HAL
open science

Système modulaire de traitement pour la tomographie d'émission à partir de détecteurs CdZnTe

Mélanie Bernard

To cite this version:

Mélanie Bernard. Système modulaire de traitement pour la tomographie d'émission à partir de détecteurs CdZnTe. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université Grenoble Alpes, 2017. Français. NNT : 2017GREAM063 . tel-01866747

HAL Id: tel-01866747

https://theses.hal.science/tel-01866747v1

Submitted on 3 Sep 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Communauté UNIVERSITÉ Grenoble Alpes

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE LA COMMUNAUTÉ UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Mathématiques, Informatique**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

Mélanie BERNARD

Thèse dirigée par **Stéphane MANCINI** et
codirigée par **Guillaume MONTÉMONT**

préparée au sein du **Laboratoire LDET (CEA/LETI)** et **TIMA**
dans **l'École Doctorale MSTII**

Système modulaire de traitement pour la tomographie d'émission à partir de détecteurs CdZnTe

Thèse soutenue publiquement le **lundi 6 novembre 2017**,
devant le jury composé de :

Mme Florence FORBES
Directrice de recherche, INRIA Grenoble,
Présidente du jury

M Christian SCHEIBER
Professeur des Universités, Univ. Claude Bernard et praticien hospitalier,
Rapporteur

M Michel PAINDAVOINE
Professeur des Universités, Univ. de Bourgogne,
Rapporteur

M David BRASSE
Directeur de recherche, CNRS, IPHC Strasbourg,
Examinateur

M Laurent DESBAT
Professeur des Universités, UGA,
Examinateur

Remerciements

Je tiens à remercier chaleureusement tous ceux qui ont participé de près ou de loin à ce travail de thèse. Ces lignes peuvent paraître bien simples par rapport aux trois années que je viens de vivre, mais la reconnaissance qu'elles expriment n'en est pas moins sincère.

Je souhaite tout d'abord remercier chacun des membres du jury, de s'être déplacé, d'avoir consacré du temps à la lecture de mon manuscrit, de s'y être intéressé et d'avoir soulevé chacun dans leur domaine d'expertise des points tous aussi pertinents les uns que les autres. Je remercie tout particulièrement les deux rapporteurs, Christian Scheiber et Michel Paindavoine, d'avoir accepté de participer à ma soutenance à mi-thèse un an avant la fin de mon travail, me permettant ainsi de prendre du recul à un moment où l'on en manque encore.

Merci à Stéphane Mancini, d'abord d'avoir été mon directeur de thèse, puis surtout pour son encadrement d'une grande efficacité qui aura fortement contribué à l'organisation de ce travail et au respect des différentes échéances. Nos réunions n'étaient certes pas très fréquentes, mais toujours très fructueuses.

Je remercie Loïck Verger de m'avoir accueillie au sein du LDET, pour l'intérêt qu'il a porté au bon déroulement des recherches au moment des points thèse, qui permettent de fixer un cap et de regagner en enthousiasme, et pour son soutien dans l'après-thèse.

Merci bien évidemment à Guillaume Montémont, pour son accompagnement au quotidien, sur tous les aspects de la thèse, des points les plus techniques, aux discussions plus éloignées du sujet, permettant de prendre du recul. Je me rends bien compte qu'un encadrement aussi compétent, rigoureux, et passionné, a été une chance, et une aide précieuse pour ce travail. Merci également à Sylvain Stanchina pour le temps consacré aux réunions de thèse et aux corrections, et pour ses conseils toujours très concrets et efficaces. Merci également à Laurence, pour sa gestion administrative qui permet de gagner beaucoup de temps et d'alléger les multiples démarches.

Je remercie les autres thésards, d'abord ceux avec qui j'ai partagé mon espace de travail, Fanny, Damien, Yoann et Artur, puis ceux qui sont arrivés après moi, Cinzia, Pierre-Antoine, Vera et Odran. Merci également à Kenza pour les derniers mois où nous avons partagé le même bureau, et pour ton aide à la fin de ma thèse. Merci également aux sportifs du labo, pour m'avoir attachée encore un peu plus à cette belle région.

Je voudrais également exprimer ma reconnaissance envers tous ceux qui m'ont accompagnée dans mon quotidien tout au long de cette thèse. Je pense d'abord à Matthieu, qui m'a soutenue chaque jour. Merci aux amis de tous horizons, ainsi qu'à toute la bande d'AITAP pour tous les bons moments que nous avons passés ensemble. Et enfin, je souhaiterais conclure en remerciant vivement ma famille, plus particulièrement mes parents, pour leur soutien, et pour la bulle d'oxygène salvatrice que je venais chercher de temps en temps dans leur campagne.

Glossaire

ART : Algebraic Reconstruction Technique
ASIC : Application Specific Integrated Circuit
CNR : Contrast to Noise Ratio
CPU : Central Processing Unit
CSA : Charge Sensitive Amplifier
CT : Computed Tomography
DKL : Divergence de Kullback Leibler
DOI : Depth Of Interaction
DQE : Detective Quantum Efficiency
FBP : Filtered Back Projection
FIM : Fisher Information Matrix
FPGA : Field Programmable Gate Array
GCA : Grouped Coordinate Ascent
GPU : Graphic Processing Unit
ICD : Iterative Coordinate Decent
MLEM : Maximum Likelihood Expectation Maximisation
NEC : Noise Equivalent Count rate
NQE : Normalized Quadratic Error
OSEM : Ordered Subset Expectation Maximisation
OTF-MLEM : On The Fly MLEM
PET : Positons Emission Tomography
PSF : Point Spread Function
PVE : Partial Volume Effect
RAMLA : Row action Maximum Likelihood Algorithm
RBI-EM : Rescaled Block-Iterative Expectation Maximization
RMSD : Root Mean Square Deviation
ROI : Region of Interest
SAGE : Space Alternating Generalized Expectation Maximization Algorithm
SART : Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique
SIRT : Simultaneous Iterative Reconstruction Technique
SPECT : Single Photon Emission Computed Tomography
SNR : Signal to Noise Ratio
SUV : Standardized Uptake Value
TEMP : Tomographie d'Emission Mono-Photonique
TEP : Tomographie d'Emission de Positons

Table des matières

Introduction **2**

1 Intérêt de l'adaptation pour la tomographie d'émission **3**
1.1 Tomographie d'émission . . . 3
1.2 Spécificités de l'imagerie SPECT . . . 4
1.2.1 Imagerie mono-photonique . . . 4
1.2.2 Collimation . . . 6
1.3 Spécificités des détecteurs CdZnTe . . . 8
1.3.1 Fonctionnement . . . 8
1.3.2 Partage de charge . . . 9
1.3.3 Déperdition de charge . . . 9
1.4 Évolution des systèmes de tomographie . . . 11
1.5 Conclusion . . . 12

2 Vers un système SPECT adaptatif **13**
2.1 Présentation du cas d'étude . . . 13
2.1.1 Géométrie d'étude . . . 14
2.1.2 HiSPECT : un module de détection hautement résolu . . . 14
2.1.3 Collimateur . . . 19
2.2 Enjeux liés à l'adaptation d'un tel système . . . 24
2.2.1 Problématiques liées à l'adaptation . . . 24
2.2.2 Problématiques liées à l'emploi d'un tel système . . . 25
2.3 Explication de la démarche en vue de l'amélioration des performances . . . 25

3 Accélération algorithmique par OTF-MLEM **27**
3.1 État de l'art des algorithmes de reconstruction en tomographie . . . 27
3.1.1 Problématique de la reconstruction . . . 27
3.1.2 Méthodes analytiques de reconstruction . . . 28
3.1.3 Formulation algébrique de la reconstruction : rétro-projection filtrée . . . 28
3.1.4 Algorithmes itératifs . . . 30
3.1.5 Conclusion de l'état de l'art . . . 39
3.2 Description de l'algorithme OTF-MLEM étape par étape . . . 40
3.2.1 Application de méthodes d'accélération au cas d'étude . . . 40
3.2.2 Contributions . . . 47
3.2.3 Conclusion . . . 50

4 Application de l'OTF-MLEM à l'imagerie planaire : modélisation du collimateur pour un détecteur haute résolution **53**
4.1 Modélisation analytique du collimateur . . . 53
4.1.1 Projecteurs classiques . . . 53
4.1.2 Projecteur utilisé dans la méthode de reconstruction en ligne . . . 55
4.1.3 Intérêt du tirage d'éléments discrets dans la zone de réponse . . . 60

4.1.4 Méthode de régularisation 64
4.2 Intégration du modèle du collimateur à la reconstruction 64
4.2.1 Simulations 64
4.2.2 Validation de la méthode de normalisation 68
4.3 Impact des mises à jour partielles sur le résultat en imagerie planaire 69
4.3.1 Performances de l'OTF-MLEM en simulation 69
4.4 Validation expérimentale 71
4.5 Conclusion 73

5 Application à la tomographie : modèle géométrique pour un système multi-tête 75
5.1 Modélisation de la géométrie du système 75
5.1.1 Opérateur de projection 76
5.1.2 Calcul des termes de normalisation 78
5.2 Intégration du modèle géométrique à l'algorithme OTF-MLEM 79
5.3 Mise en place de l'algorithme de reconstruction 81
5.4 Test de l'algorithme sur des données vraisemblables 91
5.4.1 Données simulées dans l'eau 91
5.4.2 Données simulées sur fond tiède 93
5.4.3 Détection d'un défaut dans le myocarde 98
5.5 Conclusion 99

6 Adaptation dynamique du système durant l'acquisition 103
6.1 Théorie et état de l'art du SPECT adaptatif 103
6.1.1 Formalisme 103
6.1.2 Stratégie d'optimisation 105
6.1.3 Critères d'adaptation 105
6.1.4 Algorithme d'optimisation 107
6.2 Description de la méthode d'adaptation utilisée 107
6.2.1 Mode d'adaptation employé et paramètres configurables 107
6.2.2 Critères d'adaptation 108
6.3 Validation par simulation 116
6.3.1 Comparaison des distributions obtenues avec les différents critères 116
6.3.2 Évaluation du gain en performance 119
6.4 Perspectives 125
6.4.1 Intégration des contours au critère 125
6.4.2 Utilisation de l'information fréquentielle de l'objet 127
6.5 Conclusion 127

Conclusion 130

A Symboles 131

B Figures de mérites d'un système SPECT 133
B.1 Résolution en énergie 133
B.2 Résolution spatiale 133
B.3 Sensibilité 134
B.4 Compromis entre résolution, sensibilité et champ de vue 136
B.5 Exactitude 136
B.6 DQE 136

C Parallélisation de l'algorithme 139

D Minimisation de la divergence de Kullback-Leibler **141**
D.1 Divergence de Kullback-Leibler 141
D.2 Utilisation de la DKL pour estimer un objet 141

Bibliographie **143**

Table des figures **153**

Introduction

L'imagerie SPECT est une technique d'imagerie médicale fonctionnelle par émission de rayons gammas depuis le corps du patient. Afin de produire ce rayonnement, un produit radioactif est injecté au patient, qui est alors exposé à un rayonnement ionisant. La dose administrée, et/ou la durée des examens, doivent donc être limitées. Dans ce but, d'importants progrès ont été faits visant à améliorer les performances des systèmes d'acquisition. Entre autres, un progrès notable est l'émergence des détecteurs à base de semi-conducteurs.

Ces matériaux permettent d'atteindre de meilleures performances que les scintillateurs, encore aujourd'hui largement utilisés en raison de leur coût inférieur. Les scintillateurs permettent la détection indirecte de photons, c'est-à-dire en deux étapes. D'abord, le rayonnement ionisant est transformé en un rayonnement de photons lumineux. Ce flux lumineux est ensuite multiplié et traduit en un signal électrique en utilisant des photo-multiplicateurs, assez volumineux. Contrairement aux scintillateurs, les détecteurs semi-conducteurs convertissent directement le rayonnement ionisant en un signal électrique, et sont donc plus précis et plus compacts que les détecteurs composés d'un scintillateur et de photo-multiplicateurs.

La miniaturisation des têtes de détection a permis le développement de nouveaux systèmes, bénéficiant d'une géométrie plus flexible. L'optimisation des paramètres d'acquisition dépend en grande partie de l'objet à imager. En effet, la précision et la sensibilité du système sont étroitement liées au champ de vue nécessaire pour imager l'objet.

Une nouvelle approche consiste à adapter dynamiquement la configuration du système à l'objet en cours d'estimation. En particulier, il est possible de déplacer les surfaces de détection autour de l'objet afin d'optimiser le champ de vue, en fonction de la quantité d'information qu'elles sont susceptibles d'acquérir. Cette adaptivité en ligne du système à l'objet imagé pose deux difficultés à surmonter en cours d'acquisition : calculer une estimation fiable de l'objet, et déterminer la configuration optimale des détecteurs adaptée à cet objet.

Après avoir expliqué pourquoi la prochaine marge d'amélioration des systèmes d'imagerie SPECT passe par l'adaptation dynamique, un cadre d'étude propre à l'imagerie cardiaque sera fixé, et utilisé dans la suite du manuscrit. Un algorithme de reconstruction permettant l'estimation en ligne de l'objet sera ensuite présenté. L'application de cet algorithme en imagerie planaire sera l'occasion d'aborder plus précisément le modèle de collimation utilisé, puis la modélisation de la géométrie du système permettra d'appliquer l'algorithme en tomographie. Enfin, la dernière partie de ce travail présentera un critère d'information rapidement calculable permettant de reconfigurer les têtes de détection, et ainsi de conclure quant à l'intérêt de l'adaptation dynamique des systèmes SPECT. Ce manuscrit est organisé en 6 chapitres, dont le contenu est exposé brièvement ci-dessous.

Le chapitre I est un chapitre introductif dont l'objectif est de situer le contexte qui justifie ce travail de thèse. Il abordera notamment l'impact de l'émergence des détecteurs CdZnTe sur l'imagerie SPECT. Il expliquera comment l'adaptation dynamique du système d'acquisition permet d'en améliorer les performances.

Le chapitre II permet de fixer un cadre d'étude cohérent avec l'avancée de l'état de l'art. Le système d'imagerie cardiaque présenté sera utilisé dans toute la suite des travaux. Il conclura sur les problématiques liées au développement d'un système SPECT adaptatif, qui sont la nécessité

d'effectuer une reconstruction en temps réel, et la détermination d'un critère de reconfiguration du système.

Le chapitre III a pour but de décrire l'algorithme de reconstruction proposé, permettant d'obtenir une estimation de l'objet afin d'adapter la configuration à la distribution d'activité. Il commencera avec un état de l'art des méthodes de reconstruction couramment utilisées en imagerie SPECT, puis expliquera point par point les principes permettant l'accélération de la reconstruction.

Le chapitre IV décrira l'application de l'algorithme dans le cas de l'imagerie planaire. Cette partie sera l'occasion de décrire précisément la modélisation du collimateur. L'algorithme et le modèle seront validés en utilisant des données simulées et des données expérimentales.

Le chapitre V intégrera la modélisation géométrique du système proposé au chapitre II, afin de permettre la validation de l'algorithme en tomographie. Le fonctionnement de l'algorithme sera étudié sur des données simulées.

Enfin, le chapitre VI abordera la question du critère d'adaptation permettant la reconfiguration du système. Un état de l'art sur les méthodes d'adaptation d'un système à un objet sera proposé, puis plusieurs critères seront abordés, en partant de l'information de Fisher souvent utilisée pour évaluer l'adéquation entre un système et un objet mais trop lourde à calculer pour être intégrée dans un processus en temps réel.

Chapitre 1

La tomographie d'émission à partir de détecteurs CdZnTe : pourquoi l'adapter ?

Les techniques utilisées en imagerie médicale sont diverses et complémentaires. Parmi elles, les techniques d'émission pratiquées en médecine nucléaire telles que l'imagerie SPECT (tomographie d'émission monophotonique) permettent d'observer le fonctionnement des organes, afin de diagnostiquer des pathologies cardiaques, osseuses, neurologiques, ou encore des tumeurs. Seulement, ces examens reposent sur l'administration d'un produit radioactif, et donc potentiellement dangereux pour le patient. Il y a donc un compromis à optimiser entre la qualité de l'image et la dose administrée, afin de permettre un diagnostic fiable en réduisant au maximum les risques radiologiques pour le patient.

Chaque année, environ 40 millions d'examens de médecine nucléaire sont effectués, dont 20 millions aux États-Unis, et 1 million en France. Malgré cela, on ne compte que 230 services d'imagerie nucléaire en France. Les appareils disponibles doivent donc être utilisés sur un maximum de patients en un minimum de temps. Le temps d'acquisition est alors une caractéristique assez critique. Ainsi, les examens sont contraints à la fois par une dose limitée pour la sécurité du patient, et par un temps d'acquisition réduit à cause des besoins trop importants des services d'imagerie. Afin de répondre à ces contraintes de plus en plus fortes, les appareils médicaux doivent permettre de maintenir la qualité du diagnostic, voire de l'améliorer afin de ne pas avoir besoin de les réitérer les examens, à partir d'un flux de photons moindre.

Afin de présenter de manière plus complète le contexte de ce travail, ce chapitre présente la modalité SPECT, et son ancrage parmi les examens médicaux. Les gamma-caméra permettant les scintigraphies seront décrites, particulièrement le collimateur et le détecteur. Ce chapitre introductif sera également l'occasion de présenter les détecteurs semi-conducteurs, nouvellement introduits dans le domaine. Nous verrons enfin que ces détecteurs sont une clé pour permettre un diagnostic efficace, en respectant les contraintes imposées.

1.1 Tomographie d'émission

Les techniques d'acquisition utilisées en imagerie médicale par rayonnement se divisent en deux grandes familles : l'imagerie d'émission et l'imagerie de transmission. L'imagerie de transmission consiste à émettre un signal, par exemple des rayons X, à travers le corps d'un patient afin d'en récupérer le résidu à l'aide d'un détecteur placé de l'autre côté de l'organisme. Durant sa traversée dans l'objet à imager, le signal est atténué et dévié, en fonction de l'épaisseur à traverser et de la composition de l'objet. L'énergie récupérée permet alors de déduire l'atténuation du rayonnement pour différentes énergies. Les propriétés anatomiques de l'organisme sont ensuite déduites, à partir de la signature spectrale des matériaux recherchés.

En imagerie d'émission, le signal est émis depuis un organe cible du patient. On désigne également cette catégorie d'acquisition lorsque l'on parle de scintigraphie. La figure 1.1 en illustre le principe.

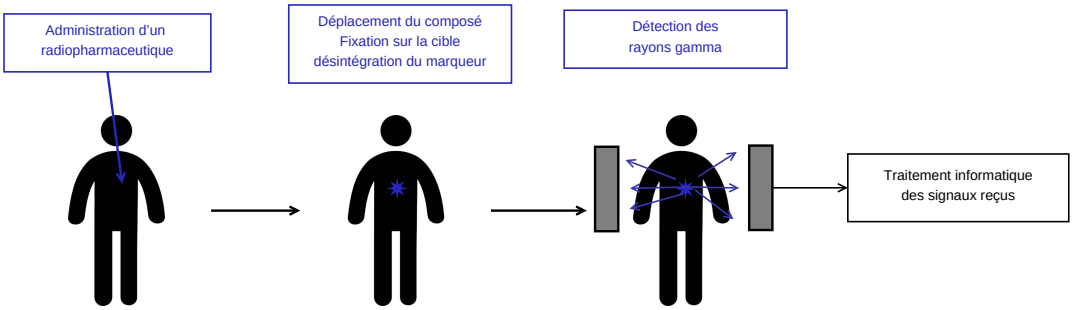


FIGURE 1.1 – Principe de la scintigraphie

Un radiopharmaceutique est un médicament composé d'un élément radioactif, administré au patient pour les actes d'imagerie nucléaire. Il est éventuellement composé d'un vecteur biologique afin de favoriser le transfert de la molécule vers un organe cible. La cible peut être un organe particulier comme le cœur, le cerveau, ou encore la thyroïde, ou des cellules au fonctionnement particulier, des cellules cancéreuses notamment. La partie radioactive du radiopharmaceutique se décompose en émettant un rayonnement gamma. Un détecteur permet ensuite de mesurer ces radiations, afin de les interpréter et d'en déduire la position du radiotraceur. Les techniques d'émission permettent de visualiser des zones de fonctionnement de l'organisme.

Les techniques d'émission et de transmission sont donc souvent utilisées en complément l'une de l'autre [3, 16], dans des systèmes dits multi-modaux. En plus de permettre au praticien de situer la concentration de l'activité injectée par rapport à l'organe, cette multi-modalité peut être utilisée lors des reconstructions afin d'améliorer la précision des images. Par exemple, l'information morphologique issue de la modalité d'imagerie de transmission permet d'apporter une information quant à l'atténuation du flux incident, pouvant être utilisée lors de la reconstruction d'activité issue de l'imagerie d'émission.

En imagerie planaire, les mesures ne sont représentatives que de projections de l'objet en deux dimensions. Il n'est donc pas possible de différentier deux objets distincts, mais alignés suivant un axe normal au plan du détecteur à partir d'une seule acquisition planaire. On ne peut alors obtenir qu'un résultat en deux dimensions. La tomographie consiste à mettre en commun les informations issues de plusieurs projections en deux dimensions d'un même objet, obtenues à différentes orientations, afin d'en déduire la distribution en trois dimensions. Des détecteurs sont placés (ou déplacés) autour du patient afin d'obtenir différentes vues suivant différentes orientations. Comme illustré en figure 1.2, un sinogramme est ainsi obtenu. Un sinogramme est un mode de représentation des mesures donnant la position de l'événement en fonction de l'orientation de la tête de détection. Ce principe est valable tant en imagerie de transmission (imagerie CT, Computed Tomography) qu'en imagerie d'émission.

1.2 Spécificités de l'imagerie SPECT

1.2.1 Imagerie mono-photonique

Deux méthodes bien distinctes de tomographie d'émission existent : la tomographie d'émission monophotonique (TEMP, ou SPECT en anglais) et la tomographie par émission de positons (TEP, ou PET en anglais). Ces deux méthodes sont issues de phénomènes physiques différents. En imagerie SPECT, le radiopharmaceutique est un émetteur gamma. La gamma-caméra détecte donc directement le rayonnement issu de la désintégration du composé actif. En imagerie

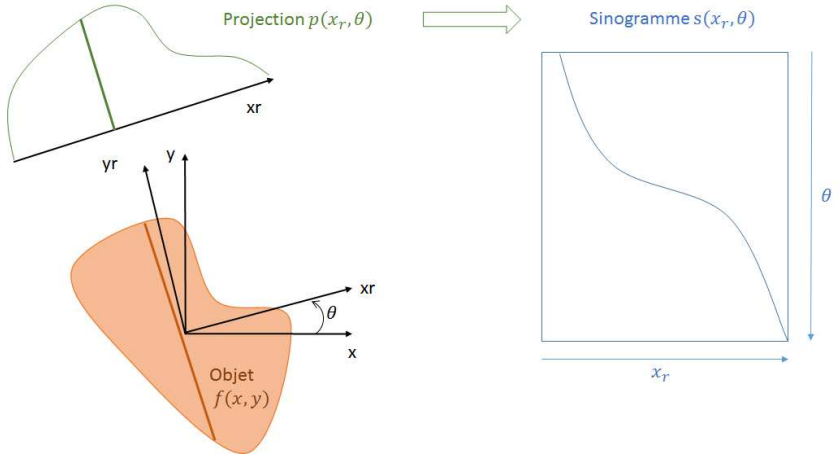
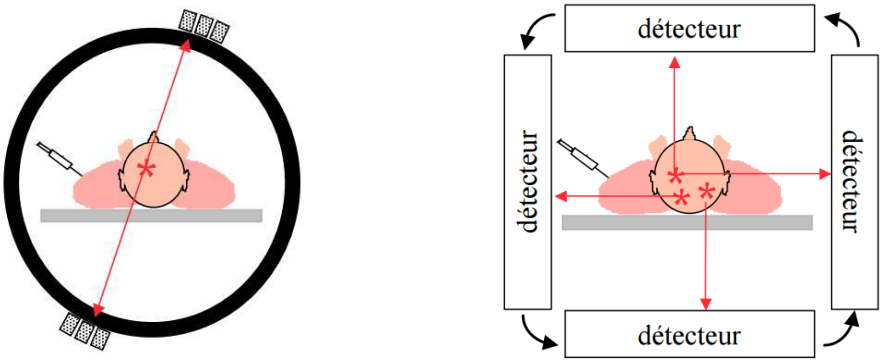


FIGURE 1.2 – Obtention d'un sinogramme.

PET, c'est un émetteur de positons qui est injecté au patient. Après leur émission, les positons s'annihilent rapidement dans le milieu, en émettant simultanément deux photons d'annihilation, émis à 180 degrés l'un de l'autre. C'est ce rayonnement qui est détecté par la gamma-caméra. Les positons interagissent rapidement avec la matière ; par exemple dans le cas du Fluor 18, le libre parcours moyen est de 0.6 mm dans l'eau. L'émission des photons d'annihilation est très proche temporellement, et donc spatialement, du radiotraceur. Afin de pouvoir détecter simultanément les deux photons correspondant à une annihilation, et d'en déduire la ligne de réponse (LOR) sur laquelle se trouve la source, des détecteurs doivent être disposés tout autour du patient. Ces deux modalités sont illustrées en figure 1.3.



(a) (b)

FIGURE 1.3 – Modalités d'imagerie PET (a) et SPECT (b) [**?**]

L'imagerie SPECT est donc moins coûteuse en détecteurs, puisqu'il n'est pas nécessaire d'en disposer tout autour du patient à un même instant. Le système de lecture des systèmes SPECT est également plus économe car moins complexe. L'épaisseur de détecteur nécessaire pour absorber les hautes énergies utilisées en PET implique souvent une segmentation des volumes de détection, et donc une lecture séparée, ce qui augmente encore le nombre de canaux. De plus, l'électronique de lecture doit être proche des détecteurs afin d'obtenir une bonne résolution temporelle.

En SPECT en revanche, il est nécessaire d'utiliser un système de collimation afin de pouvoir déterminer la zone d'où provient la source à l'origine de la détection. La collimation est un facteur limitant pour la sensibilité, et impacte donc le temps d'acquisition nécessaire à l'obtention d'une

image de bonne qualité. L'augmentation du temps d'acquisition est problématique pour une raison d'occupation des appareils dans des services souvent surchargés, mais aussi à cause des mouvements involontaires du patient. C'est pourquoi la qualité des images SPECT est limitée par rapport à celles obtenues en PET. L'imagerie SPECT a donc longtemps été considérée comme sans grand avenir, au contraire de l'imagerie PET [54]. Mais depuis l'émergence de nouveaux détecteurs, ses performances deviennent comparables à celles obtenues en PET, pour un coût moindre. De plus, les systèmes d'imagerie SPECT ont des géométries plus flexible que les systèmes PET, puisque cette technique ne nécessite pas la présence simultanée de têtes de détection tout autour du patient. Enfin, un autre intérêt de l'imagerie SPECT sur l'imagerie PET réside dans les isotopes utilisables : généralement, les composés utilisés en imagerie SPECT ont une demi-vie plus longue que ceux utilisés en PET [65]. Il est donc plus aisé de les faire parvenir jusqu'à l'objet d'intérêt avant leur désintégration.

Les premières gamma-caméras utilisées en SPECT sont inspirées de la gamma-caméra d'Anger. Elles fonctionnent à partir de deux têtes de détection placées l'une en face de l'autre, ou en L. Ces têtes sont composées d'un collimateur permettant de sélectionner les photons issus d'une certaine direction. Les photons qui traversent le collimateur sont ensuite absorbés par des détecteurs, originellement des matériaux scintillateurs, qui transforment les photons gamma en photons lumineux. Le flux de photons lumineux est ensuite amplifié par le biais de photomultiplicateurs, qui traduisent le signal en un signal électrique.

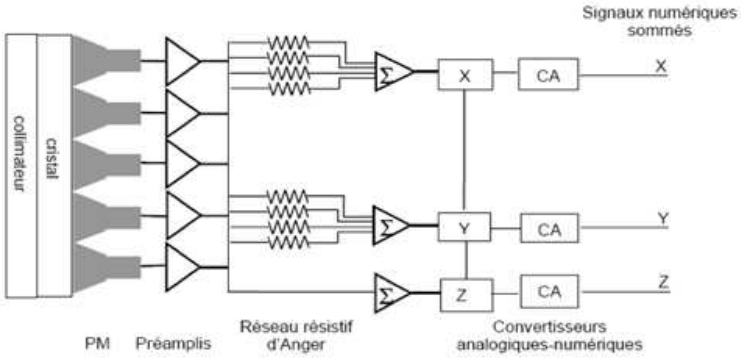


FIGURE 1.4 – Localisation de l'interaction et estimation de l'énergie à partir des tubes photomultiplicateurs.

La localisation des interactions à partir de tubes photomultiplicateurs, ainsi que l'estimation de l'énergie de l'interaction, sont décrites en figure 1.4. Chaque photomultiplicateur est relié à un réseau de résistances, dont deux par canal permettent la localisation en X, et deux autres la localisation en Y. Le lieu d'interaction est alors obtenu par un calcul de barycentre. Chaque résistance a une valeur qui lui est propre, afin de pouvoir déduire la contribution de chaque canal. L'énergie est donnée par la somme des signaux reçus.

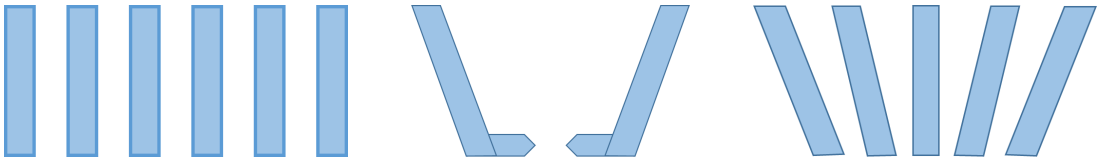
1.2.2 Collimation

C'est donc par l'utilisation d'un collimateur entre le détecteur et l'objet que sont sélectionnés les rayons incidents provenant d'une certaine direction. Le collimateur est fabriqué à partir d'un matériau lourd tels que le plomb ou le tungstène, afin d'absorber les photons qui le pénètrent. Il est composé de parois appelées *septa* formant des trous qui déterminent l'incidence des rayons gamma détectables. Plus le collimateur est sélectif sur la direction des rayons gammas qui passent à travers les trous, plus sa résolution spatiale est précise. Mais cette précision est coûteuse en sensibilité puisque le collimateur absorbe alors une part importante du flux incident. La collimation est ainsi à l'origine d'un compromis entre la résolution spatiale R_{sp} et la sensibilité

S du système pour un champ de vue F et un angle solide Ω_{det} donnés, résumé par l'équation suivante, démontrée en annexe :

$$\frac{S.F}{R_{sp}^2} \leq \frac{\Omega_{det}}{4\pi}. \tag{1.1}$$

Ce compromis est ajustable en jouant sur les paramètres géométriques du collimateur tels que sa forme, ses dimensions, ou encore sa position. En fonction des applications, différents types de collimateurs sont utilisés en imagerie SPECT. La figure 1.5 illustre trois des collimateurs les plus répandus.



(a) (b) (c)

FIGURE 1.5 – Différents types de collimateur : collimateur à trous parallèles (a), collimateur sténopé (b) et collimateur à trous convergents (c).

Le collimateur à trous parallèles

Les collimateurs à trous parallèles (figure 1.5 (a)) sont largement utilisés en médecine nucléaire car leur modélisation est relativement simple. Ils sont constitués de *septa* perpendiculaires à la surface du détecteur afin de ne sélectionner que les rayons d'incidence normale au détecteur. Il en existe de différentes formes, à trous circulaires, hexagonaux ou encore carrés. Leur sensibilité est homogène sur l'ensemble du champ de vue. Leur résolution spatiale est constante sur tout plan parallèle au collimateur, et se dégrade proportionnellement à la distance entre la source et la surface du collimateur.

Le collimateur sténopé

Le collimateur sténopé (figure 1.5 (b)) est constitué d'un seul trou. Il permet un grossissement de l'objet, mais ne dispose que d'un champ de vue restreint [46]. Il est surtout utilisé pour les organes de petite taille, pour l'imagerie de la thyroïde ou pour le petit animal.

Le collimateur multi-pinhole

Afin d'élargir le champ de vue restreint des sténopés, il est possible d'utiliser plusieurs collimateurs sténopés les uns à côté des autres. Cela permet de conserver le grossissement sans perdre en champs de vue, et donc en sensibilité. Cependant, l'utilisation de plusieurs sténopés peut être à l'origine d'un multiplexage, qui induisent potentiellement des artefacts dans la reconstruction [75].

Le collimateur convergent

Les collimateurs convergents (figure 1.5 (c)) sont constitués de *septa* à inclinaisons variables, tels que les axes des trous se croisent en un point focal. Ce point focal détermine l'agrandissement de l'objet selon sa position [45]. Ils permettent ainsi un gain en résolution spatiale au détriment du champ de vue. Bien qu'intéressants pour le gain en précision qu'ils permettent, leur utilisation est mise à mal par la non homogénéité de la sensibilité et de la résolution spatiale sur l'ensemble du champ de vue, plus complexes à intégrer dans le processus de reconstruction

que pour un collimateur à trous parallèles. Bien qu'il existe aujourd'hui des méthodes de modélisation permettant de corriger cette non-homogénéité [23], leur utilisation implique une certaine complexité dans le processus de reconstruction.

1.3 Spécificités des détecteurs CdZnTe

Depuis une dizaine d'année, les études orientées vers les systèmes d'imagerie nucléaire pour le médical s'orientent vers les détecteurs en semi-conducteurs, notamment en CdTe et en CdZnTe. Les scintillateurs ont l'inconvénient d'avoir une résolution spatiale qui se dégrade à mesure que l'on en augmente l'épaisseur, car les photons créés par l'interaction sont émis dans toutes les directions. Au contraire, les détecteurs à base de semi-conducteurs ont l'avantage d'avoir une résolution spatiale indépendante de l'épaisseur, puisque le déplacement des charges est régi par le champ électrique du matériau. L'épaisseur peut donc être choisie uniquement en fonction du compromis entre le coût et l'absorption. De plus, les scintillateurs voient leur résolution énergétique limitée à cause de leur faible efficacité quantique. Le coût et la qualité de fabrication des détecteurs en semi-conducteur étant de moins en moins problématiques, d'important progrès permettent maintenant leur emploi pour les systèmes industriels. Leur intérêt réside d'abord dans leur excellente résolution spatiale, pouvant aller en deçà du mm. La résolution spatiale du système est encore améliorée du fait de la localisation de la profondeur de l'interaction dans le détecteur [74]. Enfin, les détecteurs à base de semi-conducteur ont l'avantage crucial pour notre étude d'être compacts, grâce à la conversion directe des photons lumineux en un signal électrique par ces derniers, contrairement aux scintillateurs qui nécessitent l'emploi de photomultiplicateurs encombrants afin de traduire le signal photonique en un signal électronique.

1.3.1 Fonctionnement

En tant que semi-conducteurs, ces matériaux sont généralement quasi-isolants avec une résistance supérieure à 100 GΩ, mais sont parcourus par un courant électrique lorsqu'ils sont soumis à un rayonnement. La figure 1.6 illustre l'obtention d'un signal électronique lorsque le matériau est soumis à un rayonnement gamma.

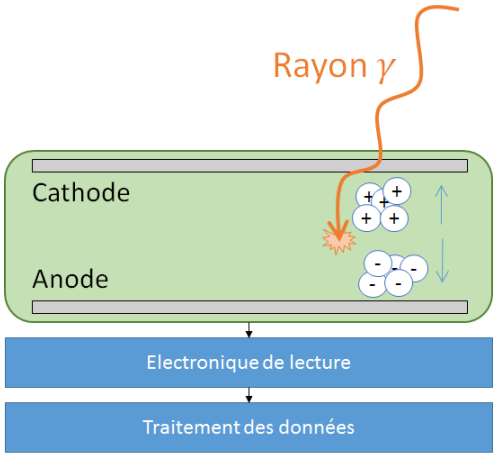


FIGURE 1.6 – Principe de détection des matériaux semi-conducteurs.

Les photons gamma absorbés par le matériau éjectent des électrons issus des atomes du cristal, créant ainsi des trous et des électrons libres dans le matériau. Le flux d'électrons libres est capté par l'anode et la charge résultant des trous est détectée par la cathode. La quantité d'électrons créés est proportionnelle à l'énergie du rayonnement incident. Typiquement, une

énergie de 140 keV est à l'origine de 40000 paires électrons/trous. L'intensité du signal résultant reflète ainsi l'énergie du flux incident.

1.3.2 Partage de charge

Le détecteur CZT utilisé est couvert de plusieurs anodes. Lorsqu'un nuage électronique issu d'une interaction photon/matière traverse le matériau, il s'élargit à mesure qu'il se dirige vers l'anode sous l'effet de la diffusion thermique et de la répulsion Coulombienne (figure 1.7). Ainsi, plusieurs anodes peuvent être touchées par différents électrons résultant d'une même interaction [49]. Ce phénomène est appelé partage de charge.

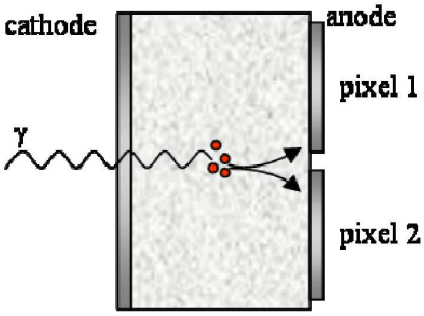


FIGURE 1.7 – Partage de charges dans les détecteurs semi-conducteurs.

Le partage de charge dégrade la mesure de l'énergie, et doit être corrigé afin de pouvoir estimer correctement l'énergie d'une interaction.

1.3.3 Déperdition de charge

Le signal lu sur les électrodes est en fait davantage le résultat de l'induction provoquée par le mouvement des charges que de la collecte des charges [78]. Le signal en charge correspond à la somme du signal induit par les électrons et par les trous. Cependant, les trous ont une mobilité bien moins bonne que les électrons dans le matériau, et sont souvent piégés avant d'atteindre la cathode. L'énergie estimée d'une interaction éloignée de la cathode est donc moindre que ce qu'elle est en réalité.

La figure 1.8(a,b) donne l'intensité du signal mesuré pour différents lieux d'interaction. Elle montre la relation entre la profondeur de l'interaction (a) et l'amplitude du signal mesuré (b). Plus l'interaction a lieu à proximité de la cathode, plus la contribution des trous sera visible. A l'inverse, lorsqu'elle a lieu loin de la cathode, trop de charges sont piégées pour que le signal induit soit maintenu.

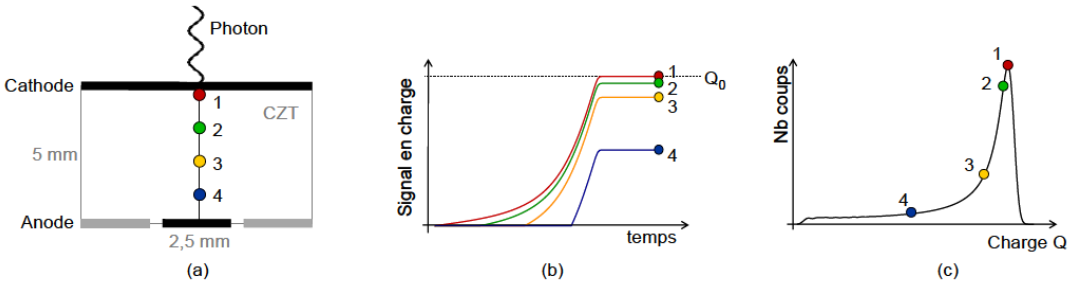


FIGURE 1.8 – Déperdition de charge en fonction de la profondeur d'interaction [55].

Le mauvais transport des trous dans le matériau semi-conducteur est à l'origine d'une dégradation du spectre en énergie, qu'il convient de corriger afin de pouvoir tenir compte des phénomènes physiques impactant les mesures. Cela se manifeste sur le spectre énergétique par une trainée aux énergies inférieures à celles du pic photoélectrique, visible en figure 1.8(c) : les interactions éloignées de la cathode ne permettant pas une estimation fiable du signal de charge (b), l'énergie mesurée sur le spectre énergétique (c) est plus faible que l'énergie réelle de l'interaction correspondant au pic photoélectrique.

L'influence des trous peut être minimisée en réduisant la taille des pixels [9]. En effet, la segmentation de l'anode modifie le potentiel de pondération électrique dans le matériau. La figure 1.9 en montre l'évolution pour une anode non segmentée, et pour deux anodes segmentées avec des tailles de pixel différentes.

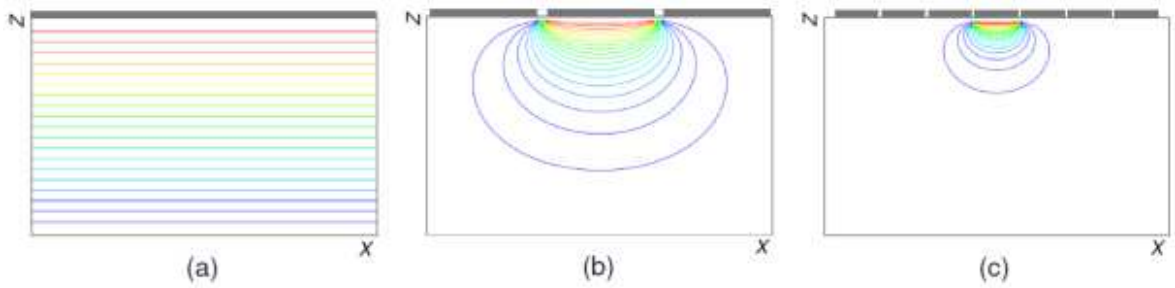
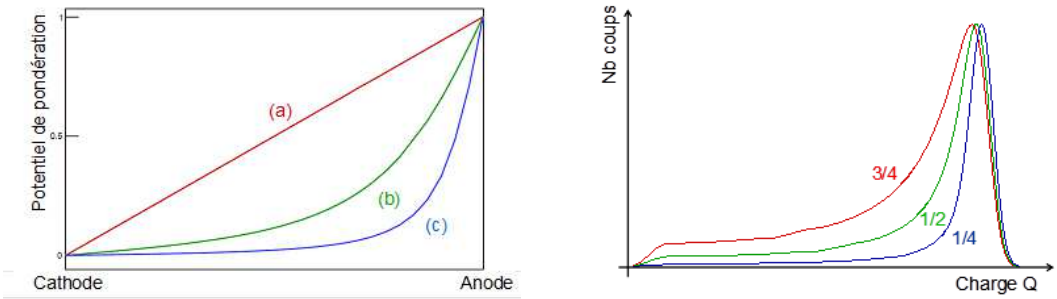


FIGURE 1.9 – Coupe du potentiel de pondération sur le matériau pour différents ratio taille de pixel - épaisseur : (a) un seul pixel, 1/2 (b) et 1/5 (c) [55].

Cette modification du champ électrique modifie le profil de la charge induite sur les anodes, représentée en figure 1.10a, réduisant le nombre de coups observés à une énergie inférieure au pic photoélectrique.



(a) (b)

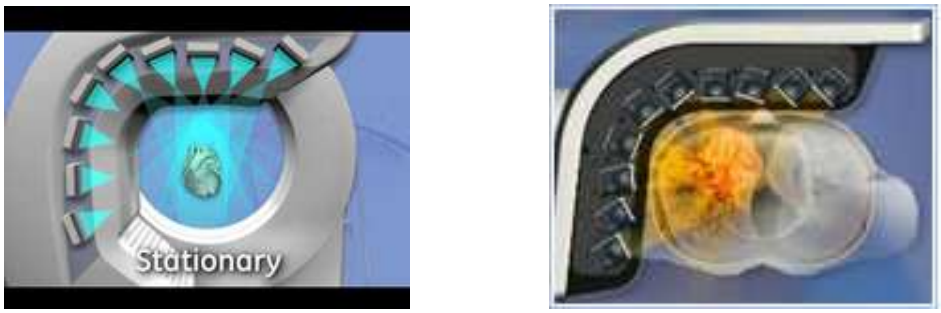
FIGURE 1.10 – Potentiel de pondération (a) et spectre énergétique résultant (b) pour différentes tailles de pixel. [55]

L'affaiblissement du signal avec la profondeur est lié au temps de parcours du nuage électronique dans le détecteur, augmenté par la distance à la cathode. Lors de ce temps de parcours, un signal est induit, provoquant une montée progressive de la charge sur l'électrode. Il est donc possible d'estimer la perte de charge due au piégeage des trous afin de la corriger [51]. Il est également possible de déduire la profondeur d'interaction du ratio entre la charge recueillie par l'anode sur celle recueillie par la cathode, ou encore, comme ce sera développé au chapitre suivant, en utilisant le partage d'induction sur les pixels voisins.

1.4 Évolution des systèmes de tomographie

Grâce à leur compacité accrue par rapport à leurs prédécesseurs, les détecteurs à base de semi-conducteurs permettent d'envisager des systèmes d'acquisition plus flexibles que la gamma-caméra d'Anger. Cette flexibilité permet notamment la configuration d'un champ de vue plus adapté à l'objet à imager. Réduire le champ de vue couvert par une acquisition permet d'augmenter les performances en termes de sensibilité et de résolution spatiale pour une surface de détection donnée. Les développements récents nous incitent donc à rechercher l'adéquation entre l'objet et le champ de vue.

L'émergence des détecteurs CZT à prix abordable et technologiquement mûrs a donc entraîné l'apparition de nouveau dispositifs médicaux sur le marché. Parmi ces appareils, nous retenons principalement la Discovery NM-530c [13] développée par GE Healthcare illustrée en figure 1.11a et la D-SPECT, proposée par Spectrum Dynamics [32] présentée en figure 1.11b.



(a) (b)

FIGURE 1.11 – Nouveaux systèmes d'imagerie SPECT.

Les têtes de la caméra Discovery sont orientées vers le lieu présumé du cœur du patient. Elles sont fixées lors de l'acquisition. Spectrum Dynamics va un peu plus loin avec la D-SPECT en proposant un balayage de plusieurs orientations de chacune des têtes, configurable en fonction de l'examen et de la morphologie du patient.

Plusieurs études [32] ont montré l'apport de la géométrie de la D-SPECT par rapport à un système SPECT plus conventionnel, comme par exemple la Infinia de GE Healthcare, avec deux têtes de détection à base de scintillateurs. Premièrement, l'utilisation des détecteurs CZT permet une amélioration de la résolution énergétique (jusqu'à 2.5 % au lieu de 10 % à 122 keV). La géométrie particulière des têtes permet une meilleure restauration de la résolution spatiale. Il est donc possible d'utiliser des collimateurs haute sensibilité, sans dégrader la résolution spatiale dans l'image reconstruite. Enfin, l'utilisation de détecteurs pixellisés permet un meilleur taux de comptage que sur les gamma caméras classiques.

Plus récemment, une étude [12] a montré l'avantage de la D-SPECT sur la Discovery en termes de sensibilité sur de faibles volumes à imager. À activité constante, la D-SPECT permet en effet d'obtenir d'excellentes images en un temps d'acquisition réduit lorsque l'objet est petit, alors qu'une gamma caméra classique et la Discovery nécessitent le même temps d'acquisition quelque soit la taille de l'objet.

Molecular Dynamics devrait proposer prochainement la variance X12, illustrée en figure 1.12. Il s'agit d'une gamma caméra corps entier, basée sur ce même principe d'adaptation du champ de vue à l'objet à imager. Jusqu'à maintenant, les détecteurs semi-conducteurs n'ont pas été utilisés dans des appareils destinés à l'imagerie corps entier, à cause du trop grand nombre de détecteurs que cela nécessite, et du coût que cela implique. L'adaptivité permet ici de limiter la surface de détection sans pour autant affecter le flux de photons incidents dans les zones d'intérêt. Comme illustré en figure 1.12, les têtes de détection peuvent tourner autour du patient, et se rapprocher ou s'éloigner de l'objet.

FIGURE 1.12 – Système à l'étude chez Molecular Dynamics.

1.5 Conclusion

Les techniques d'imagerie d'émission permettent d'observer le comportement des organes d'intérêt, mais reposent sur l'administration d'un radiopharmaceutique potentiellement nocif pour le patient. C'est pourquoi les appareils dédiés doivent permettre un diagnostic de qualité tout en limitant la dose administrée.

Parmi les différentes techniques d'imagerie d'émission, la tomographie d'émission monophotonique reste incontournable grâce à la simplicité de son architecture. Longtemps considérée comme sans grand avenir au profit de l'imagerie PET pour des questions de performances, elle pourrait être remise au goût du jour grâce à l'émergence des détecteurs CdZnTe, qui permettent d'outrepasser les performances obtenues avec des détecteurs à base de scintillateurs, et ainsi obtenir des images de qualité comparable à celles obtenues en PET pour un coût moindre.

En plus de leurs très bonnes performances intrinsèques, les détecteurs à base de semiconducteurs permettent la conception de systèmes plus flexibles. Ces systèmes permettent la focalisation du champ de vue sur des zones d'intérêt restreintes, afin d'y maximiser les performances. Les zones d'intérêt pouvant varier d'un examen et/ou d'un patient à l'autre, les performances de ces systèmes peuvent être améliorées en adaptant la configuration à la situation. Des appareils plus flexibles commencent à émerger, permettant de faire varier le champ de vue en fonction du type d'examen et de l'objet imagé. Afin d'évaluer les gains potentiels de ces systèmes, ce travail propose d'étudier la faisabilité d'un système d'acquisition adaptatif, à partir d'une estimation de l'objet déduite de mesures précédemment acquises, dans le cadre d'étude décrit au chapitre suivant.

Chapitre 2

Vers un système SPECT adaptatif

Les systèmes SPECT émergents permettent d'envisager l'adaptation dynamique de la configuration à la morphologie du patient et à la répartition des éléments actifs dans l'objet imagé. En plus de la proximité accrue des détecteurs par rapport à l'organe observé, ces nouveaux systèmes modifient leur géométrie en fonction du type d'examen à effectuer, ou encore selon l'appartenance de l'objet à une catégorie prédéfinie. A chaque catégorie d'objet correspond alors un protocole, une configuration particulière préétablie. Nous pensons qu'il est possible d'aller plus loin dans l'exploitation de ces systèmes d'imagerie flexibles, en déterminant dans le temps de l'examen la configuration optimale pour un objet quelconque.

Afin de pouvoir valider la faisabilité ainsi que l'intérêt d'une telle adaptation, ce second chapitre fixe un cadre d'étude envisageable dans le contexte actuel. L'imagerie cardiaque semble aujourd'hui une application réaliste à l'adaptation dynamique, au regard des systèmes récemment conçus. Certaines architectures nouvellement proposées par les industriels semblent prometteuses, et sont reprises dans ce travail. En tant qu'élément crucial pour les performances du système, une collimation adéquate est sélectionnée. La détection se fait par un détecteur CZT haute résolution développé depuis plusieurs années dans notre laboratoire. La description du système étudié permettra, pour conclure ce chapitre, de préciser en quoi et dans quelle mesure l'adaptation dynamique de la configuration pose problème.

2.1 Présentation du cas d'étude

Ces dix dernières années, deux groupes industriels se sont démarqués en proposant des systèmes SPECT à géométrie plus adaptées que les gamma caméras classiques pour l'imagerie cardiaque :

— la gamma caméra Discovery NM-530c [13] développée par GE Healthcare ne permet pas d'adaptation de la position des têtes mais propose une géométrie focalisée adaptée à l'imagerie cardiaque à partir de collimateurs pinhole ;

— Spectrum Dynamics propose la D-SPECT [32], une gamma caméra avec plusieurs têtes de détection équipées de collimateurs à trous parallèles haute résolution qui peuvent s'orienter vers des zones d'intérêt dans le champ de vue.

La D-SPECT bénéficie à la fois de la proximité des détecteurs par rapport au cœur du patient et de la mobilité de ses têtes de détection, qui peuvent s'orienter de manière à capter davantage d'information.

Parallèlement à ces dispositifs, des méthodes d'adaptation en temps réel [62] sont déjà à l'étude pour l'imagerie sur petit animal. C'est donc dans ce contexte que nous nous intéressons à la possibilité d'adaptation en ligne d'un système flexible conçu pour l'imagerie cardiaque.

2.1.1 Géométrie d'étude

Dans l'esprit de la gamma caméra D-SPECT, le système proposé pour cette étude est composé de dix têtes de détection, positionnées autour du thorax du patient, pouvant s'orienter indépendamment les unes des autres. Cette géométrie est illustrée en figure 2.1.

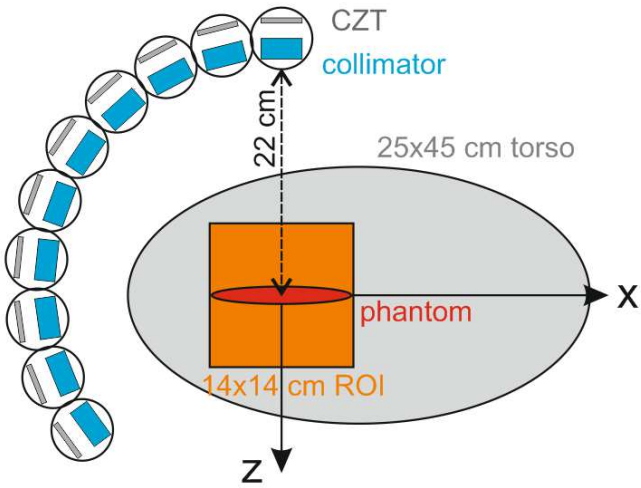


FIGURE 2.1 – Géométrie du système étudié. Les dix têtes de détection sont composées d'un détecteur CZT (gris) et d'un collimateur (bleu). Elles peuvent s'orienter les unes indépendamment des autres, afin de se focaliser sur les zones les plus informatives du fantômes (rouge).

On considère que l'objet à reconstruire est un cube de 14 cm de côté. Numériquement, il est représenté sous la forme de $64 \times 64 \times 64$ voxels cubiques de 2.2 mm de côté. Cet échantillonnage permet de s'assurer que les défauts que l'on cherche à observer, de taille minimale de 5 mm, puissent être représentés sans dégradation.

Les têtes de détections sont placées sur un arc de cercle de 120 degrés autour du patient, à une distance de 14 cm entre le milieu de l'objet et la surface des collimateurs. Chaque tête peut s'orienter indépendamment des autres autour de l'axe y d'un angle de ± 22 degrés.

Les têtes de détection sont composées de détecteurs de $40 \times 160 \times 5$ mm. La surface de chaque détecteur est segmentée en 16×64 pixels, eux-mêmes divisés numériquement en 8×8 sous pixels par sous-pixellisation. La profondeur d'interaction dans le détecteur est déterminée suivant 16 niveaux.

2.1.2 HiSPECT : un module de détection hautement résolu

Les performances intrinsèques du détecteur conditionnent la qualité de l'image finale. Bien que la précision du système soit imposée par le dimensionnement du collimateur, le niveau de précision permis par le détecteur permet un apport d'information supplémentaire à utiliser lors de la reconstruction afin d'affiner l'estimation de l'objet.

Depuis plusieurs années, notre laboratoire travaille sur un module de détection hautement résolu, composé d'un détecteur de $40 \times 40 \times 5$ mm segmenté en 256 pixels (2.5×2.5 mm par pixel). Ce module embarque des processus de correction qui permettent d'atteindre une résolution spatiale de 0.3 mm, et une résolution énergétique de 2.5% = 122 keV [61]. A partir des indications issues du partage d'induction dans le matériau semi-conducteur, les unités de calcul embarquées dans le module permettent d'affiner la résolution en déduisant la position à l'intérieur d'un pixel et en déterminant la profondeur d'interaction.

Profondeur d'interaction

Estimer la profondeur d'interaction permet d'obtenir une information supplémentaire afin de rendre la reconstruction plus précise.

La connaissance de la profondeur d'interaction permet dans un premier temps d'estimer la déperdition de charge liée aux parcours des charges dans le matériau. L'énergie de l'interaction peut ainsi être corrigée par le biais d'une correction biparamétrique [84].

Cette information permet également d'affiner la résolution spatiale reconstruite grâce à une meilleure connaissance du cône de réponse [74]. En effet, plus l'interaction est profonde dans le détecteur, plus le cône de réponse correspondant à la direction possible des photons incidents est précise. Dans l'exemple du collimateur à trous parallèles utilisé en figure 2.2, plus l'interaction est profonde dans le détecteur, plus la direction des photons ayant traversé le trou central doit être proche de la normale au détecteur pour pouvoir atteindre le point de mesure. En revanche, lorsque l'interaction est située en profondeur dans le détecteur, plusieurs trous peuvent avoir été traversés pour mener à cet événement. On parle de multiplexage. Ainsi, la localisation d'une interaction en profondeur permet de préciser le volume de réponse contenant les points sources possibles.

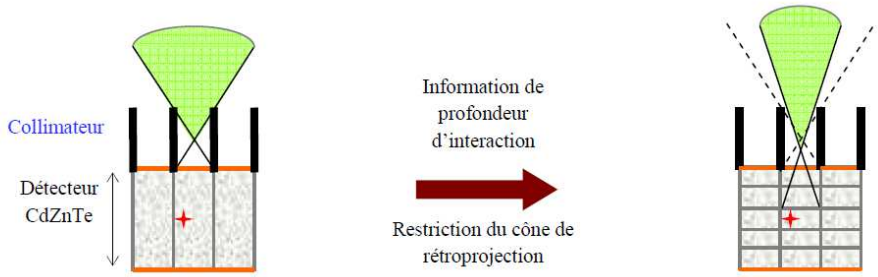


FIGURE 2.2 – La connaissance de la profondeur d'interaction permet d'affiner la résolution spatiale : plus l'interaction est localisée en profondeur dans le détecteur, plus les cônes de réponse lui correspondant sont étroits, mais plus il peut y avoir de multiplexage [74].

Le partage d'induction est un indicateur de la profondeur d'interaction : plus l'interaction a lieu loin de l'anode, plus l'induction qu'elle provoque sur les électrodes à proximité est importante. Il est ainsi possible de déduire la profondeur d'interaction en fonction du signal induit sur les électrodes voisines de celle captant le nuage électronique. [24, 84, 91].

Sous-pixellisation

En général, les détecteurs pixellisés permettent d'établir sur quel pixel de l'anode l'interaction a eu lieu, mais pas de localiser plus précisément l'interaction à l'intérieur d'un pixel. Afin de réduire la résolution spatiale intrinsèque du détecteur, une solution pourrait être de réduire la taille des pixels. Cette solution n'est envisageable que jusqu'à une certaine limite. En plus de coûter plus cher, réduire la taille des pixels augmente le nombre d'électrodes impliquées dans le partage de charge d'un même nuage électronique [6]. Le regroupement des charges en un seul événement en est alors plus complexe, ce qui finalement nuit à la résolution intrinsèque du détecteur. Afin d'illustrer ceci, la figure 2.3 donne un exemple d'évolution de la résolution spatiale intrinsèque du détecteur en fonction de la taille des pixels pour un système donné décrit en [55].

Les techniques de sous pixellisation permettent d'estimer la position d'une interaction dans le détecteur avec une précision inférieure à la dimension du pixel, et donc segmenter chaque pixel en sous-pixels. Pour cela, le signal d'induction recueilli sur les électrodes voisines est utilisé. Son amplitude dépend en effet du lieu du flux incident. Afin d'illustrer ceci, la courbe d'excursion

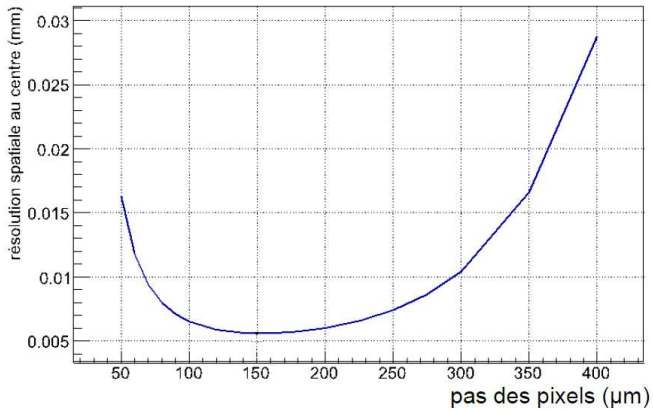


FIGURE 2.3 – Estimation de la résolution spatiale du détecteur en fonction de la taille des pixels à travers un exemple [55].

présentée en figure 2.4 donne la charge recueillie sur le pixel i en fonction de la position d'interaction dans le détecteur pour différents cas d'études développés dans [55]. La valeur indiquée correspond au pourcentage par rapport à la charge recueillie sur le pixel touché.

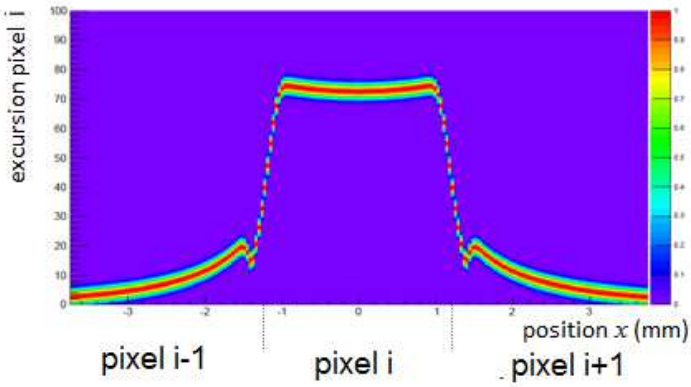


FIGURE 2.4 – Excursion transverse de charge recueillie sur le pixel i [55].

Lorsque l'interaction a lieu sur le pixel i, l'amplitude est globalement constante, excepté sur le bord. Bien que plus faible, un signal induit est toujours détectable lorsque l'interaction est positionnée sur les pixels voisins $i-1$ ou $i+1$. L'amplitude de ce signal décroît progressivement à mesure que l'interaction s'éloigne du bord du pixel i, et donne donc une information quant à la distance séparant l'événement du pixel.

A partir des informations issues des charges induites sur les électrodes voisines, la résolution spatiale peut être affinée en deçà de la dimension des pixels [55]. Dans l'exemple proposé en figure 2.5, les pixels W et E apportent une information sur le lieux d'interaction selon l'axe horizontal, et les pixels N et S selon l'axe vertical.

Une première solution proposée par W.K. Warburton [87] consiste à faire la différence entre les signaux des deux pixels voisins dans une même direction, et à évaluer la position de la détection sur cette axe en proportion, à partir d'un modèle décrivant l'induction de charge en fonction de la distance entre l'anode et l'interaction. Les pixels diagonaux étant moins porteurs d'information, l'analyse peut se faire uniquement à partir des voisins directs.

