

Calcul de pression et d'efforts sur un profil en mouvement : application aux systèmes de récupération d'énergie

van Tuê Nguyên

► To cite this version:

van Tuê Nguyên. Calcul de pression et d'efforts sur un profil en mouvement : application aux systèmes de récupération d'énergie. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Université de Poitiers, 2017. Français. NNT : 2017POIT2263 . tel-01858361

HAL Id: tel-01858361 https://theses.hal.science/tel-01858361

Submitted on 20 Aug 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

Pour l'obtention du Grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE POITIERS

(Faculté des Sciences Fondamentales et Appliquées) (Diplôme National - Arrêté du 7 août 2006)

Ecole Doctorale : Sciences Pour l'Ingénieur et l'Aéronautique

Secteur de Recherche : Mécanique des milieux fluides

Présentée par :

Van Tuê NGUYÊN

Calcul de pression et d'efforts sur un profil en mouvement : Application aux systèmes de récupération d'énergie

Directeur de Thèse :

Laurent DAVID

Co-encadrants : Frédéric PONS Benoit TREMBLAIS

Soutenue le

devant la Commission d'Examen

<u>JURY</u>

ice
eur
teur
teur
teur
teur

REMERCIEMENTS

Je tiens dans un premier temps à remercier Monsieur Laurent DAVID, professeur à l'Université de Poitiers, pour m'avoir confié ce travail de recherche et accepté de diriger ma thèse.

Je remercie particulièrement Monsieur Frédéric PONS, Maître de conférences à l'ISAE-ENSMA, pour sa très grande disponibilité, ses instructions et les nombreuses connaissances en mathématique, ses nombreux conseils, son soutien, sa patience, et toute l'aide qu'il a pu m'apporter.

Je tiens également à remercier Monsieur Benoit TREMBLAIS d'avoir accepté de Co-encadrer ma thèse, sans son aide ça aurait été beaucoup plus difficile pour moi.

Je suis très heureux d'avoir travaillé avec eux et d'avoir appris beaucoup de choses.

Je tiens à remercier Madame Henda DJERIDI, Professeur à l'Université de Grenoble, et Monsieur Kim Dan NGUYEN, Professeur à l'Université Paris-East, d'avoir accepté d'être les rapporteurs de ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur Thierry JARDIN, Maître de conférences à l'ISAE Toulouse, d'avoir accepté de participer au jury.

Un grand merci est adressé à Patrick BRAUD, Jean-Marc MOUGENOT pour l'aide concernant les manips de la PIV. Je tiens aussi, à remercier Francis BOISSONNEAU, Pierre-François LAPLACETA toujours présent à mes nombreuses sollicitations informatiques.

Je souhaite ensuite remercier mes collègues et amis du laboratoire : Guillaume, Martin, Mathias, Young Jin, Gwenaël, Aurélien, Thomas, André, Clément,... toujours disponibles pour répondre à mes questions.

Je remercie également mes amis : Xuan Thao, Xuan Bach,... pour leur soutien moral au cours de ces travaux, et pour tous ces moments de détente.

Enfin, mes derniers remerciements iront vers ma famille, qui m'a permis de poursuivre mes études jusqu'à aujourd'hui par son inestimable soutien.



UPR3346-POW02

Table des matières

INTRODUCTION	1
CHAPITRE 1 ÉTUDE BILIOGRAPHIQUE	5
Introduction	7
1.1 Les profils oscillants	9
1.2 Bases de polynômes orthogonaux	17
1.2.1 Introduction et définitions	17
1.2.2 Les bases polynomiales	
1.3 Présentation des méthodes de calcul de pression	
1.3.1 Introduction	
1.3.2 Contexte théorique	
1.3.3 Les approches récentes de calcul de pression développées dans le la	boratoire
1. Méthode par intégration (Tronchin, 2013)	
2 Intégration séquentielle du gradient de pression par minimisation qu	adratique
(Jeon et al. 2015)	38
(scon, et al., 2013)	
1.4 Présentation de la méthode de calcul des efforts	
Conclusion	
CHAPITRE 2 RECONSTRUCTION DU CHAMP DE PR	RESSION
INSTATIONNAIRE PAR UNE APPROXIMATION POLYNOMIALE	DE LA
VITESSE	
2.1 Approximation du champ de vitesse d'un écoulement fluide par po	olynômes
orthogonaux	
2.1.1 Les polynômes de Legendre 1D et 2D	
2.1.1.1 Définition des polynômes de Legendre 1D	
2.1.1.2 Relation de récurrence à trois polynômes consécutifs	
2.1.1.3 Relation de récurrence et polynômes dérivés	
2.1.1.4 Approximation polynomiale d'une fonction $f(x)$	

2.1.1.5 Les polynômes de Legendre 2D50
2.1.2 Approximation polynomiale du champ de vitesse d'un écoulement fluide50
2.1.3 Reconstructions polynomiales
2.1.3.1 Reconstruction d'un champ simulé numériquement
1. Reconstruction du champ de vitesse polynomiale sur l'ensemble du
domaine54
2. La reconstruction sur des sous-domaines fluide sans profil
2.1.3.2 Reconstruction d'un champ expérimental
1. Reconstruction du champ de vitesse polynomiale sur l'ensemble du domaine
2. La reconstruction sur un sous-domaine fluide sans profil
2.2 Méthode de calcul du champ de pression65
2.2.1 Reconstruction du champ de pression par intégration polynomiale
2.2.1.1 Le calcul du champ de pression polynomial (cas simulé numériquement)
1. Le champ de gradient pression70
2. Le champ de pression polynomial pour le cas simulé numériquement72
2.2.1.2 Le calcul du champ de pression polynomial (cas expérimental)74
1. Le champ de gradient de pression74
2. Le champ de pression polynomial pour le cas expérimental75
2.2.2 Reconstruction du champ de pression par une méthode d'intégration
séquentielle et de minimisation quadratique du gradient de pression77
2.3 Méthode de calcul des efforts
2.3.1 Calcul du terme instationnaire
2.3.2 Calcul du terme convectif
2.3.3 Calcul du terme de pression
2.3.4 Calcul du terme de viscosité
2.3.5 Les résultats avec le profil fixe
1. Calcul en approchant directement le champ de pression original

2. Calcul en utilisant le champ de pression reconstruit à partir	des champs de
vitesses polynomiaux	89
Conclusion	
CHAPITRE 3 DISPOSITIF EXPERIMENTAL, TRAITEMENT DES I	OONNEES93
3.1 Description du montage expérimental	
3.2 Système de mesure	
3.3 Traitement des données	
3.3.1 Prétraitement des images	
3.3.2 Méthode FTEE (Fluid Trajectory Evaluation based on an Ense	emble-averaged
cross-correlation)	
3.4 Post Traitement des données	
3.4.1 Grandeurs statistiques	
3.4.2 Grandeurs dérivées	116
1. Vorticité	116
2. Second invariant du tenseur gradient de vitesse	117
CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE	119
CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE	
 CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE 4.1 Résultats et analyse 4.1.1 Le profil fixe 	
 CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE 4.1 Résultats et analyse 4.1.1 Le profil fixe 1. Les champs de vitesse 	119 121 121 121
 CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE	
 CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE	
 CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE	
 CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE 4.1 Résultats et analyse 4.1.1 Le profil fixe 1. Les champs de vitesse 2. Les champs de pression 3. Les efforts 4.1.2 Le profil oscillant 4.1.2.1 L'oscillation en triangle 	
 CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE 4.1 Résultats et analyse 4.1.1 Le profil fixe 1. Les champs de vitesse 2. Les champs de pression 3. Les efforts 4.1.2 Le profil oscillant 4.1.2.1 L'oscillation en triangle 1. Les champs de vitesse 	
 CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE 4.1 Résultats et analyse 4.1.1 Le profil fixe 1. Les champs de vitesse 2. Les champs de pression 3. Les efforts 4.1.2 Le profil oscillant 4.1.2.1 L'oscillation en triangle 1. Les champs de vitesse 2. Les champs de pression 	
 CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE 4.1 Résultats et analyse 4.1.1 Le profil fixe. 1. Les champs de vitesse. 2. Les champs de pression 3. Les efforts 4.1.2 Le profil oscillant 4.1.2.1 L'oscillation en triangle. 1. Les champs de vitesse. 2. Les champs de vitesse. 3. Les champs de vitesse. 4.1.2.1 L'oscillation en triangle. 3. Les champs de vitesse. 4.1.2.1 L'oscillation en triangle. 4.1.2.1 L'oscillation en triangle. 4.1.2.1 L'oscillation en triangle. 3. Les champs de vitesse. 4.1.2.1 L'oscillation en triangle. 4.1.2.1 L'oscillation en triangle. 	
 CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE 4.1 Résultats et analyse 4.1.1 Le profil fixe 1. Les champs de vitesse 2. Les champs de pression 3. Les efforts 4.1.2 Le profil oscillant 4.1.2.1 L'oscillation en triangle 1. Les champs de vitesse 2. Les champs de pression 3. Les efforts 4.1.2.1 L'oscillation en triangle 3. Les efforts 4.1.2.2 L'oscillation en dent de scie 	119 121 121 121 125 125 127 129 129 129 129 133 134 136
 CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE 4.1 Résultats et analyse 4.1.1 Le profil fixe 1. Les champs de vitesse 2. Les champs de pression 3. Les efforts 4.1.2 Le profil oscillant 4.1.2.1 L'oscillation en triangle 1. Les champs de pression 3. Les efforts 4.1.2.2 L'oscillation en dent de scie 1. Les champs de vitesse 	119 121 121 121 125 125 127 129 129 129 129 133 134 136 136

3. Les efforts	140
4.2 Comparaison des résultats	142
4.2.1 Comparaison entre le cas « Fixe » et les cas « Triangle »	142
1. Les champs de vitesse moyenne	142
2. Les champs d'intensité turbulente	144
3. Les efforts de traînée et de portance	145
4.2.2 Comparaisons entre les cas « Fixe », « Triangle » (5.9Hz ; 2°)	et « dent de
Scie »	148
1. Les champs de vitesse moyenne	148
2. Les champs d'intensité turbulente	149
3. Les efforts de traînée et de portance	149
Conclusion	151
Conclusion générale et perspectives	153
Annexe	157
Bibliographie	

Table des figures

FIGURE 1. 1 Schéma des aubes de guidage dans une turbine (Source http://gerler- engineering.com/terminology/)
FIGURE 1. 2 Vitesse et force agissant sur la pale durant le cycle de rotation
FIGURE 1. 3 Variation azimutale de l'incidence de la pale et de la vitesse relative W pour différente vitesse réduite λ (Gorle, 2015)
FIGURE 1. 4 Les principaux paramètres de mouvement, $h(t)$ et $\theta(t)$, du profil oscillant (Anderson, et al., 1998)
FIGURE 1. 5 L'angle d'attaque nominal α (t) pour un profil oscillant (Anderson, et al., 1998)
FIGURE 1. 6 Schéma du mouvement de battement (Lee, et al., 2006) 11
FIGURE 1. 7 Schéma du maillage de type O autour du profil (a), le domaine de calcul et les conditions aux limites (b) (Amiralaei, et al., 2010)
FIGURE 1. 8 Schématisation des paramètres d'études des travaux de M.R. Amiralaei (Amiralaei, et al., 2010)
FIGURE 1. 9 Coefficients adimensionnels de la force de portance en fonction du temps au cours d'un cycle d'oscillation : $d=2^{\circ}$; $d=4^{\circ}$; $d=6^{\circ}$; $d=8^{\circ}$ et $d=10^{\circ}$
FIGURE 1. 10 Sillage et structures tourbillonnaires créés au cours de l'oscillation du
profil pour les paramètres suivants d=10°; k=0,1; Re=55514
profil pour les paramètres suivants d=10°; k=0,1; Re=555
profil pour les paramètres suivants d=10°; k=0,1; Re=555
profil pour les paramètres suivants d=10°; k=0,1; Re=555
profil pour les paramètres suivants d=10°; k=0,1; Re=555

FIGURE 1. 16 Séquence « cavité » : (a) le champ instantané extrait de la séquence originale ; (b) modélisation simplifiée du champ par une base de degré 1 et (c) modélisation simplifiée du champ par une base de degré 5 (Druon, 2009)......23

FIGURE 1. 17 Les bases ϕk , *j* dans le travail de (Liu & Ribeiro, 2012)......25

FIGURE 1. 18 Processus utilisé pour la modélisation et la reconstruction d'un champ de vecteur dans le travail de (Liu & Ribeiro, 2012)......25

FIGURE 1. 19 Structures cohérentes détectés sur les images satellite EUMESTAT. La colonne de gauche présente les images originales, la colonne centrale les lignes de courant du champ de vitesse estimées (après élimination du champ laminaire) et la colonne de droite présente les structures cohérentes détectées ainsi que leur tailles26

FIGURE 1. 20 Visualisations de l'écoulement et des champs de pression extraites (isobares) à deux instants dans le développement de tourbillons de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire, dans l'étude de Schwabe (Oudheusden, 2013)......28

FIGURE 1. 21 Détail du maillage avec croquis de la géométrie (Blinde, et al., 2016)..30

FIGURE 1. 22 Vitesse moyenne (a) ; Pression moyenne (b) ; Intensité de turbulence (c) et RMS de fluctuations de pression normalisées (d) (Blinde, et al., 2016)......31

FIGURE 1. 27 Erreurs moyennes absolues obtenues sur le calcul de champs de pression au cours d'une demi-période, sur le domaine D et les sous-domaines de calcul_ D_k37

FIGURE 2. 1 La fenêtre d'observation et la fenêtre normalisée
FIGURE 2. 2 : Processus utilisé pour la modélisation et la reconstruction d'un champ de déplacement
FIGURE 2. 3 : Le profil dans l'air, angle d'attaque 45°
FIGURE 2.4 Les champs de vitesses simulés55
FIGURE 2.5 Les reconstructions sur l'ensemble du domaine pour l'instant T1 50 56
FIGURE 2. 6 Les reconstructions sur l'ensemble du domaine pour l'instant T2 100,T3 150 et T4 200
FIGURE 2.7 Les sous-domaines fluides sans profil58
FIGURE 2.8 La reconstruction du champ de vitesse sur le sous-domaine « crop1 » 59
FIGURE 2.9 Évolution de l'erreur moyenne de vitesses en valeur absolue du sous- domaine « crop1 » en fonction du degré de l'approximation polynomiale
FIGURE 2.10 La reconstruction du champ de vitesse sur le sous-domaine « crop2 » 60
FIGURE 2.11 Évolution de l'erreur moyenne de vitesses en valeur absolue du sous- domaine « crop2 » en fonction du degré de l'approximation polynomiale
FIGURE 2. 12 Photo d'ensemble du dispositif expérimental (a), veine hydrodynamique (b), profil NACA 0012 incliné ici à 20° (c) (Leroux, 2012)
FIGURE 2. 13 Le profil dans l'eau, angle d'attaque 30°62
FIGURE 2.14 Les reconstructions sur l'ensemble du domaine à l'instant T
FIGURE 2. 15 Le sous-domaine sans profil

FIGURE 2. 16 Approximations du champ de vitesse dans le sous-domaine pour les degrés 20 et 25
FIGURE 2. 17 Reconstruction du champ de gradient pression sur le domaine entier71
FIGURE 2. 18 reconstruction du champ de gradient pression sur le sous-domaine « crop1 »
FIGURE 2. 19 Les résultats du champ de gradient pression sur le sous-domaine « crop2 »
FIGURE 2. 20 La reconstruction du champ de pression sur le domaine entier73
FIGURE 2. 21 La reconstruction du champ de pression sur les sous-domaines sans profil (Crop1 et Crop2)
FIGURE 2. 22 La reconstruction du champ de gradient pression sur tout le domaine (d 20 et d 25)
FIGURE 2. 23 La reconstruction du champ de gradient pression sur un sous-domaine sans profil
FIGURE 2. 24 La reconstruction du champ de pression sur tout le domaine (d 20 et 25)
FIGURE 2. 25 Le champ de pression polynomial sur le sous-domaine
FIGURE 2. 26 Les champs de pression par intégration directe séquentielle77
FIGURE 2. 27 Les champs de pression par la méthode de Y.J. Jeon (Jeon, et al., 2015).
FIGURE 2. 28 Le champ de pression par la méthode « FTEE + Sequential Integration » (Jeon, et al., 2015)
FIGURE 2. 29 Le domaine utilisé pour l'équation de bilan de quantité de mouvement.
FIGURE 2. 30 Le nouveau système de coordonnées
FIGURE 2. 31 Le domaine de contrôle dans le cas du profil fixe
FIGURE 2. 32 Les résultats du calcul des efforts avec le champ de pression originale. 88
FIGURE 2. 33 Apport de chaque terme d'efforts à R=0,8m
FIGURE 2. 34 Les résultats du calcul des efforts avec le champ de pression reconstruction

FIGURE 3. 1 Photo d'ensemble du dispositif expérimental
FIGURE 3. 2 Le profil NACA 001596
FIGURE 3. 3 Le profil NACA0015 et les tubes de Pitot (a), le moteur asservi (b) 96
FIGURE 3. 4 Les paramètres du moteur asservi
FIGURE 3. 5 Graphique de la corrélation entre la rotation du moteur et la vitesse de l'écoulement
FIGURE 3. 6 Densité Spectrale de Puissance du signal de pression enregistrée par le Pitot 2 situé derrière un profil immobile
FIGURE 3. 7 Définition des paramètres de mouvement principaux pour un profil oscillant
FIGURE 3. 8 Signal imposé pour le cas Scie 135 101
FIGURE 3. 9 Signal réponse du profil dans le cas Scie 135 101
FIGURE 3. 10 Signal imposé et réponse du cas Scie 45 102
FIGURE 3. 11 Signal imposé et réponse des cas Triangle avec l'amplitude 2° 102
FIGURE 3. 12 Signal imposé et réponse des cas Triangle avec l'amplitude 4° 103
FIGURE 3. 13 Une caméra avec son objectif 104
FIGURE 3. 14 L'objectif Tokina Macro 100mm f1:2.8 105
FIGURE 3. 15 Les lasers, TERRA PIV en haut (a) et QUANTRONIX en bas (b) 106
FIGURE 3. 16 Illustration de la zone mesurée107
FIGURE 3. 17 Vue générale du dispositif expérimental en fonctionnement 107
FIGURE 3. 18 La plaque d'étalonnage avec des points de coordonnées (a) et le diagramme illustration (b)
FIGURE 3. 19 Le résultat de camera 1 (a) et le résultat de camera 2 (b) 109
FIGURE 3. 20 L'image a été fusionné par la fonction « Image Stitching » 109
FIGURE 3. 21 Le masque est utilisé dans la construction du champ vectoriel
FIGURE 3. 22 Schéma de FTEE

FIGURE 3. 23 Illustration schématique de la relation entre une trajectoire et une carte
de corrélation croisée calculée correspondante (Jeon, et al., 2014)112
FIGURE 3. 24 Exemple de champ d'accélération et de vitesse calculé par la méthode
FTEE (Jeon, et al., 2014) à un instant donné115

FIGURE 4.1 Les champs de vitesse adimensionnée expérimentale (profil fixe)122
FIGURE 4. 2 Les champs de critère Q _{2D} expérimentaux (profil fixe)123
FIGURE 4. 3 Convergence des grandeurs statistiques en un point où l'intensité turbulente est forte ($X/c = 1.06$; $Y/c = 0.1$)
FIGURE 4.4 Le champ de vitesse moyenne (profil fixe)
FIGURE 4. 5 Les champs d'écart type et d'intensité turbulente (profil fixe)125
FIGURE 4. 6 Les champs de pression (profil fixe)126
FIGURE 4. 7 Les champs de critère Q _{2D} polynomiaux (profil fixe)127
FIGURE 4. 8 Les coefficients adimensionnels $Cx(t)$ et Cx (la ligne pointillée en bleu)
FIGURE 4. 9 Les coefficients adimensionnels $Cy(t)$ et Cy (la ligne pointillée en gris).
FIGURE 4. 10 Le signal imposé (Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 4°)129
FIGURE 4. 11 Les champs de vitesse adimensionnée expérimentaux130
FIGURE 4. 12 Les champs de critère Q _{2D} expérimentaux131
FIGURE 4. 13 Le champ de vitesse moyenne (Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 4°)
FIGURE 4. 14 Les champs d'écart type et d'intensité turbulente
FIGURE 4. 15 Les champs de pression (Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 4°)133
FIGURE 4. 16 Les champs de critère Q _{2D} polynomiaux134
FIGURE 4. 17 Les coefficients adimensionnels $Cx(t)$ et Cx (la ligne pointillée en bleu).
FIGURE 4. 18 Les coefficients adimensionnels $Cy(t)$ et Cy (la ligne pointillée en gris).

FIGURE 4. 19 Coefficient des efforts de portance $Cy(\alpha)$ sur un cycle d'oscillation 136
FIGURE 4. 20 Le signal imposé (Scie 45) 136
FIGURE 4. 21 Les champs de vitesse expérimentaux (Scie 45) 137
FIGURE 4. 22 Le champ de vitesse moyenne (Scie 45) 137
FIGURE 4. 23 Les champs d'écart type et d'intensité turbulente (Scie 45) 138
FIGURE 4. 24 Les champs de critère Q _{2D} expérimentaux (Scie 45)139
FIGURE 4. 25 Les champs de pression (Scie 45)
FIGURE 4. 26 Les coefficients adimensionnels $Cx(t)$ et Cx (la ligne pointillée en bleu).
FIGURE 4. 27 Les coefficients adimensionnels $Cy(t)$ et Cy (la ligne pointillée en gris).
FIGURE 4. 28 coefficient de la force de portance $Cy(\alpha)$ (Scie 45)
FIGURE 4. 29 Les champs de vitesse moyenne
FIGURE 4. 30 Les champs d'intensité turbulente145
FIGURE 4. 31 Les résultats de comparaison des coefficients de traînée146
FIGURE 4. 32 Les résultats de comparaison des coefficients de portance 147
FIGURE 4. 33 Les champs de vitesse moyenne148
FIGURE 4. 34 Les champs d'intensité turbulente149
FIGURE 4. 35 Les résultats de comparaison des coefficients de traînée 150
FIGURE 4. 36 Les résultats de comparaison des coefficients de portance 150

INTRODUCTION

La détermination du champ de pression dans un écoulement et/ou des efforts sur un profil en mouvement à partir de mesures de vitesses effectuées dans le milieu fluide est une problématique actuelle qui intéresse de nombreux domaines de recherche en mécanique des fluides. Dans notre travail, nous apportons notre contribution à ce problème en proposant une méthode originale qui permet, à partir de champs de vitesse instationnaires obtenus par mesure optiques PIV, dans un premier temps d'approcher ces champs dans l'ensemble du milieu (profil inclus) en utilisant la théorie des polynômes orthogonaux de Legendre. Dans un deuxième temps, nous utilisons ces vitesses polynomiales dans l'équation de Navier - Stokes, ce qui nous permet ainsi d'obtenir des gradients de pression polynomiaux dans l'ensemble du milieu fluide et de pouvoir ainsi calculer les champs de pression dans l'écoulement et d'en déduire par l'équation de bilan de quantité de mouvements les efforts sur un profil mobile en oscillation.

Après une validation numérique de notre méthode, on procède à la mise en place d'un système expérimental et différents types d'oscillations sont alors étudiés et comparés

Ce mémoire s'organise autour de quatre chapitres.

Le chapitre 1, est consacré à une étude bibliographique de notre sujet :

Pour débuter ce chapitre, sans être exhaustif, nous listons quelques articles sur des travaux concernant les écoulements autour des profils oscillants qui sont les objets de notre recherche. Nous développons ensuite les méthodes de projection polynomiale et leurs applications dans le domaine de mécanique des fluides que nous exploiterons par la suite. Nous présentons différentes méthodes du calcul de pression, présentes dans la littérature avec un focus sur la méthode d'intégration séquentielle et de minimisation quadratique développée récemment dans l'équipe, et qui nous permettra dans le chapitre deux de calculer le champ de pression à partir des gradients de pression. Pour finir, nous listons différentes méthodes de calcul d'efforts, et présentons en particulier l'équation de bilan de quantité de mouvement sur un domaine de référence contenant le profil.

Le chapitre deux, est le développement des outils mathématiques nécessaires aux calculs de pression et d'efforts :

Après un rappel sur les polynômes de Legendre et sur le travail de M. Druon (Druon, 2009) sur l'approximation de champs de vitesse d'un écoulement fluide par polynômes orthogonaux, nous utilisons sa méthode pour estimer un champ de vitesse polynomial dans un domaine d'observation contenant un profil en oscillation. Le nouveau champ est ainsi défini dans l'ensemble du domaine (profil inclus). Ensuite en injectant ce champ (restreint au milieu fluide) dans l'équation de Navier-Stokes, nous obtenons, pour chaque instant, des champs de gradients de pression polynomiaux instantanés que nous intégrons pour calculer le champ de pression. Cette méthode semble efficace sur des petits domaines sans profil mais ne nous permet pas d'obtenir des résultats acceptables dans le domaine complet. Pour la reconstruction dans l'ensemble du domaine, nous utilisons alors une méthode d'intégration séquentielle et de minimisation quadratique développée dans l'équipe, (Jeon, et al., 2015) pour remonter aux champs de pression à partir des gradients de pression. La dernière section de ce chapitre est consacrée à l'estimation des efforts de portance et traînée sur le profil en effectuant un bilan de quantité de mouvement sur un volume de contrôle judicieusement choisi pour un profil en oscillation.

Cette méthode est validée, pour un profil immobile, sur un cas obtenu par simulation numérique (où nous connaissons le champ de pression et les efforts) et sur un cas expérimental (toujours sur un profil immobile) pour le champ de pression.

Le chapitre trois décrit le dispositif expérimental, ainsi que les techniques de traitement et de post-traitements des données :

Plus concrètement, le dispositif expérimental nous permet d'obtenir par mesures optiques PIV deux images instantanées couvrant la superficie de notre domaine d'observation. Dans un premier temps, pour assembler en une seule image ces images obtenues par les particules PIV et plusieurs cameras nous utilisons le logiciel Davis. Ensuite par la méthode FTEE (Fluid Trajectory Evaluation based on an Ensembleaveraged cross-correlation) nous traitons les images assemblées pour obtenir les champs de vitesse expérimentaux. Pour caractériser les mécanismes de la dynamique de l'écoulement et l'évolution des structures tourbillonnaires au cours du temps ainsi que les différentes zones qui caractérisent l'écoulement, nous calculons les grandeurs dérivées des champs instantanées de vitesses (vorticité, second invariant du tenseur de gradient de vitesses) et des grandeurs statistiques (vitesse moyenne, écart type, intensité turbulente).

Le chapitre quatre est un chapitre de résultats et d'analyse :

Dans cette section, nous appliquons aux données obtenues par notre dispositif expérimental décrit au chapitre 3, les méthodes de calculs de champs de pression et d'efforts du chapitre 2. Pour cela, nous nous intéressons à un profil NACA0015 immobile et auquel nous imposons deux types d'oscillation : oscillation en « Triangle », oscillation en « dents de Scie ». Nous étudions l'influence de la fréquence et de l'amplitude sur les grandeurs instantanées (vitesse, pression, efforts...) ainsi que sur des grandeurs moyennes (intensité turbulente, efforts moyens) et comparons les résultats expérimentaux obtenus.

Ce mémoire s'achève par une **conclusion** qui résume la contribution et les apports de notre travail et les perspectives envisagées.

CHAPITRE 1 ÉTUDE BILIOGRAPHIQUE

Sommaire

Introduction	7
1.1 Les profils oscillants	9
1.2 Bases de polynômes orthogonaux1	7
1.2.1 Introduction et définitions1	7
1.2.2 Les bases polynomiales	0
1.3 Présentation des méthodes de calcul de pression	6
1.3.1 Introduction	:7
1.3.2 Contexte théorique	9
1.3.3 Les approches récentes de calcul de pression développées dans le laboratoir	re
	4
1. Méthode par intégration (Tronchin, 2013)	4
2. Intégration séquentielle du gradient de pression par minimisation quadratiqu	ıe
(Jeon, et al., 2015)	8
1.4 Présentation de la méthode de calcul des efforts	-1
Conclusion	4

Introduction

Dans les systèmes de récupération d'énergie, on rencontre souvent des configurations avec des profils oscillants ou des profils pour lesquels on peut faire varier l'angle pour améliorer les performances de la machine. Par exemple, dans une turbine, les aubes de guidage (*wicket gate*) sont des éléments très importants (FIGURE 1. 1). Ils contrôlent l'écoulement d'eau qui entre dans la turbine et son orientation. Une série de petites ouvertures entre les aubes de guidage entoure la turbine (le distributeur). Plus les aubes sont ouvertes, plus l'eau coulera dans la roue de turbine ce qui entraîne des vitesses débitantes plus élevées durant la rotation de la turbine. Le contrôle de l'ouverture ou de fermeture des aubes de guidage permettra de changer la puissance de la turbine pour correspondre au niveau d'énergie souhaitée.



