



**HAL**  
open science

# Modélisation de la propagation des ondes ultrasonores dans le béton pour l'amélioration du diagnostic des structures de génie civil

Ting Yu

► **To cite this version:**

Ting Yu. Modélisation de la propagation des ondes ultrasonores dans le béton pour l'amélioration du diagnostic des structures de génie civil. Mécanique des solides [physics.class-ph]. Aix Marseille université, 2018. Français. NNT: . tel-01873280

**HAL Id: tel-01873280**

**<https://theses.hal.science/tel-01873280>**

Submitted on 13 Sep 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# UNIVERSITÉ D'AIX-MARSEILLE

ED 353 – Sciences pour l'ingénieur : mécanique, physique, micro et nanoélectronique

Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique – UMR 7031 AMU – CNRS – ECM

## THÈSE

présentée en vue d'obtenir le grade universitaire de Docteur

Discipline : Mécanique des Solides

**Ting YU**

---

### **Modélisation de la propagation des ondes ultrasonores dans le béton pour l'amélioration du diagnostic des structures de génie civil**

---

Thèse soutenue le 31 mai 2018 devant le jury composé de :

Yann CAPDEVILLE	LPG Nantes	Rapporteur
Christophe ARISTÉGUI	Université de Bordeaux	Rapporteur
Odile ABRAHAM	IFSTTAR Nantes	Examinatrice
Francine LUPPÉ	Université du Havre	Examinatrice
Vincent GARNIER	LMA UMR AMU – CNRS – ECM	Directeur de thèse
Dimitri KOMATITSCH	LMA UMR AMU – CNRS – ECM	Co-directeur de thèse
Jean-François CHAIX	LMA UMR AMU – CNRS – ECM	Co-encadrant
Jean-Marie HÉNAULT	EDF R&D PRISME	Co-encadrant
Lorenzo AUDIBERT	EDF R&D PRISME	Co-encadrant



Cette œuvre est mise à disposition selon les termes de la Licence Creative Commons Attribution Pas d'Utilisation Commerciale - Pas de Modification 4.0 International.

# Titre de thèse et résumé

## **Modélisation de la propagation des ondes ultrasonores dans le béton pour l'amélioration du diagnostic des structures de génie civil**

La surveillance des structures de génie civil constitue un enjeu majeur pour les maîtres d'ouvrages. Les Essais Non Destructifs (END) par ultrasons permettent de caractériser le béton, sans le dégrader en raison de leurs liens avec ses propriétés mécaniques et sa composition. Ils sont donc adaptés au contrôle et au suivi in situ des structures et ouvrages d'art. Cependant, les longueurs d'onde utilisées étant du même ordre de grandeur que les tailles des éléments constitutifs du béton, les signaux mesurés résultent de diffusions successives et donc multiples des ondes. Celles-ci sont par conséquent complexes à analyser. Afin d'optimiser les techniques ultrasonores, il est nécessaire de mieux comprendre les interactions onde-matière dans ce type de milieu et de modéliser au mieux les phénomènes associés.

Les modèles analytiques d'homogénéisation sont souvent utilisés pour simuler la partie cohérente des ondes qui se propagent dans un milieu. Mais ces modèles sont souvent limités à la présence d'hétérogénéités en faible concentration. Afin d'aller au-delà de ces limites, dans ce travail de thèse un modèle numérique bidimensionnel décrivant la propagation d'ondes ultrasonores dans un milieu hétérogène, adapté au béton, est construit dans le logiciel SPEC-FEM2D fondé sur la méthode numérique des éléments spectraux. Ce modèle est comparé à des modèles analytiques, et validé expérimentalement à l'aide d'un milieu synthétique à forte hétérogénéité en comparant les deux paramètres effectifs des ondes cohérentes : vitesse de phase et atténuation. Ce modèle numérique permet également de prendre en compte la viscoélasticité du mortier par l'intermédiaire d'un facteur de qualité. Celui-ci est déterminé à partir des mesures effectuées pour une série de mortiers étudiés.

L'outil numérique complet peut être utilisé à plusieurs fins : d'une part, la réalisation d'études afin d'évaluer l'influence de certains paramètres sur la propagation d'onde, comme la forme, l'orientation et la distribution des granulats, et d'autre part, la simulation des configurations de mesure mises en œuvre sur structure afin de les optimiser en fonction des paramètres qui interviennent, en particulier la fréquence des ondes propagées. Cette meilleure maîtrise des mesures permettra de conduire à terme à l'amélioration du diagnostic.

Dans des travaux futurs, le développement de cet outil devra être poursuivi pour mieux prendre en compte l'*Interfacial Transition Zone* (ITZ) qui est présente entre les granulats et le mortier, l'endommagement et la fissuration dans le béton, même si dans cette thèse une première étude de l'ITZ est proposée.

**Mots clés :** béton, propagation des ondes ultrasonores, modélisations numériques, Essais Non Destructifs.

# Thesis title and abstract

## **Modeling of ultrasonic wave propagation in concrete to improve the diagnosis of civil engineering structures**

Monitoring of civil engineering structures is a major challenge for building engineers, maintainers and owners. Ultrasonic non-destructive testing (NDT) is used to characterize concrete, without degrading it, because of its relationship to its mechanical properties and composition. Such ultrasonic testing is therefore suitable for the control and in-situ monitoring of structures. However, since the wavelengths used are of the same order of magnitude as the sizes of the constitutive elements of the concrete, the measured signals result from successive diffusions and thus from numerous waves resulting from multiple scattering. These are therefore complex to analyze. In order to optimize ultrasonic techniques, it is thus necessary to better understand the wave-material interactions in this type of medium and to better model the associated phenomena.

Analytical homogenization models are often used to simulate the coherent part of waves propagating in a medium. But these models are often limited to the presence of heterogeneities at low concentration. In order to go beyond these limits, in this thesis a two-dimensional numerical model describing the propagation of ultrasonic waves in a heterogeneous medium, adapted to concrete, is built in the SPEC-FEM2D software package, which is based on the spectral-element numerical method. This model is compared to analytical models, and validated experimentally using a synthetic medium with high heterogeneity by comparing the two effective parameters of coherent waves: phase velocity and attenuation. This numerical model also makes it possible to take into account the viscoelasticity of the mortar by means of a quality factor. This quality factor is determined from measurements made for a series of mortars that we study.

The complete set of numerical tools developed in this work can be used for several purposes: firstly, to carry out studies to evaluate the influence of certain parameters on wave propagation, such as the shape, orientation and distribution of aggregates, and secondly, the simulation of the measurement configurations implemented for a structure in order to optimize them in terms of the parameters involved, in particular the frequency of the propagating waves. This better control of the measures will ultimately lead to better diagnosis.

In future work, the development of this numerical modeling tool will have to be continued to better take into account the interfacial transition zone (ITZ) that exists between the aggregates and the mortar (even if in this thesis a first study of this zone is proposed), as well as damage and cracking in concrete.

**Keywords:** concrete, ultrasonic wave propagation, numerical modeling, non-destructive testing.

# Remerciements

Les travaux de thèse présentés dans ce manuscrit ont été effectués au sein du groupe P15 du département PRISME d'EDF R&D à Chatou et en collaboration avec le LMA au sein d'Aix-Marseille Université à Marseille et à Aix-en-Provence.

De mai 2015 à mai 2018, les trois ans que j'ai passés constituent une riche expérience et de précieux souvenirs gravés à vie. Cela va bien au-delà d'une simple formation de recherche. Je tiens à sincèrement remercier ici toutes les personnes qui ont contribué à l'aboutissement de ces travaux de thèse, et qui m'ont aidée et soutenue pendant ces trois années.

Je souhaiterais tout d'abord exprimer toute ma gratitude à mon directeur de thèse, M. Vincent Garnier, et à mon co-directeur de thèse, Dimitri Komatitsch, pour vos encadrements, disponibilités et conseils scientifiquement rigoureux, ainsi que pour avoir veillé au bon déroulement de cette thèse.

Je voudrais remercier mes encadrants d'EDF, M. Jean-Marie Hénault, qui m'a donnée l'opportunité de découvrir le monde de la recherche par cette thèse, et M. Lorenzo Audibert pour tes enseignements scientifiques et la patience que tu m'as accordée pour tenter de m'expliquer de nombreuses équations. Merci pour votre confiance, votre appui et vos encouragements réguliers tout au long de ce cheminement.

J'aimerais aussi adresser mes remerciements à M. Jean-François Chaix. Tu m'as fait profiter de tes grandes qualités techniques et humaines. Merci pour ton aide précieuse et minutieuse, et en particulier pour avoir rendu possible la fabrication des éprouvettes et la réalisation d'une partie des essais, qui sont un des résultats les plus importants de mes travaux.

J'ai eu la chance d'effectuer cette thèse avec vos accompagnements et encadrements. J'ai beaucoup appris à vos côtés et réellement apprécié de travailler avec vous.

Merci à mes collègues d'EDF, dont certains ont aussi apporté une contribution précieuse à ce travail, pour m'avoir accueillie de manière bienveillante dans le groupe et m'avoir permis de travailler dans la bonne humeur et dans un environnement agréable : Benjamin, Vincent, Clothilde, Astrid, Pierre, Maciej, Kawtar, Frédéric, Karine, Barthélémy, Didier, Arnaud, Camélia, Emmanuel, Hervé, Guy, Jérôme, Laurent, Sylvain, Denis, Eric, Nicolas, ...

Merci à l'ensemble de l'équipe d'Aix pour avoir partagé vos connaissances et vos points de vue, ainsi que pour les échanges au quotidien et vos soutiens notamment sur la fabrication des éprouvettes : Emma, Martin, Quang, Jesus, Pierre, Cléo, Sandrine, Manda, Shuang, Florian, Nicolas, ...

Merci aux collègues du LMA à Marseille de m'avoir accueillie parmi vous après le changement de site : Harold, Alexis, Fang, Clément, Simon, Nathalie, Louis, Marion, ...

Merci à tous ceux que j'ai pu solliciter pendant ces trois années et qui ont pris le temps de m'aider. Je pense notamment à M. Julien Sanahuja (MMC EDF) et M. Jean-Paul Balayssac (LMDC Toulouse), qui ont partagé leurs connaissances techniques sans restriction, et qui ont rendu possible la fabrication des éprouvettes en béton pour avoir pu réaliser des expérimentations.

Je tiens aussi à remercier les assistants, aussi bien à EDF qu'au LMA, pour votre aide et votre patience dans la résolution des problèmes administratifs particulièrement compliqués de par ma nationalité étrangère : Maryté, Sylvie, Aurélie, Stéphanie, Morgane, Emmanuelle, ...

Je tiens à remercier l'ensemble des membres du jury de soutenance pour avoir accepté d'examiner ce travail et pour l'intérêt que vous avez porté sur ce sujet de thèse. En particulier, je vous suis très reconnaissante, M. Yann Capdeville et M. Christophe Aristégui, pour avoir rapporté ce manuscrit, et Mme. Francine Luppé pour avoir accepté de présider ce jury. Merci pour vos lectures, commentaire et questions constructives.

Pour finir, j'adresse un remerciement tout particulier à ma famille, à mes amis et à mon compagnon, pour vos encouragements continus et soutiens indéfectibles. Ce n'était pas tous les jours faciles, la relecture était éprouvante, mais cette étape est derrière nous, enfin !

# Table des matières

<b>Titre de thèse et résumé</b>	<b>3</b>
<b>Remerciements</b>	<b>5</b>
<b>Table des matières</b>	<b>7</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>11</b>
<b>1 Évaluation Non Destructive du béton</b>	<b>15</b>
1.1 Caractéristiques du béton	15
1.1.1 Formulations du béton	15
1.1.2 Prise du béton et microstructure	16
1.1.3 Caractéristiques mécaniques du béton	19
1.1.4 Dégradation du béton	20
1.2 Évaluation Non Destructive du béton par ultrasons	21
1.2.1 END par ultrasons	22
1.2.2 Principe des essais par ultrasons	23
1.2.3 END par acoustique linéaire	24
1.2.4 END par acoustique non linéaire	31
1.3 Propagation des ondes ultrasonores en milieu hétérogène	36
1.3.1 Description du problème	36
1.3.2 Modélisation analytique par homogénéisation dynamique	37
1.3.3 Modélisations numériques	41
1.4 Synthèse et orientation de l'étude	44
<b>2 Diffusion multiple élastique</b>	<b>45</b>
2.1 Prise en compte du béton dans la propagation	45
2.1.1 Propriétés des matériaux	46
2.1.2 Domaine fréquentiel et ondes incidentes	46
2.1.3 Diffuseurs	47
2.2 Modèles analytiques d'homogénéisation	48
2.2.1 Diffusion par un cylindre	48
2.2.2 Modèles de propagation : Waterman-Truell (WT) et Conoir-Norris (CN)	51
2.3 Modèle numérique	53
2.3.1 Validation du code : cas de la diffusion par un cylindre	53
2.3.2 Configuration numérique de la géométrie	58
2.3.3 Qualité du maillage	61
2.3.4 Paramètres et convergence des simulations	63
2.3.5 Récepteurs, et traitements des résultats numériques	65
2.4 Validation expérimentale des modèles	66
2.4.1 Éprouvettes hétérogènes : modèle du matériau	67
2.4.2 Protocole expérimental et mesures	69
2.4.3 Traitements effectués sur les données enregistrées	70

2.4.4	Résultats expérimentaux .....	71
2.4.5	Comparaisons et discussion .....	73
2.5	Étude paramétrique .....	75
2.5.1	Fraction des diffuseurs : cercles .....	75
2.5.2	Forme et direction privilégiée des diffuseurs : cercles et polygones .....	78
2.5.3	Distribution des tailles : cas des cercles .....	80
2.6	Synthèse .....	81
<b>3</b>	<b>Béton numérique</b> .....	<b>83</b>
3.1	Viscoélasticité .....	83
3.1.1	Équation d'onde dans un milieu viscoélastique et facteur de qualité .....	84
3.1.2	Modèle à facteur $Q$ constant .....	87
3.1.3	Implantation du modèle à facteur $Q$ constant dans le code SPECFEM2D .....	88
3.1.4	Mesures des facteurs de qualité $Q\varepsilon$ et $Q\mu$ .....	95
3.2	Interfacial transition zone (ITZ) .....	104
3.2.1	Problème approché avec des conditions de transmission équivalentes .....	104
3.2.2	Implantation de code dans SPECFEM2D .....	106
3.2.3	Validation de l'implantation .....	108
3.2.4	Simulation d'une couche ITZ située autour d'une inclusion carrée .....	110
3.3	Synthèse .....	111
<b>4</b>	<b>Simulations d'END</b> .....	<b>113</b>
4.1	Propriétés des matériaux et géométries étudiées .....	113
4.2	Mesures en transmission pour estimer la vitesse du béton .....	116
4.2.1	Transducteurs surfaciques .....	117
4.2.2	Transducteurs ponctuels à contact sec .....	123
4.3	Mesures en réflexion pour imager une structure .....	129
4.3.1	Configurations de mesures et simulations .....	129
4.3.2	Analyse des résultats .....	130
4.3.3	Synthèse .....	135
4.4	Mesure de la diffusion en surface .....	135
4.4.1	Configurations de mesures et simulations .....	135
4.4.2	Analyses des résultats .....	136
4.4.3	Synthèse .....	142
4.5	Synthèse des simulations d'END .....	142
	<b>Conclusions et perspectives</b> .....	<b>143</b>
	<b>Bibliographie</b> .....	<b>147</b>
	<b>ANNEXES</b> .....	<b>159</b>
A.	Diffusion élastique par un cylindre .....	161
B.	Distribution des cercles de tailles variées .....	165
C.	Convergence d'étude du traitement des résultats numériques .....	169
D.	Fabrication des éprouvettes en résine avec des tiges .....	173
E.	Réglage du dispositif mécanique avant les mesures .....	177
F.	Calculs des incertitudes de mesure .....	179
G.	Simulations avec une onde plane transversale .....	181
H.	Mesures de $Q$ sur des éprouvettes en micro-béton et ciment .....	185

---

I. Simulations viscoélastiques..... 189



# Introduction générale

Le béton est un matériau de construction mis en œuvre depuis plusieurs décennies. Aujourd'hui, il est un des matériaux les plus utilisés en génie civil à travers le monde. Afin d'améliorer la durabilité et la maintenance des ouvrages en béton, les maîtres d'ouvrages souhaitent disposer de méthodes permettant de suivre l'état des structures et d'évaluer la dégradation des matériaux avec le temps. Cela constitue un enjeu majeur. C'est la raison pour laquelle les Essais Non Destructifs (END) sont largement développés. Parmi tous les END disponibles, certaines techniques sont fondées sur la propagation des ondes ultrasonores.

Lorsque les ondes ultrasonores se propagent dans un milieu hétérogène comme le béton, le phénomène de diffusion est observé et doit être pris en compte. Les ondes ayant subi la diffusion peuvent se caractériser par une partie cohérente, qui résiste à un moyennage spatial, et d'une partie incohérente, qui arrive plus tard en subissant des diffractions lors du trajet. Cette partie, appelée coda, s'annule lors d'un moyennage spatial. La diffusion peut être classée en trois régimes par le rapport entre la longueur d'onde et la taille des diffuseurs : Rayleigh, stochastique et géométrique. Dans le cas où la longueur d'onde utilisée est du même ordre de grandeur que la taille des éléments constitutifs du béton, ceci correspondant au régime stochastique, les ondes interagissent fortement avec les éléments constitutifs du milieu et leur énergie est redistribuée dans toutes les directions. La partie cohérente des ondes diminue et la partie incohérente augmente. Les signaux mesurés deviennent complexes à analyser.

Les END par ultrasons reposant sur l'analyse des ondes cohérentes, sont couramment utilisés pour caractériser le béton en laboratoire ou sur site. Les paramètres utilisés sont la vitesse de phase et l'atténuation. Les techniques END utilisant la partie incohérente des ondes sont également développées mais peu appliquées industriellement. Notre étude se focalise sur la partie cohérente des ondes et ses paramètres, qui sont liés aux propriétés mécaniques du béton et à son vieillissement.

Un grand nombre de travaux dans la littérature existe sur les ondes cohérentes se propageant dans un milieu hétérogène. Parmi eux, les modèles analytiques d'homogénéisation sont couramment utilisés en raison de leur simplicité. Leur principe est de définir un milieu effectif homogène, dans lequel les propriétés des ondes acoustiques se propageant sont identiques à la partie cohérente existant dans le milieu hétérogène étudié. Pour satisfaire ceci, un nombre d'onde complexe définit la vitesse de phase et l'atténuation effectives. Cependant des expérimentations ont montré que ces modèles sont souvent limités à la présence d'hétérogénéités en faible concentration. De plus, ils ne peuvent pas prendre en compte la forme réelle des diffuseurs qui sont souvent simplifiés par des cercles en 2D ou des sphères en 3D, ni la présence d'inserts structuraux dans le béton (comme les armatures, les gaines, les câbles de précontrainte).

Plusieurs études numériques sur la propagation des ondes dans le béton sont disponibles dans la littérature. Cependant, ces modèles ne sont souvent pas validés expérimentalement, et ils n'intègrent pas toute la complexité du béton telle que la dispersion dans le mortier, l'ITZ

(*Interfacial transition zone*) entre les granulats et le mortier, etc.

Dans ce contexte, la thèse « Modélisation de la Propagation des Ondes Ultrasonores dans le Béton pour l'Amélioration du Diagnostic des Structures de Génie Civil » a été proposée par EDF R&D et le Laboratoire de Mécanique et d'Acoustique (LMA). Elle consiste à établir un modèle numérique 2D de la propagation des ondes ultrasonores dans un milieu hétérogène. Il permettra de prendre en compte la physique du matériau béton et des interactions ondes/matières dans le cas de mesures ultrasonores dans le béton.

Les trois grands objectifs de cette thèse sont les suivants :

- maîtriser la propagation des ondes ultrasonores en 2D dans un matériau multi-diffusant tel que le béton. La démarche est de combiner une approche analytique, qui doit mettre en évidence les paramètres influant des techniques de mesure et les propriétés du matériau, et une approche numérique, qui pourra être utilisée pour des études paramétriques. Une partie expérimentale permet de valider les deux autres concepts ;
- décrire les phénomènes physiques tels que la dispersion du mortier et l'ITZ ;
- représenter des méthodes END afin d'optimiser leurs paramètres expérimentaux (type d'onde, fréquence) en fonction des objectifs de l'auscultation.

Les simulations numériques sont réalisées sous SPECFEM2D pour décrire la propagation des ondes dans un milieu hétérogène. Le choix du 2D est motivé par le gain de temps et de coût de calcul en considérant le fort potentiel des simulations en 2D montré dans la littérature.

Dans le premier chapitre, nous introduisons l'étude du matériau béton, y compris la composition, la fabrication, les caractéristiques mécaniques, l'évolution pathologique ainsi que son origine. Un état de l'art de la bibliographie sur les différentes techniques END par ultrasons est réalisé, avec un intérêt particulier pour les méthodes d'acoustique linéaire. Les modélisations de la propagation des ondes dans un milieu hétérogène par des modèles analytiques d'homogénéisation et par des simulations numériques sont également abordées.

Dans le deuxième chapitre, nous nous focalisons sur la propagation des ondes élastiques. La méthodologie mise en place est incrémentale en termes de complexité. Tout d'abord le code SPECFEM2D est validé par comparaison avec des modèles analytiques dans le cas de la diffusion élastique par un cylindre. Ensuite, un modèle numérique est construit pour le cas d'un milieu solide multi-diffusant et validé expérimentalement à l'aide d'un milieu synthétique à forte hétérogénéité composé de blocs en résine contenant des tiges en aluminium, en comparant les deux paramètres effectifs des ondes cohérentes : vitesse de phase et atténuation. Enfin, en regard de ces deux paramètres, une étude paramétrique numérique est réalisée afin d'analyser l'influence de la taille, de la forme et de la densité des diffuseurs, ainsi que la fréquence des ondes.

Dans le troisième chapitre, afin d'obtenir un béton numérique le plus représentatif possible du matériau réel, deux phénomènes plus complexes sont intégrés : la dispersion des ondes dans le mortier et l'ITZ. Un modèle de la viscoélasticité implémenté sous SPECFEM2D est modifié et validé afin de décrire un mortier dispersif. Des mesures sont réalisées sur des éprouvettes en mortier pour obtenir des valeurs d'entrée de ce modèle. En parallèle, afin de

prendre en compte la couche d'ITZ d'épaisseur très faible dans les simulations, sans trop augmenter le coût de calcul, nous proposons une méthode à implémenter dans le code.

Dans le quatrième chapitre, nous utilisons l'outil développé pour simuler trois configurations de mesures END : mesure de vitesse en transmission, mesure en réflexion pour l'imagerie des inserts, et mesure de diffusion en surface. Les deux premières sont usuellement mises en œuvre en laboratoire ou sur site, et la troisième est en développement. Nous faisons varier des paramètres et nous proposons leur optimisation en fonction des objectifs.

Enfin, nous concluons et exprimons notre vision des travaux futurs à mener.



# 1 Évaluation Non Destructive du béton

Avant d'aborder le sujet de thèse qui concerne la propagation des ondes ultrasonores dans le béton, il semble opportun d'introduire les généralités concernant ce domaine. Dans ce chapitre, nous introduisons le matériau béton qui se trouve au cœur des problématiques dans le génie civil. Dans un second temps, nous présentons la Caractérisation ou Évaluation Non Destructive du béton en faisant notamment un point bibliographique sur les techniques par ultrasons et leurs applications. Ensuite, l'équation de propagation dans un milieu hétérogène est présentée, ainsi que des modèles analytiques d'homogénéisation couramment utilisés. L'intérêt de la modélisation numérique est également justifié. Enfin, le sujet de thèse et les objectifs sont détaillés.

## 1.1 Caractéristiques du béton

Le béton est un matériau composite fabriqué à partir d'inclusions inertes (sables, granulats, etc.) et d'un liant (à base de ciment, de bitume ou d'argile). Le terme « béton » désigne couramment le béton classique à base de ciment. Par la suite nous ne considérons que ce type de béton dans le cadre de notre étude. Il est le matériau de construction le plus utilisé dans le monde, surtout dans le domaine du génie civil, grâce à ses nombreux avantages techniques et économiques : bonne résistance mécanique, haute durabilité, bonne adaptation aux environnements, facilité de mise en œuvre, coût faible et disponibilité des matières premières [1].

### 1.1.1 Formulations du béton

Le béton est composé du ciment, de l'eau, des sables et des granulats (Figure 1. 1). D'autres éléments qui permettent de modifier les propriétés physiques et chimiques du mélange, appelés adjuvants, peuvent être ajoutés en faibles quantités dans le mélange.

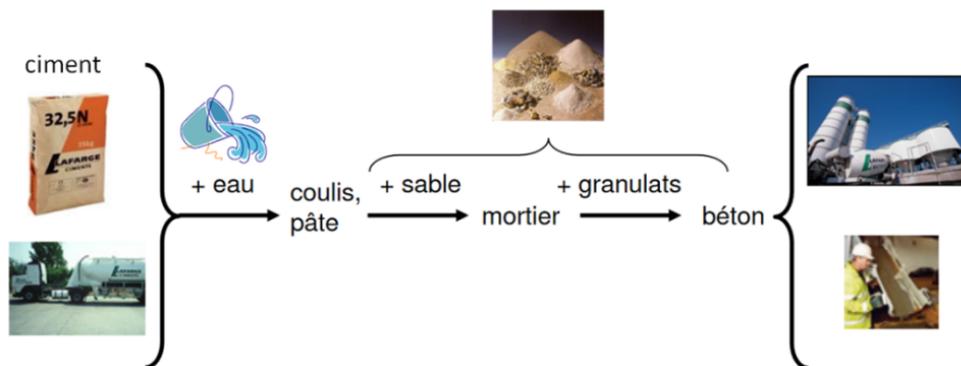


Figure 1. 1. Béton : matériau composite [2].

**Le ciment**, se présentant sous la forme d'une poudre très fine, est constitué essentiellement de la combinaison de la chaux (CaO) avec de la silice (SiO<sub>2</sub>), de l'alumine (Al<sub>2</sub>O<sub>3</sub>), et de l'oxyde de fer (Fe<sub>2</sub>O<sub>3</sub>). Il désigne un liant hydraulique qui se forme et durcit progressivement par la réaction chimique d'hydratation avec de l'eau et permet d'agglomérer les sables et les granulats en durcissant. Le ciment Portland, mélange de poudre de clinker (constitué essentiellement de silicates de calcium) et de gypse (sulfate de calcium), est de loin le plus utilisé dans la fabrication du béton.

**L'eau**, qui permet d'activer l'hydratation du ciment, joue un rôle important par le rapport de quantité eau sur ciment (E/C). Ce rapport est un facteur critique du béton et il est en général compris entre 0,3 et 0,6 selon les caractéristiques mécaniques souhaitées ou l'environnement des ouvrages [3] : une valeur faible va couramment réduire la porosité et augmenter la résistance du béton, tandis qu'une valeur élevée apporte une bonne facilité de mise en œuvre du béton frais.

**Les sables et les granulats** constituent le squelette du béton et représentent généralement de 60 % à 80 % en volume du béton. Ils sont classés suivant leurs tailles : nous appelons, par convention, les grains de dimensions inférieures à 4 mm, les sables et les grains supérieurs à 4 mm les granulats. La distribution des tailles pour l'ensemble de ces grains et granulats, appelée granularité, est exprimée en pourcentage de masse des grains passant dans des tamis à mailles carrées et normalisées. Elle doit être déterminée de façon à être la plus continue possible afin d'optimiser les organisations des grains dans l'espace et d'améliorer la compacité du béton. Ceci va contribuer à une meilleure performance mécanique.

**Les adjuvants** sont des produits chimiques qui peuvent être ajoutés en faibles quantités au mélange afin de modifier certaines propriétés du béton frais ou durci. Les fonctions principales sont : retard ou accélération de la prise du béton, réduction d'eau, entraînement d'air [1], etc.

Le choix des quantités de chacun des constituants d'un béton, appelé la formulation, détermine la microstructure et puis les propriétés mécaniques. Elle est techniquement établie selon les caractéristiques mécaniques requises sur des éprouvettes standards du béton durci dont les dimensions sont spécifiées dans les normes de la construction [4] [5]. Le tableau 1.1 donne un exemple de formulation d'un béton.

Tableau 1. 1. Formulation d'un béton [6].

Constituants	Masse (kg/m <sup>3</sup> )
Ciment CEM 5205 N CE CP2 NF Gaurain	320,0
Eau d'ajout	195,5
Sable 0/4 mm REC LGP1	830,0
Gravillon 4/11 mm LGP1	445,0
Gravillon 8/16 Balloy	550,0
Adjuvant Sikaplast Techno 80	2,6

### 1.1.2 Prise du béton et microstructure

Dès que la formation du béton est déterminée, les constituants sont mélangés dans un ordre bien précis afin d'obtenir un bon gâchage : mélanger les matériaux secs (ciment, sables

et granulats) pendant quelques minutes afin d'obtenir un mélange homogène ; ensuite, ajouter l'eau et l'adjuvant, souvent sous forme liquide, en remuant pendant quelques minutes jusqu'à ce que le mélange soit stable. La mixture ainsi obtenue, appelée béton frais, est prête à être coulée.

Après le coulage, le changement d'état du mélange (passage de suspension liquide à solide), est appelé « prise » du béton. Elle est principalement induite par la réaction chimique d'hydratation du ciment qui met également en jeu des mécanismes mécaniques et thermiques. Lorsque les grains de ciment Portland sont entourés par de l'eau, de nouveaux composés appelés hydrates se développent (Figure 1. 2). Les hydrates se présentent sous la forme de cristallins liés dont les principaux composants sont le silicate de calcium hydraté (noté C-S-H) et l'hydroxyde de calcium (noté  $\text{Ca}(\text{OH})_2$ ) appelé Portlandite. Mis à part le type de ciment, la réaction dépend essentiellement du rapport E/C, des adjuvants employés et des conditions environnantes telle la température.

A partir de la solidification du premier jour de fabrication, les propriétés physiques et mécaniques du béton continuent d'évoluer avec le temps d'abord rapidement puis plus lentement. Cette évolution de durcissement peut se poursuivre sur plusieurs années [7]. Le béton à 28 jours après sa fabrication est, par convention, considéré stable, et la valeur de résistance en compression remesurée est prise dans les normes comme référence pour les calculs de structure et la classification des bétons.

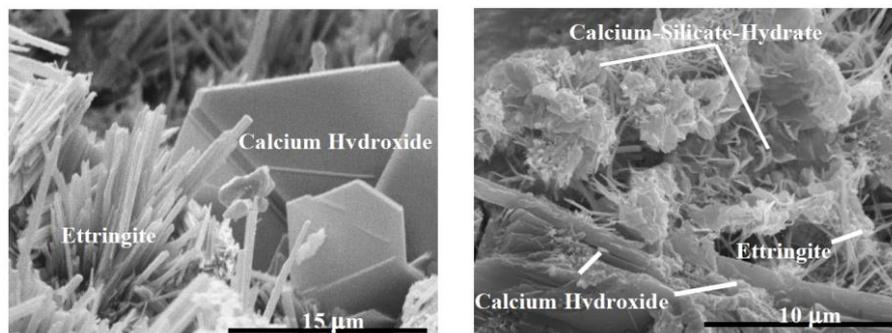


Figure 1. 2. Microscopie électronique à balayage (MEB) sur la microstructure des hydrates dans le ciment [8].

Le phénomène de retrait est observé pendant la prise de béton [9]. Pendant l'hydratation du ciment qui est une réaction chimique exothermique, nous observons une contraction de volume, appelée le retrait chimique. La chaleur dégagée entraîne des élévations de température, surtout dans les pièces massives, et les gradients thermiques internes provoquent un retrait thermique pendant le refroidissement. En même temps, la consommation d'eau lors de la réaction a lieu rapidement entraînant la formation de pores remplis d'air. Des pressions capillaires sont induites par ce phénomène d'auto-dessiccation interne et conduisent à un retrait rapide et important dans toute la masse du béton, qui s'appelle le retrait endogène. De plus, le retrait plastique et le retrait de séchage sont dus à l'évaporation de l'eau via la surface libre respectivement du béton frais et du béton durci. Ce phénomène est un facteur très important dans la pratique car il entraîne l'apparition de microfissures ou fissures, qui peuvent nuire à la durabilité du béton.

Au final, le béton se présente comme un matériau fortement hétérogène et complexe (Figure 1. 3), que nous pouvons décomposer en trois phases physiques : les sables, les granulats, et la pâte de ciment qui vient lier l'ensemble. La pâte de ciment regroupe un certain nombre d'éléments : le ciment durci dû au mélange des différents hydrates (C-S-H, Portlandite, aluminates hydratés, chaux hydratées, etc.), les grains non hydratés, les espaces capillaires remplis d'eau ou d'air, des bulles d'air qui peuvent être occluses lors du malaxage du béton, et enfin des vides d'air à cause des défauts de compaction.

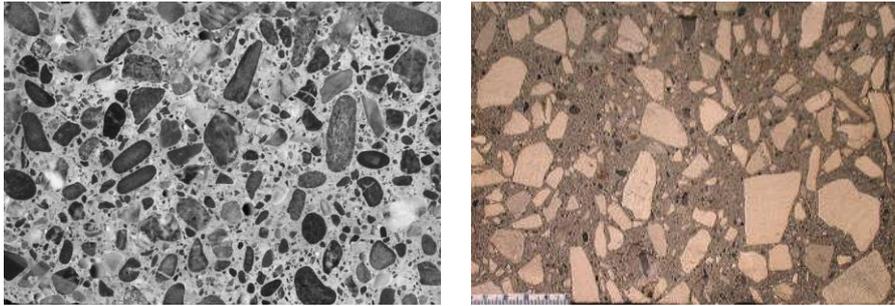


Figure 1. 3. Exemples de section de coupe de béton [10] [11].

Tous ces espaces d'air ou d'eau (capillaires, bulles et vides) dans la pâte de ciment, ceux présents dans les sables et granulats et les microfissures ou fissures constituent la porosité du béton. La dimension de ces différents types de pores est extrêmement variable, de l'ordre du nanomètre pour les pores capillaires à quelques millimètres pour les grandes fissures et les vides de compaction. La porosité dépend directement de la formulation du béton et de sa fabrication, et c'est une caractéristique essentielle qui influe directement sur la résistance du béton ainsi que sur sa durabilité.

Des études [8] [12] [13] [14] montrent que la porosité autour des granulats diminue avec la distance au granulat, et qu'elle est maximale à la frontière entre la pâte de ciment et les granulats (Figure 1. 4). Cette zone d'une épaisseur de 5 à 50  $\mu\text{m}$  se nomme classiquement *Interfacial Transition Zone* (ITZ) (Figure 1. 5). La présence d'une forte porosité dans l'ITZ conduit à une résistance plus faible dans cette zone par rapport aux granulats et à la pâte de ciment [15] [16]. Les sollicitations externes induisent l'interconnexion entre des pores dans l'ITZ, qui devient la principale source des endommagements ou microfissures dans le béton.

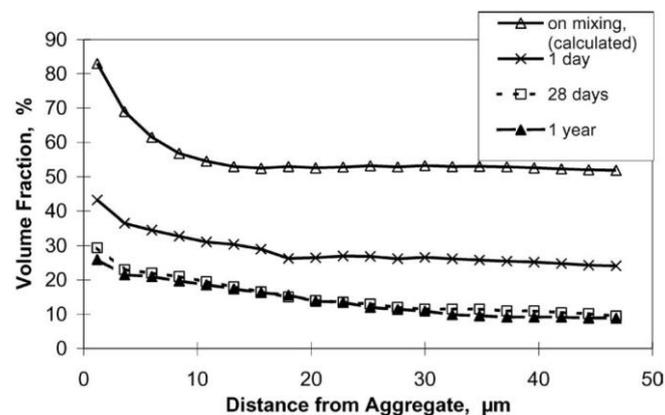


Figure 1. 4. Porosité moyenne dans l'ITZ en fonction de la distance à l'interface des granulats [12].

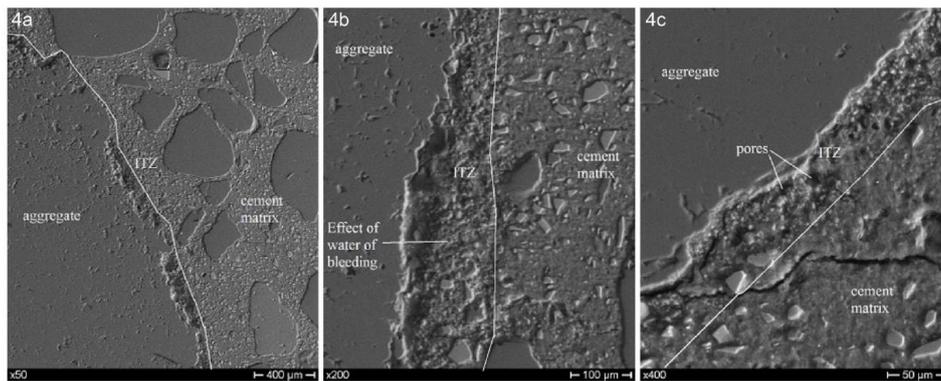


Figure 1. 5. Photos MEB de l'ITZ dans un béton [14].

### 1.1.3 Caractéristiques mécaniques du béton

De manière générale, le béton se caractérise par une faible résistance à la traction, mais une bonne résistance en compression, ce qui est sa principale contribution lors de la conception d'éléments de structures. Cependant, la diversité de formulation du béton et les conditions de fabrication (prise du béton) conduisent à des caractéristiques mécaniques très variables.

Concernant les règles de fabrication, la norme NF EN 206 [4] prend en compte cinq critères pour définir un béton : la classe d'exposition, la classe de résistance, la classe de consistance, la dimension maximale des granulats et les classes de chlorures. En regard de la classification d'un béton, des essais de chargement statique sont normalisés sur des éprouvettes standards à 28 jours après sa fabrication [17] [18] [19] [20]. Les dimensions de ces éprouvettes sont spécifiées dans la norme : cylindres de diamètre 16 cm et de hauteur 32 cm, et cubes d'arête 15 cm.

La Figure 1. 6 montre la relation contrainte-déformation pour un béton sous chargement statique en compression. Lorsque le chargement est faible (environ 40 % de la contrainte maximale), la contrainte augmente quasi-linéairement avec la déformation. Ce comportement de l'élasticité linéaire est caractérisé par le module d'Young, ou module d'élasticité,  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  qui sont les deux caractéristiques les plus utilisées pour le béton. Les valeurs des grandeurs principales des bétons courants ou à hautes performances [3] sont présentées dans le Tableau 1. 2.

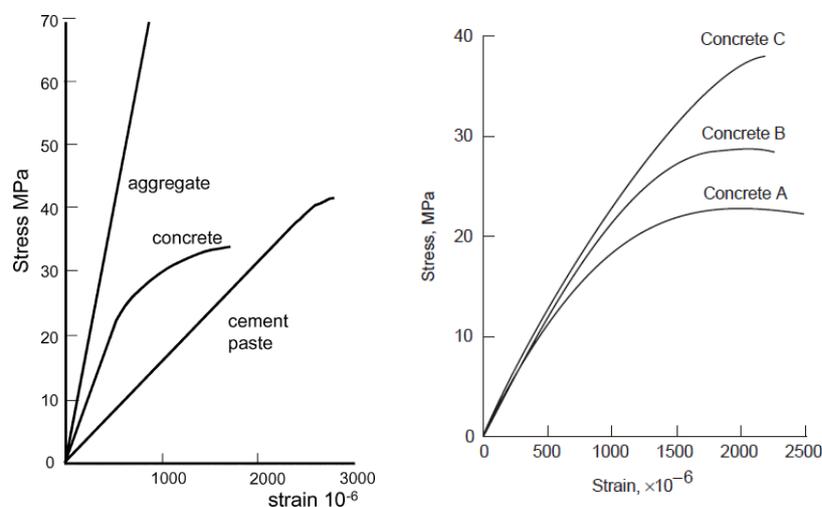


Figure 1. 6. Courbes de déformation-contrainte des granulats, de la pâte de ciment et du béton sous compression [12] [10]

Tableau 1. 2. Caractéristiques mécaniques des bétons [3].

Type de béton	Masse volumique (kg/m <sup>3</sup> )	Résistance à la compression (MPa)	Module de Young $E$ (GPa)	Coefficient de Poisson $\nu$
Courant	2200-2400	30-50	20-40	0,18-0,28
Hautes performances	2300-2500	50-100	40-55	0,18-0,28

Afin de pallier la faible résistance à la traction (10~15 % de la résistance à la compression) du béton, des armatures en acier sont positionnées dans les zones de l'ouvrage soumises à des efforts de traction. C'est le principe du béton armé. Les armatures en acier ont des aspérités permettant d'avoir une haute adhérence avec le béton. Cela permet un transfert d'efforts efficace entre le béton et les armatures.

De plus, pour des constructions spécifiques, subissant des efforts de traction accrus, le béton peut être précontraint à l'aide des câbles métalliques tendus, en interne ou en externe, venant comprimer le béton.

#### 1.1.4 Dégradation du béton

Tout au long de la vie des ouvrages, le béton subit différentes sollicitations provoquées par le chargement en service ou par l'interaction avec l'environnement. Ces sollicitations conduisent, avec le temps, au vieillissement du béton et à la dégradation de ses propriétés mécaniques. Le béton est un matériau évolutif.

La dégradation du béton se présente à l'échelle microscopique, par différents endommagements ayant plusieurs origines : mécanique, chimique et thermique. Les endommagements peuvent être causés par des contraintes mécaniques dues à un chargement statique ou cyclique (phénomène de fatigue), des chocs, des vibrations, etc. Les endommagements d'origine chimique peuvent provenir principalement de l'alcali-réaction (Figure 1. 7), la réaction sulfatique interne, la pénétration des chlorures, les attaques par les sulfates et la carbonatation. Enfin, les endommagements thermiques sont liés au mouvement de l'eau dans le béton et à des réactions internes (Figure 1. 8).

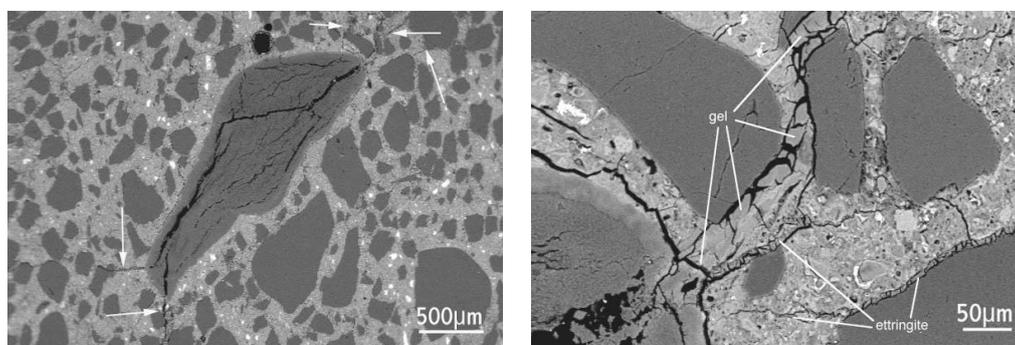


Figure 1. 7. MEB des fissures lors du phénomène d'alcali-réaction [21].

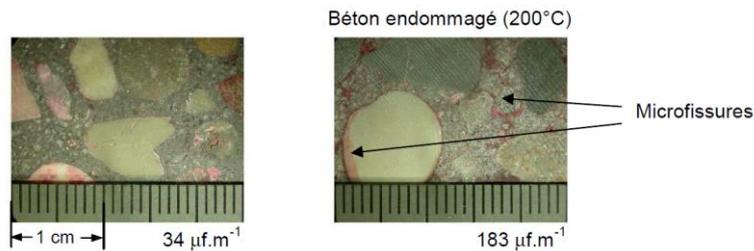


Figure 1. 8. Microfissures apparues lors de sollicitations à hautes températures [3].

En général, les endommagements dans un béton résultent d'une combinaison de ces modes d'endommagement qui conduisent à une même conséquence : la génération de microfissures dans le béton, accompagnée d'une chute des caractéristiques mécaniques. A mesure que le temps avance ou que le niveau de sollicitation augmente, les microfissures se propagent et, en se connectant avec des pores présents dans le béton, forment des macros fissures. La création et la propagation des fissures se situent généralement dans des zones où les contraintes sont les plus importantes, ou bien dans des zones à faibles résistances mécaniques telle que l'ITZ.

Les fissures augmentent la porosité globale et les connections entre les pores. Elles conduisent à une perte immédiate de ses caractéristiques mécaniques ainsi qu'une augmentation importante de la perméabilité favorisant le transport d'agents agressifs au sein du béton.

## 1.2 Évaluation Non Destructive du béton par ultrasons

Durant la vie d'un ouvrage, le vieillissement du béton se traduit de différentes manières : perte de performance, perte de durabilité et perte de sûreté. L'inspection du béton vient répondre au besoin de suivi de la structure pour estimer sa durée de vie, d'autant plus que le coût de maintenance d'un ouvrage augmente exponentiellement avec le niveau de dégradation du béton [22]. Les inspections ont pour but de détecter de manière précoce une dégradation du matériau et d'en évaluer les changements de propriétés induits. Ceci permet de s'assurer de la bonne tenue de la structure et de rationaliser les coûts de maintenance.

Les inspections sont basées sur la mise en œuvre et se traduisent par deux grandes familles de techniques : les essais destructifs et les essais non destructifs, aussi appelés Évaluations Non Destructives (END).

Les essais destructifs sont faits conformément à des normes [18] [20] sur des éprouvettes, qui ont été coulées avec des gâchées de béton de l'ouvrage lors de sa construction, ou qui proviennent du carottage de la structure existante. Dans le cas où les éprouvettes ont été réalisées à la construction de la structure, les conditions de conservation influent sur les propriétés estimées et elles peuvent ne pas être représentatives de celles du béton de la structure. Les carottages produisent des éprouvettes plus représentatives de la structure mais leur nombre est en général limité et le choix des lieux de prélèvements doit être optimisé. Les carottages sont même interdits dans certains cas particuliers où la fonction principale de la structure est l'étanchéité.

Les END, qui regroupent l'ensemble des méthodes qui permettent de caractériser le béton sans prélèvement et sans dégradation pallient les limites des essais destructifs.

Les END se sont largement développées au cours des dernières décennies et sont aujourd'hui en plein essor. Elles peuvent être classées selon les phénomènes physiques mis en

jeu : les contrôles visuels, la thermographie infra-rouge, les méthodes électriques et électromagnétiques, les radiographies, et les méthodes par ultrasons [23] [24] [25] [26] [27] [28]. Le Tableau 1. 3 [23] synthétise les apports et intérêts des différentes techniques les plus couramment employées. En fonction des objets et des caractéristiques à étudier, cela oblige souvent à mettre en œuvre une combinaison de plusieurs méthodes.