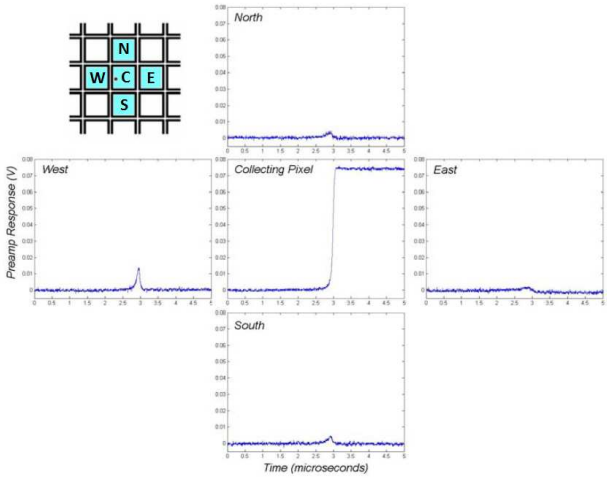


FIGURE 2.5 – Signaux reçus sur les anodes voisines permettant la sous-pixellisation [6].

Le problème de cette méthode réside dans l'incertitude liée à la mesure des signaux d'induction : la précision de la distance entre l'électrode et l'interaction déduite de la charge dépend du gradient de la charge au point de mesure. La figure 2.6 montre l'incertitude sur la distance obtenue pour une mesure en induction pour laquelle le gradient est élevé, et une mesure pour laquelle le gradient est faible. L'information issue des électrodes est ainsi moins fiable pour une interaction éloignée de l'anode.

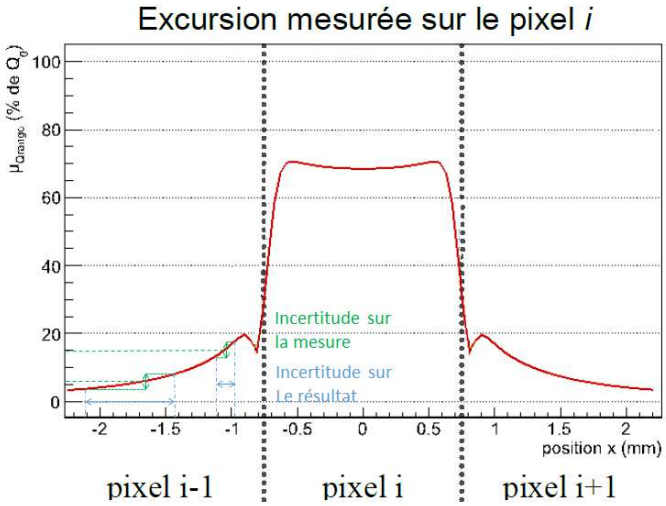


FIGURE 2.6 – Incertitude liée à la charge induite.

Afin de tenir compte de ce facteur, une première approche consiste à pondérer les pixels voisins en fonction de l'information qu'ils apportent lors du calcul du barycentre [55]. Il est possible d'aller plus loin en déterminant en plusieurs itérations le point de mesure correspondant au maximum de vraisemblance [60].

Architecture électronique du module

HiSPECT est un module de détection développé par notre laboratoire fonctionnant à partir de détecteurs CZT pixellisés [61]. Les signaux recueillis sur les anodes du détecteur sont lus et

prétraités afin d'être ensuite exploités numériquement pour effectuer la reconstruction de l'objet. Son principe de fonctionnement est illustré dans les grandes lignes en figure 2.7.

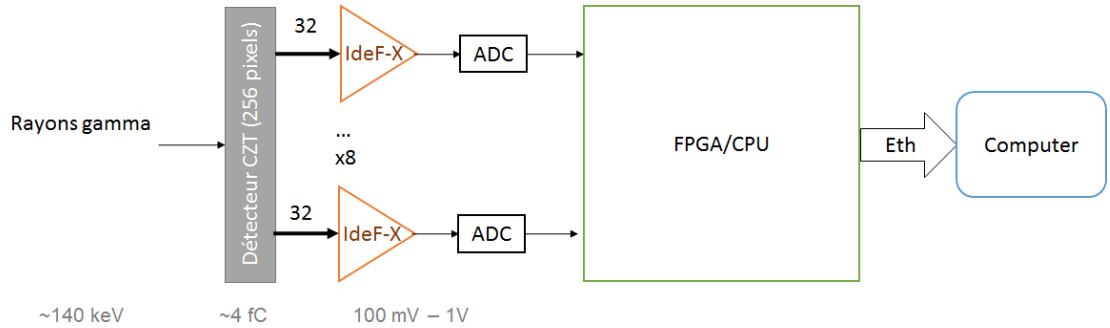


FIGURE 2.7 – Architecture globale du module de détection permettant l'interprétation des charges recueillies par le détecteur en lieux d'interaction directement utilisables pour la reconstruction sur ordinateur.

La figure 2.8 illustre l'architecture globable du module de détection. La lecture et le prétraitement du signal électronique transmis par le détecteur sont effectués par 8 ASICs (IDeF-X HD [40]) situés à proximité du détecteur. Chacun des 8 ASICs traite les signaux issus de 32 pixels. Les signaux électroniques sont ensuite convertis en signaux numériques afin d'êtres interprétés par un FPGA (*Field Programmable Gate Array*). Les caractéristiques des événements calculées par le FPGA sont transmises à l'ordinateur par liaison Ethernet afin d'effectuer la reconstruction de l'objet sur ordinateur.

L'ASIC IDeF-X HD [40] a été conçu pour l'interprétation des données issus des détecteurs CdTe/CdZnTe. Il est initialement utilisé en astrophysique pour la détection de rayons X issus de corps célestes. Il permet d'extraire la mesure des charges électroniques sur les anodes lorsqu'une occurrence a lieu. Les canaux du détecteur sont lus événement par événement : lorsque la charge d'une anode s'élève au delà d'un certain seuil, l'ASIC signale la présence d'un événement, et transmet la mesure des charges de toutes les anodes susceptibles d'apporter de l'information sur la détection.

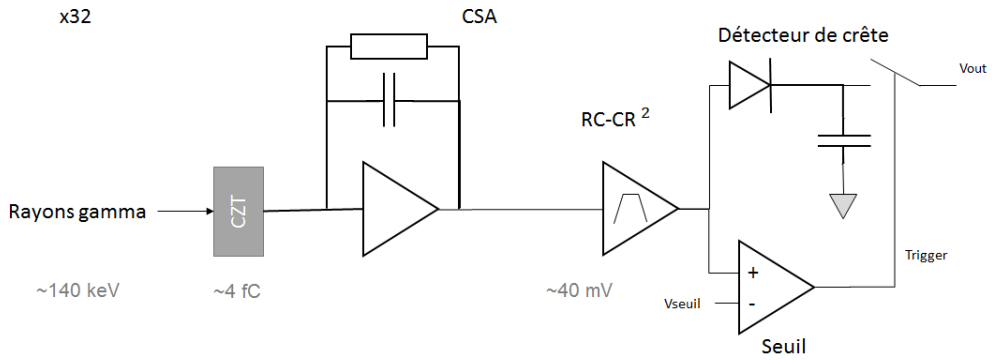


FIGURE 2.8 – Schéma simplifié du principe de fonctionnement de l'ASIC IDeF-X HD.

Chaque ASIC est composé de 32 canaux d'acquisition, avec une anode par canal. Le processus de lecture est le même pour chaque canal. Le signal est d'abord amplifié par le CSA (*Charge Sensitive Amplifier*). La charge reçue est de l'ordre de quelques fC. Le préamplificateur permet ainsi d'obtenir un signal compris entre 10 et 100 mV. Les fréquences d'intérêt sont ensuite sélectionnées à l'aide d'un filtre de mise en forme du type RC-CR^2. Un détecteur de crête permet

de signaler l'occurrence d'un événement par le biais du signal de déclenchement. Parallèlement, le signal en sortie du filtre est comparé à un seuil programmable. Le signal de sortie correspondant aux charges lues sur l'anode ainsi que sur ses voisines sont disponibles lorsque le signal de déclenchement est actif.

Après être converties en signaux numériques, les sorties des ASICs sont transmises au FPGA, qui les interprète en données directement utilisables pour la reconstruction. Les différentes étapes par lesquelles passent les données dans le FPGA sont présentées en figure 2.9.

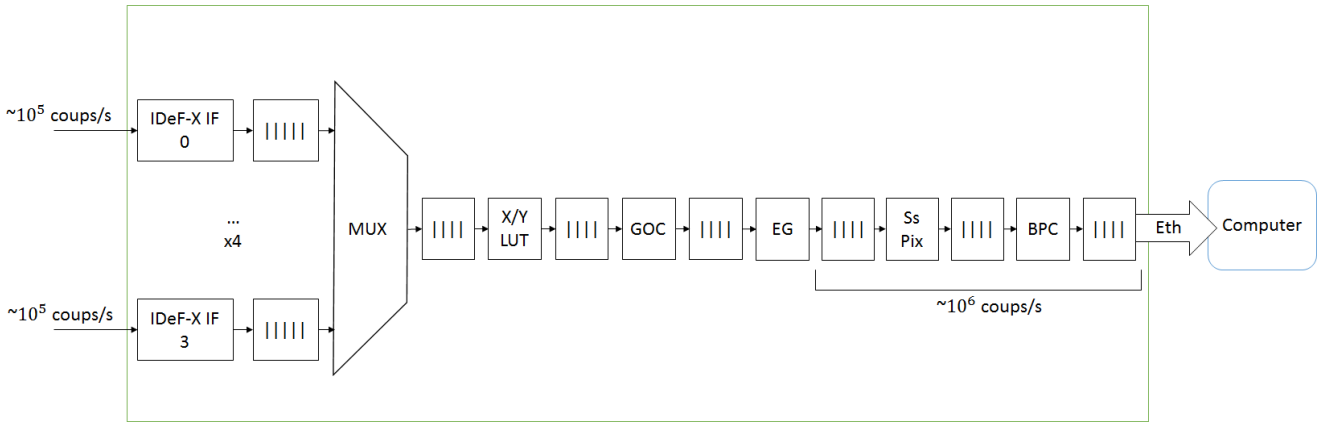


FIGURE 2.9 – Chemin de données dans le FPGA.

Le FPGA permet d'effectuer plusieurs étapes de pré-traitement sur les données :

— les machines à états (IDeF-X IF[0 :3]) permettent de stocker dans une FIFO les informations des événements dès qu'une interaction est détectée ;
— le multiplexeur sélectionne les événements par ordre d'occurrence ;
— la table de vérité (X/Y LUT) attribue à chaque événement les coordonnées du pixel correspondant ;
— la correction de gain et d'offset (GOC) ajuste l'amplitude du signal à partir d'une calibration préalablement effectuée ;
— un module (EG) permet de regrouper les événements provenant d'une même interaction, et de les trier suivant leur position par rapport à l'électrode centrale ;
— le bloc ssPix permet d'implémenter la sous-pixellisation afin de déterminer la position d'une interaction à l'échelle du sous-pixel à partir des signaux induits sur les électrodes voisines ;
— la correction bi-paramétrique de l'énergie est effectuée dans le bloc BPC ;
— enfin, les événements sont intégrés à la trame Ethernet afin d'être transmis à l'ordinateur.

Les machines à états permettent de recueillir jusqu'à 10^5 événements par seconde. Les modules de sous-pixellisation et de correction biparamétrique peuvent quant à eux traiter jusqu'à 10^6 coups par seconde. Les signaux transmis à l'ordinateur sont ensuite traités afin d'être traduits en événements caractérisés par la position de l'interaction dans le cristal, et le niveau énergétique de la détection. L'énergie associée à un événement permet de sélectionner les événements appartenant à la bande d'énergie correspondant à la désexcitation attendue, afin d'éliminer les événements dus aux perturbations telles que la fluorescence, aux rayonnements issus de l'effet Compton dans l'objet ou dans le collimateur, aux parasites, ou à la diffusion.

2.1.3 Collimateur

Les caractéristiques du collimateur conditionnent les performances des systèmes d'imagerie SPECT telle que la résolution spatiale, la sensibilité, le champ de vue ou encore le contraste. En effet, un compromis doit être fait entre l'acquisition de nombreux photons et la sélection forte

de certains photons afin d'obtenir une information précise. Ainsi, une bonne sensibilité et un large champ de vue seront contre-balancés par une résolution spatiale et un contraste imprécis, alors qu'un collimateur permettant la localisation précise d'une source ne laissera passer qu'une faible quantité de photons.

C'est pourquoi nous nous attardons ici sur le dimensionnement du collimateur. La géométrie du collimateur est choisie pour optimiser la sensibilité pour une résolution spatiale donnée par les contraintes de l'application. La résolution spatiale visée est fixée en fonction des fréquences d'intérêt à observer pour une application donnée. Dans notre cas d'étude, le système doit permettre la détection de défauts mesurant entre 5 et 10 mm. La surface de détection à utiliser est conditionnée par le champ de vue à imager.

Choix du type de collimation

Parmi les différentes formes de collimateurs présentées au chapitre précédent, deux sont utilisées pour l'application cardiaques : les collimateurs multi pinhole et les collimateurs à trous parallèles. Les collimateurs multi pinholes offrent des performances alléchantes [38]. D'un autre côté, la simplicité d'utilisation des collimateurs à trous parallèles, en termes de reconstruction et de calcul des performances, est plus confortable. L'homogénéité de la résolution spatiale et de la sensibilité sont également des avantages qui nous font opter pour les collimateurs à trous parallèles. Parmi les différentes formes de trous possibles, notre choix se porte sur les collimateurs à trous carrés pour leur bonne adéquation avec la forme des pixels du détecteur.

Caractéristiques des collimateurs à trous parallèles

Un collimateur à trous parallèles est caractérisé par sa hauteur (h), son pas (p), et sa largeur septale (s). On nomme également (t) la largeur de ses trous. Ces paramètres sont représentés en figure 2.10. Ils déterminent la résolution spatiale intrinsèque au collimateur, c'est-à-dire en considérant que le détecteur a une résolution spatiale parfaite :

$$RS_c = t \times \frac{f + h + d}{f + h}. \tag{2.1}$$

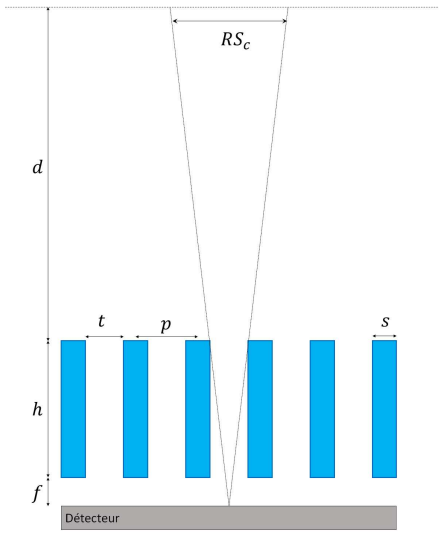


FIGURE 2.10 – Paramètres d'un collimateur à trous parallèles

Comme illustré en figure 2.10, la résolution d'un collimateur à trous parallèles correspond à la taille de la zone vue depuis un trou pour une distance donnée. Elle est proportionnelle à la distance entre la source et le détecteur.

On représente en figure 2.11 les positions de la source dans l'espace correspondant à l'objet en fonction des positions de l'interaction dans le détecteur, en une dimension et pour une distance entre la source et le détecteur fixée. On considère le cas d'un collimateur sans transparence septale, accolé au détecteur ($f = 0$). Les parallélogrammes bornent les zones de l'objet visibles en fonction de la position des points de mesure. Chaque parallélogramme délimite l'ensemble des couples source/détecteur associables à travers un trou. La résolution spatiale correspond alors à la distance entre les bornes des sources visibles pour un canal de détection situé en dessous d'un trou (en vert sur la figure 2.11). Dans le cas d'un collimateur situé juste en dessous du collimateur comme c'est le cas en figure 2.11, la résolution spatiale est invariante par translation dans le plan parallèle au détecteur dans la zone visible par un même trou.

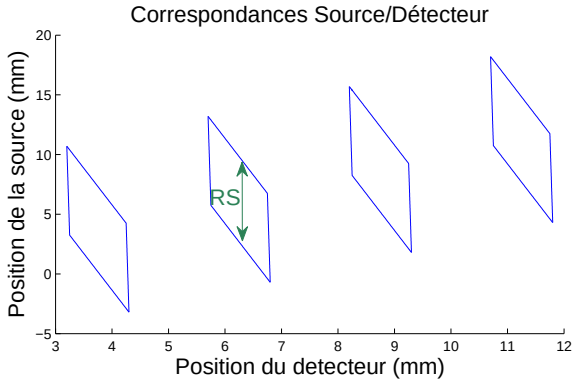


FIGURE 2.11 – Zones visibles par le détecteur sur un plan de l'objet à travers un collimateur à trous parallèle accolé au détecteur.

La sensibilité est invariante avec la distance d entre la source et l'objet. Elle s'exprime de la manière suivante :

$$S_c = \frac{1}{4\pi} \frac{A_{trou}^2}{h^2 \times A_{maille}} = \frac{1}{4\pi} \frac{t^4}{h^2 \times p^2}, \tag{2.2}$$

où A_{trou} et A_{maille} représentent respectivement l'aire d'un trou et l'aire d'une maille. Sur la figure 2.11, la sensibilité correspond à l'aire des parallélogrammes. L'expression de la sensibilité intrinsèque du collimateur est justifiée en annexe.

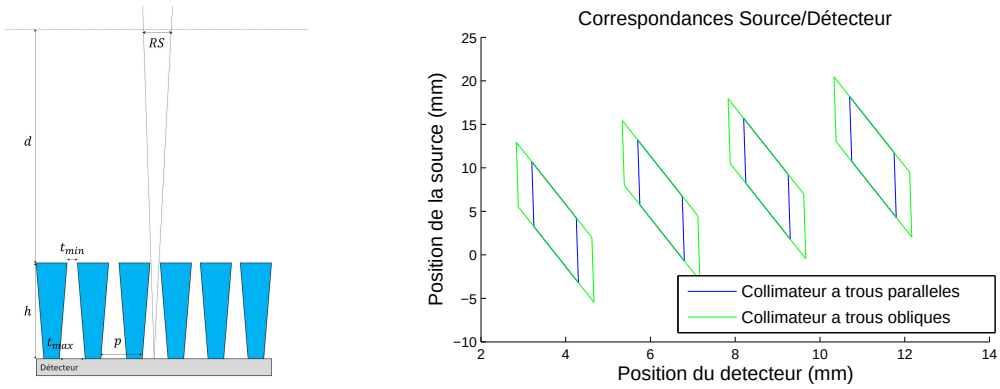
Collimateurs à trous obliques

Afin d'améliorer la sensibilité des collimateurs sans changer leur résolution spatiale, on propose un compromis entre les collimateur à trous parallèles et les collimateurs multi-pinhole, dont les performances peuvent être meilleures [38] : nous utilisons des collimateurs à trous parallèles, mais à *septa* obliques tels qu'illustrés en figure 2.12a. Cette forme de collimateur permet d'élargir la zone visible depuis un point du détecteur sans détériorer la résolution spatiale, afin d'utiliser toute la surface du détecteur, y compris les zones en dessous des *septa*.

Comme les collimateurs à trous parallèles, leur résolution spatiale est imposée par le trou de la face avant (la plus éloignée du collimateur). L'élargissement du trou inférieur leur confère une meilleure sensibilité. En effet, leur sensibilité est celle d'un collimateur à trous parallèles classique dont la taille des trous serait égale à la moyenne des trous inférieurs et supérieurs du collimateur oblique :

$$S_c = \frac{1}{4\pi} \frac{t_{min}^2 t_{max}^2}{h^2 \times p^2}. \tag{2.3}$$

Ce gain en sensibilité s'observe en figure 2.12b, qui donne les zones visibles d'un plan de l'objet en fonction de la position du point de détection, pour un collimateur à trous parallèles classique et pour un collimateur à *septa* obliques. Les trous du côté de l'objet ont la même



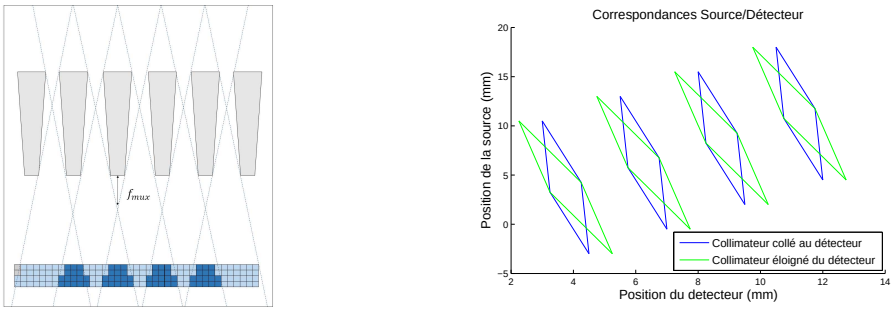
(a) (b)

FIGURE 2.12 – Collimateurs obliques (a) et la visibilité du détecteur qu'ils permettent sur un plan de l'objet en comparaison de celle permise par les collimateurs à trous parallèles (b).

dimension pour les deux collimateurs. Ils ont ainsi la même résolution spatiale. En revanche, la surface visible à travers un trou est plus étendue pour le collimateur à trous obliques que pour le collimateur à trous parallèles. Élargir les trous du côté du détecteur permet donc d'améliorer le compromis entre la résolution spatiale et la sensibilité sans diminuer le champ de vue.

Positionnement du collimateur

Les performances du collimateur peuvent encore être améliorées en ajustant la distance entre le détecteur et le collimateur [74]. En effet, lorsque le collimateur est placé au contact du détecteur, certains points de mesure sont inutilisés. Les performances du système ne sont donc pas optimales. Éloigner légèrement le collimateur du détecteur comme en figure 2.13a permet d'éclairer le détecteur de manière plus homogène. Cependant, une distance trop importante entre le collimateur et le détecteur est à l'origine d'une perte de contraste, à cause du multiplexage. On parle de **multiplexage** lorsqu'un point du détecteur peut être exposé au rayonnement de l'objet depuis plusieurs trous. Cela ajoute une incertitude quant à la zone de réponse puisqu'un droite verticale correspondant à une détection peut traverser plusieurs parallélogrammes, et donc correspondre à un nombre plus élevé de sources. Il n'est pas forcément dommageable pour la qualité de la reconstruction d'avoir du multiplexage : la résolution peut être restaurée s'il est intégré au modèle de reconstruction lors d'un processus itératif de reconstruction [74].



(a) (b)

FIGURE 2.13 – Impact de l'écartement entre le collimateur et le détecteur (a) sur les caractéristiques intrinsèques du collimateur (b).

Les zones de la source visibles depuis les différents points de mesure sont données en figure 2.13 (b) lorsque le collimateur touche le détecteur, et lorsque le collimateur est légèrement

éloigné du détecteur. Les parallélogrammes s'inclinent, et plus de points de mesure sont à même de détecter une source. On constate surtout une amélioration de la résolution spatiale. Sur ce graphique, le multiplexage se traduit par une superposition des parallélogrammes sur une même droite verticale, explicitée en figure 2.14. La sensibilité n'est pas impactée puisque les aires des zones visibles sont identiques.

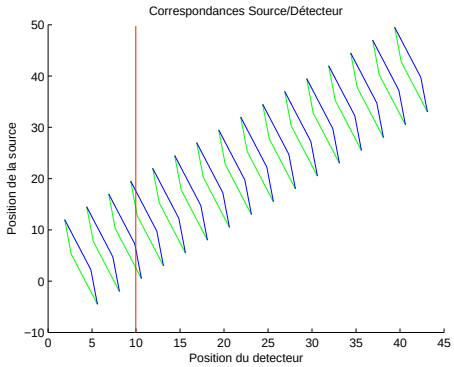


FIGURE 2.14 – Visibilité de la source selon la position de la mesure pour un collimateur oblique placé à 15 mm du détecteur. On parle ici de multiplexage, car un même point de détection (marqué en rouge) peut être atteint au travers de différents trous. La résolution est augmentée, et la sensibilité conservée.

Afin d'éviter une perte de contraste, on se place à la distance f_{mux} limite au multiplexage. Comme illustré en figure 2.13 (a), cette distance correspond à l'intersection des prolongements des deux diagonales autour d'un *septum*. Elle peut se calculer à partir de l'équation suivante :

$$f_{mux} = \frac{h \times (p - t_{max})}{t_{max} + t_{min}}, \tag{2.4}$$

où t_{min} est la taille du trou le plus éloigné du détecteur et t_{max} la taille du trou le plus proche du détecteur.

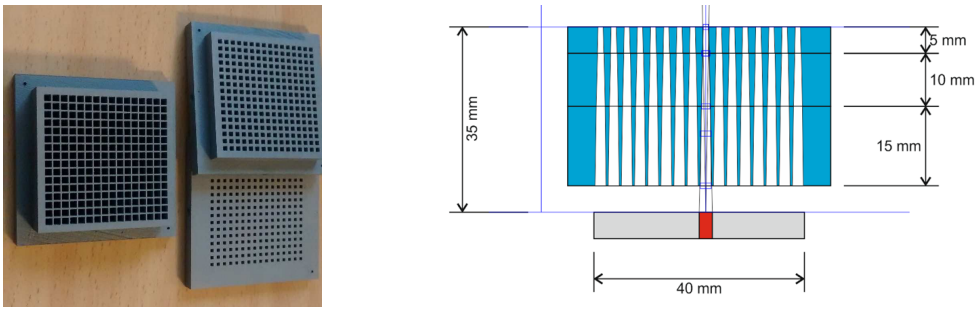
Dimensionnement du collimateur

Un collimateur à trous parallèles classique dont les paramètres sont résumés en table 2.2 est utilisé en simulation. Le pas du collimateur est choisi afin de correspondre à celui des pixels du détecteur ($p = 2.5$ mm). La largeur des trous et la hauteur du collimateur sont déterminées de manière à obtenir une résolution spatiale de 5 mm à une distance de 22 cm. La distance entre le détecteur et le collimateur est fixée à 15 mm, afin de se placer à la limite du multiplexage. La sensibilité de ce collimateur est alors de 3.18×10^{-5}.

On choisi volontairement un collimateur à très forte résolution et à faible sensibilité en comptant sur l'orientation réfléchie des dix têtes de détection pour gagner en sensibilité globale.

On utilise également trois collimateurs à *septa* obliques, qui seront notamment utilisés pour la validation expérimentale. Les dimensions des trous de ces trois collimateurs sont choisies de manière à ce qu'ils puissent être empilés les uns sur les autres comme illustré en figure 2.15, et ainsi permettre une large gamme d'ajustements entre la résolution spatiale et la sensibilité.

Les paramètres de ces trois collimateurs à *septa* sont détaillés dans le tableau 2.1.



(a) (b)

FIGURE 2.15 – Collimateurs obliques empilables permettant plusieurs compromis résolution / sensibilité.

	h (mm)	t (mm)	s (mm)	f (mm)	RS à 15cm (mm)	sensibilité ($\times 10^{-4}$)
C5	5	1.0 - 1.2	1.5 - 1.3	2.95	19.9	7.33
C10	10	1.2 - 1.6	1.3 - 0.9	3.21	14.8	4.69
C15	15	1.6 - 2.1	0.9 - 0.4	1.62	16.0	6.39
C5 + C10	15	1.0 - 1.6	1.3 - 0.4	5.19	8.4	1.45
C10 + C15	25	1.2 - 2.1	1.5 - 0.9	3.03	7.6	1.29
C5 + C10 + C15	30	1.0 - 2.1	1.5 - 0.4	3.97	5.4	0.62

TABLE 2.1 – Paramètres des collimateurs empilables pour leurs différentes configurations.

2.2 Enjeux liés à l'adaptation d'un tel système

2.2.1 Problématiques liées à l'adaptation

L'adaptation nécessite un calcul à la volée rapide de la reconstruction et du critère d'information. On cherche à adapter le système précédemment décrit pendant l'acquisition, en fonction de la reconstruction déduite des mesures précédemment acquises, selon le cycle illustré en figure 2.16. Une configuration initiale permet d'obtenir un premier jeu de mesures. Ces mesures sont utilisées pour calculer une première estimation de l'objet, qui est ensuite utilisée pour déterminer la configuration optimale, afin d'acquérir un nouveau jeu de mesures. Ce cycle peut être répété plusieurs fois.

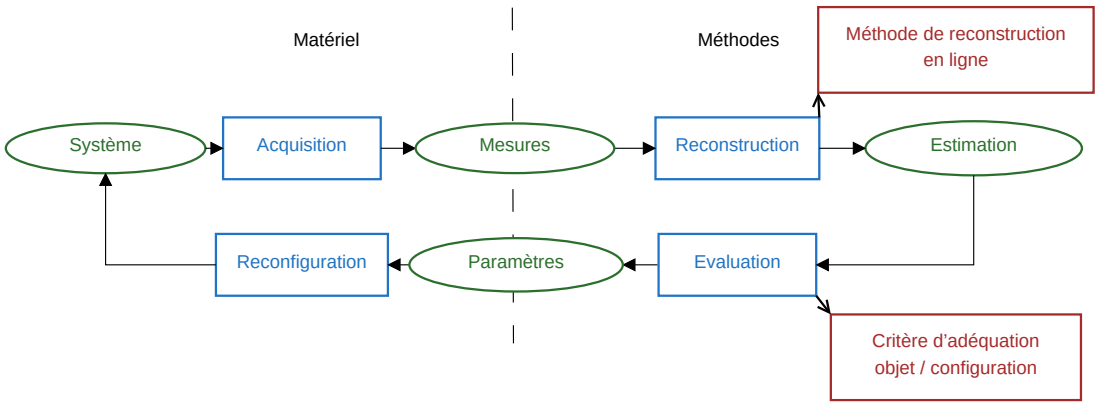


FIGURE 2.16 – Cycle d'acquisition - reconstruction - reconfiguration.

Un tel cycle d'adaptation repose sur deux processus potentiellement gourmands en temps de calcul : la reconstruction de l'objet à partir des mesures, et la détermination de la configuration optimale d'acquisition.

2.2.2 Problématiques liées à l'emploi d'un tel système

Le système décrit précédemment est doté d'un détecteur haute résolution, et d'une configuration géométrique variable. L'adaptation de la géométrie, plus précisément du balayage des têtes de détection, doit permettre l'amélioration de la faible sensibilité, induite par le choix d'une forte résolution. Les mesures issues de ce système sont donc caractérisées par un nombre important de paramètres, de sorte que si l'on voulait retenir et traiter ces données sous la forme d'un histogramme, la structure représentative des mesures aurait une taille de 65.5×10^6 éléments. Traiter des données d'une si grande taille nécessite d'importantes ressources calculatoires, ce qui n'est pas immédiatement compatible avec la problématique de calcul en temps réel imposée par l'adaptation du système.

2.3 Explication de la démarche en vue de l'amélioration des performances

Ce chapitre a permis de décrire le système utilisé et de justifier son dimensionnement. Le choix de l'application s'est porté sur l'imagerie cardiaque, car il existe sur le marché des systèmes récents qui disposent de la flexibilité nécessaire à l'adaptation en ligne d'une configuration d'examen. La D-SPECT est un système particulièrement intéressant pour ce genre d'applications, d'autant plus qu'il bénéficie de degrés de liberté pour une adaptation à la morphologie du patient. C'est pourquoi le dispositif étudié a une géométrie similaire à celle de cette gamma caméra. Le détecteur utilisé est composé de plusieurs anodes et embarque des algorithmes de détermination de la profondeur d'interaction et de sous pixellisation afin d'accéder à une haute résolution spatiale. Les collimateurs envisagés sont dimensionnés afin de répondre aux problématiques de l'imagerie cardiaque. Les caractéristiques du système d'étude choisies dans ce chapitre sont rappelées dans le tableau 2.2.

L'adaptation de ce système, qui permettrait d'optimiser le compromis entre la résolution spatiale, le champ de vue et la sensibilité imposé par les systèmes classiques, repose sur deux points clé : la reconstruction et la détermination de la configuration optimale. Ces deux processus doivent être effectués en cours d'acquisition afin de pouvoir continuer le cycle d'adaptation dans lequel ils s'inscrivent, malgré la complexité des mesures.

Dans un premier temps, le fonctionnement d'un algorithme de reconstruction en ligne sera exposé. Cette méthode de reconstruction sera ensuite appliquée au cas planaire puis en tomographie. L'imagerie planaire sera l'occasion d'aborder de plus près les problématiques liées au modèle du collimateur, et la tomographie permettra de décrire le modèle géométrique. Les méthodes seront validées en simulation, puis en utilisant des données expérimentales. Les simulations ont été faites à partir d'un outil simple développé pour ce cas d'étude, validé par comparaison avec un simulateur Monte Carlo plus complet, intégrant la physique du rayonnement impliquée. Les simulations sont faites sur un CPU i7-3770. Enfin, la détermination d'un critère d'adéquation entre le système et l'objet permettra de sélectionner la configuration la plus intéressante, et ainsi de montrer l'apport de l'adaptation sur la qualité de l'image.

Acquisition	
Diamètre de la zone d'intérêt	14 cm
Volume de la zone d'intérêt	1500 cm^3
Taille numérique de la zone d'intérêt	100 000 voxels
Durée de l'acquisition	300 s
Nombre d'événements par seconde	50 000 evts/s
Détecteur	
Modules	4 par tête
Epaisseur du module	5 mm
Nombre de couches du module	8
Dimension du module	40×40 mm
Dimension numérique du module	128×128 pixels
Sous-pixellisation	8×8 sous pixel par anodes
Collimateur	
Pas du collimateur (p)	2.5 mm
Distance collimateur/objet (d)	150 mm
Collimateur à trous parallèles	c20
Hauteur d'un septum (h)	20 mm
Distance collimateur/Détecteur (f)	15 mm
Largeur d'un trou (t)	1 mm
Epaisseur d'un septum (s)	1.5 mm
Résolution spatiale (pour d=150mm)	5.3 mm
Sensibilité par détecteur	3.8×10^{-5}

TABLE 2.2 – Configuration utilisée dédiée à l'imagerie cardiaque.

Chapitre 3

Accélération algorithmique par OTF-MLEM

Le chapitre précédent a permis de dégager les deux axes de réflexion majeurs induits par l'adaptation du système. Le premier porte sur l'accélération de l'algorithme de reconstruction. Dans un premier temps, ce chapitre explore de manière théorique le problème de reconstruction en temps réel pour le système étudié.

En reconstruction classique, l'estimation de l'objet est habituellement faite une fois l'ensemble des mesures acquises par la gamma caméra, à l'aide d'un logiciel de reconstruction déporté. Cette reconstruction est faite à partir d'un modèle du système d'acquisition, afin de pouvoir déduire la position des interactions à l'origine des mesures. Depuis les débuts de l'imagerie SPECT, plusieurs approches ont été essayées, et de nombreuses méthodes sont couramment utilisées pour déterminer de manière aussi précise que possible la distribution de l'activité dans l'objet. La complexité croissante des systèmes, l'estimation de l'objet en 3 dimensions pour la tomographie et la prise en compte de phénomènes physiques tels que la réponse impulsionnelle du collimateur, la diffusion, l'atténuation ou encore les mouvements respiratoires du patient ont nécessité l'accélération du processus de reconstruction afin de conserver la qualité de l'estimation sans que le temps de calcul n'augmente trop. L'adaptation dynamique du système nous incite à aller au delà de ce temps de calcul acceptable, puisqu'une estimation de l'objet doit être disponible dans un temps raisonnable pour effectuer une boucle d'acquisition / reconfiguration, dans le temps de l'examen. Des méthodes d'accélération existant déjà peuvent être réutilisées, mais sont insuffisantes pour notre étude.

Après un état de l'art sur les méthodes de reconstructions envisageables en imagerie SPECT, ce chapitre présentera l'algorithme de reconstruction en temps réel OTF-MLEM (*On The Fly Maximum Likelihood Expectation Maximisation*) développé pour le besoin de l'adaptation dynamique du système. Cette section abordera dans un premier temps les techniques déjà connues et utilisées pour la reconstruction, avant de développer les contributions proposées pour obtenir une estimation de l'objet dans un temps satisfaisant. L'application de l'algorithme au cas d'étude sera l'objet des chapitres suivants.

3.1 État de l'art des algorithmes de reconstruction en tomographie

3.1.1 Problématique de la reconstruction

L'estimation de la distribution de l'activité dans l'objet est calculée à partir des mesures, généralement en deux dimensions, acquises par les détecteurs. Les détecteurs sont positionnés à divers endroits autour du patient afin de permettre une visualisation en trois dimensions de l'objet. Des informations sur l'énergie du photon et la profondeur d'interaction peuvent éven-

tuellement être recueillies, afin de rendre plus précis le résultat. Cette reconstruction correspond à un problème inverse. De manière générale, un problème inverse désigne l'estimation d'une grandeur physique non accessible directement, par l'intermédiaire d'une mesure représentative de cette grandeur. On définit le modèle direct comme l'opérateur permettant d'obtenir un jeu de mesures à partir d'un objet donné. La reconstruction consiste alors à inverser ce modèle, pour pouvoir faire la démarche inverse, c'est-à-dire déduire l'objet à partir des mesures.

Un problème inverse *bien posé*, répond aux trois conditions de Hadamard :

— pour toute image, il existe un objet pouvant être à l'origine de la mesure (*existence*) ;
— une seule origine est possible pour une mesure (*unicité*) ;
— le modèle liant les mesures à l'objet est continu (*continuité*).

Dans le cas de la tomographie d'émission, le problème est justement *mal posé*, en raison de la nature incomplète des données acquises qui met à mal l'unicité de la solution. La reconstruction s'effectue entre deux sous espaces sans couplage bijectif. De plus, la nature stochastique des mesures rend incertaine l'existence d'une solution. Enfin, le système ne permettant jamais une couverture exhaustive de l'objet, le modèle ne peut pas être continu. Il n'existe donc pas de solution exacte à ce problème. Sa résolution se limite donc à la minimisation d'une erreur.

3.1.2 Méthodes analytiques de reconstruction

Malgré ces difficultés, il est possible de considérer le problème de manière continue et de tenter d'inverser la représentation analytique du modèle. La distribution f de l'objet est définie de manière continue. Dans l'approximation d'une collimation idéalisée qui ne se laisse traverser que par les photons d'incidence normale au plan du détecteur, les mesures transmises correspondent aux projections $p_\theta(x, y)$ de la distribution $f(x, y, z)$ de l'activité dans la zone d'intérêt sur les détecteurs, aux orientations paramétrées par θ selon la direction z :

$$p_\theta(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y, z)dz$$

L'ensemble de ces projections pour toutes les orientations est assimilable à la transformée de Radon de l'objet et peut être illustré sous la forme d'un sinogramme.

Les méthodes analytiques de reconstruction consistent à inverser analytiquement la transformée de Radon à partir des projections continues. L'avantage d'une résolution analytique est la rapidité du calcul. Cependant, cela nécessite souvent de nombreuses approximations sur le modèle du système, par exemple sur la modélisation du collimateur, qui mènent à des imprécisions regrettables. De plus, la nature stochastique des détections n'est pas modélisable. Un modèle simple est utilisé afin d'aller un peu plus loin que la transformée de Radon. Le modèle est appliqué aux mesures dans l'espace de Fourier, en appliquant le théorème de la coupe centrale. L'utilisation d'un filtre passe bande est nécessaire afin de ne pas amplifier les basses fréquences favorisées dans l'espace de Fourier, sans pour autant amplifier les hautes fréquences correspondant à du bruit. En effet, la distribution dans l'espace de Fourier est inversement proportionnelle à la distance au centre de l'objet. Ainsi, la méthode analytique la plus courante encore employée aujourd'hui est la rétro-projection filtrée (FBP) [81,88], dont le principe est illustré en figure 3.1.

3.1.3 Formulation algébrique de la reconstruction : rétro-projection filtrée

La résolution analytique devient de plus en plus difficile à mettre en œuvre à mesure que le modèle se complexifie. C'est la raison pour laquelle les méthodes algébriques abandonnant la représentation continue de l'objet sont plus fréquentes. L'objet est alors défini comme un ensemble de voxels, d'activités plus ou moins intenses. Le modèle direct, c'est-à-dire l'impact de chaque voxel sur chaque mesure, est généralement déterminé en amont, de manière plus ou moins précise. La reconstruction de l'objet à partir des mesures se rapporte à la résolution

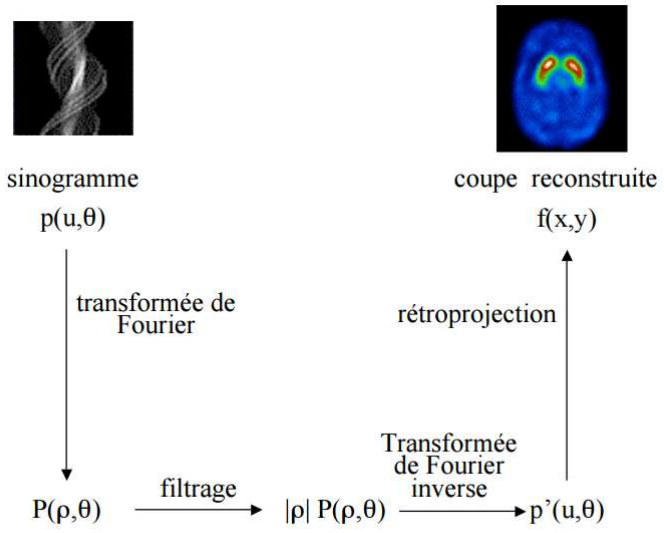


FIGURE 3.1 – Principte de la rétro-projection filtrée analytique par l'utilisation du théorème de la coupe centrale [17].

d'un système linéaire, formalisé de manière matricielle. Ainsi, le problème s'écrit de la manière suivante :

$$M = \mathbf{R}O$$

$$\begin{bmatrix} M_0 \\ M_1 \\ . \\ . \\ . \\ M_{N_m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{0,0} & R_{0,1} & ... & R_{0,N_o} \\ R_{1,0} & R_{1,1} & ... & R_{1,N_o} \\ . & & & \\ . & & & \\ . & & & \\ R_{N_m,0} & R_{N_m,1} & ... & R_{N_m,N_o} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} O_0 \\ O_1 \\ . \\ . \\ . \\ O_{N_o} \end{bmatrix}$$

où M désigne les N_m mesures et O les N_o voxels de l'objet. $\mathbf{R}$ est la matrice modélisant la réponse du système. Chaque couple détecteur $m/$ voxel o est caractérisé par la contribution $R_{m,o}$ du voxel sur le détecteur. Pour chaque élément de mesure m et pour chaque voxel o de l'objet, $R_{m,o}$ correspond à la probabilité qu'il y ait une détection en un point m du détecteur, sachant qu'il y a eu une émission en o :

$$R_{m,o} = p(m|o). \tag{3.1}$$

La résolution du problème consiste alors à inverser la matrice $\mathbf{R}$ afin de pouvoir faire la démarche inverse, c'est-à-dire déduire l'activité de chaque voxel de l'objet à partir de l'histogramme des mesures. Malheureusement, cette matrice n'est généralement pas carrée, et encore moins inversible. De plus, le rang de $\mathbf{R}$ est inférieur aux dimensions de O et de M, ce qui met à mal l'existence et l'unicité d'une solution.

Il faut donc se contenter de la pseudo-inverse du modèle pour faire la démarche inverse, en minimisant une erreur quadratique. Ainsi, la rétro-projection d'un élément de mesure m dans l'objet consiste à incrémenter chaque voxel o de l'objet en proportion de la contribution $R_{m,o}$ du voxel sur la mesure. À elle seule, cette méthode n'est pas entièrement satisfaisante puisque le résultat est affecté par des artefacts, dus aux intersections fortuites de plusieurs zones de réponse d'un élément de détection sans lien entre elles. Un exemple de formation d'artefacts est illustré en figure 3.2.

Ce problème est habituellement résolu en appliquant un filtrage $(\mathbf{R}^t\mathbf{R})^{-1}$ lors de la rétro-projection de l'objet [30]. Cette méthode présente l'avantage d'être rapide, mais les approxi-

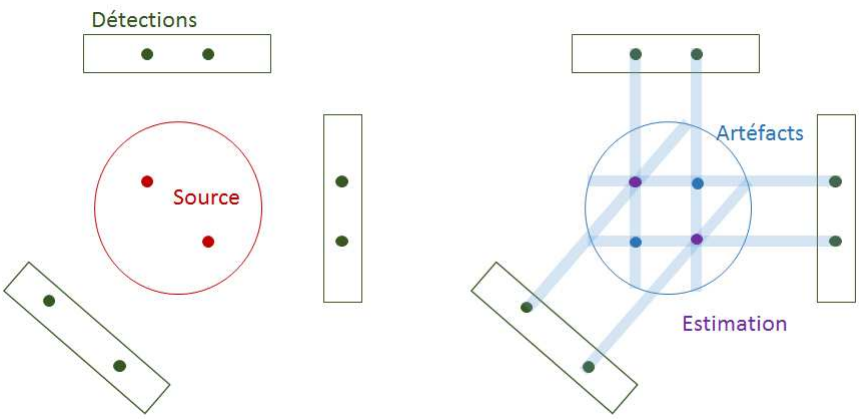


FIGURE 3.2 – Origine des artéfacts et trainée observables en rétro-projection simple.

mations inévitables lors de la détermination du modèle et non vérifiées en pratique la rendent imprécise. De plus, l'opération de filtrage est délicate car très instable, à cause des valeurs propres de $\mathbf{R}^t.\mathbf{R}$ qui peuvent être faibles ou nulles. Ce sont deux des raisons pour lesquelles les méthodes itératives ont pris le pas sur les méthodes directes.

3.1.4 Algorithmes itératifs

Les résultats obtenus à partir de la rétro-projection filtrée sont limités en raison de l'imprécision sur le volume de réponse, et des artefacts présents malgré le filtrage à cause de l'incomplétude du problème. Les méthodes itératives de reconstruction sont une alternative plus coûteuse en termes de puissance et de temps de calcul, mais permettant de mieux modéliser des problèmes complexes [71]. Ces méthodes ont l'avantage de permettre plus de flexibilité dans le modèle utilisé.

Comme leur nom l'indique, les algorithmes itératifs fonctionnent à partir de plusieurs mises à jour successives de l'estimation de l'objet à imager, illustrées en figure 3.3. Initialement, l'estimation $O^{(0)}$ est uniforme, ou égale à un *a priori* sur la distribution de l'objet précédemment établit. À chaque itération, la projection de l'estimation dans l'espace des mesures $\mathbf{R}O^{(n)}$ est comparée aux mesures effectivement acquises M. Une erreur entre l'estimation et l'objet est ainsi déterminée dans l'espace des mesures. Une matrice de correction est calculée en rétro-projetant cette erreur dans le domaine de l'objet. L'estimation courante est mise à jour à partir de l'estimation précédente et de la matrice de correction. Le résultat est ainsi affiné au fur-et-à-mesure des itérations.

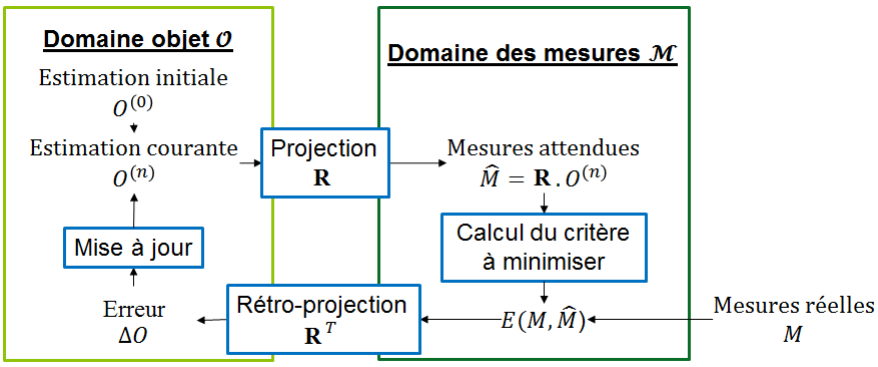


FIGURE 3.3 – Fonctionnement d'un algorithme itératif de reconstruction.

Un algorithme itératif de reconstruction est caractérisée par cinq éléments [2] :
— le modèle des données ;
— le modèle du système ;
— le modèle de l'objet auquel doit correspondre la reconstruction par le biais de méthodes de régularisation ;
— le critère (*Objective function*), généralement statistique, définissant la proximité entre l'objet et sa reconstruction ;
— l'algorithme d'optimisation permettant de minimiser le critère.

Modèle des données

Les mesures issues du détecteur sont déterminées avec une certaine inexactitude. Les deux principales causes de cette erreur sont l'atténuation du photon lors de son parcours du patient au détecteur, et la diffusion des photons après leur interaction avec la matière par effet Compton. Ainsi, la mesure M_m obtenue en un point m du détecteur n'est pas directement représentative des événements réels O. Leur relation peut être exprimée de la manière suivante :

$$M_m = \sum_o A_{o,m} \times R_{m,o} O_o + s_m \tag{3.2}$$

où $A_{o,m}$ est le coefficient d'atténuation du photon entre le lieu de la désintégration a et le détecteur, et s_m est l'erreur en o due à la diffusion.

La correction de ces phénomènes physiques peut être effectuée avant la phase de reconstruction en filtrant ou en modifiant les mesures, ou être intégrée dans le modèle de projection utilisé pour la reconstruction [43]. La diffusion peut également être corrigée directement en amont de la reconstruction si l'on dispose de plusieurs canaux d'énergie [18]. Il est alors possible de ne sélectionner que les événements dont l'énergie correspond à la désintégration du radiopharmaceutique. La méthode de soustraction de Jaszczak est la méthode de correction de la diffusion la plus couramment utilisée [45].

Les données utilisées pour la reconstruction peuvent être retenues sous forme d'histogramme (une intensité est associée à chaque voxel de l'objet), ou sous forme de liste de toutes les détections. Dans le cas d'une représentation en liste, la taille de l'espace de données correspond alors au nombre d'événements retenus.

Modèle du système

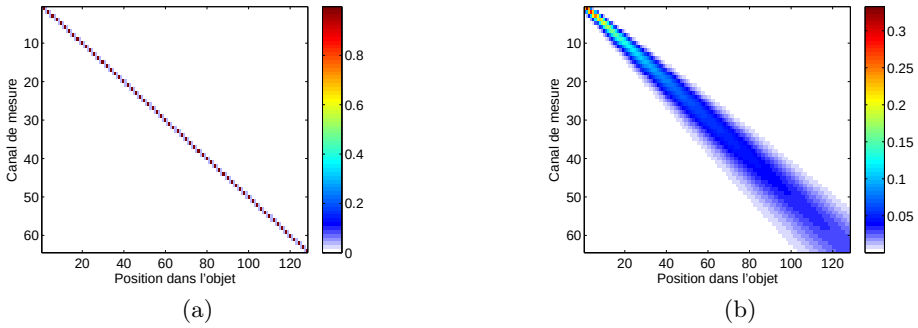
Les méthodes itératives utilisent un modèle de projection / rétro-projection afin de pouvoir estimer l'erreur entre les mesures acquises et la reporter dans le domaine de l'objet pour calculer l'estimation. Chaque voxel o de l'objet o est lié à chaque point de mesure m de l'ensemble des mesures M par le modèle du système, représenté par la matrice de réponse $\mathbf{R}$, suivant l'équation algébrique suivante :

$$\forall (m, o), M_m = R_{m,o}.O_o \tag{3.3}$$

Les coefficients $R_{m,o}$ correspondent à la probabilité $p(m|o)$ d'obtenir une mesure sur le canal de m sachant qu'il y a eu une interaction au voxel o de l'objet.

Dans la littérature, plusieurs méthodes d'implémentation existent pour calculer la projection /rétro-projection. Elle peut être déterminée de manière analytique [81], par un calcul préliminaire ou pendant la reconstruction. La matrice peut également être déterminée en amont par simulations Monte Carlo [20], ou de manière empirique par calibration [67].

Des méthodes de raffinement permettent de définir un modèle idéalisé ou une représentation plus réaliste du système, par exemple en intégrant la réponse impulsionnelle du collimateur, l'angle solide qu'il permet, ou encore l'atténuation. La figure 3.4 représente deux exemples de matrices de réponse, pour un modèle très idéalisé (a) et pour un modèle plus réaliste (b) intégrant l'atténuation et la réponse impulsionnelle d'un collimateur.



(a) (b)

FIGURE 3.4 – Exemples de modèles : modèle idéal simplifié (a) et modèle plus réaliste intégrant l'atténuation et la réponse impulsionnelle du collimateur (b).

Modèle de l'objet

L'image résultant de la reconstruction peut être représentée sous plusieurs formats. La manière la plus classique et la plus immédiate est la représentation par voxels cubiques. La taille des voxels peut être variable selon la position du voxel dans l'objet [59]. Cela peut être intéressant dans le cas d'une résolution spatiale fortement variable avec la position de l'interaction dans la zone d'intérêt. Dans le cas d'une configuration à géométrie cylindrique ou sphérique, il peut être intéressant d'utiliser une représentation adaptée, où les éléments unitaires sont directement déterminés par leur distance au centre et leur(s) angle(s) par rapport à l'axe d'origine. Il existe aussi des cas où l'élément unitaire du maillage est une sphère [58], ou encore des splines. L'espace objet peut également être décomposé en composantes fréquentielles.

De plus, il est possible d'intégrer au modèle de l'objet certaines régularisations afin d'orienter le résultat vers des suppositions à propos de l'objet imagé, et ainsi contraindre l'objet et réduire les problèmes d'unicité de la solution. Ces régularisations peuvent permettre d'améliorer la qualité du résultat en injectant dans la reconstruction des hypothèses sur l'objet à reconstruire. Cela peut correspondre à une bande de fréquences spatiales, ou encore à une distribution particulière propre à l'organe observé. On applique alors un *a priori* à l'image, qui permet de donner plus d'importance aux mesures cohérentes avec la distribution attendue mais qui a pour inconvénient d'imposer un fort biais au résultat.

Il est également possible d'intégrer une modélisation de l'environnement physique de l'objet, notamment de l'atténuation du rayonnement par les tissus environnant [7]. La correction d'atténuation se fait en général à partir d'une carte d'atténuation obtenue en CT (*Computed Tomography*). Parmi les méthodes de régularisation, il est également possible d'intégrer un *a priori* à l'objet. Cet *a priori* peut être spatial ou fréquentiel. L'algorithme donnera alors plus d'importance aux événements respectant l'*a priori*.

Critères utilisés

Le critère est une fonction permettant de quantifier l'écart entre la projection $\widehat{M} = \{\widehat{M}_m\}$ de l'estimation O et les mesures acquises $M = \{m_k\}$, où k indexe les événements. Parmi les critères, on distingue les critères algébriques et les critères statistiques.

Les critères algébriques sont basés sur le calcul de la distance entre les mesures et les projections de l'estimation. On retient notamment la méthode des moindres carrés [29], dont le critère à minimiser est le suivant :

$$\Phi(O) = \frac{1}{2}\sum_m (M_m - \widehat{M}_m)^2 \tag{3.4}$$

Bien que relativement simples d'utilisation, les critères algébriques sont peu utilisés en imagerie SPECT, car les mesures acquises par les gamma-caméras sont de nature Poissonnienne.

Il est donc plus exact d'utiliser un critère statistique au lieu d'un critère algébrique. Un critère algébrique permet de rendre compte de l'écart entre M_m et $\widehat{M}_m$, alors qu'un critère statistique permet de déterminer la distribution d'activité dans l'objet la plus probable.

Le maximum de vraisemblance est la distribution O maximisant la probabilité $p(M/O)$ d'obtenir les mesures M observées en supposant une distribution O :

$$\widehat{O} = \text{argmax}_O(p(M|O)) \tag{3.5}$$

A l'inverse, *le maximum a posteriori* est la distribution $\widehat{O}$ maximisant la probabilité d'avoir réellement un objet O connaissant le jeu de mesures M acquis :

$$\widehat{O} = \text{argmax}_O(p(O|M)) \tag{3.6}$$

Le théorème de Bayes permet d'écrire la probabilité d'occurrence d'un objet connaissant l'ensemble des mesures qui en résulte sous la forme suivante :

$$p(O|M) = p(O) \times \frac{p(M|O)}{p(M)} \tag{3.7}$$

— $p(O)$ est la probabilité *a priori* de l'objet, c'est-à-dire un *a priori*, d'une distribution obtenue à l'aide d'une autre modalité d'imagerie, ou bien une information issue de l'estimation précédente ;
— $p(M|O)$ est la probabilité d'obtenir une mesure M connaissant la forme de l'objet O ;
— $p(M)$ est la probabilité d'obtenir une mesure, indépendamment de l'objet. C'est un terme de normalisation permettant d'homogénéiser l'ensemble des éléments de mesure selon leur sensibilité [44].

Les nombres de détections sur chaque canal sont un ensemble de variables aléatoires $\{M_m, m = 1..N_m\}$ modélisables par des lois de Poisson [50] de paramètres égaux à leurs espérances $\bar{m}$:

$$p(M|O) = \prod_m e^{-\widehat{M}_m} \frac{\widehat{M}_m^{M_m}}{M_m!}. \tag{3.8}$$

La fonction log étant monotone et croissante, maximiser la probabilité $p(M/O)$ revient à maximiser la log-vraisemblance, définie ainsi :

$$l(M|O) = \sum_m M_m \log(\widehat{M}_m) - \bar{M}_m - \log(M_m!). \tag{3.9}$$

L'objectif de l'algorithme est alors de trouver la distribution O qui maximise la vraisemblance de M. Afin de déterminer le maximum de vraisemblance, on dérive la fonction de log-vraisemblance par rapport à O. Par changement d'espace, de l'espace objet vers l'espace des mesures, on obtient :

$$\frac{\partial l(M|O)}{\partial O} = \mathbf{R}^t.\frac{\partial l(M|\widehat{M})}{\partial \widehat{M}} = \mathbf{R}^t.\left(\frac{M}{\widehat{M}} - 1\right), \tag{3.10}$$

où M est la distribution des mesures effectives, et $\widehat{M}$ est l'espérance des mesures.

Méthode de mise à jour

La méthode de mise à jour est liée au critère choisi. En effet, les méthodes itératives algébriques sont basées sur un critère algébrique, alors que les méthodes itératives statistiques fonctionnent à partir d'un critère de vraisemblance. Ces deux critères induisent des stratégies différentes afin d'atteindre l'estimation la plus probable :

— la recherche du zéro du gradient consiste à déterminer directement le maximum de vraisemblance, en calculant l'estimation pour laquelle la dérivée de la fonction de log-vraisemblance s'annule ;

— la descente du gradient [48] consiste à minimiser l'erreur quadratique entre l'espérance des mesures et les mesures effectivement obtenues $\sum_m (M - \widehat{M})^2$ en faisant varier l'estimation.

Par exemple, une possibilité de résolution par recherche du zéro du gradient consiste à résoudre l'équation :

$$\nabla = 0 \Leftrightarrow O = (\mathbf{R}^t\mathbf{R})^{-1}\mathbf{R}^t M. \tag{3.11}$$

Dans le cas des méthodes par descente de gradient, la formule de mise à jour a la forme suivante :

$$O^{(n+1)} = O^{(n)} - \lambda\nabla. \tag{3.12}$$

Le pas λ utilisé pour les méthodes de descente de gradient est problématique. Le gradient sur l'estimation ne peut être calculé que dans l'espace des mesures sous la forme $||M - RO||^2$, puis rétro-projeté dans l'espace de l'objet. Un pas trop grand peut ainsi provoquer une divergence, alors qu'un pas trop petit peu rendre l'algorithme trop lent.

Un autre aspect de la méthode de mise à jour porte sur la méthode de projection employée : l'objet peut être projeté en traitant un à un les voxels de l'objet et en déterminant quels canaux de détection ils impactent, ou à l'inverse, en parcourant les points du détecteur et en estimant l'impact que l'objet a sur eux. On distingue ainsi les projecteurs *ray driven* des projecteurs *voxel driven*, tous deux illustrés en figure 3.5. Les premiers consistent à tracer la réponse d'une mesure, afin de déterminer les voxels contenus dans ce volume et de les pondérer en fonction de la distance entre le centre du voxel et la droite de réponse. La méthode de projection *voxel driven* consiste à projeter chaque voxel sur l'ensemble des mesures afin de les pondérer par les valeurs des mesures obtenues sur le domaine de réponse. Le choix de l'une ou l'autre de ces méthodes dépend de l'ensemble mis à jour à chaque itération.

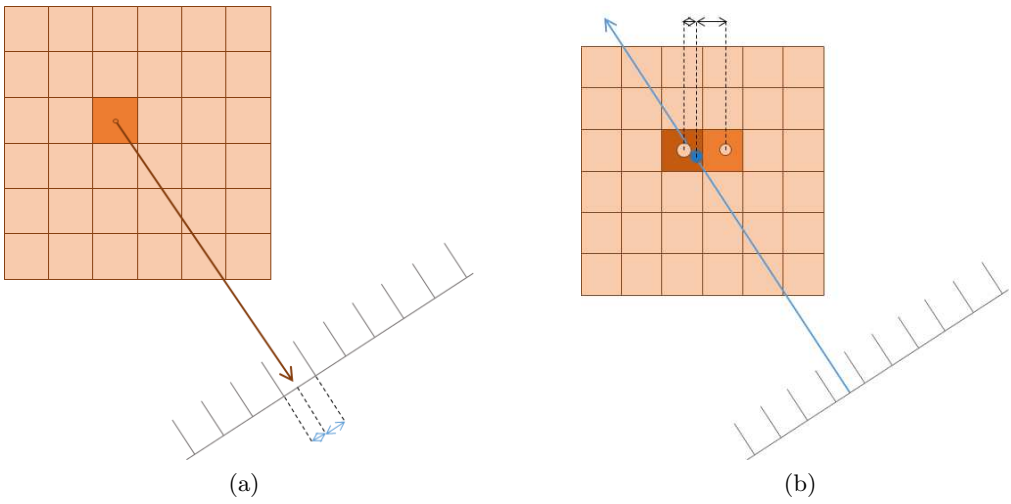


FIGURE 3.5 – Projecteurs voxel (a) et ray driven (b).

Les méthodes itératives algébriques consistent à résoudre le problème de reconstruction en le traduisant en un système d'équations linéaires dont la solution est trouvée par minimisation de la distance $||M - \mathbf{R}O||^2$ entre les mesures M et la projection $\mathbf{R}O$ de l'estimation à travers le modèle. Elles fonctionnent donc par descente. Historiquement, la première méthode itérative de reconstruction est l'ART [41].

La méthode ART illustrée en figure 3.6 consiste à corriger à chaque nouvelle projection chacun des coefficients O_o de l'estimation. Pour chaque projection, la valeur de l'estimation au voxel courant est mise à jour en rétro-projetant le gradient entre l'espérance des mesures et

les mesures effectives, exprimé par la distance $|M - \mathbf{R}.O|$ entre la mesure et la projection de l'estimation :

$$O_o^{(k+1)} = O_o^{(k)} + \mathbf{R}_{o,m} \frac{M_m - \sum_b \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}}{|\sum_{o'} \mathbf{R}m, o'|^2}. \tag{3.13}$$

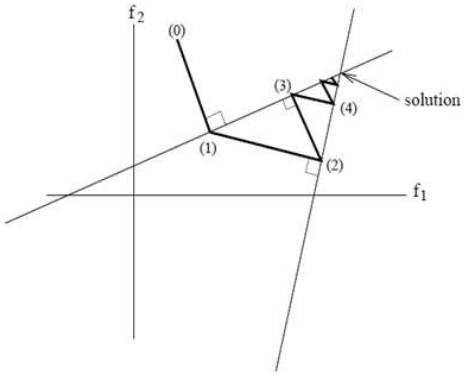


FIGURE 3.6 – Principe de l'algorithme ART.

