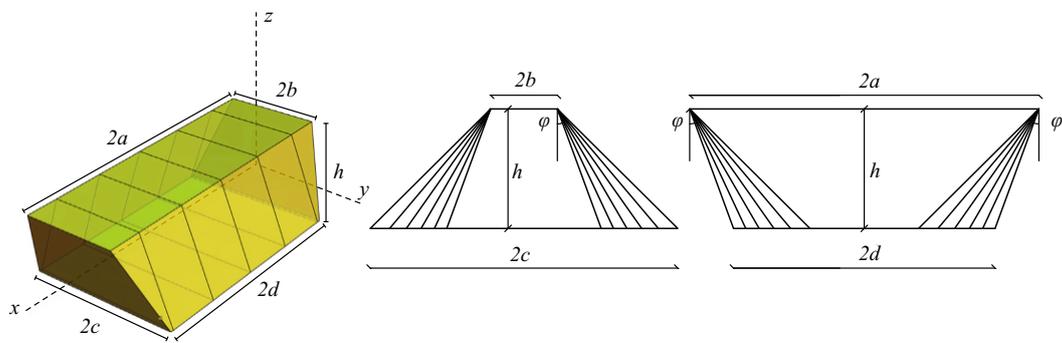


Fig 10.13 – Paramétrisation de la voûte d’Abeille, d’après Brocato et Mondardini (2014)

Typologie

La voûte d’Abeille décrite par écrit par Gallon en 1735 correspond au paramétrage suivant :

$$d = c, \quad h = \frac{3}{4}c, \quad a - d = \frac{1}{3}h \quad (10.2)$$

Gallon souligne que ces proportions ne sont pas les mêmes que celles des figures de la planche qui illustre son texte⁽⁷⁾. Les proportions décrites dans le texte correspondent à un angle φ des joints avec la verticale tel que $\tan \varphi = 1/3$ ($\varphi \approx 18.4^\circ$). Cet angle est plus faible que celui lié à la règle du triangle équilatéral ($\varphi=30^\circ$), lui-même plus faible que l'angle figurant sur les dessins de Gallon ($\varphi=45^\circ$). L'angle prescrit dans le texte correspond à la règle du « 1 pour 3 » que nous avons présenté dans le chapitre 6 concernant la typologie des plates-bandes.

Les voûtes d'Abeille seront présentées également par Frézier (1738, voir fig. 6.23), puis dans l'article « voûte » de l'encyclopédie de Diderot et d'Alembert (1765b, cit. 51, voir fig. 10.7).

À Ponton de la Oliva (Espagne), la voûte construite en 1853 présente des portées (mesurées à l'intrados) de $3,10 \times 3,80$ m. L'épaisseur vaut $h = 0,21$ m, ce qui donne un rapport portée sur hauteur L/h compris entre 15 et 18 (Díaz et Mozo, 2012).

Trois voûtes plates d'Abeille expérimentales ont été construites et chargées jusqu'à la rupture en 2006 aux Grands ateliers de l'Isle d'Abeau sous la direction de Joël Sakarovitch. La portée des voûtes valait $2,52 \times 2,52$ m et $1,26 \times 1,26$ m. Le rapport L/h était proche de 14 pour les trois voûtes, et l'angle φ des joints valait 30° ou 45° . Les géométries des voûtes expérimentales seront décrites en détail dans l'annexe E.

10.4 Voûtes très surbaissées

10.4.1 Confusion des termes

Le rapport entre la flèche f et la portée L_i d'une voûte en berceau est $f/L_i = 1/2$. Si ce rapport, que nous nommerons simplement *flèche* dans la suite par simplicité, est inférieur à $1/2$, la voûte est dite surbaissée.

Comme indiqué précédemment lors de la définition des voûtes plates, les voûtes surbaissées ne sont pas à proprement parler des voûtes plates. La confusion des termes existe dans le cours de J.-F. Blondel qui parle ainsi des voûtes surbaissées ou segmentaires en brique : « On les appelle Voûtes plates, parce qu'elles sont surbaissées au point d'imiter les plafonds, sans exiger néanmoins pour cela des murs plus épais que de coutume » (Blondel et Patte, 1777b, p. 84). Cette confusion est également présente dans l'histoire de Paris de Sauval⁽⁸⁾ qui désigne les voûtes des arcades de la place Royale (actuelle place des Vosges) comme une « voûte surbaissée ou plate » (Sauval, 1724b, p. 626, cit. 14). L'observation sur place des voûtes actuelles montre que les voûtes en brique (fig. 10.14) sont beaucoup moins nombreuses que les voûtes en plâtre sur ossature bois⁽⁹⁾ (fig. 10.15), et que de façon générale les voûtes surbaissées sont construites sur ossature bois et ne correspondent pas à des voûtes maçonnées.

(7). Cette discordance entre les proportions du texte et des figures est également relevée par Frézier (1738, p. 72, cit. 42).

(8). Sauval utilise également le terme de « voûte plate » pour la chapelle de la paroisse de Saint-Germain-L'Auxerrois (Sauval, 1724b, p. 303), et pour l'escalier de l'hôtel de Jears (Sauval, 1724a, p. 204).

(9). Le faux-appareil est soigné, avec pour certaines voûtes en plâtre un trompe l'œil en relief pour donner l'impression d'une construction en brique. L'observation de la direction des fissures (traversant ou non les briques et les pierres, suivant ou non l'orientation des joints) permet de faire la distinction entre les deux types de voûtes.

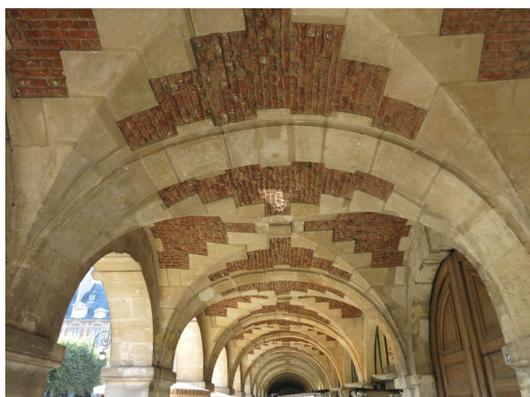


Fig 10.14 – Place des Vosges, voûtes en brique des arcades des pavillons de la Reine (nord de la place)

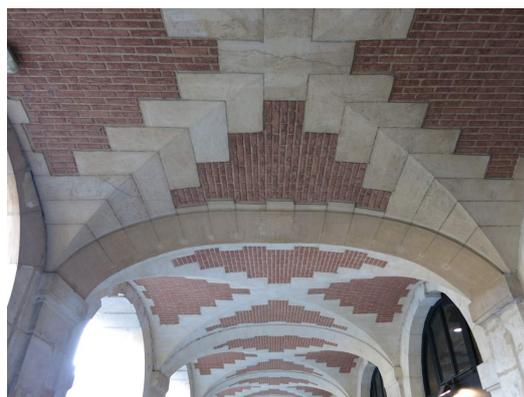


Fig 10.15 – Place des Vosges, voûtes en plâtre sur ossature bois, à faux appareil; Pavillons à l'ouest de la place

Pour préciser l'ampleur du surbaissement, nous retenons la terminologie de Delbecq (1982, p. 38) qui distingue suivant le rapport $\sigma = f/L_i$ flèche sur portée :

- les voûtes peu surbaissées, où $\frac{1}{2\sqrt{3}} \leq \sigma \leq \frac{1}{2}$;
- les voûtes assez surbaissées, où $\frac{1}{7} \leq \sigma \leq \frac{1}{2\sqrt{3}} \approx \frac{1}{3,5}$;
- les voûtes très surbaissées, où $\sigma \leq \frac{1}{7}$.

Delbecq précise que cette classification est couramment utilisée pour les ponts. Gauthey (1843) utilise les expressions « arche en anse-de-panier surbaissée au tiers » ou « au quart », suivant que le rapport f/L_i flèche sur portée vaut respectivement trois ou quatre environ ⁽¹⁰⁾.

Selon Pérouse de Montclos (1982, p. 116), « C'est sans doute au pont de Toulouse (voûté à partir de 1614) que pour la première fois dans l'architecture française l'anse de panier remplace le plein-cintre traditionnel ». De nombreux traits de voûtes surbaissées sont déjà donnés par Derand en 1643 : voûte d'arête surbaissée et voûte en arc-de-cloître surbaissée sur différents plans (triangle, rectangle, hexagone), voûte sphérique surbaissée.

Les voûtes peu surbaissées sont innombrables ; les voûtes très surbaissées, c'est-à-dire dont la flèche est inférieure à 1/7 environ ⁽¹¹⁾ sont plus rares.

10.4.2 Voûtes surbaissées en pierre de taille

La plus connue des voûtes très surbaissées en pierre de taille construite en France est celle de la voûte de l'hôtel de ville d'Arles en raison de ses dimensions (15 × 15 m), de sa faible flèche (1/9) et de la science de son tracé. Elle fut construite sur les plans

(10). Nous n'avons pas trouvé la définition des expressions « arche en anse-de-panier surbaissée au tiers » ou « au quart » dans l'ouvrage de Gauthey (1843). La confrontation de l'utilisation de ces expressions avec les dessins des ponts fournis sur les planches de cet ouvrage donne cependant la correspondance indiquée ici entre le rapport f/L_i flèche sur portée et les expressions.

(11). Notons que cette limite a un caractère arbitraire, et que la flèche est rarement indiquée dans les sources des exemples que nous donnons. Il s'agit donc d'un jugement subjectif de notre part, orienté par le fait que ces voûtes sont répertoriées comme des « voûtes plates ».

Chapitre 10. Voûtes plates

de Jules-Hardouin Mansart, et achevée après le départ de l'architecte, de 1673 à 1675 (Tamboréro, 2010).

De nombreux autres exemples de voûtes très surbaissées et voûtes déprimées peuvent être trouvés en recherchant « voûte plate » sur la base Mémoire de la Médiathèque d'Architecture et du Patrimoine :

- Villeneuve-lès-Avignon, église collégiale Notre-Dame, attribuée à Jean-Baptiste Franque et Jean Barriol et construite en 1748 (Viré-Gaillard, 2011) : voûte à arêtes doubles, à cinq quartiers ;
- Villeneuve-lès-Avignon, chapelle des Pénitents Gris, attribuée à Jean-Baptiste Franque et construite de 1738 à 1753 (Viré-Gaillard, 2011) : voûtes à arêtes doubles ;
- Carpentras, Hôtel-Dieu, construit entre 1750 et 1769, d'après le projet de l'architecte Antoine d'Alleman, et réalisé sous la direction de Jean-Baptiste Lambertin puis Jean-Pierre Teissier (Losserand, 2017b) : voûte à arêtes doubles dans le vestibule d'entrée ;
- Avignon, hôtel Franque (fig. 10.4) ;
- Bordeaux, palais Rohan (ancien hôtel de ville), construit de 1771 à 1778 sur les plans de Joseph Étienne puis Richard-François Bonfin : voûte en berceau très surbaissée et percée de lunettes, située dans la galerie. Le centre de la galerie est marqué par une voûte de typologie différente : voûte à arêtes doubles très surbaissée ;
- Barbentane, château, voûte déprimée dans la salle à manger. Une voûte déprimée mais dont la partie centrale occupe presque toute la pièce occupe le salon. Nous avons classifié cette seconde voûte dans le catalogue des voûtes plates (voir fig. B.152) ;
- Caen, abbaye aux Hommes, voûte surbaissée dans le vestibule du pavillon central de l'aile Est. Fait partie d'un ensemble de bâtiments reconstruits à partir de 1704 ;
- Avignon, Grand Séminaire Saint-Charles, voûte du chœur de la chapelle. Construit par Jean-Baptiste Franque dans la première moitié du XVIII^e siècle. Voir également fig. B.153 ;
- Rodez, cathédrale, tribune du chanoine Philandrier, composée d'une voûte en berceau segmentaire très surbaissée, avec un décors à entrelacs formant retombee sous l'intrados, construite dans la seconde moitié du XVI^e siècle (Pérouse de Montclos, 1982, p. 163, 310) ;
- La Rochelle, Palais de Justice, 1783-1789. Voûtes d'arêtes très surbaissées (Pérouse de Montclos, 1982, p. 157).

10.4.3 Voûtes à la Roussillon, ou voûtes catalanes

Les *voûtes à la Roussillon* ont fait l'objet d'études historiques par Bannister (1968), Pérouse de Montclos (1982, p. 194) et Araguas (1999). Ces voûtes *assez surbaissées* ou *très surbaissées* sont construites avec des briques pleines posées à plat ou sur champ, hourdées au plâtre, en une ou plusieurs couches. La forme en berceau est traditionnellement employée, mais peut être remplacée par une forme en arc-de-cloître (voûte « à l'impériale », avec des exemples de ce type construits à Lyon, notamment à

Chapitre 10. Voûtes plates

l'Hôtel-Dieu). Aujourd'hui, ces voûtes sont également désignée sous le vocable *voûte catalane*, *voûte sarrasine* et *voûte à la Volterra*.

Bien qu'il existe des exemples de ce type de voûte dans le Roussillon au Moyen Âge, et en Catalogne avant le XVIII^e siècle, cette technique ne se diffuse dans le reste de la France qu'à partir du XVIII^e siècle (Bannister, 1968). L'Académie royale d'architecture valide en 1755 le principe de ce système constructif « local » (du Roussillon), mais en recommandant que les briques soient mises en place sur champ, et non à plat.

La typologie des différents types de voûtes est donnée par Blondel et Patte (1777b, p. 98-104). Il y mentionne notamment :

- l'utilisation de tirants placés sur l'extrados lorsque la portée des voûtes est importante ;
- les briques posées à plat en double épaisseur ;
- de petits raidisseurs construits sous forme de murets sur l'extrados dans les reins de voûte.

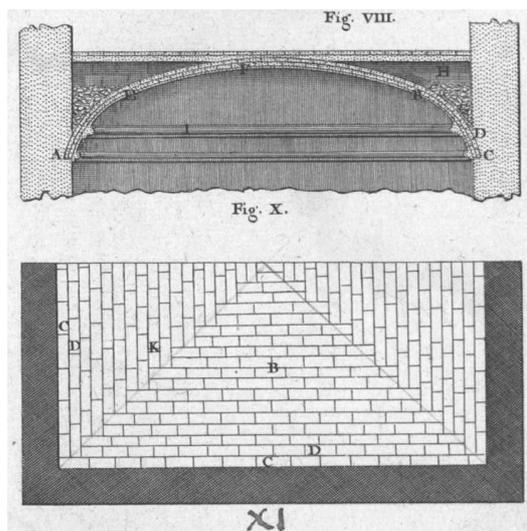


Fig 10.16 – Voûte assez surbaissée en brique, extrait de la planche LXXXXV du cours de Blondel et Patte (1777b)

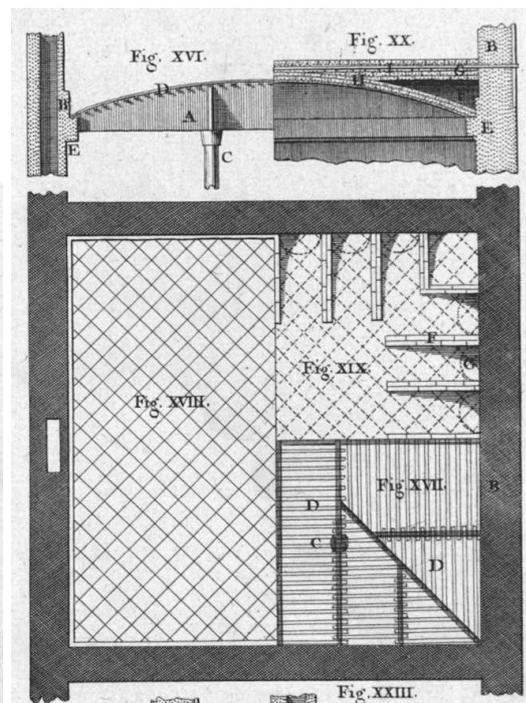


Fig 10.17 – Voûte très surbaissée en brique, extrait de la planche LXXXXVII du cours de Blondel et Patte (1777b)

Bannister donne de nombreux exemples de voûtes construites ainsi au XVIII^e siècle, notamment par Soufflot et Contant d'Ivry (Bannister, 1968).

Troisième partie

Réseaux de forces pour les constructions clavées

Chapitre 11

Motivation et enjeux

Résumé : Ce chapitre présente les raisons pour lesquelles une extension de la méthode des réseaux de forces nous a semblée nécessaire. Dans un premier temps, la similitude conceptuelle entre le réseau de forces et le polygone funiculaire est soulignée. Les conséquences et limitations introduites par les deux hypothèses fondamentales, nécessaires pour appliquer la méthode des réseaux des forces, sont ensuite exposées. Enfin, le besoin d'une extension de la méthode est considéré du point de vue de la coupe des pierres, et du calcul à la rupture.

Sommaire

11.1	Réseaux de forces et lignes de pression	204
11.1.1	Extension du polygone funiculaire sous forme de réseau	204
11.1.2	Réseau funiculaire	205
11.2	Hypothèse de l'intersection des forces	206
11.2.1	Rappels sur l'équilibre d'un bloc	206
11.2.2	L'intersection, condition non nécessaire	207
11.2.3	Absence de conséquence en 2D	207
11.2.4	Directions fixes des forces projetées sur le plan horizontal	208
11.2.5	Conjugaison des directions du réseau	208
11.3	Verticalité des charges	211
11.4	Besoins d'une extension de la méthode	211
11.4.1	Pour la coupe des pierres	211
11.4.2	Pour le calcul à la rupture	211

11.1 Réseaux de forces et lignes de pression

La proximité lexicale en anglais entre le réseau de forces (« thrust network ») et la ligne de pression (« thrust line ») est trompeuse. Le réseau de forces est l'extension sous forme de réseau du polygone funiculaire, et non celle de la ligne de pression. Nous présentons dans cette section ces extensions.

11.1.1 Extension du polygone funiculaire sous forme de réseau

Revoyons pour commencer la définition du polygone funiculaire et celle de la ligne de pression, qui ont été données dans l'état de l'art pour les constructions clavées.

Définition 3. Rappel de la définition vue dans l'état de l'art :

Un *polygone funiculaire* d'un arc clavé est un polygone dont les sommets sont les points d'intersection des lignes d'action des forces en équilibre s'appliquant à chaque claveau.

Définition 4. Rappel de la définition vue dans l'état de l'art :

Une *ligne de pression* d'un arc clavé est la suite des points d'application des résultantes des actions de contact (ou centres de pression) sur ses joints.

Les centres de pression étant donnés par les intersections des joints avec les lignes d'action des résultantes des actions de contact, la *ligne de pression* est donc la suite des intersections des joints avec les segments ou les prolongations des segments du polygone funiculaire.

Par construction, les lignes d'action des résultantes des actions de contact sur les joints passent par les branches du réseau de forces. Les nœuds du réseau de forces sont les points d'intersections des branches, et donc des lignes d'action des forces. Ainsi, le réseau de forces correspond exactement au concept de polygone funiculaire, étendu sous forme de réseau.

A contrario, la ligne de pression ne peut pas être étendue en 3D sous la forme d'un réseau. En effet, en 2D la ligne de pression d'un système de blocs n'est pas une courbe, mais une suite de points situés sur les plans passant par les joints des blocs. L'extension de cette suite de points en 3D est un nuage de points, comprenant l'ensemble des centres de pression (fig. 11.1).

Il est courant en 2D de tracer un segment pour relier les points de la ligne de pression, de manière à former une courbe. Cependant, en dehors des points d'application des forces sur les joints, les autres points de la courbe ainsi formée n'ont pas de sens physique. Il n'est d'ailleurs pas possible de transformer le nuage de points en 3D en un réseau : pour chaque bloc en contact sur quatre faces, il existe quatre centres de pression, entre lesquels on peut tracer six segments distincts. Il faudrait donc des hypothèses complémentaires pour définir un réseau correspondant à la ligne de pression.

L'extension sous forme de réseau du polygone funiculaire a un caractère pratique, plus qu'un caractère théorique. En effet, la statique graphique présentée par Culmann (1864) aborde déjà le cas des forces dans l'espace, et approfondi le cas des « forces formant une gerbe » (Culmann, 1880), c'est-à-dire des forces qui passent en un même

point. Cependant la difficulté d'application de la statique graphique en 3D a conduit les ingénieurs à utiliser cette dernière essentiellement en 2D, c'est-à-dire pour les systèmes de forces coplanaires. La méthode des réseaux de forces permet donc d'obtenir des résultats déjà théoriquement accessibles grâce à la statique graphique, mais de manière beaucoup plus commode.

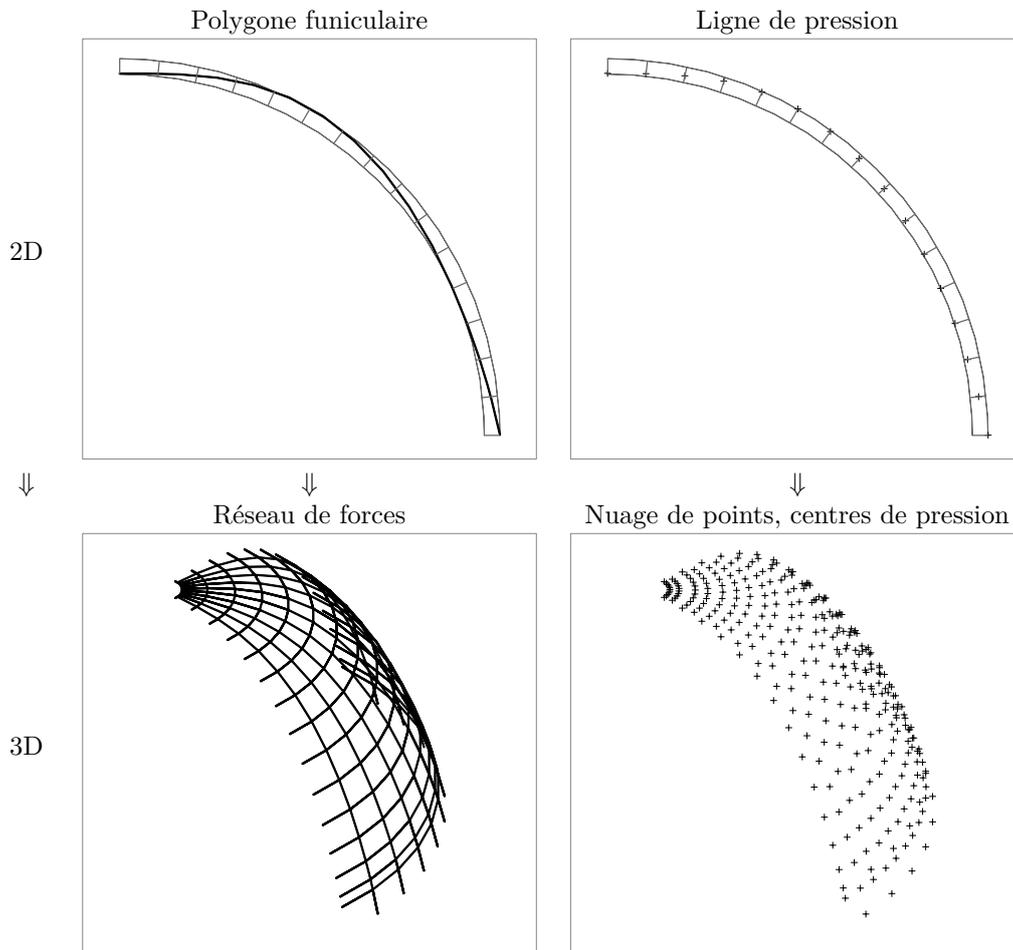


Fig 11.1 – Extensions 2D à 3D du polygone funiculaire et de la ligne de pression

11.1.2 Réseau funiculaire

O'Dwyer et Block utilisent tous les deux directement le réseau de forces pour déterminer la stabilité des structures qu'ils étudient (O'Dwyer, 1999; Block, 2009). Ils vérifient que le réseau de forces est inclus à l'intérieur de l'enveloppe définie par l'intrados et l'extrados de la voûte, et non que les centres de pressions se trouvent à l'intérieur des joints.

Leur approche est justifiée pour deux raisons. Premièrement, cette approche est conservatrice. Pour les structures à géométrie régulière, si le réseau de forces est compris à l'intérieur de la maçonnerie, alors les centres de pression seront également à l'intérieur de la maçonnerie. Une approche conservatrice, qui produit des structures

plus stables que le résultat calculé, ne pose pas de problème pour la création de nouvelles structures.

Deuxièmement l'utilisation du réseau de forces est bien adaptée pour les processus d'optimisation mathématique qui permettent de trouver des solutions d'équilibre adaptées. En effet, la résolution numérique des problèmes d'optimisation est la difficulté principale pour l'utilisation pratique de la méthode des réseaux de forces. L'utilisation des centres de pression conduit à des difficultés supplémentaires pour la résolution numérique. Le gain en précision obtenu en considérant les joints est la plupart du temps faible par rapport à la complexité plus grande de l'optimisation que cela entraîne. L'imprécision de l'utilisation des réseaux de forces par rapport à celles des centres de pression est brièvement envisagée dans la conclusion de la thèse de Block (2009).

L'utilisation des réseaux de forces sans considération des centres de pression sur les joints semble s'être imposée pour la recherche de nouvelles formes en compression. Cependant, dans le cadre de l'étude des structures existantes, ou des structures présentant une stéréotomie particulière, la considération des centres de pression est essentielle pour obtenir des résultats exploitables dans le cadre du calcul à la rupture.

Dans l'ensemble de ce document, le réseau de forces et les centres de pression seront toujours dessinés conjointement. La différence entre les deux sera alors visible par la distance existante entre les réseaux et les nuages de points. Cette différence est conséquente dans certains cas (poussée minimale d'un arc, fig. 1.2 p. 25 ; voûtes d'Abeille, fig. 16.18 p. 293), et négligeable dans d'autres cas (poussée maximale d'un arc fig. 1.2 p. 25).

Pour conclure, en anglais le terme « pressure network » ou « force network » semble plus correct pour désigner le réseau de forces, plutôt que « thrust network ». En français, le terme *réseau funiculaire* pourrait être utilisé parallèlement à l'appellation classique du *réseau de forces*.

11.2 Hypothèse de l'intersection des forces

11.2.1 Rappels sur l'équilibre d'un bloc

Considérons un polyèdre, en contact sur n faces. Le polyèdre est soumis à $n + 1$ systèmes de forces : n systèmes de forces s'appliquant sur les joints et le chargement correspondant à la gravité. Chacun de ces systèmes de forces peut être représenté par une force unique agissant le long d'une ligne d'action.

Une solution d'équilibre pour ce polyèdre est un ensemble de forces tel que la somme des forces et des moments appliqués au polyèdre est nulle. Si l'équilibre des forces est assuré, alors le fait que les lignes d'actions s'intersectent en un point est une condition suffisante pour assurer l'équilibre des moments⁽¹⁾.

Considérons un exemple simple sans faire intervenir les réseaux de forces pour le moment : un bloc unique soumis à quatre forces sur ses faces latérales, et à son poids propre. Quatre solutions d'équilibre différentes sont données sur la figure 11.2. Seule

(1). Démonstration : le moment de chaque force par rapport à ce point d'intersection est nulle, et la somme des moments est donc également nulle.

la solution (a) sur cette figure a pour propriété que l'ensemble des lignes d'actions des forces s'intersectent en un point. Dans les solutions d'équilibre (b) (c) et (d), où les conditions d'équilibre des forces et des moments sont satisfaites, les lignes d'actions des forces ne s'intersectent pas en un point.

Cet exemple introductif illustre le fait que l'intersection des forces en un point est une condition suffisante, mais non nécessaire pour assurer l'équilibre des moments.

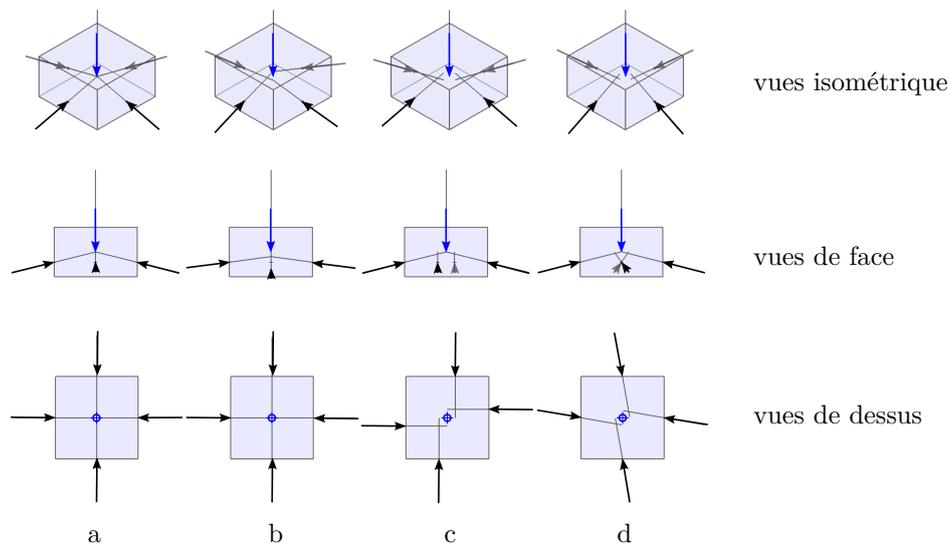


Fig 11.2 – Cas d'équilibres avec ou sans intersection des forces en un point

11.2.2 L'intersection, condition non nécessaire

La première hypothèse nécessaire à la mise en place de la méthode des réseaux de forces est celle de l'intersection des lignes d'actions des forces en un point (section 4.3.2 p. 62). Comme nous venons de le voir, cette condition est suffisante pour assurer l'équilibre des moments, mais elle n'est pas nécessaire (au sens mathématique du terme).

L'hypothèse de l'intersection des forces en un point est donc une hypothèse simplificatrice qui réduit l'espace des solutions d'équilibre qui peuvent être explorées avec les réseaux de forces. Cette hypothèse simplificatrice est néanmoins fondamentale pour la méthode car elle se trouve à la base de la définition des réseaux : en l'absence d'intersection les réseaux de forces ne peuvent être définis. Elle est importante d'une part pour la faisabilité de la méthode, et d'autre part pour les limitations qu'elle implique pour les résultats obtenus.

Les conséquences de l'hypothèse d'intersection des forces varient suivant les systèmes de blocs étudiés, et sont présentées maintenant.

11.2.3 Absence de conséquence en 2D

Pour une structure plane ou étudiée en 2D, le réseau de forces est le polygone funiculaire de la statique graphique. La condition d'intersection des forces est une

condition nécessaire et suffisante d'équilibre, car chaque sommet est le point de rencontre de trois forces en équilibre. L'hypothèse d'intersection des forces ne réduit pas le domaine des solutions d'équilibre qui peuvent être étudiées (fig. 11.4 cas C).

11.2.4 Directions fixes des forces projetées sur le plan horizontal

Les directions des branches projetées sur le plan horizontal sont données par la projection des centres de gravité des blocs sur le plan horizontal. Comme ces derniers sont fixes, les directions des branches projetées sur le plan horizontal, et donc les directions des lignes d'actions des forces projetées sur le plan horizontal, sont également fixes.

Cela a plusieurs conséquences.

Premièrement, l'angle d'incidence de la composante horizontale des forces sur les joints est fixe. Le réseau de forces d'une voûte d'Abeille ne peut donc pas faire intervenir d'efforts de cisaillement dans le plan horizontal, car la ligne d'action de la force est située dans un plan vertical perpendiculaire au joint ⁽²⁾. Brocato et Mondardini (2014) ont mis en évidence des solutions d'équilibre pour les voûtes d'Abeille à l'aide de la méthode des éléments finis ⁽³⁾, en tenant compte du clavage particulier de ces voûtes plates. Les solutions d'équilibre trouvées mettent en jeu des efforts de cisaillement importants dans le plan horizontal entre les différents voussoirs, en raison des conditions d'appuis de la voûte (différentes de celles qui seront étudiées dans le cadre de cette thèse). Ces efforts de cisaillement se traduisent par un angle d'incidence différent de 90° , qui ne peut pas être reproduit avec les réseaux de forces.

Deuxièmement, il existe des cas géométriques où la branche passe nécessairement en dehors du joint, car la projection horizontale du joint n'est pas coupée par la projection de la branche. Ce cas se produit lorsque le rayon de courbure est faible par rapport à la taille des blocs, nous donnerons un exemple dans le cas d'un escalier hélicoïdal formé de blocs allongés (fig. 13.6). Il n'existe alors pas de réseau de forces représentant une solution d'équilibre dont les centres de pression sont tous situés à l'intérieur des joints.

11.2.5 Conjugaison des directions du réseau

Le transfert d'une force verticale dans une branche du réseau implique que la force horizontale dans la branche ne soit pas nulle. L'amplitude de l'effort vertical pour un effort horizontal constant dépendra de l'altitude des nœuds du réseau. Le transfert des forces horizontales et des forces verticales n'est donc pas dissocié.

Cela implique une conjugaison des branches du réseau qui transfèrent nécessairement des efforts verticaux dès lors qu'il existe des efforts horizontaux dans les branches. Des arcs parallèles ne peuvent pas se comporter de façon indépendante les uns des autres si des branches orthogonales avec des forces horizontales non nulles les relient.

(2). La ligne d'action est plus exactement perpendiculaire à l'intersection du joint avec le plan horizontal passant par le centre de pression.

(3). Éléments finis volumiques pour les blocs avec loi de comportement élastique, et éléments finis de type joint dilatant avec un critère de Mohr-Coulomb et écoulement associé entre les blocs.

Cette conjugaison des directions du réseau s'illustre sur les exemples suivants.

Plate-bande Considérons une voûte plate sur plan carré, en appui sur ses quatre côtés, et chargée uniformément. Il est possible de construire une solution d'équilibre simple, en considérant la voûte plate comme la superposition de deux plates-bandes perpendiculaires qui portent chacune la moitié du chargement. Cependant, ce cas d'équilibre impliquant la non unicité de l'intersection des forces s'appliquant à chaque claveau ne peut pas être reproduit avec un réseau de forces. Nous verrons qu'il faut introduire un raffinement du réseau (les branches partielles) pour permettre la création de réseaux représentant ce cas d'équilibre simple (section 16.3 p. 285).

L'analogie entre la voûte plate et les plates-bandes provient d'une remarque de Frézier sur les voûtes plates d'Abeille. Cette analogie et ses limites seront étudiées en détail dans la section 16.3 consacrée à l'étude des voûtes plates et de l'influence de leur coupe des pierres.

Voûte hélicoïdale L'étude des voûtes hélicoïdales illustre également la conjugaison des directions du réseau. Voir section 17.1 p. 299.

Voûte d'Abeille Il existe des polyèdres pour lesquels il n'existe pas de solution d'équilibre (fig. 11.4 cas B). Par exemple, considérons le cas des voussoirs de la voûte d'Abeille, avec comme critère de stabilité la compression seule sur les faces, et un critère de glissement (fig. 11.3). Si le voussoir est suffisamment long et ses faces latérales suffisamment inclinées, il n'est plus possible d'obtenir d'intersection.

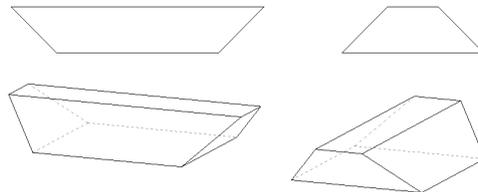


Fig 11.3 – Voussoirs d'une voûte d'Abeille

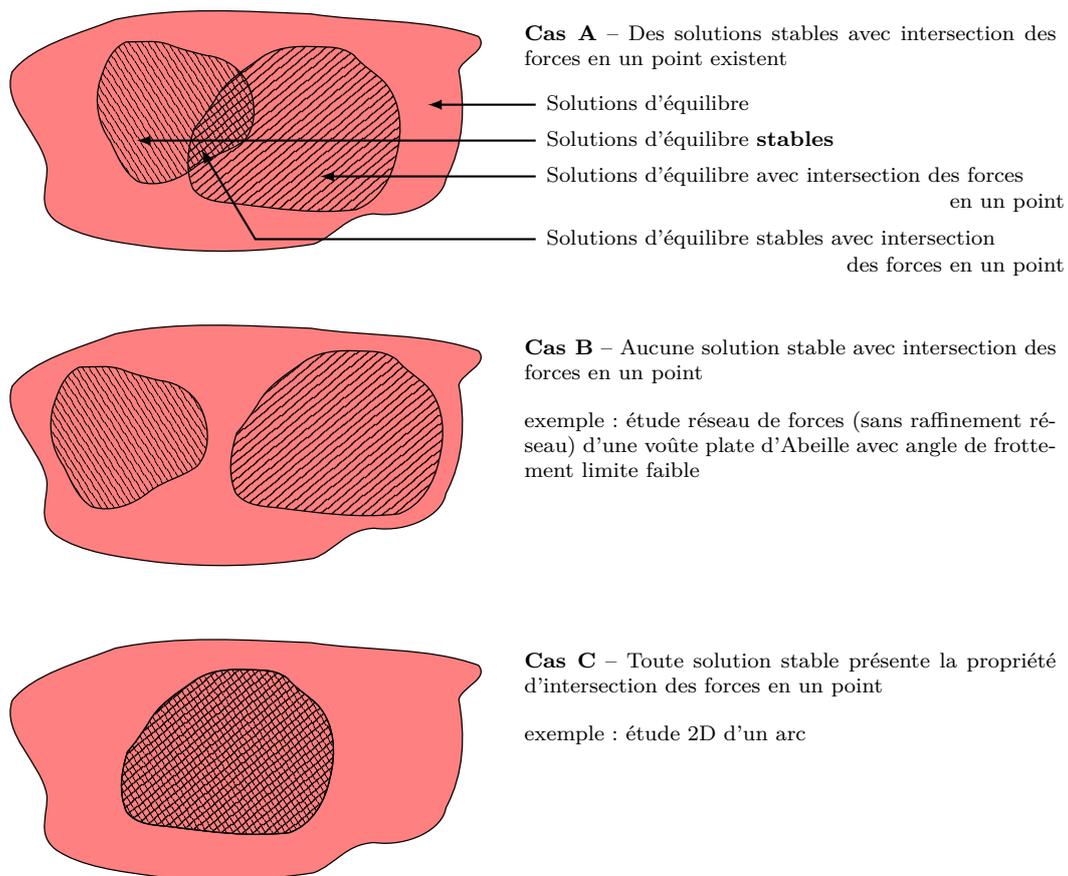


Fig 11.4 – Domaines des solutions d'équilibre ; intersections possibles des solutions d'équilibre stables, avec ou sans la propriété d'intersection des forces en un point

11.3 Verticalité des charges

La deuxième hypothèse nécessaire à la mise en place de la méthode des réseaux de forces est celle de la verticalité des charges s'appliquant sur les nœuds (section 4.3.2 p. 62).

Cette hypothèse n'est pas nécessaire pour la méthode des densités de forces, mais elle est essentielle pour la méthode des réseaux de forces. Block (2009) indique que des charges horizontales complémentaires peuvent être ajoutées au système, en ajoutant des branches complémentaires dans le réseau pour implémenter ces charges horizontales. Cependant, en raison de la première hypothèse d'intersection des forces, cela induit que la hauteur du point d'application des forces horizontales du chargement extérieur dépend de la solution d'équilibre en cours de considération. Il s'agit donc de *charges suivieuses*. Étant donné que nous considérerons des solutions d'équilibre dans lesquelles les nœuds ne sont pas compris à l'intérieur de la maçonnerie, l'utilisation de charges horizontales de ce type est problématique.

Nous n'utilisons pas dans cette thèse de charges horizontales additionnelles pour cette raison.

11.4 Besoins d'une extension de la méthode

11.4.1 Pour la coupe des pierres

L'histoire des plates-bandes dans l'architecture française que nous avons ébauchée dans la partie II montre l'attention apportée par les architectes et les tailleurs de pierre à la question de l'inclinaison à donner aux joints des plates-bandes. L'étude de l'influence des différentes coupes des pierres sur le comportement mécanique des plates-bandes suppose de pouvoir prendre en considération la géométrie des joints.

Bien que représentant les forces passant à travers les joints, les réseaux de forces n'intègrent pas l'information de la géométrie des joints. Ce dernier point nécessite donc une extension de la méthode des réseaux de forces.

De plus, dans le cas de structures clavées particulières, comme par exemple les voûtes d'Abeille, les réseaux de forces ne peuvent pas fournir de solutions d'équilibre admissibles du point de vue du critère de Mohr-Coulomb en raison de l'orientation des joints. Il existe donc un intérêt à pouvoir étendre les solutions d'équilibre accessibles.

11.4.2 Pour le calcul à la rupture

Les solutions d'équilibre produites par la méthode des réseaux de forces peuvent être utilisées pour étudier la stabilité des structures clavées dans le cadre du calcul à la rupture. L'application rigoureuse des théorèmes du calcul à la rupture nécessite d'introduire les critères de résistances des joints et les multiplicateurs de rupture présentés dans la partie I consacrée à l'état de l'art.

Comme dans le cas de l'influence de la coupe des pierres, l'intégration des réseaux de forces au cadre du calcul à la rupture nécessite donc l'expression des résultats au niveau des joints, et par conséquent la considération de la géométrie de ces derniers.

Chapitre 12

Extension des réseaux de forces

Résumé : Ce chapitre expose les principes de l'extension de la méthode des réseaux de forces. Dans un premier temps, la simplification de l'appareil pour permettre la paramétrisation des géométries étudiées est décrite. La considération de la géométrie des joints, et donc de l'appareil, puis des critères de résistance exprimés au niveau des joints, points essentiels pour l'intégration de la méthode des réseaux de forces au cadre du calcul à la rupture sont ensuite exposés. Les branches partielles additionnelles, qui constituent un raffinement du réseau pour permettre l'exploration de nouvelles solutions d'équilibre sont introduites. Enfin, différentes stratégies de détermination des chargements extrêmes définissant les domaines de chargements potentiellement supportables sont proposées.

Sommaire

12.1	Extension de la méthode des réseaux de forces	213
12.2	Simplification de l'appareil et paramétrisation de la géométrie . . .	213
12.3	Considération des joints	214
12.4	Critères de résistance des joints	215
12.5	Branches partielles additionnelles	215
12.6	Recherche des chargements extrêmes	217
	12.6.1 Recherche par optimisation sous contraintes	217
	12.6.2 Stratégies de résolution	218

12.1 Extension de la méthode des réseaux de forces

L'extension de la méthode des réseaux de forces proposée dans cette thèse permet d'étudier la stabilité d'une structure clavée à partir de son domaine des chargements potentiellement supportables, calculé rigoureusement dans le cadre du calcul à la rupture.

Le diagramme de la méthode étendue est donné sur la figure 12.1. Les différents points nécessaires à l'extension sont exposés successivement dans ce chapitre.

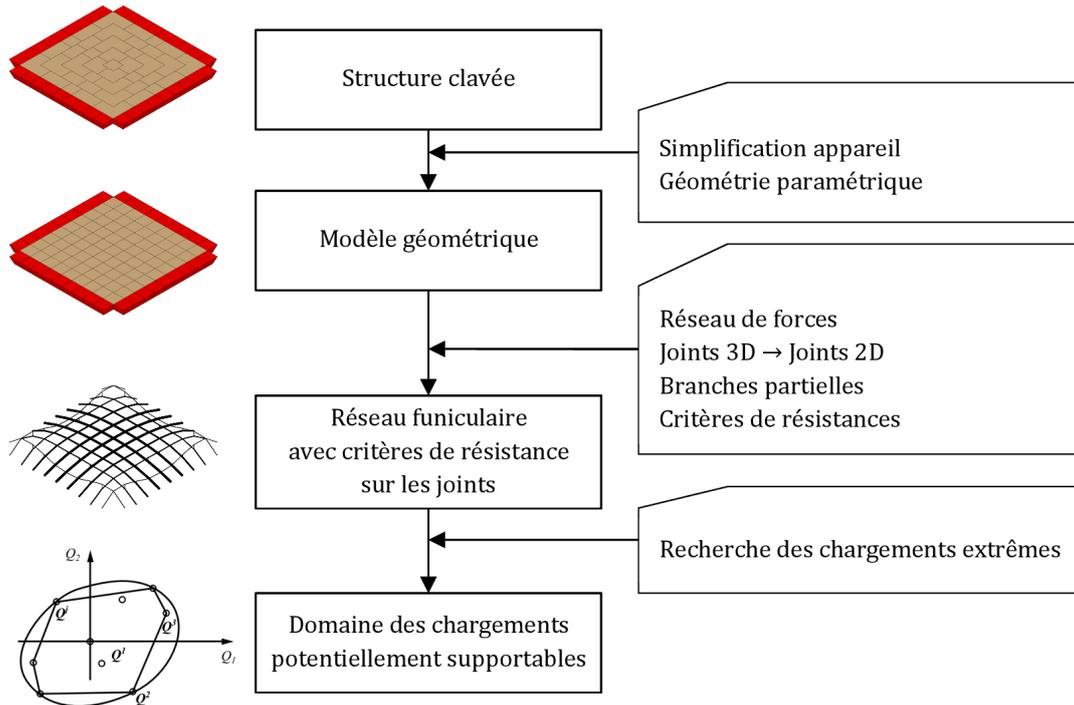


Fig 12.1 – Diagramme de la méthode des réseaux funiculaires

12.2 Simplification de l'appareil et paramétrisation de la géométrie

Les voûtes en pierre de taille ne présentent généralement pas un appareil suffisamment régulier pour permettre de décrire de façon paramétrique simple la géométrie de l'intrados, de l'extrados et des joints.

La simplification de l'appareil consiste à insérer des joints fictifs complémentaires par rapport aux joints existants, et éventuellement à modifier légèrement la position de ces derniers, tout en respectant les principes de coupe des pierres guidant l'orientation des joints, de manière à pouvoir décrire de manière paramétrique simple l'ensemble de la géométrie.

Cette procédure est décrite sur le cas particulier des voûtes plates, soit appareillées sur le plan de la voûte en berceau, soit appareillées sur le plan de la voûte en arc-de-cloître, dans le chapitre consacré à l'étude mécanique de ces structures (section 16.1,

fig. 16.4 et fig. 16.5). Par ailleurs, deux cas possibles d'appareils paramétriques sont donnés sur la figure 12.2 dans le cas d'un dôme.

Parallèlement, la géométrie curviligne des claveaux est simplifiée sous la forme de polyèdres, c'est-à-dire de solides dont les faces sont des polygones plans. Cette seconde simplification vise à ne traiter que des joints sous la forme de polygones plans, ou d'assemblages de polygones plans.

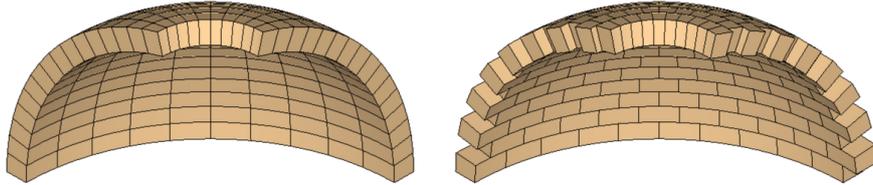


Fig 12.2 – Dôme avec oculus – exemples de deux appareils paramétriques

La création des modèles géométriques étudiés dans cette thèse repose sur la possibilité de trouver un paramétrage permettant de décrire la géométrie de la voûte et de ses joints. Si cela n'est pas possible, il faut alors importer manuellement ou à l'aide d'un logiciel externe la géométrie⁽¹⁾. Nous n'aborderons pas de cas de ce type dans cette thèse.

12.3 Considération des joints

L'utilisation des critères de résistances sur les joints dans le cadre du calcul à la rupture nécessite de connaître une expression des efforts s'appliquant sur les joints. Cette expression peut prendre la forme d'un champ de contrainte, des efforts généralisés, ou encore de la résultante des actions de contact. Nous nous plaçons dans ce dernier cas ici. La position des résultantes des actions de contact sur les joints (les *centres de pression*), et la décomposition des forces résultantes dans les repères locaux des joints doivent donc être connus.

Un centre de pression peut se trouver en n'importe quel point à l'intérieur du polygone formant le joint⁽²⁾. Cependant, l'hypothèse de l'intersection des forces en un point a pour conséquence de réduire les positions possibles des centres de pression d'une surface à un segment, ce que nous détaillerons ultérieurement.

Le calcul de la position du centre de pression met en jeu l'intersection d'une droite (la ligne d'action de la résultante des actions de contact du joint) avec le plan du polygone définissant le joint. Il est possible de remplacer le polygone du joint (joint 3D) par d'une part un segment (joint 2D), et d'autre part les caractéristiques géométriques du polygone (aire, modules statiques, hauteur, largeur). Cette substitution ne modifie pas les résultats obtenus : centre de pression, et décomposition de cette dernière dans

(1). La géométrie signifie ici seulement la position des centres de gravité des blocs, leur masse et les joints réduits 2D définis dans la suite.

(2). Un centre de pression peut également se trouver en dehors de l'intérieur du polygone formant le joint, s'il se trouve à l'intérieur de son enveloppe convexe. Cette propriété n'est pas exploitée dans cette thèse.

le repère local du joint. Elle a deux avantages. Le premier est d'accélérer les calculs en substituant l'intersection d'une droite avec un plan par l'intersection de deux droites, et la seconde est de réduire la taille de l'information à stocker concernant chaque joint.

L'implémentation et la justification géométrique de cette démarche sera présentée en détail dans le chapitre suivant (section 13.2 p. 223).

12.4 Critères de résistance des joints

Une fois la prise en compte des joints réalisées (section précédente), et l'expression des forces dans le repère local des joints connues, le calcul du multiplicateur de charge lié au critère de résistance considéré découle directement des expressions rappelées dans l'état de l'art (section 3.1.1 p. 41).

Les critères de résistances utilisés sont formulés uniquement au niveau des joints, la résistance interne de la pierre étant donc considérée implicitement infinie. En effet bien que la résistance du joint (interface mortier-pierre, ou interface pierre-pierre) fasse intervenir la résistance de la pierre, la résistance de la pierre à l'intérieur des blocs n'est pas considérée.

Le fait de ne pas considérer la résistance interne des blocs se traduit par une surestimation de la résistance des blocs notamment lorsque les blocs présentent des angles aigus (*p. ex.* influence de l'inclinaison des joints sur la stabilité des plates-bandes, section 15.3.3).

12.5 Branches partielles additionnelles

Le réseau de forces est basé sur l'hypothèse que les lignes d'actions des forces appliquées à chaque bloc s'intersectent en un point. Ce point est un nœud du réseau de forces. Cette hypothèse est suffisante mais non nécessaire pour assurer l'équilibre du moment, et diminue l'ensemble des solutions d'équilibre qui peuvent être produites avec la méthode (voir section 11.2).

L'utilisation de *branches partielles additionnelles*, qui reposent sur un redécoupage de chaque bloc en deux sous-blocs, et donc sur un raffinement du réseau, permet de contourner partiellement cette limitation inhérente à la méthode, et ainsi d'avoir accès à de nouvelles solutions d'équilibre. En effet, la condition d'intersection est toujours respectée pour chaque nœud, mais comme il y a plus d'un nœud par bloc, les droites d'actions des forces qui s'appliquent à un bloc ne sont plus nécessairement concourantes. Ce raffinement du réseau permet de considérer des cas d'équilibres similaires au cas (b) de la figure 11.2 p. 207, en plus du cas (a) classique. Cependant les cas (c) et (d) de cette même figure restent hors de portée de l'extension des réseaux de forces présentée ici.

Les branches partielles additionnelles peuvent être utilisées seulement pour certaines typologies. Elles peuvent être appliquées aux réseaux de nœuds à quatre branches, avec les branches perpendiculaires deux à deux en projection sur le plan horizontal. Elles ne peuvent pas être appliquées aux réseaux de nœuds à trois branches

Chapitre 12. Extension des réseaux de forces

parce que la résolution de l'équilibre horizontal après le raffinement ne serait plus possible.

Le raffinement du réseau suit le principe suivant. Dans la méthode des réseaux de forces traditionnelle, un seul nœud est créé pour chaque bloc B . Il est localisé au centre de gravité du bloc dans le réseau de masse. Nous divisons chaque bloc en deux sous-blocs b_1 et b_2 , correspondant également à deux nouveaux nœuds dans le réseau de masse, avec leur masse respective. Ces nœuds sont joints par une nouvelle branche, que nous appelons *branche partielle additionnelle*. Cette branche correspond à des forces intérieures au bloc B . Les branches qui reliaient le bloc B à ses blocs voisins doivent ensuite être raccordées à l'un ou l'autre des nœuds créés pour les sous-blocs b_1 et b_2 .

Ce processus correspond à un raffinement du réseau de forces, qui contient à la fin du processus plus de nœuds et de branches que le réseau initial, bien que le nombre de blocs réels et de joints n'ait pas été modifiés.

La figure 12.3 illustre le cas de sous-blocs dont les centres de gravité sont situés sur une verticale, obtenus par la division d'un bloc par un plan horizontal.

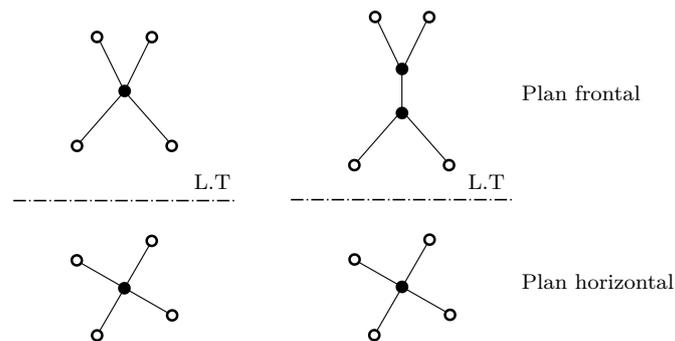


Fig 12.3 – Nœud à quatre branches avant (à gauche) et après (à droite) le raffinement du réseau

La figure 12.4 illustre le cas de sous-blocs dont les centres de gravité ne sont pas situés sur une verticale, obtenu par la division de deux blocs d'un arc par des plans verticaux par exemple. Ce procédé sera utilisé pour l'étude des plates-bandes à joints en X.

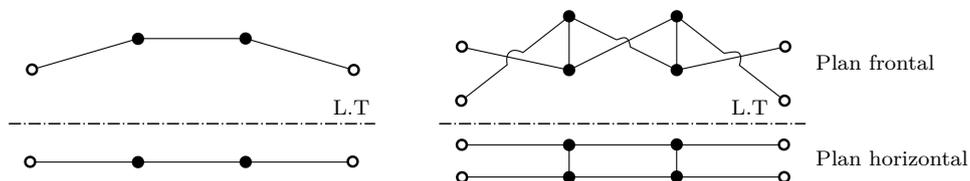


Fig 12.4 – Arc avant (à gauche) et après (à droite) le raffinement du réseau

Il peut être utile pour des raisons de clarté des figures de choisir un décalage vertical arbitraire entre les deux nœuds pour pouvoir les distinguer visuellement. Ce décalage vertical n'a pas d'effet sur l'équilibre puisque le chargement est vertical.

12.6 Recherche des chargements extrêmes

12.6.1 Recherche par optimisation sous contraintes

L'état de contrainte réel d'une structure ne peut être déterminé sans introduire des informations complémentaires (loi de comportement, historique du chargement). Dans le cadre du calcul à la rupture, la recherche de l'état de contrainte réel est abandonnée au profit de la recherche des chargements extrêmes constituant la frontière du domaine des chargements supportables.

La construction par l'intérieur du domaine des chargements potentiellement supportables met en jeu la considération successive de différents chargements \underline{Q} , pour lesquels on cherche le chargement extrême $F(\underline{Q})\underline{Q}$ sur un trajet de chargement radial. Les deux formulations équivalentes établies dans le cadre général du calcul à la rupture (équation 2.16), puis dans le cas particulier des structures clavées (équation 3.14) sont rappelées ci-dessous :

$$F(\underline{Q}) = \max_{\lambda/\lambda\underline{Q} \in K} \lambda \quad (12.1)$$

$$F(\underline{Q}) = \max_{\zeta} \lambda_{\mathcal{J}}(\zeta) = \max_{\zeta} \min_{j \in \mathcal{J}} \lambda_j(\zeta) \quad (12.2)$$

Pour chaque chargement \underline{Q} considéré, la recherche du chargement extrême $F(\underline{Q})\underline{Q}$ nécessite de résoudre un problème d'optimisation sous contraintes : la maximisation d'une fonction de coût f dépendant d'un vecteur de paramètres ζ , tout en respectant une ou plusieurs contraintes (au sens mathématique du terme) c_1, c_2 etc.

$$\max_{\zeta, c_1 > 0, c_2 > 0} f(\zeta) \quad (12.3)$$

La fonction f à maximiser ici est :

$$f(\zeta) = \min_{j \in \mathcal{J}} \lambda_j(\zeta) \quad (12.4)$$

Cette fonction remplace la fonction quadratique faisant intervenir directement la position de tous les nœuds habituellement utilisée dans le cadre de la méthode des réseaux de forces (qui est minimisée au lieu d'être maximisée) :

$$g(\zeta) = \sum (z_i(\zeta)^2 - z_G^2) \quad (12.5)$$

La fonction f , bien qu'elle soit classique dans le cadre du calcul à la rupture appliqué aux structures clavées (*p. ex.* Delbecq, 1983), n'avait pas été considérée jusqu'à maintenant dans les implémentations des réseaux de forces (O'Dwyer, 1999; Block, 2009; Marmo et Rosati, 2017).

Le problème d'optimisation pour la recherche des chargements extrêmes ne correspond pas à un problème d'optimisation de forme. Dans notre cas, la géométrie du problème est fixe, et le problème d'optimisation vise à trouver la solution d'équilibre correspondant à la fonction de coût (le multiplicateur de rupture) le plus élevé. Dans le cas de l'optimisation de forme, la géométrie de la structure étudiée fait partie des paramètres du problème d'optimisation.

12.6.2 Stratégies de résolution

Les algorithmes d'optimisation n'ont pas été étudiés dans le cadre de cette thèse. Nous avons focalisé notre attention sur la formulation du problème d'optimisation, pour que ce dernier puisse être rapidement ⁽³⁾ résolu par un algorithme utilisant la méthode du gradient réduit généralisé (« Generalized Reduced Gradient »).

Pour permettre l'extension de la méthode des réseaux de forces et y intégrer la considération des joints, nous avons substitué à la fonction (g) présentant un optimum global, une fonction (f) présentant de multiples optimaux locaux. Cela introduit des difficultés numériques pour obtenir rapidement la solution du problème d'optimisation permettant de trouver le chargement extrême.

De plus la recherche du domaine des chargements potentiellement stables nécessite la résolution répétée du problème d'optimisation pour chaque chargement Q pour construire point par point la frontière du domaine des chargements supportables.

Enfin, l'introduction des forces partielles augmente le nombre de paramètres ζ dont dépend l'équilibre. Le nombre de paramètres supplémentaires est égal au nombre de nœuds intérieurs, ce qui conduit à la multiplication par 2 ou 3 du nombre de paramètres dans les cas que nous étudions.

Pour résoudre ces difficultés numériques, nous avons utilisé trois techniques simultanément. Ces techniques consistent :

1. à diminuer le nombre de paramètres, en postulant que la variation spatiale des paramètres varie régulièrement et peut être approximée par un polynôme ;
2. à remplacer la fonction de coût par une nouvelle fonction donnant un résultat approché mais convergeant plus rapidement vers l'optimum : méthode des puissances, méthode de l'intervalle ;
3. à exploiter la propriété de convexité du domaine des chargements potentiellement supportables pour repérer les chargements correspondant à un optimum local, mais non à l'optimum global, et nécessitant donc des calculs complémentaires.

L'implémentation de ces techniques et la discussion de leurs résultats sont présentées à partir du chapitre suivant.

(3). « Rapidement » signifie ici de l'ordre de la minute pour les problèmes que nous étudions.

Chapitre 13

Implémentation numérique

Résumé : Ce chapitre présente l'implémentation numérique et l'utilisation pratique de l'extension de la méthode des réseaux de forces proposée. Dans un premier temps, le logiciel utilisé et le traitement des équations d'équilibre et des nœuds d'appuis est présenté. Ensuite, la redéfinition des joints 3D sous forme de segments 2D, qui permet la simplification des calculs et du stockage des données sans perte de généralité est exposée. Par ailleurs, le raffinement du réseau à l'aide des branches partielles nécessite une adaptation des équations matricielles, détaillée ici. Enfin, les stratégies d'optimisation numérique, qui sont l'enjeu numérique le plus important pour la recherche des chargements extrêmes et donc pour la faisabilité pratique de la méthode que nous proposons, sont introduites, ainsi qu'une étude des vitesses de convergence pour la stratégie la plus efficace (modification de la fonction de coût utilisé pour la recherche des chargements extrêmes).

Sommaire

13.1	Implémentation de l'extension des réseaux de forces	220
13.1.1	Visual Basic for Applications et Microsoft Excel	220
13.1.2	Équilibre horizontal	220
13.1.3	Équilibre vertical	221
13.2	Redéfinition des joints	223
13.3	Raffinement du réseau et branches partielles	225
13.3.1	Modification des équations d'équilibre	225
13.3.2	Écriture alternative des équations d'équilibre	226
13.3.3	Vérification de l'équilibre a posteriori	226
13.4	Recherche des chargements extrêmes	227
13.4.1	Optimisation sous contraintes	227
13.4.2	Polynômes de Lagrange	227
13.4.3	Multiplicateurs de charges modifiés par puissances d'entiers	228
13.4.4	Coefficient de sécurité géométrique modifié	233
13.4.5	Convexité du domaine des chargements supportables	235
13.4.6	Bilan des stratégies	236

13.1 Implémentation de l'extension des réseaux de forces

13.1.1 Visual Basic for Applications et Microsoft Excel

L'implémentation des réseaux funiculaires a été réalisée en langage objet, avec VBA (Visual Basic for Applications) et Microsoft Excel. Le logiciel créé a été nommé Manacoh (Masonry Network Analysis for Construction History). Le choix du langage de programmation pour l'implémentation est antérieur au commencement de la thèse : la première version du logiciel a été développée dans le cadre d'un travail de recherche sur la stabilité des dômes en maçonnerie (Ciblac et Fantin, 2016). Un des objectifs de ce travail était de produire un logiciel facile d'accès pour les étudiants et les ingénieurs, ne nécessitant pas de compétences particulières autres que celles généralement maîtrisées par les ingénieurs de bureau d'études. La première version du logiciel de 2014 est disponible à l'adresse <http://combiencaporte.blogspot.fr/p/masonry-network-analysis-for.html>. La nouvelle version du logiciel développée dans le cadre de cette thèse sera disponible à cette adresse : <http://bestrema.fr/manacoh/>.

Les nœuds, les branches, les aires, les paramètres, les polynômes de Lagrange sont implémentés sous forme objet, à l'aide des classes `cNod`, `cBra`, `cAre`, `cDOF`, `cDOFPoly` etc.

À titre d'exemple, chaque objet de classe `cBra` (une branche du réseau) fait référence à deux objets de classe `cNod` (un nœud de tête et un nœud de queue), et à deux objets de classe `cAre` (les aires situées à gauche et à droite de la branche dans le plan horizontal). Réciproquement chaque objet de classe `cNod` (un nœud) contient une liste des objets `cBra`, représentant les branches partant ou aboutissant à ce nœud.

Les feuilles du classeur Microsoft Excel servent à la fois au stockage des données, à l'écriture des matrices d'équilibre, et à l'inversion de ces dernières. Une des feuilles du classeur sert d'interface graphique pour les échanges avec l'utilisateur.

Au lancement du programme, les données existantes résultant d'un éventuel calcul précédent sont chargées depuis les feuilles Microsoft Excel dans VBA, les objets correspondants créés, puis les opérations exécutées depuis VBA.

L'implémentation de la méthode des réseaux de forces classique repose directement sur l'écriture des matrices données dans l'état de l'art présentant la méthode. Nous présentons dans la suite de cette partie uniquement les points particuliers de notre implémentation de la méthode.

13.1.2 Équilibre horizontal

Comme nous l'avons vu lors de la présentation de l'application de l'équilibre horizontal pour la construction des réseaux de forces (p. 67), les valeurs des m forces horizontales dans les branches du réseau, réunies dans le vecteur ζ de dimension m , dépendent de n_{dof} paramètres ($n_{dof} < m$) réunis dans le vecteur ζ_{dof} . La construction du vecteur ζ_{dof} , c'est-à-dire le choix des composantes le formant, et non le choix des valeurs de ses composantes, peut être guidé par plusieurs stratégies.

Block (2009) utilise les propriétés des figures réciproques pour identifier les n_{dof} paramètres composant le vecteur ζ_{dof} . Nous utilisons pour cette thèse deux approches plus directes, mais n'exploitant pas les propriétés des figures réciproques.

Dans le cas des géométries paramétriques, les n_{dof} paramètres composant le vecteur ζ_{dof} sont choisies parmi les m paramètres composant le vecteur ζ dès la création de la géométrie, de manière à représenter un ensemble de grandeurs caractéristiques du système étudié. Par exemple dans le cas des dômes, les forces horizontales des branches parallèles aux méridiens seront choisies. Dans le cas des voûtes plates, les forces horizontales des branches d'appuis seront choisies.

Dans le cas de géométries quelconques où les paramètres ζ_{dof} ne sont pas choisis lors de la création de la géométrie, ou si le nombre de paramètres choisis par l'utilisateur est insuffisant, les n_{dof} paramètres ζ_{dof} (ou les paramètres manquants) sont choisis à l'aide d'une procédure itérative qui construit progressivement la matrice \mathbf{K} colonne par colonne tout en vérifiant que les différentes colonnes restent indépendantes (à tout instant le rang de la matrice \mathbf{K} en cours de construction doit être égal à son nombre de colonnes). Si l'ajout d'une nouvelle colonne donne un système dépendant, la force horizontale correspondant à la dernière colonne ajoutée doit être prise comme paramètre, et la colonne correspondante retirée de la matrice \mathbf{K} en cours de construction.

Par ailleurs, la matrice $\mathbf{K}_{unk}^{-1}\mathbf{K}_{dof}$ qui relie les paramètres ζ_{dof} aux autres forces horizontales ζ_{unk} ne dépend que de la position des nœuds du réseau projeté dans le plan horizontal et de la connectivité du réseau. Comme ces derniers restent fixes, la matrice $\mathbf{K}_{unk}^{-1}\mathbf{K}_{dof}$ peut être calculée lors du premier calcul de l'équilibre horizontal, et stockée pour être réutilisée pour les autres étapes du calcul. Cette stratégie est adoptée dans notre implémentation, mais n'est valable que parce que nous ne nous intéressons pas aux problèmes d'optimisation de formes. Dans ce type d'étude, la matrice $\mathbf{K}_{unk}^{-1}\mathbf{K}_{dof}$ change à chaque itération du calcul.

13.1.3 Équilibre vertical

Écriture matricielle

La matrice \mathbf{D}_i^{-1} relie la position des nœuds d'appuis et le chargement d'une part, avec la position des nœuds intérieurs d'autre part. Comme la matrice \mathbf{D}_i dépend des forces horizontales dans les branches ζ , l'inversion de la matrice \mathbf{D}_i doit avoir lieu à chaque étape du calcul.

Position des nœuds d'appuis

Les altitudes des nœuds d'appuis sont données par le vecteur \mathbf{z}_b de dimension n_b . La construction de la matrice carrée et inversible \mathbf{D}_i suppose que \mathbf{z}_b soit connu, et les altitudes des nœuds d'appuis sont donc une donnée d'entrée de l'équilibre vertical et non une donnée de sortie.

Cependant, il est possible d'exprimer l'altitude z_b d'un nœud d'appui particulier comme une combinaison linéaire des altitudes des nœuds intérieurs z_i , bien que ces derniers ne soient pas encore connues avant l'application de l'équilibre vertical. Par

exemple, l'altitude d'un nœud d'appui peut être choisie égale à l'altitude du nœud intérieur lié au nœud d'appui, pour imposer que la force d'appui correspondante soit horizontale. Ce type de condition est utile pour modéliser les conditions de symétrie. Les flèches courbes sur la figure 13.1 à droite indiquent l'égalité des altitudes des nœuds d'appuis avec les nœuds intérieurs dans le cas d'une lune d'un dôme hémisphérique.

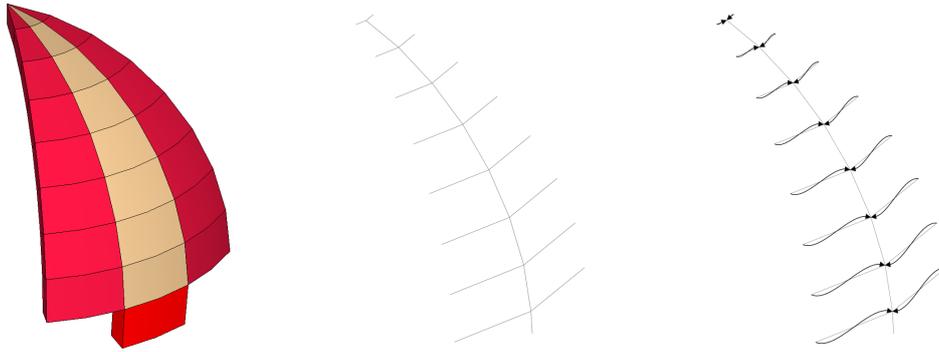


Fig 13.1 – Lune d'un dôme hémisphérique, réseau de masse, conditions de symétrie sur les nœuds d'appuis

Dans le cas où l'altitude d'un nœud d'appui est égale à celle du nœud intérieur correspondant, cette contrainte est implémentée en ajoutant simplement la colonne de \mathbf{D}_b correspondant à l'altitude z_b en question à la colonne de \mathbf{D}_i correspondant à l'altitude z_i recherchée. La valeur de z_b est (temporairement) prise égale à zéro pour annuler la contribution de la colonne correspondante dans \mathbf{D}_b , de telle manière que l'équation 4.38 puisse être appliquée sans modification. Enfin, lorsque les résultats sont stockés, la valeur de z_b est prise égale à z_i . Cette procédure pourrait être implémentée de façon plus élégante à l'aide de matrices de permutations.

Il est également possible d'utiliser des conditions de symétrie sur les altitudes des nœuds d'appuis (fig. 13.2 pour le cas d'une voûte plate). Aucune modification particulière des matrices d'équilibre n'est nécessaire dans ce cas.

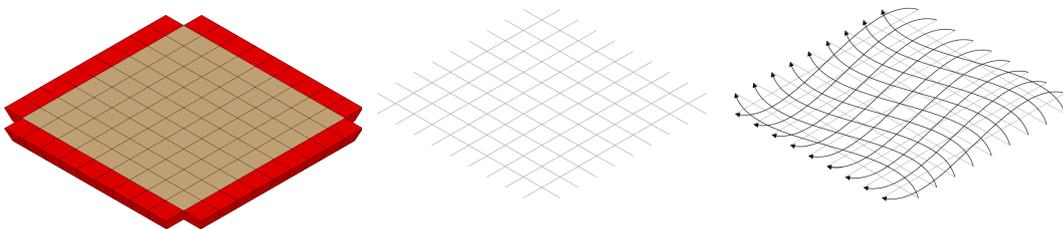


Fig 13.2 – Voûte plate, réseau de masse, conditions de symétrie sur les nœuds d'appuis

13.2 Redéfinition des joints

À chaque étape de la recherche d'un réseau de forces correspondant à un chargement extrême, il est nécessaire de recalculer la position du centre de pression de chaque joint. Ce centre est défini par l'intersection entre une droite (la ligne d'action de la force) et un plan (le plan du joint). Il est possible de réduire ce calcul à l'intersection entre deux droites.

En effet, d'une part la ligne d'action de la force s'appliquant sur un joint passe par la branche du réseau correspondant à ce joint. D'autre part la branche du réseau, quelle que soit sa forme, est contrainte à rester dans le plan vertical P_v passant par les centres de gravité des deux blocs en contact au joint. Par conséquent l'intersection entre la ligne d'action et le plan du joint est nécessairement placée sur l'intersection entre le plan vertical P_v et le plan du joint. L'intersection de ces deux plans est une droite. Cette droite est représentée par la donnée des deux points extrêmes correspondant aux bords du joints, généralement, mais non nécessairement, un point situé sur l'extrados, et un point situé sur l'intrados.

Le segment joignant ces deux points représente l'ensemble des positions possibles pour le centre de pression à l'intérieur du joint, pour les cas d'équilibre générés à l'aide d'un réseau de forces. Ce segment peut être déterminé lors de la génération de la géométrie à étudier, et gardé en mémoire pour être utilisé lors de la recherche des chargements extrêmes. Par construction, l'intersection de la ligne d'action de la résultante des forces avec le polygone plan du joint ou avec le joint réduit sous forme de segment est identique.

Considérons un exemple. Un dôme hémisphérique est découpé selon ses parallèles et méridiens afin de former des voussoirs. Un voussoir aura deux types de joints : les joints relatifs aux branches des méridiens (« meridian branches »), et les joints relatifs aux branches des parallèles (« parallel branches ») ou branches d'anneau (« hoop branches »). Les joints des méridiens sont des surfaces coniques qui sont approximées par leur plan tangent, de manière à être ramenés à l'hypothèse des joints plans polygonaux de notre étude. La génération des segments représentant les joints est donné sur la figure 13.4. Le résultat pour l'ensemble des joints est donné sur la figure 13.5. Les points définissant les segments des joints des méridiens (en bleu sur la figure) sont tous sur l'intrados ou l'extrados, mais ce n'est pas nécessairement le cas pour les joints des parallèles (en rouge).

Possible inexistence du joint réduit La génération des joints n'est généralement pas problématique tant que les dimensions des blocs sont faibles devant les rayons de courbure locaux de la structure. Il existe cependant des cas où l'intersection entre le joint et le plan vertical passant par la branche est nulle. Un exemple de ce type est donné sur une vue de dessus pour une voûte hélicoïdale formé de blocs allongés (fig. 13.6). Nous avons également rencontré cette problématique dans le cas des voûtes en arc de cloître. Dans ce genre de situation, la considération d'un découpage plus fin des blocs permet généralement de se replacer dans une situation où le joint réduit existe.

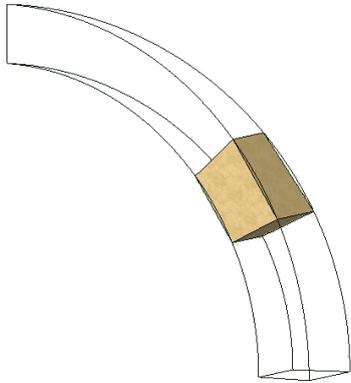


Fig 13.3 – Voussoir d'une lune de dôme hémisphérique, après découpage selon parallèles et méridiens

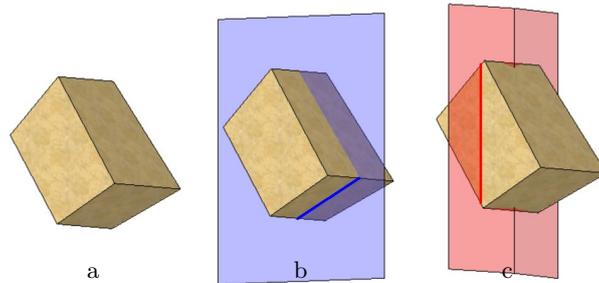


Fig 13.4 – Réduction des joints à un segment ; voussoir (a), joint méridien (b), joint parallèle (c)

Nota : La figure 13.3 montre un voussoir simplifié, où les joints des méridiens sont des quadrilatères. La courbe au niveau de l'intrados et l'extrados a complètement disparu. Nous utilisons pour notre logiciel Manacoh une approximation des joints des méridiens avec des polygones à six côtés, qui permettent de tenir compte de la courbe. Ceci n'est pas indiqué sur cette figure pour des raisons de clarté.

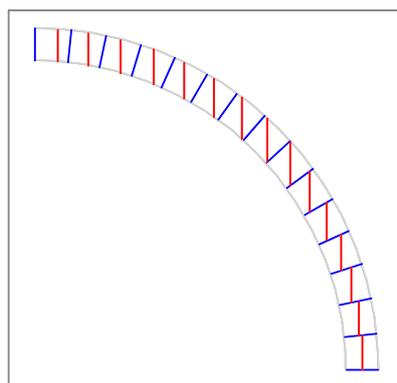


Fig 13.5 – Joints des branches méridiennes (en bleu) et des branches parallèles (en rouge), pour une lune d'un dôme hémisphérique

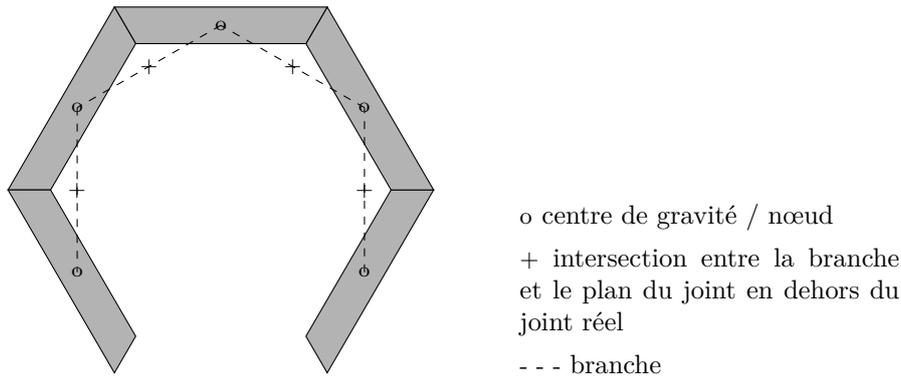


Fig 13.6 – Projection sur le plan horizontal d’une voûte hélicoïdale à cinq claveaux, où la réduction des joints est vide

13.3 Raffinement du réseau et branches partielles

13.3.1 Modification des équations d’équilibre

Soit n_0 et m_0 le nombre de nœuds et de branches avant le raffinement du réseau de masse. Les indices i et b désignent respectivement les nœuds et branches intérieures, et les nœuds et branches d’appui, comme précédemment. Soit p l’indice pour les branches partielles, et s l’indice pour les autres branches.

Le nombre total de branches du réseau après raffinement est $m = m_s + m_p$. Il se décompose en m_s branches normales ($m_s \geq m_0$), et $m_p = n_{0,i}$ branches partielles supplémentaires créées pendant le raffinement du réseau. Le nombre de nœuds a doublé : $n = 2n_0$. La matrice de connectivité \mathbf{C} contient des lignes correspondant aux branches partielles additionnelles en plus des lignes habituelles correspondant à chaque branche (avant raffinement). La numérotation des branches et des nœuds peut être choisie pour que la matrice \mathbf{C} de m colonnes et de $2n_0$ lignes puissent s’écrire sous forme de matrice par blocs :

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{si} & \mathbf{C}_{sb} \\ \mathbf{C}_{pi} & \mathbf{C}_{pb} \end{bmatrix} \quad (13.1)$$

Par hypothèse, les composantes horizontales de la force dans une branche partielle additionnelle est nulle, d’où leur nom « partielle » parce que seules des forces verticales sont transmises par ces branches. Cette hypothèse est arbitraire, et le moyen d’assurer l’équilibre sera étudié dans la section 13.3.3 ci-dessous.

Suite à cette hypothèse, les branches partielles ne doivent pas être considérées pour la résolution de l’équilibre dans le plan horizontal. La matrice \mathbf{C}_{si} est ainsi substituée à la matrice \mathbf{C}_i dans les équations (4.25), (4.26) et (4.27) pour assurer l’application de cette hypothèse. Après résolution de l’équilibre dans le plan horizontal, les forces horizontales dans les branches non-partielles dépendent de $n_{dof} = m - m_p - n_i$ paramètres, à condition que la matrice \mathbf{K} avant le raffinement du réseau était de rang maximal.

La méthode usuelle des réseaux de forces ne peut pas être utilisée directement pour l’équilibre vertical, parce qu’elle nécessite que les forces horizontales soient non

nulles pour son application, ce qui n'est pas le cas dans les branches partielles additionnelles. Nous introduisons donc $m_p = n_{0,i}$ nouveaux paramètres w_p^* qui sont les valeurs des forces verticales dans les branches partielles. Ces nouveaux paramètres forment un troisième type de paramètres pour les réseaux de forces : 1. force horizontale, 2. position verticale d'un nœud d'appui, 3. force verticale dans une branche partielle.

Les équations exprimant l'équilibre vertical (4.32) (4.36) (4.37) (4.38) deviennent :

$$C_{0i}^t w_0^* = -p_z - C_{pi}^t w_p^* \quad (13.2)$$

$$D_{0i} = C_{0i}^t L_H^{-1} L_H^* C_{0i} \quad (13.3)$$

$$D_{0b} = C_{0i}^t L_H^{-1} L_H^* C_{0b} \quad (13.4)$$

$$D_{0i} z_i = -p_z - C_{pi}^t w_p^* - D_{0b} z_b \quad (13.5)$$

La position des nœuds du réseau z_i est donc fonction des charges verticales p_z , des paramètres habituels z_b et ζ_{dof} , et des nouveaux paramètres w_p^* .

13.3.2 Écriture alternative des équations d'équilibre

La modification de la résolution de l'équilibre vertical suite au raffinement du réseau dans les équations (13.2) à (13.5) est entièrement compris dans le terme $-C_{pi}^t w_p^*$. Il exprime que la composante verticale de la force dans une branche partielle (la seule non nulle dans cette branche) agit d'un sous-bloc à l'autre.

Par ailleurs, l'équilibre horizontal est résolu simplement en négligeant les branches partielles lors de cette étape.

Une écriture alternative des équations d'équilibre peut donc être utilisée. Il s'agit d'utiliser les matrices habituelles de la méthode des réseaux de forces lors de la résolution de l'équilibre horizontal et de l'équilibre vertical, sans tenir compte des branches verticales, et d'ajouter à ces équations l'effet des branches verticales. Cet ajout est réalisé par des charges verticales fictives $p_{z,p} = \pm w_p^*$ sur chaque nœud intérieur du réseau. Ces charges sont réunies dans un vecteur $p_{z,p}$.

13.3.3 Vérification de l'équilibre a posteriori

Chaque branche partielle applique sur les blocs qu'elle relie deux forces verticales opposées avec un bras de levier l_H , qui correspond à la distance horizontale entre les nœuds des blocs b_i . Ces forces forment un couple si le bras de levier l_H n'est pas nul, et appliquent au bloc B un moment $w_p^* l_H$, qui correspond à un chargement extérieur inexistant.

Si les nœuds des branches partielles, c'est-à-dire les nouveaux nœuds créés pour chaque sous-blocs, sont alignés sur une droite verticale, alors ce chargement extérieur est nul. En d'autres termes, la force horizontale dans la branche partielle est nulle, et le fait que les forces des branches partielles aient été négligées pour l'équilibre horizontal est dans ce cas sans conséquence.

Si les nœuds des branches partielles ne sont pas alignés sur une verticale, chaque bloc est soumis à un chargement extérieur inexistant : le moment $w_p^* l_H$.

Dans le cas où un autre système de forces équilibré, respectant le critère de résistance, et correspondant au chargement extérieur opposé $-w_p^* l_H$ peut être construit, alors la combinaison de ce système de forces et du réseau de forces donne une solution d'équilibre, dans laquelle le chargement extérieur inexistant s'annule.

Cependant, il ne peut être garanti que ce second système de forces équilibré puisse être trouvé pour toute structure. Le champ d'application de cette méthode est donc limitée à des cas particuliers, comme les voûtes plates d'Abeille où le bras de levier l_H est nul, et les plates-bandes à joints en X où des systèmes de forces équilibrés complémentaires peuvent être trouvés (Voir section 15.4.3 p. 265).

13.4 Recherche des chargements extrêmes

13.4.1 Optimisation sous contraintes

Nous avons vu dans la section 12.6 p. 217, que la recherche d'un chargement extrême $F(Q)Q$ relatif au chargement Q sur un trajet de chargement radial est réalisée par résolution d'un problème d'optimisation sous contraintes d'une fonction f dépendant d'un vecteur de paramètres ζ . La fonction f est de la forme :

$$f(\zeta) = \min_{j \in \mathcal{J}} \lambda_j(\zeta) \quad (13.6)$$

avec λ_j le multiplicateur de charge local du joint j , et \mathcal{J} l'ensemble des joints, tels que définis dans la section 3.1.2 p. 42.

Nous présentons dans cette section les moyens mis en œuvre dans le cadre de cette thèse pour permettre en pratique la recherche de l'optimum global de la fonction f .

13.4.2 Polynômes de Lagrange

Les paramètres contenus dans le vecteur ζ dont dépend une solution d'équilibre sont de trois types : force horizontale du réseau projeté, altitude d'un nœud d'appui, force verticale dans une branche partielle.

A l'intérieur de chacun de ces groupes, il est possible de former d'autres sous-groupes : par exemple pour un dôme de distinguer les forces horizontales correspondant aux forces d'anneaux, des forces horizontales correspondant aux forces méridiennes. Les valeurs que prennent les paramètres d'un sous-groupe pour la solution optimum présentent dans certains cas une certaine régularité. Cette observation peut être exploitée dans le but de réduire le nombre de paramètres du problème d'optimisation en utilisant les polynômes d'interpolation de Lagrange.

Soit $k = k_0 + k_1$ paramètres qui présentent une régularité attendue (ou potentielle). k_0 polynômes de Lagrange $L_j(X)$ de degré $k_0 - 1$ sont définis en utilisant les valeurs ζ_j des k_0 premiers paramètres. Les pôles x_j sont les coordonnées tels que $L_j(x_j) = 1$ et $L_j(x_i) = 0$ si $i \neq j$. Ces pôles sont régulièrement espacés dans le réseau de masse de manière à éviter les problèmes de divergence. La variable X est

une coordonnée cartésienne, cylindrique ou sphérique choisie pour correspondre à la régularité géométrique de la structure.

$$L_j(X) = \prod_{i \neq j} \frac{(X - x_i)}{(x_j - x_i)} \quad \forall j \in [1; k_0] \quad (13.7)$$

Les valeurs ζ_q des k_1 paramètres restants sont alors exprimées en utilisant la propriété des polynômes de Lagrange :

$$\zeta_q = \sum_{j \in [1; k_0]} \zeta_j L_j(X) \quad \forall q \in [k_0 + 1; k] \quad (13.8)$$

L'utilisation de l'interpolation repose sur le postulat de la régularité des valeurs prises par les paramètres pour la solution optimum. Ce postulat peut se trouver contredit, comme par exemple dans le cas des forces d'appuis des voûtes plates (section 16.2.3 p. 283). Dans ce cas, le chargement extrême calculé avec interpolation est nettement inférieur à celui qui aurait été calculé (lorsque cela est possible) sans interpolation. La comparaison des domaines des chargements supportables avec et sans interpolation a été réalisée sur le cas particulier des voûtes plates (section 16.2.3).

13.4.3 Multiplicateurs de charges modifiés par puissances d'entiers

En pratique, même dans le cas d'un faible nombre de paramètres, il est fréquent que la méthode du gradient réduit généralisé ne permette pas de trouver le maximum global de la fonction f . Marco Czarnecki⁽¹⁾ nous a suggéré de remplacer la fonction f de l'équation 13.6 par la fonction approchée g_p , utilisant un entier p :

$$g_p(\zeta) = \left(\sum_{j \in \mathcal{J}} |\lambda_j(\zeta)|^{-p} \right)^{-1/p} \quad (13.9)$$

Cette fonction présente la propriété suivante :

$$\forall \zeta, \quad \lim_{p \rightarrow +\infty} g_p(\zeta) = f(\zeta) \quad (13.10)$$

Nous avons utilisé une version modifiée de la fonction g_p pour des raisons de calculs numériques. En effet lorsque $\lambda_j(\zeta)$ est grand pour tous les joints (si la structure est « très stable »), alors pour p grand $\sum_{j \in \mathcal{J}} |\lambda_j(\zeta)|^{-p}$ est évalué numériquement comme valant zéro, et il n'est alors plus possible de faire le calcul numérique de g_p en raison d'une erreur de division par zéro. La modification consiste à normaliser les multiplicateurs de charge locaux avec le multiplicateur de charge global $f(\zeta)$ de la solution d'équilibre en cours de considération. Nous définissons la nouvelle fonction f_p ainsi :

$$f_p(\zeta) = \left(\sum_{j \in \mathcal{J}} \left| \frac{\lambda_j(\zeta)}{f(\zeta)} \right|^{-p} \right)^{-1/p} \times f(\zeta) \quad (13.11)$$

(1). Marco Czarnecki, Institut de Mathématiques et Modélisation de Montpellier, UMR 5030 CNRS, Université Montpellier 2.

Chapitre 13. Implémentation numérique

La fonction f_p présente une propriété équivalente à celle de la fonction g_p :

$$\forall \zeta, \quad \lim_{p \rightarrow +\infty} f_p(\zeta) = f(\zeta) \quad (13.12)$$

L'existence des propriétés suivantes est conjecturée, mais n'a pas été prouvée du point de vue théorique :

$$\lim_{p \rightarrow +\infty} \max_{\zeta} f_p(\zeta) = \max_{\zeta} f(\zeta) \quad (13.13)$$

$$\lim_{p \rightarrow +\infty} \zeta_p^* = \zeta^* \quad (13.14)$$

Cette conjecture permet de calculer avec p grand un estimatif du multiplicateur de charge $\max_{\zeta} f(\zeta)$, en maximisant la fonction f_p au lieu de maximiser la fonction f . L'avantage est que la recherche du maximum de la fonction f_p est plus simple numériquement que la recherche du maximum de la fonction f . La précision de cet estimatif en fonction p et la notion de simplicité de maximisation sont étudiées sur des cas particuliers ci-dessous.

La convergence de la suite numérique $(\max f_p)_p$ avec $p \in \{10; 50; 100; 150; 200; 250; 300; 350; 400; 450\}$ est étudiée dans la suite sur des cas particuliers. Soit n le nombre de paramètres (dimension du vecteur paramètre ζ). Nous notons ci-dessous avec l'exposant * la valeur des paramètres qui permettent d'obtenir le maximum d'une fonction :

- soit ζ^* la valeur du vecteur paramètre ζ tel que $f(\zeta^*) = \max f$
- soit ζ_p^* la valeur du vecteur paramètre ζ tel que $f_p(\zeta_p^*) = \max f_p$

Nous utilisons de plus la notation suivante pour mesurer l'écart entre ζ^* et ζ_p^*

$$\frac{\|\zeta_p^* - \zeta^*\|}{\|\zeta^*\|} = \sum_{i \in [1, n]} \frac{|\zeta_{p,i}^* - \zeta_i^*|}{\zeta_i^*} \quad (13.15)$$

Convergence arc en plein-cintre

Nous considérons le *coefficient de sécurité statique*⁽²⁾ d'un arc en plein cintre chargé uniformément par son poids propre. Les paramètres suivants sont considérés :

- arc composé de 24 claveaux ;
- rayon intrados 8 m, rayon extrados 12 m ;
- masse volumique⁽³⁾ 1000 kg/m³ ;
- résistance à la compression 10 MPa.

Il est possible d'obtenir une bonne approximation du coefficient de sécurité statique théorique en raison du faible nombre de paramètres (3, réduits à 2 en utilisant les conditions de symétrie) : $f(\zeta^*) = \max f = 56,709048$ (fig. 13.8).

La figure 13.9 montre que pour cet exemple, pour $p > 50$ l'erreur relative sur l'optimum est inférieure à 0,1% ce qui en pratique est déjà largement suffisant vu les incertitudes usuelles sur la géométrie des arcs et des voûtes. Cette figure montre

(2). Le coefficient de sécurité statique a été défini dans la section 3.2.1 p. 43.

(3). Le poids des claveaux est obtenu en multipliant leur masse par la gravité prise égale à 10 m.s⁻². Cela revient à utiliser l'approximation usuelle dans le bâtiment « 1 kg = 1 daN ». L'incidence de cette approximation sur les domaines des chargements potentiellement supportables est abordée p. 252.