Tableau 1. 3. Synthèse des techniques non destructives exploitées dans le contrôle de structure de génie civil [23].

Technique	Type d'éléments recherchés	Remarques
Visuelle	Fissures – érosion – humidité – exsudation	Travail de surveillance et préliminaire à d'autres techniques. Outils associés : Endoscope – binoculaire- jauge Travail préliminaire
Electromagnétique – Basse Fréquence	Détection d'armatures Détermination du diamètre des barres Epaisseur du béton de peau	Etablissement de cartographies Travail préliminaire à d'autres essais CND en localisant les barres.
Electromagnétique – Haute Fréquence Radar	Localisation d'armatures Mesure épaisseur. Localisation de défauts structurels Recherche de la teneur en eau et ions chlorures.	Technique à bon rendement en temps de mesure Application multi échelle avec l'adaptation de la fréquence de l'antenne
Capacité	Teneur en eau	Etalonnage important
Thermographie InfraRouge	Délaminages, vides sous face, ponts thermiques, fissures, teneur en eau	Technique à grand rendement Difficulté de mesure et d'étalonnage sur site
Electrique	Mesure de résistance électrique et de courant de corrosion Teneur en eau et ions chlorures	Etablissement de cartographies, Détermination d'une probabilité de corrosion. Parfois remis en cause.
Ultrasonores	Caractérisation mécanique du béton, Métrologie dimensionnelle, Endommagements, Vide, Fissuration, Zonage, Gaine de précontrainte, Teneur en eau, porosité	Techniques multiples pour applications très variées en échelle et défaut recherché. Acoustique linéaire, non linéaire, multidiffusion, tomographie
Radiographie	Cavités, fissures, remplissage de gaine de précontrainte, position des armatures, hétérogénéité matériau,	Technique performante, mais très contraignante pour la mise en œuvre, et la radioprotection.
Fibre optique	Variations dimensionnelles, de température et de contrainte.	Intégrables à la mise en œuvre ou en parement
Jauges, corde vibrante, fibre optique	Déplacement, Déformation, Fissuration	Instrumentation
Rebound hammer, Windsor Probe tests	Résistance mécanique par corrélation. Zonage	Tests semi destructifs
Perméabilité sur site ou sur carottes,	Porosité	Tests semi destructifs
Tests chimiques sur site ou sur carottes	Agents agressifs (chlorures, carbonatation, alcali réaction)	Tests semi destructifs

Les paragraphes suivants vont s'attacher à présenter les END par ultrasons pour le béton, leurs principes, leurs applications et leurs limites.

### 1.2.1 END par ultrasons

Les méthodes par ultrasons se trouvent dans quasiment toutes les problématiques de caractérisation des structures en béton grâce à ses nombreux avantages. Elles disposent de très bonnes aptitudes à la mesure d'épaisseur, incluant les fortes épaisseurs, et une facilité de mise

en œuvre. Elles présentent également un lien direct avec des caractéristiques mécaniques du matériau. En revanche, elles présentent des inconvénients : la nécessité de coupler le transducteur à la pièce, une grande sensibilité à la forte hétérogénéité du matériau, comme c'est le cas du béton, et aux conditions de mesure (température, taux d'humidité, etc.). Certains matériels ou techniques permettent de s'affranchir de certains de ces difficultés. Par exemple, il existe des transducteurs couplés par air qui évitent l'utilisation d'un couplant [23].

### 1.2.2 Principe des essais par ultrasons

Les END par ultrasons sont fondées sur l'acquisition et l'analyse des signaux qui apportent des informations liées aux caractéristiques du matériau par l'interaction entre les ondes ultrasonores et le matériau, appelée propagation des ondes.

Les ondes couramment utilisées en génie civil peuvent être classées en trois types : les ondes longitudinales (de compression), les ondes transversales (en cisaillement), et les ondes de surface comme les ondes de Rayleigh (Figure 1. 9). Les deux premières sont des ondes volumiques et elles se distinguent par la déformation du milieu par rapport à la direction de propagation des ondes : parallèle pour des ondes longitudinales et perpendiculaire pour des ondes transversales. Les ondes de Rayleigh sont des ondes de surface qui résultent de l'interaction d'ondes longitudinales et transversales au niveau d'une surface libre (Figure 1. 9).

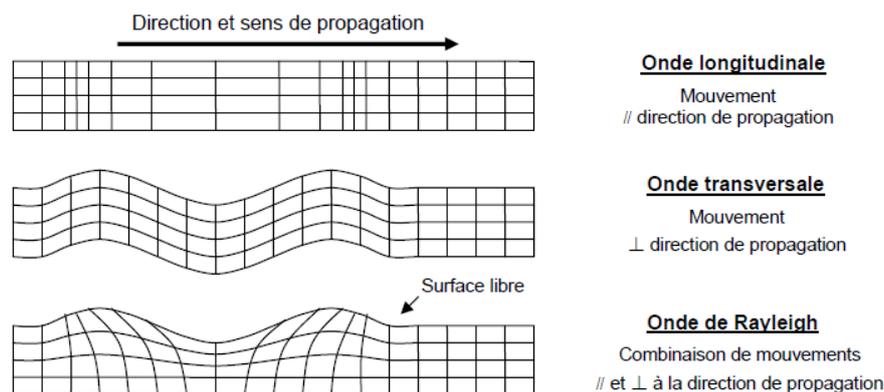


Figure 1. 9. Différents types d'ondes ultrasonores [3].

Dans un milieu homogène, une onde plane harmonique monofréquentielle (sinusoïdale) se propage dans une direction et ceci peut se traduire par une simple translation de la sinusoïde à une vitesse appelée vitesse de phase. La longueur d'onde correspond au rapport entre la vitesse de phase et la fréquence de l'onde. Dans un milieu non dispersif, cette vitesse ne dépend pas de la fréquence. Dans un milieu dispersif, ce n'est pas le cas. Ainsi, lorsqu'un paquet d'ondes composé d'ondes de plusieurs fréquences se propage dans un milieu dispersif, l'onde résultante subit une translation globale de son profil mais sa forme enveloppe s'étale. La vitesse de groupe qui correspond au déplacement de l'enveloppe de l'onde, est couramment utilisée pour caractériser des milieux dispersifs.

Il existe plusieurs types d'END par ultrasons. Nous les distinguons suivant :

- leur mise en œuvre : en transmission, en réflexion, et à la surface (Figure 1. 10) ;
- s'ils exploitent des phénomènes de diffusion. Lorsqu'une onde incidente se propage dans un milieu hétérogène comme le béton, elle est déviée dans de multiples directions

lorsqu'elle rencontre des hétérogénéités. Ce phénomène est appelé diffusion et les hétérogénéités rencontrées sont qualifiées de diffuseurs. Les ondes résultante comportent deux parties : une partie cohérente, qui résiste à un moyennage spatial, et une partie incohérente (appelée également coda), qui arrive plus tard en subissant des diffractions sur le trajet. Cette partie incohérente s'annule lors d'un moyennage spatial (Figure 1. 11) ;

- s'ils exploitent ou non des non-linéarités du matériau.

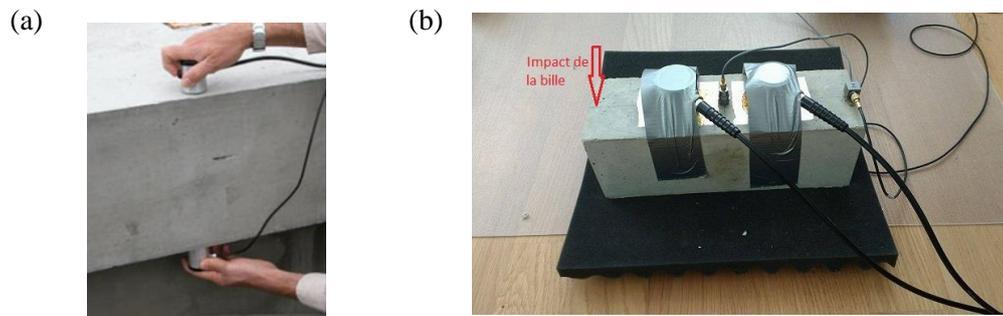


Figure 1. 10. Exemples des mesures par ultrasons (a) en transmission (b) et à la surface [29].

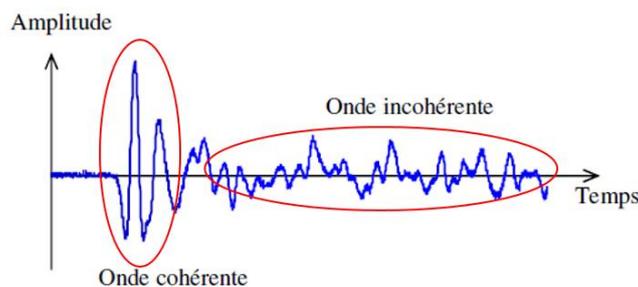


Figure 1. 11. Exemple des ondes cohérentes et incohérentes transmises à travers un échantillon de béton (fréquence centrale du traducteur 250 kHz).

### 1.2.3 END par acoustique linéaire

Sous sollicitation acoustique, la réponse du milieu sous forme d'amplitude et d'énergie est, la plupart du temps, considérée comme très faible de telle sorte que la propagation du champ acoustique peut être considérée comme linéaire. C'est-à-dire que la réponse du milieu varie proportionnellement à l'amplitude de la sollicitation, et que les fréquences de la réponse sont celles de la sollicitation. Ce cas est appelé acoustique linéaire.

Dans ce cadre, le comportement des ondes ultrasonores dans le béton est analysé sous différentes échelles et hypothèses afin d'établir un lien entre les observables ultrasonores et les caractéristiques du béton. Dans les paragraphes suivants, nous présentons principalement trois types de méthodes reposant sur les hypothèses d'élasticité linéaire du béton d'une part, la viscoélasticité linéaire du béton d'autre part et enfin la diffusion de l'énergie. Ces méthodes et leurs applications sont détaillées dans [23] [30].

#### 1.2.3.1. END par analyse de la partie cohérente des ondes

Lorsque la longueur d'onde est suffisamment élevée devant la taille des hétérogénéités comme les granulats, le phénomène de diffusion est faible, et le milieu peut être considéré

comme élastique linéaire homogène et isotrope, où les vitesses de phase de l'onde longitudinale  $c_l$  et de l'onde transversales  $c_t$  sont liées aux coefficients de Lamé  $\lambda$ ,  $\mu$ , et au module d'élasticité  $E$  et au coefficient de Poisson  $\nu$  par les relations :

$$c_l = \sqrt{\frac{\lambda + 2\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E(1-\nu)}{\rho(1+\nu)(1-2\nu)}}, \quad c_t = \sqrt{\frac{\mu}{\rho}} = \sqrt{\frac{E}{2\rho(1+\nu)}}, \quad \text{Eq. 1. 1}$$

où  $\rho$  est la densité du milieu.

Quand la longueur d'onde diminue et devient comparable à la taille des granulats, l'effet de diffusion devient plus important et ne peut plus être négligé. Ce phénomène entraîne l'atténuation de l'onde venant ainsi s'ajouter à d'autres qui entraînent aussi de l'atténuation. Celle observée expérimentalement est associée à une perte d'énergie due à la conversion d'énergie mécanique en chaleur. Elle est appelée atténuation par dissipation. Et celle liée à l'ouverture du faisceau ultrasonore issu du transducteur appelée atténuation géométrique. Ces trois composantes correspondent à l'atténuation des ondes. La prise en compte des deux premiers phénomènes se fait par l'introduction d'un nombre d'onde complexe  $k$  dépendant de la fréquence de l'onde  $f$ , et où la partie imaginaire est définie comme le coefficient d'atténuation :

$$k(\omega) = \frac{\omega}{c(\omega)} + i \cdot \alpha(\omega), \quad \text{Eq. 1. 2}$$

où  $\omega$  est la pulsation d'onde avec  $\omega = 2\pi f$ , et  $\alpha$  est l'atténuation. La vitesse de phase et l'atténuation sont donc dépendantes de la fréquence.

Des méthodes END utilisent les vitesses des ondes et leur atténuation comme observables afin de caractériser le béton. Voici quelques exemples d'application.

### Temps de prise

Garnier [31] a mesuré le temps de transit des ondes longitudinales de fréquence centrale 24 kHz dans le béton pendant sa prise et a montré l'évolution de la vitesse et du spectre fréquentiel des ondes en fonction du temps : une croissance importante de la valeur de la vitesse est observée pendant les dix premières heures. Puis cette croissance tend à s'atténuer jusqu'à cinquante heures.

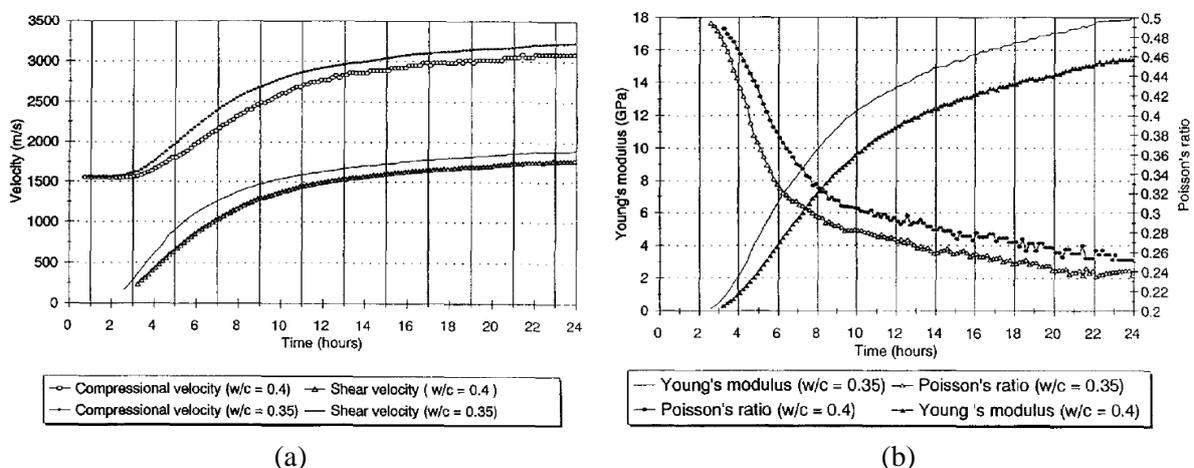


Figure 1. 12. Evolution (a) des vitesses longitudinales et transversales et (b) du module d'Young et du coefficient de Poisson pendant le temps de prise des bétons avec le rapport E/C à 0,35 et 0,4 [32].

Boumiz [32] a généré des ondes longitudinales et transversales à des fréquences centrales de 200 à 300 kHz et a trouvé les mêmes types d'évolutions des vitesses (Figure 1. 12(a)). Le module d'Young  $E$  et le coefficient de Poisson  $\nu$  ont également été calculés à partir de ces deux vitesses : une croissance pour  $E$  et une décroissance pour  $\nu$  convergent dans le temps jusqu'à des valeurs asymptotiques (Figure 1. 12).

### Rapport E/C

Vergara [33] a souligné l'influence du rapport E/C dans des mortiers sur la vitesse longitudinale et l'atténuation. Une diminution de vitesse (environ 12 % par rapport à la vitesse nominale) est associée à une augmentation du rapport E/C de 0,45 à 0,65 (Figure 1. 13(a)). L'atténuation est quasiment linéaire avec la fréquence de 1,1 MHz à 1,7 MHz et présente une légère augmentation avec le rapport E/C (Figure 1. 13 (b)). Philippidis [34] a confirmé cette influence du rapport E/C sur la vitesse dans le béton au deuxième jour de prise (Figure 1. 14).

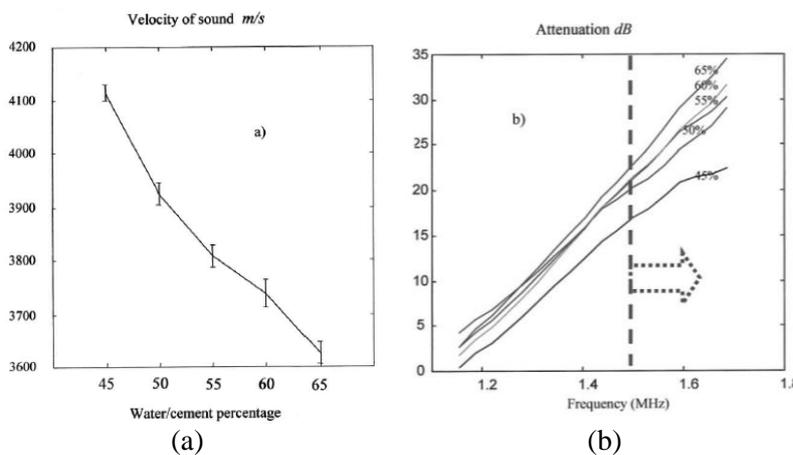


Figure 1. 13. Evolutions (a) de la vitesse longitudinale et (b) de l'atténuation dans des mortiers frais aux rapports E/C de 0,45 à 0,65 [33].

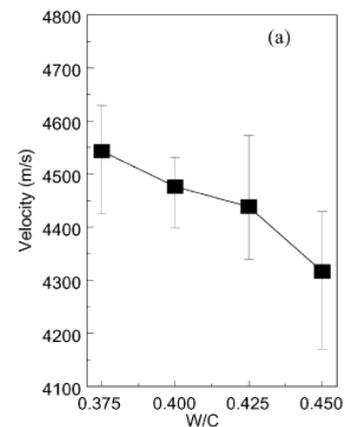


Figure 1. 14. Vitesse longitudinale dans des bétons aux différents E/C au 2<sup>ème</sup> jour pendant la prise [34].

### Compositions

Aggelis [35] a montré la sensibilité de l'atténuation à la portion des sables (Figure 1. 15(a)) et à la taille des grains (Figure 1. 15 (b)) dans des mortiers frais.

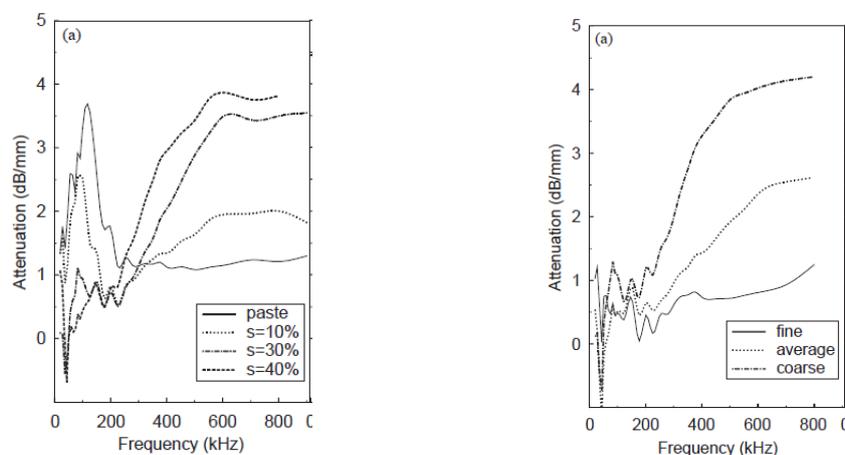


Figure 1. 15. Évolutions de l'atténuation (a) pour différentes proportions de sable et (b) tailles des grains dans des mortiers [35].

Philippidis [36] a ensuite complété l'étude par des mesures sur différentes compositions de pâtes de ciment, des mortiers et de bétons. Il a comparé les évolutions de vitesse de phase et d'atténuation selon la présence des sables et des granulats, le rapport des quantités granulats sur ciment (noté a/c sur la figure), et le rapport E/C. L'atténuation présente une croissance globale avec un maximum et un minimum locaux, et l'atténuation dans le béton est généralement plus importante que celle dans le mortier (Figure 1. 16).

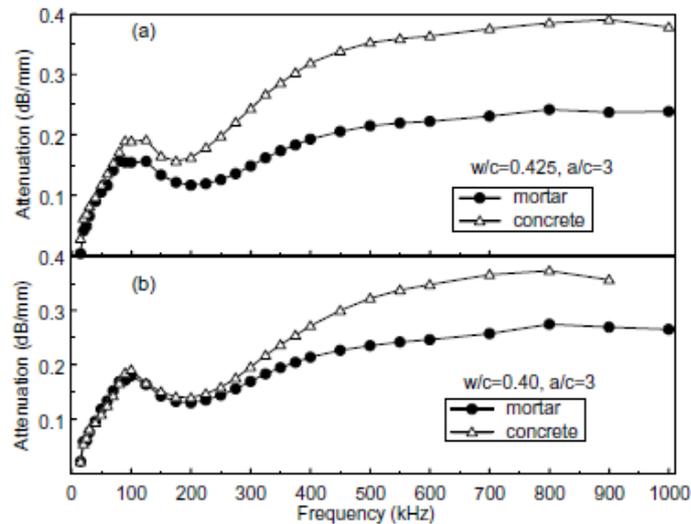


Figure 1. 16. Évolutions de l'atténuation dans des mortiers et des bétons de différentes compositions [36].

### Porosité

Le projet ANR Senso [37], qui avait pour objectif d'étudier les réponses de différentes techniques de caractérisation non destructive face à la variabilité de composition des bétons, a mis en évidence la relation entre le rapport E/C et la porosité pour les bétons G1, G2, G3, G7 et G8 dans la Tableau 1. 4. Ils sont tous de même composition et la différence est faite exclusivement sur le rapport E/C. Nous observons que plus le rapport E/C est élevé plus le taux de porosité est important dans le béton. La vitesse a été mesurée avec des ondes transmises à une fréquence de 150 kHz et les évolutions suivant la porosité et le module d'Young mesuré sont présentées sur la Figure 1. 17.

Tableau 1. 4. Différents bétons utilisés dans le projet Senso et leurs caractéristiques physiques et mécaniques [37].

	G1	G2	G3	G3a	G7	G8	G4	G5	G6
E/C	0,31	0,47	0,59	0,57	0,63	0,9	0,57	0,57	0,58
Rc (MPa)	72,9	43,3	43,8	40,5	38,3	20,2	36,6	45,0	38,2
E (GPa)	35,5	28,4	27,7	27,9	27,4	21,3	26,7	29,7	35,8
$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	2441	2469	2457	2447	2455	2405	2462	2473	2543
Porosité (%)	12,5	14,3	15,5	16,0	15,9	18,1	14,2	15,2	14,9

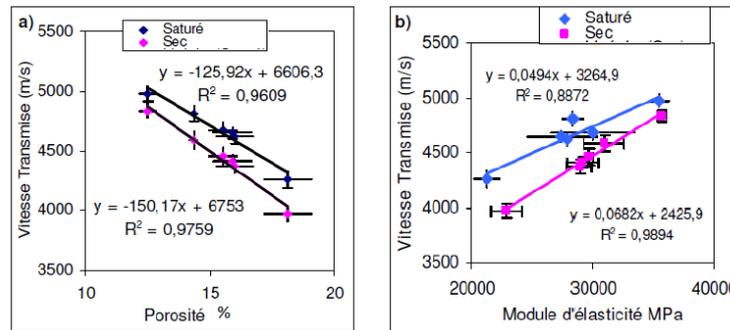


Figure 1. 17. Vitesse des ondes selon (a) le taux de porosité et (b) le module d'Young des bétons [37].

## Endommagement

Une des études du Laboratoire de Contrôle Non-Destructif (LCND) en collaboration avec EDF (Électricité de France) concernait l'endommagement thermique du béton à des températures modérées (jusqu'à 200 °C). Les vitesses longitudinale et transversale sont mesurées à basse fréquence (de 50 à 250 kHz) et un comportement décroissant des vitesses parallèlement à l'augmentation de la température est observé (Figure 1. 18(a)) [30]. Le module d'Young calculé à partir des vitesses mesurées est également comparé avec celui mesuré directement par des essais destructifs normalisés et une bonne cohérence est observée (Figure 1. 18(b)). La chute de vitesse a été visualisée jusqu'à 800 °C dans d'autres études [38] [39]. Chaix [3] a chauffé des bétons à haute performance de même formulation aux températures de 80 °C à 200 °C, et a montré une chute des vitesses de phase et une augmentation de l'atténuation avec le taux d'endommagement lié à la température au delà de 120 °C (Figure 1. 19).

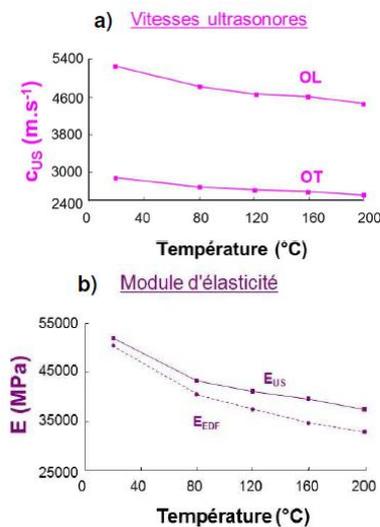


Figure 1. 18. Évolutions (a) de la résistance à la compression et (b) du module de Young dans des bétons thermiquement endommagés [30].

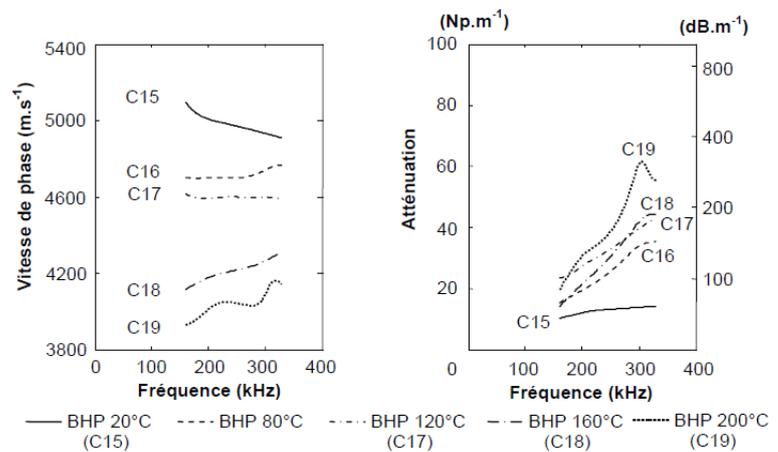


Figure 1. 19. Évolutions de la vitesse de phase et de l'atténuation mesurées dans des bétons à haute performance (BHP) endommagés à 80 °C, 120 °C, 160 °C et 200 °C [3].

Sargolzhai [40] a appliqué différentes méthodes incluant la mesure de vitesse longitudinale afin d'étudier l'évolution des réactions alcali-granulat dans le béton qui conduit à une expansion volumique. Une chute modérée de vitesse est observée : la valeur diminue d'environ 7 % pour l'expansion la plus élevée de 0,13% (Figure 1. 20 (a)).

Pour l'endommagement lié au cycle gel-dégel, la vitesse longitudinale a montré peu de sensibilité alors que la vitesse des ondes de Rayleigh présente une variation modérée [41] (Figure 1. 20 (b)).

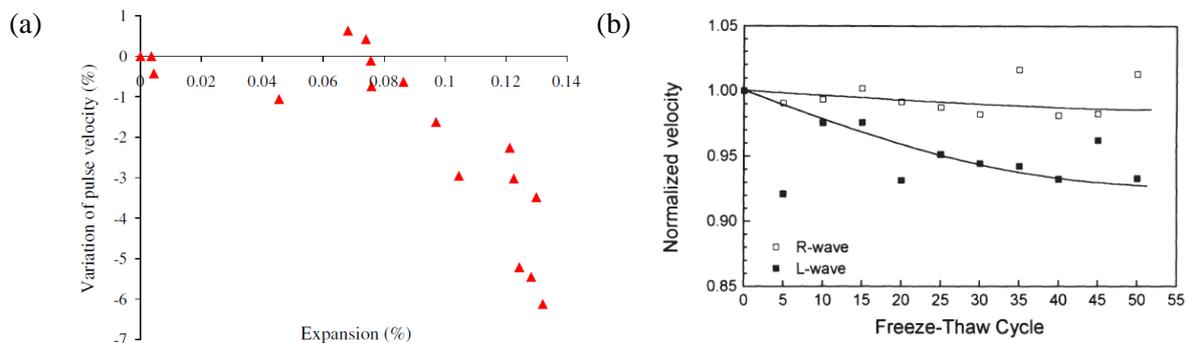


Figure 1. 20. Variations (a) de la vitesse longitudinale avec l'expansion liée à la réaction alcali-granulat dans le béton [40] et (b) des vitesses longitudinale et Rayleigh avec les cycles gel-dégel [41].

Ould Naffa [42] a généré un endommagement chimique du béton en immergeant des éprouvettes dans du nitrate d'ammonium ( $\text{NH}_3\text{NO}_4$ ). Les vitesses longitudinale et transversale diminuent légèrement avec l'endommagement à hautes fréquences (1 MHz pour les ondes longitudinales et 500 kHz pour les ondes transversales).

Chaix [3] a simulé expérimentalement des microfissures d'endommagement orientées aléatoires, par des sphères de polystyrène expansé de diamètre 2,84 mm dans des bétons. L'ajout de polystyrène conduit à une décroissance de la vitesse et une croissance de l'atténuation de 200 kHz à 1300 kHz (Figure 1. 21).

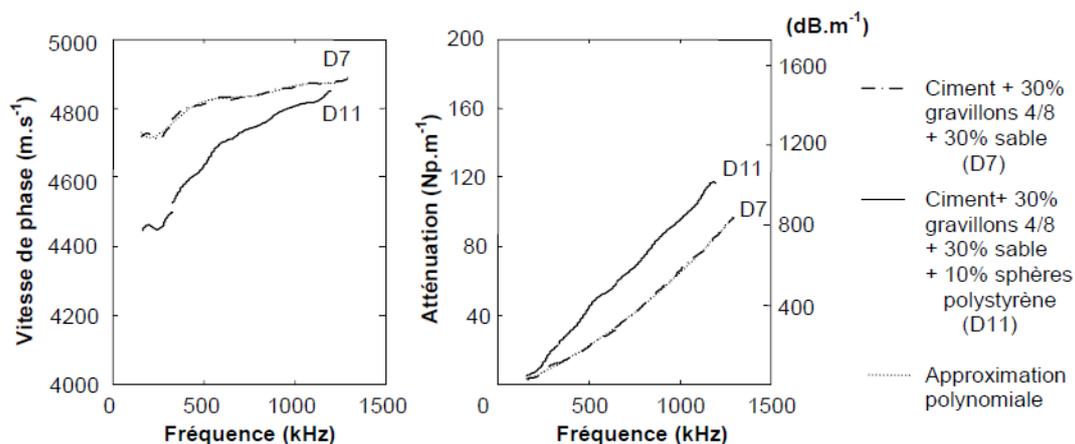


Figure 1. 21. Effets de l'ajout de polystyrène dans le béton sur la vitesse et l'atténuation [3].

Aggelis et Shiotani [43] [44] [45] ont généré des ondes de Rayleigh dans des mortiers en présence des microfissures simulées par des petits disques en vinyle (15 mm × 15 mm × 0,2 mm) dont les formes sont plus proches des formes réelles. Ils ont trouvé les mêmes types d'évolutions de vitesse et d'atténuation (Figure 1. 22).

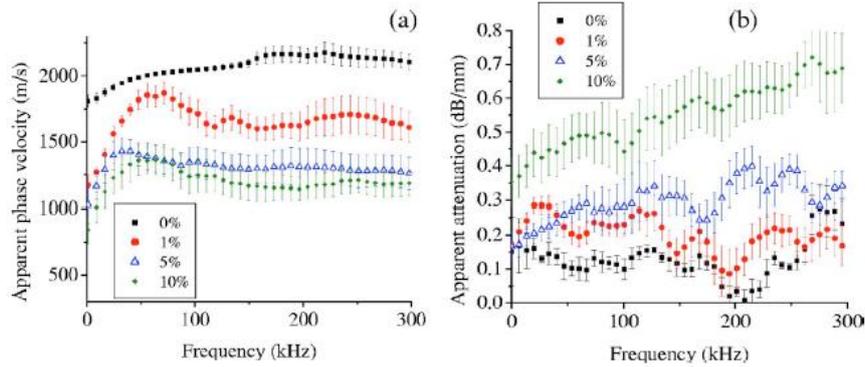


Figure 1. 22. Évolutions de la vitesse de phase et de l'atténuation mesurées dans des mortiers avec des microfissures simulées par des petits disques en vinyle [43].

### 1.2.3.2. END par analyse de la partie incohérente des ondes

Dans les méthodes précédentes qui s'appuient sur la partie cohérente des ondes, la partie incohérente est considérée comme du bruit. Néanmoins elle est due à des diffractions avec des obstacles rencontrés dans le béton qui conduisent à un trajet plus long. Donc les ondes incohérentes portent des informations sur la microstructure du milieu et peuvent être sensibles aux changements dans ce milieu. Pour exploiter cet avantage, nous n'observons plus la propagation de l'onde dans le milieu mais la diffusion de l'énergie.

En prenant en compte la viscoélasticité dans un milieu hétérogène, l'équation de diffusion s'écrit [46] [47] [48] :

$$D \cdot \Delta \langle E(\mathbf{r}, t) \rangle - \frac{\partial \langle E(\mathbf{r}, t) \rangle}{\partial t} - \sigma \cdot \langle E(\mathbf{r}, t) \rangle = E_0 \delta(\mathbf{r}) \delta(t), \quad \text{Eq. 1. 3}$$

où  $\langle E(\mathbf{r}, t) \rangle$  est la densité locale d'énergie moyenne à la position  $\mathbf{r}$  au temps  $t$ ,  $E_0$  est l'énergie initiale à  $t = 0$  liée au terme de source,  $D$  est le coefficient de diffusion appelé diffusivité,  $\sigma$  est le coefficient de dissipation,  $\Delta$  est l'opération Laplacien,  $\delta$  est la fonction de Dirac.  $D$  et  $\sigma$  dépendent de la fréquence.

Des solutions possibles de  $\langle E(\mathbf{r}, t) \rangle$  en 1D à 3D ont été déterminées à partir de cette équation avec différentes conditions initiales et des conditions limites particulières [49]. Des méthodes d'optimisation permettent d'estimer les paramètres de ces équations pour s'approcher des résultats expérimentaux obtenus. Cela permet de déterminer les observables,  $D$ ,  $\sigma$  et le temps d'arrivée de l'énergie maximale (the arrival time of maximum energy, ATME) (Figure 1. 23).

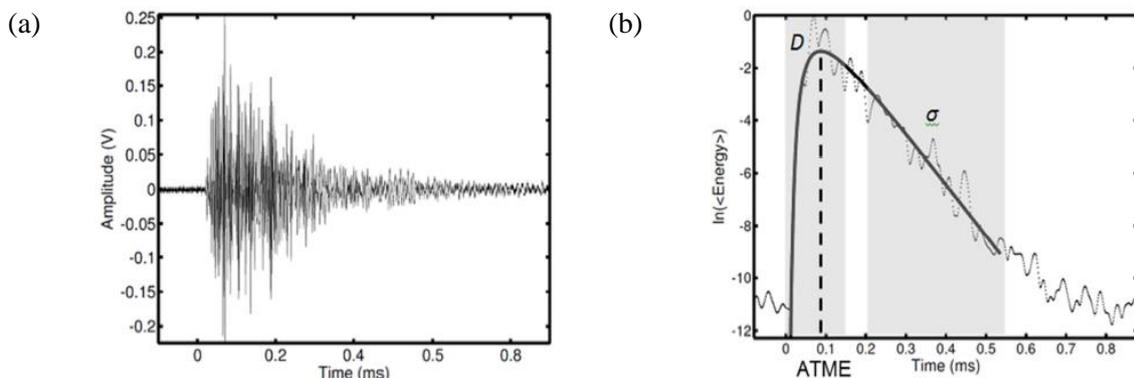


Figure 1. 23. Analyse d'ondes incohérentes : (a) Signal temporel (b) Représentation de la densité spectrale d'énergie (en pointillés) et la solution lissée (en trait plein) selon l'équation de diffusion [49].

La diffusivité  $D$  est caractéristique du chemin de diffusion lié à la microstructure du milieu et en particulier aux diffuseurs rencontrés. La dissipation  $\sigma$  représente les propriétés viscoélastiques du milieu. Dans le cas du béton, elle est caractéristique de l'atténuation par absorption essentiellement liée aux propriétés de la pâte de ciment. Donc ces méthodes permettent de séparer l'atténuation par dissipation de l'atténuation par diffusion.

Becker [50] a étudié expérimentalement et quantitativement les évolutions de dissipation et de diffusivité sur des éprouvettes de ciment avec des billes en verre de diamètres allant de 1 mm à 3 mm sur la gamme de fréquence de 0,3 MHz à 2 MHz. Dans ce cas (longueur d'onde allant de 1,8 mm à 11,8 mm), l'atténuation par dissipation est dominante par rapport à celle par diffusion, et cela a permis d'améliorer la compréhension de l'impact des microstructures sur la propagation des ondes.

Punurai [51] a ensuite étudié l'évolution de ces observables en fonction de la quantité de porosité dans des ciments. La dissipation présente une dépendance linéaire avec la fréquence et exhibe une corrélation avec la porosité : plus la porosité est élevée, moins l'énergie se perd dans la pâte grâce à la présence des bulles d'air (Figure 1. 24).

Chaix a montré une bonne sensibilité de la dissipation du béton à la saturation en eau et aux sollicitations thermiques (entre 20 et 200 °C) dans le projet ENDE. Néanmoins la dissipation et la diffusivité ne semblent pas être affectées par des évolutions de contrainte de compression jusqu'à 8 MPa [52].

Dans l'étude de Quiviger [49] [53], les observables de diffusion ont montré une sensibilité à la profondeur d'une entaille faite à la surface d'une éprouvette en béton et une bonne cohérence est observée entre les expérimentations et les simulations (Figure 1. 25). Seher [54] a également présenté une étude numérique et expérimentale avec les ondes incohérentes sur la profondeur des fissures de quatre types différents. Les résultats montrent une relation quasi-linéaire entre la hauteur de fissure et l'ATME, comme dans l'étude de Quiviger.

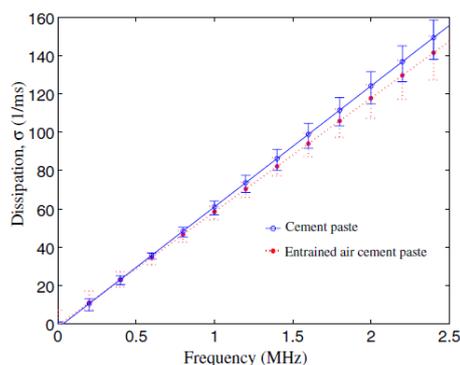


Figure 1. 24. Comparaison des évolutions de dissipation entre l'éprouvette de ciment sans et avec des bulles d'air [51].

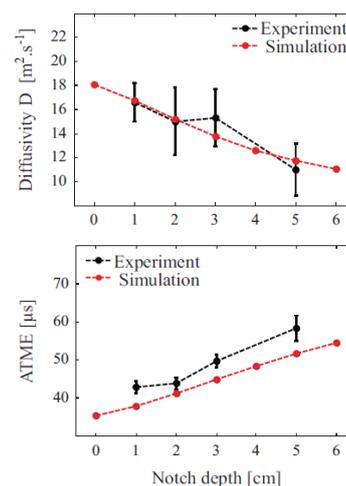


Figure 1. 25. Évolution de la diffusivité et de l'ATME avec la profondeur d'une entaille à la surface du béton [53].

#### 1.2.4 END par acoustique non linéaire

Lorsque l'amplitude des ondes est élevée dans le cas où la réponse du milieu est non linéaire, l'hypothèse de l'acoustique linéaire n'est plus satisfaite. Le champ observé en un point

dépend de l'amplitude et également de la phase à la source [55]. Le principe de superposition des ondes sans interaction n'est plus valable, et, pour une unique fréquence d'excitation, la réponse non linéaire fait apparaître plusieurs fréquences (harmoniques). La composition de deux ondes de fréquences différentes peut aussi générer une modulation. Ces phénomènes physiques caractérisent l'acoustique non linéaire.

Les méthodes END concernées par l'acoustique non linéaire dans le béton sont présentées brièvement selon les deux grandes familles que sont la loi de comportement élastique non linéaire classique et non classique. Des articles approfondissent ces méthodes et leurs applications [29] [56] [57].

#### 1.2.4.1. Élasticité non linéaire classique

En présence d'une sollicitation statique importante dans des matériaux comme le béton, un comportement non linéaire apparaît et la contrainte n'est plus linéaire avec la déformation. Afin de décrire ce comportement, des expressions de la contrainte à l'ordre deux ou plus de déformation ont été proposées. Nous les appelons élasticité non linéaire « classique ». Murnaghan [58] a, pour la première fois, proposé une expression à partir de l'énergie de déformation pour un milieu isotrope développée au troisième ordre avec les coefficients de Murnaghan,  $l$ ,  $m$ ,  $n$ . Landau et Lischitz [59] ont proposé ensuite une formulation à partir de trois autres coefficients,  $A$ ,  $B$ ,  $C$ , qui a été montrée équivalente avec ceux de Murnaghan par Ben Tahar [60]. En 1D, souvent utilisée dans la littérature, cette loi de comportement peut être simplifiée par [61] [62] :

$$\sigma = E_0(1 - \beta\varepsilon - \dots) \cdot \varepsilon, \quad \text{Eq. 1. 4}$$

où  $\sigma$  est la contrainte,  $\varepsilon$  est la déformation,  $E_0$  est le module d'élasticité initiale du matériau (sans sollicitation) et  $\beta$  est le paramètre non linéaire quadratique qui fait le lien entre les coefficients de Lamé (constantes élastiques du deuxième ordre,  $\lambda$  et  $\mu$ ) et ceux de Murnaghan (constants élastiques du troisième ordre) [60] :

$$\beta = \frac{3}{2} + \frac{l + 2m}{\lambda + 2\mu}. \quad \text{Eq. 1. 5}$$

Basé sur cette description de l'élasticité non linéaire, le module d'élasticité  $E = E_0(1 - \beta\varepsilon - \dots)$  est dépendant de la déformation du matériau et la vitesse des ondes liée à  $E$  varie aussi avec la déformation : la vitesse augmente dans les zones en compression et diminue dans les zones en traction. Donc ce modèle permet de décrire le phénomène de dépendance de la vitesse des ondes à la déformation du milieu liée aux sollicitations mécaniques, appelé effet acousto-élastique (Figure 1. 26 (a)). Il génère une distorsion des ondes.

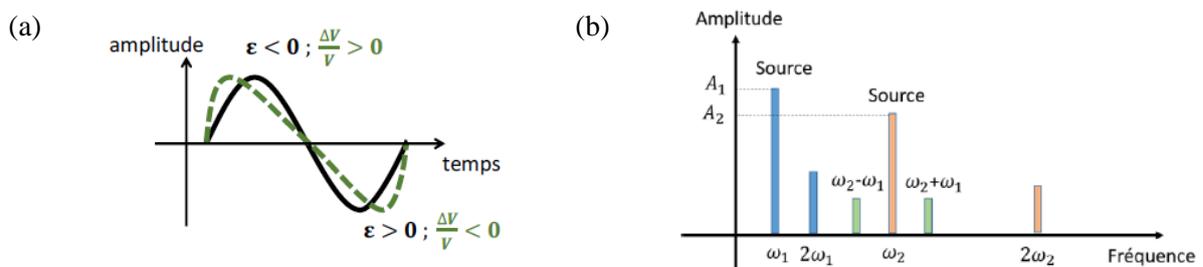


Figure 1. 26. Élasticité non linéaire classique. (a) Effets non linéaires à l'échelle microscopique (b) Exemple de générations des ondes harmoniques et modulées ( $2\omega_1$ ,  $2\omega_2$ ,  $\omega_2 - \omega_1$ ,  $\omega_2 + \omega_1$ ) [29].

Des méthodes END reposent sur l'effet acousto-élastique du béton sous sollicitation mécanique. Lillamand [63] a confirmé la forte dépendance entre la vitesse et la compression monoaxiale dans le béton avec des ondes de volume autour de 500 kHz. Payan [64] a montré l'évolution quasi-linéaire des changements des vitesses mesurées selon la déformation en traitant des ondes incohérentes (Figure 1. 27), et il a développé avec cette évolution une méthode qui permet de déterminer des valeurs précises pour les coefficients de Murnaghan. Ce type de méthodes a également été appliqué pour suivre les évolutions des contraintes dans le béton sous charge de compression et de flexion avec des ondes de Rayleigh [65], et pour suivre l'endommagement de contrainte cyclique [66] [67].

D'un autre côté, les ondes harmoniques qui sont générées par la réponse non linéaire permettent, par un rapport d'amplitude, de remonter à une grandeur proportionnelle au paramètre  $\beta$  (comme dans l'exemple sur la Figure 1. 26 (b)). Par extension de ce principe, des méthodes s'appuient sur l'évolution de  $\beta$  et permettent d'exploiter le comportement élastique non linéaire sans sollicitation mécanique. Kim et al. [68] [69] ont utilisé ce type de méthodes avec des ondes de Rayleigh afin de quantifier les endommagements dans le mortier et le béton simulés par l'ajout d'un agent réducteur de retrait (shrinkage reducing admixture, SRA), qui génère des microfissures (Figure 1. 28). Ils ont également montré que cette méthode non linéaire est plus sensible à l'endommagement que les méthodes d'acoustique linéaire.

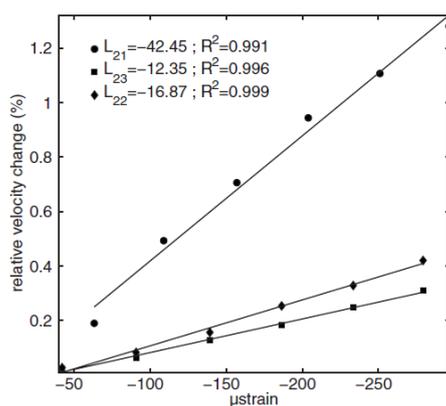


Figure 1. 27. Variation relative de vitesse en fonction de la déformation quasi-statique [64].

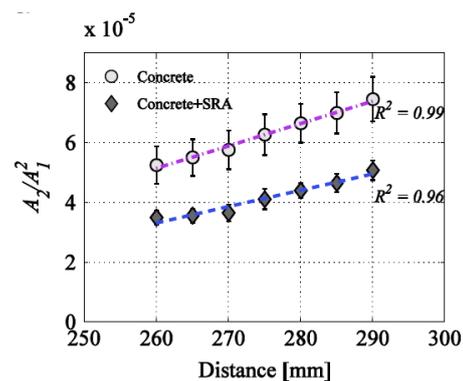


Figure 1. 28. Paramètre non linéaire (pente de courbe) dans les bétons sain et endommagé [69].

