



**HAL**  
open science

# ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DES INSTABILITES BASSES FREQUENCES DANS UN PLASMA EN CHAMPS MAGNETIQUE ET ELECTRIQUE CROISES

Steve Jaeger

► **To cite this version:**

Steve Jaeger. ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DES INSTABILITES BASSES FREQUENCES DANS UN PLASMA EN CHAMPS MAGNETIQUE ET ELECTRIQUE CROISES. Physique des plasmas [physics.plasm-ph]. Aix-Marseille Universite, 2010. Français. NNT: . tel-01857727

**HAL Id: tel-01857727**

**<https://theses.hal.science/tel-01857727>**

Submitted on 17 Aug 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Public Domain



# UNIVERSITÉ DE PROVENCE

Laboratoire de  
PHYSIQUE DES INTERACTIONS  
IONIQUES ET MOLÉCULAIRES  
(UNITÉ MIXTE DE RECHERCHE DU C.N.R.S. 6633)  
Centre de St Jérôme - Case 321 - F 13397 Marseille Cedex 20



THÈSE POUR OBTENIR LE GRADE DE DOCTEUR  
DISCIPLINE : RAYONNEMENT ET PLASMAS  
ÉCOLE DOCTORALE : PHYSIQUE ET SCIENCES DE LA MATIÈRE

## ETUDE THEORIQUE ET EXPERIMENTALE DES INSTABILITES BASSES FREQUENCES DANS UN PLASMA EN CHAMPS MAGNETIQUE ET ELECTRIQUE CROISES

STEVE JAEGER  
DIRECTEUR DE THÈSE : THIÉRY PIERRE

**Thèse présentée et soutenue publiquement le 8 Octobre 2010  
devant le jury composé de :**

- J-M. Rax, Ecole Polytechnique et Université Paris-Sud (rapporteur)
- E. Gravier, Université Henri Poincaré, Nancy (rapporteur)
- J-M. Layet, Université de Provence, Marseille
- Y. Sarazin, Commissariat à l'Énergie Atomique, Cadarache
- T. Lehner, CNRS Observatoire de Paris-Meudon
- F. Doveil, CNRS PIIM, Marseille
- T. Pierre, CNRS PIIM, Marseille (directeur de thèse)

*” Le soleil, avec toutes ces planètes qui gravitent sous sa gouverne, prend encore le temps de mûrir une grappe de raisin, comme s’il n’y avait rien de plus important. ”*

- Galileo Galilei

*” Il n’y a de terrible en nous et sur la terre et dans le ciel peut-être que ce qui n’a pas encore été dit. On ne sera tranquille que lorsque tout aura été dit, une bonne fois pour toutes, alors enfin on fera silence et on aura plus peur de se taire. Ça y sera. ”*

- Louis Ferdinand Céline, Voyage au bout de la nuit



# Résumé

La problématique du plasma en champs magnétique et électrique croisés est cruciale dans un certain nombre de situations physiques, allant de la météorologie spatiale aux procédés plus terrestres que sont la fusion par confinement magnétique ou la propulsion à effet Hall. Il est bien connu en effet que cet état est propice à l'établissement de flux de matières et d'énergie qualifiés d'"anormaux" puisqu'impossible à expliquer en terme de diffusion classique. On admet communément depuis plusieurs années que ce transport est intrinsèquement lié aux instabilités du milieu plasma et à la turbulence qui leur est associée.

Dans notre dispositif de laboratoire à cathode chaude MISTRAL une colonne cylindrique de plasma magnétisé est produite au moyen d'un faisceau d'électrons ionisants. Dans les conditions habituelles d'expérience des instabilités à basse fréquences sont mesurées en même temps qu'un transport du plasma dans la direction transverse au champ magnétique, à l'ombre du limiteur. Le déclenchement et les caractéristiques de ces instabilités sont directement liés à la mise en place d'un champ électrique transverse étroitement conditionné par le bilan de courant. Au moyen des diagnostics (sondes, caméra intensifiée, fluorescence induite par laser) mis en œuvre nous avons pu caractériser avec beaucoup de détail la situation où un mode régulier se développe et les conditions de sa transition vers un état turbulent.

L'analyse théorique menée dans ce manuscrit montre que l'influence des forces inertielles sur le fluide ionique en rotation  $\vec{E} \times \vec{B}$ , en particulier aux forts rapports  $E/B$  obtenus sur notre dispositif, est déterminante aussi bien pour l'équilibre du plasma que sa stabilité. Il apparaît en particulier qu'à champ électrique centripète une instabilité globale analogue à celle de Simon-Hoh - puisque liée à une dérive différentielle des espèces chargées sous l'effet du freinage inertiel - est excitée. Ces résultats fournissent une explication très probable aux observations expérimentales obtenues sur notre dispositif, bien qu'une prise en compte des effets cinétiques apparaisse indispensable pour le confirmer. Mais au-delà de nos expériences, ils constituent nous l'espérons un éclairage original sur la question plus générale de la stabilité du plasma en champs croisés.



# Table des matières

<b>Introduction</b>	<b>xi</b>
<b>1 Instabilités et transport transverse en plasmas magnétisés : champs d'intérêt</b>	<b>1</b>
1.1 Les plasmas de fusion . . . . .	2
1.1.1 Confinement magnétique . . . . .	2
1.1.2 Transport transverse dans les machines toriques à confinement magnétique . . . . .	5
1.1.3 Instabilités, turbulence et transport . . . . .	6
1.1.4 Modes de confinement améliorés . . . . .	7
1.2 Plasmas d'astrophysique . . . . .	9
1.2.1 Les plasmas stellaires . . . . .	9
1.2.2 L'environnement terrestre ionisé . . . . .	10
1.3 Une expérience test pour étudier les instabilités de plasmas magnétisés : le dispositif MISTRAL . . . . .	13
1.3.1 la machine MISTRAL : présentation . . . . .	13
1.3.2 Paramètres expérimentaux typiques d'une expérience MISTRAL . . . . .	15
<b>2 Trajectoires particulières</b>	<b>19</b>
2.1 Trajectoires et dérive des centre-guides . . . . .	19
2.1.1 Dérives en champ magnétique variable . . . . .	24
2.1.2 Dérives en champ électrique non-uniforme : effets de rayon de Larmor fini et d'inertie ionique . . . . .	26
2.2 Trajectoires en géométrie cylindrique . . . . .	30
2.2.1 Equation du mouvement et solution stationnaire . . . . .	31
2.2.2 Simulations du mouvement particulière en géométrie cylindrique . . . . .	38
2.2.3 Solution analytique du mouvement stationnaire en géométrie cylindrique : . . . . .	44
2.2.4 Analyse des effets inertiels : . . . . .	48
2.3 Conclusion sur la dynamique des particules magnétisées . . . . .	52
<b>3 Représentation et physique des plasmas magnétisés</b>	<b>55</b>
3.1 Description des plasmas inhomogènes en champ magnétique . . . . .	56
3.1.1 Considérations générales sur les ordres de grandeur . . . . .	58
3.1.2 Equations de Maxwell pour les champs du plasma . . . . .	58
3.2 Théorie cinétique des plasmas : . . . . .	60

3.2.1	Distribution statistique, moments de la distribution : . . . . .	60
3.2.2	Énergétique du gaz de particules : . . . . .	62
3.2.3	Equation cinétique de la dynamique : . . . . .	66
3.2.4	Un modèle hybride pour la description des plasmas magnétisés : l'approche gyro-cinétique . . . . .	70
3.3	Dynamique électronique dans les plasma :	
	quasi-neutralité et ondes propres . . . . .	72
3.3.1	quasi-neutralité dans les plasmas isotropes . . . . .	72
3.3.2	ondes de Langmuir et limite macroscopique : . . . . .	75
3.3.3	Quasi-neutralité dans un plasma magnétisé : . . . . .	76
3.3.4	Ondes dans les plasmas magnétisés : . . . . .	78
3.3.5	Plasmas "non-neutres" . . . . .	80
3.4	Description à deux fluides : . . . . .	81
3.4.1	Dynamique non-collisionnelle à l'équilibre : . . . . .	82
3.4.2	Plasmas collisionnels : . . . . .	85
3.5	Description à un fluide . . . . .	88
3.5.1	Dynamique à l'équilibre dans le modèle <i>dynamique de dérive</i> . . . . .	89
3.5.2	Courants à l'équilibre dans le modèle DD . . . . .	90
3.6	Conclusion sur les différents modèles . . . . .	90
<b>4</b>	<b>Dispositif expérimental</b>	<b>93</b>
4.1	Le dispositif expérimental . . . . .	93
4.2	Diagnostics utilisés sur MISTRAL . . . . .	97
4.2.1	Les sondes électrostatiques . . . . .	97
4.2.2	Diagnostics optiques . . . . .	103
4.3	Paramètres du plasma de MISTRAL . . . . .	106
<b>5</b>	<b>Étude théorique de l'équilibre du magnéto-plasma de MISTRAL</b>	<b>109</b>
5.1	Plasma créé par un faisceau d'électrons rapides : . . . . .	109
5.2	Physique des lignes de champ ouverte . . . . .	113
5.2.1	Modélisation de la gaine face au collecteur terminal : . . . . .	113
5.2.2	Flux sur les collecteurs axiaux au flottant : . . . . .	117
5.2.3	Flux sur les collecteurs axiaux à la masse : . . . . .	120
5.3	Équilibre du plasma magnétisé en rotation : . . . . .	122
5.3.1	Équilibre du plasma tournant non-collisionnel : . . . . .	125
5.3.2	Équilibre du plasma collisionnel en champs croisés : . . . . .	127
5.4	Conclusion sur l'équilibre du plasma . . . . .	131
<b>6</b>	<b>Observation de l'instabilité en champs croisés</b>	<b>133</b>
6.1	Équilibre du plasma créé par un faisceau d'électrons ionisants . . . . .	134
6.1.1	Conditions de création du plasma . . . . .	134
6.1.2	Mesure des paramètres d'équilibre . . . . .	136
6.2	Analyse expérimentale du mode régulier . . . . .	140
6.2.1	Caractérisation des surdensités du plasma . . . . .	140
6.2.2	Comportement spatio-temporel . . . . .	144

6.2.3	Observation à la caméra intensifiée . . . . .	145
6.3	Évolution entre le mode régulier et la turbulence faible . . . . .	147
6.3.1	Bilan de courant : . . . . .	147
6.3.2	Détection des primaires : . . . . .	149
6.3.3	Transition entre les deux régimes . . . . .	151
6.3.4	Etude spatio-temporelle de la transition à la turbulence : . . . . .	154
6.3.5	Croissance de l'instabilité . . . . .	155
6.4	Influence des paramètres expérimentaux sur le mode régulier . . . . .	158
6.4.1	Influence du champ électrique radial : . . . . .	158
6.4.2	Influence du champ magnétique et de la pression : . . . . .	161
6.5	Distribution en vitesse des ions : mesures par LIF . . . . .	163
6.6	Conclusion sur le comportement du plasma en champs croisés . . . . .	165
<b>7</b>	<b>Modélisation fluide des instabilités électrostatiques en champs croisés</b>	<b>167</b>
7.1	Instabilités fluides . . . . .	167
7.1.1	Introduction au modèle fluide . . . . .	167
7.1.2	Réponse linéaire des différentes espèces . . . . .	175
7.1.3	Fonctions propres en géométrie cylindrique : . . . . .	179
7.1.4	Expression finale pour la relation de dispersion : . . . . .	181
7.2	Instabilité "flûte" : . . . . .	185
7.2.1	Instabilité de Simon-Hoh (SHI) : . . . . .	186
7.2.2	Instabilité de Simon-Hoh inertielle (ISHI) : . . . . .	188
7.2.3	Discussion sur l'instabilité ISHI : . . . . .	193
7.3	Instabilité d'onde de dérive collisionnelle (CDWI) : . . . . .	195
7.3.1	ondes de dérive collisionnelles "classiques" : . . . . .	195
7.3.2	Ondes CDW dans le cas général : . . . . .	199
7.3.3	Conclusion générale sur les ondes de dérive collisionnelles : . . . . .	203
7.4	Effets cinétiques sur les ondes instables . . . . .	204
7.4.1	effet de rayon de Larmor fini : "gyro-moyenne" des champs oscillants	205
7.4.2	Résonance cyclotron : . . . . .	206
7.5	Transport transverse dû à l'instabilité . . . . .	208
7.5.1	Relation densité/potentiel dans l'instabilité ISHI : . . . . .	208
7.5.2	Vitesses radiales des différentes espèces : . . . . .	208
7.5.3	Flux et courants radiaux : . . . . .	209
7.6	Conclusion sur les instabilités théoriques . . . . .	210
	<b>Conclusion</b>	<b>213</b>
<b>A</b>	<b>Fréquences de collision dans l'argon</b>	<b>219</b>
A.1	Collisions coulombiennes : . . . . .	219
A.2	Collisions avec les neutres : . . . . .	220
A.3	Collisions ionisantes pour les électrons primaires : . . . . .	221
A.4	Recombinaison des espèces du plasma : . . . . .	222

<b>B Compléments sur le modèle à 1 fluide</b>	<b>225</b>
B.1 Magnéto-hydrodynamique (MHD) vs Dynamique de Dérive (DD) . . . .	226
B.2 Loi d’Ohm dans le modèle DD . . . . .	227
<b>C Fonctions propres radiales et fonctions de Kummer</b>	<b>229</b>
<b>D Instabilité d’onde de dérive ”classique”, compléments</b>	<b>233</b>
D.1 ondes DW à champ électrique et courant nuls : . . . . .	233
D.2 Influence des paramètres du plasma sur l’instabilité CDWI : . . . . .	235

# Notations et acronymes

L'indice  $\alpha$  désigne un type de particule, les indices i et e désignent respectivement les ions et les électrons.

L'indice k désigne une direction quelconque dans l'espace :

- dans un repère cartésien  $k=1,2,3 \Leftrightarrow x,y,z$
- dans un repère cylindrique  $k=1,2,3 \Leftrightarrow r,\theta,z$

Les indices  $\parallel$  et  $\perp$  désignent respectivement les directions parallèles et perpendiculaires au champ magnétique.

Le nombre de dimension spatiales est indiqué par le paramètre  $n_D$  :

- cas isotrope 3D :  $n_D = 3$
- cas 1D :  $n_D = 1$
- cas anisotrope : direction parallèle :  $n_D = 1$ , direction transverse :  $n_D = 2$

La notation  $|\cdot|$  désigne à la fois la valeur absolue d'une grandeur scalaire, le module d'un nombre complexe et la norme d'une grandeur vectorielle.

On assimilera souvent fréquences  $\nu$  (unité : Hz) et pulsations (ou vitesses angulaires)  $\omega = 2\pi\nu$  (unité rad/s).

La notation  $\langle \cdot \rangle$  désigne la moyenne temporelle ou spatiale d'une grandeur.

On assimilera souvent fréquences  $\nu$  (unité : Hz) et pulsations (ou vitesses angulaires)  $\omega = 2\pi\nu$  (unité rad/s).

Les différentes grandeurs utilisées dans ce mémoire sont représentées par les symboles suivants :

$\epsilon_0$  : permittivité du vide

$\mu_0$  : perméabilité du vide

$k_B$  : constante de Boltzmann

$n_\alpha$  : densité

$\vec{V}_\alpha$  : vitesse fluide

$Z_\alpha$  : charge relative

e : charge de l'électron

$q_\alpha = Z_\alpha e$  : charge

$m_\alpha$  : masse

$\rho_\alpha$  : densité de charge de l'espèce  $\alpha$

$\rho_t = \sum_\alpha \rho_\alpha$  : densité de charge totale

$\vec{\Gamma}_\alpha = n_\alpha \vec{V}_\alpha$  : flux de l'espèce  $\alpha$

$\vec{j}_\alpha = q_\alpha \vec{\Gamma}_\alpha$  : courant électrique

$\vec{j}_t = \sum_\alpha \vec{j}_\alpha$  : courant électrique total

$\vec{B}$  : champ magnétique

$\vec{b} = \vec{B}/B$  : direction du champ  $\vec{B}$

$\vec{E}$  : champ électrique

$\phi$  : potentiel électrique

$\vec{A}$  : potentiel vecteur

$\vec{P}_\alpha$  : tenseur de pression cinétique

$P_\alpha$  : pression scalaire

$T_\alpha$  : température du fluide

$\nu_{coll}$  : fréquence de collision

$\nu_{in}$  : fréquence de collisions ions-neutres

$\nu_{en}$  : fréq. de coll. électrons-neutres

$\nu_{ie}$  : fréquence de collisions ions-électrons

$$\begin{array}{ll}
 \nu_{ei} : \text{fréq. de coll. électrons-ions} & \omega_{c,\alpha} = \frac{|q_\alpha|B}{m_\alpha} : \text{fréquence cyclotron} \\
 c_{si} = \frac{k_B(T_e+T_i)}{m_i} : \text{vitesse acoustique ionique} & \Omega_{c,\alpha} = -\frac{q_\alpha B}{m_\alpha} : \text{fréquence cyclotron signée} \\
 v_A = \frac{B}{\sqrt{\mu_0 n_i m_i}} : \text{vitesse d'Alfvén} &
 \end{array}$$

La fréquence cyclotron  $\omega_c$  est donnée en valeur absolue tandis que la fréquence cyclotron *signée*  $\Omega_c$  tient compte du sens de la rotation cyclotron : direct pour  $q < 0$  et indirect pour  $q > 0$ . A partir de la température thermodynamique on définira la vitesse thermique de référence  $v_{th,\alpha}^* = \sqrt{k_B T_\alpha / m_\alpha}$  et les vitesses thermiques dans les différentes directions par :  $v_{th,\alpha,k} = \sqrt{n_D} v_{th,\alpha}^*$ , en particulier on a :

$$\begin{array}{l}
 - v_{th,\alpha,\parallel} = v_{th,\alpha}^* \\
 - v_{th,\alpha,\perp} = \sqrt{2} v_{th,\alpha}^*
 \end{array}$$

A partir de la vitesse thermique et de la fréquence cyclotronique on définit le rayon de Larmor moyen du gaz par :  $R_L = v_{th,\alpha,\perp} / \Omega_{c,\alpha}$ . Toutes les grandeurs sont données en unité SI.

## Acronymes :

CDW : *Collisional Drift Wave*

CDWI : *Collisional Drift Wave Instability*

CG : *Centre-Guide*

CI : *Conditions initiales*

CL : *Conditions aux limites*

DDP : *Différence De Potentiel*

DW : *Drift Wave*

ED : *Equation différentielle*

EDL : *Equation différentielle linéaire*

fde : *fonction de distribution en énergie*

fdv : *fonction de distribution des vitesses*

II : *Inertie Ionique*

ISHI : *Inertial Simon-Hoh Instability*

LMPD : *Laboratory Magnetized Plasma Device*

MISTRAL : *Machine à Ionisation Suprême Très Respectée A L'étranger*

NCDW : *Non-collisional Drift Wave*

RFA : *Reverse-Field Analyzer* (analyseur d'énergie à grille répulsive)

RL : *Rayon de Larmor*

RLF : *Rayon de Larmor Fini*

SH : *Simon-Hoh*

SHI : *Simon-Hoh Instability*

# Introduction

La physique des plasmas est une discipline jeune, à peine 80 ans nous séparent de la formulation par Irving Langmuir [Langmuir28] de ce quatrième état de la matière si marginal sur terre mais qui constitue pourtant l'essentiel de l'univers. Tout d'abord considérés comme des fluides que leurs propriétés électromagnétiques complexes rendaient particulièrement sensibles aux instabilités à cause de la rétroaction entre la dynamique des particules et les champs qu'elles génèrent, la théorie cinétique des plasmas développée par Vlasov [Vlasov38, Vlasov45] et Landau qui voit le jour dans les années 40 mettra en évidence quantité de phénomènes collectifs qui autorisent aujourd'hui une compréhension plus poussée de l'interaction onde-plasma à l'origine de la turbulence couramment observée dans les systèmes physiques constitués de gaz ionisés.

C'est sans doute à cause de la complexité de son corpus théorique que la physique des plasmas conserve pour une bonne part jusqu'à l'heure actuelle sa nature de science expérimentale, et l'expérience dans ce domaine reste souvent le critère déterminant pour dégager les phénomènes qui dominent la dynamique des plasmas dans des conditions données. Paradoxalement la recherche dans ce domaine s'est initialement concentrée sur l'idée née dans les années 1950 de concevoir des machines de confinement magnétique pour la fusion contrôlée, machines au fonctionnement et à l'équilibre magnétique complexes, qui révélèrent très vite la présence d'instabilités importantes rendant impossible le confinement d'un plasma chaud. Devant la nécessité de mieux comprendre ces instabilités les chercheurs émirent le souhait d'étudier des machines plus simples dans lesquelles ils pourraient observer l'apparition et l'excitation de phénomènes collectifs. Il s'agissait alors de mieux comprendre et maîtriser les instabilités des plasmas de fusion autant que de nourrir l'intérêt naissant pour les plasmas spatiaux et entre autres l'étude de la propagation d'ondes électromagnétiques dans l'ionosphère.

Les années 1960 virent alors l'apparition des premières machines produisant des plasmas magnétisés de laboratoire : les « Q-machines » développées parallèlement par Rynn et D'Angelo à Princeton et Knechti et Wada à Hughes grâce à des sources de plasmas alcalins confinés magnétiquement. La découverte dans ces machines d'oscillations à basse fréquence [Hoh60, Chen61, Dangelo63] allait ouvrir un pan de recherche entier de la physique des plasmas. Les machines à plasmas magnétisés de laboratoire verront dans les années qui suivent leur conception varier largement : machines à cathodes froides inspirées des Q-machines, machines à plasmas excités par Radio-Fréquence, Micro-Onde, Onde Hélicon et machines à cathode chaude dont l'expérience MISTRAL (voir figure 1) sur laquelle ce travail de thèse s'est déroulé. Cependant, et malgré les raffinements constants des dispositifs de contrôle et de diagnostic, la question de la nature exacte de



**Figure 1** – Le dispositif expérimental MISTRAL

ces instabilités et des phénomènes qui les excitent reste pour une grande part une question ouverte. Et l'intérêt de son étude est déterminant dans bien des domaines qui vont de la fusion nucléaire à la physique de l'ionosphère en passant par la propulsion spatiale à effet Hall.

### ***A propos de ce travail de thèse :***

L'objectif de cette thèse était à l'origine d'exploiter les diagnostics récents (Fluorescence Induite par Laser, observation par caméra intensifiée et ultra-rapide, détection micro-onde de la turbulence) mis en place sur la machine MISTRAL pour identifier sans ambiguïté le mécanisme des instabilités qui apparaissent à l'interface plasma-vide d'une colonne de plasma magnétisé et leur rôle dans le transport transverse de particules. Nos résultats ont rapidement mis en évidence le rôle fondamental du champ électrique radial, conditionné essentiellement par le bilan de charge lié aux conditions aux limites dans la machine, dans l'établissement d'instabilités conduisant à un transport de masse et de charge dans la direction transverse au confinement.

Le plan de ce manuscrit est organisé pour d'abord introduire au lecteur la problématique des instabilités et du transport transverse dans les plasmas en champ magnétique en décrivant plus en détail les deux principaux champs d'application de ces phénomènes : l'ionosphère et les plasmas de fusion .

Suivra une partie consacrée aux trajectoires des particules en particulier dans la situation des champs électriques et magnétiques croisés en géométrie cylindrique. Nous verrons que les considérations sur le rôle des forces inertielles qui se manifestent dans cette situation sont d'une importance capitale pour la suite.

Nous passerons ensuite aux différents modèles permettant de décrire un plasma, depuis l'approche cinétique jusqu'aux modèles fluides qui seront privilégiés dans ce travail.

Nous présenterons dans un quatrième chapitre le dispositif expérimental ainsi que le principe des différents diagnostics employés durant la mesure.

---

Le chapitre suivant sera consacré à une analyse du plasma créé par ionisation, en terme de bilan de charges et de dynamique transverse à l'équilibre. Ces deux points sont en effet essentiels à la compréhension des phénomènes observés qui reposent sur l'existence d'un gradient de potentiel radial moyen associé à une dérive azimutale des espèces.

Le sixième chapitre sera consacré à l'identification expérimentale des instabilités en champs croisés. Selon la configuration expérimentale, et en particulier la valeur des potentiels de bord qui déterminent le bilan de charge et de courant dans le plasma, il est ainsi possible d'observer un comportement instable du plasma qui provoque un transport des particules et du courant dans la direction transverse au champ magnétique. Ce transport se manifeste par l'apparition de structures radiales à l'ombre du limiteur (dans une région où aucun plasma n'est supposé être présent) qui tournent avec une vitesse angulaire constante, suggérant la présence d'une onde instable se propageant dans la direction poloïdale. Ces phénomènes sont étroitement corrélés comme on le verra avec la valeur mesurée du champ électrique et du courant transverse, ce qui indique le rôle clé de ces deux grandeurs dans le déclenchement du mode de transport régulier. La transition à la turbulence de ces modes instables sera en particulier l'objet d'une grande attention.

Le dernier chapitre enfin sera consacré à une approche analytique des instabilités linéaires de la colonne de plasma dans la situation décrite précédemment, avec le souci de mettre en évidence les mécanismes conduisant à l'apparition de modes instables susceptibles de donner lieu au transport du plasma à l'ombre du limiteur observé.

# Chapitre 1

## Instabilités et transport transverse en plasmas magnétisés : champs d'intérêt

*” When a distinguished but elderly scientist states that something is possible, he is almost certainly right. When he states that something is impossible, he is very probably wrong.”*

— Arthur C. Clarke, Clarke’s first law

Dans cette première partie, qui prolonge l’introduction, nous verrons les enjeux liés à la question de la stabilité du plasma, en particulier dans la situation de champs croisés dont la problématique est au cœur de ce mémoire. Depuis leur découverte dans les années 60 [Chen61, Dangelo63], les instabilités basses fréquences dans les plasmas de décharge ont été l’objet de nombreuses études aussi bien théoriques qu’expérimentales motivées à la fois par l’essor de la théorie non-linéaire qui voyait là un domaine d’application riche en enseignements et par le développement des machines de confinement magnétique dont les capacités se montrèrent directement liées au contrôle des micro-instabilités présentes au sein du plasma thermonucléaire[Chen67]. Il fallut peu de temps pour que cette physique n’intéresse également les astrophysiciens nécessairement confrontés à la question puisque l’univers regorge de situations où des plasmas magnétisés aux caractéristiques très diverses sont en interaction.

Un bonne part des modèles théoriques expliquant ces instabilités émergea dans les années qui suivirent leur découverte et pourtant leur identification précise dans les dispositifs expérimentaux reste souvent une question ouverte, et ce principalement en raison de la faiblesse des diagnostics permettant de mesurer à coup sûr les caractéristiques du plasma. Cependant ces dernières années ont vu l’apparition de nouveaux dispositifs d’étude dont plusieurs sont exploités au sein de l’équipe MISTRAL (LIF : Light-induced fluorescence, imagerie visible par caméra ultra-rapide et intensifiée, spectroscopie, détection micro-onde). Ces moyens, couplés à une recherche théorique vivante permettent de renforcer l’espoir d’identifier les instabilités dominantes observées dans les

dispositifs produisant des plasmas magnétisés.

## 1.1 Les plasmas de fusion

### 1.1.1 Confinement magnétique

Le confinement magnétique repose sur l'idée qu'une particule chargée soumise à un champ magnétique uniforme suit, en l'absence de phénomènes collisionnels ou de fluctuations, une trajectoire hélicoïdale le long des lignes de champ magnétique qui permet d'astreindre la particule à se déplacer uniquement parallèlement à la direction de  $\vec{B}$ . La composante transverse du mouvement est appelée orbite cyclotronique : c'est une rotation à la *fréquence cyclotron*  $\Omega_c = qB/m$  avec un *rayon de Larmor*  $r_L = |v_\perp/\Omega_c|$ . La dynamique des particules obéit aux relations 2.2 données section 2.1.

Si le rayon de Larmor est faible devant la dimension transverse de la machine, le confinement est réalisé à condition qu'on parvienne soit à créer un mouvement de va-et-vient des particules le long d'un ligne de champ - c'est le cas dans les configurations miroir magnétique - soit à boucler sur elles mêmes les lignes de champ dans des configurations toriques sur lesquelles nous allons nous concentrer dans toute la suite de cette section <sup>1</sup>.

Ces dernières dans leur conception élémentaire sont constituées d'un ensemble de bobines circulaires dites toroïdales alignées le long d'un cercle de rayon  $R_0$ , les surfaces magnétiques sont alors des tores emboîtés générés par les lignes de champ circulaires à égale distance de l'axe secondaire du tore. Dans ces conditions le champ magnétique toroïdal s'écrit d'après la loi de Faraday :

$$B(R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi} = \frac{B_0 R_0}{R}$$

avec  $R$  la distance à l'axe principal du tore,  $I$  le courant dans les bobines et  $B_0$  le champ au centre d'une section du tore.

Comme on le verra au prochain chapitre dans l'étude des dérives cette géométrie induit un gradient radial et une courbure du champ magnétique, qui se traduit par l'apparition de 2 nouvelles forces : la force centrifuge ( $mv_\parallel^2/R$ ) et une force liée au gradient ( $-\frac{1}{2}mv_\perp^2 \vec{\nabla} B/B$ ) qui provoquent un mouvement de dérive vertical en sens opposé pour les électrons et les ions. Une telle situation provoque invariablement l'apparition d'un champ électrique de rappel responsable d'une nouvelle dérive radiale  $\vec{E} \times \vec{B}/B^2$  qui expulse rapidement les particules vers l'extérieur comme illustré sur la figure 1.1.

Pour compenser l'influence de la dérive électrique, la solution la plus répandue consiste à enrouler les lignes de champ en ajoutant une composante de champ poloïdale de manière à réaliser une transformée rotationnelle de la trajectoire parallèle des parti-

---

1. il est communément admis que ces dispositifs sont les plus prometteurs pour la réalisation d'un réacteur de fusion magnétique

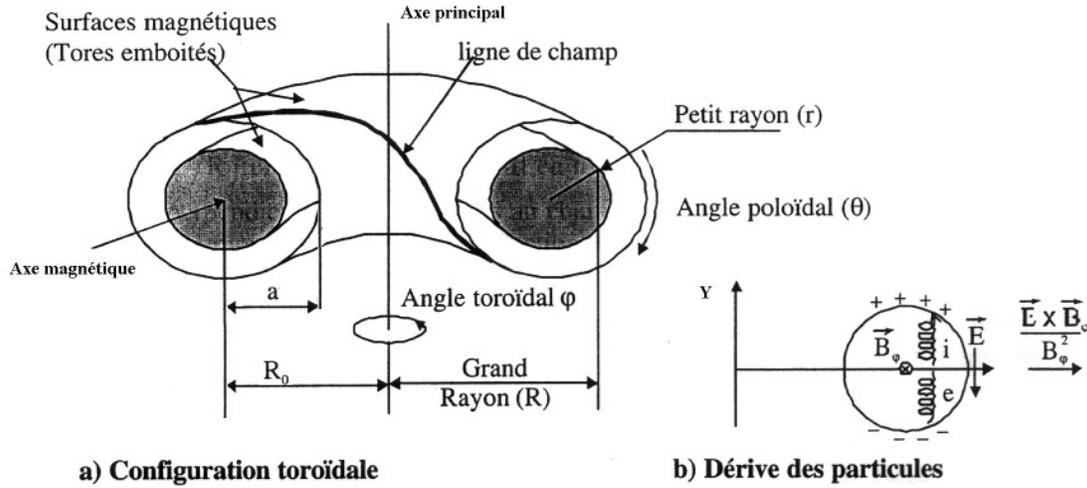


Figure 1.1 – a) configuration magnétique toroïdale b) effets de dérive

cules.

Ainsi au cours d'un tour poloïdal complet, la dérive électrique s'exerçant alternativement vers l'axe secondaire puis en sens opposé, l'effet moyen de déconfinement est annulé. Les lignes de champ magnétique forment cette fois des hélices autour de l'axe secondaire, engendrant une fois encore des surfaces magnétiques toriques emboîtées. On définit alors le facteur de sécurité  $q_{sec}$  comme le taux d'enroulement des lignes de champ qui s'écrit, dans la limite des grands rapports d'aspects  $R_0/a^2$   $q_{sec} = \frac{rB_{torr}}{RB_{pol}}$ ,  $r$  étant la distance à l'axe magnétique.

La réalisation de ce champ poloïdal a donné lieu à plusieurs dispositifs différents dont les principaux sont : le stellarator où ce champ est produit soit par des bobinages additionnels soit par une torsion des bobines classiques et le tokamak (figure 1.2) qui produit son champ poloïdal à l'aide du courant plasma généré initialement par effet transformateur et entretenu par génération de courant haute fréquence et effet de *bootstrap*<sup>3</sup>.

Un élément essentiel des machines de fusion magnétique est la conception du collecteur radial chargé s'isoler le plasma central des parois. Deux types de dispositifs axisymétriques sont employés à cette fin : le limiteur d'abord qui consiste en un "plancher" simple interceptant les lignes de champ ouvertes (LCO) périphériques, abandonné progressivement au profit du *divertor* où des bobinages additionnels vont dévier les LCO vers un élément de paroi distant, ce qui permet d'étaler les dépôts de puissance et de matière tout en confinant les impuretés liées à l'érosion loin du plasma central. La figure 1.3 montre le principe de ces deux configurations sur la machine JET. La région de bord constituée des surfaces de flux ouvertes s'appuyant sur le plancher est génériquement appelée SOL pour *Scrape-Off Layer* ou Section à l'Ombre du limiteur. En tant que condition aux li-

2. avec  $a$  le petit rayon du tore

3. le courant est alors auto-généré par asymétrie de distribution des électrons piégés[Wesson97]

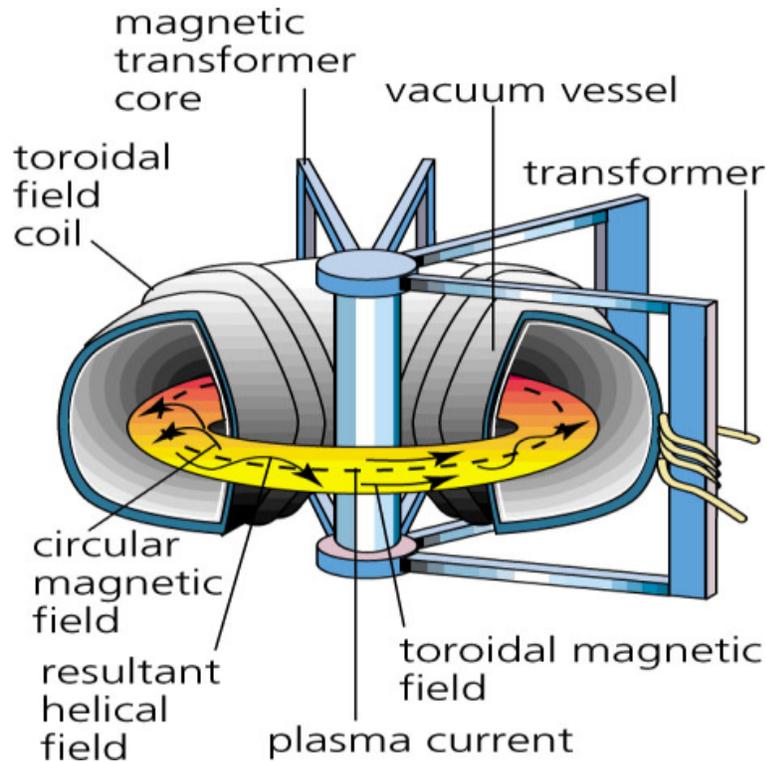


Figure 1.2 – schéma de principe d'un tokamak

mite radiale du plasma elle joue un rôle clé dans l'établissement des flux de matières et d'énergie qui le traversent.

Le confinement magnétique dont nous venons de décrire les grands principes est nécessaire afin de satisfaire au critère bien connu de Lawson [Lawson57] :  $n_e T_i \tau_E > C$ , avec  $n_e$  la densité électronique du plasma,  $T_i$  la température ionique,  $\tau_E$  le temps de confinement de l'énergie et  $C$  une constante liée à la réaction de fusion envisagée<sup>4</sup>. Ce critère correspond au seuil de rentabilité énergétique de toute réaction de fusion thermonucléaire : c'est la situation où l'énergie apportée par les particules alpha produites dépasse l'énergie perdue du fait du transport déconfinant, que nous allons évoquer dans la prochaine section. Dans les conditions opérationnelles des machines de fusion magnétique actuelles - où  $n_e \sim 10^{20} m^{-3}$  et  $T_i \sim T_e \sim 10 keV$  - le temps de confinement nécessaire pour satisfaire au critère de Lawson est proche de la seconde.

4. pour la réaction deutérium-tritium, la plus facile à réaliser, on a  $C \approx 3.10^{21} m^{-3}.s.keV$

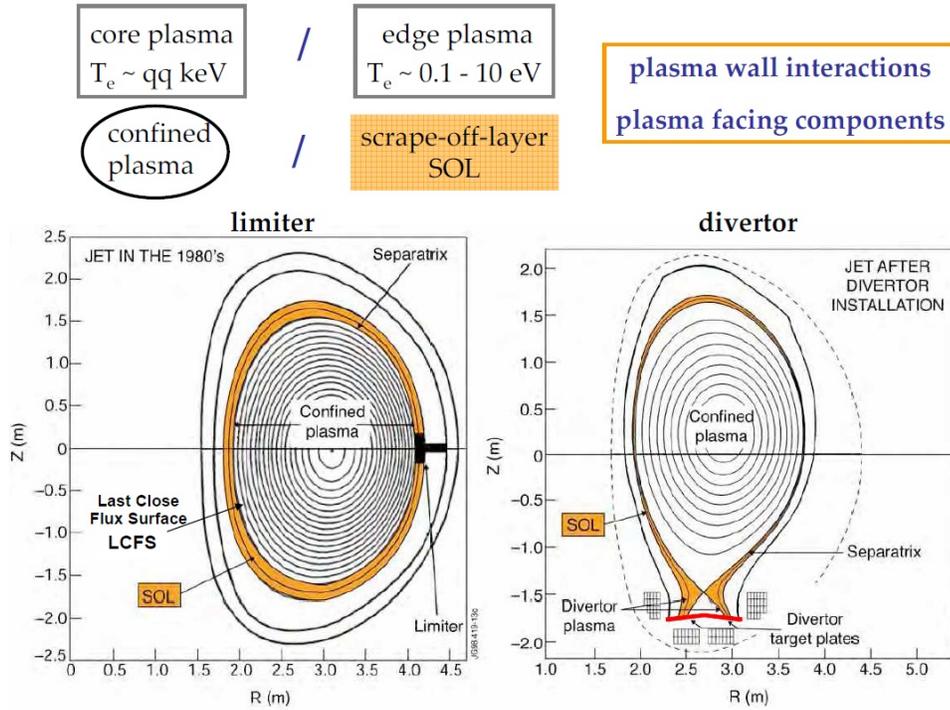


Figure 1.3 – Configuration limiteur et divertor sur la machine JET (source [Roubin08])

### 1.1.2 Transport transverse dans les machines toriques à confinement magnétique

L'approche dite *classique* du transport déconfinant dans les plasmas magnétisés repose sur l'hypothèse selon laquelle ce dernier est uniquement dû aux collisions, responsables d'une marche au hasard des particules qui s'ajoute à leur trajectoire cyclotronique. On a donc affaire basiquement à un processus de diffusion quantifiable par les deux coefficients :

$$\begin{aligned} D_{\perp c} &\approx \nu_{ei} r_{Le}^2 && \text{pour la diffusion de matière} \\ \chi_{\perp c} &\approx \nu_{ie} r_{Li}^2 && \text{pour la diffusion d'énergie} \end{aligned}$$

où  $\nu_{ei}$  et  $\nu_{ie}$  désignent respectivement les fréquences de collisions électroniques et ioniques<sup>5</sup>. En effet le caractère ambipolaire du transport transverse<sup>6</sup> impose que la diffusion de matière soit déterminée par l'espèce la mieux confinée, en l'occurrence les électrons, tandis que la diffusion de chaleur est déterminée par l'espèce vecteur de l'énergie cinétique, c'est à dire les ions. Ce résultat peut être raffiné au moyen de la théorie *néo-classique*, qui permet de rendre compte de l'existence des particules piégées, conséquence de l'inhomogénéité du champ magnétique<sup>7</sup>. La correction néo-classique porte essentiellement sur

5. dans un plasma de fusion, totalement ionisé, il s'agit des fréquences de collisions coulombiennes données dans l'annexe A

6. la neutralité du plasma implique en effet que le courant de fuite soit globalement nul

7. comme on l'a vu la configuration magnétique d'un dispositif torique provoque un effet de miroir magnétique (cf section 2.1) entre l'intérieur du tore à fort champ et l'extérieur à faible champ. Une fraction

la valeur de la fréquence de collision effective, donnée par l'expression [Maget98] :

$$\nu_{NC} \approx \nu(1 + q_{sec}^2/\epsilon^{3/2})$$

où  $\epsilon = r/R_0$ .

Selon les approches classiques et néo-classiques on prévoit donc une diffusion proportionnelle à  $1/B^2$ , facile à minimiser à l'aide des champs magnétique de plusieurs teslas régnant dans les dispositifs de fusion magnétique. En réalité les mesures expérimentales font état de coefficients de diffusion supérieurs de plusieurs ordre de grandeur<sup>8</sup> à ceux prédits dans une approche collisionnelle. Qui plus est le coefficient de diffusion de matière typiquement observé est de l'ordre de celui de Bohm<sup>9</sup> :  $D_{Bohm} = k_B T / 16eB = v_{th}^* r_L / 16$ , c'est à dire en  $1/B$ , ce qui indique qu'une physique tout à fait différente gouverne le transport radial, qualifié *d'anormal* puisque les théories classiques sont impuissantes à l'expliquer. Ce sous-confinement du plasma est l'une des raisons majeures de l'échec de la fusion magnétique, ce qui explique qu'une recherche active soit à l'œuvre pour l'expliquer : une maîtrise accrue du transport dans les grands dispositifs actuels<sup>10</sup> est en effet indispensable à la réussite de la fusion thermonucléaire dans un avenir proche.

### 1.1.3 Instabilités, turbulence et transport

Soupçonné depuis les années 60[Chen67], le rôle prédominant des instabilités et de la turbulence associée dans le transport anormal observé sur les machines de fusion apparaît à l'heure actuelle comme un fait bien établi. Les mesures réalisées sur ces dispositifs - dont quelques exemples, obtenus à partir de sondes de Langmuir, sont donnés figure 1.4 - indiquent en effet un niveau de fluctuation très important des grandeurs macroscopiques, en particulier vers le bord. L'excitation d'instabilités dans le plasma confiné est en effet tout à fait prévisible : en présence d'une source d'énergie libre - gradient de densité, de température, de champ magnétique ou faisceaux de particules - un plasma est comme on le verra par la suite un milieu où une grande variété d'ondes instables peut être excitée. Ce caractère est lié à la fois à la nature fluide du milieu, qui donne lieu à des phénomènes analogues à ceux des instabilités hydrodynamiques, mais aussi à l'auto-consistance des champs électriques et magnétiques, à l'origine d'instabilités propres au milieu plasma.

A noter qu'on distingue nettement deux grandes catégories d'instabilité aux échelles très différentes dans les plasmas magnétisés :

---

des particules, de vitesse parallèle insuffisante, se trouve alors piégée sur des orbites dites "bananes", effectuant des aller-retour périodiques côté bas champ.

8. pour le coefficient de diffusion de matière par exemple, on a typiquement  $D_{exp}/D_{NC} \approx 10^2$

9. mesuré pour la première fois par David Bohm et ses collaborateurs[Bohm49] durant l'étude d'un plasma d'arc magnétique, le taux de diffusion de Bohm s'avère valable dans un grand nombre d'expériences impliquant des plasmas confinés magnétiquement, sans qu'une raison théorique claire n'ait été formulée à ce jour pour l'expliquer

10. et ce au-delà de la simple nécessité de confiner les plasma, puisqu'il s'agit aussi en particulier de bien répartir le dépôt de puissance et de permettre l'extraction des impuretés et des cendres d'hélium produites par les réactions de fusion

- les instabilités MHD d'abord - *kink modes*, *resistive wall modes* et *tearing modes* - processus violents et rapides<sup>11</sup> qui conduisent généralement à des disruptions ou de brutales oscillations en dent de scie qui provoquent un déconfinement catastrophique du plasma. Ce type de phénomène est cependant considéré aujourd'hui comme relativement bien maîtrisé, grâce à l'optimisation des configurations expérimentales et au contrôle relatif du courant et des dépôts de puissance.
- les instabilités dites *basse fréquence* (BF) ensuite, dont les temps caractéristique sont autour de  $10^{-4} - 10^{-5}$  s (voir figure 1.4-3a), responsables de ce qu'on appelle la *micro-turbulence*<sup>12</sup>. D'après les résultats expérimentaux et théoriques établis au cours des dernières décennies, ce sont ces instabilités qui semblent être à l'origine du transport anormal dans les situations où l'activité MHD est stabilisée.

Les instabilités BF dans les plasmas de fusion sont généralement de nature électrostatique : les fluctuations de champ magnétique et donc de potentiel vecteur sont typiquement de plusieurs ordre de grandeur inférieurs à celles du potentiel électrique, cf figure 1.4-1. Dans ces conditions la vitesse radiale associée au champ électrique fluctuant  $\vec{E}$  est essentiellement égale à la vitesse de dérive électrique  $\vec{E} \times \vec{B}/B^2$ , d'où un flux moyen  $\Gamma_r = \langle \tilde{n}_e \tilde{E}_\theta \rangle / B$ , avec  $\tilde{n}_e$  la densité électronique fluctuante. Ce flux est non-nul dès lors qu'un déphasage existe entre les fluctuations de densité et de potentiel.

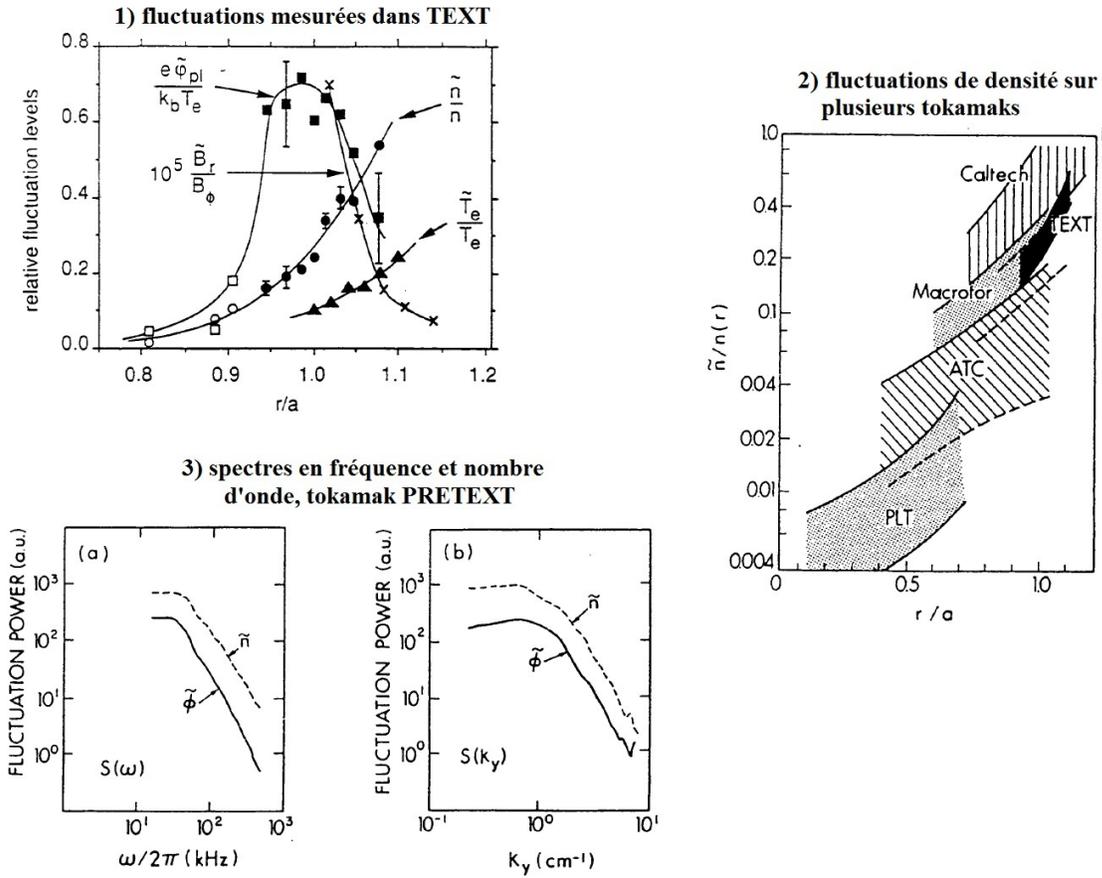
#### 1.1.4 Modes de confinement améliorés

Les observations sur le transport déconfinant présentées jusqu'ici concernent ce qu'on pourrait qualifier comme le mode de fonctionnement "naturel" des machines de fusion, baptisé *mode L* (pour *low confinement*). Au cours des dernières années plusieurs scénarios expérimentaux ont permis d'obtenir des régimes dits de *confinement amélioré* dont le précurseur et le plus fameux reste le *mode H* (pour *high confinement*), découvert sur la machine ASDEX dans les années 80 en dépassant un seuil de puissance injecté au centre, en configuration divertor. Ces régimes, qui permettent un confinement 2 à 4 fois supérieur à celui du mode L, sont expérimentalement associés à une baisse globale des fluctuations, ainsi qu'à la mise en place d'un fort cisaillement du champ électrique radial : le champ interne centripète (puisqu'il équilibre en première approximation le gradient de pression ionique) se renverse au voisinage de la SOL où un champ centrifuge règne, causé par le gradient de température électronique [Sarazin97]. Cette situation donne lieu au développement d'une barrière de transport de bord où se développe un profil de pression relativement abrupt. Il apparaît que le "surconfinement" obtenu est lié au fait que le cisaillement de rotation  $\vec{E}_r \times \vec{B}$  stabilise les grosses structures turbulentes en limitant l'extension radiale des modes instables.

Un scénario pour la transition L-H a été proposé par Itoh [Itoh88] : la conservation du courant radial à la limite du plasma central - constitué du courant de perte directe ionique sous l'effet du champ électrique et du courant de perte électronique non-ambipolaire

11. leur temps caractéristique est le temps d'Alfvén :  $\tau_A = L_{\parallel}/v_A \sim 10^{-6}$  s avec  $v_A$  la vitesse d'Alfvén

12. cette dernière se manifeste sous la forme d'un spectre de fluctuations continu dans une certaine gamme de fréquence, signature d'une forte non-linéarité des modes instables



**Figure 1.4** – Mesures de fluctuations sur différents tokamaks (source [Sarazin97]) : 1) Amplitude relative des fluctuations de densité, de potentiel plasma, de température électronique et de champ magnétique radial dans le plasma de bord du tokamak TEXT [Ritz89], 2) Amplitude relative des fluctuations de densité dans plusieurs tokamaks [Stangeby90], 3) Exemples de spectres fréquentiels et en  $k_{\theta}$  des fluctuations de densité et de potentiel dans la SOL (surface à l'ombre du limiteur) de PRETEXT [Stangeby90].

induit par la micro turbulence - impose la valeur du champ électrique radial au niveau de la frontière avec la SOL. La transition interviendrait du fait que le champ, et par suite les flux, peut prendre deux valeurs différentes (positive ou négative) pour une certaine condition de densité et de température, d'où un basculement entre le mode L (champ centrifuge, flux importants) et le mode H (champ centripète, flux moindres).

Quoi qu'il en soit il est clair que la compréhension de l'équilibre et de la stabilité du plasma en champs électriques et magnétiques croisés est déterminante pour comprendre la problématique du transport au bord des machines de fusion actuelle. Cette physique est intrinsèquement liée à la question du bilan de charge dans le plasma en interaction avec des surfaces collectrices : comme nous l'analyserons dans ce mémoire le problème de la non-ambipolarité des flux de charge est crucial dans l'établissement du champ électrique transverse qui par ailleurs induit naturellement la présence d'une instabilité liée à l'inertie ionique à fort rapport  $E/B$  dont nous nous efforcerons, au cours des prochains chapitres, d'étudier les caractéristiques expérimentales et théoriques.

## 1.2 Plasmas d'astrophysique

### 1.2.1 Les plasmas stellaires

(source : [SETH97])

Les champs magnétiques naturels jouent un rôle clé dans les processus de couplage entre les plasmas stellaires, interplanétaires et planétaires. Dans notre système solaire le premier acteur est bien entendu le soleil, dans lequel la dynamo solaire - rotation différentielle entre la zone convective et la zone radiative - a pour effet d'engendrer des champs magnétiques complexes qui provoquent le chauffage et l'échappement d'un vent supersonique de plasma : le vent solaire. Pour l'essentiel le vent solaire s'écoule jusqu'aux confins du système solaire, remplissant une région nommée l'héliosphère, dont on ne connaît pas encore précisément les limites. Là où le vent solaire rencontre l'environnement terrestre on assiste à des discontinuités, comme le *choc d'étrave* et la *magnétopause*, interfaces qui séparent des plasmas dont les caractéristiques sont différentes, mais qui sont couplés par leurs champs magnétiques.

Le vent solaire est donc structuré par le champ magnétique solaire, et il communique ces modulations à l'environnement ionisé de la Terre. Cette structuration en cellules, séparées par des régions critiques, ou interfaces, caractérise les milieux peu ou pas collisionnels couplés par des processus turbulents à petite échelle qui jouent le rôle d'une dissipation, permettant le transport à travers les interfaces, en détruisant le gel du champ magnétique.

Outre le vent solaire, relativement régulier, des phénomènes sporadiques d'éjection de masse coronale (CME) interviennent, qui se manifestent par l'expulsion brutale d'une bulle de plasma solaire aux proportions fabuleuses (typiquement une dizaine voir une centaine de rayons terrestres pour une masse de  $10^{13} - 10^{14} \text{ kg}^{13}$ ) provoquant au voisinage

---

13. pour rappel la masse de la terre est d'environ  $6.10^{24} \text{ kg}$

de la terre des orages magnétiques altérant significativement l'environnement terrestre.

Il est à noter que le phénomène de vent n'est pas l'apanage exclusif du soleil : des vents stellaires magnétisés ont été détectés autour d'autres étoiles parfois très différentes. Pour ces étoiles comme pour le Soleil, l'origine de ces vents et leurs propriétés sont fortement liées à l'existence de champs magnétiques qui assurent un couplage anormal (via la turbulence) entre des milieux a priori rendus indépendants, par l'absence de collisions.

## 1.2.2 L'environnement terrestre ionisé

### La magnétosphère : notre bouclier magnétique

La magnétosphère est la région de l'espace où le champ magnétique terrestre interagit avec le vent solaire qui transporte le champ magnétique issu du soleil (figure 1.5). Cette région agit en particulier comme un écran de protection face aux particules énergétiques émises par notre étoile, sans lequel aucune vie ne serait possible : on suppose que les océans et l'atmosphère de Mars ont été soufflés par le vent solaire à cause de l'absence d'un champ magnétique planétaire. La présence du bouclier magnétique terrestre entraîne l'accumulation des particules solaires dans la magnétogaine - région située entre le choc d'étrave et la magnétopause - et leur écoulement vers la zone à l'ombre du soleil. Cependant une part du vent solaire pénètre directement l'atmosphère par les cornets polaires dans lesquels l'amplitude du champ terrestre est très faible, donnant naissance aux aurores boréales et australes, tandis qu'une autre fraction diffuse par transport anormal à travers la magnétopause formant en particulier la ceinture extérieure de Van Halen, siège d'un anneau permanent de courant dans le sens diamagnétique.

### L'ionosphère : un plasma atmosphérique

Sous la magnétosphère s'étend l'ionosphère, couche supérieure de l'atmosphère terrestre fortement ionisée : situées aux altitudes supérieures à environ 100 km, au-dessous desquelles l'ionisation peut être considérée négligeable cette région est constituée de gaz terrestre fortement ionisé à très faible pression (entre 20 et  $10^{-5}$  Pa) et à relativement haute température (entre 300 et 1200 K). Vers les altitudes supérieures, l'ionisation s'étend jusqu'à la magnétopause, limite de la zone d'influence du champ magnétique terrestre. Cependant, il est admis que le terme ionosphère recouvre uniquement la zone inférieure, limitée à une altitude d'environ 1 000 km, zone où la densité des particules ionisées est la plus élevée. Au-delà, le milieu est essentiellement contrôlé par le champ magnétique et on lui réserve le nom de magnétosphère. L'origine des électrons et des ions libres constituant l'ionosphère réside principalement dans l'interaction entre le flux de rayonnement photonique solaire et les molécules de l'atmosphère neutre. De l'équilibre complexe entre ce processus de création par des rayonnements d'énergie variable (de l'infrarouge aux rayons X) et les processus de perte et de transport résulte la formation de couches ionisées de compositions différentes et dont les propriétés vis-à-vis de la propagation des ondes diffèrent (la composition de l'atmosphère ainsi que la densité électronique

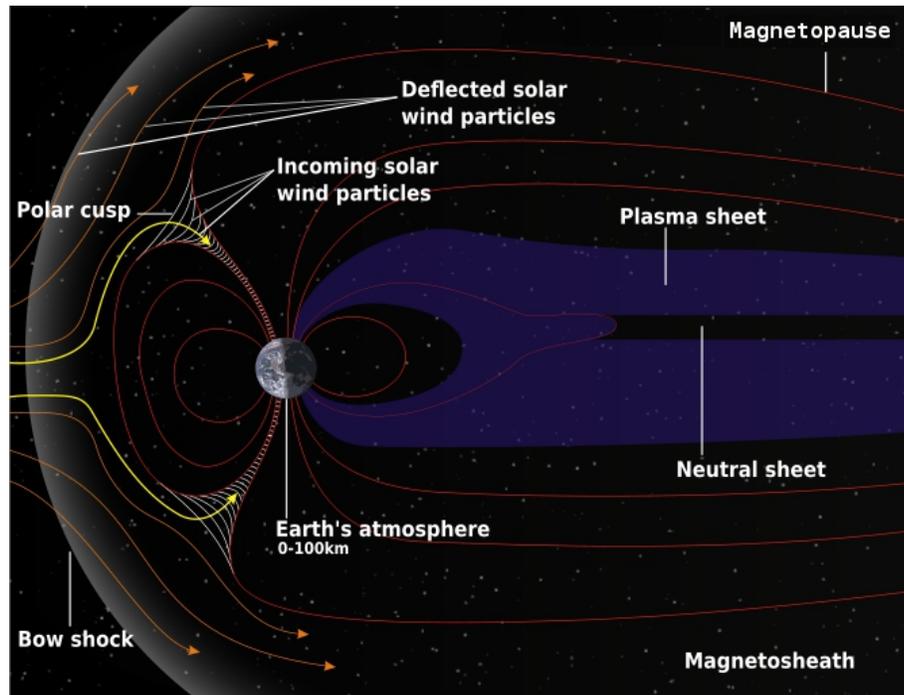


Figure 1.5 – Représentation schématique de la magnétosphère terrestre

de l'ionosphère sont données sur la figure 1.6 ).

L'ionosphère joue, couplée à la magnétosphère, un rôle très important dans les mécanismes d'échange d'espèces chimiques entre l'atmosphère et le milieu interplanétaire, et participe à ce titre activement à l'évolution chimique de notre atmosphère et donc à son climat.

### Interaction ionosphère-magnétosphère

Une particularité remarquable du plasma magnétosphérique est qu'il contient, en plus d'une population de protons et de particules alpha rapides, une part significative d'ions  $O^+$  très énergétiques, nécessairement accélérés depuis l'ionosphère. On soupçonne depuis plusieurs années que la source majeure de ces ions d'origine atmosphérique est lié au phénomène de *vent polaire*[Banks68]<sup>14</sup>. Des fusées atmosphériques ont en effet mesuré[Klumpar79][Moore97], jusqu'à une altitude de 9 rayons terrestres, la présence d'un flux d'ions centrifuge originaire de la zone aurorale, parmi lesquels on trouve une proportion importante d'oxygène. La question du phénomène physique responsable de l'accélération des ions  $O^+$  atmosphériques, retenus en principe par la gravitation, dans le cornet polaire est à ce jour ouverte.

14. également appelé *Cleft ion fountain* : fontaine d'ion du cornet polaire

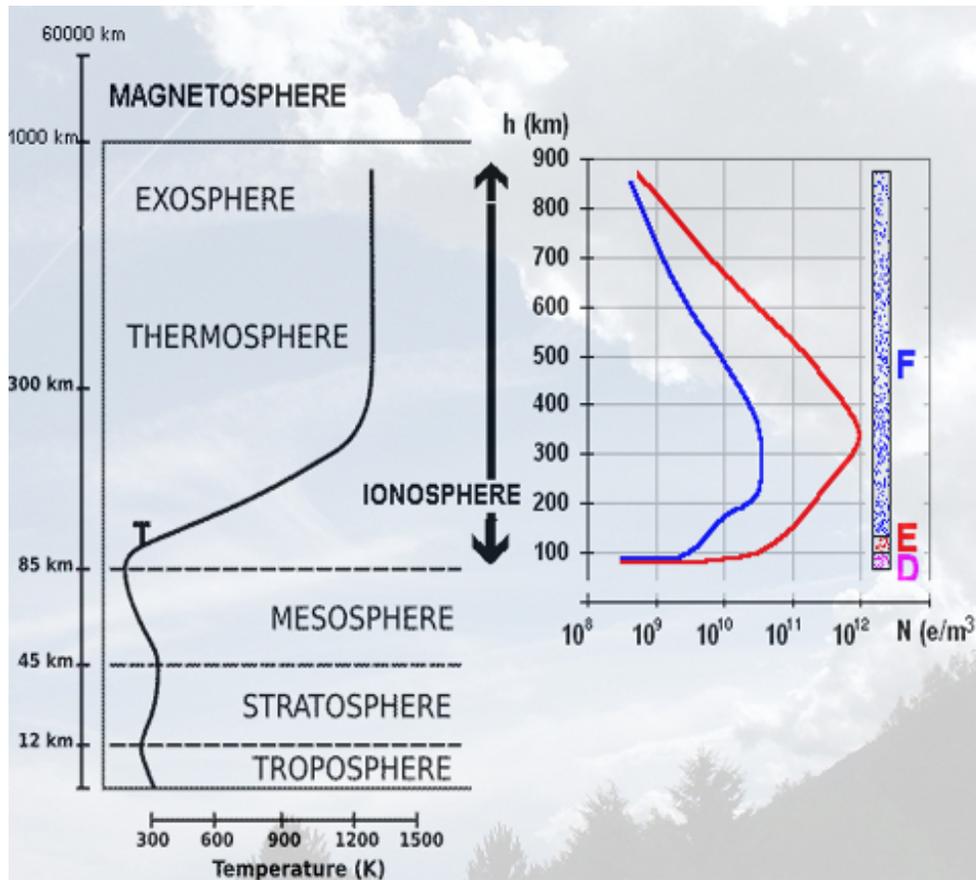


Figure 1.6 – Composition de l'atmosphère terrestre, à droite la densité électronique dans l'ionosphère de jour (rouge) et de nuit (bleu)

Certaines caractéristiques connues du cornet polaire : la présence de courants alignés<sup>15</sup> (FAC pour *Field Aligned currents*) [Armstrong73], de champs électriques transverses intenses [Louarn94] et d'un spectre significatif de fluctuations électrostatique à basse-fréquence [Kelley77] indiquent un très probable mécanisme de chauffage ionique dû à l'interaction onde-particule associée à la présence d'ondes plasmas instables, en particulier dans la gamme cyclotronique ionique. Plusieurs ondes plasma sont en effet potentiellement instables dans ces conditions physiques :

- la première à avoir été avancée est l'instabilité dite *Current Driven Electrostatic Ion Cytrotron* (CDEIC) [Drummond62], excitée par le courant parallèle. Cependant l'analyse indique que la valeur du courant dans les FAC est inférieure à la valeur seuil pour le déclenchement de cette instabilité [Kindel71]
- la présence d'un champ électrique transverse cisailé dû à la structure locale du champ électronique dans le cornet polaire a soulevé l'hypothèse d'une instabilité

15. sous-entendu alignés avec le champ magnétique, également appelés *courants de Birkeland*, d'après Kristian Birkeland, explorateur et physicien norvégien qui soupçonna leur existence dès 1903 suite à des expéditions dans le cercle polaire arctique

du type Kelvin-Helmoltz (KH) liée au cisaillement transverse de la vitesse de dérive électrique [Kelley77]. Ce mécanisme n'explique pas cependant la présence d'ondes courtes - telles que  $\lambda_{\perp} < L_{\nabla E}$ <sup>16</sup> - observées expérimentalement.

- récemment un type d'instabilité baptisé *Inhomogeneous Energy Density Driven* (IEDD) a été proposé par G. Ganguli[Ganguli88] et W.E. Amatucci[Amatucci98], fondée sur le concept d'une interaction cinétique instable entre les ondes d'énergie positive et négative le long de la direction du cisaillement de champ électrique.
- enfin V.S et V.V Mikhailenko[Mikhailenko06] ont avancé l'idée d'une instabilité cinétique du type *drift cyclotron instability* (DCI) modifié par la cisaillement de vitesse en se fondant sur une étude cinétique du plasma en champs croisés en présence d'un gradient de champ électrique transverse.

Bien qu'éclairantes par ailleurs, les différentes analyses théoriques ici évoquées ont le défaut de négliger un effet essentiel dans les plasmas en champs croisés : celui des forces inertielles sur le fluide d'ion en géométrie axisymétrique, particulièrement marqué à fort rapport  $E/B$ . Comme nous le verrons dans la suite de ce manuscrit la prise en compte des effets inertiels permet de prédire l'excitation d'ondes instables selon un paradigme analogue à celui de Simon-Hoh[Simon63][Hoh63], c'est à dire une dérive différentielle des espèces chargées induite par le freinage inertiel ionique. Ce type d'onde semble être en effet à l'origine du comportement instable observé dans nos plasmas magnétisés cylindriques en présence d'un champ électrique radial significatif. Bien sûr notre analyse appelle une confrontation avec la situation physique réelle du plasma dans le cornet polaire, tâche qu'il nous paraît souhaitable d'entreprendre en collaboration avec les physiciens des plasmas spatiaux.

## 1.3 Une expérience test pour étudier les instabilités de plasmas magnétisés : le dispositif MISTRAL

### 1.3.1 la machine MISTRAL : présentation

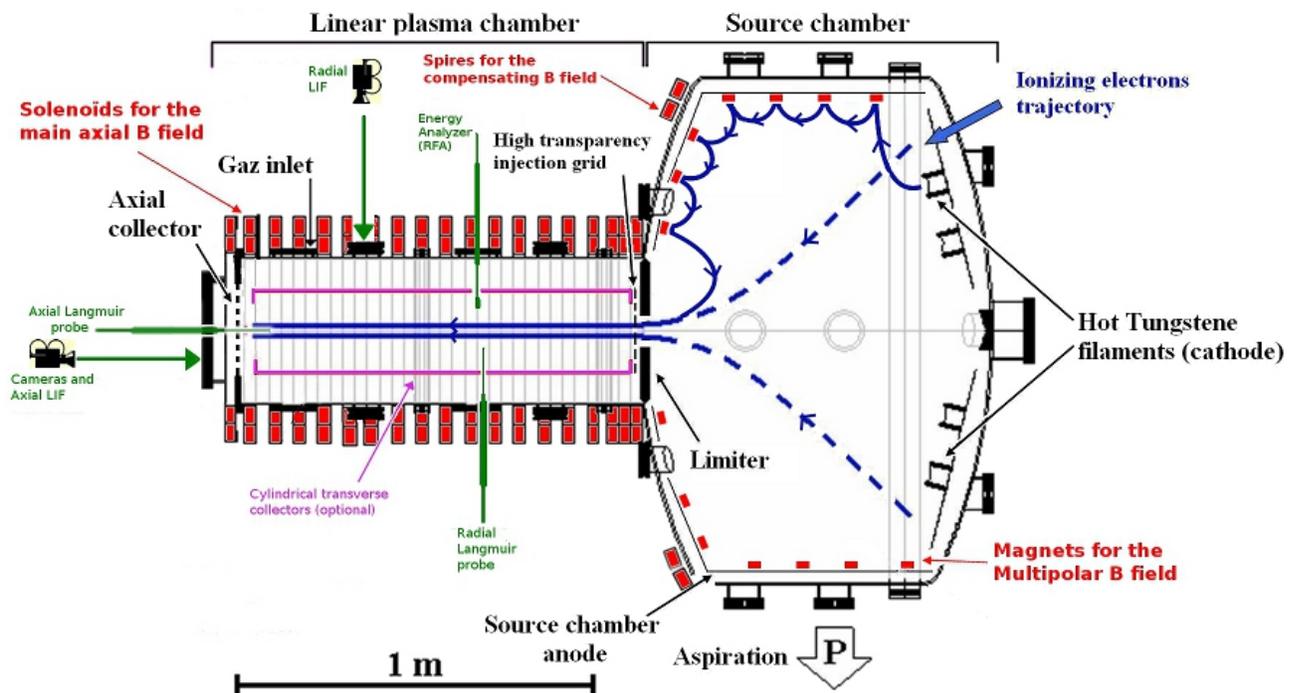
Le dispositif expérimental MISTRAL dont une présentation synoptique est fournie sur la figure 1.7 est à ranger dans la catégorie des machines à plasma magnétisé de laboratoires (LMPD) à cathode chaude qui fonctionnent sur le principe d'ionisation par un faisceau d'électrons rapides. Pensée pour étudier la problématique des instabilités basse-fréquence (qui englobe tous les types d'instabilités dont les fréquences caractéristiques de fluctuation sont inférieures ou de l'ordre de la fréquence cyclotronique ionique), elle a été réalisée au PIIM en 2002 suivant les plans de Thiéry Pierre et Gérard Leclert. Sa conception est pour une large part héritée de celle de la machine MIRABELLE (Gérard Leclert, 1982, Laboratoire LPMIA à Nancy) dont elle se distingue sur plusieurs points :

- Le diamètre de la colonne de plasma produite (jusqu'à 40 cm dans MISTRAL contre 23 cm sur MIRABELLE) qui en fait la machine droite produisant le plasma magnétisé de plus grand diamètre en Europe.

---

<sup>16</sup>. avec  $\lambda_{\perp}$  la longueur d'onde transverse et  $L_{\nabla E}$  la longueur de gradient du champ électrique local, typiquement une centaine de mètres

- La présence d'un collecteur plan en bout de colonne, ce qui autorise en particulier la mise en place d'un hublot de grand diamètre (250 mm) qui rend possible des études en imagerie grâce au très large accès optique à la colonne magnétisée.
- La disponibilité d'un diagnostic de fluorescence induite par laser (LIF) qui permet une étude cinétique du gaz d'ion, infiniment plus riche<sup>17</sup> que les résultats obtenus à partir des sondes de Langmuir classiques.
- Le champ magnétique maximum atteignable est limité à 30 mT (contre 120 mT sur MIRABELLE)<sup>18</sup>. Bien qu'handicapante en principe, cette contrainte a été mise à profit en concentrant le travail de recherche sur la problématique du transport en champs croisés (quantifiable par le paramètre d'échelle  $E_{\perp}/B$ ) et des effets de rayon de Larmor fini (RLF) ionique.



**Figure 1.7** – Schéma de principe du LMPD à cathode chaude MISTRAL. La trajectoire réelle (représentée grossièrement par les traits bleus pleins) des électrons "primaires" ionisants suit les lignes de champ : la structure magnétique multi-polaire de la chambre source et l'action des bobines de compensation assure une injection homogène sur la section d'entrée de la colonne droite. En pointillés bleus la trajectoire "globale" des électrons ionisants qui parviennent à atteindre la chambre cylindrique.

Détaillons un peu ce dernier point : la qualité cruciale de la machine MISTRAL exploitée dans ce travail de thèse est la possibilité d'obtenir une bonne maîtrise des conditions d'injection et de collection - qui déterminent en particulier le champ électrique radial - qui rend possible une excitation progressive de modes instables globaux. L'expérimentateur

17. bien que beaucoup plus complexe à mettre en oeuvre

18. cette limitation est uniquement d'origine financière : elle est due au coût prohibitif des alimentations haute puissance.

a alors tout loisir de mesurer de nombreux paramètres permettant de qualifier l'instabilité et le transport dans la colonne de plasma magnétisé en rotation<sup>19</sup>. Parallèlement sa capacité à produire des plasmas confinés stables à très faible champ magnétique fait qu'il est possible d'observer des phénomènes liés à l'effet de rayon de Larmor fini (RLF) ionique qui sont à la limite de ce que la théorie et la simulation des plasmas magnétisés sont capables d'évaluer à l'heure actuelle.

Au-delà de son intérêt en tant qu'expérience de physique fondamentale, l'autre grande qualité de la machine MISTRAL est de fournir un plasma très structuré et facilement diagnosticable et donc des conditions expérimentales idéales pour le développement et l'optimisation de nouveaux diagnostics des plasmas<sup>20</sup>. Cette machine a permis en particulier au cours des 6 dernières années la mise au point de deux outils de mesure tout à fait originaux : une caméra à très haute résolution temporelle permettant d'observer en temps réel les fluctuations de densité électronique [Brault06][Brault07] et un diagnostic non-intrusif de détection à distance de la turbulence par génération d'harmoniques micro-onde [Ajendouz08-1][Ajendouz08-2].

### 1.3.2 Paramètres expérimentaux typiques d'une expérience MISTRAL

Afin de faciliter la lecture de ce manuscrit, nous souhaitons livrer ici et d'emblée l'ensemble des grandeurs caractérisant un plasma d'argon typiquement observé dans la machine MISTRAL : elles sont fournies par le tableau 1.1. Les valeurs relatives au champ magnétique sont directement déduites de la mesure du courant injecté dans le solénoïde<sup>21</sup> tandis que l'essentiel des paramètres macroscopiques du plasma - densité, température électronique, potentiel plasma et donc champ électrique - sont déduites des mesures par différents types de sondes de Langmuir. La température ionique est quand à elle fournie par la fluorescence induite par laser qui montre une grande variation de ce paramètre suivant les conditions expérimentales : comme l'indique le tableau 1.1 la température ionique est évaluée entre 0,01 et 0,5 eV. Pour déterminer les vitesses thermiques ioniques nous avons fait le choix d'utiliser une température intermédiaire  $T_i \sim 0,1$  eV.

Selon la situation expérimentale il peut advenir que les paramètres du plasma s'écartent des valeurs nominales données ici. C'est le cas en particulier lorsqu'on modifie :

- les conditions aux limites : le champ électrique radial peut varier alors entre 0 et plusieurs centaines de V/m

---

19. la situation de champs croisés  $\vec{E} \perp \vec{B}$  est aussi celle du plasma tournant sous l'effet de la dérive  $\vec{E} \times \vec{B}$ , c'est pourquoi nous utiliserons indifféremment ces deux expressions pour désigner notre paradigme

20. Les innovations en la matière sont d'une très grande importance : les plasmas - et en particulier les plasmas chauds - étant à ce jour un des milieux les plus difficiles à sonder

21. Le champ magnétique axial dans la colonne de plasma est généré par un solénoïde fini qui présente donc les défauts suivant : un faible gradient radial de champ magnétique entre le centre et le bord du cylindre et une fuite des lignes de champ aux extrémités (compensée à l'entrée par un bobinage additionnel) avec un grand rayon de courbure

Plasma d'argon : 40 uma, $q_i = +e$ , pression $\sim 1,5 \cdot 10^{-4}$ mbar, $n_e \sim 10^{15} m^{-3}$		
Rayon de la colonne de plasma	$R_p$	5 – 20 cm
Longueur de la colonne de plasma	$L_p$	1, 2 m
Masse électronique	$m_e$	$9,1 \cdot 10^{-31}$ kg
Masse ionique	$m_i$	$66 \cdot 10^{-27}$ kg
Champ magnétique axial	$B$	$\simeq 1,5 \cdot 10^{-2}$ T
Gradient axial de champ magnétique	$\partial_z B$	$\sim 10^{-2}$ T/m
Gradient radial de champ magnétique	$\partial_r B$	$\sim 10^{-3}$ T/m
Rayon de courbure magnétique	$R_c = \frac{ B }{\ \nabla B\ }$	$\sim 1$ m (en bout de colonne)
Champ électrique radial	$E_r$	$\sim 0 \rightarrow -100$ V/m
Fluctuations de champ électrique	$\partial_t E$	$\sim 10^6$ V/(ms)
Variations poloidales de champ électrique	$\nabla^2 E$	$\sim 10^4$ V/m <sup>3</sup>
Température électronique	$T_e$	$\simeq 3$ eV
Vitesse thermique électronique de référence	$v_{th,e}^* = \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_e}}$	$\simeq 6 \cdot 10^5$ m/s
Température ionique	$T_i$	$\sim 0,01 - 0,5$ eV
Vitesse thermique ionique de référence	$v_{th,i}^* = \sqrt{\frac{k_B T_i}{m_i}}$	$\sim 500$ m/s
Vitesse acoustique ionique	$c_{s,i} = \sqrt{\frac{k_B(T_e+T_i)}{m_i}}$	$\simeq 3 \cdot 10^3$ m/s
Vitesse d'Alfven	$v_A = \frac{B}{\sqrt{\mu_0 n_i m_i}}$	$\sim 1,65 \cdot 10^6$ m/s
Fréquence cyclotron électronique	$\omega_{ce} = \frac{eB}{m_e}$	$\simeq 2,6 \cdot 10^9$ rad/s (0,42 GHz)
Rayon de Larmor électronique	$R_{L,e} = \frac{\sqrt{2} v_{th,e}}{m_e}$	$\simeq 0,55$ mm
Fréquence cyclotron ionique	$\omega_{ci} = \frac{eB}{m_i}$	$\simeq 36 \cdot 10^3$ rad/s (5,8 kHz)
Rayon de Larmor ionique	$R_{L,i} = \frac{\sqrt{2} v_{th,i}}{m_i}$	$\sim 1,9$ cm
Longueur de Debye	$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B (T_e + T_i)}{n_e e^2}}$	$\sim 0,47$ mm
Fréquence plasma électronique	$\omega_{pe} = \frac{v_{th,e}}{\lambda_D}$	$\sim 1,87$ GHz
Fréquence plasma ionique	$\omega_{pi} = \sqrt{m_e/m_i} \omega_{pe}$	$\sim 6,94$ MHz
Fréquence hybride basse	$\omega_{LH} = \sqrt{\frac{\Omega_{ce} \Omega_{ci}}{1 + \Omega_{ci}^2 / \omega_{pi}^2}}$	$\sim 3,1$ MHz
Fréquence hybride haute	$\omega_{LH} = \sqrt{\Omega_{ce}^2 + \omega_{pe}^2}$	$\sim 1,9$ GHz

Table 1.1 – Ordre de grandeur des paramètres de plasma typiques dans MISTRAL.

- le champ magnétique qui fixe la fréquence cyclotronique ionique et toutes les vitesses de dérive dans le plasma
- la pression de gaz : les fréquences de collisions et à un degré moindre la densité électronique y sont étroitement corrélées
- le rayon du plasma et le gradient de densité en introduisant un limiteur radial et/ou un cylindre intérieur
- éventuellement la nature du gaz neutre employé : différents gaz de travail sont disponibles (Argon, Helium, Neon, Xenon)

Terminons cette présentation préliminaire du dispositif en renvoyant le lecteur aux sections du chapitre 4 pour les détails techniques sur la machine et une revue de l'ensemble

*1.3. UNE EXPÉRIENCE TEST POUR ÉTUDIER LES INSTABILITÉS DE  
PLASMAS MAGNÉTISÉS : LE DISPOSITIF MISTRAL*

---

des diagnostics utilisés dans cet ouvrage.



# Chapitre 2

## Trajectoires particulières

*” Nous pouvons considérer l'état actuel de l'univers comme l'effet de son passé et la cause de son futur. Une intelligence qui à un instant déterminé devrait connaître toutes les forces qui mettent en mouvement la nature, et toutes les positions de tous les objets dont la nature est composée, si cette intelligence fut en outre suffisamment ample pour soumettre ces données à analyse, celle-ci renfermerait dans une unique formule les mouvements des corps plus grands de l'univers et des atomes les plus petits ; pour une telle intelligence nul serait incertain et le propre futur comme le passé serait évident à ses yeux ”*

— Essai philosophique sur les probabilités, Pierre-Simon Laplace

Cette partie a pour objet de présenter une introduction sur le mouvement des particules chargées dans des champs électromagnétiques puisque dans son approche la plus simple un plasma est une collection de particules chargées : dans une certaine mesure du comportement de ces particules individuelles résulte certaines propriétés du plasma en entier. Cependant, en dehors des plasmas très ténus obtenus dans des dispositifs comme les synchrotrons, il convient de considérer l'importance des interactions entre les particules du plasma pour décrire le comportement de ce dernier aux échelles d'observation (c'est l'objet des sections suivantes). En particulier l'approche particulière ne tient pas compte des champs collectifs générés par l'ensemble du plasma : dans toute ce chapitre les champs ressentis par les particules sont donc considérés comme des champs extérieurs, c'est le paradigme de la particule-test.

### 2.1 Trajectoires et dérive des centre-guides

Commençons par le cas le plus simple : celui d'une particule P de charge  $q$  et de masse  $m$  placée dans un champ magnétique  $\vec{B}$  constant et uniforme. Dans tout ce paragraphe nous considérerons le problème en géométrie cartésienne locale : l'origine est choisie en un point fixe  $O$  et l'axe  $z$  suit la direction du champ magnétique (voir figure 2.1 b). Si on note  $\vec{OP} = \vec{r}(t)$  la position instantanée de la particule et  $\vec{v} = d\vec{r}/dt$  sa vitesse l'équation

du mouvement s'écrit :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (2.1)$$

considérant les conditions initiales suivantes :

$$\begin{aligned} \vec{r}(0) &= \vec{r}_0 = x_0\vec{e}_x + y_0\vec{e}_y + z_0\vec{e}_z \\ \vec{v}(0) &= \vec{v}_0 = \vec{v}_{0\perp} + v_{0\parallel}\vec{e}_z \\ \text{avec : } \quad \vec{v}_{0\perp} &= v_{0x}\vec{e}_x + v_{0y}\vec{e}_y \quad \text{et} \quad v_{0\perp} = |\vec{v}_{0\perp}| \end{aligned}$$

la solution de l'équation du mouvement est bien connue, elle est donnée par<sup>1</sup> :

$$\begin{aligned} \vec{r} &= \vec{r}_C(t) + \vec{r}_{P/C}(t) \quad \text{avec :} \\ \vec{r}_{P/C} &= r_L[\cos(\Omega_c t + \varphi)\vec{e}_x + \sin(\Omega_c t + \varphi)\vec{e}_y] \\ \text{et} \quad \vec{r}_C(t) &= \vec{r}_{C0} + (z_0 + v_{0\parallel}t)\vec{e}_z \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$(2.3)$$

$\vec{r}_C$  est définie comme la position du centre-guide (CG)  $C$  : c'est un point virtuel qui se déplace à la vitesse constante  $v_{0\parallel}\vec{e}_z$ . Autour du CG la particule décrit un mouvement  $\vec{r}_{P/C}(t)$  qui est celui d'une rotation baptisée **rotation cyclotron** de rayon  $r_L$  appelé **rayon de Larmor** avec une fréquence  $\Omega_c$  nommée **fréquence cyclotron**. Le mouvement de la particule est donc une hélice d'axe  $\vec{r}_C(t)$  et de rayon  $r_L$ . La fréquence cyclotron et le rayon de Larmor (RL) sont données par les relations :

$$r_L = v_{0\perp}/|\Omega_c| \quad (2.4)$$

$$\Omega_c = -qB/m \quad (2.5)$$

On constate que le sens de la rotation cyclotron (donné par le signe de  $\Omega_c$ ) est opposé pour les électrons et les ions : il est tel que le champ magnétique généré par la particule tend à réduire le champ magnétique imposé (les plasmas sont diamagnétiques, voir figure 2.1 a). Remarquons que l'énergie cinétique et donc la norme  $v$  de la vitesse est conservée : la force magnétique est en effet une force qui ne travaille pas.

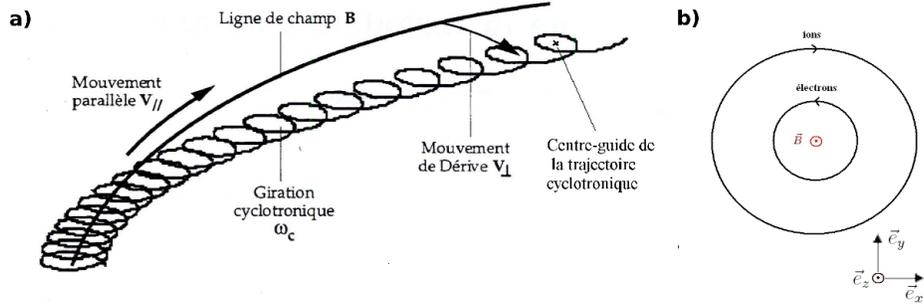
Considérons maintenant le cas plus général où la particule subit - en plus du champ magnétique - d'autres forces extérieures : une force électrostatique liée à la présence d'un champ électrique  $\vec{E}$  et une force quelconque  $\vec{F}^2$ , toutes deux constantes et uniformes. L'équation du mouvement devient :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) + \vec{F} \quad (2.6)$$

l'équation 2.6 est une équation différentielle linéaire (EDI) dont l'équation homogène est 2.1 : la solution s'obtient donc en rajoutant à la solution générale une solution particulière

---

1.  $\vec{r}_{C0}$  et  $\varphi$  étant des constantes liées aux CI  
 2. qui peut représenter aussi bien une force de gravité qu'une force inertielle



**Figure 2.1** – a) Référence : [Sarazin97] Trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique : mouvement cyclotronique et dérive de centre guide, b) sens de la rotation cyclotronique pour les ions et les électrons

de 2.6 : la manière la plus directe est alors de rechercher une solution stationnaire vérifiant  $d\vec{v}_{stat}/dt = 0$ , ce qui donne :

$$\vec{v}_{stat} = \frac{(\vec{E}_{\perp} + \vec{F}_{\perp}/q) \times \vec{B}}{B^2} + \frac{(qE_{\parallel} + F_{\parallel})}{m} t \vec{e}_z$$

La trajectoire de la particule se décompose donc de la même façon qu'auparavant en une translation de CG et une rotation cyclotron :  $\vec{r} = \vec{r}_C(t) + \vec{r}_{P/C}(t)$  mais cette fois à la vitesse naturelle du centre-guide s'ajoutent 2 contributions. Dans la direction parallèle il s'agit d'une accélération classique due aux forces constantes :

$$v_{C\parallel} = v_{0\parallel} + \frac{t}{m}(qE_{\parallel} + F_{\parallel}) \quad (2.7)$$

remarquons que dans le cas général de forces variables cette équation devient  $v_{C\parallel} = v_{0\parallel} + \int (qE_{\parallel} + F_{\parallel}) dt/m$  : c'est la même expression qu'en l'absence de champ magnétique. La présence d'un tel champ ne change donc rien au mouvement dans la direction parallèle (avec une nuance dans le cas où  $B = B(z)$  comme on va le voir), c'est pourquoi on se contente généralement d'étudier le problème dans le plan transverse, là où les effets de la magnétisation se manifestent. Dans ce plan nous avons en effet ce qu'on appelle un phénomène de dérive :

$$\vec{v}_{C\perp} = \vec{v}_d = \vec{v}_E + \vec{v}_F \quad \text{où :} \quad (2.8)$$

$$\vec{v}_E = \frac{\vec{E}_{\perp} \times \vec{B}}{B^2} \quad \text{est la vitesse de dérive électrique} \quad (2.9)$$

$$\vec{v}_F = \frac{1}{q} \frac{\vec{F}_{\perp} \times \vec{B}}{B^2} \quad \text{est la vitesse de dérive générique} \quad (2.10)$$

la présence d'une force se traduit donc dans le plan transverse par une translation à vitesse constante dont la direction est orthogonale à cette force et au champ magnétique. Ce phénomène s'interprète très simplement du point de vue mécanique : comme l'illustre la figure 2.2 a) la particule voit sa vitesse et donc son rayon de Larmor croître pendant le demi-tour cyclotron progressif (dans le même sens que  $\vec{E}$ ) et décroître pendant

le demi-tour régressif (en sens contraire) ce qui se traduit en moyenne par une dérive perpendiculaire à  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$ , tandis que la rotation cyclotron dans le repère CG est inchangée (en particulier elle a même fréquence et rayon de Larmor qu'en l'absence de forces supplémentaires). On constate que la dérive électrique ne dépend pas de la charge et s'exerce donc de façon identique sur toutes les particules chargées : dans un plasma c'est donc l'ensemble des particules qui est entraîné à la vitesse  $\vec{v}_E$ . Ce n'est plus le cas pour une force indépendante de la charge et on assiste alors une dérive des ions et des électrons en sens opposés, ce qui provoque une polarisation du milieu donnant lieu au développement d'un champ électrique de rappel et à une dérive électrique supplémentaire. C'est d'ailleurs un mécanisme générique pour la plupart des phénomènes instables dans les plasmas que nous retrouverons au cours de tout cet ouvrage : **à l'origine un effet polarisant se manifeste (nous verrons qu'il en existe de multiples formes) qui induit une dérive électrique, laquelle peut amplifier l'effet initial et alimenter ainsi le développement d'une instabilité.**

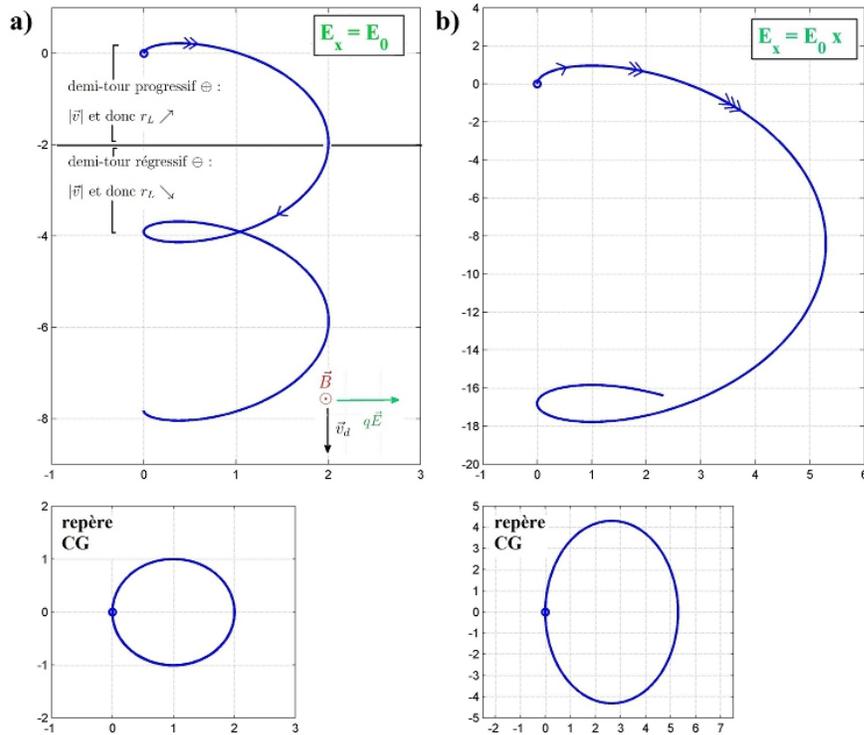
Un point important à prendre en compte lorsque des dérives interviennent est la modification du rayon de Larmor induite, les CI nous donnent en effet :

$$\begin{aligned} \text{puisque} \quad \vec{v}_\perp &= \vec{v}_d + r_L \Omega_c [\cos(\Omega_c t + \varphi) \vec{e}_x + \sin(\Omega_c t + \varphi) \vec{e}_y] \\ \vec{v}_{0\perp} &= \vec{v}_d + r_L \Omega_c [\cos(\varphi) \vec{e}_x + \sin(\varphi) \vec{e}_y] \\ \text{et donc :} \quad r_L &= \frac{|\vec{v}_{0\perp} - \vec{v}_d|}{|\Omega_c|} \end{aligned}$$

Pour un centre-guide dérivant le rayon de Larmor est donc toujours donné par le rapport de la vitesse transverse initiale sur la fréquence cyclotron mais **cette vitesse est à calculer dans le repère centre-guide**. Pour une distribution de particules l'effet d'une force transverse va induire un décalage de  $\vec{v}_d$  sur toutes les vitesses, le rayon de Larmor de ces particules est par contre inchangé : il est lié à la vitesse relative par rapport à  $\vec{v}_d$ . On aura donc une augmentation de la vitesse moyenne du gaz tandis que la vitesse thermique - qui fixe le rayon de Larmor moyen - reste inchangée. On qualifie dans ce cas le comportement des particules *d'adiabatique* puisque leur énergie microscopique ne varie pas. Cette propriété est intrinsèquement liée au fait que le rayon de Larmor reste constant au cours de la transformation. Lorsque ce n'est plus le cas on peut s'attendre à ce que la température du gaz change : c'est précisément la problématique du chauffage particulière, un mécanisme fondamental responsable en particulier de la saturation des instabilités de plasma.

Dans une situation plus générale où les champs de force varient spatialement ou temporellement, eu égard au fait que la fréquence du mouvement cyclotron est généralement très grande devant celles des autres phénomènes en jeu - en particulier celles liées aux variations temporelles et spatiales des champs - on décrit souvent le comportement des particules à deux échelles :

- l'échelle de la rotation cyclotron de temps caractéristique  $T_c = 1/\Omega_c$  et de longueur caractéristique  $r_L = v_\perp/\Omega_c$
- l'échelle des variations du champ de force de temps caractéristique  $T = 1/\omega = F/\partial_t F$  et de longueur caractéristique  $L_\nabla = F/\nabla F$



**Figure 2.2** – a) Dérive électrique à champ constant, b) dérive électrique dans un champ électrique proportionnel à  $x$ . En bas : trajectoire dans le repère du centre-guide.

pour une particule de vitesse  $v_{\perp}$  une variation temporelle à la fréquence  $\omega$  est en effet équivalente à une variation spatiale de longueur  $L_{\nabla} = v_{\perp}/\omega$ . L'hypothèse de séparation d'échelle s'écrit donc :  $\omega \ll \Omega_c$  du point de vue temporel et  $r_L \ll L_{\nabla}$  du point de vue spatial c'est à dire variations lentes lentes devant la fréquence cyclotronique et longues devant le rayon de Larmor, elle est appelée **approximation de dérive**. Dans le cas de champs de forces *lentement variables*<sup>3</sup> il est donc légitime de décrire localement le mouvement à l'aide du paradigme de la dérive en champ constant que nous venons d'analyser : si on se place du point de vue spatial la vitesse de dérive va simplement varier lorsque le centre-guide va parcourir le champ de force tandis que le mouvement cyclotron reste inchangé<sup>4</sup>. Cependant, lorsque les longueurs de variation s'approchent de celles du mouvement cyclotron de rayon  $r_L$  on peut prévoir une modification significative de la trajectoire : la figure 2.2 b) montre l'exemple d'un champ électrique linéairement croissant où on observe d'une part que la fréquence cyclotron est modifiée - comparativement au cas a) qui a même champ magnétique la particule accomplit moins de cycles - et d'autre part que l'orbite cyclotron devient elliptique dans le repère CG, le rayon

3. au sens temporel ou spatial

4. même idée du point de vue temporel : la dérive s'adapte aux variations lentes du champ de force

de Larmor "moyen" étant par ailleurs modifié<sup>5</sup>. Ce type d'effet est généralement qualifié d'**effet de rayon de Larmor fini** (effet RLF en abrégé) car il est lié au fait que l'orbite cyclotron peut traverser une portion de l'espace où la force varie sensiblement. Cela se traduit en général par une variation à la fois du rayon de Larmor "moyen", de la fréquence cyclotron mais également de la vitesse de dérive et va même jusqu'à une disparition pure et simple du mouvement cyclotron lorsque  $L_{\nabla} \sim r_L$ <sup>6</sup>. Selon un principe similaire on comprend que le même type d'effet puisse intervenir lorsque le champ de force varie dans le temps, on parle alors volontiers d'**effet d'inertie** car c'est la masse finie de la particule qui est responsable de l'écart au comportement idéal. Terminons cette discussion en envisageant justement le cas limite  $r_L \rightarrow L_{\nabla}$  ou  $\omega \rightarrow \Omega_c$  : dans un tel champ une particule va théoriquement voir son rayon de Larmor croître indéfiniment puisque le champ est synchronisé avec le mouvement cyclotron<sup>7</sup> et la particule va donc atteindre une énergie très élevée sous l'action combinée du champ magnétique et de la force variable : on est alors dans un phénomène intrinsèque aux milieux magnétisés qu'on qualifie de **résonance cyclotron**.

Dans les sections suivantes nous allons justement traiter la situation des champs lentement variables où l'approximation de dérive est justifiée : on va donc rechercher une correction d'ordre 1 à la solution obtenue en champs constants, le petit paramètre du développement étant le rapport du rayon de Larmor sur la longueur de gradient  $r_L/L_{\nabla}$  pour les champs inhomogènes et  $\omega/\Omega_c$  pour les champs variables. Dans cette limite l'effet des variations spatio-temporelles des champs se réduit à l'apparition de dérives supplémentaires.

### 2.1.1 Dérives en champ magnétique variable

Le cas du champ magnétique est un peu particulier en cela que c'est le champ à l'origine même du mouvement cyclotron et donc du confinement : c'est donc par définition la première chose à connaître pour envisager l'étude des particules et par extension des plasmas magnétisés. Les variations spatiales de  $\vec{B}$  sont généralement l'effet d'une contrainte extérieure : configuration magnétique dans les machines à confinement ou à propulsion, champs magnétiques cosmiques ou telluriques dans l'espace et la haute atmosphère. Leur échelle est donc macroscopique : l'approximation de champ lentement variable  $L_{\nabla B} = B/\nabla B \gg r_L$  est alors pleinement justifiée. Du point de vue dynamique on peut presque toujours considérer le champ magnétique comme permanent (sauf à considérer des expériences particulières comme le chauffage par compression adiabatique évoqué rapidement plus bas) c'est pourquoi nous détaillerons peu la situation du champ magnétique variant dans le temps.

Dans le cas d'un champ magnétique non-uniforme, on constate - en développant

---

5. pour un gaz de particules on aurait donc ici un échauffement

6. où  $L_{\nabla}$  représente la longueur de gradient du champ de force :  $F/\nabla F$

7. c'est évidemment une vue de l'esprit puisqu'en réalité le mouvement cyclotron n'existe plus, cependant le raisonnement est instructif

l'équation du mouvement 2.6 selon  $r_L/L_{\nabla B}$  - que la dérive due à la présence d'un gradient  $\vec{\nabla}B$  de champ magnétique perpendiculaire à  $\vec{B}$  s'écrit :

$$\vec{v}_{\nabla B} = \frac{q}{2|q|} v_{\perp 0} r_L \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} B}{B^2} \quad (2.11)$$

Si par ailleurs on considère le cas d'un champ magnétique dont les lignes de champ tournent avec un rayon de courbure constant  $\vec{R}_c$  on obtient la dérive de courbure suivante :

$$\vec{v}_{Rc} = \frac{m}{q} v_{\parallel 0}^2 \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2 B^2} \quad (2.12)$$

En réalité, parce-que les variations du champ magnétique sont régies par l'équation de Maxwell-Ampère dans le vide<sup>8</sup> :  $\vec{\nabla} \times \vec{B} = 0$  il s'avère que la courbure et le gradient du champ magnétique sont intrinsèquement liés. La relation entre les deux est donnée par :

$$\frac{\vec{R}_c}{R_c^2} = -\frac{|\vec{\nabla} B|}{B}$$

par conséquent dans le cas général d'un champ magnétique inhomogène, et à la condition qu'un développement en  $\Omega_c/\Omega_{Rc}$  - où  $\Omega_{Rc}$  est la fréquence caractéristique du mouvement de courbure du centre-guide ( $\Omega_{Rc} = v_{\parallel 0}/2\pi R_c$ )- soit possible, on aboutit à l'expression de la vitesse de dérive totale due à l'inhomogénéité du champ magnétique :

$$\vec{v}_{Rc} + \vec{v}_{\nabla B} = \frac{m}{q} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2 B^2} (v_{\parallel 0}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp 0}^2) = \frac{m}{q} \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} B}{B^3} (v_{\parallel 0}^2 + \frac{1}{2} v_{\perp 0}^2) \quad (2.13)$$

Les dérivées  $\vec{\nabla}B$  et  $\vec{R}_c$  sont toutes deux sensibles à la charge (et à la masse) des particules et sont donc susceptibles, comme dans le cas de la dérive  $\vec{F} \times \vec{B}$ , de provoquer des séparations de charges.

Dans le cas enfin d'un gradient de champ magnétique dans la direction de  $\vec{B}$ , en tenant compte de la non-divergence du champ magnétique ( $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$ ), on démontre que la force (moyennée sur une orbite cyclotronique) qui s'exerce sur une particule s'écrit :

$$\vec{F}_{\parallel} = -\mu \vec{\nabla}_{\parallel} B \quad (2.14)$$

où  $\mu$  est le moment magnétique de la particule en gyration (c'est le courant multiplié par la surface pour une particule en rotation considérée comme une boucle de courant) :

$$\mu = \frac{1}{2} m v_{\perp}^2 / B \quad (2.15)$$

il y a donc accélération dans la direction parallèle au champ magnétique où l'équation du mouvement s'écrit :

$$m \frac{dv_{\parallel}}{dt} = -\mu \nabla_{\parallel} B \quad (2.16)$$

8. également valable dans un plasma à faible  $\beta$ , voir section 3.1.2 du chapitre 3

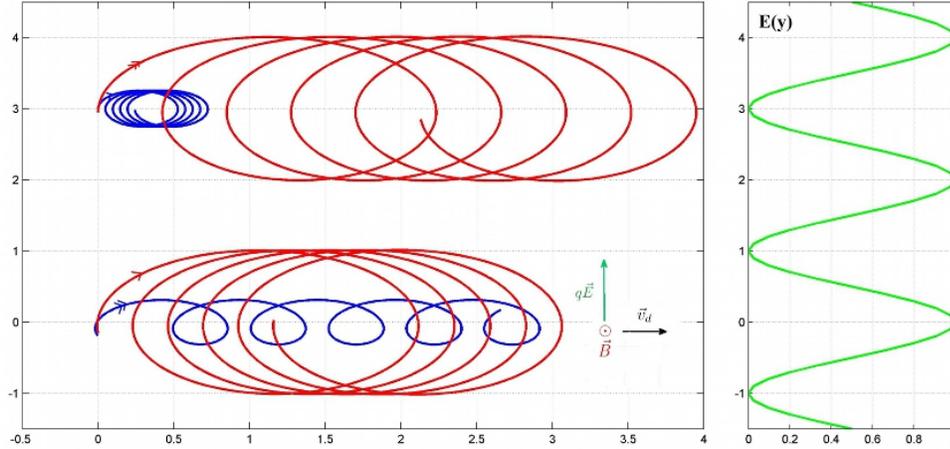
La conservation de l'énergie impose alors que le moment magnétique soit conservé durant la trajectoire de la particule et on aboutit à  $\mu = (1/2)mv_{\perp}^2/B = Cste$ . Cette propriété se traduit par une conversion de l'énergie parallèle de la particule en énergie transverse quand le champ magnétique croît (pour maintenir  $\mu$  invariant), c'est la base d'un des premiers principes de confinement des plasmas : la configuration miroir magnétique où on piège les particules entre 2 régions de champ magnétique fort pour les contraindre à rebondir (quand leur vitesse parallèle décroît jusqu'à 0) entre les deux bords du système. Au final l'effet d'un gradient de champ magnétique parallèle est donc de ralentir les particules vers les champs forts tout en augmentant leur vitesse perpendiculaire et en diminuant leur rayon de Larmor de sorte que  $\mu$  reste constant.

Pour finir évoquons rapidement le cas d'un champ magnétique non-permanent. Il est possible de démontrer [Chen83] que dans un champ magnétique lentement variable le moment magnétique est conservé et que la particule gagne donc de l'énergie transverse si B augmente. Cette propriété est mise à profit dans une technique de chauffage baptisée *compression adiabatique* qui consiste à augmenter la vitesse thermique d'un plasma en pulsant le champ d'un miroir magnétique. Nous ne détaillerons pas plus avant cette situation puisque comme on le verra dans le chapitre 3 la magnétisation d'un plasma de faible  $\beta$  (ce qui est notre cas d'étude) peut être totalement négligée de sorte que le champ magnétique peut être considéré égal au champ extérieur constant appliqué.