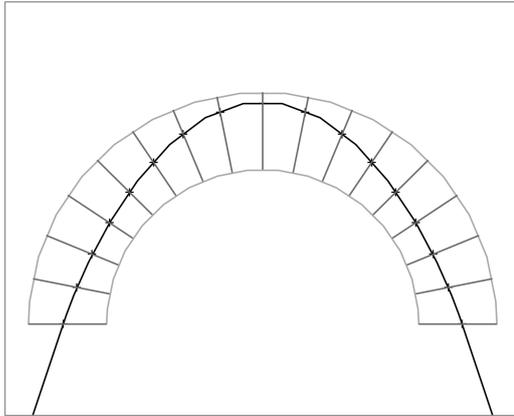


Fig 13.7 – Centres de pression et polygone funiculaire

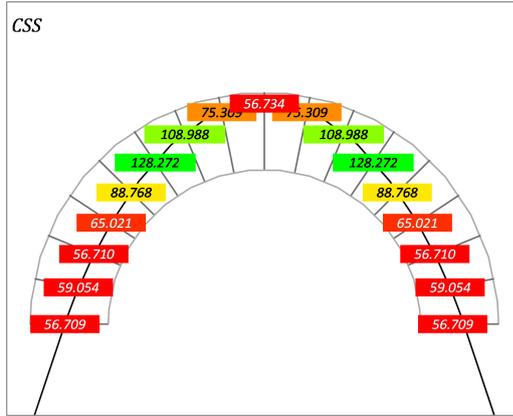


Fig 13.8 – Coefficient de sécurité statique théorique

également que la suite $(f(\zeta_p^*))_p$ converge plus rapidement vers $\max f$ que la suite $(f_p(\zeta_p^*))_p$. Cette remarque est importante, car elle exprime qu'en pratique la maximisation est calculée en utilisant la fonction de coût f_p , puisque le résultat final à retenir n'est pas $\max f_p = f_p(\zeta_p^*)$ mais $f(\zeta_p^*)$.

Nous donnons également pour l'exemple actuel la vitesse de convergence pour servir de point de comparaison dans la suite (fig. 13.10). Sur ces figures, nous notons :

$$\Delta f_p(\zeta_p^*) = 2 \frac{|f_p(\zeta_p^*) - f_{p-50}(\zeta_{p-50}^*)|}{|f_p(\zeta_p^*) + f_{p-50}(\zeta_{p-50}^*)|} \quad (13.16)$$

$$\Delta f(\zeta_p^*) = 2 \frac{|f(\zeta_p^*) - f(\zeta_{p-50}^*)|}{|f(\zeta_p^*) + f(\zeta_{p-50}^*)|} \quad (13.17)$$

$$\Delta \zeta_p = 2 \frac{|\zeta_p^* - \zeta_{p-50}^*|}{|\zeta_p^* + \zeta_{p-50}^*|} \quad (13.18)$$

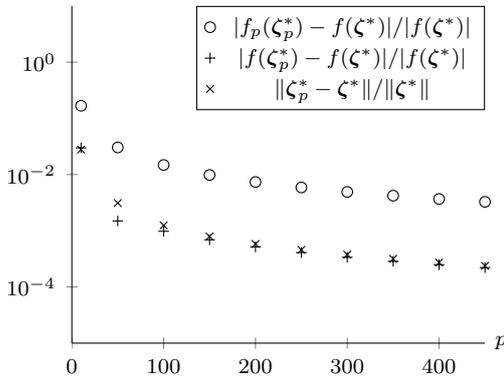


Fig 13.9 – Convergence de $\max f_p$ vers $f(\zeta^*) = \max f$, arc en plein-cintre

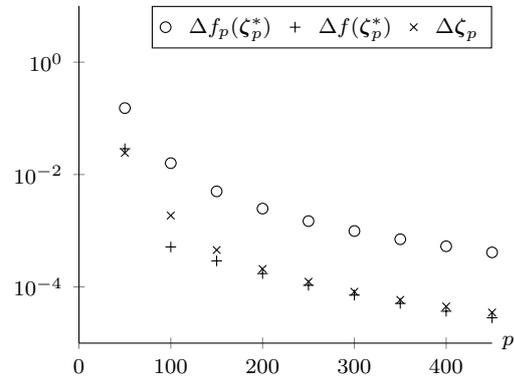


Fig 13.10 – Convergence de $(\max f_p - \max f_{p-1})$ vers 0, arc en plein-cintre

Convergence dôme elliptique

Nous considérons le coefficient de sécurité statique d'un dôme elliptique chargé uniformément par son poids propre. Les paramètres suivants sont considérés :

- découpage en 9×9 claveaux d'un quart de dôme ;
- rayon moyen $r_x = r_z = 10$ m, $r_y = 2r_z = 10$ m ;
- épaisseur $t = \frac{1}{10}r_z = 1$ m ;
- masse volumique⁽⁴⁾ 1000 kg/m³ ;
- résistance à la compression 10 MPa.

Le découpage en blocs est représenté sur la figure 13.11. Les blocs rouges figurent les blocs d'appui. Les résultats des joints de tête, qui sont artificiellement réduits à une surface d'aire nulle en raison de la forme triangulaire des claveaux à la clé, ne seront pas considérées.

Les forces d'anneau ne sont pas considérées⁽⁵⁾. Il y a 9 paramètres pour les forces horizontales, et 9 paramètres pour les positions des nœuds d'appuis, soit un total de $n = 9 + 9 = 18$ paramètres. L'optimum $f(\zeta^*)$ ne peut pas être calculé directement et de façon fiable avec f en raison du nombre n de paramètres qui est plus grand que sur l'exemple de l'arc en plein-cintre. Nous considérons donc la vitesse de convergence (fig. 13.13).

La vitesse de convergence de $\left(f_p(\zeta_p^*)\right)_p$ est comparable à celle vue précédemment pour l'arc en plein-cintre. En revanche, la vitesse de convergence de $\left(f(\zeta_p^*)\right)_p$ et de $\left(\zeta_p^*\right)_p$ n'est pas régulière. Une hypothèse pour expliquer ce phénomène est donnée dans l'exemple suivant, concernant la plate-bande.

Convergence plate-bande à joints en X

Nous considérons la plate-bande à joints en X construite aux Grands ateliers de l'Isle d'Abeau, dont le modèle est présenté dans la section 15.3.1 p. 257. Après application des conditions de symétrie, le système présente un total de $n = 8$ paramètres, y compris les branches partielles transmettant des forces verticales entre les demi-blocs.

L'optimum $f(\zeta^*)$ ne peut pas être calculé directement et de façon fiable avec f en raison du nombre n de paramètres qui est plus grand que sur l'exemple de l'arc en plein-cintre. Nous considérons donc la vitesse de convergence (fig. 13.14).

Pour un chargement donné, nous appelons multiplicateur de rupture *indéterminé* un multiplicateur de rupture qui peut être trouvé avec plusieurs valeurs des paramètres, et donc plusieurs réseaux de forces différents.

Ce phénomène pourrait expliquer que les vitesses de convergence de $\left(f_p(\zeta_p^*)\right)_p$ et $\left(f(\zeta_p^*)\right)_p$ soient comparables à celles vues précédemment pour l'arc en plein-cintre, et

(4). Le poids des claveaux est obtenu en multipliant leur masse par la gravité prise égale à 10 m.s^{-2} . Cela revient à utiliser l'approximation usuelle dans le bâtiment « $1 \text{ kg} = 1 \text{ daN}$ ». L'incidence de cette approximation sur les domaines des chargements potentiellement supportables est abordée p. 252.

(5). Aucune force ne transite par la branche d'anneau représentée en tête du dôme sur les figures. Nous utilisons cette branche uniquement pour que l'ensemble des branches soient connectées et permettent l'exploration des graphes représentatifs des réseaux, et imposons une force nulle dans les branches d'anneaux.

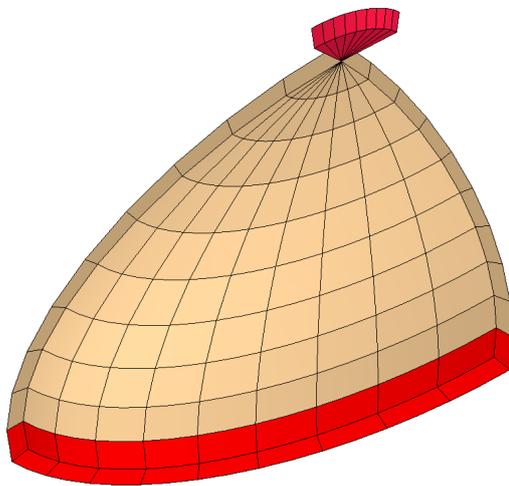


Fig 13.11 – Dôme elliptique, avec blocs d'appuis en rouge

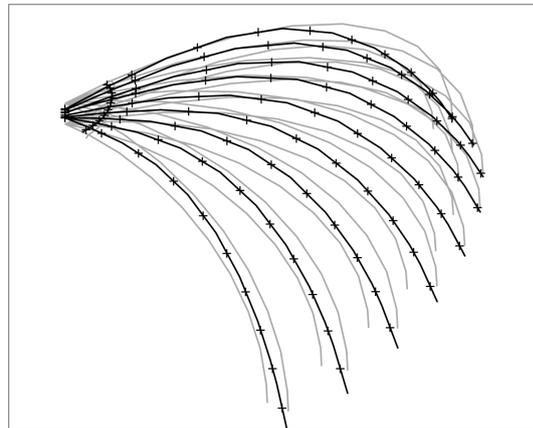


Fig 13.12 – Réseau de forces

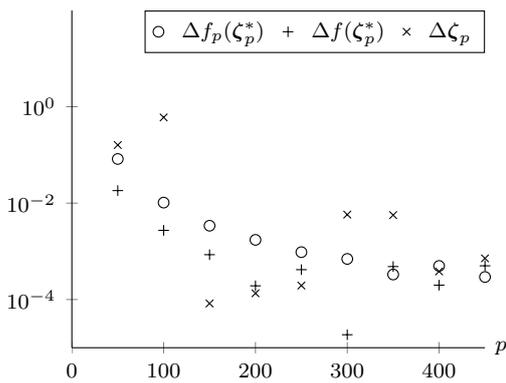


Fig 13.13 – Convergence de $(\max f_p - \max f_{p-1})$ vers 0, dôme elliptique

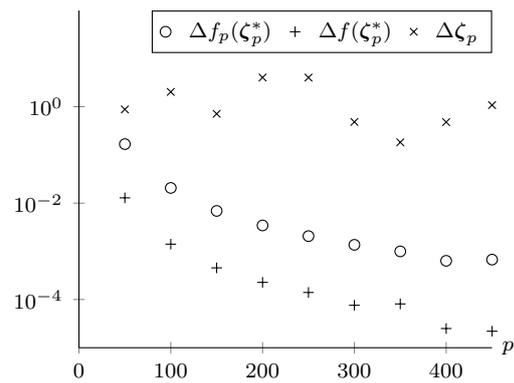


Fig 13.14 – Convergence de $(\max f_p - \max f_{p-1})$ vers 0, plate-bande à joints en X

que pourtant la suite des paramètres optimaux calculés $(\zeta_p^*)_p$ ne converge pas. Cette non-convergence se traduit par des réseaux de forces optimaux calculés visuellement différents suivant la valeur de p (fig. 13.15).

Nous avons tenté pour cet exemple de lever l'indétermination du multiplicateur de rupture en imposant que la somme de la poussée sur les deux faces d'un claveau d'appui vaille 300 daN, ce qui réduit l'espace des paramètres explorés. Même avec cette condition, utilisée pour créer les figures mentionnées ci-dessus, il reste une indétermination sur le multiplicateur de rupture, probablement lié aux branches partielles.

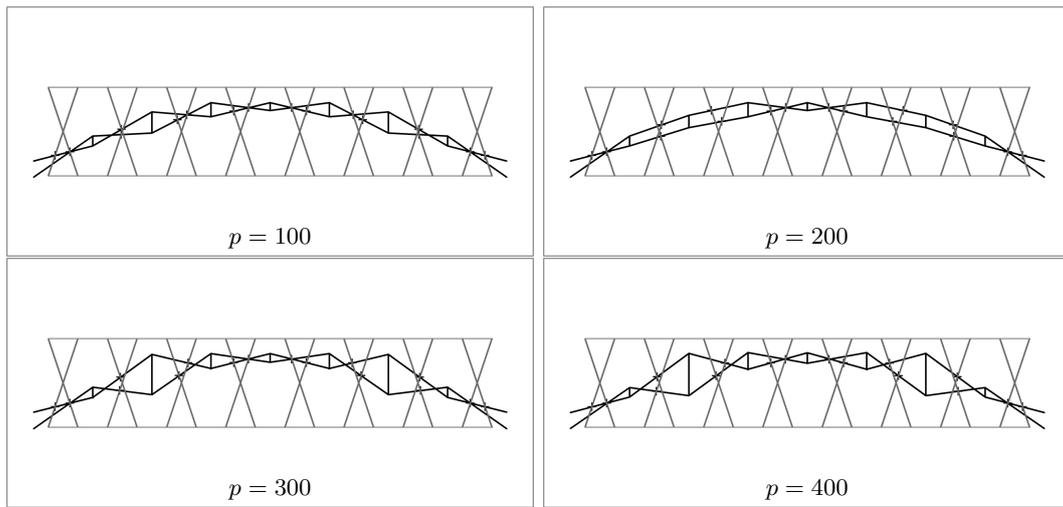


Fig 13.15 – Réseaux de forces optimaux correspondant aux chargements extrêmes calculés pour $p \in \{100; 200; 300; 400\}$; plate-bande à joints en X

Bilan

La reformulation de la fonction à optimiser f avec une fonction f_p utilisant des puissances élevées fonctionne, au sens où la convergence est plus stable : le solveur intégré de Microsoft Excel ne s'arrête pas sur des maximums locaux, mais semble bien aller jusqu'au maximum global de la fonction f_p . L'ordre de grandeur à prendre pour p sur la base de ces exemples est de 100 à 200 environ.

Cette modification de la fonction de coût est indépendante du type de coefficient de sécurité considéré. Il s'applique ainsi aussi bien au coefficient de sécurité statique (considéré dans les exemples ci-dessus) qu'au coefficient de sécurité géométrique.

13.4.4 Coefficient de sécurité géométrique modifié

La modification du coefficient de sécurité géométrique présentée ici est spécifique à ce coefficient, et n'est pas utilisable pour les autres coefficients de sécurité du calcul à la rupture.

On considère un intervalle $[x_0; x_1]$ représentant un joint dont le centre est $x_m = \frac{1}{2}(x_0 + x_1)$. Les valeurs prises par le coefficient de sécurité géométrique local $\lambda_j = \text{CSG}_j$ suivant la position x du centre de pression sur l'intervalle du joint est

Chapitre 13. Implémentation numérique

représentée sur la figure 13.16. Pour éviter la division par zéro en x_m , la fonction λ_j est remplacée par la fonction quadratique centrée $\tilde{\lambda}_j$ sur cet intervalle, et représentée sur la figure 13.17 :

$$\tilde{\lambda}_j(x) = \frac{(x - x_1)(x - x_0)}{(x_m - x_1)(x_m - x_0)} = \frac{[(x - x_m)^2 + x_0x_1 - x_m^2]}{(x_m - x_1)(x_m - x_0)} \quad (13.19)$$

La fonction $x \rightarrow \tilde{\lambda}_j(x)$ donnée ci-dessus est normalisée de telle manière à ce que le maximum, atteint au milieu de l'intervalle x_m , vaille $\tilde{\lambda}_j(x_m) = 1$.

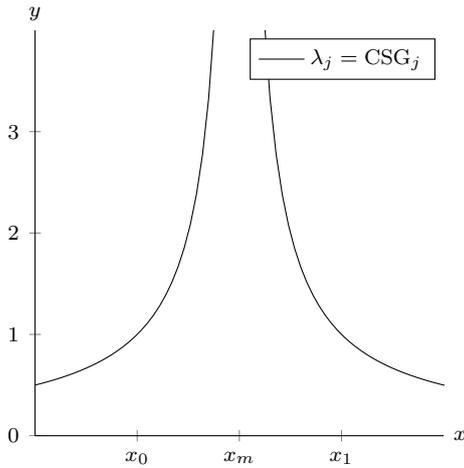


Fig 13.16 – Coefficient de sécurité local sur un joint

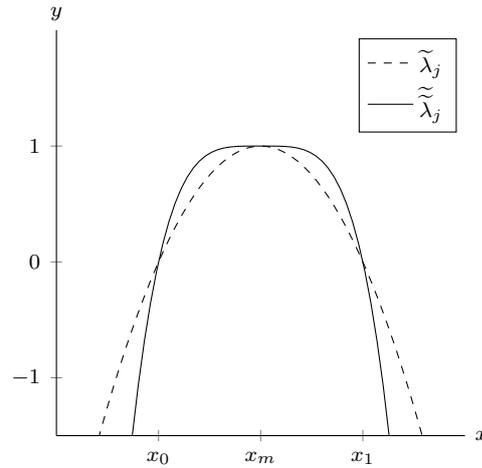


Fig 13.17 – Fonctions polynomiales remplaçant le coefficient de sécurité local

Nous remplaçons la fonction $f = \min \lambda_j$ pour l'optimisation par la fonction $\tilde{f} = \sum \tilde{\lambda}_j$, afin de faire disparaître la forte non linéarité liée à la fonction min utilisée par f . Cette première fonction ne donne pas de résultat satisfaisant, car elle donne une importance trop grande aux joints dont le coefficient de sécurité local n'est pas proche du coefficient de sécurité global en cours de calcul.

En effet, la recherche du coefficient de sécurité géométrique d'une structure clavée revient à la recherche du réseau de forces dont les centres de pression sont **globalement** les mieux centrés à l'intérieur des joints. Le fait qu'un des centres de pression soit parfaitement centré sur un joint n'a pas d'intérêt, seule la position du centre de pression le plus excentré sur son joint compte. Cette observation nous a conduit dans un second temps à modifier $\tilde{\lambda}_j$ en une autre fonction $\tilde{\tilde{\lambda}}_j$.

Pour chercher des solutions où le centre de l'intervalle représentant le joint ait moins d'importance, on cherche une fonction simple qui ait la même forme globale que $\tilde{\lambda}_j$, mais avec un maximum plus plat. Posons la fonction polynomiale de degré 4 $\tilde{\tilde{\lambda}}_j$ telle que :

$$\tilde{\tilde{\lambda}}_j(x) = \tilde{\lambda}_j(x) (a\tilde{\lambda}_j(x) + b) \quad (13.20)$$

Les paramètres a et b sont choisis de façon à ce que la fonction ait un fond plat en $x = x_m$ (soit $\tilde{\tilde{\lambda}}_j'(x) = 0$ si et seulement si $x = x_m$) et soit normalisée ($\tilde{\tilde{\lambda}}_j(x_m) = 1$).

Ces deux conditions imposent que :

$$-2a + b = 0 \quad (\text{condition sur } \tilde{\lambda}') \quad (13.21)$$

$$-a + b = 1 \quad (\text{condition sur } \tilde{\lambda}) \quad (13.22)$$

Par conséquent la fonction $\tilde{\lambda}$ recherchée, représentée sur la figure 13.17, a la forme suivante :

$$\tilde{\lambda}(x) = \tilde{\lambda}(x) (\tilde{\lambda}(x) + 2) \quad (13.23)$$

En remplaçant cette fois la fonction $f = \min \lambda_j$ pour l'optimisation par la fonction $\tilde{f} = \sum \tilde{\lambda}_j$, on trouve de meilleures solutions lors de la recherche du coefficient de sécurité géométrique lorsque le nombre de joints est important. Cette méthode est cependant moins efficace, et moins générale, que la méthode utilisant les puissances présentée à la section précédente. Elle n'est donc pas utilisée dans la suite.

13.4.5 Convexité du domaine des chargements supportables

La recherche du chargement extrême $F(\underline{Q})\underline{Q}$ correspondant au chargement \underline{Q} sur un trajet de chargement radial repose sur la résolution d'un problème d'optimisation sous contraintes.

Un des principaux problèmes rencontrés lors de l'optimisation, est qu'il n'est pas possible de savoir si la solution \tilde{F} calculée par le problème d'optimisation est égale la meilleure possible F , ou même si cette dernière est proche de la meilleure possible F . En effet, l'optimum calculé peut être un optimum local et non un optimum global. Par ailleurs, lorsque le processus d'optimisation converge lentement et est arrêté avant la fin du processus, la distance entre la solution obtenue \tilde{F} et l'optimum global F n'est pas connue.

Pour contourner ce problème, il est possible d'exploiter la propriété de convexité du domaine des chargements potentiellement supportables, pour repérer les solutions \tilde{F} qui ne peuvent pas être l'optimum global F , et qui doivent être affinées.

Ainsi, sur la figure 13.18, les chargements considérés \underline{Q} sont indiqués par les points, et les plus grands chargements supportables $\tilde{F}(\underline{Q})\underline{Q}$ obtenus sur un trajet radial sont indiqués par des flèches. La convexité du domaine des chargements potentiellement supportables indique que les chargements supportables $\tilde{F}_a(\underline{Q}_a)\underline{Q}_a$ et $\tilde{F}_b(\underline{Q}_b)\underline{Q}_b$ sont situés strictement à l'intérieur du domaine, et qu'ils ne correspondent donc pas à des chargements extrêmes. A contrario, le chargement $\tilde{F}_c(\underline{Q}_c)\underline{Q}_c$ est situé sur la frontière du domaine en cours de calcul. Dans cet exemple, il est certain qu'il est possible de trouver des chargements supportables plus grands que $\tilde{F}_a(\underline{Q}_a)\underline{Q}_a$ et $\tilde{F}_b(\underline{Q}_b)\underline{Q}_b$.

À partir de ces observations, la stratégie suivante a été adoptée lors des calculs des domaines des chargements supportables. L'approche par l'intérieur du domaine sur la base d'un ensemble de chargements $(\underline{Q}_1, \dots, \underline{Q}_n)$ suit la procédure suivante :

1. Première étape. Pour tous les chargements \underline{Q}_i , calcul d'un premier estimatif $\tilde{F}_{i,1}$ du multiplicateur de rupture, qui permet d'obtenir un premier domaine K_1 approché par l'intérieur du domaine K des chargements supportables

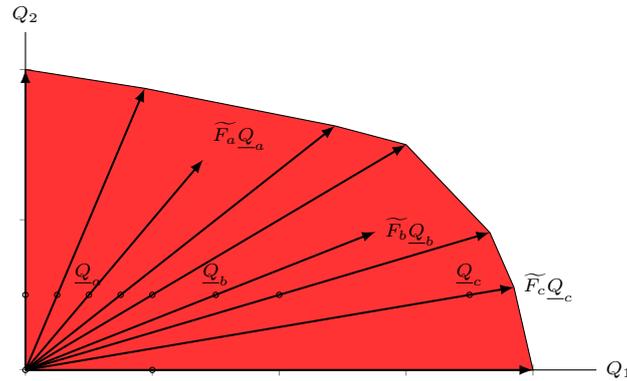


Fig 13.18 – Exploitation de la propriété de convexité du domaine des chargements supportables

2. Deuxième étape.
 - Pour tous les chargements \underline{Q}_i tels que $\widetilde{F}_{i,1}\underline{Q}_i$ n'est pas situé sur la frontière du domaine K_1 , calcul d'un nouvel estimatif $\widetilde{F}_{i,2}$ du multiplicateur de rupture.
 - Pour les autres chargements \underline{Q}_i on prend $\widetilde{F}_{i,2} = \widetilde{F}_{i,1}$
 - On obtient ainsi un nouveau domaine K_2 approché du domaine K des chargements supportables
3. Étape j . Répéter deuxième étape tant que tous les chargements $\widetilde{F}_{i,j}\underline{Q}_i$ ne sont pas situés sur le domaine approché K_{j-1} .

13.4.6 Bilan des stratégies

Les techniques présentées ci-dessus permettent de mettre au point des stratégies appropriées pour les processus d'optimisation.

La stratégie qui nous a paru la plus efficace sur les exemples traités (plates-bandes à joints en X et voûtes plates) a été de complexifier progressivement les modèles, et de repartir de solutions intermédiaires.

Ainsi, l'augmentation du degré n des polynômes d'interpolation, et de l'entier p de la fonction modifiée permet de trouver de meilleures solutions (domaine des chargements supportables plus grand), mais augmente les temps de calcul. Nous sommes donc partis de degré des polynômes faibles ($n = 2$ ou 3), avec une valeur $p = 50$, pour calculer un premier domaine. Dans un second temps, en partant des solutions déjà calculées, le degré des polynôme est augmenté, ainsi que la valeur de p .

L'arrêt de la recherche de nouvelles solutions a été basé sur la propriété de convexité du domaine.

Quatrième partie

Étude mécanique des
constructions clavées

Chapitre 14

Étude des arcs et dômes

Résumé : Ce chapitre présente deux applications de l'extension de la méthode des réseaux de forces aux arcs et voûtes courbes. La première est l'étude des épaisseurs minimales des arcs plein-cintre et des dômes hémisphériques, et à travers ces exemples l'étude de la convergence de l'estimatif du coefficient de sécurité géométrique vers la valeur du coefficient théorique défini par Heyman (1969). La seconde est l'exploitation des réseaux de forces pour l'étude des procédés historiques de calcul des voûtes, à travers les exemples de Rankine et Durand-Claye au XIX^e siècle.

Sommaire

14.1	Épaisseurs minimales	239
14.1.1	Coefficient de sécurité géométrique	239
14.1.2	Épaisseur minimale d'un arc plein-cintre	239
14.1.3	Épaisseur minimale d'un dôme hémisphérique	241
14.2	Étude des procédés historiques de calcul des voûtes	245

14.1 Épaisseurs minimales

14.1.1 Coefficient de sécurité géométrique

Nous rappelons ici brièvement les points principaux vus lors de la présentation du coefficient de sécurité géométrique dans la section 3.3.2 p. 47.

Heyman définit le coefficient de sécurité géométrique d'un arc comme le rapport entre l'épaisseur de l'arc considéré et l'épaisseur minimale pour laquelle l'arc est stable (Heyman, 1969, 1995, p. 21). La détermination de la valeur de ce coefficient de sécurité nécessite de déterminer l'épaisseur minimale de la structure pour pouvoir ensuite la relier à l'épaisseur réelle de la structure. Nous notons ce coefficient de sécurité γ_H dans la suite.

Nous avons proposé la définition d'un estimatif du coefficient de sécurité géométrique d'une structure, noté $\overline{\text{CSG}}_{\mathcal{J}}$, dans la section 3.3.2 p. 47. Cet estimatif est défini en suivant la même procédure de calcul que celle des multiplicateurs de charge du calcul à la rupture. Nous noterons ce coefficient de sécurité γ dans cette section, en remplacement de $\overline{\text{CSG}}_{\mathcal{J}}$, pour simplifier les notations.

Tandis que γ_H est obtenu par la division de l'épaisseur réelle d'une structure par son épaisseur minimale (division de deux nombres), γ est le résultat de l'optimisation mathématique d'une fonction.

Nous postulons que le coefficient de sécurité géométrique γ a les propriétés suivantes pour un arc d'épaisseur constante t et de rayon moyen r :

- il est une bonne approximation du coefficient de sécurité géométrique γ_H défini par Heyman ;
- il donne une bonne estimation de l'épaisseur minimale $(t/r)_{min}$ en prenant $(t/r)/\gamma$;
- il converge vers 1 quand l'épaisseur t converge vers l'épaisseur minimale t_{min} ;
- si le coefficient de sécurité géométrique local prend la même valeur sur k joints, alors ces k joints correspondent aux rotules attendues dans le mécanisme de ruine attendu pour l'arc d'épaisseur minimale.

Ces propriétés n'ont pas été démontrées. Leur validité est testée dans cette section sur l'exemple des arcs en plein-cintre et des dômes hémisphériques, chargés uniquement par leur poids propre.

14.1.2 Épaisseur minimale d'un arc plein-cintre

Le problème de l'épaisseur minimale d'un arc en plein-cintre portant seulement son poids propre a été posé par Couplet (1730). La première résolution exacte du problème dans le cas où les joints de l'arc suivent une coupe radiale, a été exposée par Milankovitch⁽¹⁾ en 1904. Milankovitch étudie l'équilibre de l'arc en résolvant de façon analytique les équations d'équilibre. Plusieurs auteurs ont cherché ultérieurement à retrouver cette épaisseur minimale par d'autres méthodes : Heyman (1969, 2009), Ochsendorf (2002), Oikonomopoulou (2009), Makris et Alexakis (2013).

(1). Nous n'avons pas consulté la thèse de Milankovitch de 1904, mais la synthèse de cette dernière publiée par Foce en 2007.

L'épaisseur minimale d'un arc plein-cintre dépend de sa coupe des pierres (Heyman, 2009). Nous nous intéressons ici au cas où les joints suivent une coupe radiale, suivant le *principe de normalité* présenté dans notre exposé sur la coupe des pierres (section 5.4 p. 80). Makris et Alexakis (2013) considèrent également le cas de la coupe verticale des joints, qui conduit à des résultats différents.

Nous notons t l'épaisseur d'un arc et r son rayon moyen. L'épaisseur minimale d'un arc en plein-cintre soumis à son seul poids propre et dont les joints suivent une coupe radiale vaut $(t/r)_{min} = 0,1075$ (Milankovitch, 1904) ; Makris et Alexakis (2013) précisent cette valeur ($(t/r)_{min} = 0,10748$), et indiquent que les joints critiques⁽²⁾ sont définis par les angles au sommet $\varphi_c = 0^\circ$, $54,484^\circ$ et 90° .

L'épaisseur minimale donnée par les auteurs cités précédemment correspondent à deux modèles équivalents :

- un arc monolithe constitué d'un matériau infiniment résistant à la compression, et avec une résistance nulle à la traction, où les résultantes des efforts sont évalués sur des sections radiales ;
- un arc clavé avec des joints rayonnants découpant l'arc en des voussoirs infinitésimaux, c'est-à-dire un arc clavé avec une infinité de joints ; ces joints ont une résistance infinie à la compression et nulle à la traction.

Nous appellerons « arc infinitésimal » ce type d'arc pour le distinguer des arcs composés d'un nombre fini de voussoirs, qui constituent le cœur de notre étude.

L'étude de l'épaisseur minimale d'un arc composé de 30 voussoirs à l'aide des réseaux de forces avec considération des joints est donnée sur la figure 14.1. Cette figure illustre deux phénomènes.

Premièrement, pour des arcs à 30 voussoirs, l'estimatif de l'épaisseur minimale $t/r/\gamma$ correspond à une erreur relative de moins de 1%, que l'arc considéré soit moitié plus fin ou quatre fois plus épais que l'arc d'épaisseur minimale théorique. L'estimatif de l'épaisseur minimale $t/r/\gamma$ a donc une bonne précision, relativement aux incertitudes habituelles existant sur la géométrie réelle des arcs en pierre de taille.

Deuxièmement, l'épaisseur minimale trouvée pour l'arc composé de 30 voussoirs vaut $(t/r)_{min} = 0,10746$, à comparer avec l'épaisseur minimale attendue pour un « arc infinitésimal » dont l'épaisseur minimale vaut $(t/r)_{min} = 0,10748$. L'écart entre ces deux valeurs correspondant à des arcs différents (du point de vue du nombre de voussoirs) est faible (0,02%).

Pour retrouver l'épaisseur minimale de l'« arc infinitésimal », il faut considérer ou bien un arc constitué d'un très grand nombre de voussoirs, ou bien un arc où des joints sont présents à l'emplacement de chaque joint critique attendu : aux naissances ($\varphi_c = 90^\circ$), à la clé ($\varphi_c = 0^\circ$), et sur un joint situé entre les deux précédents à ($\varphi_c = 54,484^\circ$).

Les arcs semi-circulaires composés de 10, 20, 30, 40 et 60 voussoirs ont tous comme joint le plus proche du joint critique théorique $\varphi_c = 54,484^\circ$ le joint situé à $\varphi = 54^\circ$. Tous ces arcs donnent la même approximation de l'épaisseur minimale, soit $(t/r)_{min} = 0,10746$. L'arc semi-circulaire composé de 56 claveaux représente un découpage plus grossier que l'arc à 60 voussoirs. Cependant le joint le plus proche du joint critique théorique se trouve à $\varphi = 54,643^\circ$ au lieu de $\varphi = 54^\circ$, et est donc

(2). Nous appelons joints critiques les joints où la ligne de pression touche l'intrados ou l'extrados.

plus proche de $\varphi_c = 54,484^\circ$. L'épaisseur minimale pour un arc de 56 voussoirs vaut 0,10748, soit exactement l'épaisseur attendue pour un « arc infinitésimal ».

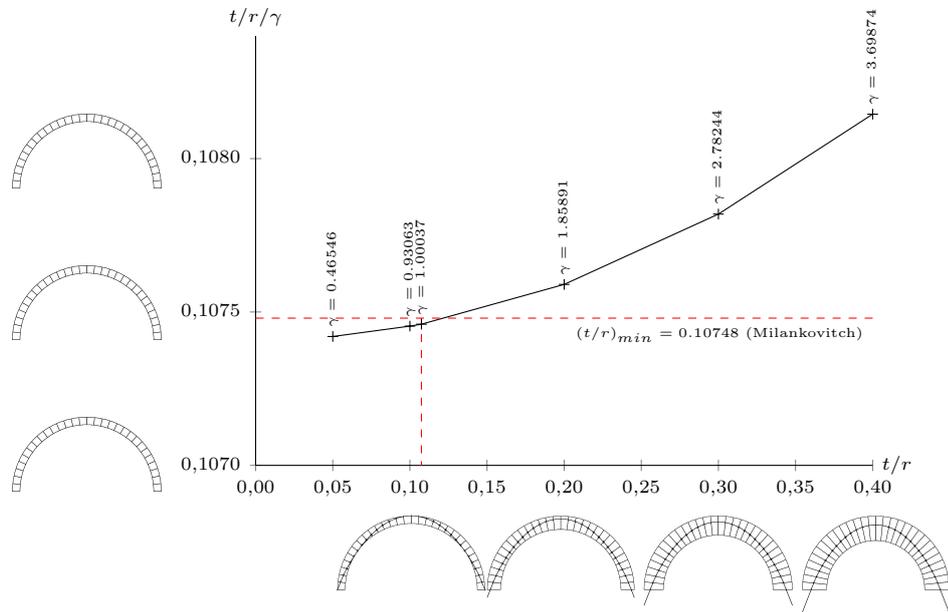


Fig 14.1 – Convergence de l'approximation de l'épaisseur minimale d'un arc de 30 voussoirs vers l'épaisseur minimale théorique

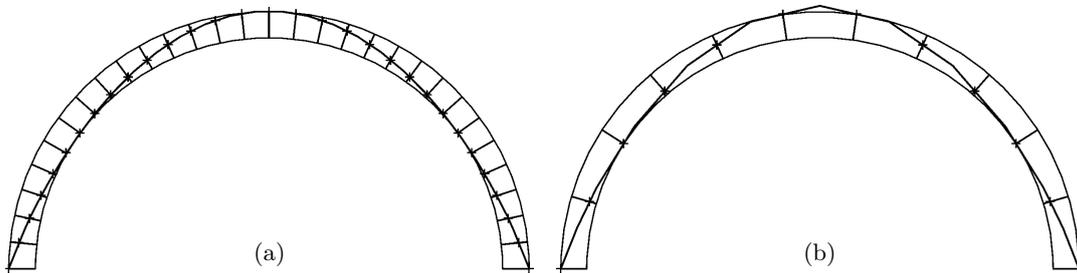


Fig 14.2 – Lignes de pression d'un arc de 30 voussoirs d'épaisseur minimale $t/r = 0,10746$ (a), et d'un arc de 11 voussoirs d'épaisseur minimale $t/r = 0,10493$ (b)

Pour conclure, notons que l'épaisseur minimale d'un arc en pierre de taille sera supérieure à celles des modèles à « arc infinitésimal » mentionné ci-dessus pour des raisons de coupe des pierres : présence d'une clé (nombre impair de voussoirs), et nombre fini et limité de voussoirs (fig. 14.2).

14.1.3 Épaisseur minimale d'un dôme hémisphérique

Nous notons t l'épaisseur d'un dôme hémisphérique et r son rayon moyen.

L'épaisseur minimale d'un dôme hémisphérique a été étudiée par Heyman (1967a), Lau (2006), Zessin (2012) et Coccia et al. (2016), avec des méthodes différentes, et des résultats proches mais non identiques.

Chapitre 14. Étude des arcs et dômes

Heyman considère un dôme avec des forces d'anneaux. Il indique que l'épaisseur minimale d'un dôme hémisphérique vaut $(t/r)_{min} = 0,0420$, et que l'épaisseur se réduit progressivement jusqu'à atteindre zéro lorsque l'angle d'ouverture α du dôme est inférieur à $\varphi_c = 51,8^\circ$. L'évolution de l'épaisseur minimale en fonction de l'angle d'ouverture α , suivant Heyman (1967a) et Lau (2006) avec des forces d'anneaux, et suivant Zessin (2012) sans forces d'anneaux est donnée sur la figure 14.3.

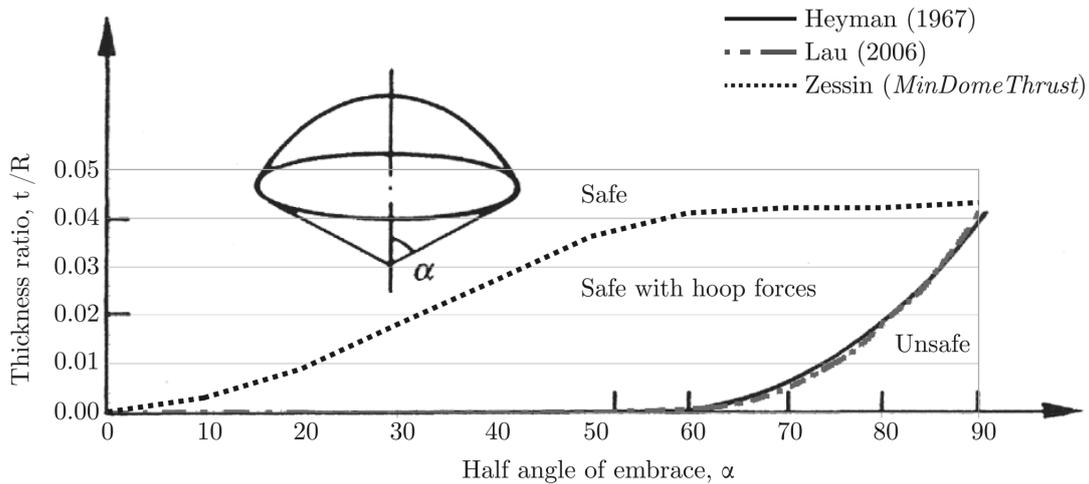


Fig 14.3 – Épaisseur minimale d'un dôme sphérique en fonction de son angle d'ouverture, d'après Zessin (2012, p. 53)

Pour le cas du dôme hémisphérique complet ($\alpha = 90^\circ$), qui sera le seul cas étudié dans la suite, les épaisseurs minimales valent :

- $(t/r)_{min} = 0,0420$ (Heyman, 1967a)
- $(t/r)_{min} = 0,041$ (Lau, 2006)
- $(t/r)_{min} = 0,043$ (Zessin, 2012)
- $(t/r)_{min} = 0,0452$ (Coccia et al., 2016)

Coccia et al. (2016) donnent une épaisseur minimale de $(t/r)_{min} = 0,0452$, qui ne peut cependant pas être directement comparée aux épaisseurs précédentes. En effet, ils recherchent l'épaisseur minimale pour pouvoir dessiner la caténaire d'un dôme à l'intérieur de ce dôme. Cette recherche n'est pas identique à celle de l'épaisseur minimale du dôme stable. En effet dans le premier cas la position des charges appliquées se trouvent au centre de gravité des voussoirs infinitésimaux, alors que dans le second cas, la position des charges appliquée se trouvent au niveau de la caténaire. Le résultat proposé par Coccia et al. n'est donc pas une réévaluation du résultat de Heyman, mais la recherche d'une épaisseur minimale répondant à un problème différent. La distinction entre épaisseur minimale pour dessiner la caténaire et l'épaisseur minimale pour assurer la stabilité d'un arc est soulignée par Makris et Alexakis (2013) dans le cas de l'arc en plein-cintre. Cette différence trouve une illustration dans les points de passage de la ligne de pression trouvée par Heyman, Lau et Zessin, et par la « surface de pression » (la caténaire d'un dôme) trouvée par Coccia et al. Tandis que les lignes de pression de Heyman, Lau et Zessin ne touchent pas l'intrados ni l'extrados à la clé, la « surface de pression » de Coccia et al. touche l'intrados à la clé (comparer figures 14.4 et 14.5). Ce résultat ne sera donc pas considéré pour la comparaison dans

la suite.

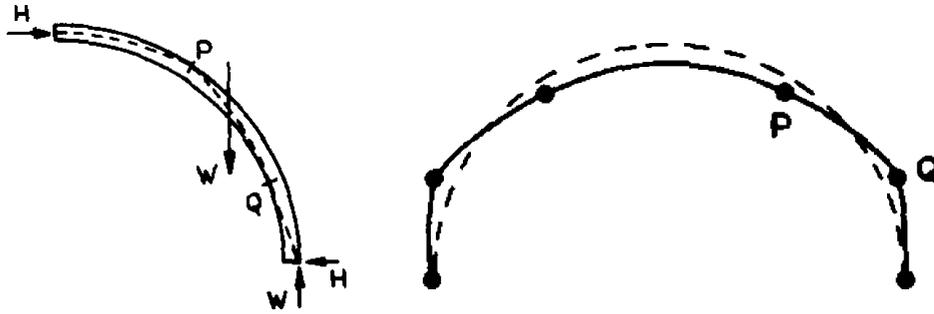


Fig 14.4 – Équilibre d’une lune d’un dôme hémisphérique d’épaisseur minimale (à g.), et mécanisme de ruine correspondant pour le dôme (à d.), d’après Heyman (1967a)

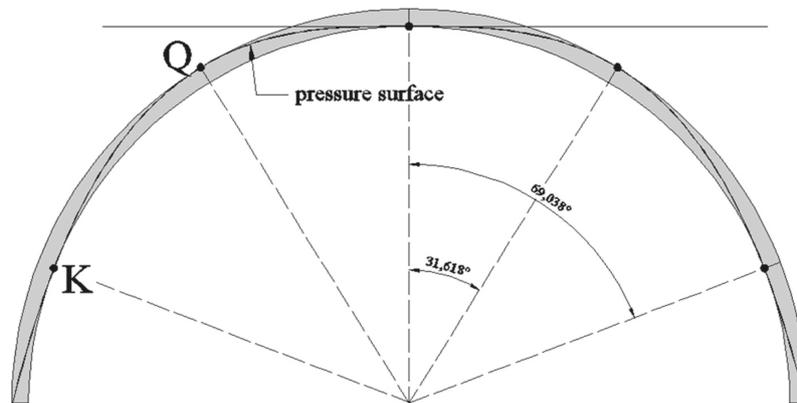


Fig 14.5 – « surface de pression » (caténaire) touchant le dôme le plus petit la contenant, d’après Coccia et al. (2016)

Selon un principe présenté par Poleni, et repris par Heyman (1967a), le dôme étudié est découpé en secteurs angulaires (fig. 14.6 au centre), que nous appellerons *lunes* dans la suite. L’étude de la stabilité du dôme est ramenée à celle de ses lunes.

Nous étudions l’épaisseur minimale de deux lunes opposées composées d’un total de 30 voussoirs (15 voussoirs par lune). L’ouverture angulaire dans le plan horizontal d’une lune vaut $\delta\theta = 1^\circ$ (lune d’ouverture angulaire 10 fois plus faible que celles représentées sur la figure 14.6). Nous ne considérons pas de forces d’anneaux.

L’étude de l’épaisseur minimale de ces lunes à l’aide des réseaux de forces avec considération des joints est donnée sur la figure 14.7. L’estimatif de l’épaisseur minimale trouvée pour ces lunes à 15 voussoirs vaut $t/r/\gamma = 0,0428$, et est donc supérieur à la valeur donnée par Heyman (qui utilise des forces d’anneaux) et inférieur à celle Zessin (qui n’utilise pas de forces d’anneaux). La considération d’un découpage avec un plus grand nombre de voussoirs tendra à faire augmenter la valeur $t/r/\gamma = 0,0428$, et donc à s’écarter potentiellement ⁽³⁾ encore un peu plus de la valeur de Heyman de

(3). Pour les tests réalisés avec 30, 31, 33, 35, 45, 46, 47, 59, 60, 61, 70, 79, 92, 93, 105 et 111 voussoirs

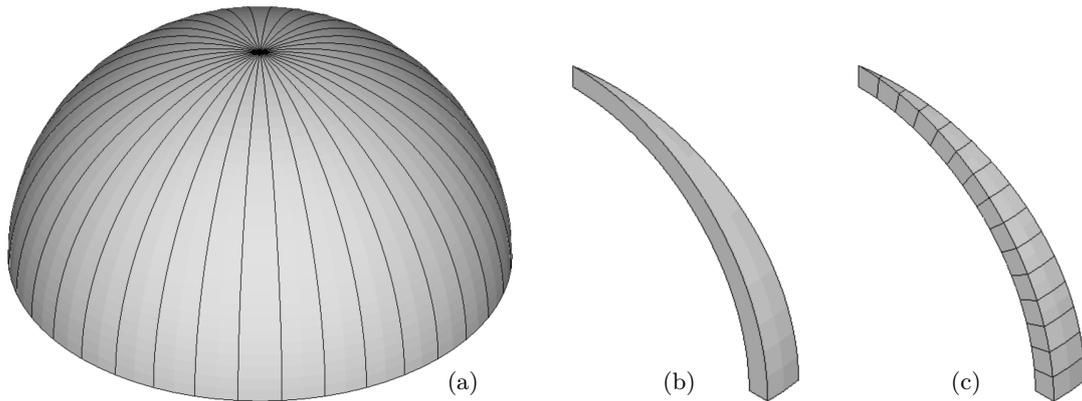


Fig 14.6 – Découpage d'un dôme hémisphérique en lunes de 10° d'ouverture (a), lune isolée (b), et découpage d'une lune en 15 voussoirs (c)

$(t/r)_{min} = 0,0420$. Le calcul avec les mêmes paramètres géométriques et une ouverture angulaire très faible ($\delta\theta = 0,01^\circ$) donne le même résultat $t/r/\gamma = 0,0428$.

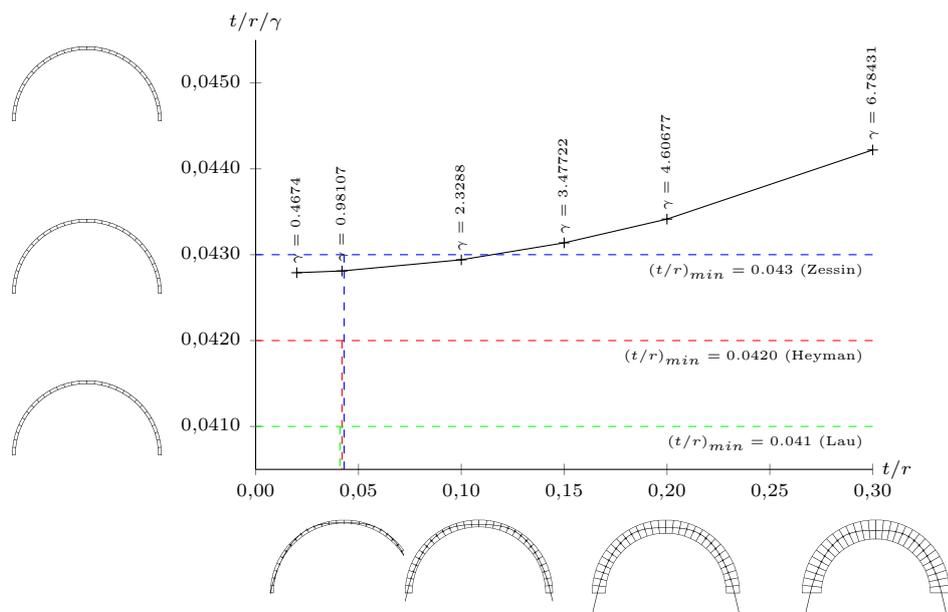


Fig 14.7 – Convergence de l'approximation de l'épaisseur minimale d'une lune de 15 voussoirs

La recherche des épaisseurs minimales en tenant compte des forces d'anneaux pose des difficultés pour les processus d'optimisation utilisés pour la recherche du coefficient de sécurité maximal (non convergence), et nous n'avons pas réussi à trouver de résultats plus proches de la valeur de Heyman en considérant des forces d'anneaux.

par lune, la valeur $t/R/\gamma$ est comprise entre 0,04275 et 0,04284. Nota : la variation de $t/R/\gamma$ n'est pas une fonction monotone du nombre de voussoirs, puisqu'elle dépend de la proximité des joints les plus proches des joints critiques.

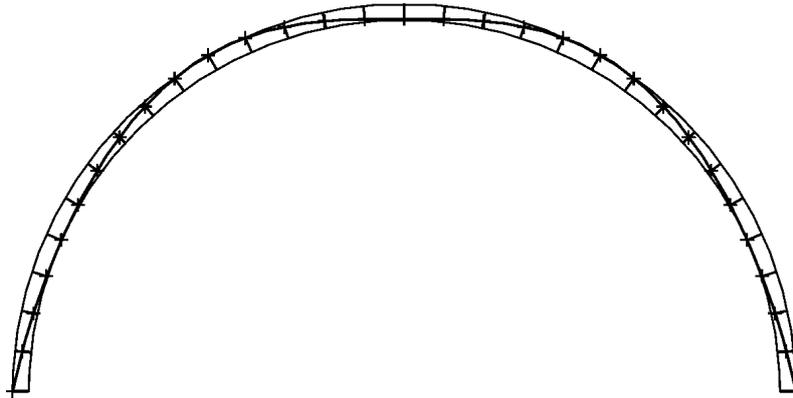


Fig 14.8 – Ligne de pression d’une lune d’épaisseur minimale $t/r = 0,428$

14.2 Étude des procédés historiques de calcul des voûtes

L’extension de la méthode des réseaux de forces permet d’étudier les procédés historiques de calcul des voûtes. En effet, chaque procédé historique met en jeu d’une part un ensemble d’hypothèses (considérer une limite de résistance en compression pour les joints ou non, considérer des joints sans frottement ou non, utiliser la position exacte ou approchée des centres de gravité etc.) et d’autre part une technique de calcul pour obtenir les résultats (statique graphique et autres techniques basées sur le dessin, calculs analytiques, calculs numériques, etc.).

Le développement d’outils numériques qui peuvent reproduire chaque technique de calcul de chaque procédé historique est possible, mais demande une implémentation spécifique pour chacun d’entre eux. Ce problème peut être contourné avec l’extension de la méthode des réseaux de forces proposée dans cette thèse.

En pratique, les hypothèses à la base des procédés historiques (*p. ex.* joints sans frottement etc.) sont transformées en une fonction de coût et en des critères mathématiques utilisant des coefficients de sécurité locaux et globaux suivant la même méthodologie que celle présentée dans le cadre du calcul à la rupture (voir section 3.1.2 p. 42). La solution d’équilibre qui serait donnée par la technique de calcul historique est calculée sans utiliser cette technique de calcul, mais en calculant la solution correspondant à cette fonction de coût et ces critères mathématiques. Cela est possible car la plupart des méthodes historiques ont leurs hypothèses formulées au niveau des joints.

En utilisant ce procédé, nous avons ainsi étudié la méthode de Durand-Claye, qui combine des aspects analytiques et graphiques, et nous avons reproduit les résultats de son étude de la stabilité du projet de dôme de Bramante pour la basilique Saint-Pierre de Rome (Ciblac et Fantin, 2015, figures 14.9 et 14.10).

Nous avons également étudié le théorème des transformations affine de Rankine (Ciblac et Fantin, 2016). Rankine a démontré un théorème permettant de produire de nouvelles solutions d’équilibre pour des structures dissymétriques, à partir de solutions connues pour des cas symétriques (Rankine, 1858 ; Huerta Fernández, 2010). Ce théorème, appelé par Huerta « Rankine’s theorem of blockwork structures », exploite la conservation de certaines propriétés géométriques dans les transformations affines.

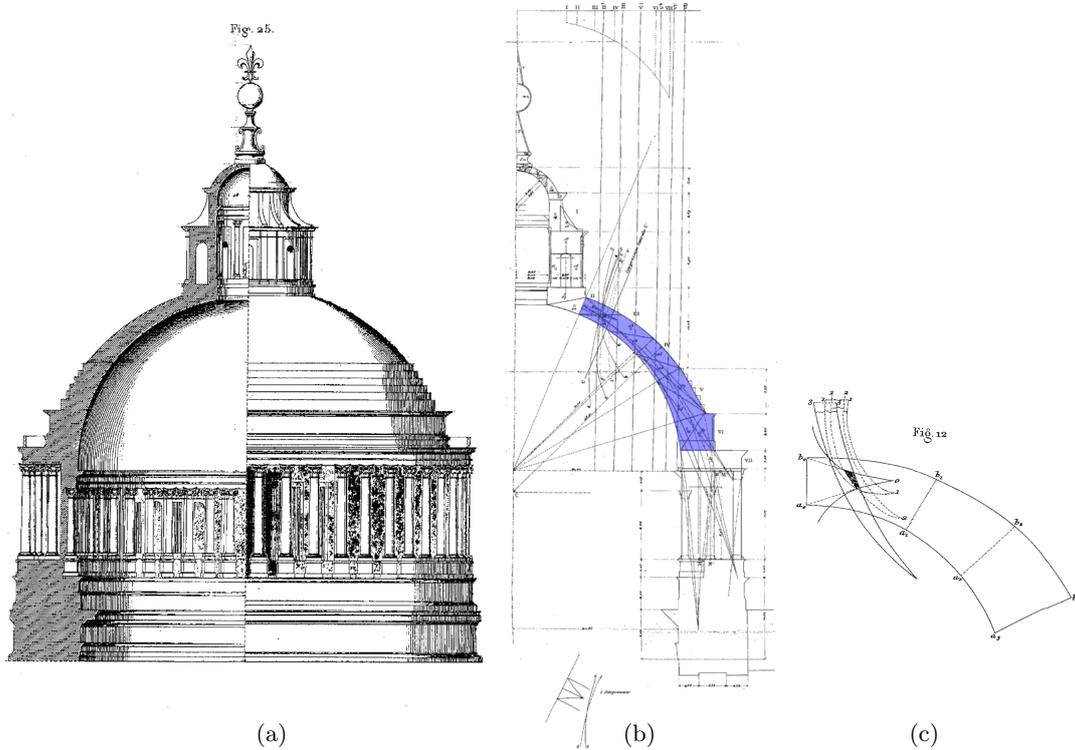


Fig 14.9 – Projet de dôme pour Saint-Pierre de Rome par Bramante (a), découpage en blocs pour étude dôme (b), schéma de principe des « aires de stabilité » (c), d'après Durand-Claye (1880)

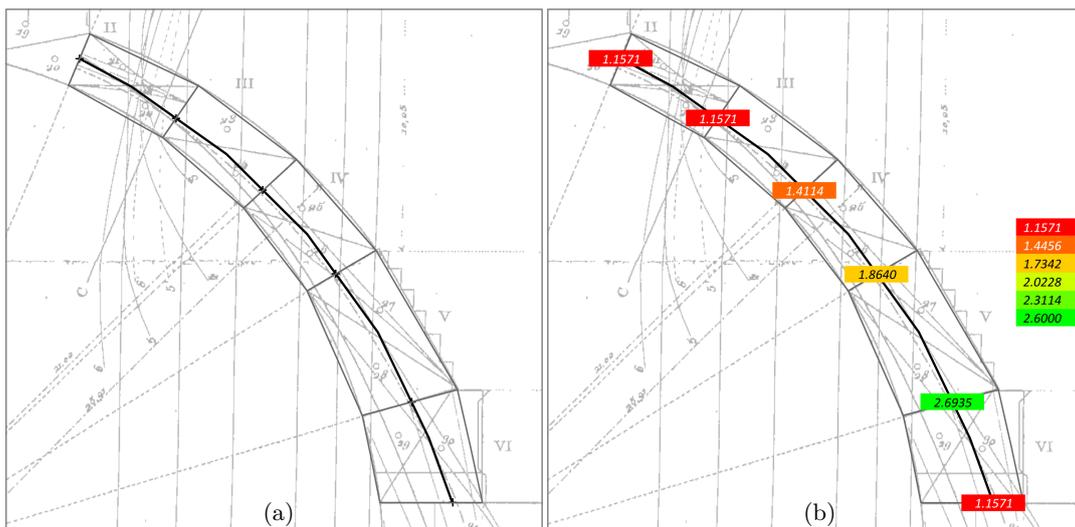


Fig 14.10 – Superposition du polygone funiculaire (a), et des coefficients de sécurité statiques (b), sur le dessin d'après Durand-Claye (1880)

Nous considérons une transformation affine de facteur 2 relativement au plan Oyz , qui transforme un dôme hémisphérique d'épaisseur constante en un dôme elliptique d'épaisseur variable. L'application du théorème des transformations affine de Rankine a pour corollaire que le coefficient de sécurité géométrique des deux structures est identique. En utilisant les propriétés de symétrie, seul un quart du dôme est modélisé. Le dôme hémisphérique et sa transformation affine sont représentés sur la figure 14.11. Sur cette figure, les blocs beiges représentent le découpage en blocs du quart de dôme, et les blocs rouges représentent les blocs d'appuis. Les forces d'anneaux ne sont pas considérées dans la suite. Chaque dôme est divisé en 9 lunes⁽⁴⁾ de 10° d'ouverture dans le plan horizontal.

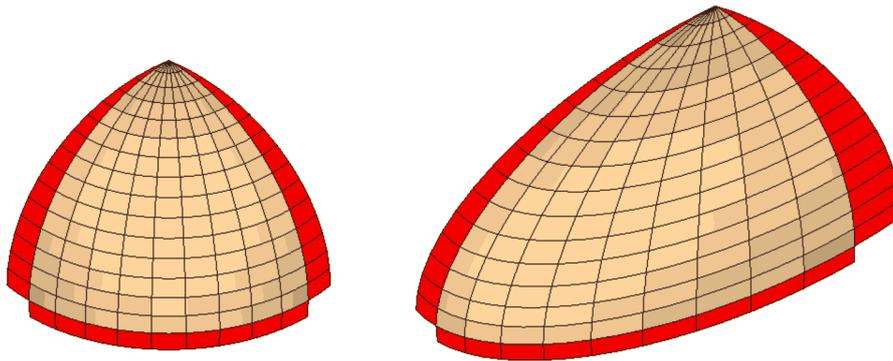


Fig 14.11 – Dôme hémisphérique (à g.) et dôme elliptique (à d.)

Nous avons calculé le coefficient de sécurité géométrique avant et après la transformation affine de manière à illustrer le théorème de Rankine, en utilisant la méthode des réseaux de forces (fig. 14.11). Le coefficient géométrique de sécurité vaut 2,3353 pour toutes les lunes, à la fois pour le dôme hémisphérique, et pour le dôme elliptique obtenu par transformation affine (fig. 14.12).

Ce résultat est bien celui attendu selon le théorème de Rankine. Cette comparaison permet de valider la qualité du résultat obtenu avec la méthode des réseaux de forces, en l'appliquant à un cas extrême, ici un dôme elliptique dont le grand axe est le double du petit axe. Cette étude est purement formelle et ne représente pas le fonctionnement réel d'un dôme elliptique. En effet, l'appareil utilisé pour les calculs du dôme elliptique, du fait de la transformation affine, n'est pas adapté à la forme du dôme.

(4). Le principe du découpage en lunes a été présenté précédemment dans la partie concernant l'épaisseur minimale des dômes hémisphériques (section 14.1.3 p. 241).

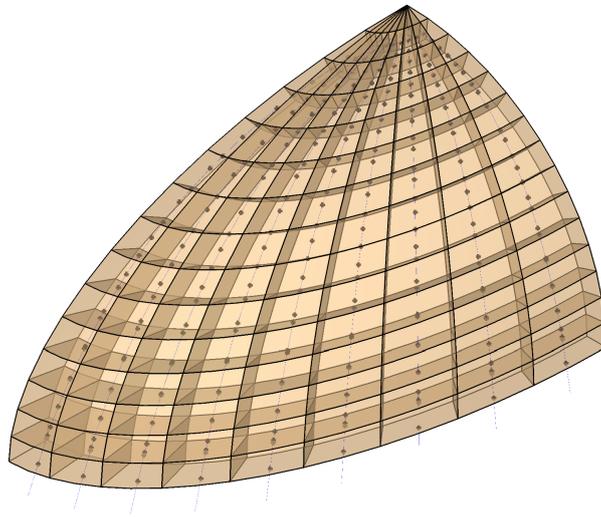


Fig 14.12 – Dôme elliptique et le réseau de forces correspondant au coefficient de sécurité géométrique maximum

Chapitre 15

Étude des plates-bandes

Résumé : Ce chapitre traite de l'influence de la coupe des pierres sur la stabilité des plates-bandes. Trois types de plates-bandes sont analysés : les plates-bandes à joints verticaux, à joints inclinés, et à joints en X. Les domaines des chargements potentiellement supportables, qui sont utilisés pour quantifier la stabilité, sont déterminés d'abord par calcul analytique, puis étendus avec les réseaux de forces. L'intégration des résultats de modèles aux éléments finis est envisagée.

Sommaire

15.1	Paramétrisation des plates-bandes	250
15.2	Domaines des chargements supportables analytiques	253
15.2.1	Contexte	253
15.2.2	Frontière du critère de résistance en compression	253
15.2.3	Frontière du critère de résistance en frottement	256
15.3	Influence de la coupe des pierres sur la stabilité	257
15.3.1	Exemples considérés, Prato et GAIA	257
15.3.2	Influence du nombre de claveaux et de la clé	259
15.3.3	Influence de l'inclinaison des joints	259
15.3.4	Influence des joints en X	261
15.4	Extension des domaines avec les réseaux de forces	263
15.4.1	Principe de construction des domaines avec les réseaux de forces	263
15.4.2	Plates-bandes à joints inclinés	264
15.4.3	Plates-bandes à joints en X	265
15.5	Modèle aux éléments finis	270
15.5.1	Contexte	270
15.5.2	Modèle Cast3M des plates-bandes	270
15.5.3	Solutions d'équilibre	272

15.1 Paramétrisation des plates-bandes

Géométrie des plates-bandes à joints inclinés et verticaux

Nous choisissons les caractéristiques suivantes pour décrire la géométrie des plates-bandes qui seront étudiées dans ce chapitre (fig. 15.1) :

- nombre de claveaux k ;
- portée L_m mesurée à mi-hauteur ;
- hauteur h ;
- largeur b ;
- angle φ des joints des sommiers avec la verticale.

La coupe des pierres des plates-bandes à joints inclinés est obtenue à partir de ces paramètres par application de la *méthode des divisions égales* (voir section 6.3.5 p. 110), décrite notamment par Frézier (1738). Cette méthode a l'avantage, pour le calcul analytique, de diviser la plate-bande en k claveaux de même masse, dont l'intersection du joint avec l'axe de la plate-bande (pris à mi-hauteur) est le même que ceux des plates-bandes à joints verticaux ou joints en X. De plus, lorsque l'angle φ varie :

- la position de l'intersection des joints avec l'axe de la plate-bande est inchangée ;
- la masse de chaque claveau est inchangé ;
- la masse totale de la plate-bande est inchangée.

La portée libre L_i de la plate-bande, mesurée à l'intrados, se déduit des paramètres donnés ci-dessus avec $L_i = L_m - h / \tan \varphi$.

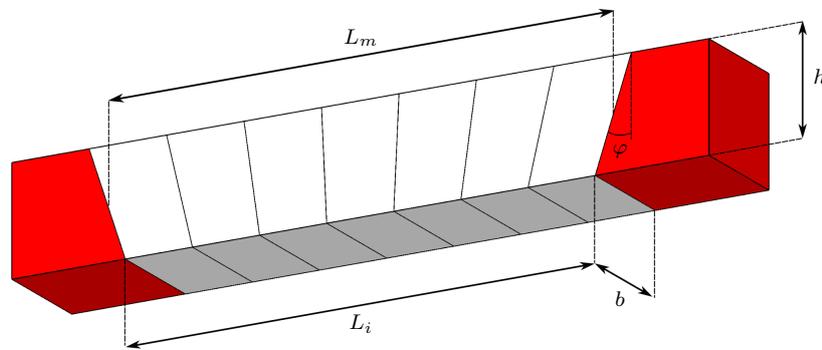


Fig 15.1 – Paramétrage de la géométrie des plates-bandes à joints inclinés, avec blocs d'appui en rouge

Géométrie des plates-bandes à joints en X

Dans le cas particulier des plates-bandes à joints en X, nous reprenons la paramétrisation des voûtes plates d'Abeille introduite par Brocato et Mondardini (2014), et présentée précédemment le chapitre consacré aux voûtes plates (section 10.3.4 p. 196 ; fig. 10.13). Cette paramétrisation peut être utilisée également pour les plates-bandes à joints en X.

Chapitre 15. Étude des plates-bandes

Un demi-claveau d'une plate-bande à joint en X est paramétré avec les longueurs a , b , c , d et h , et avec l'angle φ des joints avec la verticale (fig. 15.2). Ces paramètres sont reliés par les égalités suivantes :

$$d = a - h \tan \varphi, \quad b = c \quad (15.1)$$

Les polyèdres sont donc complètement définis par 4 paramètres. Nous indiquerons dans la suite les paramètres a , b , h et φ . Les paramètres c et d se déduisent des précédents. Pour respecter les notations de la paramétrisation de proposée par Brocato et Mondardini (2014), la largeur de la plate-bande est donc notée ici $2b$, au lieu de b habituellement pour le reste de ce document.

La distance entre les centres de gravité de deux blocs en contact est $p = a + d$. La portée libre L_i entre appuis, définie sur la figure 15.2, et la portée mesurée à mi-hauteur L_m , sont :

$$L_i = (k - 1)(d + a) + 2d = 2ka - (k + 1)h \tan \varphi \quad (15.2)$$

$$L_m = k(d + a) = 2ka - kh \tan \varphi \quad (15.3)$$

Pour juger du risque de glissement des joints, il est utile de considérer l'angle φ des joints avec la verticale et l'angle $\pi/2 - \varphi$ des joints avec l'horizontale.

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{a - d}{h} \right) \quad (15.4)$$

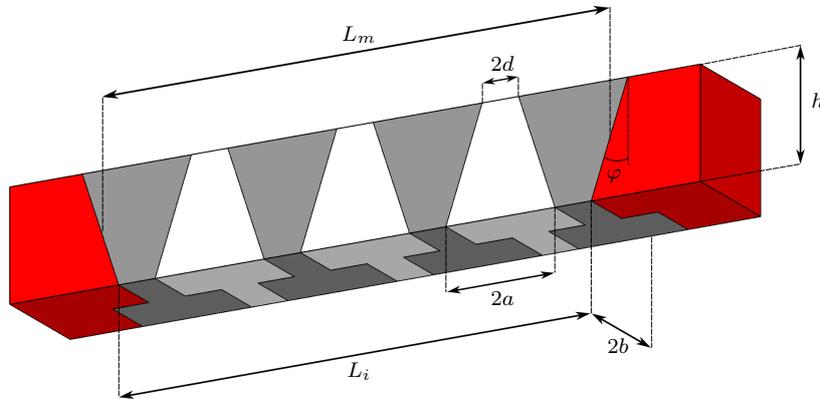


Fig 15.2 – Paramétrage de la géométrie des plates-bandes à joints en X, avec blocs d'appui en rouge

Propriétés mécaniques

Nous choisissons les propriétés mécaniques des pierres et des joints des plates-bandes suivantes :

- masse volumique de la pierre ρ_0 ;
- résistance admissible des joints à la compression σ_0 ;
- coefficient de frottement de Coulomb des joints μ , correspondant à un angle de frottement de $\tan^{-1} \mu$.

Dans toute la partie des calculs des domaines des chargements potentiellement supportables, nous faisons l'approximation usuelle dans le milieu du bâtiment qui consiste à considérer que $1 \text{ kg} = 1 \text{ daN}$ pour simplifier les calculs ; la gravité g est donc prise égale à 10 ms^{-2} au lieu de 9.81 ms^{-2} , soit une approximation de moins de 2%. Cette approximation est sans conséquence sur la précision des domaines, puisque les domaines des chargements supportables peuvent être transformés par homothétie si la masse volumique ρ_0 ou la contrainte admissible σ_0 change (section 15.4.1).

Paramètres de chargement

Les paramètres de chargement utilisés pour construire le domaine des chargements potentiellement supportables K sont :

- la charge verticale totale W , qui est la somme d'une charge verticale uniformément répartie sur la plate-bande ;
- la force horizontale H , ou poussée, appliquée par les appuis sur la plate-bande.

Dans le cas des plates-bandes à joints en X , nous considérerons comme force horizontale H la somme des forces horizontales H_1 et H_2 sur chacune des faces du joint en X d'appui. Les paramètres de chargement W et H seront adimensionnalisés en utilisant le poids propre de la plate-bande $W_0 = \rho_0 L_m b h$.

Nota sur les arcs de décharges et arrière-linteaux

Un arc de décharge surmonte fréquemment les linteaux et les plates-bandes. Il peut être constitué d'un arc clavé, ou se former naturellement dans la maçonnerie par encorbellement (fig. 15.3). La construction d'un arc de décharge au-dessus des linteaux est recommandée par Vitruve⁽¹⁾ (fig. 6.19 p. 102), puis à la renaissance par Alberti (1485, Livre III Ch.13)⁽²⁾. L'usage des arcs de décharge est ensuite recommandé spécifiquement au-dessus des plates-bandes lorsque la largeur de ces dernières est importante, par exemple pour les portes et les devantures de commerces, par Serlio (1537, 17v).

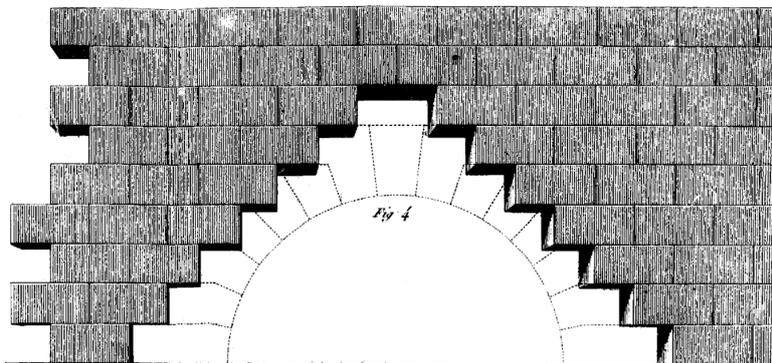


Fig 15.3 – Arc de décharge se formant par encorbellement dans la maçonnerie, d'après Rondelet (1805, Pl. LXIX Fig. 4, p. 309)

(1). Voir citation de Vitruve concernant les arcs de décharges, note (7) p. 80.

(2). Relevé par di Teodoro (2012, p. 192).

Par ailleurs, la plate-bande peut n'occuper qu'une partie de l'épaisseur du mur. Dans ce cas, un *arrière-linteau*, composé de une ou plusieurs poutres en bois ou en métal, est implanté à l'arrière de la plate-bande.

La répartition des charges entre ces différents éléments, plate-bande, arc de décharge et arrière-linteau est complexe ; nous étudions dans ce chapitre la plate-bande de façon isolée. Pour les études de cas réels, l'interaction entre la plate-bande et son environnement devra également être prise en compte.

15.2 Domaines des chargements supportables analytiques

15.2.1 Contexte

Nous étudions dans cette section les domaines des chargements potentiellement supportables des plates-bandes, par un calcul analytique utilisant la construction par l'intérieur des domaines du calcul à la rupture (voir section 2.1.3 p. 31).

L'objectif de cette partie est d'obtenir des domaines de référence auxquelles pourront ensuite être comparés les domaines obtenus avec la méthode des réseaux de forces. Nous n'utilisons donc pas dans un premier temps la méthode des réseaux de forces.

Le calcul des critères de résistance des joints présenté dans la section 3.1.1 (p. 41) faisait intervenir le repère local $x'y'z'$ où l'axe x' était perpendiculaire au joint (fig. 3.1 p. 41). Nous utilisons dans cette section un repère global xyz , où l'axe x est dirigé selon l'axe de la plate-bande, où l'axe y est parallèle au côté b , et où l'axe z est parallèle au côté h et orienté vers le bas (fig. 3.2 p. 41).

Les contraintes généralisées de la théorie des poutres M , N et V sont définies dans le repère global xyz , indépendamment du repère local $x'y'z'$ associé à l'inclinaison éventuelle de chaque joint.

Nous notons $N_c = bh\sigma_c$ l'effort normal maximal admissible sur un joint vertical, et nous utilisons cette valeur pour créer les valeurs adimensionnées suivantes :

$$n = N/N_c \quad (15.5)$$

$$m = \frac{2}{h}M/N_c \quad (15.6)$$

$$v = V/N_c \quad \text{de telle manière que : } V/N = v/n \quad (15.7)$$

15.2.2 Frontière du critère de résistance en compression

Rotules plastiques sur appui et à la clé

On considère un critère de résistance à la compression sous la forme générale :

$$|m| \leq f(n, v, \tan \theta) \quad (15.8)$$

L'angle θ désigne l'angle du joint considéré avec la verticale, généralement différent de l'angle φ du joint d'appui. La fonction f peut prendre plusieurs formes, suivant le

Chapitre 15. Étude des plates-bandes

type de joint considéré :

$$f(n) = n(1 - n) \quad (\text{joints verticaux}) \quad (15.9)$$

$$f(n, v, \tan \theta) = n + v \tan \theta - (n + v \tan \theta)^2 \cos^2 \theta \quad (\text{joints inclinés}) \quad (15.10)$$

$$f(n, \tan \theta) = \frac{n}{\cos^2 \theta} (1 - n) \quad (\text{joints en X}) \quad (15.11)$$

Les expressions des critères donnés ci-dessus pour les joints verticaux et les joints inclinés sont obtenus en réécrivant dans le repère global xyz les critères exprimés avec n' , m' et v' dans le repère local $x'y'z'$ et présentés dans la section 3.1.1 p. 41. Par ailleurs, l'expression du critère pour les joints en X a été établie par Maurizio Brocato (communication écrite non publiée – voir en annexe C p. 418).

Ces fonctions sont établies à partir d'hypothèses sur la forme des champs de contrainte sur les joints. Elles sont donc des approximations par l'intérieur de la frontière du critère de résistance. Dans les cas des joints en X, une extension de ce domaine est envisageable en considérant des champs de contrainte plus complexes, mais ce travail n'a pas été réalisé.

Les expressions analytiques des quantités nécessaires pour les calculs sont données dans la table 15.1 ci-dessous. La plate-bande considérée comprenant k claveaux, avec k un nombre impair, l'index i désignant les joints dans cette table varie de 1 à $k + 1$. Le choix de placer l'axe x à mi-hauteur de la plate-bande, et le découpage par claveaux égaux, sont essentiels pour obtenir ces expressions applicables aux trois types de plates-bandes étudiés.

Var.	Val.	Val.	Val.	Description
—	appui	quelconque	clé	position du joint considéré
i	1	i	$\frac{k+1}{2}$	index du joint considéré
x	0	$\frac{i-1}{k} L_m$	$\frac{k-1}{2k} L_m$	position du centre du joint
v	$\frac{W}{2N_c}$	$\frac{W}{2kN_c} (k+2-2i)$	$\frac{W}{2kN_c}$	effort tranchant
n	n	n	n	effort axial
m	$-m_0$	$\frac{W}{L_m h N_c} x(L_m - x) - m_0$	$\frac{W}{L_m h N_c} x(L_m - x) - m_0$	moment (x)
m	$-m_0$	$\frac{W L_m}{h N_c} \frac{(i-1)(k-i+1)}{k^2} - m_0$	$\frac{W L_m}{4h N_c} \frac{k^2-1}{k^2} - m_0$	moment (i, k)
$\tan \theta$	$\tan \varphi$	$(1 - 2\frac{i-1}{k}) \tan \varphi$	$\frac{1}{k} \tan \varphi$	inclinaison du joint (sauf si joint X)

TABLE 15.1 – Expressions analytiques pour le calcul des plate-bandes

Soit $\varphi' = \tan^{-1} \left(\frac{1}{k} \tan \varphi \right)$ l'inclinaison des joints de la clé de la plate-bande. Pour obtenir une approximation intérieure de la frontière du domaine des chargements supportables, on écrit que le critère est atteint au joint d'appui et au joint de clé,

Chapitre 15. Étude des plates-bandes

soit :

$$|m_0| = |m(x=0)| = f(n, v(x=0), \tan \varphi) \quad (15.12)$$

$$\left| m(x = \frac{k-1}{2k} L_m) \right| = f(n, v(x = \frac{k-1}{2k} L_m), \tan \varphi') \quad (15.13)$$

La somme de ces deux égalités permet d'éliminer l'inconnue hyperstatistique m_0 :

$$\frac{W L_m k^2 - 1}{4h N_c k^2} = f\left(n, \frac{W}{W_0} \frac{W_0}{2N_c}, \tan \varphi\right) + f\left(n, \frac{W}{W_0} \frac{W_0}{2k N_c}, \tan \varphi'\right) \quad (15.14)$$

Le rapport $\frac{W}{W_0}$ peut ensuite être exprimé en fonction de $n = \frac{H}{N_c} = \frac{H}{W_0} \frac{W_0}{N_c}$ afin d'obtenir l'équation de la frontière du domaine, équation exprimée en fonction des paramètres de chargement $\frac{W}{W_0}$ et $\frac{H}{W_0}$:

$$\frac{W}{W_0} = \frac{4h N_c k^2}{W_0 L_m k^2 - 1} \left(f\left(n, \frac{W}{W_0} \frac{W_0}{2N_c}, \tan \varphi\right) + f\left(n, \frac{W}{W_0} \frac{W_0}{2k N_c}, \tan \varphi'\right) \right) \quad (15.15)$$

Dans le cas des critères de résistance en compression de la plate-bande à joints verticaux ou joints en X, le critère est de la forme $|m| \leq f(n, \tan \theta)$ et la dépendance en $\frac{W}{W_0}$ dans le terme de droite de l'équation 15.15 disparaît. Il s'en déduit une expression analytique explicite de $\frac{W}{W_0}$ en fonction de $\frac{H}{W_0}$ permettant de tracer directement la frontière du domaine de chargements lié au critère en compression :

$$\frac{W}{W_0} = \frac{8h}{L_m} \frac{H}{W_0} \frac{k^2}{k^2 - 1} \left(1 - \frac{W_0}{N_c} \frac{H}{W_0} \right) \quad (\text{joints verticaux}) \quad (15.16)$$

$$\frac{W}{W_0} = \frac{1}{\cos^2 \varphi} \frac{8h}{L_m} \frac{H}{W_0} \frac{k^2}{k^2 - 1} \left(1 - \frac{W_0}{N_c} \frac{H}{W_0} \right) \quad (\text{joints en X}) \quad (15.17)$$

Cependant dans le cas du critère des joints inclinés, l'équation 15.15 n'est pas linéaire en $\frac{W}{W_0}$, et la détermination de l'expression analytique de la frontière du domaine de chargement n'est pas triviale. Nous utiliserons pour contourner cette difficulté un calcul en perturbation pour représenter graphiquement la frontière des domaines de chargements correspondant aux joints inclinés.

Rotules plastiques uniquement à la clé

Pour une hauteur de plate-bande donnée, la résistance à l'effort normal d'un joint incliné est supérieure à celle d'un joint vertical, parce que l'aire de la surface du joint incliné est plus grande. De façon analogue, les joints des appuis, qui sont plus inclinés ($\tan \varphi$) que les joints de la clé ($\frac{1}{k} \tan \varphi$), peuvent supporter des efforts normaux plus importants que ces derniers.

L'équation 15.15 donnée ci-dessus est une condition nécessaire mais non suffisante de respect du critère de résistance à la compression. Dans le cas des joints inclinés, cette condition peut être respectée sans que la condition $\xi \leq 1$ le soit (pour mémoire, ξh est la hauteur en compression du joint, voir section 3.2 et fig. 3.1). La relation entre n , v , φ et ξ est donnée pour un joint incliné par :

$$\cos^2 \varphi (n + v \tan \varphi) = \xi \quad (15.18)$$

Chapitre 15. Étude des plates-bandes

Lorsque $\xi = 1$, cette équation exprimée au niveau du joint de clé avec $\varphi' = \tan^{-1}\left(\frac{1}{k} \tan \varphi\right)$ devient :

$$\frac{H}{W_0} \frac{W_0}{N_c} + \frac{W}{W_0} \frac{W_0}{2kN_c} \tan \varphi' = \frac{1}{\cos^2 \varphi'} \quad (15.19)$$

$$\frac{W}{W_0} = \frac{1}{\tan \varphi'} \frac{2kN_c}{W_0} \left(\frac{1}{\cos^2 \varphi'} - \frac{H}{W_0} \frac{W_0}{N_c} \right) \quad (15.20)$$

Cette dernière équation est l'expression du domaine des chargements supportables vis-à-vis du critère de résistance en compression pour les efforts centrés sur les joints. Le domaine des chargements pour le critère de résistance en compression est l'intersection des deux domaines calculés ci-dessus.

La seconde frontière du domaine revient à tronquer la pointe formée par les domaines paraboliques (*p. ex.* fig. 15.5). Cet effet est presque négligeable pour les plates-bandes où $\varphi = 6^\circ$ (voir étude de Prato ci-dessous), mais ne peut pas être négligé pour les plates-bandes avec des angles $\varphi = 18^\circ$ et $\varphi = 30^\circ$ qui sont les cas les plus courants en pratique (fig. 15.5).

Le gain de résistance qui apparaît pour les joints inclinés par rapport aux joints verticaux illustre la simplification qu'introduit l'hypothèse de négliger l'influence de la résistance interne de la pierre, et de considérer la résistance du matériau seulement au niveau des joints. La considération de la résistance interne de la pierre dans le cadre du calcul à la rupture est possible, mais nécessite encore des développements pour être intégrée à la méthode des réseaux de forces (voir chapitre 3.3.2).

15.2.3 Frontière du critère de résistance en frottement

Le critère de résistance en frottement s'exprime dans le repère local du joint $x'y'z'$ sous la forme :

$$|v'| \leq \mu n' \quad (15.21)$$

Ce critère donne pour les joints verticaux et les joints en X :

$$|v| \leq \mu n \quad \text{joints verticaux ou joints en X} \quad (15.22)$$

$$|v| \leq \frac{\mu + \tan \varphi}{1 - \mu \tan \varphi} n \quad \text{joints inclinés} \quad (15.23)$$

En considérant le joint d'appui, qui est le joint dimensionnant pour le critère de glissement, l'expression des critères permet d'obtenir le domaine des chargements du critère sous la forme :

$$\frac{W}{W_0} \leq 2\mu \frac{H}{W_0} \quad \text{joints verticaux ou joints en X} \quad (15.24)$$

$$\frac{W}{W_0} \leq 2 \frac{\mu + \tan \varphi}{1 - \mu \tan \varphi} \frac{H}{W_0} \quad \text{joints inclinés, pour } W > 0 \quad (15.25)$$

$$-\frac{W}{W_0} \leq 2 \frac{\mu - \tan \varphi}{1 + \mu \tan \varphi} \frac{H}{W_0} \quad \text{joints inclinés, pour } W < 0 \quad (15.26)$$

Dans le cas des joints verticaux où le repère global et local est identique, ($n = n'$ et $v = v'$), cette expression se traduit directement en la limitation de l'angle de la force de réaction sur le joint d'appui :

$$\frac{W}{2} \leq \mu H \quad (15.27)$$

15.3 Influence de la coupe des pierres sur la stabilité

15.3.1 Exemples considérés, Prato et GAIA

Nous étudions dans ce chapitre l'influence de la coupe des pierres sur la stabilité des plates-bandes. La stabilité est exprimée ici à travers les domaines des chargements potentiellement supportables K , dont les paramètres de chargement sont le chargement vertical total W et la poussée H (voir section 15.1 pour la définition des notations utilisées).

Cette étude prendra pour point de départ deux plates-bandes différentes.

La première sera la plate-bande à joints en X de la cathédrale de Prato (Toscane, Italie – voir figures 7.2 et 6.12 p. 142). Cette plate-bande, construite au Moyen Âge, présente parmi l'ensemble des exemples répertoriés dans notre chapitre sur les plates-bandes une grande hauteur par rapport à sa portée, et des angles de joints avec la verticale très faibles.

La seconde plate-bande étudiée sera la plate-bande à joints en X construite dans le cadre d'une étude expérimentale aux Grands Ateliers de l'Isle d'Abeau (GAIA), en mars 2017 (section 7.4.2 p. 147). La typologie de cette plate-bande a été choisie pour correspondre aux préconisations des traités d'architecture et de coupe des pierres du XVIII^e siècle⁽³⁾.

La paramétrisation du modèle de plate-bande pour Prato est la suivante :

- géométrie :
 - nombre de claveaux $k = 5$; la plate-bande de Prato est composée de sept claveaux, mais deux claveaux de la plate-bande appuyés sur des corbeaux sont considérés comme faisant partie des appuis de la plate-bande ;
 - portée⁽⁴⁾ $L_m = 1,579$ m mesurée à mi-hauteur ;
 - hauteur $h = L_i/2 = 0,75$ m, ce qui correspond à la proportion observée sur photo ;
 - largeur⁽⁵⁾ $2b = h/2 = 0,375$ m ;
 - base d'un trapèze $2a = 39,4$ cm ;

(3). Il n'existe cependant pas de plate-bande de ce type au XVIII^e siècle en France. Les paramètres choisis correspondent à ceux des plates-bandes à joints inclinés.

(4). La portée réelle de la plate-bande de Prato n'était pas connue au moment de l'étude. La valeur donnée ici était hypothétique. La distance entre piédroits vaut 1,5 m environ, et la portée des cinq claveaux centraux mesurée à mi-hauteur environ 1,1 m. La portée choisie ici pour le calcul, $L_m = 1,579$ m mesurée à mi-portée est donc supérieure à la portée réelle. Elle correspond à une portée $L_i = 1,500$ m mesurée à l'intrados si $\varphi = 6^\circ$.

(5). La largeur réelle de la plate-bande de Prato n'est pas connue. La valeur donnée ici est hypothétique.

Chapitre 15. Étude des plates-bandes

- angle des joints de ses sommiers avec la verticale $\varphi = 6^\circ$; cet angle correspond à une règle de « 1 pour 9 » environ dans le cas des plates-bandes à joints inclinés.
- propriétés mécaniques :
 - masse volumique⁽⁶⁾ $\rho_0 = 2400 \text{ kg/m}^3$;
 - résistance admissible des joints à la compression $\sigma_0 = 1,0 \text{ MPa}$;
 - coefficient de frottement de Coulomb des joints $\mu = 0,7$.

Lampariello indique, concernant le système des claveaux bicolores en Toscane, que les pierres blanches provenaient généralement de Albarese, et les pierres foncées de Serpentino⁽⁷⁾ (Lampariello, 2012, p. 107). Les valeurs des propriétés mécaniques ci-dessus sont hypothétiques et négligent les possibles différences entre pierre blanche et pierre verte.

La paramétrisation du modèle de plate-bande pour la plate-bande construite aux Grands Ateliers de l'Isle-d'Abeau (GAIA) est la suivante :

- géométrie :
 - nombre de claveaux $k = 7$;
 - portée⁽⁸⁾ $L_m = 1,400 \text{ m}$ mesurée à mi-hauteur ;
 - hauteur $h = 0,30 \text{ m}$, ce qui correspond à un rapport L_m/h compris entre 4 et 5 ;
 - largeur $2b = h = 0,30 \text{ m}$;
 - angle des joints de ses sommiers avec la verticale $\varphi = 18,4^\circ$; cet angle correspond à une règle de « 1 pour 3 » dans le cas des plates-bandes à joints inclinés.
- propriétés mécaniques :
 - masse volumique $\rho_0 = 2200 \text{ kg/m}^3$;
 - résistance admissible des joints à la compression $\sigma_0 = 1,0 \text{ MPa}$;
 - coefficient de frottement de Coulomb des joints $\mu = 0,7$.

Nous appellerons dans la suite plate-bande de type GAIA les plates-bandes de ce type.

Chacune de ces deux plates-bandes sera étudiée sous trois formes, présentant toutes la même portée à mi-hauteur⁽⁹⁾ :

- sous sa forme de base, à joints en X ;
- sous la forme d'une plate-bande de mêmes dimensions mais à joints inclinés ;
- sous la forme d'une plate-bande de mêmes dimensions mais à joints verticaux.

Pour chacune de ces plates-bandes, un seul des paramètres décrivant sa typologie, et donc sa coupe des pierres, sera modifié successivement pour étudier l'effet de ce

(6). Le poids des claveaux est obtenu en multipliant leur masse par la gravité prise égale à 10 m.s^{-2} . Cela revient à utiliser l'approximation usuelle dans le bâtiment « $1 \text{ kg} = 1 \text{ daN}$ ». L'incidence de cette approximation sur les domaines des chargements potentiellement supportables est abordée p. 252.

(7). « Bien que les édifices construits en pierres bicolores se soient répandus dans diverses régions de la côte italienne, où le modèle arabe d'ornement bicolore, nommé *ablaq*, est plus connu, c'est [ce] n'est qu'en Toscane que l'on rencontre fréquemment la solution de surmonter les portails d'architraves en claveaux alternés de pierres claires et de pierres foncées, généralement en pierre blanche (Albarese) et en marbre vert de Prato (Serpentino), au lieu de blocs monolithes. » (Lampariello, 2012, p. 107)

(8). La portée mesurée à mi-hauteur $L_m = 1,400 \text{ m}$ correspond à une portée $L_i = 1,300 \text{ m}$ mesurée à l'intrados si $\varphi = 18,4^\circ$.

(9). Pour les raisons vues lors de la présentation du paramétrage des plates-bandes, de manière à exploiter les avantages de la méthode des divisions égales.

paramètre sur les domaines des chargements supportables, et donc sur la stabilité de la plate-bande.

Les domaines des chargements supportables présentés dans cette section sont déterminés analytiquement, à l'aide des expressions établies dans la section précédente.

15.3.2 Influence du nombre de claveaux et de la clé

Nous avons vu dans la partie sur l'histoire des plates-bandes que ces dernières présentent presque systématiquement un nombre impair de claveaux, et donc une clé placée au centre de la portée.

L'existence de la clé apporte une résistance complémentaire à la plate-bande par rapport à une plate-bande équivalence construite avec un nombre pair de claveaux, quel que soit le type de joint (vertical, incliné, ou en X). Le rapport entre la résistance d'une plate-bande avec un nombre impair de claveaux k et celle d'une plate-bande avec un nombre pair de claveaux (quel que soit ce nombre), est donné par $\frac{k^2}{k^2-1}$. Ce rapport vaut 1,123 pour une plate-bande à 3 claveaux, 1,042 pour une plate-bande à 5 claveaux, et 1,020 pour une plate-bande à 7 claveaux. La modification du domaine des chargements potentiellement supportables due à ce paramètre est illustrée sur la figure 15.4.

Le nombre de claveaux et la présence d'une clé centrale a donc une influence non nulle sur la stabilité, mais qui reste faible. Frézier indique à ce propos, concernant le choix de la position des joints pour les voûtes en général : « ce n'est pas qu'un joint sur le milieu d'un ceintre tirât beaucoup de conséquence pour la solidité ; mais il choqueroit la vuë & la bonne ordonnance. » (Frézier, 1737, p. 280, cit. 29).

15.3.3 Influence de l'inclinaison des joints

Une plate-bande à joints verticaux a une résistance égale que les chargements verticaux soient orientés vers le haut ou vers le bas (symétrie visible sur la figure 15.4). Cette symétrie n'existe pas pour les plates-bandes à joints inclinés (fig. 15.5). L'inclinaison des joints a trois effets :

1. le critère de résistance au frottement est impacté par l'orientation du joint ;
2. le critère de résistance en compression est impacté par la variation de l'aire de la surface des joints (dépendant de l'orientation du joint) ;
3. la portée effective de la plate-bande, c'est-à-dire la distance horizontale entre les centres de pression sur les joints d'appuis est impactée par l'orientation du joint.

Lorsque l'inclinaison des joints augmente, la frontière du domaine des chargements supportables lié au critère du frottement tourne dans le sens anti-horaire. Par conséquent, pour une faible poussée donnée H , les charges verticales admissibles (positives ou négatives) se déplacent vers le haut dans le plan $(H; W)$ (fig. 15.5).