#### 1.2.4.2. Élasticité non linéaire non classique

Pour une même contrainte appliquée, la déformation observée expérimentalement dans certains matériaux dépend de l'historique du chargement (croissant ou décroissant). Ce phénomène non linéaire est appelé hystérésis et il a également été observé dans le béton sous sollicitations quasi-statiques cycliques (Figure 1. 29) [70]. Il ne peut plus être décrit par les théories de l'élasticité non linéaire classique. Une expression du module d'élasticité en intégrant la déformation et la dérivée temporelle de déformation est proposée. Nous l'appelons élasticité non linéaire non classique [71] :

$$E = E_0 \{ 1 + \beta \varepsilon + \delta \varepsilon^2 + \alpha [\Delta \varepsilon + \varepsilon \cdot \text{sign}(\dot{\varepsilon})] + \dots \}, \quad \text{Eq. 1. 6}$$

où  $\beta$ ,  $\delta$  sont respectivement les paramètres non linéaires quadratique et cubique de l'élasticité non linéaire classique, et  $\alpha$  est le paramètre non linéaire non classique qui introduit l'hystérésis du matériau.

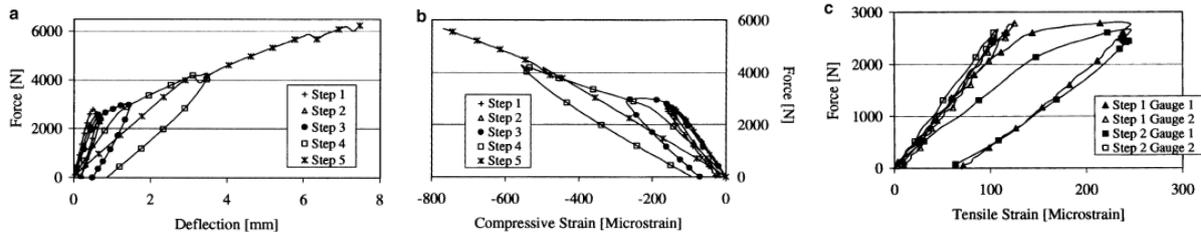


Figure 1. 29. Déformation du béton sous sollicitations quasi-statiques [70].

D'autres phénomènes non linéaires sont également observés dans le béton sous sollicitations dynamiques : le module d'élasticité du béton chute rapidement (sur quelques millisecondes) lors d'une sollicitation dynamique, et ce phénomène est appelé « dynamique rapide » qui conduit à l'état « conditionné » du béton. Lorsque la sollicitation est arrêtée, le béton conditionné retrouve son état initial (relaxé) mais sur une durée importante (quelques dizaines de minutes voire quelques heures), et ce phénomène est appelé « dynamique lente » (Figure 1. 30) [72]. La dynamique rapide est bien décrite par l'élasticité non linéaire non classique alors que la dynamique lente ne peut pas être décrite par ce modèle de comportement [73].

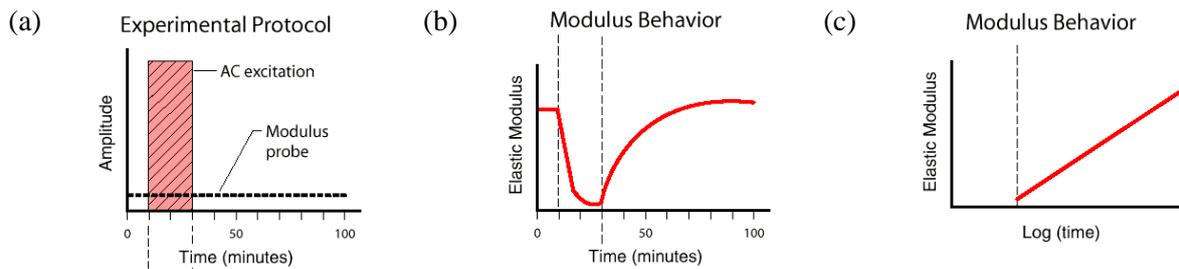


Figure 1. 30. Réponse du béton sous sollicitation dynamiques : dynamique rapide, conditionnement et dynamique lente [74].

Des méthodes ont été développées à travers l'analyse de l'élasticité non linéaire non classique du béton. Plusieurs d'entre elles ont pour objectif de quantifier le paramètre  $\alpha$  par différentes excitations pour activer la non linéarité du béton, par exemple, Nonlinear Resonant Ultrasound Spectroscopy (NRUS), Time Reversal Evaluation Nondestructive Diagnostic (TREND), etc. La Dynamic Acousto-Elasticity Testing (DAET) repose sur l'acousto-élasticité du béton par deux paramètres : la modulation de temps de vol (Time-of-Flight Modulation, TOFM) qui permet d'évaluer  $\alpha$  et la modulation d'amplitude relative (Relative Amplitude Modulation, RAM). La dynamique lente qui n'intervient pas dans la loi proposée a été étudiée expérimentalement en utilisant la résonance non linéaire [73] [75].

Ces méthodes mettent en évidence l'importance des phénomènes non linéaires non classiques dans les bétons notamment lorsqu'ils sont endommagés. Par exemple, pour la dégradation due à la carbonatation du béton, ces méthodes ont montré une sensibilité plus grande que des méthodes linéaires (Figure 1. 31) [29] [76] [77]. L'endommagement thermique a été caractérisé par  $\alpha$  avec les méthodes NRUS et TREND dans [78] [79] [80], et l'évolution de  $\alpha$  dans les bétons endommagés de 20 °C à 400 °C est montré sur la Figure 1. 32 [79].

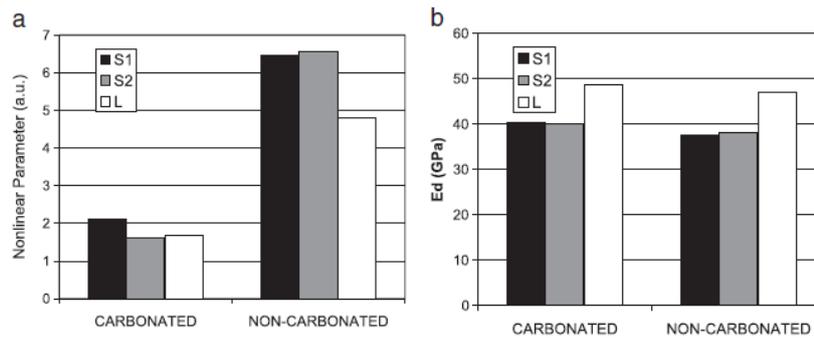


Figure 1.31. Comparaison des paramètres (a) non-linéaire et (b) linéaire obtenus de trois différents types (S1, S2 et L) des bétons sain et carbonaté [76].

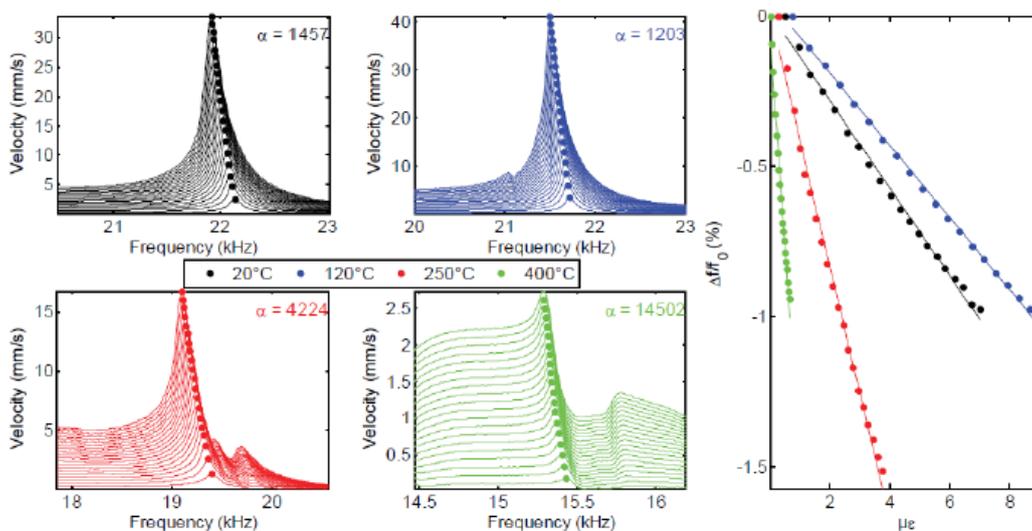


Figure 1.32. Comparaison du paramètre non linéaire  $\alpha$  à l'évolution d'endommagement thermique sous la température de 20 °C à 400 °C [79].

### 1.2.5 Synthèse des END par ultrasons du béton

Les END du béton sont complémentaires des essais destructifs qui sont limités en nombre voire impossibles à réaliser, pour évaluer l'état d'un ouvrage.

Parmi tous les END disponibles, les méthodes par ultrasons répondent à de nombreux besoins de caractérisation du béton. En outre, elles présentent de nombreux avantages : possibilité de traverser une forte épaisseur, facilité de mise en œuvre, lien direct avec la mécanique, etc. Basées sur la réponse du béton sous sollicitation acoustique, elles peuvent être classées en deux groupes : acoustique linéaire et acoustique non linéaire.

Parmi les méthodes d'acoustique linéaire, les ondes cohérentes sont couramment analysées en termes de vitesse et d'atténuation. Ces deux observables sont sensibles à différentes propriétés du béton : temps de prise, rapport E/C, composition, porosité, endommagement, etc. Les ondes incohérentes sont également étudiées. Dans ce cas, l'évolution de l'énergie du signal est analysée, et des observables attachés à la diffusion, à la viscoélasticité du matériau sont sensibles à des caractéristiques du béton, comme la porosité, les sollicitations thermiques, la profondeur d'entaille, etc.

Les méthodes d'acoustique non linéaire sont sensibles à de nombreux paramètres comme l'évolution des contraintes dans le béton, le niveau d'endommagement lié à des sollicitations thermiques ou chimiques, et la fissuration. Elles mettent en avant une sensibilité

plus grande que celle d'acoustique linéaire.

Cependant, ces sensibilités établissent des liens empiriques entre les observations expérimentales et les paramètres à évaluer, et elles ne permettent pas de comprendre comment les évolutions se forment. De plus, la variabilité du béton conduit à la perte de reproductibilité de ces liens empiriques et elle ne permet pas de les extrapoler à d'autres types de béton.

Bien que ces sensibilités impliquent un fort potentiel de caractérisation de l'évolution du béton par ultrasons, elles présentent en même temps une complexité causée par la coexistence de plusieurs paramètres et de leurs influences couplées.

Ce constat souligne le manque et le besoin de compréhension des phénomènes de propagations des ondes ultrasonores dans le béton afin d'améliorer les interprétations des observables expérimentales et également d'optimiser les méthodes développées lors de mesures.

### 1.3 Propagation des ondes ultrasonores en milieu hétérogène

Lorsque les ondes se propagent dans un milieu hétérogène, les phénomènes de diffusion complexifient la description mathématique du phénomène. Afin de comprendre ce problème, de nombreuses études ont été faites par voie analytique, notamment sur la base d'approximations du principe d'homogénéisation. La voie numérique est actuellement en plein essor au regard du rapport temps de calcul / complexité qui diminue.

#### 1.3.1 Description du problème

Afin de décrire analytiquement la propagation des ondes en milieu hétérogène, diverses approches ont été développées pour formaliser le phénomène de diffusion. Le formalisme des «  $T$ -matrices » a été développé dans un premier temps et largement utilisé en posant un opérateur linéaire  $T(\vec{r})$  qui permet de modéliser la diffusion par un obstacle positionné en  $\vec{r}$  [81] [82] [83]. Un autre formalisme a été proposé en utilisant des fonctions de Green, qui permettent de fournir un cadre efficace à la résolution de problèmes. Les approches diagrammatiques, qui en découlent, permettent de classifier de manière judicieuse les événements de diffusion et d'alléger les écritures [84] [85] [86]. Les deux types de formalismes permettent de donner une description exacte et valable dans un cas général quel que soit le type de diffuseurs. Ils sont respectivement détaillés et explicités dans les thèses de Chaix [3], et Mamou [87].

En supposant l'onde incidente de pulsation  $\omega$ , l'équation de Helmholtz de la propagation en milieu hétérogène peut s'écrire :

$$\Delta\Psi(\omega, \mathbf{r}) + k(\mathbf{r})^2\Psi(\omega, \mathbf{r}) = j_s(\mathbf{r})\Psi(\omega, \mathbf{r}), \quad \text{Eq. 1. 7}$$

où  $\Psi$  est le potentiel au point  $\mathbf{r}$  dans le milieu hétérogène,  $j_s(\mathbf{r})$  est un terme source dû aux hétérogénéités du milieu, et  $k(\mathbf{r}) = \omega/c(\mathbf{r})$  le nombre d'onde dans le milieu.

Nous présentons ici directement la solution en fonctions de Green pour le deuxième formalisme :

$$G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') + \int G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_1)V(\mathbf{r}_1)G(\omega, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}')d\mathbf{r}_1, \quad \text{Eq. 1. 8}$$

où  $G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$  est la solution au point  $\mathbf{r}$  de l'équation de Helmholtz de la propagation en milieu hétérogène d'une source ponctuelle de pulsation  $\omega$  placée en  $\mathbf{r}'$ ,  $G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}')$  est le champ au

point  $\mathbf{r}'$  générée par une source ponctuelle de pulsation  $\omega$  placée en  $\mathbf{r}'$  dans le milieu homogène correspondant à la matrice,  $V(\mathbf{r})$  est l'opérateur de potentiel de diffusion d'un diffuseur.

Suivant le développement de Born en remplaçant toujours  $G$  sous l'intégrale par son propre développement, on peut la réécrire sous forme de somme infinie :

$$G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') = G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') + \int G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_1) V(\mathbf{r}_1) G_0(\omega, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}') d\mathbf{r}_1 + \iint G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_1) V(\mathbf{r}_1) G_0(\omega, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) V(\mathbf{r}_2) G_0(\omega, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}') d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2 + \dots \quad \text{Eq. 1. 9}$$

Le deuxième terme à droite de l'équation correspond aux ondes qui n'interagissent qu'une fois avec les diffuseurs. Cet ensemble d'événements de diffusion à l'ordre 1 est appelé diffusion simple (Figure 1. 33 (a)). Les termes suivants correspondent respectivement aux événements de diffusion d'ordre supérieur ou égal à 2. Ils correspondent à de la diffusion multiple (Figure 1. 33 (b)).

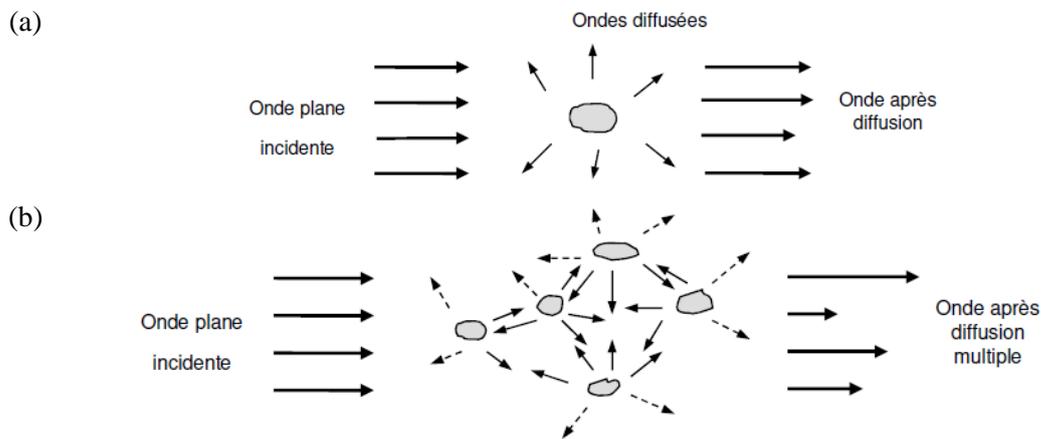


Figure 1. 33. Schémas de la diffusion (a) simple et (b) multiple des ondes.

De manière générale, trois régimes fréquentiels de diffusion sont définis en fonction du rapport entre la longueur d'onde et la taille caractéristique des diffuseurs notée  $a$  :

- Le régime de Rayleigh avec une faible diffusion correspond à  $k \cdot a \ll 1$  ;
- Le régime stochastique ( $k \cdot a \approx 1$ ), où la diffusion est importante et où nous pouvons observer des phénomènes de résonance ;
- Le régime géométrique ( $k \cdot a \gg 1$ ) où l'onde perçoit le diffuseur comme une succession d'interfaces.

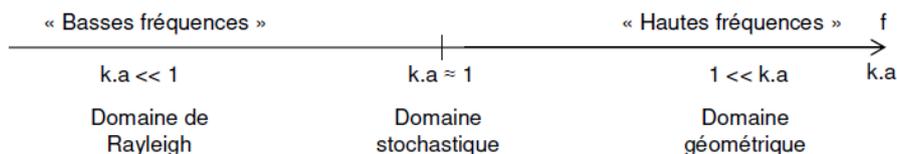


Figure 1. 34. Les trois régimes de diffusion [30].

### 1.3.2 Modélisation analytique par homogénéisation dynamique

Bien que l'expression de la solution exacte de la propagation des ondes en milieu

hétérogène soit analytiquement donnée, nous ne pouvons pas la déterminer à cause des termes infinis présents dans son expression. De plus, dans beaucoup de cas comme celui du béton, nous ne connaissons pas certaines informations concernant le milieu comme les positions, les formes et les propriétés des diffuseurs.

D'autre part, la solution exacte correspond à une séquence de diffusion qui dépend du chemin de diffusion et des diffuseurs rencontrés. Cependant une forte hétérogénéité comme dans le béton conduit à la multiplicité des séquences de diffusion. Donc une séquence ne caractérise que la diffusion spécifique et n'est pas représentative de l'ensemble de la diffusion dans le milieu.

D'après ce constat, la notion de champ moyen est proposée afin de représenter l'ensemble des comportements des ondes dans un milieu hétérogène. Ayant recours à une approche statistique de moyenne sur un ensemble des configurations possibles des diffuseurs du milieu, nous obtenons l'expression du champ moyen, qui correspond aux ondes cohérentes, suivant l'équation de Dyson :

$$\langle G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') \rangle = G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}') + \iint G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_1) \Sigma(\omega, \mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \langle G(\omega, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}') \rangle d\mathbf{r}_1 d\mathbf{r}_2, \quad \text{Eq. 1. 10}$$

où  $\langle \rangle$  est l'opérateur de moyenne,  $\Sigma(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  est l'opérateur de masse qui prend en compte l'ensemble des événements de diffusion contribuant au champ moyen.

L'équation de Dyson permet de montrer que le champ moyen dans un milieu hétérogène peut satisfaire une équation de propagation dans un milieu virtuel homogène dit « effectif » caractérisé par l'opérateur  $\Sigma$  sous forme de nombre d'onde complexe  $k^*$  (Figure 1. 35) :

$$[k^*(\omega)]^2 = k_0^2(\omega) - \Sigma(\omega), \quad \text{Eq. 1. 11}$$

où  $k_0$  est le nombre d'onde dans la matrice homogène.

L'opérateur  $\Sigma$ , qui n'est pas calculable analytiquement, est évalué par différentes hypothèses de simplification dans les modèles d'homogénéisation.

Lors de l'approximation de Born, aussi appelée approximation de diffusion simple, seulement le premier terme et le deuxième terme dans l'Eq. 1. 9 sont pris en compte et la diffusion multiple est négligée. Cependant, d'après des études expérimentales, elle n'est valable que dans le domaine de Rayleigh (longueur d'onde grande devant la taille des inclusions) dans des milieux de très faible hétérogénéité ou avec un faible contraste acoustique entre la matrice et les diffuseurs [88] [89] [90].

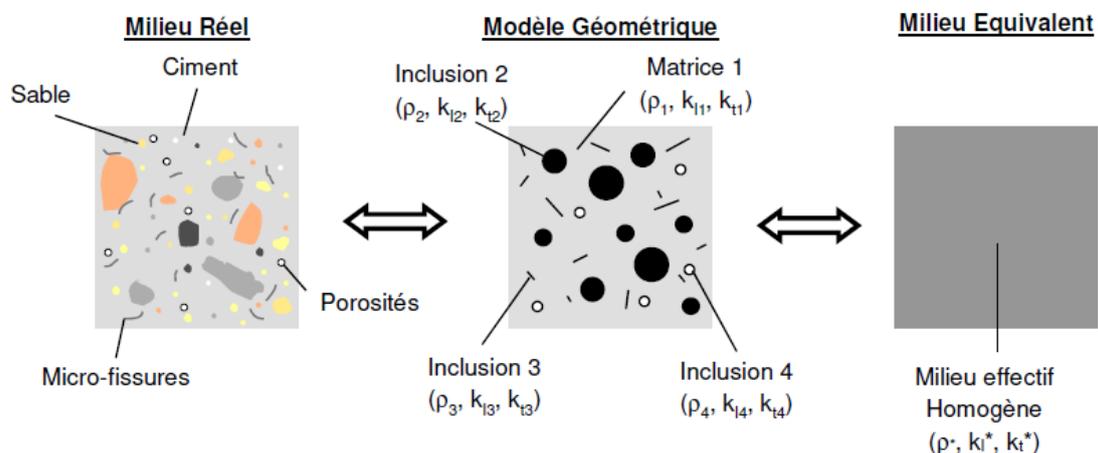


Figure 1. 35. Principe d'homogénéisation par modèles dynamiques d'homogénéisation [30].

Des modèles ont été développés en prenant en compte la diffusion multiple. Nous les appelons modèles dynamiques (Figure 1. 35) par rapport aux modèles statiques, qui reposent sur les équations d'équilibre et ne font pas intervenir la fréquence des ondes. Les paramètres effectifs des modèles dynamiques sont la vitesse de phase et l'atténuation définis par le nombre d'onde effectif (Eq. 1. 2). Nous présentons plusieurs exemples de modèles dans les paragraphes suivants.

Pour les ondes scalaires, Foldy [81] a proposé la première fois sous le formalisme de  $T$ -matrices un modèle dynamique en considérant que les diffuseurs sont ponctuels et rayonnent de manière isotrope (indépendamment de l'angle de diffraction). Le modèle d'Independent Scattering Approximation (ISA) [87], a été obtenu par un autre formalisme en supposant que chaque diffuseur ne peut être atteint qu'une fois lors d'une expérience de diffusion. Il a une formule similaire à celle de Foldy, qui est composée des termes concernant la concentration des diffuseurs à l'ordre 1. À partir du modèle de Foldy, Lax [91] a ensuite introduit la *Quasi-Crystalline Approximation* (QCA) pour des diffuseurs anisotropes. Plusieurs modèles très utilisés sont issus de QCA. Waterman et Truell [92] ont considéré à la fois les diffusions vers l'avant et vers l'arrière (appelé également la rétro-diffusion), ce qui a conduit à l'introduction d'un terme de concentration des diffuseurs à l'ordre 2. Fikioris et Waterman [93] ont utilisé la « Hole Correction » comme fonction de corrélation entre les diffuseurs pour obtenir le modèle QCA-HC. Linton et Martin [94] ont retrouvé la formule de Loyd et Berry [95] qui a été proposée sans démonstration mathématique beaucoup plus tôt, dans le cas des diffuseurs sphériques.

Plusieurs modèles sont fondés sur ces bases et utilisent un schéma itératif afin de converger vers un milieu effectif. Le principe est de remplacer à chaque itération les paramètres effectifs de la matrice par ceux calculés à l'itération précédente. Par exemple, l'ISA sert de base au modèle « Cohérent Potential Approximation » (CPA) [96], le modèle de Waterman-Truell (WT) pour « Generalized Self Consistent Model » (GSCM) [97] [98] et le modèle de Linton et Martin (LM) pour le modèle de Norris [99].

Dans le cas des ondes élastiques qui comprennent les ondes longitudinale et transversale, le GSCM a été appliqué séparément aux deux ondes sans prendre en compte le mode de conversion [97]. Plus récemment, Conoir and Norris [100] ont généralisé la formule avec les ondes diffractées et converties dans toutes les directions à partir du modèle de LM dans le cas 2D d'une matrice contenant des cylindres. Ensuite, Luppé, Conoir et Norris [101] ont obtenu des résultats similaires pour le cas 3D d'une matrice contenant des sphères.

En conclusion, les différents modèles dynamiques reposent sur des hypothèses de bases communes : milieu dilué, diffraction des diffuseurs en champ lointain, et diffuseurs de dimensions petites devant la longueur d'onde. Cependant, les limites de validité de ces modèles ne sont pas clairement établies. De nombreuses études ont été développées avec des expérimentations afin de mettre en évidence leurs applications et validités. McClements [102] a mesuré la vitesse de phase et l'atténuation dans le cas des particules liquides en suspension dans un liquide et les a comparées avec le modèle de WT. Un bon accord avec les expérimentations est obtenu jusqu'à une faible fraction volumique < 13 %. Meulen [103] a étudié un cas des particules solides en suspension dans un liquide en exploitant le modèle de WT, et il a souligné l'importance de la distribution des tailles des diffuseurs. Dans la validation expérimentale WT montre un bon accord avec les mesures réalisées à une fraction volumique de 3 %, en termes de vitesse de phase. Dans le cas d'une pâte de ciment contenant des billes

d'air, Chaix [3] [104] a validé expérimentalement le modèle de WT concernant le comportement de la vitesse de phase, jusqu'à une concentration de 30 % en appliquant une correction sur les propriétés de la matrice (Figure 1. 36).

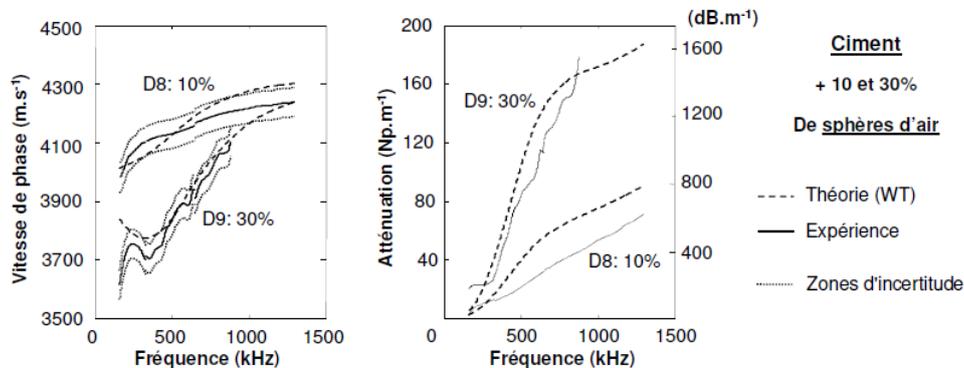


Figure 1. 36. Validation expérimentale du modèle de WT sur des matériaux cimentaires contenant des sphères d'air [3] [104].

Néanmoins, la plupart des validations expérimentales de ces modèles dynamiques a été réalisée avec des milieux composés d'une matrice liquide, ou d'une matrice solide, avec des diffuseurs liquides ou gazeux (air). Les limites de validité ont en général été obtenues pour une faible fraction des diffuseurs, ce qui correspond à l'hypothèse d'un milieu dilué, entre quelques pourcents à 30 % en fonction de différents cas. Le cas d'une matrice solide avec des diffuseurs solides comme le béton est rarement étudié. Chaix [105] a comparé expérimentalement les modèles de WT et de GSCM dans le cas des matériaux cimentaires contenant des billes en verre (Figure 1. 37). Pour une fraction volumique de diffuseurs de l'ordre de 30 %, le modèle de GSCM montre un bon accord pour la vitesse, pour deux tailles de billes 3 mm et 10 mm (longueur d'onde valant de 2 mm à 22 mm dans le domaine fréquentiel entre 200 kHz et 1,2 MHz). Molero [106] a étudié les mêmes modèles pour le cas des mortiers contenant des billes de verre de petites dimensions (rayons répartis entre 0,03 et 1 mm) aux fractions de 34,3 %, 48,7 % et 58,5 % (longueur d'onde valant de 0,5 mm à 14,2 mm dans le domaine fréquentiel entre 300 kHz et 5 MHz). Le modèle de GSCM parvient à un très bon accord avec les résultats expérimentaux, aussi bien en termes de vitesse de phase que d'atténuation, alors que le modèle de WT ne montre qu'un bon accord pour la vitesse de phase aux fractions de 34,3 % et 48,7 %.

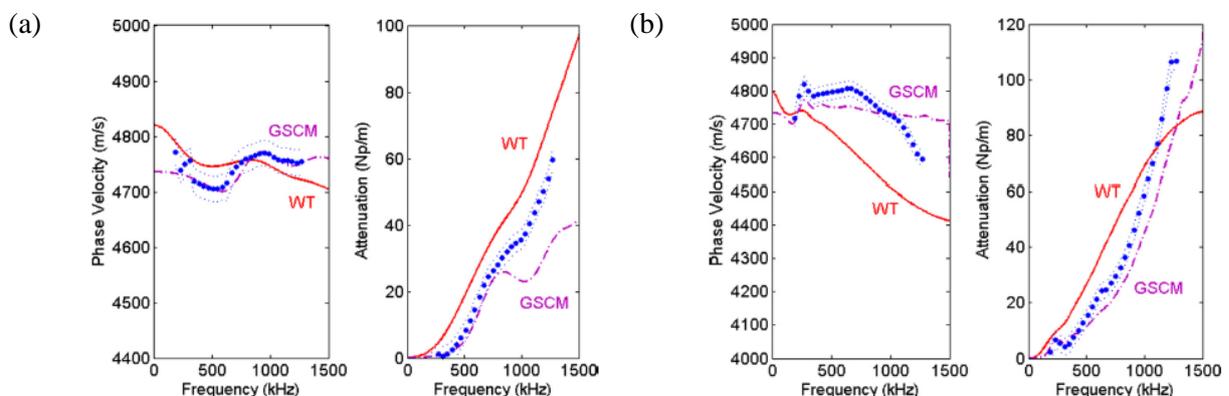


Figure 1. 37. Validation expérimentale (points bleus) du modèle de WT (rouge) et de GSCM (violet) sur des matériaux cimentaires contenant (a) 34,1 % de sphères de verre de diamètre 3 mm et (b) 32,1 % de sphères de verre de diamètre 10 mm [105].

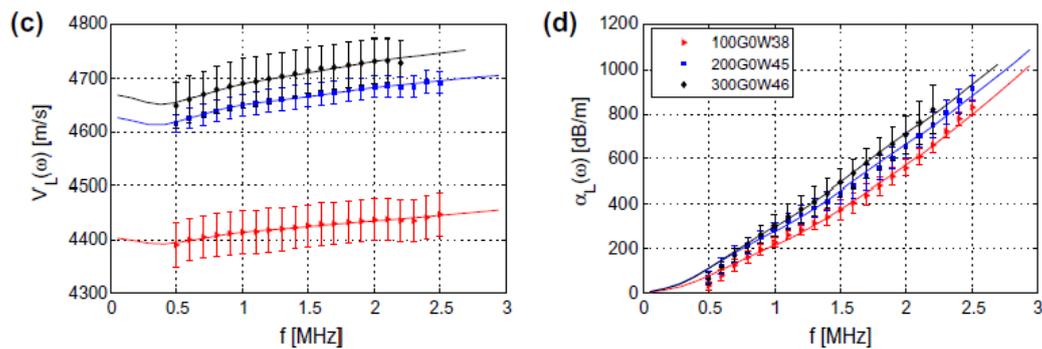


Figure 1.38. Comparaison théorie (GSCM) et expérience pour trois mortiers fins : 100G0W38, 200G0W45 et 300G0W46 présentent respectivement des éprouvettes avec des billes de verre de 34,3 %, 48,7 % et 58,5 % [106].

Bien que, pour les milieux de forte hétérogénéité comme le béton, les trois hypothèses de base ne semblent pas être vérifiées, les validations expérimentales ont montré dans la littérature un fort potentiel des modèles dynamiques. Par conséquent, ils méritent d'être approfondis de manière à étudier leurs limites, telles que le taux volumique et le domaine fréquentiel pour le cas du béton. Dans notre étude, nous choisissons les deux paramètres effectifs des modèles dynamiques, vitesse de phase et atténuation, comme indicateurs de la propagation des ondes et comme éléments de comparaison.

### 1.3.3 Modélisations numériques

Bien que les modèles dynamiques d'homogénéisation montrent un fort potentiel, leurs limites de validité ne sont pas clairement établies analytiquement ni expérimentalement. Dans ces modèles, les formes des diffuseurs sont simplifiées en cylindre pour le 2D et en sphère pour le 3D. De plus, ils ne prennent pas en compte les singularités présentes dans les structures en béton comme, par exemple, les armatures, les câbles, les gaines, les fissures, etc. Une voie à explorer est la modélisation numérique, qui peut être considérée comme une « expérimentation » avec des outils numériques. Elle fournit notamment une description complète de la propagation des ondes en milieu hétérogène.

#### 1.3.3.1. Codes numériques

La modélisation numérique repose sur la mise en œuvre des codes numériques qui sont fondés sur différentes méthodes : méthode des différences finies (*finite difference method*, FDM), méthode des éléments finis (*finite element method*, FEM), méthode des éléments spectraux (*spectral element method*, SEM), etc. Nous présentons ici plusieurs codes qui sont les plus couramment utilisés dans le domaine de la propagation des ondes.

ATHENA, code aux éléments finis, qui est développé par EDF R&D, est dédié à la qualification des contrôles non destructifs de pièces métalliques en particulier pour l'étude des soudures. Il permet de simuler la propagation ultrasonore dans des matériaux à structure complexe, anisotropes et hétérogènes. Il prend en compte la propagation des ondes en milieu élastique, y compris la conversion de mode. Il est également adapté à simuler l'interaction du faisceau ultrasonore avec des défauts de formes non régulières. L'atténuation provenant de la diffusion ou l'absorption lors de la propagation peut être prise en compte dans les simulations. En pratique, seule la version 2D du code est opérationnelle en ce moment, alors que le développement et la validation de la version 3D sont en cours [107].

COMSOL est un logiciel également basé sur la FEM [108] et son avantage est la capacité de prendre en compte des phénomènes multi-physiques dans un même calcul, comme par exemple, l'acoustique et les transferts de chaleur. Il inclut différentes équations spécifiques pour des problèmes physiques et lois de comportement pour des matériaux. Des modules sont disponibles afin de simuler directement des applications acoustiques comme les transducteurs et les sonars. Il permet également de suivre visuellement la propagation des ondes.

CIVA, développé par le CEA, est une plateforme multi-technique utilisée dans l'industrie et dans les laboratoires de recherche [109]. Ses modules UT (ultrasons) permettent de calculer les champs et les échos basés sur des formulations semi-analytiques et ils sont dédiés au contrôle non destructif, en particulier pour les métaux. Elle permet de définir des configurations complexes, d'y implanter simplement un défaut de type recherché ou le dispositif de contrôle ultrasonore (capteurs et sondes).

PROSPERO est un code dédié à simuler la propagation des ondes dans des matériaux acoustiques, élastiques linéaires ou non linéaires, viscoélastiques et poreux dans le domaine temporel en se reposant sur FDM [110]. Il a été développé par B. Lombard (LMA) et G. Chiavassa. Il permet de discrétiser exactement la géométrie des interfaces en utilisant deux méthodes de surface (*explicit simplified interface method*, ESIM et *immersed interface method*) afin d'éviter la description inadéquate due au maillage de grille cartésienne dans la FDM traditionnelle [111]. Des contacts parfaits et imparfaits sont également implémentés pour mieux considérer l'interface entre deux milieux.

SPECFEM2D est un code libre basé sur SEM qui est la FEM d'ordre élevé, et il permet de simuler la propagation des ondes en 2D dans des milieux acoustiques, élastiques, viscoélastiques et poro-élastiques [112]. Il a été développé par D. Komatitsch (LMA) et J.P. Vilotte en 1995, et actuellement plusieurs équipes de chercheurs continuent de l'améliorer. La formulation dans ce code repose sur le polynôme de Legendre d'ordre 4 aux points de Gauss-Lobatto-Legendre (GLL), de telle sorte que nous aboutissons à un régime explicite du système discret avec une matrice de masse diagonale. Par conséquent, il combine la flexibilité géométrique de FEM avec la convergence rapide et la haute précision de SEM traditionnelle [113]. Le calcul parallèle est possible. Cependant, le type des éléments quadrangulaires est demandé et cela restreint la compatibilité avec des outils de maillage. La version en 3D de ce logiciel est également disponible sur internet.

Dans notre étude, les simulations numériques sont réalisées sous SPECFEM2D. A part les avantages de la SEM traditionnel (peu de points de grille par longueur d'onde pour une précision souhaitée), ce choix est également justifié par la possibilité de développer et d'ajouter des nouvelles fonctions puisque c'est un code libre.

### 1.3.3.2. Simulations numériques de la propagation des ondes dans le béton

Schubert [114] a utilisé « Elastodynamic Finite Integration Technique » (EFIT) pour simuler en 2D la propagation des ondes élastiques d'une source ponctuelle dans un mortier avec des granulats sous forme de cylindres à faible hétérogénéité. Il a montré l'évolution de la vitesse de phase et de l'atténuation de 0 à 3 MHz. Ensuite, il a continué cette étude numérique avec le même code mais en 3D [115]. Des différences significatives de l'atténuation et du niveau de bruits sont observées entre 2D et 3D. L'influence importante de la porosité sur la diffusion des ondes élastiques et sur l'atténuation a été soulignée dans les deux études.

Chekroun [116] s'est intéressé aux simulations numériques et a comparé la vitesse de phase et l'atténuation issues des résultats numériques avec celles de plusieurs modèles dynamiques (ISA, WT, CN, LM). Les granulats dans les milieux numériques étudiés sont représentés par des cylindres identiques de rayon 6 mm à des concentrations de 6 % à 60 %. Il a montré que le modèle CN, qui prédit le mieux les deux paramètres, est en accord avec les simulations numériques jusqu'à des concentrations de 24 %, alors que l'accord est obtenu jusqu'à 12 % pour le modèle de WT.

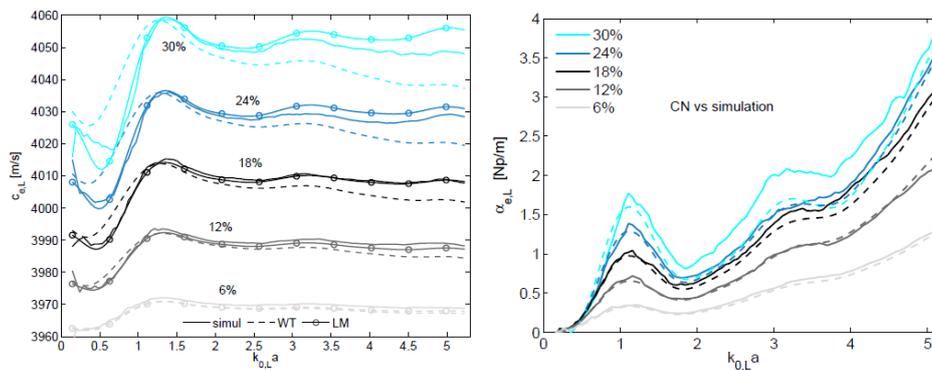


Figure 1.39. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation entre les simulations et le modèle de CN dans le cas 2D d'une matrice avec des cylindres de rayon 6 mm aux concentrations de 6 % à 30 % [116].

Actuellement peu de validations expérimentales sont proposées dans la littérature. Pageot [117] a validé ce type de simulation sous SPEC-FEM2D en comparant la mesure dans une éprouvette en résine contenant des cylindres en aluminium de diamètre 5 mm à la fraction de 12 %. Seule la comparaison de la vitesse de phase des ondes de surface est montrée et une bonne cohérence est observée.

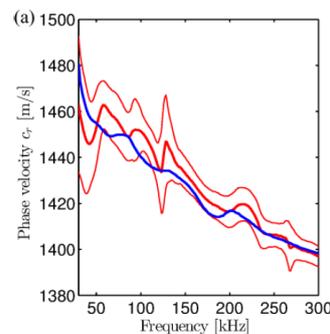


Figure 1.40. Comparaison de la vitesse de phase des ondes de surface entre la simulation et la mesure pour une éprouvette en résine avec des cylindres en aluminium de diamètre 5 mm à la fraction de 12% [117].

Les simulations ne se limitent pas à l'étude de la vitesse de phase et de l'atténuation, elles permettent, en plus, la caractérisation d'autres paramètres ou même une étude en imagerie.

Schubert [118] a considéré 66 % de granulats et des billes d'air jusqu'à 14 % pour la porosité dans ses simulations, en prenant en compte la dispersion du mortier par un modèle intégrant la viscoélasticité. Cependant les paramètres 2D de diffusion, comme la diffusivité et la dissipation, ne sont pas bien en accord avec ceux obtenus par le modèle théorique 3D d'Anugonda-Turner [48] qui ont montré un bon accord avec des mesures. Quiviger [49] a également utilisé les paramètres de diffusion de l'énergie dans des simulations en 2D par la

FDM implémentée sous MATLAB afin d'évaluer la hauteur des fissures ouvertes ou fermées (points de contact) à la surface.

Beniwal [119] a proposé une méthode pour détecter qualitativement l'endommagement autour des armatures dans le béton avec le champ des ondes ultrasonores (élastiques) focalisées par la technique « Reverse Time Migration » (RTM) basée sur le « subsurface imaging algorithm ». Il a appliqué cette méthode aux simulations numériques en 2D ainsi qu'aux mesures, et trouvé des résultats similaires qui permettent de valider sa méthode. Avec la même méthodologie, il a proposé et validé une méthode d'imagerie pour détecter les armatures dans le béton en combinant des techniques de traitement des ondes diffusées et converties [120].

Pour résumer, les simulations numériques en 2D ou 3D réalisées dans ces études montrent un fort potentiel afin d'aider à comprendre les END par ultrasons dans le béton, non seulement du point de vue de la vitesse de phase et de l'atténuation, mais aussi pour d'autres paramètres ou pour de l'imagerie. Néanmoins, dans ces études, soit les modèles numériques ne sont pas validés, soit les descriptions numériques du béton sont très simples par rapport au béton réel, dont la complexité provient de la forte hétérogénéité et de la géométrie des granulats. Les diffuseurs de formes et positions aléatoires ou de différentes natures, atténuation par l'absorption dans le mortier, l'ITZ, et d'autres paramètres sont à intégrer dans un modèle pour se rapprocher au mieux du milieu réel.

## 1.4 Synthèse et orientation de l'étude

Nous avons tout d'abord présenté des généralités sur le béton, matériau hétérogène composé d'une matrice cimentaire et des granulats de forme et de taille différentes. La fabrication, les caractéristiques mécaniques et l'évolution pathologique du béton ont également été introduites et cela permet de comprendre la complexité de ce matériau et de justifier l'intérêt de la caractérisation et du contrôle du béton.

Parmi les différentes techniques END qui peuvent être mises en œuvre pour diagnostiquer l'état du béton, les techniques par ultrasons présentent de nombreux avantages. Elles sont en général classées suivant les phénomènes d'acoustique linéaire ou non linéaire mis en jeu. Nous avons présenté brièvement leurs principes et également plusieurs applications. Cela montre un fort potentiel des techniques par ultrasons, ainsi que la difficulté d'interpréter les mesures en raison du manque de compréhension sur la propagation des ondes ultrasonores dans le béton et de leur interaction avec le béton.

Pour étudier la propagation des ondes dans un milieu hétérogène, nous avons présenté des modèles analytiques d'homogénéisation, qui sont largement utilisés. Leur principe consiste à définir un milieu homogène virtuel avec un nombre d'onde complexe, où le comportement des ondes serait équivalent à celui au milieu hétérogène réel. Cependant, les validations expérimentales des modèles correspondent rarement au cas du béton et leurs limites ne sont pas clairement justifiées. D'autre part, la simulation numérique a été utilisée dans des études et elle a montré son fort potentiel pour décrire le comportement des ondes dans le béton.

Dans ce contexte, l'idée principale de la thèse est de prendre en compte la physique des interactions ondes/matières dans le cas de mesures ultrasonores dans le béton. Pour ceci, nous utilisons les modélisations numériques de la propagation des ondes ultrasonores.

## 2 Diffusion multiple élastique

Nous avons vu jusqu'à présent la complexité liée à la propagation des ondes ultrasonores dans le béton, sachant que ce matériau est extrêmement hétérogène. Le problème qui en découle est donc difficile à résoudre. Pour parvenir à étudier cette problématique, nous adoptons une approche incrémentale partant de cas simples pour finir sur un cas le plus réaliste et le plus représentatif possible du béton.

Dans un premier temps, nous nous focaliserons dans ce chapitre sur le problème simplifié : la propagation des ondes de compression et de cisaillement en milieu hétérogène élastique (la viscoélasticité sera abordée dans le Chapitre 3). Explicitement, ce milieu se compose d'une matrice et d'inclusions, qui sont toutes supposées homogènes, isotropes, élastiques et stables. Les interfaces entre la matrice et les inclusions sont parfaites. Les phénomènes de viscosité et de conduction thermique sont également négligés.

Dans le cadre de la mécanique des milieux continus, nous considérerons les phénomènes d'ondes comme étant de faible amplitude (hypothèse des petites déformations) de telle sorte que nous puissions faire des développements limités de toutes les équations à l'ordre 1, ce qui revient à se placer dans le cadre de l'élasticité linéaire :

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\text{grad } \mathbf{u} + \text{grad } \mathbf{u}^T). \quad \text{Eq. 2. 1}$$

Nous supposons qu'il n'y a aucun effort volumique exercé sur les milieux : pas de gravité, pas de forces d'inertie, pas de forces électriques sur les particules.

Dans ce second chapitre, nous définirons dans un premier temps le cadre de l'étude autour des propriétés des matériaux, des ondes et des diffuseurs pris en compte. À la suite de cela, nous présenterons deux modèles d'homogénéisation couramment utilisés dans les solides élastiques, les modèles de Waterman-Truell [83] et de Conoir-Norris [100]. Ils permettent de prédire, dans le cadre de la propagation d'ondes dans un milieu hétérogène, la vitesse de phase et l'atténuation. Ensuite, nous exposerons le modèle numérique créé sous le logiciel de SPEC-FEM2D que nous utilisons en y associant les traitements des données pour obtenir la vitesse de phase et l'atténuation. Après cela, une comparaison numérique-expérimentale sera présentée afin de valider le modèle numérique. Ces mesures expérimentales seront réalisées sur des blocs en résine avec des tiges en aluminium traversantes. La concentration volumique des tiges est de 5 % jusqu'à 40 %, qui est représentatif de la forte hétérogénéité d'un milieu comme le béton. Les deux modèles analytiques, Waterman-Truell et Conoir-Norris, seront également comparés pour révéler leurs limites de validation. Et pour finir, les résultats des simulations numériques nous permettront de réaliser une étude paramétrique sur la fraction surfacique, la distribution des tailles et la forme des diffuseurs, en approchant ainsi la complexité du béton.