FIGURE 1. 1 Schéma des aubes de guidage dans une turbine (Source http://gerlerengineering.com/terminology/).

Un autre exemple est le cas des éoliennes à axe vertical (Laneville & Vittecoq, 1986) ; (Ploesteanu, et al., 2003) ; (Wang, et al., 2010). Durant la rotation du rotor, les profils subissent une modification cyclique de l'angle d'incidence par rapport à l'écoulement absolu. La décomposition du mouvement de la pale dans ce cas est une

oscillation autour d'un angle d'incidence mais également une variation cyclique du courant incident (Gorle, et al., 2016). (FIGURE 1. 2).



FIGURE 1. 2 Vitesse et force agissant sur la pale durant le cycle de rotation (Gorle, et al., 2016).

Pour simplifier dans un premier temps l'écoulement étudié et pour développer les outils qui nous permettront de remonter à la distribution de pression et des efforts, une configuration simplifiée est choisie : l'écoulement autour d'un profil oscillant. Cet écoulement a fait l'objet de différentes études pour des valeurs initiales d'incidences variables mais aussi pour des amplitudes d'oscillation sinusoïdale variables.

Dans ce chapitre, nous présentons tout d'abord la littérature sur l'écoulement autour d'un profil oscillant. Ensuite comme nous nous plaçons dans des configurations où les mesures directes des efforts par une balance sont difficiles, nous présenterons des outils qui permettent une modélisation de l'écoulement et ensuite des méthodes de calcul de la pression ou des efforts à partir de mesure de champs des vitesses.



FIGURE 1. 3 Variation azimutale de l'incidence de la pale et de la vitesse relative W pour différente vitesse réduite λ (Gorle, 2015).

1.1 Les profils oscillants

J. M. Anderson (Anderson, et al., 1998) a introduit dans son étude, les principaux paramètres d'un profil oscillant dans un mouvement de translation périodique verticale pour un nombre de Reynolds $Re = 40\,000$.

Le profil est caractérisé par (FIGURE 1. 4), la longueur de corde c, la vitesse de l'écoulement V vue par le profil, basée sur la composition des vitesses liée à la vitesse uniforme U et au mouvement transversal harmonique h(t), d'amplitude h_0 et de la fréquence ω et une rotation harmonique avec $\theta(t)$, d'amplitude θ_0 et de la fréquence ω . Les efforts agissant sur le profil, $F_D(t)$ (Drag dans la direction x) et $F_L(t)$ (Lift dans la direction y) et un couple M(t) sont calculés en O qui est le centre de rotation, la distance du centre O au bord d'attaque est notée b. Si on pose T est la période d'oscillation, F est la valeur moyenne au fil du temps de $F_D(t)$, P est la puissance d'entrée moyenne par cycle :

$$F = \frac{1}{T} \int_0^T F_D(t) dt$$
$$P = \frac{1}{T} \left(\int_0^T F_L(t) \frac{dh}{dt}(t) dt + \int_0^T M(t) \frac{d\theta}{dt}(t) dt \right)$$

Le coefficient de puissance c_p est défini suivante :

$$c_p = \frac{P}{\frac{1}{2}\rho S_0 V^3}$$

Le coefficient d'efforts c_T :

$$c_T = \frac{F}{\frac{1}{2}\rho S_0 V^2}$$

Où

 ρ : la densité du fluide.

 S_0 : l'aire d'une surface du profil.

Avec le profil d'envergure *s*, on a : $S_0 = c.s$

L'efficacité propulsive, η_P , est définie pour être le rapport entre la puissance utile sur la puissance d'entrée :



FIGURE 1. 4 Les principaux paramètres de mouvement, h(t) et $\theta(t)$, du profil oscillant (Anderson, et al., 1998).

La fréquence non-dimensionnelle, appelée ici le nombre de Strouhal St :

$$St = \frac{fA}{V}$$

Où

f: la fréquence d'oscillation du profil (Hz). $f = \omega/(2\pi)$

A : la distance transversale parcourue.

Dans le cas général, on peut obtenir $A = 2h_0$.

Un paramètre dérivé donnant une indication de l'importance de la performance d'un profil est l'angle nominal maximum d'attaque. Si $\alpha(t)$ désigne l'angle d'attaque instantané, référencé au point de pivot (FIGURE 1. 5) alors :

$$tan[\alpha(t) + \theta(t)] = \frac{1}{V}\frac{dh}{dt}(t)$$

Le maximum de $\alpha(t)$ doit être déterminé par méthode numérique et sera noté par α_{max} . Dans le cas le plus simple, on peut avoir une approximation de α_{max} , noté α_0 , par la méthode expérimentale.



FIGURE 1. 5 L'angle d'attaque nominal $\alpha(t)$ pour un profil oscillant (Anderson, et al., 1998).

J. S. Lee (Lee, et al., 2006) propose une autre méthode pour déterminer les paramètres du mouvement de battement dans un écoulement de nombres de Reynolds $10^3 \le Re \le 10^5$ (FIGURE 1. 6) :



FIGURE 1. 6 Schéma du mouvement de battement (Lee, et al., 2006).

$$y(t) = h_0 \sin(kt)$$
$$\alpha(t) = \alpha_0 \sin(kt + \phi)$$

Où

y(t): le mouvement plongeant.

 $\alpha(t)$: le mouvement de tangage.

k : la fréquence réduite en termes de c, $2\pi f c/V_{\infty}$, f est la fréquence (Hz), V_{∞} est la vitesse d'écoulement libre.

 h_0 : l'amplitude de mouvement plongeant.

 ϕ : l'angle de phase différent entre le mouvement plongeant et le mouvement de tangage.

M. R. Amiralaei (Amiralaei, et al., 2010), effectue une étude sur les effets des paramètres instationnaires sur l'aérodynamique d'un profil NACA0012 oscillant avec un faible nombre de Reynolds ($555 \le Re \le 5000$). Ils ont utilisé la simulation numérique directe (Computational Fluid Dynamics) pour résoudre l'équation de Navier - Stokes :

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_i} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{1}{Re} \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_i \partial x_i}$$

Où i = 1 et 2 représentent les coordonnées x et y, u_i est la vitesse dans la direction i.



FIGURE 1. 7 Schéma du maillage de type O autour du profil (a), le domaine de calcul et les conditions aux limites (b) (Amiralaei, et al., 2010).

Les simulations sont effectuées avec 26×10^3 cellules et la résolution temporelle de 2000 pas de temps à l'intérieur d'un cycle d'oscillation. La limite de domaine est fixée à $30 \times c$ du profil (FIGURE 1. 7).

L'équation de mouvement de tangage est donnée par l'expression :

$$\alpha = \alpha_0 + d \sin(2\pi f t)$$



FIGURE 1. 8 Schématisation des paramètres d'études des travaux de M.R. Amiralaei (Amiralaei, et al., 2010).

Ils donnent quelques résultats typiques des coefficients aérodynamiques en fonction du temps pour différentes amplitudes d'oscillation (FIGURE 1. 9 - FIGURE 1. 12) :



FIGURE 1. 9 Coefficients adimensionnels de la force de portance en fonction du temps au cours d'un cycle d'oscillation : $d=2^\circ$; $d=4^\circ$; $d=6^\circ$; $d=8^\circ$ et $d=10^\circ$

(Amiralaei, et al., 2010)



FIGURE 1. 10 Sillage et structures tourbillonnaires créés au cours de l'oscillation du profil pour les paramètres suivants $d=10^\circ$; k=0,1; Re=555.

(a) $\alpha = -9,75^{\circ}$; (b) $\alpha = -7,8^{\circ}$; (c) $\alpha = -5,6^{\circ}$ (Amiralaei, et al., 2010).



FIGURE 1. 11 Représentation des coefficients de la force de portance (C_l) en fonction de l'angle d'attaque (k=0,1 ; Re=555) : d=2° ; d=4° ; d=6° ; d=8° et d=10°

(Amiralaei, et al., 2010).



FIGURE 1. 12 Représentation des coefficients de la force de traînée (C_d) en fonction de l'angle d'attaque (k=0,1 ; Re=555) : d=2° ; d=4° ; d=6° ; d=8° et d=10°

(Amiralaei, et al., 2010).

Dans une étude expérimentale, Lee et Gerontakos (Lee & Gerontakos, 2004) étudient l'écoulement instationnaire généré autour d'un un profil NACA0012 oscillant, de longueur de corde c = 15cm, d'envergure de 37,5cm, dans un canal $0,9m \times 1,2m \times 2,7m$, avec un nombre de Reynolds $Re = 1.35 \times 10^5$. La mesure est réalisée par un réseau de fils chauds (*Multi-element hot-film sensor_MHFS*) intégrés sur la paroi du profil, soit un total de 140 MHFS séparés par une distance entre les capteurs de s = 1,25mm (FIGURE 1. 13) mais également des capteurs de pression dans la section médiane. Une gamme de fréquences d'oscillation $f_0 = 0,05$ à 8,5 Hz est explorée. La fréquence d'oscillation a été mesurée avec une précision de $\pm 0,02 Hz$. L'angle d'attaque instantané $\alpha(t)$ (= $\alpha_m + \Delta \alpha. sin\omega t$, où $\omega = 2\pi f_0$), le signal de référence de phase, $\tau = \omega t$, ont été enregistrés par un potentiomètre, avec une précision de $\pm 0,1^\circ$. Le profil est en oscillation sinusoïdale autour de l'angle de décrochage statique α_{ss} , avec une fréquence réduite, $\kappa = \omega c/2u_{\infty}$, comprise entre 0,0125 et 0,3.

Les structures de l'écoulement sur le profil oscillant ont été visualisées dans un tunnel avec de la fumée et ont été enregistrées avec une caméra de 60 Hz à une vitesse d'obturation de 1/1000s.



FIGURE 1. 13 Schématisation du profil NACA0012 (a) et le tableau MHFS (b, c)

(Lee & Gerontakos, 2004).

Les courbes des coefficients de la force de portance (C_l) de la force de traînée (C_d) et de moment (C_m) (FIGURE 1. 14).

L'ensemble de ces résultats montrent qu'il est possible de faire varier fortement les coefficients aérodynamiques en fonction de la fréquence d'oscillation et de son amplitude. Cependant la forme du signal d'oscillation n'a pas variée. Enfin pour chacune de ces études, les efforts ont été estimés dans les cas où le profil est en mouvement soit par des méthodes optiques et par le bilan de quantité de mouvement, soit à partir de mesure de pression obtenue tout le long du profil, soit enfin, à partir de calculs numériques.



FIGURE 1. 14 Coefficients de portance, de traînée et de moment C_l , C_d et C_m en fonction de l'angle d'attaque, avec $\kappa = 0,05$:

____, croissante α ;, décroissante α ;, valeurs statiques.

Dans la section qui suit, nous présentons quelques méthodes de projection polynomiale qui permettront par la suite un calcul plus direct des efforts ou de la pression.

1.2 Bases de polynômes orthogonaux.

Il existe dans la littérature un certain nombre d'outil de modélisation du mouvement (Black, et al., 1997) ; (Yacoob & Black, 1999) ; (Fleet, et al., 2000) ; (Wu, et al., 2000) ; (Bruno, 2001), pouvant s'adapter aux différents domaines des sciences expérimentales ayant recours à l'analyse du mouvement. Dans cette thèse, nous nous intéressons aux modèles polynomiaux et plus particulièrement à l'utilisation des bases de polynômes orthogonaux pour modéliser le mouvement. Nous présentons ici quelques résultats obtenus par différents auteurs (Druon, 2009) ; (Liu & Ribeiro, 2012).

Avant de présenter quelques utilisations des bases de polynôme dans la littérature, nous présentons le cadre plus général de l'approximation de fonctions dans des espaces pré-hilbertiens.

1.2.1 Introduction et définitions

Nous cherchons à approximer de façon globale, c'est-à-dire sur l'ensemble d'un domaine Ω , une fonction continue f(x), définie sur ce domaine, par un approximant

 $f_n(x)$ ayant un nombre fixe et fini de paramètres $A = \{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\}_{n \in \mathbb{N}^+}$. La forme générale de la solution est donc la suivante :

$$f_n(x) = \sum_{i=1}^n \alpha_i P_i(x)$$
 (1.1)

avec $\{P_i\}$ un ensemble de polynômes.

Un autre problème concerne la mesure de la validité de l'approximation. En effet, pour évaluer la qualité du nouveau modèle, il est nécessaire de pouvoir mesurer l'écart, appelé aussi distance, entre la fonction à approcher et son approximation. Par conséquent, on doit dans un premier temps préciser comment mesurer la distance entre deux fonctions f(x) et $f_n(x)$. Cette distance est fréquemment définie à partir de normes L_p , notées $\|.\|_p$ et définies par

$$\|f(x)\|_{p} = \left[\int_{\Omega} |f(x)|^{p} dx\right]^{1/p}$$
(1.2)

Dans notre travail, le produit scalaire est toujours pondéré par une fonction de poids $\omega(x)$. Il est calculé de la façon suivante :

$$\langle f_1(x) \mid f_2(x) \rangle = \int_{\Omega} f_1(x) f_2(x) \omega(x) dx \tag{1.3}$$

avec Ω le domaine de définition. Concernant la fonction distance, nous utilisons la norme L_2 . La distance entre deux fonctions est donnée par :

$$\|f(x) - f_n(x)\|_2 = \sqrt{\langle f(x) - f_n(x) | f(x) - f_n(x) \rangle}$$
(1.4)

Pour les approximants linéaires, la norme L_2 est fréquemment utilisée et nous verrons par la suite que la détermination de la meilleure approximation au sens de la norme L_2 par un approximant linéaire est un problème qui peut être résolu rapidement et complètement.

À partir des fonctions approximantes et de la fonction distance, on peut chercher la meilleure approximation $f_n(x)$ de f(x), c'est-à-dire l'ensemble des paramètres $A = \{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\}_{n \in \mathbb{N}^+}$ tels que $||f(x) - f_n(x)||_2$ soit minimal au sens de la norme L_2 . En fait, ce problème de minimisation revient à résoudre le système suivant (Rice, 1969):

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^{n} \alpha_{j} \langle P_{1}(x) | P_{j}(x) \rangle = \langle f(x) | P_{1}(x) \rangle \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \sum_{j=1}^{n} \alpha_{j} \langle P_{n}(x) | P_{j}(x) \rangle = \langle f(x) | P_{n}(x) \rangle \end{cases}$$
(1.5)

Qui s'écrit sous la forme matricielle suivante :

$$\Phi A = B \tag{1.6}$$

où

$$\Phi = \begin{pmatrix} \langle P_1(x) \mid P_1(x) \rangle & \cdots & \langle P_1(x) \mid P_n(x) \rangle \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \langle P_n(x) \mid P_1(x) \rangle & \cdots & \langle P_n(x) \mid P_n(x) \rangle \end{pmatrix}$$
$$A = \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_n \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad B = \begin{pmatrix} \langle f(x) \mid P_1(x) \rangle \\ \vdots \\ \langle f(x) \mid P_n(x) \rangle \end{pmatrix}$$

 Φ est inversible car $f_n(x)$ est unique donc A est unique et on peut calculer les paramètres A de la façon suivante :

$$A = \Phi^{-1}B \tag{1.7}$$

Le problème est alors ramené à un problème d'inversion de matrice. Cependant selon la taille ou le conditionnement de la matrice Φ , cette opération peut être coûteuse en temps de calcul et instable numériquement. En effet, l'inversion d'une matrice de taille $n \times n$ par la méthode d'élimination de Gauss-Jordan nécessite $\frac{2}{3}n^3$ opérations. Par contre, si les approximants { $P_i(x)$ } sont orthogonaux deux à deux, c'est-à-dire, si :

$$\langle P_i(x) \mid P_j(x) \rangle = ||P_i||_2^2 \delta^{i,j}$$
 $(i,j) \in \{1,2,\dots,n\}^2$ (1.8)

avec $\delta^{i,j}$ le symbole de Kronecker.

Dans ce cas, la matrice Φ est diagonale. Le système (1.6) est par conséquent facilement inversible. Les coefficients α_i sont alors donnés par :

$$\alpha_{i} = \frac{\langle f(x) \mid P_{i}(x) \rangle}{\langle P_{i}(x) \mid P_{i}(x) \rangle} \qquad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$$
(1.9)

L'erreur d'approximation de f(x) par $f_n(x)$ est égale à :
$$\|f(x) - f_n(x)\|_2 = \sqrt{\left(\|f(x)\|_2^2 - \sum_{i=1}^n \alpha_i^2 \langle P_i(x) \mid P_i(x) \rangle\right)}$$
(1.10)

Si le système est orthonormal, on a :

$$\langle P_i(x) \mid P_j(x) \rangle = \delta^{i,j}$$
 $(i,j) \in \{1,2,...,n\}^2$ (1.11)

La matrice Φ est alors la matrice identité. Et l'équation (1.7) devient :

$$A = B \tag{1.12}$$

Les coefficients α_i sont alors obtenus comme suit :

$$\alpha_i = \langle f(x) \mid P_i(x) \rangle \qquad \forall i \in \{1, 2, \dots, n\}$$
(1.13)

Et l'erreur d'approximation de f(x) par $f_n(x)$ est égale à :

$$\|f(x) - f_n(x)\|_2 = \sqrt{\left(\|f(x)\|_2^2 - \sum_{i=1}^n \alpha_i^2\right)}$$
(1.14)

Dans la suite, nous considérons des fonctions de base $P_i(x)$ polynomiales.

1.2.2 Les bases polynomiales

Dans notre travail, nous limitons notre étude à des champs bidimensionnels à deux composantes (2D-2C). Un champ de déplacement \mathcal{F} est défini de la façon suivante :

$$\mathcal{F}: \Omega \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$$

$$(1.15)$$

$$(x, y) \mapsto (U(x, y), V(x, y))$$

avec $U : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ et $V : \Omega \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ deux applications correspondant respectivement aux déplacements horizontaux et verticaux aux points de coordonnées $(x, y) \in \Omega$

Une famille de fonctions polynomiales à deux variables réelles de degré *n* dans $\mathbb{R}[x, y]$ est définie de la manière suivante :

$$P_{IJ}(x,y) = \sum_{i=0}^{I} \sum_{j=0}^{J} a_{ij}(x)^{i}(y)^{j}$$
(1.16)

où $I \in \mathbb{N}^+$ est le degré maximal selon $x, J \in \mathbb{N}^+$ est le degré maximal selon y et $\{a_{i,j}\}$ est l'ensemble des coefficients réels du polynôme. Le degré global du polynôme est alors I + J.

On peut générer une famille de fonctions orthogonales à partir de la formule de récurrence à trois termes suivante :

$$P_{n+1}(x) = (a_n x + b_n) P_n(x) - c_n P_{n-1}(x)$$
Et
$$P_{IJ}(x, y) = P_I(x) P_J(y)$$
(1.17)

Les valeurs a_n , b_n et c_n correspondant à quelques familles de polynômes orthogonaux connus sont présentées dans le TABLEAU 1. 1. Ces polynômes sont alors orthogonaux deux à deux sur le domaine Ω par rapport au produit scalaire défini en (1.3), relativement à la fonction de poids $\omega(x, y)$. Les polynômes $P_{i,j}$ générés sont de degré i+j.

La règle d'orthonormalité :

$$\langle P_{ii} \mid P_{kl} \rangle = \delta^{(i,j),(k,l)} \tag{1.18}$$

avec $\delta^{(i,j),(k,l)}$ le symbole de Kronecker défini de la façon suivante :

Famille	Ω	$\omega(x,y)$	a_n	b_n	C _n
Legendre	$[-1;1]^2$	1	$\frac{2n+1}{n+1}$	0	$\frac{n}{n+1}$
Tchebychev (1 ^{er} sorte)	$[-1;1]^2$	$\frac{1}{\sqrt{(1-x)^2(1-y)^2}}$	2	0	1
Tchebychev (2 ^e sorte)	$[-1;1]^2$	$\frac{1}{\sqrt{(1-x)^2(1-y)^2}}$	2	0	1
Laguerre	[0;∞] ²	$e^{-(x+y)}$	$\frac{-1}{n+1}$	$\frac{2n+1}{n+1}$	$\frac{n}{n+1}$
Hermite	$[-\infty;\infty]^2$	$e^{-\frac{x^2+y^2}{2}}$	2	0	2 <i>n</i>

$$\delta^{(i,j),(k,l)} = \begin{cases} 1 & si(i,j) = (k,l) \\ 0 & sinon \end{cases}$$
(1.19)

TABLEAU 1. 1 Quelques familles de polynômes orthogonaux connus.

 $\mathcal{B} = \{P_{ij}\}_{i \in \{0..I\}, j \in \{0..J\}}$ est donc composée de polynômes orthonormaux. Nous appelons *D* le degré de cette base le degré le plus élevé des polynômes qui la composent et nous trions ces polynômes par ordre lexicographique croissant des exposants des degrés de *x* et *y*. Une base bidimensionnelle de degré *D* est alors constituée de l'ensemble des polynômes $\{P_{i,j}\}$ avec $i + j \leq D$:

$$\mathcal{B}_{D} = \left\{ P_{00}; P_{01}; P_{02} \dots; P_{0D}; P_{10}; P_{11}; P_{12} \dots; P_{1(D-1)}; \dots; P_{(D-1)0}; P_{(D-1)1}; P_{D0} \right\}$$
(1.20)

Le nombre de polynômes qui composent une base de degré D est alors :

$$n = \frac{(D+1)(D+2)}{2}$$

Notre travail s'appuie sur une partie des travaux de thèse de M. Druon (Druon, 2009). Dans son travail, il utilise une base orthogonale des polynômes de Legendre pour modéliser le mouvement. L'intérêt des polynômes de Legendre, c'est de travailler en coordonnée cartésienne sur une fenêtre de donnée rectangulaire, et de mettre en poids identique sur chaque vecteur vitesse de la fenêtre. De plus, la fonction de poids $\{\omega(x, y) = 1\}$ simplifie considérablement les équations permettant de calculer les coefficients de projection, ce qui diminue les temps de calcul.

Une représentation tabulaire d'une base bidimensionnelle est donnée (FIGURE 1.15).



FIGURE 1. 15 Représentation tabulaire d'une base bidimensionnelle de degré D.

M. Druon (Druon, 2009) a réussi à modéliser le mouvement par des polynômes orthogonaux. Dans sa thèse, il a analysé le comportement de sa méthode sur trois séquences expérimentales représentant des mouvements fluides complexes. La première

séquence représente un écoulement de Couette au sein d'une cavité rigide. Les deux autres séquences représentent un écoulement en aval d'un demi-cylindre pour un nombre de Reynolds faible (Re = 437) et un écoulement en aval d'un cylindre carré pour un nombre de Reynolds modéré (Re = 1000).

Pour la première séquence en utilisant une base de polynômes de degré faible, il modélise l'écoulement à l'intérieur de la cavité et en étudiant la valeur des quelques coefficients issus de cette modélisation, il a alors interprété physiquement ce mouvement dominant.

La figure (FIGURE 1. 16) donne un exemple de la modélisation de l'écoulement par la méthode de M. Druon (Druon, 2009). Pour les deux autres écoulements, M. Druon a montré que l'étude l'évolution des coefficients de projection polynomiaux les plus importants au sens de l'énergie cinétique permet, par exemple, de déterminer la période d'oscillation des lâchers tourbillonnaires et de faire au même titre que la POD une analyse qualitative des écoulements. En outre, comme les bases de polynômes ne dépendent pas des données, les temps de calculs des coefficients sont très rapides.



FIGURE 1. 16 Séquence « cavité » : (a) le champ instantané extrait de la séquence originale ; (b) modélisation simplifiée du champ par une base de degré 1 et (c) modélisation simplifiée du champ par une base de degré 5 (Druon, 2009).

Une approche connexe utilisant des polynômes complexes et limitée à la 2D a été développée par W. Liu et al. (Liu & Ribeiro, 2012). Ils reconstruisent un champ de vecteur par la formule suivante :

$$F(z) \approx f(z) = \sum_{k=-L}^{N} a_k \phi_k(z,\sigma)$$

où $a_k \in \mathbb{C}$ sont des coefficients ; $\phi_k(z, \sigma)$ sont des monômes complexes z^k pondérés par la fonction de base radiale suivant :

$$\phi_k(z,\sigma) = \begin{cases} \frac{1}{C_k} \|z\|^{-k} z^k e^{(-\frac{\|z\|^2}{\sigma^2})} & si \ \|z\| > 0\\ 0 & si \ \|z\| \le 0 \end{cases}$$

 C_k est une constante de normalisation.

Les fonctions de base ϕ_k sont orthonormées pour le produit hermitien

$$\langle f(z), g(z) \rangle = \int_{\mathbb{C}} f(z) \overline{g(z)} dz$$

Les coefficients a_k peuvent être calculés en utilisant le produit hermitien pour projeter un champ de vecteur *f* sur les fonctions de base ϕ_k comme suit :

$$a_{k} = \int_{\mathbb{C}} f(z)\bar{\phi}_{k}(z,\sigma)dz = \int_{\mathbb{C}} f(z).\phi_{k}(z,\sigma)dz + i\int_{\mathbb{C}} f(z).i\phi_{k}(z,\sigma)dz$$
$$a_{k} = \underbrace{a_{k,1}}_{partie\ r\acute{e}elle} + \underbrace{ia_{k,2}}_{partie\ imaginaire}$$

 $\bar{\phi}_k$ est le complexe conjugué de ϕ_k .

Le symbole \langle , \rangle est le produit scalaire entre les vecteurs dans le champ de vecteur *f* et les vecteurs dans le champ de vecteur ϕ_k .

En notant : $\phi_k = \phi_{k,1}$; $i\phi_k = \phi_{k,2}$ et $\langle f(z), \phi_{k,j}(z,\sigma) \rangle = \int_{\mathbb{C}} f(z) \cdot \phi_k(z,\sigma) dz$ $a_{k,j} = \langle f(z), \phi_{k,j}(z,\sigma) \rangle$ avec j = 1, 2.

La (FIGURE 1.17) donne les premiers éléments de cette base polynomiale.





FIGURE 1. 17 Les bases $\phi_{k,j}$ dans le travail de (Liu & Ribeiro, 2012).

Le champ de vecteur est reconstruit comme suit :

$$f(z) = \sum_{k=-L}^{N} \left[a_{k,1} \phi_{k,1}(z,\sigma) + a_{k,2} \phi_{k,2}(z,\sigma) \right]$$

Ce modèle est utilisé au sein d'un processus de détection multi-échelle de structures cohérentes que l'on peut voir sur la FIGURE 1. 18.



FIGURE 1. 18 Processus utilisé pour la modélisation et la reconstruction d'un champ de vecteur dans le travail de (Liu & Ribeiro, 2012).

En 2010, ils ont appliqué leur algorithme de détection de structures à différentes échelles sur les images satellites des systèmes météo de l'Organisation européenne pour l'exploitation des satellites météorologiques.



FIGURE 1. 19 Structures cohérentes détectées sur les images satellite EUMESTAT. La colonne de gauche présente les images originales, la colonne centrale les lignes de courant du champ de vitesse estimées (après élimination du champ laminaire) et la colonne de droite présente les structures cohérentes détectées ainsi que leurs tailles

(Liu & Ribeiro, 2012).

Les images ont été prises entre le 10 Mars et le 15 Mars, par le satellite MSG-15 (FIGURE 1. 19). Dans la figure, les tourbillons sont marqués par les cercles, les images réelles obtenues par le satellite (à gauche) et les champs de vecteur de simulation (à droite).

1.3 Présentation des méthodes de calcul de pression

A partir de ces modèles d'écoulement, l'objectif étant de calculer la pression et les efforts nous faisons maintenant l'inventaire des méthodes pour obtenir un champ de pression et les efforts à partir de mesures.

1.3.1 Introduction

Dans un écoulement, l'aspect dynamique est généralement représenté et suivi par les structures tourbillonnaires et la pression dynamique du fluide. En outre, la pression a également un rôle important dans la détermination de la force sur la surface de l'objet, que ce soit pour des écoulements stationnaires ou instationnaires. Traditionnellement, la pression en surface est obtenue expérimentalement par des petits orifices sur l'objet qui sont reliés au transducteur de pression. Plus récemment, une technique optique basée sur une peinture sensible à la pression et connue sous le nom de peinture sensible à la pression (PSP_ Pressure-Sensitive Paint) a été mise au point et repose sur l'application d'un revêtement luminescent sensible à la pression (McLachlan, et al., 1995) ; (Liu, et al., 1999). Cette technique est utilisée dans le domaine aérodynamique et ne peut être employée en hydrodynamique.