Pour les chargements verticaux orientés vers le bas, les effets 2. et 3. mentionnés ci-dessus s'additionnent et le domaine des chargements supportables grandit lorsque l'inclinaison des joints augmente (en haut sur la figure 15.5).

Chapitre 15. Étude des plates-bandes

Pour les chargements verticaux orientés vers le haut, les effets 2. et 3. mentionnés ci-dessus ont des effets contraires, car cette fois-ci la portée effective de la plate-bande augmente en même temps que l'inclinaison des joints. Sur l'exemple considéré, l'effet 2. est supérieur à l'effet 3 pour les poussées importantes (fig. 15.5 (b)), et l'effet 2. est inférieur à l'effet 3 pour les poussées faibles (fig. 15.5 (a)).

Enfin, l'augmentation de la résistance aux efforts normaux apportée par l'inclinaison des joints a pour résultat que les deux joints des clés sont moins résistants que les joints d'appuis. Pour les fortes poussées et faibles chargements verticaux, le critère de résistance à la compression n'est pas atteint à la fois sur les joints d'appuis et sur les joints des clés, mais uniquement sur les joints des clés où les joints sont complètement écrasés ($\xi = 1$). Cet effet n'est presque pas perceptible lorsque l'inclinaison des joints d'appuis φ vaut 6° , mais il apparaît nettement pour $\varphi = 18^\circ$ et $\varphi = 30^\circ$ (fig. 15.5 (c)).

L'augmentation de la résistance à l'effort normal avec l'augmentation de l'angle des joints est liée à l'absence de considération de la résistance à l'intérieur des pierres (voir section 15.2.2 p. 255).

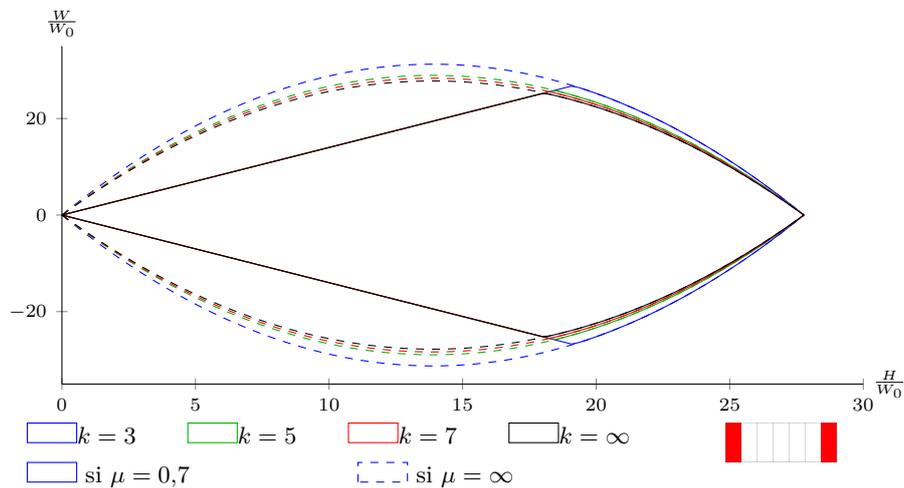


Fig 15.4 – Influence du nombre de claveaux k sur le domaine des chargements supportables d'une plate-bande à joints verticaux de type Prato

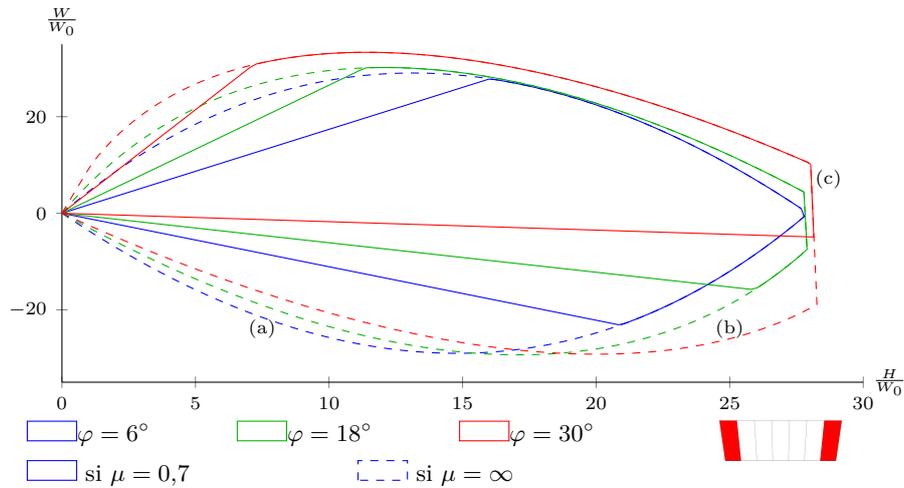


Fig 15.5 – Influence de l’inclinaison des joints d’appui φ sur le domaine des chargements supportables d’une plate-bande à joints inclinés de type Prato

15.3.4 Influence des joints en X

Les domaines des chargements supportables d’une plate-bande à joints verticaux, joints inclinés et joints en X sont superposés sur la figure 15.6 pour les plates-bandes de type Prato, et sur la figure 15.7 pour les plates-bandes de type GAIA.

Les plates-bandes à joints en X procurent une meilleure résistance vis-à-vis des chargements verticaux inversés (vers le haut) par rapport à la plate-bande à joints inclinés. Les chargements verticaux inversés pourraient se produire en pratique dans le cas de séismes.

Dans le cas de la plate-bande à joints en X de Prato, le domaine des chargements supportables est presque identique à celui de la plate-bande à joints verticaux. Avec celle de type GAIA cependant, le domaine est plus grand que celui de la plate-bande à joints verticaux. De plus, contrairement aux joints verticaux dont la stabilité peut être remise en question par de petits mouvements horizontaux au niveau des appuis (Smars, 2008), la plate-bande à joints en X est plus sécuritaire vis-à-vis des déplacements horizontaux des supports.

La forme de la plate-bande de Prato, qui présente un rapport portée sur hauteur L_m/h d’environ 2, explique que le critère de frottement joue un rôle important sur le comportement mécanique.

A contrario, le critère de frottement n’apparaît presque pas pour les chargements verticaux dirigés vers le bas de la plate-bande de type GAIA.

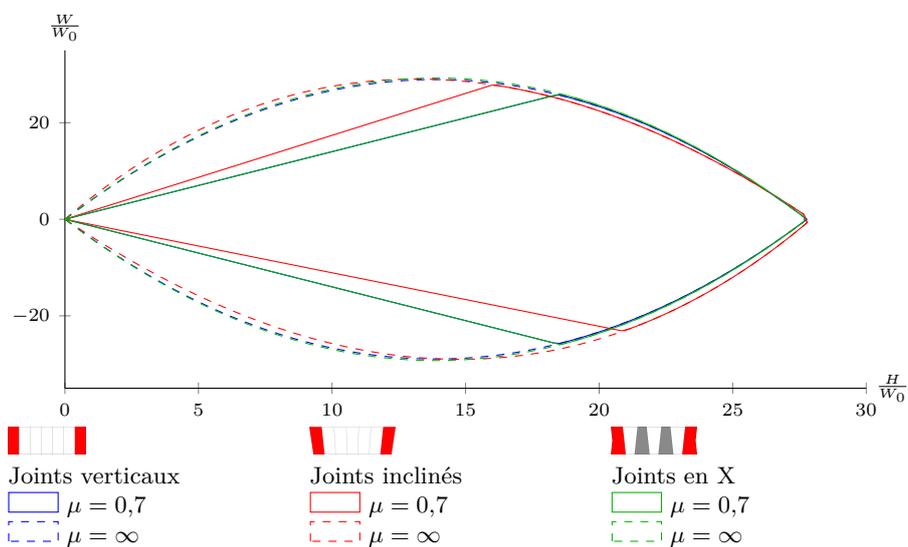


Fig 15.6 – Domaines des chargements supportables de plates-bandes de type Prato à joints verticaux, inclinés, et en X

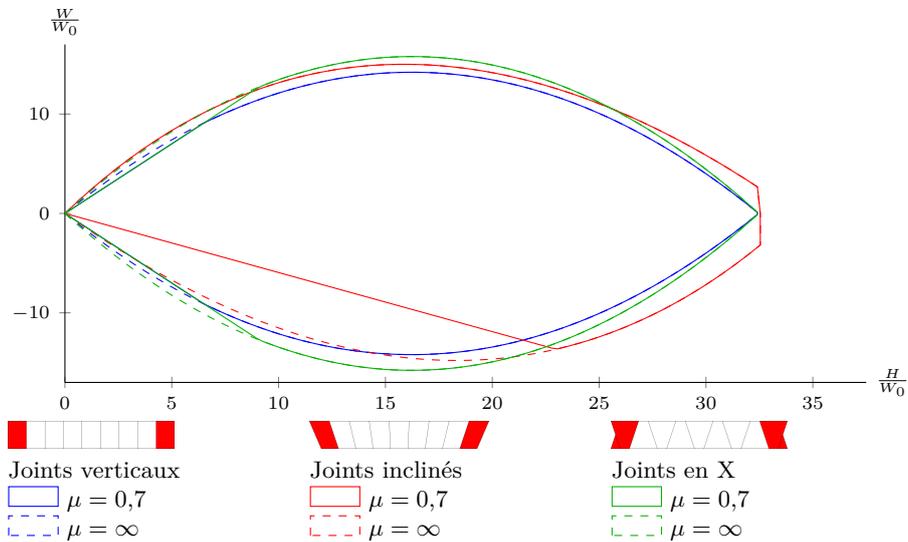


Fig 15.7 – Domaines des chargements supportables de plates-bandes de type GAIA à joints verticaux, inclinés, et en X

15.4 Extension des domaines avec les réseaux de forces

15.4.1 Principe de construction des domaines avec les réseaux de forces

Les domaines des chargements supportables présentés ci-dessus et déterminés à partir d'équations analytiques des frontières seront appelés *domaines analytiques* (qu'ils aient été dessinés à partir d'expressions analytiques ou par calcul itératif).

Nous comparons dans cette section ces domaines analytiques avec les domaines des chargements supportables qui peuvent être construits grâce à l'extension de la méthode des réseaux de forces. Nous appellerons *domaines numériques* ces domaines pour les distinguer des domaines analytiques précédents.

La procédure suivante est appliquée pour construire les domaines numériques K présentés dans la suite. Pour une poussée horizontale donnée $H = \bar{H}$ et un chargement vertical $W = \bar{W} = W_0$, nous avons calculé le multiplicateur de charge de la plate-bande $F(\bar{H}; \bar{W})$. D'après la définition de ce multiplicateur, le point $(F\bar{H}; FW_0)$ se trouve à l'intérieur du domaine des chargements potentiellement supportables K . Le domaine convexe défini par itération en des points successifs est une approximation par l'intérieur du domaine K (fig. 15.8).

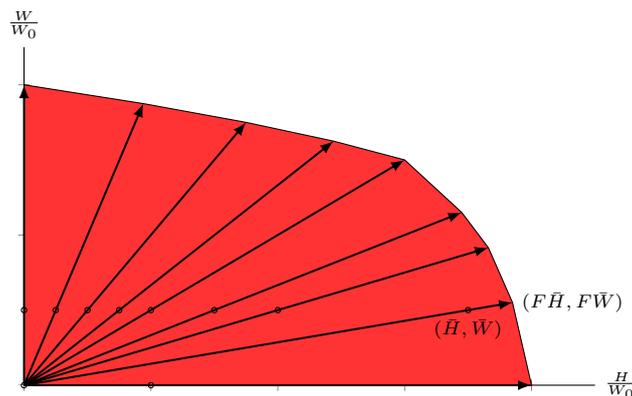


Fig 15.8 – Construction par l'intérieur du domaine des chargements supportables

Le multiplicateur de charge lié au critère en résistance en compression est proportionnel à σ_0 (équation 3.23). Par conséquent, le domaine des chargements supportables correspondant à une contrainte admissible σ_2 peut être déduit d'un domaine σ_1 simplement en transformant ce dernier domaine par une homothétie de facteur σ_2/σ_1 .

Par ailleurs, la masse volumique de la pierre n'intervient que via les termes $1/W_0$ qui servent à rendre adimensionnels les paramètres de chargements, pour la construction des domaines. Les domaines peuvent donc également être transformés par homothétie si la masse volumique change. Par conséquent, la *forme* des domaines des chargements supportables produits dans ce document (pour les plates-bandes et les voûtes plates) sont indépendants des caractéristiques prises pour caractériser la pierre et les joints (masse volumique et résistance en compression), à l'exception notable du coefficient de frottement limite μ .

15.4.2 Plates-bandes à joints inclinés

La superposition des domaines analytiques et numériques pour le cas des plates-bandes à joints inclinés de type Prato et de type GAIA montre la bonne concordance des résultats obtenus par calcul analytique et par la méthode des réseaux de forces (figures 15.9 et 15.10). Cette bonne concordance était attendue puisque dans le cas des joints inclinés, aucune hypothèse simplificatrice complémentaire n'a été introduite lors des calculs analytiques des critères, contrairement aux joints en X que nous allons étudier maintenant.

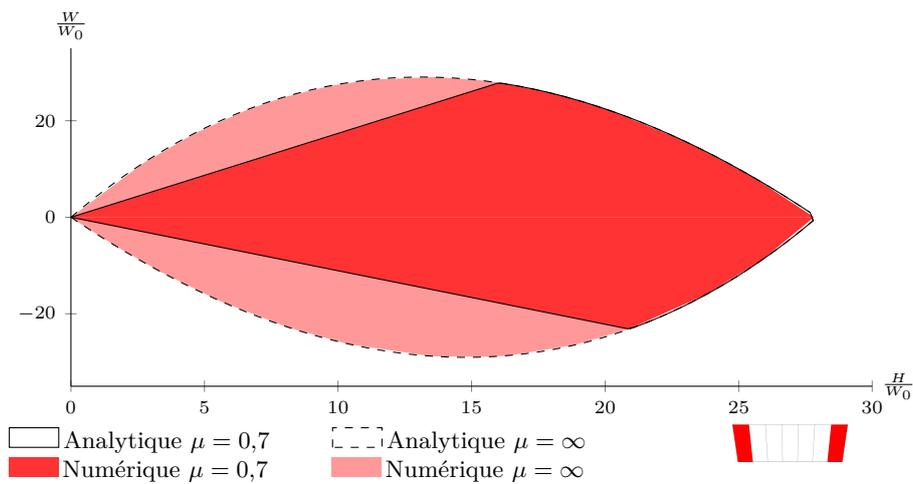


Fig 15.9 – Comparaison des domaines analytiques et numériques d'une plate-bande à joints inclinés de type Prato

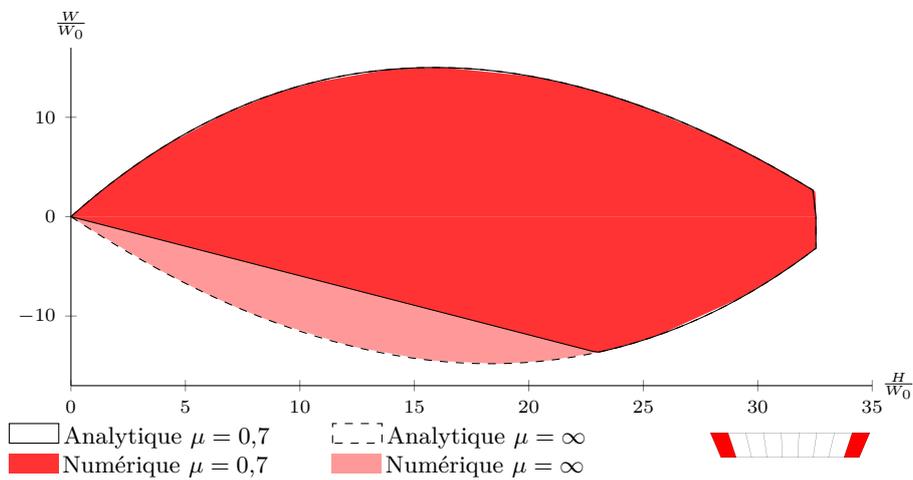


Fig 15.10 – Comparaison des domaines analytiques et numériques d'une plate-bande à joints inclinés de type GAIA

15.4.3 Plates-bandes à joints en X

Première approche des domaines de chargement

La superposition des domaines analytiques et numériques pour le cas des plates-bandes à joints en X de type Prato et de type GAIA montre que la méthode des réseaux de forces permet de générer des domaines de chargements potentiellement supportables plus grands qu'avec la méthode analytique utilisée ci-dessus (figures 15.11 et 15.12). Cette observation doit cependant être relativisée, car une partie du domaine généré avec la méthode des réseaux de forces doit être exclu.

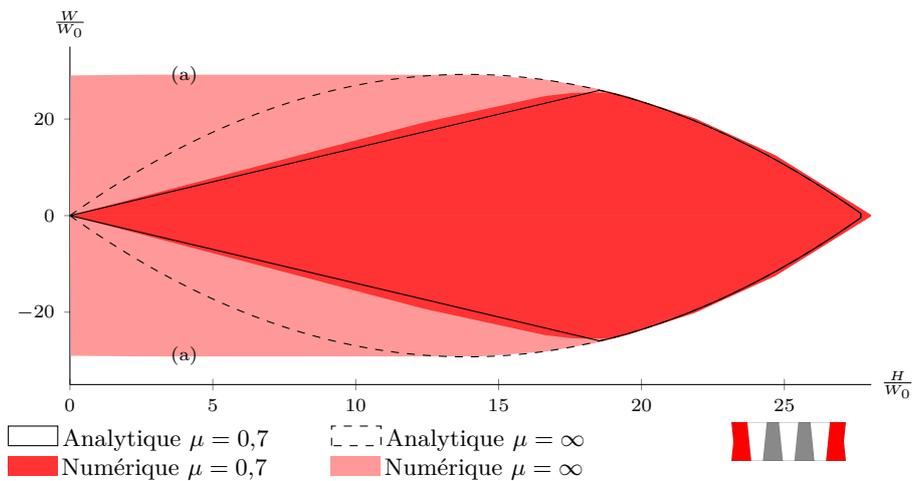


Fig 15.11 – Comparaison des domaines analytiques et numériques d’une plate-bande à joints en X de type Prato

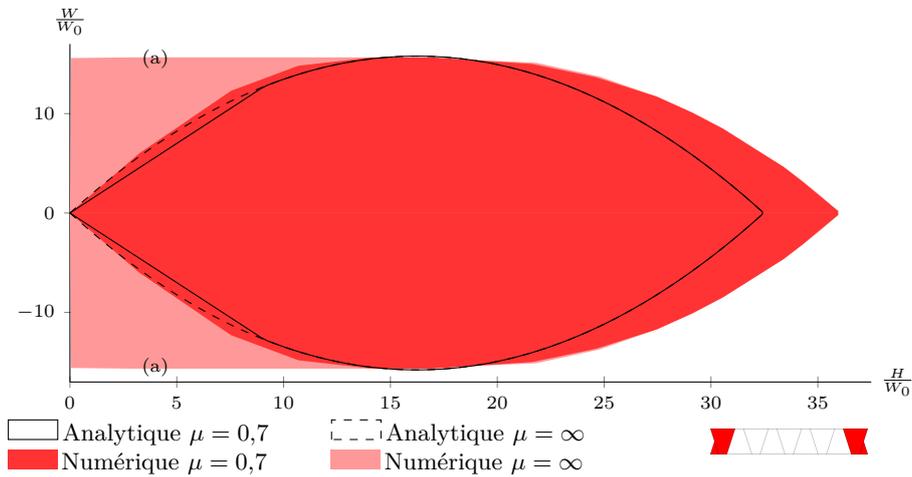


Fig 15.12 – Comparaison des domaines analytiques et numériques d’une plate-bande à joints en X de type GAIA

En effet, **si le critère de résistance en frottement est négligé**, le domaine des chargements supportables calculé avec la méthode des réseaux de forces présente des caractéristiques particulières :

Chapitre 15. Étude des plates-bandes

- alors que la charge verticale extrême W maximale ne peut être atteinte que pour une seule valeur de la poussée pour une plate-bande à joints inclinés (au sommet de la parabole du domaine), pour les plates-bandes à joints en X la charge verticale extrême W maximale peut être atteinte sur un intervalle de valeur de la poussée, qui correspond à la frontière horizontale du domaine (fig. 15.11 (a) et fig. 15.12 (a)). Par conséquent, plusieurs solutions d'équilibre distinctes équilibrant le chargement vertical extrême maximal existent. Trois solutions avec ou sans transmission de forces entre les deux parties composant les claveaux à joints en X sont donnés sur la figure 15.13.
- les plates-bandes à joints en X sont stables même pour des poussées infinitésimales. Ces solutions nécessitent des transmissions d'efforts importants entre les deux parties composant les claveaux à joints en X (fig. 15.14 à droite). Nous retrouverons une caractéristique similaire dans le cas des voûtes plates d'Abeille.

Les solutions correspondant à la frontière horizontale du domaine (fig. 15.11 (a) et fig. 15.12 (a)) ne respectent pas le critère de résistance en frottement, et sont susceptible de ne pas respecter deux autres critères qui ne sont pas pris en compte dans le calcul des domaines effectué ici, et que nous détaillons ci-dessous.

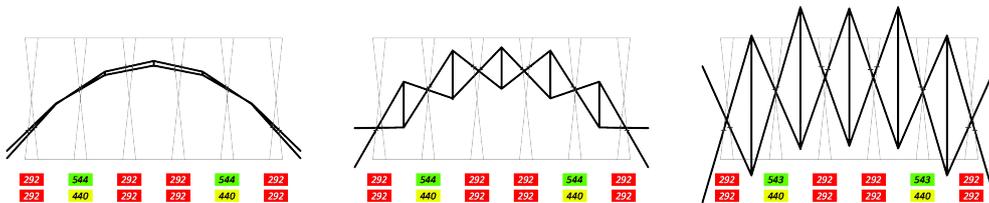


Fig 15.13 – Trois solutions équilibrant le même chargement vertical extrême W si $\mu = \infty$, avec différentes forces verticales dans les branches partielles (0 kg, 500 kg et 2000 kg) ; solutions correspondant à la frontière horizontale (a) sur fig. 15.11

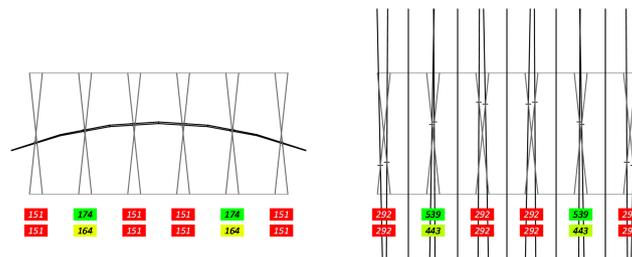


Fig 15.14 – Deux solutions équilibrant un chargement extrême si $\mu = \infty$ ($H = 1600$ kg à g. et $H = 50$ kg à d.)

Par ailleurs, les solutions d'équilibre données sur les figures 15.13 et 15.14 sont des solutions équilibrant un chargement extrême appartenant à la frontière du domaine des chargements supportables. Ces solutions montrent que le réseau de forces peut sortir de l'enveloppe intérieure de la maçonnerie, bien que tous les centres de pression soient localisés sur les joints (voir section 1.3 p. 23).

Limitation des efforts dans les branches partielles

Lorsque la poussée considérée est importante, les solutions équilibrant les chargements extrêmes sont obtenues avec des forces verticales très faibles dans les branches partielles (fig. 15.14 à gauche). Cependant, lorsque la poussée considérée est faible, les forces dans les branches partielles sont essentielles pour obtenir les solutions correspondant à la frontière horizontale du domaine (fig. 15.11 (a) et fig. 15.12 (a)). Les valeurs des forces dans les branches partielles de ces solutions peuvent être importantes, et il convient donc d'en limiter l'amplitude.

La force dans une branche partielle se traduit par deux phénomènes :

- l'application de forces sur les joints triangulaires entre deux claveaux successifs (A_2 sur fig. 15.15), pour équilibrer le moment de torsion que nous détaillons ci-dessous ; ces forces mettent en jeu la résistance des joints entre claveaux ;
- la transmission d'efforts de cisaillement à travers l'interface entre les deux demi-claveaux d'un même claveau (A_1 sur fig. 15.15) ; cette transmission d'efforts à l'intérieur d'un même claveau met en jeu la résistance interne de la pierre.

L'utilisation des branches partielles introduit un chargement extérieur non équilibré par le réseau de forces, et pour lequel une solution d'équilibre complémentaire se superposant au réseau de forces doit être trouvée (section 13.3.3 p. 226). Ce chargement extérieur correspond dans le cas des plates-bandes à joints en X à l'application d'un moment de torsion à chaque claveau égal à bF_v avec b la demi-largeur du claveau et F_v la force verticale dans la branche partielle du claveau (fig. 15.15 (a)). Les faces triangulaires formant contact entre les claveaux successifs permettent la reprise de ce moment de torsion (fig. 15.15 (b)).

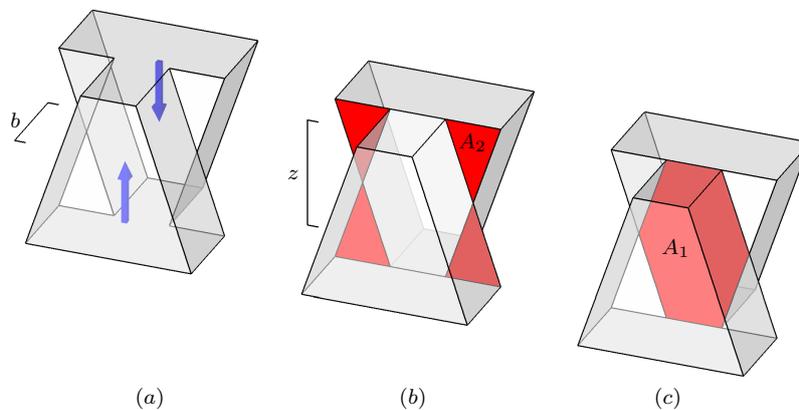


Fig 15.15 – Moment de torsion et surfaces mises en jeu par les forces verticales dans les plates-bandes à joints en X

La prise en compte de la limitation des forces verticales qui se développent dans les branches partielles est délicate, car elle demande de considérer la résistance interne de la pierre. Pour rester dans le cadre de l'approche par l'intérieur du domaine de résistance du calcul à la rupture, il faudrait alors construire les champs de contrainte équilibrés et respectant les critères de résistance à l'intérieur de la pierre, en plus des champs de contrainte sur les joints déjà utilisés ici. Cela amène également à considérer

les autres phénomènes liés à la résistance interne de la pierre (risque de rupture des angles aigus des claveaux etc.).

Pour estimer l'effet des limitations sur les forces verticales qui se développent dans les branches partielles, il est envisageable de choisir une borne pour ces forces verticales. Notons que cette démarche est seulement qualitative et n'est pas rigoureuse du point de vue du calcul à la rupture, pour les raisons qui viennent d'être évoquées.

Dans le cas de la plate-bande de type GAIA, un ordre de grandeur de la résistance de l'interface entre les deux demi-claveaux est donné par $F_{v,max1} = A_1 \cdot \frac{1}{10} \sigma_0 = 450 \text{ kg}$, avec A_1 l'aire entre deux demi-claveaux égale à 450 cm^2 (fig. 15.15 (c)). Par ailleurs, l'équilibre du moment de torsion sur les faces triangulaires avec le moment de torsion des forces verticales donne une autre limite : $bF_{v,max2} = z \cdot 2A_2 \cdot \sigma_0$, avec $A_2 = 75 \text{ cm}^2$ la surface d'un triangle, $z = 20 \text{ cm}$ le bras de levier entre deux triangles, $b = 15 \text{ cm}$ la demi-largeur de la plate-bande (fig. 15.15 (b)). Soit $F_{v,max2} = 2000 \text{ kg}$. Nous retenons comme limite pour les calculs suivant $F_{v,max} = \min(F_{v,max1}; F_{v,max2}) = 450 \text{ kg}$.

Nous définissons un multiplicateur de rupture lié à ce critère : $\lambda = F_{v,max}/F_v$. La détermination des nouveaux domaines est réalisée comme pour les autres domaines présentés jusqu'ici, en ajoutant la considération de ce multiplicateur de rupture aux autres déjà connus, bien que le multiplicateur de rupture défini ne soit pas rigoureux dans le cadre du calcul à la rupture.

Seconde approche des domaines de chargement

Les nouveaux domaines numériques avec limitation des efforts dans les branches partielles sont présentés sur la figure 15.16 dans le cas de la plate-bande à joints en X de type GAIA. Ils y sont comparés aux domaines analytiques. La limitation des branches partielles a pour effet de supprimer du domaine les chargements supportables à très faible poussée visible sur les précédents domaines numériques (fig. 15.12 (a) ci-dessus).

Le domaine numérique est plus grand que le domaine analytique pour les poussées importantes (fig. 15.16 (a)). L'utilisation de champs de contrainte plus détaillés pour déterminer une approximation intérieure du domaine des chargements pourrait peut-être permettre d'agrandir le domaine analytique pour les poussées importantes, mais ce travail n'a pas été réalisé.

Le domaine numérique est plus petit que le domaine analytique pour les faibles poussées (fig. 15.16 (a)). Cela pourrait être dû au fait que les efforts internes à la pierre ne sont pas pris en considération pour les domaines analytiques, contrairement aux domaines numériques.

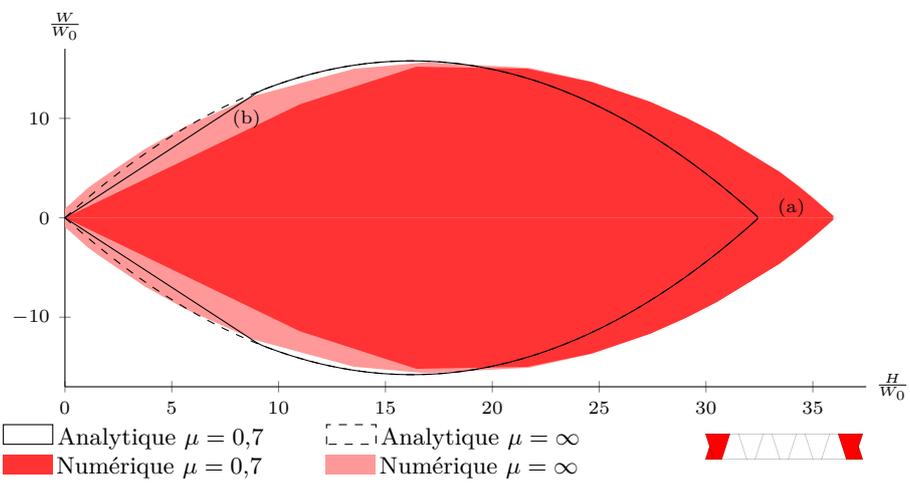


Fig 15.16 – Comparaison des domaines analytiques et numériques d’une plate-bande à joints en X de type GAIA, avec limitation des efforts dans les branches partielles pour les domaines numériques

15.5 Modèle aux éléments finis

15.5.1 Contexte

À chacun des chargements extrêmes présentés jusqu'à présent correspond une solution d'équilibre. Les solutions d'équilibre des chargements extrêmes sont des situations limites, et ne représentent pas nécessairement le comportement réel des plates-bandes sous des chargements supportables, inférieurs aux chargements limites.

Le calcul à la rupture n'a pas pour but de produire les solutions d'équilibre réelles se produisant dans la structure, mais de vérifier l'admissibilité des chargements, sans préjuger de l'état d'équilibre réel de la structure sous ce chargement.

Nous proposons dans cette section de comparer qualitativement les solutions d'équilibre des chargements extrêmes du calcul à la rupture avec celles qui peuvent être calculées avec un calcul aux éléments finis, pour observer si des réseaux avec double funiculaire dont la projection sur le plan frontal s'entrecroisent, comme ceux visibles sur la figure 15.13 au centre, se produisent effectivement dans la structure.

15.5.2 Modèle Cast3M des plates-bandes

La modélisation aux éléments finis est réalisée grâce au programme Cast3M⁽¹⁰⁾.

Le modèle est composé de deux types d'éléments finis : les éléments finis volumiques pour les blocs, et les éléments joints pour représenter l'interface entre les blocs. Les hypothèses principales du modèle sont :

- les blocs ont un comportement linéaire élastique ;
- les joints ont un comportement élasto-plastique ; il s'agit de joints dilatants 3D avec un critère de Mohr-Coulomb et écoulement associé.

Ce choix est basé sur l'hypothèse implicite que la résistance de la pierre est supérieure à celle de l'interface représentée par le joint⁽¹¹⁾ ; la rupture des constructions clavées se produit généralement par l'écrasement et l'ouverture des joints, et non par la rupture de la pierre. Le cas des plates-bandes à joints en X et les voûtes d'Abeille forment cependant un cas limite où cette hypothèse peut être prise en défaut.

Les caractéristiques des éléments volumiques de la pierre, et des éléments joints sont donnés respectivement dans les tables 15.2 et 15.3. La raideur normale et la raideur de cisaillement est obtenue par les égalités suivantes (Mondardini, 2015) :

$$K_{n,m} = \frac{E_m(1 - \nu_m)}{t(1 - \nu_m - 2\nu_m^2)} \quad (15.28)$$

$$K_{s,m} = \frac{E_m}{2t(1 + \nu_m)} \quad (15.29)$$

Nous étudions la plate-bande à joints en X de type GAIA (fig. 15.17), utilisée précédemment pour l'étude de l'influence des joints. Sur la figure 15.17, le modèle

(10). Cast3M est un code de calcul développé par le Centre à l'Énergie Atomique (CEA) pour l'analyse de structures par la méthode des éléments finis et la modélisation en mécanique des fluides. Nous avons utilisé la version 2016 du logiciel.

(11). Point souligné dans le cadre de la définition des coefficients de sécurité pour le calcul à la rupture, p. 42.

Chapitre 15. Étude des plates-bandes

Notation	Valeur	Description
ρ_s	2200 kg/m ³	masse volumique
v_s	2500	vitesse du son (hypothèse)
ν_s	0,27	coefficient de poisson (hypothèse)
$K_s = \rho_s v_s^2$	13,75 GPa	module d'élasticité isostatique
$E_s = 3K_s(1 - 2\nu_s)$	18,98 GPa	module d'élasticité

TABLE 15.2 – Caractéristiques de la pierre

Notation	Valeur	Description
c	0,0 N/m ²	cohésion
$\varphi = \tan^{-1} \mu$	35,0°	angle de frottement limite
ρ_m	2200 kg/m ³	masse volumique
E_m	0,005 GPa	module d'élasticité
ν_m	0,00	coefficient de poisson (hyp.)
t	5,0 mm	épaisseur
$K_{n,m}$	1000 MN/m ³	raideur normale (si $\varepsilon < \varepsilon_{cn,m}$)
$K_{s,m}$	500 MN/m ³	raideur de cisaillement
$\varepsilon_{cn,m}$	0,05	seuil de déformation
$E_{f,m}$	$2K_{n,m}$	seconde raideur normale (si $\varepsilon \geq \varepsilon_{cn,m}$)

TABLE 15.3 – Caractéristiques des joints

est composé des 7 blocs intérieurs en blanc, et de deux blocs rouges représentant les appuis. Les blocs d'appui ne font pas partie du modèle, ils servent uniquement à contrôler les déplacements des nœuds des joints d'appuis du côté des blocs d'appuis.

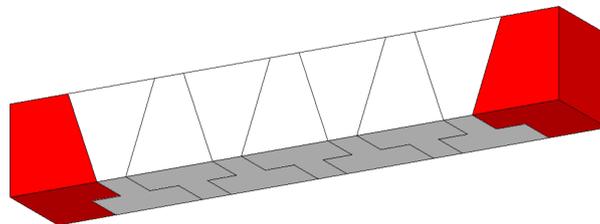


Fig 15.17 – Blocs composant le modèle Cast3M pour la plate-bande de type GAIA, avec blocs d'appuis en rouge

Le chargement est composé du poids propre de la pierre et des joints, et du déplacement horizontal des appuis. Il est appliqué en deux phases.

- application du poids propre (pp) ;
- déplacement imposé horizontal des appuis :
 - Cas (ec) : écartement des appuis de 1,0 mm ;
 - Cas (ra) : rapprochement des appuis de 10,0 mm.

Pour chaque phase, le calcul est réalisé en plusieurs étapes de manière à suivre l'évolution des résultats au fur et à mesure du chargement.

Les calculs sont réalisés sous l'hypothèse des petits déplacements, de manière à obtenir des solutions d'équilibre sur la géométrie initiale, comparables aux solutions d'équilibre utilisées pour le calcul à la rupture, qui sont également décrites sur la géométrie non déformée.

15.5.3 Solutions d'équilibre

Les solutions d'équilibre Sol1, Sol2 et Sol3 correspondent respectivement à la solution d'équilibre après écartement des appuis (pp+ec), après application du poids propre seul (pp), et après rapprochement des appuis (pp+ra). La convention de signe utilisée avec Cast3M est compression négative.

La figure 15.18 représente les résultantes des forces sur les joints sous la forme de segments bleus (joints rectangulaires inclinés), de segments verts (joints triangulaires dans la moitié supérieure de la plate-bande) et de segments rouges (joints triangulaires dans la moitié inférieure de la plate-bande). L'épaisseur des segments est proportionnelle à la racine carrée de l'intensité des forces. Les longueurs des segments sont constantes et ne sont pas liées à l'intensité des forces. Les croix noires localisent le point d'application des forces sur les joints.

Cette figure montre que les huit forces qui s'appliquent à bloc ne s'intersectent pas. Il n'est pas possible de transformer les solutions d'équilibre trouvées avec les éléments finis en réseaux de forces, ou en funiculaires. Cependant, la projection des forces sur le plan frontal (vue de face) montre une similitude avec les réseaux de forces des chargements extrêmes.

Les forces sur les joints triangulaires assurent la résistance à la torsion des plates-bandes. Elles sont visibles sur la figure 15.18, et ne sont généralement pas perpendiculaires aux joints. Les contraintes sur ces joints triangulaires sont très inférieures aux contraintes maximales sur les joints rectangulaires (fig. 15.19). Le rapport entre la contrainte maximale sur les joints rectangulaires et les contraintes maximales sur les joints triangulaires vaut 5 (ordre de grandeur sur les trois solutions présentées ici).

Chapitre 15. Étude des plates-bandes

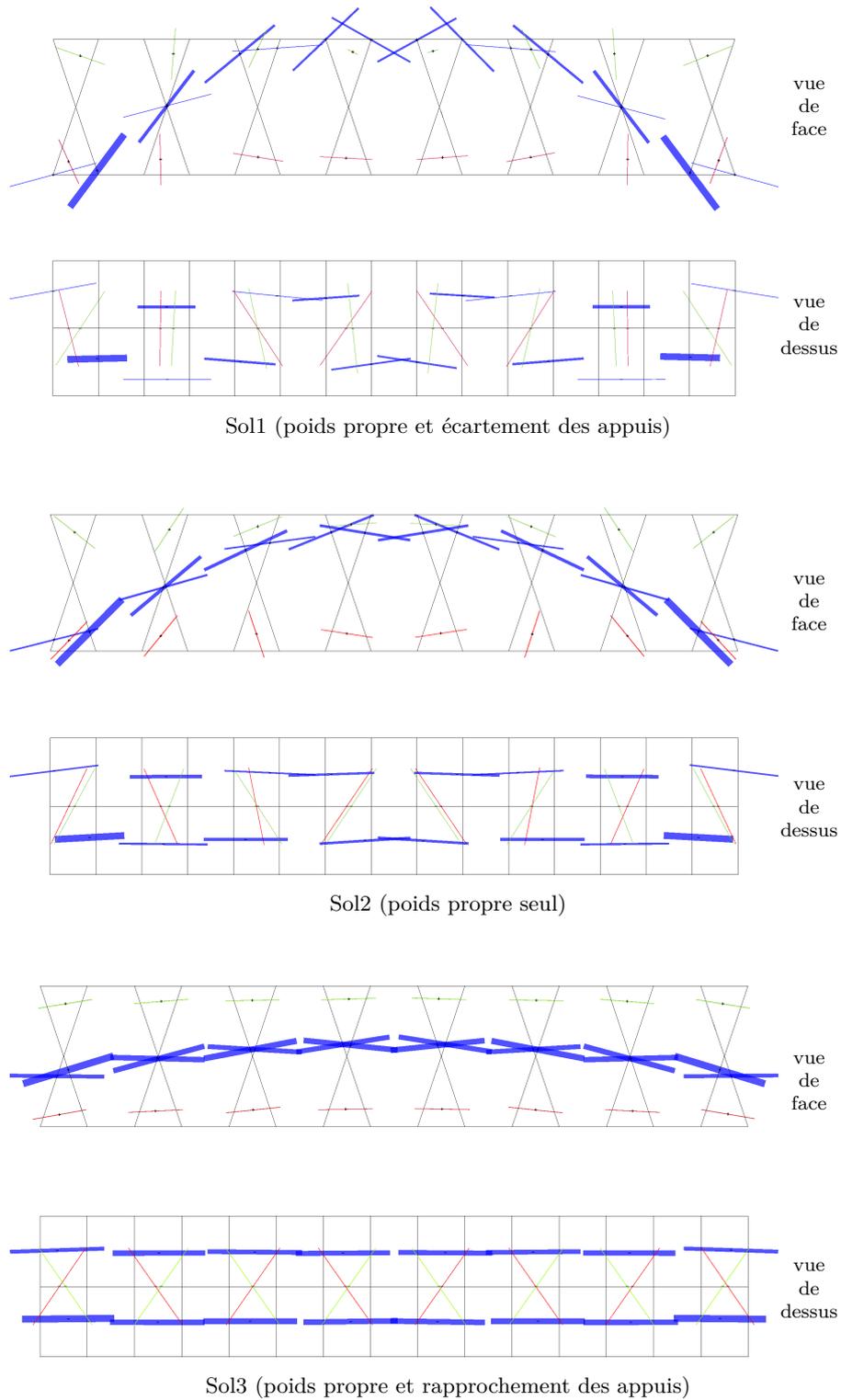
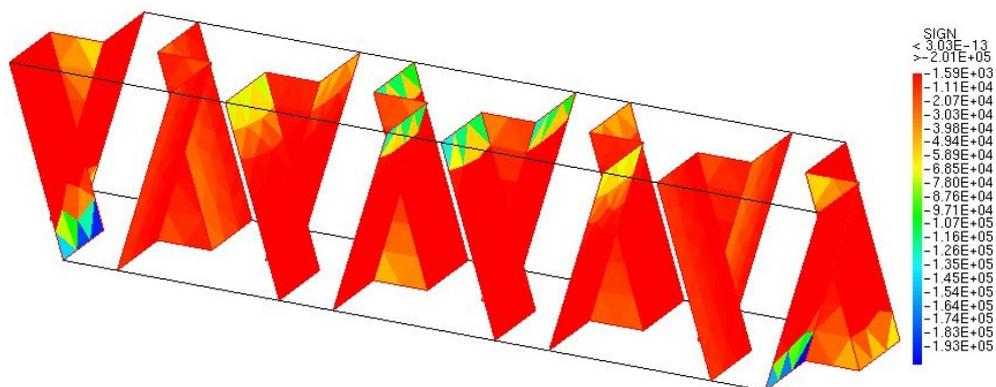
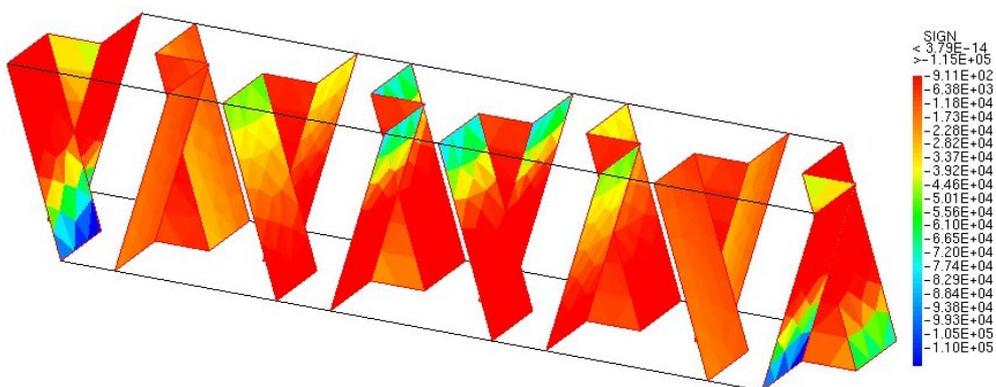


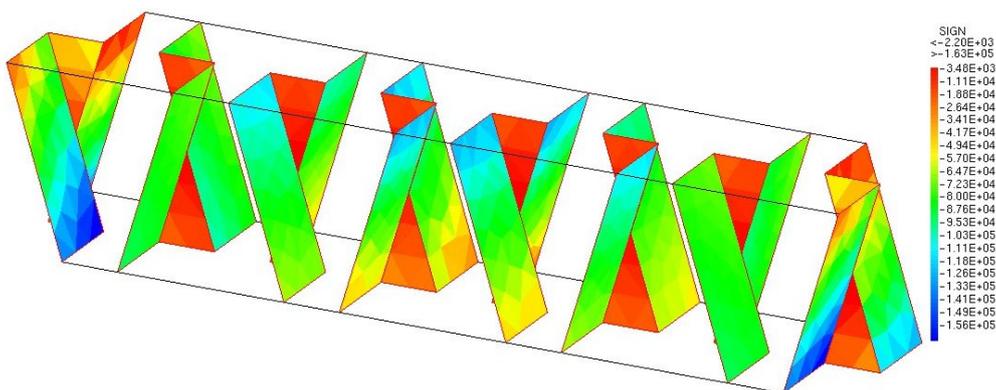
Fig 15.18 – Directions et intensités des résultantes des forces, vue de face et vue de dessus, pour les solutions d'équilibre générées par Cast3M



Sol1 (poids propre et écartement des appuis)

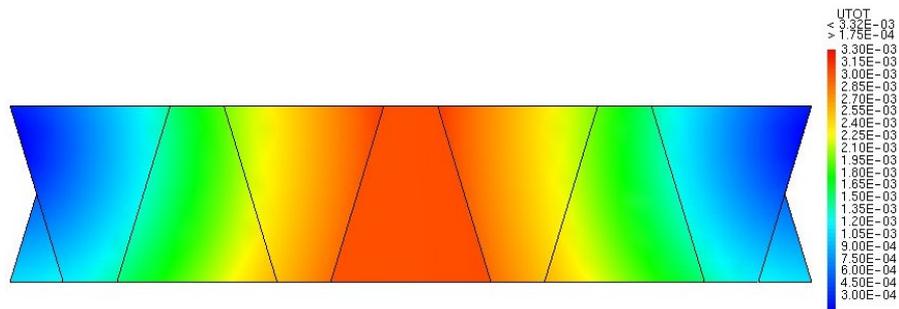


Sol2 (poids propre seul)

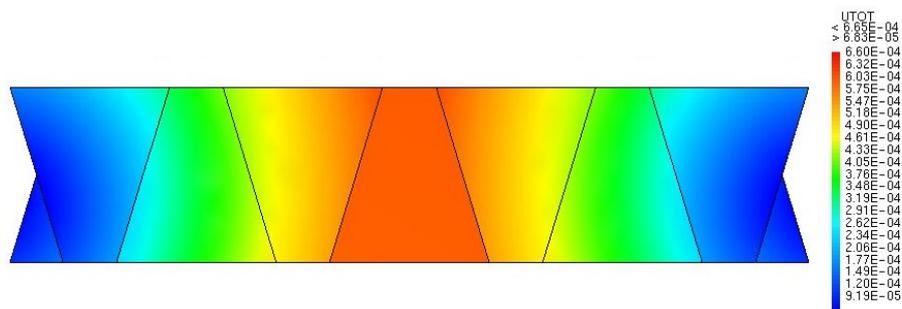


Sol3 (poids propre et rapprochement des appuis)

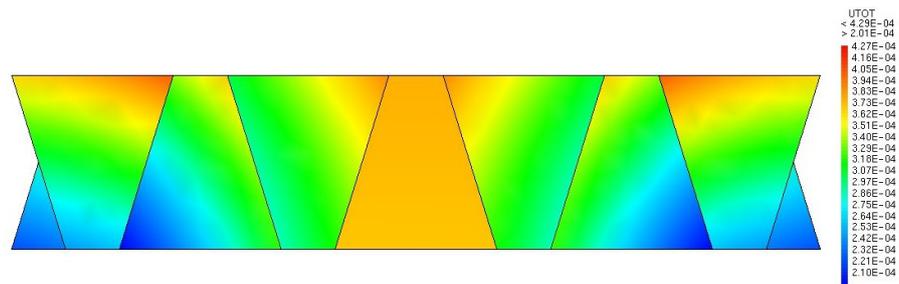
Fig 15.19 – Contraintes normales sur les joints $[N/m^2]$, pour les solutions d'équilibre générées par Cast3M



Sol1 (poids propre et écartement des appuis)



Sol2 (poids propre seul)



Sol3 (poids propre et rapprochement des appuis)

Fig 15.20 – Déplacements [m], pour les solutions d'équilibre générées par Cast3M

Chapitre 16

Étude des voûtes plates

Résumé : Ce chapitre traite de l'influence de la coupe des pierres sur la stabilité des voûtes plates. Trois types de voûtes sont analysées : les voûtes plates appareillées sur le plan du berceau, les voûtes plates appareillées sur le plan de la voûte en arc-de-cloître, et enfin la voûte plate d'Abeille. Les domaines des chargements potentiellement supportables, qui sont utilisés pour quantifier la stabilité, sont déterminés avec les réseaux de forces. L'intégration des résultats de modèles aux éléments finis est envisagée.

Sommaire

16.1	Description des voûtes étudiées	277
16.1.1	Étude de trois appareils	277
16.1.2	Paramétrisation des appareils	278
16.1.3	Définition des voûtes étudiées	279
16.2	Influence des choix de modélisation	280
16.2.1	Application de la méthode des réseaux de forces	280
16.2.2	Raffinement du réseau	281
16.2.3	Interpolation polynomiale des paramètres	283
16.3	Influence de la coupe des pierres	285
16.3.1	Résultats de la voûte unidirectionnelle	285
16.3.2	Résultats de la voûte bidirectionnelle	286
16.3.3	Résultats de la voûte d'Abeille	291
16.3.4	Conclusion	294
16.4	Modèle aux éléments finis	294

16.1 Description des voûtes étudiées

16.1.1 Étude de trois appareils

Nous étudions dans ce chapitre l'effet de la coupe des pierres sur une voûte plate construite sur un plan carré. Le paramètre de la coupe des pierres dont nous étudions l'effet ici est l'appareil global de la voûte. Trois modèles sont étudiés, présentant successivement un appareil :

- sur le plan de la voûte en berceau (« barrel vault »), appelée voûte unidirectionnelle dans la suite pour simplifier les descriptions (fig. 16.1) ;
- sur le plan de la voûte en arc-de-cloître (« pavillon vault »), appelée voûte bidirectionnelle dans la suite pour simplifier les descriptions (fig. 16.2) ;
- sur le plan de la voûte d'Abeille, du nom de son inventeur (fig. 16.3).

La voûte unidirectionnelle n'est appuyée que sur deux côtés du carré qu'elle couvre, alors que la voûte bidirectionnelle et la voûte d'Abeille sont appuyées sur les quatre côtés du carré. Les appuis sont représentés par des blocs de couleur rouge sur les figures 16.1, 16.2 et 16.3.

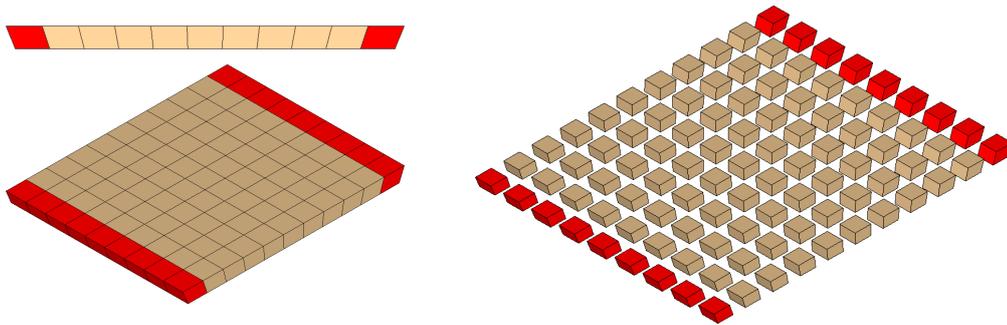


Fig 16.1 – Voûte plate à joints inclinés appareillée sur le plan du berceau (voûte plate unidirectionnelle), vue assemblée (à g.) et éclatée (à d.)

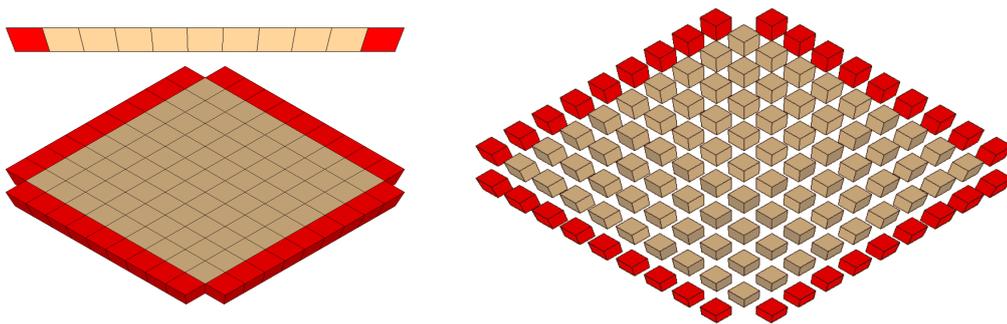


Fig 16.2 – Voûte plate à joints inclinés appareillée sur le plan de la voûte en arc-de-cloître (voûte plate bidirectionnelle), vue assemblée (à g.) et éclatée (à d.)

Par rapport à l'appareil réel d'une voûte plate appareillée sur le plan d'un berceau (fig. 10.3 sous-figures 1 et 2) ou appareillée sur le plan de la voûte en arc-de-cloître (fig. 10.3 sous-figures 3 et 4), l'appareil des voûtes étudiées est simplifié en divisant les claveaux et régularisé en ajustant leur taille pour obtenir des blocs dont les faces

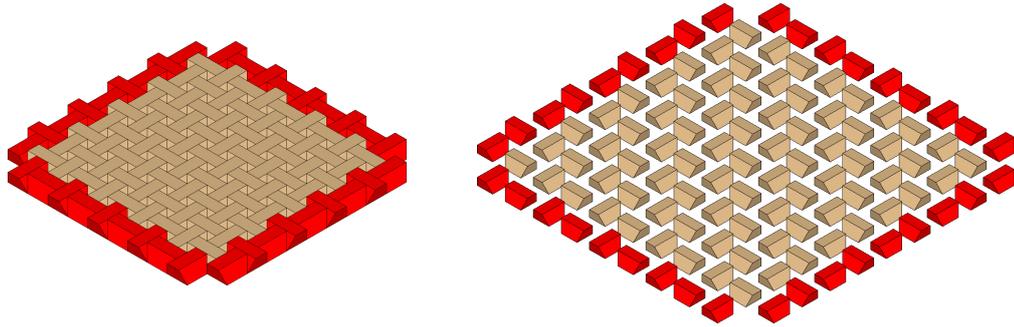


Fig 16.3 – Voûte plate d’Abeille, vue assemblée (à g.) et éclatée (à d.)

inférieures (intrados) et supérieures (extrados) sont des carrés (fig. 16.4). La simplification introduit des joints fictifs dans la coupe des pierres de la voûte, qui respectent les règles régissant l’orientation des joints existants dans l’appareil réel (fig. 16.5). La régularisation affecte légèrement la position des joints réels.

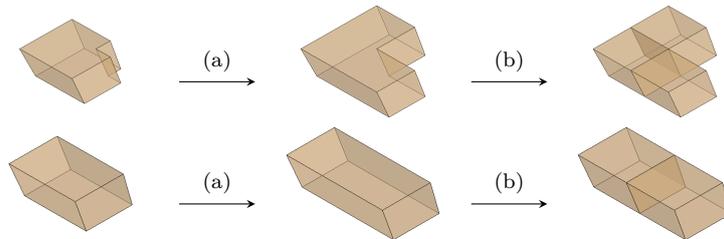


Fig 16.4 – Régularisation (a) et simplification (b) de la découpe des claveaux

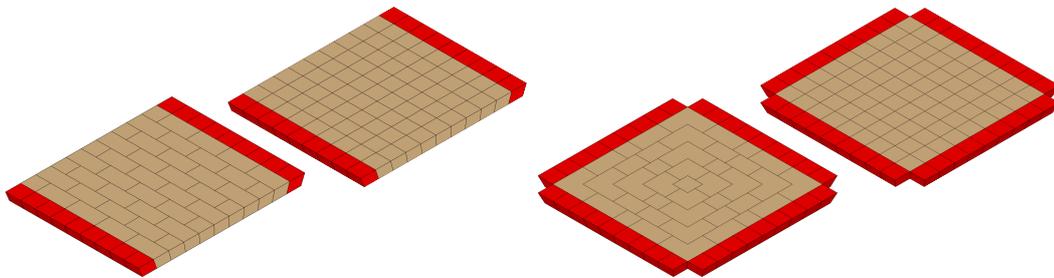


Fig 16.5 – Appareil régularisé des voûtes plates uni- et bidirectionnelles, avant et après simplification par introduction de joints fictifs

16.1.2 Paramétrisation des appareils

Nous choisissons des caractéristiques similaires à celles déjà choisies pour les plates-bandes pour décrire les appareils des voûtes plates :

- géométrie :
 - nombre de claveaux k_x et k_y selon chaque direction principale ;
 - portées $L_{m,x}$ et $L_{m,y}$ mesurées à mi-hauteur ;
 - hauteur h ;

Chapitre 16. Étude des voûtes plates

- angle φ des joints des sommiers avec la verticale ;
- propriétés mécaniques :
 - masse volumique de la pierre ρ_0 ;
 - résistance admissible des joints à la compression σ_0 ;
 - coefficient de frottement de Coulomb des joints μ , correspondant à un angle de frottement de $\tan^{-1} \mu$.

La coupe des pierres des voûtes plates, autre que les voûtes d'Abeille, est obtenue à partir de ces paramètres par application de la *méthode des divisions égales*, décrite notamment par Frézier (1738) (voir section 6.3.5 p. 110). Cette méthode de coupe a l'avantage, pour le calcul analytique, de diviser la voûte plate en $k_x k_y$ claveaux de même poids, dont l'intersection des joints avec le plan horizontal de la voûte plate (pris à mi-hauteur) est la même quelle que soit l'inclinaison des joints. De plus, lorsque l'angle φ varie :

- la position de l'intersection des joints avec le plan horizontal de la voûte plate (pris à mi-hauteur) est inchangée ;
- le poids de chaque claveau est inchangé ;
- le poids total de la voûte plate est inchangé.

Les portées libres $L_{i,x}$ et $L_{i,y}$ de la voûte plate, mesurées à l'intrados, se déduisent des paramètres donnés ci-dessus avec $L_i = L_m - h/\tan \varphi$. Les portées, lorsqu'elles sont égales dans les deux directions, sont notées simplement L_i et L_m .

Paramétrisation des voûtes d'Abeille

Nous reprenons la paramétrisation des voûtes d'Abeille de Brocato et Mondardini (2014), et présentée dans la partie consacrée aux voûtes plates (section 10.3.4 p. 196).

16.1.3 Définition des voûtes étudiées

Les caractéristiques suivantes sont communes aux trois voûtes :

- $\varphi = 18,4^\circ$ correspondant à la règle du « 1 pour 3 » ;
- épaisseur $h = 20$ cm ;
- ratio $L_m/h = 14 \approx L_i/h$, bien supérieur (voûte plus fine) aux ratios habituels des plates-bandes de l'ordre de $L_i/h = 2$ à 5. Ce ratio a été retenu pour permettre la comparaison avec les résultats expérimentaux des Grands ateliers de l'Isle d'Abeau de 2006. Connaissant la hauteur, la portée mesurée à mi-hauteur sera $L_m = 2,80$ m pour ce ratio 14. La portée est mesurée à mi-hauteur de la plate-bande, de manière à éliminer la variation du poids total de la plate-bande lors de la variation de l'angle φ (même démarche que celle adoptée lors de l'étude des plates-bandes, même si ici φ est constant pour les exemples étudiés). La portée mesurée à l'intrados vaut $L_i = 2,73$ m ;
- voûte composée de $9 \times 9 = 81$ claveaux ;
- caractéristiques des matériaux, choisies pour représenter la pierre utilisée lors des expériences des Grands ateliers de l'Isle d'Abeau en 2006 :
 - masse volumique ⁽¹⁾ $\rho_0 = 1658$ kg/m³ ;

(1). Le poids des claveaux est obtenu en multipliant leur masse par la gravité prise égale à 10 m.s^{-2} . Cela revient à utiliser l'approximation usuelle dans le bâtiment « $1 \text{ kg} = 1 \text{ daN}$ ». L'incidence de cette approximation sur les domaines des chargements potentiellement supportables est abordée p. 252.

- résistance admissible à la compression $\sigma_0 = 1,0$ MPa ;
- coefficient de frottement : $\mu = 0,7$.

Le poids propre de la voûte unidirectionnelle et de la voûte bidirectionnelle vaut $W_0 = 2600$ kg, et celui de la voûte plate d'Abeille vaut $W_0 = 2319$ kg. Cette dernière est légèrement plus légère que les deux précédentes en raison des trous pyramidaux formant une trame régulière sur l'extrados (fig. 16.3 et fig 2^e sur fig. 10.12).

L'inclinaison des joints retenue correspond à la règle du « 1 pour 3 » vue précédemment concernant les plates-bandes, et qui correspond pour mémoire à l'inclinaison souvent utilisée par les tailleurs de pierre du XVIII^e siècle. Cette inclinaison correspond également à la description dans le texte de Gallon de la voûte d'Abeille en 1735.

16.2 Influence des choix de modélisation

16.2.1 Application de la méthode des réseaux de forces

Procédure de calcul des domaines des chargements supportables

Les paramètres de chargement utilisés pour le calcul des domaines des chargements potentiellement supportables du calcul à la rupture sont :

- le chargement vertical total W , somme des charges uniformément réparties sur l'ensemble des claveaux ;
- le chargement horizontal total sur un des côtés du carré $\sum H_x = \sum H_y$, c'est-à-dire la poussée horizontale totale de la voûte sur un côté.

Pour mémoire, nous notons W_0 le poids propre de la voûte. Cette valeur sert à rendre adimensionnels les paramètres de chargement sur les domaines des chargements supportables, exprimés en fonction de W/W_0 et $\sum H_x/W_0$.

La même procédure que celle utilisée pour les plates-bandes est appliquée pour les voûtes plates pour construire les domaines numériques des chargements supportables K présentés dans la suite. Pour une poussée horizontale $\sum H_x = \bar{H}$ donnée et un chargement vertical $W = \bar{W} = W_0$ donné, le multiplicateur de charge de la voûte plate $F(\bar{H}, \bar{W})$ est calculé. D'après la détermination de ce multiplicateur, le point $(F\bar{H}; F\bar{W})$ se trouve à l'intérieur du domaine des chargements potentiellement supportables K . Le domaine convexe défini par itération en des points successifs est une estimation par l'intérieur du domaine K (fig. 15.8 p. 263).

Paramètres de l'équilibre

Pour mémoire, la méthode des réseaux de forces, telle qu'elle a été étendue dans le cadre de cette thèse, exprime l'équilibre des structures clavées sous la forme d'un réseau de forces paramétré. Les trois types de paramètres sont :

- les forces horizontales dans un sous-ensemble des branches (dont le nombre est égal au degré d'hyperstaticité du réseau projeté dans le plan horizontal) ;
- les altitudes des nœuds des blocs d'appuis (blocs rouges sur les figures ci-dessus) ;
- les forces verticales dans les branches partielles introduites dans notre extension de la méthode.

Chapitre 16. Étude des voûtes plates

Ces paramètres sont réunis sous la forme de vecteurs : ζ_{dof} pour les forces horizontales, z_b pour les altitudes des nœuds de bord, et w_p^* pour les forces verticales des branches partielles.

La localisation des paramètres est illustrée sur la figure 16.6 pour les forces horizontales et les altitudes des nœuds d'appui, et sur la figure 16.7 pour les forces verticales dans les branches partielles. Dans le cas présent, le nombre de paramètres se décompose comme suit :

- pour la voûte bidirectionnelle :
 - 18 forces horizontales (5 après symétrie) ;
 - 18 positions verticales des nœuds d'appuis (5 après symétrie) ;
 - 81 forces verticales dans les branches partielles si considérées (10 après symétrie⁽²⁾) ;
 - soit un total de **20 paramètres pour la voûte bi-directionnelle.**
- pour la voûte d'Abeille
 - 18 forces horizontales (10 après symétrie) ;
 - 18 positions verticales des nœuds d'appuis (10 après symétrie) ;
 - 81 forces verticales dans les branches partielles si considérées (25 après symétrie⁽³⁾) ;
 - soit un total de **45 paramètres pour la voûte d'Abeille.**

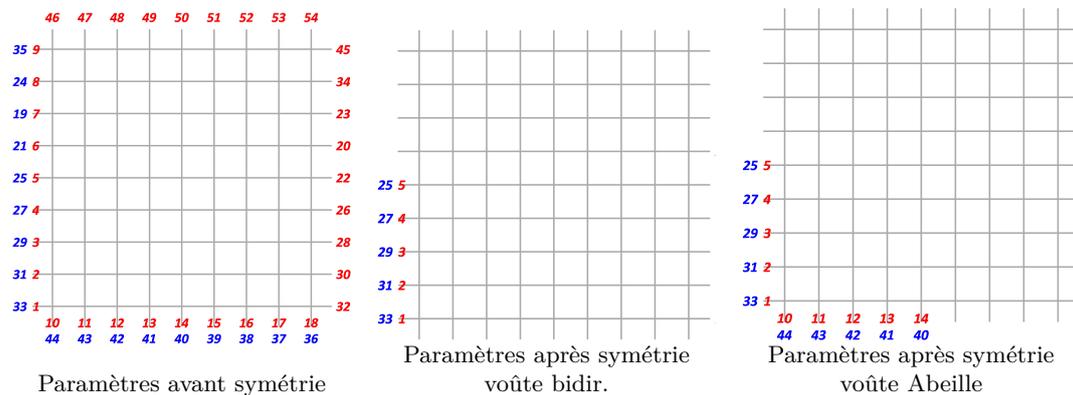


Fig 16.6 – Forces horizontales (en bleu) et altitudes des nœuds d'appui (en rouge), paramétrant l'équilibre des réseaux de forces

16.2.2 Raffinement du réseau

Le réseau de forces de la voûte bidirectionnelle peut être raffiné en ajoutant des branches partielles pour chaque claveau, qui ne transmettent que des forces verticales. Les branches partielles permettent de moduler la transmission des efforts dans les

(2). Les 81 paramètres se réduisent à 15 paramètres en appliquant les conditions de symétrie, puis à seulement 10 paramètres en faisant l'hypothèse que les branches partielles situées sur la diagonale $y = x$ ne transmettent pas de forces (sinon une des deux directions sera plus chargée que l'autre, alors que nous avons fait l'hypothèse que les forces horizontales suivant x et suivant y sont symétriques).

(3). La voûte d'Abeille possède moins de symétrie que la voûte bidirectionnelle, car une voûte d'Abeille après rotation de 90° ne peut pas être superposée à la voûte avant rotation, alors qu'une voûte bidirectionnelle après rotation de 90° est superposable à la voûte avant rotation.

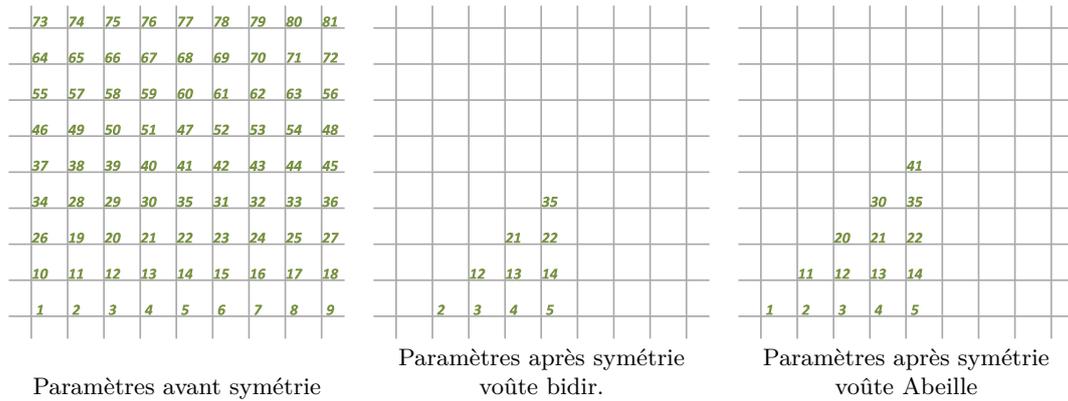


Fig 16.7 – Forces verticales dans les branches partielles, paramétrant l'équilibre des réseaux de forces

deux directions x et y , en chargeant plus ou moins l'une ou l'autre des directions de façon indépendante pour chaque bloc.

Pour étudier l'influence du raffinement du réseau sur les résultats, nous comparons les domaines des chargements supportables correspondant à trois modèles de la voûte bidirectionnelle (Bi) :

- Modèle Bi-A : réseau de forces sans branches partielles
- Modèle Bi-B : réseau de forces avec branches partielles où la force verticale est nulle
- Modèle Bi-C : réseau de forces avec branches partielles

Le modèle Bi-C est celui qui permet d'explorer le plus grand domaine de solutions d'équilibre. Parmi les solutions explorées par le modèle Bi-C se trouvent l'ensemble des solutions d'équilibre du modèle Bi-A et du modèle Bi-B. En effet, le modèle Bi-A sans branche partielle est équivalent à un modèle avec branches partielles dans lesquelles la valeur des forces verticales est choisie pour que les deux nœuds de la branche partielle soient superposés.

Le domaine des chargements supportables K_{Bi-C} calculé englobe les domaines de chargements supportables K_{Bi-A} et K_{Bi-B} , comme cela était attendu (fig. 16.8).

Le modèle Bi-B revient à dissocier les branches du réseau parallèles à l'axe x et celles parallèles à l'axe y . Le modèle est alors composé de 9 plates-bandes indépendantes dirigées selon x et portant la moitié du chargement vertical, et de 9 plates-bandes indépendantes dirigées selon y et portant l'autre moitié du chargement vertical.

Le domaine des chargements supportables K_{Bi-B} du modèle Bi-B englobe des chargements verticaux extrêmes plus importants que ceux du domaine K_{Bi-A} du modèle Bi-A (fig. 16.8 (b)). Inversement, le modèle Bi-A donne des chargements supportables avec des poussées extrêmes plus faibles que celles du modèle Bi-B (fig. 16.8 (a)).

Du point de vue calculatoire, les solutions du modèle B sont paramétrées uniquement par 2 paramètres, alors que celles du modèle Bi-A sont paramétrées par 10 paramètres, nécessitant donc des temps de calcul beaucoup plus importants (voir partie suivante sur le processus de calcul du domaine K_{Bi-A}).

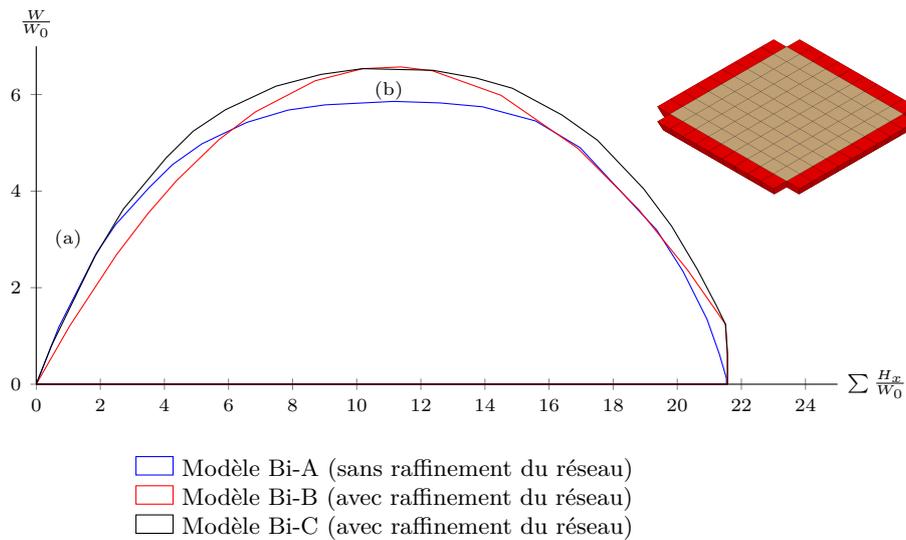


Fig 16.8 – Influence du raffinement du réseau (branches partielles) sur le domaine des chargements supportables de la voûte bidirectionnelle

16.2.3 Interpolation polynomiale des paramètres

Nous avons vu précédemment que les solutions d'équilibre des réseaux de forces sont paramétrées par 20 paramètres pour la voûte bi-directionnelle et 45 paramètres pour la voûte d'Abeille.

Lorsque le nombre de paramètres devient important, il est possible d'interpoler les valeurs de ces paramètres pour baisser le nombre de paramètres numériques effectivement utilisés pour la recherche des chargements extrêmes (section 13.4.2 p. 227).

La variable des polynômes d'interpolation des forces horizontales et des altitudes des nœuds d'appuis sont x ou y . La variable des polynômes d'interpolation des branches partielles est $r = \sqrt{x^2 + y^2}$. Ce dernier choix a été guidé par l'observation suivante. Dans le cas d'une voûte d'Abeille de $5 \times 5 = 25$ claveaux où l'optimisation avec $6 + 6 + 6 = 18$ paramètres sans interpolation était possible, les forces dans les branches partielles des solutions d'équilibre représentant les chargements extrêmes variaient généralement en fonction de leur distance au centre de la voûte.

L'influence des polynômes de Lagrange sur les résultats est étudiée ici en comparant les modèles suivants :

- pour la voûte bidirectionnelle sans raffinement du réseau (modèles Bi-)
 - Modèle Bi-II : modèle dans lequel des polynômes de degré 0 sont utilisés pour les vecteurs paramètres ζ_{dof} et \mathbf{z}_b , ce qui conduit à $1 + 1 = 2$ paramètres ;
 - Modèle Bi-VI : modèle dans lequel des polynômes de degré 2 sont utilisés pour les vecteurs paramètres ζ_{dof} et \mathbf{z}_b , ce qui conduit à $2 + 2 = 3$ paramètres⁽⁴⁾ ;
 - Modèle Bi-X : modèle sans interpolation, avec 10 paramètres.

(4). Un polynôme de degré 2 est défini par 3 coefficients, mais la symétrie donne une condition sur les pôles du polynôme, et le nombre de coefficients pour chaque polynôme est donc $3-1=2$.

- pour la voûte d’Abeille (modèles Ab-)
 - Modèle Ab-V : modèle dans lequel des polynômes de degré 0 sont utilisés pour les vecteurs paramètres ζ_{dof} , \mathbf{z}_b et \mathbf{w}_p^* ce qui conduit à $2 + 2 + 1 = 5$ paramètres ;
 - Modèle Ab-XXIII : modèle dans lequel seules les branches partielles \mathbf{w}_p^* utilisent des polynômes de degré 2 ce qui conduit à $10 + 10 + 3 = 23$ paramètres ;

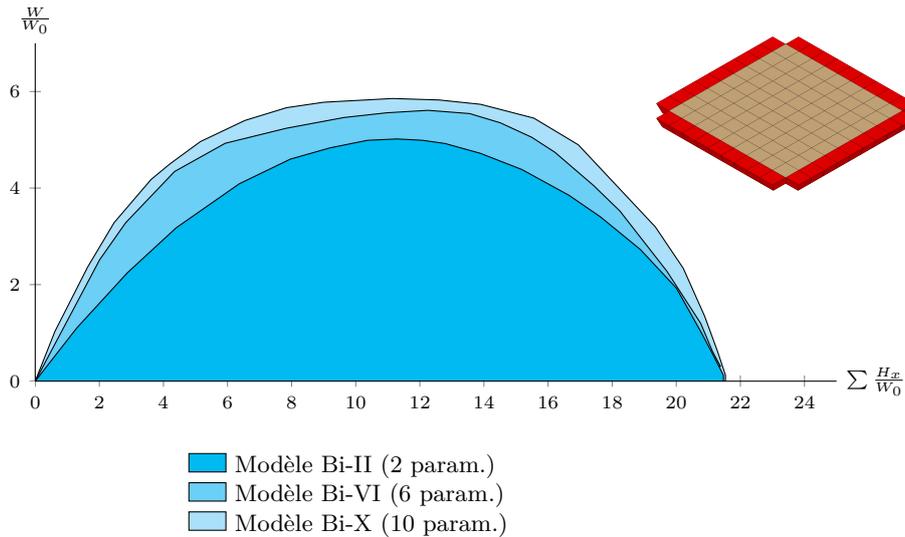


Fig 16.9 – Influence des polynômes de Lagrange sur le domaine des chargements supportables de la voûte bidirectionnelle

Les figures 16.9 et 16.10 montrent que l’utilisation des polynômes de Lagrange réduit fortement le domaine des chargements supportables.

Dans ces deux cas, au sein de chaque catégorie de paramètres (forces horizontales, altitude des nœuds de bords) pour laquelle un polynôme est utilisé, les valeurs ne présentent pas suffisamment de régularité pour qu’ils puissent être correctement approximés avec un polynôme de degré 2 ou 3. Ainsi l’interpolation n’est pas utile pour calculer directement le domaine le plus grand. Elle permet cependant de trouver rapidement un bon *point de départ* pour la recherche du chargement extrême, qui constitue un problème d’optimisation sous contraintes. Ainsi, pour obtenir le domaine des chargements supportables du modèle Bi-X, nous avons préalablement calculé celui du modèle Bi-II, utilisé la solution comme point de départ pour le modèle Bi-VI et enfin utilisé la solution du modèle Bi-VI comme point de départ du modèle Bi-X. Cette procédure est plus efficace (en terme de temps de calcul), que de calculer directement le domaine du modèle Bi-X à partir d’un point de départ arbitraire. De la même façon, les solutions trouvées pour le modèle Ab-V ont été utilisées ensuite comme point de départ pour le modèle Ab-XXIII.

Dans la suite, les résultats seront donnés sans utiliser d’interpolation pour les paramètres, à l’exception des forces verticales des branches partielles de la voûte d’Abeille.

Notons ici que si le critère de résistance au frottement n’est pas considéré, la *pous-*

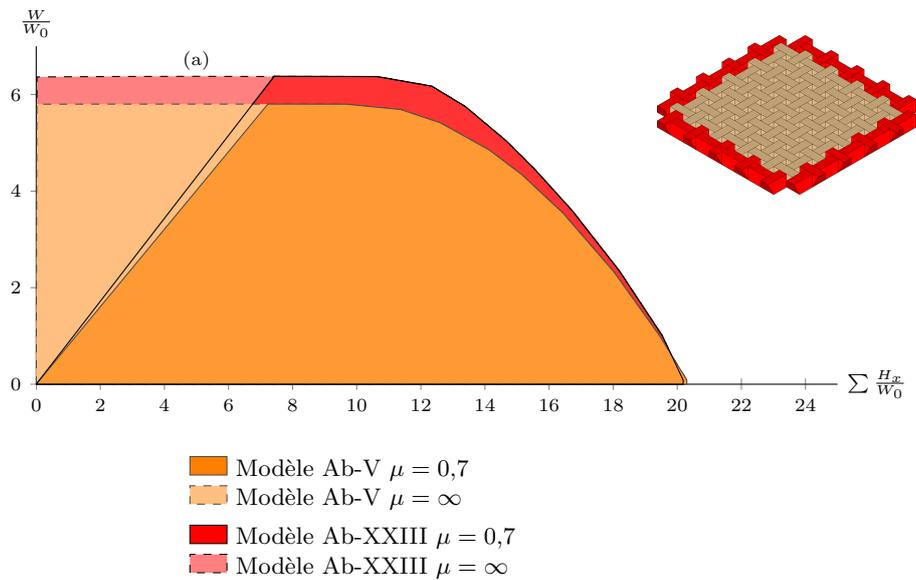


Fig 16.10 – Influence des polynômes de Lagrange sur le domaine des chargements supportables de la voûte d'Abeille

sée minimale pour la voûte d'Abeille est nulle, et il existe un intervalle de valeurs pour la poussée donnant le même chargement vertical maximum (fig. 16.10 (a)), au lieu d'avoir une seule poussée possible pour le chargement vertical admissible maximum (*p. ex.* fig. 16.8 (b)). La forme du domaine des chargements supportables de la voûte d'Abeille, similaire à celle des plates-bandes à joints en X, illustre l'analogie mécanique entre ces deux types de structures.

16.3 Influence de la coupe des pierres

16.3.1 Résultats de la voûte unidirectionnelle

Les résultats de la voûte unidirectionnelle serviront de base de comparaison avec les autres voûtes étudiées ensuite. Le calcul de cette voûte avec la méthode des réseaux de forces est équivalent à celui d'une plate-bande, car les forces dans les branches perpendiculaires au sens de portée sont nécessairement nulles (absence de blocs de bord), et les branches parallèles au sens de portée sont indépendantes les unes des autres. Le domaine de résistance $K_{unidir.}$ est représenté sur la figure 16.1.

Dans le cas de la voûte unidirectionnelle, le critère de résistance en frottement n'est pas atteint pour les solutions d'équilibre correspondant aux chargements extrêmes.

Il est possible à partir de ce premier résultat d'estimer le domaine des chargements supportables de la voûte bidirectionnelle à partir de la remarque suivante. La voûte bidirectionnelle étant la combinaison de deux voûtes unidirectionnelles, il est possible de combiner les solutions d'équilibre des chargements extrêmes $(\bar{H}; \bar{W})$ sur la frontière du domaine $K_{unidir.}$. Le résultat de cette combinaison est un nouveau chargement

extrême $(\bar{H}; 2\bar{W})$ pour la voûte bidirectionnelle. La poussée \bar{H} n'est pas doublée, mais elle s'applique maintenant sur les quatre bords, au lieu de ne s'appliquer que sur deux bords. Le domaine des chargements supportables de la voûte bidirectionnelle $K_{bidir.}$ est donc a minima la transformation affine de facteur 2 suivant l'axe du paramètre de chargement W (fig. 16.11).

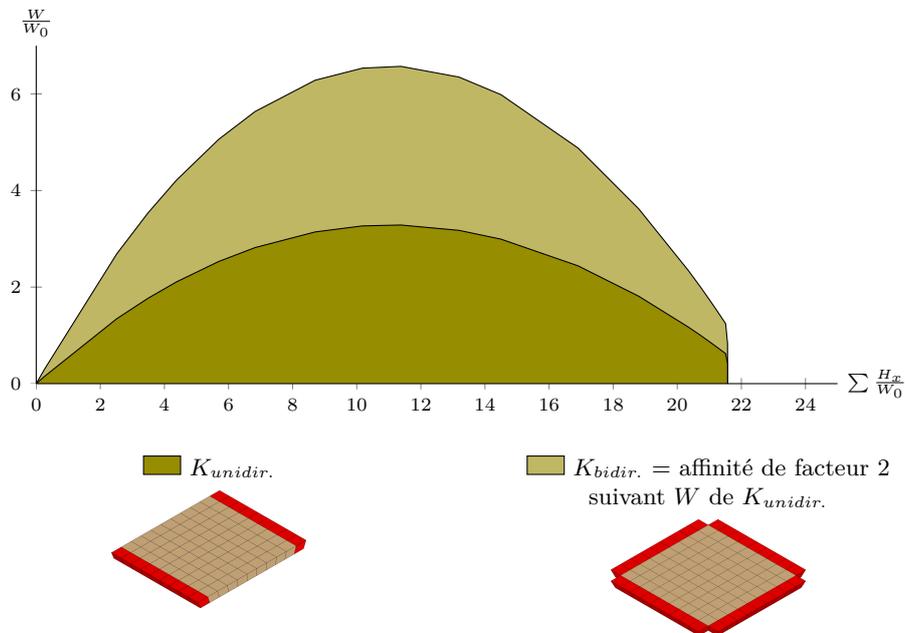


Fig 16.11 – Domaine des chargements supportables de la voûte unidirectionnelle et déduction de celui de la voûte bidirectionnelle

L'utilisation des réseaux de forces, que nous présentons dans la partie suivante, permet d'obtenir des domaines de chargements pour la voûte bidirectionnelle plus grands que cette première estimation.

16.3.2 Résultats de la voûte bidirectionnelle

Le modèle Bi-B présenté précédemment lors de l'étude de l'influence des branches partielles, où les forces verticales dans les branches partielles sont nulles, donne le même domaine des chargements supportables que l'estimation du domaine $K_{bidir.}$ réalisé par affinité du domaine $K_{unidir.}$ (les courbes obtenues dans ces deux cas sont superposées sur la figure 16.12). Les remarques comparatives entre le modèle Bi-A et le modèle Bi-B s'appliquent donc de façon identique entre le modèle Bi-A (réseau de forces sans raffinement) et l'estimation du domaine des chargements supportables par affinité de facteur 2 de la voûte unidirectionnelle : voir p. 282.

Cependant, grâce au raffinement du réseau de forces avec les branches partielles (et forces verticales non nulles), le domaine des chargements supportables de la voûte bidirectionnelle calculé est plus grand que l'estimation par affinité de facteur 2, principalement pour les chargements horizontaux extrême minimaux (fig. 16.13 (a)) et maximaux (fig. 16.13 (b)).

Chapitre 16. Étude des voûtes plates

Frézier indique que la poussée d'une voûte d'Abeille devrait être la moitié d'une plate-bande parce qu'elle porte en deux directions au lieu d'une.

Puisque les coupes des claveaux des Voutes plates [d'Abeille] sont tournées de quatre côtez alternativement, il est clair que ces voutes poussent aussi de quatre côtez, à la différence des Platebandes, qui ne poussent que de deux côtez; d'où il suit qu'elles font la moitié moins d'effort que les platebandes pour renverser leurs piedroits, & par consequent demandent moitié moins d'épaisseur de mur, ce qui est un avantage.

Frézier (1738, p. 77)

Ce type de raisonnement s'applique également dans le cas de la voûte bidirectionnelle.

Il est possible d'éclairer cette affirmation de Frézier en utilisant les domaines des chargements supportables produits ici. Dans le cadre du calcul à la rupture, la *poussée minimale* désigne, pour un chargement vertical donné, la poussée la plus faible (en tant que chargement horizontal sur la structure) qui combinée à ce chargement vertical compose un chargement extrême (et donc potentiellement supportable). En général, la poussée minimale dépend à la fois du type de chargement vertical (chargement ponctuel, chargement réparti etc.) et de l'intensité de ce chargement vertical. Cependant, si la résistance à la compression des joints est infinie, ce qui est une hypothèse implicite de Frézier ici, la poussée minimale par unité de chargement vertical ne dépend pas de l'intensité du chargement vertical, et est donnée par la pente à l'origine du domaine des chargements supportables.

Dans le cas de l'estimation affine du domaine de chargement de la voûte bidirectionnelle, la pente (et donc la poussée minimale par unité de chargement vertical) double lors du passage de la voûte unidirectionnelle à la voûte bidirectionnelle (affinité de facteur 2), illustrant donc le raisonnement tenu par Frézier. Cependant la figure 16.12 (a) montre qu'il existe des chargements extrêmes où la poussée minimale (par unité de chargement vertical) est encore plus faible que la moitié. Nous en concluons donc que la poussée (minimale) des voûtes plates est plus de deux fois plus faible que celle d'une plate-bande ne portant dans une seule direction.

Dans le cas de la voûte bidirectionnelle, le critère de résistance en frottement est parfois atteint pour les solutions d'équilibre correspondant aux chargements extrêmes calculés. Cependant pour chaque chargement extrême présentant cette situation, il a été possible de trouver une nouvelle solution d'équilibre correspondant à un nouveau chargement extrême au moins égal au précédent et n'atteignant pas le critère de résistance en frottement.

