



HAL
open science

Propriétés lagrangiennes de l'accélération turbulente des particules fluides et inertielles dans un écoulement avec un cisaillement homogène : DNS et nouveaux modèles de sous-maille de LES

Alexis Barge

► To cite this version:

Alexis Barge. Propriétés lagrangiennes de l'accélération turbulente des particules fluides et inertielles dans un écoulement avec un cisaillement homogène : DNS et nouveaux modèles de sous-maille de LES. Autre. Université de Lyon, 2018. Français. NNT : 2018LYSEC012 . tel-01867846

HAL Id: tel-01867846

<https://theses.hal.science/tel-01867846>

Submitted on 4 Sep 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre NNT : 2018LYSEC012

Thèse

présentée à

L'École Centrale de Lyon

École Doctorale MEGA n°162
Spécialité : Mécanique des Fluides

pour l'obtention du titre de

Docteur de l'Université de Lyon

préparée au

Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique

par

Alexis BARGE

**Propriétés lagrangiennes de l'accélération turbulente des
particules fluides et inertielles dans un écoulement avec un
cisaillement homogène : DNS et nouveaux modèles de
sous-maille pour la LES**

Soutenue publiquement le 12 juin 2018 devant le jury :

<i>Président</i> :	Nicolas MORDANT	Professeur de l'Université de Grenoble-Alpes
<i>Rapporteurs</i> :	Anne TANIÈRE	Professeur de l'Université de Lorraine
	Luminita DANAILA	Professeur de l'Université de ROUEN
<i>Examineurs</i> :	Mickaël BOURGOIN	DR CNRS ENS de Lyon
	Guillaume BALARAC	MCF de Grenoble INP
	Rémi ZAMANSKY	MCF de l'INPT
<i>Directeur de thèse</i> :	Mikhael GOROKHOVSKI	Professeur de l'École Centrale de Lyon



Remerciements

Tout d'abord je tiens à remercier mon directeur de thèse Mikhael Gorokhovski pour sa disponibilité, ses idées, ses réponses à mes questions et ses justes conseils donnés tout au long de la thèse, ainsi que pour son encadrement compréhensif et chaleureux. J'ai également une pensée particulière pour Anne Tanière et Boris Arcen qui m'ont introduit dans le monde de la recherche en mécanique des fluides.

Je remercie aussi les rapporteurs et membres du jury d'avoir accepté d'examiner le travail effectué durant cette thèse. Merci également à Guillaume Balarac pour nous avoir fourni son code de calcul.

Merci aux membres de l'ANR LTIF (Nicolas Mordant, Mickael Bourgoïn, Ivana Vinkovic, Romain Volk, Peter Huck, Nick Stelzenmuller et Juan Ignacio Polanco) pour la bonne ambiance lors des réunions ainsi que les remarques et discussions intéressantes qui permettent d'élaborer de nouvelles pistes de travail.

Merci également aux membres du laboratoire à la fois du service administratif et informatique pour leur aide logistique mais aussi de la communauté scientifique dont les retours d'expérience ont toujours su se montrer enrichissants et rassurants.

Mes pensées vont aussi vers tous les collègues doctorants : ceux qui ont soutenu avant moi ou qui vont soutenir prochainement, ceux avec qui j'ai partagé l'expérience ECLAT et ceux avec qui j'ai partagé mon bureau, beaucoup de bons moments passés ensemble pour décompresser du travail de thèse.

Enfin je salue ma famille et mes amis qui ont su écouter lors des moments difficiles.



Table des matières

Introduction	1
1 État de l’art et motivations	5
1.1 Turbulence avec un cisaillement homogène	5
1.1.1 Mise en équation	5
1.1.2 Description lagrangienne	10
1.1.3 Objectifs concernant la simulation numérique directe d’une turbulence avec un cisaillement homogène	13
1.2 Simulations des grandes échelles	14
1.2.1 Équations de Naviers-Stokes filtrées	14
1.2.2 Modèle de Smagorinsky	15
1.2.3 Modèle dynamique de Germano	16
1.2.4 Difficultés et limites de la LES à représenter les événements extrêmes aux grandes échelles du cisaillement homogène	17
1.2.5 L’intermittence interne à grand nombre de Reynolds : limites à l’utilisation de la LES classique	19
1.3 Modéliser l’accélération : Présentation de la LES-SSAM et motivations à son développement ultérieur	20
1.4 Modélisation de la dynamique des particules	23
1.4.1 Présentation de la LES-STRIP	24
1.4.2 Particules de taille supérieure à l’échelle de Kolmogorov	25
1.5 Résumé de notre plan de travail	26
2 Étude DNS de l’accélération de particules fluides et inertielles dans un cisaillement homogène	29
2.1 Statistiques des particules fluides	30
2.1.1 Accélération lagrangienne du cisaillement homogène	30
2.1.2 Orientation de l’accélération	34
2.1.3 Influence du cycle de régénération	38
2.1.4 Fonctions d’autocorrélation lagrangiennes	40
2.1.5 Indépendance statistique de la norme et de l’orientation	42
2.2 Accélération des particules solides	47
2.2.1 Conservation de la séparation d’échelle	47
2.2.2 Effet de l’inertie sur la norme	51
2.2.3 Effet de l’inertie sur l’orientation	52
2.2.4 Indépendance statistique de la norme et de l’orientation	55

2.3	Conclusion de l'étude DNS	57
3	LES-SSAM	59
3.1	LES-SSAM revisitée	59
3.1.1	Modèle stochastique pour l'orientation de l'accélération	59
3.1.2	Validation en turbulence homogène isotrope	62
3.2	LES-SSAM appliquée au cisaillement homogène	71
3.2.1	Adaptation du modèle de LES-SSAM	71
3.2.2	Avantages de la LES-SSAM pour le cisaillement homogène	72
3.2.3	Statistiques en un point des particules fluides	75
3.2.4	Statistiques à deux points des particules fluides	83
3.2.5	Statistiques des particules inertielles	87
3.2.6	Statistiques à deux points des particules inertielles	92
3.3	Conclusion des résultats de la LES-SSAM	96
4	LES-STRIP	99
4.1	Utilisation de la LES-STRIP	99
4.2	Adaptation de la LES-STRIP au cisaillement homogène	100
4.3	Suivi de particules inertielles avec la LES-STRIP	101
4.3.1	Statistiques d'accélération des particules	102
4.3.2	Statistiques de vitesse des particules	109
4.3.3	Statistiques liées au déplacement des particules	110
4.4	Conclusion des résultats de la LES-STRIP	115
5	Suivi lagrangien par DNS de particules inertielles de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov en THI	117
5.1	Motivations à l'établissement d'une nouvelle approche pour le suivi de particules de taille finie dans un champ de vitesse résolu par DNS	117
5.1.1	Observations expérimentales	118
5.1.2	Limites à l'utilisation de la traînée de Stokes	120
5.2	Concept de traînée fluctuante	123
5.3	Comparaisons avec l'expérience	123
5.3.1	Statistiques de la vitesse des particules	123
5.3.2	Statistiques d'accélération des particules : effets d'intermittence et de concentration préférentielle	126
5.4	Conclusions de la DNS avec traînée fluctuante	134
	Conclusion générale	137
A	Méthodes numériques	141
A.1	Code de calcul : <i>scales</i>	141
A.2	Méthode de forçage pour la turbulence homogène isotrope	141
A.3	Méthodes pour le cisaillement homogène	142
A.4	Filtrage du signal de vitesse lagrangien	144
B	Compléments sur les modèles stochastiques	145
B.1	Processus stochastique log-normal d'Ornstein-Uhlenbeck	145
B.2	Application pour la dissipation et l'accélération	146

C Validation de la DNS	149
Bibliographie	155

Introduction

La capacité de pouvoir prédire le comportement de particules en déplacement dans un fluide a toujours été le centre d'une grande attention. En effet, ce type d'écoulement dispersé est extrêmement présent dans la nature. On peut par exemple citer l'évolution dans l'atmosphère du nuage de matière radioactive détecté par l'IRSN[45] au cours des mois de septembre et octobre 2017 ou des cendres expulsées lors des éruptions volcaniques. Un autre exemple est aussi les fleuves qui transportent diverses particules qui finissent tôt ou tard par obstruer un passage ou polluer un bras fluvial. Du transport pneumatique au charbon pulvérisé qui encrasse les chaudières, l'industrie n'est pas mise à part pour apporter son lot d'illustrations. Dans la très grande majorité des cas, les écoulements sont de nature turbulente et ont un comportement chaotique caractérisé par des interactions complexes à différentes échelles spatiales. Ces échelles varient de l'ordre de la géométrie de l'écoulement (largeur d'un cyclone, d'une conduite, épaisseur de couche limite...) jusqu'aux plus petites échelles où l'énergie cinétique est dissipée sous forme d'énergie thermique par effet de frottement ; le rapport entre ces deux dimensions est exprimé par le nombre de Reynolds. Le comportement du fluide porteur est ainsi à l'origine de nombreuses forces responsables du mouvement des particules : la force qui s'exerce sur un élément fluide qui serait à la place de la particule, la force de masse ajoutée, la force de traînée, l'interaction de la particule avec son propre sillage, la gravité et la force de portance. Pour simplifier les calculs, il est souvent considéré que les particules sont des points matériels et que le bilan des forces peut être réduit à la traînée de Stokes seulement. La connaissance des propriétés de la turbulence à la position des particules est ainsi indispensable pour calculer ces forces et il est donc d'un grand intérêt de pouvoir comprendre et prédire le comportement du fluide afin de mieux maîtriser et calculer le mouvement des particules.

Lorsque l'on simule numériquement un écoulement, différentes méthodes peuvent être utilisées pour résoudre les équations. La DNS (*Direct Numerical Simulation*) calcule exactement les propriétés du fluide et permet d'effectuer des simulations de très grande précision mais elle nécessite une discrétisation de l'espace suffisamment fine pour calculer toutes les échelles de la turbulence. Les ressources de calculs peuvent alors devenir inenvisageables pour un écoulement à très grand nombre de Reynolds, ce qui est majoritairement le cas des écoulements réalistes. On préférera alors conserver une résolution grossière pour ne résoudre que les grandeurs moyennes de l'écoulement et calculer les valeurs fluctuantes par des modèles mathématiques, ce sont les méthodes de types RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Ces dernières peuvent manquer de précision mais ont l'avantage d'être rapide et de réduire les coûts de calculs. Une dernière alternative est de mélanger ces deux principes avec la LES (*Large Eddy Simulation*) qui consiste à résoudre directement les grandes structures turbulentes et modéliser l'influence des petites échelles. En ce qui concerne la simulation des particules, l'inertie de ces dernières

caractérise leur manière d’interagir avec les différentes échelles turbulentes. En effet, plus l’inertie est importante et moins les particules sont influencées par les petites échelles. À l’inverse, moins la particule est inertielle et plus elle aura tendance à suivre la dynamique du fluide. Il est ainsi usuel d’utiliser des méthodes RANS pour des particules fortement inertielles[29] qui ne répondent qu’au comportement global du fluide et des méthodes LES pour des particules d’inertie intermédiaire qui ne sont pas influencées par la turbulence non résolue. Les observations expérimentales[79, 77, 139] ont cependant mis en évidence l’existence de structures de forte intensité turbulente aux petites échelles ayant une longue durée de vie et une probabilité faible mais non nulle d’interagir avec des structures de plus grandes tailles. Ces interactions sont responsables de violentes fluctuations de vitesse localisées persistantes dans le temps. La structure à petite échelle de l’écoulement est ainsi caractérisée par l’alternance de zones relativement calmes et de zones de très forte activité turbulente, cette propriété est appelée intermittence. Ce phénomène n’est bien sûr pas sans effets sur les particules qui présentent également des propriétés intermittentes comme la présence de longues ailes étirées sur la distribution de leur accélération, marque des violentes variations de vitesse. Il a aussi été observé que la norme d’accélération est corrélée à temps longs alors que son orientation possède un temps de corrélation court de l’ordre du temps de Kolmogorov, ceci est la signature du mouvement des particules piégées dans les structures de forte vorticit   dont l’acc  l  ration centrip  te change rapidement. Lorsque la r  solution de toutes les   chelles turbulentes n’est pas envisageable, ces ph  nom  nes ne sont par cons  quent plus pris en compte. Ils ne peuvent pourtant pas   tre n  glig  s pour calculer correctement la dynamique des particules.

Deux solutions sont alors possibles pour r  soudre ce probl  me, la premi  re consiste    utiliser le principe de la LES pour mod  liser les effets de la turbulence non r  solue par le maillage    la position des particules. Parmi les nombreux mod  les de sous-maille disponibles dans la litt  rature, nous nous concentrons dans cette th  se sur l’approche LES-SSAM (*Stochastic Subgrid Acceleration Model*) introduite par[112]. Contrairement aux LES classiques dont le principe consiste    mod  liser la vitesse de sous-maille, la LES-SSAM mod  lise l’acc  l  ration turbulente non r  solue et refl  te ainsi la r  sultante locale des forces responsables de la dynamique du fluide. Le sc  nario physique observ   par les exp  riences peut ainsi directement   tre introduit et mod  lis  . L’acc  l  ration est de plus une variable sp  cifique des petites   chelles turbulentes qui permet de reproduire les effets de l’intermittence ainsi que la sensibilit   de ce ph  nom  ne au nombre de Reynolds, ce qui n’est pas le cas des approches classiques. Quelques aspects de la LES-SSAM n  cessitent n  anmoins encore quelques am  liorations et un de nos objectifs sera de revisiter cette approche afin d’apporter les modifications requises. La seconde solution pour tenir compte des effets d’intermittence sur la dynamique des particules est d’utiliser un mod  le de LES standard pour simuler la phase fluide et de mod  liser directement le r  sultat des interactions entre la turbulence non r  solue et la particule sur son mouvement. Cette m  thode a   t   propos  e par [38, 37] et se nomme LES-STRIP (*STochastic Response of Inertial Particles*). Jusqu’   maintenant, la LES-SSAM et la LES-STRIP ont   t   appliqu  es pour le cas acad  mique d’une turbulence homog  ne isotrope. Notre objectif principal est d’adapter les mod  les stochastiques de ces approches pour simuler le d  placement de particules solides dans une turbulence inhomog  ne. Les   coulements consid  r  s comme   l  mentaires de la majorit   des   coulements inhomog  nes tels que les jets et les   coulements en pr  sence de parois ont   t   beaucoup   tudi  s et se

présentent comme de bons candidats pour cette problématique. Ils présentent toutefois l'inconvénient d'être soumis à des gradients de vitesse moyen non uniformes et rendent complexe l'étude des interactions fondamentales de l'inhomogénéité sur les statistiques lagrangiennes de la turbulence. Nous porterons donc notre attention sur le cas du cisaillement homogène, cet écoulement est le plus simple des écoulements cisailés avec la présence d'un gradient de vitesse moyen, uniforme et unidirectionnel. Les propriétés de cet écoulement sont également très similaires aux écoulements de proche paroi (formations de structures en épingle à cheveux, phénomène de bursting...), ce qui le rend très intéressant à étudier dans l'optique future de modéliser les phénomènes complexes de proche paroi.

Concernant le développement des modèles stochastiques, plusieurs questions se posent : Dans le cadre de la modélisation de la turbulence vue par une particule, quelles sont les propriétés lagrangiennes de la turbulence aux petites échelles ? La manière la plus efficace pour répondre à cette question est d'étudier le déplacement d'une particule de fluide le long de sa trajectoire. Cette approche permet de connaître l'historique de la turbulence vue par la particule et donc les propriétés que devra reproduire le modèle de sous-maille. Ensuite, dans le but de modéliser directement l'accélération de particules inertielles, comment les statistiques d'une particule solide se distinguent de ceux d'une particule fluide ? Enfin de manière plus générale, la dynamique des particules possède-t-elle des propriétés spécifiques au cisaillement homogène ? L'accélération des particules fluides et inertielles dans un cisaillement homogène ainsi que leur sensibilité à la formation et l'effondrement des structures a cependant peu été étudiée dans la littérature. La première étape de notre travail sera donc d'analyser les caractéristiques de l'accélération de particules fluides et inertielles en déplacement dans une turbulence soumise à un cisaillement homogène afin d'établir le scénario physique que devront reproduire les modèles stochastiques de LES-SSAM et LES-STRIP.

L'inertie d'une particule dépend fortement de sa densité et de son diamètre. Or il est tout à fait commun que les particules en déplacement dans les écoulements fluides possèdent une taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov. L'étude de ce cas de figure est donc tout aussi importante que le cas des particules ponctuelles. De récentes études expérimentales[97, 138] en turbulence homogène isotrope ont montré que les statistiques de la vitesse des particules de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov ainsi que la distribution de leur accélération sont insensibles à la variation de l'inertie. Le temps de corrélation de l'accélération est également insensible à la modification de la taille et de la densité des particules et reste de l'ordre du temps de Kolmogorov. Jusqu'à présent, toutes les tentatives pour décrire la dynamique de ce genre de particules à partir de la traînée de Stokes comme il est d'usage de le faire pour les particules ponctuelles ont échoué à reproduire ces propriétés. En considérant le cas d'une turbulence homogène isotrope et non d'un cisaillement homogène afin d'éviter des effets dynamiques supplémentaires, on se demande s'il est possible d'établir une équation décrivant le mouvement de particules de taille supérieure à l'échelle de Komogorov capable de reproduire les observations expérimentales. Ce travail constitue ainsi la dernière problématique étudiée au cours de cette thèse.

Plan du mémoire

Le premier chapitre de ce manuscrit est une synthèse de la littérature en rapport avec nos axes de travail présentés ci-dessus. Une première partie présentera le cas d'une turbulence avec un cisaillement homogène ainsi que l'état des connaissances concernant cet écoulement. Une seconde partie présentera les approches classiques de simulations et modélisations numériques ainsi que leur pertinence ou non à être utilisées dans le cadre de notre travail. Les conclusions de cette seconde partie nous permettront enfin de discuter des approches LES-SSAM et LES-STRIP et de la manière dont nous devons les adapter pour notre problématique.

Le deuxième chapitre présentera les résultats issus de notre étude DNS de l'accélération lagrangienne des particules fluides et solides dans une turbulence avec un cisaillement homogène. Le but de cette étude DNS est de récolter des données de références afin de pouvoir reproduire le scénario physique des échelles de sous-maille et des particules dans les modèles stochastiques.

Le troisième chapitre concerne l'utilisation de la LES-SSAM dans le but de modéliser la turbulence vue par les particules. Les adaptations de cette approche discutées dans le premier chapitre seront présentées puis testées avec le cas d'une turbulence homogène isotrope. Un modèle stochastique compatible avec l'approche LES-SSAM et adapté au cas du cisaillement homogène sera présenté puis appliqué pour simuler la dispersion de particules fluides et solides de taille inférieure à l'échelle de Kolmogorov dans le cisaillement homogène. Les résultats de la LES-SSAM et de la LES classique sont finalement comparés avec les résultats de DNS.

Dans le quatrième chapitre, nous présenterons un modèle stochastique développé cette fois dans le cadre de la LES-STRIP afin de modéliser directement la dynamique de particules solides de taille inférieure à l'échelle de Kolmogorov en déplacement dans l'écoulement de cisaillement homogène. Les résultats de la LES-STRIP seront à nouveau comparés entre les approches LES classiques et nos résultats de DNS.

Dans le cinquième chapitre, nous présenterons nos résultats de DNS pour la simulation de particules de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov dans une turbulence homogène isotrope. Les résultats sont comparés avec les références expérimentales.

Enfin, les conclusions générales et les perspectives de ce travail seront présentées dans le sixième et dernier chapitre de ce manuscrit.

Chapitre 1

État de l'art et motivations

Dans ce chapitre, nous présentons l'état de la littérature concernant le travail effectué au cours de cette thèse. La première partie présente le cas de la turbulence avec un cisaillement homogène, les caractéristiques et mécanismes des structures présentes ainsi que les études liées à la dynamique de particules fluides et solides dans cet écoulement. La seconde partie présente le principe de la simulation aux grandes échelles de la turbulence, son utilisation pour le cisaillement homogène ainsi que les limites des méthodes classiques; l'approche LES-SSAM est ensuite décrite. Une dernière partie présente la manière de modéliser la dynamique de particules solides ainsi que d'exprimer celle de particules de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov.

1.1 Turbulence avec un cisaillement homogène

1.1.1 Mise en équation

Le cas du cisaillement homogène consiste en un écoulement unidirectionnel d'un fluide incompressible soumis à un gradient de vitesse moyen uniforme et sans transfert de chaleur. On note x_1 la direction *longitudinale* à l'écoulement moyen, x_2 la direction *normale* aux plans de vitesse moyenne et x_3 la direction *transversale*. Le champ de vitesse moyen s'écrit alors :

$$\mathbf{U}(x_1, x_2, x_3) = (Sx_2, 0, 0) \quad (1.1)$$

avec S la valeur du gradient de vitesse moyen. En appliquant la décomposition de Reynolds pour le champ de vitesse on obtient les équations de Navier-Stokes pour le champ de vitesse fluctuant :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + Sx_2 \frac{\partial u_i}{\partial x_1} + Su_2 \delta_{i1} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1.2)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.3)$$

Cet écoulement a été analytiquement étudié par Von Karman[51], Reis[100] Burgers et Mitchner[15] et Craya[26]. De ces études ont été établi le spectre d'énergie de la turbulence ainsi que les corrélations de vitesse à deux points. Le caractère peu naturel de cet écoulement a rendu sa réalisation et son étude en laboratoire difficile. Les premières réalisations expérimentales ont été menées par Rose[108], Champagne *et al.*[20], Tavoularis

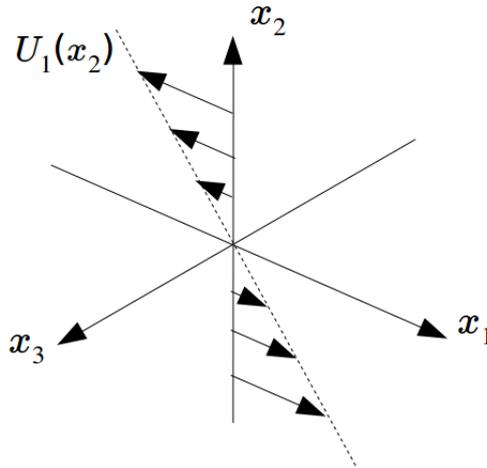


FIGURE 1.1 – Profil de vitesse moyenne dans le cas du cisaillement homogène. Sur cette figure, le cisaillement est négatif.

et Corrsin[132], Rohr *et al.*[107] et Tavoularis et Karnik[131]. Ces études ont permis de mesurer les différentes statistiques de la turbulence et de poser les premières questions sur la structure de l'écoulement, l'anisotropie de la turbulence et l'évolution de l'énergie cinétique. Cependant, les techniques de mesure employées lors de ces études n'ont pas permis de reconstruire le champ de vitesse instantané. L'utilisation de l'outil numérique a donc par la suite été privilégié pour étudier les structures présentes dans le cisaillement homogène. Dans le cadre d'une simulation dans une boîte tri-périodique, la présence du gradient de vitesse moyen pose problème pour réaliser la condition périodique dans la direction normale. En effet, la vitesse de l'écoulement à la limite supérieure de la boîte est différente par rapport à la vitesse de l'écoulement à la limite inférieure de la boîte (voir figure 1.1). Pour pallier à ce problème, deux approches sont possibles. La première, proposée par Rogallo[104], consiste à résoudre les équations dans un système de coordonnées se déplaçant avec l'écoulement moyen. Cette transformation permet de rétablir la condition périodique dans la direction normale ainsi que l'utilisation de méthodes pseudo-spectrales pour la résolution des équations. Une approche alternative conservant un système de coordonnées fixe appelée *shear-periodic boundary condition*[7, 116, 35] existe également mais rend obligatoire l'utilisation de schémas aux différences finies pour résoudre les équations dans la direction normale. Au cours de notre travail, nous avons utilisé le code *scales* développé par l'équipe de G. Balarac au LEGI et qui est présenté plus en détails en annexe A. Ce code utilisant uniquement des méthodes spectrales, notre choix s'est porté sur la première approche. Les détails de la transformation du système de coordonnées ainsi que les méthodes numériques associées sont développées dans l'annexe A.3. L'utilisation de l'algorithme de Rogallo permet alors de supprimer la dépendance à x_2 dans l'équation (1.2). On obtient ainsi la forme finale des équations de Navier-Stokes pour le champ de vitesse fluctuant :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} + S u_2 \delta_{i1} = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j \partial x_j} \quad (1.4)$$

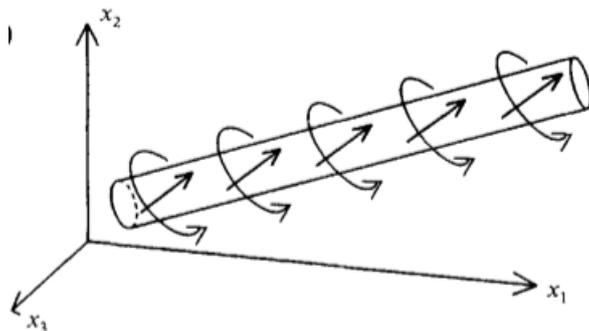


FIGURE 1.2 – Illustration d’un tube longitudinal formé par étirement du champ de vorticité initial par le cisaillement. Sur cette figure le cisaillement est positif par rapport   la figure 1.1. L’image vient de l’article [52].

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.5)$$

  l’aide des simulations numériques, Rogers et Moin[106] ont démontré la présence de *streaks* et de structures de vorticité en épingle   cheveux similaires aux écoulements de proche paroi. Ces structures sont inclinées dans le plan (x_1, x_2) selon un angle dont la valeur est invariable et indépendante du cisaillement moyen. Par la suite, Lee, Kim et Moin[64] ont démontré que ces structures sont une caractéristique de la seule présence du cisaillement. Le mécanisme de génération de ces structures de vorticité a ensuite été expliqué par Kida et Tanaka[52]. Le cisaillement moyen étire le champ de vorticité initial jusqu’  former de longs tubes longitudinaux de vorticité inclinées selon l’angle observé par Rogers et Moin (figure 1.2). Ces tubes induisent des mouvements de rotation autour de leur axe qui finissent par s’ tirer dans la direction transversale, créant des couches de vorticité le long de plans parallèles aux tubes longitudinaux (figure 1.3). Ces couches sont alors déformées par le cisaillement moyen selon l’instabilité de Kelvin-Helmholtz et s’enroulent pour former des tubes latéraux. Ces tubes sont ensuite étirés par le cisaillement moyen pour former des structures en épingle   cheveux et le cycle recommence (figure 1.4). La présence de ces structures a récemment été confirmée expérimentalement par Vanderwel et Tavoularis[137].

Fluctuations aux grandes échelles d’un cisaillement homogène statistiquement stationnaire

Sans la présence de limites physiques telles qu’une paroi ou une surface libre, les structures ainsi que les statistiques de la turbulence ( nergie, échelle intégrale, taux de dissipation visqueuse...) grandissent indéfiniment[131, 104, 106, 46]. Cette phase est appelée phase initiale du cisaillement. Pumir[95] a par la suite étendu le temps de simulation de manière   ce que les structures de l’écoulement atteignent la taille du domaine de simulation.   ce stade, l’écoulement devient statistiquement stationnaire et est caractérisé par une succession périodique d’augmentation et de diminution de l’énergie turbulente moyenne. Ces pics correspondent   l’augmentation de la taille des grandes structures puis   l’effondrement de celles-ci lorsque leur taille est trop contrainte par les dimensions du domaine. Ce phénomène est semble-t-il similaire aux *bursts* apparaissant

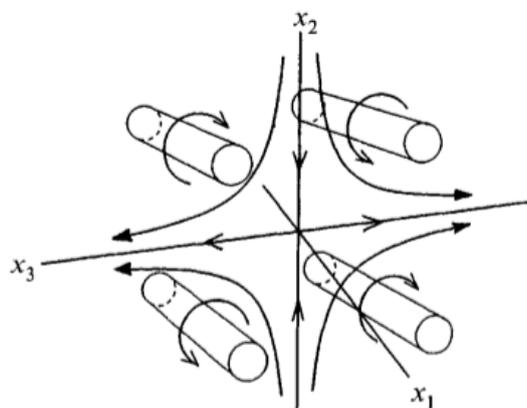


FIGURE 1.3 – Illustration des mouvements induits par les tubes longitudinaux (figure 1.2) créant des couches de vorticité dans le plan (x_1, x_3) . Sur cette figure le cisaillement est positif par rapport à la figure 1.1. L'image vient de l'article [52].

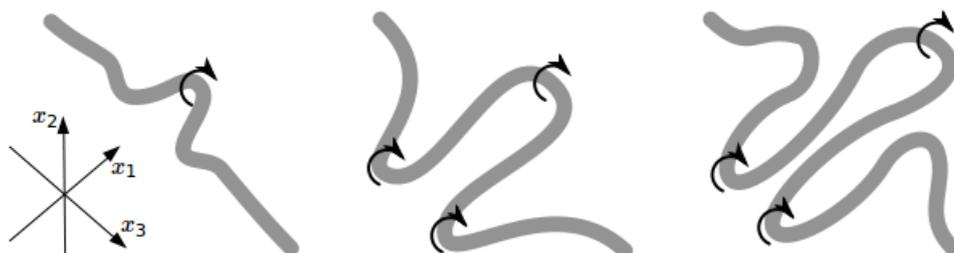


FIGURE 1.4 – Illustration de l'enroulement des couches de vorticité (figure 1.3) en tubes latéraux et de la déformation de ces tubes par le cisaillement moyen en structures en fer à cheval. Ces structures donnent naissance à de nouveaux tubes longitudinaux. Sur cette figure le cisaillement est positif par rapport à la figure 1.1. L'image vient de l'article [137].

dans les écoulements de proche paroi, indiquant une caractéristique commune aux écoulements cisailés. Shen et Warhaft[120] ont également pu observer expérimentalement cet état de confinement où l'échelle intégrale de l'écoulement ne grandit plus avec le temps. Gualtieri *et al.*[40] ont par la suite montré que les mécanismes en jeu lors de la phase de croissance juste avant un burst sont qualitativement les mêmes que ceux en cause dans la phase initiale du cisaillement homogène. Pendant cette phase, un seul grand streak parvient à remplir le domaine[117] au détriment d'autres vortex plus petits[118]. Concernant la phase d'effondrement, Mamatsashvili *et al.*[68] ont montré qu'elle est caractérisée par une perte d'énergie aux échelles de l'ordre de la taille du domaine qui est ensuite redistribuée selon une cascade transverse aux grandes échelles puis selon une cascade directe classique aux plus petites échelles. Cette perte d'énergie correspond à la déstructuration de l'unique structure ayant atteint la taille du domaine. Il en résulte une réduction de l'anisotropie des grandes échelles puis les petites structures se réorientent sous l'effet du cisaillement moyen et grandissent à leur tour pour commencer un nouveau cycle[40, 118].

Pour terminer cette partie sur l'évolution des structures dans le cisaillement homogène, nous présenterons les résultats de Sekimoto *et al.*[117] à propos de l'influence de la géométrie du domaine sur l'écoulement. Ils déterminent que la longueur transversale est la longueur de référence pour définir les rapports de longueurs L_1/L_3 et L_2/L_3 idéaux dans le but d'obtenir un domaine de simulation où le comportement du fluide est similaire aux écoulements de proche paroi. Dans cette configuration, les résultats montrent que la durée d'un burst est universelle, quel que soit le taux de cisaillement. Dans le cas d'un rapport de taille trop petit, la boîte stabilise les streaks qui se brisent moins souvent par rapport à un écoulement de proche paroi. Dans le cas contraire d'une boîte trop longue ou trop grande, les streaks se brisent à fréquence plus élevée et des phénomènes non physiques (par rapport à un écoulement de proche paroi) commencent à apparaître. Cette étude montre également que les phénomènes de bursts apparaissent quelle que soit la géométrie du domaine.

L'effet d'anisotropie du cisaillement homogène

De par la présence du gradient de vitesse moyen, les grandes échelles sont naturellement anisotropes. La question de savoir si les petites échelles conservent cette anisotropie ou redeviennent isotropes selon les théories de Kolmogorov[56, 57] a beaucoup été étudiée au cours des dernières années. La persistance de l'anisotropie des petites échelles même pour des moments d'ordre élevé a notamment été observée à la fois numériquement[95, 122, 47] et expérimentalement[31, 120]. Corrsin[24] suggéra en premier l'existence d'une échelle de cisaillement notée L_S en dessous de laquelle les structures retourneraient à l'isotropie. La mise en évidence de cette échelle et l'étude de celle-ci a été effectuée par Casciola *et al.*[17, 18]. Elle s'exprime

$$L_S = \sqrt{\frac{\epsilon}{S^3}} \quad (1.6)$$

avec ϵ le taux de dissipation de l'écoulement. Leurs travaux ont montré l'existence de deux régimes de turbulence. Le premier concerne les échelles supérieures à L_S qui sont dominées par le cisaillement et les termes anisotropes de production d'énergie et qui ont un comportement similaire aux très grandes échelles. Le second concerne les échelles inférieures à L_S qui sont dominées par le régime inertiel classique et tendent à redevenir

isotropes. Toutefois, ce retour à l'isotropie dépend de la largeur de la gamme d'échelles de l'écoulement et de la valeur de L_S . Dans une autre étude, Casciola *et al.*[19] ont analysé l'influence du nombre de Reynolds et de l'échelle de cisaillement sur la possibilité du retour à l'isotropie des petites échelles. Deux paramètres sont identifiés, le premier est la force du cisaillement S^* qui fixe la valeur du rapport L_0/L_S entre l'échelle intégrale et l'échelle de cisaillement. Il s'écrit

$$S^* = S \frac{\langle u_i u_i \rangle_V}{\epsilon} = \left(\frac{L_0}{L_S} \right)^{2/3} \quad (1.7)$$

où $\langle \bullet \rangle_V$ désigne la moyenne sur le volume de fluide. Le second paramètre est le nombre de Reynolds. Le retour à l'isotropie a été observé lorsque le cisaillement est faible, impliquant qu'une large gamme d'échelles turbulentes soient comprises entre l'échelle de Kolmogorov et l'échelle de cisaillement. Dans le cas d'un cisaillement fort, l'anisotropie des petites échelles persiste, et ce malgré un grand nombre de Reynolds. Les auteurs signalent que la valeur de cisaillement considérée comme forte dans leur étude correspond à des valeurs de cisaillement typiques des écoulements de paroi, suggérant que le cas où les petites échelles redeviennent isotropes serait rare dans les écoulements à haut Reynolds. Shen et Warhaft[143] ont par ailleurs observé expérimentalement le fait que l'anisotropie des échelles en dessous de l'échelle de cisaillement est plus faible mais également que la gamme d'échelles considérée dans leur expérience ne permettait pas d'observer de retour à l'isotropie.

1.1.2 Description lagrangienne

La manière la plus intuitive pour étudier la turbulence aux petites échelles est de considérer le déplacement d'une particule de fluide le long de sa trajectoire. L'évolution du mouvement d'une telle particule est uniquement régit par la vitesse du fluide \mathbf{u}_f à sa position et est décrite par l'équation suivante :

$$\frac{dx_{ip}}{dt} = u_{if}(x_{ip}(t), t) + \delta_{i1} S x_{2p}(t) \quad (1.8)$$

Numériquement, la vitesse eulerienne est interpolée à la position de la particule, elle est ensuite intégrée en temps afin d'obtenir son déplacement[148]. Le terme $S x_{2p}(t)$ correspond au terme de vitesse moyenne imposé par le gradient moyen. Cette description a été utilisée par Squires et Eaton[126] afin d'étudier la manière dont les particules se dispersent dans le cisaillement homogène. Leurs résultats montrent une dispersion plus importante dans la direction longitudinale de l'écoulement et un temps de corrélation de la vitesse longitudinale lagrangienne plus long par rapport aux deux autres composantes de vitesse. Ils pointent ainsi les effets de l'anisotropie de l'écoulement sur les statistiques lagrangiennes et sur la dispersion des particules. Par la suite, Shen et Yeung[119] ont étudié les statistiques de dispersion à deux points. Cette approche consiste à suivre l'évolution de paires de particules ayant une séparation initiale plus ou moins grande afin d'étudier leur diffusion dans l'écoulement. L'avantage est de pouvoir cibler l'anisotropie de la diffusion en orientant la séparation initiale selon l'axe longitudinal, normal ou transversal. L'étude confirme les résultats de Squires et Eaton en pointant une dispersion plus importante dans la direction longitudinale et une dispersion plus faible dans la direction normale. Ils montrent également la forte anisotropie de la diffusion des particules

en indiquant que les vitesses de deux particules initialement séparées selon l'axe longitudinal restent corrélées plus longtemps que pour une séparation initiale le long de la direction normale. Ces effets résultent en une distribution des séparations des particules non gaussienne. Enfin, les statistiques d'accélération lagrangienne à un et deux points ont été étudiées par Yeung[150], montrant des résultats similaires au cas de la turbulence homogène isotrope, à savoir une longue corrélation de l'ordre de l'échelle intégrale pour la norme d'accélération et une corrélation courte de l'ordre du temps de Kolmogorov pour l'orientation de l'accélération[151]. Les fonctions d'autocorrélation à un et deux points indiquent une isotropie locale de l'accélération avec une légère dépendance à l'orientation de la séparation initiale similaire à celle observée pour les statistiques de la vitesse.

Suivi de particules inertielles

Les traceurs fluides donnent une bonne description de la turbulence et de la dispersion aux petites échelles mais cela n'est pas suffisant lorsque l'on considère le transport de particules solides. L'inertie des particules est en effet à prendre en compte. Le cas le plus simple consiste à considérer l'évolution de particules inertielles ponctuelles, de taille plus petite que l'échelle de Kolmogorov, de densité largement supérieure à celle du fluide et de concentration suffisamment faible pour négliger les interactions particules-particules et particules-fluide. L'équation (1.8) est alors modifiée pour prendre en compte les effets de l'inertie et on résout le set d'équations suivant :

$$\frac{dx_{ip}}{dt} = u_{ip}(t) + \delta_{i1} S x_{2p}(t) \quad (1.9)$$

$$\frac{du_{ip}}{dt} = \frac{u_{if}(x_{ip}(t), t) - u_{ip}(t)}{\tau_p} + \delta_{i1} S u_{2p}(t) \quad (1.10)$$

avec $\mathbf{u}_p(t)$ la vitesse de la particule et τ_p son temps de réponse défini par

$$\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18 \rho_f \nu} \quad (1.11)$$

où ρ_p et d_p sont la densité et le diamètre de la particule, respectivement. L'effet de l'inertie est alors caractérisé par le nombre de Stokes :

$$St = \frac{\tau_p}{\tau_\eta} \quad (1.12)$$

L'expression (1.10) indique qu'en raison de l'inertie de la particule, les fluctuations à haute fréquence de la vitesse du fluide sont filtrées. L'accélération d'une particule solide est donc différente de celle d'une particule fluide à la même position. Cela peut conduire à deux tendances principales de la réponse des particules à la turbulence. Les particules ayant un faible nombre de Stokes se comportent comme des traceurs fluides et ont tendance à évoluer dans tout l'écoulement. Pour des nombres de Stokes vraiment très grands, les particules ne sont influencées que par les très grandes fluctuations de la vitesse du fluide et ont également tendance à être répartie de façon homogène dans l'écoulement car elle ne répondent pas aux structures cohérentes de la turbulence. Pour des nombres de Stokes intermédiaires, les particules plus denses que la phase porteuse

ont tendance à se regrouper dans des zones de faible vorticité et de fort cisaillement alors que les particules plus légères comme les bulles présentent une tendance inverse[6, 135], ce phénomène est appelée concentration préférentielle. Les amas de particules seront très dépendant de la topologie des structures et varieront d'un écoulement   l'autre.

Concernant le cisaillement homogène, Yeh et Lei[147] furent les premiers   suivre numériquement des particules inertielles solides pour deux valeurs de cisaillement. Leurs simulations permirent de mettre en évidence des comportements asymptotiques pour le tenseur de dispersion dans le cisaillement homogène. Le temps de simulation étant trop court pour observer le comportement des particules   temps long, Ahmed et Elghobashi[2] reprirent l'étude en permettant   la fonction d'autocorrélation de la vitesse des particules de devenir nulle. Ce faisant, ils purent montrer qu'  temps longs, les particules inertielles se dispersent plus dans la direction longitudinale et que cet effet est décuplé avec l'inertie des particules. Leurs résultats montrèrent également que la concentration préférentielle des particules est maximale quand le temps de réaction des particules est de l'ordre du temps de Kolmogorov. Shotorban et Balachandar[121] étudièrent par la suite l'évolution de la concentration préférentielle des particules avec le temps et montrèrent la tendance des particules   s'accumuler dans la direction longitudinale au détriment de la direction normale. Les particules ayant tendance   éviter les zones de forte vorticité et   privilégier les zones de fort cisaillement. Ces zones de concentration préférentielle étirées dans la direction longitudinale correspondent en fait aux espaces situés entre les longs tubes longitudinaux[82].

Ces études étant limitées   la phase initiale du cisaillement, Gualtieri *et al.*[41] entreprirent d'étudier la répartition des particules dans le cas d'un cisaillement homogène   l'état stationnaire. Leur approche consiste   calculer la probabilité pour une particule d'observer une particule voisine pour différentes amplitudes et orientations du vecteur de séparation entre les particules. Leurs résultats montrèrent   nouveau une orientation préférentielle des clusters   grande échelle selon l'axe des vortex longitudinaux, jusqu'  une valeur seuil du nombre de Stokes ( gale   10) où l'inertie devient trop importante pour que le cisaillement puisse orienter les groupes de particules. L'effet est maximal pour un temps de relaxation des particules de l'ordre du temps de Kolmogorov, confirmant les observations d'Ahmed et Elghobashi[2].   de petites échelles de séparation, les particules conservent une organisation anisotrope même en dessous de l'échelle de cisaillement. Pour des nombres de Stokes plus grands (et inférieurs   10), cette tendance s'annule jusqu'  obtenir une organisation isotrope des particules. Les auteurs concluent que ces effets sont indépendants du Reynolds et de la force du cisaillement. Gualtieri *et al.*[43] étudièrent plus en détail l'organisation anisotrope aux petites échelles des particules de faible inertie (donc de clusterisation maximale). Leurs résultats ont été comparés avec l'expérience par Nicolai *et al.*[82] et une bonne concordance entre l'approche numérique et expérimentale a été mise en évidence. Les deux études possèdent la particularité d'avoir utilisé l'analyse par aires de Voronoï pour étudier la concentration préférentielle des particules. Cette approche consiste   décomposer l'espace en cellules dont le centre est occupé par une seule particule. Des particules très proches les unes des autres donneront naissance   des cellules de petites aires et inversement pour des particules très espacées[73, 74]. L'observation de la distribution des aires de Voronoï a permis de déterminer deux aires typiques A_c et A_v en-dessous et au-dessus desquelles l'espace est considéré respectivement comme riche et pauvre en particules par rapport   une distribution aléatoire des particules. Il a alors été montré que la distribution des

aires inférieures à A_c se comporte de manière similaire à celle de particules dans une turbulence homogène isotrope. En effet, même si la clusterisation anisotrope des particules persiste en dessous de l'échelle de cisaillement, elle tend à redevenir isotrope pour de très faibles séparations entre les particules. Cela a pour origine l'inertie des particules qui retarde le retour à l'isotropie. Gualtieri *et al.*[42] ont également relevé cette propriété de l'inertie en étudiant les vitesses relatives des particules dans le but de quantifier leur taux de collision. L'anisotropie de la vitesse relative entre deux particules se conserve même pour des particules dont la séparation correspond à des échelles où la turbulence tend à redevenir isotrope. Pour résumer, des particules fortement inertielles auront tendance à être distribuées de manière isotrope aux petites échelles avec une faible concentration préférentielle mais conserveront une très forte anisotropie dans leurs statistiques. À l'inverse, des particules peu inertielles auront une concentration préférentielle importante et fortement orientée selon l'axe principal du cisaillement mais l'anisotropie de leurs statistiques sera moindre.

1.1.3 Objectifs concernant la simulation numérique directe d'une turbulence avec un cisaillement homogène

Comme on peut le constater, la turbulence avec un gradient de vitesse moyen imposé a beaucoup été étudiée au cours des dernières décennies, en particulier l'évolution des structures dont le comportement est aujourd'hui bien renseigné. Bien que de nombreuses publications soient disponibles concernant les statistiques lagrangiennes du cisaillement homogène, la plupart n'ont pris en compte que la phase initiale du cisaillement. L'influence des phases de croissance et d'effondrement lorsque l'écoulement est à l'état stationnaire sur les statistiques lagrangiennes n'a, à ce jour, pas encore été étudiée. À l'instar des particules fluides, l'influence de ces pics d'énergie sur les statistiques lagrangiennes des particules inertielles est encore mal renseignée. Il faut bien évidemment retenir que les bursts de l'état stationnaire ne sont qu'une conséquence un peu artificielle due à la taille du domaine et paraissent donc moins pertinent à étudier par rapport aux bursts présents par exemple dans les écoulements de canal qui eux, sont issus d'un processus physique. L'intérêt de cette configuration est surtout la possibilité d'isoler ces phénomènes dont les mécanismes sont très similaires aux écoulements de parois. Il est aussi à noter qu'une seule étude a été menée sur l'accélération lagrangienne de l'écoulement dans la phase initiale et qu'elle ne montre pas les effets du cisaillement moyen sur la distribution de l'accélération des particules fluides. Concernant l'accélération des particules inertielles dans le cisaillement homogène, il n'existe pas, à notre connaissance, d'études sur ce sujet.

Notre motivation ne sera donc pas d'étudier la dynamique aux petites échelles de ces structures mais d'observer le comportement des statistiques lagrangiennes à la fois de manière générale et en fonction des phases de croissance et d'effondrement afin de pouvoir les modéliser correctement, avec l'éventualité que ce travail puisse servir pour la modélisation des phénomènes de proche paroi. L'objectif sera donc de réaliser une simulation numérique directe d'un écoulement avec un cisaillement homogène à l'état stationnaire dans une boîte tri-périodique suffisamment fort pour éviter un retour à l'isotropie des petites échelles[19] puis d'en extraire les statistiques lagrangiennes pour le cas de traceurs fluides et de particules inertielles à deux nombres de Stokes : faible (inférieur à 1) et fort (supérieur à 1). Ces résultats nous serviront de référence afin

de développer un modèle stochastique reproduisant le comportement des statistiques lagrangiennes.

1.2 Simulations des grandes échelles

Lorsque l'on simule numériquement un écoulement, différentes méthodes peuvent être utilisées pour résoudre les équations. La méthode la plus intuitive est de résoudre directement les équations, on parle alors de DNS (*Direct Numerical Simulation*). Cette approche nécessite d'avoir une discretisation de l'espace suffisamment fine pour capter toutes les structures de la turbulence. La précision des résultats est alors très bonne mais les ressources de calculs peuvent devenir trop importantes pour un écoulement à grand nombre de Reynolds. Or, la plupart des écoulements naturels et industriels se produisent à très grand nombre de Reynolds, rendant cette approche limitée. Une autre manière de procéder est de ne résoudre que les grandeurs moyennes de l'écoulement et de compléter les inconnues par des modèles mathématiques, ce sont les méthodes de types RANS (*Reynolds Averaged Navier-Stokes*). Ces dernières peuvent manquer de précision mais ont l'avantage d'être rapide et de réduire les coûts de calculs. Une dernière alternative est de mélanger ces deux principes avec la LES (*Large Eddy Simulation*) qui consiste à résoudre directement les grandes structures turbulentes et modéliser l'influence des petites échelles. Il existe plusieurs approches de modélisation associées à la simulation des grandes échelles et la plupart se concentrent sur la prédiction du champ de vitesse non résolu. Une description détaillée de ces approches peut-être trouvée dans différentes revues scientifiques[72, 105, 113, 92]. Les approches de LES dites classiques les plus utilisées sont les modèles de Smagorinsky[123] et de Germano[34] (appelée aussi modèle dynamique). Dans cette partie, ces approches classiques sont d'abord présentées ainsi que leurs utilisations pour la simulation d'un cisaillement homogène. Leur pertinence est ensuite discutée.

1.2.1 Équations de Naviers-Stokes filtrées

Les équations de Naviers-Stokes pour un écoulement incompressible sans forces de volume et sans transfert de chaleur s'écrivent :

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i u_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} \quad (1.13)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.14)$$

où ρ et p sont respectivement la masse volumique et la pression et τ_{ij} est le tenseur des contraintes. Dans le cas d'un fluide newtonien et incompressible, le tenseur des contraintes s'exprime :

$$\tau_{ij} = 2\nu S_{ij} \quad (1.15)$$

avec ν la viscosité cinématique du fluide et S_{ij} le tenseur de déformation :

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.16)$$

Le principe de la LES consiste à résoudre les équations (1.13) et (1.14) pour les grandes échelles spatiales et à modéliser l'influence des petites échelles. On décompose donc le champ de vitesse en un champ résolu \bar{u}_i et en un champ résiduel non résolu u'_i dont on cherchera à modéliser les effets :

$$u_i = \bar{u}_i + u'_i \quad (1.17)$$

Concrètement, cette décomposition consiste à filtrer le signal de vitesse afin de ne conserver que le signal des grandes échelles. Cette opération s'écrit :

$$\bar{u}_i(\mathbf{x}, t) = \int u_i(\boldsymbol{\xi}, t) G_{\bar{\Delta}}(\boldsymbol{\xi} - \mathbf{x}) d\boldsymbol{\xi} \quad (1.18)$$

avec $G_{\bar{\Delta}}$ la fonction de filtrage (par exemple un filtre gaussien). $\bar{\Delta}$ est la taille du filtre en-dessous de laquelle les échelles ne sont plus résolues. D'un point de vue pratique, la taille du filtre correspond à la résolution du maillage, dans la mesure où celle-ci est constante. En appliquant le filtre aux équations (1.13) et (1.14) on obtient la forme des équations de Navier-Stokes filtrées

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.20)$$

Le terme $\bar{u}_i \bar{u}_j$ est un terme non linéaire faisant intervenir les vitesses de sous-maille non résolues. En appliquant la décomposition (1.17), il s'exprime $\bar{u}_i \bar{u}_j = \overline{(\bar{u}_i + u'_i)(\bar{u}_j + u'_j)}$. En injectant cette expression dans l'équation (1.19) on obtient :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \bar{u}_i \bar{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\tau}_{ij} - \tau_{ij}^{SGS}) \quad (1.21)$$

où le terme $\tau_{ij}^{SGS} = \overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j$ est le tenseur des contraintes de sous-maille, pouvant être exprimé de façon suivante :

$$\tau_{ij}^{SGS} = \underbrace{(\overline{u_i u_j} - \bar{u}_i \bar{u}_j)}_A + \underbrace{(\overline{u_i u'_j} + \overline{u'_i u_j})}_B + \underbrace{\overline{u'_i u'_j}}_C \quad (1.22)$$

Le terme A, appelé terme de Leonard et directement obtenu à partir du champ résolu, désigne l'interaction entre deux structures des échelles résolues et produisant de la turbulence aux petites échelles. Le terme B, nommé *cross-term* représente les interactions entre le champ résolu et le champ résiduel et le terme C représente les interactions entre les structures de tailles non résolues. Ce dernier est appelé *backscatter term*. Chacun de ces termes représente un phénomène complexe qui rend difficile leur fermeture. Le but de toute LES est finalement de trouver un modèle pour les contraintes de sous-maille τ_{ij}^{SGS} .

1.2.2 Modèle de Smagorinsky

Le modèle le plus répandu pour prédire les contraintes de sous-maille est le modèle de Smagorinsky[123]. Il repose sur l'introduction d'une viscosité turbulente ν_t qui représente une dissipation effective au niveau des échelles résolues. L'expression de cette viscosité

turbulente consiste à relier les contraintes de sous-maille et le taux de déformation résolu \overline{S}_{ij} par une longueur caractéristique l :

$$\tau_{ij}^{SGS} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tau_{kk}^{SGS} = -2\nu_t\overline{S}_{ij} \quad (1.23)$$

$$\nu_t = l^2|\overline{S}| \quad (1.24)$$

$$l = C_s\overline{\Delta} \quad (1.25)$$

avec $|\overline{S}| = \left(2\overline{S}_{ij}\overline{S}_{ij}\right)^{1/2}$ et C_s un paramètre à déterminer appelée constante de Smagorinsky. Dans le cas d'une turbulence homogène isotrope, la valeur recommandée pour la constante de Smagorinsky oscille autour de 0.2 [130, 21]. Il est cependant à noter que cette valeur dépend du type d'écoulement considéré et n'est donc pas universelle. Dans un écoulement de canal plan, Deardorff[28] a par exemple montré que $C_s = 0.1$. De manière générale, là où la turbulence n'est ni homogène ni isotrope, l'usage d'une valeur constante pour C_s n'est plus appropriée. La modélisation d'écoulements avec des zones de transition à la turbulence développée (au voisinage des parois, par exemple) nécessite l'utilisation d'une procédure dynamique qui ajuste localement la constante de Smagorinsky.

1.2.3 Modèle dynamique de Germano

Une manière d'estimer la constante de Smagorinsky de manière locale a été proposée par Germano *et al.*[34]. Le modèle dynamique dit de Germano consiste à introduire un deuxième filtre $G_{\tilde{\Delta}}$ appelé filtre test. La longueur $\tilde{\Delta}$ de ce filtre est supposée plus large que la longueur du filtre $G_{\overline{\Delta}}$ des équations de Navier-Stokes. En appliquant le filtre test aux équations (1.19) et (1.20) on obtient :

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial t} + \frac{\partial \tilde{u}_i \tilde{u}_j}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \tilde{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \tilde{\tau}_{ij}}{\partial x_j} \quad (1.26)$$

$$\frac{\partial \tilde{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.27)$$

Avec le même raisonnement effectué pour l'équation filtrée (1.21), on peut introduire le tenseur des contraintes à l'échelle de filtrage intermédiaire

$$T_{ij} = \widetilde{\overline{u}_i \overline{u}_j} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (1.28)$$

En considérant l'hypothèse de similarité des échelles, le tenseur T_{ij} peut être exprimé dans le cadre du modèle de Smagorinsky avec la même constante C_s :

$$T_{ij} - \frac{1}{3}\delta_{ij}T_{kk} = -2\left(C_s\tilde{\Delta}\right)^2|\tilde{S}|\tilde{S}_{ij} \quad (1.29)$$

Par ailleurs, on peut aussi appliquer le filtre test au tenseur des contraintes de sous-maille τ_{ij}^{SGS} :

$$\tilde{\tau}_{ij}^{SGS} - \frac{1}{3}\delta_{ij}\tilde{\tau}_{kk}^{SGS} = -2\left(C_s\overline{\Delta}\right)^2|\overline{S}|\overline{S}_{ij} \quad (1.30)$$

D'après les définitions de T_{ij} et $\tilde{\tau}_{ij}^{SGS}$, leur différence représente l'interaction du champ de vitesse entre les échelles $\overline{\Delta}$ et $\tilde{\Delta}$, soit :

$$T_{ij} - \tilde{\tau}_{ij}^{SGS} = L_{ij} = \widetilde{\overline{u_i u_j}} - \tilde{u}_i \tilde{u}_j \quad (1.31)$$

En y substituant les deux équations précédentes, on obtient une expression sans les termes de sous-maille qui permet de trouver la constante de Smagorinsky C_s

$$L_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} L_{kk} = -2 \left(C_s \overline{\Delta} \right)^2 M_{ij} \quad (1.32)$$

où

$$M_{ij} = \widetilde{|\overline{S}| \overline{S}_{ij}} - (\tilde{\Delta} / \overline{\Delta})^2 \tilde{S} \tilde{S}_{ij} \quad (1.33)$$

Pour obtenir la valeur de C_s , ce système est sur-déterminé. C'est pourquoi Lilly[66] propose d'appliquer la méthode des moindres carrés et obtient l'expression suivante :

$$\left(C_s \overline{\Delta} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{L_{ij} M_{ij}}{M_{ij} M_{ij}} \quad (1.34)$$

La constante de Smagorinsky peut ainsi être calculée sur chaque noeud du maillage et à chaque instant de temps. Toutefois, dans la pratique les calculs peuvent donner des valeurs de C_s aussi bien positive que négative, donnant par conséquent une valeur négative de la viscosité et conduisant à des instabilités numériques. Une façon d'éviter ce problème est d'utiliser la moyenne du numérateur et du dénominateur de l'expression (1.34), ce qui donne finalement :

$$\left(C_s \overline{\Delta} \right)^2 = \frac{1}{2} \frac{\langle L_{ij} M_{ij} \rangle}{\langle M_{ij} M_{ij} \rangle} \quad (1.35)$$

La définition de la moyenne adoptée peut varier d'un écoulement à l'autre. Lorsque l'écoulement est homogène et isotrope, c'est la moyenne spatiale sur tout le domaine de calcul qui est retenue, alors que pour l'écoulement de canal on préférera prendre la moyenne sur les plans parallèles à la paroi. D'un point de vue plus pratique, cette procédure dynamique s'avère assez couteuse en temps de calcul.

1.2.4 Difficultés et limites de la LES à représenter les événements extrêmes aux grandes échelles du cisaillement homogène

Il a été montré que la constante de Smagorinsky devait être fonction du temps et de l'espace pour modéliser efficacement les écoulements cisailés[86]. Dès lors, l'approche de Smagorinsky se trouve être peu adaptée au cas du cisaillement homogène dont les statistiques turbulentes grandissent au cours du temps et subissent encore d'importantes variations à l'état stationnaire. Yeh et Lei[147] ont effectivement dû fixer manuellement la valeur de la constante de Smagorinsky dans leur simulation de manière à obtenir des résultats corrects en comparaison avec l'expérience. Wang, Jacobitz et Rutland[142] ont simulé la phase initiale du cisaillement avec les approches de Smagorinsky, Germano et une méthode hybride entre les deux précédentes. Les résultats montrèrent que la

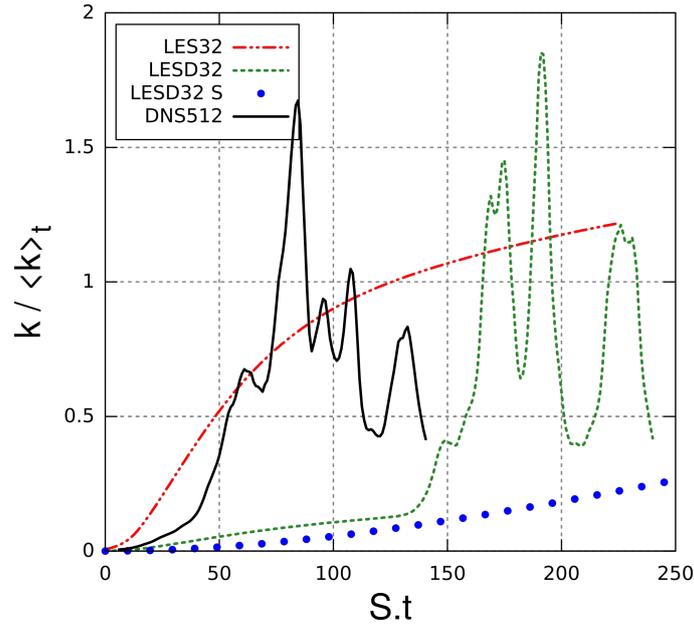


FIGURE 1.5 – Comparaison de l'évolution de l'énergie $k = \frac{1}{2}\langle u_i u_i \rangle_V$ au cours du temps pour un cisaillement homogène entre la DNS (—), la LES de Smagorinsky (— · —), la LES dynamique (— —) et la LES dynamique avec un cisaillement fort (●).

méthode hybride était préférable aux deux autres méthodes. D'une manière générale, les approches de Smagorinsky estiment assez mal les contraintes de cisaillement aux petites échelles[5]. Une simulation à temps long permet en effet de se rendre compte que les approches classiques ne sont pas très efficaces pour reproduire l'écoulement à l'état stationnaire. Nous comparons l'évolution de l'énergie au cours du temps pour un cisaillement homogène entre une DNS et les approches LES classiques sur la figure 1.5. On constate que la LES de Smagorinsky ne parvient pas à reproduire les bursts de l'état stationnaire et que le modèle dynamique a besoin de plus de temps pour développer la turbulence. Dans le cas d'un cisaillement fort, la LES dynamique ne parvient plus à reproduire les bursts de l'état stationnaire.

Des méthodes autres que les approches classiques ont aussi été essayées, Yakhot[146] proposa par exemple un modèle couplant la vorticité et les fluctuations de l'énergie mais l'auteur précise qu'il n'est pas sûr que ce modèle puisse reproduire correctement les bursts présents   l'état stationnaire. Gualtieri *et al.*[39] utilisèrent quant   eux une méthode d convolutive[128, 129] pour étudier l'influence de l'échelle de filtrage sur la qualité des simulations et montrèrent une bonne efficacité de cette approche   condition que l'échelle de filtrage soit égale ou inférieure   l'échelle de cisaillement. Cette dépendance   l'échelle de cisaillement pose l'inconvénient de connaitre cette dernière   l'avance et implique que sa valeur ne soit pas trop faible afin de ne pas avoir   utiliser un maillage dont la finesse retirerait l'intérêt économique de la LES. Dans une étude visant   identifier des solutions invariantes des équations de Navier-Stokes pour les grandes structures, Sekimoto et Jiménez[118] réalisèrent une simulation aux grandes échelles d'un cisaillement homogène stationnaire. Leur approche consista   utiliser un modèle de Smagorinsky classique mais en imposant l'échelle de Kolmogorov en tant qu'échelle caractéristique de viscosité

turbulente dans le calcul de la constante de Smagorinsky. Bien qu'adaptée dans le cadre de l'étude de Sekimoto et Jiménez, cette méthode possède les mêmes inconvénients que l'approche déconvolutive précédente : connaître à priori les statistiques à petites échelles de l'écoulement.

1.2.5 L'intermittence interne à grand nombre de Reynolds : limites à l'utilisation de la LES classique

Les hypothèses de Kolmogorov[56, 57] sur l'universalité des structures turbulentes aux échelles plus petites que l'échelle géométrique de l'écoulement et sur l'utilisation de la dissipation moyenne de l'énergie comme unique paramètre furent remises en question par Landau[63] qui argumenta sur le fait que la dissipation de l'énergie est spatialement inhomogène et intermittente. L'intermittence d'un signal se caractérise par l'apparition d'évènements dont la valeur est très importante par rapport à l'écart type, ayant pour effet une distribution non gaussienne du signal. Cela se traduit ici par l'alternance aléatoire de zones d'activité turbulente intense où la dissipation est très importante et de zones relativement calmes. Le phénomène d'intermittence est d'autant plus marqué que le nombre de Reynolds est grand. Kolmogorov et Obukhov[83, 55] établirent alors une version corrigée de la théorie pour prendre en compte les fluctuations de la dissipation. À la suite de l'interprétation théorique de Kolmogorov[54] des résultats expérimentaux sur la distribution de la taille de particules de charbon broyé, Obukhov proposa que les fluctuations de la dissipation visqueuse suivent une distribution log-normale.

Le fait que l'allure de la distribution des incréments temporels de vitesse passe de log-normale à gaussienne avec l'augmentation de l'incrément de temps indique que l'intermittence intervient essentiellement aux petites échelles. L'accélération se présente alors comme une variable adéquate pour caractériser l'intermittence dans la mesure où elle est spécifiquement liée aux petites échelles dominées par la viscosité. Les observations expérimentales[79, 78, 140, 141] et numériques[151] montrèrent effectivement le caractère intermittent de l'accélération lagrangienne pour une turbulence homogène isotrope. Celle-ci est distribuée de manière log-normale et montre de très fortes variations supérieures à son écart-type. Il a aussi été observé que le temps de corrélation de la norme de l'accélération est de l'ordre de celui des échelles intégrales, alors que le temps de corrélation de ses composantes est de l'ordre du temps de Kolmogorov, montrant ainsi que les propriétés de l'accélération dépendent du nombre de Reynolds.

Le défaut inhérent des approches LES est leur incapacité à avoir une résolution suffisante pour capter les soudaines variations de turbulence aux petites échelles, une bonne modélisation de l'accélération devient donc essentielle pour tenir compte des effets de l'intermittence. Les approches classiques se focalisent cependant sur la modélisation du champ de vitesse non-résolu et sont de plus invariantes au nombre de Reynolds. Or, les fortes variations de vitesse aux petites échelles ne peuvent pas être négligées si l'on souhaite estimer correctement les statistiques lagrangiennes de l'écoulement, et par conséquent le comportement de particules dans le fluide. De plus, contrairement à la vitesse, l'accélération de sous-maille peut excéder la valeur de l'accélération des échelles résolues lorsque le nombre de Reynolds est grand, permettant ainsi l'expression des propriétés intermittentes des petites échelles. En effet, dans le cas d'un grand nombre

de Reynolds et en accord avec la loi d'échelle de Kolmogorov, on peut écrire [112] :

$$\frac{a_\Delta}{a_\eta} \approx \left(\frac{\eta}{\Delta}\right)^{1/3} = \left(\frac{L}{\Delta}\right)^{1/3} Re^{-1/4} \quad (1.36)$$

avec $a_\eta = \langle \epsilon \rangle^{3/4} / \nu^{1/4}$ l'accélération de Kolmogorov spécifique des petites échelles et $a_\Delta \approx u_\Delta^2 / \Delta$ l'accélération des échelles filtrées. L'ensemble de ces observations nous motive à chercher un cadre de développement différent des approches classiques dans lequel les effets d'intermittence seraient mieux pris en compte. Il est possible de trouver dans la littérature des modèles stochastiques permettant de modéliser l'accélération des échelles non-résolues. Les premiers modèles comme celui proposé par Pope[93] furent basés sur le modèle de Langevin Généralisé et présentaient l'inconvénient de ne pas tenir compte de l'intermittence et de donner une distribution gaussienne de l'accélération. Par la suite, Reynolds[101] développa un modèle pour l'accélération décrite par un processus d'Ornstein-Uhlenbeck faisant intervenir sous forme de coefficient de dérive un autre processus stochastique log-normal pour la dissipation normalisée à sa valeur moyenne. Ici, l'auteur suit Pope et Chen[91] pour exprimer le processus log-normal de la dissipation. Cette approche permet ainsi d'obtenir une distribution non gaussienne de l'accélération en accord avec les observations expérimentales. Lamorghese *et al.*[62] entreprirent de revisiter le modèle de Reynolds en proposant une nouvelle approche pour l'accélération composée de trois modèles stochastiques partageant les mêmes paramètres : un pour l'accélération, un pour la vitesse et un pour la dissipation. Leur approche fut comparée avec les résultats de DNS et présenta de bons résultats concernant la prise en compte des phénomènes d'intermittence et la prédiction des statistiques d'accélération conditionnées à la pseudo-dissipation et à l'enstrophie de l'écoulement. Ce modèle est toutefois très complexe et nécessite l'intervention de multiples constantes issues du calcul DNS dont l'universalité reste encore à prouver[152]. Dans la prochaine section, nous présentons une approche différente plus simple. Il est également à noter ici que les approches de LES classiques sont assez peu satisfaisantes ou stables concernant la simulation d'un cisaillement homogène stationnaire. Certaines méthodes sont mêmes contraintes par la connaissance à priori des caractéristiques de l'écoulement, en particulier de la valeur de l'échelle de cisaillement. Ces différentes approches ne renseignent pas non plus sur leur capacité à reproduire l'accélération aux petites échelles.

1.3 Modéliser l'accélération : Présentation de la LES-SSAM et motivations à son développement ultérieur

Les limites de la LES classique énoncées en section 1.2.5 motivèrent Sabelnikov, Chtab et Gorokhovski[112] à développer une approche LES consistant à modéliser l'accélération des échelles non résolues plutôt que la vitesse pour reproduire les effets de l'intermittence. Cette approche a été nommée LES-SSAM pour *Large Eddy Simulation - Subgrid Stochastic Acceleration Model*. Nous présentons ici le principe général. Il consiste à décomposer le champ d'accélération en un champ résolu et un champ modélisé, comme il est classique de le faire pour la vitesse :

$$a_i = \bar{a}_i + a'_i \quad (1.37)$$

Le premier terme correspond à l'accélération obtenue par les équations de Navier-Stokes filtrées

$$\bar{a}_i = \overline{\left(\frac{du_i}{dt}\right)} = \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.38)$$

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.39)$$

et le second terme représente l'accélération des échelles non résolues

$$a'_i = \left(\frac{du_i}{dt}\right)' = \frac{\partial u'_i}{\partial t} + \frac{\partial (u_i u_j - \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p'}{\partial x_i} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u'_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u'_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.40)$$

$$\frac{\partial u'_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.41)$$

La première hypothèse de Sabelnikov, Chtab et Gorokhovski consiste à représenter l'équation (1.40) par l'expression suivante :

$$(a'_i)_{mod} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p^*}{\partial x_i} + a_i^* \quad (1.42)$$

où a_i^* est un modèle stochastique reproduisant l'accélération de sous-maille et p^* un terme de pression ajouté pour assurer l'équation de la continuité (1.41). La somme de (1.38) et (1.42) donne alors :

$$\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial t} + \bar{u}_j \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + (a'_i)_{mod} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial (\bar{p} + p^*)}{\partial x_i} - \frac{\partial (\bar{u}_i \bar{u}_j - \bar{u}_i \bar{u}_j)}{\partial x_j} + \nu \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} \right) + a_i^* \quad (1.43)$$

La seconde hypothèse de Sabelnikov, Chtab et Gorokhovski consiste à considérer que la partie gauche de l'expression (1.43) représente l'accélération d'un champ de vitesse synthétique noté \hat{u} dans lequel la pression $\bar{p} + p^*$ assure la continuité et qui peut être approché à l'aide d'un modèle de viscosité turbulente. Cela donne l'expression finale des équations de la LES-SSAM :

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial t} + \hat{u}_j \frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \hat{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\nu + \nu_t) \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \hat{u}_j}{\partial x_i} \right) \right] + a_i^* \quad (1.44)$$

$$\frac{\partial \hat{u}_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1.45)$$

où ν_t est la viscosité turbulente du modèle de Smagorinsky.