Contrairement à la détermination de la pression sur la surface, la détermination de la pression instantanée dans le champ d'écoulement est très difficile. Les sondes de pression de type Pitot ou composées de nombreux trous sont souvent utilisées pour fournir la caractérisation du champ d'écoulement moyen ou instationnaire, mais leur capacité de réponse reste très limitée d'une part et d'autre part la mesure reste intrusive. L'utilisation de bulles d'air microscopiques BIB (Bubble-Image Barometry) comme des capteurs de pression statique dans l'écoulement a été proposée et appliquée par un certain nombre de chercheurs (Ooi & Acosta, 1984) ; (Ran & Katz, 1994) ; (Akonur & Prasad, 2000). Le principe de fonctionnement de cette technique est que les bulles réagissent à la pression statique qui les entoure en modifiant la taille, qui est déterminé par une technique holographique.

Une seconde approche possible est l'utilisation des champs de vitesse mesurés par des techniques PIV (*Particle Image Velocimetry*). Ces techniques sont largement utilisées dans les domaines de l'aérodynamique et de l'hydrodynamique. Elles fournissent des mesures de vecteur de vitesse instantanée dans une section transversale d'un écoulement, avec deux ou trois composantes de la vitesse. Aujourd'hui, l'utilisation de caméras numériques modernes et du matériel informatique dédié permet même de remonter à la mesure des trois composantes dans un petit volume. Le travail de synthèse de B. W. van Oudheusden (Oudheusden, 2013), souligne les différentes approches existantes pour calculer la pression et donne leurs avantages et inconvénients.

Dans le travail pionnier de Schwabe (1935), un enregistrement cinématographique de traceurs de particules en suspension dans l'écoulement d'eau

autour d'un cylindre circulaire a été utilisé. La distribution de la vitesse instantanée a été déterminée à partir de la longueur des lignes d'éléments de trajectoire ou « streaks » qui ont été formées par les particules de traceur en imposant un temps de pause au cours de l'enregistrement.

La pression a ensuite été déterminée à partir des données de vitesse au moyen d'un réseau curvilinéaire, où la pression est intégrée le long des lignes de courant instantanées en appliquant la relation de Bernoulli instationnaire, combinée à l'intégration de la force centrifuge dans les directions perpendiculaires aux lignes. La pression au point de stagnation a été prise comme valeur de référence pour l'intégration (FIGURE 1. 20).



FIGURE 1. 20 Visualisations de l'écoulement et des champs de pression extraits (isobares) à deux instants dans le développement de tourbillons de l'écoulement autour d'un cylindre circulaire, dans l'étude de Schwabe (Oudheusden, 2013).

Toujours en utilisant le même type de technique de mesure, (Imaichi & Ohmi, 1983) et (David, 1996) calculent le champ de pression à partir des champs de vitesse deux composantes autour d'un obstacle en intégrant les équations de Navier - Stokes.

L'introduction de PIV numérique (Willert & Gharib, 1991) et les applications liées au traitement des données numériques sont les conditions d'extraction de la pression à partir des données de vitesse PIV (Charonko, et al., 2010) ; (Auteri, et al., 2015) ; (Azijli, et al., 2016). (Jakobsen, et al., 1997), (Jensen & Pedersen, 2004) ont utilisé des données PIV pour déterminer l'accélération et la pression dans le phénomène d'ondes. (Liu & Katz, 2004) ont utilisé un système à deux caméras séparées par une polarisation orthogonale pour mesurer la pression instationnaire dans un écoulement de cavité.

1.3.2 Contexte théorique

B. W. van Oudheusden (Oudheusden, 2013) présente les différentes approches possibles pour calculer la pression à partir de mesures de champs.

En considérant l'écoulement incompressible et en supposant que la densité et la viscosité du fluide sont des valeurs connues, l'équation de Navier - Stokes peut être utilisée pour calculer le gradient de pression à partir de l'équation de quantité de mouvement, en utilisant la vitesse instantanée u et le champ d'accélération :

$$\nabla p = -\rho \frac{Du}{Dt} + \mu \nabla^2 u \tag{1.21}$$

où $\frac{Du}{Dt}$ est l'accélération matérielle, à savoir l'accélération d'une particule de fluide, ρ sa masse volumique et μ sa viscosité dynamique.

La vue Eulérienne permet de calculer le terme d'accélération matérielle à partir de champs de vitesse calculée à des instants proches :

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{\partial u}{\partial t} + (u.\nabla)u \tag{1.22}$$

La perspective Lagrangienne nécessite de suivre un groupe de particules dans son déplacement :

$$\frac{Du}{Dt} = \frac{du_i(t)}{dt} = \frac{du(x_i(t), t)}{dt}$$
(1.23)

où $x_i(t)$ et $u_i(t)$ sont la position et la vitesse de la particule *i* à l'instant *t*.

Comme approche alternative pour le calcul du champ de pression, on peut utiliser l'équation de Poisson pour la pression, qui est obtenue en prenant la divergence de l'équation (1.21) :

$$\nabla^2 p = \nabla . \left(\nabla p \right) = \nabla . \left(-\rho \frac{Du}{Dt} + \mu \nabla^2 u \right)$$
(1.24)

Après la substitution de l'équation (1.22), et sous l'hypothèse que le champ de vitesse est à divergence nulle (écoulement incompressible), i.e. $\nabla . u = 0$, on obtient :

$$\nabla^2 p = -\rho \nabla . \, (u. \, \nabla) u$$

La détermination de la pression par la méthode PIV peut être divisée en trois étapes :

- Acquisition des données de vitesse par PIV ;
- Traitement des données de vitesse pour le calcul du gradient de pression ;
- Calcul le champ de pression, par intégration spatiale du gradient de pression ou de l'équation de Poisson.

Quelle que soit la méthode choisie, les étapes d'intégration sont des étapes sensibles à la qualité des données et le champ de pression est toujours obtenu à une constante près qu'il faudra essayer de fixer avec un point de référence.

Depuis quelques années, les travaux de recherche se sont intensifiés dans ce domaine et dans le cadre d'un projet Européen NIOPLEX, plusieurs approches ont été nouvellement développées. Elles utilisent de façon générale les mêmes concepts (gradient de pression ou équation de Poisson) mais peuvent être résolues de façon différente en fonction également du type des données originales.

Comme on peut le retrouver dans une étude comparative présentée par (Blinde, et al., 2016), des approches ont été développées pour utiliser des données résolues en temps de type PTV (données irrégulières) et d'autres pour des données résolues en temps de type PIV (données sur un maillage). Ces données volumiques résolues en temps sont obtenues par une simulation par ZDES derrière un culot.



FIGURE 1. 21 Détail du maillage avec croquis de la géométrie (Blinde, et al., 2016).



FIGURE 1. 22 Vitesse moyenne (a) ; Pression moyenne (b) ; Intensité de turbulence (c) et RMS de fluctuations de pression normalisées (d) (Blinde, et al., 2016).

Des méthodes basées sur l'intégration du gradient de pression par Fourier (FFA) (Huhn, et al., 2016), en résolvant une équation vitesse-vorticité à partir d'une méthode vortex (IVIC) (Schneiders & Scarano, 2016), en résolvant l'équation de Poisson sur des données irrégulières (Neeteson & Rival, 2015) sont comparées pour des données PTV et montrent des évaluations des champs de pression de grande qualité. De la même façon à partir de données PIV résolue en temps des méthodes de résolution de l'équation de Poisson en utilisant les approches Lagrangiennes (ILAG) (Jeon, et al., 2015) et Eulériennes (EUL) sont développées mais également des approches plus spécifiques à certains cas comme celles utilisant l'hypothèse de Taylor (TH) (Kat & Ganapathisubramani, 2012) ou encore la méthode des vortex basé sur un seul pas de temps (VOR).

Les deux figures suivantes représentent les résultats comparatifs obtenus sur le coefficient de pression pour les différentes méthodes dans le cas de données PTV (FIGURE 1. 23) et dans le cas de données PIV (FIGURE 1. 24). Celles-ci font partie d'un cas test proposé par (Blinde, et al., 2016) s'appuyant sur une base de données volumiques résolues en temps obtenues par simulation numérique de grande qualité.



FIGURE 1. 23 Résultats et erreurs en appliquant des techniques de reconstruction basée sur des données PTV: champs reconstruits à gauche, erreur de reconstruction sur un instantané pour le plan central et RMS de l'erreur basé sur 50 champs reconstruits et sur l'ensemble des sections.



FIGURE 1. 24 Résultats et erreurs en appliquant des techniques de reconstruction basée sur des données PIV: champs reconstruits à gauche, erreur de reconstruction sur un instantané pour le plan central et RMS de l'erreur basé sur 50 champs reconstruits et sur l'ensemble des sections.

1.3.3 Les approches récentes de calcul de pression développées dans le laboratoire

1. Méthode par intégration (Tronchin, 2013)

Le champ de pression est obtenu sur un maillage bidimensionnel par intégration du gradient de pression sur le domaine de calcul. Le champ de gradient de pression est obtenu à partir des champs de vitesse absolus par l'équation de Navier-Stokes.

$$\frac{\partial p}{\partial x_i} = -\rho \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} + \sum_{j=1}^2 u_j \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) + \mu \sum_{j=1}^2 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2}$$

Le champ de pression est calculé par intégration de manière itérative en imposant comme condition initiale un champ de pression nul. Lors de chaque itération, les valeurs du champ de pression sur le maillage sont modifiées en fonction des gradients de pression locaux et des valeurs locales du champ de pression de l'itération précédente. En notant n l'itération du calcul sur un nœud d'indices ij, les équations régissant l'algorithme se notent :

$$p_{ij}^{n=0} = 0 \qquad \forall ij$$

$$p_{ij}^{n+1} = \frac{1}{S} \left(\delta_A \cdot A_{ij}^n + \delta_B \cdot B_{ij}^n + \delta_C \cdot C_{ij}^n + \delta_D \cdot D_{ij}^n \right)$$

$$S = \delta_A + \delta_B + \delta_C + \delta_D$$

Avec :

$$A_{ij}^{n} = p_{(i-1)j}^{n} + \delta_{x} \frac{\frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{(i-1)j} + \frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{ij}}{2}$$

$$B_{ij}^{n} = p_{(i+1)j}^{n} - \delta_{x} \frac{\frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{(i+1)j} + \frac{\partial p}{\partial x}\Big|_{ij}}{2}$$

$$C_{ij}^{n} = p_{i(j-1)}^{n} + \delta_{y} \frac{\frac{\partial p}{\partial y}\Big|_{i(j-1)} + \frac{\partial p}{\partial y}\Big|_{ij}}{2}$$

$$D_{ij}^{n} = p_{i(j+1)}^{n} - \delta_{y} \frac{\frac{\partial p}{\partial y}\Big|_{i(j+1)} + \frac{\partial p}{\partial y}\Big|_{ij}}{2}$$

2

 $\delta_A = 1$ si le point $M_{(i-1)j}$ est situé dans le domaine D(t), ($\delta_A = 0$ sinon) $\delta_B = 1$ si le point $M_{(i+1)j}$ est situé dans le domaine D(t), ($\delta_B = 0$ sinon) $\delta_C = 1$ si le point $M_{i(j-1)}$ est situé dans le domaine D(t), ($\delta_C = 0$ sinon) $\delta_D = 1$ si le point $M_{i(j+1)}$ est situé dans le domaine D(t), ($\delta_D = 0$ sinon)

Le calcul du champ de pression dépend des valeurs locales des champs de vitesse par le biais du calcul du gradient de pression. Cette dépendance implique une sensibilité aux erreurs locales, et à leur propagation au fur et à mesure des itérations du processus de calcul. Pour limiter les erreurs dans le processus de calcul du champ de pression, T. Tronchin (Tronchin, et al., 2015) a découpé le domaine de calcul D en n sections (D_0 , D_1 , D_2 , ..., D_n) en fonction de la fiabilité locale des données.

 D_0 : représente la partie du domaine dans laquelle les données sont jugées les plus bruitées, généralement proches du profil.

 D_n : représente la partie du domaine dans laquelle les données sont jugées les plus fiables, généralement située où l'écoulement est le moins perturbé.

On considère ici un point M_{ij} comme appartenant à une zone comportant moins d'erreurs en comparant la norme de Frobenius du tenseur gradient de vitesse par rapport à la valeur moyenne de ce terme sur le domaine.

$$\left\|\overline{\overline{grad}}\vec{V}\right\|_{F} = \sqrt{\sum_{i=1}^{2}\sum_{j=1}^{2}\left(\frac{\partial u_{i}}{\partial x_{j}}\right)^{2}}$$

Le calcul de la pression en chaque point appartenant à un sous-domaine D_n de Dest effectué en excluant du calcul les sous-domaines D_k (k < n). De cette manière, la transmission de l'information sur le domaine d'intégration au cours des itérations se fait uniquement des parties D_n vers les parties D_k . Le calcul sur le sous-domaine D_n est donc effectué de manière séparée au reste du domaine D.

La norme moyenne sur le domaine de calcul est déterminée, et les sous-parties D_k sont définies telles que :

$$M \in D_{2} si \qquad \left\| \overline{grad} \ \vec{V} \right\|_{F_{M}} < L_{0} \overline{\left\| \overline{grad} \ \vec{V} \right\|_{F}}$$
$$M \in D_{1} si \ L_{0} \overline{\left\| \overline{grad} \ \vec{V} \right\|_{F}} < \left\| \overline{grad} \ \vec{V} \right\|_{F_{M}} < L_{1} \overline{\left\| \overline{grad} \ \vec{V} \right\|_{F}}$$

$$M \in D_0 \text{ si } L_1 \|\overline{\overline{\text{grad}}} \, \vec{V}\|_F < \|\overline{\overline{\text{grad}}} \, \vec{V}\|_{F_M}$$

 D_2 : le sous-domaine où l'écoulement est le moins perturbé.

 D_0 : le sous-domaine où l'écoulement est le plus bruité.

 L_0 , L_1 : les paramètres réglables du filtre.

 $\left\|\overline{grad} \ \vec{V}\right\|_{F_M}$: la norme du tenseur gradient de vitesse au point M.

 $\overline{\left\|\overline{grad}\ \vec{V}\right\|_F}$: la norme moyenne sur le domaine de calcul des tenseurs gradients de vitesse.





FIGURE 1. 25 Les sous-domaines de calculs

Dans son travail, T. Tronchin (Tronchin, 2013) a représenté la densité de probabilité d'erreur obtenue sur le calcul de champs de pression au cours d'une demipériode (l'erreur est déterminée par comparaison aux données issues du calcul DNS). Les calculs sont effectués sans et avec application du filtre et en adoptant différentes valeurs pour les paramètres L_0 et L_1 .

Les champs de pression sont calculés pour différents instants au cours du mouvement du profil. La cinématique adoptée se caractérise par une phase d'accélération, une phase à vitesse constante, et une phase de décélération. L'évolution de l'écoulement à proximité du profil, sur le domaine de calcul du champ de pression, implique alors une variation temporelle de l'erreur obtenue. La (FIGURE 1. 27) représente l'évolution au cours d'une demi-période de l'erreur moyenne absolue sur le calcul des champs de pression. Les paramètres $L_i = \{1; 5\}$.



FIGURE 1. 26 Densité de probabilité d'erreur obtenue sur le calcul de champs de pression sans et avec application du filtre, en adoptant différentes valeurs des paramètres L_i du filtre lors de l'intégration du gradient de pression.



FIGURE 1. 27 Erreurs moyennes absolues obtenues sur le calcul de champs de pression au cours d'une demi-période, sur le domaine D et les sous-domaines de calcul D_k.

Ces résultats suggèrent la nécessité d'adapter le filtre appliqué lors de l'intégration à chaque cas traité. Bien que cette méthode puisse être améliorée, les calculs suivants seront effectués en utilisant les paramètres $L_i = \{1; 5\}$. Ces paramètres ne sont probablement pas optimaux, mais permettent néanmoins une réduction d'erreur moyenne d'environ 50%.

La FIGURE 1. 28 représente la différence absolue entre la pression obtenue par DNS et la pression calculée par intégration, sans (à gauche) et avec (à droite) l'application du filtre lors de l'intégration du gradient de pression.



(a) Sans application du filtre

(b) Avec application du filtre

(c) Sous-domaines de calcul et vecteurs vitesse absolue





FIGURE 1. 28 Erreur absolue δp obtenue sur le calcul d'un champ de pression à gauche et au milieu, et représentation des sous-domaines de calculs à droite. Les plans orthogonaux à l'envergure sont situés de 1 à 4 cordes de l'emplanture de haut en bas.

2. Intégration séquentielle du gradient de pression par minimisation quadratique (Jeon, et al., 2015)

Y.J. Jeon et al. (Jeon, et al., 2015) ont également utilisé une intégration séquentielle par rapport à des sous-domaines, c'est-à-dire, que le domaine d'intégration entier est divisé, afin d'empêcher la propagation d'erreur provenant des régions moins fiables à d'autres. De plus, ils ont amélioré cette technique en introduisant de nouveaux critères basés à la fois sur l'image du profil et la norme de Frobenius du tenseur de gradient de pression tenseur comme filtre de sélection des zones.

Dans la méthode de Y.J. Jeon (Jeon, et al., 2015), le domaine d'intégration est discrétisé en cinq sous-domaines: *masked* (D_{mask}), *near-edge* (D₄), *near-body* (D₃), *wake* (D₂) and *outer regions* (D₁), (FIGURE 1. 29).



FIGURE 1. 29 Sous-domaines d'intégration de la méthode de Y.J. Jeon et al. (Jeon, et al., 2015).

Les points du maillage sont attribués à chaque sous-domaine en fonction de la fiabilité de la mesure locale. Tout d'abord, la région masquée D_{mask} est introduit à la fois pour exclure les points du maillage à l'intérieur de l'image du profil enregistrée et d'examiner l'effet de perspective. Étant donné que le gradient de pression à proximité des bords avant et arrière est imprécis en raison de grandes forces de scission, ils sont considérés comme appartenant au domaine le moins fiable D₄ (le domaine circulaire d'un diamètre d_{edge}). En outre, pour prendre en compte la possibilité d'une erreur dans un voisinage du profil enregistré sont considérés comme étant la région proche du profil D₃. Dans l'expérience TR-PIV, D₄ et D₃ sont définies avec d_{edge} = 72 pixels et d_{body} = 44 pixels (= 4.5\Deltah) respectivement.

Avec le sous-domaine D_2 , Y.J. Jeon (Jeon, et al., 2015) utilise la norme de Frobenius locale du tenseur gradient de pression sur le domaine de calcul est déterminée, et le sous-domaine D_2 est définie telles que :

$$M \in D_2 \, si$$
 $\left\| \frac{\overline{\nabla p}}{\rho} \right\|_{F_M} = \sqrt{\sum_i \sum_j \left(\frac{\partial (p_i/\rho)}{\partial x_j} \right)^2} \ge 0.005 \quad [1/\Delta t^{-2}]$

Les sous-domaines discrétisées et les champs de gradient de pression correspondant sont ensuite livrés à la reconstruction séquentielle de moindre carré.

Pour cela, une fonction de coût *s* est définie comme la somme au carré des différences entre le gradient de pression évalué par PIV et celui que l'on cherche à reconstruire pour un sous-domaine donné

$$s = \sum_{x \in D} |\nabla p_{PIV}(x) - \nabla p(x)|$$

Où ∇p_{PIV} est le gradient de pression mesuré, ∇p est le gradient de pression reconstruit, *x* est la position du vecteur.

La valeur de pression aux points de grille x_g qui appartient à un certain domaine D sont donc un ensemble que l'on peut regrouper sour la forme d'un vecteur *p*.

$$p = vec(p) = \{p_n(x_{g,n})\}^T = [p_1(x_{g,1})p_2(x_{g,2}) \dots p_N(x_{g,N})]^T$$

Le gradient de la pression p_{grad} à déterminer peut s'écrire sous la forme :

$$p_{grad} = vec(\nabla p) = G_{p+b}$$

Où *b* est la condition aux limites et *G* est la matrice gradient de taille $M \times N$, avec *M* le nombre de gradients à prendre en compte. *G* peut aussi être choisi comme un noyau pondéré ou lissé.

Les champs de pression des sous-domaines plus fiables ont été utilisés comme conditions aux bords de Dirichlet pour reconstruire les champs de pression des prochains sous-domaines en intégrant successivement les domaines dans l'ordre suivant : $D_1 \rightarrow D_2 \rightarrow D_3 \rightarrow D_4$. **Résultats :**



FIGURE 1. 30 Résultats obtenus par (Jeon, et al., 2015), avec le profil fixe NACA0015 de corde c = 80mm, l'angle d'attaque $\alpha = 30^{\circ}$.

La norme de Frobenius du gradient de pression (1), le champ de vitesse (2), le champ de pression (3). La ligne pointillée en bleue est la limite entre le sous-domaine D_1 et les autres.

1.4 Présentation de la méthode de calcul des efforts

Dans cette section, nous présentons une méthode pour l'évaluation non-intrusive des efforts instationnaires. Dans la littérature, on retrouve des approches basées sur le bilan de quantité de mouvement (Noca, et al., 1997) ; (Kurtulus, et al., 2007), sur la vorticité impulsionnelle (Noca, et al., 1999) ; (Unal, et al., 1997), sur la circulation (Jardin, et al., 2009) ou encore des approches basées sur les écoulements moyens et le tenseur de Reynolds (Oudheusden, et al., 2007).

L'ensemble de ces méthodes a été développé pour pouvoir remonter aux efforts générés autour d'un profil fixe.

Des études comparatives ont montré un bon accord entre les méthodes et donc nous travaillerons ici seulement sur l'approche par bilan de quantité de mouvement.

A partir de la deuxième loi de Newton, l'équation utilisée pour le calcul des efforts $\vec{F}(t)$ transmis au profil s'écrit donc :

$$\vec{F}(t) = -\rho \iiint_{V} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} dV - \rho \iint_{S} (\vec{V} \cdot \vec{n}) \vec{V} dS - \iint_{S} p\vec{n} dS + \iint_{S} \bar{\tau} \vec{n} dS \qquad (1.25a)$$

Où

- \vec{n} : la normale extérieure à la surface S
- ρ : la densité de fluide
- \vec{V} : le vecteur vitesse du fluide
- $\overline{\overline{\tau}}$: le tenseur des contraintes

Dans le cas d'un volume de contrôle en mouvement, (David, et al., 2009) ont élaboré une formule pour déterminer l'effort $\vec{F}(t)$ qui tient compte de la vitesse du volume de contrôle :

$$\vec{F}(t) = -\rho \iiint_{V} \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} dV - \rho \iint_{S} (\vec{V} \cdot \vec{n}) (\vec{V} - \vec{V}_{S}) dS - \iint_{S} p\vec{n} dS + \iint_{S} \bar{\tau} \vec{n} dS$$
(1.25b)

Où

 \vec{V}_{s} : la vitesse du volume de contrôle.



FIGURE 1. 31 Représentation du volume de contrôle utilisé pour l'équation de bilan de quantité de mouvement (David, et al., 2009).

Les deux premiers termes et le dernier terme sur le côté droit de l'équation (1.25) peuvent être obtenus expérimentalement à partir de mesures TR-PIV. Ils représentent respectivement la variation de quantité de mouvement au sein du volume de contrôle, la convection et l'effet des forces visqueuses sur la surface du volume de contrôle. Le calcul du terme de pression nécessite la connaissance du champ de pression relatif sur la surface extérieure du volume de contrôle, obtenu par intégration de son gradient (procédé décrit dans la section précédente). Pour des applications 2D, (Kurtulus, et al., 2007) intègrent la pression sur le contour entourant la surface de contrôle. Avec des mesures volumiques, (Tronchin, et al., 2015) utilisent pour le bilan de quantité de mouvement cette fois ci le volume et donc la pression a besoin d'être définie sur les surfaces complètes entourant le volume de contrôle.

Dans notre travail, un modèle 2D est appliqué dans le domaine D et sur le bord S. Le terme de viscosité peut être ignoré si le volume de contrôle est suffisamment éloigné du corps. En utilisant $\vec{n}dS = [dy - dx]^T$ et $\vec{F} = [D \ L]^T$, où D (Drag force la force de traînée) et L (Lift force la force de portance) :

$$\begin{bmatrix} D\\L \end{bmatrix} = -\rho \iint_{D} \begin{bmatrix} \frac{\partial u}{\partial t} & dxdy\\ \frac{\partial v}{\partial t} & dxdy \end{bmatrix} + \rho \oint_{S} \begin{bmatrix} -u^{2}dy & +uvdx\\ -uvdy & +v^{2}dx \end{bmatrix} + \oint_{S} \begin{bmatrix} -pdy\\ pdx \end{bmatrix}$$
(1.26)

L'évaluation les forces de traînée et de portance par les coefficients C_D et C_L est effectué comme suit :

$$\begin{bmatrix} C_D \\ C_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{D}{1/2\rho U_{\infty}^2 H} \\ \frac{L}{1/2\rho U_{\infty}^2 H} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{Dt} \\ C_{Lt} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{Dm} \\ C_{Lm} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_{Dp} \\ C_{Lp} \end{bmatrix}$$
(1.27)

 U_{∞} : La vitesse d'écoulement libre

- (t) : Le terme instationnaire
- (m) : Le terme convectif
- (p) : Le terme de pression

Conclusion

Dans ce chapitre bibliographique, nous avons présenté certains thèmes liés à notre travail. Ils peuvent se résumer en quelques points suivants :

- L'écoulement autour d'un profil oscillant a fait l'objet de plusieurs études expérimentales et numériques. Pour les études expérimentales, du fait du mouvement, des mesures embarquées sur le profil ou des mesures par des techniques optiques sont nécessaires pour caractériser les modifications de forces obtenues en fonction des fréquences d'oscillation.
- La base de polynôme semble être un outil très efficace pour modéliser le mouvement. L'utilisation d'une représentation polynomiale facilite le calcul intégral, différentiel et l'interpolation. La base polynomiale est indépendante des caractéristiques physiques du mouvement et peut être calculée en amont.
- A partir de mesures PIV résolues en temps, il semble aujourd'hui possible d'accéder à l'accélération matérielle et aux gradients de pression dans l'écoulement. Ces données pour les écoulements instationnaires complexes sont une base pour la détermination de la pression statique de l'écoulement, en combinant le champ de vitesse mesuré avec les équations de l'écoulement. Le principe de la méthode repose essentiellement sur le fait que, pour les écoulements incompressibles, tous les termes cinématiques dans l'équation de mouvement peuvent être dérivés à partir des données du champ de vitesse, ce qui permet de calculer facilement le gradient de pression. Ensuite, la pression peut être calculée soit à partir d'une intégration spatiale directe du gradient de pression, ou par l'intégration de l'équation de Poisson.
- A partir de l'évaluation non-Intrusive du champ des vitesses par la méthode optique de type PIV et en combinant avec l'équation de bilan de quantité de mouvement, nous avons aujourd'hui la possibilité d'identifier les efforts sur des objets en mouvement dans un écoulement complexe.

CHAPITRE 2 *RECONSTRUCTION DU CHAMP DE PRESSION INSTATIONNAIRE PAR UNE APPROXIMATION POLYNOMIALE DE LA VITESSE*

Sommaire

2.1 Approximation du champ de vitesse d'un écoulement fluide par polynômes
orthogonaux
2.1.1 Les polynômes de Legendre 1D et 2D 48
2.1.1.1 Définition des polynômes de Legendre 1D
2.1.1.2 Relation de récurrence à trois polynômes consécutifs
2.1.1.3 Relation de récurrence et polynômes dérivés
2.1.1.4 Approximation polynomiale d'une fonction $f(x)$
2.1.1.5 Les polynômes de Legendre 2D
2.1.2 Approximation polynomiale du champ de vitesse d'un écoulement fluide 50
2.1.3 Reconstructions polynomiales
2.1.3.1 Reconstruction d'un champ simulé numériquement
1. Reconstruction du champ de vitesse polynomiale sur l'ensemble du
domaine
2. La reconstruction sur des sous-domaines fluide sans profil
2.1.3.2 Reconstruction d'un champ expérimental
1. Reconstruction du champ de vitesse polynomiale sur l'ensemble du domaine
2. La reconstruction sur un sous-domaine fluide sans profil

2.2 Méthode de calcul du champ de pression
2.2.1 Reconstruction du champ de pression par intégration polynomiale69
2.2.1.1 Le calcul du champ de pression polynomial (cas simulé numériquement)
1. Le champ de gradient pression70
2. Le champ de pression polynomial pour le cas simulé numériquement72
2.2.1.2 Le calcul du champ de pression polynomial (cas expérimental)74
1. Le champ de gradient de pression74
2. Le champ de pression polynomial pour le cas expérimental75
2.2.2 Reconstruction du champ de pression par une méthode d'intégration
séquentielle et de minimisation quadratique du gradient de pression77
2.3 Méthode de calcul des efforts
2.3.1 Calcul du terme instationnaire
2.3.2 Calcul du terme convectif
2.3.3 Calcul du terme de pression
2.3.4 Calcul du terme de viscosité
2.3.5 Les résultats avec le profil fixe
1. Calcul en approchant directement le champ de pression original
2. Calcul en utilisant le champ de pression reconstruit à partir des champs de
vitesses polynomiaux
Conclusion

L'objet de ce chapitre est de définir un certain nombre d'outils mathématiques permettant d'analyser et de reconstruire les champs de pression et les efforts sur un profil (en mouvement ou non) placé dans un écoulement fluide.