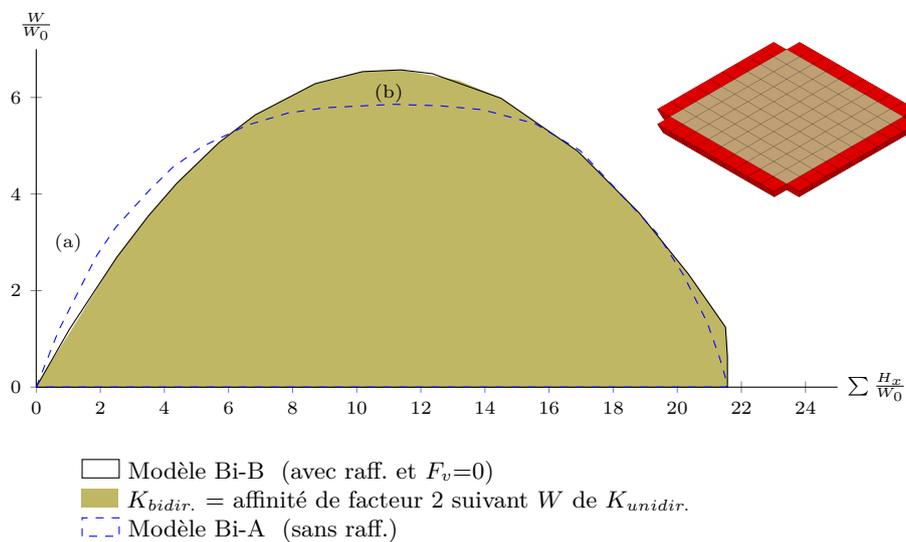


Fig 16.12 – Domaine des chargements supportables de la voûte bidirectionnelle

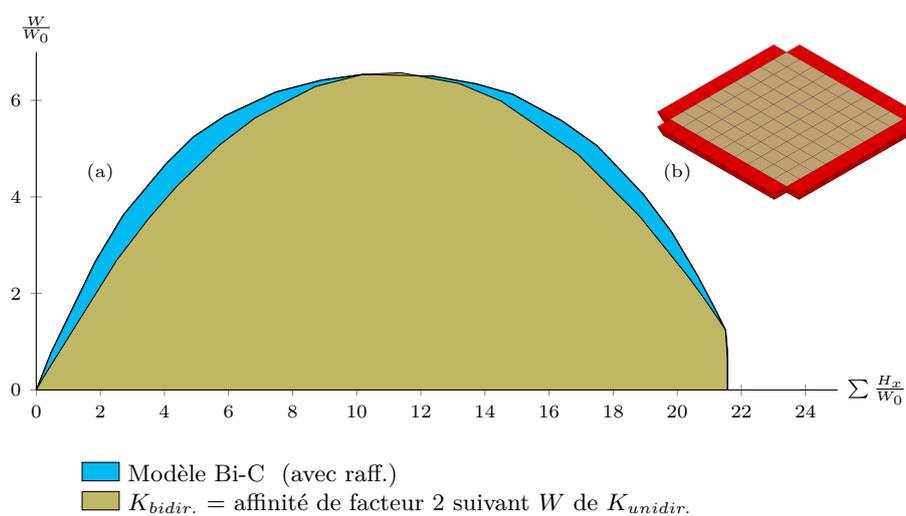


Fig 16.13 – Domaine des chargements supportables de la voûte bidirectionnelle

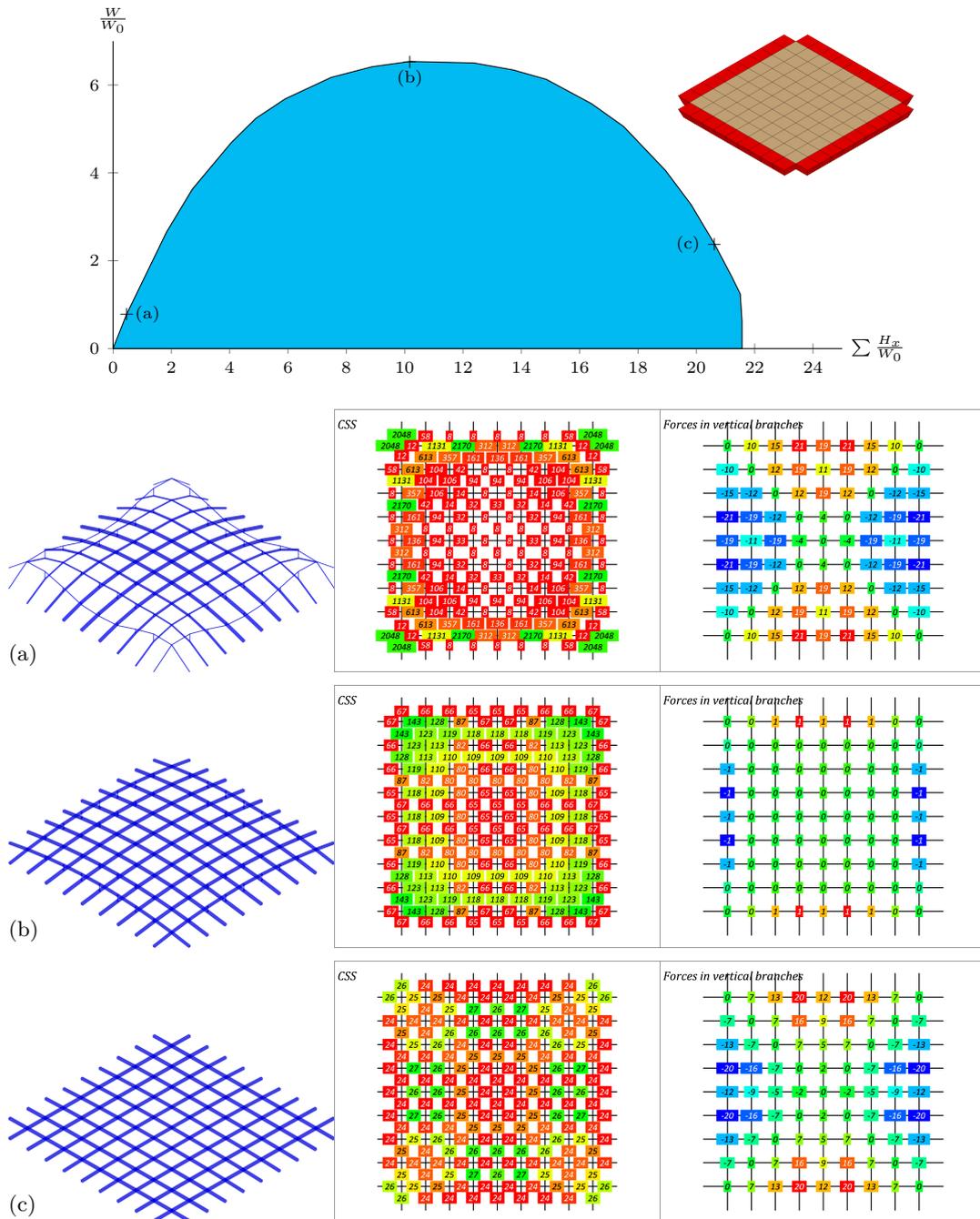


Fig 16.14 – Réseaux de forces correspondant à des chargements extrêmes de la voûte bidirectionnelle, modèle Bi-C (avec raffinement)

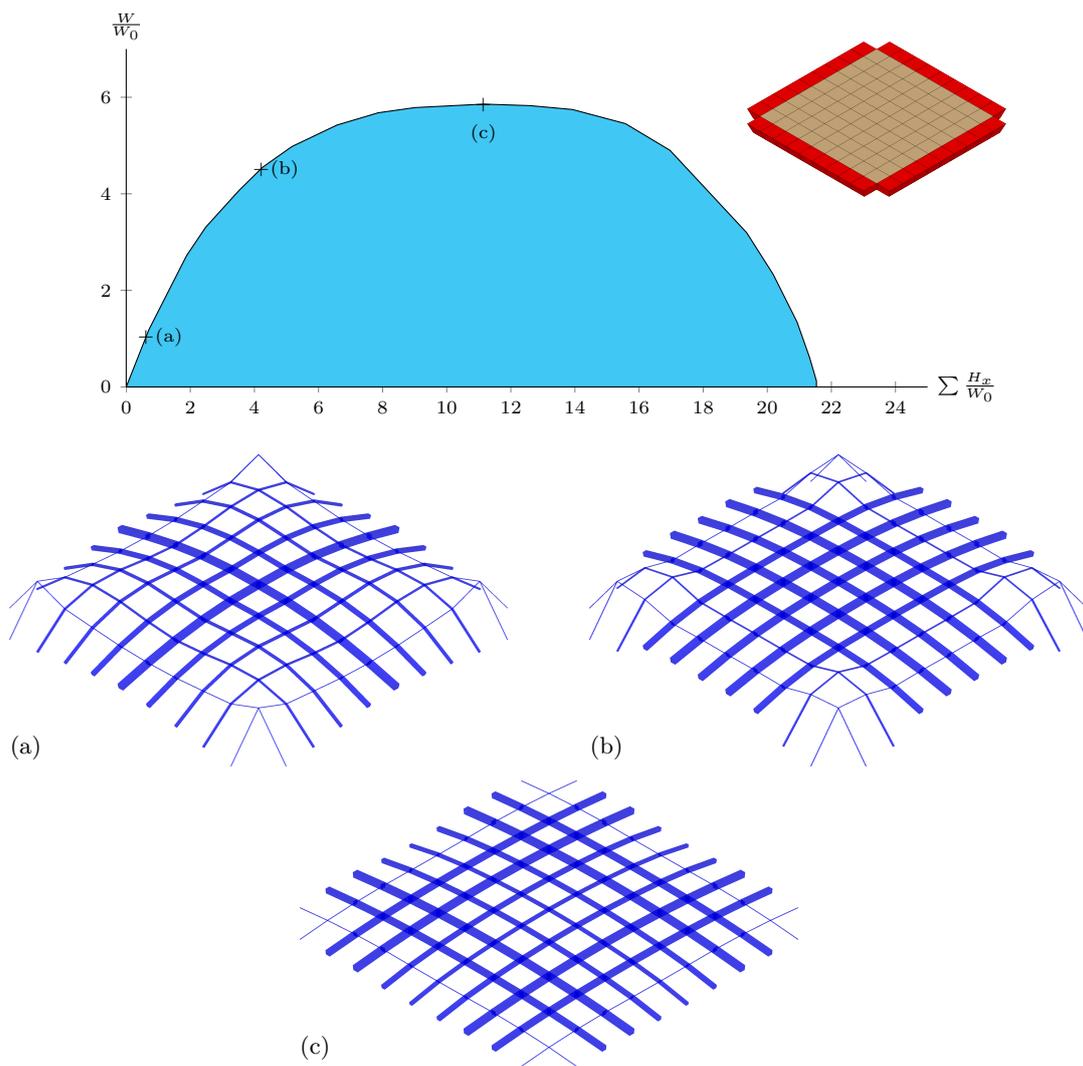


Fig 16.15 – Réseaux de forces correspondant à des chargements extrêmes de la voûte bidirectionnelle, modèle Bi-A (sans raffinement)

16.3.3 Résultats de la voûte d'Abeille

Le critère de résistance au frottement joue un rôle important pour les basses poussées (fig. 16.16 (b)), contrairement au cas des voûtes bidirectionnelles où pour les proportions L/h et l'inclinaison des joints φ étudiées le critère de résistance au frottement n'intervient pas.

Le domaine est nettement plus réduit que celui des voûtes bidirectionnelles dans la zone des fortes poussées, en raison de la forme trapézoïdale⁽⁵⁾ des joints qui engendre des surfaces de joints plus réduites (fig. 16.16 (a)).

Bien que la voûte d'Abeille ne soit pas rigoureusement symétrique par rapport au plan horizontal, elle procure une résistance équivalente pour les chargements verticaux (vers le bas) et pour les chargements verticaux inversés (vers le haut). Le domaine des chargements supportables attendu est donc presque symétrique (hypothèse retenue à la figure 16.17).

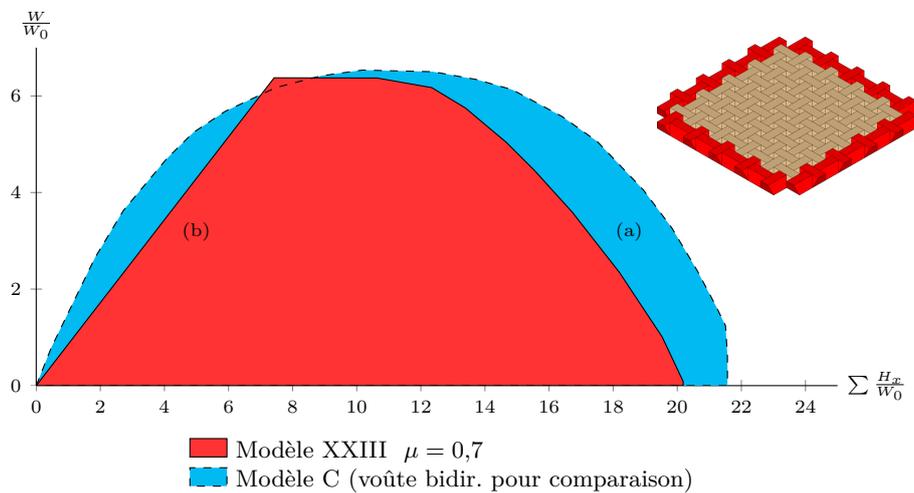


Fig 16.16 – Domaine des chargements supportables de la voûte d'Abeille

(5). Par ailleurs, les calculs des multiplicateurs de rupture sur les surfaces de contact trapézoïdales (de hauteur h et de surface S) ont été simplifiés en utilisant un joint rectangulaire approché de hauteur égale à h et de largeur $b = S/h$. L'effet de cette approximation doit cependant être faible pour l'angle $\varphi = 18,4^\circ$ considéré pour la voûte de cette étude.

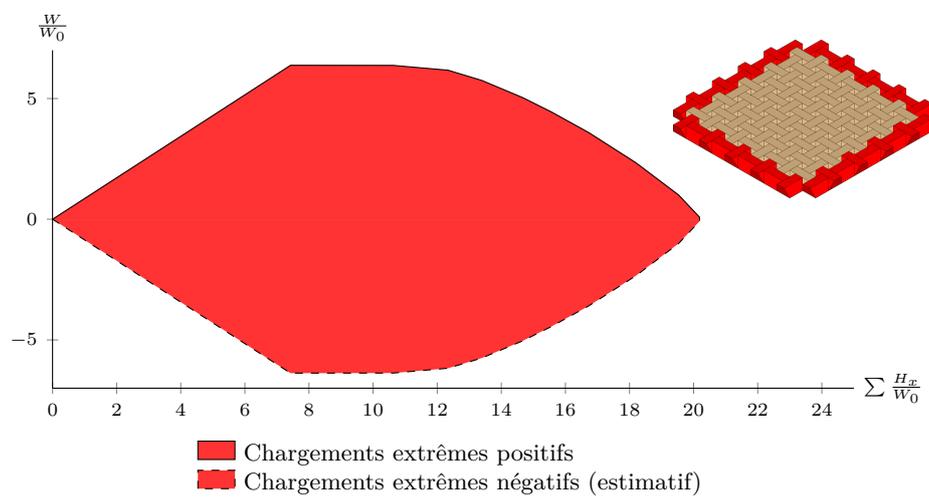


Fig 16.17 – Similitude des chargements extrêmes verticaux positifs et négatifs du domaine des chargements supportables de la voûte d’Abeille

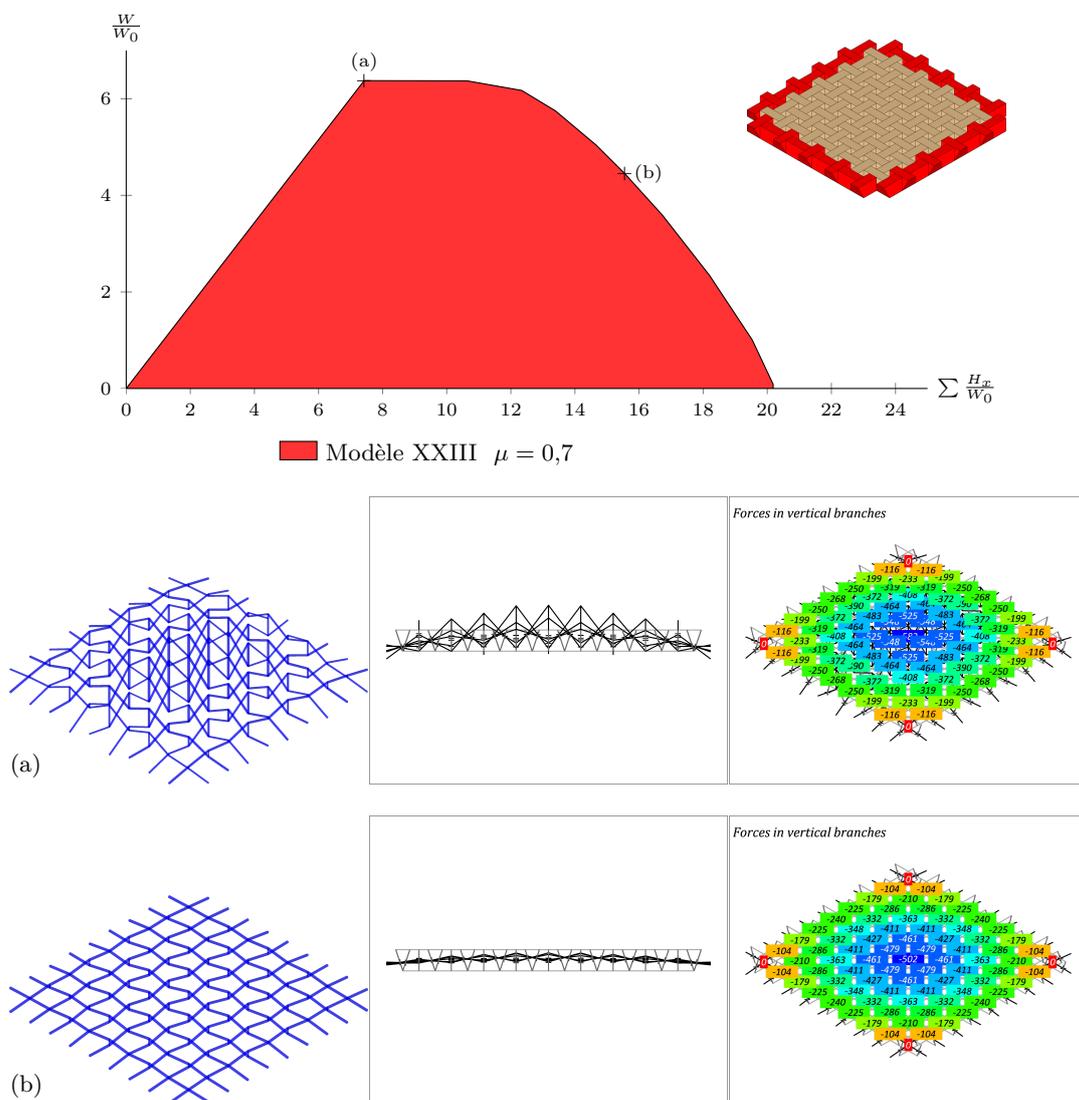


Fig 16.18 – Réseaux de forces correspondant à des chargements extrêmes de la voûte d'Abeille, modèle Ab-XXIII

16.3.4 Conclusion

La comparaison des domaines des chargements supportables des voûtes plates montre que l'appareil joue un rôle important sur la stabilité.

La voûte plate appareillée sur le plan de la voûte en arc-de-cloître présente une stabilité bien supérieure à celle appareillée sur la voûte en berceau.

Il n'existe pas de changements aussi importants entre la voûte plate appareillée sur le plan de la voûte en arc-de-cloître et la voûte d'Abeille, les chargements supportables sont équivalents en ordre de grandeurs. Cependant la voûte d'Abeille permet d'être utilisée indifféremment dans les deux sens (charges verticales orientées vers le haut ou vers le bas), ou construite avec les trous pyramidaux en intrados ou en extrados. Cette propriété n'existe pas pour les autres voûtes plates.

16.4 Modèle aux éléments finis

Nous proposons dans cette section de comparer qualitativement les solutions d'équilibre des chargements extrêmes du calcul à la rupture avec celles qui peuvent être calculées avec un calcul aux éléments finis, pour observer si des chargements avec double funiculaire dont la projection sur le plan frontal s'entrecroisent, comme ceux visibles sur la figure 16.18 au centre, se produisent effectivement dans la structure.

La discussion de la validité de cette approche, et la description générale de ce type de modélisation, ont été présentées lors de sa première utilisation pour les plates-bandes (section 15.5 p. 270).

Les caractéristiques des éléments volumiques de la pierre, et des éléments joints sont donnés respectivement dans les tables 16.1 et 16.2.

Notation	Valeur	Description
ρ_s	1658 kg/m ³	masse volumique
v_s	2500	vitesse du son (hypothèse)
ν_s	0,27	coefficient de poisson (hypothèse)
$K_s = \rho_s v_s^2$	10,36 GPa	module d'élasticité isostatique
$E_s = 3K_s(1 - 2\nu_s)$	14,30 GPa	module d'élasticité

TABLE 16.1 – Caractéristiques de la pierre

Nous étudions la voûte plate d'Abeille (fig. 16.3), considérée précédemment pour l'étude de l'influence des joints. Sur la figure 16.3 à gauche, le modèle est composé des 81 blocs intérieurs en beige, et de 36 blocs rouges représentant les appuis. Les blocs d'appui ne font pas partie du modèle, ils servent uniquement à contrôler les déplacements des nœuds des joints d'appuis du côté des blocs d'appuis.

Le chargement est composé uniquement du poids propre de la pierre et des joints. Les calculs sont réalisés sous l'hypothèse des petits déplacements, de manière à obtenir des solutions d'équilibre sur la géométrie initiale.

La solution d'équilibre obtenue est présentée sur les figures 16.19, 16.20, 16.21 et 16.22. La convention de signe utilisée avec Cast3M est compression négative.

Chapitre 16. Étude des voûtes plates

Notation	Valeur	Description
c	0,0 N/m ²	cohésion
$\varphi = \tan^{-1} \mu$	35,0°	angle de frottement limite
ρ_m	2200 kg/m ³	masse volumique
E_m	0,005 GPa	module d'élasticité
ν_m	0,00	coefficient de poisson (hyp.)
t	5,0 mm	épaisseur
$K_{n,m}$	1000 MN/m ³	raideur normale (si $\varepsilon < \varepsilon_{cn,m}$)
$K_{s,m}$	500 MN/m ³	raideur de cisaillement
$\varepsilon_{cn,m}$	0,05	seuil de déformation
$E_{f,m}$	$2K_{n,m}$	seconde raideur normale (si $\varepsilon \geq \varepsilon_{cn,m}$)

TABLE 16.2 – Caractéristiques des joints

Les figures 16.19 et 16.20 représentent les résultantes des forces sur les joints sous la forme de segments en bleu. L'épaisseur des segments est proportionnelle à la racine carrée de l'intensité des forces. Les longueurs des segments sont constantes et ne sont pas liées à l'intensité des forces. Les croix noires localisent le point d'application des forces sur les joints.

Comme dans le cas des plates-bandes à joints en X étudiées précédemment par la même méthode, les cinq forces qui s'appliquent à un bloc ne s'intersectent pas. Il n'est donc pas possible de transformer les solutions d'équilibre trouvées en réseaux de forces, ou en funiculaires. Cependant, la projection des forces sur le plan frontal (vue de face et coupes sur fig. 16.20) montre une similitude avec les réseaux de forces des chargements extrêmes.

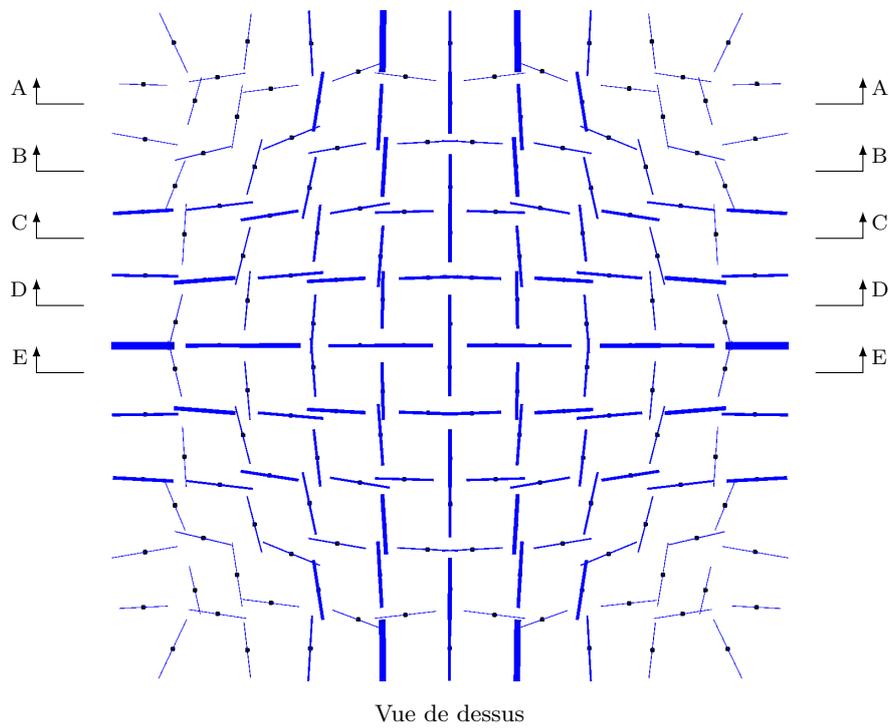
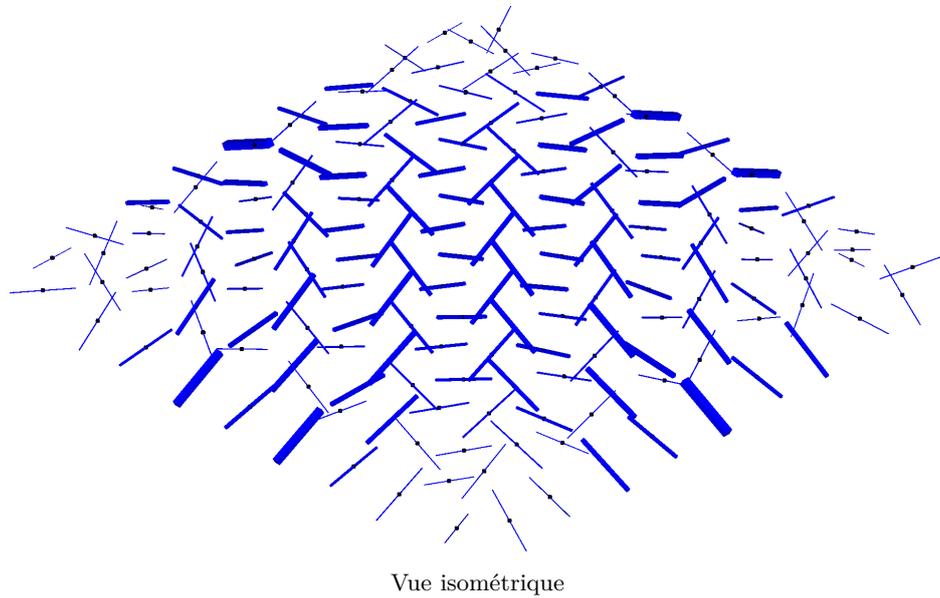


Fig 16.19 – Directions et intensités des résultantes des forces, pour la solution d'équilibre Sol1 générée par Cast3M (1)

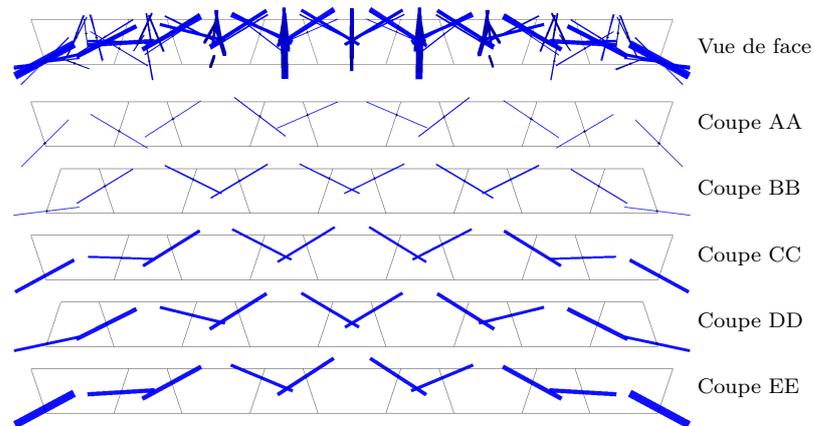


Fig 16.20 – Directions et intensités des résultantes des forces, pour la solution d'équilibre Sol1 générée par Cast3M (2)

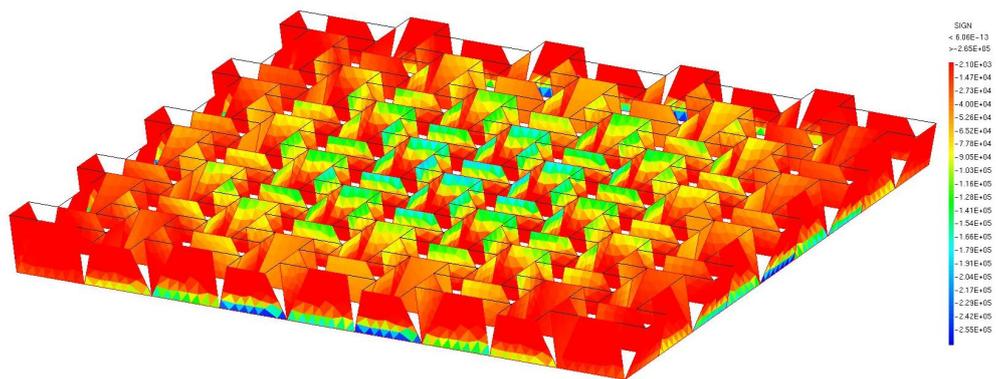


Fig 16.21 – Contraintes normales sur les joints [N/m^2], pour la solution d'équilibre Sol1 générée par Cast3M

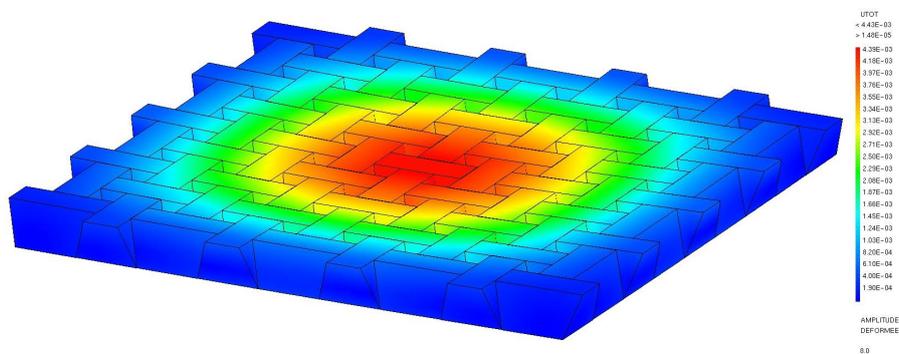


Fig 16.22 – Déplacements [m], pour la solution d'équilibre Sol1 générée par Cast3M

Chapitre 17

Étude des voûtes hélicoïdales

Résumé : Ce chapitre présente la comparaison des résultats fournis par la méthode des réseaux de forces à ceux d'un modèle analytique des voûtes hélicoïdales. Cette comparaison vise à illustrer la conjugaison de la direction des réseaux, qui limite les solutions d'équilibre qui peuvent être produits avec la méthode des réseaux de forces.

Sommaire

17.1	Introduction	299
17.2	Étude par bandes indépendantes	299
17.3	Étude avec les réseaux de forces	300
17.3.1	Bande infinitésimale	300
17.3.2	Escalier complet	300

17.1 Introduction

Nous étudions dans ce chapitre les voûtes hélicoïdales, utilisées pour la construction des escaliers hélicoïdaux avec jour, prenant appui de façon continue sur les murs de la cage d'escalier. Ce type de voûte a été étudié par García Ares (2007) indépendamment de la méthode des réseaux de forces, en considérant une découpe de l'escalier par bandes hélicoïdales infinitésimales indépendantes.

La comparaison des solutions qui peuvent être obtenues avec la méthode des réseaux de forces et celles présentées par García Ares permet d'illustrer la conjugaison de la direction des réseaux, vue dans la section 11.2.5.

Les escaliers hélicoïdaux font partie des exemples étudiés par Block (2009), puis par Marmo et Rosati (2017) dans leur article sur leur proposition d'extension de la méthode.

17.2 Étude par bandes indépendantes

García Ares a proposé une solution d'équilibre pour les escaliers hélicoïdaux en considérant une découpe de l'escalier par bandes hélicoïdales infinitésimales indépendantes (García Ares, 2007 – fig. 17.1). Chaque bande est dans un premier temps développée, puis étudiée comme une plate-bande inclinée. García Ares donne la valeur analytique de la *poussée minimale* R_H de chaque plate-bande, en considérant que la résistance à la compression des joints est infinie.

$$R_H = \frac{1}{8} \rho \gamma^2 r^2 \Delta r \quad (17.1)$$

avec r le rayon de la bande hélicoïdale, Δr son épaisseur, γ son angle en plan, et ρ sa masse volumique.

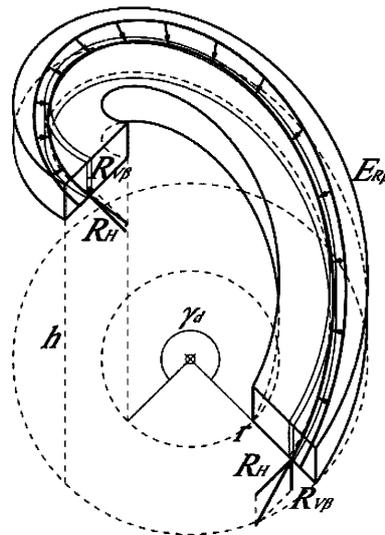


Fig 17.1 – Bande infinitésimale d'un escalier hélicoïdal, d'après García Ares (2007)

Comme les plates-bandes inclinées sont enroulées autour de l'axe de l'hélicoïde, des poussées dirigées radialement s'exercent également à travers les bandes adjacentes jusque dans les murs de la cage d'escalier. La solution d'équilibre exerce en outre des poussées sur les paliers horizontaux servant d'appui en pied et en tête de l'escalier.

García Ares considère l'application numérique suivante : $r_0 = 1,5$ m, $r_1 = 2,5$ m, $\gamma = \pi$, $\rho = 3333,3$ kg/m³, $h = 4$ m, et une épaisseur verticale de l'escalier de $t_z = 0,15$ m (figure 17.1). Pour la bande la plus longue, la poussée est $R_H(r = 2,5$ m) = 25,7 kg/mm. La poussée totale est :

$$\int R_H = \int_{r_0=1,5\text{ m}}^{r_1=2,5\text{ m}} \frac{1}{8} \rho \gamma^2 r^2 dr = 16792 \text{ kg} \quad (17.2)$$

García Ares (2011) propose également une autre solution d'équilibre pour le même problème dans un article plus récent, qui n'a pas été exploitée ici.

17.3 Étude avec les réseaux de forces

17.3.1 Bande infinitésimale

L'étude d'une bande infinitésimale prise isolément donne le même résultat avec la méthode des réseaux de forces qu'avec la méthode analytique de García Ares. Cet exemple a été étudié pour la bande la plus longue ($r = 2,5$ m, avec une épaisseur $r_1 - r_0 = 1$ mm – voir figure 17.2).

Le résultat trouvé avec la méthode des réseaux de forces est identique à celle de García Ares dans ce cas, parce qu'il ne se produit pas la conjugaison des directions du réseau que nous allons voir dans le cas de l'escalier complet.

17.3.2 Escalier complet

La méthode des réseaux de forces permet de considérer l'ensemble des bandes et l'interaction de ces différentes bandes entre-elles. Le modèle considéré est représenté sur la figure 17.3. Ce modèle inclut les transferts de charges verticales entre les différentes bandes. Ces transferts n'existent pas dans la solution analytique de García Ares.

Essai de reproduction de la solution des bandes infinitésimales En minimisant la fonction $f = \sum H_i$ on obtient la poussée minimale totale pour le modèle du réseau de forces (figures 17.4 et 17.5). Cette poussée minimale est légèrement inférieure à celle donnée avec la solution de García Ares (4% de différence). Le résultat final obtenu est proche, mais la répartition des poussées est, elle, très différente. Chez García Ares la poussée est proportionnelle à r^2 , et elle est d'autant plus grande que la bande considérée est proche du mur de la cage d'escalier. Avec le réseau de forces, la poussée dans les différentes branches est nulle sauf pour la bande la plus proche de l'axe de l'escalier. Dans cette solution, les charges au niveau de chaque marche sont portées sur le principe d'une plate-bande entre le limon de l'escalier et le mur de la cage d'escalier.

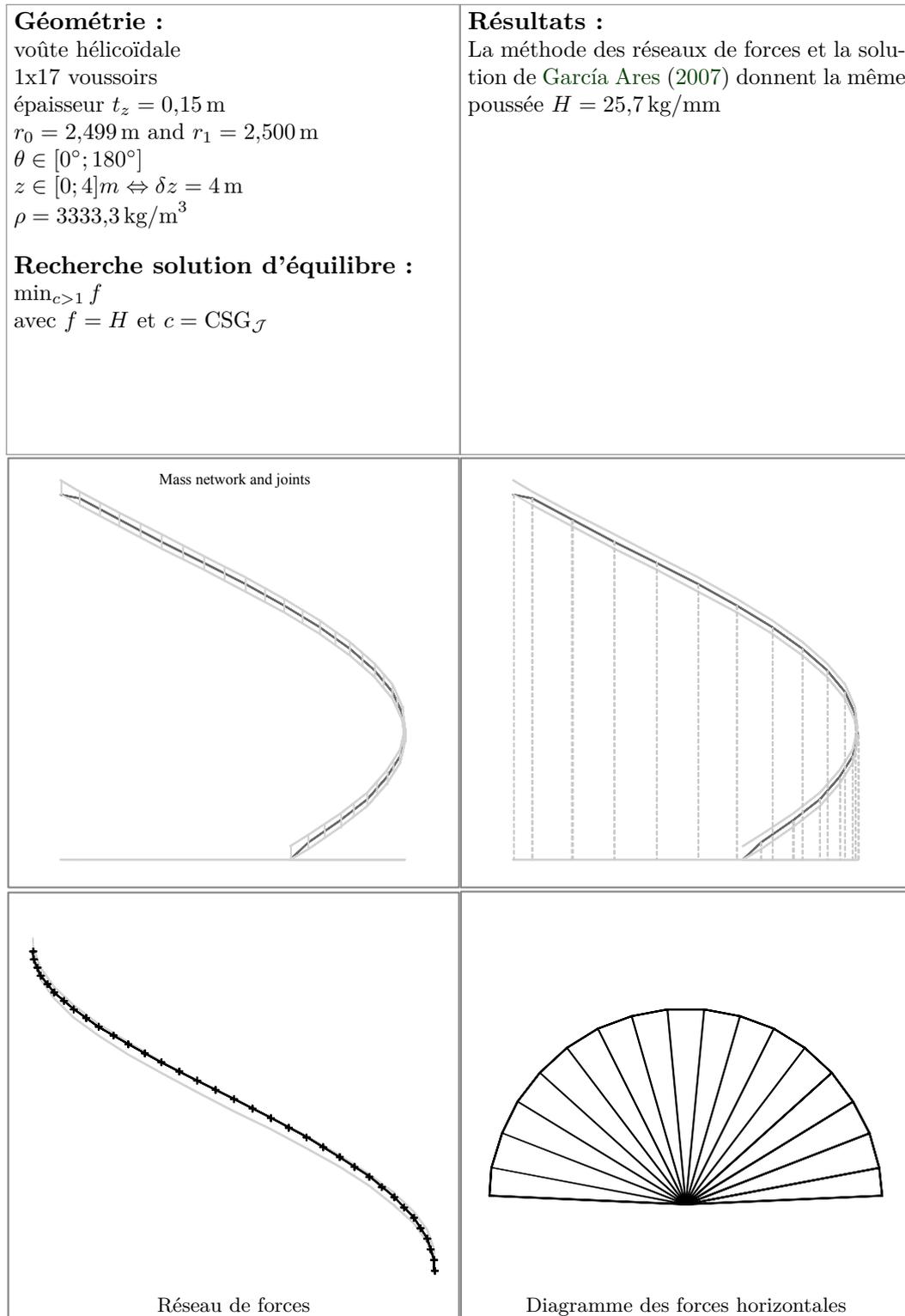


Fig 17.2 – Poussée minimale d'une bande infinitésimale d'une voûte hélicoïdale, comparaison entre réseaux de forces et méthode de [García Ares \(2007\)](#)

Chapitre 17. Étude des voûtes hélicoïdales

La différence entre la solution obtenue et la solution théorique agrégeant des bandes infinitésimales est due à plusieurs causes. Dans la solution basée sur la méthode des réseaux de forces :

- les bandes infinitésimales sont remplacées par des bandes finies de 25 cm de large ;
- les reports de charges verticales entre les blocs correspondant à une même marche ne sont pas négligés.

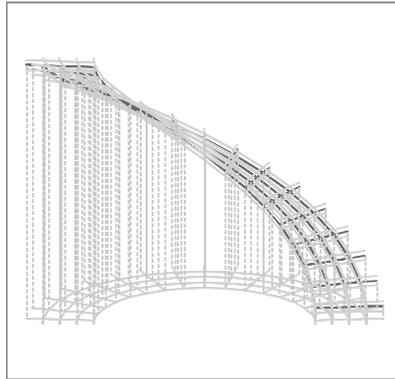


Fig 17.3 – Voûte hélicoïdale, pour comparaison avec García Ares (2007)

En remplaçant la fonction $f = \sum H_i$ par la fonction $f = \sum H_i^2$, la solution d'équilibre obtenue est moins éloignée de celle de García Arès. Chaque bande présente une poussée non nulle (fig. 17.4). Cependant ces poussées sont presque égales (moins de 5% d'écart entre la poussée la plus grande et la poussée la moins grande) et ne sont pas proportionnelles à r^2 comme dans la solution de García Arès.

Cette différence signifie que le report des charges verticales entre les blocs appartenant à une même marche reste important.

En conclusion à cette comparaison, la conjugaison de la direction des réseaux de forces a une influence importante sur les résultats qui sont atteignable en respectant la condition d'intersection des forces à chaque bloc. Il n'est pas possible de reproduire avec des réseaux de forces les solutions d'équilibre où les bandes sont indépendantes, à moins de créer un réseau pour chacune de ces bandes, disjoint des autres réseaux des autres bandes.

Par ailleurs, les réseaux de forces permettraient également d'étudier des géométries moins régulières que la voûte hélicoïdale, comme par exemples les escaliers à jour sur plan ellipsoïdal. Ce travail ne poserait pas de difficulté théorique particulière, mais il n'a pas été réalisé.

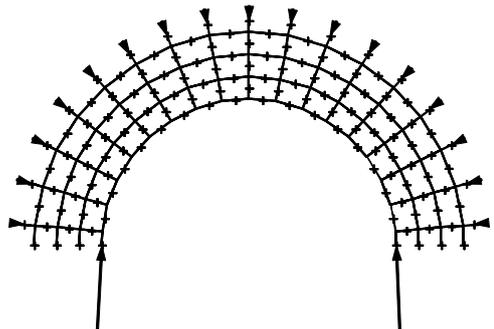
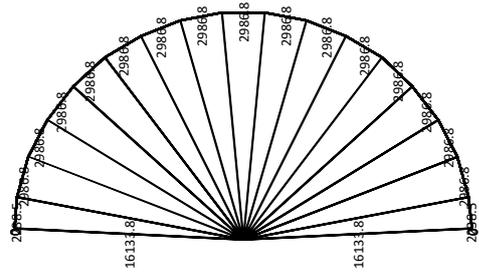
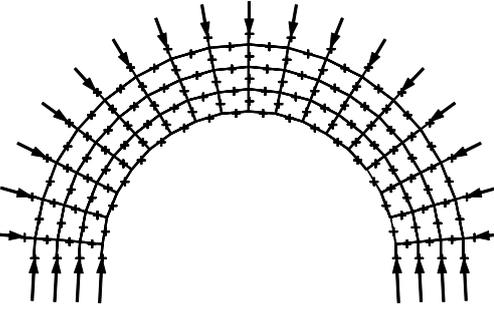
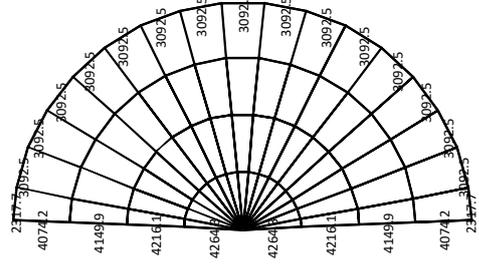
<p>Géométrie : voûte hélicoïdale 4x17 voussoirs épaisseur $t_z = 0,15$ m $\theta \in [0^\circ; 180^\circ]$ $z \in [0; 4]m \Leftrightarrow \delta z = 4$ m $\rho = 3333,3 \text{ kg/m}^3$</p> <p>Recherche solution d'équilibre : $\min_{c>1} f$ Deux cas étudiés : $f = \sum H_i$ et $c = \text{CSG}_{\mathcal{J}}$ $f = \sum H_i^2$ et $c = \text{CSG}_{\mathcal{J}}$</p>	<p>Résultats : Soit H_i la poussée de la $i^{\text{ème}}$ bande. La bande 1 est la plus proche de l'axe de l'hélicoïde. Pour $f = \sum H_i$: une seule des bandes a une poussée non nulle $\sum H_i = H_1 = 16134$ kg Pour $f = \sum H_i^2$: $H_1 = 4264$ kg, $H_2 = 4216$ kg, $H_3 = 4150$ kg, $H_4 = 4074$ kg, $\sum H_i = 16705$ kg Avec la solution de García Ares (2007) : $\sum H_i = 16792$ kg</p>
 <p>Réseau projeté et forces d'appuis ($f = \sum H_i$)</p>	 <p>Diagramme des forces ($f = \sum H_i$)</p>
 <p>Réseau projeté et forces d'appuis ($f = \sum H_i^2$)</p>	 <p>Diagramme des forces ($f = \sum H_i^2$)</p>

Fig 17.4 – Poussées minimales d'une voûte hélicoïdale, pour comparaison avec García Ares (2007)

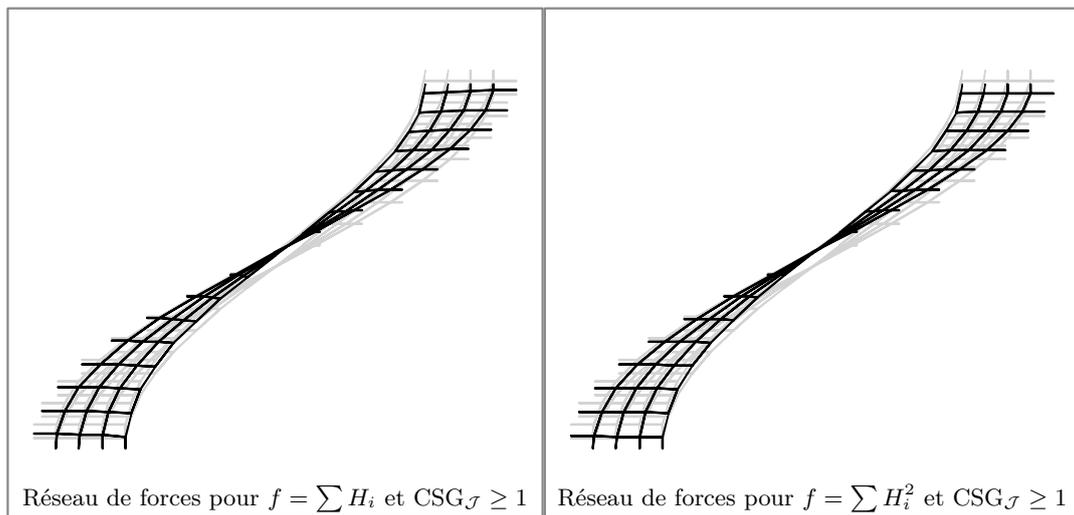


Fig 17.5 – Réseaux de forces d'une voûte hélicoïdale

Conclusion et perspectives

L'étude historique et typologique des plates-bandes et des voûtes plates a permis d'ébaucher les grandes lignes de l'évolution de la coupe des pierres de ces structures, et a guidé le choix des paramètres de l'appareil des constructions clavées étudiées lors de l'étude de la résistance des voûtes. L'importante utilisation des plates-bandes en fausse-coupe dans l'architecture française à partir du XVII^e siècle a été mise en lumière. Les deux exemples antérieurs, à Prato (Italie) et Damas (Syrie), et l'existence des plates-bandes à joints en X au Moyen Âge sans exemple équivalent connu en France laissent supposer qu'il existe un maillon manquant pour expliquer l'apparition de cette technique en France au XVII^e siècle. À partir des informations recueillies, nous avons cependant formulé l'hypothèse que Jacques Lemercier, premier architecte français à avoir utilisé de façon récurrente la technique, ait pu observer cette technique à Prato lors de son voyage en Italie, avant de l'appliquer à son retour en France.

Notre étude historique est cependant basée sur un corpus d'exemples en nombre limité. L'étape suivante de cette étude historique serait donc de recentrer les recherches sur des régions ou périodes plus restreintes, pour préciser les observations et valider les hypothèses avancées dans cette thèse. À titre d'exemple, l'étude de l'évolution de l'inclinaison des joints des plates-bandes des châteaux du domaine royal du XV^e au XVII^e siècle permettrait peut-être de démontrer que la règle du triangle équilatéral s'impose à cette époque, et permettrait aussi d'étudier une éventuelle influence italienne sur la diffusion de cette règle. Autre exemple possible, l'étude de l'évolution de l'inclinaison des joints des plates-bandes des hôtels particuliers parisiens du XVII^e et XVIII^e permettrait peut-être de démontrer que la règle du « 1 pour 3 » est effectivement utilisée en pratique par les appareilleurs et tailleurs de pierre à cette époque, bien que la règle du triangle équilatéral soit très majoritairement citée par les traités de coupe des pierres et d'architecture.

L'extension de la méthode des réseaux de forces permet d'exploiter les solutions d'équilibre ainsi produites dans le cadre du calcul à la rupture, en prenant en considération la géométrie des joints. Ce point essentiel pour l'application rigoureuse des théorèmes du calcul à la rupture n'était pas pris en considération dans les formulations antérieures des réseaux de forces (O'Dwyer, 1999 ; Block et Ochsendorf, 2007 ; Block, 2009 ; Marmo et Rosati, 2017). En outre, il devient alors possible d'exploiter la méthode pour étudier l'influence de la coupe des pierres sur la résistance des voûtes clavées. La comparaison de la résistance des constructions a été basée sur celle des domaines des chargements potentiellement supportables.

Cependant, l'étude historique des traités montre qu'un des sujets de préoccupation des constructeurs, architectes et tailleurs de pierre, était la rupture des angles

aigus des claveaux des plates-bandes. La prise en compte de ces phénomènes nécessite de considérer, outre la résistance au niveau des joints, la résistance interne de la pierre. Cependant cela nécessite de construire des solutions d'équilibre beaucoup plus détaillées que celles habituellement utilisées pour le calcul à la rupture des constructions clavées, avec notamment la construction de champs de contrainte intérieurs aux claveaux. La méthode des réseaux de forces ne semble pas adaptée pour la prise en considération de la résistance interne des pierres. De plus, il semble difficile d'aller au delà du raffinement proposé pour contourner la condition d'intersection des forces en un point, qui est une condition fondamentale pour la faisabilité de la méthode des réseaux de forces, comme pour celle de la méthode des densités de forces. Le raffinement que nous proposons consiste d'ailleurs à superposer deux réseaux qui respectent chacun la condition d'intersection des forces en un point, pour produire un nouveau réseau qui ne respecte pas cette condition.

Les travaux récents sur l'application du calcul à la rupture combiné avec les solveurs coniques, qui permettent de prendre en compte un nombre très important d'inconnues (Bleyer, 2015), semble être une piste prometteuse pour produire de nouvelles solutions d'équilibre non explorées avec les réseaux de forces, comme l'équilibre des claveaux avec des systèmes de forces ne passant pas par un même point. Ces techniques permettraient également de prendre en considération la résistance de la pierre à l'intérieur des claveaux.

L'implémentation proposée de l'extension de la méthode des réseaux de forces a été réalisée sur un tableur de calcul, et peut donc être utilisée sur n'importe quel ordinateur, sans autre licence que les licences habituelles de bureautique pour Windows (Microsoft Excel). La première version du logiciel de 2014 est disponible à l'adresse <http://combiencaporte.blogspot.fr/p/masonry-network-analysis-for.html>. La nouvelle version du logiciel développée dans le cadre de cette thèse sera disponible à cette adresse : <http://bestrema.fr/manacoh/>. Le calcul de structures plus importantes (au delà de 100 à 200 blocs) nécessitera cependant d'implémenter l'extension de la méthode des réseaux de forces sur un logiciel de calcul numérique.

L'étude mécanique des plates-bandes et des voûtes plates a permis d'étudier l'influence de la coupe des pierres sur la résistance de ces structures. Les domaines des chargements potentiellement supportables ont été déterminés par approche par l'intérieur, et il est donc peut-être possible de trouver des domaines encore plus importants, si la résistance interne des pierres est négligée. Cependant, il faut souligner pour conclure que les domaines qui prendraient en compte la résistance interne des pierres doivent être plus petits.

Cinquième partie

Annexes

Annexe A

Sources bibliographiques

A.1 Citations des traités de l'Époque Moderne

Nous avons ici conservé l'orthographe d'origine des textes sans y apporter de modification.

Sebastiano Serlio (1475~1554)

Citation 1. Serlio (1537, 9r)

[...] *la sua altitudine sarà che la fascia che sostiene l'arco, sia il suo supercilio o architrave che dir lo vogliamo. Et se non si trovera pietra de un pezzo per tal bisogno, siano fatti li cunei come è dissegnato [...]*

La *fascia* désigne l'assise de pierre qui contient l'imposte de l'arc, et qui doit donc correspondre à l'assise de pierre contenant la plate-bande des portes latérales. Voir fig. 6.18 à droite.

Citation 2. Serlio (1537, 10v)

La misura sua sarà, che l'apertura sia di quadrato perfetto, il sodo fra l'una & l'altra apertura sia la quarta parte menor di quella, il supercilio, detto Architrave sia de l'apertura la quarta parte, & sia fatto di cunei, che concorrano al centro, in numero disparo [...]

Voir fig. 6.18 au centre.

*
* *

Philibert De l'Orme (~1514-1570)

Citation 3. De l'Orme (1561, 5v-6)

Ainsi donc, je conseille aux maîtres maçons ne faire comme aucuns font audit Paris et lieux voisins, bâtissant de telle sorte que les poutres soutiennent les murs. Au contraire de ce qui doit être, car les murs doivent soutenir les poutres ou bien les porter. Et sans les poutres, souvent lesdits murs tomberaient, qui sont retenus par grandes barres de fer, et grandes clefs qu'ils mettent sur lesdites poutres, à travers des murailles, au droit des chaînes de pierre de taille, afin que les murs ne reculent. En cela il y a un grand abus que les ouvriers font. Car si ont leur avait baillé l'œuvre à la charge de n'y mettre du fer, ils seraient contraints de faire mieux les murailles et de plus grande grosseur et force qu'ils ne font. Les ligatures de pierre de taille seraient plus longues, et la maçonnerie de moellon mieux maçonnée. Car sous ombre du fer et du plâtre, ils ont espérance que leur ouvrage tiendra trop. J'ai vu advenir un autre grand mal aux bâtiments, pour mettre du fer dans les maçonneries et avec les pierres de taille, car le fer s'enrouille, et s'enrouillant, il s'enfle et fait rompre les pierres et murs qui ne peuvent durer longuement. De ce, nous prendrons par exemple le lierre duquel les racines liées et prises dans les murs, attirent et rongent la substance du mortier. Et comme elles deviennent grosses, se font faire place, reculant les pierres qui n'ont plus de mortier

et par ainsi les rendent prêtes de tomber. Quoi voyant, aucuns en ont fait cette devise : *Inimica amicitia, qui est à dire « ennemie amitié »* ou « ce qui m'aime me ruine ». Ainsi est-il du fer, lequel les méchantes maçonneries aiment, de peur qu'elles ne tombent, mais à la fin, il les ronge et les ruine. Faisant tout ainsi que ledit lierre, lequel après avoir achevé de ruiner la muraille et l'avoir mise par terre, n'ayant aucune chose pour se soutenir, est contraint de tomber sur le chemin. Auquel, après avoir marché dessus, est coupé pour les empêchements qu'il peut faire, et par ainsi il meurt comme il a fait mourir le mur.

Citation 4. De l'Orme (1567, 225v)

[A propos de la portée de l'architrave donnée pour exemple] qui est grande largeur et grande étendue pour les architraves, lesquels il ne faut faire ainsi d'une pièce, qui ne voudrait qu'ils se rompissent ; mais pour les avoir forts, il les faut faire de plusieurs pièces, avec leurs commissures de pente, ou joints d'engrènement (ainsi que les appellent les ouvriers) au lieu où vous voyez qu'à chacune commissure, au droit de l'architrave, je fais des trous carrés, jaçoit qu'ils ressemblent à losanges, ayant les pointes en haut et en bas.

Citation 5. De l'Orme (1567, 68)

Quand il y a quelque difformité, communément les maçons pour n'entendre l'artifice desdits traits font les voûtes de brique, ou moellon, et de pierres menues, plutôt que de pierre de taille, pour n'avoir l'industrie de les y accommoder, et sans y épargner le plus souvent, de grandes barres de fer, pour soutenir leurs maçonneries de peur qu'elles ne tombent, qui est une très mauvaise coutume et façon, pour les raisons que nous avons dit ailleurs.

Citation 6. De l'Orme (1567, 86)

J'ai montré le moyen de se pouvoir aider des maisons incomodes, vieilles et mal faites, pour les approprier et accommoder avec les bâtiments neufs et rendre comode, salubre et habitable, ce qui était incomode, insalubre et inhabitable ; sans toutefois abatre, ruiner ou démolir les vieux batiments, comme trop légèrement et inconsidérément font faire ceux qui n'entendent l'artifice des traits Géométriques, et par leur ignorance ordonnent incontinent faire tout de neuf.

Relevé par Sakarovitch (1998, p. 136)

*
* *

Bernardino Baldi (1553-1617)

Citation 7. Baldi 1580-1615 *In mechanica Aristotelis problemata exercitationes*

Disons tout d'abord que les briques et les pierres qui ne sont pas en forme de coins, disposés selon des lignes parallèles, ne se soutiennent pas. Nous disons que ceux-ci tomberont sitôt démontée l'armature qui les soutenait. [...]

Mais si ces mêmes claveaux, ou briques, sont disposés en forme de coin de manière qu'ils pointent vers un centre unique, bien que disposés en ligne droite, ils ne tomberont pas, mais ils resteront stables. [...]

En vérité, cette structure est faible, et elle est d'autant plus faible que la largeur de l'espace en dessous est grande et que la hauteur des coins est élevée. Elle présente le même défaut que les épistyles et que les aérostyles en particulier qui, comme l'écrit Vitruve dans le livre III, chapitre 2, s'écroulent en raison de la grandeur des intervalles entre les colonnes. Elle a encore un autre inconvénient : les coins ainsi disposés poussent de tout leur poids vers l'extérieur sur les deux plans d'imposte.

Traduction rapportée par Becchi (2012).

*
* *

Louis Savot (~1579-1640)

Citation 8. Savot (1624, p. 283-284)

On se sert encore de suspentes et barres de fer : les suspentes servent pour tenir le faux manteau de la cheminée, et en faut une ou deux au plus à chaque manteau. Elles se vendent à la livre, et peuvent peser quatre-vingt livres, plus ou moins selon la longueur qu'elles ont, à raison de la hauteur des étages.

Quand les plates-bandes des cheminées sont de pierre de taille, on met au-dessous, d'autant qu'elles sont sujettes à se fendre quelquefois par la trop grande chaleur du feu, une barre de fer qui peut valoir six ou sept livres plus ou moins.

*
* *

François Derand (1588-1644)

Citation 9. Derand (1643, p. 382)

[A propos de la voûte d'arêtes sur un quarré, ayant un plat-fond quarré au milieu] tant ce quadre [partie déprimée de la voûte] que le surplus [bandeau décoratif] du plat-fond se fera avec clavaux, desquels les coupes se prendront sur un point commun, situé directement au dessous de la clef, & distant d'icelle plus ou moins selon que la force des dites coupes, eu égard à l'estenduë du plat-fond, l'exigera.

Citation 10. Derand (1643, p. 432-433)

[A propos de l'escalier suspendu, en arc de cloître, & à repos]

Il est bon que vous remarquiez icy que ces escaliers suspendus, & faits de pierre, ne se font ordinairement qu'au premier étage où ils se terminent sans monter plus haut. Je dis faits de pierre ; car si on les veut faire monter jusques aux estages plus élevez on les continuë ordinairement de charpente. Mais à mon aduis le meilleur est de les terminer au premier estage, employant le reste de la hauteur du bastiment à former quelque beau dôme, pour les rendre par ce moyen plus nobles & spe[a]cieux ; & alors à costé d'iceux on fera quelque autre escalier qui servira pour monter aux autres estages. Or la raison pourquoy on ne fait point passer ces escaliers suspendus faits de massonnerie au delà du premier estage, se tire de la disproportion qui arriveroit pour lors, & qui se trouveroit entre la charge de leur massonnerie, & la force qu'ils tirent des coupes de leurs voussoirs, laquelle estant de soy fort limitée, il est necessaire de ne luy donner de faix, sinon autant qu'elle en peut porter : or il arriveroit sans doute souvent qu'on luy en donneroit par excez, si on faisoit servir ces escaliers au delà du premier estage. Et par effet nous voyons que pour affermir ces ouvrages, lors mesme qu'ils sont terminez à la hauteur du premier estage, on a de coustume d'y employer quantité de fer, pour donner plus de soustenuë & de fermeté aux liaisons des pierres, qui les composent, & pour mieux lier le tout avec les gros murs, qui

les environnent & les supportent. Ce qui soit fit, non pour conclure qu'on ne puisse absolument passer ces bornes : mais pour avertir les ouvriers, que lors qu'ils entreprendront de le faire, il leur faudra employer plus de soin, tant au choix des materiaux, qu'en la hauteur des coupes des voussoirs, & en l'épaisseur des murs, & en la liaison d'iceux avec les voûtes de l'escalier : soit par le moyen de fortes bandes & crampons de fer : soit autrement, ainsi qu'ils le jugeront pour le mieux.

*
* *

François Blondel (~1618-1686)

Citation 11. Blondel (1675, p. 434)

Toute leur force consiste en la coupe de leurs claveaux, & de plus souvent on prend pour centre des lignes de leurs ioints de teste, le sommet d'un triangle équilatéral renversé, dont la base est la largeur de l'ouverture sur qui la Platte-bande est assise. Le nombre des claveaux qui doit estre impair comme celui des voussoirs des Arcs, afin qu'il y en ait un dans le milieu qui serve de clef.

Citation 12. Blondel (1675, p. 434)

[A propos des plates-bandes :] L'on y met même souvent des barres de fer pour les fortifier, mais cette précaution n'est pas pour les rendre de longue durée, car le fer ronge la pierre & la fait rompre avec le temps

*
* *

André Félibien (1619-1695)

Citation 13. Félibien (1676, p. 698)

PLATTE-BANDE qui termine l'architrave de l'ordre Dorique ; c'est la Fasce qui passe immédiatement sous les Tryglyphes, & qui est à cet Ordre ce que la Cymaise est aux autres. Les Grecs l'appellent Tænia, Quelques Architectes donnent ce mesme nom à la partie qui est au dessus des tryglyphes & que Vitruvius nomme leur chapiteau.

PLATTE-BANDE ou Fasce des chambranles. Vitruvius l'appelle Corsia, l. 4. c. 6.

Annexe A. Sources bibliographiques

Le mot de PLATTE-BANDE se donne aussi à plusieurs autres membre d'Architecture qui n'ont qu'un largeur sans ornemens ny beaucoup de saillie. V. p.171 176. Pl. XXVIII

*
* *

Henri Sauval (1620-1676)

Citation 14. Sauval (1724b, p. 626)

[A propos de la place Royale, actuelle place des Vosges] Les trente-cinq autre Pavillons sont portés au premier étage sur une longue suite d'arcades larges de huit pieds & demi, haute de douze ou environ, ornées de pilastres doriques, sans architrave, frise ni corniche qui regne à l'entour de la Place, & devant composent un portique large de deux toises, couvert d'une voute surbaissée ou plate, presque par tout faire de brique & de pierre, en quelques endroits de plâtre simplement, mais semblables pour la couleur.

Citation 15. Sauval (1724a, p. 32)

[A propos des façades du Louvre] Chacun admire la grande dureté & l'éclat de toutes les pierres qui ont été employées pour ce superbe édifice; les joints en sont si imperceptibles aux yeux des plus clair-voyants, qu'on ne sauroit se lasser d'admirer la curiosité de l'Architecte, & la patience des ouvriers; en effet toutes sont si bien cimentées qu'il semble que ce grand bâtiment ne soit qu'une seule pierre, surtout le pavillon du Roi; qui de plus, pendant près d'un siècle s'est conservé de haut en bas sans fraction, & même paroît encore aujourd'hui uni, & aussi luisant que s'il étoit de marbre; & s'il en faut croire tous les Maîtres, il durera plus que le monde. [...]

La même solidité que Mornac admire sur les murailles de ce pavillon [pavillon du roi de Lescot], se remarque dans tout le reste du bâtiment [...]

*
* *

Augustin-Charles d'Aviler (1653-1701)

Citation 16. D'Aviler (1691, p. 116)

Outre les Portes rondes & quarrées, il y en a d'autres qui approchent de ces figures, comme celle dont le cintre est en anse de panier, & surbaissé; & enfin d'autres qui sont bombées ou un peu cintrées dans leur Plattebande, & dont le trait le plus parfait est la portion de cercle qui se fait sur la Base d'un Triangle équilatéral, dont le sommet est le centre.

Citation 17. D'Aviler (1691, p. 122)

[A propos de la porte rustique d'ordre toscan] Les Claveaux de la platte-bande sont tirés du même centre B, qui est le sommet d'un Triangle équilatéral dont la platte-bande fait la longueur de la Baie [...]

Citation 18. D'Aviler (1691, p. 237)

Toutes les bayes se ferment ou par cintres, dont les pierres se nomment voussoirs, ou par Platebandes avec des claveaux.

Citation 19. D'Aviler (1691, p. 237-238)

Chaque voussoir a six faces, deux panneaux de doüelle, dont l'un est intérieur ou d'intrados, & l'autre extérieur, ou d'extrados; deux panneaux de teste, dont l'un de front fait le parement de l'Arc par devant, & l'autre paroist derrière si la pierre fait parpin, & deux panneaux de lits qui sont cachés dans le corps de la Maçonnerie, tous ces panneaux sont opposés. Les joints sont ou de lit ou de teste, qu'on nomme aussi joints de coupe, qui sont les joints en rayons tirés du centre des arcs de plein cintre. Il y a aussi des joints montans & des joints de lit ou de niveau dans les cours d'assises, & ce dernier joint doit suivre le lit de la carrière, car autrement la pierre seroit mise en delit; ce qui s'observe aussi aux Arcs & Voûtes où les joints de lit sont ceux de la carrière, sans quoi la ruine des voûtes de Plattebandes arrive souvent par cette mal façon.

Citation 20. D'Aviler (1691, p. 572)

On dit qu'une PlateBande est en Fausse-coupe, lorsque les joints de ses claveaux fort épais, dont seulement à plomb au parement, de la profondeur d'environ six pouces [15 cm], le reste du joint estant incliné selon la Coup. Les Platebandes des Portes d'enfilade du Bâtiment neuf du Louvre devant la Riviere, sont apareillées de cette maniere. Pl. 66 A p.237

Citation 21. D'Aviler (1691, p. 764)

PLATEBANDE. Moulure quarrée plus haute que saillante, comme sont les faces d'un Architrave, & la Platebande des Modillons d'une Corniche. Pl. 11 p.31 & c. La Platebande est signifiée dans Vitruve par ces mots Fascia, Tœnia & Corsa.

PLATEBANDE DE BAYE; c'est la fermeture quarrée, qui sert de Linteau, à une Porte ou à une Fenestre, & qui est faite d'une piece ou de plusieurs claveaux. Pl. 66 A p.237. &c.

PLATEBANDE BOMBÉE & REGLÉE; c'est la fermeture ou Linteau d'une Porte ou d'une Croisée, qui est bombé dans l'embraure ou dans le tableau, & droit par son profil. *ibid.*

PLATEBANDE CIRCULAIRE, celle d'un Temple ou d'un Porche de figure ronde, comme la Platebande de l'Entablement Ionique de l'Eglise de Saint André sur le Quirinal à Rome, qui subsiste avec beaucoup de portée par l'artifice de son apareil.

PLATEBANDE ARASÉE, celle dont les claveaux sont à testes égales en hauteur, & ne font point de liaison avec les Assises de dessus, *ibid.*

[...]

PLATEBANDE DE FER. Barre de fer encastrée sous les claveaux d'une Platebande de pierre, dont elle soulage la portée. pag. 218.

*
* *

Philippe de La Hire (1640-1718)

Citation 22. De La Hire (1712, p. 75)

Il y a encore une autre espèce de Voûte ou de fermeture d'un pied-droit à un autre qu'on appelle en platte-bande, à cause que le dessous est une superficie plane & non pas courbe comme dans les Voûtes ordinaires. Les pierres de cette plate-bande qui sont taillées en coupe ou en coin, & dont les joints tendent ordinairement en un point comme centre, s'appellent Clavaux & non Voussoirs, comme dans les Voûtes.

*
* *

Henri Gautier (1660-1737)

Citation 23. Gautier (1717)

Les Claveaux entre B & C de la Platebande, Planche 2, Figure 4, sont faits à redans, qu'on dispose encore d'autre maniere. Il y en a qui les estiment mieux ainsi que tout unis, comme sont ceux qui sont entre B & A autre façon qui dépend encore du génie de l'Architecte, pour lesquels il y a divers sentimens. Plus il y a de façon dans la coupe, disent les uns, plus il y a de la difficulté, & par consequent sujets à plus de défectuosité. Et plus les choses sont simples & unies, & sans composition, plus elles ont de la resistance, & sont taillées plus justes, comme sont les Clavaux entre A & B, sans retour.

Voir fig. 6.34 p. 120

*
* *

Augustin-Claude Tiercelet

L'architecture moderne est publié de façon anonyme par l'éditeur Claude Jombert à Paris en 1728. Ce traité d'architecture en deux tomes, fortement inspiré de *Manière de bastir pour toutes sortes de personnes* de Le Muet (1623), initialement attribué par erreur à Charles Étienne Brisieux, est l'œuvre de Gilles Tiercelet, ou Augustin-Claude Tiercelet (fils du premier). Nous retenons ici l'attribution de Pérouse de Montclos (1982) du traité à Augustin-Claude Tiercelet.

Les deux évocations des plates-bandes ci-dessous font référence à une partie ultérieure du livre concernant la coupe des pierres pour plus de détails. Cependant ce « petit traité » concernant le détail de la coupe des pierres qui devait faire partie d'un troisième volume n'a finalement pas été rédigé, ce qu'indique la seconde édition de 1764 (p. vi). La citation 24 renvoie d'ailleurs à une figure représentant une plate-bande en fausse-coupe (évoquée après dans la citation), et non à une voûte composée de voussoirs à crossettes.

Citation 24. Tiercelet (1728, p. 53)

Il seroit à propos de joindre les Voussoirs par crochets aux Voûtes où l'on ne fait pas une bonne butée (comme le fait voir la Figure 14.)

Annexe A. Sources bibliographiques

Ensorte que les crochets ne paroissent pas par dehors, ce qu'on fera mieux connoître dans le petit *Traité de la coupe des Pierres* qui sera une partie de ce Livre, en y parlant de la maniere de bander les croisées par joints perpendiculaires à l'imitation de celles du Louvre.

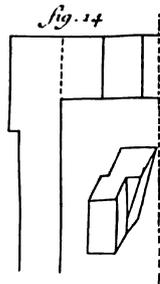


Plate-bande en fausse-coupe, d'après Tiercelet, 1728, p. 50

Citation 25. Tiercelet (1728, p. 61)

La largeur des Croisées doit être proportionnée à la grandeur & hauteur des Appartemens, leur forme la plus belle est bombée, dont l'Arc ait pour centre le sommet d'un Triangle équilatéral, les Cintrées ne conviennent qu'à des Palais, ou dans le milieu & l'extrémité d'une grande façade ; pour la solidité, soit qu'elles soient bombées ou en plattes-bandes, il faut que le nombre des Voussoirs soit impair, & que tous les joints paroissent tendre au centre, ou que la coupe soit faite de façon que les joints paroissent perpendiculaires. On donnera par la suite la coupe de l'une & de l'autre de ces Croisées.

*
* *

Bernard Forest de Bélidor (1697-1761)

Citation 26. Bélidor (1729, Livre II p. 39)

La première chose dont il faut être prévenu, est que pour avoir la coupe des clavaux qui doivent composer une plate-Bande, on trace un triangle équilatérale ALF sur la ligne LF qui exprime la largeur de la plate-bande, ensuite on divise cette largeur en autant de parties égales, qu'on voit à peu-près qu'elle doit contenir de claveaux, & du point A comme centre on tire des lignes qui passent par chaque point de division, lesquelles allant

rencontrer GI, marquent la figure & la grandeur des clavaux.

Voir fig. 6.32 p. 118

Citation 27. Bélidor (1729, Livre II p. 40)

La plate-Bande est de toutes les Voûtes celle qu'il a le plus de poussée, & qui a le moins de force ; c'est pourquoi elle n'est pas d'usage pour les Fortifications, ne s'employant guère que dans les grands édifices & avec des dépenses considérables à cause des barres de fer dont on se sert pour soulager les piés-droits, & pour lier les clavaux ensemble.

Citation 28. Bélidor (1729, Livre II p. 61)

Mr Abeille Ingenieur du Canal de Picardie, a imaginé une construction de plate-Bande fort ingénieuse, la coupe des Clavaux en est singulière & contribué beaucoup à diminuer la poussée que les piés-droits auroient à soutenir, j'en aurois volontiers fait la description si elle étoit venue à ma connoissance avant que les planches de ce second Livre fussent gravées.

*
* *

Amédée Frézier (1682-1773)

Citation 29. Frézier (1737, p. 280)

Seconde règle. Diviser le Ceintre Primitif en autant de parties égales qu'on veut avoir de rangs de Pierres ou Voussoirs, & régulièrement en nombre impair.

[...]

Nous ajoutons que les divisions doivent être en nombre impair, afin qu'il ne se trouve point de joint au milieu du ceintre ; mais une Pierre également appuyée sur les deux côtes de la voute qu'elle doit fermer dans l'exécution, on l'appelle pour cette raison la Clef, nom qui n'est pas affecté à une seule Pierre, mais au rang de voussoirs qui est le plus élevé : ce n'est pas qu'un joint sur le milieu d'un ceintre tirât beaucoup de conséquence pour la solidité ; mais il choqueroit la vue & la bonne ordonnance.

Citation 30. Frézier (1737, p. 281-282)

Troisième règle. Diviser les Arcs extérieur & intérieur du Ceintre Primitif, qui

Annexe A. Sources bibliographiques

comprennent l'épaisseur de la Voute en Parties proportionnelles par des perpendiculaires à ces Arcs, aux points de leur Divisions, pour régler l'inclinaison des joins de Tête.

[...]

La premiere raison sur laquelle est fondée cette division proportionnelle de l'arc extérieur & de l'intérieur, qui comprennent l'épaisseur de la voute, concerne la solidité, parce que les têtes des voussoirs deviennent par cette construction, en forme de coin, plus large du côté extérieur que de l'intérieur, la circonférence de l'un étant plus grande que celle de l'autre, les parties aliquotes en sont aussi plus grandes; de sorte que la Pierre ne peut passer par l'ouverture inférieure de l'intervalle de deux voussoirs, qui est plus étroit à la Doele qu'à l'Extrados; ainsi étant pressée par la pesanteur contre les voussoirs Collatéraux, qui se servent mutuellement d'appui les uns aux autres, elle est soutenue en l'air par la résistance des derniers appuis, qui sont les Piedroits, lesquels doivent avoir assez de force pour contrebalancer l'effort que ces voussoirs ou especes de coins font pour les écarter.

Nous avons encore deux autres raisons de cette construction; la premiere concerne la Simetrie, afin de conserver toujours une inclinaison uniforme des joins de tête sur la courbe du Ceintre; car quand même les parties de l'arc extérieur & de l'intérieur ne seroient pas proportionnelles, la voute n'en subsisteroit pas moins, pourvu que celles de l'intérieur soient toujours plus petites que celles de l'extérieur, il n'en résulteroit d'inconvénient que de la difformité, & une inégale impulsion des voussoirs contre les Collatéraux.

La seconde raison est pour une plus grande solidité, parce que les plans qui passent par les joins de tête, qu'on appelle les lits, étant perpendiculaires à la tangente de l'arc au point de la division, font avec la Doele de part & d'autre le plus grand angle qu'ils puissent faire, qui est le Droit, ou infiniment peu différent du Droit; car si on le faisoit obtus d'un côté, il rendroit l'autre aigu.

Or il importe que les résistances des Arêtes, c'est-à-dire, des angles des Pierres, soient égales pour porter également la charge, car il est clair que la plus forte feroit casser la plus foible, comme l'expérience le fait voir aux platebandes, où l'on est forcé d'en agir autrement;

ce que nous ferons remarquer au Livre suivant, en donnant les moyens d'y remédier.

Citation 31. Frézier (1738, p. 64)

Il faut remarquer que les pierres qui composent les voutes de ces trois espèces [platebandes, voutes plates, trompes plates] s'appellent Claveaux, à la différence de celles des voutes concaves, qui s'appellent Voussoirs.

Citation 32. Frézier (1738, p. 64)

On peut tracer l'épure de cette espèce de voute [Platebande] de plusieurs manières, qui reviennent toutes à la même fin, dans lesquelles il y a plus de disposition de goût que de Géométrie, & l'on peut dire que la solution de ce Problème est assez arbitraire pour la détermination de l'inclinaison des joints en lit; car à considérer la construction de la plate-bande dans la rigueur Méchanique, pourvu que les claveaux soient pyramidaux, & bien butés ils doivent se soutenir; parce que la partie supérieure est plus grande que l'ouverture inférieure, entre les appuis de ces tronçons de pyramide renversée.

Citation 33. Frézier (1738, p. 65-66)

Je baisse le centre de la coupe un peu plus que le sommet du triangle équilatéral, auquel les Architectes s'assujettissent; parce que la coupe Aa ou Bb du sommier en est un peu moins oblique, & celle des claveaux donne des parties un peu moins inégales, & des angles q & s moins aigus auprès du sommier AL, ou BN; en effet les arêtes du joint de lit de ce premier claveau sont si aiguës ordinairement, qu'elles se cassent à la charge pour peu que la pierre soit fragile. Les Architectes pour obvier à cet inconvénient ont imaginé de faire une portion de joint à plomb comme ir , qui fait un coude dans le joint zir , & un pli dans le contigu, c'est-à-dire un angle saillant dans l'un & rentrant dans l'autre claveau.

Mais il faut remarquer que ce retour d'équerre sur le platfond AB, est autant de retranché de la longueur de la coupe inclinée, qui fait le support des claveaux, & par conséquent une diminution sur la force de la platebande, qu'il ne faut plus compter de q en z , mais de i en z ; parce que la partie verticale ir est inutile pour l'appui.

D'où l'on doit conclure, que, lorsque les butées des piedroits sont bonnes, il convient

Annexe A. Sources bibliographiques

de prendre le centre encore plus bas que je ne le propose ; parce que les angles des premiers claveaux en deviendront plus forts, les inclinaisons des lits moins différentes, & les claveaux plus uniformes à la vue ; puisque leurs extradados augmentent sur l'égalité des divisions de la moitié de l'arc FB dans le rapport des tangentes.

[...]

« Il faut seulement remarquer que Mr de la Hire, & ceux qui l'ont suivi ont réglé le calcul de la poussée des platebandes sur le système de l'inclinaison des lits des sommiers au triangle équilatéral, ce qui soit dit en passant, pour y faire attention dans la recherche de l'épaisseur des piedroits. »

Voir fig. 6.23 p. 105

Citation 34. Frézier (1738, p. 66)

Quelques Architectes pour plus de simetrie & d'uniformité se contentent de régler l'inclinaison de la coupe des sommiers à l'angle de soixante degrez, par le moyen du triangle équilatéral ; après quoi ils ne font plus d'usage du centre S ; mais ils divisent l'intrados AB & l'extrados ab en un même nombre de parties égales, & tirent les joints de tête de l'un à l'autre par les divisions correspondantes nx, oy, qz ; tout cela se peut sans inconvénient.

Citation 35. Frézier (1738, p. 66)

Il nous reste à dire quelque chose des moyens de donner de la solidité à ce genre de voute, où les pierres sont dans une situation plus forcée que dans toute autre.

Pour cela les Architectes se sont avisez de différens expédiens. Les uns sont des ressauts ou redens, comme on voit en gm, cf, i2 au milieu du joint ; mais c'est une difformité qui n'est supportable que lorsqu'ils sont cachez par quelques mouhures, comme lorsque la platebande est taillée en Architrave, & que le ressaut est caché sous la saillie d'une face. Pour moi je préfère à cet artifice l'uniformité des joints unis qui s'affaissent aussi plus également à la charge de la platebande. Je voudrois cependant pour empêcher les claveaux de couler le long de leurs joints en lit y faire de petites cavitez hemispériques, propres à y loger une balle de plomb d'un pouce de diamètre, moitié dans chaque claveau, & y en mettre

deux au moins à chaque lit, ce qui est d'une exécution très facile ; puisqu'il ne s'agit que d'y pratiquer deux cavitez égales & bien également placées ; quoique cette invention soit nouvelle, il me semble que la raison en assure le succès.

D'autres Architectes au lieu de ressaut dans le milieu des claveaux en font au dessus de l'extrados, qui se surpassent les unes les autres par des crochets, appelez Crossettes, en s'élevant jusqu'à la clef, comme on voit en H7x ; cet artifice est plus sur que le précédent, mais il n'est propre qu'à des portes rustiques, & ne seroit pas bien au dessus d'une Architrave.

Voir fig. 6.23 p. 105

Citation 36. Frézier (1738, p. 67)

Enfin les plus timides fortifient les platebandes par des barres de fer dont ils traversent les claveaux, ou par dedans ou par derrière, ou par dessous, ce dernier est le plus désagréable à la vue & le plus mauvais : car le fer n'est pas d'une rigidité inflexible, il plie sous la charge, comme on le voit en plusieurs endroits ; il faut avouer que le fer est le grand antidote contre les affaissemens de cette espèce de voute, cependant lorsque les butées sont bonnes, & la pierre dont les claveaux sont faits, de bonne consistance, qu'on a soin de décharger la platebande du fardeau qui est au dessus, par une Arcade apparente ou cachée, on peut s'en épargner la dépense mettant en usage l'expedient que je propose.

Citation 37. Frézier (1738, p. 67)

Quelques Architectes au lieu de faire les joints apparens inclinez, comme ils doivent être, les ont fait à plomb, comme on en voit au dedans du vieux Louvre, ce que l'on appelle en fausse coupe ; mais puisqu'une telle situation de pierres sans support n'est pas naturelle, elle n'est pas belle selon moi ; elle ne surprend point le spectateur, & ne fait point admirer l'industrie de l'Architecte par les connoisseurs ; on conjecture bien que les claveaux sont soutenus ou par des barres de fer ou par de bonnes coupes, pratiquées au dedans des fausses, qui ne sont qu'un trompeuse apparence, comme on voit à la fig. 34.^a

Citation 38. Frézier (1738, p. 67-68)

Annexe A. Sources bibliographiques

Quoique le détail de la construction ne soit pas de notre sujet, je crois devoir avertir que quelque exactitude qu'on apporte à l'appareil & à la pose des plates-bandes, on ne doit jamais les faire horizontales sur leur étayement, mais un peu bombées; parce qu'en otant leur support elles s'abaissent toujours un peu vers le milieu; on ne peut dire de combien doit être cet exhaussement, pour que la charge mette le plafond de niveau; cela dépend, 1.° de la longueur de la portée, 2.° du nombre des claveaux, 3.° de la quantité de la pierre, & de l'adresse des Ouvriers qui la taillent, 4.° & enfin de l'attention à les poser & ferrer au joint.

[...]

Les Appareilleurs croient qu'il faut que les platebandes bombent un peu, prévenus qu'elles paroissent bomber en Contrebas, quand elles sont exactement de niveau; c'est une erreur que l'optique condamne dans d'aussi petites longueurs que celle qu'on peut donner à leur portée; car celle dont nous venons de parler est peut être la plus grande qui ait été exécutée, encore ne peut-elle l'être à ce point qu'avec bien des précautions, & une qualité de pierre d'une forte consistance.

Citation 39. Frézier (1738, p. 68)

A propos de pierre forte, je dirai qu'il s'en trouve de telle, qu'on lui fait des tenons & des queues d'yronde, comme à la menuiserie; des témoins oculaires m'ont dit avoir vu en Languedoc des platebandes se soutenir avec très peu de butée, & qu'en ayant approfondi la construction, ils ont trouvé les claveaux liez entr'eux par des tenons à queue d'yronde, logez dans des mortaises, à peu près comme on en voit assez souvent aux bahus des garde-fous des ponts Fig. 34.^e [fig. 6.23 p. 105]

Citation 40. Frézier (1738, p. 69)

Ce nom [voute plate] est aussi nouveau que l'invention de ces voutes, qui ne sont pas des platebandes, en ce qu'elles butent de quatre côtes, & que les claveaux sont faits tout différemment.

L'Epoque de cette invention que nous tenons de M. Abeille, fameux Architecte, qui a été dans le Corps des Ingénieurs, est de l'année 1699, suivant la date de l'approbation de l'Académie des Sciences.

Citation 41. Frézier (1738, p. 69)

Quoique le principal usage des platebandes soit de suppléer à la grandeur des pierres, qu'il faudroit employer pour faire les fermetures ou Linteaux des portes, & des Architraves d'une seule pièce, com-[?] les anciens le pratiquoient, on emploie aussi le même Trait & appareil à faire les voutes plates entières aux endroits où l'on a pas assez de hauteur, pour y en faire de concaves, dont il faudroit prendre la naissance trop près de terre. [...]

Citation 42. Frézier (1738, p. 72)

[A propos de l'inclinaison des joints de la voûte d'Abeille :] Cette inclinaison devroit être réglée à l'angle de 45 degrez, pour que la partie horizontale de l'appui fut égale à la hauteur de l'épaisseur du claveau; cependant à cause que cette inclinaison donne une arête un peu foible, on peut augmenter le nombre des degrez de l'ouverture, mais on augmentera aussi la poussée; parce que la partie horizontale de la coupe, dans laquelle consiste tout l'appui, diminuë à l'égard de l'épaisseur. Suivant la règle cette partie n'étant que le tiers de l'épaisseur, l'angle aigu sera de 71 degrez 34' [soit $\varphi = \pi - 71 - 34/60 = 18,4^\circ$], qui a pour tanfente le triple du sinus total, ce qui donne un angle fort ouvert, & par conséquent beaucoup de poussée sans nécessité; au reste comme les figures du recueil ne s'accordent pas avec cette partie du discours, on peut soupçonner qu'il y a quelque erreur dans l'un ou dans l'autre.

*
* *

Encyclopédie de Diderot et d'Alembert

Les textes de l'Encyclopédie ont été publiés de 1751 à 1765 en 17 volumes, et les planches de 1762 à 1772 en 11 volumes. L'auteur de l'article sur la fausse-coupe est Louis-Jacques Goussier (1722-1799), dont les articles sont signés par la lettre (D). Les auteurs des articles *plate-bande* et *voûte* (comprenant la description des voûtes plates) ne sont pas connus avec certitude, mais il pourrait s'agir de Louis-Jacques Goussier qui a écrit sur les

Annexe A. Sources bibliographiques

sujets concernant la coupe des pierres, ou J.-F. Blondel (1705-1774) qui a écrit sur l'architecture⁽¹⁾

Citation 43. Diderot et d'Alembert (1751)

Les arcs en tiers & quart-point, comme s'expriment quelques ouvriers d'Angleterre, quoique les Italiens les appellent di terzo & quarto acuto, parce qu'à leur sommet ils font toujours un angle aigu, sont deux arcs de cercle qui se rencontrent en formant un angle par le haut, & qui se tirent de la division de la corde en trois ou quatre parties à volonté.

Citation 44. Diderot et d'Alembert (1756)

Fausse-coupe, s. f. (Coupe des pierres.) c'est la direction d'un joint de lit oblique à l'arc du ceintre, auquel il doit être perpendiculaire pour être en bonne coupe. Les joints CD, CD, (figure 13.) sont en bonne coupe, parce qu'ils sont perpendiculaires à la courbe, & les joints mn, mn, sont en fausse-coupe.

Lorsque la voûte est plate comme aux plates-bandes, ce doit être tout le contraire; la bonne coupe doit être oblique à l'intrados, comme sont les joints mn, mn, (fig. 14.) au plat-fond AB, pour que les claveaux soient faits plus larges par le haut que par le bas; car si les joints sont perpendiculaires à la platebande, les claveaux deviennent d'égale épaisseur & sont alors en fausse-coupe, & ne peuvent se soutenir que par le moyen des barres de fer qu'on leur donne pour support, ou par une bonne coupe cachée sous la face à quelques pouces d'épaisseur, comme on en voit aux portes & aux fenêtres du vieux Louvre à Paris, dont voici la construction. ABCD (fig. 15.) représente la face d'une plate-bande; CD est l'intrados; ABFE est l'extrados en perspective; mn, mn, est la fausse-coupe apparente; no, no, est la bonne coupe qui est enfoncée dans la plate-bande de la quantité nr de trois ou quatre pouces d'épaisseur, & occupe l'espace rst . La figure 2. représente la clé, & la figure 3. un des autres voussoirs, où l'on voit une partie concave $nrst$, propre à recevoir la partie convexe $nrotv$ de la clé, & une partie convexe $nrotv$ (figure 3.) propre à être reçue dans la cavité du voussoir prochain. (D)

Citation 45. Diderot et d'Alembert (1765a)

Les pierres qui en sont les parties, s'appellent

claveaux, & non pas voussoirs, comme aux autres voûtes.

Citation 46. Diderot et d'Alembert (1765a)

La longueur de la plate-bande entre les piés droits, s'appelle portée; c'est le genre de voûte qui a le plus de poussée, c'est-à-dire qui fait le plus d'effort pour renverser les piés droits. Cet effort est d'autant plus grand que le point E fig. 22. où se réunissent les joints de lits, est plus éloigné de la plate-bande AB, & il est en même proportion que l'aire du triangle AEB.

Citation 47. Diderot et d'Alembert (1765a)

Comme on ne peut faire les angles CCB, que font les joints avec la plate-bande, aigus que jusqu'à un certain point, parce qu'il pourroit s'y faire des balevres, & qu'il est d'ailleurs essentiel de diminuer la poussée autant qu'il est possible, on s'est avisé de faire les joints de lits des claveaux de deux parties; comme on voit du côté A de la même figure, en laissant un repos horizontal à chaque claveau pour recevoir la saillie de son voisin. Ce qui a assez bien réussi, surtout depuis qu'on a remédié à l'inconvénient de ne pas pouvoir facilement ficher les joints, en faisant une grande breche A, au ressaut qui empêchoit l'introduction du mortier, ainsi que l'on peut voir à la fig. 2. qui représente un claveau séparé, & un en perspective.

Citation 48. Diderot et d'Alembert (1765b)

On préfère dans bien des cas les voûtes plates, parce qu'elles donnent à la pièce plus de hauteur & d'élévation, & que d'ailleurs elles sont plus fermes & plus durables. Voyez Platfond, Plancher, &c.

Citation 49. Diderot et d'Alembert (1765b)

Mais il arrive toujours que cet effort [sur les faces latérales du claveau considéré] est d'autant plus grand, que les plans inclinés le sont moins; de sorte que s'ils étoient infiniment peu inclinés, c'est-à-dire, s'ils étoient perpendiculaires à l'horison aussi bien que la clé, elle tendroit à tomber avec tout son poids, & tomberoit actuellement, à-moins que le mortier ne la retînt.

Citation 50. Diderot et d'Alembert (1765b)

Voûte plane. Il y a en général deux manières

(1). Source : The ARTFL Project, <http://encyclopedie.uchicago.edu/>, consulté le 25/05/2017.

Annexe A. Sources bibliographiques

de les faire : si on avoit des pierres assez grandes pour pouvoir couvrir de grands appartemens, la voûte plane seroit bientôt faite ; il n'y auroit qu'à tailler la pierre A en biseau ou talud renversé ab sur les bords, ensorte que la pierre fût une pyramide tronquée & renversée, ainsi qu'elle est représentée dans la figure [30] à la lettre A, & le haut des murs de la chambre en talud BCD pour servir de coussinets à la pierre A ; si on l'applique alors dans l'espece d'entonnoir BCDE, il est évident qu'elle ne pourra point tomber en-bas, à cause que l'ouverture de chambre est plus petite que sa grande base.

Mais comme on ne trouve pas de pierre assez grande pour faire les planchers d'une seule piece, on est obligé de les faire de différens morceaux, qui réunis font le même effet.

Supposons qu'au lieu de grandes pierres, on ne trouvât que des anneaux Q R S T, fig. 31. n°. 2. de différentes grandeurs, & percés à jour en talud mn, & ayant un talud renversé TV, en tout semblable au talud ab de notre grande pierre. Si on en met plusieurs les uns dans les autres, comme la fig. 31. le représente ; leur assemblage formera une voûte plate, que l'on pourroit comparer au marc dont se servent les orfevres. Mais comme on ne trouve pas non plus de pierre assez grande pour faire les anneaux d'une seule piece, on les fait de plusieurs parties, qu'il faut observer de poser en liaison. Voyez Liaison.

Tous les joints de cette sorte de voûte, tant ceux de lit (qui sont ceux qui séparent les anneaux les uns des autres), que ceux de tête, doivent concourir au sommet commun P des pyramides renversées, dont nous avons supposé les tronçons enfilés les uns dans les autres.

La figure L M N O, fig. 32. représente l'épure de cette sorte de voûte. Si la chambre étoit ronde, les rangs de claveaux seroient des tronçons de cône.

Citation 51. Diderot et d'Alembert (1765b)

La seconde maniere de construire les voûtes plates est fondée sur une invention de Serlio, qui a donné une maniere de faire des planchers avec des poutrelles trop courtes pour être appuyées sur les murs de part & d'autre : c'est une certaine disposition qui consiste à les faire croiser alternativement, ensorte

qu'elles s'appuient réciproquement le bout de l'une sur le milieu de l'autre, duquel arrangement on voit la représentation dans la fig. 33.

On ne peut douter que les voûtes plates de la seconde maniere n'aient été imitées de cette charpente ; car si on considere chaque parallélogramme de l'extrados comme une piece de bois, fig. 34. on verra qu'on a suppléé aux entailles & aux tenons de la fig. 33. par des taluds sur les côtés, & des coupes en sur-plomb sur les bouts ; les uns & les autres conservant toujours cette sorte d'arrangement, que les architectes appellent à batons rompus.

Mais ce qui rend l'invention de cette voûte plus ingénieuse que celle de la charpente, c'est que par le moyen de ces sur-plombs & de ces taluds prolongés, on remplit le vuide (qui reste entre les poutrelles), dans le parement inférieur, où l'on forme un plafond continu, tout composé de quarrés parfaits arrangés de-suite en échiquier, fig. 35. qu'on appelle en architecture en déliaison, ce qui en rend l'artifice digne d'admiration : il n'en est pas de même dans la surface supérieure, elle ne peut être continue, parce que les coupes des taluds restent en partie découvertes, de-sorte qu'il s'y forme des vuides en pyramides quarrées renversées a b c d e, fig. 36. qui représente l'extrados de cette voûte, dont l'inventeur est M. Abeille. Ces vuides donnent occasion de faire un compartiment de pavé agréable & varié, parce qu'on peut y mettre des carreaux différens de celles des premières pierres.