Enfin, la troisième hypothèse se base sur les suggestions de Yeung et Pope[151] et consiste à décomposer l'accélération stochastique comme le produit de deux modèles stochastiques indépendants, un pour la norme de l'accélération $|a|$ corrélé sur des temps longs, et un pour son orientation e_i corrélé à temps courts.

$$a_i^* = |a|(t) e_i(t) \quad (1.46)$$

Sabelnikov, Chtab et Gorokhovski[112] ont considéré le cas d'une turbulence homogène isotrope pour le développement des modèles stochastiques. Le modèle pour la norme d'accélération fut obtenu en utilisant l'approche de Pope et Chen[91], basée sur les conjectures d'Obukhov[83], et qui consiste à exprimer l'évolution de la dissipation à l'aide d'un processus stochastique log-normal (voir annexe B pour une présentation détaillée). Ici, la norme de l'accélération est exprimée en fonction de la dissipation $|a| = \epsilon^{3/4}\nu^{-1/4}$ puis la transformation de Itô est appliquée. Le modèle pour la norme d'accélération s'exprime finalement :

$$d|a| = -|a| \left(\ln \left(\frac{|a|}{|a_\eta|} \right) - \frac{3}{16}\sigma^2 \right) \frac{dt}{T} + \frac{3}{4}|a| \sqrt{\frac{2\sigma^2}{T}} dW(t) \quad (1.47)$$

Dans cette équation, $dW(t)$ est l'incrément d'un processus de Wiener tel que $\langle dW \rangle = 0$ et $\langle (dW)^2 \rangle = dt$, $|a_\eta|$ est l'accélération de Kolmogorov, T le temps de relaxation égal au temps de relaxation des échelles intégrales et la dispersion σ^2 dépend du rapport entre la taille de l'échelle de filtrage et de la taille des échelles dissipatives. L'expression $\sigma^2 = \ln(\Delta/\eta)$ a alors été proposée. Le modèle pour l'orientation de l'accélération conçu par Sabelnikov, Chtab et Gorokhovski[112] consiste en un processus d'Ornstein-Uhlenbeck sur une sphère unitaire. Une équation stochastique basée sur la transformation de Itô pour les composantes du vecteur d'orientation a également été proposée par les auteurs mais n'a pas été réalisée à cause de la non-linéarité de cette équation ; un algorithme efficace garantissant la conservation de la norme du vecteur unitaire n'a pas été trouvé. Sabelnikov, Chtab et Gorokhovski ont alors imposé un tirage aléatoire de fréquence égale au temps de Kolmogorov pour la direction à la surface de la sphère unitaire pour modéliser l'évolution du vecteur d'orientation. Les statistiques de particules fluides de la LES-SSAM furent comparées avec celles d'une LES standard et des expériences de Mordant[79]. Par rapport à la LES standard, les résultats montrèrent une bien meilleure prédiction de l'accélération lagrangienne et des effets d'intermittence sur les incréments de vitesse. Un autre modèle pour l'orientation de l'accélération de sous-maille a été proposée par Zamansky, Vinkovic et Gorokhovski[155] pour le cas du canal plan. Dans cette étude, le modèle pour l'orientation suit une marche aléatoire sur une sphère unitaire dont le comportement est fonction de la distance à la paroi. Malgré de bonnes performances du modèle, ce dernier présente le défaut d'être delta-corrélé et de s'exprimer en coordonnées sphériques, ce qui conduit à une singularité mathématique lorsque l'angle polaire vaut 0 ou π . La nécessité du développement d'un processus stochastique d'Ornstein-Uhlenbeck pour décrire l'évolution du vecteur d'orientation s'impose donc de plus en plus. Un processus stochastique sphérique d'Ornstein-Uhlenbeck fut alors proposé par Wilkinson et Pumir[144]. Dans leur approche, le processus stochastique est généré pour les vitesses azimutales sur une sphère puis la nouvelle orientation du vecteur unitaire est calculée. Cette méthode inspira le modèle d'orientation de Gorokhovski et Zamansky dans leur récente publication[38]. Malgré tout, le problème de l'intégration de l'équation pour le vecteur d'orientation proposée par Sabelnikov, Chtab et Gorokhovski[112] persiste. Plus récemment, Sabelnikov et Gorokhovski [communication privée] ont mis au point un schéma numérique robuste pour l'expression de cette équation dont nous nous servons pour notre étude. Cette approche représente toutefois une modification importante pour la LES-SSAM et notre motivation sera dans un premier temps d'appliquer cette modification afin de la tester et la valider pour le cas d'une turbulence homogène et isotrope. Nous proposerons ensuite un modèle compatible avec la LES-SSAM repro-

duisant le comportement de l'accélération de sous-maille dans le cas d'un cisaillement homogène.

1.4 Modélisation de la dynamique des particules

La modélisation de l'influence des échelles turbulentes non-résolues est une méthode efficace et complète qui permet d'obtenir une meilleure prédiction des propriétés aux petites échelles de la turbulence et par conséquent de la dynamique de particules fluides ou solides. Elle implique cependant la génération de beaucoup d'informations sur la turbulence qui se révèlent encombrantes si le but de la simulation est uniquement porté sur l'évolution des particules dans le fluide. On peut alors préférer conserver une modélisation de la turbulence moins précise mais plus légère en coûts de calcul pour se concentrer directement sur la modélisation de la dynamique des particules. Cette façon de faire possède l'avantage de pouvoir s'affranchir de certaines contraintes comme le respect de l'équation de continuité ou la modélisation en chaque point de maillage de la turbulence puisque seule la prédiction du mouvement des particules est visée.

Lorsque l'on parle de modélisation lagrangienne des particules, il est surtout fait référence à la modélisation du comportement d'une particule fluide seule ou à la position d'une particule solide. Les méthodes de modélisation de la trajectoire d'une particule fluide s'appuient en grande partie sur l'utilisation d'un modèle de Langevin Généralisé et consistent à déterminer la variation de vitesse instantanée de la particule le long de sa trajectoire à l'aide d'une équation stochastique. Plus de détails sur ces méthodes peuvent être trouvés dans la littérature[134, 87, 89, 88, 27, 92]. Concernant le cas des particules solides, la difficulté principale repose sur le couplage entre la modélisation d'une particule fluide fictive qui serait située à la position de la particule solide et le mouvement relatif entre ces deux particules. Une revue complète des différentes stratégies pour ce genre de problématique a été publiée par Marchioli[69].

Modèles lagrangiens pour un cisaillement homogène : Des efforts ont aussi été faits pour modéliser le déplacement et les statistiques de particules fluides dans un cisaillement homogène. Lu, Fontaine et Aubertin[67] utilisèrent l'analyse par série temporelle pour modéliser le déplacement et la dispersion de particules fluides dans la phase initiale du cisaillement. Sawford et Yeung appliquèrent les modèles de Thompson[134] et Borgas[11] basés sur le modèle de Langevin généralisé pour prédire la vitesse[114] et la dispersion[115] de particules fluides. Pope[90] développa également un modèle stochastique pour prédire la vitesse des particules fluides, son modèle fut ensuite étendu pour l'accélération des particules[93] dans le cas d'une turbulence homogène isotrope et d'un cisaillement homogène. Malgré une bonne prédiction des fonctions d'autocorrélations des particules, le modèle possède l'inconvénient de ne pas tenir compte du phénomène d'intermittence et de donner une distribution gaussienne de l'accélération.

En définitive, la plupart des modèles lagrangiens pour la dispersion de particules solides ne parviennent pas à s'affranchir de la connaissance de la turbulence instantanée à la position d'une particule et cherchent surtout à modéliser les fluctuations de vitesse non-résolues de particules fluides. Or, pour les mêmes raisons évoquées à la partie 1.2.5, l'accélération des particules semble plus pertinente à modéliser, en particulier pour les particules solides car elle représente la somme des forces qui s'y appliquent et donc

le résultat des interactions complexes entre le fluide et la particule. Notre intérêt est donc plutôt d'utiliser une approche dans laquelle l'accélération des particules solides serait modélisée sans avoir besoin de prédire l'influence des échelles turbulentes non-résolues sur la vitesse du fluide à la position des particules. Dans la suite de cette partie, nous présentons une autre manière de décrire et modéliser les forces responsables du mouvement d'une particule solide.

1.4.1 Présentation de la LES-STRIP

Le principe décrit ici repose sur la considération que la force instantanée agissant sur une particule solide provient d'une contribution exacte issue du champ de vitesse résolu et d'une contribution aléatoire fluctuante ayant pour origine le champ de vitesse résiduel. Cette décomposition représente ainsi la partie résolue et non-résolue de l'accélération de la particule. Le but de cette approche est donc de modéliser cette accélération non-résolue à l'aide d'un modèle stochastique. On appelle ainsi cette méthode LES-STRIP pour *STochastic Response of Inertial Particles*. Elle a été introduite par Gorokhovski et Zamansky[37, 38].

Pour rappel, l'accélération d'une particule sphérique ponctuelle, de taille inférieure à l'échelle de Kolmogorov et de densité supérieure à celle du fluide est décrite par l'expression suivante :

$$\mathbf{a}_p = \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \frac{\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p}{\tau_p} \quad (1.48)$$

avec τ_p le temps de réponse des particules dont l'expression est donnée par l'équation (1.11), \mathbf{u}_p la vitesse des particules et \mathbf{u}_f la vitesse du fluide à la position de la particule. La différence de vitesse entre la particule et le fluide à la position de la particule est, à cause de la nature de la turbulence, une quantité aléatoire. La contribution de cette quantité sur le mouvement des particules provient des fluctuations turbulentes ayant une fréquence supérieure ou égale à $1/\tau_p$. Une partie de ces fréquences ne sont bien sûr pas résolues dans le cadre d'une simulation aux grandes échelles. L'hypothèse est alors faite que toutes les fluctuations présentes le long de la trajectoire de la particule appartiennent à la zone inertielle du spectre d'énergie turbulente, ce qui permet d'exprimer la vitesse relative entre les particules et le fluide de façon suivante[58] :

$$\langle (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p)^2 \rangle \sim \tau_p \langle \epsilon \rangle_V \quad (1.49)$$

Cette hypothèse reste toutefois sujette à discussion car elle ne prend pas en compte que le taux de dissipation moyen vu par la particule peut dépendre du temps de réponse τ_p . En effet, une particule avec un temps de réponse de l'ordre du temps de Kolmogorov aura une tendance plus élevée par rapport à une particule avec un temps de réponse différent de rester dans des zones de faible vorticité et de forte dissipation. Le taux de dissipation moyen étant par conséquent diff rent entre ces deux particules.

Nous pouvons alors conclure de l'expression (1.49) que le taux de dissipation moyen joue un rôle important dans la dynamique des particules et se présente donc comme une variable intéressante   modéliser pour prédire l'accélération des particules solides. Elle est de plus pertinente dans la considération des phénomènes d'intermittence car la dissipation vue par une particule solide le long de sa trajectoire présente un caractère très intermittent[10] malgré les effets de concentration préférentielle de l'inertie évoqués

dans le paragraphe précédent. La décomposition de l'accélération de la particule telle qu'expliquée au début de cette partie peut finalement s'écrire :

$$\frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \overline{\left(\frac{d\mathbf{u}_p}{dt}\right)} + \left.\frac{d\mathbf{u}_p}{dt}\right|_\epsilon = \frac{\bar{\mathbf{u}}_f - \mathbf{u}_p}{\tau_p} + \left.\frac{d\mathbf{u}_p}{dt}\right|_\epsilon \quad (1.50)$$

Le premier terme est donc l'accélération obtenue grâce au champ de vitesse résolu et le second terme est l'accélération conditionnée par la valeur de la dissipation à la position de la particule que l'on cherche à modéliser. Cette modélisation s'appuie sur le même principe présenté en section 1.3, à savoir décomposer l'accélération comme le produit de deux modèles stochastiques indépendants, un pour la norme de l'accélération et un pour l'orientation de l'accélération :

$$\left.\frac{d\mathbf{u}_p}{dt}\right|_\epsilon = \mathbf{a}_p^* = |a_p| \mathbf{e}_p \quad (1.51)$$

Selon l'estimation donnée par l'expression (1.49), la norme de l'accélération peut être exprimée en fonction de la dissipation :

$$|a_p| \sim \sqrt{\frac{\epsilon}{\tau_p}} \quad (1.52)$$

et la dissipation peut être modélisée à l'aide d'un processus stochastique. De la même manière décrite en section 1.3 pour la norme de l'accélération des échelles non-résolues, le processus stochastique décrivant l'évolution de $\sqrt{\epsilon}$ est obtenu à l'aide de la transformation de Itô (voir annexe B) :

$$d\epsilon^{1/2} = -\epsilon^{1/2} \left(\ln \frac{\epsilon^{1/2}}{\bar{\epsilon}^{1/2}} - \frac{\sigma^2}{4} \right) \frac{dt}{T} + \frac{1}{2} \epsilon^{1/2} \sqrt{\frac{2\sigma^2}{T}} dW(t) \quad (1.53)$$

Les paramètres T et σ^2 sont les mêmes que pour l'équation (1.47). Le processus stochastique pour l'orientation de l'accélération est identique au modèle stochastique de la LES-SSAM et consiste en une marche aléatoire sur une sphère unitaire. Tout comme la LES-SSAM, Gorokhovski et Zamansky ont d'abord considéré le cas d'une turbulence homogène isotrope pour le développement de leur modèle de type LES-STRIP. Notre motivation est donc de développer un modèle stochastique dans le cadre de cette approche adapté au cas du cisaillement homogène.

1.4.2 Particules de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov

L'expérience a montré que les effets d'intermittence impactent fortement la dynamique de l'accélération de particules sphériques de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov[97, 138] et que les approches standards consistant à calculer la traînée de Stokes « résolue » ne parviennent pas à reproduire ces propriétés. Dès lors, les considérations présentées à la section précédente peuvent également être appliquées pour ce type de particules. Gorokhovski et Zamansky[37, 38] ont donc présenté une manière différente de décrire le mouvement des « grosses » particules. Elle part de la considération selon laquelle la quantité de mouvement échangée au cours du temps entre la particule et le fluide est déterminée comme étant la masse de fluide entraînée par le mouvement de la

particule. Cette quantité se note $\rho_f u' \pi d_p^2 / 4 dt$. En appliquant la loi d'échelle de Kolmogorov à la taille de particule $u' \sim \langle \epsilon \rangle^{1/3} d_p^{1/3}$ et en multipliant par la vitesse relative entre les deux phases, on peut écrire avec la loi de la dynamique de Newton :

$$\frac{\pi d_p^3}{6} \rho_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \rho_f \frac{\pi d_p^2}{4} (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p) \langle \epsilon \rangle^{1/3} d_p^{1/3} \quad (1.54)$$

ce qui, simplifié, donne :

$$\frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \frac{3\rho_f \langle \epsilon \rangle^{1/3}}{2\rho_p d_p^{2/3}} (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p) \quad (1.55)$$

Dans le cadre de la description LES-STRIP présentée en section 1.4.1, Gorokhovski et Zamansky introduisirent le concept de traînée fluctuante comme résultat de l'action du champ de vitesse résiduel sur la dynamique des grosses particules. Les échelles (non-résolues) comprises entre l'échelle de Kolmogorov et le diamètre de la particule contribuent collectivement à l'expression de la force de traînée, il convient donc de considérer que cette force est caractéristique d'une viscosité effective provenant des échelles turbulentes de taille égale au diamètre de la particule. On peut alors ré-écrire le temps de réponse des particules de la façon suivante :

$$\tau_{p,t} \sim \frac{\rho_p}{\rho_f} \frac{d_p^2}{18(\nu + \nu_{p,t})} \quad (1.56)$$

On exprime alors $\nu_{p,t}$ à l'aide de la loi d'échelle de Kolmogorov.

$$\nu_{p,t} \sim u' d_p \sim \langle \epsilon \rangle^{1/3} d_p^{4/3} \quad (1.57)$$

En insérant (1.56) et (1.57) dans (1.48) on obtient :

$$\frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \frac{(\bar{\mathbf{u}}_f - \mathbf{u}_p)}{\tau_p} + \frac{\rho_f \langle \epsilon \rangle^{1/3}}{\rho_p d_p^{2/3}} (\bar{\mathbf{u}}_f - \mathbf{u}_p) \quad (1.58)$$

ce qui est une formulation assez proche de (1.55). Le nouveau terme de droite fut utilisé par Gorokhovski et Zamansky en tant que partie à modéliser dans la décomposition (1.50) et la transformation de Itô fut à nouveau employée pour exprimer la valeur de $\langle \epsilon \rangle^{1/3}$ vue par la particule. Les statistiques lagrangiennes de particules solides obtenues avec cette approche furent comparées avec l'expérience et montrèrent de bons résultats. Cependant, la validité de cette description ne fut pas testée dans le cadre d'une simulation numérique directe. Notre motivation sera donc d'utiliser l'expression (1.55) pour décrire le comportement de particules solides de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov sans modélisation stochastique. Nos résultats seront comparés avec l'expérience de Qureshi *et al.*[97].

1.5 Résumé de notre plan de travail

Nous résumons ici très brièvement l'ensemble de nos motivations pour la réalisation de notre travail ainsi que nos objectifs intermédiaires qui seront développés dans les prochains chapitres :

- Utiliser la DNS pour simuler la dispersion de particules fluides et inertielles de tailles inférieure à l'échelle de Kolmogorov dans le cas d'un cisaillement homogène afin de recueillir des données de référence concernant les propriétés de l'accélération des particules.
- Revisiter la LES-SSAM afin d'en corriger les inconvénients évoqués dans ce chapitre.
- Développer un modèle stochastique compatible avec l'approche LES-SSAM reproduisant les propriétés lagrangiennes de l'accélération des particules dans une turbulence avec un cisaillement homogène.
- Développer un modèle compatible avec la LES-STRIP reproduisant les propriétés de l'accélération des particules solides dans le cas d'une turbulence avec un cisaillement homogène.
- Tester la description de traînée fluctuante dans le cadre d'une DNS pour des particules de tailles supérieures à l'échelle de Kolmogorov

Pour chaque cas, les résultats des modèles développés seront discutés et comparés avec les résultats de DNS, LES classique et expérimentaux.

Chapitre 2

Étude DNS de l'accélération de particules fluides et inertielles dans un cisaillement homogène

Dans ce chapitre, il sera présenté nos résultats de DNS concernant l'accélération de particules ponctuelles fluides et inertielles (denses et de petite taille, sans prise en compte des effets de collision et d'agglomération) dans une turbulence avec un cisaillement homogène. Les simulations ont été réalisées dans une boîte tri-périodique cubique de longueur $2\pi m$ en résolvant les équations (1.4) et (1.5) sur un maillage de 512^3 points selon l'algorithme de Rogallo développé en annexe A. Le cisaillement moyen imposé à l'écoulement vaut $S = 3.2s^{-1}$ et la viscosité cinématique du fluide est de $\nu = 0.005m^2s^{-1}$. Le code *scales* (voir Annexe A) que nous avons utilisé n'a pas été initialement programmé pour simuler des particules dans un cisaillement homogène. Nous avons donc d'abord implémenté les algorithmes de Rogallo pour la résolution des équations Navier-Stokes puis nous avons ensuite validé le code en reproduisant les simulations de la littérature (voir annexe C). La figure 2.1 résume la valeur des statistiques turbulentes ainsi que les différentes échelles temporelles et spatiales de l'écoulement. Les particules sont injectées lorsque l'écoulement atteint l'état stationnaire et leur évolution au cours du temps est obtenue en résolvant les équations (1.8), (1.9) et (1.10). L'accélération est finalement obtenue en dérivant le signal de vitesse lagrangienne au cours du temps. Une opération de filtrage décrite en annexe A.4 est appliquée afin de réduire les erreurs numériques dans le calcul de l'accélération. Selon les équations du mouvement des particules, l'accélération longitudinale $a_1 = Su_2 + a'_1$ possède une composante moyenne Su_2 . Yeung[150] a montré que cette composante n'avait qu'une contribution négligeable sur la dynamique des particules. Dans la suite de ce manuscrit, il ne sera considéré que les fluctuations de l'accélération que nous noterons simplement a_1 , a_2 et a_3 . Quelques remarques sont enfin à effectuer concernant la géométrie du domaine de simulation. En effet, le choix d'une boîte cubique ne correspond pas à la géométrie idéale pour reproduire un comportement du fluide similaire aux écoulements de proche paroi et peut être considérée comme « courte » selon cet objectif[117]. Une géométrie courte diffère d'une géométrie idéale dans le fait que la taille caractéristique des grandes structures ne sera pas complètement atteinte dans la direction longitudinale lors de la phase de croissance. Cependant, la durée des bursts est identique à la durée typique de ceux générés dans une géométrie idéale et leur dynamique est inchangée. Notre étude étant également axée sur l'influence de la présence d'un gradient de vitesse moyen sur les statistiques lagrangiennes d'accélération

$L_{int}(m)$	$L_S(m)$	$\eta(mm)$	$T_{int}(s)$	$\tau_\eta(ms)$	$\epsilon(m^2s^{-3})$	Re_λ
3.96	0.66	9.61	0.55	18.5	14.6	220

FIGURE 2.1 – Résumé des caractéristiques turbulentes de l'écoulement simulé. Toutes les valeurs sont moyennées en espace et en temps lorsque l'écoulement est à l'état stationnaire.

aux petites échelles, la géométrie cubique convient donc malgré tout.

2.1 Statistiques des particules fluides

L'étude de l'accélération des particules fluides a dans notre cas deux intérêts : le premier est la possibilité d'établir le scénario physique que devra reproduire le modèle stochastique de sous-maille pour modéliser les propriétés turbulentes à la position des particules inertielles. Le second est qu'une fois que le comportement de l'accélération des particules fluides sera compris, il sera plus aisé d'interpréter les effets de l'inertie sur la dynamique des particules afin de les modéliser directement. On étudie dans cette première partie les propriétés de l'accélération lagrangienne dans le cisaillement homogène ainsi que l'influence des bursts de l'état stationnaire sur ces propriétés.

2.1.1 Accélération lagrangienne du cisaillement homogène

Comme indiqué au chapitre précédent, la phase initiale de l'écoulement est caractérisée par une augmentation perpétuelle de la taille des structures turbulentes à cause de la présence continue du cisaillement dans les termes de production d'énergie[131, 104, 106, 46] jusqu'à ce que les plus grandes structures atteignent la taille du domaine de simulation[95, 117, 40]. À ce stade, les structures de la taille du domaine deviennent instables et finissent par s'effondrer. Les plus petites structures commencent à leur tour à grandir selon un mécanisme similaire à celui des écoulements de proche paroi pour entamer un nouveau cycle[40]. Dans une boîte cubique, l'énergie de l'écoulement est principalement produite et contenue par les échelles dont la taille est comparable à celle de la boîte[68, 95]. Il en résulte donc une alternance d'augmentation et de diminution de l'énergie avec les phases de croissance et d'effondrement des grandes structures, respectivement (voir figure 2.2).

Couplés avec un grand nombre de Reynolds, on peut supposer que les processus complexes intervenants dans le mécanisme de régénération des structures doivent avoir un fort effet d'intermittence sur la structure de la turbulence. L'observation de la fonction de densité de probabilité (PDF) de l'accélération des particules fluides normalisée par la racine de sa valeur moyenne au carré (rms : *root mean square*) sur la figure 2.3 nous permet de constater la présence de longues ailes étirées que l'on retrouve également sur la figure 2.4 à propos de la distribution de la norme d'accélération $|a| = (a_i a_i)^{1/2}$, montrant ainsi la présence de larges fluctuations du signal d'accélération. Par analogie avec la turbulence homogène isotrope, on suppose que la PDF de la norme d'accélération suit une distribution log-normale[79, 151] de paramètres μ et σ^2 :

$$LN(x, \mu, \sigma^2) = \frac{1}{x\sigma^2\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \mu)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2.1)$$

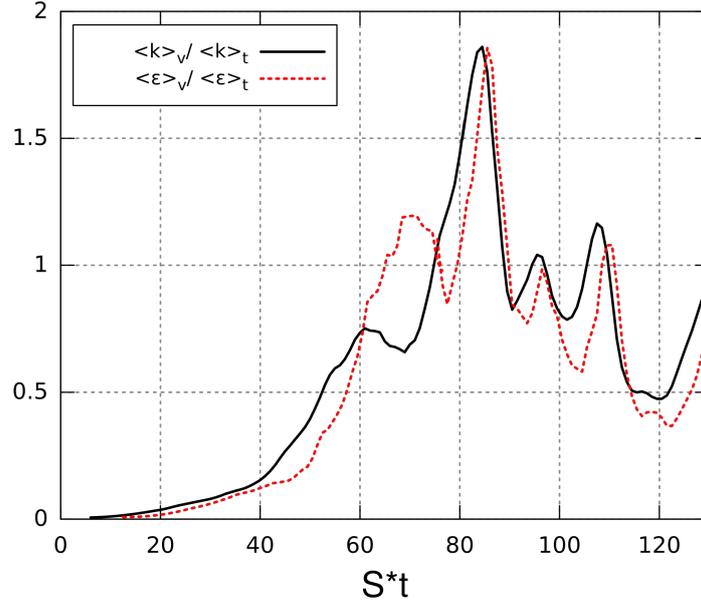


FIGURE 2.2 – Énergie $k = \frac{1}{2}\langle u_i u_i \rangle_V$ et dissipation $\epsilon = \langle 2\nu S_{ij}^2 \rangle_V$ moyennes au cours du temps pour notre simulation DNS du cisaillement homogène. $\langle \bullet \rangle_V$ représente la moyenne sur le volume de fluide et $\langle \bullet \rangle_t$ la moyenne sur le volume de fluide et sur l'ensemble de la simulation à partir de l'état stationnaire.

Afin que l'allure de l'expression (2.1) soit identique à celle de la norme d'accélération, il nous faut adapter les deux paramètres μ et σ^2 avec nos résultats. À ce sujet, il est intéressant de constater sur la figure 2.5 que l'écart type de la norme d'accélération est du même ordre de grandeur que sa valeur moyenne, caractérisant les fluctuations comme potentiellement très violentes :

$$\langle |a|^2 \rangle^{1/2} \sim \langle |a| \rangle \quad (2.2)$$

Dans le but de respecter de cette considération et en partant de l'expression du moment d'une variable log-normale $m_k = \exp(k\mu + k^2\sigma^2/2)$, on peut déduire que la seule valeur possible pour σ^2 est :

$$\sigma^2 = \ln 2 \quad (2.3)$$

soit, pour obtenir une distribution normalisée par l'écart-type :

$$\mu = -\frac{\ln 2}{2} \quad (2.4)$$

On constate alors sur la figure 2.4 la très bonne concordance entre nos résultats et la distribution log-normale pour laquelle l'écart type est du même ordre que la valeur moyenne. La distribution log-normale de la norme d'accélération de particules fluides ou solides a été de nombreuses fois observée pour le cas d'une turbulence homogène isotrope[78, 97, 85] mais très peu pour les écoulements cisailés, excepté par Zamansky, Vinkovic et Gorokhovski[155, 154] pour le cas du canal plan. Dans leur étude, il est aussi montré que les fluctuations de la norme d'accélération sont de l'ordre de sa moyenne. Les auteurs ont alors déduit les mêmes paramètres (2.3) et (2.4) pour représenter la PDF

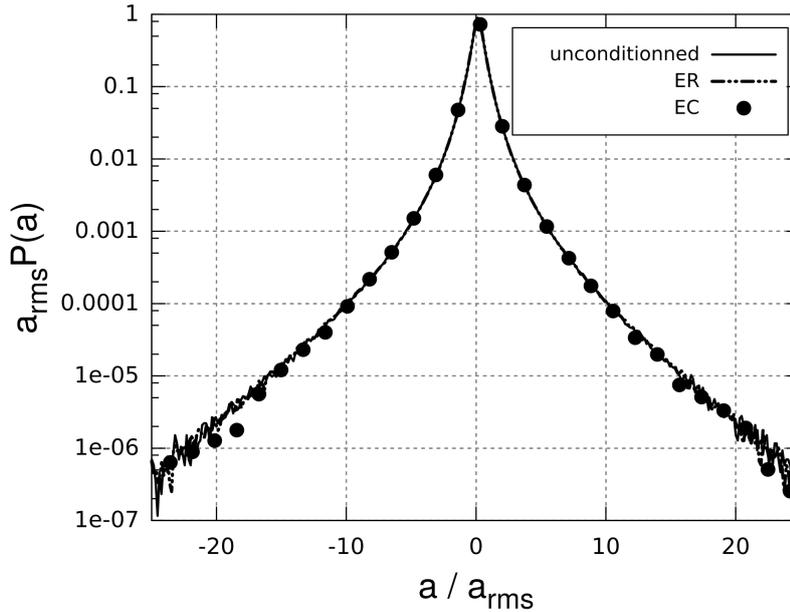


FIGURE 2.3 – PDF de l'accélération des particules fluides dans le cisaillement homogène conditionnée à la phase de croissance ($-\cdot\cdot-$), à la phase d'effondrement (\bullet) et sur l'ensemble de la simulation ($-$).

de la norme d'accélération lagrangienne dans le canal par une distribution log-normale. Cette observation commune avec nos résultats montre une fois de plus la forte similitude entre les écoulements de paroi et le cisaillement homogène et l'intérêt de pouvoir l'étudier et le modéliser à l'état stationnaire. Il est également à remarquer que la log-normalité de la norme d'accélération est une signature du phénomène d'intermittence en accord avec les conjectures d'Obukhov sur la log-normalité du taux de dissipation[83, 55, 75] puisque la théorie conduit à : $\langle a_i a_j | \epsilon \rangle = \text{const} \langle \epsilon^{3/2} \rangle \nu^{-1/2} \delta_{ij}$ où $\langle |\epsilon| \rangle$ désigne la moyenne conditionnelle au taux de dissipation. Il a par ailleurs été montré dans de précédentes études que le comportement statistique de la dissipation était peu affecté par la présence du cisaillement moyen[40, 17].

Les importantes variations d'énergie dues au cycle de régénération des structures lorsque l'écoulement est à l'état stationnaire imposent par définition des variations du nombre de Reynolds, il est alors naturel de penser que les phases du cycle puissent avoir une influence sur les statistiques lagrangiennes et l'intermittence de l'écoulement. On définit alors deux fenêtres temporelles d'observation correspondant aux phases de croissance et d'effondrement des structures (respectivement notées ER pour *Energy rise* et EC pour *Energy Collapse*). La première fenêtre est définie entre le moment où l'énergie commence à se stabiliser après une période de diminution jusqu'au moment correspondant à la moitié de la période d'augmentation suivante. Ceci permet ainsi d'isoler le moment où les structures commencent à se réorganiser (stabilisation de l'énergie) et à se développer (augmentation de l'énergie). La seconde fenêtre est prise entre le moment où l'énergie commence à se stabiliser après avoir augmentée jusqu'au moment correspondant à la moitié de la période de diminution suivante. On isole de cette façon le moment où les grandes structures arrêtent de se développer (stabilisation de l'énergie) pour ensuite s'effondrer (diminution de l'énergie). On montre ainsi les distributions de

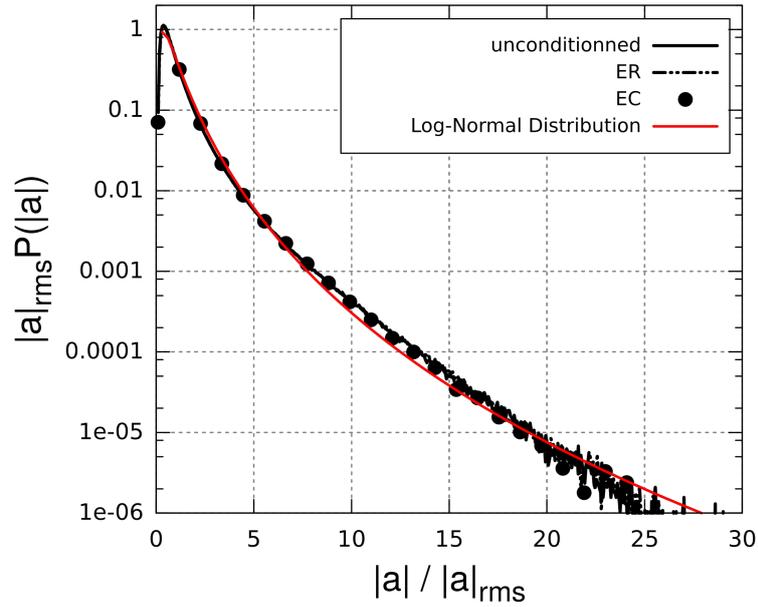


FIGURE 2.4 – PDF de l’amplitude de l’accélération des particules fluides dans le cisaillement homogène conditionnée à la phase de croissance (---) et à la phase d’effondrement (•) et sur l’ensemble de la simulation (—). La distribution log-normale est obtenue avec les expressions (2.1), (2.3) et (2.4).

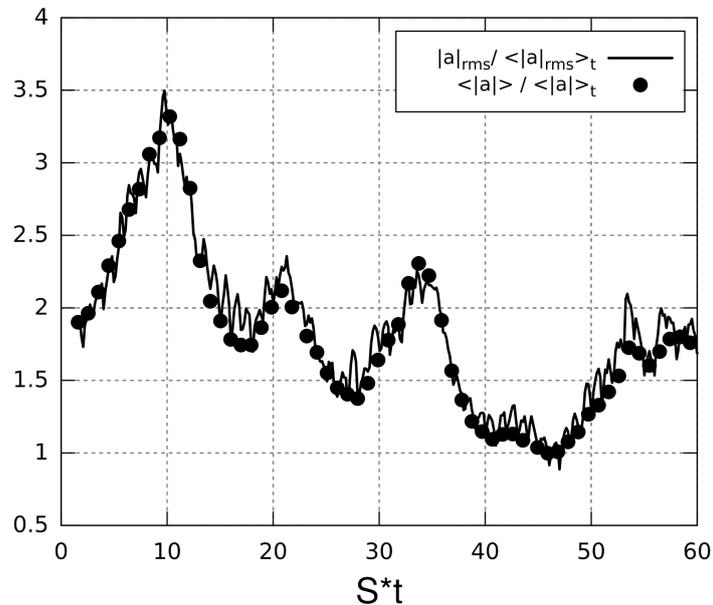


FIGURE 2.5 – Évolution de la moyenne (•) et de la dispersion (—) de la norme d’accélération dans le cisaillement homogène au cours du temps. $|a|_{rms} = \langle |a|^2 \rangle^{1/2}$

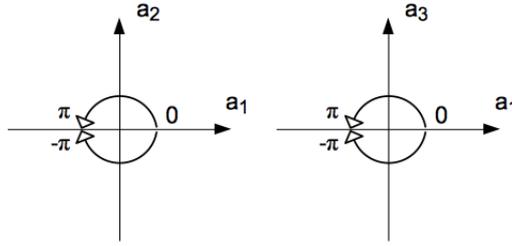


FIGURE 2.6 – Définition des angles θ et φ , respectivement projection de l'angle du vecteur d'accélération dans les plans (x_1, x_2) et (x_1, x_3) .

l'accélération conditionnées aux phases de croissance et d'effondrement sur les figures 2.3 et 2.4. Curieusement, l'allure des distributions est invariante. On peut alors noter que la valeur de la dispersion de la norme d'accélération évolue avec les différentes phases, indiquant des variations de la largeur des ailes pour le cas d'une PDF non normalisée et donc de la force des fluctuations. Cependant, le comportement statistique de la distribution reste inchangé et implique une flatness de la norme d'accélération constante. Nous nous concentrons alors sur d'autres statistiques de l'accélération pour observer l'influence du cycle de régénération.

2.1.2 Orientation de l'accélération

La phase d'effondrement étant caractérisée par une réduction du niveau d'anisotropie de l'écoulement[40], l'observation de la distribution de l'orientation de l'accélération semble être une statistique plus appropriée pour identifier une influence des phases de croissance et d'effondrement. Nous définissons ici deux angles θ et φ représentant l'angle du vecteur d'accélération respectivement projeté dans les plans (x_1, x_2) et (x_1, x_3) , nommés plan de cisaillement et plan moyen. La convention de la valeur des angles est illustrée par la figure 2.6. Si l'orientation de l'accélération est aléatoire et isotrope, alors la distribution des angles vaut :

$$P_{iso}(\theta) = P_{iso}(\varphi) = \frac{1}{2\pi} \sim 0.16 \quad (2.5)$$

La figure 2.7 montre la distribution de ces deux angles sur l'ensemble de la simulation et conditionnée aux phases de croissance et d'effondrement. On constate premièrement que la distribution de l'orientation du vecteur d'accélération n'est pas isotrope et adopte une orientation préférentielle. Une illustration 3D de cette distribution sur une sphère unitaire est représentée en figure 2.8 et permet de mieux visualiser cette orientation privilégiée. Ce résultat n'est pas véritablement surprenant dans la mesure où la persistance de l'anisotropie des petites échelles dans le cisaillement a déjà été observée numériquement[94, 122, 47, 17, 18] et expérimentalement[31, 120]. C'est cependant la première fois à notre connaissance que cet effet est observé sur les statistiques lagrangiennes d'accélération. On remarque d'ailleurs que cette orientation privilégiée persiste et reste étonnamment invariante aux phases de croissance et d'effondrement. La compréhension de la provenance de cette orientation privilégiée devient alors intéressante pour deux raisons : la première est de comprendre la raison de cette invariance au cycle

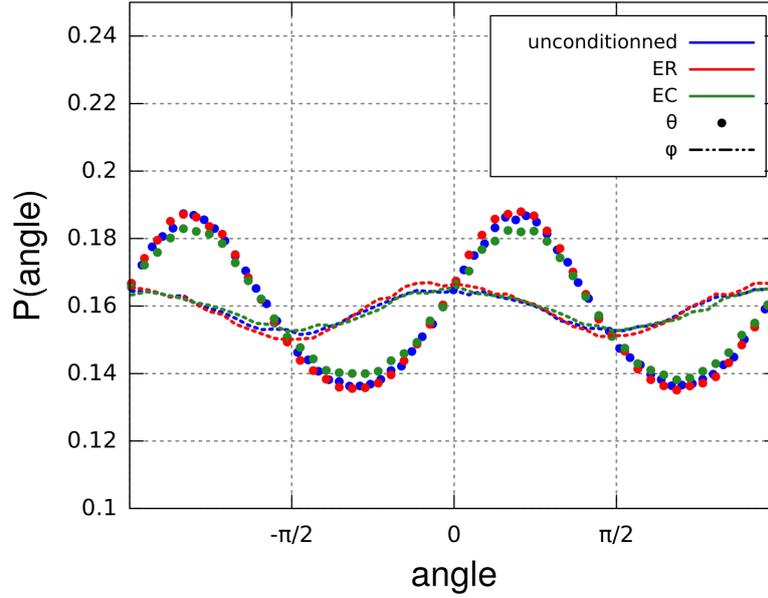


FIGURE 2.7 – PDF de l’angle du vecteur d’accélération des particules fluides dans le cisaillement homogène projeté dans le plan (x_1, x_2) (\bullet) et dans le plan (x_1, x_3) ($-\cdot-\cdot-$) sur l’ensemble de la simulation (en bleu) et conditionnées aux phases de croissance (en rouge) et d’effondrement (en vert).

de régénération et la seconde concerne la modélisation de cette tendance par un modèle stochastique.

La direction privilégiée présente une tendance coaxiale avec l’axe de l’écoulement moyen tout en ayant une inclinaison dans le plan de cisaillement de l’ordre de 40° dans le sens de la direction longitudinale et de -140° dans le sens opposé. Cette orientation n’est pas sans rappeler la valeur d’inclinaison du vecteur de vorticité dans le plan de cisaillement observée par Rogers et Moin[106]. Il faut cependant noter que l’acc el eration n’est pas coaxiale avec le vecteur de vorticité car dans notre cas, l’inclinaison du vecteur de vorticité dans le plan de cisaillement est opposée par rapport aux r esultats de Rogers et Moin et vaut environ -40° dans le sens de la direction longitudinale et 140° dans le sens opposée. En effet, notre cisaillement est n egatif selon la convention de signe que nous avons adopt ee pour l’ ecoulement (voir figure 1.1). On peut toutefois émettre l’hypoth ese que l’angle privil egi e de l’acc el eration soit corr el e avec l’inclinaison des tourbillons principaux de l’ ecoulement dans la mesure o u ceux-ci cr eent naturellement du cisaillement autour de leur axe[52, 40]. Comme il l’a  t e montrée   la section pr ec edente, l’acc el eration lagrangienne est fortement intermittente, ce qui laisse supposer que l’orientation de l’acc el eration des particules fluides et de la vorticité vue par les particules ne soient pas corr el ees localement. Il peut être alors plus judicieux d’observer ce r esultat   plus grande échelle. Pour ce faire, le domaine est d ecoup e en blocs cubiques de taille plus ou moins grande et on calcule la valeur moyenne de l’orientation d’acc el eration sur l’ensemble des particules contenues dans chaque bloc. La proc edure est également appliqu ee pour l’orientation de la vorticité vue par les particules. Enfin, étant donnée la sym etrie de l’ ecoulement et des structures tourbillonnantes[106, 52], il est plus convenable de calculer le coefficient de corr elation entre les valeurs absolues des angles d’acc el eration et de

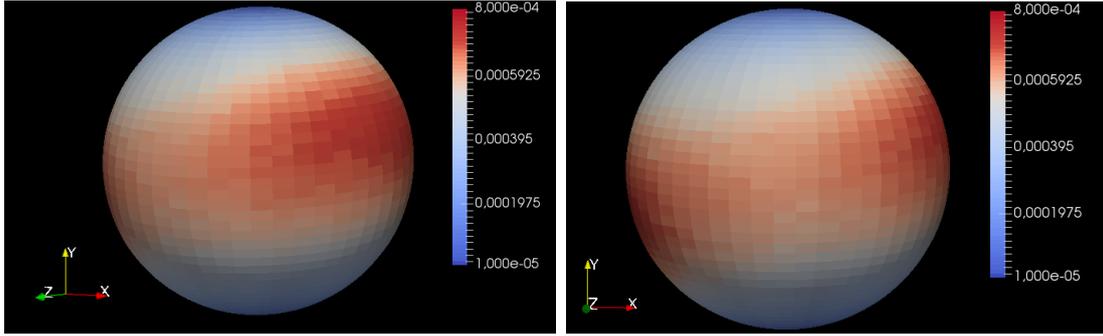


FIGURE 2.8 – Visualisation 3D de la PDF de l'orientation du vecteur d'accélération des particules fluides dans le cisaillement homogène pour deux angles de vues. Ici $X = x_1$, $Y = x_2$ et $Z = x_3$ selon la notation adoptée dans ce manuscrit

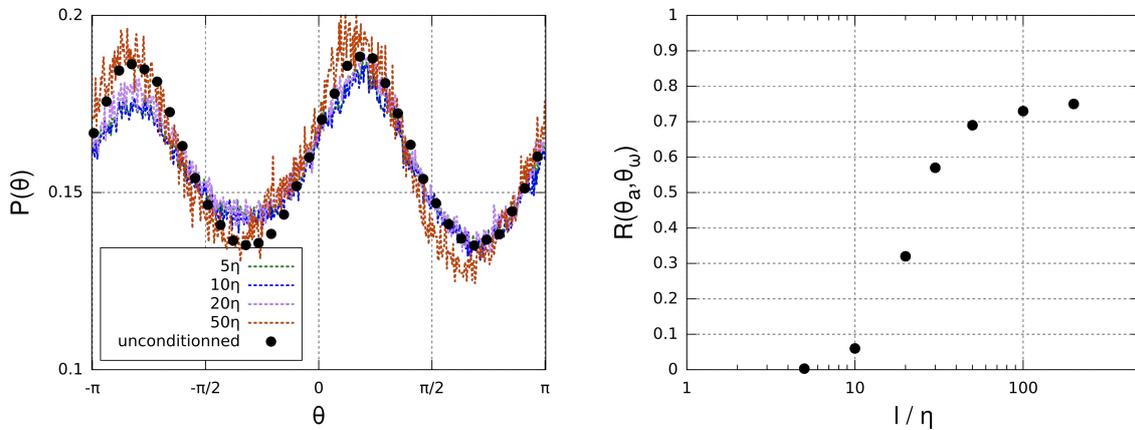


FIGURE 2.9 – Figure a (à gauche) : PDF de l'angle θ moyennées pour différentes tailles de blocs et pour l'ensemble des particules (\bullet). Figure b (à droite) : Coefficient de corrélation entre les valeurs absolues des angles d'accélération et de vorticité dans le plan de cisaillement moyenné à différentes tailles l de bloc.

vorticité dans le plan de cisaillement. La distribution de l'orientation de l'accélération des particules en fonction de la taille des blocs ainsi que le coefficient de corrélation défini à l'instant sont montrés sur les figures 2.9a et 2.9b.

Concernant la distribution de l'angle d'accélération dans le plan de cisaillement en fonction de la taille des blocs, il faut remarquer que l'allure de la PDF devient identique à celle de l'ensemble des particules à partir d'une certaine taille environ égale à 50 fois l'échelle de Kolmogorov. En-dessous de cette taille, la direction privilégiée est toujours visible mais est moins marquée. Une manière plus intuitive de décrire l'accélération est de considérer qu'elle représente la somme des forces s'appliquant sur une particule et donc l'entraînement qu'elle subit. De ce point de vue, ce résultat signifie que le phénomène conduisant à l'entraînement des particules dans la direction privilégiée agit à grande échelle. L'évolution du coefficient de corrélation entre l'angle d'accélération des particules et de la vorticité va en ce sens dans la mesure où celui-ci augmente avec la taille des blocs. Cela indique premièrement que l'orientation de l'accélération est bien liée aux structures de vorticité, mais surtout que ce lien n'existe que pour les grands tourbillons

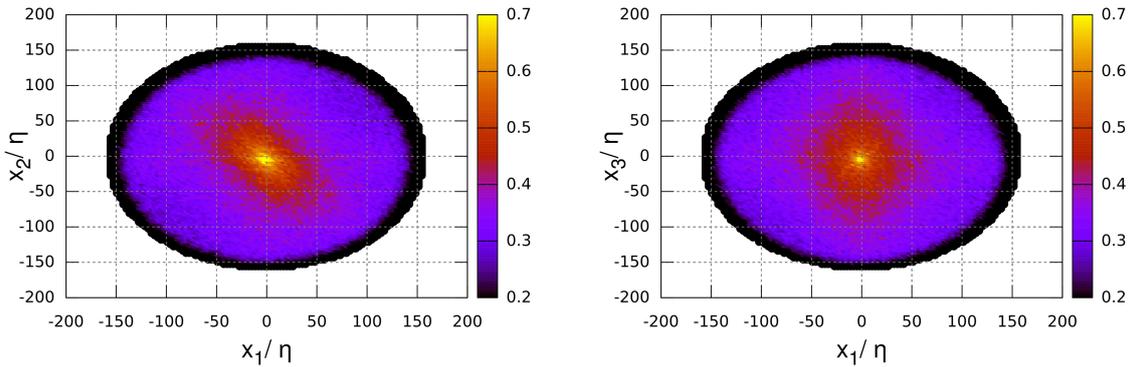


FIGURE 2.10 – Figure a (à gauche) : Densité de probabilité en espace pour une particule fluide dont l'accélération est orientée dans la direction privilégiée de trouver une particule voisine ayant la même orientation d'accélération dans le plan de cisaillement. Figure b (à droite) : Même figure dans le plan moyen.

principaux. La corrélation disparaît localement car les fortes fluctuations dues à l'intermittence perturbent la dynamique des particules. Afin de mieux caractériser en espace ce phénomène d'entraînement, on s'intéresse à la distribution spatiale des particules possédant une accélération orientée dans la direction privilégiée. La figure 2.10 montre la densité de probabilité pour une particule fluide ayant une accélération orientée dans la direction privilégiée de trouver une particule voisine partageant la même orientation dans les plans (x_1, x_2) et (x_1, x_3) . Dans le plan moyen la distribution est isotrope, on peut simplement remarquer que la probabilité diminue progressivement avec la distance. L'allure de la distribution dans le plan de cisaillement est par contre beaucoup plus intéressante, en effet on constate que la distribution n'est pas isotrope et qu'elle possède une orientation correspondant à l'axe principal de vortacité. Cela signifie que les particules entraînées dans la direction privilégiée sont disposées le long des grandes structures tourbillonnantes. Sur la figure 2.11, on observe la même distribution que la figure 2.10 mais cette fois au cours d'une phase d'effondrement. L'inclinaison de la distribution avec l'axe principal de vortacité est toujours présente mais on remarque cette fois que la probabilité de trouver des particules possédant l'orientation privilégiée d'accélération diminue beaucoup plus rapidement en espace, et ce dans chaque plan. Cela s'explique par le fait que la zone d'entraînement effective des particules est plus restreinte car les grandes structures ayant une large influence grâce à leur grande taille se sont effondrées, laissant la place à des structures de taille plus petite [40, 117, 118]. Pour le résumer en quelques mots : les grandes structures de vortacité ont un effet d'entraînement dont la portée est directement liée à leur taille et qui se traduit par une orientation privilégiée de l'accélération des particules fluides.

Avec une telle influence des phases du cycle de régénération sur la capacité d'entraînement des grandes échelles, il est toujours curieux de ne constater aucune variation sur la distribution de l'orientation de l'accélération. Il faut garder à l'esprit que la figure 2.7 ne montre que le comportement général de l'accélération des particules le long de leur trajectoire. De plus, les figures 2.10 et 2.11 nous indiquent que seule la portée des tourbillons principaux est modifiée après un effondrement et non leur manière de créer

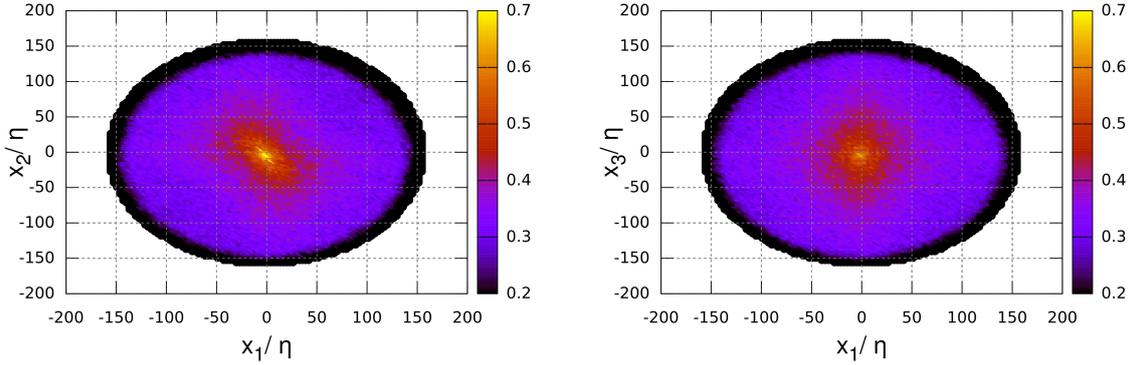


FIGURE 2.11 – Même représentation que la figure 2.10 mais au cours d'une phase effondrement des structures.

de l'entraînement. Les tourbillons étant plus petits mais de même nature, l'effet d'entraînement est toujours présent et il est normal de ne pas noter de changement dans le comportement général des particules. En revanche, nos figures ne donnent pas d'informations sur la capacité des grandes structures à modifier la manière dont l'intermittence agit sur l'orientation de l'accélération. Il serait donc plus pertinent d'observer jusqu'à quelle gamme d'échelles les phases de croissance et d'effondrement peuvent avoir une influence. Enfin on peut souligner que la distribution des angles illustrée sur la figure 2.7 est une fois de plus assez similaire à la distribution de l'orientation d'accélération observée par Zamanksy, Vinkovic et Gorokhovski[155] dans la zone tampon de l'écoulement de canal.

2.1.3 Influence du cycle de régénération

Nous nous intéressons ici à l'évolution de l'énergie entre les différentes échelles de la turbulence en fonction du cycle de régénération des structures turbulentes. La décomposition spectrale de Fourier des échelles spatiales se présente donc comme une description plus adaptée à cette étude. Si l'on prend \mathbf{A} une variable eulerienne quelconque, alors $\hat{\mathbf{A}}$ est cette variable exprimée dans l'espace spectral par la transformée de Fourier (2.6) où \mathbf{k} est le vecteur d'onde représentant la décomposition harmonique des échelles de l'espace réel. On note $\hat{\mathbf{A}}^*$ le conjugué de $\hat{\mathbf{A}}$.

$$\mathbf{A}(\mathbf{x}, t) = \int \hat{\mathbf{A}}(\mathbf{k}, t) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}} d\mathbf{k} \quad (2.6)$$

L'évolution de l'énergie cinétique en espace et en temps s'exprime alors dans l'espace de Fourier[92] sous la forme suivante :

$$\frac{\partial E(\mathbf{k}, t)}{\partial t} = P(\mathbf{k}, t) + T(\mathbf{k}, t) - D(\mathbf{k}, t) \quad (2.7)$$

avec :

$$E(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{2} \hat{\mathbf{u}} \hat{\mathbf{u}}^* \quad (2.8)$$

le spectre d'énergie représentant la quantité d'énergie contenue à l'échelle \mathbf{k} et, pour le cas d'un cisaillement homogène[68] :

$$P(\mathbf{k}, t) = -\frac{S(\hat{u}_1\hat{u}_2^* + \hat{u}_1^*\hat{u}_2)}{2} \quad (2.9)$$

le terme de production d'énergie qui nous indique que l'injection d'énergie dans l'écoulement provient des fluctuations turbulentes des contraintes de Reynolds qui sont advectées par le gradient de vitesse moyen,

$$T(\mathbf{k}, t) = \frac{1}{2} [\hat{\mathbf{Q}}\hat{\mathbf{u}}^* + \hat{\mathbf{u}}\hat{\mathbf{Q}}^*] \quad (2.10)$$

est la fonction de transfert, représentant la transmission d'énergie vers les autres échelles de la turbulence. $\hat{\mathbf{Q}}$ représente les termes non-linéaires des équations de Navier-Stokes $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \nabla p$ exprimés dans l'espace spectral. Le terme $T(\mathbf{k}, t)$ vaut zéro lorsqu'il est intégré sur l'ensemble des échelles turbulentes car il n'y a pas de flux d'énergie à travers les limites du domaine. Et enfin

$$D(\mathbf{k}, t) = 2\nu\mathbf{k}^2 E(k) \quad (2.11)$$

est le spectre de dissipation, représentant la perte d'énergie par dissipation visqueuse. Chacun des termes de l'expression (2.7) ainsi que leur somme permet ainsi caractériser l'évolution de l'énergie en temps et en espace.

La figure 2.12 montre la valeur de ces termes en fonction des différentes échelles de la turbulence au moment d'une phase de croissance et d'une phase d'effondrement. En accord avec de précédentes publications[68, 95], on peut d'abord noter que la majeure partie de l'énergie est produite dans les échelles turbulentes de basse fréquence correspondantes aux échelles de l'ordre de la taille de la boîte. Ces échelles représentent la principale source d'énergie pour la turbulence. Pour une gamme d'échelles inférieures à celles où l'énergie est produite et supérieures à l'échelle de cisaillement L_S [24, 17], on constate que la fonction de transfert est très sensible aux phases de croissance et d'effondrement. Lors de la phase de croissance, la fonction de transfert présente des valeurs légèrement positives, ce qui signifie que les échelles concernées reçoivent de l'énergie depuis les grandes échelles où l'énergie est produite. Toujours dans cette gamme d'échelles, la somme de tous les termes de l'équation de l'énergie se maintient à une valeur proche de zéro, indiquant une évolution stable de l'énergie. Lors de la phase d'effondrement, la somme des termes de l'équation (2.7) devient cette fois négative, indiquant que le niveau d'énergie des grandes échelles diminue, ce qui est cohérent avec le comportement de l'énergie moyenne observée sur la figure 2.2 et marque l'effondrement des structures[40, 117, 118] de taille supérieure à l'échelle de cisaillement. Ce changement est de manière assez évidente lié à la fonction de transfert qui présente elle aussi des valeurs négatives. Cela nous dit que les échelles concernées par ces valeurs négatives perdent de leur énergie en la transmettant aux plus petites échelles, ne pouvant plus en recevoir de la part des grandes structures, ce qu'on peut confirmer par le fait que le terme de production est moins important. Les phases de croissance et d'effondrement sont donc caractérisées par une modification des échanges d'énergie entre les échelles de la turbulence supérieures à l'échelle de cisaillement. Les plus petites échelles ne sont par contre pas concernées par ce phénomène. Il a été montré que le comportement des échelles supérieures à l'échelle de cisaillement est dominé par la présence du cisaillement

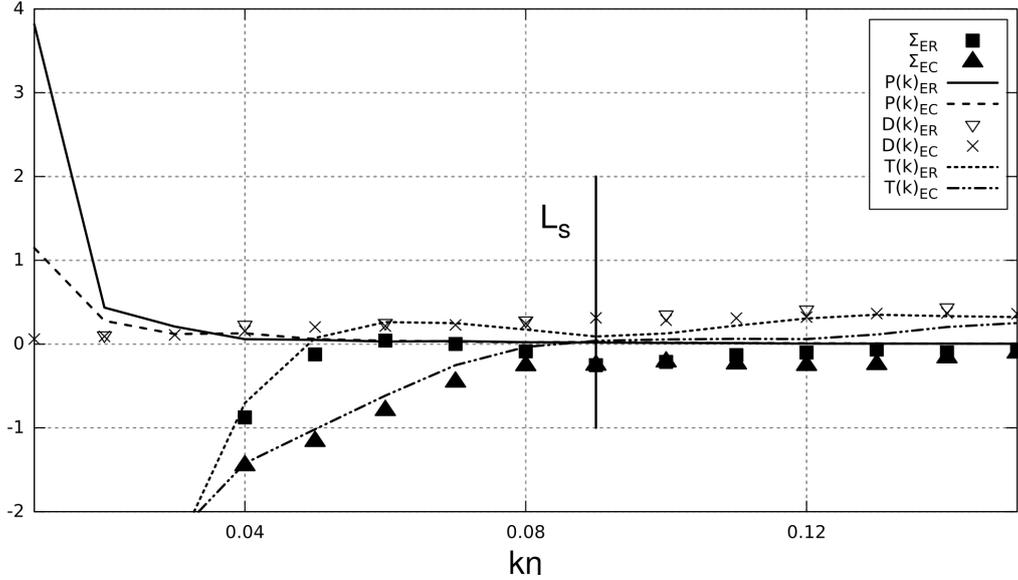


FIGURE 2.12 – Évolution des termes de Production, Transfert et Dissipation de l'équation de l'énergie dans l'espace spectral pour une phase de croissance (ER) et d'effondrement (EC)

moyen et les termes de production d'énergie alors que les petites échelles sont dominées par un régime inertiel classique [17, 18]. Mamatsashvili *et al.* [68] ont également montré que les petites échelles sont caractérisées par une cascade turbulente directe alors que les échelles dominées par la production d'énergie sont caractérisées par une cascade transverse. Les auteurs ne précisent cependant pas si cette cascade transverse est également caractéristique pour des échelles inférieures à la taille du domaine mais supérieures à l'échelle de cisaillement. Toujours est-il que nos observations restent cohérentes avec la littérature concernant ces deux régimes de turbulence car les phases de croissance et d'effondrement (directement liées à la dynamique des grandes structures et du gradient de vitesse moyen) n'ont une influence que sur les échelles de taille supérieure à l'échelle de cisaillement.

Concernant notre problématique de l'accélération lagrangienne, cela signifie que les statistiques d'accélération liées aux petites échelles ne verront pas les effets de l'effondrement des structures. À contrario, les statistiques corrélées avec la dynamique des grandes structures ou avec le cisaillement moyen seront fortement influencées par la différence d'échange d'énergie aux grandes échelles qui caractérise les différentes phases du cycle de régénération. Il nous faut donc identifier à quel type de structure (petite ou grande) sont liées les statistiques de l'accélération des particules fluides.

2.1.4 Fonctions d'autocorrélation lagrangiennes

Dans cette section, on étudie les corrélations lagrangiennes de l'accélération dans le cisaillement homogène. Ces corrélations sont des grandeurs statistiques importantes pour caractériser l'intermittence car elles sont liées à la dynamique des trajectoires des particules. Yeung [150] a montré que la décorrélation d'une composante d'accélération dans le cisaillement homogène était rapide, de l'ordre de l'échelle de temps dissipatif et

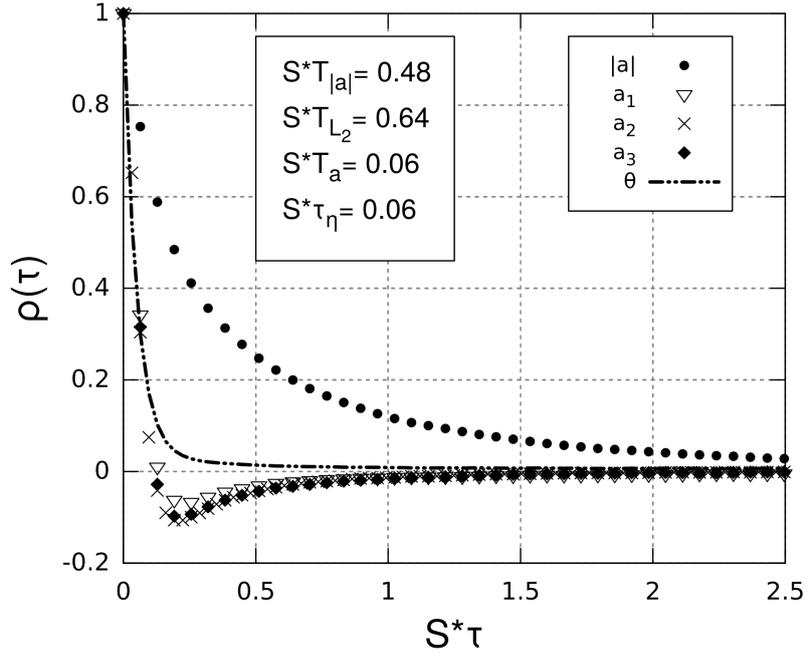


FIGURE 2.13 – Fonctions d'autocorrélation de la norme (\bullet), des composantes (a_1 : ∇ , a_2 : \times , a_3 : \blacklozenge) et de l'angle d'orientation ($- \cdot -$) de l'accélération dans le cisaillement homogène sur l'ensemble de la simulation.

que la décorrélation de la norme d'accélération était plus longue. Ces résultats ne sont pas sans rappeler les propriétés des temps de corrélations lagrangiennes de l'accélération en turbulence homogène isotrope[79, 78, 151]. Cela indique que, comme en turbulence homogène isotrope, la dynamique des particules est dominée par les corrélations à longue portée des grandes structures et que l'apparition de très fortes fluctuations aux petites échelles peuvent capturer les particules dans des petites structures de vorticité. Nous allons observer si ce constat est toujours valide quand l'écoulement est   l'état stationnaire et quelle peut être l'influence des phases du cycle de régénération sur ce résultat. Du fait que l'écoulement peut être considéré instationnaire   temps court   cause des variations d'énergie ou parce que l'on souhaite conditionner le calcul aux phases de croissance ou d'effondrement, le coefficient de corrélation utilisé pour une variable lagrangienne A est exprimé de la façon suivante :

$$\rho_A(\tau) = \frac{\langle A'(t)A'(t + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle A'(t)^2 \rangle \langle A'(t + \tau)^2 \rangle}} \quad (2.12)$$

où $\langle \bullet \rangle$ représente la moyenne sur l'ensemble des particules et où A' est la valeur fluctuante de A obtenue en soustrayant $\langle A \rangle$ calculée   l'instant de temps considéré. On représente sur la figure 2.13 les fonctions d'autocorrélation sur l'ensemble de la simulation pour la norme de l'accélération, ses composantes et l'angle $\theta = \arctan(a_2/a_1)$ du vecteur d'accélération projeté dans le plan de cisaillement. On constate que le résultat observé par Yeung[150] est toujours valable   l'état stationnaire et est similaire   la turbulence homogène isotrope. La norme de l'accélération est corrélée sur des temps longs alors que les composantes et l'orientation de l'accélération sont corrélées sur des temps

courts. Ceci est une manifestation de l'intermittence, les particules fluides piégées par des structures cohérentes de forte vorticité subissent une forte accélération centripète et ont une orientation qui change rapidement, alors que leur amplitude demeure corrélée longtemps. Afin de mieux caractériser   quelle échelle sont liées les statistiques de l'orientation et de la norme d'accélération, on observe leur temps typique de corrélation. On remarque que le temps de corrélation de la norme d'accélération est de l'ordre de la moitié du temps de cisaillement $1/S$ et du temps intégral dans la direction normale. Ce résultat montre une corrélation de la norme avec les grandes échelles dominées par la présence du cisaillement. Les composantes et l'orientation de l'accélération sont quant   elles corrélées sur des temps de l'ordre du temps de Kolmogorov. Elles sont ainsi caractérisées par les structures des échelles dissipatives.

Selon nos précédents résultats, les phases du cycle de régénération des structures ont une influence uniquement sur les grandes échelles de l'écoulement dominées par les termes de cisaillement et production (2.9). Cela implique que seule la norme de l'accélération doit être affectée par la phase d'effondrement. Les figures 2.14 et 2.15 montrent respectivement les fonctions d'autocorrélation de la norme et des composantes conditionnées aux phases de croissances et d'effondrement et confirment cette hypothèse. En effet, on peut remarquer que le temps de corrélation des composantes d'accélération reste invariant puisque l'orientation de l'accélération est liée aux petites échelles non concernées par la croissance et l'effondrement des grandes structures. Ce n'est par contre pas le cas du temps de corrélation de l'amplitude d'accélération qui change avec les différentes phases. Quand les grandes structures grossissent lors de la phase de croissance, la norme de l'accélération voit son temps de corrélation augmenter car elle est liée   la cohérence de ces structures. Lors de la phase d'effondrement, les grands tourbillons disparaissent pour laisser la place   d'autres plus petits. Le temps de corrélation de la norme diminue alors pour correspondre   celui de ces nouvelles structures.

2.1.5 Indépendance statistique de la norme et de l'orientation

Dans cette partie, on se pose la question de l'indépendance statistique entre la norme et l'orientation de l'accélération. En effet, nous avons vu   la section précédente que la norme d'accélération est corrélée sur des temps longs de l'ordre de ceux des grandes structures alors que son orientation est corrélée au temps dissipatif des petites échelles. Dans notre DNS, le rapport entre le temps de corrélation de la norme et de son orientation est environ égal   8. Devant cette valeur, l'idée de séparation d'échelle (donc d'indépendance statistique) entre ces deux variables vient naturellement. Les résultats précédents ont de plus montré que le comportement de la norme d'accélération pouvait changer avec les phases du cycle de régénération sans que cela perturbe celui de son orientation. Afin de vérifier cette hypothèse, les distributions de la norme conditionnée   différentes valeurs d'orientation ont été calculée et sont présentée sur la figure 2.16. On constate alors que la distribution de la norme d'accélération reste log-normale exactement comme pour la distribution inconditionnelle de la figure 2.4 qui est représentée sur les figures. Ceci est valable quelle que soit la valeur de l'angle d'orientation. La log-normalité des PDF conditionnées est également observée pendant les phases de croissance et d'effondrement du cycle de régénération (voir figures 2.17   2.18). Ces résultats, en cohérence avec nos précédentes observations nous permettent de considérer valide l'hypothèse d'indépendance statistique entre la norme d'accélération et son orientation. L'accélération dans le cisaillement homogène peut ainsi être décomposée de la même façon qu'en turbulence

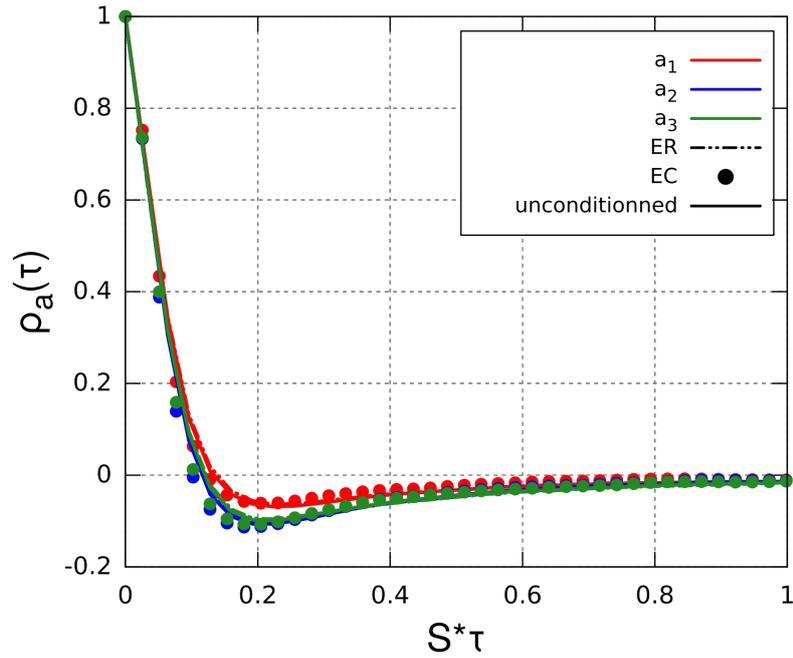


FIGURE 2.14 – Fonction d'autocorrélation lagrangienne des différentes composantes du vecteur d'accélération (a_1 en rouge, a_2 en vert et a_3 en bleu) sur l'ensemble de la simulation (—) et conditionnées aux phases de croissance(---) et d'effondrement(●).

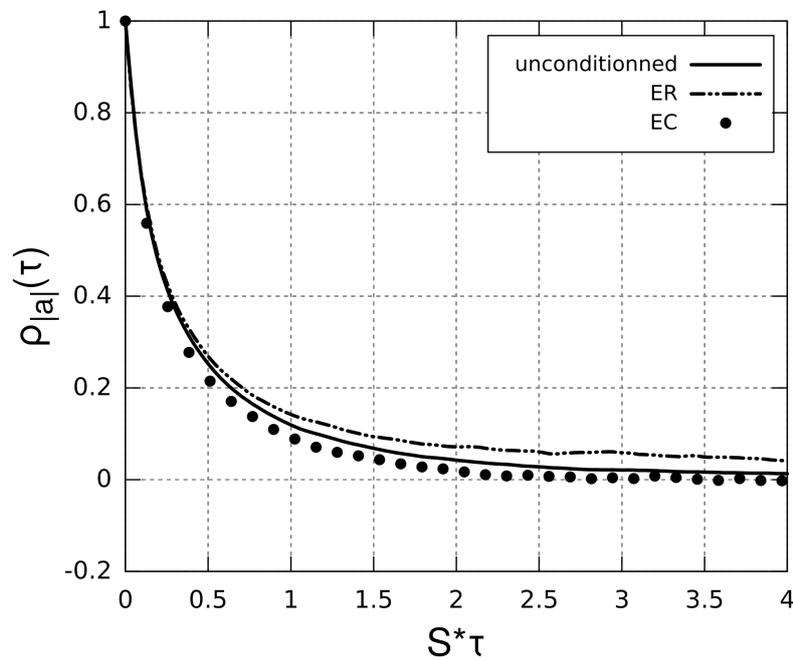


FIGURE 2.15 – Fonction d'autocorrélation lagrangienne de la norme du vecteur d'accélération sur l'ensemble de la simulation (—) et conditionnées aux phases de croissance(---) et d'effondrement(●).

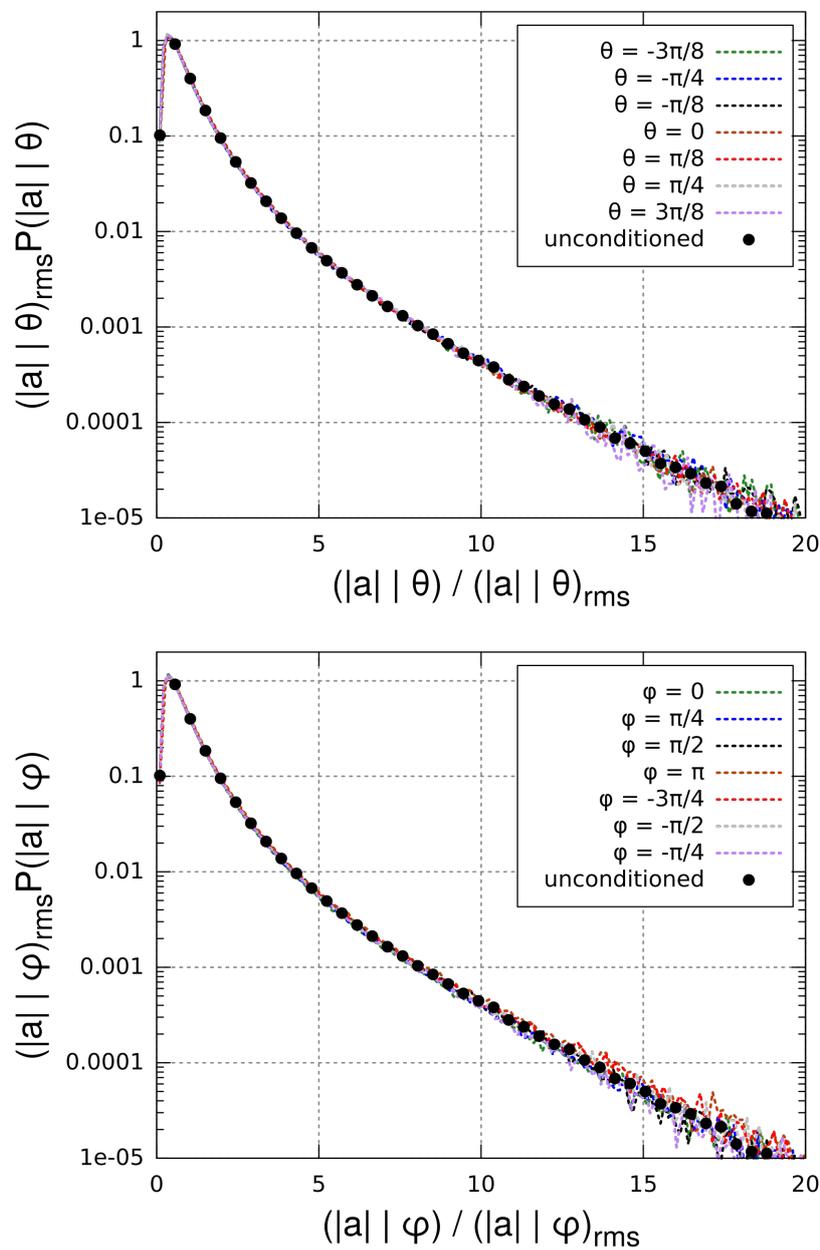


FIGURE 2.16 – Figure a (en haut) : PDF de la norme d'accélération conditionnée à différentes valeurs de θ . Figure b (en bas) : Même figure pour différentes valeurs de φ .