L'ensemble de ce travail a pour base une approximation polynomiale du champ de vitesse fluide expérimental, utilisant les polynômes de Legendre, et fait suite aux travaux de thèse de M. Druon (Druon, 2009). Ensuite, cette approximation polynomiale du champ de vitesse nous permet de calculer, en injectant ce nouveau champ dans l'équation de Navier - Stokes, un champ de gradient de pression polynomial que nous intégrons pour obtenir un champ de pression polynomial. Ce calcul, sera validé sur un cas test numérique, et ensuite sur un cas expérimental avec de nouvelles difficultés (restriction du domaine de départ, reconstruction du champ de pression par une méthode d'intégration séquentielle développée par Y.J. Jeon (Jeon, et al., 2015). Enfin, la dernière partie de ce chapitre est consacrée à l'estimation des efforts de portance et traînée sur le profil, en effectuant un bilan de quantité de mouvement (Kurtulus, et al., 2007), (Jardin, et al., 2009) sur un volume de contrôle judicieusement choisi. La particularité de cette dernière partie sera d'utiliser le caractère polynomial pour faire des calculs et obtenir des expressions quasi analytiques.

Nous nous limitons à des champs à deux dimensions spatiales, bien que la généralisation à la troisième dimension ne présente pas pour ce chapitre de difficultés majeures.

2.1 Approximation du champ de vitesse d'un écoulement fluide par polynômes orthogonaux

La famille de polynômes orthogonaux que nous utilisons est la famille des polynômes de Legendre. L'intérêt des polynômes de Legendre est de travailler en coordonnées cartésiennes sur une fenêtre de donnée rectangulaire, et de mettre un poids identique en chaque point et donc sur chaque vecteur vitesse de la fenêtre. De plus, la fonction de poids { $\omega(x_1, x_2) = 1$ } simplifie considérablement les équations permettant de calculer les coefficients de projection, ce qui diminue les temps de calcul et de reconstruction.

Nous commençons ce paragraphe par un rappel de quelques propriétés sur la famille des polynômes de Legendre.

2.1.1 Les polynômes de Legendre 1D et 2D

2.1.1.1 Définition des polynômes de Legendre 1D

Les polynômes de Legendre (1752-1833) sont des polynômes orthogonaux¹ sur l'intervalle [-1, +1], qui prennent la valeur +1 au point +1. Si P_n est le polynôme de Legendre de degré *n* et P_m est le polynôme de Legendre de degré *m*, on a :

$$\int_{-1}^{+1} P_n(x) P_m(x) dx = 0 \qquad si \ n \neq m$$
 (2.1)

$$\int_{-1}^{+1} (P_n(x))^2 dx = \frac{2}{(2n+1)}$$
(2.2)

On en déduit aisément que si Q_p est un polynôme de degré p < n alors

$$\int_{-1}^{+1} P_n(x) Q_p(x) dx = 0$$

et les deux premiers polynômes :

$$P_0(x) = 1 (2.3)$$

$$P_1(x) = x \tag{2.4}$$

Les polynômes de Legendre peuvent être obtenus grâce à la formule de Rodriguès (1794-1851) :

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n$$
(2.5)

2.1.1.2 Relation de récurrence à trois polynômes consécutifs

On a la formule de récurrence de Bonnet :

$$(n+1)P_{n+1}(x) - (2n+1)xP_n(x) + nP_{n-1}(x) = 0$$
(2.6)

Cette expression, avec les deux premiers polynômes (2.3) et (2.4), permet d'obtenir la famille complète des polynômes

$$P_2(x) = \frac{1}{2}(3x^2 - 1)$$

¹ Dans son travail, Martin DRUON, appelle polynômes de Legendre les polynômes normalisés.

$$P_{3}(x) = \frac{1}{2}(5x^{3} - 3x)$$
$$P_{4}(x) = \frac{1}{8}(35x^{4} - 30x^{2} + 3)$$
...

2.1.1.3 Relation de récurrence et polynômes dérivés

Plusieurs relations de récurrence font intervenir des dérivées

$$P'_{n}(x) = xP'_{n-1}(x) + nP_{n-1}(x)$$
(2.7)

$$nP_n(x) = xP'_n(x) - P'_{n-1}(x) \qquad n \neq 0$$
 (2.8)

Ou encore en combinant

$$(2n+1)P_n(x) = P'_{n+1}(x) - P'_{n-1}(x) \qquad n \neq 0$$
(2.9)

D'où les expressions des polynômes dérivés en fonction des polynômes initiaux.

$$P_{2n}'(x) = \sum_{k=1}^{n} (4k - 1)P_{2k-1}(x) \qquad n \ge 1$$
(2.10)

$$P'_{2n+1}(x) = \sum_{k=0}^{n} (4k+1)P_{2k}(x)$$
(2.11)

2.1.1.4 Approximation polynomiale d'une fonction f(x)

Soit une fonction f(x) continue par morceaux sur l'intervalle [-1, +1], on va projeter la fonction sur l'espace vectoriel des polynômes de degré $\leq n$.

En d'autres termes, on cherche le polynôme de degré \leq n, noté f_n , qui minimise la fonctionnelle $Q \mapsto \int_{-1}^{+1} (f(x) - Q(x))^2 dx$ où Q est un polynôme de degré \leq n.

On a alors :

$$f_n(x) = \sum_{k=0}^n \alpha_k P_k(x)$$
 (2.12)

où $P_k(x)$ est le polynôme de Legendre de degré k et α_k le coefficient de projection est égal à :

$$\alpha_k = \frac{\int_{-1}^{+1} f(x) P_k(x) dx}{\int_{-1}^{+1} P_k^2(x) dx}$$
(2.13)

2.1.1.5 Les polynômes de Legendre 2D

Les polynômes de Legendre 2D de degré n sont des polynômes orthogonaux sur $[-1, +1] \times [-1, +1]$ définis par :

$$P_{ij}(x, y) = P_i(x)P_j(y);$$
 $i + j = n$

Les $P_i(x)$ et $P_i(y)$ étant les polynômes de Legendre 1D.

Soit une fonction u(x, y) continue par morceaux sur $[-1, +1] \times [-1, +1]$, on va projeter la fonction sur l'espace vectoriel des polynômes de degré $\leq n$.

En d'autres termes, on cherche le polynôme de degré $\leq n$, noté u_n , qui minimise la fonctionnelle $Q \mapsto \iint_{-1}^{+1} (u(x, y) - Q(x, y))^2 dx dy$ où Q est un polynôme de degré $\leq n$.

On a alors :

$$u_n(x,y) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} u_{ij} P_{ij}(x,y)$$
(2.14)

où les coefficients de projections sont donnés par la formule :

$$u_{ij} = \frac{\iint_{-1}^{+1} u(x, y) P_{ij}(x, y) dx dy}{\iint_{-1}^{+1} P_{ij}^2(x, y) dx dy}$$
(2.15)

Ces résultats se généralisent au cas 3D.

2.1.2 Approximation polynomiale du champ de vitesse d'un écoulement fluide

Les résultats de cette parties sont développés dans les travaux de thèse de M. Druon (Druon, 2009) nous en donnons un bref aperçu en l'adaptant à notre étude. Nous considérons notre domaine d'observation ou/et de vitesses mesurées, représenté par une fenêtre rectangulaire, $\Omega = [0, l] \times [0, L]$ de point générique *m* de coordonnées (*x*, *y*). En effectuant un changement d'échelle (ie; changement de coordonnées affines) nous transformons notre fenêtre Ω en une fenêtre normalisée $S = [-1, +1] \times [-1, +1]$ de point générique *M* de coordonnées (*X*, *Y*).

Dans notre cas, on a le changement simple suivant :



FIGURE 2. 1 La fenêtre d'observation et la fenêtre normalisée.

Par la suite, nous noterons en minuscule les grandeurs se rattachant à la fenêtre d'observation (le domaine physique), et en majuscule les mêmes grandeurs dans la fenêtre normalisée.

Par exemple, le champ des vitesses observées dans Ω : (u(x, y), v(x, y)) va se transformer dans S en (U(X, Y), V(X, Y)), où le point M(X, Y) est l'image du point m(x, y) avec U(X, Y) = u(x, y) et V(X, Y) = v(x, y).

C'est ce dernier champ que nous approximons, en utilisant les polynômes de Legendre, par un champ polynomiale de degré n, suivant le schéma ci-dessous (FIGURE 2. 2) dû à M. Druon (Druon, 2009).

Un des intérêts d'utiliser une représentation polynomiale est simplement que la base (orthogonale) de projection ne dépend que de la géométrie de la fenêtre d'observation et non des caractéristiques physiques de l'écoulement. Elle est construite et stockée, indépendamment de l'observation.



FIGURE 2. 2 : Processus utilisé pour la modélisation et la reconstruction d'un champ de déplacement.

On obtient alors, pour chaque instant, pour une approximation de degré n:

$$U_n(X,Y,t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} U_{ij}(t) P_{ij}(X,Y)$$
(2.16)

$$V_n(X,Y,t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} V_{ij}(t) P_{ij}(X,Y)$$
(2.17)

où la famille $P_{ij}(X, Y)$ est la base orthogonale des polynômes de Legendre de degré *n*, et les $U_{ij}(t)$, $V_{ij}(t)$ sont les coefficients de projection associés.

Les coefficients de projection sont obtenus grâce aux calculs des intégrales suivantes :

$$U_{ij}(t) = \frac{\iint_{S} U(X,Y,t)P_{ij}(X,Y)dXdY}{\iint_{S} P_{ij}(X,Y)P_{ij}(X,Y)dXdY}$$
$$V_{ij}(t) = \frac{\iint_{S} V(X,Y,t)P_{ij}(X,Y)dXdY}{\iint_{S} P_{ij}(X,Y)P_{ij}(X,Y)dXdY}$$

Par exemple, pour fixer les idées, pour la base de degré n = 2, on a :

$$U_{2}(X,Y,t) = \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{2-i} U_{ij}(t) P_{ij}(X,Y)$$
$$V_{2}(X,Y,t) = \sum_{i=0}^{2} \sum_{j=0}^{2-i} V_{ij}(t) P_{ij}(X,Y)$$

Qui s'écrit sous forme développée :

$$U_{2}(t) = U_{00}(t) \cdot P_{00} + U_{01}(t) \cdot P_{01} + U_{02}(t) \cdot P_{02} + U_{10}(t) \cdot P_{10} + U_{11}(t) \cdot P_{11} + U_{20}(t) \cdot P_{20}$$
$$V_{2}(t) = V_{00}(t) \cdot P_{00} + V_{01}(t) \cdot P_{01} + V_{02}(t) \cdot P_{02} + V_{10}(t) \cdot P_{10} + V_{11}(t) \cdot P_{11} + V_{20}(t) \cdot P_{20}$$

avec les 6 éléments de base: $P_{00} = \frac{1}{2}$; $P_{01} = \frac{\sqrt{3}}{2}Y$; $P_{02} = \frac{\sqrt{5}}{4}(3Y^2 - 1)$;

$$P_{10} = \frac{\sqrt{3}}{2}X; \quad P_{11} = \frac{3}{2}XY; \quad P_{20} = \frac{\sqrt{5}}{4}(3X^2 - 1)$$

Avant de reconstruire le champ de pression, nous nous intéresserons à la reconstruction polynomiale de deux champs de vitesses fluides. Le premier en reconstruisant des données simulées numériquement, et le deuxième, en reconstruisant un champ expérimental. Cela fait l'objet des deux paragraphes suivants.

2.1.3 Reconstructions polynomiales

Pour les deux champs de vitesse tests étudiés dans ce paragraphe, nous avons considéré des champs avec une difficulté supplémentaire, la présence d'un profil dans le milieu fluide qui va créer une non régularité des valeurs mesurées ou observées. Ceci en prévision du calcul des efforts sur un profil développé à la fin de ce chapitre. Les profils sont immobiles, une vitesse nulle est mise aux points internes au profil.

2.1.3.1 Reconstruction d'un champ simulé numériquement

Notre cas test est le cas d'un profil NACA0012 mis en incidence à 45° dans un écoulement. Le calcul a été fait en utilisant le code de calcul Star CCM⁺ 9 avec résolution directe de équations de Navier - Stokes par une méthode de volume finis (le maillage est celui utilisé dans le cadre de la thèse de T. Jardin (Jardin, 2009).



FIGURE 2. 3 : Le profil dans l'air, angle d'attaque 45°.

Nous avons les caractéristiques suivantes:

- c = 1 m; U = 1 m/s; $\rho = 1 kg/m^3$; $v = 0.001 m^2/s$
- Nombre de Reynolds de l'écoulement : $Re = \frac{U.c}{v} = 1000$
- Angle d'attaque = 45°
- Et le domaine de calcul est rectangulaire l = 3,26m; L = 2,34m.

Pour chaque instant, nous conservons dans un fichier les valeurs du vecteur vitesse ainsi que les valeurs de pression en 164×118 points espacés régulièrement avec $\Delta x = \Delta y = 0.02m$.

Nous disposons ainsi de 200 fichiers séquencés tous les $\Delta t = 0.02 s$

1. Reconstruction du champ de vitesse polynomiale sur l'ensemble du domaine

Nous obtenons alors 200 champs simulés, avec par exemple pour les quatre instants, T1 50 (le fichier 00050.dat) ; T2 100 (le fichier 00100.dat) ; T3 150 (le fichier 00150.dat) ; T4 200 (le fichier 00200.dat), les résultats issus de la simulation numérique sont les suivants :



Champ de vitesses simulé T1 50



Champ de vitesses simulé T2 100



Champ de vitesses simulé T3 150 Champ de vitesses simulé T4 200

FIGURE 2.4 Les champs de vitesses simulés.

En utilisant la méthode développée au paragraphe précédent à chaque instant, nous obtenons 200 champs de vitesse polynomiaux. Par exemple, à l'instant T1 50 et pour différents degrés polynomiaux (d 5, d 10, d 15, d 20, d 25), nous obtenons les résultats suivants :



Champ de vitesses simulé T1 50



Reconstruction polynomiale d 10



Reconstruction polynomiale d 5



Reconstruction polynomiale d 15


FIGURE 2.5 Les reconstructions sur l'ensemble du domaine pour l'instant T1 50.



Champ de vitesses simulé T2 100



Champ de vitesses simulé T3 150



Reconstruction polynomiale T2 100 d 25



Reconstruction polynomiale T3 150 d 25

Et pour les instants T2 100, T3 150, T4 200 avec un degré polynomial de 25 :





Reconstruction polynomiale T4 200 d 25

2.1 2.0 1.8 1.7 1.5 1.4 1.2 1.1 1.0 0.8 0.7 0.5

0.4 0.2

FIGURE 2. 6 Les reconstructions sur l'ensemble du domaine pour l'instant T2 100, T3 150 et T4 200.

Ces premières reconstructions permettent de mettre en évidence la reconnaissance, grâce à l'approche polynomiale, des différentes structures présentes dans l'écoulement, et ceci à partir d'un degré polynomial de l'ordre de 15, avec de plus en plus de précision lorsque le degré augmente. Nous observons aussi une mauvaise reconstruction dans la zone proche profil, les polynômes ayant tendances à lisser les valeurs mesurées. Nous n'avons pas pu tester des degrés supérieurs car la famille polynomiale alors construite avait de forts défauts d'orthogonalité, ce qui entravaient une bonne reconstruction.

Pour s'affranchir des problèmes de reconstruction liés à la présence du profil, nous allons étudier dans le paragraphe suivant des sous domaines hors profil.

2. La reconstruction sur des sous-domaines fluide sans profil

Dans ce paragraphe, on isole une partie du champ pour mieux représenter l'écoulement et s'affranchir du profil en faisant une sélection partielle du champ (dans le fichier originel simulé).

Nous choisissons deux sous-domaines sans profil inclus (appelés respectivement crop1 et crop2), du fichier 00050.dat correspondant à l'instant T1 50. Ces deux sous-domaines sont présentés dans la figure ci-dessous :



FIGURE 2.7 Les sous-domaines fluides sans profil.

La taille du crop1 : 69×49 points

La taille du crop2 : 78×58 points

En utilisant la même méthode de reconstruction que précédemment, à l'instant T1 50 et pour différents degrés polynomiaux (d 5, d 10, d 15, d 20, d 25), nous obtenons les résultats suivants :

Pour le sous-domaine « crop1 »





FIGURE 2.8 La reconstruction du champ de vitesse sur le sous-domaine « crop1 ».

Contrairement au cas du domaine complet avec profil, nous observons une bonne reconstruction, en tout point du domaine, du champ de vitesses dès le degré 15.

Nous traçons, ci-dessous, l'évolution de l'erreur moyenne en fonction du degré de l'approximation. Elle converge jusqu'au degré 25 et ensuite les défauts d'orthogonalité de la famille de polynômes la fait diverger rapidement.



FIGURE 2.9 Évolution de l'erreur moyenne de vitesses en valeur absolue du sousdomaine « crop1 » en fonction du degré de l'approximation polynomiale.



Pour le sous-domaine « crop2 », nous observons les mêmes résultats :

FIGURE 2.10 La reconstruction du champ de vitesse sur le sous-domaine « crop2 ».



FIGURE 2.11 Évolution de l'erreur moyenne de vitesses en valeur absolue du sousdomaine « crop2 » en fonction du degré de l'approximation polynomiale.

2.1.3.2 Reconstruction d'un champ expérimental

Notre deuxième cas test est le cas d'un profil NACA0012 mis en incidence à 30° dans l'eau. Les valeurs du champ de vitesses ont été obtenues expérimentalement par R. Leroux (Leroux, 2012). (FIGURE 2. 12)

Pour la mesure 2D-2C PIV, R. Leroux (Leroux, 2012) a utilisé un profil NACA0012 en résine transparente dans une veine carrée de largeur 160mm. Les dimensions du profil sont de 60mm pour la longueur de la corde et de 160mm pour l'envergure. Les angles d'attaque peuvent être réglés à : 0° ; 10° ; 15° ; 20° et 30°. Le nombre de Reynolds Re = 1000.

La source Laser est de type Nd-YAG de la marque Quantel pulsé qui possède une énergie de 2×120mJ et deux cavités indépendantes. L'intervalle de temps Δt entre les deux flashs laser est adapté en fonction de la vitesse de l'écoulement considéré ($\Delta t =$ 78 ms pour Re = 1000). Le dispositif est équipé d'une caméra Pulnix Dual tap Accupixel disposant d'un capteur 2048×2048 pixels. L'ensemencement est effectué avec des particules polyamide de diamètre moyen 15µm et de masse volumique $\rho =$ $1,06g/cm^3$.



FIGURE 2. 12 Photo d'ensemble du dispositif expérimental (a), veine hydrodynamique (b), profil NACA 0012 incliné ici à 20° (c) (Leroux, 2012).



FIGURE 2. 13 Le profil dans l'eau, angle d'attaque 30°

Dans le cas où l'angle d'attaque = 30°, nous avons les caractéristiques suivantes:

$$Re = \frac{U.c}{v} = 1000$$

Avec : c = 60mm; $\rho = 10^{-6}kg/mm^3$; $v = 1mm^2/s \rightarrow U = 16,667mm/s$

Et le domaine de mesure est rectangulaire :

$$l = 211,955mm$$
; $L = 105,978mm$.

Pour chaque instant, nous conservons dans un fichier les valeurs du vecteur vitesse en 233 × 117 points espacés régulièrement avec $\Delta x = \Delta y = 0.9136mm$

Nous disposons ainsi de 101 fichiers séquencés tous les $\Delta t = 0.07813 s$.

1. Reconstruction du champ de vitesse polynomiale sur l'ensemble du domaine

Les résultats et les conclusions étant identiques à celles du premier cas test simulé, on ne donnera comme exemple qu'un seul instant T (correspondant au fichier de données VEL_0000010.dat) et seulement les degrés d'approximation 20 et 25.



Champ de vitesse expérimental



Champ de vitesse reconstruit avec un degré 20.



Champ de vitesse reconstruit avec un degré 25.

FIGURE 2.14 Les reconstructions sur l'ensemble du domaine à l'instant T.

2. La reconstruction sur un sous-domaine fluide sans profil

De même que pour les données simulées, pour les données expérimentales nous extrayons un sous-domaine sans profil en 133×72 points (issu du fichier VEL_0000010.dat), illustré par la figure ci-dessous :



FIGURE 2. 15 Le sous-domaine sans profil

Et les reconstructions polynomiales en degré 20 et 25



Champ de vitesse expérimental sur le domaine sans profil



Champ de vitesse reconstruit avec un degré 20



Champ de vitesse reconstruit avec un degré 25

FIGURE 2. 16 Approximations du champ de vitesse dans le sous-domaine pour les degrés 20 et 25.

Après avoir reconstruit les champs de vitesse par une approximation polynomiale, nous allons utiliser ces dernières pour obtenir un champ de gradient de pression polynomiale. Ceci nous permettra de calculer un champ de pression, ce qui fait l'objet du prochain paragraphe.

2.2 Méthode de calcul du champ de pression

L'étude se fera en 2D sur un domaine rectangulaire $[0, l] \times [0, L]$.

En utilisant la première partie, la décomposition polynomiale du champ de vitesse de l'écoulement fluide, le champ de vitesse fluide $\vec{V} = (U_n, V_n)$ sur le domaine normalisé $[-1, +1] \times [-1, +1]$ est approximé par le champ polynomial de degré *n*, par un changement d'échelle, on obtient dans le domaine physique (ou domaine d'observation).

Nous rappelons que nous notons en minuscule les grandeurs se rattachant à la fenêtre d'observation (le domaine physique), et en majuscule les mêmes grandeurs dans le domaine normalisé des polynômes de Legendre.

$$u_n(x, y, t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} u_{ij}(t) x^i y^j$$
(2.18)

$$v_n(x, y, t) = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} v_{ij}(t) x^i y^j$$
(2.19)

où les coefficients de projection $u_{ij}(t)$ et $v_{ij}(t)$ peuvent aussi être polynomiaux (pour chaque instant *t*).

En remplaçant le champ de vitesse fluide par son approximation polynomiale dans l'équation de Navier - Stokes :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -\rho \left[\frac{\partial u_n}{\partial t} + u_n \frac{\partial u_n}{\partial x} + v_n \frac{\partial u_n}{\partial y} - \nu \left(\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_n}{\partial y^2} \right) \right]$$
(2.20)

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -\rho \left[\frac{\partial v_n}{\partial t} + u_n \frac{\partial v_n}{\partial x} + v_n \frac{\partial v_n}{\partial y} - \nu \left(\frac{\partial^2 v_n}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_n}{\partial y^2} \right) \right]$$
(2.21)

On obtient un champ de gradient de pression polynomial, où on peut exprimer chaque partie analytiquement de la façon suivante :

$$\frac{\partial u_n}{\partial t} = \frac{\partial \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} u_{ij}(t) x^i y^j\right)}{\partial t}$$
$$\frac{\partial u_n}{\partial x} = \frac{\partial \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} u_{ij}(t) x^i y^j\right)}{\partial x} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{n-i} i u_{ij} x^{i-1} y^j$$
$$\frac{\partial u_n}{\partial y} = \frac{\partial \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} u_{ij}(t) x^i y^j\right)}{\partial y} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{n-1} j u_{ij} x^i y^{j-1}$$
$$\frac{\partial^2 u_n}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} u_{ij}(t) x^i y^j\right)}{\partial x^2} = \sum_{i=2}^n \sum_{j=0}^{n-i} i(i-1) u_{ij} x^{i-2} y^j$$
$$\frac{\partial^2 u_n}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} u_{ij}(t) x^i y^j\right)}{\partial y^2} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=2}^{n-i} j(j-1) u_{ij} x^i y^{j-2}$$

De même :

$$\frac{\partial v_n}{\partial t} = \frac{\partial \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} v_{ij}(t) x^i y^j\right)}{\partial t}$$
$$\frac{\partial v_n}{\partial x} = \frac{\partial \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} v_{ij}(t) x^i y^j\right)}{\partial x} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=0}^{n-i} i v_{ij} x^{i-1} y^j$$
$$\frac{\partial v_n}{\partial y} = \frac{\partial \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} v_{ij}(t) x^i y^j\right)}{\partial y} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=1}^{n-1} j v_{ij} x^i y^{j-1}$$

$$\frac{\partial^2 v_n}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} v_{ij}(t) x^i y^j\right)}{\partial x^2} = \sum_{i=2}^n \sum_{j=0}^{n-i} i(i-1) v_{ij} x^{i-2} y^j$$
$$\frac{\partial^2 v_n}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \left(\sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} v_{ij}(t) x^i y^j\right)}{\partial y^2} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=2}^{n-i} j(j-1) v_{ij} x^i y^{j-2}$$

Que l'on peut mettre sous la forme condensée :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N-i} p_{ij}^{1}(t) x^{i} y^{j}$$
$$\frac{\partial p}{\partial y} = \sum_{j=0}^{N} \sum_{i=0}^{N-j} p_{ij}^{2}(t) x^{i} y^{j}$$

où N = 2n - 1.

Où les coefficients polynomiaux sont donnés par les expressions :

$$p_{00}^{1} = -\rho \left[\frac{\partial u_{00}}{\partial t} + (u_{00}u_{10} + v_{00}u_{10}) - 2\nu(u_{20} + u_{02}) \right]$$
$$p_{00}^{2} = -\rho \left[\frac{\partial v_{00}}{\partial t} + (u_{00}v_{10} + v_{00}v_{10}) - 2\nu(v_{20} + v_{02}) \right]$$

et pour $0 < i + j \le 2n - 1$; $0 \le k \le i$; $0 \le l \le j$:

$$p_{ij}^{1} = -\rho \left[\frac{\partial u_{ij}}{\partial t} + \sum_{k,l} \left((i-k+1)u_{kl}u_{(i-k+1)(j-l)} + (j-l+1)v_{kl}u_{(i-k)(j-l+1)} \right) - v \left((i+2)(i+1)u_{(i+2)j} + (j+2)(j+1)u_{i(j+2)} \right) \right]$$

$$p_{ij}^{2} = -\rho \left[\frac{\partial v_{ij}}{\partial t} + \sum_{k,l} \left((i-k+1)u_{kl}v_{(i-k+1)(j-l)} + (j-l+1)v_{kl}v_{(i-k)(j-l+1)} \right) - v \left((i+2)(i+1)v_{(i+2)j} + (j+2)(j+1)v_{i(j+2)} \right) \right]$$

<u>Remarque importante</u> : On peut se limiter à travailler dans le domaine normalisé de Legendre $[-1, +1] \times [-1, +1]$. C'est la démarche que nous avons suivi numériquement.

En utilisant le changement d'échelle :

$$X = \frac{2}{l}x - 1;$$
 $Y = \frac{2}{L}y - 1$

On a alors les formules

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial X} \frac{\partial X}{\partial x} = \frac{2}{l} \frac{\partial p}{\partial X}; \qquad \qquad \frac{\partial p}{\partial y} = \frac{\partial p}{\partial Y} \frac{\partial Y}{\partial y} = \frac{2}{L} \frac{\partial p}{\partial Y}$$

qui permettent en les injectant dans l'équation de Navier - Stokes d'obtenir un champ vectoriel dans le domaine normalisé:

$$\frac{\partial p}{\partial X} = -\rho \frac{l}{2} \left[\frac{\partial U_n}{\partial t} + \frac{2}{l} U_n \frac{\partial U_n}{\partial X} + \frac{2}{L} V_n \frac{\partial U_n}{\partial Y} - \nu \left(\frac{4}{l^2} \frac{\partial^2 U_n}{\partial X^2} + \frac{4}{L^2} \frac{\partial^2 U_n}{\partial Y^2} \right) \right]$$
(2.22)

$$\frac{\partial p}{\partial Y} = -\rho \frac{L}{2} \left[\frac{\partial V_n}{\partial t} + \frac{2}{l} U_n \frac{\partial V_n}{\partial X} + \frac{2}{L} V_n \frac{\partial V_n}{\partial Y} - \nu \left(\frac{4}{l^2} \frac{\partial^2 V_n}{\partial X^2} + \frac{4}{L^2} \frac{\partial^2 V_n}{\partial Y^2} \right) \right]$$
(2.23)

l est la largeur de la fenêtre d'observation.

L est la hauteur de la fenêtre d'observation.

 ρ est la masse volumique du fluide.

v est la viscosité cinématique du fluide.