### 2.1 Prise en compte du béton dans la propagation

Le béton dans le projet VeRCoRs [121] est un des bétons ciblés dans notre étude. À partir de sa formulation, nous prenons en considération les tailles, la distribution, et la

concentration des granulats.

### 2.1.1 Propriétés des matériaux

Dans ce chapitre, nous ne considérons que deux phases présentes dans le milieu hétérogène : matrice et inclusions. Afin de correspondre au béton, nous prenons le mortier en homogénéisant la pâte de ciment, les pores et les petits grains (sables) comme matrice et les granulats comme inclusions. Leurs propriétés utilisées sont tirées de l'étude de Schubert [118] et elles sont appliquées aux simulations de Chekroun [116]. Elles sont présentées dans le Tableau 2. 1.

Tableau 2. 1. Propriétés des matériaux.

Matériaux	Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Vitesse longitudinale $c_l$ (m/s)	Vitesse transversale $c_t$ (m/s)
Granulats	2610	4300	2475
Mortier	2050	3950	2250

### 2.1.2 Domaine fréquentiel et ondes incidentes

Les applications visées relevant en général du domaine stochastique, nous nous focalisons sur ce régime pour lequel l'interaction est importante entre les ondes et les diffuseurs sous forme de diffusion. En considérant la taille maximale des granulats (diamètre effectif d'environ 22 mm) dans le béton VeRCoRs [6] (Tableau 2. 2), nous déterminons la fréquence minimale à 50 kHz, ce qui donne  $k \cdot a \approx 1$  pour l'onde longitudinale dans le mortier. D'autre part, l'augmentation de la fréquence engendre une croissance importante de l'atténuation qui est observée lors des mesures. Par conséquent, nous imposons que la fréquence maximale à étudier soit de l'ordre de 500 kHz, qui est la fréquence souvent utilisée pour mesurer les phénomènes de diffusion.

Tableau 2. 2. Fractions volumiques moyennes passant par des tamis pour trois types des granulats dans une éprouvette cubique de volume 1012 L du béton VeRCoRs.

0/4 reconstitué mixte (830 kg/m <sup>3</sup> )		Gravillon 4/11 roulé (445 kg/m <sup>3</sup> )		8/16 roulé (550 kg/m <sup>3</sup> )	
taille (mm)	moyenne passant (%)	taille (mm)	moyenne passant (%)	taille (mm)	moyenne passant (%)
0,063	1	2	0	4	1
0,125	7	4	5	8	10
0,16	13	5	17	9	19
0,25	28	6,3	40	11,2	47
0,315	37	8	63	12,5	64
0,5	53	9	74	14	80
1	69	10	83	16	93
2	82	11,2	93	20	99
4	97	12,5	98	22,4	100
5,6	100	14	100	31,5	100
8	100	16	100		
		22,4	100		

Afin d'étudier les phénomènes dans le domaine fréquentiel de 50 kHz à 500 kHz, nous utilisons une fonction temporelle de Ricker (dérivée seconde de Gaussienne) pour notre onde incidente, avec une fréquence dominante 250 kHz, dans toutes nos simulations numériques du béton. Ses formes temporelle et fréquentielle sont illustrées sur la Figure 2. 1, et nous observons que l'énergie de cette onde se concentre bien sur la gamme fréquentielle d'intérêt. Sa forme est

proche des réponses impulsionnelles des capteurs utilisées en expérimentation.

L'expression temporelle pour une onde de Ricker sur  $t \in [0, +\infty]$  et son spectre fréquentiel sont :

$$R(t) = (1 - 2\pi^2 f_0^2 t^2) e^{-\pi^2 f_0^2 t^2},$$

$$\hat{R}(f) = \frac{2f^2}{\sqrt{\pi} f_0^3} e^{-\frac{2f^2}{f_0^2}},$$

où  $f_0$  est la fréquence dominante de l'onde de Ricker. La fonction  $\hat{R}(f)$  est toujours réelle et positive, donc le spectre d'amplitude est  $|\hat{R}(f)| = \hat{R}(f)$  et les phases sont nulles :  $\beta_n = 0$ .

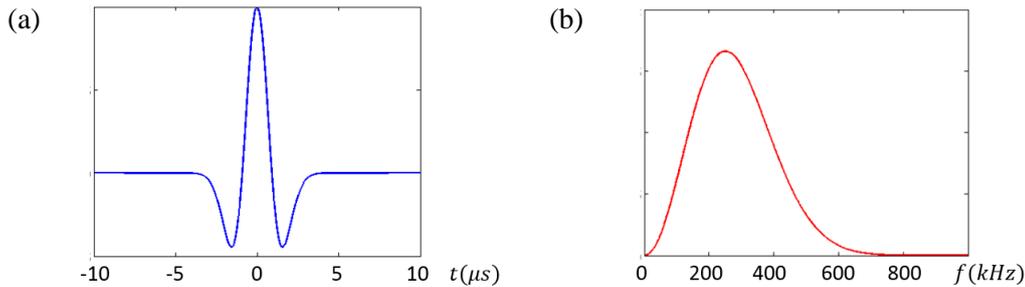


Figure 2. 1. Ondelette de Ricker (dérivée seconde de Gaussienne) avec une fréquence dominante 250 kHz : (a) forme temporelle et (b) forme fréquentielle.

### 2.1.3 Diffuseurs

L'ensemble des granulats dans le béton VeRCoRs [6] se composent de : Sable 0/4 REC LGP, Gravillon 4/11 LGP1, et Gravillon 8/16 Balloy (Figure 2. 2). Leurs constitutions sont présentées dans le Tableau 2. 2 par les fractions volumiques à travers la taille de tamis.



(a) Sable 0/4 REC LGP.

(b) Gravillon 4/11 LGP1.

(c) Gravillon 8/16 Balloy.

Figure 2. 2. Trois types des grains du béton VeRCoRs.

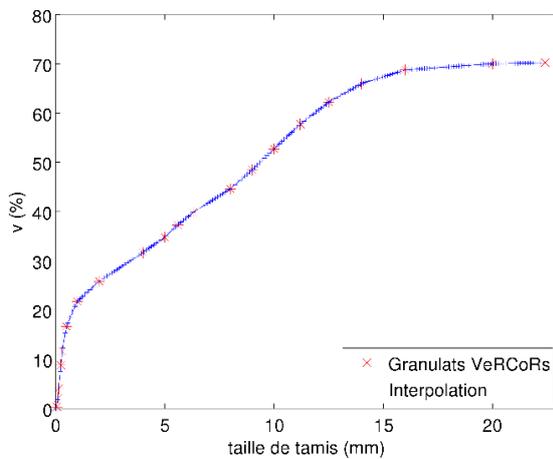
À partir de la formulation d'une éprouvette cubique du béton VeRCoRs de volume 1012 L (Tableau 2. 3), nous pouvons tracer la fraction volumique cumulée des granulats en fonction de la taille (Figure 2. 3(a)) et nous observons que l'ensemble des granulats occupent 70 % du volume dans le béton.

La taille des granulats est de rayon effectif  $a$  allant de 0 à 11 mm. Sur le domaine fréquentiel déterminé de 50 kHz à 500 kHz, la diffusion devient importante quand la taille augmente. Nous observons qu'en dessous de  $a = 1$  mm, la valeur  $k \cdot a$  pour l'onde longitudinale dans le mortier est inférieure à 1 sur toute la gamme fréquentielle (Tableau 2. 4), et nous considérons donc que la diffusion est trop faible et négligeable. Par conséquent, en supposant que les tailles de tamis correspondent aux diamètres des granulats, les granulats en dessous de  $a = 1$  mm sont homogénéisés dans le mortier, et nous ne prenons en compte que

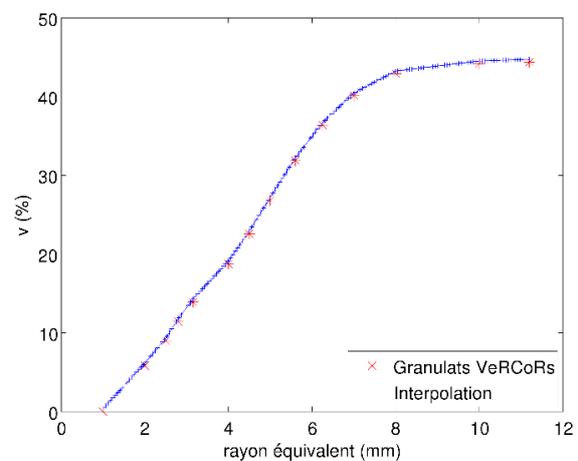
ceux au-dessus de  $a = 1$  mm comme granulats. Dans ce cas-là, la fraction volumique des granulats diminue jusqu'à 44 % (Figure 2. 3(b)).

Tableau 2. 3. Estimation du volume d'une éprouvette cubique en béton VeRCoRs.

Constituants	Masse kg /m3	densité	volumes (L)
Ciment CEM I 52.5 N CE CP2 NF Gaurain	320	3,1	103,2
Sable 0/4 REC LGP1	830	2,6	319,2
Gravillon 4/11 LGP1	445	2,53	175,9
Gravillon 8/16 Balloy	550	2,55	215,9
Sikaplast Techno 80	2,6	1,055	2,464
Eau d'ajout	195,5	1	195,5
			<b>1012</b>



(a) Tous les granulats sans filtre.



(b) Granulats filtrés par le rayon minimal 1 mm.

Figure 2. 3. Fraction volumique cumulée des granulats en fonction de la taille pour le béton VeRCoRs.

Tableau 2. 4. Valeurs de  $k \cdot a$  pour l'onde longitudinale dans le mortier correspondant aux rayons critiques sur la gamme de 50 kHz à 500 kHz.

$ka$	$a = 1$ mm	$a = 6$ mm	$a = 11$ mm
50 kHz	0,08	0,48	0,87
500 kHz	0,80	4,77	8,75

## 2.2 Modèles analytiques d'homogénéisation

Avant d'aborder les deux modèles d'homogénéisation, Waterman-Truell et Conoir-Norris, qui nous intéressent dans cette étude, nous faisons un rapide rappel sur le problème de la diffusion par un cylindre, dont les solutions (fonctions de diffusion en champ lointain) sont utilisées dans les modèles.

### 2.2.1 Diffusion par un cylindre

Dans le plan 2D  $xOz$  (Figure 2. 4), une onde plane progressive harmonique de pulsation  $\omega$  se propage dans une matrice infinie et est diffusée par une inclusion cylindrique (infiniment longue dans la direction  $y$ ). Les données relatives à la matrice sont indiquées par l'indice numéro 1 et celles relatives à l'inclusion par 2. Pour ces deux milieux isotropes, élastiques et

homogènes, nous notons respectivement  $\rho_1$  et  $\rho_2$  les masses volumiques des deux milieux,  $c_{l1}$  et  $c_{l2}$  les vitesses des ondes longitudinales,  $c_{t1}$  et  $c_{t2}$  les vitesses des ondes transversales, et  $a$  le rayon de diffuseur. Ce problème 2D est invariant suivant  $y$  et peut être exprimé en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ .

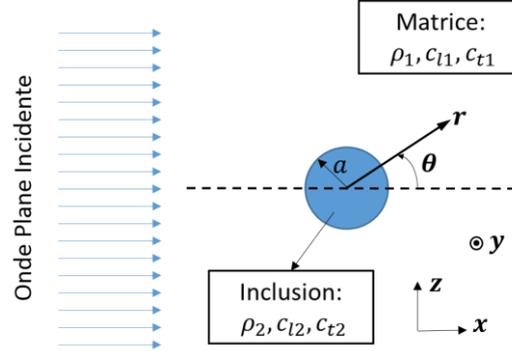


Figure 2. 4. Diffusion d'une onde plane par une inclusion cylindrique (indiquée par l'indice numéro 2) dans une matrice infinie (indiquée par l'indice numéro 1).

Nous prenons une onde plane progressive harmonique longitudinale ou transversale avec une amplitude unitaire comme source incidente. Nous supposons que le contact entre la matrice et l'inclusion est parfait. En appliquant l'approximation de champ lointain, nous pouvons obtenir la solution du champ de déplacement diffusé dans la matrice en nous basant sur la décomposition modale du champ incident en série infinie. La résolution est détaillée en Annexe A.

À partir de cette solution, nous remarquons que les ondes diffusées sont de type cylindrique pondéré par des facteurs d'anisotropie. Les facteurs  $f(\theta, \omega)$  sont appelés fonctions ou amplitudes de diffusion en champ lointain :

$$\begin{aligned}
 \text{Onde longitudinale incidente} & \begin{cases} f_{ll}(\theta, \omega) = \frac{1-i}{\sqrt{\pi k_{l1}}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n a_n \cos n\theta \\ f_{lt}(\theta, \omega) = \frac{i-1}{\sqrt{\pi k_{t1}}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n b_n \sin n\theta \end{cases}, \\
 \text{Onde transversale incidente} & \begin{cases} f_{tl}(\theta, \omega) = \frac{i-1}{\sqrt{\pi k_{l1}}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n c_n \sin n\theta \\ f_{tt}(\theta, \omega) = \frac{1-i}{\sqrt{\pi k_{t1}}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n d_n \cos n\theta \end{cases},
 \end{aligned}
 \tag{Eq. 2. 2}$$

où  $f_{type1,type2}$  correspond aux ondes diffusées de type 2 lorsque l'onde incidente est de type 1,  $k_{l,j} = \omega/c_{l,j}$  et  $k_{t,j} = \omega/c_{t,j}$  sont respectivement les nombres d'ondes longitudinal et transversal dans le milieu correspondant ( $j = 1, 2$ , indiquent respectivement la matrice et l'inclusion),  $\epsilon_n$  est le coefficient Neumann, et  $a_n, b_n, c_n, d_n$  sont les coefficients de diffusion pondérant le mode normal d'ordre  $n$ .

Différentes sections de diffusion caractéristiques de l'obstacle sont définies, telles que les sections différentielles de diffusion :

$$\sigma(\theta, \omega) = |f(\theta, \omega)|^2. \tag{Eq. 2. 3}$$

Les sections différentielles de diffusion normalisées, qui ne dépendent que de la valeur de  $k_{type,1}a$ , sont couramment utilisées parce qu'elles permettent d'évaluer l'énergie diffusée pour une direction d'observation donnée. Nous pouvons donc interpréter le comportement de diffusion dans un diagramme de rayonnement de l'inclusion à une fréquence donnée  $\omega$ .

Un exemple est montré sur la Figure 2. 5 pour le cas où une onde longitudinale à 250 kHz est diffusée par un granulat cylindrique de rayon 6 mm dans la matrice de mortier. La section différentielle de diffusion  $\sigma_{ll}(\theta)$  normalisée, correspondant aux ondes diffusées sans conversion de mode, montre que l'intensité rayonnée prédomine en diffusion vers l'avant ( $\theta = 0^\circ$ ). Pour les ondes diffusées avec conversion de mode, la section différentielle de diffusion  $\sigma_{lt}(\theta)$  normalisée montre que les diffusions vers l'arrière ( $\theta = 180^\circ$ ) et vers l'avant ( $\theta = 0^\circ$ ) sont nulles, et que l'intensité rayonnée se concentre dans certaines directions sous forme de lobes.

Lors de l'évolution de la valeur de  $k_{l1}a$  de 0,1 à 10 dans le même cas (Figure 2. 6), on observe que, par la forme de  $\sigma_{ll}(\theta)$  normalisée, le comportement des ondes diffusées sans conversion de mode change rapidement lorsque la valeur de  $k_{l1}a$  est autour de 1 (à partir de 0,75 à 5), alors que le nombre des lobes de  $\sigma_{lt}(\theta)$  augmente avec  $k_{l1}a$ .

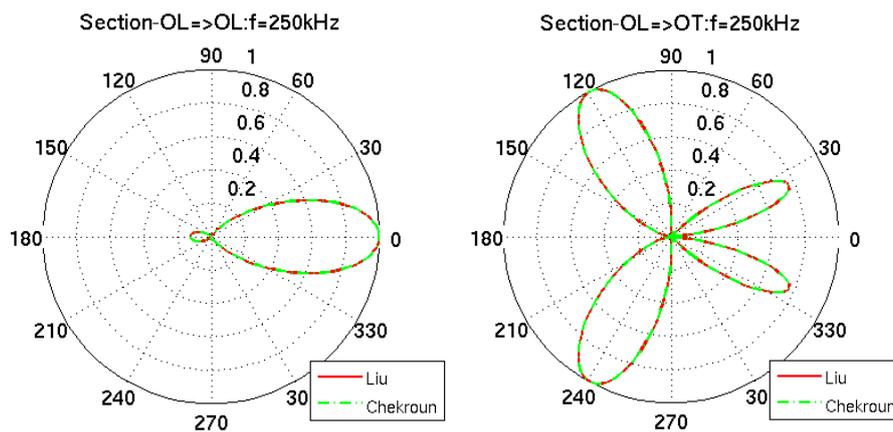


Figure 2. 5. Sections différentielles de diffusion normalisées pour un granulat cylindrique de rayon 6 mm dans une matrice de mortier pour une onde incidente longitudinale à 250 kHz avec les coefficients de diffusion trouvés dans les études de Liu [122] et Chekroun [123] : Sections sans ( $\sigma_{ll}$ ) et avec ( $\sigma_{lt}$ ) conversion de mode respectivement à gauche et à droite.

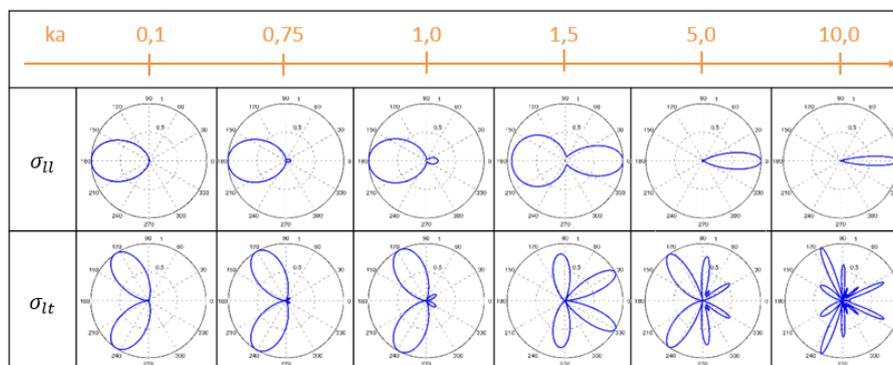


Figure 2. 6. Sections différentielles de diffusion  $\sigma_{ll}(\theta)$  (en haut) et  $\sigma_{lt}(\theta)$  (en bas) normalisées en fonction de l'évolution de  $k_{l1}a$  pour le cas d'une onde longitudinale diffusée par un granulat cylindrique dans le mortier.

## 2.2.2 Modèles de propagation : Waterman-Truell (WT) et Conoir-Norris (CN)

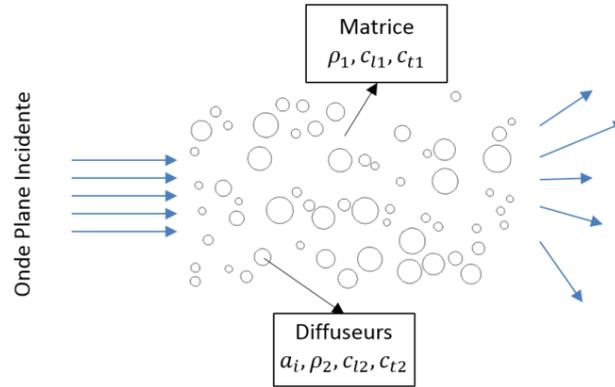


Figure 2. 7. Diffusion d'une onde plane dans une matrice infinie (indiquée par l'indice 1) en présence d'inclusions aléatoires (indiquée par l'indice 2).

En présence de diffuseurs multiples, la description de la propagation d'une onde plane incidente est possible par des modèles d'homogénéisation, dont le principe est présenté dans la section 1.3.2. Ces différents modèles reposent sur des hypothèses pour le terme de l'opérateur de masse  $\Sigma(\omega)$  dans l'équation (Eq. 1. 11) afin de définir un milieu effectif avec un nombre d'onde complexe  $k_{eff}$ .

L'*Independent Scattering Approximation* (ISA) est le modèle le plus simple car il ne considère que le premier terme dans le développement diagrammatique de  $\Sigma(\omega)$ . Par conséquent, ce modèle considère que chaque diffuseur ne peut être atteint qu'une fois lors d'une expérience de diffusion. Cette approximation est en général explicitée par l'expression écrite de la manière suivante :

$$\Sigma(\omega) = n_0 \langle \mathbf{k}_1 | t | \mathbf{k}_1 \rangle, \quad \text{Eq. 2. 4}$$

où  $n_0$  est la densité de diffuseurs dans le milieu,  $\langle \mathbf{k}_m | t | \mathbf{k}_n \rangle$  est l'opérateur de transition qui décrit le comportement d'une onde de vecteur d'onde  $\mathbf{k}_m$  qui arrive sur un diffuseur et est diffractée dans la direction  $\mathbf{k}_n$ . Le terme  $\langle \mathbf{k}_1 | t | \mathbf{k}_1 \rangle$  ne considère donc que la diffusion vers l'avant où les vecteurs d'onde des ondes incidentes et diffractées sont le même  $\mathbf{k}_1$ .

Le modèle de Waterman-Truell (WT) prend en considération un terme de  $n_0$  à l'ordre deux faisant intervenir de la rétro-diffusion. Dans un premier temps, en supposant que tous les diffuseurs sont des cylindres de taille unique dans ce problème 2D, il peut être écrit sous la forme suivante :

$$(k^*)^2 - k_1^2 = -\Sigma(\omega) = \delta_1 n_0 + \delta_2 n_0^2, \quad \text{Eq. 2. 5}$$

avec

$$\delta_1 = \frac{4\sqrt{\pi k_1}}{1+i} f(0), \quad \delta_2 = \frac{2\pi i}{k_1} ([f(\pi)]^2 - [f(0)]^2), \quad \text{Eq. 2. 6}$$

où  $f(\theta)$  est la fonction des amplitudes de diffusion en champ lointain sans conversion de mode correspondant aux diffuseurs cylindriques :  $f_{ll}$  pour l'onde longitudinale incidente et  $f_{tt}$  pour l'onde transversale incidente.

Par la transformation de l'Eq. 2. 5, nous pouvons obtenir l'expression sous la forme la plus générale :

$$\left(\frac{k^*}{k_1}\right)^2 = \left(1 + \frac{2n\pi \cdot f_{WT}(0)}{k_1^2}\right)^2 - \left(\frac{2n\pi \cdot f_{WT}(\pi)}{k_1^2}\right)^2, \quad \text{Eq. 2. 7}$$

où  $f_{WT}(\theta)$  est l'amplitude de diffusion en champ lointain sans conversion de mode définie d'une autre manière dans l'étude de Waterman-Truell [83] avec la relation suivante :

$$f_{WT}(\theta) = \frac{1}{1+i} \sqrt{\frac{k_1}{\pi}} \cdot f(\theta), \quad \text{Eq. 2. 8}$$

Pour le cas avec diffuseurs cylindriques de taille différente, le modèle WT propose de remplacer l'amplitude de diffusion en champ lointain par la moyenne des tailles des diffuseurs :

$$\langle f(\theta) \rangle = \int_a f(\theta) \cdot p(a) da, \quad \text{Eq. 2. 9}$$

où  $p(a)$  est la fonction de distribution des tailles des diffuseurs cylindriques.

Afin de considérer la conversion de mode des ondes élastiques, le modèle de Conoir-Norris (CN) propose une expression différente pour  $\delta_2$ . Les fonctions d'amplitude de diffusion en champ lointain de  $f_{ll}$ ,  $f_{lt}$  et  $f_{tl}$  sont utilisées sous forme d'intégration angulaire afin de prendre en compte la diffusion dans toutes les directions. Nous ne présentons ici que l'expression pour une onde plane longitudinale incidente :

$$\delta_2 = -\frac{16}{k_{l1}^2} \sum_{m,n} D_{m-n}^{(0)}(k_{l1}) T_m^{ll} T_n^{ll} - \frac{8i\pi}{k_{l1}^2 - k_{t1}^2} \sum_{p,q} N_{p-q}^t(k_{l1}) T_p^{tl} T_q^{lt} \quad \text{Eq. 2. 10}$$

où  $T_i^{\alpha\beta}$  est l'amplitude de diffusion modale à l'ordre  $i$  avec  $\alpha, \beta \in [l, t]$  représentant le mode d'onde dans le formalisme des «  $T$ -matrices »,  $D_i^{(0)}$  et  $N_i^t$  sont deux fonctions définies à l'aide des fonctions de Hankel et Bessel. Plus de détails peuvent être trouvés dans [100].

Nous pouvons également utiliser la moyenne des amplitudes de diffusion en champ lointain dans le modèle de Conoir-Norris afin de s'adapter aux diffuseurs cylindriques de taille différente. Les conversions de mode et la diffusion en cylindre sont ici prises en compte.

Ces modèles d'homogénéisation donnent l'expression du nombre d'onde complexe  $k^*$  correspondant au milieu homogène effectif. D'après l'Eq. 1. 2, nous pouvons déduire à partir de  $k^*$  la vitesse de phase  $c^*$  et l'atténuation  $\alpha^*$  effectives, qui sont utilisées pour décrire la propagation des ondes dans le milieu hétérogène réel.

Prenons l'exemple d'une matrice en mortier avec des granulats cylindriques de rayon 6 mm de fraction surfacique de 10 % à 40 % et étudié dans les modèles de WT et CN. Les comparaisons sont illustrées sur la Figure 2. 8.

Pour le modèle CN, la vitesse de phase  $c^*$  augmente quasiment linéairement avec la fraction surfacique des diffuseurs de 10 % à 40 %. Pour une faible fraction (10 %), la vitesse reste quasiment stable dans tout le domaine fréquentiel jusqu'à 500 kHz. Plus la fraction est élevée, plus la variation à basse fréquence ( $\leq 150$  kHz) et la tendance croissante à haute fréquence ( $\geq 150$  kHz) sont importantes. En termes d'atténuation, des valeurs de  $\alpha^*$  négatives apparaissent à partir de la fraction 20 % ; elles ne sont pas physiques.

Pour le modèle WT, les deux paramètres effectifs augmentent quasiment linéairement avec la fraction surfacique des diffuseurs. En termes de vitesse  $c^*$ , une variation à basse fréquence est également observée, mais elle est moins importante que dans le modèle CN, alors qu'à haute fréquence une tendance décroissante est présente. Concernant l'évolution de

l'atténuation, une valeur maximale locale apparaît autour de  $k_{l1} \cdot a = 1$ . Pour des fréquences plus élevées, elle se comporte de manière quasi-linéaire.

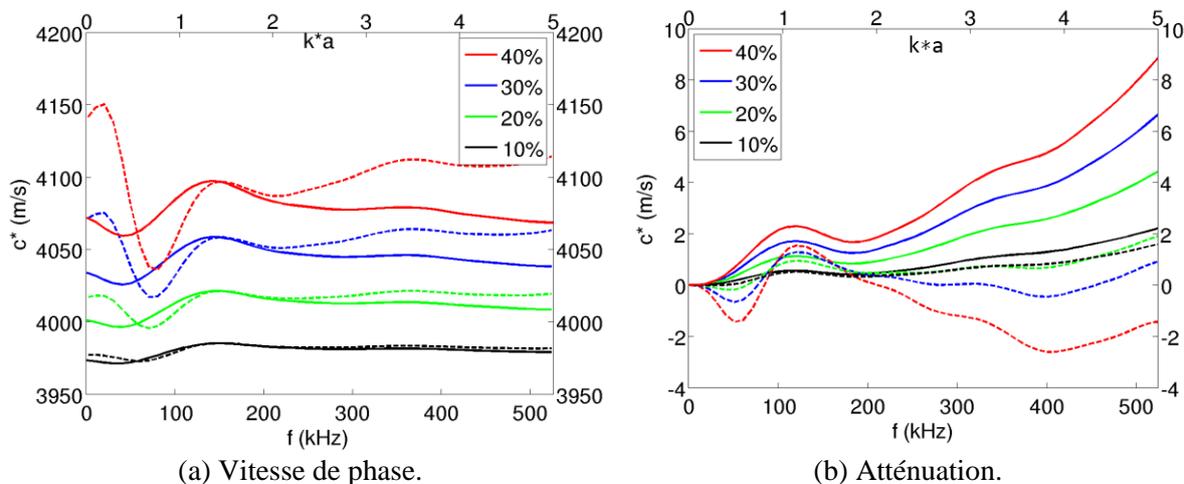


Figure 2. 8. Comparaison des modèles WT (courbes pleines) et CN (courbes pointillées) : la vitesse de phase et l'atténuation en fonction de la fréquence (axe du haut) et de  $k_{l1} a$  (axe du bas) dans un mortier avec des granulats cylindriques de rayon 6 mm de fraction surfacique de 10 % à 40 %.

Les deux modèles d'homogénéisation montrés ici, WT et CN, ont été construits théoriquement par leurs auteurs en se basant sur un certain nombre d'hypothèses et sans établir clairement leurs limites de validité. Comme nous l'avons résumé dans la section 1.3.2, de nombreuses études développées avec des expérimentations montrent souvent qu'ils sont valides à faible densité ( $\leq 10\%$ ), mais ces études ne donnent pas de conclusions sur les limites de validité à plus haute densité de diffuseurs, notamment parce que les résultats dépendent du cas de diffusion ainsi que des matériaux. Dans notre travail, nous allons donc étudier leurs limites dans le cas du béton par comparaison avec notre modèle numérique, qui est lui validé par comparaison avec des expérimentations.

## 2.3 Modèle numérique

La modélisation numérique est aujourd'hui un outil essentiel dans la recherche et l'industrie afin de simuler des phénomènes physiques complexes, comme par exemple dans notre étude la propagation des ondes en milieu très hétérogène. Dans cette section, nous introduisons le code SPECFEM2D et sa validation dans le cas de la diffusion par un cylindre. Ensuite, nous présentons la création du modèle numérique dans SPECFEM2D pour la propagation des ondes en milieu hétérogène. À la fin de la section, le traitement des résultats numériques est détaillé afin d'obtenir les deux paramètres choisis : la vitesse de phase et l'atténuation.

### 2.3.1 Validation du code : cas de la diffusion par un cylindre

L'outil numérique Specfem2D utilisé dans le cadre de cette thèse, repose sur la méthode des éléments spectraux pour simuler la propagation des ondes en 2D. Avant de simuler la propagation des ondes en milieu hétérogène, nous validons ce code en comparant la simulation et la solution analytique pour un cas simple : une onde plane longitudinale de Ricker diffusée par un seul granulat cylindrique de rayon 6 mm dans une matrice infinie constituée de mortier.

### 2.3.1.1 Simulation numérique

Comme indiqué sur le schéma de la Figure 2. 9 (a), nous définissons une zone rectangulaire de 700 mm  $\times$  900 mm, contenant un cercle de rayon 6 mm en son centre qui représente le diffuseur. Afin de simuler un espace infini dans le cas étudié, une condition artificielle absorbante [124] est appliquée aux quatre bords du domaine.

Une onde plane longitudinale de Ricker avec une fréquence dominante de 500 kHz se propage de gauche à droite. En utilisant la symétrie du problème par rapport à la direction de propagation des ondes, nous plaçons 91 récepteurs de déplacement sur une moitié du cercle concentrique à l'inclusion et située à la distance d'observation  $r$ , tous les deux degrés (Figure 2. 9 (a)).

À partir d'une étude de convergence et de stabilité numériques que nous avons effectuée, la taille de maillage est fixée à 1,0 mm et le pas de temps à  $\Delta t = 0.8^e-8$  s, avec  $N_{pas} = 3600$  pas de temps.

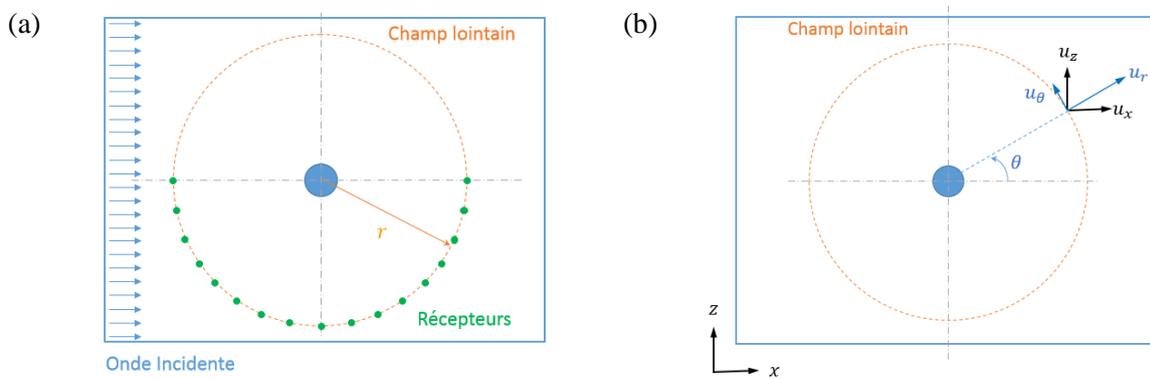


Figure 2. 9. Schémas de la simulation pour la diffusion par un cylindre.

En appliquant les propriétés de granulat au cercle et celles de mortier à la matrice, la simulation numérique extrait le champ total de déplacement  $\mathbf{u}_1$  dans la matrice, qui correspond à la somme du champ incident  $\mathbf{u}_{inc,1}$  et du champ diffusé  $\mathbf{u}_{diff,1}$ . Afin de distinguer les deux parties, la même simulation est refaite avec la matrice identique mais sans inclusion, et le champ de déplacement correspondant est  $\mathbf{u}_{inc,1}$ . Cela nous permet d'obtenir  $\mathbf{u}_{diff,1}$  à partir de la différence du champ de déplacement de ces deux simulations afin de calculer, le champ de diffusion :

$$\mathbf{u}_{diff,1} = \mathbf{u}_1 - \mathbf{u}_{inc,1}, \quad \text{Eq. 2. 11}$$

Afin d'éviter des différences dans les erreurs numériques pour la comparaison, nous utilisons le même maillage dans les deux simulations en changeant uniquement les propriétés appliquées aux mailles situées à l'intérieur du cercle.

Afin de visualiser les ondes diffusées dans le cas d'une onde incidente de Ricker, nous pouvons prendre les maxima des amplitudes absolues des déplacements diffusés,  $\max|u_{diff,r1}(\theta)|$  et  $\max|u_{diff,\theta1}(\theta)|$ , tout au long de la simulation.

Cependant, afin de comparer les résultats avec la solution analytique, il nous faut prendre une distance d'observation  $r$  suffisante pour satisfaire l'approximation de champ lointain utilisée dans le problème analytique, qui suppose la stabilisation des ondes diffusées. Par conséquent, nous avons également réalisé une étude de convergence pour une distance

d'observation  $r$  variant de 100 mm à 200mm (Figure 2. 10). En comparant  $\max|u_{diff,r1}(\theta)|$  et  $\max|u_{diff,\theta1}(\theta)|$  normalisés, nous déterminons que pour  $r = 200$  mm la convergence est établie et les formes observées sont stables, et nous utiliserons donc cette valeur.

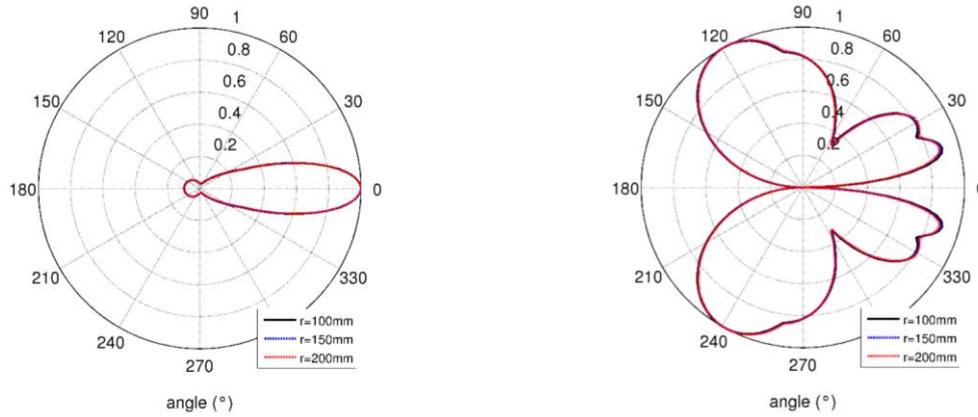
(a)  $\max|u_{diff,r1}(\theta)|$  normalisée.(b)  $\max|u_{diff,\theta1}(\theta)|$  normalisée.

Figure 2. 10. Comparaison des amplitudes maximales normalisées des ondes diffusées aux distances d'observation de 50 mm, 100 mm, 200 mm et 300 mm pour une onde plane longitudinale de Ricker avec une fréquence dominante 500 kHz diffusée par un seul granulat cylindrique situé dans une matrice en mortier.

### 2.3.1.2 Modèle analytique

Il faut remarquer que dans la solution analytique présentée dans la section 2.2.1, la source incidente est une onde plane harmonique à une seule fréquence au lieu d'une onde plane de Ricker sur une bande de fréquence étendue. Par conséquent, afin de comparer avec les résultats numériques issus des ondes de Ricker, nous appliquons à la solution analytique le principe de superposition qui est valable dans le cadre de la mécanique élastique linéaire.

Ayant recours aux séries de Fourier, toutes les fonctions périodiques du temps peuvent être décomposées en une somme infinie de sinus et cosinus. Soit  $s(t)$  un signal de forme quelconque, mais périodique de période  $T_0$ , il peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} s(t) &= X_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} [X_n \cos(n\omega_0 t) + Y_n \sin(n\omega_0 t)] \\ &= X_0 + \sum_{n=1}^{+\infty} A_n \cos(n\omega_0 t + \gamma_n), \end{aligned} \quad \text{Eq. 2. 12}$$

où  $\omega_0$  est la fréquence de base,  $\omega_0 = 1/T_0$  :  $X_0, X_n, Y_n$  sont les coefficients de Fourier en posant  $A_n = \sqrt{X_n^2 + Y_n^2}$  et  $\tan(\gamma_n) = -Y_n/X_n$ .

Pour un signal réel de longueur finie comme l'onde incidente de Ricker dans la simulation (Figure 2. 11 (a)), nous pouvons supposer que la fonction est périodique de période correspondant à la longueur du signal. En d'autres termes, en répétant le signal continuellement, nous pouvons obtenir une fonction de type  $s(t)$ .

Nous reconstruisons analytiquement la même onde de Ricker avec le pas de temps  $\Delta t$  sur une durée  $T_a = \Delta t \cdot N_{pas}$ . Évidemment cette onde est finie et discrète. En posant  $\Delta t$  comme temps d'échantillonnage, nous pouvons obtenir les coefficients de Fourier par la transformée de Fourier pour la décomposition en ondes planes progressives harmoniques ( $X_0 = 0$ ).

Notant que cette onde de Ricker se propageant dans la matrice de mortier suivant la direction  $\mathbf{x}$ , l'expression générale de Ricker peut s'écrire, par approximation, sous la forme suivante :

$$rs(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cos[2n\pi f_0 t + \gamma_n - (k_{l1})_n x] = \sum_{n=1}^N A_n \cos[(k_{l1})_n x - \omega_n t - \gamma_n], \quad \text{Eq. 2. 13}$$

où  $N$  est le nombre d'échantillons,  $N = N_{pas} + 1$  ;  $f_0$  est la fréquence d'échantillonnage utilisée comme fréquence de base,  $f_0 = 1/T_a$  ;  $(k_{l1})_n$  est le nombre d'onde longitudinal dans la matrice, et  $(k_{l1})_n = \omega_n/c_{l1}$  en posant  $\omega_n = 2n\pi f_0$ . Grâce à l'expression fréquentielle de Ricker  $\hat{R}(f) = 2f^2/\sqrt{\pi}f_0^3 \cdot e^{-2f^2/f_0^2}$ , nous avons  $A_n = 2/T_a \cdot \hat{R}(f_n)$  et  $\gamma_n = 0$ . Sur la Figure 2. 11 (b), nous montrons un exemple de l'évolution de  $A_n$  pour une onde de Ricker ayant une fréquence dominante 500 kHz.

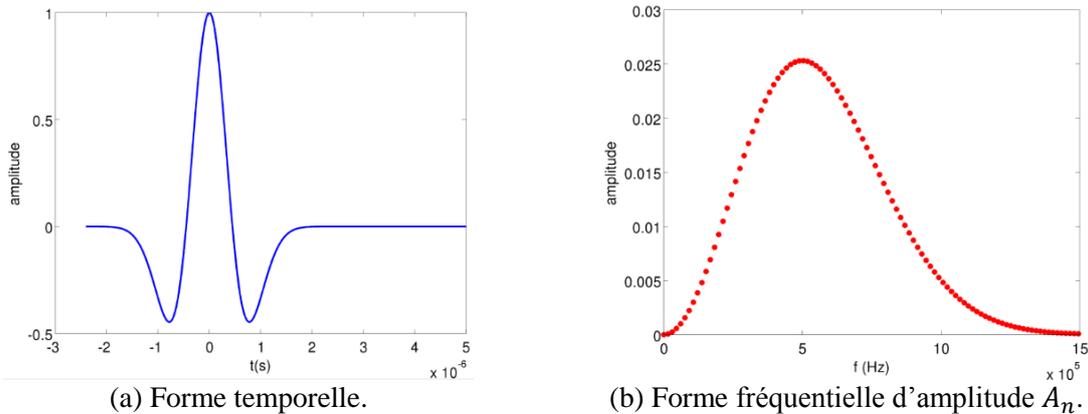


Figure 2. 11. Onde de Ricker avec une fréquence dominante 500 kHz : (a) forme temporelle et (b) forme fréquentielle d'amplitude  $A_n$ .

Nous pouvons ainsi la réécrire en utilisant la notation complexe afin de faciliter la manipulation et les calculs :

$$rs(t) = \sum_{n=1}^N A_n e^{i[(k_{l1})_n x - \omega_n t]} = \sum_{n=1}^N A_n \cdot [e^{i(k_{l1})_n x} \cdot e^{-i\omega_n t}]. \quad \text{Eq. 2. 14}$$

Chaque terme de droite de l'expression représente une onde plane progressive harmonique de fréquence  $f_n = \omega_n/2\pi$  avec une amplitude de  $A_n$  et une phase de  $\gamma_n$ . Par conséquent, pour une onde incidente longitudinale de Ricker, nous pouvons obtenir la solution analytique du champ de déplacement  $\mathbf{u}_{diff,1}$  en sommant les solutions analytiques pondérées correspondant aux ondes planes progressives harmoniques de fréquence  $f_n = \omega_n/2\pi$  grâce au principe de superposition :

$$\text{Ricker plane L} \begin{cases} u_{diff,r1}(\theta) = \sum_{n=1}^N A_n \cdot f_{lu}(\theta, \omega_n) \cdot \frac{e^{i(k_{l1})_n r}}{\sqrt{r}} e^{-i\omega_n t} \\ u_{diff,\theta1}(\theta) = \sum_{n=1}^N A_n \cdot f_{lt}(\theta, \omega_n) \cdot \frac{e^{i(k_{l1})_n r}}{\sqrt{r}} e^{-i\omega_n t} \end{cases}, \quad \text{Eq. 2. 15}$$

où  $f_{lu}(\theta, \omega_n)$ ,  $f_{lt}(\theta, \omega_n)$  sont les fonctions des amplitudes complexes de diffusion en champ lointain définies dans l'Eq. 2.  $u_{diff,r1}$  et  $u_{diff,\theta1}$  suivent les directions radiale et tangente comme indiquées dans la Figure 2. 9 (b).

À partir du signal d'une onde de Ricker de fréquence dominante 500 kHz dans la simulation, nous calculons la solution analytique du champ de déplacement  $\mathbf{u}_{diff,1}$  par la somme de 100 termes qui correspondent à 100 fréquences discrètes de 0 à 1500 kHz.

### 2.3.1.3 Comparaison numérique-analytique

Afin de mettre en évidence la répartition de la diffusion dans les résultats numériques et analytiques, nous prenons respectivement les termes  $(\max|u_{diff,r1}(\theta)|)^2$  et  $(\max|u_{diff,\theta1}(\theta)|)^2$  normalisés pour les ondes diffusées sans et avec conversion de mode dans la comparaison. Pour une onde incidente de Ricker avec une fréquence dominante de 500 kHz, nous constatons un bon accord entre les deux résultats avec des petits écarts, peut-être dus à la discrétisation des solutions (Figure 2. 11). De la même manière, nous réalisons les comparaisons numériques-analytiques pour les ondes de Ricker à 50 kHz et 250 kHz et une très bonne superposition est également observée (Figure 2. 11). Ces comparaisons nous permettent de valider le code SPECFEM2D pour notre application et sa capacité à simuler la propagation et la diffusion des ondes dans le cas qui nous intéresse.