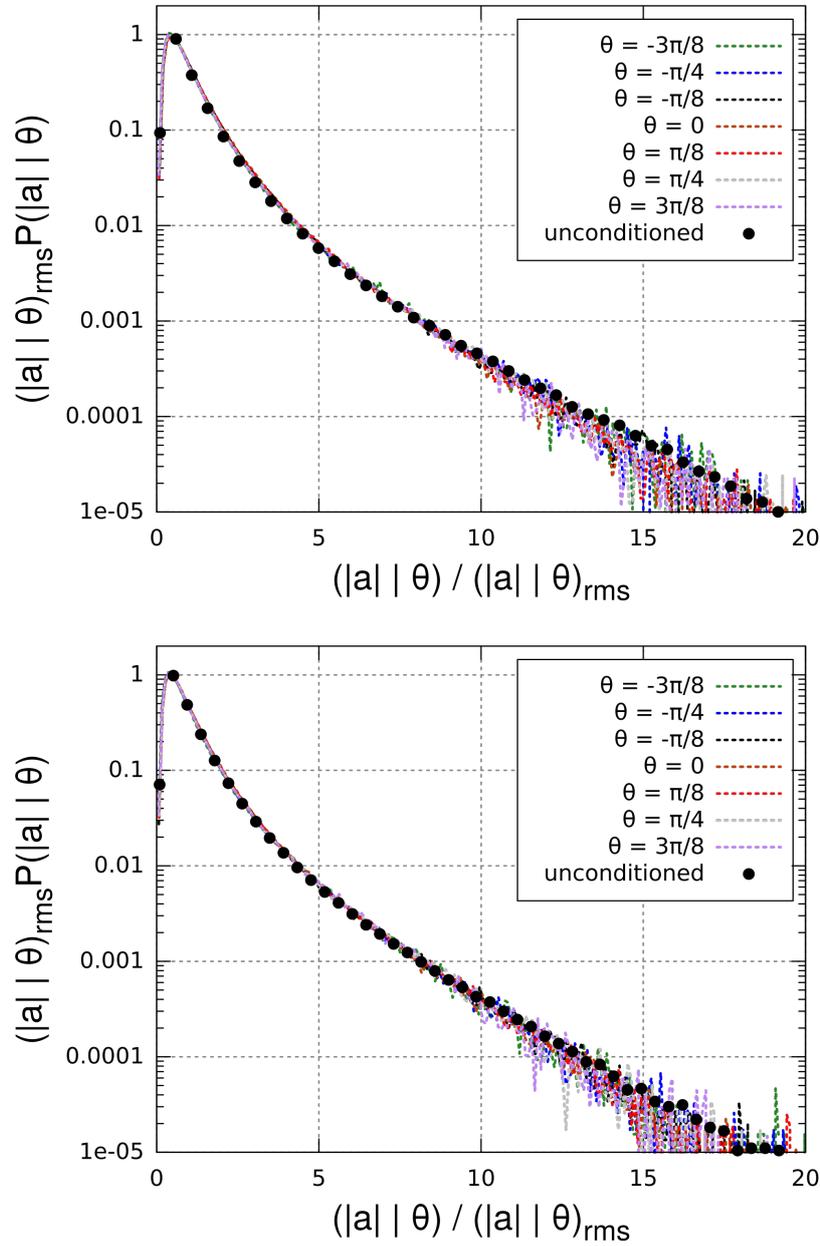


FIGURE 2.17 – Figure a (en haut) : PDF de la norme d'accélération conditionnée à différentes valeurs de θ en phase de croissance. Figure b (en bas) : Même figure conditionnée à la phase d'effondrement.

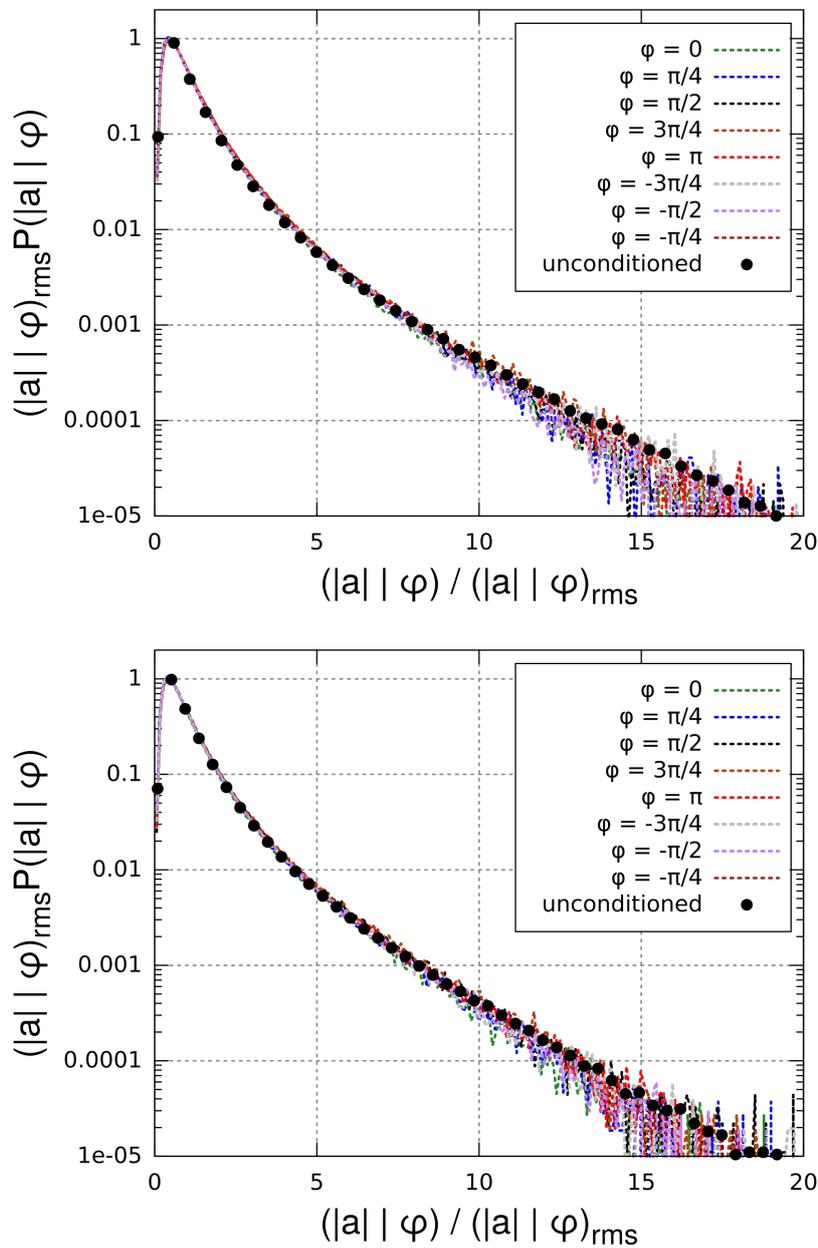


FIGURE 2.18 – Figure a (en haut) : PDF de la norme d'accélération conditionnée à différentes valeurs de φ en phase de croissance. Figure b (en bas) : Même figure conditionnée à la phase d'effondrement.

homogène isotrope[151, 112] et en écoulement de canal[155].

2.2 Accélération des particules solides

Maintenant que nous avons une compréhension plus précise du comportement de l'accélération des particules fluides dans le cisaillement homogène, on s'interroge dans cette partie sur l'influence de l'inertie sur la dynamique des particules solides. D'une part, nous cherchons à observer les éventuelles modifications des propriétés de l'accélération des particules fluides induites par l'inertie, et d'autre part nous essayons de savoir si l'accélération des particules inertielles possède des propriétés non communes avec celle des particules fluides. Pour cette étude, deux nombres de Stokes sont considérés : $St = 0.3$ et 3.0 . Le premier est assez faible et on peut supposer que l'effet de l'inertie ne soit pas assez important pour apporter des changements notables par rapport aux statistiques d'accélération des particules fluides. L'intérêt est de pouvoir constater ou non des modifications des propriétés de l'accélération par la présence d'un effet inertiel, aussi modeste soit-il. Le second, plus important nous permettra cette fois de contrôler la manière dont les propriétés de l'accélération évoluent avec l'augmentation de l'inertie. Les propriétés de la phase fluide sont identiques à celles décrites au début de ce chapitre.

2.2.1 Conservation de la séparation d'échelle

Un des résultats les plus commodes que nous avons observé lors de notre étude de l'accélération des particules fluides est celui de la séparation d'échelle entre la norme de l'accélération et de son orientation. En effet cette considération autorise l'isolation d'une de ces deux variables dans son contexte sans craindre qu'un effet lié à la seconde puisse avoir une influence sur les résultats, ce qui simplifie la manière d'observer et d'analyser leurs propriétés. Pour ces raisons et dans le but d'étudier l'influence de l'inertie sur les propriétés de l'accélération des particules fluides, nous souhaitons d'abord savoir si cette séparation d'échelle peut toujours s'appliquer pour l'accélération des particules inertielles. La figure 2.19 montre les fonctions d'autocorrélation lagrangiennes pour la norme d'accélération $|a_p|$ des particules, de ses composantes a_{pi} et de l'angle du vecteur d'accélération $\theta = \arctan(a_{p2}/a_{p1})$ projeté dans le plan de cisaillement pour le nombre de Stokes $St = 3.0$. Comme pour les particules fluides, on constate que la norme de l'accélération est corrélée sur des temps longs alors que ses composantes ainsi que l'angle d'orientation sont corrélés à temps courts. Le temps de décorrélation de l'orientation est un peu plus grand que celui des particules fluides et s'éloigne de l'ordre de grandeur du temps de Kolmogorov. Cependant, le rapport entre le temps de corrélation de la norme d'accélération et de son orientation reste suffisamment important (sa valeur étant environ égale à 4.5) pour émettre l'hypothèse que la norme d'accélération est ici aussi corrélée aux grandes échelles turbulentes et que l'orientation est corrélée à de bien plus petites échelles. La même tendance peut être observée pour les particules dont le nombre de Stokes vaut $St = 0.3$ (non montré).

Modifications des temps de corrélation

Partant de l'hypothèse selon laquelle la séparation d'échelle s'applique pour les particules inertielles dans le cisaillement homogène et selon la dynamique de l'écoulement

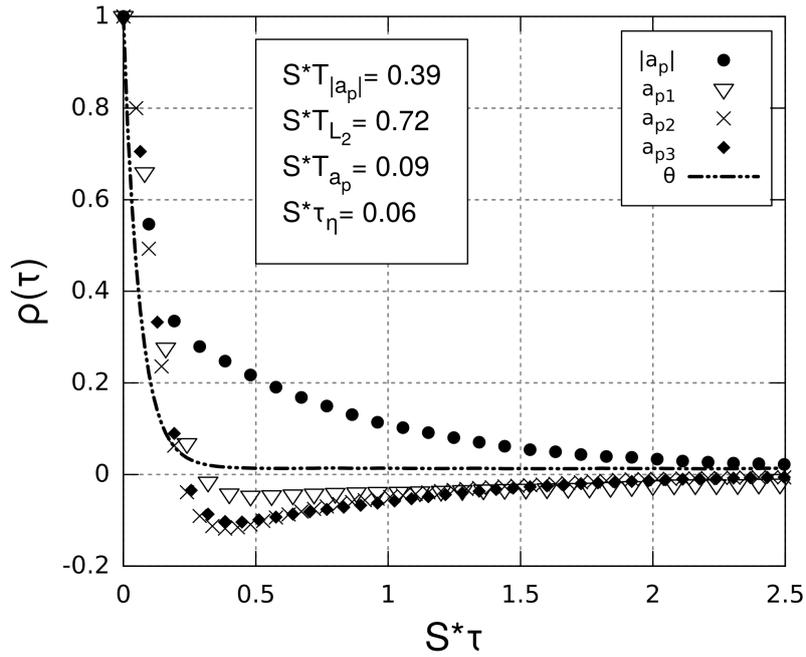


FIGURE 2.19 – Fonctions d'autocorrélation sur l'ensemble de la simulation de la norme (\bullet), des composantes ($a_1 : \nabla$, $a_2 : \times$, $a_3 : \blacklozenge$) et de l'angle d'orientation ($- \cdot -$) de l'accélération de particules inertielles pour un nombre de Stokes égal à 3.0 dans le cisaillement homogène.

discutée à la section 2.1.3, nous devrions toujours constater une sensibilité du temps de corrélation de la norme d'accélération avec les phases de croissance et d'effondrement et une invariance de l'orientation à ces mêmes phases malgré la présence de l'inertie. Nous souhaitons vérifier cette supposition et mieux qualifier les effets de l'inertie sur les temps de corrélation. On analyse d'abord les fonctions d'autocorrélation des composantes d'accélération conditionnées aux phases de croissance et d'effondrement sur la figure 2.20 pour les deux nombres de Stokes. En accord avec l'hypothèse de séparation d'échelle, on relève que le temps de corrélation des composantes d'accélération (et donc de son orientation) reste identique avec les phases du cycle de régénération. On peut certes noter une légère sensibilité de la part de la composante longitudinale a_{p1} mais cette variation reste assez faible pour être considérée comme négligeable. Enfin il apparaît que les particules ayant une plus forte inertie restent corrélée légèrement plus longtemps. Cela vient du fait que l'inertie est moins sensible aux petites perturbations locales. Pour un nombre de Stokes vraiment important, on comprend que cette tendance pourrait à terme devenir significative mais nous serions alors dans le cas où les particules deviennent insensibles à l'écoulement en s'y déplaçant sans réelles contraintes (ce qui arrive dans le cisaillement homogène aux alentours d'un nombre de Stokes égal à 10[41]). Ce cas de figure ne correspond cependant pas au cadre de notre étude et, dans le cas présent, l'ordre de grandeur du temps de corrélation reste très similaire pour les deux nombres de Stokes, indiquant que l'orientation de l'accélération des particules reste corrélée à la même gamme de petites échelles.

Toujours pour vérifier les implications de la séparation des échelles, on observe cette

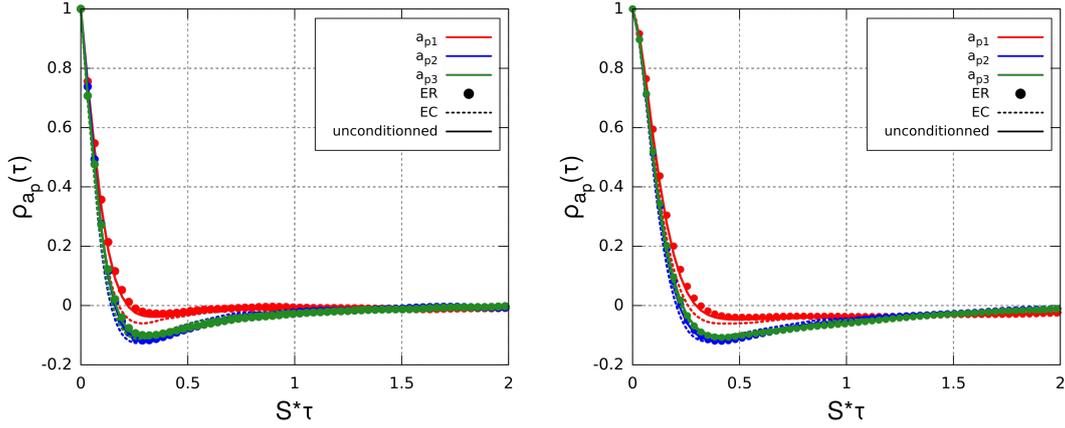


FIGURE 2.20 – Figure a (à gauche) : Fonctions d'autocorrélation des composantes d'accélération a_{p1} (rouge), a_{p2} (bleu) et a_{p3} (vert) des particules inertielles pour un nombre de Stokes $St = 0.3$ dans le cisaillement homogène sur l'ensemble de la simulation (—) et conditionnées aux phases de croissance (•) et d'effondrement (···). Figure b (à droite) : Même figure pour $St = 3.0$

fois les fonctions d'autocorrélation de la norme d'accélération des particules inertielles conditionnées à la croissance et à l'effondrement des grandes structures sur la figure 2.21. On distingue cette fois la sensibilité de la norme d'accélération au cycle de régénération des structures. En effet, le temps de corrélation pendant la phase de croissance est environ 1.7 fois plus important par rapport à la phase d'effondrement. Les figures 2.22a et 2.22b nous montrent que les particules sont plus sensibles à ces phases lorsque l'inertie augmente. On peut en effet relever que le temps de corrélation moyen de la norme diminue avec l'inertie. Cette tendance se retrouve également dans le cas de la turbulence homogène isotrope où le temps de corrélation de la norme des particules inertielles tend à diminuer avec l'augmentation du nombre de Stokes (jusqu'à $St = 5.0$ où la tendance s'inverse) car leur inertie les rend moins sensibles aux tourbillons dans lesquels elles sont captives et leur permet ainsi de s'en échapper rapidement[49]. On voit en revanche que la différence entre la corrélation de la norme d'accélération des particules fluides et celle des particules inertielles est moins marquée lors d'une phase de croissance. Ceci indique que la phase de croissance permet d'augmenter le temps de corrélation de la norme des particules inertielles de manière plus significative par rapport aux particules fluides. Cet effet peut s'expliquer par le fait que les tourbillons grandissent lors de la phase de croissance et deviennent capables de piéger durablement les particules inertielles. L'augmentation de l'intensité des structures permet en effet d'augmenter la force de traînée des particules les plus lourdes et donc de les garder plus longtemps sous leur influence. Les particules moins inertielles sont également entraînées par ces structures mais peuvent également répondre à des sollicitations d'intensité moins importante ayant une durée de vie plus courte, contrairement aux particules très inertielles. D'autre part, le temps de corrélation diminue lors de la phase d'effondrement pour correspondre à la tendance selon laquelle la norme d'accélération des particules inertielles possèdent une durée de vie plus courte par rapport aux particules fluides car les nouvelles structures plus petites n'ont pas un niveau d'influence suffisant pour entraîner les particules. Le temps de corrélation intermédiaire de la norme non conditionnée sur la figure 2.21 s'explique

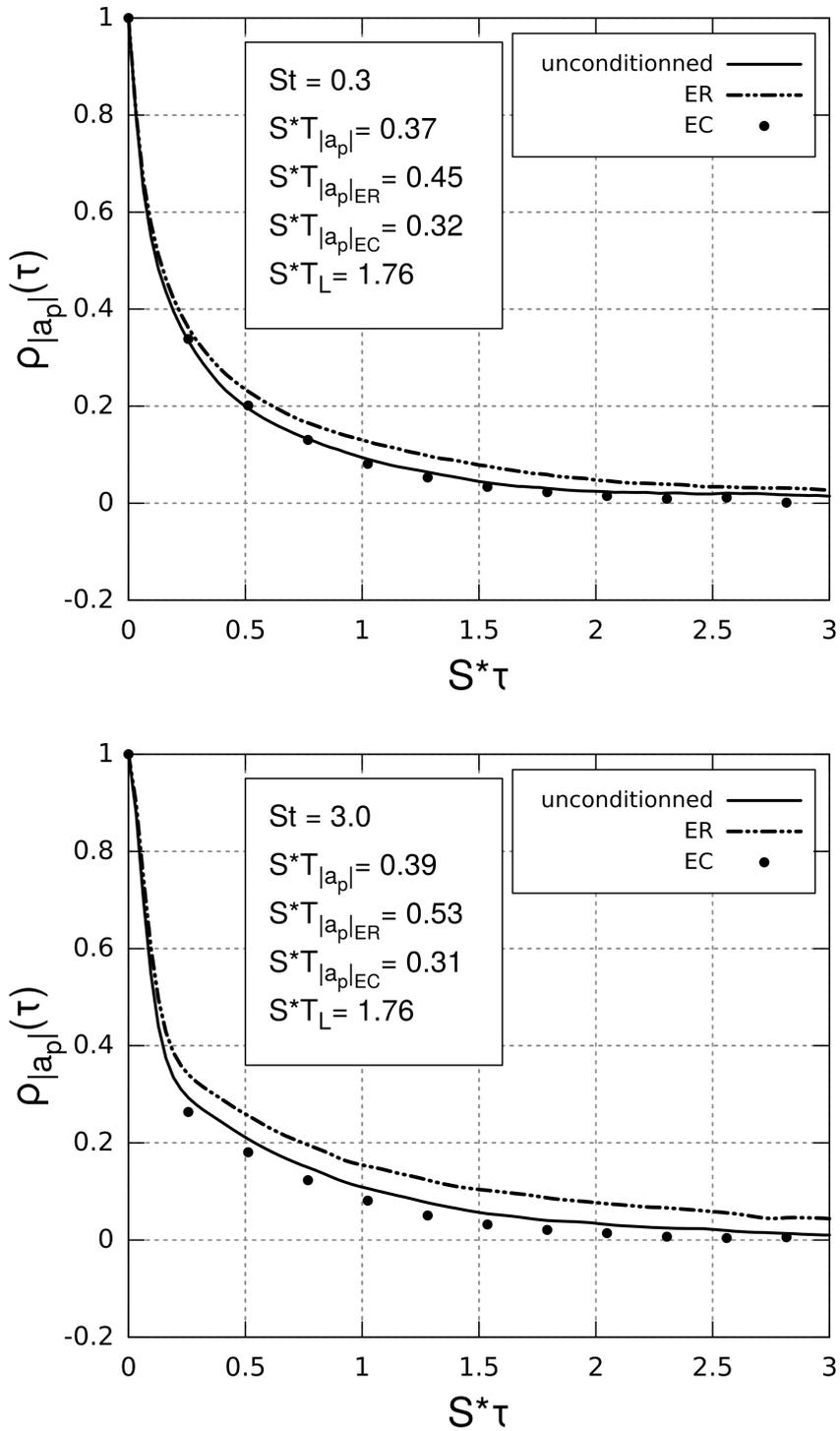


FIGURE 2.21 – Figure a (en haut) : Fonctions d'autocorrélation de la norme d'accélération des particules inertielles pour un nombre de Stokes $St = 0.3$ dans le cisaillement homogène sur l'ensemble de la simulation (—) et conditionnées aux phases de croissance (•) et d'effondrement (· · ·). Figure b (en bas) : Même figure pour $St = 3.0$.

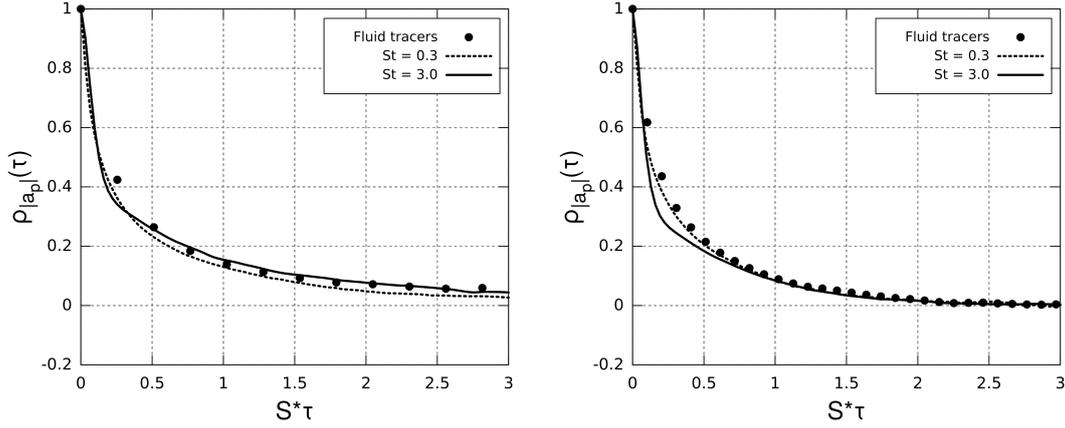


FIGURE 2.22 – Figure a (à gauche) : Comparaison des fonctions d'autocorrélation de la norme d'accélération des particules fluides (●) et inertielles pour un nombre de Stokes égal à 0.3 (– · – · –) et 3.0 (—) dans le cisaillement homogène conditionnées à la phase de croissance. Figure b (à droite) : même figure conditionnée à la phase d'effondrement.

simplement par le fait qu'elle est moyennée sur tous les cycles apparaissant lors de la simulation.

On peut finalement conclure que la séparation d'échelle entre la norme d'accélération et son orientation est bien valable pour les particules inertielles et ce, quelle que soit la valeur de l'inertie. Nous allons donc nous servir de cette propriété pour étudier l'influence de l'inertie sur les statistiques de la norme d'accélération et de son orientation indépendamment l'une de l'autre. Tout comme pour les particules fluides, nous observerons aussi l'influence des phases de croissance et d'effondrement sur ces statistiques.

2.2.2 Effet de l'inertie sur la norme

Nous mettons l'emphase dans cette partie sur la distribution de la norme de l'accélération afin d'observer les effets de l'inertie sur ses propriétés statistiques. Les études de Bec *et al.*[9] concernant l'accélération de particules inertielles en turbulence homogène isotrope ont montré que l'accélération d'une particule de faible inertie est presque identique à l'accélération du fluide à sa position mais que le comportement statistique de l'accélération des particules solides diffère de celle des particules fluides. Cela vient du fait que la faible inertie rend la particule réceptive aux fluctuations locales du fluide mais que les effets de concentration préférentielle influencent la distribution de l'accélération des particules à cause des séjours privilégiés dans les zones de faible vorticité[135, 6]. Pour le cas d'une particule avec une plus forte inertie, les résultats montrent cette fois que l'accélération d'une particule est comparable   l'accélération d'une particule fluide dont la vitesse aurait été filtrée, signifiant que l'effet de filtrage de l'inertie devient dominant par rapport aux effets de concentration préférentielle.  tant donné que le comportement statistique de l'intermittence aux petites échelles du cisaillement homogène est similaire   celui de la turbulence homogène isotrope et que les effets de concentration préférentielle fonctionnent dans le cisaillement homogène de la même manière qu'en turbulence homogène isotrope[41, 82, 81, 121], on peut s'attendre   une réduction de l'influence des effets d'intermittence sur la dynamique des particules. On montre donc la distribution

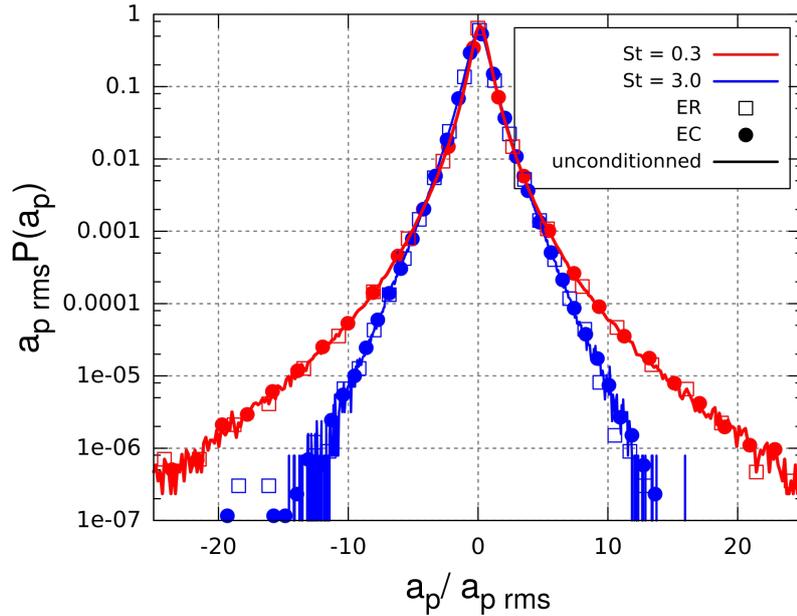


FIGURE 2.23 – PDF de l'accélération des particules inertielles dans le cisaillement homogène pour deux nombres de Stokes $St = 0.3$ (rouge) et $St = 3.0$ (bleu), conditionnées à la phase de croissance (\square), à la phase d'effondrement (\bullet) et sur l'ensemble de la simulation ($—$).

de l'accélération des particules inertielles sur les figures 2.23 et 2.24. On constate effectivement que l'allure de la distribution de l'accélération des particules de Stokes 0.3 ressemble beaucoup à la distribution de l'accélération des particules fluides, faisant écho aux résultats de Bec *et al.* sur le fait qu'une particule de faible inertie adopte un comportement proche des particules fluides. Au contraire, l'inertie des particules de Stokes 3.0 filtre les intenses fluctuations de l'accélération dues à l'intermittence, ce qui s'exprime par une réduction des ailes sur les PDF. Comme pour les particules fluides, on n'observe aucune influence des phases de croissance et d'effondrement sur les distributions. On peut donc conclure de cette courte partie que l'inertie n'apporte pas de modifications statistiques supplémentaires par rapport au cas de la turbulence homogène isotrope sur la distribution de l'accélération des particules.

2.2.3 Effet de l'inertie sur l'orientation

On s'intéresse maintenant à la capacité de l'inertie à résister ou modifier la direction d'entraînement des structures tourbillonnantes. À l'instar des particules fluides, on trace la distribution des angles d'orientation du vecteur d'accélération θ et φ sur la figure 2.25 pour les deux nombres de Stokes. Il apparaît que l'allure des distributions présente des caractéristiques communes avec les particules fluides à propos de l'orientation privilégiée qui est identique. La différence réside dans le fait que l'orientation privilégiée est plus marquée avec l'augmentation du nombre de Stokes. Nous avons vu que l'inertie augmente la capacité des grandes structures à conserver les particules sous leur influence et réduit la sensibilité de ces mêmes particules aux perturbations locales. Or la direction privilégiée provient de l'effet d'entraînement des grandes structures de vorticité. Les particules

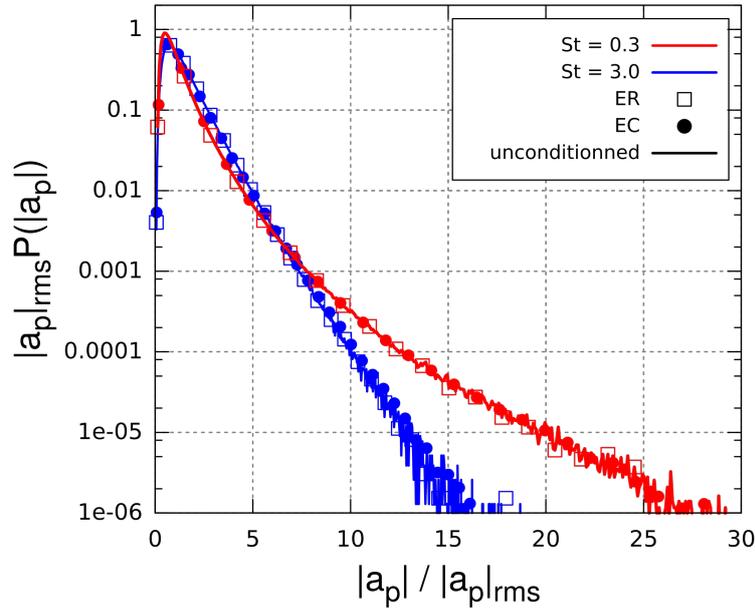


FIGURE 2.24 – PDF de la norme d'accélération des particules inertielles dans le cisaillement homogène pour deux nombres de Stokes $St = 0.3$ (rouge) et $St = 3.0$ (bleu), conditionnées à la phase de croissance (\square), à la phase d'effondrement (\bullet) et sur l'ensemble de la simulation ($—$).

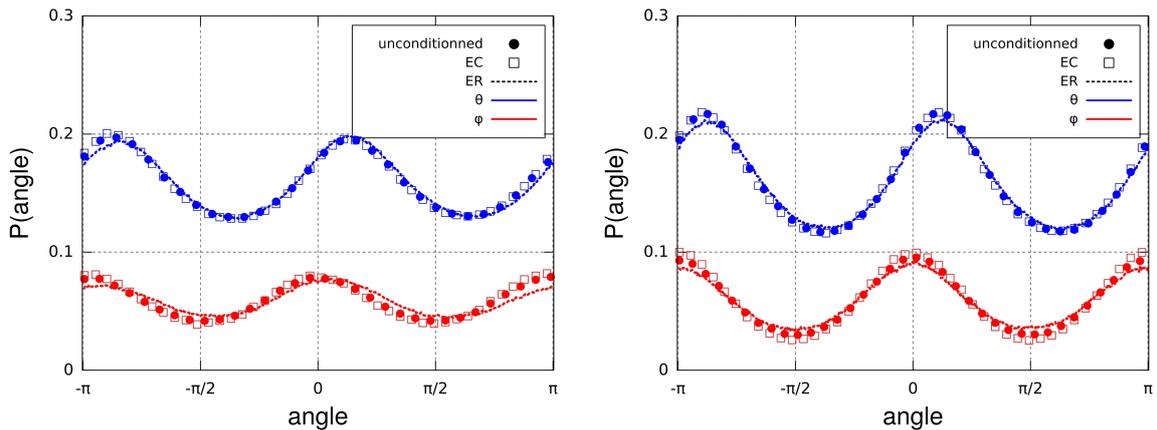


FIGURE 2.25 – Figure a (à gauche) : Distribution des angles d'orientation θ (en bleu) et φ (en rouge) du vecteur d'accélération des particules inertielles pour $St = 0.3$ dans le cisaillement homogène sur l'ensemble de la simulation (\bullet) et conditionnées à la phase de croissance (\dots) et d'effondrement (\square). Figure b (à droite) : même figure pour $St = 3.0$.

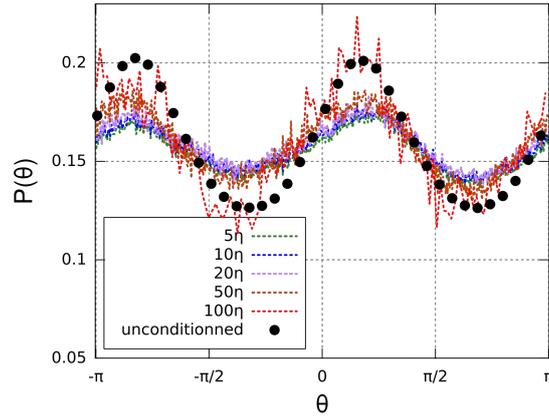


FIGURE 2.26 – PDF de l'angle θ moyennées pour différentes tailles de blocs et pour l'ensemble des particules (\bullet) pour $St = 3.0$.

inertielles sont donc dans l'ensemble plus souvent entraînées par les grands tourbillons sans être perturbées par les petites structures, d'où cette tendance plus marquée pour l'orientation de leur accélération. Il faut cependant se rappeler que même si ce résultat est une conséquence de l'interaction des grandes échelles avec l'inertie des particules, l'orientation de l'accélération reste d'après nos précédents résultats, corrélée aux petites échelles. Il serait donc intéressant d'observer à petite échelle les effets de l'inertie sur l'orientation de l'accélération. On applique à nouveau la décomposition du domaine en bloc de différentes tailles pour y calculer l'orientation moyenne des particules contenues dans chaque bloc. Les distributions de ces orientations moyennes pour les particules de Stokes $St = 3.0$ sont montrées sur la figure 2.26. Pour des blocs de petite taille, l'orientation de l'accélération est beaucoup moins marquée par rapport à l'ensemble des particules car on occulte les effets des grandes structures et la distribution tend à se rapprocher de celle des traceurs fluides (voir figure 2.7). En gardant à l'esprit que la figure 2.26 ne renseigne que sur l'orientation de l'accélération et non son intensité, ce résultat indique que même si l'inertie des particules filtre l'intensité des fluctuations turbulentes à leurs positions, elle ne modifie pas la manière dont la turbulence influence le mouvement des particules, même si celle influence est négligeable. Pour une taille intermédiaire (ici 50 fois l'échelle de Kolmogorov), la tendance se rapproche de la distribution de l'orientation sur l'ensemble des particules puisque les effets des grandes échelles sont impliqués. Il faut par contre atteindre une taille de bloc plus importante par rapport aux particules fluides (figure 2.9) pour retrouver la distribution de toutes les particules, indiquant une fois de plus que l'inertie ne réagit qu'aux fluctuations de vitesse de faible fréquence. Finalement, comme nous avons déjà pu le constater en analysant les temps de corrélation, les effets de l'inertie sur la dynamique des particules ne sont significatifs qu'à grande échelle.

Persistance de l'orientation privilégiée

Mécaniquement, l'inertie de la particule se traduit par une résistance aux changements qu'on lui impose, ce qui implique également une conservation du mouvement ou de la dynamique qu'elle possède déjà. Afin d'observer comment cet aspect de l'inertie agit avec l'accélération, on montre sur les figures 2.27 et 2.28 la probabilité en espace

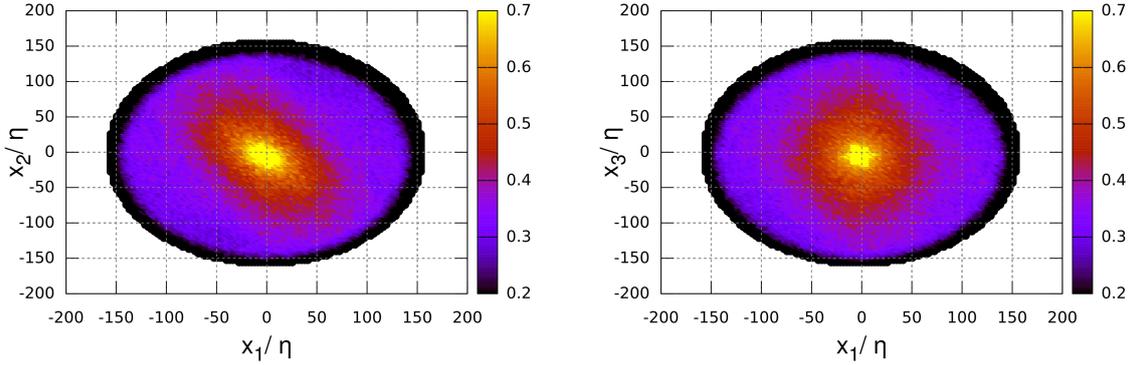


FIGURE 2.27 – Figure a (à gauche) : Densité de probabilité en espace pour une particule inertielle de Stokes $St = 3.0$ dont l'accélération est orientée dans la direction privilégiée de trouver une particule voisine ayant la même orientation d'accélération dans le plan de cisaillement. Figure b (à droite) : Même figure dans le plan moyen.

pour une particule étant entraînée dans la direction privilégiée de trouver des particules voisines partageant cette orientation lors de la phase de croissance et lors de la phase d'effondrement. L'orientation privilégiée n'est ici qu'un prétexte pour observer la conservation ou non d'une propriété spécifique de l'accélération. Les résultats ne sont montrés que pour les particules de Stokes $St = 3.0$ car ceux des particules de Stokes $St = 0.3$ sont très similaires à ceux des particules fluides montrés sur les figures 2.10 et 2.11. Tout comme les particules fluides, les particules accélérées dans la direction privilégiée sont disposées le long des tubes de vorticité. On peut cette fois noter que la probabilité de présence des particules diminue beaucoup moins en espace et qu'  faible séparation ($\leq 10\eta$), la distribution est quasiment isotrope dans le plan de cisaillement et non orientée selon l'axe de vorticité, contrairement aux particules fluides ou de faible Stokes. De précédentes études ont souligné qu'avec l'inertie, les particules avaient tendance   être réparties en espace de manière isotrope pour de faibles séparations[41] tout en conservant des propriétés dynamiques anisotropes grâce   l'inertie[42, 82]. On en déduit que cette observation est également valable pour les statistiques d'accélération, l'inertie permettant aux particules de conserver l'orientation privilégiée de l'accélération plus longtemps et donc sur des zones plus étalées.

2.2.4 Indépendance statistique de la norme et de l'orientation

Nous terminons cette étude de l'accélération des particules inertielles dans un cisaillement homogène en vérifiant que l'inertie ne modifie pas la propriété d'indépendance statistique de la norme d'accélération et de son orientation observée pour les particules fluides. On calcule donc la distribution de la norme d'accélération conditionnée   différentes valeurs des angles de projection du vecteur d'accélération θ et φ . Ces distributions sont représentées sur les figures 2.29 et 2.30 et sont non conditionnées aux phases de croissance et d'effondrement. En accord avec nos précédents résultats sur la séparation d'échelle, on observe que les distributions de la norme conditionnée   différentes orientations du vecteur d'accélération coïncident avec les distributions non conditionnées.

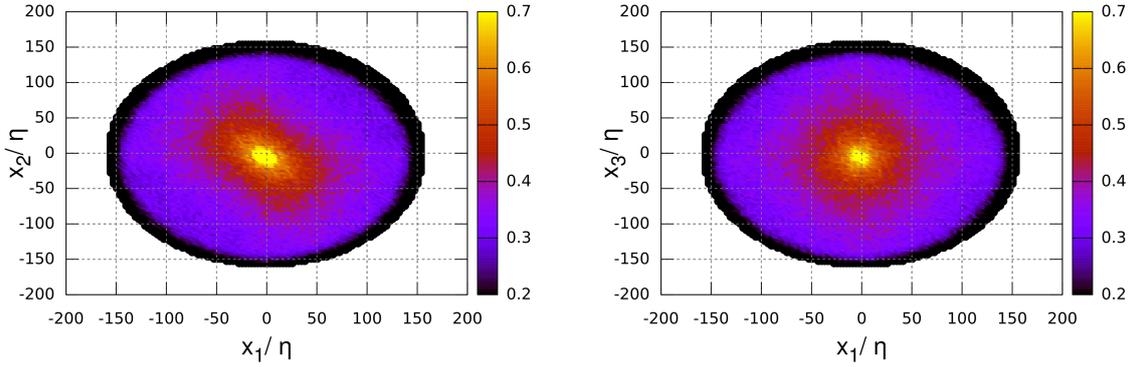


FIGURE 2.28 – Même représentation que la figure 2.27 mais au cours d'une phase effondrement des structures.

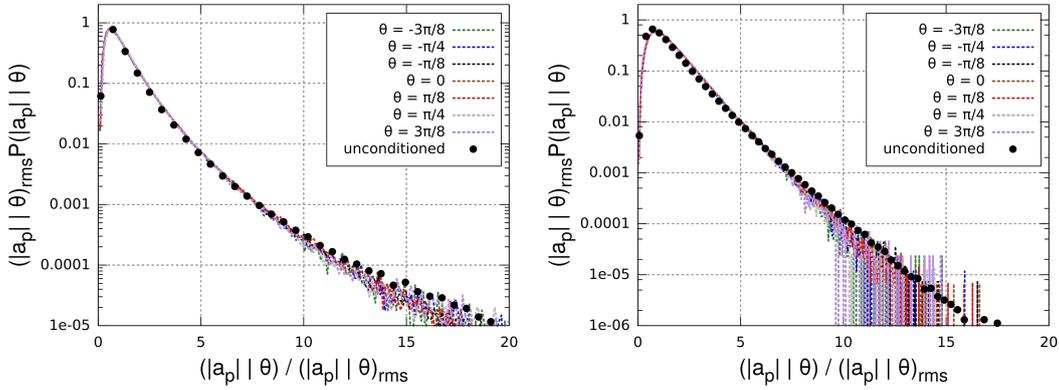


FIGURE 2.29 – Figure a (à gauche) : PDF de la norme d'accélération conditionnée à différentes valeurs de θ pour $St = 0.3$ sur l'ensemble de la simulation Figure b (à droite) : Même figure pour $St = 3.0$.

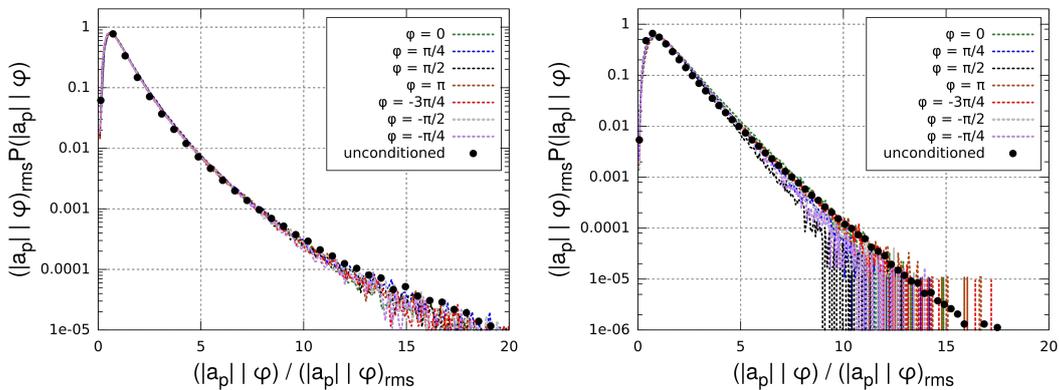


FIGURE 2.30 – Figure a (à gauche) : PDF de la norme d'accélération conditionnée à différentes valeurs de φ pour $St = 0.3$ sur l'ensemble de la simulation Figure b (à droite) : Même figure pour $St = 3.0$.

L'indépendance statistique de la norme et de l'orientation de l'accélération est donc aussi valable pour des particules inertielles se déplaçant dans un écoulement soumis à un cisaillement homogène et semble d'ailleurs être une caractéristique commune et universelle de l'accélération lagrangienne. Il pourrait d'ailleurs être intéressant à l'avenir de tester cette hypothèse dans le cas d'écoulements plus complexes.

2.3 Conclusion de l'étude DNS

Dans l'objectif de développer des modèles stochastiques pour simuler le déplacement de particules dans un cisaillement homogène soit en modélisant la turbulence vue par une particule, soit en modélisant directement la dynamique d'une particule inertielle, une étude DNS de l'accélération de particules fluides et inertielles a été effectuée afin d'identifier le scénario physique que devront reproduire les modèles pour respectivement prédire la turbulence vue par une particule et la dynamique d'une particule inertielle. La sensibilité aux phases de croissance et d'effondrement des grandes structures du cisaillement homogène a également été observée afin de mettre en évidence leur influence sur les statistiques lagrangiennes d'accélération.

Les résultats pour les particules fluides nous ont permis d'observer des propriétés intermittentes de l'accélération ; la norme de l'accélération des particules et son orientation sont statistiquement indépendantes avec une corrélation à temps longs en lien avec les grandes structures de l'écoulement de l'ordre du temps de cisaillement pour la norme et une corrélation à temps courts en lien avec les petites échelles turbulentes de l'ordre du temps de Kolmogorov pour l'orientation de l'accélération.

L'étude de l'évolution en espace de l'énergie a donc été effectuée afin d'identifier les échelles turbulentes concernées par les effets des phases de croissance et d'effondrement. Nous avons pu observer que ces phases n'ont une influence que sur les grandes échelles de l'écoulement supérieures à l'échelle de cisaillement L_S . L'orientation de l'accélération étant corrélée aux petites structures, aucun effet n'a été distingué sur ses propriétés, en revanche on observe une sensibilité du temps de corrélation de la norme, celui-ci augmentant avec les grandes structures lors de la phase de croissance et diminuant lorsqu'elles s'effondrent.

Nous avons montré que la norme d'accélération suit une distribution log-normale dont le comportement statistique est insensible aux phases de croissance et d'effondrement, à savoir que les fluctuations de la norme d'accélération sont du même ordre que sa moyenne. Ce constat nous a permis d'estimer les paramètres μ et σ^2 de la distribution log-normale de $|a|/|a|_{rms}$ comme $\mu = 1/2\sigma^2$ et $\sigma^2 = \ln 2$.

Il a également été remarqué que l'accélération des particules possède une orientation privilégiée qui provient de l'effet d'entraînement des grands tourbillons principaux observés par Rogers et Moin[106]. Cette orientation privilégiée n'est toutefois que la tendance générale des particules à être entraînées par les grandes structures car l'accélération des particules est localement perturbée par les effets d'intermittence. Les phases de croissance et d'effondrement modifient la portée d'entraînement des grands tourbillons mais pas leur manière d'entraîner les particules en général, ni les capacités locales de l'intermittence à perturber l'orientation de l'accélération, d'où une invariance de l'orientation de l'accélération au cycle de régénération des structures.

Enfin il est à noter que les propriétés statistiques de l'accélération que nous avons relevées dans le cisaillement homogène sont très similaires à celles observées dans la zone de proche paroi de l'écoulement de canal, montrant une fois encore que le cisaillement homogène est un cas intéressant pour étudier les écoulements cisailés en général.

L'étude de l'accélération des particules inertielles nous a permis de montrer que l'inertie n'apportait finalement qu'assez peu de modifications sur les propriétés de l'accélération des particules. En effet nous avons d'abord montré la conservation de l'indépendance statistique entre la norme et l'orientation de l'accélération ainsi que de la séparation d'échelle, la norme étant corrélée à temps longs avec les grandes structures et l'orientation à temps courts avec les petites échelles.

Ensuite, nous avons constaté que l'inertie filtre les fortes fluctuations turbulentes, ayant pour conséquence une réduction des ailes sur la distribution de l'accélération des particules. Cet effet de filtre implique que les particules ne soient sensibles qu'aux fluctuations des grandes structures et nous avons en effet montré que l'inertie décuple l'effet d'augmentation du temps de corrélation de la norme lors de la phase de croissance ; les grandes structures grandissent et peuvent capter les particules inertielles qui ne seront pas déviées par les structures plus petites. Lors de la phase d'effondrement, la taille des structures ne permet pas d'influencer significativement les particules et on observe un temps de corrélation plus court par rapport à celui des particules fluides.

Concernant l'orientation de l'accélération, la perte de sensibilité aux fluctuations locales due à l'inertie permet aux particules de rester plus longtemps sous l'influence des grands tourbillons principaux, ce qui se traduit par une tendance plus marquée de l'accélération à s'orienter dans la direction privilégiée induite par les grandes structures. Nous avons toutefois observé que l'inertie ne faisait que filtrer l'intensité des perturbations locales mais ne modifie pas la manière d'agir des petites échelles turbulentes sur les particules.

Enfin nous n'avons pas observé de propriétés exclusives à l'accélération des particules inertielles par rapport aux particules fluides, les phases de croissance et d'effondrement n'apportent, elles non plus, pas d'effets supplémentaires sur les propriétés de l'accélération. En résumé, l'inertie ne modifie pas les effets de la turbulence sur l'accélération des particules dans le cisaillement homogène mais filtre simplement l'intensité des fluctuations aux petites échelles. Les conséquences de ce filtrage ne sont visibles que sur le comportement à grande échelle de l'accélération.

Dans les chapitres suivants, nous utiliserons ces observations pour bâtir la modélisation stochastique de l'accélération des particules fluides et inertielles dans le cisaillement homogène.

Chapitre 3

LES-SSAM

Ce chapitre est consacré à l'utilisation de la LES-SSAM (*Subgrid Stochastic Acceleration Model*) pour simuler les effets des échelles turbulentes non résolues à la position de particules fluides et inertielles en déplacement dans une turbulence soumise à un gradient de vitesse moyen. Dans la première partie, nous proposons l'introduction d'un nouveau modèle stochastique pour prédire l'orientation de l'accélération. Cette modification est ensuite testée et validée pour le cas de particules fluides et inertielles en déplacement dans une turbulence homogène isotrope. Dans la seconde partie, nous présentons notre modèle stochastique reproduisant les propriétés de l'accélération lagrangienne dans le cisaillement homogène. Le modèle est ensuite utilisé pour simuler le déplacement de particules fluides et les résultats sont comparés avec ceux de notre DNS et d'une LES classique. Enfin, dans la troisième partie, nous utilisons notre modèle stochastique pour le cas de particules inertielles. Les résultats de la LES-SSAM sont ici aussi comparés avec la LES standard et la DNS.

3.1 LES-SSAM revisitée

3.1.1 Modèle stochastique pour l'orientation de l'accélération

Nous commençons par présenter le nouveau modèle stochastique pour décrire l'évolution de l'orientation de l'accélération à l'aide d'un processus stochastique d'Ornstein-Uhlenbeck. Ce modèle a d'abord été proposé, présenté et appliqué dans les publications [109, 110, 111]. On représente donc l'évolution du vecteur unitaire d'accélération en considérant une marche aléatoire à la surface d'une sphère unitaire. Si on décrit cette évolution par un processus stochastique d'Ornstein-Uhlenbeck, l'équation correspondante suit l'expression du produit vectoriel suivante :

$$d\mathbf{e} = \sqrt{2\tau_\eta^{-1}}d\mathbf{W} \times \mathbf{e} \quad (3.1)$$

avec \mathbf{W} un processus Brownien isotrope et $\sqrt{2\tau_\eta^{-1}}$ le coefficient de diffusion défini par le temps de Kolmogorov. On déduit que cette expression implique que $1/2\mathbf{e} \cdot d\mathbf{e} = d(\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}) = 0$ pour préserver la norme du vecteur unitaire égale à 1. Il est toutefois difficile en pratique de simuler un processus de diffusion confiné à la surface d'une sphère unitaire et donc de satisfaire la condition $(\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}) = 1$. Par exemple, l'équation stochastique au sens de la transformation de Itô pour les composantes du vecteur unitaire exprimées en coordonnées

cartésiennes donne :

$$de_i = -2\tau_\eta^{-1}e_i dt + (\delta_{ij} - e_i e_j)\sqrt{2\tau_\eta^{-1}}dW_x \quad (3.2)$$

$$\langle dW_{\mathbf{x}i}dW_{\mathbf{x}'j} \rangle = \delta_{ij}F\left(\frac{|\mathbf{x} - \mathbf{x}'|}{\Delta}\right) dt \quad (3.3)$$

où $W_{\mathbf{x}j}$ avec $j = (1, 2, 3)$ représente les composantes indépendantes d'un vecteur de processus Brownien $\mathbf{W}_{\mathbf{x}}$ à la position \mathbf{x} . $F(\alpha)$ est une fonction représentant la corrélation spatiale de \mathbf{W} avec $F(0) = 1$ et Δ la largeur du filtre des équations de Navier-Stokes. Par souci de simplicité, cette fonction sera omise dans la suite de cette section, ce qui nous donne donc $dW_i dW_j = \delta_{ij} dt$. On peut constater que l'équation (3.2) permet de préserver la norme du vecteur unitaire égale à 1 à chaque instant si celle-ci l'est à l'instant initial. Cette expression est cependant non linéaire, rendant la conservation de la norme égale à 1 difficile lors de la transformation de Itô. L'expression de_i autorise néanmoins la représentation de Stratonovich. En notation indicielle, l'équation stochastique pour les composantes du vecteur unitaire aléatoire $e_i(t)$ exprimée selon les termes de l'interprétation de Stratonovich est linéaire :

$$de_i = \sqrt{2\tau_\eta^{-1}}\epsilon_{ijk}dW_j \circ e_k \quad (3.4)$$

avec ϵ_{ijk} le symbole de Levi-Civita et \circ représentant l'interprétation de Stratonovich. En multipliant l'équation (3.4) par e_i , la partie de droite devient nulle et on obtient $d(e_i e_i) = 0$. Il faut maintenant définir l'algorithme temporel décrivant l'évolution du vecteur unitaire. Parmi les différentes approches possibles, la méthode du point milieu se révèle être une approche efficace selon les termes de Stratonovich. La méthode consiste à utiliser deux étapes pour avancer temporellement le long de points discrets t_n, t_{n+1}, \dots . La première étape calcule explicitement le vecteur unitaire au point intermédiaire $t_{n+1/2}$:

$$\mathbf{e}^{n+1/2} = \left(\mathbf{I} + \frac{1}{2}\mathbf{A}\right) \mathbf{e}^n \quad (3.5)$$

avec $\mathbf{A}\mathbf{e}^n = \sqrt{2\tau^{-1}}d\mathbf{W} \times \mathbf{e}^n$ et

$$\mathbf{A} = \sqrt{2\tau^{-1}} \begin{pmatrix} 0 & -dW_3 & dW_2 \\ dW_3 & 0 & -dW_1 \\ -dW_2 & dW_1 & 0 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

La seconde étape calcule implicitement le vecteur unitaire au point voulu \mathbf{e}^{n+1} en résolvant le système ci-dessous à l'aide de la règle de Kramer :

$$\mathbf{e}^{n+1} = \left(\mathbf{I} - \frac{1}{2}\mathbf{A}\right)^{-1} \mathbf{e}^{n+1/2} = \left(\mathbf{I} - \frac{1}{2}\mathbf{A}\right)^{-1} \left(\mathbf{I} + \frac{1}{2}\mathbf{A}\right) \mathbf{e} \quad (3.7)$$

Un exemple de la PDF du vecteur unitaire se relaxant vers une distribution uniforme est montré sur la figure 3.1a ainsi que son temps de corrélation $\langle e(t)e(t) \rangle$ sur la figure 3.1b.

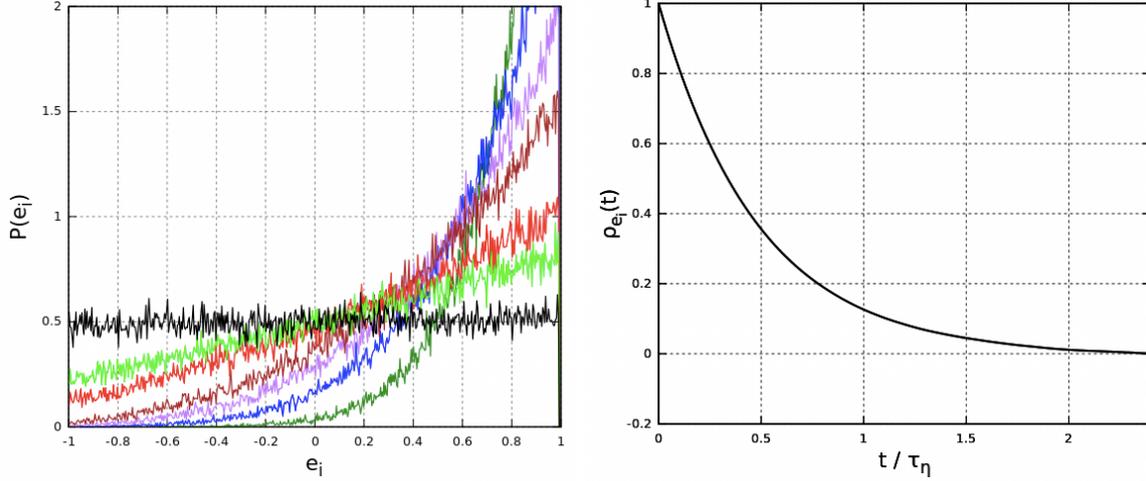


FIGURE 3.1 – Figure a (à gauche) : Évolution de la PDF d’une composante du vecteur unitaire vers une distribution uniforme obtenue avec les expressions (3.4), (3.5) et (3.7). Figure b (à droite) : Temps de corrélation de cette même composante.

L’expression (3.4) peut être étendue au cas où l’orientation du vecteur unitaire tend vers une valeur de relaxation définie *a priori* (par exemple l’orientation privilégiée de l’accélération des particules dans le cisaillement homogène vue au chapitre 2). On complète donc l’expression du produit vectoriel (3.1) avec un terme de relaxation non linéaire :

$$d\mathbf{e} = (\mathbf{h} \times \mathbf{e}) \times \mathbf{e} \frac{dt}{T_{rel}} + \sqrt{2\tau_\eta^{-1}} d\mathbf{W} \times \mathbf{e} \quad (3.8)$$

À l’aide de l’identité $(\mathbf{h} \times \mathbf{e}) \times \mathbf{e} = (\mathbf{e} \cdot \mathbf{h})\mathbf{e} - (\mathbf{e} \cdot \mathbf{e})\mathbf{h}$ et la condition $(\mathbf{e} \cdot \mathbf{e}) = 1$, l’équation stochastique décrivant l’évolution des composantes du vecteur unitaire vers la valeur de relaxation s’écrit :

$$de_i = -h_{\perp,i} \frac{dt}{T_{rel}} + \sqrt{2\tau_\eta^{-1}} \epsilon_{ijk} dW_j \circ e_k \quad (3.9)$$

avec $h_{\perp,i} = h_i - (h_j e_j) e_i$ la forme projetée du vecteur de relaxation. En désignant $\tilde{e}_i^{n+1} \equiv e_i^{n+1}$ la solution de l’expression (3.7) sans terme de relaxation et en utilisant l’approximation $\tilde{h}_{\perp,i} = h_i - (h_j e_j^n) e_i^{n+1}$, l’évolution en temps des composantes du vecteur unitaire s’écrit :

$$e_i^{n+1} = \frac{\tilde{e}_i^{n+1} T_{rel} + h_i dt}{T_{rel} + (h_j e_j^n) dt} \quad (3.10)$$

L’évolution de la PDF de la composante e_1 du vecteur unitaire ainsi que son temps de corrélation sont montrés sur la figure 3.2. Comme on pouvait s’y attendre, le temps de corrélation est plus court que dans le cas sans relaxation, la composante du vecteur unitaire ayant besoin de moins de temps pour se stabiliser autour de sa valeur finale. On peut également remarquer qu’à terme, la distribution de la composante e_1 évolue jusqu’à prendre la forme d’une gaussienne centrée autour de la valeur de relaxation $h_1 = 0.2$.

En définitive, les équations (1.38), (1.39), (1.47) et (3.5)-(3.7) constituent l’approche LES-SSAM revisitée. Cette approche est testée dans le cadre d’une turbulence homogène isotrope dans la prochaine partie.

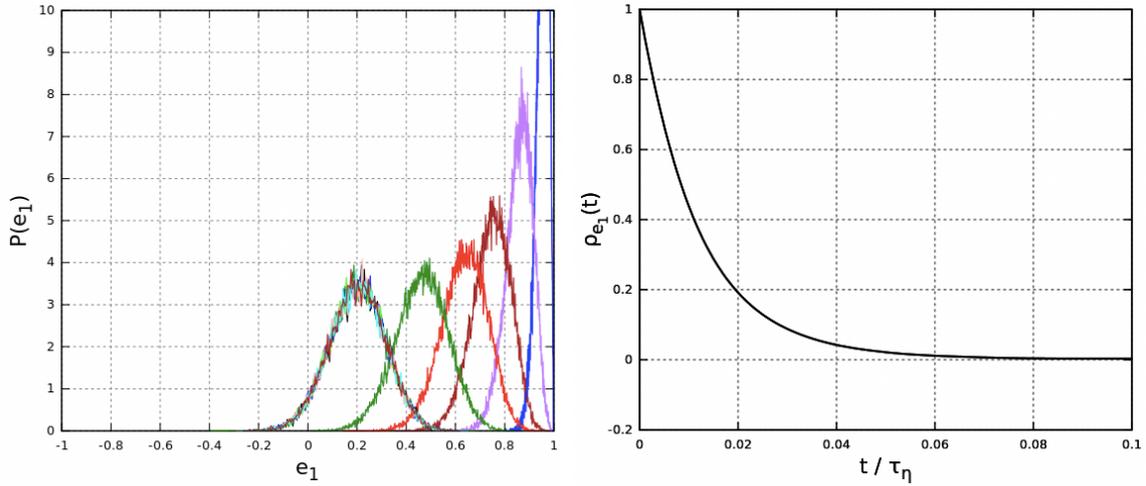


FIGURE 3.2 – Figure a (à gauche) : Relaxation de la PDF d’une composante du vecteur unitaire vers la valeur h_1 . Figure b (à droite) : Temps de corrélation de cette même composante

3.1.2 Validation en turbulence homogène isotrope

Dans cette partie, nous comparons les statistiques de l’accélération de particules fluides et inertielles en déplacement dans une turbulence homogène isotrope calculées à l’aide de la DNS, de la LES avec le modèle standard de Smagorinsky et de la LES-SSAM revisitée. Le champ de vitesse de la DNS est obtenu pour un nombre de Reynolds $Re_\lambda = 140$ en résolvant les équations (1.13)-(1.14) sur une grille à 512^3 points et celui de la LES de Smagorinsky est calculé à l’aide des équations (1.21),(1.23)-(1.25) sur une grille de 32^3 points. Concernant la LES-SSAM, les équations présentées à la partie précédentes sont utilisées pour résoudre le champ de vitesse sur la même grille que la LES standard afin de comparer leurs performances. Le code utilisé ainsi que les méthodes numériques de résolution des équations de Navier Stokes et du forçage de l’écoulement sont décrits en annexe A.

Accélération des particules fluides

Concernant les propriétés de l’accélération des particules fluides, on montre la distribution de la norme d’accélération $|a| = (a_i a_i)^{1/2}$ sur la figure 3.3. De manière similaire à la DNS, la probabilité d’apparition de valeurs de forte intensité pour la norme d’accélération des particules est nettement visible pour la LES-SSAM revisitée, ce qui n’est pas le cas de la LES standard. De manière à confirmer l’hypothèse de log-normalité utilisée par le modèle (1.47), on suppose que la norme d’accélération normalisée par la racine de la moyenne de sa valeur au carré $|a|_{rms}$ (rms : *root mean square*) suit une distribution log-normale identique à celle décrite par l’expression (2.1). Dans le cas où la moyenne de la norme d’accélération est identique à ses fluctuations, on estime les paramètres μ et σ^2 de la distribution log-normale de la même manière décrite à la section 2.1.1 et on obtient $\mu = -\sigma^2/2$ et $\sigma^2 = \ln 2$. Comme on peut le constater sur la figure 3.3, la distribution log-normale avec les paramètres $\mu = -\sigma^2/2$ et $\sigma^2 = \ln 2$ est en bonne concordance avec les résultats de la DNS et est très proche de ceux de la LES-SSAM.

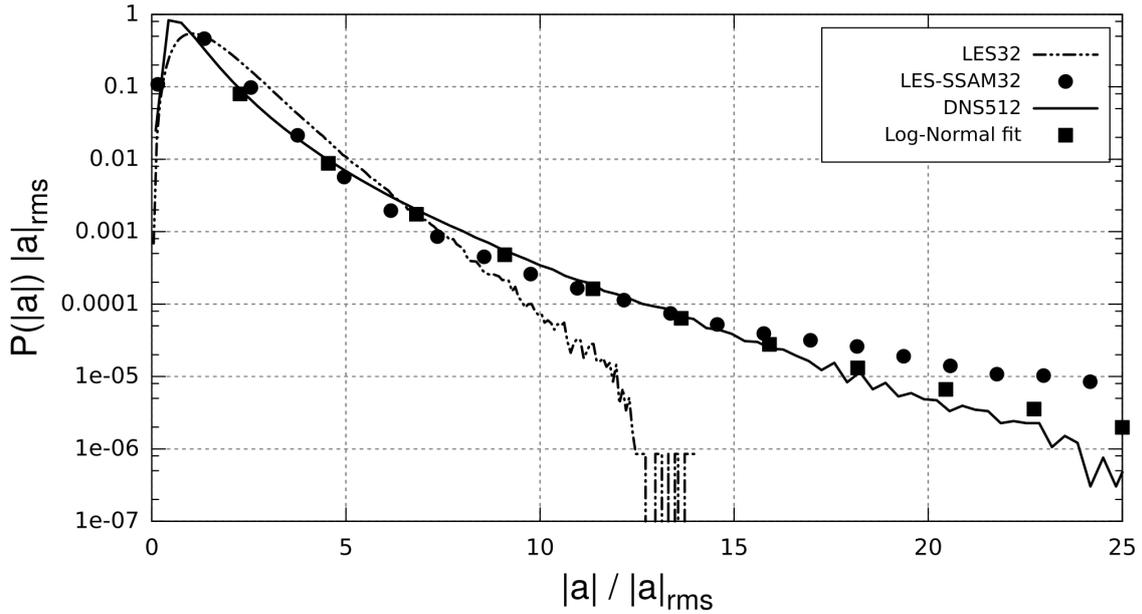


FIGURE 3.3 – Distribution de la norme d’accélération de particules dans une turbulence homogène isotrope pour la DNS(—), la LES de Smagorinsky(− · −) et la LES-SSAM revisitée (●) comparée avec une distribution log-normale de paramètre $\mu = -\sigma^2/2$ et $\sigma^2 = \ln 2$ (■).

En tant que contribution à la turbulence aux échelles non résolues, les ailes étirées de la distribution de l’accélération des particules prédites par la DNS sont également bien reproduites par la LES-SSAM, contrairement à la LES standard (figure 3.4). Les observations expérimentales[79, 77, 76] ont montré que l’étirement des ailes de la PDF d’accélération des particules fluides est de plus en plus marqué avec l’augmentation du nombre de Reynolds. Afin de vérifier si cette propriété est bien reproduite par la LES-SSAM, nous comparons sur la figure 3.5 la distribution de l’accélération pour deux nombres de Reynolds, $Re_\lambda = 70$ et $Re_\lambda = 140$. On constate alors que les distributions d’accélération de la LES-SSAM montrent des ailes plus prononcées dès lors que le nombre de Reynolds augmente, tout comme la DNS. Au contraire, les distributions de la LES de Smagorinsky restent invariantes au nombre de Reynolds. Une autre propriété relevée par les expériences est que la distribution des incréments de la vitesse des particules fluides est gaussienne pour de grands écarts temporels et montre au contraire une distribution non gaussienne avec des ailes étirées pour de faibles écarts temporels. Cette manifestation de l’intermittence (dont l’effet augmente avec le nombre de Reynolds) indique que la vitesse est associée aux grands écarts temporels et suit le théorème central limite conduisant à la distribution gaussienne alors que les faibles incréments de temps représentent l’accélération des particules. La capacité de la LES-SSAM revisitée à reproduire ce phénomène est montrée sur la figure 3.6. On peut distinguer que pour de larges incréments temporels, la DNS, la LES-SSAM et la LES classique donnent toutes les trois une distribution normale des incréments de vitesse. Pour de plus petits incréments de temps, les distributions commencent à présenter de larges fluctuations de plus en plus marquées avec un pic de probabilité centré autour de zéro, indiquant que l’évolution en temps des particules alterne entre des phases de faible variation de la vi-

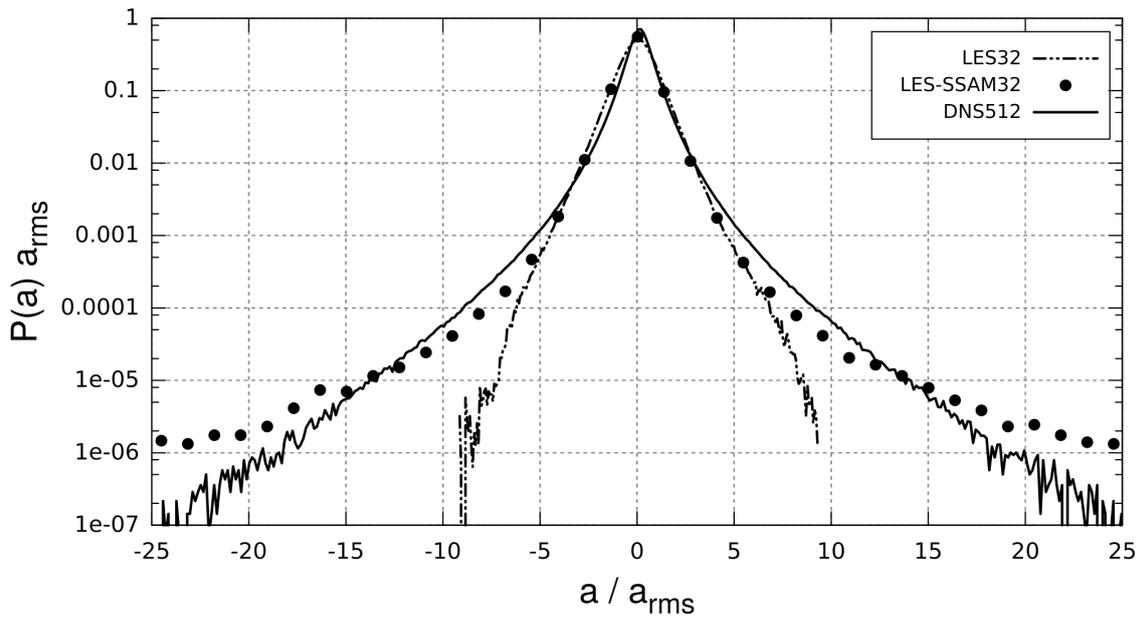


FIGURE 3.4 – Distribution de l'accélération de particules dans une turbulence homogène isotrope pour la DNS(—), la LES de Smagorinsky(---) et la LES-SSAM revisitée (●).