### 2.1.2 Dérives en champ électrique non-uniforme : effets de rayon de Larmor fini et d'inertie ionique

Intéressons-nous maintenant au cas d'un champ électrique variable, d'une part à cause de sa grande importance dans la physique des plasmas - où toute perturbation peut souvent se résumer au développement d'un tel champ - et d'autre part parce-qu'on peut généraliser ce cas à celui d'une force quelconque en recourant à l'analogie  $\vec{F} \equiv q\vec{E}$ . En présence d'un gradient de champ électrique transverse les particules sont supposées obéir à la variation de  $\vec{E}$  par l'intermédiaire de la dérive électrique de l'équation 2.9. Mais du fait de leur rayon de Larmor non nul - c'est particulièrement vrai pour les ions dont la grande trajectoire cyclotronique peut traverser des zones où le champ électrique varie notablement - cette dérive électrique est sensible à l'effet de rayon de Larmor fini (RLF) illustré sur la figure 2.3 qui montre les trajectoires ioniques en champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  croisés quand E varie sensiblement à l'échelle du rayon de Larmor. Les simulations montrent que sans surprise les particules à faible RL subissent une dérive  $\vec{v}_E(\vec{r})$  qui dépend directement de la valeur de  $\vec{E}$  à la position du CG. Par contre on observe que les particules à grand rayon de Larmor ressentent plutôt le champ électrique comme une moyenne : il est lissé en quelque sorte par le mouvement cyclotron. Globalement il apparaît que la dérive électrique est ressentie de façon très différente par les particules selon que leur rayon de Larmor est faible ou comparable à la longueur de gradient du champ électrique.

Dans l'approximation de dérive cet effet peut être approché analytiquement en développant l'équation du mouvement sans force supplémentaire selon le petit paramètre



**Figure 2.3** – Champ électrique variant dans l’espace : les particules avec un rayon de Larmor faible dérivent plus vite dans les régions à fort champ électrique (en bas) et moins vite dans les régions à faible champ électrique (en haut). Les ions à grand rayon de Larmor traversent des régions où la force du champ varie et sont ainsi ralentis ou accélérés en moyenne selon la position de leur centre-guide.

$r_L/L_{\nabla E}$ <sup>9</sup> pour obtenir :

$$\vec{v}_E = \left(1 + \frac{1}{4}r_L^2 \nabla^2\right) \frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2} \quad (2.17)$$

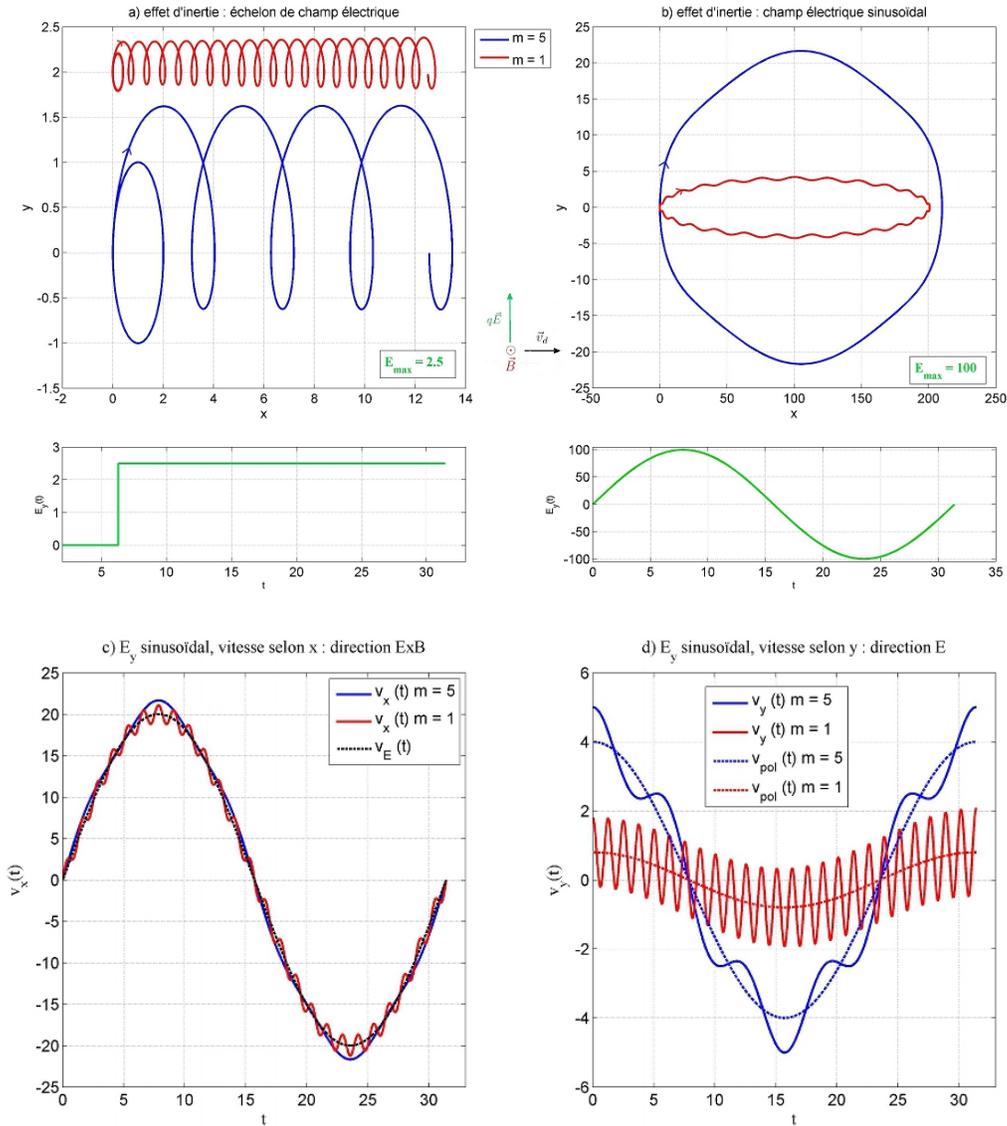
La correction apportée par *l’effet RLF faible*<sup>10</sup> est donc proportionnelle à  $r_L^2$  qui est très différent pour les ions et les électrons du simple fait du rapport de leurs masses :  $r_{Li}/r_{Le} = m_i/m_e \sim 10^4$  pour des particules à la même vitesse<sup>11</sup>. Cet effet induit donc une différence de dérive  $\vec{E} \times \vec{B}$  entre ions et électrons quand le champ électrique varie spatialement à l’échelle du rayon de Larmor ionique qui est susceptible de provoquer encore une fois une séparation des charges.

Examinons enfin le cas d’un champ électrique variable dans le temps : l’inertie des particules joue alors un rôle déterminant dans leur capacité à réagir à des variations rapides du champ  $\vec{E}$ . Ce phénomène est encore une fois particulièrement marqué pour les ions du fait de leur masse. La figure 2.4 a) illustre cet effet d’inertie en montrant le déplacement net subi par une particule lors d’un échelon de champ électrique : celle-ci acquiert en effet de la vitesse dans la direction de  $\vec{E}$  pendant le premier quart de tour cyclotron, ce qui se traduit par un décalage de la position du centre-guide selon  $\vec{E}$ . Pour

9. où  $L_{\nabla E}$  est cette fois la longueur de gradient de l’inhomogénéité de  $\vec{E}$  :  $L_{\nabla E} = E/\nabla E$

10. on parlera d’effet faible lorsque  $r_L/L_{\nabla E} \ll 1$  : dans ce cas le RL et la fréquence cyclotron sont quasi inchangés. Dans le cas contraire l’effet RLF se traduit par une modification de ces deux grandeurs.

11. pour des particules de même énergie on aurait  $r_{Li}/r_{Le} = \sqrt{m_i/m_e}$ , ce qui est le cas par exemple des plasmas très confinés. Dans des plasmas limités par contre l’équilibre thermique n’a pas le temps de se réaliser et on a régulièrement  $T_i \ll T_e$  d’où  $v_{thi} \ll v_{the}$



**Figure 2.4** – Champ électrique variant dans le temps : a) échelon de champ électrique à  $t = T_{ci}$  : les particules initialement au repos vont d’abord être accélérées dans la direction du champ avant d’entamer leur mouvement de dérive perpendiculaire. On observe qu’ils subissent ainsi un déplacement net initial dans la direction du champ électrique. b) trajectoires dans un champ électrique sinusoïdal : le CG subit à la fois la dérive électrique  $\vec{v}_E(t)$  selon  $\vec{E} \times \vec{B}$  mais également la dérive de polarisation selon  $\vec{E}$ . c) vitesse particulière selon  $\vec{E} \times \vec{B}$  et d) selon  $\vec{E}$  : on observe la modulation due au mouvement cyclotron et le mouvement moyen du CG. L’existence d’une composante lentement variable selon  $\vec{E}$  est due à la dérive de polarisation : celle-ci est déphasée de  $\pi/2$  par rapport à  $\vec{E}(t)$  et devient négligeable lorsque la masse devient faible.

une même valeur de  $E$  l’amplitude de ce déplacement est proportionnel au temps de giration et donc à la masse  $m$  de la particule, il est donc négligeable pour les électrons comparativement aux ions. A noter que si les variations du champ électrique sont nulles

en moyenne - la figure 2.4 b) montre le cas d'un champ sinusoïdal - le déplacement net des particules est nul également mais leur inertie se traduira par l'apparition d'une dérive variable selon  $\vec{E}$ . Les figures 2.4 c) et d) montrent les variations au cours du temps des deux composantes transverses de la vitesse : en plus de la dérive électrique classique  $\vec{v}_E(t)$  il apparaît une autre dérive variable dans la direction de  $\vec{E}$  dont l'amplitude devient négligeable à masse décroissante. Elle a la particularité d'être en retard de  $\pi/2$  sur les variations du champ électrique, ce qui traduit bien l'effet retard induit par l'inertie. Cette dérive est qualifiée de *dérive de polarisation* pour la raison qu'elle induit une séparation de charge dynamique dans un plasma à cause de la grande différence entre l'inertie des espèces. Elle joue à ce titre un rôle fondamental dans la problématique des instabilités de plasma et nous la retrouverons souvent dans la suite de cet ouvrage.

On peut quantifier l'effet d'inertie par un développement en  $\omega/\Omega_c$  de l'équation 2.6 sans force supplémentaire pour aboutir à l'expression de la dérive de polarisation :

$$\vec{v}_{pol} = \frac{q}{|q|} \frac{1}{|\Omega_c|B} \frac{d\vec{E}}{dt} = \frac{m}{|q|B^2} \frac{d\vec{E}}{dt} \quad (2.18)$$

Cette expression confirme que cette dérive est directement proportionnelle à la masse mais également à la vitesse de dérive électrique  $v_E = E/B$  et on retrouve le déphasage observé pour un champ sinusoïdal puisqu'alors  $v_{pol} = i(\omega/|\Omega_c|)v_E$ .

L'importance de ces différentes dérives est fondamentale pour étudier la stabilité des plasmas magnétisés. Elles apportent en effet un éclairage physique important sur les problèmes de confinement et la question de la croissance d'instabilités, même si un traitement fluide ou cinétique est toujours nécessaire puisqu'il est impossible d'extrapoler le comportement individuel des particules pour déduire les effets collectifs dominant dans la plupart des plasmas magnétisés. Ainsi l'existence de dérives produisant des séparations de charges entre les ions et les électrons permet de prédire qualitativement l'apparition d'instabilités résultant de la présence de champs électriques de rappel dès lors que les espèces ne sont pas libres d'annuler la charge d'espace qui apparaît. Si ces champs auto-générés tendent à amplifier l'effet initial on peut facilement identifier la source d'une instabilité.

A noter que dans le cas le plus complexe qui est celui où les champs électriques et magnétiques sont inhomogènes il faut ajouter aux dérives précédentes un terme croisé dans la dynamique parallèle du centre-guide, qui s'écrit alors :

$$m \frac{dv_{\parallel}}{dt} = eE_{\parallel} - \mu \nabla_{\parallel} B + mv_{\parallel} \vec{v}_E \cdot \frac{\vec{\nabla} B}{B} \quad (2.19)$$

il n'y a plus alors conservation du moment magnétique.

## 2.2 Trajectoires en géométrie cylindrique

Dans cette section nous allons traiter une situation très courante expérimentalement qui est celle du plasma cylindrique<sup>12</sup>, situation en particulier du dispositif MISTRAL sur lequel ont été réalisées toutes les expériences de ce mémoire. Considérons donc le problème des trajectoires particulières en géométrie cylindrique lorsque règne un champ magnétique uniforme  $B = B_0 = Cste$  selon la direction  $z$ . Si le système est symétrique en  $\theta$  le champ électrique ne peut être qu'axial ou radial, le premier cas donnant lieu simplement à une accélération parallèle comme démontré précédemment. Concentrons-nous donc sur la question de la présence d'un champ électrique radial : nous pouvons prévoir qu'une dérive  $\vec{E} \times \vec{B}$  poloïdale va affecter les particules chargées, provoquant une rotation selon  $\theta$ . La géométrie du problème est résumée sur la figure 2.5 : le repère  $\mathcal{R}$  est le repère labo fixe centré sur l'axe qui intercepte le plan au point  $O$ ,  $P$  est la position instantanée de la particule et les deux vitesses  $\vec{\Omega}_z$  et  $\vec{\Omega}_c$  représentent respectivement la vitesse de dérive azimutale et la vitesse de rotation cyclotron.

Dans cette configuration se pose alors la question des forces inertielles<sup>13</sup> : ces forces sont proportionnelles à la masse de la particule et ont pour expression :

$$\begin{aligned} \vec{F}_{en} &= -mr\omega^2\vec{e}_r && \text{pour la force d'entraînement} \\ \vec{F}_{co} &= 2m\omega\vec{v} \times \vec{e}_z && \text{pour la force de Coriolis} \\ \vec{F}_{eul} &= -mr\partial_t\omega\vec{e}_\theta && \text{pour la force d'Euler (nulle si } \omega_z = Cste) \end{aligned}$$

avec  $\omega$  la vitesse de rotation autour de l'axe  $z$  et  $\vec{v}$  la vitesse absolue (c'est à dire dans le repère fixe). Au sujet de la force d'entraînement nous évitons volontairement le terme de force centrifuge qui qualifie en réalité la résultante radiale des forces d'entraînement et de Coriolis, ce qui se traduit effectivement par un effet centrifuge alors que  $\vec{F}_{en}$  est en soi une force centripète. Bien entendu ces forces vont se manifester uniquement dans un référentiel tournant et apparaîtront dans le référentiel labo comme des composantes de l'accélération liées à la géométrie cylindrique. Une remarque à propos de ces effets inertiels : on voit que les forces associées sont toutes proportionnelles à la masse, autrement dit sauf dans le cas de champs électriques (et donc de rotation  $\vec{E} \times \vec{B}$ ) considérables on peut s'attendre à un effet

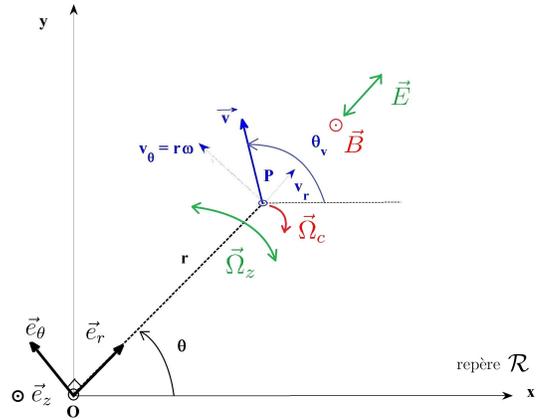


Figure 2.5 – Géométrie du problème de la rotation  $\vec{E} \times \vec{B}$  en coordonnées cylindriques.

12. dans une certaine mesure on peut toujours localement assimiler un plasma magnétisé à une portion de cylindre dont l'axe est porté par la direction du champ magnétique

13. lorsque nous parlons de forces inertielles nous choisissons bien évidemment de raisonner dans un référentiel en rotation, dans le référentiel labo ces forces sont contenues dans les termes d'accélération additionnels

négligeable sur les électrons.

La résolution de l'équation du mouvement dans le cas le plus général est un problème très complexe, nous nous bornerons donc ici à traiter le cas où la dérive électrique donne une rotation à une fréquence constante, ce qui sous-entend un champ électrique proportionnel à  $r$ . Ce type de situation est la seule qu'on puisse traiter avec une modèle analytique relativement simple. Elle est par ailleurs régulièrement observée dans des plasmas à géométrie cylindrique : c'est souvent le cas en particulier dans le plasma de MISTRAL comme on le verra plus loin. Signalons par ailleurs que ce type de champ électrique est équivalent au champ à divergence constante créé par une densité de charge homogène en géométrie cylindrique. Dans toute la suite nous traiterons donc uniquement le cas d'un champ électrique de la forme :

$$\begin{aligned}\vec{E} &= Kr\vec{e}_r \quad \text{où :} & (2.20) \\ K &\equiv \frac{\rho_t}{2\epsilon_0}\end{aligned}$$

avec  $K < 0$  (cas standard dans notre machine) pour un champ centrifuge, qui correspondrait à une densité de charge  $\rho_t$  négative et  $K > 0$  pour un champ centripète dans la situation opposée. La présence de ce champ électrique va théoriquement donner lieu à une dérive électrique azimutale  $\vec{v}_E = (\vec{E}_r \times \vec{b})/B$ . Définissons donc la vitesse de rotation par dérive électrique de référence - qu'on appellera par la suite tout simplement vitesse de dérive électrique par commodité - par :

$$\vec{\Omega}_E = \Omega_E \vec{e}_z = -\frac{E_r}{rB} \vec{e}_z = -\frac{K}{B} \vec{e}_z \quad (2.21)$$

A noter que la fréquence de rotation  $\Omega_E$  ainsi définie peut être positive ou négative définissant ainsi un sens de rotation qui dépend du signe de  $K$ . Sur le même principe nous définirons la fréquence cyclotronique de référence - là encore on se contentera du terme fréquence cyclotronique par opposition avec le fréquence cyclotronique effective en présence d'effets inertiels définie plus loin - comme :

$$\vec{\Omega}_c = \Omega_c \vec{e}_z = -\frac{qB}{m} \vec{e}_z \quad (2.22)$$

cette fréquence est comptée positive pour les électrons et négative pour les ions conformément au sens de la rotation cyclotronique illustré par la figure 2.1. Selon le sens relatif de la vitesse de dérive électrique et de la vitesse cyclotron, matérialisé par le rapport  $\Omega_E/\Omega_c$  nous parlerons de rotation *anti-cyclotronique* lorsque dérive azimutale et gyration cyclotron sont concurrentes ( $\Omega_E/\Omega_c < 0$ ) et de rotation *co-cyclotronique* dans le cas où elles ont même sens ( $\Omega_E/\Omega_c > 0$ ).

## 2.2.1 Equation du mouvement et solution stationnaire

### Condition de stationnarité et solutions

Ecrivons dans le référentiel du laboratoire l'équation du mouvement en coordonnées cylindriques pour une particule soumise aux champs  $\vec{E}$  et  $\vec{B}$  que nous venons de décrire.

On obtient :

$$m\vec{a} = qE_r\vec{e}_r + qB\vec{v} \times \vec{e}_z \quad \text{soit :} \quad (2.23)$$

$$\text{selon } r : \quad \ddot{r} = \frac{qK}{m}r + \frac{qB}{m}r\dot{\theta} + r\dot{\theta}^2 \quad (2.24)$$

$$\text{selon } \theta : \quad r\ddot{\theta} = -\frac{qB}{m}\dot{r} - 2\dot{r}\dot{\theta} \quad (2.25)$$

$$\text{selon } z : \quad \ddot{z} = 0$$

on constate comme prévu la présence de termes additionnels traduisant l'effet des forces inertielles. Sans surprise la vitesse parallèle n'est pas affectée et nous la laisserons donc de côté dans toute la suite : nous omettrons par simplicité le symbole  $\perp$  de sorte que  $\vec{v} \equiv \vec{v}_\perp$ . Cette équation vectorielle doit être complétée par la donnée des conditions initiales (elles seront utiles par la suite) : considérons donc une particule initialement à la position  $(r_0, \theta_0)$  avec une vitesse  $\vec{v}_0$  de norme  $v_0$  faisant un angle  $\theta_{v0}$  avec l'horizontale  $x = 0$ , nous avons alors les CI suivantes :

$$\begin{aligned} r(0) &= r_0 & \theta(0) &= \theta_0 & (2.26) \\ \dot{r}(0) &= v_{r0} = v_0 \cos \theta_{v0} & \dot{\theta}(0) &= \omega_0 = \frac{v_0}{r_0} \sin \theta_{v0} \end{aligned}$$

à noter que par convention nous définissons  $v_0$  et  $r_0$  positifs, ce qui n'est pas le cas de  $v_{r0}$  et  $\omega_0$  dont le signe dépend de la valeur de  $\theta_{v0}$ .

Si nous supposons à priori l'existence d'une solution stationnaire vérifiant  $\ddot{r} = \ddot{\theta} = 0$  les équations 2.24 et 2.25 nous donnent, en notant respectivement  $\Omega_z$  et  $v_r^{stat}$  la vitesse de rotation et la vitesse radiale stationnaires<sup>14</sup> :

$$\Omega_z^2 - \Omega_c\Omega_z + \Omega_c\Omega_E = 0 \quad (2.27)$$

$$(\Omega_c - 2\Omega_z)v_r^{stat} = 0 \quad (2.28)$$

l'équation 2.28 nous apprend que la vitesse radiale stationnaire est nécessairement nulle sauf dans le cas particulier  $\Omega_z = \Omega_c/2$  que nous détaillerons plus loin.

L'équation 2.27 quand à elle nous donne d'abord une condition pour l'existence d'une solution stationnaire qui s'écrit :

$$\begin{aligned} \Delta &= \Omega_c^2 \left( 1 - 4\frac{\Omega_E}{\Omega_c} \right) \geq 0 \\ \text{soit :} \quad \frac{\Omega_E}{\Omega_c} &\leq \frac{1}{4} \end{aligned} \quad (2.29)$$

d'où nous pouvons conclure qu'une solution existe toujours lorsque la dérive électrique est en sens opposé à la rotation cyclotronique (cas *anti-cyclotron*  $\Omega_E/\Omega_c \leq 0$ ) mais que

---

14. qui correspondent respectivement à la partie stationnaire de  $\dot{\theta}$  et  $\dot{r}$

dans le cas contraire il n'y a plus de solution si la norme du champ électrique dépasse une valeur seuil. La valeur de ce champ critique est donnée par :

$$E_{crit} = K_{crit}r = \frac{qrB^2}{4m} \quad (2.30)$$

dans le cas  $\Delta \geq 0$  nous aboutissons à deux solutions pour la vitesse de rotation stationnaire de la particule :

$$\text{une solution } \textit{lente} : \quad \Omega_z = \frac{\Omega_c}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - 4\frac{\Omega_E}{\Omega_c}} \right) \quad (2.31)$$

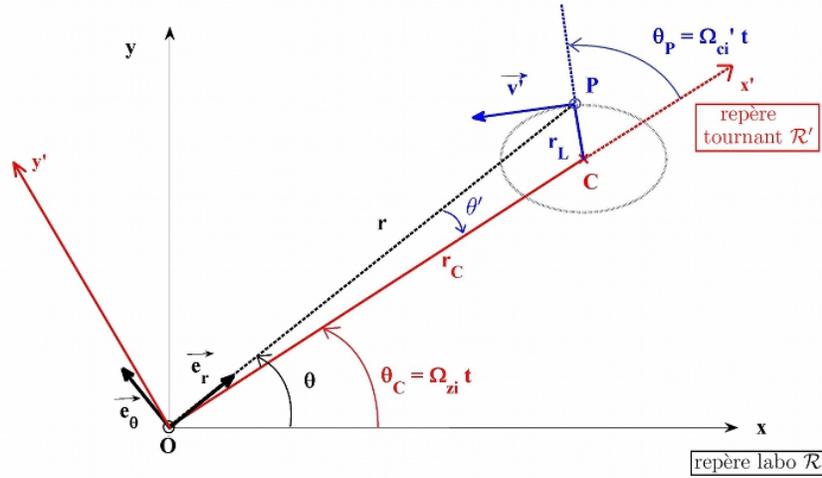
$$\text{une solution } \textit{rapide} : \quad \Omega_z^* = \frac{\Omega_c}{2} \left( 1 + \sqrt{1 - 4\frac{\Omega_E}{\Omega_c}} \right) \quad (2.32)$$

en examinant le cas trivial  $E = 0$  nous observons que le première solution donne le résultat attendu :  $\Omega_z = 0$  tandis que la deuxième donne  $\Omega_z = \Omega_c$ . Cet argument a conduit les théoriciens qui ont étudié la dynamique des plasmas en champs croisés [Mikhailovskii66] [Light01] à écarter cette deuxième solution comme non-physique. En réalité nous avons constaté que cette dualité de solutions correspond simplement au fait que la trajectoire est composée de deux mouvements stationnaires : le premier est la rotation du centre-guide par dérive électrique modifiée tandis que **le deuxième est le mouvement cyclotron dans le référentiel labo dont la fréquence est décalée de  $\Omega_z$  par effet Doppler**. A champ électrique nul on obtient bien le résultat attendu :  $\Omega_z = 0$  (puisque le centre-guide est fixe) et  $\Omega_z^* = \Omega_c$  : la deuxième vitesse est celle de la rotation cyclotron qui est bien le deuxième mouvement stationnaire puisque  $\Omega_c = -qB/m = Cste$ .

Les simulations de la section 2.2.2 montrent que ce raisonnement reste valable pour  $E \neq 0$  dans tous les cas où  $\Omega_E/\Omega_c < 1/4$  puisque le mouvement observé est la composée d'une rotation azimutale et d'une rotation cyclotron autour d'un centre-guide (CG)  $C$ , **la fréquence de cette dernière dans le référentiel du CG étant égale à  $\Omega'_c \neq \Omega_c$** . La vitesse de rotation du CG mesurée est conforme à la solution *lente* qui est donc tout simplement la vitesse de dérive azimutale - c'est la dérive électrique modifiée par les effets inertiels - tandis que la fréquence cyclotron dans le référentiel CG, que nous appellerons dans toute la suite fréquence cyclotron *effective*, vérifie :  $\Omega'_c = \Omega_z^* - \Omega_z$ . La solution *rapide* est donc bien la fréquence effective décalée par l'effet Doppler dû à la rotation globale. Ce point se vérifie facilement en écrivant le problème dans la géométrie complexe du plan, partant du constat que la solution stable est la composée d'une dérive de CG associée à une rotation cyclotron dans le repère centre-guide.

### Composée de deux rotations en représentation complexe du plan

Dans la représentation complexe du plan on utilise l'affixe  $\bar{z} = |\bar{z}|e^{i\theta} \equiv \vec{z}$  pour représenter un vecteur de longueur  $|\bar{z}|$  et d'angle  $\theta$ . Si on définit une origine  $O$ , le vecteur position  $\vec{OA}$  pour un point  $A$  du plan s'écrit  $\vec{OA} \equiv \bar{z}_A$  et un vecteur quelconque est représenté par  $\vec{AB} \equiv \bar{z}_B - \bar{z}_A$ . L'avantage de cette représentation est que



**Figure 2.6** – Géométrie du problème pour une rotation du centre-guide associée à une gyration cyclotron.

la rotation plane  $\mathfrak{R}_{A,\Omega t}$  autour d'un centre  $A$  à la vitesse  $\Omega$  s'écrit tout simplement :  $\bar{z}(t) = \bar{z}_A + e^{i\Omega t}(\bar{z}(0) - \bar{z}_A)$ . Dans toute la suite nous noterons respectivement  $\bar{z}_O$ ,  $\bar{z}_C$  et  $\bar{z}$  les affixes respectives de l'axe (point  $O$ ), du CG (point  $C$ ) et de la particule (point  $P$ ).

Si on s'intéresse au cas d'un centre-guide en rotation il est pratique de définir le référentiel  $\mathcal{R}'$  en rotation autour du centre  $O$  à la vitesse  $\vec{\Omega}_z = \Omega_z \vec{e}_z$  : dans ce repère qualifié de *repère tournant* le centre-guide est un point fixe. Les grandeurs dans  $\mathcal{R}'$  sont notées avec le suffixe ', de sorte qu'en particulier la position de la particule dans ce repère s'écrit  $\vec{r}'$  en notation vectorielle et  $\bar{z}'$  en notation complexe. Nous avons les relations suivantes entre les coordonnées dans  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$  :

$$\begin{aligned} r' &= r & \text{et} & & \theta' &= \theta - \Omega_z t \\ \vec{v}' &= \vec{v} - r\Omega_z \vec{e}_\theta = \vec{v} - r'\Omega_z \vec{e}_\theta \\ \vec{a}' &= \vec{a} - r\Omega_z^2 \vec{e}_r + 2\Omega_z \vec{v} \times \vec{e}_z = \vec{a} + r'\Omega_z^2 \vec{e}_r + 2\Omega_z \vec{v}' \times \vec{e}_z \end{aligned}$$

Notons que puisque l'origine des deux repères est confondue, leurs vecteurs directeurs en coordonnées polaires le sont également à chaque instant<sup>15</sup>. Cependant à cause du principe de relativité ils n'ont pas même vitesse angulaire selon qu'on est dans  $\mathcal{R}$  ou  $\mathcal{R}'$ .

Examinons donc le résultat d'une rotation du centre-guide  $C$  à la vitesse  $\Omega_z$  autour de l'axe associée à une rotation cyclotron à la vitesse  $\Omega'_c$  - définie dans le repère tournant - autour du CG (point  $C(0)$  initialement), que nous notons respectivement  $\mathfrak{R}_{O,\Omega_z t}$  et  $\mathfrak{R}_{C,\Omega'_c t}$ , la géométrie du problème est résumée sur la figure 2.6. Nous avons :

15. autrement dit :  $\vec{e}'_k = \vec{e}_k$  avec  $k = (r, \theta, z)$

$$\begin{aligned}
 \bar{z}(t) &= \bar{z}_C(0)e^{i\Omega_z t} + e^{i(\Omega'_c + \Omega_z)t}(\bar{z}(0) - \bar{z}_C(0)) \quad \text{soit :} \\
 \bar{z}(t) &= r_C e^{i\Omega_z t} + e^{i(\Omega'_c + \Omega_z)t}(r(0) - r_C) \\
 &= r_C e^{i\Omega_z t} + r_L e^{i(\Omega'_c + \Omega_z)t}
 \end{aligned} \tag{2.33}$$

où on a choisi les CI de manière à avoir :  $\bar{z}_C(0) = r_c$  et  $\bar{z}(0) = r_0 = r_C + r_L$  : il suffit de définir judicieusement l'origine des temps pour se ramener à cette situation puisque le mouvement est périodique. Remarquons deux choses : d'une part que dans le cas  $E = 0$  cette expression nous redonne bien celle d'une simple rotation cyclotron à  $\Omega_c$ , on trouve en effet :

$$\bar{z}(t) = r_C + r_L e^{i(\Omega_c)t}$$

et d'autre part que pour  $E \neq 0$  la fréquence du mouvement cyclotron dans le repère labo est égale à  $\Omega'_c + \Omega_z$  conformément au principe de relativité des référentiels.

Appelons *point de vue réciproque* le principe consistant à considérer la solution rapide  $\Omega_z^*$  comme la vitesse de rotation du centre-guide et associons-lui une nouvelle vitesse cyclotron effective a priori inconnue  $\Omega_c^*$ . Alors la composée des rotations  $\mathfrak{R}_{O, \Omega_z^* t}$  et  $\mathfrak{R}_{C^*, \Omega_c^* t}$  - où  $C^*(0)$  est la position initiale du nouveau centre guide - donne une expression similaire :

$$\bar{z}^*(t) = \bar{z}_C^*(0)e^{i\Omega_z^* t} + e^{i(\Omega_c^* + \Omega_z^*)t}(\bar{z}(0) - \bar{z}_C^*(0))$$

en identifiant les deux expressions :  $\bar{z} = \bar{z}^* \forall t$  il apparaît qu'elles sont équivalentes si les conditions suivantes son respectées :

$$\begin{aligned}
 \bar{z}_C^*(0) &= r_L \quad \text{et} \quad \Omega_z^* = \Omega'_c + \Omega_z \\
 \bar{z}_L^*(0) &= r_C \quad \text{et} \quad \Omega_c^* = -\Omega'_c
 \end{aligned}$$

où on a défini  $\bar{z}_L^*$  par :  $\bar{z}_L^* = \bar{z} - \bar{z}_C^*$ , c'est à dire la position de la particule dans le nouveau repère CG.

Autrement dit cette formulation est totalement équivalente à la précédente, elle échange simplement le centre-guide "naturel"  $C$  contre un nouveau centre-guide virtuel  $C^*$  de rayon  $r_L$  et de vitesse  $\Omega'_c + \Omega_z$ . En définitive cette approche analytique démontre que :

- il n'y a finalement qu'un seul point de vue si on définit  $\Omega_z$  comme la vitesse du CG
- la solution *lente* 2.31 donne la vitesse de rotation du CG  $\Omega_z$  (1<sup>er</sup> mouvement stationnaire)
- la solution *rapide* 2.32 donne la fréquence cyclotron dans le repère labo  $\Omega'_c + \Omega_z$  (2<sup>nd</sup> mouvement stationnaire)

Nous pouvons donc en fait déduire à la fois  $\Omega_z$  et  $\Omega'_c$  des solutions de 2.28 :

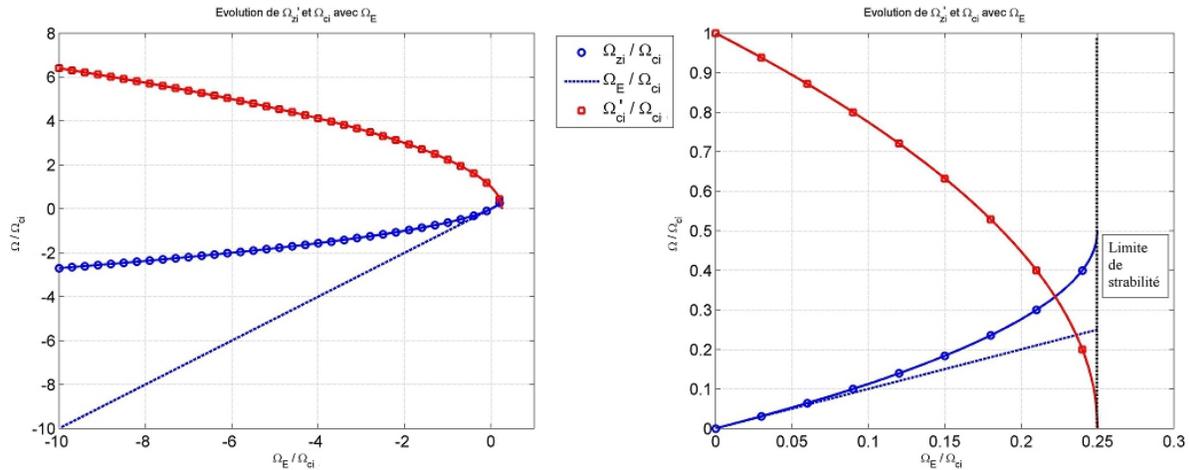
$$\Omega_z = \frac{\Omega_c}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - 4 \frac{\Omega_E}{\Omega_c}} \right) \tag{2.34}$$

$$\Omega'_c = \left( \sqrt{1 - 4 \frac{\Omega_E}{\Omega_c}} \right) \Omega_c \tag{2.35}$$

Il est instructif d'analyser la solution 2.34 dans le cas des électrons : si nous étudions le rapport  $\Omega_E/\Omega_c = mE/(qrB^2)$  nous observons immédiatement qu'il est négligeable pour les électrons comparativement aux ions (dans le rapport  $m_e/m_i$ ). Autrement dit, sauf à considérer des champs électriques considérables<sup>16</sup> on peut se contenter d'un développement selon  $\Omega_E/\Omega_{ce}$  pour obtenir la vitesse de rotation électronique, ce qui nous donne :  $\Omega_{ze} \simeq \Omega_E$ , c'est à dire précisément la vitesse de dérive électrique. Les effets inertiels sur les électrons peuvent donc être totalement négligés, autrement dit on peut les décrire à l'aide du modèle classique de la dérive à champ constant :

$$\Omega_{ze} = \Omega_E \quad \text{et} \quad \Omega'_{ce} = \Omega_{ce} \quad (2.36)$$

Nous nous cantonnerons donc à l'étude des ions dans toute la suite. En ce qui les concerne la figure 2.7 donne les vitesses (normalisées à  $\Omega_{ci}$ ) des deux mouvements périodiques  $\Omega_{zi}$  et  $\Omega'_{ci}$ , d'après les relations 2.34 et 2.35 : y sont représentées leurs variations en fonction de  $\Omega_E/\Omega_{ci}$ , c'est à dire du rapport  $E_r/B$ . Pour le cas *anti-cyclotronique*  $\Omega_E/\Omega_{ci} < 0$  on observe une vitesse de rotation toujours inférieure à la vitesse de dérive électrique - c'est à dire un freinage ionique - et une vitesse cyclotronique (dans le référentiel du CG) supérieure à la valeur de référence  $\Omega_{ci}$ , ce qui correspond à une accélération du mouvement cyclotron. Dans le cas *co-cyclotronique* au contraire les ions tournent plus vite que la dérive électrique et la rotation cyclotron est freinée. Lorsque cette dernière atteint une vitesse nulle il n'y a plus de mouvement cyclotron autour du CG, ce qui explique que cette situation soit le cas limite pour la stabilité.



**Figure 2.7** – Evolution de la vitesse de rotation normalisée  $\Omega_{zi}/\Omega_{ci}$  (ronds bleus) et de la vitesse cyclotronique normalisée  $\Omega'_{ci}/\Omega_{ci}$  (carrés rouges) avec la valeur de la vitesse de dérive électrique normalisée  $\Omega_E/\Omega_{ci}$  (axe des abscisses, mais également tirets bleus). A droite une vue de détail sur le cas  $\Omega_E/\Omega_{ci} > 0$ .

Revenons à la formule 2.33 donnant la trajectoire et recherchons pour finir la valeur

16. dans nos conditions standards :  $B \sim 0.02T$  et  $r \sim 5cm$  il faudrait un champ électrique de l'ordre de  $10^6$  V/m soit une DDP radiale de l'ordre de 100 kV pour obtenir un rapport  $\Omega_E/\Omega_c$  proche de l'unité

du rayon de Larmor qui découle de la condition initiale sur les vitesses. Écrivons d'abord l'expression de la vitesse complexe  $\dot{z}(t)$  :

$$\dot{z}(t) = ir_C\Omega_z e^{i\Omega_z t} + ir_L(\Omega'_c + \Omega_z)e^{i(\Omega'_c + \Omega_z)t} \quad (2.37)$$

nous avons donc en particulier :

$$\begin{aligned} \dot{z}(0) &= i[r_C\Omega_z + r_L(\Omega'_c + \Omega_z)] = i[r_0\Omega_z + r_L\Omega'_c] \quad \text{soit :} \\ \dot{z}(0)' &= \dot{z}(0) - ir_0\Omega_z = ir_L\Omega'_c = -r_L\Omega'_c e^{-i\frac{\pi}{2}} \end{aligned}$$

où  $\dot{z}(0)' \equiv \vec{v}_0 - r_0\Omega_z\vec{e}_\theta = \vec{v}'_0$ , la vitesse initiale dans le repère CG. Il vient alors :

$$\begin{aligned} r_L &= \frac{v'_0}{|\Omega'_c|} \quad (2.38) \\ \theta_{v0} = \theta'_{v0} &= -\frac{q}{|q|} \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$

où  $\theta_{v0}$  et  $\theta'_{v0}$  sont respectivement les angles de la vitesse initiale dans le repère labo et CG (confondus initialement). L'expression 2.38 montre que le rayon de Larmor est toujours donné par le rapport de la vitesse initiale par la vitesse cyclotron, mais cette fois les vitesses sont à considérer dans le repère tournant : à  $v'_0$  constant on va donc observer une contraction ou une dilatation de l'orbite cyclotronique selon que  $|\Omega'_c|$  augmente (cas *anti-cyclotron*) ou diminue (cas *co-cyclotron*). Ceci traduit l'existence d'un effet RLF intrinsèque à la dérive azimutale en géométrie cylindrique : malgré que la dérive fût à vitesse constante le champ électrique et les forces inertielles donnent lieu à une modification du rayon de Larmor et de la fréquence cyclotron. Cependant les simulations montrent que l'orbite cyclotron reste circulaire jusqu'à la limite de stabilité. Lorsqu'on s'approche justement du cas limite  $\Omega_E/\Omega_{ci} = 1/4$  on a  $\Omega'_{ci} \rightarrow 0$  et donc  $r_L \rightarrow \infty$ , situation caractéristique d'un mouvement libre dans le repère tournant.

Remarquons qu'avec les CI choisies l'angle de la vitesse initiale est entièrement déterminé : on a  $\vec{v}_0 = \omega_0\vec{e}_\theta$  avec  $\omega_0 = \pm v_0/r_0$  : ceci est simplement lié au fait que la vitesse de la particule lorsqu'elle est à son extension maximum  $r = r_C + r_L$  est nécessairement selon  $\vec{e}_\theta$  pour une giration directe (cas des électrons :  $\Omega_{ce} > 0$ ) et selon  $-\vec{e}_\theta$  pour une giration indirecte (cas des ions :  $\Omega_{ci} < 0$ ).

Nous pouvons conclure de cette étude préliminaire qu'une solution stationnaire à l'équation du mouvement existe dès lors que la condition  $\Omega_E/\Omega_c \leq 1/4$  est satisfaite. Nous observons également que sauf dans le cas  $\Omega_z = \Omega_c/2$  - correspondant justement à la situation limite  $\Omega_E = \Omega_c/4$  - la vitesse radiale stationnaire est nécessairement nulle. Le mouvement moyen des particules se réduit alors à une dérive azimutale à vitesse constante. Cependant, à cause des effets inertiels, il apparaît que dans le cas des ions la dérive attendue peut être sensiblement différente de la dérive électrique classique  $\Omega_E$ <sup>17</sup>. On observe en outre que la fréquence cyclotron effective  $\Omega'_{ci}$  et le rayon de Larmor ionique

---

17. il suffit dans notre machine d'un champ électrique radial d'environ 50 V/m, c'est à dire d'une DDP radiale de 5 V pour obtenir un rapport  $\Omega_E/\Omega_{ci}$  de l'ordre de l'unité

sont affectés par la rotation, comme si celle-ci était à l'origine de l'apparition d'un champ magnétique propre. Quoique instructive, cette première analyse laisse cependant deux importantes questions en suspens : d'abord celle du rôle exact des forces inertielles - en particulier quand à la modification des constantes du mouvement - puis celle du comportement des particules à la limite et au delà du critère de stabilité  $\Omega_E/\Omega_{ci} \geq 1/4$ . C'est pour répondre à ces questions et afin de donner une illustration au problème du mouvement cyclotron dans un repère tournant que nous avons procédé à différentes simulations du mouvement particulaire.

## 2.2.2 Simulations du mouvement particulaire en géométrie cylindrique

Les simulations présentées dans cette partie ont été réalisées en résolvant les équations 2.24 et 2.25 à l'aide d'un schéma de différences finies décentré. Nous avons considéré le cas d'un ion argon de masse  $m_i = 6,64 \cdot 10^{-26}$  kg dans un champ magnétique de 20 mT, ce qui nous donne une fréquence cyclotronique de -7,7 kHz (comptée négativement puisque la rotation est dans le sens indirect par rapport à  $\vec{B}$ ). Ces valeurs ainsi que les rayons et vitesses initiales ont été choisies pour coller aux paramètres expérimentaux typiquement obtenus dans la machine MISTRAL<sup>18</sup>. Les différentes simulations montrent unanimement que dans le cas stationnaire le mouvement particulaire est la composée d'une dérive azimutale de centre-guide et d'une rotation cyclotron, les deux à vitesse angulaire constante. A partir des trajectoires il est donc possible d'atteindre les 4 constantes fondamentales du mouvement lorsque celui-ci est périodique (cas où une solution stationnaire existe) :

- le rayon du centre-guide  $r_C$  défini comme le rayon moyen de la particule
- la fréquence moyenne de rotation  $\Omega_{zi}$  définie comme la moyenne de la vitesse azimutale
- le rayon de Larmor  $r_L$  défini comme le rayon de la particule dans le repère du centre-guide
- la fréquence cyclotron *effective*  $\Omega'_{ci}$  définie comme la vitesse de rotation de la particule dans le repère du centre-guide

ces deux dernières constantes sont obtenues en soustrayant du mouvement total le mouvement de dérive azimutal de rayon  $r_C$  et de vitesse  $\Omega_{zi}$ . Ils sont à mettre en rapport avec les valeurs de référence (cad à champ électrique nul) :  $\Omega_{ci} = -eB/m_i = -7,7$  kHz et  $r_{L0} = v_0/|\Omega_{ci0}| = 0,52$  cm dans le cas standard ( $v_0 = v_{thi} = 500$  m/s) dont il s'avère qu'elles s'écartent sensiblement lorsque  $E_r \neq 0$ .

A propos des données initiales il nous faut préciser deux choses importantes : d'abord sur la vitesse comprenons que si  $\vec{v}_0$  est la vitesse dans le référentiel labo alors la vitesse dans le référentiel CG est égale à  $\vec{v}'_0 = \vec{v}_0 - r_0 \Omega_{zi} \vec{e}_\theta$ , autrement dit si par souci d'uniformité on fixe a priori la vitesse initiale dans le référentiel labo on va traiter le cas de particules de vitesses très différentes dans le référentiel CG lorsque  $E_r$  et donc  $\Omega_{zi}$  varie. Nous avons donc choisi au contraire de fixer la vitesse initiale dans le repère du CG en

---

18. voir le tableau 1.1 du chapitre 1

rotation :  $v'_0 = Cste = v_{thi}$  (500 m/s pour un gaz d'ion à  $T_i = 0,05eV$ ), de cette façon on prend en compte dès l'origine l'effet du champ électrique sur la vitesse moyenne (un décalage de  $\Omega_{zi}$  par effet Doppler). Ensuite sur la position initiale il faut remarquer qu'à  $\vec{r}_0$  fixé la position initiale du CG  $\vec{r}_{C0}$  va dépendre du RL qui varie avec  $\Omega_{ci}$  (et donc avec  $\Omega_E$ ), là encore si on veut traiter le cas de particules dont le rayon moyen est identique, il nous faut fixer a priori  $r_{C0} = Cste = 5cm$  (c'est le demi-rayon typique de la colonne de plasma de MISTRAL) et choisir la position initiale en conséquence. Par commodité nous faisons le choix d'une situation de départ pour laquelle  $\theta_{v0} = -\pi/2$  de sorte que  $\vec{v}_0 = r_0\omega_0\vec{e}_\theta = -v_0\vec{e}_\theta$ . Dans ce cas de figure il s'avère que la relation entre  $r_0$ ,  $r_C$  et  $r_L$  est particulièrement simple puisque nous avons :  $r_0 = r_C + r_L$ . En utilisant les formules analytiques donnant les constantes du mouvement il n'y a donc pas de difficulté à ajuster les CI ( $r_0$  et  $v_0$ ) de façon à obtenir  $r_C = 5cm$  et  $v'_0 = 500m/s$ .

Seul le cas des ions a été simulé pour la raison évoquée plus haut que les effets inertiels concernant les électrons sont négligeables pour des valeurs "raisonnables" du champ électrique radial, il suffit cependant de renverser le champ électrique (et de réévaluer la vitesse thermique afin de simuler la bonne valeur du rayon de Larmor électronique) pour appliquer nos résultats aux particules négatives.

### Champ électrique nul :

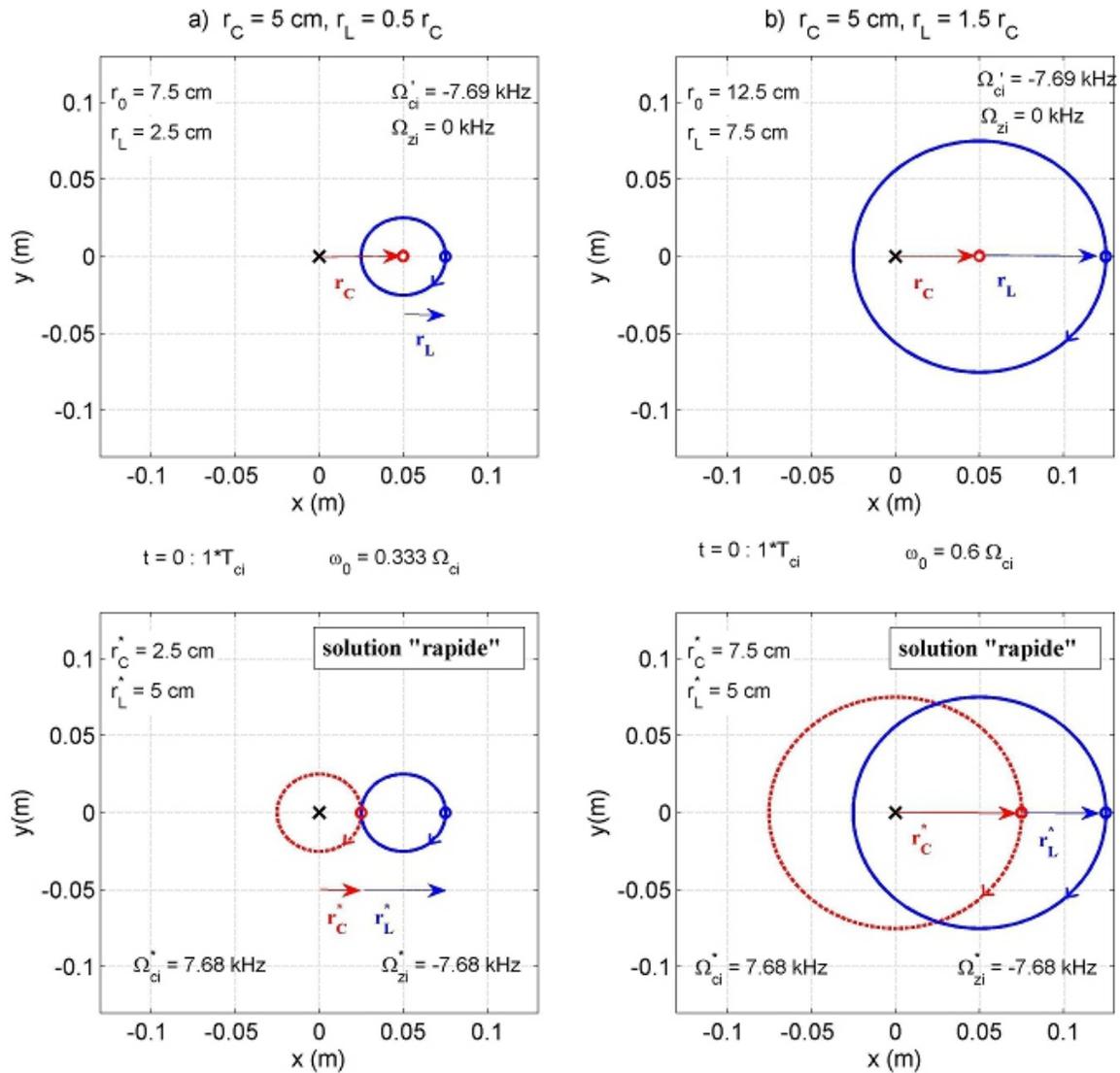
Commençons par le cas trivial  $E_r = 0$  : nous avons présenté sur les figures 2.8 la trajectoire cyclotronique pour deux valeurs du rayon de Larmor correspondant schématiquement aux cas d'une particule de vitesse faible :  $v_0 = (1/3)r_0\Omega_{ci}$  et d'une particule de vitesse élevée :  $v_0 = (3/5)r_0\Omega_{ci}$ , la distinction tenant au fait que selon l'un ou l'autre des deux cas on obtient  $r_C > r_L$  (particules *lentes* ou à "petit" RL) ou  $r_C < r_L$  (particules *rapides* ou à "grand" RL). En l'absence de champ électrique (et donc de rotation du CG) le rayon de Larmor est naturellement fixé par la relation :  $r_L = v_0/|\Omega_{ci}|$  tandis que la position du CG s'obtient par la relation :  $r_C = r_0 - r_L$ . Notons que si cette relation est particulièrement simple c'est parce-qu'on a judicieusement choisi les CI sur la position et les vitesses.

Analysons la figure 2.8 : en haut nous voyons les résultats de la simulation du mouvement ionique, elles révèlent sans surprise qu'il s'agit d'une rotation cyclotron autour du CG situé en  $\vec{OC} = r_C\vec{e}_x$  à la vitesse  $\Omega_{ci}$ <sup>19</sup>. A titre d'illustration nous avons représenté sur les figures du bas le résultat obtenu en faisant subir à la même particule la composée de deux rotations, d'après le *point de vue réciproque* évoqué plus haut : c'est à dire en considérant que la vitesse du CG est  $\Omega_{zi}^*$ . Selon ce point de vue le mouvement se décompose en deux rotations stationnaires :

- la première est la rotation à  $\Omega_z^* = \Omega_{ci}$  autour de l'axe d'un CG au rayon  $r_C^* = r_{L0}$
- la seconde est la rotation à  $\Omega_c^* = -\Omega_{ci}$  ( $= \Omega_z - \Omega_z^*$  puisqu'il faut tenir compte de l'effet Doppler à  $\Omega_z^*$ ) autour du CG avec un rayon de Larmor  $r_L^* = r_C$

on constate que conformément au raisonnement énoncé plus haut le mouvement final est

<sup>19</sup>. ce qui a quand même le mérite de rassurer sur la validité des résultats du code

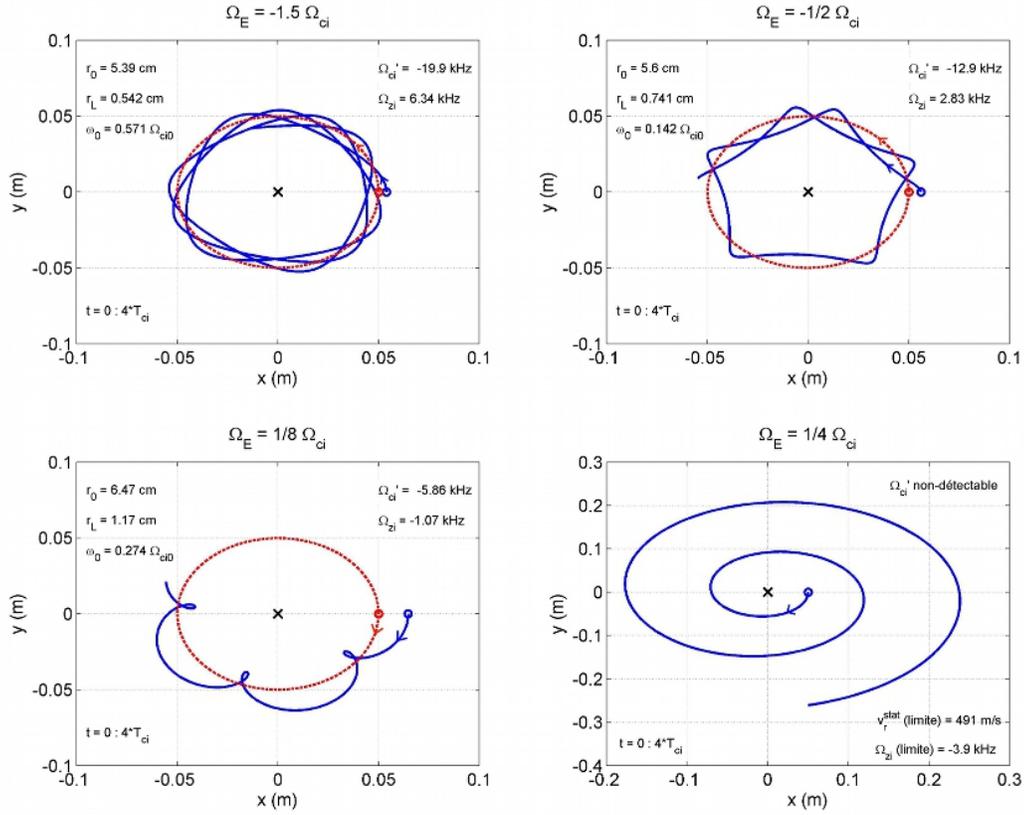


**Figure 2.8** – En haut : trajectoire d'un ion argon dans un champ magnétique de 20 mT ( $\Omega_{ci} = -7,7$  kHz) en l'absence de champ électrique pour deux valeurs du rayon de Larmor et donc de la vitesse initiale  $\omega_0 = -v_0/r_0$ . Ronds : position initiale, flèches : sens du mouvement, bleu : positions de la particule, rouge : position du centre-guide. En bas nous avons tracé le résultat d'une rotation selon le *point de vue réciproque* : sans surprise la trajectoire est identique.

le même que celui obtenu.

### Simulations pour plusieurs valeurs du champ électrique :

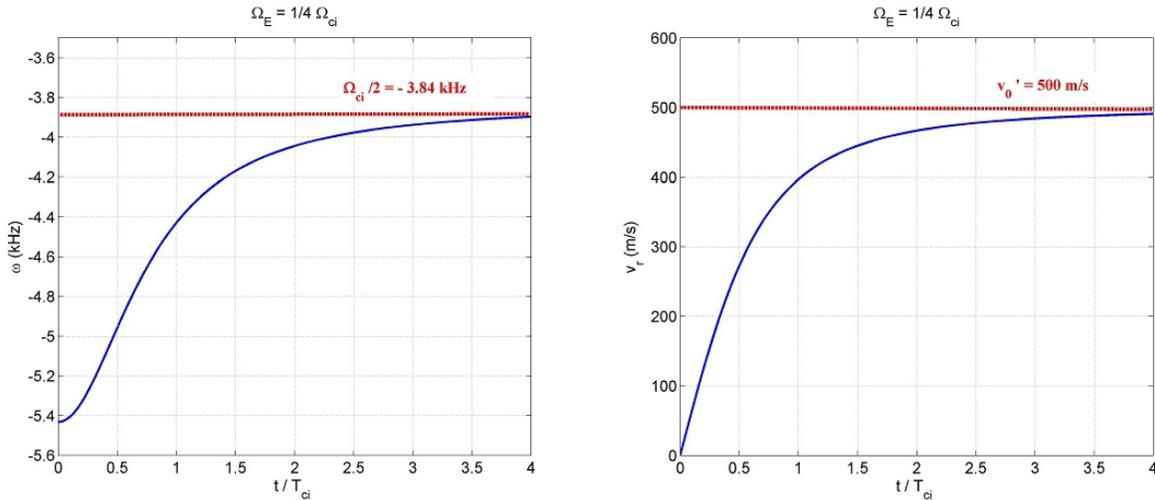
Les trajectoires ioniques pour 4 valeurs du champ électrique radial sont présentées sur la figure 2.9, elles offrent une confirmation des résultats de la section 2.2.1 : tant



**Figure 2.9** – Trajectoire d’un ion argon dans un champ magnétique de 20 mT ( $\Omega_{ci} = -7,7$  kHz) pour plusieurs valeurs du champ électrique radial. La vitesse initiale de la particule dans le référentiel CG est de 500 m/s et elle est dirigée selon  $-\vec{e}_\theta$ . Dans les trois premiers cas (a,b et c) la position initiale est calculée pour obtenir  $r_c = 5$  cm, dans le dernier cas (d) le rayon du centre guide n’est pas défini, nous avons donc choisi  $r_0 = 5$  cm. Ronds : position initiale, flèches : sens du mouvement, bleu : positions de la particule, rouge : positions du centre-guide.

que  $\Omega_E/\Omega_{ci} < 1/4$  on observe que la trajectoire est la composée de deux mouvements périodiques : une rotation cyclotron de vitesse angulaire  $\Omega'_{ci}$  et une dérive azimutale de vitesse angulaire  $\Omega_{zi}$ , toutes les deux constantes. Pour le cas limite illustré par la figure 2.9 d) il apparaît que la fréquence cyclotron effective devient nulle, ce qui se traduit par un mouvement en spirale caractérisé par  $\dot{\theta} \rightarrow \Omega_{ci}/2$  et  $\dot{r} \rightarrow v_r^{stat} = Cste$ . Les valeurs des deux vitesses de rotation  $\Omega_{zi}$  et  $\Omega'_{ci}$  mesurées sont égales à celles calculées à partir de 2.34 et 2.35 dans tous les cas (même celui où  $\Omega_E = \Omega_{ci}/4$ ). Si on compare  $\Omega'_{ci}$  à la valeur de référence -  $\Omega_{ci} = -7,7$  kHz - on observe qu’elle suit parfaitement la tendance illustrée par la figure 2.7 : une accélération ou un freinage cyclotronique selon que  $\Omega_E/\Omega_{ci}$  est négatif ou positif, il en va de même pour l’évolution de  $\Omega_{zi}$  qui a toujours même sens que  $\Omega_E$ . En fait cette observation est patente même en l’absence de calcul : il suffit de compter le nombre de ”lobes” sur les figures 2.9 a,b et c pour estimer  $\Omega'_{ci}$  et la longueur

parcourue pour estimer  $\Omega_{zi}$ . Les simulations nous permettent par ailleurs d'évaluer une autre constante fondamentale du mouvement : le rayon de Larmor  $r_L$  (qui se mesure très simplement d'après l'amplitude du mouvement rapide). La valeur de référence avec la vitesse initiale choisie (500 m/s) est  $r_{L0} = v_0/|\Omega_{ci0}| \simeq 1\text{cm}$ . D'après l'ensemble des simulations réalisées il s'avère que  $r_L$  suit comme prévu une tendance en  $1/\Omega'_{ci}$  : le RL décroît dans le cas *anti-cyclotron* et croît au contraire dans le cas *co-cyclotron*. De ce point de vue il n'est pas étonnant que la trajectoire devienne instable pour le cas limite caractérisé par  $\Omega'_{ci} = 0$  puisque le RL tend théoriquement vers l'infini à l'approche de cette situation. Dernier point à propos des simulations stationnaires : on vient de voir que la trajectoire dans le repère CG est une rotation cyclotron, de là il vient que le champ électrique ressenti par les particules dans ce repère est nécessairement nul - sans quoi on observerait une déformation de l'orbite circulaire<sup>20</sup>. Ceci indique que la force électrique effective (modifiée par les effets inertiels) est constante pour un champ électrique radial de la forme  $E_r = Kr$  : son effet se traduit par une dérive classique à vitesse constante.



**Figure 2.10** – Évolution temporelle de la vitesse radiale  $\dot{r}$  et de la vitesse de rotation  $\dot{\theta}$  dans le cas limite  $\Omega_E/\Omega_{ci} = 1/4$  : elles tendent toutes les deux vers une valeur asymptotique. Pour la vitesse radiale c'est  $v_0' = 500\text{m/s}$  (vitesse initiale dans le repère tournant, cad décalée de  $r_0\Omega_{zi}$ ) et pour la vitesse de rotation c'est  $\Omega_{zi} = \Omega_{ci}/2 = -3,84 \text{ kHz}$ .

Détaillons à présent le cas illustré par la figure 2.9 d : l'évolution des coordonnées de la vitesse instantanée de la particule déduites de cette simulation est visible sur la figure 2.10. On constate que la trajectoire tend très vite vers une situation pour laquelle  $\dot{r} = v_r^{stat} = v_0'$  et  $\dot{\theta} = \Omega_{zi} = \Omega_{ci}/2$ . Cette dernière valeur est précisément celle prévue par la solution 2.34. Si on raisonne à partir de la solution stationnaire on aurait alors  $\Omega'_{ci} = 0$  c'est à dire disparition du mouvement cyclotron dans le repère CG. On observe en effet qu'il est impossible de détecter ce dernier. Si on pousse le raisonnement il vient que la particule ne ressent plus le champ magnétique dans le repère tournant et qu'elle est donc

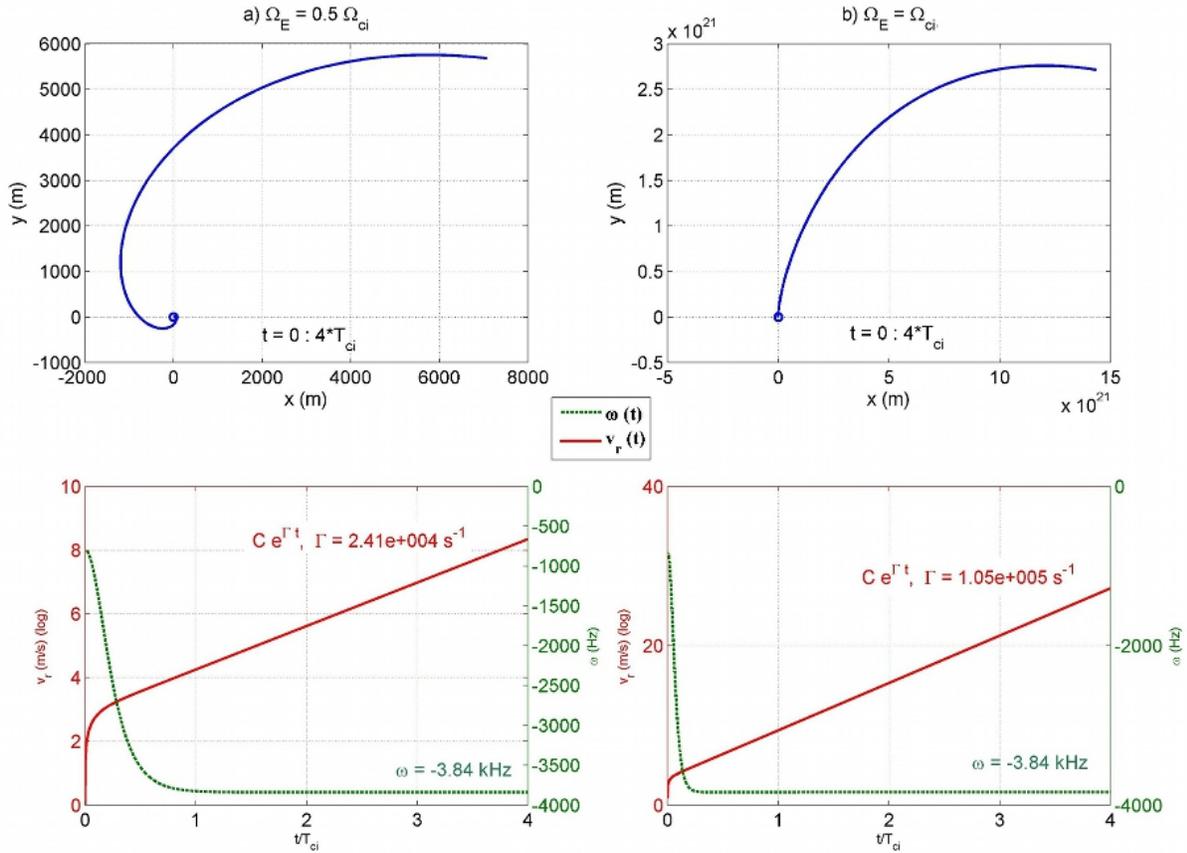
20. ce qui n'est pas le cas : si on trace la trajectoire dans le repère CG on obtient un cercle parfait

libre de se déplacer à sa vitesse initiale (puisque le champ électrique dans ce repère est également nul), d'où le comportement observé. Le paradoxe ici est que la magnétisation disparaît dans le repère CG<sup>21</sup> alors qu'elle reste effective dans le repère labo puisqu'il y a toujours une dérive azimutale à  $\vec{\Omega}_{zi}$ .

Afin de compléter ce tour d'horizon, nous présentons sur la figure 2.11 deux simulations réalisées dans la situation instable  $\Omega_E/\Omega_{ci} > 1/4$  : la trajectoire décrite par la particule a la forme d'une spirale logarithmique. En étudiant l'évolution des composantes de la vitesse on observe qu'après un temps caractéristique variable la vitesse angulaire se fixe à la valeur constante  $\Omega_{zi} = \Omega_{ci}/2$ , c'est à dire précisément la même vitesse que celle du cas limite  $\Omega_E/\Omega_{ci} = 1/4$ . Dans le même temps la vitesse radiale tend rapidement vers une croissance exponentielle avec un facteur  $\Gamma$ . En étudiant les variations de ce facteur avec  $\Omega_E/\Omega_{ci}$  on aboutit à la conclusion qu'il est lié aux fréquences de référence par la relation :  $\Gamma = (-\Omega_{ci}/2)\sqrt{4\Omega_E/\Omega_{ci} - 1}$ , très similaire à celle qui nous donne les fréquences du mouvement dans le cas stationnaire. D'où l'idée qu'une solution analytique simple doit pouvoir être déduite de l'équation du mouvement dans le cas général : il s'avère en effet, comme nous allons le montrer dans la section suivante, qu'en réécrivant cette dernière à l'aide de la représentation complexe du plan nous pouvons aboutir très simplement aux solutions exactes dans toutes les situations possibles.

Terminons cette présentation sur une petite remarque : comme on l'a vu l'approximation de dérive repose sur l'idée que la fréquence cyclotron peut être considérée comme bien plus élevée que les autres fréquences caractéristiques du mouvement. On peut traduire cette idée par le principe d'échelle suivant :  $\omega \ll |\Omega_c|$ , ce qui nous donne en particulier :  $|\Omega_z|, v_0/r_0 \ll |\Omega_c|$ . Lorsque ce principe est respecté la trajectoire est caractérisée par :  $r_L \ll r_C$  et le mouvement cyclotron a une faible excursion radiale, ce qui justifie la simplification courante qui consiste à assimiler la particule à son CG en "moyennant" le mouvement cyclotron. C'est sur cette idée que repose en particulier l'*approximation de centre-guide* couramment utilisée pour simplifier les modèles fluides ou cinétiques des plasmas que nous présenterons au prochain chapitre. Comme on le voit sur les simulations à champ électrique nul (figure 2.8), ce principe est marginalement respecté pour un ion typique de MISTRAL (cas a) puisqu'on a  $r_L \lesssim r_C$ . C'est encore moins le cas pour des particules très rapide - ou ce qui revient au même à proximité de l'axe - (cas b) puisqu'alors on peut observer des situations où  $r_L > r_C$  : l'excursion radiale du mouvement est alors telle qu'il est discutable de recourir à l'*approximation de centre-guide*. Ce problème est minimisé par le fait que les gradients (en particulier le gradient de densité) sont généralement localisés relativement loin de l'axe et que la proportion de particules rapides décroît exponentiellement (pour une distribution maxwellienne en tout cas). Cependant les simulations présentées ici illustrent que la rotation du CG a un impact direct sur le rayon de Larmor pour une vitesse initiale donnée : il apparaît que celui-ci croît significativement pour  $\Omega_{zi} < 0$  (et inversement pour  $\Omega_{zi} > 0$ ). La conséquence directe de

21. remarquons qu'en l'absence de rotation cyclotron la notion de centre-guide n'est plus très claire, cependant puisqu'il y a toujours rotation à vitesse constante on peut imaginer un "CG virtuel" situé initialement en  $\vec{r}_0$  et tournant à  $\vec{\Omega}_{zi}$



**Figure 2.11** – En haut : trajectoire d'un ion argon dans un champ magnétique de 20 mT ( $\Omega_{ci0} = -7,7$  kHz) pour des valeurs du champ électrique radial supérieures au champ limite : l'ion décrit une spirale logarithmique (Rond bleu : position initiale). En bas variations temporelles de la vitesse radiale (en échelle  $\log_{10}$ ) et de la vitesse de rotation instantanées : pour  $t > 3\Gamma^{-1}$ ,  $\omega(t)$  tend vers  $\Omega_{ci0}/2$  et  $r(t)$  vers  $Ce^{\Gamma t}$ , avec  $\Gamma$  fonction de  $\Omega_E/\Omega_{ci0}$ .

cet état de fait est qu'une rotation *co-cyclotronique* - de la même façon qu'une augmentation de la vitesse thermique - va tendre à accroître les effets de rayon de Larmor fini alors qu'au contraire une rotation *anti-cyclotronique* tend à les réduire.

### 2.2.3 Solution analytique du mouvement stationnaire en géométrie cylindrique :

Dans les sections précédentes nous avons choisi de présenter nos résultats en suivant la démarche qui a permis d'élaborer la solution exacte que nous présentons ici. Devant la complication posée a priori par la résolution exacte de l'équation du mouvement (équation différentielle croisée du deuxième ordre contenant des termes non-linéaires) il nous a semblé nécessaire d'étudier d'abord la possibilité d'une solution stationnaire puis d'observer le mouvement au moyen d'une simulation particulière. Cette démarche nous a permis de montrer en particulier que la solution générale dans le cas où le mouvement est périodique est tout simplement la composée de deux rotations à vitesse constante :

la dérive azimutale et la rotation cyclotron, associées aux deux solutions de l'équation du mouvement stationnaire<sup>22</sup>. Du point de vue analytique cette idée peut être formulée très simplement à l'aide de la représentation complexe du plan : comme nous l'avons vu dans la section 2.2.1, l'affixe de la position instantanée s'écrit :

$$\bar{z}(t) = r(t)e^{i\theta(t)}$$

Ecrivons dès lors les dérivées successives de  $\bar{z}(t)$  qui nous donnent l'affixe de la vitesse et de l'accélération :

$$\begin{aligned}\bar{z} &= re^{i\theta} \\ \dot{\bar{z}} &= \left( \frac{\dot{r}}{r} + i\dot{\theta} \right) \bar{z} \\ \ddot{\bar{z}} &= \left[ \frac{\ddot{r}}{r} - \dot{\theta}^2 + i \left( \ddot{\theta} + 2\frac{\dot{r}\dot{\theta}}{r} \right) \right] \bar{z}\end{aligned}$$

or les équations du mouvement nous apprennent que :

$$\begin{aligned}\ddot{\theta} + 2\frac{\dot{r}\dot{\theta}}{r} &= -\frac{eB\dot{r}}{m_i r} \\ \frac{\ddot{r}}{r} - \dot{\theta}^2 &= \frac{eK}{m_i} + \frac{eB\dot{\theta}}{m_i}\end{aligned}$$

on peut donc réécrire  $\ddot{\bar{z}}$  sous la forme :

$$\begin{aligned}\ddot{\bar{z}} &= \frac{eK}{m_i} \bar{z} - i\frac{eB}{m_i} \dot{\bar{z}} \quad \text{soit :} \\ \ddot{\bar{z}} - i\Omega_{ci}\dot{\bar{z}} - \Omega_E\Omega_{ci}\bar{z} &= 0\end{aligned}\tag{2.39}$$

et on aboutit donc à une simple équation différentielle linéaire du deuxième ordre dans  $\mathbb{C}$ . Remarquons que **ce résultat est valable même sans faire la moindre hypothèse sur la solution**  $\bar{z}(t)$  : c'est simplement une réécriture de l'équation du mouvement dans la représentation complexe du plan. Avec ces nouvelles coordonnées il s'avère que les équations différentielles 2.24 et 2.25 peuvent se simplifier considérablement pour aboutir à une forme dont les solutions sont bien connues. Pour cela commençons par étudier l'équation caractéristique de l'EDL 2.39 :

$$\gamma^2 - i\Omega_{ci}\gamma - \Omega_E\Omega_{ci} = 0\tag{2.40}$$

$$\Delta = -\Omega_{ci}^2 \left( 1 - 4\frac{\Omega_E}{\Omega_{ci}} \right)\tag{2.41}$$

la forme générale des solutions dépend du signe de  $\Delta$  et donc de  $1 - 4\Omega_E/\Omega_{ci}$  :

<sup>22</sup>. ce résultat ne fait que confirmer ce que l'intuition nous soufflait, mais un physicien consciencieux se méfie toujours des idées trop simples

**solution oscillatoire :**  $\Omega_E/\Omega_{ci} < 1/4$

Dans ce cas les deux solutions de 2.40 sont complexes, elles s'écrivent :

$$\gamma_{\pm} = i \frac{\Omega_{ci}}{2} \left( 1 \pm \sqrt{1 - 4 \frac{\Omega_E}{\Omega_{ci}}} \right) = i\Omega_{\pm}$$

et la solution générale s'écrit donc, avec  $\bar{z}_+$  et  $\bar{z}_-$  des constantes complexes quelconques :

$$\bar{z}(t) = \bar{z}_+ e^{i\Omega_+ t} + \bar{z}_- e^{i\Omega_- t}$$

les deux fréquences  $\Omega_{\pm}$  correspondent aux deux solutions stationnaires  $\Omega_{zi}$  et  $\Omega_{zi} + \Omega'_{ci}$  déjà connues. On obtient alors en choisissant convenablement les CI<sup>23</sup> :  $\bar{z}_+ = r_C$  et  $\bar{z}_- = r_L$ . La solution unique est donc bien celle donnée par 2.33, c'est à dire la composée de  $\Re_{O,\Omega_{zi}t}$  avec  $\Re_{C,\Omega'_{ci}t}$  qui s'écrit on le rappelle :

$$\bar{z}(t) = r_C e^{i\Omega_{zi}t} + r_L e^{i(\Omega'_{ci} + \Omega_{zi})t} \quad (2.33)$$

Dans ce cas le régime du mouvement est purement oscillatoire.

**solution intermédiaire :**  $\Omega_E/\Omega_{ci} = 1/4$

Cette fois l'unique solution de 2.40 est la solution complexe :

$$\gamma = i \frac{\Omega_{ci}}{2}$$

et la solution générale s'écrit donc, avec  $\bar{z}_1$  et  $\bar{z}_2$  deux nouvelles constantes complexes :

$$\bar{z}(t) = (\bar{z}_1 + \bar{z}_2 t) e^{i\Omega_{ci}t/2}$$

il n'est plus forcément possible d'utiliser les mêmes CI que pour le mouvement stationnaire précédent (puisque le mouvement n'est plus périodique en  $r$ ), nous allons donc employer des CI génériques :  $\bar{z}(0) = r_0$  et  $\dot{\bar{z}}(0) = \dot{\bar{z}}_0$ . Il vient alors :  $\bar{z}_1 = r_0$  et  $\bar{z}_2 = \dot{\bar{z}}_0 - ir_0\Omega_{ci0}/2 = \dot{\bar{z}}'_0$  (vitesse initiale dans le repère tournant). On en conclut que la solution unique s'écrit :

$$\bar{z}(t) = (r_0 + t\dot{\bar{z}}'_0) e^{i\Omega_{ci}t/2} \quad (2.42)$$

$$\rightarrow (v'_0 t) e^{i(\Omega_{ci}t/2 + \theta_{v0})} \quad (2.43)$$

très vite le mouvement est la composée d'une rotation à vitesse constante  $\Omega_{zi} = \Omega_{ci}/2$  et d'une translation radiale à vitesse constante  $v'_0$ . C'est précisément le mouvement visible sur la figure 2.9 d) : géométriquement l'équation 2.42 est celle d'une spirale d'Archimède  $r = a + b\theta$ , dans notre cas  $a = r_0$  et  $b = v'_0/\Omega_{zi}$  (dans le cas présenté sur la figure  $v_{r0} = v_0$ ). On remarque que dans ce cas la vitesse de la particule dans le repère tournant est totalement conservée (en norme et direction), le mouvement est donc libre dans ce repère ce qui confirme que la somme des forces y est nulle.

---

23. même remarque que dans la section 2.2.1 : la périodicité du mouvement nous autorise à changer l'origine des temps sans conséquences

**solution exponentielle :**  $\Omega_E/\Omega_{ci} > 1/4$

Ici on trouve deux solutions complexes conjuguées à 2.40 :

$$\begin{aligned}\gamma_{\pm} &= \frac{\Omega_{ci}}{2} \left( i \pm \sqrt{4 \frac{\Omega_E}{\Omega_{ci}} - 1} \right) = i \frac{\Omega_{ci}}{2} \pm \Gamma \\ \Gamma &= \frac{\Omega_{ci}}{2} \sqrt{4 \frac{\Omega_E}{\Omega_{ci}} - 1}\end{aligned}\quad (2.44)$$

d'où la solution générale :

$$\bar{z}(t) = (\bar{z}_+ e^{\Gamma t} + \bar{z}_- e^{-\Gamma t}) e^{i\Omega_{ci}t/2}$$

en utilisant des CI génériques :

$$\bar{z}(0) = r_0 \quad \dot{\bar{z}}(0) = \dot{\bar{z}}_0 \quad \dot{\bar{z}}(0)' = \dot{\bar{z}}_0' = \dot{\bar{z}}_0 - i\Omega_{ci}/2$$

on obtient l'expression des coefficients  $\bar{z}_+$  et  $\bar{z}_-$  :

$$\bar{z}_{\pm} = \frac{r_0}{2} \left( 1 \pm \frac{\dot{\bar{z}}_0'}{r_0 \Gamma} \right)$$

au final la solution unique est donc donnée par :

$$\bar{z}(t) = \frac{r_0}{2} \left[ \left( 1 + \frac{\dot{\bar{z}}_0'}{r_0 \Gamma} \right) e^{\Gamma t} + \left( 1 - \frac{\dot{\bar{z}}_0'}{r_0 \Gamma} \right) e^{-\Gamma t} \right] e^{i\Omega_{ci}t/2} \quad (2.45)$$

$$\bar{z}(t) \rightarrow [C e^{\Gamma t}] e^{i(\Omega_{ci}t/2 + \varphi)} \quad \text{pour} \quad t > 3\Gamma^{-1} \quad (2.46)$$

$$\text{avec} \quad C = \frac{r_0}{2} \sqrt{1 + \frac{v_0'^2}{r_0^2 \Gamma^2}} \quad \text{et} \quad \varphi = \arctan \frac{\sin \theta_{v0}}{\frac{r_0 \Gamma}{v_0'} + \cos \theta_{v0}}$$

comme pour le cas précédent le mouvement tend rapidement vers la composée d'une rotation à la vitesse  $\Omega_{zi} = \Omega_{ci}/2$  et d'une translation radiale. Mais cette fois la vitesse radiale varie exponentiellement avec  $t$  :  $\dot{r} = \Gamma C e^{\Gamma t}$ . La trajectoire correspondant à la solution limite 2.46 est alors une spirale logarithmique d'équation polaire  $r = a.b^{\theta}$ , dans notre cas :  $a = C e^{-2\Gamma\varphi/\Omega_{ci}}$  et  $b = e^{2\Gamma/\Omega_{ci}}$ . C'est précisément la trajectoire visible sur 2.11 pour deux valeurs de  $\Omega_E$  et donc de  $\Gamma$  dans le cas instable. Ici la force qui s'exerce sur la particule dans le repère tournant est proportionnelle à la vitesse mais dirigée à l'opposé d'une force de Lorentz classique : on obtient une croissance exponentielle au lieu d'une gyration cyclotron. La résultante des forces semble donc agir comme une force central répulsive.

L'approche analytique nous révèle donc que le mouvement est en réalité totalement descriptible. Comme lors des simulations de la section 2.2.2 elle fait apparaître que les effets inertiels jouent un rôle clé non seulement dans la détermination des constantes du mouvement (en particulier les vitesses de rotation) mais également dans la forme du

mouvement particulaire dans le repère tournant : gyration cyclotron ou translation radiale selon que ces effets contribuent à accroître ou au contraire à concurrencer la force magnétique. Il nous paraît donc nécessaire de clarifier et quantifier les effets inertiels en champs croisés.

### 2.2.4 Analyse des effets inertiels :

Revenons à l'équation du mouvement : sa résolution révèle l'existence dans tous les cas d'une rotation à vitesse constante  $\Omega_{zi}$ , à laquelle s'ajoute un deuxième mouvement lié à la trajectoire particulaire dans le repère tournant. Définissons donc comme auparavant  $\mathcal{R}$  le repère labo fixe et  $\mathcal{R}'$  le repère tournant à la vitesse  $\vec{\Omega}_{zi} = \Omega_{zi}\vec{e}_z$  (géométrie sur la figure 2.6). On rappelle les relations entre les coordonnées dans  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$  :

$$r' = r \quad \vec{v}' = \vec{v} - r'\Omega_{zi}\vec{e}_\theta \quad \vec{a}' = \vec{a} - r'\Omega_{zi}^2\vec{e}_r - 2\Omega_{zi}\vec{v}' \times \vec{e}_z$$

L'équation du mouvement écrite dans  $\mathcal{R}'$  fait donc intervenir d'une part la force de Lorentz classique à laquelle s'ajoute les forces inertielles : force centrifuge  $\vec{F}_{cen} = mr'\Omega_{zi}^2\vec{e}_r$ <sup>24</sup> et force de Coriolis  $\vec{F}_{cor} = 2m\Omega_{zi}\vec{v}' \times \vec{e}_z$  associées à la rotation du repère. La force de Lorentz s'écrit dans  $\mathcal{R}'$  (puisque la vitesse dans le repère tournant est décalée de  $r\Omega_{zi}\vec{e}_\theta$ ) :

$$\begin{aligned} qE_r(r)\vec{e}_r + qB\vec{v}' \times \vec{e}_z &= qE_r(r')\vec{e}_r + qBr'\Omega_{zi}\vec{e}_r + qB\vec{v}' \times \vec{e}_z \\ &= qE_r \left(1 - \frac{\Omega_{zi}}{\Omega_E}\right) \vec{e}_r + qB\vec{v}' \times \vec{e}_z \end{aligned}$$

l'équation du mouvement dans le repère tournant est donc :

$$\begin{aligned} m\vec{a}' &= qE_r \left(1 - \frac{\Omega_{zi}}{\Omega_E}\right) \vec{e}_r + qB\vec{v}' \times \vec{e}_z - mr'\Omega_{zi}^2\vec{e}_r + 2m\Omega_{zi}\vec{v}' \times \vec{e}_z \quad \text{soit :} \\ m\vec{a}' &= qE'_r\vec{e}_r + qB'\vec{v}' \times \vec{e}_z \end{aligned} \quad (2.47)$$

où  $E'_r$  et  $B'$  sont respectivement les champs électriques et magnétiques effectifs dans le repère tournant. Leur expression est donnée par :

$$\begin{aligned} B' &= B_0 \left(1 - 2\frac{\Omega_{zi}}{\Omega_{ci}}\right) \\ E'_r &= E_r \left(1 - \frac{\Omega_{zi}}{\Omega_E} + \frac{\Omega_{zi}^2}{\Omega_{ci}\Omega_E}\right) \end{aligned} \quad (2.48)$$

ils sont donc gouvernés par deux paramètres traduisant les deux effets inertiels induits par la rotation :

- Le paramètre de Coriolis  $R = 1 - 2\Omega_{zi}/\Omega_{ci}$  qui régit le champ magnétique effectif :  $B' = RB_0$
- Le paramètre centrifuge  $R^* = 1 - \Omega_{zi}/\Omega_E + \Omega_{zi}^2/\Omega_E\Omega_{ci}$  qui régit le champ électrique effectif :  $E'_r = R^*E_r$

---

24. résultante de la force d'entraînement et de la composante radiale de la force de Coriolis

la valeur du paramètre de Coriolis a des conséquences directes sur la fréquence cyclotron effective et le rayon de Larmor donnés par :

$$\begin{aligned}\Omega'_{ci} &= R\Omega_{ci} \\ r_L &= \frac{v'_0}{\Omega'_{ci}} = \frac{r_{L0}}{R}\end{aligned}$$

notons également les relations suivantes, qui nous seront utiles par la suite :

$$R^* = \frac{\Omega_{ci}}{4\Omega_E}(R^2 - 1) + 1 \quad (2.49)$$

$$\frac{\Omega_{zi}}{\Omega_{ci}} = \frac{1 - R}{2} \quad (2.50)$$

$$(2.51)$$

encore une fois nous allons détailler selon la valeur du champ électrique réel, symbolisée par le paramètre adimensionné  $\Omega_E/\Omega_{ci}$  :

Dans le cas stationnaire (colonne 1 du tableau 2.1) on observe que le champ électrique effectif dans  $\mathcal{R}'$  est nul comme nous l'avions prédit : l'équation du mouvement dans ce repère  $m\vec{a}' = qB'\vec{v}' \times \vec{e}_z$  est celle d'une gyration cyclotron. C'est précisément le paradigme de la dérive à force constante : la force radiale tend alternativement à faire croître puis décroître le rayon de Larmor pendant une gyration, ce qui se traduit globalement par une dérive à vitesse constante dans la direction  $\vec{F}' \times \vec{B}'$ . La différence tient à la valeur de la vitesse de rotation qui diffère significativement de la vitesse de dérive électrique  $\Omega_E$  comme illustré sur la figure 2.7 : c'est tout simplement que dans la direction radiale les forces inertielles agissent toujours comme une force centrifuge qui s'ajoute ou se retranche à la force électrique selon la direction de  $\vec{E}$ , freinant donc la rotation dans le cas  $\Omega_E/\Omega_{ci} < 0$  et l'accélérant dans le cas contraire. La particularité ici est que cette force supplémentaire est elle-même liée à la vitesse de rotation et donc à la valeur de  $\Omega_E$ , d'où la relation quadratique 2.27 qui peut se résumer à :

$$\Omega_{zi} = \frac{2}{R + 1}\Omega_E \quad (2.52)$$

On constate que la force de Coriolis agit d'autre part comme un champ magnétique de même direction que  $\vec{B}'$  et dont le sens dépend de  $\Omega_{zi}/\Omega_{ci}$ . Le champ effectif est ainsi augmenté pour une rotation *anti-cyclotronique* et diminué dans le cas contraire.

Pour le cas limite (colonne 2) le bilan des forces est nul dans  $\mathcal{R}'$  : on a un mouvement libre de la particule à la vitesse  $\vec{v}' = \vec{v}'_0$  et une absence totale de magnétisation dans le repère tournant. C'est la situation correspondant à une force de Coriolis strictement opposée à la force magnétique  $R = 0$ . Subsiste quand même le mouvement de dérive azimutal qui est en réalité confondu avec le mouvement cyclotron dans le repère labo (on rappelle que les deux solutions de l'équation du mouvement "fusionnent" dans ce cas). L'énergie cinétique totale de la particule vérifie :

$$E_c = \frac{1}{2}m_i v^2 \rightarrow \frac{1}{2}m_i v_0^2 + \frac{\Omega_{ci}^2}{2}t^2 \quad (2.53)$$

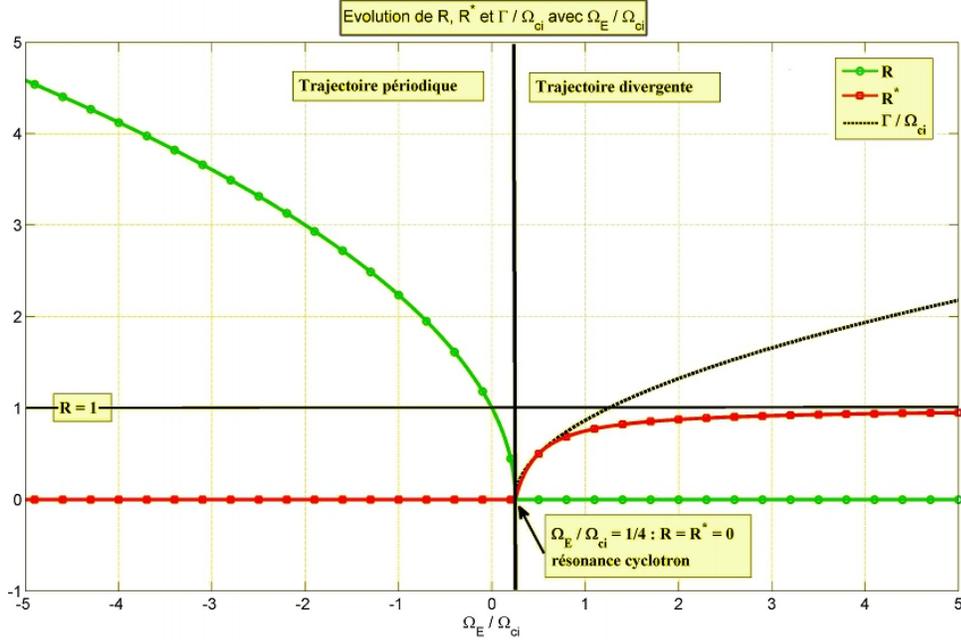
Vitesses et paramètres inertiels		
Champ électrique centripète ou faiblement centrifuge	Champ électrique limite	Champ électrique fortement centrifuge
$\Omega_E/\Omega_{ci} < 1/4$ <i>cas oscillatoire</i>	$\Omega_E/\Omega_{ci} = 1/4$ <i>cas intermédiaire</i>	$\Omega_E/\Omega_{ci} > 1/4$ <i>cas exponentiel</i>
$\Omega_{zi} = \frac{\Omega_{ci}}{2} \left( 1 - \sqrt{1 - 4 \frac{\Omega_E}{\Omega_{ci}}} \right)$ $\Omega'_{ci} = \Omega_{ci} \sqrt{1 - 4 \frac{\Omega_E}{\Omega_{ci}}}$ $R = \sqrt{1 - 4 \frac{\Omega_E}{\Omega_{ci}}}$ $R^* = 0$	$\Omega_{zi} = \frac{\Omega_{ci}}{2}$ $\Omega'_{ci} = 0$ $R = 0$ $R^* = 0$	$\Omega_{zi} = \frac{\Omega_{ci}}{2}$ $\Omega'_{ci} = 0$ $R = 0$ $R^* = 1 - \frac{\Omega_{ci}}{4\Omega_E}$ $\Gamma = \frac{\Omega_{ci}}{2} \sqrt{\frac{R^*}{1 - R^*}}$
Rotation cyclotron dans le repère tournant	Mouvement libre dans le repère tournant	Accélération centrifuge dans le repère tournant
$\bar{z}(t) = r_C e^{i\Omega_z t} + r_L e^{i(\Omega'_c + \Omega_z)t}$	$\bar{z}(t) \rightarrow (v'_0 t) e^{i(\Omega_{ci} t/2 + \theta_{v0})}$	$\bar{z}(t) \rightarrow [C e^{\Gamma t}] e^{i(\Omega_{ci} t/2 + \varphi)}$

**Table 2.1** – Fréquences et paramètres inertiels selon  $\Omega_E/\Omega_{ci}$ 

l'énergie gagnée sur un tour vaut donc :  $E'_c(0)\pi\Omega_{ci}$ . **Il s'agit là d'un comportement résonant de la particule lié à l'effet RLF en géométrie cylindrique.** En effet dans la situation particulière  $\Omega_E/\Omega_{ci} = 4$  nous avons égalité entre la fréquence du mouvement de dérive et celle du mouvement cyclotron dans le repère labo, ce qui explique que la particule soit accélérée de façon continue. A partir de ce cas la vitesse de dérive azimutale a atteint sa valeur seuil : pour un champ électrique centrifuge supérieur (cas exponentiel) elle reste constante et égale à  $\Omega_{ci}/2$ .

Pour le cas exponentiel (colonne 3) nous constatons que le champ électrique effectif dans le repère tournant cesse d'être nul :  $R^* > 0$ . L'effet global du champ radial et des forces inertiels se traduit dès lors par une force centrifuge croissante qui va entraîner une accélération exponentielle de la particule (puisque  $E'_r = R^* E_r = R^* K r$ ). Le mouvement cyclotron est dans ce cas de figure un mouvement "lent" comparé à celui induit par le gradient de force qui domine la dynamique : c'est la situation inverse à l'approximation de dérive que nous avons évoqué en début de chapitre. Le problème est donc renversé par

rapport au cas stationnaire :  $\Omega_{zi} = \Omega_{ci}/2$  caractérise en fait le mouvement cyclotron et le facteur  $\Gamma$  est lié à la force centrifuge résultant du champ électrique. Bien que la particule gagne une énergie considérable dans cette situation il ne s'agit pas d'une résonance cyclotron à proprement parler puisqu'il n'y a plus de confinement : à la limite il s'agit simplement du mouvement d'une particule dans un champ électrique en présence d'un faible champ magnétique.



**Figure 2.12** – Evolution du paramètre de Coriolis  $R$ , du paramètre centrifuge  $R^*$  et du facteur d'amplification normalisé  $\Gamma/\Omega_{ci}$  avec la vitesse de dérive électrique normalisée  $\Omega_E/\Omega_{ci}$ .

Les variations des paramètres inertiels ainsi que les différents domaines de solution sont donnés par la figure 2.12 : ils permettent de qualifier facilement les effets inertiels dans le repère tournant. On voit immédiatement dans quelle mesure le champ magnétique est amplifié - puisque  $R = \Omega'_{ci}/\Omega_{ci}$  - pour un champ électrique centrifuge ( $\Omega_E/\Omega_{ci} < 0$ ) et atténué pour un champ centripète ( $\Omega_E/\Omega_{ci} > 0$ ) jusqu'à sa disparition à la résonance cyclotron. L'augmentation du paramètre centrifuge  $R^*$  au-delà de la résonance montre l'importance croissante de la force électrique qui finit par dominer complètement les forces inertiels lorsque  $R^* \rightarrow 1$ .

Terminons cette analyse en soulevant un point qui mérite l'attention : le champ électrique à divergence constante étudié dans cette partie présente naturellement un gradient radial :  $\vec{\nabla} E_r = K$  et donc une longueur de gradient  $L_{\nabla E} = r$ . L'effet RLF induit peut donc être négligé dès lors que  $r_L \ll r$ , c'est à dire loin de l'axe. Nous constatons en effet que cette situation correspond au cas  $\Omega_E/\Omega_c \rightarrow 0$  c'est à dire celle où la dérivé électrique est négligeable devant la vitesse cyclotron, ce qui caractérise en particulier les électrons. Pour des ions dont la vitesse cyclotron (ou le rayon de Larmor) est rela-

tivement faible - c'est le cas en particulier dans notre machine et dans les simulations présentées - l'effet RLF est par contre naturellement présent : **les effets inertiels dont nous venons de discuter ne sont en fait rien d'autre qu'un effet de Rayon de Larmor fini puisqu'ils disparaissent lorsque  $L_{\nabla E} = r \rightarrow \infty$** . L'effet RLF se manifeste donc tout simplement dans le comportement observé : selon les cas un freinage de la dérive et une contraction du RL ou au contraire une accélération de la dérive et une dilatation du RL. La résonance caractéristique des effets RLF a par ailleurs effectivement lieu mais à la condition  $\Omega_E = \Omega_c/4$ , propre à la géométrie cylindrique. De là on peut tirer une remarque essentielle : que les effets RLF tendent à être stabilisant à l'équilibre pour une rotation *anti-cyclotron* puisqu'ils accentuent la magnétisation et donc le confinement<sup>25</sup> et au contraire très rapidement déstabilisant pour une rotation *co-cyclotron* pour la raison inverse, tout particulièrement lorsqu'on dépasse la condition de résonance. Attention toutefois car cette remarque ne vaut que pour la stabilité à l'équilibre dans un plasma : on constatera en effet que la différence de dérive électrons-ions induite est facteur d'instabilité dans un plasma inhomogène.

## 2.3 Conclusion sur la dynamique des particules magnétisées

Ce premier chapitre a permis de comprendre la dynamique des particules chargées en champ magnétique, en particulier lorsque des champs de force induisent les effets de dérives qui sont un des fondements de l'étude des plasmas magnétisés. Nous avons mis en exergue le cas particulier de la force électrique dans toute cette partie d'abord car c'est généralement celle qui domine dans le milieu (outre bien sûr la force due au champ magnétique) et ensuite parce-que c'est également un des moteurs premiers de tous les phénomènes en jeu dans les plasmas. Comme nous le verrons dans un tel milieu une inhomogénéité ou une perturbation se traduit par la présence d'un gradient de potentiel, donnant lieu aux phénomènes évoqués dans ce chapitre : dérive électrique, effets RLF et d'inertie voire résonance cyclotron. L'analyse du mouvement particulière des porteurs de charge est donc de première importance pour comprendre le mécanisme des phénomènes complexes en jeu dans les plasmas. Elle n'en constitue pas moins qu'un fragment de l'énigme puisqu'elle ne tient pas compte des propriétés collectives fondamentales du milieu dont nous verrons l'importance au cours des prochains chapitres.

Le propos de cet ouvrage est d'étudier le comportement des plasmas en champs croisés et nous avons fait apparaître une différence fondamentale liée à l'action des forces inertiels lorsqu'on passe de la géométrie cartésienne qui suppose un champ infini à la géométrie cylindrique plus apte à prendre en compte la réalité physique du champ électrique . En effet celui-ci ne peut résulter dans un plasma que d'une variation spatiale des propriétés du milieu - densité, charge ou température généralement - qui se manifeste sous la forme d'un gradient radial. Cette direction est en effet privilégiée d'une part parce-qu'elle est transverse au champ magnétique et donc à la direction du confinement

---

25. on remarque par ailleurs que l'effet RLF se minimise "de lui-même" à champ électrique croissant puisque  $R \rightarrow \infty$  et donc  $r_L = v'_0/R\Omega_{ci} \rightarrow 0$

et d'autre-part parce-qu'elle est non-périodique et fait ainsi intervenir des conditions aux limites qui sont par nature génératrices d'inhomogénéité. Plusieurs caractéristiques essentielles de la dynamique particulaire ont été mises en évidence :

- la première et sans doute la plus importante pour la suite est la modification de la dérive électrique pour les ions puisque nous avons là l'origine d'une séparation de charge potentielle, situation génératrice d'instabilité dans un plasma inhomogène.
- la seconde est que la force de Coriolis accentue la magnétisation des ions dans un champ électrique centrifuge : d'où une modification de la fréquence cyclotron et surtout du rayon de Larmor ionique qui va tendre à réduire les effets RLF.
- la troisième est qu'au contraire cette même force va tendre à démagnétiser les ions dans un champ électrique centripète, jusqu'à les expulser complètement au-delà de la condition de résonance  $\Omega_E = \Omega_c/4$ .

Quoique réaliste dans notre contexte expérimental l'hypothèse d'un champ électrique à divergence constante est bien sûr une simplification et on ne saurait prétendre ici à décrire une situation générale. Cependant il nous semble que ce paradigme de la dérive azimutale à vitesse constante constitue un bon point de départ pour étudier la physique des plasmas en rotation sous l'effet d'un champ électrique radial lorsque les variations de la vitesse de rotation sont grandes devant le rayon de Larmor. On peut dans ce cas utiliser localement les relations ici établies pour décrire la situation plus générale  $\Omega_E = \Omega_E(r)$ .



# Chapitre 3

## Représentation et physique des plasmas magnétisés

*” Et d’abord qu’est-ce que le hasard ? Les anciens distinguaient les phénomènes qui semblaient obéir à des lois harmonieuses, établies une fois pour toutes, et ceux qu’ils attribuaient au hasard ; c’étaient ceux qu’on ne pouvait prévoir parce qu’ils étaient rebelles à toute loi. Dans chaque domaine, les lois précises ne décidaient pas de tout, elles traçaient seulement les limites entre lesquelles il était permis au hasard de se mouvoir [...] Une cause très petite, qui nous échappe, détermine un effet considérable que nous ne pouvons pas ne pas voir, et alors nous disons que cet effet est dû au hasard. [...] il peut arriver que de petites différences dans les conditions initiales en engendrent de très grandes dans les phénomènes finaux ; une petite erreur sur les premières produirait une erreur énorme sur les derniers. La prédiction devient impossible et nous avons le phénomène fortuit. ”*

- Calcul des Probabilités, Henri Poincaré

L’objectif de ce chapitre est de fournir la modélisation analytique d’un plasma immergé dans un champ magnétique en mettant l’accent sur les phénomènes qui intéressent l’étude expérimentale décrite dans les chapitres suivants. Différentes descriptions sont présentées afin de mettre en évidence le comportement d’un plasma à plusieurs échelles d’étude, avec le souci de souligner les effets très divers qu’on est susceptible d’observer selon que le plasma se comporte comme un fluide conducteur soumis à des courants (description à un fluide) ou comme un gaz de particules corrélées siège d’oscillations collectives (description fluide et cinétique). Nous passerons ainsi en revue les différentes façons de décrire le milieu et les limitations intrinsèques à chacun des modèles.

### 3.1 Description des plasmas inhomogènes en champ magnétique

Après avoir considéré dans le chapitre 2 la dynamique individuelle des particules penchons-nous maintenant sur le plasma lui-même, c'est à dire l'ensemble<sup>1</sup> globalement neutre des particules chargées décrites précédemment. Nous allons voir que les comportements collectif de ces particules donne lieu à une phénoménologie très différente sur certains points de ce qu'il est possible de prévoir en étudiant simplement le comportement d'une particule test. Le problème peut sembler infiniment complexe au premier abord : nous avons là à traiter un problème à N corps (avec  $N \rightarrow \infty$ ) où des particules chargées peuvent théoriquement interagir sous l'effet d'un potentiel coulombien à très longue portée. En réalité, comme nous le verrons plus loin, ce potentiel est totalement écranté au delà d'une distance très faible appelée *longueur de Debye*, notée  $\lambda_D$  à condition que le nombre de particule dans la sphère de Debye soit très grand, ce qui se traduit par :

$$g = \frac{1}{n\lambda_D^3} \propto \frac{n^{1/2}}{T^{3/2}} \ll 1 \quad (3.1)$$

$g$  étant défini comme le paramètre de grain du plasma (c'est une mesure de son caractère "discret"). La relation 3.1 définit *l'approximation plasma* : lorsqu'elle est vérifiée l'ensemble des particules peut être traité statistiquement et le modèle à N corps admet une expansion en  $g$  qui permet de définir à l'ordre 0 les équations cinétiques et fluides que nous détaillerons plus loin. Dans le cas où  $g$  approche significativement de 1 on ne peut plus nier les corrélations particulières et le plasma doit être traité comme un problème à N corps<sup>2</sup>.