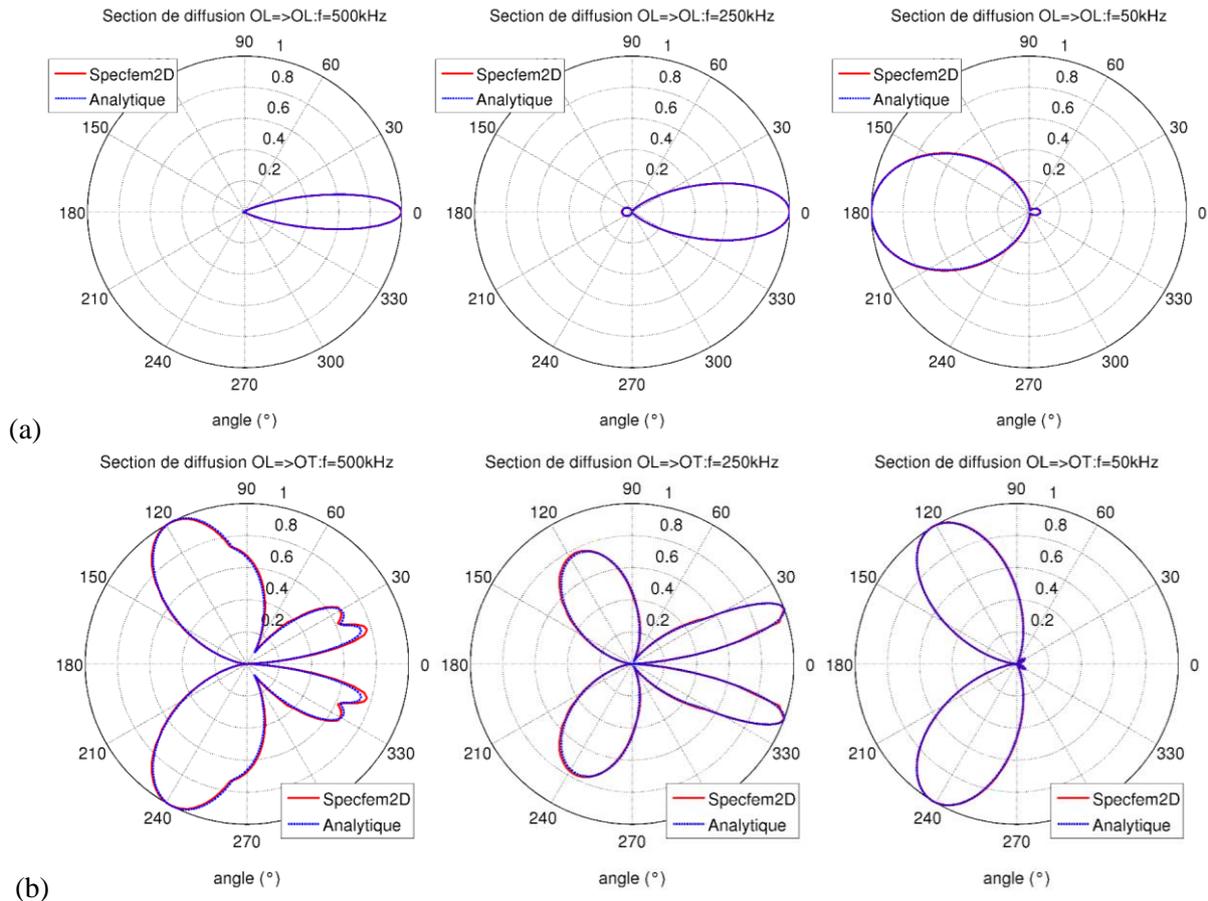


Figure 2. 12. Comparaison des amplitudes maximales normalisées des ondes diffusées en champ lointain pour une onde plane longitudinale de Ricker avec une fréquence dominante 500 kHz, 250 kHz ou 50 kHz diffusée par un granulat cylindrique dans une matrice en mortier. (a)  $(\max|u_{diff,r1}(\theta)|)^2$   
(b)  $(\max|u_{diff,\theta1}(\theta)|)^2$ .

### 2.3.2 Configuration numérique de la géométrie

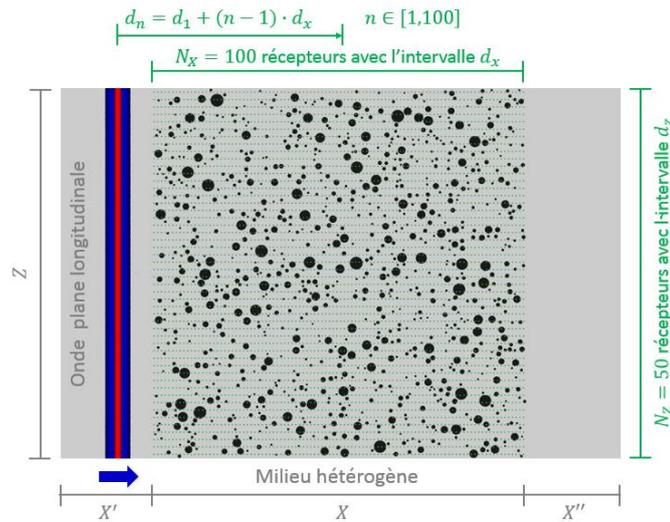


Figure 2. 13. Géométrie numérique du milieu hétérogène : Exemple d'un milieu hétérogène avec des diffuseurs cylindriques de rayons variés et de fraction surfacique 24%.

Dans la configuration numérique indiquée sur la Figure 2. 13, une onde plane longitudinale incidente de Ricker se propage de gauche à droite dans une géométrie qui se compose de trois zones : une zone du milieu hétérogène de dimensions  $X \times Z$ , et deux zones de la matrice homogène de dimensions  $X' \times Z$  et  $X'' \times Z$ .

La dimension de la géométrie numérique est issue d'un compromis : elle doit être suffisamment grande pour que la propagation des ondes simulée puisse être représentative du vrai problème, mais pas excessive afin de limiter le coût de calcul.

Pour la longueur du milieu hétérogène  $X$ , nous prenons  $X = 400$  mm qui est l'ordre de grandeur de l'épaisseur d'un mur de structure de génie civil et correspond aussi à l'épaisseur du mur d'enceinte de VeRCoRs. Elle est également assez grande devant les tailles des granulats et les longueurs d'onde dans le domaine fréquentiel étudié (elle correspond à  $4,6 \cdot \lambda_{max}$  lorsque  $\lambda_{max} = \lambda_{11}$  à la fréquence 50 kHz). Pour la largeur du milieu hétérogène  $Z$ , nous prenons des dimensions du même ordre : 400 mm ou 600 mm dans différents cas (600 mm seulement pour le cas avec des cercles de taille uniforme 6 mm). Nous déterminons  $X' = X'' = 100$  mm, et l'onde plane de Ricker se situe dans la zone  $X' \times Z$  et à la distance de 20 mm de l'interface entre les zones  $X' \times Z$  et  $X \times Z$  à  $t = 0$  s.

Dans la zone  $X \times Z$  du milieu hétérogène, nous positionnons des diffuseurs de manière aléatoire et de deux formes différentes : cercles ou polygones.

#### 2.3.2.1 Diffuseurs ayant la forme de cercles

Lorsque les diffuseurs ont la forme de cercles, nous étudions deux cas : cercles de taille uniforme, et cercles de tailles variées.

Pour le cas des cercles de taille uniforme, nous choisissons  $a = 6$  mm qui est autour de la taille moyenne des granulats du béton VeRCoRs (Figure 2. 3(b)). De plus, ces résultats numériques peuvent être comparés avec des simulations numériques disponibles dans la littérature [116].

Pour le cas des cercles de tailles variées, nous avons fait un calcul analytique pour

adapter une distribution des cercles en 2D à la distribution des granulats réels (Figure 2. 3) : en supposant que les granulats dans le béton sont des sphères, nous calculons la probabilité des rayons des cercles dans une coupe aléatoire d'un béton infini et nous la prenons comme la distribution des tailles des cercles. Le calcul est détaillé en Annexe B.

Pour que les cercles se répartissent le plus aléatoirement possible dans la zone  $X \times Z$ , nous utilisons une fonction MATLAB « random » pour tester la position de chaque cercle, et l'algorithme associé est défini comme suit :

- Ranger tous les cercles à déplacer par ordre décroissant si les tailles sont variées ;
- Définir une position aléatoire par « random » pour le premier cercle,  $C_1$ , centré en  $O_1$  dans la zone  $X \times Z$  ;
- Boucle  $i = 2, \dots, N$  :
  - Définir une position aléatoire par « random » pour le cercle  $i$ ,  $C_i$ , centré en  $O_i$  dans la zone  $X \times Z$  en posant les distances entre  $O_i$  et les bords supérieures à  $\xi$  (distance minimale définie) ;
  - Boucle  $j = 1, \dots, (i - 1)$  :
    - Vérifier les distances  $O_i O_j \geq 2a + \xi$  ;
      - si oui,  $i = i + 1$  ;
      - sinon, revenir à la dernière étape et définir une nouvelle position pour  $C_i$ .

Cet algorithme est simple et donne une répartition quasi-uniforme. Cependant, la convergence est fortement dépendante de la valeur de  $\xi$ , surtout à haute fraction surfacique. Dans notre étude, nous prenons  $\xi = 0,5$  mm dans le cas des cercles afin d'arriver à une fraction surfacique de l'ordre de 40 %.

### 2.3.2.2 Diffuseurs ayant la forme de polygones

Pour le cas des diffuseurs ayant la forme de polygones, nous générons ses géométries dans le logiciel appelé Salomé [125] à partir de travaux existants chez EDF.

Le logiciel Salomé, est un logiciel libre multi-plateformes de conception assistée par ordinateur (CAO), et il est couramment utilisé par EDF R&D. Les travaux existant liés à notre étude, concernent un code programmé dans Salomé pendant le stage de Mégane Boudineau [126]. Ce code permet de remplir un volume en 3D avec des polyèdres aléatoires. Il crée un ensemble de  $M$  points, et puis il calcule l'enveloppe convexe comme polyèdres. En pratique, pour générer chaque point, nous devons :

- Tirer une direction aléatoire  $\mathbf{OD}$  dans l'espace à partir de l'origine  $O$  ;
- Tirer une distance aléatoire  $d$  par rapport à l'origine  $O$ , qui respecte la loi log-normale  $(\mu, \sigma^2)$ , où  $\mu$  est l'espérance et  $\sigma^2$  est la variance ;
- Obtenir le point  $P$  qui se situe dans la direction  $\mathbf{OD}$  à la distance  $d$  de l'origine  $O$ .

Lorsque  $M \rightarrow \infty$ , la forme des polyèdres se rapproche d'une sphère. Nous modifions la phase de création des polyèdres dans le code afin de pouvoir contrôler la forme des polyèdres en approchant l'ellipsoïde souhaité. En pratique, le principe pour générer un polyèdre après la

modification est comme suit :

- Créer un ensemble de  $M$  points, et pour chaque point :
  - 1) Tirer une direction aléatoire dans l'espace  $\mathbf{OD}$  :
  - 2) Tirer trois valeurs aléatoires  $A, B, C$  pour les axes d'ellipsoïde, qui correspondent respectivement aux directions  $\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$  (Figure 2. 14). Elles respectent également la loi log-normal  $(\mu_A, \mu_B, \mu_C, \sigma^2)$ , où  $\mu_A, \mu_B, \mu_C$  sont les espérances d' $A, B, C$ , et  $\sigma^2$  est leur variance ;
  - 3) Obtenir le point  $P$  qui se situe sur la surface de cet ellipsoïde avec les trois axes  $A, B, C$  dans la direction  $\mathbf{OD}$  ;
- Générer l'enveloppe convexe avec ces  $M$  points pour la forme d'un nouveau polyèdre. Lors de  $M \rightarrow \infty$ , les formes des polyèdres s'approche des ellipsoïdes ;
- Déterminer la direction du polyèdre. En opérant avec une matrice de rotation, nous pouvons tourner aléatoirement le polyèdre dans l'espace ou en suivant une direction privilégiée. Nous définissons cinq options pour contrôler la direction :
  - 1) random 3D : tourner aléatoirement ;
  - 2) random 2D : tourner aléatoirement autour de  $\mathbf{z}$  ;
  - 3) direction  $\mathbf{x}$  : pas de rotation ;
  - 4) direction  $\mathbf{y}$  : tourner de  $90^\circ$  autour de  $\mathbf{z}$  ;
  - 5)  $45^\circ$  dans le plan  $xOy$  : tourner  $45^\circ$  autour de  $\mathbf{z}$  ;
- Adapter le rayon de la sphère inscrite du polyèdre à la taille souhaitée.

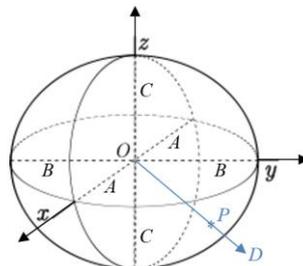
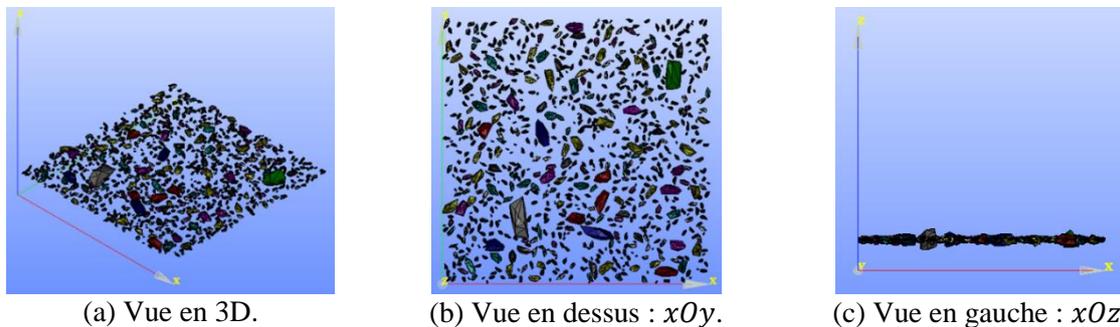


Figure 2. 14. Schéma de la définition un point  $P$  d'un polyèdre ayant recours à un ellipsoïde virtuel avec les axes  $A, B, C$ .

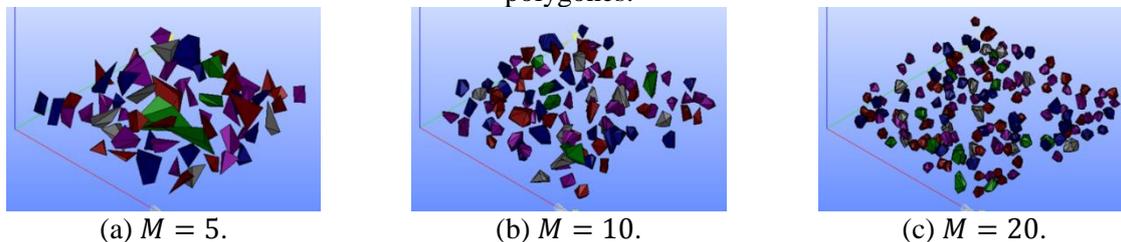
En se fondant sur cette méthode de création de polyèdres, nous avons essayé de remplir aléatoirement un volume en 3D avec des polyèdres jusqu'à la fraction volumique de 42 % pour simuler le béton de VeRCoRs, et puis faire une coupe aléatoire pour générer une géométrie en 2D avec des polygones. Cependant le remplissage converge mal à partir de 25 %. En considérant le coût de calcul, nous avons donc décidé d'utiliser une autre méthode pour générer la géométrie en 2D : nous déplaçons aléatoirement les centres de polyèdres sur un plan  $xOy$  à  $z = z_0$ , et puis nous faisons une coupe sur ce plan en 2D (Figure 2. 15).

Par cette méthode, en appliquant directement la distribution des granulats du béton VeRCoRs, nous pouvons atteindre une haute fraction surfacique dans la coupe. Cependant, il est difficile d'estimer directement la fraction surfacique dans la coupe à partir de l'ensemble des polyèdres à cause de la forme irrégulière de ceux-ci. Il faut tester plusieurs fois la création de géométrie et vérifier la fraction surfacique des polygones dans la coupe jusqu'à la fraction souhaitée.

Nous prenons  $M = 50$  points pour un polyèdre qui donne une forme lisse en 3D (exemple sur la Figure 2. 16), et cela permet d'éviter des angles trop petits ou trop grands dans les polygones en 2D, qui conduisent souvent à une mauvaise qualité du maillage. De plus, nous imposons une distance minimale entre les polyèdres de 0,3 mm pendant la génération.



(a) Vue en 3D. (b) Vue en dessus :  $xOy$ . (c) Vue en gauche :  $xOz$ .  
Figure 2. 15. Création des polyèdres sur un plan pour générer une coupe géométrique avec des polygones.



(a)  $M = 5$ . (b)  $M = 10$ . (c)  $M = 20$ .  
Figure 2. 16. Influence du nombre des points pour l'ensemble sur la forme des polyèdres : exemple avec  $d$  respectant la loi log-normale ( $\mu = 2, \sigma^2 = 0,01$ ).

### 2.3.3 Qualité du maillage

Même si un algorithme numérique de propagation d'ondes est précis, la qualité des résultats dépend également dans une large mesure de la qualité du maillage. En introduisant la géométrie générée dans la dernière étape, nous la maillons dans un logiciel commercial appelé CUBIT/Trelis [127], qui est un code puissant pour créer des maillages quadrangulaires en 2D ainsi qu'hexaédriques en 3D. Il permet également de contrôler la qualité des maillages par différents critères.

Le code de calcul SPECFEM2D demande que les géométries soient maillées en éléments quadrangulaires (seulement, c'est-à-dire qu'il n'est pas possible d'utiliser des triangles). Cependant, plus la fraction surfacique est élevée, plus la géométrie de la matrice dans la zone  $X \times Z$  est compliquée et irrégulière. Cela augmente la difficulté pour le logiciel de maillage, et peut même conduire à des impossibilités de mailler directement en quadrangles.

Par conséquent, en considérant la forte fraction surfacique dans notre étude, nous maillons d'abord la géométrie en éléments triangulaires et ensuite nous divisons chaque élément triangulaire en trois éléments quadrangulaires par la fonction par défaut dans le code Trelis « TQuad » (Figure 2. 17).

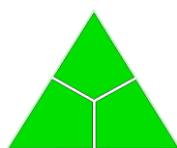


Figure 2. 17. Schéma de la fonction TQuad pour la division d'un élément triangulaire en trois éléments quadrangulaires en joignant le barycentre du triangle au milieu de chacune de ses faces [19].

Cette méthode dégrade la qualité du maillage car elle induit la présence d'angles plus irréguliers (plus petits ou plus grands) que dans le cas où le maillage se fait directement en quadrangles. Grâce à la fonction « Smooth » sous Trelis, il nous est cependant possible de lisser localement le maillage pour en améliorer la qualité et résoudre en partie, mais de manière satisfaisante, ce problème.

Afin de bien vérifier la qualité du maillage, nous l'examinons deux fois respectivement dans Trelis et dans SPEC-FEM2D et produisons des statistiques et histogrammes de la qualité des éléments qui le composent. D'un côté, par la fonction « Shape » (*Condition number of weighted Jacobian matrix*) sous Trelis, la valeur représentative de la qualité du maillage est contrôlée supérieure ou égale à 0,4 (1 étant pour une qualité parfait et 0 pour des éléments plats, c'est-à-dire pour un maillage totalement inutilisable). D'un autre côté, lorsque nous transférons le maillage dans SPEC-FEM2D, nous pouvons lancer l'exécution de l'utilitaire de contrôle « xcheck\_quality\_external\_mesh ». Cet utilitaire de SPEC-FEM2D permet de calculer le taux de déformation (« skewness ») des éléments, qui doit être inférieure à 0,75 (0 étant pour une qualité parfaite, c'est-à-dire des éléments rectangulaires et donc des angles de 90 degrés partout dans le maillage, et 1 pour des éléments plats).

Cependant, pour le cas des diffuseurs ayant la forme de polygones, il faut corriger les géométries des polygones avant de les mailler, afin d'éviter d'avoir à mailler des segments extrêmement courts de leurs bords, qui sont non physiques et qui s'avèreraient très difficiles à mailler par le logiciel de création de maillage, et/ou qui conduiraient ensuite à un coût de calcul prohibitif dans le logiciel de propagation des ondes SPEC-FEM2D. En effet, lors de la génération d'un polygone dans un plan de coupe, chaque facette coupée du polyèdre correspondant donne un bord de ce polygone. Chaque polygone peut donc avoir quelques dizaines de bords. Parmi eux, plusieurs bords sont de l'ordre de 0,01 mm, très petits devant la longueur d'onde ( $\lambda_{l1} = 8,6$  mm et  $\lambda_{t1} = 5,0$  mm à la fréquence 500 kHz). Ils demandent une taille de maillage du même ordre de grandeur que leur taille et cela conduit à une augmentation très importante du coût de calcul. Par conséquent, avant de mailler la géométrie, nous détectons les longueurs de tous les bords des polygones par une limite critique  $l_{bord}$  dans Trelis et nous éliminons les bords dont les longueurs sont inférieures à  $l_{bord}$  par la méthode montrée sur la Figure 2. 18. Dans notre étude, nous fixons  $l_{bord} = 0,4$  mm qui est proche de la taille moyenne du maillage.



Figure 2. 18. Schéma de la méthode pour éliminer les très petits bords des polygones dans une géométrie de coupe.

Après avoir maillé la géométrie, nous devons définir le type d'éléments et les conditions aux limites dans le maillage sous Trelis avant de l'introduire dans SPEC-FEM2D.

Deux types d'éléments quadrangulaires sont disponibles dans SPEC-FEM2D pour décrire la géométrie du maillage : les éléments avec 4 points ou ceux avec 9 points (Figure 2. 19). Les éléments avec 4 points, appelés QUAD4, utilisent des polynômes de degré 1 comme

interpolation de géométrie, et ceux avec 9 points, appelés QUAD9, utilisent des polynômes de degré 2. Par conséquent, nous choisissons le deuxième type (QUAD9), qui est plus précis pour décrire l'interface courbée entre la matrice et des diffuseurs, et définissons les éléments après avoir maillé dans Trellis. Rappelons que la méthode des éléments spectraux pour la propagation des ondes utilisera quant-à-elle des polynômes de degré bien plus élevé pour décrire le champ de déplacement à calculer (typiquement des polynômes de degré 4), donc les polynômes de degré faible (1 ou 2) mentionnés ci-dessus ne concernent que la description de la géométrie du modèle, mais pas la précision de la description du champ d'onde qui se propagera dedans.

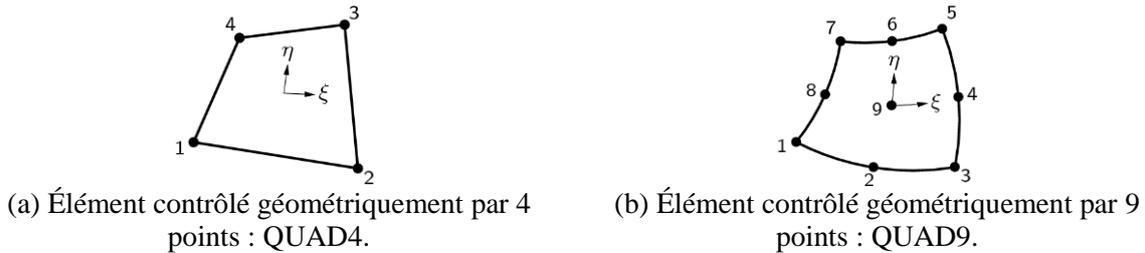


Figure 2. 19. Élément quadrangulaires avec 4 points ou 9 points de contrôle pour décrire leur géométrie.

De plus, sur les quatre bords de la géométrie (Figure 2. 13), nous appliquons les conditions absorbantes aux limites de Bielak [124], qui sont exactes pour l'onde plane, afin de simuler un milieu infini et d'éviter l'effet de réflexion des ondes due à des bords artificiels.

### 2.3.4 Paramètres et convergence des simulations

Une fois le maillage de la géométrie créé, nous devons fixer les paramètres de calcul afin de lancer une simulation de la propagation des ondes dans Specfem2D. Une étude de convergence est également réalisée pour définir la taille typique des mailles à utiliser.

#### 2.3.4.1 Définition du pas de temps

La discrétisation temporelle dans Specfem2D repose sur la méthode de Newmark explicite du second ordre, qui est une technique conditionnellement stable et pour laquelle il faut donc vérifier une condition de stabilité CFL (*Courant-Friedrichs-Lewy*). Un coefficient de Courant  $n_c$  est défini pour décrire la relation entre le pas de temps  $\Delta t$  et la distance entre les points de Gauss-Lobatto-Legendre (GLL),  $\Delta x$ . Il est pris inférieur à typiquement environ 0,5 afin de garantir la stabilité du schéma temporel [113] :

$$n_c = \Delta t \cdot \max\left(\frac{c_{type,j}}{\Delta x}\right) \leq n_{max} \approx 0,5, \quad \text{Eq. 2. 16}$$

où  $\min(\Delta x) = 0,173 \cdot l_{min}$  est la distance entre deux points de GLL les plus proches sur le segment d'élément le plus petit du maillage avec la taille  $l_{min}$  dans le cas de l'utilisation d'un polynôme de degré 4 pour décrire le champ d'onde dans la méthode des éléments spectraux, et  $c_{type,j}$  est la vitesse d'onde de *type* ( $l$  pour l'onde longitudinale et  $t$  pour l'onde transversale) dans le milieu  $j$ . En pratique la condition utilise la vitesse des ondes longitudinales, qui est toujours supérieure à la vitesse des ondes transversales.

Dès que le pas de temps est fixé, le nombre de pas de temps total à calculer peut être estimé par la distance de propagation et la vitesse des ondes dans la matrice. Nous prenons la distance de la position de l'onde incidente à  $t = 0$  s jusqu'au bord de droite, qui est 0,52 m,

afin de stabiliser le champ de diffusion dans la zone hétérogène  $X \times Z$  le plus longtemps possible.

$l_{min}$  est différent pour chaque géométrie, et  $\Delta t$  n'est donc pas constant. Exemples :  $\Delta t = 3,5 \cdot 10^{-9}$  s et le nombre total de pas de temps est 40000 dans un cas avec des cercles 6 mm,  $\Delta t = 1,6 \cdot 10^{-9}$  s et le nombre total de pas de temps est 85000 dans un cas avec des cercles de tailles variées,  $\Delta t = 2,0 \cdot 10^{-9}$  s et le nombre total de pas de temps est 68000 dans un cas avec des polygones.

### 2.3.4.2 Taille de maillage

La méthode des éléments spectraux utilisée avec des polynômes de degré 4 pour décrire le champ d'onde nécessite d'utiliser environ 4,5 points par longueur d'onde dans un milieu élastique pour que le calcul soit précis. Sachant que chaque élément spectral contient  $N + 1 = 5$  points de Gauss-Lobatto-Legendre dans chaque direction spatiale dans le cas de polynômes de degré  $N = 4$ , cela correspond à utiliser environ un élément spectral, et donc un élément de maillage, par longueur d'onde la plus courte que nous souhaitons simuler (donc, par longueur d'onde de cisaillement à la fréquence maximale que nous souhaitons simuler). Pour une onde incidente de Ricker ayant une fréquence dominante  $f_0 = 250$  kHz, la fréquence maximale pour laquelle le signal contient de l'énergie significative est d'environ  $2.5f_0 = 625$  kHz. D'après les propriétés des matériaux dans le Tableau 2. 1, nous estimons que la taille des éléments du maillage doit donc être inférieure à typiquement 0,8 mm. Afin de vérifier si cette estimation est correcte et si les simulations obtenues sont précises, nous réalisons une étude de convergence numérique.

Nous prenons un cas avec des cercles de rayon 6 mm à une fraction surfacique de 12 % comme exemple à étudier. La géométrie est maillée de la même manière (section 2.3.3) en appliquant trois différentes tailles moyennes de maillage, 0,35 mm, 0,50 mm et 1,00 mm. En raison de la géométrie complexe et irrégulière, les éléments d'un maillage ne sont pas uniformes. Pour les trois maillages, nous présentons leurs tailles maximales et minimales dans le Tableau 2. 5.

Tableau 2. 5 Différentes tailles de maillage pour un cas avec des cercles de rayon 6 mm.

Tailles	Moyenne (mm)	Maximale (mm)	Minimale (mm)
Groupe <i>a</i>	1,00	2,12	0,34
Groupe <i>b</i>	0,50	1,00	0,21
Groupe <i>c</i>	0,35	0,69	0,14

En combinant la taille de maillage et le type d'élément (QUAD4 et QUAD9), nous lançons six simulations pour ce même cas. Les déplacements à une même position sont comparés sur la Figure 2. 20, et une convergence des résultats est observée à partir de la taille moyenne 0,50 mm lors de l'utilisation des éléments QUAD9. Les trois courbes des éléments QUAD4 se superposent avec la courbe des éléments QUAD9 de taille moyenne 1,00 mm avant la convergence. Cela confirme que le type d'élément QUAD9 décrit mieux les interfaces courbées que QUAD4 (de fait, dans QUAD4 les bords des éléments sont des droites et donc ils ne décrivent pas la courbure).

Par conséquent, nous prenons 0,50 mm comme taille moyenne de maillage. Ceci

constitue un compromis entre une bonne précision de solution et le coût de calcul. Il faut remarquer que nous diminuons la taille moyenne à 0,35 mm pour le cas avec des polygones afin de satisfaire les critères de qualité du maillage.

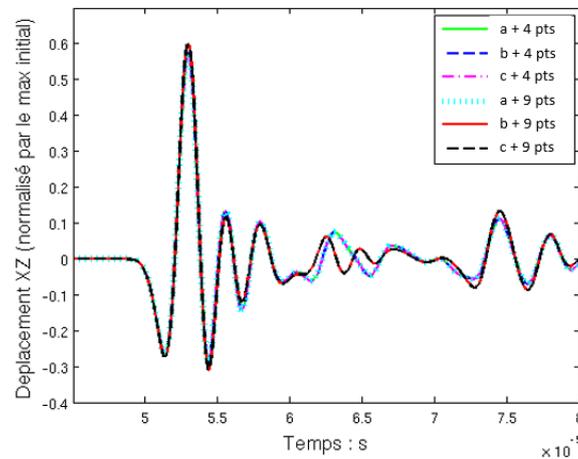


Figure 2. 20. Comparaison du déplacement à une même position entre des calculs effectués avec des maillages de taille moyenne de 0,35 mm (groupe c), 0,50 mm (groupe b) et 1,00 mm (groupe a) en utilisant un type d'élément ayant 4 points ou 9 points de contrôle pour décrire la géométrie.

### 2.3.5 Récepteurs, et traitements des résultats numériques

Les résultats numériques obtenus avec les simulations dans SPEC-FEM2D sont les champs de déplacement enregistrés en différents points (appelés les récepteurs) au cours du temps, donc sous la forme de séries temporelles. Afin de comparer avec les modèles d'homogénéisation et d'évaluer la propagation des ondes en milieu hétérogène, nous pouvons traiter les déplacements pour obtenir les deux paramètres effectifs des ondes cohérentes, la vitesse de phase et l'atténuation.

#### 2.3.5.1 Récepteurs

Pour chaque simulation, nous utilisons 5000 récepteurs ponctuels pour enregistrer les déplacements dans la zone du milieu hétérogène  $X \times Z$ , comme indiqué sur la Figure 2. 13 :  $N_z = 50$  lignes de récepteurs avec une distance entre les lignes de valeur  $d_z$ ,  $N_x = 100$  récepteurs par ligne à la distance  $d_x = 4$  mm.

Pour les cas avec des cercles identiques de rayon 6 mm, la largeur de la géométrie  $Z$  est prise à 600 mm, et on détermine  $d_z = 12$  mm. Pour les cas avec des cercles de rayons variés et ceux avec des polygones, la largeur de la géométrie  $Z$  est prise à 400 mm, et nous déterminons  $d_z = 8$  mm.

#### 2.3.5.2 Calcul de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives

Le calcul de la vitesse de phase  $c^*(\omega)$  et de l'atténuation  $\alpha^*(\omega)$  est fondé sur l'hypothèse importante que l'onde cohérente dans ce milieu hétérogène se propage de la même manière que dans un milieu homogène viscoélastique effectif.

Nous supposons que le déplacement horizontal, qui est dans la même direction que la propagation des ondes, représente le signal de l'onde longitudinale. Pour le signal du  $n$ ième

récepteur sur chaque ligne des récepteurs, nous pouvons le considérer comme une expérience particulière de propagation après une distance de propagation  $d_n$  ( $n = 1$  à  $N_x = 100$ ) (Figure 2. 13). En supposant que nous moyennons les signaux dans des simulations avec toutes les configurations possibles (diffuseurs distribués aux différentes positions), nous obtenons l'onde cohérente  $s(t, d_n)$ , et elle peut s'écrire par la transformée de Fourier :

$$s(t, d_n) \xrightarrow{TF} \hat{s}(\omega, d_n) = A(\omega, d_n) e^{i\phi_n(\omega)}, \quad \text{Eq. 2. 17}$$

où  $s(t, d_n)$ ,  $\hat{s}(\omega, d_n)$  sont les évolutions temporelle et fréquentielle d'onde cohérente s'étant propagée sur la distance  $d_n$  ( $n = 1$  to  $N_x = 100$ ), avec  $d_1 = 0,02$  m ;  $A(\omega, d_n)$ ,  $\phi_n(\omega)$  sont respectivement les spectres de l'amplitude et de la phase pour une distance de propagation  $d_n$ .

À partir des phases de l'onde cohérente  $\phi_n(\omega)$ , nous utilisons la méthode de la transformée  $p - \omega$  pour estimer la vitesse de phase effective  $c^*$  [128]. Une fonction de somme  $F(p, \omega)$  est définie dans cette méthode par :

$$F(p, \omega) = \sum_{n=1}^{N_x} \frac{e^{i\phi_n(\omega)}}{e^{i\phi_1(\omega)}} e^{i\omega p d_n}, \quad \text{Eq. 2. 18}$$

où  $p$  est la lenteur d'onde avec  $p = 1 / c$ .

Pour une fréquence connue  $f = 2\pi\omega$ , nous calculons la fonction de  $F(p, \omega)$  avec différentes valeurs de  $p$  entre  $1/c_{l1}$  et  $1/c_{l2}$ . La valeur de  $p$  qui donne le maximum de  $F(p, \omega)$  est le  $p^*$  que nous cherchons et qui correspond à la vitesse de phase effective  $c^* = 1/p^*$ .

Avec l'hypothèse que l'onde cohérente correspond à une onde se propageant dans le milieu homogène effectif absorbant, son amplitude diminue de manière exponentielle avec la distance de propagation,  $d_n$ , suivant :

$$A(\omega, d_n) = A_0(\omega) e^{-\alpha^* d_n}, \quad \text{Eq. 2. 19}$$

où  $A_0(\omega)$  est l'amplitude initiale à la pulsation  $\omega$  dans l'onde incidente.

Par conséquent, l'atténuation effective  $\alpha^*$  peut être estimée par l'évolution d'amplitude. En théorie, pour une pulsation  $\omega$  connue, deux amplitudes correspondant aux deux distances de propagation,  $d_n$  et  $d_m$ , sont suffisantes pour calculer  $\alpha^*$  :

$$\alpha^* = \frac{\ln(A(d_m)/A(d_n))}{d_n - d_m}. \quad \text{Eq. 2. 20}$$

En pratique, nous obtenons la valeur par ajustement de courbe en utilisant toutes les amplitudes disponibles afin de diminuer le plus possible l'incertitude (en Annexe C).

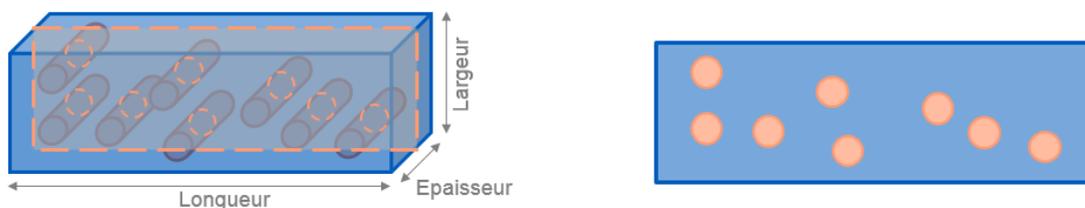
Cependant, en pratique, il est impossible de simuler toutes les configurations des diffuseurs possibles pour obtenir l'onde cohérente. Nous devons trouver un compromis entre le coût de calcul et le nombre des signaux à moyennner pour représenter l'onde cohérente. Par conséquent, nous faisons une étude de convergence sur le nombre des signaux à moyennner de 50 à 450 en comparant les deux paramètres effectifs (en Annexe C). L'étude montre que la moyenne des 50 signaux donne une bonne description des deux paramètres.

## 2.4 Validation expérimentale des modèles

Afin de valider le modèle numérique construit dans la section 2.3, nous réalisons, dans cette section, des mesures expérimentales sur des éprouvettes ayant une forte hétérogénéité, et des comparaisons numérique-expérimentale en termes de vitesse de phase et d'atténuation. Les modèles d'homogénéisation, WT et CN, sont également comparés et discutés.

### 2.4.1 Éprouvettes hétérogènes : modèle du matériau

Pour valider expérimentalement le modèle numérique en 2D, les mesures sur des éprouvettes doivent correspondre au même problème en déformations planes que celui qui est utilisé dans les simulations numériques 2D. Par conséquent, la conception des éprouvettes est montrée sur la Figure 2. 21 : c'est un bloc composé d'une matrice et de diffuseurs allongés traversant, dont les sections sont invariantes dans la direction d'épaisseur. Avec une telle conception, nous pourrions ne considérer que la propagation d'une onde plane suivant la largeur de cette éprouvette, ce qui sera donc équivalent à la propagation dans un plan 2D en déformations planes, identique à la section de coupe de l'éprouvette (Figure 2. 21 (b)).



(a) 3D : Bloc avec des diffuseurs allongés traversant.

(b) Section de coupe 2D.

Figure 2. 21. Conception des éprouvettes.

Bien que nous nous intéressions au matériau béton, la fabrication des diffuseurs allongés composé de roche est très difficile. Par conséquent, nous remplaçons les matériaux du béton par de la résine (polyol) pour la matrice et par de l'aluminium (AlMg5-EM5356, 95 % aluminium and 5 % magnésium) pour les diffuseurs. De plus, nous utilisons des tiges comme diffuseurs, qui correspondent aux cercles dans le plan 2D, afin de simplifier la fabrication des éprouvettes.

Les propriétés de la résine données par le fournisseur sont mentionnées dans le Tableau 2. 6. Pour les tiges, nous prenons les propriétés classiques de l'aluminium pur.

Tableau 2. 6. Propriétés de la résine et des tiges en aluminium.

Matériaux	Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Vitesse longitudinale $c_l$ (m/s)	Vitesse transversale $c_t$ (m/s)
Résine	1600	2650	1580
Aluminium	2700	6300	3200

Nous devons déterminer la dimension de l'éprouvette et la taille des diffuseurs en prenant en compte les propriétés des matériaux que nous utilisons, qui sont différentes du béton. La résine peut être coulée à partir d'un mélange à base de résine liquide et de son durcissant. Cependant, ses propriétés chimiques ne permettent pas de créer un objet de profondeur supérieure à 5 cm à cause de la chaleur importante de la réaction chimique pendant le durcissement de la résine. Cela limite la largeur (Figure 2. 21) qui correspond à la distance de propagation des ondes dans la conception des mesures. Pour que la simulation de la propagation des ondes dans un milieu hétérogène soit stable, il faut avoir plusieurs longueurs d'onde  $\lambda_{l1}$  sur la distance de propagation. Par conséquent, nous déterminons la fréquence dominante à étudier comme étant de 500 kHz, ce qui correspond à environ 10 longueurs d'onde pour une largeur de 5 cm ( $\lambda_{l1} = 4,9$  mm) dans la résine. Nous déterminons le rayon des tiges comme devant être

égal à 0,8 mm à l'aide de la relation  $k_{l1}a = 1$  à 500 kHz.

Nous fabriquons des éprouvettes ayant des dimensions 340 mm × 50 mm × 70 mm (longueur × largeur × épaisseur sur la Figure 2. 21) avec une matrice de résine et des tiges à la fraction volumique de 5 %, 20 %, 30% et 40 %. Cette dernière valeur du même ordre de grandeur que celles granulats dans le béton. Les nombres de tiges correspondants sont donnés dans le Tableau 2. 7. Nous calculons également les positions aléatoires des tiges et la limite de la distance minimale entre les tiges à chaque fraction volumique sous MATLAB.

Sur la Figure 2. 22, nous montrons un exemple du moule avec des tiges avant le coulage de la résine, et une éprouvette après le démoulage. Après le démoulage, nous lissons les deux surfaces (longueur × épaisseur sur la Figure 2. 21 (a)) de chaque éprouvette en les gardant bien parallèles, afin de plus tard pouvoir effectuer correctement des mesures. Les largeurs des éprouvettes finales après les lissages sont précisées dans le Tableau 2. 7.

Deux éprouvettes sans tiges (0 %) avec différentes épaisseurs sont également fabriquées comme références.

La fabrication des éprouvettes a été réalisée à l'IUT (Institut Universitaire de Technologie) d'Aix, et elle est détaillée en Annexe D.

Tableau 2. 7. Caractéristiques des éprouvettes réalisées.

Fraction volumique	0 %	5 %	20 %	30 %	40 %
Nombre des tiges	0	406	1623	2435	3247
Distance minimale $\xi$ (mm)	\	1	0,9	0,5	0,2
Largeur (mm)	35,0 / 49,3	49,6	50,8	50,7	50,5

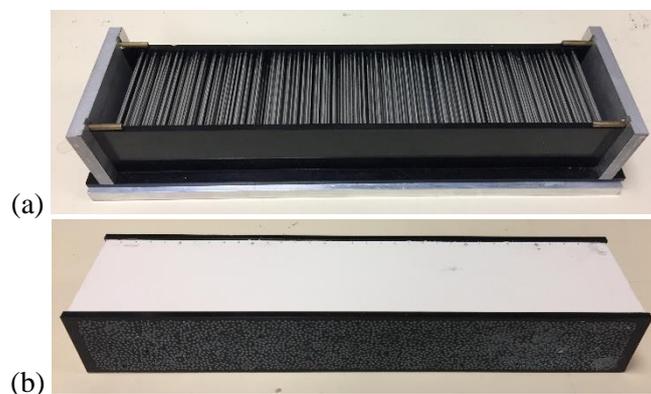


Figure 2. 22. Exemple d'éprouvettes en résine avec des tiges en aluminium : (a) avant le coulage de résine et (b) après le démoulage.



Figure 2. 23. Éprouvettes sans tiges, et avec des tiges à la fraction volumique de 5 % et de 30 % (de haut en bas).

### 2.4.2 Protocole expérimental et mesures

Les mesures sur les éprouvettes fabriquées sont réalisées en immersion dans l'eau. Le dispositif expérimental est représenté sur la Figure 2. 24 avec trois parties : informatique, électrique et mécanique.

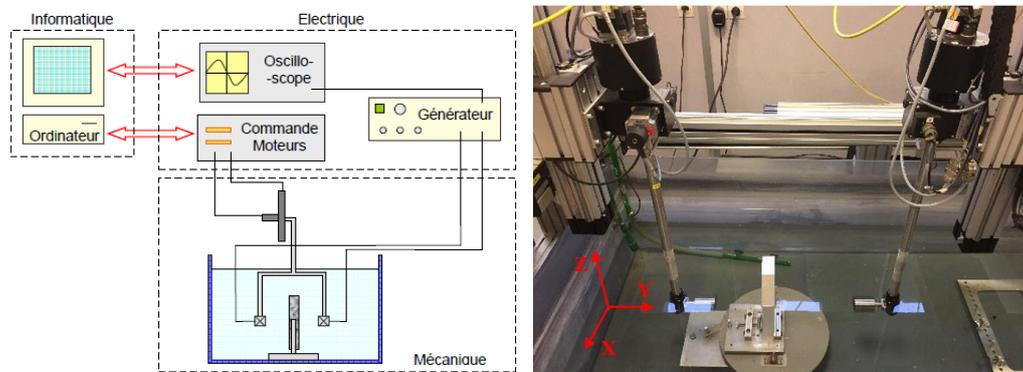


Figure 2. 24. Dispositif expérimental : (a) schéma global [129] et (b) photo de la partie mécanique.

Dans la partie électrique, une commande de moteurs permet de contrôler le déplacement et la rotation des bras où les transducteurs sont fixés. Un générateur impulsionnel (SOFRANEL 5058PR) et un oscilloscope (LeCroy WaveSurfer 424-200 MHz) permettent de gérer les signaux envoyés et reçus par les transducteurs. Deux paires de transducteurs sont utilisées dans les mesures ; leurs bandes passantes sont indiquées dans le Tableau 2. 8.

Tableau 2. 8. Caractéristiques des transducteurs (données mesurées en immersion dans l'eau).

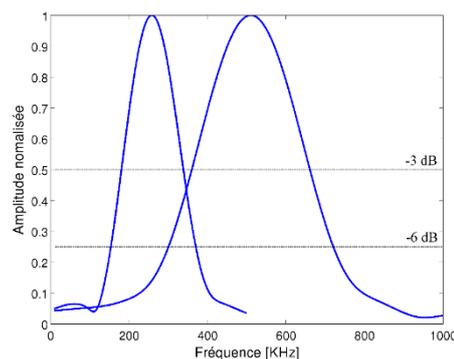
Couple de transducteurs	Fréquence nominale (kHz)	Bande passante (kHz)		Diamètre (mm)
		à -3 dB	à -6 dB	
Imasonic 9223	250	181-338	154-370	46
Panametrics V301	500	361-660	301-720	25.4 (1 pouce)



(a) Imasonic 9223.



(b) Panametrics V301.



(c) Mesures des caractéristiques des transducteurs.

Figure 2. 25. Capteurs avec la fréquence nominale (a) à 250 kHz et (b) à 500 kHz et (c) mesures de leurs caractéristiques.

Afin de travailler dans le champ lointain du transducteur émetteur, nous estimons la distance minimale par l'équation suivante :

$$L_{cp} = \frac{D_e^2 \max(f)}{4c_{eau}}, \quad \text{Eq. 2. 21}$$

où  $D_e$  est le diamètre de l'émetteur,  $f$  est la fréquence, qui varie au sein de la bande passante - 6 dB de l'émetteur allant de 154 kHz à 370 kHz pour Imasonic 9223 et allant de 301 kHz à 720 kHz pour Panametrics V301 dans notre mesure, et  $c_{eau}$  est la vitesse de propagation dans l'eau. Dans tous les essais, nous gardons environ 20 cm de distance entre le transducteur émetteur et la surface de l'éprouvette la plus proche.

Chaque bras dans le système de fixation des transducteurs a 5 degrés de liberté : translations suivant l'axe X, Y et Z, et rotations suivant l'axe X et Z (Figure 2. 24 (b)). Le support de la pièce permet également les rotations suivant l'axe X et Z. Avant chaque mesure, nous réglons ce système mécanique pour que les transducteurs soient bien en face et que leurs surfaces soient parallèles à celles de la pièce à mesurer. (Le détail du réglage est présenté en Annexe E.)

Après le réglage de la chaîne de mesure, nous avons mesuré d'abord la vitesse de propagation dans l'eau avec chaque paire de transducteurs : pour un même signal envoyé par l'émetteur, nous avons enregistré le signal à deux distances différentes dans l'eau. La mesure est répétée pour évaluer les incertitudes.

Ensuite, afin de mesurer la vitesse longitudinale dans la résine, nous avons enregistré les signaux à travers les deux éprouvettes sans tiges en gardant le même signal émetteur et la distance des transducteurs dans une mesure. Dix acquisitions sont réalisées aux différentes positions le long de la longueur de chaque éprouvette, avec un intervalle d'environ 25 mm. La mesure est également répétée afin d'évaluer l'incertitude.