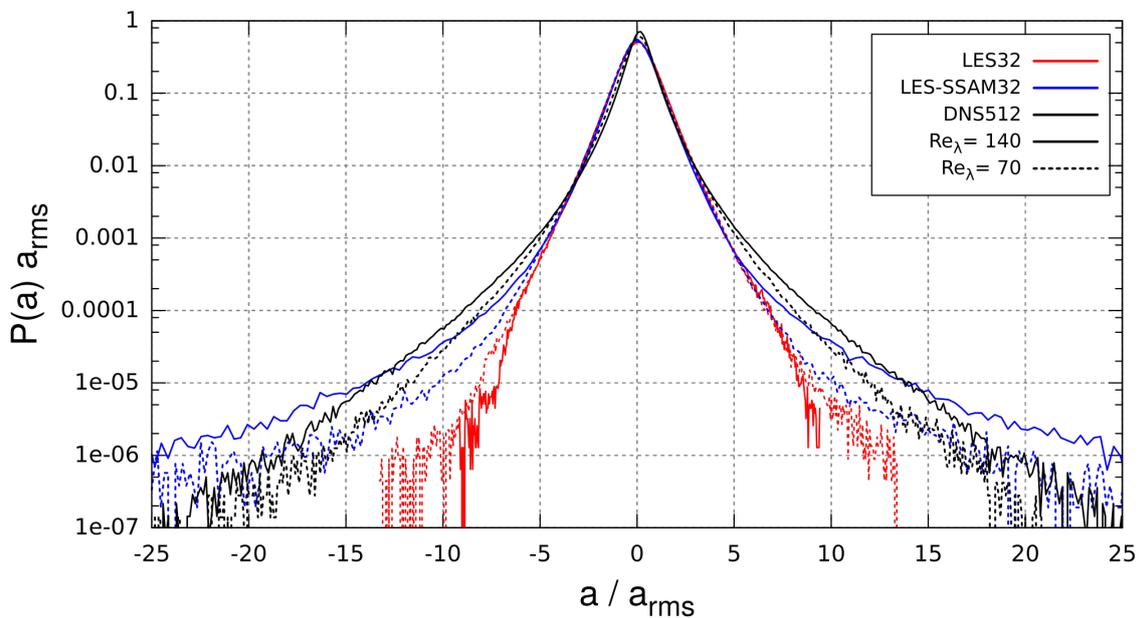


FIGURE 3.5 – Distribution de l'accélération de particules dans une turbulence homogène isotrope pour la DNS (en noir), la LES de Smagorinsky(en rouge) et la LES-SSAM revisitée (en bleu) pour $Re_\lambda = 70$ (- - -) et $Re_\lambda = 140$ (—).

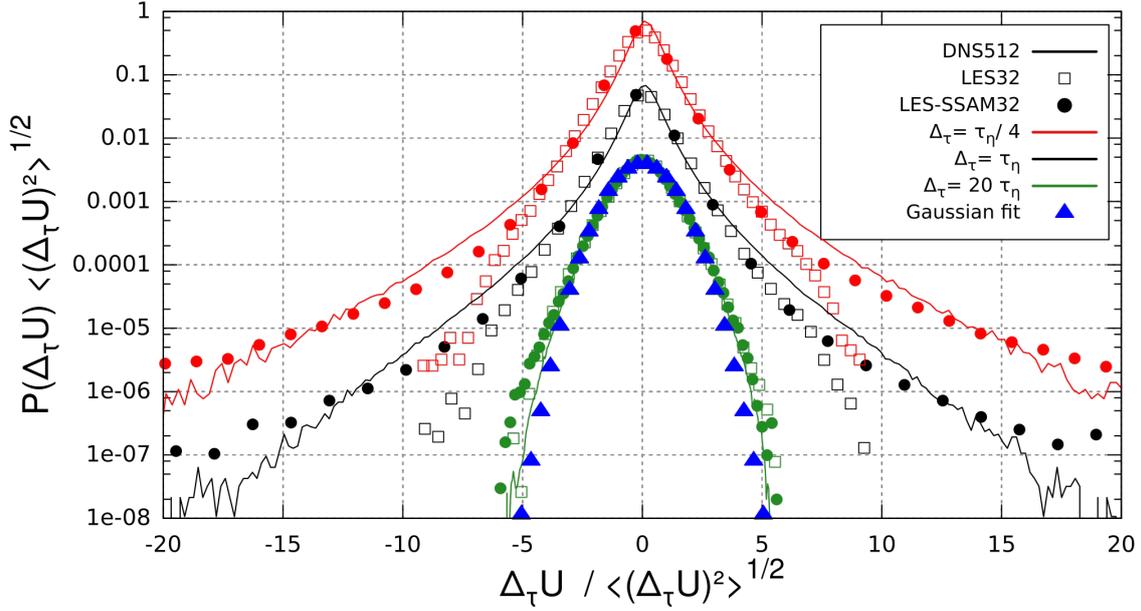


FIGURE 3.6 – Comparaison entre la DNS (—), la LES-SSAM revisitée (●) et la LES de Smagorinsky (□) de la distribution des incréments de vitesse lagrangienne pour plusieurs écarts temporels $\tau = t - t_0$ différenciés par couleur. Les PDF sont décalées vers le bas avec l'augmentation de l'écart temporel pour faciliter la lecture.

tesse et des phases soumises à de violentes accélérations. Les résultats de la LES-SSAM reproduisent cette caractéristique des particules fluides de manière similaire à la DNS alors que les distributions de la LES standard restent invariantes pour de faibles valeurs de l'incrément temporel.

Les dernières statistiques que nous comparons pour les particules fluides sont les fonctions d'autocorrélations de la norme d'accélération et de ses composantes. Dans le cas d'une turbulence homogène isotrope, la fonction d'autocorrélation d'une variable lagrangienne A s'écrit :

$$\rho_A(\tau) = \frac{\langle A'(t)A'(t + \tau) \rangle}{\langle A'(t)^2 \rangle} \quad (3.11)$$

d'où

$$\rho_A(0) = 1 \quad (3.12)$$

avec $\langle \bullet \rangle$ représentant la moyenne sur l'ensemble des particules et A' la valeur fluctuante de A . Les résultats pour la norme et les composantes d'accélération sont montrés sur les figures 3.7 et 3.8. Le temps $T_L = 1.02s$ est le temps intégral lagrangien et correspond au temps de corrélation de la vitesse des particules simulées dans la DNS, le temps $\tau_\eta = \sqrt{\nu/\langle \epsilon \rangle} = 0.06s$ est le temps de Kolmogorov également calculé à partir des résultats de la DNS. On peut déjà constater que les résultats de la DNS sont cohérents avec les observations expérimentales[79, 77, 76] et montrent que la norme de l'accélération est corrélée sur des temps longs de l'ordre du temps intégral alors que les composantes d'accélération sont corrélées sur des temps de l'ordre du temps de Kolmogorov. Pour des temps très courts (environ inférieurs au quart du temps intégral), la LES-SSAM présente des résultats très proches de la DNS et tend à s'en éloigner pour des temps plus

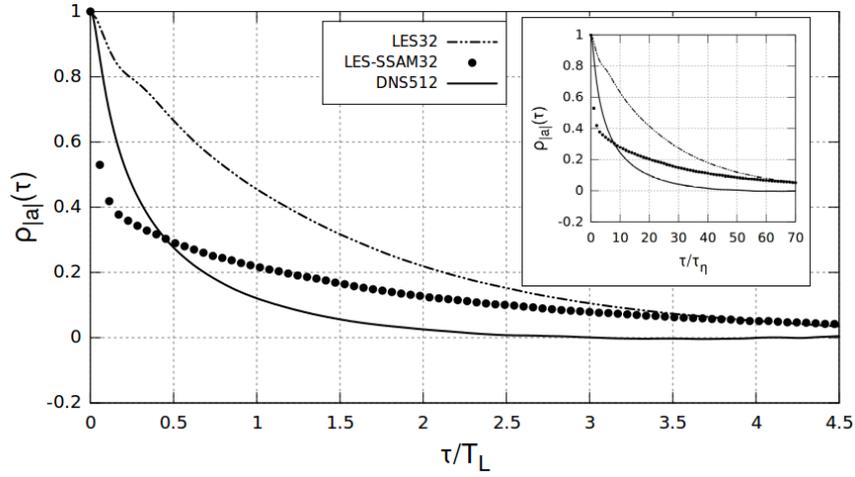


FIGURE 3.7 – Comparaisons entre la DNS (—), la LES-SSAM revisitée (●) et la LES standard (— · —) des fonctions d’autocorrelations lagrangiennes pour la norme d’accélération des particules fluides normalisées par le temps intégral T_L de la DNS. Encart : Même figure normalisée par le temps de Kolmogorov calculé par la DNS.

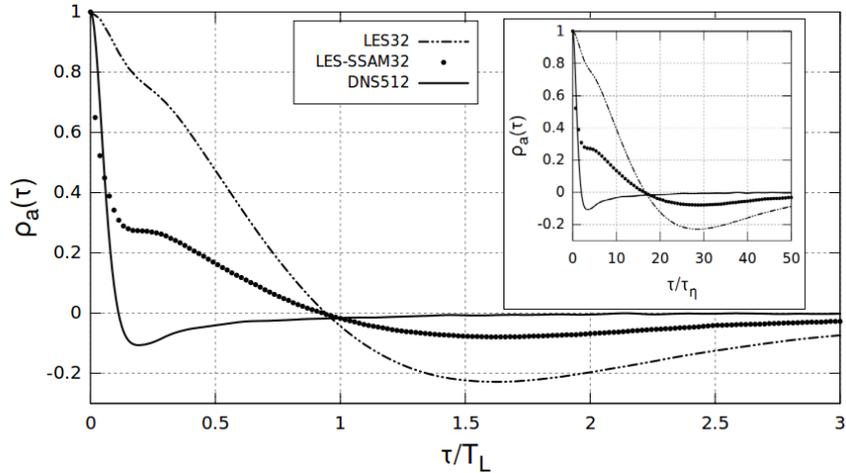


FIGURE 3.8 – Comparaisons entre la DNS (—), la LES-SSAM revisitée (●) et la LES standard (— · —) des fonctions d’autocorrelations lagrangiennes pour les composantes d’accélération des particules fluides normalisées par le temps intégral T_L de la DNS. Encart : Même figure normalisée par le temps de Kolmogorov calculé par la DNS.

importants jusqu'à adopter le même comportement que la LES standard. Cependant, les résultats des figures 3.7 et 3.8 montrent une nette amélioration de la prédiction des temps de corrélation de l'accélération des particules fluides par rapport à la LES classique.

Accélération des particules inertielles

Nous considérons maintenant le déplacement de particules solides ponctuelles dans une turbulence homogène isotrope, de densité supérieure à celle du fluide et de diamètre inférieur à l'échelle de Kolmogorov. Le comportement des particules solides est différent de celui des particules fluides dans la mesure où l'inertie filtre les fluctuations de vitesse de la phase fluide ayant une fréquence élevée. Les particules solides ne répondent alors qu'aux fluctuations de vitesse provenant des grandes échelles turbulentes. Il a toutefois été stipulé[58] puis observé expérimentalement[4, 98, 139, 96] que les fluctuations de vitesse de fréquence supérieure à la fréquence correspondante au temps de réponse des particules peuvent impacter les statistiques d'accélération des particules inertielles à cause des fluctuations du taux de dissipation visqueuse dans la phase fluide. Étant donné que la LES-SSAM prend en compte les effets de l'intermittence, on peut s'attendre à une amélioration de la prédiction des statistiques d'accélération de particules peu inertielles (afin de ne pas trop filtrer les effets du modèle) par rapport à la LES classique. Pour ce type de particule, on considère que seule la force de traînée est responsable de leur dynamique, on obtient alors le mouvement des particules en résolvant l'expression (1.48). La simulation de particules de Stokes $St = 0.05$ est ici aussi effectuée avec la DNS, la LES-SSAM revisitée et la LES classique de Smagorinsky. On montre d'abord les distributions des incréments de vitesse lagrangienne des particules inertielles $\Delta_\tau \mathbf{u}_p = \mathbf{u}_p(t + \tau) - \mathbf{u}_p(t)$ pour différents écarts temporels sur la figure 3.6. On peut distinguer que pour de faibles incréments temporels (correspondant donc à l'accélération des particules inertielles), la distribution de la DNS présente de larges fluctuations. Ces fluctuations sont également bien prédites par la LES-SSAM, au contraire de la LES standard. Pour de grands incréments temporels, on retrouve cette fois une distribution gaussienne (associée à la vitesse des particules) pour la DNS et les LES. Ces effets de l'intermittence sur la dynamique des particules inertielles est également visible sur la distribution de la norme d'accélération et de ses composantes que l'on peut voir sur les figures 3.10 et 3.11. En effet, on observe un comportement similaire des PDF pour la DNS et la LES-SSAM revisitée, présentant de fortes fluctuations de la part de l'accélération des particules inertielles, ce qui n'est encore une fois pas le cas de la LES de Smagorinsky. Concernant la fonction d'autocorrélation de l'accélération des particules présentée sur la figure 3.12, les résultats sont assez similaires à ceux des particules fluides. On peut toutefois relever que le moment où l'allure de la corrélation obtenue par la LES-SSAM s'éloigne de l'allure de la DNS pour reproduire celle de la LES standard arrive plus tôt par rapport aux particules fluides. Ce résultat relève d'une limite inhérente à la nature du modèle de LES-SSAM. En effet, nous avons déjà discuté du fait que l'inertie filtre les fluctuations aux petites échelles, or c'est précisément ce genre de fluctuations que cherche à reproduire le modèle de sous-maille. Les particules inertielles ignorent donc la contribution de la LES-SSAM tout en conservant les erreurs numériques des grandes échelles dues à la résolution du maillage. Cette remarque reste toutefois à nuancer dans la mesure où l'ordre de grandeur du temps de corrélation de la norme reste comparable à celui de la DNS à temps courts et que les fortes fluctuations d'accélération sont bien reproduites ; cela nous suggère simplement que les erreurs de prédiction pourraient devenir encore

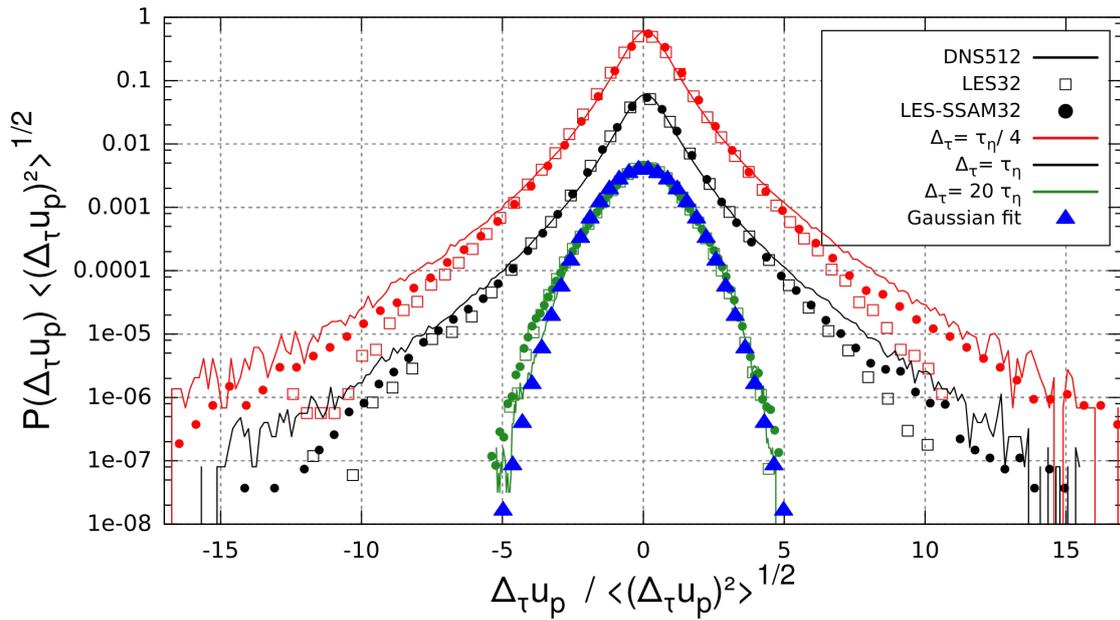


FIGURE 3.9 – Comparaison entre la DNS (—), la LES-SSAM revisitée (●) et la LES de Smagorinsky (□) de la distribution des incréments de vitesse lagrangienne de particules inertielles de Stokes $St = 0.05$ pour plusieurs écarts temporels $\tau = t - t_0$ différenciés par couleur. Les PDF sont décalées vers le bas avec l'augmentation de l'écart temporel pour faciliter la lecture.

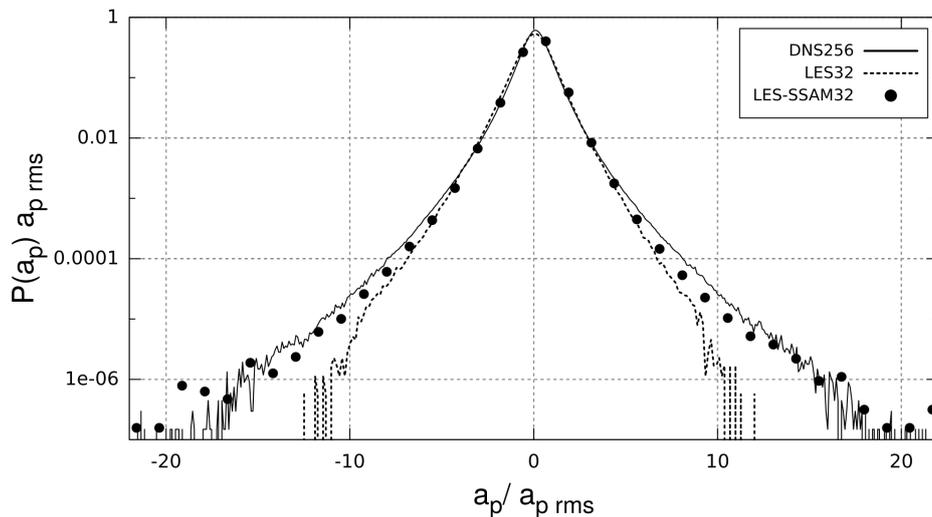


FIGURE 3.10 – Comparaisons entre la DNS (—), la LES-SSAM revisitée (●) et la LES standard (- - -) de la PDF des composantes d'accélération des particules inertielles de Stokes $St = 0.05$.

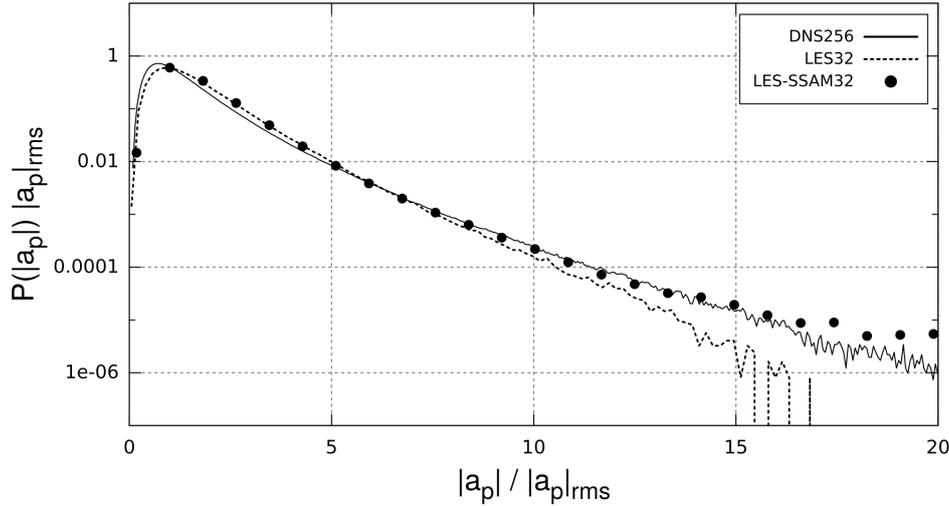


FIGURE 3.11 – Comparaisons entre la DNS (—), la LES-SSAM revisitée (●) et la LES standard (- - -) de la PDF de la norme d’accélération des particules inertielles de Stokes $St = 0.05$.

plus importantes avec l’augmentation de la valeur de l’inertie.

À temps courts, la LES-SSAM reproduit très bien les résultats de la DNS puis finit par s’en éloigner jusqu’à adopter le même comportement que la LES standard.

Pour terminer cette étude des performances de la LES-SSAM revisitée en turbulence homogène isotrope, on se pose la question suivante : étant donné que les petites structures de la turbulence sont advectées par les grandes échelles et que la LES-SSAM améliore la prise en compte des effets des petites structures, améliore-t-on également les effets des grandes échelles sur les particules inertielles comme ceux de la concentration préférentielle[135] ? Afin de répondre à cette question, nous appliquons la décomposition du domaine en cellules de Voronoï[73, 1] afin de caractériser la tendance des particules à se regrouper (ce qui correspond à des cellules de Voronoï de faible volume) et à générer des zones vides (ce qui correspond cette fois à des cellules de grand volume) dans l’écoulement. Les PDF de ces volumes V de Voronoï sont montrées sur la figure 3.13a. On remarque alors que la LES-SSAM reproduit exactement la distribution de la DNS. Il faut cependant garder à l’esprit que les effets de concentration préférentielle ne sont pas véritablement significatifs pour ce nombre de Stokes, ce qui a également été observé par Yoshimoto et Goto[153]. Nous avons donc effectué une simulation pour des particules avec un nombre de Stokes $St = 3.0$ plus important. La distribution des volumes de Voronoï pour ces particules est montrée sur la figure 3.13b. On peut alors toujours distinguer une bonne prédiction des effets de concentration préférentielle par la LES-SSAM, la LES classique ayant tendance à accentuer les effets de clustering. La distribution des grands volumes (correspondant donc à des particules dont l’éloignement est typique des grandes échelles) est par contre surestimée par la LES classique ainsi que la LES-SSAM. Le fait que la physique de l’écoulement implique que l’énergie soit uniquement transmise des grandes aux petites structures et que le modèle ne modélise que les événements aux petites échelles en tenant compte désormais de cette propriété, la LES-SSAM ne peut par conséquent pas prétendre améliorer les statistiques liées aux grandes échelles en turbulence homogène isotrope ; elle améliore seulement les effets de clustering étant donné

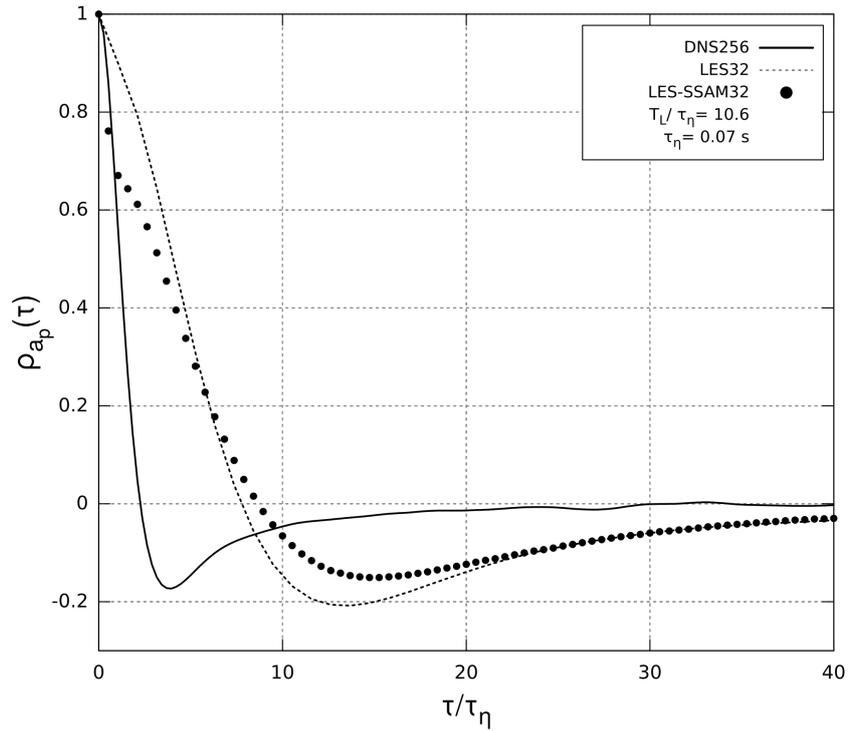


FIGURE 3.12 – Comparaisons entre la DNS (—), la LES-SSAM revisitée (●) et la LES standard (- - -) des fonctions d'autocorrelations lagrangiennes pour les composantes d'accélération des particules inertielles de Stokes $St = 0.05$.

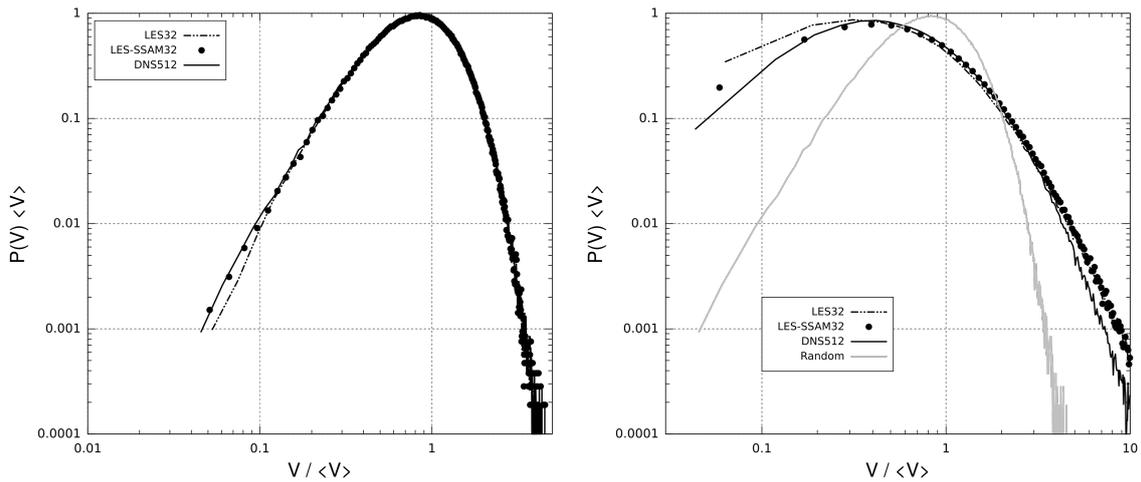


FIGURE 3.13 – Comparaisons entre la DNS (—), la LES-SSAM revisitée (●) et la LES standard (- · -) de la distribution des volumes de Voronoï pour des particules de Stokes $St = 0.05$ (Figure a : à gauche) et $St = 3.0$ (Figure b : à droite). La courbe grise représente une distribution aléatoire

que les particules sont très proches les unes des autres.

3.2 LES-SSAM appliquée au cisaillement homogène

Dans cette seconde partie de ce chapitre, on applique l'approche LES-SSAM au cas du cisaillement homogène. Tout d'abord nous utilisons les résultats de DNS concernant l'accélération des particules fluides pour développer un modèle stochastique compatible avec la LES-SSAM puis nous comparons les performances de la LES-SSAM avec les LES classiques et les résultats de DNS.

3.2.1 Adaptation du modèle de LES-SSAM

Nous avons besoin d'exprimer le terme d'accélération stochastique de sous-maille \mathbf{a}^* de l'équation (1.44) de manière à reproduire les propriétés de l'accélération aux petites échelles dans le cisaillement homogène. Les résultats de DNS résumés à la section 2.3 nous ont premièrement permis de montrer que la norme de l'accélération est statistiquement indépendante de son orientation. Ceci nous permet donc de décomposer le terme \mathbf{a}^* comme étant le produit de deux modèles stochastiques indépendants, un pour la norme et un pour l'orientation, exactement comme pour la turbulence homogène isotrope[112] et l'écoulement de canal[155].

$$a_i^* = |a|(t)e_i(t) \quad (3.13)$$

Pour la norme de l'accélération, nos résultats ont montré qu'elle suit une distribution log-normale dont le comportement statistique est invariant aux phases de croissance et d'effondrement. Nous pouvons donc utiliser le processus log-normal d'Ornstein-Uhlenbeck décrit par l'expression (1.47) pour modéliser le terme $|a|$. Nous définissons alors le temps de relaxation $T = 1/S$ selon nos résultats de DNS et nous conservons la dispersion égale à $\sigma^2 = \ln(\Delta/\eta)$. Concernant l'orientation de l'accélération, nous avons vu qu'elle tend à s'orienter vers une direction privilégiée induite par les grandes structures de vortacité avec un temps de corrélation de l'ordre du temps de Kolmogorov τ_η . L'utilisation de notre nouveau modèle stochastique décrivant l'évolution du vecteur unitaire vers une valeur de relaxation \mathbf{h} définie *a priori* tel que décrit par les formules (3.5)-(3.7) et (3.9)-(3.10) se présente naturellement comme la solution la plus appropriée. Nous faisons le choix de paramétrer la valeur de relaxation des composantes du vecteur unitaire vers les composantes du vecteur de vortacité. Bien que localement, l'orientation de l'accélération ne soit pas corrélée avec l'orientation du vecteur de vortacité, l'objectif ici est de générer des fluctuations qui, une fois advectées avec le cisaillement moyen, donneront une corrélation à grande échelle avec les structures de vortacité. On calcule donc à chaque instant la valeur de relaxation \mathbf{h} de la façon suivante :

$$h_i = \omega_i/|\omega| \quad (3.14)$$

avec $\omega = \nabla \times \mathbf{u}$ le vecteur de vortacité et $|\omega| = (\omega_i \omega_i)^{1/2}$. Le coefficient de diffusion $\sqrt{2\tau_\eta^{-1}}$ de l'expression (3.9) est calculé à partir du temps de Kolmogorov. Enfin, étant donné que les phases de croissance et d'effondrement n'influencent pas les petites structures, nous faisons l'hypothèse que leurs effets seront pris en compte par les grandes échelles résolues et que nous n'avons pas besoin d'en tenir compte dans les modèles stochastiques.

3.2.2 Avantages de la LES-SSAM pour le cisaillement homogène

Nous utilisons donc les équations (1.44), (1.39) et notre modèle stochastique d'accélération de sous-maille pour simuler l'écoulement de cisaillement homogène décrit à la section 2 sur une grille de 32^3 points. Nous réalisons également une simulation de cet écoulement sur le même maillage avec les approches LES de Smagorinsky et de Germano, le but étant de pouvoir identifier les avantages et inconvénients de la LES-SSAM par rapport aux approches LES classiques. Chaque simulation démarre sur le même champ de vitesse initial et nous comparons bien sûr les résultats de LES avec ceux de notre DNS. Il faut cependant noter que le modèle dynamique de Germano (LESD) n'apparaît pas comme l'approche la plus pertinente. En effet, il peut arriver que la constante de Smagorinsky calculée avec le modèle dynamique soit négative et génère un flux d'énergie inversé avec une viscosité négative. Ce phénomène arrive souvent dans les écoulements cisailés, de parois ou ceux où les petites échelles jouent un rôle important comme la vaporisation, les réactions chimiques ou les fluctuations de scalaire. Bien que ceci puisse être évité en utilisant la valeur moyenne de la constante de Smagorinsky sur l'ensemble du domaine, le fait que cette correction soit trop souvent utilisée retire l'intérêt d'adapter localement le modèle de Smagorinsky pour mieux en prendre en compte les effets des échelles non résolues, ici indispensables pour la simulation des particules. Cet inconvénient prend encore de l'ampleur si l'on retient que le modèle de Germano est plus lourd en terme de calculs et d'opérations numériques. L'observation des résultats du modèle dynamique peut malgré tout s'avérer intéressante et nous n'écartons donc pas cette approche pour l'instant.

Dans notre simulation DNS, les particules fluides et inertielles sont injectées lorsque l'écoulement atteint l'état stationnaire. Nous regardons donc en premier lieu la capacité des LES à reproduire les phases de croissance et d'effondrement de l'écoulement et à atteindre l'état stationnaire. On peut voir l'évolution de l'énergie dans l'écoulement pour chacune des simulations sur la figure 3.14a. Comme nous avons pu le souligner au chapitre 1, la LES de Smagorinsky ne parvient pas à reproduire les variations d'énergie typiques du cisaillement homogène. Bien que la source principale d'énergie se trouve aux très grandes échelles et qu'elles constituent la zone vitale de la turbulence[68], une bonne prédiction des contraintes de cisaillement aux petites échelles se révèle indispensable pour permettre à la turbulence de se développer jusqu'à l'état stationnaire. La valeur de la constante de Smagorinsky nécessite donc d'être adaptée afin de ne pas dissiper trop d'énergie, ce qui constitue le cœur du modèle dynamique de Germano. Pour ce cas, on observe d'abord une phase de stagnation de l'énergie due à une trop forte dissipation des effets des petites échelles par la viscosité turbulente, puis la turbulence finit par se développer complètement jusqu'à reproduire le cycle régénératif de l'état stationnaire. Enfin on constate le net avantage de la LES-SSAM dont le comportement de l'énergie est quasi-identique à la DNS. Un point important concernant la simulation aux grandes échelles d'un cisaillement homogène est la résolution de l'échelle de cisaillement $L_S = \sqrt{\epsilon S^{-3}}$. Il a en effet été montré que cette condition est déterminante pour que les approches LES puissent reproduire correctement la dynamique de l'écoulement[39]. Or dans notre cas, le rapport entre l'échelle de cisaillement et la largeur du filtre de LES vaut environ 3.5, indiquant que l'échelle de cisaillement est toujours résolue malgré la grossièreté du maillage. Nous réalisons donc une seconde simulation avec une valeur plus importante du gradient de vitesse moyen de manière à ce que l'échelle de cisaillement

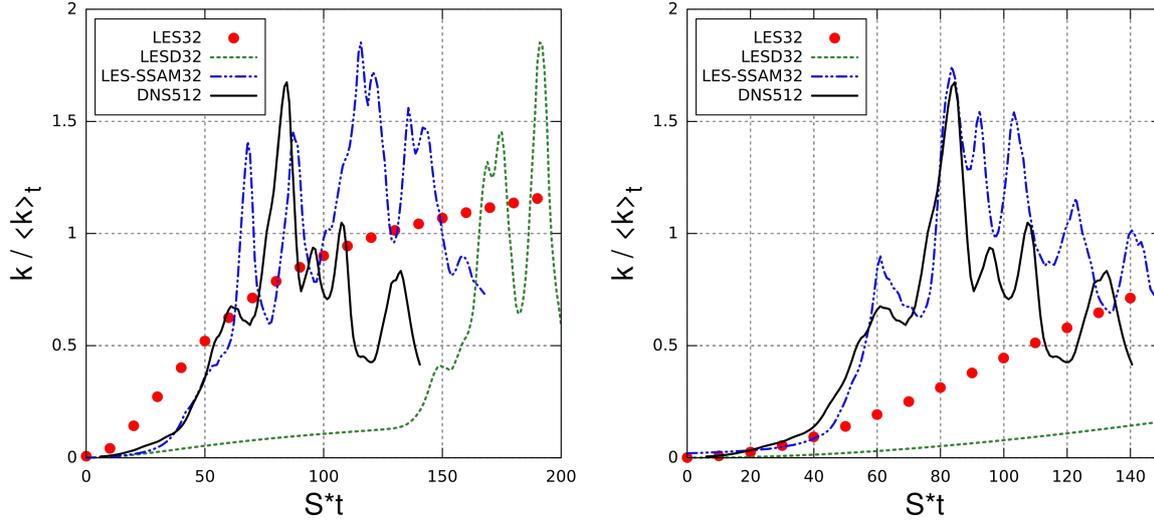


FIGURE 3.14 – Comparaison de l'évolution de l'énergie $k = \frac{1}{2}\langle u_i u_i \rangle_V$ au cours du temps pour deux valeurs de cisaillement entre la DNS (noir), la LES de Smagorinsky (rouge), la LES dynamique (vert) et la LES-SSAM (bleu). La figure a (à gauche) correspond au cas $S = 3.2s^{-1}$ et la figure b (à droite) à $S = 28s^{-1}$.

ne soit plus résolue. Avec $S = 28s^{-1}$, nous obtenons $L_S/\Delta = 0.63$ et nous montrons l'évolution de l'énergie pour ce cas sur la figure 3.14b. On observe en accord avec les conclusions de [39] que le modèle dynamique ne parvient plus à reproduire la physique des grandes échelles et à atteindre l'état stationnaire. Son comportement est désormais similaire à la LES de Smagorinsky dans le sens où les deux approches ne permettent plus à la turbulence de se développer complètement. Au contraire, la LES-SSAM parvient à compenser les effets dissipatifs trop important de la viscosité turbulente en générant les fortes fluctuations des petites échelles et parvient ainsi à reproduire les phases de croissance et d'effondrement. On peut alors supposer que, comme pour la première valeur de cisaillement, le modèle dynamique a besoin de plus de temps pour passer la phase de stagnation. Nous avons donc poursuivi la simulation jusqu'à $S \cdot t = 800$ pour le modèle dynamique (non montré) mais nous avons pu voir que cette stagnation persistait malgré tout. Le fait que les approches classiques ne puissent pas reproduire l'écoulement à l'état stationnaire implique qu'il ne peut pas être pertinent de comparer les statistiques lagrangiennes obtenues avec les LES standards. On peut par exemple le constater sur la figure 3.15 qui montre la distribution de l'angle θ (dont la définition est donnée par la figure 2.6) pour les deux valeurs de cisaillement. On voit en effet que pour les cas où la turbulence n'a pas pu se développer jusqu'à l'état stationnaire, les résultats n'ont plus rien à voir avec la DNS et présentent deux pics de probabilité correspondant à une orientation coaxiale avec la direction longitudinale. Cette orientation vient du terme source $Su_2\delta_{i1}$ présent dans les équations de Navier-Stokes (1.4) et qui est désormais dominant étant donné que les structures turbulentes ne peuvent pas se former. Pour le cas où la LESD atteint l'état stationnaire, la distribution de l'angle θ est beaucoup moins aberrante et se rapproche de la DNS. Concernant la LES-SSAM, la distribution pour $S = 3.2s^{-1}$ est identique à la DNS et s'en rapproche beaucoup pour $S = 28s^{-1}$. On a donc ici de bons résultats pour la LES-SSAM et des résultats plutôt corrects pour

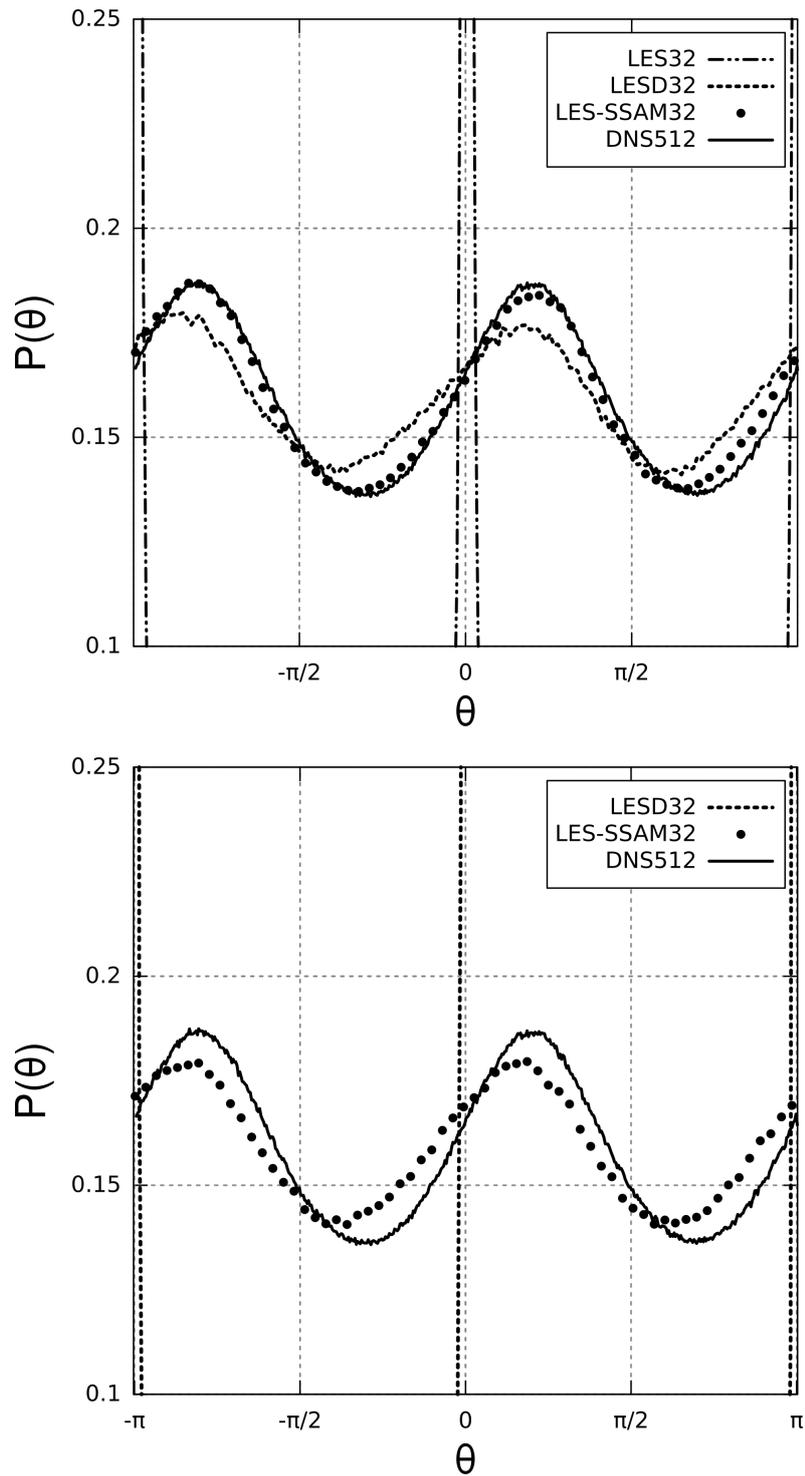


FIGURE 3.15 – Comparaison de la distribution de l'angle θ du vecteur d'accélération des particules fluides projeté dans le plan (x_1, x_2) entre la DNS (—), la LES de Smagorinsky (— · —), la LES dynamique (- - -) et la LES-SSAM (●). La figure a (en haut) correspond au cas $S = 3.2s^{-1}$ et la figure b (en bas) à $S = 28s^{-1}$.

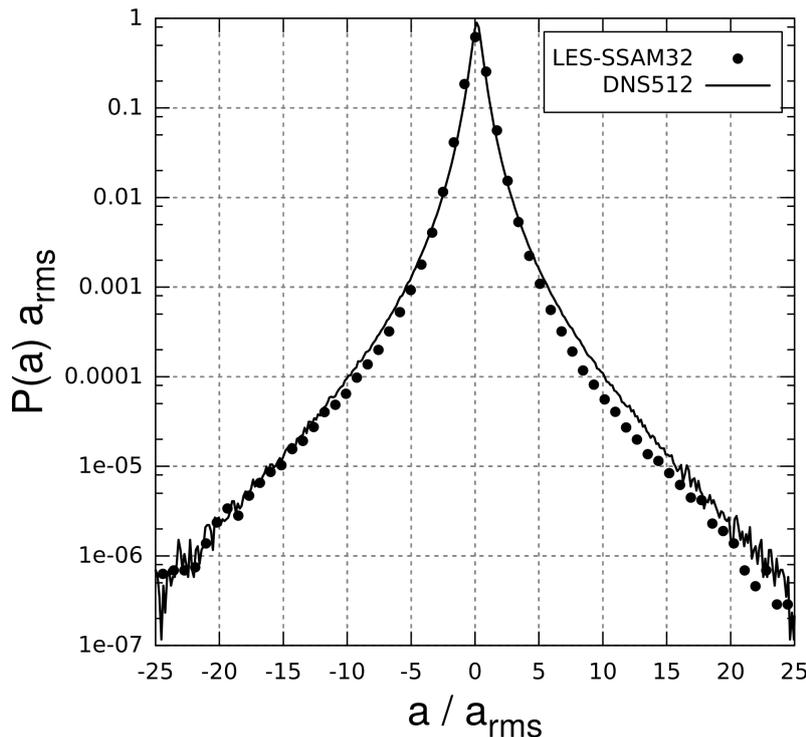


FIGURE 3.16 – Comparaison de la distribution de l'accélération des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●).

la LESD à partir du moment où l'échelle de cisaillement est résolue. Cette condition est cependant très restrictive d'un point de vue pratique car l'échelle de cisaillement ne peut pas être connue à l'avance. De plus, la LES-SSAM présente de meilleurs résultats même quand le modèle dynamique parvient à reproduire les variations d'énergie de l'état stationnaire. On en conclue donc que la LES-SSAM constitue l'approche la plus viable parmi les trois présentées pour simuler une turbulence avec un cisaillement homogène. Nous ne retiendrons donc pas par la suite les résultats de la LES classique et du modèle dynamique.

3.2.3 Statistiques en un point des particules fluides

Nous détaillons maintenant les résultats de la LES-SSAM concernant les statistiques des particules fluides injectées à l'état stationnaire pour le cas $S = 3.2s^{-1}$. Le coeur du principe de la LES-SSAM étant de modéliser l'accélération de sous-maille, nous observons d'abord les statistiques d'accélération des particules fluides. Les figures 3.16 et 3.17 montrent respectivement la distribution des composantes et de la norme d'accélération des traceurs fluides. On remarque la bonne concordance de la distribution de l'accélération de la LES-SSAM avec la DNS ainsi que la reproduction des grandes ailes étirées, signe de l'intermittence et des fortes fluctuations de l'accélération. Concernant la norme, la distribution de la LES-SSAM est un peu surestimée par rapport à la DNS pour les plus fortes valeurs mais son allure présente une bonne correspondance avec la DNS et donc avec la distribution log-normale. On observe maintenant les fonctions d'autocorrélation de la norme d'accélération et de la composante a_1 sur la figure 3.18. Il peut

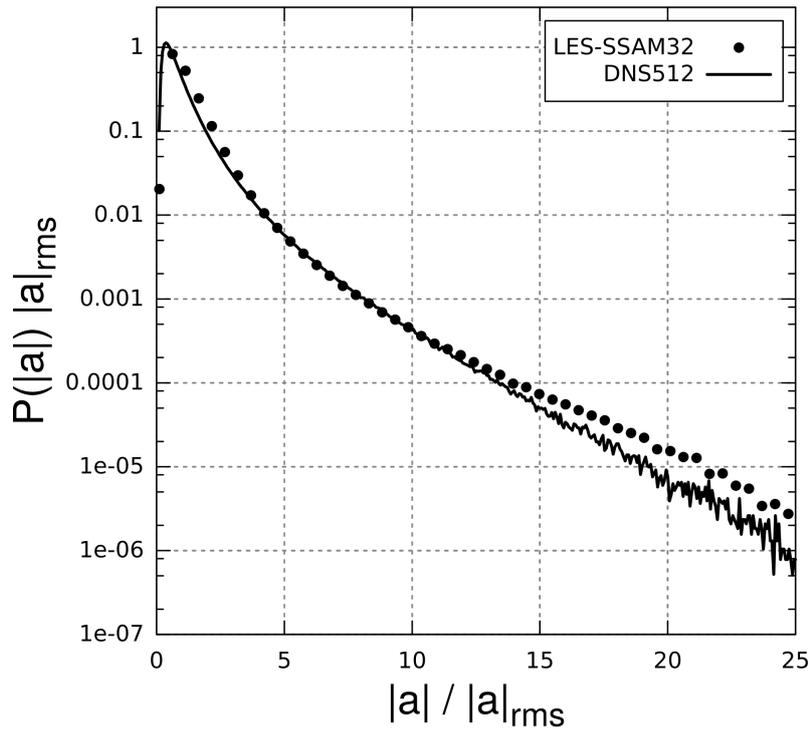


FIGURE 3.17 – Comparaison de la distribution de la norme d’accélération des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●).

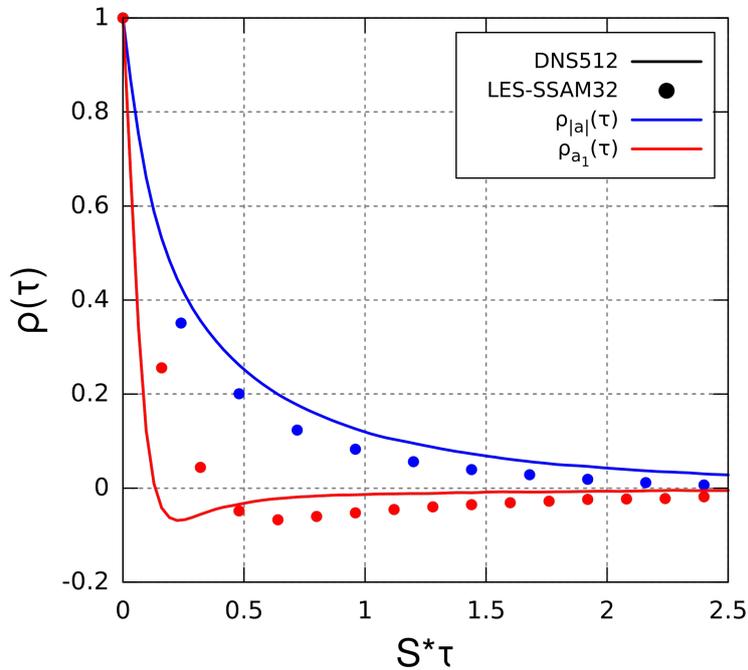


FIGURE 3.18 – Comparaison des fonctions d’autocorrélation de la norme (en bleu) et d’une composante (en rouge) d’accélération des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●).

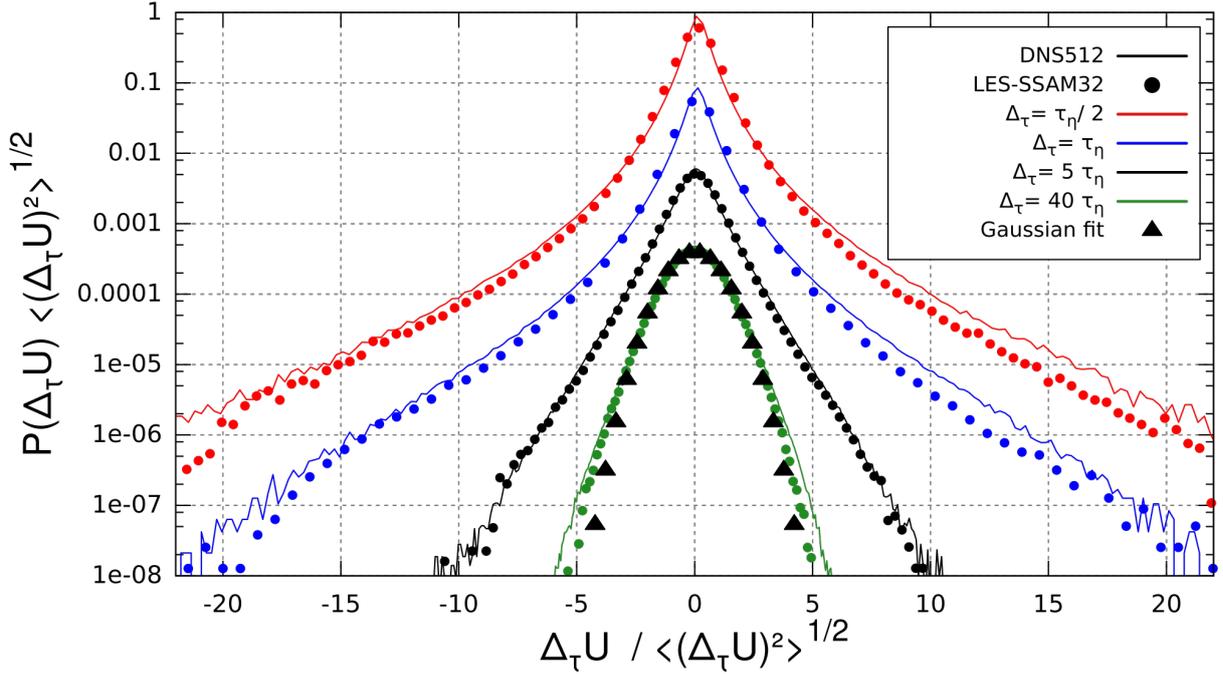


FIGURE 3.19 – Comparaison de la distribution des incréments de vitesse lagrangienne entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●) pour différents écarts temporels représentés par différentes couleurs. Les distributions sont décalées vers le bas avec l’augmentation de l’écart temporel.

déjà être remarqué que la LES-SSAM représente bien la séparation d’échelle observée en DNS avec la norme d’accélération corrélée à temps longs et l’orientation corrélée à temps courts. Le temps de corrélation de la norme d’accélération est légèrement plus court par rapport à la DNS mais reste toutefois très similaire à nos références. Pour l’orientation de l’accélération, le temps de corrélation est un peu plus long que la DNS car le temps de Kolmogorov utilisé dans le modèle stochastique d’orientation est moins bien évalué par la LES-SSAM à cause des imperfections naturelles d’une simulation aux grandes échelles. Les résultats sont toutefois très satisfaisants. On observe maintenant la capacité de la LES-SSAM à prédire les effets de l’intermittence en calculant les PDF des incréments de vitesse lagrangienne $\Delta_\tau U = u(t + \tau) - u(t)$ pour différents écarts temporels sur la figure 3.19. Conformément à la distribution de l’accélération, les distributions de la LES-SSAM pour les faibles écarts temporels ne sont pas gaussiennes et présentent de larges fluctuations pouvant atteindre 20 fois la valeur de l’écart type. Avec l’augmentation de l’écart temporel, les incréments de vitesse adoptent une distribution gaussienne et deviennent liés à la vitesse des particules. Pour chaque cas, on constate que les résultats de la LES-SSAM sont presque identiques à ceux de la DNS, indiquant que les effets d’intermittence sont bien pris en compte par le modèle de sous-maille.

Sensibilité de l’accélération au cycle de régénération des structures

Nous avons montré avec la DNS que les phases de croissance et d’effondrement avaient une influence sur les grandes échelles supérieures à l’échelle de cisaillement, et par extension sur le temps de corrélation de la norme d’accélération des particules fluides.

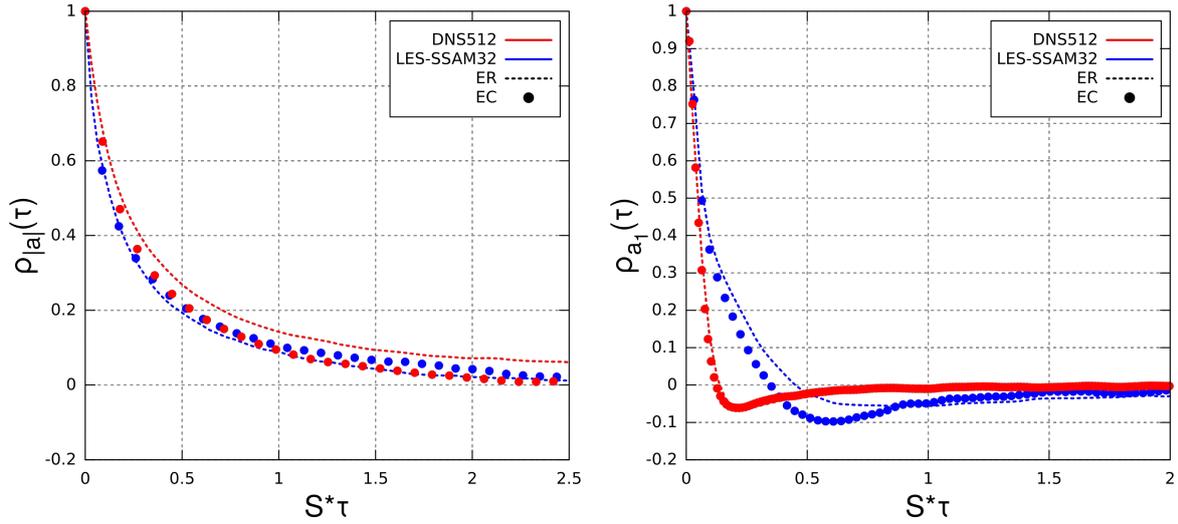


FIGURE 3.20 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la fonction d'autocorrélation de la norme d'accélération des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la DNS (en rouge) et la LES-SSAM (en bleu) conditionnée à la phase de croissance (- -) et à la phase d'effondrement (●). Figure b (à droite) : Même figure pour la composante d'accélération longitudinale a_1 .

Nous avons donc émis l'hypothèse que ces effets seraient pris en compte par les échelles résolues, sans démarche spécifique de la part du modèle de sous-maille pour refléter ces événements. Nous vérifions maintenant la validité de cette hypothèse en observant sur la figure 3.20 les fonctions d'autocorrélations de la norme d'accélération et de ses composantes conditionnées aux phases de croissance et d'effondrement. On peut ainsi remarquer que le temps de corrélation de la composante longitudinale d'accélération ne varie que très peu avec les différentes phases du cycle de régénération des structures, ce qui est conforme avec les observations de la DNS. Ce constat est également valable pour la norme d'accélération malgré le fait que les temps de corrélation calculés par la LES-SSAM soient assez proches de la DNS. Cela nous indique que la résolution des grandes échelles seule ne permet de tenir compte des effets de la croissance et de l'effondrement des structures sur la turbulence que de façon limitée. La sensibilité de l'accélération au cycle de régénération de l'état stationnaire par la LES-SSAM présente donc une tendance relativement bonne sans être excellente car le modèle ne prédit que les effets des petites échelles sans être corrélé avec ce phénomène. Il faut de plus noter que nous avons paramétré une valeur fixe $T = 1/S$ en tant que temps de relaxation dans le modèle pour la norme d'accélération (1.47). Une façon possible d'améliorer ce point pourrait être de calculer la valeur de T en fonction de l'augmentation et de la diminution du niveau d'énergie des grandes échelles.

Vitesse des particules

Avec une bonne prédiction des statistiques d'accélération et d'intermittence, on se demande si les statistiques de vitesse des particules présentent de bons résultats. On trace donc sur la figure 3.21 les PDF des composantes longitudinale u_1 et normale u_2 de la vitesse lagrangienne dans le cisaillement homogène. Contrairement à l'accélération,

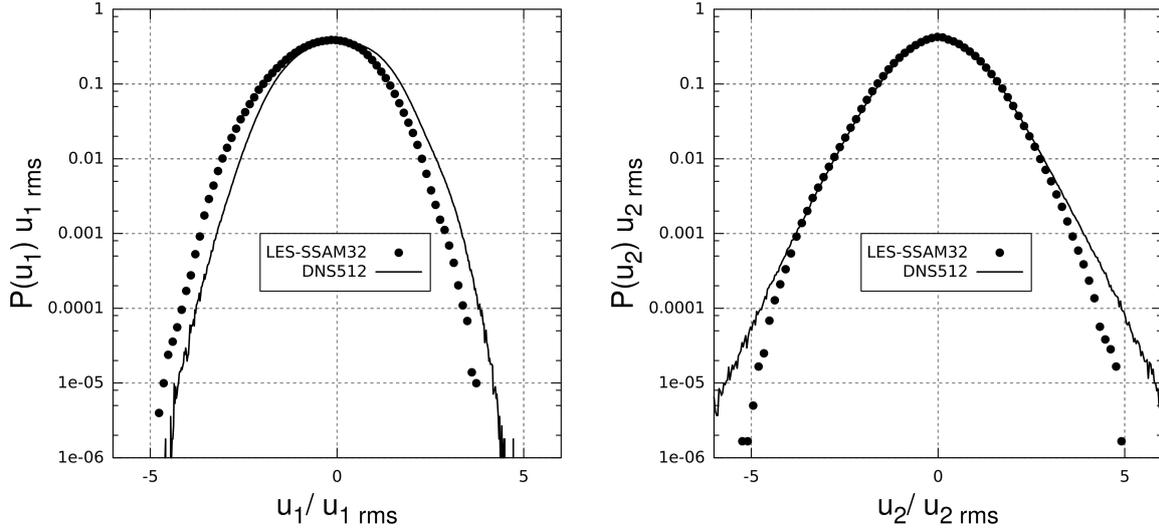


FIGURE 3.21 – Comparaison de la distribution de la vitesse longitudinale (à gauche) et normale (à droite) des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●).

la distribution de la vitesse des particules fluides calculée par la LES-SSAM n'est pas tout à fait identique à la DNS bien que le comportement général soit bien reproduit. Il apparaît que la PDF de la vitesse longitudinale de la LES-SSAM se comporte de manière identique à la DNS mais présente une valeur moyenne non nulle qui décale la distribution. L'hypothèse la plus probable pour expliquer cette valeur non nulle serait l'erreur numérique. En effet, le terme source $Su_2\delta_{i1}$ des équations de Naviers-Stokes génère des fluctuations de fréquence égale au temps de cisaillement et donc liées aux grandes échelles. Il concerne donc la majorité des échelles résolues dans notre simulation. L'algorithme de la transformée de Fourier impose de plus un nombre asymétrique de fréquences harmoniques dans la direction x_1 . Cette hypothèse mérite bien sûr une étude plus approfondie afin de s'assurer de sa validité. Concernant la distribution de la vitesse normale, on observe que les résultats de la LES-SSAM ne présente pas des ailes aussi écartées que la DNS. Le modèle d'accélération est en effet isotrope et le seul effet de forçage dans la direction x_2 provient de la composante e_2 du vecteur d'orientation. Dans les deux cas il ne faut pas oublier que, d'après la figure 3.19, la vitesse lagrangienne est liée aux grands écarts temporels et aux grandes échelles. Étant donné que le modèle de sous-maille est axé sur la prédiction de l'accélération aux petites échelles, il n'est pas anormal de constater que la vitesse ne soit pas aussi bien reproduite. Une part des contributions du modèle de sous-maille peuvent de plus être amorties par l'équation de continuité. Les allures des PDF de u_1 et u_2 respectivement plus réduite et plus large l'une par rapport à l'autre sont en accord avec les résultats de Shen et Yeung[119] à propos de la diffusion lagrangienne plus importante et corrélée plus longtemps dans la direction longitudinale que dans la direction normale. En effet, la première présente moins de fluctuations par rapport à la deuxième, permettant aux particules d'être moins perturbées dans leur mouvement. La figure 3.22 confirme d'ailleurs cette observation en nous montrant les fonctions d'autocorrélation des vitesses. En accord avec les résultats de Squires et Eaton[126], la vitesse longitudinale est corrélée plus longtemps par rapport

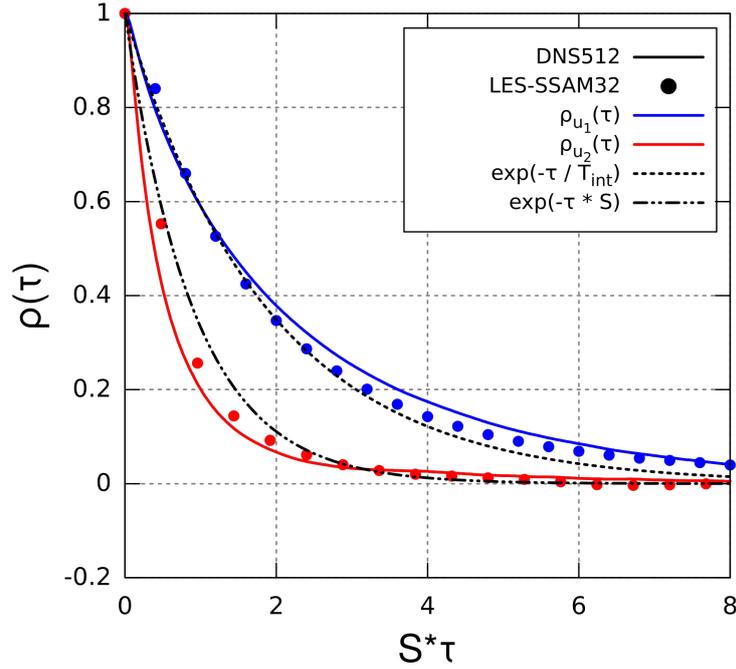


FIGURE 3.22 – Comparaison des fonctions d’autocorrélation de la vitesse longitudinale (en bleu) et normale (en rouge) des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●).

à la vitesse normale. La vitesse longitudinale est corrélée avec le temps intégral $T_{int} = \int_0^\infty \rho_{u_1}(\tau) d\tau \approx 0.58s$ de l’écoulement alors que le temps de corrélation de la vitesse normale est de l’ordre du temps de cisaillement $1/S = 0.3125$. La figure 3.18 nous montre que le comportement des deux composantes de vitesse est similaire à une décroissance exponentielle et que la LES-SSAM reproduit correctement cette tendance.

Dispersion des particules

L’accélération étant bien prédite et la vitesse présentant des résultats corrects, on souhaite maintenant savoir si la LES-SSAM est capable de reproduire des statistiques liées au déplacement des particules en étudiant leur dispersion. Les comportements asymptotiques à long terme du tenseur de déplacement $\langle X_i(\tau)X_j(\tau) \rangle$ (aussi nommé tenseur de dispersion) pour des particules ponctuelles en déplacement dans un cisaillement homogène furent d’abord théoriquement calculés par Corrsin[23, 25]. Selon la théorie, en considérant que la vitesse moyenne initiale $\langle \mathbf{u}(t_0) \rangle$ des particules est nulle, l’expression pour la composante $\langle X_1^2(\tau) \rangle$ où $\tau = t - t_0 \rightarrow \infty$ est :

$$\langle X_1^2(\tau) \rangle = \frac{2}{3} S^2 \langle u_2^2 \rangle T_{L_2} \tau^3 \quad (3.15)$$

avec T_{L_2} le temps intégral de la vitesse lagrangienne dans la direction normale x_2 . La relation correspondante à la corrélation entre le déplacement des particules dans la direction longitudinale et dans la direction normale quand $\tau \rightarrow \infty$ est quant à elle exprimée de la façon suivante :

$$\langle X_1(\tau)X_2(\tau) \rangle = S^2 \langle u_2^2 \rangle T_{L_2} \tau^2 \quad (3.16)$$

Dès lors que la vitesse moyenne dans les directions normale et transversale vaut zéro, les expressions asymptotiques du tenseur de dispersion dans ces directions sont les mêmes que celles calculées par Taylor[133] pour une turbulence homogène isotrope. Soit l'expression :

$$\langle X_i^2(\tau) \rangle = 2\langle u_i^2 \rangle T_{L_i} \tau \quad i = 2, 3 \quad (3.17)$$

à temps longs et :

$$\langle X_i^2(\tau) \rangle = \langle u_i^2 \rangle T_{L_i} \tau^2 \quad i = 2, 3 \quad (3.18)$$

et à temps courts. Riley[103] démontra par la suite que le comportement asymptotique à temps courts de $\langle X_1^2(\tau) \rangle$ dans le cisaillement homogène est identique à l'expression (3.18). La théorie part du principe que la vitesse initiale moyenne des particules est nulle, or la vitesse eulerienne moyenne à la position initiale des particules est différente de zéro. Il nous faut donc retirer le déplacement moyen des particules de manière à ne retenir que le déplacement issu des fluctuations turbulentes et ainsi pouvoir comparer nos résultats avec la théorie de Corrsin. On calcule donc le déplacement des particules de la façon suivante :

$$X_i(\tau) = x_{pi}(t + \tau) - x_{pi}(t) - \delta_{i1} S \tau x_{p2}(t) \quad (3.19)$$

avec $x_{pi}(t)$ la position des particules à l'instant t . Ces considérations théoriques furent testées et validées avec la DNS pour les particules fluides[126, 119] et inertielles[2]. Plus de détails à propos de la théorie peuvent d'ailleurs être trouvés dans ces mêmes références.

Nous calculons donc le tenseur de dispersion à partir de nos résultats de DNS et de LES-SSAM afin d'observer la capacité de notre modèle de sous-maille à reproduire la dispersion des particules. Les composantes $\langle X_1^2(\tau) \rangle$, $\langle X_2^2(\tau) \rangle$ et $\langle X_1(\tau)X_2(\tau) \rangle$ du tenseur de dispersion sont affichées respectivement sur les figures 3.23, 3.24 et 3.25. Le comportement de la composante $\langle X_3^2(\tau) \rangle$ est identique à celui présenté sur la figure 3.25 et n'est donc pas montré ici. Il faut cependant noter que la théorie ainsi que les précédentes études ayant démontré sa validité ont uniquement considéré la phase initiale du cisaillement homogène pendant laquelle la turbulence n'est pas limitée par le domaine, correspondant donc à l'absence du phénomène d'effondrement des structures. À l'état stationnaire, seules les phases de croissance des structures présentent un comportement de la turbulence similaire à celle de la phase initiale de l'écoulement[40]. Il est délicat dans ce cas (et en particulier pour une simulation aux grandes échelles) d'observer nettement les asymptotes pour les composantes liées à la direction longitudinale dans la mesure où l'alternance des phases de croissance et d'effondrement empêche d'observer cette statistique sur des temps longs sous peine de voir les résultats modifiés avec l'effondrement des grandes échelles. On remarque en effet sur les figures 3.23b et 3.24b que le comportement asymptotique des composantes $\langle X_1^2(\tau) \rangle$ et $\langle X_1(\tau)X_2(\tau) \rangle$ s'éloigne des valeurs théoriques à cause de la réduction de l'anisotropie de l'écoulement liée à l'effondrement des grandes structures. Les autres composantes ne sont pas concernées par cette sensibilité. On peut également observer que contrairement aux références[126, 119, 2], nos résultats ne présentent pas de valeurs négatives à temps courts pour la composante $\langle X_1(\tau)X_2(\tau) \rangle$. Il est difficile d'expliquer d'où vient cette différence dans la mesure où l'écoulement à l'état stationnaire peut quand même présenter quelques différences par rapport à la phase initiale du fait de son confinement par la boîte ; la géométrie considérée courte de notre domaine pourrait également être une explication. Une étude plus

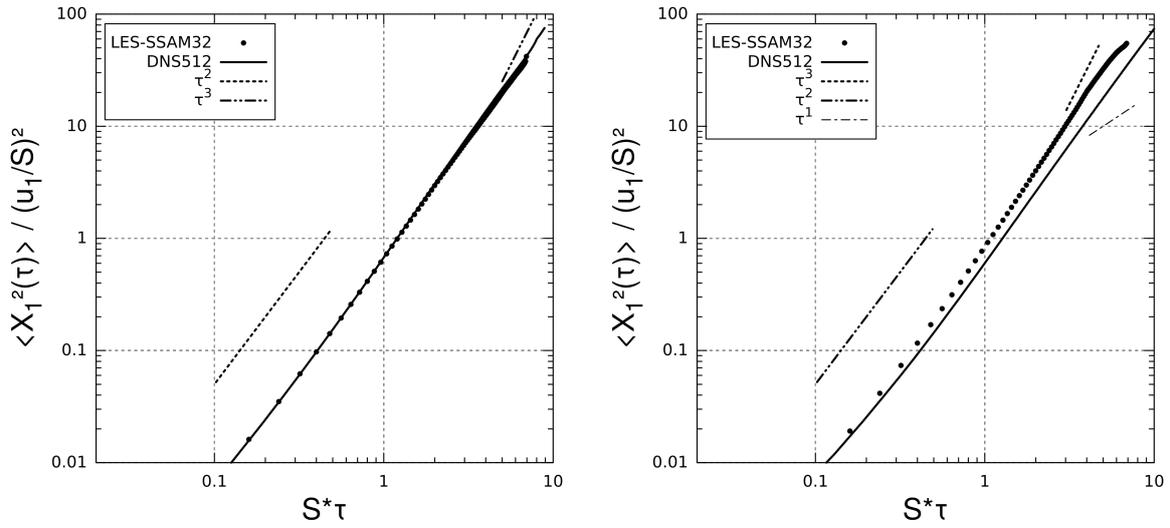


FIGURE 3.23 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la composante $\langle X_1^2(\tau) \rangle$ du tenseur de dispersion des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●) conditionnée à la phase de croissance. Figure b (à droite) : Même figure conditionnée à la phase d’effondrement. Les pentes τ^n représentent les asymptotes théoriques.