Nous utilisons cinq instants consécutifs pour calculer le champ de gradient de pression. Par exemple, nous avons cinq champs de vecteurs consécutifs aux temps t_1 ; t_2 ; t_3 ; t_4 ; t_5 ; l'étape de temps entre deux champs consécutifs est Δt . Le champ de gradient de pression à l'instant t_3 est calculé comme suit:

$$\begin{split} \frac{\partial p}{\partial x} &= -\rho \left[\frac{U_{n(t_5)} - U_{n(t_1)}}{4 * \Delta t} + \frac{2}{l} U_{n(t_3)} \frac{\partial U_{n(t_3)}}{\partial X} + \frac{2}{L} V_{n(t_3)} \frac{\partial U_{n(t_3)}}{\partial Y} \right. \\ &\left. - \nu \left(\frac{4}{l^2} \frac{\partial^2 U_{n(t_3)}}{\partial X^2} + \frac{4}{L^2} \frac{\partial^2 U_{n(t_3)}}{\partial Y^2} \right) \right] \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= -\rho \left[\frac{V_{n(t_5)} - V_{n(t_1)}}{4 * \Delta t} + \frac{2}{l} U_{n(t_3)} \frac{\partial V_{n(t_3)}}{\partial X} + \frac{2}{L} V_{n(t_3)} \frac{\partial V_{n(t_3)}}{\partial Y} \right. \\ &\left. - \nu \left(\frac{4}{l^2} \frac{\partial^2 V_{n(t_3)}}{\partial X^2} + \frac{4}{L^2} \frac{\partial^2 V_{n(t_3)}}{\partial Y^2} \right) \right] \end{split}$$

que l'on met sous la forme :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N-i} p_{ij}^{\prime 1}(t) X^i Y^j$$
(2.24)

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \sum_{j=0}^{N} \sum_{i=0}^{N-j} p_{ij}^{\prime 2}(t) X^{i} Y^{j}$$
(2.25)

Les coefficients $p_{ij}^{\prime 1}(t)$ et $p_{ij}^{\prime 2}(t)$ s'expriment en fonctions des coefficients $U_{ij}(t)$ et $V_{ij}(t)$.

Il reste alors à refaire un changement de variable pour obtenir l'expression du gradient de pression polynomial dans le domaine physique:

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N-i} p_{ij}^{1}(t) x^{i} y^{j}$$
$$\frac{\partial p}{\partial y} = \sum_{j=0}^{N} \sum_{i=0}^{N-j} p_{ij}^{2}(t) x^{i} y^{j}$$

2.2.1 Reconstruction du champ de pression par intégration polynomiale

On cherche alors le champ de pression *p* tel que :

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N-i} p_{ij}^{1}(t) x^{i} y^{j}$$
$$\frac{\partial p}{\partial y} = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N-i} p_{ij}^{2}(t) x^{i} y^{j}$$

Malheureusement, ce champ vectoriel polynomial a peu de chance d'être un champ de gradient, il n'est pas de rotationnel nul dans la plupart des cas. Nous allons donc intégrer par rapport à x, intégrer par rapport à y et faire la moyenne.

L'intégration par rapport à *x* nous donne:

$$p(x, y, t) = \sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N-i} \frac{1}{i+1} p_{ij}^{1}(t) x^{i+1} y^{j} + \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{j+1} p_{0j}^{2}(t) y^{j+1} + p_{0}^{2}(t) y^{j+1} + p_{0}^{2}($$

En intégrant par rapport à y, on peut aussi écrire :

$$p(x, y, t) = \sum_{j=0}^{N} \sum_{i=0}^{N-j} \frac{1}{j+1} p_{ij}^{2}(t) x^{i} y^{j+1} + \sum_{i=0}^{N} \frac{1}{i+1} p_{i0}^{1}(t) x^{i+1} + p_{0}$$

Ce qui permet d'obtenir la formule d'un champ de pression « moyen » en utilisant directement les formules (2.22), (2.23), (2.24), (2.25):

$$p(x, y, t) = \frac{1}{2} \left(\sum_{i=0}^{N} \sum_{j=0}^{N-i} \frac{1}{i+1} p_{ij}^{1}(t) x^{i+1} y^{j} + \sum_{j=0}^{N} \frac{1}{j+1} p_{0j}^{2}(t) y^{j+1} + \sum_{j=0}^{N} \sum_{i=0}^{N-j} \frac{1}{j+1} p_{ij}^{2}(t) x^{i} y^{j+1} + \sum_{i=0}^{N} \frac{1}{i+1} p_{i0}^{1}(t) x^{i+1} \right) + p_{0}$$

2.2.1.1 Le calcul du champ de pression polynomial (cas simulé numériquement)

1. Le champ de gradient pression

Pour le calcul nous prendrons l'approximation du champ de vitesse polynomiale de degré 25, et nous nous limiterons à l'instant T1 50.

Dans le cas du domaine entier, nous obtenons les gradients de pression présentés en FIGURE 2. 17 :



Grad pression simulé (dPx)



Grad pression reconstruit (dPx) d25



FIGURE 2. 17 Reconstruction du champ de gradient pression sur le domaine entier.



Dans le sous-domaine sans profil « crop1 » du fichier 00050.dat, on obtient :



crop 1 : grad pression simulé (dPx)











FIGURE 2. 18 reconstruction du champ de gradient pression sur le sous-domaine « crop1 ».



Dans le sous-domaine sans profil « crop2 » du fichier 00050.dat, on obtient:

0.4

crop 2 : grad pression simulé (dPx)

crop 2 : grad pression reconstruit (dPx) d25







On observe une bonne approximation du champ de gradient de pression pour l'ensemble des domaines fluides hors profil.

2. Le champ de pression polynomial pour le cas simulé numériquement

Nous calculons le champ de pression par la méthode d'intégration polynomiale « moyenne » développée au paragraphe 2.2.1 :

Pour l'ensemble du domaine on obtient :





Champ de pression simulé T1 50

Champ de pression reconstruit T1 50 d25

FIGURE 2. 20 La reconstruction du champ de pression sur le domaine entier.

Sur les sous-domaines sans profil *crop1* et *crop2* du fichier 00050.dat, on obtient :



Champ de pression simulé



Crop1



Champ de pression reconstruit d25



FIGURE 2. 21 La reconstruction du champ de pression sur les sous-domaines sans profil (Crop1 et Crop2).

L'approximation polynomiale de degré 25 permet de reconstruire le champ de pression pour les deux sous-domaines sans profil dans le cas de données 2D simulées numériquement.

2.2.1.2 Le calcul du champ de pression polynomial (cas expérimental)

1. Le champ de gradient de pression

Sur le domaine complet, on obtient pour le champ de gradient pression polynomial de degrés 20 et 25:



gradient pression expérimental dPx



gradient pression reconstruit dPx d20



gradient pression reconstruit dPx d25

FIGURE 2. 22 La reconstruction du champ de gradient pression sur tout le domaine (d 20 et d 25).



gradient pression expérimental dPy



gradient pression reconstruit dPy d20



gradient pression reconstruit dPy d25

Le champ de gradient de pression est fortement lissé par son approximation polynomiale, et les zones sont bien respectées sauf au voisinage proche du profil (ce qui était déjà le cas pour le champ de vitesse)

Dans le sous-domaine sans profil, nous construisons le champ de gradient de pression polynomial pour les degrés d'approximation 20 et 25

Les observations sont identiques aux précédentes (le domaine avec profil) avec une meilleure définition des zones.

> 1.00 0.86 0.71 0.57 0.43 0.29 0.14 0.00 0.14 0.29 0.43 0.57 0.71

> > 1.00 0.86 0.71 0.57 0.43 0.29 0.14 0.00 -0.14 -0.29 -0.43 -0.57 -0.71 -0.86

1.00 0.86 0.71 0.57 0.43 0.29 0.14 0.00 0.14 0.29 0.43 0.57 0.57 0.57

gradient pression expérimental dPy

gradient pression reconstruit dPy d20

gradient pression reconstruit dPy d25



gradient pression expérimental dPx



gradient pression reconstruit dPx d20



gradient pression reconstruit dPx d25



2. Le champ de pression polynomial pour le cas expérimental

Nous calculons, à nouveau, le champ de pression par la méthode d'intégration polynomiale « moyenne » développée au paragraphe 2.2.1 :

Pour l'ensemble du domaine on obtient :





Champ de pression reconstruit d25

FIGURE 2. 24 La reconstruction du champ de pression sur tout le domaine (d 20 et 25)



Sur le sous-domaine sans profil du fichier VEL_0000010.dat on obtient :

FIGURE 2. 25 Le champ de pression polynomial sur le sous-domaine.

Malgré des champs de gradients de pression acceptables dans le cas expérimental, la méthode d'intégration moyenne polynomiale du champ de gradient de pression ne permet pas d'obtenir une bonne approximation du champ de pression sur le cas expérimental étudié ce qui n'était pas le cas du champ numérique.

Pour tenter de palier à ce problème, nous allons donc utiliser dans le prochain paragraphe la méthode développée par T. Tronchin (Tronchin, 2013) et par Y.J Jeon (Jeon, et al., 2015) au sein de l'équipe Hydée (cf. chapitre 1.3.3), pour reconstruire par intégration directe séquentielle et minimisation quadratique, le champ de pression à partir d'un champ de gradient de pression.

2.2.2 Reconstruction du champ de pression par une méthode d'intégration séquentielle et de minimisation quadratique du gradient de pression

La méthode de reconstruction utilisée dans ce paragraphe est la méthode d'intégration séquentielle et de minimisation quadratique (Jeon, et al., 2015) présentée dans le chapitre 1 paragraphe 1.3.3.

Par exemple, avec le champ de gradient de pression polynomial calculé par les formules (2.24) et (2.25), la méthode d'intégration séquentielle pour calculer le champ de pression donne les résultats suivants :

Le cas simulé numériquement



Champ de pression simulé T1 50



Champ de pression reconstruit T1 50 d20

Champ de pression reconstruit T1 50 d25

FIGURE 2. 26 Les champs de pression par intégration directe séquentielle

Le cas expérimental

Dans ce cas, nous calculerons le coefficient de pression C_p , pour pouvoir comparer nos résultats à ceux obtenus par la méthode «*FTEE* + *Sequential Integration* » (Jeon, et al., 2015), développée dans l'équipe:

$$C_p = \frac{p - p_{\infty}}{\frac{1}{2}\rho u_{\infty}^2}$$

Pour comparer, nous donnons le résultat de la méthode « FTEE + Sequential Integration » (Jeon, et al., 2015) (*FIGURE 2. 28*).



Champ de pression reconstruit T1 10 d20



Champ de pression reconstruit T1 10 d25

FIGURE 2. 27 Les champs de pression par la méthode de Y.J. Jeon (Jeon, et al., 2015).



FTEE : Fluid Trajectory Evaluation based on Ensemble-averaged Cross-correlation FIGURE 2. 28 Le champ de pression par la méthode « FTEE + Sequential Integration » (Jeon, et al., 2015).

On peut voir que, les résultats du champ de pression entre les deux méthodes sont assez identiques.

Les résultats obtenus à partir des gradients de pression polynomiaux de degré 25 sont satisfaisants ce qui engage à utiliser la méthode de reconstruction intégration directe et séquentielle couplée avec la méthode polynomiale pour obtenir les gradients de pression, aussi bien dans un domaine sans obstacle que dans un domaine avec obstacle.

Par la suite nous utiliserons une approximation polynomiale de ce champ de pression sur le domaine complet pour calculer les efforts sur le profil.

2.3 Méthode de calcul des efforts

Cette section est consacrée à l'estimation des efforts de portance et traînée sur le profil en effectuant un bilan de quantité de mouvement (Kurtulus, et al., 2007) ; (Jardin, et al., 2009) sur un volume de contrôle judicieusement choisi. La particularité de cette dernière partie sera d'utiliser le caractère polynomial pour faire des calculs et obtenir des expressions quasi analytiques.

Les mouvements éventuels du profil (indéformable) étant des oscillations autour d'un point situé au quart avant du profil, nous choisissons comme domaine de bilan de quantité de mouvement le domaine $D(t) = (D_0(t) - profil(t))$ (FIGURE 2. 29). Le domaine $D_0(t)$ étant un disque de rayon strictement supérieur à k^*c , où c est la longueur de corde du profil pour que le bord extérieur soit dans le milieu fluide.



FIGURE 2. 29 Le domaine utilisé pour l'équation de bilan de quantité de mouvement. - 79 -

Les mouvements de notre domaine de contrôle seront les mouvements du profil. C'est-à-dire, un mouvement de solide rigide d'oscillation autour du centre du disque.

Pour obtenir les équations donnant les efforts sur le profil, nous partons de l'équation de Navier - Stokes incompressible que nous intégrons sur le domaine D(t). (en notant \vec{v} la vitesse fluide)

$$div \ \vec{v} = 0$$

$$\rho\left(\iint_{D(t)} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v}.\operatorname{grad} \vec{v}) \ dS\right) = -\iint_{D(t)} \operatorname{grad} p \ dS + \nu \iint_{D(t)} \Delta \vec{v} dS$$

Cette dernière équation devient : en notant $\partial D(t)$ le bord du domaine et \vec{n} la normale extérieure sortante

$$\rho\left(\iint_{D(t)} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} dS + \iint_{\partial D(t)} (\vec{v}.\vec{n})\vec{v} dl\right) = -\iint_{\partial D(t)} p \vec{n} dl + \nu \iint_{\partial D(t)} \text{grad } \vec{v}.\vec{n} dl$$

Si on note $\vec{w}(x, y, t)$ le champ de vitesse du domaine D(t) on a :

$$\iint_{D(t)} \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} dS = \frac{d}{dt} \iint_{D(t)} \vec{v} dS - \iint_{\partial D(t)} (\vec{w}.\vec{n}) \vec{v} dl$$

En décomposant le bord du domaine en la partie fluide extérieure $\partial D_f(t)$ et l'interface avec le profil $\partial D_{pr}(t)$ et en utilisant les diverses conditions aux limites :

$$\vec{v} - \vec{w} = 0 \operatorname{sur} \partial D_{pr}(t)$$

 $\vec{w} \cdot \vec{n} = 0$ sur $\partial D_f(t)$ (cette dernière condition est due aux mouvements d'oscillation étudiés et au choix de D(t)).

On obtient alors l'équation donnant les efforts sur le profil \vec{F}

$$\vec{F}(t) = \underbrace{-\rho \frac{d}{dt} \iint\limits_{D(t)} \vec{v} dS}_{terme \ instationnaire} - \underbrace{\rho \int\limits_{\frac{\partial D_f(t)}{terme \ convectif}} \vec{v}(\vec{v}.\vec{n}) dl}_{terme \ convectif} - \underbrace{\int\limits_{\frac{\partial D_f(t)}{terme \ de \ pression}} p.\vec{n} dl}_{terme \ de \ pression} + \underbrace{\nu \int\limits_{\frac{\partial D_f(t)}{terme \ de \ viscosit\acute{e}}} (2.26)}_{terme \ de \ viscosit\acute{e}}$$

où $\vec{F}(t) = \iint_{\partial D_{pr}(t)} p \, \vec{n} \, dl - \nu \iint_{\partial D_{pr}(t)} \operatorname{grad} \vec{v} \, . \, \vec{n} \, dl$

Par la suite, nous poserons :

$$\vec{F}(t) = -\rho \vec{F}_1(t) - \rho \vec{F}_2(t) - \vec{F}_3(t) + \nu \vec{F}_4(t)$$
(2.27)

Ou bien encore :

$$F_{x}(t) = -\rho F_{1x}(t) - \rho F_{2x}(t) - F_{3x}(t) + \nu F_{4x}(t)$$
$$F_{y}(t) = -\rho F_{1y}(t) - \rho F_{2y}(t) - F_{3y}(t) + \nu F_{4y}(t)$$

où \vec{F}_1 : le terme instationnaire ; \vec{F}_2 : le terme convectif





FIGURE 2. 30 Le nouveau système de coordonnées.

Pour estimer l'ensemble de ces termes, nous allons utiliser les approximations polynomiales de degré n obtenus dans les paragraphes précédents. Mais pour pouvoir mener les calculs analytiquement, nous faisons un nouveau changement de coordonnées (*FIGURE 2. 30*) en posant :

$$x^* = x - x_0;$$
 $y^* = y - y_0$

où le point (x_0, y_0) est le centre de rotation du profil.

Nous obtenons de nouveaux polynômes d'approximation :

$$\vec{v}_n(x^*, y^*, t); p_n(x^*, y^*, t)$$
 etc...

2.3.1 Calcul du terme instationnaire

L'approximation polynomiale étant définie sur tout le disque $D_0(t)$, nous estimerons le terme instationnaire

$$\vec{F}_1 = \frac{d}{dt} \iint_{D(t)} \vec{v} dS$$

par

$$\frac{d}{dt} \iint_{D_0(t)} \vec{v}_n dS - \frac{d}{dt} \iint_{profil(t)} \vec{w} dS$$

où encore comme le profil est animé d'un mouvement de solide rigide :

$$\vec{F}_1 = \frac{d}{dt} \iint_{D_0(t)} \vec{v}_n dS - \vec{\Gamma}(G_{pr})$$

où $\vec{\Gamma}(G_{pr})$ est l'accélération du centre d'inertie du profil.

Nous calculons le terme instationnaire comme suit :

$$\vec{F}_{1}(t) = \frac{d}{dt} \iint_{D(t)} \vec{v} dS \begin{cases} F_{1x}(t) = \frac{d}{dt} \iint_{D_{0}(t)} u_{n}(x^{*}, y^{*}, t) dx^{*} dy^{*} - \Gamma_{x} = F_{1x}'(t) - \Gamma_{x} \\ F_{1y}(t) = \frac{d}{dt} \iint_{D_{0}(t)} v_{n}(x^{*}, y^{*}, t) dx^{*} dy^{*} - \Gamma_{y} = F_{1y}'(t) - \Gamma_{y} \end{cases}$$
(2.28)

où le calcul de $F'_{1x}(t)$ s'effectue de la manière suivante :

$$F_{1x}'(t) = \frac{d}{dt} \iint_{D_0(t)} u_n(x^*, y^*, t) dx^* dy^* = \frac{d}{dt} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij}(t) \iint_{D_0(t)} x^{*i} y^{*j} dx^* dy^*$$

Avec le domaine circulaire D(t) ($x^* = r. \cos\theta$; $y^* = r. \sin\theta$), on a :

$$F_{1x}'(t) = \frac{d}{dt} \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij}(t) \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{R} (r \cdot \cos\theta)^{i} (r \cdot \sin\theta)^{j} r \cdot dr d\theta$$
$$F_{1x}'(t) = \frac{d}{dt} \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} a_{ij}(t) \frac{R^{i+j+2}}{i+j+2} \int_{0}^{2\pi} (\cos\theta)^{i} (\sin\theta)^{j} d\theta$$
(2.29)

De la même façon :

$$F'_{1y}(t) = \frac{d}{dt} \iint_{D_0(t)} v_n(x^*, y^*, t) dx^* dy^*$$
$$F'_{1y}(t) = \frac{d}{dt} \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} b_{ij}(t) \frac{R^{i+j+2}}{i+j+2} \int_0^{2\pi} (\cos\theta)^i (\sin\theta)^j d\theta$$
(2.30)

 $a_{ij}(t)$ et $b_{ij}(t)$ sont des coefficients de champ de vitesse $u_n(x^*, y^*, t)$ et $v_n(x^*, y^*, t)$

Pour calculer le terme instationnaire, nous utilisons cinq champs consécutifs. Par exemple, nous avons cinq champs de vecteurs consécutifs aux temps t_1 ; t_2 ; t_3 ; t_4 ; t_5 ; Le terme instationnaire de t_3 est calculé comme suit:

$$F_{1x}'(t_3) = \frac{F_{1x}'(t_5) - F_{1x}'(t_1)}{4 * \Delta t}$$
$$F_{1y}'(t_3) = \frac{F_{1y}'(t_5) - F_{1y}'(t_1)}{4 * \Delta t}$$

2.3.2 Calcul du terme convectif

$$\vec{F}_2(t) = \int_{\partial D_f(t)} \vec{v}(\vec{v}.\vec{n}) dl = \int_0^{2\pi} \vec{v}[(\vec{v}).\vec{n}] R d\theta$$

Avec un domaine circulaire, le vecteur normal extérieur au bord est $\vec{n} = \{cos\theta, sin\theta\}$

$$\vec{F}_{2}(t) = \begin{cases} F_{2x}(t) = \int_{0}^{2\pi} u_{n}(x^{*}, y^{*}, t) \cdot [u_{n}(x^{*}, y^{*}, t) \cdot \cos\theta + v_{n}(x^{*}, y^{*}, t) \cdot \sin\theta] R d\theta \\ F_{2y}(t) = \int_{0}^{2\pi} v_{n}(x^{*}, y^{*}, t) \cdot [u_{n}(x^{*}, y^{*}, t) \cdot \cos\theta + v_{n}(x^{*}, y^{*}, t) \cdot \sin\theta] R d\theta \end{cases}$$
(2.31)

Après le changement, on a :

$$F_{2x}(t) = \sum_{i=0}^{2n} \sum_{j=0}^{2n-i} R^{i+j+1} \left[c_{ij}(t) \int_{0}^{2\pi} (\cos\theta)^{i+1} (\sin\theta)^{j} d\theta + d_{ij}(t) \int_{0}^{2\pi} (\cos\theta)^{i} (\sin\theta)^{j+1} d\theta \right]$$
(2.32)

$$F_{2y}(t) = \sum_{i=0}^{2n} \sum_{j=0}^{2n-i} R^{i+j+1} \left[d_{ij}(t) \int_{0}^{2\pi} (\cos\theta)^{i+1} (\sin\theta)^{j} d\theta + e_{ij}(t) \int_{0}^{2\pi} (\cos\theta)^{i} (\sin\theta)^{j+1} d\theta \right]$$
(2.33)

 $c_{ij}(t)$ est le coefficient de champ de u_n^2

 $d_{ij}(t)$ est le coefficient de champ de u_n . v_n

 $e_{ij}(t)$ est le coefficient de champ de v_n^2

2.3.3 Calcul du terme de pression

$$\vec{F}_{3}(t) = \int_{\partial D_{f}(t)} p.\vec{n}dl = \int_{0}^{2\pi} p.\vec{n}Rd\theta = \begin{cases} F_{3x}(t) = \int_{0}^{2\pi} p_{n}\cos\theta Rd\theta \\ F_{3y}(t) = \int_{0}^{2} p_{n}\sin\theta Rd\theta \end{cases}$$
(2.34)

$$F_{3x}(t) = \int_{0}^{2\pi} p \cos\theta \, Rd\theta = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} p_{ij}(t) R^{i+j+1} \int_{0}^{2\pi} (\cos\theta)^{i+1} (\sin\theta)^{j} d\theta \qquad (2.35)$$

$$F_{3y}(t) = \int_{0}^{2\pi} p \sin\theta \, Rd\theta = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} p_{ij}(t) R^{i+j+1} \int_{0}^{2\pi} (\cos\theta)^{i} (\sin\theta)^{j+1} d\theta \qquad (2.36)$$

 $p_{ij}(t)$ est le coefficient de champ de pression $p_n(x^*, y^*, t)$

2.3.4 Calcul du terme de viscosité

$$\vec{F}_{4}(t) = \int_{\partial D_{f}(t)} \operatorname{grad} \vec{v} \cdot \vec{n} dl =$$

$$= \begin{cases} F_{4x}(t) = \int_{0}^{2\pi} \left(\frac{\partial u_{n}(x^{*}, y^{*}, t)}{\partial x^{*}} \cos\theta + \frac{\partial u_{n}(x^{*}, y^{*}, t)}{\partial y^{*}} \sin\theta \right) R d\theta \qquad (2.37) \\ F_{4y}(t) = \int_{0}^{2\pi} \left(\frac{\partial v_{n}(x^{*}, y^{*}, t)}{\partial x^{*}} \cos\theta + \frac{\partial v_{n}(x^{*}, y^{*}, t)}{\partial y^{*}} \sin\theta \right) R d\theta \end{cases}$$

$$\frac{\partial u_{n}(x^{*}, y^{*}, t)}{\partial x^{*}} = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} i. a_{ij}(t) \cdot x^{*i-1} \cdot y^{*j} = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} i. a_{ij}(t) \cdot (R\cos\theta)^{i-1} \cdot (R\sin\theta)^{j}$$

$$\frac{\partial u_{n}(x^{*}, y^{*}, t)}{\partial y^{*}} = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} j. a_{ij}(t) \cdot x^{*i} \cdot y^{*j-1} = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} j. a_{ij}(t) \cdot (R\cos\theta)^{i} \cdot (R\sin\theta)^{j-1}$$

$$\frac{\partial v_n(x^*, y^*, t)}{\partial x^*} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} i. b_{ij}(t) \cdot x^{*i-1} \cdot y^{*j} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} i. b_{ij}(t) \cdot (R\cos\theta)^{i-1} \cdot (R\sin\theta)^j$$
$$\frac{\partial v_n(x^*, y^*, t)}{\partial y^*} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} j. b_{ij}(t) \cdot x^{*i} \cdot y^{*j-1} = \sum_{i=0}^n \sum_{j=0}^{n-i} j. b_{ij}(t) \cdot (R\cos\theta)^i \cdot (R\sin\theta)^{j-1}$$

Par la suite, on a:

$$F_{4x}(t) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} (i+j) a_{ij}(t) R^{i+j-1} \int_{0}^{2\pi} (\cos\theta)^{i} (\sin\theta)^{j} d\theta$$
(2.38)

$$F_{4y}(t) = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n-i} (i+j) \cdot b_{ij}(t) \cdot R^{i+j-1} \int_{0}^{2\pi} (\cos\theta)^{i} (\sin\theta)^{j} d\theta$$
(2.39)

Dans toutes les formules précédentes, apparaît l'intégrale :

$$I(i,j) = \int_{0}^{2\pi} (\cos\theta)^{i} (\sin\theta)^{j} d\theta$$

Par intégration par parties successives, on obtient :

Si *i* ou *j* est impair
$$I(i, j) = 0$$
 (2.40)

Si *i* et *j* sont pairs (on pose : i=2m; j=2n; $\forall m, n = 0, 1, 2, 3, ...$), on a :

$$I(i,j) = I(2m,2n) = \int_{0}^{2\pi} (\cos\theta)^{2m} (\sin\theta)^{2n} d\theta =$$

$$=\frac{(2n-1)\times(2n-3)\times(2n-5)\times...\times(2n-(2n-1))\times(2m+2n)!}{(2m+1)\times(2m+3)\times(2m+5)\times...\times(2m+(2n-1))\times2^{(2m+2n-1)}\times(m+n)!\times(m+n)!}$$
(2.41)

Ce qui nous permet de calculer complètement les efforts sur le profil

2.3.5 Les résultats avec le profil fixe

Dans nos deux cas test, le profil est immobile, le terme instationnaire $\vec{F}_1(t)$ est égal à $\vec{F}'_1(t)$ (l'accélération du centre d'inertie du profil étant nulle) et nous choisissons le milieu de la corde c (c = 1m) comme centre de notre disque de contrôle. (FIGURE 2. 31).



FIGURE 2. 31 Le domaine de contrôle dans le cas du profil fixe.

1. Calcul en approchant directement le champ de pression original

Dans ce cas, nous disposons de la valeur des efforts sur le profil ainsi que du champ de pression calculé. Ce dernier champ va nous permettre d'avoir des valeurs de références pour le terme de pression. Grâce à la méthode de projection polynomiale, développée dans le premier paragraphe de ce chapitre, nous approximons ce champ de pression original par un polynôme de degré 25 pour calculer le terme de pression $\vec{F}_3(t)$.

Nous présentons ci-dessous le résultat du calcul des efforts pour différents rayons des domaines de contrôle (0,6m ; 0,7m ; 0,8m et 0,9m), que nous comparons aux calculs des efforts simulés originaux (FIGURE 2. 32). Ainsi que l'apport de chaque terme d'efforts $\rho \vec{F}_1(t), \rho \vec{F}_2(t), \vec{F}_3(t), \nu \vec{F}_4(t)$ à l'effort global (on se limitera à R = 0,8m) (FIGURE 2. 33).







R = 0,7 m; degré 25



R = 0,8 m; degré 25



R = 0,9 m; degré 25

FIGURE 2. 32 Les résultats du calcul des efforts avec le champ de pression originale.



FIGURE 2. 33 Apport de chaque terme d'efforts à R=0,8m

La viscosité de l'air étant très faible, le terme de viscosité $F_4 \approx 0$, les termes restants affectent grandement la valeur d'effort *F*, en particulier les termes de pression F_3 et convectif F_2 .

2. Calcul en utilisant le champ de pression reconstruit à partir des champs de vitesses polynomiaux

A partir des champs de vitesses polynomiaux reconstruits, nous calculons les champs de gradient de pression polynomiaux par l'équation de Navier - Stokes. Et par la méthode d'intégration séquentielle nous reconstruisons le champ de pression sur l'ensemble du domaine. Enfin nous projetons ce champ de pression obtenu sur l'espace des polynômes de degré 25 pour obtenir un champ de pression polynomiale pour calculer le terme de pression $\vec{F}_3(t)$. Les autres termes étant inchangés par rapport au calcul précédent.