A propos des modèles théoriques que nous allons introduire dans la suite remarquons en premier lieu que tout plasma qu'il soit cosmique ou enfermé dans une machine de laboratoire a nécessairement des bords et que sa densité ne saurait rester constante partout. Une des grandes ambitions de l'étude des plasmas magnétisés est d'ailleurs de maintenir des particules chargées dans une enceinte où règne un gradient de pression colossal suffisamment longtemps pour les faire fusionner. Cette inhomogénéité des plasmas donne lieu à un certain nombre de phénomènes spécifiques à divers ordres de grandeurs (équilibres pression cinétique/pression magnétique, instabilités flûtes et ondes de dérive, interaction onde-particule...) dont beaucoup restent impossibles à traiter aussi bien analytiquement que numériquement à l'aide du modèle statistique le plus précis de la dynamique des plasmas, la théorie cinétique. Malgré ses faiblesses évidentes<sup>3</sup> la théorie fluide est encore dans

---

1. la densité électronique moyenne est de l'ordre de  $10^{15} - 10^{16} \text{ m}^{-3}$  dans notre machine

2. il est bien sûr toujours possible de formuler statistiquement le problème mais la complication des opérateurs de collisions en présence de corrélations significatives rend le modèle beaucoup plus ardu à exploiter

3. citons deux des principales failles de la modélisation fluide : 1) le problème de la fermeture des équations fluides que nous évoquerons plus loin : l'hypothèse "classique" de compression adiabatique suppose en effet une relaxation instantanée vers l'équilibre thermodynamique local qui n'est pas toujours justifiée en l'absence de processus collisionnels rapides 2) l'absence de prise en compte des effets de l'interaction onde-particules, en particulier au voisinage des fréquences caractéristiques du plasma

### 3.1. DESCRIPTION DES PLASMAS INHOMOGÈNES EN CHAMP MAGNÉTIQUE

bien des cas le seul recours pour étudier le problème de la stabilité d'un plasma magnétisé inhomogène, ne serait-ce que pour donner un éclairage physique et une compréhension intuitive des mécanismes en action. Cependant cette démarche doit toujours garder à l'esprit les limitations intrinsèques à l'approximation fluide, et se tourner constamment vers le modèle cinétique quand des effets cinétiques entrent en jeu<sup>4</sup>.

Dans tout ce mémoire on considérera toujours le cas d'un plasma faiblement ionisé constitué d'un seul gaz d'ion monochargé ( $Z = 1$  et  $q_i = e$ ) et d'un gaz d'électrons créés en quantité égale par l'ionisation d'un gaz neutre statique. On considérera également la présence d'un faisceau d'électrons rapides dit *primaire* responsable de l'ionisation de densité négligeable devant celle des particules créées dites *secondaires*. Ces différents gaz seront considérés comme proches à tout moment de l'équilibre thermodynamique local, c'est à dire comme pouvant être décrits par les trois premiers moments de leur fonction de distribution (voir section 3.2) mais hors-équilibre thermodynamique global c'est à dire avec des températures différentes pour chacune des espèces (ce qui est justifié par le faible temps de confinement qui ne permet pas l'équilibrage de l'énergie cinétique microscopique entre les ions lourds et les électrons légers).

On se placera dans la géométrie cylindrique de la colonne de plasma immergée dans un champ magnétique extérieur axial  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{b}$ , avec  $\vec{b} \simeq \vec{e}_z$  la direction axiale (que nous appellerons parfois direction parallèle  $\vec{e}_\parallel$ ),  $\vec{e}_r$  et  $\vec{e}_\theta$  désigneront respectivement les directions radiales et poloïdales. Les gradients des grandeurs d'équilibre (pression et potentiel) sont dirigées essentiellement dans la direction radiale. La figure 3.1 montre une représentation schématique de ces conditions.

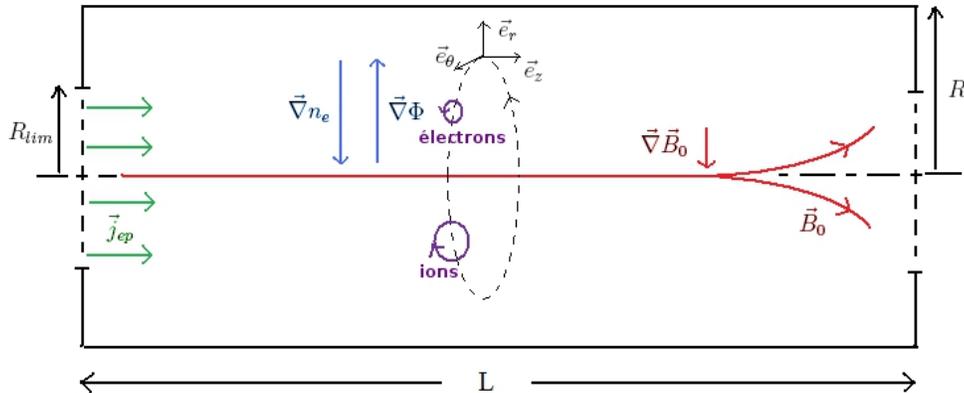


Figure 3.1 – Géométrie de la colonne de plasma.

4. dans notre cas certains effets de rayon de Larmor fini et la résonance au voisinage des harmoniques cyclotroniques ioniques.

### 3.1.1 Considérations générales sur les ordres de grandeur

Tout l'objet d'une modélisation est de rendre lisible et pour dire les choses simplement "exploitable" une situation physique dans laquelle intervient rigoureusement une quasi-infinité de paramètres si on choisit d'entrer suffisamment loin dans le détail. Le système solaire est constitué d'environ  $10^{57}$  atomes, il faudrait donc pour décrire exactement le mouvement de la terre autour du soleil résoudre le problème à  $N$  corps pour ces  $10^{57}$  atomes, ou bien si l'on est capable de cette qualité de simplification propre (et j'irais jusqu'à dire nécessaire) au physicien se contenter de considérer le problème comme un système à deux corps en interaction qui subit une perturbation très faible due à la présence des autres planètes en orbite.

Les sections suivantes vont introduire, avec une simplification croissante, les différentes façons de décrire un ensemble de particules chargées en les considérant à la fois comme acteurs et sujets des forces qui les gouvernent. Ces simplifications successives ne vont pas sans poser à chaque fois la question de la validité des approximations qui les sous-tendent et ne sont ainsi rien d'autre qu'une restriction d'une théorie plus vaste sur un domaine de validité à l'intérieur duquel il est justifié de négliger certains phénomènes minoritaires au profit des phénomènes dominants. La définition de ce domaine de validité passe donc par une analyse en ordre de grandeur, analyse qui repose essentiellement sur des critères de temps et d'espace.

Dans toute la suite nous noterons donc  $T$  la durée caractéristique des phénomènes observés et  $\omega = T^{-1}$  leur fréquence caractéristique, la longueur caractéristique d'observation est la longueur de variation (ou de gradient) des phénomènes observés  $L_{\nabla}$  associée au nombre d'onde caractéristique  $k = L_{\nabla}^{-1}$ . Ces deux paramètres permettent enfin de définir la vitesse caractéristique (aussi appelée vitesse de phase)  $v_{\varphi} = L_{\nabla}/T = \omega/k$ .

### 3.1.2 Equations de Maxwell pour les champs du plasma

Les champs électro-magnétiques auto-cohérents (ou "champs moyens") générés par l'ensemble des particules du plasma doivent obéir aux équations de Maxwell<sup>5</sup> exprimées ici dans le cas le plus général :

$$\text{Maxwell-Gauss : } \vec{\nabla} \cdot \vec{E} = \frac{\rho + \rho_{ext}}{\epsilon_0} \quad (3.2)$$

$$\text{Maxwell-Faraday : } \vec{\nabla} \times \vec{E} = -\partial_t \vec{B} \quad (3.3)$$

$$\text{Maxwell-Thomson : } \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (3.4)$$

$$\text{Maxwell-Ampère : } \vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu_0(\vec{j} + \vec{j}_{ext}) + \mu_0\epsilon_0\partial_t \vec{E} \quad (3.5)$$

$$\text{avec : } \mu_0\epsilon_0c^2 = 1$$

---

5. publiées pour la première fois dans leur forme définitive par James Clerk Maxwell en 1873 dans son ouvrage "Electricity and Magnetism", elles sont en fait la traduction locale de plusieurs lois expérimentales bien connues à l'époque (théorème de Gauss, théorème d'Ampère, principe d'induction électro-magnétique, conservation du flux magnétique) auxquelles Maxwell a ajouté le courant de déplacement qui assure la cohérence du système.

### 3.1. DESCRIPTION DES PLASMAS INHOMOGENES EN CHAMP MAGNETIQUE

où  $\rho$  est la densité locale de charge et  $\vec{j}$  le courant local (qu'on définira formellement plus loin) dûs à la répartition et au mouvement des charges du plasma<sup>6</sup>,  $\rho_{ext}$  et  $\vec{j}_{ext}$  sont les densités de charge et de courant apportés de l'extérieur.

De ces équations on déduit que le champ électrique  $\vec{E}$  dérive d'un potentiel scalaire  $\phi$  et d'un potentiel vecteur  $\vec{A}$  :  $\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \partial_t\vec{A}$  avec  $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$ .

Une première simplification consiste à négliger le courant de déplacement  $\vec{j}_d = \epsilon_0\partial_t\vec{E}$  dans l'équation de Maxwell-Ampère, ce qui est justifié dans la limite  $v_E = E/B \ll c$  et  $v_\phi \ll c$ .

Une deuxième simplification consiste à ce placer dans l'*approximation basse-fréquence*  $v_\phi \ll v_{th,e}$ <sup>7</sup>. L'ordre de grandeur des variations de potentiel dans ces conditions est :  $\Delta\phi \lesssim k_B T_e/e$ <sup>8</sup>, d'où on peut déduire que le gradient de potentiel électrostatique vérifie :  $\nabla\phi \sim (r_{Le}/L_\nabla)v_{th,e}B$ . De l'expression  $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$  on déduit que l'ordre de grandeur des variations de potentiel vecteur est :  $\partial_t A \sim v_\phi B$ . Par conséquent il est légitime dans l'*approximation basse-fréquence* de considérer le champ électrique comme électrostatique tant que  $r_{Le} \ll L_\nabla$ . Cela revient à remplacer les deux premières équations de Maxwell par :

$$\text{Equation de Poisson : } \nabla^2\phi = -\frac{\rho_t}{\epsilon_0} \quad (3.6)$$

$$\text{Principe de l'électrostatique : } \partial_t\vec{B} = \vec{0} \quad (3.7)$$

avec  $\rho_t = \rho + \rho_{ext}$  la densité de charge totale.

Raisonnons maintenant sur les effets magnétiques dans le plasma, le champ total s'écrit  $\vec{B}_t = \vec{B} + \vec{B}_0$ , avec  $\vec{B}_0$  le champ magnétique extérieur constant et homogène. L'équation de Maxwell-Ampère pour le champ total s'écrit :

$$\frac{(\vec{\nabla} \times \vec{B}_t)}{B_t} = \mu_0 \frac{\vec{j}_t}{B_t} \quad (3.8)$$

où  $\vec{j}_t$  est le courant total dans le plasma composé du :

- courant axial  $j_{t,\parallel}$  dont l'ordre de grandeur est celui du courant extérieur d'électrons primaires injecté (voir section 5.2)<sup>9</sup> :  $j_{t,\parallel} \sim j_{t,e} \sim I_e/\Sigma \sim 1A.m^{-2}$ .
- courant radial  $j_{t,r}$  du même ordre de grandeur que le courant axial<sup>10</sup>.
- courant azimutal  $j_{t,\theta}$  égal à la somme du courant de dérive électrique et du courant

6. Le plasma est un milieu polarisable à haute fréquence, et magnétisable en particulier lorsque des courants azimutaux se développent

7. en fait de condition sur les fréquences, nous avons exprimé une condition sur les vitesses. On peut cependant la traduire par :  $\omega \ll \tau_{te}^{-1}$  où  $\tau_{te} = L_\nabla/v_{th,e}$  est le temps de transit caractéristique des électrons.

8. cette inégalité résulte de la propriété d'électro-neutralité qu'on détaillera plus loin, le principe peut en être simplement résumé par le raisonnement suivant : à cause de leur mobilité quasi-infinie les électrons annulent tout potentiel macroscopique supérieur à leur énergie cinétique

9.  $\Sigma = \pi R_{lim}^2$  est la section de la colonne de plasma avec  $R_{lim} \simeq 4,5cm$ .

10. comme on le verra dans la section 5.2 le courant radial est une fraction du courant injecté axialement qui dépend de la polarisation du collecteur en fin de colonne

diamagnétique qui sera évoqué dans la section 3.4<sup>11</sup>. Ces deux courants ont même ordre de grandeur :  $j_E \sim j_{d,e} \sim en_e E/B_t$ , qui nous donne celui du courant azimutal :  $j_{t,\theta} \sim n_e k_B T_e / (L_{\nabla r} B_t)$ .

La contribution des courants est négligeable si  $\mu_0 j_t / B_0 \ll 1$  (en supposant  $B_t \simeq B_0$ ), cette condition est remplie dans les directions axiales et radiales puisque  $\mu_0 j_{t,e} / B_0 \sim 10^{-6}$ . Elle l'est également dans la direction poloidale à condition que  $\mu_0 j_{t,\theta} / B_0 = \beta / 2L_{\nabla r} \ll 1$ <sup>12</sup>. Dans nos conditions on peut négliger les effets magnétiques dans la direction azimutale puisque :  $\beta \sim 10^{-5}$ . On peut donc remplacer l'équation de Maxwell-Ampère par l'hypothèse de champ magnétique homogène  $\vec{B}_t = \vec{B}_0$  dans toute la suite.

## 3.2 Théorie cinétique des plasmas :

### 3.2.1 Distribution statistique, moments de la distribution :

Pour décrire de façon exacte un ensemble de particules interagissant à travers des forces de Coulomb auto-consistantes et des champs extérieurs on a recours à la modélisation cinétique. Dans ce modèle un gaz de particule est représenté par la fonction de distribution à 7 dimensions  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  qui dénombre les particules ayant à l'instant  $t$  la position  $\vec{r}$  et la vitesse  $\vec{v}$  (à  $d\vec{r}$  et  $d\vec{v}$  près respectivement). Cette fonction de distribution est la limite quand  $N$  tend vers l'infini de la fonction de répartition exacte des particules dans le problème à  $N$  corps. La connaissance directe de la fonction de distribution des espèces du plasma est généralement inaccessible, même si certains dispositifs de mesure tels que la fluorescence induite par laser des ions (LIF) et les analyseurs d'énergie électrostatiques à champs répulsifs (RFA)<sup>13</sup> permettent d'en obtenir une estimation dans une configuration expérimentale favorable. C'est pourquoi on recourt souvent aux moments de la fonction de distribution reliés aux caractéristiques physiques fluides généralement mesurables.

On définit la *densité de l'espèce* comme le moment d'ordre 0 de la fonction de distribution :

$$n(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{r}, \vec{v}, t) d\vec{v} \quad (3.9)$$

Le premier moment permet de définir la *vitesse fluide* ou vitesse moyenne par :

$$n(\vec{r}, t) \vec{V}(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{r}, \vec{v}, t) \vec{v} d\vec{v} \quad (3.10)$$

Le second moment nous donne le *tenseur de pression cinétique* :

$$\vec{P} = m \int_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{r}, \vec{v}, t) (\vec{v} - \vec{V}) \otimes (\vec{v} - \vec{V}) d\vec{v} \quad (3.11)$$

11. le courant dû à la dérive électrique n'existe que si elle est différente pour les deux espèces, quand au courant diamagnétique il est dû uniquement aux électrons si  $T_e \gg T_i$

12. où on a introduit le coefficient  $\beta$ , rapport de la pression cinétique sur la pression magnétique :  $\beta = (n_e k_B T_e) / (B_0^2 / 2\mu_0)$ .

13. voir le chapitre 4 pour une présentation de ces deux diagnostics

On peut identifier les termes diagonaux de  $\vec{P}$  aux pressions scalaires dans les 3 directions :  $P_k = \vec{P}_{kk}$ . On a dans le cas d'un plasma isotrope  $P_x = P_y = P_z = P$  et pour un plasma présentant une anisotropie dans une seule direction (celle par exemple du champ magnétique)  $P_z = P_{\parallel}$  et  $P_x = P_y = P_{\perp}$ . Les vitesses thermiques sont liées à la pression scalaire par la relation :  $mnv_{th,k}^2 = P_k$  et la relation entre la vitesse thermique totale et la pression scalaire dans un plasma isotrope donne donc :  $mnv_{th}^2 = n_D P$ , avec  $n_D$  le nombre de dimensions du système ( $n_D = 3$  dans le cas général). On retrouve la définition de la vitesse thermique comme vitesse quadratique moyenne puisque :  $nv_{th,k}^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{r}, \vec{v}, t) (\vec{v}_k - \vec{V}_k)^2 d\vec{v}$ . Les termes non-diagonaux de  $\vec{P}$  sont liés à la viscosité du gaz de particules qui tend à niveler les gradients transverses de vitesses dans le cas de flux cisailés. Cette viscosité peut être liée aux collisions mais également aux effets de rayon de Larmor fini puisque l'excursion de la trajectoire des ions en particulier tend à égaliser la vitesse fluide dans la direction transverse à  $\vec{B}$ .

Le troisième moment définit enfin le *flux de chaleur* :

$$\vec{q}_c = \frac{1}{2} m \int_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{r}, \vec{v}, t) (\vec{v} - \vec{V})^2 (\vec{v} - \vec{V}) d\vec{v} \quad (3.12)$$

Et ainsi de suite pour les moments d'ordre supérieurs. Cette hiérarchie des moments ne constitue une modélisation pratique que si l'on est capable de décrire le système avec un nombre fini de moments et donc d'obtenir un système fermé d'équations liant les moments entre eux. Comme on le verra plus loin l'équation cinétique de la dynamique permet d'obtenir les relations entre les différents moments mais une équation de fermeture est nécessaire pour interrompre la hiérarchie infinie (dite BBGKY) des équations liant les moments<sup>14</sup>. Cette relation de fermeture est donnée par une équation d'état issue d'une hypothèse sur le caractère des phénomènes observés. Ainsi l'hypothèse d'un fluide collisionnel (opérateur de collision dominant dans l'équation cinétique de la dynamique après un certain temps caractéristique) garantit la relaxation de  $f$  vers un équilibre thermodynamique local et donc une forme maxwellienne entièrement décrite par les moments d'ordre 0 et 1 et par la température thermodynamique :

$$f(\vec{r}, \vec{v}, t) = n(\vec{r}, t) \prod_{k=1}^{k=3} \sqrt{\frac{m}{\pi k_B T}} \exp\left(-\frac{m(v_k - V_k(\vec{r}, t))^2}{k_B T(\vec{r}, t)}\right) \quad (3.13)$$

Dans ce cas la température thermodynamique est définie et l'équation d'état du système est donnée par la loi des gaz parfaits :  $P = nk_B T$ . Celle ci doit être complétée par une hypothèse sur le comportement énergétique du gaz : si on suppose les transformations comme isothermes on a tout simplement :  $T = Cste$ , si on les suppose adiabatiques (ce qui correspond à l'hypothèse de conductivité thermique<sup>15</sup> nulle) on a :  $d_t(P/n^\gamma) = 0$ <sup>16</sup>.

14. pour une introduction pédagogique à ces questions nous ne saurons trop conseiller au novice le cours du Pr. P. Bertrand disponible en ligne : [Bertrand04]

15. quatrième moment de la fonction de distribution

16. où  $d_t = \partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}$  est la dérivée totale (aussi appelée dérivée convective et dérivée lagrangienne) qu'on détaillera plus bas

Ces deux situations se traduisent par la relation suivante entre les gradients de pression et de densité :

$$\vec{\nabla}P = \gamma_p k_B T \vec{\nabla}n \quad (3.14)$$

où  $\gamma_p$  est le coefficient polytropique de la transformation  $\gamma_p = 1$  pour une transformation isotherme et  $\gamma_p = \gamma = 1 + 2/n_D = 5/3$  pour une transformation adiabatique en 3D.

Ⓟ **Gaz parfaits**

Un **gaz parfait** est par définition thermodynamique un gaz qui vérifie les relations de Laplace dans le cas d'une transformation isentropique, c'est-à-dire d'une transformation adiabatique réversible, et en particulier l'équation dite *adiabatique* :  $PV^\gamma = Cste$  avec  $\gamma$  le coefficient adiabatique qui dépend uniquement du nombre de degrés de liberté du système :  $\gamma = 1 + 2/n_D$ . Du point de vue de la théorie cinétique des gaz un gaz parfait est un ensemble de particules qui n'interagissent pas entre elles en-dehors de chocs ponctuels et dont la taille est négligeable par rapport à la distance inter-particulaire moyenne. L'énergie totale du gaz parfait est alors uniquement la somme de l'énergie cinétique de toutes les particules. Pour un gaz de particules monoatomiques ou d'électrons cela se traduit par  $E = nV(1/2)mv_{th}^2$  : lors d'une transformation isentropique - également appelée compression adiabatique - la variation locale de l'énergie doit être égale au travail des forces de pression (le système est isolé) et on aboutit à l'équation *adiabatique*. Le coefficient  $\gamma$  est dans ce cas uniquement déterminé par le nombre de dimensions spatiales du problème :  $\gamma = (n_D + 2)/n_D$ . Une deuxième propriété importante des gaz parfaits est la loi qui porte leur nom :  $P = nk_B T$ , elle découle formellement du principe d'équipartition de l'énergie pour un gaz à l'équilibre thermodynamique, c'est à dire sur l'idée d'une décorrélation totale des particules après un temps  $t_{ET} \sim 1/\nu_{coll}$  correspondant au temps d'établissement de l'équilibre thermodynamique.

Lorsqu'un gaz parfait subit une transformation dite *polytropique*, dans laquelle un échange thermique partiel réversible a lieu avec l'environnement, la relation de Laplace est remplacée par la relation polytropique :  $PV^{\gamma_p} = Cste$ , avec  $\gamma_p$  le coefficient polytropique de la transformation. Les valeurs remarquables de  $\gamma_p$  sont :  $\gamma_p = 0$  pour une transformation isobare,  $\gamma_p = 1$  pour une isotherme,  $\gamma_p = \gamma$  pour une adiabatique et  $\gamma_p \rightarrow \infty$  pour une isochore.

### 3.2.2 Énergétique du gaz de particules :

#### Approche thermodynamique

Penchons-nous sur la question cruciale de l'énergie microscopique du plasma, en raisonnant sur la pertinence des deux hypothèses thermodynamiques limites : transformation adiabatique ou isotherme. La première suppose un processus infiniment rapide, la deuxième au contraire un processus infiniment lent. Dans un gaz de particules, la vitesse de référence des processus énergétiques microscopiques étant la vitesse thermique, si on

note  $v_\phi$  la vitesse caractéristique du phénomène étudié il apparaît donc que le modèle fluide "classique" n'est pertinent que dans 2 situations limites très différentes :

- Lorsqu'un fluide maxwellien est en interaction avec des processus très rapides comparativement à sa vitesse thermique, situation caractérisée par  $v_\phi \gg v_{th}$ . Dans ce cas on peut considérer que l'énergie interne d'une particule fluide ne varie que sous l'effet des forces de pression (le flux de chaleur est nul) : l'équation de fermeture adiabatique est justifiée.
- A l'inverse si les processus sont très lents,  $v_\phi \ll v_{th}$ , on peut considérer que l'équilibre thermique  $\vec{\nabla}T = \vec{0}$  va dominer : l'énergie microscopique est redistribuée instantanément dans tout le fluide. Dans ce cas le fluide peut être traité comme isotherme  $T = Cste$ .

Le cas limite  $v_{th} \rightarrow 0$  correspond au fluide froid dont l'équation d'état s'écrit tout simplement :  $P = 0$  et dont la fonction de distribution est donnée par :  $f(\vec{r}, \vec{v}, t) = n(\vec{r}, t)\delta(\vec{v} - \vec{V})$ <sup>17</sup>. Ce modèle sera parfois utilisé dans la suite pour décrire le fluide d'ions qui vérifie  $T_i \ll T_e$  dans nos plasmas hors-équilibre global. Cependant en général nous considérerons une température ionique faible mais finie et un fluide ionique décrit par l'équation adiabatique  $P_i/n_i^\gamma = Cste$ . Ce modèle nous permet de définir une vitesse thermique ionique finie et donc un rayon de Larmor ionique "moyen" non-nul, paramètres qui ont une importance déterminante comme on l'a vu dans notre étude des trajectoires particulières au chapitre 2.

**Pour le gaz d'électrons nous adopterons au contraire le modèle du fluide isotherme** puisque les phénomènes qui nous intéressent se produisent à des temps très longs devant le temps de transit ( $\tau_e \sim L_\nabla/v_{th}$ ) des électrons. Remarquons que parfois la température (et donc la pression) du fluide maxwellien peut être considérée comme anisotrope, c'est le cas en particulier lorsqu'on injecte un faisceau directionnel de particules rapides dans une enceinte. Cette situation ne contredit pas le principe d'équipartition de l'énergie et donc la définition fluide "classique" si le gaz de particules est initialement thermalisé : il peut alors, dans la limite  $v_\phi \ll v_{th}$ , être traité comme isotherme avec des températures différentes selon plusieurs directions. C'est la situation du gaz d'électrons primaires dans MISTRAL dont les températures vérifient :  $T_{ep,\parallel} \gg T_{ep,\perp}$ .

Lorsque les vitesses thermiques des gaz de particules sont définis il est possible de calculer simplement le Rayon de Larmor moyen  $R_L$  par :

$$R_L = \sqrt{\frac{1}{n_e} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{r}, \vec{v}, t) r_L^2 d\vec{v}_\perp} = \sqrt{\frac{1}{n_e} \int_{-\infty}^{+\infty} f(\vec{r}, \vec{v}, t) \frac{(\vec{v}_\perp - \vec{V}_\perp)^2}{\omega_c^2} d\vec{v}_\perp}$$

soit :  $R_L = \frac{v_{th,\perp}}{\omega_c}$  (3.15)

Dans le cas plus général où la dynamique des phénomènes observés est de l'ordre de la vitesse thermique (ou quand les collisions sont inexistantes) le gaz de particules ne peut plus être décrit par une distribution maxwellienne et il faut envisager soit des modèles fluides plus complexes avec une relation de fermeture ad-hoc<sup>18</sup> (voir [Chust06] pour une

17.  $\delta(\vec{x})$  étant la fonction de Dirac

18. se référer par exemple aux articles : [Belmont87],[Belmont92],[Ferriere2002] pour des modèles fluides modifiés et à [Snyder97] pour des modèles du type Landau-fluide

analyse sur les lois de fermeture des équations fluides dans les plasmas non-collisionnels), soit des approches purement cinétiques résolues par des schémas numériques<sup>19</sup>.

### Interaction onde-particule

Au delà de l'approche purement thermodynamique, il importe de comprendre la problématique de l'énergétique microscopique du plasma du point de vue de l'interaction ondes-particule. Comme nous le verrons un plasma est un milieu aux propriétés dispersives très complexes où divers type d'ondes peuvent se développer en présence d'une source d'énergie que sont naturellement les gradients d'équilibre (gradient de potentiel, de densité, de température essentiellement), ce qui autorise potentiellement un transfert d'énergie sous forme ondulatoire, donc à longue distance, dans le milieu. Les ondes instables identifiées dans notre situation expérimentale, que nous allons étudier plus loin du point de vue théorique à l'aide du modèle à 2 fluides, sont des *ondes ioniques* vérifiant  $\omega \lesssim \omega_{ci} \ll \omega_{ce}$ . Il est donc essentiel d'identifier dans cette gamme de fréquence la pertinence des hypothèses sur l'énergétique des gaz de particules

Pour qualifier l'interaction onde-particule il faut d'abord identifier dans quelle condition elle est significative, pour cela commençons par l'exemple d'un plasma homogène constitué d'une infinité de particules réparties selon une distribution en vitesse  $f_0(\vec{v}, t)$ . Une particule constituant ce plasma peut entrer en résonance avec une onde  $\vec{E}_0 \exp(i\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})$  uniquement lorsque le champ véhiculé par l'onde apparaît comme statique dans le référentiel de la particule : celle-ci ressent alors son effet non plus en moyenne nulle mais en valeur effective, ce qui peut altérer son énergie. Cette condition s'écrit tout simplement  $\omega = \vec{k} \cdot \vec{v}$  [Gurnett05] dans le cas d'une particule non magnétisée. En l'absence de champ magnétique et pour un gaz de particules maxwellien la résonance onde-particule n'est significative que dans le cas :

$$\omega' = \omega - \vec{k} \cdot \vec{V} \sim kv_{th}$$

avec  $\vec{V}$  la vitesse moyenne du fluide et donc  $\omega'$  la fréquence de l'onde dans le référentiel du fluide. En effet c'est dans cette situation qu'apparaît un phénomène cinétique fondamental : *l'effet Landau* [Landau46]<sup>20</sup> qui se traduit par un échange d'énergie significatif entre l'onde et le gaz de particules : il s'avère que le transfert d'énergie de l'onde vers le gaz de particules est proportionnel à l'opposé de la pente de la fonction de distribution en  $v = \omega'/k$ <sup>21</sup>, ce qui donne nécessairement lieu à un amortissement de l'onde pour

19. se référer à [Ghizo03] pour un code Vlasov semi-lagrangien, [Besse08] pour un code gyro-water-bag et [Dif-Pradalier08] pour un code gyrocinétique.

20. du nom du prolifique physicien russe Lev Davidovich Landau dont les travaux furent déterminants dans bien des domaines allant de la superfluidité (prix nobel 1982) à la théorie de Ginzberg-Landau pour les supra-conducteurs. Pour la petite histoire une rivalité, sans doute autant intellectuelle que frontalière, l'opposait à l'ukrainien Vlasov qui le dépassa un moment grâce à la publication de l'équation cinétique qui porte son nom. Landau reprit la main en arguant que le traitement de Fourier employé par Vlasov ne prenait pas en compte les conditions aux limites temporelles et en particulier la contrainte de causalité : c'est en résolvant le problème en partie par transformée de Laplace qu'il mit en évidence l'amortissement qui porte son nom

21. très grossièrement il y a amortissement de l'onde s'il y a plus de particules accélérées que de particules freinées, amplification dans le cas contraire (situation d'instabilité cinétique, type plasma-

une distribution maxwellienne<sup>22</sup>. En particulier l'effet Landau est négligeable lorsque  $\omega' \gg kv_{th}$ , la proportion de particules résonantes devenant très vite négligeable, ou dans le cas opposé  $\omega' \ll kv_{th}$  puisque la pente de la distribution est alors quasiment nulle.

Dans un plasma magnétisé il faut modifier ce raisonnement pour tenir compte d'un autre phénomène cinétique : la résonance cyclotron. La nouvelle condition de résonance s'écrit [Gurnett05] :

$$\omega - k_{\parallel}v_{\parallel} - \vec{k}_{\perp} \cdot \vec{v}_d = p\omega_c \quad p \in \mathbb{Z}$$

avec  $\vec{v}_d$  la vitesse de dérive (transverse) de la particule,  $k_{\parallel}$  le vecteur d'onde selon  $\vec{B}$  et  $k_{\perp}$  dans la direction transverse. Cette relation traduit le fait que la fréquence décalée par effet Doppler doit être un multiple de la fréquence cyclotron pour que la particule voit un champ statique au cours de sa rotation dans le champ magnétique. Notons que dans le cas  $p = 0$  on retrouve la condition classique de résonance qui donne lieu à un amortissement Landau significatif dans la direction parallèle :

$$\omega' = \omega - \vec{k} \cdot \vec{V} \sim k_{\parallel}v_{th\parallel}$$

Pour une onde en propagation purement transverse :  $k_{\parallel} = 0$ , l'amortissement Landau disparaît [Bernstein58], la résonance apparaît donc uniquement aux harmoniques de la fréquences cyclotron :

$$\omega' = \omega - \vec{k} \cdot \vec{V} = p\omega_c \quad p \in \mathbb{Z}^*$$

et concerne toutes les particules du gaz. Cet effet, baptisé *amortissement cyclotron*, se traduit par un transfert d'énergie très efficace de l'onde vers le gaz de particules, il est exploité en particulier dans les expériences de chauffage sur les dispositifs de fusion magnétique (chauffage ICH ou ECH pour *ion / electron cyclotron heating*)[Brambilla88] [Erckmann94].

Si par contre le vecteur d'onde possède une composante longitudinale :  $k_{\parallel} \neq 0$ , l'amortissement Landau intervient dans le cas  $p = 0$ . On peut considérer que l'interaction onde-particule est négligeable en particulier si :

$$\frac{\omega - \vec{k} \cdot \vec{V}_e}{v_{the\parallel}} \ll k_{\parallel} \ll \frac{\omega - \vec{k} \cdot \vec{V}_i}{v_{thi\parallel}}$$

dans ces conditions la résonance cyclotron n'intervient que dans les deux cas limites :

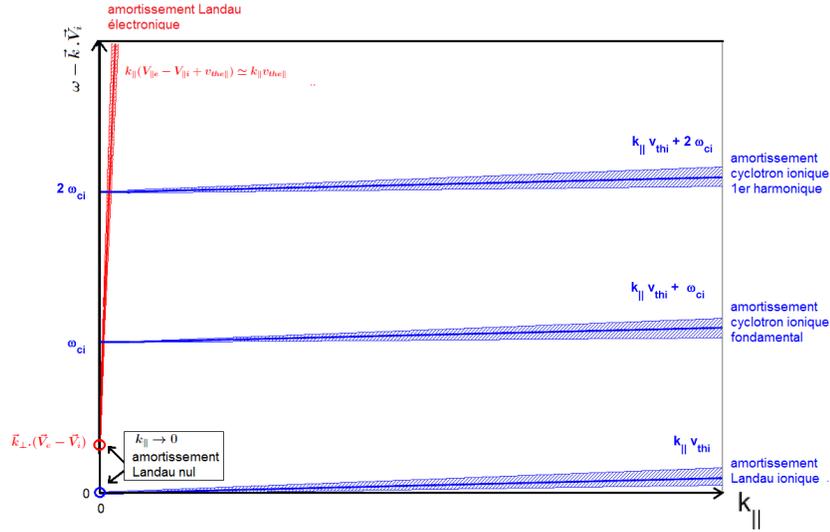
$$\begin{aligned} \omega - \vec{k} \cdot \vec{V}_i &\simeq p\omega_{ci} & p \in \mathbb{Z}^* & \text{pour les ions} \\ k_{\parallel} &\sim \frac{p\omega_{ce}}{v_{the\parallel}} & p \in \mathbb{Z}^* & \text{pour les électrons} \end{aligned}$$

La figure 3.2 donne un aperçu synthétique des situations dans lesquelles l'interaction onde particule intervient significativement, dans la situation des ondes ioniques qui nous

faisceau)

22. d'où le terme classique *d'amortissement Landau* qualifiant ce phénomène

préoccupant. En dehors de ces régions, l'amortissement cinétique peut être négligé et les hypothèses de fermeture du modèle fluide sont pertinentes pour décrire les phénomènes ondulatoires dans le plasma.



**Figure 3.2** – Schéma illustrant les différentes régions dans lesquelles l'interaction onde-particule devient prédominante dans un diagramme  $(\omega - \vec{k}_\perp \cdot \vec{V}_i, k_\parallel)$ . En rouge : effet Landau électronique, en bleu : effets Landau et cyclotron ioniques.

### 3.2.3 Equation cinétique de la dynamique :

Du principe de conservation des particules dans l'espace des phases (équation de Liouville) :

$$Df/Dt = (\partial f/\partial t)_c \quad (3.16)$$

(où  $(\partial f/\partial t)_c$  est le taux de diffusion de  $f$  dans l'espace des phases dû aux collisions et  $D/Dt = \partial_t + d_t \vec{r} \cdot \partial_{\vec{r}} + d_t \vec{v} \cdot \partial_{\vec{v}}$  est la dérivée totale) découle l'équation fondamentale qui régit la dynamique d'un gaz de particules dite *équation de Boltzmann* :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} f + \frac{\vec{F}}{m} \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = (\partial f/\partial t)_c \quad (3.17)$$

où on a utilisé les équations canoniques de Hamilton :  $d_t \vec{r} = \vec{v}$  et  $md_t \vec{v} = \vec{F}$ ,  $\vec{F}$  étant la somme des forces qui s'exercent sur les particules. Dans un plasma les forces qui dominent sont les forces de Lorentz :  $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$  générées par les champs électromagnétiques extérieurs mais aussi par les champs "moyens" créés par les différents gaz de particules chargées. En l'absence de collisions l'équation 3.17 décrivant les plasmas dits chauds (ou non-collisionnels) prend la forme bien connue de *l'équation de Vlasov* [Vlasov45] :

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} f + \frac{q}{m} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) \frac{\partial f}{\partial \vec{v}} = 0 \quad (3.18)$$

Dans un plasma faiblement ionisé comme celui de MISTRAL où les collisions se font presque exclusivement avec les atomes neutres l'opérateur de collision élastiques peut être approximé par un terme de collision de Krook :

$$(\partial f / \partial t)_{c,el} = \frac{f_n - f}{\tau_n} \quad (3.19)$$

où  $f_n$  est la fonction de distribution du gaz neutre et  $\tau_n$  le temps moyen entre 2 collisions (qui dépend de la vitesse des particules considérées et tend vers l'infini quand  $v \rightarrow \infty$  et quand  $v \rightarrow 0$ ). L'opérateur de collision de Krook est l'équivalent cinétique du terme de collision  $\vec{F}_{coll} = -mn\nu_{coll,n}(\vec{V} - \vec{V}_n)$  des équations fluides. A noter que la quantité de mouvement moyenne transférée au gaz neutre peut être négligée dans la limite  $n_n \gg n_\alpha$  et donc sa vitesse fluide considérée comme nulle :  $\vec{V}_n = \vec{0}$ . A ces collisions élastiques il convient d'ajouter l'opérateur de collisions inélastiques, dans notre cas il se divise en un terme source et un terme de pertes<sup>23</sup>. D'autres collisions inélastiques peuvent intervenir sans modifier le nombre de particules (excitations, ionisation, transferts de charge) mais ces termes sont négligeables devant le terme de collision élastique avec les neutres aux énergies qui nous intéressent (voir section 3.4.2). L'opérateur de collision total s'écrit donc :

$$(\partial f / \partial t)_c = (\partial f / \partial t)_{c,el} + (\partial f / \partial t)_{c,s} + (\partial f / \partial t)_{c,p} \quad (3.20)$$

Dans tout cet ouvrage on se place dans *l'approximation basse fréquence* qui consiste à négliger les effets magnétiques causés par la dynamique des charges ( $\vec{B} = \vec{B}_0 = \vec{Cste}$ ) : le champ magnétique est uniquement le champ extérieur appliqué. Le champ électrique auto-cohérent est alors électrostatique et obéit à l'équation de Poisson donnée par 3.22 :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi \quad (3.21)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\nabla^2\phi = \frac{\rho_t}{\epsilon_0} = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\alpha} q_{\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\alpha} d\vec{v} \quad (3.22)$$

l'indice  $\alpha$  désigne les différentes espèces chargées, on prendra dans la suite  $\alpha = i, e$  et  $ep$  respectivement pour les ions (une seule espèce), les électrons et les électrons primaires.

Le jeu d'équation décrivant un plasma tel que celui de MISTRAL ayant les propriétés suivantes : une seule espèce d'ion une fois ionisée, champ magnétique extérieur  $\vec{B}_0$  uniquement, champ électrique  $\vec{E}$  électrostatique, collisions avec les neutres dominantes donne alors le système *Boltzmann-Poisson* :

$$\frac{\partial f_{\alpha}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \vec{\nabla} f_{\alpha} + \frac{q_{\alpha}}{m_{\alpha}} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}_0) \frac{\partial f_{\alpha}}{\partial \vec{v}} = (\partial f / \partial t)_c \quad (3.23)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\nabla^2\phi = \frac{1}{\epsilon_0} \sum_{\alpha} q_{\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{\alpha} d\vec{v} \quad (3.24)$$

23. pour les ions et les électrons secondaires le terme source est lié à l'ionisation du gaz neutre par les électrons primaires et le terme perte à la recombinaison radiative ou à trois corps, pour les électrons primaires il n'y a pas de terme source et le terme de pertes par recombinaison est négligeable

A partir de là on serait tenté de croire que le problème est réglé : si on se donne une condition initiale et des conditions aux limites il semble qu'il n'y ait plus là qu'une simple affaire de calcul. En réalité la situation est très loin d'être simple : d'une part on est face à un problème de très grande dimensionnalité, et d'autre part l'équation de Vlasov contient une très forte non-linéarité qui se manifeste à la fois dans le terme d'advection par les vitesses et dans le couplage avec les équations de Maxwell. La résolution de l'équation de Vlasov dans le cas général est en fait un problème insoluble, sauf pour des situations où des approximations fortes peuvent être faites quand à la nature des phénomènes observés. Si on s'intéresse par exemple à la solution statique de l'équation de Vlasov on s'aperçoit que toute fonction des invariants du système (citons par exemple : l'énergie pour un plasma adiabatique, la vitesse parallèle dans un champ magnétique homogène et infini, l'invariant adiabatique dans le cas d'un champ magnétique variable en l'absence de champ électrique transverse ...) est solution stationnaire de cette équation. De ce point de vue l'équation de Boltzmann - qui est en fait une généralisation de l'équation de Vlasov permettant d'étudier la relaxation collisionnelle aux temps longs - est parfois plus riche d'enseignement puisqu'elle nous permet d'aboutir à la solution exacte lorsque l'équilibre thermo-dynamique local est atteint.

Un des moyens de réduire la dimensionnalité du problème est de recourir à l'étude des moments de l'équation cinétique de la dynamique. Le moment d'ordre 0 donne ainsi :

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\partial f_\alpha}{\partial t} d\vec{v} + \int_{-\infty}^{+\infty} \vec{v} \cdot \vec{\nabla} f_\alpha d\vec{v} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha} \int_{-\infty}^{+\infty} (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}_0) \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{v}} d\vec{v} = \int_{-\infty}^{+\infty} (\partial f / \partial t)_c d\vec{v}$$

On peut démontrer que le troisième terme disparaît : il aboutit à des sommes du type  $[f_\alpha F_k]_{v_x, v_y, v_z \rightarrow -\infty}^{v_x, v_y, v_z \rightarrow +\infty}$  où les  $F_k$  sont les composantes des forces de Lorentz, et  $f_\alpha \rightarrow 0$  plus vite que n'importe quelle puissance de  $\vec{v}$  sinon l'énergie du gaz serait infinie. Le quatrième terme donne l'intégrale de collision inélastique  $S - P$  où  $S$  correspond aux processus de création et  $P$  à ceux de disparition de l'espèce concernée. L'intégrale des collisions élastiques disparaît puisque celles-ci ne changent pas le nombre total de particules<sup>24</sup>. On aboutit donc à l'équation de conservation :

$$\partial_t n_\alpha + \vec{\nabla} \cdot (n_\alpha \vec{V}_\alpha) = S - P \quad (3.25)$$

Les termes sources et pertes dépendent de la densité des espèces entrant en jeu dans le processus et de la fréquence de collision pour ce processus. Dans notre cas où les ions et électrons secondaires sont créés par l'ionisation d'un gaz neutre par un faisceau d'électrons primaires et détruites par recombinaison nous avons<sup>25</sup> :

$$\begin{aligned} S_{ion} &= n_{ep} \nu_{ion} \\ P_{rec} &= n_\alpha \nu_{r3c} + n_\alpha \nu_{rrad} \end{aligned}$$

24. il en va évidemment de même pour les termes de collisions inélastiques qui n'impliquent pas de création/disparition.

25. l'ionisation (ion) correspond au processus :  $e_p + N \rightarrow e_p + N^+ + e_s$ , la recombinaison à 3 corps (r3c) à :  $2e + N^+ \rightarrow N + e$  et la recombinaison radiative (rrad) à :  $e + N^+ \rightarrow N + h\nu$ .  $e_p$  désigne un électron primaire,  $e_s$  un électron secondaire,  $e$  un électron quelconque,  $N$  un atome neutre et  $N^+$  l'ion correspondant.

Nous verrons dans la section 3.4.2 que les fréquences de collision des processus de recombinaison sont systématiquement négligeables devant celles d'ionisation<sup>26</sup>. On peut donc ignorer le terme  $P$  dans l'équation de conservation des espèces : c'est l'équilibre flux d'entrée/sortie - ionisation qui fixe la densité dans le plasma.

Le moment d'ordre 1 donne quand à lui, en multipliant l'équation 3.24 par  $\vec{v}$  et en intégrant sur les vitesses :

$$m_\alpha n_\alpha (\partial_t + \vec{V}_\alpha \cdot \vec{\nabla}) \vec{V}_\alpha = q_\alpha n_\alpha (\vec{E} + \vec{V}_\alpha \times \vec{B}_0) - \vec{\nabla} \cdot \vec{\vec{P}} - m_\alpha n_\alpha \nu_{\alpha,n} \vec{V} \quad (3.26)$$

en utilisant la définition du tenseur de pressions cinétiques  $\vec{\vec{P}}$ , l'équation de conservation 3.25 et en remplaçant l'intégrale de l'opérateur de collisions par le terme de frottement collisionnel élastique moyen avec un gaz neutre statique :  $\vec{F}_{coll,\alpha,n} = -m_\alpha n_\alpha \nu_{\alpha,n} \vec{V}$ . Dans un plasma faiblement ionisé le frottement collisionnel élastique avec le gaz neutre domine largement dans la dynamique les autres effets collisionnels comme on le verra plus loin en étudiant les fréquences de collisions pour les différents processus, c'est pourquoi on néglige la diffusion de quantité de mouvement induite par tous les processus inélastiques. A noter que dans toute la suite on négligera les effets visqueux associés aux termes non-diagonaux de  $\vec{\vec{P}}$  pour ne conserver que le gradient de pression scalaire mais qu'il est parfois judicieux de faire intervenir des termes de viscosité pour traduire notamment les effets de rayon de Larmor finis<sup>27</sup>. On remplacera donc dans 3.26  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\vec{P}}$  par  $\vec{\nabla} P$  qui peut s'écrire plus simplement  $\vec{\nabla} P = k_B T_e \vec{\nabla} n$  dans l'hypothèse du plasma isotherme.

Dans ces équations les fréquences de collisions sont systématiquement liées à la section efficace de collision pour le processus en question. Celle-ci s'écrit pour des collisions à 2 corps entre l'espèce  $\alpha$  et le gaz neutre :

$$\nu_{\alpha/n} = n_n \langle \sigma_{\alpha/n}(v) v \rangle = n_n \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{f_\alpha(v)}{n_\alpha} \sigma_{\alpha/n}(v) v dv$$

Pour les collisions élastiques avec les neutres nous avons donc :  $\nu_{\alpha/n} = n_n \langle \sigma_{el,\alpha/n}(v) v \rangle$  et pour l'ionisation :  $\nu_{ion} = n_n \langle \sigma_{ion,ep/n}(v) v \rangle$ .

Le moment suivant nous donne l'équation du flux de chaleur qui, comme on l'a évoqué précédemment, se réduit à l'équation *adiabatique* si on néglige la conductivité thermique, ce qui suppose qu'on ignore complètement en particulier les processus d'échange d'énergie entre ondes et particules, on a alors le jeu d'équation complet du modèle fluide classique où les fonctions de distributions peuvent être considérées comme des maxwelliennes locales à l'échelle temporelle des phénomènes étudiés.

26. les processus radiatifs et à 3 corps sont en effet très peu probables sauf à des densités et énergies très élevées.

27. leur prise en compte est d'ailleurs indispensable pour calculer précisément l'advection par la vitesse de dérive diamagnétique dont nous discuterons plus loin

### 3.2.4 Un modèle hybride pour la description des plasmas magnétisés : l'approche gyro-cinétique

Le cadre théorique le plus pertinent pour étudier la plupart des effets de la magnétisation sur un gaz de particules est le modèle *gyro-cinétique* [Littlejohn79] [Hahm88]. Il est basé sur le principe d'échelle suivant :

$$\frac{\omega}{\Omega_c} \sim \frac{k_{\parallel}}{k_{\perp}} \sim \frac{e\phi}{k_B T_e} \sim \frac{R_L}{L_{\nabla\perp}} \ll 1$$

qui permet une intégration partielle de la fonction de distribution, fondé sur l'idée que le gaz de particules est suffisamment magnétisé pour qu'on puisse utiliser un principe de séparation d'échelle entre le mouvement macroscopique du gaz et le mouvement microscopique de gyration cyclotronique. L'originalité de cette approche par rapport à celle du modèle fluide est de retenir - dans la limite des basses fréquences et des gradients longs - les effets de rayon de Larmor fini (RLF) sur l'énergétique du gaz de particule et de pouvoir ainsi décrire le comportement de particules qui s'écartent du modèle adiabatique, notamment en terme d'interaction onde-particule.

La construction rigoureuse de l'équation de Vlasov gyro-cinétique utilise des méthodes théoriques complexes dont nous ne donnerons pas le détail ici<sup>28</sup>. Les éléments essentiels de cette approche sont d'une part la substitution de la fonction de distribution exacte des particules  $f(\vec{r}, \vec{v}, t)$  par la fonction de distribution des centre-guides  $f_{gc}(\vec{r}_c, v_{\parallel}, \mu, t)$  construite à partir des invariants du mouvement à l'échelle de la dynamique cyclotronique : la position du centre guide, sa vitesse parallèle et son invariant adiabatique. L'équation de Boltzmann gyro-cinétique s'écrit alors :

$$\partial_t f_{gc} + \vec{v}_{gc} \cdot \vec{\nabla} f_{gc} + \frac{q}{m} \langle E_{\parallel} \rangle_{gc} \partial_v f_{gc} = \langle (\partial_t f)_c \rangle_{gc} \quad \text{avec :} \quad (3.27)$$

$$\vec{v}_{gc} = v_{\parallel} \vec{b} + \frac{\langle \vec{E} \rangle_{gc} \times \vec{B}}{B^2} \quad (3.28)$$

la "gyro-moyenne" est définie comme la moyenne d'un paramètre sur une orbite cyclotronique, pour une valeur donnée de  $\mu$ <sup>29</sup>, on a donc pour le champ électrique :

$$\langle \vec{E} \rangle_{gc}(\vec{r}_c, \mu, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \vec{E}(\vec{r}_c + \vec{r}_L(\theta), t) d\theta$$

Le champ moyen - c'est à dire ressenti par les particules assimilées à leur centre-guide - s'obtient en intégrant  $\langle \vec{E} \rangle_{gc}$  sur l'ensemble des valeurs possibles de  $\mu$  :

$$\langle \vec{E} \rangle(\vec{r}_c, t) = \int_0^{+\infty} \langle \vec{E} \rangle_{gc} d\mu$$

Mathématiquement on peut démontrer qu'appliquer une gyro-moyenne sur un paramètre revient à faire une convolution avec l'opérateur  $\bar{J}_0(\vec{r})$  dont la transformée de Fourier est

28. vous pourrez en trouver une très bonne synthèse dans [Dif-Pradalier08th]

29. le paramètre  $\mu$  est lié à la vitesse transverse et donc au rayon de Larmor microscopique  $r_L$  : chaque valeur de  $\mu$  correspond donc à une valeur de  $r_L$

la fonction de Bessel  $J_0(kr_L)$  de sorte qu'on a :  $\langle \vec{E} \rangle_{gc} = \bar{J}_0(\vec{r}) * \vec{E}$ . A noter que dans le cas limite  $kr_L \rightarrow 0$  l'opérateur de gyro-moyenne se simplifie pour donner :  $\bar{J}_0 \simeq 1 + (1/4)r_L^2 \nabla_{\perp}^2$  c'est à dire la correction RLF faible calculée dans la section 2.1.2.

Les densités, vitesses et pressions macroscopiques obtenues en intégrant  $f_{gc}$  se rapportent désormais à des paramètres décrivant non plus la distribution des particules mais **celle des centre-guides** liée à la distribution réelle par l'opération de gyromoyenne, autrement-dit on assimile désormais les particules à des "boucles virtuelles" advectées au cours du temps et qui subissent des contractions/dilatations lorsque leur énergie transverse (quantifiée par  $\mu$ ) varie. Cela peut sembler une complication superflue mais c'est en fait une simplification nécessaire lorsque les longueurs de gradients approchent du rayon de Larmor moyen des particules (c'est le cas en particulier lorsqu'une onde à grande vitesse de phase traverse le plasma) : dans ce cas la théorie fluide adiabatique tombe en défaut puisqu'on ne peut plus négliger les interactions énergétiques entre champs et particules. Bien sûr, du fait de l'approximation  $\omega \ll \Omega_c$  nécessaire à la simplification des équations gyro-cinétiques<sup>30</sup>, ces effets peuvent seulement être étudiés comme de faibles perturbations par rapport au cas adiabatique, mais ces corrections s'avèrent dans les faits essentiels et en particulier dans la physique de la fusion magnétique puisque ces effets "faibles" ont des conséquences dramatiques à long terme.

On peut étudier les différents moments de l'équation gyro-cinétique pour obtenir les équations de conservation pour le gaz de centre-guides, mais on retombe alors sur le problème de la fermeture des équations fluides, ce qui est justement ce que l'on cherche à éviter. Le propos de la modélisation gyro-cinétique est en effet de résoudre explicitement par une approche numérique l'équation 3.27 couplée avec l'équation de Poisson.

Pour conclure sur l'éternel dilemme fluide/cinétique dans la description des plasmas rétablissons une vérité essentielle qui est celle de l'équivalence totale des deux approches. Une idée fausse consiste à penser que l'approche fluide n'est qu'une approximation grossière de la théorie cinétique. En réalité la seule faiblesse du modèle fluide réside dans l'équation de fermeture puisque comme on l'a vu il est très délicat de raisonner du point de vue thermodynamique classique lorsque l'interaction onde-particule met en défaut les hypothèse énergétiques qui permettent d'interrompre la hiérarchie des moments de la fonction de distribution. Pour synthétiser, disons que la théorie fluide a pour elle le grand avantage de permettre une résolution analytique poussée de systèmes ayant une forte inhomogénéité spatiale, ce qui est impossible avec un modèle cinétique sans recourir à de grosses simplifications (par exemple l'hypothèse "locale" qui ignore l'effet des gradients) ou à un traitement numérique lourd. En guise de bilan, concluons que le modèle fluide est à privilégier pour étudier des phénomènes non-résonnants liés aux gradients d'équilibre du plasma, tandis que le modèle cinétique est indispensable lorsqu'on s'intéresse aux phénomènes qui font intervenir des résonances onde-particule au voisinage des fréquences caractéristiques du plasma (dans notre cas la fréquence cyclotronique ionique) ou des effets de rayon de Larmor fini qui ont tendance à compliquer considérablement les équations fluides, notamment dans la limite  $\frac{R_L}{L_{\nabla_{\perp}}} \gtrsim 1$ .

30. puisque faire la gyro-moyenne n'a de sens que si l'échelle de temps de la rotation cyclotronique est beaucoup plus faible que l'échelle de temps caractéristique des phénomènes étudiés

### 3.3 Dynamique électronique dans les plasma : quasi-neutralité et ondes propres

Dans cette section nous allons établir une propriété macroscopique fondamentale des plasmas, la quasi-neutralité qui se traduit par la relation simple  $n_e = n_i$ <sup>31</sup> en étudiant la dynamique des électrons considérés localement comme un fluide isotherme (ce modèle est justifié jusqu'à des échelles de temps et d'espaces très courtes). Nous raisonnerons donc ici à l'échelle du mouvement électronique en considérant en premier lieu les ions comme immobiles. Cette étude mettra en évidence que la quasi-neutralité résulte de la solution stationnaire des équations de la dynamique électronique et permettra par ailleurs d'étudier sommairement le comportement ondulatoire du plasma.

Bien que les résultats donnés ici, en particulier l'électro-neutralité, concernent des propriétés macroscopiques du plasma il faut garder en tête qu'ils sont établis **dans une approche locale**, c'est à dire en négligeant l'effet des gradients à l'échelle de l'expérience, ce qui peut se traduire en terme d'espace par :  $L_\mu \ll r \ll L_\nabla$ <sup>32</sup>. Ainsi, comme on le verra plus loin, bien que le principe de quasi-neutralité soit respecté partout dans le corps du plasma, rien n'empêche que des champs électriques à grande échelle soient présents : ils ne découlent plus alors des séparations de charges locales mais au contraire de la nécessité de maintenir l'électro-neutralité du milieu en s'opposant aux effets polarisants. Ils se déduisent donc non plus de l'équation de Poisson liée de manière auto-cohérente aux équations de conservation mais des équations de conservation elles-mêmes, fermées par la relation de quasi-neutralité. Ce qui facilite nettement le travail du théoricien.

#### 3.3.1 quasi-neutralité dans les plasmas isotropes

Dans la suite de ce manuscrit nous aurons souvent recours à ce qu'on appelle *la relation de quasineutralité*  $n_e = n_i$  pour remplacer l'équation de Poisson :  $\nabla^2\phi = -\frac{\rho}{\epsilon_0}$ . Cette approximation est fondée sur l'idée qu'une séparation de charge à l'échelle macroscopique et dans la limite dite adiabatique  $v_\phi \ll v_{th,e}$  est impossible à cause du champ électrique de rappel très intense qui se formerait et qui redistribuerait instantanément les charges. On peut intuitivement comprendre pourquoi en raisonnant avec les mains : imaginons qu'en un point de l'espace apparaisse une inhomogénéité de potentiel :  $\phi = \phi_p + \Delta\phi$  (où  $\phi_p$  est le potentiel "naturel" du plasma et  $\Delta\phi \neq 0$  une perturbation locale), les particules qui ont le moins d'inertie, en l'occurrence les électrons<sup>33</sup>, vont alors réagir à cette inhomogénéité et très rapidement un nouvel équilibre stationnaire va se mettre en place dans lequel la nouvelle répartition électronique s'opposera exactement aux effets de la perturbation de potentiel, de sorte qu'au delà d'une certaine distance  $\lambda_D$  que nous appellerons *Longueur de Debye* et après un temps caractéristique  $T_D$  (que nous n'appellerons pas)

31.  $n_e = \sum Z_i n_i$  dans le cas général où plusieurs ions sont présents, avec des charges quelconques

32. où  $L_\mu$  est l'échelle microscopique et  $L_\nabla$  l'échelle des inhomogénéités spatiales dues à la taille finie du système

33. le rapport des quantités de mouvement microscopiques vaut  $m_e v_{th,e} / m_i v_{th,i} = \sqrt{m_e T_e / m_i T_i} \gg 1$

le potentiel et la densité du plasma ne sont pas du tout affectés. Ce phénomène, baptisé *écranage de Debye* parce-qu'il décrit la propriété du plasma à écranter le potentiel qu'on lui impose, est l'un des fondements de la physique des plasmas.

Nous pouvons évaluer la longueur et le temps d'écranage à l'aide d'un modèle simple : partons de la situation d'un plasma neutre unidimensionnel constitué de deux espèces monochargées, les ions et les électrons, et examinons leur réponse à un échelon de potentiel en  $x = 0$  et à  $t = 0$ , à une échelle de temps très courte devant le temps caractéristique de l'inertie ionique. La réponse ionique est alors  $n_i = n_0$ , avec  $n_0$  la densité ionique (et électronique, puisque le plasma est neutre initialement) en l'absence de perturbation. La réponse électronique nous est fournie par les équations de conservation 3.25 et 3.26 qui s'écrivent, en négligeant tous les processus collisionnels et les phénomènes d'advection<sup>34</sup> :

$$\begin{aligned}\partial_t n_e &= -n_e \partial_x V_e \\ \partial_t V_e &= \frac{e}{m_e} \partial_x \phi - \frac{k_B T_e}{m_e} \frac{\partial_x n_e}{n_e}\end{aligned}\quad (3.29)$$

En constatant que  $(\partial n)/n = \partial \ln(n)$  on aboutit alors à la relation suivante en dérivant les deux équations respectivement par rapport à  $t$  et  $x$  avant de les combiner :

$$\partial_x^2 \phi = -\frac{m_e}{e} \partial_t^2 \ln(n_e) + \frac{k_B T_e}{e} \partial_x^2 \ln(n_e) \quad (3.30)$$

on obtient alors grâce à l'équation de Poisson :  $\partial_x^2 \phi = e(n_e - n_0)/\epsilon_0$  l'équation différentielle pour la densité électronique :

$$\frac{n_e}{n_0} = 1 + \lambda_D^2 \left( \partial_x^2 \ln(n_e) - \frac{1}{v_{th,e}^{*2}} \partial_t^2 \ln(n_e) \right) \quad (3.31)$$

en posant :

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{e^2 n_0}} \quad \text{la longueur de Debye} \quad (3.32)$$

et en remarquant que  $v_{th,e}^{*2} = k_B T_e / m_e$ . La résolution exacte de l'équation 3.3.2 est très complexe et n'a pas grand intérêt si on s'intéresse à des phénomènes macroscopiques "relativement" lents. On remarque en effet que les termes différentiels de droite ont la forme de termes stationnaires et ondulatoires qui ont de l'importance uniquement dans une région spatio-temporelle caractérisée par :  $0 < t \lesssim \lambda_D / v_{th,e}^*$  et  $0 < x \lesssim \lambda_D$ . La dernière relation définit une tranche spatiale appelée *gaine électrostatique* à l'intérieur de laquelle le gradient de potentiel domine l'énergie cinétique des électrons. Si on se place à une échelle spatiale suffisamment grande devant la longueur de Debye - et à condition d'étudier des phénomènes relativement lents tels que  $v_\varphi \ll v_{th,e}^*$  - on obtient donc  $n_e = n_i = n_0$  et  $\phi = \phi_p$ , c'est à dire précisément la relation de quasi-neutralité.

Il est intéressant d'estimer la densité et le potentiel lorsqu'on s'approche des dimensions de la gaine électrostatique. On peut alors, tant que  $\phi(x) - \phi_p \ll k_B T_e / e$ , exprimer

---

34. ce qui revient à étudier le problème dans la limite  $t \ll 1/\nu_{coll}$  et  $v_\varphi \gg V_e$

la densité électronique sous la forme :  $n_e = n_0 + \delta n_e$ , avec  $\delta n_e \ll n_0$ . L'équation 3.3.2 se simplifie alors pour donner :

$$\frac{\delta n_e}{n_0} = \lambda_D^2 \left( \partial_x^2 - \frac{1}{v_{th,e}^{*2}} \partial_t^2 \right) \frac{\delta n_e}{n_0} \quad (3.33)$$

c'est à dire l'équation d'onde de Langmuir<sup>35</sup>. La solution stationnaire de cette équation nous donne, en utilisant la condition aux limites  $n_e(x_g) = n_g$  avec  $x_g$  la position de l'entrée de la gaine et  $n_g$  la densité correspondante<sup>36</sup>, pour  $|x| > |x_g|$  :

$$n_e = n_0 + (n_g - n_0) e^{-\frac{|x-x_g|}{\lambda_D}} \quad \text{et donc :} \quad (3.34)$$

$$\phi = \phi_p + \phi_g e^{-\frac{|x-x_g|}{\lambda_D}} \quad (3.35)$$

dans ces circonstances on constate que les électrons obéissent à la relation de Boltzmann (qu'on aurait pu déduire directement de la solution stationnaire de 3.29 mais on perdait alors l'occasion d'étudier le régime oscillatoire) :

$$n_e = n_0 \exp \left( \frac{e}{k_B T_e} (\phi - \phi_p) \right) \quad (3.36)$$

ce qui est logique puisqu'en considérant  $v_\varphi \ll v_{th,e}^*$  on a fait implicitement l'hypothèse que les électrons sont isothermes, c'est à dire qu'ils n'échangent pas d'énergie avec le champ électrique : à l'échelle considérée ils se contentent donc de modifier leur répartition pour obéir aux variations de potentiel en gardant une température constante. On voit d'après 3.35 que le potentiel est totalement écranté au-delà de quelques longueurs de Debye, ce qui explique qu'on puisse négliger les inhomogénéités de densité si on considère une échelle spatiale grande devant  $\lambda_D$ . Par contre, dans la gaine électrostatique caractérisée par  $|x| \lesssim \lambda_D$  un fort gradient de potentiel est libre de se développer et la répartition des charges n'obéit plus alors au principe d'électro-neutralité. La longueur de Debye est donc en particulier la longueur caractéristique de la gaine qui forme une zone tampon entre un plasma et une surface (par exemple une paroi de l'enceinte qui contient le plasma). Une modélisation spécifique de la *gaine électrostatique* est donc nécessaire pour traiter les conditions aux limites des plasmas "finis", c'est l'objet de la section 5.2. Le point essentiel démontré ici est que, du point de vue statique, on peut considérer la quasi-neutralité comme respectée au-delà de la longueur de Debye, ce qui se traduit par la relation très simple :

$$n_e = n_i \quad (3.37)$$

puisque'on le rappelle  $n_0 = n_i$ .

35. pour les mathématiciens et les spécialistes de la physique quantique relativiste elle est également connue sous le nom d'équation de Klein-Gordon : c'est une version relativiste de l'équation de Schrödinger

36. ce choix est évidemment arbitraire, d'ordinaire on considère que  $x_g$  vaut quelques longueurs de Debye

### 3.3.2 ondes de Langmuir et limite macroscopique :

Si on se place maintenant du point de vue temporel on constate que la réponse impulsionnelle à la perturbation se traduit par l'apparition d'oscillations. Ces oscillations, dont la fréquence caractéristique est égale à la fréquence plasma électronique définie par :

$$\omega_{pe} = \frac{v_{th,e}^*}{\lambda_D} = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m_e \epsilon_0}}$$

sont des modes propres du plasma baptisés *ondes de Langmuir* [Langmuir28] ou oscillations de gaines. Elles traduisent l'oscillation propre au gaz d'électron - dite de charge d'espace - sous l'effet d'une perturbation de potentiel. En première approximation on peut considérer qu'à basse fréquence ces oscillations sont complètement moyennées (et même tout simplement amorties) et n'ont donc aucune conséquence puisqu'on considère des temps long devant  $1/\omega_{pe}$ .

Il est intéressant malgré tout de se rendre compte que ces oscillations existent naturellement dans le plasma et qu'elles peuvent avoir une grande importance puiqu'en particulier la fréquence plasma est une fréquence résonante où une forte interaction onde-particule peut se mettre en place. La résolution par transformée de Fourier de l'équation nous donne la relation de dispersion des ondes de Langmuir électroniques :

$$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2 v_{th,e}^{*2} \quad (3.38)$$

comme on l'a vu ce calcul est valable tant que  $v_\varphi \gg v_{th,e}^*$  c'est-à-dire :  $k\lambda_D \ll 1$ . Au delà de cette échelle (ou plutôt en dessous si on raisonne en distance) une part significative des électrons (ceux dont la vitesse microscopique est proche de la vitesse de phase de l'onde) commence à ressentir les effets des variations de potentiel et leur réponse n'est plus adiabatique. On entre alors dans le domaine de l'interaction onde-particule cinétique qui met en évidence l'existence d'un fort amortissement Landau [Landau46] des ondes de Langmuir par les électrons dont la vitesse microscopique vérifie  $v_e \sim v_\varphi$  et donc par une "dissymétrisation" de la fonction de distribution aux hautes énergies avec l'apparition d'un plateau autour de  $v_e \sim v_\varphi$ . Pour cette gamme de phénomènes l'approche fluide tombe complètement en défaut, pour la simple raison que l'équation de fermeture adiabatique n'est plus justifiée, ce qui supprime la possibilité de décrire les électrons avec seulement les 3 paramètres macroscopiques ( $n_e, V_e, T_e$ ). La limite  $k\lambda_D \ll 1$  - analogue spectrale de la limite  $x \gg \lambda_D$  - définit donc l'échelle *macroscopique* pour l'étude du plasma d'électron.

Notons que dans le cas inverse du gaz d'électron froid pour lequel  $v_\varphi \ll v_{th,e}^*$  les ondes de Langmuir sont des ondes stationnaires : elles correspondent à l'idée qu'on se fait d'une oscillation de charge d'espace autour d'une position d'équilibre. Ce n'est plus le cas pour le plasma d'électron "chaud" dans lequel elles se propagent et deviennent très dispersives.

Pour finir sur les ondes de Langmuir n'oublions pas que la relation de dispersion 3.38 a été établie dans la limite haute-fréquence et donc sans considérer la dynamique ionique. Si on rajoute dans le traitement le fluide d'ion froid on obtient [Krall73] la relation de dispersion :

$$1 - \frac{\omega_{pi}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} \frac{1}{1 - \frac{k^2 v_{th,e}^{*2}}{\omega^2}} = 0 \quad (3.39)$$

où  $\omega_{pi} = \sqrt{\frac{n_0 e^2}{m_i \epsilon_0}}$  est la fréquence plasma ionique, c'est à dire la fréquence très lente (comparativement aux fréquences électroniques) des oscillations de charge d'espace ioniques. La relation 3.39 nous donne deux branches de dispersion : à haute fréquence les ondes de Langmuir électroniques étudiées précédemment et à basse fréquence *l'onde acoustique ionique* qui s'écrit :

$$\omega = \frac{k c_{s,i}}{1 + k^2 \lambda_D^2} \quad (3.40)$$

avec  $c_{s,i} = \sqrt{k_B T_e / m_i}$  la vitesse acoustique ionique<sup>37</sup>, qui est la vitesse de phase caractéristique des ondes de pression dans le plasma et donc l'analogie de la vitesse acoustique pour les ondes sonores. Pour les grandes longueurs d'onde on a tout simplement  $\omega = k c_{s,i}$  : l'onde n'est pas dispersive et se propage "telle quelle" dans le plasma (à ceci près qu'elle est amortie très rapidement par les collisions), pour les faibles longueurs d'onde elle devient stationnaire avec une fréquence proche de  $\omega_{pi}$ . Notons qu'on pourrait s'attendre à un fort amortissement Landau de ces ondes du fait que de nombreux électrons ont une vitesse de l'ordre de la vitesse acoustique ionique. Il n'en est rien puisque cet amortissement est en réalité - du point de vue linéaire - proportionnel à la pente de la fonction de distribution qui est négligeable pour les électrons à basse énergie<sup>38</sup>. Si on se souvient des arguments avancés pour le modèle du plasma d'électron isotherme dans la section 3.2 cela revient à traiter les phénomènes comme si lents que les électrons ne les ressentent que globalement, c'est à dire en tant que fluide, et s'ajustent comme un seul homme aux fluctuations.

Pour conclure cette partie donnons, pour fixer les idées, l'ordre de grandeur de la longueur de Debye et de la fréquence plasma électronique dans MISTRAL (voir tableau 1.1) :

$$\begin{aligned} \lambda_D &\simeq 0,47mm \\ \omega_{pe} &\simeq 1,87Ghz \end{aligned}$$

on voit que pour des longueurs de gradients et des longueurs d'onde<sup>39</sup> de l'ordre du cm et des fréquences de l'ordre du kHz on peut considérer le plasma comme homogène et adiabatique<sup>40</sup>.

### 3.3.3 Quasi-neutralité dans un plasma magnétisé :

La situation dans un plasma magnétisé est pour l'essentiel identique dans la direction parallèle, puisque les équations de conservation sont alors inchangées. Les choses peuvent par contre être très différentes dans la direction transverse à cause des effets de la magnétisation : comme auparavant la dynamique à prendre en compte est celle des

37. en réalité, si on tient compte de la vitesse thermique ionique, on a :  $c_{s,i} = \sqrt{k_B(T_e + T_i)/m_i}$

38. pour une distribution maxwellienne, la pente en  $v = c_{s,i}$  vaut :  $f'(x, c_{s,i}) = (-2n_e / \sqrt{\pi} v_{th,e}^{*2}) \sqrt{m_e/m_i} \simeq 0$

39. les nombres d'onde couramment mesurés sont essentiellement poloïdaux et ont pour longueur d'onde associée  $\lambda = 2\pi l r$ , avec  $l = 1$  ou  $2$  le nombre d'onde poloïdal

40. à condition de négliger les collisions électroniques, on reviendra plus loin sur ce point

électrons, qui forment l'espèce "neutralisante" du milieu à cause de leur grande mobilité. Mais cette fois les électrons sont magnétisés, c'est-à-dire qu'en plus de leur mouvement "thermique" il faut considérer leur mouvement cyclotronique, pour cela nous allons donc considérer le problème dans le plan  $(x, y)$ , avec  $z$  la direction du champ magnétique et considérer l'apparition d'une DDP en  $\vec{r} = (x, y) = \vec{0}$ . L'équation de la dynamique électronique donne alors à l'équilibre stationnaire ( $\partial_t = 0$ ) et dans le plan transverse à  $\vec{B}$  la relation entre  $\vec{E}_\perp$ ,  $\vec{V}_\perp$  et  $n_e$  (où on a conservé cette fois les termes inertiels qui traduisent l'effet de la polarisation) :

$$\begin{aligned} \vec{E}_\perp &= -\frac{m_e}{e} \left[ \vec{V}_{e,\perp} \cdot \vec{\nabla}_\perp \vec{V}_{e,\perp} + \omega_{ce} \vec{V}_{e,\perp} \times \vec{b} \right] - v_{th,e}^2 \vec{\nabla}_\perp (\ln(n_e)) \quad \text{soit :} \\ \vec{\nabla}_\perp \cdot \vec{E}_\perp &= -\frac{m_e}{e} \left[ \vec{\nabla}_\perp \cdot [\vec{V}_{e,\perp} \cdot \vec{\nabla}_\perp \vec{V}_{e,\perp}] + \omega_{ce} [\vec{\nabla}_\perp \times \vec{V}_{e,\perp}] \cdot \vec{b} \right] - \frac{k_B T_e}{e} \nabla_\perp^2 (\ln(n_e)) \end{aligned} \quad (3.41)$$

on constate qu'un terme lié au champ de vitesse apparaît dans l'expression de  $\vec{\nabla}_\perp \cdot \vec{E}_\perp$  : il traduit les effets électrostatiques et électromagnétiques dominants lorsque  $R_{Le}/L_\nabla \gtrsim 1$ , c'est à dire lorsque les effets de rayon de Larmor électronique fini sont prépondérants. On définit donc **une première limite macroscopique par** :  $r \gg R_{Le}$ , au delà de cette échelle on est dans *l'approximation basse-fréquence* définie dans la section 3.1.1 et le champ électrique peut être considéré comme électrostatique. Comme on le voit cela implique que le champ de vitesse fluide électronique soit irrotationnel et que les effets de la polarisation (matérialisés par le terme d'advection) soient négligeables. Dans cette limite la vitesse fluide électronique s'écrit à l'ordre 0 comme la somme de la dérive électrique et de la dérive diamagnétique qu'on définira plus loin. A l'ordre 1 en  $R_{Le}/L_\nabla$  il faut également compter avec la dérive de polarisation<sup>41</sup> et la correction due aux effets de rayon de Larmor fini<sup>42</sup>. Le terme de vitesses fluides dans 3.41 peut s'écrire pour  $r \gg R_{Le}$  :

$$\vec{\nabla}_\perp \cdot [\vec{V}_{e,\perp} \cdot \vec{\nabla}_\perp \vec{V}_{e,\perp}] + \omega_{ce} (\vec{\nabla}_\perp \times \vec{V}_{e,\perp}) \cdot \vec{b} = \frac{\omega_{ce} R_{Le}^2}{4B} \nabla_\perp^2 (\vec{\nabla}_\perp \cdot \vec{E}_\perp)$$

d'où la relation entre le potentiel et la densité électronique, où on a utilisé le fait que  $\vec{\nabla}_\perp \cdot \vec{E}_\perp = -\nabla_\perp^2 \phi$  :

$$\left( 1 + \frac{R_{Le}^2}{4} \nabla_\perp^2 \right) \nabla_\perp^2 \phi = \frac{k_B T_e}{e} \nabla_\perp^2 (\ln(n_e))$$

si on utilise la relation entre potentiel et densité dans la direction parallèle, tirée de 3.30 :

$$\nabla_\parallel^2 \phi = \frac{k_B T_e}{e} \nabla_\parallel^2 (\ln(n_e))$$

et l'équation de Poisson couplant le tout :

$$(\nabla_\parallel^2 + \nabla_\perp^2) \phi = \frac{en_0}{\epsilon_0} \left( \frac{n_e}{n_0} - 1 \right)$$

---

41. déjà définie dans la description particulière et qui s'exprime de la même façon dans le modèle fluide, à ceci près que la dérivée temporelle de  $\vec{E}$  est remplacée par la dérivée lagrangienne totale

42. cette correction est contenue en réalité dans le tenseur des contraintes gyro-visqueux que nous avons volontairement omis de mentionner par souci de simplicité. On peut également la retrouver en calculant le moment d'ordre 1 de l'équation gyrocinétique de la dynamique

on peut alors, en considérant des distances suffisamment grandes pour que  $\phi - \phi_p \ll k_B T_e / e$ , écrire de la même façon que dans le cas non-magnétisé l'équation différentielle donnant les variations spatiales de  $\delta n_e$  :

$$\frac{\delta n_e}{n_0} = \lambda_D^2 \nabla_{\parallel}^2 \frac{\delta n_e}{n_0} + \left( \lambda_D^2 + \frac{R_{Le}^2}{4} \right) \nabla_{\perp}^2 \frac{\delta n_e}{n_0} + \frac{\lambda_D^2 R_{Le}^2}{4} \nabla_{\perp}^2 \nabla_{\parallel}^2 \frac{\delta n_e}{n_0} \quad (3.42)$$

si on néglige le dernier terme d'ordre  $\lambda_D^2 R_{Le}^2 / L_{\nabla}^4$  on obtient comme auparavant une décroissance exponentielle dans la direction parallèle avec une longueur de décroissance égale à  $\lambda_D$ . Dans la direction transverse on a la même tendance mais cette fois avec une longueur de décroissance, qu'on appellera **longueur de Debye magnétique**, notée  $\lambda_{Dm}$ , donnée par :

$$\lambda_{Dm} = \sqrt{\lambda_D^2 + \frac{R_{Le}^2}{4}}$$

on en déduit que dans un plasma très magnétisé ( $\lambda_D \ll R_{Le}$ ) "l'épaisseur de gaine" transverse est égale à la longueur de Debye tandis que dans le cas contraire elle est uniquement déterminée par le rayon de Larmor électronique puisqu'on a :  $\lambda_{Dm} = R_{Le}/2$ . Dans tous les cas on peut considérer la quasi-neutralité comme respectée dès lors que  $r \gg R_{Le}, \lambda_D$ .

### 3.3.4 Ondes dans les plasmas magnétisés :

Sans entrer dans les détails signalons que la relation de dispersion des oscillations de charges d'espace dans un plasma magnétisé est très différente du cas  $\vec{B} = \vec{0}$  puisque l'anisotropie introduite va donner lieu à une "ramification" des branches de dispersions obtenues dans le cas isotrope. La figure 3.3 donne une vue d'ensemble (très simplifiée) des modes propres du plasma magnétisé homogène obtenus à partir du modèle fluide : ces ondes sont bien sûr naturellement stables en l'absence de source d'énergie libre : elles ne peuvent être excitées naturellement dans un plasma homogène (il leur faut généralement une source extérieure, telle qu'une antenne émettrice). On observe en particulier que dans la direction transverse la nouvelle fréquence caractéristique des oscillations de gaines électroniques est donnée par l'expression de la fréquence hybride haute :

$$\omega_{UH} = \sqrt{\Omega_{ce}^2 + \Omega_{pe}^2}$$

de la même manière que la fréquence plasma électronique dans le cas  $\vec{B} = \vec{0}$  elle définit la limite de validité en fréquence de la relation de quasi-neutralité : celui-ci peut être considéré comme quasi-neutre dès lors que  $\omega \ll \omega_{UH}$ .

Nous verrons que dans le cas du plasma inhomogène la présence d'une source d'énergie libre - gradient de pression ou dans le cas qui nous intéresse potentiel électrique - peut conduire à l'excitation d'ondes particulières à cette configuration. Ces ondes instables peuvent alors se coupler non-linéairement aux modes "naturels" du plasma, provoquant éventuellement un chauffage non-collisionnel lorsque des particules "résonantes" (c'est à dire ayant une vitesse microscopique de l'ordre de la vitesse de phase de l'onde) sont

### 3.3. DYNAMIQUE ÉLECTRONIQUE DANS LES PLASMA : QUASI-NEUTRALITÉ ET ONDES PROPRES

présentes : c'est un des moyens de saturation des instabilités, l'autre étant le transport convectif ou turbulent dans un plasma fini qui permet une "relaxation" de l'énergie libre. Dans le cas du plasma inhomogène il faut compter aussi avec le problème de la conversion de modes au voisinage des résonances, puisqu'alors les branches de dispersion ne peuvent plus être considérées isolément.

Etant donné que les fréquences instables dans la machine MISTRAL sont dans la

Summary of elementary plasma waves

EM character	oscillating species	conditions	dispersion relation	name
electrostatic	electrons	$\vec{B}_0 = 0$ or $\vec{k} \parallel \vec{B}_0$	$\omega^2 = \omega_p^2 + (3/2)k^2 v_{th}^2$	plasma oscillation (or Langmuir wave)
		$\vec{k} \perp \vec{B}_0$	$\omega^2 = \omega_p^2 + \omega_c^2 = \omega_h^2$	upper hybrid oscillation
	ions	$\vec{B}_0 = 0$ or $\vec{k} \parallel \vec{B}_0$	$\omega^2 = k^2 v_s^2 = k^2 \frac{\gamma_e K T_e + \gamma_i K T_i}{M}$	ion acoustic wave
		$\vec{k} \perp \vec{B}_0$ (nearly)	$\omega^2 = \Omega_c^2 + k^2 v_s^2$	electrostatic ion cyclotron wave
		$\vec{k} \perp \vec{B}_0$ (exactly)	$\omega^2 = \Omega_c \omega_c / (1 + (\Omega_e^2 / \omega_s^2))$	lower hybrid oscillation
electromagnetic	electrons	$\vec{B}_0 = 0$	$\omega^2 = \omega_p^2 + k^2 c^2$	light wave
		$\vec{k} \perp \vec{B}_0, \vec{E}_1 \parallel \vec{B}_0$	$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$	O wave
		$\vec{k} \perp \vec{B}_0, \vec{E}_1 \perp \vec{B}_0$	$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \frac{\omega^2 - \omega_p^2}{\omega^2 - \omega_h^2}$	X wave
		$\vec{k} \parallel \vec{B}_0$ (right circ. pol.)	$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2 / \omega^2}{1 - (\omega_c / \omega)}$	R wave (whistler mode)
		$\vec{k} \parallel \vec{B}_0$ (left circ. pol.)	$\frac{c^2 k^2}{\omega^2} = 1 - \frac{\omega_p^2 / \omega^2}{1 + (\omega_c / \omega)}$	L wave
	ions	$\vec{B}_0 = 0$		none
		$\vec{k} \parallel \vec{B}_0$	$\omega^2 = k^2 v_A^2$	Alfvén wave
		$\vec{k} \perp \vec{B}_0$	$\frac{\omega^2}{k^2} = c^2 \frac{v_s^2 + v_A^2}{c^2 + v_A^2}$	magnetosonic wave

$\Omega$  - wave frequency,  $k$  - wave number,  $c$  - speed of light,  $\omega_p$  - plasma frequency,  $\omega_i$  - ion plasma frequency,  $\omega_c$  - electron gyrofrequency,  $\Omega_c$  - ion gyrofrequency,  $\omega_h$  - upper hybrid frequency,  $v_s$  - plasma "sound" speed,  $v_A$  - plasma Alfvén speed

**Figure 3.3** – Référence : [Swanson03] Ondes naturelles du plasma magnétisé homogène dans le modèle fluide, pour les 2 cas  $k_{\perp} = 0$  et  $k_{\parallel} = 0$ . Dans les cas intermédiaires les branches de dispersion varient avec l'angle  $\theta = (\vec{b}, \vec{k})$  et on observe une conversion progressive des modes  $k_{\parallel} = 0$  vers les modes  $k_{\perp} = 0$ .

gamme des fréquences cyclotroniques ioniques c'est vers les ondes cyclotroniques ioniques (également baptisées *ondes de Bernstein ioniques*<sup>43</sup> [Bernstein58]) que nous tournerons particulièrement notre regard : elles ont la particularité d'être facilement excitées par conversion de mode<sup>44</sup> et échangent efficacement de l'énergie avec les ions du plasma

43. I. Bernstein est le premier à avoir publié une analyse cinétique de la relation de dispersion électrostatique du plasma chaud, dans le cas  $k_{\parallel} \rightarrow 0$

44. c'est d'ailleurs un des moyens de chauffage les plus prometteurs dans les machines de fusion

par un processus complexe dans lequel intervient l'amortissement Landau non-linéaire et la résonance cyclotonique ionique. A noter que comme on le verra plus loin la théorie cinétique donne une analyse beaucoup plus fine des propriétés dispersives du plasma : elle met en évidence que certains modes propres sont subdivisés en harmoniques, ce qui donne encore plus de résonances potentielles (la résonance est dans ce cas "propagée" aux modes harmoniques par conversion de mode). C'est en particulier le cas des ondes de Bernstein qui présentent un nombre fini d'harmoniques à des fréquences proches de  $n\Omega_{ci}$  ( $n \geq 1$ ) entre  $\omega = \Omega_{ci}$  et  $\omega = \omega_{LH}$  (la fréquence hybride basse). Leur observation dans certains plasmas atmosphériques est d'ailleurs étroitement corrélée à la présence d'un mécanisme de chauffage ionique dont on soupçonne que l'origine est liée à la présence de courants parallèles et de champs électriques transverses [Amatucci98].

### 3.3.5 Plasmas "non-neutres"

Pour conclure sur la dynamique électronique nous allons étudier le cas du plasma "non-neutre" en envisageant la situation pratique du plasma de MISTRAL où une population d'électrons primaires est injectée dans le milieu afin de provoquer l'ionisation nécessaire à la création du plasma. Par souci de simplicité nous nous limiterons au cas du plasma isotrope en régime stationnaire. Les équations de conservation pour les électrons du plasma (indice  $e$ ) et les électrons primaires (indice  $ep$ ) nous donnent :

$$\begin{aligned}\partial_x^2 \phi &= \frac{k_B T_e}{e} \partial_x^2 (\ln(n_e)) \\ &= \frac{k_B T_{ep}}{e} \partial_x^2 (\ln(n_{ep}))\end{aligned}$$

tandis que l'équation de Poisson s'écrit :

$$\partial_x^2 \phi = \frac{en_0}{\epsilon_0} \left( \frac{n_e + n_{ep}}{n_0} - 1 \right)$$

avec comme auparavant  $n_0$  la densité ionique constante à l'échelle temporelle de la dynamique électronique. On obtient dès lors dans la limite  $\phi \rightarrow \phi_p$  :

$$\frac{n_{e0} + n_{ep0}}{n_0} + \frac{\delta n_e + \delta n_{ep}}{n_0} = \lambda_D^2 \partial_x^2 \left( \frac{\delta n_e + \delta n_{ep}}{n_0} \right) \quad (3.43)$$

avec  $n_{e0}$  et  $n_{ep0}$  respectivement les densités des électrons secondaires et primaires pour  $|x| \rightarrow \infty$  et la nouvelle longueur de Debye donnée par l'expression :

$$\lambda_D = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{e^2 (n_{e0} T_e^{-1} + n_{ep0} T_{ep}^{-1})}} \quad (3.44)$$

la solution de 3.43 nous donne une relation analogue à 3.34 :

$$n_e + n_{ep} = n_0 + (n_g - n_0) e^{-\frac{|x-x_g|}{\lambda_D}}$$

avec le choix arbitraire  $x = x_g$  pour la position à l'entrée de la gaine et  $n_g = (n_e + n_{ep})(x_g)$  pour la densité à cet endroit. Pour  $|x - x_g| \gg \lambda_D$  on obtient la relation de quasi-neutralité (puisque  $n_0 = n_i$ ) :

$$n_e + n_{ep} = n_i \quad (3.45)$$

qui démontre au passage que la qualificatif de plasma "non-neutre" n'est pas approprié, puisqu'aucune charge d'espace ne peut se développer dans le plasma, malgré la présence d'électrons primaires. L'explication est la même qu'auparavant : la mobilité électronique (ici considérée infinie) est telle que toute charge d'espace potentielle est très rapidement annulée dans le plasma à une échelle grande devant  $\lambda_D$ . Comme on le verra dans le prochain chapitre, lorsqu'on injecte des charges dans le plasma celui-ci s'organise - essentiellement par l'intermédiaire du différentiel potentiel de bord / potentiel plasma - pour évacuer cet excès de charge et conserver sa neutralité.

### 3.4 Description à deux fluides :

La description à deux fluides des plasmas est historiquement la méthode traditionnelle pour décrire ces milieux puisqu'elle fut introduite initialement par Tonks et Langmuir [Tonks29]. Elle est fondée sur le concept que le plasma est un ensemble de particules non-corrélées en interaction [Krall73], cette interaction est matérialisée par des champs moyens (essentiellement le champ électrique) produits par l'ensemble des charges du système. Elle permet d'établir dans un premier temps les conditions d'équilibre du plasma, et d'étudier en perturbation les types d'instabilités de nature fluide susceptibles d'apparaître dans le milieu.

On décrit les deux fluides (ions d'indice  $i$  et électrons d'indice  $e$ ) à l'aide des équations de conservation de la masse et de la quantité de mouvement 3.25 et 3.26 pour les deux espèces, **en considérant uniquement des collisions avec un gaz neutre statique**<sup>45</sup> :

$$\partial_t n + \vec{\nabla}(n\vec{V}) = S_{ion} \quad (3.46)$$

$$(\partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla})\vec{V} = \Omega_c \vec{V} \times \vec{b} + \frac{q\vec{E}}{m} - \frac{\vec{\nabla}P}{nm} - \nu_{coll}\vec{V} \quad (3.47)$$

A noter qu'on a fait l'hypothèse implicite d'un plasma exempt de viscosité qu'elle soit collisionnelle ou due aux effets de rayon de Larmor fini. On considérera également par la suite les gaz d'ions et d'électrons respectivement adiabatiques et isothermes. La pression dans les équations fluides est donc tout simplement la pression cinétique définie par :

$$P = nk_B T \text{ et en prenant le gradient : } \vec{\nabla}P = \gamma_p k_B T \vec{\nabla}n$$

avec :  $\gamma_{pe} = 1$  et  $\gamma_{pi} = 5/3$  (3.48)

45. ce sont ces collisions qui dominent dans nos plasmas peu ionisés, cf section 4.3

On se place cette fois encore dans l'approximation électrostatique qui s'exprime par l'équation de Poisson donnée par 3.50 :

$$\vec{E} = -\vec{\nabla}\phi \quad (3.49)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\nabla^2 \phi = \frac{\rho_t}{\epsilon_0} = \frac{en_i - en_e - en_{ep}}{\epsilon_0} \quad (3.50)$$

Comme évoqué dans la section 3.3, à basse fréquence et pour des variations spatiales suffisamment grandes l'équation de Poisson est remplacée par la relation de quasi-neutralité  $n_e \simeq n_i$ .

Pour simplifier ces équations on va se placer dans le cadre d'un plasma cylindrique situé dans un champ magnétique stationnaire  $\vec{B}_0$  dirigé selon l'axe du cylindre qui présente à l'équilibre une symétrie axiale (en dehors des gaines situées aux extrémités du cylindre) et poloïdale. Les gradients de d'équilibre sont donc uniquement radiaux : gradient de densité dû à l'ionisation localisée dans un rayon  $R_{lim}$  ( rayon du limiteur à l'entrée de la colonne,  $R_{lim} = 4, 5$  cm) autour de l'axe du cylindre et gradient de potentiel dû à la DDP entre le plasma central qui peut se fixer à des valeurs négatives (notamment en collecteur axial flottant : voir section 5.2) et la paroi cylindrique à la masse.

Dans toute la suite on se place dans le cadre de l'*approximation basse fréquence* (variations lentes devant la vitesse thermique électronique) de la théorie adiabatique (champs constants à l'échelle du mouvement cyclotronique). Par ailleurs le terme  $(\vec{V}_\perp \cdot \vec{\nabla}_\perp) \vec{V}_\parallel$  sera omis, considérant que les vitesses parallèles sont fixées par les conditions aux limites axiales qui sont homogènes sur la section complète du plasma (voir section 5.2).

Dans cette introduction au modèle à deux fluides les effets inertiels seront négligés, ce qui est justifié pour la description du fluide électronique - nous avons constaté en effet que ces effets sont proportionnels au rapport  $\Omega_E/\omega_c$ <sup>46</sup> néglige pour les électrons de masse faible - mais pas pour celle du fluide ionique, dont nous approfondirons l'étude au prochain chapitre. On pourra donc considérer le terme de dérivée totale  $\partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \vec{V}$  comme une correction d'ordre 1 dans la direction transverse (ce qu'on vérifiera plus loin).

### 3.4.1 Dynamique non-collisionnelle à l'équilibre :

Dans un premier temps nous allons négliger les collisions, l'état stationnaire (dynamique d'ordre 0) nous donne alors les relations suivantes :

$$\text{dans la direction parallèle : } m\vec{V}_{\parallel,0} \cdot \vec{\nabla}_\parallel \vec{V}_{\parallel,0} = qE_\parallel - \frac{\nabla_\parallel P}{n} \quad (3.51)$$

$$\text{dans la direction transverse : } \vec{V}_{\perp,0} = \vec{V}_E + \vec{V}^* \quad (3.52)$$

$$\text{on définit la vitesse de dérive électrique : } \vec{V}_E = \frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2} \quad (3.53)$$

$$\text{et la vitesse de dérive diamagnétique : } \vec{V}^* = -\frac{\vec{\nabla}_\perp P \times \vec{B}}{qnB^2} \quad (3.54)$$

46. on le rappelle  $\Omega_E = E_r/rB$  est la vitesse angulaire de dérive électrique et  $\omega_c = eB/m$  la fréquence cyclotron

L'équation 3.51 montre que le fluide chargé est accéléré selon la direction de  $\vec{B}$  sous l'effet combiné de la force électrostatique et du gradient de pression. Il est intéressant de noter que le fluide d'électrons de masse négligeable nous donne l'équation de Boltzmann 3.36 établie plus haut qui traduit comme on l'a vu par le fait que les électrons se répartissent naturellement dans la direction parallèle de façon à empêcher l'apparition d'une DDP locale. Le fluide d'électrons est alors qualifié d'*adiabatique*<sup>47</sup> puisqu'il répond instantanément aux variations de potentiel dans le plasma, de façon à les annuler. C'est une caractéristique fondamentale des plasmas non-collisionnels qui empêche l'apparition de variations axiales de potentiel et impose donc la symétrie axiale des phénomènes statiques et dynamiques, et en particulier que les oscillations susceptibles d'apparaître soient du type "flûte" c'est à dire vérifient  $k_{\parallel} = 0$ .

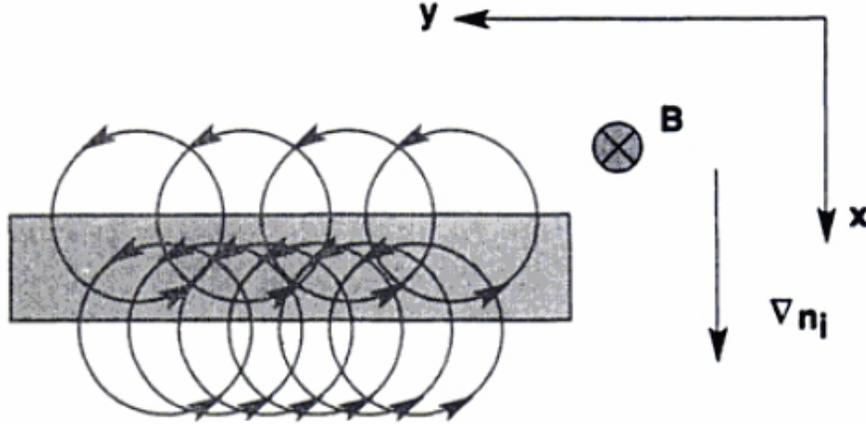
Il faut noter cependant que si la mobilité parallèle des électrons est limitée d'une quelconque façon (en particulier lorsque les collisions interviennent) la réponse des électrons peut s'écarter de la relation de Boltzmann, ce qui a des conséquences importantes sur la neutralisation dynamique des densités de charges dans le plasma : des instabilités avec  $k_{\parallel} \neq 0$  peuvent devenir instable quand les électrons ne peuvent pas neutraliser instantanément les fluctuations de potentiel, c'est le cas par exemple pour les ondes de dérive collisionnelles (CDW) [Horton99, Gravier99]. Cependant, dans le cadre de ce mémoire, on considérera que la relation de Boltzmann est quasiment vérifiée (un écart faible à l'adiabaticité sera traité du point de vue ondulatoire dans la section 7.3 pour étudier les ondes CDW) et donc que les phénomènes dynamiques du plasma présentent une relative symétrie axiale. Pour finir enfin sur la relation de Boltzmann, rappelons qu'elle suppose qu'on puisse négliger les termes d'inertie devant les termes de gradient dans l'équation de la dynamique, ce qui est justifié d'après les ordres de grandeur dans la limite  $V_{\parallel} \ll v_{th,e}$ .

### Dérives fluides :

Revenons sur les dérives transverses mises en évidence par l'équation 3.52, d'importance fondamentale pour l'étude du plasma. En effet la dérive électrique, comme on l'a noté dans la section 2.1, domine généralement le mouvement microscopique des charges et parfois même leur mouvement moyen quand un champ statique s'établit au sein du plasma : un champ radial va causer en particulier une rotation azimutale  $\vec{E}_0 \times \vec{B}$  du plasma. Il est important de se rappeler que cette dérive est indépendante de la masse et de la charge et qu'elle s'exerce donc de façon identique sur les ions et les électrons en l'absence de phénomènes parasites (effets inertiels, collisions ou variations locales du champ électrique à l'échelle du rayon de Larmor).

La dérive diamagnétique mise en évidence par les équations fluides est d'une nature tout à fait différente : en effet on ne peut pas la déduire du mouvement particulière dans un champ magnétique parce-qu'elle traduit l'asymétrie du mouvement cyclotronique des charges dans un plasma inhomogène comme illustré sur la figure 3.4. Si le courant net dû à la dérive électrique est nul puisqu'elle s'exerce de façon identique sur les ions et les électrons le courant diamagnétique ne l'est pas puisque la dérive dépend ici de la charge

47. expression malheureusement ambiguë mais qui est passée dans le langage courant des plasmiciens



**Figure 3.4** – Référence : [Goldston95] Origine de la dérive diamagnétique : dans la région ombrée même si les centres guides des trajectoires cyclotroniques sont stationnaires il y a plus de particules tournant vers la gauche que de particules tournant vers la droite puisque ceux-ci sont en nombre moindre dans la zone de faible densité. Cela donne naissance à un flux moyen de nature fluide qui génère un courant net appelé courant diamagnétique

électrique. On peut aisément le calculer :

$$\vec{V}^* = -\gamma_p k_B T \frac{\vec{\nabla}_\perp n \times \vec{B}}{qnB^2} \quad (3.55)$$

$$\vec{j}^* = (k_B T_e + \gamma k_B T_i) \frac{\vec{B} \times \nabla n_e}{nB^2} \quad (3.56)$$

S'il n'est pas associé à un mouvement réel des centre-guides, il reste néanmoins que le courant diamagnétique est un courant réel puisqu'associé à des vitesses fluides réelles. Une des propriétés fondamentales du flux diamagnétique est qu'il est incompressible en champ magnétique uniforme, en effet :

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} \cdot (n\vec{V}^*) &= -\frac{\gamma_p k_B T}{qB} \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} n \times \vec{b}) \\ &= -\frac{\gamma_p k_B T}{qB} (\vec{b} \cdot \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} n - \vec{\nabla} n \cdot \vec{\nabla} \times \vec{b}) = 0 \end{aligned}$$

Cette propriété a pour corolaire important que la dérive diamagnétique n'occasionne aucune advection sur les propriétés du fluide (densité, vitesse, flux de chaleur...)[Garcia05], on appelle ce principe *annulation diamagnétique*. On note que la vitesse diamagnétique est proportionnelle à la température des espèces considérées et qu'elle peut donc être négligée pour des ions froids.

On peut vérifier que le terme de dérivée totale des vitesses transverses  $\partial_t + \vec{V}_{\perp,0} \cdot \vec{\nabla}_\perp \vec{V}_0$  est bien d'ordre 1. Ce terme s'écrit (en considérant  $\partial_z = 0$ ) :

$$(\partial_t + \vec{V}_{\perp,0} \cdot \vec{\nabla}_\perp) \vec{V}_0 = (\partial_t + (\vec{V}_E + \vec{V}^*) \cdot \vec{\nabla}_\perp) (\vec{V}_E + \vec{V}^*)$$

Par un calcul complexe on peut démontrer qu'à l'ordre 1 la prise en compte des termes non-diagonaux du tenseur de pression cinétique du plasma ( tenseur des contraintes gyrovisqueux de Braginskii [Braginskii65]) compense exactement la dérivée temporelle totale de la vitesse de dérive diamagnétique [Hinton71]. En outre l'*annulation diamagnétique* entraîne la disparition du terme  $\vec{V}^* \cdot \vec{\nabla}_\perp$ . Ne subsiste alors que la dérivée totale de la dérive électrique qui s'écrit :

$$(\partial_t + \vec{V}_E \cdot \vec{\nabla}_\perp) \vec{V}_E = \left[ \partial_t + \vec{E}_\perp \times \frac{\vec{B}}{B^2} \cdot \vec{\nabla}_\perp \right] \left( \vec{E}_\perp \times \frac{\vec{B}}{B^2} \right) \quad (3.57)$$

Cette contribution se traduit par l'existence d'une dérive supplémentaire dite de polarisation, semblable par la forme à la dérive des particules dans un champ électrique variable :

$$\vec{V}_p = \frac{q}{|q|} \frac{1}{\omega_c B} (\partial_t + \vec{V}_E \cdot \vec{\nabla}_\perp) \vec{E} \quad (3.58)$$

La dérive électrique étant perpendiculaire au gradient de potentiel d'équilibre, ce terme n'apporte qu'une correction d'ordre 1 tant que  $V_p/V_E \ll 1$ . L'ordre de grandeur de ce rapport étant  $\omega/\Omega_{ci}$  on peut donc négliger à l'ordre 0 la dérive de polarisation si  $\omega \ll \Omega_{ci}$ , cette hypothèse est appelée *approximation d'onde de dérive*. Remarquons que la dérive de polarisation est toujours négligeable pour les électrons de masse faible mais peut jouer un rôle important pour la dynamique des ions à cause de la divergence non-nulle du courant associé qui peut provoquer l'apparition de densités de charges. Dans notre étude en perturbation de l'équilibre (chapitre 6) nous verrons qu'elle contribue significativement à la réponse ionique face à une fluctuation de potentiel, influençant par là la relation de dispersion des ondes instables dans le milieu. Par ailleurs des études numériques [Naulin08] montrent qu'elle fixe en particulier l'évolution temporelle de la vortacité ( $\nabla \times \vec{V}$ ) du champ de vitesse dans un profil cisailé.

### 3.4.2 Plasmas collisionnels :

Nous avons ignoré jusque-là l'existence de processus collisionnels dans notre description fluide du plasma. Or nous verrons que dans notre situation expérimentale standard, l'ordre de grandeur des fréquences de collisions ions-neutres (collisions dominantes dans un plasma faiblement ionisé) peut atteindre une fraction parfois non-négligeable de la fréquence cyclotronique ionique, influençant par là significativement la dynamique des espèces du plasma. Par ailleurs les collisions sont à l'origine de deux phénomènes de transport importants : la diffusion dans un gradient de densité et la mobilité dans un gradient de potentiel.

Nous avons vu que dans un plasma non-collisionnel aucun transport moyen n'est théoriquement possible à l'équilibre dans la direction transverse au champ magnétique. L'idée du confinement magnétique reposait d'ailleurs sur l'hypothèse que le transport transverse dans un plasma magnétisé pouvait être estimé par le faible transport *classique* (dû uniquement aux collisions) prévu théoriquement en champ magnétique intense pour des particules très peu collisionnelles à haute énergie. Il s'avère qu'en réalité un transport

*anormal* se manifeste, étroitement corrélé à la présence d'un spectre intense de fluctuations qui permet de soupçonner que des ondes instables sont responsables de la diffusion excessive observée. Avant d'envisager l'idée d'un transport de nature ondulatoire, que nous tâcherons d'analyser du point de vue expérimental et théorique dans les prochains chapitres, il est important d'estimer d'abord les phénomènes collisionnels responsables des flux diffusifs dans le plasma.