Le problème de cette méthode réside dans son manque de robustesse lorsque les mesures sont bruitées [71]. Les mesures vont alors faire osciller l'estimation entre des valeurs différentes.

Son séquencement événement par événement impose l'emploi d'un projecteur dit *ray driven*. Comme présenté en figure 3.5, Les méthodes *ray-driven* consistent à calculer les projections en parcourant un à un les pixels du détecteur, afin de mettre à jour l'ensemble des voxels.

Afin d'éviter les problèmes d'oscillations altérant les résultats obtenus avec la méthode ART, la méthode SIRT dont le principe est illustré en figure 3.7 utilise l'ensemble des mesures pour faire une mise à jour. Le principe reste le même que pour l'ART : chaque voxel de l'estimation se voit retrancher la différence entre les mesures qui s'y rapportent et la projection de l'estimation précédente, selon la formule de mise à jour suivante :

$$O_o^{(k+1)} = O_o^{(k)} + \frac{\sum_{m'} M_{m'}}{\sum_{m',o'} \mathbf{R}_{m',o'} M_{m'}} - \frac{\sum_m \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}^{(k)}}{\sum_m |\mathbf{R}_{m,o}|^2}. \tag{3.14}$$

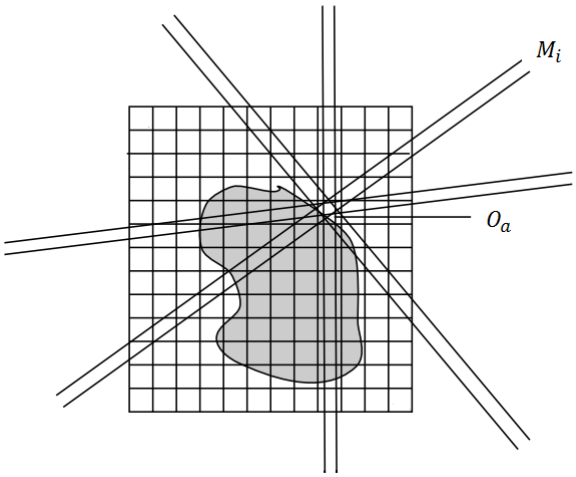


FIGURE 3.7 – Principe de l'algorithme SIRT.

Cette méthode est plus coûteuse en temps de calcul que l'ART . Etant basée sur un projecteur à partir des voxels, elle demande une puissance de calcul importante et nécessite d'attendre et de retenir toutes les mesures. La méthode SART (*Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique*) est une combinaison des méthodes ART et SIRT. La mise à jour est faite à partir de l'ensemble des mesures, sur des zones réduites de l'objet [5].

Pour simplifier la mise à jour par descente de gradient, l'approche utilisée dans l'algorithme ICD (*Iterative Coordinate Decent*) [14] consiste à ne modifier qu'un seul voxel à chaque itération. Ainsi, l'étape de mise à jour est largement simplifiée, mais il est nécessaire d'imposer une estimation initiale pertinente afin de limiter le nombre de mises à jour. Afin de proposer un compromis entre ces deux méthodes, Fessler [34] a développé la méthode GCA par descente de gradient groupée (*Grouped Coordinate Ascent*).

Les méthodes itératives statistiques sont une alternative aux méthodes algébriques. Elles ne visent plus la minimisation de l'erreur $||M - \mathbf{R}O||^2$, mais la maximisation de la vraisemblance de l'estimation.

La difficulté des méthodes algébriques par descente de gradient réside dans le calcul du pas lors de chaque mise à jour. Le calcul du gradient se fait à partir d'une hypothèse sur l'espérance des mesures $\widehat{M}$. Il faut ensuite extrapoler ce gradient dans l'espace objet. Le pas ainsi obtenu peut être trop grand et faire diverger l'algorithme. De plus, contrairement aux méthodes statistiques, les méthodes algébriques ne permettent pas de tenir compte des incertitudes liées au bruit de mesure et aux interactions physiques du détecteur.

L'algorithme MLEM initialement proposé par Shepp et Vardi [77] est depuis plusieurs années l'algorithme le plus répandu pour la reconstruction en imagerie d'émission [71]. L'objectif est la détermination de l'estimation $\widehat{O}$ permettant d'obtenir les projections $\widehat{M} = \{\widehat{M}_m\}$ maximisant la fonction de log-vraisemblance l introduite en équation 3.9 :

$$\widehat{O} = \text{argmax}_O(l(M|O)). \tag{3.15}$$

Le maximum de vraisemblance est atteint au moment où la dérivée de la fonction de log-vraisemblance s'annule. La dérivée partielle de la fonction de log-vraisemblance pour des données Poissonniennes est exprimée de la manière suivante :

$$\frac{\partial l(M|O)}{\partial O} = \mathbf{R}^t \left(\frac{M_m}{\widehat{M}_m} - 1 \right). \tag{3.16}$$

L'équation 3.16 est ainsi développée :

$$\frac{\partial l(M|O)}{\partial O} = \sum_m \mathbf{R}_{m,o} \left(\frac{M_m}{\sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}} - 1 \right). \tag{3.17}$$

On introduit une fonction $Q(O^{(n+1)}, O^{(n)})$ concave, inférieure en tout point à la log-vraisemblance, ayant pour propriété :

$$Q(O^{(n)}, O^{(n)}) = l(O^{(n)}). \tag{3.18}$$

A chaque itération, on maximise la fonction Q en utilisant la pente connue de la fonction de log-vraisemblance. On construit les différentes itérations de O de telle manière à ce que le gradient de la log-vraisemblance et de la fonction Q soient égaux. La convergence est assurée par le fait qu'en maximisant ainsi la fonction Q, la relation $l(O^{(n)}) \leq Q(O^{(n+1)}, O^{(n)})$ est vérifiée. Q étant dominée par la log-vraisemblance, la log-vraisemblance ne peut que se rapprocher du maximum :

$$l(O^{(n)}) \leq l(O^{(n+1)}). \tag{3.19}$$

Une fonction Q possible est la divergence de Kullback-Leibler [92]. Elle est définie comme suit :

$$D(O : O^{(n)}) = \sum_o O_o \log \frac{O_o}{O_o^{(n)}} - O_o + O_o^{(n)}. \tag{3.20}$$

Pour plus de clarté, la figure 3.8 illustre le processus d'optimisation proposé par l'algorithme MLEM. La courbe rouge représente la log-vraisemblance de O. La courbe verte représente la divergence entre l'estimation courante $O^{(n)}$ et la distribution effective dans l'objet O. La prochaine estimation $O^{(n+1)}$ est construite en utilisant la pente de la fonction de vraisemblance, représentée par la courbe bleue. Au fur-et-à-mesure des itérations, le maximum de la fonction de log-vraisemblance et de la divergence de Kullback-Leibler se rapprochent (courbe violette).

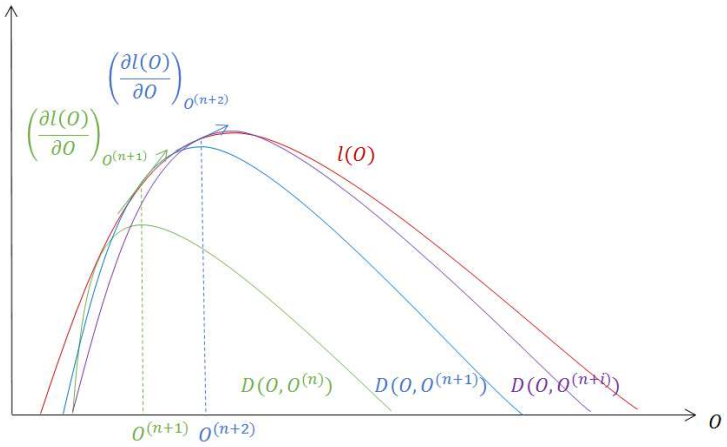


FIGURE 3.8 – Méthode d'optimisation de l'estimation par MLEM : passage par la divergence de Kullback-Leibler.

La dérivée de la divergence de Kullback-Leibler selon $O^{(n)}$ s'exprime ainsi :

$$\nabla_{O^{(n)}} D(O : O^{(n)}) = \sum_o 1 - \frac{O_o}{O_o^{(n)}}. \tag{3.21}$$

En égalisant les équations 3.16 et 3.21, on obtient la relation suivante :

$$\frac{O^{(n+1)}}{O^{(n)}} = 1 + \sum_m \mathbf{R}_{m,o} \left(\frac{M}{\sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}^{(n)}} - 1 \right). \tag{3.22}$$

Si l'égalité $\sum_m \mathbf{R}_{m,o} = 1$ est vérifiée, on peut alors écrire la formule de mise à jour de la MLEM de la manière suivante :

$$O_o^{(n+1)} = O_o^{(n)} \times \sum_m \mathbf{R}_{m,o} \frac{M_m}{\sum_{o' \in \mathscr{O}} \mathbf{R}_{m,''} O_{o'}^{(n)}}. \tag{3.23}$$

Dans le cas contraire, un terme de normalisation peut être introduit afin de ramener $\mathbf{R}$ à une probabilité. L'estimation se met alors à jour en utilisant l'équation suivante :

$$O_o^{(n+1)} = O_o^{(n)} \times \frac{1}{\sum_m \mathbf{R}_{m,o}} \times \sum_m \mathbf{R}_{m,o} \frac{M_m}{\sum_{o' \in \mathscr{O}} \mathbf{R}_{m,''} O_{o'}^{(n)}}. \tag{3.24}$$

— $\frac{1}{\sum_m \mathbf{R}_{m,o}}$ est le facteur de normalisation. Il permet d'homogénéiser les voxels de l'objet en fonction de la sensibilité du système qui leur est propre, afin de ramener le terme $\mathbf{R}^t M$ à une probabilité telle que $\int p(M|O)dM = 1$. Il est indépendant des mesures et peut donc être calculé en amont pour chaque voxel ;

— La projection de l'estimation courante est donnée par $\sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}^{(n)}$. Elle correspond à l'espérance d'intensité sur chaque canal de mesure, supposant l'objet $O^{(n)}$.

La convergence de l'algorithme est garantie par le fait que l'estimation O soit définie selon une fonction concave représentative du gradient de la log-vraisemblance, et inférieure à la fonction de log-vraisemblance. Seulement, les variables sur lesquelles on agit (O) ne sont pas les mêmes que celles que l'on observe (M). Heureusement, le gradient est calculé à partir de l'espérance des mesures, qui est une marginalisation par rétro-projection de l'espace objet, sur lequel on cherche à minimiser l'erreur. Cela implique une réduction de la distance entre l'estimation et la valeur réelle :

$$D(\mathbf{R}O^{(n+1)} : \mathbf{R}O^{(n)}) \leq D(O^{(n+1)} : O^{(n)}). \tag{3.25}$$

Ceci justifie que l'on puisse rétro-projeter l'erreur sans craindre de faire diverger l'algorithme.

Bien qu'elle permette d'atteindre des résultats très satisfaisants, cette méthode a pour inconvénient de converger lentement. Afin d'accélérer sa convergence, des algorithmes itératifs par bloc ont été proposés [53]. Ces algorithmes consistent à répartir les mesures en plusieurs groupes, à calculer la contribution de chacun de ces groupes, puis à appliquer cette contribution à l'estimation courante pour faire la mise à jour. La convergence est ainsi largement accélérée. Malgré les bons résultats obtenus avec ces méthodes, la convergence n'est pas mathématiquement prouvée.

Historiquement, la première méthode itérative par bloc est la méthode OSEM (*Ordered Subset Expectation Maximization*), en 1994 par Hudson et Larkin [42]. Les mises à jour sont faites suivant l'équation suivante :

$$O_o^{(g,n+1)} = \frac{O_o^{(g,n)}}{\sum_{m \in G_n} \mathbf{R}_{m,o}} \sum_{m \in G_m} \mathbf{R_{m,o}} \frac{M_m}{\sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}^{(n)}}, \tag{3.26}$$

où $O_o^{(g,n)}$ est l'estimation calculée à partir du $g^{ième}$ groupe de mesure.

Les mises à jour sont donc effectuées sur des jeux incomplets de données, suivant la même méthode. A cause de cette incomplétude, l'algorithme n'est pas convergent. Des oscillations sur le résultat peuvent intervenir, en raison de la contribution alternative de différents groupes de mesures, ne faisant pas tendre l'estimation vers le même résultat.

Afin d'éviter la fluctuation du résultat, il est préconisé de choisir les groupes d'événements de manière à ce que les différents angles d'acquisition soient bien représentés au sein d'un même groupe, et que la visibilité d'un voxel pour chaque groupe soit la même pour tout voxel ($\sum_m \mathbf{R}_{m,o} = \text{constante}(o)$). La mise à jour multiplicative de cette méthode est délicate, car tout voxel non concerné par un des jeux de mesure G_n est annihilé jusqu'à la fin de la reconstruction. La méthode RBI-EM [21] (*Rescaled Block-Iterative Expectation Maximization*) propose une mise à jour additive, et donc moins brutale, selon l'équation suivante :

$$O_o^{(g,n+1)} = O_o^{(g,n)} + \frac{O_o^{(g,n)}}{\sum_{m \in G_n} \mathbf{R}_{m,o}} \left(\sum_{m \in G_m} \mathbf{R_{m,o}} \frac{M_m}{\sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}^{(n)}} - 1 \right).$$

L'algorithme RAMLA (*Row Action Maximum Likelihood Algorithm*) [15] est un cas particulier de la méthode RBI-EM où le nombre de sous ensemble est égal au nombre de projections. Cet algorithme impose donc une approche *ray driven*. Le nombre d'itérations conditionne un compromis entre le niveau de bruit et la résolution spatiale. Ainsi, l'algorithme RAMLA permet d'obtenir une bonne résolution spatiale, mais l'image sera altérée par un fort niveau de bruit.

L'algorithme SAGE (*Space Alternating Generalized Expectation Maximization Algorithm*) [35] est une autre adaptation de l'algorithme MLEM qui consiste à amoindrir la charge de calcul par mise à jour en ne calculant la vraisemblance et en ne modifiant la valeur que d'un sous ensemble

de voxels à la fois. De la même manière que l'OSEM, cela permet d'accélérer la convergence.

Les algorithmes itératifs de reconstruction peuvent également être classés selon l'organisation de leurs mises à jour [33]. En effet, on distingue :

— les algorithmes simultanés, tous les voxels sont mis à jour simultanément à partir de l'ensemble des mesures ;
— les algorithmes itératifs par bloc, tous les voxels sont mis à jours à partir d'une partie des mesures ;
— les algorithmes itératifs par ligne, tous les voxels du cône de réponse d'une seule mesure sont mis à jour ;
— les algorithmes itératifs par groupe de voxels, une partie des voxels est mise à jour à partir de l'ensemble des mesures ;
— les algorithmes itératifs séquentiels, un seul voxel est mis à jour à chaque itération, à partir de l'ensemble des mesures.

Afin de clarifier la classification des algorithmes décrits dans ce paragraphe, le tableau 3.1 trie les méthodes de reconstruction présentées dans ce chapitre :

Type de parcours	Algorithme algébrique	Algorithme statistique
Parcours simultané	Gradient conjugué, SIRT	MLEM
Parcours par bloc	SART	OSEM, RBI-EM
Parcours par ligne	ART	RAMLA
Parcours par groupe de voxels	descente de gradient par groupe	SAGE
Parcours séquentiel	ICD	

TABLE 3.1 – Classification des algorithmes itératifs de reconstruction selon leur mode de parcours et le critère qu'ils minimisent.

3.1.5 Conclusion de l'état de l'art

Il s'agit de déterminer la méthode de reconstruction la plus pertinente pour calculer l'estimation de l'objet en cours d'acquisition, à partir d'un volume relativement petit, d'un faible flux de mesures dispersées sur un espace de mesure de grande taille, pour le système SPECT présenté au chapitre précédent. Nous choisissons de nous concentrer sur l'accélération algorithmique de la reconstruction, en gardant en tête que de meilleurs temps de calcul peuvent être atteints en repensant l'architecture matérielle afin de permettre la parallélisation. Ainsi, l'implémentation des rétro-projections événement par événement rend possible la parallélisation de l'algorithme.

Afin de ne pas augmenter la charge de calcul pour chaque mise à jour, et ainsi respecter les impératifs de rapidité de mise à jour exigés par notre application, le type de représentation sélectionné pour l'objet est un maillage classique par voxels cubiques réguliers.

Malgré leur rapidité, les algorithmes analytiques ne sont pas une solution envisageable à cause de la complexité du système à modéliser. Par exemple, la modélisation de la collimation, ou encore la correction d'atténuation, sont des éléments difficilement intégrables dans un processus analytique. Il parait d'autant plus compliqué de proposer une approximation continue des mesures et du modèle.

Dans le contexte de faible flux propre à l'imagerie SPECT, et accentué par l'approche adaptative qui nous oblige à réduire encore la statistique des mesures, une méthode de résolution directe est exclue. Il est indispensable de se tourner vers les algorithmes itératifs, qui, bien que lourds en terme de ressources, permettent d'obtenir des images de qualité, notamment pour des flux faibles dans des environnements bruités [71].

Les algorithmes itératifs statistiques retiennent notre attention car contrairement aux méthodes algébriques, ils permettent de tenir compte de la statistique réelle du bruit. Parmi les

algorithmes itératifs statistiques, nous retenons l'algorithme MLEM (et ses variantes accélérées), dont la mise à jour est calculée à partir de l'équation 3.24. L'algorithme MLEM est d'ailleurs celui qui est classiquement utilisé en SPECT.

Telle que proposée initialement, la MLEM bute sur le problème de la taille des données à traiter. D'abord, cette méthode suppose que le modèle est accessible sous forme matricielle, avec un coefficient pour chaque couple voxel / détecteur. En raison de la multiplication des canaux de mesure due à l'amélioration de la résolution spatiale du cristal, la diversité des paramètres accessibles (énergie, profondeur d'interaction), et à la flexibilité géométrique du système de mesure, la représentation matricielle du système de mesure M est très étendue (24×10^7). Pour une représentation matricielle de l'objet 128^3 voxels, la dimension du modèle atteint 5×10^{14} éléments. Le calcul, le stockage et l'accès à une telle matrice sont problématiques, d'autant plus que le système est censé être reconfiguré en cours d'acquisition, et son modèle recalculé en fonction de la nouvelle configuration.

Il existe des solutions pour contourner ce problème. Ainsi, admettons pour le moment que l'on sache gérer un modèle aussi complexe. Se pose alors le problème de l'implémentation de la MLEM. La méthode d'implémentation la plus immédiate est donnée en figure 3.9. Avant de rentrer dans le cœur du calcul de la reconstruction, une étape de pré-calcul permet de déterminer les termes de normalisation N_o à appliquer à chaque voxel au moment des mises à jour de l'estimation. Ces termes permettent de tenir compte des disparités spatiales de la sensibilité du système à l'objet. L'estimation issue de l'itération précédente est utilisée afin d'en déterminer les projections P_m sur chaque canal de détection du système. Les mesures sont relues à chaque itération afin d'en évaluer l'écart avec les projections de l'estimation. Une contribution E_o est alors obtenue en rétro-projetant l'erreur à travers le modèle $\mathbf{R}$, ensuite utilisée pour mettre à jour l'estimation courante.

Pour chaque itération, l'implémentation précédemment proposée nécessite de parcourir l'ensemble des voxels de l'estimation pour chaque canal de mesure afin d'en calculer les projections, puis l'ensemble des canaux de mesures pour chaque voxel de l'objet afin de déterminer les rétro-projections. Le nombre de boucles de calcul à parcourir s'élèverait alors à $2 \times \mathrm{card}(\mathscr{O}) \times \mathrm{card}(\mathscr{M}) = 5.2 \times 10^{12}$ par itération.

La méthode MLEM telle qu'implémentée classiquement n'est pas une méthode de reconstruction directement envisageable dans notre cas d'étude, d'autant plus que l'objectif d'adaptation que l'on se fixe dans ces travaux implique une contrainte de calcul en temps réel. C'est pourquoi nous proposons dans la suite de ce chapitre une variante de l'algorithme MLEM qui permettra le calcul des estimations en temps réel.

3.2 Description de l'algorithme OTF-MLEM étape par étape

Des travaux ont été menés dans le but d'accélérer la reconstruction de l'image par l'algorithme MLEM. La première partie de cette section montre qu'il est possible de se servir de certaines des techniques proposées par le passé pour le système que nous étudions. De nouvelles méthodes d'accélération applicables au contexte sont également proposées dans une seconde partie.

3.2.1 Application de méthodes d'accélération au cas d'étude

Modélisation analytique du système

On propose dans un premier temps d'abandonner la représentation matricielle du modèle du système. Les coefficients du modèle ne sont plus stockés, mais calculés à la volée. Ainsi, le calcul inutile des coefficients nuls ou inutilisés est évité, les problèmes de stockage et d'accès sont contournés, et l'adaptation dynamique du système ne nécessite plus de recalculer l'intégralité

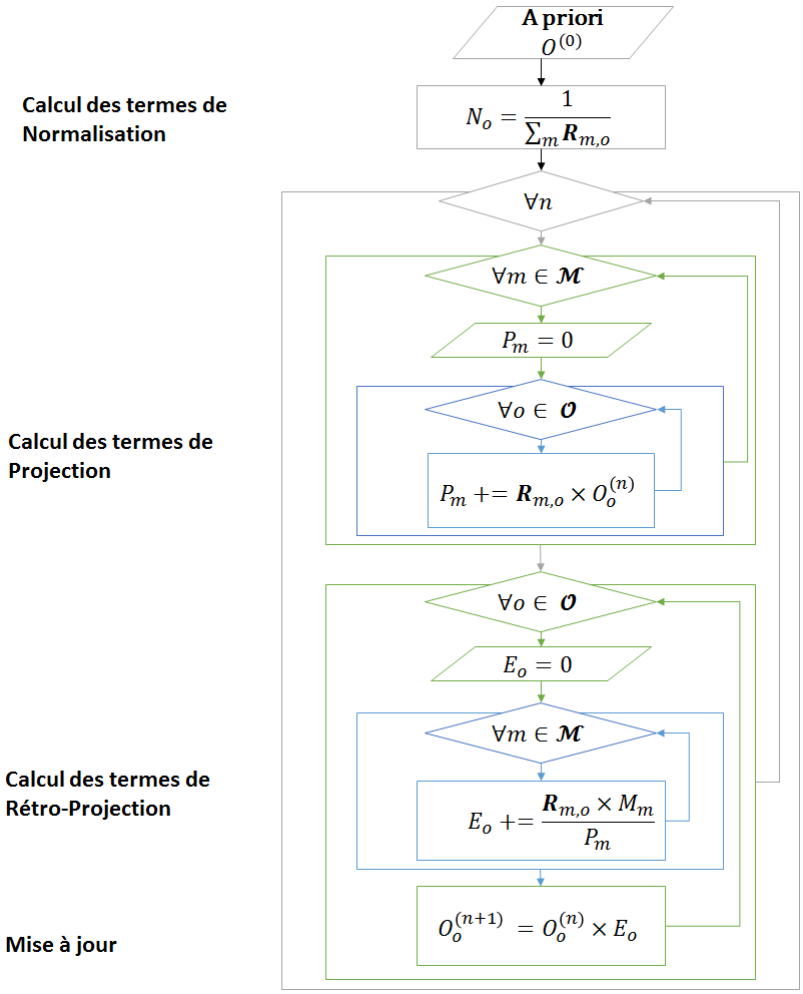


FIGURE 3.9 – Implémentation de la méthode MLEM.

du modèle entre chaque passe de reconfiguration. De plus, en termes de temps de calcul, il est souvent plus avantageux de recalculer des coefficients que de les retrouver par un accès mémoire.

On a donc besoin d'expressions analytiques permettant d'exprimer les coefficients du système en fonction des paramètres d'acquisition. Dans notre cas d'étude, il semble compliqué d'arriver à exprimer directement le lien entre un point de mesure et une interaction dans l'objet. En imagerie PET, plusieurs auteurs proposent de décomposer le calcul des coefficients de la matrice système en sous étapes ([64], [72], [73], [82]). Dans le cas d'un système SPECT, le modèle peut être décomposée en quatre sous-modèles, représentés en figure 3.10. :

— le modèle du détecteur ;
— le modèle du collimateur ;
— le modèle d'atténuation des photons ;
— le modèle géométrique.

Ces briques du système étant indépendantes les unes des autres, l'opérateur **R** peut s'écrire sous la forme d'un produit de quatre opérateurs de taille inférieures :

$$\mathbf{R} = \mathbf{D.C.A.G} \tag{3.27}$$

Où **D** correspond à la réponse du détecteur, **C** au collimateur, **A** à la carte d'atténuation, et **G** permet de modéliser la géométrie du système. Le modèle, trop complexe à décrire analytiquement lorsque considéré dans son ensemble, devient alors descriptible en modélisant individuellement ces quatre briques dont on peut déterminer la réponse.

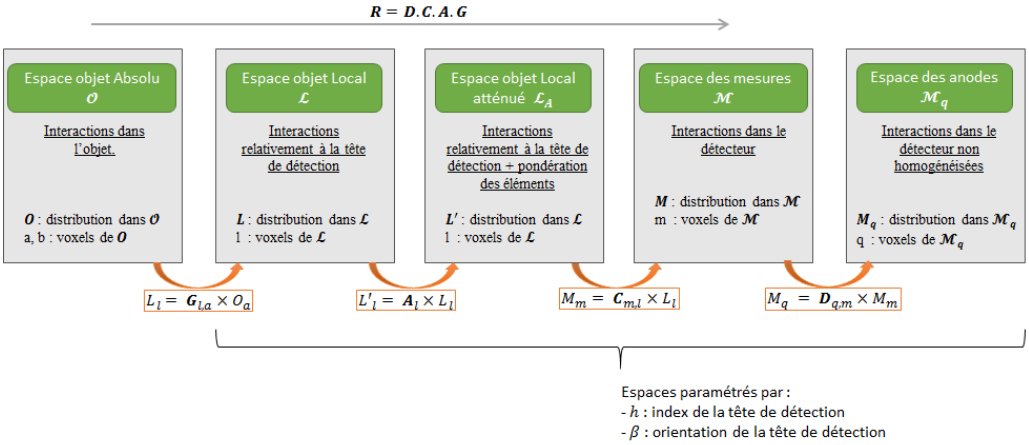


FIGURE 3.10 – Modèle cascadé en quatre sous modèles.

Cinq espaces d'interprétation des données émanent alors de cette décomposition du modèle :

— l'espace objet $\mathscr{O}$, donnant la distribution d'activité dans l'objet imagé, déterminé de manière absolue ;
— l'espace local objet $\mathscr{L}$, contenant les sous-espaces $\mathscr{L}_{h,\beta}$ paramétré par l'index de la tête de détection h ainsi que son orientation β ;
— l'espace local objet $\mathscr{L}_{\mathscr{A}}$, contenant les éléments de l'espace local objet, pondérés en fonction de l'atténuation subie lors du parcours du photon au détecteur ;
— l'espace des lieux d'interaction dans le détecteur $\mathscr{M}$;
— l'espace des anodes $\mathscr{M}_q$ donne l'intensité brute des mesures pour chaque sous-pixel du détecteur.

Les espaces $\mathscr{M}_q$ et $\mathscr{M}$ sont des espaces qui quantifient les interactions dans le détecteur, et les espaces $\mathscr{L}_A$, $\mathscr{L}$ et $\mathscr{O}$ couvrent l'objet à imager. Les espaces locaux $\mathscr{L}_{h,\beta}$ sont propres à une tête et une orientation β. Ils sont en fait l'image de l'espace global $\mathscr{O}$ par la transformation subie par la tête h orientée d'un angle β.

La nuance entre les espaces $\mathscr{L}_A$ et $\mathscr{L}$ réside dans la prise en compte de l'atténuation dans le modèle. Cette étape consiste à attribuer à chaque élément un poids en fonction de la distance entre le voxel et le détecteur, et du matériau à traverser. De nombreux travaux [1, 57, 69] ont été menés afin d'intégrer ceci aux modèles de projection en SPECT, avec des résultats très satisfaisants. Cette étape n'ayant aucun autre impact que la modification du facteur de pondération des événements, nous nous concentrons sur les autres étapes et simplifions notre modèle en négligeant l'effet de l'atténuation. Nous utilisons donc le modèle schématisé en figure 3.11.

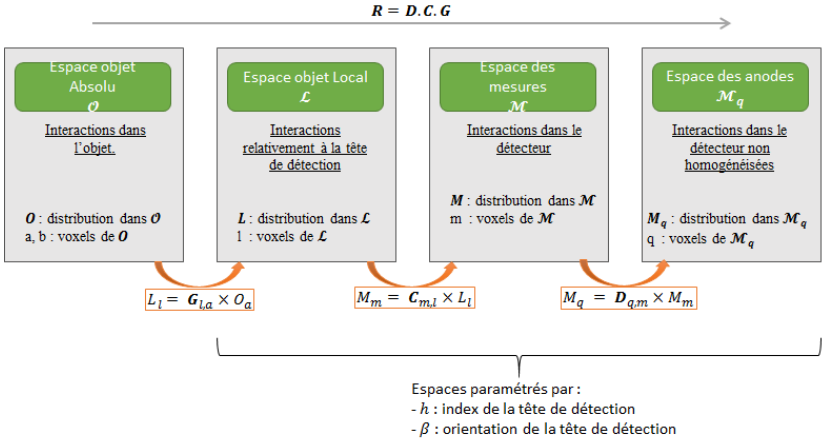


FIGURE 3.11 – Modèle cascadé simplifié en négligeant l'étape d'atténuation.

Le modèle du détecteur tient compte de la sensibilité propre à chaque canal de mesure, ainsi que de la résolution spatiale avec laquelle est déterminée la position d'une interaction dans le semi-conducteur. La résolution spatiale est variable selon la position de la détection [76] : elle dépend de la profondeur d'interaction, et est meilleure sur le bord de l'anode qu'au centre, grâce à l'exploitation des signaux issus des électrodes voisines [55]. Dans ce travail, la localisation des interactions au sein d'un même pixel est intégrée dans l'ASIC de lecture. Le signal transmis par le détecteur donne alors directement une amplitude pour chaque élément de mesure. Le modèle du détecteur peut alors être simplifié à une carte d'homogénéité du détecteur, permettant d'attribuer à chaque canal de détection un coefficient d'homogénéité $D_h(m)$, reflétant ces différents aspects.

Le modèle du collimateur permet d'établir la zone du détecteur accessible à un rayon gamma compte tenu de la géométrie du collimateur. On néglige la transparence septale. Ainsi, la matrice $\mathbf{C}$ serait composée des coefficients $\mathbf{C}_{m,l}$ définis comme suit :

— $\mathbf{C}_{m,l} = 1$ si le canal de mesure m est atteignable par un rayon émis d'un voxel l ;
— $\mathbf{C}_{m,l} = 0$ sinon.

Sa représentation matricielle est largement creuse. Le calcul à la volée de ses coefficients est donc particulièrement intéressant afin d'éviter le parcours de tous les coefficients nuls. Son calcul consiste alors à déterminer pour un élément l'ensemble des coefficients non nuls. En projection, il s'agit de déterminer pour chaque élément $l \in \mathscr{L}$ l'ensemble M_l des points m du détecteurs permettant la détection de l à travers le collimateur. En rétro-projection, on détermine l'ensemble L_m des voxels l visibles depuis un point de mesure m.

La méthode de projection/rétro-projection par lancé de rayon (*ray-tracing*) utilisée notamment en imagerie PET [90] consiste à calculer à la volée les équations des droites déterminant les cônes de réponse des canaux de mesure à travers le collimateur. Le détail de la déconvolution du collimateur telle que brièvement décrite ici est développée au chapitre suivant.

Le modèle géométrique permet d'appliquer à un événement la transformation géométrique subie par la tête au moment de la mesure. En rétro-projection, un élément de l'espace $\mathscr{L}_{h,\beta}$ lié à une tête de détection h lorsqu'elle est orientée suivant un angle β n'a qu'un seul antécédent pos-

sible dans $\mathscr{O}$. Les adaptations de l'algorithme qui seront présentées ultérieurement ne nécessitant pas la connaissance du modèle de projection, cette simplification permet de réduire le modèle géométrique à une fonction G donnant la position d'un événement l dans $\mathscr{O}$ et sa probabilité de détection par la tête h orientée d'un angle β.

Ces deux briques ayant été l'objet d'une étude plus approfondie, leur modélisation sera développée dans les chapitres suivants.

Ainsi, le modèle liant les lieux d'interaction dans l'objet aux intensités des mesures dans le détecteur peut se décliner sous la forme suivante :

$$\forall m \in \mathscr{M}, \forall a \in \mathscr{O}, M_m = D(m).\mathbf{C}_{m,G_m(o)}.w_{G_m(o)}.O_o, \tag{3.28}$$

où $G_m(o)$ correspond à l'antécédent de o par la transformation géométrique subie par la tête de détection ayant détecté m et $w_{G_m(o)}$ la probabilité de détection de o par la tête h_m à l'orientation β_m. La rétro-projection d'un point du détecteur s'implémente suivant le processus décrit en figure 3.12. Les mesures transmises par le FPGA sont pondérées suivant la sensibilité de l'anode. Chaque événement m permet de déterminer un cône de réponse L_m, sous la forme d'une liste de voxels l de l'espace local $\mathscr{L}_{h_m,\beta_m}$ propre au détecteur. Chacun de ces événements subit alors la transformation géométrique inverse à celle appliquée à la tête de détection h_m à l'orientation β_m ayant détecté la mesure m. Les voxels o ainsi déterminés sont pondérés par la probabilité qu'ils soient détectés par la tête h_m orientée d'un angle β_m.

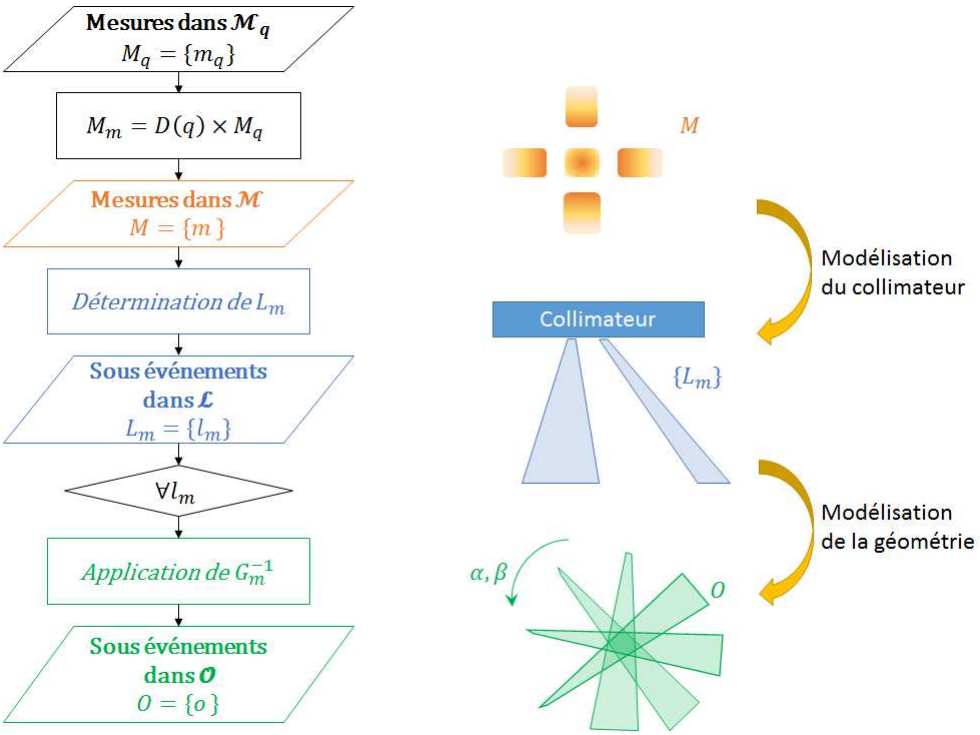


FIGURE 3.12 – Rétro-projection d'un point du détecteur à travers le modèle global.

En conclusion, la modélisation analytique du collimateur permet de ne parcourir que les points utiles lors des étapes de projection / rétro-projection, c'est-à-dire les voxels visibles à travers un trou. En effet, lors du calcul de la projection, on parcourt toujours l'ensemble $\mathscr{M}$ des voxels mesure m, mais on détermine l'ensemble L_m des voxels objet observables depuis le point de mesure m. De la même manière, l'étape de rétro-projection implique le parcours de l'ensemble $\mathscr{L}$ des voxels objet l, mais limite ensuite le parcours à l'ensemble M_l des détecteurs susceptibles de renvoyer une mesure pour un événement en l.

La taille des espaces à parcourir est très variable selon la collimation utilisée. Les travaux présentés au chapitre suivant permettent de donner un exemple de grandeurs de l'espace total (parcours systématique) et de la sélection de voxel, répertoriées dans le tableau 3.2.

Version	Espace des mesures	Espace objet
Parcours systématique	$\mathscr{M} = 10M$	$\mathscr{L} = 260k$
Sélection des voxels	$M_l = 3700$	$L_m = 970$

TABLE 3.2 – Comparaison des taille des espaces et des sous-espaces de mesure et objet.

Ces grandeurs sont obtenues pour un collimateur de 20 mm de haut, situé à 15 mm du détecteur, dont les trous mesurent 1 mm. L'objet est situé à 15 cm du détecteur. Ainsi, dans l'exemple présenté ci-dessus, la complexité algorithmique pour l'implémentation initiale de la MLEM serait celle de $2 \times \text{card}(\mathscr{M}) \times \text{card}(\mathscr{L}) = 5 \times 10^{12}$ boucles de calcul. En utilisant la décomposition présentée au cours de cette section, cette complexité est réduite à $\text{card}(M_l) \times \text{card}(\mathscr{L}) + \text{card}(\mathscr{M}) \times \text{card}(L_m) = 10^{10}$.

Une autre brique pourrait être ajoutée au modèle : celle correspondant aux phénomènes physiques d'atténuation et de diffusion. Ces problèmes ayant déjà été largement explorés, nous nous contentons ici d'un fenêtrage en énergie. Les résultats obtenus pourraient certainement être encore améliorés en modélisant la physique environnant l'objet de manière plus exhaustive.

Mode liste

Telle qu'initialement proposée, la MLEM nécessite le parcours de l'ensemble des couples voxels objet / pixel détecteur afin de déterminer la répercussion qu'a une mesure sur l'ensemble des voxels. L'ensemble des mesures est alors considéré comme un histogramme, dont chaque case correspond à une position de mesure (dans notre cas, une tête, un temps, et une position sur le détecteur). La taille de l'espace de mesure augmente à mesure que l'on complexifie le système. La taille importante de l'histogramme des mesures ralenti alors fortement le processus de reconstruction. Ceci est d'autant plus dommageable que l'histogramme des mesures est creux. Dans une application comme la nôtre qui associe un faible flux de photons à un système complexe, la plupart des cases de l'histogramme ne portent en effet aucune mesure.

L'alternative MLEM mode liste au traitement des données rangées en histogramme de la méthode MLEM proposée par H. Barrett [11] consiste à reformuler la mise à jour de l'estimation afin d'utiliser la liste des coordonnées des événements acquis plutôt que leur représentation en histogramme. Cela est possible parce que contrairement à d'autres estimateurs comme la méthode des moindres carrés, la vraisemblance est définie selon une loi de Poisson, et peut être définie pour n'importe quel événement indépendamment des autres, de la même manière que pour des données histogrammées [89]. L'intérêt de cette méthode est de contourner la complexité engendrée par l'augmentation du nombre de dimensions de l'espace des mesures.

Cette méthode est de plus en plus utilisée en imagerie SPECT en raison de l'amélioration de la résolution spatiale du détecteur [71], et avec elle l'étendue de l'espace des mesures. À faible flux, et pour des détecteurs très résolus, la quantité de détection à traiter est inférieure à la dimension de l'espace de mesure, ce qui diminue encore la densité des mesures. Il est donc avantageux de parcourir les événements un par un, plutôt que de chercher à rétro-projeter l'histogramme complet des mesures. C'est la raison pour laquelle nous nous orientons vers une implémentation en mode liste, plutôt qu'en mode histogramme.

Les mesures en entrée de la reconstruction ne sont plus organisées sous la forme d'une matrice mais comme une liste de paramètres pour chaque événement. La formule de mise à jour avec normalisation devient :

$$O_o^{(n+1)} = O_o^{(n)} \times \frac{1}{\sum_m \mathbf{R}_{m,o}} \times U_o, \tag{3.29}$$

avec

$$U_o = \sum_{k \in \mathscr{K}} \frac{\mathbf{R}_{m_k,o}}{\sum_{o'} \mathbf{R}_{m_k,o'} O_{o'}^{(n)}}, \tag{3.30}$$

où $\mathscr{K}$ est la liste des événements k.

Une possibilité d'implémentation est proposée en figure 3.13. Contrairement à l'implémentation classique de la MLEM présentée en figure 3.9, cette méthode ne calcule les termes de projection de l'estimation précédente que sur les canaux m_k ayant détecté un événement.

L'ensemble des coefficients $(\mathbf{R}_{m_k,o})_{o \in \mathscr{O}}$ sont les coefficients issus de la rétro-projection d'un élément m_k. Ce sont les mêmes coefficients qui sont calculés pour l'estimation de la projection sur m_k, et pour la rétro-projection de l'erreur sur m_k dans l'objet. Ainsi, un autre avantage de la MLEM en mode liste est de pouvoir simplifier les processus de projection/rétro-projection, en ne calculant qu'une seule fois les coefficients issus de la rétro-projection et en les utilisant à la fois pour l'étape de projection et de rétro-projection. Ceci est faisable si l'implémentation est faite sur CPU, mais plus compliqué dans le cas d'une parallélisation sur GPU. En effet, le peu de mémoire disponible pour chaque processeur peut être un élément bloquant au stockage des termes de rétro-projection.

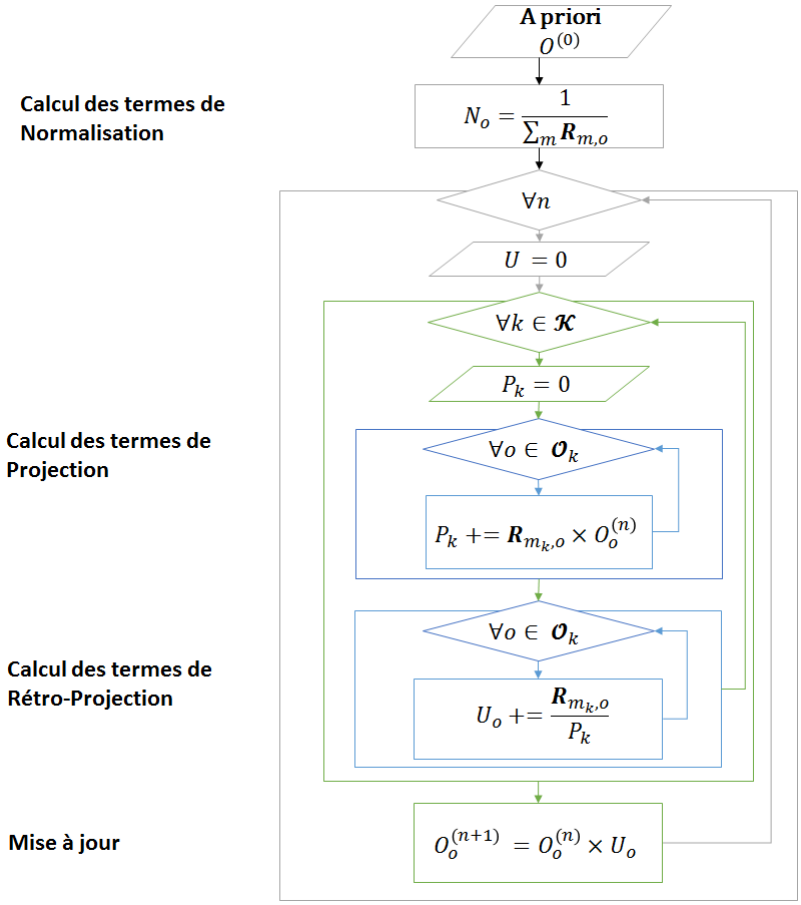


FIGURE 3.13 – Implémentation de l'algorithme MLEM mode liste.

Ainsi, la complexité est réduite à $2 \times \text{card}(L_m) \times (Nevt + 1)$ boucles de calcul pour chaque itération. La boucle de calcul de rétro-projection peut être simplifiée en retenant les éléments du modèle $\mathbf{R}$ calculés analytiquement à l'étape de projection. Appliqué à l'exemple proposé au paragraphe précédent, le nombre de boucles à parcourir passe à 195.10^6 pour 10^5 événements, pour obtenir exactement le même résultat.

3.2.2 Contributions

Le passage en mode liste n'étant pas encore suffisamment rapide pour permettre une reconstruction en cours d'acquisition, deux contributions indépendantes sont proposées.

Rétro-projection par tirages aléatoires

La géométrie complexe du système, juxtaposée à la représentation de l'objet sous forme de voxels cubiques, pose la question de la représentation de l'espace intermédiaire $\mathscr{L}$ entre le collimateur et la géométrie. Bien que le choix d'une représentation histogrammée similaire à celle de l'espace objet $\mathscr{O}$ soit naturelle, ce formalisme n'est pas le plus pratique pour mener au mieux les étapes de projection et de rétro-projection.

La représentation de l'espace $\mathscr{L}$ comme un ensemble de voxels cubiques avec une intensité plus ou moins forte pose le problème des volumes partiellement couverts (*Partial Volume Effect* [31]), à l'origine d'une perte de résolution spatiale au moment d'une projection / rétro-projection. La zone de réponse déterminée lors de ces étapes ne peut pas être exprimée de manière exacte comme une liste de voxels. L'intensité de la réponse sur chaque voxel est alors pondérée en fonction de la proportion du voxel couverte.

Nous sommes confrontés à ce problème au moment de la rétro-projection à travers le collimateur, où les zones de réponse ne sont pas exactement assimilables à une liste rigoureuse de voxels, et lors de la transformation géométrique qui permet de rétro-projeter l'information de $\mathscr{L}$ vers $\mathscr{O}$, où la rotation d'un histogramme nécessite des interpolations (bilinéaires [68], par exemple) pour éviter l'apparition de trous dans l'image résultante. Ces problèmes sont solubles, même si on garde la représentation histogrammée de l'espace intermédiaire $\mathscr{L}$. Ce sont simplement des lourdeurs calculatoires dont on aimerait se dispenser dans un contexte de calcul en temps réel, en particulier pour notre système d'étude qui fait intervenir de nombreuses rotations des têtes de détection.

Afin de s'affranchir de cette représentation difficilement manipulable, on propose de représenter cet espace intermédiaire $\mathscr{L}$ sous la forme d'une liste de points caractérisés par leurs coordonnées, exprimées à l'aide d'un type suffisamment précis (à virgules flottantes ou à virgule fixe de taille suffisante). La rétro-projection L_m d'un point m du détecteur ne s'exprime alors plus comme la liste des voxels inclus dans le cône de réponse, mais comme une liste de coordonnées exacte de points tirés aléatoirement dans ce cône de réponse, comme illustré en figure 3.14.

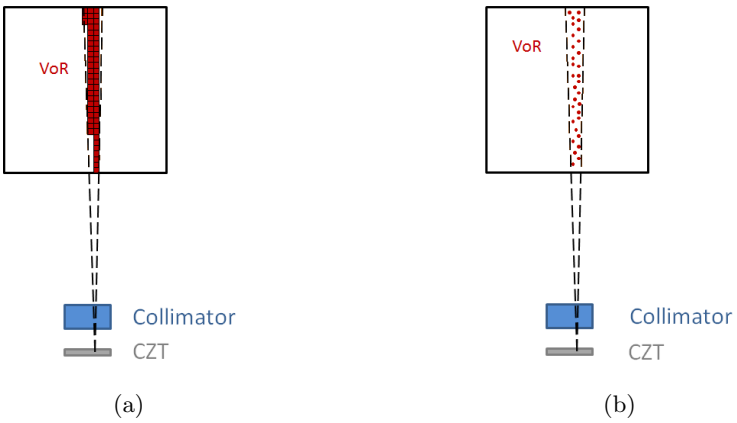


FIGURE 3.14 – Projecteurs systématique (a) et projecteur par tirages aléatoires (b).

Un autre avantage réside dans l'échantillonnage facilement adaptable de l'espace $\mathscr{L}$. Il est en effet possible d'adapter le nombre de tirages selon le besoin en précision et en temps de calcul. Contrairement à la forme cubique des voxels, la forme de l'échantillonnage est naturellement

adaptée à la forme du volume, permettant ainsi d'optimiser le nombre de tirages nécessaires à l'estimation précise du volume. Les résultats obtenus en simulation présentés au chapitre suivant confirmeront qu'il n'est pas nécessaire de tirer autant de points qu'il y a de voxels dans la zone de réponse pour obtenir une estimation semblable au résultat exact. Nous verrons également qu'il peut être avantageux de pouvoir régler la distribution des points rétro-projetés, comme il est alors possible de le faire. La complexité algorithmique de la MLEM en mode liste exprimée en nombre de boucles de calcul est donc réduite à $2 \times N_{tirages} \times N_{evts}$. La complexité algorithmique est ainsi diminuée en proportion du nombre de tirages à effectuer. Comme le montrera le chapitre suivant, le choix du nombre de tirages doit être fait avec soin, afin de ne pas sous-échantillonner le volume de réponse, et de ne pas faire de calcul inutile. Le nombre de tirages doit également être ajusté en fonction de la sensibilité des points de mesure dans $\mathscr{M}$.

Il faut également considérer que la qualité du résultat dépend de la qualité du générateur de nombres aléatoires utilisé pour le tirage. Un tirage trop simple mènerait à des irrégularités dans la distribution des événements à l'intérieur du cône de réponse, alors qu'un générateur trop évolué risquerait de nous faire perdre tout le gain espéré en temps de calcul. Parmi les générateurs de nombre aléatoires utilisés, on distingue les générateurs *pseudo-aléatoires*, qui génèrent une suite de nombre apparemment aléatoirement répartis dans l'espace, et les générateurs *quasi-aléatoires*, qui remplissent l'espace en comblant au fur-et-à-mesure les zones les plus vides de l'espace. L'approche quasi-aléatoire se rapproche d'un échantillonnage uniforme de l'espace à partir de grandeurs flottantes.

Mise à jour partielle

Le contexte un peu particulier de mises à jour au fur et à mesure des adaptations diffère du cas plus classique où l'on attend de disposer de l'ensemble des mesures pour calculer l'estimation. On cherche donc une méthode de mise à jour qui puisse se faire partiellement, à partir d'un groupe de mesures, en cours d'acquisition de nouvelles mesures.

Un obstacle au calcul en temps réel par la méthode MLEM réside dans le nombre d'itérations à effectuer sur l'ensemble des mesures avant de pouvoir calculer une reconstruction correcte, utilisable pour l'adaptation du système. Il faut donc attendre d'avoir acquis un nombre suffisant d'événements pour lancer le calcul sur plusieurs itérations.

Les algorithmes itératifs par bloc présentés dans la première section de ce chapitre sont une solution pour réduire le nombre d'itérations nécessaires à l'obtention d'un résultat de qualité. Les algorithmes itératifs usuels par blocs groupent les mesures suivant des critères spatiaux, afin que chaque groupe ait une bonne couverture de l'objet. Nous proposons ici de grouper les événements par date, au lieu de les grouper par localité. La figure 3.16 illustre le fonctionnement de la méthode proposée : les contributions sont calculées de manière séquentielle à partir de plusieurs groupes de mesures complémentaires. Les reconstructions propres aux sous espaces formés par ces différents groupes sont calculées, puis appliquées à l'estimation précédente avant de servir d'*a priori* pour la prochaine reconstruction.

L'intérêt de cette méthode en termes de temps de calcul est d'éviter des itérations sur un grand nombre d'événements, en traitant les mesures au fur et à mesure de leur arrivée, sans avoir à les retenir pour les traiter à nouveau.

Nous comptons donc sur le fait que les événements soient répartis de manière indépendante du temps. Pour pallier à un éventuel manquement à cela, on préfère la mise à jour additive propre à l'algorithme RBI-EM :

$$O_o^{(g,n+1)} = O_o^{(g,n)} + \frac{O_o^{(g,n)}}{\sum_{m \in G_n} \mathbf{R}_{m,o}} \left(\sum_{m \in G_m} \mathbf{R_{m,o}} \frac{M_m}{\sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}^{(n)}} - 1 \right). \tag{3.31}$$

L'implémentation de cet algorithme est présenté en figure 3.16.

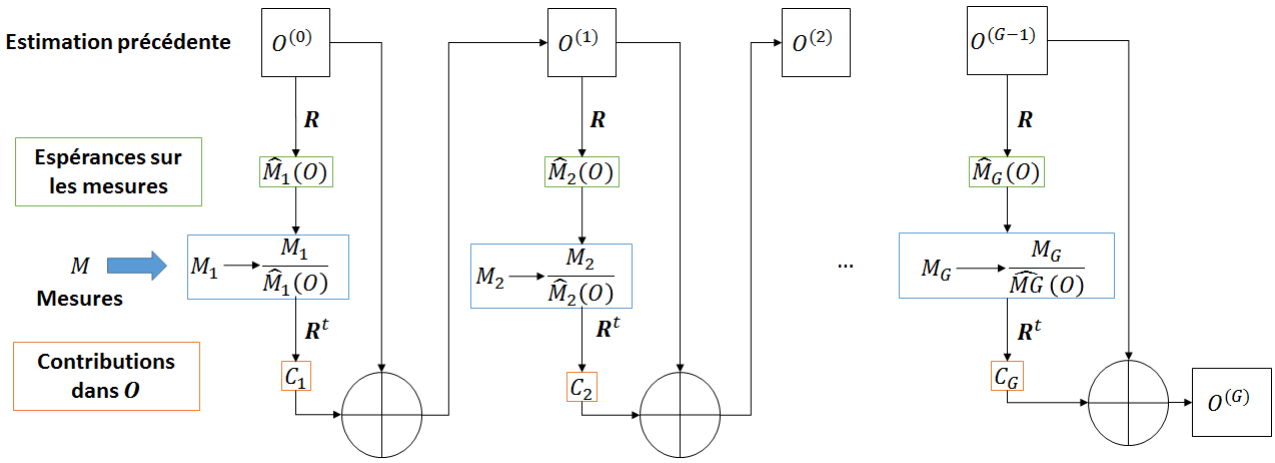


FIGURE 3.15 – Métode de reconstruction par mises à jour partielles.

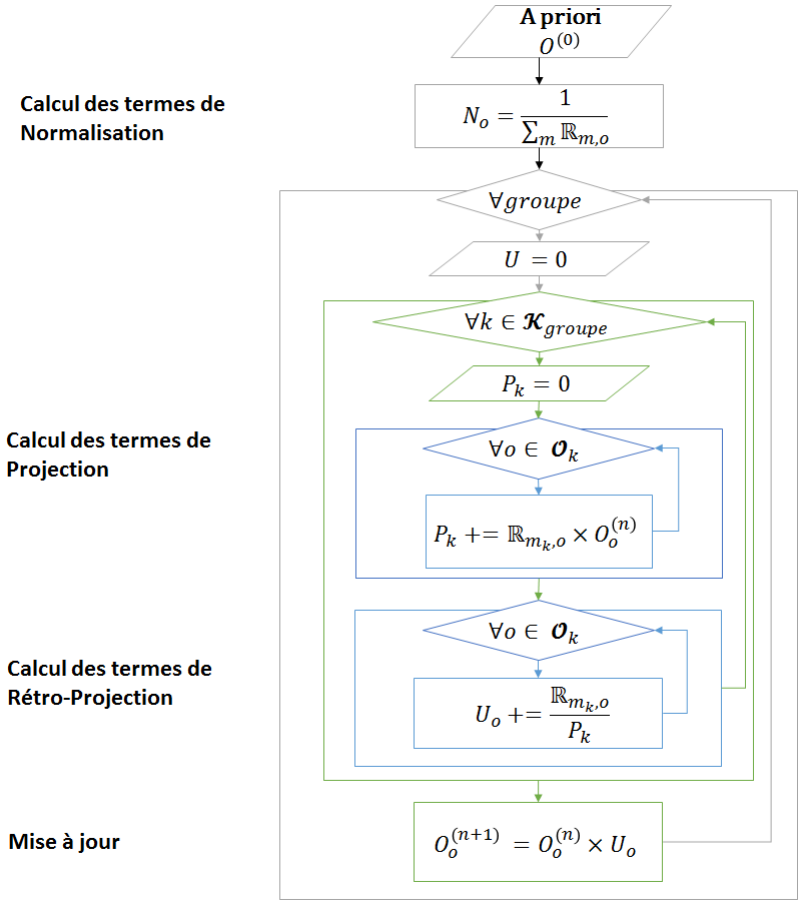


FIGURE 3.16 – Implémentation de la méthode de reconstruction par mises à jour partielles.

Dans l'adaptation présentée ici, les groupes sont établis uniquement en fonction de la date d'occurrence des mesures. Plus un groupe est petit, plus la zone de l'objet à laquelle il est sensible est réduite, et moins la visibilité des voxels est constante. L'homogénéité de la visibilité des voxels préconisée pour les algorithmes itératifs par groupe est donc d'autant moins respectée que les groupes sont petits.

La disponibilité des estimations récentes et le traitement des mesures au fur et à mesure constitue l'intérêt principal de cette méthode. En effet, sa complexité est donnée par $N_{groupes} \times (2 \times N_{evts/groupe} \times \mathrm{card}(\mathscr{O}) + \mathrm{card}(\mathscr{O})$. Pour 100000 événements répartis en 100 groupes, le nombre de boucles de calcul s'élève toujours à 2×10^9. Mais une estimation intermédiaire est théoriquement accessible pour une complexité de $2 \times N_{evts/groupe} \times \mathrm{card}(\mathscr{O}) + \mathrm{card}(\mathscr{O}) = 2 \times 10^7$.

Forme exponentielle de la mise à jour partielle

Une autre forme de mise à jour peut être proposée. Nous avons vu que la pente de la fonction de log-vraisemblance peut s'exprimer par l'équation 3.17, et que la divergence de Kullback est une fonction pouvant servir d'intermédiaire pour la recherche du maximum de vraisemblance. Pour le calcul de la MLEM telle que classiquement formulée (équation 3.24), son maximum est recherché sur $O^{(n)}$, la distribution de l'objet O étant considérée comme étant fixe. A l'inverse, il est possible de minimiser la divergence en considérant l'estimation précédente $O^{(n)}$ comme fixe, et en faisant varier la distribution de l'objet O. La pente de la divergence de Kullback-Leibler s'écrit alors :

$$\nabla_O D(O : O^{(n)}) = \log \frac{O_o}{O_o^{(n)}}. \tag{3.32}$$

L'égalisation des pentes de la fonction de log-vraisemblance et de la divergence de Kullback-Leibler donne alors la relation suivante :

$$O_o^{(n+1)} = O_o^{(n)} \times \exp\left(\left(\sum_{m \in \mathscr{M}} \frac{\mathbf{R}_{m,o}}{\sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}} - 1\right)\right). \tag{3.33}$$

Cette formule de mise à jour peut également être justifiée par une approche géométrique développée en annexe. Cette approche a un comportement équivalent à celui de la MLEM classique lorsque l'estimation de l'objet est proche du maximum de vraisemblance. Leurs comportements diffèrent à mesure que l'écart entre les deux distributions se creuse.

Cette formule n'est exacte que pour un ensemble complet de mesure. Afin de généraliser cette mise à jour au cas de sous groupes de mesures, nous proposons d'intégrer un facteur λ, dont le rôle est de pondérer chaque contribution en fonction de son poids sur la contribution totale. La formule de mise à jour dans le cas de sous-groupes s'écrit alors de la manière suivante :

$$O_o^{(n+1)} = O_o^{(n)} \times \exp\left(\lambda\left(\sum_{m \in \mathscr{M}} \frac{\mathbf{R}_{m,o}}{\sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}} - 1\right)\right), \tag{3.34}$$

avec $\lambda = N_{it} \times \frac{N_{evt/g}}{N_{evt}}$, où N_{it} est le nombre équivalent d'itérations en MLEM, $N_{evt/g}$ le nombre d'événements contenus dans chaque groupe, et N_{evt} le nombre total d'événements.

L'avantage de cette méthode est de proposer un intermédiaire entre les algorithmes par bloc à mise à jour additive et ceux à mise à jour multiplicative. En effet, pour une estimation très proche du maximum de vraisemblance, la mise à jour peut être ramenée à une mise à jour additive. Elle se rapproche d'une mise à jour multiplicative à mesure que l'estimation diffère du maximum de vraisemblance.

3.2.3 Conclusion

Après un état de l'art sur les techniques de reconstruction en tomographie, ce chapitre présentait de manière théorique les principes des adaptations de la MLEM qui permettent de

s'approcher du calcul en temps réel nécessaire à l'adaptation de la configuration du système. Afin d'optimiser l'algorithme pour une problématique de temps réel, les modèles des données et du système sont révisés afin de passer d'une représentation numérique à une représentation plus analytique nécessitant moins de stockage et moins d'accès mémoire. Les complexités théoriques de ces méthodes en prenant pour critère la quantité de boucles de calcul sont données dans le tableau 3.3, qui donne également un exemple d'application numérique pour 50000 détections, avec le système décrit dans le chapitre II.

Version	Complexité théorique	App. Num.
MLEM histogrammée	$2 \times \text{card}(\mathscr{M}) \times \text{card}(\mathscr{L})$	5×10^{12}
MLEM modèle décomposé	$\text{card}(\mathscr{M}) \times \text{card}(L_m) + \text{card}(\mathscr{L}) \times \text{card}(\mathscr{M}_l)$	10^{10}
MLEM mode liste	$2 \times \text{card}(L_m) \times (N_{evt} + 1)$	2×10^8
LMMLEM Monte Carlo	$2 \times N_{tirages} \times N_{evts}$	1×10^8
MaJ partielle (10 groupes)	$N_g \times (2 \times N_{evts/g} \times \text{card}(L_m) + \text{card}(\mathscr{O}))$	2×10^8

TABLE 3.3 – Complexités en nombre de boucle de calcul des différentes méthodes itératives.

La décomposition du modèle et le traitement en mode liste permettent très clairement d'accélérer la reconstruction.