Nous présentons ci-dessous les résultats du calcul des efforts pour différents rayons des domaines de contrôle (0,6m; 0,7m; 0,8m et 0,9m), que nous comparons aux calculs des efforts simulés originaux. Nous comparons aussi les deux termes de pressions obtenus (à partir du champ de pression original et du champ intégré) (FIGURE 2. 34).



R = 0,6 m; degré 25



R = 0,7 m; degré 25



R = 0,8 m ; degré 25



R = 0,9 m; degré 25

FIGURE 2. 34 Les résultats du calcul des efforts avec le champ de pression reconstruction.

Avec des données numériques, on peut voir que les résultats obtenus sont proches des originaux et indépendants du rayon du volume de contrôle.
Conclusion

- La méthode des polynômes orthogonaux permet une bonne approximation du champ de vitesse (en particulier avec les domaines sans profil).
- L'intérêt d'utiliser une représentation polynomiale est simplement que la base (orthogonale) de projection ne dépend que de la géométrie de la fenêtre d'observation et non des caractéristiques physiques de l'écoulement.
- Le champ de gradient de pression est obtenu par dérivation des polynômes à partir de l'équation de Navier-Stokes combinés avec la méthode d'intégration séquentielle et de minimisation quadratique. la combinaison de ces deux méthodes semble une alternative prometteuse pour le calcul des champs de pression dans un écoulement complexe et le calcul des efforts sur un profil d'aile.
- Le domaine de contrôle circulaire est adapté au cas du profil oscillant et devra être modifié pour d'autres types de mouvement.
- La méthode peut être facilement étendue pour le cas 3D.

CHAPITRE 3 *DISPOSITIF EXPERIMENTAL, TRAITEMENT DES DONNEES*

Sommaire

3.1 Description du montage expérimental	
3.2 Système de mesure	
3.3 Traitement des données	
3.3.1 Prétraitement des images	
3.3.2 Méthode FTEE (Fluid Trajectory Evaluation based on an Eng	semble-averaged
cross-correlation)	110
3.4 Post Traitement des données	
3.4.1 Grandeurs statistiques	
3.4.2 Grandeurs dérivées	116
1. Vorticité	116
2. Second invariant du tenseur gradient de vitesse	117

Dans ce chapitre, nous présentons le montage expérimental utilisé pour nos essais ainsi que le dispositif qui permet la mise en place d'une cinématique oscillatoire de l'aile. Les techniques de mesure sont ensuite présentées en insistant sur la technique de vélocimétrie par imagerie de particules résolues en temps. Nous terminons ce chapitre par les principaux post-traitements utilisés lors de l'analyse des résultats.

3.1 Description du montage expérimental



FIGURE 3. 1 Photo d'ensemble du dispositif expérimental.

Le montage expérimental est composé d'un tunnel hydrodynamique fonctionnant en boucle fermé de section carrée pour la zone de mesure qui a des dimensions de $0,23m \times 0,23m \times 0,7m$ (FIGURE 3. 1). L'écoulement dans le tunnel est généré par une hélice pour laquelle la vitesse de rotation du moteur est ajustable en utilisant un variateur. La plage de fonctionnement varie de quelques 10 cm/s à 5 m/s environ. L'eau utilisée est dégazée et la température de l'eau est égale à la température ambiante (de l'ordre de 20°C), la viscosité cinématique de l'eau est égale à $v = 10^{-6}$ m²/s. Le profil utilisé est un profil symétrique NACA0015 (FIGURE 3. 2). Ce profil est réalisé en résine Araldite et peint en noir, sa corde et son envergure mesurent respectivement 80mm et 228mm. Le profil est fixé à un moteur asservi (FIGURE 3. 3(b)) pour créer les oscillations du profil. Ce moteur de marque LEROY-SOMER et de type Pjn DYNABLOC (PJN 0802 B5 BS U/95 U2 B 30 0 BA RA A 100190) permet d'obtenir une loi cinématique de mouvement avec une fréquence variant de 0 à 15Hz environ pour des amplitudes de 0° à 4°. Les paramètres du moteur sont précisés dans la FIGURE 3. 4.



FIGURE 3. 2 Le profil NACA 0015.



(a)

(b)

FIGURE 3. 3 Le profil NACA0015 et les tubes de Pitot (a), le moteur asservi (b).

DYNABLOC SORTIE AXIALE

B3 - Pjn DYNABLOC

B3.3 - DESIGNATION - CODIFICATION / ORDERING INFORMATION



1 REDUCTEUR / GEAR



2 MOTEUR / MOTOR



FIGURE 3. 4 Les paramètres du moteur asservi.

La vitesse V_{∞} est la vitesse uniforme que nous appellerons la vitesse à l'infini en amont du profil, elle est déterminée à partir des valeurs Δp (Pa) du tube de Pitot 1 placée en amont et à mi-hauteur lors de la mesure dans la veine (FIGURE 3. 3 (a)).

$$V_{\infty} = \sqrt{\frac{2\Delta p}{\rho}} \quad (m/s) \tag{3.1}$$

Le nombre de Reynolds est déterminé en fonction de la corde c du profil, de la vitesse V_{∞} de l'écoulement et des caractéristiques ρ et μ du fluide :

$$Re = \frac{\rho V_{\infty} c}{\mu} \tag{3.2}$$

Pour obtenir le nombre $Re = 10^5$, on a besoin d'ajuster la valeur de la vitesse à l'infini :

$$V_{\infty} = \frac{Re.\,\mu}{\rho.\,c} = \frac{Re.\,\nu}{c} = \frac{10^5.\,10^{-6}}{8.\,10^{-2}} = 1,25 \ (m/s)$$

Pour changer la vitesse d'écoulement dans le tunnel, nous avons fait varier la vitesse de rotation N (tr/min) du moteur entrainant l'hélice de la pompe à eau et mesurer la vitesse de l'écoulement V_{∞} grâce à l'équation (3.1). Nous avons pu alors choisir la rotation du moteur N = 400 (tr/min) pour obtenir une vitesse de 1.25 m/s (FIGURE 3. 5) :



FIGURE 3. 5 Graphique de la corrélation entre la rotation du moteur et la vitesse de l'écoulement.

Loi d'oscillation

Le profil tourne autour de son axe situé au $\frac{1}{4}$ de corde. L'angle moyen d'incidence du profil est choisi à 15° pour assurer un décrochage dynamique systématique et massif. On cherche alors à osciller autour de cette position pour des valeurs de faibles amplitudes $\pm 2^\circ$ et $\pm 4^\circ$ et à des fréquences autour de la fréquence naturelle obtenue dans cette configuration. Cette fréquence naturelle est déterminée pour le profil fixe à partir d'un capteur de pression placé en aval et nommé tube de Pitot 2 et qui permet d'obtenir la fréquence naturelle de lâcher tourbillonnaire de 9.2 Hz (FIGURE 3. 6).



FIGURE 3. 6 Densité Spectrale de Puissance du signal de pression enregistrée par le Pitot 2 situé derrière un profil immobile.

On peut définir un nombre de Strouhal dans ce cas basé sur la fréquence des tourbillons, la hauteur d'obstruction du profil et la vitesse de l'écoulement

$$St = \frac{f \times \sin\alpha \times c}{V_{\infty}} = 0.152$$

On choisira donc pour les fréquences d'oscillations la fréquence naturelle f = 9.2Hz et des fréquences ± 3.3 Hz autour de cette fréquence. Donc, les fréquences d'oscillations sont les suivantes: 5.9Hz ; 9.2Hz et 12.5Hz.



FIGURE 3. 7 Définition des paramètres de mouvement principaux pour un profil oscillant.

La variation de l'angle α est exprimée par l'équation suivante :

$$\alpha(t) = \alpha_0 + d \sin(2\pi f t)$$

 $\alpha(t)$: angle instantané d'attaque ;

 α_0 : angle d'attaque moyen

d: amplitude d'oscillation ; f: fréquence d'oscillation

Dans notre travail, les paramètres utilisés sont les suivants :

 $\alpha_0 = 15^\circ$; $d = 0^\circ$; $2^\circ et 4^\circ$.

Les signaux imposés :

Cas	Notation	Amplitude (•)	Fréquence(Hz)
1	Profil fixe	0	0
2	Triangle	2	5.9
3	Triangle	2	9.2
4	Triangle	2	12.5
5	Triangle	4	5.9
6	Triangle	4	9.2
7	Triangle	4	12.5
8	Scie 45	2	5.9
9	Scie 135	2	5.9

TABLEAU 3. 1 Tableau des cas d'oscillation d'étude.

Les signaux imposés pour le moteur asservi sont chargés par un programme. Dans notre travail, les signaux ne seront pas sinusoïdaux mais auront soit la forme d'un triangle, soit la forme d'une dent de scie asymétrique. Les différents cas étudiés sont résumés dans le tableau (TABLEAU 3. 1).

Plus précisément, dans le cas « Scie 135 » (Cas N°9) la fréquence d'oscillation est de 5.9Hz, et l'amplitude d'oscillation de 2°, le signal imposé pour le moteur asservi est décrit comme représenté par la FIGURE 3. 8 où $T = \frac{1}{5.9} (s)$ est la période d'oscillation:



FIGURE 3. 8 Signal imposé pour le cas « Scie 135 ».

A partir des images de la mesure PIV, nous évaluons l'angle d'attaque du profil $\alpha(t)$ réel imposé par le moteur. Nous obtenons alors la valeur de $\alpha(t)$ qui est la loi d'oscillations réelle du profil. Cette loi est représentée par la FIGURE 3.9 :



FIGURE 3. 9 Signal réponse du profil pour le cas « Scie 135 ».

De même, les autres cas pour un signal triangulaire sont illustrés dans les FIGURE 3. 10, FIGURE 3. 11 et FIGURE 3. 12. A noter néanmoins que la réponse image ne donne pas toujours un signal très précis mais cela était la seule possibilité de contrôle in situ.



FIGURE 3. 10 Signal imposé et réponse pour le cas « Scie 45 ».

Amplitude



Signal imposé triangulaire







Signal réponse triangulaire_5,9Hz





FIGURE 3. 11 Signal imposé et réponse pour les cas « Triangle », amplitude 2°.



FIGURE 3. 12 Signal imposé et réponse pour les cas « Triangle », amplitude 4°.

3.2 Système de mesure

Nous utilisons une technique de mesure optique de vélocimétrie par imagerie de particules 2D2C c'est-à-dire deux composantes de la vitesse dans un plan (PIV 2D2C) pour déterminer les champs vectoriels instantanés d'un écoulement bidimensionnel instationnaire.

Les particules :

Dans notre travail, nous utilisons des particules de polyamide (de marque Vestosint R) de diamètre moyen 15 μ m avec une distribution gaussienne autour de ce diamètre de ± 5 μ m. Ces particules ont une masse volumique de 1.016 g/cm³ et permettent de suivre l'écoulement.

Les caméras :

Nous avons deux caméras Photron FASTCAM SA1.1 pour nous permettre d'augmenter la taille du champ étudié. Les caractéristiques des caméras sont précisées dans le TABLEAU 3. 2 et la FIGURE 3. 13.

Les caractéristiques de camera		
Fabricant	Photron	
Modèle	Fastcam SA1.1 - 675K-M3	
Type de capteur	CMOS	
Taille du capteur	20 x 20 mm ²	
Taille d'un pixel	20 x 20 μm²	
Résolution	1024 x 1024 pixels	
Vitesse à pleine résolution	5400 images/s	
Temps inter-trame minimal	1 µs	
Mémoire interne	32 Go (soit 21.841 images)	
Compatibilité logicielle	LaVision	
Monture d'objectif	Nikon F	
Masse	6,6 kg (sans objectif)	

TABLEAU 3. 2 Les caractéristiques des cameras



FIGURE 3. 13 Une caméra avec son objectif.

Les objectifs :

Dans notre travail, nous utilisons deux objectifs TOKINA Macro 100mm à ouverture f5.6. Ils permettent d'enregistrer l'image avec une bonne qualité sans introduire de distorsions. Cela nous permettra par la suite de pouvoir recombiner les images issues de chaque caméra plus facilement.



FIGURE 3. 14 L'objectif Tokina Macro 100mm f1:2.8

Les lasers :

Nous utilisons deux lasers pour augmenter la taille du champ éclairé mais également pour éliminer les zones d'ombre générées par profil. Les caractéristiques des lasers sont indiquées dans le TABLEAU 3. 3 et la FIGURE 3. 15.

Les deux lasers sont disposés sur les parties supérieure et inférieure de la veine d'essais pour éclairer de part et d'autre le profil NACA0015 placé avec l'angle d'attaque de $+15^{\circ}$. Le schéma d'expérience est représenté sur la FIGURE 3. 16. Le centre du repère est fixé au centre de rotation du profil à ¹/₄ de corde du bord d'attaque, l'axe x est l'axe longitudinale, positif dans le sens de l'écoulement principal et l'axe y est l'axe vertical positif dans le sens ascendant. Les séquences d'images ont été enregistrées en utilisant deux caméras de 1024 × 1024 pixels fonctionnant en tandem à une fréquence de 2 kHz. Pour chaque cas expérimental, 21841 images ont été enregistrées en permanence par chaque caméra. La fenêtre physique d'observation est de 328 × 175 mm², correspondant à 1876 × 1008 pixels en raison du chevauchement des deux plans d'image.

Les lasers	TERRA PIV	QUANTRONIX
Caractéristiques	(en haut)	(en bas)
Fabricant	Continuum	Quantronix
Modèle	Terra PIV 527-100-M	Darwin-527-30-MM-PIV
Туре	Nd-YLF	Nd-YLF
Longueur d'onde	527 nm	527 nm
Energie / Puissance	2 x 30 mJ de 0,1 à 1 kHz / 2 x 50 W à 3 kHz	2 x 18 mJ à 1 kHz
Diamètre des faisceaux	3 mm	2 mm
Durée des impulsions	< 210 ns	< 150 ns
Gamme de fréquences	de 0.1 à 10kHz	de 0.1 à 10kHz
Numéro de série	14 / 7178-2	2158
Masse	32 kg	32 kg
Energie à la cadence utilisée	15mJ à la fréquence 2kHz	13mJ à la fréquence 2kHz

TABLEAU 3. 3 Les caractéristiques des lasers.





(b)

FIGURE 3. 15 Les lasers, TERRA PIV en haut (a) et QUANTRONIX en bas (b)



FIGURE 3. 16 Illustration de la zone mesurée.



FIGURE 3. 17 Vue générale du dispositif expérimental en fonctionnement.

3.3 Traitement des données

Les données ont été enregistrées et synchronisées avec le système Lavision. La fusion des images est réalisée avec ce même logiciel puis le traitement des images pour obtenir les champs de vitesse a quand lui été réalisé à partir d'un logiciel maison de traitement d'images s'appuyant sur la librairie SLIP (Tremblais, et al., 2010).

3.3.1 Prétraitement des images

Étape d'assemblage des deux images

Dans notre travail, nous utilisons une plaque d'étalonnage (ou mire) qui nous permettra de localiser avec précision les points sur les images ce qui est la base pour l'étape d'assemblage des deux images (FIGURE 3. 18). Autrement dit, cette mire nous permet d'établir un modèle de caméra entre l'espace physique et le repère image et nous permet ensuite d'assembler les deux images pour en créer une seule.



FIGURE 3. 18 La plaque d'étalonnage avec des points de coordonnées (a) et le diagramme illustration (b).

Dans la FIGURE 3. 19, les deux images enregistrées par les deux caméras sont présentées avec les coordonnées de localisation du raccordement (indiquées par les flèches rouges) pour faire un assemblage.



FIGURE 3. 19 Le résultat de camera 1 (a) et le résultat de camera 2 (b)

Dans le logiciel *Davis*, nous utilisons la fonction *Image Stitching* pour effectuer l'assemblage des images. Après la mise en œuvre, le résultat obtenu est représenté dans la FIGURE 3. 20.



FIGURE 3. 20 L'image a été fusionné par la fonction « Image Stitching ».

Masque dynamique

Pour éliminer le profil dans le champ de vecteur, nous utilisons des masques qui sont créés par segmentation des images PIV. Dans le cas du profil fixe, nous avons besoin seulement d'un masque avec l'angle d'attaque α fixe. Mais dans le cas du profil

oscillant, nous avons besoin de plusieurs masques correspondant aux différents angles d'attaque $\alpha(t)$, Il faut donc segmenter toutes les images pour obtenir les masques associés.



FIGURE 3. 21 Le masque est utilisé dans la construction du champ vectoriel.

Ce masque dynamique, développé sous la librairie Slip, s'appuie sur une décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD) de la série temporelle d'images dans une zone proche du profil et permet à partir des deux premiers modes d'obtenir la position du profil autour de son axe de rotation pour chaque instant.

3.3.2 Méthode FTEE (Fluid Trajectory Evaluation based on an Ensembleaveraged cross-correlation)

Nous avons utilisé la méthode d'estimation des vitesses FTEE développée par Y.J. Jeon et al (Jeon, et al., 2014) pour traiter des données expérimentales de PIV résolue en temps.

Dans cette méthode FTEE, le mouvement local de fluide est approximé par une trajectoire Lagrangienne de forme polynomiale. Cette trajectoire polynomiale pour décrire le mouvement de fluide s'appuie sur plusieurs images successives d'un même ensemble de particules et maximise une valeur moyenne des inter-corrélations entre les différentes images, notée C_{ens} . Cette approche permet de réduire l'erreur de mesure mais également la taille de la fenêtre d'analyse et donc d'améliorer la résolution temporelle de mesure (Earl, et al., 2016).

Cela permet d'obtenir non seulement la vitesse, mais aussi l'accélération matérielle.



FIGURE 3. 22 Schéma de FTEE.

Plus précisément, en description Lagrangienne, (en notant Δt la durée entre deux images consécutives et $n = \frac{t}{\Delta t}$ l'étape de temps normalisée) le mouvement de fluide peut être décrit comme suit :

$$x_p(x,n) = x + \Gamma(x,n) \tag{3.3}$$

où $\Gamma(x, n)$ est la trajectoire relative de la particule fluide issue de x le vecteur de position dans l'image de particules de référence à n = 0.

Si de plus on suppose la trajectoire polynomiale, on a alors pour tout $n = -T \dot{a} + T$.

$$\Gamma(x,n) = \sum_{q=1}^{P} a_q(x) n^q$$

où P est le degré du polynôme et a_q le coefficient polynomial du monôme de degré q.

La valeur d'inter-corrélation entre deux images pour les temps normalisés 0 et *n* le long de la trajectoire, $C_n(\Gamma(x, n))$, peut s'exprimer comme suit :

$$C_n(\Gamma(x,n)) = \int_{W_0} I_0(x) I_n(x + \Gamma(x,n)) dx$$
(3.4)

où $I_n(x)$ est l'image déformée des particules au temps n et W_0 la fenêtre d'observation contenant l'image des particules $I_0(x)$.

La valeur moyenne de l'inter-corrélation des différentes images, C_{ens} , est introduite comme suit :

$$C_{ens}(a(x)) = \frac{1}{2T} \sum_{n=-T}^{+T} C_n(\Gamma(x,n))$$
(3.5)

où a(x) est l'ensemble des coefficients polynomiaux.

C'est cette valeur que nous maximisons par la suite.

Pour corriger le coefficient polynomial de k-ième degré, a_k , nous définissons la carte moyenne d'inter- corrélation d'ensemble :

$$R_k(\Delta a_k) = \frac{1}{2T} \sum_{n=-T}^{+T} \int_{W_0} I_0(x) I_n(x + \Gamma(x, n) + \Delta a_k n^k) dx$$
(3.6)

D'autre part, en notant $I_n^{\Gamma(x,n)}$ l'image de particules déformée le long de la trajectoire $\Gamma(x,n)$.

$$I_n^{\Gamma(x,n)}(x) = I_n(x + \Gamma(x,n))$$
(3.7)

On peut définir la carte d'inter-corrélation entre l'image de référence I_0 et l'image déformée $I_n^{\Gamma(x,n)}$ comme suit :

$$R_n^{\Gamma(x,n)}(\Delta x) = \int_{W_0} I_0(x) I_n^{\Gamma(x,n)}(x + \Delta x) dx$$

$$= \int_{W_0} I_0(x) I_n(x + \Delta x + \Gamma(x + \Delta x, n)) dx$$
(3.8)

où Δx est la valeur qui maximise la valeur de la carte d'inter-corrélation. Cette valeur Δx est nulle si on est sur le chemin optimal mais plus généralement proche de 0. Par conséquent, on peut appliquer un développement de Taylor à l'ordre 1 pour obtenir :

$$R_n^{\Gamma(x,n)}(\Delta x) = \int_{W_0} I_0(x) I_n(x + \Gamma(x,n) + J(\Gamma(x,n))\Delta x) dx$$
(3.9)

où J désigne la matrice jacobienne du schéma image déformé.



FIGURE 3. 23 Illustration schématique de la relation entre une trajectoire et une carte de corrélation croisée calculée correspondante (Jeon, et al., 2014).

Si on pose $\Delta x_{phy} = J(\Gamma(x, n))\Delta x$;

On a :

$$C_n(\Gamma(x,n) + \Delta x_{phy}) = R_n^{\Gamma(x,n)}(\Delta x)$$
(3.10)

A partir de l'équation 3.9 et 3.10, l'équation 3.6 peut être écrit de la façon suivante :

$$R_k(\Delta a_k) = \frac{1}{2T} \sum_{n=-T}^{+T} R_n^{\Gamma(x,n)} \left(\frac{\Delta a_k n^k}{J(\Gamma(x,n))} \right)$$
(3.11)

Ce qui nous permet de calculer les coefficients polynomiaux optimaux de manière itérative.

La carte d'inter-corrélation $R_k(\Delta a_k)$ est construite en changeant par étapes Δa_k .

La matrice jacobienne en chaque point de grille est évaluée en faisant référence aux points de grille voisins dans un schéma de différence finie centrée. Dans le cas d'un système 2D, la matrice *J* peut être exprimée comme suit :

$$J(\Gamma(x,n)) = \begin{bmatrix} \frac{2\delta x + \Gamma_{+\delta x} - \Gamma_{-\delta x}}{2\delta x} & \frac{\Gamma_{+\delta x} - \Gamma_{-\delta x}}{2\delta y} \\ \frac{\Gamma_{+\delta y} - \Gamma_{-\delta y}}{2\delta x} & \frac{2\delta y + \Gamma_{+\delta y} - \Gamma_{-\delta y}}{2\delta y} \end{bmatrix}$$
(3.12)

où δx et δy désignent l'espacement des grilles dans les directions horizontale et verticale, et $\Gamma_{\pm \delta x}$ et $\Gamma_{\pm \delta y}$ correspondent à des trajectoires voisines.

A partir des images obtenues par PIV sur lesquelles nous appliquons la méthode FTEE, nous construisons le champ de vitesse par dérivation de la trajectoire polynomiale optimale. Pour cela nous définissons tout d'abord un maillage cartésien auquel nous incluons le masque dynamique défini précédemment.

Nous sommes alors confrontés à l'influence des paramètres suivants :

- La taille du maillage : l'image est divisée en petits carrés, leur taille est en pixels.
- Le degré du polynôme : 2 ou 3
- Le nombre d'images : 5 images ou 7 images ou 9 images

Nous avons testé différentes configurations de paramètres pour déterminer celle qui serait la plus adaptée à notre étude (TABLEAU 3. 4).

Taille du maillage	Degré du polynôme	Nombre d'images
64 → 16	2	5 7 9
64 → 16	3	5 7 9
64 → 32	2	5 7 9
64 → 32	3	5 7 9

TABLEAU 3. 4 Les paramètres des différents cas d'études.

Après l'évaluation du niveau de détail et la reconstitution des images obtenues, nous avons choisit les paramètres pour le traitement des données comme suit :

- La taille du maillage : $64 \rightarrow 32$
- Degré du polynôme : 3
- Le nombre d'images : 7 images.

Un exemple de champs d'accélération et de vitesse obtenus par la méthode FTEE est présenté FIGURE 3. 24.



Champ d'accélération

Champ de vitesse

FIGURE 3. 24 Exemple de champ d'accélération et de vitesse calculé par la méthode FTEE (Jeon, et al., 2014) à un instant donné.

3.4 Post Traitement des données

Les mesures PIV et leurs traitements ont permis d'avoir des cartographies de champs de vitesse de l'écoulement autour d'un profil fixe ou en mouvement. Nous définissons maintenant des grandeurs statistiques et des grandeurs dérivées instantanées qui vont nous permettre de caractériser les mécanismes régissant la dynamique de l'écoulement et l'évolution temporelle des structures tourbillonnaires.

3.4.1 Grandeurs statistiques

Dans cette partie, nous nous référons à la méthode de calcul utilisée dans le travail de thèse de D. Calluaud (Calluaud, 2003) et de S. Hamidouche (Hamidouche, 2013).

Vitesse moyenne, écarts types et intensité turbulente

Dans la mesure PIV, chaque image représente une matrice de base de données bidimensionnelle à un instant t_i . A l'intérieur de chaque matrice les vitesses de

composantes cartésiennes (u, v) sont définies par leurs positions. C'est-à-dire, pour chaque position (x, y) à un instant t_i , les composantes $u(x, y, t_i), v(x, y, t_i)$ du champ de vitesse sont déterminées.

Différentes grandeurs statistiques peuvent être alors calculées à partir de N échantillons successifs (i = 1, 2, ..., N).

- Les moyennes statistiques pour chaque composante de vitesse:

$$\bar{u}(x,y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} u(x,y,t_i)$$
$$\bar{v}(x,y) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} v(x,y,t_i)$$

- Les écarts types "*RMS*" (Root Mean Square) pour chaque composante de vitesse:

$$RMS(u) (x, y) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} [u(x, y, t_i) - \bar{u}(x, y)]^2}$$
$$RMS(v) (x, y) = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^{N} [v(x, y, t_i) - \bar{v}(x, y)]^2}$$

L'intensité turbulente moyenne de l'écoulement "*It*" qui caractérise la distribution de l'énergie cinétique.

$$It_{2D}(x,y) = \sqrt{\frac{1}{2} \frac{RMS(u)^2(x,y) + RMS(v)^2(x,y)}{U_o^2}}$$

3.4.2 Grandeurs dérivées

1. Vorticité

La vorticité traduit les rotations locales au sein d'un écoulement et permet de localiser les zones de cisaillement et de structures tourbillonnaires. Le vecteur vitesse de rotation locale $\vec{\Omega}$ est la partie antisymétrique du tenseur des gradients de vitesse, il est égal à la moitié du vecteur vorticité $\vec{\omega}$:

$$\vec{\Omega} = \frac{1}{2}\vec{\omega} = \frac{1}{2}\vec{rot}\vec{U}$$

ainsi le vecteur vorticité s'écrit comme suit :

$$\vec{\omega} = \overrightarrow{rot}\vec{U} = \omega_x\vec{X} + \omega_y\vec{Y} + \omega_z\vec{Z}$$

Dans le cas de la mesure PIV bidimensionnelle, la vitesse \vec{U} est mesurée dans le plan de mesure (*Oxy*). Et alors, seule la composante de la vorticité ω_z peut être déterminée.

$$\omega_z = \frac{\partial v(x, y)}{\partial x} - \frac{\partial u(x, y)}{\partial y}$$

Pour un maillage cartésien, la composante de la vorticité au nœud interne (m, n) sera calculée par un opérateur de différence finie centré:

$$\omega_z = \frac{v(m+1,n) - v(m-1,n)}{2\Delta x} - \frac{u(m,n+1) - u(m,n-1)}{2\Delta y}$$

où Δx , Δy sont des distances selon x et selon y entre deux nœuds adjacents.

2. Second invariant du tenseur gradient de vitesse

Le calcul de la vorticité ne permet de différentier une zone de cisaillement d'une zone tourbillonnaire. Pour pallier à cet inconvénient, et identifier les structures cohérentes de l'écoulement nous utiliserons le critère Q. Le scalaire Q s'exprime à partir de la partie symétrique \overline{S} et de la partie anti-symétrique $\overline{\Omega}$ du tenseur gradient de vitesse.

$$Q = \frac{1}{2} \left(\left\| \overline{\overline{\Omega}} \right\|^2 - \left\| \overline{\overline{S}} \right\|^2 \right)$$

Dans le cas bidimensionnel, le critère approximant le second invariant Q du tenseur gradient de vitesse est notée par la suite Q_{2D} .

$$Q_{2D} = -\frac{1}{2} \left[\frac{\partial u}{\partial y} \frac{\partial v}{\partial x} \right]$$

Comme dans le cas de la vorticité, le scalaire Q_{2D} au nœud interne (m, n) du maillage sera calculé comme suit :

$$Q_{2D} = -\frac{1}{2} \left[\frac{u(m, n+1) - u(m, n-1)}{2\Delta y} \times \frac{v(m+1, n) - v(m-1, n)}{2\Delta x} \right]$$

Pour les nœuds sur les bords du maillage, un opérateur de différence finie décentré peut être appliqué pour calculer.