Cette interruption de continuité a donné occasion au pere Sebastien & à M. Frezier, de chercher les moyens de remplir les vuides pyramidaux par des claveaux mixtes. Le pere Sebastien en a inventé dont les joints au talud sont des surfaces gauches, & M. Frezier en a trouvé de deux sortes, dont voici les exemples. A, fig. 37. n°. 2. représente un claveau vu par la surface inférieure. B, représente le même claveau vu par-dessus, & la figure 37. l'extrados de cette voûte.

L'autre maniere de voûte est représentée, fig. 38. l'extrados est tout composé de quarrés, lesquels sont précisément la moitié de ceux de la doelle. Un des claveaux est représenté par-dessus & par-dessous aux figures a & b, fig. 38. n°. 2.

*

* *

Jacques-François Blondel (1705-1774) et Pierre Patte (1723-1814)

Citation 52. Blondel (1752, p. 108)

Il se fait de trois especes de Portes ; celles en Plein-ceintre, les Quarrées, & les Bombées. Quelques Architectes modernes en ont introduit une quatrième espece appelée surbaissée, ou en anse de panier ; mais le mauvais usage que plusieurs d'entre'eux en ont fait, les a exclu de tout genre de décoration régulière, aussi bien que les surmontées que les Gothiques avoient introduit dans leurs bâtimens : & si quelque fois l'on fait des Portes surbaissées, ce ne doit être que pour des étages en soubassement, comme on l'a pratiqué à la Fontaine de la rue de Grenelle, afin de rendre leur hauteur plus en rapport avec leur largeur.

Citation 53. Blondel (1752, p. 110)

La maniere de tracer les arcs d'une porte bombée, est de les décrire du sommet d'un triangle équilatéral, au moins, comme E (Figure VI), ou du sommet d'un triangle isocelle, au plus, dont la perpendiculaire soit le double de la base, comme D, même Figure : variation qui doit dépendre de leur ouverture. Mais en général il faut sçavoir que cet arc étant rendu trop sensible, produit à l'oeil un mauvais effet, parce qu'il ressemble à un plein ceintre corrompu, de même qu'en le faisant trop méplat il ressemble à une plate-bande droite dont l'exécution est vicieuse.

Voir fig. 6.30 p. 115

Citation 54. Blondel (1752, p. 113)

Pour nous conformer à l'usage de la décoration Française, qui est l'objet de ce Traité, nous dirons que pour établir aux croisées une proportion relative au caractere de chaque édifice, il faut avoir égard à la diversité de leurs formes, lesquelles, ainsi que les portes, doivent se réduire à trois especes, sçavoir celles en plein ceintre, celles à plate-bande, & celles qu'on nomme bombées ; devant rejeter absolument les surbaissées, qui doivent encore moins faire l'objet de la décoration extérieure des croisées que celle des portes, malgré l'exemple qu'on en voit au nouveau bâtiment de l'Abbaye de St. Denis, & malgré la licence dont on use quelquefois de les faire à oreille, ainsi qu'on en remarque dans plusieurs maisons à Paris.

Citation 55. Blondel (1752, p. 114)

Les croisées à plate-bande & bombées sont celles dont on fait le plus d'usage ; les quarrées s'employent plus ordinairement dans les ordonnances Toscane & Dorique. [...]

Les croisées bombées peuvent être plus élégantes que celles à plate-bande droite, mais il faut sçavoir que jamais, dans quelque ordonnance que ce puisse être, elles ne doivent surpasser en hauteur deux fois & demi leur largeur. On employe les premières assez indistinctement à tous les Ordres, à l'exception du Toscan, faisant attention que l'arc de cercle qui termine leur partie supérieure ne soit pas trop ressenti, ainsi que nous l'avons recommandé (page 110) en parlant des portes de cette espèces, Fig VI même Planche.

Voir fig. 6.30 p. 115

Citation 56. Blondel (1752, p. 156)

Il se fait aussi des voûtes plates qu'on nomme à platebande, & qui sont d'usage dans les grands édifices où l'on introduit des Péristyles, tels que celui du Louvre, ou des plafonds très-méplats, tels que celui du Vestibule de l'hôtel de Matignon, à Paris, dont les claveaux doivent être décrits du sommet d'un triangle équilatéral, ainsi que ceux des arcs en plein ceintre & surbaissés qui doivent tendre aux foyers qui en ont déterminé la cherche. Pour la propreté de l'appareil dans les plate-bandes droites du côté de leur parement, on affecte que les joints soient perpendiculaires, comme on le remarque au Louvre, ce qui n'affoiblissant pas la solidité, donne à l'édifice une hardiesse apparente qui tient du merveilleux.

Citation 57. Blondel et Patte (1777a, p. 52-53)

Il y a environ 80 ans que les appuis de pierre des croisées embrassoient toute l'épaisseur des murs, ce qui empêchoit de voir commodément dans la rue, & surchargeoit inutilement les plates-bandes ou linteau des croisées inférieures ; mais maintenant il est d'usage de supprimer l'épaisseur de l'embrasement, de réduire le mur vers cet endroit à l'épaisseur seule du tableau & de la feuillure ; ce qui est très-bien raisonné pour la construction, & à la fois plus commode.

Annexe A. Sources bibliographiques

Citation 58. Blondel et Patte (1777a, p. 266-267)

On appelle Plate-bandes, des espèces de voûtes qui terminent le haut des bayes, des portes, ou des croisées. Les unes sont droites, figure VI; les autres sont bombées, figure VII: leurs Claveaux ou Voussoirs i, tendent d'ordinaire au sommet d'un Triangle équilatéral g, dont la base est la longueur de la Plate-bande. On voit cependant dans la moitié de la figure VI, que les Joints h, sont perpendiculaires; ce qui se pratique quelquefois en devant d'une plate-bande pour le coup-d'œil, mais l'intérieur desdits joints ne laisse pas pour cela de tendre vers le point g, ainsi qu'il vient d'être dit.

Définition complétée p. 288 cit. 59

Citation 59. Blondel et Patte (1777a, p. 288)

On termine les croisées, soit en plein-cintre, soit en anse-de-panier, soit en plate-bande droite ou bombée: mais quelques figures qu'elles ayent, leurs voussoirs doivent toujours être en nombre impair, & celui du milieu forme ce qu'on appelle la clef. Dans les croisées plein cintre ou anse-de panier, les joints des voussoirs tendent vers le centre ou les centres de ces courbes: & dans les croisées à plate-bande, ils tendent au sommet d'un triangle équilatéral dont la largeur des croisées détermine le côté. On observe dans le dernier cas, c'est-à-dire dans l'exécution des croisées à plate bande, de tailler quelquefois les voussoirs à crosette par le bas pour éviter l'aiguité des angles; & même il y en a qui affectent de dérober l'obliquité des joints de ces voussoirs en dehors, en pratiquant sur le devant de fausses coupes pour les faire paroître comme s'ils étoient perpendiculaires, ainsi que nous l'avons expliqué précédemment en décrivant la figure VI de la Planche LXX [cit. 58]. Enfin on soulage communément le poids & la poussée des plate-bandes droites des portes & des croisées par le moyen d'un linteau de fer, qu'on encastre de toute son épaisseur par dessous.

Voir fig. 6.43 p. 132

Citation 60. Blondel et Patte (1777a, p. 290)

On laisse souvent les poitrails apparents en dehors, en les enduisant d'une couleur de pierre à l'huile: mais quelquefois on les recule d'un pouce de l'affleurement du mur, pour les latter, & y faire un enduit en plâtre badigeonné, où l'on grave des joints qui imitent une plate-bande en pierre.

Citation 61. Blondel et Patte (1777a, p. 290)

Quelquefois on fait leurs grands paliers tout droits par dessous, quoiqu'entièrement bâtis en pierre; mais alors on ne vient à bout de contenir leurs claveaux ou voussoirs dans une pareille position, qu'en mettant des T de fer dans leurs joints, & qu'en multipliant les tirants dans l'épaisseur desdits paliers, de manière à empêcher tout espèce de poussée, surtout vers le vuide de l'escalier. La figure VI est le Plan du grand Palier d'un escalier à deux rampes; on y voit la disposition circulaire des Claveaux N, autour des angles, ainsi que des Tirants en croix O, cachés sous le carreau, pour empêcher l'écartement des murs. La figure VII est le Profil de la Plate-bande P, à l'arrivée des marches, dont les claveaux sont soutenus de deux l'un par des T renversés, vissés dans une chaîne de fer quarré destinée à contenir en même tems les murs opposés. Mais le plus souvent par économie, on se borne à exécuter les planchers de ces grands paliers en charpente, & alors on prend le parti d'appuyer les voussures des rampes contre les marches desdits paliers.

Voir fig. 10.9

Citation 62. Patte (1769, p. 300)

La façon surtout dont les tirans sont placés par-dessous l'architrave est remarquable; & c'est, je crois, de toutes les manières d'assurer une plate-bande, la plus solide: les deux Mansard ne les plaçoient jamais autrement; en effet, comme les claveaux d'une plate-bande dirigent toujours leurs efforts en contre-bas, plus on peut saisir le mandrin d'axe de la colonne près du chapiteau, mieux on doit réussir, de toute nécessité, à retenir efficacement leur poussée

Voir fig. B.63

*
* *

Charles François Roland Le Virloys (1716-1772)

Citation 63. Roland Le Virloys (1770a, p. 451)

Plate-bande de fer; est toute barre placée sous les claveaux d'une plate-bande de pierre, pour en soulager la portée.

Citation 64. Roland Le Virloys (1770b, p. 37)

Tirant de fer; est une barre de fer plat, plus ou moins longue, ayant à chaque extrémité un oeil, pour recevoir un ancre : son usage est le même que le précédent [Tirant de bois] : tels sont ceux qui retiennent la poussée des plate-bandes du péristyle du Louvre.

*
* *

A.2 Citations des traités de l'Époque Contemporaine

Nicolas Le Camus de Mézières (1721-1789)

Citation 65. Le Camus de Mézières (1786, p. 116-117)

En construisant en moilon, vous vous servirez de linteaux en bois : si c'est en pierre, vos plate-bandes ou cintres doivent se soutenir par la coupe. Mettez pour les plates-bandes un linteau de fer encastré dans la partie de la feuillure. Cette précaution cependant n'est nécessaire qu'autant qu'on bâtit rapidement, & qu'on ne laisse pas au mortier le temps de prendre consistance.

*
* *

Citation 68. Simonin (1792, p. 37-38)

Toute la difficulté consiste à donner de la solidité au claveau ABCD dont la forme, nécessaire pour soutenir les autres claveaux, ne paroît propre qu'à causer sa chute et par conséquent celle du demi-berceau.

Voir fig. 7.6 page 145

*
* *

Simonin

Citation 66. Simonin (1792, p. 4)

On m'objectera, peut-être, que le poids des clefs & contre-clefs, feroit arquer le plafond par en bas ? mais ne donne-t'on pas à l'épure d'une platte bande, une certaine élévation sous clef, au dessus des naissances, afin que par le tassement, le plafond se trouve de niveau ?

Citation 67. Simonin (1792, p. 37)

L'inclinaison BG, EI, AK, des claveaux, doit être aussi proportionnellement partagée ; ainsi, DG, doit être la moitié de FI, & FI, les deux tiers de HK.

Voir fig. 8.3 page 153

Gaspard Monge (1746 – 1818)

Citation 69. Dhombres (1992, p. 340)

*Une des conditions auxquelles la position des joints doit satisfaire, c'est qu'ils soient perpendiculaires entre eux et que les uns et les autres rencontrent perpendiculairement la surface de la voûte. **Si l'on s'écartait** sensiblement de cette loi, non seulement on blesserait les convenances générales, sans lesquelles rien ne peut avoir de la **grâce**, mais encore on s'exposerait à rendre la voûte **moins solide et moins durable** : car si l'un des joints était oblique à la surface de la voûte, des deux voussoirs contigus à ce joint, l'un aurait un angle obtus, l'autre un angle aigu, et dans la réaction que les deux voussoirs exercent l'un sur l'autre, ces deux angles ne seraient pas capables de la même résistance : à cause de la fragilité des matériaux, l'angle aigu serait exposé à éclater, ce qui altérerait la forme de la voûte et compromettrait la durée de l'édifice.*

Relevé par Sakarovitch (1992, p. 536)

Citation 70. Dhombres (1992, p. 419)

Annexe A. Sources bibliographiques

Une des principales conditions auxquelles la forme des joints des voussoirs doit satisfaire, c'est d'être partout perpendiculaires à la surface de la voûte que ces voussoirs composent : car, si les deux angles qu'un même joint fait avec la surface de la voûte étaient sensiblement inégaux, celui de ces angles qui excéderait l'angle droit serait capable d'une plus grande résistance que l'autre ; et dans l'action que deux voussoirs consécutifs exercent l'un sur l'autre, l'angle plus petit que l'angle droit serait exposé à éclater, ce qui, au moins, déformerait la voûte et **pourrait même altérer sa solidité et diminuer la durée de l'édifice**. Lors donc que la surface d'un joint doit être courbe, il convient de l'engendrer par une droite qui soit partout perpendiculaire à la surface de la voûte ; et, si l'on veut de plus que la surface du joint soit développable, il faut que toutes les normales à la surface de la voûte et qui composent, pour ainsi dire, le joint, soient consécutivement deux à deux dans un même plan. Or, nous venons de voir que cette condition ne peut être remplie, à moins que toutes les normales ne passent par une même ligne de courbure de la surface de la voûte ; donc, si les surfaces des joints des voussoirs d'une voûte doivent être développables, il faut nécessairement que ces surfaces rencontrent celle de la voûte dans ses lignes de courbure.

D'ailleurs, avec quelque précision que les voussoirs d'une voûte soient exécutés, leur division est toujours apparente sur la surface ; elle y trace des lignes très sensibles, et ces lignes doivent être soumises à des lois générales et satisfaire à des convenances particulières, selon la nature de la surface de la voûte. **Parmi les lois générales, les unes sont relatives à la stabilité, les autres à la durée de l'édifice** ; de ce nombre est la règle qui prescrit que **les joints d'un même voussoir soient rectangulaires entre eux**, par la même raison qu'ils doivent être eux-mêmes perpendiculaires à la surface de la voûte. Aussi les lignes de division des voussoirs doivent être telles que celles qui divisent la voûte en assises soient toutes perpendiculaires à celles qui divisent une même assise en voussoirs. Quant aux convenances particulières, il y en a de plusieurs sortes et notre objet n'est pas ici d'en faire l'énumération ; mais il y en a une princi-

pale, c'est que les lignes de division des voussoirs, qui, comme nous le venons de le voir, sont de deux espèces et qui doivent se rencontrer toutes perpendiculairement, doivent aussi porter le caractère de la surface à laquelle elles appartiennent. Or, **il n'existe pas de ligne sur la surface courbe qui puisse remplir en même temps toutes ces conditions, que les deux suites de lignes de courbure**, et elles les remplissent complètement. Ainsi la division d'une voûte en voussoirs doit donc toujours être faite par des lignes de courbure de la surface de la voûte et les joints doivent être des portions de surfaces développables formées par la suite des normales à la surface qui, considérées consécutivement, sont deux à deux dans un même plan ; en sorte que, pour chaque voussoir, les surfaces des quatre joints et celle de la voûte soient toutes rectangulaires.

Avant la découverte des considérations géométriques sur lesquelles tout ce que nous venons de dire est fondé, les artistes avaient un sentiment confus des lois auxquelles elles conduisent, et, dans tous les cas, ils avaient coutume de s'y conformer. Ainsi, par exemple, lorsque la surface de la voûte était de révolution, soit qu'elle fût en sphéroïde, soit qu'elle fût en berceau tournant, ils divisaient ses voussoirs par des méridiens et par des parallèles, c'est-à-dire par les lignes de courbure de la surface de la voûte.

Les joints qui correspondaient aux méridiens étaient des plans menés par l'axe de révolution ; ceux qui correspondaient aux parallèles étaient des surfaces coniques de révolution autour du même axe ; et ces deux espèces de joints étaient rectangulaires entre eux et perpendiculaires à la surface de la voûte. Mais, lorsque les surfaces des voûtes n'avaient pas une génération aussi simple et quand leurs lignes de courbure ne se présentaient pas d'une manière aussi marquée, comme dans les voûtes en sphéroïdes allongés et dans un grand nombre d'autres, les artistes ne pouvaient plus satisfaire à toutes les convenances et ils sacrifiaient, dans chaque cas particulier, celles qui leur présentaient les difficultés les plus grandes.

Relevé par Sakarovitch (1992, p. 536)

*

* *

Charles-François Viel (1745-1819)

Citation 71. Viel (1805, p. 35)

Une foule d'autres bâtimens de la capitale, quoique composés avec des appareils réguliers, perdent cependant beaucoup de force dans la construction des platebandes ; ce sont les coupes verticales et celles inclinées dans les claveaux, les uns avec des enclavements intérieurs, les autres avec des redans extérieurs. Ces deux espèces d'appareils exposent également à des ruptures dangereuses, comme on le verra bientôt. Je traiterai dans la suite des appareils par évidemens, troisième espèce dont le Panthéon-Français est le plus grand exemple.

Je ne dissimulerai point que le péristyle du temple de Saint-Sulpice est appareillé dans ses plates-bandes par des coupes verticales ; c'est le seul reproche que l'on puisse faire dans l'exécution de cette admirable fabrique. Mais toutes les parties de la construction sont si abondamment fournies de masses, que la solidité ne peut en être compromise ; la courbe insensible de deux pouces de flèche qui existe dans l'axe des platebandes de l'ordre dorique, répare la faiblesse des coupes verticales.

Les deux espèces d'appareils que je proscriis dans les platebandes prennent faveur. Tel monument public qui vient d'être restauré, a ses claveaux par redans à l'extérieur ; et quoiqu'ils soient en pierre dure, déjà tous les sommiers sont rompus. Dans tel autre édifice du premier rang, l'on a fait des platebandes avec des coupes verticales et des enclavemens qui les exposent d'autant plus à des ruptures.

Jean Rondelet (1743-1829)

Citation 72. Rondelet (1804, p. 101)

On remarque, dans les constructions des Arabes, qu'ils affectaient de faire les joints des voûtes en pierres de taille par ondulation ou dentelés, ce qui prouve que les constructeurs, de tous les tems et de tous les pays, ont connu l'avantage d'augmenter, par tous les moyens possibles, l'union des pierres qui ne peuvent se soutenir par leurs joints, en les empêchant de glisser.

Citation 73. Rondelet (1804, p. 100)

Les anciens, pour empêcher les pierres d'agir,

ont pratiqué quelquefois, dans les joints des voussoirs et des claveaux, des espèces de tenons et des entailles. On en trouve un exemple au théâtre de Marcellus à Rome, dans les joints des plate-bandes qui soutiennent les retombées des voûtes du second rang des portiques qui règne autour. [...] On en voit de semblables dans les joints des voussoirs de plusieurs arcs antiques, et sur-tout dans ceux du Colisée. Au lieu de bossage réservé en taillant la pierre, ils ont quelquefois incrusté des cubes de pierre de trois à quatre pouces.

Voir fig. B.10 page 347

Citation 74. Rondelet (1804, p. 92)

Le principe général de l'art de l'appareil et de la coupe des pierres exige que dans les murs, comme dans les voûtes, les joints des pierres qui se touchent fassent des angles égaux ou des angles droits avec les surfaces apparentes qu'elles forment ; et comme dans les voûtes plates il n'y a que des joints perpendiculaires à leur surface qui puissent former avec elle des angles égaux, il en résulte que toutes les voûtes plates horizontales devraient avoir leurs joints d'à-plomb. Mais cette disposition ne pouvant servir à soutenir des pierres qui ne doivent avoir d'autre appui que leurs joints, on a été obligé de les incliner en les tirant d'un même point C, afin de donner aux pierres la forme de coin pour qu'elles puissent se soutenir, figure 7, planche XXVII. Comme cet appareil a le désavantage de former des angles inégaux avec la surface inférieure, il en résulte que ces pierres, auxquelles on donne le nom de « claveaux », n'ont pas une résistance égale ; que leurs efforts ne se correspondent pas, et quelles poussent toutes à faux les unes des autres, comme on le voit par les perpendiculaires tirées de l'extrémité des joints 6, 7 et 8 ; de sorte qu'une pareille voûte ne pourrait se soutenir, quelque fut l'épaisseur des pied-droits, si le frottement causé par la rudesses et l'inégalité des surfaces ne les empêchait d'agir librement, et si le mortier et les fers qu'on emploie à leur construction ne les entretenaient ensemble avec une force supérieure à ces efforts. On pourra s'assurer de cet effet, comme moi, en faisant faire un modèle en marbre poli.

Citation 75. Rondelet (1804, p. 95)

Annexe A. Sources bibliographiques

Tous ces fers forment une espèce d'armature qui contient ces plate-bandes de manière à ne pouvoir agir d'aucune façon, à cause du tirant intermédiaire qui empêche la plate-bande supérieure de s'écarter; car il faut observer qu'un tirant placé sur l'extrados d'une plate-bande simple, ne suffit pas toujours pour l'empêcher d'agir, comme on le voit par la fig. 11, planche XXVII, sur-tout lorsqu'elle a peu d'épaisseur : en effet, le moindre écrasement aux arêtes supérieures de la clef et aux arêtes inférieures des claveaux qui joignent les pied-droit, peut occasionner la désunion et même la chute de cette espèce de voûte, sans que les sommiers ou les parties supérieures des pied-droits s'écarterent, à cause du peu de différence qui se trouve dans les plate-bandes qui n'ont pas une grande épaisseur, entre l'oblique AK et l'horizontale AC. On doit convenir aussi que la moindre extension de la chaîne ou tirant, peut favoriser cet effet, sur-tout lorsqu'elle n'est pas d'une seule pièce; c'est pourquoi les voûtes plates ne conviennent pas pour les pièces d'une certaine étendue. On ne peut les employer avec succès que pour des architraves ou des plate-bandes auxquelles on peut donner une épaisseur égale au quart, ou au moins au cinquième de leur portée : elles peuvent encore être employées pour former des plafonds de peu d'étendue, renfermés entre des architraves.

Citation 76. Rondelet (1804, p. 101)

Dans les pays où la pierre a beaucoup de consistance, on fait les joints des plate-bandes à crossettes, comme on le voit indiqué dans la figure 8; ce moyen, équivalent à une coupe, a, de plus, l'avantage d'éviter la forme de coin : c'est celui qui convient le mieux pour les voûtes intérieures qui ne peuvent pas avoir beaucoup d'épaisseur. Il ne faut pas cependant faire les crossettes trop grandes; il n'est pas nécessaire de leur donner plus de 2 ou 3 pouces, et il faut que la partie au-dessous soit au moins deux fois plus grande que la saillie.

Citation 77. Rondelet (1804, p. 101)

Plusieurs constructeurs modernes ont fait usage de balles de plomb d'environ deux pouces de gros, pour mettre dans les joints des plate-bandes. J'ai vu même y employer des cailloux ronds, et je pense que lorsqu'ils

sont entaillés et scellés avec soin, ils sont préférables aux balles de plomb, parce qu'ils ont plus de fermeté.

Citation 78. Rondelet (1834, p. 118)

En général, la mesure de l'angle C, formé au milieu, par la rencontre des lignes tirées des deux sommiers, peut varier de 60 à 40 degrés dans la pratique ordinaire.

*
* * *

Jean-Paul Douliot (1788-1834)

Jean-Paul Douliot est un compagnon passant tailleur de pierre, devenu professeur d'architecture à l'École de dessin de Paris (Mathonière, 2016).

Citation 79. Douliot (1825, p. 81)

S'il arrivait que l'on se trouvât dans quelque circonstance où il ne fût pas possible de donner assez de longueur de coupe vers la clef, on pourrait y suppléer de plusieurs manières, plus ou moins efficaces. Je vais en présenter deux exemples des plus simples, où il ne sera employé d'autres secours que ceux que peut donner la forme des claveaux; ensuite j'expliquerai quelques armatures en fer, que l'on peut employer dans des cas plus difficiles.

Citation 80. Douliot (1825, p. 80)

Je donne le nom de claveaux en état de charge, tous ceux qui ont la forme GBCb-DEFg [fig. 6.13]; ce nom me paraît mieux exprimer l'effet qu'ils produisent, que les mots tas de charge qu'on emploie ordinairement. Comme c'est à la partie horizontale CD que ces claveaux doivent leur propriété et leur nom, nous appellerons état de charge cette partie horizontale elle-même.

Citation 81. Douliot (1825, p. 81)

En général, quelle que soit la forme d'appareil que l'on adopte pour une plate-bande, les coupes de la clef doivent être uniformes. En effet, dans la pratique, on pose successivement les claveaux à droite et à gauche, sur les sommiers, de sorte que la clef est toujours posée la dernière. Or, quelque soin qu'on ait apporté au tracer, à la taille et à la pose des claveaux, jamais le vide qui reste pour la clef n'est parfaitement indiqué par l'épure, ce qui

Annexe A. Sources bibliographiques

fait qu'on est obligé d'attendre que tous les claveaux de la plate-bande soient posés, pour prendre, sur place, la mesure de la clef; et comme il faut nécessairement que cette clef entre juste à sa place, non pas tout-à-fait d'elle même, mais en la forçant avec précaution, pour qu'elle presse et maintienne solidement les autres claveaux, cette opération serait très difficile, si les coupes n'étaient pas uniformes.

*
* *

Joseph Adhémar

Citation 82. Adhémar (1845, p. 15)

[A propos d'une voûte plate] Cette espèce de voûte n'aura pas de poussée, si l'on fait tout autour de chaque rangée de claveaux une crossette telle que mnyr; on pourra, dans ce cas, considérer la voûte entière comme composée de châssis rectangulaires et concentriques s'emboîtant les uns dans les autres, et portant sur les parties horizontales des crossettes. Cette précaution ne suffit pas; il reste encore à tailler les claveaux d'une même rangée, de manière qu'ils se soutiennent mutuellement. Pour cela on fera sur la tête de chaque claveau une crossette ab (fig. 30), au moyen de laquelle il s'appuiera sur le claveau qui précède en partant du claveau d'angle.

*
* *

Claudé et Laroque

Citation 83. Claudé et Laroque (1850, p. 241-242)

Ces linteaux [armatures placés sous la plate-bande] doivent être peints à l'huile ou goudronnés, pour les préserver de l'oxydation, et on remplit de plâtre coloré de la même couleur que la pierre (en y mêlant un peu d'ocre jaune), les entailles faites pour les recevoir, lesquelles doivent avoir une profondeur suffisante pour qu'il y ait au moins un centimètre de plâtre sur le fer; il est bon que ces linteaux portent quelques aspérités faites à chaud au moyen du ciseau pour retenir le plâtre.

*
* *

Eugène Viollet-Le-Duc (1814-1879)

Citation 84. Viollet-Le-Duc (1858)

Nous devons ajouter que les coupes des claveaux des arcs sont toujours normales à la courbe. Dans les arcs formés de deux portions de cercle, vulgairement désignés sous le nom d'ogives, toutes les coupes des claveaux tendent aux centres de chacun des deux arcs, de sorte que dans les arcs dits en lancettes les lits des claveaux présentent des angles très-peu ouverts avec l'horizon. C'est ce qui fait que ces arcs offrent une si grande résistance à la pression et poussent si peu. L'intersection des deux arcs est toujours divisée par un joint vertical; il n'y a pas, à proprement parler, de clef; en effet, il ne serait pas logique de placer une clef à l'intersection de deux arcs qui viennent buter l'un contre l'autre à leur sommet, et l'ogive n'est pas autre chose.

Citation 85. Viollet-Le-Duc (1858)

L'étude de l'appareil des monuments du Moyen Âge ne saurait donc être recommandée; elle est indispensable lorsqu'on veut les restaurer sans compromettre leur solidité, elle est utile toujours, car jamais cette science pratique n'a produit des résultats plus surprenants avec des moyens plus simples, avec une connaissance plus parfaite des matériaux, de leur résistance et de leurs qualités. Dans les édifices du XI^e au XVI^e siècle, les linteaux ne sont généralement employés que pour couvrir de petites ouvertures, et sont alors d'un seul morceau. Dans les édifices civils particulièrement, où les fenêtres et les portes sont presque toujours carrées, les linteaux sont hauts, quelquefois taillés en triangle (19) pour mieux résister à la pression, ou soulagés près de leur portée par des consoles tenant aux pieds-droits (20). Quand ces linteaux doivent avoir une grande longueur, comme dans les cheminées dont les manteaux souvent jusqu'à quatre ou cinq mètres de portée, les linteaux sont appareillés en plates-bandes (21) à joints simples ou à crossettes (22), ou à tenons (23).

Les constructeurs connaissaient donc alors la plate-bande appareillée, et s'ils ne

Annexe A. Sources bibliographiques

l'employaient que dans des cas exceptionnels et lorsqu'ils ne pouvaient faire autrement, c'est qu'ils avaient reconnu les inconvénients de ce genre d'appareil. D'ailleurs il existe du côté du Rhin, là où les grès rouges des Vosges donnent des matériaux très résistants et tenaces, un grand nombre de plates-bandes appareillées dans des édifices des XII^e, XIII^e et XIV^e siècles. Dans la portion du château de Coucy, qui date du XV^e siècle, on voit encore d'immenses fenêtres carrées dont les linteaux, qui n'ont pas moins de quatre mètres de portée, sont appareillés en claveaux, sans aucun ferrement pour les empêcher de glisser. Mais ce sont là des exceptions ; les portions d'arcs de cercle sont toujours préférées par les appareilleurs anciens (24), du moment que les portées sont trop grandes pour permettre l'emploi de linteaux d'un seul morceau.

Voir fig. 9.7 p. 178

Citation 86. Viollet-Le-Duc (1864)

Les architectes du Moyen Âge, sauf de très-rare exceptions mentionnées dans l'article Construction et Fenêtre, ont toujours repoussé le linteau composé de claveaux. S'ils craignaient une rupture, ils bandaient au-dessus un arc de décharge. Nous sommes moins scrupuleux, et nous posons dans nos édifices publics ou privés autant de plates-bandes qu'il y a de baies ou de travées fermées horizontalement ; seulement nous avons le soin de soutenir cet appareil vicieux au moyen de fortes barres de fer.

Citation 87. Viollet-Le-Duc (1860b)

On voit encore, dans les constructions anciennes du Palais-de-Justice de Paris, une salle voûtée sur un quinconce de colonnes (13), avec quatre larges cheminées aux angles. Cette salle, qui donne sur le quai du nord, à côté de la tour de l'Horloge, est connue sous le nom de cuisines de saint Louis. Cependant cette construction appartient à la fin du XIII^e siècle ou au commencement du XIV^e, et est contemporaine des ouvrages élevés sous Philippe le Bel. Les manteaux des quatre cheminées forment, en projection horizontale, un angle obtus, et leur clef est contre-butée par une façon d'étrésillon en pierre, ainsi que l'indique la fig. 14.

Voir fig. B.41 p. 361

Citation 88. Viollet-Le-Duc (1859b)

Les constructeurs du moyen âge n'ayant employé la plate-bande appareillée qu'exceptionnellement, nous nous occuperons d'abord des claveaux d'arcs. En règle générale, la coupe d'un claveau est toujours normale à la courbe de l'arc ; en d'autres termes, la coupe du claveau doit être faite suivant la direction du rayon de l'arc (voy. Construction). Les claveaux, dans l'architecture du moyen âge, étant toujours intradossés et extradossés, sauf de très-rare exceptions, il en résulte que les claveaux d'un même arc sont tous de même forme et de même dimension, ainsi que le démontre la fig. 1. A sont les sommiers, B la clef et C les claveaux.

Citation 89. Viollet-Le-Duc (1859b)

Les claveaux de plates-bandes sont rares pendant les périodes romane et gothique ; cependant force fut, dans quelques contrées où la pierre à bâtir n'était extraite qu'en petites dimensions, de faire des linteaux de porte composés de claveaux. Dans le Beauvoisis on rencontre assez fréquemment des linteaux de porte appareillés appartenant au XII^e siècle ; mais les claveaux de plate-bande ne présentent jamais, à cette époque, des coupes tendant à un centre, comme dans l'architecture romaine ; ils sont maintenus dans leur plan au moyen de coupes enchevêtrées, qui rendent tout glissement impossible. On voit un de ces linteaux de porte le long du flanc nord de l'église Saint-Étienne de Beauvais (7).

La difficulté résultant de la taille et de la pose de plates-bandes ainsi appareillées fit qu'au XIII^e siècle, alors que l'on extrayait des carrières des pierres d'un fort volume, on abandonna ces moyens de construction compliqués, à moins d'une nécessité absolue, comme, par exemple, pour les manteaux de cheminée ; et, dans ce cas particulier, les claveaux des manteaux sont appareillés à crossettes, ou suivant des coupes tendant à un centre (voy. Appareil, Cheminée).

Voir fig. B.23 p. 354

Citation 90. Viollet-Le-Duc (1860a)

La grand'salle du château de Coucy, dite salle des Preux, était une œuvre parfaite (voy. Salle) ; nous n'en montrerons ici que certaines parties tenant plus particulièrement

Annexe A. Sources bibliographiques

à l'objet de cet article. [...] Les baies latérales étaient surmontées de lucarnes pénétrant dans le comble. Voici (138) la coupe de cette salle prise sur une des fenêtres latérales avec la lucarne ouverte au-dessus, et (139) la vue perspective intérieure de cette fenêtre, qui n'a pas moins de 4m00 d'ébrasement. La plate-bande qui la couvre est appareillée de dix claveaux, posés avec grand soin, lesquels, serrés par les courtines qui ont près de 4m00 d'épaisseur.

Voir fig. B.56 p. 366

Citation 91. Viollet-Le-Duc (1860a)

Le bâtiment principal du château de Hoh-Kœnigsbourg, adossé au rocher (130), ne se compose que de contre-forts intérieurs avec mur extérieur fort mince du côté des cours. Il contient quatre étages ; le rez-de-chaussée, qui servait de cuisines, est voûté en berceau surbaissé reposant sur des arcs très-plats en moellon, bandés d'une pile à l'autre. Le premier étage est plafonné au moyen de grandes plates-bandes appareillées soulagées par de puissants corbeaux ; entre les plates-bandes, les parallélogrammes restant vides sont bandés en moellon. Le second étage est couvert par un plancher en bois dont les poutres maîtresses portent sur des corbeaux engagés dans les piles. Le troisième étage est voûté en berceau plein-cintre reposant sur des plates-bandes et sur de larges encorbellements disposés comme ceux du premier. Cette voûte supérieure portait une plate-forme ou terrasse couverte en dalles. La coupe perspective (fig. 130) donne l'ensemble de cette singulière construction. Il faut dire que les matériaux du pays (grès rouge) se prêtent à ces hardiesses ; on ne pourrait, avec nos matériaux calcaires des bassins de la Seine, de l'Oise ou de l'Aisne, se permettre l'emploi de linteaux aussi minces et d'une aussi grande portée [Note de pied de page : Au XVI^e siècle, un accident obligea les propriétaires du château de Hoh-Kœnigsbourg à bander des arcs sous le plafond du premier étage.]. Mais dans l'architecture civile et militaire, plus encore que dans l'architecture religieuse, la nature des matériaux eut une influence très-marquée dans l'emploi des moyens de construction : cet exemple en est une preuve. Les plates-bandes longitudinales entre les contre-forts et celles

transversales d'un contre-fort à l'autre sont appareillées en coupes. Si nous faisons une section longitudinale sur ce bâtiment, chaque travée nous donne la fig. 131 [Note de pied de page : M. Bæswilwald, qui a relevé le château de Hoh-Kœnigsbourg avec le plus grand soin, a bien voulu mettre ses dessins à notre disposition.].

Voir fig. B.57 p. 367

Citation 92. Viollet-Le-Duc (1863)

On observera encore que, dans cette épure [remplage de la fenêtre du mur occidental du transept de la cathédrale d'Amiens], l'appareil est infiniment plus simple et rationnel que dans l'épure précédente [remplage des fenêtres hautes de la nef de la cathédrale d'Amiens]. Les joints tendent sans difficultés aux centres des tiers-points et en même temps aux centres des lobes. Ces joints étaient donc toujours normaux aux courbes, évitaient les aiguëtés et par conséquent les causes de brisures.

[...]

L'appareil [des remplages de la Sainte-Chapelle à Paris] est simple, logique, solide, car toutes les coupes sont normales, comme l'indique le tracé T.

*
* *

Léonce Reynaud (1803-1880)

Citation 93. Reynaud (1867, p. 529-530)

Nous n'entrerons pas dans un examen détaillé de ce mode de construction. Ainsi que nous l'avons dit, en parlant des entablements en pierre, nous ne saurions l'approuver : d'abord parce qu'il est faux, en ce qu'il tend à faire supposer au spectateur beaucoup de simplicité de composition où il y a, au contraire, une grande complication ; puis, parce qu'il y a quelque chose de souverainement irrationnel à faire reposer entièrement la stabilité d'une construction sur des barres de fer logées dans l'épaisseur des maçonneries, où elles peuvent s'oxyder en quelques points, sans qu'on en reçoive d'autre avis que la chute de l'édifice. Il y a lieu de s'étonner qu'un système aussi vicieux ait été aussi fréquemment appliqué, et qu'aucune catastrophe ne l'ait encore fait abandonner ; mais il est hors de doute que les

Annexe A. Sources bibliographiques

entablements à l'exécution desquels il a présidé n'auront pas une longue durée.

Il est assurément très-légitime d'employer le fer comme moyen accessoire de consolidation dans les édifices exécutés en pierre ; mais il ne l'est pas de faire dépendre de lui seul la stabilité d'une construction qui doit présenter, et avoir par elle-même, un caractère monumental. Dans le premier cas, on obéit à la voix de la prudence, on ajoute quelque chose à une solidité qui, à la rigueur, pourrait paraître suffisante, on se prémunit contre des éventualités dont les conséquences seraient, funestes ; dans le second, on nuit à l'effet de l'édifice, si le fer, mis en évidence, prouve que les supports sont jugés trop faibles pour résister aux actions en vue desquelles ils ont dû être établis, ou la durée de la construction n'est pas convenablement garantie, si l'on dissimule l'artifice employé. On peut sans doute concevoir un système d'architecture reposant sur l'emploi simultané de matériaux de natures fort diverses ; mais il ne sera satisfaisant, que si toutes les parties qui le composent se rattachent bien les unes aux autres, si le rôle de chacune d'elles est nettement marqué, si elles ont toutes leur raison d'être, en un mot, s'il y a harmonie, et vérité dans la composition.

Jules-Étienne Quicherat (1814-1882)

Citation 94. Quicherat (1886, p. 448)

Les plates-bandes appareillées de claveaux en guise de linteaux devinrent d'un emploi fréquent pendant le XI^e et XII^e siècle. C'est dans celles de la dernière époque que furent mises à la mode ces coupes compliquées avec des encoches angulaires ou rondes qu'on appelle aujourd'hui des crossettes.

*
* *

Louis Monduit

Citation 95. Monduit (1889, p. 72)

Pour éviter les aiguités, qu'il faut surtout redouter dans l'emploi de la pierre, on fera une crossette verticale ou à plomb, dont la hauteur est indéterminée.

Citation 96. Monduit (1889, p. 72)

Si nous avons conservé la crossette dans nos épures, et dans les modèles, qui font partie de notre grand ouvrage de stéréotomie, quoiqu'elle ne soit plus en usage à Paris, c'est parce que nous avons pensé et que nous pensons encore que la crossette est une bonne chose, qui ne peut qu'ajouter à la solidité des édifices. – Il n'est pas sans exemple que des clefs soient descendues, faute de cette crossette, qui n'a été supprimée que dans un but d'économie mal entendue de pierre, de taille, et de pose.

[...]

L'élève ne devra donc pas s'arrêter aux critiques plus ou moins fondées des professeurs en stéréotomie de la fin de notre siècle, qui, pour la plupart du moins, paraissent ignorer les œuvres si remarquables de nos premiers initiateurs en architecture.

[...]

S'il partage notre manière de voir, il s'épargnera la tristesse de recourir au moyen trop généralement employé, et qui présente de si grands inconvénients, c'est-à-dire ces horribles linteaux en fer que l'on entaille dans le dessous ou l'intrados des arcs et des plates-bandes, et dont l'emploi est la meilleure preuve que ceux qui s'en servent n'ont eux-même pas grande confiance dans la solidité des claveaux et voussoirs sans crossettes.

Citation 97. Monduit (1889, p. 72)

Il y a plusieurs manières de déterminer ce centre ; mais celle dont nous nous sommes servis, et que nous conseillons après Rondelet, nous semble la meilleure de toutes, tant qu'elle ne donne pas trop d'inclinaison aux coupes ; nous indiquerons plus loin, un autre manière de tracer les coupes [voir cit. 98].

Citation 98. Monduit (1889, p. 82)

Pour dresser cette épure, et pour tracer les pierres, on emploiera les mêmes procédés que pour la planche 16. Cependant, nous avons indiqué un autre moyen de tracer les coupes en élévation, car il arrive quelquefois dans la pratique, que le premier procédé [triangle équilatéral - voir cit. 97] donne trop de coupe ; pour les redresser, au lieu de décrire des arcs de cercles avec l'ouverture de la baie pour rayon,

Annexe A. Sources bibliographiques

on porte trois fois le rayon sur l'axe, on obtient le point 3 que l'on prend pour centre, pour mener toutes les coupes par les points de division déterminés comme dans les épures précédentes.

Citation 99. Monduit (1889)

L'appareilleur, travaillant sur le terrain beaucoup plus vaste [que celui de l'élève] et ayant affaire à des masses qu'on ne remue que très difficilement, ne peut pas toujours employer les mêmes procédés. Si l'épure de petite dimension, qui est la représentation exacte du modèle qu'il se propose de couper, suffit naturellement à l'élève, il n'en est pas de même pour lui. Il lui faut, non seulement un plan général de la construction qu'il s'agit d'édifier, mais un calepin, une épure grandeur d'exécution, enfin des panneaux, qui lui servent, d'une part, à faire sur le chantier le choix de ses morceaux de pierre, et, de l'autre, au moins le plus souvent, à les tracer. Le panneau lui permet non seulement de faire vite et facilement le choix des morceaux dont il a besoin, mais encore de faire souvent des économies de pierres ; mérite justement apprécié chez un appareilleur.

Citation signalée par Robert March.

*
* *

Encyclopédie de la construction de Paul Planat

Citation 100. Planat (1888b, p. 484)

Pour constituer les plates-bandes qui doivent relier entre elles les colonnes et recevoir les plafonds ou les pièces de toiture, les Grecs n'avaient guère fait usage que de pierres monolithes, carrément posées sur leurs supports. La charge était parfois considérable, notamment pour les architraves qui soutiennent les frontons ; il allait donc recourir à des pierres de fortes dimensions, tant en longueur qu'en hauteur ; et c'est la possibilité de trouver des échantillons de force et d'homogénéité suffisantes qui a principalement limité la largeur des entre-colonnements. Les Romains ont d'abord suivi le même usage : quelquefois, le linteau en pierre n'a que la hauteur de l'architrave ; mais, sous les fortes charges, on

lui donnait la hauteur de la frise et de l'architrave, comme on le voit sur la façade du Panthéon de Rome (Fig. 11). Sur les plates-bandes venaient reposer les caissons en maçonnerie, en charpente, en métal parfois.

Citation 101. Benouville (1888)

[...] la Renaissance, en disparaissant, emporte avec elle les fenêtres à imposte et meneaux en pierre, et, à partir de Henri III [vers 1574], presque universellement les menuiseries de fenêtres ne sont plus qu'en bois ou en fer [...]

Citation 102. Rivoalen (1888)

Partagés, au commencement du XVI^e siècle, entre le savoir-faire, les formules traditionnelles du Moyen Âge et la nécessité d'adoption les modes artistiques importées d'Italie, les artistes français, espagnols ou allemands s'ingénient à tirer parti d'ordonnances et de détails décoratifs néo-latins introduits d'Italie en France, en Espagne et dans les Flandres par l'engouement des princes, des seigneurs ou des prélats. [...] En ce qui concerne particulièrement les portes d'édifices privés, par exemple, l'architecte abandonne l'arc de décharge devenu ogival ou l'accolade gothique pour le linteau droit, quelquefois légèrement arrondi près de ses portées [...]

Citation 103. Planat (1888b, p. 486-487)

Les portes de Balbeck nous montrent de ces linteaux de porte à trois claveaux (1er vol., pp422). A l'émissaire d'Albano, on trouvera la disposition classique des voussoirs de plates-bandes, mais déjà, au théâtre de Marcellus, on remarquera que les Romains s'étaient cru obligés à l'emploi de crochets ou crossettes, destinés à empêcher le glissement vertical, la descente des voussoirs. Dans une porte du tombeau de Cécilia Metella (Fig. 16), comme dans une autre porte de Dioclétien à Spalatro (Fig. 17), on remarquera également que, sans doute dans le même but, les joints sont brisés au lieu de rester plans ; les voussoirs ont ainsi paru mieux accrochés les uns aux autres.

La raison en est facile à concevoir : les constructeurs romains savaient parfaitement la différence qui existe entre le travail qui se fait à l'intérieur d'une voûte ou celui d'une plate-bande : dans la voûte, il résulte de la forme cintrée de l'appareil que les voussoirs dévient de plus en plus de la verticale, ceux

Annexe A. Sources bibliographiques

du dessus s'appuient de plus en plus complètement sur ceux du dessous, la clef seule est réellement suspendue ; à droite et à gauche, en allant du sommet vers les reins et la naissance, chaque voussoir est mieux épaulé à mesure qu'on descend. Dans la plate-bande, tous les voussoirs restent suspendus et ne s'épaulent qu'artificiellement par une coupe oblique des joints ; ils sont, beaucoup plus que dans la voûte, exposés à descendre si les joints ne sont pas convenablement serrés, ou si les massifs des extrémités, qui devraient former culées, sont susceptibles de céder légèrement à la poussée, qui est beaucoup plus considérable que dans la voûte cintrée.

Les crossettes, les onglets, les rainures à baguettes, etc., et autres combinaisons auxquelles se sont parfois évertués les Romains, semblent, à première vue, propres, en effet, à empêcher cette descente des claveaux. Sont-elles véritablement efficaces ?

Les bons constructeurs de la période moderne n'hésitent pas à se prononcer pour la négative. Et en effet de deux choses l'une. Ou bien l'appareil n'est pas suffisamment coincé, le claveau qui a son joint lâche, tend à descendre (Fig. 18) et vient reposer sur la crossette ; la plate-bande ne serre plus. Si la crossette résiste, elle s'oppose à l'effet naturel du décentrement et empêche les claveaux de se serrer et de faire coins ; ces claveaux restent suspendus à leurs crossettes. — Ou bien, au contraire, le claveau, trop serré, ne descendant pas à fond (Fig. 19), la crossette ne porte plus sur les contre-clefs et reçoit alors toute la charge de la maçonnerie supérieure.

La véritable solution est d'avoir des joints correctement taillés et qui entrent en contact complet sur toute la surface ; de donner une hauteur aux voussoirs bien proportionnée à la charge, et, enfin, d'assurer la stabilité des massifs qui forment culées, par une charge suffisante. Il faut dire cependant que la disposition adoptée au tombeau de Metella (Fig. 16) peut offrir des avantages ; car, ici, les joints sont seulement coudés, sans crossettes, et de manière à former un véritable arc de décharge au-dessus de la partie basse qui forme les claveaux de la plate-bande.

Voir fig. 6.37 p. 124 et fig. 9.5 p. 174

Citation 104. Bazin (1888, p. 36)

La partie théorique comprend, de plus, [...] comme notions de l'équilibre, celles qui se présentent le plus naturellement à l'esprit, comme par exemple, de faire en sorte que les joints des blocs ou voussoirs soient normaux aux voûtes.

[...]

Toutes les autres faces doivent être, en règle générale, normales à la surface d'intrados.

Citation 105. Bazin (1888, p. 40)

Quant à l'équilibre de l'appareil, on comprend immédiatement qu'un voussoir, étant sollicité par son poids, tend à tomber dans l'intérieur de la voûte ; les joints ne doivent donc pas être de profil, auquel cas le voussoir tomberait sûrement, ni horizontaux, car les mouvements ou tassements de la maçonnerie que la voûte soutient tendraient à repousser le voussoir dans le vide de la voûte ; il faut une position intermédiaire aux joints ; et, de plus, ils ne doivent pas être parallèles, de façon que le voussoir vienne coincer entre les joints des deux voussoirs qui l'avoisinent ; la direction la plus naturelle est la normale à la courbe d'intrados, direction qui a la même définition pour tous les appareils. Il suffit que le coincement se produise sur deux faces du voussoir ; aussi les coupes ou séparations de ligne du même type des voussoirs pourront ne pas être normales à l'intrados, si les joints sont normaux, et inversement ; ou bien ils pourront être tous normaux, alors qu'un seul de ces types produira le coincement. [Bazin distingue « Les joints sont les surfaces séparant des voussoirs de construction différente, et les coupes, les surfaces séparant des voussoirs du même ordre. »]

Dans la voûte en berceau, les joints et les coupes sont normaux à l'intrados, mais les joints seuls s'opposent au mouvement.

Dans l'appareillage des diverses voûtes sphériques, les joints et les coupes sont normaux à l'intrados sphérique ; les coupes, suivant des portions de plans méridiens verticaux dont le pôle est le sommet de la voûte ; les joints sont des portions de surface conique dont le sommet est au centre et la directrice un des petits cercles continus horizontaux.

[...]

Annexe A. Sources bibliographiques

S'il s'agit de plate-bande, le joint ne peut être normal; il faut donc l'incliner. Lorsque ces joints, normaux ou non, ne sont pas suffisants pour empêcher le glissement du voussoir, on emploie un mode d'appareillage particulier dit en crossette, qui consiste à donner un redent à la surface du joint du voussoir; cet appareillage est surtout employé dans les plates-bandes. L'obligation d'avoir des joints normaux, n'est donc pas absolue; et souvent, quand ces joints sont des surfaces gauches non développables, d'une taille difficile par conséquent, on les remplacera par des plans approximativement normaux.

Une autre règle, également plutôt de taille que de coupe, devra empêcher de donner à la pierre des angles trop aigus, qui la rendraient très fragile sur cette arête. Enfin, pour la division des coupes, nous donnerons les règles suivantes de Rondelet : Pierre tendre, une à deux fois la hauteur d'assise ; Moyenne, une à trois fois ; Dures, une à quatre fois ; Très dures, une à cinq fois.

Citation 106. Pillet (1888)

Toutes les fois que cela sera compatible avec la stabilité, on choisira, ainsi que le recommande Monge, pour lignes de lit et pour lignes de joint, les lignes de courbure de la surface.

Dans le cylindre et dans le cône, les lignes de courbure sont les génératrices et les sections droites; dans les surfaces de révolution ce sont les méridiens et les parallèles.

Ces lignes de courbure jouissent de la propriété d'être orthogonales les unes sur les autres, ce qui est la condition indiquée à 2°, et de plus les normal[is]es qui leur correspondent sont des surfaces développables (plan, cône, cylindre...).

*
* *

J. Chaix

Citation 107. Chaix (1890, p. 16)

Au point de vue de la solidité de l'appareil, il faudra, quand on le pourra, éviter les angles aigus, et n'avoir, autant que possible que des angles droits. Ainsi, si dans une

voûte les coupes n'étaient pas normales à la surface d'intrados, il en résulterait que certains voussoirs présenteraient des angles aigus qui pourraient se briser après le décentrement, au moment où les voussoirs se transmettent les pressions provenant de la charge supportée. On devra donc éviter les angles aigus dans toutes les constructions en pierre de taille, autant toutefois que cela sera possible sans tomber dans d'autres inconvénients plus graves.

Citation 108. Chaix (1890, p. 170)

Les pierres composant la plate-bande sont juxtaposées suivant des faces planes qui doivent forcément avoir une certaine inclinaison sur l'axe vertical pour pouvoir se tenir et porter ce qui est au-dessus

Citation 109. Chaix (1890, p. 172)

Pour faire disparaître l'aigüité des claveaux du côté de l'intrados, on termine les joints par des facettes mA, nA, pb (fig. 297) normales à l'intrados et auxquelles on donne une hauteur d'au moins 5 centimètres. [...] Si de plus on veut faire disparaître l'aigüité des claveaux du côté de l'extrados, on peut opérer par facettes en retour d'équerre, comme du côté de l'intrados, à partir d'une droite qrs (fig. 298 [Fig. 6.9]) placée parallèlement à la ligne CD d'extrados et à 5 ou 6 centimètres de distance. On a alors des joints brisés tels que AmqC, anre, bpsf... (Il ne faudrait cependant pas trop diminuer la longueur de la partie inclinée des joints, car les claveaux n'auraient plus assez de résistance.)

Citation 110. Chaix (1890, p. 175)

Quand la hauteur dont on dispose est faible et que, néanmoins, on désire donner de la solidité à l'appareil, on y arrive par les moyens suivants, dont nous ne garantissons d'ailleurs pas l'efficacité.

L'un de ces moyens consiste à faire un appareil à crossettes. [...]

Citation 111. Chaix (1890, p. 175)

[...] ne faire emploi que de pierre tenace. Avec des pierres tendres les crossettes seraient brisées par l'effet de la pression qui s'exercerait sur elles.

*
* *

J. Denfer (1839-19??)

Citation 112. Denfer (1891, p. 195)

On diminue la poussée, et en même temps on maintient les voussoirs en cas de léger tassement, en logeant dans une entaille creusée au fond de la feuillure des voussoirs une barre de fer carré de 0,05 de côté, qui a comme longueur 0m,40 à 0m,50 en plus de l'ouverture de la baie. Les deux extrémités pénètrent donc de 0,20 à 0,25 dans les sommiers. Cette barre forme une sorte de tirant annulant la poussée de la voûte, et présente assez de rigidité à la flexion pour soutenir un voussoir qui tendrait à glisser, fig. 195.

*
* *

Auguste Choisy (1841-1909)

Citation 113. Choisy (1899a, p. 278-279)

Comme dernier exemple de consolidation métallique, nous citerons les armatures de fer du linteau de la porte du grand temple d'Agrigente ; la rainure qui les contenait avait 0m16 de large et autant de hauteur ; probablement elle était remplie par un paquet de fers plats posés de champ.

Citation 114. Choisy (1899a, p. 303)

Au temple des Géants d'Agrigente, la faute s'aggrave encore. L'échelle est si colossale et la pierre si médiocre, qu'on renonce à poser d'une colonne à l'autre une véritable plate-bande : l'architrave est fractionnée non plus par un plan de lit, mais par deux (détail A). Non seulement elle ne porte pas, mais il faut la porter. De la cette cloison qui l'étaie pour ainsi dire. Réaliser l'aspect des ordres à l'aide de matériaux trop petits pour l'échelle, voilà l'origine de l'ordonnance à colonnes engagées d'Agrigente.

Citation 115. Choisy (1899a, p. 515)

La fig. 2A montre l'appareil type de la colonnade romaine. L'architrave est monolithe, et la frise appareillée en décharge : chaque travée de la frise se compose de deux sommiers

retenus par des scellements, et d'un claveau intermédiaire sans contact avec l'architrave (temple dit de Jupiter Stator).

Voir fig. 9.3 p. 171

*
* *

Camille Enlart (1862-1927)

Citation 116. Enlart (1927, p. 26)

Les claveaux appareillés en crossettes sont ceux qui s'accrochent les uns aux autres au moyen d'angles saillants et rentrants ; on en trouve aussi dont les joints décrivent divers profils sinueux [note de bas de page : Par exemple, au XII^e siècle, au portail de Presle, près de Laon. Le même artifice a été employé au XIII^e siècle dans des fûts de colonnettes aux fenêtres du déambulatoire de la cathédrale de Bourges.]. Les claveaux rendus ainsi solidaires ne peuvent glisser l'un sur l'autre et l'arc cesse d'être élastique : il se comporte comme s'il était d'une pièce.

Citation 117. Enlart (1927, p. 30)

Certains linteaux, faite de pierre résistante d'une grande dimension, sont appareillés en claveaux, comme des arcs. On les nomme plates-bandes appareillées ; ce sont de véritables arcs, mais dont l'intrados et l'extrados sont remplacés par des lignes horizontales. Très usités par les Romains, ils ont été souvent employés dans les portails du Moyen Âge, où l'on a fréquemment atténué leur manque de solidité par des appareils à crossettes plus ou moins compliqués.

Citation 118. Enlart (1927, p. 322-323)

Les plates-bandes appareillées ne se rencontrent que dans les linteaux de portails ; elles y sont fréquentes et souvent, pour plus de solidité, les joints y décrivent un tracé sinueux qui est en même temps un appareil décoratif [note de pied de page : Presles (Aisne), Villers-Saint-Paul (Oise), Berteau-court (Somme), etc.]

A.3 Citations des ouvrages récents

Association ouvrière des Compagnons du devoir

Citation 119. Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 78)

Deux paramètres qui s'opposent sont à l'origine d'une divergence d'opinion au sujet de la meilleure méthode de construction. Si on remonte le point de convergence, les lits sont plus inclinés et les poussées horizontales exercées par la plate-bande sur les jambages diminuent proportionnellement ; mais, en donnant des angles plus aigus aux claveaux, on accentue leur faiblesse. Dans le cas contraire, les joints sont moins inclinés, les claveaux sont donc moins fragiles, mais les poussées horizontales augmentent.

Citation 120. Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 130)

Ces facettes ont généralement 5 cm de hauteur car, si elles doivent être suffisamment hautes pour remplir leur fonction, il faut également conserver le maximum de hauteur aux coupes, puisque ce sont elles qui donnent sa résistance à la plate-bande.

Citation 121. Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 128-129)

Au cours des siècles, l'emploi de crossettes ou de claveaux en tas-de-charge a été critiqué. On leur a notamment reproché de ne pas laisser travailler naturellement la plate-bande. Il est donc préférables, quand cela est possible, d'utiliser un arc de décharge.

[...]

Toutefois, il ne faut jamais exécuter de crossettes sur les joints de la clef : c'est en effet la seule pierre qui peut encore descendre et claver la plate-bande, puisque le reste des claveaux forme un bloc ; elle permet donc d'absorber les mouvements éventuels de la maçonnerie.

Citation 122. Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 140)

Souvent, les voûtes plates sont construites avec une légère flèche, qui tend à diminuer ou à disparaître lors du décintrement.

Bechmann

Citation 123. Bechmann (1993, p. 200)

Mais ces linteaux appareillés, plates-bandes ou voûtes plates étaient utilisés exceptionnellement à l'époque gothique, et surtout pour des cheminées. [...] Il existe de nombreux exemples de cheminées dont le manteau repose sur une plate-bande appareillée et qui datent du Moyen Âge.

Citation 124. Bechmann (1993, p. 201)

Mais dans l'ensemble, la plate-bande appareillée, la « voûte plate » ou « l'arc plat » sont des solutions peu fréquentes à l'époque gothique ; elles pouvaient donc exciter la curiosité et l'intérêt de Villard.

Citation 125. Bechmann (1993, p. 199)

Or, à l'époque gothique, la plupart des portes étaient sans huisseries ; elles pivotaient sur des gonds scellés directement dans la maçonnerie et étaient simplement composées de planches assemblées sur des traverses et dans lesquelles il était facile de pratiquer une découpe arrondie ; les fenêtres étaient encore généralement dépourvues de carreaux et simplement fermées par des volets. Mais, peu à peu, on souhaita plus de confort, des fermetures plus étanches et des fenêtres vitrées. Cela n'était possible qu'avec des huisseries autour des portes et des bâtis dormants autour des croisées, éléments qu'il est bien plus aisé de faire rectangulaires que cintrés. C'est une des raisons pour lesquelles les linteaux appareillés formant des arcs plats devinrent de plus en plus courants depuis la Renaissance jusqu'au XVIII^e siècle.

Pérouse de Montclos

Citation 126. Pérouse de Montclos (1995, p. 165)

Au début du XVII^e siècle, le meneau et le croisillon (ou les croisillons) en pierre, qui divisent la croisée (et lui donnent son nom), sont remplacés par des meneaux et croisillons en bois sur lesquels pivotent des vantaux appelés guichets (en nombre variable : quatre ou six, ou-deux seulement, suivant que la baie a un ou deux croisillons ou n'en a pas). Ces guichets sont eux-mêmes divisés par un réseau de plomb portant les vitres.

Citation 127. Pérouse de Montclos (1995, p. 166)

Annexe A. Sources bibliographiques

La mutation la plus importante pour le confort de la maison est la disparition des parties dormantes, des meneaux et croisillons, c'est-à-dire le passage de la croisée à la fenêtre, que l'on peut dater des années 1640 : les deux vantaux de la fenêtre garnis de petits bois portant les carreaux, se joignent au centre.

Citation 128. Pérouse de Montclos (1982, p. 86)

Le succès du traité de Derand, maintes fois réédité, ne doit pas faire illusion. La stéréotomie ne s'apprend pas dans les livres. L'effort de clarification, de généralisation, de vulgarisation des mathématiciens, les Desargues, les La Hire, les Frézier, ne modifiera pas sensiblement la situation qui prévalait au Moyen Âge : le trait reste hermétique, il appartient à quelques initiés, et bien des appareilleurs pourraient en remonter sur ce point aux plus savants architectes.

Sakarovitch

Citation 129. Sakarovitch (1998, p. 178-179)

Curieusement les considérations statiques sont totalement absentes de tous les textes de commentaires des épures des descentes biaises. Pourtant si le biais est très prononcé, indépendamment de la descente et du talus, les tracés proposés par les différents auteurs, qui restent géométriquement exacts, deviennent inapplicables dans les faits. Certains voussoirs comporteraient alors des aiguïtés trop fortes et risqueraient d'éclater sous la poussée de la voûte, comme Rondelet en fait la remarque.

[...]

Pourtant dans l'épure du biais passé évoquée au début de ce chapitre, Frézier propose un tracé qui permet précisément de conserver des plans de joint perpendiculaires à la direction de la poussée exercée par la voûte tout en obtenant une surface d'intrados cylindrique.

Citation 130. Sakarovitch (1992, p. 531)

Mais, pendant tout le Moyen Âge, le savoir des tailleurs de pierres est gardé secret par la corporation dont les statuts, publiés à Ratisbonne en 1459, précisent encore : « nul ouvrier, nul maître, nul parlier, nul journalier,

n'enseignera à quiconque n'est pas de notre métier et n'a jamais fait travail de maçon comment tirer l'élévation du plan ».

Citation 131. Sakarovitch (1992, p. 537)

Les voûtes ellipsoïdes, très fréquentes dans l'architecture baroque et classique (on en trouve à Saint-Pierre de Rome, dans les églises de la Sorbonne, du Val-de-Grâce, des Invalides...) furent traditionnellement appareillées, comme les voûtes sphériques ou les ellipsoïde de révolution, avec des rangs d'assise horizontaux.

Citation 132. Sakarovitch (1992, p. 539-540)

Les ponts biais font leur apparition au moment de la mise en place des réseaux de chemin de fer. Dans l'article qui marque le point de départ des études théoriques sur le sujet, Lefort cite intégralement le passage du cours de Monge concernant l'appareillage des voûtes pour constater que cette « analyse, si bien faite, [...] fait presque complètement abstraction de l'élément mécanique qui domine la question. Il est nécessaire, en effet, de diriger les surfaces des joints normalement à la surface des pressions maxima qui doivent naître au décintrement. » [Lefort 1839 pp290] Or cette surface, pour une voûte extradossée parallèlement (c'est-à-dire suivant une surface de même nature que celle de la douelle) est la surface normale à la ligne de plus grande contraction, ligne qui ne se confond pas nécessairement avec la ligne de plus petite courbure de la surface. [...] Nous ferons remarquer, d'ailleurs, que la condition elle-même d'avoir des joints normaux à la voûte est plus géométrique que mécanique, et la véritable définition de la surface de joint serait celle-ci : « Cette surface doit être telle que la normale en un point donné du joint soit dirigée suivant la résultats des pressions en ce point » [Graeff, 1867, pp12].

Citation 133. Sakarovitch (1992, p. 540)

Entre les changements de mode en architecture et les limites intrinsèques de la théorie, l'appareillage des voûtes selon les lignes de courbure n'a pas eu le succès escompté.

Benvenuto

Citation 134. Benvenuto (2006, p. 388)

Annexe A. Sources bibliographiques

Cinque anni dopo appare l'opera di F. J. Gerstner nella quale questo autore introduce per la prima volta due nozioni in seguito largamente utilizzate dagli studiosi degli archi : la linea di resistenza e la linea di pressione. La prima è il poligono che congiunge i centri di pressione su ognuno dei piani dei giunti ; il poligono si muta in linea curva se i giunti sono infinitamente numerosi e sottili. La seconda è l'involuppo delle rette d'azione delle forze reattive tra giunto et giunto. Le due linee sono generalmente distinte.

Citation 135. Benvenuto (1991, p. 432)

About 1830, two new notions were introduced to the study of arches : the "line of resistance" and the "line of pressure". The first is a polygon that connects the centres of pressure of the planes of the joints. The polygon changes into a curved line if the voussoirs are infinitely numerous and thin. The second is the locus of the consecutive intersections of the directions of the resultant pressures upon the joints. According to Timoshenko, J.J. Gerstner should be credited with the first investigation of the lines of pressure, while H. Moseley examined in greater depth and displayed the different properties of the two lines (Figure 12.38). For equilibrium to exist, the line of resistance (a, b, c) must be entirely inside the interior of the arch; if it crosses the extrados or intrados below a certain angle, the arch will break near its point of intersection with the line. If the line of resistance is tangent to one of the edges, the voussoirs may immediately rotate — a state corresponding to limit equilibrium, which only infinitely strong material could sustain. On the other hand, the angle ρ with which the line of pressure (A, B, C, ...) crosses the joints must be connected with the friction of the surfaces in contact; if f is the coefficient of friction and $\varphi = \tan^{-1} f$ is the "friction angle" (or, in Moseley's words, "the limit angle of resistance") sliding will or will not occur depending on whether ρ is greater or not greater than φ .

Tibières

Citation 136. Tibières (2012)

Dans le pavillon central de l'aile occidentale du Louvre, édifié entre 1624 et 1642 environ, Jacques Le Mercier recourt à divers types de plates-bandes (fig. 5). Dans les arcades latérales surmontées d'un œil, les claveaux sont coupés de manière que dans la façade la « cour Carrée » les joints semblent verticaux ; par contre, dans l'autre façade, le système des claveaux inclinés reste visible. L'entablement placé sur les colonnes jumelées est lui aussi réalisé avec des claveaux à joints inclinés. Dans ce dernier cas, la fonction d'arc de décharge échoit à la lunette creusée dans la voûte. Lorsqu'en 1654-1661 environ, Louis Le Vau érige l'autre pavillon du Louvre, qui se trouve au centre de l'aile sud, il reprend le système de Lemercier en ne modifiant que la coupe des claveaux dans l'entablement : les joints visibles de la plate-bande sont verticaux.

Citation 137. Tibières (2012)

Tandis que les constructeurs français sont contraints de se pencher sur le dessin des claveaux parce que la tradition de la « coupe des pierres » est fondée sur la visibilité de l'assemblage des pierres, en Italie, l'usage de la plate-bande, à l'exception du cas significatif du portique de Michel-Ange avec les pierres apparentes, entraîne souvent le recours à la technique, déjà pratiquée par les anciens Romains, du revêtement qui masque la présence d'une structure qui pousse.

Citation 138. Tibières (2012)

C'est justement durant la construction du portique de Michel-Ange, dans la manière de disposer les architraves en une seule pièce (visibles de la place) et en plusieurs parties (sous le portique), et dans le choix d'utiliser des barres métalliques le long de l'extrados, que se posent les questions de la visibilité ou non des joints des claveaux et de la position de la barre métallique.

Nollet

Citation 139. Nollet (2012)

Le terme plate-bande est originaire de France, où il est introduit vers le XIII^e siècle. Villard de Honnecourt nommait « pendans rivlés » (pendants réglés) les claveaux

Annexe A. Sources bibliographiques

cunéiformes de cette structure. Au cours du XVI^e siècle, le terme « platte bande » est couramment utilisé mais désigne une moulure. Dans la traduction française du De re aedificatoria, aux soins de Jean Martin, publiée en 1553, il indique un listel. Jean Bullant, dans ses écrits, parle de « lisiere ou bande platte de moulure » et de « platte-bande », toujours dans le sens décoratif.

Citation 140. Nollet (2012)

Son [De l'Orme] traité de 1567 contribue à diffuser également la définition de « plate-bande » pour indiquer ce que Léonard et Serlio nommaient les architraves en plusieurs parties.

Bienvenu

Citation 141. Bienvenu (2013, p. 212)

[À propos du Palais de la Chambre des Comptes à Nantes] Si l'usage du tirant est courant et public, l'utilisation d'os de pied de bœuf appartient à la pratique de chantier et est absente des traités, savants mais aussi pratiques, qui ne font apparaître que des crampons de fer. Ceineray fait appel à des ouvriers pour l'expliquer lors de l'expertise de Crucy. L'emploi de ce matériau organique semble par ailleurs relativement fréquent à

Nantes au XVIII^e siècle. [...] Les comptes enregistrent de juin 1765 à février 1768 l'approvisionnement de six mille cinq cent soixante-dix-huit de ces os. La maçonnerie du palais est donc entièrement truffée d'os de pied de bœuf systématiquement mis en œuvre.

Citation 142. Bienvenu (2013, p. 213)

Dans les rares devis conservés pour la construction tant publique que privée à Nantes au XVIII^e siècle, avant cette affaire, les fers sont comptés au poids et il n'est pas non plus fait mention d'emploi d'os dans la maçonnerie, à une exception près à notre connaissance. Le procédé a toutefois été largement utilisé, aux dires des tailleurs de pierre et artisans nantais qui en rencontrent fréquemment. Ces os sont utilisés pour cramponner à la maçonnerie du mur les pierres de corniches ou autres éléments en saillie lorsqu'il ne leur est pas donné de queue suffisante. Autre emploi fréquent, ils servent à affermir le raccord de deux murs perpendiculaires, un mur de face et un mur de refend ou encore un mur de refend et le parpaing d'un escalier. Aucun exemple d'emploi dans une plate-bande n'est donné dans l'état actuel de la connaissance du bâti nantais du XVIII^e siècle. Mais, une plate-bande d'une portée équivalente à celle de la Chambre des comptes n'est pas courante dans le bâti public ou privé.

A.4 Discussion des plates-bandes à l'Académie royale d'architecture

L'Académie royale d'architecture a été établie par Louis XIV sur le conseil de Colbert en 1671. Toutes les semaines ont lieu d'une part un cours, donné successivement par François Blondel, Philippe de La Hire et Antoine Desgodets (fig. A.2), et une séance où sont débattus différents sujets : lecture et analyse des auteurs anciens (Vitruve, Palladio, Serlio, De l'Orme notamment), avis sur des chantiers en cours, avis sur des inventions qui leur sont présentées etc. Les procès-verbaux établis à chaque séance de 1671 à 1793 rendent compte des débats, et ont été publiés de 1911 à 1926 en neuf volumes (Planat⁽²⁾ 1888a ; Lemonnier, 1915). Institution royale, l'Académie fut supprimée en 1793, avant d'être rétablie en 1795 puis 1816 au sein de l'Institut de France, où elle forme aujourd'hui une section de l'Académie des Beaux-Arts.

Les plates-bandes font partie des sujets débattus par l'Académie royale d'architecture, soit du point de vue de la coupe des pierres, soit du point de vue des armatures

(2). L'article de l'encyclopédie est signé par les initiales M.D.S.

Annexe A. Sources bibliographiques

de fer des plates-bandes armées. Nous indiquons sur les frises historiques suivantes le nom des Premiers architectes du roi successifs (fig. A.1), ainsi que ceux des professeurs d'architecture à l'Académie royale d'architecture (fig. A.2), et le sujet des débats successifs où le sujet des plates-bandes intervient (fig. A.3). Les extraits importants des procès-verbaux concernant les plates-bandes sont données ci-dessous.

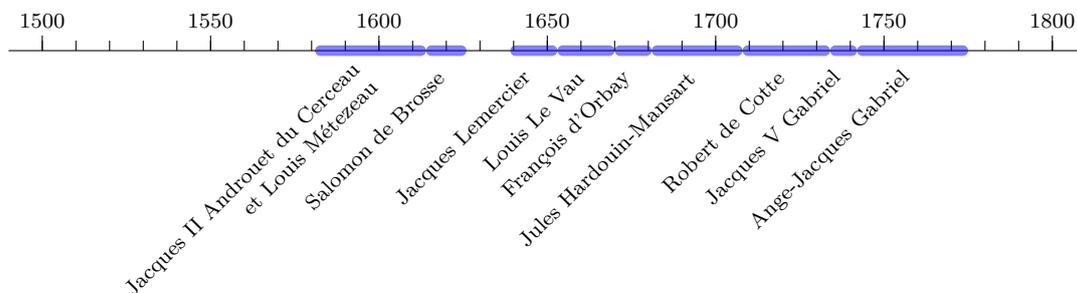


Fig A.1 – Premiers architectes du roi

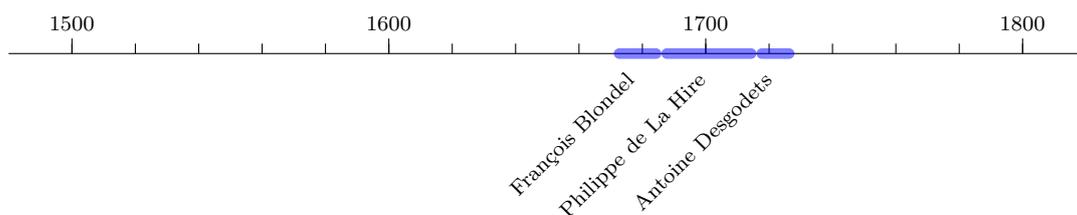


Fig A.2 – Professeurs d'architecture à l'Académie royale d'architecture

Citation 143. 31 mars 1672, Vol. 1.

Il est préconisé par l'Académie de mettre en place trois tirants en fer sous une plate-bande de grande portée, en cours de construction à Versailles.

Ont signé : n.c.

Citation 144. 26 juillet 1677, Vol. 1.

Ce qu'il [De l'Orme] dit des liaisons des pierres en coupe pour l'architrave est bon, quoyqu'à dire le vray, le moins qu'on s'en puisse servir est le meilleur.

Ont signé : Blondel, Bruand, Gittard, Le Paultre, Mansart, Mignard, d'Orbay, Félibien.

Citation 145. 29 mai 1679, Vol. 1.

L'on a continué la lecture de Léon Baptiste Albert sur le 9^e chapitre du 3^e livre. Et, par occasion, la compagnie s'est entretenue sur

les différentes manières de poser les claveaux dans les plates bandes et les vousoirs dans les arcs, sur quoy il y a eu des sentimens différens, sur lesquelz elle a résolu de s'esclairer au premier jour.

Ont signé : n.c.

Citation 146. 24 mai 1683, Vol. 2.

La Compagnie n'a rien trouvé à quoy elle peust s'arrester dans la lecture qu'elle a faite des assemblées tenues cy devant, depuis le 24 mai 1677 jusques au 26 juillet de la mesme année. Elle a seulement fait réflexion sur ce qu'elle dit dans la dernière que la pensée de Philbert De l'Orme n'est pas mauvaise de tailler les architraves par claveaux, en forme de platte bandes, quoy qu'elle ne voulust pas en conseiller l'usage trop fréquent; elle auroit volontiers souhaitté que l'on peust faire comme en Italie des architraves de matière à se porter d'elles mêmes, comme de marbre et

Annexe A. Sources bibliographiques

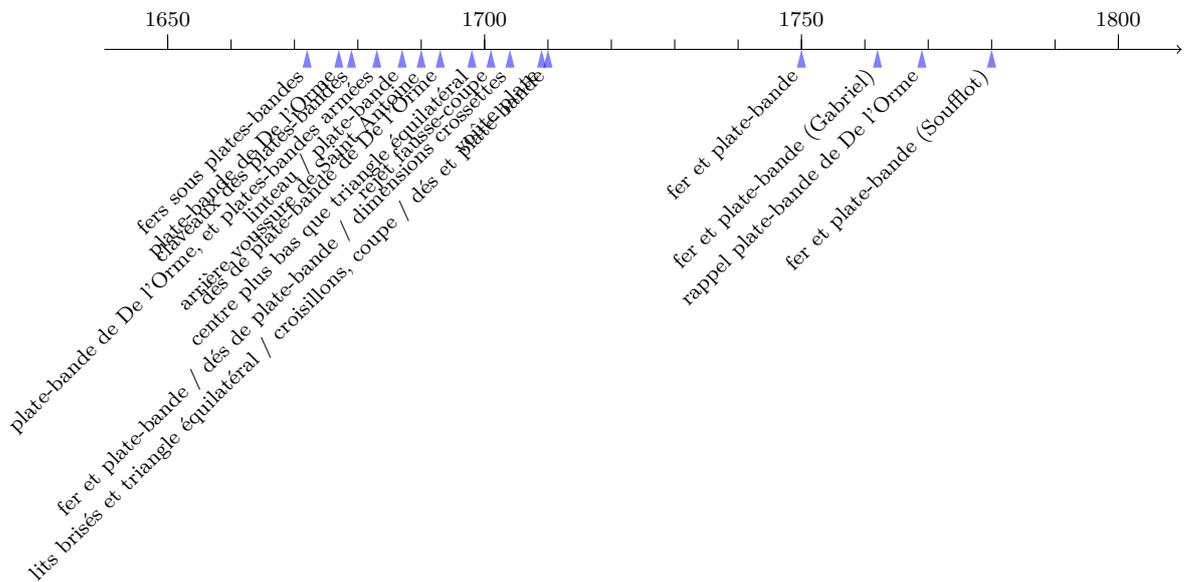


Fig A.3 – Sujets des débats sur les plates-bandes à l'Académie royale d'architecture

« L'on peut pour empescher que les bouts de ces pierres quarrées ne paroissent à la tête de la plate bande, laisser quatre a cinq pouces de parament de pierre à ces claveaux; l'on pourroit même mettre avec lien de pierre, des quarrées long de bois si on le juge à propos, dans la crainte que les quarrées de pierre ne se cassent, dans l'effort que prendra la platte bande, alors qu'elle sera decintrée. Outre précaution qu'on propose de prendre, pour unir et contenir ensemble tous les claveaux de la plate bande, avec de tenons et des clefs [?] en dets, l'on y peut encore mettre des tirans et ancrés de fer » Transcrit par Guettard (2012)

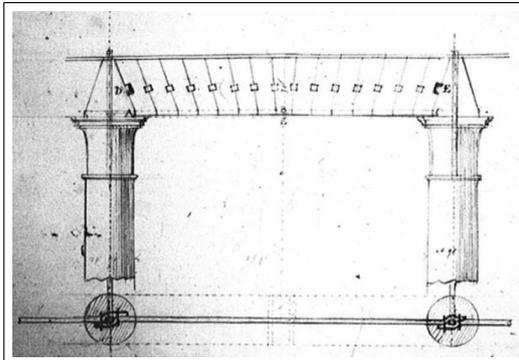


Fig A.4 – Mémoire de Bullet présenté à l'Académie le 14 janvier 1704, reproduit dans Guettard (2012)

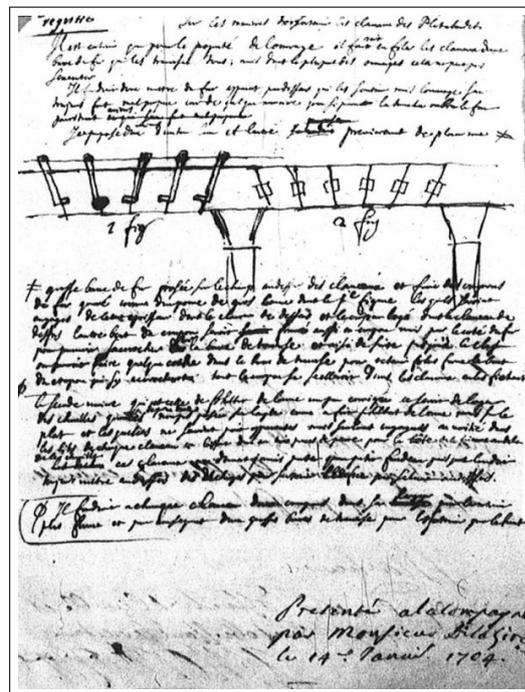
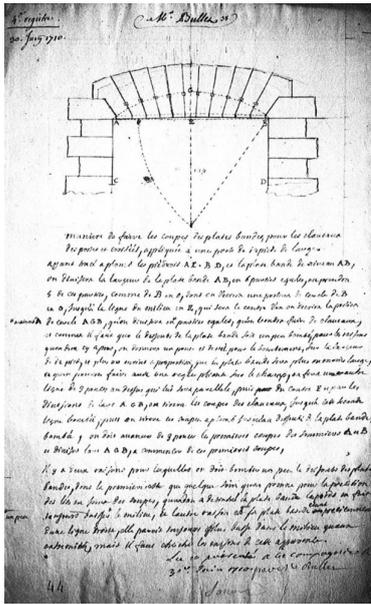


Fig A.5 – Mémoire de La Hire présenté à l'Académie le 14 janvier 1704, reproduit dans Guettard (2012)

Annexe A. Sources bibliographiques



Manière de faire les coupes des plates bandes, pour les claveaux des portes et croisées, appliquée à une porte de 12 pieds de large. Ayant tracé aplomb les piédroits AI BD, et la plate bande de [niveau] AB, on divisera la largeur de la plate bande AB, en 6 parties égales, on prendra 5 de ces parties, comme de B en O, [dont] on décrira une portion de cercle de B en O, jusqu'à la ligne du milieu en E, qui sera le centre d'où on décrira la portion de cercle AGB, qu'on divisera en autant de parties égales, qu'on voudra faire de claveaux, et comme il faut que le dessous de la plate bande soit un peu bombée pour les raisons qu'on dira cy après, on donnera un pouce et demi pour le bombement, sur la largeur de 12 pieds, et plus ou moins en proportion que la plate bande sera plus ou moins large, ce [...] faire avec une règle [...] sur le champ, on fera une autre ligne de 3 pouces au dessus, qui lui sera parallèle, puis du centre F ... les divisions de ... AGB, on tirera les coupes des claveaux jusqu'à cette seconde ligne bombée, puis on tirera ces coupes aplomb jusqu'au [...] de la platebande, bombée, on doit avancer de trois pouces les premières coupes des sommiers A et B et diviser l'arc AGB, à commencer de ces premières coupes. Il y a deux raisons pour lesquelles on doit bomber un peu le [dessous?] des plates bandes, dont la première est que quel que soin qu'on prenne pour la précision des lits en ... des coupes, quand on a [décentré] la plate bande le poids en fait toujours baisser un peu le milieu, & l'autre raison est que la plate bande ... d'une ligne droite, elle paroit toujours plus basse dans le milieu qu'aux extrémités, mais il faut chercher les raisons de cette [apparence?]. Lu et présenté à la compagnie le 30^e Juin 1710 [...]

Fig A.6 – Mémoire de Bullet présenté à l'Académie le 30 juin 1710, reproduit dans Guettard (2012)

de travertin, et qu'on ne voulust pas faire de si grandes entrecolonnes, afin que les architraves peussent se soutenir tout d'une pièce, leur faisant seulement des arcs en descharge par dessus, comme ont fait les anciens, voyant avec regret la nécessité où les grandes entrecolonnes nous jettent en France de nous servir d'architraves taillées à clavaux, qu'on est obligé de tenir bandez ensemble, à force de tirans et d'ancres de fer, dont la rouille, mangeant avec le temps et le fer et la pierre, cause à la fin la ruine des plus beaux ouvrages.

Ont signé : Blondel, Gittard, Félibien.

Citation 147. 29 décembre 1687, Vol. 2.

M. Bullet a commencé à lire à l'Académie un mémoire qu'il a écrit sur le sujet des combles, tant de leur origine que de leur forme et de la proportion de leur hauteur, selon l'usage et la nécessité des différens pays. A cette occasion, il parle du mauvais usage que l'on fait des lucarnes qu'on met dans les combles pour donner du jour aux logemens qu'on y pratique.

L'on a proposé si une plattebande d'une seule pierre, dont les lits seroient aux deux bouts ou délit en joint, seroit aussy solide que si elle estoit faite de plusieurs claveaux, l'on [a] plus approuvé l'usage des claveaux, sans

blasmer celui d'une seule pierre, si ce n'est qu'elle n'eust son lit dessus et dessous dont la pratique a esté condamnée.

Ont signé : Bruand, Bullet, d'Orbay, Félibien.

Citation 148. 8 octobre 1688, Vol. 2.

On s'est entretenu sur une question qui a esté faite à la Compagnie par M. Bullet sur une voûte de four, dont le plan est en ovale et le profil aussy en ovale sur sa longueur, mais circulaire sur la largeur, ce qu'on appelle en géométrie un demy sphéroïde long, pour sçavoir s'il estoit plus à propos de faire le plan de chaque assise en ovale semblable au plan total, ou de le faire à l'ordinaire par des lignes courbes parallèles entre elles. La Compagnie a trouvé à propos de s'arrester à la pensée de M. Bullet, qui est la première des deux dont nous venons de parler, quoyque tous les plans de ses assises soient tout différens entre eux; on a l'avantage par cette manière d'avoir la clef semblable au plan, pour y faire de l'ornement qu'on voudroit qui puisse estre agréable à la veue.

Ont signé : De La Hire, Bruand, Bullet, d'Orbay, Félibien

Citation 149. 15 octobre 1688, Vol. 2.

M. de la Hire a apporté et présenté à la Com-

Annexe A. Sources bibliographiques

pagnie une nouvelle manière de tracer tous les panneaux des voûtes de four, tant surbaissées que surhaussées, sans sortir du champ de l'ouvrage, et dont il donnera un dessein au premier jour.

Ont signé : De La Hire, Bruand, Bullet, d'Orbay, Félibien

Citation 150. 22 octobre 1688, Vol. 2.

On s'est encore entretenu sur les voûtes de four qui ont une ellipse pour leur base et une ellipse aussy pour leur profil, et M. de la Hire a promis d'apporter au premier jour la manière de tracer les panneaux, tant de duelle que de lit, d'une manière géométrique, les ellipses du plan et du profil estant aussy géométriques, à la différence de celle dont les ouvriers se servent ordinairement, qui sont formez par des portions de cercle.

Ont signé : De La Hire, Bruand, Bullet, d'Orbay, Félibien

Citation 151. 29 octobre 1688, Vol. 2.

M. Bullet a apporté la manière de tracer les panneaux des voûtes de four elliptiques, tant en leur profil qu'en leur plan, suivant la pratique ordinaire de tracer les ellipses avec des portions de cercles, et M. de la Hire a aussy présenté à l'Académie, suivant ce qu'il avoit promis, la manière de tracer les panneaux de la mesme voûte par les règles de géométrie, sans sortir du champ de l'ouvrage, ce qui n'a point esté pratiqué jusques à présent. On s'est encore entretenu sur la figure qu'on doit donner aux rosos ou rosasses enfermez dans une figure quadrilatère, pour garnir toute la voûte dont on a parlé cy dessus. Et l'on a remis à s'en entretenir encore la première fois.

Ont signé : De La Hire, Bruand, Bullet, d'Orbay, Félibien

Citation 152. 12 novembre 1688, Vol. 2.

M. de la Hire a présenté à la Compagnie l'affiche pour les leçons d'architecture de l'année prochaine, où il promet d'expliquer le trait de la coupe des pierres, suivant la méthode ordinaire, et d'autres particularitez qu'il donnera dans les leçons.

Il a encore apporté un modèle d'une voûte de four elliptique en son plan et en son profil, où l'on voit la forme des douelles de toutes les pierres des assises, ce qui fait voir

la figure qu'on pouroit donner aux rosos dont on voudroit orner cette voûte ; la Compagnie a trouvé que cette méthode devoit estre préférée à toutes les autres.

Ont signé : De La Hire, Bruand, Bullet, d'Orbay, Félibien

Citation 153. 19 novembre 1688, Vol. 2.

M. de la Hire a apporté à la Compagnie une démonstration dans laquelle il fait voir que, dans les voûtes surbaissées, la clef et les autres voussoirs qui en sont proches font plus d'effort pour escarter les premiers voussoirs que ceux-cy n'ont de force pour y résister, ce qui se prouve par la propriété du coin, qui est plus aigu dans la clef et dans les voussoirs qui lui sont proches que dans les autres. Il y auroit plus de solidité si tous les joints de lit tendoient au centre de l'ovale qui forme le cintre surbaissé ; mais cela n'est pas si agréable à la veue, cependant on est obligé de tomber en ce cas en plusieurs rencontres.

Ont signé : De La Hire, Bruand, Bullet, d'Orbay, Félibien

Citation 154. 14 Aoust 1690, Vol. 2.

M. de la Hire a apporté à l'assemblée un modèle de l'arrière voussure qu'on appelle ordinairement de Saint Antoine, où les divisions des claveaux de la platte bande sont égales entre elles, de mesme que la teste de la voussure, dont il apportera à sa commodité une épure, tant par cette méthode que par celle du père d'Erard, affin de faire voir la différence de l'une et de l'autre.

Ont signé : De La Hire, Bruand, Bullet, de Cotte, Mansart, d'Orbay, Félibien.

Citation 155. 14 décembre 1693, Vol. 2.

L'on a leu le quinzième chapitre de Philbert de Lorme. On a approuvé en partie la manière qu'il propose pour affermir la platte bande des architraves, en mettant et en entaillant dans les lits de joints des claveaux durs ou cailloux longs, pour cramponner les claveaux les uns avec les autres et par ce moyen ne faire la platte bande que comme si elle estoit d'une seule pièce, et l'on doit observer de ne mettre ces sortes de crampoms qu'à plus de six poulces près des parements.

Ont signé : De La Hire, Bruand, Bullet, de Cotte, d'Orbay, Félibien.

Annexe A. Sources bibliographiques

Citation 156. 20 janvier 1698, Vol. 3.

A l'égard de ce que M. Blondel dit dans le dernier chapitre du mesme livre touchant les plattes bandes, que les joints des claveaux doivent tendre au sommet d'un triangle équilatéral renversé, la Compagnie a jugé qu'il faut faire le centre de ces claveaux plus bas, pour empescher que les joins de ces mesmes claveaux ne deviennent trop aigus vers le cousinet et ne soient par ce moyen trop faciles à casser.

Ont signé : De La Hire, Desgodetz, Félibien

Citation 157. 22 Aoust 1701, Vol. 3.

La Compagnie s'est aussi entretenue sur la pratique qui a quelquesfois esté usitée dans les portes en plattes bandes, à l'égard des clavaux, où l'on a fait tous les joins à plomb. L'on a pas approuvé cette pratique et il a esté trouvé plus à propos de faire paroistre les joins tels qu'ils sont suivant leurs coupes pour satisfaire les yeux et l'esprit par l'idée de la solidité.

Ont signé : De La Hire, Bruand, Bullet, de Cotte, Delisle-Mansart, Desgodetz, Gabriel, Gobert, Le Maistre, de Lespine, Félibien.

Citation 158. 7 janvier 1704, Vol. 3.

La Compagnie, sur ce que M. Lambert a proposé touchant la manière de faire des plastes bandes, a agité plusieurs questions touchant l'usage du fer et la manière de l'employer en de pareils ouvrages où il est difficile de s'en passer et où il faut luy conserver toute sa force. Ce qui a occupé toute la conférence et a paru d'assés grande conséquence pour (estre) examiné encore plus particulièrement dans la prochaine assemblée avant d'en délibérer.

Ont signé : De La Hire, Bruand, Bullet, Desgodetz, Gobert, Lambert, de Lespine, Mollet, Prévost, Félibien.

Citation 159. 14 janvier 1704, Vol. 3.

Au sujet de la proposition qui a esté faite dans l'assemblée précédente pour la manière de construire solidement des plattes bandes de pierres, M. Bullet a donné un mémoire qui a esté lu à la Compagnie et où il y a un dessin. Un autre mémoire concernant la mesme proposition, que M. de La Hire a présenté, a aussy donné lieu à plusieurs questions qu'on doit agiter avant que de rien résoudre sur la

difficulté proposée.

Ont signé : De La Hire, Bruand, Bullet, Desgodetz, Gobert, Lambert, de Lespine, Mollet, Prévost, Félibien.