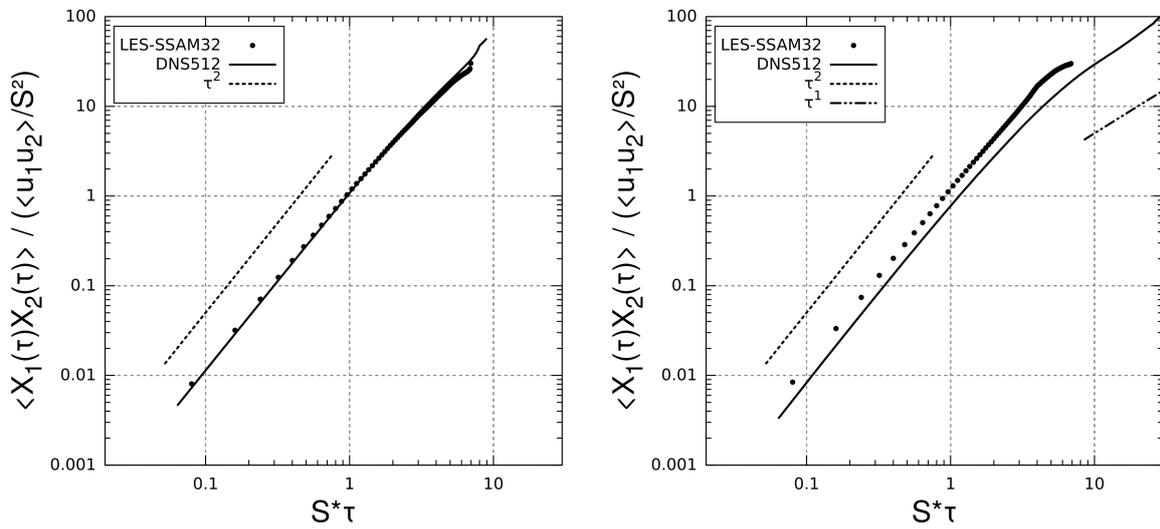


FIGURE 3.24 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la composante $\langle X_1(\tau)X_2(\tau) \rangle$ du tenseur de dispersion des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●) conditionnée à la phase de croissance. Figure b (à droite) : Même figure conditionnée à la phase d’effondrement. Les pentes τ^n représentent les asymptotes théoriques.

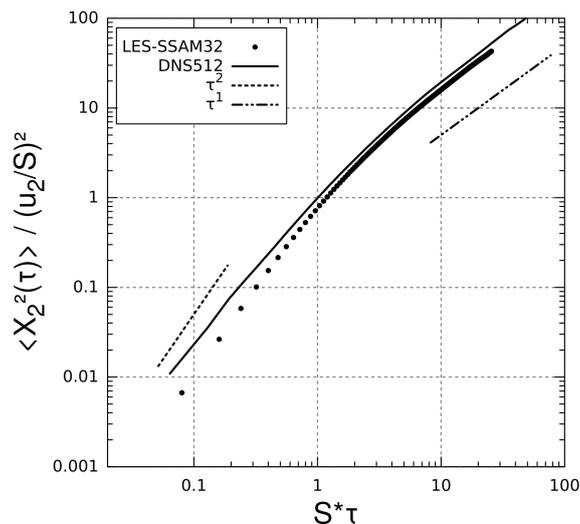


FIGURE 3.25 – Comparaison de la composante $\langle X_2^2(\tau) \rangle$ du tenseur de dispersion des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●) sur l'ensemble de la simulation. Les pentes τ^n représentent les asymptotes théoriques.

complète de la dispersion des particules dans un cisaillement homogène à l'état stationnaire pourrait donc se révéler intéressante. Malgré cette petite difficulté d'observation, on constate dans l'ensemble que les résultats de la LES-SSAM sont assez proches de ceux de la DNS, excepté lors des phases d'effondrement et que les comportements asymptotiques théoriques du tenseur de dispersion sont correctement reproduits.

3.2.4 Statistiques à deux points des particules fluides

En modélisant directement les forces à l'oeuvre aux petites échelles et sachant que cette contribution est amortie mais néanmoins prise en compte à grande échelle par l'équation de continuité, on souhaite savoir si la modélisation de la dynamique des petites structures se retranscrit également à plus grande envergure sur le comportement général du fluide. Dans le cas du cisaillement homogène où les gradients de vitesses aux petites échelles subissent également l'influence du cisaillement moyen, on peut espérer observer une amélioration de la prédiction de la turbulence lagrangienne. Lorsqu'une petite structure turbulente est advectée par une plus grande, est-ce que la déformation de la petite structure est correctement reproduite par la LES-SSAM ou est-ce que les fluctuations du modèle parasitent ce phénomène ?

Une première façon de répondre à cette question est d'analyser la capacité de diffusion de l'écoulement en considérant le déplacement de paires de particules. Le mouvement relatif entre les deux particules permet en effet de rendre compte de leur évolution conjointe et donc de caractériser l'évolution en espace de la turbulence d'un point de vue lagrangien. La diffusion de paires de particules fut d'abord théoriquement étudiée par Richardson[102] pour la turbulence homogène isotrope et Batchelor[124] estima les comportements asymptotiques du tenseur de diffusion. Yeung[149] utilisa la DNS pour vérifier la théorie pour une turbulence homogène isotrope et l'étude fut ensuite menée pour le cas du cisaillement homogène par Shen et Yeung[119]. Nous suivons ainsi leur

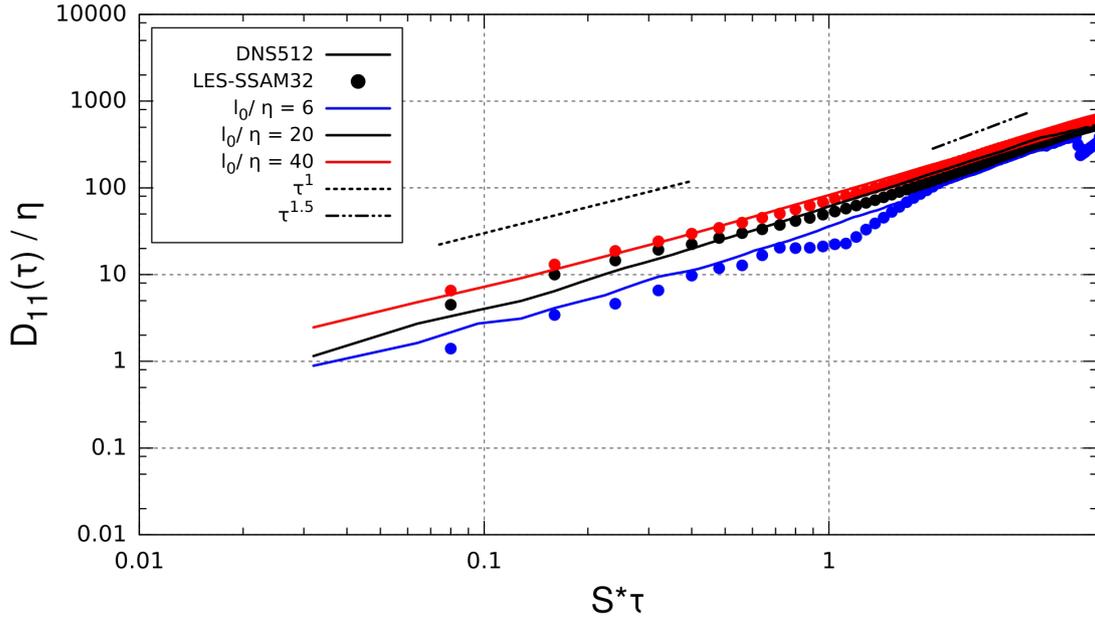


FIGURE 3.26 – Comparaison de la composante $D_{11}(\tau)$ du tenseur de diffusion des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●) conditionnée à la phase de croissance pour plusieurs séparations initiales des paires de séparations initiales (représentées par couleurs). Les pentes τ^n représentent les asymptotes théoriques.

démarche et définissons le tenseur de diffusion $D_{ij}(\tau)$:

$$D_{ij}(\tau) = \langle (X_i^{(1)}(\tau) - X_i^{(2)}(\tau))(X_j^{(1)}(\tau) - X_j^{(2)}(\tau)) \rangle^{1/2} \quad (3.20)$$

où $X_i(\tau)$ est le déplacement d'une particule défini par (3.19) et les notations (1) et (2) en exposant désignent respectivement la première et la seconde particule d'une paire considérée. Nous effectuons donc le calcul pour des paires de particules pour trois différentes séparations initiales l_0 (respectivement inférieure, égale et supérieure à l'échelle de filtrage des équations de Naviers-Stokes) à partir de nos résultats de LES-SSAM et nous les comparons avec ceux de notre DNS. Les figures 3.26 et 3.27 montre ainsi les composantes $D_{11}(\tau)$ et $D_{22}(\tau)$ du tenseur de diffusion. La remarque concernant la difficulté d'observer les comportements asymptotiques du tenseur de dispersion à temps long sans que l'alternance des phases croissance et d'effondrement ne vienne perturber les résultats est également valable ici. Étant donné que Shen et Yeung[119] n'ont considéré que la phase initiale du cisaillement homogène, nous conditionnons nos calculs à la phase de croissance afin de comparer nos résultats avec les comportements asymptotiques théoriques. Tout comme le tenseur de dispersion, les résultats de la composante $D_{33}(\tau)$ sont identiques à $D_{22}(\tau)$ et ne sont pas montrés. On remarque ainsi une bonne concordance des résultats avec la DNS en particulier pour des séparations initiales supérieure et égale à la résolution du maillage. Lorsque la séparation initiale appartient aux échelles de sous-maille, on peut voir quelques imperfections pour la composante $D_{11}(\tau)$ et également que la dispersion des particules est moins efficace à temps courts pour la composante $D_{22}(\tau)$. Le comportement et l'ordre de grandeur des résultats reste toutefois proches de nos références et sont plutôt satisfaisants. Shen et Yeung ont observé que

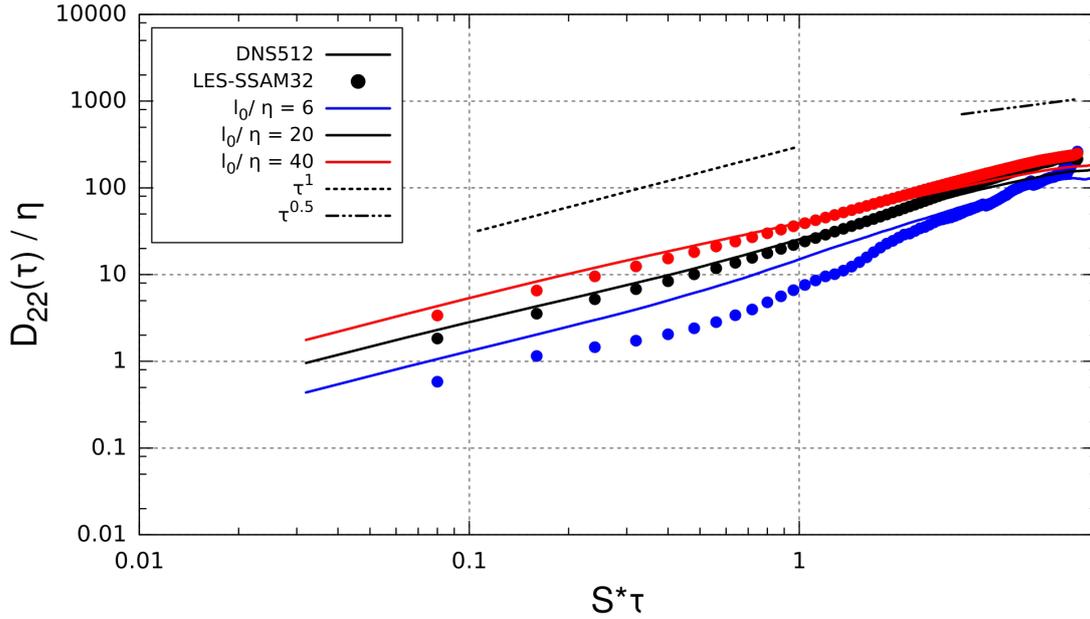


FIGURE 3.27 – Comparaison de la composante $D_{22}(\tau)$ du tenseur de diffusion des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●) conditionnée à la phase de croissance pour plusieurs séparations initiales des paires de particules (représentées par couleurs). Les pentes τ^n représentent les asymptotes théoriques.

l'orientation de la séparation initiale n'avait pas d'influence sur les résultats du tenseur de diffusion, cette observation est toujours valable dans notre cas (non montré).

Une autre caractéristique importante du mouvement relatif entre deux particules est le degré de corrélation de leur vitesse instantanée ainsi que de leur accélération. Deux particules très proches partageront en effet un comportement commun de leur dynamique se traduisant par un fort coefficient de corrélation contrairement à deux particules très éloignées ne faisant pas partie de la même structure turbulente. Le coefficient de corrélation à deux points pour une variable lagrangienne A s'exprime ainsi :

$$\rho_{(A^{(1)}, A^{(2)})}(\tau) = \frac{\langle A^{(1)}(t + \tau) A^{(2)}(t + \tau) \rangle}{\langle A'^2 \rangle} \quad (3.21)$$

avec A' la valeur fluctuante de A . On montre alors le coefficient de corrélation à deux points pour la vitesse longitudinale et l'accélération de paires de particules ayant une séparation initiale inférieure, égale et supérieure à l'échelle résolue par le maillage sur les figures 3.28 et 3.29. À propos de l'accélération, les résultats ne sont pas satisfaisants et on distingue que la corrélation est assez chaotique. La présence d'un processus Brownien indépendant en chaque point de maillage empêche en effet d'obtenir un comportement corrélé entre deux particules suffisamment éloignées pour ne pas être sous l'influence du même processus stochastique. Pour la vitesse, on observe cette fois une très bonne reproduction des résultats de DNS par la LES-SSAM. Pour les particules ayant une séparation initiale comprise dans les échelles de sous-maille, on peut observer qu'à temps courts la corrélation est un peu plus faible que la référence. On retrouve là l'effet de la faible corrélation à deux points de l'accélération des particules due aux processus

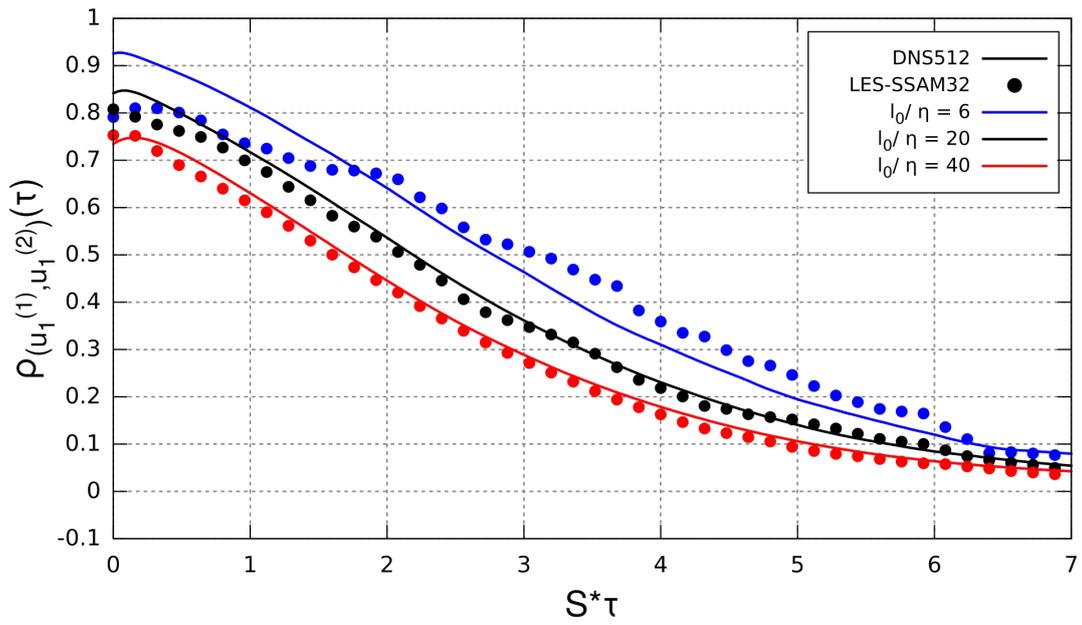


FIGURE 3.28 – Comparaison de la fonction d’autocorrelation à deux points de la vitesse des particules fluides dans le cisaillement homogène pour différentes séparations initiales des paires de particules (représentées par couleurs) entre la DNS (—) et la LES-SSAM (•).

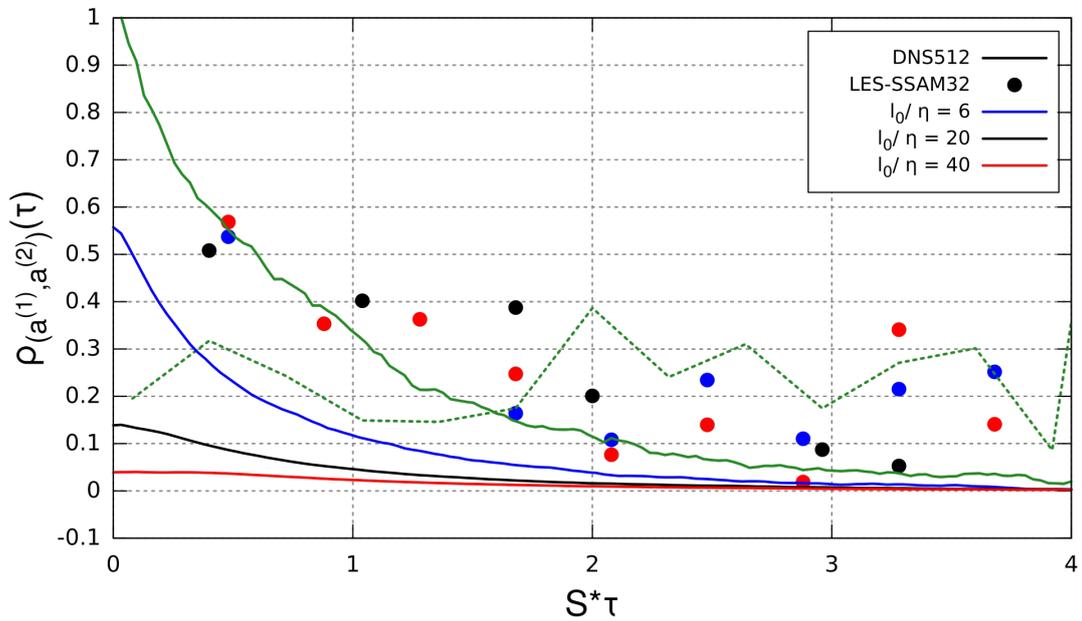


FIGURE 3.29 – Comparaison de la fonction d’autocorrelation à deux points de l’accélération des particules fluides dans le cisaillement homogène pour différentes séparations initiales des paires de particules (représentées par couleurs) entre la DNS (—) et la LES-SSAM (•).

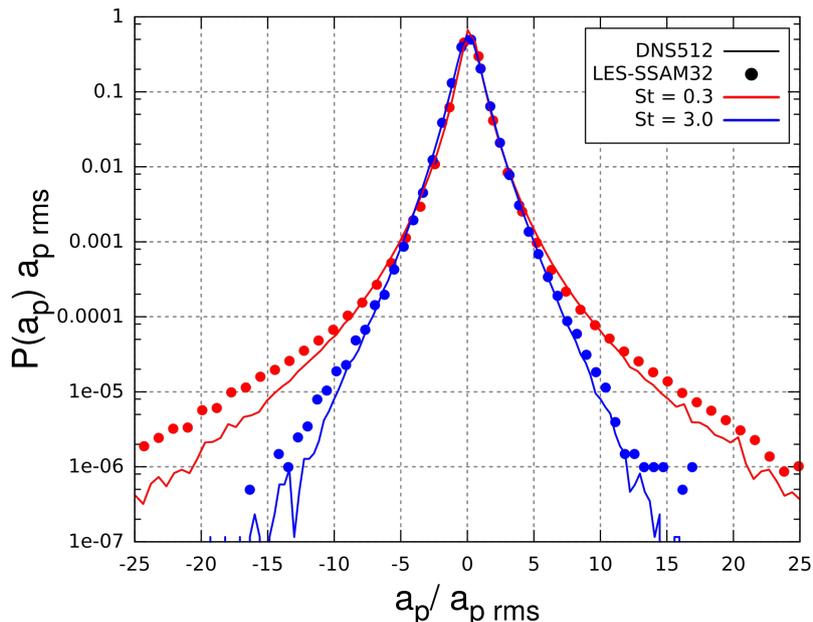


FIGURE 3.30 – Comparaison de la distribution de l'accélération des particules inertielles de Stokes $St = 0.3$ (en rouge) et $St = 3.0$ (en bleu) dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●).

stochastiques indépendants. À temps plus longs, les particules s'éloignent l'une de l'autre mais la dynamique induite par le modèle leur permet toutefois d'évoluer conjointement de manière tout à fait correcte car les résultats deviennent proches de ceux de la DNS. Ainsi, contrairement à la turbulence homogène isotrope, la LES-SSAM permet d'observer des résultats corrects à plus grande échelle pour la dispersion des particules dans le cisaillement homogène.

3.2.5 Statistiques des particules inertielles

Nous présentons maintenant les résultats de la LES-SSAM concernant la simulation de particules inertielles dans un cisaillement homogène. Nous avons montré avec la DNS que l'inertie ne fait que filtrer les variations de vitesse de fréquence élevée et donc l'intensité de l'accélération du fluide à la position des particules. Elle ne modifie cependant pas la manière dont la turbulence agit sur la dynamique des particules. Nous conservons donc la description de la LES-SSAM présentée à la section 3.2.1 et utilisons le même écoulement simulé à la section 3.2.2 pour injecter les particules inertielles. Afin de comparer les résultats avec la DNS, nous conservons également les deux nombres de Stokes pour les particules : $St = 0.3$ et $St = 3.0$. Comme pour les particules fluides, nous commençons par observer les statistiques d'accélération. Les distributions de l'accélération des particules sont montrées sur la figure 3.30. La réduction de la probabilité d'apparition des fortes fluctuations d'accélération avec l'inertie est bien conservée avec la LES-SSAM. On distingue que les ailes de la distribution des particules de Stokes $St = 0.3$ sont un peu surestimées par la LES-SSAM par rapport à la DNS, suggérant que les fluctuations du modèle soient un peu fortes par rapport à la capacité de filtre de l'inertie. Ce constat est cependant à relativiser étant donné que les erreurs numériques

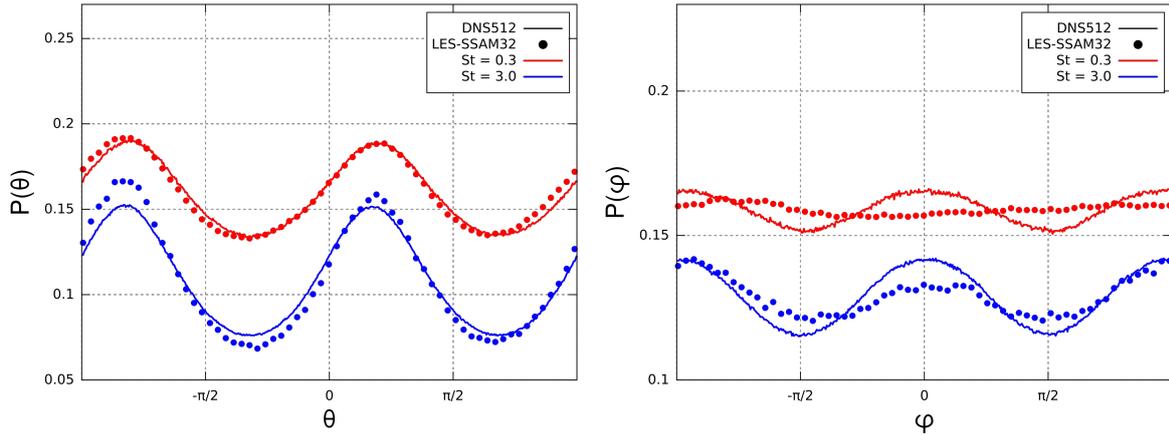


FIGURE 3.31 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la distribution de l’angle θ du vecteur d’accélération projeté dans le plan (x_1, x_2) des particules inertielles de Stokes $St = 0.3$ (en rouge) et $St = 3.0$ (en bleu) entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●). Les distributions pour le nombre de Stokes $St = 3.0$ ont été décalées vers le bas pour plus de lisibilité. Figure b (à droite) : Même figure pour l’angle φ du vecteur d’accélération projeté dans le plan (x_1, x_3) .

dues à la résolution grossière du maillage sont inévitables et que l’allure des résultats est en accord avec nos références. Les PDF des angles d’orientation θ et φ sont montrées sur la figure 3.31. La distribution de l’angle θ montre également une bonne reproduction des résultats de DNS de la part de la LES-SSAM en affichant une augmentation de la probabilité pour une particule inertielle d’être entraînée dans la direction privilégiée. Les résultats pour l’angle φ sont un peu moins bons car la LES-SSAM a tendance à prédire une distribution uniforme pour les particules de faible Stokes et à réduire la tendance pour les particules de plus forte inertie. Les écarts entre la LES-SSAM et la DNS restent cependant relativement faibles et la tendance générale des distributions est correcte. Concernant les fonctions d’autocorrélations, on voit premièrement sur la figure 3.32 que la séparation d’échelle est toujours bien prise en compte par la LES-SSAM. Tout comme pour les particules fluides, le manque de précision numérique due à la résolution d’une simulation aux grandes échelles augmente légèrement l’estimation du temps de Kolomogorov sur le maillage grossier, ayant pour conséquence un temps de corrélation un peu plus long pour les composantes d’accélération. L’ordre de grandeur n’est pour autant pas modifié. Cet écart tend à se réduire avec l’inertie des particules car nous avons montré que l’inertie réduit les perturbations venant des petites structures sur les particules et augmente légèrement le temps de corrélation des composantes d’accélération. On distingue en revanche que le temps de corrélation de la norme est correctement estimé dans chacun des cas puisque celui-ci est lié aux grandes échelles turbulentes résolues par le maillage. Il est à noter que ce résultat se démarque par rapport aux performances de la LES-SSAM en turbulence homogène isotrope qui tendent à diminuer avec l’inertie des particules. Cette réduction de l’impact des effets de filtrage des contributions du modèle par l’inertie vient principalement du fait que la dynamique de l’écoulement aux grandes échelles (auxquelles les particules inertielles sont sensibles) n’est pas dominée par la cascade turbulente mais par le gradient de vitesse moyen.

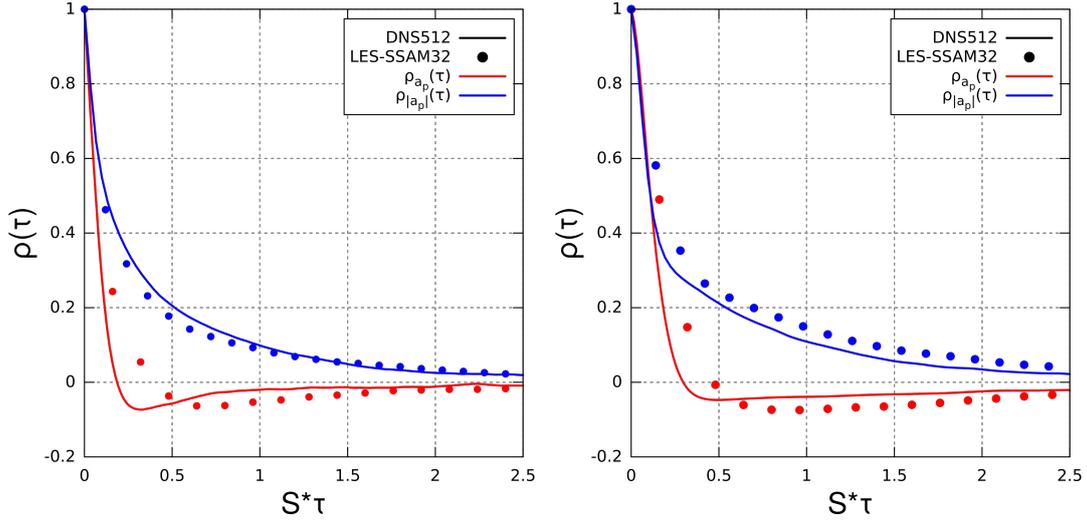


FIGURE 3.32 – Comparaison des fonctions d’autocorrélation de la norme (en bleu) et de la composante longitudinale (en rouge) d’accélération des particules inertielles de Stokes $St = 0.3$ (à gauche) et $St = 3.0$ (à droite) dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●).

Sensibilité aux phases de croissance et d’effondrement

Comme nous avons déjà pu le montrer avec nos résultats de DNS, les conséquences de la présence de l’inertie pour les particules sont surtout visibles aux grandes échelles. En effet, le temps de corrélation de la norme d’accélération est très sensible aux phases de croissance et d’effondrement et cette sensibilité est d’autant plus prononcée que le nombre de Stokes est grand. Nous terminerons donc l’analyse des performances de la LES-SSAM à reproduire les propriétés de l’accélération des particules en observant sa capacité à tenir compte de cette sensibilité. On montre sur la figure 3.33 les fonctions d’autocorrélation de la norme d’accélération conditionnées aux phases de croissance et d’effondrement pour les deux nombres de Stokes considérés dans nos simulations. On peut alors remarquer que le temps de corrélation de la norme calculé avec la LES-SSAM est quasiment invariant aux phases du cycle de régénération des structures pour les deux nombres de Stokes choisis. On retrouve ainsi une conséquence du fait que la résolution des grandes échelles seule ne permet qu’une prise en compte limitée des effets du cycle de régénération sur la turbulence. Les particules fortement inertielles ne répondant qu’aux fluctuations des grandes échelles, la sensibilité de la norme d’accélération avec les phases de croissance et d’effondrement est de moins en moins bien reproduite lorsque l’inertie augmente.

On se concentre maintenant sur les résultats concernant la prédiction de la vitesse des particules inertielles par la LES-SSAM. La figure 3.34 montre les distributions des vitesses longitudinale et normale pour les particules de Stokes $St = 3.0$. On ne distingue pas de comportement différent des résultats par rapport aux particules fluides. En effet, la vitesse longitudinale présente toujours une valeur moyenne légèrement négative, ce qui décale la distribution de la LES-SSAM par rapport à la DNS et la distribution de la vitesse normale ne reproduit pas les fluctuations plus importantes visibles sur

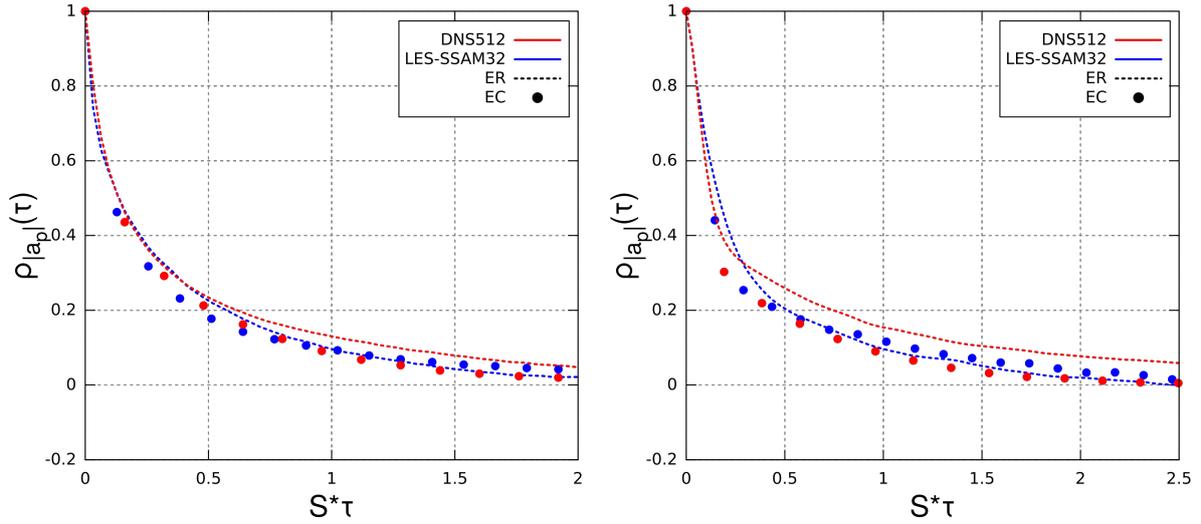


FIGURE 3.33 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la fonction d’autocorrélation de la norme d’accélération des particules avec $St = 0.3$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (en rouge) et la LES-SSAM (en bleu) conditionnée à la phase de croissance (---) et à la phase d’effondrement (\bullet). Figure b (à droite) : Même figure pour les particules avec $St = 3.0$.

les résultats de référence. On regarde maintenant les fonctions d’autocorrélations pour ces mêmes composantes de vitesse sur la figure 3.35. Ici encore on ne constate pas de différences notables entre le comportement des statistiques pour les particules fluides et inertielles et les résultats de référence. On peut observer une légère augmentation du temps de corrélation des composantes de vitesse avec l’inertie sur les résultats de DNS mais ce changement reste suffisamment discret pour être considéré comme négligeable. Devant la similitude entre les PDF de vitesse des particules fluides et inertielles, on peut émettre la conclusion que les contributions du modèle de LES-SSAM sont suffisantes pour impacter la prédiction de l’accélération des particules, inertielles ou non, mais assez peu pour la vitesse.

Comme pour les particules fluides, on analyse désormais la capacité de la LES-SSAM à reproduire la dispersion des particules inertielles dans l’écoulement. La dispersion de particules inertielles dans un cisaillement homogène a été étudiée par Ahmed et Elghobashi[2] lors de phase initiale de l’écoulement. Leur étude a consisté à observer comment les comportements asymptotiques du tenseur de dispersion évoluaient avec l’inertie par rapport à la théorie de Corrsin. Leurs résultats ont d’abord montré que toutes les composantes du tenseur évoluent proportionnellement en τ^2 à temps courts. À temps longs, le comportement asymptotique des composantes $\langle X_2^2(\tau) \rangle$ et $\langle X_3^2(\tau) \rangle$ ne change pas par rapport aux particules fluides, ce qui n’est pas le cas de la composante $\langle X_1^2(\tau) \rangle$ dont l’ordre n de l’asymptote τ^n peut excéder 3 avec l’augmentation de l’inertie. L’étude ne montre pas par contre le comportement de la composante croisée $\langle X_1(\tau)X_2(\tau) \rangle$. Plus de détails sur les mécanismes responsables de ces changements peuvent être trouvés dans cette étude. Nous allons ici simplement comparer nos résultats avec les conclusions d’Ahmed et Elghobashi, nous limitons donc nos calculs à la phase de croissance de l’écoulement. Étant donné que les particules de Stokes $St = 0.3$ ont un comportement similaire aux particules fluides, nous calculons le tenseur de dispersion

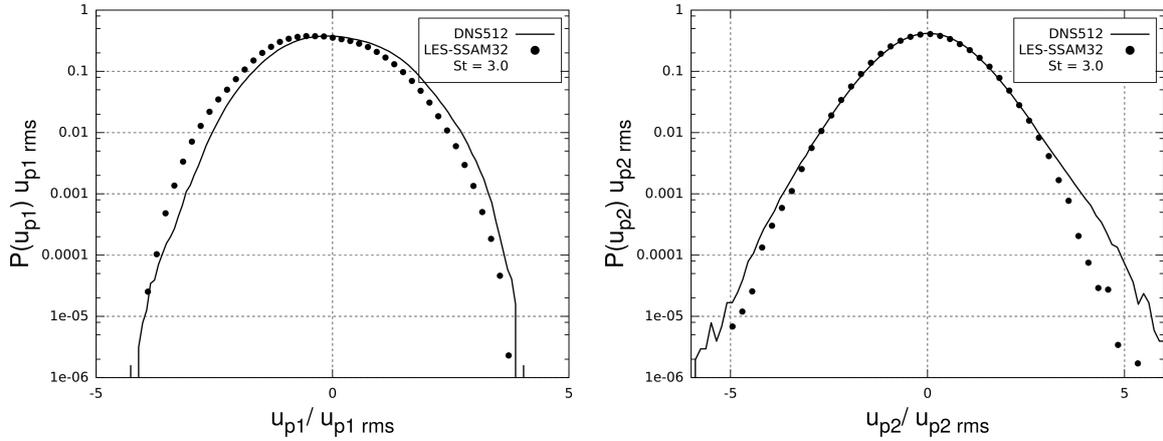


FIGURE 3.34 – Comparaison de la distribution de la vitesse longitudinale (à gauche) et normale (à droite) des particules inertielles de Stokes $St = 3.0$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●).

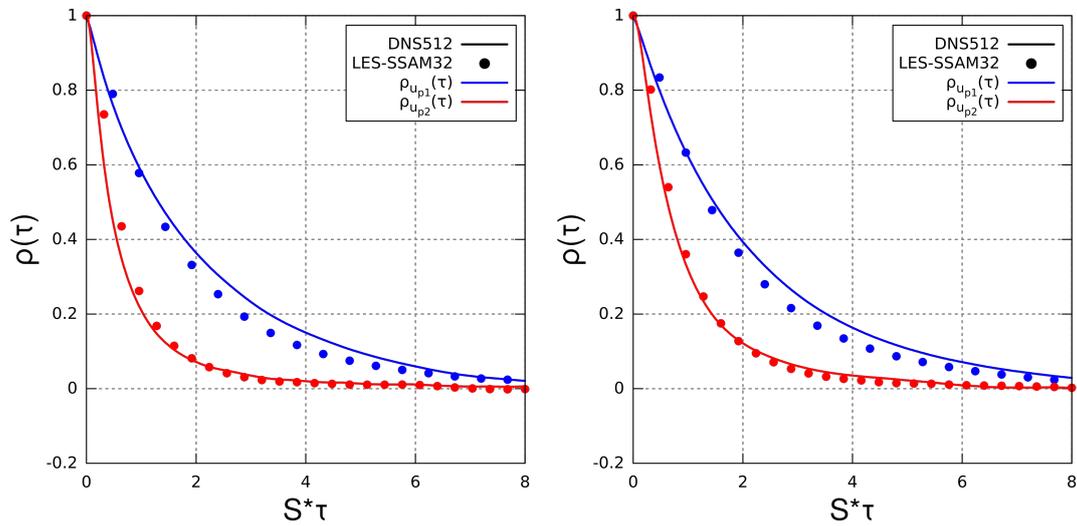


FIGURE 3.35 – Comparaison des fonctions d'autocorrélation de la vitesse longitudinale (en bleu) et normale (en rouge) des particules inertielles de Stokes $St = 0.3$ (à gauche) et $St = 3.0$ (à droite) dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●).

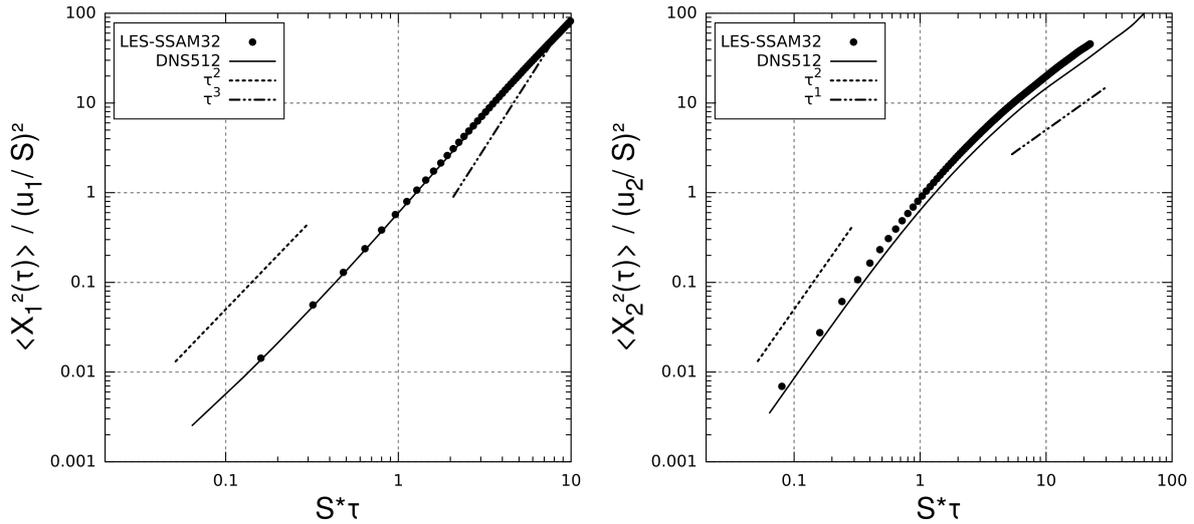


FIGURE 3.36 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la composante $\langle X_1^2(\tau) \rangle$ du tenseur de dispersion des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●) conditionnée à la phase de croissance. Figure b (à droite) : Même figure pour la composante $\langle X_2^2(\tau) \rangle$. Les pentes τ^n représentent les asymptotes théoriques.

uniquement pour les particules de plus forte inertie. L'évolution en temps des composantes $\langle X_1^2(\tau) \rangle$, $\langle X_2^2(\tau) \rangle$ et $\langle X_1(\tau)X_2(\tau) \rangle$ sont tracées sur les figures 3.36a, 3.36b et 3.37. Ici encore, la composante $\langle X_3^2(\tau) \rangle$ est identique à la composante $\langle X_2^2(\tau) \rangle$ et n'est donc pas montrée. On peut alors constater que pour chaque composante du tenseur de dispersion, les comportements asymptotiques à temps courts obtenus avec la LES-SSAM et la DNS sont en accord avec les résultats de Ahmed et Elghobashi. Pour les résultats à temps long de la composante $\langle X_2^2(\tau) \rangle$, la LES-SSAM surestime légèrement la dispersion des particules par rapport à la DNS mais on remarque là aussi une bonne concordance du comportement asymptotique avec les références. Le comportement à temps long de la composante $\langle X_1^2(\tau) \rangle$ n'est par contre pas en accord avec les résultats de référence, y compris pour la DNS. Nous avons discuté à la section précédente du fait que l'alternance des phases de croissance et d'effondrement rend difficile l'observation de ces statistiques pour des temps long. Ce constat est d'autant plus vrai pour les particules inertielles qui auront tendance à résister au mouvement et à conserver celui de la phase précédente, ce qui demandera plus de temps aux particules pour se disperser de manière significative. Cette remarque rend également délicate l'analyse de la pertinence des résultats pour la composante croisée du tenseur de dispersion, sans oublier que la géométrie de la boîte pourrait également avoir son influence. Une fois encore, une étude plus approfondie de la dispersion de particules dans un cisaillement homogène à l'état stationnaire pourrait se révéler très intéressante. On peut malgré tout souligner que malgré le fait que les résultats de la LES-SSAM soient légèrement surestimés par rapport à la DNS, ils ne présentent pas trop d'erreurs aberrantes dans ces situations.

3.2.6 Statistiques à deux points des particules inertielles

L'étude de la dispersion de paires de particules fluides dans l'écoulement nous a permis de montrer que la LES-SSAM peut donner de bons résultats concernant la diffusion

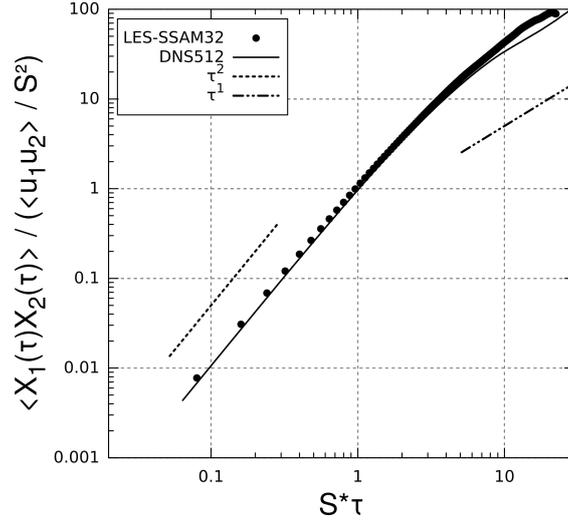


FIGURE 3.37 – Comparaison de la composante $\langle X_1(\tau)X_2(\tau) \rangle$ du tenseur de dispersion des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●) conditionnée à la phase de croissance.

des particules. Nous allons maintenant observer si cette observation est toujours valable lorsque l'inertie augmente. On calcule donc le tenseur de diffusion (3.20) conditionné à la phase de croissance pour des paires de particules de Stokes $St = 3.0$ ayant une séparation initiale inférieure, égale et supérieure à la résolution du maillage. Les figures 3.38 et 3.39 montrent ainsi les composantes $D_{11}(\tau)$ et $D_{22}(\tau)$ du tenseur de diffusion avec les comportements asymptotiques théoriques pour les particules fluides. De manière similaire aux particules fluides, on retrouve une bonne prédiction de la diffusion des particules lorsque la séparation initiale est supérieure ou égale à l'échelle de cisaillement. Pour des particules ayant une séparation initiale inférieure à la résolution du maillage, on constate également que la reproduction des résultats de DNS présente quelques erreurs assez mineures mais conserve un comportement et une allure des statistiques tout à fait convenable. On pourra simplement remarquer que les erreurs en question sont un peu plus marquées par rapport aux traceurs fluides sur la composante $D_{11}(\tau)$ à cause de l'inertie des particules qui filtre les contributions du modèle de sous maille. On observe maintenant la corrélation à deux points de la vitesse longitudinale et de l'accélération des particules de Stokes $St = 3.0$ sur les figures 3.40 et 3.41. Les fonctions de corrélation à deux points pour l'accélération des particules fluides ont mis en évidence que le comportement de l'accélération de deux particules conjointes n'était pas bien reproduit à cause de la nature stochastique du champ d'accélération non résolu. On constate qu'avec l'augmentation de l'inertie, l'allure des corrélations à deux points de l'accélération est désormais plus proche de la DNS grâce au filtrage des fluctuations aléatoires du modèle de sous-maille mais présentent quelques erreurs non négligeables à cause du manque de précision des grandes échelles résolues. On peut observer un comportement similaire sur les corrélations à deux points de la vitesse longitudinale des particules, la corrélation de vitesse de deux particules initialement placées dans une même maille de la LES-SSAM diminue plus lentement par rapport à la DNS car la dynamique des particules n'est plus assez perturbée à cause de l'effet de filtre de l'inertie.

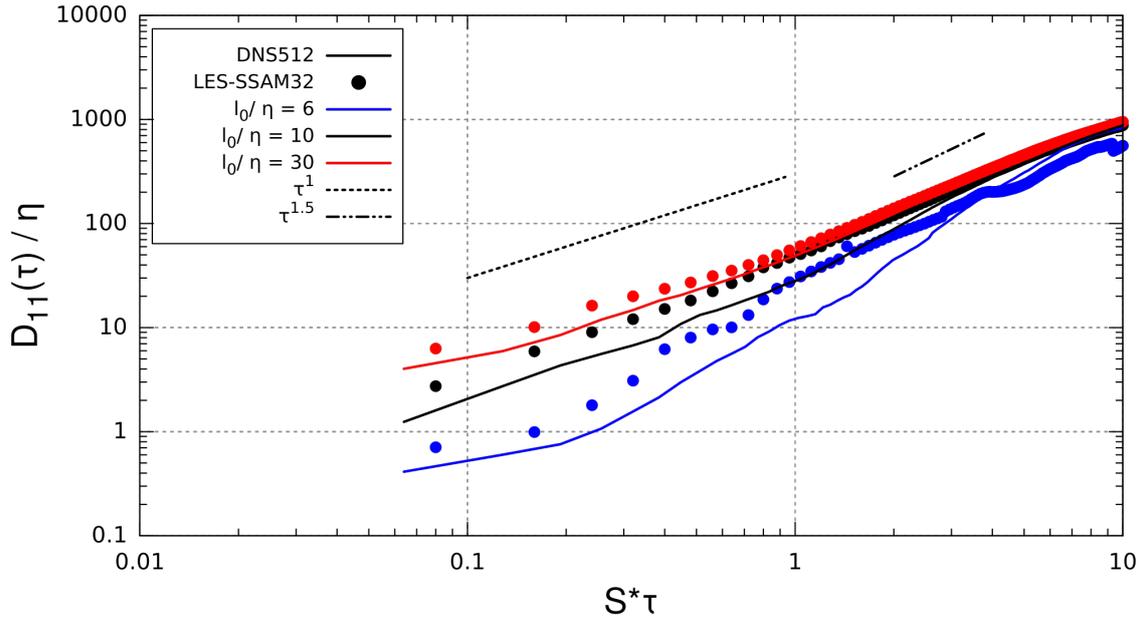


FIGURE 3.38 – Comparaison de la composante $D_{11}(\tau)$ du tenseur de diffusion des particules inertielles de Stokes $St = 3.0$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●) conditionnée à la phase de croissance pour plusieurs séparations initiales des paires de particules (représentées par couleurs). Les pentes τ^n représentent les asymptotes théoriques.

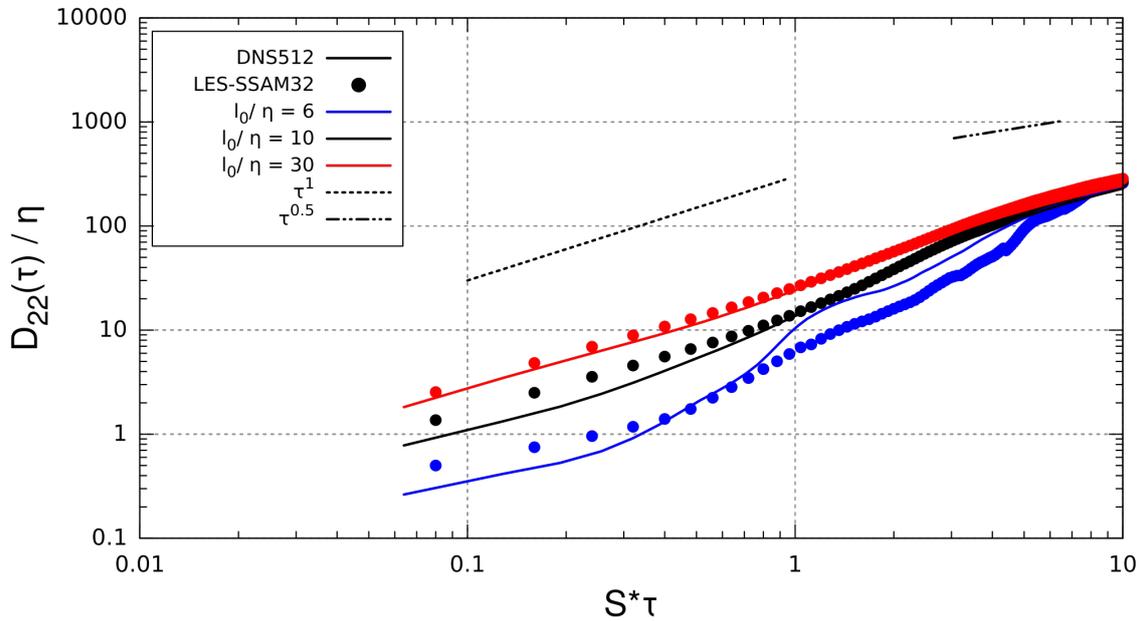


FIGURE 3.39 – Comparaison de la composante $D_{22}(\tau)$ du tenseur de diffusion des particules inertielles de Stokes $St = 3.0$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●) conditionnée à la phase de croissance pour plusieurs séparations initiales des paires de particules (représentées par couleurs). Les pentes τ^n représentent les asymptotes théoriques.

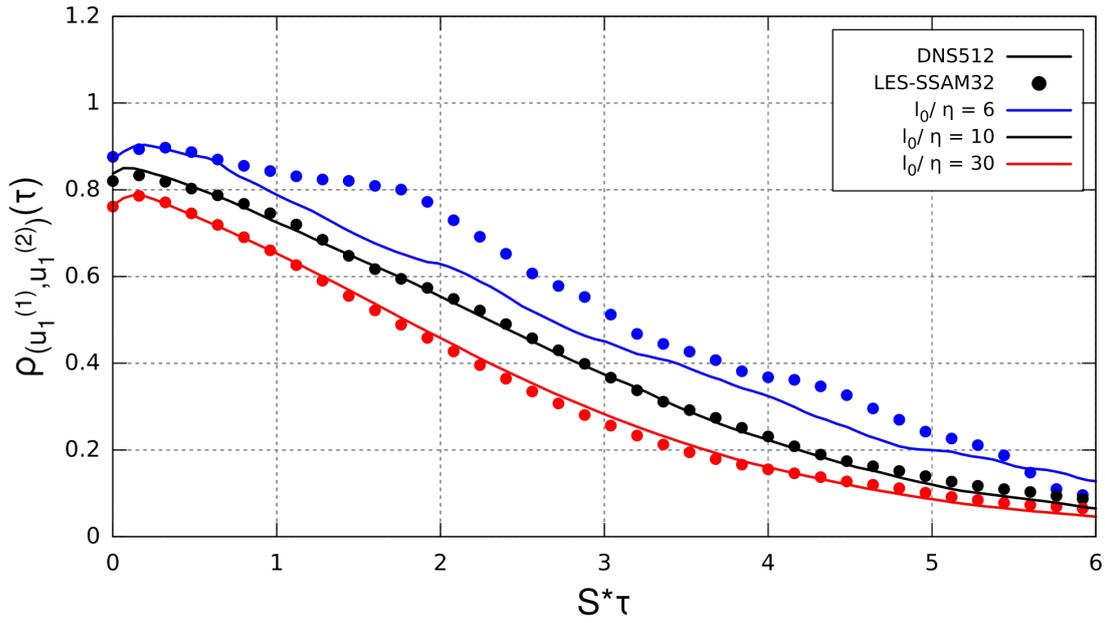


FIGURE 3.40 – Comparaison de la fonction d'autocorrelation à deux points de la vitesse des particules fluides dans le cisaillement homogène pour différentes séparations initiales des paires de particules (représentées par couleurs) entre la DNS (—) et la LES-SSAM (•).

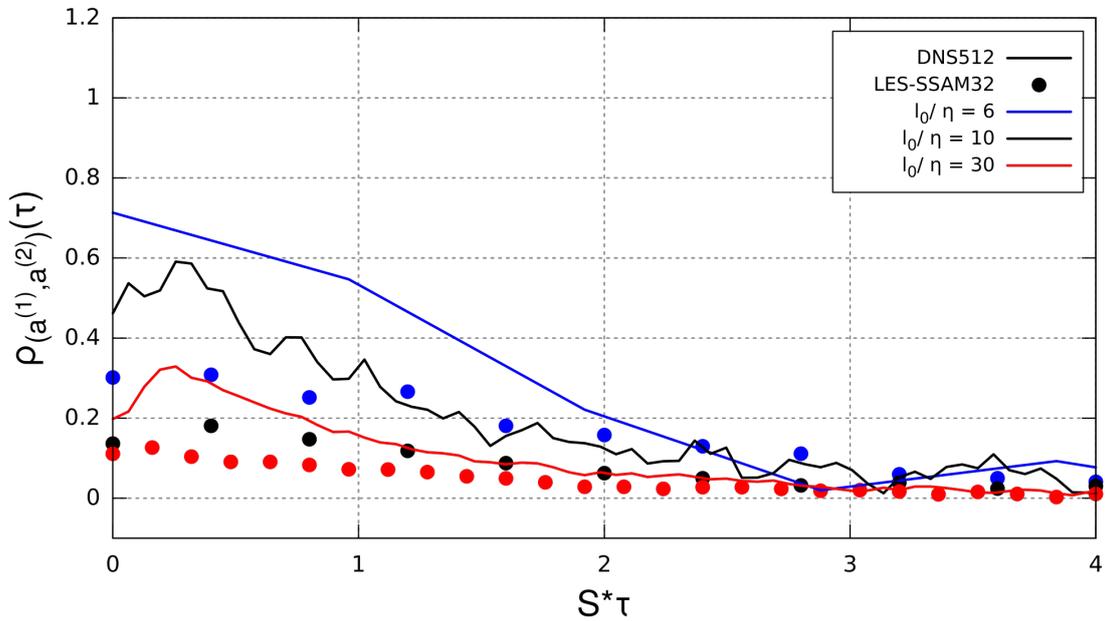


FIGURE 3.41 – Comparaison de la fonction d'autocorrelation à deux points de l'accélération des particules fluides dans le cisaillement homogène pour différentes séparations initiales des paires de particules (représentées par couleurs) entre la DNS (—) et la LES-SSAM (•).

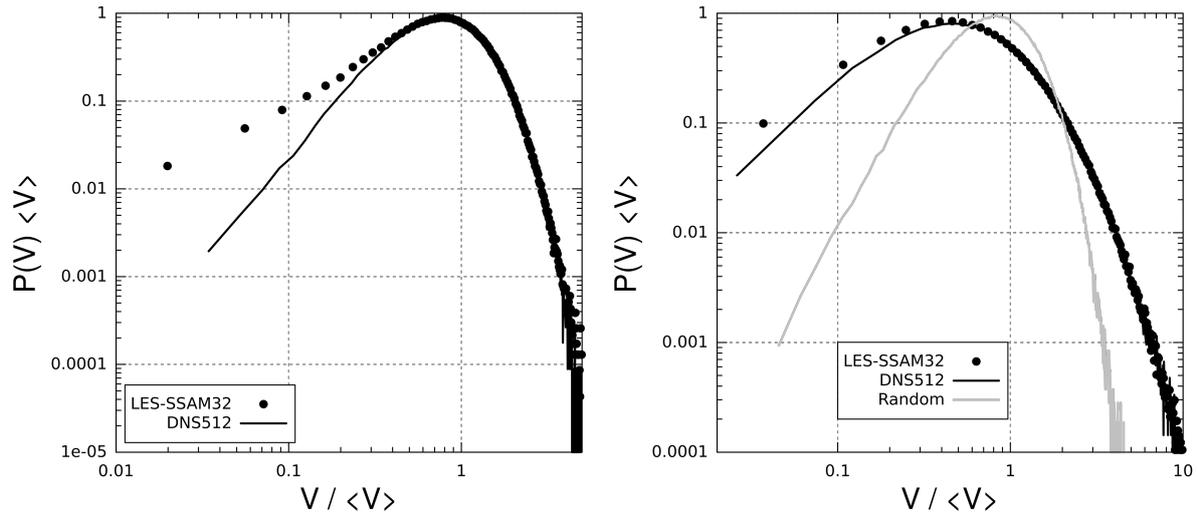


FIGURE 3.42 – Figure a (à gauche) : Comparaison entre la DNS (—) et la LES-SSAM (●) de la distribution des volumes de Voronoï dans le cisaillement homogène pour des particules inertielles de Stokes $St = 0.3$. Figure b (à droite) : Même figure pour des particules de Stokes $St = 3.0$. La courbe grise représente une distribution aléatoire.

Toujours dans l’objectif d’observer la capacité de la LES-SSAM à reproduire des statistiques à plus grande échelle, on applique maintenant la décomposition en cellules de Voronoï pour observer la prédiction des effets de concentration préférentielle. La figure 3.42 montre ainsi les distributions normalisées des volumes de Voronoï pour les deux nombres de Stokes considérés. Les résultats nous montrent que de manière générale, la LES-SSAM produit trop d’effet de clustering par rapport à la DNS. Cette tendance est présente tout en restant faible pour les particules de forte inertie mais elle est très nettement marquée pour les particules de Stokes $St = 0.3$. Cette tendance des simulations aux grandes échelles à surestimer les effets de clustering a déjà été observée en turbulence homogène isotrope [30, 48, 99] et s’explique par le fait que les zones de concentration préférentielle sont mieux délimitées et uniformes par rapport à une DNS car les zones d’intermittence aux petites échelles ne sont pas reproduites dans une LES. De plus, ce sont les longs tubes longitudinaux présents aux grandes échelles du cisaillement homogène qui sont responsables de la forme et de la formation des clusters de particules [41, 82] et ces derniers sont évidemment résolus par le maillage de LES. Cette tendance diminue avec le nombre de Stokes puisque les particules fortement inertielles ne restent sensibles qu’aux fluctuations provenant des grandes échelles.

3.3 Conclusion des résultats de la LES-SSAM

Nous avons utilisé l’approche LES-SSAM afin de prédire les effets des échelles turbulentes non résolues sur la vitesse du fluide à la position de particules inertielles dans une turbulence homogène isotrope et dans un cisaillement homogène. Le modèle de sous-maille originel de la LES-SSAM pour une turbulence homogène isotrope présentait le défaut de ne pas disposer d’un modèle stochastique pour décrire l’évolution de l’orientation de l’accélération. Ce défaut a été corrigé en utilisant la transformation de Stratonovich

pour établir un modèle stochastique décrivant l'évolution du vecteur d'orientation de l'accélération avec ou sans relaxation vers une orientation prédéfinie. Chaque composante du vecteur d'orientation évolue ainsi selon un processus stochastique d'Ornstein-Uhlenbeck représentant une marche aléatoire sur une sphère unitaire et l'intégration temporelle des composantes est effectuée à l'aide d'un schéma explicite/implicite.

Le modèle revisité de la LES-SSAM a été appliqué pour simuler le déplacement de particules fluides et inertielles dans une turbulence homogène isotrope. Les résultats ont d'abord montré une meilleure reproduction de l'accélération des particules fluides de la part de la LES-SSAM par rapport à une LES classique. La sensibilité de la distribution de l'accélération des particules au nombre de Reynolds ainsi que les effets d'intermittence sont également pris en compte par la LES-SSAM, contrairement à la LES classique. Un petit défaut a cependant été mis en évidence concernant la corrélation en espace du modèle de sous-maille, ayant pour conséquence une bonne concordance du temps de corrélation de l'accélération des particules avec la DNS à temps courts qui se détériore à temps long pour correspondre au temps de corrélation de la LES classique. Enfin nous n'avons pas observé d'améliorations notables sur le comportement des particules à plus grande échelle.

Pour les particules inertielles, les simulations ont montré des performances satisfaisantes dont la pertinence est similaire à celle concernant les particules fluides. Il a aussi été noté une amélioration de la prédiction des effets de concentration préférentielle par la LES-SSAM par rapport à la LES classique. Les résultats suggèrent toutefois que la bonne reproduction des statistiques d'accélération des particules est efficace dans la limite d'un nombre de Stokes raisonnable car les fortes fluctuations de la vitesse du fluide modélisées à la position des particules sont de plus en plus ignorées avec l'augmentation de l'inertie.

Nous nous sommes ensuite servi de nos résultats de DNS pour établir un scénario stochastique compatible avec la LES-SSAM pour reproduire le comportement de l'accélération de sous-maille dans un cisaillement homogène. Comme pour la turbulence homogène isotrope, nous avons testé ce modèle en simulant le déplacement de particules fluides et inertielles dans l'écoulement et en comparant les résultats avec la DNS. La LES-SSAM s'est d'abord révélée être une approche efficace par rapport aux LES classiques pour simuler un écoulement avec un cisaillement homogène en réussissant à simuler correctement un écoulement avec un fort cisaillement et en outrepassant la condition selon laquelle l'échelle de cisaillement doit être résolue pour que la simulation puisse donner de bons résultats[39].

Concernant l'accélération des particules, les résultats se sont montrés très satisfaisants pour les particules fluides et inertielles. Contrairement à la turbulence homogène isotrope, le fait que la dynamique de l'écoulement aux grands échelles (auxquelles les particules inertielles sont sensibles) soit dominée par le gradient de vitesse moyen et non par la cascade turbulente permet de limiter les effets de filtrage des contributions du modèle par l'inertie et de conserver une reproduction correcte des temps de corrélation de l'accélération.

Bien que les résultats concernant la vitesse des particules soient plutôt corrects, nous avons remarqué quelques défauts de la part de la LES-SSAM, minimes mais présents quel soit le type de particules simulé. Compte tenu de la bonne prédiction des statistiques

d'accélération, ceci indique que la LES-SSAM n'a qu'un effet limité sur les statistiques de la vitesse à cause de l'équation de continuité qui tend à amortir les contributions du modèle à plus grande échelle.

Pour les mêmes raisons, nous avons également constaté quelques erreurs mineures pour des statistiques liées aux grandes échelles comme le déplacement et la dispersion des particules ou les effets de concentration préférentielle mais les résultats restent tout à fait convenables. Quelques défauts supplémentaires apparaissent également lorsque l'inertie augmente.

Enfin, étant donné que le modèle ne reproduit que les effets des petites échelles indépendamment des grandes structures, la sensibilité des statistiques lagrangiennes avec les phases de croissance et d'effondrement n'est que partiellement bien reproduite.

Ces résultats nous permettent ainsi d'émettre trois conclusions majeures concernant l'approche LES-SSAM. La première est que la LES-SSAM se présente comme un outil efficace pour la simulation d'écoulements dans lesquels le nombre de Reynolds et l'accélération sont essentiels pour décrire des phénomènes physiques liés aux petites échelles comme l'évaporation de gouttes ou les réactions chimiques ou de combustion. Par corollaire, la LES-SSAM reste correcte mais moins efficace pour simuler des écoulements dans lesquels une prédiction précise de la vitesse ou de la dispersion des particules est demandée.

La deuxième conclusion est que la LES-SSAM est efficace pour la simulation de particules fluides ou de faible inertie mais peut perdre de ses performances lorsque l'inertie des particules devient trop importante.

Enfin, notre troisième conclusion indique que la LES-SSAM se présente comme une méthode pérenne et efficace pour simuler des écoulements avec un cisaillement homogène, les approches classiques n'ayant pas réussi à se passer de la condition de résolution de l'échelle de cisaillement.

Les perspectives de cette étude sont dans un premier temps de corriger les défauts de la LES-SSAM à propos de la corrélation en espace du modèle d'orientation de l'accélération dans la turbulence homogène isotrope et de sa difficulté à reproduire exactement la sensibilité de l'accélération avec les phases de croissance et d'effondrement dans le cisaillement homogène. Un autre point consisterait à tester les performances de la LES-SSAM pour un cisaillement homogène avec une géométrie différente, en particulier celle considérée comme idéale pour reproduire le cycle régénératif présent dans les écoulements de paroi. Enfin il serait également intéressant d'utiliser cette approche pour des écoulements plus complexes comme une turbulence en rotation, un jet plan ou la simulation de la dynamique de bulles.

Chapitre 4

LES-STRIP

Dans ce chapitre, nous portons notre attention sur la manière de modéliser directement la dynamique des particules inertielles ponctuelles de taille inférieure à l'échelle de Kolmogorov et de densité supérieure à celle du fluide porteur dans un cisaillement homogène à l'aide de la LES-STRIP (*Stochastic Response of Inertial Particles*). Nous discutons dans une première partie des conditions nécessaires pour utiliser la LES-STRIP puis nous présentons dans la partie suivante un modèle stochastique compatible avec cette approche pour reproduire l'accélération des particules inertielles dans le cisaillement homogène. Dans une troisième partie, la LES-STRIP est appliquée pour simuler le déplacement de particules inertielles dans le cisaillement homogène, les performances du modèle sont évaluées en comparant les résultats avec la DNS. Enfin nous concluons et présentons les perspectives de cette étude dans la dernière partie.

4.1 Utilisation de la LES-STRIP

Le coeur de la LES-STRIP consiste à modéliser de manière stochastique le comportement des particules solides à partir du champ de vitesse résolu par la LES. Nous avons déjà pu constater aux sections 1.2.4 et 3.2.2 que les modèles classiques de Smagorinsky et Smagorinsky dynamique étaient peu performants pour simuler un écoulement avec un cisaillement homogène, la LES de Smagorinsky ne parvenant pas à reproduire les variations d'énergie apparaissant à l'état stationnaire de l'écoulement et le modèle dynamique étant limité par la résolution de l'échelle de cisaillement[39]. Cela nous fait conjecturer l'hypothèse suivante : étant donné que le modèle STRIP n'intervient pas dans le calcul du champ de vitesse et dépend de celui-ci, si le champ de vitesse est mal calculé, alors les améliorations du modèle concernant la prédiction du mouvement des particules ne devraient pas permettre pas de rattraper toutes les erreurs venant du calcul de la phase fluide. Dans le cadre des capacités des procédures standards comme les LES de Smagorinsky et Smagorinsky dynamique, peut-on améliorer la prédiction du déplacement des particules dans un cisaillement homogène comme cela a été le cas avec la LES-SSAM (voir chapitre 3)? Nous montrons dans ce chapitre que la réponse est positive à la condition que les grandes échelles turbulentes soit correctement calculées.

En effet, nous utiliserons d'abord la LES de Smagorinsky pour simuler le champ de vitesse du cisaillement homogène. Nous verrons alors que la présence du modèle STRIP apporte des améliorations dans la prédiction du mouvement des particules mais présente des erreurs importantes à cause du mauvais calcul du champ de vitesse. D'un autre côté,

nous utiliserons le modèle dynamique de la LES de Smagorinsky pour simuler la phase fluide. Nous avons déjà discuté de la faible pertinence de cette approche au chapitre précédent, l'objectif est ici de s'en servir comme d'un outil permettant de tester le modèle STRIP dans des conditions où la turbulence aux grandes échelles est correctement calculée. Nous limiterons donc la valeur du gradient de vitesse moyen pour conserver la résolution de l'échelle de cisaillement. Les résultats montreront que sous cette condition, le modèle STRIP est capable de donner de très bonnes améliorations. Nous présentons dans la prochaine partie l'adaptation du modèle lagrangien de la LES-STRIP pour reproduire l'accélération des particules inertielles dans le cisaillement homogène.