Enfin, nous enregistrons les signaux à travers les éprouvettes avec des tiges à la fraction volumique 5 %, 20 %, 30 % et 40 % ainsi que celle sans tiges d'épaisseur la plus grande comme référence, afin de pouvoir étudier la diffusion dans les éprouvettes. Dix acquisitions sont également réalisées aux différentes positions le long de la longueur de chaque éprouvette, avec un intervalle d'environ 25 mm. Nous avons pris les mesures sur les éprouvettes sans tiges et avec des tiges à la fraction volumique 20 % comme exemple.

### 2.4.3 Traitements effectués sur les données enregistrées

En supposant que la vitesse de propagation dans l'eau  $c_{eau}$  est constante, elle peut être obtenue par la différence du temps de vol  $\Delta t_{vol}$  entre les deux signaux reçus à travers deux distances  $D_1$  et  $D_2$  dans l'eau à partir d'un même signal émetteur :

$$c_{eau} = \frac{D_1 - D_2}{t_{vol,1} - t_{vol,2}}, \quad \text{Eq. 2. 22}$$

où  $t_{vol,1}$ ,  $t_{vol,2}$  sont respectivement les temps de vol correspondant aux distances  $D_1$  et  $D_2$ .

Pendant les mesures sur des éprouvettes avec une paire de transducteurs, les positions des transducteurs suivant l'axe Y (Figure 2. 24) sont inchangées et nous négligeons l'influence de divergence du faisceau dans les traitements. Pour une mesure avec plusieurs acquisitions pour une éprouvette, les acquisitions sont moyennées afin d'obtenir un signal correspondant à l'onde cohérente  $s(t)$ . Il peut s'exprimer, en prenant l'ensemble de la chaîne de mesure, sous la forme suivante :

$$s(t) = s_0(t) * g_e(t) * e_e(t) * h(d, t) * h_{eau}(D - d, t) * e_r(t) * g_r(t), \quad \text{Eq. 2. 23}$$

où  $s_0(t)$  est le signal émetteur,  $g_e(t)$ ,  $g_r(t)$ ,  $e_e(t)$ ,  $e_r(t)$  correspondent aux fonctions des réponses impulsionnelles associées respectivement au générateur, à l'amplificateur de sortie et

à l'oscilloscope, au transducteur émetteur et au transducteur récepteur,  $h(d, t)$ ,  $h_{eau}(D - d, t)$  présentent les fonctions des réponses impulsionnelles associées respectivement à la propagation des ondes dans l'éprouvette d'épaisseur  $d$  et dans l'eau sur une distance  $D - d$  avec la distance entre les deux transducteurs  $D$ , et  $*$  est le produit de convolution temporelle.

Dans le domaine fréquentiel, nous obtenons :

$$\hat{s}(\omega) = \hat{s}_0(\omega) \cdot \hat{g}_e(\omega) \cdot \hat{e}_e(\omega) \cdot \hat{h}(d, \omega) \cdot \hat{h}_{eau}(D - d, \omega) \cdot \hat{e}_r(\omega) \cdot \hat{g}_r(\omega), \quad \text{Eq. 2. 24}$$

avec

$$\hat{s}(\omega) = A(\omega) \cdot e^{i\phi(\omega)},$$

$$\hat{h}(d, \omega) = e^{ik_{epr}(\omega)d} \cdot T_{eau/epr} \cdot T_{epr/eau}, \quad \hat{h}_{eau}(D - d, \omega) = e^{i\omega(D-d)/c_{eau}},$$

où  $T_{eau/epr}$ ,  $T_{epr/eau}$  sont respectivement les coefficients de transmission en amplitude aux interfaces eau/éprouvette et éprouvette/eau, et  $k_{epr}$  est le nombre d'onde effectif dans l'éprouvette. Pour toutes les éprouvettes avec ou sans tiges, les interfaces eau/éprouvette et éprouvette/eau sont des interfaces entre de la résine et de l'eau. Nous considérons donc que  $T_{eau/epr}$ ,  $T_{epr/eau}$  sont constants dans toutes les mesures.

Lors de mesures de la vitesse longitudinale dans la résine avec les deux éprouvettes sans tiges avec des épaisseurs  $d_1$  et  $d_2$ ,  $k_{epr}$  correspond à la propagation des ondes longitudinales sans diffusion dans la résine et il peut être exprimé par  $k_{epr} = k_{res} = \omega/c_{res} + i \cdot \alpha_{res}$ , avec la vitesse de phase  $c_{res}(\omega)$  et l'atténuation  $\alpha_{res}(\omega)$  qui représentent la dispersion dans la résine. Par conséquent, ils peuvent être obtenus par :

$$\frac{1}{c_{res}(\omega)} = \frac{1}{c_{eau}} + \frac{\phi_2 - \phi_1}{(d_2 - d_1)\omega}, \quad \alpha_{res}(\omega) = \frac{1}{d_2 - d_1} \ln \frac{A_1(\omega)}{A_2(\omega)}, \quad \text{Eq. 2. 25}$$

où  $A_1$ ,  $A_2$  sont les amplitudes,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  sont les phases des ondes cohérentes mesurées dans les signaux reçus correspondant aux éprouvettes d'épaisseurs  $d_1$  et  $d_2$ .

Avec une éprouvette sans tiges d'épaisseur  $d_1$  comme référence pour les comparaisons, nous pouvons séparer la dispersion et la diffusion de la propagation des ondes dans une éprouvette avec des tiges d'épaisseur  $d_2$ . Grâce à  $c_{res}(\omega)$  et  $\alpha_{res}(\omega)$  obtenues par l'Eq. 2. 25, les paramètres effectifs dans  $k^* = \omega/c^* + i \cdot \alpha^*$  peuvent être calculés par :

$$\frac{1}{c^*(\omega)} = \frac{\phi_2 - \phi_1}{d_2\omega} - \frac{d_2 - d_1}{c_{res}(\omega) \cdot d_2} + \frac{d_2 - d_1}{c_{eau} \cdot d_2},$$

$$\alpha^*(\omega) = \frac{1}{d_2} \left[ \ln \frac{A_1(\omega)}{A_2(\omega)} - \alpha_{res}(\omega) \cdot (d_2 - d_1) \right]. \quad \text{Eq. 2. 26}$$

Les calculs des incertitudes sont détaillés en Annexe F.

#### 2.4.4 Résultats expérimentaux

Lors de traitements des signaux avec les transducteurs de fréquence dominante à 500 kHz, nous n'avons trouvé quasiment aucune énergie sur sa bande passante à -6 dB (de 301 kHz à 720 kHz). Par conséquent, nous ne présentons ici que les résultats des mesures avec les transducteurs de fréquence dominante à 250 kHz.

Après les traitements, nous avons obtenu la vitesse de phase  $c_{res}$  et l'atténuation  $\alpha_{res}$  dans la résine en fonction de la fréquence sur la Figure 2. 26. La vitesse  $c_{res}$  est quasiment constante autour de 2460 m/s. Son incertitude maximale à trois écarts-type est  $\pm 34,9$  m/s sur la bande de fréquence allant de 150 kHz à 370 kHz. Concernant l'atténuation  $\alpha_{res}$ , elle est

quasiment linéaire avec la fréquence et présente une incertitude maximale à trois écarts-type  $\pm 2,4$  Np/m.

La Figure 2. 27 montre les évolutions de vitesse de phase  $c^*$  et d'atténuation  $\alpha^*$ , qui correspondent à la diffusion élastique, dans la mesure sur l'éprouvette avec des tiges à la fraction volumique de 20 %. Leurs incertitudes maximales à trois écarts-type de 150 kHz à 370 kHz sont respectivement 23,7 m/s et 7,0 Np/m. Etant donné que la chaîne de mesure est identique, nous conservons les incertitudes calculées précédemment pour la fraction volumique de 20 % lors des mesures de diffusion élastique sur les éprouvettes avec des tiges aux fractions volumiques différentes.

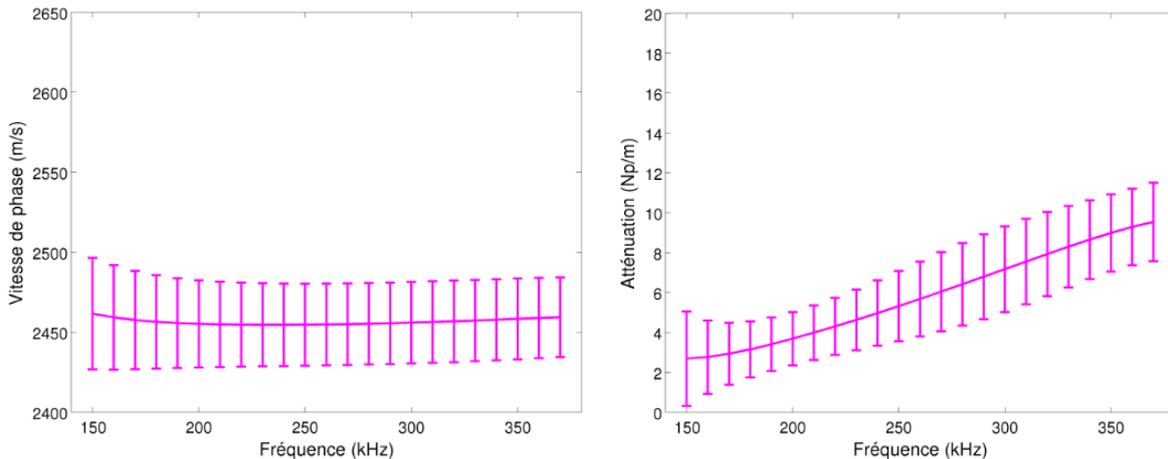


Figure 2. 26. Mesures expérimentales : évolutions en fonction de la fréquence de la vitesse longitudinale  $c_{res}$  et de l'atténuation  $\alpha_{res}$  dans la résine en fonction de la fréquence.

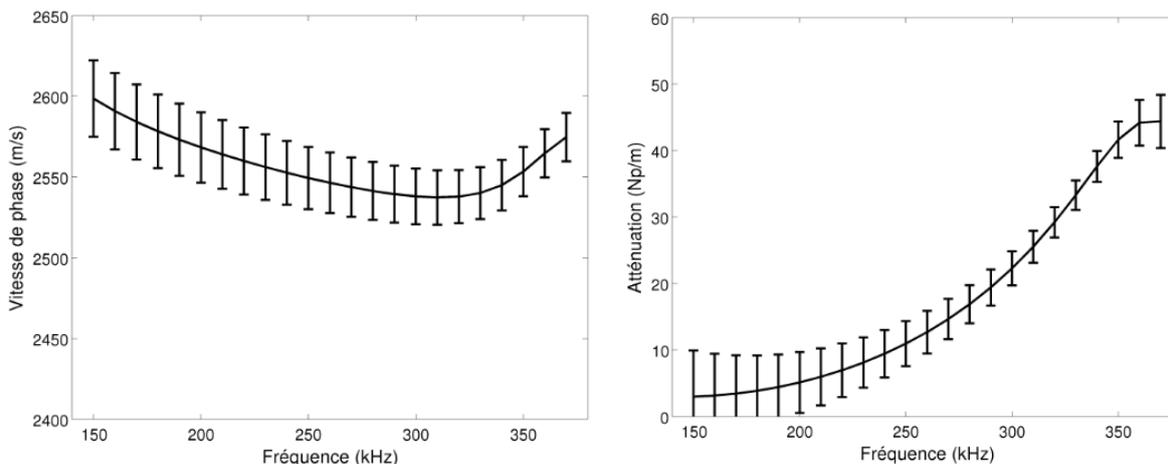


Figure 2. 27. Mesures expérimentales : évolutions en fonction de la fréquence de la vitesse longitudinale  $c^*$  et de l'atténuation  $\alpha^*$  dans l'éprouvette en résine avec des tiges à la fraction volumique de 20 %.

Sur la Figure 2. 28, nous comparons la vitesse de phase  $c^*$  et l'atténuation  $\alpha^*$  mesurées pour différentes fractions volumiques des tiges. La vitesse de phase est quasiment proportionnelle à la fraction des tiges. Dans l'ensemble du domaine fréquentiel considéré, elle est quasiment constante pour l'éprouvette avec des tiges à la fraction volumique de 5% mais une tendance décroissante avec la fréquence apparaît aux fractions 20 %, 30 % et 40 %. Plus la fraction est élevée, plus la pente de décroissance est importante. Pour l'atténuation, cela est

compliqué à expliquer car les courbes se croisent. L'atténuation augmente de manière monotone dans les cas avec des tiges aux fractions 5 % et 20 %, alors qu'un minimum local apparaît dans la courbe autour de la fréquence 200 kHz dans les cas de fractions 30 % et 40 %. De 260 kHz à 370 kHz, nous observons que, contrairement à ce que nous attendions, l'atténuation à la fraction de 20 % est plus importante que celles aux fractions de 30 % et 40 %, qui se rapprochent.

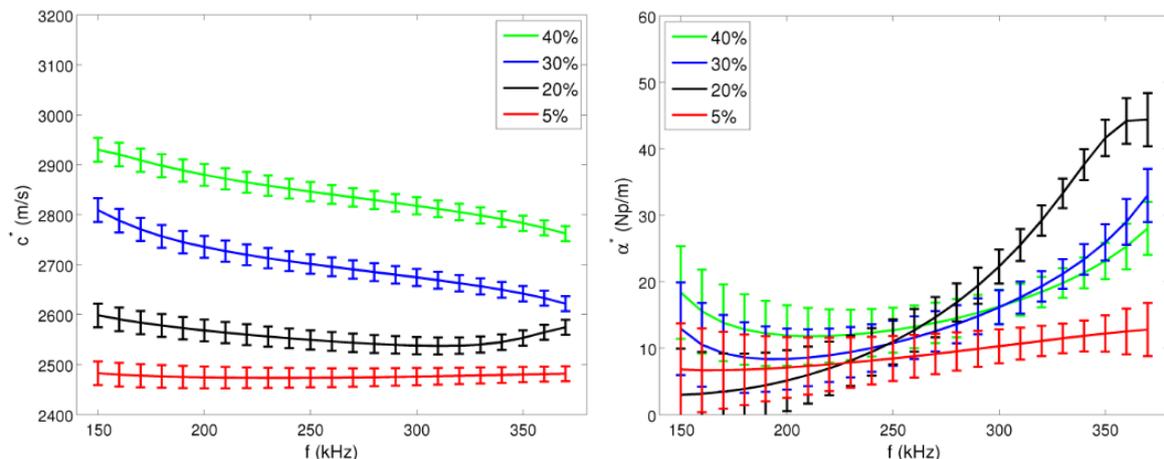


Figure 2. 28. Mesures expérimentales : évolutions en fonction de la fréquence de la vitesse de phase  $c^*$  et de l'atténuation  $\alpha^*$  effectives correspondant aux éprouvettes en résine avec des tiges aux fractions volumiques de 5 %, 20 %, 30 % et 40 %.

### 2.4.5 Comparaisons et discussion

De la même manière que dans la section 2.3, nous avons simulé la propagation des ondes dans un plan 2D identique aux sections de chaque éprouvette. Dans chaque simulation nous avons pris une zone avec des tiges de dimensions 100 mm  $\times$  50 mm (longueur  $\times$  largeur), et dans cette zone les positions des tiges actuelles qui sont connues (Figure 2. 29) et donc reproduites à l'identique en numérique. Les propriétés des matériaux sont identiques à celles du Tableau 2. 6 sauf la vitesse longitudinale de la résine qui est prise égale à la valeur mesurée 2460 m/s. La taille moyenne de maillage est 0,1 mm. Les 1800 récepteurs sont positionnés sur 30 colonnes avec un intervalle de 2 mm, sur chacune desquelles il y a 60 récepteurs à intervalles de 0,8 mm. En utilisant une onde plane longitudinale de Ricker avec la fréquence dominante 300 kHz comme source incidente, les simulations sont lancées avec un pas de temps de  $5,0 \times 10^{-10}$  s et un nombre total de pas de temps de 60000. Les résultats sont traités de la même manière que dans la section 2.3.5.2.

La comparaison des résultats expérimentaux et numériques est illustrée sur la Figure 2. 30. Pour la vitesse de phase, nous observons que les résultats numériques (traits avec des cercles) sont similaires aux résultats expérimentaux (traits avec des barres d'incertitude) avec un écart positif qui augmente avec la fraction des tiges. L'atténuation obtenue par les résultats numériques augmente de manière monotone avec la fréquence pour les quatre fractions. Malgré un écart entre les deux résultats sur la bande de fréquence allant de 260 kHz à 370 kHz, nous observons également dans les résultats numériques que l'atténuation à la fraction 20 % est plus importante que celles aux fractions 30 % et 40 %, comme dans les résultats expérimentaux (traits avec des croix).

Nous considérons que les écarts expérimental / numérique peuvent avoir plusieurs origines. Elles peuvent provenir des interfaces imparfaites entre la résine et les tiges, qui sont supposées parfaites dans le calcul numérique. Elles peuvent également provenir d'une sous-estimation de la vitesse dans l'aluminium. Enfin, on a rencontré des difficultés au coulage de la résine pour l'éprouvette à 40 % (en Annexe D). Cela peut permettre d'expliquer la croissance des écarts avec la fraction des tiges ainsi que la surestimation de la vitesse et la sous-estimation de l'atténuation par les résultats numériques. Malgré ces écarts, les simulations numériques permettent de décrire les comportements de la vitesse de phase et de l'atténuation selon la fréquence et la fraction des diffuseurs. Cet accord des comportements permet de valider notre modèle numérique.

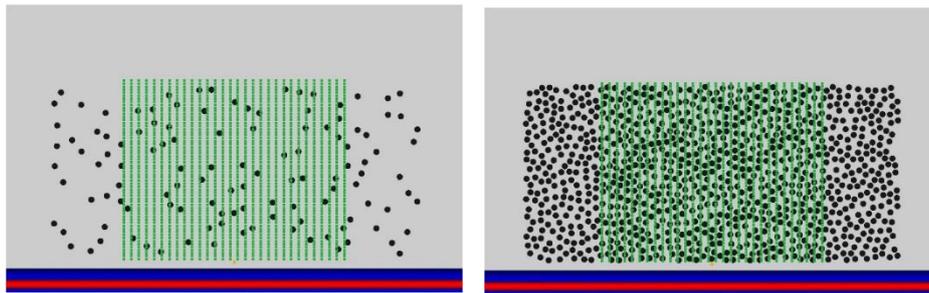


Figure 2. 29. Éprouvette à la fraction 5 % (gauche) et 40 % (droite).

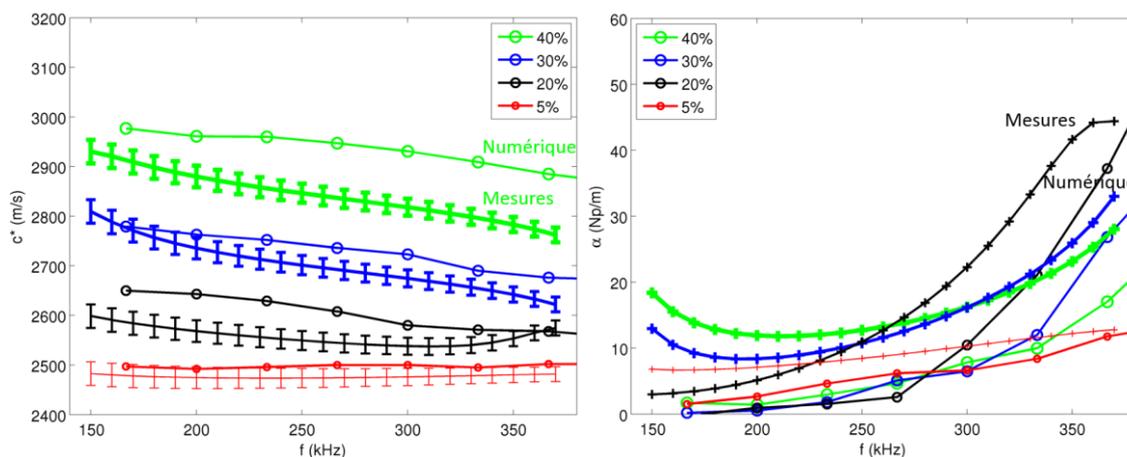


Figure 2. 30. Comparaison entre les résultats expérimentaux (traits avec barres d'incertitude ou croix) et numériques (traits avec cercle) pour les cas avec des tiges à la fraction volumique 5 %, 20 %, 30 % et 40 %.

De plus, nous avons modélisé la propagation des ondes dans les éprouvettes avec les modèles d'homogénéisation, WT et LM. La comparaison avec les résultats expérimentaux est montrée sur la Figure 2. 31. Pour la vitesse de phase, les deux modèles (WT en traits avec des carrés, CN en traits avec des triangles) se superposent et sont proches de la vitesse mesurée pour 5%. Pour le cas de fractions 20 %, 30 % et 40 %, les modèles surestiment la valeur de la vitesse et également sa pente de décroissance. Pour l'atténuation, le modèle CN prédit des valeurs négatives (sauf à la fraction 5 %), qui ne sont pas physiques et par conséquent nous ne présentons son atténuation que pour la fraction 5 %. À la fraction 5 %, les atténuations des deux modèles sont proches et sous-estiment un peu les valeurs par rapport aux mesures. Pour des fractions 20 %, 30 % et 40 %, l'atténuation de WT est proportionnelle à la fraction des tiges et surestime les valeurs par rapport aux mesures. La comparaison montre que ces deux modèles

ont des comportements qualitatifs en accord avec l'expérience mais des écarts quantitatifs qui augmentent lorsque la fraction des diffuseurs augmente. La validation de ces modèles est ainsi obtenue à 5%.

Sur la Figure 2. 32, nous présentons la comparaison expérimentale, numérique et analytique (modèles WT et LM) dans le cas avec des tiges à la fraction volumique 5 %.

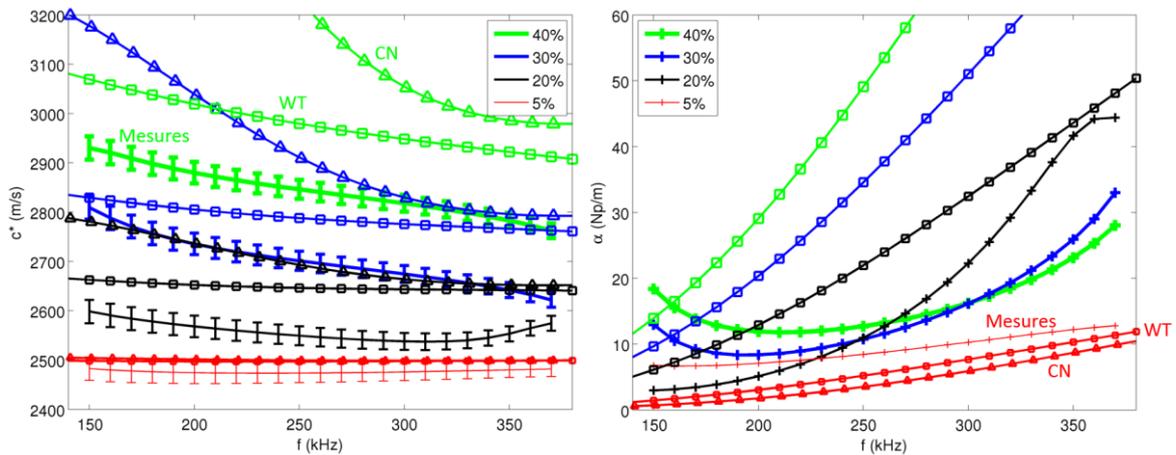


Figure 2. 31. Comparaison entre les résultats expérimentaux (traits avec des barres d'incertitude ou des croix) et analytiques, WT (traits avec des carrés) et CN (traits avec des triangles), pour le cas avec des tiges à la fraction volumique 5 %, 20 %, 30 % et 40 %.

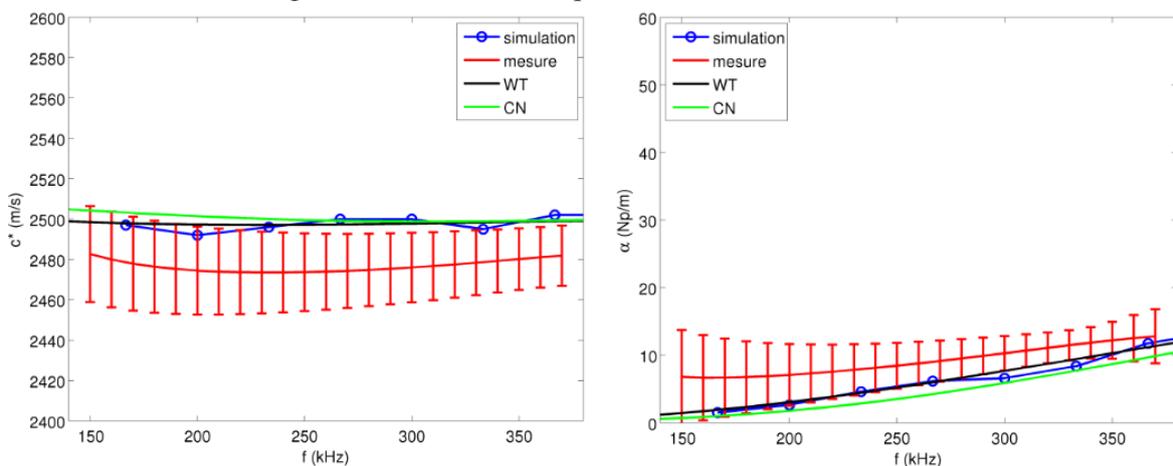


Figure 2. 32. Comparaison entre les résultats expérimentaux (en rouge), numériques (en bleu) et analytiques, WT (en noir) et CN (en vert), pour le cas avec des tiges à la fraction volumique 5 %.

## 2.5 Étude paramétrique

En nous basant sur le modèle numérique dans la dernière section, nous réalisons une étude paramétrique en termes de vitesse de phase effective et d'atténuation effective pour différentes fractions, formes, orientations et distributions de tailles des diffuseurs, afin de mettre en évidence leur effet sur la propagation des ondes. Nous prenons une onde plane longitudinale de Ricker de fréquence dominante 250 kHz comme source incidente pour toutes les simulations dans cette section. Des résultats pour une source incidente d'une onde plane transversale de Ricker sont présentés dans l'Annexe G.

### 2.5.1 Fraction des diffuseurs : cercles

Dans un premier temps, nous avons simulé trois cas avec des cercles de taille unique de

6 mm aux fractions surfaciques 12 %, 24 % et 42 % dans le logiciel SPECFEM2D.

Les résultats numériques sont montrés sur la Figure 2. 33. La vitesse de phase varie quasiment linéairement avec la fraction surfacique des cercles pour une fréquence donnée. À basse fréquence ( $\leq 200$  kHz), une variation de l'amplitude de la vitesse est observée et la valeur maximale est obtenue autour de  $k_{l1}a = 1,4$  (à la fréquence de 150 kHz). Plus la fraction surfacique est élevée, plus la variation est importante. À haute fréquence ( $\geq 200$  kHz), la vitesse reste quasiment constante. Pour l'évolution de l'atténuation, deux « bosses » sont observées respectivement autour de  $k_{l1}a = 1,2$  (à la fréquence de 130 kHz) et  $k_{l1}a = 3,2$  (à la fréquence de 340 kHz) ; elles sont de plus en plus marquées avec l'augmentation de la fraction surfacique. Cela peut s'expliquer par les nombreux espaces de taille similaire entre les cercles identiques. En effet, bien que les positions des cercles soient aléatoirement distribuées dans une zone limite, leur arrangement global s'approche d'un arrangement périodique et de plus en plus d'espaces entre les cercles convergent vers une même taille lorsque la fraction surfacique augmente.

En nous basant sur les évolutions de vitesse de phase et d'atténuation effectives, ces simulations effectuées par nous avec le logiciel SPECFEM2D sont comparées avec d'autres résultats numériques indépendants (en trait plein noir sur la Figure 2. 33) obtenus avec un autre logiciel, appelé Prospero (méthode des différences finies), et qui sont disponibles dans la littérature [116]. Les deux résultats numériques résolus avec deux logiciels différents sont quasiment superposés, à part de petits écarts entre les atténuations à haute fréquence ( $\geq 300$  kHz). Cet accord valide également notre modèle numérique.

De plus, nous avons comparé les simulations avec le modèle WT (en traits pleins colorés) afin de vérifier sa limite de validité. Sur la Figure 2. 33, le modèle WT permet une bonne description pour la vitesse et l'atténuation pour des diffuseurs cylindriques jusqu'à la fraction 12 %.

Pour les cas aux fractions 24 % et 42 % cependant, un écart de la vitesse entre les résultats numériques et analytiques est observé à basse fréquence, où la variation de l'amplitude se situe. Bien que le modèle WT prédise la première « bosse » de l'évolution de l'atténuation, il surestime cette atténuation (à partir de 200 kHz). Par conséquent, nous concluons que le modèle WT n'est valable que jusqu'à environ 12 % dans ce cas.

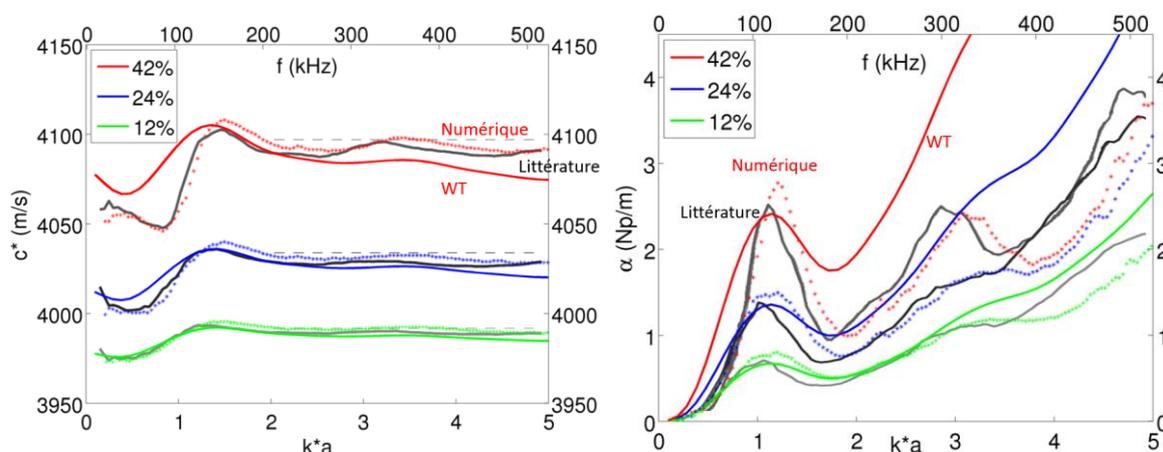


Figure 2. 33. Comparaison de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations avec le logiciel Specfem2D (en pointillés), le modèle de WT (en traits pleins colorés) et des résultats numériques indépendants obtenus avec un autre logiciel, appelé PROSPERO, dans la littérature (en

traits pleins noirs) pour le cas avec des cercles de 6 mm à la fraction surfacique 12 %, 24 % et 42 %.

Nous avons simulé ensuite le cas avec des cercles de tailles variées aux fractions surfaciques 12 %, 24 % et 42 %. La distribution des tailles est prise du béton VeRCoRs présenté dans la section 2.3.2.1, et cette distribution est donnée sur la Figure 2. 34.

Dans ce cas, nous observons que les évolutions de vitesse de phase et d'atténuation sont plus « lisses » (Figure 2. 35) : la variation d'amplitude de la vitesse à basse fréquence et les « bosses » de l'atténuation sont moins marquées et disparaissent progressivement. Pour une fréquence donnée, les deux paramètres varient quasiment linéairement avec la fraction surfacique. En ce qui concerne la vitesse de phase, elle est quasiment constante pour la fraction surfacique 12 % et une tendance croissante apparaît pour des fractions plus importantes. L'atténuation augmente monotonement avec la fréquence.

En comparant avec le modèle WT, nous obtenons à nouveau un bon accord pour la fraction surfacique 12 %. Bien qu'il prédise correctement le niveau global de la vitesse de phase, ce modèle surestime l'atténuation aux fractions de 24 % et 42 %, notamment à haute fréquence.

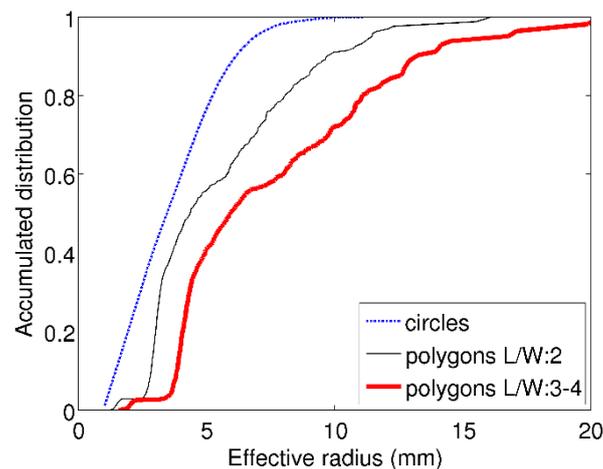


Figure 2. 34. Distributions des tailles dans le cas de cercles de tailles variées (en bleu), de polygones de rapport longueur sur largeur égal à environ 2 (en rouge) et égal à environ 3 à 4 (en noir).

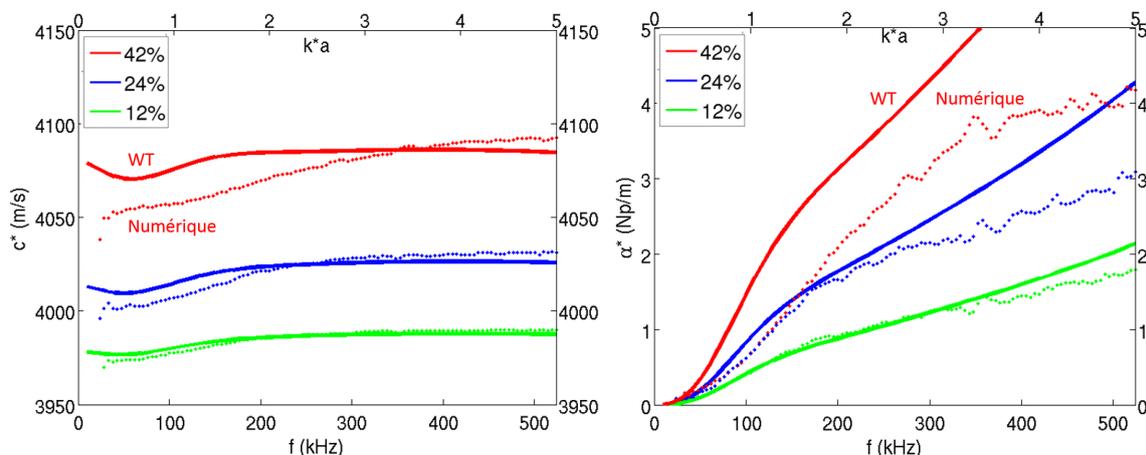


Figure 2. 35. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations faites avec le logiciel Specfem2D (en traits pleins) et le modèle de WT (en pointillés) pour le cas avec des cercles des tailles variées aux fractions surfaciques de 12 %, 24 % et 42 %.

### 2.5.2 Forme et direction privilégiée des diffuseurs : cercles et polygones

Dans la littérature, le choix de la forme des diffuseurs en 2D est couramment le cercle car c'est le cas le plus simple. Ce choix est également considéré comme une simplification (ou approximation) des directions aléatoires des diffuseurs de forme allongée ou irrégulière. Afin de vérifier si ce choix de forme est pertinent, nous avons étudié l'influence de la forme des diffuseurs sur les deux paramètres effectifs de diffusion en utilisant comme formes des polygones ou des cercles.

Nous avons généré des polygones de la manière présentée dans la section 2.3.2.2. En choisissant des valeurs dans la loi log-normale  $(\mu_A, \mu_B, \mu_C, \sigma^2)$  pendant la création des polyèdres, nous pouvons contrôler la forme des polygones. À partir de l'observation des sections des granulats sur des coupes de béton VerCoRs (Figure 2. 36), nous prenons  $(\mu_A = 3,5, \mu_B = 2,8, \mu_C = 2,8, \sigma^2 = 0,04)$  qui conduit à des polygones 2D ayant un rapport longueur/largeur convergeant vers 2 comme sur la Figure 2. 37(a), et  $(\mu_A = 2,5, \mu_B = 1,4, \mu_C = 1,4, \sigma^2 = 0,01)$  qui conduit à des polygones 2D très allongés avec un rapport longueur/largeur convergeant vers 3 à 4 comme sur la Figure 2. 37(b). Comme la création des géométries des polygones se fait par un plan de coupe à travers des polyèdres irréguliers, comme expliqué dans la section 2.3.2.2, notons qu'il est difficile de contrôler précisément la fraction surfacique. Il est cependant possible d'orienter globalement les polygones dans des directions particulières à  $0^\circ$  (Figure 2. 37(c)),  $45^\circ$  (Figure 2. 37(d)) et  $90^\circ$  (Figure 2. 37(e)).

Dans un premier temps, nous comparons les deux cas avec des polygones peu allongés (42 %) ou très allongés (44 %) dont les directions sont aléatoires (Figure 2. 37(a) et (b)). Les polygones représentent respectivement les fractions surfaciques 42 % et 44 %. De plus, pour chaque cas avec des polygones, nous avons créé une géométrie équivalente avec des cercles : chaque polygone est remplacé par un cercle équivalent de même surface, et puis tous les cercles équivalents sont aléatoirement repositionnés dans une zone de même dimension (400 mm×400 mm). Pour les deux cas avec des polygones, leurs distributions des rayons de cercles équivalents sont données sur la Figure 2. 34.



Figure 2. 36. Sections des éprouvettes du béton VerCoRs.

La comparaison des évolutions de vitesse de phase et d'atténuation est illustrée sur la Figure 2. 38. En comparant entre les formes de polygones et de cercles dans chaque cas, nous

observons très peu d'influence sur la vitesse de phase. La vitesse augmente légèrement à basse fréquence ( $\leq 250$  kHz) et elle reste quasiment constante à haute fréquence ( $\geq 250$  kHz). La vitesse dans le cas correspondant à la fraction surfacique 44 % (en rouge) est légèrement plus élevée que celle à la fraction surfacique 42 % (en noir). Pour l'atténuation, la « bosse » dans l'évolution de l'atténuation réapparaît mais autour de la fréquence de 200 kHz. Un petit écart entre les deux formes est observé lorsque les polygones sont plus proches de cercles (rapport longueur/largeur autour de 2, en noir), alors qu'il devient plus important lorsque les polygones sont très allongés (rapport longueur/largeur autour de 3 à 4, en rouge).

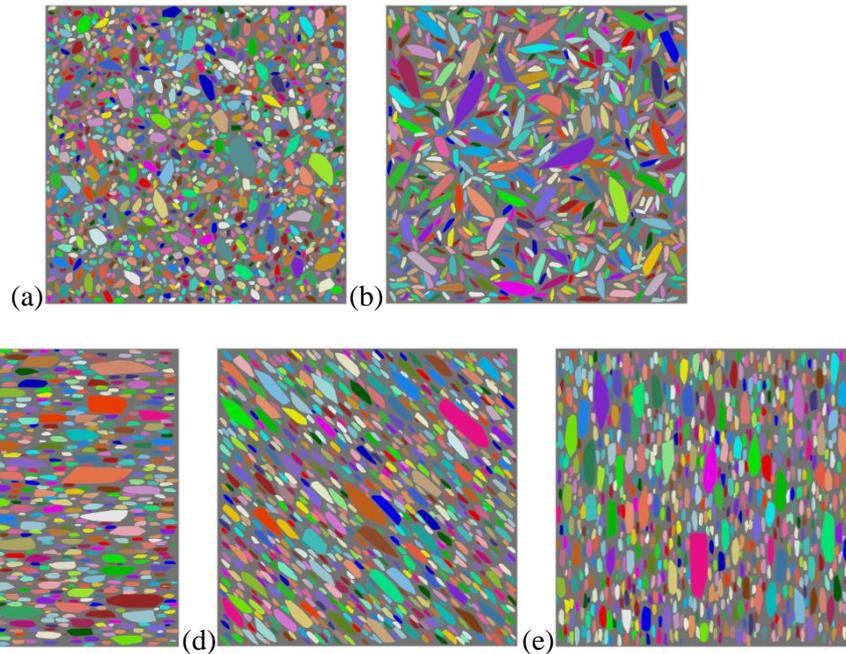


Figure 2. 37. Géométries de dimensions 400 mm  $\times$  400 mm des cas avec des polygones.

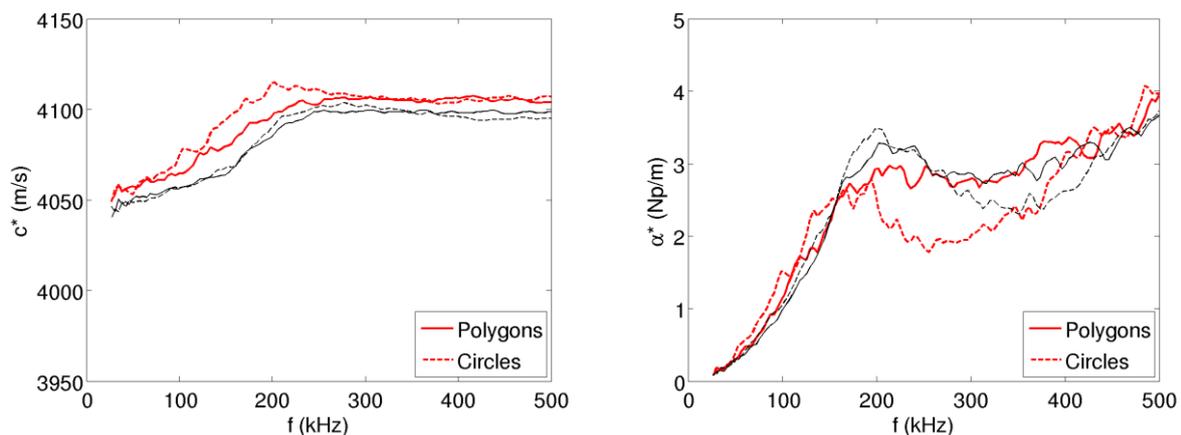


Figure 2. 38. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations avec des diffuseurs ayant la forme de polygones (en traits pleins) et de cercles (en pointillés) : polygones avec un rapport longueur/largeur valant environ 2 à la fraction surfacique 42 % (en noir) et valant environ 3 à 4 à la fraction surfacique 44 % (en rouge).

Ensuite, afin d'étudier l'influence des directions des polygones, nous avons également créé trois géométries avec des polygones de fraction surfacique 44 % en appliquant une direction privilégiée : la longueur des polygones est parallèle ( $0^\circ$ , Figure 2. 37(c)),  $45^\circ$  (Figure

2. 37(d)), ou perpendiculaire ( $90^\circ$ , Figure 2. 37(e)) à la direction de la propagation des ondes.

Les simulations de ces trois cas sont comparées sur la Figure 2. 39 avec celle du cas avec des polygones de directions aléatoires (Figure 2. 37(b)). La vitesse de phase et l'atténuation sont quasiment superposées dans les cas des polygones aléatoires et avec la direction privilégiée  $45^\circ$  : la vitesse augmente à basse fréquence ( $\leq 200$  kHz) et reste quasiment constante à haute fréquence ( $\geq 200$  kHz) ; l'atténuation augmente fortement à basse fréquence ( $\leq 200$  kHz) et puis légèrement à haute fréquence ( $\geq 200$  kHz). Lorsque la direction privilégiée est  $0^\circ$ , nous observons les mêmes tendances d'évolution des deux paramètres en fonction de la fréquence, alors que la vitesse est généralement plus élevée et l'atténuation moins importante. Cela peut s'expliquer par une diminution du nombre des interfaces matrice/diffuseurs à traverser sur la même distance de propagation dans ce cas-là. Au contraire, lorsque les polygones sont orientés à  $90^\circ$ , le nombre d'interfaces est plus grand et nous observons que la vitesse de phase effective est plus petite et l'atténuation effective plus importante.

En conclusion des résultats de ces comparaisons, nous considérons que la forme des diffuseurs a peu d'impact sur les deux paramètres effectifs si les positions et les directions des diffuseurs sont aléatoires. Il est donc pertinent d'utiliser des cercles en 2D comme simplification de la forme des diffuseurs. Cependant, lorsqu'une direction privilégiée des diffuseurs est présente quand leur forme n'est pas circulaire, il est nécessaire d'intégrer cette orientation dans l'analyse de la propagation des ondes.

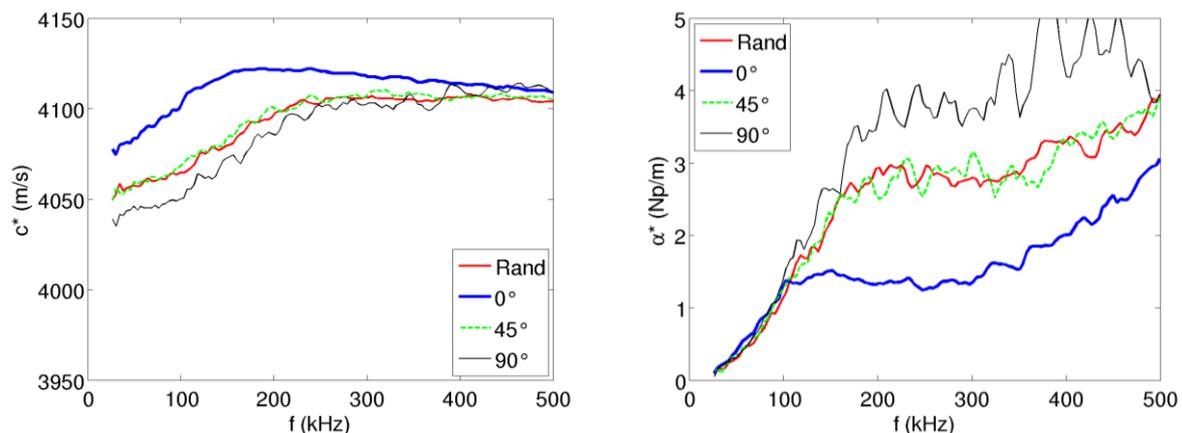


Figure 2. 39. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations avec des diffuseurs ayant la forme de polygones avec un rapport longueur/largeur valant environ 3 à 4 à la fraction surfacique 44 % : directions des polygones aléatoire (en rouge) et privilégiée à  $0^\circ$  (en bleu), à  $45^\circ$  (en vert) et à  $90^\circ$  (en noir).