CHAPITRE 4 RESULTATS ET ANALYSE

Sommaire

4.1 Résultats et analyse	121
4.1.1 Le profil fixe	121
1. Les champs de vitesse	
2. Les champs de pression	
3. Les efforts	
4.1.2 Le profil oscillant	129
4.1.2.1 L'oscillation en triangle	129
1. Les champs de vitesse	
2. Les champs de pression	
3. Les efforts	134
4.1.2.2 L'oscillation en dent de scie	136
1. Les champs de vitesse	136
2. Les champs de pression	139
3. Les efforts	140

4.2 Comparaison des résultats	142
4.2.1 Comparaison entre le cas « Fixe » et les cas « Triangle »	142
1. Les champs de vitesse moyenne	142
2. Les champs d'intensité turbulente	144
3. Les efforts de traînée et de portance	145
4.2.2 Comparaisons entre les cas « Fixe », « Triangle » (5.9Hz ; 2°)	et « dent de
Scie »	148
1. Les champs de vitesse moyenne	148
2. Les champs d'intensité turbulente	149
3. Les efforts de traînée et de portance	149
Conclusion	151

Dans ce chapitre nous présenterons tout d'abord les résultats obtenus pour l'écoulement généré autour du profil NACA0015 fixe à un nombre de Reynolds de 10^5 puis nous nous intéresserons au profil en rotation pour différentes lois de mouvement. Cette analyse s'appuiera sur les champs de vitesse, de vorticité et de critère Q en deux dimensions (Q_{2D}) mais également sur les champs de pression reconstruits et les efforts.

4.1 Résultats et analyse

4.1.1 Le profil fixe

1. Les champs de vitesse

Avec les paramètres de l'écoulement fluide, les dispositifs de mesure et les étapes de traitement indiqués au chapitre 3, nous obtenons des images du champ vectoriel des vitesses dans le milieu fluide que nous complétons sur l'ensemble du domaine en imposant une vitesse nulle à l'intérieur du profil. Pour le cas du profil fixe, le masque est extrait à partir d'une des images recombinées de mesures PIV. On peut noter sur la figure que le masque sur la partie intrados ne correspond pas trop bien au champ mesuré. Cela est principalement lié à l'association des images qui dans cette zone uniquement est légèrement mise en défaut.

Les résultats de vitesses adimensionnées $\left(\frac{v}{v_{\infty}}\right)$ sont présentés à différents instants (FIGURE 4.1). Pour pouvoir facilement faire des comparaisons par la suite nous avons choisi d'extraire à chaque fois 4 champs instantanés positionnés dans le temps à $0.T(T1); T/4(T2); T/2(T3) \ et \ 3T/4(T4)$ du cycle de lâchers tourbillonnaires (une période correspond à un cycle de lâcher donc l'inverse de la fréquence naturelle de l'écoulement (9,2Hz); (T est la période du lâcher (s) et $T = \frac{1}{f}$; f est la fréquence mesurée en Hz).



FIGURE 4.1 Les champs de vitesse adimensionnée expérimentale (profil fixe).

Sur la figure, on constate un lâcher tourbillonnaire alternatif de type Karman ainsi que des tourbillons générés aux bords d'attaque et de fuite du profil. Ces tourbillons plus visibles avec le critère Q_{2D} (FIGURE 4. 2) mettent en évidence la forte intensité tourbillonnaire de ces petits tourbillons générés par le fort cisaillement entre l'écoulement principal fortement accéléré autour du profil et le sillage. Ces tourbillons alimentent ensuite les tourbillons plus larges de sillage dont on retrouve la signature sur le signal de pression mesuré par le tube de Pitot en aval.



Champ de critère Q_{2D} n°3249 (T1)

Champ de critère Q_{2D} n°3290 (T2)



Champ de critère Q_{2D} n°3342 (T3)

Champ de critère Q_{2D} n°3408 (T4)

FIGURE 4. 2 Les champs de critère Q_{2D} expérimentaux (profil fixe).

Pour mieux comprendre l'écoulement moyen, nous nous intéressons aux grandeurs statistiques développées au chapitre 3.

Pour assurer la convergence statistique (FIGURE 4. 3), nous avons calculé les valeurs de la vitesse moyenne adimensionnée sur 4000 fichiers consécutifs (durée 2s).

Nous choisissons dans le champ d'intensité turbulente quelques points de l'écoulement situés à l'aval de l'obstacle où l'intensité turbulente est forte, pour vérifier la convergence statistique des composantes \bar{u} et \bar{v} de la vitesse moyenne et des écarts types RMS(u), RMS(v). Pour 4000 fichiers, nous remarquons que la convergence de ces grandeurs est assurées (FIGURE 4. 3).



FIGURE 4. 3 Convergence des grandeurs statistiques en un point où l'intensité turbulente est forte (X/c = 1.06; Y/c = 0.1).

Nous donnons ci-dessous le champ de la norme de la vitesse moyenne (FIGURE 4.4).

Le champ de vitesse moyenne montre le fort ralentissement des vitesses dans le sillage à l'extrados du profil jusqu'à 1.5 corde environ. Le profil fait réellement office de masque sur toute la hauteur du profil en incidence (environ 0.3 Y/c) dans l'écoulement et le ralentissement s'atténue ensuite progressivement suivant X/c mais aussi selon Y/c. La forte accélération de part et d'autre du profil est responsable de la formation des petites structures en raison du cisaillement entre ces zones accélérées et le sillage.



FIGURE 4.4 Le champ de vitesse moyenne (profil fixe).

Pour déterminer l'intensité turbulente It_{2D} , nous calculons tout d'abord les écarts types RMS(u) et RMS(v) (toujours sur 4000 fichiers pour assurer la convergence statistique (FIGURE 4. 3)). Nous donnons FIGURE 4. 5 les résultats pour le profil fixe.



Champ d'écart type RMS(u)



Champ d'intensité turbulente It_{2D}

FIGURE 4. 5 Les champs d'écart type et d'intensité turbulente (profil fixe).

En amont du profil et sur l'intrados, la fluctuation des vitesses est négligeable (la vitesse est toujours proche de la vitesse moyenne), de plus on observe une large zone très fluctuante sur l'extrados et l'aval du profil. Cette zone correspond à la zone d'évolution tourbillonnaire observée dans l'étude des champs de vitesse. On observe aussi en proche profil et à l'extrados une zone peu fluctuante qui semble correspondre à une zone de décollement et de recirculation de l'écoulement.

2. Les champs de pression

Comme décrit au chapitre 2, à partir des champs de vitesse expérimentaux et de la méthode de M. Druon (Druon, 2009) nous obtenons des champs de vitesse polynomiaux de degré 25. Nous calculons ensuite des champs de gradient pression polynomiaux en utilisant l'équation de Navier - Stokes. Enfin, nous calculons les différents champs de pression par la méthode d'intégration de Y.J. Jeon (Jeon, et al., 2015).

Dans la méthode de Y.J. Jeon (Jeon, et al., 2014), les domaines d'intégration D₃ et D₄ sont définis avec $d_{edge} = 0.16c$ et $d_{body} = 0.1c$ (= 5.5 Δh) respectivement où *c* est la longueur de corde du profil et Δh est la distance entre deux noeuds du maillage, $\Delta h = 0.018c$.

Les résultats du champ de pression sont donnés FIGURE 4. 6 pour toujours les 4 mêmes temps caractéristiques.



FIGURE 4. 6 Les champs de pression (profil fixe).

L'étude du champ de pression en proche profil permet de mettre en évidence les zones de fortes dépression qui sont des zones d'activités tourbillonnaires ainsi que la zone de décollement que nous avons pu remarquer lors des analyses précédentes.

Nous calculons aussi la grandeur Q_{2D} pour les champs de vitesse polynomiaux (FIGURE 4. 7) aux 4 instants.



FIGURE 4. 7 Les champs de critère Q_{2D} polynomiaux (profil fixe).

L'étude du critère Q_{2D} polynomiale, démontre le caractère lissant de la projection polynomiale qui permet d'avoir un changement d'échelle au niveau des structures tourbillonnaires, on voit apparaître des structures tourbillonnaires plus importantes regroupant l'ensemble des petites structures visibles par le critère Q_{2D} expérimental et clairement le lâcher alternatif tourbillonnaire de type Karman.

Toutes ces conclusions partielles nous permettent d'envisager un fort coefficient de traînée, ce que nous vérifions par la suite en calculant les efforts sur le profil.

3. Les efforts

Comme indiqué au chapitre 2, nous calculons des efforts par la formule :

$$\vec{F}(t) = -\rho \frac{d}{dt} \iint_{D(t)} \vec{v} dS - \rho \int_{\partial D_f(t)} \vec{v}(\vec{v}.\vec{n}) dl - \int_{\partial D_f(t)} p.\vec{n} dl + \nu \int_{\partial D_f(t)} grad \vec{v}.\vec{n} dl$$

terme instationnaire $\underbrace{\partial D_f(t)}_{terme \ convectif} \underbrace{\partial D_f(t)}_{terme \ de \ pression} \underbrace{\partial D_f(t)}_{terme \ de \ viscosit\acute{e}}$

Nous présentons ci-dessous (FIGURE 4. 8 et FIGURE 4. 9) le résultat du calcul des efforts sur 4000 fichiers consécutifs (durée 2s), avec un rayon du domaine de contrôle R = 70mm. L'axe du temps est donné sous la forme adimensionnelle (t/T).
Les valeurs des efforts de traînée Fx(t) et portance Fy(t) sont exprimées sous la forme de coefficients adimensionnels Cx(t) et Cy(t) définis par:

$$Cx(t) = \frac{Fx(t)}{\frac{1}{2}\rho cV_{\infty}^{2}}; \qquad Cy(t) = \frac{Fy(t)}{\frac{1}{2}\rho cV_{\infty}^{2}}$$

Les valeurs des coefficients moyens (toujours sur 4000 fichiers consécutifs) sont calculées comme suit :



FIGURE 4. 8 Les coefficients adimensionnels Cx(t) et \overline{Cx} (la ligne pointillée en bleu)



FIGURE 4. 9 Les coefficients adimensionnels Cy(t) et \overline{Cy} (la ligne pointillée en gris).

Les valeurs calculées de Cx et Cy, sont des valeurs qui suivent le décrochage statique du profil NACA0015. Les valeurs expérimentales (Sarraf, et al., 2010); (Prothin, et al., 2010) de décrochage trouvées dans la littérature pour des Re de 5×10^5 (contre $Re = 10^5$ dans notre cas) sont de l'ordre de 0.8 pour le coefficient de portance (contre 0.6 dans notre cas) et de 0.25 pour le coefficient de traînée mais avec une évolution rapide et croissante avec l'incidence (contre 0.4 dans notre cas, ce qui peut sembler surévalué mais peut être lié au conditions de confinements de notre expérience).

4.1.2 Le profil oscillant

Comme nous l'avons présenté dans la description du montage expérimental du chapitre 3. Nous nous intéressons à deux types d'oscillation, la première en triangle et la deuxième en dent de scie, à diverses fréquences et amplitudes.

Comme dans le cas du profil fixe nous obtenons par PIV et traitements les champs vectoriels de vitesse à chaque instant dans le milieu fluide que nous complétons sur l'ensemble du domaine d'observation (profil compris) en mettant les vitesses de solide indéformable aux nœuds internes au profil.

4.1.2.1 L'oscillation en triangle

1. Les champs de vitesse

Différentes fréquences (5.9Hz ; 9.2Hz ; 12.5Hz) et différentes amplitudes (2° ; 4°) ont été étudiées (cf. Chapitre 3), pour cette partie nous nous limiterons à un seul cas, une fréquence d'oscillation de 9.2 Hz (fréquence naturelle du profil avec un angle d'attaque de 15°) et une amplitude de 4° (FIGURE 4. 10).



FIGURE 4. 10 Le signal imposé (Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 4°).

Les résultats des autres études précitées ont été mises en annexe de ce mémoire.

Nous avons, comme dans le cas du profil fixe, choisi d'extraire 4 champs instantanés $0.T(T1); T/4(T2); T/2(T3) \ et \ 3T/4(T4)$ (FIGURE 4. 11). Dans ce cas, $T = \frac{1}{9.2}$ (s).



Champ de déplacement n°204 (T3)

Champ de déplacement n°262 (T4)

FIGURE 4. 11 Les champs de vitesse adimensionnée expérimentaux

(Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 4°).

Nous observons, que le profil ne masque plus l'écoulement et que ce dernier ne semble plus présenter de phénomène de décollement. Nous observons aussi une faible activité tourbillonnaire réduite au contour proche profil et à un sillage bien défini contrairement au cas du profil fixe. Ceci est confirmé par l'étude du critère Q_{2D} (FIGURE 4. 12).



Champ de critère Q_{2D} n°113 (T1)

Champ de critère Q_{2D} n°155 (T2)



Champ de critère Q_{2D} n°204 (T3)

Champ de critère Q_{2D} n°262 (T4)

FIGURE 4. 12 Les champs de critère Q_{2D} expérimentaux (Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 4°).

Nous calculons alors les valeurs de la vitesse moyenne dans le cas profil oscillant. Nous présentons ci-dessous le champ de vitesse moyenne adimensionnée $\left\|\frac{\vec{v}}{\vec{V}_{c}}\right\|$ sur 4000 fichiers consécutifs (durée 2s).



FIGURE 4. 13 Le champ de vitesse moyenne (Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 4°).

La vitesse moyenne est peu ralentie par le profil qui ne fait plus office de masque (ce qui pouvait déjà être observé sur les champs de vitesse instantanée). Le champ de vitesse moyenne contourne le profil de manière très régulière avec une accélération à l'extrados.

Pour compléter notre première analyse, nous calculons les écarts types RMS(u) et RMS(v) et d'intensité turbulente It_{2D} (toujours sur 4000 fichiers) FIGURE 4. 14.



Champ d'écart type RMS(u)



Champ d'écart type RMS(v)





FIGURE 4. 14 Les champs d'écart type et d'intensité turbulente (Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 4°).

On observe des fluctuations plus importantes au bord de fuite, où se forment les tourbillons de bord de fuite et une perturbation beaucoup plus légère à l'extrados du bord d'attaque, zone de cisaillement où se forment de petites structures tourbillonnaires

se propageant le long du profil pour s'agréger au bord de fuite et se retrouver convectées dans le sillage étroit.

2. Les champs de pression

En utilisant la même méthode que dans le cas du profil fixe et en utilisant le masque dynamique décrit au chapitre 3, à partir des champs de vitesse polynomiaux nous calculons des champs de gradient pression d'où nous déduisons les champs de pression (FIGURE 4. 15).



FIGURE 4. 15 Les champs de pression (Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 4°).

La répartition des pressions est cohérente avec le mouvement en triangle du profil. Tout d'abord une surpression sur l'intrados due à l'augmentation de l'angle d'attaque (de 15° à 19°) apparaît, ensuite l'angle d'attaque diminue (de 19° à 15°) de T2 à T3 ce qui fait apparaître la surpression sur 3/4 corde arrière de l'extrados, enfin cette surpression diminue quand l'angle d'attaque devient égal à 11°. Le profil oscillant autour de son quart de corde avant, on observe le phénomène inverse sur le quart avant de l'intrados.



Champ de critère Q_{2D} n°113 (T1)

Champ de critère Q_{2D} n°155 (T2)



Champ de critère Q_{2D} n°204 (T3)

Champ de critère Q_{2D} n°262 (T4)

Le calcul du scalaire Q_{2D} pour les champs de vitesse polynomiaux (FIGURE 4. 16) confirme que l'activité tourbillonnaire est limitée à une région proche profil et dans un sillage étroit de bord de fuite.

3. Les efforts

Nous présentons ci-dessous les résultats du calcul des efforts pour le cas d'oscillation « Triangle », une fréquence d'oscillation de 9.2Hz et une amplitude de 4°. Le rayon de domaine de contrôle est conservé R = 70mm et le calcul est effectué toujours sur 4000 fichiers consécutifs.

Les analyses des champs instantanés et moyens nous permettent de supposer que les efforts de traînée vont être bien plus faibles que ceux calculés dans le cas du profil fixe, ce qui est effectivement vérifié par le calcul.

FIGURE 4. 16 Les champs de critère Q_{2D} polynomiaux (Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 4°).

Les résultats pour les coefficients de traînée et de portance sont présentés sur les FIGURE 4. 17, FIGURE 4. 18.



FIGURE 4. 17 Les coefficients adimensionnels Cx(t) et \overline{Cx} (la ligne pointillée en bleu).



FIGURE 4. 18 Les coefficients adimensionnels Cy(t) et \overline{Cy} (la ligne pointillée en gris).

Les efforts de portance sont eux bien plus importants que ceux calculés dans le cas du profil fixe et leur cycle sur une période en fonction de l'amplitude d'oscillation de l'angle d'attaque est bien périodique et stable dans le temps comme le montre le calcul sur plusieurs cycles consécutifs (FIGURE 4. 19).



FIGURE 4. 19 Coefficient des efforts de portance $Cy(\alpha)$ sur un cycle d'oscillation.

4.1.2.2 L'oscillation en dent de scie

1. Les champs de vitesse

Nous présentons ci-dessous les résultats du calcul des champs instantanés pour le cas « Scie 45 », une fréquence d'oscillation de 5.9Hz et une amplitude de 2°, dans un cycle d'oscillation 0.T(T1); $3T/8(T2^*)$; T/2(T3) et $5T/8(T4^*)$, (FIGURE 4. 20) et (FIGURE 4. 21) avec T cette fois ci égal à $\frac{1}{5.9}$ (s).

Les résultats de l'autre cas « Scie 135 » sont présentés en annexe de ce mémoire.



FIGURE 4. 20 Le signal imposé (Scie 45).



FIGURE 4. 21 Les champs de vitesse expérimentaux (Scie 45).

L'étude des champs instantanés de vitesses montre qu'ils sont beaucoup moins perturbés que dans le cas du profil fixe, le mouvement de rotation rapide entre T2^{*} et T4^{*} semble recoller l'écoulement à l'extrados qui semble se décoller lors de la phase lente. Pendant la phase lente, une légère zone de recirculation semble subsistée sur l'extrados, ce qui semble se confirmer par l'étude des champs statistiques d'écart type et d'intensité turbulente (FIGURE 4. 23) ainsi que par l'étude du scalaire Q_{2D} (FIGURE 4. 24).

Le champ de vitesse moyenne confirme aussi que le profil masque moins l'écoulement, mais on observe quand même une zone de faible vitesse sur les ³/₄ arrière de l'extrados et limité au profil (FIGURE 4. 22).



FIGURE 4. 22 Le champ de vitesse moyenne (Scie 45). - 137 -



Champ d'écart type *RMS*(*u*)



Champ d'écart type RMS(v)





FIGURE 4. 23 Les champs d'écart type et d'intensité turbulente (Scie 45).



FIGURE 4. 24 Les champs de critère Q_{2D} expérimentaux (Scie 45).

2. Les champs de pression

Comme dans le cas « Triangle » précédent, la répartition de pression autour du profil (FIGURE 4. 25) est cohérente avec le mouvement d'oscillation imposé. Tout d'abord une surpression sur le 1/4 avant de l'intrados due à l'augmentation de l'angle d'attaque (de 15° à 17°), ensuite l'angle d'attaque diminue rapidement (de 17° à 15°) de $T2^*$ à T3 ce qui fait apparaitre la surpression sur 1/4 corde arrière de l'extrados, enfin l'angle d'attaque continue à décroitre rapidement (de 15° à 13°) de T3 à T4^{*}. Le temps T4^{*} proposé est dans le début de la phase croissante plus lente, de l'angle d'attaque on retrouve alors une surpression sur l'ensemble de l'intrados avec une plus forte valeur sur la $\frac{1}{2}$ corde arrière qu'on peut comparer à la répartition de pression observée sur la première image (T1). Pour des temps légèrement inférieurs, on est sur la fin de la phase de décroissance rapide et on observe une surpression sur la $\frac{1}{2}$ corde arrière de l'extrados qui amplifie les résultats de la troisième image (T3).



FIGURE 4. 25 Les champs de pression (Scie 45).

3. Les efforts

Les analyses précédentes permettent de supposer que les efforts de traînée vont être plus faibles que le cas fixe. Ceci est confirmé par les résultats des efforts que nous avons calculé pour le cas « Scie 45 », (FIGURE 4. 26), (FIGURE 4. 27) et (FIGURE 4. 28). Il est difficile de le comparer avec le cas triangle précédent les fréquences et amplitudes étant différentes, ce qui entrainent des efforts très différents. On comparera avec le cas « Triangle » de fréquence 5.9Hz et d'amplitude 2° dans le paragraphe suivant.



FIGURE 4. 26 Les coefficients adimensionnels Cx(t) et \overline{Cx} (la ligne pointillée en bleu).



FIGURE 4. 27 Les coefficients adimensionnels Cy(t) et \overline{Cy} (la ligne pointillée en gris).

Les efforts de portance sont meilleurs que ceux calculés pour le profil fixe, mais leur calcul sur un cycle d'une période en fonction de l'amplitude d'oscillation de l'angle d'attaque est instable dans le temps comme le montre le calcul sur plusieurs cycles consécutifs (FIGURE 4. 28)



FIGURE 4. 28 coefficient de la force de portance $Cy(\alpha)$ (Scie 45).

4.2 Comparaison des résultats

Dans cette partie, nous comparons les différentes configurations expérimentales.

Nous nous limitons aux champs de vitesse moyenne, aux champs d'intensité turbulente et aux efforts de portance et de traînée sur le profil pour effectuer les comparaisons.

Dans notre travail, les cas expérimentaux ont été divisés en trois types différents : le profil fixe, le signal « Triangle » et le signal « dent de Scie ».

Nous commencerons par comparer le cas fixe avec les différents cas « Triangle », ensuite le cas « Fixe » et « Triangle » (de fréquence 5.9Hz, d'amplitude 2°) avec les différents cas « dent de Scie ».

4.2.1 Comparaison entre le cas « Fixe » et les cas « Triangle »

1. Les champs de vitesse moyenne

Dans le premier type, nous proposons les images des résultats de comparaison pour le cas profil fixe et les cas des signaux « Triangle ». Tout d'abord, les résultats de comparaison des champs de vitesse moyenne, (FIGURE 4. 29).



Profil fixe





Triangle, fréquence 5.9Hz, amplitude 2°



Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 2°





Triangle, fréquence 5.9Hz, amplitude 4°



Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 4°



Triangle, fréquence 12.5Hz, amplitude 4°

FIGURE 4. 29 Les champs de vitesse moyenne adimensionnée.

Le champ de vitesse moyenne pour la fréquence 5.9Hz et l'amplitude 2° présente des caractéristiques proches du profil fixe avec tout de même une amélioration due à un masquage moindre de l'écoulement. Les autres champs de vitesse moyenne

des profils en oscillations présentent tous les mêmes particularités : le profil ne masque plus l'écoulement, le contournement du bord d'attaque, une augmentation de vitesse à l'extrados qui semble montrer une amélioration du recollement de l'écoulement et permet de limiter au profil proche et à un sillage étroit de bord de fuite l'activité tourbillonnaire. Ces différents points sont à la fois améliorés par l'augmentation de la fréquence qui, à amplitude constante, présente un net gain quand l'amplitude est de 2 degré (le profil masque de moins en moins l'écoulement), mais aussi par l'augmentation d'amplitude de 2° à 4°, qui dès 4° montre que la fréquence de 5.9Hz permet d'avoir une performance remarquable. Il semble sur cette comparaison que le gain en amplitude est plus conséquent que le gain en fréquence quand on est autour de la fréquence naturelle.

2. Les champs d'intensité turbulente

Ensuite, nous comparons les différents champs d'intensité turbulente It_{2D} (FIGURE 4. 30).

Le champ d'intensité turbulente pour la fréquence 5.9Hz et l'amplitude 2° présente une taille de zone turbulente proche de celle du profil fixe mais avec des caractéristiques un peu différentes : une zone très cisaillée à l'extrados du bord d'attaque, lieu de formation de structures tourbillonnaires importantes qui s'éloignent du profil et qui sont convectées dans un large sillage turbulent. Les autres champs d'intensité turbulente des profils en oscillations présentent tous les mêmes particularités : Une zone d'intensité turbulente le long du profil qui se prolonge en un sillage étroit. L'augmentation d'amplitude de 2° à 4° augmente légèrement les valeurs d'intensité turbulentes (sauf le cas de fréquence 5.9Hz). La corrélation à la fréquence est plus délicate, il semble néanmoins que le cas de la fréquence naturelle 9.2Hz associée à une amplitude de 2° donne les plus faibles valeurs de l'intensité turbulente.

Les comparaisons faites précédemment sur les champs de vitesse moyenne et les champs d'intensité turbulente, permettent de supposer des performances en efforts, de traînée et de portance, supérieures dans le cas des profils oscillants, avec un gain faible pour le cas de fréquence 5.9Hz et d'amplitude 2°.



Profil fixe.





Triangle, fréquence 5.9Hz, amplitude 2°

Triangle, fréquence 5.9Hz, amplitude 4°



Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 2°



Triangle, fréquence 12.5Hz, amplitude 2°



Triangle, fréquence 9.2Hz, amplitude 4°



Triangle, fréquence 12.5Hz, amplitude 4°

FIGURE 4. 30 Les champs d'intensité turbulente.

3. Les efforts de traînée et de portance

Nous présentons nos résultats de calculs (FIGURE 4. 31) et (FIGURE 4. 32) des coefficients de traînée (Cx) et de portance (Cy).



FIGURE 4. 31 Les résultats de comparaison des coefficients de traînée.

Ces résultats confirment les analyses précédentes. On peut aussi remarquer que les résultats du Cy sont périodiques et stables sur des cycles consécutifs (sauf pour le cas 5.9Hz ; 2°). On peut remarquer que pour l'amplitude de 4° le coefficient de traînée est peu sensible aux différentes fréquences étudiées, ce qui n'est pas le cas de la portance qui augmente de façon significative avec la fréquence.





4.2.2 Comparaisons entre les cas « Fixe », « Triangle » (5.9Hz ; 2°) et « dent de Scie »

1. Les champs de vitesse moyenne

Dans cette partie nous comparons les champs de vitesse moyenne des configurations « Fixe » et « Triangle » de fréquence 5.9Hz amplitude 2° aux deux configurations dent de scie « Scie 45 » et « Scie 135 » (FIGURE 4. 33).



Scie 45, fréquence 5.9Hz, amplitude 2° Scie 135, fréquence 5.9Hz, amplitude 2°

FIGURE 4. 33 Les champs de vitesse moyenne adimensionnée.

Nous observons comme dans le cas triangle une amélioration par rapport au cas fixe mais aussi par rapport au cas triangle de fréquence 5.9Hz amplitude 2° étudié précédemment. L'oscillation de type « Scie 45 » semble être une alternative très intéressante si on ne dispose que d'une possibilité de 5.9HZ et de très faible amplitude. Le fait de pivoter le bord d'attaque vers le haut rapidement semble permettre de raccrocher l'écoulement alors que le cas « Scie 135 » qui pivote le bord d'attaque vers le bas rapidement ne semble pas avoir cet avantage. Cela semble confirmé par le calcul des champs d'intensité turbulente présenté ci-dessous.

2. Les champs d'intensité turbulente

La comparaison entre les différents champs d'intensité turbulente It_{2D} est présentée FIGURE 4. 34.





Le champ d'intensité turbulente du cas « Scie 45 » a une zone turbulente plus petite et beaucoup plus étroite que celle du cas « Scie 135 » et le cas « Scie 45 » parait toujours très intéressant comparé au cas triangle de fréquence 5.9Hz amplitude 2°.

Le calcul des efforts sur le profil va confirmer cette impression.

3. Les efforts de traînée et de portance

Les comparaisons entre les coefficients de traînée et de portance sont présentées (FIGURE 4. 35) et (FIGURE 4. 36).



FIGURE 4. 35 Les résultats de comparaison des coefficients de traînée.



FIGURE 4. 36 Les résultats de comparaison des coefficients de portance.

Cette dernière comparaison nous prouve encore que le cas « Scie 45 » a des performances bien meilleures que le cas « Triangle » aux mêmes fréquences et amplitudes. Ces performances sont équivalentes au cas triangle amplitude 2° et fréquence 12.5Hz.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons comparé différents types d'oscillation, à différentes fréquences (autour de la fréquence naturelle) et amplitudes, ce qui nous a permis de déduire certaines similitudes et certaines différences qui pourront servir dans l'avenir dans le choix des types d'oscillation requis pour obtenir l'effet désiré (meilleur portance, peu de traînée, intensité turbulente faible...). Ce travail n'est pas exhaustif, les résultats observés autour de la fréquence naturelle pour un angle d'attaque de 15° et un profil NACA0015 devront être complétés par d'autres configurations avec des angles d'attaques différents (par exemple le fait de recoller l'écoulement et de supprimer la zone de recirculation est-il reproductible pour d'autres profils, d'autres incidences).