4.2 Adaptation de la LES-STRIP au cisaillement homogène

L'idée de la LES-STRIP pour une turbulence homogène isotrope [38, 37] consiste à considérer que la force instantanée qui s'applique sur une particule peut-être décomposée en une contribution venant des grandes échelles résolues par le maillage et une contribution fluctuante traduisant le résultat de l'interaction des échelles non-résolues avec les particules.

$$\mathbf{a}_p = \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \bar{\mathbf{a}}_p + \mathbf{a}'_p \quad (4.1)$$

L'hypothèse est faite que les fluctuations de vitesse du fluide présentent à la position de la particule le long de sa trajectoire appartiennent au régime inertielle de la cascade turbulente, autorisant l'expression suivante :

$$\langle (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p)^2 \rangle \sim \tau_p \langle \epsilon \rangle_V \quad (4.2)$$

où la partie gauche représente la moyenne conditionnée à la dissipation visqueuse. L'expression (4.2) permet ainsi d'évaluer l'accélération d'une particule inertielle en fonction du taux de dissipation à sa position. Pour le cas du cisaillement homogène, la décomposition (4.1) prend la forme suivante :

$$\frac{du_{pi}}{dt} = \overline{\left(\frac{du_{pi}}{dt} \right)} + \left. \frac{du_{pi}}{dt} \right|_{\epsilon} = \frac{\bar{u}_{fi} - u_{pi}}{\tau_p} + \delta_{i1} S u_{p2} + \left. \frac{du_{pi}}{dt} \right|_{\epsilon} \quad (4.3)$$

où les termes de droite représentent respectivement la force de traînée s'appliquant sur la particule et provenant des grandes échelles résolues, l'accélération moyenne due à la présence du cisaillement moyen et l'accélération de la particule non résolue conditionnée à la valeur de la dissipation locale. Nous allons maintenant construire un modèle stochastique à partir de nos résultats de DNS pour exprimer l'accélération non résolue. Nos résultats de DNS nous ont montré que la norme d'accélération des particules inertielles est statistiquement indépendante de son orientation. On peut à nouveau appliquer la décomposition du terme d'accélération stochastique en deux modèles stochastiques indépendants, un pour la norme et un pour le vecteur d'orientation. On suit alors [38, 37] pour exprimer la norme d'accélération à partir de l'expression (4.2) :

$$\left. \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} \right|_{\epsilon} = \sqrt{\frac{\epsilon}{\tau_p}} \mathbf{e}_p \quad (4.4)$$

Cette expression reste en accord avec nos observations de DNS et la conjecture d’Obukhov [75, 83] dans la mesure où la norme d’accélération des particules inertielles est distribuée de manière log-normale et que les fortes fluctuations de vitesse sont amorties avec l’inertie des particules. On utilise donc la transformation de Itô pour obtenir le processus log-normal d’Ornstein-Uhlenbeck décrivant l’évolution de la variable $\epsilon^{1/2}$ dont l’expression est donnée par (1.53). La dissipation et l’accélération des particules fluides étant liées par la relation $a_\eta = \epsilon^{3/4}/\nu^{1/4}$, nous paramétrons le modèle stochastique de $\epsilon^{1/2}$ à partir de nos résultats de DNS pour la norme d’accélération des particules fluides. Ainsi, la valeur du temps de relaxation est égale au temps de cisaillement $1/S$ et la dispersion est obtenue à partir du rapport entre la largeur du filtre et l’échelle de Kolmogorov $\sigma^2 = \ln(\Delta/\eta)$.

Concernant la modélisation du vecteur d’orientation \mathbf{e}_p , nous suivons la même démarche que nous avons employée pour la LES-SSAM à la section 3.2.1 et appliquons le modèle décrit par les formules (3.5)-(3.7) et (3.9)-(3.10). Nos résultats ont en effet montré que l’orientation privilégiée de l’accélération des particules induite par les grands tourbillons est beaucoup plus marquée sur l’ensemble de leur trajectoire avec l’augmentation de l’inertie mais reste similaire à celle des particules fluides à petite échelle. L’augmentation de la probabilité pour que l’orientation de l’accélération d’une particule corresponde à la direction privilégiée est en effet une conséquence à long terme du filtrage des perturbations de l’accélération venant des petites structures par l’inertie. Toujours d’après nos résultats, seule l’intensité des perturbations locales est réduite mais la manière dont la turbulence agit sur la dynamique des particules est inchangée. On peut donc modéliser l’orientation de l’accélération des particules inertielles de la même manière que pour les particules fluides, l’inertie prise en compte dans (4.4) se chargera alors de donner plus ou moins d’importance aux variations de l’orientation. Nous conservons donc le raisonnement effectuée avec la LES-SSAM pour les particules fluides et nous définissons la valeur de relaxation \mathbf{h} du vecteur unitaire comme étant identique au vecteur de vorticit   à la position des particules de manière à cr  er à long terme une dynamique qui soit corr  el  e avec les grandes structures de vorticit  . On a donc :

$$h_i(t) = \omega_i(\mathbf{x}_p, t)/|\boldsymbol{\omega}|(\mathbf{x}_p, t) \quad (4.5)$$

avec \mathbf{x}_p la position des particules inertielles. Le coefficient de diffusion du mod  le d’orientation est obtenu    partir du temps de Kolmogorov τ_η . Pour chacun des mod  les, les param  tres sont d’abord calcul  s sur le maillage puis interpol  s    la position des particules. Enfin nous consid  rons que la tra  n  e r  solue par le maillage est suffisante pour tenir compte de la sensibilit   de l’acc  l  ration aux phases de croissance et d’effondrement des grandes structures.

4.3 Suivi de particules inertielles avec la LES-STRIP

Nous pr  sentons maintenant les r  sultats de la LES-STRIP pour le suivi de particules inertielles dans un cisaillement homog  ne. Nous effectuons ainsi quatre simulations de l’  coulement de cisaillement homog  ne d  crit au chapitre 2 sur un maillage de 32^3 points. Les deux premi  res simulations sont effectu  es    l’aide des approches LES classiques de Smagorinsky et de Smagorinsky dynamique pour simuler la phase fluide et du mod  le STRIP pour simuler le d  placement des particules. On nomme ainsi ces deux simulations LES-STRIP et LESD-STRIP, respectivement. Afin d’identifier les performances de la

LES-STRIP par rapport aux approches classiques dont elle ne peut se passer, les deux autres simulations sont identiques aux deux premières excepté pour la simulation des particules dont le déplacement est calculé à l'aide des expressions (1.9)-(1.10). Les simulations sont cette fois nommées LES et LESD respectivement. Pour chaque cas, les propriétés physiques des particules sont choisies de manière à correspondre aux deux nombres de Stokes de nos simulations de DNS : $St = 0.3$ et $St = 3.0$. Pour les simulations utilisant le modèle dynamique, nous attendons que l'état stationnaire soit atteint pour injecter les particules (voir figure 3.14). Concernant la LES et la LES-STRIP qui ne peuvent pas atteindre l'état stationnaire, les particules sont injectées à l'instant de temps correspondant au moment où le modèle dynamique atteint l'état stationnaire. Les résultats sont discutés dans les parties suivantes.

4.3.1 Statistiques d'accélération des particules

Nous commençons par observer les statistiques d'accélération des particules inertielles. On montre sur la figure 4.1 les distributions de la composante longitudinale d'accélération pour les différentes simulations. Comme nous pouvions nous y attendre, les distributions avec la simple LES pour les deux nombres de Stokes ne sont pas bonnes du tout. On peut cependant remarquer que l'ajout du modèle STRIP permet d'améliorer la distribution de l'accélération pour les particules de Stokes $St = 0.3$ qui est maintenant en bonne concordance avec la DNS. La réduction avec l'inertie de la probabilité d'apparition de fortes valeurs pour l'accélération n'est cependant pas reproduite, comme on peut le voir pour la distribution des particules de Stokes $St = 3.0$. Les contributions log-normales du modèle dans l'expression (4.3) deviennent en effet dominantes par rapport à la turbulence résolue par le maillage qui est beaucoup trop dissipée par le modèle de Smagorinsky. Concernant les distributions pour les simulations avec le modèle dynamique, on peut constater une bonne reproduction des résultats de DNS de la part de la LESD et la LESD-STRIP pour les deux nombres de Stokes. Les performances de ces deux simulations sont ici très similaires et présentent le petit défaut de surestimer légèrement la distribution pour les fortes valeurs d'accélération des particules de faible Stokes. Le fait que l'échelle de cisaillement soit résolue implique à priori des résultats corrects pour une LES utilisant le modèle dynamique seul. Ce résultat n'est donc pas suffisant pour émettre un jugement sur les performances de la LESD-STRIP mais il nous permet de conclure que le modèle STRIP ne détériore pas les résultats et permet de conserver la bonne prédiction de la distribution de l'accélération lorsque l'échelle de cisaillement est résolue. On regarde ensuite les distributions pour les angles θ et φ du vecteur d'accélération projeté dans les plans (x_1, x_2) et (x_1, x_3) sur les figures 4.2 et 4.3, respectivement. Nous avons déjà pu observer les distributions de l'angle θ pour les approches de Smagorinsky et Smagorinsky dynamique seules à la section 3.2.2. On remarque alors que tout comme pour les distributions de l'accélération des particules, l'utilisation du modèle STRIP permet d'améliorer les résultats de l'approche de Smagorinsky jusqu'à une certaine mesure. L'orientation coaxiale de l'accélération avec la direction longitudinale due à la présence du terme source dans les équations de Navier-Stokes est en effet toujours assez marquée sur les distributions. On peut établir un constat identique pour la distribution de l'angle φ sur la figure 4.3. Le modèle STRIP n'apporte pas de modifications notables avec l'approche de Smagorinsky dynamique car l'orientation de l'accélération provient des grandes structures de l'écoulement et le modèle ne prédit que les événements des petites échelles. Cela ne retire toutefois pas la bonne concordance des résultats avec

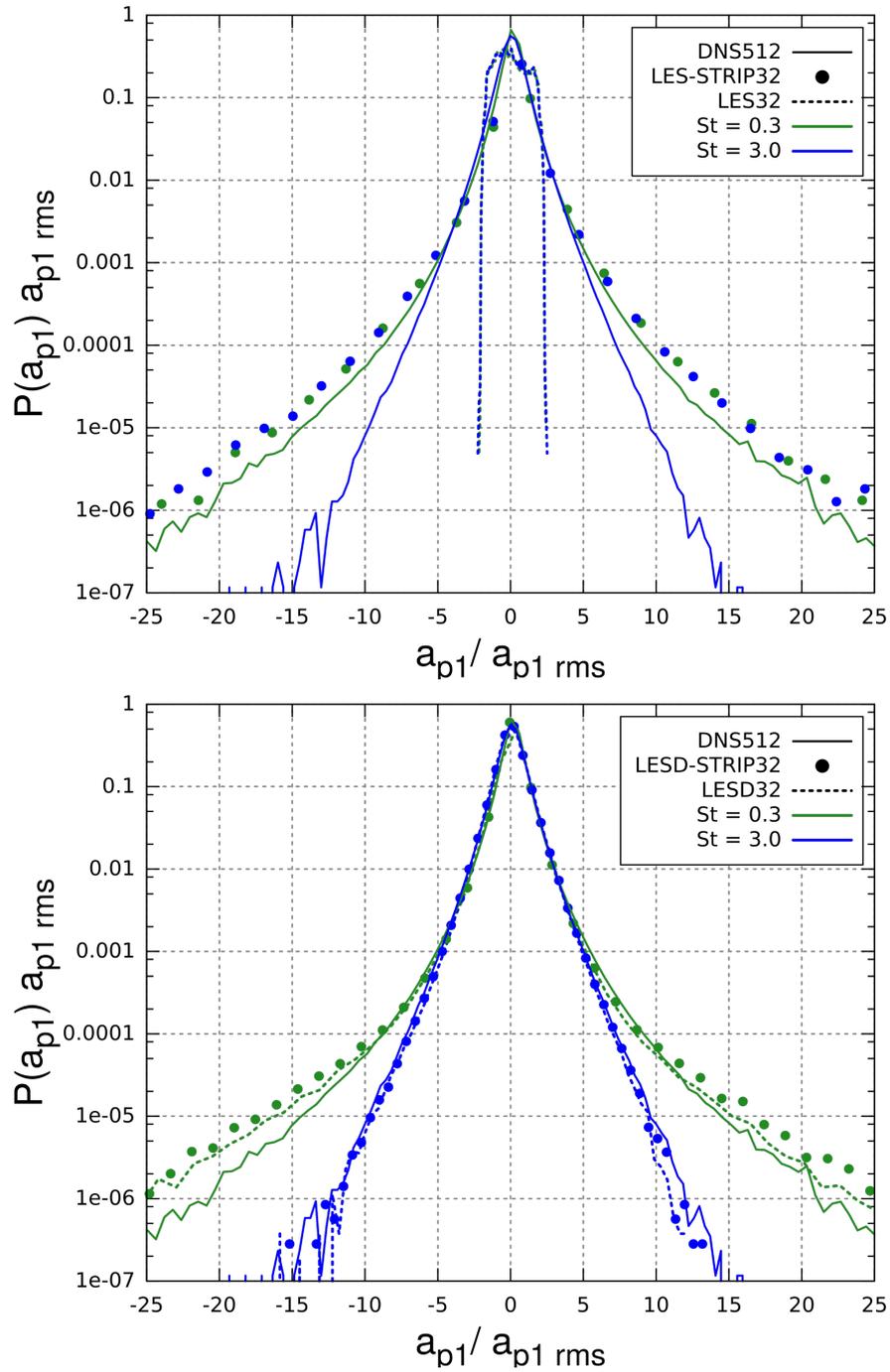


FIGURE 4.1 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la PDF de l'accélération des particules inertielles avec $St = 0.3$ (en vert) et $St = 3.0$ (en bleu) dans le cisaillement homogène entre la DNS (—), la LES (- - -) et la LES-STRIP (●). Figure b (à droite) : Même figure entre la DNS (—), la LESD (- - -) et la LESD-STRIP (●).

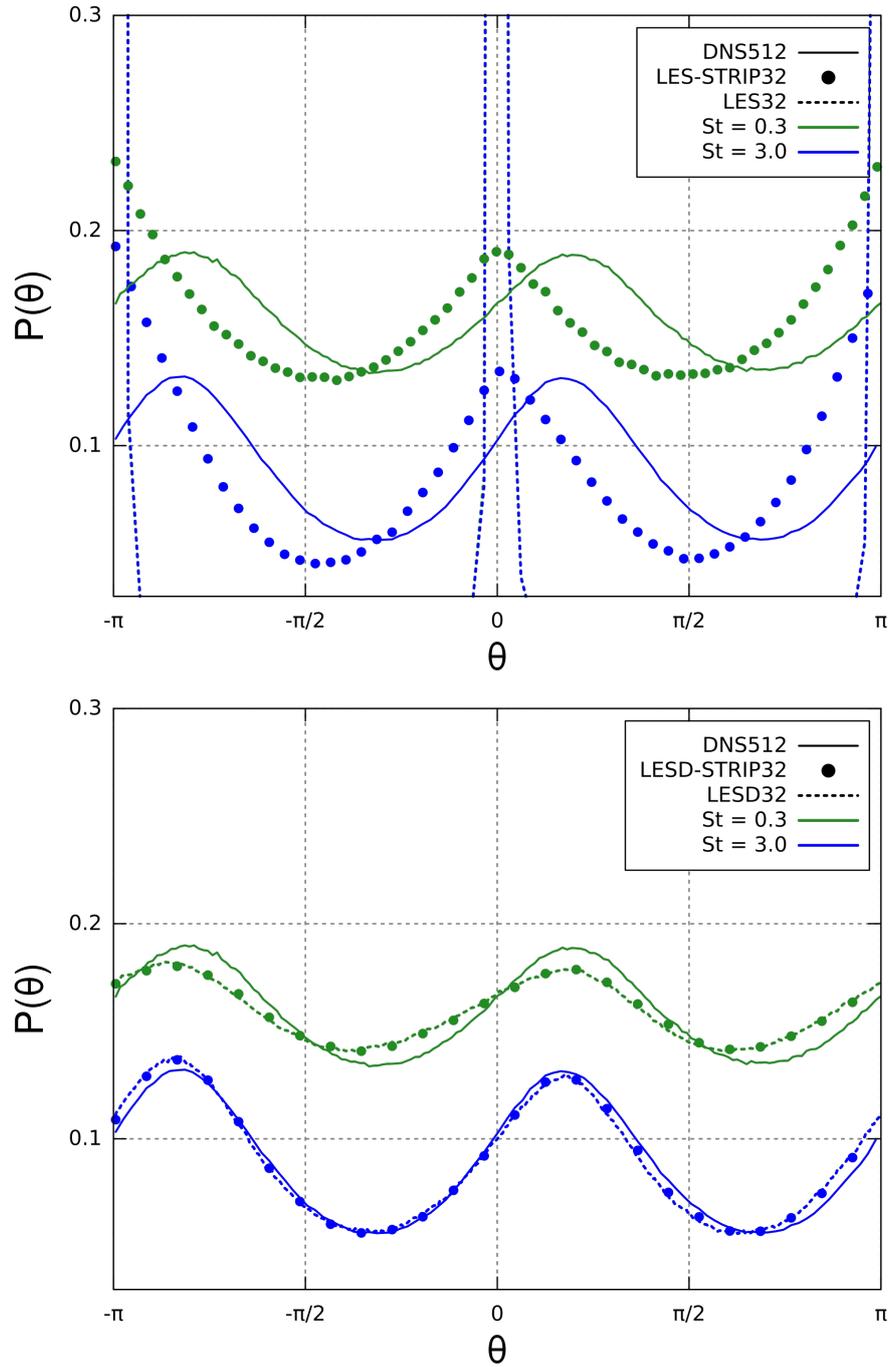


FIGURE 4.2 – Figure a (à gauche) : Comparaison des distributions de l'angle d'orientation θ du vecteur d'accélération des particules inertielles de Stokes $St = 0.3$ (en vert) et $St = 3.0$ (en bleu) dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES (■) et la LES-STRIP (●). Les courbes sont décalées vers le bas avec le nombre de Stokes pour plus de lisibilité. Figure b (à droite) : Même figure entre la DNS (—), la LESD (- - -) et la LESD-STRIP (●).

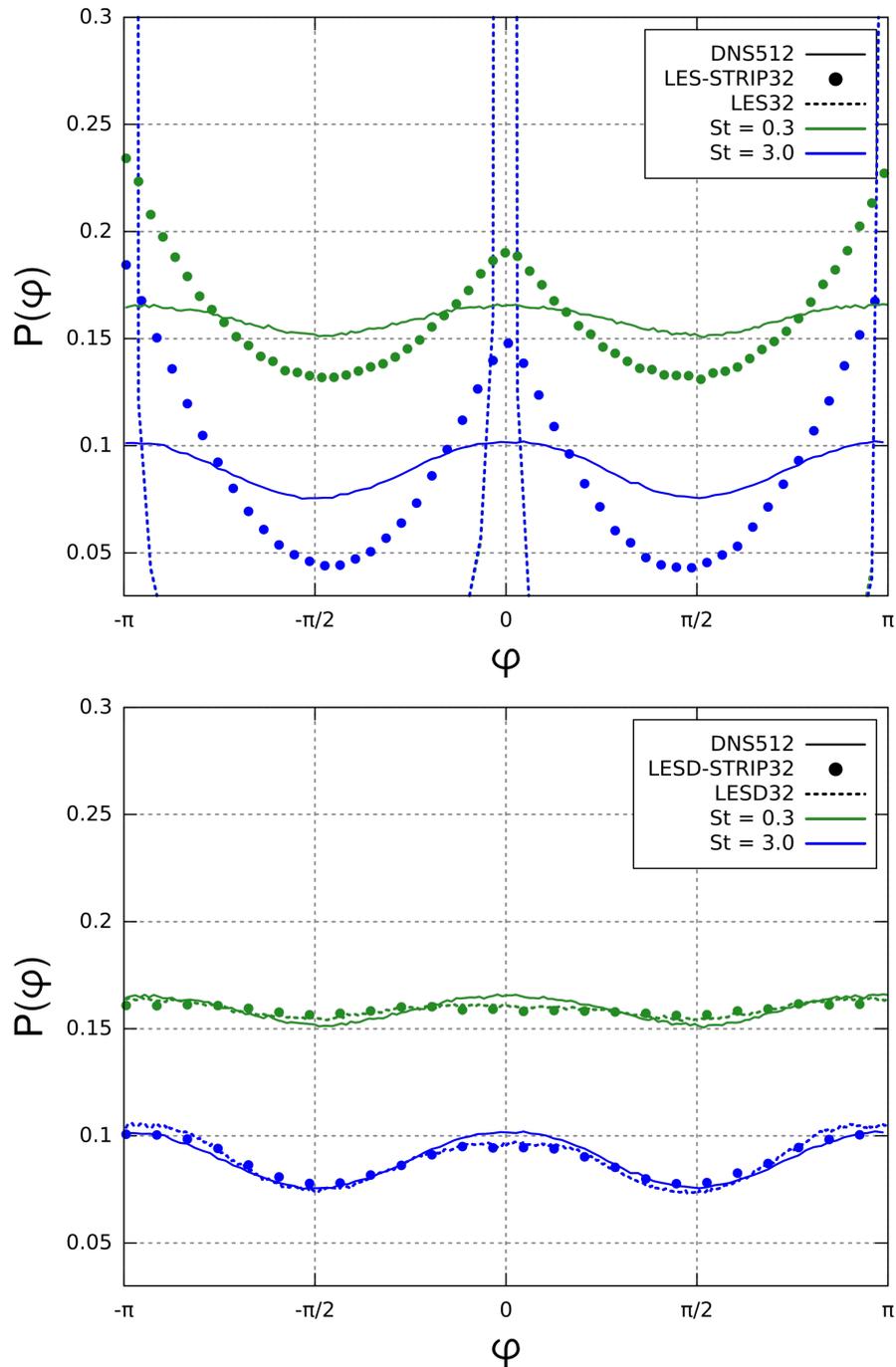


FIGURE 4.3 – Figure a (à gauche) : Comparaison des distributions de l'angle d'orientation φ du vecteur d'accélération des particules inertielles de Stokes $St = 0.3$ (en vert) et $St = 3.0$ (en bleu) dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES (■) et la LES-STRIP (●). Les courbes sont décalées vers le bas avec le nombre de Stokes pour plus de lisibilité. Figure b (à droite) : Même figure entre la DNS (—), la LESD (- - -) et la LESD-STRIP (●).

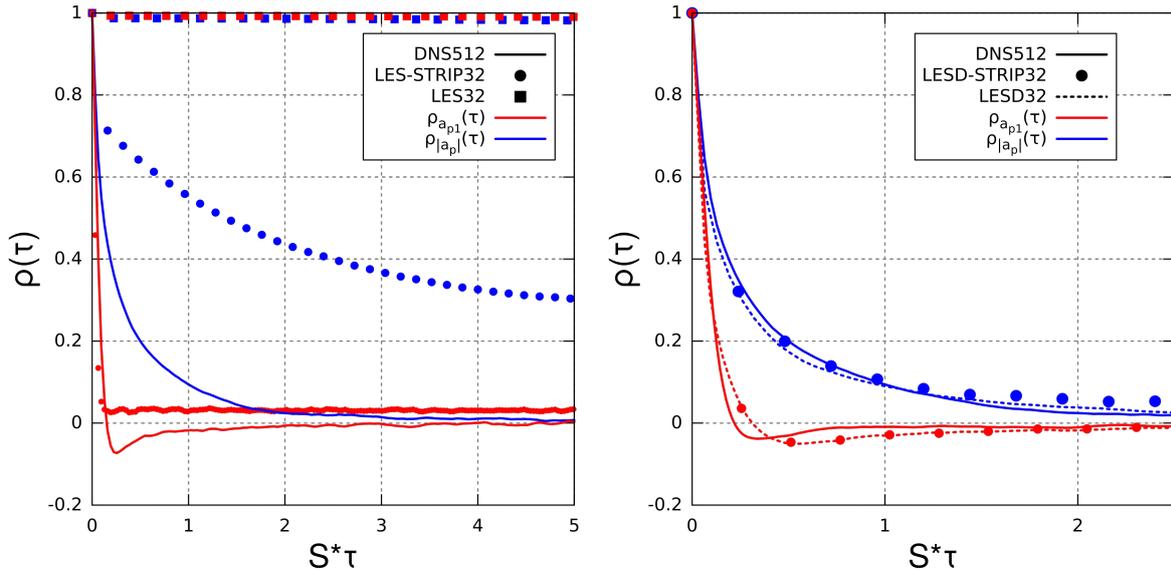


FIGURE 4.4 – Figure a (à gauche) : Comparaison des fonctions d'autocorrélation de la norme d'accélération (en bleu) et de la composante longitudinale (en rouge) des particules inertielles de Stokes $St = 0.3$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES (■) et la LES-STRIP (●). Figure b (à droite) : Même figure entre la DNS (—), la LESD (- -) et la LESD-STRIP (●).

la DNS. Les conclusions établies pour les distributions de l'accélération s'appliquent donc également ici : le modèle STRIP améliore les résultats de la LES classique et ne détériore pas ceux de la LES de Smagorinsky dynamique.

On s'intéresse alors aux fonctions d'autocorrélation de la norme d'accélération et de la composante longitudinale qui sont montrées pour les deux nombres de Stokes respectivement sur les figures 4.4 et 4.5. Une fois encore, on voit très nettement que les résultats de la LES de Smagorinsky sont très mauvais et ce, quelle que soit la valeur du nombre de Stokes. Les temps de corrélation de l'accélération sont en effet très longs car la dissipation excessive d'énergie par le modèle de sous-maille empêche la turbulence de se développer. De plus, la séparation d'échelle n'est pas reproduite. L'utilisation du modèle STRIP permet par contre d'obtenir des temps de corrélation de la norme et des composantes d'accélération beaucoup plus corrects. Pour les particules de plus faible inertie, la composante longitudinale présente alors un temps de corrélation de l'ordre du temps de Kolmogorov similaire à la DNS. On retrouve une tendance similaire pour les particules de Stokes $St = 3.0$. Concernant la norme de l'accélération, son comportement est largement surestimé par rapport à la DNS malgré la présence du modèle STRIP et on peut constater une invariance du temps de corrélation avec le nombre de Stokes. Les résultats sont toutefois beaucoup moins aberrants que ceux de la LES de Smagorinsky seule. Pour les simulations utilisant le modèle dynamique, on peut constater une légère amélioration du temps de corrélation de la norme d'accélération pour les particules de faible inertie lorsque le modèle STRIP est utilisé. Cette amélioration reste néanmoins assez négligeable devant les performances du modèle dynamique seul. Pour les particules de Stokes $St = 3.0$, on constate que les deux approches (avec et sans modèle STRIP) donnent les mêmes résultats en concordance avec la DNS. Concernant les temps de

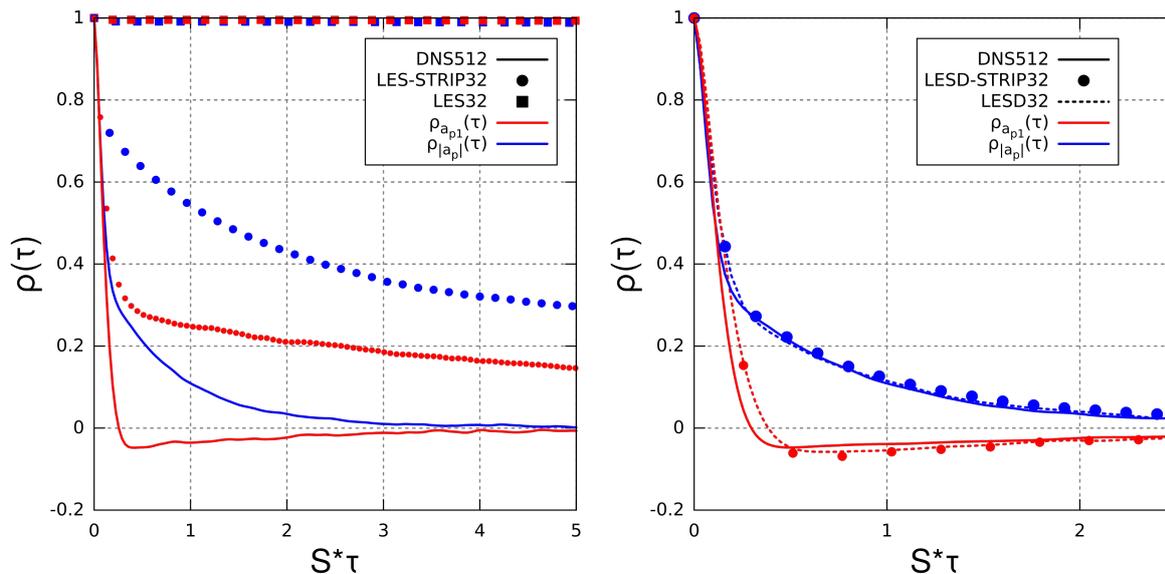


FIGURE 4.5 – Figure a (à gauche) : Comparaison des fonctions d’autocorrélation de la norme d’accélération (en bleu) et de la composante longitudinale (en rouge) des particules inertielles de Stokes $St = 3.0$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES (■) et la LES-STRIP (●). Figure b (à droite) : Même figure entre la DNS (—), la LESD (- -) et la LESD-STRIP (●).

corrélation de la composante longitudinale d’accélération, on retrouve également des résultats très proches de nos références et ce, indépendamment de l’utilisation du modèle STRIP. Ces observations nous permettent à nouveau de souligner le fait que le modèle STRIP ne détériore pas les résultats par rapport au modèle de Smagorinsky dynamique.

Sensibilité du modèle aux phases de croissance et d’effondrement

Nous étudions la capacité du modèle STRIP à reproduire la sensibilité de l’accélération des particules inertielles aux phases de croissance et d’effondrement. Étant donné que ces phases ne sont pas reproduites lorsque le champ de vitesse est simulé avec le modèle standard de Smagorinsky, nous ne montrons que les résultats pour lesquels le champ de vitesse a été calculé avec le modèle de Smagorinsky dynamique. Les fonctions d’autocorrélation de la norme et de la composante longitudinale d’accélération conditionnées aux phases de croissance et d’effondrement sont ainsi respectivement montrées sur les figures 4.6 et 4.7 pour chaque nombre de Stokes considéré dans nos simulations. On peut alors constater que pour la LESD, le temps de corrélation de la norme d’accélération est peu sensible aux phases de croissance et d’effondrement, contrairement aux résultats de DNS. On retrouve ici le même problème observé au chapitre 3 : la résolution des grandes échelles seule est une condition qui reproduit de façon limitée la sensibilité de la norme d’accélération des particules au développement et à l’effondrement des grandes structures. Le constat est en revanche opposé lorsque le modèle STRIP est appliqué. Ce dernier parvient en effet à tenir compte de manière très satisfaisante de la sensibilité de la norme d’accélération aux phases du cycle de régénération des structures, et en particulier lorsque l’inertie augmente. On peut également observer une diminution de la

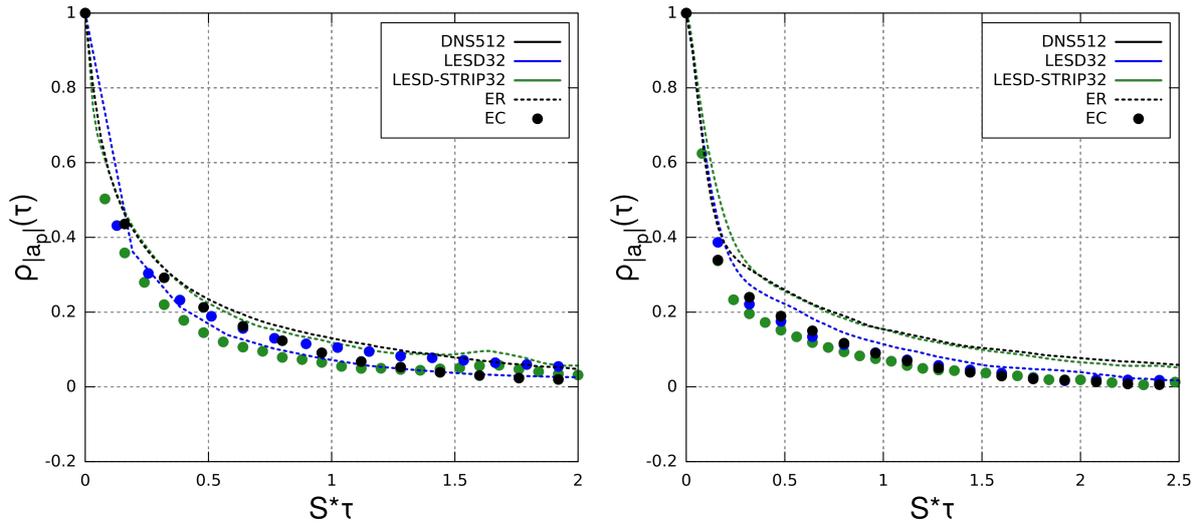


FIGURE 4.6 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la fonction d’autocorrélation de la norme d’accélération des particules de Stokes $St = 0.3$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (en noir), la LESD (en bleu) et la LESD-STRIP (en vert) conditionnée à la phase de croissance (- -) et à la phase d’effondrement (\bullet). Figure b (à droite) : Même figure pour les particules de Stokes $St = 3.0$.

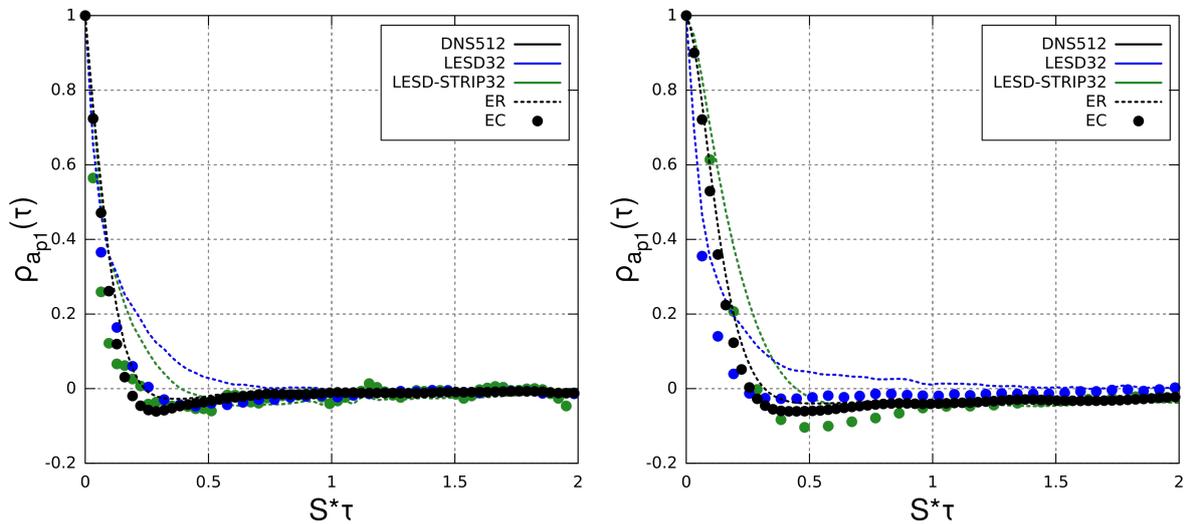


FIGURE 4.7 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la fonction d’autocorrélation de la composante longitudinale d’accélération des particules de Stokes $St = 0.3$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (en noir), la LESD (en bleu) et la LESD-STRIP (en vert) conditionnée à la phase de croissance (- -) et à la phase d’effondrement (\bullet). Figure b (à droite) : Même figure pour les particules de Stokes $St = 3.0$.

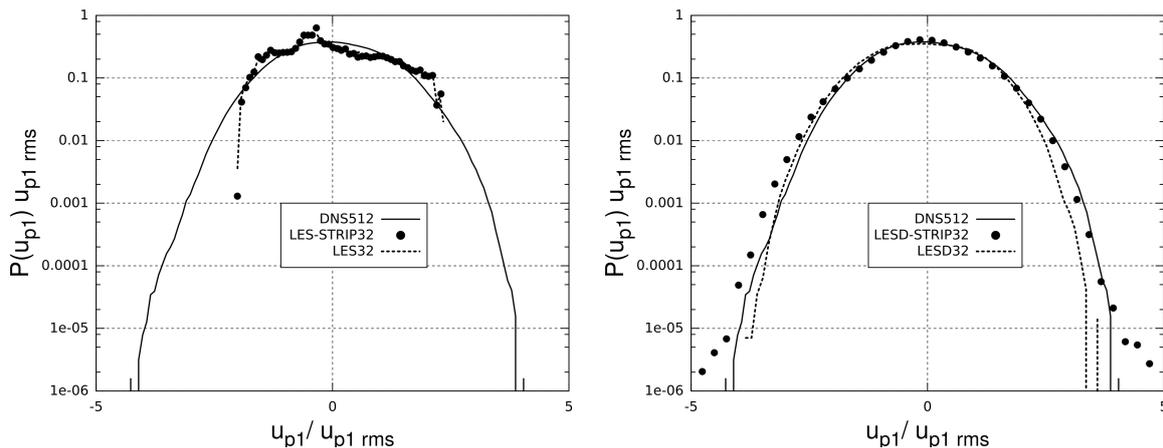


FIGURE 4.8 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la PDF de la vitesse longitudinale des particules inertielles de Stokes $St = 3.0$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (—), la LES (- - -) et la LES-STRIP (●). Figure b (à droite) : Même figure entre la DNS (—), la LESD (- - -) et la LESD-STRIP (●).

sensibilité du temps de corrélation de la composante longitudinale au cycle de régénération des structures lorsque le modèle STRIP est utilisé, ce qui est en meilleur accord avec nos résultats de DNS.

4.3.2 Statistiques de vitesse des particules

Nous analysons maintenant les résultats concernant la prédiction de la vitesse des particules. On commence par observer les distributions des composantes longitudinale et normale sur les figures 4.8 et 4.9 respectivement. Les résultats de DNS pour les distributions de vitesse étant identiques avec les deux nombres de Stokes, nous analysons uniquement le cas où l'inertie est la plus importante. À propos de la distribution de la vitesse longitudinale, on continue à observer de mauvais résultats pour la LES simple qui ne sont pas corrigés par le modèle STRIP car le terme source $\delta_{i1} S u_2$ reste dominant dans cette direction. Les résultats des simulations avec le modèle dynamique sont en revanche plus exploitables. On peut en effet constater que la distribution de la LESD présente une légère asymétrie par rapport à la DNS (à cause des erreurs numériques évoquées à la section 3.2.2) et que la dispersion n'est pas assez importante pour reproduire les résultats de référence. Lorsque le modèle STRIP est utilisé, l'asymétrie ne disparaît pas complètement mais devient beaucoup moins marquée et on peut aussi remarquer que la distribution de vitesse présente une dispersion en meilleure concordance avec la DNS. Concernant des distributions de la vitesse normale, la LES présente toujours des résultats inexacts mais on peut maintenant remarquer une conséquence de la présence du modèle STRIP. De manière similaire à la distribution de l'accélération (voir figure 4.1), la distribution donnée par la LES-STRIP est en assez bonne concordance avec la DNS pour de faibles valeurs de vitesse mais la probabilité d'apparition de valeurs plus importantes est beaucoup trop élevée. En effet, le seul terme source dans cette direction est donné par le modèle STRIP et ce dernier donne une distribution de la vitesse avec des aîlées étirées. Au sujet des LES de Smagorinsky dynamique, on remarque à nouveau que le modèle STRIP améliore les résultats de la LESD. En effet la dispersion de la

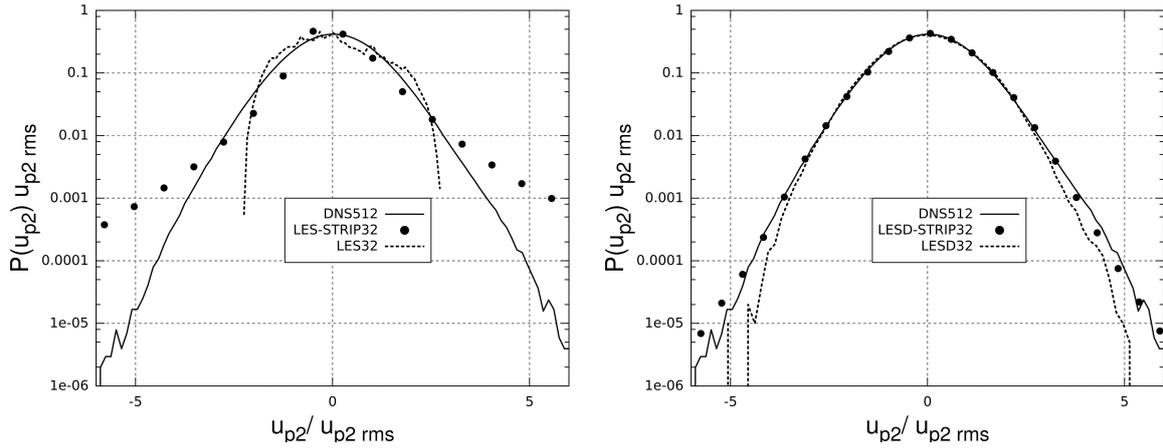


FIGURE 4.9 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la PDF de la vitesse longitudinale des particules inertielles de Stokes $St = 3.0$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (—), la LES (- - -) et la LES-STRIP (●). Figure b (à droite) : Même figure entre la DNS (—), la LESD (- - -) et la LESD-STRIP (●).

distribution de la vitesse normale est un peu faible en LESD par rapport à la DNS, ce qui n'est pas le cas avec le modèle STRIP qui reproduit presque à l'identique les résultats de référence.

On montre maintenant les fonctions d'autocorrélation des composantes de vitesse longitudinale et normale pour les particules de Stokes $St = 0.3$ sur la figure 4.10 et $St = 3.0$ sur la figure 4.11. Exactement comme pour les résultats précédents et pour les mêmes raisons, on constate la très mauvaise reproduction des résultats par l'approche de LES simple. De manière cohérente avec les observations effectuées pour les distributions des vitesses, on voit que le modèle STRIP ne permet pas d'améliorer le comportement de la fonction d'autocorrélation de la vitesse longitudinale et ce, quelle que soit la valeur de l'inertie. La fonction d'autocorrélation de la vitesse normale présente en revanche une relative amélioration avec le modèle STRIP mais finit par se stabiliser autour d'une valeur finale différente de zéro. Pour les cas où la phase fluide est simulée avec le modèle dynamique, on peut premièrement observer que la LESD seule reproduit déjà assez bien les résultats de référence. Tout comme pour les distributions de vitesse, la présence du modèle STRIP permet une petite amélioration des résultats en comparaison avec la DNS, en particulier pour la vitesse longitudinale. On peut ajouter que cette remarque est aussi valide dans le cas où l'inertie est plus importante.

4.3.3 Statistiques liées au déplacement des particules

Jusqu'à maintenant, nous avons obtenu de bonnes performances de la part du modèle STRIP concernant la prédiction de l'accélération et de la vitesse des particules. Ces résultats nous encouragent donc à analyser les statistiques liées au déplacement des particules. On commence donc par observer le tenseur de dispersion (3.19). Tout comme à la section 3.2.5, les résultats sont comparés avec les comportements asymptotiques observés par Ahmed et Elghobashi[2] dans la phase initiale du cisaillement homogène. On trace alors les composantes $\langle X_1^2(\tau) \rangle$, $\langle X_2^2(\tau) \rangle$ et $\langle X_1(\tau)X_2(\tau) \rangle$ du tenseur de dispersion pour nos différentes simulations sur les figures 4.12 à 4.14. La composante $\langle X_3^2(\tau) \rangle$ étant

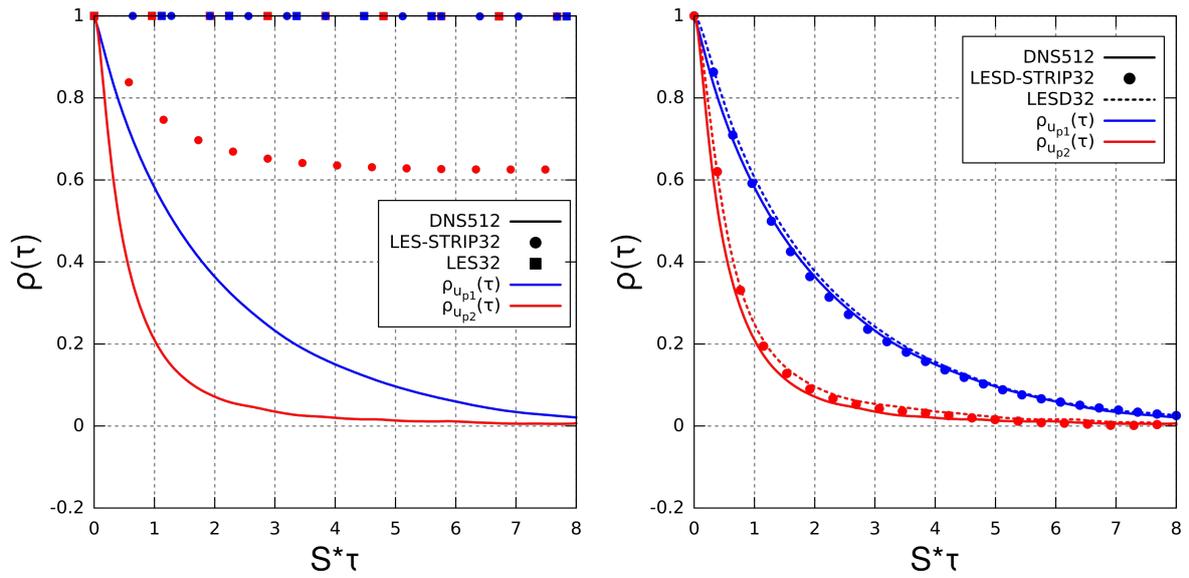


FIGURE 4.10 – Figure a (à gauche) : Comparaison des fonctions d'autocorrélation de la vitesse longitudinale (en bleu) et normale (en rouge) des particules inertielles de Stokes $St = 0.3$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES (■) et la LES-STRIP (●). Figure b (à droite) : Même figure entre la DNS (—), la LESD (- -) et la LESD-STRIP (●).

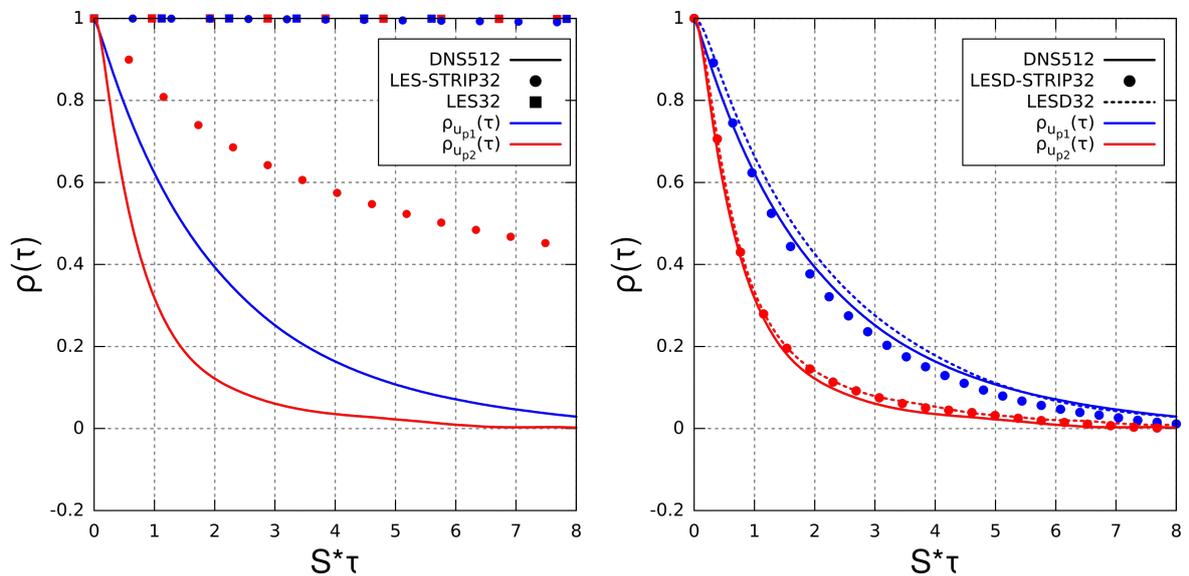


FIGURE 4.11 – Figure a (à gauche) : Comparaison des fonctions d'autocorrélation de la vitesse longitudinale (en bleu) et normale (en rouge) des particules inertielles de Stokes $St = 3.0$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (—) et la LES (■) et la LES-STRIP (●). Figure b (à droite) : Même figure entre la DNS (—), la LESD (- -) et la LESD-STRIP (●).

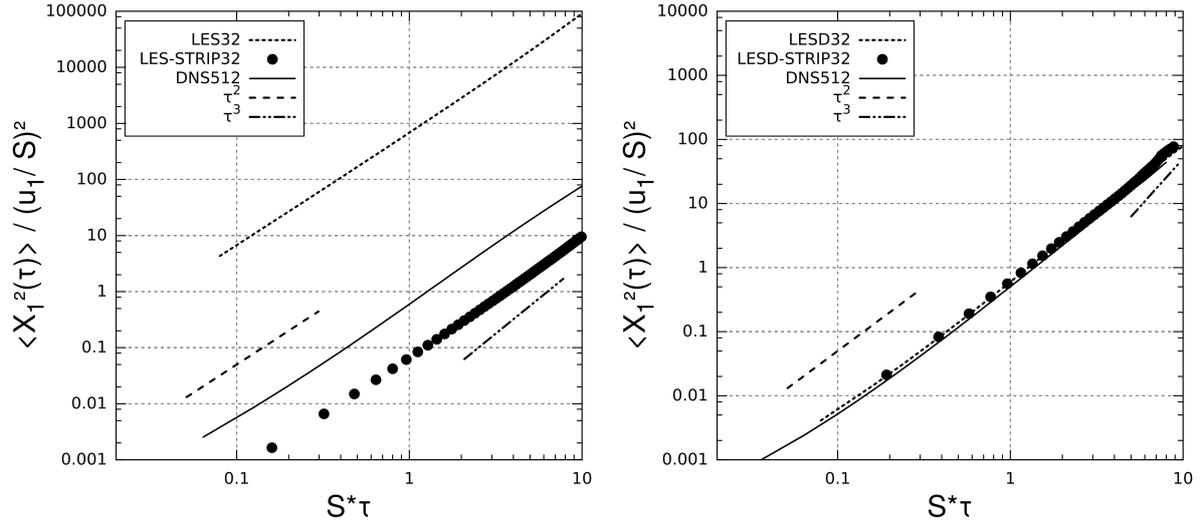


FIGURE 4.12 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la composante $\langle X_1^2(\tau) \rangle$ du tenseur de dispersion des particules inertielles de Stokes $St = 3.0$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (—), la LESD (- - -) et la LES-STRIP (●) conditionnée à la phase de croissance. Figure b (à droite) : Même figure entre la DNS (—), la LESD (- - -) et la LESD-STRIP (●). Les pentes τ^n représentent les asymptotes théoriques.

identique à $\langle X_2^2(\tau) \rangle$, cette dernière n'est pas montrée. Pour les mêmes raisons évoquées à la section 3.2.3, les statistiques sont montrées pour les particules de fort Stokes et conditionnées à la phase de croissance. Sur l'ensemble des résultats donnés par la LES simple, on continue d'observer une mauvaise reproduction de la dispersion des particules par rapport à la DNS, excepté pour la composante $\langle X_2^2(\tau) \rangle$ du tenseur de dispersion. Cette exception est néanmoins à relativiser puisque les comportements asymptotiques ne sont pas reproduits, l'allure de la dispersion des particules est par ailleurs identique quelle que soit la composante considérée et est proportionnelle à τ^2 . Les particules suivent en effet un régime balistique constant à cause du manque de fluctuations turbulentes trop dissipées par le modèle de Smagorinsky. La même conclusion peut être établie lorsque le modèle STRIP est utilisé. Bien que celui-ci améliore les résultats pour la composante $\langle X_1^2(\tau) \rangle$, le modèle n'apparaît pas être suffisant seul pour reproduire correctement la dispersion des particules. Lorsque les grandes échelles sont correctement modélisées, on peut observer un comportement général des résultats un peu plus en accord avec les références. Tout comme pour la LES-SSAM, il est délicat de pouvoir observer les comportements asymptotiques théoriques à temps long à cause de l'alternance des phases de croissance et d'effondrement. On peut d'ailleurs voir que les résultats pour la composante croisée s'éloignent légèrement de la théorie à temps longs. On constate malgré tout que les résultats de DNS sont bien reproduits par le modèle STRIP. Ce dernier ne se distingue par contre pas véritablement du modèle dynamique seul, excepté à temps courts pour la composante $\langle X_1^2(\tau) \rangle$. Finalement, le modèle STRIP permet d'obtenir une nette amélioration de la vitesse des particules mais n'a qu'une influence plutôt restreinte sur le déplacement des particules. Ce constat est assez surprenant dans la mesure où la vitesse et le déplacement des particules sont étroitement liés. Il pourrait donc être intéressant d'en étudier la raison dans une étude plus approfondie.

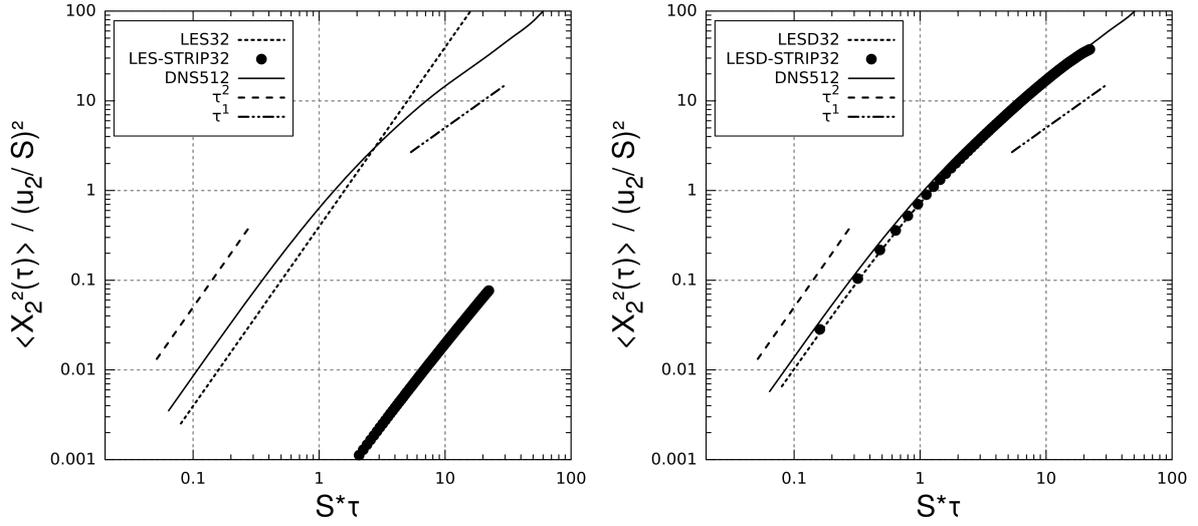


FIGURE 4.13 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la composante $\langle X_2^2(\tau) \rangle$ du tenseur de dispersion des particules inertielles de Stokes $St = 3.0$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (—), la LESD (- - -) et la LES-STRIP (●) conditionnée à la phase de croissance. Figure b (à droite) : Même figure entre la DNS (—), la LESD (- - -) et la LESD-STRIP (●). Les pentes τ^n représentent les asymptotes théoriques.

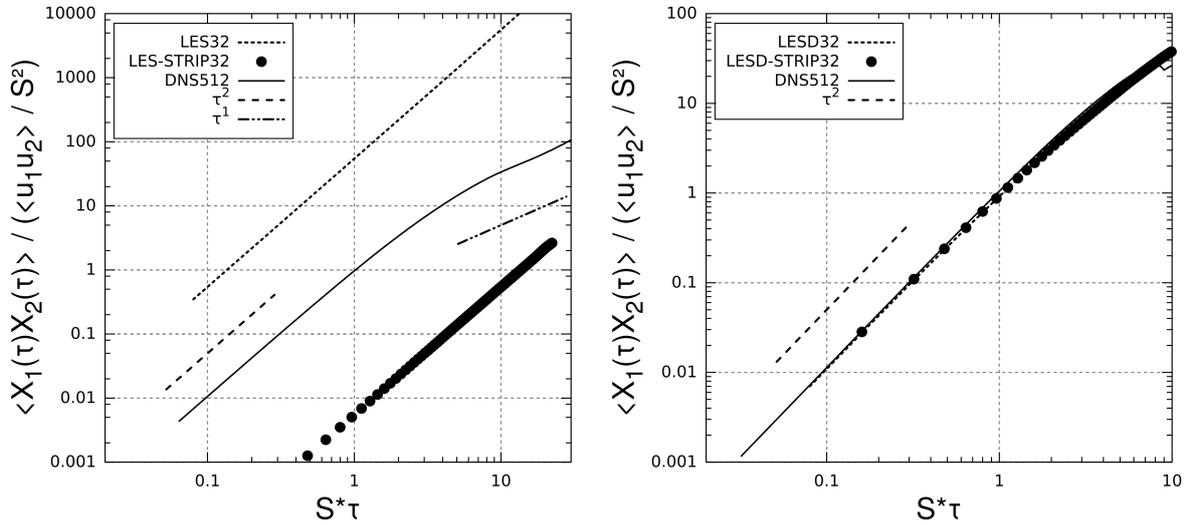


FIGURE 4.14 – Figure a (à gauche) : Comparaison de la composante $\langle X_1(\tau)X_2(\tau) \rangle$ du tenseur de dispersion des particules inertielles de Stokes $St = 3.0$ dans le cisaillement homogène entre la DNS (—), la LESD (- - -) et la LES-STRIP (●) conditionnée à la phase de croissance. Figure b (à droite) : Même figure entre la DNS (—), la LESD (- - -) et la LESD-STRIP (●). Les pentes τ^n représentent les asymptotes théoriques.

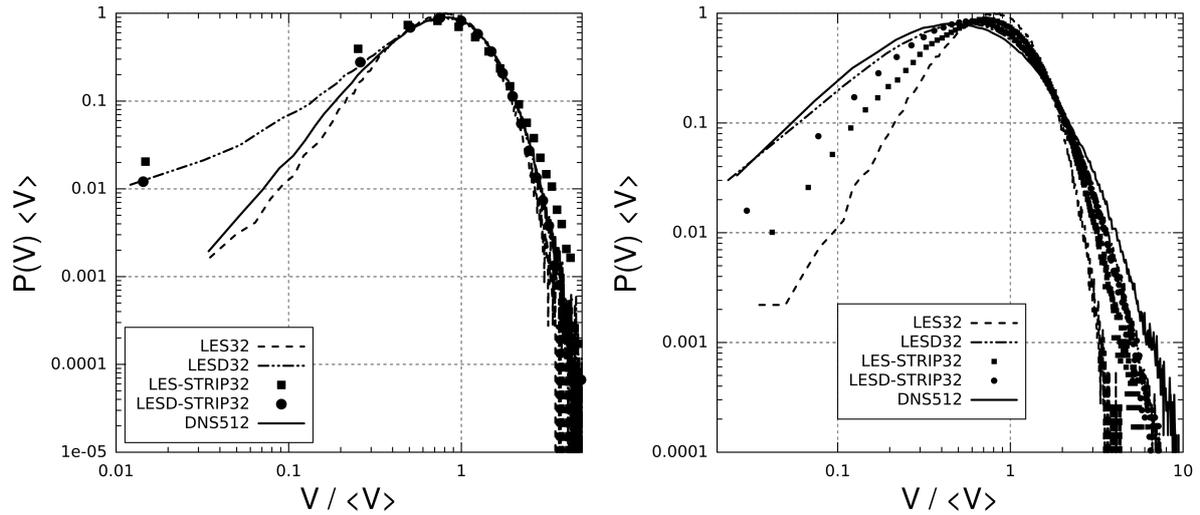


FIGURE 4.15 – Figure a (à gauche) : Comparaison entre la DNS (—), la LES (---), la LESD (- · -), la LES-STRIP (■) et la LESD-STRIP (●) de la distribution des volumes de Voronoï dans le cisaillement homogène pour des particules inertielles de Stokes $St = 0.3$. Figure b (à droite) : Même figure pour des particules de Stokes $St = 3.0$.

Concentration préférentielle

Une dernière propriété liée au déplacement des particules que nous allons examiner est la capacité du modèle STRIP à reproduire les effets de concentration préférentielle. On applique donc la décomposition en cellules de Voronoï pour chaque cas. Les distributions des volumes V de Voronoï sont montrées sur la figure 4.15. Il est possible de distinguer des effets de clusterisation beaucoup trop prononcés par rapport aux références de la part des résultats de la LESD ainsi que des modèles STRIP pour les particules de faible inertie. Nous avons déjà constaté cet effet sur les résultats de la LES-SSAM à la section 3.2.5 qui vient du fait que la forme des clusters de particules est liée aux grands tourbillons principaux[82, 41] résolus par le maillage et que les petites structures ne sont pas suffisamment reproduites pour perturber la formation de ces clusters. Curieusement, l'approche de LES seule est celle qui reproduit le mieux les résultats de référence pour les particules de faible inertie. Étant donné que la turbulence du cisaillement homogène simulée par la LES de Smagorinsky dissipe beaucoup d'énergie et empêche la formation des grandes structures, ceci s'explique par le fait que les particules peuvent se disperser de manière aléatoire et non contrôlée dans le fluide. La distribution de la LES seule est en effet similaire à celle d'une distribution aléatoire (non montrée). On peut effectuer le même constat pour les particules de forte inertie. Pour ces mêmes particules, le modèle STRIP accentue de façon bénéfique les effets de clustering pour le cas de la LES de Smagorinsky mais les réduit lorsque le champ de vitesse est simulé avec le modèle de Smagorinsky dynamique. La LESD est d'ailleurs l'approche reproduisant le mieux la distribution des volumes de Voronoï de la DNS. Une raison pour expliquer ce défaut du modèle STRIP malgré la bonne prédiction de l'accélération et de la vitesse des particules concerne la nature même du modèle. En effet, le modèle est appliqué à chaque particule indépendamment les unes des autres. Cette raison empêche un groupe dense de particules

d'évoluer de manière corrélée lorsqu'il est advecté par les grandes échelles turbulentes. La dynamique du groupe de particules est ainsi trop dispersive à petites échelles pour reproduire correctement les effets de concentration préférentielle. Pour un groupe moins dense, la dynamique indépendante de chaque particule devient moins significative devant le comportement induit par les grandes échelles résolues, d'où la réduction de l'erreur pour de plus grands volumes de Voronoï. Cette dynamique dispersive semble tout de même tendre vers un rapprochement minimal des particules car les distributions des volumes de Voronoï entre la LES-STRIP et la LESD-STRIP sont assez similaires. Ce défaut devient ainsi une qualité lorsque les grandes échelles ne sont pas correctement résolues.

4.4 Conclusion des résultats de la LES-STRIP

Dans ce chapitre, nous avons adapté l'approche LES-STRIP afin de modéliser les effets des échelles turbulentes non résolues sur la dynamique de particules inertielles en déplacement dans un cisaillement homogène. Le modèle a été testé pour deux cas : le premier est lorsque les grandes échelles de l'écoulement ne sont pas correctement calculées par la LES de Smagorinsky afin de savoir si le modèle STRIP peut malgré tout améliorer les résultats. Le second cas est lorsque les grandes échelles sont correctement calculées par la LES de Smagorinsky dynamique. Pour chaque cas, nous avons comparé les résultats avec et sans modèle STRIP avec la DNS.

Lorsque le champ de vitesse n'est pas correctement calculé, l'utilisation du modèle STRIP montre une amélioration de la distribution de l'accélération des particules ainsi que de son angle d'orientation. Des erreurs de prédiction non négligeables dues à la mauvaise reproduction de la turbulence aux grandes échelles sont tout de même présentes et tendent à s'accroître avec l'augmentation de l'inertie des particules. Un constat identique peut-être effectué pour les temps de corrélation de la norme d'accélération et de ses composantes.

Concernant les statistiques de vitesse, le modèle STRIP a montré une amélioration de la distribution de la vitesse normale ainsi que de son temps de corrélation. Les résultats présentent cependant des erreurs trop importantes pour être jugés satisfaisants.

Enfin, le déplacement des particules étant lié aux grandes structures et le modèle STRIP aux petites échelles, la présence du modèle ne s'est pas révélée très influente concernant l'amélioration de la prédiction de la dispersion des particules et a présenté des erreurs similaires au cas sans modèle.

Dans le cas où le comportement des échelles résolues est décemment reproduit, l'utilisation du modèle a montré de nettes améliorations. Les résultats concernant l'accélération des particules sont en effet très bien prédits, en particulier la sensibilité du temps de corrélation de la norme d'accélération aux phases de croissance et d'effondrement des structures qui est presque reproduite à l'identique par le modèle STRIP, contrairement à la LES classique.

Une autre amélioration majeure concerne la prédiction des temps de corrélation et des distributions de la vitesse des particules par rapport à la LES sans modèle STRIP.

Enfin, comme pour l'utilisation du modèle STRIP avec la LES de Smagorinsky, les résultats ont montré que le modèle n'avait que peu d'effet sur des statistiques lagran-

giennes liées aux grandes échelles comme la dispersion des particules ou les effets de concentration préférentielle. En effet, le fait d'appliquer le processus stochastique indépendamment sur chaque particule réduit la corrélation du mouvement conjoint de deux particules, ce qui se traduit par une moins bonne prédiction des effets de clustering.

Nous tenons à rappeler que bien que le modèle dynamique ait été utilisé dans le cadre de cette étude et ait présenté de bons résultats en combinaison avec le modèle STRIP, il reste une approche peu pertinente pour le cas du cisaillement homogène. Nous nous en sommes servis uniquement en tant qu'outil pratique pour tester notre modèle stochastique. Dans la perspective d'utiliser le modèle pour des écoulements plus complexes ou directement sur un cas pratique, le modèle standard de Smagorinsky serait à privilégier pour simuler la phase fluide si celui-ci peut simuler correctement les grandes échelles de l'écoulement considéré.

Enfin il est à noter que la LES-STRIP se présente comme une approche très prometteuse pour modéliser des phases dispersées dans des écoulements cisailés et à grand nombre de Reynolds dans la mesure où elle permet de conserver de bons résultats à petite échelle lorsque le nombre de Stokes augmente. Il serait également intéressant d'utiliser cette approche pour des écoulements plus complexes ou des situations nécessitant la prédiction de l'évolution d'une phase dispersée autre que des particules solides telles que des gouttes ou des bulles.

Chapitre 5

Suivi lagrangien par DNS de particules inertielles de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov en THI

5.1 Motivations à l'établissement d'une nouvelle approche pour le suivi de particules de taille finie dans un champ de vitesse résolu par DNS

Les travaux de Stokes[127], suivis par Boussinesq[13], Basset[8] et Oseen[84] et complétés plus tard par Riley et Maxey[71] et Gatignol[32] établirent le bilan des forces régissant le mouvement des particules inertielles. Ce bilan comprend : (i) la force qui s'exerce sur un élément fluide qui serait à la place de la particule, (ii) la force de masse ajoutée, (iii) la force de traînée, (iv) la force de Basset qui inclut l'historique de la particule et représente son interaction avec son propre sillage et enfin (v) la force de gravité si cette dernière est présente. L'équation du mouvement de la particule s'écrit alors :

$$\begin{aligned} \frac{\pi}{6}\rho_p d_p^3 \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \rho \frac{\pi}{6} d_p^3 \left[\frac{D\mathbf{u}_f}{Dt} - \mathbf{g} \right] + \frac{\pi}{12} \rho d_p^3 \frac{d}{dt} (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p) + \\ 3\pi\rho\nu(\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p) + \frac{3}{2} d_p^2 \rho \sqrt{\pi\nu} \int_{t_0}^t \frac{1}{\sqrt{t-\tau}} \frac{d}{d\tau} (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p) d\tau + \rho_p \frac{\pi}{6} d_p^3 \mathbf{g} \end{aligned} \quad (5.1)$$

avec \mathbf{g} la gravité, \mathbf{u}_f , ν et ρ la vitesse, la viscosité cinématique et la densité du fluide à la position de la particule et \mathbf{u}_p , d_p et ρ_p le diamètre, la densité et la vitesse de la particule. Lorsque l'inertie devient importante, on a $\beta St \ll 1$ avec $St = \tau_p/\tau_\eta$ le nombre de Stokes, $\tau_p = \frac{\rho_p d_p^2}{18\rho\nu}$ le temps de Stokes et $\beta = 3\rho/(\rho + 2\rho_p)$ le paramètre caractérisant le rapport de densité. Dans ces conditions, on considère que seule la force de traînée stationnaire contrôle le mouvement des particules. En négligeant la force de pesanteur, l'équation de la dynamique des particules se réduit à :

$$\frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \frac{(\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p)}{\tau_p} \quad (5.2)$$

Il est généralement admis que les particules possèdent une taille inférieure à l'échelle de Kolmogorov et qu'on peut les considérer comme des points matériels. La formulation (5.2) a ainsi de nombreuses fois été utilisée pour simuler le déplacement de particules solides dans un écoulement fluide[125, 9, 135, 49]. Cette considération est toutefois inappropriée lorsque la taille des particule dépasse l'échelle de Kolmogorov et ceci motiva les chercheurs à étudier expérimentalement l'accélération de particules inertielles de taille et de densité variable en déplacement dans une turbulence homogène isotrope[97, 145, 139]. De nombreux efforts ont dès lors été fait pour décrire la dynamique de particules de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov et reproduire les observations expérimentales. Dans le cadre de l'approximation selon laquelle les particules sont des points matériels, on peut citer l'utilisation des corrections de Faxén[33, 16] pour tenir compte de la non-uniformité du champ de vitesse à la position des particules. Ces approches permettent une bonne reproduction de la dynamique de particules isodenses dont le diamètre est au maximum égal à 5 fois l'échelle de Kolmogorov[44]. Une autre méthode pour tenir compte de la taille finie des particules consiste à augmenter la résolution du maillage au voisinage de la particule et à calculer les forces hydrodynamiques à l'interface fluide/particule[80, 156, 136, 53, 157]. Ces approches nécessitent cependant des capacités informatiques pouvant dépasser celles actuellement disponibles, en particulier lorsque le nombre de particules à simuler est important.

Dans les prochaines parties, nous présentons un résumé des résultats expérimentaux concernant la dynamique de particules de taille finie dans une turbulence homogène isotrope. Nous mettons ensuite en évidence le fait que l'utilisation de l'équation (5.2) pour décrire la dynamique de particules de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov donne des résultats en contradiction avec les observations expérimentales. Nous proposerons donc une modification de (5.2) pour le cas où $d_p > \eta$ tout en conservant la considération selon laquelle les particules sont des points matériels. Cette description est associée avec la DNS pour simuler le déplacement de particules de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov dans une turbulence homogène isotrope. Nous montrons enfin que les résultats sont en bonne concordance avec les mesures expérimentales.

5.1.1 Observations expérimentales

Comme nous avons déjà pu en discuter à la section 3.1.2, les observations expérimentales et numériques ont montré que dans une turbulence homogène isotrope, l'accélération des traceurs fluides présente des caractéristiques intermittentes avec une distribution non-gaussienne indiquant la présence d'évènements d'accélération très intenses pouvant atteindre jusqu'à 25 fois la valeur de l'écart-type[79, 140, 151]. Avec l'augmentation de l'inertie des particules ponctuelles, la probabilité d'apparition de ces évènements diminue et la distribution de l'accélération finit par devenir gaussienne lorsque le temps de réponse des particules est suffisamment important[4, 9]. Concernant les particules de taille finie et supérieure à l'échelle de Kolmogorov, les expériences ont d'abord considéré le cas de particules ayant une densité proche de celle du fluide porteur et ont observé une diminution de la variance de l'accélération avec l'augmentation du nombre de Stokes. La tendance de la distribution de l'accélération à devenir gaussienne avec le temps de réponse τ_p n'a cependant pas été constatée[145, 139]. Par la suite, Qureshi *et al.*[97] ont étudié les statistiques lagrangiennes d'une plus large gamme de particules à la fois plus

grande que l'échelle de Kolmogorov ($10 \leq \phi \leq 30$ avec $\phi = d_p/\eta$) et plus dense que la phase fluide ($1 \leq \Gamma \leq 70$ avec $\Gamma = \rho_p/\rho$).