### 2.5.3 Distribution des tailles : cas des cercles

Pour finir, sur la Figure 2. 34 nous avons regroupé trois différentes distributions de tailles pour des cercles qui sont adaptés au béton de manières différentes. En complétant le cas des cercles de taille unique 6 mm, nous avons comparé les évolutions de deux paramètres effectifs entre les quatre cas sur la Figure 2. 40. Pour la vitesse de phase, les comportements dans les quatre cas sont différents mais restent du même ordre de grandeur à basse fréquence ( $\leq 300$  kHz), et ensuite ils convergent lorsque la fréquence augmente. Cependant, les comportements de l'atténuation entre les quatre cas sont très différents : augmentation

monotone, ou bien variation avec une ou deux « bosses ». Cela montre l'importance de la distribution de taille des diffuseurs. La distribution de taille conduit à un lissage des évolutions de l'atténuation avec la fréquence ainsi qu'à un degré moindre celui de la vitesse.

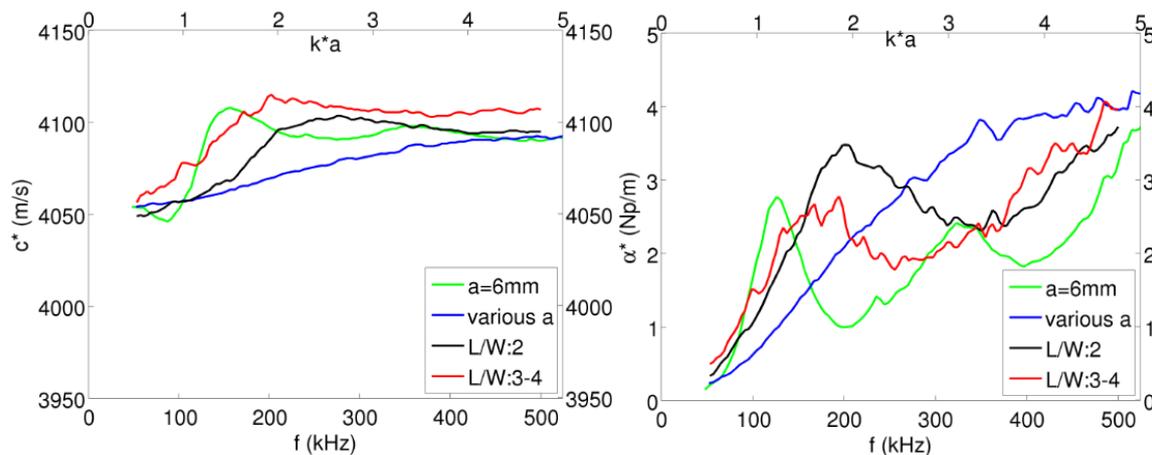


Figure 2. 40. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations avec des cercles : de rayon uniforme 6 mm à une fraction surfacique de 42 % (en vert), de rayons variés à 42 % (en bleu), de rayon équivalent aux polygones ayant un rapport longueur/largeur valant environ 3 à 4 à 44 % (en rouge) et de rayon équivalent aux polygones ayant un rapport longueur/largeur valant environ 2 à 42 % (en noir).

## 2.6 Synthèse

Dans ce chapitre, nous nous sommes focalisés sur le problème de la propagation des ondes élastiques dans un milieu hétérogène élastique.

Afin d'adapter le problème à la propagation des ondes ultrasonores dans le béton, nous avons tout d'abord défini le cadre de l'étude. Les propriétés des matériaux ont été prises identiques à celles du béton et le domaine fréquentiel d'intérêt a été défini de 50 kHz à 500 kHz. En nous basant sur l'observation des granulats du béton VeRCoRs, nous avons pris en compte uniquement les diffuseurs de rayon supérieur à 1 mm, qui correspondent à une fraction volumique d'environ 40 %.

Puis, nous avons introduit les deux modèles d'homogénéisation, Waterman-Truell et Conoir-Norris, qui sont couramment utilisés dans la littérature pour expliquer les mesures et les évolutions dans les milieux hétérogènes. Des modélisations analytiques adaptées au problème défini ont été réalisées avec les deux modèles et comparées. Cependant le modèle CN prédit des valeurs négatives d'atténuation qui ne sont pas physiques. Nous nous sommes donc concentrés sur le modèle WT dans notre étude.

Ensuite, nous avons exposé la création d'un modèle numérique avec le logiciel SPECFEM2D. Une comparaison analytique-numérique pour la diffusion par un cylindre a été présentée, et le très bon accord obtenu a validé notre modèle numérique utilisant le code SPECFEM2D. Nous avons détaillé la configuration numérique, c'est-à-dire la géométrie, le maillage et les paramètres de calcul du modèle numérique. Les traitements des données effectués afin d'obtenir la vitesse de phase et l'atténuation effectives ont également été décrits.

Après cela, nous avons présenté des mesures expérimentales réalisées sur des blocs en résine avec des tiges en aluminium traversantes, dont la fraction volumique a été de 5 %, 20 %, 30 % et 40 %. D'une part en comparant avec les simulations numériques correspondantes, nous

avons validé le modèle numérique. D'autre part, la comparaison avec les modèles d'homogénéisation montre que leur validité ne va pas au-delà d'une fraction surfacique de 5 %.

Enfin, en nous basant sur le modèle numérique validé, nous avons réalisé une étude paramétrique sur la fraction, la distribution des tailles, et la forme des diffuseurs. La comparaison entre les cas avec des polygones et des cercles nous a montré que la forme des diffuseurs a peu d'impact sur la vitesse de phase effective et sur l'atténuation effective si les diffuseurs sont aléatoirement positionnés et orientés. Cependant, si une direction privilégiée des diffuseurs est présente, il est nécessaire de prendre en compte cette direction dans la propagation des ondes. Les résultats montrent également l'importance de la distribution de leur taille et le lissage des évolutions de vitesse et d'atténuation avec la fréquence.

## 3 Béton numérique

Nous avons construit au chapitre 2 un modèle numérique afin de simuler la propagation des ondes élastiques dans un milieu hétérogène élastique. Cependant ce modèle ne prend pas en compte certains phénomènes physiques observés dans le béton. Par exemple, le mortier est observé dans des mesures comme étant un matériau absorbant lors de la propagation d'onde, et sa vitesse et atténuation sont dépendantes de la fréquence de l'onde (Figure 3. 1(a)). Nous l'appelons phénomène de dispersion dans le mortier. En outre, une zone d'épaisseur de 5~50  $\mu\text{m}$ , nommée *Interfacial Transition Zone* (ITZ), est observée autour des granulats avec la présence d'une forte porosité (Figure 3. 1(b)), et son impact sur la propagation des ondes n'est pas bien connu. Toutefois les phénomènes de multidiffusion ainsi que ceux de vieillissement du béton sont positionnés en grande partie au niveau des interfaces granulats/matrice, il est donc important de les intégrer dans notre outil de simulation.

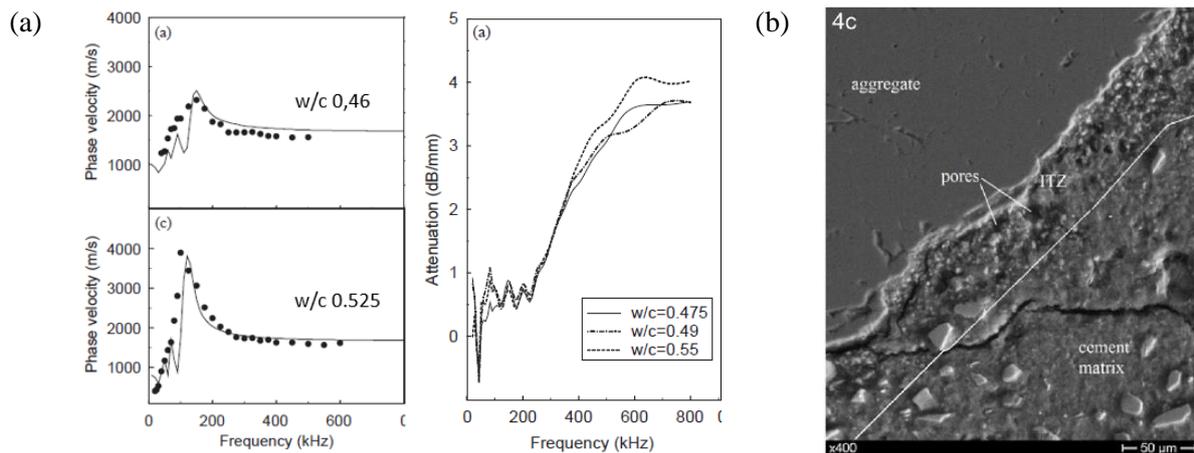


Figure 3. 1. Phénomènes physiques observés dans le béton : (a) évolutions fréquentielles de vitesse et d'atténuation du mortier [35] et (b) ITZ entre les granulats et le mortier [14].

Dans ce chapitre, nous allons proposer et appliquer des méthodes pour modéliser les deux phénomènes afin de compléter notre modèle numérique et ainsi approcher le plus possible le béton réel.

### 3.1 Viscoélasticité

Le phénomène de dispersion est observé dans des mesures sur le mortier du béton [33] [35] [36] et l'élasticité linéaire ne permet pas de rendre compte de ce phénomène. Afin de le prendre en compte dans la simulation numérique, nous devons appliquer une loi de comportement viscoélastique au mortier.

Dans cette section, nous rappelons d'abord l'équation d'onde dans un milieu homogène isotrope viscoélastique. Ensuite nous introduisons le modèle à facteur de qualité,  $Q$ , constant qui est choisi dans notre étude. Puis, l'implantation de ce modèle dans SPEC-FEM2D est validée par une comparaison numérique-analytique. Enfin, nous mesurons les valeurs de  $Q$  pour le

mortier, qui sont des paramètres d'entrée dans des simulations viscoélastiques.

### 3.1.1 Équation d'onde dans un milieu viscoélastique et facteur de qualité

#### 3.1.1.1 Rappel : équation d'onde dans le cas élastique

Avant d'aborder la propagation des ondes dans un milieu viscoélastique, nous rappelons le cas élastique.

L'hypothèse des petits déplacements et petites déformations permet de prendre la loi de Hooke linéaire :

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{C}\boldsymbol{\varepsilon} \quad \text{ou} \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl}, \quad \text{Eq. 3.1}$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  sont respectivement les tenseurs des contraintes et des déformations,  $\mathbf{C}$  est un tenseur d'ordre 4 contenant 81 coefficients élastiques, dont 21 coefficients sont indépendants en tenant compte de la symétrie de  $\boldsymbol{\sigma}$  et  $\boldsymbol{\varepsilon}$ .

Lorsque le matériau est également homogène et isotrope, avec les coefficients de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$ , la loi de Hooke peut se réécrire :

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{I} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon} \quad \text{ou} \quad \sigma_{ij} = \lambda\varepsilon_{kk}\delta_{ij} + 2\mu\varepsilon_{ij}, \quad \text{Eq. 3.2}$$

où  $\mathbf{I}$  est le tenseur identité,  $\operatorname{tr}(\cdot)$  est la trace du tenseur, et  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker :  $\delta_{ij} = 1$ , si  $i = j$ ,  $\delta_{ij} = 0$  sinon.

Nous pouvons également la réécrire à l'aide de l'invariant  $\theta = \nabla \cdot \mathbf{u} = \operatorname{tr}(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sum_{k=1}^d \varepsilon_{kk}$  ( $\nabla \cdot$  est l'opérateur divergence et  $\mathbf{u}$  le champ du déplacement), et du déviatorique de  $\boldsymbol{\varepsilon}$ ,  $d_{ij} = \varepsilon_{ij} - \theta\delta_{ij}/n_d$  avec  $n_d$  la dimension d'espace :

$$\boldsymbol{\sigma} = K\theta\mathbf{I} + 2\mu\mathbf{d}, \quad \text{Eq. 3.3}$$

où  $K = \lambda + 2\mu/n_d$  est le module d'élasticité isostatique (*bulk modulus* en anglais). Dans le cas 2D, nous avons  $K = \lambda + \mu$ . Dans cette expression, le premier terme décrit la déformation de dilatation (seulement l'effet de volume sans effet de forme), et le deuxième décrit la déformation de cisaillement (seulement l'effet de forme sans effet de volume).

Le principe fondamental de la dynamique dans un milieu de densité  $\rho$  peut s'écrire :

$$\rho\partial_t^2\mathbf{u} - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} = \mathbf{0}. \quad \text{Eq. 3.4}$$

Nous obtenons l'équation d'onde en remplaçant  $\boldsymbol{\sigma}$  par l'Eq. 3.2 :

$$(\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu\nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \rho\partial_t^2\mathbf{u}, \quad \text{Eq. 3.5}$$

où  $\nabla$  est l'opérateur gradient,  $\nabla \times$  est l'opérateur rotationnel.

Nous appliquons respectivement les opérateurs divergence et rotationnel dans l'équation ci-dessus, ce qui nous permet de découpler les ondes longitudinale (L) et transversale (T). Après la transformée de Fourier ( $\partial_t \rightarrow i\omega$  avec  $\omega$  la pulsation), nous avons :

$$\begin{aligned} \text{Ondes L} & \quad (\lambda + 2\mu)\Delta\theta + \rho\omega^2\theta = 0, \\ \text{Ondes T} & \quad \mu\Delta\Omega + \rho\omega^2\Omega = 0, \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.6}$$

où  $\Omega$  est défini par  $\Omega = \nabla \times \mathbf{u}$ ,  $\Delta$  est l'opération laplacien.

En décomposant  $\mathbf{u}$  en un potentiel scalaire  $\varphi$  et un potentiel vectoriel  $\boldsymbol{\phi}$ , nous retrouvons les équations de Helmholtz :

$$\begin{aligned} \text{Ondes L} & \quad \Delta\varphi + \frac{\omega^2}{c_l^2}\varphi = 0, \\ \text{Ondes T} & \quad \Delta\boldsymbol{\phi} + \frac{\omega^2}{c_t^2}\boldsymbol{\phi} = 0, \end{aligned} \quad \text{Eq. 3.7}$$

où  $c_l, c_t$  sont respectivement les vitesses de phase constantes pour les ondes longitudinale et transversale, avec  $c_l = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$  et  $c_t = \sqrt{\mu/\rho}$ . Nous définissons également le module d'onde de compression  $\mathcal{E} = \lambda + 2\mu$ .

Nous considérons une onde plane de pulsation  $\omega_0$  se propageant dans un milieu élastique dans la direction  $\mathbf{e}_y$  :

$$a(t) = a_0 e^{i(k_0 y - \omega t)} = a_0 \cos(k_0 y - \omega t), \quad \text{Eq. 3. 8}$$

où  $\mathbf{k}_0 = k_0 \mathbf{e}_k$  est le nombre d'onde avec  $k_0 = \omega_0/c_0$  ( $c_0$ , vitesse de phase réelle),  $a_0$  est l'amplitude d'onde.

### 3.1.1.2 Équation d'onde dans le cas viscoélastique

À la différence de la réponse instantanée d'un milieu élastique, un matériau viscoélastique linéaire a une mémoire. Autrement dit, il résiste et se déforme linéairement avec le temps pendant une certaine période lorsque la contrainte est appliquée, et également il ne peut pas revenir rapidement à l'état initial quand la contrainte est enlevée. Nous ne présentons ici que les équations de base pour comprendre la viscoélasticité linéaire : plus de détails peuvent être trouvés dans les travaux de Carcione [130].

En supposant que le temps de l'effet de mémoire  $t$  ne peut pas être négatif, une fonction arbitraire dépendante du temps  $f(t)$  peut s'écrire :

$$f(t) = \check{f}(t)H(t), \quad \text{Eq. 3. 9}$$

où  $H(t)$  est la fonction de Heaviside, et  $\check{f}(t)$  est la fonction sans la restriction  $t \geq 0$ .

Nous définissons la convolution temporelle de deux fonctions arbitraires dépendant du temps,  $f$  et  $g$ , par :

$$f * g = \int_0^t f(\tau)g(t - \tau) d\tau. \quad \text{Eq. 3. 10}$$

Si  $f$  est une fonction dépendant du temps, nous définissons l'opération de Boltzmann comme :

$$f \odot g = f * (\partial_t g) = f(0)g + (\partial_t \check{f}H) * g. \quad \text{Eq. 3. 11}$$

En supposant que le matériau est viscoélastique linéaire isotrope, la relation déformations / contraintes peut s'exprimer :

$$\sigma_{ij} = \psi_{ijkl} * \partial_t \varepsilon_{kl}, \quad \text{Eq. 3. 12}$$

où  $\psi$  est le tenseur des fonctions de relaxation, dont l'expression la plus générale pour le cas isotrope dans un espace de dimensions  $n_d$ , est :

$$\psi_{ijkl}(t) = \left[ \psi_K(t) - \frac{2}{n_d} \psi_\mu(t) \right] \delta_{ij} \delta_{kl} + \psi_\mu(t) (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}), \quad \text{Eq. 3. 13}$$

avec  $\psi_K(t)$  et  $\psi_\mu(t)$  deux fonctions de relaxation indépendantes.

Donc l'Eq. 3. 12 peut se reformer comme :

$$\sigma_{ij} = \left[ \psi_K - \frac{2}{n_d} \psi_\mu \right] * \partial_t \varepsilon_{kk} \delta_{ij} + 2\psi_\mu * \partial_t \varepsilon_{ij} = \psi_K * \partial_t \theta \delta_{ij} + 2\psi_\mu * \partial_t d_{ij}. \quad \text{Eq. 3. 14}$$

En comparant les équations Eq. 3. 2 et Eq. 3. 3 avec Eq. 3. 14 qui ont des formes similaires, nous pouvons trouver que  $\psi_K$  et  $\psi_\mu$  décrivent respectivement les déformations de dilatation et de cisaillement, et que  $\psi_K - 2\psi_\mu/n_d$  et  $\psi_\mu$  correspondent aux  $\lambda$  et  $\mu$  du cas élastique.

Nous remplaçons  $\sigma_{ij}$  dans l'Eq. 3. 4 par l'Eq. 3. 14, puis nous appliquons respectivement les opérations divergence et rotationnel comme dans le cas élastique. Nous obtenons :

$$\begin{aligned} \text{Ondes L} \quad & \mathcal{E} * \Delta \theta = \rho \partial_t^2 \theta, \\ \text{Ondes T} \quad & \mu * \Delta \Omega = \rho \partial_t^2 \Omega, \end{aligned} \quad \text{Eq. 3. 15}$$

avec les modules complexes  $\mathcal{E}(\omega)$ ,  $\mu(\omega)$  et  $K(\omega)$  :

$$\begin{aligned} K(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_t \psi_K(t) e^{-i\omega t} dt, \quad \mu(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_t \psi_\mu(t) e^{-i\omega t} dt, \\ \psi_\mathcal{E} &= \psi_K + 2\psi_\mu \left(1 - \frac{1}{n_d}\right), \\ \mathcal{E}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \partial_t \psi_\mathcal{E}(t) e^{-i\omega t} dt = K(\omega) + 2\mu(\omega) \cdot \left(1 - \frac{1}{n_d}\right). \end{aligned}$$

Après une transformée de Fourier appliquée à l'Eq. 3. 15, nous obtenons les équations suivantes avec une forme similaire aux équations de Helmholtz en utilisant la décomposition du  $\mathbf{u}$  :

$$\begin{aligned} \text{Ondes L :} \quad & \Delta \varphi + \frac{\omega^2}{[v_l(\omega)]^2} \varphi = 0, \\ \text{Ondes T :} \quad & \Delta \boldsymbol{\phi} + \frac{\omega^2}{[v_t(\omega)]^2} \boldsymbol{\phi} = 0, \end{aligned} \quad \text{Eq. 3. 16}$$

où  $v_l, v_t$  sont respectivement les vitesses complexes pour les ondes longitudinale et transversale, avec  $v_l(\omega) = \sqrt{\mathcal{E}(\omega)/\rho}$  et  $v_t(\omega) = \sqrt{\mu(\omega)/\rho}$ .

Puis nous définissons les nombres d'onde complexes :

$$k_l^2 = \frac{\rho \omega^2}{\mathcal{E}(\omega)} = \frac{\omega^2}{v_l^2} = \left(\frac{\omega}{c_l} + \alpha_l \cdot i\right)^2, \quad k_t^2 = \frac{\rho \omega^2}{\mu(\omega)} = \frac{\omega^2}{v_t^2} = \left(\frac{\omega}{c_t} + \alpha_t \cdot i\right)^2, \quad \text{Eq. 3. 17}$$

où  $c_l(\omega), c_t(\omega)$  sont respectivement les vitesses de phase réelles dépendant de la fréquence pour les ondes longitudinale et transversale, et  $\alpha_l(\omega), \alpha_t(\omega)$  les coefficients d'atténuation.

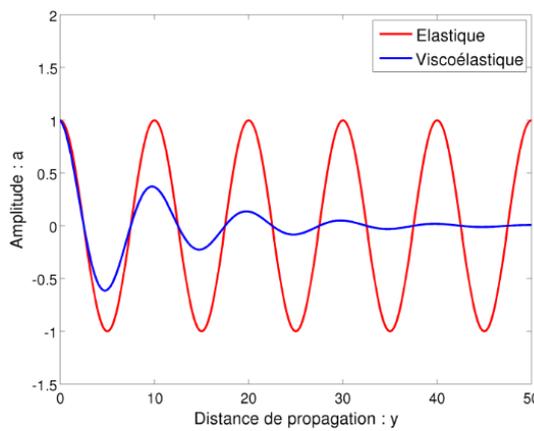


Figure 3. 2. Comparaison de la propagation des ondes planes dans des milieux élastique et viscoélastique. Nous prenons  $a_0 = 1, t = 0, c_0 = 10 \text{ m/s}, \alpha_0 = 0,1, \omega_0 = 1 \text{ rad/s}$ .

Nous considérons la solution pour une onde plane de pulsation  $\omega$  se propageant dans un milieu viscoélastique suivant la direction  $\mathbf{e}_y$  :

$$a(t) = a_0 e^{i(\mathbf{k}_0 y - \omega t)} = a_0 e^{-\alpha_0 y} \cos \left[ \omega \left( \frac{y}{c_0} - t \right) \right], \quad \text{Eq. 3. 18}$$

où  $\mathbf{k}_0 = \mathbf{k}_0 + i\alpha_0 = k_0 \mathbf{e}_k + i\alpha_0 \mathbf{e}_\alpha$  avec  $k$  le nombre d'onde réel  $k_0 = \omega_0/c_0$  ( $c_0$ , la vitesse de phase), et  $\alpha_0$  le coefficient d'atténuation. En comparant avec la solution du cas élastique (Eq. 3. 8), nous observons que l'amplitude de l'onde dans le cas viscoélastique n'est plus constante, et qu'elle diminue exponentiellement avec la distance de propagation (Figure 3. 2).

### 3.1.1.3 Facteur de qualité : $Q$

Pour décrire le comportement viscoélastique d'un milieu, le facteur de qualité, ou facteur de dissipation,  $Q$ , est couramment utilisé. Il est défini, pour un module complexe  $M$  du milieu, par :

$$Q_M(\omega) = \frac{Re(M)}{Im(M)}, \quad \text{Eq. 3. 19}$$

où  $Re(\cdot), Im(\cdot)$  indiquent respectivement la partie réelle et la partie imaginaire d'un nombre complexe.

$Q_\varepsilon$  est le facteur pour le module  $\mathcal{E}(\omega)$  et  $Q_\mu$  est le facteur pour le module  $\mu(\omega)$ , qui correspondent respectivement aux ondes longitudinale et transversale ; ils sont les plus communs grâce à leurs liens directs avec les vitesses des ondes (Eq. 3. 17). Lorsque  $Q_\varepsilon, Q_\mu \rightarrow +\infty$ , le comportement du milieu s'approche d'un milieu élastique : plus les valeurs de  $Q_\varepsilon$  et  $Q_\mu$  sont petites, plus la dispersion est importante.

### 3.1.2 Modèle à facteur $Q$ constant

Parmi les différents modèles viscoélastiques existants, le modèle à facteur  $Q$  constant proposé par Kjartansson [131] est le plus utilisé en raison de sa simplicité.

Ce modèle a d'abord été proposé dans le cas 1D, et il se base sur une fonction de relaxation de la forme :

$$\psi(t) = \frac{1}{M_0 \Gamma(1 + 2\gamma)} \left(\frac{t}{t_0}\right)^{2\gamma} H(t), \quad \text{Eq. 3. 20}$$

où  $M_0$  est le module élastique (de compression,  $\mathcal{E}_0$ , ou de cisaillement,  $\mu_0$ ),  $t_0 = 2\pi/\omega_0$  est la période correspondante à la pulsation de référence  $\omega_0$ ,  $\Gamma$  est une fonction de  $\gamma$  qui donne une valeur proche de 1, et  $\gamma$  est défini par le facteur de qualité  $Q_M$  correspondant à ce module complexe  $M$  :

$$\gamma = \frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{1}{Q_M}\right). \quad \text{Eq. 3. 21}$$

Les deux expressions ci-dessus conduisent à l'expression du module complexe correspondant :

$$M(\omega) = M_0 \left(\frac{-i\omega}{\omega_0}\right)^{2\gamma}. \quad \text{Eq. 3. 22}$$

Dans le cas 2D, nous pouvons déterminer les nombres d'onde complexes  $k_l$  et  $k_t$  relatifs aux ondes de compression et de cisaillement [123] par :

$$k_l = \frac{\omega}{c_{l0}} \left(\frac{-i\omega}{\omega_0}\right)^{-\frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{1}{Q_\varepsilon}\right)}, \quad k_t = \frac{\omega}{c_{t0}} \left(\frac{-i\omega}{\omega_0}\right)^{-\frac{1}{\pi} \arctan\left(\frac{1}{Q_\mu}\right)}, \quad \text{Eq. 3. 23}$$

où  $c_{l0}$  et  $c_{t0}$  sont respectivement les vitesses de référence longitudinal et transversale à  $\omega_0$ . Par conséquent, lorsque  $Q \gg 1$ , nous avons l'approximation linéaire de l'atténuation,  $\alpha \approx$

$\pi f / Q c_0$ . Sur la Figure 3. 3, nous montrons un exemple du modèle à  $Q$  constant : la vitesse de phase augmente avec la fréquence, et l'atténuation varie linéairement avec la fréquence.

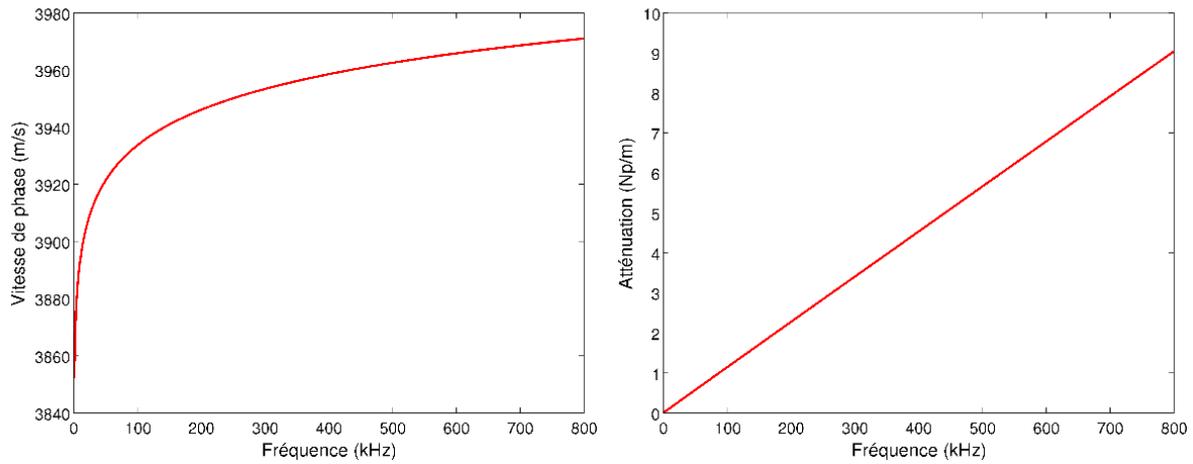


Figure 3. 3. Vitesse de phase et atténuation en fonction de la fréquence du modèle à  $Q$  constant. Nous prenons  $\rho = 2050 \text{ kg/m}^3$ ,  $c_l = 3950 \text{ m/s}$ ,  $f_0 = 250 \text{ kHz}$ ,  $Q_\varepsilon = 70$ .

La relation entre  $Q_K$  et  $Q_\varepsilon$  dans le cas 3D est donnée dans [132]. Similairement, en se basant sur l'Eq. 3. 17 et  $\varepsilon = K + \mu$  dans le cas 2D, nous obtenons :

$$\frac{1}{Q_\varepsilon} = \left(1 - \frac{c_t^2}{c_l^2}\right) \frac{1}{Q_K} + \frac{c_t^2}{c_l^2} \cdot \frac{1}{Q_\mu}. \quad \text{Eq. 3. 24}$$

### 3.1.3 Implantation du modèle à facteur $Q$ constant dans le code SPECFEM2D

Le modèle à  $Q$  constant, qui impose des relations concernant les modules complexes du milieu, ne peut pas être implanté directement dans SPECFEM2D où le problème et la solution sont basés sur la description contrainte-déformation. Par conséquent, afin de réaliser l'implantation, SPECFEM2D utilise un modèle mécanique, le modèle généralisé de Zener, qui permet une valeur quasi-constante à  $Q$  dans un domaine fréquentiel d'intérêt.

Dans cette section, nous présentons d'abord le modèle généralisé de Zener et son amélioration. Ensuite nous précisons son implantation dans SPECFEM2D. Enfin, nous validons l'implantation par une comparaison numérique-analytique dans un cas d'un milieu homogène viscoélastique.

#### 3.1.3.1 Modèle généralisé de Zener et son optimisation non linéaire

Le modèle généralisé de Zener (*Generalized Zener Model* en anglais) permet d'obtenir une valeur quasi-constante du facteur de qualité  $Q$  dans un domaine fréquentiel souhaité. Il s'appuie sur la construction d'un système mécanique (Figure 3. 4(a)).

Le modèle généralisé de Zener se compose de  $L$  éléments dont chacun a une viscosité  $\eta_l$ , et deux élasticités de ressort,  $k_{1l}$  et  $k_{2l}$  (Figure 3. 4(a)). Si le module relaxé du modèle généralisé ( $t \rightarrow +\infty$  ou  $\omega = 0$ )  $M_R$  est connu, les paramètres sont habituellement choisis pour le module relaxé du  $l$ -ième système  $M_{Rl} = M_R/L$ . Le module complexe pour le modèle généralisé de Zener  $M(\omega)$  est obtenu par :

$$M(\omega) = \sum_{l=1}^L M_l(\omega) = \sum_{l=1}^L \frac{M_R}{L} \left( \frac{1 + i\omega\tau_{\varepsilon l}}{1 + i\omega\tau_{\sigma l}} \right), \quad \text{Eq. 3. 25}$$

avec

$$\tau_{\sigma l} = \frac{\eta_l}{k_{1l} + k_{2l}}, \quad \tau_{\varepsilon l} = \frac{\eta_l}{k_{2l}},$$

où  $M_l(\omega)$  est le module complexe du  $l$ -ième système. Par exemple, sur la Figure 3. 4(b), 5 courbes en pointillé représentent  $M_l(\omega)$  et la courbe en trait représente  $M(\omega)$  qui donne une valeur stable de  $Q$  autour d'une fréquence.

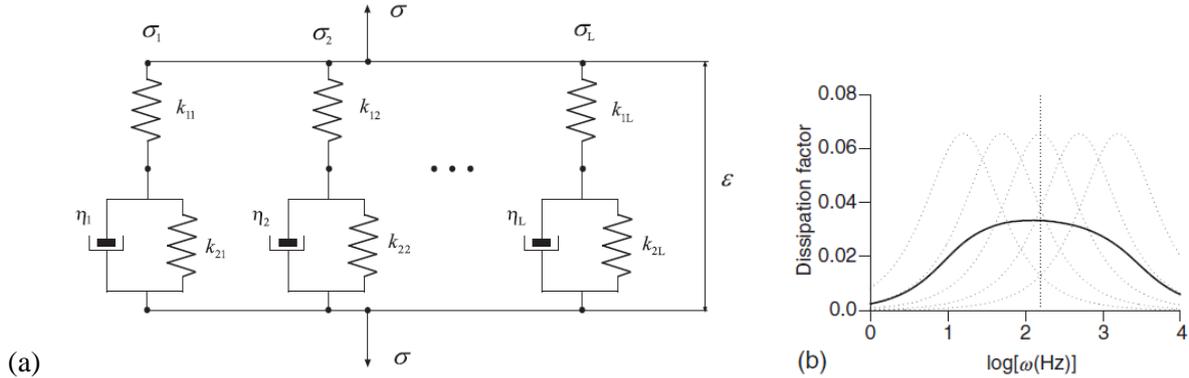


Figure 3. 4. Modèle généralisé de Zener. (a) Schéma mécanique avec  $L$  éléments (b) Exemple de  $Q^{-1}$  en fonction de  $\log(\omega)$  avec 5 systèmes. Pris dans [130].

Nous pouvons donc obtenir le module non relaxé défini à  $t = 0$  ou  $\omega \rightarrow +\infty$  :

$$M_U = M_R \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\varepsilon l}}{\tau_{\sigma l}} \right) \right] = \frac{M_R}{L} \sum_{l=1}^L \frac{\tau_{\varepsilon l}}{\tau_{\sigma l}}. \quad \text{Eq. 3. 26}$$

L'expression de la fonction de relaxation peut être obtenue par la définition dans l'Eq. 3. 12 :

$$\psi(t) = \sum_{l=1}^L \psi_l = M_R \left[ 1 - \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \left( 1 - \frac{\tau_{\varepsilon l}}{\tau_{\sigma l}} \right) e^{-\frac{t}{\tau_{\sigma l}}} \right] H(t). \quad \text{Eq. 3. 27}$$

Afin d'améliorer cette approximation du modèle à  $Q$  constant, des algorithmes sont développés pour optimiser les coefficients  $\tau_{\varepsilon l}$  et  $\tau_{\sigma l}$  dans le modèle généralisé de Zener. L'algorithme d'optimisation non linéaire utilisé dans [133] permet d'approximer une valeur quasi-constante de  $Q$  dans un domaine fréquentiel cible  $[f_{min}, f_{max}]$  avec moins de systèmes ( $N$  sur la Figure 3. 5 représente le nombre des systèmes  $L$  dans notre étude). Nous ne précisons pas ici les détails de calcul pour optimiser  $\tau_{\varepsilon l}$  et  $\tau_{\sigma l}$  avec cet algorithme non linéaire. Dans les paragraphes suivants, nous n'explicitons que les expressions des modules complexes et leurs facteurs de qualité après l'utilisation de cet algorithme non linéaire dans SPECFEM2D.

Dans un cas 2D, nous supposons que la densité  $\rho$  est connue, ainsi  $c_{l0} = \sqrt{\mathcal{E}_0/\rho}$ ,  $c_{t0} = \sqrt{\mu_0/\rho}$  à la fréquence de référence  $\omega_0 = 2\pi f_0$ , au lieu des modules relaxés  $\mathcal{E}_R$  et  $\mu_R$ . L'algorithme non linéaire donne les coefficients optimaux  $\tau_{\sigma l}^{(1)}, \tau_{\varepsilon l}^{(1)}, \tau_{\sigma l}^{(2)}, \tau_{\varepsilon l}^{(2)}$  afin d'approximer respectivement les facteurs  $Q_K$  et  $Q_\mu$  souhaités dans le domaine fréquentiel  $[f_0/10, 10f_0]$ .

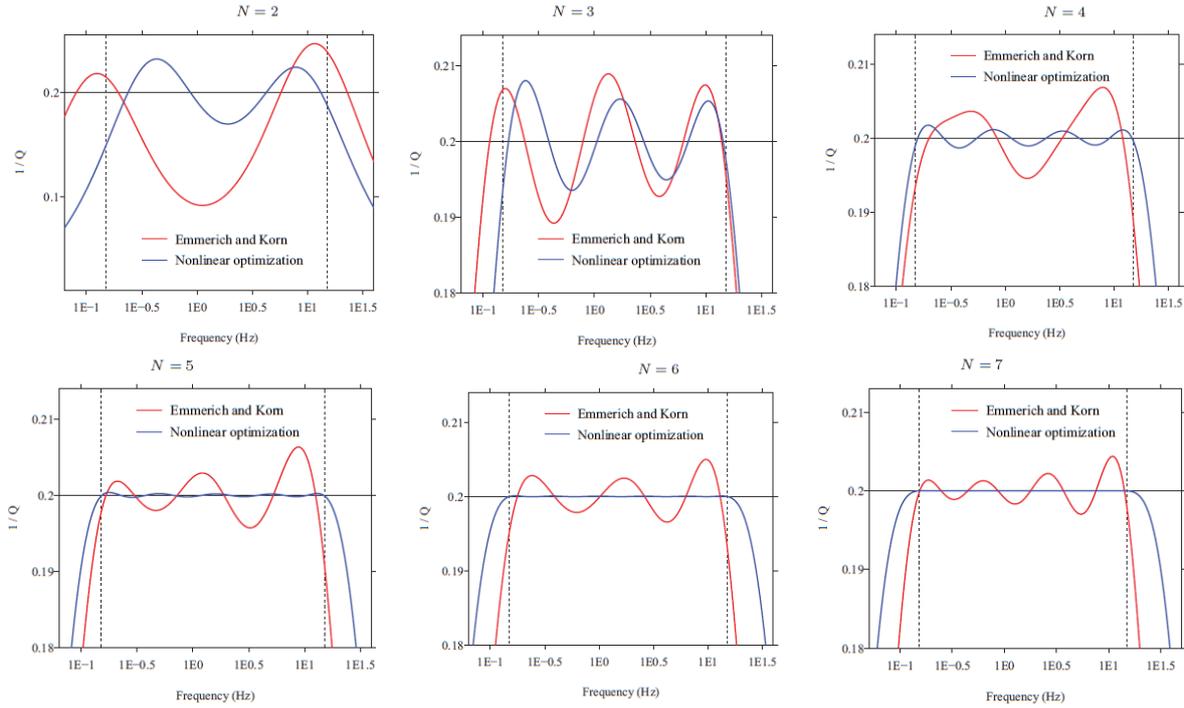


Figure 3. 5. Approximation d'un facteur  $Q$  constant ciblé dans un domaine fréquentiel ciblé par l'algorithme d'optimisation non-linéaire (en bleu) dans un modèle généralisé de Zener avec 2, 3, 4, 5, 6, 7 systèmes en comparant avec un algorithme linéaire (en rouge), Pris dans [133].

Afin de simplifier les expressions dans la suite, nous définissons d'abord les deux coefficients suivants :

$$v_l = \frac{1}{L} \left( \frac{\tau_{\varepsilon l}}{\tau_{\sigma l}} - 1 \right), \quad \vartheta_l = \frac{1}{\tau_{\sigma l}}. \quad \text{Eq. 3. 28}$$

Pour l'onde transversale, en supposant que  $c_t \gg \alpha_t$ , nous négligeons la partie imaginaire de l'Eq. 3. 25 pour  $\omega_0$ . Nous pouvons estimer le module relaxé de cisaillement :

$$\mu_R \approx \rho c_{t0}^2 / \left( 1 + \sum_{l=1}^L \frac{v_l^{(1)}}{\left( \frac{\vartheta_l^{(1)}}{\omega_0} \right)^2 + 1} \right). \quad \text{Eq. 3. 29}$$

Pour l'onde longitudinale, en supposant que  $c_l \gg \alpha_l$ , nous négligeons la partie imaginaire de l'Eq. 3. 25 pour  $\omega_0$ . Nous pouvons estimer le module relaxé d'élasticité isostatique :

$$K_R \approx (\rho c_{l0}^2 - \rho c_{t0}^2) / \left( 1 + \sum_{l=1}^L \frac{v_l^{(2)}}{\left( \frac{\vartheta_l^{(2)}}{\omega_0} \right)^2 + 1} \right). \quad \text{Eq. 3. 30}$$

En injectant les deux expressions l'Eq. 3. 29 et l'Eq. 3. 30 dans l'Eq. 3. 25, nous pouvons respectivement obtenir  $\mu(\omega)$ ,  $K(\omega)$  et  $\mathcal{E}(\omega)$  par  $\mathcal{E}(\omega) = K(\omega) + \mu(\omega)$ , ainsi que leurs facteurs de qualité  $Q_\mu(\omega)$ ,  $Q_K(\omega)$  et  $Q_\mathcal{E}(\omega)$ .

### 3.1.3.2 Discrétisation temporelle : variables de mémoire

Avec les coefficients des temps de relaxation  $\tau_{\sigma l}^{(1)}, \tau_{\varepsilon l}^{(1)}, \tau_{\sigma l}^{(2)}, \tau_{\varepsilon l}^{(2)}$  obtenus par l'algorithme d'optimisation, nous pouvons obtenir les fonctions de relaxation de  $\psi_K(t)$  et  $\psi_\mu(t)$  d'après l'Eq. 3. 27.

Théoriquement nous pouvons maintenant résoudre le problème d'après la relation directe déformations / contraintes (Eq. 3. 14). En pratique, cependant, le calcul de la contrainte avec une convolution temporelle est difficile à réaliser directement dans les codes numériques travaillant dans le domaine temporel, car il faudrait stocker tout le passé du matériau, et donc stocker tous les pas de temps calculés depuis le début de la simulation. SPECFEM2D introduit des variables à mémoire dans le domaine temporel [130] afin d'éviter le calcul direct de la convolution temporelle et de le remplacer par un calcul récursif, et donc sans stockage du passé, de cette convolution.

Nous réécrivons la relation déformations /contraintes :

$$\sigma_{ij} = K_U \left( \varepsilon_{kk} + \sum_{l=1}^L e_l^{(1)} \right) \delta_{ij} + 2\mu_U \left( d_{ij} + \sum_{l=1}^L e_{ijl}^{(2)} \right), \quad \text{Eq. 3. 31}$$

où  $e_l^{(1)}, e_{ijk}^{(2)}$  sont les variables à mémoire définies par

$$e_l^{(1)} = \psi_l^{(1)} * \varepsilon_{kk}, \quad e_{ijk}^{(2)} = \psi_l^{(2)} * d_{ij},$$

avec

$$\psi_l = \check{\psi}_l H(t) = \frac{1}{\tau_{\sigma l}} \left( \sum_{l=1}^L \frac{\tau_{\varepsilon l}}{\tau_{\sigma l}} \right)^{-1} \left( 1 - \frac{\tau_{\varepsilon l}}{\tau_{\sigma l}} \right) e^{-\frac{t}{\tau_{\sigma l}}} H(t).$$

Si nous l'explicitons dans l'espace en 2D en déformations planes, nous obtenons :

$$\begin{aligned} \sigma_{xx} &= (K_U + \mu_U) \partial_x u_x + (K_U - \mu_U) \partial_z u_z + K_U \sum_{l=1}^L e_l^{(1)} + 2\mu_U \sum_{l=1}^L e_{11l}^{(2)}, \\ \sigma_{zz} &= (K_U - \mu_U) \partial_x u_x + (K_U + \mu_U) \partial_z u_z + K_U \sum_{l=1}^L e_l^{(1)} + 2\mu_U \sum_{l=1}^L e_{33l}^{(2)}, \\ \sigma_{xz} &= \sigma_{zx} = \mu_U (\partial_x u_x + \partial_z u_z) + 2\mu_U \sum_{l=1}^L e_{13l}^{(2)}. \end{aligned} \quad \text{Eq. 3. 32}$$

Nous présentons ici la méthode de discrétisation temporelle pour la convolution temporelle [134] utilisée dans SPECFEM2D. Si  $a$  est une constante et  $g(t)$  est une fonction temporelle, la fonction  $h(t)$  est sous forme :

$$h = a \int_0^t e^{-a\tau} g(t - \tau) d\tau. \quad \text{Eq. 3. 33}$$

La fonction  $h(t)$  peut s'écrire en discrétisation temporelle :

$$\begin{aligned} h^{(n)} &\approx a \int_0^{n \cdot \Delta t} e^{-a\tau} g(n \cdot \Delta t - \tau) d\tau, \\ h^{(n)} &\approx e^{-a \cdot \Delta t} h^{(n-1)} + \left( 1 - e^{-a \cdot \frac{\Delta t}{2}} \right) \left[ g^{(n)} + e^{-a \cdot \frac{\Delta t}{2}} g^{(n-1)} \right]. \end{aligned} \quad \text{Eq. 3. 34}$$

À partir de cette expression, nous pouvons discrétiser  $e_l^{(1)}$  par :

$$e_l^{(1)(n)} \approx e^{-\frac{\Delta t}{\tau_{\sigma l}^{(1)}}} e_l^{(1)(n-1)} + \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{2\tau_{\sigma l}^{(1)}}}\right) \left[ \tau_{\sigma l}^{(1)} \Theta^{(1)} \varepsilon_{kk}^{(n)} + e^{-\frac{\Delta t}{2\tau_{\sigma l}^{(1)}}} \tau_{\sigma l}^{(1)} \Theta^{(1)} \varepsilon_{kk}^{(n-1)} \right], \quad \text{Eq. 3. 35}$$

avec

$$\Theta = \frac{1}{\tau_{\sigma l}} \left( \sum_{l=1}^L \frac{\tau_{\varepsilon l}}{\tau_{\sigma l}} \right)^{-1} \left( 1 - \frac{\tau_{\varepsilon l}}{\tau_{\sigma l}} \right).$$

Par analogie, nous pouvons discrétiser  $e_{ijl}^{(2)}$  en :

$$e_{ijl}^{(2)(n)} \approx e^{-\frac{\Delta t}{\tau_{\sigma l}^{(2)}}} e_{ijl}^{(2)(n-1)} + \left(1 - e^{-\frac{\Delta t}{2\tau_{\sigma l}^{(2)}}}\right) \left[ \tau_{\sigma l}^{(2)} \Theta^{(2)} d_{ij}^{(n)} + e^{-\frac{\Delta t}{2\tau_{\sigma l}^{(2)}}} \tau_{\sigma l}^{(2)} \Theta^{(2)} d_{ij}^{(n-1)} \right]. \quad \text{Eq. 3. 36}$$

En pratique, nous ne calculons que  $e_l^{(1)}$ ,  $e_{11l}^{(2)}$ ,  $e_{13l}^{(2)}$  parce que  $e_{33l}^{(2)} = -e_{11l}^{(2)}$  grâce à  $d_{33} = -d_{11}$ .

### 3.1.3.3 Condition périodique pour une source en onde plane

Dans le cas élastique, afin de modéliser une onde plane dans une géométrie finie, SPECFEM2D impose la solution analytique de l'onde plane (condition de Bielak [124] [135]) aux bords absorbants (Figure 3. 6). La solution imposée est exprimée en termes de vecteur traction  $\mathbf{t}(\mathbf{u}) = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}$ , avec  $\mathbf{n}$  la normale au bord correspondant.