Parmi les méthodes d'accélération proposées dans ce travail, une méthode de rétro-projection par tirages Monte Carlo est introduite. Elle permet également d'accélérer la reconstruction, mais son intérêt réside surtout dans l'utilisation de coordonnées plus précises que les voxels qu'elle induit, ce qui facilite le passage sans perte d'un espace du modèle à l'autre. Une autre contribution est la mise à jour partielle à partir de groupes temporels d'événements. Cet algorithme permet d'accéder à des versions intermédiaires de la reconstruction plus fréquemment.

Ces méthodes peuvent être utilisées les unes indépendamment des autres. Par la suite, nous désignerons la combinaison de ces méthodes d'accélération (modélisation du collimateur, tirage Monte Carlo, mise à jour partielle) par le sigle OFT-MLEM (*On-The-Fly MLEM*).

Les chiffres donnés ci-dessous ne correspondent qu'à un exemple et sont extrêmement liés à la configuration et à la collimation choisies. Afin de mener une étude plus précise sur ces algorithmes, il est nécessaire de définir un modèle de projection et de rétro-projection. A partir de ce modèle, les résultats pourront être comparés, en termes de précision et de temps de calcul. L'objet du chapitre suivant est d'appliquer ces algorithmes dans le cas de l'imagerie planaire, en s'appuyant sur un modèle de collimation.

Chapitre 4

Application de l'OTF-MLEM à l'imagerie planaire : modélisation du collimateur pour un détecteur haute résolution

Le chapitre précédent a mis en évidence le lien étroit qu'il existe entre l'algorithme de reconstruction et la modélisation du système. Le modèle du collimateur est particulièrement impliqué dans la méthode de reconstruction proposée, car il permet de définir les volumes de réponse dans les espaces locaux $\mathscr{L}_m$ propres à chaque détecteur m, introduits au chapitre précédent.

Puisque les éléments du modèle sont calculés à la volée à chaque fois qu'ils doivent être utilisés, l'efficacité du calcul de ces coefficients est primordiale pour permettre une reconstruction rapide. La modélisation du système est impliqué dans chaque étape de projection/rétro-projection, effectuées de nombreuses fois lors de l'exécution de l'algorithme. En plus de la problématique d'accélération de la reconstruction, un projecteur précis est proposé afin de tirer parti de la haute résolution du module de détection utilisé.

L'objectif de ce chapitre est de modéliser la collimation afin d'utiliser l'algorithme dans le cas de l'imagerie planaire. Dans un premier temps, les projecteurs classiquement utilisés seront présentés. Un modèle alternatif permettant la détermination efficace des zones de réponse du collimateur adapté au cas d'étude sera ensuite proposé. La modélisation du collimateur à trous parallèles et *septa* obliques est expliquée en détail dans ce chapitre, et peut être appliquée à des collimateurs à trous parallèles classiques. Cette modélisation sera ensuite validée à partir de données simulées et expérimentales, avant de permettre des essais expérimentaux de l'algorithme dans le cas planaire.

4.1 Modélisation analytique du collimateur

Le chapitre précédent a montré qu'il était difficilement envisageable d'utiliser une représentation matricielle du système pour la reconstruction. On cherche donc une expression analytique permettant de déterminer les volumes de réponse du collimateur en projection et en rétro-projection.

4.1.1 Projecteurs classiques

Plusieurs méthodes ont été proposées et sont couramment utilisées pour définir le volume de réponse du collimateur. La première, proposée par Siddon [79], consiste à tracer pour chaque trou une ligne de réponse au centre du collimateur perpendiculaire à la surface du détecteur, et d'incrémenter les voxels de l'objet traversés par cette ligne de réponse. La méthode est illustrée

en figure 4.1a. Chaque voxel i est incrémenté en proportion de la longueur L_i de la ligne de réponse contenue dans le voxel. La mesure g_j obtenue au pixel j est impactée par les activités f_i issues des voxels i proportionnellement aux longueurs L_i :

$$g_j = \sum_i L_i f_i. \tag{4.1}$$

Un autre opérateur (*blurring*) appliqué ensuite permet de tenir compte de l'étalement spatial (PSF) de la réponse du système, en étalant la réponse sur l'objet aux voxels appartenant au voisinage déterminé par la résolution spatiale du système.

Le projecteur de Joseph [47] est similaire au projecteur de Siddon : la ligne de réponse correspondant à une mesure est tracée dans le domaine de l'objet, et les voxels traversés par cette ligne de réponse sont incrémentés. L'incrémentation des voxels est ici faite en fonction de la distance r_{jk} entre le centre des voxels et la ligne de réponse, comme illustré en figure 4.1b :

$$g_j = L_{tot} \times \sum_k \frac{\sum_j r_{jk} f_k}{\sum_j r_{jk}}. \tag{4.2}$$

Le projecteur est également complété par l'étape de *blurring*, en proportion de la résolution spatiale.

(a) (b)

FIGURE 4.1 – Projecteurs de Siddon (a) et de Joseph (b).

Ces deux projecteurs sont dits *ray driven*, puisque le point de départ de chaque ligne de réponse permettant l'incrémentation des voxels est l'intensité mesurée sur chaque pixel. À l'inverse, l'approche *voxel driven* [39] illustrée en figure 4.2 consiste à parcourir l'ensemble des voxels de l'objet, et à déterminer pour chacun d'entre eux l'intensité moyenne sur les pixels du détecteur qui s'y rapporte. Le centre des voxels sur le détecteur est projeté sur le détecteur, orthogonalement en PET, ou suivant la ligne traversant le milieu des trous du collimateur en SPECT. L'intensité à ajouter au voxel est obtenue par interpolation linéaire des mesures avec les plus proches voisins.

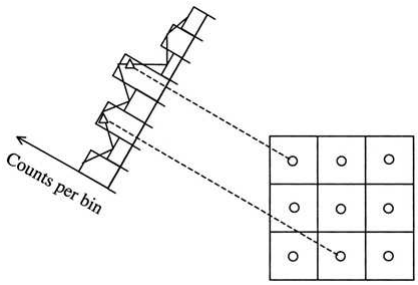


FIGURE 4.2 – Projecteur voxel-driven.

Dans toutes les méthodes proposées ici, la résolution spatiale du collimateur est d'abord considérée comme étant parfaite. La résolution spatiale est ensuite appliquée par le biais d'un

lissage sur le résultat, le long des lignes de réponse. Ces techniques sont plutôt adaptées à l'imagerie PET, puisque la résolution spatiale est relativement homogène dans l'espace objet pour un rayon donné, mais ce n'est pas le cas en imagerie SPECT où le volume de réponse de réponse est une pyramide. La résolution varie donc avec l'altitude de la source. De plus, sur un même plan de l'objet parallèle à la surface de détection, la résolution spatiale n'est pas tout à fait égale en tout point. Ces non homogénéités complexifient l'intégration de la résolution spatiale dans le modèle.

4.1.2 Projecteur utilisé dans la méthode de reconstruction en ligne

Le modèle proposé combine les deux étapes (détermination de ligne de réponse et *blurring*) en une seule en calculant directement les équations des droites délimitant les cônes de réponse (L_m en rétro-projection, et M_l en projection, tels que décrits en figure 4.3). La modélisation du collimateur est ainsi plus précise, puisque la zone de réponse, en réalité plus proche d'une pyramide, n'est pas approximée à un cône comme c'est le cas en appliquant un lissage.

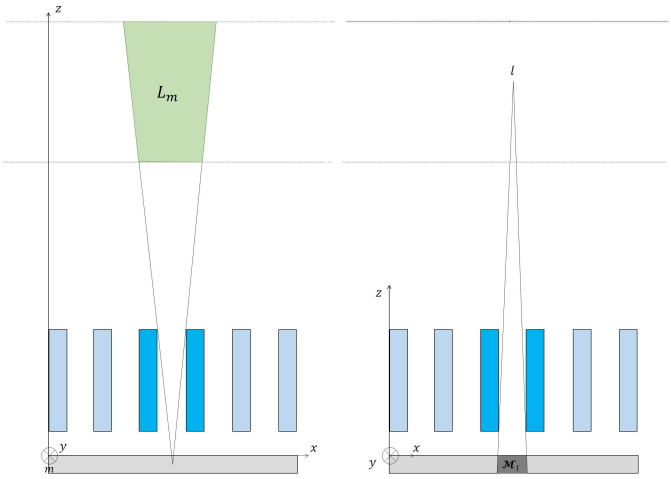


FIGURE 4.3 – Espaces de rétro-projection d'un point du détecteur sur l'objet et de projection d'un point de l'objet sur le détecteur.

Nous verrons dans ce chapitre que la détermination des équations des droites dépend de la position relative du pixel/voxel à projeter/rétro-projeter par rapport au trou du collimateur. Trois configurations seront distinguées. Le calcul analytique des droites délimitant la zone de réponse comprend alors trois étapes :

— la sélection des trous potentiellement traversés par un photon ;
— la détermination de la configuration ;
— le calcul des équations de droite en fonction de la configuration.

Projection

Bien que le chapitre précédent ait permis de montrer que l'étape de projection n'est pas forcément utilisée dans les versions mode liste de l'algorithme, elle est souvent effectuée dans sa version histogrammée. C'est la raison pour laquelle nous proposons quand même ici une méthode théorique de projection des voxels objets à travers le collimateur.

Dans un premier temps, les trous du collimateur susceptibles de transmettre un rayon issu de la source sont sélectionnés. On désigne par N l'indice des trous, allant de $N_{trous}/2$ à $N_{trous}/2$. Par simplicité, on nommera par la suite les coins du collimateur de la manière suivante, illustrés en figure 4.5 :

— $C_1(Np + s_{min}/2, f)$ le coin précédant le trou le plus large ;
— $C_2(Np + s_{max}/2, f + h)$ le coin précédant le trou le plus étroit ;
— $C_3((N+1)p - s_{max}/2, f + h)$ le coin précédant le trou le plus large ;
— $C_4((N+1)p - s_{min}/2, f)$ le coin précédant le trou le plus étroit.

Pour une source $L(x_l, y_l, z_l) \in \mathscr{L}$, un trou est utile si L est à gauche de la droite (C_1C_3) et à droite de la droite $(C2C4)$, tracées en figure 4.5. Ainsi, les trous utiles sont ceux dont les indices N_x et N_y satisfont les inégalités suivantes :

$$\frac{1}{p}\left(x_l - \frac{s_{min}}{2} - \frac{z_l - f}{h} \times (p - \frac{s_{min} + s_{max}}{2})\right) < N_x < \frac{1}{p}\left(x_l + \frac{s_{min}}{2} + \frac{z_l - f}{h} \times (p - \frac{s_{min} + s_{max}}{2})\right) - 1 \tag{4.3}$$

$$\frac{1}{p}\left(y_l - \frac{s_{min}}{2} - \frac{z_l - f}{h} \times (p - \frac{s_{min} + s_{max}}{2})\right) < N_y < \frac{1}{p}\left(y_l + \frac{s_{min}}{2} + \frac{z_l - f}{h} \times (p - \frac{s_{min} + s_{max}}{2})\right) - 1 \tag{4.4}$$

En deux dimensions, on distingue pour chaque couple trou/ pixel trois configurations possibles :
— la source est située à gauche de la droite (C3C4) (1) ;
— la source est située à gauche de la droite (C1C2) et à droite C3C4) (2) ;
— la source est située à droite de la droite (C1C2) (3).

Les ensembles M_l des éléments de détection m sensibles à une source l de l'objet sont illustrés figure 4.4 pour un trou, dans les trois cas différentiés. Chaque ensemble est défini par 4 droites (2 dans le plan des (x, z) et 2 dans le plan des (y, z)).

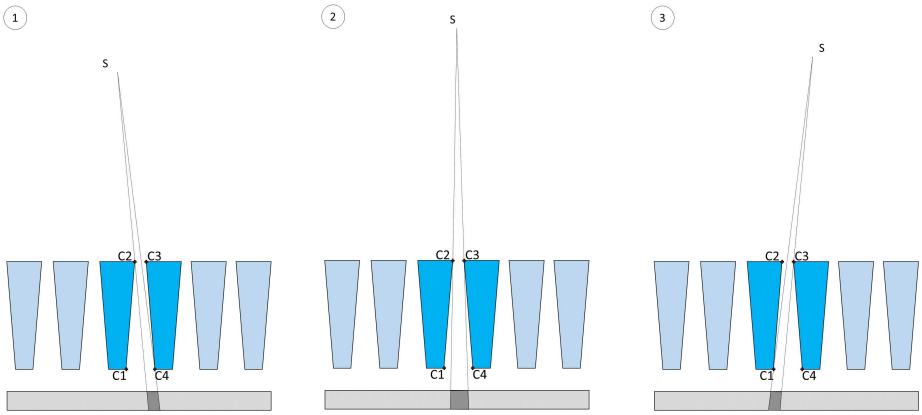


FIGURE 4.4 – Détermination des droites du cône de réponse selon la configuration pour les collimateurs à trous parallèles classiques et les collimateurs à *septa* obliques.

Les équations de ces droites dépendent de la position relative du trou et de la source. La figure 4.5 donne les délimitations des zones de l'objet correspondant à chacune des trois configurations.

Dans le cas du collimateur à trous obliques, il pourrait également y avoir une quatrième configuration correspondant à une source très proche au milieu d'un trou, à droite de la droite (c1C2) et à gauche de la droite (C3C4). En raison de l'éloignement entre la source et le détecteur visé par notre application, ce cas a été ignoré.

Dans le cas d'un collimateur à trous parallèles, la configuration dépend directement de la position relative des coins du collimateur et de la source :
— configuration 1 pour $x_l \in [x_{s_{min}} : Np + s]$;

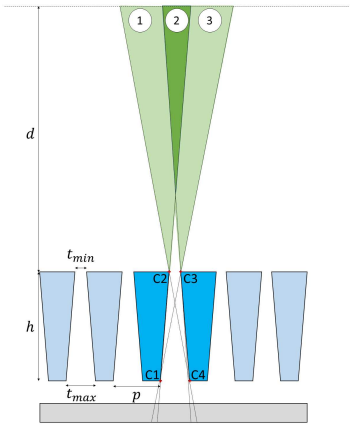


FIGURE 4.5 – Distinction des différentes zones détectables de l'objet pour un trou donné.

— configuration 2 pour $x_l \in [Np + s : (N+1)p - s]$;
— configuration 3 pour $x_l \in [(N+1)p - s : x_{s_{max}}]$.

Dans le cas d'un collimateur à trous obliques, il faut situer la source par rapport aux droites incluant les *septa* du collimateur (figure 4.5) :

— configuration 1 pour $x_l \in [x_{l_{min}} : x_{1/2}]$;
— configuration 2 pour $x_l \in [x_{1/2} : x_{2/3}]$;
— configuration 3 pour $x_l \in [x_{2/3} : x_{l_{max}}]$.

avec $x_{1/2}$ la position limite entre les configurations 1 et 2 pour une position z_l de la source donnée :

$$x_{1/2} = (N+1)p - \frac{s_{min}}{2} - \frac{s_{max} - s_{min}}{2h} \times (z_l - f) \tag{4.5}$$

et avec $x_{2/3}$ la position limite entre les configurations 2 et 3 :

$$x_{2/3} = Np + \frac{s_{min}}{2} + \frac{s_{max} - s_{min}}{2h} \times (z_l - f) \tag{4.6}$$

Une fois les trous utiles sélectionnés et la configuration établie, on peut déterminer le volume de réponse de chaque trou pour un point source $l \in \mathscr{L}$ donné. Selon la configuration, les droites délimitant la zone de réponse n'ont pas les mêmes équations :

— en configuration 1, la borne inférieure de M_l est déterminée par le coin $C2$ du collimateur ;
— en configuration 2 et 3, elle est imposée par le coin $C1$;
— en configuration 1 et 2, la borne supérieure de M_l est dépendante du coin $C4$ du trou ;
— enfin, en configuration 4, elle est déterminée par le coin $C3$ du collimateur.

Ainsi, on déduit pour chaque configuration les équations de droite donnant les bornes inférieures et supérieures de x_m pour une profondeur z_m donnée dans le tableau 4.1 (dans les équations qui suivent, z_m est donné positif avec pour origine la surface du détecteur la plus proche du collimateur).

Le processus permettant de déterminer le volume de réponse d'un point source à travers le collimateur est illustré en figure 4.6. Après avoir déterminé tous les trous à travers lesquels une source l est visible, on détermine pour chacun de ces trous les équations de droite délimitant les volumes de réponse $\mathscr{M}_l$ correspondant. Ces équations permettent ensuite de déterminer pour chaque profondeur dans l'objet les bornes de la zone de réponse.

	$x_{m_{min}}$	$x_{m_{max}}$
$C1$	$x_l + \frac{(Np+\frac{s_{max}}{2}-x_l)\times(z_l+z_m)}{z_l-h-f}$	$x_l + \frac{((N+1)p-\frac{s_{min}}{2}-x_l)\times(z_l+z_m)}{z_l-f}$
$C2$	$x_l + \frac{(Np+\frac{l_{min}}{2}-x_l)\times(z_l+z_m)}{z_l-f}$	
$C3$		$x_l + \frac{((N+1)p-\frac{s_{max}}{2}-x_l)\times(z_l+z_m)}{z_l-f-h}$

TABLE 4.1 – Ensemble des coordonnées en x des éléments de détection permettant la détection d'un voxel de l'objet de coordonnées (x_l, y_l, z_l).

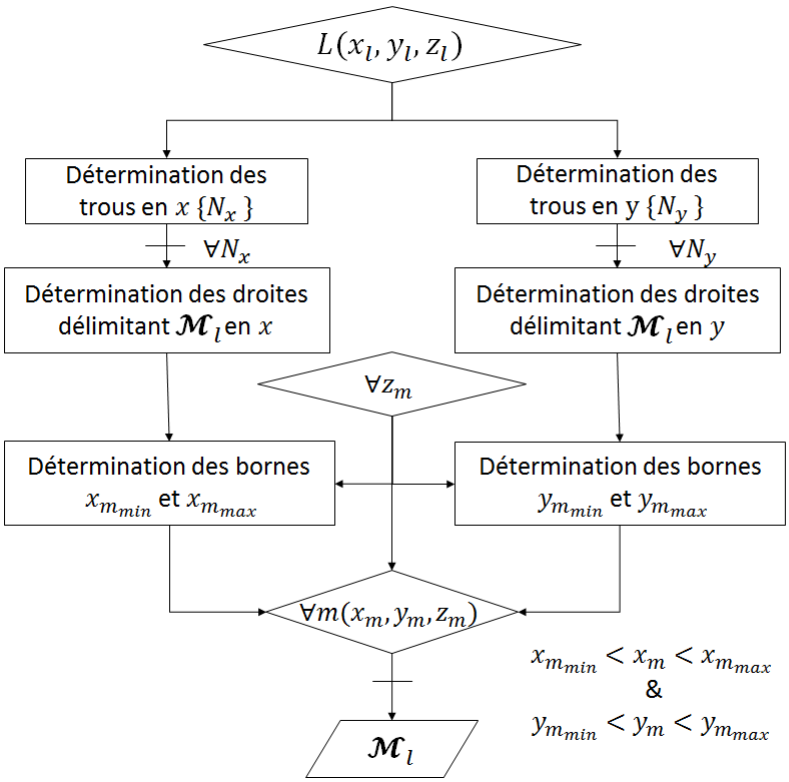


FIGURE 4.6 – Méthode d'obtention du cône de projection.

Les équations qui ont été établies dans le plan (x, z) sont généralisables dans le plan (y, z) afin de déterminer le volume de réponse en trois dimensions.

Rétro-projection

Parmi les différentes étapes de l'algorithme proposé, la rétro-projection est l'une des plus critiques puisqu'elle est utilisée de nombreuses fois directement dans le processus de reconstruction. Les étapes utilisées pour effectuer la rétro-projection d'un pixel du détecteur à travers le collimateur sont les mêmes qu'en projection :

— détermination des trous utiles ;
— détermination de la configuration en fonction de la position relative d'un pixel par rapport à un trou du collimateur ;
— détermination des équations des droites délimitant les zones de réponse.

Le nombre de trous est plus faible en rétro-projection qu'en projection, puisque la distance du détecteur au collimateur est bien plus petite que la distance entre le collimateur et l'objet. Ainsi, lorsque l'on se place à la limite du multiplexage, Un seul trou est impliqué dans la rétro-projection. Légèrement au delà, 4 trous au maximum sont à considérer. Encore plus qu'en projection, il est donc crucial de sélectionner les trous susceptibles de transmettre un rayon au point de détection à rétro-projeter pour améliorer le temps de calcul. Pour un point du détecteur $M(x_m, y_m, z_m)$, un trou est utile si M est à droite de la droite $(C1C3)$ et à gauche de la droite $(C2C4)$. Ainsi, les trous utiles sont ceux dont les indices N_x et N_y satisfont les inégalités suivantes :

$$\frac{1}{p}(x_m - \frac{s_{min}}{2} + \frac{t_{moy}}{h} \times (z_m + f)) < N_x < \frac{1}{p}(x_m + \frac{s_{min}}{2} - \frac{t_{moy}}{h} \times (z_m + f)) - 1 \tag{4.7}$$

$$\frac{1}{p}(y_m - \frac{s_{min}}{2} + \frac{t_{moy}}{h} \times (z_m + f)) < N_y < \frac{1}{p}(y_m + \frac{s_{min}}{2} - \frac{t_{moy}}{h} \times (z_m + f)) - 1 \tag{4.8}$$

Comme en projection, la détermination des zones de réponse du collimateur pour un point du détecteur dépend de la position du point M sur le détecteur par rapport aux bords du trou. On distingue les trois mêmes configurations qu'en projection, illustrées en figure 4.7 dans le cas d'un collimateur à trous parallèles et d'un collimateur à trous obliques.

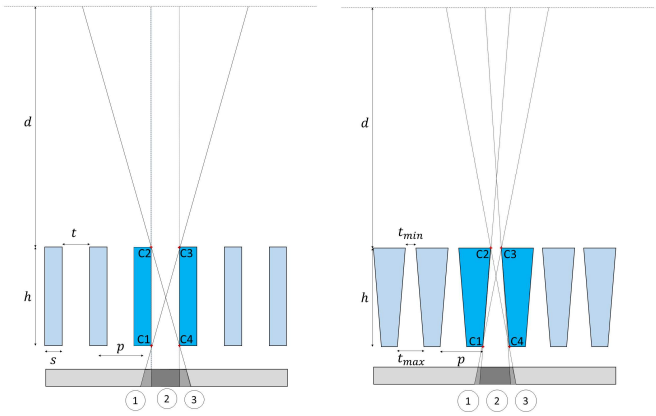


FIGURE 4.7 – Détermination de la configuration en rétro-projection.

Dans le cas d'un collimateur à trous parallèles, la configuration dépend de la position relative des coins du collimateur et du point de détection à rétro-projeter :

— configuration 1 pour $x_m \in [x_{m_{min}} : Np + s]$;
— configuration 2 pour $x_m \in [Np + s : (N+1)p - s]$;
— configuration 3 pour $x_m \in [(N+1)p - s : x_{m_{max}}]$.

Dans le cas d'un collimateur à trous obliques, il faut situer la détection par rapport aux droites correspondant aux *septa* du collimateur :

— configuration 1 pour $x_m \in [x_{m_{min}} : x_{1/2}]$;
— configuration 2 pour $x_m \in [x_{1/2} : x_{2/3}]$;
— configuration 3 pour $x_m \in [x_{2/3} : x_{m_{max}}]$.

avec $x_{1/2}$ la position limite entre les configurations 1 et 2 pour tranche z_m du détecteur donnée :

$$x_{1/2} = Np + \frac{s_{min}}{2} - \frac{s_{max} - s_{min}}{2h} \times (z_m + f) \tag{4.9}$$

et avec $x_{2/3}$ la position limite entre les configurations 2 et 3 pour tranche z_d du détecteur donnée :

$$x_{2/3} = (N+1)p - \frac{s_{min}}{2} + \frac{s_{max} - s_{min}}{2h} \times (z_m + f) \tag{4.10}$$

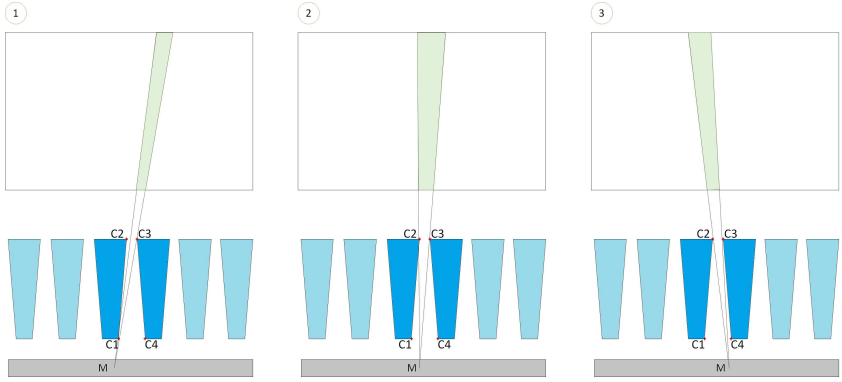


FIGURE 4.8 – Détermination des droites du cône de réponse selon la configuration.

On cherche maintenant à déterminer le volume de réponse de chaque trou pour un point du détecteur $m \in \mathscr{M}$ donné. Les droites délimitant cette zone de réponse L_m dépendent de la configuration :

— en configuration 1, la borne inférieure de L_m est déterminée par le coin $C1$ du collimateur ;
— en configuration 2 et 3, elle est imposée par le coin $C2$;
— en configuration 1 et 2, la borne supérieure de L_m est dépendante du coin $C3$ du trou ;
— enfin, en configuration 3, elle est déterminée par le coin $C4$ du collimateur.

Ainsi, on donne pour chaque configuration les équations de droite donnant les bornes inférieures et supérieures de x_l pour une hauteur z_l donnée dans le tableau 4.2.

	x_{lmin}	x_{lmax}
$C1$	$x_m + \frac{(Np+\frac{s_{min}}{2}-x_m)\times(z_l+z_m)}{z_m+f}$	$x_m + \frac{((N+1)p-\frac{s_{max}}{2}-x_m)\times(z_l+z_m)}{z_m+f+h}$
$C2$	$x_m + \frac{(Np+\frac{s_{max}}{2}-x_m)\times(z_l+z_m)}{z_m+f+h}$	
$C3$		$x_m + \frac{((N+1)p-\frac{s_{min}}{2}-x_m)\times(z_l+z_m)}{z_m+f}$

TABLE 4.2 – Ensemble des coordonnées en x des éléments l de L_m visibles depuis un point de détection (x_m, y_m, z_m).

Le processus illustré en figure 4.9 décrit alors les étapes de calcul à effectuer pour rétro-projeter un élément du détecteur. Après avoir déterminé les trous à travers lesquels un canal de mesure est accessible, les équations délimitant les volumes de réponse L_m sont déterminées pour chaque trou. On obtient alors l'ensemble L_m des voxels potentiellement à l'origine d'une détection en un pixel m du détecteur.

4.1.3 Intérêt du tirage d'éléments discrets dans la zone de réponse

Comme proposé au chapitre précédent, l'algorithme de reconstruction est basé sur une rétro-projection des mesures par tirages Monte Carlo. Ainsi, le volume de réponse propre à chaque voxel n'est plus retenu sous la forme d'un histogramme aux dimensions de l'objet, mais sous la forme d'une liste de points susceptibles d'être à l'origine de la mesure. Cette méthode présente deux avantages en imagerie planaire. D'abord, elle permet de contourner le problème des voxels partiellement inclus dans une zone de réponse, qui implique une interpolation et donc des lourdeurs calculatoires. Un autre intérêt de la rétro-projection par tirages aléatoires réside

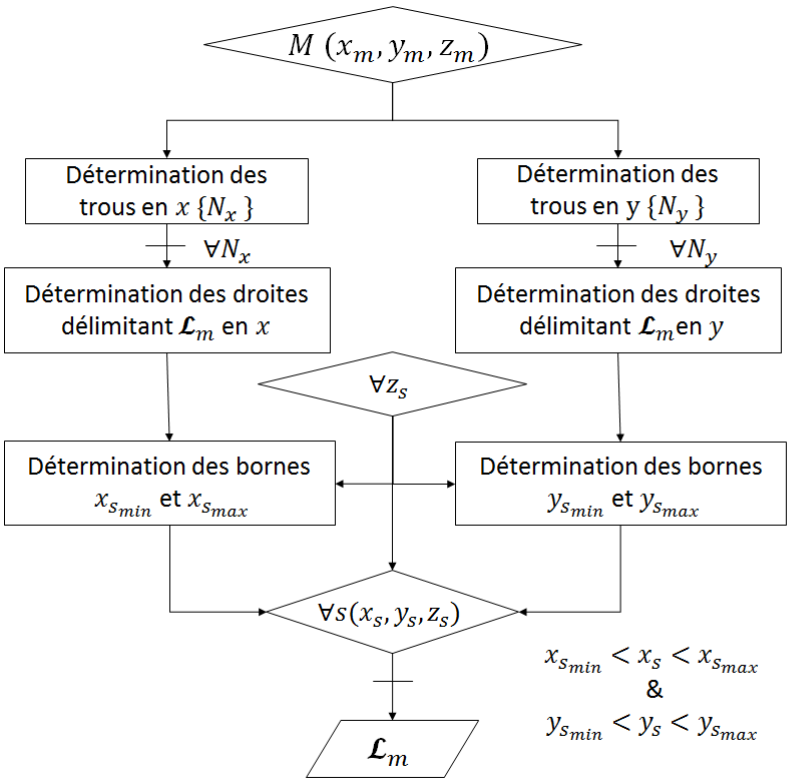


FIGURE 4.9 – Méthode d'obtention du cône de rétro-projection à partir d'une source au point $L(x_l, y_l, z_l)$.

dans la simplification de l'étape de normalisation. En effet, on peut contourner cette étape en faisant directement un tirage aléatoire suivant une distribution correspondant à la distribution de sensibilité sur l'objet.

Volume partiel

Une problématique récurrente dans l'implémentation des projecteurs est d'intégrer le fait qu'un voxel puisse être partiellement inclus dans la zone de réponse. Les projecteurs de Joseph et de Siddon résolvent ce problème en incrémentant les voxels traversés par la ligne de réponse proportionnellement à la distance entre la droite et le centre du voxel, ou proportionnellement à la longueur de la ligne de réponse incluse dans le voxel [47,79]. Nous avons écarté cette approche au profit d'une représentation plus exacte, modélisant la réponse du collimateur par un volume et non plus par une ligne floutée. Une possibilité afin de se rapprocher du projecteur de Joseph serait de considérer le volume du voxel inclus dans la zone de réponse par rapport au volume total du voxel, mais nous irions là vers des calculs analytiques complexes et répétés fréquemment qu'il serait préférable d'éviter.

La méthode de rétro-projection par tirages aléatoires présentée au chapitre précédent offre la possibilité de représenter le volume de réponse $\mathscr{L}$ sous forme d'une liste de points plutôt que sous la forme d'un histogramme. Cette représentation permet d'éviter le calcul de la proportion du volume d'un voxel inclus dans une zone de réponse.

Normalisation grâce au tirage aléatoire

L'étape de normalisation permet de corriger les non-homogénéités de visibilité de l'objet par le système. Les cônes de réponse représentés en figure 4.10 englobent en effet davantage de voxels dans les zones les plus éloignées du détecteur.

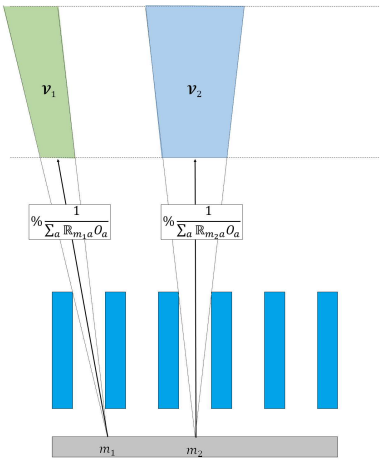


FIGURE 4.10 – Les différences de sensibilité entre les différents points de mesure impliquent une étape de normalisation.

Classiquement, cette non homogénéité est corrigée en pondérant les mises à jour par le facteur N_o, défini pour chaque voxel o de la manière suivante :

$$N_o = \sum_m R_{m,o},$$

avec $R_{m,o} \approx p(m|o)$.

Cette correction permet de ramener la distribution des $\mathbf{R}$ à une distribution de probabilité telle que $\sum_m p(m|o) = 1$. Concrètement, elle permet de tenir compte du fait que certains voxels

sont plus souvent détectés que d'autres : plus o est visible, plus il y a de coefficients $R_{m,o}$ non nuls, et plus N_o est grand.

En parcours systématique, les voxels les plus éloignés du collimateur sont davantage incrémentés que ceux situés à proximité. Il est donc important de pondérer la mise à jour par ce facteur de normalisation.

La rétro-projection Monte Carlo permet de contourner cette étape de normalisation en effectuant les tirages aléatoires dans les cônes de réponse suivant une distribution uniforme selon la profondeur, comme illustré en figure 4.11 : le nombre moyen d'événements tirés sur une couche du volume de réponse reste indépendant de la profondeur dans le cône. Ainsi, la non homogénéité de la visibilité des voxels suivant l'axe de la profondeur est corrigée. On néglige cependant les non-homogénéités transversales, qui sont moins significatives.

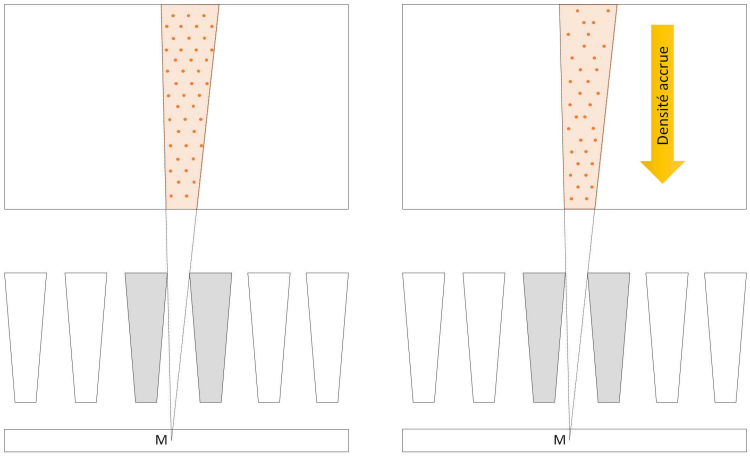


FIGURE 4.11 – Méthode de normalisation en utilisant la rétro-projection par tirages Monte Carlo : les sous événements sont tirés selon une distribution uniforme suivant la profondeur, conformément à la distribution de sensibilité.

L'utilisation de la rétro-projection Monte Carlo nécessite cependant de tenir compte de la sensibilité des points de mesure. En effet, les coefficients $R_{m,o}$, utilisés pour le calcul du terme de normalisation mais aussi lors de l'étape de rétro-projection, dépendent de la sensibilité du pixel détecteur m. Ce terme dépend donc de la taille du volume de réponse L_m de m. En parcours systématique, la sensibilité des pixels est naturellement prise en compte puisque le nombre de voxels incrémentés est donné par le nombre de voxels inclus dans le volume de réponse. En rétro-projection Monte Carlo, il convient de réintégrer la sensibilité du détecteur. Pour cela, la solution utilisée ici consiste à ajuster le nombre de tirages en fonction de la taille du volume de réponse.

Le nombre de tirages aléatoires fixé pour les rétro-projections Monte Carlo devient simplement un maximum. Il est ajusté en fonction du rapport entre le volume de la zone de réponse, estimé à la volée, et de la taille maximale de la zone de réponse pour tout pixel du détecteur. Le volume $\mathscr{V}_{max}$ peut être déterminé par pré-calcul. Le nombre de sous-événements à tirer pour un canal de détection m sera alors donné par l'équation 4.11.

$$N_{tirages} = N \times \frac{\mathscr{V}_{L_m}}{\mathscr{V}_{max}}, \tag{4.11}$$

où $\mathscr{V}_{L_m}$ est le volume de réponse correspondant au pixel détecteur m.

L'étape de normalisation est ainsi allégée en estimant en ligne le volume du cône de réponse afin d'ajuster le nombre de tirages aléatoires. Simplifier ce processus est particulièrement

intéressant pour un système adaptatif, puisqu'on évite ainsi de recalculer les coefficients de normalisation N_o entre chaque reconfiguration du système.

4.1.4 Méthode de régularisation

L'utilisation de la rétro-projection par tirages aléatoires avec un faible nombre de tirages, ainsi que la reconstruction à partir des mises à jour partielles, sont susceptibles de faire diverger l'algorithme, à cause d'une trop faible statistique peu représentative de l'objet. Afin d'éviter cela, on contraint le résultat en utilisant des techniques de régularisation.

Un seuil permet d'imposer une dynamique maximale à l'objet. Certains voxels peuvent ne pas avoir eu de contribution sur une mise à jour partielle, mais contenir malgré tout une activité. Ainsi, il faut s'assurer que les voxels n'atteignent pas un niveau tellement bas qu'ils ne pourraient plus être incrémentés. A l'inverse, certains voxels peuvent être sur-représentés par rapport à la statistique globale. Il faut alors éviter qu'ils atteignent une telle activité qu'ils écrasent les voxels voisins.

Un filtrage gaussien d'écart type égal à la résolution spatiale attendue permet de cantonner la réponse fréquentielle à une certaine plage, conforme à ce que l'on cherche à observer. Les détails de l'image dont la fréquence est inférieure à la dimension du collimateur n'apportent pas d'information puisque le système est incapable de les révéler. On utilise donc un filtrage gaussien dont l'écart type est égal à la résolution attendue, compte tenu des paramètres géométriques du collimateur.

4.2 Intégration du modèle du collimateur à la reconstruction

Ce travail théorique permet d'utiliser l'algorithme choisi au chapitre précédent dans un cas d'imagerie planaire. Afin de valider l'algorithme, et plus particulièrement le modèle de collimation utilisé, cette section présente les reconstructions obtenues en simulation et à partir de données expérimentales. Ces résultats permettront de valider l'exactitude du modèle du collimateur, et d'évaluer les performances de l'algorithme proposé dans le contexte de l'imagerie planaire.

4.2.1 Simulations

La simulation de l'acquisition est faite sur un environnement de simulation développé dans notre laboratoire, appelé Tasmania. Cet outil permet de simuler le fonctionnement de systèmes à base de détecteurs semi-conducteur depuis l'émission de particules jusqu'aux mesures obtenues dans le détecteur. Les interactions des rayons avec la matière sont simulées en utilisant le modèle physique PENELOPE [8]. La source simulée peut être modelée selon un fantôme importé depuis un fichier externe.

Les mesures sont ensuite exportées vers un outil de reconstruction développé en C pour les besoins de cette thèse. Cet outil permet d'intégrer les 3 couches du modèle du système : la sensibilité du détecteur, le collimateur, et la géométrie du système. Il permet d'obtenir une reconstruction en 3 dimensions à partir des mesures en entrée. L'estimation est ensuite observée en coupe, en projection, ou avec un logiciel de visualisation en 3 dimensions (VTK [85]).

Ces deux outils bénéficient d'une forte flexibilité sur le système modélisé, qui permet de simuler l'acquisition et la reconstruction sur un dispositif complexe. Cette flexibilité sera particulièrement appréciable au chapitre suivant lorsqu'il s'agira de modéliser la rotation des têtes de détection.

Dans un premier temps, un simple système d'imagerie planaire a été modélisé. Un collimateur à trous parallèles a été utilisé, de 20 mm de haut, avec un pas de 2.5 mm, et des trous de 1 mm. Il est placé à 15 mm de la surface du détecteur, à la limite du multiplexage. Le dispositif simulé est illustré en figure 4.12.

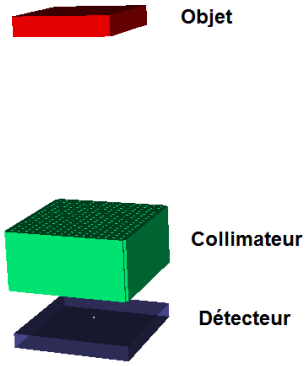
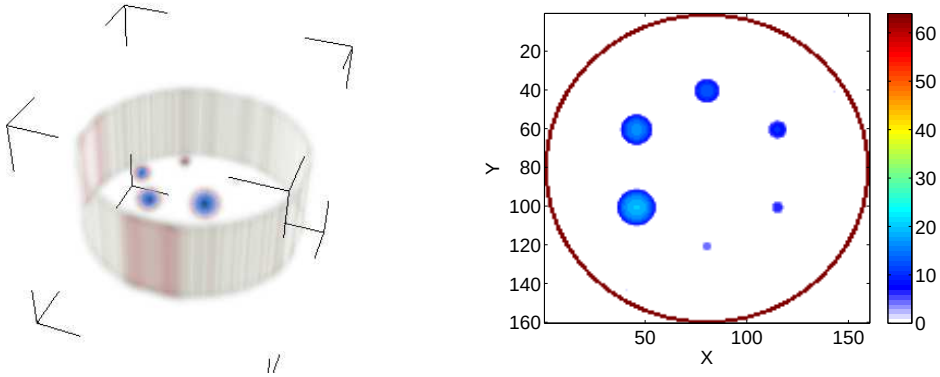


FIGURE 4.12 – Configuration planaire simulées avec Tasmania.

L'objet peut être modifié par le biais d'un fichier d'entrée. Nous proposons ici comme fantôme six sphères, dont les rayons varient entre 1 et 5 mm, comme illustré en figure 4.13.



(a) (b)

FIGURE 4.13 – Fantôme simulé dans Tasmania en 3D (a) et en projection 2D (b).

La figure 4.14 donne la projection des sources sur le détecteur, à travers le collimateur. La liste de mesures ainsi simulées peut ensuite être reconstruite selon les algorithmes proposés, par le biais de l'outil développé à cet effet.

Premières simulations en MLEM mode liste

Dans un premier temps, on utilise la méthode MLEM classique en mode liste. La figure 4.15 présente les reconstructions obtenues en rétro-projection simple (a), avec 3 (b), 5 (c) et 10 (d) itérations.

Les projections présentées en figure 4.15 sont données à l'échelle numérique (64 voxels pour 45 mm). Au fur et à mesure des itérations, l'algorithme permet de converger vers une estimation semblable à l'objet simulé. Afin d'évaluer l'écart entre le fantôme simulé F et la reconstruction O, nous avons choisi d'utiliser l'erreur quadratique moyenne par voxel, définie comme suit :

$$NQE = \sqrt{\frac{\sum_o (O_o - F_o)^2}{N_{vox}}},$$

où N_{vox} correspond au nombre de voxels contenus dans la représentation de l'objet.

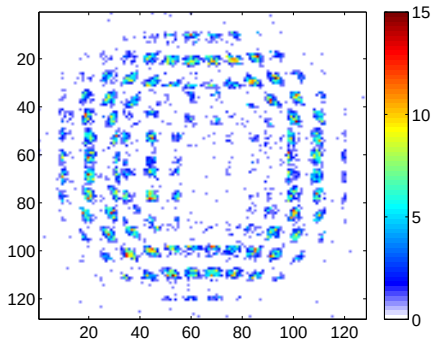


FIGURE 4.14 – Mesures obtenues à partir du fantôme à six sphères (128 pixels $\simeq$ 40 mm).

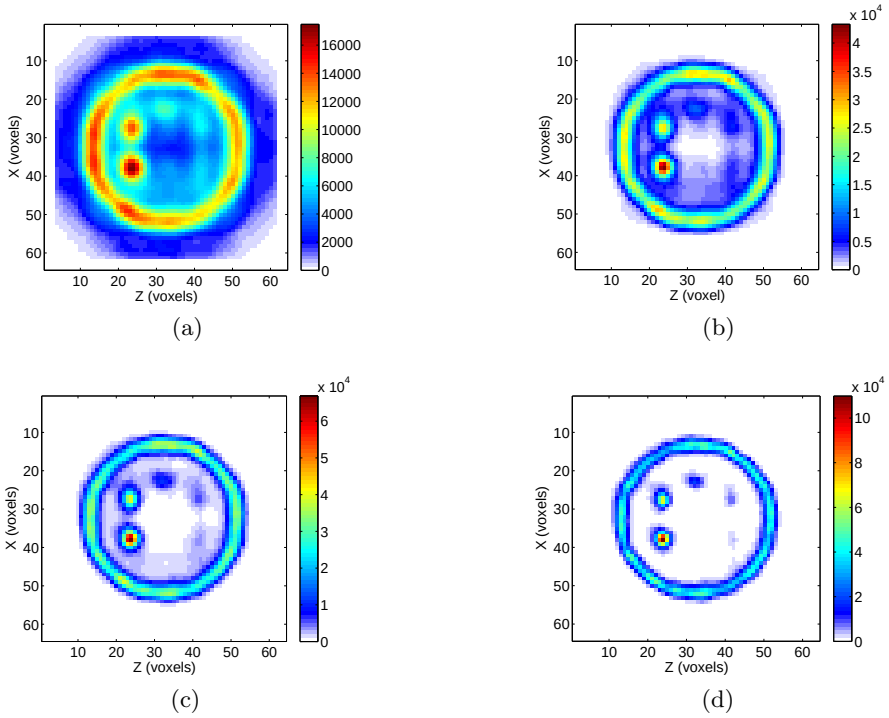


FIGURE 4.15 – Projection de la reconstruction obtenue en MLEM mode liste avec 1 (a), 3 (b), 5 (c) et 10 (d) itérations ((128 pixels $\simeq$ 60 mm).

Ce critère permet de calculer l'écart moyen d'intensité au carré entre la reconstruction et la distribution réelle dans l'objet, avec une sensibilité accrue pour les différences importantes d'activité. Afin que ce critère ne tienne pas compte de l'intensité globale contenue dans l'objet, les deux distributions sont normalisées de telle manière que l'intégrale de leurs activités soit ramenée à 1. Ainsi, ce critère se ramène à un *Chi 2*.

La convergence de l'estimation se traduit par une diminution de l'erreur quadratique moyenne avec le nombre d'itérations, illustrée en figure 4.16.

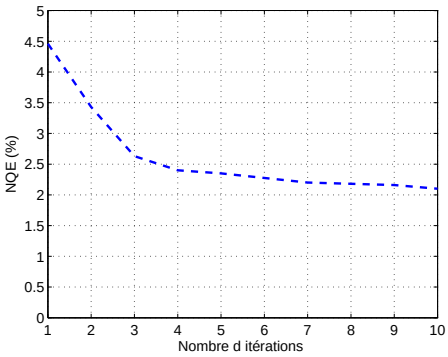
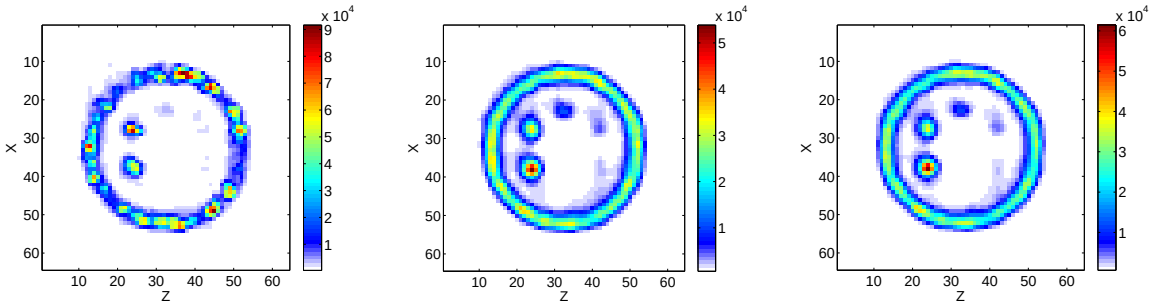


FIGURE 4.16 – Influence du nombre d'itérations sur l'erreur quadratique moyenne de l'image.

On constate ainsi qu'après 5 itérations, la qualité du résultat n'est plus beaucoup améliorée. De plus, l'erreur faible que l'algorithme permet d'atteindre entre la reconstruction et l'objet atteste de la pertinence du modèle de collimation proposé.

Utilisation de la rétro-projection par tirages aléatoires

On cherche maintenant à valider la méthode de rétro-projection par tirages aléatoires, en comparant les résultats obtenus en parcours systématique et en parcours Monte Carlo. Dans cet objectif, plusieurs reconstructions ont été faites à partir du jeu de mesures utilisé pour les reconstructions MLEM mode liste. Ces reconstructions ont été faites avec un nombre différents de tirages moyen par mesure, sur 8 itérations. Ainsi, la figure 4.17 présente les projections des reconstructions obtenues pour 5 (a), 50 (b) et 200 (c) tirages par mesure, en moyenne.



(a) (b) (c)

FIGURE 4.17 – Projection de la reconstruction avec 5 tirages par mesure (a) 50 tirages par mesure (b) et 200 tirages par mesure (c).

Visuellement, on constate une dégradation de la qualité de la reconstruction lorsque le nombre de rétro-projection est trop bas. Il n'est cependant pas nécessaire de tirer un nombre important d'événements pour arriver à un résultat correct. La différence entre la reconstruction avec 50 tirages et celle avec 200 tirages est en effet très faible. Or, le temps de calcul est directement

proportionnel au nombre de tirages par rétro-projection. Afin d'optimiser le nombre de tirages, on trace en figure 4.18 l'évolution de l'erreur quadratique avec le nombre de tirages par rétro-projection.

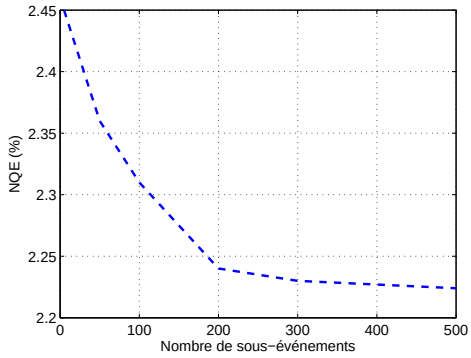


FIGURE 4.18 – Influence du nombre de rétro-projections sur l'erreur quadratique moyenne sur l'image.

D'après cette courbe, on considère qu'à partir de 200 tirages, la qualité de l'image n'évolue plus. Cette quantité est fortement liée à la géométrie du collimateur. Avec l'échantillonnage choisi pour la représentation le l'objet, chaque cône de réponse contient environ 2000 voxels. La rétro-projection par tirages aléatoires permet donc de diviser par dix la charge de calcul.

4.2.2 Validation de la méthode de normalisation

Il a été mis en évidence précédemment dans ce chapitre que la normalisation pouvait être intégrée directement au processus de rétro-projection. Les non homogénéités à corriger sont surtout visibles dans la direction de l'axe z, normal au détecteur. Les illustrations des reconstructions présentées précédemment sont les projections suivant l'axe z qui ne permettent pas d'observer ces défauts. Ainsi, nous observons en figure 4.20 la projection de la reconstruction suivant l'axe y, afin de pouvoir observer les variations d'activité dans le sens de la profondeur.

En mode planaire, nous ne sommes pas capables de déterminer la profondeur de l'objet. Toutes les couches de l'objet dans la direction z sont équiprobables, et devraient donc porter la même activité. En rétro-projection systématique, c'est-à-dire en incrémentant tous les voxels du cône de rétro-projection, les profondeurs les plus éloignées du collimateur seront plus représentées pour les distances importantes, en raison de la forme conique du volume de réponse. Afin de montrer l'homogénéité de l'objet suivant la direction de la profondeur, on trace en figure 4.20 les projections de l'objet suivant l'axe y, afin d'en voir l'évolution suivant l'axe z, selon la configuration illustrée en figure 4.19.

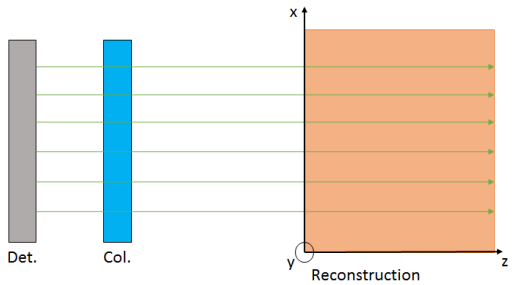
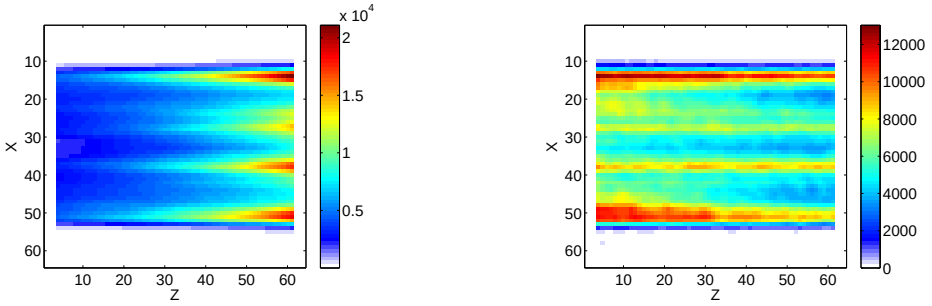


FIGURE 4.19 – Configuration utilisée pour visualiser l'impact de la normalisation sur le résultat.

La reconstruction obtenue avec le parcours systématique présente une concentration de l'activité pour les z élevés, en raison de la visibilité accrue des voxels de cette zone. Il convient normalement de corriger ce défaut en pondérant chaque voxel par sa visibilité. L'estimation obtenue avec la rétro-projection par tirages aléatoires ne présente pas cette non homogénéité, puisque les sous-événements sont tirés de manière à ce que leur distribution suivant l'axe z soit uniforme.



(a) (b)

FIGURE 4.20 – Répartition de l'activité dans l'estimation obtenue à partir du fantôme à six sphères en rétro-projection systématique (a) et en rétro-projection Monte Carlo (b).

4.3 Impact des mises à jour partielles sur le résultat en imagerie planaire

Après avoir validé le modèle du collimateur ainsi que la rétro-projection par tirages aléatoires, nous nous intéressons maintenant à la méthode de reconstruction par mises à jour partielles, qui consiste à grouper les mesures selon leur ordre d'arrivée, à calculer la contribution de chaque groupe de mesure, et à estimer des mises à jour intermédiaires à partir de ces contributions et de l'estimation précédente. Nous nous intéresserons notamment à l'influence de la taille des groupes, à travers des données simulées et expérimentales.

4.3.1 Performances de l'OTF-MLEM en simulation

Nous commençons cette étude par une validation en simulation de la méthode, à partir des mesures obtenues avec Tasmania. Des reconstructions à partir de la liste d'événements utilisée précédemment ont été faites en utilisant l'algorithme OTF-MLEM, avec différentes tailles de groupes. La rétro-projection est calculée par tirages aléatoires avec en moyenne 100 événements par rétro-projection. La figure 4.21 présente les reconstructions obtenues avec la méthode de reconstruction par mises à jour partielles avec des groupes de 1000 (a), 500 (b) et 100 (c) événements.

La figure 4.21 met en évidence de légères différences entre les résultats obtenus selon la taille des groupes formés. Si un nombre trop faible d'événements par groupe ne permet pas une statistique suffisante à une mise à jour pertinente, constituer des groupes trop grands réduit le nombre de mises à jour possibles sans stocker les événements précédemment acquis, et donc la convergence de l'estimation vers un résultat semblable à celui de la MLEM.

Il y a une autre raison pour ne pas réduire trop drastiquement la taille des groupes : plus la taille des groupes est petite, plus il faut de groupes pour traiter l'ensemble des mesures, et plus il y a de mises à jour à calculer. Le temps de calcul des mises à jour prend alors le pas sur le temps de calcul des rétro-projections. La figure 4.22 décrit l'évolution du temps total de reconstruction avec la fréquence des mises à jour (inverse du nombre d'événements par groupe).

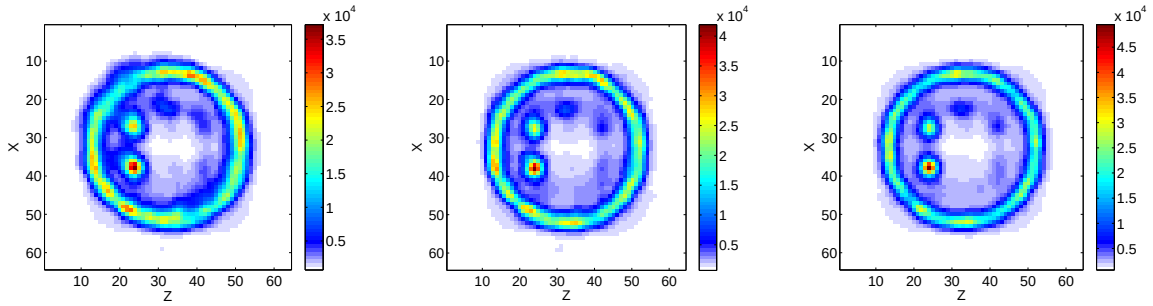


FIGURE 4.21 – Projections des reconstructions obtenues avec différentes fréquences de mise à jour : tous les 1000 (a), tous les 500 (b), et tous les 100 (c) événements.

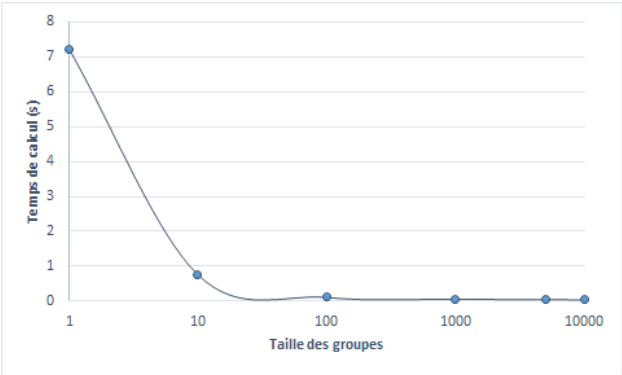
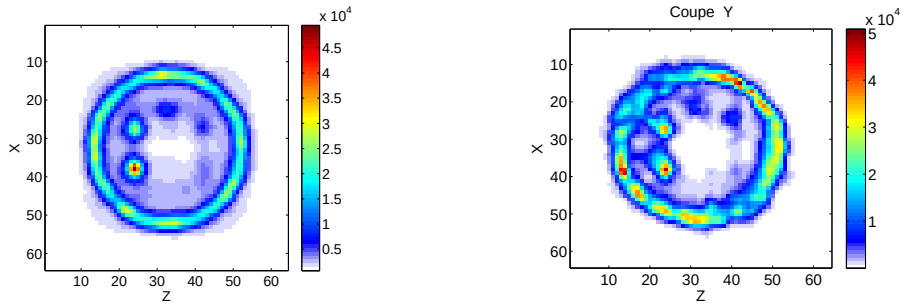


FIGURE 4.22 – Évolution du temps total de reconstruction pour 10 000 événements selon la fréquence de mise à jour.

On constate en effet que la charge de calcul augmente fortement lorsque les groupes sont peu peuplés. A partir de 50 événements par groupe, le temps alloué aux mises à jour successives devient négligeable devant le temps de rétro-projection de l'ensemble des événements. Le temps de calcul global n'évolue donc plus puisque le nombre total de mesures à rétro-projeter reste le même. On estime que pour l'environnement de calcul utilisé, chaque mise à jour prend environ 0.7 ms, alors que la rétro-projection d'un événement nécessite 80 μ secondes.

Dans l'exemple présenté en figure 4.21, les défauts dus à la faible statistique dans le cas des groupes peu peuplés n'est pas flagrante. Cela est dû à l'utilisation d'un seuil et d'un filtre passe bas dont le but est de régulariser le résultat. La figure 4.23 donne les reconstructions obtenues avec des groupes de 100 événements avec et sans régularisation. On constate en effet que les zones d'activité sont beaucoup moins homogènes sans régularisation.



(a) (b)

FIGURE 4.23 – Importance de la régularisation avec mises à jour partielles et en rétro-projection Monte Carlo : reconstruction obtenue sans régularisation (a) et avec régularisation (b).

L'erreur quadratique moyenne met également en évidence la différence de qualité qu'il y a entre ces deux reconstructions : sans seuil, l'erreur quadratique est de 18% supérieure à celle obtenue en régularisant.

4.4 Validation expérimentale

Nous proposons ici de valider expérimentalement le modèle du collimateur décrit dans ce chapitre, ainsi que la capacité de l'algorithme à reconstruire l'objet observé en imagerie planaire. Pour cela, le module HiSPECT décrit au chapitre II a été utilisé avec une source réelle. Le collimateur choisi est composé des deux collimateurs obliques C10 et C15 également décrits lors du chapitre II. La hauteur de l'empilement est alors de 25 mm. Les trous ont une largeur de 1.2 mm sur la face supérieure tournée vers l'objet, et de 2.1 mm sur la surface orientée vers le détecteur. La résolution spatiale atteignable à 150 mm est de 7.6 mm. Une source ponctuelle est placée sur un module permettant de contrôler sa position dans les trois dimensions. Sous l'hypothèse de faible flux, il est alors possible d'imiter une source étendue, avec une géométrie imposée, en déplaçant la source ponctuelle.

Les mesures acquises par le module HiSPECT sont ensuite transmises à un PC, sur lequel est effectuée la reconstruction. Le système est piloté à l'aide de Labview. Le banc de test est illustré en figure 4.24.

Afin de valider le modèle du collimateur, on récupère les mesures obtenues à partir d'une source déplacée afin de mimer le fantôme représenté en figure 4.25a. Les mesures sont illustrées en figure 4.25b. La reconstruction alors obtenue et donnée en figure 4.25c est faite en MLEM mode liste sur CPU.

Afin de permettre la reconstruction en temps réel, l'algorithme OTF-MLEM a été implémenté sous OpenCL, en utilisant un GPU (Quadro 600). Une parallélisation a ainsi pu être mise en

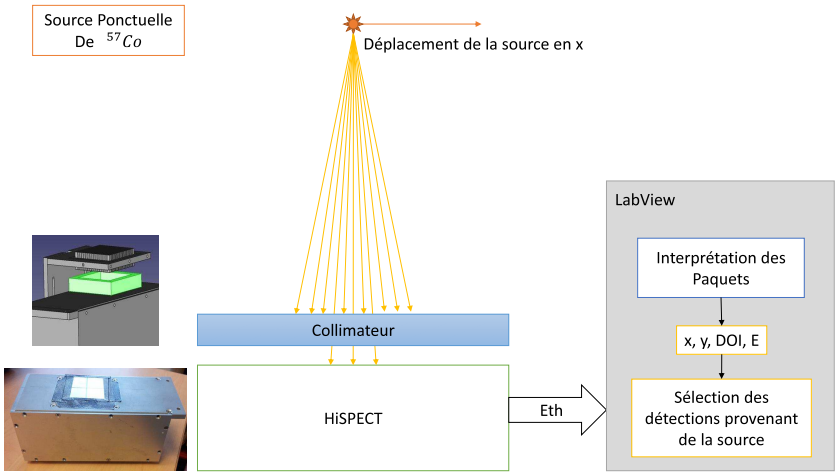
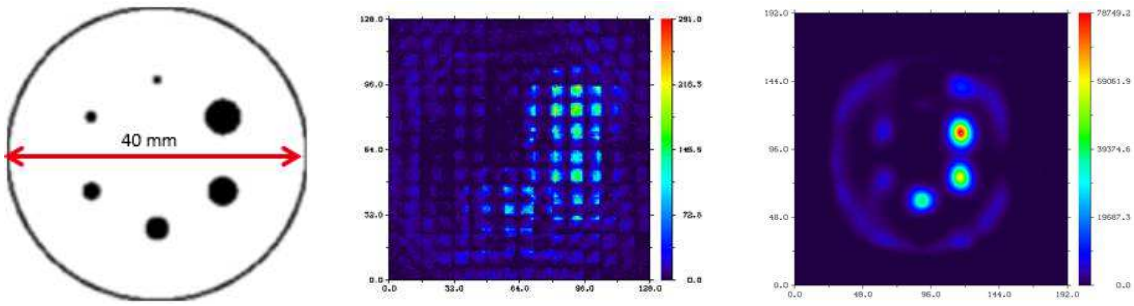


FIGURE 4.24 – Validation expérimentale de la méthode de reconstruction en planaire.