Leurs résultats ont alors montré que la vitesse des particules présente une distribution gaussienne dont le niveau de fluctuation est identique à celui de la vitesse du fluide porteur et ce, quelle que soit la valeur du rapport de densité Γ ou de taille ϕ . Cette propriété étant intuitivement valable pour des particules de très faible inertie ou des traceurs fluides, les auteurs concluent que les statistiques de vitesse ne sont pas affectées par les variations de taille et de densité et qu'il serait plus pertinent d'observer des statistiques à plus petite échelle comme l'accélération des particules.

Il a ainsi été observé que la distribution normalisée de l'accélération est non-gaussienne et peut-être approchée par une distribution log-normale tout en étant invariante à la densité et à la taille des particules. La valeur de la variance de l'accélération est en revanche plus sensible aux paramètres physiques et diminue proportionnellement en $\phi^{-2/3}$ pour les particules isodenses et en $\Gamma^{-0.6}$ pour une taille fixée jusqu'à une certaine valeur de densité ($\Gamma \approx 10$) où la variance de l'accélération finit par se stabiliser. Cette valeur de stabilisation est plus importante lorsque les particules atteignent une certaine taille ($\phi \geq 19$). La sensibilité de la variance peut d'ailleurs s'observer sur les PDF d'accélération non normalisées qui montrent une tendance à se resserrer autour de zéro avec l'augmentation du rapport de densité Γ . Une autre constatation notable est que le temps de réponse typique de l'accélération des particules est de l'ordre du temps de Kolmogorov et ce, quelle que soit la valeur présumée du temps de Stokes τ_p . Ainsi, l'évolution de la variance de l'accélération et l'invariance de sa distribution permettent d'établir une signature typique de la dynamique des particules de taille finie.

Une autre caractéristique intéressante relevée par l'expérience concerne la distribution des incréments de vitesse lagrangiens $\Delta_\tau \mathbf{u}_p = \mathbf{u}_p(t+\tau) - \mathbf{u}_p(t)$ pour différents écarts temporels Δ_τ . De manière similaire aux particules fluides et aux particules ponctuelles de faible inertie, la distribution des incréments de vitesse passe de non gaussienne avec de grandes ailes étirées pour de faibles écarts temporels (qui représentent l'accélération des particules) à gaussienne pour de grandes valeurs d'écarts temporels (qui caractérisent la vitesse des particules). Ceci est une signature des effets de l'intermittence sur la dynamique des particules. Cette signature est observable pour toutes les particules mais les auteurs [97] soulignent néanmoins que la Flatness des incréments de vitesse a tendance à se rapprocher plus vite de la valeur typique d'une distribution gaussienne lorsque la densité des particules augmente.

Il est ainsi supposé que la dynamique des grosses particules est dictée par un échantillonnage des échelles turbulentes comprises entre l'échelle de Kolmogorov et la taille de la particule. Selon cette hypothèse, la diminution de la variance de l'accélération avec l'augmentation de la taille et plus particulièrement de la densité indique une tendance des particules à séjourner dans les zones les plus calmes de l'écoulement à cause d'un échantillonnage préférentiel de la turbulence. L'augmentation de la valeur de la variance lorsque les particules très denses atteignent une certaine taille s'expliquerait alors par le fait que la particule soit plus grande que la taille typique des zones de faible intensité turbulente et que la prise en compte de fluctuations intenses dans l'échantillon d'échelles permettrait aux particules de conserver une dynamique plus active.

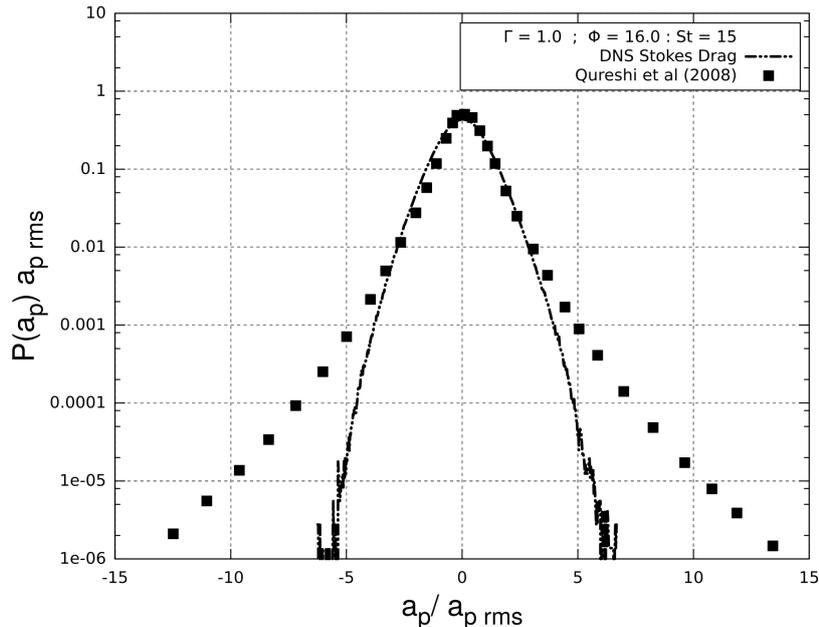


FIGURE 5.1 – Comparaison de la distribution de l'accélération de particules de taille $\phi = 16$ et densité $\Gamma = 1$ entre l'expérience (■) et calculée avec la force de Stokes (5.2) par DNS (— · —) dans une turbulence homogène isotrope.

5.1.2 Limites à l'utilisation de la traînée de Stokes

Notre première démarche est la suivante : on calcule par DNS le déplacement de particules de taille finie à l'aide de l'expression (5.2) dans une turbulence homogène isotrope de Reynolds $Re_\lambda = 90$ sur une grille de 256^3 points et nous comparons les résultats avec ceux de l'expérience de Qureshi *et al*[97]. On se place dans le cas le plus simple de l'expérience en considérant des particules isodenses $\Gamma = 1$ avec un rapport de taille $\phi = 16$, le nombre de Stokes correspondant à ce cas de figure vaut ainsi $St = 15$. On montre alors la distribution de l'accélération des particules sur la figure 5.1. On constate que la traînée de Stokes donne une distribution gaussienne de l'accélération des particules, contrairement aux résultats expérimentaux qui montrent certes une diminution de l'écart-type mais pas un changement de forme de la distribution. Il faut également noter que les paramètres physiques que nous avons choisis pour les particules correspondent aux particules les moins inertielles étudiées par Qureshi *et al*. Il ne faut donc pas s'attendre à une amélioration des résultats pour des particules plus denses ou plus grandes. En traçant la fonction d'autocorrélation de l'accélération à l'aide de l'expression (3.11) sur la figure 5.2, on constate que le temps de réponse typique des particules est plutôt proche du temps de Stokes comme il l'est suggéré par l'expression (5.2) et pas du temps de Kolmogorov comme observé par l'expérience. On peut en conclure que le temps de réponse pour des particules de densité et de diamètre plus importants ne fera que s'éloigner du temps de Kolmogorov et donc des résultats de référence, ce qui n'est pas un effet recherché. En observant les distributions des incréments de vitesse lagrangienne pour différents écarts temporels sur la figure 5.3, on peut remarquer que pour de grands écarts temporels, la distribution est gaussienne, ce qui est en accord avec les résultats de référence. En revanche, la distribution gaussienne persiste lorsque l'écart

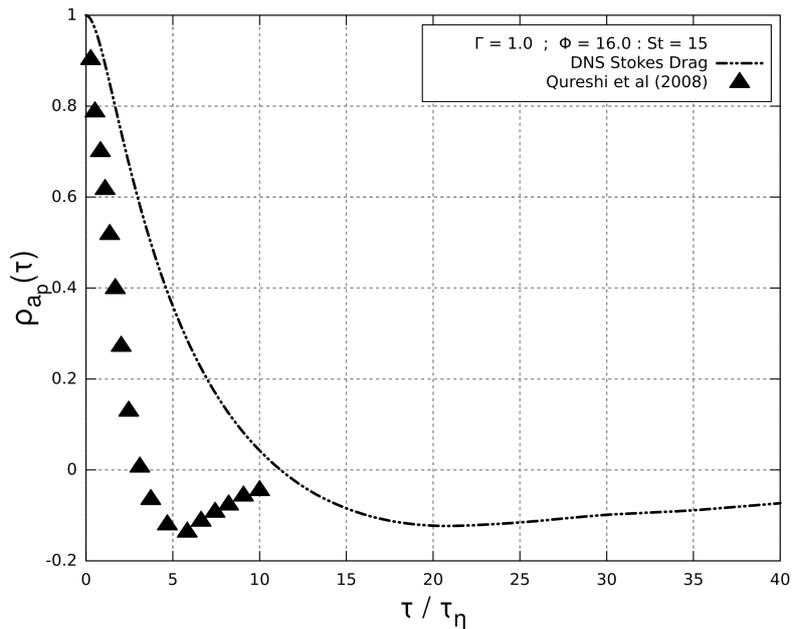


FIGURE 5.2 – Comparaison de la fonction d'autocorrélation de l'accélération de particules de taille $\phi = 16$ et densité $\Gamma = 1$ entre l'expérience (\blacktriangle) et calculée avec la force de Stokes (5.2) par DNS ($-\cdots-$) dans une turbulence homogène isotrope.

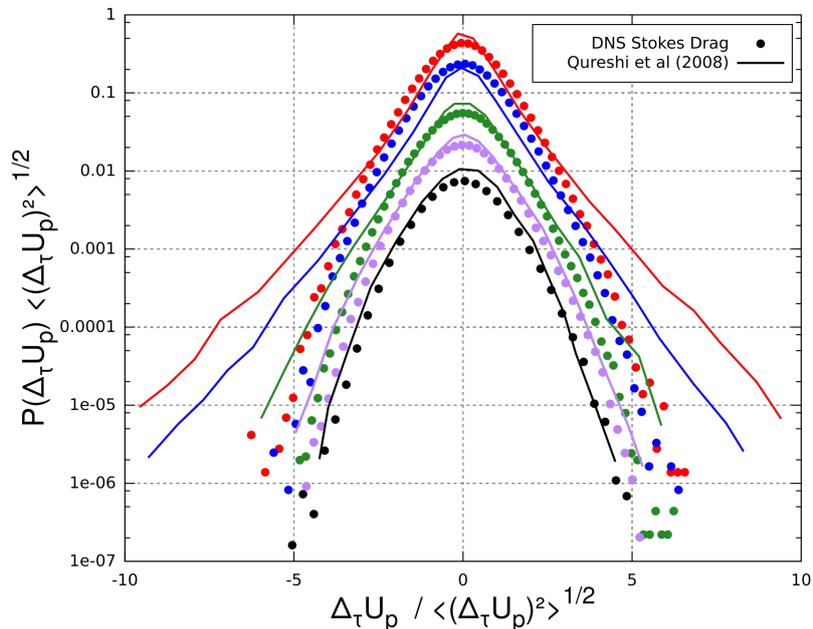


FIGURE 5.3 – Comparaison de la distribution des incréments de vitesse des particules de taille $\phi = 16$ et densité $\Gamma = 1$ entre l'expérience (—) et calculée avec la force de Stokes (5.2) par DNS (\bullet) en turbulence homogène isotrope pour différents incréments temporels (représentés par couleur). Les distributions sont décalées vers le bas en fonction de l'incrément temporel pour faciliter la lecture.

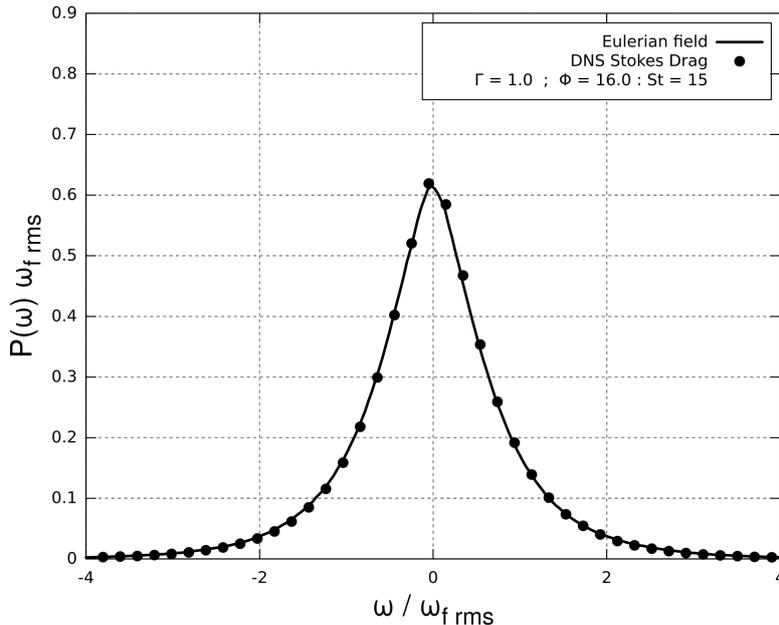


FIGURE 5.4 – Comparaison de la distribution du champ de vorticité (—) et de la vorticité vue par les particules de taille $\phi = 16$ et densité $\Gamma = 1$ calculée avec la force de Stokes (5.2) par DNS (\bullet) dans une turbulence homogène isotrope.

temporel diminue, contrairement au comportement attendu par rapport   l'expérience. Cette observation reste cohérente avec la distribution de l'accélération des particules sur la figure 5.1 mais indique que l'expression de la traînée de Stokes ne permet pas de reproduire le comportement intermittent des particules de taille supérieure   l'échelle de Kolmogorov. Qureshi *et al.*[97] suggèrent que le fait que la distribution de l'accélération des particules se resserre autour de zéro avec l'augmentation du diamètre et de la densité est une signature d'une tendance des particules   rester dans les régions les plus calmes de l'écoulement par effet d'éjection centrifuge[70] ou de mécanisme *sweep-stick*[22] (où les particules tendent   rester dans des zones où l'accélération du fluide est nulle). Ceci se traduit, entre autres, par un séjour prolongé des particules dans des zones de faible vorticité. On montre alors sur la figure 5.4 la distribution de la vorticité du fluide   la position des particules. On observe que la distribution de la vorticité vue par les particules est quasiment identique   la distribution de l'ensemble du champ de vorticité, ce qui indique que les particules ne semblent pas soumises de manière significative aux effets de concentration préférentielle. La distribution gaussienne de l'accélération rend également délicate l'observation d'une tendance des particules   posséder une accélération nulle et donc de subir des mécanismes *sweep-stick*. On peut finalement conclure de ce cas test que l'utilisation de l'expression (5.2) pour décrire la dynamique et le mouvement de particules de taille finie ne permet pas de représenter les effets observés par l'expérience, ceux-ci sont en effet filtrés par la traînée de Stokes.

5.2 Concept de traînée fluctuante

Dans cette partie, nous présentons une manière de décrire la dynamique des particules de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov en déplacement dans une turbulence homogène isotrope simulée par DNS. Cette description suit les observations de Qureshi *et al.*[97] et repose sur le concept de traînée fluctuante introduite pour le suivi de particules en LES par Gorokhovski et Zamansky[38, 37]. Dans ces publications, la traînée fluctuante est une contribution stochastique provenant des échelles de sous-maille comprises entre l'échelle de Kolmogorov et la diamètre de la particule. L'idée présentée ici[36] est la suivante : on admet que l'écoulement autour de la particule de diamètre $d_p > \eta$ représente une couche limite turbulente et que le flux moyen de quantité de mouvement transmis à la particule vaut $\rho(\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f)|\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f|$. Ce flux est majoritairement déterminé par le flux d'énergie turbulente. On considère alors l'expression suivante de la vitesse relative moyenne conditionnée :

$$|\mathbf{u}_p - \mathbf{u}_f|_{\epsilon_p} \propto \epsilon_p^{1/3} d_p^{1/3} \quad (5.3)$$

où ϵ_p est la dissipation d'énergie autour de la particule. La force exercée par le fluide sur la particule s'écrit ainsi :

$$\frac{\pi d_p^3}{6} \rho_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \frac{\pi d_p^2}{4} \rho \epsilon_p^{1/3} d_p^{1/3} (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p) \quad (5.4)$$

soit après simplification :

$$\frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \frac{3}{2} \frac{\rho}{\rho_p} \frac{\epsilon_p^{1/3}}{d_p^{2/3}} (\mathbf{u}_f - \mathbf{u}_p) \quad (5.5)$$

L'hypothèse faite dans [36] est que la dissipation d'énergie turbulente autour de la particule est égale à la dissipation visqueuse calculée par la DNS à la position de la particule, on note donc $\epsilon_p = \epsilon$. Cette hypothèse paraît en effet plausible dans le cadre de l'approximation d'un couplage « one-way ».

5.3 Comparaisons avec l'expérience

Dans cette partie, nous utilisons l'expression (5.5) pour simuler en DNS le déplacement de particules de tailles finies dans une turbulence homogène isotrope de Reynolds $Re_\lambda = 90$ (contre 175 dans l'expérience) sur une grille de 256^3 points. Les méthodes de résolution des équations de Navier-Stokes ainsi que les méthodes de forçage utilisées pour la phase fluide sont décrites en Annexe A. Afin de comparer nos résultats avec l'expérience, nous effectuons les simulations pour plusieurs types de particules dont les caractéristiques physiques sont identiques à celles utilisées par Qureshi *et al.*[97] et sont résumées dans le tableau 5.5. Les simulations sont nommées DNS FD pour *Fluctuating Drag*.

5.3.1 Statistiques de la vitesse des particules

On observe premièrement les statistiques lagrangiennes des particules liées aux grandes échelles de l'écoulement. La figure 5.6 montre la distribution de la vitesse pour toutes les particules. Les résultats expérimentaux ayant montré une distribution identique quel

Type	$\Gamma = \rho_p/\rho$	$\phi = d_p/\eta$	Nombre de Stokes présumé
1	1.0	1.6	0.15
2	1.0	13	9
3	1.0	16	15
4	1.0	20	23
5	1.0	24	34
6	1.0	30	51
7	1.0	41	96
8	2.5	16	36
9	4.5	16	68
10	6.0	16	88

FIGURE 5.5 – Résumé des caractéristiques physiques des particules simulées

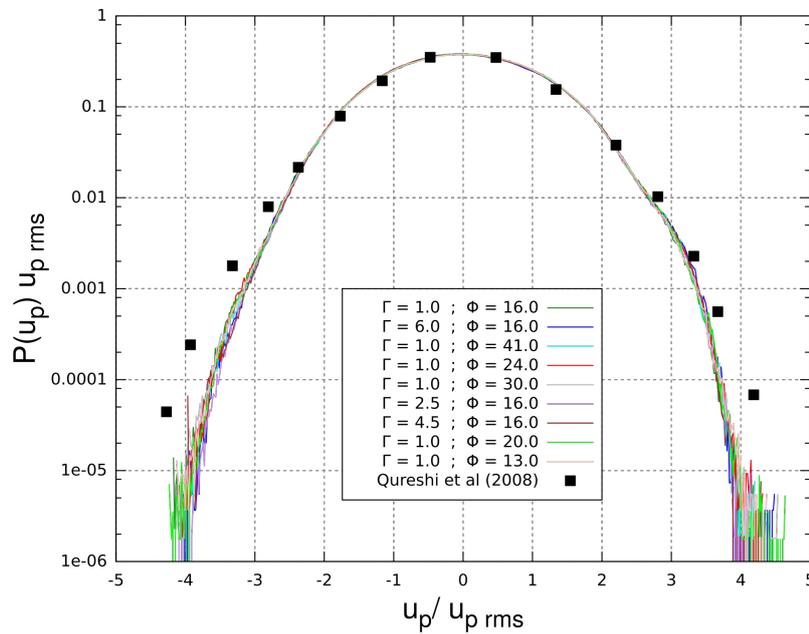


FIGURE 5.6 – Comparaison de la distribution de la vitesse de particules entre la DNS FD (—) et l'expérience (■) pour différentes valeurs de taille et de densité (représentées par couleurs) des particules.

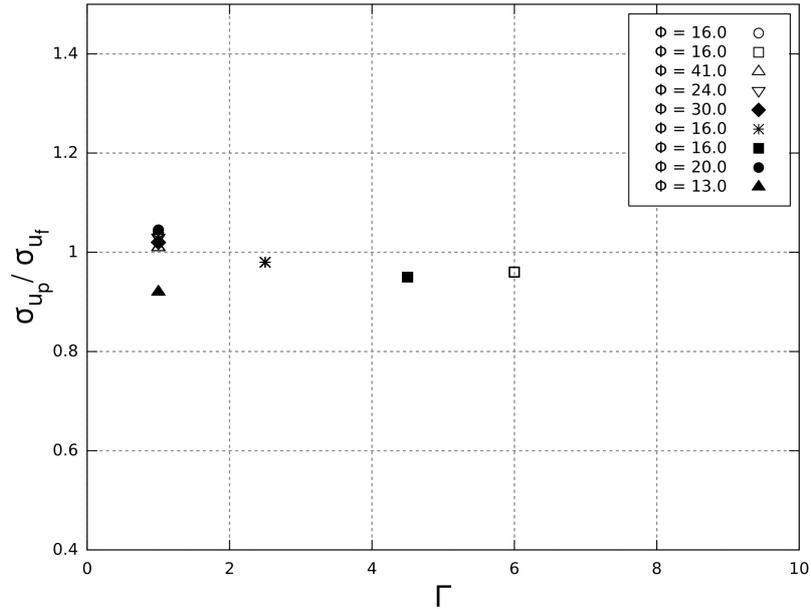


FIGURE 5.7 – Comparaison de la distribution de la vitesse de particules entre la DNS FD (—) et l'expérience (■) pour différentes valeurs de taille et de densité (représentées par les symboles) des particules.

que soit le type de particules, on affiche seulement la distribution typique relevée par l'expérience. On remarque ainsi que les distributions des vitesses des particules calculées par la DNS FD reproduisent correctement les résultats expérimentaux et sont également insensibles à la variation de la taille et de la densité des particules. En observant la valeur de la dispersion de la vitesse normalisée par la dispersion du champ de vitesse fluide, on peut constater que le niveau de fluctuation de la vitesse des particules est du même ordre de grandeur de celui de la vitesse de la phase fluide et ce, quelle que soit la valeur de la densité et de la taille, ce qui est en accord avec les résultats expérimentaux. On observe maintenant les fonctions d'autocorrélation lagrangienne de la vitesse des particules sur la figure 5.8. Il est ici à remarquer que l'augmentation de la taille et de la densité des particules ont une influence sur le temps de corrélation de la vitesse. Bien que la taille ne semble n'avoir qu'une influence assez faible, on peut au contraire noter que l'augmentation du rapport de densité possède une influence plus importante. L'expérience a aussi noté que le signal de vitesse des particules devient de plus en plus lisse et donc moins perturbé avec l'augmentation de la densité des particules[12]. Enfin le temps de décorrélation est proche d'une loi exponentielle et que le temps typique de corrélation de la vitesse reste de l'ordre du temps intégral lagrangien T_L pour l'ensemble des particules. Les variations du temps de corrélation restent ainsi assez faibles et l'invariance de la forme des PDF et de la variance nous permettent de conclure que l'insensibilité des statistiques de vitesse des particules de taille finie est bien reproduite par la description de traînée fluctuante.

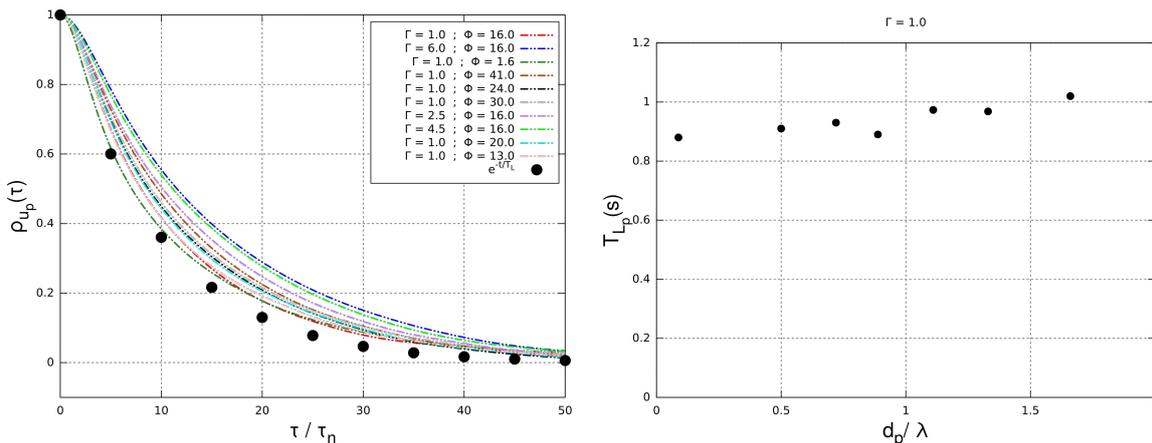


FIGURE 5.8 – Figure a (à gauche) : Fonction d'autocorrélation de la vitesse de particules pour différentes valeurs de densité et de taille calculées avec la DNS FD. Figure b (à droite) : Temps de corrélation de la vitesse des particules isodenses de tailles finies.

5.3.2 Statistiques d'accélération des particules : effets d'intermittence et de concentration préférentielle

Les caractéristiques typiques de la vitesse des grosses particules étant reproduites de manière satisfaisante, on se demande maintenant si la description de traînée fluctuante est capable de donner d'aussi bons résultats pour les statistiques liées aux petites échelles de l'écoulement. On observe alors la distribution des incréments de vitesse lagrangienne pour différents écarts temporels sur la figure 5.9. Pour de grands écarts temporels on retrouve la distribution gaussienne des résultats expérimentaux, ce qui est cohérent avec nos précédents résultats concernant la vitesse des particules. Lorsque l'incrément de temps diminue, les distributions deviennent de moins en moins gaussiennes pour présenter des ailes étirées en accord avec l'expérience. Cela montre ainsi que le caractère intermittent de la dynamique des particules de taille finie est bien prise en compte par la DNS FD. Afin de s'assurer du bon comportement statistique de cette intermittence, on observe le coefficient de forme (Flatness : $F(A) = \langle A^4 \rangle / \langle A^2 \rangle^2$ avec $\langle A \rangle = 0$) des distributions des incréments de vitesse pour deux types de particule sur la figure 5.10. On voit que pour les particules isodenses, la description de la traînée fluctuante reproduit correctement l'allure des résultats expérimentaux, excepté pour de très faibles écarts temporels où la Flatness calculée par la DNS est légèrement plus importante par rapport aux références. Cette différence reste toutefois relativement faible sans compter que l'ordre statistique élevé du coefficient de forme rend son calcul assez capricieux et peut facilement exagérer de légers écarts statistiques. Comme évoqué un peu plus tôt dans ce chapitre, la forme des distributions tend plus rapidement vers une gaussienne ($F = 3$) lorsque la densité des particules est plus importante. On remarque alors que la description de la traînée fluctuante présente une tendance similaire mais pas aussi marquée par rapport aux résultats de Qureshi *et al.*. Cet effet peut être à imputer de la différence de Reynolds entre notre DNS et l'expérience étant donné que le coefficient de forme n'est pas normalisé.

La bonne reproduction de la distribution des incréments de vitesse pour de faibles écarts temporels suggère que les statistiques d'accélération sont correctement calculées,

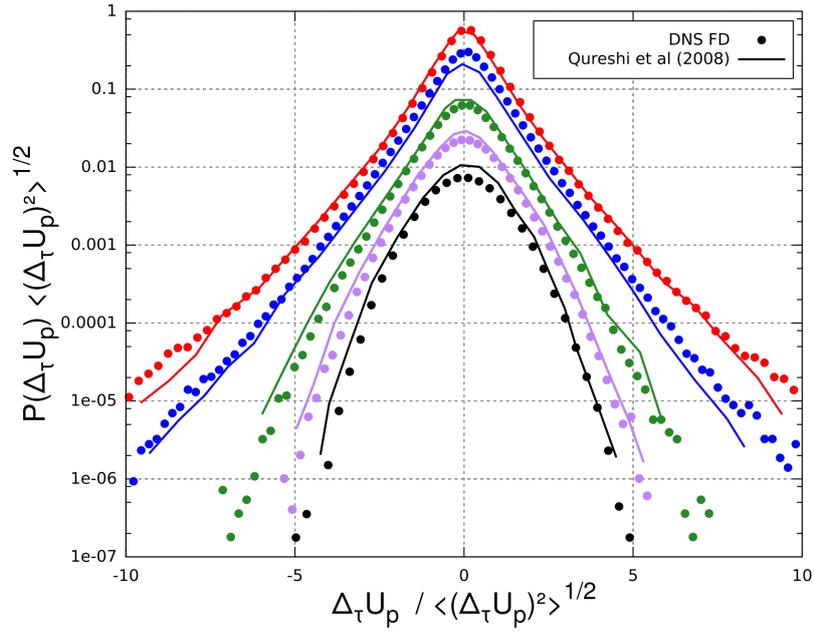


FIGURE 5.9 – Comparaison de la distribution des incréments de vitesse pour plusieurs incréments temporels (représentés par couleur) pour les particules solides de taille $\phi = 16$ et densité $\Gamma = 1$ entre l'expérience (—) et la DNS FD (\bullet). Les PDF sont décalées vers le bas en fonction de l'incrément temporel pour faciliter la lecture. De haut en bas : $\frac{\Delta\tau}{\tau_\eta} = 1/4, 2, 5, 10, 20$.

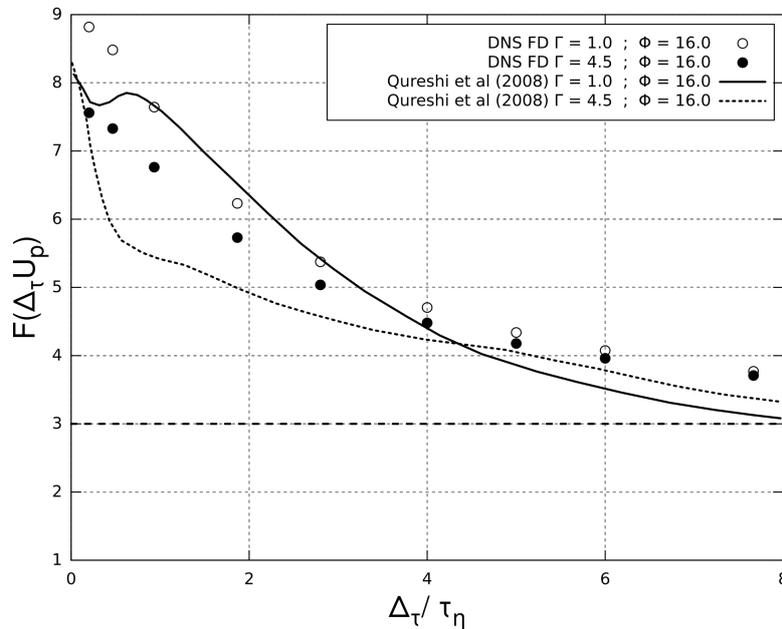


FIGURE 5.10 – Comparaison de la Flatness des distributions des incréments de vitesse pour plusieurs incréments temporels pour deux types de particules entre l'expérience (—; - - -) et la DNS FD (\circ ; \bullet).

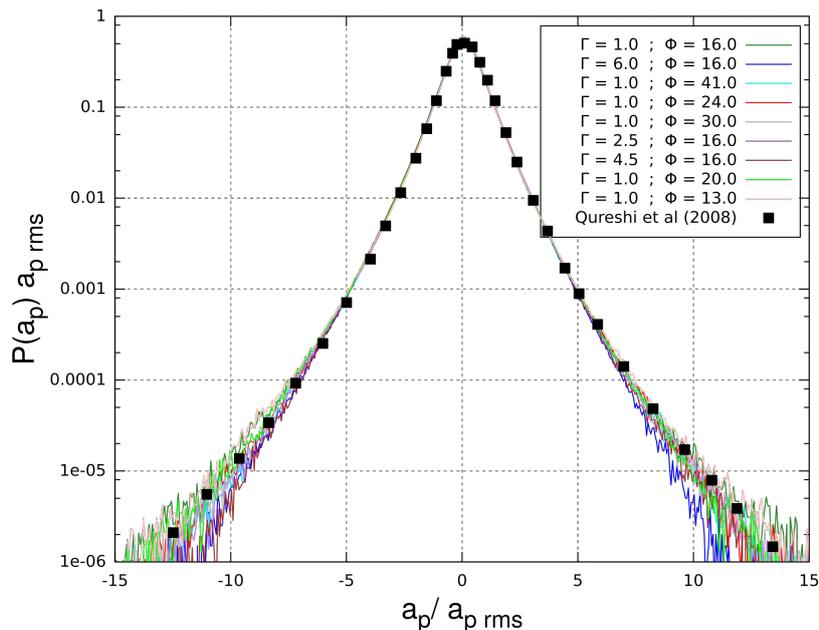


FIGURE 5.11 – Comparaison de la distribution de l'accélération de particules de tailles finies pour différentes taille et densité (représentées par couleurs) entre l'expérience (■) et la DNS FD (—).

c'est ce qu'on nous allons vérifier maintenant. La figure 5.11 montre ainsi les distributions de l'accélération de toutes les particules en comparaison avec la distribution typique observée par l'expérience. On note tout de suite qu'en accord avec les références, la distribution normalisée de l'accélération des particules n'est pas gaussienne et est invariante à la taille et à la densité de celles-ci. Afin de vérifier si la forme des distributions non normalisées évolue de la même manière que dans l'expérience, on trace la variance $A_0 = \langle a_p^2 \rangle \epsilon^{-3/2} \nu^{1/2}$ de l'accélération des différentes particules sur la figure 5.12. Pour les particules isodenses, on peut voir que la variance calculée avec la DNS FD ne diminue pas aussi nettement en $\phi^{-2/3}$ par rapport à l'expérience mais la tendance globale des résultats reste tout de même correcte. Lorsque l'on isole la taille pour observer l'évolution de A_0 avec la densité des particules, on remarque cette fois que la tendance en $\Gamma^{-0.6}$ est parfaitement reproduite par la traînée fluctuante. Ceci indique également que les PDF non normalisées présenteront une allure plus resserrée autour de zéro, comme observé expérimentalement. Sur l'ensemble des résultats on peut remarquer que la valeur de la variance obtenue par la DNS est légèrement sous-estimée par rapport aux résultats expérimentaux. Ceci peut tout à fait être une conséquence du plus faible nombre de Reynolds considéré dans nos simulations et il pourrait être intéressant de faire d'autres simulations reproduisant exactement l'écoulement de l'expérience. Les résultats conservent malgré tout un ordre de grandeur convenable et sont très encourageants.

Une dernière propriété de l'accélération révélée par Qureshi *et al.* que nous allons observer est le temps de corrélation de l'accélération des particules. On montre ainsi les fonctions d'autocorrélation lagrangienne de l'accélération des particules sur la figure 5.13 et le temps de réponse typique des particules normalisé par le temps de Kolmogorov sur la figure 5.14. On peut déjà constater que l'allure des fonctions d'autocorrélation de la DNS FD est en très bonne concordance avec les résultats de l'expérience et présente un

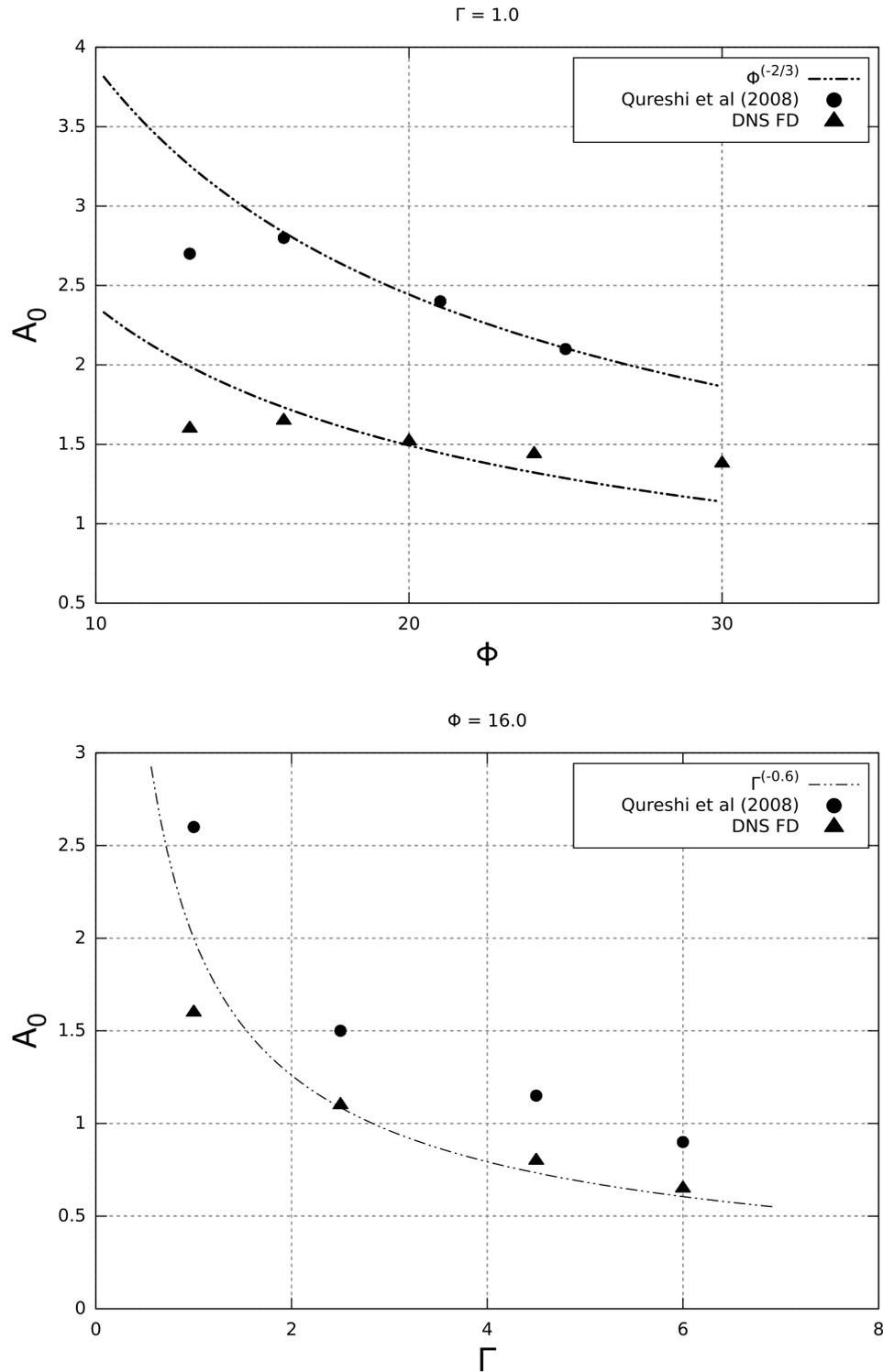


FIGURE 5.12 – Figure a (en haut) : Comparaison de la variance de l'accélération pour des particules isodenses de tailles finies entre l'expérience (●) et la DNS FD (▲). Figure b (en bas) : Même figure pour des particules de même taille mais de densité différente.

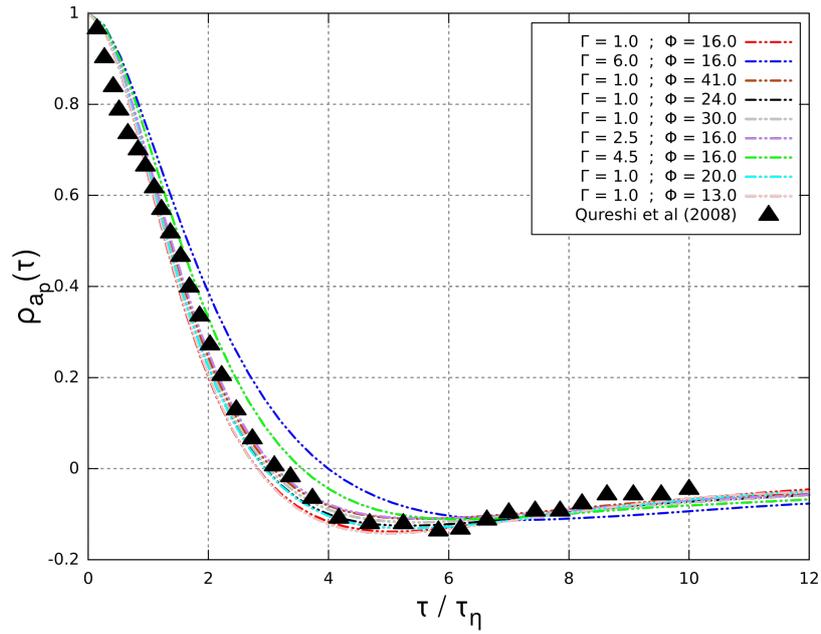


FIGURE 5.13 – Comparaison des fonctions d'autocorrelation de l'accélération des particules de tailles finies pour différentes taille et densité (représentées par couleurs) entre l'expérience (■) et la DNS FD (—). La courbe expérimentale correspondant aux particules de taille $\phi = 16$ et de densité $\Gamma = 1$.

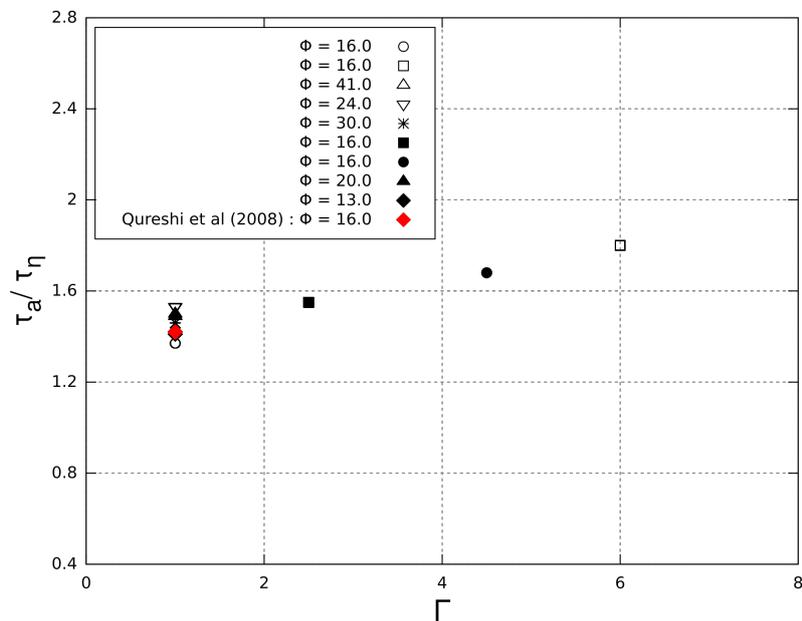


FIGURE 5.14 – Temps de réponse des particules de tailles finies pour différentes tailles et densité normalisé par le temps de Kolmogorov et calculé par la DNS FD. Le temps de réponse est obtenu en calculant l'aire sous la courbe des fonctions d'autocorrelation jusqu'à ce qu'elles atteignent zéro.

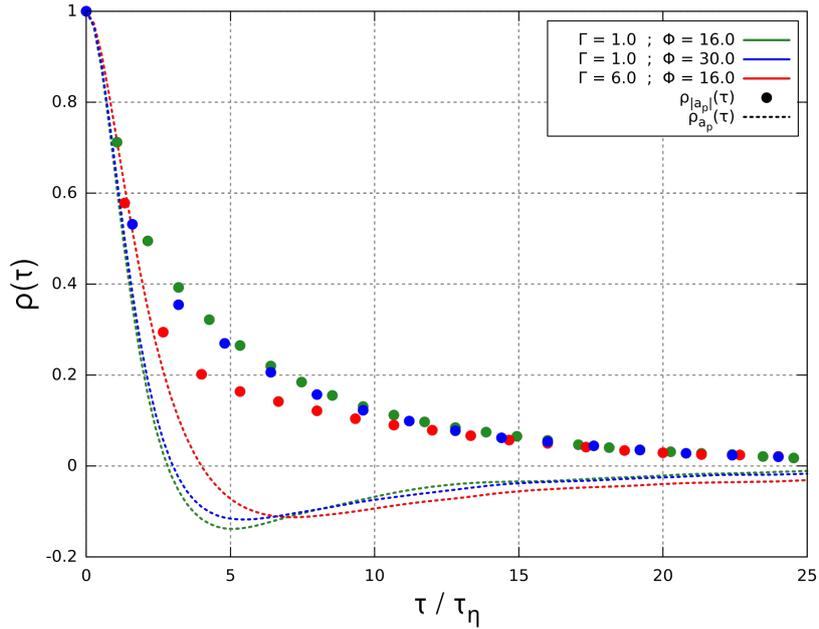


FIGURE 5.15 – Fonctions d'autocorrélation de la norme d'accélération (\bullet) et de ses composantes (- - -) pour trois types de particules de tailles finies calculées par DNS FD dans une turbulence homogène isotrope. Le temps de corrélation de la norme d'accélération des particules est du même ordre de grandeur que celui de la norme d'accélération des traceurs fluides (non montré).

comportement identique. La caractéristique notable que l'expérience a révélée est que le temps de réponse de l'accélération des particules est toujours de l'ordre de grandeur du temps de Kolmogorov, indépendamment de la taille et de la densité des particules. La figure 5.14 nous indique que cette particularité est également prise en compte par la description de traînée fluctuante. On peut cependant noter que le temps de corrélation tend légèrement à augmenter avec la densité des particules, ce qui n'a pas été observé par l'expérience. L'ordre de grandeur reste cependant tout à fait convenable. Ces résultats nous permettent de conclure sur la bonne efficacité de la traînée fluctuante à reproduire les effets observés par l'expérience concernant la dynamique des particules de taille finie.

Nous regardons maintenant les autres caractéristiques de l'accélération des particules. Étant donné que les composantes d'accélération des particules sont corrélées avec les petites structures, on souhaite savoir si comme pour les particules ponctuelles, la norme de l'accélération des particules est corrélée aux grandes échelles. On montre alors sur la figure 5.15 les fonctions d'autocorrélation de la norme d'accélération et de ses composantes pour trois types de particules. On voit ainsi que la norme d'accélération est corrélée sur des temps longs par rapport aux composantes d'accélération. Les particules subissent une forte accélération centripète dont l'orientation change rapidement alors que l'amplitude demeure corrélée plus longtemps avec les structures de vorticité. Ce résultat suggère que la norme de l'accélération et son orientation seraient indépendantes et pourraient être modélisées indépendamment l'une de l'autre dans le cadre d'une LES-SSAM (chapitre 3) ou d'une LES-STRIP (chapitre 4). On peut également noter que ce temps de corélation de la norme diminue légèrement avec l'augmentation de la densité

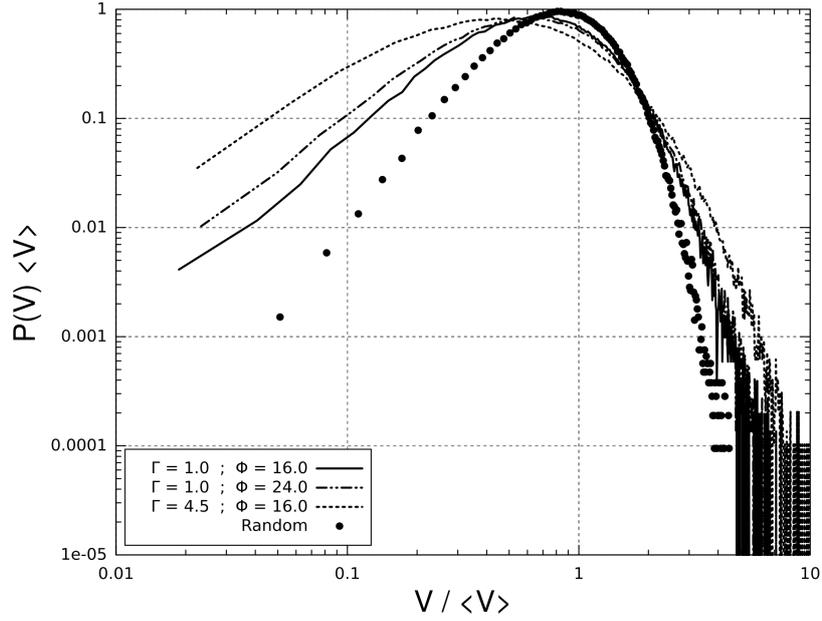


FIGURE 5.16 – Distributions des volumes de Voronoï pour trois types de particules de tailles finies calculées par DNS FD dans une turbulence homogène isotrope. La distribution aléatoire est obtenue par un processus aléatoire de Poisson

des particules, contrairement à l'augmentation de la taille. Cette diminution est assez peu significative mais suggère que les particules denses auraient tendance à plus facilement s'échapper des tourbillons. Il est à constater que cette observation va dans le sens des suppositions de Qureshi *et al.* concernant le fait que l'augmentation de l'inertie des particules aurait tendance à les faire se regrouper dans les zones de faible intensité turbulente par effet d'éjection centrifuge.

Afin de vérifier cette hypothèse, on applique la décomposition en cellules de Voronoï[73, 74] pour les trois mêmes types de particules et on trace la distribution des volumes de Voronoï sur la figure 5.16. On distingue en accord avec les conclusions expérimentales que l'augmentation de la taille et surtout de la densité des particules augmente les effets de clustering et donc de concentration préférentielle. On se pose donc la question de savoir quelles sont les origines de cette concentration préférentielle. De manière à suivre les hypothèses de Qureshi *et al.*[97] concernant un mécanisme d'éjection centrifuge, on décompose l'accélération des particules en une composante tangentielle a_{\parallel} et perpendiculaire a_{\perp} à leurs trajectoires[65]. La composante tangentielle représente ainsi la tendance de la particule à être accélérée ou freinée et s'obtient de la manière suivante :

$$a_{\parallel} = \frac{du_{\parallel}}{dt} = \mathbf{a}_p \cdot \hat{\mathbf{y}} \quad (5.6)$$

avec $\hat{\mathbf{y}} = \mathbf{y}/|\mathbf{y}|$ et \mathbf{y} le déplacement de la particule durant l'intervalle de temps dt . La composante perpendiculaire représente quant à elle la tendance de la particule à avoir une trajectoire incurvée :

$$a_{\perp} = \frac{du_{\perp}}{dt} = |P(\hat{\mathbf{y}}) \cdot \mathbf{a}_p| \times \cos \theta \quad (5.7)$$

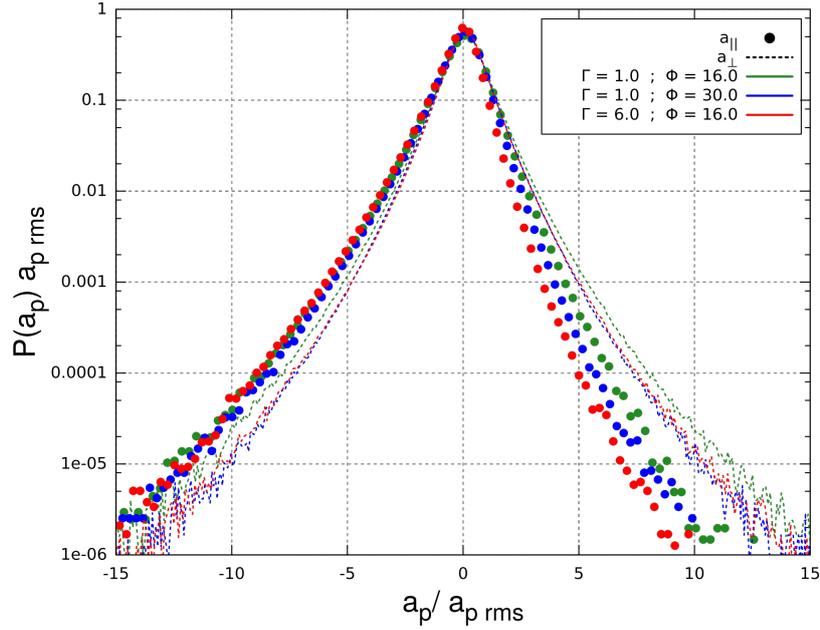


FIGURE 5.17 – Distribution des composantes d'accélération tangentielle (●) et perpendiculaire (- - -) pour trois types de particules de tailles finies dans une turbulence homogène isotrope.

avec θ un angle aléatoire uniformément distribué entre $[0; 2\pi[$ et $P(\hat{\mathbf{y}}) = \delta_{ij} - \hat{y}_i \hat{y}_j$ l'opérateur de projection. L'accélération perpendiculaire est par définition toujours orientée vers le centre du cercle de courbure de la trajectoire de la particule, sa distribution est donc toujours positive. L'utilisation de l'angle aléatoire θ (uniquement possible grâce à l'isotropie de l'écoulement) permet alors d'exprimer la distribution de l'accélération perpendiculaire centrée en zéro[65]. La figure 5.17 montre les distributions de ces composantes pour trois différents types de particules. On peut premièrement observer que la distribution de l'accélération perpendiculaire est symétrique et ne montre pas de signes particuliers à part le fait que les ailes sont un peu moins prononcées lorsque la taille et de la densité des particules augmentent. La distribution de l'accélération tangentielle présente en revanche une asymétrie favorisant les valeurs négatives de l'accélération. Cette tendance est d'autant plus marquée que la taille et la densité des particules augmentent et indique que les particules sont plus souvent freinées qu'accélérées le long de leurs trajectoires. On retrouve une certaine cohérence avec l'idée selon laquelle les particules ont tendance à se regrouper dans des zones de faible intensité turbulente ou d'accélération nulle, la décélération étant due au fait que les particules sont guidées dans des zones de forte dissipation. La distribution de la vorticité vue par les particules montrée sur la figure 5.18 nous confirme également la tendance des particules à rester dans des zones de faible vorticité à cause de leur capacité à s'échapper des fortes structures tourbillonnantes. Ces résultats viennent ainsi étayer l'hypothèse selon laquelle les mécanismes de concentration ou d'échantillonnage préférentiels sont un résultat d'éjection centrifuge.

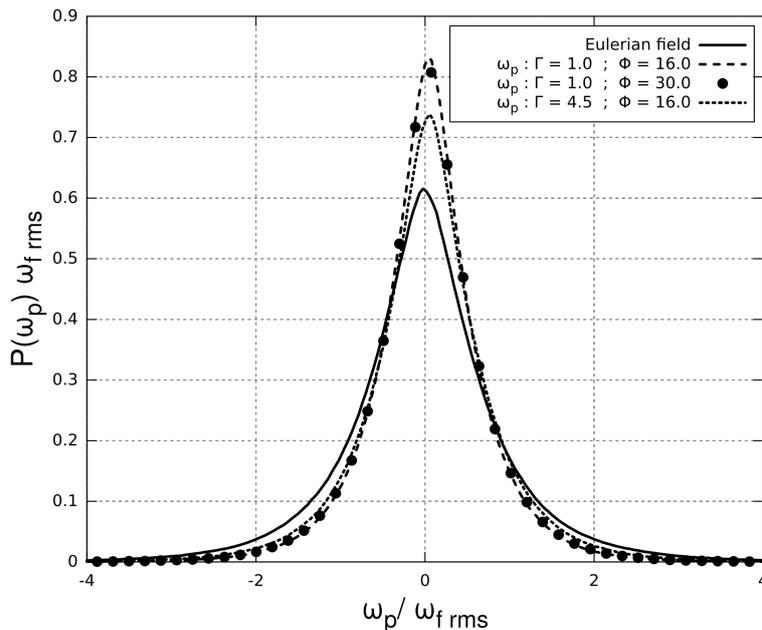


FIGURE 5.18 – Distribution du champ de vorticité (—) et de la vorticité vue pour trois types de particules de tailles finies dans une turbulence homogène isotrope : $\phi = 16$; $\Gamma = 1$ (---), $\phi = 30$; $\Gamma = 1$ (●) et $\phi = 16$; $\Gamma = 4.5$ (- · - ·).

5.4 Conclusions de la DNS avec traînée fluctuante

Dans ce chapitre, nous avons d'abord confirmé numériquement que l'utilisation de l'équation classique basée sur la force de Stokes n'est pas pertinente pour décrire la dynamique de particules de taille finie supérieure à l'échelle de Kolmogorov. Nous avons ensuite présenté une équation décrivant le mouvement pour ce type de particules. Cette approche a été appelée DNS FD pour *Fluctuating Drag*.

Nous avons ensuite simulé le déplacement de particules avec différents rapports de taille ($1.6 \leq \phi \leq 41$ avec $\phi = d_p/\eta$) et de densité ($1 \leq \Gamma \leq 6$ avec $\Gamma = \rho_p/\rho$) dans une turbulence homogène isotrope et comparé les résultats avec l'expérience. Dans l'ensemble, les statistiques des particules obtenues avec la traînée fluctuante ont montré un comportement très satisfaisant par rapport aux références. En accord avec l'expérience, nous avons montré que cette description avait peu d'impact sur les statistiques de vitesses, les PDF sont en effet insensibles aux variations de taille et de densité et le niveau de dispersion de la vitesse des particules est identique à celui de la vitesse du fluide porteur.

Concernant les statistiques aux petites échelles, les résultats de la DNS FD ont très bien reproduit l'insensibilité des PDF d'accélération lagrangienne normalisées avec la variation des rapports de taille et de densité. La manière dont la variance d'accélération change avec les paramètres physiques des particules a également été correctement calculée bien que celle-ci soit légèrement sous-estimée par rapport aux références. Contrairement à la traînée de Stokes, la traînée fluctuante permet de conserver un temps de réponse de l'accélération des particules de l'ordre du temps de Kolmogorov. Enfin, nous avons montré que les caractéristiques intermittentes de la dynamique des particules de

taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov sont très bien reproduites par la DNS FD.

Nous avons ensuite poursuivi l'étude de la dynamique des particules et montré que tout comme les particules ponctuelles, la norme d'accélération est corrélée sur des temps longs alors que son orientation est corrélée à temps courts. Le temps de corrélation de la norme est aussi du même ordre de grandeur que celui des particules fluides. Un dernier point sur lequel nous avons travaillé porte sur le fait que les résultats expérimentaux ont suggéré que la dynamique des particules est liée à des propriétés de concentration préférentielle telles que des effets centrifuges ou de mécanisme sweep-stick. Nous avons alors montré que les particules ont effectivement tendance à séjourner dans des zones de faible intensité turbulente lorsque leur inertie augmente grâce aux effets centrifuges leur permettant de s'échapper des structures de forte vortacité.

Concernant les perspectives de cette étude, on peut évoquer le fait que certains résultats laisseraient sous-entendre que l'augmentation trop importante de la densité des particules pourrait avoir une mauvaise influence sur les résultats. Bien que ceux-ci restent excellents pour la gamme de densité que nous avons considérée, il pourrait quand même être pertinent de poursuivre les comparaisons avec l'expérience pour des particules de forte densité et pour le même nombre de Reynolds. Qureshi *et al.*[97] ont en effet observé la dynamique de particules pour des rapports de densité allant jusqu'à $\Gamma = 70$, ce qui laisse encore de grandes possibilités de tests. Ceci permettra également de vérifier si certaines caractéristiques sont correctement prises en compte par la description de traînée fluctuante comme la tendance de la variance de l'accélération à se stabiliser lorsque la densité devient importante ainsi que la modification de cette valeur de stabilité avec la taille des particules. Nous insistons malgré tout sur le fait que la traînée fluctuante reste un bon outil pour simuler des particules de tailles finies au moins isodenses et de densité modérée dans une turbulence homogène isotrope.

Pour une perspective plus en lien avec le sujet de ce manuscrit, les performances encourageantes de nos simulations nous poussent à vouloir utiliser cette approche pour des particules en déplacement dans une turbulence soumise à un cisaillement homogène. Des effets dynamiques supplémentaires comme de la portance seront alors à prendre en compte pour compléter le bilan des forces à l'oeuvre sur les particules. Enfin, le fait que la traînée fluctuante repose sur la valeur du taux de dissipation local et que la norme d'accélération lagrangienne et son orientation soient corrélées respectivement avec les grandes et les petites structures rend possible l'utilisation des modèles de LES-SSAM et LES-STRIP pour prédire la dynamique des particules et promet ainsi de bonnes perspectives.

Conclusion générale

L'objectif de ce travail de thèse a été de développer un modèle de sous-maille pour la simulation aux grandes échelles du déplacement de particules dans une turbulence à grand nombre de Reynolds soumise à un gradient de vitesse moyen ayant atteint un état statistiquement stationnaire.

Deux approches ont alors été choisies pour la conception des modèles de sous-maille. La première approche consiste à modéliser les effets des échelles non résolues sur la turbulence à la position des particules afin de calculer le plus fidèlement possible l'interaction entre la phase porteuse et la particule solide. Cette approche se base sur les équations stochastiques de Navier-Stokes où, par analogie avec l'équation d'une particule brownienne, l'accélération matérielle est le résultat de l'action de deux forces : une force systématique résolue dans le cadre d'une LES standard et une force fluctuante introduite sous la forme d'un modèle stochastique cohérent avec les observations de référence. L'accélération étant une propriété des petites échelles, on essaie ainsi de modéliser la structure de l'écoulement de sous-maille vue par les particules. Cette approche porte le nom de LES-SSAM (*Stochastic Subgrid Acceleration Model*). La seconde approche ne concerne que la simulation de la trajectoire des particules inertielles sans modification de l'écoulement. La particule est entourée par l'environnement fluide stochastique modélisé à partir du champ de vitesse résolu et elle répond à cette sollicitation hypothétique. Cette dernière, modélisée par un processus log-normal pour la dissipation visqueuse le long de la trajectoire de la particule, porte le nom de LES-STRIP (*STochastic Response of Inertial Particle*). Notre but a ainsi été d'étudier les statistiques lagrangiennes d'accélération de l'écoulement de cisaillement homogène à l'état stationnaire à cause d'un manque de données de référence dans la littérature d'une part, et d'autre part pour développer le scénario physique que devront reproduire les modèles stochastiques. Les performances de ces approches ont ensuite été évaluées par comparaison avec la DNS.

Le déplacement de particules fluides et inertielles dans une turbulence avec un gradient de vitesse moyen imposé a été simulé par DNS et les statistiques d'accélération des particules ont été extraites afin d'en identifier les propriétés. Nous avons alors vu que les fluctuations de la norme d'accélération des particules fluides sont du même ordre que sa valeur moyenne et qu'elle suit en conséquence une distribution log-normale de paramètres $\sigma^2 = \ln 2$ et $\mu = -\sigma^2/2$. Nous avons également montré que la norme d'accélération possède un temps de corrélation lié aux grandes échelles de l'écoulement de l'ordre de la moitié du temps de cisaillement $1/S$ et du temps intégral de la direction normale. Notre étude nous a aussi permis de mettre en évidence le fait que l'accélération des particules fluides possède une orientation privilégiée provenant d'un effet d'entraînement des grandes structures de vorticités.

L'état stationnaire du cisaillement homogène étant caractérisé par l'alternance de

phases de croissance des grandes structures et de phases d'effondrement de ces mêmes structures, nous avons observé leur impact sur les statistiques. Nous avons ainsi constaté que l'effondrement des grandes structures n'avait une influence que sur les grandes échelles de l'écoulement supérieures à l'échelle de cisaillement. Cette propriété a pour conséquence une augmentation et une réduction du temps de corrélation de la norme d'accélération lors de la croissance et l'effondrement des structures, respectivement. Sa distribution est en revanche inchangée. L'orientation étant corrélée aux petites échelles et possédant un temps de corrélation de l'ordre du temps de Kolmogorov, aucun impact de l'effondrement des structures n'a été noté sur ces statistiques.

Ensuite, nous avons vu que la présence de l'inertie se traduit par une sensibilité plus prononcée de la norme d'accélération aux phases de croissance et d'effondrement des structures cohérentes ainsi qu'une tendance plus marquée de l'accélération à s'orienter dans la direction privilégiée induite par ces structures. Enfin nous avons mis en évidence le fait que la norme de l'accélération des particules fluides et inertielles est statistiquement indépendante de son orientation.

Pour modéliser la turbulence vue par les particules inertielles à partir de la prédiction de l'accélération de sous-maille, nous avons utilisé l'approche LES-SSAM. L'expression du terme d'accélération stochastique de la LES-SSAM a été adaptée pour correspondre au cisaillement homogène et repose sur l'indépendance statistique de la norme d'accélération et de son orientation. Ainsi l'accélération de sous-maille est calculée par deux modèles stochastiques indépendants, un pour la norme et un pour l'orientation.

Pour la norme, nous avons utilisé le processus stochastique log-normal d'Ornstein-Uhlenbeck initialement présent dans la description originelle de la LES-SSAM en adaptant les paramètres avec nos résultats de DNS. Concernant l'orientation de l'accélération, nous avons adapté un modèle basé sur le processus d'Ornstein-Uhlenbeck à l'aide du calcul de Stratonovich pour les composantes du vecteur d'orientation. La nouvelle formulation de la LES-SSAM a d'abord été testée dans le cadre d'une turbulence homogène isotrope et les résultats ont été comparés avec la DNS et la LES de Smagorinsky. Nous avons alors constaté une meilleure prédiction de l'accélération aux petites échelles et la prise en compte de l'intermittence de l'écoulement de la part de la LES-SSAM par rapport à la LES classique.

Nous avons ensuite reproduit l'écoulement de cisaillement homogène calculé avec notre DNS pour juger des performances de la LES-SSAM. Les résultats ont ainsi montré de bonnes performances dans la prédiction de l'accélération des particules fluides et peu inertielles, l'inertie importante ayant tendance à filtrer les effets du modèle. Une prédiction convenable de la vitesse lagrangienne et des statistiques liées aux grandes échelles comme la dispersion des particules ou les effets de concentration préférentielle a été démontrée avec quelques imprécisions résiduelles. Pour les deux nombres de Stokes que nous avons choisis ($St = 0.3$ et $St = 3.0$), les résultats sont dans l'ensemble satisfaisants.

Une dernière conclusion majeure concerne le fait que la LES-SSAM est une méthode pérenne et efficace pour simuler la phase fluide seule du cisaillement homogène même lorsque le gradient moyen est important contrairement aux approches LES classiques qui ne parviennent pas à reproduire l'écoulement si l'échelle de cisaillement n'est pas résolue.

Dans le cadre de la modélisation du mouvement de particules solides dans le cisaillement homogène, nous avons utilisé l'approche LES-STRIP. Nous avons modélisé l'accélération des particules à l'aide de deux modèles stochastiques indépendants. La norme d'accélération est exprimée à partir de la dissipation visqueuse vue par la particule et cette dernière est modélisée par un modèle stochastique log-normal d'Ornstein-Uhlenbeck. Enfin notre nouvelle formulation pour le vecteur d'orientation a été utilisée.

Le modèle STRIP a alors été combiné avec les méthodes LES classiques (de Smagorinsky et Smagorinsky dynamique) pour simuler la dispersion de particules inertielles dans le cisaillement homogène et les résultats ont été comparés avec la DNS. À cause de l'absence de contributions du modèle STRIP pour la phase fluide, nous avons constaté qu'un calcul correct de la turbulence aux grandes échelles est nécessaire pour obtenir de bonnes performances avec le modèle. La LES de Smagorinsky dynamique a donc été utilisée pour remplir cette condition. Le modèle STRIP a alors montré de bons résultats pour la prédiction de l'accélération et de la vitesse des particules par rapport à la LES classique sans modèle et ce, quelle que soit la valeur de l'inertie des particules.

L'utilisation du modèle STRIP a permis une meilleure reproduction de la sensibilité de la norme d'accélération aux phases de croissance et d'effondrement, contrairement au modèle de Smagorinsky dynamique. On observe également une meilleure insensibilité de l'orientation de l'accélération au cycle de régénération des structures.

Enfin nous avons remarqué une faible influence sur les statistiques concernant la dispersion des particules et les effets de concentration préférentielle.

Dans le dernier chapitre, nous avons présenté une équation décrivant le mouvement de particules ponctuelles de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov dans une turbulence homogène isotrope calculée par DNS. Nous avons d'abord confirmé numériquement que l'utilisation de l'équation classique basée sur la force de Stokes n'est pas pertinente pour décrire la dynamique de telles particules. Nous avons ensuite utilisé cette nouvelle équation pour simuler le déplacement de particules avec différents rapports de taille et de densité et les résultats ont été comparés avec l'expérience. À notre surprise, les performances de cette approche se sont montrées très satisfaisantes et ont permis de reproduire les caractéristiques de la dynamique des particules observées expérimentalement.

Nous avons ensuite observé que les particules sont soumises à des effets de concentration préférentielle liés à des phénomènes d'éjection centrifuge qui se traduisent par des séjours prolongés dans des zones de faible intensité turbulente. Enfin nous avons vu que de manière similaire aux particules ponctuelles, la norme d'accélération des particules de taille finie est corrélée à temps longs alors que son orientation est corrélée avec des temps courts typiques des petites structures.

Les performances de la LES-SSAM et du modèle STRIP pour une turbulence qui n'est ni homogène ni isotrope sont encourageantes et amènent la perspective d'étendre ces approches à des écoulements cisailés plus complexes. On peut en particulier penser au cas du canal plan du fait des nombreuses similarités existantes entre cet écoulement et le cisaillement homogène. Un travail sera cependant nécessaire pour déterminer si les formulations des modèles stochastiques décrites dans ce manuscrit restent compatibles pour les autres écoulements cisailés ou si elles nécessitent quelques adaptations. Une autre perspective intéressante serait d'utiliser ces approches pour simuler d'autres phases dispersées comme des bulles ou la fragmentation de gouttes. Pour terminer, il pourrait

se révéler intéressant d'étendre la description du mouvement de particules de taille finie présentée dans ce manuscrit pour le cas du cisaillement homogène.

Annexe A

Méthodes numériques

Dans cette annexe nous présentons le code de calcul et les méthodes numériques que nous avons utilisées pour nos simulations de turbulence homogène isotrope et de cisaillement homogène.

A.1 Code de calcul : *scales*

Le code *scales* a principalement été développé par Guillaume Balarac, Jean-Baptiste Lagaert et Patrick Bégou au LEGI¹. Il permet la résolution directe et aux grandes échelles des équations de Navier-Stokes avec et sans scalaire passif. La particularité de ce code est qu'il utilise des méthodes dites *particulaires*[59] et *hybride particulières-spectrales* [60] pour le transport de scalaire passif. Les cas standards de la turbulence homogène isotrope dans une boîte tri-périodique et du jet plan sont inclus dans le code. *scales* est écrit en Fortran et est parallélisé selon une méthode de décomposition de domaines avec la bibliothèque de passage de messages MPI. Les équations de Navier-Stokes sont résolues à l'aide de méthodes pseudo-spectrales classiques avec un schéma d'intégration temporelle de Runge-Kutta explicite d'ordre 2. Les termes non linéaires sont calculés explicitement en appliquant la règle classique des 2/3 pour éviter les erreurs de dealiasing et les termes linéaires sont calculés implicitement de manière exacte. Le détail de la parallélisation du code et du calcul des transformées de Fourier est expliqué dans [59].

A.2 Méthode de forçage pour la turbulence homogène isotrope

Deux principales méthodes de forçage pour une turbulence homogène isotrope[3][14] ont été implémentées dans le code de calcul. Ces deux approches ont le point commun d'utiliser des méthodes stochastiques pour générer le forçage de la turbulence. Comme souligné dans [151], ce type d'approche produit un léger bruit sur le signal de vitesse lagrangienne. Ce bruit a peu d'impact sur les statistiques lagrangiennes de vitesse mais il est suffisant pour rendre le signal non dérivable en temps. Étant donné que le sujet d'étude de ce manuscrit est axé sur l'accélération lagrangienne, ces méthodes de forçage

1. Laboratoire des Écoulements Géophysiques et Industriels UMR 5519, Grenoble, F-38041, France

se trouvent être inappropriées. Nous avons choisis d'utiliser la méthode présentée dans [61] qui est une méthode déterministe. Elle se présente sous la forme

$$\hat{f}_{\mathbf{k}}(t) = \frac{P 1_{\{|\mathbf{k}| \leq \mathbf{k}_f\}} \hat{\mathbf{u}}_{\mathbf{k}}(t)}{2\kappa_f(t)} \quad (\text{A.1})$$

avec $\hat{\mathbf{u}}_{\mathbf{k}}(t)$ la vitesse exprimée dans l'espace spectral, \mathbf{k}_f le plus grand nombre d'onde parmi lesquels le forçage est appliqué, $1_{\{|\mathbf{k}| \leq \mathbf{k}_f\}}$ est une fonction valant 1 quand $|\mathbf{k}| \leq \mathbf{k}_f$ et 0 sinon, κ_f est l'énergie contenue dans la plage de nombres d'onde concernés par le forçage et P est le taux d'énergie injectée dans les grandes échelles. Le forçage conduit l'écoulement à l'état d'équilibre où

$$P = \bar{\epsilon} \quad (\text{A.2})$$

Nous suivons [61] et fixons la valeur de \mathbf{k}_f de sorte que $\mathbf{k}_f/\mathbf{k}_0 = 3$ avec $\mathbf{k}_0 = 2\pi/L$ et L est la longueur de la boîte. Cette approche permet de conserver un signal de vitesse lagrangienne lisse et dérivable pour obtenir l'accélération lagrangienne.