On va définir les coefficients de *diffusion* et de *mobilité* en considérant d'abord l'équation fluide du mouvement **sans champ magnétique** mais avec collisions :

$$(\partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = \frac{q\vec{E}}{m} - \frac{\vec{\nabla}P}{nm} - \nu_{coll} \vec{V} \quad (3.59)$$

Si on considère cette fois encore un état stationnaire (ordre 0) et des collisions suffisamment fréquentes pour que le temps caractéristique de convection soit grand devant le temps de collision, on aboutit à :

$$\vec{\Gamma} = n\vec{V} = \frac{q}{|q|} n\mu\vec{E} - D\vec{\nabla}n \quad (3.60)$$

$$\text{mobilité : } \mu = \frac{|q|}{m\nu_{coll}} \quad \text{diffusion : } D = \frac{\gamma_p k_B T}{m\nu_{coll}} \quad (3.61)$$

On observe que la *diffusion* et la *mobilité* des électrons est largement supérieure à celle des ions du fait du rapport des masses. Cependant, dans un plasma quasi-neutre, la nécessité d'une diffusion ambipolaire des ions et des électrons va fixer le champ électrique ressenti par les espèces du plasma et aboutir à un flux ambipolaire caractérisé par :

$$\vec{\Gamma}_e = \vec{\Gamma}_i = D_a \vec{\nabla}n \quad (3.62)$$

$$\text{diffusion ambipolaire : } D_a = \frac{\mu_e D_i + \mu_i D_e}{\mu_e + \mu_i} \approx D_i \left(1 + \frac{T_e}{\gamma T_i}\right) \quad (3.63)$$

En présence d'un champ magnétique, la diffusion et la mobilité sont fortement réduites dans les directions transverses au champ du fait du confinement des particules sur les lignes de champ ( la diffusion et la mobilité parallèle sont par contre inchangées). On réécrit l'équation fluide du mouvement transverse avec champ magnétique et collisions :

$$(\partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V}_\perp = \frac{q}{m} (\vec{E}_\perp + \vec{V}_\perp \times \vec{B}) - \frac{k_B T}{nm} \vec{\nabla}_\perp n - \nu_{coll} \vec{V}_\perp$$

A l'état stationnaire et pour une convection faible on obtient le flux transverse en champ magnétique :

$$\vec{\Gamma}_\perp = n\vec{V}_\perp = \frac{q}{|q|} n\mu_\perp \vec{E}_\perp - D_\perp \vec{\nabla}_\perp n + \frac{\vec{V}_E + \vec{V}^*}{1 + (\nu_{coll}/\omega_c)^2} \quad (3.64)$$

$$\text{mobilité transverse : } \mu_\perp = \frac{\mu}{1 + (\omega_c/\nu_{coll})^2} \quad (3.65)$$

$$\text{diffusion transverse : } D_\perp = \frac{D}{1 + (\omega_c/\nu_{coll})^2} \quad (3.66)$$

Cette situation a plusieurs conséquences importantes :

1. La diffusion transverse "classique" (due aux collisions) obéit, dans la limite  $\omega_c/\nu_{coll} \gg 1$ , à une loi en  $1/B^2$  :

$$D_{\perp} \sim \frac{m\gamma_p k_B T \nu_{coll}}{e^2 B^2}$$

on peut l'évaluer dans les conditions de MISTRAL pour  $P_0 = 10^{-4}$  mbar :  $D_{\perp,i} \approx 5.10^{-5}/B^2$  et  $D_{\perp,e} \approx 7.10^{-7}/B^2$ , la diffusion transverse des ions domine donc largement celle des électrons<sup>48</sup>.

2. La quasi-neutralité se traduit cette fois sur une condition de non-divergence du flux total :  $\vec{\nabla} \cdot \vec{\Gamma}_i = \vec{\nabla} \cdot \vec{\Gamma}_e$ . Même si la diffusion totale doit être ambipolaire, la diffusion transverse peut ne pas l'être si les conditions parallèles permettent à l'une des espèces de s'échapper plus vite que l'autre. C'est le cas par exemple dans l'expérience du court-circuit de Simon [Simon55] où un plasma cylindrique est collecté par des plaques conductrices : les électrons s'échappent axialement et les ions radialement. C'est précisément l'inverse qui se produit dans notre configuration expérimentale collecteurs flottants comme on le verra : la fuite des électrons ne peut se faire que dans la direction transverse.
3. En notant  $\bar{\nu}_{coll} = \nu_{coll}/\omega_c$  on voit que les dérivées transverses de la théorie non-collisionnelle sont modifiées par un facteur  $1/(1+\bar{\nu}_{coll}^2)$  négligeable pour les électrons mais qui peut significativement réduire la dérive ionique lorsque la fréquence de collision approche la fréquence cyclotron ionique. Cet effet peut en particulier se traduire par l'apparition d'une instabilité du type Simon-Hoh [Simon63, Hoh63] provoquée par une différence des vitesses de dérive électroniques et ioniques, que l'on évoquera au chapitre 7.

Remarquons enfin que l'effet des collisions électroniques induit une correction à la relation de Boltzmann puisqu'on a alors :

$$\frac{\vec{\nabla}_{\parallel} n}{n} = -\frac{k_B T_e}{m_e} \vec{E}_{\parallel} - \frac{\vec{V}_{\parallel e}}{D_e}$$

cette correction est d'ordre 1 si  $V_{\parallel e} \ll D_e$ <sup>49</sup> et le fluide d'électrons est alors qualifié de *quasi-adiabatique*. Dans un plasma comme celui de MISTRAL où la collisionnalité électronique est très grande relativement aux fréquences et vitesses fluides caractéristique<sup>50</sup> on peut donc adopter l'approximation *quasi-adiabatique* pour étudier l'équilibre des électrons.

48. ce qui est logique si on considère la diffusion transverse comme une marche aléatoire de pas  $R_L$  puisque  $R_{L,i} \gg R_{L,e}$

49. ou  $\omega \ll k_{\parallel}^2 D_e$  si on considère la situation du point de vue ondulatoire

50. on a  $aD_e \simeq 1,6.10^7 m^2 s^{-1}$  à  $P = 2.10^{-4}$  mbar, pour des vitesses électroniques parallèles estimées à environ  $10^4$  m/s au maximum

### 3.5 Description à un fluide

Le modèle fluide le plus simple pour étudier les plasmas en champ magnétique est le modèle à un fluide qui considère les ions et les électrons comme formant un seul fluide chargé dont les propriétés physiques sont exprimées dans le référentiel du centre de masse des deux gaz. Les quantités macroscopiques décrivant ce fluide sont :

$$\begin{aligned}
 \text{densité massique : } \rho_m &= n_e m_e + n_i m_i \simeq n_i m_i \\
 \text{densité de charge : } \rho &= e(n_i - n_e) \\
 \text{Vitesse : } \vec{V} &= \frac{n_e m_e \vec{V}_e + n_i m_i \vec{V}_i}{\rho_m} \simeq \vec{V}_i + \frac{n_e m_e}{n_i m_i} \vec{V}_e \\
 \text{courant : } \vec{j} &= e(n_i \vec{V}_i - n_e \vec{V}_e) \\
 \text{pression : } \vec{P} &= \vec{P}_e + \vec{P}_i
 \end{aligned} \tag{3.67}$$

Le courant  $\vec{j}$  est le courant dû uniquement aux particules du plasma, il faut y ajouter le courant extérieur  $\vec{j}_{ext}$  s'il existe pour obtenir le courant total  $\vec{j}_t$  des équations de Maxwell. Il en va de même pour la densité de charge  $\rho$  qui est liée à la densité de charge totale  $\rho_t$  par :  $\rho_t = \rho + \rho_{ext}$ . Dans notre cas les courants et densités de charges extérieures sont liées à la présence d'électrons primaires :  $\rho_{ext} = \rho_{ep} = en_{ep}$  et  $\vec{j} = \vec{j}_{ep} = en_{ep} \vec{V}_{ep}$ .

L'intérêt de ce modèle est de situer l'étude du plasma à une échelle qui permette d'ignorer la dynamique particulière des électrons et les ions pour ne considérer que les effets en terme de champs et de courants. On va donc recourir à un certain nombre d'hypothèses, détaillées dans l'annexe B, pour aboutir aux équations de conservation respectives de la charge, du courant et de la quantité de mouvement pour le fluide chargé :

$$\partial_t \rho_m + \vec{\nabla} \cdot (\rho_m \vec{V}) = m_i S_{ion} \tag{3.68}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \tag{3.69}$$

$$\rho_m (\partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = \vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla} P - \rho_m \nu_{in} \vec{V} \tag{3.70}$$

complétées par la loi d'Ohm<sup>51</sup> qui s'écrit dans l'approximation dite de *dynamique de dérive*(DD)  $V_E \ll v_{the}$ <sup>52</sup> :

$$\vec{E}_\perp + \vec{V}_\perp \times \vec{B} = \frac{m_i}{e \rho_m} (\vec{j}_\perp \times \vec{B} - \vec{\nabla}_\perp P) \tag{3.71}$$

$$E_\parallel = \eta j_\parallel - \frac{m_i}{e \rho_m} \partial_\parallel P + \frac{m_e}{e} \nu_{en} V_\parallel \tag{3.72}$$

51. du nom du physicien allemand Georg Simon Ohm (1789-1854) qui publia pour la première fois la forme traditionnellement connue de la loi d'Ohm  $U = RI$  dans son ouvrage "Die galvanische Kette, mathematisch bearbeitet" (Le circuit galvanique étudié mathématiquement) en 1827.

52. qui est formellement une variante de l'approximation basse fréquence (ou approximation électrostatique) déjà évoquée :  $v_\varphi \ll v_{the}$

Pour finir signalons que cette fois encore les champs électriques et magnétiques dans le fluide chargé obéissent aux équations de Maxwell simplifiées :

$$\begin{aligned}\vec{\nabla} \cdot \vec{E} &= \frac{\rho_t}{\epsilon_0} \\ \vec{B} &\text{ constant et homogène}\end{aligned}$$

### 3.5.1 Dynamique à l'équilibre dans le modèle *dynamique de dérive*

La loi d'Ohm 3.71 combinée avec l'équation de la dynamique 3.70 nous permet de déterminer la vitesse transverse de la colonne de plasma :

$$\vec{V}_\perp = \frac{\vec{E}_\perp \times \vec{B}}{B^2} - \frac{m_i}{e} (d_t + \nu_{in}) \frac{\vec{V}_\perp \times \vec{B}}{B^2}$$

Cette situation est identique à celle du fluide d'ions dans la description à 2 fluides : à l'ordre 0 (équilibre stationnaire) et en l'absence de collisions on obtient :  $\vec{V}_\perp = \vec{V}_E$ . Les corrections sont liées à la dérive de polarisation  $\vec{V}_p = (1/\omega_{ci}B)d_t\vec{E}$ <sup>53</sup> et aux collisions qui vont donner lieu aux phénomènes de mobilité<sup>54</sup> et de freinage collisionnel évoqués dans la section 3.4.2, tous deux considérés d'ordre 1. En tenant compte de tous les termes la vitesse fluide transverse s'écrit donc<sup>55</sup> :

$$\begin{aligned}\vec{V}_\perp^{(0)} &= \vec{V}_E \\ \vec{V}_\perp^{(1)} &= \vec{V}_p + \frac{\bar{\nu}_{in}^2}{1 + \bar{\nu}_{in}^2} \vec{V}_E + \mu_{i\perp} \vec{E}_\perp\end{aligned}\quad (3.73)$$

Dans la direction parallèle la conservation de la quantité de mouvement nous donne cette fois une équation aux dérivées partielles liant la vitesse parallèle et la densité<sup>56</sup> :

$$(\partial_\parallel V_\parallel + \nu_{in})V_\parallel = -c_{si}^2 \frac{\partial_\parallel n_e}{n_e}\quad (3.74)$$

Cette équation nous donne une relation analytique entre la densité et la vitesse parallèle dans les deux cas limites :

$$\begin{aligned}\text{si } \nu_{in} \ll \partial_\parallel V_\parallel : n_e &= n_{e0} e^{-\frac{V_\parallel^2}{2c_{si}^2}} \\ \text{si } \partial_\parallel V_\parallel \ll \nu_{in} : n_e &= n_{e0} e^{-\frac{\nu_{in} \int_0^z V_\parallel dz}{c_{si}^2}}\end{aligned}$$

53. où  $d_t = \partial_t + \vec{V}_E \cdot \vec{\nabla}$  indique la dérivée Lagrangienne à l'ordre 0.

54. la diffusion ionique est négligeable devant la mobilité dans la limite ion froid  $T_i \ll T_e$ .

55. on rappelle que  $\bar{\nu}_{in} = \nu_{in}/\omega_{ci}$  et  $\mu_{i\perp} = (e/m_i\nu_{in})/(1 + 1/\bar{\nu}_{in}^2) \simeq \bar{\nu}_{in}/B$ .

56. on a utilisé le fait que  $\vec{V}_\perp \cdot \vec{\nabla}_\perp V_\parallel \simeq 0$ , l'expression de la pression cinétique  $P = n_e k_B T_e$  - avec  $T_e = cste$  - et celle de la vitesse acoustique ionique  $c_{si} \simeq \sqrt{k_B T_e / m_i}$ .

### 3.5.2 Courants à l'équilibre dans le modèle DD

Si on s'intéresse maintenant aux courants dans le modèle DD, on déduit des équations 3.73 et 3.70 :

$$\begin{aligned}\vec{j}_{\perp}^{(0)} &= \vec{j}^* \\ \vec{j}_{\perp}^{(1)} &= \vec{j}_{pol} + \vec{j}_p + \vec{j}_{pc} + \vec{j}_{Ec}\end{aligned}\quad (3.75)$$

où les différents courants ont pour expression :

$$\begin{aligned}\vec{j}^* &= -en_e \frac{k_B T_e}{en_e} \frac{\vec{\nabla} n_e \times \vec{B}}{B^2} \text{ le courant diamagnétique} \\ \vec{j}_{pol} &= en_e \frac{d_t \vec{E}_{\perp}}{\omega_{ci} B} \text{ le courant de polarisation} \\ \vec{j}_p &= en_e \frac{\vec{E}_{\perp}}{B} \frac{\bar{v}_{in}}{1 + \bar{v}_{in}^2} \text{ le courant de Pedersen} \\ \vec{j}_{pc} &= -en_e \frac{d_t \vec{V}_E}{\omega_{ci}} \frac{\bar{v}_{in}}{1 + \bar{v}_{in}^2} \text{ le courant de Polarisation collisionnel} \\ \vec{j}_{Ec} &= -en_e \vec{V}_E \frac{\bar{v}_{in}^2}{1 + \bar{v}_{in}^2} \text{ le courant de dérive électrique collisionnel}\end{aligned}$$

On en déduit que dans un plasma axi-symétrique le courant transverse à l'équilibre ( $d_t = 0$ ) est uniquement dû à la somme du courant diamagnétique et du courant de dérive électrique collisionnel dans la direction poloidale et au seul courant de Pedersen dans la direction radiale. Ce dernier est un courant ionique constant dans le temps qui décroît proportionnellement à  $n_e$  lorsque le rayon augmente, comme on le verra il ne permet pas de satisfaire à la conservation du courant dans le plasma en collecteurs axiaux flottants, qui exige un flux électronique radial égal au flux ionique axial collecté. Dans cette configuration on observe en effet un courant électronique (voir chapitre 6) présentant une oscillation azimutale qui suggère que le phénomène à l'origine du transport de charge radial est lié à la présence d'ondes instables dans le plasma, lié très certainement au courant de polarisation qui devient dominant lorsque  $\omega \sim \omega_{ci}$ .

Cependant comme on l'a déjà souligné, une description adéquate du plasma cylindrique en rotation exige la prise en compte des effets inertiels et notamment du freinage ionique analysé précédemment du point de vue particulière, qui sera l'objet du chapitre suivant.

## 3.6 Conclusion sur les différents modèles

Nous avons passé en revue dans ce chapitre les différents modèles permettant de décrire un plasma en champ magnétique, depuis la description cinétique qui permet la représentation la plus exacte de la physique des particules en interaction mais rend presque impossible une résolution analytique en présence d'inhomogénéités spatiales, jusqu'aux modèles fluides qui autorisent, moyennant un certain nombre d'hypothèses

(approximation basse fréquence, fluide d'ion adiabatique, fluide d'électrons isotherme, plasma quasi-neutre) sur les phénomènes étudiés, la mise en évidence du comportement du plasma à l'équilibre et en perturbation comme on le verra dans le chapitre 7.

Comme nous avons pu le constater le modèle à un fluide est équivalent au modèle à 2 fluides à ceci près qu'il remplace l'étude de la dynamique électronique par celle du courant électrique, ce qui peut se révéler avantageux pour décrire certains phénomènes. Ces deux descriptions seront privilégiées dans la suite de ce mémoire, puisqu'elles sont les seules à permettre une description analytique poussée et une comparaison avec les caractéristiques mesurables du plasma, avec une prédilection pour le modèle à 2 fluides lorsqu'il s'agira d'aborder l'étude linéaire des instabilités du plasma, afin de souligner l'importance de la dynamique relative des deux espèces dans l'apparition d'instabilités.

Les considérations sur la dynamique du plasma dont nous avons discuté dans ce chapitre sont tout à fait générales et ne prennent pas en compte le cas spécifique du plasma créé par ionisation en géométrie cylindrique, travaillé par les effets inertiels liés à la rotation en champs croisés. Ces points sont l'objet du chapitre suivant où nous verrons notamment l'importance du faisceau d'électrons primaires et de l'équilibre plasma source/plasma cible dans le bilan du courant et l'établissement du gradient de potentiel radial ainsi que l'influence de ce dernier sur la dynamique transverse ionique.



# Chapitre 4

## Dispositif expérimental

L'objet de ce chapitre est de décrire du point de vue technique le dispositif MISTRAL dans lequel les différents résultats de ce mémoire ont été obtenus. Suivra une présentation des différents diagnostics utilisés pour l'acquisition et l'enregistrement des données du plasma cylindrique créé dans la machine. Enfin nous fournissons au lecteur une vue d'ensemble des paramètres expérimentaux caractérisant nos expériences (tableau 1.1).

### 4.1 Le dispositif expérimental

(source : [Brault07])

Une introduction à la machine à plasma magnétisé de laboratoire MISTRAL est disponible section 1.3 du chapitre 1. Nous aborderons donc ici directement les aspects techniques du dispositif.

La machine est composée de deux chambres : une chambre source dans laquelle les électrons primaires ionisants sont générés et une partie droite dans laquelle les électrons ionisants produisent la colonne de magnétoplasma. Ces deux parties sont séparées par une grille très fine polarisable (78 % de transparence, fils de 18 microns), la séparatrice, dont le rôle est d'une part de découpler partiellement le plasma créé dans la chambre source de celui de la partie droite de la machine et d'autre part d'induire une sélection en énergie des électrons primaires injectés. La physique complexe de cette "grille d'injection" donnera lieu à une discussion section 5.2. Derrière cette grille, dont le diamètre est celui de la colonne (40 cm), on procède généralement à l'installation d'un diaphragme isolant - le limiteur, d'un diamètre de 9 cm dans toutes nos expériences - qui permet de réduire la section du plasma central et d'obtenir ainsi un gradient de densité relativement brutal entre le plasma en regard du limiteur et la zone à l'ombre du limiteur.

Le vide à l'intérieur de ces chambres est réalisé à l'aide d'une pompe primaire à palettes associée à une pompe secondaire à diffusion d'huile. Comme on peut le voir sur la figure 4.2, elles sont situées au niveau de la chambre source qui représente le volume le plus important de la machine. La pompe primaire a un débit de  $40 \text{ m}^3/\text{h}$  et génère un

vide dans l'enceinte de l'ordre de  $5 \cdot 10^{-2}$  mbar en quelques dizaines de minutes. La pompe secondaire est une pompe à diffusion d'huile (1200 l/mn, Diffstack Edwards) qui produit un vide résiduel de l'ordre de  $10^{-5} - 10^{-6}$  mbar à l'intérieur de l'enceinte. Un ensemble de trois jauges à vide permet de contrôler les différentes étapes de la mise sous vide. Le gaz de travail (de l'Argon pour l'ensemble des expériences présentées) est injecté au milieu de la chambre de la colonne magnétisée par une microfuite. La pression de travail ainsi régulée varie entre  $10^{-4}$  et  $10^{-3}$  mbar suivant les expériences. Ce pompage est réalisé de façon continue pendant la durée d'une expérience en même temps que le gaz de travail est injecté dans le cylindre magnétisé.

Les électrons primaires qui créent le plasma dans la colonne droite de la machine sont générés dans la chambre source. Celle-ci est composée de deux parties distinctes :

- une série de 32 filaments de tungstène de 15 cm de long et de 0,2 mm de diamètre, disposés en 2 cercles concentriques. Ils sont parcourus par un courant d'environ 5 A chacun, ce qui correspond à un courant total variant entre 110 et 130 A pour une tension aux extrémités des filaments proche de 18 V. Ils sont ainsi portés à une température dépassant 2000 K qui permet l'émission thermoélectronique (effet Richardson).
- une anode polarisable constituée d'une chemise métallique en tôle perforée en acier inoxydable épousant la forme de la chambre source et recouvrant la totalité de sa surface intérieure, sur laquelle sont fixés des aimants permanents en ferrite disposés de telle sorte que chaque aimant est en opposition de polarité magnétique avec ses plus proches voisins (disposition en damier). Cette configuration classique en multipole magnétique introduite dans les années 70 a donné son nom aux machines à plasma de ce type (plasmas multipolaires par extension). Ces aimants ont pour but d'augmenter le libre parcours moyen des électrons primaires produits dans cette partie de la machine en évitant qu'ils ne soient directement collectés par l'anode. Leur rebond dans les miroirs magnétiques multipolaires permet d'atteindre des longueurs d'ionisation de plusieurs centaines de mètres. Cela contribue à produire des plasmas de grand volume avec une excellente homogénéité spatiale.

L'application d'une polarisation entre l'anode et les filaments, permet d'accélérer les électrons produits pour leur donner l'énergie suffisante pour ioniser le gaz de travail. En pratique, la tension de décharge est voisine de 40 Volts pour un courant de décharge inférieur à 10 A. La densité électronique moyenne des plasmas obtenus dans MISTRAL est typiquement de l'ordre de  $10^{15} - 10^{17} m^{-3}$  dans la colonne magnétisée, selon la configuration expérimentale (pression de neutre, énergie et densité du courant du faisceau de primaires). Dans les conditions qui nous intéressent, le plasma cylindrique a une densité électronique proche de  $10^{15} m^{-3}$ .

Le plasma étudié dans ce mémoire se situe donc dans la chambre cylindrique entourée par le solénoïde (la "chambre cible" généralement appelée colonne de plasma). Celle-ci mesure 1,2 m de long pour un diamètre, on le rappelle de 40 cm. Durant nos expériences présentées au chapitre 6 nous avons procédé à l'insertion d'un cylindre métallique - relié

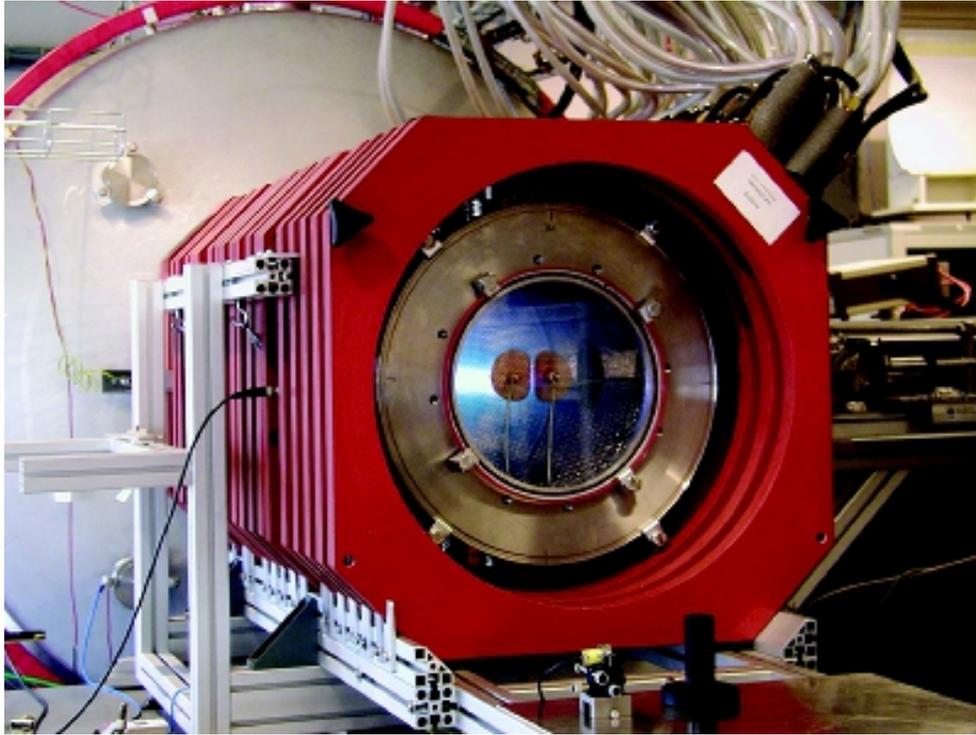


Figure 4.1 – Photographie de la machine MISTRAL. Au premier plan se trouve la partie droite de la machine avec le solénoïde, la chambre source avec les bobines de compensation (rouges) est visible au second plan.

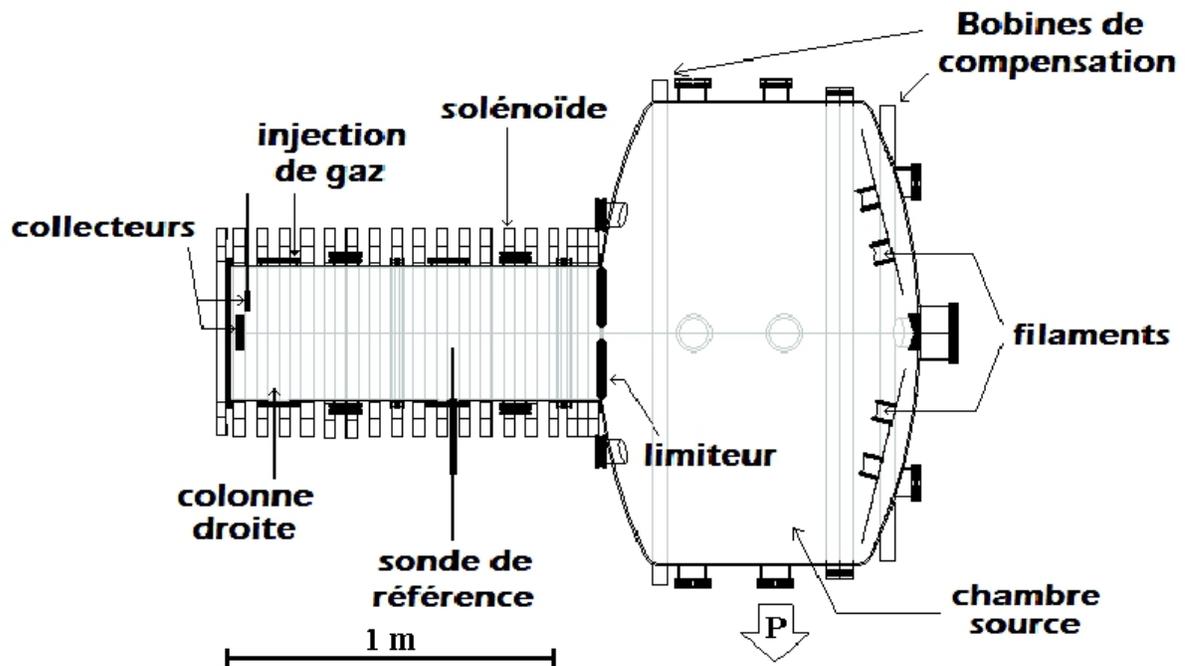


Figure 4.2 – Schéma de principe de la machine MISTRAL

à la masse<sup>1</sup> par une résistance faible - réduisant ce diamètre à 20 cm, de façon à pouvoir mesurer le courant radial s'échappant du plasma. Le champ magnétique essentiellement axial de la chambre cible confine sur l'axe du cylindre le plasma créé par les collisions ionisantes entre les électrons primaires et les atomes du gaz neutre. Ce champ magnétique est généré par un solénoïde court, constitué de 20 bobines régulièrement espacées sur une longueur de 1,6 mètre. Chacune est composée d'une spirale de 6 tours d'un tube de cuivre (diamètre 6mm int./8mm ext.) enrobée dans une résine polyuréthane. Ces bobines sont placées en série et connectées à une alimentation électrique de puissance pouvant délivrer 300 A sous 80 V. Cet ensemble permet de générer un champ magnétique relativement uniforme, dont l'intensité varie de 0 à 30 mT. Pour évacuer la chaleur créée par le passage du courant dans les conducteurs qui composent les bobines (20 kW), une circulation d'eau en circuit ouvert refroidit ce dernières. Il est à noter qu'à cause de la longueur finie du solénoïde, une divergence notable des lignes de champ (dont on évaluera l'effet plus loin) apparaît en bout de colonne, avec un rayon de courbure de l'ordre du mètre sur les 20 derniers centimètres.

Afin d'obtenir un plasma uniforme radialement, il convient d'éviter l'apparition de faisceaux d'électrons ionisants directement issus de chaque filament, qui suivraient les lignes du champ magnétique principal qui pénètre dans la chambre source. On obtiendrait sinon dans la colonne centrale l'image de chaque filament, ce qui diminuerait l'homogénéité : on parle alors de "plasma filamenteux". Pour remédier à ce problème, selon le principe original mis en oeuvre dans Mirabelle [Pierre87], deux bobines supplémentaires dites de "compensation" ont été ajoutées autour de la chambre source afin de créer un champ magnétique opposé au champ principal, ce qui permet de créer devant la cathode un "cusp" magnétique, c'est-à-dire une surface sur laquelle le champ magnétique axial s'annule. De cette façon, les électrons ionisants voient leurs trajectoires effectivement déviées vers les parois multipolaires de la chambre source qui ceignent ce cusp magnétique et il sont injectés avec des trajectoires aléatoires dans la colonne magnétisée. Le réglage précis des courants circulant dans les deux bobines de compensation permet d'obtenir dans les conditions voulues un plasma homogène sur un grand diamètre ( $r = 15$  cm pour une densité moitié de la densité sur l'axe).

Enfin un collecteur polarisable en bout de colonne, qu'on appellera "collecteur terminal", est utilisé pour extraire les charges du plasma. Il est formé soit d'une grille à maille large (3mm) soit d'un disque métallique épais suivant les expériences. Derrière ce collecteur la colonne est fermée par un hublot en verre transparent. La grille permet de créer une polarisation uniforme sur la section totale de la colonne tout en autorisant une imagerie axiale du plasma sur toute sa section, alors que le collecteur métallique de masse plus importante permet d'atteindre des régimes dans lesquels un fort courant de l'ordre de l'ampère est collecté pendant plusieurs dizaines de minutes. Ce type de configuration est en effet possible lorsqu'on polarise très positivement le collecteur terminal, qui "tire" alors un courant important du plasma source. Au cours de nos expériences nous nous

---

1. exceptionnellement ce cylindre peut-être polarisé pour induire un gradient radial de potentiel, cf 6.4.1

sommes limités à des situations où le courant extrait est faible (de l'ordre du courant de Bohm : quelques  $10^{-2}$  A), cf section 5.2) en nous plaçant soit dans la situation collecteur flottant, soit collecteur à la masse.

## 4.2 Diagnostics utilisés sur MISTRAL

Pour mesurer les différents paramètres du plasma, nous disposons de trois types de diagnostics : des sondes électrostatiques de Langmuir de diverse type d'une part qui permettent essentiellement des mesures sur les électrons, un diagnostic de détection micro-onde des fluctuations[Ajendouz08-1][Ajendouz08-2] et enfin plusieurs appareils de mesures optiques : spectromètres d'émission[Escarguel07], caméra ultra-rapide et intensifiée[Brault06][Brault07] et un diagnostic de fluorescence induite par laser (LIF)[Rebont10] qui fonctionnent tous grâce aux propriétés d'émission des ions du plasma. De tous ces dispositifs seules les sondes, la caméra intensifiée et la LIF ont été exploités durant notre campagne expérimentale.

Les sections suivantes décriront plus précisément chacun de ces trois diagnostics, en mettant en lumière leur principe de fonctionnement, leurs limitations et le type d'information que chacun est susceptible d'apporter sur le plasma étudié.

### 4.2.1 Les sondes électrostatiques

Il s'agit sans doute du plus ancien et pourtant certainement du plus répandu des moyens de diagnostics des plasmas. La désignation "sondes électrostatiques" regroupe les sondes de Langmuir, simples surfaces métalliques collectrices, ainsi que tous les systèmes dont le filtre en énergie utilise un champ électrostatique, selon le principe originellement proposé par I. Langmuir dans les années 1920.

Les sondes électrostatiques ont le grand avantage de permettre avec une grande simplicité une mesure directe et locale d'un grand nombre de paramètres du plasma : potentiel, température électronique, densité et dans une certaine mesure fonction de distribution des électrons. Les moyens techniques de mise en œuvre de ces mesures sont en outre simples et d'un coût peu élevé, d'où leur très large utilisation. Leur principal inconvénient, outre tous les phénomènes qui contribuent à parasiter la mesure, est leur caractère intrusif : en effet ils introduisent fatalement une inhomogénéité dans le plasma qu'elles mesurent, qu'on minimise en limitant au maximum la taille de la surface de collection, la DDP plasma/sonde et le courant extrait.

En règle générale durant notre étude le courant de sonde obtenu lors des mesures par sondes électrostatiques est envoyé au moyen d'un circuit isolé vers un oscilloscope, ce qui permet de le visualiser à divers échelles de temps : avec une polarisation lentement variable le courant moyen permet d'acquérir une caractéristique de sonde, avec une polarisation positive fixe (supérieure au potentiel plasma local) on mesure aux temps courts grossièrement les fluctuations de densité.

## Les sondes de Langmuir

La géométrie la plus usitée est de loin la géométrie cylindrique pour des raisons évidentes de simplicité de conception. Il suffit de glisser un fil de tungstène dans un isolant et de le faire dépasser de la longueur voulue pour fabriquer une sonde cylindrique. Parce-que leur surface de collection effective est très difficile à déterminer dans un plasma magnétisé il est impossible d'en tirer une mesure quantitative de la densités paramètres macroscopiques. L'utilisation d'une sonde plane, constituée d'une surface collectrice plate faisant face au champ magnétique est alors indispensable. Les surfaces de collection sont en tungstène pour limiter les effets de pulvérisation et d'émission secondaire et résister éventuellement à une élévation importante de température.

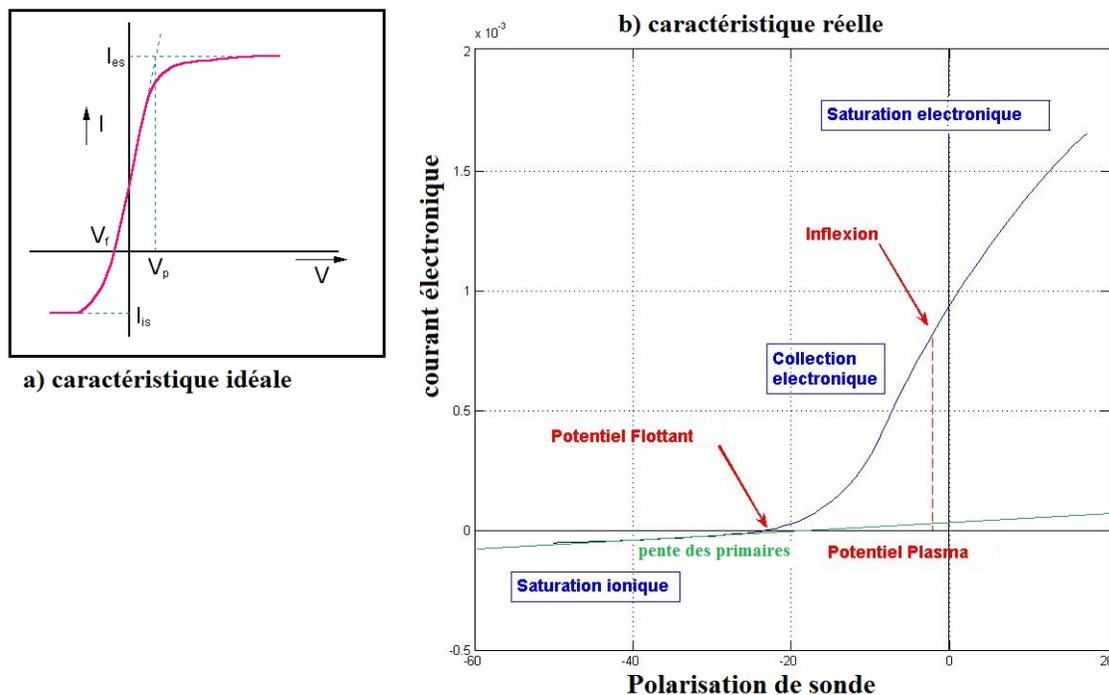


Figure 4.3 – Caractéristique de sonde de Langmuir : a) cas idéal, b) cas réel (expérimental).

Si le principe de la sonde de Langmuir est relativement simple, la théorie qui régit précisément le fonctionnement des sondes peut s'avérer très complexe. En effet, la présence de la sonde au sein du plasma perturbe celui-ci, modifiant les paramètres à mesurer. Par ailleurs les phénomènes de gaine apparaissent naturellement au voisinage des sondes qui modifient leur surface effective, en particulier lorsqu'un courant significatif est collecté ou lorsqu'un champ magnétique est présent. En fin la résistivité du plasma, lorsqu'il est très collisionnel, induit une déformation significative de la caractéristique de sonde. Dans toute la suite nous nous placerons dans la théorie prévalant pour les sondes de Langmuir non magnétisées, valable lorsque le rayon de la sonde est inférieur au rayon de Larmor ionique, ce qui est effectivement le cas dans cette étude. Nous considérerons également

le plasma comme peu collisionnel. Les principales hypothèses de la théorie classique des ondes de Langmuir sont les suivantes :

- la gaine est non-collisionnelle
- les électrons sont maxwelliens
- les dimensions de la sonde, support et partie collectrice, sont faibles par rapport aux libres parcours moyens
- les particules chargées arrivant sur la surface collectrice sont toutes neutralisées
- il n’y a pas d’émission secondaire

Ces hypothèses vérifiées, la température électronique  $T_e$ , les potentiels plasma  $\phi_p$  et flottant  $\phi_f$  ainsi que la densité électronique  $n_e$  peuvent être estimés à partir des courbes  $I_{sonde} = f(V_{sonde})$ , qu’on appelle caractéristiques de sonde (voir figure 4.3).

**Ⓟ Analyse d’une caractéristique de sonde**

**1. Saturation ionique**

Lorsque le potentiel de sonde est très négatif seul un courant ionique positif est collecté puisque tous les électrons sont repoussés par la DDP plasma/sonde. Dans ce cas la physique de la gaine devant la sonde va imposer à la vitesse ionique de satisfaire au critère de Bohm évoqué section 5.2 :  $V_i = c_{si} \simeq \sqrt{k_B T_e / m_i}$ . Le courant ionique collecté, appelé courant de saturation ionique ou courant de Bohm ne dépend pas du potentiel et vaut typiquement :  $j_{sat}^i \approx 0,5 n_e c_{si}$ . Dans des conditions expérimentales normales il permet une évaluation satisfaisante de la densité ionique.

**2. Potentiel flottant**

En augmentant le potentiel de sonde à partir de la saturation ionique on repousse de moins en moins les électrons du plasma. Lorsque la fraction (faible) d’électrons collectés est tout juste suffisante pour neutraliser le courant ionique on a  $I_{sonde} = 0$ . Le potentiel de sonde associé à cette situation s’appelle le potentiel flottant  $\phi_f$  : il correspond au potentiel auquel se place spontanément un objet isolé afin que l’égalité des courants ionique et électronique collectés soit respectée.

**3. Collection électronique exponentielle**

Au-delà du potentiel flottant on assiste à un filtrage en énergie des électrons : seuls les électrons de vitesse suffisante sont capables de franchir la DDP plasma/sonde pour atteindre la surface collectrice, ce qui se traduit par un courant électronique variant exponentiellement avec le potentiel de sonde :

$$j_e = j_{sat}^e \exp\left(\frac{e(V_{sonde} - \phi_p)}{k_B T_e}\right)$$

avec  $\phi_p$  le potentiel plasma et  $j_{sat}^e$  le courant de saturation électronique dont on discutera juste après. Si on retranche au courant total la contribution ionique - et celle des électrons primaires ionisants lorsqu’ils sont présents - un simple tracé en log de la caractéristique permet d’évaluer le température électronique  $T_e$ .

**4. Potentiel plasma**

La détermination du potentiel plasma est assez complexe : comme on l’a vu il s’agit du potentiel auquel se fixe naturellement le plasma pour limiter la fuite des espèces chargées. Si une surface collectrice est fixée à ce potentiel, il n’y a pas de DDP entre elle et le plasma et elle reçoit donc un flux statistique d’espèces chargées, essentiellement déterminée par le courant dû aux électrons puisque leur vitesse thermique dépasse

largement celle des ions. Expérimentalement cela se traduit par une transition entre le régime de collection exponentiel et le régime de saturation électronique lorsque le potentiel de sonde augmente. Cependant dans la pratique les sondes de Langmuir ont tendance à présenter un comportement complexe au stade de la saturation électronique, qui rend délicat la détermination univoque du point de transition. Il faut donc choisir un critère semi-empirique pour évaluer le potentiel plasma expérimental : nous avons choisi dans notre étude de le définir comme le point intermédiaire entre le maximum de la dérivée (point d'inflexion) et l'endroit où la courbe s'écarte de la collection exponentielle sur le tracé log, une incertitude de l'ordre du V entache donc tous les résultats. Si cette évaluation n'est pas absolue elle permet quand même à critère constant d'obtenir une tendance relativement fiable de l'évolution du potentiel avec la position et les conditions expérimentales.

### 5. Saturation électronique

Au delà du potentiel plasma on collecte théoriquement l'ensemble des électrons interceptant statistiquement la surface de collection, soit un courant électronique égal au courant de saturation :  $j_{sat}^e \approx -en_e \sqrt{\frac{k_B T_e}{2\pi m_e}}$ . Malheureusement on assiste généralement dans ce cas à une saturation qualifiée d'incomplète puisque la densité évaluée d'après  $j_{sat}^e$  à  $V_{sonde} = \phi_p$  ne représente qu'une fraction de la densité réelle : elle est affectée typiquement d'un facteur 1/3 voir inférieur si on la compare à la densité déduite de la saturation ionique. Cette saturation incomplète se manifeste également par le fait qu'on n'observe pas de plateau de courant pour  $V_{sonde} > \phi_p$  mais une simple diminution de la pente par rapport au régime de collection exponentiel. Il s'avère que la question de la saturation électronique des sondes de Langmuir est bien plus délicate que ce que prévoit l'analyse théorique classique : dans cette situation en effet il devient très vite hasardeux de considérer la sonde comme non perturbative puisqu'on affecte localement l'électroneutralité du milieu en prélevant un courant électronique substantiel, ce qui occasionne des effets de gaine significatifs. Lorsqu'il est impossible d'estimer la densité à l'aide du courant de saturation ionique il n'y a pas d'autre choix que d'utiliser tout de même, avec beaucoup de précautions, la valeur du courant de saturation électronique qui permet d'atteindre  $n_e$  connaissant  $T_e$  et  $\phi_p$ .

Comme on l'a évoqué une particularité essentielle des plasmas créés dans la machine MISTRAL est la présence du faisceau de primaires qui va parasiter la caractéristique du plasma secondaire dans la partie centrale où a lieu l'ionisation. Concrètement les primaires se manifestent sous la forme d'une caractéristique additionnelle qui se présente essentiellement sous la forme d'une courbe exponentielle quasi-droite d'expression :

$$j_{ep} = j_{sat}^{ep} \exp\left(\frac{e(V_{sonde} - V_{ep})}{k_B T_{ep}}\right) \simeq j_{sat}^{ep} \left(1 + \frac{e(V_{sonde} - V_{ep})}{k_B T_{ep}}\right)$$

sur une large gamme de tension de sonde. En mesurant cette pente aux polarisations très négatives on obtient une estimation de la densité de primaires  $n_{ep}$ , connaissant  $T_{ep}$ <sup>2</sup>.

2. on suppose que  $T_{ep} \approx V_{fil}$  la tension des filaments, cf section 5.1

La présence des électrons primaires énergétiques a cependant la fâcheuse conséquence d'empêcher l'observation de la saturation ionique, il faut dans cette situation se résoudre à estimer la densité électronique d'après le courant de saturation électronique. Afin de pallier à cet inconvénient nous avons au cours de nos expériences corrigé la valeur de la densité électronique estimée d'après  $j_{sat}^e$  dans la zone d'ionisation à l'aide de la densité estimée d'après  $j_{sat}^i$  à l'ombre du limiteur, puisque dans ce cas l'absence de primaire rend possible l'exploitation de la saturation ionique.

Durant nos expériences sur MISTRAL nous avons utilisé pour les mesures quantitatives une sonde plane polarisable placée sur un accès en translation selon  $r$  à mi-colonne. Un résultat obtenu à l'aide de la sonde plane radiale est représenté sur la figure 4.4. Cette courbe a été réalisée lors d'une des expériences présentées dans la chapitre 6. Dans cet exemple le potentiel flottant obtenu est de l'ordre de -8 V et le potentiel plasma est d'environ -4 V. Ces valeurs de potentiel ainsi que les autres grandeurs mesurées dépendent de la position radiale dans le plasma et un balayage selon  $r$  est donc nécessaire pour établir le profil des différentes grandeurs (densité électronique, température, taux de primaires, potentiel plasma).

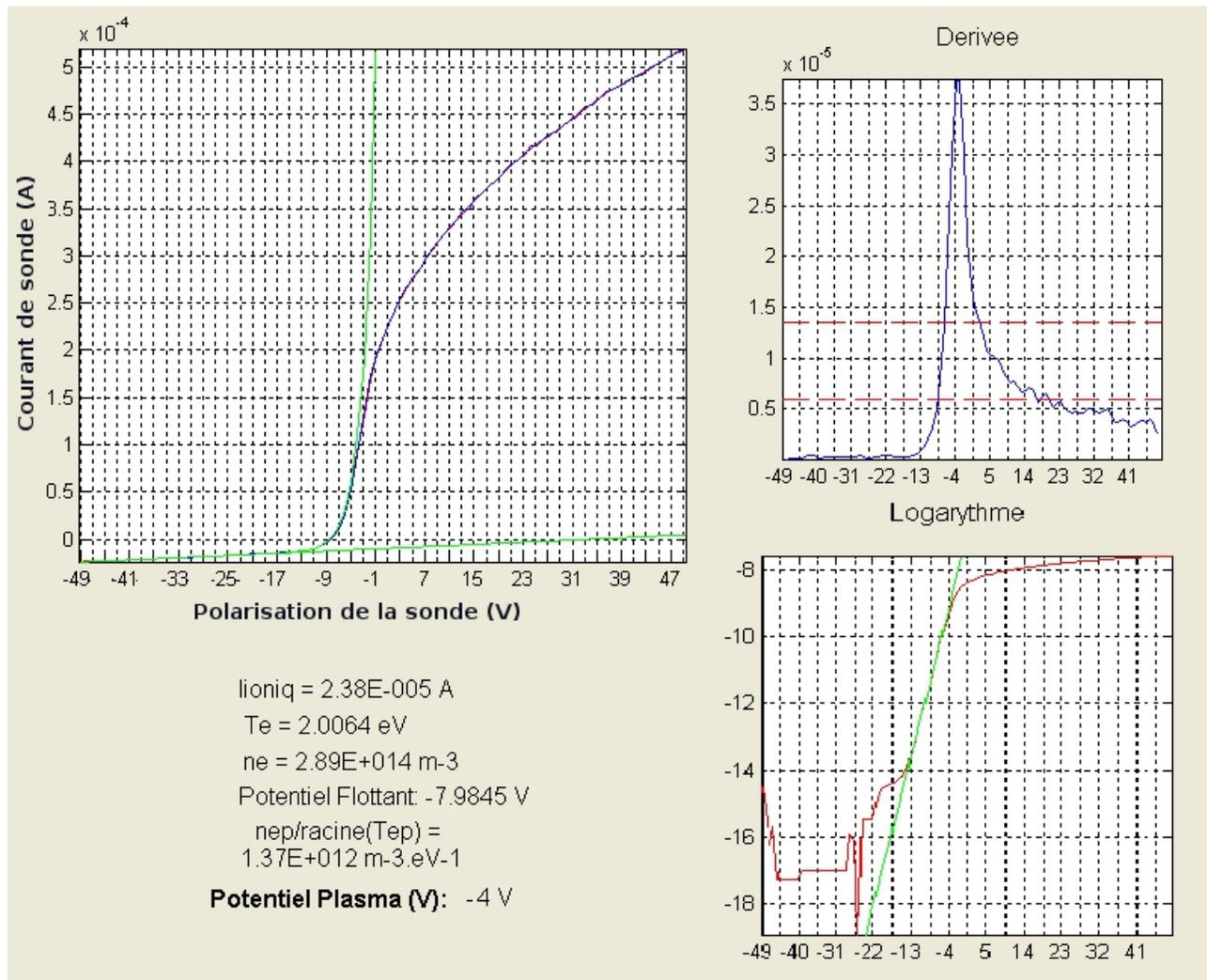
En plus de cette sonde qui fait office de référence plusieurs sondes cylindriques identiques mobiles selon  $r$ ,  $\theta$  et/ou  $z$ <sup>3</sup> (dispositif visible figure 4.5) sont disponibles qui permettent des mesures détaillées des fluctuations de densité et de potentiel flottant dans tout le plasma cylindrique. Comme nous le verrons au chapitre 6 nous pouvons dans une situation de modes réguliers utiliser une sonde fixe de référence qui déclenche l'acquisition au passage d'un pic de densité, ce qui permet en particulier d'évaluer le déphasage dans les trois directions.

### L'analyseur d'énergie

Afin d'obtenir avec une bonne exactitude la distribution en énergie des électrons du plasma, notamment en s'affranchissant du flux ionique qui masque la mesure des électrons énergétiques sur les sondes de Langmuir, nous avons utilisé un analyseur d'énergie à grille, aussi appelé "Reverse Field Analyzer" (RFA)[Stephanakis68]. Ce dispositif permet une discrimination des charges positives et négatives et une analyse directionnelle en énergie sur un principe analogue à celui des sondes de Langmuir, à savoir une sélection en vitesse à l'aide d'un freinage électrostatique réalisé par contre à l'aide d'une grille polarisable indépendante (dite "sélectrice") placée devant un collecteur plat. Afin de minimiser la perturbation du plasma une autre grille indépendante (dite "protectrice") est fixée à l'avant du RFA et polarisée à un potentiel proche du potentiel plasma local  $\phi_p$ . Dans la pratique on règle à priori ce potentiel en utilisant une mesure de référence pour  $\phi_p$  et on raffine le réglage en recherchant la caractéristique la plus proche possible de la courbe idéale. L'ensemble grilles et collecteur, tous parallèles, est entouré et fixé par une

---

3. avec un accès latéral en translation selon  $r$  pour les mesures radiales et un accès frontal monté sur un pivot pour les mesures polaires et axiales

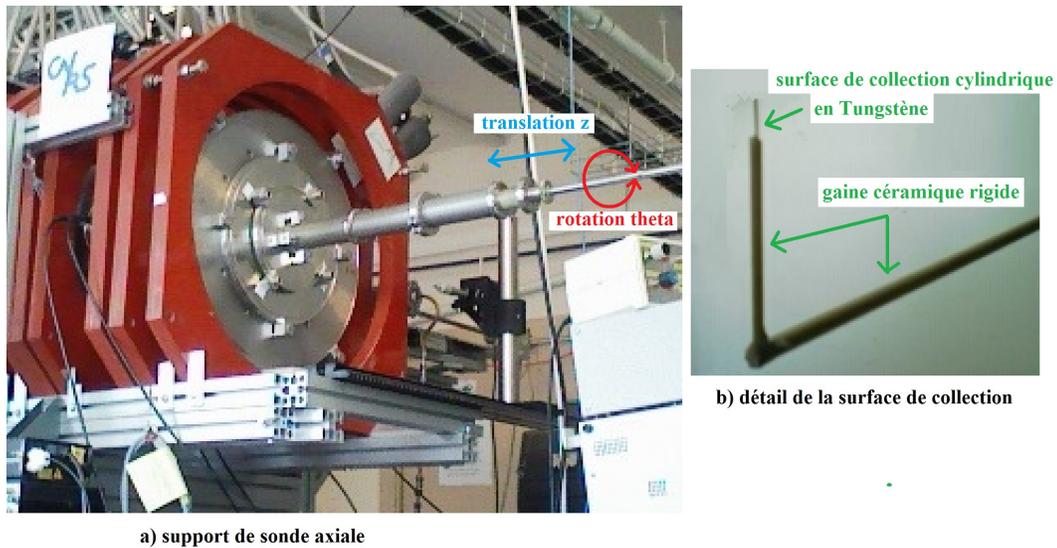


**Figure 4.4** – Caractéristique de sonde réalisée à l’aide d’une sonde plane mobile radialement à  $r = 4.5 \text{ cm}$  lors d’une des expériences du chapitre 6. La dérivée ainsi que l’écart à la courbe exponentielle permettent d’estimer le potentiel plasma et la courbe du logarithme la température électronique. On en déduit une estimation de la densité électronique.

armature isolante.

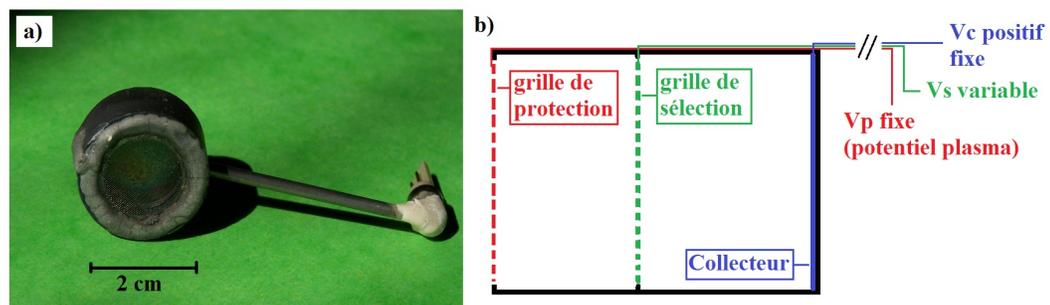
Ce type d’appareil n’est pas commercialisé et il a donc été réalisé au laboratoire, les contraintes de fabrication de ces dispositifs sont telles qu’on ne peut pas obtenir des analyseurs d’énergie à grille de taille inférieure au centimètre. La présence d’une telle sonde dans le plasma est donc nécessairement source de perturbation et on réserve son utilisation à des mesures qualitatives comme on le verra section 6.3.2. Par ailleurs, comme dans le cas des sondes planes, la directionnalité de la mesure impose qu’on les utilise uniquement dans le sens du champ magnétique sans quoi les dérives dûs aux champs croisés causeraient une déviation des faisceaux de particules transversalement à l’axe du capteur.

Ce type d’analyseur peut être théoriquement utilisé comme analyseur d’ions ou d’électrons selon le potentiel du collecteur (très inférieur au potentiel plasma : analyseur d’ions,



**Figure 4.5** – Sonde de Langmuir axiale : vue du dispositif. a) support de sonde permettant une translation en  $z$  et une rotation en  $\theta$ . b) détail de la surface de collection cylindrique.

proche ou supérieur au potentiel plasma : analyseur d'électrons). Cependant le grand rayon de Larmor des ions dans notre machine ne leur permet pas d'atteindre le collecteur sans rencontrer les parois isolantes et il est donc impossible de les détecter.



**Figure 4.6** – Analyseur d'énergie à grille (RFA). a) photo du dispositif conçu au PIIM. b) schéma de principe.

## 4.2.2 Diagnostics optiques

### La caméra intensifiée

(source : [Brault07])

Le type de caméra utilisé dans notre étude est une caméra intensifiée déclenchée (4QuickE, de Stanford Computer Optics) qui avait été acquise initialement par le laboratoire en vue de réaliser un programme d'imagerie de fluorescence induite par laser.

Cette caméra présente les caractéristiques suivantes :

- capteur CCD intensifié (0-1300V)
- vitesse d'enregistrement : 25 images/seconde
- temps d'exposition du capteur intensifié minimal : 1ns
- réponse spectrale de la photocathode : 300 nm à 600 nm
- résolution : 736x572 pixels
- déclenchement interne ou externe
- images codées sur 14 bits
- l'objectif est un zoom  $\times 5$  avec une distance de mise au point allant de 2 m à l'infini

Lors des enregistrements, elle est placée dans l'axe de la colonne de plasma de MISTRAL et réalise donc des images cumulées sur une ligne de visée axiale. La faible vitesse d'acquisition de cette caméra ne permet pas de faire des enregistrements vidéo des régimes instables d'une façon comparable à des dispositifs tels que la caméra ultra-rapide conçue au sein de l'équipe MISTRAL[Brault06][Brault07]. Néanmoins, elle dispose d'un détecteur intensifié, ce qui permet d'obtenir des images de régimes très peu lumineux.

Cette caméra n'a donc pas été utilisée pour faire des films à proprement parler mais des photographies du plasma à des instants précis. Pour cela, il a été nécessaire de mettre au point un protocole expérimental de déclenchement de la caméra en fonction des signaux enregistrés par une sonde de référence, c'est-à-dire de déclencher la caméra quand le signal de sonde présente une forme d'onde prédéfinie. A cette fin on utilise un oscilloscope moderne, en l'occurrence un modèle WaveSurfer de Lecroy qui dispose d'un mode de déclenchement évolué ou un oscilloscope Tektronix-5000. En visualisant le signal de sonde sur une ou deux voies de l'oscilloscope, nous pouvons envoyer un signal en sortie externe de niveau TTL pour déclencher l'acquisition uniquement quand des conditions précises sont réalisées. C'est généralement le niveau du signal (passage d'un pic de densité) qui conditionne la sortie du signal de déclenchement envoyé ensuite vers la caméra pour la synchroniser.

Dans le chapitre 6 on verra que dans le cas de modes réguliers, notre caméra intensifiée permet d'obtenir des images des phénomènes tournant autour de la colonne de plasma en utilisant un déclenchement à retard continûment variable. Pour cela, un générateur d'impulsions retardées est inséré dans le circuit de déclenchement des caméras. Ce générateur va ajouter un décalage temporel entre le signal TTL qu'il reçoit et celui qu'il va produire. De cette façon, en augmentant progressivement le décalage entre la détection d'un événement dans la trace et l'instant où la photographie est prise, il est possible de suivre l'évolution temporelle de la structure dans le plasma.

### **La fluorescence induite par laser (LIF)**

Terminons notre tour d'horizon expérimental par une présentation du dispositif de fluorescence induite par laser (LIF). Précisons d'abord que que la mise en place de la LIF

sur notre dispositif expérimental ainsi que les mesures présentées au chapitre 6 sont à mettre au crédit de Cyril Rebont et Nicolas Claire, chercheurs au laboratoire PIIM. Nous renvoyons donc le lecteur au manuscrit [Rebont10] pour les détails précis sur les aspects physiques de la LIF et la technique du procédé, résumée succinctement figure 4.7.

En bref la mesure par LIF permet théoriquement une reconstruction de la fonction de distribution ionique grâce à l'analyse du rayonnement émis par les ions du plasma à la suite d'une transition atomique vers un état méta-stable provoquée par un faisceau laser réglé à la fréquence exacte d'excitation voulue ( $3d^2G_{9/2} \rightarrow 4p^2F_{7/2}$  pour l'ion  $Ar^+$ , qu'on notera simplement  $1 \rightarrow 2$ ). Cette fréquence étant directement dépendante de l'effet Doppler dû à la vitesse de l'ion - au travers de la condition de résonance  $\omega_{trans} = \omega_{12} + \vec{k} \cdot \vec{v}_i$ <sup>4</sup> - on obtient par un balayage en fréquence autour  $\omega_{12}$ , un signal proportionnel à la population d'ions présentant dans la direction de mesure une vitesse donnée. Soulignons par ailleurs qu'il est nécessaire, afin d'obtenir un rapport signal sur bruit satisfaisant, de réaliser soit un balayage lent qui nous fournit uniquement une moyenne temporelle de la distribution, soit un balayage rapide synchronisé avec une sonde de référence<sup>5</sup> qui permet une mesure résolue en temps moyennant un cumul des mesures successives. Cette dernière utilisation n'étant bien sûr possible que dans le cadre de l'observation de modes réguliers.

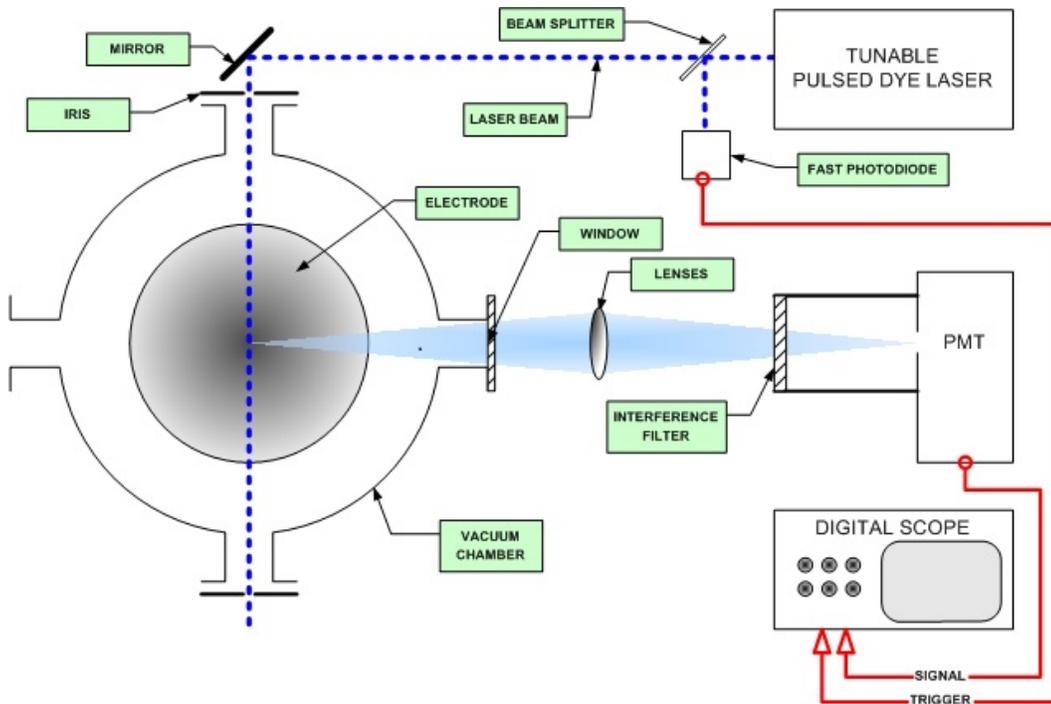


Figure 4.7 – Schéma de principe d'un dispositif de LIF.

4. avec  $\omega_{trans}$  la fréquence de transition décalée (= la fréquence de laser),  $\omega_{12}$  la fréquence de la transition  $1 \rightarrow 2$  à vitesse nulle,  $\vec{k}$  le vecteur d'onde de l'onde incidente et  $\vec{v}_i$  la vitesse de l'ion

5. qui déclenche la mesure au moment choisi par rapport au passage de la surdensité

En pratique la distribution ionique mesurée par LIF est entachée de plusieurs erreurs systématiques [Rebont10] :

- l’élargissement spectral (essentiellement l’effet Zeeman) qui provoque une surestimation de la largeur spectrale ( $\approx 15\%$  dans nos conditions) et donc de la température ionique.
- l’imprécision sur la direction de mesure causée par l’accès optique difficile : la mesure n’est jamais purement axiale, radiale ou azimutale. D’où une erreur possible sur la vitesse moyenne en particulier.
- la taille finie de l’échantillon optique (environ 8mm) qui provoque un moyennement spatial et directionnel (surtout à faible rayon).
- l’erreur due à la durée de la mesure (plusieurs minutes) qui la rend sensible à la dérive thermique de la machine, particulièrement en utilisation synchronisée puisque la fréquence du mode peut varier sensiblement.

Concrètement si ces mesures présentent un intérêt qualitatif certain, il nous faut cependant les traiter avec beaucoup de précaution puisque, comme l’a souligné leur auteur [Rebont10], des efforts expérimentaux restent à entreprendre pour améliorer leur fiabilité.

### 4.3 Paramètres du plasma de MISTRAL

Nous donnons ici l’ensemble des grandeurs caractérisant un plasma d’argon typiquement observé dans la machine MISTRAL : elles sont fournies par le tableau 1.1 donné à la section 1.3 du premier chapitre. Les valeurs relatives au champ magnétique sont directement déduites de la mesure du courant injecté dans le solénoïde<sup>6</sup> tandis que l’essentiel des paramètres macroscopiques du plasma - densité, température électronique, potentiel plasma et donc champ électrique - sont déduites des mesures par différents types de sondes de Langmuir. Selon la configuration expérimentale on mesure soit un champ radial quasi-nul, soit un champ centripète d’une centaine de V/m. La température ionique est quand à elle fournie par la fluorescence induite par laser qui permet d’en estimer l’ordre de grandeur : nous prendrons comme valeur de référence  $T_i \sim 0,1eV$ .

Partant des paramètres de plasma mesurés il est intéressant d’évaluer l’importance des dérives pour chacun des gaz de particules. Afin d’évaluer les dérives particulières on utilise pour les vitesses parallèles et perpendiculaires initiales les vitesses thermiques :  $v_{||0} = \sqrt{k_B T/m}$  et  $v_{\perp 0} = \sqrt{2k_B T/m}$ . Les ordres de grandeur des différentes dérives sont données par le tableau 4.1. On voit que c’est la dérive électrique et la dérive de polarisation qui dominent le mouvement des ions lorsque le champ électrique est présent, avec une légère correction due à la dérive diamagnétique. Pour les électrons les dérives électriques et diamagnétiques sont prépondérantes.

---

6. Le champ magnétique axial dans la colonne de plasma est généré par un solénoïde fini qui présente donc les défauts suivant : un faible gradient radial de champ magnétique entre le centre et le bord du cylindre et une fuite des lignes de champ aux extrémités (compensée à l’entrée par un bobinage additionnel) avec un grand rayon de courbure

Vitesse de dérive	Expression	Dérive dans MISTRAL (m/s)
Electrique	$\vec{V}_E = \frac{\vec{E}_r \times \vec{B}}{B^2}$	0 – 7.10 <sup>3</sup>
Polarisation	$\vec{V}_{pol} = \frac{q}{ q } \frac{1}{\omega_c B} \frac{d\vec{E}}{dt}$	ions : 0 – 2.10 <sup>3</sup> // électrons : 0 – 3.10 <sup>-2</sup>
Diamagnétique	$\vec{V}^* = -\gamma_p k_B T \frac{\vec{\nabla}_r n \times \vec{B}}{qnB^2}$	ions : 450 // électrons : 8.10 <sup>3</sup>
$\nabla^2 E$ poloïdal	$\vec{v}_{\nabla^2 E} = \frac{1}{4} R_L^2 \nabla^2 \frac{\vec{E}_r \times \vec{B}}{B^2}$	ions : 0 – 60 // électrons : 0 – 3.10 <sup>-2</sup>
$\nabla B$ radial	$\vec{v}_{\nabla B} = \frac{v_{\perp 0} R_L}{2} \frac{\vec{B} \times \vec{\nabla} B}{B^2}$	ions : 0,4 // électrons : 18
Miroir magnétique	$\frac{v_{\parallel f}}{v_{\parallel 0}} = \sqrt{1 + \frac{2\mu(B_0 - B_f)}{mv_{\parallel 0}}}$	accélération de 1 %
Courbure	$\vec{v}_{Rc} = \frac{m}{q} \frac{\vec{R}_c \times \vec{B}}{R_c^2 B^2} v_{\parallel 0}^2$	ions : 7 // électrons : 250

Table 4.1 – Estimation des dérives dans la colonne de plasma de MISTRAL

Terminons un point essentiel : la caractéristique principale des plasmas cylindriques réalisés dans le dispositif est la présence de gradients radiaux de densité - lié essentiellement à la présence du limiteur radial en entrée de colonne - et éventuellement de potentiel (selon la polarisation des collecteurs axiaux), tandis que par ailleurs le plasma présente une relativement bonne symétrie axiale, attestée par les mesures de sondes. Les profils moyens des grandeurs macroscopiques, mesurés durant nos expériences, sont visible section 6.1.2. Ils peuvent être grossièrement simulés par les profils analytiques suivants :

$$n_e = n_0 e^{-\frac{r^2}{L_n^2}} \quad (4.1)$$

$$\phi_p = \phi_{p0} - \frac{Kr^2}{2} \quad (4.2)$$

avec  $n_0 \sim 10^{15} m^{-3}$ ,  $L_n \simeq 7cm$ ,  $\phi_{p0} \simeq -4,5V$  et  $K \simeq -900V.m^{-2}$  pour un plasma standard en collecteurs axiaux flottants. Ces profils suivent la tendance :  $L_n \rightarrow 4,5cm$ ,  $\phi_{p0} \rightarrow 3V$  et  $K \rightarrow 0$  lorsque les collecteurs axiaux sont amenés à la masse.



# Chapitre 5

## Étude théorique de l'équilibre du magnéto-plasma de MISTRAL

Le plasma de MISTRAL a été conçu comme un plasma cylindrique droit présentant une forte inhomogénéité dans la direction radiale, confiné par un champ magnétique faible et relativement homogène<sup>1</sup>. Cette configuration héritée du dispositif MIRABELLE du LPMIA de Nancy a été pensée initialement pour étudier les instabilités d'interchange et de dérive diamagnétique à l'ombre d'un limiteur. Cependant, du fait qu'il est créé par un faisceau central d'électrons rapides non-neutralisés il est susceptible de subir également un champ électrique radial suffisamment important pour générer une dérive azimutale des espèces chargées<sup>2</sup>. La mesure de ce champ électrique donne des valeurs typiques d'une centaine de V/m qui, si on les combine à la valeur du champ magnétique de l'ordre d'une centaine de Gauss, nous permettent d'évaluer le rapport  $E/B$  (caractéristique des dérives électriques) à une valeur de l'ordre de  $10^4$  comparable à celles observées au bord de certaines machines de fusion actuelles.

L'équilibre complexe qui est en œuvre dans cette configuration de champs croisés est sujet à l'apparition d'instabilités propres à cette situation qui seront détaillées dans le chapitre 7. L'objet ici est d'analyser les effets de premier ordre dans le plasma et de mettre en lumière les contraintes qui provoqueront inévitablement l'excitation d'ondes instables qui comme on le verra sont nécessaires à l'évacuation de la charge d'espace dans le plasma.

### 5.1 Plasma créé par un faisceau d'électrons rapides :

Commençons par étudier les caractéristiques du faisceau de primaires ionisant, responsable du terme source d'ionisation dans la colonne de plasma. Comme démontré dans

---

1. si l'on excepte les faibles effets de courbure en bout de colonne

2. notons en passant que ce champ électrique n'est pas d'une nature simple puisque les propriétés d'injection et de collection jouent un grand rôle dans son établissement.

l'annexe A, ce terme domine largement le terme perte dû aux recombinaisons dans nos plasmas à faible densité électronique. C'est donc les pertes aux bords<sup>3</sup> qui fixent la densité électronique stationnaire à travers l'équation bilan flux/ionisation issue de l'équation de conservation de la matière :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{\Gamma} = S_{ion} \quad (5.1)$$

Le terme source d'ionisation est lié d'une part à la densité de neutre notée  $n_0$  auquel il est directement proportionnel et d'autre part aux caractéristiques cinétiques du faisceau de primaires par l'intermédiaire de l'intégrale donnant la fréquence de collisions ionisantes :

$$\begin{aligned} S_{ion} &= n_{ep} \nu_{ion} \text{ avec :} \\ \nu_{ion} &= \frac{n_0}{n_{ep}} \int_{-\infty}^{+\infty} f_{ep}(\vec{v}) \sigma_{ion}(v) d\vec{v} \end{aligned}$$

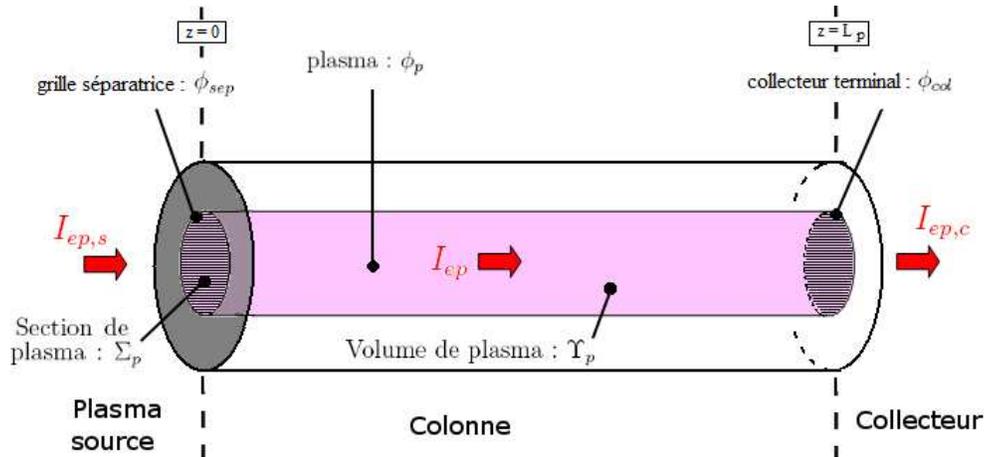
où  $\sigma_{ion}$  est la section efficace différentielle totale d'ionisation donnée dans l'annexe A.

Les électrons primaires sont produits par thermo-émission de filaments de Tungstène, accélérés et homogénéisés dans la chambre source avant d'être injectés parallèlement au champ magnétique en entrée de colonne<sup>4</sup>. On peut estimer leur distribution en se basant sur les paramètres - tensions et courants - de la chambre source<sup>5</sup> et en supposant la population comme homogène et maxwellienne en énergie<sup>6</sup>. Si on se place dans une situation expérimentale standard on obtient une température parallèle des primaires  $T_{ep}$  d'environ 16 eV et une énergie cinétique parallèle moyenne  $E_{C,ep}$  d'environ 30 eV<sup>7</sup>. Les températures et vitesses perpendiculaires sont par contre relativement faible à cause de la directionnalité du dispositif d'injection. Ici et dans toute la suite la référence des tensions (qui permet de définir celle des vitesses moyennes) est le potentiel plasma  $\phi_p$  sur l'axe de la colonne<sup>8</sup>.

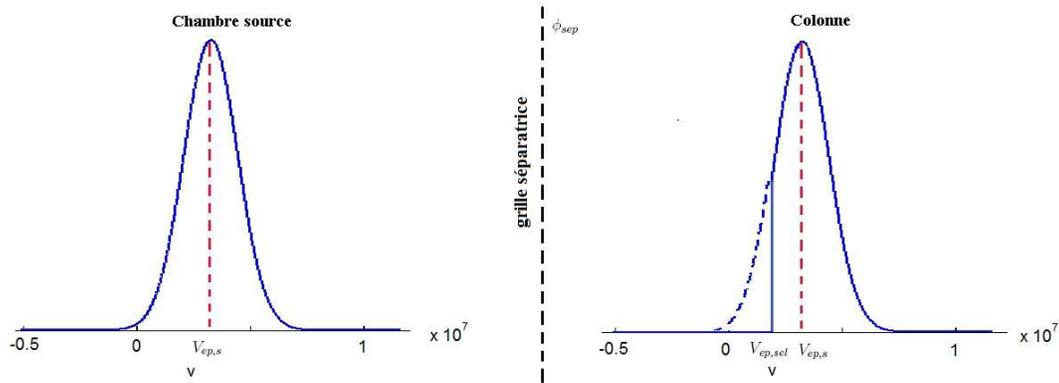
Un faisceau maxwellien d'électrons primaires est donc produit juste avant la grille d'injection qui sépare la chambre source de la colonne de plasma étudiée. Cette grille séparatrice généralement laissée flottante se fixe à un potentiel  $\phi_{sep}$  négatif et va donc induire une sélection sur les vitesses axiales, repoussant les électrons d'énergie inférieure à  $e\phi_{sep}$ , typiquement entre 10 et 20 eV<sup>9</sup>. La figure 5.1 montre le principe du dispositif global et la figure 5.2 illustre le phénomène de sélection des primaires sur la séparatrice. En notant  $V_{ep,s}$  la vitesse moyenne parallèle initiale,  $n_{ep,s}$  la densité initiale et  $V_{ep,sel}$  la vitesse de sélection on a donc une population d'électrons primaires entrant dans la

---

3. pertes axiales sur les collecteurs en entrée et sortie, pertes radiales sous l'effet du transport radial  
4. pour les détails sur la configuration expérimentale, voir le chapitre 4  
5. les caractéristiques réelles du faisceau d'électrons ionisants ne sont pas directement mesurables  
6. ces propriétés sont obtenues grâce à la configuration magnétique complexe de la chambre source qui permet d'allonger le parcours des primaires avant injection dans la colonne  
7. correspondant à une vitesse moyenne parallèle  $\sqrt{2eE_{C,ep}/m_e}$  d'environ 3.10<sup>6</sup> m/s  
8. le potentiel plasma varie peu dans la direction axiale, on l'estime par une caractéristique de sonde de Langmuir  
9. la valeur exacte dépend de plusieurs paramètres expérimentaux : tension de décharge, tension d'anode et potentiel plasma dans la colonne



**Figure 5.1** – Schéma de principe de la colonne de plasma créée par un faisceau d'électrons ionisants : une partie des électrons primaires issus de la chambre source traversent la séparatrice et ionisent le gaz dans une colonne de section  $\Sigma_p$ . Une fraction variable (selon la valeur de  $\phi_{col}$ ) de ces primaires atteint le collecteur en sortie.



**Figure 5.2** – Distribution théorique des électrons primaires avant et après la sélection par la grille séparatrice. La référence des vitesses est fixée par le potentiel plasma dans la colonne.

colonne pouvant être décrite par :

$$f_{ep,e}(\vec{v}) = n_{ep,s} \sqrt{\frac{m_e}{\pi k_B T_{ep}}} \exp\left(-\frac{m_e(v_{\parallel} - V_{ep,s})^2}{k_B T_{ep}}\right) H(v_{\parallel} - V_{ep,sel}) \delta(\vec{v}_{\perp}) \quad (5.2)$$

avec  $H(x)$  la fonction de Heaviside (nulle pour  $x < 0$ , égale à 1 pour  $x > 0$ ) et  $\delta(x)$  la fonction de Dirac.

Les densités et vitesses fluides dans la colonne sont donnés par les moments de cette

distribution :

$$\begin{aligned} n_{ep} &= \frac{n_{ep,s}}{2} \operatorname{erfc}(U_{ep}) \approx 0.87n_{ep,s} \\ V_{ep} &= V_{ep,s} + \frac{v_{th,ep} e^{-U_{ep}^2}}{\sqrt{\pi} \operatorname{erfc}(U_{ep})} \approx 1.1V_{ep,s} \\ \text{avec : } U_{ep} &= \frac{V_{ep,sel} - V_{ep,s}}{v_{th,ep}} \end{aligned}$$

en supposant qu'ils sont tous collectés en sortie, sinon il faut tenir compte de la fraction (faible comme on le verra) d'électrons primaires réfléchis par la gaine du collecteur, ce qui augmente la densité et réduit la vitesse moyenne, mais dans une proportion faible.

La densité  $n_{ep}$  peut être grossièrement évaluée par une estimation de la pente des primaires sur une caractéristique de sonde<sup>10</sup>, qui indique une fraction  $n_{ep}/n_0$  de l'ordre du % dans nos conditions. On peut également l'estimer en supposant fiables les paramètres cinétiques du faisceau : en utilisant l'équation de conservation 5.1 intégrée sur tout le plasma, connaissant les flux sortants. Comme on le verra dans la section 5.2, ce bilan est réalisable sur les ions puisque le flux d'ions sortant est de l'ordre du flux de Bohm<sup>11</sup> axial en entrée/sortie (en supposant le flux radial ionique négligeable). On a alors, en calculant la fréquence d'ionisation sur la distribution  $f_{ep,e}$  donnée par 5.2 :

$$4\pi \int_{r=0}^R \Gamma_B dr = \frac{I_B}{e} \sim n_{ep} \nu_{ion} \Upsilon_p$$

où  $\Gamma_B$  et  $I_B$  sont respectivement le flux de Bohm local et le courant de Bohm total<sup>12</sup>.  $\Upsilon_p$  est égal à  $\Sigma_p L_p$ , avec  $L_p$  la longueur axiale du plasma et  $\Sigma_p = \pi R_{lim}^2$  la section sous le limiteur de rayon  $R_{lim}$ . Nous avons fait l'hypothèse, qu'on vérifiera plus bas, que le faisceau de primaire est homogène et confiné dans la section centrale du plasma. Nous pouvons donc écrire :

$$\frac{n_{ep}}{n_0} \sim \frac{c_{s,i}}{\nu_{ion} L_p} \frac{L_n^2 (1 - e^{-\frac{R_p^2}{L_n^2}})}{R_{lim}^2} \quad (5.3)$$

qui nous donne une fraction  $n_{ep}/n_0$  de l'ordre du %, cohérente avec nos mesures.

Enfin il est intéressant de connaître le temps de transit  $\tau_{ep}$  des électrons primaires dans la machine, qui peut être évalué aisément connaissant leur vitesse moyenne  $V_{ep}$  et la distance qu'ils parcourent avant de quitter le plasma : celle ci vaut entre  $L_p$  et  $2L_p$  selon que les primaires sont totalement ou partiellement collectés en sortie (les primaires

---

10. Cette méthode donne par ailleurs un résultat conforme à celui déduit par spectroscopie d'émission [Escarguel07]

11. d'après David Bohm (1917-1992) qui le premier exprima la condition nécessaire à l'existence de la gaine ionique bornant un plasma fini (référence [Bohm49]) et par là fournit une estimation du courant de fuite ionique. Une autre contribution significative de D. Bohm à la physique des plasmas fut la mise en évidence dans le même ouvrage du taux de diffusion qui porte son nom.

12. donné par la formule 5.7, section 5.2.1 pour un profil radial de densité gaussien d'écart type  $L_n$

réfléchis quittent toujours le plasma par la grille d'injection dans ce dernier cas). En utilisant l'estimation haute nous avons donc :

$$\tau_{ep} \sim 2L_p/V_{ep} \sim 10^{-6}s$$

ce temps est largement inférieur au temps caractéristique des fluctuations ( $\lesssim 10^{-4}s$ ) responsables du transport transverse, on peut donc supposer qu'aucun électron primaire ne quitte la région centrale du plasma, ce qui justifie de les considérer comme parfaitement confinés.

## 5.2 Physique des lignes de champ ouverte

On a vu dans la section 3.3 que des *gainés électrostatiques* se forment aux bords du plasma à cause de la nécessité pour le plasma d'écranter le potentiel des surfaces à son contact. Sachant que les conditions de bord déterminent les flux de particules entrant et sortant, il est important d'en dégager une modélisation qui est l'objet de la section suivante. Dans toute cette section et la suite de cet ouvrage, nous désignerons sous le terme générique de **collecteurs axiaux** le collecteur terminal en bout de colonne et la grille séparatrice en entrée, qui constituent les deux bords axiaux du plasma cylindrique.

### 5.2.1 Modélisation de la gaine face au collecteur terminal :

Considérons un collecteur conducteur (donc de potentiel homogène) plat situé face à la direction du champ magnétique en  $z = L_p$  (où  $L_p$  est la longueur de la colonne). Le potentiel de ce collecteur peut être fixé à une valeur  $\phi_{col}$  ou laissé flottant de sorte qu'il se fixe naturellement au potentiel  $\phi_f$  (très négatif) nécessaire pour annuler le courant sortant. En général pour évaluer ce dernier il suffit de considérer une espèce d'ion et d'électron mais dans le cas des plasmas créés par des faisceaux d'électrons comme celui de MISTRAL il faut compter, en plus le flux des électrons primaires ionisants injectés à l'entrée.

Plaçons-nous dans le cadre d'une surface polarisée négativement par rapport au potentiel plasma<sup>13</sup> : le potentiel qui va se développer dans la gaine va tendre à repousser les électrons et doit donc décroître entre  $z = z_g$  la position de l'entrée de la gaine et  $z = L_p$  la position du collecteur ( $z_g \sim L_p - \lambda_D$ ). La gaine qui se forme, appelée *gaine ionique*, est bien connue et a donné lieu à de nombreux travaux expérimentaux et théoriques depuis [Langmuir29] en passant par [Bohm49] jusqu'à [Hershkowitz05] tout récemment. Pour la décrire on va raffiner le calcul du potentiel dans la gaine en tenant compte cette fois des ions du plasma. Si on note  $n_g$  et  $V_{\parallel i,g}$  respectivement la densité et la vitesse des ions à l'entrée de la gaine, la conservation du flux s'écrit<sup>14</sup>, pour  $z_g < z < L_p$  :

---

13. ce qui est presque toujours le cas pour limiter la fuite des électrons très mobiles, voir plus loin

14. puisqu'on peut négliger les pertes transverse et les collisions sur la faible épaisseur de la gaine.

$n_g V_{\parallel i,g} = n_i(z) V_{\parallel i}(z)$  et la conservation de l'énergie cinétique donne donc la densité ionique dans la gaine :

$$n_i(x) = n_g \left( 1 - \frac{2e\phi^*}{m_i V_{\parallel i,g}^2} \right)^{-1/2}$$

$$\text{où : } \phi^*(z) = \phi(z) - \phi_g$$

avec  $\phi_g = \phi(z_g)$  le potentiel plasma à l'entrée de la gaine . L'équation de Poisson s'écrit alors avec des électrons Boltzmanniens de densité égale à celle des ions en entrée de gaine (le plasma est quasi-neutre à cet endroit) et en tenant compte de la présence d'électrons primaires :

$$\frac{d^2 \phi^*}{dz^2} = \frac{en_g}{\epsilon_0} \left( \exp\left(\frac{e\phi^*}{k_B T_e}\right) + \frac{n_{ep,g}}{n_g} \exp\left(\frac{e\phi^*}{k_B T_{ep}}\right) - \left(1 - \frac{2e\phi^*}{m_i V_{\parallel i,g}^2}\right)^{-1/2} \right)$$

$$\text{qu'on réécrit : } \frac{d^2 \hat{\phi}}{d\xi^2} = \hat{\phi}'' = e^{\hat{\phi}} + \frac{n_{ep,g}}{n_g} e^{\hat{\phi} T_e / T_{ep}} - \left(1 - \frac{2\hat{\phi}}{M_{i,g}^2}\right)^{-1/2} \quad \text{avec :}$$

$$\hat{\phi} = \frac{e\phi^*}{k_B T_e} \quad \text{et} \quad \xi = \frac{z}{\lambda_D}$$

où  $M_{i,g} = \frac{V_{\parallel i,g}}{c_{s,i}}$  est le nombre de Mach ionique et  $c_{si} = \sqrt{\frac{k_B(T_e + T_i)}{m_i}} \approx \sqrt{\frac{k_B T_e}{m_i}}$  la vitesse acoustique ionique.

En multipliant par  $\hat{\phi}'$  et en intégrant sur  $\xi$  on obtient :

$$\hat{\phi}'^2 - \hat{\phi}'(z_g)^2 = M_{i,g}^2 \left( \sqrt{1 - \frac{2\hat{\phi}}{M_{i,g}^2}} - 1 \right) + e^{\hat{\phi}} - 1 + \frac{n_{ep,g} T_{ep}}{n_g T_e} (e^{\hat{\phi} T_e / T_{ep}} - 1) \quad (5.4)$$

Puisque le potentiel ne peut qu'augmenter en valeur absolue dans la gaine, cette équation n'a de solution que si le terme de droite est positif, c'est le critère d'existence de la gaine. Ceci est vrai en particulier à l'entrée de la gaine, c'est à dire pour la limite  $\hat{\phi} \ll 1$ . On peut alors négliger la contribution des électrons primaires devant celle des électrons secondaires puisque le rapport des termes vaut  $n_{ep,g} T_{ep} / n_g T_e \ll 1$ <sup>15</sup> et on aboutit donc au résultat en développant au deuxième ordre en  $\hat{\phi}$  :

$$M_{i,g}^2 \left( 1 - \frac{1}{M_{i,g}^2} \hat{\phi} - \frac{1}{2M_{i,g}^4} \hat{\phi}^2 - 1 \right) + 1 + \hat{\phi} + \frac{1}{2} \hat{\phi}^2 - 1 \geq 0 \quad (5.5)$$

$$\text{soit : } M_{i,g}^2 \geq 1 \quad \text{ou encore} \quad V_{\parallel i,g} \geq c_{s,i} \quad (5.6)$$

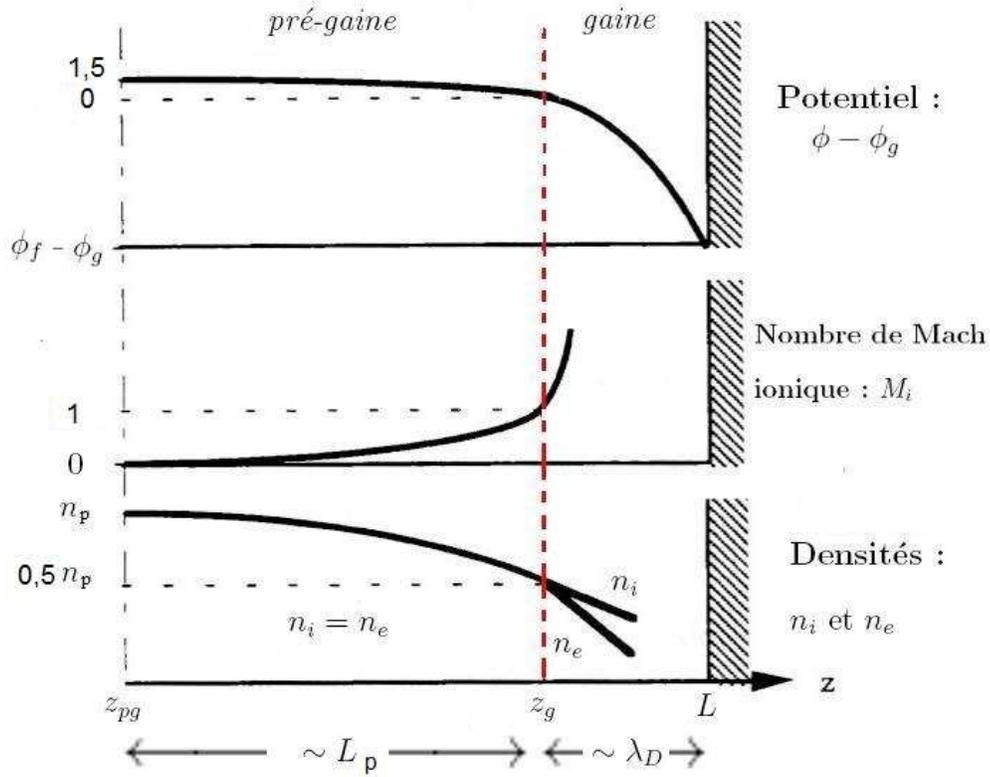
appelé *critère de Bohm*. La raison physique d'une telle contrainte provient du fait que si  $M_{i,g}^2 \leq 1$ , la densité ionique à l'entrée de la gaine va décroître plus vite que la densité

---

15. il vaut typiquement une dizaine de % au maximum

électronique, entraînant localement l'existence d'une charge d'espace négative et donc le développement d'un champ électrique dirigé vers le plasma qui va repousser les ions, ce qui est contraire au principe même d'une gaine ionique.

Du *critère de Bohm* sur l'existence de la gaine on déduit qu'il s'établit nécessairement avant l'entrée de la gaine, sur une certaine longueur du plasma (de l'ordre de la dimension axiale), une zone de plasma neutre appelée *pré-gaine* où siège un champ électrique faible mais non-nul qui va freiner les électrons et accélérer les ions (qui ont naturellement une vitesse parallèle presque négligeable) pour leur faire atteindre une vitesse de l'ordre de la vitesse acoustique ionique en entrée de gaine.



**Figure 5.3** – Source :[Sarazin97] Schéma des variations parallèles de potentiel, nombre de Mach ionique et densités dans la *pré-gaine* et la gaine. L'échelle de la gaine a été amplifiée pour la représentation.

On peut estimer la chute de densité et de potentiel dans cette *pré-gaine* en utilisant d'abord la relation 3.74 qui relie la vitesse (assimilable à la vitesse ionique) à la densité électronique dans la description à 1 fluide :

$$(\partial_{\parallel} V_{\parallel} + \nu_{in}) V_{\parallel} = -c_{si}^2 \frac{\partial_{\parallel} n_e}{n_e} \quad (3.74)$$

Comme on l'a vu dans la section 3.5 cette relation nous donne dans la limite non-

collisionnelle la courbe de densité suivante :

$$n_e(z) = n_p \exp\left(-\frac{M_i^2}{2}\right)$$

en supposant que les ions ont une vitesse nulle à l'entrée de la *pré-gaine* en  $z = z_{pg}$ , où la densité est égale à  $n_p = n_e(z_{pg})$ . En entrée de gaine on a donc :  $n_g = n_p e^{-1/2} \approx 0,6n_p$ . En réalité, il s'agit d'une approximation haute : si on tient compte des collisions - nous avons dans une configuration expérimentale typique  $\nu_{in}/c_{si} \simeq 0,5$  - et en supposant un profil linéaire du nombre de Mach selon  $z$  on obtient  $n_g \approx 0,5n_p$ . Le flux de Bohm ionique s'échappant par la gaine électronique vaut donc approximativement :  $\Gamma_B = n_g V_{||,i,g} \approx 0,5n_p c_{s,i}$ . Cette évaluation est purement indicative puisqu'il faudrait, pour calculer exactement le flux de Bohm, connaître le profil réel de vitesse ionique selon  $z$ , mais elle fournit une estimation relativement juste du flux de Bohm réel.

Ceci nous permet d'estimer la chute de potentiel dans la *pré-gaine* en considérant que les électrons ont une répartition boltzmanienne :  $n(z) = n_p \exp(-e(\phi(z) - \phi_p)/k_B T_e)$ , on a alors :

$$\phi(z) - \phi_p = -\frac{k_B T_e M_i^2}{2e}$$

soit une chute de potentiel de l'ordre de 1,5 V ( $T_e$  vaut typiquement 3 eV) sur la longueur de la *pré-gaine*, ce qui correspond à un champ électrique de l'ordre du V/m.

A partir de l'expression du courant de Bohm local  $j_B \approx 0,5en_e c_{s,i}$  il est possible de déterminer le courant de Bohm global  $I_B$  sur la section de cylindre, c'est à dire le courant ionique total s'échappant sur le collecteur terminal :

$$I_B \approx \pi e c_{s,i} \int_{r=0}^{R_p} r n_e(r) dr$$

où  $n_e(r)$  est la densité loin du bord (en  $z = L_p/2$ )<sup>16</sup>. Avec le profil de densité maxwellien donné par 4.1 on obtient donc :

$$I_B \approx \frac{\pi}{2} e n_0 c_{s,i} L_n^2 \left(1 - e^{-\frac{R_p^2}{L_n^2}}\right) \quad (5.7)$$

où  $n_0 = n_e(r=0)$  est la densité maximale et  $L_n$  l'écart-type radial de densité.

On peut s'interroger sur le cas de la gaine susceptible de se former si le potentiel de collecteur était supérieur au potentiel plasma. La problématique ici est très similaire à celle de la sonde de Langmuir (cf section 4.2.1) : en polarisation très négative on collecte un courant ionique faible - égal au courant de Bohm  $j_B \approx 0,5en_p c_{s,i}$  - tandis qu'au-delà du potentiel flottant le courant électronique collecté augmente exponentiellement jusqu'à atteindre une valeur de l'ordre du courant de saturation électronique  $j_{sat,e} \approx \sqrt{m_i}/4\pi m_e j_B \approx 100j_B$  lorsque le potentiel du collecteur atteint le potentiel plasma. Dans ces conditions un courant électronique très important est donc extrait, qui

---

16. c'est à dire au-delà de la pré-gaine

conduirait au développement très rapide d'une charge d'espace positive dans le plasma si rien ne permettait par ailleurs l'évacuation des ions. La conséquence directe d'une telle situation est une augmentation du potentiel plasma qui va s'ajuster naturellement pour satisfaire à la conservation du courant et donc se fixer à une valeur toujours supérieure aux potentiels de bords dans la direction parallèle : dans ce cas ce sont les conditions aux limites axiales qui contraignent la valeur du potentiel plasma. La chute de potentiel nécessaire pour assurer la conservation du courant vaut typiquement  $\phi_p - \phi_{col} \sim (k_B T_e / e)$ , c'est à dire l'ordre de grandeur de la température électronique. Signalons tout de même que dans certaines situations très particulières il est possible d'obtenir un potentiel plasma très proche voire inférieur au potentiel de collecteur : c'est le cas dans l'expérience du court-circuit de Simon [Simon55] où les électrons sont collectés axialement et les ions radialement mais également dans les conditions très particulières où une double-couche (*double-layer*) [Block78] est susceptible de se développer, typiquement lorsque deux plasmas de caractéristiques très différentes sont en contact ou lorsque le potentiel plasma est fortement contraint par une condition extérieure.

Concrètement une telle situation n'a jamais été observée sur notre dispositif expérimental : dans toutes nos expériences le potentiel plasma se fixe toujours à une valeur supérieure à celle du potentiel de collecteur imposé.

### 5.2.2 Flux sur les collecteurs axiaux au flottant :

Nous allons nous intéresser dans les prochaines sections aux flux sur les deux collecteurs axiaux (collecteur terminal et séparatrice), en nous basant en partie sur les observations expérimentales détaillées au chapitre 6. Dans un premier temps on se limite à la situation des collecteurs axiaux au flottant, qui constitue notre situation expérimentale de référence, puisque c'est dans cette situation que les modes réguliers décrits dans la suite de cet ouvrage sont observés.

Nous commencerons par l'étude du collecteur terminal dont la physique est bien décrite par l'analyse de la section précédente. Nous discuterons plus loin la situation de la séparatrice, qui représente l'autre CL axiale du plasma, afin d'essayer d'obtenir une vue d'ensemble du bilan de matière dans la machine, selon deux paramètres expérimentaux essentiels : la polarisation des collecteurs d'une part, celle de l'anode  $V_{an}$  d'autre part dont nous verrons qu'elle influence significativement les phénomènes au voisinage de la séparatrice.

#### Collecteur terminal flottant :

Dans le cas où le collecteur terminal est laissé flottant, il va se fixer naturellement au potentiel  $\phi_f$  nécessaire pour annuler le courant total sortant. Les valeurs typiquement mesurées pour le potentiel flottant du collecteur sont de l'ordre de -30V par rapport au potentiel plasma, on ne peut plus alors négliger la contribution du flux d'électrons primaires à sa surface comme on va le voir. On rappelle que les électrons primaires sont décrits par la fonction de distribution donnée par 5.2 tandis que les électrons secondaires

sont supposés maxwelliens. La condition de nullité du courant à la surface du collecteur s'écrit, en prenant  $\Gamma_{\parallel i} = 0,5n_p c_{s,i}$  (le flux d'ion est constant dans la gaine) et en intégrant la fonction de distribution des électrons primaires et secondaires sur les vitesses supérieure à  $v_{min} = \sqrt{-2e(\phi_f - \phi_p)/m_e}$  :

$$0,5n_p c_{s,i} = \frac{0,5n_p}{\sqrt{\pi}v_{th,e}} \int_{v_{min}}^{+\infty} \exp\left(-\frac{v^2}{v_{th,e}^2}\right) v dv + \frac{n_{ep,s}}{\sqrt{\pi}v_{th,ep}} \int_{v_{min}}^{+\infty} \exp\left(-\frac{(v - V_{ep,s})^2}{v_{th,ep}^2}\right) H(v - V_{sel,ep}) v dv \quad (5.8)$$

$$\text{soit : } n_p c_{s,i} = \frac{n_p v_{th,e}}{\sqrt{4\pi}} \exp\left(-\frac{2e(\phi_f - \phi_p)}{k_B T_e}\right) + \frac{n_{ep,s} v_{th,ep}}{\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{2e}{k_B T_{ep}} (\sqrt{-\phi_{min}} - \sqrt{E_{C,ep}})^2\right) + n_{ep,s} V_{ep,s} \operatorname{erfc}\left(\sqrt{\frac{2e}{k_B T_{ep}}} (\sqrt{-\phi_{min}} - \sqrt{E_{C,ep}})\right) \quad (5.9)$$

$$\text{avec : } \phi_{min} = \min(\phi_f - \phi_p, \phi_{sep} - \phi_p)$$

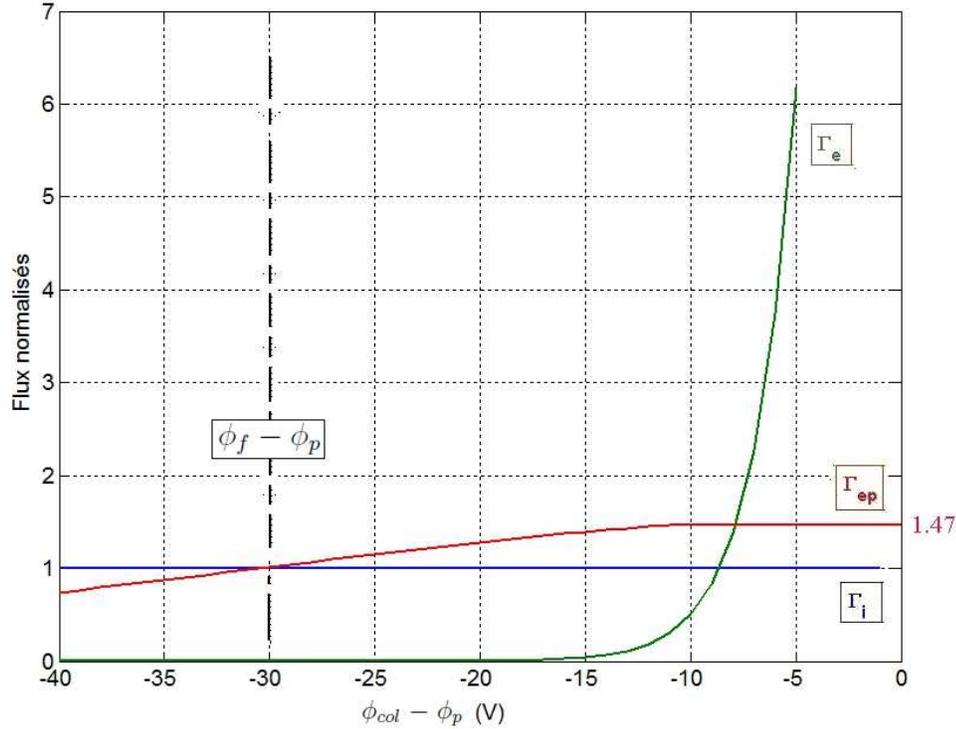
Le potentiel flottant va donc s'ajuster naturellement pour satisfaire cette condition. En traçant graphiquement les flux associés aux trois espèces en fonction du potentiel (figure 5.4) on s'aperçoit que la contribution des électrons primaires domine largement le courant électronique lorsque  $\phi_{col} - \phi_p < -10V$ , le potentiel flottant est donc uniquement déterminé par la condition d'égalité du flux ionique avec le flux de primaire qui traverse la barrière de potentiel dans la gaine.

Dans ces conditions on peut estimer la fraction d'électrons primaires collectée : si on suppose que le flux de primaires se conserve le long de la colonne<sup>17</sup> on peut donc estimer qu'un flux  $\Gamma_{ep} \approx n_{ep} V_{ep}$  issu du plasma source entre dans la gaine du collecteur. Seule une fraction  $\alpha_{ep}$  de ce flux est capable de traverser la DDP dans la gaine : c'est la part du courant de primaire suffisante pour annuler le courant de Bohm ionique. On peut donc estimer cette fraction par :  $\alpha_{ep} = 0,5n_p c_{s,i}/(n_{ep} V_{ep})$ , ce qui nous donne environ 70% dans nos conditions<sup>18</sup>. La fraction restante va donc nécessairement rebondir sur la gaine et retourner dans le plasma de sorte que le courant net de primaires dans la gaine soit exactement égal au courant ionique, ainsi le flux net est-il conservé. Ce raisonnement est corroboré par les mesures réalisées à l'aide d'un analyseur d'énergie à grille (RFA) - figure 6.14 section 6.3.2 - qui montre la présence d'une population significative d'électrons énergétiques à contre-courant lorsque le collecteur terminal est flottant. On peut supposer que l'essentiel de cette fraction va ensuite traverser la colonne de plasma en sens inverse pour finalement sortir par la séparatrice, puisque le potentiel flottant de celle-ci - supérieur d'une dizaine de volts au potentiel du collecteur terminal - n'excède pas celui

---

17. la conservation du flux total est assurée par l'absence de processus de création/perte de primaires et celle du flux parallèle en particulier par le fait que le transport transverse de ces primaires est a priori négligeable.

18. valeur évidemment purement indicative



**Figure 5.4** – Flux des 3 espèces de particules (normalisés à  $0,5n_p c_{s,i}$ ) dans la gaine en fonction du potentiel  $\phi_{col} - \phi_p$ , conditions standards.

des primaires les moins énergétiques<sup>19</sup>.

Il apparaît donc que dans cette situation tous les électrons secondaires rebondissent sur la barrière de potentiel en sortie. Reste à considérer la situation au voisinage de la séparatrice en entrée, qui constitue la deuxième - et la plus complexe - condition aux limites axiale.