Voir figures A.4 et A.5

Citation 160. 11 février 1704, Vol. 3.

La Compagnie estant plus nombreuse a de nouveau examiné la proposition faite par M. Lambert au sujet des plattes bandes. L'on a relu les mémoires de M. Bullet et de M. De La Hire. Et comme ils ont donné matière d'examiner plus particulièrement les difficultés de la question, on a jugé à propos de faire les sommiers plus larges que les tailloirs des chapiteaux, observant de les dégager de la saillie des tailloirs, en sorte que lesdits sommiers ne portent que sur le nu de la colonne. Il a aussy esté proposé de tailler les pierres des claveaux en crossettes d'environ un pouce et à quatre pouces près du parement de la teste.

Ont signé : De La Hire, Bruand, Bullet, Desgodetz, Gobert, Le Maistre, de Lespine, Prévost, Félibien.

Citation 161. 15 avril 1709, Vol. 3.

M. Desgodets a lu un traité intitulé : Traité pour les voûtes portées sur des colonnes ou pilliers ronds à double arête en platte bande sur des plans carrés longs et parallélogrames biaux, dont les clefs et tous les joints en lit sont de niveau.

Ont signé : De La Hire, Bruand, Bullet, Desgodetz, de La Hire fils, de Lespine, Félibien.

Citation 162. 24 février 1710, Vol. 3.

On agite une question sur la coupe des pierres au sujet de la coupe des clavaux d'une platte bande, et l'on a blasmé les coupes qui sont à plomb dans la teste en face, en ce qu'elles choquent les yeux et qu'elles n'ont aucune apparence de solidité.

Cependant, comme les clavaux qui sont en coupe ont une incommodité, en ce que les angles des pierres qui sont proches des sommiers sont trop aigus et sont sujets à se rompre et à s'éclater, c'est pourquoy on fait les extrémités de la coupe à plomb jusques à la hauteur de trois pouces ou environ ; et, pour ce qui est du centre de la coupe des clavaux,

Annexe A. Sources bibliographiques

on a jugé qu'il doit estre au sommet du triangle équilatéral dont les costez sont égaux à la longueur de la platte bande.

Ont signé : De La Hire, Boffrand, Bullet, Desgodetz, de La Hire fils, de Lespine, Félibien.

Relevé par Jeanneret (2012).

Citation 163. 16 juin 1710, Vol. 3.

Les anciens architectes françois partageoient l'ouverture des fenestres par des croisillons, qu'ils croyoient nécessaires particulièrement dans les plus grandes ouvertures, pour soutenir les plattes bandes, et l'on voit encore des exemples de ces croisillons dans les fenestres les plus anciennes du Louvre.

L'on a depuis retranché ces croisillons à cause qu'ils ostoyent beaucoup de jour. Mais la Compagnie, en considérant dans le Louvre les fenestres où il y a encore des croisillons, a trouvé que non seulement ils ostent beaucoup de jour, mais encore qu'en arrêtant la clef ils sont cause que les claveaux des costez descendent plus facilement et endommagent les plattes bandes, comme on voit à quelques fenestres du vieux Louvre.

On s'est entretenu à cette occasion sur la coupe des claveaux, dont la Compagnie parlera plus amplement après y avoir réfléchi.

Ont signé : De La Hire, Boffrand, Bruand, Bullet, Desgodetz, de La Hire fils, de Lespine, Félibien

Citation 164. 30 juin 1710, Vol. 3.

M. Bullet a lu à la Compagnie un mémoire intitulé : Manière de faire les coupes des plattes bandes pour les claveaux des portes et croisées appliquée à une porte de douze pieds de largeur. Ensuite M. de La Hire a aussy lu à la Compagnie un escrit intitulé : Règle générale pour la division des voussoirs des grands arcs. Ces deux mémoires ont été examinés et fort approuvés par la Compagnie.

Ont signé : n.c.

Voir fig. A.6

Citation 165. 22 décembre 1750, Vol. 6.

Les plates bandes proposées par le sr Chopitel, à l'Académie ayant été examinées et les commissaires en ayant fait leur rapport, la Compagnie a été d'avis que ces plates bandes

seroient d'un bon usage pour les batimens et que le sr Chopitel pouvant donner ces espèces de fer à meilleur marché qu'on ne le peut faire en les fabriquant à l'estampe, on pourroit en multiplier l'usage.

Ont signé : Aubry, Beausire père, Beausire, Billaudel, Boffrand, Cartaud, Chevotet, Deluzy, Garnier d'Isle, Godot, Hazon, Lebon, Ledreux, Legrand, de Lespée, Lorient, Tanevot, Camus.

Citation 166. 18 janvier 1762, Vol. 7.

L'Académie étant assemblée, on a examiné le model que M. Gabriel a fait faire de trois moyens différens dont il se propose d'employer celui qui paroitra le plus seure à la Compagnie pour la construction des plattes bandes des colonnades de la place de Louis Quinze et les armatures de fer qui doivent entrer dans laditte construction ; et l'Académie, pour se donner un plus long examen, est convenu de ne déterminer son avis que lundi prochain.

Ont signé : Gabriel, Aubry, Beausire, Brébion, Chevotet, Contant, Deluzy, Franque, Hupeau, Lecarpentier, Leroy, de Lespée, Perronet, N.-M. Potain, Rousset, Soufflot, Tanevot, Camus.

Citation 167. 25 janvier 1762, Vol. 7.

L'Académie étant asssemblée, M. Gabriel a consulté la Compagnie sur différens desseins d'armatures qu'il a présentés pour les plates bandes des colonades de la place de Louis Quinze. Ces desseins et les modèles présentés dans la conférence précédente ayant été examinés et la Compagnie ayant considéré que les plates bandes sur la face extérieure n'ont que 13 pieds, d'un axe de colonne à l'autre, et sont butez par des pavillons de 11 toises de face, elle croit que ces plattes bandes pourroient se passer de tirans pour le dessous et de tout autre secours que leur coupe et leur butée. Elle approuve cependant que, pour prévenir tous les accidents qui peuvent être occasionnez par l'inperfection des matériaux du pays ou par les défauts de la taille et de la pose et autres accidens difficiles à prévoir, de suivre le dernier dessein de M. Gabriel, par lequel il propose un tiran de fer au dessus de l'extrados de l'architrave, accroché des deux bouts dans les ancrs des colonnes, et deux crampons de

Annexe A. Sources bibliographiques

fer placez dans les joints des contre clefs et accrochez au susdit tirant

Elle approuve aussi que l'on employe des goujons dans les joints des autres clavaux; elle approuve pareillement les tirans de fer d'une seule pièce sous les plattes bandes de traverse de la colonnade, comme il a été pratiqué à la chapelle de Versailles, estimant que c'est dans le sens seulement de ces plattes bandes que l'on doit craindre la poussée.

Ont signé : Gabriel, Aubry, Beausire, Brébion, Chevotet, Contant, Deluzy, Franque, Hupeau, Lecarpentier, Leroy, de Lespée, Perronet, N.-M. Potain, Rousset, Soufflot, Tanevot, Camus.

Citation 168. 19 juin 1769, Vol. 8.

La Compagnie a ensuite entendu la lecture de plusieurs extraits du 1^{er} et 2^e registre de l'Académie sur ce qui peut constituer le bon goût dans l'architecture et sur la proposition de Philibert de Lorme de tailler les architraves par claveaux en forme de plattes bandes. On s'est aussi entretenu des cariatides et de l'usage de tailler des testes et masques sur les claveaux des arcades.

Ont signé : Aubry, Blondel, Boullée, Brébion, Chevotet, Contant, Deluzy, Desmaisons, Franque, Lecarpentier, Leroy, de Lespée, Lestrade, Moreau, Perronet, Peyre, N.-M. Potain, Rousset, Soufflot, Trouard, de Wailly, Sedaine.

Citation 169. 28 mai 1770, Vol. 8.

L'Académie étant assemblée, M. Soufflot, à la séance du 29^e janvier 1770, avoit présenté à

l'Académie une coupe et une élévation qui démontroient la construction singulière du portail de Saint Pierre de Genève; la Compagnie les avoit examinés avec intérêt et lui avoit demandé de lui procurer de plus grands éclaircissemens sur la fonction des différents tirans de fer servant à maintenir les platte bandes. En conséquence, M. Soufflot a rapporté les éclaircissemens désirez qu'on lui a envoyés de Genève; ils ont été vus avec plaisir, et l'Académie a trouvé très ingénieux tous les moyens dont M. le comte Alfieri, architecte de ce monument, a usé pour lui donner de la solidité et de la légèreté. M. Soufflot s'est engagé à en donner une copie à l'Académie.

Ont signé : Aubry, Brébion, Chalgrin, Chevotet, Contant, Coustou, Desmaisons, Franque, Lecarpentier, Leroy, de Lespée, Moreau, Perronet, Peyre, N.-M. Potain, Régemorte, Rousset, Soufflot, de Wailly, J. Sedaine.

Citation 170. 17 janvier 1780, Vol. 9.

L'Académie étant assemblée, elle a remercié M. Soufflot des modèles en relief dont il a fait présent à l'Académie, dont un est le procédé qu'il a employé pour l'exécution des platebandes du grand portail de l'église de Sainte Geneviève et l'autre un plafond en compartiments et platebandes d'une ancienne exécution, au château de Madrid.

Ont signé : Gabriel, Bellicard, Brébion, Chalgrin, Cherpitel, Coustou, Couture, Desmaisons, Franque, Gondoin, Hazon, Guillaumot, Jardin, Le Roy, de Lespée, Mauduit, Moreau, Perronet, Peyre, Peyre le jeune, N.-M. Potain, Roussel, Soufflot, M.-J. Sedaine, de Wailly

Annexe B

Catalogue des plates-bandes et voûtes plates

Sommaire

B.1	Plates-bandes dans l'Antiquité	345
B.2	Plates-bandes au Moyen Âge	352
B.2.1	Plates-bandes de portail	352
B.2.2	Plates-bandes de cheminée	359
B.2.3	Plates-bandes de baie	365
B.3	Plates-bandes à l'Époque Moderne	368
B.3.1	Plates-bandes d'entablement	368
B.3.2	Plates-bandes d'escalier	370
B.4	Plates-bandes à joints en X	371
B.5	Plates-bandes en fausse-coupe	373
B.5.1	Jacques Lemercier	373
B.5.2	Le Louvre	380
B.5.3	Le dix-septième siècle	391
B.5.4	Le dix-huitième siècle	398
B.5.5	Chambéry	406
B.6	Voûtes plates	411

B.1 Plates-bandes dans l'Antiquité

Fig B.1 – Kydna (Turquie)

Vers 250 av. J.-C.

Plate-bande composée de trois claveaux, et soulageant le linteau monolithe d'une porte, dans la citadelle de Kydna (Lycie, actuelle Turquie).

Source : Adam (2012, p. 69).

Fig B.2 – Lac d'Albano, Latium (Italie)

Après le IV^e s. av. J.-C.

Plate-bande composée de sept claveaux, dans l'émissaire du lac Albano « de la première époque » (Rondelet, 1834, p. 114). L'émissaire désigne un déchargeoir, et la plate-bande couvre donc probablement une porte dans un tunnel. Le premier tunnel aurait été construit en 395 av. J.-C., mais cette plate-bande ne correspond pas nécessairement à la date de première construction.

Source figure : Rondelet (1804, Pl. XXIX) – ici Rondelet (1828, Pl. XXX).

Voir également Fig. 2 sur fig. 9.4 page 173.

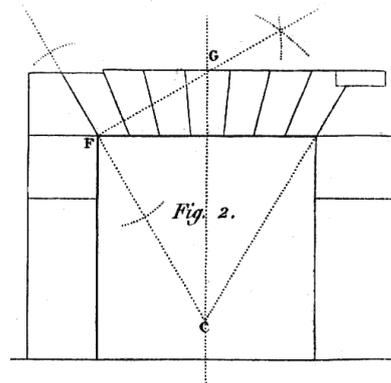


Fig B.3 – Rome (Italie), Colisée

70-80 ap. J.-C.

Plate-bande composée d'un claveau unique, les sommiers formant encorbellement, construite dans le sous-sol du Colisée à Rome.

Sources : Durm (1885); Cejka (1978).

Source figure : Durm (1885, fig. 116).

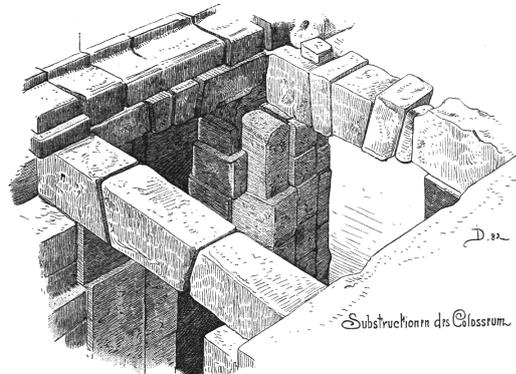


Fig B.4 – Pompéi (Italie), forum

Avant 79 ap. J.-C.

Plate-bande composée d'un claveau unique, construite au forum de Pompéi.

Sources : Durm (1885); Cejka (1978).

Source figure : Durm (1885, fig. 117).



Fig B.5 – Rome (Italie), Tullianum

II^e s. av. J.-C.

Selon Choisy, la prison de Mamertine, ou Tullianum, aurait été construite par les étrusques, et présenterait un « plafond clavé » (Choisy, 1873, p. 125 ; 1899a, p. 247, 514).

Fournet (2011) date au contraire la construction du II^e siècle av. J.-C., et donne des détails complémentaires sur la construction. La voûte a une portée de près de 7 m, et est bien contrebutée car la salle est en grande partie enterrée. Les claveaux ne présentent pas de crossettes, et sont posés sans mortier.

—

Fig B.6 – Rome (Italie), temple de Junon

Après le II^e s. av. J.-C

« Temple de Junon, dans le portique d’Octavie » à Rome (Rondelet, 1834, p. 115). Le temple est construit au II^e siècle avant J.-C et a fait l’objet de plusieurs reconstructions, la dernière au III^e siècle ap. J.-C.

Source figure : Rondelet (1804, Pl. XXIX) – ici Rondelet (1828, Pl. XXX).

Voir également Fig. 5 sur fig. 9.4 page 173.

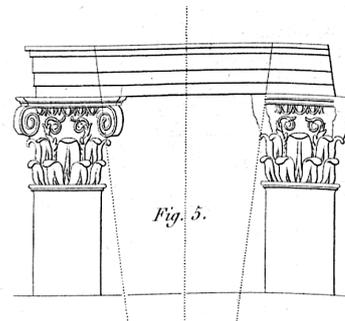


Fig B.7 – Via Appia (Italie)

Seconde moitié du I^{er} s. av. J.-C.

Plate-bande d’une porte du tombeau de Cecilia Metella, dont « les claveaux sont à double coupe » (Rondelet, 1834, p. 116). Ce tombeau située le long de la via Appia, a été construit dans la seconde moitié du I^{er} siècle av. J.-C.

Source figure : Rondelet (1804, Pl. XXIX) – ici Rondelet (1828, Pl. XXX).

Voir également fig. 6.37 page 124 et Fig. 8 sur fig. 9.4 page 173.

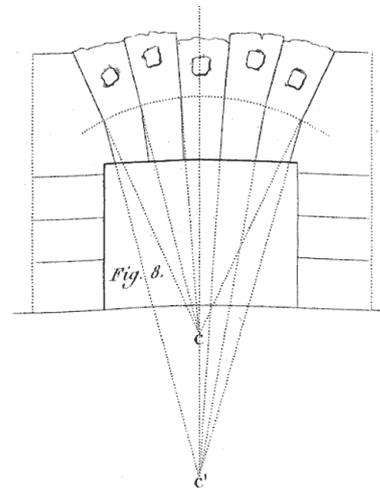


Fig B.8 – Rome (Italie), Tabularium

76 av. J.-C.

Plusieurs plates-bandes construites en 76 av. J.-C. au Tabularium de Rome. La plate-bande qui couvre la niche Sud-Est a 5,18 m de portée.

—

Sources : DeLaine (1990); Acocella (2004).

Annexe B. Catalogue

Fig B.9 – Rome (Italie), forum de César

Entre I^{er} s. av. J.-C. et III^e s. ap. J.-C.

Nombreuses plates-bandes composées de sept claveaux, non chargées car situées sous un arc en plein cintre sans remplissage entre l'arasement de la plate-bande et l'intrados de l'arc. Le forum de César dont la construction débute en 51 av. J.-C. est plusieurs fois endommagé par des incendies puis restauré.

Mentionné par Acocella (2004).

Fig B.10 – Rome (Italie), théâtre de Marcellus

Époque d'Auguste

Plate-bande à tenon du théâtre de Marcellus à Rome (Rondelet, 1834, p. 115). Les tenons sont également utilisés pour les vousoirs d'arcs antiques, à Rome. Rondelet (1804, p. 100, cit. 73), Choisy (1873, p. 127) et Planat (1888d, p. 486).

Source figure : Rondelet (1804, Pl. XXIX) – ici Rondelet (1828, Pl. XXX).

Voir également Fig. 7 sur fig. 9.4.

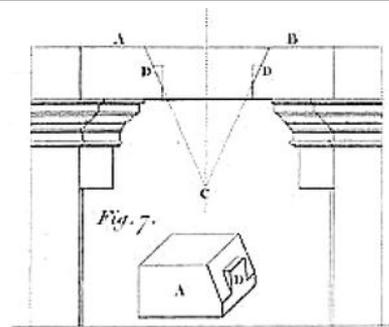


Fig B.11 – Vérone (Italie), amphithéâtre

Époque d'Auguste

Plates-bandes de l'amphithéâtre de Vérone, construites sous le règne d'Auguste. Trois types de plates-bandes sont présentes à Vérone. Choisy (1873, p. 133-134) mentionne et reproduit seulement celles correspondant aux portes basses de l'amphithéâtre, composées de deux très grands sommiers posés en encorbellement, et d'une petite clé (photo en haut ci-contre – la photo est déformée par l'assemblage de plusieurs photos pour couvrir l'ensemble de la plate-bande). Choisy souligne que ces plates-bandes pouvaient être construites sans plate-forme d'appui, et que les clés étaient mises en place sans être retaillées, ce qui a conduit à des imprécisions sur leur position (voir figure ci-dessous du même auteur).

Source figures à g. : Choisy (1873).

Source figures à d. : Durm (1885, fig. 116 et 188).

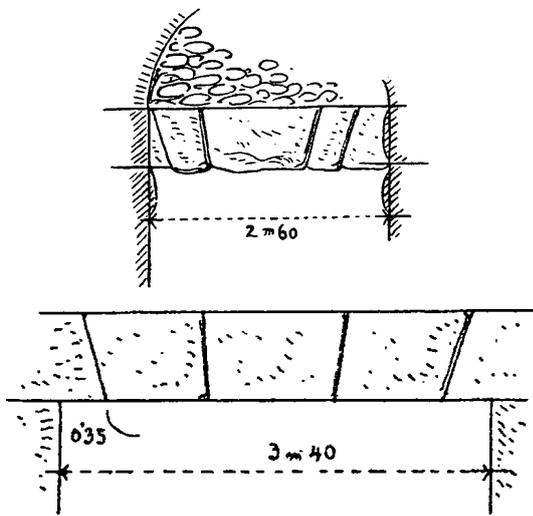
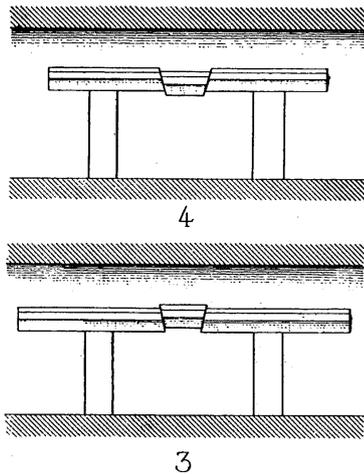


Fig B.12 – Orange, théâtre

Époque d'Auguste

Plate-bande de 4,86 m de portée du théâtre d'Orange, construit à l'époque d'Auguste (Choisy, 1873, p. 135; Conti et al., 2012, p. 79). La plate-bande est constituée de neuf claveaux à crossettes.

Source figure en h. : Choisy (1873).

Source figure en b. : Durm (1885, fig. 118).



Fig. 82.

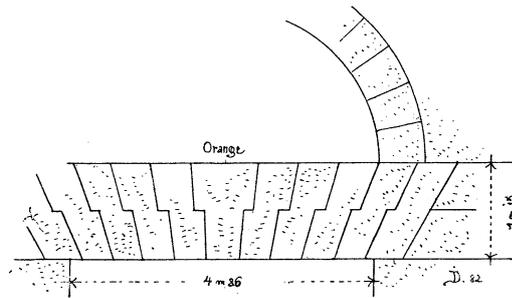


Fig B.13 – Carceres de Domitien

Fin du 1^{er} s. ap. J.-C.

« Carceres construites du temps de Domitien », où l'appareil de la plate-bande est souligné par l'usage du bossage pour les claveaux (Rondelet, 1834, p. 115). Les carceres désignent les stalles de départ dans un cirque.

Source figure : Rondelet (1804, Pl. XXIX) – ici Rondelet (1828, Pl. XXX).

Voir également Fig. 6 sur fig. 9.4 page 173.

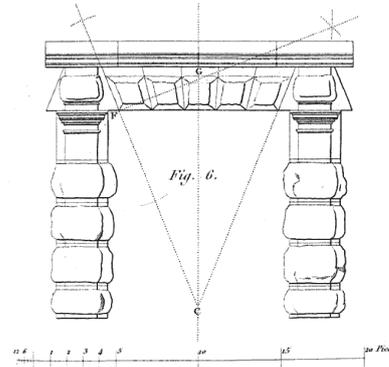


Fig B.14 – Taposiris Magna (Égypte)

Entre fin du II^e s. av. J.-C. et fin du I^{er} s. ap. J.-C.

Voûte plate composée de neuf claveaux à crossettes, couvrant un espace de 1,80 × 1,50 m et ayant une épaisseur de 40 cm environ (Fournet, 2011).

Fig B.15 – Baalbek (Liban),
temple de Bacchus

II^e s. ap. J.-C.

Porte du « temple de Bacchus » à Baalbek appelé « temple de Jupiter » par Rondelet (1834, p. 114-115) et « temple du soleil » par Planat (1888d). Le temple est construit au II^e siècle ap. J.-C. Sa plate-bande est composée de trois claveaux, et couvre un espace de 7,50 m de portée, ce qui constitue un record pour une plate-bande de ce type (Adam, 2012). Le caractère monumental de cette plate-bande apparaît clairement sur la planche XXIX de Rondelet (fig. 9.4), où divers exemples de plates-bandes antiques sont représentées à la même échelle, et où la plate-bande de Baalbek se distingue nettement des autres.

Source figure : Rondelet (1804, Pl. XXIX) – ici Rondelet (1828, Pl. XXX).

Voir également fig. 9.5 et Fig. 4 sur fig. 9.4.

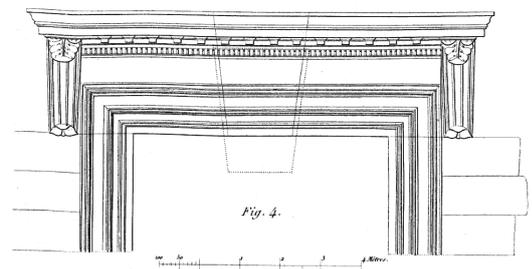


Fig B.16 – Split (Croatie),
palais de Dioclétien

Fin du III^e s. ap. J.-C.

Plate-bande à crossettes, ou peut-être à deux rangs de claveaux, du « palais de Dioclétien à Spalatro » (Split actuellement, Croatie) (Rondelet, 1834, p. 116).

Source figure : Rondelet (1804, Pl. XXIX) – ici Rondelet (1828, Pl. XXX).

Voir également Fig. 9 sur fig. 9.4 page 173.

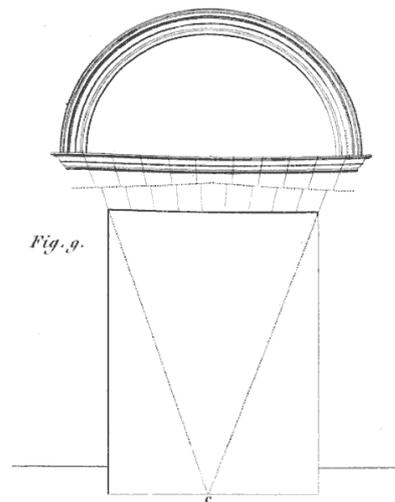


Fig B.17 – Sbeïtla (Tunisie)

Plate-bande composée de cinq claveaux au péribole du capitol de Sbeïtla (Tunisie), mentionnée par Adam (1989, p. 186).

Annexe B. Catalogue

Fig B.18 – Palmyre (Syrie)

Tombeau d'Iamblichus à Palmyre, en Syrie (Rondelet, 1834, p. 114).

Source figure : Rondelet (1804, Pl. XXIX) – ici Rondelet (1828, Pl. XXX).

Voir également Fig. 3 sur fig. 9.4 page 173.

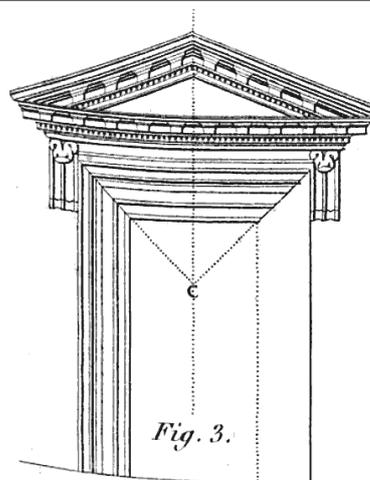
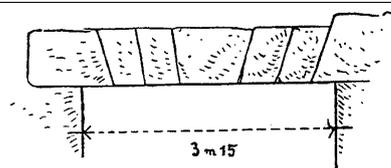


Fig B.19 – Ferenti (Italie), théâtre

Plate-bande du théâtre de Ferenti, à proximité de Viterbo.

Source figure : Durm (1885, fig. 116).

Voir également fig. 9.6.



B.2 Plates-bandes au Moyen Âge

B.2.1 Plates-bandes de portail

Fig B.20 – Voisinlieu (Oise),
maladerie Saint-Lazare

XII^e-XIII^e s.

Plate-bande à crossettes du portail sud de l'église de la maladerie Saint-Lazare à Voisinlieu dans l'Oise. Cette plate-bande est composée de cinq claveaux, les deux contre-clés semblant être dans une pierre différente des autres claveaux.

Source : Base Mérimée PA00114515, Reveyron (1993).

Source photos : Lucien Bégule (Base Mémoire 51L02355B) et Thierry Prat 1965 (Base Mémoire MH0269416). Les deux photos n'ont pas été prises à la même date.



Annexe B. Catalogue

Fig B.21 – Bourges (Cher),
porte Saint-Ours

XI^e-XII^e s.

Plate-bande à joints inclinés de la porte Saint-Ours, provenant de la collégiale Saint-Ursin. Plate-bande composée de sept claveaux, avec clé passante (le sommet de la clé dépasse de la ligne d'arasement de la plate-bande). Les sommiers sont posés avec un encorbellement marqué.

Source : Base Mérimée PA00096737, Reveyron (1993).

Source photo : Antoine Garnier, *Atlas Roman*, <http://atlas-roman.blogspot.fr>.

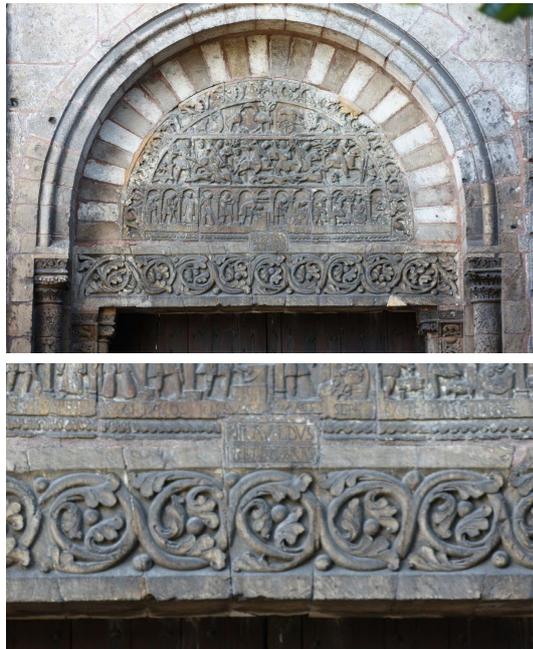
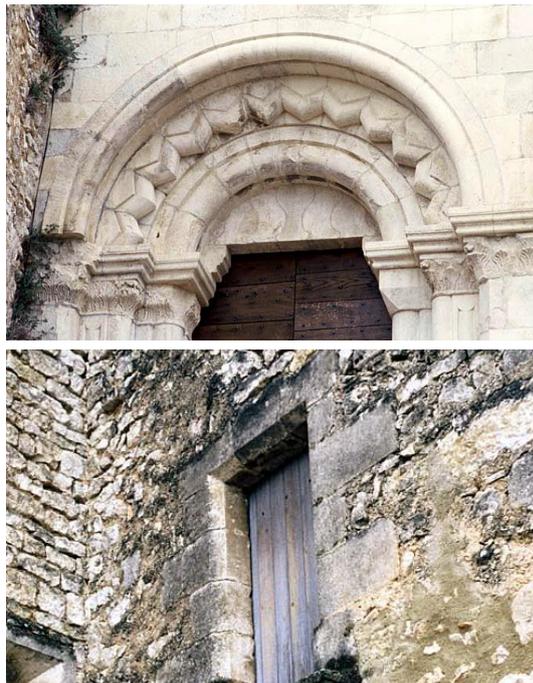


Fig B.22 – Simiane-la-Rotonde (Alpes-de-Haute-Provence),
château

Plate-bande à joint courbe de la rotonde romane tardive au château de Simiane (Basses-Alpes). Une seconde plate-bande plus tardive probablement est visible sur la façade nord au niveau de l'angle avec escalier.

Source : Base Mérimée PA04000014, Reveyron (1993).

Source photos : Odile de Pierrefeu 1996 (Base Mémoire 02040197ZA, 02040239ZA).



Annexe B. Catalogue

Fig B.23 – Beauvais (Oise),
église Saint-Étienne

Plate-bande à joints courbes du portail latéral de
l'église Saint-Étienne à Beauvais.

Source : Base Mérimée PA00114508, Sanchini
(2013).

Source figure : Viollet-Le-Duc (1859b).

Source photo : Alfred-Nicolas Normand (Base
Mémoire NRM00293).

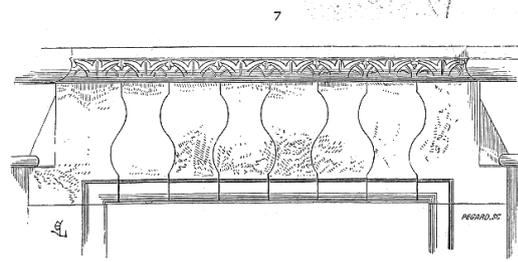


Fig B.24 – Picardie

Plates-bandes à joints courbes de Picardie mentionnés par Camille Enlart à propos de l'architecture romane : « Presles (Aisne), Villers-Saint-Paul (Oise), Berteaucourt (Somme), etc. » (Enlart, 1927, p. 322-323, cit. 118).

Fig B.25 – Boursonne (Oise), église

Plate-bande à joints inclinés, sous le tympan du
portail de l'église de Boursonne, dans l'Oise.

Source : Base Mérimée PA00114544.

Source photo : Antoine Garnier, *Atlas Roman*,
<http://atlas-roman.blogspot.fr>.



Annexe B. Catalogue

Fig B.26 – Autheuil-en-Valois (Oise),
église

Plate-bande composée de claveaux inégaux taillés avec crossettes, sous le tympan du portail de l'église de l'ancien prieuré Notre-Dame à Autheuil-en-Valois, dans l'Oise.

Source photo : Antoine Garnier, *Atlas Roman*, <http://atlas-roman.blogspot.fr>.



Fig B.27 – Rhuis (Oise),
église Saint-Gervais-et-Protais

Plate-bande composée de deux grands sommiers et d'une petite clé, sous le tympan du portail de l'église Saint-Gervais-et-Protais à Rhuis, dans l'Oise.

Source : Base Mérimée PA00114837.

Source photo : Antoine Garnier, *Atlas Roman*, <http://atlas-roman.blogspot.fr>.



Fig B.28 – Presles-et-Thierny (Aisne),
église Saint-Georges-et-Saint-Quirin

Fin XII^e s.

Plate-bande à joints courbes de l'église Saint-Georges-et-Saint-Quirin de Presles-et-Thierny dans l'Aisne, mentionnée par Enlart (Enlart, 1927, p. 322-323, cit. 118). Église classée MH.

Source : Base Mérimée PA00115878.

Source photo : Aimée Neury 1963 (Base Mémoire MH0266840).



Fig B.29 – Villers-Saint-Paul (Oise)

Plate-bande à joints courbes de l'église Saint-Pierre-Saint-Paul de Villers-Saint-Paul dans l'Oise, mentionnée par Enlart (Enlart, 1927, p. 322-323, cit. 118). Église classée MH par liste de 1862.

Source : Base Mérimée PA00114961.

Source photo : Eugène Lefèvre-Pontalis (Base Mémoire 1p007832).



Fig B.30 –

Berteaucourt-les-Dames (Somme), église

Plate-bande à joints courbes de l'église de l'ancienne abbaye Sainte-Marie de Berteaucourt-les-Dames dans la Somme, mentionnée par Enlart (Enlart, 1927, p. 322-323, cit. 118). L'église a été classée Monuments Historiques par liste de 1840. Elle a été endommagée pendant la Première Guerre mondiale, la plate-bande a peut-être été détruite.

Nous n'avons pas retrouvé de représentation de la plate-bande à joint courbe. Il existe un dessin d'une plate-bande à crossettes correspondant au portail latéral.

Source : Base Mérimée PA00116098.

Source figure : Base Mémoire MH0192952.

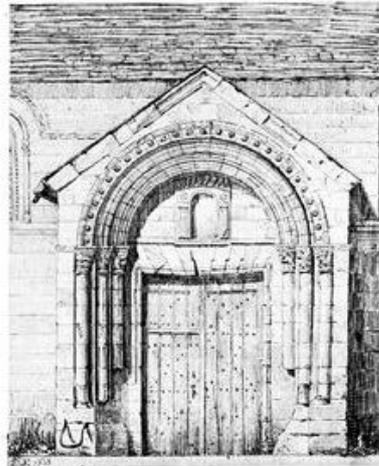


Fig B.31 – Cerseuil (Aisne), église

Plate-bande prenant toute la hauteur du tympan, à l'église de Cerseuil.

Source : Base Mérimée PA00115576.

Fig B.32 – Le Mans (Sarthe), cathédrale

Plate-bande composée de treize claveaux à joints inclinés au portail de la cathédrale du Mans.

Source photo : Antoine Garnier, *Atlas Roman*, <http://atlas-roman.blogspot.fr>.



Annexe B. Catalogue

Fig B.33 – Villeneuve-Renneville-Chevigny (Marne),
église Saint-Memmie

Deux plates-bandes à joints courbes, une sur le portail occidental, et une sur le portail latéral de l'église Saint-Memmie, dans la Marne. Une des deux plates-bandes est surmontée d'une plate-bande à joints inclinés.

Source : Base Mérimée PA00078899.

Source photo : Antoine Garnier, *Atlas Roman*,
<http://atlas-roman.blogspot.fr>.



Fig B.34 – La Celle (Cher), église

Plate-bande à joints inclinés. Bien que cette plate-bande appartienne à un édifice du Moyen Âge, la raideur de la taille de la plate-bande pourrait indiquer une reconstruction de cet élément au XIX^e siècle.

Source : échange oral avec Nicolas Reveyron.

Source photo : Antoine Garnier, *Atlas Roman*,
<http://atlas-roman.blogspot.fr>.

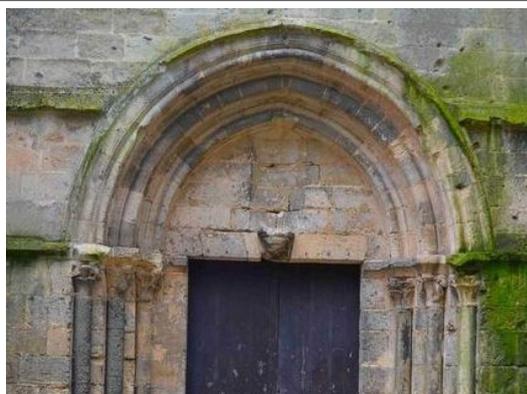


Fig B.35 – La Ferté-Milon (Aisne),
église Notre-Dame

Plate-bande à joints inclinés au portail de l'église Notre-Dame de la Ferté Milon. La niche semble avoir été creusé après la construction et le cul-de-lampe ajouté pour porter une statue. La clé, ou la plate-bande entière, a donc pu être rapportée en remplacement d'un linteau monolithe. La rapport portée sur hauteur L/h est supérieur à 6, c'est-à-dire supérieur aux rapports habituellement observés pour les autres exemples du Moyen Âge, compris entre 2,5 et 4,5 environ. Il pourrait donc s'agir d'une plate-bande mise en place pour remplacer un linteau.

Source : Base Mérimée PA00115674, échange oral avec Nicolas Reveyron.

Source photo : Frank Genestoux (Base Mémoire 80L020205).



B.2.2 Plates-bandes de cheminée

Fig B.36 – Beaune, hospices civils

1443-1457

Deux plate-bandes à crossettes formant le manteau portant la hotte de la cheminée, dans la cuisine des hospices civils de Beaune (1443-1457). Chaque plate-bande est composée de trois clavaux à crossettes. Le manteau de la cheminée est supporté au centre sur une console (d'où la présence de deux plates-bandes pour une cheminée unique).

Source photo : Félix Martin-Sabon, avant 1920, (Base Mémoire MH056551).



Fig B.37 – Dijon, palais des Ducs

1439-1450

Plates-bandes de la cheminée, dans la cuisine du palais des Ducs de Bourgogne à Dijon. Les plates-bandes dessinées par Viollet-le-Duc sont des plates-bandes composées de trois claveaux, où la présence ou non de crossette est difficilement visible. La plate-bande photographiée est une plate-bande composée de cinq claveaux, avec crossettes.

Source dessins : d'après la coupe de la cuisine du palais des Ducs de Viollet-Le-Duc (1860b).

Source photo : Hélène Adant 1947 (Base Mémoire MH0191921).

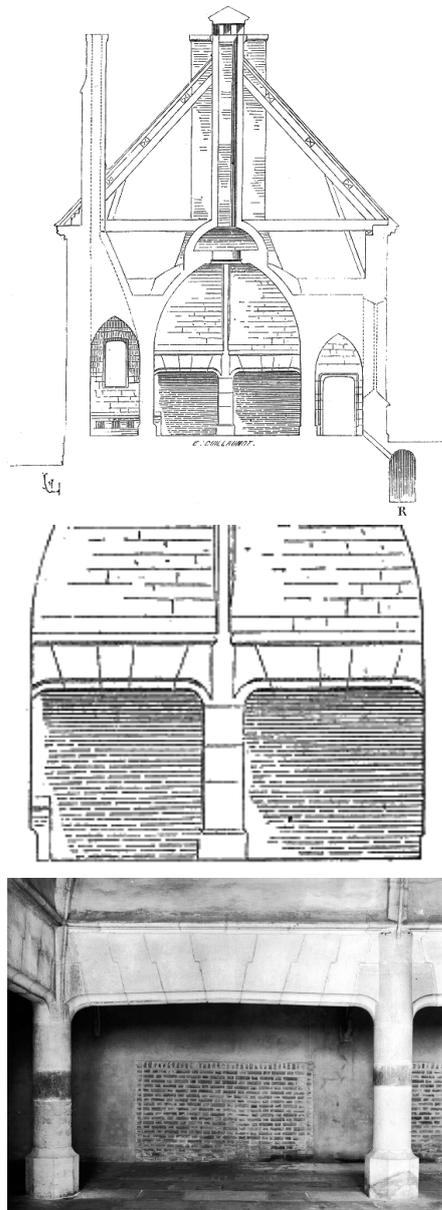


Fig B.38 – Dijon, palais des Ducs

1504

Plate-bande de la salle des gardes du palais des Ducs de Bourgogne à Dijon, construite en 1504 selon la notice de la photo jointe.

Source photo : Hélène Adant 1947 (Base Mémoire MH0191927).



Fig B.39 – Dijon, palais des Ducs

xv^e-xvi^e s. (hyp.)

Plate-bande de la salle Grangier dans la tour de Bar du palais des Ducs de Bourgogne à Dijon. Plate-bande composée de trois claveaux avec crossettes.

Source photo : Hélène Adant 1947 (Base Mémoire MH0191922).



Fig B.40 – Beaune,
hôtel des Ducs de Bourgogne

xv^e-xvi^e s. (hyp.)

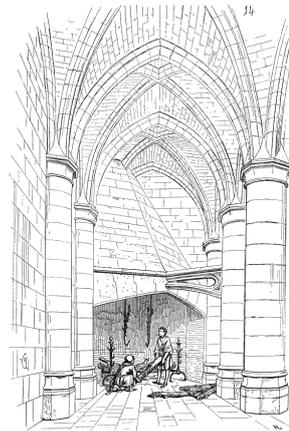
Bechmann mentionne la longue plate-bande de 4,30 m de portée pour la « Grande cheminée de la cuisine des Ducs de Bourgogne à Beaune », probablement tirée d'un recueil de croquis de Albert Laprade (Bechmann, 1993, p. 200). Plate-bande composée de neuf claveaux sur le croquis reproduit par Bechmann, avec une clé au centre plus large que les claveaux courants.

Fig B.41 – Paris, Palais de Justice

Fin XIII^e ou début XIV^e s.

Plate-bande à crossette dans les cuisines du palais de justice de Paris. Quatre cheminées de ce type existaient dans les cuisines, disposées dans chaque angle de la pièce. Viollet-le-duc date ces cheminées de la fin du XIII^e siècle ou du début du XIV^e siècle (Viollet-Le-Duc, 1860b, cit. 87).

Source figure : Viollet-Le-Duc (1860b).



Annexe B. Catalogue

Fig B.42 – Vincennes, château, donjon

XIV^e s.

Plate-bande à crossettes du XIV^e siècle, pour la cheminée de l'appartement royal au deuxième étage du donjon du château de Vincennes, construit dans les années 1360 (Mesqui, 1988, p. 340). Il existe d'autres plates-bandes du même type dans ce donjon.



Fig B.43 – Paris, Palais de Justice

XIV^e s.

Plate-bande à crossettes du XIV^e s. pour la Cheminée du palais de justice de Paris. La projection dans le plan horizontal de la plate-bande forme un angle obtus (figure en bas ci-contre).

Source figure : Raguenet (1915b).

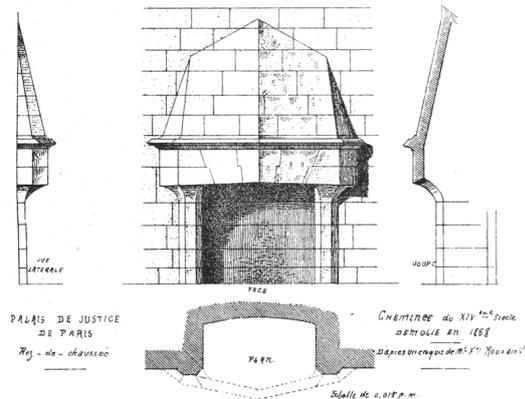


Fig B.44 – Mortain, abbaye

Plate-bande à crossettes de la cheminée de l'abbaye de Mortain, composée uniquement d'une petite clef et de deux grandes contre-clefs.

Source figure : Viollet-Le-Duc (1859a).

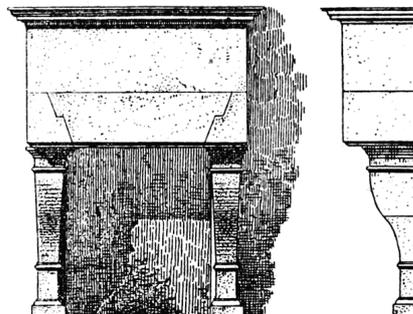


Fig B.45 – La Rochette-des-Clouseaux

XVI^e s.

Linteau à crossettes du XVI^e s., d'une cheminée à la Rochette-des-Clouseaux (Vendée).

Source figure : Raguenet (1915b).



Annexe B. Catalogue

Fig B.46 – Cashel (Irlande), château

Plate-bande à lits doublement brisés, d'une cheminée du château de Cashel (Irlande). Cette plate-bande pourrait dater du XIII^e s. si elle est contemporaine de la date de construction du château.

Source figure : Raguenet (1915b).

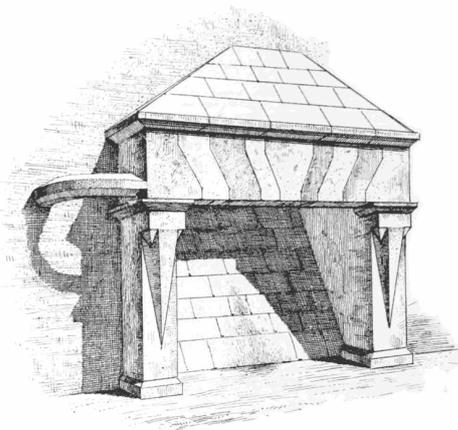
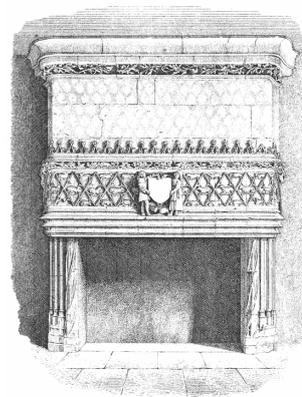


Fig B.47 – Bourges, Petit collège

XV^e s.

Plate-bande à joints verticaux (ou faiblement inclinés) de la cheminée monumentale du XV^e, grande salle du Petit Collège à Bourges.

Source figure : Raguenet (1915b).

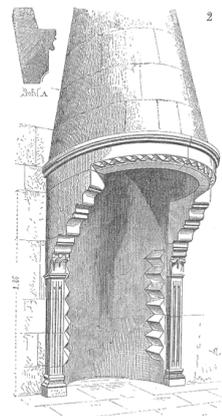


CHIMÈE MONUMENTALE DE LA 6^e SALLE.
XV^e s.

Fig B.48 – Puy-en-Velay, cathédrale

La cheminée du logis des clergers de la cathédrale du Puy en Velay, comporte une plate-bande courbe à deux claveaux soutenus par des consoles.

Source figure : Viollet-Le-Duc (1859a).



Annexe B. Catalogue

Fig B.49 – Septmonts, château

Vers 1360

Plate-bande à joints courbes, de la cheminée située au troisième étage du donjon construit dans les années 1360, à Septmonts (Mesqui, 1988, p. 302, 307).

Source photo : Mesqui (1988, p. 307).

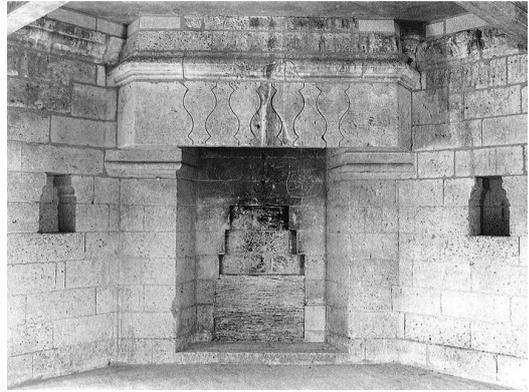


Fig B.50 – Vez, château

Plate-bande à joints verticaux (ou faiblement inclinés) de la cheminée du château de Vez.

Source photo : Mesqui (1988, p. 319).



Fig B.51 – Longpont, abbaye

Plate-bande à doubles crossettes, surmontée d'un arc de décharge, pour la cheminée de l'abbaye de Longpont située au centre de la pièce. Le manteau de la cheminée est composé de quatre plates-bandes reposant sur quatre colonnes. Ces colonnes servent également d'appui aux voûtes d'ogives qui couvrent la pièce. Les plates-bandes sont beaucoup plus hautes que larges (non visible sur la photo ci-contre).

Mentionné par Reveyron (1993), Bechmann (1993) et Conan (2015), et utilisé comme illustration du système des doubles crossettes par Pérouse de Montclos (2007).

Source photo : Frank Genestoux (Base Mémoire 80L017306).



Fig B.52 – Mont Saint-Michel,
salle des hôtes

XII^e-XIII^e s.

Deux plates-bandes à crossettes pour la cheminée de la salle des hôtes du Mont-Saint-Michel, datée du XII^e-XIII^e siècle selon Reveyron (1993).

B.2.3 Plates-bandes de baie

Fig B.53 – Vauclair, abbaye

XIII^e s.

Abbaye de Vauclair, fortement endommagée lors de la guerre de 1914-1918. Plusieurs plates-bandes couvraient les baies du bâtiment des convers, également appelé dortoir ou grenier suivant les sources. Plate-bande du bâtiment des convers mentionnée par Bechmann (1993, p. 200) et Reveyron (1993).

Classé Monuments Historiques (Base Mérimée PA00115546).

Source photos : Eugène Lefèvre-Pontalis (Base Mémoire LP000978) ; Camille Enlart (Base Mémoire MH0028143).



Fig B.54 – Coucy, château,
salle des Preux

Fin XIV^e s.

Plates-bandes de 4 m de portée de la salle des Preux au château de Coucy. Ces plates-bandes sont en réalité de véritables voûtes plates, en raison de l'épaisseur de la courtine dans laquelle sont percées les baies, de 4 m également. La salle des Preux du château de Coucy, construit par Enguerrand VII à la fin du XIV^e siècle (travaux terminés en 1386), est néanmoins un ouvrage exceptionnel : longue de près de 60 m et large de 15 m (Mesqui, 1988, p. 135, 156).

Ces plates-bandes sont mentionnées et dessinées par Viollet-le-Duc (Viollet-Le-Duc, 1860a, cit. 90), mentionnées par Reveyron (1993).

Source photos : Mesqui (1988, p. 156-157).

Voir également fig. B.56.



Fig B.55 – Haut-Kœnigsbourg, château

XV^e s.

Plate-bande supportant le plancher. La plate-bande est composée d'un seul claveau central, appareillé à crossette. Le système a été renforcé au XVI^e siècle par la mise en place d'arcs sous les plates-bandes. Exemple mentionné par Viollet-Le-Duc (1860a, cit. 91), Reveyron (1993), et Bechmann (1993, p. 201).

Voir figures B.57 à B.61 page 367

(1). Sources figures : <https://fr.wikisource.org/wiki/Fichier:Salle.des.Preux.chateau.Coucy.png> et <https://fr.wikisource.org/wiki/Fichier:Coupe.Salle.des.Preux.chateau.Coucy.png>

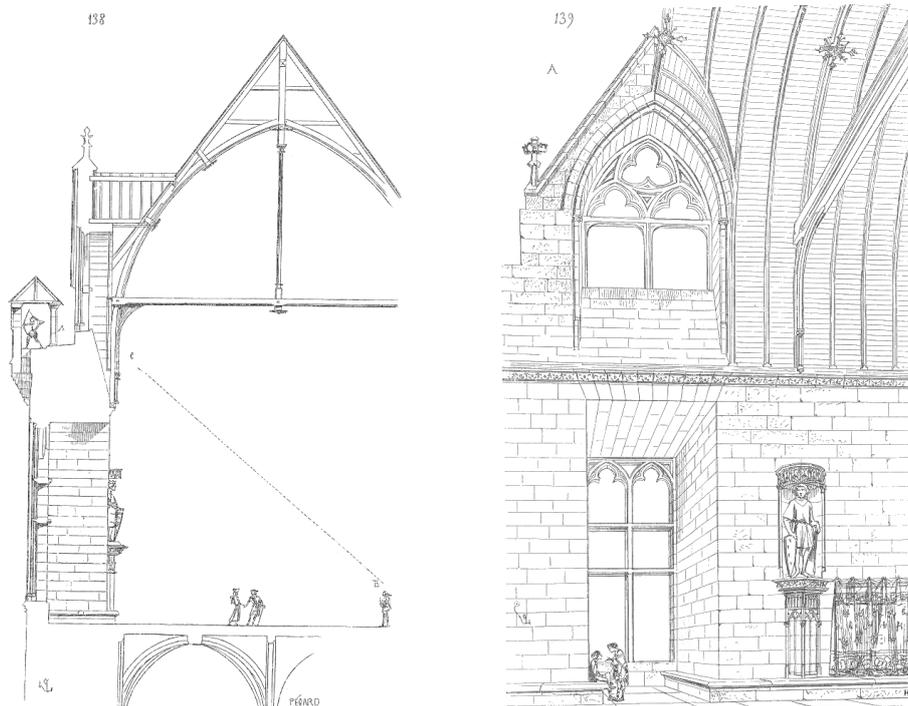


Fig B.56 – Plate-bande de la salle des Preux au Château de Coucy, d'après ⁽¹⁾ Viollet-Le-Duc (1860a)

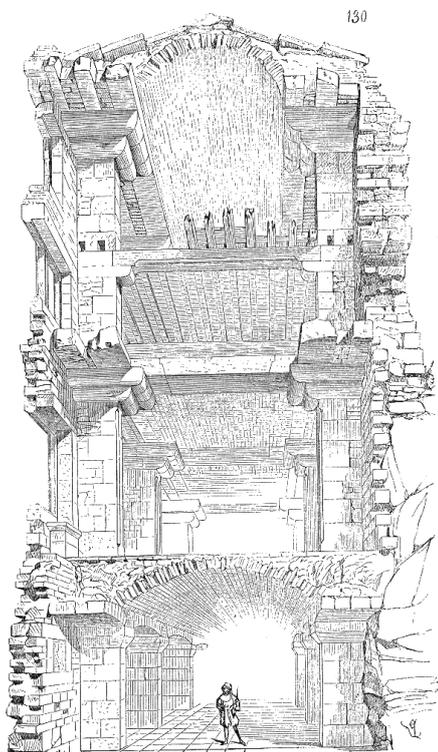


Fig B.57 – Château du Haut-Kœnigsbourg, d'après Viollet-Le-Duc (1860a)



Fig B.58 – Château du Haut-Kœnigsbourg, d'après Viollet-Le-Duc (1860a)

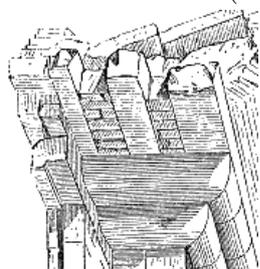


Fig B.59 – Château du Haut-Kœnigsbourg, d'après Viollet-Le-Duc (1860a)

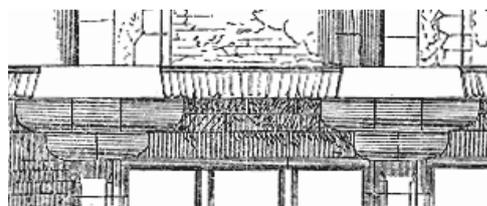


Fig B.60 – Château du Haut-Kœnigsbourg, d'après Viollet-Le-Duc (1860a)

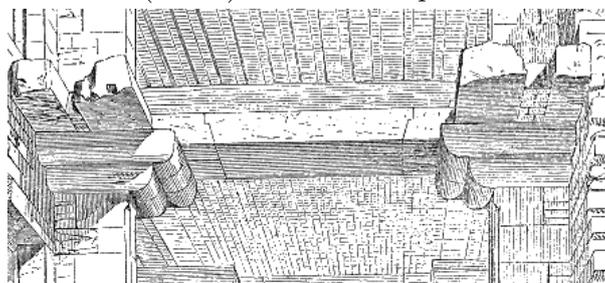


Fig B.61 – Château du Haut-Kœnigsbourg, d'après Viollet-Le-Duc (1860a)

B.3 Plates-bandes à l'Époque Moderne

B.3.1 Plates-bandes d'entablement

Fig B.62 – Paris,
église Saint-Gervais-Saint-Protais

1616-1621

Plate-bande composée de dix-sept claveaux à joints inclinés et lits brisés, au fronton de l'église Saint-Gervais-Saint-Protais, par Salomon de Brosse (1616-1621). Une rainure remplie au mortier couleur pierre, correspondant probablement à la présence d'un tirant d'intrados, est visible sur le soffite.

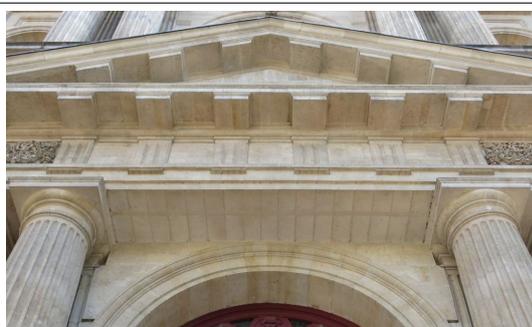


Fig B.63 – Paris, église du Val-de-Grâce

1644-1669

Plate-bande composée de onze joints inclinés et lits brisés. Fronton de l'église du Val-de-Grâce, construite par François Mansart puis Le Muet (1644-1669). Une rainure remplie au mortier couleur pierre, correspondant probablement à la présence d'un tirant d'intrados, est visible sur le soffite.



Fig B.64 – Paris,
collège des Quatre-Nations

1662-1688

Plate-bande composée de neuf claveaux à joints inclinés et lits brisés, au fronton de la chapelle du collège des Quatre-Nations, par Louis Le Vau (1662-1688). Une rainure remplie au mortier couleur pierre, correspondant probablement à la présence d'un tirant d'intrados, est visible sur le soffite.

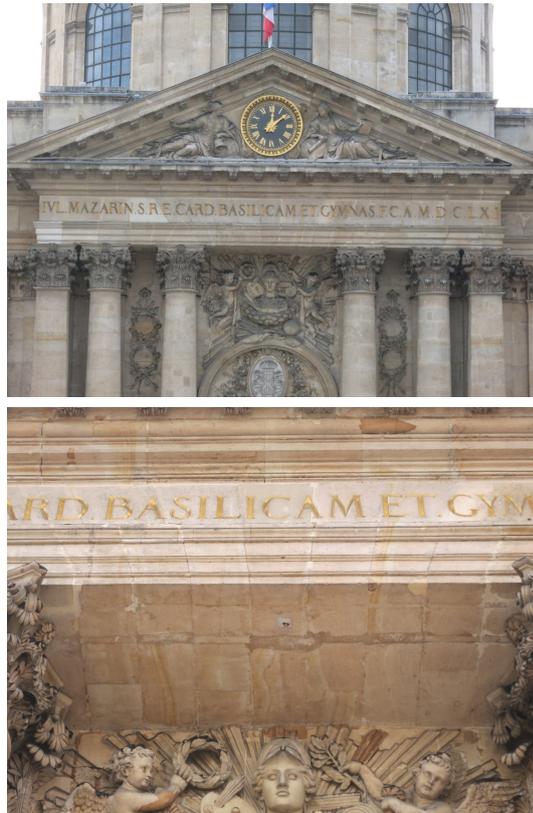


Fig B.65 – Paris, Louvre

1668-1670

Plates-bandes de la grande colonnade du Louvre, par Claude Perrault, Louis Le Vau et Charles Le Brun, construite de 1668 à 1670. Ces plates-bandes sont composées de neuf claveaux à joints inclinés et lits brisés.

Voir fig. 6.41

Fig B.66 – Paris, place de la Concorde

1758

Plates-bandes de la place Louis XV (actuellement place de la Concorde), pour l'hôtel de La Marine et l'hôtel Crillon, par Ange-Jacques Gabriel. Voir Patte (1769, Pl. XIV). Ces plates-bandes sont composées de onze claveaux à joints inclinés et lits brisés. Deux rangs de claveaux.

Voir fig. 6.42

B.3.2 Plates-bandes d'escalier

<p>Fig B.67 – Avignon, hôtel Raoulx</p> <p>1696</p> <p>Escalier à jour de l'hôtel Raoulx 35 rue Bonneterie à Avignon (1696), avec plate-bande à crossette pour le limon et le palier (Diot, 2011, p. 164).</p>	—
<p>Fig B.68 – Dijon, abbaye Sainte-Bénigne</p> <p>1653</p> <p>Escalier « suspendu sur arc » de l'abbaye Sainte-Bénigne 5 rue Docteur-Maret à Dijon (1653), avec plate-bande à crossette pour le limon. Les claveaux sont si longs que certaines volées sont portées par un seul claveau (Diot, 2011, p. 211).</p>	—
<p>Fig B.69 – Avignon, hôtel Salvador</p> <p>1704-1713</p> <p>Escalier « suspendu sur plate-bande » de l'hôtel de Salvador 19 rue du roi-René à Avignon (1704-1713) où le claveau de la plate-bande et la marche sont pris dans une même pierre (Diot, 2011, p. 228).</p>	—
<p>Fig B.70 – Aubenas, maison Michel-Veyrenc</p> <p>Vers 1740</p> <p>Escalier « suspendu marche sur marche avec limon porteur », de la maison Michel-Veyrenc 8 rue Jourdan à Aubenas (vers 1740), dont les plates-bandes sans crossettes ont des joints perpendiculaire au limon, (Diot, 2011, p. 238).</p>	—

B.4 Plates-bandes à joints en X

Fig B.71 – Arezzo, Toscane (Italie),
cathédrale San Donato

Après 1277, avant 1337

Le portail latéral, sur la façade sud de la cathédrale San Donato de Arezzo, présente une plate-bande à joints en X. Le portail latéral a été terminé avant 1337, et est nécessairement postérieur aux travaux de reconstruction de la cathédrale commencé en 1277.

Source dates : site du diocèse d'Arezzo, http://www.diocesiarezzo.it/index.php?option=com_content&view=article&id=256&Itemid=248, consulté le 25/05/2017.

Source photo : Fabrizio Sciarretta, 2013, « Arezzo - Duomo - Portale laterale », <https://www.flickr.com/photos/128952155@N02/20638434691/>



Fig B.72 – Prato, Toscane (Italie),
cathédrale

1317-1368

Le portail de la porte sud du transept de la cathédrale de Prato présente une plate-bande à joints en X. Les claveaux sont alternativement en pierre blanche de Albarese, et en marbre vert de Prato (Serpentino), selon un décor *ablaq* (Lampariello, 2012). La distance entre les piédroits mesure environ 1,5 m.

Le transept aurait été construit par Giovanni Pisano vers 1317-1368. Cette plate-bande est mentionnée par Ruskin (1849), et Lampariello (2012).

Source dates : <http://www2.po-net.prato.it/en/artestoria/citta/chiese/duomo/pagina59.html>, consulté le 25/05/2017.

Voir également dessin et gravure de cette plate-bande : figures 7.2 et 6.12.



Fig B.73 – Alba Iulia (Roumanie),
cathédrale Saint-Michel

Après 1277

La plate-bande du portail de la cathédrale Saint-Michel à Alba Iulia présente une plate-bande à joints en X. Les grands fers de renforts ne sont probablement pas d'origine. Le massif occidental a été reconstruit après les destructions liées à des invasions en 1277. Marcu Istrate mentionne la venue d'une équipe d'artisans de Saint-Dié : « Johannes de Saint-Dié's team of craftsmen was brought in » (Marcu Istrate, 2008), ce qui pourrait correspondre à une équipe de maîtres maçons venus de Saint-Dié dans les Vosges.

La plate-bande de Alba-Iulia en Roumanie est mentionnée par Marcu Istrate (2008) et Motro (2009).

Source photo : Márton Sarkadi.



Fig B.74 – Esztergom (Hongrie), château

Une plate-bande du château de Esztergom, située dans un couloir entre le donjon et la chapelle, présente des joints en X. La chapelle attenante serait de la fin du XII^e siècle, mais la datation de la plate-bande n'est pas connue avec exactitude.

L'existence de cette plate-bande et les informations la concernant nous ont été communiquées par Márton Sarkadi.

Source photo : Márton Sarkadi.



Fig B.75 – Brateiu (Roumanie), église

Une plate-bande de l'église du village de Brateiu, à proximité de Sibiu (Roumanie), présenterait des joints en X. Nous n'avons pas pu obtenir de photo de cette dernière.

Cette plate-bande nous a été signalée par Márton Sarkadi.

B.5 Plates-bandes en fausse-coupe

B.5.1 Jacques Lemercier

Fig B.76 – Montceau-en-Brie, château,
aile Sud

1601-1622

Le château de Montceaux-en-Brie (actuellement Montceaux-lès-Meaux), a connu trois grandes phases de construction (Coope, 1959) :

- 1547-1559, pour Catherine de Médicis, peut-être par De l'Orme ;
- 1597-1599 pour Henri IV et Gabrielle d'Estrées, peut-être par Jacques II du Cerceau ;
- 1601-1622 pour Marie de Médicis, par Salomon de Brosse.

Nicolas Lemercier, père de Jacques Lemercier, a pris part à la fois à la deuxième phase de construction avec Jacques II du Cerceau (1597-1599) et à la troisième avec Salomon de Brosse (1601-1622). Coope (1959) souligne que la présence prolongée de Nicolas Lemercier sur le chantier de Montceaux-en-Brie indique que son fils Jacques Lemercier pourrait avoir eu connaissance du chantier.

Le château fut confisqué en 1793, et était déjà presque entièrement démoli en 1799. Les vestiges du château sont classés aux Monuments Historiques (Base Mérimée PA00087113).

Une plate-bande en fausse-coupe est située au niveau de l'entrée dans l'aile Sud depuis la cour du château. Cette partie du château daterait de la troisième phase de construction par Salomon de Brosse.

Source photos : Coope (1972).



Fig B.77 – Montceau-en-Brie, château,
corps de logis

1601-1622

Voir historique du château de Montceaux-en-Brie (actuellement Montceaux-lès-Meaux) ci-dessus.

Une plate-bande en fausse-coupe est située au niveau du corps de logis principal (fig. B.77). Cette partie du château daterait de la troisième phase de construction par Salomon de Brosse.

Source photo : Coope (1972).



Fig B.78 – Paris,
église Saint-Joseph-des-Carmes

1613-1625

Plate-bande en fausse-coupe couvrant la porte principale de la façade de l'église Saint-Joseph-des-Carmes (1613-1625).

Le nom de l'architecte de l'église Saint-Joseph-des-Carmes n'est pas connu avec certitude. Il pourrait s'agir de Jacques Lemercier mais il n'existe pas d'archives attestant cette attribution. La plate-bande semble être en pierre de Saint-Leu (pierre utilisée à Paris pendant l'Ancien Régime), et les piédroits en pierre de Chauvigny (mêmes carrières que pierre de Saint-Leu, mais autre banc, qui donne une pierre plus grise, utilisée au XIX^e siècle pour les restaurations). La raideur de la taille des piédroits, différente de celle de la plate-bande, est un autre indice en faveur d'une restauration des piédroits, avec la conservation en place de la plate-bande d'origine. La plate-bande pourrait donc être d'origine, au sein d'une façade restaurée en 1866.

Source : échange oral avec Alexandre Gady.

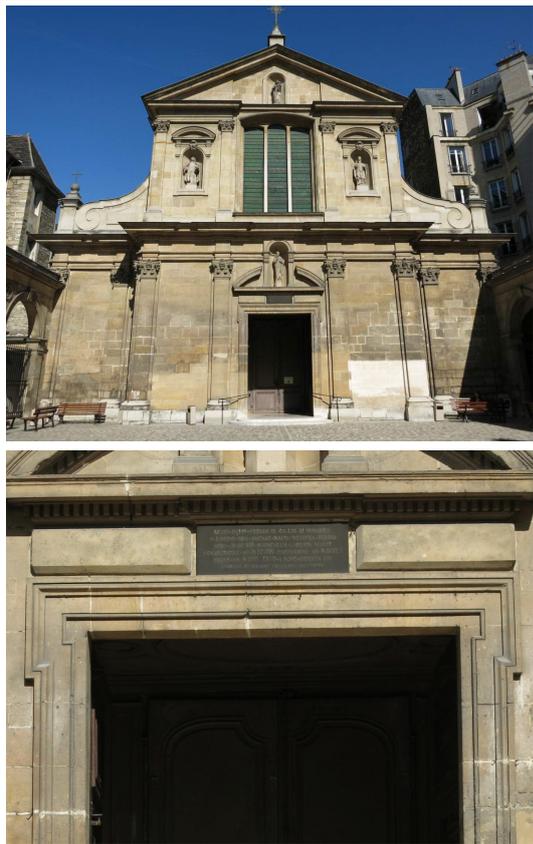


Fig B.79 – Richelieu, église Notre-Dame

1629

Plates-bandes en fausse-coupe couvrant la porte principale et les deux portes latérales de la façade de l'église Notre-Dame-de-l'Assomption à Richelieu, qui aurait été édifiée par Pierre Lemercier sur les plans de son frère, Jacques Lemercier, en 1629.

Source photos : Base Mémoire MH0098112, MH0335540 et MH0159254



Fig B.80 – RUEIL-MALMAISON,
église Saint-Pierre Saint-Paul

1632-1635

La façade de l'église Saint-Pierre Saint-Paul de Rueil-Malmaison est construite de 1632 à 1635 par Jacques Lemercier sur l'ordre du cardinal de Richelieu. La porte de la façade occidentale est couverte par une plate-bande en fausse-coupe. L'arrière de la plate-bande n'est pas visible, car elle est masquée par le vestibule d'entrée.

« L'église est entièrement reconstruite par l'architecte Eugène Lacroix pour Napoléon III qui en fit faire une restitution fidèle » (Base Mérimée IA00064577).



Annexe B. Catalogue

Fig B.81 – Paris, chapelle de la Sorbonne

1635-1642

Plates-bandes en fausse-coupe couvrant les portes principales de la façade sur rue et de la façade sur cour de la chapelle de la Sorbonne. La chapelle est construite de 1635 à 1642 par Jacques Lemercier pour le cardinal de Richelieu.



Fig B.82 – Paris, Palais-Royal, aile de Valois (1)

Années 1630

Le Palais-Royal (ancien palais Cardinal) est le résultat de constructions successives du XVII^e siècle au XIX^e siècle, suite à des incendies (1763, 1781, 1871) et agrandissements successifs. L'aile orientale de la seconde cour (aile de Valois, donnant sur la cour des colonnes de Buren) a été construite par Jacques Lemercier pour le cardinal de Richelieu (années 1630), puis la façade profondément modifiée par Pierre Contant d'Ivry (1752). Ce dernier « a conservé les trophées des trumeaux [les proes], mais remplacé les baies cintrées du rez-de-chaussée et les fenêtres d'entresol (sauf une au-dessus du passage ouvert par ses soins vers la cour des communs [actuelle place de Valois]) par de grandes fenêtres rectangulaires réunissant les deux niveaux ; à l'étage noble, il a ouvert de nouvelles fenêtres à la place des niches (d'où le resserrement exceptionnel des baies de cet étage). Fontaine (1827) a ajouté le portique dit "galerie des proes" » (Pérouse de Montclos, 1994, p. 382).

Les fenêtres du premier étage sont couvertes de plates-bandes en fausse-coupe probablement dues à Jacques Lemercier (années 1630). Ces plates-bandes sont composées de cinq claveaux, qui englobent le chambranle et la frise. Elles se distinguent des autres plates-bandes ajoutées en 1752 par Pierre Contant d'Ivry, qui se composent de seulement deux ou trois claveaux et qui présentent extérieurement également des joints verticaux, mais dont les claveaux ne semblent pas se prolonger systématiquement dans la frise.

L'avant-corps oriental de la façade du corps de logis sur la seconde cour, construit par Contant d'Ivry en 1766, ne présente pas de plates-bandes en fausse-coupe, ce qui semble confirmer l'hypothèse que les plates-bandes en fausse-coupe soient dues à Lemercier, et que Contant d'Ivry ait dû imiter le même système, mais en diminuant le nombre de claveau et peut-être en armant les plates-bandes, lorsqu'il double le nombre de fenêtres de l'aile de Valois.

Voir également fig. B.132 ci-dessous.

Source historique : Pérouse de Montclos (1994, p. 380-382).



Plate-bande de Lemercier (années 1630)



Plate-bande de Contant d'Ivry (1752)



Plate-bande de Contant d'Ivry (1752)

Fig B.83 – Paris, Palais-Royal,
aile de Valois (2)

Années 1630

L'avant-corps oriental de la façade du corps de logis sur la seconde cour, construit par Contant d'Ivry en 1766, ne présente pas de plates-bandes en fausse-coupe. Les trois travées conservées de part et d'autre de cet avant-corps (entouré en bleu ci-contre) correspondent à des constructions de Jacques Lemercier, qui prolongent les fenêtres du premier étage de l'aile de Valois. Les plates-bandes de la construction de Lemercier sont en fausse-coupe.

Source historique : Pérouse de Montclos (1994, p. 380-382).



Avant-corps oriental de Contant d'Ivry (1766)



côté Est



côté Ouest

Fig B.84 – Paris, Palais-Royal,
6 rue de Valois

1636

Quatre plates-bandes en fausse-coupe couvrent les fenêtres du premier étage (au-dessus d'un entresol). Le 6 rue de Valois appartient aux constructions de Jacques Lemercier pour le Palais-Royal. Il ne correspond qu'à une partie de ces constructions, le reste ayant été détruit lors du percement de la rue de Valois qui sépara cet immeuble du reste des bâtiments du Palais-Royal.

Source : Gady (2005).



Fig B.85 – Louvre, cour Carrée,
pavillon de l'Horloge

1639-1642

Les plates-bandes en fausse-coupe du Louvre dues à Jacques Lemercier (1639-1642) sont présentées conjointement aux autres plates-bandes du Louvre. Voir les figures B.86, B.87 et B.88.

B.5.2 Le Louvre

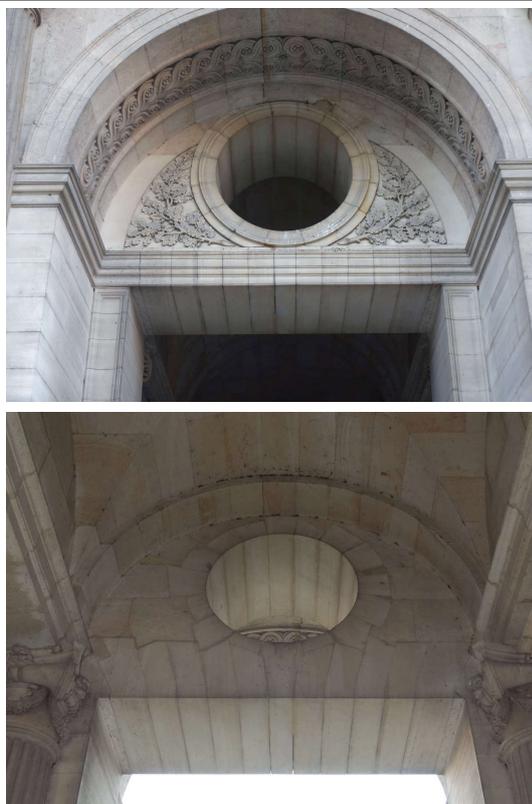
Fig B.86 – Louvre, cour Carrée,
pavillon de l’Horloge

1639-1642

Les portes latérales du pavillon de l’Horloge de la cour Carrée sont couvertes par des plates-bandes en fausse-coupe surmontées d’un œil de Bœuf. Ces plates-bandes sont construites par Jacques Lemercier entre 1639-1642. Jacques Curabelle, détracteur de Desargues, et qualifié par Sakarovich de « meilleur appareilleur de son temps », participe au chantier. La construction avait débuté en 1624-1626 sous la direction de Métézeau, mais le chantier s’était arrêté pour des problèmes de financement, à un niveau situé sous les plates-bandes en fausse-coupe. Le chantier reprend en 1639 sous la direction de Lemercier, qui est donc l’architecte à l’origine des premières fausse-coupes connues au Louvre.

Chaque plate-bande comporte onze claveaux. Les parties vertiales des joints sont visibles du côté de la cour Carrée, tandis que les parties inclinées à lits brisés sont visibles du côté du passage.

Source : échange oral avec Guillaume Fonkenell.



Annexe B. Catalogue

Fig B.87 – Louvre, cour Carrée,
aile Ouest

1639-1642

La construction du symétrique de l'aile de Lescot (1551-1556) par Lescot a lieu également entre 1639-1642 après la construction du pavillon de l'Horloge. Il est difficile de distinguer la copie de l'original (comparaison photos ci-contre). Cependant, les plates-bandes des trois portes du rez-de-chaussée sont construites en fausse-coupe.

Les joints en fausse-coupe de ces plates-bandes sont très fins, contrairement aux joints des plates-bandes des portes latérales du pavillon de l'Horloge construits peu avant (voir ci-dessus).



Plate-bande en fausse-coupe de Lescot
(1639-1642)



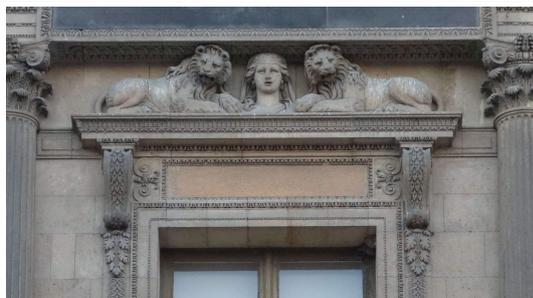
Plate-bande à joints inclinés de Lescot
(1551-1556)

Fig B.88 – Louvre, cour Carrée,
aile Ouest

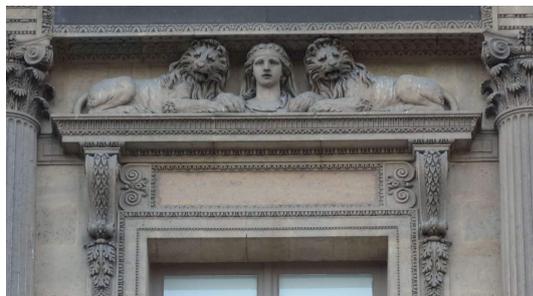
1639-1642

Les plates-bandes des fenêtres du premier étage de l'aile de Lescot et du pavillon de l'Horloge sont également en fausse-coupe.

Joints très fins.



pavillon de l'Horloge



aile Lescot

Fig B.89 – Louvre, cour Carrée, aile Sud

1654-1661

L'aile Sud de la cour Carrée est construite en 1654-1661 par Louis Le Vau, puis le bâtiment est doublé en profondeur en 1666 du côté de la Seine, faisant ainsi disparaître la façade de 1654-1661 côté Seine. Les portes latérales du pavillon central côté cour Carrée (1654-1661) sont couvertes par des plates-bandes surmontées d'un œil de Bœuf, similaires à celles du pavillon de l'Horloge. Elles ne comportent plus que sept claveaux (au lieu de onze), et l'appareil de la plate-bande et de l'œil de bœuf sont plus nettement séparés.



Fig B.90 – Louvre, cour Carrée, aile Sud

1654-1661

Deux plates-bandes parallèles au passage entre la Seine et la cour Carrée, placées dans l'axe des trumeaux du corps principal, et portant la voûte du passage.

Plates-bandes en fausse-coupe composées de sept claveaux.

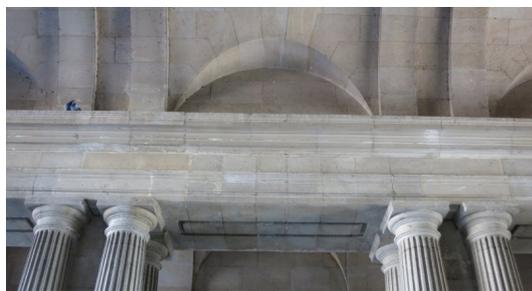


Fig B.91 – Louvre, cour Carrée, aile Sud

1654-1661

Les portes du rez-de-chaussée et les fenêtres du premier étage sont en fausse-coupe.

Fig B.92 – Louvre, cour Carrée, aile Sud

1654-1661 ou 1666

Profonde plate-bande dans le passage entre la Seine et la cour Carrée, à l'aplomb de l'ancienne façade intégré au corps du bâtiment lors du doublement en profondeur de 1666. La plate-bande est composée de neuf claveaux, avec des pierres dures en parement et des pierres tendres au centre.

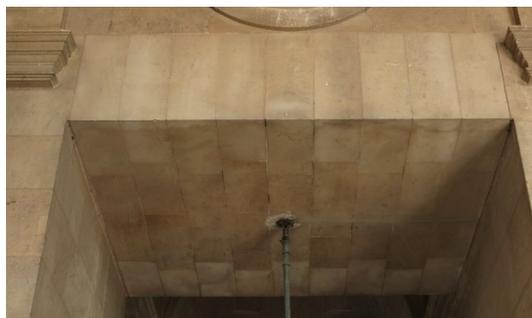
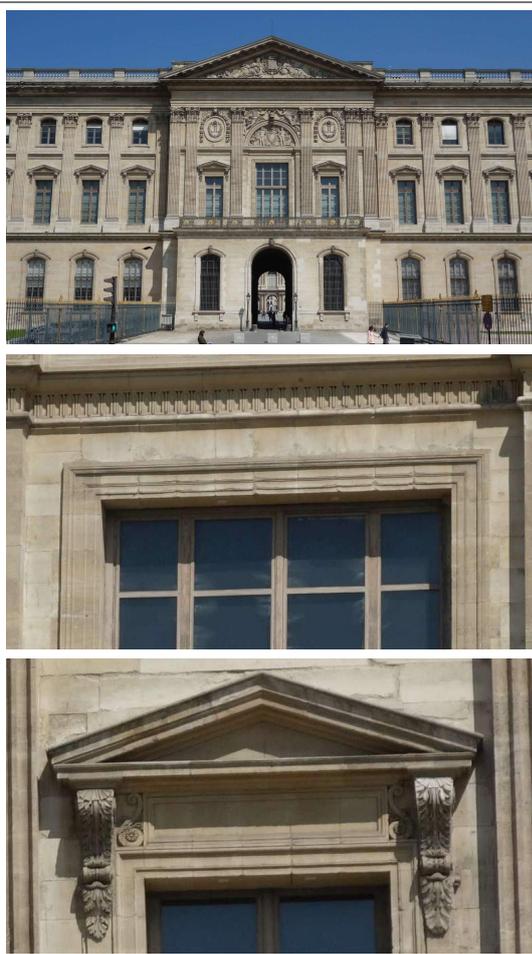


Fig B.93 – Louvre, cour Carrée, aile Sud

1666

Sur la façade côté Seine de l'aile Sud, construite en 1666 par Le Vau, seules les fenêtres du premier étage sont à plates-bandes. Les autres baies sont en plein-cintre ou bombées. L'ensemble des plates-bandes du premier étage sont construites avec des plates-bandes en fausse-coupe.

La plate-bande axiale de l'avant-corps possède neuf claveaux. Les autres fenêtres, moins larges, possèdent cinq claveaux.



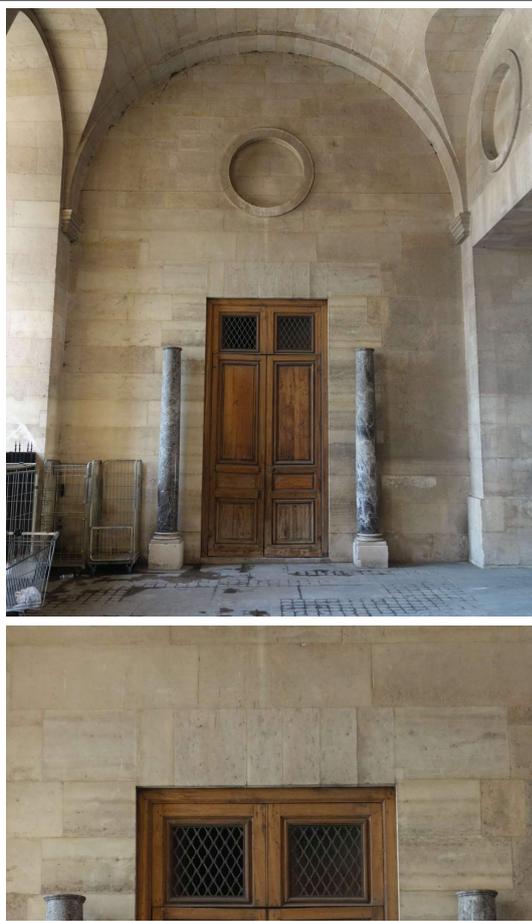
Annexe B. Catalogue

Fig B.94 – Louvre, cour Carrée, aile Sud

A l'intérieur du passage entre la Seine et la cour Carrée, deux portes latérales côté Seine ont été percées par Percier et Fontaine.

Plates-bandes en fausse-coupe composées de sept claveaux.

Source : échange oral avec Guillaume Fonkenell.



Annexe B. Catalogue

Fig B.95 – Louvre, cour Carrée,
aile Nord

1663-1668

L'aile Nord de la cour Carrée du Louvre est construite de 1663 à 1668 par Louis Le Vau. Les portes latérales du pavillon central, côté cour, sont comme à l'Ouest et au Sud couvertes en fausse-coupe.

Chaque plate-bande comporte neuf claveaux. La fausse-coupe est *double*, puisque les parties verticales des joints sont visibles sur les deux côtés de la plate-bande, la bonne coupe étant masquée à l'intérieur de la plate-bande. Il s'agit du seul cas de double fausse-coupe que nous avons trouvé, mais il peut en exister d'autres parmi les exemples de plates-bandes en fausse-coupe de ce catalogue. En effet, l'arrière de la plate-bande est rarement visible.



Fig B.96 – Louvre, cour Carrée,
aile Nord

1663-1668

Système similaire pour la façade sur cour comme pour aile Ouest et Sud : portes du rez-de-chaussée et fenêtres du premier étage en fausse-coupe.



Fig B.97 – Louvre, cour Carrée,
aile Nord

1663-1668

Système similaire pour la façade sur rue pour l'aile Nord comme pour l'aile Sud : plates-bandes uniquement au premier étage, et toutes ces plates-bandes sont en fausse-coupe.

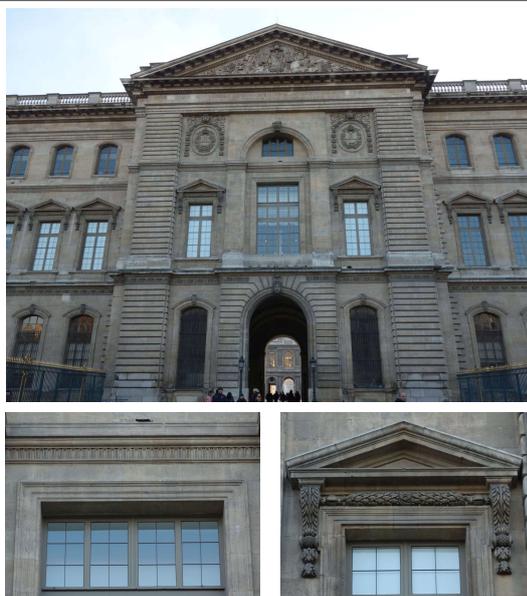


Fig B.98 – Louvre, cour Carrée,
aile Nord

1663-1668

A l'intérieur du passage entre la rue de Rivoli et la cour Carrée, deux portes latérales côté cour sont couvertes par une plate-bande en fausse-coupe.

Plates-bandes en fausse-coupe composées de sept claveaux.



Annexe B. Catalogue

Fig B.99 – Louvre, cour Carrée, aile Est

1668

L'aile Est est construite par Louis Le Vau à partir de 1668, à l'exception de la grande colonnade qui fera l'objet d'un concours, et qui sera construite par Claude Perrault, Louis Le Vau et Charles Le Brun.

Plates-bandes en fausse-coupe comme pour les autres ailes sur la façade sur cour : portes latérales du corps central, trois portes sur chaque aile, et fenêtres du premier étage.



Fig B.100 – Louvre, cour Carrée, aile Est

1668

Dans le passage sous le pavillon central, les deux portes latérales sont construites par Le Vau, mais la décoration au dessus de l'entablement est incrustée par Percier et Fontaine (date n.c.). La photo ci-contre en bas montre la difficulté pour restaurer ces plates-bandes, car les claveaux ne peuvent pas être remplacés « en tiroir ». La restauration ne peut être réalisée sans casser la partie verticale des joints.

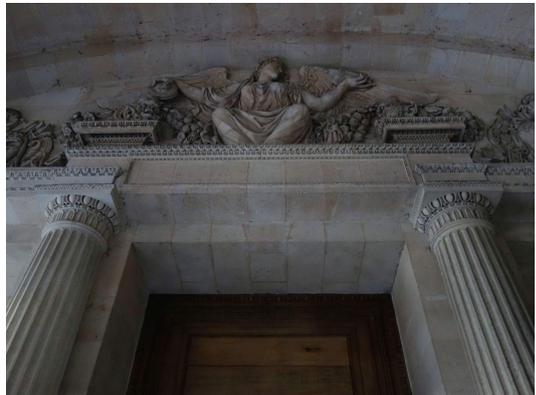


Fig B.101 – Louvre, cour Carrée, aile Est

1668-1670

Le corps central de la façade à grande colonnade du Louvre (aile orientale de la cour Carrée) présente cinq plates-bandes en fausse-coupe : la porte principale, et les deux portes latérales du rez-de-chaussée, ainsi que les deux fenêtres de l'étage noble sont couverts en fausse-coupe.

Photo ci-dessous : vue générale du corps central. Ci-contre de haut en bas : porte principale, porte latérale, fenêtre de l'étage noble.



Annexe B. Catalogue

Fig B.102 – Louvre, cour Carrée, aile Est

1668-1670

Les fenêtres du premier étage, ouvrant sur la loggia couverte par les portiques de la grande colonnade, sont couvertes par des plates-bandes en fausse-coupe. Ces fenêtres ont été transformées en niches peu après la construction de la colonnade. Au début du XIX^e siècle, lors de dépose du remplissage des niches pour créer de nouveaux des fenêtres, Pierre Fontaine en charge des travaux indique dans son journal que les fenêtres d'origine sont réapparues.

Il est donc probable que les plates-bandes en fausse-coupe qui couvrent l'ensemble des fenêtres du premier étage de l'aile Est côté ville correspondent aux plates-bandes d'origine construites en 1668-1670.

Source : Fontaine (1987), signalé par Alexandre Gady.



Fig B.103 – Louvre, cour Carrée, aile Est

1668-1670

Les portes latérales du passage de l'aile orientale entre la ville et la cour Carré sont couvertes par des plates-bandes en fausse-coupe.

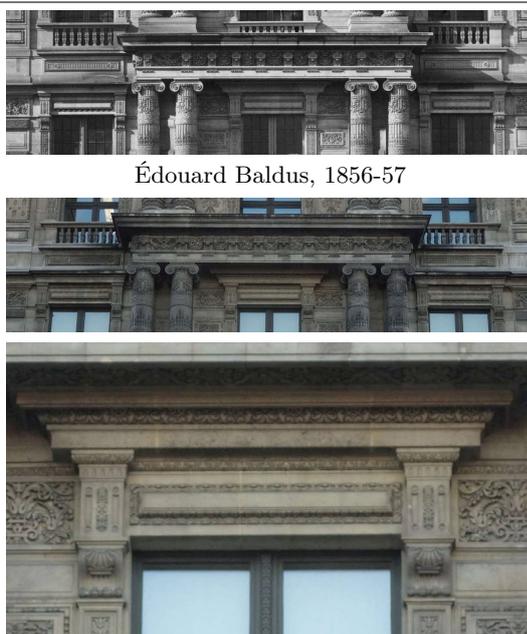


Fig B.104 – Louvre,
pavillon de la Bibliothèque

1853-1855

Trois plates-bandes en fausse-coupe couvrant les fenêtres au premier étage du corps central de l'aile Rivoli, le pavillon de la Bibliothèque, construite par Louis Visconti sur ordre de Napoléon III.

Source photo noir et blanc : Édouard Baldus, 1856-57, <http://www.metmuseum.org/art/collection/search/267002>.



Édouard Baldus, 1856-57

Fig B.105 – Louvre, pavillon Richelieu

1855

Une plate-bande en fausse-coupe est « inversée » sur la façade du pavillon Richelieu, construit vers 1855 par Hector-Martin Lefuel qui poursuit les travaux de Visconti après la mort de ce dernier. En effet, les parties inclinées des joints sont visibles du côté de la façade extérieure, et les parties verticales sont visibles du côté intérieur du bâtiment. Cette inversion pourrait s'expliquer par le changement du sens de circulation, la cour de la pyramide n'étant pas à l'époque le centre de gravité « touristique » du Louvre qu'elle est devenue avec les travaux du Grand Louvre. Au XIX^e siècle, le visiteur entrait au Louvre depuis la rue de Rivoli et le pavillon de la Bibliothèque, et il devait donc d'abord découvrir la partie verticale des joints en fausse-coupe, avant de pouvoir observer la partie inclinée de l'autre côté de la plate-bande.