Conclusion générale et perspectives

Dans ce mémoire, nous avons proposé :

Dans un premier temps une méthode de calcul des champs de pressions et d'efforts de traînée et de portance sur un profil fixe ou oscillant, à partir de données numériques ou de données expérimentales.

Pour cela, nous avons fait le choix d'une projection polynomiale (Druon, 2009), d'un champ de vitesse expérimental, pour plusieurs raisons :

- Facilité et rapidité pour calculer les intégrales, les dérivées et interpoler.
- Calcul de la base polynomiale en amont indépendamment des caractéristiques physiques de l'écoulement.
- Capacité de compresser des données en utilisant une base polynomiale.
- Calcul analytique des champs de gradients de pression par dérivation polynomiale dans l'équation de Navier-Stokes.

Contrairement aux domaines restreints sans profil, l'intégration polynomiale pour reconstruire les champs de pression n'a pas donné de résultats acceptables quand le domaine d'intégration contenait le profil. Nous avons alors utilisé une méthode de calcul de champ de pression développée dans l'équipe Hydée (Jeon, et al., 2015), qui nous a permis à partir des champs de gradient polynomiaux d'approcher, de manière satisfaisante, le champ de pression dans tout le domaine, profil inclus. Ce champ de pression obtenu a lui-même été approché par une méthode de projection polynomiale pour construire un champ de pression polynomial.

Ces différents champs polynomiaux (vitesse et pression) ont été injectés dans l'équation de bilan quantité de mouvement dans un domaine circulaire (adapté aux mouvements d'oscillation du profil) pour calculer de façon quasi-analytique les efforts de traînée et de portance sur un profil en oscillation. Cette méthode de calcul d'efforts a été validée pour un écoulement simulé autour d'un profil fixe. Dans un deuxième temps, il nous a paru primordial d'utiliser ce nouvel outil de compréhension à l'étude de champs expérimentaux autour de profil en oscillation. Pour cela, nous avons mis en place une série d'essais expérimentaux sur un profil NACA0015 dans un tunnel hydrodynamique :

- Autour du profil fixe à 15° d'angle d'attaque, ce qui nous a permis de déterminer sa fréquence naturelle de 9.2Hz.
- Autour du profil oscillant à des fréquences de 5.9Hz, 9.2Hz et 12.5Hz et des amplitudes de 2° et 4°.

Par des méthodes optiques PIV, nous avons obtenus des images qui par traitements, en particulier la méthode FTEE nous a permis d'obtenir des champs de vitesse instantanée.

C'est à partir de ces champs que nous avons appliqués la méthode que nous avons développée et décrite au point un pour obtenir les champs de pression et les efforts instantanés de traînée et de portance. Pour nous aider à la compréhension de la dynamique de ces écoulements, nous avons complété nos résultats par le calcul de grandeurs statistiques (champ de vitesse moyenne, champ d'intensité turbulente) et par la valeur instantanée de Q_{2D} .

Enfin, avec l'ensemble des méthodes et outils, nous avons analysé les écoulements expérimentaux dus aux différents types d'oscillations imposées au profil, et calculé les champs de pression et les efforts. Cela nous a permis de faire des comparaisons d'efficacité, qui laisse apparaitre les améliorations pour des oscillations à des fréquences supérieures ou égales à la fréquence naturelle (par exemple diminution de l'intensité turbulente qui entraine une diminution des efforts de traînée, augmentation des efforts de portance) la même conclusion peut être apporté pour l'augmentation d'amplitude.

Nous avons observé que pour le profil oscillant à la fréquence naturelle et avec une amplitude de 2°, l'intensité turbulente est la plus faible des cas étudiés ; l'oscillation semble alors recoller l'écoulement et on observe un sillage très étroit. Ces caractéristiques de l'écoulement semblent communes à l'ensemble des cas oscillants pour une fréquence et une amplitude suffisante.

Les perpectives qu'offre ce travail sont diverses et variées, on pourrait citer :

Dans la méthode d'évaluation du champ de pression et des efforts :

- Améliorer la base polynomiale, on est limité à un degré 25 car les bases de degré supérieur présentent des défauts d'orthogonalité.
- Le passage 2D à 3D qui ne devrait pas poser de problème pour le calcul du champ de pression. Pour le calcul des efforts on utilisera un volume de contrôle cylindrique avec surement une étude plus particulière pour les deux extrémités du cylindre.
- Pour calculer les efforts, on peut étudier d'autres mouvements de profil avec cette fois un volume de contrôle rectangulaire. Il faudra faire alors un changement afine des coordonnées, dans notre calcul polynomial, pour suivre les mouvements de translation et rotation du profil.
- Dans la comparaison et l'analyse :
 - Tester des configurations autour d'angles d'attaque différents. Pour voir si on observe les mêmes phénomènes physiques (recollement, intensité turbulente plus faible...)
 - Tester d'autres fréquences et d'autres amplitudes pour mieux évaluer des tendances
 - ...

. . .

Pour conclure, ce travail de thèse ajoute un nouvel outil qui nous aidera à être discriminant, dans nos choix de mouvement et de configuration, quand des profils seront mis en mouvement. Par exemple, suivant les systèmes de récupération d'énergie envisagés, les critères optimaux peuvent être très différents. Pour un système de contrôle optimal de turbine, le critère de priorité est de minimiser la perte d'énergie de l'écoulement lorsqu'il se déplace à travers les aubes de guidage, il nous faudra alors plutôt minimiser l'intensité turbulente, mais dans le cas des éoliennes à axe vertical, le critère de priorité est de traînée et d'augmenter le coefficient de portance, et dans ce cas une bonne évaluation de ces deux critères est nécessaire, et notre travail nous permettra cette sélection.

Annexe





Champ de déplacement n°3342 (T3)

Champ de déplacement n°3408 (T4)

FIGURE 0. 1 Les champs de vitesse expérimentaux.



FIGURE 0. 2 Les champs de grandeur statistique.



FIGURE 0. 3 Les champs de pression.



FIGURE 0. 4 Représentation de coefficient de la force de traînée Cx(t) et \overline{Cx} .



FIGURE 0. 5 Représentation de coefficient de la force de portance Cy(t) et \overline{Cy} .







Champ d'écart type RMS_u





Champ d'écart type RMS_v

Champ d'intensité turbulente It_{2D}





FIGURE 0. 8 Les champs de pression.



FIGURE 0. 9 Représentation de coefficient de la force de traînée Cx(t) et \overline{Cx} .



FIGURE 0. 10 Représentation de coefficient de la force de portance Cy(t) et \overline{Cy} .



FIGURE 0. 11 Représentation de coefficient de la force de portance $Cy(\alpha)$.










FIGURE 0. 14 Les champs de pression.



FIGURE 0. 15 Représentation de coefficient de la force de traînée Cx(t) et \overline{Cx} .



FIGURE 0. 16 Représentation de coefficient de la force de portance Cy(t) et \overline{Cy} .



FIGURE 0. 17 Représentation de coefficient de la force de portance $Cy(\alpha)$.



Cas Triangle ; fréquence 5,9Hz ; amplitude 2•

Champ de déplacement n°23 (T1)

Champ de déplacement n°120 (T2)

IIVII 1.28 1.21 1.14 1.07 0.93 0.93 0.79 0.72 0.65 0.58 0.51 0.44 0.37 0.30 0.23 0.23 0.23



Champ de déplacement n°195 (T3)

Champ de déplacement n°293 (T4)

FIGURE 0. 18 Les champs de vitesse expérimentaux.





Champ d'intensité turbulente It_{2D}





Champ de pression n°23 (T1)

Champ de pression $n^{\circ}120$ (T2)



Champ de pression n°195 (T3)

Champ de pression n°293 (T4)

FIGURE 0. 20 Les champs de pression.



FIGURE 0. 21 Représentation de coefficient de la force de traînée Cx(t) et \overline{Cx} .



FIGURE 0. 22 Représentation de coefficient de la force de portance Cy(t) et \overline{Cy} .



FIGURE 0. 23 Représentation de coefficient de la force de portance $Cy(\alpha)$.



FIGURE 0. 24 Les champs de vitesse expérimentaux.







Champ de pression n°87 (T1)

Champ de pression n°181 (T2)



Champ de pression n°245 (T3)

Champ de pression n°351 (T4)

FIGURE 0. 26 Les champs de pression.



FIGURE 0. 27 Représentation de coefficient de la force de traînée Cx(t) et \overline{Cx} .



FIGURE 0. 28 Représentation de coefficient de la force de portance Cy(t) et \overline{Cy} .



FIGURE 0. 29 Représentation de coefficient de la force de portance $Cy(\alpha)$.



Cas Triangle ; fréquence 9.2Hz ; amplitude 2•

Champ de déplacement n°214 (T1)

Champ de déplacement n°265 (T2)



Champ de déplacement n°315 (T3)

Champ de déplacement n°375 (T4)

FIGURE 0. 30 Les champs de vitesse expérimentaux.







Champ de pression n°315 (T3)

Champ de pression n°375 (T4)

FIGURE 0. 32 Les champs de pression.



FIGURE 0. 33 Représentation de coefficient de la force de traînée Cx(t) et \overline{Cx} .



FIGURE 0. 34 Représentation de coefficient de la force de portance Cy(t) et \overline{Cy}



FIGURE 0. 35 Représentation de coefficient de la force de portance $Cy(\alpha)$.

Cas Triangle ; fréquence 9,2Hz ; amplitude 4•



Champ de déplacement n°204 (T3)

Champ de déplacement n°262 (T4)

FIGURE 0. 36 Les champs de vitesse expérimentaux.







Champ de pression n°113 (T1)

Champ de pression $n^{\circ}155$ (T2)



Champ de pression n°204 (T3)

Champ de pression n°262 (T4)

FIGURE 0. 38 Les champs de pression.



FIGURE 0. 39 Représentation de coefficient de la force de traînée Cx(t) et \overline{Cx} .



FIGURE 0. 40 Représentation de coefficient de la force de portance Cy(t) et \overline{Cy} .



FIGURE 0. 41 Représentation de coefficient de la force de portance $Cy(\alpha)$.



Cas Triangle ; fréquence 12,5Hz ; amplitude 2•

Champ de déplacement n°309 (T3)

Champ de déplacement n°356 (T4)

FIGURE 0. 42 Les champs de vitesse expérimentaux.



Champ d'écart type RMS_v

Champ d'intensité turbulente It_{2D}





FIGURE 0. 44 Les champs de pression.



FIGURE 0. 45 Représentation de coefficient de la force de traînée Cx(t) et \overline{Cx} .



FIGURE 0. 46 Représentation de coefficient de la force de portance Cy(t) et \overline{Cy} .



FIGURE 0. 47 Représentation de coefficient de la force de portance $Cy(\alpha)$.



FIGURE 0. 48 Les champs de vitesse expérimentaux.







FIGURE 0. 50 Les champs de pression.



FIGURE 0. 51 Représentation de coefficient de la force de traînée Cx(t) et \overline{Cx} .



FIGURE 0. 52 Représentation de coefficient de la force de portance Cy(t) et \overline{Cy} .



FIGURE 0. 53 Représentation de coefficient de la force de portance $Cy(\alpha)$.

Bibliographie

- Akonur, A., & Prasad, A. K. (2000). Methodology and implementation of bubble-image barometry. *Meas. Sci. Technol*, 398-405.
- Amiralaei, M. R., Alighanbari, H., & Hashemi, S. M. (2010). An investigation into the effects of unsteady parameters on the aerodynamics of a low Reynolds number pitching airfoil. *Journal of Fluids and Structures*, 26, 979–993.
- Anderson, J. M., Streitlien, K., Barrett, D. S., & Triantafyllou, M. S. (1998). Oscillating foils of high propulsive efficiency. J. Fluid Mech, 360, 41-72.
- Auteri, F., Carini, M., Zagaglia, D., Montagnani, D., Gibertini, G., Merz, C. B., & Zanotti, A. (2015). A novel approach for reconstructing pressure from PIV velocity measurements. *Exp Fluids*, 56:45.
- Azijli, I., Sciacchitano, A., Ragni, D., Palha, A., & Dwight, R. P. (2016). A posteriori uncertainty quantification of PIV-based pressure data. *Exp Fluids*, 57:72.
- Black, M. J., Yacoob, Y., Jepson, A. D., & Fleet, D. J. (1997). Learning Parameterized Models of Image Motion. *Computer Vision and and Pattern Recognition* (CVPR'97), Puerto Rico, June 1997.
- Blinde, P., Michaelis, D., Oudheusden, B. v., Weiss, P., Kat, R. d., Laskari, A., . . .
 Schrijer, F. (2016). Comparative assessment of PIV-based pressure evaluation techniques applied to a transonic base flow. Lisbon, PORTUGAL, July 4 7: 18th International Symposium on the Application of Laser and Imaging Techniques to Fluid Mechanics.
- Bruno, E. (2001). De l'estimation locale à l'estimation globale de mouvement dans les séquences d'images. Grenoble: PhD thesis, Université Joseph Fourier.
- Calluaud, D. (2003). Développement d'une méthode de mesures tridimensionnelles par
 P.I.V stéréoscopique. Application à l'étude de l'écoulement naissant et établi autour d'un parallélépipède. Poitiers: PhD thesis, Université de Poitiers.

- Charonko, J. J., King, C. V., Smith, B. L., & Vlachos, P. P. (2010). Assessment of pressure field calculations from particle image velocimetry measurements. *Measurement Science and Technology*, 21(10).
- David, L. (1996). Développements d'une technique d'analyse quantitative automatisée en écoulements tridimensionnels. Application à l'écoulement naissant autour d'un cylindre en incidence. Poitiers: PhD thesis, Université de Poitiers.
- David, L., Jardin, T., & Farcy, A. (2009). On the non-intrusive evaluation of fluid forces with the momentum equation approach. *Measurement Science and Technology_Meas. Sci. Technol, 20, 095401.*
- Druon, M. (2009). Modélisation du mouvement par polynômes orthogonaux : Application à l'étude d'écoulements fluides. Poitiers: PhD thesis, Université de Poitiers.
- Earl, T., Jeon, Y. J., Lacour, C., Lecordier, B., & David, L. (2016). Spectral Improvement of Time Resolved PIV by FTEE in Homogeneous Isotropic Turbulence. Lisbon, PORTUGAL: 18th International Symposium on the Application of Laser and Imaging Techniques to Fluid Mechanics.
- Fleet, D. J., Black, M. J., Yacoob, Y., & Jepson, A. D. (2000). Design and Use of Linear Models for Image Motion Analysis. *International Journal of Computer Vision*, 36(3), 171–193.
- Gorle, J. M. (2015). Development of Circulation Controlled Blade Pitching Laws for Low-Velocity Darrieus Turbine. Poitiers: PhD thesis, ENSMA.
- Gorle, J., Chatellier, L., Pons, F., & Ba, M. (2016). Flow and performance analysis of H-Darrieus hydroturbine in a confined flow : A computational and experimental study. *Journal of Fluids and Structures*, 66, 382-402.
- Hamidouche, S. (2013). Étude expérimentale et numérique de l'écoulement autour d'une ride isolée. Poitiers: PhD thesis, Université de Poitiers.
- Huhn, F., Schanz, D., Gesemann, S., & Schröder, A. (2016). FFT integration of instantaneous 3D pressure gradient fields measured by Lagrangian particle tracking in turbulent flows. *Experiments in Fluids*, 57(9), 151.
- Imaichi, K., & Ohmi, K. (1983). Numerical processing of flow-visualization pictures measurement of two-dimensional vortex flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 129, 283-311.

- Jahanmiri, M. (2011, June). (https://www.researchgate.net) Pressure Sensitive Paints: The Basics & Applications. Consulté le 2016, sur https://www.researchgate.net/publication/256503552_Pressure_Sensitive_Paints _The_Basics_Applications
- Jakobsen, M. L., Dewhirst, T. P., & Greated, C. A. (1997). Particle image velocimetry for predictions of acceleration fields and force within fluid flows. *Measurement Science and Technology*, 8(12), 1502-1516.
- Jardin, T. (2009). Analyse numérique et expérimentale de la sustentation par vol battu. Application aux micro-drones. Poitiers: PhD thesis, Université de Poitiers.
- Jardin, T., Chatellier, L., Farcy, A., & David, L. (2009). Correlation between vortex structures and unsteady loads for flapping motion in hover. *Experiments in Fluids*, 47(4-5), 655-664. Récupéré sur https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01132386/document
- Jensen, A., & Pedersen, G. K. (2004). Optimization of acceleration measurements using PIV. *Measurement Science and Technology*, *15*(11), 2275-2283.

Jeon, Y. J., Chatellier, L., Beaudoin, A., & David, L. (2015). (https://www.researchgate.net) Least-square reconstruction of instantaneous pressure field around a body based on a directly acquired material acceleration in time-resolved PIV. Consulté le 2016, sur https://www.researchgate.net/publication/281898433_Leastsquare_reconstruction_of_instantaneous_pressure_field_around_a_body_based_ on_a_directly_acquired_material_acceleration_in_time-resolved_PIV

- Jeon, Y. J., Tronchin, T., Chatellier, L., & David, L. (2014). 3D extension of the fluid trajectory evaluation based on an ensemble-averaged cross-correlation (FTEE) for acceleration and pressure evaluation of the flow around a flapping wing. 17th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics. Lisbon, Portugal, 07-10 July 2014: 17th International Symposium on Applications of Laser Techniques to Fluid Mechanics.
- Kat, R. d., & Ganapathisubramani, B. (2012). Pressure from particle image velocimetry for convective flows : a Taylor's hypothesis approach. *Measurement Science* and Technology, 24(2), 024002.

- Kihl, O. (2012). Modélisations polynomiales hiérarchisées applications à l'analyse de mouvements complexes. Poitiers: PhD thesis, Université de Poitiers.
- Kurtulus, D. F., David, L., Farcy, A., & Alemdaroglu, N. (2007). Aerodynamic characteristics of flapping motion in hover. *Exp Fluids*, 44, 23-36.
- Kurtulus, D. F., Scarano, F., & David, L. (2007). Unsteady aerodynamic forces estimation on a square cylinder by TR-PIV. *Exp Fluids*, *42*, 185–196.
- Laneville, A., & Vittecoq, P. (1986). Dynamic Stall: The Case of the Vertical Axis Wind Turbine. *Journal of Solar Energy Engineering*, *108*, 140-145.
- Lee, J. S., Kim, C., & Kim, K. H. (2006). Design of Flapping Airfoil for Optimal Aerodynamic Performance in Low-Reynolds Number Flows. *AIAA Journal*, 44(9).
- Lee, T., & Gerontakos, P. (2004). Investigation of flow over an oscillating airfoil. J. *Fluid Mech*, *512*, 313–341.
- Leroux, R. (2012). Inférence bayésienne pour la reconstruction d'écoulements complexes. Application au profil NACA0012. Poitiers: PhD thesis, Université de Poitiers.
- Leroux, R., Chatellier, L., & David, L. (2014). Bayesian inference applied to spatiotemporal reconstruction of flows around a NACA0012 airfoil. *Exp Fluids* 55:1699.
- Leroux, R., Chatellier, L., & David, L. (2015). Time-resolved flow reconstruction using Kalman filter and Partial least squares regression. Workshop on Non-Intrusive Measurements for unsteady flows and aerodynamics (NIM 2015) (pp. 56-59).
 Poitiers, France: Workshop on Non-Intrusive Measurements for unsteady flows and aerodynamics (NIM 2015).
- Liu, T., Bencic, T., & Sullivan, J. P. (1999). (https://ntrs.nasa.gov) Pressure Sensitive Paints. Récupéré sur https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/2000000191.pdf
- Liu, W., & Ribeiro, E. (2012). (http://dx.doi.org) Detecting singular patterns in 2D vector fields using weighted Laurent polynomial. Consulté le 2016, sur http://dx.doi.org/10.1016/j.patcog.2012.04.025

- Liu, X., & Katz, J. (2004). Measurements of pressure distribution in a cavity flow by integrating the material acceleration. Charlotte, NC, USA, 11–15 July, 2004: HTFED2004-56373, 2004 ASME heat transfer/fluids engineering summer conference.
- Lynch, K., & Scarano, F. (2013). A high-order time-accurate interrogation method for time-resolved PIV. *Measurement Science and Technology*, 24(3), 16.
- McLachlan, B. G., Bell, J. H., Pack, H., Kennelly, R. A., Schreiner, J. A., Smith, S. C., .
 Gouterman, M. (1995). Pressure-Sensitive Paint Measurements on a Supersonic High-Sweep Oblique Wing Model. *Journal of Aircraft, 32*(2).
- Moisy, F., Porta, A. L., Voth, G., & Bodenschatz, E. (2005). (http://www.fast.u-psud.fr) Using cavitation as a probe of low-pressure filaments in turbulence. Consulté le 2016, sur http://www.fast.u-psud.fr/~moisy/papers/moisylpvb_lnp00.pdf
- Neeteson, N., & Rival, D. (2015). Pressure-field extraction on unstructured flow data using a Voronoi tessellation-based networking algorithm: a proof-of-principle study. *Experiments in Fluids*, 56(2), 44.
- Noca, F., Shiels, D., & Jeon, D. (1997). Measuring instantaneous fluid dynamic forces on bodies, using only velocity fields and their derivatives. *Journal of Fluids and Structures*, 11, 345-350.
- Noca, F., Shiels, D., & Jeon, D. (1999). A comparison of methods for evaluating timedependent fluid dynamic forces on bodies, using only velocity fields and their derivatives. *Journal of Fluids and Structures*, 13, 551-578.
- Ooi, K. K., & Acosta, A. J. (1984). The Utilization of Specially Tailored Air Bubbles as Static Pressure Sensors in a Jet . *Journal of Fluids Engineering*, *106*, 459-465.
- Oudheusden, B. W. (2008). Principles and application of velocimetry-based planar pressure imaging in compressible flows with shocks. *Exp Fluids*, *45*, 657–674.
- Oudheusden, B. W. (2013). PIV-based pressure measurement. *Measurement Science* and Technology, 24(3).
- Oudheusden, B. W., & Scarano, F. (2008). PIV Investigation of Supersonic Base-Flow– Plume Interaction. *Topics Appl. Physics*, *112*, 465–474.

- Oudheusden, B. W., Scarano, F., Roosenboom, E. W., Casimiri, E. W., & Souverein, L. J. (2007). Evaluation of integral forces and pressure fields from planar velocimetry data for incompressible and compressible flows. *Exp Fluids*, 43, 153–162.
- Ploesteanu, C., Tarziu, D., & Maitre, T. (2003). Flow modelling in a Darrieus turbine for moderate Reynolds number. 9èmes Journées de l'Hydrodynamique 10-12 mars 2003. Poitiers - Futuroscope.
- Protas, B. (2015). From the Velocity and Vorticity Fields to Hydrodynamic Forces A Survey of Mathematical and Computational Approaches. *NIM 2015* (pp. 1-5). Poitiers, France: Workshop on Non-Intrusive Measurements for unsteady flows and aerodynamics (NIM 2015).
- Protas, B., Styczek, A., & Nowakowski, A. (2000). An Effective Approach to Computation of Forces in Viscous Incompressible Flows. *Journal of Computational Physics*, 159, 231-245.
- Prothin, S., Djeridi, H., & Billard, J.-Y. (2010). Effect of a single longitudinal vortex on the behavior of 2D-NACA profile. Nantes, 17-19 novembre 2010: 12èmes Journées de l'Hydrodynamique.
- Ran, B., & Katz, J. (1994). Pressure fluctuations and their effect on cavitation inception within water jets. *Journal of Fluid Mechanics*, 262, 223-263.
- Rice, J. R. (1969). Approximation des fonctions théorie linéaire. Paris: Dunod.
- Sarraf, C., Djeridib, H., Prothin, S., & Billard, J. (2010). Thickness effect of NACA foils on hydrodynamic global parameters, boundary layer states and stall establishment. *Journal of Fluids and Structures*, *26*(4), 559-578.
- Schneiders, J., & Scarano, F. (2016). Dense velocity reconstruction from tomographic PTV with material derivatives. *Experiments in Fluids*, *57*(9), 139.
- Sciacchitano, A., Scarano, F., & Wieneke, B. (2012). Multi-frame pyramid correlation for time-resolved PIV. *Exp Fluids*, *53*, 1087-1105.
- Tremblais, B., David, L., Arrivault, D., Dombre, J., Thomas, L., & Chatellier, L. (2010). SLIP_Simple Library of Image Processing (version 1.4). APP IDDN.FR.001.300034.000.S.P.2010.000.21000, http://sliplib.free.fr.

- Tronchin, T. (2013). Caractérisation expérimentale et numérique des mécanismes tourbillonnaires de génération de portance sur une aile en mouvement couplé de battement et tangage. Poitiers: PhD thesis, Université de Poitiers.
- Tronchin, T., David, L., & Farcy, A. (2015). Loads and pressure evaluation of the flow around a flapping wing from instaneous 3D velocity measurements. *Exp Fluids* 56:7.
- Unal, M. F., Lin, J. -C., & Rockwell, D. (1997). Force prediction by PIV imaging : a momentum-based approach. *Journal of Fluids and Structures*, *11*, 965-971.
- Wang, S., Ingham, D. B., Ma, L., Pourkashanian, M., & Tao, Z. (2010). Numerical investigations on dynamic stall of low Reynolds number flow around oscillating airfoils. Computers & Fluids 39, 1529–1541, journal homepage: www.elsevier.com/locate/compfluid.
- Willert, C. E., & Gharib, M. (1991). Digital particle image velocimetry. *Experiments in Fluids*, 10(4), 181-193.
- Wu, Y.-T., Kanade, T., Li, C.-C., & Cohn, J. (2000). Image Registration Using Wavelet-Based Motion Model. *International Journal of Computer Vision*, 38(2), 129–152.
- Yacoob, Y., & Black, M. J. (1999). Parameterized Modeling and Recognition of Activities. *Computer Vision and Image Understanding*, 73(2), 232–247.

Calcul de pression et d'efforts sur un profil en mouvement : application aux systèmes de récupération d'énergie

Résumé

La détermination du champ de pression dans un écoulement et/ou des efforts sur un profil en mouvement à partir de mesures de vitesses effectuées dans le milieu fluide est une problématique actuelle qui intéresse de nombreux domaines de recherche en mécanique des fluides. On pourrait citer en particulier, les systèmes de récupération d'énergie (éolienne, hydrolienne) ou bien les systèmes de contrôle optimal d'aubes de guidage de turbine, etc...

Dans ce mémoire, nous apportons notre contribution à ce problème en proposant dans un premier temps, une méthode originale qui permet, à partir de champs de vitesses instationnaires obtenus par mesure optiques PIV, d'approcher ces champs dans l'ensemble du milieu (profil inclus) en utilisant la théorie des polynômes orthogonaux de Legendre. L'équation de Navier-Stokes permet alors d'obtenir des gradients de pression polynomiaux dans l'ensemble du milieu fluide et de pouvoir ainsi calculer le champ de pression dans l'écoulement et ensuite, en utilisant l'équation de bilan de mouvement dans un domaine de référence judicieusement choisi, de déterminer les efforts sur un profil mobile en oscillation. Cette méthode est alors validée sur un profil fixe à partir de données simulées numériquement et de données expérimentales.

Dans un deuxième temps, après une série de mesures optiques PIV sur un profil NACA0015 soumis à différents types d'oscillations, nous appliquons la méthode décrite précédemment pour reconstruire les champs de pressions instationnaires et évaluer les efforts instantanées et moyens sur le profil. L'étude d'un certains nombres de plages de fréquences et d'amplitudes permet de comparer nos résultats, pour la recherche d'une meilleure efficacité.

Mots Clefs : écoulements fluides instationnaires, polynômes de Legendre, profil oscillant, PIV, pression, efforts

Calculation of pressure and forces on a moving profile : application to energy recovery systems

Abstract

The determination of the pressure field in a flow and/or forces on a moving profile from measurements of velocities carried out in the fluid is a current problem that is of interest to many domains of research in fluid mechanics like the energy recovery systems (wind, hydro) or the speed control of hydraulic turbines, etc...

In this PhD thesis, we make a contribution to this problem by initially proposing an original method which allows us to approach unsteady velocity fields in the whole of the flow obtained by PIV optical measurements (including the profile) using Legendre's orthogonal polynomial theory. The Navier-Stokes equations then make it possible to obtain polynomial pressure gradients in the whole of the fluid and thus to be able to calculate the pressure field in the flow by using the momentum balance equation in a judiciously chosen reference range, to determine the forces on an oscillating mobile profile. This method is then validated on a fixed profile using numerically simulated data and experimental data.

In a second step, from series of flow PIV measurements on a NACA0015 profile subjected to different types of oscillations, we apply the method described above to reconstruct the unsteady pressure fields and to evaluate the instantaneous and average forces on the profile. The study of a certain number of ranges of frequencies and amplitudes makes it possible to compare our results, in order to seek a better efficiency.

Keywords : Unsteady fluid flows, Legendre polynomials, oscillating profile, PIV, pressure, force