### Physique de la grille séparatrice :

L'étude de la physique du collecteur terminal de la section 5.2.1 doit être largement nuancée lorsqu'il s'agit de comprendre la physique de la grille séparatrice conductrice située en entrée de colonne à  $z = 0$ . Celle-ci est en effet soumise à la fois aux flux du plasma cylindrique, mais également à ceux du plasma source, ce qui complique singulièrement les choses. Le point essentiel à considérer, outre le potentiel de la grille, est la DDP entre le plasma source au potentiel  $\phi_p$  et le plasma cible au potentiel  $\phi_{ps}$ . La valeur mesurée de ce dernier est toujours légèrement supérieure au potentiel d'anode  $V_{an}$ <sup>20</sup>

19. sinon il n'auraient pas franchi initialement la séparatrice

20. l'anode constitue la surface sur laquelle est collectée l'essentiel du plasma source, c'est pourquoi sa valeur fixe le potentiel de ce dernier

tandis que le potentiel plasma dans la colonne varie selon la configuration expérimentale.

Étudions la situation où la grille est laissée flottante, schématisée figure 5.5-a). Si le potentiel d'anode est suffisamment négatif on constate expérimentalement que le potentiel de la séparatrice se fixe à une valeur très négative  $\phi_{sep} = \phi_{fs}$  : typiquement entre 15 et 20V en dessous du potentiel plasma dans la colonne. Ce dernier par ailleurs se positionne à une valeur toujours légèrement supérieure au potentiel d'anode (cf section 6.4). Cette situation contribue à repousser tous les électrons secondaires<sup>21</sup>, qu'ils proviennent du plasma cible ou du plasma source. Un flux d'ion est par contre libre de franchir la séparatrice, dont il est impossible de prévoir la direction compte-tenu de l'imprécision sur les mesures.

La situation où les deux collecteurs axiaux (collecteur terminal et séparatrice) sont laissés flottants conduit donc dans ce cas à un piégeage des électrons secondaires, qui ne peuvent pas quitter le plasma dans l'axe. Expérimentalement ceci se traduit par la présence d'une DDP radiale entre l'axe du plasma à un potentiel négatif et le bord à la masse. Cette DDP donne lieu à la mise en place d'un champ électrique radial, lié intrinsèquement comme on le verra à la nécessité d'évacuer radialement l'excès de charge négative, par l'intermédiaire du transport transverse associé aux oscillations très importantes de densité présentes sur tout le rayon de la colonne (cf chapitre 6).

Lorsque le potentiel d'anode se rapproche de la masse par contre (figure 5.5-b), la situation a tendance à évoluer significativement : le potentiel flottant mesuré sur la grille devient de moins en moins négatif et la barrière de potentiel devant la séparatrice finit par devenir perméable aux électrons, ce qui explique qu'on observe un changement dans la physionomie du plasma et une disparition du champ radial. S'opère alors comme on le verra une transition vers un régime faiblement turbulent, avec un transport transverse beaucoup plus faible.

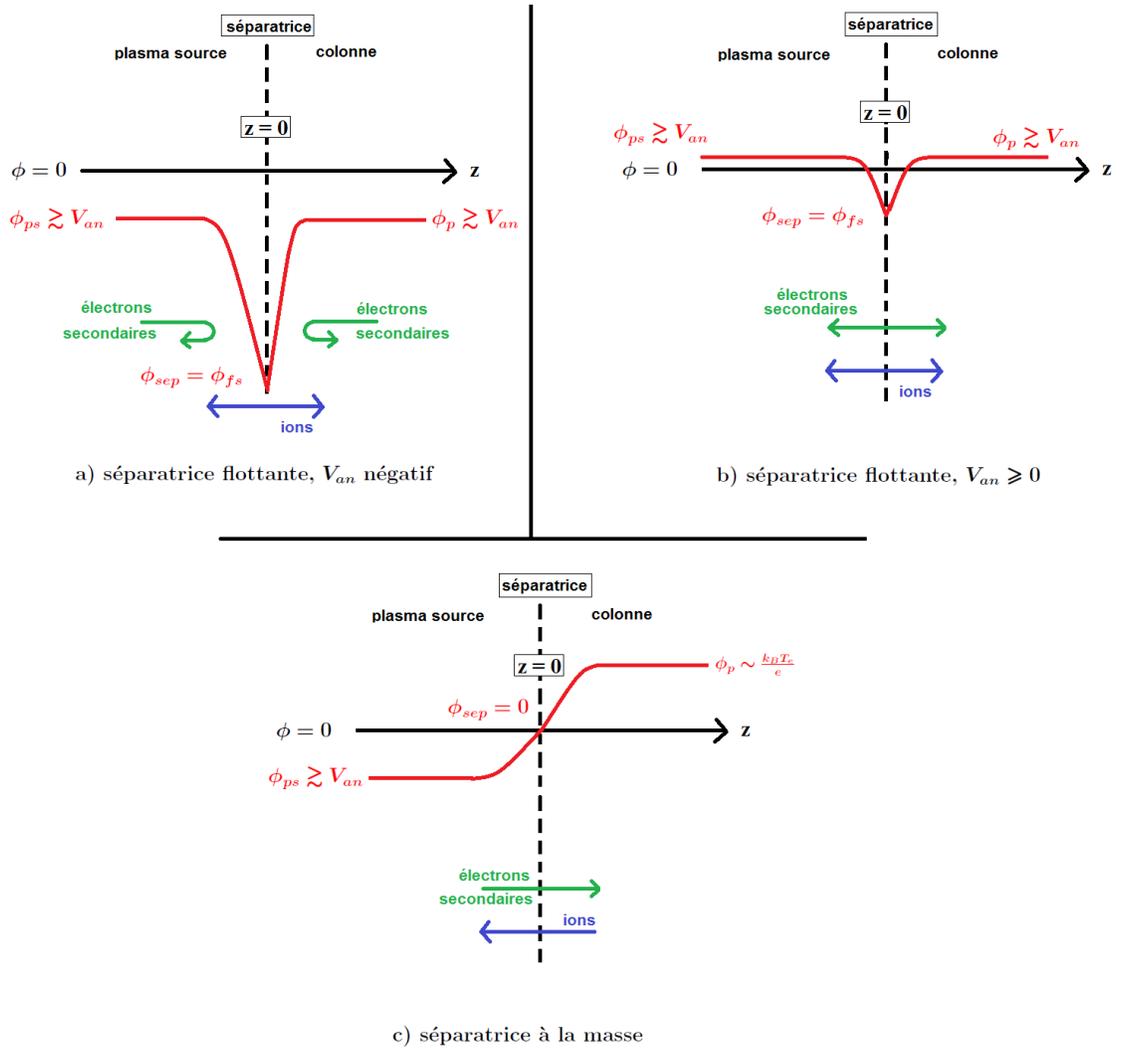
### 5.2.3 Flux sur les collecteurs axiaux à la masse :

Si on modifie l'impédance des deux collecteurs pour augmenter leur polarité, on constate une modification - progressive au départ, plus brutale au voisinage de la masse - des profils ainsi que des oscillations dans le plasma (voir section 6.3 pour une analyse expérimentale de la transition entre les deux situations).

Si on raisonne d'abord sur le collecteur terminal on constate qu'en réduisant la DDP plasma/collecteur on augmente la quantité de courant électronique collecté : le courant de primaires sortant va croître à mesure que la barrière de potentiel en sortie s'amoindrit et lorsque la DDP devient inférieure à -10V - comme l'indique la figure 5.9 - la contribution des électrons secondaires va devenir de plus en plus significative. Elle finit par dominer le courant électronique lorsque le potentiel du collecteur se rapproche de la masse. Expérimentalement on observe alors une augmentation nette du potentiel plasma

---

21. on rappelle que les électrons primaires suffisamment énergétiques parviennent à traverser la barrière de potentiel



**Figure 5.5** – Évolution schématique du potentiel selon  $z$  au voisinage de la séparatrice. a) séparatrice flottante, potentiel d’anode négatif. b) séparatrice à la masse, potentiel d’anode positif. c) séparatrice à la masse.

dans la colonne, qui s’explique par le fait que la fuite des électrons, puisque rien n’entrave plus leur collection, doit être limitée par la DDP entre le plasma et le collecteur (on a typiquement  $\phi_p - \phi_{col} \sim \frac{k_B T_e}{e}$ ).

Concernant la grille séparatrice, on tend vers la situation schématisée figure 5.5-c) : avec un potentiel plasma positif dans la colonne les flux traversent la section d’entrée dans le sens du gradient de potentiel plasma source/plasma cible, généralement positif selon  $z$ <sup>22</sup>. Notons en particulier qu’en plus du flux de primaire plus important, un flux d’électrons secondaires issu du plasma source est libre de pénétrer dans la colonne, ce qui ne pose pas de problème puisque ces électrons sont collectés en sortie.

22. le potentiel d’anode dans nos expériences est généralement négatif et excède rarement la masse

Globalement on constate donc que dans cette situation, la fuite des électrons est possible sur l'axe, ce qui se traduit par une valeur de potentiel plasma central positive de quelques volts (autour de 3-4 V, soit l'ordre de grandeur de la température électronique). A l'inverse du cas collecteurs flottants on a donc une DDP radiale positive entre l'axe et le cylindre périphérique (à la masse) susceptible de donner lieu à l'existence d'un champ électrique radial centrifuge. En réalité l'expérience montre que le plasma est alors quasi-équipotentiel radialement <sup>23</sup>, mieux confiné et sujet à de faibles fluctuations de densités intermittentes. Nous supposons que ce comportement est lié à la problématique du champ positif limite  $E_{r,lim}$  pour la stabilité du plasma à l'ordre 0, que nous étudierons section 5.3.1. Quoiqu'il en soit dans cette situation de collecteurs axiaux à la masse il apparaît que la conservation des charges est assurée par la fuite globalement ambipolaire des charges aux deux bords axiaux, ce qui explique certainement le faible transport transverse observé : la densité chute très vite à l'ombre du limiteur, le niveau de fluctuations est faible et le courant radial collecté négligeable devant le courant axial (environ 5 %).

En conclusion on voit qu'il est très délicat de décrire d'une façon claire les conditions aux limites axiales du plasma, principalement à cause de la physique complexe de la séparatrice, qui dépend étroitement des caractéristiques des deux plasmas avec lesquels elle est en interaction. L'idée simpliste d'un découplage des plasmas au moyen de cette grille est donc totalement à réviser et une caractérisation beaucoup plus complète du plasma source apparaît indispensable pour bien comprendre l'équilibre complexe qui s'établit entre celui-ci et le plasma cible, objet de notre attention. Cette étude exhaustive n'a malheureusement pas pu être menée dans ce mémoire et nous nous contenterons donc de l'analyse empirique ici développée, qui permet d'expliquer en partie sur quels principes repose la conservation de la charge dans la colonne de plasma.

### 5.3 Équilibre du plasma magnétisé en rotation :

Dans cette section nous allons compléter l'analyse de la situation d'équilibre du plasma magnétisé ébauchée au chapitre 3, mais cette fois dans la géométrie cylindrique, qui est la géométrie naturelle de notre plasma expérimental symétrique autour de l'axe  $z$ . Reprenons pour cela l'équation du mouvement 3.47 de la description à 2 fluides du paragraphe 3.4 :

$$(\partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\Omega_c \vec{V} \times \vec{b} + \frac{q\vec{E}}{m} - \frac{\vec{\nabla}P}{nm} - \nu_{coll} \vec{V} \quad (3.47)$$

où on le rappelle  $\Omega_c = -qB/m$  est la fréquence cyclotron *signée*. Ces équations sont complétées par l'équation de Poisson qui se résume à la relation de quasi-neutralité :

$$n_i = n_e + n_{ep} \simeq n_e$$

---

23. cf section 6.1.2

On a donc à l'équilibre stationnaire (ordre 0), en tenant compte d'un gradient de potentiel et de pression dans les directions radiales et axiales :

$$\text{selon } r : V_r \partial_r V_r + V_{\parallel} \partial_z V_r - \frac{V_{\theta}^2}{r} = -\Omega_c V_{\theta} + \frac{qE_r}{m} - \frac{\gamma_p k_B T}{m} \frac{\partial_r n}{n} - \nu_{coll} V_r \quad (5.10)$$

$$\text{selon } \theta : V_r \partial_r V_{\theta} + V_{\parallel} \partial_z V_{\theta} + \frac{V_{\theta} V_r}{r} = \Omega_c V_r - \nu_{coll} V_{\theta} \quad (5.11)$$

$$\text{selon } z : V_r \partial_r V_{\parallel} + V_{\parallel} \partial_z V_{\parallel} = \frac{qE_{\parallel}}{m} - \frac{\gamma_p k_B T}{m} \frac{\partial_{\parallel} n}{n} - \nu_{coll} V_{\parallel} \quad (5.12)$$

où les variations poloïdales ( $\partial_{\theta}$ ) ont disparu du fait de la nécessaire symétrie par rotation des grandeurs d'équilibre. Le facteur  $\gamma_p$  dans ces expressions représente la constante polytropique liée à l'équation de fermeture :  $\gamma_{pe} = 1$  pour le fluide d'électrons isotherme et  $\gamma_{pi} = \gamma = 5/3$  pour le fluide ionique adiabatique.

Nous allons traiter le cas du plasma symétrique axialement :  $\partial_z \ll \partial_{\perp}$ <sup>24</sup>. Nous pouvons dans ce cas laisser de côté l'advection parallèle et réécrire les équations de la dynamique transverse sous la forme :

$$\text{selon } r : V_r \partial_r V_r - r \Omega_z^2 = -r \Omega_c \Omega_z + \frac{qE_r}{m} - \frac{\gamma_p k_B T}{m} \frac{\partial_r n}{n} - \nu_{coll} V_r \quad (5.13)$$

$$\text{selon } \theta : V_r \partial_r \Omega_z + 2 \Omega_z V_r = \Omega_c V_r - \nu_{coll} r \Omega_z \quad (5.14)$$

$$\text{avec : } \Omega_z = \frac{V_{\theta}}{r}$$

Dans la suite nous allons traiter le fluide électronique comme non-collisionnel dans la direction transverse : en effet l'effet de la collisionnalité est matérialisé par le paramètre  $\nu_{en}/\Omega_{ce} \sim 10^{-5}$  totalement négligeable. Comme nous l'avons souligné dans la section 2.2 du chapitre 2 sur les trajectoires particulières en champs croisés les effets inertiels dûs à la géométrie cylindrique sont par ailleurs insignifiants sur le fluide d'électrons pour des champs électriques de l'ordre de ceux que nous étudions<sup>25</sup>. L'analyse classique de la section 3.4 est donc de mise pour décrire les électrons et leur vitesse transverse à l'équilibre est donnée tout simplement par la somme de la dérive électrique et de la dérive diamagnétique :

$$\vec{V}_{\perp,e} = \vec{V}_E + \vec{V}_{D,e} = r(\Omega_E + \Omega_e^*) \vec{e}_{\theta} \quad (5.15)$$

$$\text{avec } \Omega_E = -\frac{E_r}{rB} \quad \text{la fréq. de dérive électrique} \quad (5.16)$$

$$\text{et } \Omega_e^* = -\frac{k_B T_e}{erB} \frac{\partial_r n_e}{n_e} \quad \text{la fréq. de dérive diamagnétique électronique} \quad (5.17)$$

24. ce qui revient à supposer  $L_{\nabla\parallel}/L_{\nabla\perp} \sim L_p/R_p \gg 1$ , dans notre expérience  $L_p/R_p \simeq 10$

25. on le rappelle les effets inertiels sur les électrons commencent à se matérialiser pour un champ radial  $E_r \sim 10^6$  V/m avec notre valeur du champ magnétique

avec l'expression analytique des profils de densité et de potentiel donnée par 4.1 et 4.2 nous pouvons exprimer  $\Omega_E$  et  $\Omega_e^*$  sous la forme :

$$\Omega_E = -\frac{K}{B} \quad (5.18)$$

$$\Omega_e^* = \frac{2k_B T_e}{eBL_n^2} \frac{\partial_r n_e}{n_e} = \frac{2}{L_n^2} \frac{v_{the}^2}{\Omega_{ce}} \quad (5.19)$$

où  $K = E_r/r = Cste$  pour un profil de potentiel hyperbolique et  $L_n^2 = -2rn_e/\partial_r n_e = Cste$  pour une profil de densité gaussien. Avec ces profils les dérives poloïdales ont une vitesse angulaire constante : le fluide d'électrons tourne en bloc<sup>26</sup>.

Pour le fluide ionique il n'est pas question de négliger les effets inertiels qui ont une importance considérable comme on l'a vu au chapitre 2, nous allons donc nous concentrer dans la suite sur leur dynamique particulière à l'équilibre. Une première simplification s'impose dès lors : elle consiste à combiner le terme d'accélération de Coriolis avec la force de Laplace pour obtenir la force magnétique effective :

$$\begin{aligned} -\Omega_{ci} \vec{V}_i \times \vec{b} + 2r\Omega_{zi}^2 \vec{e}_r - 2\Omega_{zi} V_{ir} \vec{e}_\theta &= -\Omega_{ci} \vec{V}_i \times \vec{b} + 2\Omega_{zi} \vec{V}_i \times \vec{b} \\ &= -\Omega'_{ci} \vec{V}_i \times \vec{b} \end{aligned}$$

avec :  $\Omega'_{ci} = \Omega_{ci} \left( 1 - 2\frac{\Omega_{zi}}{\Omega_{ci}} \right)$

comme dans on l'a vu dans la section 2.2 du chapitre 2 l'effet de l'accélération de Coriolis se traduit par une modification du champ magnétique dans le repère des ions en rotation à la vitesse  $\Omega_{zi}$ . Le champ magnétique *effectif*  $B'$  et la fréquence cyclotron *effective*  $\Omega'_{ci}$  sont liées respectivement au champ magnétique et à la fréquence cyclotron réelles par le paramètre de Coriolis  $R_0$  qui s'écrit :

$$R_0 = 1 - 2\Omega_{zi}/\Omega_{ci} \quad (5.20)$$

$$\text{d'où : } B' = R_0 B \quad \Omega'_{ci} = R_0 \Omega_{ci} \quad (5.21)$$

dans ces conditions on peut réécrire les équations du mouvement ionique sous la forme :

$$\text{selon } r : V_{ri} \partial_r V_{ri} = -r\Omega'_{ci} \Omega_{zi} + \frac{qE_r}{m} - r\Omega_{zi}^2 - \frac{\gamma k_B T_i}{m_i} \frac{\partial_r n_e}{n_e} - \nu_{in} V_{ri} \quad (5.22)$$

$$\text{selon } \theta : V_{ri} \partial_r \Omega_{zi} = \Omega'_{ci} V_{ri} - \nu_{in} r \Omega_{zi} \quad (5.23)$$

Avant de passer à une analyse plus approfondie, il est intéressant de connaître l'ordre de grandeurs des fréquences intervenant dans la dynamique des espèces chargées, dans le cas expérimental de référence correspondant aux profils de la figure 6.4 (situation de

---

<sup>26</sup>. les expressions analytiques pour les profils moyens ont été choisies d'une part parce-qu'elles ressemblent aux profils expérimentaux, d'autre-part parce-qu'on observe effectivement une constance de la fréquence des oscillations - liée de près aux fréquences de dérive comme on le verra au prochain chapitre - dans la direction radiale

référence en collecteurs axiaux flottant) :

$$\begin{aligned} K &\simeq -800 \text{ V/m}^2 & L_n &\simeq 7 \text{ cm} \\ \Omega_{ci} &\simeq -3,6 \cdot 10^4 \text{ rad/s} (-5,7 \text{ kHz}) & \Omega_E &\simeq 5,4 \cdot 10^4 \text{ rad/s} (8,5 \text{ kHz}) \\ \Omega_e^* &\simeq 8,1 \cdot 10^4 \text{ rad/s} (13 \text{ kHz}) & \Omega_i^* &\simeq -4,5 \cdot 10^3 \text{ rad/s} (-0,7 \text{ kHz}) \\ \nu_{in} &\simeq 3 \text{ kHz} & \nu_{in}/\omega_{ci} &\simeq 0,1 \end{aligned}$$

### 5.3.1 Équilibre du plasma tournant non-collisionnel :

Dans un premier temps nous allons nous limiter au cas du plasma non-collisionnel, c'est à dire à la limite  $\nu_{in}/\omega_{ci} \ll 1$ . Le problème s'écrit alors :

$$\Omega_{zi}^2 - \Omega_{ci}\Omega_{zi} + \Omega_{di}\Omega_{ci} = \frac{V_{ri}}{r} \partial_r V_{ri} \quad (5.24)$$

$$V_{ri}(\partial_r \Omega_{zi} - \Omega'_{ci}) = 0 \quad (5.25)$$

avec :

$$\Omega_i^* = \frac{\gamma k_B T_i}{erB} \frac{\partial_r n_e}{n_e} = \frac{2\gamma}{L_n^2} \frac{v_{thi}^{*2}}{\Omega_{ci}} \quad \text{la fréq. diamagnétique ionique} \quad (5.26)$$

$$\text{et } \Omega_{di} = \Omega_E + \Omega_i^* \quad \text{la fréq. de dérive ionique en l'absence de rotation} \quad (5.27)$$

il est quasiment identique à celui de la dynamique ionique particulière étudiée section 2.2 du chapitre 2 : les seules distinctions concernent la fréquence de dérive  $\Omega_{di}$  qui remplace  $\Omega_E$  - traduisant l'effet supplémentaire minime de la dérive diamagnétique<sup>27</sup> - et la présence des termes d'advection radiale. Nous allons donc de la même façon discerner les différentes situations selon la valeur du paramètre de Coriolis  $R_0$  :

#### $R_0 > 0$ :

Dans ce cas la solution évidente au jeu d'équations 5.24 et 5.25 - puisque la fréquence de dérive  $\Omega_{di}$  est constante - s'écrit :

$$V_{ir} = 0 \quad (5.28)$$

$$\Omega_{zi} = \frac{\Omega_{ci}}{2} (1 - R_0) \quad (5.29)$$

$$\text{avec : } R_0 = \sqrt{1 - 4 \frac{\Omega_{di}}{\Omega_{ci}}} \quad (5.30)$$

dans la limite ion froid  $T_i \rightarrow 0$  on retrouve exactement le résultat de la dynamique particulière : le fluide se comporte en moyenne comme une particule test. La prise en compte de la température ionique finie ajoute une faible correction à ce résultat. Au final le mouvement du fluide dans ce cas est une rotation en bloc à la fréquence  $\Omega_{zi} \neq \Omega_{di}$ ,

<sup>27</sup>. avec les températures ioniques typiques dans la machine ( $T_i \sim 0,1 \text{ eV}$ ) et nos profils expérimentaux on a :  $\Omega_i^*/\Omega_E \simeq 0,08$  dans notre cas standard

aucun flux ionique radial n'est possible. Soulignons tout de même que l'effet de cette rotation donne lieu à une modification du champ magnétique effectif, qui est multiplié par le facteur de Coriolis  $R_0$ . Comme nous l'avons observé pour les particules tests la vitesse quadratique microscopique et donc la température est conservée, ce qui satisfait à l'hypothèse de transformation adiabatique. Cependant parallèlement au freinage, resp. à l'accélération, de la colonne d'ions lorsque  $R_0 > 1$ , resp.  $R_0 < 1$ , on observe un effet de contraction, resp. dilatation, du rayon de Larmor dû aux effets inertiels. Comme nous l'avons énoncé au chapitre 2 une rotation *co-cyclotronique* provoque une diminution de la magnétisation tandis qu'une rotation *anti-cyclotronique* a l'effet contraire. signalons enfin que la condition d'existence d'une solution stable pour le fluide d'ion est liée à la positivité du facteur  $1 - 4\Omega_{di}/\Omega_{ci}$  : pour  $\Omega_{di} \leq \Omega_{ci}/4$  comme nous allons le voir il n'y a pas de solution simple puisqu'il n'est plus possible de décrire le fluide comme adiabatique.

**$\mathbf{R}_0 = 0$ ,  $\Omega_{di} = \Omega_{ci}/4$  :**

C'est le cas limite correspondant à la situation :

$$\begin{aligned} E_r &= E_{r,lim} = \frac{erB^2}{4m_i} - \frac{\gamma k_B T_i}{e} \frac{\partial_r n_e}{n_e} \\ &= \frac{erB^2}{4m_i} - \frac{\gamma m_i v_{thi}^{*2}}{e} \frac{\partial_r n_e}{n_e} \end{aligned} \quad (5.31)$$

la vitesse de rotation est donnée alors par  $\Omega_{zi} = \Omega_{ci}/2$ , et l'équation 5.24 nous donne dans ce cas :  $V_{ri} = Cste = 0$  puisque le fluide n'a pas naturellement de vitesse radiale moyenne. Il est intéressant d'estimer la vitesse thermique dans cette situation, partant du résultat 2.53 obtenu pour l'énergie cinétique particulaire nous avons :

$$E_c \simeq \frac{1}{2} m_i v_0^2 \frac{\Omega_{ci}^2}{2} t \quad (2.53)$$

avec  $v_0$  la vitesse initiale de la particule dans le repère du fluide en rotation. En intégrant sur la distribution maxwellienne des vitesses on obtient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} m_i v_{thi,\perp}^2(t) &= \frac{1}{2} m_i v_{thi,\perp}^2(t=0) \frac{\Omega_{ci}^2}{2} t \\ \text{soit : } T_{i,\perp}(t) &= T_{i,\perp}(t=0) \frac{\Omega_{ci}^2}{2} t \end{aligned}$$

autrement dit le fluide gagne continuellement de l'énergie transverse : comme on l'a déjà souligné il s'agit là d'un comportement résonnant de l'ensemble du fluide ionique. Le champ limite  $E_{r,lim}$  correspond donc à la condition de résonance cyclotron, ce qui met en défaut notre hypothèse d'adiabaticité et tout la valeur de cette analyse. Seule une théorie cinétique du fluide d'ion peut permettre de résoudre la question de la dynamique et de l'énergétique ionique dans ce cas. Cependant notre modèle a le mérite d'identifier la condition de résonance et donc de prévoir un probable chauffage cinétique dans ce cas. Signalons également qu'une augmentation de la température ionique va avoir pour conséquence une augmentation de la fréquence diamagnétique ionique en valeur absolue et donc une diminution de  $\Omega_{di}$ <sup>28</sup>, conduisant à la situation  $\Omega_{di} < \Omega_{ci}/4$  que nous allons

---

28.  $\Omega_i^*$  a le même signe (négatif) que  $\Omega_{ci}$

analyser. La situation  $\Omega_{di} = \Omega_{ci}/4$  est donc par nature un équilibre instable. Cette analyse doit cependant être nuancée par la prise en compte des collisions (section suivante) qui même en quantité négligeable induisent comme on le verra une diffusion importante.

$\Omega_{di} < \Omega_{ci}/4$  :

Dans cette situation les résultats du modèle fluide sont exactement les mêmes que pour le cas limite précédent :  $V_{ri} = 0$ ,  $\Omega_{zi} = \Omega_{ci}/2$  et  $R_0 = 0$ . Cependant l'étude particulière nous apprend que l'énergie microscopique des particules augmente exponentiellement, avec un taux de croissance  $\Gamma$  donné par :

$$\Gamma = \frac{\Omega_{ci}}{2} \sqrt{4 \frac{\Omega_{di}}{\Omega_{ci}} - 1}$$

les particules gagnent donc une énergie considérable dans le champ électrique, ce qui une fois encore bat en brèche l'hypothèse adiabatique. Il y a donc là encore fort à parier qu'une forte interaction cinétique se mette en place. Par ailleurs le raisonnement intuitif nous souffle que les particules dans ce contexte risquent d'être très rapidement déconfinées si leur rayon de Larmor approche le rayon de la colonne. Puisqu'une telle situation conduirait inévitablement au développement d'une charge d'espace négative on peut prévoir que le potentiel plasma s'ajuste naturellement pour conserver la quasi-neutralité et donc que le champ électrique se stabilise autour de la condition de résonance  $E_r = E_{r,lim}$ . Autrement dit il y a là un mécanisme possible d'intermittence à seuil qui demande à être étudié à l'aide d'un modèle cinétique auto-consistant. Puisqu'une telle approche n'est pas l'objet de cet ouvrage, nous nous cantonnerons à nos considérations qualitatives sur cette situation.

### 5.3.2 Équilibre du plasma collisionnel en champs croisés :

En présence de collisions avec les neutres, matérialisées par la force de frottement  $\vec{F}_{in} = -m_i \nu_{in} \vec{V}_i$ , la nouvelle équation du mouvement des ions à l'équilibre donne :

$$\Omega_{zi}^2 - \Omega_{ci} \Omega_{zi} + \Omega_{di} \Omega_{ci} = \frac{V_{ri}}{r} (\partial_r V_{ri} + \nu_{in}) \quad (5.32)$$

$$V_{ri} (R \Omega_{ci} - \partial_r \Omega_{zi}) = \nu_{in} r \Omega_{zi} \quad (5.33)$$

où on a encore une fois introduit le paramètre de Coriolis - cette fois noté  $R$  pour le distinguer du cas non-collisionnel - qui s'écrit comme avant :

$$R = 1 - 2 \frac{\Omega_{zi}}{\Omega_{ci}} = 1 + 2 \frac{\Omega_{zi}}{\omega_{ci}} \quad (5.34)$$

On va chercher une solution aux équations 5.32 et 5.33 correspondant à une rotation en bloc  $\Omega_{zi} = Cste$ , dès lors la vitesse radiale s'écrit simplement :

$$V_{ri} = -\bar{\nu}_{in} \frac{r \Omega_{zi}}{R} \quad (5.35)$$

$$\text{avec : } \bar{\nu}_{in} = \frac{\nu_{in}}{\omega_{ci}} = -\frac{\nu_{in}}{\Omega_{ci}} \quad (5.36)$$

la fréquence de collisions normalisée est très faible comme on l'a vu :  $\bar{\nu}_{in} \simeq 0,1$  dans nos conditions standards, l'effet des collisions sera donc négligeable sauf dans le cas limite  $R \rightarrow 0$  où comme on le verra elle prend une importance considérable. Partant du résultat 5.35 la vitesse azimutale doit donc être solution de :

$$\Omega_{zi}^2 \left(1 - \frac{\bar{\nu}_{in}^2}{R^2}\right) - \Omega_{ci}\Omega_{zi} \left(1 + \frac{\bar{\nu}_{in}^2}{R}\right) + \Omega_{di}\Omega_{ci} = 0 \quad (5.37)$$

que l'on va réécrire en fonction de  $R$  uniquement :

$$R^4 + R^2 \left(4 \frac{\Omega_{di}}{\Omega_{ci}} - 1 + \bar{\nu}_{in}^2\right) - \bar{\nu}_{in}^2 = 0 \quad (5.38)$$

cette équation a seulement deux solutions réelles opposées, dont on ne conservera que la positive<sup>29</sup> :

$$R = \sqrt{\frac{1}{2} \left[ 1 - 4 \frac{\Omega_{di}}{\Omega_{ci}} - \bar{\nu}_{in}^2 + \sqrt{\left(1 - 4 \frac{\Omega_{di}}{\Omega_{ci}} - \bar{\nu}_{in}^2\right)^2 + 4\bar{\nu}_{in}^2} \right]} \quad (5.39)$$

l'évolution du paramètre de Coriolis ainsi que celle des vitesses azimutales et radiales du fluide d'ion - normalisées à  $\omega_{ci}$ <sup>30</sup> -sont visibles sur la figure 5.6 pour différentes collisionnalités : ces courbes font apparaître qu'avec une fréquence de collision non-nulle il y a un prolongement des solutions obtenues dans le cas non-collisionnel au-delà de la limite de stabilité, c'est à dire pour  $\Omega_{di} \leq \Omega_{ci}/4 = -\omega_{ci}/4$ .

### Rotation anti-cyclotronique $\Omega_{di}/\Omega_{ci} < 0$

C'est le cas standard en collecteur flottant de la rotation induite par un champ électrique centripète  $E_r < 0$ <sup>31</sup>, situation correspondant à  $R > 1$ . Au niveau de la fréquence de rotation on observe un freinage collisionnel très faible, même pour des valeurs significatives du taux de collisions. Il vient qu'on peut sans problème développer l'expression du paramètre de Coriolis selon  $\bar{\nu}_{in} \ll 1$  pour obtenir :

$$R \simeq R_0 + \bar{\nu}_{in}^2 \frac{1 - R_0^2}{2R_0^3} \quad \text{avec :} \quad (5.40)$$

$$R_0 = \sqrt{1 - 4 \frac{\Omega_{di}}{\Omega_{ci}}} \quad \text{le facteur de Coriolis non-collisionnel}$$

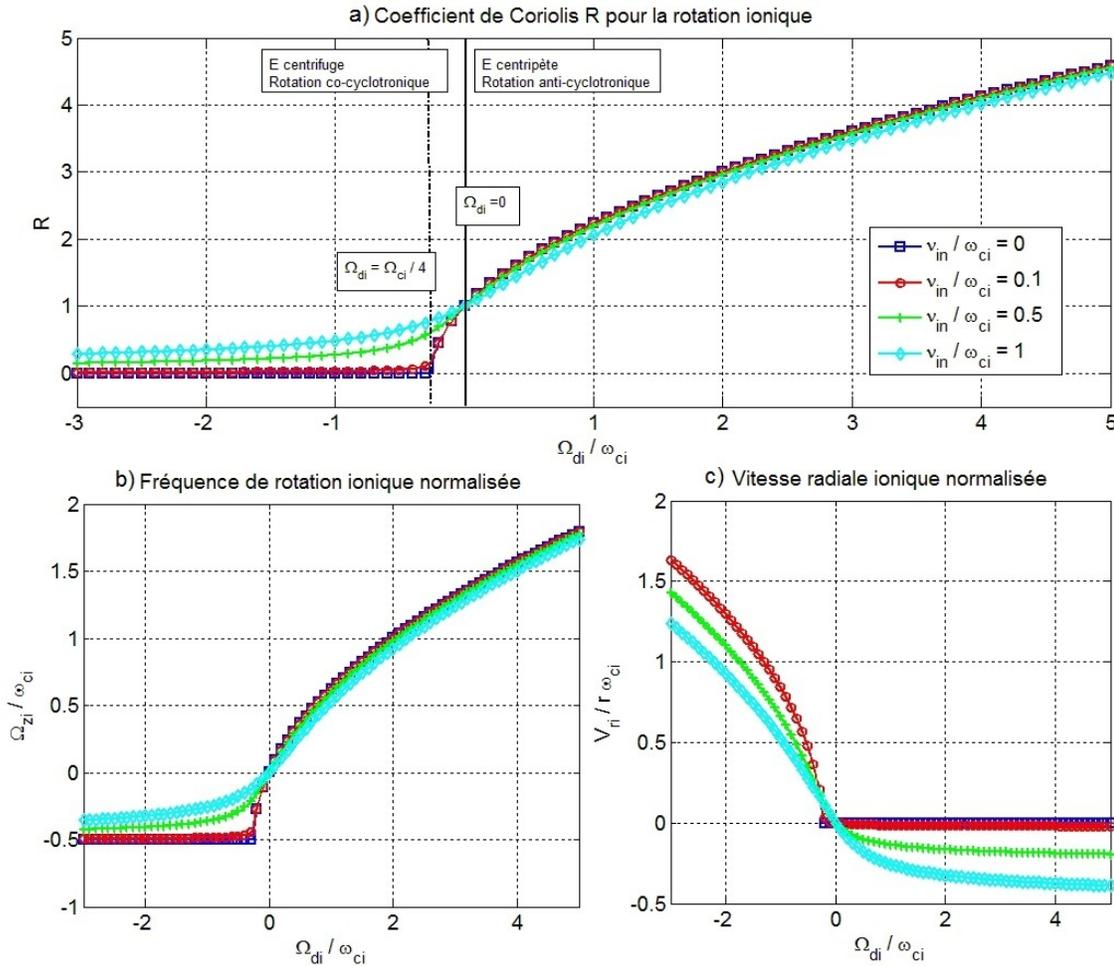
$$\text{soit :} \quad \Omega_{zi} \simeq \frac{\Omega_{ci}}{2} (1 - R_0) + \frac{\Omega_{ci}\bar{\nu}_{in}^2}{4} \frac{R_0^2 - 1}{2R_0^3} \quad (5.41)$$

---

29. on le rappelle la deuxième solution est équivalente à la première si on échange  $\Omega_{zi}$  par  $\Omega'_{ci} + \Omega_{zi}$  (la fréquence cyclotron apparente) puisque la composée de deux rotations (dans notre cas dérive azimutale et gyration cyclotron) admet deux décompositions équivalentes en rotations simples (voir section 2.2)

30. et non pas à  $\Omega_{ci} = -\omega_{ci}$  pour éviter le signe négatif introduit par la fréquence cyclotron signée et obtenir ainsi directement les vitesses avec le bon signe dans le repère  $(r, \theta, z)$

31. à la dérive diamagnétique ionique près puisque  $\Omega_{di} = \Omega_{zi} + \Omega_i^*$  on le rappelle



**Figure 5.6** – a) Paramètre de Coriolis ionique, b) Vitesse de rotation angulaire normalisée  $\Omega_{zi}/\omega_{ci}$  de la colonne d’ions et c) Vitesse radiale ionique normalisée  $V_{ri}/r\omega_{ci}$  en fonction de la vitesse de dérive totale normalisée  $\Omega_{di}/\omega_{ci}$ . Les différentes courbes représentent différentes valeurs de la fréquence de collision  $\nu_{in}$  (normalisée à  $\omega_{ci}$ ). Le cas expérimental correspond à  $\nu_{in} = 0, 1$ .

la correction est d’ordre 2 en  $\bar{\nu}_{in}$  ce qui explique le faible effet de la collisionnalité. Elle induit comme on le voit un freinage puisque  $\Omega_{ci} < 0$ . Cet effet est d’autant plus faible en proportion que la rotation est rapide, ce qui est logique si on observe que le taux de collision effectif vaut  $\bar{\nu}_{in}/R$  puisque le champ magnétique effectif vaut  $B' = RB$  : avec l’augmentation de la magnétisation les effets collisionnels sont minimisés. Dans la situation standard en collecteur flottant -  $\bar{\nu}_{in} \simeq 0, 1$  et  $R_0 \simeq 3$  - le freinage collisionnel peut donc être quasiment négligé. Concernant la vitesse radiale son expression est donnée

par :

$$\begin{aligned} V_{ri} &= -\bar{v}_{in} \frac{r\Omega_{zi}}{R} = \frac{\bar{v}_{in}r\Omega_{ci}}{2} \frac{R-1}{R} \\ &\simeq -\frac{\bar{v}_{in}r}{2} \frac{R_0-1}{R_0} \end{aligned} \quad (5.42)$$

elle tend vers la valeur asymptotique  $V_{ri} \rightarrow -\bar{v}_{in}r/2$  lorsque  $R \gg 1$ . L'expression de la vitesse radiale ionique diffère donc grandement de celle correspondant au transport dû à la mobilité transverse classique : on le rappelle (section 3.4.2) lorsqu'on néglige les effets inertiels (et la température ionique) le transport collisionnel ionique est régi par l'équation  $V_{r,i} = \mu_{\perp,i}E_r = -[\bar{v}_{in}/(1 + \bar{v}_{in}^2)]r\Omega_E$ . Le freinage azimuthal induit donc une diminution du transport radial ionique dans le cas anti-cyclotronique. Notons qu'avec l'expression de la vitesse radiale ionique il est possible de calculer le courant radial à l'équilibre, qui correspond au courant de Pedersen induit par les collisions ioniques :

$$\vec{j}_p = en_e V_{ri} \vec{e}_r \simeq -\frac{en_e \bar{v}_{in} r}{2} \frac{R_0-1}{R_0} \vec{e}_r \quad (5.43)$$

pour des collisions relativement rares il est inférieur au courant de Pedersen "classique" dans le rapport  $\Omega_{zi}/R\Omega_E$  : il est donc encore plus insuffisant pour satisfaire à la conservation du courant total en collecteur flottant.

### Rotation co-cyclotronique $\Omega_{di}/\Omega_{ci} > 0$

Considérons maintenant le cas du champ électrique centrifuge<sup>32</sup>, situation qu'on est susceptible d'observer dans la machine en collecteurs à la masse. Si on s'intéresse au paramètre de Coriolis et à la fréquence de rotation on observe qu'avec une collisionnalité non-nulle on tend cette fois asymptotiquement vers la situation des ions démagnétisés -  $R = 0$  et  $\Omega_{zi} = \Omega_{ci}/2$  - d'autant plus vite que la fréquence de collision est faible. Dans le même temps on constate un accroissement très important de la vitesse radiale qui suit la tendance :

$$V_{ri} \rightarrow -\frac{\bar{v}_{in}r\Omega_{ci}}{2R} > 0 \quad \text{quand} \quad R \rightarrow 0 \quad (5.44)$$

même avant la condition de résonance  $\Omega_{di}/\Omega_{ci} \geq 1/4$  on observe déjà un flux radial très supérieur au flux "classique". Ce transport, qui naturellement n'est pas apparu dans notre traitement non-collisionnel, permet de nuancer notre analyse de la stabilité de la colonne au voisinage de la situation résonante : il apparaît que le transport radial collisionnel joue un rôle important dans la stabilité marginale de la colonne d'ions en champ centripète. Cette fois encore il est impossible de se fier complètement à l'analyse fluide ici employée puisqu'il y a toutes les chances pour que l'hypothèse adiabatique soit réfutée. On se contentera donc d'inférer que les collisions vont jouer leur rôle classique d'atténuation de la résonance en générant en particulier un flux radial stabilisant qui va tendre à réduire de façon auto-consistante le champ électrique centripète. En particulier ce courant ionique collisionnel devrait jouer un rôle important de nivellement dans le possible processus de

---

32. même remarque que 31

chauffage intermittent que nous avons évoqué plus haut.

Terminons cette analyse en confrontant le courant radial à l'équilibre avec le courant  $I_{\perp}$  nécessaire à la conservation de la charge dans le plasma, dans la situation collecteurs flottants. Comme nous venons de le voir le seul courant stationnaire dans notre modèle est le courant de Pedersen dont l'expression en champ électrique centrifuge est donnée par 5.43. Le courant total stationnaire sur le cylindre périphérique peut alors être évalué :

$$I_{\perp,p} \sim \pi L_p R_p^2 e \bar{v}_{in} \frac{R_0 - 1}{R_0} n_e(R_p) \quad (5.45)$$

soit dans nos conditions (collecteur flottant) :  $I_{\perp,p} \sim -10^{-3}$  mA. Ce courant est sans surprise largement inférieur au courant moyen  $I_{\perp} \approx -5$  mA mesuré. En effet comme l'attestent les mesures présentées dans la section 6.2.1 le courant transverse est un courant oscillant lié aux fluctuations régulières de densité à l'ombre du limiteur, il faut donc l'étudier dans une approche en perturbation du plasma à l'équilibre, qui est l'objet du chapitre 7.

## 5.4 Conclusion sur l'équilibre du plasma

Au cours de ce chapitre nous avons cherché à fournir une modélisation la plus complète possible de l'équilibre du plasma de MISTRAL créé par un faisceau de particules ionisantes. Dans un premier temps il nous a fallu étudier comment les conditions aux limites axiales sur les courants et le potentiel pouvaient influencer le bilan des charges dans la machine. Il est apparu dans l'analyse que dans une situation de collection incomplète des électrons sur l'axe un courant net dans la direction radiale est indispensable pour satisfaire à la condition de neutralité du plasma. Expérimentalement cette situation se traduit par la mise en place d'un champ électrique radial qui présente une composante d'équilibre à l'origine d'une rotation par dérive ExB de la colonne de plasma.

En prenant en compte les effets inertiels et la collisionnalité nous avons généralisé dans une approche fluide les résultats obtenus dans notre étude de la dynamique particulière au chapitre 2. Cette analyse confirme une donnée essentielle : la nette différence de dérive électrique entre les fluides ioniques et électroniques dans les champs stationnaires présents dans la machine. Nous verrons dans le chapitre 7 comment cette situation est naturellement à l'origine de l'excitation d'ondes instables selon le mécanisme bien connu de l'instabilité de Simon-Hoh [Simon63] [Hoh63] liée à une dérive différentielle des espèces en champs croisés. L'originalité de notre étude réside dans le traitement du freinage inertiel du fluide ionique et la prise en compte du champ magnétique effectif qui traduisent une part importante des effets de rayon de Larmor fini ionique. Ces particularités du plasma en rotation ont été prises en compte d'une façon rigoureuse pour la première fois par P. Sosenko [Sosenko04] à notre connaissance<sup>33</sup>, mais dans une approche purement théorique qu'il nous a fallu reformuler et appliquer dans les conditions des plasmas observés sur

33. bien qu'ils aient été entrevus à l'origine par Mikhailovskii [Mikhailovskii83] qui a formulé la vitesse de rotation en champs croisés, reprise notamment par Chibisov [Chibisov92] et Light [Light01]

MISTRAL.

Le traitement fluide collisionnel des ions réalisé dans ce chapitre nous a permis d'obtenir des résultats qualitatifs très intéressants sur le transport ionique et la stabilité du plasma en champ électrique centrifuge : il est apparu d'une part qu'un courant ionique déconfinant très supérieur au courant classique apparaît et d'autre part que cette situation a les propriétés d'un équilibre marginal à proximité de la condition de résonance  $E_r \sim E_{r,lim}$ . Cet état est en particulier caractérisé par une interaction non-adiabatique importante entre le gaz d'ion et le champ statique qui pourrait être à l'origine d'un échauffement cinétique doublé d'un processus de transport intermittent. La nécessité d'une approche cinétique du problème nous empêche cependant de pousser plus loin l'analyse de ce cas.

Pour conclure nous espérons avoir ici mis en lumière le mécanisme général de la stabilité du plasma de MISTRAL : des conditions aux limites axiales découle la croissance d'un champ électrique radial induit par la limitation du courant, il en résulte une rotation différentielle des espèces qui comme on le verra est naturellement instable et provoque la croissance d'une instabilité que nous avons appellerons ISHI<sup>34</sup>. Celle-ci permet un transport radial du plasma à l'ombre du limiteur et la mise en place d'un courant transverse négatif permettant l'évacuation de l'excès de charge. Dans la situation de collecteur flottant, où comme on l'a vu le courant électronique est fortement limité axialement, ce transport "régulier" est absolument **nécessaire** à l'existence même du plasma. En collecteurs à la masse par contre il apparaît plutôt comme un comportement "parasite" - le courant transverse représente alors une faible proportion du courant total - lié à l'existence d'un champ électrique faible intermittent.

---

34. pour Inertial Simon-Hoh Instability

# Chapitre 6

## Observation de l'instabilité en champs croisés

Dans sa configuration type, l'expérience MISTRAL permet de réaliser un plasma cylindrique stable dans lequel il est possible de faire apparaître des modes réguliers, c'est-à-dire des oscillations de plasma se propageant azimutalement avec une phase cohérente qui permet de qualifier le mode selon son nombre d'onde poloïdal  $l$  (le nombre de maxima sur un tour). On observe couramment l'apparition d'une mode  $l = 1$  (un seul maximum de densité sur un tour poloïdal) et dans certaines conditions très particulières un mode  $l = 2$ . Ces oscillations de densité ont des fréquences qui sont typiquement inférieures ou de l'ordre de la fréquence cyclotron ionique et leur origine est très certainement liée à l'action d'une instabilité, dont nous allons chercher à identifier les conditions d'apparition et les caractéristiques essentielles.

Comme nous allons le voir le développement des oscillations est commandé par deux facteurs clés de l'expérience : la mise en place d'un limiteur radial induisant un fort gradient de densité électronique entre la zone centrale et la région à l'ombre du limiteur et la polarisation des collecteurs axiaux qui contrôle le courant axial et influence par là le gradient radial de potentiel plasma, responsable d'une rotation par dérive ExB de la colonne de plasma.

Dans le but de déterminer le rôle du courant injecté sur l'équilibre du plasma nous avons souhaité contrôler le bilan des charges dans la machine. Pour cela il importait de mesurer non seulement le courant traversant le collecteur axial en bout de machine mais aussi le courant transverse s'échappant sur la paroi cylindrique de la colonne. Nous avons donc procédé à l'installation de deux demi-cylindres métalliques autour de l'axe de la colonne cylindrique. Ils sont reliés entre eux par des charnières isolantes et positionnés de manière à former un cylindre limiteur d'un diamètre de 20cm (voir figure 6.1). L'ensemble est isolé de la masse de la machine et polarisé indépendamment des autres éléments : en général on relie chacun des demi-cylindres à la masse à l'aide d'une très faible résistance (quelques Ohms), ce qui permet de mesurer le courant transverse qu'ils collectent : le courant total "moyen" s'obtient en additionnant la contribution des deux collecteurs et on peut observer grossièrement les variations poloïdales en comparant le courant instan-

tané sur chacun des demi-cylindres. Notons qu'il est également possible de polariser les demi-cylindres à une tension  $V_{cyl}$  choisie, ce qui permet d'influencer directement le champ électrique radial.

Cette configuration nous a permis de mettre en évidence la transition entre le régime "standard" de collection axiale obtenu en polarisant les bords axiaux à la masse, qui se traduit par la présence d'un plasma relativement stable et bien confiné, et le régime original de collection transverse du courant qu'on observe lorsque les collecteurs de bout sont progressivement amenés au flottant - situation dans laquelle on limite totalement le courant d'électrons secondaires dans la direction parallèle - soit en le débranchant simplement soit en le fixant à une impédance très élevée. Dans ce deuxième cas comme on le verra des oscillations de grande amplitude font leur apparition, qui donnent lieu à un transport transverse régulier très important.

## 6.1 Équilibre du plasma créé par un faisceau d'électrons ionisants

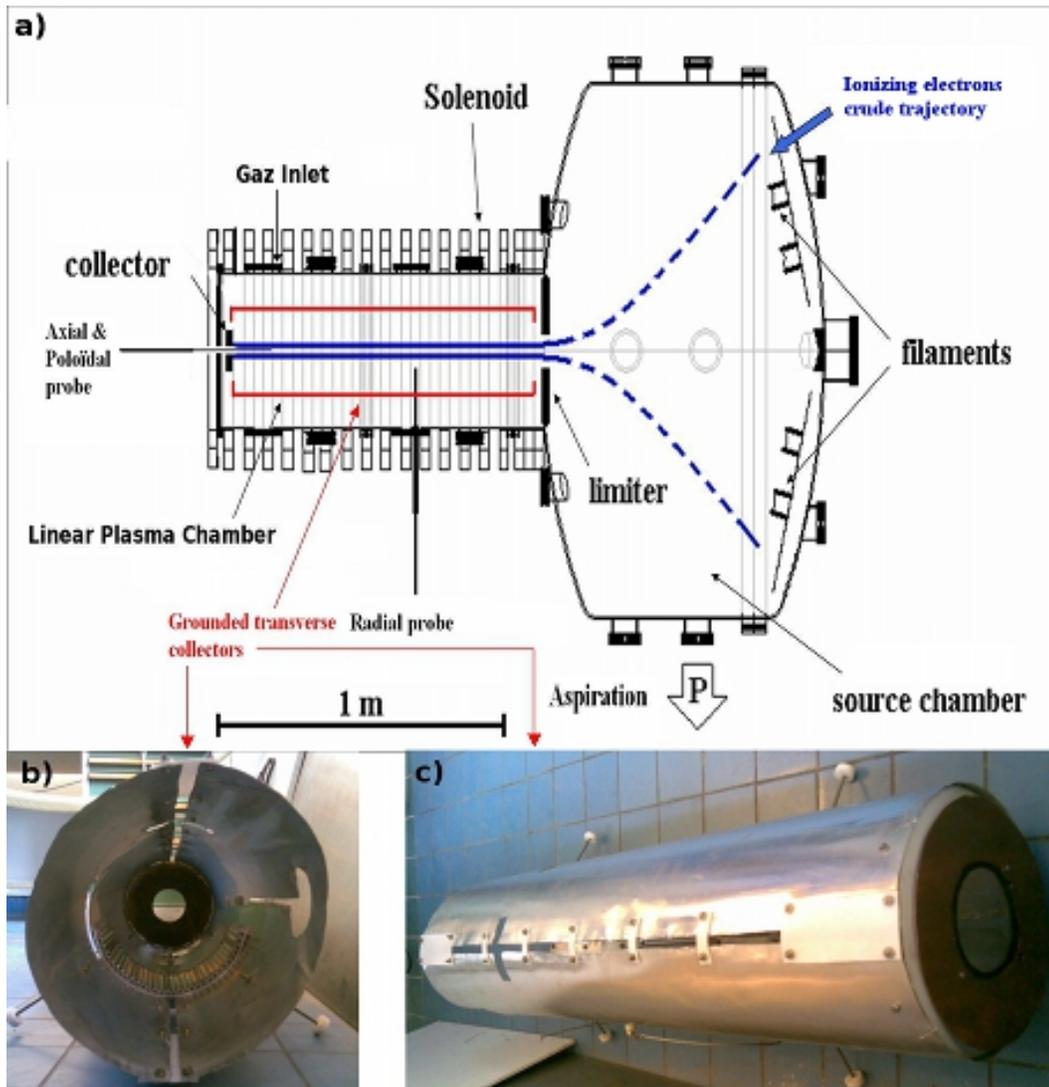
### 6.1.1 Conditions de création du plasma

Le plasma source est créé à l'aide des filaments de Tungstène polarisés à la tension de chauffage  $V_{fil}$  d'environ 16V, correspondant à un courant d'une centaine d'Ampères qui assure une thermo-émission importante. La pression du gaz de travail, de l'Argon, est réglée autour de quelques  $10^{-4}$  mbar à l'aide de la micro-fuite. Pour ioniser le plasma source et permettre ainsi aux électrons énergétiques issus des filaments de traverser la chambre source on applique une tension de décharge  $V_{dec}$  d'une trentaine de volts. Cette tension est appliquée entre le pôle négatif des filaments jouant le rôle de cathode et l'anode qui entoure la chambre source. Cette anode est polarisée négativement de manière à accroître l'énergie du faisceau d'électrons primaires qui va entrer dans la colonne : le choix de sa polarisation a ainsi une influence directe non seulement sur la densité électronique mais également sur le potentiel plasma au centre de la colonne comme on le verra. Ces polarisations permettent de créer un faisceau d'électrons primaires ionisants d'une température d'environ 16 eV (correspondant à  $V_{fil}$ ) accéléré par une tension d'une vingtaine de volts (égale globalement à  $V_{dec} - V_{fil}/2$ ).

Le champ magnétique est typiquement réglé autour de 150 Gauss et les bobines compensatrices ajustées de manière à optimiser l'injection des primaires tout en homogénéisant suffisamment le faisceau de façon à obtenir dans la colonne un plasma central relativement homogène. Enfin les potentiels de la grille séparatrice  $V_{sep}$  et du collecteur terminal  $V_{col}$  - autrement dit des deux collecteurs axiaux<sup>1</sup> - sont soit laissés flottants, soit réglés à une valeur identique comprise entre  $-20V$  et la masse de façon à observer la transition entre le régime où les électrons secondaires sont collectés axialement ou ra-

---

1. bien que la grille séparatrice n'intercepte pas à proprement parler tous les flux axiaux, elle détermine la condition aux limites en entrée



**Figure 6.1** – Configuration de la machine mistral avec les deux demi-cylindres collectant radialement : a) schéma de l'expérience, b) vue de l'assemblage des demi-cylindres de face, c) vue de dessus

dialement.

Les paramètres de réglages les plus importants sont :

- La pression du gaz d'argon qui a un effet complexe puisqu'elle influence à la fois la densité électronique, la collisionnalité du plasma et le courant.
- La valeur du champ magnétique qui détermine la qualité du confinement (surtout ionique) mais également les fréquences de rotation des ions et des électrons dues aux dérives et les fréquences cyclotron.
- La polarisations  $V_{col}$  et  $V_{sep}$  des collecteurs axiaux et  $V_{an}$  de l'anode qui influencent fortement le potentiel plasma dans le centre de la colonne et donc le champ électrique radial.
- la polarisation  $V_{cyl}$  du cylindre entourant le plasma qui contrôle également le champ

**Table 6.1** – Conditions expérimentales dans la configuration avec collecteur cylindrique. Entre parenthèse les valeurs pour la situation de référence.

Rayon du limiteur	$R_{lim} = 4,5$ cm
Rayon du cylindre collecteur	$R_{cyl} = 10$ cm
Gaz : Argon	$P_0 \approx 1-10 \cdot 10^{-4}$ mbar (ref : $1,5 \cdot 10^{-4}$ mbar)
Densité électronique	$n_e \approx 10^{14} - 10^{15} m^{-3}$
Température électronique	$T_e \approx 2-4$ eV
Température ionique	$T_i \sim 0,1$ eV
Champ Magnétique	$B = 0,01-0,03$ T (ref 0,015 T)
Fréquence cyclotron ionique	$f_{ci} = 3,8-11,5$ kHz (ref 5,8 kHz)
Tension des filaments	$V_{fil} = 16,5$ V
Tension de décharge	$V_{dec} = 36$ V
Tension d'anode	$V_{an} = 0 \rightarrow -15$ V (ref -5V)
Tension de séparatrice	$V_{sep} = 0 \rightarrow -20$ V (masse / flottant)
Tension de collecteur axial	$V_{col} = 0 \rightarrow -40$ V (masse / flottant)
Tension des demi-cylindres	$V_{cyl} = 0 \rightarrow 20$ V (ref 0V)

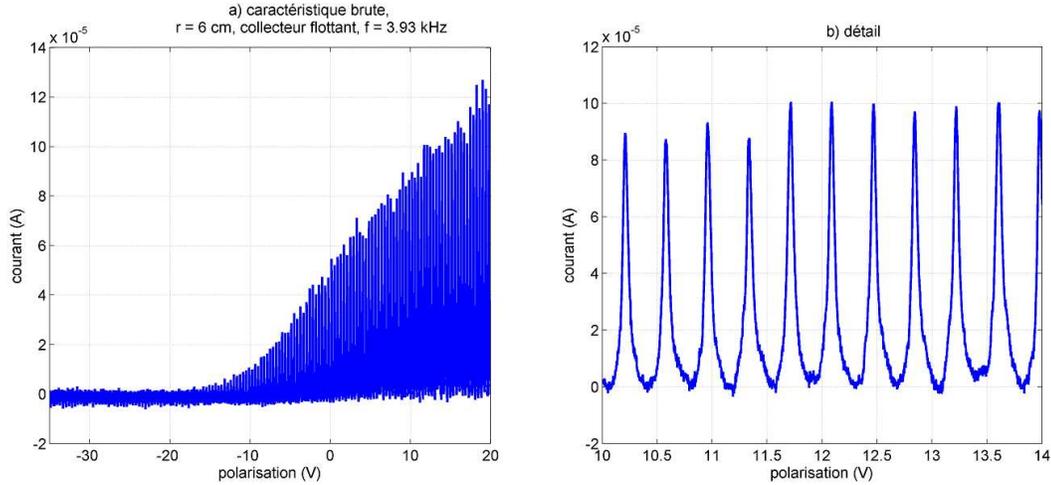
électrique radial.

L'ensemble des conditions expérimentales dans lesquelles nos expériences ont été réalisées est résumé dans le tableau 6.1. La situation de référence correspond aux paramètres expérimentaux entre parenthèse :  $P_0 \approx 1,5 \cdot 10^{-4}$  mbar,  $B = 0,015$ T,  $V_{an} = -5$ V et  $V_{cyl} = 0$ V.

### 6.1.2 Mesure des paramètres d'équilibre

A cause des fluctuations de densité présentes dans le plasma, les caractéristiques obtenues avec une sonde de Langmuir plane en variant sa polarisation sont modulées par les fluctuations à quelques kHz observées. En échantillonnant la caractéristique brute de la sonde on obtient les caractéristiques respectives des minima et des maxima de densité (qu'on appellera parfois surdensités). Pour un mode régulier ces caractéristiques permettent d'obtenir les paramètres du plasma aux deux moments correspondant aux deux phases extrêmes ( $\varphi = 0[\pi]$ ) des oscillations de densité, tandis que dans la situation turbulente elles représentent simplement l'amplitude de variation des paramètres du plasma. Un exemple de caractéristique brute obtenu à l'aide d'un balayage de tension à très basse fréquence (qqs dizaines de Hz) est visible figure 6.2 dans la situation du mode régulier  $l = 1$ . L'analyse des caractéristiques échantillonnées permet d'estimer 4 des principaux

paramètres du plasma : densité électronique, température électronique, potentiel plasma et densité des primaires.

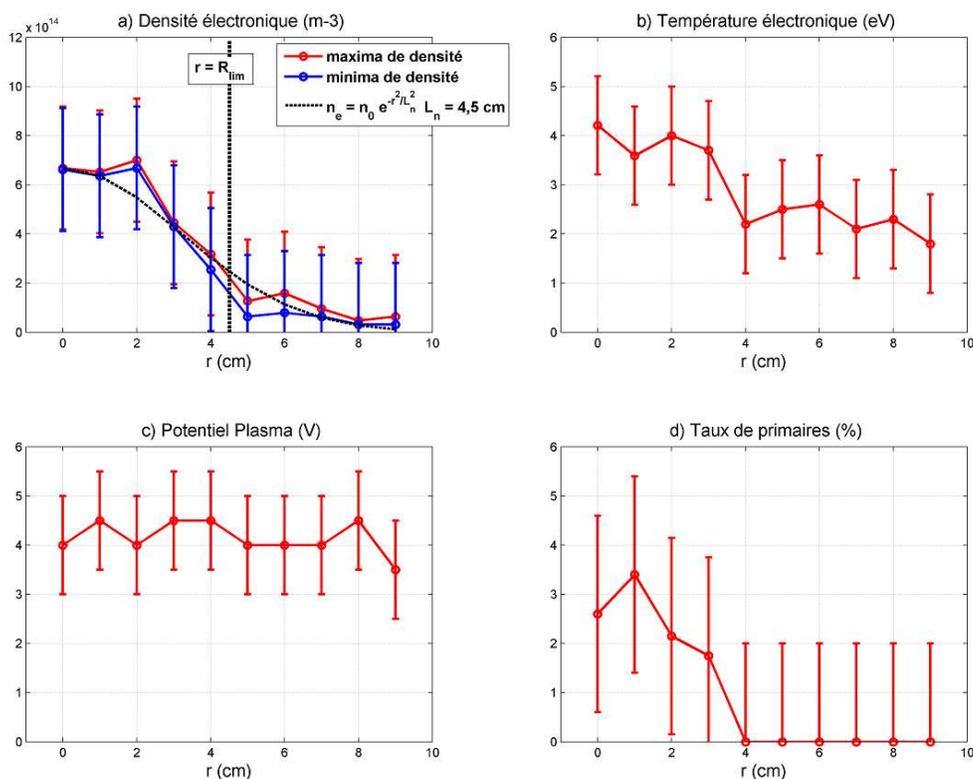


**Figure 6.2** – Caractéristique de sonde brute : a) sur la gamme  $V_{pol} = -35V \rightarrow 20V$ , b) détail montrant les oscillations du signal de sonde.

Commençons par décrire le plasma stable obtenu collecteurs à la masse, c'est à dire lorsque l'essentiel du courant électronique est évacué axialement. Les caractéristiques obtenues à l'aide d'une sonde de Langmuir plane positionnée à différents rayons de la colonne et à mi-longueur permettent de déterminer les profils d'équilibre des grandeurs caractéristiques du plasma (voir figure 4.4). Ces profils sont donnés par la figure 6.3 : concernant la densité électronique on observe d'abord un gradient radial important entre le centre et la périphérie qui indique un bon confinement du plasma dans la zone centrale et ensuite une faible niveau de fluctuations de densité électronique à l'ombre du limiteur ( $\delta n_e/n_e \approx 10 - 20\%$ ), témoin que le plasma est relativement stable autour de ses composantes d'équilibre. La présence d'un plasma de densité significative à la périphérie indique qu'un transport transverse est manifeste, lié sans doute à la combinaison du faible champ magnétique et des collisions ioniques. Deux autres facteurs peuvent également jouer un rôle clé dans ce phénomène : le transport turbulent lié aux fluctuations ainsi que le champ électrique radial. Comme le montre la figure 6.3-c, ce dernier est quasiment nul à la précision de la mesure près, alors qu'on pourrait s'attendre à une chute de potentiel entre le plasma central positif et le bord à la masse. Tout porte à croire que cette chute de potentiel est confinée dans une zone tampon proche de la surface du cylindre - similaire à une gaine - où de forts effets de polarisation sont à prévoir. Cette situation particulière est très certainement liée au problème de la stabilité du fluide ionique en présence d'un champ électrique centrifuge, que nous avons étudiée section 5.3.2 : comme nous l'avons vu il suffit d'un champ électrique centrifuge même minime - surtout à champ magnétique faible - pour induire un flux radial ionique très important. Dans ce contexte il n'est pas étonnant d'observer un potentiel plasma quasi-constant radialement, qui traduit simple-

ment la nécessité pour le plasma de limiter la fuite radiale des ions.

Les deux derniers paramètres déterminés par les caractéristiques de sonde sont la température électronique (figure 4.4-b) et la densité de primaires (figure 4.4-d)<sup>2</sup> : la première semble chuter de moitié environ à l'ombre du limiteur<sup>3</sup> tandis que la deuxième montre que les primaires sont quasi-inexistants dans cette zone.



**Figure 6.3** – Plasma stable en collecteurs axiaux à la masse. Profil radial de a) densité électronique, b) température électronique, c) Potentiel plasma, d) taux de primaire  $n_{ep}/n_e$  : en rouge pour les maxima de densité, en bleu pour les minima. Ces trois dernières caractéristiques ne varient pas sensiblement dans le plasma relativement stable.

Observons maintenant les mêmes profils dans la situation de collecteurs axiaux flottant, visibles sur la figure 6.4. Il apparaît que la densité électronique présente cette fois une très forte modulation d'amplitude ( $\delta n_e/n_e \approx 100$  %) causée par la présence d'un mode régulier  $l = 1$  que nous allons étudier plus en détail dans les prochaines sections. Du point de vue phénoménologique on constate que la densité des minima décroît fortement à la frontière avec la région à l'ombre du limiteur avant d'atteindre des valeurs non-mesurables : il y a donc un vide relatif entre le passage des maxima. Par contre les surdensités se manifestent comme des bouffées de plasma de densité légèrement décroissante

2. obtenue en estimant la pente de la caractéristique aux potentiels très négatifs

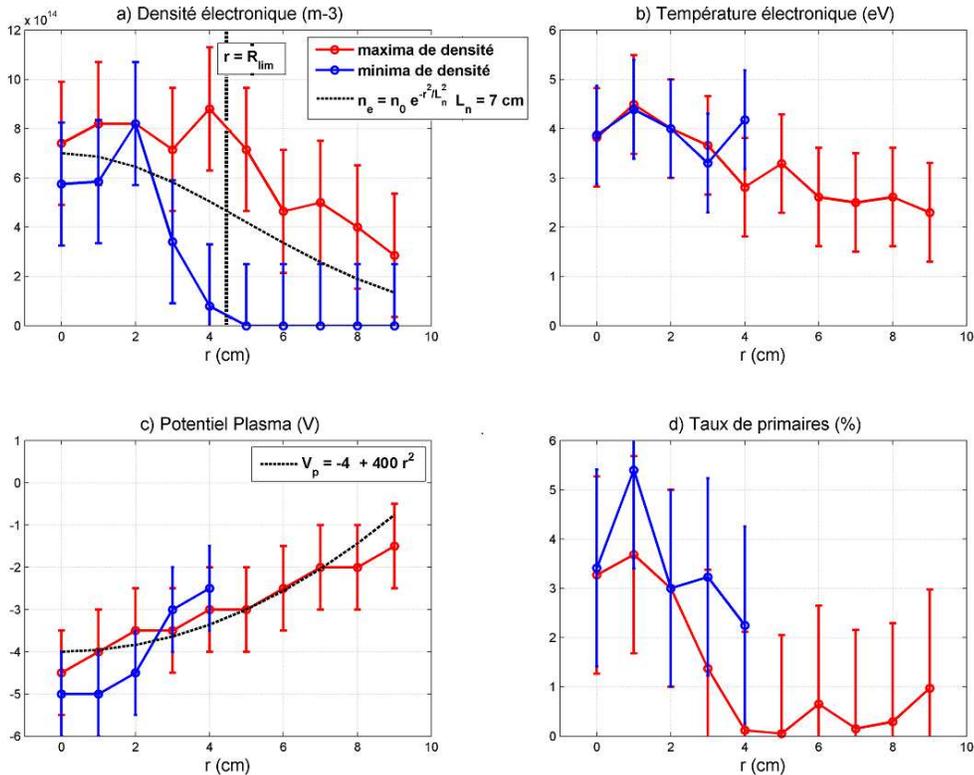
3. attention toutefois, il n'est pas impossible que la présence des primaires au centre contribue à fausser la mesure de la température électronique en l'exagérant

présentes tout le long du rayon de la colonne.

La température électronique mesurée est d'environ 4 eV et reste sensiblement constante dans le plasma central. Derrière le limiteur elle n'est plus mesurable dans le vide, par contre on observe dans les surdensités une température qui décroît faiblement jusqu'à environ 2,5 eV<sup>4</sup>.

Le potentiel plasma représenté sur la figure 6.4-c) est proche dans la partie centrale pour les maxima et les minima : la tendance correspond à la présence d'un champ centripète linéairement croissant  $E_r \approx -800r$  V (avec r en m). A l'ombre du limiteur la caractéristique des surdensités montre la présence d'un champ électrique à peu près comparable. Cette estimation permet de supposer qu'il règne dans la zone tampon entre le vide et la bande de plasma un champ électrique qui donne lieu à une dérive électrique azimuthale  $\Omega_E = -E_r/(rB) \approx 53.10^3 \text{ rad/s}$  (8,5 kHz) dans le sens direct.

Pour ce qui concerne enfin les électrons primaires on observe là encore leur quasi-disparition à l'ombre du limiteur, ce qui semble indiquer qu'ils sont bien confinés dans la zone centrale, point qui sera discuté plus bas.



**Figure 6.4** – Plasma instable en collecteurs axiaux flottants. Profil radial de a) densité électronique, b) température électronique, c) Potentiel plasma, d) taux de primaire  $n_{ep}/n_e$  : en rouge pour les maxima de densité, en bleu pour les minima. Au delà du limiteur ( $r > 4$  cm) la densité des minima est trop faible pour permettre une caractérisation fiable.

4. même remarque que 3

## 6.2 Analyse expérimentale du mode régulier

Le mode régulier obtenu lorsque la polarisation flottante des collecteurs axiaux donne lieu à l'établissement d'un électrique radial centripète nous autorise à une caractérisation expérimentale très complète des oscillations de densité. En effet grâce à la cohérence du signal mesuré il est possible, soit par des mesures simultanées, soit par des mesures déclenchées, d'étudier dans le détail ses propriétés spectrales tant du point de vue temporel que spatial, ainsi qu'on va le voir.

### 6.2.1 Caractérisation des surdensités du plasma

A l'aide d'une sonde de Langmuir mobile radialement on peut mesurer le courant collecté en polarisation positive (typiquement  $V_{pot} \approx 18V$ , soit quelques dizaines de volts au-dessus du potentiel plasma). Par abus de langage on appellera ce courant mesuré *courant de saturation électronique*<sup>5</sup> dans toute la suite : il est grossièrement proportionnel à la densité électronique locale, bien qu'il dépende également dans une certaine mesure du potentiel plasma à cause de la saturation imparfaite des sondes en collection électronique. Ce dernier point fait qu'il est délicat de comparer sans beaucoup de précautions l'amplitude du signal entre les différentes mesures. Par contre les composantes fréquentielles du signal sont tout à fait fiables et permettent une analyse spectrale très détaillée, elle est menée soit à l'aide d'un analyseur de spectre analogique branché directement en sortie de sonde soit par un algorithme de transformée de Fourier rapide (FFT) en post-traitement.

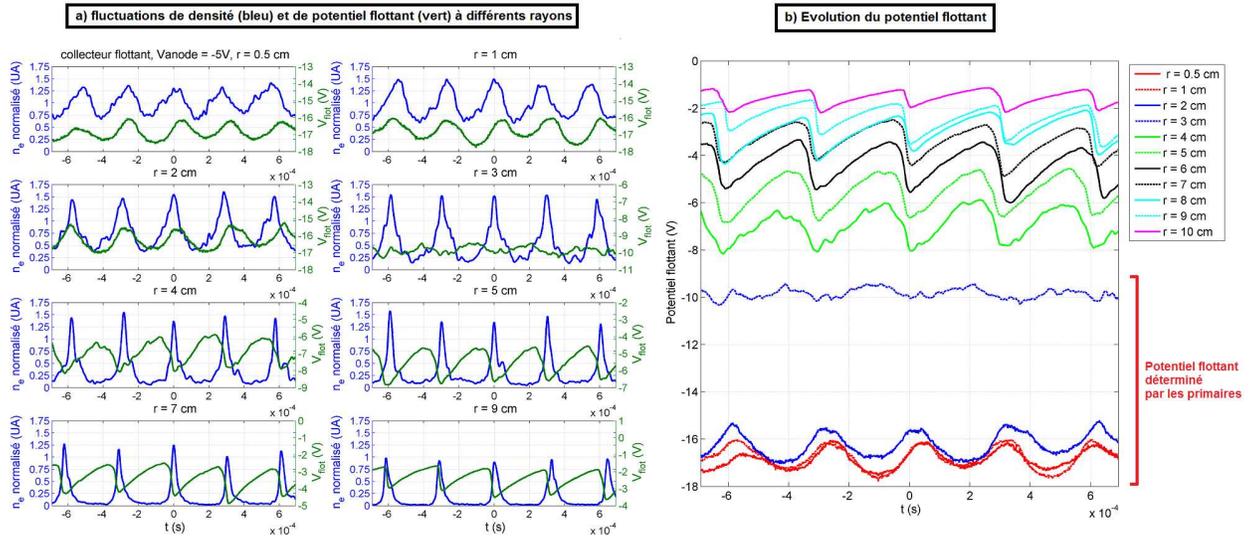
Dans les conditions standard, collecteurs axiaux flottants, on observe que le signal de sonde présente une oscillation de quelques kHz due à la présence de surdensités régulières : on peut voir sur la figure 6.5-a les oscillations de la densité (en bleu) à plusieurs rayons. Cette mesure est obtenue à l'aide d'une sonde de Langmuir plane en saturation électronique, l'acquisition étant déclenché par une sonde de référence qui détecte les maxima du signal plus loin dans la colonne. Les fluctuations mesurées ont même phase et fréquence quelque-soit le rayon à la précision de la mesure près<sup>6</sup>, **ce qui indique la présence d'un mode global**. Il faut souligner que leur forme varie significativement suivant la position : au centre on observe une oscillation quasi-sinusoidale qui cède peu peu à un front beaucoup plus raide à l'ombre du limiteur, indicateur d'une forte non-linéarité que nous analyserons plus bas, le plasma est quasi-inexistant dans cette région à l'exception de bouffées régulières.

La même figure montre également le potentiel flottant sur une sonde cylindrique enregistré simultanément (en vert), visible aussi de façon synthétique sur la figure 6.5-b. Dans des conditions normales cette mesure permet une appréciation qualitative du potentiel

---

5. une discussion sur la validité de cette approximation est donnée dans le chapitre 4

6. les légères variations sont imputables à la dérive thermique du dispositif ainsi qu'aux légères variations de pression



**Figure 6.5** – Mesures des fluctuations à différents rayons : a) potentiel flottant (en vert) et densité  $n_e$  (en bleu, d’après le courant de saturation électronique à  $V_{pol} \approx 18V$ ) enregistrés par deux sondes de Langmuir déclenchées. b) potentiel flottant seul : l’inversion du signal autour de  $r \approx 4cm$  est due à la disparition des primaires qui dominent le bilan de courant au centre. Mesures réalisées dans les conditions standards, collecteurs axiaux flottants.

plasma - en particulier de ses variations spatio-temporelles - puisque  $V_p - V_{flott} \approx k_B T_e$ <sup>7</sup>. Ce principe n’est cependant pas valable au centre du plasma à cause de la présence des électrons primaires qui sont déterminant dans la condition de nullité du courant qui fixe le potentiel flottant sur la sonde. On observe en effet une inversion des variations de  $V_{flott}$  autour de  $r \approx 4cm$  - qui correspond à la frontière de la zone d’injection des primaires - révélatrice d’une transition entre deux régimes de collection. C’est donc uniquement à l’ombre du limiteur qu’on peut considérer les oscillations du potentiel flottant comme une indication valable des oscillations de potentiel plasma. Elles révèlent que ces dernières sont comme les oscillations de densité sensiblement non-linéaires, d’où la difficulté d’estimer le déphasage densité/potentiel  $\varphi_{\phi}^n$ , qui apparaît tout de même assez proche de  $\pi$  aux rayons intermédiaires. Attention toutefois car la quasi-disparition du plasma entre les pics de densité peut contribuer à la remontée du potentiel flottant et fausser ainsi l’estimation des fluctuations de potentiel.

Les FFT des courants de saturation électroniques mesurés à différents rayons sont données par la figure 6.6 : elles confirment la pureté du mode régulier observé : on n’observe en effet qu’une seule fréquence d’oscillation accompagnée, à mesure qu’on s’éloigne du plasma central, d’un nombre croissant d’harmoniques significatives qui confirment s’il était nécessaire la très forte non-linéarité des oscillations de densité à l’ombre du limiteur. Notons qu’à cause de la forte non-linéarité du mode pour  $r > 4cm$  il est impossible de juger de l’amplitude du mode d’après la FFT, puisque le spectre de puissance est réparti sur différentes composantes. Afin tout de même d’évaluer cette amplitude nous

7. soit  $V_p - V_{flott} \approx 2 - 3V$  dans nos expériences

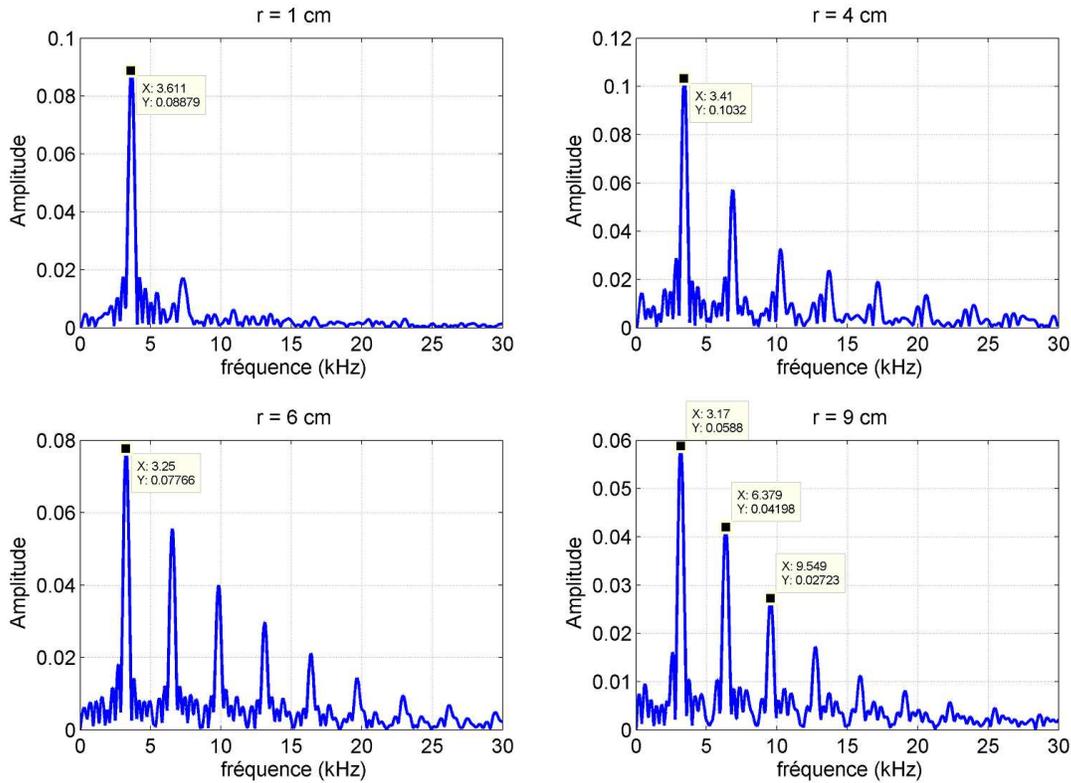
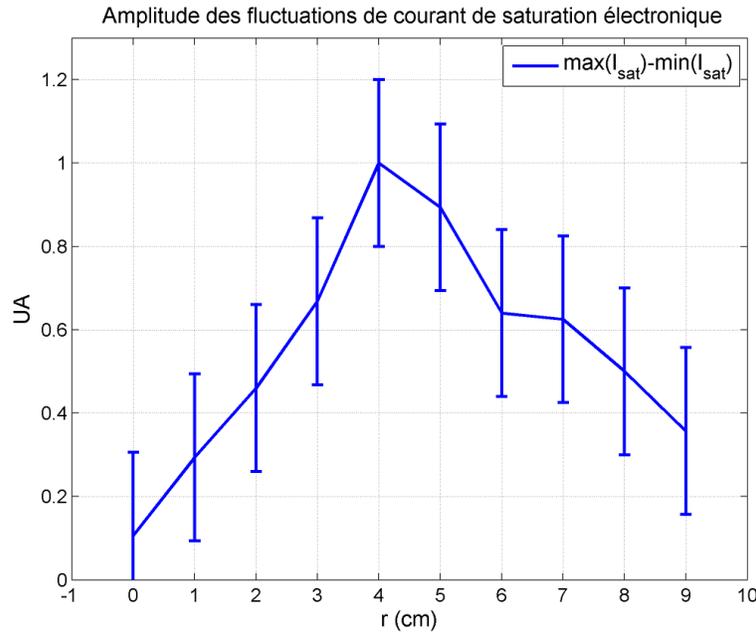


Figure 6.6 – FFT du courant de saturation électronique à différents rayons, signaux de 6.5

avons mesuré aux différents rayons le courant de saturation électronique crête à crête -  $max(I_{sat}) - min(I_{sat})$  - visible sur la courbe 6.7 : il présente comme on le voit un maximum situé grossièrement à mi-colonne, soit dans la zone frontière définie par le limiteur radial. Nous verrons dans la section 7.1.3 du prochain chapitre que ce profil de fluctuation s'explique naturellement par la forme des fonctions propres radiales, solutions de l'équation de dispersion globale en géométrie cylindrique. Attention une fois encore, il nous faut souligner que l'augmentation du potentiel plasma à  $r$  croissant induit une diminution des fluctuations enregistrées à polarisation de sonde fixe, due on le répète à la mauvaise saturation des sondes, ce phénomène a donc pour effet de minimiser l'augmentation de l'amplitude avec le rayon.

Terminons enfin en comparant la fréquence mesurée du signal, environ 3 kHz ici avec les fréquences caractéristiques du plasma, calculées d'après l'approximation analytique des profils d'équilibre de la figure 6.4<sup>8</sup> : tableau 6.2. La fréquence de collisions ion-neutres est donnée dans une fourchette large de façon à tenir compte de l'imprécision sur la pression de neutre et la distribution en vitesse ionique, ce qui à basse pression influe faiblement comme on le voit sur le coefficient de Coriolis ionique  $R$  et la fréquence de

8. on a choisi une valeur de température électronique intermédiaire  $T_e \approx 3$  eV pour calculer  $\Omega_e^*$  et la valeur estimée par la LIF :  $T_i \approx 0,1$  eV pour calculer  $\Omega_i^*$



**Figure 6.7** – Variation de l’amplitude des fluctuations de courant de saturation électronique (sonde plane, 17V) avec le rayon.

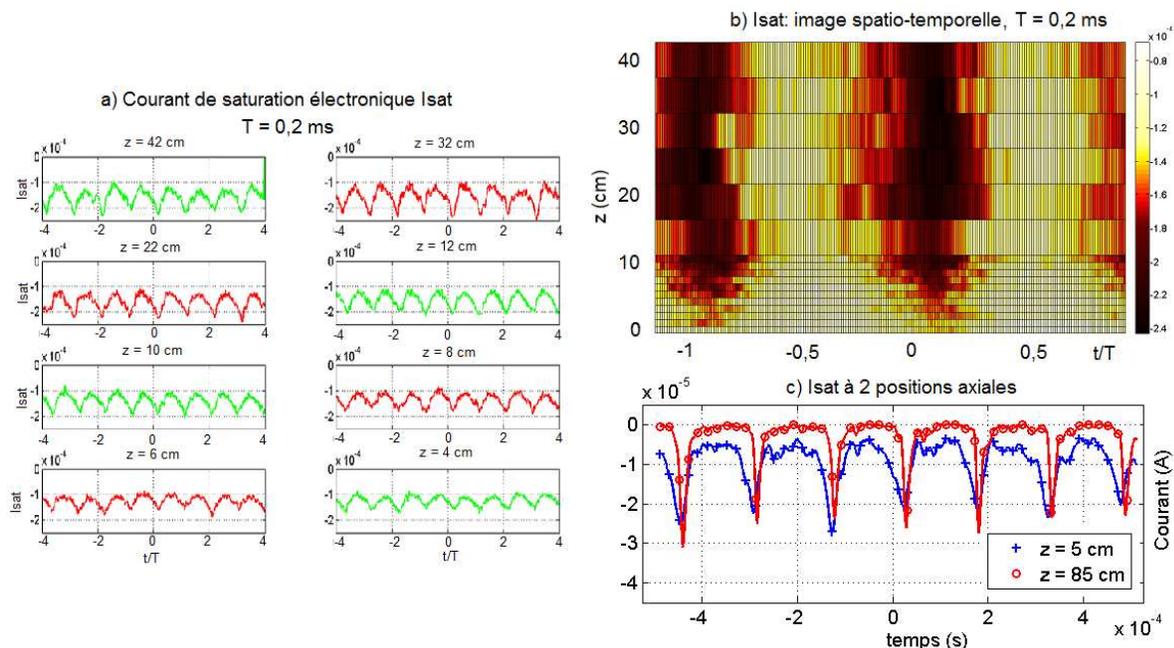
rotation ionique  $\Omega_{zi}$  calculés d’après les relations 5.39 et 5.34 établies dans la section 5.3.2 lors de l’étude de la dynamique du plasma à l’équilibre. On observe que la fréquence des oscillations est inférieure mais relativement proche de la fréquence de rotation ionique, ce qui est cohérent comme on le verra au chapitre 7 avec les prévisions de notre étude linéaire sur l’instabilité du type Simon-Hoh inertiel (ISHI) théoriquement instable dans nos conditions. Il est intéressant également de constater qu’on est relativement proche de la fréquence cyclotron ionique, ce qui permet de prévoir des effets cinétiques complexes.

**Table 6.2** – Fréquences caractéristiques du plasma dans le cas standard, collecteurs axiaux flottants

fréquence instable	$\omega \approx 3\text{-}4 \text{ kHz}$
fréquence cyclotron ionique	$\omega_{ci} \approx 5,8 \text{ kHz}$
fréquence de dérive électrique	$\Omega_E \approx 8,5 \text{ kHz}$
fréquence diamagnétique électronique	$\Omega_e^* \approx 13 \text{ kHz}$
fréquence diamagnétique ionique	$\Omega_e^* \sim 0,7 \text{ kHz}$
fréquence des collisions ion-neutre	$\nu_{in} \approx 3 \text{ kHz}$
fréquence des collisions électron-neutre	$\nu_{en} \approx 50 \text{ kHz}$
coefficient de Coriolis ionique	$R \approx 2,7$
fréquence de rotation ionique	$\Omega_{zi} \approx 4,8 \text{ kHz}$
fréquence cyclotron ionique effective	$\omega'_{ci} \approx 17,5 \text{ kHz}$

## 6.2.2 Comportement spatio-temporel

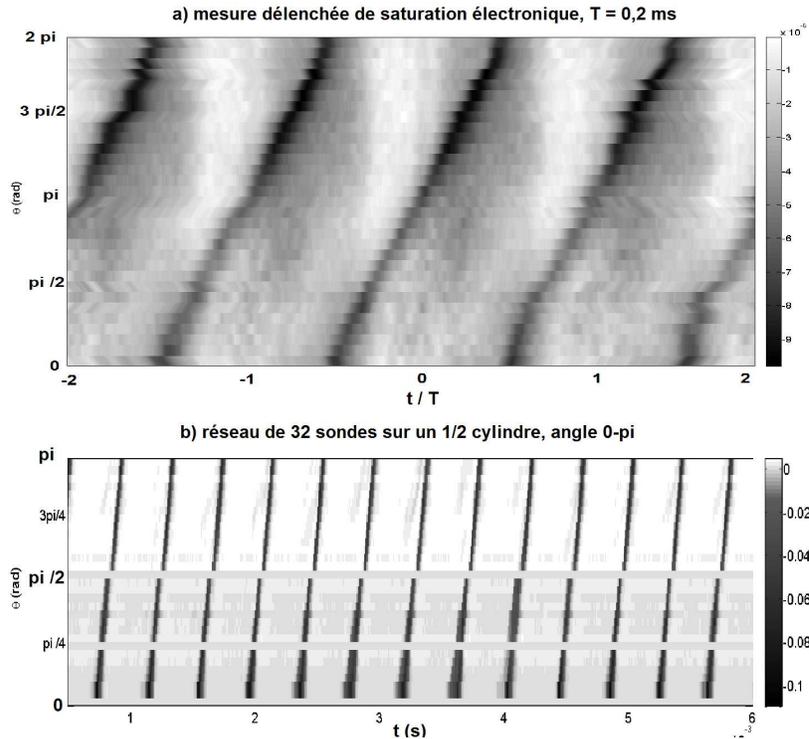
Les mesures réalisées avec une sonde cylindrique mobile axialement déclenchée par un signal de référence - figures 6.8 a et b - ainsi que celles menées simultanément au moyen de deux sondes fixes - figure 6.8 c - montrent que les surdensités observées sont en phase axialement et qu'il s'agit donc d'un mode flûte - c'est à dire à  $k_{\parallel} \simeq 0$ .



**Figure 6.8** – Fluctuations du courant de saturation électronique sur une sonde cylindrique en fonction de  $z$  (distance au collecteur terminal) : a) et b) mesures déclenchées réalisées à l'aide d'une sonde mobile axialement ( $V_{pol} \approx 18V$ ,  $r \approx 4cm$ ).c) mesures simultanées à l'aide de deux sondes fixes décalées de 80 cm sur l'axe ( $V_{pol} \approx 18V$ ,  $r \approx 6cm$ ). Conditions standards collecteurs axiaux flottants.

Selon le même principe nous avons procédé à des mesures spatio-temporelles poloidales, visibles sur la figure 6.9. La figure a) montre un mesure déclenchée réalisée avec la même sonde que 6.8-ab ( $z \approx 40$  cm) en la faisant pivoter autour de l'axe. La figure b) a été réalisée au moyen d'un réseau de 32 sondes placé sur la surface d'un 1/2 cylindre, elles sont reliées à la masse par une résistance faible qui permet de mesurer localement le courant radial. Ce dernier diagnostic permet une mesure spatio-temporelle simultanée des fluctuations. Les deux figures indiquent sans équivoque la présence d'un mode  $l = 1$ .

Pour résumer les surdensités se présentent donc comme une onde de plasma présentant une phase constante selon  $r$  et  $z$  et se propageant donc uniquement dans la direction azimutale, avec un nombre d'onde  $l = 1$ . Elles ont donc l'apparence d'une "bande" de plasma en rotation s'étendant axialement et radialement qui relie le plasma central aux cylindres



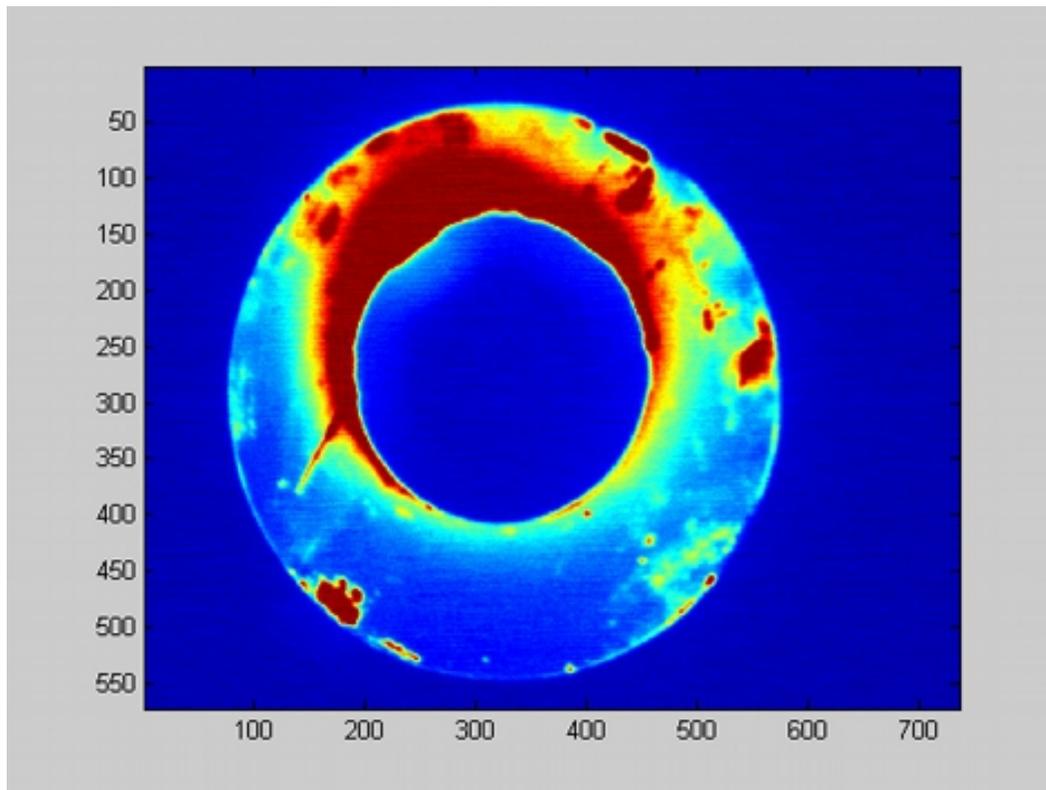
**Figure 6.9** – a) Mesures déclenchées du courant de saturation électronique sur une sonde cylindrique en fonction de sa position poloïdale  $\theta$  ( $V_{pol} \approx 18V$ ,  $r \approx 4cm$ ). b) mesures simultanées à l'aide d'un réseau de 32 sondes posé sur un 1/2 cylindre périphérique, couvrant la gamme angulaire  $0 \rightarrow \pi$ . Conditions standards collecteurs axiaux flottants.

collecteurs périphériques à travers le vide relatif qui les sépare. Cette image est bien rendue par l'observation à la caméra intensifiée que nous présentons dans la section suivante.

### 6.2.3 Observation à la caméra intensifiée

Comme on vient de l'observer les fluctuations de densité sont en phase selon  $z$  et ce caractère "flûte" permet l'imagerie axiale du plasma sur toute la ligne de visée. En particulier il rend possible l'observation par une caméra intensifiée placée devant le hublot en bout de machine.

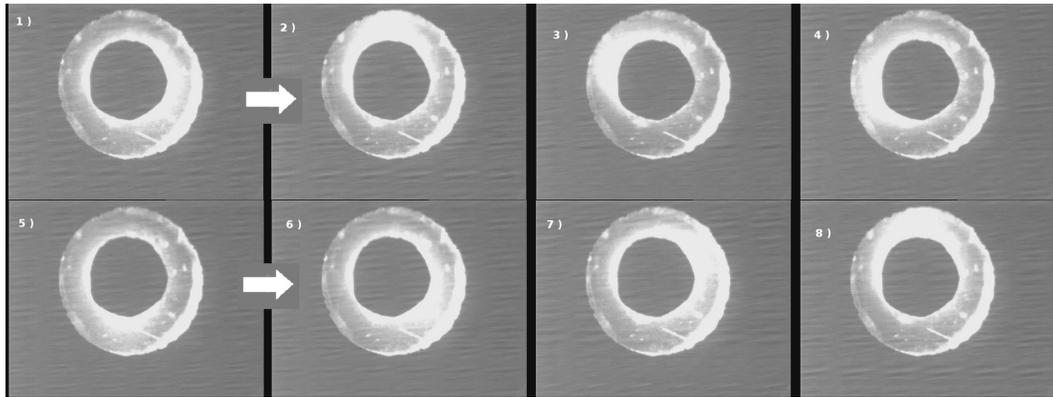
On souhaite observer l'évolution des bouffées de plasma à l'ombre du limiteur et à cette fin on prend la précaution de masquer le centre de la colonne très brillant afin d'obtenir un contraste satisfaisant à la périphérie. Le signal de déclenchement est encore une fois obtenu au moyen d'une sonde de Langmuir de référence placée dans la colonne qui permet d'indiquer le passage d'une surdensité. On règle ensuite le délai entre ce signal et l'acquisition afin d'obtenir l'image du plasma à différents instants. La figure 6.11 montre la succession d'images obtenues en faisant varier le délai de  $50 \mu s$  entre deux mesures, on peut alors observer un film montrant l'évolution d'une bande de plasma en rotation dans le sens inverse des aiguilles d'une montre autour de l'axe de la colonne.



**Figure 6.10** – Observation à la caméra intensifiée CCD du plasma à la périphérie : un mode  $l = 1$  relie le plasma central au bord de la colonne. Le plasma central très brillant est masqué pour éviter de saturer les capteurs optiques.

Ces observations permettent de confirmer l'idée qu'on s'est faite de l'instabilité à partir des mesures de sonde : on constate bien l'existence d'un canal radial de plasma tournant en bloc dans le sens  $\vec{E} \times \vec{B}$  et qui relie le plasma central au cylindre de bord. La question est de déterminer dans quelle mesure cette propagation est liée à la rotation ionique  $\Omega_{zi}$  prévisible en présence d'un champ électrique radial d'équilibre. En effet il peut s'agir aussi bien d'une onde lente convectée par le fluide d'ion que d'une onde rapide simplement décalée par effet Doppler. La réponse à cette question est fournie en partie par les mesures de fluorescence induite par laser (LIF) que nous présentons plus bas.

Pour finir notons que dans les mêmes conditions expérimentales on constate sans surprise une disparition du canal de plasma lorsqu'on met le collecteur axial à la masse, ce qui confirme que le phénomène est bien lié à la collection du courant sur l'axe de la colonne. Reste à comprendre la nature exacte du canal de plasma observé, comme on le verra son existence est intrinsèquement liée à l'existence d'un champ électrique radial dont nous avons déjà appréhendé la topologie complexe : en effet on observe à la fois un champ radial "moyen" grâce aux caractéristiques de sonde mais on peut soupçonner rai-



**Figure 6.11** – Evolution temporelle du canal de plasma tournant à l'ombre du limiteur. L'intervalle de temps entre deux images est d'environ  $50 \mu s$ . La vitesse et le sens de la rotation (inverse des aiguilles d'une montre) sont consistantes avec la fréquence de l'instabilité observée et l'ordre de grandeur du champ électrique radial centripète mesuré.

sonnablement d'après les mesures de potentiel flottant la présence d'un champ fluctuant d'égale importance intrinsèquement lié aux fluctuations cohérentes de la densité.

## 6.3 Évolution entre le mode régulier et la turbulence faible

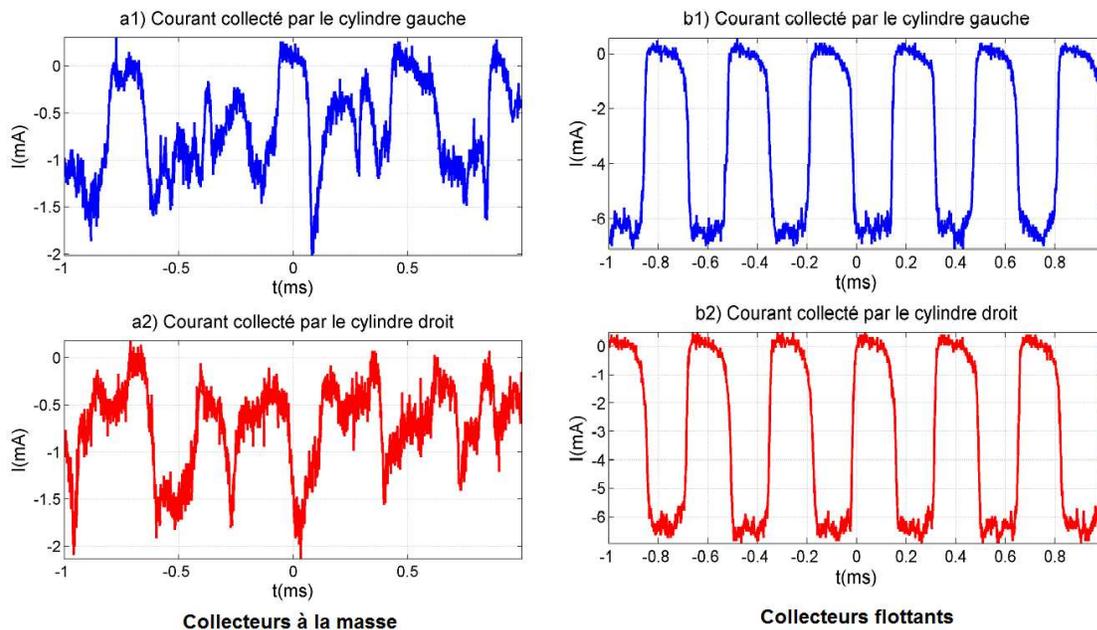
### 6.3.1 Bilan de courant :

Les demi-cylindres collecteurs entourant le plasma permettent de dresser un bilan partiel du courant dans nos expériences. Pour comprendre la problématique complexe de ce bilan, nous renvoyons le lecteur à la section 5.2 dont nous rappelons rapidement les conclusions :

- **collecteurs flottants** : un courant d'électrons primaires provenant du plasma source traverse la séparatrice, est en grande partie collecté par le collecteur terminal tandis que la fraction la plus lente rebondit sur la gaine, retourne à la séparatrice et réintègre le plasma source. Dans ces conditions, compte-tenu de la chute de potentiel entre le plasma et les bords axiaux il est prévisible qu'un courant ionique de l'ordre du courant de Bohm s'échappe axialement, tandis que les électrons secondaires sont totalement repoussés : il faut donc un mécanisme de transport radial pour évacuer cet excès de charge négatif, il est fourni comme on le verra par l'action du champ électrique radial centripète qui s'établit.
- **collecteurs à la masse** : cette fois le courant d'électrons primaires est totalement absorbé par le collecteur de bout. Le plasma se fixe globalement au potentiel suffisant pour conserver sa neutralité, c'est à dire quelques volts (typiquement l'ordre de grandeur de la température électronique) au dessus du potentiel des bords axiaux. La fuite des ions et des électrons sur l'axe est alors quasiment ambipolaire.

A noter que la polarisation de la séparatrice contrôle le passage des espèces secondaires (ions et électrons issus de l'ionisation) entre le plasma source et le plasma cylindrique : positive elle permet l'entrée des électrons secondaires du plasma source (typiquement à un potentiel négatif proche du potentiel d'anode) vers le plasma cylindrique, flottante elle laisse potentiellement passer un courant d'ion, dont il est impossible de prévoir la direction sans connaître précisément la variation du potentiel plasma autour de la frontière entre les deux milieux. Ceci explique pourquoi le potentiel plasma, particulièrement en collecteur flottant comme on le verra, est directement conditionné par le potentiel d'anode.

Le courant sur le collecteur axial lorsqu'il est à la masse est constant dans le temps et vaut typiquement -20 mA dans les conditions décrites plus haut. Dans ce cas le courant radial moyen mesuré sur les demi-cylindres est faible (approximativement -1 mA sur le cylindre complet) et turbulent comme on peut l'observer sur la figure 6.12-a.

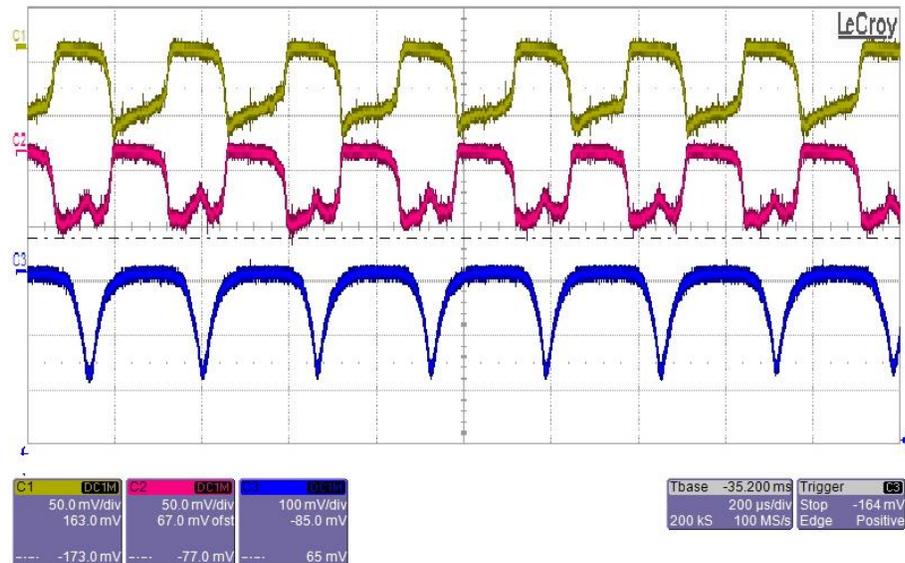


**Figure 6.12** – Courant collecté par chacun des demi-cylindres a) en collecteurs à la masse, b) en collecteurs flottants.