Les portes latérales à l'intérieur du passage entre la rue de Rivoli et la cour de la pyramide sont également couvertes par des plates-bandes en fausse-coupe.



B.5.3 Le dix-septième siècle

Fig B.106 – Paris, hôtel Méliand

1635-1644

Le portail de l'hôtel Méliand au 20 rue Poulletier sur l'île Saint-Louis est couvert par une plate-bande en fausse-coupe composée de neuf claveaux. La plate-bande a fait l'objet d'une restauration importante, qui pourrait avoir comporté la mise en place d'un tirant d'intrados. L'hôtel a été construit pour Jean de La Grange, conseiller du Roi, par un architecte inconnu.

Il existe une photo de 1900-1901 de Atget du portail de l'hôtel, mais cette dernière ne permet pas de distinguer l'appareil de la plate-bande et la présence ou l'absence de l'intervention au niveau de l'intrados (<http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b10518073b> consulté le 03/10/2017).

Source : Kamovska-Monnereau (2006).



Fig B.107 – Paris,
hôtel de Comans d'Astry

1643

L'hôtel de Comans d'Astry (également appelé hôtel de Richelieu), au 18 quai de Béthune à Paris, a été construit en 1643-1652 par Louis Le Vau. Cet hôtel a autrefois été attribué par erreur à Le Muet.

La porte d'entrée de la façade sur rue est couverte par une plate-bande en fausse-coupe, construite probablement en 1643-1644. Joints en fausse-coupe très fins qui rappellent la maîtrise de ceux du Louvre. La porte de la façade sur cour est également couverte par une plate-bande en fausse-coupe, composée de neuf claveaux (fig. 93 de la thèse de Cojannot, 2011).

Le caractère particulier des plates-bandes (fausse-coupe) n'est pas relevé par Sauval dans sa description de l'hôtel (Sauval, 1724c, p. 13).

Source : Cojannot (2011).



Annexe B. Catalogue

Fig B.108 – Paris, 6 rue de Bretonvilliers

1642

Le portail de l'hôtel particulier au 6 rue de Bretonvilliers sur l'île Saint-Louis est couvert par une plate-bande composée de trois claveaux. Les joints sont difficilement visibles aujourd'hui, et ont été surlignés sur la photo ci-contre en bas.

Sources : Babelon (1991, p. 283); Kamovska-Monnereau (2006).



état 2017



état 2017, avec surlignement des joints

Fig B.109 – Paris, hôtel de Saint-Aignan

1644-1650

L'hôtel de Saint-Aignan, 71-75 rue du Temple à Paris, est construit de 1644 à 1650 par Pierre Le Muet (Ström, 2011, p. 154). Il abrite actuellement le musée du Judaïsme.

Le portail de la façade sur rue présente une plate-bande en fausse-coupe à neuf claveaux. La partie verticale des joints est visible côté rue, et la partie inclinée des joints est visible depuis le passage cocher. Une réservation importante dans le sofitte de la plate-bande semble avoir été créée pour l'installation des menuiseries en bois de la porte.

La porte du corps de logis au fond de la cour est également couverte avec une plate-bande en fausse-coupe, composée de cinq claveaux. La trace d'une réservation correspondant probablement à un tirant est visible sur l'intrados.



Portail sur rue, vu de la rue



Portail sur rue, vu du passage cocher



Porte sur cour

Fig B.110 – Paris,
collège des Quatre-Nations

1661-1670

Plate-bande en fausse-coupe composée de sept claveaux, couvrant la porte de la chapelle de l'Institut de France (ancien collège des Quatre-Nations). Le collège des Quatre-Nations est construit par Louis Le Vau (1661-1670), qui avait déjà utilisé les plates-bandes en fausse-coupe pour le Louvre (voir supra) puis terminé après sa mort par son collaborateur François d'Orbay.



Annexe B. Catalogue

Fig B.111 – Paris, hôtel de la Confrérie de Saint-Côme et de Saint-Damien

1694-1695 ou 1724-1752

L'hôtel de la Confrérie de Saint-Côme et de Saint-Damien, au 5 rue de l'École de Médecine à Paris, abrite l'amphithéâtre d'Anatomie, construit en 1695-1696 par Charles et Louis Joubert. Les plates-bandes en fausse-coupe sont situées sur les portes latérales de la façade de l'amphithéâtre.

Le coût de la construction conduit le maître d'ouvrage à de grandes difficultés financières, à tel point qu'à défaut de financement les cours ne pourront se tenir dans l'amphithéâtre les premières années. Le décor prévu par Joubert pour la façade avec appareil à refends, n'est pas exécuté. Le décor sculpté rocaille actuel, avec de grandes tables verticales de chaque côté de la porte, est probablement réalisé après 1724 et avant 1752-1756. En effet, 1724 est la date où les finances de la confrérie ont pu s'améliorer grâce à l'édition des lettres patentes du mois de septembre 1724, qui établissaient cinq places de professeurs payés par le roi. D'autre part *l'architecture française* de Jacques-François Blondel qui représente la façade avec son décor actuel est publié entre 1752 et 1756.

En 1776, seule la table en bas-relief est probablement modifiée au-dessus de la plate-bande, peut-être également avec le ravalement du décor à gouttes qui encadrerait la table existante. La plate-bande en fausse-coupe daterait donc soit de 1695, soit de 1724-1756. Nos recherches semblent indiquer l'interruption de l'utilisation de la fausse-coupe en France pour la première moitié du XVIII^e siècle, la date de 1695 nous semble la plus probable des deux possibles.

Les informations historiques permettant de cadrer la date de construction de la plate-bande nous ont été communiquées par Pierre-Louis Laget. Sur l'histoire générale de l'amphithéâtre d'anatomie, voir Laget (1998).

Voir également la planche de Blondel (1754), reproduite sur la figure B.114.

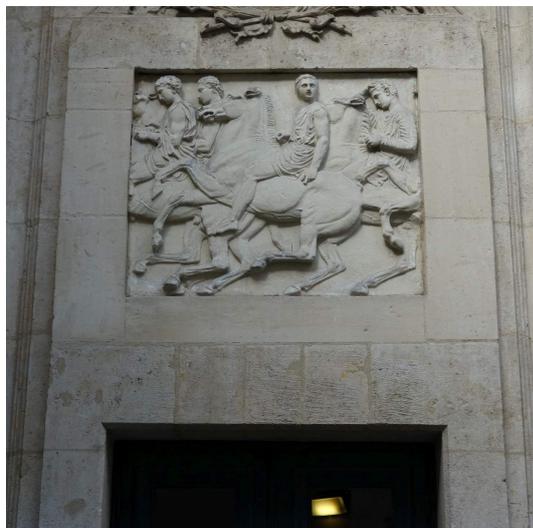


Fig B.112 – Montauban,
cathédrale Notre-Dame de l'Assomption

1692-1697

Les portes latérales de la façade de la cathédrale Notre-Dame de l'Assomption à Montauban sont couvertes par des plates-bandes en fausse coupe. La façade est construite à partir de 1692 par François d'Orbay qui décède en 1697. La construction de l'église est poursuivie par l'agence de Jules-Hardoin Mansart jusqu'en 1708 avant d'être achevée par Robert de Cotte.

Bien que le premier dessin du projet de la façade reprennent exactement les dispositions de l'église Notre-Dame de Versailles conçue par Jules-Hardouin Mansart en 1684 (Julien, 2010), l'église de Versailles ne présente pas de plates-bandes en fausse-coupe en façade contrairement à la cathédrale de Montauban.

Source photo : Base Mémoire MH0013939.

Sources : Julien (2010); Base Mérimée PA00095799.



Fig B.113 – Paris, 6 rue de Tournon

1710-1713

Plates-bandes en fausse-coupe sur les fenêtres des bâtiments sur rue de l'hôtel de Brancas au 6 rue de Tournon à Paris. L'hôtel de Brancas est construit par Pierre Bullet en 1710 pour Terrat de Chantosme, chancelier du Régent (Tome 2 procès verbaux de l'Académie royale d'architecture, p. XXIII). La façade sur rue est classée aux Monuments Historiques depuis 1970 (Source base Mérimée PA00088526).

Les plates-bandes en fausse-coupe de cet hôtel particulier sont mentionnées par Tibières (2012). Les phases de construction de cet hôtel particulier sont complexes, et il n'est pas certain que le bâtiment sur rue appartienne aux phases de constructions dirigées par Pierre Bullet (source : échange oral avec Alexandre Gady).

Le *Bullet* signataire de la réunion de l'Académie Royale d'Architecture du 22 Août 1701 qui désapprouve l'usage des « joints à plomb », c'est-à-dire des joints en fausse-coupe, pourrait être le fils de Pierre Bullet, Jean-Baptiste Bullet de Chamblain (1665-1726), également élu à l'Académie Royale d'Architecture en 1699.



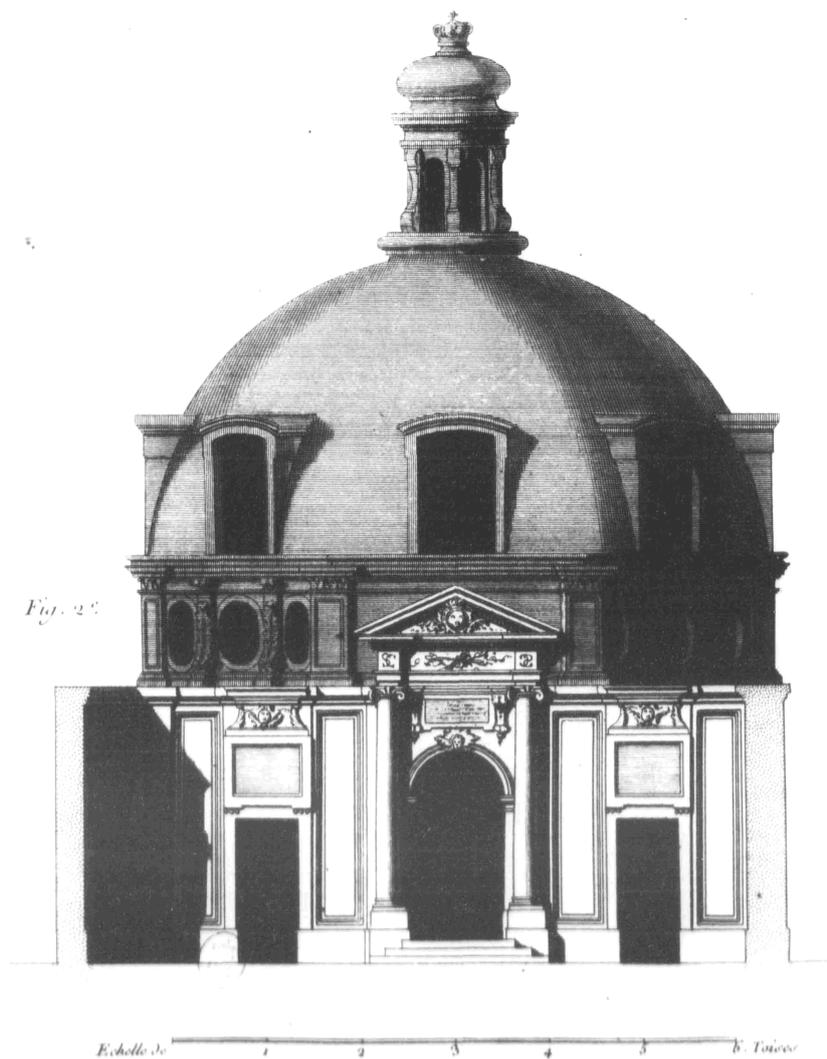


Fig B.114 – Façade de l’amphithéâtre d’Anatomie à paris, d’après Blondel (1754)

B.5.4 Le dix-huitième siècle

Fig B.115 – Lyon, Hôtel-Dieu,
façade quai du Rhône, corps central

1741-1763

Les travaux d'extension de l'Hôtel-Dieu, avec en particulier la construction de l'immense aile le long du quai du Rhône, a lieu de 1741 à 1763. Jacques-Germain Soufflot est chargé des travaux, assisté par l'architecte Toussain Loyer et l'ingénieur Munet. Les travaux seront dirigés par ces derniers après le départ de Soufflot pour Paris.

Le corps central de l'aile le long du quai du Rhône est composé de trois travées. Les trois fenêtres du premier étage sont couvertes par des plates-bandes en fausse-coupe, des deux côtés du bâtiment (face au quai et face à la cour). Le premier étage du corps central est occupé par la chapelle des malades.

La plate-bande centrale est composée de neuf claveaux, et les plates-bandes latérales de sept claveaux.

Photos réalisées avec l'aide de Didier Repellin, ACMH.



Annexe B. Catalogue

Fig B.116 – Lyon, Hôtel-Dieu,
vestibule d'entrée

1741-1763

Les deux portes latérales du vestibule d'entrée, situé au rez-de-chaussée et donc sous la chapelle des malades, sont couvertes par des plates-bandes en fausse-coupe à un claveau unique. Les deux sommiers sont posés en fort encorbellement.

Photos réalisées avec l'aide de Didier Repellin, ACMH.



Fig B.117 – Lyon, Hôtel-Dieu, galerie

1741-1763

Les deux portes de la galerie côté cour, permettant d'accéder aux pièces situées de part et d'autre du vestibule d'entrée, sont couvertes par des plates-bandes en fausse-coupe à un claveau unique. Les deux sommiers sont posés en fort encorbellement. Une des deux pièces correspond à l'ancien réfectoire du personnel.

Photos réalisées avec l'aide de Didier Repellin, ACMH.



Annexe B. Catalogue

Fig B.118 – Lyon, Hôtel-Dieu,
tribunes de la chapelle des malades

1741-1763

Les quatre tribunes de la chapelle des malades du corps central sont construites avec des plates-bandes (ou voûtes plates) en fausse-coupe. Ces plates-bandes sont composées de quinze claveaux, et sont appuyées sur des sommiers portant sur des consoles.

Photos réalisées avec l'aide de Didier Repellin, ACMH.



Fig B.119 – Paris, chapelle de
l'abbaye de Penthemont

1753-1763

La chapelle de l'abbaye de Penthemont (ou Panthémont) a été construite de 1753 à 1763, par Pierre Contant d'Ivry. La plate-bande couvrant la porte est une plate-bande à joints inclinés. Cependant, l'entablement qui surplombe cette porte semble être construit à l'aide d'une plate-bande en fausse-coupe, dont les claveaux occupent la hauteur de l'architrave et d'une partie de la frise. Cet entablement est placé en avant du nu du mur. Il est possible également que les claveaux de la plate-bande fasse queue dans le corps du mur, et portent simplement en encorbellement.



Fig B.120 – Paris,
27 rue Saint-André-des-Arts

1754

Immeuble construit par Claude-Louis Daviler en 1754 (Mignot, 2004, p. 93). L'arcade du porche qui s'étend sur le rez-de-chaussée et l'entresol, est divisé en deux par une plate-bande en fausse-coupe au niveau du plancher de l'entresol.



Fig B.121 – Paris, église Saint-Eustache

Après 1754, avant 1766

Plates-bandes en fausse-coupe couvrant les portes et fenêtres latérales de la façade occidentale.

Les plates-bandes du premier ordre (photo ci-contre) appartiennent vraisemblablement à la première campagne de travaux de 1754-1756, interrompue par la guerre d'Espagne. En 1756 seul le premier ordre de la façade était terminée. Bien que le projet de reconstruction de la façade fut lancé en 1753 sur la base d'une maquette retrouvée dans l'église et attribuée à Louis Le Vau (mais avec réserves selon Descat, 1997), le projet est modifié par l'architecte de la fabrique, Mansart de Jouy (1705-1783), et le chantier relancé en 1754, sur un plan différent de la maquette attribuée à Le Vau.

Jean Mansart de Jouy est le petit fils de Jules Hardouin-Mansart.



Fig B.122 – Lyon, église Saint-Polycarpe

1756

La plate-bande du portail de l'église Saint-Polycarpe est en fausse-coupe. Elle se compose de cinq claveaux, et de deux sommiers posés avec un encorbellement marqué.

L'église Saint-Polycarpe a été construite par les oratoriens en 1655. La façade actuelle aurait été construite par Toussain Loyer en 1756, mais nous n'avons pas pu confirmer ce point, qui présente pourtant un intérêt particulier ici puisque Toussain Loyer a participé à la construction de l'Hôtel-Dieu de Lyon aux côtés de Soufflot.



Annexe B. Catalogue

Fig B.123 – Paris,
5 rue Geoffroy Saint-Hilaire

1760

Pavillon construit en 1760 et dépendant du marché aux chevaux, au 5 rue Geoffroy Saint-Hilaire à Paris. Les trois plates-bandes du rez-de-chaussée présentent sont construites en fausse-coupe.



Fig B.124 – Paris, 1 rue Visconti

Vers 1770

Deux plates-bandes en fausse-coupe donnant sur la rue de Visconti, pour cet immeuble faisant l'angle entre la rue de Seine et la rue Visconti, et construit vers 1770.

Source : échange oral avec Alexandre Gady.



Fig B.125 – Bazeilles,
château de Montvillers

Vers 1770

Le château de Montvillers à Bazeilles (Ardennes) a été construit vers 1770 par Claude Jean-Baptiste Jallier de Savault (1739-1806), élève de Jacques-Germain Soufflot. La plate-bande de la porte principale de la façade antérieure est couverte par une plate-bande en fausse-coupe composée de cinq claveaux. Le château est classé MH (Base Mérimée PA00078340).

Source : Yvon Plouzenec (Centre André Chastel, communication personnelle), Service Régional de l'Inventaire de Champagne Ardenne http://www2.cr-champagne-ardenne.fr/patrimoineindustriel08/I11-09_08_02757_NUCA.html consulté le 06/07/2017.

Annexe B. Catalogue

Fig B.126 – Paris, chapelle Saint-Louis

1776

Une plate-bande en fausse-coupe couvre la porte entre la chapelle et l'aumônerie, dans la chapelle Saint-Louis de l'hôpital de la Salpêtrière. L'aumônerie et la plate-bande de sa porte de communication avec la chapelle pourrait avoir été construite ou bien en 1776, date indiquée au dessus de sa porte, ou bien lors de la construction de la chapelle par Libéral Bruand en 1671-1679.

Voir également les plates-bandes extérieures à joints verticaux et crossettes : (fig. 8.7)



Fig B.127 – Paris,
137 rue Vieille du Temple

1777-1778

Immeuble construit en 1777-1778, par Jean-Louis Blève, dans un « style néoclassique élégant », pour Pierre Guérard commissaire des guerres (Mignot, 2004, p.100). Les plates-bandes du deuxième étage (étage noble), troisième étage et quatrième étage sont en fausse-coupe.

En dehors des plates-bandes du rez-de-chaussée et du premier étage (ou entresol) qui sont traités à refends et avec joints inclinés, toutes les plates-bandes des étages sont construites en fausse-coupe, ce qui est inhabituel.



Annexe B. Catalogue

Fig B.128 – Paris, 19 rue de Beaujolais

1784

Les galeries du Palais-Royal, situées au revers de la rue de Montpensier, de la rue du Beaujolais et de la rue de Valois, sont construites par Victor Louis (1731-1800) en 1784 (Pérouse de Montclos, 1994, p. 380-382).

Le passage au 19 rue de Beaujolais qui permet l'accès à la galerie depuis la rue, est couvert par plusieurs plates-bandes en fausse-coupe, qui pourraient être dues à Victor Louis, également connu pour une voûte plate à stéréotomie savante au grand théâtre de Bordeaux (le « clou » de Victor Louis).



Fig B.129 – Paris,
13 boulevard Beaumarchais

1781

Des plates-bandes en fausse-coupe couvrent les fenêtres du premier et deuxième étage. Hôtel particulier construit en 1781 (Gady, 2002).



Fig B.130 – Caen, 41 rue Froide

xviii^e s.

Plates-bandes en fausse-coupe sur la façade sur rue du 41 rue Froide à Caen. La façade sur rue pourrait dater du xviii^e siècle.

L'escalier et les façades sur cour, plus anciennes et ne présentant pas de plate-bande en fausse-coupe, sont inscrits aux Monuments Historiques (Base Mérimée PA00111181).



Fig B.131 – Paris, chapelle Expiatoire

1815-1826

La chapelle Expiatoire est construite de 1815 à 1826 par Pierre Fontaine, sans l'aide de Charles Percier avec lequel il collaborait habituellement.

L'entrée rue Pasquier est couverte par une plate-bande en fausse-coupe composée de cinq claveaux (photo ci-contre).

La porte du portail principal de la chapelle serait également en fausse-coupe, avec des claveaux de très grand appareil (pas de photo).

Classé aux Monuments Historiques (Base Mérimée PA00088809).



Fig B.132 – Paris, Palais-Royal,
aile de Montpensier

1830

L'aile de Montpensier du Palais-Royal a été construite par Pierre Fontaine en 1830. Elle est le symétrique de l'aile de Valois construite par Jacques Lemercier (années 1630) et modifiée par Pierre Contant d'Ivry (1752).

Comme pour l'aile de Valois, les fenêtres de l'étage noble de l'aile de Montpensier sont couvertes par des plates-bandes en fausse-coupe. Contrairement à l'aile de Valois, où le doublement des fenêtres un siècle après la construction des premières fausses-coupes montre une différence sensible de technique, l'ensemble de ces plates-bandes sont homogènes : plates-bandes composées de cinq claveaux sur le modèles de celles de Lemercier.

Voir également fig. B.82 ci-dessus.

Source historique : Pérouse de Montclos (1994, p. 380-382).



B.5.5 Chambéry

Fig B.133 – Chambéry, hôtel de Roche

1767

L'hôtel de Roche, au 153 rue Croix d'Or à Chambéry, a été construit en 1767 pour Charles Roche, avocat au Sénat de Savoie, probablement par l'architecte turinois Luca Raineri (ou Reynero). La façade principale, qui donne sur l'étroite rue Croix d'Or, est composée de trois travées dans les étages, et de seulement deux travées plus larges au rez-de-chaussée.

Ces deux travées au rez-de-chaussée sont couvertes par des plates-bandes en fausse-coupe composées de cinq claveaux. Les parties verticales des joints sont soulignées par les refends soulignant l'appareil de la façade au rez-de-chaussée et celui de la chaîne d'angle du bâtiment marquant également l'angle de la rue. A l'étage, trois balcons sur cul de lampe. Le pied décoratif d'un cul de lampe retombe sur la plate-bande, et fait partie de l'un des claveaux.

La similitude de ces plates-bandes avec celles de l'hôtel Chollet du Bourget sur la place Saint-Léger est importante (voir exemple suivant).

Source : Juttet (2005, p. 191).



Fig B.134 – Chambéry, hôtel Chollet du Bourget

1768-1773

L'hôtel Chollet du Bourget, a été construit par l'architecte turinois Luca Raineri (ou Reynero) en 1768-1773. L'hôtel fait l'angle entre la place Saint-Léger, et la rue Métropole qui mène à la cathédrale. Il fut construit à l'emplacement de plusieurs parcelles, réunies au court des décennies précédentes par le maître d'ouvrage.

Des modifications urbaines de la place Saint-Léger sont à signaler avant la construction de l'hôtel (démolition de l'église Saint-Léger au centre de la place en 1760, couvrement progressif au XVIII^e du bras de l'Albanne qui séparait auparavant la place actuelle en deux rues parallèles).

Le « prix-fait » de 1768 qui nous a été communiqué par Benoit Chambre, architecte, est le contrat de construction passé entre le maître d'ouvrage (« Gaspard Chollet Baron du Bourget ») et l'entrepreneur (« François Joseph Deneria maître tailleur de pierre »), décrivant les constructions à réaliser. Le nom « Deneria » correspond peut-être à la famille Denariez, connue à Chambéry comme tailleurs de pierre sur plusieurs générations, et dont un des descendants sera entrepreneur lors de la construction de la rue de Boigne, et un autre sera architecte sur le chantier de l'Hôtel de Ville au milieu du XIX^e siècle.

Le prix-fait mentionne simplement pour le rez-de-chaussée « plates-bandes » sans en indiquer le caractère particulier, et précise que « les pierres seront des carrières de Lemenc ».

La façade sur la place Saint-Léger se développe sur sept travées, ce qui marque le caractère particulier de l'hôtel se détachant nettement du parcellaire médiéval du reste de la place Saint-Léger. Les sept travées du rez-de-chaussée sont couvertes de plates-bandes en fausse-coupe. Elles se composent de cinq claveaux, dont l'appareil est souligné par les refends, utilisés comme à l'hôtel de Roche pour le rez-de-chaussée et la chaîne verticale à l'angle de la façade.

Sources : Juttet (2005, p. 96, 188) ; informations orales transmises par Benoit Chambre et Dominique Tritenne.



Fig B.135 – Chambéry,
hôtel Chollet du Bourget

1768-1773

Voir historique de l'hôtel Chollet du Bourget ci-dessus.

La façade de l'hôtel Chollet du Bourget sur la rue Métropole se développe sur sept travées. L'ensemble des baies sont couvertes de plates-bandes en fausse-coupe, dont la mouluration est différente de celle de la façade sur la place Saint-Léger. On note ici l'absence de refends soulignant les parties verticales des joints, contrairement à la façade sur la place.

Les plates-bandes sont composées de trois claveaux.



Fig B.136 – Chambéry,
hôtel de Bellegarde

1788

La façade de l'hôtel Noyel de Bellegarde (13 rue Croix d'Or à Chambéry) a été construite en 1788 par Carlo-Felice Lempo. Les travaux visèrent à unir derrière une même façade les bâtiments existants.

Toutes les baies du rez-de-chaussée sont cintrées (anse-de-panier ou plein-cintre) à l'exception du portail qui est couvert par une plate-bande. Cette plate-bande est construite en fausse-coupe, et elle est composée de sept claveaux. L'ébrasement droit du soffite de la plate-bande donne l'impression de joints à double coupe, cependant ces joints s'inscrivent bien dans un plan vertical (pour leur partie visible). La date de construction (1788) est gravée sous la clé de la plate-bande.

Sources : Juttet (2005, p.194); Base Mérimée PA00118237.



Fig B.137 – Chambéry,
hôtel des Marquis de Faverges

xviii^e s. (hyp.)

Plate-bande en fausse-coupe couvrant le portail d'entrée de la façade de l'hôtel des Marquis de Faverges, 9 rue Métropole à Chambéry. Toutes les autres baies de la façade au rez-de-chaussée sont cintrées.

Il pourrait s'agir de la reconstruction d'une façade au xviii^e siècle.

Source : informations orales transmises par François Juttet.



Annexe B. Catalogue

Fig B.138 – Chambéry, 3 rue de Boigne

XIX^e s. (hyp.)

La rue de Boigne est percée au début du XIX^e siècle pour faciliter la traversée de la ville. La partie centrale de la rue, bordée de portiques, est construite de 1824 à 1830 par l'architecte Jacques-Bernard Trivelli, beau-frère du général de Boigne qui finance en grande partie les travaux. Les entrepreneurs sont Dénarié et Dunoyer.

Le 3 rue de Boigne se trouve au nord de la partie centrale (à portiques) de la rue, et le 21 rue de Boigne se trouve au sud. Les façades répondent probablement au cahier des charges qui devait fixer l'aspect des bâtiments de cette rue neuve, percée à travers la ville ancienne pour faciliter la traversée de la ville.

La plate-bande de la porte cochère du 3 rue de Boigne est construite en simple fausse-coupe; les parties verticales des joints sont visibles côté rue, et les parties inclinées à lits brisés sont visibles à l'intérieur du passage. Les autres baies du rez-de-chaussée sont couvertes de plates-bandes à joints inclinés.

Voir également le 21 rue de Boigne (photo ci-contre), où la façade est très similaire, mais la plate-bande n'est pas en fausse-coupe.

A signaler dans le même immeuble (3 rue de Boigne), un escalier suspendu en pierre, avec marches monolithes, de grande qualité.

Source : Juttet (2005, p. 217-218)



3 rue de Boigne (Façade sur rue)



3 rue de Boigne, revers de la plate-bande



21 rue de Boigne

Fig B.139 – Chambéry, 35 place Monge

XIX^e s. (hyp.)

Plate-bande en *simple* fausse-coupe couvrant le portail d'entrée de la façade sur rue. Les parties verticales des joints sont visibles côté rue, et les parties inclinées à lits brisés sont visibles côté passage.



Annexe B. Catalogue

<p>Fig B.140 – Chambéry, 14 rue Jean-Pierre Veyrat</p> <p>XIX^e s. (hyp.)</p> <p>Plate-bande en fausse-coupe couvrant le portail d'entrée de la façade sur rue. La face arrière de la plate-bande n'est pas visible car masqué par le plafond du passage cocher.</p> <p>L'immeuble est construit à l'emplacement des anciens remparts. Il pourrait dater du XIX^e siècle.</p>	
---	--

B.6 Voûtes plates

Sauf mention contraire, la source des datations est la Base Mémoire de la Médiathèque de l'Architecture et du Patrimoine.

<p>Fig B.141 – Anet, château, bâtiment d'entrée</p> <p>1552</p> <p>Voûte plate appareillée dans le bâtiment d'entrée.</p> <p>Source : Pérouse de Montclos (1982, p. 285).</p>	—
<p>Fig B.142 – Écouen, château</p> <p>1540-1550</p> <p>« Escalier de l'aile gauche. Avant-dernière volée couverte d'une voûte en berceau très déprimée, presque plate, faisant retour sur le repos. ».</p> <p>Source : Pérouse de Montclos (1982, p. 163, 295).</p>	—
<p>Fig B.143 – Brissac, château</p> <p>1614-1620</p> <p>Voûtes plates appareillées sur le plan d'une voûte en arc de cloître, de 4 × 4 m de portée environ, formant les repos de l'escalier, au château de Brissac. Elles auraient été construites de 1614 à 1620.</p> <p>Source : Pérouse de Montclos (1982, p. 163, 292).</p>	—
<p>Fig B.144 – Anet, château, aile gauche</p> <p>1680-1712</p> <p>La volée et les paliers de l'escalier de l'aile gauche sont construits sur voûte plate, avec des retombees cintrées très courtes. Selon les archives, toutes les pierres du palier auraient été « goujonnées ».</p> <p>Source : Pérouse de Montclos (1982, p. 74, 178, 285).</p>	—

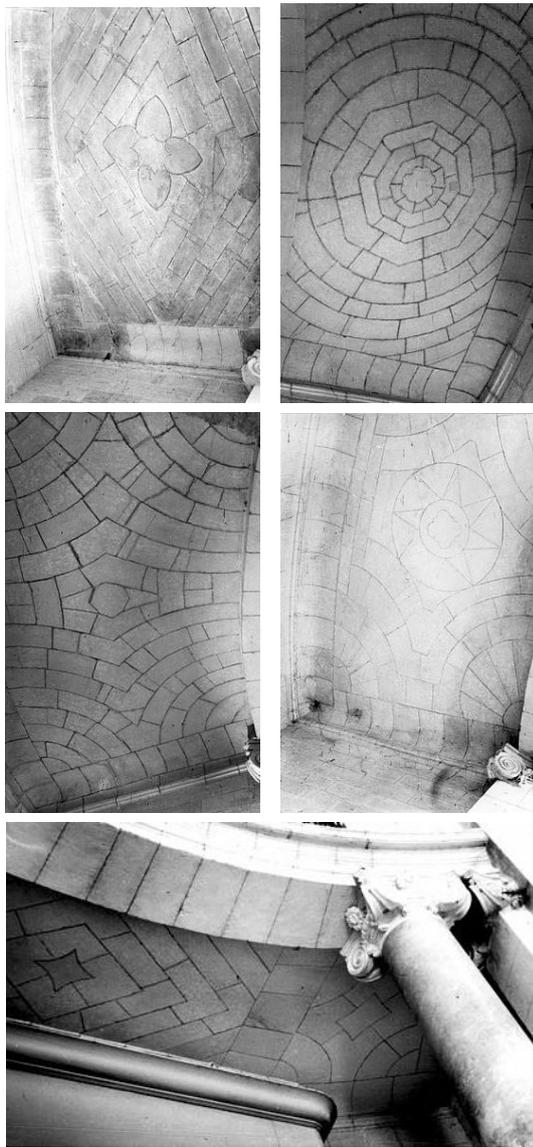
Fig B.145 – Avignon,
chapelle de l'Oratoire

1731-1749

Quatre voûtes plates des chapelles nord sud est et ouest entourant la travée du dôme, et une voûte plate à l'entrée de la chapelle.

Ferdinand Delamonce (1678-1753), Jean-Ange Brun et Jean-Baptiste II Péru se sont succédés pour la construction.

Source photos : Henri Lestienne 1954 (Base MédiatheK MDP86018050, MDP86018051, MDP86018053, MDP86018053, MDP86018045).



Annexe B. Catalogue

Fig B.146 – Paris, église Saint-Sulpice,
porche

Vers 1732-1749

Le plafond du porche se compose de cinq voûtes plates, dont l'appareil se devine à travers les décors sculptés de l'intrados, et dont l'appareil est également visible sur l'extrados. L'extrados des voussoirs forment l'aire de circulation des pièces situées au-dessus des tribunes. Ces voûtes plates sont appareillées sur le plan de la coupole. Il est possible que les plates-bandes qui encadrent les voûtes plates sur leur quatre côtés soient armées. Cependant, le fait qu'aucune armature ne soit visible sur l'extrados de la voûte (qui est lui visible) semble indiquer que la voûte elle-même n'est pas armée.

Source : Losserand (2017a).



Intrados



Extrados (photo : Léonore Losserand)

Fig B.147 – Paris, église Saint-Sulpice,
tribune d'orgue

Vers 1740-1750

Le plancher de la tribune se compose de trois voûtes plates, avec l'appareil formant un dessin décoratif sur l'intrados. La voûte plate centrale est une voûte plate appareillée sur le plan d'une voûte d'arêtes, et les voûtes plates latérales sont appareillées selon un dessin en spirale, qui se rapproche des voûtes plates appareillées sur le plan de la coupole.

Sources : exemple relevé par de Maillet (2012) ; Losserand (2017a).



Fig B.148 – Villeneuve-lès-Avignon,
chapelle des Pénitents Gris

1738-1753

Voûte plate de la sacristie. L'intrados n'est pas plan, mais néanmoins très surbaissé. D'autres voûtes surbaissées (moins plates) sont présentes dans la nef (voûtes à arêtes doubles).

La construction de l'église est attribuée à Jean-Baptiste Franque, de 1738 à 1753 (Viré-Gaillard, 2011).

Source photos : Henri Lestienne 1954 (Base MédiatheK MDP86084210, MDP86084209).



Fig B.149 – Avignon,
hospices Saint-Louis

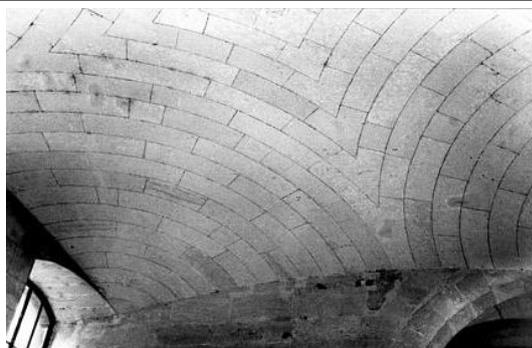
1741-1754

Voûte plate appareillée sur le plan d'une voûte en éventail dans le vestibule.

Voûte plate appareillée partiellement sur le plan de la coupole, dans la salle du rez-de-chaussée de l'aile nord.

Bâtiments construits en grande partie par La Valfenière, puis par Jean Péru au xvii^e siècle. La date de construction donnée pour la voûte sur la Base Mémoire est plus tardive, de 1741 à 1754.

Source photos : Henri Lestienne 1954 (Base MédiatheK MDP86084205, MDP86084218).



Annexe B. Catalogue

Fig B.150 – Nantes,
3 place de la petite Hollande

1747-1752

Le palier du premier étage des escaliers de part et d'autre de la cour sont formés de voûtes plates appareillées sur le plan du berceau. Ces voûtes plates sont bordées du côté de la façade par des plates-bandes dont la hauteur est bien supérieure à celle des voûtes plates ; ces plates-bandes forment « mur d'allège » sous la fenêtre du palier également visible sur la photo ci-contre (en haut).

Le 3 place de la petite Hollande fait partie de l'île Faydeau à Nantes. Cette immeuble a été construit entre 1747 et 1752 (Bienvenu 2017 *Le travertissement de la règle au XVIII^e siècle – l'exemple de l'île Feydeau*, communication dans le cadre du troisième congrès francophone d'histoire de la construction).



Fig B.151 – Carpentras, Hôtel-Dieu

1750-1769

Voûte plate de la sacristie de la chapelle. L'Hôtel-Dieu est construit entre 1750 et 1769, d'après le projet de l'architecte Antoine d'Alleman, et réalisé sous la direction de Jean-Baptiste Lambertin puis Jean-Pierre Teissier entre 1750 et 1769.

Source : Losserand (2017b).

Source photo : Base MédiatheK MDP86058037 1955.



Fig B.152 – Barbentane, château

Vers 1770

Voûte déprimée dans le salon des Statues du château de Barbentane, d'une portée de $6,50 \times 8,5$ m. Contrairement à la voûte déprimée de la salle à manger où seule la partie centrale de la voûte est déprimée, dans le salon la partie horizontale de la voûte occupe presque l'intégralité de la pièce.

Jean-Baptiste Franque n'est pas l'architecte de cette voûte (Pérouse de Montclos, 1982).

Source photo : Base MédiatheK MDP86075662 1956.



Fig B.153 – Avignon,
Grand séminaire Saint-Charles

1721-1723 ou 1753

Voûte plate du vestibule d'entrée, appareillée sur le plan d'une voûte en éventail, construite sur les plans de Jean-Baptiste Franque en 1721-1723 ou sur les plans de Jean-Baptiste et François II Franque en 1753 (Viré-Gaillard, 2011). Les retombées de la voûte sont cintrées.

Source photo : Henri Lestienne 1954 (Base MédiatheK MDP86018030).

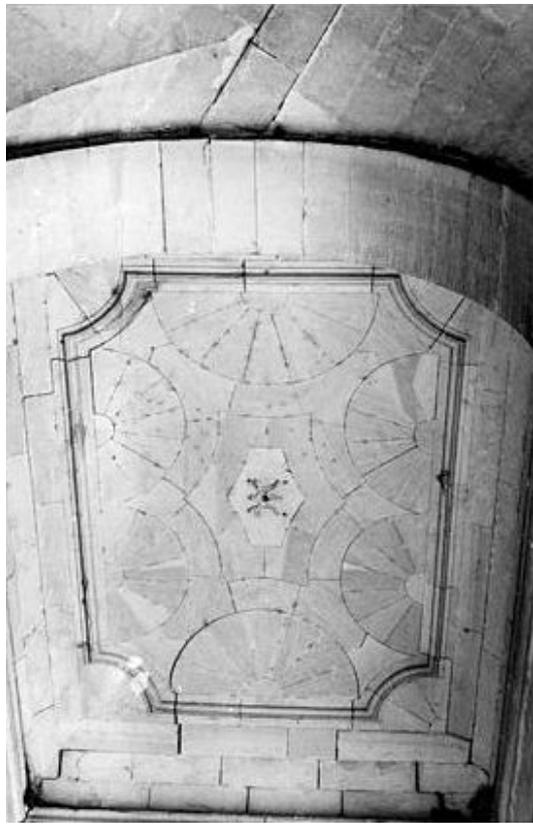


Fig B.154 – Paris, École Militaire

Vers 1770

Voûtes plates des portiques de l'École Militaire à Paris, construites vers 1770. La photo ci-contre représente la voûte en cours de déconstruction.

Source photo : Daniel Bontemps 1985 (Base MédiatheK MDP86087365).

Voir également fig. 10.11.



Fig B.155 – Vaison-la-Romaine, église,
tribune

xviii^e s. (hyp.)

La tribune de l'église est supportée par trois voûtes plates. Deux voûtes plates latérales appareillées sur le plan d'une plate-bande, et une voûte plate centrale appareillée sur le plan d'une voûte en arc de cloître. Ces voûtes plates supportent directement les tomettes du revêtement de sol de la tribune.

Annexe C

Critère de résistances des joints en X

Nous reproduisons ici un extrait d'un article en cours de rédaction de Maurizio Brocato, qui décrit le calcul d'une estimation par l'intérieur du critère de résistance d'un joint en X. Le résultat de cette démonstration est exploitée pour le calcul des critères des joints des plates-bandes (section 15.2.2 p. 253).

In the case of a X-joint, when defining the internal actions, we need to take into account the contact stresses on two rectangular inclined flat surfaces, containing the y -axis, and on two triangular vertical flat surfaces, orthogonal to y .

Each of the rectangular inclined face of the X can be seen as a flat joint, of width $b/2$, either inclined of φ or of $-\varphi$. Let us denote with a prime all entities relative to the φ inclined half of the X, with a double prime those of the other half ($h'' = h' = h/\cos\varphi$) and with a triple prime those on the two triangular faces. The resultant forces and moment on each part of the joint are (see fig. C.1)

$$\begin{aligned}
 N' &= \int_{-h'/2}^{h'/2} \int_{-b/2}^0 \sigma'_{x'x'} dy dz'; & N'' &= \int_{-h''/2}^{h''/2} \int_0^{b/2} \sigma''_{x''x''} dy dz''; \\
 N''' &= - \int_{-h/2}^{h/2} \int_{-z \tan \varphi/2}^{z \tan \varphi/2} \tau_{xy} dx dz; \\
 V'_y &= \int_{-h'/2}^{h'/2} \int_{-b/2}^0 \tau'_{x'y} dx' dy; & V''_y &= \int_{-h''/2}^{h''/2} \int_0^{b/2} \tau''_{x''y} dx'' dy; \\
 V'''_y &= - \int_{-h/2}^0 \int_{-z \tan \varphi/2}^{z \tan \varphi/2} \sigma_{yy} dx dz + \int_0^{h/2} \int_{-z \tan \varphi/2}^{z \tan \varphi/2} \sigma_{yy} dx dz; \\
 V'_{z'} &= \int_{-h'/2}^{h'/2} \int_{-b/2}^0 \tau'_{x'z'} dy dz'; & V''_{z''} &= \int_{-h''/2}^{h''/2} \int_0^{b/2} \tau''_{x''z''} dy dz''; \\
 V'''_z &= \int_{-h/2}^0 \int_{-z \tan \varphi/2}^{z \tan \varphi/2} \tau_{yz} dx dz - \int_0^{h/2} \int_{-z \tan \varphi/2}^{z \tan \varphi/2} \tau_{yz} dx dz; \\
 M'_y &= - \int_{-h'/2}^{h'/2} \int_{-b/2}^0 \sigma'_{x'x'} z' dy dz'; & M''_y &= - \int_{-h''/2}^{h''/2} \int_0^{b/2} \sigma''_{x''x''} z'' dy dz'';
 \end{aligned}$$

Annexe C. Critère de résistances des joints en X

$$\begin{aligned}
 M_y''' &= \int_{-h/2}^0 \int_{-z \tan \varphi/2}^{z \tan \varphi/2} (\tau_{xy}z - \tau_{yz}x) dx dz - \int_0^{h/2} \int_{-z \tan \varphi/2}^{z \tan \varphi/2} (\tau_{xy}z - \tau_{yz}x) dx dz ; \\
 M_{z'}' &= \int_{-h'/2}^{h'/2} \int_{-b/2}^0 \sigma'_{x'x'}y dy dz' ; \quad M_{z''}'' = \int_{-h''/2}^{h''/2} \int_0^{b/2} \sigma''_{x''x''}y dy dz'' ; \\
 M_z''' &= - \int_{-h/2}^0 \int_{-z \tan \varphi/2}^{z \tan \varphi/2} \sigma_{yy}x dx dz + \int_0^{h/2} \int_{-z \tan \varphi/2}^{z \tan \varphi/2} \sigma_{yy}x dx dz ; \\
 T' &= \int_{-h'/2}^{h'/2} \int_{-b/2}^0 (\tau'_{x'z'}y - \tau'_{x'y}z') dy dz' ; \\
 T'' &= \int_{-h''/2}^{h''/2} \int_0^{b/2} (\tau''_{x''z''}y - \tau''_{x''y}z'') dy dz'' ; \\
 T''' &= \int_{-h/2}^0 \int_{-z \tan \varphi/2}^{z \tan \varphi/2} \sigma_{yy}z dx dz - \int_0^{h/2} \int_{-z \tan \varphi/2}^{z \tan \varphi/2} \sigma_{yy}z dx dz .
 \end{aligned}$$

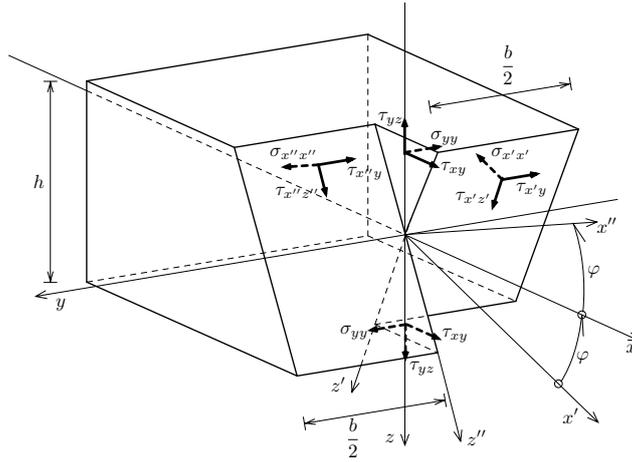


Fig C.1 – Axes adopted in the description of contact stresses and actions for X-joints.

The equilibrium conditions among these internal actions and those defined in the initial reference system (which are the internal actions of the flat arch at the centre of the X-joint) are :

$$\begin{aligned}
 N &= (N' + N'') \cos \varphi + (V_{z'}' - V_{z''}'') \sin \varphi + N''' ; \\
 V_z &= -(N' - N'') \sin \varphi + (V_{z'}' + V_{z''}'') \cos \varphi + V_z''' ; \\
 V_y &= V_y' + V_y'' + V_y''' ; \\
 M_y &= M_y' + M_y'' + M_y''' ; \\
 M_z &= (M_{z'}' + M_{z''}'') \cos \varphi + (T' - T'') \sin \varphi + M_z''' ; \\
 T &= -(M_{z'}' - M_{z''}'') \sin \varphi + (T' + T'') \cos \varphi + T''' .
 \end{aligned}$$

Annexe C. Critère de résistances des joints en X

A first result can be obtained taking, on the rectangular surfaces, stress fields similar to the previous case, with the plastic neutral axis cutting the two rectangular surfaces at the same distance from the extrados, and taking, on the triangular surfaces, the σ_{yy} field be non null and symmetric with respect to the yz -plane. We assume this field be piecewise constant, with an area of maximum compression between the extrados and a segment parallel to it at a distance $h(1 - \xi)/2$, a similar area between the intrados and a segment parallel to it at the same distance, and a complementary area of null stress (see fig. C.2).

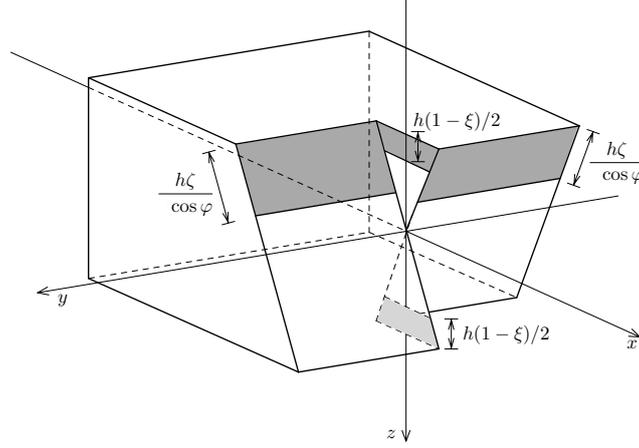


Fig C.2 – First assumption on the contact stress field for X-joints : grey surfaces carry the limit compressive stress.

The local contact actions are then :

$$\begin{aligned} N' &= N'' = \frac{bh\sigma_c}{2\cos\varphi}\zeta; \quad N''' = 0; \\ V_y' &= V_y'' = V_y''' = 0; \\ V_{z'}' &= V_{z''}'' = \alpha\mu\frac{bh\sigma_c}{2\cos\varphi}\zeta; \quad V_z''' = 0; \\ M_y' &= M_y'' = \frac{bh^2\sigma_c}{4\cos^2\varphi}\zeta(1 - \zeta); \quad M_y''' = 0; \\ -M_{z'}' &= M_{z''}'' = \frac{b^2h\sigma_c}{8\cos\varphi}\zeta; \quad M_z''' = 0; \\ T' &= T'' = 0; \quad T''' = -\frac{h^3\sigma_c\tan\varphi}{6}(1 - \xi^3); \end{aligned}$$

hence

$$\begin{aligned} N &= 2N' \cos\varphi = bh\sigma_c\zeta; \quad V_y = 0; \quad V_z = 2V_{z'}' \cos\varphi = \alpha\mu bh\sigma_c\zeta; \\ M_y &= 2M_y' = \frac{bh^2\sigma_c}{2\cos^2\varphi}\zeta(1 - \zeta); \quad M_z = 0; \\ T &= \frac{b^2h\sigma_c\tan\varphi}{4}\zeta - \frac{h^3\sigma_c\tan\varphi}{6}(1 - \xi^3). \end{aligned}$$

Annexe C. Critère de résistances des joints en X

The torsional equilibrium condition of the X section implies :

$$T = 0 \Rightarrow \xi^3 = 1 - \frac{3b^2}{2h^2}\zeta$$

which, in turn, implies an additional limitation for ζ , when $h/b < \sqrt{3/2}$:

$$0 \leq \xi \leq 1 \Rightarrow \zeta \leq \bar{\zeta} = \min \left\{ \frac{2h^2}{3b^2}, 1 \right\}.$$

We thus get the domain included in the surface whose edges are the parametric curves :

$$\begin{cases} n = \zeta \\ v_z = \zeta \alpha \mu \\ |m_y| = \zeta(1 - \zeta) / \cos^2 \varphi \end{cases} \quad \zeta \in [0, \bar{\zeta}]; \alpha \in \{-1, 1\}.$$

Eliminating the parameter ζ we have the conditions :

$$|m_y| \leq \frac{n}{\cos^2 \varphi} (1 - n); \quad |v_z| \leq \mu n; \quad n \leq \bar{\zeta}. \quad (\text{C.1})$$

showing that the X configuration produces larger resisting moments per given axial force than standard (when $h/b \geq \sqrt{3/2}$), at least as far as the resistance of stone does not enter into play.

The thus modeled X-joint flat arch can be actually seen as a standard one, with a fictitious height, h_X , larger than the nominal one :

$$h_X = h / \cos^2 \varphi.$$

Annexe D

Instrumentation des plates-bandes à joints en X

D.1 Contexte

Les plates-bandes construites aux Grands ateliers de l'Isle d'Abeau (GAIA) en 2017 ont été décrites dans la section 7.3. Nous présentons dans cette annexe les résultats de l'instrumentation, qui n'ont pas pu être exploités et reliés aux modèles de calcul. Deux campagnes de mesures ont été conduites sur les mêmes plates-bandes. La première a été réalisée en mars 2017 aux Grands ateliers de l'Isle d'Abeau. La seconde a été réalisée dans les locaux de l'entreprise S.N.B.R. près de Troyes en juin 2017.

Chaque plate-bande a été chargée par une force verticale appliquée à la clé de la plate-bande, à l'aide d'un vérin équipé d'une cellule de charge pour mesurer l'effort appliqué. Le tirant était équipé d'une cellule de charge pour mesurer son effort, et donc la poussée de la plate-bande, un des sommiers étant placé sur un appui glissant. Les déplacements verticaux de la clé (δ_1 , δ_2 et δ_3), et le déplacement horizontal d'une contre-clé (δ_4), ont également été mesurés (fig. D.1).

Nous avons cherché à établir les relations expérimentales existant entre la charge verticale centrée Q d'une part, et d'autre part la tension F dans le tirant et le déplacement vertical de la clé δ_m .

$$\delta_m = \frac{1}{4}(\delta_1 + \delta_2 + 2\delta_3) \quad (\text{D.1})$$

Annexe D. Instrumentation des plates-bandes à joints en X

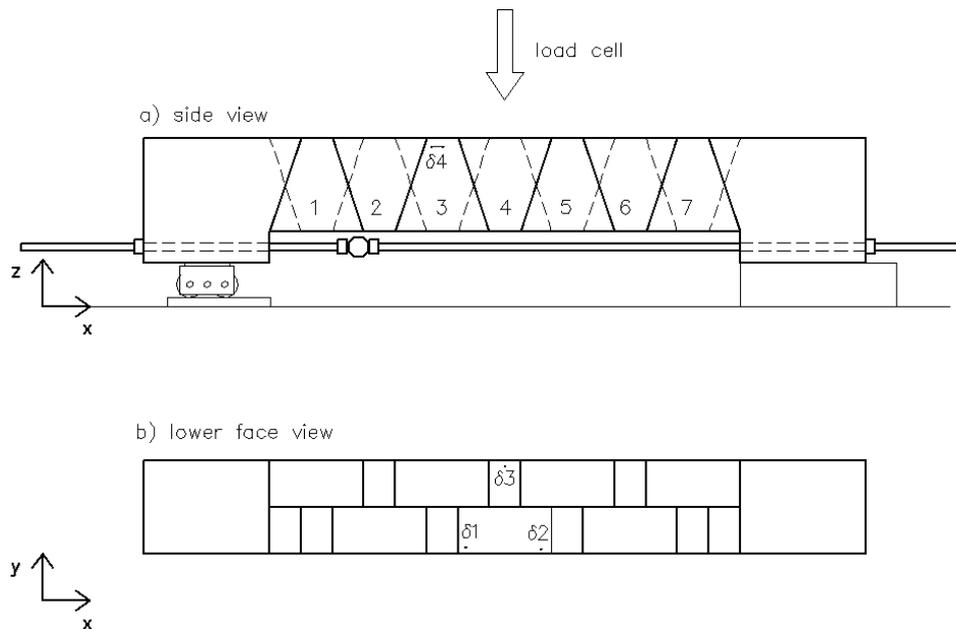


Fig D.1 – Instrumentation de la plate-bande à joints en X IA01

D.2 Résultats de mars 2017 (GAIA)

Lors des expériences de mars 2017 (GAIA), les valeurs de la tension F dans le tirant se sont avérées erronées en raison d'un problème technique sur le capteur de mesure du tirant. Seules les valeurs du chargement Q et des déplacements ont été obtenues.

La figure D.2 montre le déplacement vertical de la clé (compté positivement vers le bas) en fonction de la charge verticale centrée Q . Les mesures des déplacements sont prises égales à zéro au début de chaque cycle de chargement. Il existe une corrélation linéaire entre le déplacement vertical de la clé et la charge centrée Q , lors de la charge. Le rapport entre l'incrément de déplacement (en mm) et l'incrément de charge (en kN) vaut 0,41 mm/kN environ.

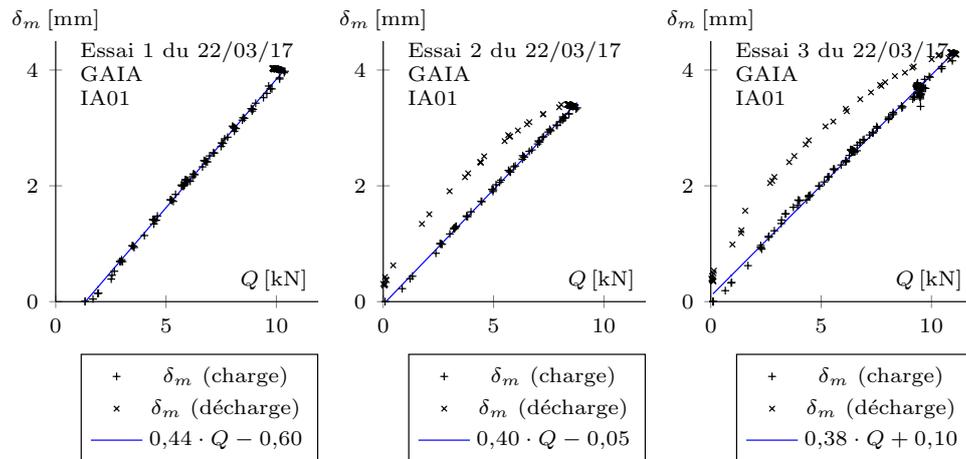


Fig D.2 – Évolution des déplacements verticaux δ_m en fonction de la charge verticale centrée Q , pour la plate-bande IA01 lors des expériences de mars 2017 (GAIA)

D.3 Résultats de juin 2017 (Troyes)

Lors des expériences de juin 2017 à Troyes, les déplacements mesurés se sont avérés inexploitable, la fixation des capteurs de déplacement n'étant pas suffisamment rigide. Seules les valeurs du chargement Q et de la tension dans le tirant F ont pu être exploitées.

Les figures D.3 et D.4 montrent les mesures de la force F dans le tirant (convention traction positive) en fonction de la charge verticale centrée Q , pour chaque plate-bande. Il existe une corrélation linéaire entre ces deux grandeurs. Cette figure montre que la tension dans le tirant sous l'effet du poids propre et de la mise en tension du tirant, avant l'application de la charge verticale centrée, vaut 6,4 kN pour la plate-bande IA01, et 6 kN pour la plate-bande IA02. Le rapport entre l'augmentation de la tension dans le tirant et la charge verticale centrée vaut ensuite 1,45 environ pour la plate-bande IA01, et 1,4 pour la plate-bande IA02.

Annexe D. Instrumentation des plates-bandes à joints en X

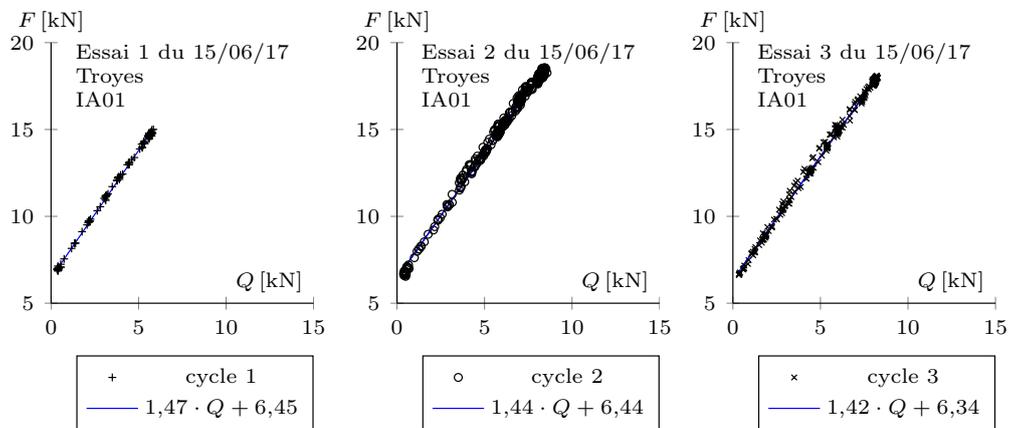


Fig D.3 – Évolution de la tension F dans le tirant en fonction de la charge verticale centrée Q , pour la plate-bande à joints en X (IA01) lors des expériences de juin 2017 (Troyes)

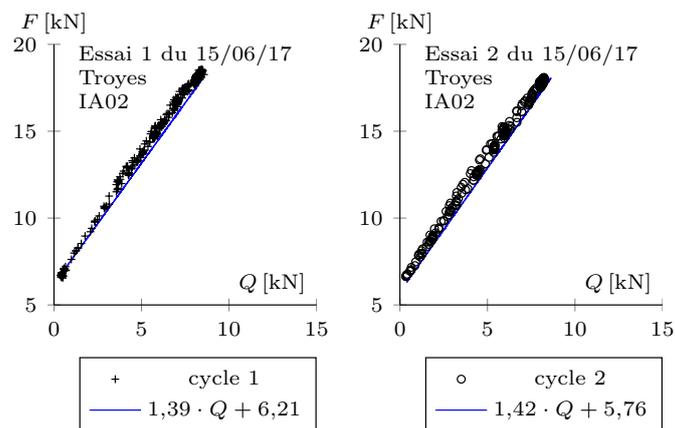


Fig D.4 – Évolution de la tension F dans le tirant en fonction de la charge verticale centrée Q , pour la plate-bande à joints en X réglés (IA02) lors des expériences de juin 2017 (Troyes)

Annexe E

Voûtes plates d'Abeille expérimentales

Les voûtes expérimentales présentées ici correspondent à des travaux de recherche sur le système des voûtes plates d'Abeille, dirigés par Joël Sakarovitch puis Maurizio Brocato au sein du laboratoire Géométrie, Structure, Architecture (GSA) de l'École nationale supérieure d'architecture Paris-Malaquais (ENSA Paris-Malaquais). Ces expériences, réalisées entre 2003 et 2012, sont les seuls exemples de voûtes d'Abeille construites en France, l'invention d'Abeille n'ayant probablement pas été appliquée en pratique au XVIII^e siècle (Díaz et Mozo, 2012, p. 294). Dans cette thèse, le choix du rapport L/h entre portée et hauteur pris pour les études mécaniques est tiré des expériences de Sakarovitch.

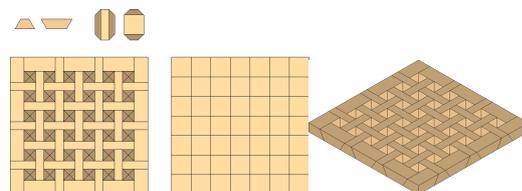
E.1 Expériences aux Grands ateliers de l'Isle d'Abeau

Plusieurs études expérimentales sur les voûtes plates d'Abeille ont été conduites aux Grands ateliers de l'Isle d'Abeau entre 2003 et 2006 sous la direction de Joël Sakarovitch (2006). Les informations présentées ici concernent l'une de ces études expérimentales, et sont rapportées par Fleury (2009).

Lors de cette étude expérimentale, trois voûtes ont été construites. Chaque voûte était composée de 25 claveaux courants, 20 claveaux de rive et 4 claveaux d'angles. La pierre utilisée était une pierre de Saint-Leu ou pierre de Saint-Maximin roche fine, de masse volumique de la pierre 1658 kg/m^3 , et de résistance moyenne à la compression comprise entre 8 et 15 MPa. Dans les trois cas, le ratio L/h est environ 14.

GAIA Cas A

- Portée hors-tout 2,52 m
- $2c = 2d = 35.7 \text{ cm}$
- $h = 18 \text{ cm}$
- $\varphi = 30^\circ$
- $2a = 2d + 2h \tan \varphi \approx 56.5 \text{ cm}$
- $2b = 2c - 2h \tan \varphi \approx 14.9 \text{ cm}$



GAIA Cas B

- Portée hors-tout 1,26 m
- $2c = 2d = 17.7$ cm
- $h = 9$ cm
- $\varphi = \tan^{-1}(\frac{1}{4}) \approx 14,04^\circ$
- $2a = 2d + 2h \tan \varphi \approx 22.2$ cm
- $2b = 2c - 2h \tan \varphi \approx 13.2$ cm

GAIA Cas C

- Portée hors-tout 1,26 m
- $2c = 2d = 17,7$ cm
- $h = 8,85$ cm
- $\varphi = 45^\circ$
- $2a = 2d + 2h \tan \varphi \approx 35.4$ cm
- $2b = 2c - 2h \tan \varphi = 0$ cm

Fleury indique que l'orientation des joints des voûtes nommées ici A, B et C sont respectivement 60° , 75° et 45° , soit $\varphi_A = 90 - 60 = 30^\circ$, $\varphi_B = 90 - 75 = 15^\circ$ et $\varphi_C = 90 - 45 = 45^\circ$. Il semble qu'il y ait une erreur de transcription pour l'angle de la voûte B, car la valeur $\varphi_B = 15^\circ$ ne permet pas de trouver ensuite des valeurs compatibles pour a , b , c et d . Nous proposons ci-dessus la correction $\varphi_B = \tan^{-1}(\frac{1}{4}) \approx 14.04^\circ$ qui permet de retrouver les autres valeurs numériques données par Fleury pour a , b , c et d . Les angles choisis pour les voûtes A, B et C correspondent alors à la règle du triangle équilatéral, la règle du « 1 pour 4 », et la règle du « 1 pour 1 », que nous avons évoquées dans la partie consacrée à l'histoire des plates-bandes.

E.2 Murs préfabriqués du projet Astonysine

Le principe des voûtes d'Abeille a été utilisé par le projet *Astonysine* dans le cadre du *Solar Decathlon Europe*, une compétition universitaire internationale de recherche et d'innovation sur la construction et l'énergie solaire (Brocato et al., 2014). Des murs préfabriqués en pierre de taille ont été utilisés pour ce projet. Ils ont été construits à Sainte-Savine dans les locaux de l'entreprise SNBR, puis assemblés et présentés à Madrid en septembre 2012 (fig. E.1).

Ces murs préfabriqués sont décrits par Brocato et al. (2014). Les murs sont constitués de 47 claveaux en pierre de taille, assemblés à l'intérieur d'un cadre en bois. Les paramètres décrivant la géométrie des claveaux sont :

- $2b = 12$ cm
- $2a = 60$ cm
- $h = 10$ cm
- $\varphi = 15^\circ$

La pierre utilisée était une pierre de Noyant, de masse volumique de la pierre 2000 kg/m^3 . Le bois était un bois lamellé-collé de classe de résistance GL24h.

Annexe E. Voûtes plates d'Abeille expérimentales



Fig E.1 – Mur horizontal construit suivant le principe des voûtes d'Abeille, d'après Brocato et al. (2014)

Annexe F

Formules des centres de gravités et volumes des voussoirs

Les faces des voussoirs sont approximés par des polygones plans lors de la création de la géométrie des voûtes avant l'application de la méthode des réseaux de forces présentée dans cette thèse. L'information concernant la géométrie des voussoirs sont réduits à des polyèdres après la génération de la géométrie. Il est possible de calculer le volume et la position du centre de gravité des polyèdres à partir de formules génériques. Ces quantités, exactes pour les polyèdres, sont des approximations des quantités relatives aux voussoirs courbes.

Nous évitons cette approximation en affectant à chaque polyèdre le centre de gravité et la masse du voussoir à faces courbes correspondant avant simplification de ses surfaces courbes en polygones plans. Cette démarche nécessite de disposer des formules analytiques des masses et des positions des centres de gravité des voussoirs paramétrés. Ces formules sont données dans la suite. Les systèmes de coordonnées utilisés pour décrire les voûtes et les voussoirs sont données sur la figure F.1.

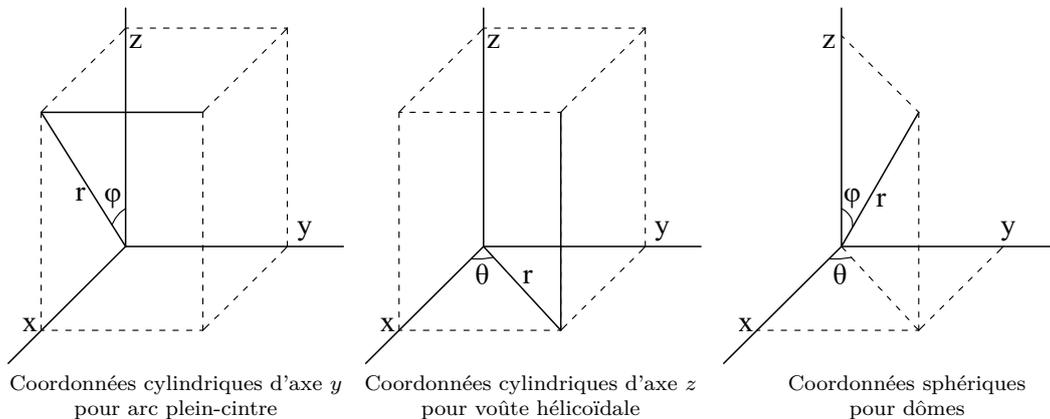


Fig F.1 – Systèmes de coordonnées utilisés pour la description des voussoirs

F.1 Arc en plein-cintre

Nous considérons un arc en plein-cintre défini en coordonnées cylindriques fig. F.1 par :

- le rayon de l'intrados r_i et le rayon de l'extrados r_e ;
- les plans verticaux $y = y_0$ et $y = y_1$.

Nous considérons ensuite un voussoir de cet arc, dont les joints sont donnés par l'intersection des plans $\varphi = \varphi_0$ et $\varphi = \varphi_1$ avec l'arc.

Soit V le volume du voussoir, x_G, y_G, z_G les coordonnées cartésiennes et r_G, φ_G, y_G les coordonnées cylindriques de son centre de gravité. Ces quantités sont définies par les formules suivantes.

$$V = \int_{r_i}^{r_e} \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \int_{y_0}^{y_1} r \, dr \, d\varphi \, dy \quad (\text{F.1})$$

$$V \cdot x_G = \int_{r_i}^{r_e} \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \int_{y_0}^{y_1} (r \sin \varphi)(r \, dr \, d\varphi \, dy) \quad (\text{F.2})$$

$$V \cdot z_G = \int_{r_i}^{r_e} \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \int_{y_0}^{y_1} (r \cos \varphi)(r \, dr \, d\varphi \, dy) \quad (\text{F.3})$$

Après intégration et factorisation, on obtient :

$$V = \frac{1}{2}(r_e^2 - r_i^2) \cdot (\varphi_1 - \varphi_0) \cdot (y_1 - y_0) \quad (\text{F.4})$$

$$x_G = \frac{2}{3} \cdot \frac{r_e^3 - r_i^3}{r_e^2 - r_i^2} \cdot \frac{-\cos \varphi_1 + \cos \varphi_0}{\varphi_1 - \varphi_0} \quad (\text{F.5})$$

$$y_G = \frac{1}{2}(y_0 + y_1) \quad (\text{F.6})$$

$$z_G = \frac{2}{3} \cdot \frac{r_e^3 - r_i^3}{r_e^2 - r_i^2} \cdot \frac{\sin \varphi_1 - \sin \varphi_0}{\varphi_1 - \varphi_0} \quad (\text{F.7})$$

F.2 Dôme hémisphérique

Nous considérons un dôme hémisphérique défini en coordonnées sphériques fig. F.1 par le rayon de l'intrados r_i et le rayon de l'extrados r_e . Nous considérons ensuite un voussoir de ce dôme, dont les joints des méridiens sont donnés par l'intersection des plans $\theta = \theta_0$ et $\theta = \theta_1$ avec le dôme, et les joints des parallèles sont donnés par l'intersection des surfaces coniques $\varphi = \varphi_0$ et $\varphi = \varphi_1$ avec le dôme.

Soit V le volume de ce voussoir, x_G, y_G, z_G les coordonnées cartésiennes et r_G, φ_G, θ_G les coordonnées sphériques de son centre de gravité. Ces quantités sont définies

Annexe F. Formules des voussoirs

par les formules suivantes.

$$V = \int_{r_i}^{r_e} \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \int_{\theta_0}^{\theta_1} r^2 \sin \varphi \, dr \, d\varphi \, d\theta \quad (\text{F.8})$$

$$V \cdot x_G = \int_{r_i}^{r_e} \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \int_{\theta_0}^{\theta_1} (r \sin \varphi \cos \theta) \cdot (r^2 \sin \varphi \, dr \, d\varphi \, d\theta) \quad (\text{F.9})$$

$$V \cdot y_G = \int_{r_i}^{r_e} \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \int_{\theta_0}^{\theta_1} (r \sin \varphi \sin \theta) \cdot (r^2 \sin \varphi \, dr \, d\varphi \, d\theta) \quad (\text{F.10})$$

$$V \cdot z_G = \int_{r_i}^{r_e} \int_{\varphi_0}^{\varphi_1} \int_{\theta_0}^{\theta_1} (r \cos \varphi) \cdot (r^2 \sin \varphi \, dr \, d\varphi \, d\theta) \quad (\text{F.11})$$

Après intégration et factorisation, on obtient :

$$V = \frac{1}{3}(r_e^3 - r_i^3) \cdot (\theta_1 - \theta_0) \cdot (-\cos \varphi_1 + \cos \varphi_0) \quad (\text{F.12})$$

$$x_G = \frac{3}{16} \cdot \frac{r_e^4 - r_i^4}{r_e^3 - r_i^3} \cdot \frac{\sin \theta_1 - \sin \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} \cdot \frac{2(\varphi_1 - \varphi_0) - \sin 2\varphi_1 + \sin 2\varphi_0}{-\cos \varphi_1 + \cos \varphi_0} \quad (\text{F.13})$$

$$y_G = \frac{3}{16} \cdot \frac{r_e^4 - r_i^4}{r_e^3 - r_i^3} \cdot \frac{-\cos \theta_1 + \cos \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} \cdot \frac{2(\varphi_1 - \varphi_0) - \sin 2\varphi_1 + \sin 2\varphi_0}{-\cos \varphi_1 + \cos \varphi_0} \quad (\text{F.14})$$

$$z_G = \frac{3}{16} \cdot \frac{r_e^4 - r_i^4}{r_e^3 - r_i^3} \cdot \frac{-\cos 2\varphi_1 + \cos 2\varphi_0}{-\cos \varphi_1 + \cos \varphi_0} \quad (\text{F.15})$$

Les limites de ces quantités lorsque $\varphi_1 \rightarrow \varphi_0$ sont :

$$\lim_{\varphi_1 \rightarrow \varphi_0} x_G = \frac{3}{16} \cdot \frac{r_e^4 - r_i^4}{r_e^3 - r_i^3} \cdot \frac{\sin \theta_1 - \sin \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} \cdot 4 \sin \varphi_0 \quad (\text{F.16})$$

$$\lim_{\varphi_1 \rightarrow \varphi_0} y_G = \frac{3}{16} \cdot \frac{r_e^4 - r_i^4}{r_e^3 - r_i^3} \cdot \frac{-\cos \theta_1 + \cos \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} \cdot 4 \sin \varphi_0 \quad (\text{F.17})$$

$$\lim_{\varphi_1 \rightarrow \varphi_0} z_G = \frac{3}{16} \cdot \frac{r_e^4 - r_i^4}{r_e^3 - r_i^3} \cdot 4 \cos \varphi_0 \quad (\text{F.18})$$

Les expressions précédentes donnent la position exacte du centre de gravité. Cependant pour comparer les résultats donnés par la méthode des réseaux de forces avec d'autres méthodes de calculs, il est parfois nécessaire d'utiliser une position approchée. Par exemple, dans le cadre de la théorie membranaire, la surface considérée pour l'écriture des équations d'équilibre est la surface moyenne. Or les centres de gravité des voussoirs des réseaux de forces ne sont pas placés sur la surface moyenne. Dans ce cas particulier, nous utilisons les formules approchées suivantes :

$$r_G \approx \frac{1}{2}(r_i + r_e) \quad (\text{F.19})$$

$$\varphi_G \approx \frac{1}{2}(\varphi_0 + \varphi_1) \quad (\text{F.20})$$

$$\theta_G = \frac{1}{2}(\theta_0 + \theta_1) \quad (\text{F.21})$$

Voir également la thèse de Lau (2006, p. 36) pour les formules de V et x_G dans le cas des dômes dont la coupe est un arc brisé.

F.3 Dôme elliptique

Nous considérons un dôme elliptique d'épaisseur constante t défini par les paramètres suivants :

- les rayons de l'intrados r_{ix} , r_{iy} et r_{iz} ;
- les rayons de l'extrados r_{ex} , r_{ey} et r_{ez} .

Les rayons sont reliés par les égalités $r_{ex} - r_{ix} = t$, $r_{ey} - r_{iy} = t$ et $r_{ez} - r_{iz} = t$. Les surfaces de l'intrados et de l'extrados sont engendrées par les surfaces paramétrées suivantes, avec $\varphi^* \in [0; \pi/2]$ et $\theta^* \in [0; 2\pi]$:

$$x = r_{ix} \cos \theta^* \sin \varphi^* \qquad x = r_{ex} \cos \theta^* \sin \varphi^* \qquad (\text{F.22})$$

$$y = r_{iy} \sin \theta^* \sin \varphi^* \qquad y = r_{ey} \sin \theta^* \sin \varphi^* \qquad (\text{F.23})$$

$$z = r_{iz} \cos \varphi^* \qquad z = r_{ez} \cos \varphi^* \qquad (\text{F.24})$$

Nous considérons ensuite un voussoir de ce dôme elliptique, dont les joints des méridiens sont donnés par l'intersection des plans $\theta^* = \theta_0$ et $\theta^* = \theta_1$ avec le dôme, et les joints des parallèles sont donnés par l'intersection des surfaces gauches $\varphi^* = \varphi_0$ et $\varphi^* = \varphi_1$ avec le dôme. Les paramètres θ^* et φ^* ne correspondent pas à aux coordonnées sphériques φ θ (fig. F.1).

Contrairement aux autres types de voussoirs donnés dans cette annexe, nous avons utilisé une approximation pour le calcul des volumes et centres de gravité des voussoirs des dômes elliptiques d'épaisseur constante. En effet, les expressions exactes de ces quantités font intervenir des intégrales elliptiques dont la résolution sort du cadre de notre étude.

Les approximations du volume V et de la position du centre de gravité d'un voussoir sont obtenues en assimilant le voussoir étudié, avec un voussoir d'un dôme elliptique d'épaisseur variable coïncidant localement avec le voussoir étudié. Le dôme elliptique d'épaisseur variable est obtenu par transformation affine d'un voussoir d'un dôme hémisphérique d'épaisseur constante. Dans ce procédé, l'épaisseur du dôme hémisphérique et la transformation affine doivent être ajustées pour chacun des voussoirs.

Le processus de calcul est le suivant. Nous considérons six objets géométriques :

- \mathcal{E}_{0m} , un ellipsoïde défini par ($r_x = r_{xm}$; $r_y = r_{ym}$; $r_z = r_{zm}$) ;
- \mathcal{R}_{0m} , une sphère définie par ($r = r_{zm}$) ;
- \mathcal{E}_{1m} , un ellipsoïde défini par ($r_x = \alpha_x r_{zm}$; $r_y = \alpha_y r_{zm}$ et $r_z = \alpha_z r_{zm}$), transformation affine de la sphère \mathcal{R}_{0m} ($r = r_{zm}$) ;
- \mathcal{E}_0 , un dôme elliptique d'épaisseur constante, correspondant au dôme étudié ($r_x = r_{xm}$; $r_y = r_{ym}$; $r_z = r_{zm}$)
- \mathcal{R}_0 , un dôme sphérique d'épaisseur constante, dont les caractéristiques peuvent être facilement calculées ($r = r_{zm}$)
- \mathcal{E}_1 , un dôme elliptique d'épaisseur variable dans l'espace, obtenu par transformation affine du dôme sphérique \mathcal{R}_0

La transformation affine recherchée est décrite par trois facteurs α_x , α_y et α_z . L'épaisseur du dôme \mathcal{R}_0 et les trois facteurs α_x , α_y et α_z sont choisis de telle manière que :

- les ellipsoïdes \mathcal{E}_{0m} and \mathcal{E}_{1m} sont identiques (cela donne α_x , α_y et α_z) ;

Annexe F. Formules des voussoirs

- les dômes elliptiques \mathcal{E}_0 and \mathcal{E}_1 coïncident localement au niveau du voussoir étudié (cela donne l'épaisseur du dôme \mathcal{R}_0).

Les caractéristiques du voussoir du dôme elliptique d'épaisseur variable \mathcal{E}_1 sont déduites par transformation affine des caractéristiques du dôme sphérique \mathcal{R}_0 .

Cette technique ne donne qu'une approximation du volume et de la position des centres de gravité. Sur l'exemple d'un quart de dôme, composé de 10×15 voussoirs, nous obtenons une erreur relative de 0,02% avec le volume total du quart de dôme, qui peut être calculé analytiquement (contrairement aux volumes individuels des voussoirs qui le composent). Le poids total du quart de dôme vaut $4/3 \pi(r_{xe}r_{ye}r_{ze} - r_{xi}r_{yi}r_{zi})$.

F.4 Voûte hélicoïdale

Nous considérons une voûte hélicoïdale d'épaisseur verticale t_z , et d'axe z . Nous considérons ensuite un voussoir dont le volume intérieur est défini en coordonnées cylindriques (fig.F.1) par $r \in [r_0; r_1]$, $\theta \in [\theta_0; \theta_1]$ et $z \in [z_0 + (z_1 - z_0) \frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} - t_z/2; z_0 + (z_1 - z_0) \frac{\theta - \theta_0}{\theta_1 - \theta_0} + t_z/2]$. Le voussoir considéré a des joints verticaux. L'épaisseur verticale t_z est plus grande que l'épaisseur du bloc ⁽¹⁾.

Soit V le volume, et r_G, θ_G, z_G les coordonnées cylindriques du centre de gravité. Ces quantités sont définies par les formules suivantes.

$$V = \frac{1}{2} \cdot (r_1^2 - r_0^2) \cdot (\theta_1 - \theta_0) \cdot t_z \quad (\text{F.25})$$

$$r_G = \frac{2}{3} \cdot \frac{r_1^3 - r_0^3}{r_1^2 - r_0^2} \quad (\text{F.26})$$

$$\theta_G = \frac{1}{2} \cdot (\theta_0 + \theta_1) \quad (\text{F.27})$$

$$z_G = \frac{1}{2} \cdot (z_0 + z_1) \quad (\text{F.28})$$

F.5 Voûte plate

Nous considérons une voûte plate d'épaisseur verticale $h = z_1 - z_0$, correspondant à une voûte plate appareillée sur le plan du berceau ou d'une voûte en arc-de-cloître, ou à une voûte plate d'Abeille. Nous considérons ensuite un claveau, dont la face inférieure est donnée par les intervalles $[x_{i0}; x_{i1}] \times [y_{i0}; y_{i1}]$, et dont la face supérieure est donnée par les intervalles $[x_{e0}; x_{e1}] \times [y_{e0}; y_{e1}]$.

Soit V le volume de ce claveau, et x_G, y_G, z_G les coordonnées cartésiennes de son

(1). L'épaisseur verticale t_z est notée g dans l'article de García Ares (2007).