(a) (b) (c)

FIGURE 4.25 – Reconstruction obtenue en MLEM mode liste (c) à partir de données expérimentales (b) acquises depuis un fantôme réel à six sphères (a).

œuvre en rétro-projetant les événements indépendamment les uns des autres. La parallélisation de l'algorithme est décrite un peu plus en détail en annexe.

Afin de se rendre compte de la résolution spatiale tout en validant la faisabilité de la reconstruction en temps réel, on propose de faire une acquisition à partir d'une source ponctuelle, déplacée sur quatre lignes avec des espacements différents, comme illustré en figure 4.26. Les points sont distants de 5, 6, 7 et 8 mm. La source est placée à une distance de 100 mm du détecteur. À cette distance, la résolution spatiale théorique est de 5.5 mm (cf. section 2.1.3).

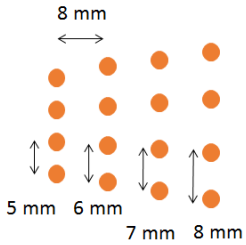


FIGURE 4.26 – Fantôme utilisé pour la validation expérimentale de la modélisation du collimateur intégrée à l'algorithme OTF-EM.

La reconstruction présentée en figure 4.27 a été obtenue en utilisant la version exponentielle de l'algorithme OTF-EM ($\lambda = 0.05$) (cf. section 3.2.2). Le collimateur a été modélisé en utilisant le jeté de rayons Monte Carlo dans l'espace de réponse. Une mise à jour est faite tous les 10000 événements, sur un total de 50×10^6 événements.

Le temps de reconstruction sous OpenCL est transparent par rapport au temps d'acquisition (au total, 156 ms de reconstruction pour 10 minutes d'acquisition).

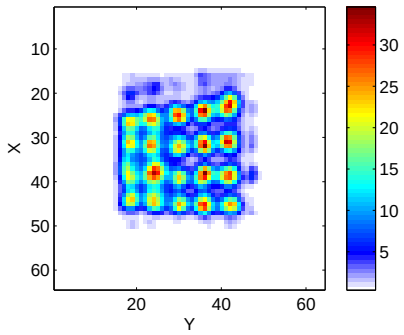


FIGURE 4.27 – Reconstruction finale obtenue en imagerie planaire avec l'algorithme OTF-EM avec sa forme de mise à jour exponentielle pour un fantôme réel placé à 100 mm de la source.

La reconstruction permet bien de distinguer les sphères éloignées entre elles de 6 mm et plus. Les sphères espacées de 5 mm ne sont pas tout à fait séparables. La résolution inférieure à 6 mm attendue est donc bien observée.

4.5 Conclusion

Ce chapitre permet de valider à partir de données simulées et expérimentales la qualité du modèle du collimateur, ainsi que de l'algorithme proposé dans le cadre de l'imagerie planaire. Tant en simulation qu'expérimentalement, le modèle permet de déduire le lieu des sources des mesures obtenues à travers le collimateur. La méthode analytique adoptée pour la détermination

des lieux d'interactions permet de se passer de la représentation algébrique du modèle, qui rendrait complexe l'extrapolation de l'algorithme en tomographie. Cela permet une économie de mémoire et de temps d'accès.

De plus, cette modélisation rend possible la rétro-projection Monte Carlo, qui consiste à définir les volumes de réponse comme une liste de points plutôt que comme un histogramme. Ce projecteur présente trois avantages : la précision permise par le modèle exact, l'absence du problème des voxels partiellement inclus, et la normalisation intégrée à la rétro-projection. Le nombre de tirages par mesure permettant de déterminer le volume de réponse est ajustable, sans aller vers une statistique trop faible. Cela permet d'optimiser le temps de calcul nécessaire à chaque rétro-projection. De plus, l'indépendance des éléments de la liste représentant le volume de réponse rend l'algorithme plus facilement parallélisable, puisque les points rétroprojetés ne sont pas liés entre eux.

L'algorithme par mises à jour partielles a été validé pour l'imagerie planaire. Ces premiers résultats ont mis en avant l'importance du choix de la taille des groupes. Les études en tomographie permettront d'analyser davantage l'influence de ce paramètre lors du chapitre suivant.

Enfin, cette étude abouti à une validation expérimentale, permettant de montrer la faisabilité de l'implémentation de l'algorithme proposé en temps réel dans le cas de l'imagerie planaire. La modélisation du collimateur utilisée lors des rétro-projections est ainsi validée. Enfin, les résultats obtenus en simulation sont visuellement très proches de ceux obtenus en simulation, ce qui rend le simulateur plus crédible.

Chapitre 5

Application à la tomographie : modèle géométrique pour un système multi-tête

Le modèle du collimateur ayant été établit et validé dans le cas de l'imagerie planaire, nous proposons dans ce chapitre de décrire le modèle géométrique afin d'utiliser l'algorithme en tomographie. Le système d'acquisition étudié est celui présenté au deuxième chapitre, avec dix têtes de détection. Ces détecteurs disposés tout autour de l'objet permettent d'obtenir des projections de l'objet sur de nombreux plans. Une estimation en trois dimensions de l'objet est alors déduite à partir de la position de la tête de détection au temps de détection, et du lieu d'interaction dans le détecteur. La géométrie étant amenée à varier entre les différentes passes d'adaptation, sa modélisation doit rester simple et adaptable.

Dans un premier temps, ce chapitre permettra de formaliser la modélisation de la géométrie du système. Ensuite, les résultats obtenus en simulation avec les différents algorithmes étudiés sur le système de tomographie cardiaque flexible seront présentés. Ces simulations compléteront ainsi les premiers résultats issus de l'étude planaire, et les différentes méthodes de reconstruction pourront être comparées en termes de compromis entre leur qualité et leur temps d'exécution. Des simulations plus réalistes seront ensuite menées, en plongeant le fantôme simulé dans l'eau afin de tenir compte de l'atténuation et de la diffusion dans le fantôme, ou en ajoutant une l'activité de fond afin d'évaluer l'impact de la diffusion des radiotraceurs hors des organes cible. Enfin, la détectabilité d'un défaut dans le myocarde sera évaluée, afin de s'assurer que l'algorithme proposé permet de rendre compte d'éventuelles lésions.

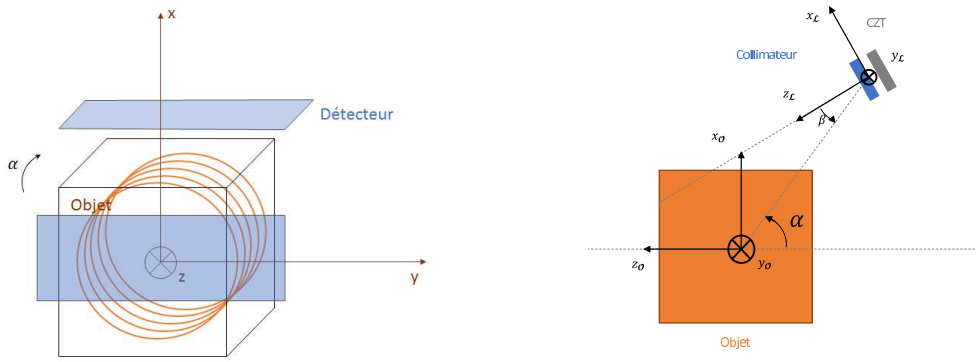
5.1 Modélisation de la géométrie du système

Pour les mêmes raisons que celles invoquées lors de la modélisation du collimateur, nous abandonnons la modélisation algébrique de la géométrie du système. En effet, le nombre de paramètres rendrait la représentation matricielle du modèle difficile à stocker, le temps d'accès aux éléments deviendrait important, et surtout il faudrait recalculer les coefficients entre chaque reconfiguration. De plus, la représentation de l'espace local propre à chaque tête $\mathscr{L}$ sous la forme d'une liste d'événements rend plus immédiat le passage vers l'espace global $\mathscr{O}$, dans la mesure où le changement de repère d'un événement caractérisé par ses coordonnées est moins complexe que celui d'un histogramme peuplé de voxels cubiques. Cette section propose donc un modèle analytique de la géométrie du système.

5.1.1 Opérateur de projection

Transformation géométrique

L'opérateur de projection proposé ici permet de modéliser la géométrie des têtes de détection à un temps donné. Les dix têtes de détection sont situées autour du patient suivant un arc de 120 degrés. Chaque tête peut s'orienter indépendamment des autres. Chaque tête de détection est munie d'un repère local $(O_{\mathscr{L}}, x_{\mathscr{L}}, y_{\mathscr{L}}, z_{\mathscr{L}})$, centré sur le centre de rotation de la tête (dans notre cas, à la surface inférieure du collimateur) comme représenté en figure 5.1. Le passage d'un espace à un autre correspond en fait à un changement de repère. Cet opérateur transcrit les événements de l'espace local $\mathscr{L}$ propre à chaque tête vers l'espace global de l'objet.



(a) (b)

FIGURE 5.1 – Position en 3D (a) et transformation géométrique appliquée aux têtes (b).

La projection d'un élément de $\mathscr{O}$ vers l'un des espaces locaux $\mathscr{L}$ se fait suivant le processus suivant : l'élément subit dans un premier temps la rotation $(-\alpha)$ centrée sur l'objet, puis la translation pour centrer l'espace sur la tête de détection, puis la rotation $(-\beta)$ propre à la tête de détection. Les signes $-$ sont le reflet du fait qu'au lieu de considérer la rotation du système par rapport à l'objet, il est plus aisé de travailler sur la rotation de l'objet par rapport au système.

La rétro-projection de l'ensemble des mesures $\mathscr{M}$ est donnée dans chaque espace local $\mathscr{L}$ propre à chaque tête sous la forme d'une liste de tirages, obtenus avec la rétro-projection Monte Carlo utilisée dans le chapitre précédent. La transformation permettant de définir dans $\mathscr{O}$ un événement défini dans $\mathscr{L}$ se fait suivant le processus inverse : on effectue d'abord la rotation propre à la tête de détection (β), puis la translation séparant les deux centres de rotation, et enfin la rotation correspondant à la position de la tête de détection (α).

La détermination de l'opérateur dépend du mode de représentation des espaces de départ et d'arrivée. En effet, il est moins aisé d'effectuer une rotation sur un histogramme que sur un ensemble de points définis par leurs coordonnées précises. De plus, nous avions déjà commencé au chapitre précédent à opter pour un espace $\mathscr{L}$ exprimé sous la forme d'une liste plutôt qu'histogrammé. L'histogramme permettant de représenter l'estimation n'est déterminé qu'à la fin du processus. Le processus de rétro-projection est décrit en figure 5.2 à travers le mode de représentation des différents espaces de données.

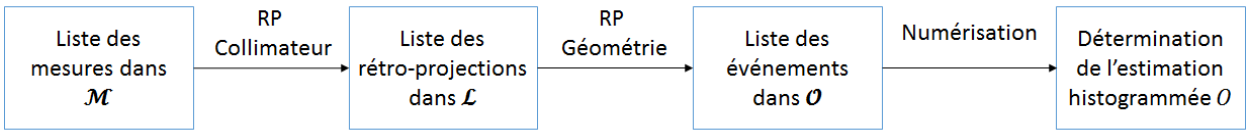


FIGURE 5.2 – Représentation des différents espaces de données.

Détermination à la volée du modèle

Dans un premier temps, le modèle de projection consiste à exprimer les coordonnées d'un événement depuis le repère global $\mathscr{O}$ vers le repère local $\mathscr{L}$. À l'inverse, le modèle de rétro-projection permet d'exprimer les coordonnées depuis le repère local $\mathscr{L}$ vers le repère global $\mathscr{O}$. Comme pour le modèle du collimateur, le projecteur est calculé à la volée.

En projection, les événements de l'ensemble de coordonnées (x_o, y_o, z_o) subissent d'abord la rotation de l'objet :

$$\begin{cases} x &= x_o \cos\alpha - z_o \sin\alpha \\ y &= y_o \\ z &= z_o \cos\alpha + x_o \sin\alpha \end{cases}$$

puis la translation de norme d de l'objet au détecteur :

$$z' = z + d \tag{5.1}$$

puis enfin la rotation propre à la tête de détection :

$$\begin{cases} x_l &= x \cos\beta + z' \sin\beta \\ y_l &= y \\ z_l &= z' \cos\beta - x \sin\beta \end{cases}$$

La matrice de transformation géométrique correspondant est :

$$\mathbf{G} = \begin{vmatrix} cos(\alpha-\beta) & 0 & -sin(\alpha-\beta) & dsin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ sin(\alpha-\beta) & 0 & cos(\alpha-\beta) & dcos(\beta) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \tag{5.2}$$

En rétro-projection, c'est la transformation inverse qui est appliquée. Les événements de l'ensemble $\mathscr{L}$ de coordonnées (x_l, y_l, z_l) subissent d'abord la rotation propre au détecteur :

$$\begin{cases} x &= x_l \cos\beta - z_l \sin\beta \\ y &= y_l \\ z &= z_l \cos\beta + x_l \sin\beta \end{cases}$$

puis la translation du détecteur vers l'objet :

$$z' = z - d \tag{5.3}$$

puis enfin la rotation de l'objet par rapport à la tête de détection :

$$\begin{cases} x_o &= x \cos\alpha + z' \sin\alpha \\ y_o &= y \\ z_o &= z' \cos\alpha - x \sin\alpha \end{cases}$$

La matrice de transformation géométrique correspondant est :

$$\mathbf{G}^{-1} = \begin{vmatrix} cos(\alpha-\beta) & 0 & sin(\alpha-\beta) & -dsin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ -sin(\alpha-\beta) & 0 & cos(\alpha-\beta) & -dcos(\beta) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} \tag{5.4}$$

Bien que cette méthode nécessite l'utilisation des fonctions trigonométriques pré-calculables ainsi que la manipulation de grandeurs flottantes, elle permet de modéliser la géométrie du système de manière précise sans trop de complexité.

5.1.2 Calcul des termes de normalisation

L'hétérogénéité de la visibilité des voxels de l'objet doit être corrigée par une étape de normalisation. Cette étape est d'autant plus cruciale lorsque l'on cherche à adapter le champ de vue à l'objet émissif. La normalisation est faite à partir de la carte de visibilité de l'objet, recalculée pour chaque nouvelle configuration géométrique. Cette carte est illustrée en figure 5.3 pour une configuration très centrée sur le centre de l'objet, et pour une configuration plus étendue sur l'ensemble de l'objet. Elle correspond pour chaque voxel o au nombre de couples têtes α /orientation β permettant la détection de o.

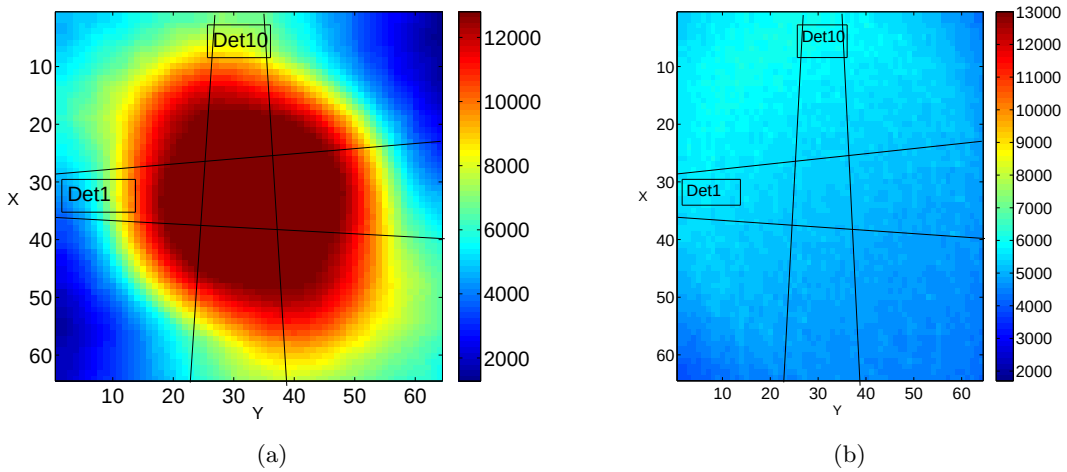


FIGURE 5.3 – Cartes de normalisation pour une configuration focalisée sur le centre de l'objet (a) et pour une configuration à couverture plus large (b).

En plus de la transformation géométrique, il faut donc tenir compte de la probabilité $p(\alpha, \beta|o)$ qu'a une tête positionnée à l'angle α orientée d'un angle β de détecter un événement o de l'objet $\mathscr{O}$. La probabilité pour qu'un événement soit détecté par une tête dépend de l'incidence maximale du rayon permise par le collimateur, imposée par les tailles inférieure et supérieure du collimateur, comme illustré en figure 5.4a, et de la section $X_{eff}Y_{eff}$ du détecteur comprise dans cette ouverture angulaire illustrée en figure 5.4b.

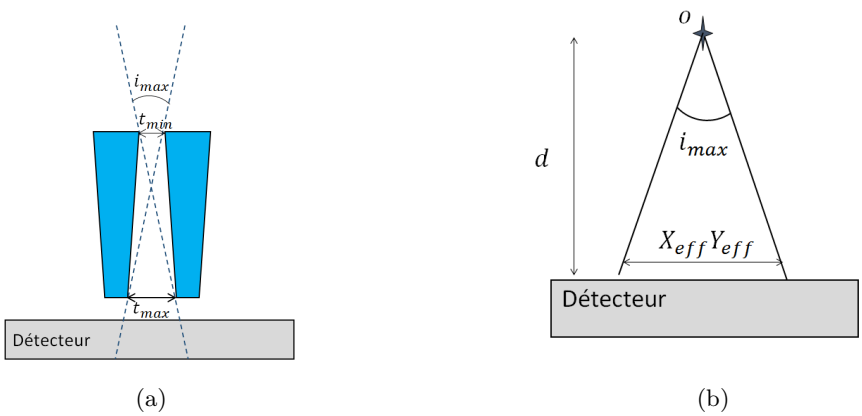


FIGURE 5.4 – Incidence maximale sur le détecteur et section efficace.

L'incidence maximale i_{max} du rayon permettant sa détection est déterminée à partir des

paramètres du collimateur :

$$i_{max} = \frac{t_{min} + t_{max}}{h},$$

où t_{min} et t_{max} sont les tailles minimale et maximale des trous du collimateur, et h sa hauteur. La probabilité que o soit visible par la tête de détection α orientée d'un angle β dépend de l'intersection $[X_{eff}Y_{eff}](o, \alpha, \beta)$ du cône défini par i_{max} avec le détecteur. Elle dépend également du temps $t(\alpha, \beta)$ passé par la tête α à l'orientation β. Ainsi,

$$p(\alpha, \beta|o) = t(\alpha, \beta) \times [X_{eff}Y_{eff}](o, \alpha, \beta).$$

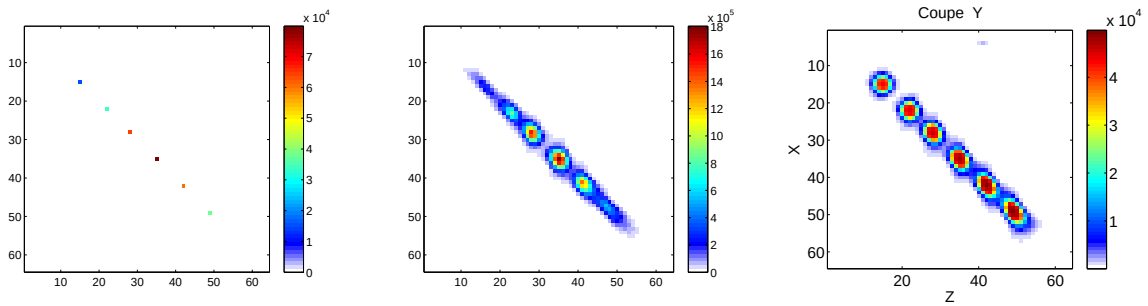
La probabilité ainsi obtenue permet de déterminer les facteurs de normalisation pour chaque voxel :

$$\forall o \in \mathscr{O}, N^{(n)}(o) = \sum_{\alpha} \sum_{\beta} t(\alpha, \beta) \times [X_{eff}Y_{eff}](o, \alpha, \beta).$$

La probabilité de détection d'un événement par une tête de détection doit également être appliquée aux termes de projection et de rétro-projection. Ainsi, la formule de mise à jour complète de l'algorithme proposé est la suivante :

$$O_o^{(n+1)} = O_o^{(n)} + \frac{1}{\sum_\alpha \sum_\beta p(\alpha, \beta|o)} \times \sum_k \sum_{l \in \mathscr{L}_{m_k}} \frac{p(\alpha, \beta|o)}{p(\alpha, \beta|o) O_o^{(n)}}.$$

Afin de valider la démarche de normalisation proposée, un objet contenant 7 points d'intensités égales placés sur la diagonale du volume d'intérêt a été imagé en simulation par une configuration focalisée sur le centre de la région d'intérêt. La visibilité du système est hétérogène : elle est meilleure pour les points situés au centre de la région d'intérêt que pour ceux proches des bords. La figure 5.5a montre l'activité détectée sur les 7 points. La reconstruction obtenue sans normalisation est illustrée en figure 5.5b, et celle avec normalisation en figure 5.5c.



(a) (b) (c)

FIGURE 5.5 – Activité détectée dans l'objet (a), sa reconstruction sans normalisation (b) et sa reconstruction avec normalisation (c).

L'estimation obtenue avec normalisation accrédite tous les points de la même activité, alors que l'estimation obtenue sans normalisation surestime l'activité des points au centre de la région d'intérêt par rapport aux autres. La normalisation permet de répartir l'activité dans l'estimation de manière à ce que chaque voxel soit autant représenté que les autres, malgré l'hétérogénéité de la visibilité.

5.2 Intégration du modèle géométrique à l'algorithme OTF-MLEM

Le fantôme utilisé en imagerie planaire a été repris pour l'étude en tomographie. Ses projections suivant les axes X, Y et Z sont illustrées en figure 5.6. Les diamètres des sphères sont, dans

l'ordre croissant : 2 mm, 4 mm, 6 mm, 7.5 mm, 9 mm et 10 mm. L'objet dans sa globalité mesure 14 cm de côté. L'échelle de la représentation du fantôme comme de celles des reconstructions est de 2.2 mm par voxel.

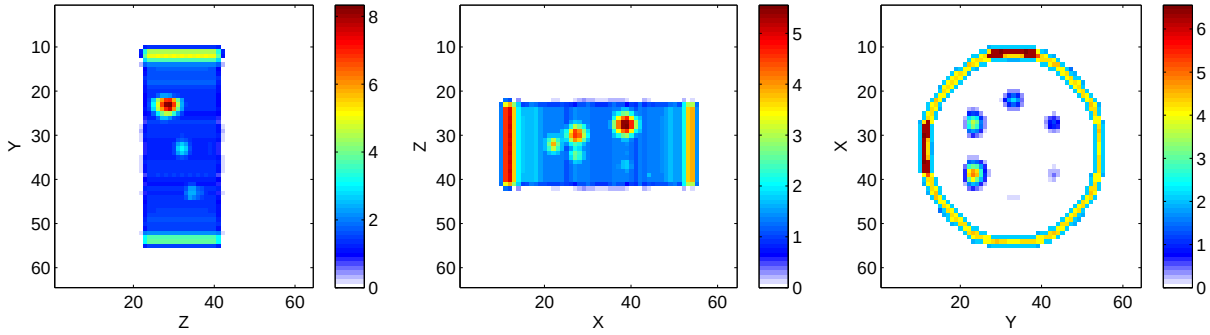
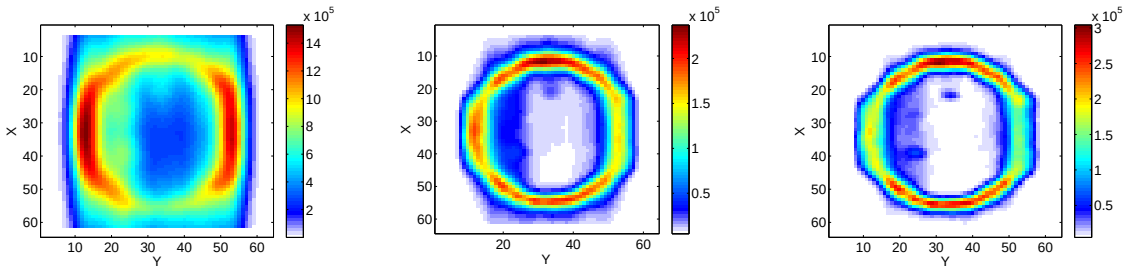


FIGURE 5.6 – 3 vues du fantôme.

Dans un premier temps, le fantôme est simulé dans le vide sans ajouter de fond d'activité, afin de valider le modèle géométrique, et la précision de l'algorithme. La géométrie regroupe les positions des dix têtes de détection autour du patient, ainsi que le balayage de chacune de ces têtes avec une amplitude de 45 degrés, et un échantillonnage régulier.

L'intégration du modèle géométrique à la méthode de reconstruction permet dans un premier temps d'obtenir une estimation à partir de 150000 événements par la méthode MLEM en mode liste avec 1, 5 et 10 itérations. Les projections des estimations alors obtenues sont illustrées en figure 5.7.



(a) (b) (c)

FIGURE 5.7 – Évolution du résultat de la LMMLEM avec les itérations : projections obtenues pour 1 (a), 5 (b) et 10 (c) itérations.

Après plusieurs itérations, l'algorithme parvient à discerner les trois sphères les plus grandes. Les trois autres sont trop petites pour être détectées. La distance entre l'objet et les détecteurs est plus grande de 8 cm que celle qui avait été utilisée pour les simulations en planaire. Il est donc normal que la résolution spatiale soit moins bonne. C'est pourquoi nous ne distinguons pas ici les trois sphères les plus petites, alors qu'on en distinguait deux de plus en planaire.

Comme dans le chapitre précédent, l'écart entre la reconstruction et le fantôme est quantifié par l'erreur quadratique moyenne. La figure 5.8 en donne l'évolution avec le nombre d'itérations. Dans ce cas, 8 itérations suffisent à atteindre la valeur vers laquelle converge la courbe, à 10 % près.

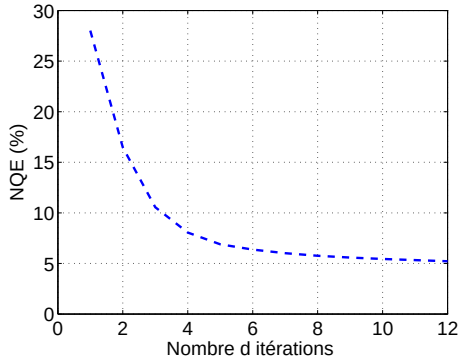


FIGURE 5.8 – Évolution de l'erreur quadratique avec le nombre d'itérations en MLEM mode liste avec normalisation par rapport à la géométrie.

5.3 Mise en place de l'algorithme de reconstruction

Rétro-projection par tirage aléatoire

On utilise maintenant la rétro-projection par tirages aléatoires à travers le collimateur dans le cas de la tomographie. La reconstruction se fait toujours suivant la méthode MLEM mode liste, sur 8 itérations, sur la même liste de 150000 événements. La qualité du résultat est dépendante du nombre de tirages aléatoires effectués pour chaque mesure. Cette dépendance est plus importante en tomographie qu'en imagerie planaire, dans la mesure où moins de points sont nécessaires à la détermination d'une surface que d'un volume. Afin de visualiser l'impact du nombre de tirages par mesure, les projections des estimations obtenues pour 50, 100, 300 et 500 tirages par rétro-projection sont données en figure 5.9.

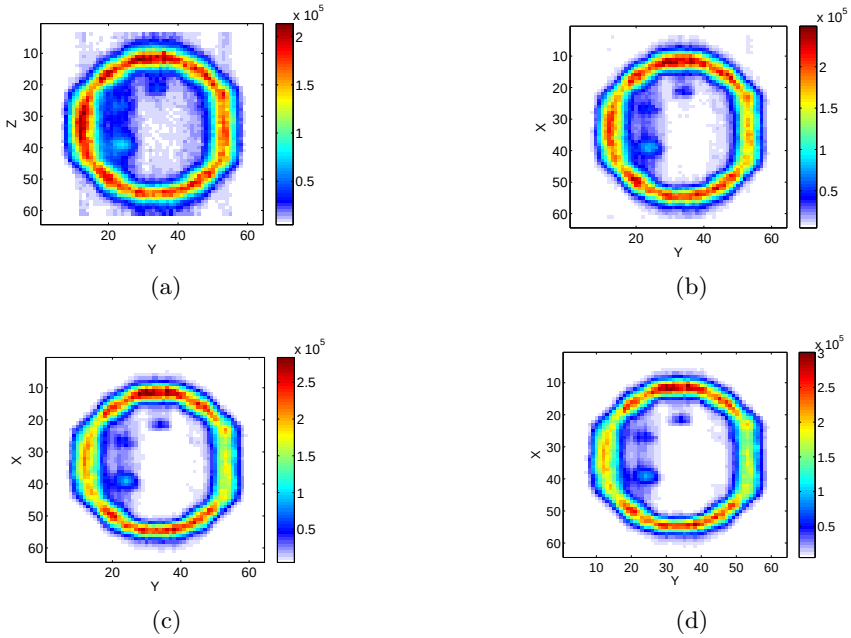


FIGURE 5.9 – Reconstructions obtenues avec 50 (a), 100 (b), 300 (c) et 500 (d) tirages par rétro-projection.

Visuellement, le nombre de tirages n'affecte pas la résolution spatiale du système puisque l'on distingue toujours les mêmes sphères. Cependant, l'image obtenue pour un faible nombre

de tirages est trop granuleuse pour être correcte. Au delà d'un certain seuil, le nombre de tirages n'a plus d'influence sur le résultat. La reconstruction obtenue avec 500 tirages par mesure (d) est en effet identique à celle obtenue pour 300 tirages (c). À titre de comparaison, on rappelle que le cône de réponse en rétro-projection systématique peut contenir jusqu'à 900 voxels.

Afin de quantifier l'écart entre l'estimation et la distribution d'activité simulée, la figure 5.10 donne l'évolution de l'erreur quadratique moyenne avec le nombre de tirages moyen par rétro-projection, ainsi que la variance de cette erreur.

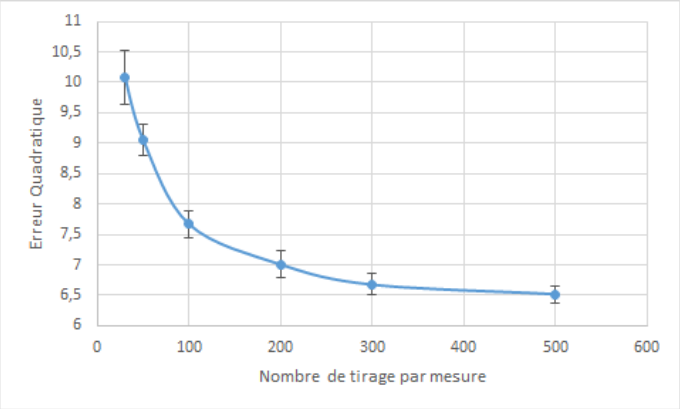


FIGURE 5.10 – Moyenne et variance de l'erreur selon le nombre de tirages avec un fantôme de myocarde.

La variance ainsi que l'erreur moyenne se réduisent au fur et à mesure que le nombre de tirages augmente. Le nombre de tirages nécessaires pour obtenir une estimation fiable est supérieur à celui en imagerie planaire, puisque la profondeur dans l'objet ajoute une dimension d'incertitude. Le temps de calcul augmente proportionnellement au nombre de rétro-projections. C'est pourquoi on cherche à minimiser le nombre de rétro-projections. On considère ici qu'un résultat fiable est obtenu à partir de 300 tirages.

Le nombre de tirages à effectuer est un paramètre qui dépend de la collimation utilisée. Ainsi, on peut prévoir en avance la statistique nécessaire pour une géométrie de collimateur donnée. Pour ne pas perdre de détails, l'échantillonnage formalisé par les points tirés dans le cône de réponse doit permettre de représenter chaque volume de la dimension de la résolution spatiale permise par le collimateur. On peut estimer la résolution RS_{min} atteignable avec un certain collimateur. La résolution spatiale minimale atteignable avec un collimateur donnée est obtenue à la surface de la région d'intérêt face au collimateur :

$$RS_{min} = t_{max} \times \frac{d_{min} + f + h}{f + h},$$

où d_{min} est la distance surface à surface entre le collimateur et la région d'intérêt.

On considère alors qu'il faut en moyenne deux sous-événements par voxel de RS_{min} de côté par cône de réponse pour pouvoir échantillonner suffisamment le volume de réponse du collimateur. De plus, on peut déterminer en amont le volume maximal VOR_{max} des cônes de réponse possibles pour un collimateur donné, soit de manière analytique en considérant que le point de mesure au centre du trou du collimateur est celui qui a le volume de réponse le plus grand, soit, en cas de fort multiplexage, en déterminant numériquement la taille des volumes de réponse de chaque point de mesure accessible depuis un trou, et en sélectionnant le maximum. Ainsi, le nombre maximal de tirages à effectuer pour un pixel détecteur est donné par l'équation suivante :

$$N_{max} = \frac{VOR_{max}}{RS_{min}^3}.$$

En effet, si l'on applique ce critère à la configuration étudiée, le volume maximal d'un cône de réponse est de $9 \times 10^3\ mm^3$. La résolution minimale atteignable et de 4 mm. Ainsi, le nombre de tirages à effectuer est aux alentours de 280 sous événements par mesure.

Mises à jour partielles

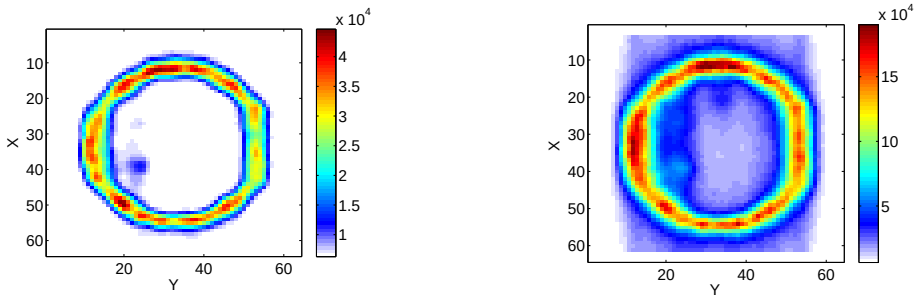
Dans l'état de l'art, deux méthodes de mise à jour à partir de groupes d'événements ont été évoquées. L'une correspond à l'algorithme OSEM [42]. Les estimations intermédiaires sont calculées suivant une forme de mise à jour multiplicative :

$$O_o^{(g,n+1)} = \frac{O_o^{(g,n)}}{\sum_{m \in G_n} \mathbf{R}_{m,o}} \sum_{m \in G_m} \mathbf{R_{m,o}} \frac{M_m}{\sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}^{(k,n)}}.$$

Une autre méthode a ensuite été proposée (RBI-EM [21]), avec une forme additive de mise à jour :

$$O_o^{(g,n+1)} = O_o^{(g,n)} + \frac{O_o^{(g,n)}}{\sum_{m \in G_n} \mathbf{R}_{m,o}} \left(\sum_{m \in G_m} \mathbf{R_{m,o}} \frac{M_m}{\sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}^{(k,n)}} - 1 \right).$$

Ces deux méthodes permettent d'obtenir des résultats conformes à l'objet imagé, mais de fortes différences peuvent exister entre leurs reconstructions selon les paramètres de régularisation choisis. Des estimations obtenues à partir de l'une et l'autre sont présentées en figure 5.11, à partir de la même liste d'événements.



(a) (b)

FIGURE 5.11 – Méthodes de reconstruction par mise à jour partielle, dans sa version multiplicative (OSEM) (a) et additive (RBI-EM) (b).

Il apparait alors que la méthode multiplicative est plus nette sur les objets de taille importante. Un bruit de fond est visible sur l'estimation (b), que l'on ne retrouve pas sur l'estimation (a). Cependant la méthode multiplicative échoue à rendre compte des détails, normalement visibles compte tenu de la résolution du collimateur. En effet seule la plus grosse sphère est visible, alors que deux autres devraient également pouvoir être détectées. Ces deux sphères sont effectivement visibles lorsque l'on utilise la méthode additive.

De plus, la version multiplicative est beaucoup plus sensible à la taille des groupes. En effet, des reconstructions faites sur de plus petits groupes peuvent converger vers un résultat non conforme, comme c'est le cas en figure 5.12, pourtant soumise à des filtrages et seuils pour éviter ces divergences. Les groupes ne sont pourtant pas extraordinairement petits (tous les 2000 événements).

Afin de mettre en évidence cette instabilité de la méthode multiplicative, la figure 5.13 donne l'évolution de l'erreur quadratique des reconstructions intermédiaires au fur et à mesure des mises à jour partielles pour des tailles de groupes variables, avec la méthode additive (a) et la méthode multiplicative (b). Sur ces graphes, chaque point correspond à une estimation intermédiaire.

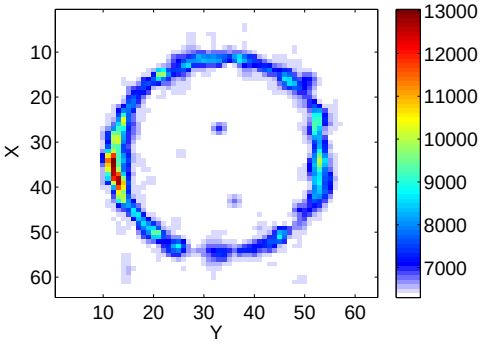
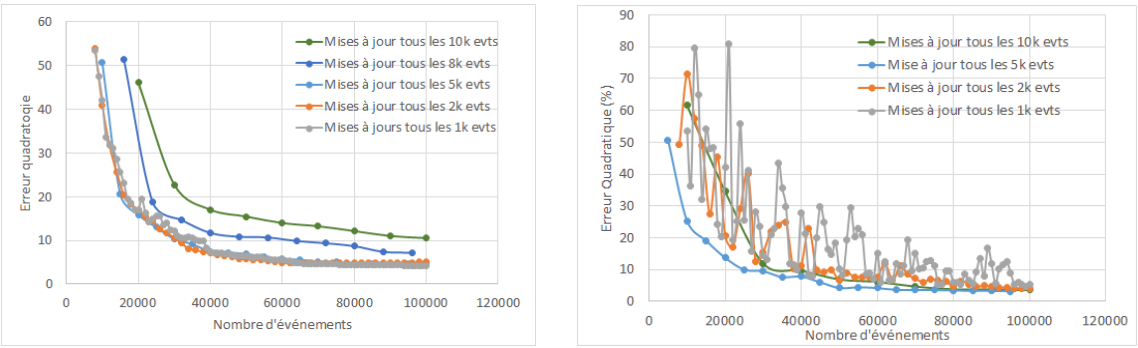


FIGURE 5.12 – Reconstruction non fidèle à l'objet obtenue en utilisant des mises à jour multiplicatives tous les 2000 événements.



(a) (b)

FIGURE 5.13 – Évolution de l'erreur quadratique au fil des mises à jour avec la forme additive (a) et avec la forme multiplicative (b).

Le graphe (a) correspondant à la méthode additive présente des variations globalement uniformes. Dans tous les cas, la qualité de la reconstruction s'améliore continuellement avec le nombre de mesures utilisées. Le fait de séparer les événements en de nombreux petits groupes n'entrave nullement la reconstruction. En revanche, les groupes constitués de nombreuses mesures tardent à converger vers une reconstruction satisfaisante, ce qui impose l'exécution d'un nombre conséquent d'itérations. La taille des groupes est donc relativement facile à ajuster en fonction d'une approximation du nombre total de mesures dont on dispose.

Le graphe (b) présentant les résultats obtenus avec la méthode multiplicative est plus chaotique : les mises à jour obtenues à partir de faibles statistiques oscillent terriblement, indiquant une variance forte. Pourtant, afin de minimiser les oscillations, un seuil ainsi qu'un filtre gaussien ont été imposés sur les mises à jour intermédiaires. L'emploi de cette méthode nécessite donc de fixer une taille minimale de groupe avant d'effectuer une mise à jour. Cependant, la taille de groupe nécessaire dépend de la forme de l'objet à imager. Un simple point pourra en effet être reconstruit à partir de groupes peu peuplés, alors qu'un objet plus étendu nécessitera des statistiques plus importantes. La prévision du nombre de la statistique minimale pour un objet non connu *a priori* constitue un obstacle supplémentaire à l'emploi de cette méthode. Mais quand bien même il serait possible de prévoir la taille de groupe minimale à adopter, il est à craindre que cette taille soit trop importante pour effectuer un nombre de mises à jour suffisant à la convergence de l'algorithme, et ce d'autant plus que l'on travaille à faible flux. Il faudrait alors réitérer sur des événements déjà utilisés, et donc gardés en mémoire. L'algorithme perdrait de son intérêt.

Ainsi, en raison de la susceptibilité de la version multiplicative de l'algorithme, et de sa propension à passer à côté des détails, nous adoptons la méthode par mises à jour additives. Comme cela a été fait en planaire dans le chapitre précédent, on étudie l'impact sur le résultat final du nombre de mesures utilisées pour chaque mise à jour. Pour cela, plusieurs reconstructions ont été calculées à partir de la même liste de 150000 mesures, en répartissant les événements par paquets plus ou moins peuplés. Une seule passe est réalisée sur l'ensemble des mesures. En conséquence, plus les groupes contiennent une statistique importante, moins il y a de mises à jour. La figure 5.14 présente les vues en projection des estimations obtenues avec des groupes de 500, 1000, 2000 et 5000 événements.

Régularisation

Comme l'illustre la figure 5.14, la reconstruction par mises à jour partielles peut souffrir d'une forte granularité lorsque le nombre d'événements par groupe est faible. Afin d'y remédier, deux régularisations sont utilisées.

La première consiste à imposer un seuil haut et un seuil bas à l'estimation entre plusieurs mises à jour. Le seuil bas permet de maintenir une probabilité d'occurrence sur tous les voxels, même ceux qui sont faiblement représentés, en raison d'une réelle absence d'activité dans l'objet ou en raison d'une statistique d'un groupe insuffisante à la décrire. A l'inverse, le seuil haut permet d'empêcher des voxels souvent incrémentés d'atteindre une valeur trop haute pour rendre difficile la détection de leurs voisins. L'impact du seuil est confirmé en comparant les erreurs quadratiques entre le fantôme et les estimations pour des reconstructions avec régularisation, et sans régularisation. La figure 5.15 montre l'évolution de l'erreur quadratique moyenne entre l'estimation et l'objet avec la taille des groupes, avec et sans seuil sur les mises à jour intermédiaires.

Visuellement, l'estimation obtenue est beaucoup plus proche de celle issue de groupes plus peuplés. A titre d'illustration, la figure 5.16 montre les vues en projection de deux estimations obtenues à partir de mises à jour partielles par paquets de 300 événements. Celle présentée en (a) n'est pas seuillée, celle en (b) l'est.

Le bruit de fond observé sur l'estimation obtenue avec un seuil n'est pas dû à un nombre insuffisant d'itérations comme c'est le cas lorsque trop peu de mises à jour sont faites, mais

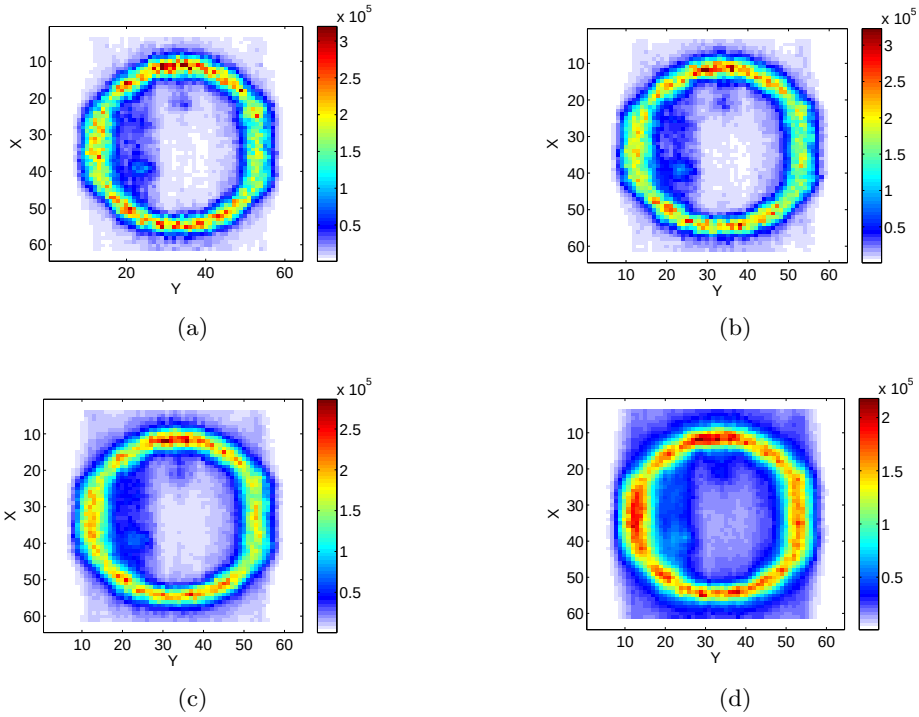


FIGURE 5.14 – Reconstructions obtenues pour différentes fréquences de mises à jour partielles : tous les 500 (a), tous les 1000 (b), tous les 2000 (c) et tous les 5000 événements (d).

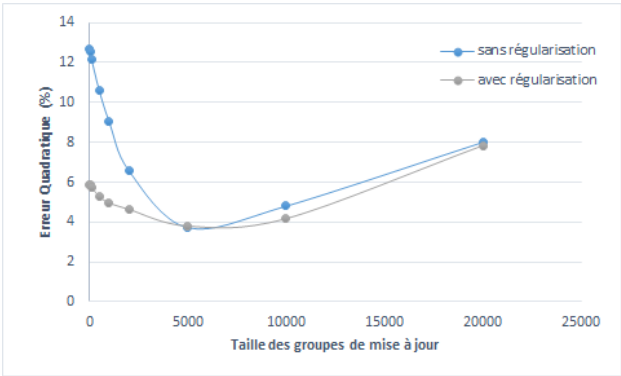


FIGURE 5.15 – Importance du seuil pour les mises à jour fréquentes calculées à partir du fantôme à 6 sphères.

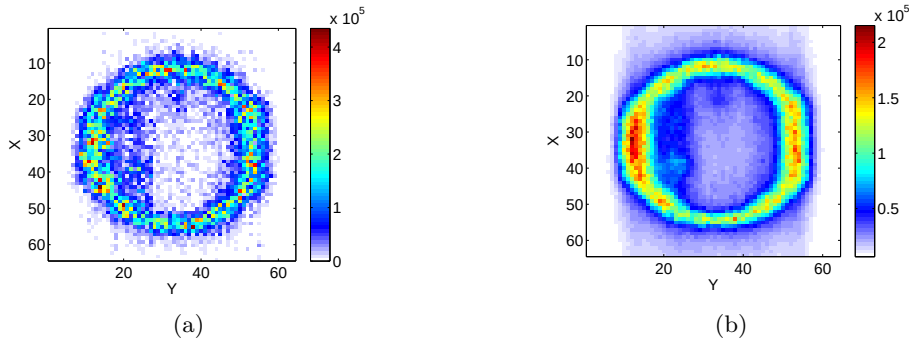
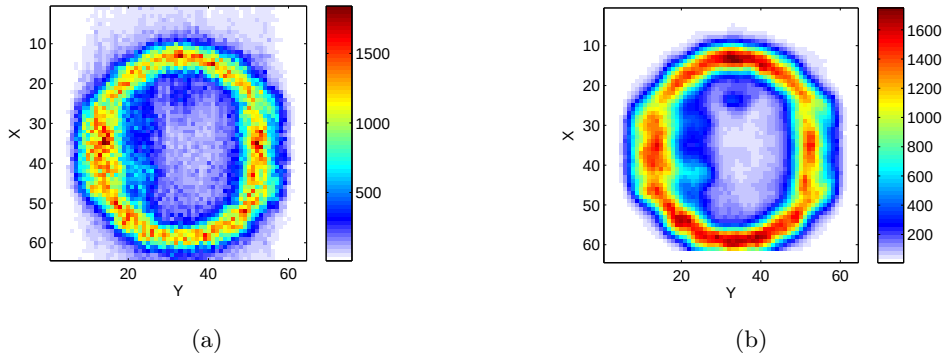


FIGURE 5.16 – Reconstructions obtenues sans (a) et avec (b) seuil, pour 100000 événements répartis en groupes de 300 événements.

simplement au seuillage bas des estimations intermédiaires.

La granularité des images peut également être corrigée en intégrant un filtrage dans le processus de reconstruction. Un noyau gaussien est utilisé. La figure 5.17 donne la projection des reconstructions obtenues en faisant une mise à jour tous les 500 événements sur 100000 événements au total.



(a) (b)

FIGURE 5.17 – Reconstructions obtenues sans filtrages intermédiaires (a) et avec filtrages intermédiaires (b), pour une mise à jour tous les 500 événements sur 100000 événements.

Afin de ne pas dégrader l'image, il faut s'assurer que le produit du nombre de filtrages effectués par l'écart type du noyau gaussien n'est pas supérieur à la résolution spatiale. En effet, l'image filtrée servant à la prochaine mise à jour, l'étalement provoqué par chaque étape de filtrage se retrouve augmentée par la prochaine. Ainsi, la figure 5.18 montre l'image que l'on obtiendrait une fois toutes les mises à jour partielles exécutées si on effectuait un filtrage gaussien d'écart type égal au quart de la résolution spatiale moyenne sur l'estimation à chaque mise à jour. La reconstruction illustrée en projection ici est également obtenue en faisant une mise à jour et un filtrage tous les 500 événements.

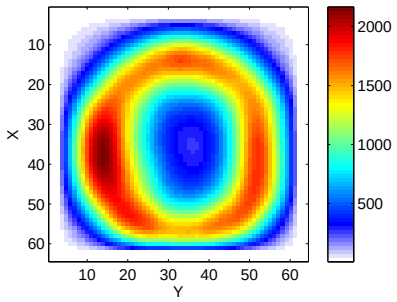


FIGURE 5.18 – Projection de la reconstruction obtenue avec un filtrage gaussien mal dimensionné effectué sur chaque mise à jour.

La résolution spatiale est dégradée à tel point que l'on ne distingue plus les sphères au centre du cercle, alors que l'écart type du filtre n'est égal qu'au quart de la résolution spatiale moyenne atteignable sur l'objet. Lorsque le filtrage est directement appliqué à l'estimation, et non pas seulement à la contribution permettant la prochaine mise à jour, l'écart type doit donc être fixé en fonction du nombre d'événements utilisés dans chaque mise à jour.

Enfin, afin de s'assurer que chaque mise à jour soit orientée dans une direction constructive, il est utile de s'assurer que chaque mise à jour est faite sur un nombre suffisant de mesures [83]. Ainsi, une mise à jour n'est faite que si un nombre suffisant de mesures a été acquis. En pratique,

le nombre de mesures nécessaire à une mise à jour constructive dépend de l'objet imagé, et notamment de sa densité.

Influence de la taille des groupes sur la qualité de la reconstruction

Ces illustrations nous mènent aux mêmes conclusions que celles déduites en planaire : lorsque les groupes ne contiennent pas suffisamment d'événements, le résultat est granuleux et variable. Au contraire, les estimations obtenues à partir de groupes trop grands n'ont pas bénéficié de suffisamment d'itérations pour converger vers un résultat proche du fantôme simulé, et l'estimation est floutée.

La figure 5.13 donnant l'évolution de la qualité de l'image au fur-et-à-mesure des itérations pour différentes tailles de groupe en utilisant la méthode additive de reconstruction pousse à choisir un nombre faible d'événements par mise à jour, puisque cela ne semble pas dégrader la qualité tant que l'on impose une régularisation sur l'estimation. En réalité, la qualité des estimations intermédiaires commence à se dégrader significativement pour des statistiques très faibles (à partir de 500 événements par mise à jour, dans notre cas d'étude).

Influence de la taille des groupes sur le temps de calcul

Un certain nombre de mises à jour est nécessaire avant d'obtenir une reconstruction intermédiaire utilisable pour l'adaptation. Ainsi, entre chaque adaptation du système, plusieurs mises à jour doivent être calculées. Cependant, faire des mises à jour trop fréquentes est coûteux en temps de calcul. La figure 5.19 montre l'évolution du temps global de calcul pour 100000 événements avec la taille des groupes. Pour des groupes de taille importante, le temps de calcul est quasiment constant. Le temps de mise à jour est négligeable devant le temps passé à rétro-projeter les événements. Mais quand on réduit la taille des groupes, le temps passé à faire des mises à jour devient prépondérant par rapport au temps de calcul des rétro-projections.

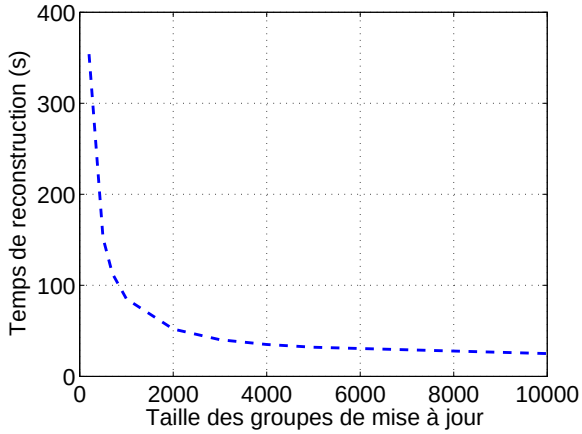


FIGURE 5.19 – Évolution du temps de calcul de la reconstruction finale avec la taille des groupes de mise à jour.

On rappelle que la complexité du calcul de la reconstruction finale peut s'exprimer par :

$$c = N_g \times (2 \times N_{evts/g} \times card(\mathscr{L}_m) + card(\mathscr{O})).$$

Ainsi, la complexité reste à peu près constante tant que la condition suivante est respectée :

$$\frac{card(\mathscr{O})}{2 \times card(\mathscr{L}_m)} << N_{evts/g}.$$

Dans notre cas, la taille de groupe minimale pour éviter une explosion du temps de calcul est donc de 450 événements. Tant que l'on reste au delà de ce seuil, le temps de calcul reste majoritairement dépendant du nombre de rétro-projections.

Contraintes cliniques

Pour une scintigraphie cardiaque, l'activité injectée est classiquement de l'ordre de 500 MBq [56]. la sensibilité globale maximale du système est de 3×10^{-4} (sensibilité par détecteur de 3×10^{-5}). On peut donc s'attendre à acquérir environ 50000 événements par seconde. En ce qui concerne le nombre d'événements attendu pour chaque mise à jour, on considère donc qu'il n'est pas raisonnable d'aller en deçà de 5000 événements par mise à jour, pour préserver la qualité de la reconstruction et pour ne pas faire exploser le temps de calcul. On fait donc au maximum dix mises à jour par seconde. D'après la figure 5.13, il faut environ 20 mises à jour pour faire converger l'estimation vers une distribution conforme à l'objet. Ainsi, dans une situation idéale, il serait possible de réadapter le système toutes les 2 secondes. L'activité en entrée n'est donc pas un facteur limitant pour la réadaptation.

Ce temps d'adaptation est un optimal, dans la mesure où les simulations qui permettent de le déduire sont faites dans un cas très idéal, où l'objet est plongé dans le vide, et sans tenir compte de l'activité en dehors des organes d'intérêt, induite par le fait qu'une partie du radiopharmaceutique n'est pas dirigée vers le cœur. Par la suite, ce chapitre montrera l'impact de l'activité externe sur le nombre d'événements nécessaires à une mise à jour, et sur le nombre d'itérations nécessaires.

Comparaison des compromis entre la qualité et le temps de calcul

Trois versions de l'algorithme MLEM ont été étudiées en simulation : une première en mode liste classique, qui sert de référence pour valider le modèle géométrique, une deuxième qui utilise la rétro-projection par tirage Monte Carlo, et une troisième intégrant la méthode de reconstruction par mises à jour partielles. Mise à part la rétro-projection simple, tous les algorithmes étudiés ici permettent d'atteindre la résolution spatiale attendue compte tenu de la résolution intrinsèque du collimateur. En effet, chaque estimation permet de discerner distinctement les sphères de 10 mm, 9 mm, et 7.5 mm. Celle de 6 mm n'est jamais détectée puisque les caractéristiques du collimateur ne le permettent pas. Ces différentes versions permettent d'obtenir des qualité d'estimation semblables (en termes d'erreur quadratique par rapport à l'objet), avec des temps de calcul plus ou moins intéressants. La figure 5.20 résume les différents compromis qualité/rapidité caractérisant les différentes méthodes.

On lit d'abord en bleu la courbe correspondant à la MLEM en mode liste classique, avec un nombre variable d'itérations. Plus le nombre d'itérations augmente, plus le résultat est précis, mais plus le temps de calcul est important. Au delà d'une dizaine d'itérations, aucune précision sur l'estimation n'est gagnée.

La courbe orange correspond aux reconstructions MLEM mode liste sur 8 itérations avec rétro-projection par tirages aléatoires, en faisant varier le nombre de tirages par rétro-projection. La précision atteinte en utilisant cette méthode de rétro-projection est sensiblement la même que celle obtenue par parcours systématique sur l'ensemble des voxels. Dès 100 tirages, la qualité de la reconstruction est très proche de celle atteinte avec la méthode de rétro-projection classique. A partir de 300 tirages, la qualité ne s'améliore plus avec le nombre de tirages. Le temps de calcul est proportionnel au nombre de tirages.

Enfin, la courbe grise représente la méthode de reconstruction par mises à jour partielles, avec la méthode de rétro-projection par parcours systématique. La taille des groupes est variable. Excepté pour des groupes de très petites tailles (non représentés ici), le temps de mise à jour ne dépend que du nombre de rétro-projections. Le temps utilisé pour actualiser l'estimation courante est négligeable. Le temps de reconstruction de l'ensemble des groupes est alors constant.

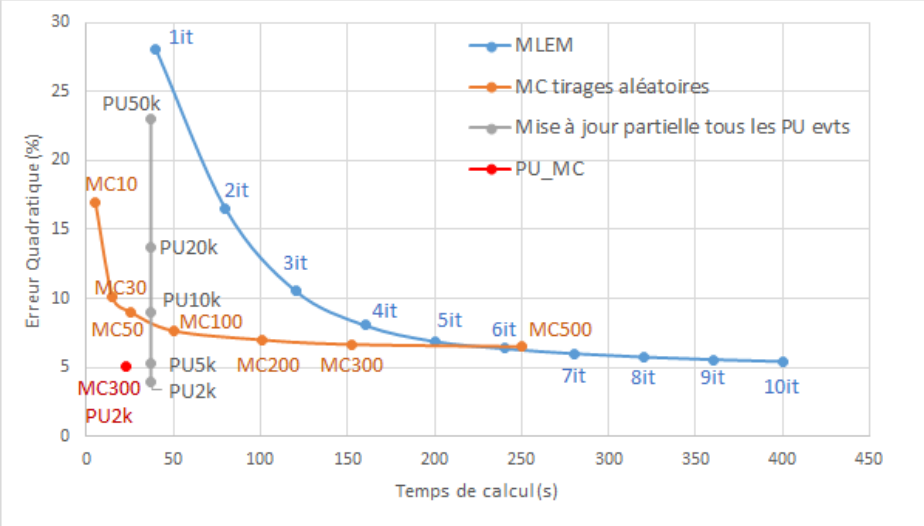


FIGURE 5.20 – Comparaison des performances des différentes variantes envisageables de l'algorithme sur le fantôme à 6 sphères.

Puisqu'il n'est pas nécessaire d'itérer plusieurs fois sur les mesures, le temps de calcul est inférieur à celui de la méthode MLEM classique. Néanmoins, pour cette méthode de reconstruction, le temps de calcul global nous intéresse moins que le temps nécessaire à l'obtention d'une mise à jour intermédiaire exploitable (environ 20 secondes pour les cas présentés ici). La taille des groupes ne doit pas être trop grande afin de s'assurer que plusieurs mises à jour puissent être faites avant la prochaine adaptation.

La méthode de reconstruction alors sélectionnée utilise simultanément la rétro-projection par tirages aléatoires (300 tirages par mesure) et les mises à jour partielles (tous les 5000 événements). Le compromis qualité/temps de calcul qui lui correspond est marqué par un point rouge en figure 5.20. Une mise à jour intermédiaire est ainsi disponible toutes les 10 secondes avec le processeur utilisé sans aucune parallélisation, pour une qualité d'image finale similaire à celle obtenue avec la méthode MLEM mode liste classique.

Forme exponentielle de mise à jour partielle

Les résultats obtenus à partir de mises à jour partielles sont moyennement satisfaisants : la version multiplicative de l'algorithme est très instable, alors que la version additive est entachée d'un fond d'activité sur la reconstruction, même après de nombreuses mises à jour. La forme exponentielle de la formule de mise à jour a également été essayée :

$$O_o^{(n+1)} = O_o^{(n)} \times \exp\left(\lambda\left(\sum_{m\in\mathscr{M}} \frac{\mathbf{R}_{m,o}}{\sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}} - 1\right)\right), \tag{5.5}$$

avec $\lambda = N_{it} \times \frac{N_{evt/g}}{N_{evt}}$, où N_{it} est le nombre équivalent d'itérations en MLEM, $N_{evt/g}$ le nombre d'événements contenus dans chaque groupe, et N_{evt} le nombre total d'événements.

Fixer le paramètre λ en avance importe afin de ne pas provoquer de divergence. En effet, lorsque ce paramètre correspond à un nombre trop élevé N_{it} d'itérations en MLEM, on observe la même granularité que celle observée pour des mises à jour sur des groupes trop petits, et donc trop fréquentes. À titre d'illustration, la figure 5.21 donne les projections des reconstructions obtenues pour différentes valeurs de lambda, pour des mises à jour partielles tous les 5000 événements, sur 100000 au total.