Lorsque le collecteur axial est laissé flottant il se fixe à la valeur très négative  $V_{col} \approx -40V$  nécessaire pour repousser l'essentiel des électrons primaires (on rappelle que l'énergie des primaires les plus énergétiques peut atteindre  $E_{max} \approx e * V_{dec}$  soit typiquement une quarantaine d'eV). Un courant négatif régulier est alors collecté par les demi-cylindres : la figure 6.12-b montre que le courant total est de l'ordre de -6 mA et qu'il est observé

alternativement sur un demi-cylindre puis sur l'autre.

En mesurant simultanément le courant de saturation électronique et le courant radial collecté on constate (figure 6.13) sans grande surprise que le passage des surdensités est à la même fréquence et en phase avec le passage du courant sur le demi-cylindre correspondant. Le courant radial est donc étroitement corrélé à la présence du mode régulier, responsable donc d'un transport net de charges négatives entre le plasma central et le bord.



**Figure 6.13** – Courant collecté par le demi-cylindre gauche (jaune), droit (magenta) et par une sonde de Langmuir en saturation électronique (bleu) positionnée en face du demi-cylindre droit (17V,  $r \approx 5\text{cm}$ ). L'ombre de la sonde est visible sur la légère modulation du courant électronique collecté par le demi-cylindre masqué.

### 6.3.2 Détection des primaires :

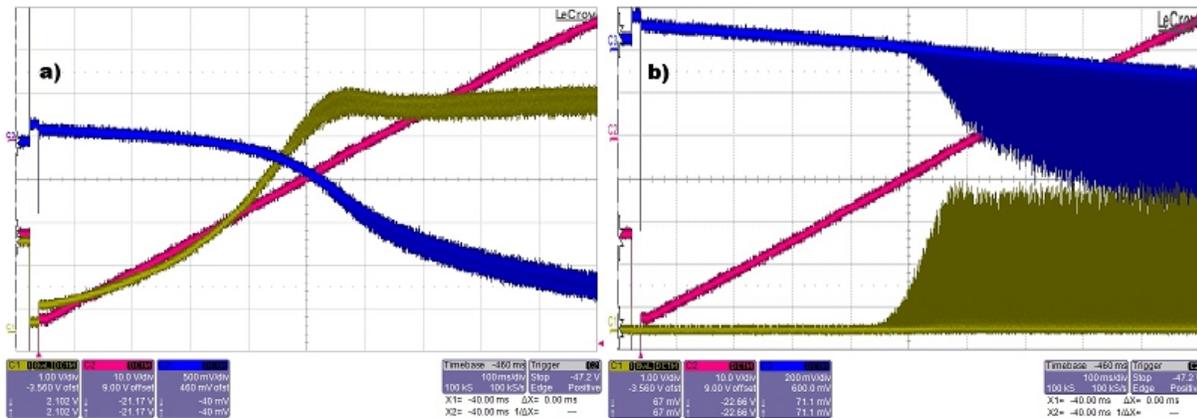
Afin de compléter ce bilan de courant nous avons procédé à l'installation d'un analyseur d'énergie de type RFA (reverse field analyzer) qui permet théoriquement une discrimination en énergie sur la mesure des électrons, qui permet notamment une détection des électrons énergétiques injectés qui jouent un rôle clé dans l'équilibre des charges. Il est composé d'un collecteur de 14mm de diamètre placé derrière deux grilles polarisables. La première grille est fixée à un potentiel légèrement supérieur au potentiel plasma<sup>9</sup> afin de ne pas perturber localement le milieu et de repousser les ions, la deuxième grille est une grille de sélection dont on fait varier la polarisation entre -35 et 35V afin de sélectionner les électrons selon leur énergie. Enfin le collecteur est relié à la masse à travers une résistance qui nous permet de mesurer le courant d'électrons traversant. On obtient ainsi théoriquement l'intégrale de la fonction de distribution en énergie des électrons dans

9. ce qui n'est pas sans poser problème, puisqu'il faut connaître à priori ce dernier

la direction qui fait face à la sonde, à condition d'être en regard de l'axe du champ magnétique en plasmas magnétisés. Cette sonde est montée sur une tige radiale que l'on peut décaler et faire pivoter, ce qui permet de faire varier le rayon ainsi que la direction d'observation. Selon le cas on peut ainsi mesurer la caractéristique dans la direction aval (sonde face à la chambre source mesurant les électrons se déplaçant vers le bout de la colonne) ou amont (sonde face au collecteur de bout mesurant les électrons se déplaçant vers l'entrée de la colonne).

La figure 6.14 montre les signaux bruts recueillis par l'analyseur d'énergie : en jaune le courant aval collecté montre une oscillation correspondant aux fluctuations de densité du plasma. Ce caractère est très marqué en bord de colonne où la densité est nulle entre deux passages de la bande de plasma en rotation. En échantillonnant les caractéristiques du collecteur on obtient comme avec les sondes classiques le signal correspondant aux surdensités (enveloppe maximum) et celui correspondant au plasma de fond (enveloppe minimum).

Dans la pratique ce diagnostic s'avère peu fiable pour plusieurs raisons : d'une part



**Figure 6.14** – Mesure directe à l'oscilloscope des signaux de l'analyseur d'énergie : courant (inversé) sur le collecteur (Jaune,  $R=10\text{ k}\Omega$ ), courant sur la grille de sélection (bleu,  $R=3.3\text{ k}\Omega$ ), tension sur la grille de sélection (magenta :  $-35 \rightarrow 35\text{V}$ ). a) sonde face à la source au centre ( $r = 0\text{ cm}$ ), b) sonde face à la source au bord ( $r = 9\text{ cm}$ ).

la taille conséquente du dispositif et la fraction importante de courant extrait -  $\gtrsim 10\%$  du courant aux collecteurs - est très perturbative pour le milieu, d'autre part la mauvaise transparence des grilles induit une collection significative par ces dernières - visible sur la figure 6.14 montrant en bleu le courant sur la grille de sélection - qui fausse la mesure aux potentiels croissants. Par ailleurs la structure complexe du potentiel à l'intérieur du dispositif demande un examen complexe du design pour éviter les effets de polarisation indésirables [Lefaucheux06]. Concrètement l'effet de ces défauts est de surestimer considérablement la part des électrons énergétiques dans le plasma, qui s'avère être quantitativement en désaccord complet avec l'estimation donnée par la pente des primaires sur les caractéristiques des sondes de Langmuir. Les mesures par RFA permettent donc uniquement des observations qualitatives sur la présence des électrons énergétiques, à traiter avec beaucoup de précautions. Une interprétation trop légère de ces mesures nous

a d'ailleurs poussé à émettre dans un travail récent [Jaeger09] l'hypothèse qu'une partie des électrons primaires pouvait être présente à l'ombre du limiteur, contribuant à l'ionisation du plasma périphérique. Après réexamen il s'avère que cette conjecture est en réalité peu probable, puisqu'en contradiction d'une part avec les mesures classiques par sonde de Langmuir de la fraction de primaires dans le plasma - figure 6.4-d) - et d'autre part avec le potentiel d'ionisation  $E_{ion} = 15,8$  eV qui impose l'énergie minimale nécessaire à la réaction.

Les caractéristiques échantillonnées de RFA sont visibles sur la figure 6.15 qui présente l'évolution du courant sur le collecteur selon le rayon et le sens d'observation en fonction de la polarisation de sélection. Nous avons voulu mettre en évidence les différences de comportement des primaires selon le régime de collection de charges dans le plasma, on observe donc en haut la caractéristique lorsque le collecteur à la masse extrait le courant injecté et à gauche lorsque le collecteur flottant limite ce courant. Il est à noter que les mesures réalisées lorsque l'analyseur fait face au collecteur terminal (sens  $-z$  de collection) sont marquées par un effet d'ombrage puisque dans cette position la face arrière isolante du RFA dévie les électrons venant de la source. Comme on le voit sur les figures 6.15-a1) et 6.15-b1) ce phénomène est particulièrement prégnant au centre de la colonne, ce qui s'explique par l'absence de phénomènes de transport vers le centre. Aux autres positions radiales on constate que les mesures dans le sens  $-z$  sont plus cohérentes avec celles dans le sens  $+z$ , ce qui indique que les distributions électroniques dépendent peu du sens d'observation.

L'enseignement essentiel apporté par ces mesures est que dans la situation collecteurs flottants on observe dans le sens  $-z$  une fraction significative d'électrons énergétiques<sup>10</sup>, qui proviennent nécessairement du courant renvoyé par la gaine du collecteur terminal puisque les primaires sont injectés uniquement dans le sens  $+z$ . Cette observation accrédite l'idée que les gaines des collecteurs axiaux agissent comme des filtres en énergie, repoussant les électrons peu énergétiques, ce qui est probablement la cause à l'origine du champ électrique radial mesuré.

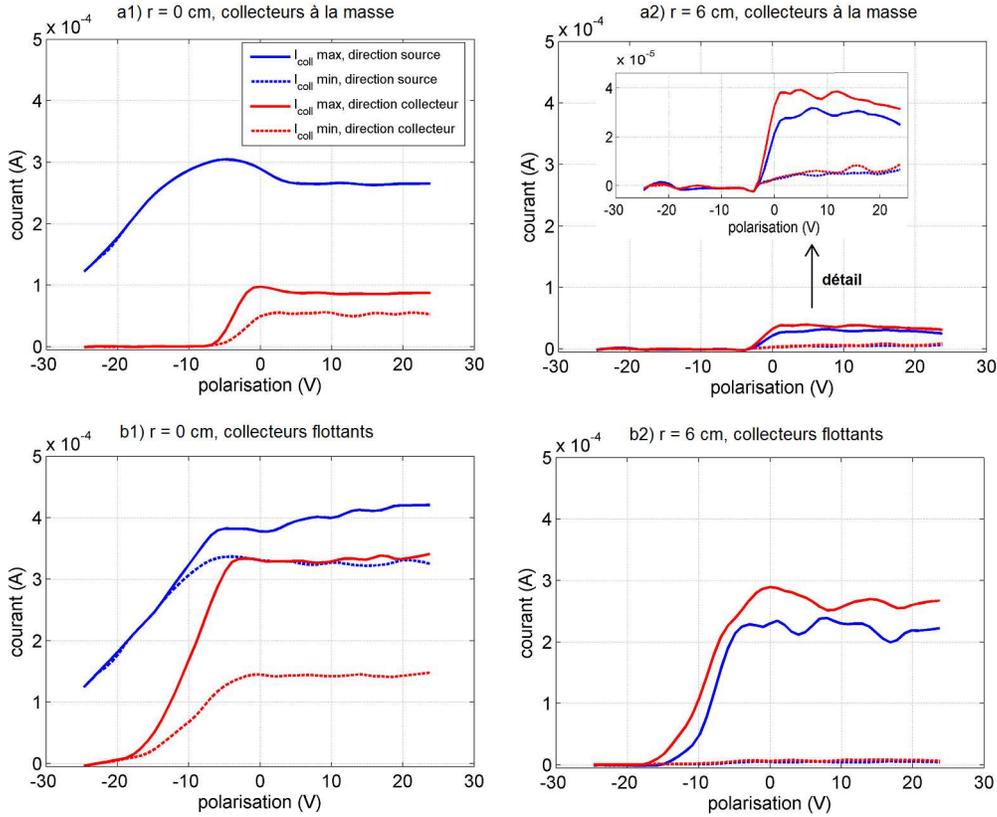
### 6.3.3 Transition entre les deux régimes

Ici nous nous intéressons aux phénomènes qui accompagnent le basculement entre le régime de mode régulier et la situation de turbulence faible, à cette fin nous avons fait varier conjointement la polarisation des collecteurs axiaux en variant l'impédance qui les relie à la masse. Dans le même temps on procède à la mesure de 4 grandeurs essentielles : la fréquence instable dominante<sup>11</sup> fig. 6.16-a), le potentiel plasma au centre<sup>12</sup> fig. 6.16-b), le courant total sur le cylindre périphérique fig. 6.16-c) et le courant au collecteur

10. l'énergie des électrons est estimée par la différence  $V_{pol} - \phi_p$ , avec  $\phi_p \approx -5$  V le potentiel plasma mesuré par sonde dans le cas collecteur flottant

11. d'après les fluctuations du courant de saturation électronique d'une sonde cylindrique (17V,  $r \approx 5$ cm) branchée sur un analyseur de spectre

12. d'après la caractéristique de sonde plane obtenue par un balayage en polarisation à une dizaines de Hz



**Figure 6.15** – Caractéristiques obtenues par RFA collectant selon  $z$  à 2 rayons (centre/bord) : a) collecteurs à la masse, b) collecteurs flottants. Légende : bleu=vitesses selon  $+z$ , rouge=vitesses selon  $-z$ , traits pleins : maxima de densité, pointillés : minima de densité. Conditions standards.

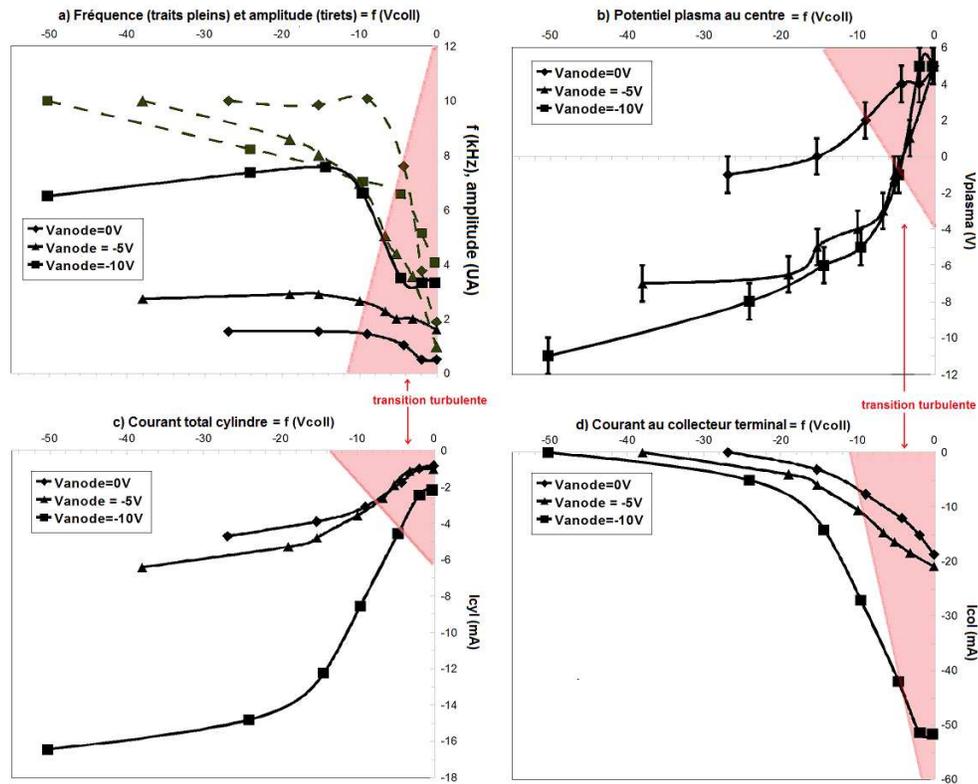
terminal fig. 6.16-d). Ces observations ont été menées dans les conditions standards pour 3 valeurs du potentiel d'anode -  $V_{an} = 0V, -5V$  et  $-10V$  - qui comme on peut le voir influence directement les différents paramètres du plasma.

On constate dans tous les cas que lorsque la polarisation des collecteurs approche de 0 il apparaît une transition vers le régime turbulent (zone rose), qui se manifeste notamment par un caractère intermittent des surdensités et un spectre de fluctuations étendu (figures 6.17) présentant une allure proche du bruit en  $1/f$  (bruit rose ou *flicker noise*) caractéristique d'un phénomène d'auto-organisation autour d'un gradient critique (dynamique de type SOC ou avalanche [Sarazin97]). Nous soupçonnons que l'origine de ce comportement est liée au champ électrique radial centrifuge critique  $E_{r,lim}$  donné par 5.31 qui comme on l'a étudié section 5.3 correspond à la limite de stabilité du plasma en rotation co-cyclotronique<sup>13</sup>, au-delà de laquelle se manifeste un transport radial ionique important (figure 5.6-c). Dans nos conditions ce champ critique a une valeur proche de  $+200r$  V/m ( $r$  en m) correspondant à une DDP radiale de seulement  $-1V$  entre le centre

13. lorsque la dérive ionique azimuthale est dans le sens de la rotation cyclotron ionique

### 6.3. ÉVOLUTION ENTRE LE MODE RÉGULIER ET LA TURBULENCE FAIBLE

et le bord : on comprend aisément dès lors pourquoi le système bascule vers un régime intermittent lorsque le profil de potentiel plasma tend à s'inverser.

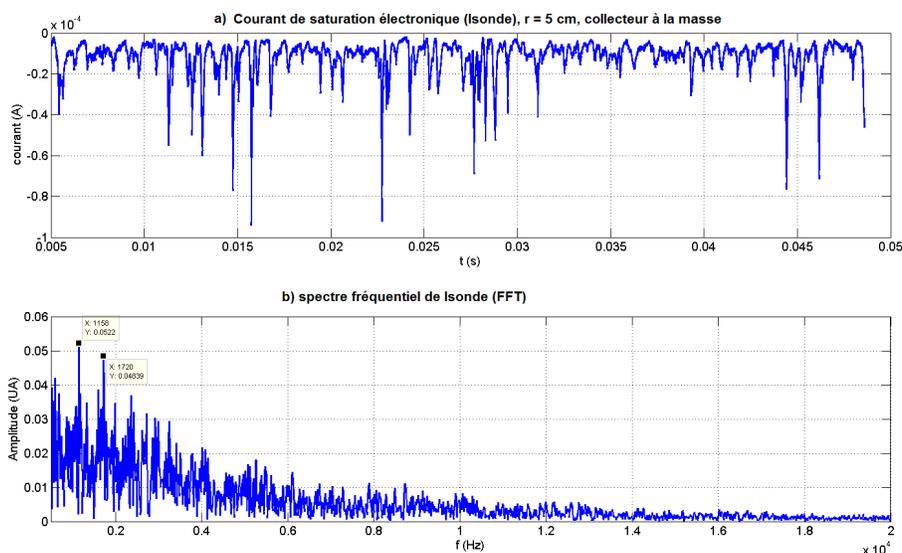


**Figure 6.16** – Influence de la tension de collecteurs sur : a) la fréquence dominante (traits pleins) et l’amplitude des fluctuations (tirets, unité arbitraire), b) le potentiel plasma central ( $r \approx 0\text{cm}$ ), c) le courant total au cylindre périphérique et d) le courant au collecteur terminal, pour un potentiel d’anode  $V_{an} = 0\text{V}$ ,  $-5\text{V}$  et  $-10\text{V}$ . La zone où les fluctuations de densité deviennent turbulentes est indiquée en rose. Conditions standards.

Pour revenir sur les mesures illustrées par la figure 6.16, le point essentiel mis en évidence par ces expériences est que l’apparition du mode régulier à potentiel de collecteurs décroissant est étroitement corrélé à un basculement du régime de collection du courant électronique - entre parallèle et transverse - lié à une diminution du potentiel plasma central qui se fixe à une valeur négative lorsque le basculement s’opère. Au contraire de la situation collecteurs à la masse - où comme on l’a vu le potentiel plasma reste quasi-constant radialement - il s’établit dans ce cas un gradient radial de potentiel quasi-parabolique qui comme on le verra au chapitre 7 est propice à l’excitation de l’instabilité ISHI, qui fournit une explication très probable à la présence du mode régulier observé. Notons également, ce qu’on confirmera plus loin, que la décroissance du potentiel plasma central - qui permet raisonnablement de supposer une augmentation en valeur absolue du champ électrique radial centripète - se traduit globalement par une

augmentation de la fréquence et de l'amplitude du mode régulier<sup>14</sup>.

Les figures 6.16 nous permettent par ailleurs d'observer l'influence déterminante du potentiel d'anode sur le régime du plasma : comme on le détaillera plus loin ce réglage influe directement sur le potentiel plasma central et donc le champ électrique radial responsable semble-t'il de l'excitation de l'instabilité. On verra également que la pression de neutre joue un rôle crucial, mais plus complexe dans ce scénario. Grossièrement, *Ceteris paribus*<sup>15</sup>, la pureté du mode régulier est favorisée par un fort gradient de potentiel radial - soit un potentiel d'anode et de collecteur très négatif ou un potentiel de cylindre collecteur positif<sup>16</sup> - et une faible pression de neutre. La transition vers la turbulence apparaît donc dans les situations contraires :  $V_{an}$ ,  $V_{col}$  et  $P_0$  croissants ou  $V_{cyl}$  décroissant.



**Figure 6.17** – Fluctuations (a) et spectre (b) de densité électronique, collecteurs à la masse. Sonde cylindrique en saturation électronique (17V,  $r \approx 5cm$ ). Conditions standards.

### 6.3.4 Etude spatio-temporelle de la transition à la turbulence :

Nous avons souhaité illustrer à l'aide de mesures spatio-temporelles un scénario de transition à la turbulence conditionné par la valeur du potentiel d'anode  $V_{an}$ . Les ob-

14. attention : l'amplitude est donnée en unités arbitraires différentes pour chaque valeur du potentiel d'anode, en effet il est délicat de comparer l'amplitude absolue dans les différents cas car les variations de la densité électronique et du potentiel plasma moyens influent largement sur le courant de saturation électronique

15. *toutes choses étant égales par ailleurs*, le lecteur pardonnera ce transport de latinisme

16. ce dernier réglage a toutefois un effet nettement plus complexe puisqu'il influe considérablement sur le courant radial jusqu'à modifier le potentiel plasma central et le gradient de densité

servations présentées sur les figures 6.19 et 6.18 ont été réalisées dans les conditions standards, collecteurs axiaux flottants, sauf pour la valeur de la pression de neutre fixée à  $P_0 = 6.10^{-4}$  mbar, ce qui favorise la transition vers le régime turbulent. Lorsqu'on fait croître le potentiel d'anode entre  $-2V$  et  $-0,2V$  en effet on bascule assez brutalement du régime de mode régulier à celui de l'intermittence.

La figure 6.18 montre une cartographie poloïdale (entre 0 et  $\pi$ ) et temporelle du courant radial sur le cylindre réalisée à l'aide du réseau de sondes détaillé section 6.2.2. Elle met en évidence la perte de cohérence spatiale du signal lors de la transition. On constate également que les oscillations perdent clairement leur régularité temporelle mais aussi spatiale. On soupçonne en effet l'apparition sporadique de nombres d'ondes plus élevés (reconnaissables à leur pente plus faible) qui semblent faiblement instables et peu cohérents spatialement. Du point de vue fréquentiel, on observe sur la figure 6.19 qui présente une FFT du courant de saturation électronique à la périphérie, un élargissement progressif des pics de fréquence qui aboutit petit à petit à un spectre bruité d'amplitude faible, ou subsiste faiblement le pic caractéristique du mode régulier initial. On constate que l'élargissement commence avec les harmoniques hautes et se répand progressivement vers le fondamental, induisant au final le spectre en  $1/f$  que nous avons déjà évoqué.

Au vu de ces résultats plusieurs scénarios de transition à la turbulence sont envisageables, et peut-être conjugués. En nous basant sur l'idée très probable que le mode régulier est l'onde instable  $l = 1$  de l'instabilité ISHI nous pouvons émettre différentes hypothèses quand à la cause de la transition :

1. l'interaction du mode  $l = 1$  avec un plusieurs modes de nombre d'onde poloïdal plus élevé et donc de fréquences supérieures, qui peuvent apparaître masqués par l'élargissement des harmoniques.
2. l'interaction avec un mode lié à une autre instabilité qui peut tendre à devenir dominante lorsque le champ électrique radial se déforme ou s'annule (instabilité Kelvin-Helmoltz, d'onde de dérive ou instabilité cyclotron ionique cinétique).
3. la mise en place d'un mécanisme de type SOC autour du champ électrique critique  $E_{r,lim}$  pour la stabilité du plasma, hypothèse déjà évoquée plus haut.

En l'état il est difficile de conclure sur la phénoménologie observée qui réclame une résolution non-linéaire du problème des instabilités de plasma magnétisé dont nous ne livrons dans la suite qu'une analyse linéaire. Ce problème fait intervenir comme on le verra plus bas ainsi qu'au chapitre 7 des effets cinétiques complexes - résonance et amortissement cyclotron, effets de rayon de Larmor fini ionique - qui sont tout simplement impossibles à modéliser même avec les outils théoriques les plus poussés dont dispose la discipline des plasmas magnétisés. Nous nous contenterons donc des hypothèses évoquées ici en laissant le soin au lecteur plus aguerri à ces questions de se faire son opinion.

### 6.3.5 Croissance de l'instabilité

Partant d'une situation où le plasma est faiblement turbulent, il est possible d'observer la croissance du mode régulier par l'intermédiaire d'un échelon brutal sur un paramètre

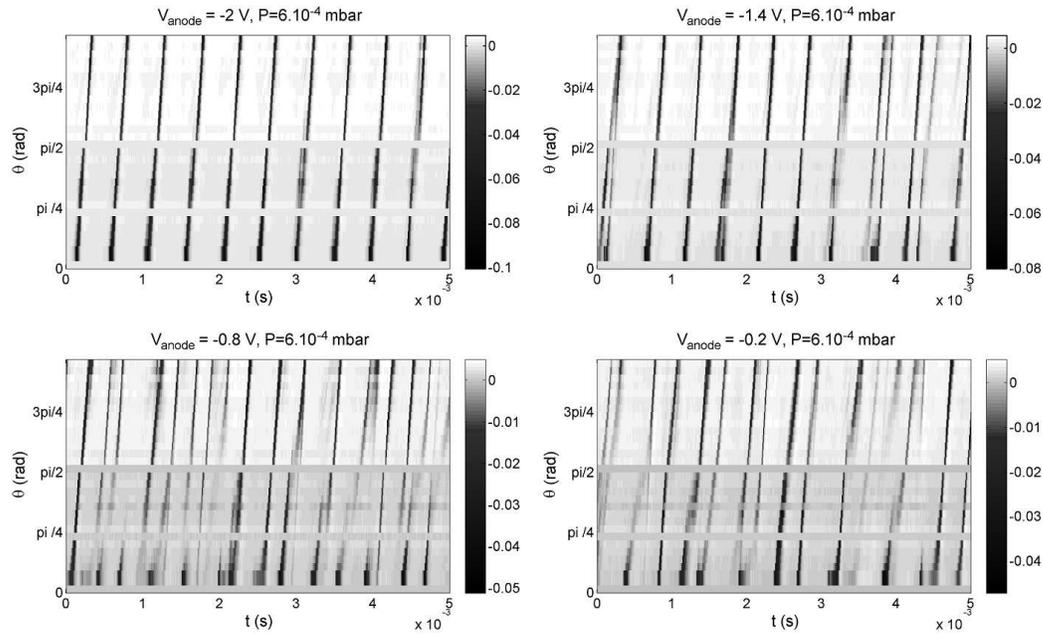


Figure 6.18 – Image spatio-temporelle du courant transverse : réseau de 32 sondes sur un demi-tour positionnées sur le limiteur radial cylindrique. Conditions identiques à 6.19.

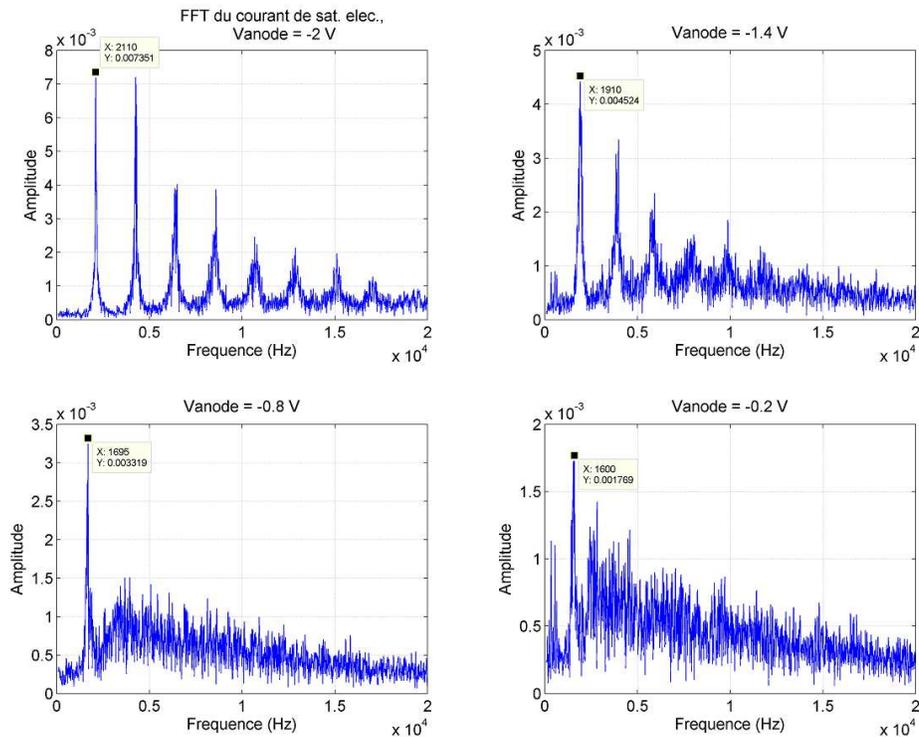
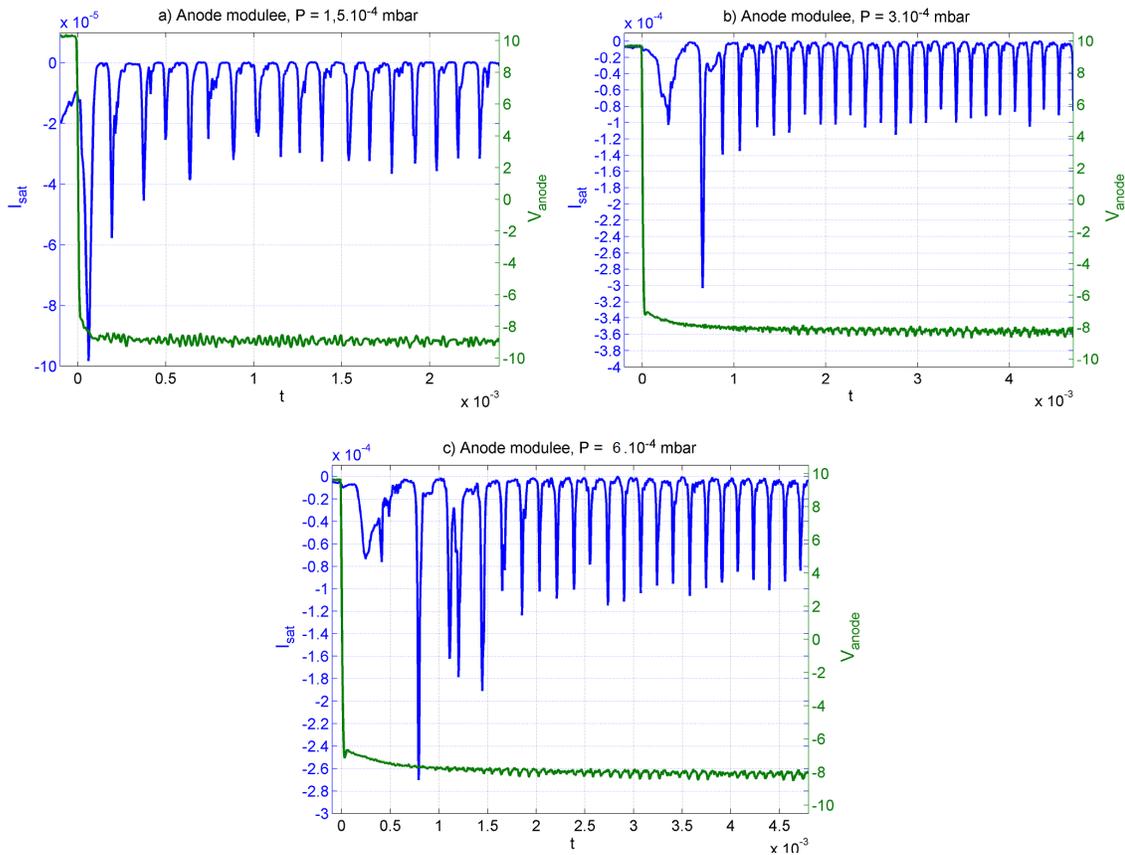


Figure 6.19 – Evolution du spectre fréquentiel (sonde en saturation électronique, 17V,  $r \approx 5\text{cm}$ ). Conditions standards collecteurs flottants sauf pour la pression :  $P_0 = 6.10^{-4}$  mbar et le potentiel d'anode :  $V_{an} = -2\text{V} \rightarrow -0,2\text{V}$ . L'intermittence se développe lorsque  $V_{an} \rightarrow 0\text{V}$ .

### 6.3. ÉVOLUTION ENTRE LE MODE RÉGULIER ET LA TURBULENCE FAIBLE



**Figure 6.20** – Observation de la croissance de l’instabilité (courant de saturation électronique, 17V,  $r \approx 5\text{cm}$ ) lors d’un échelon de la tension d’anode (*en vert*), a)  $P_0 = 1,5 \cdot 10^{-4}$  mbar, b)  $P_0 = 3 \cdot 10^{-4}$  mbar, c)  $P_0 = 6 \cdot 10^{-4}$  mbar. Conditions standards par ailleurs collecteurs axiaux flottants.

critique déclenchant l’apparition du mode régulier. Afin d’observer ce phénomène nous avons choisi d’agir sur le potentiel d’anode qui comme on vient de le voir conditionne directement la transition entre 2 états du système : lorsque la tension d’anode passe de  $V_{an} = +10\text{V}$  à  $V_{an} = -10\text{V}$  on bascule ainsi respectivement d’un régime faiblement turbulent (quasiment stable) au régime des surdensités régulières.

Les mesures, réalisées à 3 pressions d’argon différentes, sont visibles sur la figure 6.20 : le potentiel d’anode subit un échelon très rapide à  $t = 0$  (tracé vert) dont on observe l’effet sur les fluctuations de densité électronique (tracé bleu, courant de saturation élec. sur une sonde cylindrique à 17V,  $r \approx 5\text{cm}$ ). Les figures montrent que l’instabilité croît et sature très rapidement ce qui suggère un taux de croissance du même ordre que la fréquence observée, ce qui est caractéristique d’un phénomène fortement instable.

## 6.4 Influence des paramètres expérimentaux sur le mode régulier

Les conditions d'apparition du mode régulier étant bien établies - collecteurs axiaux flottants et potentiel d'anode négatif, conduisant au développement d'un champ électrique radial centripète - nous avons souhaité caractériser le mode régulier par une étude paramétrique afin de mettre en évidence l'influence des différents réglages expérimentaux en particulier sur la fréquence du mode et le courant radial électronique qui lui est associé. Sans surprise l'élément déterminant pour ces deux grandeurs est la valeur du potentiel plasma central, qui détermine la DDP radiale et donc le champ électrique. Deux autres paramètres ont également un effet déterminant bien que plus complexe : le champ magnétique ainsi que la pression de neutre.

### 6.4.1 Influence du champ électrique radial :

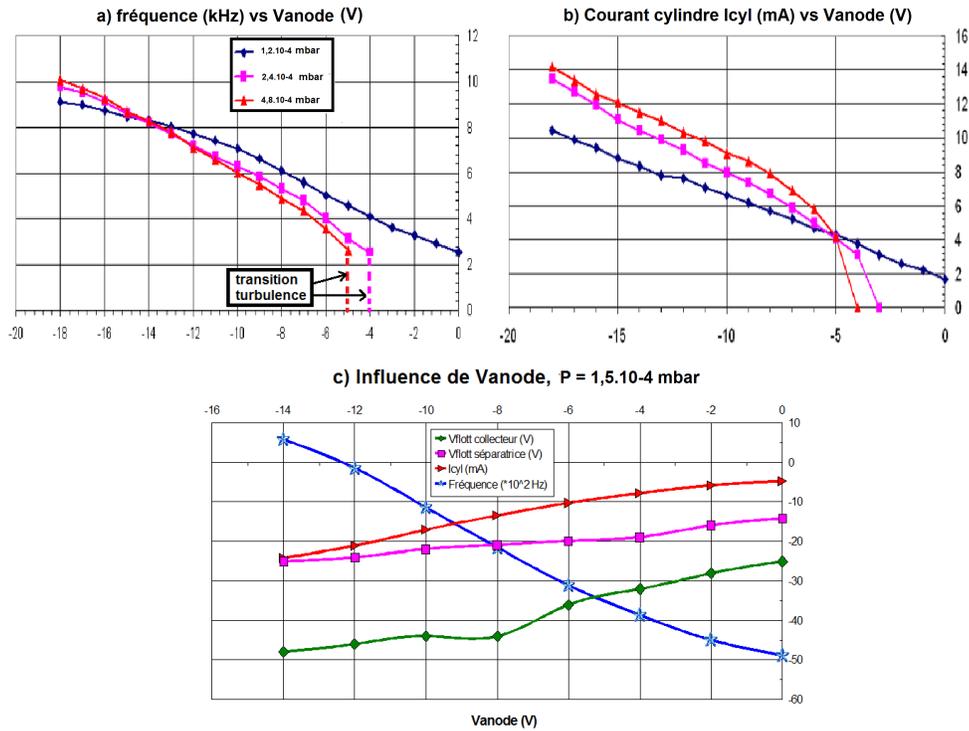
#### Action du potentiel d'anode :

Comme nous l'avons vu un moyen efficace de modifier le potentiel plasma au centre de la colonne dans notre machine consiste à faire varier le potentiel d'anode qui détermine l'énergie moyenne des électrons primaires dans la chambre source et donc le courant d'électrons ionisants injecté. Ce réglage influence en même temps la densité électronique du plasma source et le potentiel plasma central : basiquement en augmentant l'ionisation on accroît le courant d'électrons secondaires à évacuer, ce qui détermine le gradient de potentiel radial. Cependant cette analyse intuitive doit être nuancée par la prise en compte de l'équilibre complexe entre le plasma source et le plasma cible au niveau de la séparatrice. On constate en effet qu'au delà d'une valeur seuil du potentiel d'anode - généralement proche de la masse, mais dépendante de la pression et du champ magnétique - il y a augmentation du potentiel flottant de la séparatrice qui se rapproche des valeurs positives, permettant ainsi la sortie d'une fraction des électrons secondaires et la relaxation du gradient de potentiel (voir figure 6.21-c), carrés roses).

La figure 6.21-c) montre ainsi l'influence du potentiel d'anode sur plusieurs paramètres de la décharge. Comme on le voit les potentiels flottants des limiteurs axiaux suivent la variation du potentiel d'anode<sup>17</sup>, ce qui est cohérent avec la vitesse (et donc le courant) accrue du faisceau d'électrons primaires. Dans le même temps le courant électronique transverse sur le cylindre augmente à potentiel d'anode décroissant, ce qui confirme que la charge électronique du plasma s'est accrue. Enfin la fréquence suit la même tendance, montrant que la vitesse angulaire des surdensités augmente parallèlement au courant radial. Ces deux dernières tendances, visibles sur les figures 6.21-a) et b), se confirment à différentes pressions. On observe en outre que le mode instable disparaît quand le courant tend vers 0 : le seuil d'apparition de l'instabilité correspond à un po-

---

17. le potentiel d'injection est toujours supérieur au potentiel de collection du fait qu'il est en interaction à la fois avec le plasma source et le plasma secondaire

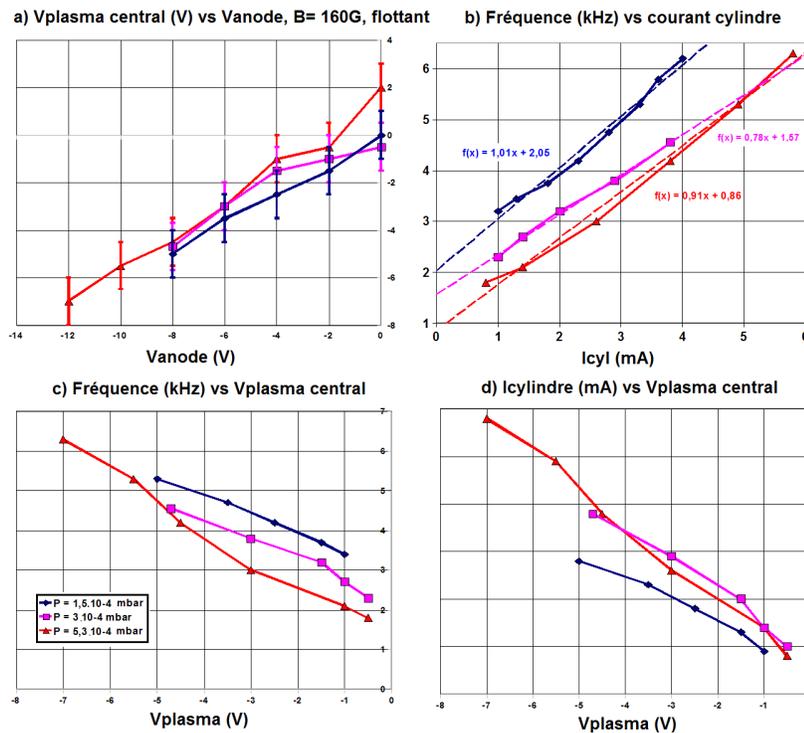


**Figure 6.21** – a) Variation de la fréquence du mode régulier et b) du courant électronique sur le cylindre avec le potentiel d’anode pour 3 pressions de neutre :  $P_0 = 1,2 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$  (losanges bleus),  $P_0 = 2,4 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$  (carrés roses) et  $P_0 = 4,8 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$  (triangles rouges). c) Influence de la tension d’anode sur : losanges verts le potentiel flottant du collecteur, carrés roses le potentiel flottant de la grille séparatrice d’injection, triangles rouges courant total sur le cylindre, étoiles bleues fréquence du mode régulier ( $P_0 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$ ). Conditions standards collecteurs axiaux flottants.

tentiel d’anode de plus en plus négatif à mesure que la pression augmente.

Pour revenir sur l’influence du potentiel d’anode sur le gradient de potentiel radial, la figure 6.22-a) montre que dans nos gammes de pression le potentiel plasma central suit étroitement l’évolution du potentiel d’anode quelle que soit la pression. Ce réglage simple permet donc de faire varier la différence de potentiel entre le centre du plasma et le cylindre périphérique à la masse et de modifier ainsi directement le champ électrique radial.

Les figures 6.22 c) et d) montrent donc l’évolution de la fréquence et du courant, cette fois rapportées au potentiel plasma central, et donc à la DDP radiale. On note qu’à l’incertitude près ( $\pm 1V$ ) sur le potentiel plasma central le courant radial augmente parallèlement à cette dernière ce qui confirme que la nécessité d’évacuer radialement l’excès de charge négatif dans le plasma contrôle directement le gradient de potentiel qui se met en place entre le centre et le bord, ainsi que la fréquence du mode régulier. L’augmentation de la fréquence avec le champ électrique centripète est un signe que la dérive électrique joue un rôle primordial dans la rotation des surdensités, ce qui conforte l’hy-



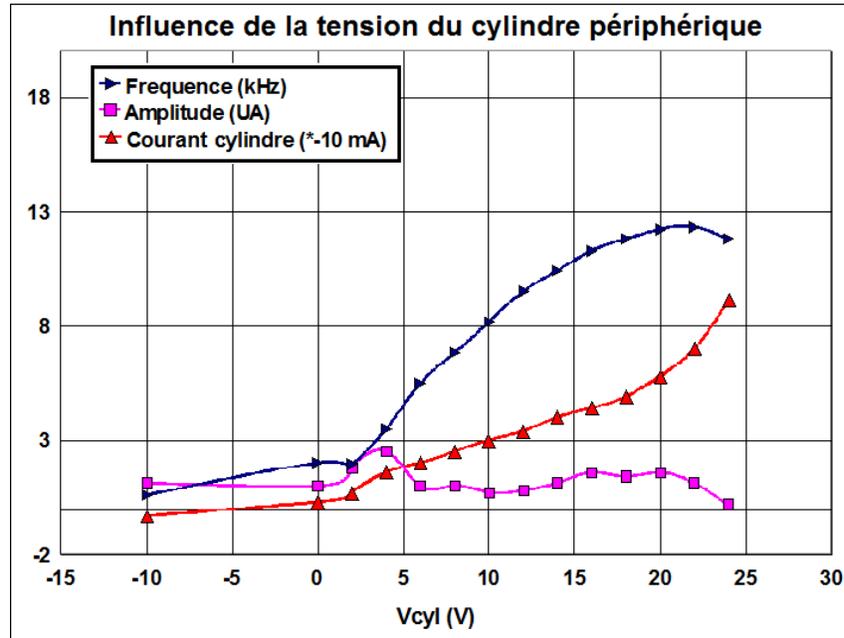
**Figure 6.22** – a) Variations du potentiel plasma au centre (mesuré par sonde) avec le potentiel d’anode de la chambre source, b) Fréquence du mode régulier en fonction du courant électronique sur le cylindre (quand  $V_{an}$  varie), c) Fréquence instable et d) Courant électronique sur le cylindre en fonction du potentiel plasma central. Conditions standards collecteurs axiaux flottants, pour 3 pressions de neutre :  $P_0 = 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$  (losanges bleus),  $P_0 = 3 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$  (carrés roses) et  $P_0 = 5,3 \cdot 10^{-4} \text{ mbar}$  (triangles rouges).

pothèse d’un mécanisme du type Simon-Hoh<sup>18</sup> comme origine de l’instabilité observée. Notons enfin que les variations de la DDP radiale permettent d’estimer la relation entre la fréquence instable et le courant radial, figure 6.22 b), et de confirmer que le courant transporté par l’instabilité est proportionnel à la fréquence de cette dernière.

### Action de la polarisation du cylindre périphérique :

Nous l’avons évoqué, une autre manière de faire varier la DDP radiale est de polariser le cylindre collecteur entourant le plasma source : dans ces conditions on constate en effet que le potentiel plasma central reste négatif - il s’accroît cependant légèrement avec  $V_{cyl}$  : environ 1V pour 10V sur le cylindre - tandis que le potentiel en bord (radial) de colonne est fixé par la polarisation du cylindre. La figure 6.23 montre l’évolution de l’instabilité dans ces conditions : ici encore la fréquence et le courant transverse augmentent parallèlement à la DDP radiale tant qu’elle est positive. Par contre et comme prévu la turbulence se développe lorsque le potentiel du cylindre devient négatif et que le courant

18. fondé sur la dérive électrique différentielle des espèces chargées comme on le verra au prochain chapitre



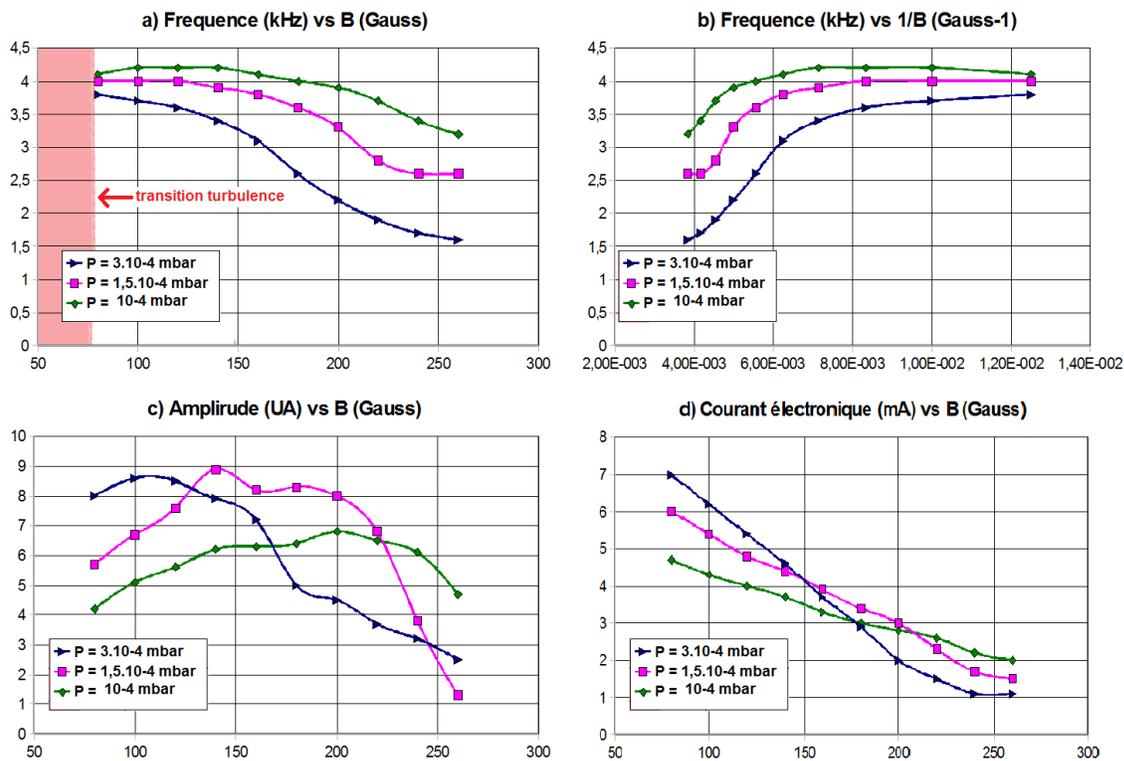
**Figure 6.23** – Influence de la tension  $V_{cyl}$  des cylindres collecteurs sur la fréquence dominante du mode régulier (flèches bleues, kHz), son amplitude (carrés roses, UA) et le courant au cylindre  $-I_{cyl}$  (triangles rouges,  $\times -10$  mA). Conditions standards par ailleurs, collecteurs axiaux flottants.

radial s’annule.

### 6.4.2 Influence du champ magnétique et de la pression :

Le champ magnétique et la pression de neutre sont des paramètres en un sens plus complexes que la "simple" modification des potentiels dans la machine. Cette dernière se traduit généralement comme on vient de le voir par une altération du champ électrique radial liée intrinsèquement à la valeur du courant dans la machine. Par contre le champ magnétique influence directement de nombreuses grandeurs essentielles pour la stabilité du plasma : fréquences de dérive, fréquence cyclotron ionique, rayon de Larmor ionique mais également le gradient radial de densité qui tend classiquement à croître quand le champ magnétique décroît. Quand à la pression elle a une influence directe sur les fréquences de collision et la densité, mais également sur les courants et là encore sur le gradient radial de densité, étroitement lié au transport transverse. Toutes ces implications font qu’il est très impossible dans les faits de maintenir en particulier les gradients radiaux de potentiel et de densité constants lorsqu’on modifie  $B$  et  $P_0$ . C’est donc avec ces précautions à l’esprit que nous avons étudié leur influence sur la fréquence du mode régulier.

Les mesures de la fréquence et de l'amplitude de l'instabilité<sup>19</sup> en fonction du champ magnétique sont visibles sur les figures 6.24. A fort champ magnétique comme on le voit on constate une tendance grossièrement en  $1/B$ , caractéristique des phénomènes de dérive, et une forte dépendance à la pression. Par contre à champ faible cette tendance tend à disparaître à mesure qu'on se rapproche de la situation turbulente du plasma démagnétisé. L'amplitude quand à elle tend à décroître aux champs forts, signe d'une saturation plus rapide. On constate en effet qu'avec l'augmentation du champ magnétique la densité et le courant radial tendent à décroître, ainsi que le potentiel plasma central, ce qui indique que le plasma source est de plus en plus répulsif vis à vis des électrons primaires, du fait de la plus grande difficulté à évacuer l'excès de charge négatif lorsque les collecteurs sont flottants.



**Figure 6.24** – Variation de la fréquence instable dominante avec : a) le champ magnétique  $B$  (Gauss), b) l'inverse du champ magnétique  $1/B$  (Gauss<sup>-1</sup>). Figure c) variations respectives de l'amplitude avec  $B$ , figure d) courant total sur le cylindre selon  $B$ . Mesures réalisées pour 3 pressions de neutre :  $P_0 = 10^{-4}$  mbar (losanges verts),  $P_0 = 1,5.10^{-4}$  mbar (carrés roses) et  $P_0 = 3.10^{-4}$  mbar (flèches bleues). Conditions standards par ailleurs, collecteurs axiaux flottants.

Pour ce qui concerne la pression, on dispose de l'ensemble des mesures déjà présentées au cours des sections précédentes (figures 6.21, 6.22 et 6.24). Pour résumer il apparaît glo-

19. courant de saturation électronique observé à l'analyseur de spectre, polarisation 17V,  $r \approx 5$ cm

blement que la fréquence décroît avec la pression tandis que le courant radial électronique a tendance à croître. Cependant cette analyse doit être nuancée puisque d'une part la tendance de la fréquence à potentiel d'anode très négatif s'inverse (figure 6.21-a) et d'autre part car l'augmentation de la pression conduit le plasma à la turbulence. Comme on l'a dit il est clairement très délicat de raisonner sur ce paramètre qui certes conditionne étroitement l'équilibre du plasma, mais d'une manière trop complexe pour qu'une tendance nette s'en dégage.

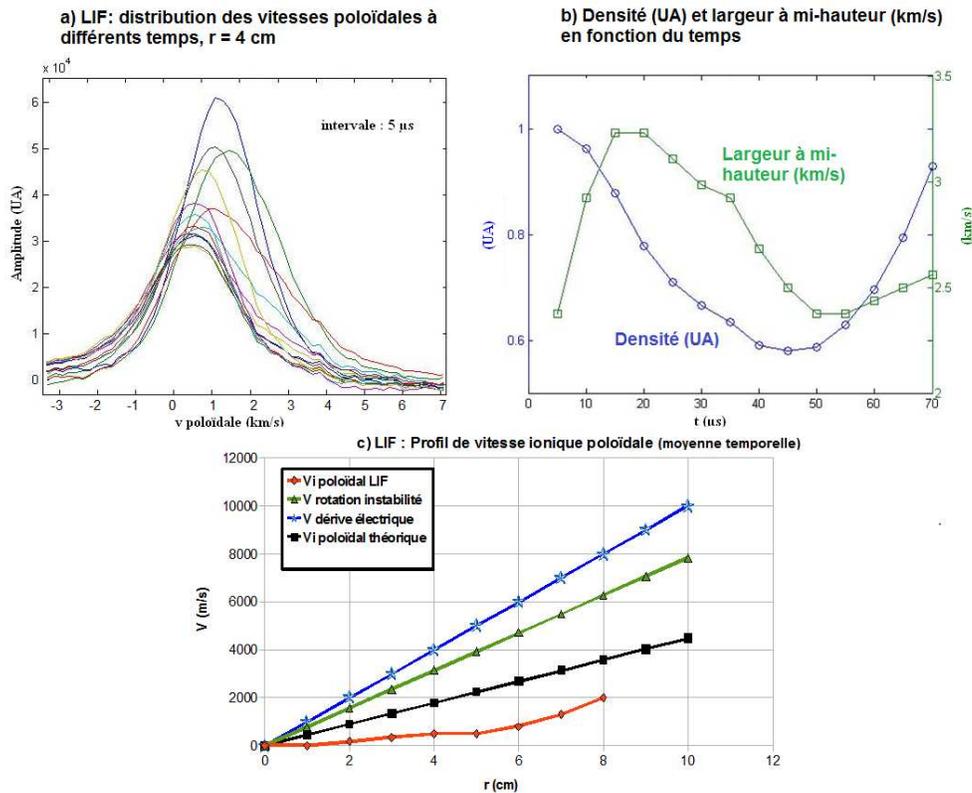
En guise de conclusion sur l'influence du champ magnétique et de la pression il nous faut admettre qu'il est très hasardeux de risquer une analyse de leurs effets sans une caractérisation complète de l'équilibre à chaque étape. Une telle étude est malheureusement trop complexe à mettre en œuvre avec nos contingences expérimentales, bien qu'elle soit certainement souhaitable pour délibérer sur le crédit à apporter à notre hypothèse sur l'origine de l'instabilité observée, détaillée dans le prochain chapitre. Afin de dégager tout de même quelques éléments de réflexion, on supposera sur la base de nos observations générales que l'augmentation du champ magnétique se traduit par une diminution de la dérive électrique et un accroissement du confinement<sup>20</sup>, ce qui donne lieu à une diminution de la fréquence mesurée du mode régulier. Quand à la pression elle conditionne d'un façon complexe l'équilibre : à cause des collisions ioniques plus fréquentes on peut prévoir un ralentissement de la fréquence de rotation des ions (assez faible tant que  $\nu_{in}/\omega_{ci} < 1$ ) mais également une augmentation significative de la diffusion radiale (cf section 5.3.2). Expérimentalement on observe généralement avec l'augmentation de la pression une diminution de la fréquence, puis une transition vers la turbulence, révélatrice du fait que la diffusion finit par l'emporter sur le transport ondulatoire.

## 6.5 Distribution en vitesse des ions : mesures par LIF

Terminons notre compte-rendu expérimental par la donnée des résultats obtenus par fluorescence induite par laser (LIF) dont nous avons résumé le principe section 4.2.2. Nous livrons ici des résultats obtenus dans une configuration proche de nos conditions standards (collecteurs flottants), avec cependant une DDP radiale forte puisque la polarisation du cylindre périphérique est à  $24V$  et une pression  $P_0 \approx 5.10^{-4}$  mbar supérieure à notre pression de référence. La fréquence élevée des oscillations observée :  $f = 12,5kHz$  est révélatrice d'une situation à champ électrique radial centripète fort : on observe en effet une DDP radiale d'environ 8V entre le centre et le bord. Sur la figure 6.25-a) on observe les distributions ioniques instantanées à  $r \approx 4cm$ , obtenues par mesures synchrones. On voit que la densité présente logiquement une oscillation à la fréquence du mode instable (cf également figure 6.25-b, courbe bleue). Ce qui est plus surprenant c'est que la largeur à mi-hauteur (figure 6.25-b, courbe verte) - proportionnelle à la vitesse

20. autrement dit un accroissement (en valeur absolue) du gradient de densité radial

thermique - semble subir également une modulation, ce qui laisse soupçonner l'action d'un processus non-adiabatique lié à une interaction onde particule. Ce type d'effet n'est en effet pas à écarter dans la mesure où la fréquence du phénomène étudié est du même ordre que la fréquence cyclotron ionique. Un autre indice de ces effets cinétiques est la valeur de la vitesse thermique mesurée -  $v_{thi\perp}^* \approx 1000m/s$  en supposant une distribution quasi-maxwellienne - même en tenant compte de l'élargissement spectral. On obtient en effet une température ionique  $T_i \approx 0,4eV$  largement supérieure à celle des atomes neutres ( $T_0 \approx 0,02e$ ) qui, si elle est fiable, ne peut s'expliquer que par un mécanisme cinétique de chauffage ionique, certainement lié à la résonance cyclotron.



**Figure 6.25** – Mesures de la distribution en vitesse ionique poloidale par LIF. Mesures instantanées à  $r = 4$  cm : a) distributions ioniques selon  $v_{\theta}$  à différents temps (intervalle  $5\mu s$ ), b) évolution de la densité et de la largeur à mi-hauteur. c) vitesse fluide poloidale (moyenne temporelle) à différents rayons (losanges rouge) comparée à la vitesse de l'instabilité (triangles vert,  $f = 12,5kHz$ ), à la vitesse de dérive électrique estimée (étoiles bleues,  $\Omega_E \approx 16kHz$ ) et à la vitesse azimutale théorique (carrés noirs,  $f = 7kHz$ ).  $V_{cyl} = 24V$ ,  $P_0 \approx 5.10^{-4}$  mbar, conditions standards par ailleurs, collecteurs axiaux flottants.

L'autre information fournie par la mesure de LIF est la valeur de la vitesse moyenne poloidale<sup>21</sup>. On observe que la vitesse ionique instantanée (figure 6.25-a) présente la

21. attention ici, il s'agit de la vitesse moyenne *fluide*, c'est à dire grossièrement la vitesse au maximum de la distribution pour une quasi-maxwellienne

même oscillation que la densité, révélatrice des oscillations du champ électrique. Par ailleurs la LIF permet une estimation de la moyenne temporelle de cette même vitesse poloïdale (figure 6.25-c, losanges rouges) qui apparaît comme relativement lente : elle est largement inférieure à la vitesse de dérive électrique estimée d’après la DDP radiale (étoiles bleues), mais également notablement plus faible que la vitesse ionique théorique (carrés noirs) en supposant des collisions ioniques minoritaires ( $\nu_{in}/\omega_{ci} < 1$ ) et une vitesse diamagnétique ionique négligeable. Plusieurs explications sont possibles pour expliquer ces faits : d’abord une sous-estimation de la vitesse estimée par la LIF compte-tenu des erreurs expérimentales évoquées section 4.2.2, ensuite un freinage excessif dû soit aux collisions plus nombreuses<sup>22</sup>, soit à la dérive diamagnétique ionique plus importante. Compte-tenu du cumul d’incertitude, il est difficile de trancher en l’espèce. Soulignons simplement que la LIF est au moins cohérente qualitativement avec notre analyse théorique de la rotation ionique : elle mesure en effet une vitesse azimutale bien inférieure à la dérive électrique, ce qui est l’ingrédient nécessaire aux instabilités flûtes du type Simon-Hoh que nous étudierons au prochain chapitre.

## 6.6 Conclusion sur le comportement du plasma en champs croisés

Nous avons cherché dans ce chapitre à donner une description expérimentale la plus complète possible du régime particulier observé lorsque le courant électronique parallèle est contrarié par les conditions de bords axiales imposées au plasma. On l’a vu il apparaît alors un gradient de potentiel radial positif dans la colonne, accompagné de fluctuations cohérentes de grandes amplitudes sur la densité, qui a toutes les caractéristiques d’un mode flûte global se propageant azimutalement avec un nombre d’onde  $l = 1$ . Ce mode est étroitement associé au courant radial électronique qui se met en place, permettant ainsi l’évacuation de l’excès de charge négatif. Les différentes mesures montrent que ce mode est déstabilisé dès lors que les conditions expérimentales - notamment l’équilibre complexe entre le plasma source, la séparatrice et le plasma cible - permettent le développement d’un champ électrique radial centripète. On observe alors une relation étroite entre la fréquence du mode et le champ électrique, qui évoque intuitivement une influence déterminante de la dérive électrique sur le mécanisme d’apparition de l’instabilité.

Dans cette perspective, l’étude théorique de la rotation du fluide d’ion en champs croisés, à laquelle nous avons consacré plusieurs sections, prend tout son sens. Il y a d’une part la conclusion qu’un freinage inertiel et collisionnel est nécessairement à l’oeuvre en présence d’un champ électrique radial négatif<sup>23</sup>, qui conduit inévitablement à l’excitation d’une instabilité du type Simon-Hoh<sup>24</sup> dans un plasma confiné, analyse confirmée

---

22. ce qui n’est pas impossible compte-tenu de l’imprécision sur la pression de neutre et la section efficace intégrée

23. situation du champ centripète et de la rotation anti-cyclotron

24. cf note 18

qualitativement par la LIF. D'autre part nous avons effectivement observé que la situation du champ électrique radial positif se traduit par un régime d'intermittence, dont on peut raisonnablement supposer qu'il est lié à l'équilibre marginal du plasma en rotation co-cyclotronique.

Forts de ces conclusions nous allons aborder la dernière partie de cet ouvrage, dans laquelle nous développons à l'aide d'un modèle analytique simplifié une théorie linéaire des instabilités fluides du plasma en champ croisé. Ce modèle, malheureusement ne saurait prétendre à expliquer dans le détail la physique complexe des phénomènes à l'œuvre dans nos expériences. En particulier il adopte le paradigme du forçage par le gradient, qui consiste à séparer l'équilibre de ses causes profondes, qui sont naturellement les flux, liés eux-mêmes d'une façon extrêmement complexe aux paramètres expérimentaux. Cependant une telle approche auto-consistante des phénomènes n'est tout simplement pas réalisable sans le secours d'un code numérique extrêmement complexe, et généralement peu intuitif. Notre propos se bornera donc simplement, partant des gradients moyens observés, d'expliquer pourquoi l'instabilité se manifeste et quelles sont ses caractéristiques au stade linéaire, de façon à les comparer aux processus observés dans l'expérience, avec l'espoir qu'une telle analyse soit d'un certain secours pour étudier la situation générique des plasmas en champs croisés.

# Chapitre 7

## Modélisation fluide des instabilités électrostatiques en champs croisés

### 7.1 Instabilités fluides

Afin d'étudier les instabilités susceptibles de se développer dans le plasma magnétisé en géométrie cylindrique nous allons mener ici une étude en perturbation du système dont nous avons décrit l'équilibre au cours des chapitres précédents. Comme nous l'avons déjà évoqué il est très complexe de décrire analytiquement un plasma magnétisé inhomogène à l'aide d'un modèle cinétique, qui pourtant serait souhaitable pour évaluer proprement les effets de rayon de Larmor fini et de résonance cyclotron dont nous verrons l'importance. La seule option pour mettre en lumière de façon intuitive les phénomènes instables - essentiellement des ondes à taux de croissance positif observées expérimentalement - liés à la situation du plasma en champs croisés est donc de recourir à une description fluide, qui permet une approche qualitative du problème.

A cette fin nous utiliserons les équations du modèle à deux fluides afin d'obtenir la relation de dispersion linéaire des ondes électrostatiques dans le plasma. Le calcul mené dans cette partie est inspiré pour une bonne part de la description développée par Petro P. Sosenko [Sosenko04] afin d'étudier les instabilités fluides des plasmas collisionnels en géométrie cylindrique. Ce travail a permis une première analyse des effets de la rotation par dérive  $E \times B$ , appliquée aux conditions expérimentales des plasmas magnétisés réalisés dans les dispositifs de laboratoire Mistral [Pierre04], Mirabelle [Pierre87] et KIWI [Latten95].

La situation de départ est donc celle de l'équilibre décrit dans le chapitre précédent : selon les conditions aux limites axiales qui déterminent les courants dans le plasma un champ électrique radial d'équilibre plus ou moins intense va se développer qui va jouer comme on le verra un rôle essentiel dans l'excitation des ondes instables.

#### 7.1.1 Introduction au modèle fluide

On repart des équations de conservation 3.46 et 3.47 de la section 3.4 pour les 3 fluides : ions, électrons et électrons primaires :

$$\partial_t n + \vec{\nabla} \cdot (n \vec{V}) = S_{ion} \quad (3.46)$$

$$(\partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\Omega_c \vec{V} \times \vec{b} + \frac{q \vec{E}}{m} - \frac{\vec{\nabla} P}{nm} - \nu_{coll} \vec{V} \quad (3.47)$$

attention : comme indiqué dans la rubrique notations nous distinguons la fréquence cyclotron  $\omega_c = |q|B/m$  et la fréquence cyclotron *signée*  $\Omega_c = -qB/m$ .

Le système est fermé par l'équation de Poisson qui s'écrit, en posant  $n_0$  la densité électronique moyenne et  $\lambda_D = \sqrt{\epsilon_0 k_B T_e / e^2 n_0}$  la longueur de Debye :

$$\frac{n_e}{n_0} + \frac{n_{ep}}{n_0} = \frac{n_i}{n_0} + \lambda_D^2 \Delta^2 \frac{e\phi}{k_B T_e}$$

Cette équation se simplifie pour donner la relation de quasi-neutralité :

$$n_i = n_e + n_{ep} \simeq n_e$$

dès lors que les variations spatiales sont grandes devant la longueur de Debye et le rayon de Larmor électronique :  $L_{\nabla\phi} \gg \lambda_D, R_{Le}^1$  ou que les fréquences sont petites devant la fréquence hybride haute :  $\omega \ll \omega_{UH} = \sqrt{\omega_{pe}^2 + \omega_{ce}^2}$ . C'est le cas dans notre dispositif expérimental aussi bien pour les grandeurs d'équilibre que pour les fluctuations :  $L_{\nabla\phi} \approx R_p = 10 \text{ cm}^2$ ,  $\lambda_D \approx R_{Le} \approx 0,5 \text{ mm}$ ,  $\omega \approx 1-10 \text{ kHz}$  et  $\omega_{UH} \approx 2 \text{ GHz}$ . La relation de quasi-neutralité se simplifie encore à l'équilibre pour donner  $n_{e,eq} \simeq n_{i,eq}$  puisque  $n_{ep,eq}/n_{e,eq} \sim 10^{-2} \ll 1$ .

### Hypothèses du modèle :

On se place en géométrie cylindrique avec les conditions suivantes à l'équilibre :

- **(H1)** Champ magnétique constant et homogène.
- **(H2)** Collisions dominantes avec les neutres et fréquences de collisions négligeables devant la fréquence cyclotron électronique.
- **(H3)** Présence d'un gradient de densité radial.
- **(H4)** Présence d'un champ électrique radial induisant une rotation azimutale des espèces chargées.
- **(H5)** Symétrie azimutale :  $\partial_\theta = 0$  et  $E_{\theta,eq} = 0$
- **(H6)** Température électronique isotrope<sup>3</sup>, constante et homogène.
- **(H7)** Électrons primaires très minoritaires :  $n_{ep}/n_e \ll 1$
- **(H8)** Diffusion radiale négligeable :  $V_{ir,eq}, V_{er,eq}, V_{epr,eq} \approx 0$ .

---

1. avec  $L_{\nabla\phi}$  la longueur de gradient de potentiel

2.  $R_p$  on le rappelle est le rayon de la colonne

3. cette hypothèse est adoptée par commodité. Expérimentalement il est impossible de mesurer l'anisotropie de la fonction de distribution électronique puisque les mesures de sondes ne sont fiables que selon la direction du champ magnétique mais on peut supposer que le processus stochastique d'ionisation, la fréquence élevée des collisions électron-électron et l'absence d'interaction avec des ondes électroniques rapides assure l'isotropie du gaz d'électrons.

- **(H9)** Ions froids, une seule fois ionisés :  $T_i \approx 0$  et  $q_i = e$
- **(H10)** Variations axiales négligeables devant les variations radiales :  $\partial_z \ll \partial_r$
- **(H11)** Rotation en bloc du fluide d'ion :  $\partial_r \Omega_{zi,eq} \approx 0$

Ces hypothèses sont indispensables à la résolution analytique du problème, mais constituent évidemment une simplification excessive de la réalité expérimentale. Cependant nous avons l'espoir qu'elles permettent une illustration des phénomènes physiques dominants.

### Discussion sur la validité des hypothèses dans notre expérience :

Les hypothèses **(H1)**-**(H7)** sont à priori satisfaites dans notre situation expérimentale, si on néglige les effets de courbure du champ magnétique en bouts de colonne qui n'affectent que localement le plasma et le faible gradient de température électronique.

L'hypothèse **(H8)** est nécessaire pour qu'on puisse négliger les vitesses radiales à l'équilibre devant la vitesse azimutale en particulier. C'est incontestablement le cas pour les électrons puisque leur diffusion transverse, proportionnelle au rapport  $\nu_{en}/\omega_{ce}$ , est insignifiante. Concernant les ions la relation entre vitesse radiale et poloïdale à l'équilibre est donnée par :  $V_{ir,eq} = -(\nu_{in}/R\omega_{ci})r\Omega_{zi,eq}$ <sup>4</sup>, l'hypothèse de diffusion négligeable suppose donc  $\nu_{in} \ll R\omega_{ci}$ . Elle n'est par conséquent valable qu'à faible collisionnalité  $\nu_{in} \ll \omega_{ci}$ , et uniquement pour une rotation anti-cyclotronique :  $R \gtrsim 1$ . Dans le cas du champ centrifuge limite où  $R \rightarrow 0$  nous avons constaté en effet que la diffusion radiale ionique l'emporte rapidement sur la rotation, conduisant expérimentalement à un équilibre de type intermittent.

L'hypothèse **(H9)** permet de négliger l'effet du gradient de densité ionique, et donc en particulier la dérive diamagnétique associée. Nous avons vu que pour une température ionique de l'ordre de 0,1 eV, la correction due à cette dérive est négligeable. Il nous faut quand même rappeler que les mesures de LIF, si on peut s'y fier, indiquent une température proche de 0,4 eV dans les conditions détaillées section 6.5 : champ radial fort, fréquence instable élevée. Comme on l'a souligné cette mesure pourrait constituer un indice montrant qu'un chauffage de type cyclotron se manifeste dans le milieu, conduisant à une température ionique anormalement élevée. Il est donc tout à fait possible que notre modèle laisse de côté une part importante de ces effets thermiques sur le fluide ionique. Cependant il nous semble qu'une validation des mesures de LIF est indispensable à la clarification de cette question cruciale.

L'hypothèse **(H10)** enfin est tout juste respectée dans le plasma de MISTRAL, où le rapport  $R_p/L_p \simeq 0,08$  avec le cylindre collecteur. L'effet de longueur finie en  $z$  (qui se traduit entre autres par une variation axiale de la densité et des vitesses moyennes) peut donc avoir une influence non-négligeable sur les propriétés dispersives du plasma, en particulier sur les ondes de dérives (à  $k_{\parallel} \neq 0$ ) que l'on décrira plus loin. Cette particularité des plasmas finis en  $z$  complique considérablement leur description analytique, c'est pourquoi nous avons fait le choix dans le modèle de considérer le plasma comme ho-

4. cf équation 5.42 de la section 5.3.2, on rappelle que  $R$  est le coefficient de Coriolis induit par la rotation à l'équilibre

mogène axialement, en gardant à l'esprit que cette description n'exprime pas l'ensemble de la physique du problème.

L'hypothèse **(H11)** est normalement satisfaite avec le profil de potentiel parabolique observé, elle est par ailleurs justifiée par les mesures de sondes et de caméra intensifiée (voir chapitre 6 et référence [Jaeger09]) qui indiquent une rotation à fréquence constante des fluctuations de densité dans les conditions où le mode régulier est présent. En outre les caractéristiques des instabilités dans MISTRAL sont très différentes de celles, connues d'après [Jassby72], de l'instabilité de Kelvin-Helmoltz liée au cisaillement radial de la vitesse ionique à savoir : localisation de l'instabilité sur la couche de cisaillement et fluctuations de potentiel très supérieures aux fluctuations de densité. Il faut savoir par ailleurs que la prise en compte du cisaillement des vitesses azimutales complique grandement la résolution analytique : en combinant les équations de conservation on doit considérer la dépendance en  $r$  des fréquences  $\tilde{\omega}$ ,  $\overline{\Omega}_{zi}$ , du paramètre de Coriolis  $R$  et de la vitesse perturbée  $\delta\vec{V}_i$ , ce qui nécessite fatalement un traitement numérique.

### Equilibre et perturbation :

L'analyse linéaire que nous allons mener est fondée sur une approche "en perturbation" : elle suppose l'existence d'une séparation d'échelle entre les grandeurs d'équilibre (ordre 0), que nous noterons  $n_{eq}$ ,  $\vec{V}_{eq}$ ,  $\phi_{eq}$ <sup>5</sup> et les fluctuations notées  $\delta n$ ,  $\delta\vec{V}$  et  $\delta\phi$ , considérées comme des quantités de 1er ordre. Ce qui revient à écrire :

$$\begin{aligned} n &= n_{eq} + \delta n & \delta n &\ll n \\ \vec{V} &= \vec{V}_{eq} + \delta\vec{V} & \delta V &\ll V \\ \phi &= \phi_{eq} + \delta\phi & \delta\phi &\ll \phi \end{aligned}$$

cette analyse n'est donc valable qu'au stade préliminaire du développement de l'instabilité : après un temps caractéristique  $T_{sat}$  l'instabilité atteint sa saturation par l'intermédiaire des termes non-linéaires (ordre 2 et supérieur) et le modèle tombe en défaut. Sa pertinence réside donc uniquement dans sa capacité à prévoir la nature des instabilités éventuellement présentes, les circonstances dans lesquelles elle peuvent se développer ainsi que leurs fréquences caractéristiques.

Afin d'évaluer les différents termes intervenant dans les équations de conservation et de simplifier la résolution du problème nous adopterons par la suite les profils analytiques 4.1 et 4.2 inspirés des mesures respectivement pour la densité et le potentiel plasma radiaux à l'équilibre :

$$n_{e,eq}(r) = n_0 e^{-\frac{r^2}{L_n^2}} \quad (4.1)$$

$$\phi_{p,eq} = \phi_{p0} - \frac{K r^2}{2} \quad (4.2)$$

---

5. respectivement pour la densité, la vitesse et le potentiel plasma

La situation expérimentale de référence est celle présentée sections 4.3 et 6.1.2, les constantes essentielles sont données par le tableau 7.1 : lorsqu'on passe de la situation collecteurs flottants à la situation collecteurs à la masse on constate une diminution progressive du champ électrique radial corrélée à un confinement accru du plasma dans la zone centrale. A noter que les fréquences de collision du tableau 7.1 sont données pour la pression standard de neutre  $P_0 = 1,5 \cdot 10^{-4}$  mbar, on a alors les taux de collision suivants :  $\bar{\nu}_{in} \simeq 0,1$  et  $\bar{\nu}_{en} \simeq 1,5$ , ces taux augmentent bien sûr proportionnellement à la pression de neutre.

<b>B</b>	$\simeq 150$ G	$\omega_{ci}$	$\simeq 5,7$ kHz
<b><math>P_0</math> (Argon neutre)</b>	$\simeq 1,5 \cdot 10^{-4}$ mbar	$n_0$	$\simeq 10^{15}$ $m^{-3}$
$\nu_{in}$	$\simeq 3$ kHz	$\nu_{en}$	$\simeq 50$ kHz
<b><math>R_p</math></b>	10 cm	<b><math>L_p</math></b>	1,2 m
	<b>Collecteurs flottants</b>	<b>Collecteurs à la masse</b>	
<b><math>L_n</math></b>	$\simeq 7$ cm		$\simeq 4,5$ cm
<b>K</b>	$\simeq -800$ $V/m^2$		$\simeq 0$
$\bar{\Omega}_E$	$\simeq 1,5$		$\simeq 0$
<b>R</b>	$\simeq 3$		$\simeq 0$

**Table 7.1** – Paramètres standards à l'équilibre dans la colonne de plasma de MISTRAL, situations collecteurs flottants et collecteurs à la masse

### Normalisations :

On normalisera le temps à  $T_c = 1/\omega_{ci}$  et l'espace à  $L_c = c_{s,i}/\omega_{ci}$  en prenant pour échelle caractéristique des phénomènes celle des ions du plasma. Le potentiel sera par ailleurs normalisé à  $\phi_c = k_B T_e / e$  de sorte qu'on a globalement pour les différentes grandeurs :

$$\text{temps : } \bar{t} \equiv \omega_{ci} t$$

$$\text{rayon : } \bar{r} \equiv r \omega_{ci} / c_{s,i}$$

$$\text{distance axiale : } \bar{z} \equiv z \omega_{ci} / c_{s,i}$$

$$\text{vitesse : } \bar{V} \equiv V / c_{s,i}$$

$$\text{fréquence : } \bar{\Omega} \equiv \Omega / \omega_{ci}$$

$$\text{nombre d'onde : } \bar{k} \equiv k c_{s,i} / \omega_{ci}$$

$$\text{potentiel : } \bar{\phi} \equiv e \phi / (k_B T_e)$$

L'échelle temporelle caractéristique est donc celle du mouvement cyclotronique ionique et la distance caractéristique est proportionnelle au rayon de Larmor ionique :  $L_c = \sqrt{T_e/T_i} R_{Li}$ .

Nous omettrons le signe '-' sur les dimensions temporelles et spatiales afin d'éviter de surcharger les équation. Pour éviter toute confusion nous définirons les paramètres

normalisés à l'aide du formalisme  $\bar{X} \equiv Y$  où le terme de gauche est écrit en unités adimensionnées et le terme de droite en unités réelles.

Les équations de conservation normalisées s'écrivent alors :

$$\partial_t n + \vec{\nabla} \cdot (n \vec{V}) = \frac{S_{ion}}{\omega_{ci}} \quad (7.1)$$

$$(\partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = -\bar{\Omega}_c \vec{V} \times \vec{b} + \frac{q\vec{E}}{m\omega_{ci}c_{s,i}} - \frac{1}{c_{s,i}^2} \frac{\vec{\nabla} P}{nm} - \bar{\nu}_{coll} \vec{V} \quad (7.2)$$

où on a :  $\bar{\Omega}_c \equiv \Omega_c/\omega_{ci}$ <sup>6</sup> et  $\bar{\nu}_{coll} \equiv \nu_{coll}/\omega_{ci}$ .

### Notations employées :

Donnons d'abord un petit *vade mecum* des paramètres que nous utiliserons par la suite :

$$\text{Fréquence de rotation électrique : } \bar{\Omega}_E \equiv -\frac{E_{r,eq}}{r\omega_{ci}B}$$

$$\text{Fréquence diamagnétique électronique : } \bar{\Omega}_e^* \equiv \frac{k_B T_e}{er\omega_{ci}B} K_{nr} = -\frac{c_{s,i}^2}{\omega_{ci}^2} \frac{K_{nr}}{r}$$

$$\text{Gradient logarithmique de densité : } \vec{K}_n = \frac{\vec{\nabla} n_{e,eq}}{n_{e,eq}} = K_{nr} \vec{e}_r$$

$$K_n \text{ radial : } K_{nr} = \frac{\partial_r n_{e,eq}}{n_{e,eq}}$$

$$\text{en unités normalisées : } \vec{K}_n \equiv \frac{c_{s,i}}{\omega_{ci}} \frac{\vec{\nabla} n_{e,eq}}{n_{e,eq}}$$

$$d'où : \bar{\Omega}_e^* = -\frac{\bar{K}_{nr}}{r}$$

$$\text{Fréquence diamagnétique des électrons primaires : } \bar{\Omega}_{ep}^* = -\frac{T_{\perp ep}}{T_e} \frac{\bar{K}_{nr,ep}}{r}$$

$$\text{Vitesse parallèle à l'éq. : } \bar{V}_{\parallel} \equiv \frac{V_{\parallel,eq}}{c_{s,i}}$$

$$\text{Courant parallèle à l'équilibre : } \bar{j}_{\parallel} = \bar{V}_{\parallel i} - \bar{V}_{\parallel e} \equiv \frac{j_{\parallel,eq}}{en_{e,eq}c_{s,i}}$$

---

6. c'est à dire :  $\bar{\Omega}_{ci} = -1$  et  $\bar{\Omega}_{ce} = m_i/m_e$

$$\text{Coefficient de diffusion électronique : } \bar{D}_e \equiv \frac{\omega_{ci}}{c_{s,i}^2} \frac{k_B T_e}{m_e \nu_{en}}$$

$$d'o\grave{u} : \bar{D}_e = \frac{m_i}{m_e} \frac{1}{\bar{\nu}_{en}}$$

$$\text{Coefficient de diffusion élec. pour les primaires : } \bar{D}_{ep} = \frac{m_i}{m_e} \frac{T_{\parallel ep}}{T_e} \frac{1}{\bar{\nu}_{epn}}$$

$$\text{Vitesse angulaire ionique à l'éq. : } \bar{\Omega}_{zi} \equiv \frac{\Omega_{zi,eq}}{\omega_{ci}}$$

$$\text{Coefficient de Coriolis : } R = 1 + 2\bar{\Omega}_{zi}$$

$$\text{Fréquence propre : } \bar{\omega} \equiv \frac{\omega}{\omega_{ci}}$$

$$\text{Fréquence propre décalée : } \tilde{\omega} = \bar{\omega} - l\bar{\Omega}_{zi} - \bar{k}_{\parallel} \bar{V}_{\parallel i} + i\bar{\nu}_{in}$$

$$\text{Fréq. de dérive différentielle él-ion : } \bar{\Omega}_{ei} = \bar{\Omega}_E - \bar{\Omega}_{zi}$$

A noter que  $\bar{\Omega}_e^*$  est positif (c'est à dire que la rotation est dans le sens direct :  $+\vec{e}_\theta$ ) puisque le gradient de densité est toujours centripète. Par contre le signe de la dérive électrique  $\bar{\Omega}_E$  dépend du sens du champ électrique : il est positif lorsque le champ électrique est centripète (cas collecteur flottant). Enfin la rotation  $\bar{\Omega}_{zi,eq}$  de la colonne d'ions a même signe que celui de la dérive électrique<sup>7</sup>.

### Vitesses à l'ordre 0 :

Les vitesses à l'équilibre des 3 espèces sont données par la résolution de l'équation du mouvement stationnaire (voir sections 3.4.2 et 3.4) et on a :

$$\vec{V}_e = \vec{V}_E + \vec{V}_e^* + \vec{V}_{\parallel e} = (r\bar{\Omega}_E + r\bar{\Omega}_e^*)\vec{e}_\theta + \bar{V}_{\parallel e}\vec{b} \quad (7.3)$$

$$\vec{V}_{ep} = \vec{V}_E + \vec{V}_{ep}^* + \vec{V}_{\parallel ep} = (r\bar{\Omega}_E + r\bar{\Omega}_{ep}^*)\vec{e}_\theta + \bar{V}_{\parallel ep}\vec{b} \quad (7.4)$$

$$\vec{V}_i = r\bar{\Omega}_{zi}\vec{e}_\theta + \bar{V}_{\parallel i}\vec{b} \quad (7.5)$$

A noter qu'on a négligé la fréquence diamagnétique des ions froids.

Comme nous le verrons par la suite la connaissance des vitesses parallèles à l'équilibre n'est d'aucune utilité pour étudier les modes *flûtes* ( $k_{\parallel} = 0$ ) que nous observons dans la machine : la dynamique parallèle n'intervient alors que dans sa contribution essentielle à la création du champ électrique radial d'équilibre responsable de la dérive différentielle électron-ions. Ce n'est plus le cas pour les ondes à  $k_{\parallel} \neq 0$  pour lesquels les grandeurs parallèles peuvent jouer un rôle essentiel. Cependant il s'avère que le problème est analytiquement insoluble si on prend en compte les variations des paramètres  $\bar{j}_{\parallel}$ ,  $\bar{V}_{\parallel}$ <sup>8</sup>, respectivement courant et vitesses parallèles. Dans l'optique d'évaluer grossièrement l'influence

7. cf section 5.3 : les effets inertiels et les collisions induisent un freinage par rapport à la vitesse de dérive électrique classique, mais jamais un changement de signe

8. et également de la densité selon  $z$

de ces différents paramètres nous nous contenterons donc de les estimer à l'aide d'ordres de grandeur.

Dans notre configuration expérimentale la vitesse parallèle ionique est de l'ordre de la vitesse acoustique ionique  $c_{si}$ , tandis que la vitesse électronique est nulle collecteurs flottants et grossièrement égale à  $V_{\parallel e0} \approx 10^4 m/s$  collecteurs à la masse<sup>9</sup>. Nous avons donc les ordres de grandeurs suivants pour les vitesses et courants parallèles, en unités normalisées :

$$\bar{V}_{\parallel i} \approx 1 \quad \bar{V}_{\parallel e} \approx 0 / 3 \quad \bar{j}_{\parallel} = \bar{V}_{\parallel i} - \bar{V}_{\parallel e} \approx 1 / -3$$

Concrètement comme on le verra, cela ne modifie que très faiblement les fréquences et taux de croissances des modes à  $k_{\parallel} \neq 0$  : la variation est en effet de l'ordre de  $\bar{k}_{\parallel} \bar{V}_{\parallel} \ll \bar{\omega}_r, \bar{\omega}_i$  sauf pour les grands nombres d'ondes qui sont les moins instables. L'effet peut cependant s'avérer beaucoup plus sensible dans d'autres situations expérimentales<sup>10</sup>, c'est pourquoi, par souci de généralité, nous conserverons ces termes dans la suite.

### Décomposition de Fourier des fluctuations :

Les fluctuations normalisées sont représentées par leur décomposition de Fourier en géométrie cylindrique, par exemple pour le potentiel on a :

$$\delta \bar{\phi} = \sum_{\bar{\omega}} \sum_{\bar{k}_{\parallel} \in \mathbb{R}} \sum_{l \in \mathbb{Z}} \tilde{\phi}(l, \bar{k}_{\parallel}, \bar{\omega}, r) e^{il\theta + i\bar{k}_{\parallel}z - i\bar{\omega}t} \quad (7.6)$$

avec  $\tilde{\phi}$  l'amplitude de l'onde,  $l$  le nombre d'onde azimutal,  $\bar{k}_{\parallel}$  le nombre d'onde parallèle. La sommation est faite sur toutes les fréquences propres  $\bar{\omega}(l, \bar{k}_{\parallel})$ . **Nous écrirons souvent les différentiations spatiales et temporelles des grandeurs fluctuantes dans la notation de Fourier** :  $\partial_t = -i\bar{\omega}$  et  $\partial_r = i\bar{k}_{\parallel}$ . ce qui revient à omettre la sommation sur les fréquences et les nombres d'onde. Par convention nous choisissons de considérer les vecteurs d'ondes  $\underline{\bar{k}}$  et donc les nombres d'ondes - comme réels et les fréquences comme complexes. Pour  $\bar{k}$  donné, la partie réelle  $\bar{\omega}_r$  de  $\bar{\omega}$  est donc la fréquence réelle, tandis que sa partie imaginaire  $\bar{\omega}_i$  représente le taux de croissance de l'onde satisfaisant à l'équation de dispersion. Lorsque ce dernier est positif, l'onde est instable puisque son amplitude va croître exponentiellement dans le temps (uniquement durant le stade linéaire, cad avant la saturation). Le mode le plus instable est donc théoriquement celui qui va dominer très rapidement tous les autres, c'est pourquoi nous nous y intéresserons particulièrement.

Il est important de noter que la contrainte de réalité impose les relations suivantes :

$$\omega(-l, -\bar{k}_{\parallel}) = \bar{\omega}(l, \bar{k}_{\parallel}) \\ \tilde{\phi}(-l, -\bar{k}_{\parallel}, \bar{\omega}, r) = \tilde{\phi}^*(l, \bar{k}_{\parallel}, \bar{\omega}, r)$$

---

9. d'après l'ordre de grandeur du courant électronique sur le collecteur terminal

10. en particulier lorsqu'on polarise très positivement les collecteurs, on obtient alors un courant parallèle de l'ordre du courant de saturation électronique  $j_{sat} \sim en_e v_{the}$

avec  $\tilde{\phi}^*$  le complexe conjugué de  $\tilde{\phi}$ . Nous nous préoccupons donc uniquement des nombres d'ondes  $l$  positifs dans toute la suite : les couples  $(-l, -\bar{k}_{\parallel})$  et  $(l, \bar{k}_{\parallel})$  sont les deux composantes d'une même onde progressive :

$$\delta\bar{\phi}_{l,\bar{k}_{\parallel}} = \Re(\tilde{\phi}(l, \bar{k}_{\parallel}, \bar{\omega}, r)/2) \cos(\bar{\omega}_r t - l\theta - \bar{k}_{\parallel} z) e^{\bar{\omega}_i t}$$

### Équations pour les grandeurs fluctuantes :

Les équations de conservation 7.1 et 7.2 donnent au 1er ordre, en linéarisant et après normalisation :

$$(\partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} + \vec{\nabla} \cdot \vec{V}) \delta n = -n \vec{\nabla} \cdot \delta \vec{V} - \delta \vec{V} \cdot \vec{\nabla} n \quad (7.7)$$

$$(\partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} + \bar{v}_{coll}) \delta \vec{V} + \delta \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \vec{V} = -\bar{\Omega}_c \delta \vec{V} \times \vec{b} - \frac{q}{|q|} \vec{\nabla} \delta \bar{\phi} + \frac{T}{T_e} \left( \frac{\delta n}{n} \vec{K}_n - \frac{\vec{\nabla} \delta n}{n} \right) \quad (7.8)$$

L'équation de quasi-neutralité 3.37 s'écrit tout simplement pour les grandeurs fluctuantes :

$$\delta n_e + \delta n_{ep} = \delta n_i \quad (7.9)$$

Dans la suite on va chercher à déterminer la réponse linéaire  $\delta n/n = \tilde{\chi} \tilde{\phi}$  des trois espèces du plasma à une perturbation de potentiel à l'aide des équations de conservation. Ces réponses vont nous permettre d'aboutir à la relation de dispersion des ondes électrostatiques basses fréquences du plasma tournant grâce à la relation de quasi-neutralité qui va s'écrire alors sous forme d'une équation de dispersion :

$$\left( \tilde{\chi}_e + \frac{n_{ep}}{n_e} \tilde{\chi}_{ep} - \tilde{\chi}_i \right) \tilde{\phi} = 0 \quad (7.10)$$

## 7.1.2 Réponse linéaire des différentes espèces

### Réponse ionique :

Avec la vitesse à l'équilibre donnée par 7.5 pour le fluide d'ions, on va exprimer les termes de dérivée convective de l'équation 7.8 par :

$$\vec{V}_i \cdot \vec{\nabla} \delta \vec{V}_i + \delta \vec{V}_i \cdot \vec{\nabla} \vec{V}_i = (i l \bar{\Omega}_{zi} + i \bar{k}_{\parallel} \bar{V}_{\parallel i}) \delta \vec{V}_i - 2 \bar{\Omega}_{zi} \delta \vec{V}_i \times \vec{b}$$

On introduit donc la fréquence cyclotron ionique modifiée  $\omega'_{ci} = \omega_{ci} + 2\Omega_{zi,eq}$  comme dans la section 5.3.1 pour tenir compte de l'effet de Coriolis qui se traduit, dans le référentiel des ions, par un champ magnétique effectif  $B' = B(1 + 2\Omega_{zi,eq}/\omega_{ci})$ . **Cet effet de Coriolis est matérialisé par le coefficient**  $R = 1 + 2\Omega_{zi,eq}/\omega_{ci} = 1 + 2\bar{\Omega}_{zi}$  qui permet d'écrire :  $\omega'_{ci} = R\omega_{ci}$  et  $B' = RB$ .

On peut donc réécrire 7.8 dans la limite ion froid sous la forme :

$$(-i\bar{\omega} + i l \bar{\Omega}_{zi} + i \bar{k}_{\parallel} \bar{V}_{\parallel i} + \bar{v}_{in}) \delta \vec{V}_i = R \delta \vec{V}_i \times \vec{b} - \vec{\nabla} \delta \bar{\phi}$$

On a alors accès aux trois composantes de la fluctuation de vitesse :

$$\delta\bar{V}_{ri} = \frac{i}{r} \frac{lR - \tilde{\omega}r\partial_r}{\tilde{\omega}^2 - R^2} \delta\bar{\phi} \quad (7.11)$$

$$\delta\bar{V}_{\theta i} = \frac{1}{r} \frac{l\tilde{\omega} - Rr\partial_r}{\tilde{\omega}^2 - R^2} \delta\bar{\phi} \quad (7.12)$$

$$\delta\bar{V}_{\parallel i} = \frac{\bar{k}_{\parallel}}{\tilde{\omega}} \delta\bar{\phi} \quad (7.13)$$

avec  $\tilde{\omega}$  la fréquence des fluctuations décalée par l'effet Doppler dû aux dérivées et amortie par les collisions. Dans la direction transverse on trouve que dans l'*approximation d'onde dérivée* et en l'absence de cisaillement radial la vitesse est simplement égale à la vitesse de dérive électrique :  $\delta\vec{V}_E = (1/R)\vec{\nabla}\delta\bar{\phi}$  dans un champ magnétique  $B' = RB$  à laquelle s'ajoute la dérive de polarisation  $\delta\vec{V}_{pol} = (1/R^2)\partial_t\vec{\nabla}\delta\bar{\phi}$  du premier ordre par rapport à la précédente. Les termes additionnels sont dûs aux effets complexes de polarisation qui prennent de l'importance lorsque  $\tilde{\omega} \gtrsim 1$ .

En utilisant l'équation 7.7 nous avons la relation entre densité et vitesse :

$$\frac{\delta n_i}{n_i} = \frac{[-i(\partial_r + \frac{1}{r} + \bar{K}_{nr})\vec{e}_r + \frac{l}{r}\vec{e}_\theta + \bar{k}_{\parallel}\vec{e}_z] \cdot \delta\vec{V}}{\tilde{\omega} - i\bar{v}_{in}} \quad (7.14)$$

On obtient alors en remplaçant dans l'équation de la densité la vitesse perturbée par celle calculée à l'aide de l'équation du mouvement, la réponse ionique :

$$\frac{\delta n_i}{n_i} = \frac{\tilde{\omega}}{\tilde{\omega} - i\bar{v}_{in}} \left[ \frac{(\Delta_r - r\bar{\Omega}_e^*\partial_r)}{R^2 - \tilde{\omega}^2} + \frac{R^2}{R^2 - \tilde{\omega}^2} \frac{l\bar{\Omega}_e^*}{R\tilde{\omega}} + \frac{\bar{k}_{\parallel}^2}{\tilde{\omega}^2} \right] \delta\bar{\phi} \quad (7.15)$$

où on a introduit la fréquence diamagnétique électronique  $\bar{\Omega}_e^* = -\bar{K}_{nr}/r$ . Le Laplacien radial vaut :  $\Delta_r = \frac{1}{r}\partial_r(r\partial_r) - \frac{l^2}{r^2}$ .

### Réponse des électrons secondaires :

De la même façon que pour les ions, on écrit l'équation de conservation et du mouvement pour les fluctuations électroniques. Il importe dans un premier temps de tenir compte du principe d'*annulation diamagnétique* évoqué dans la section 3.4.1 qui a plusieurs conséquences :

- la dérivée totale électronique s'écrit en omettant la convection par la vitesse diamagnétique donc sous la forme :  $d_t = \partial_t + \vec{V}_E \cdot \vec{\nabla} + \vec{V}_{\parallel e} \cdot \vec{\nabla}$  soit :  $d_t = \partial_t + \bar{\Omega}_E \partial_\theta + \bar{V}_{\parallel e} \partial_z$  pour une grandeur scalaire (on rajoute le terme  $\bar{\Omega}_E \vec{b} \times$  pour une grandeur vectorielle).
- la divergence du flux diamagnétique est nulle et l'équation de conservation se réduit donc à :  $(\partial_t + [\vec{V}_E + \vec{V}_{\parallel e}] \cdot \vec{\nabla})n_e + n_e \vec{\nabla} \cdot (\vec{V}_E + \vec{V}_{\parallel e}) = 0$

La conservation des électrons donne donc au premier ordre et après normalisation :

$$(\partial_t + \bar{\Omega}_E \partial_\theta + \bar{V}_{\parallel e} \partial_z) \delta n_e = -n_e \vec{\nabla} \cdot (\delta \vec{V}_E + \delta \vec{V}_{\parallel e}) - (\delta \vec{V}_E + \delta \vec{V}_{\parallel e}) \cdot \vec{\nabla} n_e \quad (7.16)$$

Les composantes de la fluctuation de vitesse découlent de l'équation du mouvement, en négligeant les termes d'inertie sauf pour le frottement collisionnel. Dans la direction transverse on obtient donc, considérant que la fréquence de collision avec les neutres est négligeable devant la fréquence cyclotron électronique :

$$\delta \vec{V}_E = \left( -\vec{e}_r \frac{il}{r} + \vec{e}_\theta \partial_r \right) \delta \bar{\phi} \quad (7.17)$$

c'est tout bêtement la vitesse de dérive électrique (on ne tient pas compte des effets de la polarisation pour les électrons puisque leur inertie est négligeable) et dans la direction parallèle :

$$\delta \vec{V}_{\parallel e} = i \bar{k}_{\parallel} \bar{D}_e \left[ \delta \bar{\phi} - \frac{\delta n_e}{n_e} \right] \vec{e}_z$$

En remplaçant l'expression de ces vitesses dans l'équation 7.16 on obtient :

$$(\bar{\omega} - l\bar{\Omega}_E - \bar{k}_{\parallel} \bar{V}_{\parallel, e}) \frac{\delta n_e}{n_e} = i \bar{k}_{\parallel}^2 \bar{D}_e \left[ \delta \bar{\phi} - \frac{\delta n_e}{n_e} \right] + l\bar{\Omega}_e^* \delta \bar{\phi}$$

on a introduit le coefficient de diffusion  $\bar{D}_e$  et la fréquence diamagnétique électronique  $\bar{\Omega}_e^* = -\bar{K}_{nr}/r$ . La réponse électronique est donc donnée par l'expression :

$$\frac{\delta n_e}{n_e} = \frac{l\bar{\Omega}_e^* + i\bar{k}_{\parallel}^2 \bar{D}_e}{\bar{\omega} - l\bar{\Omega}_E - \bar{k}_{\parallel} \bar{V}_{\parallel, e} + i\bar{k}_{\parallel}^2 \bar{D}_e} \delta \bar{\phi} \quad (7.18)$$

### Réponse des électrons primaires :

Le résultat est analogue à celui des électrons secondaires :

$$\frac{\delta n_{ep}}{n_{ep}} = \frac{l\bar{\Omega}_{ep}^* + i\bar{k}_{\parallel}^2 \bar{D}_{ep}}{\bar{\omega} - l\bar{\Omega}_E - \bar{k}_{\parallel} \bar{V}_{\parallel, ep} + i\bar{k}_{\parallel}^2 \bar{D}_{ep}} \delta \bar{\phi} \quad (7.19)$$

avec  $\bar{\Omega}_{ep}^*$  la fréquence diamagnétique pour les électrons primaires et  $\bar{D}_{ep}$  leur coefficient de diffusion.

Les différents termes intervenant dans la réponse des électrons primaires vérifient :  $\bar{D}_{ep} \sim \bar{D}_e^{11}$ ,  $\bar{\Omega}_{ep}^* \lesssim \bar{\Omega}_e^{*12}$  et  $\bar{V}_{\parallel ep} \gtrsim \bar{V}_{\parallel e}^{13}$ . La réponse des électrons primaires devrait donc être inférieure en ordre de grandeur à celle des électrons secondaires.

### Equation de dispersion :

On introduit les réponses des différentes espèces dans l'équation 7.10 pour aboutir à la relation de dispersion, en négligeant la contribution des électrons primaires puisque  $n_{ep}/n_e \ll 1$  et  $|\tilde{\chi}_{ep}| \lesssim |\tilde{\chi}_e|$ . On a donc :

$$(\tilde{\chi}_e - \tilde{\chi}_i) \tilde{\phi} = 0 \text{ soit :}$$

$$(\Delta_r - r\bar{\Omega}_e^* \partial_r) \tilde{\phi} = \left( -R \frac{l\bar{\Omega}_e^*}{\tilde{\omega}} - (R^2 - \tilde{\omega}^2) \frac{\bar{k}_{\parallel}^2}{\tilde{\omega}^2} + (R^2 - \tilde{\omega}^2) \frac{\tilde{\omega} - i\bar{v}_{in}}{\tilde{\omega}} \tilde{\chi}_e \right) \tilde{\phi} \quad (7.20)$$

La susceptibilité électronique  $\tilde{\chi}_e$  est donnée dans le cas général par l'expression :

$$\tilde{\chi}_e = \frac{l\bar{\Omega}_e^* + i\bar{\Gamma}_{\parallel}}{\tilde{\omega} - l\bar{\Omega}_{ei} + \bar{k}_{\parallel} \bar{j}_{\parallel} + i\bar{\Gamma}_{\parallel} - i\bar{v}_{in}} \quad (7.21)$$

avec  $\bar{\Gamma}_{\parallel} = \bar{k}_{\parallel}^2 \bar{D}_e$  le taux de diffusion des électrons le long du champ magnétique. Dans cette dernière expression le courant parallèle  $\bar{j}_{\parallel} = \bar{V}_{\parallel i} - \bar{V}_{\parallel e}$  et la différence de vitesse de dérive azimutale  $\bar{\Omega}_{ei}$  se sont introduits naturellement lorsqu'on a remplacé la fréquence absolue  $\bar{\omega}$  par la fréquence dans le référentiel des ions  $\tilde{\omega}$ .

Cette relation de dispersion permet de décrire un certain nombre d'instabilités fluides électrostatiques dans un plasma cylindrique inhomogène en champs croisés. A cause des hypothèses consenties elle n'est pas pertinente pour décrire certaines instabilités spécifiques telles que :

- L'instabilité de Rayleigh-Taylor (RT) plutôt qualifiée d'*interchange* dans les plasmas magnétisés<sup>14</sup> (auquel cas la courbure de champ magnétique ou la force centrifuge joue le rôle de gravité effective). Cet effet est à prendre en compte en géométrie cylindrique uniquement dans une situation de courbure forte puisque, comme on l'a vu dans la section 5.3.1, la force centrifuge dans un plasma tournant va simplement se traduire par une modification du champ magnétique effectif pour les ions (sauf dans le cas d'un champ électrique cisailé où la variation radiale du champ va induire une variation du champ magnétique effectif et donc un effet de courbure "inertiel" sur les ions).

---

11. on a :  $\bar{D}_{ep} = (T_{ep,\parallel}/T_e)(\bar{v}_{en}/\bar{v}_{ep,n})\bar{D}_e$  avec  $T_{ep,\parallel} \simeq 4T_e$  et  $\bar{v}_{ep,n} \simeq 5\bar{v}_{en}$

12. on ne peut pas mesurer la température transverse des primaires  $T_{\perp ep}$  mais on peut estimer qu'elle est faible compte-tenu des conditions d'injection

13. les électrons primaires ont une énergie parallèle d'une dizaine d'électrons-volts alors que celle des secondaires, liée aux gradients parallèles, est tout au plus de quelques eV

14. le principe, proposé par Gold en 1959 [Gold59] repose sur le paradigme de Rayleigh-Taylor, à savoir la situation instable du fluide lourd sur le fluide léger dans un champ de gravité, qui se traduit par un échange de position entre les tubes de flux du plasma lorsqu'un gradient de pression suffisamment fort intervient

- L’instabilité du type Kelvin-Helmoltz (K-H) induite par un cisaillement du champ de vitesse, dont nous avons déjà parlé.
- Les instabilités d’onde de dérive liées à la présence de particules piégées, à la courbure du champ magnétique (resistive ballooning modes), au gradient de température ionique ou électronique (instabilité ITG/ETG) ou à la résonance onde-particule des électrons (collisionless drift-waves).