Annexe F. Formules des voussoirs

centre de gravité. Ces quantités sont définies par les formules suivantes.

$$V = \int_{z_0}^{z_1} \int_{x_0(z)}^{x_1(z)} \int_{y_0(z)}^{y_1(z)} dx dy dz \quad (\text{F.29})$$

$$V \cdot x_G = \int_{z_0}^{z_1} \int_{x_0(z)}^{x_1(z)} \int_{y_0(z)}^{y_1(z)} x dx dy dz \quad (\text{F.30})$$

$$V \cdot y_G = \int_{z_0}^{z_1} \int_{x_0(z)}^{x_1(z)} \int_{y_0(z)}^{y_1(z)} y dx dy dz \quad (\text{F.31})$$

$$V \cdot z_G = \int_{z_0}^{z_1} \int_{x_0(z)}^{x_1(z)} \int_{y_0(z)}^{y_1(z)} z dx dy dz \quad (\text{F.32})$$

Nous utilisons les notations suivantes pour simplifier les expressions :

$$\Delta x_i = x_{i1} - x_{i0} \quad (\text{F.33})$$

$$\Delta x_e = x_{e1} - x_{e0} \quad (\text{F.34})$$

$$x_{im} = \frac{1}{2}(x_{i0} + x_{i1}) \quad (\text{F.35})$$

$$x_{em} = \frac{1}{2}(x_{e0} + x_{e1}) \quad (\text{F.36})$$

$$\Delta y_i = y_{i1} - y_{i0} \quad (\text{F.37})$$

$$\Delta y_e = y_{e1} - y_{e0} \quad (\text{F.38})$$

$$y_{im} = \frac{1}{2}(y_{i0} + y_{i1}) \quad (\text{F.39})$$

$$y_{em} = \frac{1}{2}(y_{e0} + y_{e1}) \quad (\text{F.40})$$

Annexe F. Formules des voussoirs

Après intégration et factorisation, on obtient :

$$\begin{aligned}
 V &= h\Delta x_i \Delta y_i \\
 &+ \frac{h}{2} (\Delta x_i (\Delta y_e - \Delta y_i) + \Delta y_i (\Delta x_e - \Delta x_i)) \\
 &+ \frac{h}{3} ((\Delta x_e - \Delta x_i) (\Delta y_e - \Delta y_i))
 \end{aligned} \tag{F.41}$$

$$\begin{aligned}
 Vx_G &= h\Delta x_i \Delta y_i x_{im} \\
 &+ \frac{h}{2} (\Delta x_i (\Delta y_e - \Delta y_i) x_{im} + \Delta y_i (\Delta x_e - \Delta x_i) x_{im} + \Delta x_i \Delta y_i (x_{em} - x_{im})) \\
 &+ \frac{h}{3} (\Delta x_i (\Delta y_e - \Delta y_i) (x_{em} - x_{im}) + \Delta y_i (\Delta x_e - \Delta x_i) (x_{em} - x_{im}) + (\Delta x_e - \Delta x_i) (\Delta y_e - \Delta y_i) x_{im}) \\
 &+ \frac{h}{4} (\Delta x_e - \Delta x_i) (\Delta y_e - \Delta y_i) (x_{em} - x_{im})
 \end{aligned} \tag{F.42}$$

$$\begin{aligned}
 Vy_G &= h\Delta x_i \Delta y_i y_{im} \\
 &+ \frac{h}{2} (\Delta x_i (\Delta y_e - \Delta y_i) y_{im} + \Delta y_i (\Delta x_e - \Delta x_i) y_{im} + \Delta x_i \Delta y_i (y_{em} - y_{im})) \\
 &+ \frac{h}{3} (\Delta x_i (\Delta y_e - \Delta y_i) (y_{em} - y_{im}) + \Delta y_i (\Delta x_e - \Delta x_i) (y_{em} - y_{im}) + (\Delta x_e - \Delta x_i) (\Delta y_e - \Delta y_i) y_{im}) \\
 &+ \frac{h}{4} (\Delta x_e - \Delta x_i) (\Delta y_e - \Delta y_i) (y_{em} - y_{im})
 \end{aligned} \tag{F.43}$$

$$\begin{aligned}
 Vz_G - z_0 &= \frac{h^2}{2} \Delta x_i \Delta y_i \\
 &+ \frac{h^2}{3} (\Delta x_i (\Delta y_e - \Delta y_i) + \Delta y_i (\Delta x_e - \Delta x_i)) \\
 &+ \frac{h^2}{4} (\Delta x_e - \Delta x_i) (\Delta y_e - \Delta y_i)
 \end{aligned} \tag{F.44}$$

Table des figures

1.1	Polygones funiculaires et polygones des forces de systèmes composés de deux forces coplanaires (à g.) ou non coplanaires (à d.), en vue de face et vue de dessus	21
1.2	Comparaison de la ligne de pression et du polygone funiculaire	25
1.3	Comparaison de la ligne de pression (bleu) et du polygone funiculaire (rouge) sur un exemple d'arc boutant	26
1.4	Ligne de pression en bleu (« line of resistance ») et polygone funiculaire en rouge (« line of pressure »), d'après Moseley (1843a), et Heyman (2009)	26
1.5	Influence du choix des joints sur la ligne de pression d'un piédroit, d'après Dupuit (1870, Pl. 1)	26
2.1	Construction de K par trajets de charge radiaux, d'après Salençon (1983, p. 40)	31
2.2	Approximation par l'intérieur de la frontière de K lorsque K est convexe, d'après Salençon (1983, p. 41)	31
2.3	Définition du coefficient de rupture, d'après Salençon (1983, p. 71)	33
2.4	Figure 17 des <i>Discours et démonstrations mathématiques concernant deux sciences nouvelles</i> de Galilée 1638	35
2.5	Demi-voûte en berceau avec arc-boutant ; vue axonométrique (à g.), et coupe selon le plan de symétrie (à d.)	36
2.6	Travée présentant une symétrie par rapport à un plan (en vert) ; travée présentant une symétrie par rapport à un plan seulement localement (en rouge)	36
2.7	Ensemble des lignes de pression intérieures d'un arc déterminées avec la méthode de Delbecq (1983)	38
3.1	Axes locaux x' , y' et z' d'un joint	41
3.2	Axes globaux x , y et z d'une plate-bande	41
3.3	Critères de résistance pour un joint rectangulaire, avec résistance finie à la compression	45
3.4	Critères de résistance avec et sans incertitudes sur la géométrie	46
3.5	Critères de résistance pour un joint rectangulaire, avec résistance infinie à la compression	47
3.6	Arc stable (a), et arc d'épaisseur minimale (b), (c), d'après Heyman (1995, p. 21)	48
3.7	Coefficient de sécurité géométrique D/d , d'après O'Dwyer (1999)	49

Table des figures

3.8	Cercle de Mohr, convention de signe avec traction positive, d'après Sollazzo et Marzano (1988)	50
3.9	Cercle de Mohr, convention de signe avec compression positive (utilisée pour ce document), d'après Sollazzo et Marzano (1988)	51
3.10	Schéma de principe du découpage d'un claveau en champ de contrainte constant par morceaux	51
3.11	Outil 1, détermination d'un cercle de Mohr à partir de deux points et une direction	52
3.12	Outil 2, détermination d'un second cercle de Mohr à partir de l'équilibre sur une interface	54
4.1	Diagramme de la méthode des densités de forces	57
4.2	Matrice de connectivité (« branch-node matrix »), d'après Schek (1974)	59
4.3	Diagramme de recherche itérative des réseaux de densités de forces	61
4.4	Escalier hélicoïdal; blocs (a), nuage de points (b), réseau de masse (c)	63
4.5	Diagramme de construction d'un réseau de forces	64
4.6	Réseau de forces d'un escalier hélicoïdal, projection horizontale du réseau de forces et figure réciproque associée en fonction des réactions horizontales (poussées), d'après Ciblac et Fantin (2016)	65
4.7	Réseau projeté et sa forme duale, le diagramme des forces	67
4.8	Diagramme de recherche d'un réseau de forces admissible	70
5.1	Panneaux de voussoirs, d'après D'Aviler (1691, p. 236)	73
5.2	Voûte bloquée au mortier, surmontée par une maçonnerie de blocage; amphithéâtre de Luni, Ligurie (Italie)	75
5.3	Frise historique des principaux traités français de coupe des pierres	77
5.4	Joints d'un arc formant un angle droit avec l'intrados	80
5.5	Arc avec joints non convergents vers le centre de l'arc, porte principale de « Säulenstrasse » à Palmyre, d'après Durm (1885, fig. 124)	83
5.6	Lignes de courbure de l'ellipsoïde, devant correspondre aux joints selon Monge, d'après Sakarovitch (1992, p. 537)	84
6.1	Plates-bandes droites et bombées, d'après D'Aviler (1691, Pl. 66), détail	88
6.2	Chapiteau et entablement doriques, d'après D'Aviler (1691, Pl. 12), planche complète et détail	88
6.3	Plate-bande courbe, cour de l'hôtel de Beauvais à Paris, par Antoine Le Pautre (1654-1657)	89
6.4	Plate-bande à joints inclinés, d'après Diderot et d'Alembert (1756)	90
6.5	Plate-bande appareillée à crossettes (à g.), et à joints inclinés suivant la règle du triangle équilatéral (à d.), d'après Diderot et d'Alembert (1765a)	90
6.6	Plate-bande à joints inclinés à inclinaison constante, et à lits brisés, 2 rue Métropole, Chambéry	91
6.7	Faux-appareil d'une plate-bande dessinée sur enduit, 13 rue des Beaux-Arts à Paris et 72 rue Saint-Louis-en-L'Île à Paris	91
6.8	Plates-bandes à lits brisés suivant un arc de cercle, d'après Rondelet (1828, Pl. XXIX)	93

Table des figures

6.9	Plate-bande à lits doublement brisés, d'après Chaix (1890, p. 172) . . .	93
6.10	Plates-bandes à joints inclinés à double coupe, tombeau de Cecilia Metella (Via Appia, Italie), d'après Rondelet (1828, Pl. XXIX)	93
6.11	Plate-bande en fausse-coupe, d'après Diderot et d'Alembert (1756) . .	95
6.12	Plate-bande à joints en X, d'après Ruskin (1849 ; 1855 pour ce dessin)	95
6.13	« Plates-bandes à claveaux en état de charge », d'après Douliot (1825, Pl. 10)	95
6.14	Plate-bande à clavettes, d'après De l'Orme (1567)	96
6.15	Lyon, hôtel de ville	98
6.16	Lyon, chapelle Notre-Dame-de-Pitié, façade de 1646 sur des plans de Le Muet	98
6.17	Trois règles géométriques donnant l'inclinaison des joints d'une plate-bande	100
6.18	Plates-bandes d'après Serlio (1537, 9v, 10v, 17v)	101
6.19	Illustration des systèmes de décharge de Vitruve, d'après Perrault (1673, VI-11)	102
6.20	Illustration des systèmes de décharge de Vitruve, d'après Rondelet (1805, Pl. LXVIII Fig. 1)	102
6.21	Plates-bandes respectant la règle du triangle équilatéral d'après Serlio (1537, 9v, 10v, 17v) ; voir également fig. 6.18	102
6.22	« Plate bande droite, ou plat Fond », d'après Jousse (1642, p. 202) . .	103
6.23	Plates-bandes et voûtes plates, d'après Frézier (1738, Pl. 31)	105
6.24	« Arrière voussure en plate-bande, ébrasée en quart de cercle », d'après Simonin (1792, Pl. XIII)	107
6.25	Passage Menestrier, Lyon	108
6.26	Méthodes de tracé de l'appareil d'une plate-bande à cinq claveaux . .	111
6.27	Comparaison des coupes données par la division égales des angles du triangle, et la division égale de l'intrados	112
6.28	Non convergence des joints tirés de la méthode de proportion des saillies	113
6.29	Règle du « 1 pour 3 » dessinée sur la portée (à g.), et sur le joint du sommier (à d.), donnant un appareil identique	114
6.30	« Portes carrées » et « Portes bombées », d'après Blondel (1752, p. 111)	115
6.31	Hauteur de la plate-bande suivant différents auteurs	117
6.32	Épaisseur à donner aux piédroits qui soutiennent une plate-bande, d'après d'après Bélidor (1729, Pl. 6)	118
6.33	Règle géométrique pour la détermination de la hauteur de la plate-bande ; figure de droite d'après Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996, p. 78)	119
6.34	Hauteur et inclinaison des joints à donner à une plate-bande, d'après Gautier (1717, Pl. II Fig. 4)	120
6.35	Plate-bande à double crossettes, Le Caire (Égypte) – photo : Louis Jacquart, 2016	122
6.36	Plate-bande à double crossettes, Le Caire (Égypte) – photo : Louis Jacquart, 2016	122
6.37	Plates-bandes romaines, d'après Planat (1888d, p. 486-487)	124
6.38	Plate-bande du temple des Géants d'Agrigente, d'après Choisy (1899a, p. 302)	128

Table des figures

6.39	Plate-bande armée à Tivoli, d'après Olivier (1983) reproduisant un dessin de Hoffmann (1978)	128
6.40	Avant-corps du château d'Anet construit par De l'Orme après 1547, remonté à Paris au XIX ^e s.	130
6.41	Grande colonnade du Louvre par Claude Perrault (1667-1670)	130
6.42	Plates-bandes armées de la place Louis XV (actuelle place de la Concorde), Paris, d'après Patte (1769)	131
6.43	Plates-bandes avec linteau en fer gravé sous l'intrados, d'après Blondel et Patte (1777a, Pl. LXXIV)	132
6.44	Plate-bande à refends, 6 rue des Beaux-Arts à Paris	135
6.45	Voussure à refends, 16 rue Tournefort à Paris	135
6.46	Linteau avec faux-appareil en bossage, imitant des joints verticaux, sur la façade d'un palais de Prato	135
6.47	Plate-bande à refends, 29 rue de la Ferronnerie à Paris	135
6.48	Décor ablaq sur les façades de la cathédrale, du château, et de l'église San Francesco à Prato	136
6.49	Modes constructifs des claveaux ablaq dans l'architecture islamique; schémas de principe d'après les dessins de Cejka (1978, 5-Abb19a, Abb20)	137
6.50	Façade sur rue du Palazzo Barbarano à Vicence, d'après Palladio (1570, Livre 2 p. 23)	138
6.51	Portail de l'hôtel d'Uzès, construit par Ledoux; schéma gravé d'après Ledoux, ne représentant pas l'appareil réel de la plate-bande (Gallet 1980)	139
6.52	Portail de l'hôtel d'Uzès à Paris; dessin ne représentant pas l'appareil réel de la plate-bande	139
6.53	Portail de l'hôtel d'Uzès à Paris; dessin ne représentant pas l'appareil réel de la plate-bande	139
7.1	Assemblage séquentiel d'une plate-bande à joints en X	141
7.2	Plate-bande du portail sud du transept de la cathédrale de Prato, d'après Ragueneau (1915a)	142
7.3	Localisation des cinq exemples de plates-bandes à joints en X connus	142
7.4	Plate-bande dessinée par Léonard de Vinci vers 1480-1482, Codex Atlanticus f.0091 v	143
7.5	Plate-bande à joints en X d'Alba Iulia, d'après Motro (2009)	143
7.6	« Berceau suspendu », d'après Simonin (1792, Pl. XXII)	145
7.7	Vue 3D éclatée puis assemblée du modèle de la plate-bande à joints en X en bois	146
7.8	Essai en flexion trois points d'une plate-bande à joints en X en bois .	147
7.9	Essai en flexion quatre points d'une plate-bande à joints en X en bois	147
7.10	Vue 3D éclatée puis assemblée, du modèle de la plate-bande à joints en X (IA01), avec bloc d'appui en rouge, et appui glissant en magenta	148
7.11	Vue 3D éclatée puis assemblée, du modèle de la plate-bande à joints en X réglés (IA02), avec bloc d'appui en rouge, et appui glissant en magenta	148
7.12	Claveaux – joints en X (IA01 à g.) et joints en X réglés (IA02 à d.) .	148

Table des figures

7.13	Plate-bande à joints en X IA01	149
7.14	Plate-bande à joints en X réglés IA02	149
7.15	Plate-bande IA01 en cours de montage	150
7.16	Plate-bande IA02 chargée, avec une règle droite posée sur l'extrados pour visualiser la déformation	150
8.1	Joints en fausse-coupe <i>mn</i> d'un arc, d'après Diderot et d'Alembert (1756)	152
8.2	Plate-bande en fausse-coupe, d'après Diderot et d'Alembert (1756)	152
8.3	Plate-bande en fausse-coupe, d'après Simonin (1792, Pl. XXI)	153
8.4	Paris, fontaine des Quatre-Saisons rue de Grenelle, construite par Edmé Bouchardon (1739-1745)	156
8.5	Paris, Louvre, passage de l'aile Sud de la cour Carrée	156
8.6	Localisation des plates-bandes en fausse-coupe au rez-de-chaussée de la cour Carrée du Louvre ; les numéros renvoient au catalogue en annexe ; fond de plan d'après Blondel (1756, Pl. 5)	160
8.7	Plate-bande à joints verticaux et crossettes, chapelle Saint-Louis de l'hôpital de la Salpêtrière à Paris, construite par Libéral Bruand (1671-1679)	161
8.8	Plate-bande à joints en fausse-coupe, portail occidental de la cathédrale de Prato	166
8.9	Composition hypothétique de la plate-bande à joints verticaux de Prato	167
8.10	Plate-bande à joints verticaux de la masrada 'Âdiliya à Damas (Syrie), avec crossettes masquées à l'arrière – photo : Luc Tamboréro	167
9.1	« Des Trois Colonnes de Campo Vaccino à Rome », temple de Jupiter Stator, d'après Desgodets (1682, p. 127)	171
9.2	Entablement dorique avec architrave à trois bandes, d'après Choisy (1899a, p. 299)	171
9.3	Temple de Jupiter Stator, d'après Choisy (1899a, p. 515)	171
9.4	Plates-bandes antiques, d'après Rondelet (1828, Pl. XXIX)	173
9.5	Ruines du temple du soleil à Baalbek (II ^e siècle), d'après Planat (1888c, p. 422)	174
9.6	Plates-bandes romaines dessinées par Durm (1885, fig. 116)	175
9.7	Manteaux de cheminées, d'après Viollet-Le-Duc (1858)	178
9.8	Dessin d'une clé de plate-bande et des deux contre-clés, d'après Villard de Honnecourt	179
9.9	Analyse du dessin de Villard de Honnecourt (fig. 9.8), d'après Bechmann (1993, p. 203)	179
9.10	Plate-bande dessinée par Léonard de Vinci vers 1479-1480, Codex Atlanticus f.1074 r	182
9.11	Copie de la plate-bande du feuillet f.1074 r de Léonard de Vinci, Codex Atlanticus f.0050 r	182
9.12	Plate-bande dessinée par Léonard de Vinci vers 1480-1482, Codex Atlanticus f.0076 r	182
10.1	Arcs surbaissés, superposés à un arc en plein-cintre	185

Table des figures

10.2	Arcs surhaussés, superposés à un arc en plein-cintre	185
10.3	Appareils des voûtes plates, d'après Rondelet (1804, Pl. XXXI) – ici Rondelet (1828, Pl. XXX)	186
10.4	Avignon, hôtel Franque (1743-1751), voûtes surbaissées, à arêtes doubles – photos : Meyer, 1955	187
10.5	Voûte d'arête plate (à g.) et voûte d'arête bombée (à d.), d'après Ron- delet (1804, Pl. XXXVII) – ici Rondelet (1828, Pl. XXX)	187
10.6	Voûte plate dallée de la chapelle des Évêques de la cathédrale de Toul ; vue de dessous de la voûte étayée (à g.) et vue de détail de l'extrados (à d.) ; claveau courant d'un arc doubleau (a), claveau à l'intersection de deux arcs doubleaux (b), dalle en deux parties (c)	188
10.7	Voûtes plates, d'après Diderot et d'Alembert (1765b)	190
10.8	« Double coupe de la plate-bande A B C D d'un pallier. P, point de concours des joints mn, mn. R, point de concours des joints no, no. G point de concours des joints de lit des claveaux du plat-fond », d'après Diderot et d'Alembert	191
10.9	Chaînages métalliques pour les voûtes plates formant palier d'escalier, d'après Blondel et Patte (1777a, Pl. LXXIX)	192
10.10	« Plates-bandes de la Place de Louis XV »(place de la Concorde à Pa- ris), d'après Patte (1769)	194
10.11	Paris, École Militaire, « Voûte déposée de la travée de l'aile formant le portique droit »(en h.), « Chaînage longitudinal et transversal repris par ancre au droit des colonnes »(en b.)– photos : Daniel Bontemps, 1985	195
10.12	Voûte d'Abeille, d'après Gallon (1735)	197
10.13	Paramétrisation de la voûte d'Abeille, d'après Brocato et Mondardini (2014)	197
10.14	Place des Vosges, voûtes en brique des arcades des pavillons de la Reine (nord de la place)	199
10.15	Place des Vosges, voûtes en plâtre sur ossature bois, à faux appareil ; Pavillons à l'ouest de la place	199
10.16	Voûte assez surbaissée en brique, extrait de la planche LXXXXV du cours de Blondel et Patte (1777b)	201
10.17	Voûte très surbaissée en brique, extrait de la planche LXXXXVII du cours de Blondel et Patte (1777b)	201
11.1	Extensions 2D à 3D du polygone funiculaire et de la ligne de pression	205
11.2	Cas d'équilibres avec ou sans intersection des forces en un point . . .	207
11.3	Voussoirs d'une voûte d'Abeille	209
11.4	Domaines des solutions d'équilibre ; intersections possibles des solu- tions d'équilibre stables, avec ou sans la propriété d'intersection des forces en un point	210
12.1	Diagramme de la méthode des réseaux funiculaires	213
12.2	Dôme avec oculus – exemples de deux appareils paramétriques	214
12.3	Nœud à quatre branches avant (à gauche) et après (à droite) le raffi- nement du réseau	216

Table des figures

12.4	Arc avant (à gauche) et après (à droite) le raffinement du réseau . . .	216
13.1	Lune d'un dôme hémisphérique, réseau de masse, conditions de symétrie sur les nœuds d'appuis	222
13.2	Voûte plate, réseau de masse, conditions de symétrie sur les nœuds d'appuis	222
13.3	Voussoir d'une lune de dôme hémisphérique, après découpage selon parallèles et méridiens	224
13.4	Réduction des joints à un segment; voussoir (a), joint méridien (b), joint parallèle (c)	224
13.5	Joints des branches méridiennes (en bleu) et des branches parallèles (en rouge), pour une lune d'un dôme hémisphérique	224
13.6	Projection sur le plan horizontal d'une voûte hélicoïdale à cinq claveaux, où la réduction des joints est vide	225
13.7	Centres de pression et polygone funiculaire	230
13.8	Coefficient de sécurité statique théorique	230
13.9	Convergence de $\max f_p$ vers $f(\zeta^*) = \max f$, arc en plein-cintre	230
13.10	Convergence de $(\max f_p - \max f_{p-1})$ vers 0, arc en plein-cintre	230
13.11	Dôme elliptique, avec blocs d'appuis en rouge	232
13.12	Réseau de forces	232
13.13	Convergence de $(\max f_p - \max f_{p-1})$ vers 0, dôme elliptique	232
13.14	Convergence de $(\max f_p - \max f_{p-1})$ vers 0, plate-bande à joints en X	232
13.15	Réseaux de forces optimaux correspondant aux chargements extrêmes calculés pour $p \in \{100; 200; 300; 400\}$; plate-bande à joints en X . . .	233
13.16	Coefficient de sécurité local sur un joint	234
13.17	Fonctions polynomiales remplaçant le coefficient de sécurité local . . .	234
13.18	Exploitation de la propriété de convexité du domaine des chargements supportables	236
14.1	Convergence de l'approximation de l'épaisseur minimale d'un arc de 30 voussoirs vers l'épaisseur minimale théorique	241
14.2	Lignes de pression d'un arc de 30 voussoirs d'épaisseur minimale $t/r = 0,10746$ (a), et d'un arc de 11 voussoirs d'épaisseur minimale $t/r = 0,10493$ (b)	241
14.3	Épaisseur minimale d'un dôme sphérique en fonction de son angle d'ouverture, d'après Zessin (2012, p. 53)	242
14.4	Équilibre d'une lune d'un dôme hémisphérique d'épaisseur minimale (à g.), et mécanisme de ruine correspondant pour le dôme (à d.), d'après Heyman (1967a)	243
14.5	« surface de pression »(caténaire) touchant le dôme le plus petit la contenant, d'après Coccia et al. (2016)	243
14.6	Découpage d'un dôme hémisphérique en lunes de 10° d'ouverture (a), lune isolée (b), et découpage d'une lune en 15 voussoirs (c)	244
14.7	Convergence de l'approximation de l'épaisseur minimale d'une lune de 15 voussoirs	244
14.8	Ligne de pression d'une lune d'épaisseur minimale $t/r = 0,428$	245

Table des figures

14.9	Projet de dôme pour Saint-Pierre de Rome par Bramante (a), découpage en blocs pour étude dôme (b), schéma de principe des « aires de stabilité »(c), d'après Durand-Claye (1880)	246
14.10	Superposition du polygone funiculaire (a), et des coefficients de sécurité statiques (b), sur le dessin d'après Durand-Claye (1880)	246
14.11	Dôme hémisphérique (à g.) et dôme elliptique (à d.)	247
14.12	Dôme elliptique et le réseau de forces correspondant au coefficient de sécurité géométrique maximum	248
15.1	Paramétrage de la géométrie des plates-bandes à joints inclinés, avec blocs d'appui en rouge	250
15.2	Paramétrage de la géométrie des plates-bandes à joints en X, avec blocs d'appui en rouge	251
15.3	Arc de décharge se formant par encorbellement dans la maçonnerie, d'après Rondelet (1805, Pl. LXIX Fig. 4, p. 309)	252
15.4	Influence du nombre de claveaux k sur le domaine des chargements supportables d'une plate-bande à joints verticaux de type Prato	260
15.5	Influence de l'inclinaison des joints d'appui φ sur le domaine des chargements supportables d'une plate-bande à joints inclinés de type Prato	261
15.6	Domaines des chargements supportables de plates-bandes de type Prato à joints verticaux, inclinés, et en X	262
15.7	Domaines des chargements supportables de plates-bandes de type GAIA à joints verticaux, inclinés, et en X	262
15.8	Construction par l'intérieur du domaine des chargements supportables	263
15.9	Comparaison des domaines analytiques et numériques d'une plate-bande à joints inclinés de type Prato	264
15.10	Comparaison des domaines analytiques et numériques d'une plate-bande à joints inclinés de type GAIA	264
15.11	Comparaison des domaines analytiques et numériques d'une plate-bande à joints en X de type Prato	265
15.12	Comparaison des domaines analytiques et numériques d'une plate-bande à joints en X de type GAIA	265
15.13	Trois solutions équilibrant le même chargement vertical extrême W si $\mu = \infty$, avec différentes forces verticales dans les branches partielles (0 kg, 500 kg et 2000 kg); solutions correspondant à la frontière horizontale (a) sur fig. 15.11	266
15.14	Deux solutions équilibrant un chargement extrême si $\mu = \infty$ ($H = 1600$ kg à g. et $H = 50$ kg à d.)	266
15.15	Moment de torsion et surfaces mises en jeu par les forces verticales dans les plates-bandes à joints en X	267
15.16	Comparaison des domaines analytiques et numériques d'une plate-bande à joints en X de type GAIA, avec limitation des efforts dans les branches partielles pour les domaines numériques	269
15.17	Blocs composant le modèle Cast3M pour la plate-bande de type GAIA, avec blocs d'appuis en rouge	271
15.18	Directions et intensités des résultantes des forces, vue de face et vue de dessus, pour les solutions d'équilibre générées par Cast3M	273

Table des figures

15.19	Contraintes normales sur les joints [N/m^2], pour les solutions d'équilibre générées par Cast3M	274
15.20	Déplacements [m], pour les solutions d'équilibre générées par Cast3M	275
16.1	Voûte plate à joints inclinés appareillée sur le plan du berceau (voûte plate unidirectionnelle), vue assemblée (à g.) et éclatée (à d.)	277
16.2	Voûte plate à joints inclinés appareillée sur le plan de la voûte en arc-de-cloître (voûte plate bidirectionnelle), vue assemblée (à g.) et éclatée (à d.)	277
16.3	Voûte plate d'Abeille, vue assemblée (à g.) et éclatée (à d.)	278
16.4	Régularisation (a) et simplification (b) de la découpe des claveaux . .	278
16.5	Appareil régularisé des voûtes plates uni- et bidirectionnelles, avant et après simplification par introduction de joints fictifs	278
16.6	Forces horizontales (en bleu) et altitudes des nœuds d'appui (en rouge), paramétrant l'équilibre des réseaux de forces	281
16.7	Forces verticales dans les branches partielles, paramétrant l'équilibre des réseaux de forces	282
16.8	Influence du raffinement du réseau (branches partielles) sur le domaine des chargements supportables de la voûte bidirectionnelle	283
16.9	Influence des polynômes de Lagrange sur le domaine des chargements supportables de la voûte bidirectionnelle	284
16.10	Influence des polynômes de Lagrange sur le domaine des chargements supportables de la voûte d'Abeille	285
16.11	Domaine des chargements supportables de la voûte unidirectionnelle et déduction de celui de la voûte bidirectionnelle	286
16.12	Domaine des chargements supportables de la voûte bidirectionnelle .	288
16.13	Domaine des chargements supportables de la voûte bidirectionnelle .	288
16.14	Réseaux de forces correspondant à des chargements extrêmes de la voûte bidirectionnelle, modèle Bi-C (avec raffinement)	289
16.15	Réseaux de forces correspondant à des chargements extrêmes de la voûte bidirectionnelle, modèle Bi-A (sans raffinement)	290
16.16	Domaine des chargements supportables de la voûte d'Abeille	291
16.17	Similitude des chargements extrêmes verticaux positifs et négatifs du domaine des chargements supportables de la voûte d'Abeille	292
16.18	Réseaux de forces correspondant à des chargements extrêmes de la voûte d'Abeille, modèle Ab-XXIII	293
16.19	Directions et intensités des résultantes des forces, pour la solution d'équilibre Sol1 générée par Cast3M (1)	296
16.20	Directions et intensités des résultantes des forces, pour la solution d'équilibre Sol1 générée par Cast3M (2)	297
16.21	Contraintes normales sur les joints [N/m^2], pour la solution d'équilibre Sol1 générée par Cast3M	297
16.22	Déplacements [m], pour la solution d'équilibre Sol1 générée par Cast3M	297
17.1	Bande infinitésimale d'un escalier hélicoïdal, d'après García Ares (2007)	299
17.2	Poussée minimale d'une bande infinitésimale d'une voûte hélicoïdale, comparaison entre réseaux de forces et méthode de García Ares (2007)	301

Table des figures

17.3	Voûte hélicoïdale, pour comparaison avec García Ares (2007)	302
17.4	Poussées minimales d'une voûte hélicoïdale, pour comparaison avec García Ares (2007)	303
17.5	Réseaux de forces d'une voûte hélicoïdale	304
A.1	Premiers architectes du roi	337
A.2	Professeurs d'architecture à l'Académie royale d'architecture	337
A.3	Sujets des débats sur les plates-bandes à l'Académie royale d'architecture	338
A.4	Mémoire de Bullet présenté à l'Académie le 14 janvier 1704, reproduit dans Guettard (2012)	338
A.5	Mémoire de La Hire présenté à l'Académie le 14 janvier 1704, repro- duit dans Guettard (2012)	338
A.6	Mémoire de Bullet présenté à l'Académie le 30 juin 1710, reproduit dans Guettard (2012)	339
C.1	Axes adopted in the description of contact stresses and actions for X-joints.	419
C.2	First assumption on the contact stress field for X-joints : grey surfaces carry the limit compressive stress.	420
D.1	Instrumentation de la plate-bande à joints en X IA01	423
D.2	Évolution des déplacements verticaux δ_m en fonction de la charge verticale centrée Q , pour la plate-bande IA01 lors des expériences de mars 2017 (GAIA)	424
D.3	Évolution de la tension F dans le tirant en fonction de la charge verticale centrée Q , pour la plate-bande à joints en X (IA01) lors des expériences de juin 2017 (Troyes)	425
D.4	Évolution de la tension F dans le tirant en fonction de la charge verticale centrée Q , pour la plate-bande à joints en X réglés (IA02) lors des expériences de juin 2017 (Troyes)	425
E.1	Mur horizontal construit suivant le principe des voûtes d'Abeille, d'après Brocato et al. (2014)	428
F.1	Systèmes de coordonnées utilisés pour la description des voussoirs	429

Les figures du catalogue des plates-bandes et des voûtes plates ne sont pas intégrées à cette table des figures.

Les photographies des plates-bandes et voûtes plates sont de l'auteur, sauf mention contraire.

Les images (photographies, gravures etc.) tirées des bases de données en ligne de la Médiathèque de l'architecture et du patrimoine (base Mémoire, base Mérimée et base MédiatheK) sont référencées avec le nom de la base de donnée et le numéro de cliché correspondant (*p. ex.* Base Mémoire 51L02355B). Ces images appartiennent au Ministère de la Culture (France), Médiathèque de l'architecture et du patrimoine (Centre de recherche des monuments historiques - CRMH).

Index

- ablaq, 136, 157, 166, 371
- appareil, 27, 76, 134
 - clavé, 74
- arasement, 87
- arc
 - brisé, 81, 82, 97, 115, 185
 - en anse-de-panier, 115, 185
 - en plein-cintre, 229, 239, 430
 - segmentaire, 115, 185
 - surbaissé, 185
 - surhaussé, 185
- architrave, 87
- arrière-linteau, 253

- biveau, 76
- bombement, *voir* contre-flèche
- bossage, 134

- centre de gravité, 429
- centre de pression, 22, 214
- cercle de Mohr, 49
- champ de contrainte statiquement admissible, 29
- champ de vitesse cinématiquement admissible, 29
- chargement
 - extrême, 30, 227
 - potentiellement supportable, 30
- cheminée, 177
- clavage, 27, 74–76
- claveau, 27, 73–75, 429
 - hauteur, 116
 - nombre, 96
- claver, 74, 75
- clavettes, 96
- clavé, 74, 75
- clef, *voir* clé
- clé, 73, 96, 123
- coefficient de rupture, 32, 42

- coefficient de sécurité, 33, 42
 - géométrique, 47, 233
 - statique, 44, 229
- contre-clé, 73
- contre-flèche, 126, 186
- contreclef, *voir* contre-clé
- contrefort, 38
- coupe des pierres, 73
- couvrement, 87
- croisée, *voir* fenêtre
- crossette, 95, 120, 121

- densité de force, 57
- diagramme des forces, 65
- domaine des chargements potentielle-ment supportables, 30, 235
- douelle, *voir* panneau
- dôme
 - elliptique, 83, 231, 247, 432
 - hémisphérique, 222, 223, 241, 247, 430

- encorbellement, 75
- entablement, 180
- équilatéral, 99, 102, 116, 118, 119, 427
- escalier
 - hélicoïdal, *voir* voûte hélicoïdale
 - suspendu, 39, 181
 - à jour, 181
- état de charge, 95
- exhaussement, *voir* contre-flèche
- extrados, 87

- fausse-coupe, 94, 152
 - double, 153, 385
 - simple, 153, 410
- faux-appareil, 134, 137
- faux-manteau, 177
- fenêtre, 115

Index

- figure réciproque, 56, 65
- flèche (couvrement), 38
- fronton, 180

- hotte, 177

- intrados, 87

- joint, 74, 223
 - appareillé à crossette, *voir* crossette
 - de lit en coupe, 74
 - à double coupe, 92
 - à lit brisé, 92

- Lagrange, *voir* polynôme
- ligne de pression, 22, 49, 204
- linteau, 87
 - de fer, 132
- lit de carrière, 128
- lit en coupe, *voir* joint
- lune, 222, 224, 243

- manteau, 177
- mode de chargement, 30
- multiplicateur de charge, 33, 42
- méthode
 - de De La Hire, 118
 - de proportion des saillies, 112
 - des densités de forces, 56
 - des divisions égales, 112, 250, 279
 - des réseaux de forces, 61
 - du centre de convergence, 111

- nœud d'appui, 221

- optimisation, 227

- panneau, 73, 76
 - de coupe, 73
 - de douelle, 73
 - de lit, 73
 - de tête, 73
- Pierre sèche, 39
- plafond, 185
- plate-bande, 87
 - biaise, 118
 - courbe, 88
 - de fer, 132
 - droite, 118
 - en fausse-coupe, *voir* fausse-coupe
 - sous la tour ronde, 118
 - à claveaux en état de charge, 95
 - à clavettes, *voir* clavettes
 - à deux rangs de claveaux, 90
 - à joints courbes, 94, 136
 - à joints curvilignes, 94, 136
 - à joints en X, 94, 231
 - à joints inclinés, 90
 - à joints verticaux, 94, 98
 - à tenons, *voir* tenon

- poids, 429
- point d'application de la résultante des actions de contact, *voir* centre de pression
- point d'application de la résultante des forces, *voir* centre de pression

- polygone
 - des forces, 21
- polygone funiculaire, 21, 48, 49, 204
- polynôme, Lagrange, 227
- polyèdre, 63
- pont, 39
- portail, 176
- porte, 115
- poussée
 - minimale, 285, 287, 299
- principe
 - d'inclinaison, 98, 152
 - de normalité, 74, 80, 98, 116, 152, 240
- pôle du cercle de Mohr, 49

- refend, 114, 134
- remplage, 39
- rose, 39
- règle
 - du « 1 pour 1 », 106, 427
 - du « 1 pour 2 », 99, 104
 - du « 1 pour 3 », 99, 104, 118
 - du « 1 pour 4 », 116, 427
 - du triangle équilatéral, *voir* équilatéral

- réseau
 - de forces, 206
 - de masse, 63

Index

- funiculaire, 206
- projeté, 63
- sauterelle, 76
- soffite, 87
- sommier, 73
- stéréotomie, 24, 73
- taille
 - par dérobement, 76
 - par panneaux, 76, 78
 - par ravalement, 76
 - par équarissement, 78
 - par équarrissement, 76
 - à la perche, 76
- tenon, 96, 120
- tour, 38
- trait, 73
 - à preuve, 78
- triangle équilatéral, *voir* équilatéral
- volume, 429
- vousoir, 27, 73, 75, 429
- voûte
 - appareillée, 74
 - bloquée au mortier, 74
 - catalane, 201
 - clavée, 74
 - d'Abeille, 196, 433
 - d'arêtes bombée, 186
 - d'arêtes plate, 186
 - déprimée, 185, 186, 189
 - elliptique, *voir* dôme
 - en arc de cloître, 38
 - en berceau plein-cintre, 430
 - en blocage, 74
 - en encorbellement, 75
 - en éventail, 38
 - hélicoïdale, 299, 433
 - plate, 185, 433
 - plate clavée, 189
 - plate dallée, 188
 - sarrasine, 39, 62, 201
 - segmentaire, 185
 - sphérique, *voir* dôme
 - surbaissée, 185, 198
 - à arêtes doubles, 185
 - à l'impériale, 200
- à la Roussillon, 200
- à la Volterra, 201

Index des auteurs

- Acocella (2004), 346, 347, 453
Adam (1989), 75, 89, 350, 453
Adam (2012), 129, 170, 172, 345, 350, 453
Adhémar (1845), 92, 96, 104, 108, 111, 122, 123, 128, 325, 453
Aita (2003), 80, 81, 453
Alberti (1485), 252, 453
Araguas (1999), 200, 453
Association ouvrière des Compagnons du devoir (1996), 92, 99, 100, 109, 118, 119, 121, 123, 125–127, 154, 333, 453
Association ouvrière des Compagnons du devoir (2001), 125, 127, 131, 189, 192, 453
Bélidor (1729), 103, 108, 109, 118, 134, 196, 313, 454
Bannister (1968), 200, 201, 453
Baratta et Corbi (2013), 39, 453
Barré et Barré (1896), 120, 453
Barthel et al. (2003), 39, 453
Bauchal (1887), 196, 454
Bazin (1888), 81, 82, 98, 99, 330, 454
Becchi (2012), 98, 118, 309, 454
Bechmann (1993), 87, 177–180, 333, 361, 364, 365, 454
Benouville (1888), 180, 329, 454
Benvenuto (1991), 22, 335, 454
Benvenuto (2006), 23, 334, 454
Bienvenu (2013), 125, 133, 336, 454
Bleyer (2015), 306, 454
Block et Lachauer (2014a), 38, 56, 454
Block et Lachauer (2014b), 56, 62, 67, 69, 454
Block et Ochsendorf (2007), 16, 37, 55, 56, 305, 455
Block et Ochsendorf (2008), 56, 455
Block (2009), 39, 56, 58, 62, 69, 205, 206, 211, 217, 220, 299, 305, 454
Blondel et Patte (1777a), 81, 90, 92, 96, 104, 108, 132, 152, 153, 177, 181, 192, 319, 320, 455
Blondel et Patte (1777b), 198, 201, 455
Blondel (1675), 87, 96, 103, 108, 134, 310, 455
Blondel (1752), 81, 115, 116, 154, 162, 165, 189, 319, 455
Blondel (1754), 394, 397, 455
Blondel (1756), 160, 455
Bosse (1643), 78, 455
Bouticourt (2008), 143, 455
Bouticourt (2016), 143, 455
Breymann (1849), 23, 455
Brocato et Mondardini (2014), 196, 197, 208, 250, 251, 279, 456
Brocato et al. (2014), 427, 428, 455
Cejka (1978), 83, 94, 97, 121, 136, 137, 172, 176, 345, 456
Chaix (1890), 81, 82, 92, 93, 95, 96, 98, 99, 104, 108, 120–123, 331, 456
Choisy (1873), 75, 170, 346–349, 456
Choisy (1899a), 75, 128, 170, 171, 332, 346, 456
Choisy (1899b), 81, 82, 97, 456
Ciblac et Fantin (2015), 245, 456
Ciblac et Fantin (2016), 65, 220, 245, 456
Ciblac et Morel (2014), 29, 456
Ciblac (2008), 35, 456
Claudel et Laroque (1850), 120, 129, 325, 456
Coccia et al. (2016), 241–243, 456
Cojannot (2011), 391, 456
Colas (2009), 39, 456

Index des auteurs

- Como (2013), 39, 456
Conan (2015), 178, 364, 457
Conti et al. (2012), 349, 457
Coope (1959), 373, 457
Coope (1972), 373, 374, 457
Cremona (1872), 56, 457
Culmann (1864), 21, 22, 56, 204, 457
Culmann (1875), 22, 34, 457
Culmann (1880), 21–23, 204, 457
D'Amato et Fallacara (2005), 78, 80, 457
D'Aviler (1691), 73, 81, 88, 89, 103, 108, 115, 116, 132, 152–154, 311, 312, 457
D'Ayala et Tomasoni (2008), 37, 457
Díaz et Mozo (2012), 165, 196, 198, 426, 457
DeLaine (1990), 170, 172, 346, 458
Delbecq (1982), 199, 458
Delbecq (1983), 37–39, 43, 44, 47, 217, 458
Denfer (1891), 133, 332, 458
Derand (1643), 73, 77, 79, 189, 192, 199, 310, 458
Desargues (1640), 77, 78, 458
Descat (1997), 401, 458
Desgodets (1682), 170, 171, 458
Desgodets (1719), 116, 458
De Goes et al. (2013), 56, 457
De La Hire (1688), 77, 79, 457
De La Hire (1712), 73, 103, 108, 118, 312, 457
De La Rue (1728), 77, 79, 458
De l'Orme (1561), 129, 133, 308, 458
De l'Orme (1567), 77, 87, 96, 102, 129, 133, 181, 309, 458
Dhombres (1992), 81–83, 321, 458
Diderot et d'Alembert (1751), 185, 317, 458
Diderot et d'Alembert (1756), 81, 90, 95, 152–154, 317, 459
Diderot et d'Alembert (1765a), 73, 90, 104, 106, 109, 122, 317, 459
Diderot et d'Alembert (1765b), 106, 108, 109, 185, 189, 190, 198, 317, 318, 459
Diot (2007), 177, 459
Diot (2011), 181, 370, 459
Douliot (1825), 92, 95, 96, 104, 108, 111, 120–123, 125, 127, 324, 459
Dupuit (1870), 22, 23, 26, 27, 83, 459
Durand-Claye (1880), 23, 246, 459
Durm (1885), 83, 175, 345, 348, 349, 351, 459
Eddy (1877), 36, 459
Enlart (1927), 176, 177, 332, 354–356, 459
Félibien (1676), 88, 153, 310, 459
Fleury (2009), 426, 459
Fleury (2010), 143, 459
Foce (2007), 239, 459
Fontaine (1987), 389, 460
Fournet (2011), 172, 346, 349, 460
Frézier (1737), 77, 79, 81–83, 259, 313, 460
Frézier (1738), 73, 77, 79, 87, 95, 96, 98, 99, 103–106, 108, 109, 111, 112, 119, 121–123, 125–127, 133, 152–154, 159, 172, 193, 198, 250, 279, 287, 314–316, 460
Frézier (1739), 77, 79, 460
Fraternali (2010), 56, 460
Gady (2002), 404, 460
Gady (2005), 156, 157, 379, 460
Gallon (1735), 106, 196, 197, 280, 460
García Ares (2007), 18, 39, 299, 301–303, 433, 460
García Ares (2011), 39, 300, 460
Gauthey (1843), 121, 199, 460
Gautier (1717), 95, 103, 108, 119, 120, 122, 312, 460
Gerstner (1831), 22, 460
Gil et al. (2010), 38, 56, 461
Guettard (2012), 338, 339, 461
Heyman (1966), 33, 34, 37, 38, 461
Heyman (1967a), 33, 35, 38, 241–243, 461
Heyman (1967b), 33, 38, 461
Heyman (1969), 17, 47, 238, 239, 461
Heyman (1992), 38, 461
Heyman (1995), 33, 47, 48, 239, 461
Heyman (2002), 39, 461

Index des auteurs

- Heyman (2009), 24, 26, 239, 240, 461
Hillairet (1997), 134, 461
Huerta Fernández et Aroca Hernández-Ros (1989), 27, 461
Huerta Fernández (2010), 245, 461
Huerta Fernández (2012), 121, 461
Jeanneret (2012), 130, 131, 342, 461
Jousse (1642), 77, 78, 87, 89, 103, 108, 117, 462
Julien (2010), 395, 462
Juttet (2005), 163, 406, 407, 409, 410, 462
Kamovska-Monnereau (2004), 116, 169, 462
Kamovska-Monnereau (2006), 116, 169, 391, 392, 462
Kooharian (1953), 33, 462
Laget (1998), 394, 462
Lalbat et al. (1987), 77, 462
Lalbat et al. (1989), 77, 462
Lampariello (2012), 136, 143, 177, 258, 371, 462
Lau (2006), 35, 36, 38, 241, 242, 431, 462
Lemonnier (1915), 336, 462
Le Camus de Mézières (1786), 133, 321, 464
Le Muet (1623), 312, 462
Losserland (2017a), 130, 413, 463
Losserland (2017b), 200, 415, 463
Méry (1840), 22, 23, 29, 34, 464
Majowiecki (1994), 61, 463
Makris et Alexakis (2013), 239, 240, 242, 463
Marcu Istrate (2008), 372, 463
Marmo et Rosati (2017), 39, 217, 299, 305, 463
Mathonière (2016), 324, 463
Maxwell (1864), 56, 463
Mesqui (1988), 362, 364, 365, 463
Middleton (1987), 130, 463
Mignot (1991), 97, 463
Mignot (2004), 134, 401, 403, 463
Milankovitch (1904), 239, 240, 463
Mondardini (2015), 270, 463
Monduit (1889), 92, 104, 106, 108, 114, 122, 127, 134, 328, 329, 464
Moseley (1843a), 22, 23, 26, 464
Moseley (1843b), 22, 464
Motro (2009), 143, 372, 464
Nollet (2012), 87, 97, 102, 125, 181, 335, 336, 464
O'Dwyer (1999), 16, 36, 37, 48, 49, 55, 56, 61, 62, 69, 205, 217, 305, 464
Ochsendorf et al. (2004), 38, 464
Ochsendorf (2002), 35, 38, 239, 464
Oikonomopoulou (2009), 29, 239, 464
Olivier (1983), 128, 464
Pérouse de Montclos (1982), 73, 75–78, 81, 159, 165, 185, 188, 192, 193, 199, 200, 312, 334, 411, 416, 465
Pérouse de Montclos (1994), 377, 378, 404, 405, 465
Pérouse de Montclos (1995), 129, 180, 333, 465
Pérouse de Montclos (2007), 74, 75, 87, 90, 92, 94–96, 185, 186, 364, 465
Palladio (1570), 116, 137, 138, 464
Patte (1769), 92, 95, 103, 104, 108, 126, 127, 131, 132, 155, 192, 194, 320, 369, 464
Paze-Mazzi (2015), 138, 464
Perrault (1673), 81, 101, 102, 464
Petzet (2012), 130, 465
Pillet (1888), 84, 331, 465
Planat (1888a), 336, 465
Planat (1888b), 123, 170, 172, 329, 465
Planat (1888c), 174, 465
Planat (1888d), 124, 347, 350, 465
Quatremère de Quincy (1825), 89, 128, 154, 465
Quicherat (1886), 172, 176, 328, 465
Raguenet (1915a), 142, 465
Raguenet (1915b), 362, 363, 466
Rankine (1858), 245, 466
Reese (2008), 38, 466
Reveyron (1993), 176, 180, 352, 353, 364, 365, 466
Reynaud (1867), 134, 327, 466
Rippmann et al. (2012), 56, 466
Rippmann (2016), 56, 81, 83, 466

Index des auteurs

- Rivoalen (1888), 180, 329, 466
Roland Le Virloys (1770a), 96, 132, 321, 466
Roland Le Virloys (1770b), 132, 321, 466
Rondelet (1802), 131, 466
Rondelet (1804), 92, 94, 98, 99, 108, 109, 120–122, 125, 155, 169, 170, 186, 187, 323, 324, 345–347, 349–351, 466
Rondelet (1805), 80, 101, 102, 252, 466
Rondelet (1828), 93, 109, 117, 172, 173, 186, 187, 345–347, 349–351, 466
Rondelet (1834), 109, 172, 324, 345–347, 349–351, 467
Ruskin (1849), 95, 371, 467
Sakarovitch (1992), 77, 80, 83, 84, 321, 322, 334, 467
Sakarovitch (1998), 75–78, 80, 82, 309, 334, 467
Sakarovitch (2006), 426, 467
Salençon (1983), 29, 31, 33, 42, 43, 467
Sanchini (2013), 354, 467
Sauvaget (1950), 166, 467
Sauval (1724a), 159, 198, 311, 467
Sauval (1724b), 198, 311, 467
Sauval (1724c), 391, 467
Savot (1624), 133, 309, 467
Scamozzi (1615), 129, 467
Schek (1974), 37, 56, 58, 59, 61, 467
Serlio (1537), 87, 96, 100–102, 104, 117, 252, 308, 467
Simonin (1792), 104, 106, 107, 113, 127, 143, 145, 152–154, 321, 468
Smars (2000), 35, 37, 38, 45, 468
Smars (2008), 261, 468
Sollazzo et Marzano (1988), 50, 51, 468
Speiser et Wimmel (2012), 176, 468
Ström (2011), 392, 468
Tamboréro et Sakarovitch (2010), 77, 468
Tamboréro (2008), 78, 468
Tamboréro (2010), 200, 468
Tamboréro (2013), 78, 79, 468
Tarrío (2015), 27, 468
Tibières (2012), 89, 129, 130, 154, 158, 162, 165, 180, 335, 396, 468
Tiercelet (1728), 81, 96, 116, 122, 123, 152, 154, 312, 313, 468
Timoshenko (1953), 20–22, 49, 468
Tomasoni (2008), 37, 38, 469
Ungewitter et Mohrmann (1901), 37, 469
Viel (1805), 162, 323, 469
Villemus (2004), 39, 469
Viollet-Le-Duc (1858), 81, 97, 177, 178, 325, 469
Viollet-Le-Duc (1859a), 89, 362, 363, 469
Viollet-Le-Duc (1859b), 81, 172, 177, 326, 354, 469
Viollet-Le-Duc (1860a), 326, 327, 365–367, 469
Viollet-Le-Duc (1860b), 326, 360, 361, 469
Viollet-Le-Duc (1863), 81, 82, 126, 327, 469
Viollet-Le-Duc (1864), 134, 176, 326, 469
Viré-Gaillard (2011), 200, 414, 416, 469
Vouga et al. (2012), 56, 470
Wolfe (1921), 36, 470
Zessin (2012), 38, 241, 242, 470
de Maillet (2012), 196, 413, 463
di Teodoro (2012), 181, 252, 468
di Vesme (1968), 163, 469
el Wakil (2009), 196, 470

Bibliographie

- ACOCELLA, A. 2004, *L'architettura di pietra : antichi e nuovi magisteri costruttivi*, Alinea Editrice.
- ADAM, J.-P. 1989, *La construction romaine : matériaux et techniques*, Picard, Paris.
- ADAM, J.-P. 2012, «Structures horizontales dans la Rome antique : du linteau à la plate-bande», dans *L'architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 67–76.
- ADHÉMAR, J. 1845, *Traité de la coupe des pierres*, Carilian - Goewry et V. Dalmont, Paris. URL <https://catalog.hathitrust.org/Record/011613083>.
- AITA, D. 2003, «Between geometry and mechanics : A re-examination of the principles of stereotomy from a statical point of view», dans *Proceedings of the first international congress on construction history*, Madrid, p. 161–170.
- ALBERTI, L. B. 1485, *De re aedificatoria*, N. di Lorenzo, Florence. URL http://architectura.cesr.univ-tours.fr/Traite/Notice/ENSBA_20A4.asp?param=.
- ARAGUAS, P. 1999, «Voûte à la Roussillon», *Butlletí de la Reial Acadèmia Catalana de Belles Arts de Sant Jordi*, vol. 13, p. 173–185. URL <http://www.raco.cat/index.php/ButlletiriRACBASJ/article/download/219285/329803>.
- ASSOCIATION OUVRIÈRE DES COMPAGNONS DU DEVOIR. 1996, *La maçonnerie et la pierre de taille*, *Encyclopédie des métiers*, vol. 3, Librairie du Compagnonnage, Paris.
- ASSOCIATION OUVRIÈRE DES COMPAGNONS DU DEVOIR. 2001, *La maçonnerie et la pierre de taille*, *Encyclopédie des métiers*, vol. 7, Librairie du Compagnonnage, Paris.
- BANNISTER, T. C. 1968, «The Roussillon Vault : The Apotheosis of a "Folk" Construction», *Journal of the Society of Architectural Historians*, vol. 27, n° 3, p. 163–175.
- BARATTA, A. et I. CORBI. 2013, «Equilibrium models for helicoidal laterally supported staircases», *Computers & Structures*.
- BARRÉ, P. et L. BARRÉ. 1896, *Memento de l'architecte et de l'entrepreneur. Théorie pratique et législation du bâtiment*, E. Bernard, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k58247805>.

Bibliographie

- BARTHEL, R., L. SCHIEMANN et M. JAGFELD. 2003, «Static analysis and evaluation of the construction system of a gothic "choir-window" consisting of a filigree tracery and slender stone ribs», dans *Proceedings of the first international congress on construction history*, Madrid, p. 333–340.
- BAUCHAL, C. 1887, *Nouveau dictionnaire biographique et critique des architectes français*, Paris, André, Daly fils et cie. URL <http://archive.org/details/nouveaudictionna00baucuoft>.
- BAZIN, C. 1888, «Coupe des pierres», dans *Encyclopédie de l'architecture et de la construction - Volume IV, partie 1 : CO - ES*, édité par P. Planat, Librairie de la construction moderne, Paris, p. 36–41. URL <http://www.purl.org/yoolib/inha/8431>.
- BECCHI, A. 2012, «Ut unum sint : poutres, arcs, plates-bandes», dans *L'architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 329–340.
- BECHMANN, R. 1993, *Villard de Honnecourt - La pensée technique au XIIIe siècle et sa communication*, Picard, Paris.
- BENOUVILLE, L. 1888, «Fenêtre», dans *Encyclopédie de l'architecture et de la construction - Volume IV, partie 2 : ES - GO*, édité par P. Planat, Librairie de la construction moderne, p. 473–488. URL <http://www.purl.org/yoolib/inha/8432>.
- BENVENUTO, E. 1991, *An introduction to the history of structural mechanics - Part II : Vaulted structures and elastic systems*, vol. 2, Springer-Verlag, New York.
- BENVENUTO, E. 2006, *La scienza delle costruzioni e il suo sviluppo storico*, 2^e éd., Edizioni di storia e letteratura, Roma.
- BIENVENU, G. 2013, *De l'architecte voyer à l'ingénieur en chef des services techniques : les services d'architecture et d'urbanisme de la ville de Nantes du XVIIIe siècle au XXe siècle*, Paris 1. URL <http://www.theses.fr/2013PA010607>.
- BLEYER, J. 2015, *Méthodes numériques pour le calcul à la rupture des structures de génie civil*, thèse de doctorat, Université Paris-Est. URL <https://tel.archives-ouvertes.fr/tel-01259958/document>.
- BÉLIDOR, B. F. D. 1729, *La Science des ingénieurs dans la conduite des travaux de fortification et d'architecture civile - Livres I à III*, C. Jombert, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6566066p>.
- BLOCK, P. 2009, *Thrust Network Analysis : exploring three-dimensional equilibrium*, thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Architecture. URL <http://dspace.mit.edu/handle/1721.1/49539>.
- BLOCK, P. et L. LACHAUER. 2014a, «Three-Dimensional (3d) Equilibrium Analysis of Gothic Masonry Vaults», *International Journal of Architectural Heritage*, vol. 8, n° 3, p. 312–335.

Bibliographie

- BLOCK, P. et L. LACHAUER. 2014b, «Three-dimensional funicular analysis of masonry vaults», *Mechanics Research Communications*, vol. 56, p. 53–60.
- BLOCK, P. et J. OCHSENDORF. 2007, «Thrust network analysis : a new methodology for three-dimensional equilibrium», *Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures*, vol. 48, n° 3, p. 167–173.
- BLOCK, P. et J. OCHSENDORF. 2008, «Lower-bound analysis of masonry vaults», dans *Proceedings of the 6th International Conference on Structural Analysis of Historical Construction. Bath, UK*. URL http://block.arch.ethz.ch/sites/research_group/files/pdf/publications/block_ochs_SAHC_2008.pdf.
- BLONDEL, F. 1675, *Cours d'architecture enseigné dans l'Académie royale d'architecture*, P. Auboin et F. Clouzier, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k85661p>.
- BLONDEL, J.-F. 1752, *Architecture française, ou Recueil des plans, élévations, coupes et profils des églises, maisons royales, palais, hôtels & édifices les plus considérables de Paris*, vol. 1, Charles-Antoine Jombert, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k108033j>.
- BLONDEL, J.-F. 1754, *Architecture française, ou Recueil des plans, élévations, coupes et profils des églises, maisons royales, palais, hôtels & édifices les plus considérables de Paris*, vol. 3, Charles-Antoine Jombert, A Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k1080325>.
- BLONDEL, J.-F. 1756, *Architecture française, ou Recueil des plans, élévations, coupes et profils des églises, maisons royales, palais, hôtels & édifices les plus considérables de Paris*, vol. 4, Charles-Antoine Jombert, A Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k1080359>.
- BLONDEL, J.-F. et P. PATTE. 1777a, *Cours d'architecture, ou Traité de la décoration, distribution & construction des bâtiments*, vol. 5, Veuve Desaint, Paris. URL <http://books.google.fr/books?id=weFIAQAAIAAJ>.
- BLONDEL, J.-F. et P. PATTE. 1777b, *Cours d'architecture, ou Traité de la décoration, distribution & construction des bâtiments*, vol. 6, Desaint, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k85705g>.
- BOSSE, A. 1643, *La pratique du trait à preuves, de Mr Desargues Lyonnois*, Pierre Des Hayes, Paris. URL <http://architectura.cesr.univ-tours.fr/Traite/Notice/MBAT1950-7-1.asp>.
- BOUTICOURT, E. 2008, «Les origines médiévales d'une technique de charpente : la poutre armée», *Archéologie du midi médiéval*, n° 26, p. 145–165.
- BOUTICOURT, E. 2016, *Charpentes méridionales : Construire autrement*, Editions Honoré Clair, Arles.
- BREYMANN, G. A. 1849, *Bauconstructionslehre Vol 1 Constructionen in Stein*, Hoffmann'sche Verlags-Buchhandlung, Stuttgart. URL <http://www.e-rara.ch/zut/content/titleinfo/8642550>.

Bibliographie

- BROCATO, M., W. DELEPORTE, L. MONDARDINI et J.-E. TANGUY. 2014, «A proposal for a new type of prefabricated stone wall», *International Journal of Space Structures*, vol. 29, n° 2, p. 97–112.
- BROCATO, M. et L. MONDARDINI. 2014, «Parametric analysis of structures from flat vaults to reciprocal grids», *International Journal of Solids and Structures*.
- CEJKA, J. 1978, *Tonnengewölbe und Bögen islamischer Architektur - Wölbungstechnik und Form*, thèse de doctorat, Technische Universität München, Munich.
- CHAIX, J. 1890, *Traité de coupe des pierres*, H. Chairgrasse fils, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k872986p>.
- CHOISY, A. 1873, *L'art de bâtir chez les Romains*, Ducher et Cie, Paris. URL http://www.augustechoisy2009.net/pdfs/Choisy_1883_TEXTE.pdf.
- CHOISY, A. 1899a, *Histoire de l'architecture*, vol. 1, Gauthier-Villars, Paris. URL <http://www.augustechoisy2009.net/>.
- CHOISY, A. 1899b, *Histoire de l'architecture*, vol. 2, Gauthier-Villars, Paris. URL <http://www.augustechoisy2009.net/>.
- CIBLAC, T. 2008, «Structure computation tools in architectural design. Teaching experimentations», dans *Actes de la conference eCAADe 2008*, p. 275–281.
- CIBLAC, T. et M. FANTIN. 2015, «Rediscovering Durand-Claye's method using force network method implemented for construction history», dans *Proceedings of the fifth international congress on construction history*, Chicago.
- CIBLAC, T. et M. FANTIN. 2016, «Analyse de la stabilité des dômes maçonnés à l'aide de la méthode des réseaux de forces», dans *Les temps de la construction. Processus, acteurs, matériaux.*, édité par F. Fleury, L. Baridon, A. Mastroilli, R. Mouterde et N. Reveyron, A. et J. Picard, Vaulx-en-Velin, p. 1167–1178.
- CIBLAC, T. et J.-C. MOREL. 2014, *Maçonneries durables - comportement mécanique et modélisation des structures*, Lavoisier : Hermès science publications, Paris.
- CLAUDEL, J. et L. LAROQUE. 1850, *Pratique de l'art de construire - Maçonnerie*, Carilian-Goeury et V. Dalmont, Paris. URL <http://www.google.fr/books?id=zyg0b89Ro1MC>.
- COCCIA, S., M. COMO et F. DI CARLO. 2016, «Minimum thrust and minimum thickness of hemispherical masonry domes», *Acta Mechanica*, vol. 227, n° 9, p. 2415–2425.
- COJANNOT, A. 2011, *Louis Le Vau et les nouvelles ambitions de l'architecture française (1634-1654)*, Thèse de doctorat, Université Paris-Sorbonne, Paris.
- COLAS, A.-S. 2009, *Mécanique des murs de soutènement en pierre sèche : modélisation par le calcul à la rupture et expérimentation échelle 1*, thèse de doctorat, Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat, Vaulx-en-Velin. URL <http://bibli.ec-lyon.fr/exl-doc/acolas.pdf>.

Bibliographie

- COMO, M. 2013, *Statics of historic masonry constructions*, Springer, Berlin ; New York.
- CONAN, S. 2015, «Flat arches with joggle joints», dans *Proceedings of the fifth international congress on construction history*, Chicago.
- CONTI, C., G. MARTINES et A. SINOPOLI. 2012, «L'arc droit dans les bâtiments de la Rome antique, de Sylla à Hadrien», dans *L'architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 77–85.
- COOPE, R. 1959, «The Chateau of Montceaux-en-Brie», *Journal of the Warburg and Courtauld Institutes*, vol. 22, n° 1/2, p. 71.
- COOPE, R. 1972, *Salomon de Brosse and the development of the classical style in French architecture from 1565 to 1630*, Pennsylvania State University.
- CREMONA, L. 1872, *Le figure reciproche nella statica grafica*, G. Bernardoni, Milan.
- CULMANN, K. 1864, *Die graphische Statik*, Meyer & Zeller, Zürich.
- CULMANN, K. 1875, *Die graphische Statik*, 2^e éd., Meyer & Zeller (A . Reimann), Zürich. URL <http://archive.org/details/diegraphischest01culmgoog>.
- CULMANN, K. 1880, *Traité de statique graphique*, Dunod, Paris. URL <http://archive.org/details/traitedestatiqu00culmgoog>.
- D'AMATO, C. et G. FALLACARA. 2005, «Tradition et innovation dans le projet/construction d'architecture : rôle des 'modèles' et actualité de la stéréotomie», dans *L'arte della stereotomia. I Compagnons du Devoir e le meraviglie della costruzione in pietra*, Verona, p. 52–89.
- D'AVILER, A.-C. 1691, *Cours d'architecture qui comprend les ordres de Vignole*, Nicolas Langlois, Paris. URL http://architectura.cesr.univ-tours.fr/Traite/Notice/ENSBA_LES223.asp?param=.
- D'AYALA, D. F. et E. TOMASONI. 2008, «The structural behaviour of masonry vaults : Limit state analysis with finite friction», dans *Proceedings of the 6th International Conference Structural Analysis of Historical Construction (SAHC)*, p. 3–19. URL http://iscarsah.icomos.org/content/articles_by_members/DAYala_SAHC_2008.pdf.
- DÍAZ, E. R. et A. L. MOZO. 2012, «Les joints occultes sur plates-bandes et voûtes plates en Espagne», dans *L'architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 288–295.
- DE GOES, F., P. ALLIEZ, H. OWHADI et M. DESBRUN. 2013, «On the equilibrium of simplicial masonry structures», *ACM Transactions on Graphics*, vol. 32, n° 4. URL <http://hal.inria.fr/hal-00826280/>.
- DE LA HIRE, P. 1688, *Traité de la coupe des pierres*, non publié, Paris.

Bibliographie

- DE LA HIRE, P. 1712, «Sur la construction des voûtes dans les édifices», *Mémoires de mathématique et de physique de l'Académie royale des sciences*. URL <https://hal.archives-ouvertes.fr/ads-00121784/document>.
- DE LA RUE, J. B. 1728, *Traité de la coupe des pierres, où par une méthode facile & abrégée : l'on peut aisément se perfectionner en cette science*, Imprimerie royale.
- DE L'ORME, P. 1561, *Nouvelles inventions pour bâtir à petits frais*, F. Morel, Paris. URL <http://architectura.cesr.univ-tours.fr/Traite/Textes/Masson643.pdf>.
- DE L'ORME, P. 1567, *Le premier tome de l'architecture*, F. Morel, Paris. URL http://architectura.cesr.univ-tours.fr/Traite/Notice/ENSBA_Les1653.asp.
- DELAINE, J. 1990, «Structural experimentation : The lintel arch, corbel and tie in western Roman architecture», *World Archaeology*, vol. 21, n° 3, p. 407–424.
- DELBECQ, J.-M. 1982, «Les ponts en maçonnerie - Constitution et stabilité», cahier de recherche, Ministère des transports - SETRA, Paris. URL http://catalogue.setra.fr/document.xsp?id=Dtrf-0000487&qid=sdx_q0&n=5&q=.
- DELBECQ, J.-M. 1983, *Analyse de la stabilité des ponts en maçonnerie par la théorie du calcul à la rupture*, thèse de doctorat, Ecole nationale des ponts et chaussées, Paris.
- DENFER, J. 1891, *Architecture et constructions civiles. Maçonnerie*, vol. 1, Gauthier-Villars (Paris). URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k910571>.
- DERAND, F. 1643, *L'architecture des voûtes, ou l'art des traits, et coupes des voûtes*, Sebastien Cramoisy, Paris. URL <http://memoirevive.besancon.fr/ark:/48565/a011290090127uw1226>.
- DESARGUES, G. 1640, *Brouillon project d'exemple d'une maniere universelle... touchant la pratique du trait a preuves pour la coupe des pierres en l'architecture...*, n.c., Paris.
- DESCAT, S. 1997, «Les travaux de Pierre-Louis Moreau pour la fabrique Saint-Eustache dans la seconde moitié du XVIII^e siècle», *Bulletin Monumental*, vol. 155, n° 3, p. 207–230. URL http://www.persee.fr/doc/bulmo_0007-473x_1997_num_155_3_914000.
- DESGODETS, A. 1682, *Les édifices antiques de Rome dessinés et mesurés très exactement*, J.-B. Coignard, Paris. URL <http://bibliotheque-numerique.inha.fr/collection/4696-les-edifices-antiques-de-rome-dessines/?lang=fr>.
- DESGODETS, A. 1719, *Traité des ordres d'architecture*. URL <http://architectura.cesr.univ-tours.fr/Traite/Notice/Desgodets1719.asp>.
- DHOMBRES, J. 1992, *L'École normale de l'an III : leçons de mathématiques*, Dunod, Paris. URL <http://books.openedition.org/editionsulm/442>.

Bibliographie

- DIDEROT, D. et J. D'ALEMBERT. 1751, «Arc», URL https://fr.wikisource.org/wiki/L%E2%80%99Encyclop%C3%A9die/1re_%C3%A9dition/ARC.
- DIDEROT, D. et J. D'ALEMBERT. 1756, «Fausse coupe», URL https://fr.wikisource.org/wiki/L%E2%80%99Encyclop%C3%A9die/1re_%C3%A9dition/FAUSSE-COUBE.
- DIDEROT, D. et J. D'ALEMBERT. 1765a, «Plate-bande», URL https://fr.wikisource.org/wiki/L%E2%80%99Encyclop%C3%A9die/1re_%C3%A9dition/PLATE-BANDE.
- DIDEROT, D. et J. D'ALEMBERT. 1765b, «Voûte», URL http://fr.wikisource.org/wiki/L%E2%80%99Encyclop%C3%A9die/1re_%C3%A9dition/V0%C3%9BTE.
- DIOT, M. 2007, *Cheminées : Étude de structures du Moyen Âge au XVIIIe siècle*, Centre des monuments nationaux.
- DIOT, M. 2011, *Escaliers, Étude de structure : Du XIIe au XVIIIe siècle*, Editions du Patrimoine – Centre des monuments nationaux.
- DOULIOT, J. P. 1825, *Traité spécial de coupe des pierres*, Carilian-Goeury, Paris. URL <http://books.google.fr/books?id=BqUJAAAAIAAJ>.
- DUPUIT, J. 1870, *Traité de l'équilibre des voutes et de la construction des ponts en maçonnerie*, Dunod, Paris. URL <http://gilbert.aq.upm.es/>.
- DURAND-CLAYE, A. 1880, «Vérification de la stabilité des voûtes et des arcs - application aux voûtes sphériques», *Annales des ponts et chaussées*. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/cb34348188q/date>.
- DURM, J. 1885, *Handbuch der Architektur - Die Baukunst der Etrusker, die Baukunst der Römer*, Diehl, Darmstadt.
- EDDY, H. T. 1877, *New constructions in graphical statics*, D. Van Nostrand, New York. URL <http://archive.org/details/newconstruction00eddygoog>.
- ENLART, C. 1927, *Manuel d'archéologie française depuis les temps mérovingiens jusqu'à la Renaissance - I. Architecture religieuse Tome 1*, 3^e éd., Auguste Picard, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k364918>.
- FLEURY, F. 2009, *Réflexions épistémologiques, historiques et pédagogiques sur l'usage des modèles de mécanique des structures dans le champ de l'architecture*, Mémoire HDR, Université Paris-Est Marne-la-Vallée.
- FLEURY, F. 2010, «Les idées sous-jacentes à la conception de la voûte plate perpendiculaire», dans *Edifices & artifices*, Picard, Paris, p. 283–291.
- FÉLIBIEN, A. 1676, *Des Principes de l'architecture, de la sculpture, de la peinture et des autres arts qui en dépendent, avec un dictionnaire des termes propres à chacun de ces arts*, J.-B. Coignard, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/btv1b86268296>.

Bibliographie

- FOCE, F. 2007, «Milankovitch's Theorie der Druckkurven : Good mechanics for masonry architecture», *Nexus Network Journal*, vol. 9, n° 2, p. 185–210.
- FONTAINE, P. 1987, *Journal (1799-1853)*, École nationale supérieure des beaux-arts, Institut français d'architecture, Société de l'histoire de l'art français, Paris.
- FOURNET, T. 2011, «Trois curiosités architecturales des bains de Taposiris Magna (Égypte) : voûte à crossettes, radiateur et dalle clavée», *Revue archéologique*, p. 323–347. URL http://www.cairn.info/resume.php?ID_ARTICLE=ARCH_112_0323.
- FRATERNALI, F. 2010, «A thrust network approach to the equilibrium problem of unreinforced masonry vaults via polyhedral stress functions», *Mechanics Research Communications*, vol. 37, n° 2, p. 198–204.
- FRÉZIER, A. 1737, *Théorie et pratique de la coupe des pierres et des bois pour la construction des voûtes et autres parties des bâtiments civils et militaires - Tome 1*, vol. 1, Guerin, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k856861>.
- FRÉZIER, A. 1738, *Théorie et pratique de la coupe des pierres et des bois pour la construction des voûtes et autres parties des bâtiments civils et militaires - Tome 2*, vol. 2, Jombert, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k85687c>.
- FRÉZIER, A. 1739, *Théorie et pratique de la coupe des pierres et des bois pour la construction des voûtes et autres parties des bâtiments civils et militaires - Tome 3*, vol. 3, Jombert, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k85688q>.
- GADY, A. 2002, *Le Marais : guide historique et architectural*, Le Passage, Paris.
- GADY, A. 2005, *Jacques Lemercier : Architecte et ingénieur du Roi*, Maison des Sciences de l'Homme, Paris.
- GALLON. 1735, *Machines et inventions approuvées par l'Académie royale des sciences depuis son établissement avec leur description - Tome 1 (1666-1701)*, Martin, Coignard, Guerin, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k3471s>.
- GARCÍA ARES, J. A. 2007, «Un enfoque para el análisis límite de las escaleras de fábrica helicoidales», dans *Actas del quinto congreso nacional de historia de la construcción*, Burgos, p. 335–343. URL <http://oa.upm.es/3958/>.
- GARCÍA ARES, J. A. 2011, «Una nueva solución de equilibrio para el análisis límite de helicoides de fábrica con óculo central como los construidos por guastavino», dans *VII Congreso Nacional de Historia de la Construcción*, p. 469–477. URL <http://oa.upm.es/9812/>.
- GAUTHEY, E. 1843, *Traité de la construction des ponts*, vol. 1, 3^e éd., Leduc, Liège. URL <http://gilbert.aq.upm.es/>.
- GAUTIER, H. 1717, *Dissertation sur l'épaisseur des culées des ponts, sur la largeur des piles, sur la portée des voussoirs, sur l'effort et la pesanteur des arches à différents surbaissemens...*, André Cailleau, Paris. URL <http://cnum.cnam.fr/CGI/redire.cgi?8RESLE18.2>.

Bibliographie

- GERSTNER, F. 1831, *Hanbuch der Mechanik*, Johann Spurny, Prague. URL <http://dx.doi.org/10.3931/e-rara-20206>.
- GIL, L., P. ROCA et A. ANDREU. 2010, «Analysis of masonry structures by funicular networks», *Proceedings of the ICE - Engineering and Computational Mechanics*, vol. 163, n° 3, p. 147–154.
- GUETTARD, A. 2012, «Variantes de la plate-bande de De l’Orme», dans *L’architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 392–397.
- HEYMAN, J. 1966, «The stone skeleton», *International Journal of Solids and Structures*, vol. 2, n° 2, p. 249–256.
- HEYMAN, J. 1967a, «On shell solutions for masonry domes», *International Journal of Solids and Structures*, vol. 3, n° 2, p. 227–241.
- HEYMAN, J. 1967b, «Spires and fan vaults», *International Journal of Solids and Structures*, vol. 3, n° 2, p. 243–257.
- HEYMAN, J. 1969, «The safety of masonry arches», *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 11, n° 4, p. 363–385.
- HEYMAN, J. 1992, «Leaning towers», *Meccanica*, vol. 27, n° 3, p. 153–159.
- HEYMAN, J. 1995, *The Stone Skeleton : Structural Engineering of Masonry Architecture*, Cambridge University Press.
- HEYMAN, J. 2002, «Rose Windows», dans *New Approaches to structural mechanics, shells and biological structures*, Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, p. 165–177.
- HEYMAN, J. 2009, «La coupe des pierres», dans *Proceedings of the Third International Congress on Construction History*, Cottbus, p. 807–812. URL http://www.bma.arch.unige.it/ENGL/engl_proceedings_construction_history.html.html.
- HILLAIRET, J. 1997, *Dictionnaire historique des rues de Paris*, Les éditions de Minuit, Paris.
- HUERTA FERNÁNDEZ, S. 2010, «Designing by geometry. rankine’s theorems of transformation of structures.», dans *Geometría y proporción en las estructuras. Ensayos en honor de Ricardo Aroca*, Lampreave, p. 263–285. URL <http://oa.upm.es/4368/>.
- HUERTA FERNÁNDEZ, S. 2012, «Wedges and plate-bandes : mechanical theories after De la Hire», dans *L’architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 405–435.
- HUERTA FERNÁNDEZ, S. et R. AROCA HERNÁNDEZ-ROS. 1989, «Masonry Domes : A study on proportion and similarity», dans *Proceedings of IASS 30th anniversary world congress*, vol. 1, Madrid. URL <http://oa.upm.es/1278/>.

Bibliographie

- JEANNERET, L. 2012, «En quête de vérité : le cas de la plate-bande», dans *L'architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 465–479.
- JOUSSE, M. 1642, *Le secret d'architecture découvrant fidèlement les traits géométriques, coupes et dérobemens nécessaires dans les bastiments*, G. Griveau, La Flèche. URL http://architectura.cesr.univ-tours.fr/Traite/Notice/ENSBA_LES1251.asp.
- JULIEN, P. 2010, «Façade de la cathédrale Notre-Dame de l'Assomption», dans *Jules Hardouin-Mansart : 1646-1708*, édité par A. Gady, Maison des Sciences de l'Homme, Paris, p. 466–467.
- JUTTET, F. 2005, *Chambéry : Lecture d'une ville. Patrimoine, architecture, urbanisme*, Comp'act Editions, Chambéry.
- KAMOVSKA-MONNEREAU, M. 2004, *Le portail dans l'architecture privée parisienne entre 1700 et 1750*, Mémoire de Master 1, Université Paris-Sorbonne, Paris.
- KAMOVSKA-MONNEREAU, M. 2006, *Le portail dans l'architecture privée parisienne au XVIIIe siècle*, Mémoire de Master 2, Université Paris-Sorbonne, Paris.
- KOOHARIAN, A. 1953, «Limit analysis of voussoir (segmental) and concrete arches», dans *Proceedings - American Concrete Institute*, vol. 49, Detroit, Michigan, p. 317–328.
- LAGET, P.-L. 1998, «L'amphithéâtre d'anatomie de la communauté des chirurgiens de Paris sis rue des Cordeliers», *Bulletin Monumental*, vol. 156, n° 4, p. 369–384. URL http://www.persee.fr/web/revues/home/prescript/article/bulmo_0007-473x_1998_num_156_4_1836000.
- LALBAT, C., G. MARGUERITTE et J. MARTIN. 1987, «De la stéréotomie médiévale : la coupe des pierres chez Villard de Honnecourt (I)», *Bulletin Monumental*, vol. 145, n° 4, p. 387–406.
- LALBAT, C., G. MARGUERITTE et J. MARTIN. 1989, «De la stéréotomie médiévale : la coupe des pierres chez Villard de Honnecourt (II)», *Bulletin Monumental*, vol. 147, n° 1, p. 11–34. URL http://www.persee.fr/web/revues/home/prescript/article/bulmo_0007-473x_1989_num_147_1_4678.
- LAMPARIELLO, B. 2012, «Le système de la plate-bande en Italie», dans *L'architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 101–109.
- LAU, W. W. 2006, *Equilibrium analysis of masonry domes*, Master thesis, Massachusetts Institute of Technology. URL <http://dspace.mit.edu/handle/1721.1/34984>.
- LE MUET, P. 1623, *Manière de bastir pour toutes sortes de personnes*, Melchior Tauernier. URL <http://books.google.fr/books?id=kP5PAAAAcAAJ>.

Bibliographie

- LEMONNIER, H. 1915, «Cinquante années de l'Académie Royale d'Architecture (1671-1726)», *Journal des savants*, vol. 13, n° 10, p. 445–460. URL http://www.persee.fr/doc/jds_0021-8103_1915_num_13_10_4453.
- LOSSERAND, L. 2017a, *Les chantiers d'églises paroissiales à Paris au XVIIe et XVIIIe siècle*, Thèse de doctorat, Université Paris-Sorbonne, Paris.
- LOSSERAND, L. 2017b, «L'hôtel-Dieu de Carpentras à travers ses archives (1750-1769)», *In Situ. Revue des patrimoines*, n° 31. URL <http://insitu.revues.org/13941>.
- DE MAILLET, A. 2012, «Le succès des planchers de Serlio, Wallis et Abeille», dans *L'architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 350–362.
- MAJOWIECKI, M. 1994, *Tensostrutture - progetto e verifica*, Edizioni CREA.
- MAKRIS, N. et H. ALEXAKIS. 2013, «The effect of stereotomy on the shape of the thrust-line and the minimum thickness of semicircular masonry arches», *Archive of Applied Mechanics*, vol. 83, n° 10, p. 1511–1533.
- MARCU ISTRATE, D. 2008, «The Roman Catholic Cathedral and the Bishop's Palace of Alba Iulia - the 2000-2002 Archaeological Research», cahier de recherche.
- MARMO, F. et L. ROSATI. 2017, «Reformulation and extension of the thrust network analysis», *Computers & Structures*, vol. 182, p. 104–118.
- MATHONNIÈRE, J.-M. 2016, «Jean-Paul Douliot (1788-1834), compagnon passant tailleur de pierre, professeur d'architecture et auteur du Cours élémentaire, pratique et théorique de construction», dans *Les temps de la construction. Processus, acteurs, matériaux.*, édité par F. Fleury, L. Baridon, A. Mastroilli, R. Mouterde et N. Reveyron, A. et J. Picard, Vaulx-en-Velin, p. 163–173.
- MAXWELL, J. C. 1864, «On reciprocal figures and diagrams of forces», *Philosophical Magazine*, vol. 27, n° 182, p. 250–261.
- MESQUI, J. 1988, *Ile-de-France gothique 2. L'architecture seigneuriale.*, Picard, Paris.
- MIDDLETON, R. 1987, «Des architectes qui imitent les ingénieurs - La question des linteaux armés au XVIIIème siècle», dans *L'idée constructive en architecture - Actes du colloque de 1984 à Grenoble*, Picard, Paris, p. 119–135.
- MIGNOT, C. 1991, *Le Muet : architecte (1591-1669)*, Thèse de doctorat, Université Paris 4.
- MIGNOT, C. 2004, *Grammaire des immeubles parisiens : Six siècles de façades du Moyen Âge à nos jours*, Parigramme.
- MILANKOVITCH, M. 1904, *Beitrag zur Theorie der Druckkurven*, thèse de doctorat, K.K. technische Hochschule, Vienne.

Bibliographie

- MONDARDINI, L. 2015, *Contribution au développement des structures en pierre de taille : modélisation, optimisation et outils de conception*, thèse de doctorat, Université Paris-Est. URL <http://www.theses.fr/2015PESC1084>.
- MONDUIT, L. 1889, *Traité théorique et pratique de la stéréotomie au point de vue de la coupe des pierres*, Juliot.
- MOSELEY, H. 1843a, *The mechanical principles of engineering and architecture*, Longman, Brown, Green and Longmans, London.
- MOSELEY, H. 1843b, «On the Theory of the Arch», *On the Theory, Practice, and Architecture of Bridges*, vol. 1.
- MOTRO, R. 2009, «An approach to structural morphology», dans *An anthology of structural morphology*, World Scientific Publishing, Singapore, p. 15–32.
- MÉRY, E. 1840, «Equilibre des voûtes en berceau», *Annales des ponts et chaussées*, p. 51–70. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/cb34348188q/date>.
- LE CAMUS DE MÉZIÈRES, N. 1786, *Le guide de ceux qui veulent bâtir*, vol. 1, Morin, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6557721j>.
- NOLLET, M. 2012, «Plates-bandes françaises et inventions de De l’Orme», dans *L’architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 280–287.
- OCHSENDORF, J., J. I. HERNANDO et S. HUERTA. 2004, «Collapse of masonry buttresses», *Journal of architectural engineering*, p. 88–97.
- OCHSENDORF, J. A. 2002, *Collapse of Masonry Structures*, thèse de doctorat, King’s College, Cambridge.
- O’DWYER, D. 1999, «Funicular analysis of masonry vaults», *Computers & structures*, vol. 73, n° 1-5, p. 187–197.
- OIKONOMOPOULOU, A. 2009, *Approches numériques pour l’étude du comportement des structures maçonnées anciennes : un outil basé sur le calcul à la rupture et la visualisation graphique*, thèse de doctorat, Université Paris-Est ENSA Paris La Villette, Paris. URL <http://tel.archives-ouvertes.fr/tel-00493588/fr/>.
- OLIVIER, A. 1983, «Sommiers de plates-bandes appareillées et armées à Conimbriga et à la Villa d’Hadrien à Tivoli», *Mélanges de l’Ecole française de Rome. Antiquité*, vol. 95, n° 2, p. 937–959. URL http://www.persee.fr/web/revues/home/prescript/article/mefr_0223-5102_1983_num_95_2_1396.
- PALLADIO, A. 1570, *I quattro libri dell’architettura*, Domenico De Franceschi, Venise.
- PATTE, P. 1769, *Mémoires sur les objets les plus importants de l’architecture*, Rozet, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5701519t>.
- PAZE-MAZZI, O. 2015, *L’Hôtel d’Uzès – XVIIIe XIXe siècle*, Mémoire de Master 2, Université Paris-Sorbonne, Paris.

Bibliographie

- PERRAULT, C. 1673, *Les dix livres d'architecture de Vitruve, corrigez et traduits nouvellement en françois avec des notes et des figures*, J.-B. Coignard, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k85660b>.
- PETZET, M. 2012, «Perrault et l'architrave armée», dans *L'architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 376–384.
- PILLET, J. 1888, «Appareil», dans *Encyclopédie de l'architecture et de la construction - Volume I, partie 1 : AB - AR*, édité par P. Planat, Librairie de la construction moderne, Paris, p. 195–198. URL <http://bibliotheque-numerique.inha.fr/collection/8425-encyclopedie-de-l-architecture-et-de-la/?n=1>.
- PLANAT, P. 1888a, «Académie royale d'architecture», dans *Encyclopédie de l'architecture et de la construction - Volume I, partie 1 : AB - AR*, Librairie de la construction moderne, Paris, p. 34–37. URL <http://bibliotheque-numerique.inha.fr/collection/8425-encyclopedie-de-l-architecture-et-de-la/?n=1>.
- PLANAT, P. 1888b, «Construction», dans *Encyclopédie de l'architecture et de la construction - Volume III, partie 2 : CI - CO*, Librairie de la construction moderne, Paris, p. 447–588. URL <http://bibliotheque-numerique.inha.fr/collection/8430-encyclopedie-de-l-architecture-et-de-la/?n=6>.
- PLANAT, P. 1888c, *Encyclopédie de l'architecture et de la construction - Volume I, partie 2 : AR*, Librairie de la construction moderne, Paris. URL <http://bibliotheque-numerique.inha.fr/collection/8426-encyclopedie-de-l-architecture-et-de-la/?n=2>.
- PLANAT, P. 1888d, *Encyclopédie de l'architecture et de la construction - Volume III, partie 2 : CI - CO*, Librairie de la construction moderne, Paris. URL <http://bibliotheque-numerique.inha.fr/collection/8430-encyclopedie-de-l-architecture-et-de-la/?n=6>.
- PÉROUSE DE MONTCLOS, J.-M. 1982, *L'architecture à la française : du milieu du XVe à la fin du XVIIIe siècle*, Picard, Paris.
- PÉROUSE DE MONTCLOS, J.-M. 1994, *Le guide du Patrimoine : Paris*, Direction du Patrimoine C.N.M.H.S.
- PÉROUSE DE MONTCLOS, J.-M. 1995, *Histoire de l'architecture : de la Renaissance à la Révolution*, vol. 2, Mengès, Paris.
- PÉROUSE DE MONTCLOS, J.-M. 2007, *Architecture : méthode et vocabulaire*, 6^e éd., Impr. nationale : Ed. du patrimoine, Paris.
- QUICHERAT, J.-É. 1886, *Mélanges d'archéologie et d'histoire*, Alphonse Picard, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k36495n>.
- QUATREMÈRE DE QUINCY, A. 1825, «Plate-bande», URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k85720c>.

Bibliographie

- RAGUENET, A. 1915a, *Matériaux et documents d'architecture et de sculpture, classés par ordre alphabétique*, vol. 6, G. Broes Van Dort Co., Chicago. URL <http://archive.org/details/materialsdocumen06unse>.
- RAGUENET, A. 1915b, *Matériaux et documents d'architecture et de sculpture, classés par ordre alphabétique*, vol. 5, G. Broes Van Dort Co., Chicago. URL <http://archive.org/details/materialsdocumen05unse>.
- RANKINE, W. J. M. 1858, *A manual of applied mechanics*, Griffin, London.
- REESE, M. L. 2008, *Structural analysis and assessment of Guastavino vaulting*, Master thesis, Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Architecture. URL <http://dspace.mit.edu/handle/1721.1/44748>.
- REVEYRON, N. 1993, «Les structures clavées non-extradossées dans l'architecture romane et gothique (XIIe-XIIIe siècles)», *Bulletin Monumental*, vol. 151, n° 4, p. 553–589. URL http://www.persee.fr/web/revues/home/prescript/article/bulmo_0007-473x_1993_num_151_4_3408.
- REYNAUD, L. 1867, *Traité d'architecture - Première Partie - Art de Batir*, vol. 1, 3^e éd., Dalmont et Dunod, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k5741692d>.
- RIPPMANN, M. 2016, *Funicular Shell Design : Geometric Approaches to Form Finding and Fabrication of Discrete Funicular Structures*, thèse de doctorat, ETH Zurich, Department of Architecture, Zurich.
- RIPPMANN, M., L. LACHAUER et P. BLOCK. 2012, «Interactive vault design», *International Journal of Space Structures*, vol. 27, n° 4, p. 219–230. URL <http://block.arch.ethz.ch/brg/publications/260>.
- RIVOALEN, E. 1888, «Porte», dans *Encyclopédie de l'architecture et de la construction - Volume VI, partie 1 : NA-RE*, édité par P. Planat, Librairie de la construction moderne, Paris, p. 255–267. URL <http://bibliotheque-numerique.inha.fr/collection/8435-encyclopedie-de-l-architecture-et-de-la/?n=11>.
- ROLAND LE VIRLOYS, C. F. 1770a, *Dictionnaire d'architecture, civile, militaire et navale - Tome second*, vol. 2, Libraires Associés, Paris. URL <http://www.purl.org/yoolib/inha/11749>.
- ROLAND LE VIRLOYS, C. F. 1770b, *Dictionnaire d'architecture, civile, militaire et navale - Tome troisième*, vol. 3, Libraires Associés, Paris. URL <http://www.purl.org/yoolib/inha/11750>.
- RONDELET, J. 1802, *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir - Tome 1 Livre 1*, chez l'auteur, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k86635c>.
- RONDELET, J. 1804, *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir - Tome 2 Livres 3 et 4*, chez l'auteur, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k86636q>.
- RONDELET, J. 1805, *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir - Tome 3 Livre 5*, chez l'auteur, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k866372>.

Bibliographie

- RONDELET, J. 1828, *Art de bâtir - Planches*, chez l'auteur, Paris. URL <http://digi.ub.uni-heidelberg.de/diglit/rondelet1828planches>.
- RONDELET, J. 1834, *Traité théorique et pratique de l'art de bâtir - Tome 2 Livres 3 et 4*, 7^e éd., Firmin Didot frères, Paris.
- RUSKIN, J. 1849, *The seven lamps of architecture*, 1^{re} éd., Smith, Elder, & Co., London.
- SAKAROVITCH, J. 1992, «La coupe des pierres et la géométrie descriptive», dans *L'École normale de l'an III : leçons de mathématiques*, édité par J. Dhombres, Dunod, Paris, p. 530–540. URL <http://books.openedition.org/editionsulm/442>.
- SAKAROVITCH, J. 1998, *Epures d'architecture : de la coupe des pierres à la géométrie descriptive XVIe-XIXe siècles*, Birkhäuser, Basel ; Boston.
- SAKAROVITCH, J. 2006, «Construction History and Experimentation», dans *Proceedings of the second international congress on construction history*, Cambridge, p. 2777–2791.
- SALENÇON, J. 1983, *Calcul à la rupture et analyse limite*, Presses de l'École Nationale des Ponts et Chaussées, Paris.
- SANCHINI, V. 2013, *Progetto e costruzione di piattabande in pietra da taglio. I casi di Saint-Etienne a Beauvais e Saint-Pierre-Saint-Paul a Villers-Saint-Paul.*, Mémoire de Master, Università di Bologna.
- SAUVAGET, J. 1950, «La madrasa 'Âdiliya», dans *Les monuments Ayyoubides de Damas*, Études arabes, médiévales et modernes, Presses de l'Ifpo, Beyrouth, p. 77–92. URL <http://books.openedition.org/ifpo/3804>.
- SAUVAL, H. 1724a, *Histoire et recherches des antiquités de la ville de Paris*, vol. 2, Charles Moette & Jacques Chardon, Paris. URL <http://archive.org/details/histoireetrecher02sauv>.
- SAUVAL, H. 1724b, *Histoire et recherches des antiquités de la ville de Paris*, vol. 1, Charles Moette & Jacques Chardon, Paris. URL <http://archive.org/details/histoireetrecher01sauv>.
- SAUVAL, H. 1724c, *Histoire et recherches des antiquités de la ville de Paris*, vol. 3, Charles Moette & Jacques Chardon, Paris. URL <http://archive.org/details/histoireetrecher03sauv>.
- SAVOT, L. 1624, *L'architecture françoise des bastimens particuliers*, Sesbastien Cramoisy, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k85642d>.
- SCAMOZZI, V. 1615, *L'idea della architettura universale*, Venise. URL architectura.cesr.univ-tours.fr/Traite/Notice/Scamozzi1615.asp.
- SCHEK, H.-J. 1974, «The force density method for form finding and computation of general networks», *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 3, n° 1, p. 115–134.

Bibliographie

- SERLIO, S. 1537, *Regole generali di architettura*, F. Marcolini, Venise. URL http://architectura.cesr.univ-tours.fr/Traite/Notice/B272296201_A101.asp.
- SIMONIN. 1792, *Traité élémentaire de la coupe des pierres ou Art du trait*, Basset, Paris. URL <http://books.google.com.br/books?id=tDMVAAAAQAAJ>.
- SMARS, P. 2000, *Études sur la stabilité des arcs et voûtes - confrontation des méthodes de l'analyse limite aux voûtes gothiques en Brabant*, thèse de doctorat, Université Catholique de Louvain, Leuven. URL http://smars.yuntech.edu.tw/phd/phd_f.html.
- SMARS, P. 2008, «Notes on the influence of friction and tensile resistance on the stability of masonry arches», dans *Proceedings of the 6th International Conference Structural Analysis of Historical Construction*, p. 1–8.
- SOLLAZZO, A. et S. MARZANO. 1988, *Elementi di meccanica dei continui e resistenza dei materiali*, n° 2 dans *Scienza delle costruzioni*, Utet, Torino.
- SPEISER, P. et R. WIMMEL. 2012, «Éléments horizontaux dans l'architecture des pays islamiques», dans *L'architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 92–100.
- STRÖM, M. 2011, *Paris en détails : Le Marais*, Le Studiolo, Michel de Maule.
- TAMBORÉRO, L. 2008, *De Delorme à de La Hire, la recherche d'une méthode universelle dans les traités de stéréotomie. Opérations géométriques et emprunts.*, thèse de doctorat, EHESS, Paris. URL http://www.researchgate.net/profile/Luc_Tamborero/.
- TAMBORÉRO, L. 2010, «La voûte de l'hôtel de ville d'Arles. Approche historique et technique du chantier (1673-1677)», dans *Edifices & artifices*, Picard, Paris.
- TAMBORÉRO, L. 2013, «Le traité de la coupe des pierres», dans *Philippe de la Hire 1640-1718 Entre architecture et sciences*, Picard, Paris, p. 191–202.
- TAMBORÉRO, L. et J. SAKAROVITCH. 2010, «La voûte de l'hôtel de ville d'Arles», .
- TARRÍO, I. 2015, «The Buttressing System in Pol Abraham's Criticism of Viollet-Le-Duc's Theories», dans *Proceedings of the fifth international congress on construction history*, Chicago.
- DI TEODORO, F. P. 2012, «Plates-bandes, planchers en poteries et poutres composées de Léonard», dans *L'architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 188–193.
- TIBIÈRES, C. 2012, «La coupe des pierres dans les plates-bandes», dans *L'architrave, le plancher, la plate forme : Nouvelle histoire de la construction*, PPUR, p. 363–375.
- TIERCELET, A.-C. 1728, *Architecture moderne ou L'art de bien bâtir pour toutes sortes de personnes : tant pour les maisons des particuliers que pour les palais*, vol. 1, C. Jombert, Paris. URL <https://archive.org/details/architecturemode01jomb>.

Bibliographie

- TIMOSHENKO, S. 1953, *History of strength of materials*, McGraw-Hill, New York.
- TOMASONI, E. 2008, *Le volte in muratura negli edifici storici : tecniche costruttive e comportamento strutturale*, PhD thesis, Università degli Studi di Trento. URL http://www.unitn.it/files/download/9646/phd_thesis_elide_tomasoni_-_ciclo_xx.pdf.
- UNGEWITTER, G. G. et K. MOHRMANN. 1901, *Lehrbuch der gotischen Konstruktionen*, vol. 1, 4^e éd., Tauchnitz, Leipzig. URL <http://books.google.fr/books?id=SkSAAAAAYAAJ>.
- DI VESME, A. B. 1968, *Schede Vesme - L'arte in Piemonte dal XVI al XVIII secolo - N-Z*, vol. 3, Società Piemontese di archeologia e belle arti.
- VIEL, C.-F. 1805, *De l'impuissance des mathématiques pour assurer la solidité des bâtimens , et Recherches sur la construction des ponts*, Tiliard et fils, Paris. URL <http://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k6529022b>.
- VILLEMUS, B. 2004, *Étude des murs de soutènement en maçonnerie de pierres sèches*, thèse de doctorat, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon. URL <http://theses.insa-lyon.fr/publication/2004ISAL0015/these.pdf>.
- VIOLLET-LE-DUC, E. 1858, «Appareil», URL https://fr.wikisource.org/wiki/Dictionnaire_raisonn%C3%A9_de_l%E2%80%99architecture_fran%C3%A7aise_du_XIe_au_XVIe_si%C3%A8cle/Appareil.
- VIOLLET-LE-DUC, E. 1859a, «Cheminée», URL https://fr.wikisource.org/wiki/Dictionnaire_raisonn%C3%A9_de_l%E2%80%99architecture_fran%C3%A7aise_du_XIe_au_XVIe_si%C3%A8cle/Chemin%C3%A9e.
- VIOLLET-LE-DUC, E. 1859b, «Claveau», URL https://fr.wikisource.org/wiki/Dictionnaire_raisonn%C3%A9_de_l%E2%80%99architecture_fran%C3%A7aise_du_XIe_au_XVIe_si%C3%A8cle/Claveau.
- VIOLLET-LE-DUC, E. 1860a, «Construction – Civiles», URL https://fr.wikisource.org/wiki/Dictionnaire_raisonn%C3%A9_de_l%E2%80%99architecture_fran%C3%A7aise_du_XIe_au_XVIe_si%C3%A8cle/Construction_-_Civiles.
- VIOLLET-LE-DUC, E. 1860b, «Cuisine», URL http://fr.wikisource.org/wiki/Dictionnaire_raisonn%C3%A9_de_l%E2%80%99architecture_fran%C3%A7aise_du_XIe_au_XVIe_si%C3%A8cle/Corniche.
- VIOLLET-LE-DUC, E. 1863, «Meneau», URL https://fr.wikisource.org/wiki/Dictionnaire_raisonn%C3%A9_de_l%E2%80%99architecture_fran%C3%A7aise_du_XIe_au_XVIe_si%C3%A8cle/Meneau.
- VIOLLET-LE-DUC, E. 1864, «Plate-bande», URL https://fr.wikisource.org/wiki/Dictionnaire_raisonn%C3%A9_de_l%E2%80%99architecture_fran%C3%A7aise_du_XIe_au_XVIe_si%C3%A8cle/Plate-bande.

Bibliographie

- VIRÉ-GAILLARD, B. 2011, *Les Franque : une dynastie d'architectes avignonnais au XVIIIe siècle*, Thèse de doctorat, Université Paris-Sorbonne, Paris.
- VOUGA, E., M. HÖBINGER, J. WALLNER et H. POTTMANN. 2012, «Design of self-supporting surfaces», *ACM Transactions on Graphics (TOG)*, vol. 31, n° 4, p. 87.
- EL WAKIL, L. 2009, «"Cet homme nous fut envoyé par le ciel pour rénover l'architecture égarée depuis des siècles" Relecture de quelques cas genevois», *Études de lettres*, , n° 1, p. 35–56. URL <http://edl.revues.org/523>.
- WOLFE, W. S. 1921, *Graphical analysis - a text book on graphic statics*, 1^{re} éd., McGraw-Hill book company, New York. URL <http://archive.org/details/graphicalanalysis100wolfrich>.
- ZESSIN, J. F. 2012, *Collapse analysis of unreinforced masonry domes and curving walls*, thèse de doctorat, Massachusetts Institute of Technology, Dept. of Architecture. URL <http://dspace.mit.edu/handle/1721.1/70879>.