A.3 Méthodes pour le cisaillement homogène

Nous détaillons ici l'algorithme de Rogallo[104] permettant de maintenir la condition périodique dans la direction normale dans le cas du cisaillement homogène (voir partie 1.1.1). L'algorithme consiste à résoudre les équations dans un système de coordonnées qui se déplace avec l'écoulement moyen. Les nouvelles coordonnées sont définies en fonction du temps dans l'expression (A.3), avec S la valeur du cisaillement moyen.

$$\begin{cases} x'_1 &= x_1 - Stx_2 \\ x'_2 &= x_2 \\ x'_3 &= x_3 \end{cases} \quad (\text{A.3})$$

Pour la résolution des équations, ces coordonnées mobiles impliquent une opération supplémentaire pour effectuer le calcul des gradients.

$$\begin{cases} \partial_{x_1} &= \partial_{x_1} \\ \partial_{x_2} &= \partial_{x_2} - St\partial_{x_1} \\ \partial_{x_3} &= \partial_{x_3} \end{cases} \quad (\text{A.4})$$

Les méthodes numériques étant les mêmes que celles présentées dans la partie A.1, les gradients ne sont calculés que dans l'espace spectral. L'expression (A.4) revient donc à mettre à jour la valeur des nombres d'ondes à chaque pas de temps

$$\begin{cases} k'_1 &= k_1 \\ k'_2 &= k_2 - Stk_1 \\ k'_3 &= k_3 \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

et à effectuer le calcul des gradients avec ces nouveaux nombres d'ondes.

Le système de coordonnées mobiles définies par l'expression (A.3) a pour conséquence une déformation du domaine qui peut devenir très importante au cours temps et à terme avoir une influence négative sur les résultats. Toujours selon l'algorithme décrit par Rogallo, nous ajoutons une étape de remaillage lorsque le domaine s'est déformé de moitié, ce qui correspond à un temps de simulation égal à $St = n + \frac{L_1}{2SL_2}$ avec n

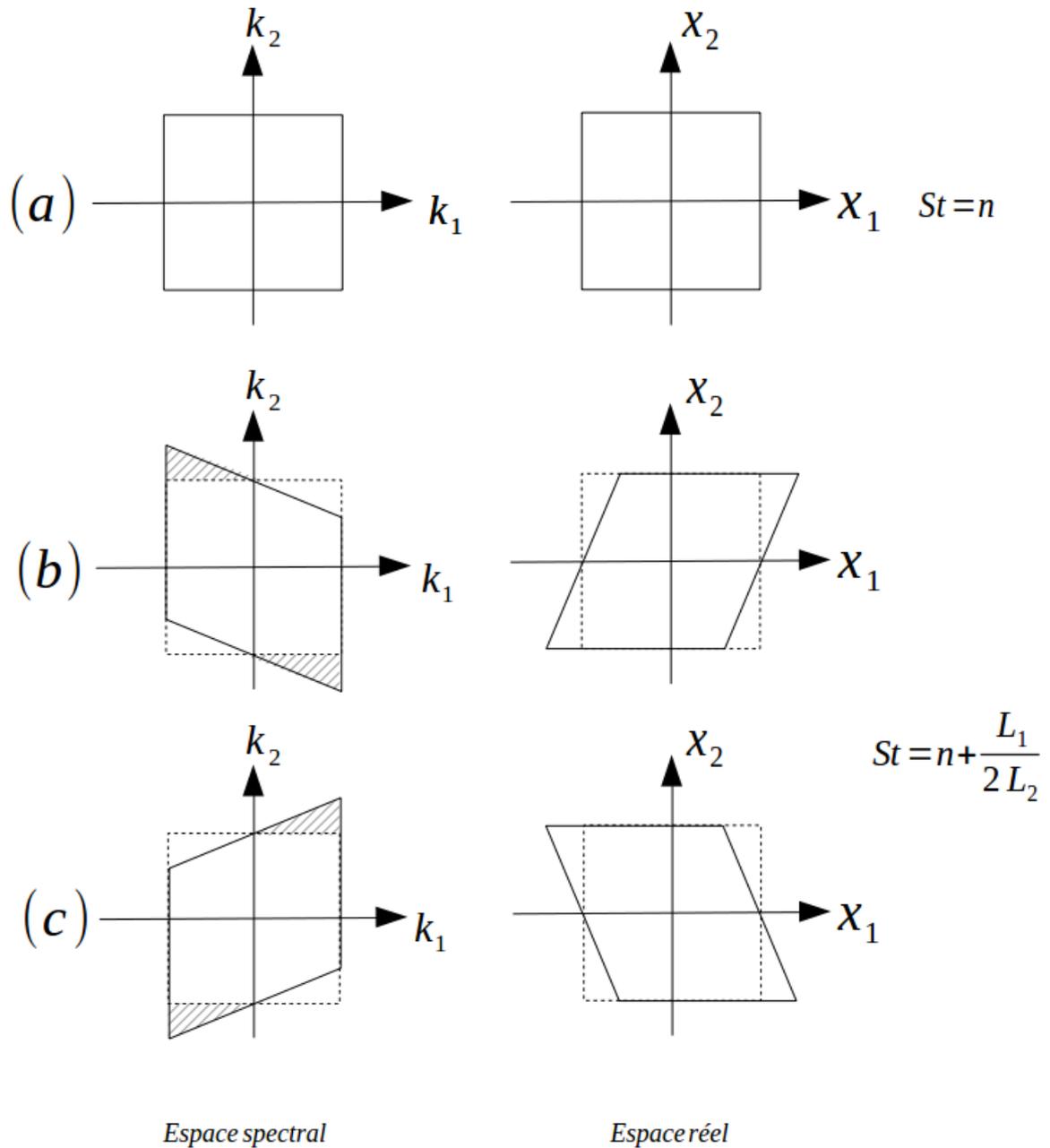


FIGURE A.1 – Illustration de l'évolution de la déformation du domaine et du remaillage. (a) Instant initial, le domaine est orthogonal. (b) Le domaine s'est déformé selon les équations (A.3) et (A.5). (c) Forme du domaine après le remaillage. Les zones grisées correspondent à la procédure de dealiasing pendant le remaillage.

un nombre entier. Le remaillage consiste à utiliser la périodicité en x_1 pour décaler les valeurs contenues dans les points de maillage de manière à faire comme si la boîte s'était déformée dans le sens opposé. Cette étape est plus facile à mettre en oeuvre dans l'espace spectral et consiste à effectuer ce décalage selon la direction k_2 . Les nombres d'ondes sont modifiés à l'aide des expressions (A.5) afin de correspondre à cette nouvelle déformation puis les modes de Fourier correspondants aux nombres d'ondes plus grand que la taille du domaine sont mis à zéro pour éviter des erreurs d'aliasing supplémentaires, (voir figure A.1).

Après remaillage, la déformation reprend jusqu'à ce que le domaine redevienne orthogonal aux temps $St = n$ puis recommence à se déformer jusqu'à ce qu'un remaillage soit de nouveau nécessaire. Le dealiasing supplémentaire appliqué lors du remaillage entraîne une perte d'énergie et de dissipation qui est ensuite compensé par l'évolution de l'écoulement.

A.4 Filtrage du signal de vitesse lagrangien

L'algorithme décrit en partie A.3 n'est pas sans effet sur l'interpolation de la vitesse eulerienne à la position d'une particule. La déformation du domaine entraîne un léger bruitage sur le signal de vitesse et l'étape de remaillage peut créer de légères discontinuités. Ces erreurs ont un effet négligeable sur les statistiques de vitesse mais elles deviennent importantes lorsque l'on s'intéresse aux statistiques liées à de faibles incréments temporels comme les incréments de vitesse ou l'accélération des particules. L'accélération étant obtenue en dérivant le signal de vitesse au cours du temps, ce dernier doit être parfaitement continu. Pour supprimer le bruit numérique, on procède à un filtrage du signal de vitesse. Le filtrage est effectué par la convolution du signal de vitesse avec un noyau gaussien g exprimé de la façon suivante :

$$g(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{A.6})$$

avec σ la largeur du filtre. Dans la pratique le temps est discret et le filtrage s'effectue sur une fenêtre de temps définie, tronquant les noyaux de convolution. Ceci nécessite l'introduction de constantes de renormalisation dans le calcul du noyau.

Afin de ne pas trop détériorer le signal de vitesse en filtrant des événements qui ne seraient pas dûs à des erreurs numériques, la largeur du filtre est choisie de manière à ne pas excéder la valeur du temps de Kolmogorov τ_η calculé par les échelles résolues.

Annexe B

Compléments sur les modèles stochastiques

Nous résumons dans cette annexe le travail de Pope et Chen[91] sur l'utilisation du processus stochastique d'Ornstein-Uhlenbeck pour décrire l'évolution de la dissipation dans une turbulence homogène isotrope. Les processus d'Ornstein-Uhlenbeck standard et log-normal et la transformation de Itô sont d'abord présentés puis la procédure est ensuite appliquée pour la dissipation et l'accélération. Quelques exemples de l'utilisation des procédés pour reproduire nos statistiques de DNS sont montrés.

B.1 Processus stochastique log-normal d'Ornstein-Uhlenbeck

Un processus d'Ornstein-Uhlenbeck (que nous noterons désormais « OU ») est un processus stochastique décrivant l'évolution d'une variable χ de telle sorte que sa distribution est une loi gaussienne centrée réduite et que sa fonction d'autocorrélation est exponentielle. Il s'exprime de la façon suivante :

$$d\chi = -\frac{\chi - \bar{\chi}}{T_\chi} dt + \left(\frac{2\sigma_\chi^2}{T_\chi}\right)^{1/2} dW \quad (\text{B.1})$$

avec T_χ le temps de relaxation de la variable χ vers la valeur moyenne $\bar{\chi}$, σ_χ la valeur de la dispersion statistique et $dW(t)$ un processus de Wiener ($\langle dW \rangle = 0$ et $\langle dW^2 \rangle = dt$). Le premier terme représente l'évolution déterministe de la variable et la seconde partie représente des fluctuations aléatoires. On souhaite maintenant écrire ce processus pour le cas d'une variable log-normale. Une variable $x > 0$ est log-normale si la distribution de $\ln(x)$ est gaussienne, on pose donc $\chi = \ln(x)$ dans l'expression (B.1). Dès lors que la distribution donnée par le processus OU est normalisée, il nous faut exprimer $\bar{\chi} = \overline{\ln(x)}$ de telle sorte que $\bar{x} = e^{\bar{\chi}} = 1$.

La densité de probabilité de la variable log-normale x s'écrit :

$$g(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\ln x - \lambda)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (\text{B.2})$$

avec $\lambda = \overline{\ln(x)}$ l'espérance de la distribution et $\sigma^2 = \overline{\ln^2(x)} - \overline{\ln(x)}^2$ sa variance. Les

moments statistiques d'ordre n d'une telle distribution sont :

$$\overline{x^n} = e^{n\lambda + n^2\sigma^2/2} \quad (\text{B.3})$$

On exprime alors λ à l'aide de l'expression (B.3) en prenant $n = 1$:

$$\overline{x} = e^{\lambda + \sigma^2/2} \quad (\text{B.4})$$

soit

$$\overline{\ln(x)} = \lambda + \frac{\sigma^2}{2} \quad (\text{B.5})$$

d'où, en imposant $\overline{x} = 1$:

$$\lambda = -\frac{\sigma^2}{2} \quad (\text{B.6})$$

En injectant (B.6) dans (B.1), on obtient la forme du processus OU normalisé pour une variable log-normale :

$$d\chi = -\left(\chi + \frac{\sigma_\chi^2}{2}\right) \frac{dt}{T_\chi} + \left(\frac{2\sigma_\chi^2}{T_\chi}\right)^{1/2} dW \quad (\text{B.7})$$

que l'on peut simplifier sous la forme :

$$d\chi = A dt + B dW \quad (\text{B.8})$$

$$A = -\left(\chi + \frac{1}{2}\sigma_\chi^2\right) \frac{1}{T_\chi} \quad (\text{B.9})$$

$$B = \left(\frac{2\sigma_\chi^2}{T_\chi}\right)^{1/2} \quad (\text{B.10})$$

La transformation de Itô[50] permet d'exprimer la forme du processus log-normal stochastique OU pour une fonction f quelconque. Avec les expressions (B.9) et (B.10), elle s'écrit :

$$df = \left[Af' + \frac{1}{2}B^2 f'' \right] dt + B f' dW(t) \quad (\text{B.11})$$

où f' et f'' représentent respectivement la dérivée première et seconde de la fonction f .

B.2 Application pour la dissipation et l'accélération

Selon les hypothèses de Kolmogorov-Obukhov[55, 83] et les résultats expérimentaux et numériques[151, 75], la dissipation est, pour un écoulement à grand nombre de Reynolds, distribuée de manière log-normale. Pope et Chen[91] exprimèrent alors la dissipation sous la forme :

$$\chi = \ln[\epsilon/\bar{\epsilon}] \quad (\text{B.12})$$

avec $\bar{\epsilon}$ la valeur moyenne de la dissipation dans l'écoulement. La transformation de Itô (B.11) fut appliquée pour $f = \epsilon = \bar{\epsilon}e^\chi$ pour obtenir le modèle log-normal stochastique de la dissipation :

$$d\epsilon = -\epsilon \left(\ln \frac{\epsilon}{\bar{\epsilon}} - \frac{\sigma^2}{2} \right) \frac{dt}{T_\epsilon} + \epsilon \sqrt{\frac{2\sigma^2}{T_\epsilon}} dW \quad (\text{B.13})$$

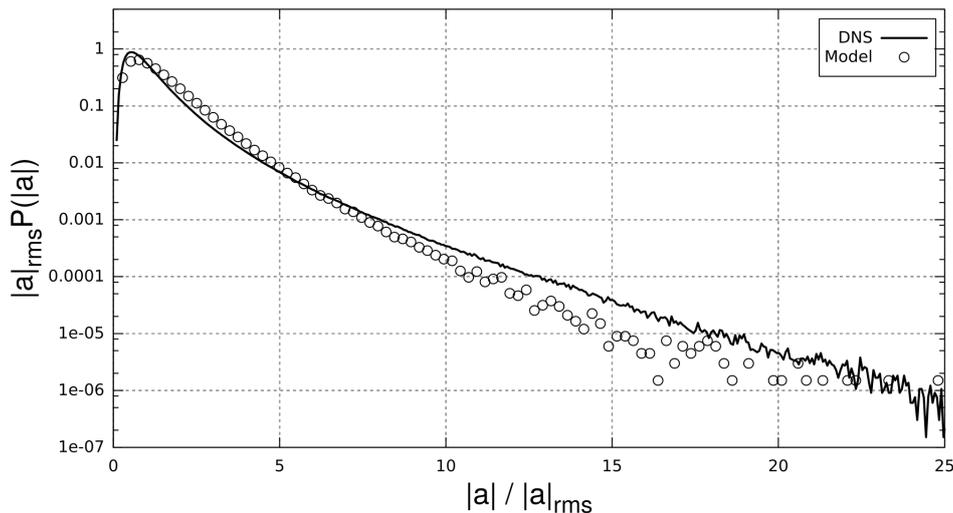


FIGURE B.1 – Comparaison de la distribution de la norme d'accélération lagrangienne entre les résultats de DNS (—) et le modèle log-normal (o) pour une turbulence homogène isotrope.

En exprimant l'accélération de Kolmogorov $a_\eta = f = \epsilon^{3/4} \nu^{-1/4}$ et en appliquant la transformation de Itô, on obtient le modèle log-normal pour la norme d'accélération :

$$d|a| = -|a| \left(\ln \left(\frac{|a|}{|a_\eta|} \right) - \frac{3}{16} \sigma^2 \right) \frac{dt}{T_{|a|}} + \frac{3}{4} |a| \sqrt{\frac{2\sigma^2}{T_{|a|}}} dW(t) \quad (\text{B.14})$$

Afin d'évaluer la précision de l'expression (B.14), on calcule l'évolution de la norme d'accélération de particules fictives avec le modèle log-normal en fixant les paramètres $\sigma^2 = \ln 2$ et $|a_\eta|$, $T_{|a|}$ comme égaux à ceux mesurés dans notre DNS de turbulence homogène isotrope (voir section 3.1.2). On montre alors sur la figure B.1 la PDF donnée par le modèle log-normal et celle mesurée avec la DNS. On constate alors que le modèle reproduit bien la distribution log-normale de la norme d'accélération lagrangienne mesurée en DNS. On voit aussi sur la figure B.2 que le temps de corrélation donné par le modèle se comporte de manière similaire aux résultats de DNS.

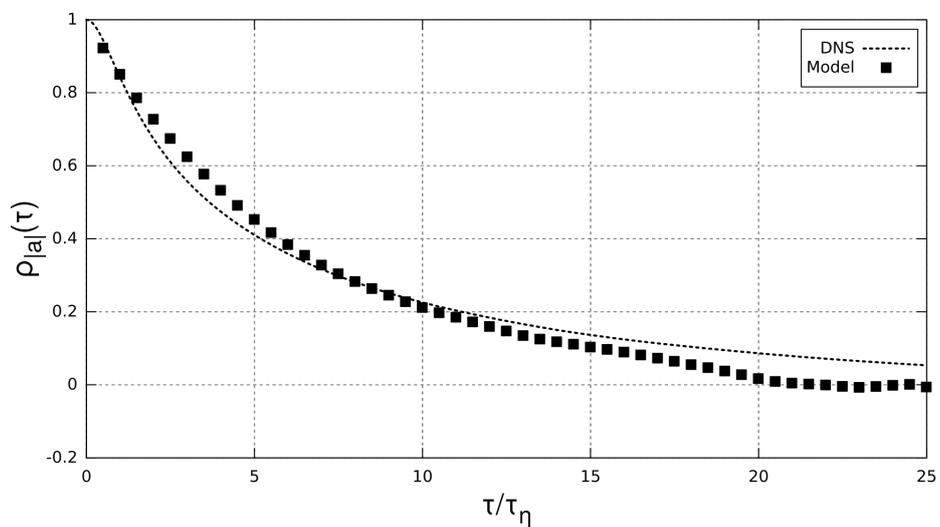


FIGURE B.2 – Comparaison de la fonction d'autocorrélation de la norme d'accélération lagrangienne entre les résultats de DNS (- - -) et le modèle log-normal (■) pour une turbulence homogène isotrope.

Annexe C

Validation de la DNS

Dans cette annexe, on compare quelques statistiques obtenues avec nos DNS avec les simulations de cisaillement homogène de Rogallo[104] et de Rogers et Moin[106] afin de valider notre code de calcul. Les simulations ont été faites pour plusieurs cas résumés dans le tableau C.1 et ont consisté à calculer la phase initiale du cisaillement homogène à partir d'un champ de vitesse initial aléatoire, homogène et isotrope jusqu'à un temps de simulation $S \cdot t = 20$. Le calcul est réalisé dans une boîte tri-périodique cubique de longueur 2π en résolvant les équations (1.4) et (1.5) sur un maillage de 128^3 points selon l'algorithme de Rogallo[104].

Les figures C.2 à C.7 montrent la comparaison de différentes statistiques du champ fluide entre nos résultats de DNS et les résultats de référence. On peut constater l'augmentation régulière des statistiques turbulentes comme l'énergie ou l'échelle intégrale de l'écoulement. Dans l'ensemble, le comportement de nos résultats reproduit fidèlement celui des références et nous permet de conclure que notre code peut-être utilisé pour simuler et étudier des écoulements de cisaillement homogène.

Afin de valider notre algorithme de suivi lagrangien et de calcul de l'accélération des particules dans un cisaillement homogène, nous reproduisons la simulation de Yeung[150] et réalisons le suivi de particules fluides dans la phase initiale de l'écoulement pour calculer leur accélération. On compare les fonctions d'autocorrélation de la norme d'accélération des particules fluides, de ses composantes et de l'angle d'orientation obtenues par notre DNS avec les résultats de Yeung[150] sur les figures C.8 et C.9. La très bonne concordance des résultats nous permet de conclure sur l'efficacité de notre code pour simuler des particules en déplacement dans un cisaillement homogène et étudier leur accélération.

Cas	$S = dU_1/dx_2$ (s^{-1})	ν (m^2s^{-1})	$Re_\lambda(S \cdot t = 10)$
BSH9[104]	28.3	0.007	76
BSH10[104]	28.3	0.014	104
RogersMoin[106]	28.3	0.01	73
Yeung 1997[150]	14.0	0.005	65

FIGURE C.1 – Paramètres utilisées pour les DNS

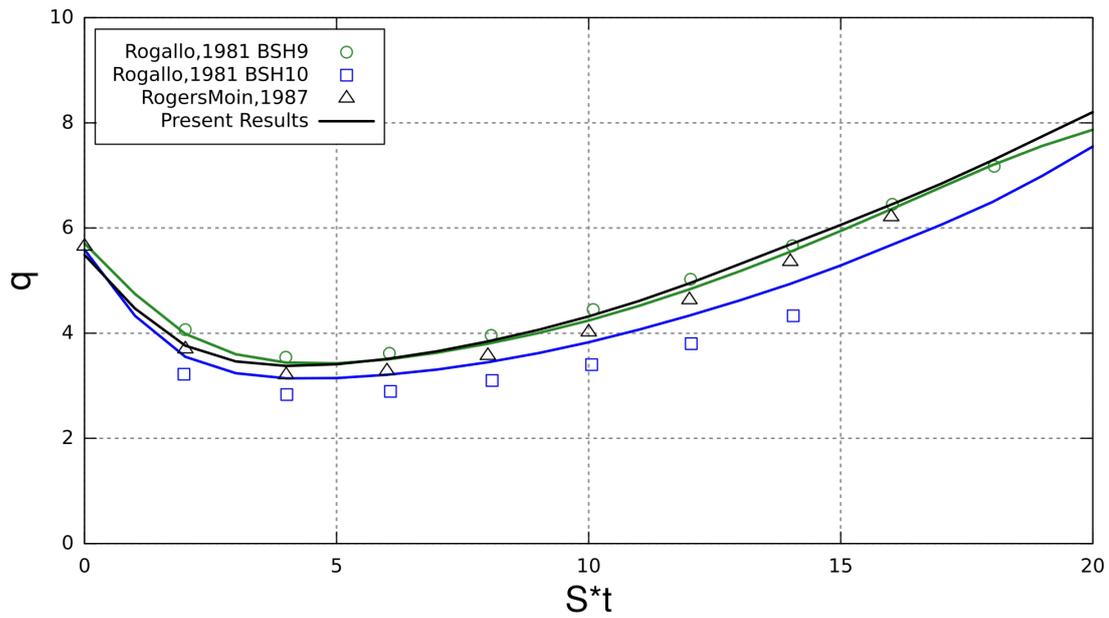


FIGURE C.2 – Comparaison de l'évolution de l'échelle de vitesse $q = \langle u_i u_i \rangle^{1/2}$ entre les simulations de référence (symboles) et nos DNS (—).

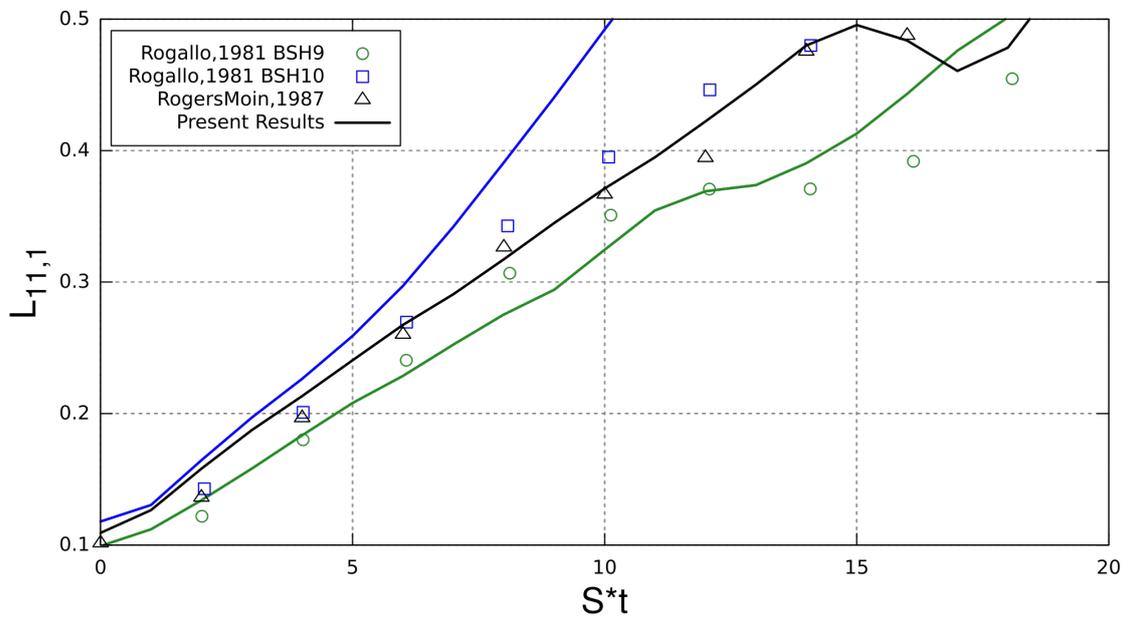


FIGURE C.3 – comparaison de l'évolution de l'échelle intégrale longitudinale $L_{11,1}$ entre les simulations de référence (symboles) et nos DNS (—).

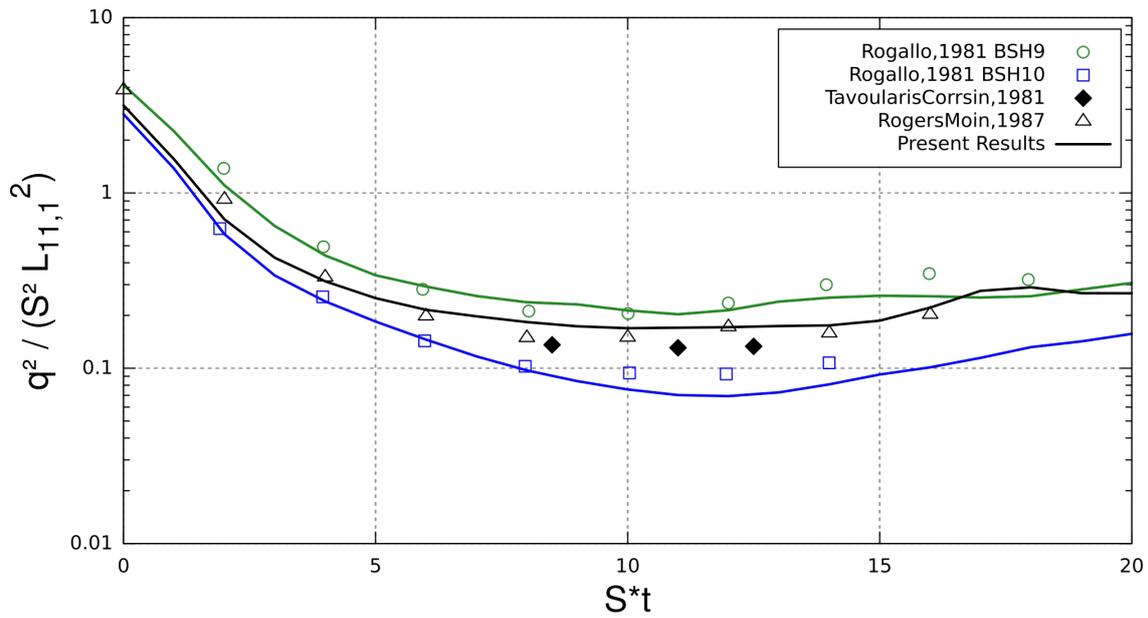


FIGURE C.4 – Comparaison de l'évolution de l'énergie turbulente sans dimension entre les simulations de référence (symboles), l'expérience (◆) et nos DNS (—).

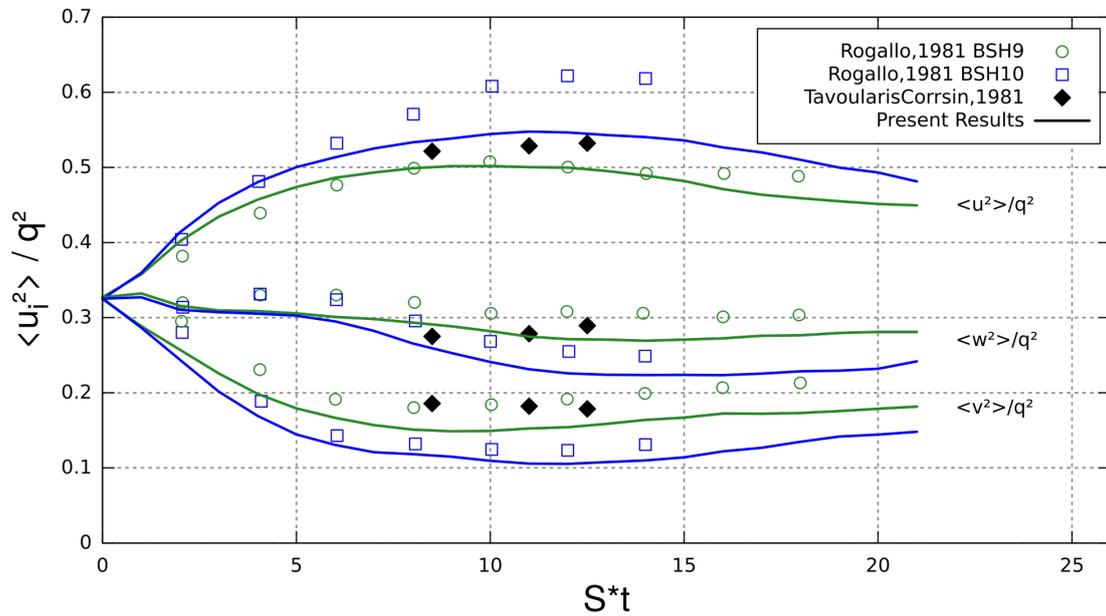


FIGURE C.5 – Comparaison de l'évolution des ratios d'énergie $\langle u_i^2 \rangle / q^2$ entre les simulations de Rogallo[104] (symboles), l'expérience (◆) et nos DNS (—).

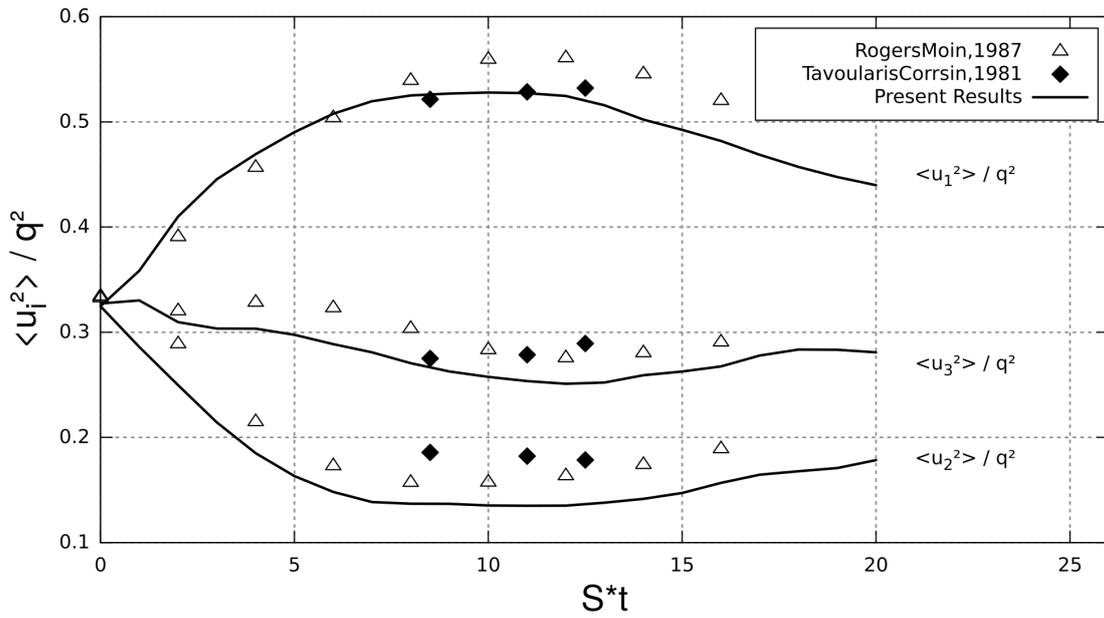


FIGURE C.6 – Comparaison de l'évolution des ratios d'énergie $\langle u_i^2 \rangle / q^2$ entre les simulations de Rogers et Moin[106] (symboles), l'expérience (◆) et nos DNS (—).

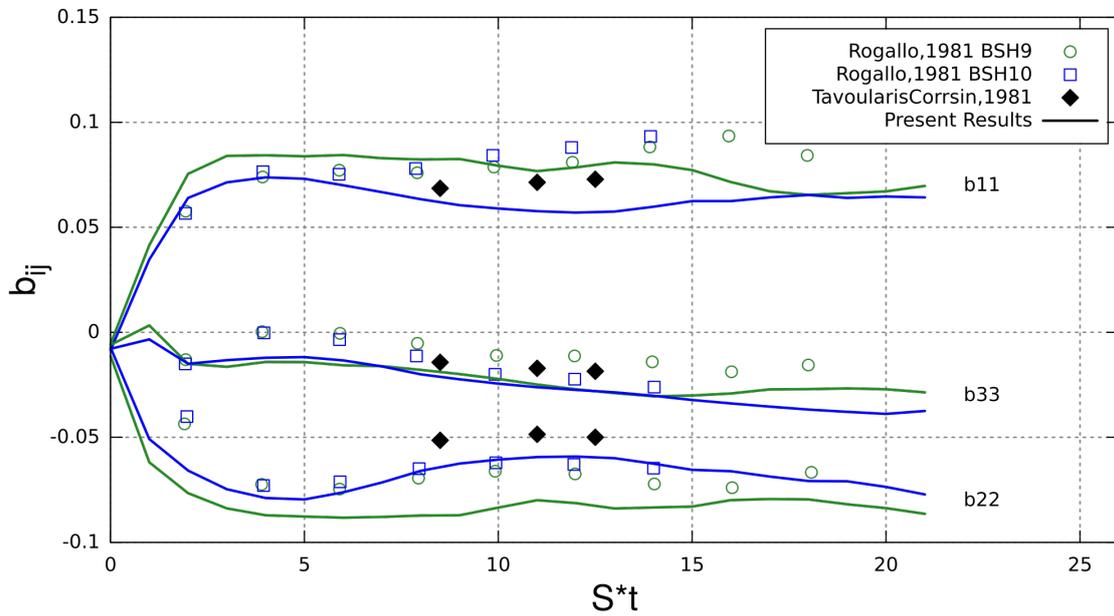


FIGURE C.7 – Comparaison de l'évolution du tenseur d'anisotropie $b_{ij} = \left(\frac{q}{SL_{11}} \right) \left(\frac{\langle u_i u_j \rangle}{q^2} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \right)$ entre les simulations de Rogallo[104] (symboles), l'expérience (◆) et nos DNS (—).

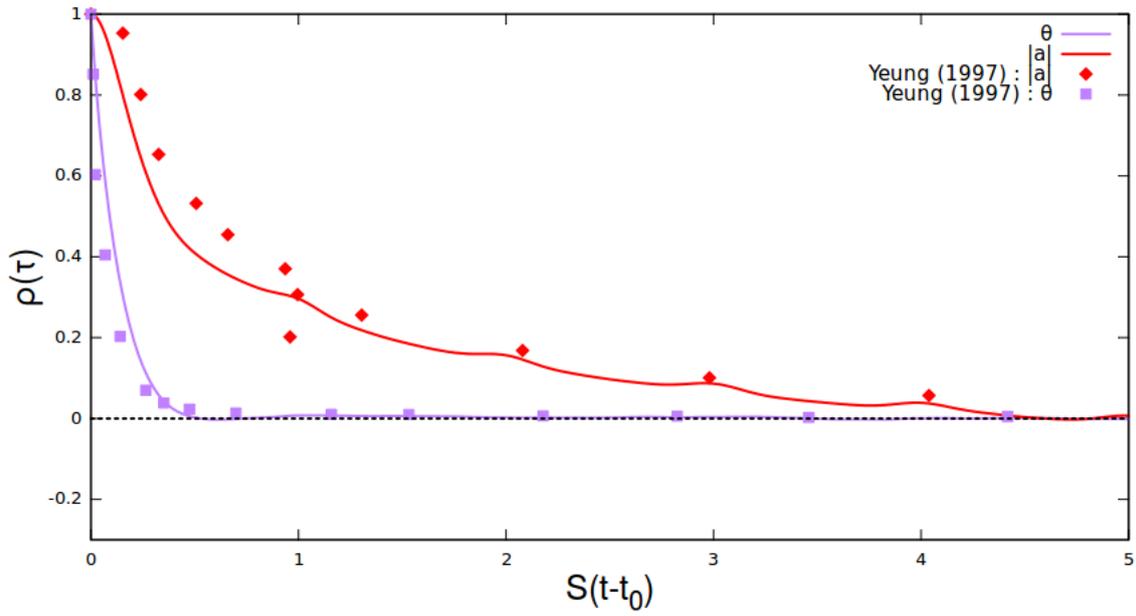


FIGURE C.8 – Comparaison des fonctions d'autocorrélation calculées avec l'expression (2.12) de la norme d'accélération $|a| = (a_i a_i)^{1/2}$ et de l'angle d'orientation $\theta = \arctan(a_2/a_1)$ des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la simulation de Yeung[150] (symboles) et notre DNS (—).

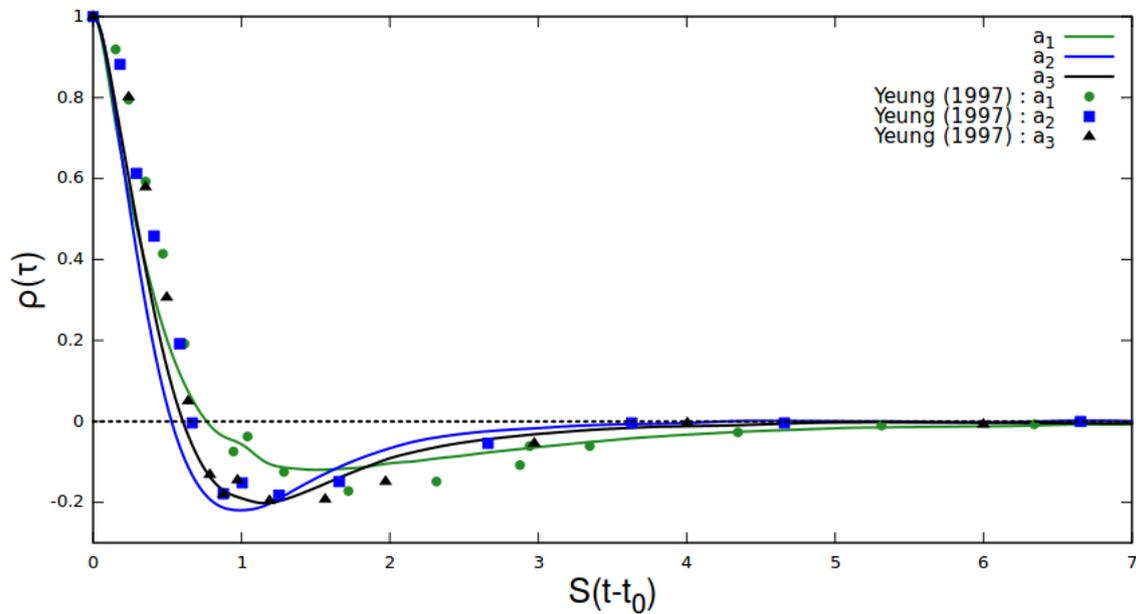


FIGURE C.9 – Comparaison des fonctions d'autocorrélation calculées avec l'expression (2.12) des composantes d'accélération a_i des particules fluides dans le cisaillement homogène entre la simulation de Yeung[150] (symboles) et notre DNS (—).

Bibliographie

- [1] K. Sugihara A. Okabe, B. Boots and S. N. Chiu. *Spatial Tessellations : Concepts and Applications of Voronoi Diagrams*. Wiley, 2000.
- [2] A. M. Ahmed and S. Elghobashi. Direct numerical simulation of particle dispersion in homogeneous turbulent shear flows. *Physics of Fluids (1994-present)*, 13(11) :3346–3364, 2001.
- [3] K. Alvelius. Random forcing of three-dimensional homogeneous turbulence. *Physics of Fluids*, 11(7) :1880–1889, 1999.
- [4] S. Ayyalasomayajula, A. Gylafson, L. R. Collins, E. Bodenschatz, and Z. Warhaft. Lagrangian measurements of inertial particle accelerations in grid-generated wind tunnel turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 97 :144507, 2006.
- [5] J. S. Baggett, J. Jimenez, and A. G. Kravchenko. Resolution requirements in large-eddy simulation of shear-flow. *Center for Turbulence Research*, page 51, 1997.
- [6] S. Balachandar and J. K. Eaton. Turbulent dispersed multiphase flow. *Ann. Rev. Fluid Mech*, 42 :111–133, 2010.
- [7] F. Baron. *Macro-smulation tridimensionnelle d’écoulements turbulents cisailles*. These de docteur-ingenieur, Universite Pierre et Marie Curie, Paris 6, 1982.
- [8] A.B. Basset. *Treatise on hydrodynamics*. Bell, London, 1888.
- [9] J. Bec, L. Biferale, G. Boffetta, A. Celani, M. Cencini, A. Lanotte, S. Musacchio, and F. Toschi. Acceleration statistics of heavy particles in turbulence. *Journal of Fluid mechanics*, 550 :349–358, 2006.
- [10] J. Bec, L. Biferale, M. Cencini, A. Lamotte, and F. Toschi. Intermittency in the velocity distribution of heavy particles in turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 646 :527–536, 2010.
- [11] Borgas. In *Preprints of the Eighth Symposium on Turbulence and Diffusion*, page p. 96. American Meteorological Society, Boston, 1988.
- [12] M. Bourgoïn. *HDR : Turbulent transport of particles and fields*. PhD thesis, Université Joseph Fourier, 2012.
- [13] J. Boussinesq. Sur la résistance qu’oppose un liquide indéfini en repos... Technical report, Comptes rendus, Acad. Sci., Paris, 1885.
- [14] A. Brandenburg. The inverse cascade and nonlinear alpha-effect in simulations of isotropic helical hydromagnetic turbulence. *The astrophysical journal*, 550 :824–840, 2001.
- [15] J. M. Burgers and M. Mitchener. On homogeneous non-isotropic turbulence connected with a mean motion having a constant velocity gradient. *Konink. Ned. Akad. v. Wet. B*, 15 :228, 1953.

- [16] E. Calzavarini, R. Volk, M. Bourgoïn, E. Leveque, J.F. Pinton, and F. Toschi. Acceleration statistics of finite-sized particles in turbulent flow : the role of faxen forces. *Journal of Fluid Mechanics*, 2009.
- [17] C. M. Casciola, P. Gualtieri, R. Benzi, and R. Piva. Scale-by-scale budget and similarity laws for shear turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 476 :105–114, 2003.
- [18] C. M. Casciola, P. Gualtieri, B. Jacob, and R. Piva. Scaling properties in the production range of shear dominated flows. *Physical Review Letters*, 95 :24503, 2005.
- [19] C. M. Casciola, P. Gualtieri, B. Jacob, and R. Piva. The residual anisotropy at small scales in high shear turbulence. *Physics of Fluids*, 19(10) :101704, 2007.
- [20] F. H. Champagne, V. G. Harris, and S. Corrsin. Experiments on nearly homogeneous turbulent shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 41 :81, 1970.
- [21] R. A. Clark, J. H. Ferziger, and W. C. Reynolds. Evaluation of subgrid-scale models using an accurately simulated turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 91(1) :1–16, 1979.
- [22] S. W. Coleman and J.C. Vassilicos. A unified sweep stick mechanism to explain particle clustering in two and three dimensional homogeneous, isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 21(11) :113301, 2009.
- [23] S. Corrsin. Remarks on turbulent heat transfer. *Proceedings of the iowa thermodynamics symposium*, pages 5–30, 1953.
- [24] S. Corrsin. Local isotropy in turbulent shear flow. *National Advisory Committee for Aeronautics Research Memorandum*, 58B11, 1958.
- [25] S. Corrsin. Progress report on some turbulent diffusion research. *Adv. Geophys.*, 6 :161, 1959.
- [26] A. Craya. Contribution a l analyse de la turbulence associee a des vitesses moyennes. *Publ. Scien. et Tech. du Ministbe de l’Air*, 345, 1958.
- [27] Haworth D.C. and S. B. Pope. A generalized langevin model for turbulent flows. *Physics of Fluids*, 29(2) :387–405, 1986.
- [28] J. W. Deardorff. A numerical study of three-dimensional turbulent channel flow at large reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 41 :453–480, 1970.
- [29] J. K. Dukowicz. A particle fluid nulerical model for liquid sprays. *Journal of Computational Physics*, 35 :229, 1980.
- [30] P. Fede and O. Simonin. Numerical study of the subgrid fluid turbulence effects on the statistics of heavy colliding particles. *Physics of Fluids*, 18 :045103, 2006.
- [31] S. Garg and Z. Warhaft. On the small scale structure of simple shear flow. *Physics of Fluids*, 10(3) :662, 1998.
- [32] R. Gatignol. The faxen formula for a rigid particle in an unsteady non- uniform stokes flow. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 9(2) :143–160, 1983.
- [33] R. Gatignol. The faxen formulas for a rigid particle in an unsteady non-uniform stoke flow. *Journal de Mécanique Théorique et Appliquée*, 2(2) :143–160, 1983.
- [34] M. Germano, U. Piomelli, P. Moin, and W.H. Cabot. A dynamic subgrid scale eddy viscosity model. *Physics of Fluids A*, 3(7) :1760–1765, 1991.

-
- [35] T. Gerz, U. Schumann, and S. E. Elghobashi. Direct numerical simulation of stratified homogeneous turbulent shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 200 :563–594, 3 1989.
- [36] M. Gorokhovski and A. Barge. Quasi dns of solid particles above kolmogorov scale in homogeneous turbulence. Submitted to PRE Fluids, 2018.
- [37] M. Gorokhovski and R. Zamansky. Lagrangian simulation of large and small inertial particles in a high reynolds number flow : Stochastic simulation of subgrid turbulence/particle interactions. *Center for Turbulence Resaerch*, 2014.
- [38] M. Gorokhovski and R. Zamansky. Modeling the effects of small turbulent scales on the drag force for particles below and above the kolmogorov scale. *Physical Review Fluids*, 3(3) :034602, 2018.
- [39] P. Gualtieri, C. M. Casciola, R. Benzi, and R. Piva. Preservation of statistical properties in large-eddy simulation of shear turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 592 :471–494, 2007.
- [40] P. Gualtieri, C.M. Casciola, R. Benzi, G. Amati, and R. Piva. Scaling laws and intermittency in homogeneous shear flow. *Physics of Fluids*, 14 :583, 2002.
- [41] P. Gualtieri, F. Picano, and C. M. Casciola. Anisotropic clustering of inertial particles in homogeneous shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 629 :25–39, 2009.
- [42] P. Gualtieri, F. Picano, G. Sardina, and C. M. Casciola. Statistics of particle pair relative velocity in the homogeneous shear flow. *Physica D*, 241 :245–250, 2010.
- [43] P. Gualtieri, F. Picano, G. Sardina, and C. M. Casciola. Clustering and turbulence modulation in particle-laden shear flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 715 :134–162, 2013.
- [44] H. Homann and J. Bec. Finite size effects in the dynamics of neutrally buoyant particles in turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 651 :81–91, 2010.
- [45] IRSN. Detection de ruthenium-106 en france et en europe, 2017.
- [46] J. Isaza and L. R. Collins. On the asymptotic behaviour of large-scale turbulence in homogeneous shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 637 :213–239, 2009.
- [47] T. Ishihara, K. Yoshida, and Y. Kaneda. Anisotropic velocity correlation spectrum at small scales in a homogeneous turbulent shear flow. *Physical Review Letters*, 88(15) :154501, 2002.
- [48] G. Jin, G. W. He, and L. P. Wang. Large-eddy simulation of turbulent collision of heavy particles in isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 22 :055106, 2010.
- [49] J. Jung, K. Yeo, and C. Lee. Behaflow of heavy particles in isotropic turbulence. *Physical Review E*, 77, 2008.
- [50] S. Karlin and H. M. Taylor. *A Second Course in Stochastic Processes*. Academic, New York, 1981.
- [51] T. Von Karman. The fundamentals of the statistical theory of turbulence. *J. Aero. Sci.*, 4 :131, 1937.
- [52] Shigeo Kida and Mitsuru Tanaka. Dynamics of vortical structures in a homogeneous shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 274 :43–68, 9 1994.

- [53] A. Kidanemariam, C. Chan Braun, T. Doychev, and M. Uhlmann. Direct numerical simulation of horizontal open channel flow with finite size, heavy particles at low solid volume fraction. *New Journal of Physics*, 15 :025031, 2013.
- [54] A. N. Kolmogorov. On the log-normal distribution of particles size during break-up process. *Dokl. Akad. Nauk SSSR*, 31 :99, 1941.
- [55] A. N. Kolmogorov. A refinement of previous hypotheses concerning the local structure of turbulence in a viscous incompressible fluid at high reynolds number. *Journal of Fluid Mechanics*, 13 :82–85, 1962.
- [56] A. N. Kolmogorov. Dissipation of energy in the locally isotropic turbulence, 1991.
- [57] A. N. Kolmogorov. The local structure of turbulence in incompressible viscous fluid for very large reynolds number, 1991.
- [58] V. Kuznetsov and V. Sabel'nikov. *Turbulence and Combustion*. Hemisphere Publishing Corporation, 1990.
- [59] J. B. Lagaert, G. Balarac, and P. Begou. Particle method : an efficient tool for direct numerical simulations of high schmidt number passive scalar in turbulent flow. *Center for turbulence research - Summer Program*, pages 167–176, 2012.
- [60] J. B. Lagaert, G. Balarac, and G.-H. Cottet. Hybrid spectral-particle method for the turbulent transport of a passive scalar. *Journal of Computational Physics*, 260 :127–142, 2014.
- [61] A. G. Lamorgese, D. A. Caughey, and S. B. Pope. Direct numerical simulation of homogeneous turbulence with hyperviscosity. *Physics of Fluids*, 17(1), 2005.
- [62] A. G. Lamorghese, S. B. Pope, P. K. Yeung, and B. L. Sawford. A conditionnally cubic gaussian stochastic lagrangian model for acceleration in isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 582 :423–448, 2007.
- [63] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *Course of Theoretical Physics, Volume 6, Fluid Mechanics*. Pergamon Press, 1987.
- [64] M. J. Lee, J. Kim, and P. Moin. Structure of turbulence at high shear rate. *Jounral of fluid mechanics*, 216 :561–583, 1990.
- [65] E. Leveque and A. Naso. Introdmodels of longitunal and transverse lagrangian velocity increments in homogeneous and isotropic turbulence. *Europhysics letters*, 108, 2014.
- [66] D. K. Lilly. A proposed modification of the germano subgrid-scale closure method. *Physics of Fluids*, 4(3) :633–635, 1992.
- [67] Q. Q. Lu, J. R. Fontaine, and G. Aubertin. Particle dispersion in shear turbulent flows. *Aerosol Science and Technology*, 18 :85–99, 1993.
- [68] G. Mamatsashvili, G. Khujadze, G. Chagelishvili, S. Dong, J. Jiménez, and H. Foyssi. Dynamics of homogeneous shear turbulence : A key role of the non-linear transverse cascade in the bypass concept. *Physical Review E*, 94, 2016.
- [69] C. Marchioli. *Acta Mechanica*, 228 :741, 2017.
- [70] M. Maxey. The gravitational settling of aerosol-particles in homogeneous turbulence and random flow-fields. *Journal of Fluid Mechanics*, 174 :441–465, 1987.
- [71] R. M. Maxey and J. J. Riley. Equation of motion for a small rigid sphere in a nonuniform flow. *Physics of Fluids*, 26 :883, 1983.

-
- [72] C. Meneveau and J. Katz. Scale invariance and turbulence models for large-eddy simulation. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 32 :1–32, 2000.
- [73] R. Monchaux, M. Bourgoïn, and A. Cartellier. Preferential concentration of heavy particles : a voronoï analysis. *Physics of Fluids*, 22 :113304, 2010.
- [74] R. Monchaux, M. Bourgoïn, and A. Cartellier. Analyzing preferential concentration and clustering of inertial particles in turbulence. *Int. J. Multiphase Flow*, 40 :1–18, 2012.
- [75] A.S. Monin and A. M. Yaglom. *Statistical Fluid Mechanics : Mechanics of Turbulence*. MIT Press, 1981.
- [76] N. Mordant, A. M. Crawford, and E. Bodenschatz. Three-dimensional structure of the lagrangian acceleration in turbulent flows. *Physical Review Letters*, 93(21) :214501, 2004.
- [77] N. Mordant, J. Deloura, E. Leveque, A. Arneodo, and J-F. Pinton. Long time correlations in lagrangian dynamics : a key to intermittency in turbulence. *Physical Review Letters*, 89(25), 2002.
- [78] N. Mordant, L. L ev eque, and J.-F. Pinton. Experimental and numerical study of the lagrangian dynamics of high reynolds turbulence. *New Journal of Physics*, 6 :116, 2004.
- [79] N. Mordant, P. Metz, O. Michel, and J.-F. Pinton. Measurement of lagrangian velocity in fully developed turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 87 :214501, Nov 2001.
- [80] A. Naso and A. Prosperetti. The interaction between a solid particle and a turbulent flow. *New Journal of Physics*, 12 :33–40, 2010.
- [81] C. Nicolai, B. Jacob, P. Gualtieri, and R. Piva. Inertial particles in homogeneous shear turbulence : Experiments and direct numerical simulation. *Flow Turbulence Combust*, 92 :65–82, 2014.
- [82] C. Nicolai, B. Jacob, and R. Piva. On the spatial distribution of small heavy particles in homogeneous shear turbulence. *Physics of fluids*, 25, 2013.
- [83] A. M. Obukhov. Some specific features of atmospheric turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 13(01) :77–81, 1962.
- [84] C.W. Oseen. *Hydrodynamik*. Leipzig, 1927.
- [85] A. G. Lamorgese P. K. Yeung, S. B. Pope and D. A. Donzis. Acceleration and dissipation statistics of numerically simulated isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 18 :065103, 2006.
- [86] U. Piomelli. High reynolds number calculations using the dynamic subgrid-scale stress model. *Physics of Fluids*, 5 :1484–1490, 1993.
- [87] S. B. Pope. A lagrangian two-time probability density function equation for inhomogeneous turbulent flows. *Physics of Fluids*, 26(12) :3448–3450, 1983.
- [88] S. B. Pope. Lagrangian pdf methods for turbulent flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 26 :23–63, 1994.
- [89] S. B. Pope. On the relationship between stochastic lagrangian models of turbulence and second-moment closures. *Physics of Fluids*, 6(2) :973–985, 1994.
- [90] S. B. Pope. Stochastic lagrangian models of velocity in homogeneous turbulent shear flow. *Physics of Fluids*, 14(5) :1696–1702, 2002.

- [91] S. B. Pope and Y. L. Chen. The velocity dissipation probability density function model for turbulent flows. *Physics of Fluids A*, 2(8) :1437–1449, 1990.
- [92] Stephen B. Pope. *Turbulent Flows*. Cambridge University Press, 2000.
- [93] Stephen B. Pope. A stochastic lagrangian model for acceleration in turbulent flows. *Physics of Fluids*, 14(7) :2360–2375, 2002.
- [94] A. Pumir and B. I. Shraiman. Persistent small scale anisotropy in homogeneous shear flows. *Phys. Rev. Lett.*, 75(17), 1995.
- [95] Alain Pumir. Turbulence in homogeneous shear flows. *Physics of Fluids (1994-present)*, 8(11) :3112–3127, 1996.
- [96] N. M. Qureshi, U. Arrieta, C. Baudet, A. Cartellier, Y. Gagne, and M. Bourgoïn. Acceleration statistics of inertial particles in turbulent flow. *European Physical Journal B*, 66 :531, 2008.
- [97] N. M. Qureshi, U. Arrieta, C. Baudet, A. Cartellier, Y. Gagne, and M. Bourgoïn. Acceleration statistics of inertial particles in turbulent flow. *European Physical Journal B*, 66 :531–536, 2008.
- [98] N. M. Qureshi, M. Bourgoïn, C. Baudet, A. Cartellier, and Y. Gagne. Turbulent transport of materials particles : An experimental investigation of finite-size effect. *Phys. Rev. Lett.*, 99 :184502, 2007.
- [99] D. Ray and L. R. Collins. Preferential concentration and relative velocity statistics of inertial particles in navier-stokes turbulence with and without filtering. *Journal of Fluid Mechanics*, 680 :488–510, 2011.
- [100] F. B. Reis. *Studies of correlation and spectra in homogeneous turbulence*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 1952.
- [101] A. M. Reynolds. Superstatistical mechanics of tracer particle motions in turbulence. *Phys. Rev. Lett.*, 91(8) :084503, 2003.
- [102] L. F. Richardson. Atmospheric diffusion shown on a distance-neighbor graph. *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 110 :709, 1926.
- [103] J.J. Riley. *Computer simulation of turbulent dispersion*. PhD thesis, Johns Hopkins University, Baltimore, 1971.
- [104] Robert S. Rogallo. Numerical experiments in homogeneous turbulence. *NASA Technical Memorandum*, 1981.
- [105] Robert S. Rogallo and P. Moin. Numerical simulation of turbulent flows. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 16 :99–137, 1984.
- [106] M. Rogers and P. Moin. The structure of the vorticity field in homogeneous turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 176 :33–66, 3 1987.
- [107] J. J. Rohr, E. C. Itsweire, K. N. Helland, and C. W. Van Atta. An investigation of the growth of turbulence in a uniform-mean-shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 187 :1, 1988.
- [108] W. G. Rose. Results of an attempt to generate a homogeneous turbulent shear flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 25 :97–120, 5 1966.
- [109] V. Sabel’nikov, A. Barge, and M. Gorokhovski. The les-ssam approach revisited and its application. In *16th European Turbulence Conference*, Stockholm, Sweden, August 2017. KTH.

-
- [110] V. Sabel'nikov, A. Barge., and M. Gorokhovski. Stochastic subgrid models for inertial particles dynamics in highly turbulent flow, turbulent mixing and beyond. In *6th International Conference Tenth Anniversary Program*, Trieste, Italy, August 2017. The Abdus Salam Internation Centre for Theoretical Physics.
- [111] V. Sabel'nikov, A. Barge, and M. Gorokhovski. Acceleration modeling on residual scales in the high reynolds number flows : flow simulation with inertial solid particles. *Submitted to Journal of Fluid Mecanics*, 2018.
- [112] V. Sabel'nikov, A. Chtab-Desportes, and M. Gorokhovski. New sub-grid stochastic acceleration model in les of high-reynolds-number flows. *The European Physical Journal B*, 80(2) :177–187, 2011.
- [113] P. Sagault. *Large Eddy Simulation for incompressible flows*. Springer, 1998.
- [114] B. L. Sawford and P. K. Yeung. Eulerian acceleration statistics as a discriminator between lagrangian stochastic models in uniform shear flow. *Physics of Fluids*, 12(8) :2033–2045, 2000.
- [115] B. L. Sawford and P. K. Yeung. Lagrangian statistics in uniform shear flow : Direct numerical simulation and lagrangian stochastic models. *Physics of Fluids*, 13(9) :2627–2634, 2001.
- [116] U. Schumann. Algorithms for direct numerical simulation of shear periodic turbulence. *Lecture Notes in Physics, Springer*, 218 :492–496, 1985.
- [117] A. Sekimoto, S. Dong, and J. Jimenez. Direct numerical simulation of statistically stationnary and homogeneous shear turbulence and its relation to other shear flows. *Physics of fluids*, 28, 2016.
- [118] A. Sekimoto and J. Jimenez. Vertically localised equilibrium solutions in large-eddy simulations of homogeneous shear flow. *Journal of fluid mechanics*, 827 :225–249, 2017.
- [119] Peiqing Shen and P. K. Yeung. Fluid particle dispersion in homogeneous turbulent shear flow. *Physics of Fluids*, 9(11) :3472–3484, 1997.
- [120] X. Shen and Z. Warhaft. The anisotropy of the small scale structure in high reynolds number turbulent shear flow. *Physics of Fluids*, 12(11) :2976, 2000.
- [121] Babak Shotorban and S. Balachandar. Particle concentration in homogeneous shear turbulence simulated via lagrangian and equilibrium eulerian approaches. *Physics of Fluids*, 18(6), 2006.
- [122] J. Shumacher. Relation between shear parameterand reynolds number in statistically stationary turbulent shear flows. *Physics of Fluids*, 16(8) :3094, 2004.
- [123] J. Smagorinsky. General circulation experiments with the primitive equations. *Monthly Weather Review*, 91(3) :99–164, 1963.
- [124] Proc. Camb. Philos. Soc, editor. *Diffusion in a field of homogeneous turbulence II. The relative motion of particles*, number 48, 1952.
- [125] K. D. Squires and J. K. Eaton. Particle response and turbulence modification in isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 2 :1191–1203, 1990.
- [126] Kyle D. Squires and John K. Eaton. Lagrangian and eulerian statistics obtained from direct numerical simulations of homogeneous turbulence. *Physics of Fluids A*, 3(1) :130–143, 1991.

- [127] G.G. Stokes. On the effect of the inertial friction of fluids on the motion of pendulums. *Trans. Cambridge Phil. Soc.*, 9 :8–23, 1851.
- [128] S. Stolz and N. A. Adams. An approximate deconvolution procedure for large-eddy simulation. *Physics of Fluids*, 11(7) :1699–1701, 1999.
- [129] S. Stolz and N. A. Adams. An approximate deconvolution procedure for large-eddy simulation with application to incompressible wall-bounded flows. *Physics of Fluids*, 13(4) :997–1015, 2001.
- [130] M. Y. Hussaini T. B. Gatski and J. L. Lumley. *Simulation and Modelling of Turbulent Flows*. Oxford University Press, 1996.
- [131] S. Tavoularis and U. Karnik. Further experiments on the evolution of turbulent stresses in uniformly sheared turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 204 :457, 1989.
- [132] Stavros Tavoularis and Stanley Corrsin. Experiments in nearly homogenous turbulent shear flow with a uniform mean temperature gradient. part 1. *Journal of Fluid Mechanics*, 104 :311–347, 3 1981.
- [133] G. I. Taylor. Diffusion by continuous movements. *Proceedings of the london mathematical society*, 2(1) :196–212, 1922.
- [134] D. J. Thompson. Criteria for the selection of stochastic models of particle trajectories in turbulent flows. *Journal of Fluid Mechanics*, 180 :529–556, 1987.
- [135] F. Toschi and E. Bodenschatz. Lagrangian properties of particles in turbulence. *Annual Review of Fluid Mechanics*, 41(1) :375–404, 2009.
- [136] M. Uhlmann. Interface-resolved direct numerical simulation of vertical particulate channel flow in the turbulent regime. *Physics of Fluids*, 20 :053305, 2008.
- [137] C. Vanderwel and S. Tavoularis. Coherent structures in uniformly sheared turbulent flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 689 :434–464, 2011.
- [138] R. Volk, E. Calzavarini, E. L ev eque, and J.-F. Pinton. Dynamics of inertial particles in a turbulent von karman flow. *Journal of Fluid Mechanics*, 668 :223–235, 2010.
- [139] R. Volk, E. Calzavarini, G. Verhille, D. Lohse, N. Mordant, J.-F. Pinton, and F. Toschi. Acceleration of heavy and light particles in turbulence : Comparison between experiments and direct numerical simulations. *Physica D*, 237 :2084, 2008.
- [140] G. A. Voth, A. La Porta, A. M. Grawford, J. Alexander, and E. Bodenschatz. Measurement of particle accelerations in fully developed turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 469 :121–160, 2002.
- [141] G. A. Voth, K. Satyanarayan, and E. Bodenschatz. Lagrangian acceleration measurements at large reynolds numbers. *Physics of Fluids*, 10 :2268, 1998.
- [142] Y. Wang, G. Jacobitz, and C. J. Rutland. Large eddy simulation of homogeneous shear flows with several subgrid-scale models. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 50 :863–883, 2006.
- [143] Z. Warhaft and X. Shen. On the higher order mixed structure functions in laboratory shear flow. *Physics of Fluids*, 14(7) :2432, 2002.
- [144] M. Wilkinson and A. Pumir. Spherical ornstein-uhlenbeck processes. *J. Stat. Phys.*, 145 :113–142, 2011.

-
- [145] H. Xu and E. Bodenschatz. Motion of inertial particles with size larger than kolmogorov scale in turbulent flows. *Physica D*, 237 :2095, 2008.
- [146] V. Yakhot. A simple model for self-sustained oscillations in homogeneous shear flow. *Physics of Fluids*, 15(2) :L17, 2003.
- [147] F. Yeh and U. Lei. On the motion of small particles in a homogeneous turbulent shear flow. *Physics of Fluids*, 3(11) :2758, 1991.
- [148] Yeung and Pope. An algorithm for tracking fluid particles in numerical simulations of homogeneous turbulence. *Journal of computational physics*, 79 :373–416, 1988.
- [149] P. K. Yeung. Direct numerical simulation of two particle relative diffusion in isotropic turbulence. *Physics of Fluids*, 6(10) :3416–3428, 1994.
- [150] P. K. Yeung. One- and two-particle lagrangian acceleration correlations in numerically simulated homogeneous turbulence. *Physics of Fluids*, 9(10) :2981–2990, 1997.
- [151] P. K. Yeung and S. B. Pope. Lagrangian statistics from direct numerical simulations of isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 207 :531–586, 10 1989.
- [152] P.K. Yeung, S. B. Pope, E. A. Kurth, and A. G. Lamorghese. Lagrangian conditional statistics, acceleration and local relative motion in numerically lagrangian conditionnal statistics, acceleration and local relative motion in numerically simulated isotropic turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 582 :399–422, 2007.
- [153] H. Yoshimoto and S. Goto. Self-similar clustering of inertial particles in homogeneous turbulence. *Journal of Fluid Mechanics*, 577 :275, 2007.
- [154] R. Zamansky. *Simulation numérique directe et modélisation stochastique de sous-maille de l'accélération dans un écoulement de canal à grand nombre de Reynolds*. PhD thesis, École Centrale de Lyon - Université de Lyon, 2011.
- [155] Rémi Zamansky, Ivana Vinkovic, and Mikhael Gorokhovski. Acceleration in turbulent channel flow : universalities in statistics, subgrid stochastic models and an application. *J. Fluid Mech.*, 721 :627–668, 4 2013.
- [156] L. Zeng, S. Balachandar, and P. Fischer. Wall induced forces on a rigid sphere at finite reynolds numbers. *Journal of Fluid Mechanics*, 536 :1–25, 2005.
- [157] W. Zu, I. Vinkovic, and M. Buffat. Acceleration statistics of finite-size particles in turbulent channel flow in the absence of gravity. *Flow Turbulence Combust*, 96 :183–205, 2016.

Propriétés lagrangiennes de l'accélération des particules fluides et inertielles dans un écoulement avec un cisaillement homogène : DNS et nouveaux modèles de sous-maille de LES

Résumé : Ce travail de thèse porte sur l'étude de l'accélération de particules fluides et inertielles en déplacement dans une turbulence soumise à un gradient de vitesse moyen. L'objectif est de récupérer des données de référence afin de développer des modèles LES stochastiques pour la prédiction de l'accélération de sous-maille et l'accélération de particules inertielles dans des conditions inhomogènes. La modélisation de l'accélération de sous-maille est effectuée à l'aide de l'approche LES-SSAM introduite par Sabel'nikov, Chtab et Gorokhovski[EPJB 80:177]. L'accélération est modélisée à l'aide de deux modèles stochastiques indépendants : un processus log-normal d'Ornstein-Uhlenbeck pour la norme d'accélération et un processus stochastique Ornstein-Uhlenbeck basé sur le calcul de Stratonovich pour les composantes du vecteur d'orientation de l'accélération. L'approche est utilisée pour la simulation de particules fluides et inertielles dans le cas d'une turbulence homogène isotrope et dans un cisaillement homogène. Les résultats montrent une amélioration des statistiques à petites échelles par rapport aux LES classiques. La modélisation de l'accélération des particules inertielles dans le cisaillement homogène est effectuée avec l'approche LES-STRIP introduite par Gorokhovski et Zamansky[PRF 3:034602] et est modélisée avec deux modèles stochastiques indépendants de manière similaire à l'accélération de sous-maille. Nos calculs montrent une amélioration de l'accélération et de la vitesse des particules lorsque le modèle STRIP est utilisé. Enfin dans une dernière partie, nous présentons une équation pour décrire ponctuellement la dynamique de particules de taille supérieure à l'échelle de Kolmogorov dans une turbulence homogène isotrope calculée par DNS. Les résultats sont comparés avec l'expérience et montrent que cette description reproduit bien les propriétés dynamiques des particules.

Mots clés : Cisaillement homogène, accélération, particules, particules de taille finie, modélisation stochastique, DNS, LES, LES-SSAM, LES-STRIP.

Lagrangian properties of fluid and inertial particles moving in a homogeneous shear flow : DNS and new LES subgrid models

Abstract : The main objective of this thesis is to study the acceleration of fluid and inertial particles moving in a turbulent flow under the influence of a homogeneous shear in order to develop LES stochastic models that predict subgrid acceleration of the flow and acceleration of inertial particles. Subgrid acceleration modelisation is done in the framework of the LES-SSAM approach which was introduced by Sabel'nikov, Chtab and Gorokhovski[EPJB 80:177]. Acceleration is predicted with two independent stochastic models : a log-normal Ornstein-Uhlenbeck process for the norm of acceleration and an Ornstein-Uhlenbeck process expressed in the sense of Stratonovich calculus for the components of the acceleration orientation vector. The approach is used to simulate fluid and inertial particles moving in a homogeneous isotropic turbulence and in a homogeneous sheared turbulence. Our results show that small scales statistics of particles are better predicted in comparison with classical LES approach. Modelling of inertial particles acceleration is done in the framework of the LES-STRIP which was introduced by Gorokhovski and Zamansky[PRF 3:034602] with two independent stochastic models in a similar way to the subgrid fluid acceleration. Computations of inertial particles in the homogeneous shear flow present good predictions of the particles acceleration and velocity when STRIP model is used. In the last chapter, we present an equation to describe the dynamic of point-like particles which size is larger than the Kolmogorov scale moving in a homogeneous isotropic turbulence computed by direct numerical simulation. Results are compared with experiments and indicate that this description reproduces well the properties of the particles dynamic.

Key words : Homogeneous Shear, Acceleration, particles, finite size particles, stochastic modeling, DNS, LES, LES-SSAM, LES-STRIP.