A propos des instabilités RT et KH soulignons qu’il est possible, en particulier à grand rayon et avec un fort courant axial, d’observer dans la machine la présence de bras spiraux [Pierre04] [Barni05] qui pourraient indiquer la présence d’un flux azimuthal cisailé, et donc la possible action d’un de ces mécanismes. Cette situation a d’ailleurs donné matière à une thèse [Brault07] où l’auteur analyse au moyen d’un diagnostic d’imagerie ultra-rapide développé au sein de l’équipe MISTRAL la structure de ces modes spiraux.

### 7.1.3 Fonctions propres en géométrie cylindrique :

Pour résoudre le problème aux valeurs propres 7.20 il faut d’abord déterminer les fonctions propres  $\tilde{\phi}(l, k_{\parallel}, \omega, r)$  du système. On peut obtenir un résultat analytique grâce à l’hypothèse de profil radial de densité gaussien à l’équilibre donné par 4.1 qui permet d’écrire le terme géométrique de l’équation 7.20 sous la forme :

$$(\Delta_r + \bar{K}_n \partial_r) \tilde{\phi} = \left( \partial_r^2 + \left( \frac{1}{r} - \frac{2r}{L_n^2} \right) \partial_r - \frac{l^2}{r^2} \right) \tilde{\phi} \quad (7.22)$$

où on le rappelle  $\bar{L}_n \equiv (\omega_{ci}/c_{s,i})L_n$  est l’écart-type radial normalisé. On note que la vitesse angulaire diamagnétique est constante avec un tel profil de densité puisque  $\partial_r n_e/n_e = -2r/L_n^2$ , on l’écrit donc sous la forme :

$$\bar{\Omega}_e^* = \frac{2}{\bar{L}_n^2} \equiv \frac{2c_{s,i}^2}{\omega_{ci}^2 L_n^2} \quad (7.23)$$

elle est positive pour un profil de densité décroissant.

On démontre alors (voir annexe C) que les fonctions propres de l’opérateur  $(\Delta_r + \bar{K}_n \partial_r)$  s’écrivent :

$$\tilde{\phi}_{\omega,n,l,\bar{k}_{\parallel}}(r) \propto r^{|l|} M \left( a_{l,n}, |l| + 1, \frac{r^2}{\bar{L}_n^2} \right) \quad (C.12)$$

avec  $n \in \mathbb{N}^+$  où  $M(a, b, z)$  est la fonction de Kummer de première espèce et  $a_{l,n}$  la  $(n+1)$ ème racine de  $M(a_{l,n}, |l| + 1, \bar{R}_p^2/\bar{L}_n^2) = 0$ ,  $\bar{R}_p$  étant le rayon de la colonne de plasma. La valeur propre associée est donnée par :

$$\lambda_{l,n} = \frac{4}{\bar{L}_n^2} \left( a_{l,n} - \frac{|l|}{2} \right) \quad \text{soit :} \quad (C.11)$$

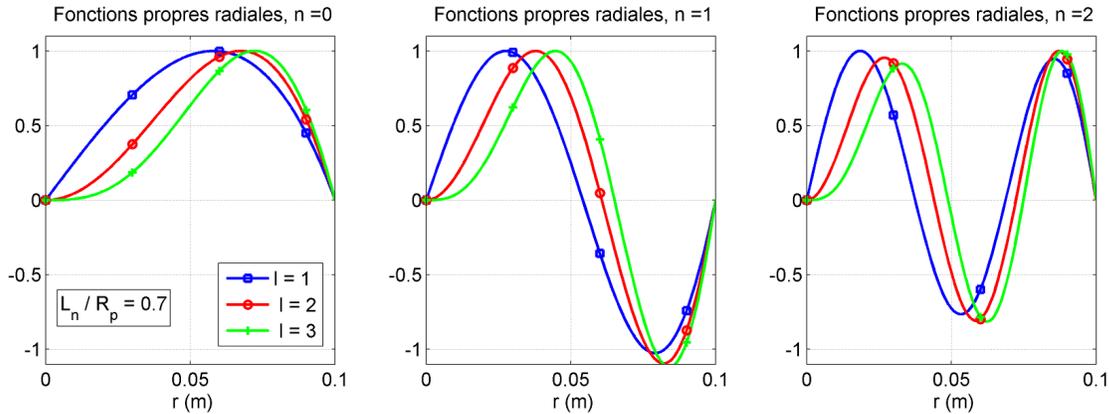
$$\lambda_{l,n} = -|l| \bar{\Omega}_e^* \lambda_{l,n}^* \quad \text{avec} \quad \lambda_{l,n}^* = 1 - \frac{2a_{l,n}}{|l|} > 0 \quad (7.24)$$

La quantification des fonctions et valeurs propres est liée à la condition aux limites radiale  $\tilde{\phi}(\bar{R}_p) = 0$  imposée par la présence du cylindre conducteur à la périphérie<sup>15</sup>.

Les constantes réelles  $a_{l,n}$  sont toutes négatives, et de fait les valeurs propres réduites  $\lambda_{l,n}^*$  sont toutes positives. Cette contrainte est liée au sens du gradient de densité radial : pour un profil croissant on aurait au contraire  $a_{l,n} > 0$  et  $\lambda_{l,n}^* < 0$ . Les tableaux 7.2 et 7.3 donnent la valeur de ces constantes et la figure 7.1 montre la forme des fonctions propres  $\tilde{\phi}_{l,n}$  pour les premières valeurs de  $n$  et  $l$  dans nos conditions. Dans la suite nous avons considéré les 2 cas de figures suivants :

- Plasma confiné :  $L_n = 4,5\text{cm}$  (collecteur à la masse, transport radial faible), situation du plasma faiblement turbulent
- Plasma déconfiné :  $L_n = 7\text{cm}$  (collecteur flottant, transport radial significatif), situation où le mode propre est présent

Nous verrons plus loin lors de notre analyse sur l'effet RLF appliqué aux champs électriques oscillants que les variations courtes -  $L_\nabla < R_{Li}$  - sont fortement atténuées dans un plasma magnétisé à cause du nivellement par le rayon de Larmor ionique. C'est pourquoi nous considérerons dans la suite uniquement les premières valeurs de  $n$  et  $l$  :  $0 < n < 2$  et  $1 < l < 3$ . Ce sont en effet les seuls modes qu'on est susceptible d'observer sur notre machine.



**Figure 7.1** – Variations radiales des fonctions propres  $\tilde{\phi}_{l,n}$  pour  $l = 1, 2$  et  $3$ . De gauche à droite :  $n = 0, n = 1$  et  $n = 2$ . Cas du plasma déconfiné :  $L_n/R_p = 0,7$ .

Il est intéressant de noter que dans la littérature les auteurs font souvent l'impasse sur le problème des fonctions propres radiales, remplaçant  $\lambda_{l,n}$  par  $-l^2/r^2$ , ce qui revient à considérer la fonction d'onde  $\tilde{\phi}$  comme constante radialement. On trouve parfois même purement et simplement  $\lambda_{l,n} = 0$ , ce qui revient en plus à négliger l'effet de la dérive de polarisation, hypothèse qui est justifié uniquement dans l'*approximation d'onde de dérive*, c'est à dire à très basse fréquence. Dans nos conditions expérimentales la fréquence dia-

15. ce qui revient à ignorer l'impédance dynamique de la gaine périphérique, voir annexe C

magnétique normalisée est de l'ordre voire supérieure à 1 et les fréquences mesurées légèrement inférieures à  $\omega_{ci}$  : c'est une situation où l'effet de la dérive de polarisation joue à plein et on voit d'après les valeurs de  $\lambda_{l,n}^*$  que l'effet de polarisation sur les ions est loin d'être négligeable. Les relations de dispersion traditionnellement obtenues sont donc généralement valides dans le cadre théorique du plasma infini radialement puisqu'il n'est jamais tenu compte de la nécessaire annulation de la fonction d'onde à la limite radiale du plasma. Autrement dit il s'agit là d'une approximation "locale" en  $r$  qui se justifie uniquement si  $\lambda_{l,n}$  est négligeable devant les autres termes de l'équation de dispersion. Dans nos conditions cette hypothèse n'est jamais justifiée.

Il y a évidemment une part d'arbitraire dans le choix d'utiliser une fonction gaussienne pour simuler analytiquement le profil radial d'équilibre dans nos plasmas : il est des situations où le profil est plus "piqué" ou au contraire plus plat et qui correspondent à des fonctions radiales différentes. Dans l'annexe C nous présentons d'ailleurs les fonctions propres et valeurs propres associées à tous les profils de la forme :

$$n_{e,eq} = n_0 e^{-\left(\frac{r}{L_n}\right)^p} \quad p \in \mathbb{N}$$

ce qui permet de prendre en compte des situations où la frontière du plasma central est plus ou moins marquée. Ce type de profil est à notre connaissance le seul qui permette une résolution analytique complète de l'équation de dispersion en tenant compte de la dérive de polarisation. Par ailleurs il rend compte avec une bonne exactitude de la plupart des situations expérimentales. Dans des cas particuliers plus compliqués, une solution générale à ce type de problème est l'utilisation de contraintes intégrales [Sosenko04] pour des profils de densité quelconques mais on perd l'avantage de pouvoir raisonner intuitivement sur la relation de dispersion.

*Expérimentalement : Le profil radial d'amplitude des fluctuations de densité peut être grossièrement évalué en mesurant le courant de saturation crête à crête en fonction du rayon, donné par la courbe 6.7 dans la situation du mode régulier  $l = 1$ . Cette structure radiale est conforme à celle du mode radial fondamental  $n = 0$  visible sur la figure 7.1, ce qui conforte l'idée que les fonctions propres radiales sont étroitement liées à la condition d'annulation du potentiel sur le conducteur périphérique. Émettons cependant une réserve : dans son stade non-linéaire il y a fort à parier que les modes propres de l'instabilité subissent une altération importante.*

#### 7.1.4 Expression finale pour la relation de dispersion :

Écrivons donc finalement la relation de dispersion 7.20 pour les modes propres  $(n, l, \bar{k}_{\parallel})$  du système, elle donne :

$$0 \leq \lambda_{l,n}^* l \bar{\Omega}_e^* = R \frac{l \bar{\Omega}_e^*}{\tilde{\omega}} + (R^2 - \tilde{\omega}^2) \frac{\bar{k}_{\parallel}^2}{\tilde{\omega}^2} - (R^2 - \tilde{\omega}^2) \frac{\tilde{\omega} - i \bar{v}_{in}}{\tilde{\omega}} \tilde{\chi}_e \quad (7.25)$$

où  $\tilde{\chi}_e$  est donnée dans le cas général par 7.21.

**Table 7.2** – Valeur des 3 premières constantes géométriques  $a_{l,n}$  et des valeurs propres  $\lambda_{l,n}^*$  associées pour  $R_p = 10$  cm. Cas du plasma confiné :  $L_n = 4,5$ cm

Mode radial :	n = 0	n = 1	n = 2
l = 1	$a_{1,0} = -0,1265$ $\lambda_{1,0}^* = 1,253$	$a_{1,1} = -1,901$ $\lambda_{1,1}^* = 4,819$	$a_{1,2} = -4,657$ $\lambda_{1,2}^* = 10,31$
l = 2	$a_{2,0} = -0,3195$ $\lambda_{2,0}^* = 1,320$	$a_{2,1} = -2,537$ $\lambda_{2,1}^* = 3,537$	$a_{2,2} = -5,769$ $\lambda_{2,2}^* = 6,769$
l = 3	$a_{3,0} = -0,6175$ $\lambda_{3,0}^* = 1,412$	$a_{3,1} = -3,306$ $\lambda_{3,1}^* = 3,204$	$a_{3,2} = -7,029$ $\lambda_{3,2}^* = 5,686$

**Table 7.3** – Cas du plasma déconfiné :  $L_n = 7$ cm

Mode radial :	n = 0	n = 1	n = 2
l = 1	$a_{1,0} = -0,965$ $\lambda_{1,0}^* = 2,930$	$a_{1,1} = -5,195$ $\lambda_{1,1}^* = 11,39$	$a_{1,2} = -11,85$ $\lambda_{1,2}^* = 24,69$
l = 2	$a_{2,0} = -1,935$ $\lambda_{2,0}^* = 2,935$	$a_{2,1} = -7,365$ $\lambda_{2,1}^* = 8,365$	$a_{2,2} = -15,22$ $\lambda_{2,2}^* = 16,22$
l = 3	$a_{3,0} = -3,225$ $\lambda_{3,0}^* = 3,150$	$a_{3,1} = -9,875$ $\lambda_{3,1}^* = 7,583$	$a_{3,2} = -18,94$ $\lambda_{3,2}^* = 13,62$

### Modes "flûtes" : $k_{\parallel} = 0$

Les ondes vérifiant  $k_{\parallel} = 0$  sont invariantes selon la direction axiale : les surfaces iso-densité sont dans ce cas des cylindres d'axe  $z$  - cf figure 7.2-a) - d'où la qualification de modes *flûtes*. Pour ce type d'ondes la susceptibilité électronique se simplifie considérablement pour donner la relation de Boltzmann modifiée :

$$\frac{\delta n_e}{n_e} = \frac{l\bar{\Omega}_e^*}{\tilde{\omega} - l\bar{\Omega}_{ei} - i\bar{\nu}_{in}} \delta\bar{\phi} \quad (7.26)$$

L'équation de dispersion des modes *flûtes* donne donc :

$$0 \leq \lambda_{l,n}^* = \frac{R}{\tilde{\omega}} - (R^2 - \tilde{\omega}^2) \frac{\tilde{\omega} - i\bar{\nu}_{in}}{\tilde{\omega}} \frac{1}{\tilde{\omega} - l\bar{\Omega}_{ei} - i\bar{\nu}_{in}} \quad (7.27)$$

il est intéressant de noter que la vitesse de dérive diamagnétique disparaît de l'équation : le gradient de densité n'intervient que par l'intermédiaire du facteur géométrique  $\lambda_{l,n}^*$ . Comme on l'analysera plus loin le facteur déterminant dans l'excitation des ondes instables est la valeur de la dérive électrique différentielle  $\bar{\Omega}_{ei} = \bar{\Omega}_E - \bar{\Omega}_{zi}$ . Les modes "flûte", solutions instables de l'équation 7.27 tombent donc dans la catégorie des insta-

bilités du type Simon-Hoh (SHI) <sup>16</sup>.

*Expérimentalement* : Comme nous l'avons diagnostiqué section 6.2.2 les modes réguliers observés durant nos expériences peuvent être considérées à l'incertitude près sur  $k_{\parallel}$  (environ  $0,2 \text{ m}^{-1}$  soit  $\approx 0,02$  en unités normalisées) comme invariantes dans la direction axiale. Pour rappel ces mesures sont basées sur l'utilisation de sondes de Langmuir polarisées positivement, qui permettent d'enregistrer les fluctuations de densité électronique à différentes positions axiales. L'instabilité observée sur la machine semble donc de type "flûte".

**Modes "hélice" (*screw modes*)** :  $k_{\parallel} \neq 0$

Dans le cas  $\mathbf{k}_{\parallel} \neq \mathbf{0}$  la relation de dispersion complète 7.25 doit être étudiée. Ce type d'onde a la particularité de se propager en partie dans la direction axiale, ce qui donne au mode une structure hélicoïdale - visible figure 7.2-b) - auquel il doit son qualificatif de *screw mode*. Notons que ces ondes instables sont souvent qualifiées d'ondes de dérive (*Drift Waves* : DW) pour des raisons historiques qu'on discutera plus loin, d'après l'instabilité d'onde de dérive collisionnelle (CDW) découverte et formalisée dans les années 60, qui est précisément celle que nous permet d'étudier notre modèle. Il s'avère en effet, comme on le verra, que leurs caractéristiques sont étroitement liées à la valeur de la dérive diamagnétique électronique. Cependant nous avons souligné plus haut que les modes "flûtes" du type (ISH) sont eux aussi intrinsèquement liés à une autre dérive, la dérive électrique. D'où une confusion possible sur l'appellation d'onde de dérive, qui recouvre sémantiquement les deux situations. C'est pourquoi nous lui préférons dans la suite le terme de modes "hélices" ou modes d'ondes de dérive *collisionnelles* (CDW).

L'approche "classique" des ondes de dérive collisionnelles consiste à supposer qu'on puisse considérer les électrons comme *quasi-adiabatique*, c'est à dire faire l'hypothèse  $\tilde{\omega}'/\bar{\Gamma}_{\parallel} \ll 1$  où :

$$\begin{aligned}\tilde{\omega}' &= \tilde{\omega} - l\bar{\Omega}_{ei} + \bar{k}_{\parallel}\bar{j}_{\parallel} - i\bar{\nu}_{in} \\ \bar{\Gamma}_{\parallel} &= \bar{k}_{\parallel}^2 \bar{D}_e\end{aligned}$$

cette hypothèse est justifiée dès lors que la condition suivante est respectée :

$$k_{\parallel}^2 \gg \frac{\tilde{\omega}'}{L^*2} \text{ où } L^* = \frac{v_{the}}{\sqrt{\omega_{ci}\nu_{en}}} \quad (7.28)$$

dans un plasma relativement chaud ( $T_e > 1$ ) les collisions électroniques sont suffisamment rares à faible pression pour que le libre parcours effectif  $L^*$  soit très grand devant

---

<sup>16</sup>. pour l'anecdote notons que les instabilités de ce type sont également connues sous le terme d'instabilité "centrifuge" lorsque le freinage ionique est dû uniquement aux effets inertiels[Mikhailovskii83][Sosenko04], cependant le mécanisme étant le même que celui de Simon-Hoh [Simon63][Hoh63], basé quand à lui sur un freinage collisionnel, dont l'antériorité est semble-t'il avérée, nous leur préférons ce deuxième qualificatif, par ailleurs moins ambiguë

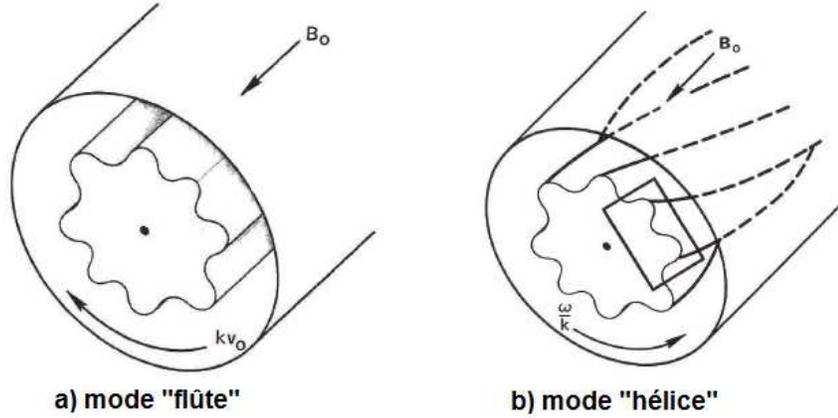


Figure 7.2 – Surfaces iso-densité pour un mode "flûte" (a) et un mode "hélice" (b).

la longueur de la machine. Pour des ondes à basse fréquence ( $\omega \lesssim \omega_{ci}$ ) la condition 7.28 est donc amplement vérifiée et l'hypothèse des électrons quasi-adiabatiques justifiée si la longueur d'onde parallèle est de l'ordre ou inférieure à la longueur axiale du plasma. C'est nécessairement le cas dans un plasma périodique<sup>17</sup> mais pas forcément dans un plasma fini, tel que ceux produits par les LMPD linéaires tel que notre expérience MISTRAL, situation dont nous discuterons plus bas.

Concrètement l'hypothèse *quasi-adiabatique* revient à supposer que les électrons répondent *presque* instantanément à toute variation de potentiel, ce qui se traduit par les relations suivantes :

$$\tilde{\chi}_e \simeq 1 + i\delta_{ad} \text{ soit :} \quad (7.29)$$

$$\frac{\delta n_e}{n_e} \simeq (1 + i\delta_{ad}) \delta \bar{\phi} \text{ avec :} \quad (7.29)$$

$$\delta_{ad} = \frac{1}{\bar{k}_{\parallel}^2 \bar{D}_e} \left( \tilde{\omega} - l\bar{\Omega}_e^* - l\bar{\Omega}_{ei} + \bar{k}_{\parallel} \bar{j}_{\parallel} - i\bar{\nu}_{in} \right) \quad (7.30)$$

où le paramètre  $\delta_{ad}$  représente l'écart à l'*adiabaticité* induit par la résistivité électronique : la collisionnalité a pour effet de limiter la mobilité électronique parallèle et donc d'empêcher le gaz d'électron d'obéir parfaitement aux fluctuations de potentiel. Comme on le verra c'est l'effet de ce léger décalage qui est à l'origine de l'excitation de l'instabilité CDW.

Comme l'exprime la condition 7.28 le caractère adiabatique des électrons est étroitement lié à la valeur que peut prendre le nombre d'onde parallèle dans la machine, laquelle dépend étroitement des conditions aux limites axiales dans les machines finies<sup>18</sup>. Ce problème crucial évoqué par Chen [Chen79] en 1979 à propos des ondes présentant une

17. puisque le nombre d'onde parallèle doit vérifier la condition de périodicité  $k_{\parallel} = 2p\pi/L_p, p \in \mathbb{Z}$ , avec  $p \neq 0$  pour un mode "hélice"

18. et sans doute également des gradients parallèles induits par les conditions de gaines, que nous avons dû négliger malheureusement dans notre modèle

longueur d'onde parallèle dans les machines Q est loin d'être résolu du point de vue théorique à l'heure actuelle et seules les observations expérimentales réalisées dans plusieurs LMPD linéaires permettent d'apporter un élément de réponse à cette question. Ainsi les mesures réalisées sur le dispositif à cathode chaude MIRABELLE très semblable à MISTRAL - où on observe des ondes de dérive collisionnelles dominantes à forts champs magnétiques ( $B > 500G$ )[Brochard04] - révèlent des longueurs d'ondes parallèles proches de la longueur de la machine<sup>19</sup>. Sur cette base l'hypothèse quasi-adiabatique paraît justifiée, en tout cas dans les conditions des expériences citées ici, même si la raison qui préside à la sélection en  $k_{\parallel}$  reste à élucider.

À titre indicatif nous traiterons dans la suite le cas général où le nombre d'onde parallèle peut prendre n'importe quelle valeur, il faut alors résoudre l'équation de dispersion des ondes de dérive en utilisant l'expression générale de la susceptibilité électronique 7.21.

*Expérimentalement :* Pour fixer les idées donnons d'abord une estimation du coefficient de diffusion parallèle électronique normalisé dans MISTRAL :  $\bar{D}_e \simeq 10^5$  à  $3.10^{-4}$  mbar. On constate que l'hypothèse quasi-adiabatique  $\tilde{\omega}'/\bar{\Gamma}_{\parallel} \ll 1$  est justifiée - on a expérimentalement  $\tilde{\omega}' \lesssim 1$  - dès lors que  $k_{\parallel} \gg 0,03m^{-1}$  ou encore  $L_{\parallel} \ll 33m$  dans nos conditions standards ( $B = 150G$ ,  $T_e \approx 3eV$ ), ce qui est quasiment vérifié pour des longueurs d'ondes de l'ordre de la dimension axiale  $L_p = 1,2m$  de la machine.

Comme nous l'avons souligné précédemment les modes réguliers observés sur MISTRAL dans notre configuration de référence sont des modes flûtes, l'étude des ondes de dérive développée dans la suite concerne donc des situations expérimentales où en particulier le champ électrique radial n'est pas le facteur principal d'instabilité. Comme nous l'avons évoqué ce type d'ondes a en particulier été identifié dans plusieurs LMPD, en particulier à fort champ magnétique<sup>20</sup> [Gravier04][Brochard04] [Schroder04] et la question de la transition entre modes flûtes et ondes de dérive reste un sujet ouvert à l'heure actuel. C'est pourquoi leur étude nous semble pertinente dans une perspective tout à fait générale.

## 7.2 Instabilité "flûte" :

Pour étudier les modes à  $k_{\parallel} = 0$  on part de l'équation de dispersion 7.27 qui se réécrit sous la forme :

$$\frac{R - \lambda_{l,n}^* \tilde{\omega}}{R^2 - \tilde{\omega}^2} = \frac{\tilde{\omega} - i\bar{\nu}_{in}}{\tilde{\omega} - l\bar{\Omega}_{ei} - i\bar{\nu}_{in}} \quad (7.31)$$

où les termes de gauche représentent en quelque sorte la réponse ionique à un potentiel fluctuant et ceux de droite la réponse électronique. On voit quels phénomènes sont susceptibles d'exciter des ondes instables en séparant les charges :

- la différence de dérive électrique pour les ions et les électrons due aux effets inertiels et/ou au freinage collisionnel (éventuellement aux effets RLF) :  $\Omega_E > \Omega_{zi}$  soit  $\bar{\Omega}_{ei} > 0$ .

19. même observation sur la machine hélicon VINETA[Schroder05]

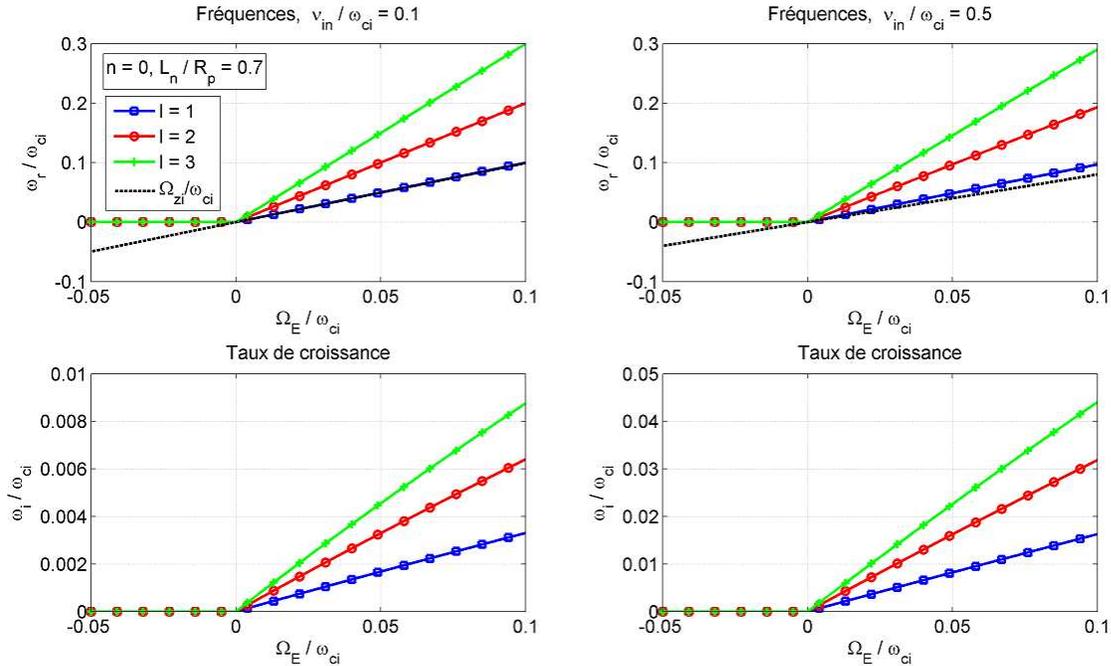
20. ce qui minimise l'effet de la rotation, quantifié par le facteur  $\bar{\Omega}_E = -m_i E_r / (reB^2)$

- l'effet inertiel de Coriolis  $R > 1$  sur les ions en rotation, qui se traduit par une modification du champ magnétique effectif :  $B' = RB$ .

### 7.2.1 Instabilité de Simon-Hoh (SHI) :

Dans un premier temps on va se limiter au cas le plus simple :  $R \simeq 1$  (effets inertiels négligeables), ce qui suppose on le rappelle  $\Omega_E \ll \omega_{ci}$  c'est à dire  $\bar{\Omega}_E \ll 1$ . Dans cette situation le facteur déstabilisant est essentiellement dû au freinage collisionnel sur la vitesse de dérive électrique ionique. Celle-ci s'écrit en effet, en l'absence d'effets inertiels :

$$\bar{\Omega}_{zi} = \frac{\bar{\Omega}_E}{1 + \bar{v}_{in}^2} \text{ de sorte que : } \bar{\Omega}_{ei} = \frac{\bar{v}_{in}^2}{1 + \bar{v}_{in}^2} \bar{\Omega}_E$$



**Figure 7.3** – Instabilité ISH : Fréquences et Taux de croissance normalisés à  $\omega_{ci}$  en fonction de la vitesse de dérive électrique  $\bar{\Omega}_E$ , cas du plasma déconfiné :  $L_n/R_p = 0,7$ , seuls les modes  $n = 0$  (plus instables) sont représentés. De gauche à droite :  $\bar{v}_{in} = 0,1$  et  $\bar{v}_{in} = 0,5$ .

La relation de dispersion 7.31 nous donne dans ce cas une équation cubique sur  $\tilde{\omega}$  :

$$\tilde{\omega}^3 - (\lambda_{l,n}^* + i\bar{v}_{in})\tilde{\omega}^2 + \lambda_{l,n}^* \left( \frac{\bar{v}_{in}^2}{1 + \bar{v}_{in}^2} l\bar{\Omega}_E + i\bar{v}_{in} \right) - \frac{\bar{v}_{in}^2}{1 + \bar{v}_{in}^2} l\bar{\Omega}_E = 0 \quad (7.32)$$

Les seules solutions instables de cette équation sont visibles sur la figure 7.3 pour le cas qui nous intéresse : celui du plasma déconfiné ( $L_n/R_p = 0,7$ ) pour deux valeurs

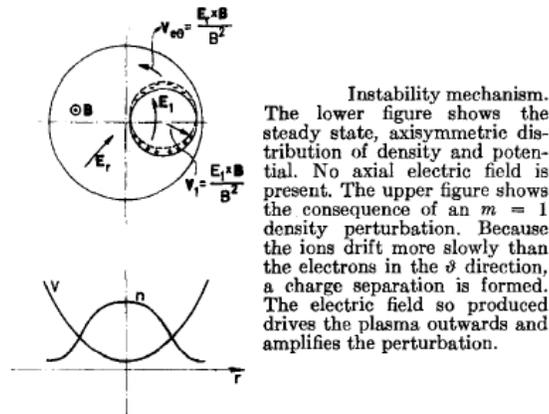
de la collisionnalité. Seules les solutions du premier mode radial ( $n = 0$ ) sont montrées puisqu'elles sont les plus instables. On observe que la condition d'instabilité s'écrit tout simplement :

$$\bar{\Omega}_E > 0 \quad \text{soit :} \quad \partial_r \phi_{eq} > 0 \quad (7.33)$$

Le taux de croissance est alors quasiment proportionnel à  $l\bar{\Omega}_{ei}$ . A noter que la contrainte sur le signe de  $\bar{\Omega}_E$  est lié au sens du gradient de densité : décroissant du centre vers le bord. On obtient en effet le critère contraire à cause du signe opposé de  $\lambda_{l,n}^*$  pour un profil radial croissant. On retrouve donc exactement les deux critères d'instabilité énoncés pour la première fois conjointement par Simon [Simon63] et Hoh [Hoh63] qui ont mis en évidence dans les décharges Penning l'instabilité dite de Simon-Hoh (SHI) des plasmas en champs électrique et magnétique croisés :

- Dérive électrique différentielle des ions et des électrons
- Gradient de potentiel opposé au gradient de densité

La figure 7.4 tirée de l'article de Hoh donne une bonne explication physique du phénomène. Elle montre la conséquence d'une perturbation de densité avec  $l = 1$  dans le plasma : les ions dérivant plus lentement dans la direction poloïdale vont causer une séparation de charge qui va produire un champ électrique responsable d'une dérive radiale du plasma, quand cette dérive dirige le plasma vers les faibles densités le plasma est déstabilisé.



**Figure 7.4** – Référence : [Hoh63] *En haut* : mécanisme de l'instabilité de Simon-Hoh, *En bas* : critère de gradients opposés

Quelle que soit la longueur de gradient, qu'on a fait varier pour les besoins de l'analyse, il apparaît que les fréquences instables sont toujours comprises entre  $l\bar{\Omega}_E$  et  $l\bar{\Omega}_{zi}$ . Comme on le constate pour notre cas de référence, elles sont proches de cette dernière valeur et tendent à croître avec la fréquence de collision, qui influence également directement le taux de croissance, dont on a constaté qu'il est globalement proportionnel à  $\bar{\nu}_{in}\omega_r/\lambda_{l,n}^*$  : sans surprise le niveau d'instabilité est maximum lorsque le fréquence de rotation et le taux de collision sont élevés - la différence de dérive est alors accentuée - et lorsque le gradient est important. On remarque en outre que les forts nombres d'onde poloïdaux  $l$  sont favorisés, tandis que le mode radial fondamental  $n = 0$  est dominant comme on

l'a évoqué. Remarquons enfin que l'hypothèse  $\Omega_E \ll \omega_{ci}$  (effets inertiels négligeables) limite cette analyse aux situations à faibles fréquences et taux de croissance.

Lorsque le champ électrique va croître en valeur absolue on peut s'attendre à ce que l'instabilité soit encore plus excitée : en réalité on va s'apercevoir dans la prochaine section que celle-ci, tout en conservant globalement le même mécanisme intrinsèque - une dérive électrique différentielle des espèces chargées - va évoluer significativement lorsque les effets inertiels sont pris en compte. En effet, comme on l'a vu dans le chapitre précédent, pour une collisionnalité modérée et un champ électrique important c'est principalement l'effet inertiel qui domine la dynamique transverse des ions, d'où la nécessité évidente d'étudier l'instabilité de Simon-Hoh dans une approche qui prenne en compte le rôle essentiel des forces inertielles en géométrie cylindrique.

### 7.2.2 Instabilité de Simon-Hoh inertielle (ISHI) :

Abordons maintenant la relation de dispersion linéaire des modes flûtes du plasma en géométrie cylindrique dans le cas le plus général. Nous verrons qu'elle prédit l'existence de modes instables essentiellement déterminés par les effets inertiels sur le fluide d'ion, d'où le qualificatif d'*instabilité de Simon-Hoh inertielle* (ISHI) que nous utiliserons dans toute la suite. Ces effets sont en effet prépondérants lorsque la fréquence de dérive électrique approche significativement de la fréquence cyclotron ionique, c'est à dire dans tous les cas où  $|\bar{\Omega}_E| \gtrsim 1$ . Dans ce type de situation on observe à la fois un freinage inertiel sur la dérive azimutale et une modification significative de la magnétisation, tous deux matérialisés par la valeur du paramètre de Coriolis  $R$  qui détermine à la fois la fréquence de rotation ionique et le champ magnétique effectif  $B'$  :

$$\bar{\Omega}_{zi} = \frac{R-1}{2}$$

$$B' = RB \quad \text{soit également :} \quad \omega'_{ci} = R\omega_{ci}$$

Rappelons sommairement les résultats de la section 5.3 sur la vitesse de rotation du fluide d'ions en champs croisés :

- $R = 1$  : pas de rotation
- $R > 1$  : champ électrique centripète
- $R < 1$  : champ électrique centrifuge
- $R \rightarrow 0$  : limite de stabilité (plasma démagnétisé)

les cas  $R < 1$  sont comme on l'a vu discuté à propos des hypothèses du modèle exclus de notre étude puisque la diffusion radiale domine rapidement la rotation, nous traiterons donc uniquement des cas  $R \geq 1$ . La relation entre la fréquence de dérive électrique et le paramètre  $R$ , tirée de 5.38, s'écrit en négligeant la température ionique :

$$\bar{\Omega}_E = \frac{R^2 - 1}{4} + \bar{v}_{in}^2 \frac{R^2 - 1}{R^2} \tag{7.34}$$

$$\text{soit :} \quad \bar{\Omega}_{ei} = \frac{(R-1)^2}{4} + \bar{v}_{in}^2 \frac{R^2 - 1}{R^2} \tag{7.35}$$

En développant l'expression 7.31 il vient que l'équation de dispersion des modes flûtes s'écrit comme précédemment sous la forme d'une équation cubique dans laquelle le paramètre de Coriolis intervient à la fois explicitement mais également par l'intermédiaire de la fréquence de dérive différentielle  $\bar{\Omega}_{ei}$  :

$$\tilde{\omega}^3 - (\lambda_{l,n}^* + i\bar{\nu}_{in})\tilde{\omega}^2 + [\lambda_{l,n}^*(l\bar{\Omega}_{ei} + i\bar{\nu}_{in}) + R(1 - R)]\tilde{\omega} - Rl\bar{\Omega}_{ei} + R(R - 1)i\bar{\nu}_{in} = 0 \quad (7.36)$$

### Instabilité ISHI non-collisionnelle à basse fréquence :

La seule situation pour laquelle on puisse obtenir une expression simple pour les fréquences instables et leur taux de croissance associé est celle où on peut négliger les collisions ioniques et le terme cubique dans 7.36 : autrement dit lorsque les fréquences instables vérifient  $|\tilde{\omega}| \ll R$ .

Avec ces hypothèses nous pouvons écrire  $R = R_0$  où  $R_0$  est le paramètre de Coriolis en l'absence de collisions :

$$R_0 = \sqrt{4\bar{\Omega}_E + 1}$$

soit :  $\bar{\Omega}_{ei} = \frac{(R_0 - 1)^2}{4}$

Nous obtenons donc pour la relation de dispersion des modes flûtes à basse fréquence et sans collisions ioniques (instabilité inertielle "pure") :

$$\tilde{\omega}^2 + \frac{R_0 - 1}{4} \left[ \frac{4R_0}{\lambda_{ln}^*} - l(R_0 - 1) \right] \tilde{\omega} + lR_0 \frac{(R_0 - 1)^2}{4\lambda_{ln}^*} = 0$$

soit :  $\tilde{\omega}^2 + \frac{l}{4} (R_0 - 1) [R_0(\alpha_{ln} - 1) + 1]\tilde{\omega} + \frac{l^2}{16} (R_0 - 1)^2 R_0 \alpha_{ln} = 0 \quad (7.37)$

avec :  $\alpha_{ln} = \frac{4}{l\lambda_{ln}^*}$

le discriminant de cette équation quadratique s'écrit :

$$\Delta = \frac{l^2}{16} (R_0 - 1)^2 [R_0^2(\alpha_{ln} - 1)^2 - 2(\alpha_{ln} + 1)R_0 + 1]$$

La condition d'instabilité  $\Delta < 0$  nous donne donc :

$$R_0^2(\alpha_{ln} - 1)^2 - 2(\alpha_{ln} + 1)R_0 + 1 < 0$$

soit :  $\left( \frac{\sqrt{\alpha_{ln} - 1}}{\alpha_{ln} - 1} \right)^2 < R_0 < \left( \frac{\sqrt{\alpha_{ln} + 1}}{\alpha_{ln} - 1} \right)^2 \quad (7.38)$

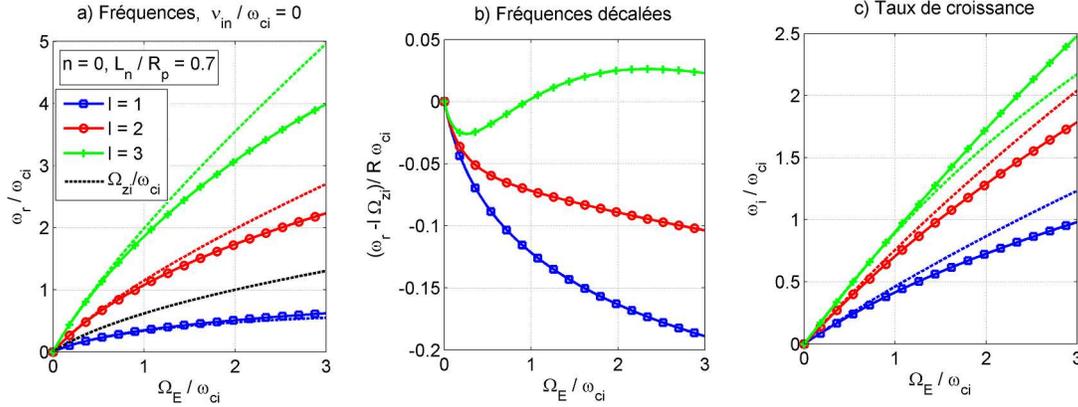
à la condition que  $R_0 \neq 1$ , dans ce cas nous obtenons pour le taux de croissance normalisé :

$$\begin{aligned} \omega_i &= \frac{l|R_0 - 1|}{8} \sqrt{-R_0^2(\alpha_{ln} - 1)^2 + 2(\alpha_{ln} + 1)R_0 - 1} \\ &= \frac{|l\bar{\Omega}_{zi}|}{4} \sqrt{-R_0^2(\alpha_{ln} - 1)^2 + 2(\alpha_{ln} + 1)R_0 - 1} \end{aligned} \quad (7.39)$$

et pour la fréquence :

$$\begin{aligned}\omega_r &= \frac{l(R_0 - 1)}{8} [R_0(1 - \alpha_{ln}) + 3] \\ &= l\bar{\Omega}_{zi} \left[ 2 - \frac{\alpha_{ln}}{2} + (1 - \alpha_{ln})\bar{\Omega}_{zi} \right]\end{aligned}\quad (7.40)$$

comme on le voit sur la figure 7.5, les solutions approchées à basse fréquence (tirets) sont une bonne approximation des solutions exactes (traits pleins) jusqu'à  $\bar{\Omega}_E \simeq 1$ . A l'image de l'instabilité ISH les modes les plus instables sont à  $n = 0$  et  $l$  élevé, par contre les fréquences sont cette fois inférieures à  $l\bar{\Omega}_{zi}$  pour les nombres poloïdaux faibles ( $l = 1$  et  $2$ ) dans le cas illustré (plasma déconfiné  $L_n/R_p = 0,7$ ) et les taux de croissance bien plus élevés à gradient de densité égal, malgré l'absence de freinage collisionnel.

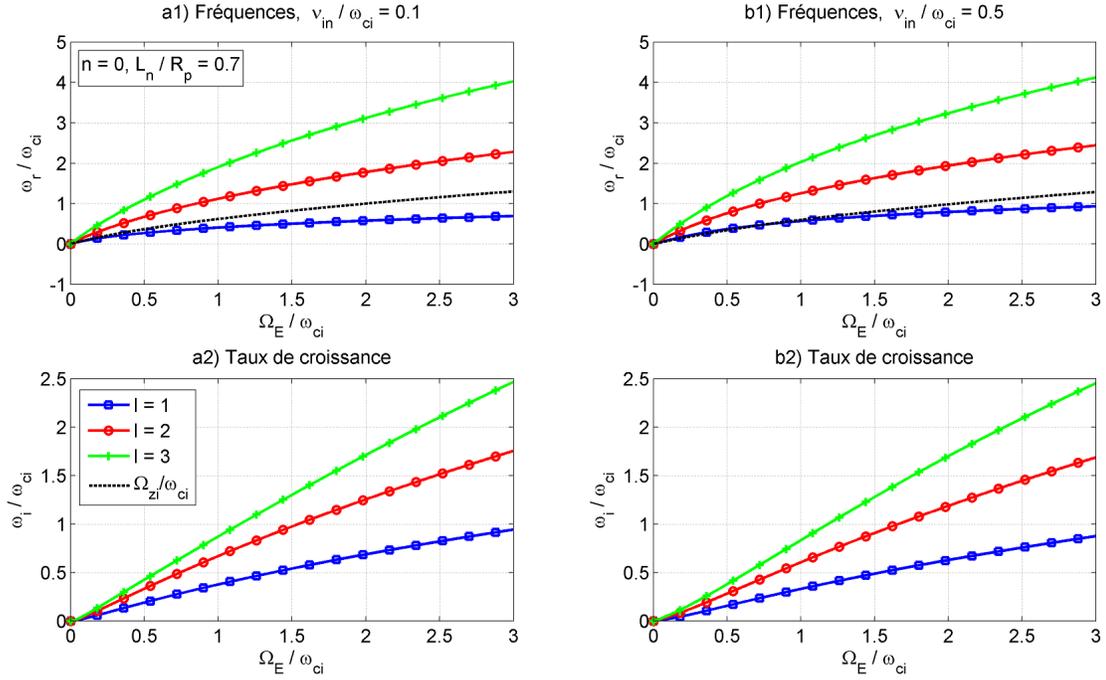


**Figure 7.5** – Fréquences et taux de croissance des modes instables (normalisés à  $\omega_{ci}$ ) pour l'instabilité ISHI non-collisionnelle. Traits pleins : solutions exactes d'après l'équation cubique 7.36, tirets : solutions approchées à basse fréquence ( $\tilde{\omega} \ll R$ ) d'après l'équation quadratique 7.37. Cas du plasma déconfiné  $L_n/R_p = 0,7$ , modes  $n = 0$  (les plus instables).

### Instabilité ISHI dans le cas général :

Si on raisonne dans le cas général il faut étudier les racines de l'équation cubique 7.36. Les solutions instables sont visibles sur la figure 7.6 pour deux valeurs de la collisionnalité :  $\bar{v}_{in} = 0,1$  (notre cas standard, avec une pression d'argon  $P_0 = 3.10^{-4}$  mbar) et  $\bar{v}_{in} = 0,5$ . Cette fois encore on constate que les modes  $n = 0$  sont les plus instables, c'est pourquoi ils sont les seuls représentés.

Comme nous l'avons déjà souligné, les courbes de dispersion font apparaître que la fréquence des modes ISHI est inférieure dans notre cas standard (courbes 7.6-a) à celle de la rotation ionique, en particulier à faible collisionnalité. Cette fréquence ainsi que le taux de croissance associé augmentent logiquement avec  $\bar{\Omega}_E$ , c'est à dire avec la vitesse

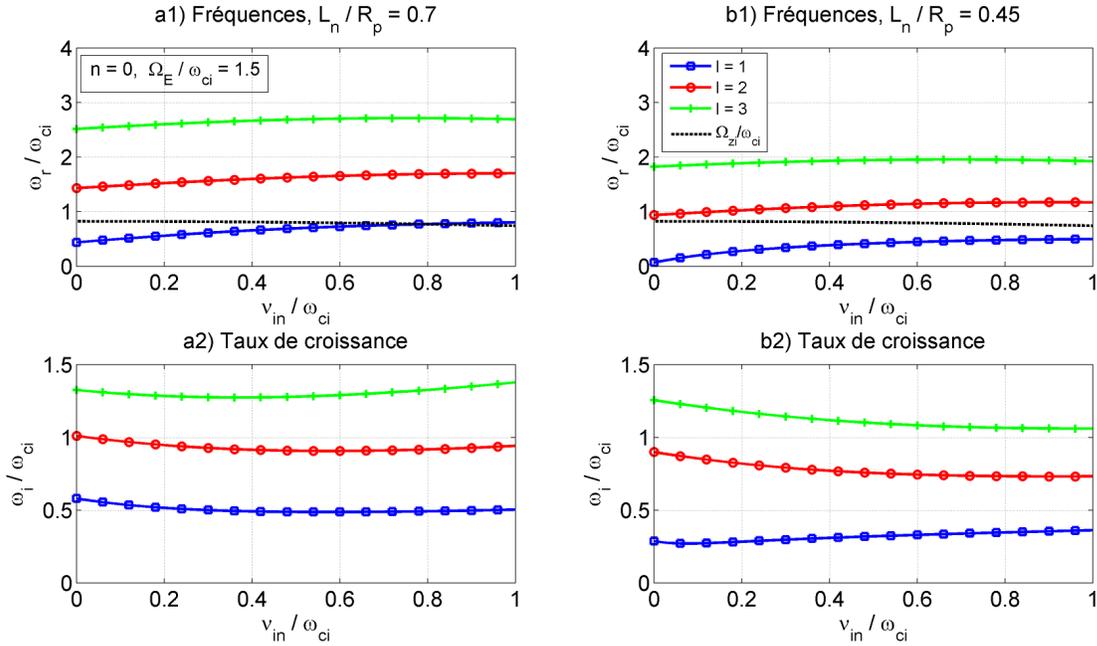


**Figure 7.6** – Instabilité ISHI : Fréquences et taux de croissance des modes instables (normalisés à  $\omega_{ci}$ ). Cas du plasma déconfiné  $L_n/R_p = 0,7$ , modes  $n = 0$  (les plus instables). De gauche à droite :  $\bar{\nu}_{in} = 0,1$  et  $\bar{\nu}_{in} = 0,5$ .

de rotation des deux espèces du plasma : les modes instables sont donc d'autant plus rapides et excités que le champ électrique centripète est fort et le champ magnétique faible. Deux autres paramètres du plasma ont une influence essentielle sur les caractéristiques de l'instabilité : la collisionnalité  $\bar{\nu}_{in}$  et le gradient de densité au travers de l'écart-type radial du profil de densité  $\bar{L}_n = L_n/R_p$  qui détermine les valeurs propres radiales  $\lambda_{ln}^*$ .

Comme on le voit figure 7.7 les collisions ont une influence directe sur les fréquences instables et les taux de croissance, calculés pour une valeur du champ électrique radial correspondant à  $\bar{\Omega}_E = 1,5$  (situation expérimentale standard) : en effet à taux de collisions faibles l'instabilité est strictement "inertielle" avec des fréquences plus faibles que  $\bar{\Omega}_{zi}$ , tandis qu'elle acquiert de plus en plus un caractère "collisionnel" lorsque  $\bar{\nu}_{in} \rightarrow 1$ , la rapprochant des caractéristiques de l'instabilité ISH classique. Notons cependant qu'à de telles collisionnalités il convient de nuancer notre analyse puisque la diffusion radiale ionique devient significative, mettant en défaut nos hypothèses. Globalement, dans nos conditions, l'effet des collisions se traduit par une modification faible du taux de croissance mais une augmentation nette de la fréquence à taux de collisions croissant.

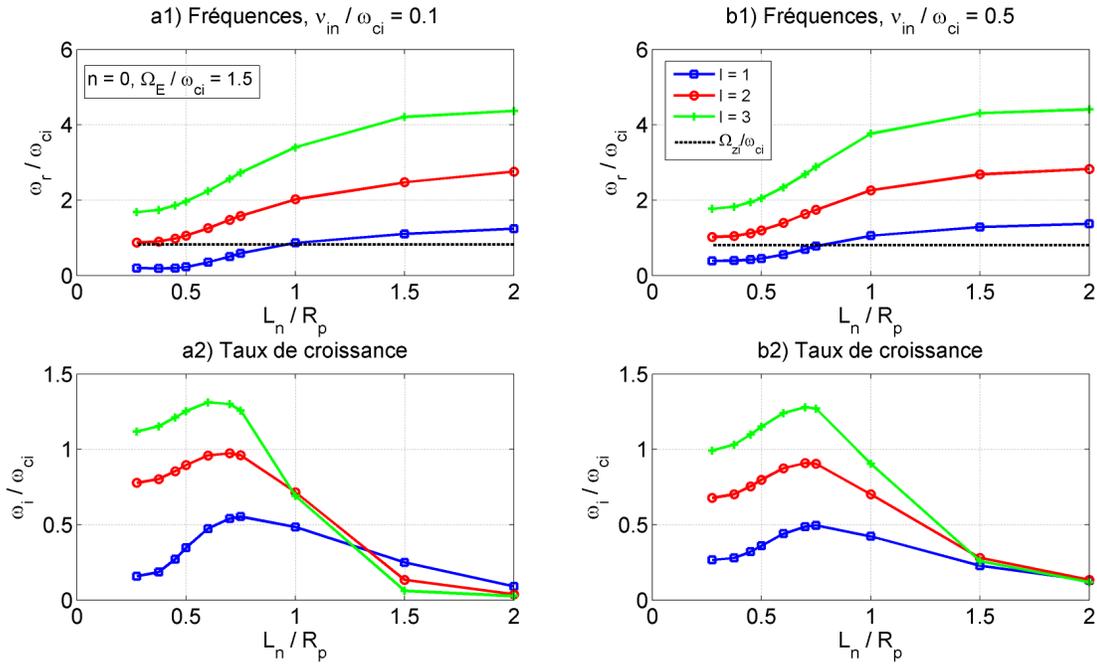
Observons maintenant l'effet du confinement radial, au travers de la valeur du pa-



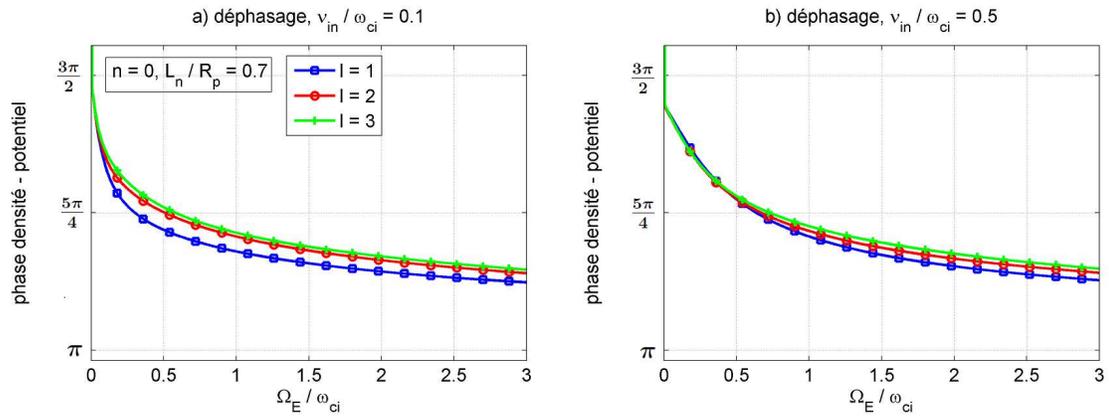
**Figure 7.7** – Instabilité ISHI : Fréquences et taux de croissance des modes instables en fonction du taux de collisions ioniques  $\bar{\nu}_{in}$  pour  $\bar{\Omega}_E = 1,5$ . a) Cas du plasma déconfiné  $L_n/R_p = 0,7$ , b) cas du plasma confiné  $L_n/R_p = 0,45$ , modes  $n = 0$ .

ramètre  $\bar{L}_n$ . Les figures 7.8 montrent son influence déterminante sur les propriétés dispersives des ondes ISHI, cette fois encore avec  $\bar{\Omega}_E = 1,5$  : à confinement décroissant (cad  $\bar{L}_n$  croissant) il apparaît une augmentation rapide des fréquences instables tandis que le taux de croissance passe par un maximum puis diminue brutalement, décroissance qui affecte plus fortement les modes à  $l$  élevé au point que le mode  $l = 1$  devient le plus instable à faible collisionnalité lorsque  $\bar{L}_n > 1,3$ . Notons que l’optimum du taux de croissance se situe précisément autour de la valeur de  $L_n$  observée expérimentalement :  $L_n = 0,7/R_p = 7cm$ , ce qui suggère que le profil radial de densité qui s’établit pourrait être étroitement lié aux propriétés dispersives des ondes instables.

Terminons par la donnée d’une autre caractéristique essentielle de l’instabilité : le déphasage entre les oscillations de densité et de potentiel  $\varphi_\phi^n$ , déduit de la relation de Boltzmann modifiée 7.26. Ce paramètre est déterminant en particulier pour l’estimation des flux induits par l’instabilité comme on le verra plus loin. Les courbes 7.9 pour le cas standard font observer que  $\varphi_\phi^n$  tend rapidement vers une valeur intermédiaire entre  $\pi$  et  $5\pi/4$  lorsque  $\bar{\Omega}_E$  croît, quelque-soit le mode et le taux de collision.



**Figure 7.8** – Instabilité ISHI : Fréquences et taux de croissance des modes instables en fonction du rapport  $\bar{L}_n = L_n/R_p$  pour  $\bar{\Omega}_E = 1,5$ . a) faibles collisions  $\nu_{in} = 0, 1$ , b) fortes collisions  $\nu_{in} = 0, 5$ , modes  $n = 0$ .



**Figure 7.9** – Instabilité ISHI : déphasage entre les oscillations de densité et de potentiel. De gauche à droite :  $\bar{\nu}_{in} = 0, 1$  et  $\bar{\nu}_{in} = 0, 5$ . Cas du plasma déconfiné  $L_n/R_p = 0, 7$ , modes  $n = 0$ .

### 7.2.3 Discussion sur l'instabilité ISHI :

Nous venons d'établir que le mécanisme de l'instabilité de Simon-Hoh, à savoir la rotation différentielle des espèces chargées en champs croisés, est naturellement à l'œuvre

dans un plasma magnétisé cylindrique présentant un champ électrique radial centripète : notre modèle linéaire prédit en effet la présence d'ondes instables dès lors qu'un gradient de potentiel est présent dans le plasma inhomogène, et ce essentiellement à cause des effets inertiels responsable pour l'essentiel du freinage ionique, qui justifie le qualificatif d'instabilité de Simon-Hoh "inertielle". Il apparaît que celle-ci est étroitement contrôlée par 3 paramètres expérimentaux :

- la fréquence de dérive électrique  $\Omega_E$ <sup>21</sup> qui accroît la fréquence et le taux de croissance
- le taux de collision ionique  $\bar{\nu}_{in}$  qui accroît la fréquence et laisse le taux de croissance relativement inchangé
- la longueur de gradient mesurée par l'écart type du profil de densité radial  $\bar{L}_n$ <sup>22</sup> qui accroît la fréquence et influence le taux de croissance d'une façon complexe (cf figures 7.8)

Par ailleurs notre modèle prédit presque toujours l'excitation préférentielle de modes à  $n = 0$  et  $l$  élevé, avec des taux de croissance de l'ordre de  $l\Omega_{ei} \sim \omega_r$ , donc du même ordre que la fréquence, ce qui est caractéristique d'une onde très instable.

Les particularités des fortes oscillations mesurées dans nos conditions standards (collecteurs axiaux flottants) et présentées au chapitre 6 sont en accord sur bien des points avec les résultats théoriques ici établis, pour le mode  $l = 1$  :

- mode "flûte" :  $k_{||exp} \simeq 0 \pm 0, 2m^{-1}$
- fréquence du mode :  $\omega_{exp} \simeq 3kHz // \omega_{th} = 2, 85kHz$ <sup>23</sup> dans le cas standard
- taux de croissance du même ordre que la fréquence
- disparition du mode (transition vers la turbulence) à champ radial nul
- augmentation de la fréquence avec le champ électrique radial centripète
- diminution de la fréquence avec le champ magnétique et l'accroissement du confinement
- déphasage densité/potentiel relativement proche de  $\pi$ <sup>24</sup>

Reste que les modes réguliers observés présentent une particularité essentielle : ils ont un nombre d'onde poloidal faible. On observe en effet exclusivement des modes  $l = 1$ <sup>25</sup>. Cet état de fait signale que la prise en compte des effets cinétiques est essentielle dans un plasma faiblement magnétisé tel que celui de l'expérience MISTRAL et ce pour deux raisons : d'une part l'effet possible d'amortissement cyclotron et d'interaction cinétique avec les ondes de Bernstein pour les ondes dont les fréquences vérifient  $\tilde{\omega} \simeq R$  et d'autre part l'effet de "gyro-moyenne" des oscillations courtes - vérifiant  $k_{\perp} R_L \gtrsim 1$  - qui provoque un amortissement des grands nombre d'ondes. Ces deux effets seront analysés qualitativement dans la section 7.4 afin d'expliquer la sélection des modes dans nos expériences.

---

21. proportionnelle au rapport  $|E_r|/rB^2$

22. intervenant par l'intermédiaire des coefficients  $\lambda_{ln}^*$

23. les indices *exp* et *th* désignent respectivement les valeurs expérimentales et théoriques

24. comme on l'a observé section 6.2.1 le déphasage  $\varphi_{ne}^{\phi_p}$  est cependant difficile à évaluer expérimentalement avec précision à cause de la forte non-linéarité des oscillations

25. exceptionnellement un mode  $l = 2$  est enregistré sous des conditions très éloignées de notre cas standard et de nos hypothèses de travail

Enfin il nous faut évoquer le cas des collisions, qui suscitent une tendance (augmentation de la fréquence avec  $\bar{v}_{in}$ ) qui ne se confirme pas expérimentalement si on observe l'influence de la pression de neutre sur la fréquence du mode. Cependant il nous faut souligner plusieurs points qui rendent la comparaison délicate entre l'expérience et la théorie sur ce point : d'abord que la pression influence d'une façon complexe plusieurs facteurs expérimentaux (en particulier la densité, les courants et le gradient de potentiel), ensuite qu'à taux de collision croissant l'hypothèse **(H8)** de diffusion radiale négligeable essentielle à notre modèle devient caduque, ce qui oblige à relativiser nos résultats théoriques.

### 7.3 Instabilité d'onde de dérive collisionnelle (CDWI) :

Étudions maintenant le cas  $k_{\parallel} \neq 0$ . Nous avons vu que dans le cas limite des électrons présentant un faible écart à l'adiabaticité  $\delta_{ad} \neq 0$  (cf équations 7.29 et 7.30) la réponse électronique est déphasée par rapport aux fluctuations de potentiel, ce qui a pour conséquence de rendre potentiellement instables des oscillations ayant une composante longitudinale. C'est encore plus vrai lorsque cet écart est important - c'est à dire quand  $k_{\parallel} \rightarrow 0$  en restant non-nul - puisqu'alors l'écart à l'adiabaticité est du même ordre que les fréquences, ce qui provoque une déstabilisation maximale. Le principal facteur déstabilisant est la résistivité électronique, mais d'autres effets peuvent avoir une importance significative : la présence de courants parallèles d'une part, et d'autre part celle du champ électrique radial qui induit à la fois une dérive différentielle des espèces chargées comme dans le cas de l'instabilité ISHI et l'effet de Coriolis matérialisé par le coefficient  $R \neq 1$ .

Le type d'ondes faisant intervenir le couplage entre la dynamique parallèle et transverse est historiquement qualifié d'*onde de dérive* (DW)<sup>26</sup> en référence à la vitesse de dérive diamagnétique électronique qui est la vitesse de phase de l'onde dans le cas le plus simple. Plus spécifiquement on parle d'*onde de dérive collisionnelle* (CDW) lorsque c'est la collisionnalité électronique qui est responsable du déphasage axial responsable en premier lieu de l'instabilité. A notre connaissance le paradigme pour l'instabilité CDWI a été évoqué pour la première fois conjointement par Moiseev et Sagdeev [Moiseev63] et Chen en 1963 [Chen63] [Chen64] peu après que D'Angelo et Motley [Dangelo63] aient observé dans un plasma thermique de potassium des ondes se propageant azimuthalement à la vitesse de dérive diamagnétique électronique.

#### 7.3.1 ondes de dérive collisionnelles "classiques" :

Commençons par l'approche classique des ondes de dérive collisionnelles dans la limite quasi-adiabatique  $\bar{k}_{\parallel} \gg \bar{D}_e^{1/2}$ . On part des hypothèses suivantes pour simplifier la

26. un peu par abus de langage comme on l'a signalé puisque toutes les instabilités fluides électrostatiques font intervenir des vitesses de dérive

relation de dispersion :

- collisions ioniques négligeables :  $\bar{v}_{in} \simeq 0$
- pas de rotation :  $R \simeq 1$  et  $\bar{\Omega}_{zi} = \bar{\Omega}_E = 0$

En négligeant les collisions ioniques, stabilisantes comme on le verra plus loin, on étudie la situation la plus instable pour les ondes de dérive.

### ondes de dérive non-collisionnelles (NCDW) :

La première question à se poser est celle de l'existence de solutions instables dans le cas adiabatique ( $\tilde{\chi}_e = 1$ ). Ces solutions éventuelles correspondent aux modes dits d'*onde de dérive non-collisionnelle* (NCDW) [Kadomtsev65]. Écrivons donc la relation de dispersion pour des électrons adiabatiques :

$$f(\tilde{\omega}) = -\tilde{\omega}^4 + (1 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^* + \bar{k}_{\parallel}^2)\tilde{\omega}^2 - l\bar{\Omega}_e^* \tilde{\omega} - \bar{k}_{\parallel}^2 = 0 \quad (7.41)$$

On peut démontrer graphiquement que les solutions de cette relation sont toujours réelles. Pour cela calculons la valeur de  $f(\tilde{\omega})$  pour quelques points remarquables :

$$\begin{aligned} f(0) &= -\bar{k}_{\parallel}^2 < 0 \\ f(1) &= l\bar{\Omega}_e^* (\lambda_{ln}^* - 1) > 0 \\ f(-1) &= l\bar{\Omega}_e^* (\lambda_{ln}^* + 1) > 0 \\ \lim_{|\tilde{\omega}| \rightarrow \infty} f &= -\infty \end{aligned}$$

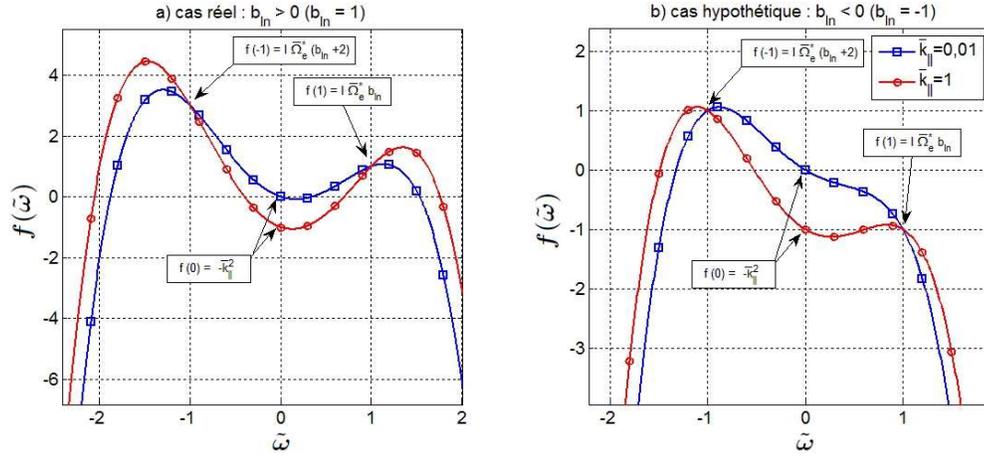
la positivité de  $f(1)$  et  $f(-1)$  est assurée par le fait que  $\lambda_{ln}^* - 1 = b_{ln} = -2a_{ln}/|l|$  est toujours positif<sup>27</sup>. La fonction  $f$  doit donc nécessairement s'annuler 4 fois pour passer par tous ces points et la relation de dispersion  $f(\tilde{\omega}) = 0$  n'a par conséquent que des solutions réelles stables (voir figure 7.10 a).

On constate que la stabilité des ondes NCDW est étroitement liée à la valeur du coefficient géométrique  $b_{ln}$  : si  $b_{ln} < 0$  la contrainte d'annulation autour de  $\tilde{\omega} = 1$  disparaît et la relation de dispersion a au moins une racine complexe instable (voir figure 7.10 b). Cela suppose qu'il existe des fonctions propres  $\tilde{\phi}_{\tilde{\omega}, n, l, \bar{k}_{\parallel}}(r)$  qui puissent satisfaire localement  $(\Delta_r + \bar{K}_n(\partial_r) - l/r)\tilde{\phi}_{\tilde{\omega}, n, l, \bar{k}_{\parallel}}(r) > 0$ . La question est ouverte dans le cas général mais elle est clairement négative dans le cas que nous étudions, c'est à dire pour un profil gaussien avec la condition d'annulation des fluctuations au bord. Ce fait révèle une réalité physique de première importance : dans nos conditions les effets de polarisation liés aux CL radiales empêchent le développement d'ondes de dérives non-collisionnelles. Soulignons tout de même que la présence de particules piégées ou d'un gradient de température (instabilités ITG ou ETG<sup>28</sup>) peut contribuer à déstabiliser les ondes de dérive même en l'absence de collisions électroniques.

---

27. voir section 7.1.3 et annexe C

28. respectivement *ion temperature gradient* et *electron temperature gradient*



**Figure 7.10** – Fonction de dispersion  $f(\tilde{\omega})$  pour les ondes NCDW : a) cas réel :  $b_{ln} > 0$  - b) cas hypothétique  $b_{ln} < 0$ . Pour les besoins de la représentation nous avons choisi le cas  $l\bar{\Omega}_e^* = 1$ . Dans la situation du cas b) la racine complexe est instable.

### Électrons quasi-adiabatiques

Il faut donc qu'un écart à l'adiabaticité soit présent pour rendre instables les solutions de 7.41. Comme le montre l'expression 7.29, lorsque la diffusivité électronique est très grande et le nombre d'onde parallèle pas trop faible cet écart est du premier ordre par rapport aux fréquences réelles puisqu'on a :

$$\tilde{\chi}_e \simeq 1 + i\delta_{ad} \text{ avec :}$$

$$\delta_{ad} = \frac{1}{\bar{k}_{\parallel}^2 \bar{D}_e} \left( \tilde{\omega} - l\bar{\Omega}_e^* + \bar{k}_{\parallel} \bar{j}_{\parallel} \right)$$

on qualifie alors les électrons de quasi-adiabatiques. Cette situation nous permet de traiter la fréquence complexe comme une petite perturbation de la fréquence réelle obtenue dans le cas adiabatique, c'est à dire qu'on va écrire  $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_r + i\delta\tilde{\omega}_i$  avec  $\tilde{\omega}_r$  la fréquence réelle et  $\delta\tilde{\omega}_i \ll \tilde{\omega}_r$  le taux de croissance. On aboutit alors à la relation de dispersion générale des ondes de dérive collisionnelles :

$$i\delta_e \tilde{\omega}^5 + [1 + i\delta_e(\bar{k}_{\parallel} \bar{j}_{\parallel} - l\bar{\Omega}_e^*)] \tilde{\omega}^4 - i\delta_e \tilde{\omega}^3$$

$$+ [l\bar{\Omega}_e^*[i\delta_e - \lambda_{ln}^*] - i\delta_e \bar{k}_{\parallel} \bar{j}_{\parallel} - 1 - \bar{k}_{\parallel}^2] \tilde{\omega}^2 + l\bar{\Omega}_e^* \tilde{\omega} + \bar{k}_{\parallel}^2 = 0 \quad (7.42)$$

avec : 
$$\delta_e = \frac{1}{\bar{k}_{\parallel}^2 \bar{D}_e}$$

en remplaçant  $\tilde{\omega}$  par  $\tilde{\omega}_r + i\delta\tilde{\omega}_i$  on obtient une équation sur les fréquences réelles identique à 7.41<sup>29</sup> et une équation sur les fréquences imaginaires qui nous donne la relation entre taux de croissance et fréquence réelle, celle-ci s'écrit dans le cas général, en développant

29. en négligeant les termes du premier ordre

selon le petit paramètre  $\delta\tilde{\omega}_i/\tilde{\omega}_r$  :

$$\begin{aligned} \delta_e\tilde{\omega}_r^5 - (l\bar{\Omega}_e^* - \bar{k}_{\parallel}\bar{j}_{\parallel})\delta_e\tilde{\omega}_r^4 + (4\delta\tilde{\omega}_i - \delta_e)\tilde{\omega}_r^3 \\ + (l\bar{\Omega}_e^* - \bar{k}_{\parallel}\bar{j}_{\parallel})\delta_e\tilde{\omega}_r^2 - 2(1 + \bar{k}_{\parallel}^2 + l\bar{\Omega}_e^*\lambda_{ln}^*)\delta\tilde{\omega}_i\tilde{\omega}_r + l\bar{\Omega}_e^*\delta\tilde{\omega}_i = 0 \end{aligned} \quad (7.43)$$

cette égalité peut se mettre sous la forme :

$$\delta\tilde{\omega}_i = \frac{\tilde{\omega}_r^2}{\bar{k}_{\parallel}^2 D_e} F(\tilde{\omega}_r) \quad \text{avec :} \quad (7.44)$$

$$F(\tilde{\omega}_r) = \frac{-\tilde{\omega}_r^3 + (l\bar{\Omega}_e^* - \bar{k}_{\parallel}\bar{j}_{\parallel})\tilde{\omega}_r^2 + \tilde{\omega}_r - (l\bar{\Omega}_e^* - \bar{k}_{\parallel}\bar{j}_{\parallel})}{4\tilde{\omega}_r^3 - 2(1 + \bar{k}_{\parallel}^2 + l\bar{\Omega}_e^*\lambda_{ln}^*)\tilde{\omega}_r + l\bar{\Omega}_e^*} \quad (7.45)$$

c'est donc le signe de la fraction rationnelle  $F(\tilde{\omega}_r)$  qui détermine si les ondes sont instables. Pour des fréquences de l'ordre ou inférieures à la fréquence cyclotron ionique et des longueurs d'ondes parallèles de l'ordre de la longueur de la machine on a bien :  $\delta\tilde{\omega}_i \ll \tilde{\omega}_r$  : l'instabilité CDWI pour des électrons quasi-adiabatiques est donc faiblement instable.

Dans le cas le plus simple des forts champs magnétiques, pour lequel on peut utiliser l'approximation d'onde de dérive  $\tilde{\omega} \ll 1$  - ce qui suppose en particulier  $\bar{\Omega}_e^* \ll 1$  - on peut obtenir une expression analytique pour les fréquences et taux de croissance (voir annexe D) :

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_r &\approx \frac{l\bar{\Omega}_e^*}{1 + l\bar{\Omega}_e^*\lambda_{ln}^*} + \bar{k}_{\parallel}\bar{V}_{\parallel i} \\ \delta\bar{\omega}_i &\approx \frac{\lambda_{ln}^*}{(1 + l\bar{\Omega}_e^*\lambda_{ln}^*)^3} \frac{l^4\bar{\Omega}_e^{*4}}{\bar{k}_{\parallel}^2 D_e} + \frac{\bar{V}_{\parallel e}}{D_e} \frac{l\bar{\Omega}_e^*}{(1 + l\bar{\Omega}_e^*\lambda_{ln}^*)^2} \end{aligned}$$

La fréquence de l'instabilité est donc proche de la fréquence diamagnétique électronique ( $\bar{k}_{\parallel} \ll 1$  pour les ondes les plus instables<sup>30</sup>) et le taux de croissance est encore une fois négligeable devant la fréquence, en particulier à courant électronique faible. Dans l'annexe D nous donnons également les fréquences et taux de croissance en présence d'un champ électrique radial et de collisions ioniques [Sosenko04] :

$$\begin{aligned} \bar{\omega}_r &\approx l\bar{\Omega}_e^* \frac{R}{R^2 + l\bar{\Omega}_e^*\lambda_{ln}^*} + l\bar{\Omega}_{zi} + \bar{k}_{\parallel}\bar{V}_{\parallel i} \\ \delta\bar{\omega}_i &\approx \delta\bar{\omega}_{i,R1} + \delta\bar{\omega}_{i,R2} + \delta\bar{\omega}_{i,Ve} + \delta\bar{\omega}_{i,in} \ll \bar{\omega}_r \end{aligned}$$

où les différents termes intervenant dans le taux de croissance sont donnés par les relations D.7, D.8 et D.9. La fréquence est cette fois proche de la fréquence diamagnétique effective (calculée avec le champ magnétique  $B' = RB$ ) décalée par l'effet Doppler dû à la dérive électrique ionique. L'effet de la rotation, par l'intermédiaire du coefficient de Coriolis  $R$ , modifie également significativement le taux de croissance tandis que les

---

30. attention cependant, si  $\bar{k}_{\parallel} \rightarrow 0$  l'hypothèse des électrons quasi-adiabatiques tombe en défaut

collisions ont classiquement un effet stabilisant :  $\delta\bar{\omega}_{i,in} < 0$ .

A cause du fait que les ondes de dérive ne sont pas naturellement instables - elles nécessitent un écart à l'adiabaticité, généralement faible, induit par les collisions - on qualifie l'instabilité d'onde de dérive collisionnelle (CDWI) d'instabilité *dissipative*, par opposition aux instabilités *réactives*, typiquement les instabilité à  $k_{\parallel} = 0$  du type ISHI, Rayleigh-Taylor ou Kelvin-Helmoltz. Ces dernières ont en effet la particularité d'être généralement très instables lorsqu'elles sont excitées, ce qui ne nécessite pas d'effet dissipatif : l'équation de dispersion de ces ondes possède en effet des racines complexes instables malgré qu'elle soit à coefficients réels.

### 7.3.2 Ondes CDW dans le cas général :

Nous allons étudier ici l'équation de dispersion complète, sans recourir aux approximations des parties précédentes (électrons quasi-adiabatiques et approximation d'onde de dérive), afin d'étudier en particulier les caractéristiques des ondes de dérive aux faibles champs magnétiques régnant dans notre dispositif expérimental. Il faut donc exploiter l'équation de dispersion 7.25 avec l'expression générale 7.21 pour la susceptibilité électronique, ce qui nous donne une équation quadratique en  $\tilde{\omega}$  :

$$\begin{aligned} & (l\bar{\Omega}_e^* + i\bar{\Gamma}_{\parallel}) \tilde{\omega}^4 - [\bar{k}_{\parallel}^2 + l\bar{\Omega}_e^*(i\bar{\nu}_{in} + \lambda_{in}^*)] \tilde{\omega}^3 \\ & + [l\bar{\Omega}_e^*(R[1 - R] - \lambda_{in}^*[\alpha + i\beta]) + \bar{\Gamma}_{\parallel}(\bar{\nu}_{in} - iR^2) - \bar{k}_{\parallel}^2(\alpha + i\beta)] \tilde{\omega}^2 \\ & + [Rl\bar{\Omega}_e^*(\alpha + i\bar{\Gamma}_{\parallel} + i[R - 1]\bar{\nu}_{in}) + R^2\bar{k}_{\parallel}^2] \tilde{\omega} + R^2[\bar{k}_{\parallel}^2(\alpha + i\beta) - \bar{\Gamma}_{\parallel}\bar{\nu}_{in}] = 0 \end{aligned} \quad (7.46)$$

avec  $\alpha$  et  $\beta$  des paramètres dont l'expression est donnée par :

$$\begin{aligned} \alpha &= \bar{k}_{\parallel}\bar{j}_{\parallel} - l\bar{\Omega}_{ei} \\ \beta &= \bar{\Gamma}_{\parallel} - \bar{\nu}_{in} \text{ où on le rappelle :} \\ \bar{\Gamma}_{\parallel} &= \bar{k}_{\parallel}^2\bar{D}_e \end{aligned}$$

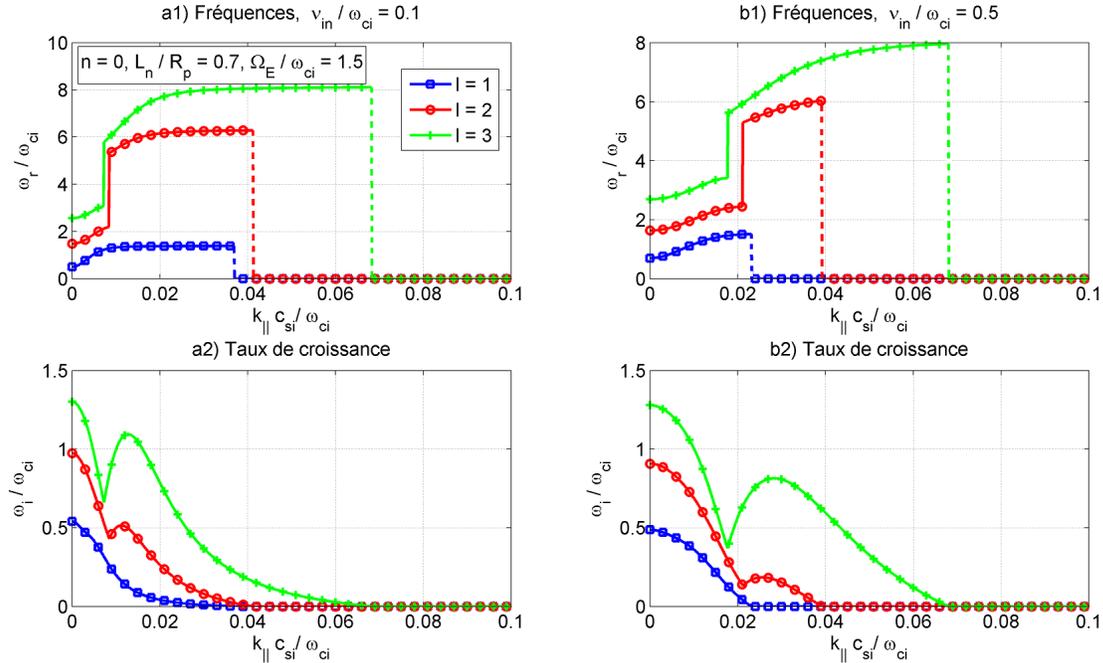
il n'est pas possible ici d'obtenir une expression analytique pour les fréquences complexes et il faut donc étudier au cas par cas la situation d'équilibre envisagée.

#### Cas standard du plasma de MISTRAL en collecteurs flottants :

Commençons par notre situation standard : celle du plasma décrit par les paramètres du tableau 7.1 en collecteurs flottants, qui donne lieu à l'apparition d'un champ électrique radial centripète. Les fréquences et taux de croissance théoriques des modes les plus instables sont visibles sur la figure 7.11. Il apparaît clairement que le taux de croissance est maximal pour  $\bar{k}_{\parallel} = 0$  : c'est donc bien l'instabilité flûte qui domine dans ces conditions. On observe également que la transition entre modes quasi-flûtes ( $\bar{k}_{\parallel} \simeq 0$ ) et onde de dérive collisionnelle peut être progressive - c'est le cas pour les modes  $l = 1$  dont la fréquence reste proche de  $\bar{\omega}(\bar{k}_{\parallel} = 0) \simeq l\bar{\Omega}_{zi}$  - soit brutale pour les modes  $l = 2$  et  $l = 3$  :

autour de  $\bar{k}_{\parallel} \simeq 0,035$  la fréquence passe de  $\bar{\omega}(\bar{k}_{\parallel} = 0)$  à une valeur proche de  $l\bar{\Omega}_e^* + l\bar{\Omega}_{zi}$ , où on reconnaît la fréquence caractéristique des ondes de dérive collisionnelles.

La domination prévue de l'instabilité ISHI est vérifiée expérimentalement puisqu'on observe effectivement un mode flûte  $l = 1$  à une fréquence  $\omega \simeq \bar{\Omega}_{zi}$ <sup>31</sup>.



**Figure 7.11** – Fréquences et taux de croissance en fonction du nombre d'onde parallèle. Cas standard MISTRAL en collecteurs flottants :  $B = 0,015T$ , plasma déconfiné  $L_n/R_p = 0,7$  - soit  $\bar{\Omega}_e^* = 3$  - et fréquence de dérive électrique  $\bar{\Omega}_E = 1,5$ . De gauche à droite :  $\bar{v}_{in} = 0,1$  et  $\bar{v}_{in} = 0,5$ . Modes  $n = 0$  (les plus instables).

### Cas standard du plasma de MISTRAL en collecteurs à la masse :

Comme nous l'avons souligné, dans notre situation expérimentale de référence le fait d'amener les collecteurs axiaux à la masse se traduit par une quasi-disparition du champ électrique radial et un confinement accru du plasma<sup>32</sup>. Dans ce cas les courbes de dispersion, visibles sur la figure 7.12, montrent théoriquement une domination des ondes

31. Comme nous l'avons déjà évoqué précédemment la stabilisation des modes  $l > 1$  dans nos conditions s'explique très certainement par l'effet de "gyro-moyenne" dû au grand rayon de Larmor moyen des ions dans la machine

32. il convient de mentionner également l'augmentation du courant parallèle électronique :  $\bar{V}_{\parallel e} \approx 3$  qui n'influence cependant pas significativement les courbes de dispersion

instables à  $\bar{k}_{\parallel} \simeq 0,01 - 0,1$  selon la valeur du taux de collisions. Les modes CDW sont par contre stables dans les gammes de longueur d'onde correspondant à la longueur de la machine ( $\bar{k}_{\parallel} \simeq 2\pi/\bar{L}_p = 0,45$ ).

On peut supposer que le plasma dans ces conditions est potentiellement le siège d'ondes très longues mais que celles-ci soient en réalité stabilisées par plusieurs processus :

- l'amortissement Landau électronique - qui intervient dès lors que  $\bar{k}_{\parallel} \sim \omega \tilde{m} e a_r c_{si} / v_{th,e}$  <sup>33</sup>
- l'amortissement cyclotron ionique puisque les fréquences vérifient  $\omega_r \gtrsim \omega_{ci}$
- l'effet de sélection par les conditions aux limites axiales évoqué section 7.1.4, qu'il est difficile de formaliser

Expérimentalement on observe jamais dans cette situation de modes propres aux fréquences supérieures à  $\omega_{ci}$  qui correspondraient aux ondes de dérive à  $k_{\parallel}$  faible mais plutôt un spectre de fluctuation turbulent et la présence intermittente de faibles pics de densité à basse fréquence  $\omega < \omega_{ci}$ . Cette situation expérimentale peut s'expliquer comme on l'a vu par l'action d'un champ électrique radial transitoire <sup>34</sup>. Il est également possible qu'une interaction complexe se manifeste entre les éventuels modes flûtes intermittents, les ondes CDW quasi-flûtes et peut-être les ondes cyclotron ioniques. En l'état il est impossible de trancher entre ces différentes hypothèses.

### Influence du champ magnétique : transition ISHI / CDW

Pour finir voyons dans quelle mesure le champ magnétique détermine la prédominance de l'un ou l'autre des types d'instabilités - flûte ou onde de dérive - dans la situation du plasma en champs croisés. Nous nous intéresserons particulièrement à la situation du plasma de MIRABELLE sur laquelle une étude expérimentale de la transition entre modes flûtes et modes CDW a été menée [Gravier04][Brochard04][Brochard05].

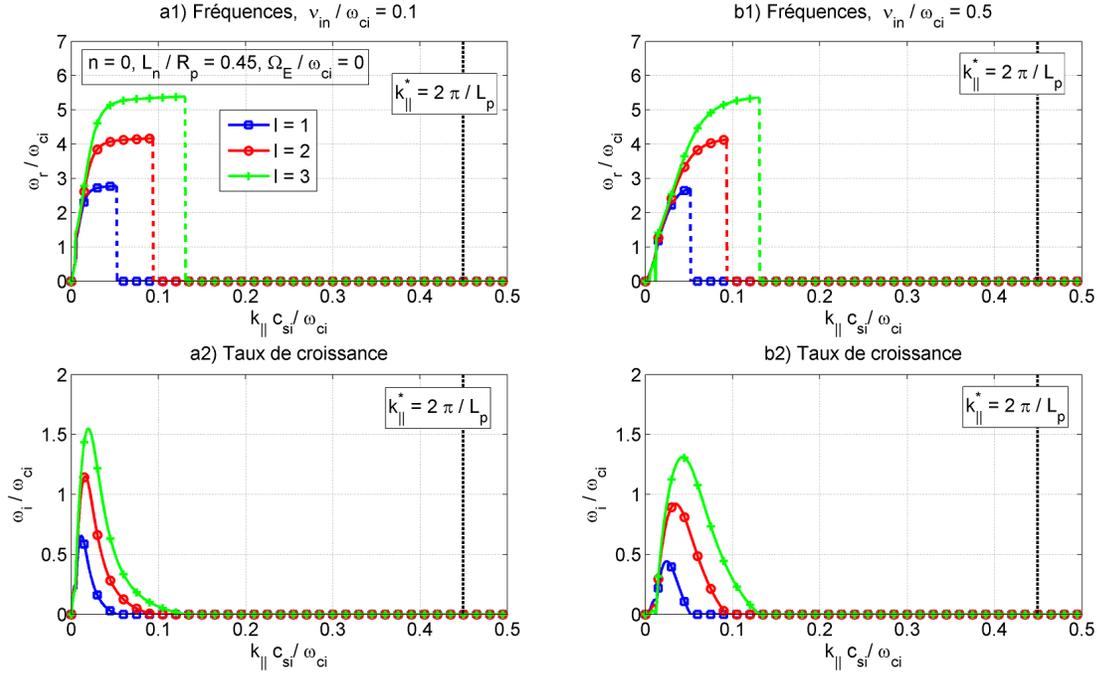
Dans cette machine, en présence d'un champ électrique radial centripète - occasionnant une dérive électrique  $\Omega_E \approx 10 kHz$  - il apparaît un basculement de la fréquence et de la longueur d'onde parallèle des oscillations de densité lorsque le champ magnétique atteint une valeur seuil  $B_s \approx 0,5T$ . Le nombre d'onde  $k_{\parallel}$  passe alors d'une valeur nulle à une valeur finie :  $k_{\parallel} \approx 2m^{-1}$  correspondant à une longueur d'onde légèrement supérieure à la longueur axiale du plasma  $L_p \approx 2m$  <sup>35</sup>.

Pour analyser cette situation avec notre modèle théorique nous avons adopté des paramètres expérimentaux proches de ceux de MIRABELLE avec limiteur radial :  $L_n/R_p \simeq 3$ ,  $E_r/r \simeq -1500V/m^2$  et  $P_0 \approx 1,5 \cdot 10^{-4} mbar$ , ce qui nous donne les mêmes fréquences de collisions que celles du tableau 7.1, signalons que nous avons dû négliger le courant parallèle électronique qui n'a pas été mesuré. En faisant varier le champ magnétique entre 0,01 et 0,2 T on peut observer sur la figure 7.13 l'évolution des fréquences et taux de croissance des modes les plus instables pour les deux valeurs possibles du nombre d'onde

33. dans notre cas  $\tilde{\omega}_r \gtrsim 1$ ,  $v_{th,e}/c_{si} \simeq 270$ , soit  $\bar{k}_{\parallel} \sim 10^{-1} - 10^{-2}$

34. lié à la problématique du champ centrifuge critique pour la stabilité de la colonne en rotation, ce section 5.3

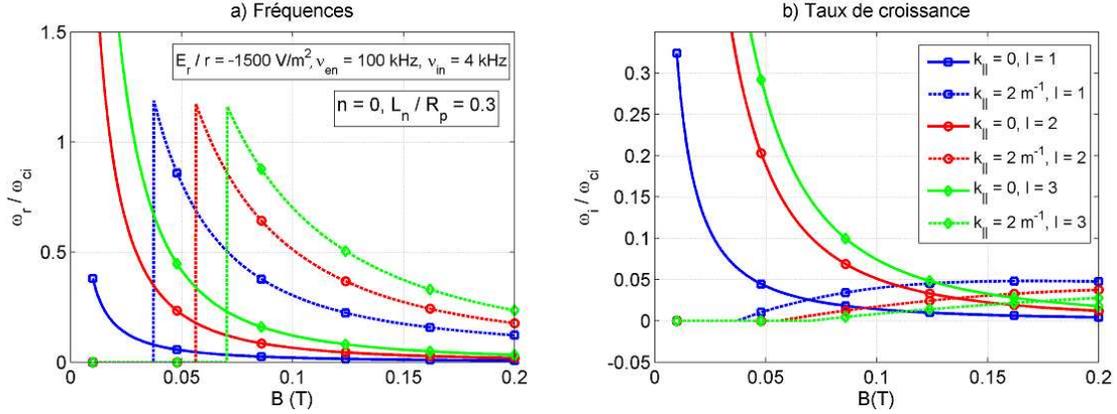
35. il faut signaler à ce propos que la configuration de bout du dispositif MIRABELLE a une structure magnétique relativement complexe, qui peut provoquer un allongement des lignes de champ dans le plasma



**Figure 7.12** – Fréquences et taux de croissance en fonction du nombre d’onde parallèle. Cas standard MISTRAL en collecteurs à la masse :  $B = 0,015T$ , plasma confiné  $L_n/R_p = 0,45$  - soit  $\bar{\Omega}_e^* = 7,3$  - et fréquence de dérive électrique  $\bar{\Omega}_E = 0$ . De gauche à droite :  $\bar{v}_{in} = 0,1$  et  $\bar{v}_{in} = 0,5$ . Modes  $n = 0$  (les plus instables).

parallèle dans la machine :  $k_{||} = 0$  (instabilité ISHI, traits pleins) et  $k_{||} = 2m^{-1}$  (instabilité CDW, tirets). On constate qu’aux faibles champs magnétiques -correspondant à ceux supportés par le dispositif MISTRAL ( $B < 0,03T$ ) - ce sont sans surprise les modes flûtes qui dominent, avant de céder la place aux ondes de dérive lorsque la fréquence de dérive électrique normalisée  $\bar{\Omega}_E$  - proportionnelle au rapport  $E_r/B^2$  - décroît en dessous d’une valeur seuil, dans notre cas autour entre  $B = 0,05T$  et  $B = 0,15T$  selon les modes. Il faut noter que cette zone de transition dépend étroitement de nombreux paramètres expérimentaux : valeur du champ électrique radial, des fréquences de collisions, de la longueur de gradient de densité et du courant parallèle, il n’est donc pas étonnant qu’on ne retrouve pas exactement la valeur du champ magnétique seuil mesurée expérimentalement.

Cependant on a là une démonstration, qualitativement en accord avec l’expérience, que le basculement entre ondes ISHI et CDW s’explique théoriquement par la décroissance du facteur clé  $\bar{\Omega}_E = -E_r/(B\omega_{ci})$ , qui confirme dans une certaine mesure l’importance de l’instabilité de Simon-Hoh inertielle dans les situations expérimentales où le rapport  $E_r/B$  possède une valeur significative.



**Figure 7.13** – Fréquences et taux de croissance en fonction du champ magnétique pour l’instabilité ISHI ( $k_{\parallel} = 0$ , traits pleins) et CDW ( $k_{\parallel} = 2m^{-1}$ , tirets). Paramètres du plasma de MIRABELLE[Gravier04] :  $L_n/R_p \approx 0,3$ , champ électrique radial  $E_r/r \approx -1500V/m^2$  et taux de collisions calculés pour  $P_0 = 1,5 \cdot 10^{-4} mbar$ .

### 7.3.3 Conclusion générale sur les ondes de dérive collisionnelles :

Nous avons établi dans cette partie que l’instabilité d’onde de dérive collisionnelle est théoriquement dominée par l’instabilité ISHI étudiée plus haut dans les conditions où un champ électrique centripète d’une valeur significative est présent à l’équilibre, ce que confirment nos observations expérimentales qui montre la présence exclusive de modes flûtes, aux caractéristiques très proches de celles des ondes ISH.

La question de la présence éventuelles d’ondes CDW dans la situation turbulente du plasma collecteurs à la masse, qui présente comme on l’a observé un champ électrique radial quasi-nul, est ouverte. Les modes propres CDW potentiellement excités dans ces conditions le sont en effet à des nombre d’ondes parallèles si faibles et à des fréquences si élevées qu’il y a fort à parier sur leur amortissement cinétique, ou par le jeu des effets de gaines. Nous avons constaté qu’il était impossible de discerner ces modes dans la masse turbulente du spectre de fluctuations, ce qui n’exclut pas cependant de les considérer dans la dynamique complexe qui conduit à la situation turbulente observée. Cependant une telle réflexion exige un modèle beaucoup plus complet que notre analyse ne le permet, et nous laisserons là la question faute des moyens théoriques exigés pour y répondre.

La dernière partie de cette section sur les ondes de dérive collisionnelles nous a permis d’apporter un élément de réponse que nous espérons substantiel à une question soulevée expérimentalement il y quelques années[Gravier04]<sup>36</sup>, celle de la transition entre modes flûtes et CDW. Cette problématique n’est pas sans importance puisque de l’identification précise du type d’instabilité dominant dans une situation expérimentale dépend intrinsèquement l’équilibre du système et particulièrement en terme de phénomènes de transport qui ont une importance cruciale dans l’étude des plasmas magnétisés. Nous

36. mais qui est en réalité une question de longue date sur laquelle beaucoup a été écrit

pensons avoir mis en lumière l'importance des instabilités du type Simon-Hoh, même en l'absence des collisions nécessaires à l'excitation de l'instabilité ISH historiquement proposée, lorsque le rapport  $E_r/B$  conduit dans une géométrie cylindrique<sup>37</sup> à des effets inertiels significatifs sur la dérive électrique ionique.

Pour finir sur les ondes de dérive, évoquons succinctement l'importance du courant parallèle dans l'excitation de l'instabilité CDWI. Ce point est accessoire dans notre situation expérimentale puisque la valeur du courant est toujours proche de celle du courant de Bohm, ce qui n'influence pas sensiblement le taux de croissance. Par contre lorsqu'un fort courant d'électrons secondaires traverse le plasma - ce qui est le cas en particulier si on polarise le collecteur terminal très positivement<sup>38</sup>, on obtient alors un courant  $j_{\parallel,e} \sim en_e v_{th,e}$  - il est possible d'obtenir des ondes de dérives très instables, dont le taux de croissance est du même ordre que la fréquence [Gravier08].

## 7.4 Effets cinétiques sur les ondes instables

Dans la première partie de ce chapitre nous avons établi à l'aide d'un modèle fluide simplifié l'existence et la très probable domination de l'instabilité ISHI, en particulier à fort champ électrique radial centripète (rapport  $\bar{\Omega}_E = -m_i E_r / (erB^2) \gtrsim 1$ ) dans un plasma cylindrique en champs croisés. Afin d'aboutir à un résultat analytique cette étude a été menée dans la limite ion froid  $v_{thi} \rightarrow 0$ , qui rend compte avec une bonne exactitude des phénomènes associés aux instabilités fluides dans la limite des gradients longs :  $R_{Li}/L_{\nabla\perp} \ll 1$  ou  $k_{\perp} R_{Li} \ll 1$ .

Lorsqu'on s'écarte des conditions de validité de cette hypothèse, ce qui est le cas en particulier si on traite des ondes courtes - caractérisées par  $k_{\perp} R_{Li} \gtrsim 1$  - le modèle montre rapidement ses limites. Pour ces phénomènes en effet il n'est plus justifié de négliger en particulier les effets de gyro-viscosité qui revêtent une importance primordiale. Malheureusement la prise en compte de ces phénomènes représente un problème d'une complexité considérable, même dans la limite dite "gyro-cinétique" - correspondant à l'ordering  $k_{\perp} R_{Li} = O(1)$  - qui nécessite déjà un très lourd investissement numérique.

Il ne fait aucun doute que les ondes instables excitées dans la machine Mistral sont affectées par ces effets RLF dans la gamme des longueurs d'ondes poloidales autorisées : le mode  $l = 1$  correspondant au nombre d'onde le plus faible donne typiquement  $k_{\theta} R_{Li} = R_{Li}/r \approx 0,4$  à mi-rayon dans nos conditions standards. C'est encore plus vrai pour les modes à  $l$  élevé qui comme on l'a vu sont potentiellement les modes ISHI les plus instables. En toute rigueur un traitement cinétique du gaz d'ion est donc nécessaire afin d'établir les fréquences et taux de croissance réalistes pour les instabilités observées dans la machine. Puisqu'un tel travail dépasse de loin les visées de cet ouvrage, nous nous bornerons ici à une analyse purement qualitative, qui permet tout de même nous l'espérons d'apporter quelques lumières sur ces questions.

---

37. ou toroïdale, puisque dans ce cas également une rotation azimutale intervient

38. on "tire" alors des électrons secondaires du plasma source, à condition que la polarisation de la séparatrice l'autorise

### 7.4.1 effet de rayon de Larmor fini : "gyro-moyenne" des champs oscillants

Une des méthodes permettant d'évaluer les effets de rayon de Larmor ionique fini sur les champs oscillants potentiellement présents dans la machine consiste à évaluer le champ effectif - c'est à dire la moyenne du champ effectivement ressenti par une particule au cours de sa trajectoire cyclotron - à l'aide d'une opération analogue à la "gyro-moyenne" employée dans la théorie gyro-cinétique (voir section 3.2.4). Il est bien établi en effet que dans les circonstances les plus simples le mouvement cyclotron des ions tend à moyenniser les variations spatiales dont la longueur est de l'ordre ou inférieure à celle du rayon de Larmor, phénomène qualifié couramment l'amortissement RLF ionique.

Considérons donc un champ électrique présentant une oscillation de nombre d'onde transverse  $k_{\perp}$ , qu'on écrira sous la forme :  $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(ik_{\perp} \vec{r} - i\omega t)$ . Si on peut supposer une séparation d'échelle temporelle entre le mouvement cyclotron rapide et les variations lentes du champ électrique, c'est à dire dans l'approximation d'onde de dérive  $\omega \ll \omega_{ci}$ , il est possible d'évaluer le champ effectif pour le gaz d'ions en réalisant une moyenne du champ réel sur l'orbite cyclotron, intégrée sur la distribution des vitesses perpendiculaires. Mikhailovskii [Mikhailovskii63][Kadomtsev65] a formulé une évaluation de ce champ effectif en géométrie cartésienne pour une distribution ionique maxwellienne de rayon de Larmor moyen  $R_{Li}$  :

$$\vec{E}_{eff} = \vec{E} e^{-\frac{k_{\perp}^2 R_{Li}^2}{2}} I_0\left(\frac{k_{\perp}^2 R_{Li}^2}{2}\right) \quad (7.47)$$

Dans le cas  $k_{\perp}^2 R_{Li}^2/2 \ll 1$ , qui correspond à un effet RLF faible, on retrouve la correction calculée pour le mouvement particulière :  $\vec{E}_{eff} \simeq \vec{E}(1 - k_{\perp}^2 R_{Li}^2/4)$ .

Si on exploite cette expression pour calculer le champ effectif associé à un champ variable  $\vec{E} = \vec{E}_0 \exp(il\theta - i\omega t)$  progressant selon  $\vec{e}_{\theta}$  avec un nombre d'onde transverse  $k_{\perp} = k_{\theta} = l/r$ , on obtient figure 7.14 l'amortissement  $E_{eff}/E$  pour les différents modes poloïdaux :  $l = 1, l = 2$  et  $l = 3$ , avec un rayon de Larmor moyen  $R_{Li} \simeq 2cm$ , correspondant approximativement à celui des ions dans notre machine à  $B = 150G$ . Il apparaît sans surprise que les modes sont substantiellement atténués quand  $l$  croît, surtout à faible rayon.

L'effet d'amortissement cyclotron fournit donc une explication très plausible à l'atténuation des grands nombres d'ondes poloïdaux dans notre machine, qui certainement pèse dans la sélection du mode  $l = 1$  observé expérimentalement. Attention tout de même, il s'agit là d'une évaluation purement qualitative : seule une modélisation cinétique du plasma ou l'utilisation d'un modèle fluide complexe prenant en compte les effets thermiques ioniques<sup>39</sup> est à même de déterminer le taux de croissance réel des modes propres en présence d'un amortissement cyclotron important.

39. non seulement en terme de pression scalaire mais également de viscosité

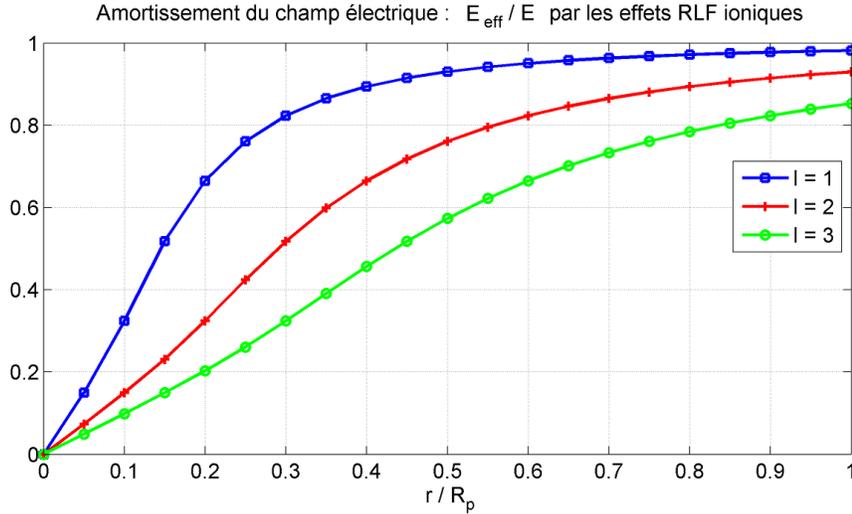


Figure 7.14 – Amortissement RLF ionique sur un champ variable  $E_0 \exp(i l \theta - i \omega t)$ , avec  $R_{Li} \simeq 2 \text{ cm}$  et  $R_p = 10 \text{ cm}$ , d’après la formule 7.47.