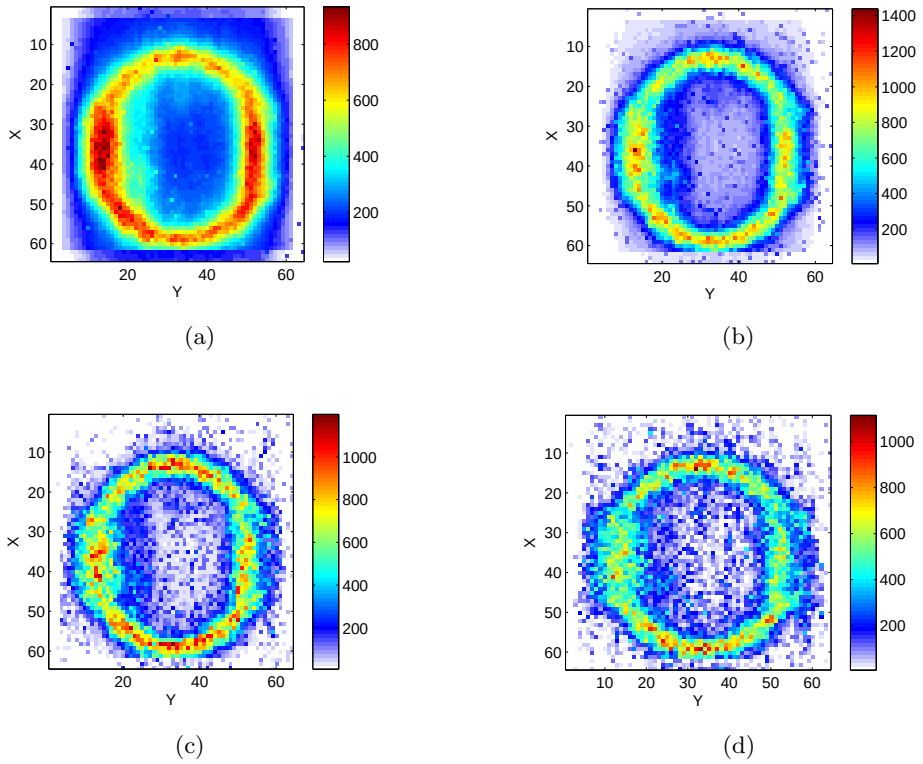


FIGURE 5.21 – Reconstructions obtenues pour lambda = 0.2 (a), lambda = 0.4 (b), lambda = 0.6 (c) et lambda = 0.7 (d).

Lorsque λ a une valeur faible, on se rapproche d'une rétro-projection simple. Cependant, les reconstructions obtenues pour des λ élevés montrent que des artéfacts apparaissent, et que l'image obtenue est trop granuleuse pour être exploitable. En effet, lorsque l'on trace l'évolution de la variance, on observe une augmentation à mesure que lambda croît (figure 5.22). D'ailleurs, cela explique les instabilités visibles en figure 5.21 pour des valeurs de λ élevées.

L'évolution de l'erreur quadratique ne permet pas de retranscrire l'apparition d'un bruit de reconstruction sur des voxels isolés, observé pour des λ grands. Cette méthode peut permettre d'obtenir de bons résultats avec un peu moins de susceptibilité sur le nombre d'événements par groupe, mais rajoute un paramètre à manier avec soin.

En raison de l'exponentielle, cette méthode est légèrement plus longue : la reconstruction complète nécessite 105 s tandis que dans les mêmes conditions, la reconstruction par mise à jour partielle précédemment utilisée dure 90 s.

5.4 Test de l'algorithme sur des données vraisemblables

5.4.1 Données simulées dans l'eau

Afin de rendre les simulations précédentes plus réalistes, on simule le même fantôme, immergé dans une sphère de 15 cm remplie d'eau. Ceci a pour effet d'intégrer les effets d'atténuation et de diffusion. Afin d'observer l'impact de ces effets sur le résultat, la figure 5.23 donne la reconstruction obtenue à partir de 100 000 événements répartis en groupes de 1 000 événements, dans l'air (a) puis dans l'eau (b).

Visuellement, il n'y a que peu de différence entre entre les deux reconstructions. Cependant, si l'on mesure le rapport signal à bruit, on s'aperçoit qu'il est en effet meilleur pour la reconstruction (a) (SNR = 25), dans l'air, que pour la reconstruction (b) pour laquelle le fantôme a été immergé

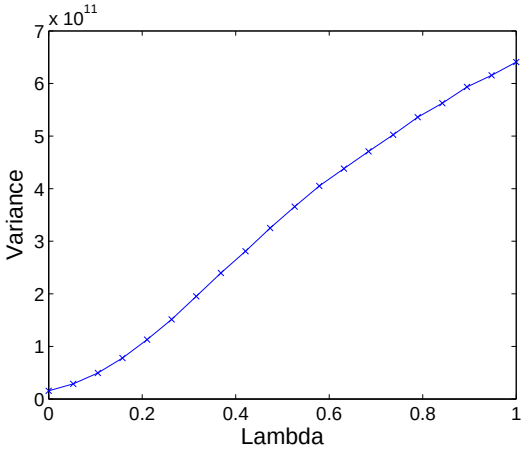
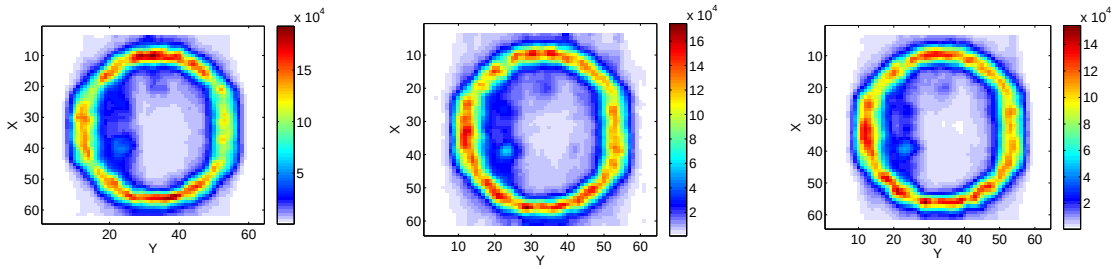


FIGURE 5.22 – Évolution de la variance sur le signal avec le paramètre lambda.



(a) (b) (c)

FIGURE 5.23 – Reconstructions obtenues en simulant un fantôme dans le vide (a), dans l'eau (b), et dans l'eau en effectuant un fenêtrage énergétique (c).

dans l'eau (SNR = 20).

Pour corriger les artefacts dus à la diffusion, une possibilité consiste à sélectionner les mesures en fonction de leur énergie. On ne sélectionne alors que les mesures issues d'un événement d'énergie comprise entre 126 keV et 154 keV, autour du pic énergétique à 140 keV. La reconstruction donnée en (c) sur la figure 5.23 est celle obtenue en effectuant ce fenêtrage énergétique. Le rapport signal à bruit (SNR = 30) est alors meilleur que celui obtenu dans l'eau, mais aussi meilleur que celui obtenu dans le vide sans fenêtrage énergétique.

5.4.2 Données simulées sur fond tiède

Noise Equivalent Count Rate

Les simulations présentées précédemment correspondent au cas idéal où toutes les désescitations ont lieu dans la zone d'intérêt. En réalité, le radiopharmaceutique n'est pas intégralement capté par l'organe d'intérêt. Il y a donc une part des éléments radioactifs qui émettent en dehors de l'objet à imager. C'est un fait dont il faut tenir compte pour rendre les simulations plus réalistes. Une partie des éléments radioactifs est en effet diffusée dans les tissus environnants. Cette quantité dépend du radio-traceur utilisé. Pour caractériser le pouvoir de fixation du radiotraceur, l'indicateur le plus communément utilisé est le *SUV* (*Standardized Uptake Value*). En supposant la masse volumique du patient comme étant égale à 1g/mL, il s'exprime comme le rapport de fixation du traceur dans l'organe cible (F) par la dose injectée (D) normalisée par le poids du patient (P) [19] :

$$\mathrm{SUV} = \frac{F(kBq/mL)}{D(kBq)/P(g)}. \tag{5.6}$$

En termes numériques, cela correspond au rapport du nombre de tirages effectués dans la zone active sur le nombre total de tirages, multiplié par la masse volumique du patient. En considérant ici aussi que la masse volumique du patient est de 1g/mL, on peut l'exprimer de la manière suivante :

$$\mathrm{SUV} = \frac{N_S/V_S}{(N_S + N_B)/(V_S + V_B)}, \tag{5.7}$$

où :

- N_S est le nombre de tirages dans les zones actives de l'objet ;
- N_B est le nombre de tirages dans les zones inactives de l'objet ;
- V_S est le volume de la zone d'intérêt ;
- V_{S+B} est le volume total.

Un SUV égal à 1 en tout point correspond à une répartition homogène du radiotraceur dans tout le volume observé. Ainsi, à dose injectée égale, non seulement la quantité d'information diminue à mesure que le SUV sur la zone concernée se rapproche de 1, mais en plus cette information est brouillée par du bruit. Deux reconstructions faites à partir de la même dose avec des coefficients SUV différents ne sont donc pas comparables. C'est pourquoi, par la suite, le nombre d'événements sera adapté au niveau de bruit.

Afin de déterminer le nombre d'événements nécessaires pour un niveau de bruit donné, on s'appuie sur la définition du *Noise Equivalent Count rate* (NEC) [28] :

$$NEC = \frac{(N_S/S)^2}{N_S/S + N_B/B} \tag{5.8}$$

Avec S le nombre de voxels actifs dans le fantôme et B le nombre de voxels inactifs. Le nombre d'événements N_S obtenus dans la zone active est alors donné par l'équation suivante :

$$N_S = N_{evts} \times \mathrm{SUV} \times \frac{S}{S+B}, \tag{5.9}$$

et le nombre d'événements N_B obtenus dans la zone tiède est donné par l'expression suivante :

$$N_B = N_{evts} \times \left(1 - \text{SUV} \times \frac{S}{S+B}\right). \tag{5.10}$$

Ainsi, on obtient le nombre d'événements à obtenir pour un NEC et un SUV donnés, exprimé par l'équation 5.11.

$$N_{events} = \text{NEC} \times (S+B) \times \left(\frac{1}{\text{SUV}} \times \left(1 - \frac{S}{B}\right) + \frac{S+B}{B}\right). \tag{5.11}$$

A titre d'exemple, la figure 5.24 donne le nombre d'événements nécessaires à un NEC de 0.5, 0.7, 0.8 et 0.9 pour différentes valeurs du SUV. Dans la configuration utilisée pour l'étude sans bruit, un NEC de 0.7 correspond à 200000 événements.

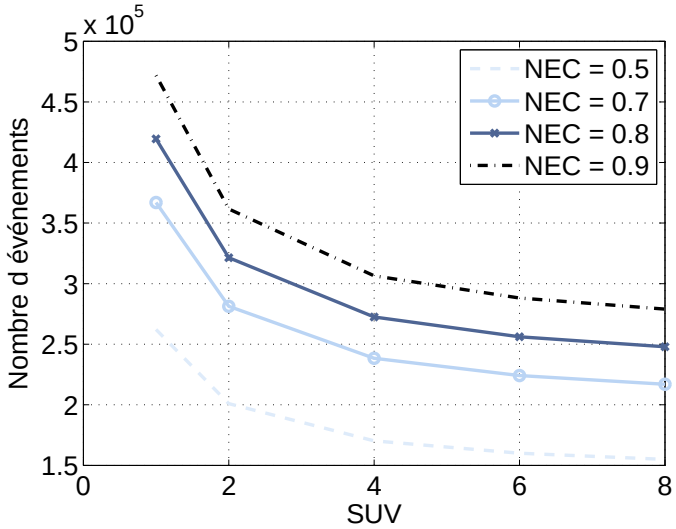


FIGURE 5.24 – Nombre d'événements nécessaires à l'obtention d'une certaine qualité d'information (NEC) en fonction du niveau de l'activité de fond (SUV).

Cette courbe est utilisée par la suite afin de déterminer le nombre d'événements à simuler pour conserver la même quantité d'information à un niveau de bruit donné. Ainsi, pour un NEC fixé à 0.8, on utilisera 350000 événements pour un SUV de 2, et 250000 événements pour un SUV de 6.

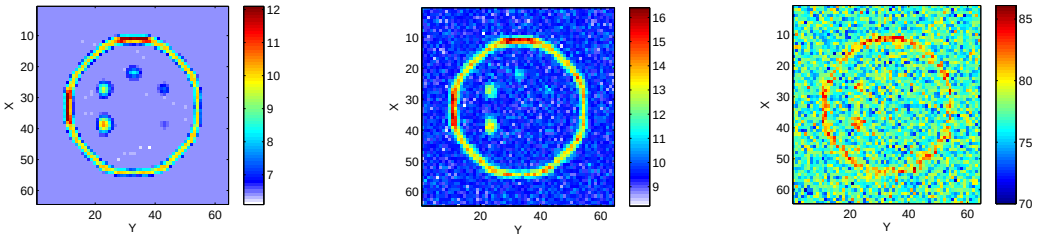
Évaluation de la détectabilité

Trois niveaux de bruits importants (SUV compris entre 1.8 et 2.2) sont simulés à partir du fantôme à 6 sphères précédemment utilisé. Les projections des événements simulés à partir de ces fantômes sont illustrées en figure 5.25.

Influence du bruit en LM-MLEM avec les tirages aléatoires

On observe dans un premier temps les reconstructions obtenues en MLEM mode liste classique à partir de ces fantômes, ainsi que l'évolution de la qualité de l'image avec le nombre d'itérations. Les projections des estimations ainsi obtenues sont présentées en figure 5.26, pour 3, 5, 10 et 15 itérations.

Le niveau du fond est légèrement plus important sur les reconstructions que sur les fantômes simulés. Les valeurs des niveaux signal à bruit sont reportés dans le tableau 5.1.



(a) (b) (c)

FIGURE 5.25 – Fantômes simulés pour différents niveaux de fond : $SUV = 2.2$ (a), $SUV = 2.1$ (b) et $SUV = 1.8$ (c).

Fantôme (a)	Fantôme (b)	Fantôme (c)
$SUV_{in} = 2.2$	$SUV_{in} = 2.1$	$SUV_{in} = 1.80$
$SUV_{out} = 1.9$	$SUV_{out} = 1.6$	$SUV_{out} = 1.2$

TABLE 5.1 – Niveaux de bruit en sortie pour les trois fantômes bruités.

La détection des sphères de petites tailles est mise à mal par ce niveau de bruit. On peut deviner les trois sphères visibles sans bruit avec l'acquisition la moins bruitée, il est encore possible de détecter la plus grosse sphère avec un SUV de 2.1, mais l'acquisition à SUV = 1.8 ne permet de distinguer que l'anneau périphérique.

De plus, les projections des estimations obtenues à fort niveau de bruit laissent penser que le nombre d'estimations à partir duquel le résultat se stabilise augmente avec le niveau de bruit. Les reconstructions obtenues après 15 itérations ne sont pas identiques à celles obtenues après 10 itérations, et l'écart est d'autant plus important que le niveau de bruit est fort. Pourtant, sur fond froid, on considérait que le résultat était atteint dès 8 itérations. Afin de confirmer cette impression, la figure 5.27 donne l'évolution de l'erreur quadratique moyenne avec le nombre d'itérations, pour les trois niveaux de bruit.

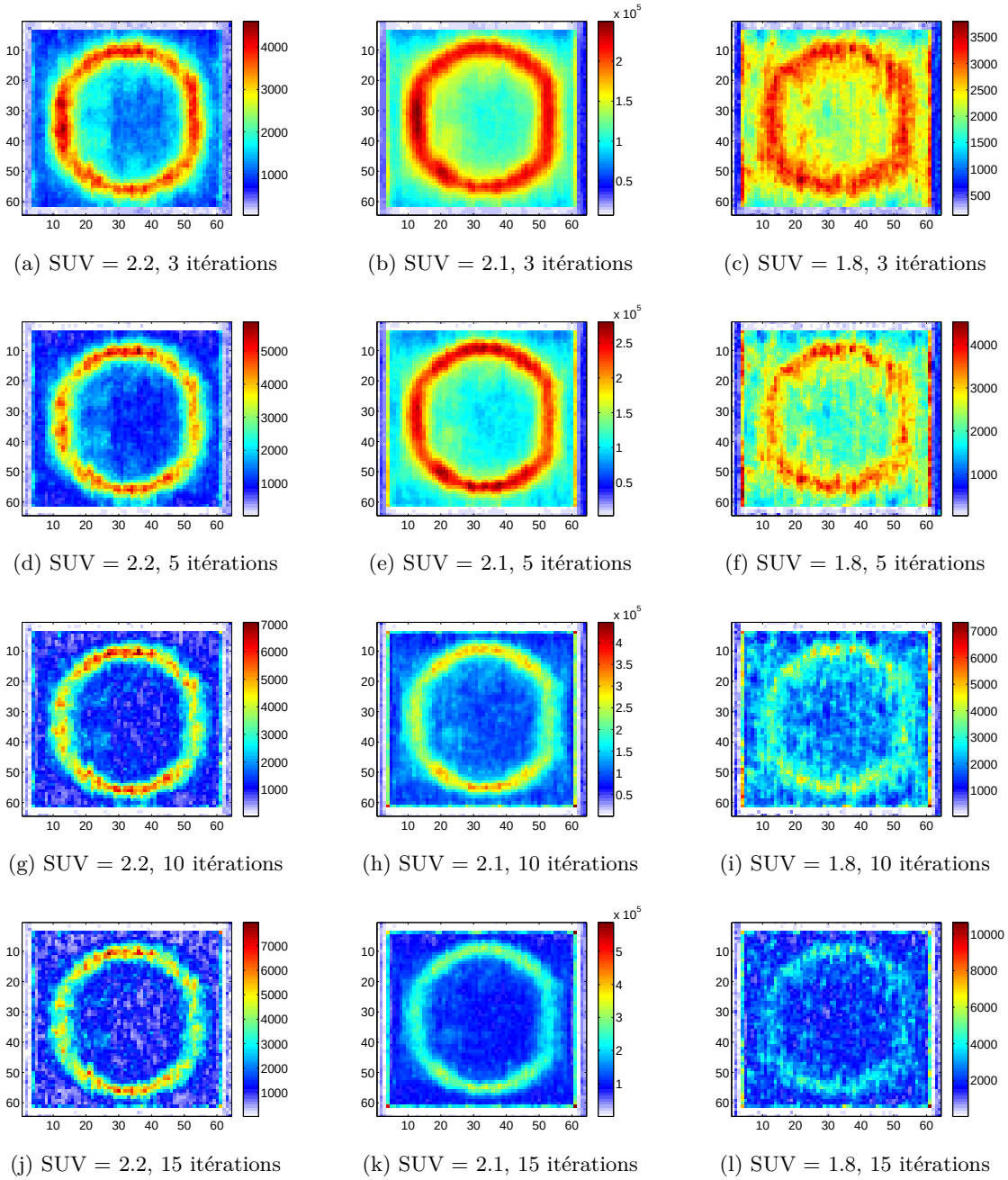
On constate en effet que le nombre d'itérations à partir duquel le résultat se stabilise est légèrement plus élevé pour un fond très tiède que pour un fond froid. De plus, l'estimation converge moins directement vers le résultat final puisque l'erreur quadratique peut localement augmenter d'une itération à l'autre. On considère cependant que les estimations obtenues à 12 itérations sont conformes au résultat final.

Influence du bruit en ajoutant les mises à jour partielles

On étudie maintenant le comportement de l'algorithme par mises à jour partielles sur fond tiède, en utilisant les trois mêmes fantômes avec des fonds plus ou moins tièdes. Pour une mise à jour additive, en utilisant une régularisation par seuil et filtrage gaussien, les résultats obtenus en groupant les événements par paquets de 500 à 5000 événements ont des erreurs quadratiques par rapport à l'objet similaires. Cependant, les reconstructions ne sont pas identiques. A titre d'illustration, la figure 5.28 donne les projections des reconstructions obtenues en mettant à jour l'estimation tous les 1000, 5000 et 10000 événements.

Les reconstructions obtenues avec un faible nombre d'événements sont très granuleuses, alors que celles obtenues avec des groupes de tailles importantes sont plus floues. Si la reconstruction obtenue avec 10 000 événements par groupe permet mieux de distinguer les détails du fantôme, les sphères restent tout juste devinables.

Afin d'éviter la granularité observée en figure 5.28, nous choisissons de grouper les événements en paquets de 5000 mesures. La figure 5.29 donne les reconstructions ainsi obtenues pour



(a) SUV = 2.2, 3 itérations (b) SUV = 2.1, 3 itérations (c) SUV = 1.8, 3 itérations

(d) SUV = 2.2, 5 itérations (e) SUV = 2.1, 5 itérations (f) SUV = 1.8, 5 itérations

(g) SUV = 2.2, 10 itérations (h) SUV = 2.1, 10 itérations (i) SUV = 1.8, 10 itérations

(j) SUV = 2.2, 15 itérations (k) SUV = 2.1, 15 itérations (l) SUV = 1.8, 15 itérations

FIGURE 5.26 – Estimations obtenues avec la méthode MLEM mode liste pour 3 (a,b,c), 5 (d,e,f), 10 (g,h,i) et 15 (j,k,l) itérations avec un SUV de 2.2 (a,d,g,j), 2.1 (b,e,h,k) et 1.8 (c,f,i,l).

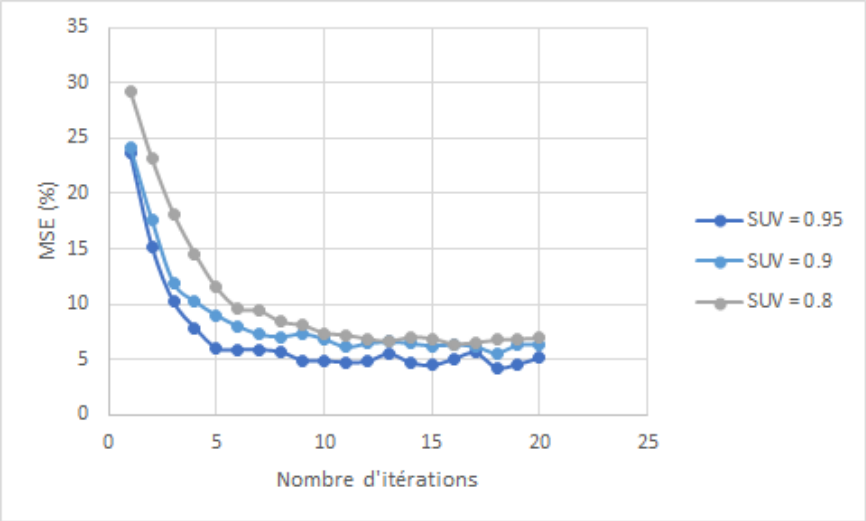
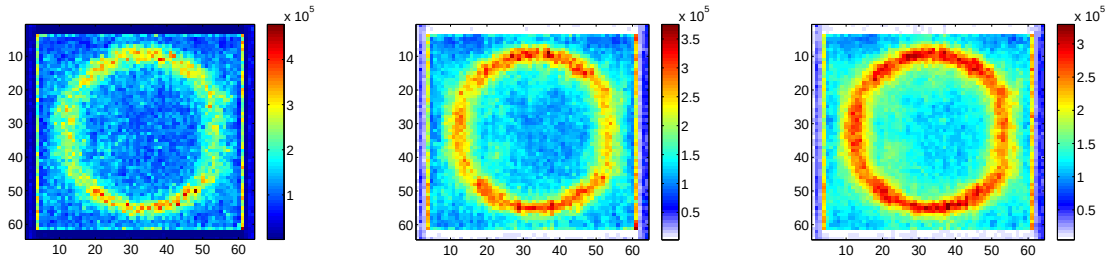


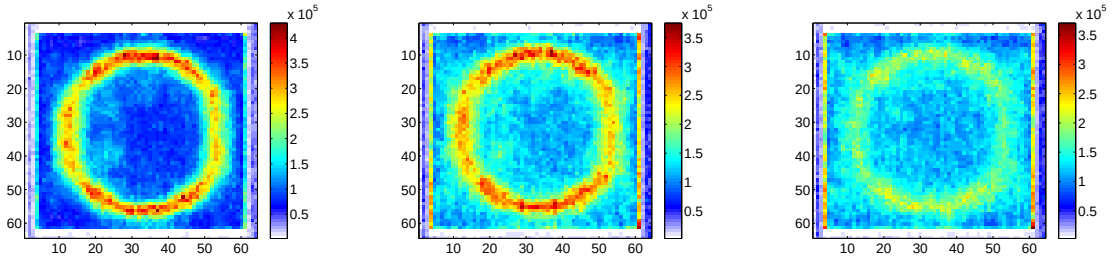
FIGURE 5.27 – Évolution de l'erreur quadratique avec les itérations pour différents niveaux de bruit.



(a) Groupes de 1000 événements (b) Groupes de 5000 événements (c) Groupes de 10 000 événements

FIGURE 5.28 – Estimations obtenues avec un SUV de 2.1 par la méthode par mises à jour partielles tous les 1000 (a), 5000 (b) et 10 000 (c) événements.

différents niveaux de bruit.



(a) SUV = 0.95 (b) SUV = 0.90 (c) SUV = 0.80

FIGURE 5.29 – Estimations obtenues avec la méthode par mises à jour partielles tous les 5000 événements avec un SUV de 2.2 (a), 2.1 (b) et 1.80 (c).

On constate alors que les reconstructions obtenues avec l'algorithme par mise à jour partielles pour un fort niveau de bruit sont moins satisfaisantes que celles obtenues en MLEM mode liste. Le niveau du bruit de fond est en effet plus important par rapport au signal que sur les reconstructions obtenues en MLEM. L'histogramme présenté en figure 5.30 donne les rapports entre le SNR en sortie sur celui en entrée.

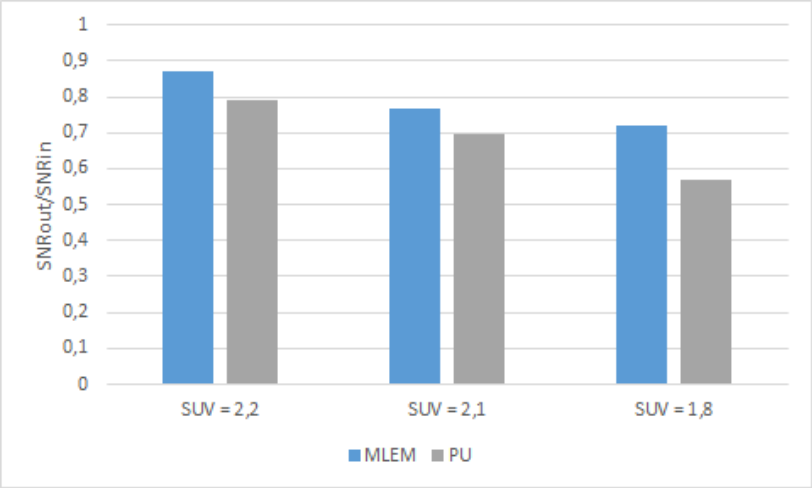


FIGURE 5.30 – Comparaison des rapports signal à bruit obtenus avec la méthode MLEM classique et la méthode par mises à jour partielles sur différents niveaux de bruit.

Pour le niveau de bruit le plus faible, les deux algorithmes ont des résultats similaires. Mais plus le niveau du fond augmente, plus l'écart entre les deux méthodes se creuse. Lorsque l'activité de fond est importante, le rapport signal sur bruit en sortie est beaucoup plus faible pour la reconstruction par la méthode par mises à jour partielles que pour la méthode MLEM classique.

Cet écart entre les performances de l'algorithme MLEM et l'algorithme par mises à jour partielles se traduit également lorsque l'on compare les erreurs quadratiques, en figure 5.31.

En effet, ce diagramme confirme que l'écart entre les erreurs quadratiques obtenues avec les deux méthode est faible pour une faible activité de fond, mais se creuse à mesure que l'on augmente le niveau de fond.

5.4.3 Détection d'un défaut dans le myocarde

Afin de conclure l'étude en simulation de l'algorithme implémenté pour la tomographie à partir du système proposé, on se penche maintenant sur la détectabilité d'un défaut dans un

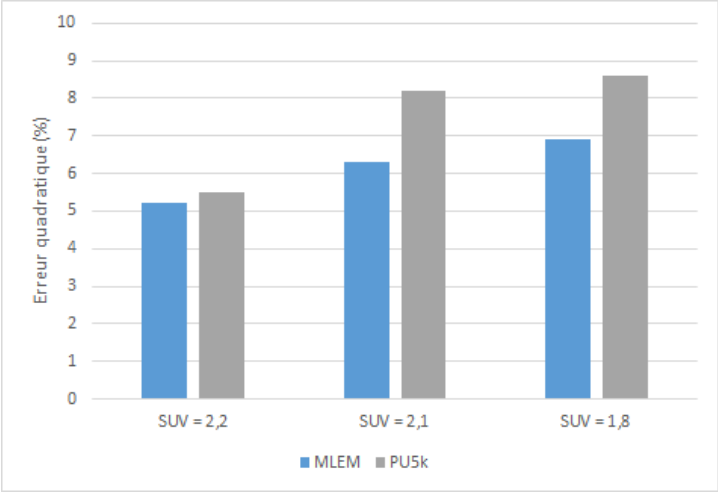


FIGURE 5.31 – Comparaison de l'erreur quadratique obtenue avec l'algorithme par mises à jour partielles avec celle obtenue avec la MLEM en mode liste classique en présence de bruit.

fantôme de myocarde. On dispose d'un fantôme de myocarde dont la vue en coupe est représentée en figure 5.32.

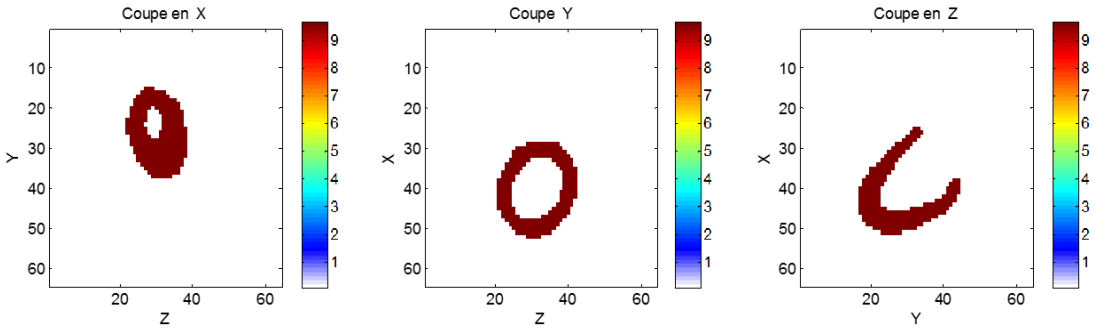


FIGURE 5.32 – Coupes du fantôme de myocarde.

On ajoute un défaut dans ce fantôme. Le fantôme présentant un défaut est illustré en figure 5.33.

La figure 5.34 donne un exemple de reconstruction obtenue avec la méthode de mises à jour partielles sur un myocarde présentant une lésion de 10 mm.

Afin d'évaluer la détectabilité permise par l'algorithme, on demande à un observateur de déterminer pour une cinquantaine d'images si la reconstruction témoigne ou non d'une lésion. Parmi les images proposées, la moitié pouvaient présenter un défaut. Afin de corser l'exercice et de valider la détectabilité d'une lésion sur l'ensemble de l'objet, la lésion simulée a été localisée à des emplacements variables sur le myocarde. La probabilité de détection d'une lésion alors obtenue est de 95 % (5 % de faux négatif). La probabilité de détection d'un défaut alors qu'il n'y en a pas est de 10 % (faux positifs).

5.5 Conclusion

L'adaptation dynamique du système d'acquisition nécessite une reconstruction en temps réel de l'objet, à partir d'un modèle complexe. Dans ce chapitre, le modèle géométrique correspondant

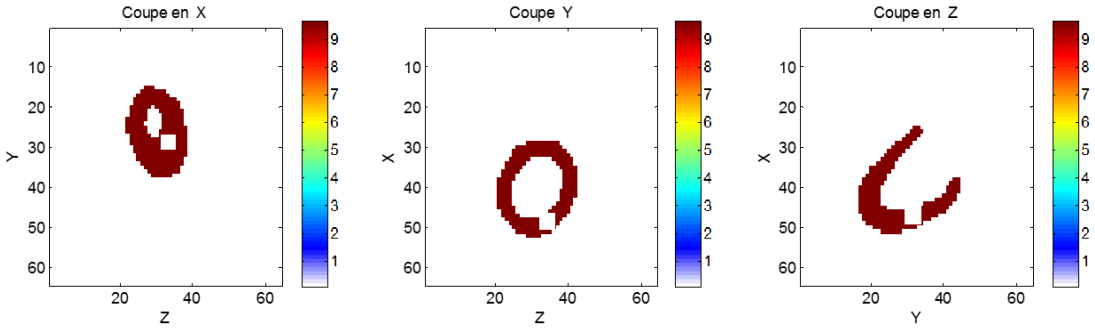


FIGURE 5.33 – Coupes du fantôme de myocarde présentant un défaut.

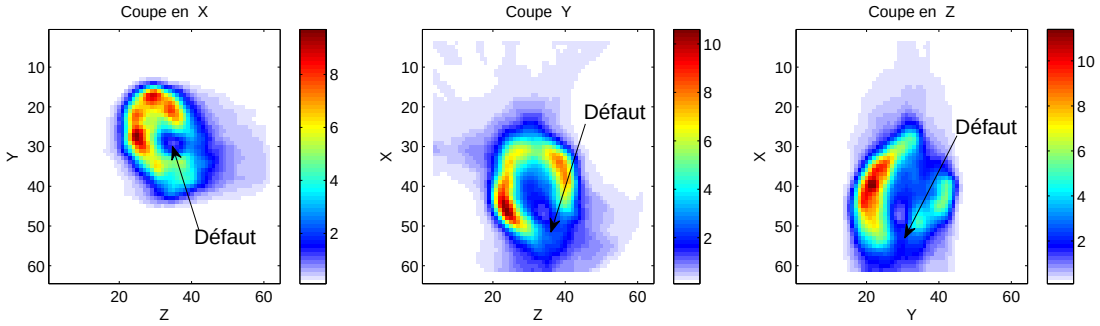


FIGURE 5.34 – Exemple de coupes d'une reconstruction obtenue avec la méthode par mises à jour partielles tous les 5000 événements sur un fantôme de myocarde présentant un défaut.

au système de tomographie a été intégré dans l'implémentation de l'algorithme proposé. Les différents aspects de cette méthode ont été testés point par point, sur des données simulées dans une situation idéale et dans des environnements plus réalistes. Ces résultats sont à compléter avec une validation expérimentale, nécessitant la mise en place d'un banc d'expérimentation, actuellement en cours.

Des ajustements sur la méthode de reconstruction sont possibles. D'abord, plusieurs formes de mise à jour sont proposées : une forme additive, une forme multiplicative, et une forme exponentielle. En raison de sa stabilité, c'est la forme additive qui a été adoptée. Bien paramétrée, la forme exponentielle pourrait cependant permettre l'obtention de bons résultats. Un autre paramètre ajustable est la taille des groupes. La forme de mise à jour additive est peu susceptible à une statistique trop faible, surtout en comparaison de la forme multiplicative. Une gamme assez large de tailles de groupes menant à un résultat correct est donc disponible. Enfin, la régularisation par filtrage et par seuillage permet d'imposer des contraintes à l'objet, favorisant sa convergence vers un résultat exploitable.

Les résultats présentés dans ce chapitre montrent l'impact de l'accélération algorithmique proposée. Globalement, l'algorithme nous permet de reconstruire l'objet avec une qualité satisfaisante en termes d'erreur quadratique, et un temps de calcul moindre permettant l'exploitation de l'estimation durant l'acquisition. Cependant, une dégradation du rapport signal à bruit par rapport à celui obtenu en MLEM est observable lorsque l'activité de fond est accrue. Cette perte en qualité est acceptable dans la mesure où la reconstruction n'est pas forcément le résultat définitif présenté au praticien, mais simplement une information permettant l'adaptation du système. Il est toujours possible de déporter les mesures et de les traiter ensuite avec un algorithme MLEM soumis à des contraintes de rapidité de calcul moindres.

Chapitre 6

Adaptation dynamique du système durant l'acquisition

L'apparition de systèmes SPECT industriels suffisamment flexibles pour pouvoir envisager une adaptation en ligne est plutôt récente. Jusqu'à il y a une dizaine d'années, l'adaptation des systèmes d'imagerie d'émission n'avait été que peu étudiée, car la reconstruction était un élément bloquant, une estimation correcte de l'objet nécessitant trop de temps de calcul. La reconstruction était généralement faite en aval, une fois toutes les mesures acquises. De plus, aucune preuve n'avait été faite de l'apport de l'adaptation du système sur la qualité de l'image. Même si la performance des calculs de reconstruction s'améliore continuellement, grâce aux études algorithmiques permettant une implémentation plus efficace, et surtout grâce aux composants matériels de plus en plus performants, cette accélération des processus de reconstruction a surtout bénéficié à la complexité des systèmes qui pouvaient ainsi être modélisés sans faire augmenter le temps d'attente d'un résultat. La flexibilité des systèmes due à la réduction de la taille des composants, ainsi que l'accélération de la reconstruction constituent un terreau propice à l'adaptation des systèmes en cours d'acquisition. Dans ce contexte, Barrett et Clarkson ont proposé d'étendre la théorie utilisée pour l'adaptation des systèmes d'imagerie utilisés en astronomie à l'imagerie SPECT [10]. Quelques équipes ont repris ces travaux afin de mettre en œuvre des dispositifs qui s'adaptent en cours d'acquisition à l'objet.

L'objectif de ce chapitre est de réaliser l'adaptation à partir de l'information apportée par les différentes configurations envisagées en temps réel. La première partie sera consacrée à l'approche théorique de l'adaptation des systèmes d'imagerie proposée par Barrett, ainsi qu'aux méthodes d'adaptation de systèmes SPECT exposés dans la littérature. Dans un second temps, la mise en pratique de l'adaptation de notre système sera expliquée. La méthode d'adaptation que nous proposons est basée sur une quantification de l'information apportée par une configuration donnée du système. Une troisième partie sera donc l'occasion de s'attarder sur la quantification de cette information, et de son calcul en temps réel. Enfin, l'apport de l'adaptation dans le cas de notre système sera évalué en simulation.

6.1 Théorie et état de l'art du SPECT adaptatif

6.1.1 Formalisme

L'équipe de l'université d'Arizona a proposé en 2008 une première approche théorique de l'adaptation des systèmes d'imagerie [26]. Un système adaptatif d'imagerie y est défini comme un système dont le protocole d'acquisition des données ou la configuration matérielle est **automatiquement** modifié **en cours d'acquisition** en réponse à une information issue de l'image obtenue à partir d'un objet **particulier**. Cela exclut donc :

— toute adaptation du processus effectuée post-acquisition ;

— toute modification du processus ou de la configuration matérielle avant acquisition ;
— toute modification du système effectuée par un opérateur humain.

L'adaptation peut être faite en utilisant des images SPECT obtenues à partir des mesures précédemment acquises, ou bien à partir d'informations issues d'une autre modalité d'imagerie, en général d'images CT permettant de localiser la morphologie des organes. On parle alors d'adaptation polyscopique.

Deux modes d'adaptation sont distingués :
— le mode **scout**, illustré en figure 6.1, dans lequel le système n'est adapté qu'une seule fois ;
— le mode **continu**, (ou semi-continu), représenté en figure 6.2, dans lequel le système est adapté plusieurs fois au fur et à mesure de l'amélioration de l'estimation de l'objet.

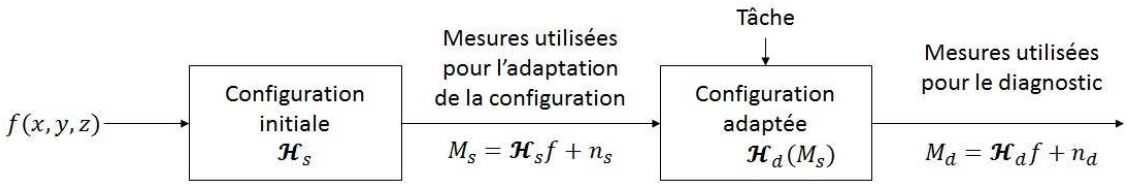


FIGURE 6.1 – Adaptation scout [26].

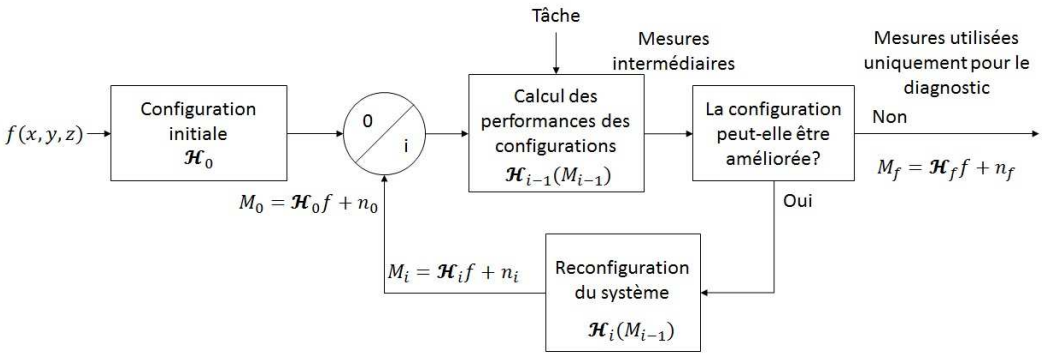


FIGURE 6.2 – Adaptation continue [26].

Plus formellement, en mode scout (figure 6.1), une première configuration modélisée par l'opérateur de projection $\mathscr{H}_s$ est utilisée. Elle permet d'obtenir un premier jeu de mesures M exprimées comme suit :

$$M = \mathbf{H}_s f + N_s, \tag{6.1}$$

où N représente le bruit de mesure.

Un second opérateur $\mathbf{H}_d$ est déduit des mesures obtenues à l'issue de la première acquisition. Ainsi, les mesures M_d obtenues une fois la reconfiguration effectuée sont notées :

$$M_d = \mathbf{H}_d[\mathbf{H}_s f + N_s]f + N_d. \tag{6.2}$$

$\mathbf{H}_d[\mathbf{H}_s f + N_s]$ est appelé **Règle d'adaptation**, puisque c'est cet élément qui détermine la manière dont le système s'adapte à l'objet.

Dans le cas d'une méthode d'adaptation continue (figure 6.2), l'opérateur est adapté à chaque passe en fonction de l'interprétation des mesures précédentes. Les mesures obtenues après la i^{ieme} reconfiguration s'expriment de la manière suivante :

$$M_i = \mathbf{H}_i f + N_i, \tag{6.3}$$

où $\mathbf{H}_i$ est une configuration obtenue à partir des mesures M_{i-1}.

6.1.2 Stratégie d'optimisation

L'adaptation des systèmes SPECT est encore peu explorée, et les travaux qui y sont consacrés concernent surtout le petit animal. Barrett [10] propose notamment une approche pour l'application sur petit animal, en utilisant un collimateur pinhole. L'adaptation du système est faite de manière à maximiser l'efficacité d'un observateur sur une tâche donnée. Plusieurs paramètres peuvent être adaptés, comme le diamètre du pinhole, sa position par rapport à l'objet et au détecteur, la position relative de l'objet et de la tête de détection, ou encore des pattern de multipinholes prédéfinis.

Son étude est l'occasion de dresser une liste assez exhaustive des possibilités d'adaptation en mode scout, c'est-à-dire sur une seule passe d'adaptation. L'image scout peut-être utilisée pour affiner un *a priori* sur l'objet, pour évaluer l'étendue du volume actif, ou son entropie, ou encore pour déterminer un support d'activité dans le champ de vue. La reconfiguration du système peut se faire en sélectionnant une configuration préétablie parmi un panel de possibilités, en sélectionnant un jeu de paramètres liés par une combinaison linéaire, optimiser un à un les paramètres, ou éventuellement plusieurs paramètres liées entre eux, ou enfin déterminer des règles d'adaptation empiriques.

Dans le système adaptatif AdaptiSPECT [25] développé dans son équipe, un collimateur pinhole à ouverture adaptable est utilisé, dans le but de pouvoir modifier le grossissement, la résolution et le champ de vue.

Dans ce sens, d'autres équipes ont tenté de creuser dans la direction du SPECT adaptatif. L'université de l'Illinois propose un système adaptatif basé sur l'adaptation de l'échantillonnage des angles d'acquisition [22]. Leur approche consiste à déterminer à partir d'une première image le lieu de la région d'intérêt, et à sélectionner par descente de gradient la configuration (position du collimateur, position du détecteur, ouverture du pinhole) qui minimise la variance à l'intérieur de la région d'intérêt.

6.1.3 Critères d'adaptation

Généralement, les critères employés en vue de l'optimisation d'un système sont liés à la minimisation de la variance [22, 37, 52], dans des formalisations parfois légèrement différentes d'une équipe à l'autre. La métrique de Fisher caractérise l'espace de l'objet par l'inverse de la covariance des voxels entre eux. Elle permet de rendre compte précisément de l'incertitude sur un objet, supposant un système donné. Plus l'information portée par un voxel est élevée, plus celui-ci sera discernable de son voisinage. Le système permet alors d'apporter une bonne information sur le voxel en question.

La matrice d'information de Fisher (FIM) décrit donc la capacité d'un système à discerner un voxel de son voisinage. Plus précisément, il donne pour chaque couple de voxels l'impact des variations de mesure sur la connaissance de l'objet. Plus une variation dans l'objet implique une variation forte des mesures, plus l'information apportée par le système est importante.

Soient O_1 et O_2 deux paramètres (dans notre cas, deux voxels de l'objet). $I_{1,2}$ donne la précision avec laquelle nous pouvons estimer O_1, ne connaissant pas O_2. Cette précision dépend de la variation des mesures M_i lorsque O_1 et O_2 varient. Ainsi, l'information de Fisher entre deux voxels 1 et 2 se défini comme l'espérance du produit de la variation infinitésimale de M lorsque O_1 varie et de celle de M lorsque O_2 varie :

$$I_{1,2}(M) = E\left[\frac{\partial \ln p(M)}{\partial O_1}.\frac{\partial \ln p(M)}{\partial O_2}\right], \tag{6.4}$$

également formulable sous la forme suivante en raison de la distribution Poissonienne des me-

sures :

$$I_{1,2}(M) = \sum_i \frac{\partial M_i}{\partial O_1} . \frac{1}{M_i} . \frac{\partial M_i}{\partial O_2}. \tag{6.5}$$

Géométriquement, l'information de Fisher peut être vue comme une métrique permettant d'évaluer la séparabilité de deux observations à partir d'une mesure. On représente en figure 6.3 la valeur de la mesure M_1 pour l'observation du paramètre O_a et M_2 pour l'observation du paramètre O_b. Cette mesure est obtenue avec une incertitude, représentée par l'ellipse autour de M. La variation de M lorsque O varie suivant O_a ou O_b est exprimable dans la direction des vecteurs ∂_a et ∂_b. L'information de Fisher permet d'exprimer la covariance sur M dans le repère (∂_a,∂_b) propre à l'objet.

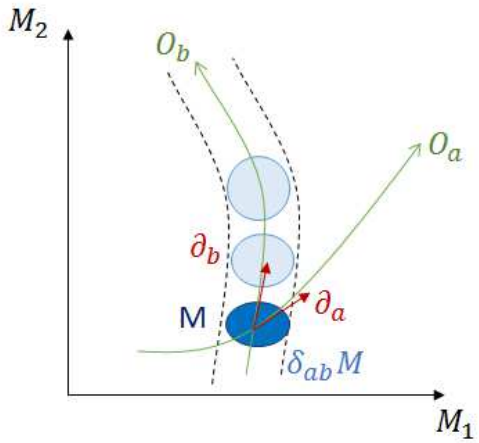


FIGURE 6.3 – Interprétation géométrique de l'information de Fisher : expression de la covariance dans l'espace des mesures transposée dans l'espace objet.

Malheureusement, la matrice d'information de Fisher étant de taille N_{obj}^2, où N_{obj} est le nombre de voxels contenus dans l'objet, cette matrice n'est pas calculable dans un contexte d'imagerie en trois dimensions. Elle ne permet donc pas d'accéder directement à la configuration optimale pour un objet donné.

Afin de permettre malgré tout l'optimisation d'une configuration dans le sens de la minimisation de la variance, une approximation a été proposée par Qi et al. dans le cadre de l'imagerie PET [70]. Cette approximation consiste à considérer que la réponse du système est invariante au voisinage d'un voxel donné. Ainsi, les termes de covariance de la matrice de Fisher (*shift invariance*) sont négligés. Le calcul se limite donc à la variance de chaque voxel. La FIM devient ainsi une matrice diagonale, facilement calculable et inversible. La trace de cette matrice peut directement être utilisée comme un "score", représentatif de l'efficacité d'une configuration. Cette méthode a ensuite été utilisée pour l'optimisation de systèmes SPECT, sous l'appellation de **circulant approximation** [52, 66, 86].

Bien que facile d'implémentation, cette méthode se heurte à une forte interdépendance entre les variables, puisque chaque mesure est le résultat d'une intégrale de tous les voxels contenus dans un cône de réponse, qui sont alors corrélés. Lorsque l'on considère tous les cônes impliqués dans une acquisition, ces interdépendances deviennent très complexes. L'approximation circulaire ne permet donc pas de rendre compte de ces dépendances. C'est la raison pour laquelle Fuin et al. [36] ont proposé une méthode intermédiaire, consistant à sous échantillonner le volume objet pour le calcul des covariances. Ainsi, seulement certains termes de covariance sont calculés. La charge de calcul est largement réduite par rapport au calcul complet de la FIM, mais le résultat est plus fidèle.

D'autres critères plus adaptés au cas particulier du système étudié peuvent encore être envisagés. Par exemple, dans ses travaux, l'équipe de l'université d'Arizona cherche à maximiser

le score d'un observateur linéaire de Hotelling [10] pour une tâche très précise de détection d'un objet particulier, alors que l'université de l'Illinois cherche à réduire la variance dans une région d'intérêt donnée [52]. En Belgique, l'équipe de l'université de Gand propose une méthode d'adaptation visant à maximiser le rapport de contraste à bruit (CNR).

6.1.4 Algorithme d'optimisation

Les premières méthodes de reconfiguration d'un système SPECT consistaient à comparer les scores de chacune des configurations possibles, et de garder la meilleure. Le problème d'une telle approche est qu'elle oblige à discrétiser des paramètres qui sont souvent de nature continue, entrainant soit une perte de finesse de grain, soit une multiplication des configurations rendant le calcul trop long. De plus, cette méthode n'est pas du tout adaptée à l'approche de Barrett qui consiste à adapter à peu près tout ce qui est paramétrable dans un système. Il y a alors un nombre de configurations possibles qui augmente considérablement, et on ne peut pas envisager de calculer un score aussi simple soit-il sur chacune d'entre elles. Dans un cas comme celui-ci, il est possible d'adopter une méthode d'optimisation par descente de gradient, comme cela a été proposé par Li et Meng en 2009 [22, 52], sur un système permettant l'optimisation des positions des têtes de détection et du collimateur.

6.2 Description de la méthode d'adaptation utilisée

6.2.1 Mode d'adaptation employé et paramètres configurables

Jusqu'à maintenant, nous avons concentré notre étude sur une structure de gamma-caméra inspirée de la D-SPECT. Cette architecture n'est pas aussi flexible que les architectures proposées dans l'état de l'art de l'adaptivité, mais permet de se fixer un cadre d'étude matériellement applicable à l'imagerie cardiaque. La D-SPECT nous permet notamment d'orienter les têtes de détection vers les zones porteuses d'information.

Le nombre de possibilités de répartitions angulaires pour l'ensemble des têtes semble beaucoup trop grand pour pouvoir comparer une à une toutes les combinaisons. Afin de réduire l'échelle du problème, on choisit de traiter les têtes indépendamment les unes des autres. En effet, l'information globale du système peut s'exprimer sous la forme d'une somme sur l'ensemble des mesures :

$$I_s = \sum_h I_h. \tag{6.6}$$

Ainsi, maximiser l'information apportée par chaque tête revient à maximiser l'information globale du système.

La méthode de détermination de la configuration optimale que nous proposons ici consiste à attribuer pour chaque orientation de chaque tête un temps d'acquisition proportionnel à l'information qu'elle apporte. L'information peut être résumée sous la forme d'un scalaire $I_{\alpha,\beta}$, représentatif de l'information apportée par la tête α lorsqu'elle est orientée d'un angle β, calculé après une acquisition à partir de l'estimation de l'objet sur la base de l'information de Fisher. Le score de chaque tête ainsi obtenu permet d'attribuer un temps d'acquisition à chaque orientation β de chaque tête α, en proportion de l'information apportée :

$$t(\alpha, \beta) = \frac{I_{\alpha,\beta}}{\sum_{\beta'} I_{\alpha,\beta'}} \times N_t, \tag{6.7}$$

où N_t désigne la durée totale.

Cette méthode n'est valable que si les têtes sont réparties de manière homogène autour de l'objet. En effet, si l'on se trouvait dans le cas contraire, les têtes de détection risqueraient de se focaliser sur le même point d'information, laissant d'autres points ignorés. Néanmoins, on se place dans un cas où le système n'a que peu de degrés de liberté, les têtes étant contraintes

à rester réparties tout autour de l'objet. De plus, la répartition angulaire des têtes peut être contrainte de manière à ce que même si une orientation n'apporte pas d'information, le temps qui lui est attribué à la prochaine passe soit faible, mais non nul. On s'assure ainsi qu'aucune zone n'est complètement ignorée.

6.2.2 Critères d'adaptation

Le processus d'adaptation dépend fortement du critère utilisé pour déterminer la quantité d'information $I_{\alpha,\beta}$ apportée par une tête α orientée d'un angle β. Plusieurs éléments sont à prendre en compte dans la quantification de l'information apportée par une position donnée du système. On considère notamment la sensibilité, la résolution spatiale, et le bruit photonique.

Afin d'illustrer ces trois éléments à prendre en compte, on prend l'exemple de trois sources $a1$, $a2$ et $a3$ imagées par une tête de détection large, comme représenté en figure 6.4.

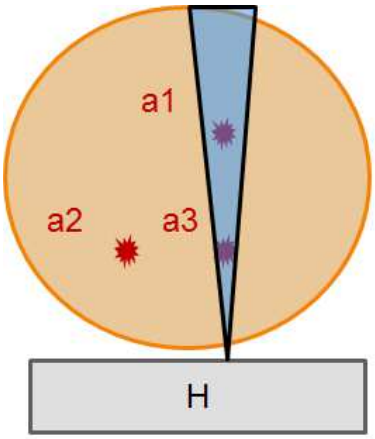


FIGURE 6.4 – Trois points sources imagés par une tête avec des niveaux d'information différents.

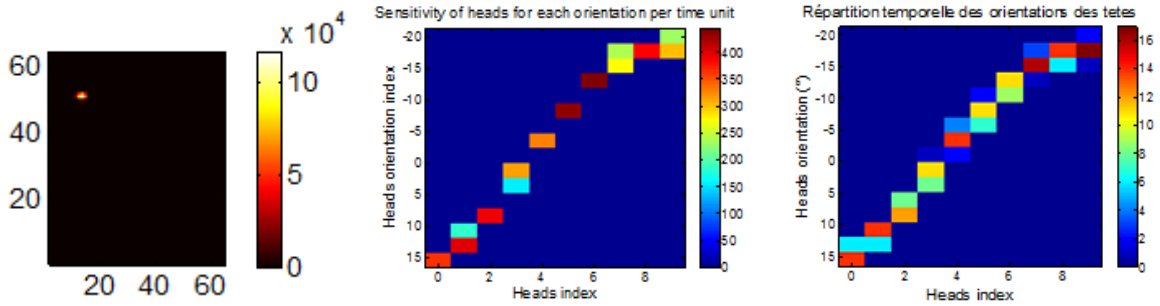
Dans cet exemple, le détection est aussi sensible à chacune des trois sources. Cependant, les sources $a2$ et $a3$ étant plus proches du détecteur, elles sont visibles avec une meilleure résolution spatiale. Cet apport d'information est quantifiable en utilisant la DQE (*Detective Quantum Efficiency*) [63], qui correspond à un rapport entre la sensibilité et la résolution spatiale au carré. Enfin, la source $a3$ est mieux détectable que la source $a2$, car elle n'est pas masquée par le bruit photonique induit par la source $a1$. L'information de Fisher est un critère permettant de tenir compte à la fois de la sensibilité, de la résolution spatiale, et du bruit photonique induit par les autres sources présentes dans l'objet à imager.

L'information de Fisher est un critère largement reconnu comme étant représentatif de la quantité d'information disponible pour une configuration donnée, mais s'avère presque impossible à calculer dans un contexte d'imagerie en trois dimensions. Un compromis doit alors être fait entre la pertinence du critère caractérisant l'information apportée par une tête et sa rapidité de calcul. Cette sous-section expose les différents critères qu'il est envisageable d'utiliser pour quantifier l'adéquation entre le système et l'objet à imager.

Sensibilité

La sensibilité est un critère avantageux en termes de rapidité de calcul, puisqu'il peut être immédiatement obtenu à partir de la répartition des mesures lors de l'acquisition précédente. En effet, si le nombre d'événements enregistrés lors de l'acquisition est suffisamment important, sa distribution selon les orientations des têtes de détection est représentatif de la sensibilité de chaque tête à une orientation donnée. Ainsi, il est possible d'adapter le système sans effectuer de reconstruction intermédiaire.

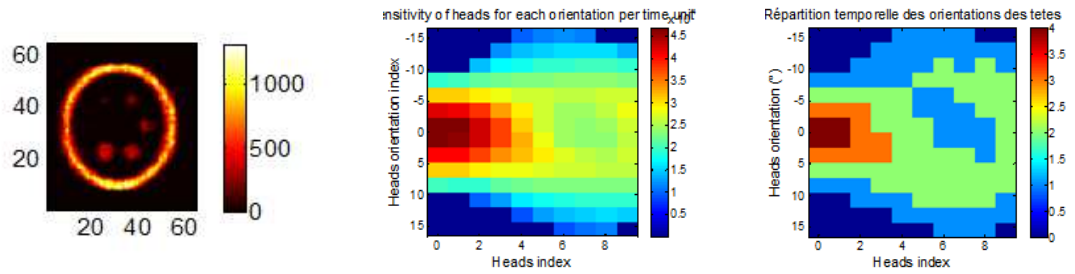
À titre d'illustration, la figure 6.5 illustre le processus par simulation à partir d'une source ponctuelle (a). La source est détectée par certaines orientations, propres à chaque tête. La figure 6.5 (b) donne pour chaque tête α la répartition des événements en fonction de l'orientation β de la tête. L'échantillonnage angulaire des têtes a alors été adapté en proportion de la distribution de l'information. Le temps passé par chaque tête sur chaque orientation est donné en figure 6.5 (c). Dans le cas d'une source ponctuelle, les orientations n'ayant permis la détection d'aucun événement ne seront plus utilisées lors de la prochaine acquisition.



(a) (b) (c)

FIGURE 6.5 – Un point décentré (a) est simulé puis détecté avec une certaine distribution de sensibilité (b) sur l'ensemble des têtes et des orientations. La répartition angulaire lors de la prochaine acquisition (c) est déterminée en fonction de cette distribution de sensibilité.

La figure 6.6 reprend le même processus avec le fantôme à six sphères précédemment utilisé, plus étendu.



(a) (b) (c)

FIGURE 6.6 – Le fantôme simulé (a) est détecté avec une certaine distribution de sensibilité (b) sur l'ensemble des têtes et des orientations. La répartition angulaire lors de la prochaine acquisition (c) est déterminée en fonction de cette distribution de sensibilité.

Bien que directement accessible, la sensibilité est un critère incomplet, puisqu'il ne tient pas compte de la résolution spatiale, qui n'a pas la même évolution dans l'espace que la sensibilité. En effet, la sensibilité est invariante par rapport à la distance entre l'objet et le détecteur, alors que la résolution spatiale est meilleure à proximité du détecteur. La figure 6.7 illustre la distribution de sensibilité du système initial sur l'objet. Il en ressort que les zones les plus proches des détecteurs ne sont pas particulièrement intéressantes sous le jour de la sensibilité, car elles sont détectées par moins de couples tête / orientation.

Néanmoins, ces zones proches des détecteurs devraient être particulièrement intéressantes puisque la résolution spatiale y est meilleure. La distribution de la sensibilité est également trompeuse quant aux voxels situés loin des détecteurs pour lesquels la sensibilité est bonne, mais qui ne sont guère détectables, et donc pas tellement porteurs d'information, puisqu'il est difficile de les distinguer les uns des autres. Le gain d'information dû à une meilleure résolution

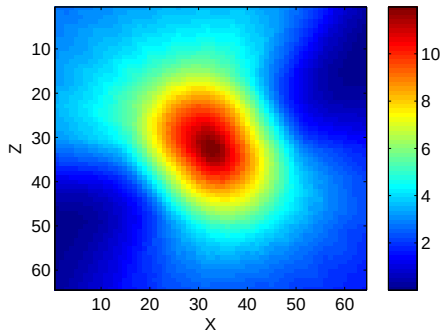


FIGURE 6.7 – Distribution de la sensibilité dans l'objet pour une configuration focalisée.

spatiale à proximité de l'objet n'est donc pas pris en compte lorsque la sensibilité est utilisée comme seul critère d'adaptation.

DQE matricielle

La DQE peut permettre d'intégrer la résolution spatiale dans le critère d'adéquation. La DQE est en fait une approximation de l'information de Fisher consistant à considérer l'objet comme étant uniformément étendu, et donc à négliger la variation de l'activité de l'objet dans le calcul de l'espérance des mesures. L'expression de l'information dans le sens de la DQE propre à un système peut s'écrire de la manière suivante :

$$DQE[\mathbf{R}]_{a,b} = \sum_m \frac{\mathbf{R}_{m,a}\mathbf{R}_{m,b}}{\epsilon_m}, \tag{6.8}$$

avec

$$\epsilon_m = \sum_{o \in \mathscr{O}} \mathbf{R}_{m,a}. \tag{6.9}$$

L'information issue de la DQE sous sa forme matricielle que l'on obtient en tenant compte de la distribution d'activité O dans un objet s'exprime ainsi :

$$I_a = \sum_m \frac{\mathbf{R}_{m,a}^2 O_a^2}{\epsilon_m}. \tag{6.10}$$

Cette formalisation de l'information permet d'éviter le calcul de la projection de l'objet sur l'espace des mesures, ce qui divise le temps de calcul par deux. Par définition, la distribution de l'information sur un objet uniforme est la même que celle obtenue avec l'information de Fisher, illustrée en figure 6.8.