### 7.4.2 Résonance cyclotron :

Un deuxième phénomène cinétique essentiel qui échappe à notre modèle fluide est celui de la résonance cyclotron. Comme nous l’avons démontré dans l’étude du mouvement des particules en géométrie cylindrique menée au chapitre 2 la fréquence cyclotron effective vaut dans le repère du fluide en rotation  $\omega'_{ci} = R\omega_{ci}$ . Si donc on reprend la condition de résonance cyclotron évoquée section 3.2 il vient donc que celle-ci affecte significativement l’énergétique du gaz d’ion lorsque :

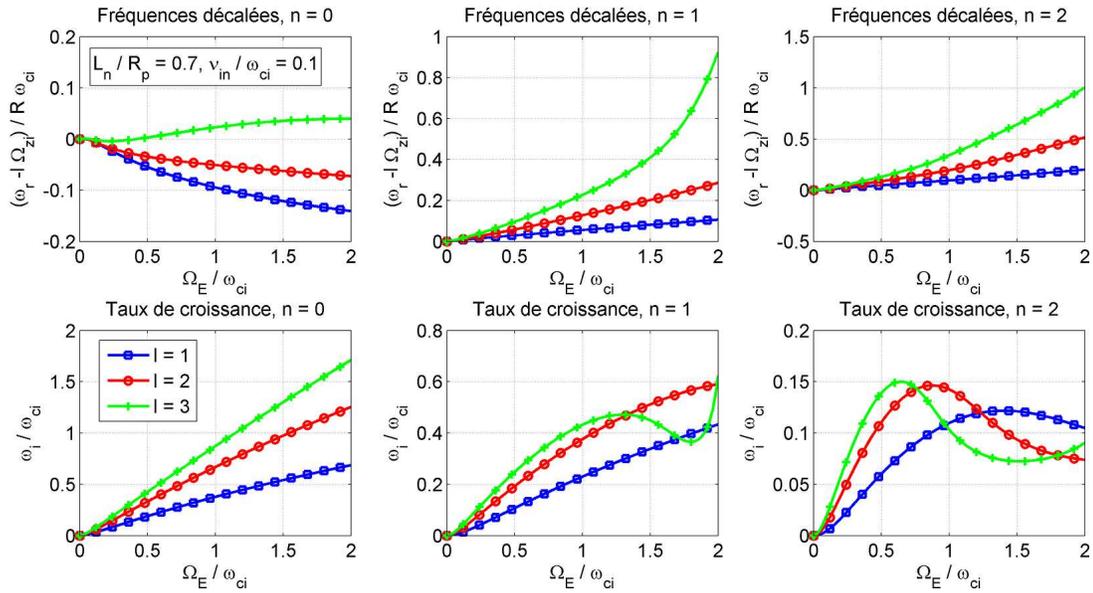
$$\frac{\tilde{\omega}_r}{R} = p \quad p \in \mathbb{Z}^*$$

en particulier les premières résonances ont lieu pour  $|\tilde{\omega}_r/R| = 1$ . Si cette condition est vérifiée on peut s’attendre à ce que les branches de dispersion de l’instabilité ISHI soient fortement altérées par le voisinage de la résonance à cause de l’amortissement cyclotron ionique des ondes instables par le gaz d’ions. Il est possible alors de prévoir qualitativement un chauffage anormal du fluide d’ion par les ondes ISHI potentiellement résonantes.

Un autre point essentiel à considérer au voisinage de la résonance cyclotron est la profonde modification des effets RLF ioniques. La relation 7.47 a en effet été établie dans l’approximation d’onde de dérive, qui s’écrit  $\tilde{\omega}_r \ll R$  dans notre situation : lorsque  $\tilde{\omega}_r \rightarrow R$  il devient beaucoup plus délicat de raisonner sur les effets cinétiques puisqu’on se retrouve dans la situation la plus complexe qui soit du point de vue de l’interaction onde-particule.

A titre d’illustration, la figure 7.15 montre la valeur de  $\tilde{\omega}_r/R$  pour les ondes ISHI

dans la situation standard : plasma déconfiné  $L_n/R_p = 0,7$ , faibles collisions ioniques  $\bar{v}_{in} = 0,1$ . On observe que les modes à  $n = 0$  (les plus instables) sont loin de la résonance, ce qui n'est pas le cas des modes à  $n > 0$  qui sont susceptibles de donner lieu à une forte interaction onde-particule.



**Figure 7.15** – Instabilité ISHI : Fréquences décalées  $\omega_r - l\Omega_{zi}$  des modes instables, normalisée à  $R\omega_{ci}$  et taux de croissances associés. Cas du plasma déconfiné  $L_n/R_p = 0,7$ , faible collisionnalité  $\bar{v}_{in} = 0,1$ . De gauche à droite : modes  $n = 0$ ,  $n = 1$ ,  $n = 2$ .

Pour conclure sur ces effets cinétiques, il apparaît de façon évidente qu'ils vont certainement jouer à plein dans notre contexte expérimental, ne serait-ce que dans la sélection du nombre d'onde azimutal  $l$  qui apparaît étroitement liée au grand rayon de Larmor ionique. Pour ce qui concerne la résonance cyclotron il est par contre impossible de pousser très loin le raisonnement : si les ondes les plus instables semblent relativement isolés de la résonance, ce n'est pas le cas pour les modes  $n > 0$  dont il est impossible de prévoir le comportement dispersif puisque notre modèle atteint là ses limites. La température ionique anormale mesurée (on rappelle que  $T_i \sim 0,1eV$  d'après la LIF contre  $T_0 \approx 0,02eV$  pour les neutres) pourrait trouver là une explication, mais qui exige non seulement une étude cinétique du plasma beaucoup plus poussée mais également une validation expérimentale sans équivoque.

## 7.5 Transport transverse dû à l'instabilité

### 7.5.1 Relation densité/potentiel dans l'instabilité ISHI :

Pour un mode flûte, les variations du potentiel sont liées à celles de la densité par la relation de Boltzmann modifiée établie dans la section 7.1.2 :

$$\frac{\delta n_e}{n_e} = \frac{l\bar{\Omega}_e^*}{\tilde{\omega} - l\bar{\Omega}_{ei} - i\bar{V}_{in}} \delta\bar{\phi} \quad (7.26)$$

si on considère un mode propre dominant  $(n, l)$ , le potentiel s'écrit simplement :

$$\begin{aligned} \delta\bar{\phi} &= \alpha \tilde{\phi}_{n,l} e^{i(l\theta - \bar{\omega}t)} \text{ avec :} \\ \tilde{\phi}_{n,l} &= r^l M(a_{ln}, l + 1, r^2/\bar{L}_n^2) \end{aligned}$$

et  $\alpha \in \mathbb{R}$  une constante quelconque. On a donc :

$$\begin{aligned} \frac{\delta n_e}{n_e} &= \alpha \tilde{\chi}_{n,l} \tilde{\phi}_{n,l} e^{i(l\theta - \bar{\omega}t)} \quad (7.48) \\ &= \alpha |\tilde{\chi}_{n,l}| \tilde{\phi}_{n,l} e^{i(l\theta - \bar{\omega}t + \varphi_\phi^n)} \text{ avec :} \\ \tilde{\chi}_{n,l} &= \frac{l\bar{\Omega}_e^*}{\tilde{\omega} - l\bar{\Omega}_{ei} - i\bar{V}_{in}} \end{aligned}$$

le paramètre  $\varphi_\phi^n = \text{Arg}(\tilde{\chi}_{l,n})$  représente donc pour un mode donné l'avance de phase des oscillations de densité sur les oscillations de potentiel. Nous l'avons calculé section 7.2.2 pour les différents modes dans notre cas standard (figure 7.9) : aux champs électriques qui nous concernent ( $\bar{\Omega}_E \simeq 1,5$ ) il est proche de  $9\pi/8$ .

### 7.5.2 Vitesses radiales des différentes espèces :

Les vitesses radiales fluctuantes se déduisent des relations 7.11 et 7.17 , respectivement pour les ions et les électrons, ce qui nous donne pour le mode  $(n, l)$  :

$$\delta\bar{V}_{re} = \frac{\alpha l}{r} \tilde{\phi}_{n,l} e^{i(l\theta - \bar{\omega}t - \pi/2)} \quad (7.49)$$

$$\delta\bar{V}_{ri} = \frac{\alpha l}{r} \tilde{\psi}_{n,l} e^{i(l\theta - \bar{\omega}t)} \text{ avec :} \quad (7.50)$$

$$\tilde{\psi}_{n,l} = \frac{iR}{R^2 - \tilde{\omega}^2} \tilde{\phi}_{n,l} - \frac{i\tilde{\omega}}{R^2 - \tilde{\omega}^2} \frac{r}{l} \partial_r \tilde{\phi}_{n,l} = |\tilde{\psi}_{n,l}| e^{i\varphi^*} \quad (7.51)$$

on reconnaît dans la vitesses électronique 7.49 l'expression de la dérive électrique simple, par contre la vitesse ionique 7.50 fait intervenir des termes plus complexes qui traduisent les effets de Coriolis et de polarisation (qui sont tous deux des effets inertiels dus à la masse ionique finie).

### 7.5.3 Flux et courants radiaux :

Les flux radiaux normalisés  $\delta\bar{\Gamma}_r$  liés aux fluctuations s'obtiennent à partir des relations 7.48, 7.49 et 7.50, en multipliant les parties réelles de  $\delta n_e/n_e$  et  $\delta\bar{V}_r$ , on a ainsi pour les électrons :

$$\delta\bar{\Gamma}_{re} = \frac{\alpha^2 |\tilde{\chi}_{n,l}| l}{r} \tilde{\phi}_{n,l}^2 \cos(l\theta - \bar{\omega}_r t - \pi/2) \cos(l\theta - \bar{\omega}_r t + \varphi_\phi^n) \quad (7.52)$$

$$\text{soit en moyenne : } \langle \delta\bar{\Gamma}_{re} \rangle = \frac{\alpha^2 |\tilde{\chi}_{n,l}| l}{2r} \tilde{\phi}_{n,l}^2 \cos(\varphi_\phi^n + \pi/2) \quad (7.53)$$

en supposant le mode constant en amplitude (état saturé)<sup>40</sup>. On voit que le sens et l'importance du transport est étroitement lié au déphasage  $\varphi_\phi^n$  : le flux d'électrons est toujours positif (du centre vers le bord) dans nos conditions standards, à cause de la valeur du déphasage pour les modes ISHI (voir figure 7.16 pour le mode  $n = 0, l = 1$ ).

Le flux radial ionique vérifie quand à lui :

$$\delta\bar{\Gamma}_{ri} = \frac{\alpha^2 |\tilde{\chi}_{n,l}| l}{r} \tilde{\phi}_{n,l} |\tilde{\psi}_{n,l}| \cos(l\theta - \bar{\omega}_r t + \varphi^*) \cos(l\theta - \bar{\omega}_r t + \varphi_\phi^n) \quad (7.54)$$

$$\text{soit : } \langle \delta\bar{\Gamma}_{ri} \rangle = \frac{\alpha^2 |\tilde{\chi}_{n,l}| l}{2r} \tilde{\phi}_{n,l} |\tilde{\psi}_{n,l}| \cos(\varphi_\phi^n - \varphi^*) \quad (7.55)$$

son sens et son amplitude dépend donc à la fois de  $\varphi_\phi^n$ , mais également de  $|\tilde{\psi}_{n,l}|$  et  $\varphi^*$ , qui traduisent comme on l'a vu les effets inertiels ioniques.

La donnée des flux ioniques et électroniques permet enfin de déterminer le courant radial (normalisé à  $en_e c_{si}$ ) porté par les fluctuations :

$$\delta\bar{j}_r = \delta\bar{\Gamma}_{ri} - \delta\bar{\Gamma}_{re}$$

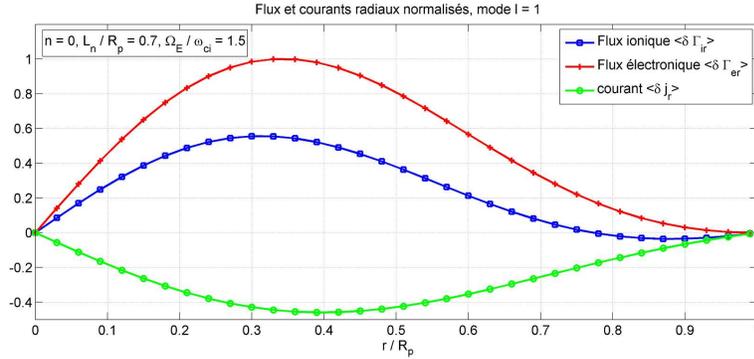
$$\text{soit : } \langle \delta\bar{j}_r \rangle = \langle \delta\bar{\Gamma}_{ri} \rangle - \langle \delta\bar{\Gamma}_{re} \rangle$$

un courant net est donc prévisible, puisque les effets de Coriolis et de polarisation sur les ions induisent un écart entre les flux des deux espèces.

Nous avons représenté figure 7.16 l'allure des flux et courants moyens<sup>41</sup> associés au mode ISHI linéaire  $n = 0, l = 1$  étudié section 7.2.2, dans les conditions standards correspondant à nos profils expérimentaux. Il apparaît que les flux sont effectivement dirigés du centre vers le bord, et que le flux ionique est freiné comme on pouvait le prévoir par les effets inertiels, ce qui conduit à l'existence d'un courant net électronique vers l'extérieur. Notons que les flux et courants deviennent nuls à la surface du conducteur ( $r = R_p$ ) à cause de la contrainte d'annulation du potentiel que nous avons choisi comme CL radiale. Dans la réalité il y a fort à parier qu'une gaine magnétique soit présente à proximité du bord, permettant la sortie du courant transporté par l'instabilité. Expérimentalement on constate en effet qu'un courant électronique oscillant déferle sur le conducteur périphérique (cf section 6.3.1).

40. ce qui n'est bien sûr pas réaliste mais donne un ordre d'idée sur le comportement du transport

41. ils sont normalisés à la même valeur arbitraire



**Figure 7.16** – Flux et courants radiaux moyens (normalisés à la même valeur arbitraire) associés aux fluctuations, au stade linéaire de l’instabilité ISHI pour le mode  $l = 1$  fondamental ( $n = 0$ ). Cas standard : plasma déconfiné  $L_n/R_p = 0,7$ ,  $\overline{\Omega}_E = 1,5$  et  $\overline{v}_{in} = 0,1$ .

Cette approche linéaire du transport transverse atteint là ses limites : au-delà de l’analyse qualitative proposée ici, qui met en évidence l’existence d’un courant électronique radial effectivement observé, il faut aborder le problème du point de vue non-linéaire pour aboutir à une évaluation quantitative du transport radial. Cette approche constitue une des suites naturelles à donner à ce travail.

## 7.6 Conclusion sur les instabilités théoriques

Dans ce chapitre nous avons cherché à comprendre avec un modèle simple la nature des ondes instables observées expérimentalement dans notre dispositif. Nous avons mis en évidence la domination des instabilités flûtes du type Simon-Hoh dans la situation du plasma cylindrique en champs croisés, lorsqu’une dérive électrique poloidale substantielle à fréquence constante est présente. Dans les conditions de notre cas expérimental standard - faible collisionnalité, champ électrique centripète, fort rapport  $|E_r/B^2|$  - il s’avère que l’instabilité est étroitement contrôlée par les effets inertiels que nous avons discutés tout au long de cet ouvrage, d’où le terme d’*instabilité de Simon-Hoh inertielle* (ISHI) que nous adopté pour désigner le phénomène<sup>42</sup>.

Confrontées à l’expérience, les caractéristiques de l’instabilité ISHI sont en accord sur de nombreux points avec nos observations. Concernant la différence essentielle, qui est la présence d’un mode  $l = 1$  là où théoriquement les modes azimutaux plus élevés sont favorisés, nous avons évoqué l’explication très plausible de l’amortissement RLF ionique, qui tend généralement à stabiliser les ondes courtes - vérifiant  $k_\theta R_{Li} \gtrsim 1$  - en nivelant les variations spatiales plus petites que le rayon de Larmor, phénomène d’une importance indiscutable dans nos plasmas à faible champ magnétique, où le rayon de Larmor représente une fraction non négligeable de la dimension radiale de la machine

42. on rappelle qu’il ne s’agit pas d’une découverte de notre part mais d’une clarification par rapport au terme ambiguë d’*instabilité centrifuge* utilisé par d’autres auteurs[Sosenko04][Mikhailovskii83]

$(R_{Li}/R_p \approx 0, 2)$ .

Ce point nous amène précisément aux limites de notre modèle fluide, basé sur deux hypothèses majeures qui méritent d'être révisées : l'hypothèse ion froid et l'hypothèse de diffusion radiale nulle. La prise en compte de la pression ionique et du flux radial collisionnel nous paraissent en effet indispensables pour expliquer en particulier les phénomènes de gyro-viscosité, de transport et la transition à la turbulence (qui apparaît à forte pression de neutre dans notre machine). Par ailleurs la possibilité d'étudier un profil de potentiel cisailé est également souhaitable, afin d'étudier la conversion de l'instabilité vers celle de Kelvin-Helmoltz. Tous ces points nécessitent un portage numérique de notre modèle, puisque la résolution analytique sous de telles contraintes est tout simplement impossible.

Enfin signalons que nous nous sommes cantonné dans notre travail à la théorie linéaire de l'instabilité ISHI, qui permet de prédire l'excitation de ses modes propres dans la situation du plasma inhomogène en champs croisés. Rien n'a été dit sur l'évolution de ces modes instables et en particulier sur le mécanisme qui conduit à leur saturation. La théorie linéaire tombe en défaut dès lors que le niveau des fluctuations atteint l'ordre de grandeur des paramètres macroscopiques d'équilibre et l'utilisation d'une théorie non-linéaire est alors nécessaire pour prédire la dynamique du fluide. Nous avons la chance dans la machine MISTRAL de pouvoir contrôler dans une certaine mesure l'apparition et la saturation de modes instables très purs de l'instabilité ISHI par l'intermédiaire des potentiels d'injection et de collection. Cette situation expérimentale est idéale pour s'assurer d'abord de la validité de notre théorie linéaire, préliminaire indispensable à toute étude sur les instabilités, pour ensuite s'interroger sur son évolution non-linéaire.

Puisque le phénomène à l'origine de l'apparition du champ électrique radial déstabilisant semble clairement être lié au piégeage des électrons secondaires lorsque les collecteurs axiaux sont laissés flottants, il y a de fortes chances pour que le mécanisme de dissipation pour les ondes instables soit lié au transport transverse de cet excès de charge : on observe en effet que les fluctuations transportent un courant électronique net mesuré sur le cylindre entourant le plasma. Cependant il faut souligner que bien d'autres phénomènes peuvent également jouer un rôle prédominant. Citons en particulier l'interaction entre les fluctuations et le mouvement cyclotronique ionique qui pourrait donner lieu à un échange d'énergie significatif entre l'instabilité et le gaz d'ion puisque certaines ondes instables sont proches de la condition de résonance. Le traitement précis de la dynamique non-linéaire et de l'énergétique associée à notre instabilité est certainement un travail de thèse en soi et nécessiterait l'utilisation de compétences et de méthodes numériques complexes qui nous font défaut. Nous nous sommes donc bornés à des raisonnements qualitatifs, qui concordent sur plusieurs points avec les observations expérimentales détaillées plus tôt.



# Conclusion

J'ai tenté dans ce travail, avec une grande modestie et la conscience parfaite de tout ce qu'il reste à apprendre à un esprit novice, d'apporter quelques lumières sur certains phénomènes particuliers de la physique des plasmas magnétisés. Ces résultats ne prétendent pas à l'universalité - idée séduisante mais souvent bien vaine - tant est grande la variété des phénomènes qui interviennent dans un milieu qui présente presque tous les écueils qui peuvent se concevoir pour un physicien : fluide donc non-linéaire, à la fois acteur et sujet de forces électro-magnétiques donc fortement instable, inhomogène, anisotrope, hors-équilibre et multi-échelle donc nécessitant des modèles de grande dimensionnalité et présentant un comportement dispersif très complexe, faisant intervenir une large variété de résonances. Néanmoins le sujet traité ici concerne une situation très répandue dans les plasmas magnétisés, où des champs électriques transverses sont couramment observés, et les questions soulevées - équilibre, transport, instabilité et transition vers la turbulence - sont de première importance pour un grand nombre de situations physiques.

La grande idée de la mécanique et de la thermodynamique - qui est peut-être aussi la grande idée de l'univers - est la recherche de l'équilibre, au sens de la minimisation de l'énergie. Nul doute que dans n'importe quelle expérience de plasma - depuis nos modestes travaux de laboratoire jusqu'aux fantastiques générateurs d'énergie et de matière que sont les étoiles et les galaxies - ce principe préside à l'évolution de l'ensemble. Reste alors à identifier par quel moyen chacun de ces plasmas parvient à dissiper les sources de matière, de charge et d'énergie qui l'alimentent, en gardant toujours en tête qu'à l'origine du phénomène le plus complexe qui puisse se manifester il n'y a finalement qu'un principe de conservation qui nécessite d'être vérifié. Cette préoccupation première a guidé ce travail, qui se concentre autant sur la présence d'une instabilité des plasmas en champs croisés que sur l'origine et la finalité de cette instabilité en terme de bilan de charges et de particules.

La tâche est ardue pour qui prétend confronter avec un souci de vérité la théorie encore jeune des instabilités dans les plasmas magnétisés inhomogènes et la réalité expérimentale qui ne révèle ses secrets qu'avec beaucoup de réticences. L'expérimentateur est toujours en prise avec ce qu'un esprit superstitieux serait tenté d'appeler la "méchanceté des choses" : l'incertitude, l'erreur et les aléas du fonctionnement de ses appareils sont là pour ruiner la moitié de son travail, et la partie qui lui reste se présente souvent nimbée du mystère de la mesure. Un travail patient de collection, de défrichage, de confrontation

et d'astuce l'attend qui révélera après beaucoup d'efforts quelque-chose de l'objet qu'il observe avec tant de soin, et ce quelque-chose, s'il se présente avec une bienveillante simplicité, donnera peut-être enfin à la théorie qu'il médite un semblant de vraisemblance. L'esprit, trop humain sans doute, est souvent tenté de ne voir dans l'expérience que la vérité qu'il y cherche, et c'est la mission la plus ardue et la plus digne d'estime de celles du philosophe en sciences, au sens de qui aime le savoir, que de discipliner cet esprit humain pour le forcer à la plus grande honnêteté face à son travail, parce-que ce dont il a la charge est sans doute le bien le plus précieux et le plus commun de tous. C'est dans cet esprit, mais aussi avec la joie et parfois l'exaltation de celui à qui il est donné de vivre pour penser, que j'ai tenté de mener à bien la tâche dont ce manuscrit voudrait être le compte-rendu fidèle et dont je vous livre ici les conclusions.

*Ce qu'il faut retenir in fine de cet ouvrage :*

Durant ce travail, nous avons étudié la situation d'un plasma magnétisé qui présente, sous l'effet des conditions aux limites radiales et axiales qui conditionnent la collection du courant, un champ électrique transverse à la direction de confinement. Nous avons cherché à comprendre l'interaction complexe qui existe entre les bilans de charge et de matière et les champs aussi bien stationnaires que variables qui se manifestent, et qui déterminent directement la dynamique des espèces chargées. L'originalité de ce travail est de prendre en compte les effets inertiels qui se manifestent fortement lorsqu'une colonne de plasma entre en rotation sous l'effet d'un champ électrique radial. Il apparaît dans notre modèle, et l'expérience le démontre, que le gaz d'ion dérive azimuthalement à une vitesse nettement inférieure à celle de la dérive électrique classique qui caractérise le gaz d'électrons. La théorie prévoit qu'une telle situation conduit inévitablement à l'excitation d'une instabilité selon le paradigme de "Simon-Hoh", c'est à dire liée à une dérive différentielle des espèces chargées dans un gradient de densité en sens opposé à celui du gradient de potentiel. L'effet de la force de Coriolis ajouté à celui de la collisionnalité, qui induit à la fois un freinage ionique et un amortissement, semblent donc d'après l'analyse théorique être les facteurs clés de l'apparition de modes instables dans notre situation. La modélisation fluide utilisée a le grand avantage de permettre une appréciation immédiate du phénomène instable, ainsi que de prédire dans une certaine mesure ses fréquences propres et les taux d'instabilité associés. Elle a cependant le défaut de laisser en suspens l'amortissement des modes à grand nombre d'onde induit par l'effet cinétique de rayon de Larmor fini des ions. Pour pallier cette insuffisance nous avons qualitativement analysé l'amortissement RLF ionique au moyen du modèle du champ effectif qui permet de prévoir une atténuation substantielle des ondes transverses courtes compte tenu du rayon de Larmor estimé dans la machine. Ce raisonnement permet d'expliquer la sélection du mode poloïdal  $l = 1$  constatée expérimentalement. Nous avons par ailleurs évoqué les effets cinétiques liés au voisinage de la résonance cyclotron, qui peut donner lieu à une interaction onde-particule significative. Cependant comme nous l'avons souligné, il apparaît qu'un traitement cinétique beaucoup plus complet du gaz d'ion est nécessaire pour approfondir ces questions.

---

L'expérience nous a permis de comparer les caractéristiques de l'instabilité supposée avec celles observées dans notre plasma de laboratoire et de valider notre théorie sur de nombreux points. La fréquence mesurée est effectivement proche de celle prévue par la théorie pour le mode  $l = 1$ , et son augmentation est étroitement corrélée à celle du rapport  $E_r/B$  comme prévu par l'analyse. Nous également pu mettre en relation le transport transverse linéaire théorique - fortement influencé par les effets de polarisation ionique - avec celui effectivement observé, qui cependant doit être étudié du point de vue non-linéaire puisque l'état saturé des oscillations à l'ombre du limiteur présente une forte non-linéarité comme on l'a mesuré. Enfin, sans pouvoir l'affirmer complètement, les mesures de LIF font soupçonner la présence d'un chauffage du fluide ionique en présence de l'instabilité observée et une possible interaction onde particule liée aux modes résonants. Toute ces mesures ont été réalisées en tirant profit des moyens de diagnostics pour certains très récents disponibles sur la machine MISTRAL, qui nous permettent une connaissance nouvelle des caractéristiques du plasma.

Au delà de la validation de nos prédictions théoriques, ce travail a été l'occasion d'observer et de caractériser l'évolution d'un mode instable vers un état de turbulence faible associé à une transition depuis un mode de transport régulier vers une situation de turbulence électrostatique. Le passage par un état intermittent n'est pas sans rappeler les phénomènes observés à l'interface entre le plasma central et la SOL dans une machine de fusion. Sans prétendre aucunement proposer une expérience test pour ce type de phénomènes nous pensons qu'une étude plus poussée sur le réarrangement de notre plasma lors d'une transition du mécanisme de transport transverse pourrait apporter quelques éclairages sur la physique de l'intermittence et permettre de confronter à l'expérience certains modèles de dynamiques non-linéaires.

Pour finir cette étude a permis de mettre en lumière l'importance fondamentale des effets inertiels, jusqu'ici très souvent ignorés, dans les plasmas magnétisés en rotation sous l'effet d'un champ électrique transverse et de proposer l'instabilité ISHI comme possible candidate pour expliquer un certain nombre d'observations témoignant de la présence de fluctuations basses fréquences dans des plasmas de laboratoire en champs croisés. L'identification, dans de très nombreuses situations expérimentales, de champs électriques transverses localisés nous convainc de l'importance et de la pertinence d'une telle étude. Par ailleurs nous avons souhaité souligner le rôle primordial du bilan de charges et des conditions de collection dans l'apparition et l'évolution de modes instables et du transport transverse associé.

*Puisqu'une fin n'est jamais que le début d'une nouvelle chose :*

Une première question, qui à mon avis réclame une attention particulière dans le prolongement de ce travail est celle du traitement cinétique du fluide ionique. A des fréquences (comptées dans le référentiel du fluide tournant) proches de la fréquence cy-

clotronique et avec un rayon de Larmor ionique qui représente une fraction significative des longueurs d'ondes observées il est évident que les effets cinétiques interviennent en plein dans la dynamique des ions. Nous aurions souhaité utiliser une modélisation cinétique pour la description de notre plasma mais malheureusement l'étude analytique de tels systèmes dans toute leur complexité est impossible sans consentir à de dramatiques approximations et il s'est avéré qu'un traitement numérique était indispensable à sa réalisation. Devant la difficulté d'adapter les codes cinétiques actuels à nos conditions nous avons opté pour l'utilisation d'un code particulière qui s'est révélé inapte à modéliser nos phénomènes qui réclament la prise en compte simultanée des dynamiques ioniques et électroniques dont les échelles temporelles sont trop différentes pour aboutir à un résultat avant la divergence numérique du code. La mise au point d'un traitement numérique mixte - cinétique pour les ions et fluide pour les électrons - me paraît recommandable pour étudier de tels systèmes. Ce travail présente certainement un grand intérêt, qui va bien au-delà de l'étude du plasma de MISTRAL, puisqu'il concerne de façon plus générale la physique des plasmas faiblement magnétisés dont font partie un grand nombre des plasmas atmosphériques et spatiaux. Cependant comme nous l'avons souligné, il y a fort à parier qu'une telle modélisation prenne très longtemps à voir le jour, tant les difficultés sont déjà grandes à aborder ces questions cinétiques ne serait-ce qu'asymptotiquement<sup>43</sup>. Il nous semble donc plus sage d'envisager un portage numérique de notre modèle fluide qui permettrait de prendre en compte trois données essentielles : la température finie, la gyroviscosité et la diffusion radiale ioniques.

Une autre question ouverte est celle de la description non-linéaire du plasma instable. Notre modèle théorique s'arrête à l'aspect linéaire de l'instabilité et nous avons dû nous limiter à la caractérisation expérimentale ainsi qu'à quelques considérations théoriques sur l'état non-linéaire saturé. Le modèle analytique exposé dans cette thèse ainsi que la situation expérimentale se prêtent idéalement à une étude non-linéaire du plasma en champs croisés qui n'a pas pu être poussée plus avant faute de temps et de moyens numériques. Nous formons le souhait qu'une telle étude soit menée dans un avenir proche afin de clarifier sur certains points la question du transport transverse dans les plasmas magnétisés.

Pour finir l'étude de l'intermittence lors de la transition entre transport convectif et turbulence n'a pu être qu'amorcée à la fin de cette thèse et n'a pas abouti pour l'instant à des résultats concluants. Mais les longues séries temporelles que nous avons enregistré dans les situations de transition, pour peu qu'on veuille bien mener à terme leur étude statistique qui n'a été jusqu'ici qu'ébauchée, pourraient révéler des propriétés importantes du mécanisme de dynamique non-linéaire à l'origine de la réorganisation du transport dans le plasma magnétisé lorsque le champ électrique radial moyen s'annule. Cette expérience a l'avantage d'être bien diagnostiquée, aisément reproductible et de

---

43. à l'heure d'aujourd'hui seuls les codes Vlasov et gyro-cinétiques permettent d'avancer vers une compréhension plus nette des phénomènes cinétiques dans les plasmas inhomogènes, mais au prix d'hypothèses qui les rendent impropres à modéliser la situation de la plupart des expériences à bas champ magnétique

---

fournir une grande quantité d'événements intermittents à l'analyste, situation rêvée pour qui est en quête du mystère des choses. Et ceci sera le mot de la fin.



# Annexe A

## Fréquences de collision dans l'argon

### A.1 Collisions coulombiennes :

Les fréquences de collisions coulombiennes dans le plasma sont estimées à partir des formules données par [Goldston95] d'après l'analyse de Spitzer[Spitzer60]. Nous avons donc, pour des ions mono-chargés vérifiant  $T_i < T_e$  :

$$\begin{aligned}\nu_{ee} \simeq \nu_{ei} &\simeq \frac{2^{1/2}}{12\pi^{3/2}\epsilon_0^2} n_e e^4 m_e^{-1/2} (k_B T_e)^{3/2} \ln\Lambda_e \\ \nu_{ii} &\simeq \frac{2^{1/2}}{12\pi^{3/2}\epsilon_0^2} n_e e^4 m_i^{-1/2} (k_B T_i)^{3/2} \ln\Lambda_i \\ \nu_{ie} &\simeq \frac{m_e}{m_i} \nu_{ei}\end{aligned}$$

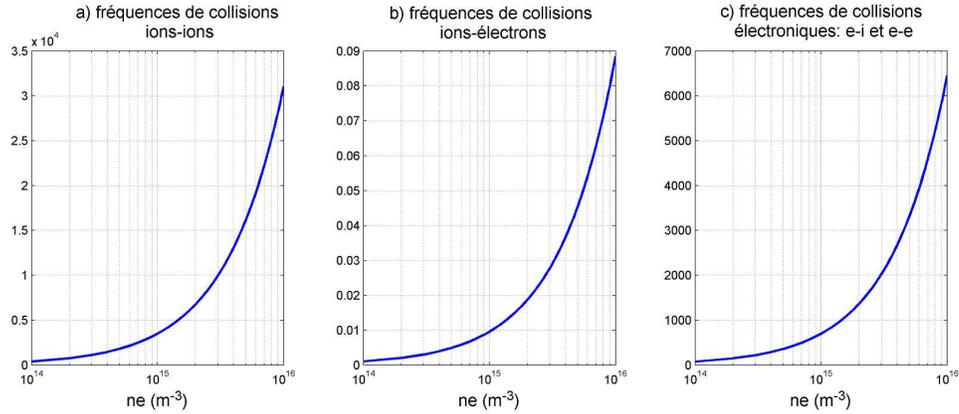
où le logarithme coulombien  $\ln\Lambda$  est déterminé par la formule :

$$\begin{aligned}\ln\Lambda &\simeq \ln\left(\frac{\lambda_D}{r_0}\right) \\ \text{avec : } \lambda_D &= \sqrt{\frac{\epsilon_0 k_B (T_i + T_e)}{n_e e^2}} \text{ la longueur de Debye} \\ \text{et : } r_0 &= \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 m v_{th}^2} \text{ le paramètre d'impact}\end{aligned}$$

Les différentes fréquences de collisions pour nos paramètres ( $T_i \sim 0,1eV$  et  $T_e \simeq 3eV$ ) sont tracées sur la figure A.1 dans la gamme des densités électroniques des expériences réalisées dur MISTRAL. Pour  $n_e = 10^{15}m^{-3}$ , notre densité de référence, nous avons donc :

$$\begin{aligned}\nu_{ee} \simeq \nu_{ei} &\simeq 700Hz \\ \nu_{ii} &\simeq 3,5kHz \quad \nu_{ie} \simeq 10^{-2}Hz\end{aligned}$$

Signalons que les fréquences estimées par ces formules ne donnent qu'un ordre de grandeur des fréquences de collisions réelles entre espèces chargées, dont le calcul, en



**Figure A.1** – Valeur estimée des fréquences des collisions coulombiennes (en Hz) dans nos gammes de densité électronique. a) collisions  $A_r^+$  sur  $A_r^+$ . b) collisions  $A_r^+$  sur  $e$ . c) collisions  $e$  sur  $A_r^+$  et  $e$  sur  $e$ . (sources : [Goldston95][Spitzer60]).

particulier lorsque les champs moyens sont significatifs, est infiniment plus complexe.

## A.2 Collisions avec les neutres :

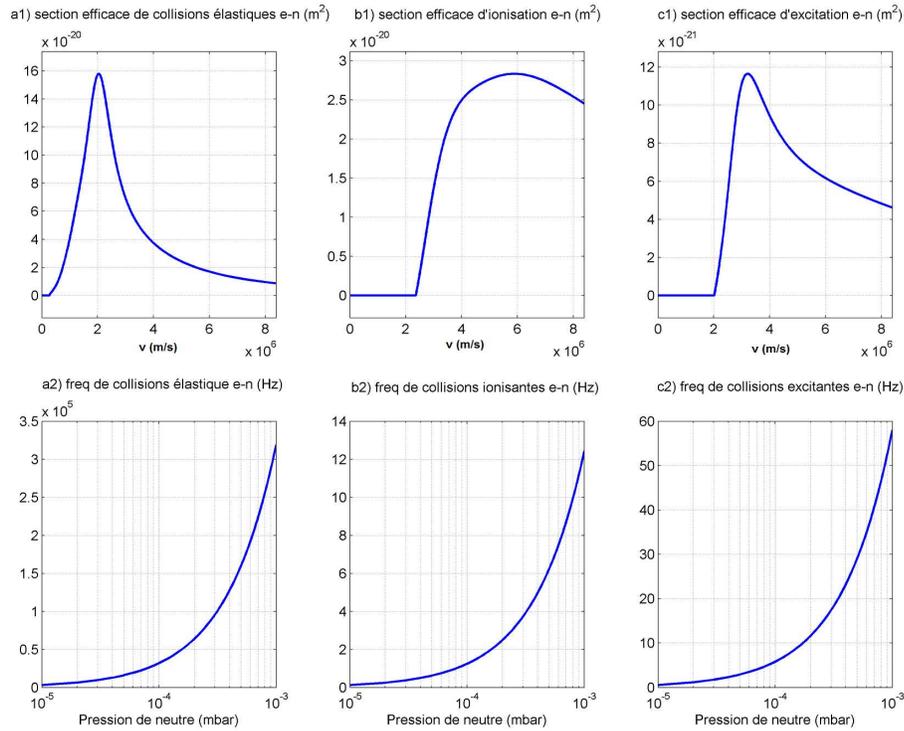
Nous donnons ici les fréquences de collisions avec les neutres, pour les espèces secondaires (issues de l'ionisation). Sur la figure A.2 sont données les sections efficaces et fréquences associées pour les collisions électron-neutre (source : [Bartos07]) et sur la figure A.3 celles des collisions ion-neutre source : [Phelps94] [Maiorov07]), calculées avec les températures estimées des deux espèces :  $T_e \simeq 3eV$  et  $T_i \sim 0, 1eV$ . On voit en particulier que la fréquence de collision électronique dominante est due aux collisions élastiques avec les atomes neutres : l'ionisation et l'excitation sont négligeables à leur température.

A notre pression de référence  $P_0 = 1, 5.10^{-4}$  mbar nous avons donc :

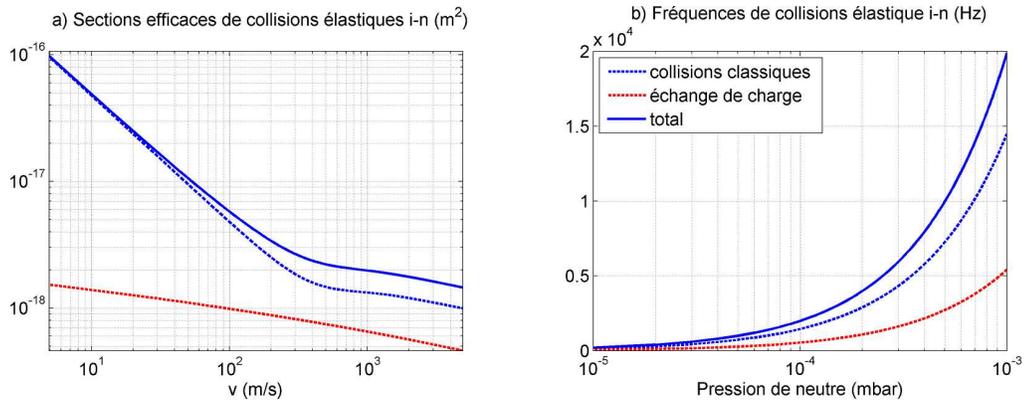
$$\nu_{en} \simeq 50kHz$$

$$\nu_{in} \simeq 3kHz$$

les collisions avec les neutres dominant donc largement les collisions coulombiennes. Concernant la fréquence de collision électronique, on constate que son ordre de grandeur est bien inférieur à celui de la fréquence cyclotron électronique (420 MHz à  $B=150$  Gauss). Pour les ions on a des fréquences inférieures à la fréquence cyclotron ionique (5,8 kHz à  $B=150$  Gauss) mais du même ordre de grandeur. Cependant le facteur pertinent pour quantifier les collisions ioniques étant le rapport  $\bar{\nu}_{in} = \nu_{in}/\omega_{ci}$ , on constate que l'effet des collisions ioniques est relativement négligeable dans nos conditions standards ( $P_0 = 1, 5.10^{-4}$  mbar et  $B = 150G$ ) puisque  $\bar{\nu}_{in} \simeq 0, 1$ . Il peut devenir par contre significatif à autre pression et bas champ magnétique.



**Figure A.2** – Sections efficaces différentielles totales (en  $m^2$ ) et fréquences de collision (en Hz) pour les collisions électrons-argon neutre. a) collisions élastiques  $e + Ar \rightarrow e + Ar$ . b) collisions excitantes  $e + Ar \rightarrow e + Ar^*$ . c) collisions ionisantes  $e + Ar \rightarrow Ar^+ + 2e$ . (source : [Bartos07]). Électrons secondaires,  $T_e = 3eV$ .



**Figure A.3** – Section efficace différentielle totale (en  $m^2$ ) et fréquence de collision (en Hz) pour les collisions ions argon-argon neutre :  $Ar^+ + Ar \rightarrow Ar^+ + Ar$ . Collisions classiques (source : [Phelps94]) et collisions avec échange de charge (source [Maïorov07]).  $T_i = 0, 1eV$ .

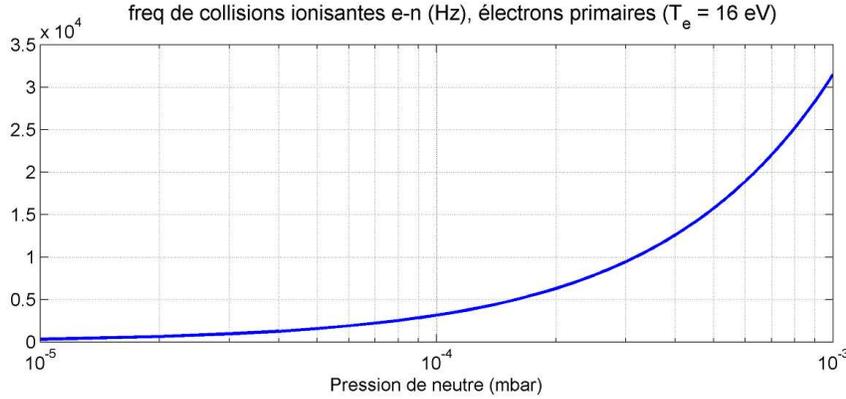
## A.3 Collisions ionisantes pour les électrons primaires :

L'ionisation du plasma d'argon dans la machine est produit par un faisceau d'électrons énergétiques (dits primaires), de faible densité mais haute énergie : typiquement  $T_{ep} \approx$

16eV. La figure A.4 donnent leur fréquence de collision ionisante dans l'argon. On obtient :

$$\nu_{ion} \simeq 50kHz$$

à  $P_0 = 1,5 \cdot 10^{-4}$  mbar, ce qui est largement supérieur à la fréquence d'ionisation des électrons secondaires ( $\simeq 2Hz$ , voir figure A.2-b). Cette différence est due tout simplement au fait qu'en dessous du premier potentiel d'ionisation de l'argon ( $E_{ion}^{Ar} = 15,8eV$ ) aucune ionisation n'est possible.



**Figure A.4** – Section efficaces différentielle totale (en  $m^2$ ) et fréquence de collisions ionisantes (en Hz) pour les collisions électrons primaires-argon neutre :  $e_p + Ar \rightarrow Ar^+ + e + e_p$  (source : [Bartos07]).  $T_{ep} = 16eV$ .

## A.4 Recombinaison des espèces du plasma :

La valeur des fréquences de recombinaison pour les deux espèces (ions et électrons secondaires) peut être estimée à l'aide des formules données par [NRL04], on a dans nos conditions :

$$\begin{aligned} \text{recombinaisons radiatives : } \nu_{rrad} &\simeq 1,5 \cdot 10^{-19} n_e \\ \text{recombinaisons à 3 corps : } \nu_{r3c} &\simeq 1,7 \cdot 10^{-41} n_e^2 \end{aligned}$$

Pour des densités électroniques de l'ordre de  $10^{15} m^{-3}$  ces processus sont donc totalement négligeables devant les autres processus collisionnels.

Remarquons que dans l'équation de conservation de la masse :

$$\vec{\nabla} \cdot (n_e \vec{V}) = S_{ion} - P$$

le terme perte pour les ions et les électrons secondaires  $P = n_e \nu_{rec}$  est insignifiant devant le terme source dû à l'ionisation du gaz neutre par les électrons primaires qui est de l'ordre de  $10^{18} m^{-3} s^{-1}$ <sup>1</sup>. Il est donc légitime d'ignorer les processus de recombinaison

1. sachant qu'on estime la densité de primaire à quelques % de la densité de secondaires, d'après les mesures de sonde et de spectroscopie

dans tout ce mémoire : l'équation de conservation du plasma à l'équilibre peut ainsi se simplifier pour donner :

$$\vec{\nabla} \cdot (n\vec{V}) = S_{ion} = n_{ep}\nu_{ion}$$

la densité du plasma est donc uniquement fixée par l'équilibre transport/ionisation.



# Annexe B

## Compléments sur le modèle à 1 fluide

Commençons par définir les hypothèses essentielles permettant de simplifier les équations de conservation du modèle à deux fluides, pour aboutir aux relations B.1, B.2, B.3 et B.4 :

1. l'hypothèse du plasma quasi-neutre (hypothèse valable à l'échelle macroscopique  $L_{\nabla} \gg \lambda_D$ <sup>1</sup> et à basse fréquence  $\omega \ll \omega_{pe}$ ). Le principe d'électro-neutralité se traduit par l'égalité  $\rho_t = 0$  soit  $n_e + n_{ep} = n_i$  pour un plasma qui contient une densité  $n_{ep}$  d'électrons primaires. On peut toutefois la simplifier en  $n_e \simeq n_i$  si on considère que  $n_{ep}/n_e \ll 1$  (de l'ordre de 1% dans nos conditions, voir section 5.1).
2. l'hypothèse de pression scalaire :  $\vec{P}_{\alpha} = P_{\alpha,\parallel}\vec{e}_{\parallel} + P_{\alpha,\perp}\vec{e}_{\perp}$  qui consiste à négliger les effets visqueux. On remplace donc le tenseur de pression par la pression scalaire  $P = P_e + P_i$ .
3. l'hypothèse d'ions froids<sup>2</sup> :  $T_i \ll T_e$  justifiée dans un plasma faiblement ionisé qui n'atteint jamais l'équilibre thermodynamique global, on a alors :  $P \simeq P_e$ .
4. l'hypothèse de collisions dominantes avec les neutres statiques<sup>3</sup>
5. l'hypothèse de dynamique ionique dominante qui se traduit par :  $(m_e/m_i)\vec{V}_e \ll \vec{V}_i$ , valable si la vitesse macroscopique du gaz d'électrons n'excède pas de 4 ordres de grandeur celle des ions. On a alors  $\vec{V} \simeq \vec{V}_i$  : la vitesse du fluide est celle du gaz d'ion tandis que la vitesse électronique n'intervient que par l'intermédiaire du courant puisqu'on a :  $\vec{V}_e = \vec{V}_i - \vec{j}/en_e$ .

---

1. et  $L_{\nabla} \gg R_{Le}$  dans la direction transverse  
2. cette hypothèse n'est pas indispensable, elle n'est par exemple pas adoptée pour l'étude des plasmas à l'équilibre thermodynamique  
3. cette hypothèse n'est pas non plus indispensable, et n'est justifiée que dans un plasma faiblement ionisé à relativement basse densité électronique, ce qui est notre cas expérimental

Sous ces hypothèses la combinaison des équations de conservation de la densité et de la quantité de mouvement pour les ions et les électrons 3.25 et 3.26 nous donne alors :

$$\partial_t \rho_m + \vec{\nabla} \cdot (\rho_m \vec{V}) = m_i S_{ion} \quad (\text{B.1})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{j} = 0 \quad (\text{B.2})$$

$$\rho_m (\partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} = \vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla} P - \rho_m \nu_{in} \vec{V} \quad (\text{B.3})$$

$$\begin{aligned} (\partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{j} + \vec{j} \cdot \vec{\nabla} \vec{V} - \frac{1}{n_e e} \vec{j} \cdot \vec{\nabla} \vec{j} - \vec{V}_e \cdot \frac{\vec{\nabla} n_e}{n_e} \vec{j} &= \frac{n_e e^2}{m_e} (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B}) \\ - \frac{e}{m_e} \vec{j} \times \vec{B} + \frac{e}{m_e} \vec{\nabla} P - \nu_{en} \vec{j} + e n_e (\nu_{en} - \nu_{in}) \vec{V} & \end{aligned} \quad (\text{B.4})$$

Tout l'objet de la modélisation à un fluide est de ramener l'équation de conservation B.4 à la loi d'Ohm B.5 pour les fluides chargés :

$$\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} = \eta \vec{j} + \frac{m_i}{e \rho_m} (\vec{j} \times \vec{B} - \vec{\nabla} P) \quad (\text{B.5})$$

où  $\eta = m_e \nu_{en} / n_e e^2$  est la résistivité du fluide, liée à la mobilité des électrons (qui sont les porteurs de charge dominants dans le milieu).

Les termes correctifs de la loi d'Ohm simple  $\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B} = \eta \vec{j}$  sont liés à l'effet Hall<sup>4</sup> pour le terme en  $\vec{j} \times \vec{B}$  et à la dérive diamagnétique électronique pour le terme en  $\vec{\nabla} P$  qui traduit l'existence d'un courant dû à l'inhomogénéité des trajectoires cyclotroniques dans un gradient de pression (voir section 3.4.1). Dans la loi d'Ohm l'ordre de grandeur de la vitesse fluide est celui de la vitesse de dérive électrique  $V_E \sim E/B$  et les corrections à cette vitesse sont de l'ordre de :  $V_\eta \sim \eta j/B$ ,  $V_H \sim (1/en_e)j$  et  $V_e^* \sim (1/en_e B) \nabla P_e$ .

## B.1 Magnéto-hydrodynamique (MHD) vs Dynamique de Dérive (DD)

A ce stade il convient de faire intervenir le principe d'échelle pour les phénomènes étudiés. En effet selon l'ordre de grandeur de la vitesse fluide, qui est celui de la vitesse de dérive électrique comme on vient de le voir, les équations de la modélisation à un fluide peuvent décrire deux types de dynamiques aux échelles très différentes : la magnéto-hydrodynamique (MHD) quand  $V_E \sim v_{th,e}$ <sup>5</sup> et la dynamique de dérive (DD) quand  $V_E \ll v_{th,e}$ .

Dans le principe d'échelle de la MHD, compte tenu du fait que  $\nabla \phi / L_\nabla B \sim (r_{L,e} / L_\nabla) v_{th,e}$  - et puisque  $r_{L,e} / L_\nabla \ll 1$  - le champ électrique doit nécessairement être de nature électromagnétique pour donner un flux  $V_E$  de l'ordre de la vitesse thermique électronique.

4. mis en évidence expérimentalement par Edwin Hall (1855-1938) en 1878 pendant sa thèse de doctorat à Harvard qui observa l'apparition d'une tension  $V_H = IB/n_e e d$  dans la direction transverse à celle du passage d'un courant I dans un conducteur placé dans un champ magnétique B perpendiculaire à sa surface.

5. A ce propos Hazeltine et Meiss ont publié dans [Hazeltine92] : "MHD is a model for magnetized plasma dynamics that is based on a single idea : the allowance for large perpendicular electric fields".

Cette modélisation est donc réservée à l'étude des plasmas à forts  $\beta$  où de larges courants sont susceptibles de se développer pour provoquer les phénomènes rapides et violents qui sont l'objet de la théorie MHD.

La dynamique de dérive permet quand à elle de modéliser des phénomènes dont l'échelle de temps est compatible avec l'*approximation basse-fréquence* et qui sont par conséquent descriptibles par un modèle électrostatique. Compte-tenu de la maîtrise de l'activité MHD dans les machines de confinement actuelles, ce sont ces phénomènes qui occupent particulièrement la communauté des plasmas *chauds* dans la perspective d'un confinement accru.

## B.2 Loi d'Ohm dans le modèle DD

Pour utiliser l'équation B.5 il faut se placer dans une situation expérimentale où les termes additionnels de l'équation B.4 que l'on va noter :

$$D_t \vec{j} = (\partial_t + \vec{V} \cdot \vec{\nabla}) \vec{j} + \vec{j} \cdot \vec{\nabla} \vec{V} - \frac{1}{n_e e} \vec{j} \cdot \vec{\nabla} \vec{j} - \vec{V}_e \cdot \frac{\vec{\nabla} n_e}{n_e} \vec{j}$$

$$\vec{\delta}_{e/i} = e n_e (\nu_{en} - \nu_{in}) \vec{V}$$

sont négligeables devant les termes de la loi d'Ohm.

On va d'abord s'assurer que les variations spatio-temporelles  $D_t$  du courant soient faibles et donc se limiter aux conditions suivantes :

- Vitesses fluides ioniques et électroniques négligeables devant la vitesse thermique électronique<sup>6</sup> pour satisfaire à  $D_t \vec{j} \ll (n_e e^2 / m_e) (\vec{E} + \vec{V} \times \vec{B})$ .
- fréquence faible devant la fréquence cyclotronique électronique  $\omega_{ce}$ <sup>7</sup> pour satisfaire à  $\partial_t \vec{j} \ll (e / m_e) \vec{j} \times \vec{B}, (e / m_e) \vec{\nabla} P$ .
- Longueurs de gradients grandes devant le rayon de Larmor électronique  $R_{Le}$ <sup>8</sup> pour satisfaire à  $(D_t - \partial_t) \vec{j} \ll (e / m_e) \vec{j} \times \vec{B}, (e / m_e) \vec{\nabla} P$ .

Considérons maintenant le terme  $\vec{\delta}_{e/i}$  : on a  $\vec{\delta}_{e/i} \sim e n_e \nu_{en} \vec{V}$  puisque  $\nu_{en} \gg \nu_{in}$ . Ce terme est négligeable par rapport à  $(e / m_e) \vec{j} \times \vec{B}, (e / m_e) \vec{\nabla} P$  si  $\nu_{en} \ll \omega_{ce}$ , par contre il est comparable à  $\nu_{en} \vec{j}$  et il faut donc le conserver dans la direction parallèle.

La loi d'Ohm qui caractérise dans la description à un fluide un plasma faiblement ionisé où les collisions se font majoritairement avec les atomes neutres s'écrit donc :

$$\vec{E}_\perp + \vec{V}_\perp \times \vec{B} = \frac{m_i}{e \rho_m} (\vec{j}_\perp \times \vec{B} - \vec{\nabla}_\perp P)$$

$$E_\parallel = \eta j_\parallel - \frac{m_i}{e \rho_m} \partial_\parallel P + \frac{m_e}{e} \nu_{en} V_\parallel$$

6. de l'ordre de  $10^8$  m/s dans nos conditions

7. évaluée à  $10^8$  Hz dans nos conditions

8. dans nos conditions  $R_{Le} \sim 0.4$  mm



# Annexe C

## Fonctions propres radiales et fonctions de Kummer

### Profil de densité Gaussien

Reprenons l'expression 7.22 de l'opérateur radial  $(\Delta_r + \bar{K}_n \partial_r)$  donnée dans la section 7.1.3 et, partant de là, réécrivons l'équation aux valeurs propres 7.20 pour les oscillations du plasma sous la forme :

$$(\Delta_r + \bar{K}_n \partial_r - \lambda(\bar{\omega}, l, \bar{k}_{\parallel})) \tilde{\phi} = \left( \partial_r^2 + \left( \frac{1}{r} - \frac{2r}{\bar{L}_n^2} \right) \partial_r - \frac{l^2}{r^2} - \lambda(\bar{\omega}, l, \bar{k}_{\parallel}) \right) \tilde{\phi} = 0 \quad (\text{C.1})$$

où  $\lambda$  représente les contributions axiales et azimutales de l'équation de dispersion :

$$\lambda(\bar{\omega}, l, \bar{k}_{\parallel}) = \left( -R \frac{l \bar{\Omega}_e^*}{\bar{\omega}} - (R^2 - \tilde{\omega}^2) \frac{\bar{k}_{\parallel}^2}{\bar{\omega}^2} + (R^2 - \tilde{\omega}^2) \frac{\tilde{\omega} - i \bar{v}_{in}}{\bar{\omega}} \tilde{\chi}_e \right) \quad (\text{C.2})$$

Le problème se présente alors sous la forme d'une équation aux dérivées partielles en  $r$ . Si on pose  $z = r^2 / \bar{L}_n^2$  C.1 s'écrit :

$$\left( z \partial_z^2 + (1 - z) \partial_z - \frac{l^2}{4z} - \lambda \frac{\bar{L}_n^2}{4} \right) \tilde{\phi} = 0 \quad (\text{C.3})$$

On démontre alors facilement que  $\tilde{\phi}$  est solution de C.3 si et seulement si  $\tilde{\phi}' = r^{-|l|} \tilde{\phi} = \bar{L}_n^{-|l|} z^{-|l|/2} \tilde{\phi}$  est solution de :

$$\left( z \partial_z^2 + (|l| + 1 - z) \partial_z - \frac{\bar{L}_n^2 \lambda - 2|l|}{4} \right) \tilde{\phi}' = 0 \quad (\text{C.4})$$

L'équation C.4 est une équation de Kummer et admet seulement 2 classes de solutions linéairement indépendantes :

$$\text{équation de Kummer : } (z \partial_z^2 + (b - z) \partial_z - a) f(z) = 0 \quad (\text{C.5})$$

$$\Leftrightarrow f(z) = \alpha M(a, b, z) + \beta U(a, b, z) \quad (\text{C.6})$$

la fonction  $M(a, b, z)$  est appelée fonction de Kummer de première espèce et fait partie des fonctions hypergéométriques confluentes :  $M(a, b, z) = {}_1F_1(a, b, z)$ . Elle est définie entre autres par la série hypergéométrique  ${}_1F_1(a, b, z) = \sum_{k=0}^{\infty} [(a)_k / (b)_k] z^k / k!$ <sup>1</sup>. La fonction  $U(a, b, z)$  est appelée fonction de Kummer de deuxième espèce et se déduit de  $M(a, b, z)$  par :

$$U(a, b, z) = \frac{\Gamma(1-b)}{\Gamma(a-b+1)} M(a, b, z) + \frac{\Gamma(b-1)}{\Gamma(a)} z^{1-b} M(a-b+1, 2-b, z) \quad (\text{C.7})$$

En identifiant C.4 et C.5 on obtient l'ensemble des solutions pour C.1 :

$$\tilde{\phi}_{\bar{\omega}, l, \bar{k}_{\parallel}}(r) = \alpha r^{|l|} M\left(\frac{\bar{L}_n^2 \lambda - 2|l|}{4}, |l| + 1, \frac{r^2}{\bar{L}_n^2}\right) + \beta r^{|l|} U\left(\frac{\bar{L}_n^2 \lambda - 2|l|}{4}, |l| + 1, \frac{r^2}{\bar{L}_n^2}\right) \quad (\text{C.8})$$

Si on prend maintenant en compte les conditions aux limites radiales, on s'aperçoit que la fonction  $\tilde{\phi}_{\bar{\omega}, l, \bar{k}_{\parallel}}(r)$  doit satisfaire à :

$$\tilde{\phi}_{\bar{\omega}, l, \bar{k}_{\parallel}}(0) = 0 \quad \text{et} \quad \tilde{\phi}_{\bar{\omega}, l, \bar{k}_{\parallel}}(\bar{R}_p) = 0$$

avec  $\bar{R}_p$  le rayon normalisé de la colonne de plasma. La condition d'annulation en 0 est assurée pour  $r^{|l|} M(r)$  mais pas pour  $r^{|l|} U(r)$  qui diverge, on a donc :  $\beta = 0$ . Penchons-nous sur la C.L en  $r = \bar{R}_p$  en remarquant d'abord que ce choix n'est pas trivial : en toute rigueur il faudrait écrire :  $\tilde{\phi}_{\bar{\omega}, l, \bar{k}_{\parallel}}(\bar{R}_p) = Z_{\text{gaine}} \tilde{I}_r$  avec  $Z_{\text{gaine}}$  l'impédance complexe de la gaine périphérique et  $\tilde{I}_r$  le courant fluctuant. Le choix que nous faisons revient donc à prendre  $Z_{\text{gaine}} = 0$  autrement dit à considérer que la gaine a un potentiel uniquement statique, ce qui n'est pas très réaliste physiquement. Cependant, vu la complexité d'une modélisation exacte de la gaine transverse, nous devons nous contenter de cette approximation qui ne prend pas en compte la dynamique de la gaine périphérique. L'annulation du potentiel en  $r = \bar{R}_p$  impose :

$$M\left(\frac{\bar{L}_n^2 \lambda - 2|l|}{4}, |l| + 1, \frac{\bar{R}_p^2}{\bar{L}_n^2}\right) = 0 \quad \text{soit :} \\ \frac{\bar{L}_n^2 \lambda - 2|l|}{4} = a_{l,n}, \quad n \geq 0 \quad (\text{C.9})$$

$$\text{où } a_{l,n} \text{ est la } (n+1)\text{ème racine de } M\left(a_{l,n}, |l| + 1, \frac{\bar{R}_p^2}{\bar{L}_n^2}\right) = 0 \quad (\text{C.10})$$

$$\text{d'où : } \lambda = \lambda_{l,n} = \frac{4}{\bar{L}_n^2} \left(a_{l,n} - \frac{|l|}{2}\right) \quad (\text{C.11})$$

Autrement dit de la même façon que dans la direction azimutale le nombre d'onde radial est quantifié, et l'équation de dispersion n'admet qu'une classe de solution radiale qui s'écrit :

$$\tilde{\phi}_{\bar{\omega}, n, l, \bar{k}_{\parallel}}(r) \propto r^{|l|} M\left(a_{l,n}, |l| + 1, \frac{r^2}{\bar{L}_n^2}\right) \quad (\text{C.12})$$

1. avec  $(a)_n$  le factoriel croissant :  $(a)_n = a(a+1)\dots(a+n-1)$

---

L'équation de dispersion associée au mode radial d'index  $n$  s'écrit :

$$\lambda_{l,n} = \frac{4}{\bar{L}_n^2} \left( a_{l,n} - \frac{|l|}{2} \right) = \lambda(\bar{\omega}, l, \bar{k}_{\parallel}) \quad (\text{C.13})$$

et les solutions  $\bar{\omega}(n, l, \bar{k}_{\parallel})$  de cette équation déterminent les fréquences propres et les taux de croissance des différents modes  $(n, l, \bar{k}_{\parallel})$ . Pour conclure, signalons d'abord les identités suivantes :

$$\begin{aligned} a_{l,n} &= a_{-l,n} \text{ et donc : } \lambda_{l,n} = \lambda_{-l,n} \text{ et } \bar{\omega}(l, n, \bar{k}_{\parallel}) = \bar{\omega}(-l, n, \bar{k}_{\parallel}) \\ \tilde{\phi}_{\bar{\omega}, l, \bar{k}_{\parallel}} &= \tilde{\phi}_{\bar{\omega}, -l, \bar{k}_{\parallel}} \end{aligned}$$

Ecrivons enfin la décomposition complète des fluctuations :

$$\delta \bar{\phi} = \sum_{\bar{\omega}(l, n, \bar{k}_{\parallel})} \sum_{\bar{k}_{\parallel} \in \mathbb{R}} \sum_{l \in \mathbb{Z}} \sum_{n \in \mathbb{R}^+} \alpha_{\bar{\omega}, l, n, \bar{k}_{\parallel}} r^{|l|} M \left( a_{l,n}, |l| + 1, \frac{r^2}{\bar{L}_n^2} \right) e^{il\theta + i\bar{k}_{\parallel} z - i\bar{\omega} t} \quad (\text{C.14})$$



# Annexe D

## Instabilité d'onde de dérive "classique", compléments

Nous reprenons l'analyse des ondes de dérive collisionnelles pour le cas des électrons quasi-adiabatiques - c'est à dire en supposant  $\delta_e = 1/\bar{k}_\parallel^2 \bar{D}_e \ll 1$  - ébauchée dans la section 7.3.1. Pour obtenir les expressions analytiques des fréquences et taux de croissance nous nous plaçons dans l'approximation d'onde de dérive  $\tilde{\omega} \ll 1$ , ce qui suppose un champ magnétique relativement fort.

### D.1 ondes DW à champ électrique et courant nuls :

Dans un premier temps on néglige les collisions ioniques, le champ électrique radial d'équilibre et le courant parallèle :  $\bar{v}_{in} \approx 0$ ,  $\bar{j}_\parallel \approx 0$ ,  $\bar{\Omega}_E \approx 0$  et donc  $R \approx 1$ . La relation de dispersion dans l'approximation d'onde de dérive nous donne alors l'équation cubique :

$$i\delta_e \tilde{\omega}^3 + [1 + \bar{k}_\parallel^2 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^* - i\delta_e l\bar{\Omega}_e^* \tilde{\omega}^2 - l\bar{\Omega}_e^* \tilde{\omega} - \bar{k}_\parallel^2] \tilde{\omega} = 0 \quad (\text{D.1})$$

où la fréquence complexe s'écrit :  $\tilde{\omega} = \tilde{\omega}_r + i\delta\tilde{\omega}_i$ , avec  $\delta\tilde{\omega}_i \ll \tilde{\omega}_r$ . On obtient à l'ordre 0 l'équation sur les fréquences réelles :

$$(1 + \bar{k}_\parallel^2 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*) \tilde{\omega}_r^2 - l\bar{\Omega}_e^* \tilde{\omega}_r - \bar{k}_\parallel^2 = 0 \quad (\text{D.2})$$

qui a pour solutions :

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_{r+} &= \frac{l\bar{\Omega}_e^*}{2(1 + \bar{k}_\parallel^2 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*)} (1 + \sqrt{1 + 4\epsilon}) > 0 \\ \tilde{\omega}_{r-} &= \frac{l\bar{\Omega}_e^*}{2(1 + \bar{k}_\parallel^2 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*)} (1 - \sqrt{1 + 4\epsilon}) < 0 \\ \text{avec } \epsilon &= \frac{\bar{k}_\parallel^2 (1 + \bar{k}_\parallel^2 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*)}{l^2 \bar{\Omega}_e^{*2}} > 0 \end{aligned}$$

et à l'ordre 1 la relation entre le taux de croissance et la fréquence réelle :

$$\begin{aligned}\delta\tilde{\omega}_i &= \frac{\tilde{\omega}_r - l\bar{\Omega}_e^*}{l\bar{\Omega}_e^* - 2(1 + \bar{k}_{\parallel}^2 + l\bar{\Omega}_e^*\lambda_{ln}^*)\tilde{\omega}_r} \delta_e \tilde{\omega}_r^2 \\ &= \mp \frac{\tilde{\omega}_{r\pm} - l\bar{\Omega}_e^*}{\sqrt{1 + 4\epsilon}} \delta_e \tilde{\omega}_{r\pm}^2\end{aligned}$$

Le taux de croissance pour  $\tilde{\omega}_{r-}$  est toujours négatif puisque  $\tilde{\omega}_{r-} < 0$ . La solution  $\tilde{\omega}_{r+}$  est par contre potentiellement instable, à la condition que  $\tilde{\omega}_{r+} < l\bar{\Omega}_e^*$ . Comme on le voit sur la figure D.1 cette condition correspond à  $\bar{k}_{\parallel} < \bar{k}_{\parallel max}(l, n)$ . Le taux de croissance est maximum pour  $\bar{k}_{\parallel} \rightarrow 0^1$  : si on considère la longueur d'onde la plus longue dans un plasma de longueur  $L_p$ <sup>2</sup>, on obtient le nombre d'onde parallèle minimal  $k_{\parallel} \approx k_{\parallel}^* = 2\pi/L_p$ . Avec une machine suffisamment longue - vérifiant  $L_p \gg 2\pi c_{si}/\omega_{ci}$ <sup>3</sup> - nous avons  $\bar{k}_{\parallel} \ll 1$  et l'expression de la fréquence et du taux de croissance se simplifient pour donner :

$$\tilde{\omega}_r \approx \frac{l\bar{\Omega}_e^*}{1 + l\bar{\Omega}_e^*\lambda_{ln}^*} \quad (D.3)$$

$$\delta\tilde{\omega}_i \approx \frac{\lambda_{ln}^*}{(1 + l\bar{\Omega}_e^*\lambda_{ln}^*)^3} \frac{l^4 \bar{\Omega}_e^{*4}}{\bar{k}_{\parallel}^2 D_e} \quad (D.4)$$

nous voyons en particulier que l'approximation d'onde de dérive suppose  $\bar{\Omega}_e^* \ll 1$ , c'est à dire une vitesse de dérive diamagnétique électronique faible devant la fréquence cyclotron ionique.

Dans la limite fort champ magnétique les expressions D.3 et D.4 donnent le résultat classique pour les ondes de dérive collisionnelles :

$$\tilde{\omega}_r \approx l\bar{\Omega}_e^* \quad (D.5)$$

$$\delta\tilde{\omega}_i = \delta\bar{\omega}_{i0} \approx \lambda_{ln}^* \frac{l^4 \bar{\Omega}_e^{*4}}{\bar{k}_{\parallel}^2 D_e} \quad (D.6)$$

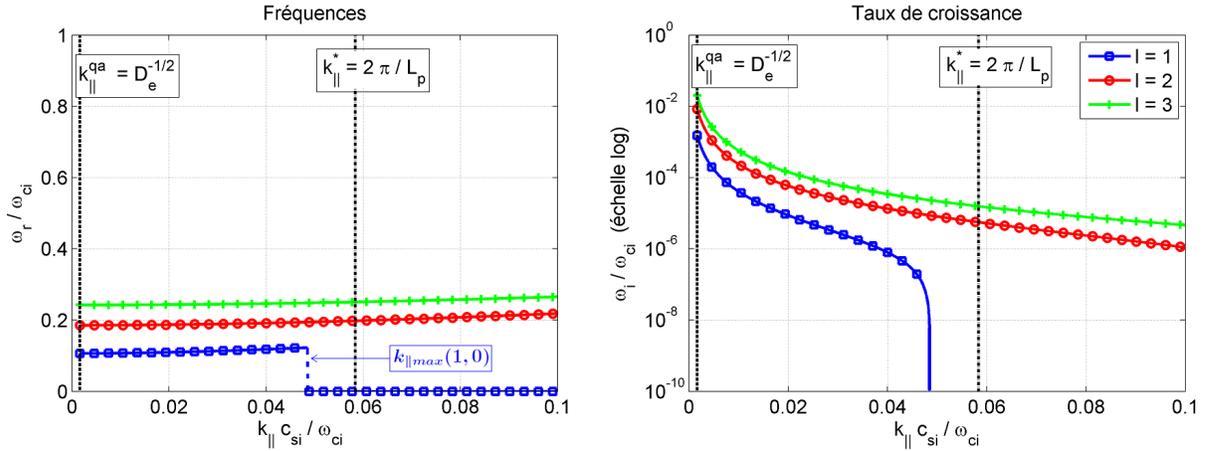
l'instabilité est donc très faiblement instable :  $\delta\tilde{\omega}_i \ll \tilde{\omega}_r$  pour des électrons quasi-adiabatiques dans l'approximation d'onde de dérive.

---

1. attention, il faut quand même que  $k_{\parallel} \gg \bar{D}_e^{-1/2}$  sinon l'hypothèse des électrons quasi-adiabatiques n'est plus justifiée, et l'équation de dispersion se complique

2. voir section 7.1.4 pour une discussion sur la sélection des modes dans les plasmas périodiques et finis

3. dans notre situation expérimentale  $L_p = 1,2m$  et  $2\pi c_{si}/\omega_{ci} \approx 0,5m$  à 150G, dans MIRABELLE[Gravier04] par contre, où sont effectivement observées des ondes de dérive à champ magnétique élevé, on a  $L_p \approx 2m$  et  $2\pi c_{si}/\omega_{ci} \approx 0,05m$  à 1000G



**Figure D.1** – Instabilité CDWI : Courbes de dispersion à  $n = 0$  (mode radial fondamental) dans l’approximation d’onde de dérive  $\tilde{\omega} \ll 1$  pour les premiers nombres d’ondes poloïdaux  $l = 1, 2, 3$ . Plasma confiné ( $L_n/R_p = 0,45$ ), fort champ magnétique ( $B = 0,1T$ ), champ électrique radial et courant axial nuls. Fréquence diamagnétique électronique  $\bar{\Omega}_e^* = 0,12$ .

## D.2 Influence des paramètres du plasma sur l’instabilité CDWI :

Pour revenir sur les différents phénomènes que nous avons négligé pour établir la relation D.1, nous nous fondons sur l’analyse publiée par Sosenko [Sosenko04]. Le paramètre le plus important dans la suite est la valeur du coefficient de Coriolis  $R$  : on rappelle qu’il vaut 1 en l’absence de rotation, et qu’il est croissant et compris entre 1 et  $+\infty$  lorsque le champ électrique centripète croît (situation du plasma de MISTRAL).

### Influence du champ électrique radial :

En présence d’une rotation du fluide d’ion  $R \neq 1$  la fréquence instable est décalée et affectée d’un facteur lié à la rotation :

$$\bar{\omega}_r \approx l\bar{\Omega}_e^* \frac{R}{R^2 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*} + l\bar{\Omega}_{zi}$$

On constate qu’à fort champ magnétique  $\bar{\omega}_r \rightarrow l\bar{\Omega}_e^*/R + l\bar{\Omega}_{zi}$ , c’est à dire la vitesse diamagnétique calculée avec le champ magnétique effectif  $B' = RB$ , décalée par l’effet Doppler dû à la dérive électrique. La fréquence de l’onde dans le repère des ions en rotation décroît alors proportionnellement à  $R$  : cela donne lieu à un freinage lorsque le champ électrique centripète croît. A faible champ magnétique par contre le terme  $\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*$  devient significatif et la fréquence peut croître avec  $R$ , mais les fréquences dans ce cas deviennent rapidement comparables à  $\omega_{ci}$  et on s’éloigne de l’approximation d’onde de

dérive.

Le taux de croissance est quant à lui égal à la somme de deux termes :

$$\begin{aligned}\delta\bar{\omega}_i &\approx \delta\bar{\omega}_{i,R1} + \delta\bar{\omega}_{i,R2} \quad \text{avec :} & (D.7) \\ \delta\bar{\omega}_{i,R1} &= \delta\bar{\omega}_{i,0} \frac{R^2(1 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*)^3}{(R^2 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*)^3} \\ \delta\bar{\omega}_{i,R2} &= \delta\bar{\omega}_{i,0} \frac{R(R-1)}{l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*} \frac{(1 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*)^3}{R^2 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*} \left(1 + \frac{R-1}{4\bar{\Omega}_e^*}\right)\end{aligned}$$

le premier est le terme calculé dans le cas sans rotation multiplié par un facteur lié à  $R$  qui induit une dépendance en  $1/R^4$  à fort champ magnétique ( ce terme est alors fortement amorti à champ électrique centripète croissant) et une dépendance en  $R^2$  à champ magnétique faible (attention encore, l'approximation d'onde de dérive tombe vite alors en défaut). Le second terme est plus complexe mais on peut globalement prévoir qu'il tend à être déstabilisant à fort champ magnétique et à dominer rapidement le premier terme.

### Influence du courant axial :

L'existence de flux parallèles  $\bar{V}_{\parallel e}$ <sup>4</sup> et  $\bar{V}_{\parallel i}$  à l'équilibre ajoute un décalage sur la fréquence :

$$\bar{\omega}_r \approx l\bar{\Omega}_e^* \frac{R}{R^2 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*} + l\bar{\Omega}_{zi} + \bar{k}_{\parallel} \bar{V}_{\parallel i}$$

et un terme  $\delta\bar{\omega}_{i,Ve}$  dans le taux de croissance qui peut être stabilisant ou déstabilisant selon la direction du flux<sup>5</sup> :

$$\delta\bar{\omega}_{i,Ve} = \frac{\bar{V}_{\parallel e}}{D_e} l\bar{\Omega}_e^* \frac{R^3}{(R^2 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*)^2} \quad (D.8)$$

cet effet est donc stabilisant si le flux est selon  $-z$  et déstabilisant dans le cas contraire (ce peut être le cas en particulier dans la situation où on augmente le potentiel de collection). A fort champ magnétique le terme est proportionnel à  $1/R$  (sinon à  $R^3$ ) et il est donc décroissant à champ centripète croissant et au contraire augmente très vite avec le champ électrique à champ magnétique faible. Il y a toutes les chances pour qu'il domine les autres termes si  $\bar{V}_{\parallel e} \gg \bar{\Omega}_e^*$ .

### Influence des collisions ioniques :

Pour finir et sans surprise on observe que les collisions ioniques ont un effet stabilisant sur l'instabilité CDW, particulièrement à faible champ magnétique, puisque le terme

---

4. attention, on parle ici d'un flux d'électrons secondaires, puisque dans tous les cas la contribution des électrons primaires est négligeable à cause de leur faible densité

5. cette anisotropie est causée par la direction du gradient radial de densité puisque c'est le produit  $\bar{V}_{\parallel e} \bar{\Omega}_e^*$  qui détermine si le flux est stabilisant ou non

collisionnel dans le taux de croissance s'écrit :

$$\delta\bar{\omega}_{i,in} = -l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^* \frac{\bar{v}_{in}}{(R^2 + l\bar{\Omega}_e^* \lambda_{ln}^*)} \quad (\text{D.9})$$

Ce facteur est en  $1/R^2$  à fort champ magnétique : il sera donc d'autant plus stabilisant que le champ électrique centrifuge est faible. A faible champ magnétique il ne dépend pas de R.

En guise de bilan nous voyons que l'effet de la rotation et du flux axial électronique peut modifier considérablement la relation de dispersion des ondes de dérive et être à l'origine de l'apparition d'ondes de dérive instables, qui dominent généralement les instabilités "flûtes" à fort champ magnétique [Gravier04] dans nos dispositifs. Pour analyser plus finement ces effets, en particulier dans la situation du plasma à faible champ magnétique produit dans le dispositif MISTRAL, il convient de résoudre l'équation de dispersion générale 7.46, ce qui est l'objet de la section 7.3.2 du chapitre 7.



# Bibliographie

- [Abramowitz65] M. Abramowitz and I.A Stegun, "Handbook of Mathematical Functions with Formulas, Graphs, and Mathematical Tables", Chapter 13-14, New York : Dover(1965)
- [Ajendouz08-1] A. Ajendouz, Th. Pierre, M. Boussouis and K. Quotb, "High-frequency harmonic generation in a toroidal magnetized laboratory plasma and detection of plasma turbulence", EPL 81 15001 (2008)
- [Ajendouz08-2] A. Ajendouz, "Etude théorique et expérimentale de la génération d'harmoniques micro-ondes dans un magnéto-plasma. Application à la détection de la turbulence", thèse de doctorat, Université de Provence-Marseille I (2008).
- [Amatucci98] W.E. Amatucci, D.N. Walker, G. Ganguli ans al., "Velocity shear-driven ion cyclotron waves and associated transverse ion heating", Journ. Geophysic. Res., 103, A6, 11711 (1998).
- [Armstrong73] J.C. Armstrong J. C. and A.J. Zmuda, "Triaxial magnetic measurements of field-aligned currents at 800 kilometers in the auroral region : Initial results," J. Geophys. Res., vol. 78, p. 6802 (1973)
- [Banks68] P.M. Banks and T.E. Holzer, "The Polar Wind", Journal of Geophysical Research 73 p.6846–6854 (1968).
- [Barni05] R. Barni et al., "Formation of spiral structures and radial convection in the edge region of a magnetized rotating plasma", New Joun. of Phys., 7, 225 (2005).
- [Bartos07] P. Bartos "Hybrid modelling in plasma physics", Ph.D. thesis, Charles University in Prague (2007).
- [Belmont87] G. Belmont, L. Rezeau, "Finite Larmor radius effects : the two-fluid approach", Annales geophysicae. Series A., vol. 5, no2, pp. 59-69 (1987)
- [Belmont92] G. Belmont, C. Mazelle, "Polytropic Indices in Collisionless Plasmas : Theory and Measurements", J. Geophys. Res., 97(A6), 8327–8336 (1992).
- [Bernstein58] I.B. Bernstein, "Waves in a Plasma in a Magnetic Field", Phys. Rev. 109, 10 - 21 (1958)
- [Bertrand04] P. Bertrand, "Description cinétique de la turbulence dans un plasma de Tokamak", Ecole d'Aquitaine Ondes et Matière, Maubuisson (2004)
- [Besse08] N. Besse, P. Bertrand, P. Morel, and E. Gravier, "Weak turbulence theory and simulation of the gyro-water-bag model", Phys. Rev. E 77, 056410 (2008)

- [Block78] Block, L. P. "A double layer review", *Astrophysics and Space Science*, vol. 55, no. 1, pp. 59–83 (1978)
- [Bohm49] D. Bohm, E. Burshop, H. Massey and R. Williams, "The characteristics of electrical discharges in magnetic fields" (A. Gutrie and R.K. Wakerlings eds., New York) (1949)
- [Braginskii65] S. I. Braginskii, *Reviews of Plasma Physics*, ed. M. A. Leontovich (Consulting Bureau, New York), vol. I, p. 205 (1965).
- [Brambilla88] M. Brambilla and T. Krücken, "Numerical simulation of ion cyclotron heating of hot tokamak plasmas", *Nuclear Fusion* 28, 10, p.1813 (1988).
- [Brault06] C. Brault, A. Escarguel, T. Pierre and al, "Experimental study of a drifting low temperature plasma extracted from a magnetized plasma column ", *Phys. Lett. A* 360, 299 (2006).
- [Brault07] C. Brault, "Développement et mise en oeuvre d'un diagnostic d'imagerie ultra-rapide en magnétoplasma de laboratoire : application à la caractérisation du transport radial du plasma", thèse de doctorat, Université de Provence-Marseille I (2007).
- [Brizard07] A. Brizard and T. Hahm, "Foundations of nonlinear gyrokinetic theory" *Reviews of Modern Physics*, 79(2), 421–468 (2007)
- [Brochard04] F. Brochard, "Caractérisation des instabilités à basse fréquence dans une colonne de plasma magnétisé et étude de leur transition à la turbulence", thèse de doctorat, Université Henry-Poincaré, Nancy-I (2004)
- [Brochard05] F. Brochard, E. Gravier et G. Bonhomme, "Transition from flutes modes to drift waves in a magnetized plasma column", *Physics of Plasmas*, 12 (2005)
- [Chen61] F. Chen, "Low-Frequency Oscillations in Gas Discharges", *Phys. Fluids* 4, 1448 (1961)
- [Chen63] F.F. Chen, "Propagation and excitation of plasma density-gradient waves across a B field", *Rapport Euratom CEA* (1963).
- [Chen64] F.F. Chen, "Normal modes for electrostatic ion waves in an inhomogeneous plasma", *Phys. Fluids* 7 949 (1964).
- [Chen67] F.F. Chen, "The Leakage Problem in Fusion Reactors", *Sci. Amer.* 217 (July), 76 (1967).
- [Chen79] F. F. Chen, "Axial eigenmodes for long  $\lambda_{\parallel}$  waves in plasmas bounded by sheaths", *Phys. Fluids* 22, 2346 (1979).
- [Chen92] F.F. Chen, "A Collisionless ExB Instability with Large Ion Orbits", *Proceedings 1992 ICPP Innsbruck (Austria)*, *Europhysics-Conference-Abstracts*, v. 16C (Part III), pp. 1835-1838 (1992)
- [Chen83] F.F. Chen, "Introduction to Plasma Physics and Controlled Fusion", Springer (1983)
- [Chibisov92] D.V. Chibisov, V.S Mikhailenko, "Ion Cyclotron Turbulence Theory of Rotating Plasmas", *Plasma Physics and Controlled Fusion*. Vol. 34. No. I, pp. 95 (1992)
- [Chust06] T. Chust and G. Belmont, "Closure of fluid equations in collisionless magnetoplasmas", *Phys. Plasmas* 13, 012506 (2006)

- [Dangelo63] N. D'Angelo and R. W. Motley, "Low-frequency oscillations in a Potassium Plasma", *Phys. Fluids* 6 422 (1963).
- [Dif-Pradalier08] G. Dif-Pradalier, V. Grandgirard, Y. Sarazin and al, "On the influence of initial state on gyrokinetic simulations", *Phys. Plasmas* 15, 042315 (2008)
- [Dif-Pradalier08th] G. Dif-Pradalier, "First-principle description of collisional gyrokinetic turbulence in tokamak plasmas", Thèse de doctorat, CEA - Université de Provence, (2008).
- [Drummond62] W.E. Drummond and M.N. Rosenbluth, "Anomalous Diffusion Arising from Microinstabilities in a Plasma", *Phys. Fluids* 5, 1507 (1962)
- [Erckmann94] V. Erckmann and U. Gasparino, "Electron cyclotron resonance heating and current drive in toroidal fusion plasmas", *Plasma Physics and Controlled Fusion* 36, n° 12, p.1869 (1994)
- [Escarguel07] A. Escarguel, F. B. Rosmej and al, "Influence of hot electrons on radiative properties of a helium plasma", *Plasma Physics and Controlled Fusion* 49-85 (2007)
- [Ferriere2002] K. M. Ferrière and N. André, "A mixed magnetohydrodynamic-kinetic theory of low-frequency waves and instabilities in homogeneous, gyrotropic plasmas", *J. Geophys. Res.* 107, A11, 1349 (2002)
- [Garcia05] O. E. Garcia, V. Naulin, A. H. Nielsen, and J. Juul Rasmussen, "Turbulence and intermittent transport at the boundary of magnetized plasmas", *Phys. Plasmas* 12, 062309 (2005)
- [Ganguli88] G. Ganguli, Y.C. Lee and P.J. Palmadesso, "Kinetic theory for electrostatic waves due to transverse velocity shears", *Phys. Fluids* 31, 823 (1988)
- [Ghizzo03] A. Ghizzo, F. Huot and P. Bertrand, "A non-periodic 2D semi-Lagrangian Vlasov code for laser-plasma interaction on parallel computer", *Journal of Computational Physics* 186,1, P. 47-69 (2003)
- [Gravier99] E. Gravier, "Etude expérimentale des régimes dynamiques des ondes de dérive dans un plasma magnétisé de laboratoire. Contrôle du chaos spatio-temporel", thèse de doctorat, Faculté de Nancy-I, (1999).
- [Gravier04] E. Gravier et al., "Low-frequency instabilities in a laboratory magnetized plasma column", *Phys. Plasma*, 11, 529 (2004)
- [Gravier08] E. Gravier, R. Klein et al., "Gyrokinetic-water-bag modeling of low-frequency instabilities in a laboratory magnetized plasma column", *Phys. Plasma*, 15, 122103 (2008)
- [Gresillon86] D. Grésillon et M.A Dubois, "Turbulence and anomalous transport in magnetized plasmas : Proceeding of the international workshop on small scale turbulence and anomalous transport in magnetised plasmas 1986", *Diffusion Éd. de Physique* (1986)
- [Gold59] Gold T., "Motions in the magnetosphere of the Earth", *J. Geophys. Res.*, 64(9), 1219-1224 (1959).
- [Goldston95] R.J. Goldston, P.H. Rutherford, "Introduction to plasma physics", CRC Press (1995)

- [Gurnett05] D.A. Gurnett and A. Bhattacharjee, "Introduction to plasma physics : with space and laboratory applications", Cambridge University Press (2005)
- [Hahm88] T.S. Hahm, "Nonlinear Gyrokinetic Equations for Tokamaks Microturbulence", Phys. Fluids, 31, 2670 (1988)
- [Hazeltine92] R.D Hazeltine, J.D Meiss, "Plasma confinement", Addison-Wesley , 1992
- [Hershkovitz05] N. Hershkovitz, "Sheaths : More complicated than you think", Phys. Plasmas 12, 055502 (2005)
- [Hinton71] F.L Hinton and W. Horton," Amplitude Limitation of a Collisional Drift Wave Instability" Phys. Fluids 14, 116 (1971).
- [Hoh60] F.C Hoh and B. Lehnert, "Diffusion processes in a plasma column in a longitudinal magnetic field", Phys. Fluids 3, 600 (1960).
- [Hoh61] F.C Hoh and B. Lehnert, "Screw instability of a plasma column", Phys. Rev. Lett. 7, 75 (1961).
- [Hoh63] F.C. Hoh, "Instability of Penning-Type Discharges", Phys. Fluids, 6, 1184 (1963)
- [Horton99] W. Horton, "Drift waves and transport", Rev. Mod. Phys. 71, 735 - 778 (1999).
- [Hutchinson88] I.Hutchinson, "Principles of plasmas diagnostics", Cambridge Un.Press (1988)
- [Itoh88] S.I. and K. Itoh, "Model of L- to H-mode transition in tokamak", Phys. Rev. Lett. 60,22, p.2276 (1988)
- [Jaeger09] S. Jaeger, Th. Pierre, and C. Rebont, "Direct observation of a cross-field current-carrying plasma rotating around an unstable magnetized plasma column", Phys. Plasmas 16, 022304 (2009)
- [Jassby72] D. L. Jassby, "Transverse Velocity Shear Instabilities within a Magnetically Confined Plasma", Phys. Fluids 15, 1590 (1972)
- [Kadomtsev60] B.B Kadomtsev and A.V Nedospasov, "Instability of the positive column in a magnetic field and the 'anomalous' diffusion effect", J. Nucl. Energy, Part C Plasma Phys. 1, 230 (1960).
- [Kadomtsev65] B.B Kadomtsev, "Plasma Turbulence", Academic, New-York (1965)
- [Kelley77] M.C. Kelley and C.W. Carlson, "Observations of Intense Velocity Shear and Associated Electrostatic Waves Near an Auroral Arc", J. Geophys. Res. 82-16, p. 2343-2348 (1977)
- [Kindel71] J.M. Kindel and C.F. Kennel, "Topside current instabilities", J. Geophys. Res. 76, p.2055-2078 (1971)
- [Klumpar79] D.M. Klumpar, "Transverseley accelerated ions : An ionospheric source of hot magnetospheric ions", J. Geophys. Res. 84, pp 4229 (1979)
- [Krall73] N. A. Krall and A. W. Trivelpiece, "Principles of Plasma Physics" (McGraw-Hill, New York) (1973)
- [Landau46] L. Landau, "On the vibration of the electronic plasma", J. Phys. USSR 10-25, English translation in JETP 16-574, (1946).

- [Langmuir28] I. Langmuir, "Oscillations in ionized gas" Proc. Nat. Acad. Sci. 14, 627 (1928).
- [Langmuir29] I. Langmuir, "The Interaction of Electron and Positive Ion Space Charges in Cathode Sheaths", Phys. Rev. 33, 954 (1929).
- [Latten95] A. Latten, T. Klinger, A. Piel, Th. Pierre, "A probe array for the investigation of spatio-temporal structures in drift wave turbulence" Rev. Sci. Instrum. , 66(5) 3254-3262(1995)
- [Lawson57] John D. Lawson, "Some Criteria for a Power Producing Thermonuclear Reactor", Proceedings of the Physical Society, B70, 6-10 (1957)
- [Lefaucheu06] P. Lefaucheu, "Analyseur d'énergie à grilles", Atelier Sondes électrostatiques du réseau Plasmas Froids du CNRS, Col de Porte (38) – Juin (2006)
- [Liewer85] P.C Liewer, "Measurements of microturbulence in tokamaks and comparisons with theories of turbulence and anomalous transport", Nucl. Fus. 25, 5, 543 (1985)
- [Light01] M. Light, F.F Chen and al, "Low frequency electrostatic instability in a helicon plasma", Phys. Plasmas 8, 10, 4675 (2001).
- [Littlejohn79] R.G. Littlejohn, "A guiding center Hamiltonian : A new approach", J. Math. Phys., 20, 2445 (1979)
- [Longmire56] C. L. Longmire and M. N. Rosenbluth, "Diffusion of charged particle across a magnetic field", Phys. Rev., 103, 507-510 (1956)
- [Louarn94] P. Louarn, J.E. Wahlund and al, "Observation of kinetic Alfvén waves by the FREJA spacecraft", Geophys. Res. Lett. 21-17, p. 1847-1850 (1994)
- [Maget98] P. Maget, "Injection de glaçons et confinement dans le tokamak Tore-Supra", Thèse de doctorat Paris XI Orsay, (1998)
- [Maiorov07] S.A. Maiorov, O.F. Petrov, V.E. Fortov, "Calculation of resonant charge exchange cross-sections of ions Rubidium, Cesium, Mercury and noble gases", 34th EPS Conference on Plasma Phys. Warsaw, Vol.31F, P-2.115 (2007)
- [McWhirter65] R.W.P. McWhirter, "Spectral Intensities" in Plasma Diagnostic Techniques, R.H. Huddlestone and S.L. Leonard, New York, Academic Press (1965)
- [Mikhailenko06] V.S and V.V Mikhailenko, "Kinetic theory of the stability of the inhomogeneous plasmas with transverse inhomogeneous electric field", Phys. Plasmas 13, 012108 (2006).
- [Mikhailovskii63] A.B Mikhailovskii, Sov. Phys. JETP, 16, 364 (1963)
- [Mikhailovskii66] A.B Mikhailovskii and V.S Tsypin, JETP Lett., 3, 158 (1966)
- [Mikhailovskii83] A.B Mikhailovskii, "Handbook of plasma physics vol. I : Basic plasma physics I", part 3.4, M.N Rosenbluth, R.Z Sagdeev, A.A Galeev and R.N Sudan, North Holland publishing company (1983)
- [Moiseev63] S.S Moiseev and R.Z Sagdeev, "on the Bohm diffusion coefficient", Transl : Sov. Phys. JETP 17 515 (1963)
- [Moore96] T.E. Moore, M.O. Chandler and al, "Plasma heating and flow in an auroral arc", J. Geophys. Res. 101(A3), p. 579 (1996)

- [Moore97] T.E. Moore, C. R. Chappell and al, "High-altitude observations of the polar wind", *Science*, 277, p. 349 (1997)
- [Mottin04] S. Mottin et coll. "Plasmas Froids, génération, caractérisation et technologie", Publications de l'Université de Saint-Etienne, Ch II-2 (2004)
- [Nakamura81] Y. Nakamura, Y. Nomura and R. L. Stenzel, "Sheath expansion of plane probe by ion-beam reflection", *J. Appl. Phys.*, 52, 1197 (1981)
- [Naulin08] V. Naulin, T. Windisch, and O. Grulke, "Three-dimensional global fluid simulations of cylindrical magnetized plasmas", *Phys. Plasmas* 15, 012307 (2008).
- [NRL04] J.D Hubba, "NRL Plasma Formulary", Office of U.S Naval Research (2004).
- [Phelps94] A. V. Phelps, "The application of scattering cross sections to ion flux models in discharge sheaths", *J. Appl. Phys.* 76, 747 (1994).
- [Pierre82] T. Pierre, "Les solitons acoustiques ioniques : étude expérimentale de leurs propriétés et de l'interaction onde solitaire-particules", thèse de doctorat, Faculté de Nancy-I,(1982)
- [Pierre87] T. Pierre, G. Leclert, and F. Braun , "Magnetized double- plasma device for wave studies", *Rev. Sci. Instrum*, 58, 1, 6-11 (1987)
- [Pierre04] T. Pierre, A. Escarguel, D. Guyomarc'h, R. Bardi and C. Riccardi "Radial convection of plasma structures in a turbulent rotating magnetized plasma", *Phys. Rev. Lett.* 92 065004 (2004)
- [Rebont10] C. Rebont, "Etude d'une colonne de plasma en rotation par fluorescence induite par laser", thèse de doctorat, Université de Provence Marseille-I,(2010)
- [Ritz89] C.P. Ritz, R .V. Bravenec and al , "Fluctuation-Induced Energy Flux in the Tokamak Edge", *Physical Review Letters*, 62 1844 (1989).
- [Roubin08] P. Roubin, "Fusion magnétique et interactions plasma-paroi", présentation orale SFP - division plasma - 19-21 mai (2008).
- [Sakawa93] Y. Sakawa, C. Joshi, P.K. Kaw, F.F. Chen, and V.K. Jain, "Excitation of the Modified Simon-Hoh Instability in an Electron Beam Produced Plasma", *Phys. Fluids B* 5, 1681 (1993).
- [Sarazin97] Y. Sarazin, "Etude de la turbulence de bord dans les plasmas de Tokamak", thèse de doctorat, Université Grenoble-I,(1997)
- [Schroder04] C. Schröder, O. Grulke and al, "Spatial mode structure of electrostatic drift waves in a collisional cylindrical helicon plasma", *Phys. Plasmas*, Vol. 11, No. 9 (2004)
- [Schroder05] C. Schröder, O. Grulke and al, "Drift waves in a high-density cylindrical helicon discharge", *Phys. Plasmas*, Vol. 12, 042103 (2005)
- [SETH97] Initiative SETH (Soleil Environnement Terrestre Héliosphère), demande de programme, document en ligne : [http ://www.ias.u-psud.fr/pnst/Docs/pnprog97.htm](http://www.ias.u-psud.fr/pnst/Docs/pnprog97.htm) (1997)
- [Simon55] Albert Simon,"Ambipolar Diffusion in a Magnetic Field", *Phys. Rev.* 98 (2) 317 (1955)

- [Simon63] A. Simon, "Instability of a Partially Ionized Plasma in Crossed Electric and Magnetic Fields", *Phys. Fluids*, 6, 382 (1963)
- [Skoelv84] Å. Skøelv, R. J. Armstrong and J. Trulsen, "Ion-beam diagnostics by means of plane Langmuir Probe", *Phys. Fluids*, 27, 11 (1984)
- [Snyder97] P. B. Snyder, G. W. Hammett and W. Dorland, "Landau fluid models of collisionless magnetohydrodynamics", *Phys. Plasmas* 4, 3974 (1997)
- [Sosenko04] P. Sosenko, T. Pierre and A. Zagorodny, "Global Low-Frequency Modes in Weakly Ionized Magnetized Plasmas : Effects of Equilibrium Plasma Rotation", 12th International Congress on Plasma Physics, Nice (2004)
- [Spitzer60] L. Spitzer, "Particle diffusion across an magnetic field", *Phys. Fluids*, 3, 659-661 (1960)
- [Stangeby90] P.C. Stangeby and G.M. McCracken, "Plasma boundary phenomena in tokamaks", *Nuclear Fusion*, 30 1225 (1990)
- [Stephanakis68] S. Stephanakis and W.H Benett, "Electrostatic Energy Analyzer for studying gas-focused electron beams and their background media" , *Rev. Sci. Instr.*, 39, 1714 (1968)
- [Swanson03] D.G Swanson, "Plasma Waves" 2nd edition,(Academic Press, San Diego) (2003)
- [Tao94] Y-Q. Tao et al., "Collisionless Simon-Hoh instability in a strongly double-sheared electric field", *Phys. Plasmas*, 1, 3193 (1994)
- [Tonks29] L. Tonks and I. Langmuir, "A general theory of the plasma of an arc", *Phys. Rev.* 34, 876 (1929)
- [Vlasov38] A. A. Vlasov "On Vibration Properties of Electron Gas". *J. Exp. Theor. Phys.* 8 (3) : 291 (1938).
- [Vlasov45] A. A. Vlasov, "Theory of Vibrational Properties of an Electron Gas and Its Applications" (1945).
- [Weber79] W. J. Weber, R. J. Armstrong and J. Trulsen, "Ion-beam diagnostics by means of an electron-saturated plane Langmuir Probe", *J. Appl. Phys*, 50, 7 (1979)
- [Wesson97] J. Wesson, "Tokamaks" 3ème ed, Oxford University Press, ISBN 019 8509227 (1997)



# Table des figures

1	Photographie du dispositif expérimental MISTRAL . . . . .	xii
1.1	Configuration magnétique toroïdale - Effets de dérive . . . . .	3
1.2	Schéma de principe d'un Tokamak . . . . .	4
1.3	Limiteur et divertor . . . . .	5
1.4	Mesures de fluctuations sur différents tokamaks . . . . .	8
1.5	Schéma de la magnétosphère terrestre . . . . .	11
1.6	Composition de l'atmosphère terrestre - $n_e$ dans l'ionosphère . . . . .	12
1.7	Schéma synoptique du dispositif MISTRAL . . . . .	14
2.1	Mouvement cyclotronique et dérive de centre-guide . . . . .	21
2.2	Dérive en champ constant / variable . . . . .	23
2.3	Effet de rayon de Larmor fini dans un gradient de champ électrique . . . . .	27
2.4	Effet d'inertie dérive de polarisation . . . . .	28
2.5	Rotation $\vec{E} \times \vec{B}$ en géométrie cylindrique . . . . .	30
2.6	Géométrie pour la composée des rotations de dérive et cyclotron . . . . .	34
2.7	Vitesse de rotation et vitesse cyclotron effective en fonction de $\Omega_E$ . . . . .	36
2.8	Simulation de trajectoire ionique, $E_r$ nul . . . . .	40
2.9	Simulation de trajectoire ionique, $E_r$ variable . . . . .	41
2.10	Vitesses instantanées, cas limite . . . . .	42
2.11	Simulation de trajectoire ionique, cas instationnaire . . . . .	44
2.12	Paramètre de Coriolis et paramètre centrifuge en fonction de $\Omega_E$ . . . . .	51
3.1	Géométrie de la colonne de plasma . . . . .	57
3.2	Schéma synthétique de l'interaction ondes particules . . . . .	66
3.3	Ondes naturelles dans les plasmas homogènes . . . . .	79
3.4	Origine de la dérive diamagnétique . . . . .	84
4.1	Photographie de la machine MISTRAL . . . . .	95
4.2	Schéma de principe de la machine MISTRAL . . . . .	95
4.3	Caractéristique de sonde de Langmuir : cas idéal, cas réel . . . . .	98
4.4	Exemple de caractéristique de sonde de Langmuir plane . . . . .	102
4.5	Sonde de Langmuir axiale : vue du dispositif . . . . .	103
4.6	Analyseur d'énergie à grille (RFA) . . . . .	103
4.7	Schéma de principe d'un dispositif de LIF . . . . .	105
5.1	Schéma de la colonne de plasma créée par faisceau d'électrons rapides . . . . .	111

5.2	Distribution théorique des primaires avant et après sélection . . . . .	111
5.3	Schéma de la pré-gaine et de la gaine . . . . .	115
5.4	Flux de particules dans la gaine en fonction du potentiel . . . . .	119
5.5	Potentiel et flux au voisinage de la séparatrice . . . . .	121
5.6	R, Vitesse de rotation et vitesse radiale en fonction de $\Omega_{di} - \nu_{in}$ variable . . . . .	129
6.1	Configuration de MISTRAL avec demi-cylindres collectant radialement . . . . .	135
6.2	Caractéristique de sonde brute - collecteur flottant . . . . .	137
6.3	Profils radiaux - plasma stable en collecteurs à la masse . . . . .	138
6.4	Profils radiaux - plasma instable en collecteurs flottant . . . . .	139
6.5	Fluctuations de densité et de potentiel flottant, r variable - mode régulier . . . . .	141
6.6	Spectres des fluctuations de densité électronique à différents rayons - mode régulier . . . . .	142
6.7	Amplitude du mode régulier en fonction du rayon . . . . .	143
6.8	Fluctuations de densité électronique à différentes positions axiales - mode régulier . . . . .	144
6.9	Fluctuations de densité électronique à différentes positions poloidales - mode régulier . . . . .	145
6.10	Observation d'une mode $l = 1$ à la caméra intensifiée CCD . . . . .	146
6.11	Evolution temporelle d'un mode $l = 1$ - observation à la caméra intensifiée . . . . .	147
6.12	Courant collecté par les demi-cylindres - collecteurs flottants/masse . . . . .	148
6.13	Courant radial et densité électronique comparés - collecteur à la masse . . . . .	149
6.14	Signaux de l'analyseur d'énergie à différents rayons : mesures brutes . . . . .	150
6.15	RFA : caractéristiques au centre et à l'ombre - collecteurs masse/flottants . . . . .	152
6.16	Influence de la tension de collecteur - transition vers la turbulence . . . . .	153
6.17	Fluctuations et spectre de densité électronique - collecteurs à la masse . . . . .	154
6.18	Transition à la turbulence : images spatio-temporelles . . . . .	156
6.19	Transition à la turbulence : spectre fréquentiel . . . . .	156
6.20	Croissance de l'instabilité avec un échelon de potentiel d'anode . . . . .	157
6.21	Influence du potentiel d'anode sur l'instabilité . . . . .	159
6.22	Relation entre potentiel d'anode et $V_p$ central - influence sur $\omega$ et $I_{cyl}$ . . . . .	160
6.23	Influence de la tension du cylindre périphérique . . . . .	161
6.24	Influence du champ magnétique - 3 Pressions . . . . .	162
6.25	Mesures par fluorescence induite par laser . . . . .	164
7.1	Fonctions propres radiales . . . . .	180
7.2	Mode "flûte" / mode "hélice" - surfaces iso-densité . . . . .	184
7.3	Courbes de dispersion pour l'instabilité de Simon-Hoh . . . . .	186
7.4	Mécanisme de l'instabilité de Simon-Hoh . . . . .	187
7.5	Taux de croissance et fréquences ISHI, hypothèse basses fréquences . . . . .	190
7.6	Taux de croissance et fréquences ISHI . . . . .	191
7.7	Instabilité ISHI, influence des collisions ioniques . . . . .	192
7.8	Instabilité ISHI, influence de la longueur de gradient . . . . .	193
7.9	Déphasage densité-potentiel pour les modes ISHI . . . . .	193
7.10	Fonction de dispersion de l'instabilité NCDW . . . . .	197

7.11	Instabilité DW / ISHI - Conditions MISTRAL flottant . . . . .	200
7.12	Instabilité DW / ISHI - Conditions MISTRAL masse . . . . .	202
7.13	Instabilité CDW / ISHI - transition avec le champ magnétique . . . . .	203
7.14	Amortissement RLF ionique : champ effectif . . . . .	206
7.15	Fréquences décalées ISHI, collisions rares . . . . .	207
7.16	Flux et courant radiaux, mode ISHI $l = 1$ . . . . .	210
A.1	Fréquences de collisions coulombiennes . . . . .	220
A.2	Sections efficaces et fréquences de collision $e - Ar$ . . . . .	221
A.3	Section efficace et fréquence de collision $Ar^+ - Ar$ . . . . .	221
A.4	Sections efficaces et fréquences de collisions ionisantes pour les primaires	222
D.1	Courbes de dispersion CDWI - approximation d'onde de dérive . . . . .	235