DQE analytique

Au delà de son expression matricielle permettant de la rapprocher de l'information de Fisher, la DQE est définie comme le rapport entre l'information observée en sortie du système sur l'information disponible en entrée, exprimées par leurs rapport signal à bruit au carré, pour une fréquence spatiale donnée (u, v) en deux dimensions, dans les directions X et Y :

$$DQE(u,v) = \frac{SNR(u,v)_{out}^2}{SNR(u,v)_{in}^2}. \tag{6.11}$$

La notion de DQE était utilisée initialement en radiologie afin d'étudier l'impact de certains paramètres sur la qualité finale de l'image (voir en annexe). Sous l'hypothèse de source uniforme étendue menant à un bruit stationnaire [27], la DQE peut s'écrire sous la forme suivante :

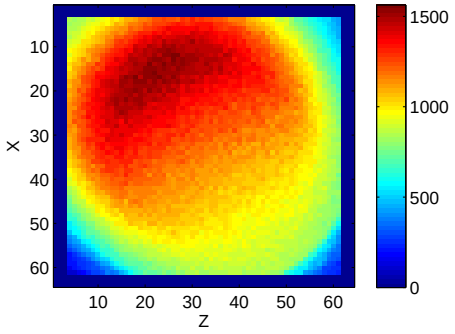


FIGURE 6.8 – Distribution de la trace de l'information dans le sens de la DQE pour une source uniforme et étendue.

$$DQE = \sum_m \epsilon_m \times MTF_m^2, \tag{6.12}$$

où MTF désigne le module de la fonction de transfert.

Afin de pouvoir utiliser ce critère directement sur la représentation spatiale de l'objet O, nous utilisons un équivalent de la DQE fréquentielle dans le domaine spatial :

$$DQE_{\alpha,\beta} = \sum_{o \in \mathscr{O}} \left[\epsilon_{\alpha,\beta}(o) \times \sum_{v \in \mathscr{V}_o} PSF_{\alpha,\beta}^2 \right], \tag{6.13}$$

où $\mathscr{V}_o$ désigne le voisinage de o, c'est-à-dire toute la zone couverte par la résolution spatiale du détecteur en o, et PSF le module de la réponse impulsionnelle du système. Pour mémoire, la résolution spatiale est donnée par les caractéristiques du collimateur :

$$RS_c = t \times \frac{f + h + d}{f + h}. \tag{6.14}$$

Ainsi, la connaissance de la résolution spatiale permet de définir le voisinage du voxel, contenant potentiellement d'autres activités susceptibles de brouiller la détection. Le voisinage $\mathscr{V}_o$ est défini à partir d'une fonction gaussienne de variance égale à la résolution spatiale et normalisée à 1.

Le calcul exact de la sensibilité d'une tête à un événement demanderait une projection de l'événement à travers le modèle du collimateur, afin d'évaluer la surface totale de détection à même de détecter un photon provenant du voxel en question, et ceci pour chaque tête, chaque orientation, et chaque voxel. Cette étape serait donc potentiellement gourmande en temps de calcul.

C'est pourquoi nous faisons l'approximation que la détectabilité des voxels par le collimateur est uniforme selon la direction tangentielle au détecteur, exception faite des bords du détecteur. La sensibilité d'une tête à un événement dépend alors de la sensibilité intrinsèque du collimateur et de la position de l'événement par rapport à la tête de détection.

Pour calculer cette dernière, on considère le comportement global du collimateur, plus précisément l'incidence maximale des rayons pouvant le traverser, exprimée de la manière suivante :

$$i_{max} = \frac{t_{min} + t_{max}}{h}. \tag{6.15}$$

Sachant cela, on détermine l'angle solide pour lequel la tête de détection peut détecter l'événement :

$$\Omega = \frac{X_{eff} Y_{eff}}{4\pi d^2}, \tag{6.16}$$

où X_{eff} et Y_{eff} définissent l'intersection du cône d'incidence possible de l'événement et de la tête de détection, représentés en figure 6.9.

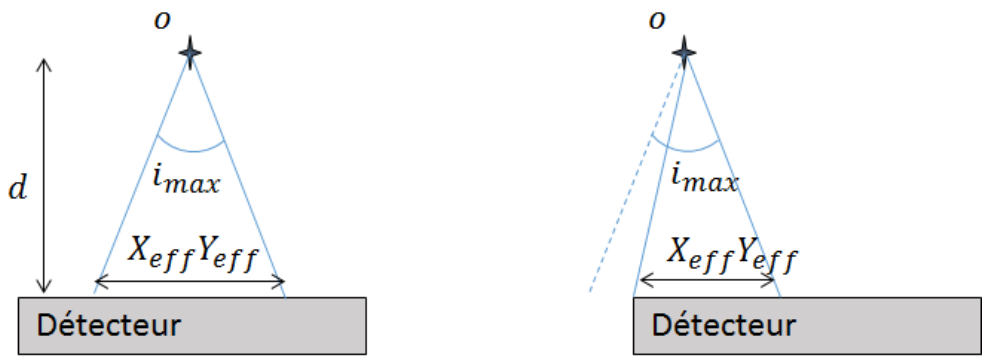


FIGURE 6.9 – Détermination de l'angle solide de détection d'un point par une tête de détection.

Il est alors possible de déterminer la sensibilité $\epsilon_{\alpha,\beta}(o)$ d'une tête de détection à un voxel particulier :

$$\epsilon_{\alpha,\beta}(o) = \epsilon_c \times \Omega. \tag{6.17}$$

Le calcul analytique de la DQE proposé ici est illustré en figure 6.10.

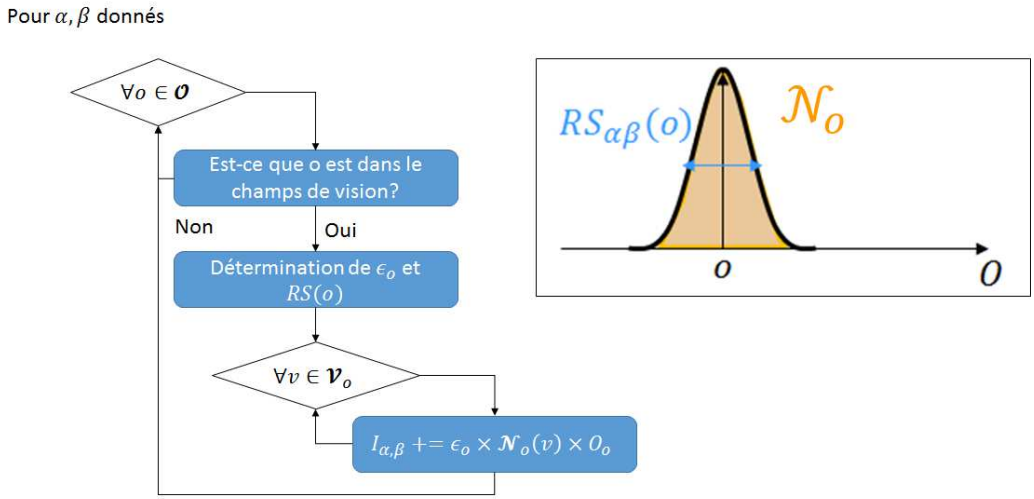


FIGURE 6.10 – Processus de détermination analytique de la DQE.

Pour chaque tête de détection et chaque orientation possible, l'ensemble des voxels de l'espace objet $\mathscr{O}$ est parcouru. Pour chaque voxel, on détermine s'il est ou non dans le champ de vue de la tête de détection. S'il l'est, on estime la sensibilité avec laquelle il peut être vu. On calcule également la résolution spatiale de la tête de détection pour la distance qui la sépare du voxel, afin de déterminer la réponse impulsionnelle $\mathscr{N}_o$ au voisinage du voxel. L'activité contenue dans chaque voxel v du voisinage est alors ajoutée à l'information provisoire, avec une pondération par la sensibilité et par la valeur de $\mathscr{N}_o(v)$, pour obtenir l'information portée par une tête de détection.

La figure 6.11 correspond à la projection de la distribution d'information obtenue en utilisant la formulation analytique de la DQE.

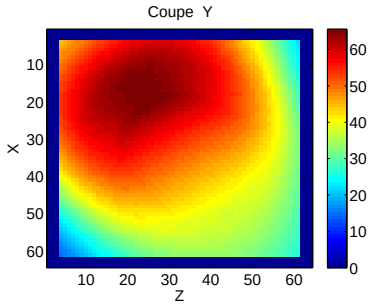


FIGURE 6.11 – Distribution de la DQE analytique pour une source uniforme.

Cette distribution ressemble globalement à celle issue de l'information de Fisher. Simplement, les aspérités visibles en utilisant la formulation matricielle disparaissent. Ces petites variations correspondent aux variations tangentielles à la surface du détecteur induite par la collimation, négligées dans la formulation analytique.

Information de Fisher

On s'intéresse à l'information supposant un système et une distribution O dans l'objet. Présentée précédemment et exprimée par l'équation 6.4, l'information de Fisher portée par un élément de mesure M peut également s'écrire de la manière suivante :

$$I_{a,b}(M) = \frac{\delta p(M|O)}{\delta O_a} . \frac{1}{p(M|O)} . \frac{\delta p(M|O)}{\delta O_b}. \tag{6.18}$$

La probabilité $p(M)$ d'obtenir un événement sur un élément de détection M s'écrit dans notre cas $\sum_{o \in \mathscr{O}} \mathbf{R}_{m,o} O_o$. Par définition, $\mathbf{R} = \frac{\delta M}{\delta O}$. Les termes $\frac{\delta p(M|O)}{\delta O_a}$ correspondent donc à un changement de variable de l'espace des mesures vers l'espace objet. Ainsi, dans notre cas, les coefficients de la matrice d'information de Fisher s'expriment de la manière suivante :

$$I_{a,b} = \sum_{m \in \mathscr{M}} \frac{\mathbf{R}_{m,a} \mathbf{R}_{m,b}}{\sum_{o \in \mathscr{O}} \mathbf{R}_{m,o} O_o}. \tag{6.19}$$

L'information de Fisher permet notamment de tenir compte de l'impact d'une activité dans un voxel sur la détectabilité d'une activité dans un autre voxel de l'objet. En imagerie planaire, l'activité d'un voxel a un impact sur la reconstruction de tous les voxels contenus dans le même cône de réponse. En tomographie, il faut rajouter à cet impact la rotation des volumes de réponse correspondant à la position des têtes au moment de la détection. Afin d'illustrer ceci, la figure 6.12 donne l'information $I_{a,b}$ pour tout b, pour une source ponctuelle placée en un voxel a donné, à différents endroits de l'objet (au centre en (a), à gauche en (b), à droite en (c)).

Cette représentation permet de mettre en valeur la corrélation qu'il existe entre l'activité d'un voxel et les autres voxels de l'objet. Les trainées correspondent aux cônes de réponse contenant le point actif pour les différentes têtes. Cela permet aussi de mettre en lumière le fait qu'en raison de la résolution spatiale amoindrie, un voxel impacte plus fortement son entourage lorsqu'il est éloigné des détecteurs.

Cependant, ce format est lourd à gérer puisqu'à chaque voxel de l'objet correspond un histogramme de la taille de l'objet. De plus, l'approximation consistant à négliger les termes de covariance se justifie par le fait que l'intensité de l'information est très majoritairement contenue dans le voxel d'intérêt. Ainsi, on limite le calcul de l'information de Fisher à sa trace :

$$I_a = \sum_m \frac{\mathbf{R}^2_{m,a} O^2_a}{\sum_b \mathbf{R}_{m,b} O_b}. \tag{6.20}$$

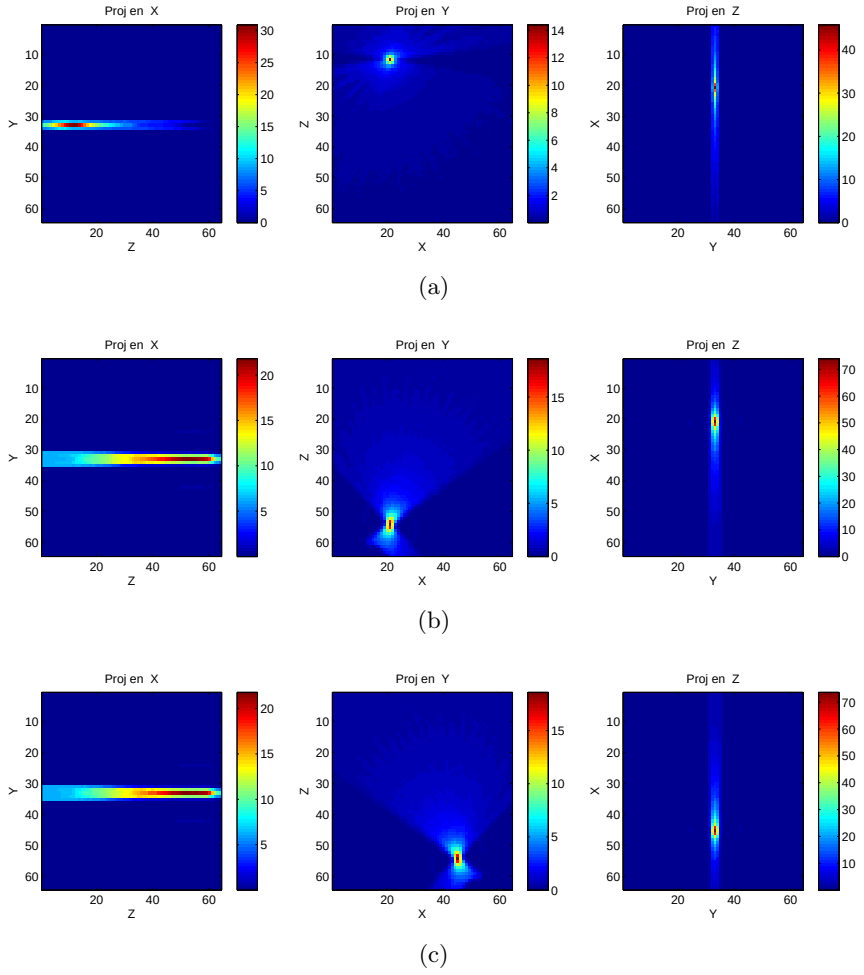


FIGURE 6.12 – Information de Fisher entre un point et les autres, pour une source ponctuelle placée à différents endroits.

La distribution d'information alors obtenue est illustrée en figure 6.13 pour une source uniforme et étendue.

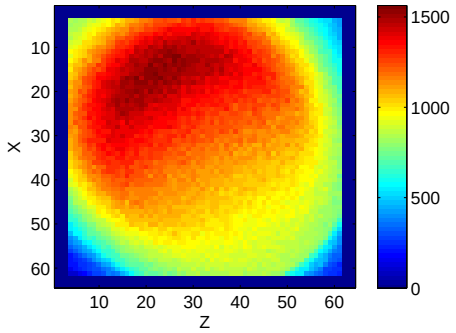


FIGURE 6.13 – Distribution de la trace de l'information de Fisher pour une source uniforme et étendue.

Contrairement à la distribution obtenue précédemment en ne tenant compte que de la sensibilité, les voxels situés à proximité de la source sont fortement porteurs d'information, puisque ce critère permet de tenir compte de la résolution spatiale atteignable sur ces points de l'objet.

Information de Fisher à partir d'un modèle simplifié

Une solution permettant de calculer la trace de la matrice d'information de Fisher malgré sa complexité consiste à simplifier fortement le modèle du collimateur. L'objectif n'étant plus ici d'obtenir une reconstruction précise, mais simplement de quantifier l'information apportée par une tête, la modélisation du collimateur telle qu'utilisée depuis le début de ce travail ne se justifie plus. Une simplification possible est la suivante :

— le projeté orthogonal d'une source sur le plan du détecteur est considéré comme étant sa projection dans le domaine des mesures ;

— la rétro-projection d'un point de mesure M est le cône de sommet M, d'axe perpendiculaire au plan du détecteur, de largeur égale en toute hauteur à la résolution spatiale du collimateur.

Le projecteur ainsi défini est illustré en figure 6.14.

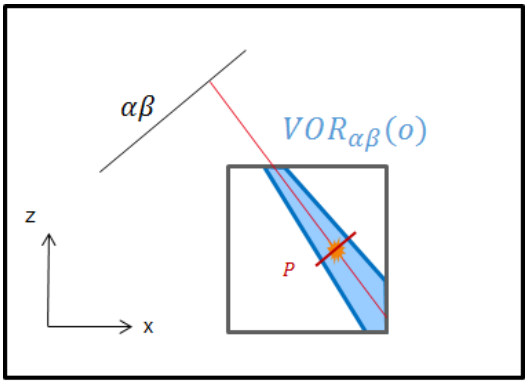


FIGURE 6.14 – Modélisation du collimateur utilisée pour le calcul de l'information de Fisher.

La figure 6.15 donne la distribution d'information obtenue sur une source uniforme étendue en utilisant ce modèle simplifié.

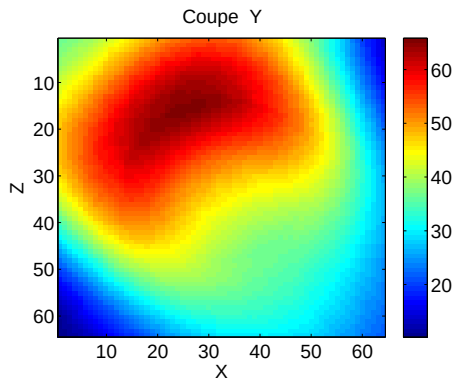


FIGURE 6.15 – Distribution de l'information dans le sens de l'information de Fisher avec simplification du modèle du collimateur sur une source uniforme étendue.

6.3 Validation par simulation

Dans un premier temps, l'objectif de cette section est de déterminer la fiabilité du calcul analytique de la DQE, en comparaison avec l'information de Fisher. Ensuite, le gain en termes de performances permis par l'adaptation est évalué. Les reconstructions obtenues en adaptant le système afin de maximiser la DQE sont comparées à celles obtenues en se fiant à la sensibilité, ainsi qu'à celles issues de la configuration initiale, à temps d'acquisition égal.

6.3.1 Comparaison des distributions obtenues avec les différents critères

Nous nous intéressons tout d'abord à la fiabilité de la DQE dans sa forme analytique par rapport à la trace de l'information de Fisher. L'information de Fisher a été appliquée à un fantôme de myocarde afin de pouvoir observer quelles sont les zones évaluées comme étant les plus informatives. La figure 6.16 donne une vue en coupe de la distribution de l'information ainsi obtenue sur le fantôme de myocarde, sans activité de fond.

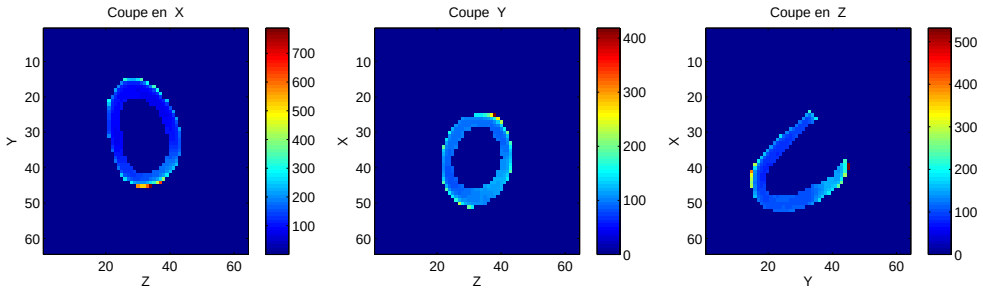


FIGURE 6.16 – Distribution de l'information de Fisher sur le myocarde.

L'information est concentrée sur les parois externes du myocarde. C'est en effet dans ces zones que le système est le plus à même de distinguer une activité de son voisinage. De plus, on constate que les parois les mieux détectables sont celles pour lesquelles il existe une vue tangentielle. Comme illustré en figure 6.17, ce sont en effet les têtes sur lesquelles se projettent les deux régions séparées par un contour qui maximisent l'information, puisqu'elles permettent des mesures issues de la zone sans activité bien distinguables des mesures issues de la zone chaude. De plus, la résolution spatiale dans la direction normale au détecteur est quasiment infinie : une tête de détection ne peut donc pas permettre de distinguer un contour dont le gradient serait perpendiculaire à sa surface de détection.

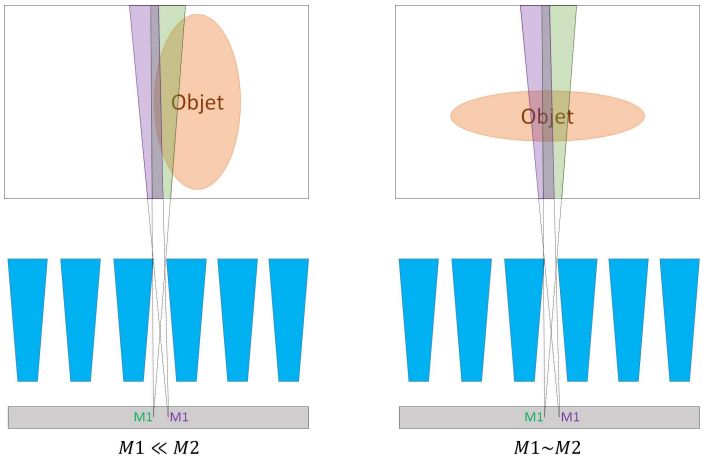


FIGURE 6.17 – Les contours dont le gradient est colinéaire au détecteur (a) sont bien détectés, contrairement à ceux dont le gradient est orthogonal au détecteur (b) qui ne sont pas visibles.

Cette proéminence des contours disparait lorsque l'on place le myocarde dans un fond tiède. La distribution de l'information alors obtenue est beaucoup plus homogène, comme illustré en figure 6.18.

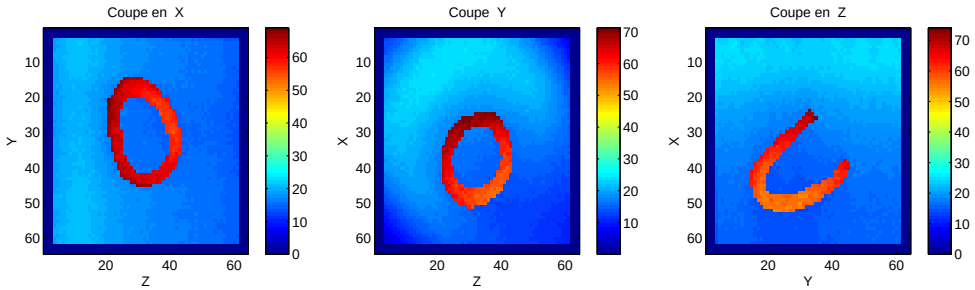


FIGURE 6.18 – Distribution de l'information de Fisher sur le myocarde avec un fond d'activité.

L'information est répartie sur les zones contenant le plus d'activité, et pour lesquelles la résolution spatiale est la meilleure, en corrélation avec la carte d'information obtenue pour une source uniforme (figure 6.13). Les variations de l'objet perdent leur importance.

Afin d'évaluer la pertinence de l'approximation consistant à considérer l'objet comme une source uniforme permettant d'utiliser la DQE, on compare les distributions d'informations obtenues avec l'information de Fisher à celles obtenues avec la forme matricielle de la DQE. La distribution d'information alors obtenue pour un myocarde sans fond d'activité est illustrée en figure 6.19.

Le résultat obtenu ne dessine pas la même distribution d'information que celle calculée à partir de l'information de Fisher pour un fond froid. En effet, l'information n'est pas particulièrement concentrée sur les contours de l'objet. Elle permet simplement de corréler la carte d'information sur fond uniforme à la distribution d'activité dans l'objet. En appliquant l'approximation de source uniforme, on considère dans le calcul du dénominateur que la projection de l'objet est assimilable à la sensibilité du détecteur. Il est donc normal que l'on perde l'information propre à la forme de l'objet.

La figure 6.20 donne la distribution d'information par la DQE matricielle sur le myocarde sur fond tiède.

La distribution d'activité est alors beaucoup plus proche de celle obtenue à partir de l'infor-

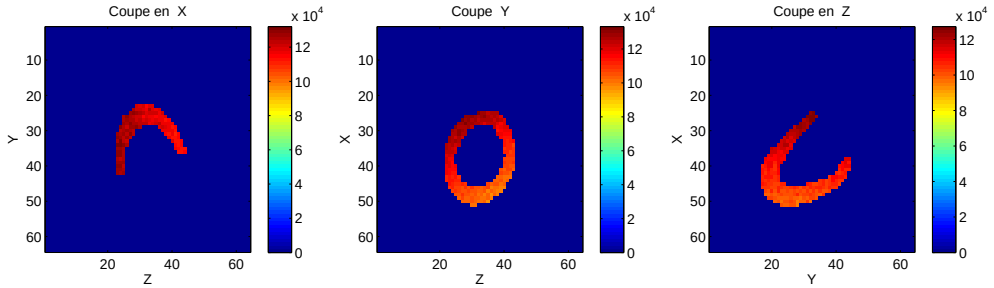


FIGURE 6.19 – Distribution du produit DQE matricielle - activité sur le myocarde

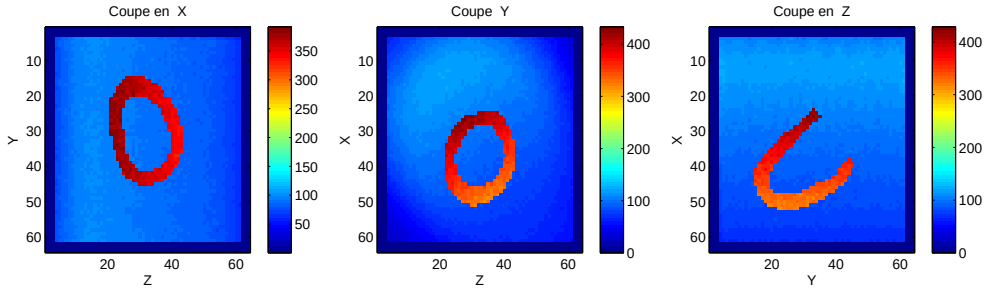


FIGURE 6.20 – Distribution du produit DQE matricielle - activité sur le myocarde avec un fond tiède.

mation de Fisher, l'ajout d'un fond tiède rapprochant l'objet d'une source uniforme.

Enfin, la DQE calculée de manière analytique permet d'obtenir une distribution d'information sur le myocarde très similaire à celle obtenue avec la forme matricielle de la DQE, tant sur fond froid (figure 6.21) que sur fond tiède (figure 6.22).

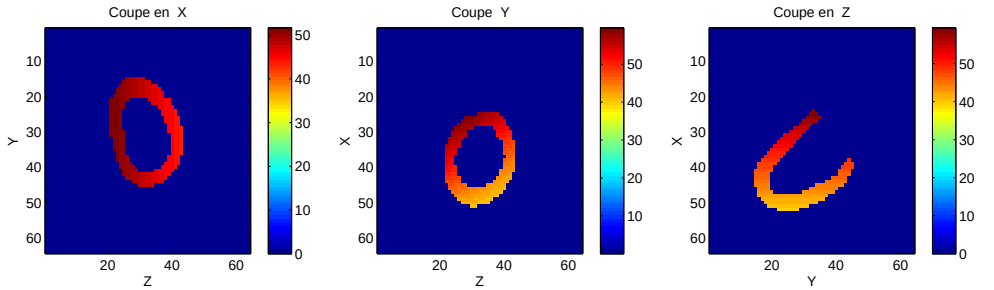


FIGURE 6.21 – Distribution de la DQE analytique sur le myocarde.

Les distributions sont simplement plus lisses, en raison des variations induites par le collimateur, négligées ici.

En termes de temps de calcul, le critère basé sur l'information de Fisher n'est pas envisageable. En utilisant un CPU $i7$ Xeon E5630 (2.53 GHz) et en parallélisant sur 8 cœurs, le calcul nécessite plus de 40 minutes. Avec l'approximation de source uniforme, le calcul de la projection de l'objet sur le détecteur est évité. On parvient ainsi à diviser le temps de calcul par deux. La formulation analytique de la DQE permet en revanche un calcul rapide ; en effet, la distribution est disponible en 21 secondes, ce qui est du même ordre de grandeur que le calcul de la reconstruction avec l'algorithme OTF-MLEM.

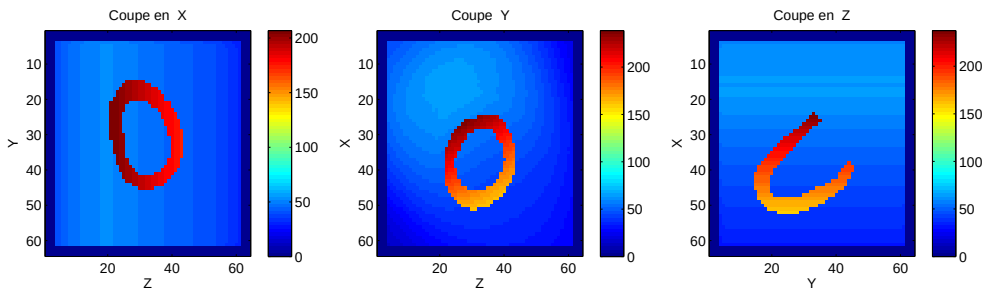


FIGURE 6.22 – Distribution de la DQE analytique sur le myocarde sur fond tiède.

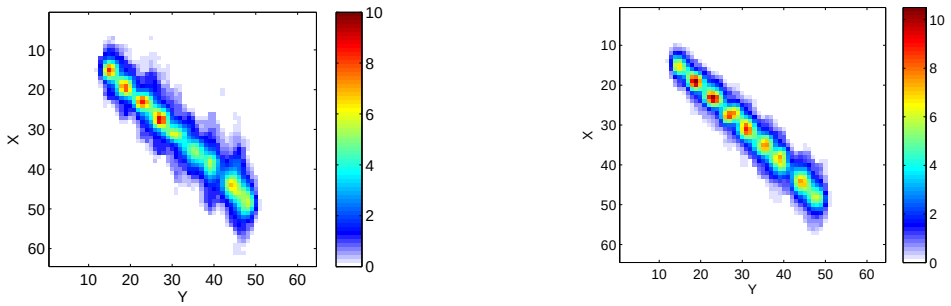
La DQE analytique présente des résultats assez différents de l'information de Fisher sur fond froid, mais beaucoup plus proches sur fond tiède. En réalité, l'objet n'est jamais dans un fond complètement froid. Ainsi, les distributions estimées sur fond tiède sont davantage représentatives d'une acquisition en conditions réelles.

6.3.2 Évaluation du gain en performance

Gain de l'adaptation

Afin de mettre en évidence l'intérêt de l'adaptation de la configuration, un processus d'acquisition / reconstruction a été mis en place en simulation en utilisant un fantôme composé de 9 sphères, larges de 9 mm placées à 15 mm les unes des autres sur la diagonale du cube imagé. Leur espacement est donc suffisant pour les têtes de détection les plus proches, mais les plus éloignées sont difficilement distinguables les unes des autres. On se place volontairement à une activité limite afin de pouvoir voir l'avantage de l'adaptation (10000 événements sont mesurés pour la configuration sans adaptation, 13000 pour la configuration avec adaptation pour le même temps d'acquisition).

La figure 6.23 donne les projections de la reconstruction obtenue avec la configuration initiale (a), et avec une adaptation de la configuration en cours d'acquisition (b).



(a) (b)

FIGURE 6.23 – Reconstructions obtenues sans adaptation (a) et avec adaptation (b) en un même temps d'acquisition.

Sur la reconstruction sans adaptation, les sphères les plus éloignées ne sont pas bien distinguées les unes des autres, et le contraste n'est pas aussi satisfaisant que celui obtenu sur la reconstruction obtenue avec une configuration adaptée, dont les projections sont données en figure 6.30.

L'adaptation est ici faite en utilisant le critère de DQE décrit précédemment sur la reconstruction intermédiaire obtenue à la moitié du temps d'acquisition. Cependant, cela n'apporte pas grand-chose par rapport à la sensibilité puisque dans ce cas précis, les lieux porteurs d'information parce qu'ils sont porteurs d'activité et ceux qui le sont parce qu'ils représentent des zones de contraste sont les mêmes. Ce fantôme ne permet donc pas de se rendre compte de l'intérêt de la DQE par rapport à la sensibilité.

Amélioration du résultat sur un fantôme à activité concentrée

Afin de comparer les résultats obtenus avec les configurations issues des différents critères, on évalue le seuil de détectabilité, c'est-à-dire le nombre minimum de photons nécessaires à la reconstruction du fantôme. On utilise un fantôme composé de trois sphères proches, décentrées par rapport à l'objet. On définit le seuil de détectabilité comme étant le nombre minimum de photons permettant de distinguer les sphères les unes des autres. Le fantôme utilisé est représenté en figure 6.24.

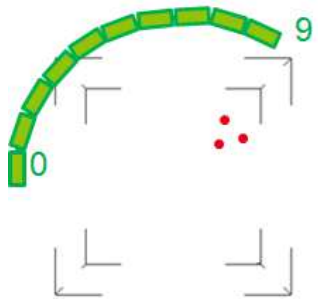


FIGURE 6.24 – Configuration utilisée pour l'évaluation du seuil de détectabilité.

On considère que les trois sphères sont distinguables les unes des autres lorsque trois maximums locaux sont clairement identifiables aux centres des sphères.

On représente en figure 6.25 les cartes de répartition du temps sur les orientations obtenues avec les différents critères. Chaque colonne présente pour une tête de détection le temps passé sur chaque orientation.

Les répartition de l'information au sens de la sensibilité et de la DQE sont strictement identiques. Cela s'explique par le fait que la résolution spatiale est directement liée à la distance entre la source et le détecteur, et que les têtes n'ont pas le degré de liberté leur permettant de se rapprocher de l'objet. En revanche, l'information de Fisher disqualifie certaines orientations qui sont privilégiées par la sensibilité et la DQE, car les mesures sont altérées par la présence d'une autre activité dans le cône de réponse. La configuration résultant de l'information de Fisher est donc différente de celles issues de la sensibilité et de la DQE.

Le tableau 6.1 donne le nombre de photons émis nécessaire à la distinction claire des trois sphères, la sensibilité de la configuration, ainsi que le gain en temps d'acquisition par rapport à la configuration initiale pour une configuration non adaptée, une configuration adaptée en sensibilité, une configuration adaptée en DQE et une configuration adaptée suivant l'information de Fisher.

L'adaptation en sensibilité permet déjà de diviser le temps d'acquisition par 2.5, en ne passant pas de temps sur les orientations qui ne détectent aucun photon. Dans la mesure où le système ne permet pas de rapprocher certaines têtes de l'objet, la DQE n'a pas d'impact sur la détectabilité. En revanche, l'information de Fisher permet de sélectionner les orientations les plus intéressantes compte tenu de la distribution d'activité dans l'objet. La configuration obtenue à partir de ce critère n'est pas plus sensible, mais les détection obtenues permettent une meilleure interprétation, ce qui réduit le nombre de détections nécessaires.

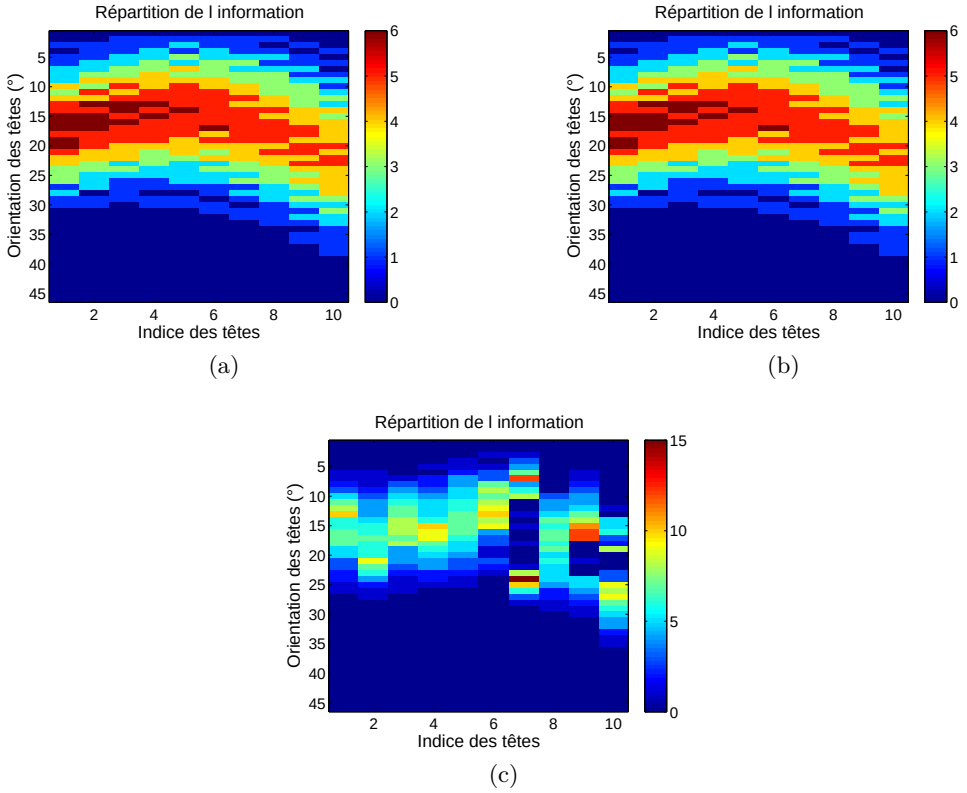


FIGURE 6.25 – Configurations adaptées en sensibilité (a), en DQE (b) et en information de Fisher (c) pour le fantôme à trois sphères.

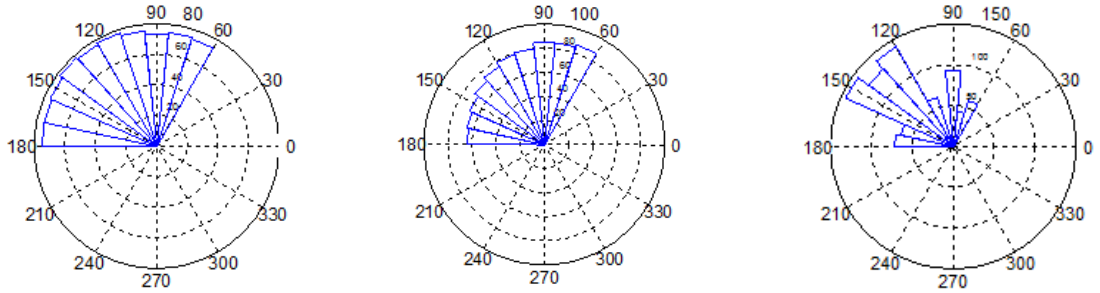
Afin de mieux rendre compte de l'utilité des différents critères, nous proposons la même démarche avec un système tel que celui étudié jusqu'à maintenant, mais avec une seule tête de détection, parcourant à tour de rôle chacune des différentes positions autour du patient, et pouvant également s'orienter suivant différents angles. Cette démarche permet de tenir compte des différences d'information portée par les différentes têtes.

La figure 6.26 donne pour chaque critère l'information apportée par chaque position de tête autour de l'objet, toute orientation comprise.

Ainsi, on observe que la position autour du patient n'influe pas beaucoup sur la sensibilité, puisque toutes les têtes sont à même de voir la totalité de l'objet en s'orientant correctement. On remarque une légère augmentation de l'information en DQE à mesure que l'on se rapproche de l'objet, ce qui est attendu puisque la distance entre le module de détection et l'objet est alors diminuée. Enfin, de grandes différences sont visibles lorsque l'on utilise l'information de Fisher,

	Sans adaptation	Adaptation en sensibilité	Adaptation en DQE	Adaptation en IF
Nombre de photons émis	60×10^6	24×10^6	24×10^6	16×10^6
Sensibilité	0.11×10^{-4}	0.25×10^{-4}	0.25×10^{-4}	0.25×10^{-4}
Gain par rapport à la configuration initiale	$\times 1$	$\times 2.5$	$\times 2.5$	$\times 3.7$

TABLE 6.1 – Quantité de photons à émettre pour permettre la distinction des trois sphères imagées en fonction du critère utilisé.



(a) (b) (c)

FIGURE 6.26 – Information portée par les différentes positions de tête autour de l'objet, au sens de la sensibilité (a), de la DQE (b), et de l'information de Fisher (c).

en raison du fait que pour certaines positions de la tête, certains points de la source sont alignés, et donc très mal discernables.

Les temps passés par tête et par orientation sont présentés en figure 6.27.

Ainsi, les nombres de photons nécessaires à la détection des trois points du fantôme sont donnés dans le tableau 6.2.

	Sans adaptation	Adaptation en sensibilité	Adaptation en DQE	Adaptation en IF
Nombre de photons émis	60×10^6	24×10^6	22×10^6	13×10^6
Sensibilité	0.11×10^{-5}	0.25×10^{-5}	0.25×10^{-5}	0.25×10^{-5}
Gain par rapport à la configuration initiale	$\times 1$	$\times 2.5$	$\times 2.7$	$\times 4.6$

TABLE 6.2 – Quantité de photons à émettre pour permettre la distinction des trois sphères imagées en fonction du critère utilisé pour une tête de détection mobile autour du patient.

Dans cette configuration, la DQE permet un très léger gain par rapport à la sensibilité. Un gain plus important serait possible avec des têtes ayant la possibilité de se rapprocher de l'objet. L'information de Fisher permet un gain plus important, en évitant les positions où deux sources sont alignées sur une droite orthogonale au plan du détecteur.

Amélioration du résultat sur un fantôme étendu

Nous cherchons maintenant à savoir si l'utilisation de la DQE comme critère peut avoir un avantage significatif par rapport à la sensibilité. L'impact éventuel de la DQE pourrait être visible en utilisant un fantôme dont l'observation ne dépend pas uniquement de la sensibilité du système, comme c'était le cas précédemment, mais aussi de la position des têtes et de l'information qu'elles apportent. Nous utilisons alors dans la suite de cette section un fantôme composé de 5 tores, d'axe y, c'est-à-dire tangentiel à toutes les têtes de détection quelque soit leur orientation. La géométrie du fantôme est donnée en figure 6.28.

On se place au flux limite permettant la détection de l'objet, c'est-à-dire une détection de 33000 événements sans adaptation, ce qui correspond à un temps total d'acquisition d'une secondes à 330 MBq. On simule ensuite l'acquisition sur le même temps et la même activité, mais en adaptant la configuration à l'objet. Les configurations sont modifiées à la moitié du temps

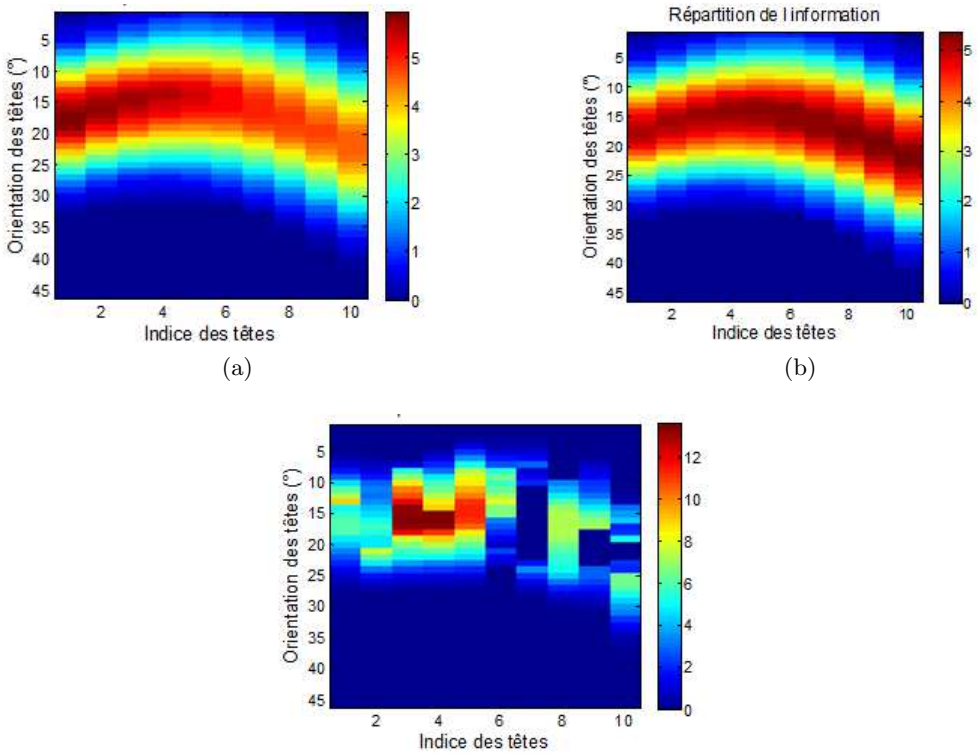


FIGURE 6.27 – Information portée par les différentes positions de tête autour de l'objet, et leurs différentes orientations, au sens de la sensibilité (a), de la DQE (b), et de l'information de Fisher (c).

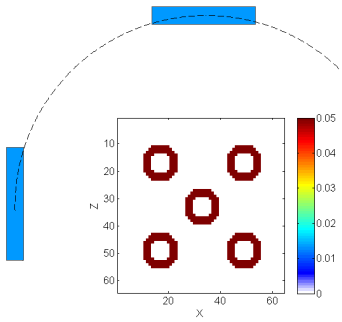


FIGURE 6.28 – Vue en projection du fantôme à cinq tores utilisé pour la suite de l'étude.

d'acquisition. La figure 6.29 donne les configurations utilisées après adaptation, en utilisant la sensibilité et la DQE. Cette figure donne pour chaque tête et chaque orientation le nombre de sections temporelles attribuées. Les orientations sont désignées par leur indice. Le pas d'échantillonnage des orientations est de 2 °, entre −22 ° et +22 °.

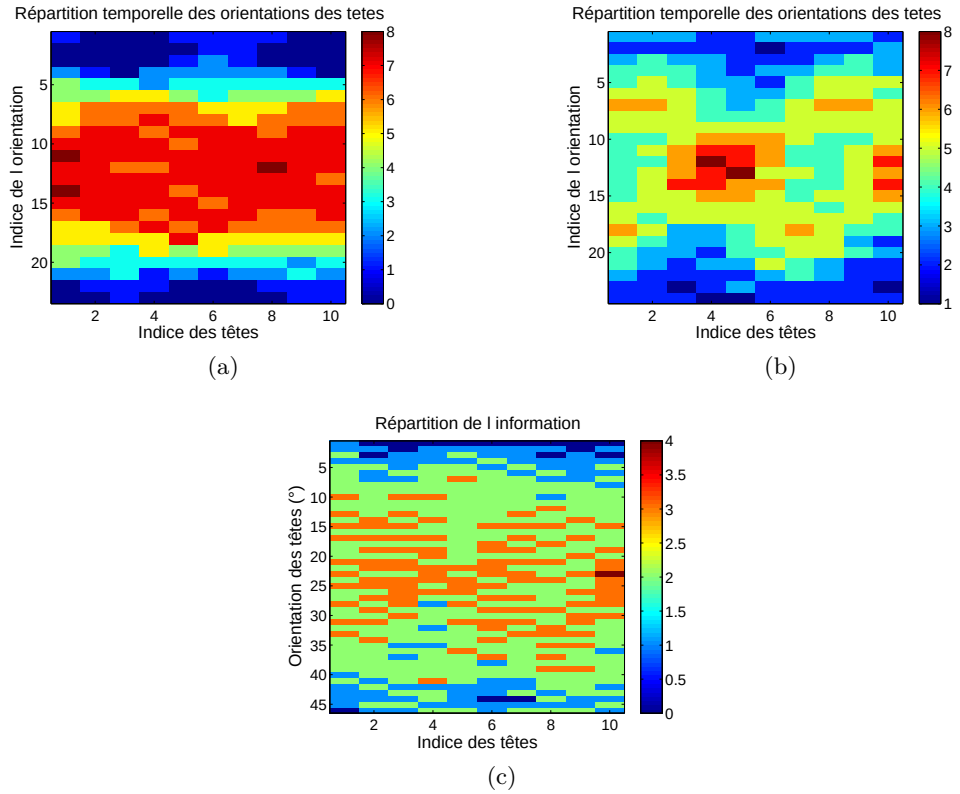


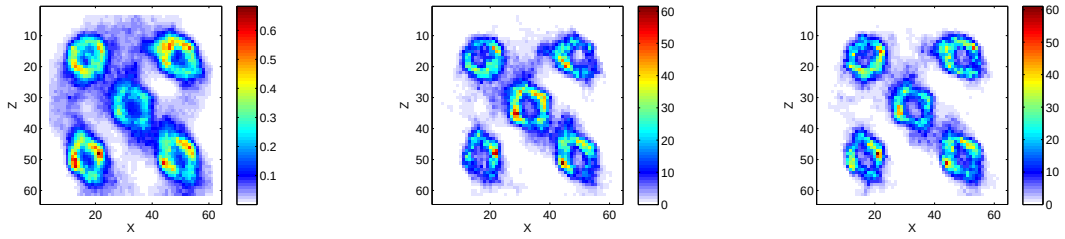
FIGURE 6.29 – Configurations utilisées après adaptation selon la sensibilité (a), selon la DQE (b) et selon l'information de Fisher simplifiée (c).

Les configurations obtenues avec les trois critères sont assez différentes : la sensibilité continue de balayer l'ensemble de l'objet présentant une activité, tandis que la DQE focalise davantage le système sur certaines orientations. Cela s'explique par le fait que la DQE va privilégier des sources plus proches que la sensibilité, afin de maximiser également la résolution spatiale. La distribution de l'information de Fisher est ici moins facile à visualiser, car plus dispersée.

Les reconstructions obtenues après 8 itérations de MLEM en mode liste sont illustrées en coupe en figure 6.30. Lorsqu'il y a une adaptation, elle survient après une première mise à jour de l'estimation par MLEM mode liste sur 8 itérations. Le résultat sert alors d'*a priori* pour la prochaine passe d'acquisition / reconstruction, également effectuée en MLEM mode liste sur 8 itérations.

Visuellement, les reconstructions après adaptation se distinguent légèrement de la première par un meilleur contraste. Cependant on n'observe que peu de différences entre les deux reconstructions après adaptation. On peut tout de même remarquer que les quatre tores aux extrémités du fantôme sont mieux représentés sur la troisième reconstruction (adaptation à partir de la DQE) que sur la deuxième (adaptation avec la sensibilité). L'analyse de l'erreur quadratique et du contraste nous permettent d'établir de légères différences, reportées dans le tableau 6.3.

Une légère amélioration est observée entre les configurations adaptées et la configuration initiale. Cette amélioration est moins probante que celle obtenue précédemment en utilisant un alignement de sphères sur la diagonale, car le fantôme utilisé ici nécessite de toute façon une couverture presque exhaustive du champ de vue. L'objectif était ici de comparer les résultats



(a) (b) (c)

FIGURE 6.30 – Reconstructions obtenues à très faible activité sans adaptation (a), avec adaptation selon la sensibilité (b), et avec adaptation selon la DQE (c).

Figure de mérite	Sans adaptation	Adaptation en sensibilité	Adaptation en DQE
Sensibilité	3.0×10^{-4}	3.5×10^{-4}	3.4×10^{-4}
MSE (%)	7.99	7.83	7.31
Contraste	0.70	0.83	0.87

TABLE 6.3 – Impact de l'adaptation sur la qualité de la reconstruction en termes de contraste et d'erreur quadratique.

obtenus en utilisant la sensibilité et la DQE comme critère. Bien que les configurations issues de ces deux critères soient bien différentes, aucune différence significative n'est visible sur les reconstructions. Le contraste et l'erreur quadratique sont légèrement meilleurs en adaptant le système en fonction de la DQE.

6.4 Perspectives

6.4.1 Intégration des contours au critère

Jusqu'à maintenant, nous n'avons utilisé le calcul d'information que sur la distribution d'activité sur l'objet. Or, l'activité n'est pas le seul élément permettant de maximiser la quantité d'information acquise. Un autre élément à considérer est la présence de contours, et donc les composantes fréquentielles de l'objet non nulles.

La détection des contours peut être faite à partir du gradient local de l'image dans les directions tangentes au détecteur. On considère que les variations suivant la direction normale au détecteur sont indétectables. On ne s'intéresse donc qu'aux contours dont la direction de la variation est tangente à la surface de détection. De plus, les variations sur lesquelles on voudrait focaliser le système sont celles dont la dimension correspond à la résolution spatiale de l'appareil. La méthode de détection des contours que nous utilisons consiste à calculer le gradient d'un voxel suivant les trois dimensions dans l'espace absolu $\mathscr{O}$, sur une variation correspondant à la résolution spatiale moyenne du système sur l'objet. Le gradient est ensuite interprété dans l'espace local correspondant au détecteur. La composante perpendiculaire au détecteur est alors ignorée. Les contours ainsi obtenus sur le myocarde sont représentés en coupe sur la figure 6.31.

Cette information est ensuite ajoutée au calcul de DQE. La formule donnant l'information que l'on cherche à retenir est la suivante :

$$DQE_{\alpha,\beta} = \sum_{o \in \mathscr{O}} \left[\epsilon_{\alpha,\beta} \times (1 + \partial O_x^2 + \partial O_y^2) \times \sum_{v \in \mathscr{V}_o} PSF_{\alpha,\beta}^2 \right]. \tag{6.21}$$

La figure 6.32 illustre le processus utilisé pour calculer ce nouveau critère d'information.

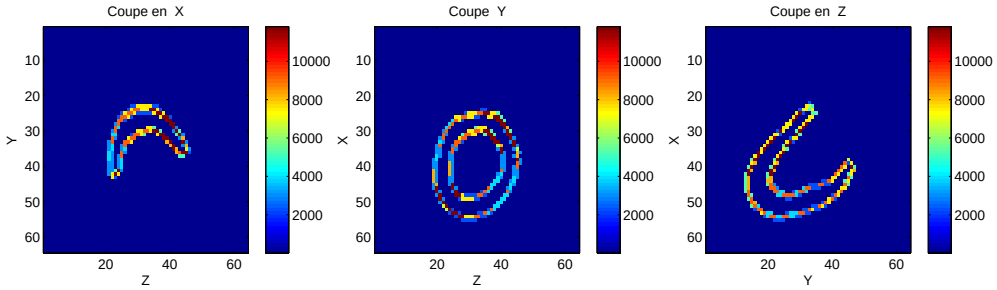


FIGURE 6.31 – Détection des contours du myocarde sans fond.

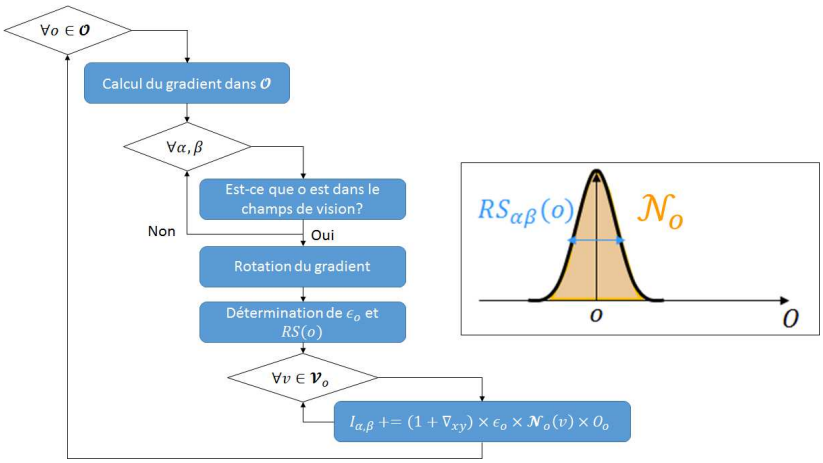


FIGURE 6.32 – Implémentation du critère intégrant l'information portée par les contours.

Une seconde possibilité pourrait être de filtrer l'image en utilisant un filtre passe bande, centré sur la résolution spatiale attendue du collimateur. Les basses fréquences n'apportant aucune information sont supprimées. Les hautes fréquences qui souvent sont le résultat du bruit dans l'image et qui de toutes façons ne sont pas distinguables sont également écartées.

6.4.2 Utilisation de l'information fréquentielle de l'objet

Le fond d'activité dans lequel est immergé l'objet nous fait perdre la notion de contour lorsque l'on calcule la distribution de l'information, et ce même en utilisant la trace de l'information de Fisher. Le critère proposé permettrait de réintégrer cette notion de manière artificielle. La carte d'information répartie sur le myocarde obtenue avec la DQE analytique en mettant l'accent sur les contours est présentée en figure 6.33.

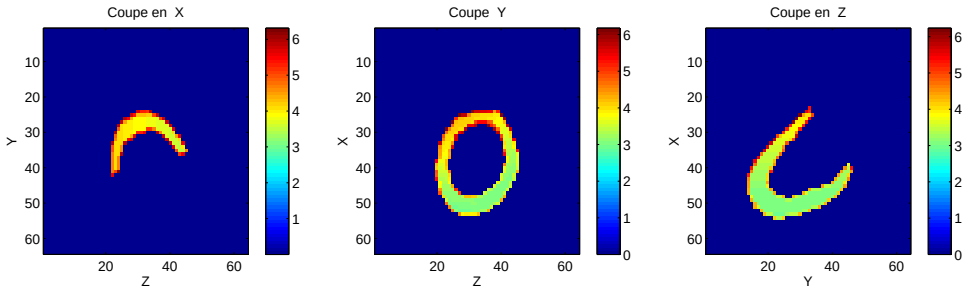


FIGURE 6.33 – Répartition de l'information obtenue à partir du critère de DQE analytique + contours sur le myocarde.

La figure 6.34 donne la répartition de l'information ainsi obtenue lorsque le myocarde est plongé dans un fond tiède.

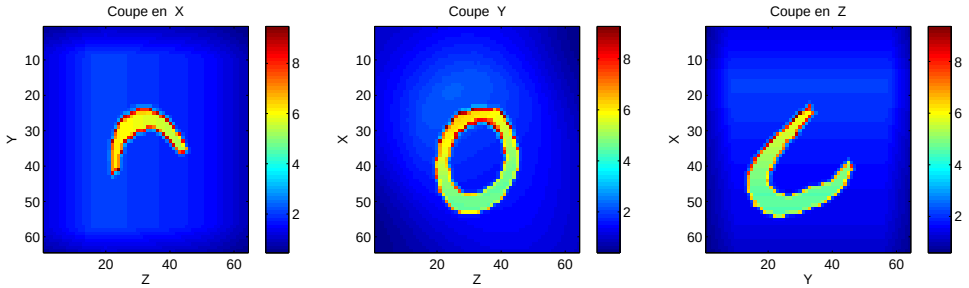


FIGURE 6.34 – Répartition de l'information obtenue à partir du critère de DQE analytique + contours sur le myocarde sur fond tiède.

La notion de contour est alors conservée, même lorsque l'on plonge l'objet dans un fond d'activité.

L'intégration du gradient rend le calcul de l'information légèrement plus long : alors que la DQE analytique était obtenue en 21 secondes sur notre installation, l'information à partir du critère décrit dans cette section nécessite 29 secondes de calcul.

6.5 Conclusion

Ce chapitre avait pour objectif d'étudier l'adaptation de la configuration inspirée de la D-SPECT en fonction du critère utilisé. L'information de Fisher est le critère qui a servi de point

de départ à ce travail, car elle permet d'évaluer précisément la quantité d'information apportée par un système en supposant l'objet connu. Cependant, sa forme matricielle étant trop complexe à utiliser en temps réel, des approximations ont dû être faites. Une formulation analytique de la DQE, qui est elle-même une approximation de l'information de Fisher, a été proposée. Ce critère permet d'évaluer une approximation de l'information apportée par chaque tête et chaque orientation pour un objet donné. Le temps passé par chaque tête sur chaque orientation est ensuite fixé en proportion de l'information attendue.

Les simulations effectuées ont permis de montrer l'intérêt de l'adaptation d'un tel système. L'adaptation du balayage des têtes de détection permet réellement d'améliorer la sensibilité, et ainsi d'augmenter le contraste de la reconstruction.

Par rapport à la sensibilité, la DQE a l'avantage de tenir compte de la résolution spatiale lors de l'évaluation de l'adéquation entre la configuration et l'objet. L'impact de ce critère est légèrement visible à travers les reconstructions et les gains en performance observés. La forme analytique de la DQE étant rapide à calculer, il n'y a pas de perte à l'utiliser pour reconfigurer le système.

Afin d'améliorer la reconfiguration, une perspective envisageable est de tenir compte de l'information fréquentielle contenue dans l'objet. En effet, nous n'avons utilisé ici que l'information contenue dans l'activité de l'objet en elle-même, mais n'avons pas analysé ses variations spatiales. Dans cette optique, il serait intéressant d'intégrer l'information fréquentielle contenue dans la reconstruction de l'objet au critère de reconfiguration.

Enfin, plusieurs adaptations peuvent être faites à des moments différents de l'acquisition. On peut par exemple envisager une première reconfiguration à partir de la sensibilité pour maximiser la statistique, puis une deuxième reconfiguration à partir d'un critère basé sur l'information de Fisher une fois que le nombre d'événements permet une estimation exploitable de l'objet. Enfin, une dernière reconfiguration pourrait être faite en fin d'acquisition pour diriger les têtes vers les zones où l'incertitude est la plus grande, afin d'obtenir un maximum d'informations sur ces régions mal imagées une fois la globalité de l'objet correctement estimée.

Conclusion

Les performances de l'imagerie SPECT sont limitées par le compromis entre résolution et sensibilité, induit par le collimateur. Une solution récemment envisagée permettant d'aller au delà de ce compromis consiste à adapter le champ de vue du système à l'objet imagé. Afin de permettre une adaptation optimale de la configuration en fonction de l'objet d'étude, nous avons étudié la possibilité de mener à bien cette adaptation en cours d'acquisition, en fonction d'une reconstruction de l'objet établie à partir des mesures précédemment acquises. Ce projet requiert deux éléments, qui sont l'objet de ce travail de thèse : l'estimation de la distribution d'activité en temps réel, et la mise en place d'un critère d'adéquation entre la configuration et l'objet d'intérêt, afin de maximiser la quantité d'information à acquérir lors de la prochaine passe.

Dans un premier temps, un système d'étude destiné à l'imagerie cardiaque a été proposé, en s'inspirant d'un système récemment introduit par l'industrie. Ce système est composé de dix têtes de détection réparties autour du patient, orientables indépendamment les unes des autres. Le détecteur HiSPECT à haute résolution spatiale, précédemment fabriqué dans notre laboratoire, a été utilisé pour cette étude. Une collimation a été dimensionnée pour répondre aux besoins de l'imagerie cardiaque.

L'algorithme de reconstruction proposé prend pour point de départ la méthode itérative de reconstruction MLEM, sur laquelle des modifications ont été faites afin de le rendre utilisable en temps réel. Un travail sur le modèle a d'abord été mené, en séparant les trois modèles du détecteur, du collimateur et de la géométrie. Cette séparation permet de s'affranchir d'une matrice de réponse aux dimensions rendues trop grandes pour le système flexible à modéliser. Une modélisation analytique plus précise du collimateur que celles classiquement utilisées permet une reconstruction de qualité, ainsi que l'emploi de tirages aléatoires dans la zone de réponse pour mener à bien la reconstruction. L'utilisation de tirages aléatoires a plusieurs avantages, dont l'ajustement possible du nombre de tirages en fonction du besoin en résolution et en rapidité, le contournement du problème des volumes partiels, ou encore l'inclusion d'une partie de la normalisation dans l'étape de rétro-projection. Enfin, l'OTF-MLEM est une nouvelle méthode de mises à jour partielles inspirée de la RBI-EM, proposée dans ce travail, permettant d'accéder rapidement à des reconstructions anticipées de l'objet pendant l'acquisition.

Le modèle du collimateur ainsi que l'algorithme ont d'abord été validés en simulation, puis expérimentalement. L'algorithme a été parallélisé, afin de pouvoir être implémenté sur GPU. L'étude expérimentale a ainsi permis de valider le modèle de collimation utilisé et la faisabilité de la reconstruction en temps réel, dans le cadre de l'imagerie planaire. Avec la parallélisation sur GPU, le temps de reconstruction global est transparent devant le temps d'acquisition.

L'intégration de la géométrie dans la modélisation du système a ensuite permis l'utilisation de l'algorithme en tomographie, en simulation. À partir de ces simulations, l'impact des différents paramètres de l'algorithme a été étudié, sur des données plus ou moins réalistes, allant du fantôme simulé dans le vide au fantôme plongé dans un fond d'activité. Ces simulations ont permis de démontrer la faisabilité d'une reconstruction de bonne qualité en temps réel sur des mesures issues d'un système flexible. Une validation expérimentale de l'algorithme en tomographie est en cours.

Enfin, la dernière partie de ce manuscrit se concentre sur le critère d'adéquation entre l'objet et la configuration employée, en vue de l'adaptation dynamique du système. La matrice d'infor-

mation de Fisher permet d'évaluer la quantité d'information transmise par chaque configuration en supposant une distribution d'activité donnée. Cependant, cette matrice a une dimension égale au carré de la dimension de l'objet. Il n'est donc pas envisageable de la calculer en temps réel. Des approximations sont donc proposées afin de formuler un critère qui s'en rapproche, calculable dans le temps de l'acquisition. Une formulation analytique de l'information de Fisher obtenue avec un modèle simplifié est finalement proposée. Les performances en termes de sensibilité, d'exactitude et de contraste obtenues avec une configuration adaptée selon ce critère ont été comparées à celles de la configuration initiale et d'une configuration adaptée simplement suivant la sensibilité du système à l'objet. L'étude en simulation a permis d'attester du gain rendu possible par l'adaptation des têtes : la réduction du champ de vue en fonction de l'objet imagé permet bien une augmentation de la sensibilité globale du système, et donc un résultat plus contrasté. La comparaison entre le critère de sensibilité et le critère inspiré de la DQE témoignent d'un léger gain en performances entre l'adaptation suivant ces deux critères est réel. Enfin, la simplification de l'information de Fisher a donné des résultats encourageants en simulation sur un fantôme peu étendu.

Finalement, ce travail de thèse ouvre plusieurs perspectives. Tout d'abord, la validation expérimentale de l'algorithme demande à être renforcée. En tomographie, il pourrait être intéressant d'implémenter la MLEM en mode liste avec la rétro-projection Monte Carlo sur GPU afin de pouvoir comparer les reconstructions et les temps de calcul. Une des difficultés de la validation expérimentale en tomographie vient du fait que contrairement à la simulation, une seule tête de détection est disponible. Le déplacement de la source ponctuelle doit être calculé de manière à couvrir toute la source étendue désirée, mais aussi en fonction de la position des têtes de détection.

Enfin, des perspectives restent à explorer quant à l'adaptation de la configuration. D'abord, de prochains travaux pourraient envisager l'intégration de l'information fréquentielle contenue dans l'objet au critère de reconfiguration, afin de concentrer les configurations bien résolues vers les zones à forte variation et ainsi améliorer le gain en performance par rapport à celui obtenu en utilisant la sensibilité. Ensuite, le gain obtenu entre une configuration adaptée et une configuration standard est très dépendante de l'objet à imager. Il pourrait donc être intéressant de déterminer dans quelle mesure il est utile d'adapter la configuration. Enfin, une autre question est celle de la qualité de la reconstruction nécessaire afin que l'adaptation soit optimale.

Annexe A

Symboles

Symbole	Signification
$\mathbf{R}$	Matrice système
O	Vecteur de l'objet
M	Vecteur des mesures
o	Voxel de l'histogramme de l'objet
m	Voxel de l'histogramme des mesures
M_m	Nombre de coups mesurés sur le canal m
O_o	Activité observée sur le voxel o de l'objet
$\mathbf{R}_{m,o}$	Probabilité d'obtenir une mesure en m sachant une émission en o
$O^{(n)}$	Estimation à l'itération n
k	Index des événements
$\widehat{M}$	Espérance des mesures
$\widehat{O}$	Espérance sur l'objet
G_n	Groupes de mesures utilisés à l'itération n
$\mathscr{O}$	Espace objet
$\mathscr{M}$	Espace des mesures
$\mathbf{A}$	Modèle d'atténuation
$\mathbf{D}$	Modèle du Détecteur
$\mathbf{C}$	Modèle du Collimateur
$\mathbf{G}$	Modèle Géométrique
$\mathscr{L}$	Espace local objet
$\mathscr{L}_m$	Volume de réponse de m
L_m	Liste des coordonnées de points composant le volume de réponse de m
$\mathscr{M}_l$	Volume de détection de l
h	Indice des têtes de détection
α	position des têtes de détection
β	orientation des têtes de détection
$D(m)$	Sensibilité du voxel m
$G_m(o)$	Antécédent de o avec les paramètres de m
$\mathscr{K}$	Liste d'événements
k	Indice des événements en mode liste
i_k	$k - ième$ mesure
M_g	Histogramme du $g - ième$ groupe de mesures en OSEM
C	Contribution associée à un groupe de mesure

Table A.1 – Table des symboles.

Symbole	Signification
RS_C	Résolution spatiale du collimateur
t	Taille d'un trou du collimateur
f	Distance surface à surface entre le collimateur et le détecteur
s	Epaisseur septale du collimateur
h	Hauteur du collimateur
d	Distance surface à surface entre le collimateur et l'objet
p	Pas du collimateur
S_c	Sensibilité du collimateur
$S(x_s, y_s, z_s)$	Point source
$M(x_m, y_m, z_m)$	Point mesure
$N_{x/y}$	Indice des trous

Table A.2 – Table des symboles.

Annexe B

Figures de mérites d'un système SPECT

B.1 Résolution en énergie

La résolution énergétique du système correspond à sa capacité à distinguer deux énergies voisines. Une bonne résolution en énergie permet de sélectionner précisément les photons issus du pic photo électrique, et d'écarter ceux issus du rayonnement diffusé dans l'objet et dans l'environnement. Elle s'exprime en fonction de la largeur à mi-hauteur de la réponse du système ΔE à une énergie E donnée, reportées sur le spectre en énergie illustré en figure B.1 :

$$R_E = \frac{\Delta E}{E}. \tag{B.1}$$

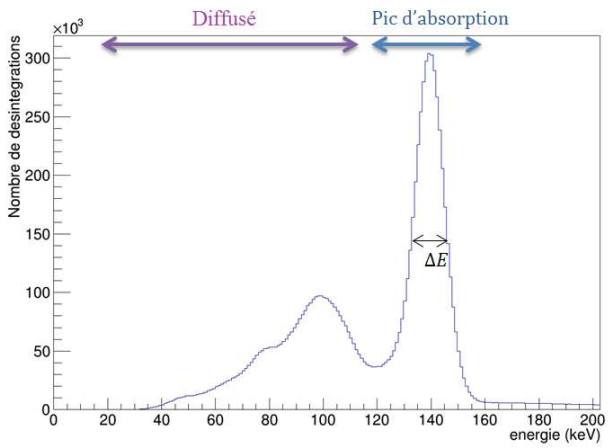


FIGURE B.1 – Détermination de la résolution en énergie à partir du spectre énergétique.

La résolution en énergie est un avantage des détecteurs CdZnTe : les scintillateurs, dont un exemple de spectre est proposé en figure B.1, ont une résolution de l'ordre de 10%, alors que ces détecteurs semi-conducteurs peuvent atteindre une résolution de 3%.

B.2 Résolution spatiale

La résolution spatiale caractérise la capacité d'un système à distinguer deux points spatialement proches. Elle est généralement donnée par la largeur à mi-hauteur de la réponse impulsionnelle du détecteur, obtenue à partir d'une source ponctuelle comme illustré en figure B.2.

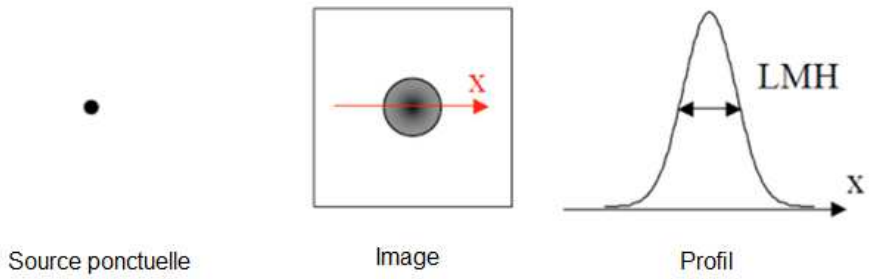


FIGURE B.2 – Détermination de la résolution spatiale.

La résolution spatiale du système est imposée à la fois par le collimateur et par le détecteur :

$$R_s = \sqrt{R_i^2 + R_c^2}, \tag{B.2}$$

où R_i désigne la résolution intrinsèque au détecteur, et R_c la résolution propre au collimateur.

B.3 Sensibilité

On définit la sensibilité à la limite du multiplexage du collimateur comme l'intégrale des angles solides visibles à travers ses trous depuis le détecteur. Les notations utilisées sont rappelées en figure B.3.

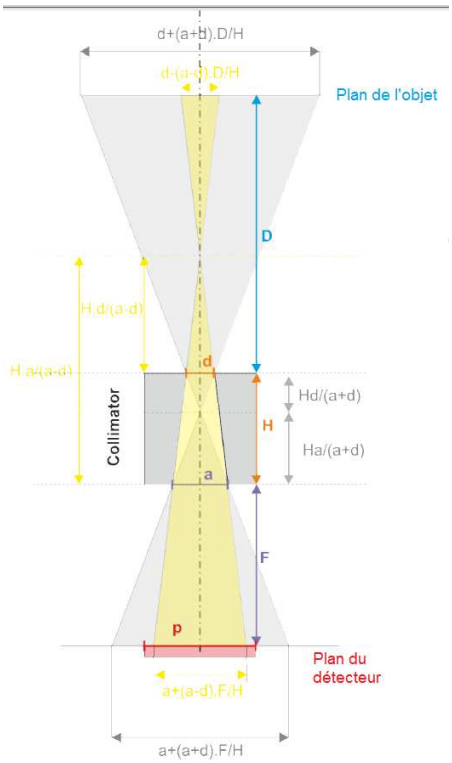


FIGURE B.3 – Lignes de réponses du collimateur sur le détecteur.

Ainsi, la sensibilité pour un point m du détecteur s'écrit comme le rapport de l'angle solide visible sur 4π :

$$s(m) = \frac{\text{Surface visible}}{4\pi(F + H + D)^2}.$$

La sensibilité moyenne du détecteur s'obtient en intégrant la sensibilité locale sur l'ensemble du détecteur, et en divisant par la surface de détection :

$$S = \int_{x_m=0:p} \int_{y_m=0:p} s(m) dx_m dy_m = \int_{x_m=0:p} \int_{y_m=0:p} \frac{\text{Surface visible}}{4\pi(F+H+D)^2 p^2} dx_m dy_m.$$

La surface visible pour un élément de détection s'exprime comme le produit des longueurs des segments $l(x_m)$ et $l(y_m)$ délimitant la surface visible pour un point de détection donné et une hauteur dans l'objet donnée :

$$S = \frac{1}{4\pi(F+H+D)^2 p^2} \int_{x_m=0:p} \int_{y_m=0:p} l(x_m) l(y_m) dx_m dy_m.$$

Les deux directions x et y du problème étant décorrélées, on peut écrire :

$$S = \frac{1}{4\pi(F+H+D)^2 p^2} \int_{x_m=0:p} l(x_m) dx_m \int_{y_m=0:p} l(y_m) dy_m = \frac{1}{4\pi(F+H+D)^2 p^2} \left(\int_{m=0:p} l(m) dm \right)^2.$$

L'intégrale $\int_{m=0:p} l(m) dm$ correspond à l'aire du parallélogramme correspondant à la zone visible à travers un trou du collimateur pour un plan de l'objet donnée, représenté en figure B.4.

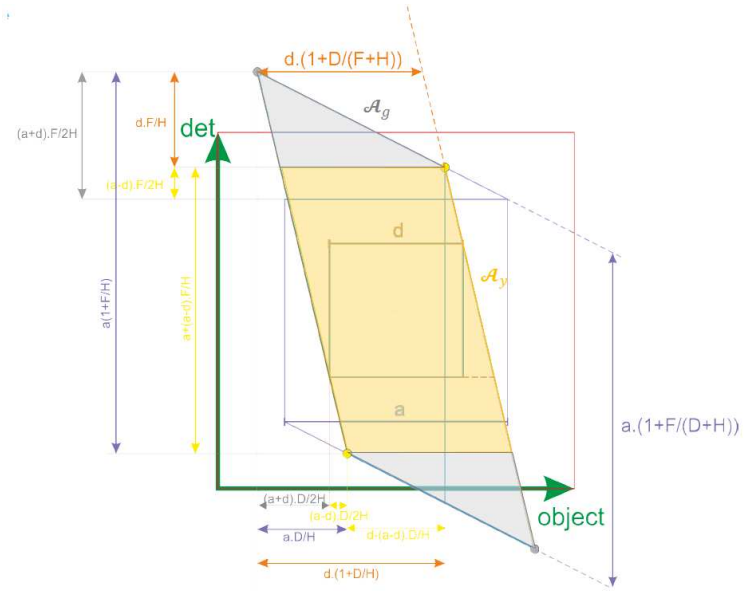


FIGURE B.4 – Zones admissibles pour une couche de l'objet donnée.

L'aire $\mathscr{A}$ de ce parallélogramme est égale à la somme suivante :

$$\mathscr{A} = \mathscr{A}_y + 2\mathscr{A}_g,$$

où $\mathscr{A}_y$ est l'aire du parallélogramme jaune de la figure B.4 correspondant au cône de réponse jaune visible en figure B.3. $2\mathscr{A}_g$ et l'aire des deux triangles correspondant aux zones en gris. Après simplification, l'aire de la totalité du parallélogramme s'exprime de la manière suivante :

$$\mathscr{A} = \frac{ad}{H} \times (H + D + F).$$

Ainsi, on déduit l'expression de la sensibilité intrinsèque du collimateur :

$$S = \frac{a^2 d^2}{4\pi p^2 H^2}.$$

On remarque que la sensibilité n'est pas dépendante de la distance D entre le collimateur et l'objet.

B.4 Compromis entre résolution, sensibilité et champ de vue

L'imagerie SPECT est limitée par un compromis inhérent au collimateur, défini par sa résolution spatiale, sa sensibilité, et son champ de vue.

On définit une source positionnée en (x, y), dans un plan à une distance D donnée entre une source et la surface de détection, et un élément de mesure (u, v) de dimension (∂_u, ∂_v). La probabilité qu'une source soit détectée par un élément de détection peut s'écrire sous la forme suivante :

$$s(x, y|u, v) = \frac{\partial_u \partial_v}{4\pi D^2} C(x, y), \tag{B.3}$$

où $C(x, y)$ est définie entre 0 et 1, défini la permissivité du collimateur. La sensibilité globale peut alors s'exprimer ainsi :

$$S = \int\int \frac{\partial_u \partial_v}{4\pi D^2} C(x, y). \tag{B.4}$$

La fonction du collimateur peut être définie comme le rapport de la surface des sources visibles R_{sp}^2 sur le champ de vue F :

$$C(x, y) = \frac{R_{sp}^2}{F}. \tag{B.5}$$

On peut alors écrire :

$$\frac{S.F}{R_{sp}^2} = \iint \frac{\partial_u \partial_v}{4\pi D^2} = \frac{\omega_{det}}{4\pi}. \tag{B.6}$$

L'égalité est atteinte dans le cas favorable où le collimateur n'a pas de transparence septale. Dans le cas contraire, la résolution spatiale est dégradée, menant à l'inégalité suivante :

$$\frac{S.F}{R_{sp}^2} \leq \frac{\omega_{det}}{4\pi}. \tag{B.7}$$

B.5 Exactitude

Dans ce travail, l'exactitude de la reconstruction a été évaluée en utilisant l'erreur quadratique moyenne normalisée entre la distribution de l'objet théorique O, et la distribution reconstruite à partir des mesures R.

Dans un premier temps, les deux distributions sont normalisées de telle manière que leur somme sur l'ensemble des voxels soit égale à 1. L'erreur est ensuite calculée suivant la formule suivante :

$$MSE = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_o (O_o - R_o)^2}, \tag{B.8}$$

où o est un indice parcourant l'ensemble des voxels et N le nombre de voxels.

B.6 DQE

La DQE est définie comme le rapport entre l'information observée en sortie sur l'information disponible en entrée, exprimées par leurs rapport signal à bruit au carré, pour une fréquence spatiale donnée (u, v) en deux dimensions, dans les directions X et Y :

$$DQE(u, v) = \frac{SNR(u, v)_{out}^2}{SNR(u, v)_{in}^2}. \tag{B.9}$$

La notion de DQE était utilisée radiologie afin d'étudier l'impact de certains paramètres des systèmes sur la qualité finale de l'image [80]. Ce critère a été proposé afin d'évaluer la qualité

d'un système d'imagerie à la fois en termes de sensibilité et de résolution spatiale, en fonction de la fréquence spatiale observée, indépendamment de l'objet observé. La DQE permet ainsi de déterminer dans quelle mesure un système est capable d'utiliser l'information dont il dispose en entrée. Une description plus complète de la DQE est proposée en annexe. Sous l'hypothèse de source uniforme étendue menant à un bruit stationnaire, la DQE peut s'exprimer de la manière suivante [27] :

$$DQE(u,v) = \bar{q} \times \frac{\epsilon^2 \times MTF(u,v)^2}{NPS(u,v)}, \tag{B.10}$$

où $\bar{q}$ est le flux de *quanta* en entrée du système, ϵ est la sensibilité globale du système, $MTF(u,v)$ est le module de la fonction de transfert de modulation normalisée, et $NPS(u,v)$ le spectre en puissance du bruit. Dans le cas d'un bruit photonique stationnaire, le spectre en puissance s'exprime par le produit du flux en entrée par la sensibilité du système, soit $NPS = \bar{q} \times \epsilon$. Dans ces conditions, la DQE peut s'exprimer de la manière suivante :

$$DQE = \sum_m \epsilon_m \times MTF_m^2. \tag{B.11}$$

Annexe C

Parallélisation de l'algorithme

Pour plus de fluidité, l'algorithme présenté dans ce travail de thèse a été implémenté sur GPU à l'aide d'OpenCl. Une interface sous Labview permet de récupérer les mesures issues du détecteur. Elle permet aussi d'appeler des instructions OpenCl à exécuter par le GPU pour calculer la reconstruction.

L'algorithme OTF-MLEM proposé fonctionne suivant un processus de projection et de rétro-projection applicable indépendamment à chaque événement. Pour rappel, l'algorithme fonctionne à partir de la mise à jour suivante :

$$O^{(n+1)} = O^{(n)} \times \exp\left(\lambda\left(\sum_m \frac{\mathbf{R}_{m,o}}{\sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}} - 1\right)\right). \tag{C.1}$$

Ainsi, les mêmes instructions de projection et de rétro-projection sont appliquées en parallèle à chaque événement. Pour chaque événement m, on calcule d'abord le terme de projection suivant :

$$P_m = \sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}, \tag{C.2}$$

puis le terme de rétro-projection :

$$C_m = \frac{\mathbf{R}_{m,o}}{P_m}. \tag{C.3}$$

Une mise à jour est faite une fois qu'un certain nombre d'événements ont été traités. La somme des contributions est calculée, permettant de déterminer la $(n+1)^{ième}$ valeur de O :

$$O^{(n+1)} = O^{(n)} \times \exp\left(\lambda\left(\sum_m \frac{\mathbf{R}_{m,o}}{\sum_{o'} \mathbf{R}_{m,o'} O_{o'}} - 1\right)\right). \tag{C.4}$$

Les mesures acquises par le module de détection sont accumulées dans un buffer. Ils sont transmis au reste de la chaîne par paquets de 10000 événements. Ces événements sont alors rétro-projetés, parallèlement les uns aux autres. La rétro-projection est faite par tirage Monte Carlo, dont le résultat est un groupe de sous événements. Parmi ces sous événements, la moitié sont utilisés pour le calcul de la projection, et l'autre moitié pour le calcul de la rétro-projection. Ainsi, la détermination des cônes de réponse n'est faite qu'une fois par événement. Les contributions des 10000 mesures traitées sont ajoutées afin d'effectuer la mise à jour de l'estimation. Un filtrage gaussien est ensuite appliqué à l'estimation en parallélisant sur les voxels. Le résultat ainsi obtenu est réutilisé lors des prochaines itérations pour le calcul des projections. L'implémentation en parallèle de l'algorithme est illustrée en figure C.1.

Dans notre étude, le GPU utilisé est un Quadro 600, permettant le traitement en parallèle de 1024 événements. Le temps de calcul devient alors transparent par rapport au temps d'acquisition (environ 100 ms pour 10 minutes d'acquisition).

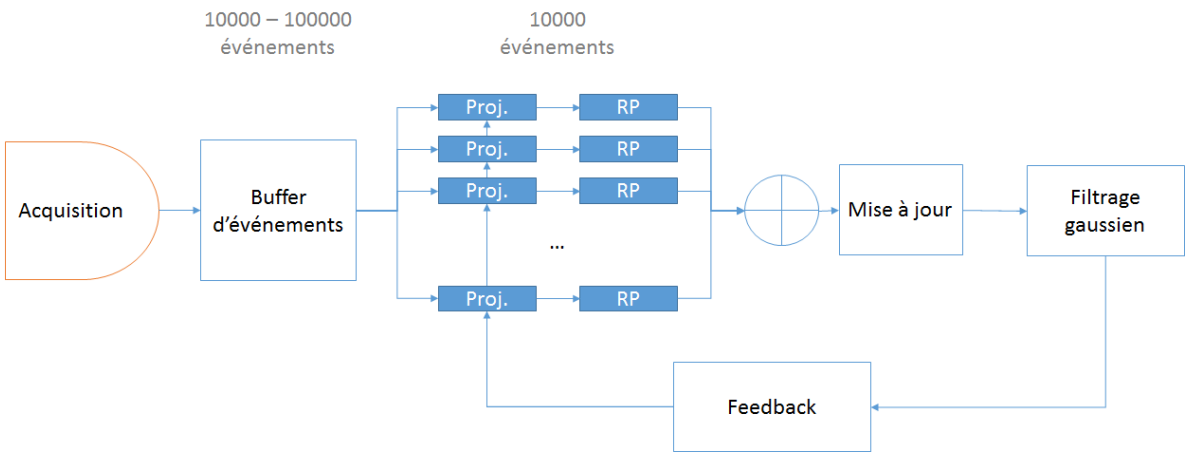


FIGURE C.1 – Architecture d'implémentation de l'OTF-MLEM sur GPU.

Annexe D

Minimisation de la divergence de Kullback-Leibler

Une manière de résoudre le problème inverse qui nous est proposé consiste à effectuer une descente de gradient sur la divergence de Kullback-Leibler entre les mesures et la projection de l'objet, afin d'en minimiser l'écart.

D.1 Divergence de Kullback-Leibler

Kullback et Leibler ont proposé une mesure à partie de l'entropie relative permettant d'évaluer l'écart entre deux distributions. Ils définissent la divergence $D(A, B)$ entre deux distributions de la manière suivante :

$$D(A, B) = \sum_i A_i log \frac{A_i}{B_i} - A_i + B_i. \tag{D.1}$$

La DKL est une grandeur positive, nulle si et seulement si les deux distributions A et B sont strictement identiques. Elle est asymétrique, c'est à dire que $D(A, B)$ n'est pas égale à $D(B, A)$. Ce n'est donc pas une métrique à proprement parler, mais elle reproduit localement la métrique de Fisher.

D.2 Utilisation de la DKL pour estimer un objet

Géométriquement, la reconstruction d'un objet s'implémente sur quatre espaces :
— l'espace des mesures effectives $\mathscr{M}$;
— l'espace de l'espérance des mesures $\bar{\mathscr{M}}$;
— l'espace objet effectif, celui que l'on cherche à reconstruire $\mathscr{O}$;
— l'espace de l'objet attendu, celui sur lequel on parie, l'*a priori* $\bar{\mathscr{O}}$.

L'inversion directe du problème consistant à déduire directement l'objet O en inversant le modèle et en l'appliquant à la distribution de mesures obtenues M ne fonctionne pas, à cause de l'incomplétude du modèle qui implique qu'il n'y a ni existence ni unicité de la solution. Plus d'exactitude dans l'estimation de O est atteignable en considérant également les espaces $\bar{\mathscr{M}}$ et $\bar{\mathscr{O}}$, afin de tenir compte de l'écart entre l'*a priori*. Ainsi, on minimise la distance à la fois entre M et RO mais également entre O et $\bar{O}$. Ainsi, on définit la distance entre une mesure et l'objet ainsi :

$$D(M : O) = D(M : RO) + D(O : \bar{O}). \tag{D.2}$$

Cela correspond au théorème de Pythagore étendu à la géométrie de l'information [4].

La distance des mesures M par rapport à l'*a priori* $\bar{O}$ s'écrit de la manière suivante :

$$D(M : RO) = \sum_i M_i log \frac{M_i}{\sum_a \mathbf{R}_{ia} O_a} - M_i + \sum_a \mathbf{R}_{i,a} O_a. \tag{D.3}$$

On exprime alors son gradient par rapport à $\bar{O}$:

$$\nabla_O D(M : RO) = \sum_i \mathbf{R}_{i,a} \left(1 - \frac{M_i}{\mathbf{R}_{i,a} O_a}\right). \tag{D.4}$$

Par définition, la distance entre l'estimation et l'*a priori* s'exprime de la manière suivante :

$$D(O : \bar{O}) = \sum_i O_i log \frac{O_i}{\bar{O}_i} - O_i + \bar{O}_i. \tag{D.5}$$

En dérivant cette expression, il ne reste que le terme :

$$\nabla_O D(O : \bar{O}) = log \frac{O_i}{\bar{O}_i}. \tag{D.6}$$

La distance totale est minimale lorsque :

$$\nabla_O D(M : RO) = -\nabla_O D(O : \bar{O}) \tag{D.7}$$

$$log \frac{O_i}{\bar{O}_i} = -\sum_i \mathbf{R}_{i,a} \left(1 - \frac{M_i}{\mathbf{R}_{i,a} O_a}\right). \tag{D.8}$$

On retrouve ainsi sur la formule de mise à jour de la MLEM :

$$O_a = \bar{O}_a \times \exp \sum_i \mathbf{R}_{i,a} \left(\frac{M_i}{\sum_b \mathbf{R}_{i,b} O_b} - 1\right). \tag{D.9}$$

Bibliographie

[1] S. Ahmadi, D. Sardari, H. Rajabi, F. Babapour, and M. Rahmatpour. Attenuation Correction during Image Reconstruction. *Communications in Computer and Information Science*, 2014.

[2] A. Alessio. Iterative Reconstruction. *IEEE NSS/MIC image reconstruction*, 2010.

[3] Drzezga Alexander, Souvatzoglou Michael, and Eiber Matthias et al. First clinical experience with integrated whole-body PET/MR : Comparison to 538 L. Livieratos PET/CT in patients with oncologic diagnoses. *Journal of Nuclear Medicine*, 2012.

[4] S. Amari. Information Geometry and Its Applications : Convex Function and Dually Flat Manifold. *Emerging Trends in Visual Computing*, 2009.

[5] A. H. Andersen and A. C. Kak. Simultaneous Algebraic Reconstruction Technique (SART) : A Superior Implementation of the ART Algorithm. *Ultrasonic Imaging*, 1984.

[6] Stephen E. Anderson. Sub-Pixel Position Resolution in Pixelated Semiconductor Detectors. *IEEE Nuclear Sciences*, 2007.

[7] D. L. Bailey. Transmission Scanning in Emission Tomography. *European Journal of Nuclear Medicine*, 1998.

[8] J. Baró, J. Sempau, J. M. Fernández-Varea, and F. Salvat. PENELOPE : an Algorithm for Monte Carlo Simulation of the Penetration and Energy Loss of Electrons and Positrons in Matter. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B : Beam Interactions with Materials and Atoms*, 1995.

[9] H. H. Barrett, J. D. Eskin, and H. B. Barber. Charge Transport in Arrays of Semiconductor Gamma-ray Detectors. *Physical Review Letters*, 1995.

[10] H. H. Barrett, L. R. Furenlid, M. Freed, J. Y. Hesterman, M. A. Kupinski, E. Clarkson, and M. K. Whitaker. Adaptive SPECT. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2008.

[11] H. H. Barrett, T. White, and L. C. Para. List-mode Likelihood. *J Opt Soc Am A Opt Image Sci Vis*, 1997.

[12] E. A. Bienenstock and M. Ennis. The Effect of Object Size on the Sensitivity of Single Photon Emission Computed Tomography : Comparison of two CZT Cardiac Cameras and an Anger Scintillation Camera. *EJNMMI Physics*, 2014.

[13] M. Bocher, I. M. Blevis, L. Tsukerman, Y. Shrem, G. Kovalski, , and L. Volokh. A Fast Cardiac Gamma Camera with Dynamic SPECT Capabilities : Design, System Validation and Future Potential. *Eur J Nucl Med Mol Imaging*, 2010.

[14] C. A. Bouman and K. Sauer. A Unified Approach to Statistical Tomography using Coordinate Descent optimization. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1996.

[15] J. Browne and A. B. de Pierro. A Row-Action Alternative to the EM Algorithm for Maximizing Likelihood in Emission Tomography. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1996.

[16] P. Busca, C. Fiorini, A.D. Butt, M. Occhipinti, R. Peloso, R. Quaglia, F. Schembari, P. Trigilio, G. Nemeth, P. Major, K. Erlandsson, and B.F. Hutton. Simulation of the expected performance of INSERT : A new multi-modality SPECT/MRI system for preclinical and

clinical imaging, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment. *UCL discovery*, 2014.

[17] I. Buvat. Tomographie d'émission monophotonique et tomographie d'émission de positons. http ://www.guillemet.org/.

[18] I. Buvat. Effets de la diffusion et de méthodes de correction simples d'emploi en spect. *Revue de l'ACOMEN*, 1998.

[19] I. Buvat. Understanding the Limitations of SUV. *Medecine Nucleaire*, 2007.

[20] I. Buvat. Using Simulations of the Detector Performance for Enhanced Image Reconstruction in Molecular Imaging. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, 2016.

[21] C. L. Byrne. Block-iterative Methods for Image Reconstruction from Projections. *IEEE Transactions on Image Processing*, 1996.

[22] L. Cai, N. Li, and L. J. Meng. A Prototype Adaptive SPECT System with Self-Optimized Angular Sampling. *IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference (NSS/MIC)*, 2011.

[23] F. Caobelli, S. R. Kaiser, J. T. Thackeray, F. M. Bengel, M. Chieregato, A. Soffientini, C. Pizzocaro, G. Savelli, M. Galelli, and U. P. Guerra. Iq SPECT allows a significant reduction in administered dose and acquisition time for myocardial perfusion imaging : Evidence from a phantom study. *Journal of Nuclear Medicine*, 2014.

[24] J. Carrascal, J. Castilla, J. C. Oller, A. Díaz, O. Vela, L. Romero, and J. M. Pérez. Charge Sharing and Interaction Depth Corrections in a Wide Energy Range for Small Pixel Pitch CZT Detectors. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, 2010.

[25] C. Chaix, S. Kovalsky, M. Kosmider, H. H. Barrett, and L. R. Furenlid. Integration of AdaptiSPECT, a Small-Animal Adaptive SPECT Imaging System. *presented at the Proceedings of SPIE - The International Society for Optical Engineering*, 2013.

[26] E. Clarkson, M. A. Kupinski, H. H. Barrett, and L. Furenlid. A Task-Based Approach to Adaptive and Multimodality Imaging. *Proceedings of the IEEE*, 2008.

[27] Ian A. Cunningham and Rodney Shaw. Signal-to-Noise Optimization of Medical Imaging Systems. *Optical Society of America*, 1999.

[28] M. Dahlbom, C. Schiepers, and J. Czernin. Comparison of Noise Equivalent Count Rates and Image Noise. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2005.

[29] Sara A. Van de Geer. *Least Squares Estimation.* 2005.

[30] F. Dubois. Reconstruction des images tomographiques par rétropprojection filtrée. *Revue de l'Acomen*, 1998.

[31] K. Erlandsson, I. Buvat, P. H. Pretorius, B. A. Thomas, and B. F. Hutton. A Review of Partial Volume Correction Techniques for Emission Tomography and their Applications in Neurology, Cardiology and Oncology. *Physics in Medicine and Biology*, 2012.

[32] K. Erlandsson, K. Kacperski, D. van Gramberg, and B. F. Hutton. Performance Evaluation of D-SPECT : a Novel SPECT System for Nuclear Cardiology. *Physics in Medicine and Biology*, 2009.

[33] J. A. Fessler. Statistical Methods for Image Reconstruction. *IEEE short course*, 2002.

[34] J. A. Fessler, E. P. Ficaro, and N. H. Clinthorne. Grouped-Coordinate Ascent Algorithms for penalized-Likelihood Transmission Image Reconstruction. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1997.

[35] J. A. Fessler and A. O. Her. Space-Alternating Generalized Expectation-Maximization Algorithm. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 1994.

[36] N. Fuin, S. Pedemonte, S. Arridge, S. Ourselin, and B. F. Hutton. Subsampled Fisher Information Matrix for efficient estimation of the uncertainty in emission tomography. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, 2012.

[37] N. Fuin, S. Pedemonte, S. Arridge, S. Ourselin, and B. F. Hutton. Use of the Fisher Information Matrix to optimize the acquisition protocol for a D-SPECT system. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, 2012.

[38] T. Funk, D. L. Kirch, J. E. Koss, E. Botvinick, and B. H. Hasegawa. A Novel Approach to Multipinhole SPECT for Myocardial Perfusion Imaging. *J. Nucl. Med.*, 2006.

[39] R. R. Galigekere, K. Wiesent, and D. W. Holdsworth. Cone-Beam Reprojection Using Projection-Matrices. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2003.

[40] O. Gevin, O. Lemaire, F. Lugiez, A. Michalowska, P. Baron, O. Limousin, and E. Delagnes. Imaging X-Ray Detector Front-End with High Dynamic Range : IDeF-X HD. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research*, 2012.

[41] R. Gordon, R. Bender, and G. T. Herman. Algebraic Reconstruction Techniques (ART) for Three-Dimensional Electron Microscopy and X-ray Photography. *Journal of Theoretical Biology*, 1970.

[42] H. M. Hudson and R. S. Larkin. Accelerated Image Reconstruction Using Ordered Subsets of Projection Data. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1994.

[43] M. Iatrou, S. G. Ross, R. M. Manjeshwar, and C. W. Stearns. A Fully 3D Iterative Image Reconstruction Algorithm Incorporating Data Corrections. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, 2004.

[44] Jérôme Idier. *Approche bayésienne pour les problèmes inverses.* 2001.

[45] R. J. Jaszczak, C. E. Floyd Jr., and R. E. Coleman. Scatter Compensation Techniques for SPECT. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 1985.

[46] R. J. Jaszczak, J. Li, and H. Wang. Pinhole Collimation for Ultra-High Resolution. *Physics in Medicine and Biology*, 1994.

[47] P. M. Joseph. An Improved Algorithm for Reprojecting Rays Through Pixel Images. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1982.

[48] L. Kaufman. Implementing and Accelerating the EM Algorithm for Positron Emission Tomography. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1987.

[49] J. C. Kim, S. E. Anderson, W. Kaye, S. J. Kaye, Y. Zhu, F. Zhang, and Z. He. Study on Effect of Charge Sharing Events in Common-Grid Pixelated CdZnTe Detectors. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record (NSS/MIC)*, 2009.

[50] Glenn F. Knoll. *Counting Statistics and Error Prediction.* 1979.

[51] F. Lebrun. A CdTe Gamma-Camera for the Space Observatory INTEGRAL : Software Charge-Loss Corrections. *Nuclear Instrument and Methods in Physics Research*, 1996.

[52] N. Li and L.-J. Meng. Adaptive Angular Sampling for SPECT Imaging. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2011.

[53] C. Liu, L. Volokh, X. Zhao, T.-S. Lee J. Xu, and B. M. W. Tsui. Performance Evaluation of Block-Iterative Algorithms for SPECT Reconstruction. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, 2005.

[54] Lefteris Livieratos. Technical pitfalls and limitations of spect/ct. *Semin Nucl Med*, 2015.

[55] S. Lux. *Amélioration de la résolution spatiale à semi-conducteur pour l'imagerie gamma et X par l'exploitation de signaux transitoires.* PhD thesis, Université de Grenoble, 2012.

[56] A. Manrique and P.-Y. Marie. Recommandations pour la réalisation et l'interprétation de la tomoscintigraphie de perfusion myocardique. *Archives maladies du cœur et des vaisseaux*, 2003.

[57] B. Marti-Fuster, O. Esteban, K. Thielemans, X. Setoain, A. Santos, D. Ros, and J. Pavia. Including anatomical and functional information in MC simulation of PET and SPECT brain studies. Brain-VISET : A voxel-based iterative method. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2009.

[58] S. Matej and R. M. Lewitt. Practical Considerations for 3-D Image Reconstruction using Spherically Symmetric Volume Eelements. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1996.

[59] L. J. Meng and N. Li. Non-uniform Object-Space Pixelation (NUOP) for Penalized Maximum-Likelihood Image Reconstruction for a Single Photon Emission Microscope System. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2009.

[60] G. Montemont, S. Lux, O. Monnet, S. Stanchina, and L. Verger. Studying Spatial Resolution of CZT Detectors Using Sub-Pixel Positioning for SPECT. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2014.

[61] G. Montémont, S. Lux, O. Monnet, S. Stanchina, and L. Verger. Evaluation of a CZT gamma-ray detection module concept for SPECT. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, 2012.

[62] J. W. Moore, L. R. Furenlid, and H. H. Barrett. Instrumentation Design for Adaptive SPECT/CT. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, 2008.

[63] J.-P. Moy. Signal-to-noise ratio and spatial resolution in x-ray electronic imagers : Is the MTF a relevant parameter ? *Medical Physics*, 2000.

[64] E. U. Mumcuoglu, R. M. Leahy, S. R. Cherry, and E. Hoffman. Accurate Geometric and Physical Response Modelling for Statistical Image Reconstruction in High Resolution PET. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, 1996.

[65] I. P. C. Murray and P. J. Ell. *Nuclear Cardiology.* 1994.

[66] J. Nuyts, K. Vunckx, M. Defrise, and C. Vanhovey. Small animal imaging with multi-pinhole SPECT. *Methods*, 2009.

[67] V. Y. Panin, F. Kehren, C. Michel, and M. Casey. Fully 3-D PET Reconstruction with System Matrix derived from Point Source Measurements. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2006.

[68] J. A. Parker, R. V. Kenyon, and D. E. Troxel. Comparison of Interpolating Methods for Image Resampling. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1983.

[69] A. Pourmoghaddas and R. G. Wells. Quantitative accuracy of SPECT imaging with a dedicated cardiac camera : Physical phantom experiments. *IFMBE Proceedings*, 2015.

[70] J. Qi and R. M. Leahy. Resolution and noise properties of MAP reconstruction for fully 3-D PET. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2000.

[71] J. Qi and R. M. Leahy. Iterative Reconstruction Techniques in Emission Computed Tomography. *Phys. Med. Biol.*, 2016.

[72] J. Qi, R. M. Leahy, S. R. Cherry, A. Chatziioannou, and T. H. Farquhary. High-resolution 3D Bayesian Image Reconstruction using the microPET Small-Animal Scanner. *Phys. Med. Biol.*, 1998.

[73] A. J. Reader, P. J. Julyan, H. Williams, D. L. Hastings, and J. Zweit. Em Algorithm System Modeling by Image-Space techniques for PET Reconstruction. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2003.

[74] Charlotte Robert. *Optimisation de l'architecture HiSens, une nouvelle architecture de gamma-caméra CdZnTe haute sensibilité pour l'imagerie clinique.* PhD thesis, Université Paris-sud, 2010.

[75] N. U. Schramm, G. Ebel, U. Engeland, T. Schurrat, M. Behe, and T. M. Behr. High-resolution SPECT Using Multipinhole Collimation. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2003.

[76] V. V. Selivanov, Y. Picard, J. Cadorette, S. Rodrigue, and R. Lecomte. Detector Response Models for Statistical Iterative Image Reconstruction in High Resolution PET. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2000.

[77] L. A. Shepp and Y. Vardi. Maximum Likelihood Reconstruction for Emission Tomography. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 1982.

[78] W. Shockley. Currents to Conductors Induced by a Moving Point Charge. *Journal of Applied Physics*, 1938.

[79] R. Siddon. Fast Calculation of the Exact Radiological Path for a Three Dimensional CT Array. *Medical Physics*, 1985.

[80] S.-Å. Starck, M. Båth, and S. Carlsson. The use of Detective Quantum Efficiency (DQE) in Evaluating the Performance of Gamma Camera Systems. *Physics in Medicine and Biology*, 2005.

[81] D. Strul, R. B. Slates, M. Dahlbom, S. R. Cherry, and P. K. Marsden. An Improved Analytical Detector Response Function Model Multilayer Small-Diameter PET Scanners. *Physics in Medicine and Biology*, 2003.

[82] M. S. Tohme and J. Qi. Iterative Image Reconstruction for Positron Emission Tomography Based on Detector Response Function Estimated from Point Source Measurements. *Phys Med Biol*, 2009.

[83] P. E. B. Vaissier, M. C. Goorden, A. B. Taylor, and F. J. Beekman. Count-Regulated OSEM reconstruction. *IEEE Nuclear Science Symposium and Medical Imaging Conference Record (NSS/MIC)*, 2012.

[84] L. Verger, J. P. Bonnefoy, F. Glasser, and P. Ouvrier-Buffet. New Developments in CdTe and CdZnTe detectors for X and Gamma Ray Applications. *Journal of electronics materials*, 1997.

[85] vtk. Visualisation Toolkit. http ://www.vtk.org/.

[86] K. Vunckx, D. Bequé, M. Defrise, and J. Nuyts. Single and multipinhole collimator design evaluation method for small animal SPECT. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2008.

[87] W.K. Warburton. An Approach to Sub-Pixel Spatial Resolution in Room Temperature X-Ray Detector Arrays With Good Energy Resolution. *X-ray Instrumentation Associates (XIA)*, 1997.

[88] H. Wieczorek. The Image Quality of FBP and MLEM Reconstruction. *Phys. Med. Biol.*, 2010.

[89] Habib Zaidi. *Iterative Reconstruction Methods*. 2006.

[90] H. Zhao and A. J. Reader. Fast Ray-Tracing Technique to Calculate Line Integral Paths in Voxel Arrays. *IEEE Nuclear Science Symposium Conference Record*, 2003.

[91] X. Zheng, Z. Cheng, M. J. Deen, and H. Peng. Improving the Spatial Resolution in CZT ddetectors using Charge Sharing Effect and Transient Signal Analysis : Simulation study. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research, Section A : Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 2016.

[92] X. Zhu. CS838-1 Advanced NLP : The EM Algorithm. 2007.

Table des figures

1.1 Principe de la scintigraphie 4
1.2 Obtention d'un sinogramme. 5
1.3 Modalités d'imagerie PET (a) et SPECT (b) [**?**] 5
1.4 Localisation de l'interaction et estimation de l'énergie à partir des tubes photomultiplicateurs. 6
1.5 Différents types de collimateur 7
1.6 Principe de détection des matériaux semi-conducteurs. 8
1.7 Partage de charges dans les détecteurs semi-conducteurs. 9
1.8 Déperdition de charge en fonction de la profondeur d'interaction [55]. 9
1.9 Vue en coupe du potentiel de pondération sur le matériau 10
1.10 Potentiel de pondération (a) et spectre énergétique résultant (b) pour différentes tailles de pixel. [55] 10
1.11 Nouveaux systèmes d'imagerie SPECT. 11
1.12 Système à l'étude chez Molecular Dynamics. 12

2.1 Géométrie du système étudié. Les dix têtes de détection sont composées d'un détecteur CZT (gris) et d'un collimateur (bleu). Elles peuvent s'orienter les unes indépendamment des autres, afin de se focaliser sur les zones les plus informatives du fantômes (rouge). 14
2.2 Influence de la profondeur d'interaction sur la connaissance du volume de réponse 15
2.3 Estimation de la résolution spatiale du détecteur en fonction de la taille des pixels à travers un exemple [55]. 16
2.4 Excursion transverse de charge recueillie sur le pixel i [55]. 16
2.5 Signaux reçus sur les anodes voisines permettant la sous-pixellisation [6]. 17
2.6 Incertitude liée à la charge induite. 17
2.7 Architecture globale du module de détection permettant l'interprétation des charges recueillies par le détecteur en lieux d'interaction directement utilisables pour la reconstruction sur ordinateur. 18
2.8 Schéma simplifié du principe de fonctionnement de l'ASIC IDeF-X HD. 18
2.9 Chemin de données dans le FPGA. 19
2.10 Paramètres d'un collimateur à trous parallèles 20
2.11 Zones visibles par le détecteur sur un plan de l'objet à travers un collimateur à trous parallèle accolé au détecteur. 21
2.12 Collimateurs obliques (a) et la visibilité du détecteur qu'ils permettent sur un plan de l'objet en comparaison de celle permise par les collimateurs à trous parallèles (b). 22
2.13 Impact de l'écartement entre le collimateur et le détecteur (a) sur les caractéristiques intrinsèques du collimateur (b). 22
2.14 Visibilité de la source selon la position de la mesure pour un collimateur oblique 23
2.15 Collimateurs obliques empilables permettant plusieurs compromis résolution / sensibilité. 24

2.16 Cycle d'acquisition - reconstruction - reconfiguration. 24

3.1 Principte de la rétro-projection filtrée analytique par l'utilisation du théorème de la coupe centrale [17]. 29
3.2 Origine des artéfacts et trainée observables en rétro-projection simple. 30
3.3 Fonctionnement d'un algorithme itératif de reconstruction. 30
3.4 Exemples de modèles : modèle idéal simplifié (a) et modèle plus réaliste intégrant l'atténuation et la réponse impulsionnelle du collimateur (b). 32
3.5 Projecteurs voxel (a) et ray driven (b). 34
3.6 Principe de l'algorithme ART. 35
3.7 Principe de l'algorithme SIRT. 35
3.8 Méthode d'optimisation de l'estimation par MLEM : passage par la divergence de Kullback-Leibler. 37
3.9 Implémentation de la méthode MLEM. 41
3.10 Modèle cascadé en quatre sous modèles. 42
3.11 Modèle cascadé simplifié en négligeant l'étape d'atténuation. 43
3.12 Rétro-projection d'un point du détecteur à travers le modèle global. 44
3.13 Implémentation de l'algorithme MLEM mode liste. 46
3.14 Projecteurs systématique (a) et projecteur par tirages aléatoires (b). 47
3.15 Métode de reconstruction par mises à jour partielles. 49
3.16 Implémentation de la méthode de reconstruction par mises à jour partielles. . . . 49

4.1 Projecteurs de Siddon (a) et de Joseph (b). 54
4.2 Projecteur voxel-driven. 54
4.3 Espaces de rétro-projection d'un point du détecteur sur l'objet et de projection d'un point de l'objet sur le détecteur. 55
4.4 Détermination des droites du cône de réponse selon la configuration pour les collimateurs à trous parallèles classiques et les collimateurs à *septa* obliques. . . . 56
4.5 Distinction des différentes zones détectables de l'objet pour un trou donné. . . . 57
4.6 Méthode d'obtention du cône de projection. 58
4.7 Détermination de la configuration en rétro-projection. 59
4.8 Détermination des droites du cône de réponse selon la configuration. 60
4.9 Méthode d'obtention du cône de rétro-projection à partir d'une source au point $L(x_l, y_l, z_l)$. 61
4.10 Les différences de sensibilité entre les différents points de mesure impliquent une étape de normalisation. 62
4.11 Méthode de normalisation en utilisant la rétro-projection par tirages Monte Carlo 63
4.12 Configuration planaire simulées avec Tasmania. 65
4.13 Fantôme simulé dans Tasmania en 3D (a) et en projection 2D (b). 65
4.14 Mesures obtenues à partir du fantôme à six sphères (128 pixels $\simeq$ 40 mm). 66
4.15 Projection de la reconstruction obtenue en MLEM mode liste avec 1 (a), 3 (b), 5 (c) et 10 (d) itérations ((128 pixels $\simeq$ 60 mm). 66
4.16 Influence du nombre d'itérations sur l'erreur quadratique moyenne de l'image. . . 67
4.17 Projection de la reconstruction avec 5 tirages par mesure (a) 50 tirages par mesure (b) et 200 tirages par mesure (c). 67
4.18 Influence du nombre de rétro-projections sur l'erreur quadratique moyenne sur l'image. 68
4.19 Configuration utilisée pour visualiser l'impact de la normalisation sur le résultat. 68
4.20 Répartition de l'activité dans l'estimation obtenue à partir du fantôme à six sphères en rétro-projection systématique (a) et en rétro-projection Monte Carlo (b). 69

4.21 Projections des reconstructions obtenues avec différentes fréquences de mise à jour : tous les 1000 (a), tous les 500 (b), et tous les 100 (c) événements. 70
4.22 Évolution du temps total de reconstruction pour 10 000 événements selon la fréquence de mise à jour. 70
4.23 Importance de la régularisation avec mises à jour partielles et en rétro-projection MC. 71
4.24 Validation expérimentale de la méthode de reconstruction en planaire. 72
4.25 Reconstruction obtenue en MLEM mode liste à partir de données expérimentales 72
4.26 Fantôme utilisé pour la validation expérimentale de la modélisation du collimateur intégrée à l'algorithme OTF-EM. 73
4.27 Reconstruction finale obtenue en imagerie planaire avec l'algorithme OTF-EM avec sa forme de mise à jour exponentielle pour un fantôme réel placé à 100 mm de la source. 73

5.1 Position en 3D (a) et transformation géométrique appliquée aux têtes (b). 76
5.2 Représentation des différents espaces de données. 76
5.3 Cartes de normalisation pour une configuration focalisée sur le centre de l'objet (a) et pour une configuration à couverture plus large (b). 78
5.4 Incidence maximale sur le détecteur et section efficace. 78
5.5 Contrôle de la normalisation en fonction de la visibilité du système. 79
5.6 3 vues du fantôme. 80
5.7 Évolution du résultat de la LMMLEM avec les itérations : projections obtenues pour 1 (a), 5 (b) et 10 (c) itérations. 80
5.8 Évolution de l'erreur quadratique avec le nombre d'itérations en MLEM mode liste avec normalisation par rapport à la géométrie. 81
5.9 Reconstructions obtenues avec 50 (a), 100 (b), 300 (c) et 500 (d) tirages par rétro-projection. 81
5.10 Moyenne et variance de l'erreur selon le nombre de tirages avec un fantôme de myocarde. 82
5.11 Méthodes de reconstruction par mise à jour partielle, dans sa version multiplicative (OSEM) (a) et additive (RBI-EM) (b). 83
5.12 Reconstruction non fidèle à l'objet obtenue en utilisant des mises à jour multiplicatives tous les 2000 événements. 84
5.13 Évolution de l'erreur quadratique au fil des mises à jour avec la forme additive (a) et avec la forme multiplicative (b). 84
5.14 Reconstructions obtenues pour différentes fréquences de mises à jour partielles : tous les 500 (a), tous les 1000 (b), tous les 2000 (c) et tous les 5000 événements (d). 86
5.15 Importance du seuil pour les mises à jour fréquentes 86
5.16 Reconstructions obtenues sans (a) et avec (b) seuil, pour 100000 événements répartis en groupes de 300 événements. 86
5.17 Reconstructions obtenues sans filtrages intermédiaires (a) et avec filtrages intermédiaires (b), pour une mise à jour tous les 500 événements sur 100000 événements. 87
5.18 Projection de la reconstruction obtenue avec un filtrage gaussien mal dimensionné effectué sur chaque mise à jour. 87
5.19 Évolution du temps de calcul de la reconstruction finale avec la taille des groupes de mise à jour. 88
5.20 Comparaison des performances des différentes variantes envisageables de l'algorithme sur le fantôme à 6 sphères. 90
5.21 Reconstructions obtenues pour lambda = 0.2 (a), lambda = 0.4 (b), lambda = 0.6 (c) et lambda = 0.7 (d). 91
5.22 Évolution de la variance sur le signal avec le paramètre lambda. 92

5.23 Reconstructions obtenues en simulant un fantôme dans le vide (a), dans l'eau (b), et dans l'eau en effectuant un fenêtrage énergétique (c). 92
5.24 Nombre d'événements nécessaires à l'obtention d'une certaine qualité d'information (NEC) en fonction du niveau de l'activité de fond (SUV). 94
5.25 Fantômes simulés pour différents niveaux de fond 95
5.26 Estimations obtenues avec la méthode MLEM mode liste pour 3 (a,b,c), 5 (d,e,f), 10 (g,h,i) et 15 (j,k,l) itérations avec un SUV de 2.2 (a,d,g,j), 2.1 (b,e,h,k) et 1.8 (c,f,i,l). 96
5.27 Évolution de l'erreur quadratique avec les itérations pour différents niveaux de bruit. 97
5.28 Estimations obtenues avec un SUV de 2.1 par la méthode par mises à jour partielles tous les 1000 (a), 5000 (b) et 10 000 (c) événements. 97
5.29 Estimations obtenues avec la méthode par mises à jour partielles tous les 5000 événements avec un SUV de 2.2 (a), 2.1 (b) et 1.80 (c). 98
5.30 Comparaison des rapports signal à bruit obtenus avec la méthode MLEM classique et la méthode par mises à jour partielles sur différents niveaux de bruit. 98
5.31 Comparaison de l'erreur quadratique obtenue avec l'algorithme par mises à jour partielles avec celle obtenue avec la MLEM en mode liste classique en présence de bruit. 99
5.32 Coupes du fantôme de myocarde. 99
5.33 Coupes du fantôme de myocarde présentant un défaut. 100
5.34 Exemple de coupes d'une reconstruction obtenue avec la méthode par mises à jour partielles tous les 5000 événements sur un fantôme de myocarde présentant un défaut. 100

6.1 Adaptation scout [26]. 104
6.2 Adaptation continue [26]. 104
6.3 Interprétation géométrique de l'information de Fisher 106
6.4 Trois points sources a1, a2 et a3 imagés par une tête H avec des niveaux d'information différents 108
6.5 Détermination de la prochaine configuration en se servant de la sensibilité. 109
6.6 Détermination de la prochaine configuration en se servant de la sensibilité. 109
6.7 Distribution de la sensibilité dans l'objet pour une configuration focalisée. 110
6.8 Distribution de la trace de l'information dans le sens de la DQE pour une source uniforme et étendue. 111
6.9 Détermination de l'angle solide de détection d'un point par une tête de détection. 112
6.10 Processus de détermination analytique de la DQE. 112
6.11 Distribution de la DQE analytique pour une source uniforme. 113
6.12 Information de Fisher entre un point et les autres, pour une source ponctuelle placée à différents endroits. 114
6.13 Distribution de la trace de l'information de Fisher pour une source uniforme et étendue. 115
6.14 Modélisation du collimateur utilisée pour le calcul de l'information de Fisher. . . 115
6.15 Distribution de l'information dans le sens de l'information de Fisher avec simplification du modèle du collimateur sur une source uniforme étendue. 116
6.16 Distribution de l'information de Fisher sur le myocarde. 116
6.17 Proéminence de l'information pour des contours au gradient tangent au détecteur 117
6.18 Distribution de l'information de Fisher sur le myocarde avec un fond d'activité. . 117
6.19 Distribution du produit DQE matricielle - activité sur le myocarde 118
6.20 Distribution du produit DQE matricielle - activité sur le myocarde avec un fond tiède. 118
6.21 Distribution de la DQE analytique sur le myocarde. 118

6.22 Distribution de la DQE analytique sur le myocarde sur fond tiède. 119
6.23 Impact de l'adaptation de la configuration sur le résultat 119
6.24 Configuration utilisée pour l'évaluation du seuil de détectabilité. 120
6.25 Configurations adaptées pour le fantôme à trois sphères 121
6.26 Cartes d'information portée par les têtes 122
6.27 Cartes d'information portée par les têtes 123
6.28 Vue en projection du fantôme à cinq tores utilisé pour la suite de l'étude. 123
6.29 Configurations adaptées 124
6.30 Reconstructions obtenues à très faible activité sans adaptation (a), avec adaptation selon la sensibilité (b), et avec adaptation selon la DQE (c). 125
6.31 Détection des contours du myocarde sans fond. 126
6.32 Implémentation du critère intégrant l'information portée par les contours. 126
6.33 Répartition de l'information obtenue à partir du critère de DQE analytique + contours sur le myocarde. 127
6.34 Répartition de l'information obtenue à partir du critère de DQE analytique + contours sur le myocarde sur fond tiède. 127

B.1 Détermination de la résolution en énergie à partir du spectre énergétique. 133
B.2 Détermination de la résolution spatiale. 134
B.3 Lignes de réponses du collimateur sur le détecteur. 134
B.4 Zones admissibles pour une couche de l'objet donnée. 135

C.1 Architecture d'implémentation de l'OTF-MLEM sur GPU. 140

Liste des tableaux

2.1 Paramètres des collimateurs empilables pour leurs différentes configurations. . . . 24
2.2 Configuration utilisée dédiée à l'imagerie cardiaque. 26

3.1 Classification des algorithmes itératifs de reconstruction selon leur mode de parcours et le critère qu'ils minimisent. 39
3.2 Comparaison des taille des espaces et des sous-espaces de mesure et objet. 45
3.3 Complexités en nombre de boucle de calcul des différentes méthodes itératives. . 51

4.1 Ensemble des coordonnées en x des éléments de détection permettant la détection d'un voxel de l'objet de coordonnées (x_l, y_l, z_l). 58
4.2 Ensemble des coordonnées en x des éléments l de L_m visibles depuis un point de détection (x_m, y_m, z_m). 60

5.1 Niveaux de bruit en sortie pour les trois fantômes bruités. 95

6.1 Quantité de photons à émettre pour permettre la distinction des trois sphères imagées en fonction du critère utilisé. 121
6.2 Quantité de photons à émettre pour permettre la distinction des trois sphères imagées en fonction du critère utilisé pour une tête de détection mobile autour du patient. 122
6.3 Impact de l'adaptation sur la qualité de la reconstruction en termes de contraste et d'erreur quadratique. 125

A.1 Table des symboles. 131
A.2 Table des symboles. 132

Résumé :
Depuis plusieurs années, une nouvelle technologie de détecteurs à partir de matériaux semi-conducteurs CdTe/CdZnTe permet de proposer des appareils d'imagerie médicale bénéficiant de meilleures performances, notamment en imagerie SPECT. Ces performances sont obtenues en travaillant simultanément sur la localisation précise des mesures dans les détecteurs, la collimation, l'adéquation entre la géométrie des systèmes d'acquisition et les spécificités de l'examen, les algorithmes de reconstruction et les architectures de traitement des données. En plus des bonnes performances intrinsèques des détecteurs à semi-conducteur, leur intérêt réside dans leur compacité accrue par rapport aux systèmes de détection indirecte, permettant de proposer des géométries plus flexibles. De nouvelles architectures ont ainsi vu le jour, notamment en imagerie cardiaque.
Afin d'aller au-delà du compromis entre résolution, sensibilité et champ de vue inhérent à l'imagerie SPECT, cette thèse propose d'étudier les possibilités d'adaptation en ligne offertes par ces nouvelles architectures flexibles. Un système inspiré d'un dispositif industriel composé de plusieurs têtes de détection indépendantes est étudié. Une adaptation de l'échantillonnage angulaire des têtes de détection indépendamment les unes des autres est envisagée, permettant des protocoles d'acquisition plus adaptés à la diversité des examens et des morphologies. L'objectif de cette thèse est de mettre en place un processus d'acquisition / adaptation permettant de reconfigurer le parcours des têtes en fonction d'une estimation de l'objet à imager. Des solutions algorithmiques sont proposées afin d'implémenter la reconstruction en temps réel du volume à imager à partir de données rendues plus complexes par les degrés de liberté du système et par la précision du détecteur. La reconstruction obtenue en temps réel doit permettre de déterminer les zones du volume à imager les plus porteuses d'information afin d'y orienter les têtes. La simulation permet dans un premier temps l'étude théorique du concept de système modulaire, ainsi que la mise en place algorithmique du processus de reconstruction rapide, permettant une estimation exploitable de l'objet lors de l'acquisition. Quelques résultats expérimentaux permettront de valider la modélisation du système, ainsi que l'algorithme de reconstruction. Enfin, l'étude de différentes stratégies d'adaptation sera amorcée par simulation.

Resume :
In the last decades, new CdTe/CdZnTe based detectors enabled enhanced performances on medical imaging systems, especially in SPECT imaging. These improvements are achieved by developing simultaneously the precise localization of interactions in detectors, the collimator, matching between the system geometry and the specificities of the examination, reconstruction algorithms, and data processing architectures. In addition to their interesting intrinsic performances, CdZnTe detectors benefit from their compactness compared to indirect conversion detectors. This compactness enables more flexible systems. New designs are thus proposed, especially in cardiac imaging. In order to go further the compromise between resolution, sensitivity, and field-of-view imposed by SPECT imaging, this work focuses on the possibilities for online adaptation offered by flexibles designs. Adaptation on a system composed of several independent detection heads was under study. We proposed to adapt the angular sampling of heads, enabling acquisition protocols more accurate for different patient morphologies and examination protocols. The purpose of this work was to propose acquisition and adaptation protocols enabling the reconfiguration of the angular sampling of detection heads depending on an estimation of the imaged object. Algorithmic solutions were proposed in order to compute the reconstruction in real time from more complex data because of additional degrees of freedom and detector precision. The resulting estimation has to enable the identification of informative areas in order to focus detection heads on it. Simulations approved theoretically the use of our rapid algorithmic solution on a modular system carrying a reliable estimation of the object. Some experimental results validated the system model and the reconstruction algorithm. Then, some adaptation strategies were investigated using simulations.