Dans les paragraphes suivants, nous présentons le calcul de la solution analytique d'une onde plane de Ricker qui se propage dans un milieu viscoélastique à facteur  $Q$  constant, afin de l'implanter comme condition de bord dans le cas viscoélastique. En raison de la difficulté de calculer directement la convolution temporelle, nous estimons la solution analytique à partir de la décomposition de Ricker en séries de Fourier, qui permet de passer facilement entre les domaines temporel et fréquentiel.

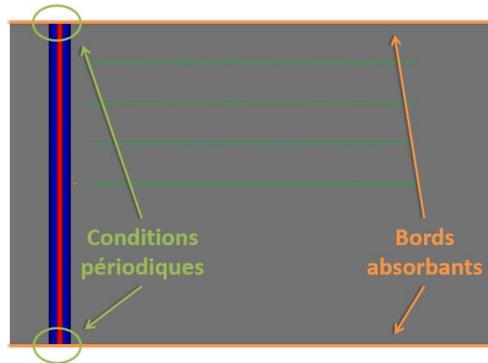


Figure 3. 6 Implémentation d'une onde plane dans SPECFEM2D.

Pour une onde plane de Ricker avec un angle incident  $\theta$ , sa direction incidente dans le plan de repère est notée  $\mathbf{e}_y = \sin \theta \mathbf{e}_x + \cos \theta \mathbf{e}_z$ , et la distance de propagation est notée  $y = \sin \theta x + \cos \theta z$ .

De même que pour la décomposition de Ricker en séries de Fourier dans le cas élastique (Eq. 2. 13 et Eq. 2. 14), nous prenons en compte le nombre d'onde complexe,  $k_n = \omega_n/c_n + i \cdot \alpha_n$ , dans le cas viscoélastique et nous obtenons :

$$rs(t) = \sum_{n=1}^N A_n \cdot e^{i[k_n y - \omega_n t]} = \sum_{n=1}^N A_n \cdot e^{-\alpha_n y} \cdot \cos \left[ 2\pi f_n \left( t - \frac{y}{c_n} \right) \right] = u_y, \quad \text{Eq. 3. 37}$$

où  $c_n = c(\omega_n)$  et  $\alpha_n = \alpha(\omega_n)$ .

Nous pouvons obtenir les déformations temporelles en notant  $\Pi_n = 2\pi f_n (t - y/c_n)$  :

$$\varepsilon_{xx} = \partial_x u_x = \sin \theta \partial_x u_y = \sin^2 \theta \sum_{n=1}^N A_n e^{-\alpha_n y} \left\{ -\alpha_n \cos \Pi_n + \frac{\omega_n}{c_n} \sin \Pi_n \right\}, \quad \text{Eq. 3. 38}$$

$$\varepsilon_{zz} = \partial_z u_z = \cos \theta \partial_z u_y = \cos^2 \theta \sum_{n=1}^N A_n e^{-\alpha_n y} \left\{ -\alpha_n \cos \Pi_n + \frac{\omega_n}{c_n} \sin \Pi_n \right\},$$

$$\varepsilon_{xz} = \varepsilon_{zx} = \frac{1}{2} (\partial_x u_z + \partial_z u_x) = \sin \theta \cos \theta \sum_{n=1}^N A_n e^{-\alpha_n y} \left\{ -\alpha_n \cos \Pi_n + \frac{\omega_n}{c_n} \sin \Pi_n \right\}.$$

En appliquant la transformée de Fourier aux expressions ci-dessus, nous obtenons les déformations dans le domaine fréquentiel :

$$\hat{\varepsilon}_{xx}(\omega_n) = \sin^2 \theta \cdot A_n e^{-\alpha_n y} \left\{ \left( \alpha_n i - \frac{\omega_n}{c_n} \right) \sin \left( \frac{\omega_n}{c_n} y \right) - \left( \alpha_n + \frac{\omega_n}{c_n} i \right) \cos \left( \frac{\omega_n}{c_n} y \right) \right\}, \quad \text{Eq. 3. 39}$$

$$\hat{\varepsilon}_{zz}(\omega_n) = \cos^2 \theta \cdot A_n e^{-\alpha_n y} \left\{ \left( \alpha_n i - \frac{\omega_n}{c_n} \right) \sin \left( \frac{\omega_n}{c_n} y \right) - \left( \alpha_n + \frac{\omega_n}{c_n} i \right) \cos \left( \frac{\omega_n}{c_n} y \right) \right\},$$

$$\hat{\varepsilon}_{xz}(\omega_n) = \hat{\varepsilon}_{zx} = \sin \theta \cos \theta \cdot A_n e^{-\alpha_n y} \left\{ \left( \alpha_n i - \frac{\omega_n}{c_n} \right) \sin \left( \frac{\omega_n}{c_n} y \right) - \left( \alpha_n + \frac{\omega_n}{c_n} i \right) \cos \left( \frac{\omega_n}{c_n} y \right) \right\}.$$

Nous explicitons la relation déformations / contraintes de l'Eq. 3. 14 dans le domaine fréquentiel comme suit :

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_{xx} &= (K + \mu) \hat{\varepsilon}_{xx} + (K - \mu) \hat{\varepsilon}_{zz}, \\ \hat{\sigma}_{zz} &= (K - \mu) \hat{\varepsilon}_{xx} + (K + \mu) \hat{\varepsilon}_{zz}, \\ \hat{\sigma}_{xz} &= \hat{\sigma}_{zx} = 2\mu \hat{\varepsilon}_{xz}, \end{aligned} \quad \text{Eq. 3. 40}$$

où les modules complexes  $K(\omega)$ ,  $\mu(\omega)$  et  $\mathcal{E}(\omega) = K(\omega) + \mu(\omega)$  ont déjà été calculés dans SPEC-FEM2D d'après la section 3.1.3.1.

Par conséquent, nous pouvons calculer les contraintes dans le domaine temporel,  $\sigma_{xx}(t)$ ,  $\sigma_{zz}(t)$  et  $\sigma_{xz}(t)$  par la transformée inverse de Fourier afin d'obtenir le vecteur traction  $\mathbf{t}(\mathbf{u}) = \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}$  aux bords à utiliser pour la condition de bord.

### 3.1.3.4 Validation numérique-analytique

Afin de valider l'implantation de la viscoélasticité et des conditions de bord correspondantes dans SPEC-FEM2D, nous réalisons une simulation de la propagation d'une onde plane longitudinale dans un milieu viscoélastique homogène.

Nous utilisons la même taille de géométrie que dans notre étude de la diffusion dans le chapitre précédent :  $l_x = 400 \text{ mm}$ ,  $l_z = 600 \text{ mm}$ , les autres paramètres dans la simulation

étant :  $N = 8500$  ,  $\Delta t = 1.6e - 8$  s ,  $L = 6$  ,  $\rho = 2050$  kg/m<sup>3</sup> ,  $c_p = 3950$  m/s ,  $c_s = 2250$  m/s ,  $Q_K = 101.7$  ,  $Q_\mu = 30$  , qui correspond à  $Q_\varepsilon = 57.28$ . La fréquence de référence est prise égale à la fréquence dominante de la source de Ricker (250 kHz). Nous utilisons trois lignes de récepteurs : la première ligne est sur le bord du haut, la deuxième est au milieu de la première et de la troisième, et la troisième est au centre de la géométrie (en vert Figure 3. 7).

Nous analysons des instantanés de propagation des solutions, dans lesquels la couleur représente le champ de déplacement (Figure 3. 7). Aucune réflexion parasite n'est observée sur les bords du domaine.

De plus, nous obtenons les évolutions de vitesse de phase et d'atténuation d'après des déplacements enregistrés aux récepteurs sur la première ligne, qui correspondent aux conditions périodiques imposées, et sur la troisième ligne, qui correspondent au modèle viscoélastique implanté. Nous les comparons avec le modèle analytique à  $Q$  constant sur la Figure 3. 8. Un très bon accord entre les trois courbes est obtenu et valide l'implantation de l'atténuation dans SPECFEM2D, et il confirme également la bonne performance de SPECFEM2D pour reproduire un modèle à facteur  $Q$  constant.

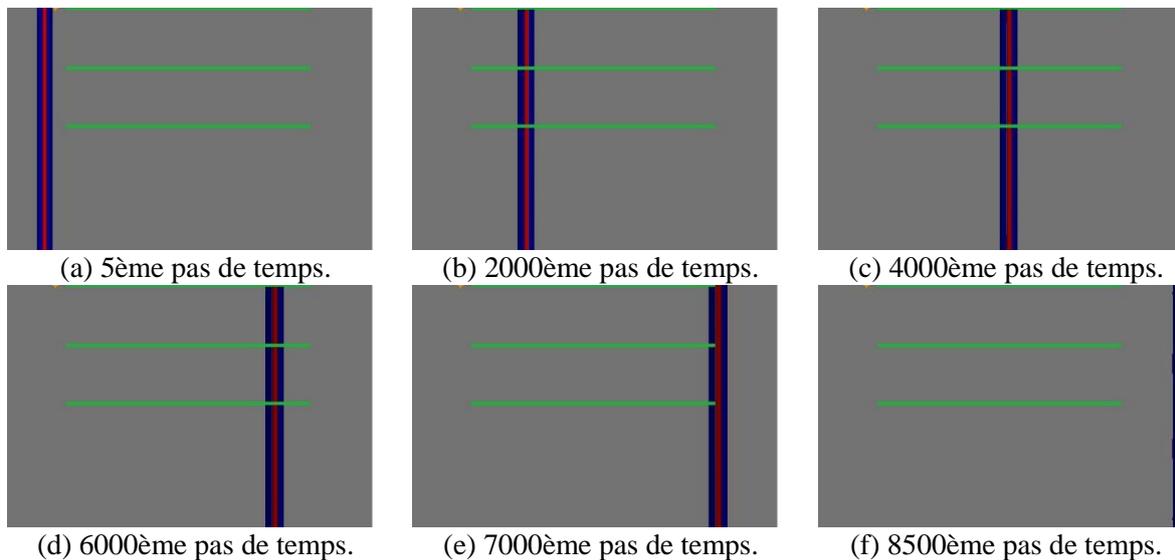
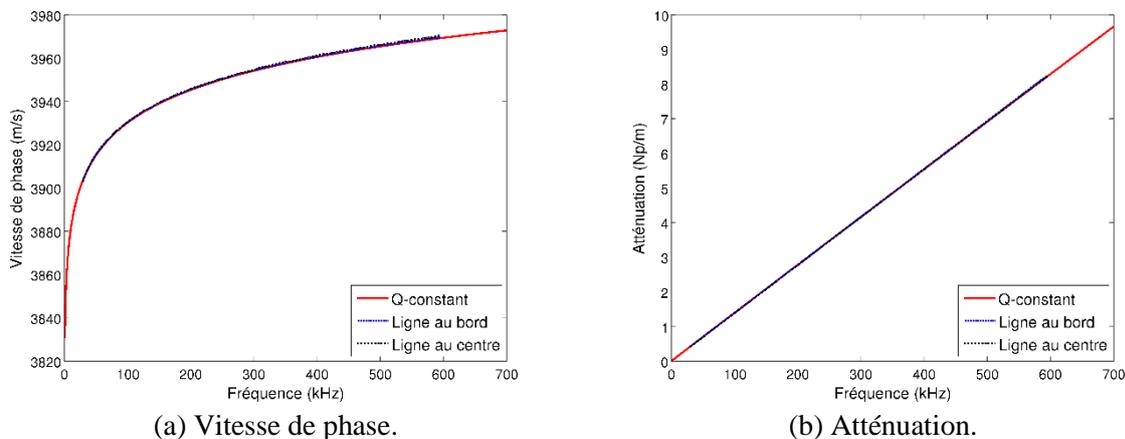


Figure 3. 7 Déplacement vertical lors de la propagation d'une onde plane longitudinale dans un milieu viscoélastique, à différents pas de temps.



(a) Vitesse de phase.

(b) Atténuation.

Figure 3. 8 Vitesse de phase et atténuation d'après les déplacements enregistrés sur le bord gauche et au centre dans une simulation viscoélastique effectuée avec SPECFEM2D, comparées à celles d'un modèle analytique à facteur  $Q$  constant.

### 3.1.4 Mesures des facteurs de qualité $Q_\varepsilon$ et $Q_\mu$

Afin de réaliser des simulations viscoélastiques pour le béton, il faut connaître les valeurs de  $Q_\varepsilon$  et  $Q_\mu$  du mortier correspondant respectivement aux ondes longitudinale et transversale. Cependant, très peu d'études existent dans la littérature concernant la valeur de  $Q_\varepsilon$  du mortier, et aucune pour  $Q_\mu$ . Des simulations viscoélastiques en prenant en compte différentes valeurs de  $Q_\varepsilon$  et  $Q_\mu$  dans l'Annexe I montrent la importance de leurs présences.

Par conséquent, nous fabriquons des éprouvettes en mortier correspondant au béton de type VeRCoRs et réalisons des mesures afin d'obtenir les évolutions fréquentielles de vitesse de phase et d'atténuation, qui vont nous permettre d'estimer les valeurs de  $Q_\varepsilon$  et  $Q_\mu$  par l'ajustement des courbes.

#### 3.1.4.1 Éprouvettes

Afin de fabriquer les éprouvettes, nous avons conçu deux moules pouvant contenir respectivement trois éprouvettes de dimensions 20 cm × 15 cm × 4 cm et 20 cm × 15 cm × 7 cm. Les moules se composent de planches en acier ou en PVC (en violet sur la Figure 3. 9(a)).

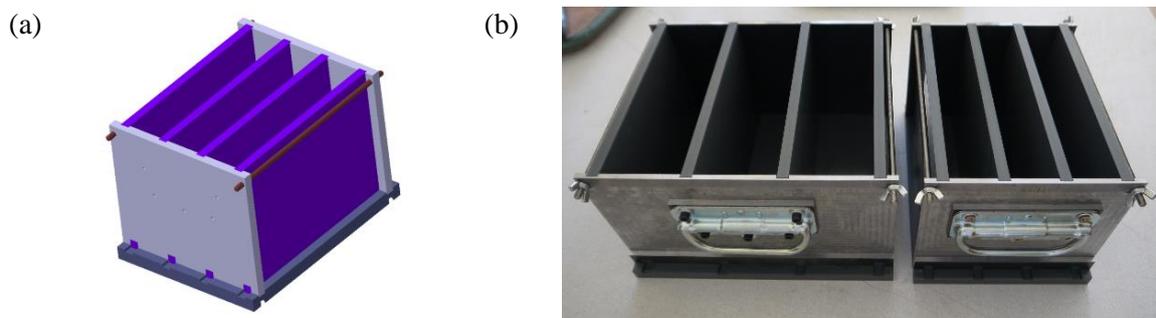


Figure 3. 9. Moule des éprouvettes : (a) design du moule (b) deux moules fabriqués, de taille 20 cm × 15 cm × 7 cm (gauche) et 20 cm × 15 cm × 4 cm (droite).

Pour le mortier de type VeRCoRs, nous prenons la formulation du béton de type VeRCoRs et enlevons tous les grains (sable et gravillons) de diamètre supérieur à 2 mm (en tamisant à 2 mm). Nous obtenons donc le reste des grains occupant la fraction volumique 48,7 % dans ce mortier. La formulation du mortier est détaillée dans le Tableau 3. 1. En plus de cela, nous décidons de réaliser également un autre type de mortier : en gardant la même fraction volumique des grains, nous remplaçons les grains par le sable non tamisé, dont la taille varie de 0 à 4 mm, parce que 4 mm est une limite de taille classique pour le mortier dans le domaine du génie civil. Nous le notons « mortier modifié » dans toute la section 3.1.

Tableau 3. 1. Formule du mortier VeRCoRs (avec sable tamisé à 2 mm) et du mortier modifié (avec sable non tamisé) pour un volume total de 1 litre.

Matériaux	Densité (kg/L)	Volume (L)	Masse (kg)
Ciment CEM   52.5 N CE CP2 NF Gaurain	3,1	0,1921	0,5956
Sable 0/4 REC LGP1 (ou tamisée à 2 mm)	2,6	0,4872	1,2668
Sikaplast Techno 80	1,055	0,0046	0,0048
Eau d'ajout	1,0	0,3610	0,3160
Total		1,0000	2,1833

Tous les matériaux nécessaires à la conception des éprouvettes sont identiques à ceux utilisés dans le béton de type VeRCoRs. La fabrication est réalisée au LMDC (Laboratoire Matériaux et Durabilité des Constructions) à Toulouse. Pendant le coulage des mortiers, nous trouvons que cette formulation de mortier est très fluide et nous observons un ressuage à la surface après la vibration des moules. Ainsi, nous constatons un retrait important à la surface 24 heures après le coulage (Figure 3. 10). Les éprouvettes sont également démoulées et pesées 24 heures après le coulage (Tableau 3. 2). Nous prenons une densité de  $2180 \text{ kg/m}^3$  ( $\pm 58 \text{ kg/m}^3$ , au niveau de trois écarts-type) pour les deux mortiers dans la suite. Toutes les éprouvettes sont ensuite conservées sous eau saturée de chaux, et la mesure est réalisée après que la prise des éprouvettes est finalisée (28 jours).



Figure 3. 10. Retrait à la surface des éprouvettes de mortier observé après 24 heures.

Tableau 3. 2. Mesures des poids des éprouvettes en mortier après 24 heures.

Matériaux	Numéro	N°1(kg)	N°2(kg)	N°3(kg)	Densité (kg/L)
Mortier VeRCoRs	$20 \times 15 \times 4 \text{ cm}^3$	2,6436	2,6200	2,6194	2,190
Sable 0/4 tamisée à 2 mm	$20 \times 15 \times 7 \text{ cm}^3$	4,5247	4,5501	/	2,161
Mortier modifié	$20 \times 15 \times 4 \text{ cm}^3$	2,6150	2,6442	2,6548	2,198
Sable 0/4	$20 \times 15 \times 7 \text{ cm}^3$	4,5259	4,5570	4,5644	2,166

Pour chaque type de mortier, nous avons fabriqué trois petites et trois grandes éprouvettes (Figure 3. 11). Cependant, pour le mortier modifié, deux éprouvettes, la petite N°3 et la grande N°3, sont anormales pendant les mesures : nous ne recevons quasiment pas de signal à travers les deux éprouvettes alors que nous recevons des signaux avec une même source à travers les quatre autres éprouvettes. Par conséquent, toutes les mesures pour le mortier modifié sont effectuées sur les petites éprouvettes N°1 et N°2 et les grandes N°1 et N°2, alors que les mesures pour le mortier VeRCoRs sont effectuées sur les trois petites et les trois grandes.



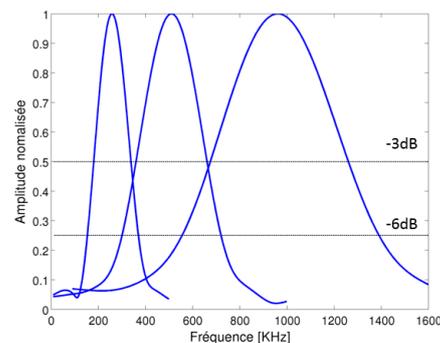
Figure 3. 11. Vue depuis le haut des éprouvettes à deux différentes dimensions (épaisseur 7 cm en haut et 4 cm en bas) après le démoulage.

Nous avons également fabriqué et mesuré d'autres types d'éprouvettes : avec du micro-béton (granulats de diamètres inférieurs à 11 mm), avec du ciment avec le rapport E/C 0,28 et 0,34, et avec du ciment avec sable fine et le rapport E/C 0,34. Nous présentons leurs formulations et mesures en Annexe H.

### 3.1.4.2 Mesures de $Q_\varepsilon$

Les mesures de  $Q_\varepsilon$ , qui correspondent aux ondes longitudinales, sont réalisées en transmission en immersion dans l'eau. Nous avons utilisé le même protocole que dans la section 2.4.2 pour les mesures sur des éprouvettes en résine. Les éprouvettes en mortier sont installées sur le support pour que les signaux traversent dans l'épaisseur (4 cm ou 7 cm).

Trois paires de transducteurs ayant pour fréquence dominante respectivement 250 kHz, 500 kHz et 1 MHz sont utilisées dans la mesure afin de couvrir un domaine fréquentiel le plus large possible. Les deux premières paires sont les mêmes que pour les mesures effectuées dans la section 2.4.2. La dernière paire à la fréquence dominante 1 MHz est représentée sur la Figure 3. 12 et leur bande passante est mentionnée dans le Tableau 3. 3. Le transducteur émetteur a un diamètre de 1 pouce (25,4 mm) et le récepteur a un diamètre de 0,5 pouce (12,7 mm).



(a) Émetteur (gauche) et récepteur (droite). (b) Mesures des caractéristiques des transducteurs.  
Figure 3. 12. Transducteurs de fréquence nominale 1 MHz.

Tableau 3. 3. Caractéristiques des transducteurs (données mesurées en immersion dans l'eau).

Couple de transducteurs		Fréquence nominale (kHz)	Bande passante (kHz)		Diamètre (mm)
			à -3 dB	à -6 dB	
Émetteur	Panametrics V302	1000	680-1260	560-1390	25,4 (1 pouce)
Récepteur	Panametrics V303				12,7 (0,5 pouce)

Pour chaque mortier, nous avons réalisé des mesures avec les trois paires de transducteurs. Lors des mesures effectuées avec les transducteurs de fréquence dominante de 250 kHz et de 500 kHz, nous avons réalisé 12 acquisitions avec un même signal émis en visant chacune des positions uniformément répartie suivant un rectangle 3×4 avec un intervalle constant de 25 mm dans la zone centrale de chaque éprouvette. Nous gardons une distance minimale d'environ 25-30 mm entre les positions et les bords des éprouvettes pour affaiblir le plus possible la perturbation des réflexions. Lors des mesures effectuées avec les transducteurs de fréquence dominante de 1000 kHz, nous avons réalisé 48 acquisitions avec un même signal émis en visant chacune des positions uniformément répartie suivant un rectangle 6×8 avec un intervalle 13 mm dans la zone centrale de chaque éprouvette.

Le traitement des signaux que nous effectuons pour obtenir la vitesse de phase  $c_l^*$  et l'atténuation  $\alpha_l^*$  est identique à celui effectué dans la section 2.4.3 pour deux éprouvettes en résine sans tige. Dans la mesure avec une paire de transducteurs sur un type de mortier, nous moyennons respectivement les acquisitions sur toutes les éprouvettes petites ( $d_1=4$  cm) et grandes ( $d_1=7$  cm) afin d'obtenir un signal correspondant à l'onde cohérente. Tous les résultats sont pris sur les bandes passantes à -3 dB des transducteurs qui permettent donc un domaine fréquentiel continu de 181 kHz à 1260 kHz.

Pour chaque mortier, nous avons répété trois fois les mesures pour évaluer les incertitudes de mesure. Les évolutions fréquentielles de  $c_l^*$  et  $\alpha_l^*$  sont montrées sur la Figure 3. 13. Nous constatons une bonne continuité des résultats entre les trois paires de transducteurs dans le domaine fréquentiel. La vitesse du mortier modifié est quasiment constante autour de 4400 m/s et est plus grande de l'ordre de 200 m/s que celle du mortier VeRCoRs, qui présente un minimum à basse fréquence et une faible croissance entre 360 kHz et 1260 kHz. Les atténuations entre les deux mortiers sont similaires et quasiment linéaires avec la fréquence, mais celle du mortier VeRCoRs est un peu plus importante, sauf à basse fréquence (environ de 180 kHz à 340 kHz).

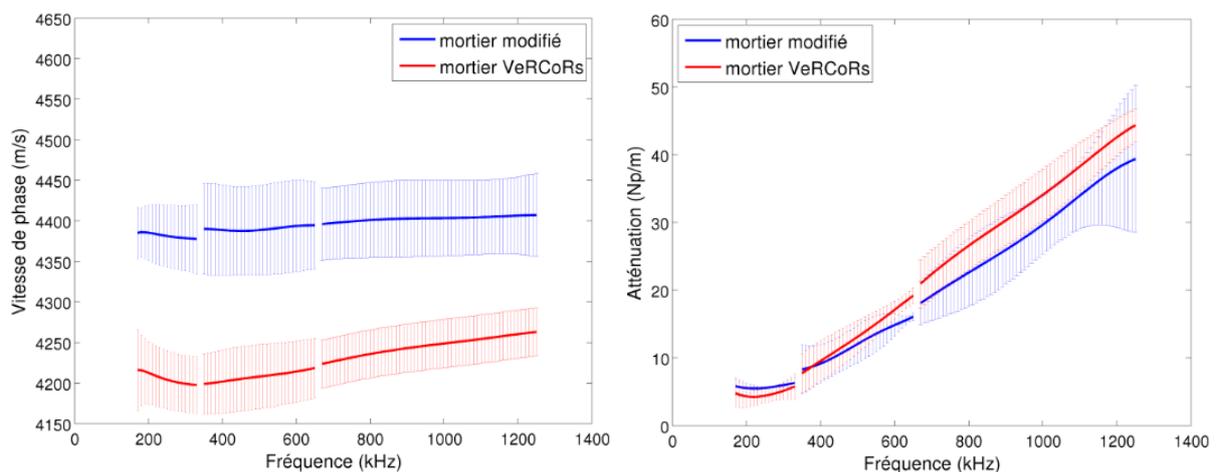


Figure 3. 13. Mesures expérimentales : évolutions fréquentielles de vitesse longitudinale  $c_l^*$  et d'atténuation  $\alpha_l^*$  dans le mortier VeRCoRs et le mortier modifié en fonction de la fréquence.

### 3.1.4.3 Mesures de $Q_\mu$

Les mesures de  $Q_\mu$ , qui correspond aux ondes transversales, sont également réalisées en transmission en immersion dans l'eau. La conception du protocole est montrée sur la Figure 3. 14(a) : en émettant un signal de type longitudinal avec un angle incident  $\theta_i$ , des ondes transversales se créent dans l'éprouvette et nous pouvons recevoir et analyser les ondes longitudinales correspondantes ( $OL'$  sur la figure) afin d'obtenir la vitesse de phase  $c_t^*$  et l'atténuation  $\alpha_t^*$  pour évaluer  $Q_\mu$ .

Pour évaluer  $\theta_i$  et  $\theta_t$ , nous estimons la vitesse transversale  $c_t'$ , qui est supposée constante avec la fréquence, en transmission par contact : en émettant un même signal à travers les éprouvettes d'épaisseur  $d_1=4$  cm et  $d_2=7$  cm, nous pouvons calculer  $c_t'$  à partir de la différence des temps de vol  $\Delta t$ , et les valeurs de  $c_t'$  sont indiquées dans le Tableau 3. 4.

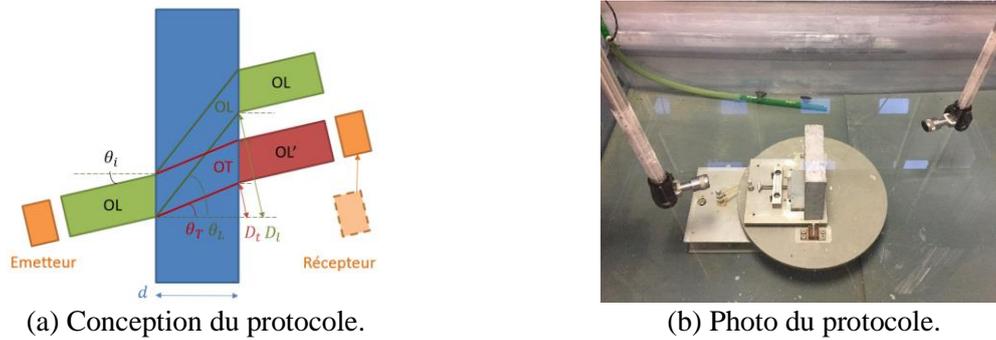


Figure 3. 14. Protocole pour la mesure de  $Q_\mu$ .

Tableau 3. 4. Propriétés estimées.

	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_l$ ou $c_l'$ (m/s)	$c_t'$ (m/s)
Eau	1000	1500	\
Mortier VeRCoRs	2180	4200	2520
Mortier modifié	2180	4400	2700

Bien que nous cherchions et estimions un angle incident  $\theta_i$  assez grand pour séparer les ondes longitudinale et transversale dans l'éprouvette, comme sur la Figure 3. 14(a), qui demande d'avoir  $(D_l - D_t)$  supérieur au diamètre des transducteurs, nous constatons toujours deux pulses dans le signal reçu qui correspondent respectivement aux  $OL'$  et  $OL$  (Figure 3. 14(a)) à cause de la divergence de faisceau du transducteur émetteur. Nous notons dans la suite  $OL'$  pour l'onde longitudinale dans l'eau correspondant à l'onde transversale dans l'éprouvette après la transmission, et  $OL$  pour l'onde longitudinale dans l'eau correspondant à l'onde longitudinale dans l'éprouvette.

Grâce à la différence des vitesses longitudinale et transversale, le premier pulse correspond à l' $OL$  et le second à l' $OL'$ . Lorsque nous déplaçons le récepteur de la position en face de l'émetteur vers le haut (Figure 3. 14(a)), les deux pulses apparaissent : le pulse d' $OL$  augmente, et celui d' $OL'$  augmente dans un premier temps, puis diminue. Nous cherchons la position correspondant au maximum du pulse d' $OL'$  et prenons ce pulse d' $OL'$  maximum pour analyser l'onde transversale dans l'éprouvette. Cette étape de réglage, qui concerne les transducteurs et l'éprouvette, doit être faite avant chaque mesure.

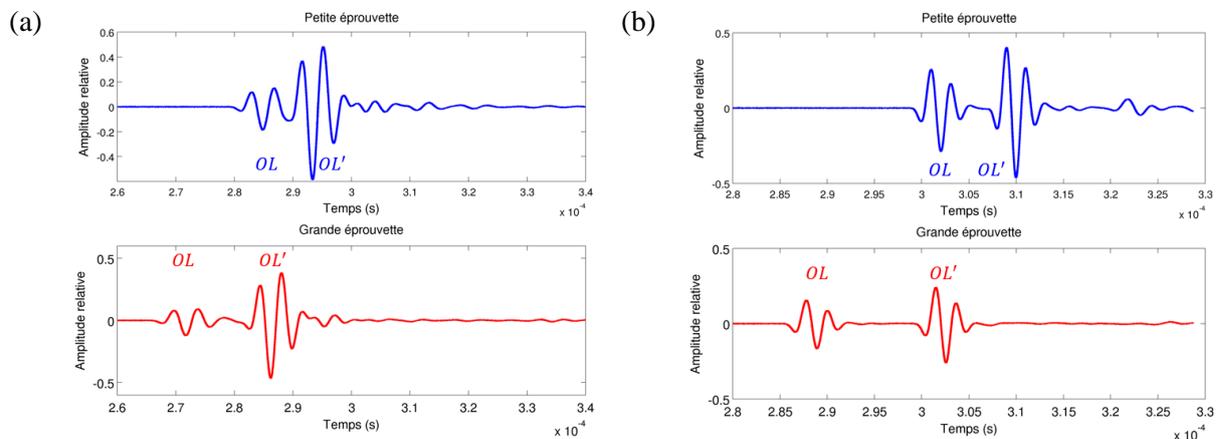


Figure 3. 15. Signaux mesurés par les transducteurs de fréquence dominante (a) 250 kHz et (b) 500 kHz.

En pratique, cette conception de mesure ne convient pas aux transducteurs de fréquence dominante 1 MHz dont les dimensions de l'émetteur et du récepteur sont différentes (difficile de régler la bonne position pour le pulse d' $OL'$ ). De plus, pour les transducteurs de fréquence dominante 250 kHz, le pulse de source est relativement long et la séparation des deux pulses,  $OL'$  et  $OL$ , n'est pas claire. Cela diminue la fiabilité de mesure (Figure 3. 15(a)).

Par conséquent, nous avons finalement choisi  $\theta_i=18^\circ$  pour la mesure de  $Q_\mu$  avec les transducteurs de fréquence dominante 250 kHz et 500 kHz et nous avons répété trois fois la mesure pour 500 kHz. La valeur de  $\theta_t$  est estimée d'après le Tableau 3. 4 et est indiquée dans le Tableau 3. 5.

Tableau 3. 5. Angles estimés pour la mesure de  $Q_\mu$ .

Matériaux	Épaisseur $d$ (cm)	$\theta_i$ ( $^\circ$ )	$\theta_l$ ( $^\circ$ )	$\theta_t$ ( $^\circ$ )	$(D_l - D_t)$ (mm)
Mortier	4	18	60	31	41
VeRCoRs	7	18	60	31	72
Mortier	4	18	65	34	37
modifié	7	18	65	34	65

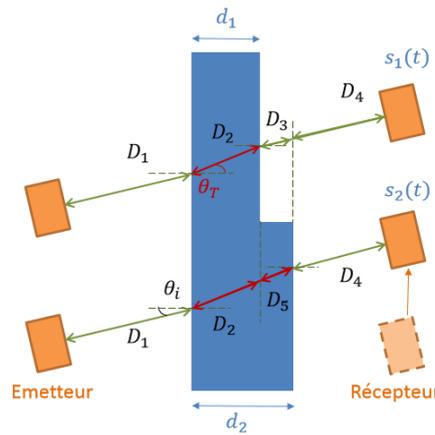


Figure 3. 16. Schéma du traitement des signaux pour la mesure de  $Q_\mu$ .

Le schéma des traitements de mesure est indiqué sur la Figure 3. 16. De même que pour le traitement effectué dans la section 2.4.3, nous moyennons les signaux respectivement correspondant aux petites et grandes éprouvettes d'épaisseur  $d_1$  et  $d_2$ . Nous prenons les seconds pulses d' $OL'$  des signaux moyennés, pour analyser l'onde transversale dans les éprouvettes, en notant respectivement  $s_1(t)$  et  $s_2(t)$ . Dans le domaine fréquentiel, nous les exprimons respectivement comme :

$$\begin{aligned}\hat{s}_1(\omega) &= \hat{s}_0 \cdot \hat{g}_e \cdot \hat{e}_e \cdot \hat{h}(D_2, \omega) \cdot \hat{h}_{eau}(D_1 + D_3 + D_4, \omega) \cdot \hat{e}_r \cdot \hat{g}_r, \\ \hat{s}_2(\omega) &= \hat{s}_0 \cdot \hat{g}_e \cdot \hat{e}_e \cdot \hat{h}(D_2 + D_5, \omega) \cdot \hat{h}_{eau}(D_1 + D_4, \omega) \cdot \hat{e}_r \cdot \hat{g}_r,\end{aligned}\quad \text{Eq. 3. 41}$$

avec

$$\begin{aligned}\hat{s}(\omega) &= A(\omega) \cdot e^{i\phi(\omega)}, \\ D_2 &= \frac{d_1}{\cos \theta_t}, D_3 = \frac{d_2 - d_1}{\cos \theta_i}, D_5 = \frac{d_2 - d_1}{\cos \theta_t}, \\ \hat{h}(d, \omega) &= e^{ik_{epr}(\omega)d} \cdot T_{eau/epr} \cdot T_{epr/eau}, \hat{h}_{eau}(d, \omega) = e^{i\omega d/c_{eau}},\end{aligned}$$

où  $T_{eau/epr}$ ,  $T_{epr/eau}$  sont respectivement les coefficients de transmission en amplitude aux

interfaces eau/éprouvette et éprouvette/eau,  $k_{epr}$  est le nombre d'onde effectif dans l'éprouvette. Pour toutes les éprouvettes, les interfaces eau/éprouvette et éprouvette/eau sont entre le mortier et de l'eau. Nous considérons donc que  $T_{eau/epr}$ ,  $T_{epr/eau}$  sont constants dans toutes les mesures.

En explicitant  $k_{epr} = k_t^* = \omega/c_t^* + i \cdot \alpha_t^*$  avec la vitesse de phase  $c_t^*(\omega)$  et l'atténuation  $\alpha_t^*(\omega)$  qui représente la dispersion dans la résine, nous pouvons obtenir :

$$\frac{1}{c_t^*(\omega)} = \frac{1}{c_{eau}} \cdot \frac{D_3}{D_5} + \frac{\phi_2 - \phi_1}{\omega D_5}, \quad \alpha_t^*(\omega) = \frac{1}{D_5} \ln \frac{A_1(\omega)}{A_2(\omega)}, \quad \text{Eq. 3. 42}$$

où  $A_1$ ,  $A_2$  sont les amplitudes,  $\phi_1$ ,  $\phi_2$  sont les phases des ondes cohérentes mesurées dans les signaux reçus correspondant aux éprouvettes d'épaisseurs  $d_1$  et  $d_2$ .

Sur la Figure 3. 17, nous montrons les évolutions fréquentielles de  $c_t^*$  et  $\alpha_t^*$  à partir des mesures. Nous constatons que les résultats de deux paires de transducteurs dans le domaine fréquentiel sont moins continus, et nous pensons que cela peut provenir des résultats obtenus avec les transducteurs à 250 kHz où les  $OL$  se superposent aux  $OL'$ . Les deux vitesses sont quasiment constantes : autour de 2650 m/s pour le mortier modifié, et autour de 2500-2550 m/s pour le mortier VeRCoRs. Les valeurs sont en accord avec les vitesses estimées par la mesure au contact. Les atténuations entre les deux mortiers varient quasiment linéairement avec la fréquence, mais celle du mortier VeRCoRs est un peu plus importante que l'autre, similaire à  $\alpha_l^*$  (en pointillé) dans le cas des ondes longitudinales. De plus,  $\alpha_t^*$  est plus importante que  $\alpha_l^*$  pour le mortier VeRCoRs, alors que, pour le mortier modifié, les deux atténuations sont proches.

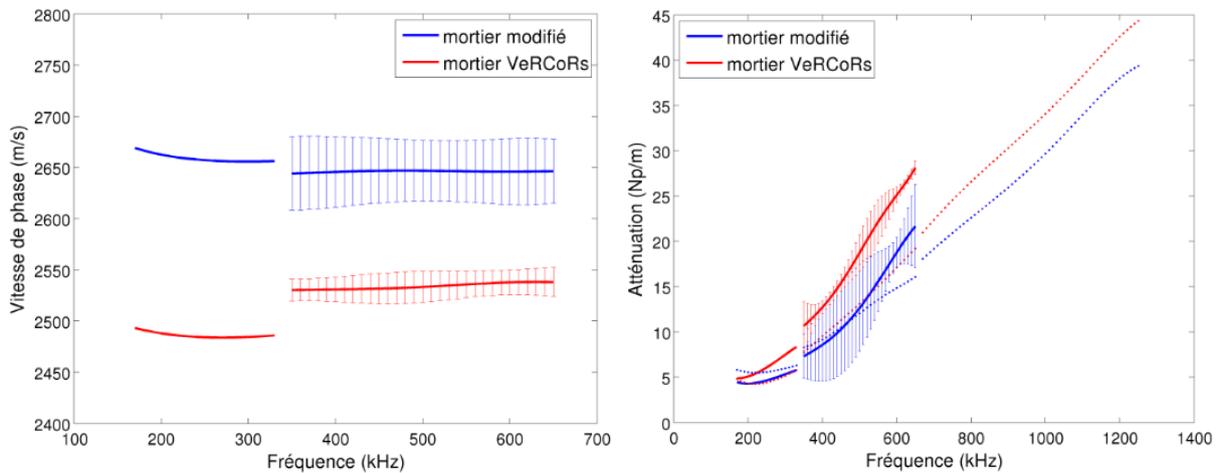


Figure 3. 17. Mesures expérimentales : évolutions fréquentielles de vitesse transversale  $c_t^*$  et d'atténuation  $\alpha_t^*$  (en trait plein) dans le mortier VeRCoRs et le mortier modifié en fonction de la fréquence avec l'atténuation  $\alpha_l^*$  (en pointillé).

#### 3.1.4.4 Adaptation au modèle à facteur $Q$ constant

En utilisant les évolutions fréquentielles de vitesse de phase et d'atténuation mesurées, nous pouvons les adapter au modèle à facteur  $Q$  constant pour estimer la valeur de  $Q_\epsilon$  et  $Q_\mu$ .

Pour chaque mortier, en fixant la fréquence de référence à  $f_0=500$  kHz, l'adaptation de  $Q_\epsilon$  ou  $Q_\mu$  avec les évolutions correspondantes est faite de la façon suivante :

- Nous cherchons la vitesse mesurée à  $f_0$  et la notons vitesse de référence  $c_0$  ;
- En supposant que l'atténuation est linéaire en fonction de la fréquence, nous cherchons la pente la mieux adaptée  $p$  par ajustement de courbe à l'ordre 1 (méthode des moindres carrés) ;
- En supposant  $Q \gg 1$  dans l'Eq. 3. 23, nous avons l'approximation  $\alpha^* \approx \pi f / Q c_0$  et nous obtenons  $Q \approx \pi / p c_0$ .

D'après les résultats sur tout le domaine fréquentiel, les valeurs de  $Q_\varepsilon$  et  $Q_\mu$  adaptées pour les deux mortiers sont indiquées dans le Tableau 3. 6. Avec l'Eq. 3. 23, nous pouvons tracer la vitesse de phase et l'atténuation du modèle à  $Q$  constant avec les valeurs de  $Q$  adaptées. Elles sont illustrées sur les Figure 3. 18 Figure 3. 19, Figure 3. 20 et Figure 3. 21 (en rouge ou bleu).

Sur les figures, nous indiquons également les courbes des modèles avec des valeurs de  $Q$  adaptées d'après les résultats d'une seule paire de transducteurs : cyan pour les transducteurs de fréquence dominante 250 kHz, magenta pour 500 kHz et vert pour 1 MHz. Nous observons des grandes différences pour les valeurs de  $Q$ , et les différences de valeur atteintes jusqu'à l'ordre de grandeur de 20. Cette différence impacte peu l'évolution de vitesse de phase mais impacte beaucoup l'atténuation.

En pratique, la source dans des simulations est une onde incidente de Ricker de fréquence dominante  $f_0'$ , qui peut être différente de la fréquence de référence  $f_0$  déterminée pendant l'adaptation de  $Q$  aux mesures. Notamment la fréquence de référence dans SPECSEM2D est par défaut fixée à  $f_0'$ . Afin d'utiliser le modèle à facteur  $Q$  constant adapté aux mesures, nous devons prendre la vitesse à  $f_0'$  du modèle comme paramètre d'entrée (des propriétés du matériau). Par exemple, sur les Figure 3. 18 Figure 3. 19, Figure 3. 20 et Figure 3. 21, nous montrons les valeurs lorsque  $f_0' = 250$  kHz.

Tableau 3. 6. Valeurs de  $Q_\varepsilon$  et  $Q_\mu$  adaptées aux mesures de trois paires de transducteurs.

Matériaux	$Q_\varepsilon$	$Q_\mu$
Mortier VeRCoRs	22,5	33,6
Mortier modifié	24,5	44,8

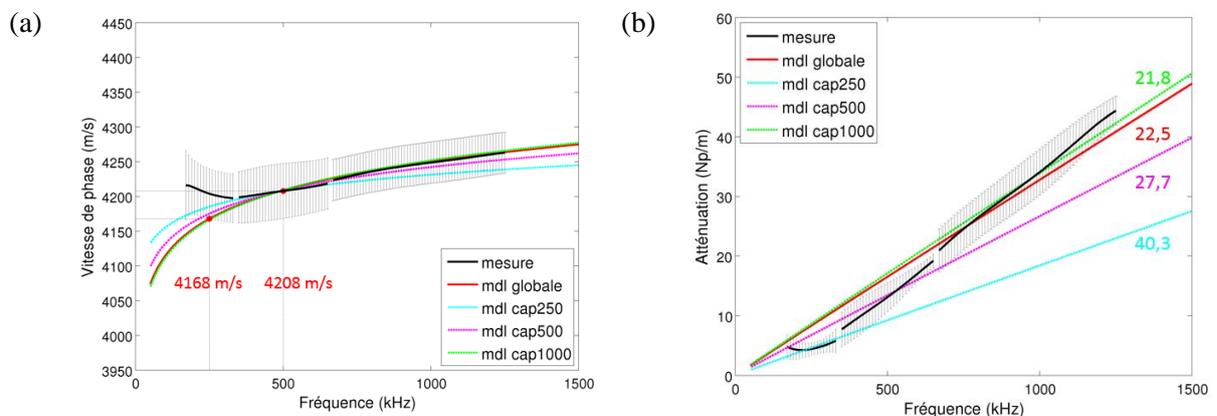


Figure 3. 18. Comparaisons de la vitesse de phase (a) et de l'atténuation (b) pour les ondes longitudinales entre la mesure et le modèle à  $Q_\varepsilon$  constant adapté (aux transducteurs à 250 kHz, 500 kHz, 1 MHz et à l'ensemble en cyan, magenta, vert et rouge) pour le mortier VeRCoRs.

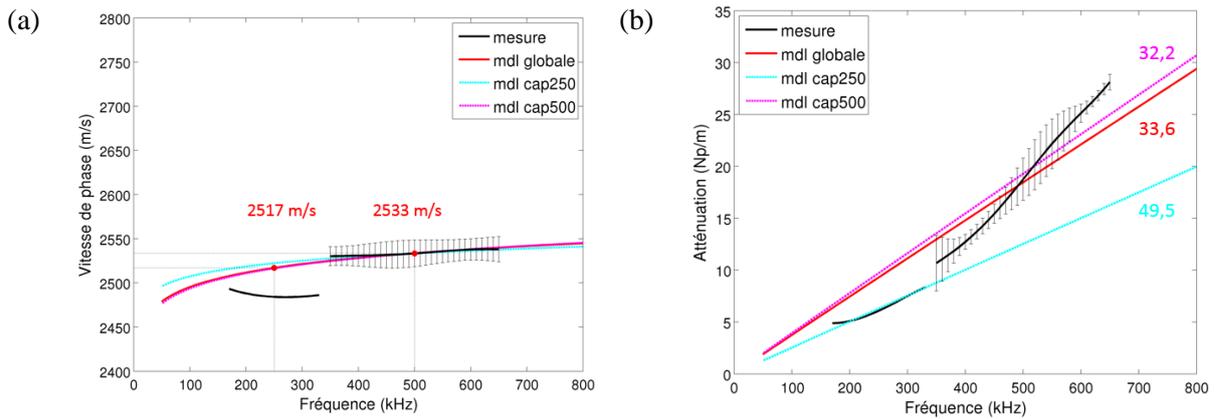


Figure 3. 19. Comparaisons de la vitesse de phase (a) et de l'atténuation (b) pour les ondes transversales entre la mesure et le modèle à  $Q_\mu$  constant adapté (aux transducteurs à 250 kHz, 500 kHz, 1 MHz et à l'ensemble en cyan, magenta, vert et rouge) pour le mortier VeRCORs.

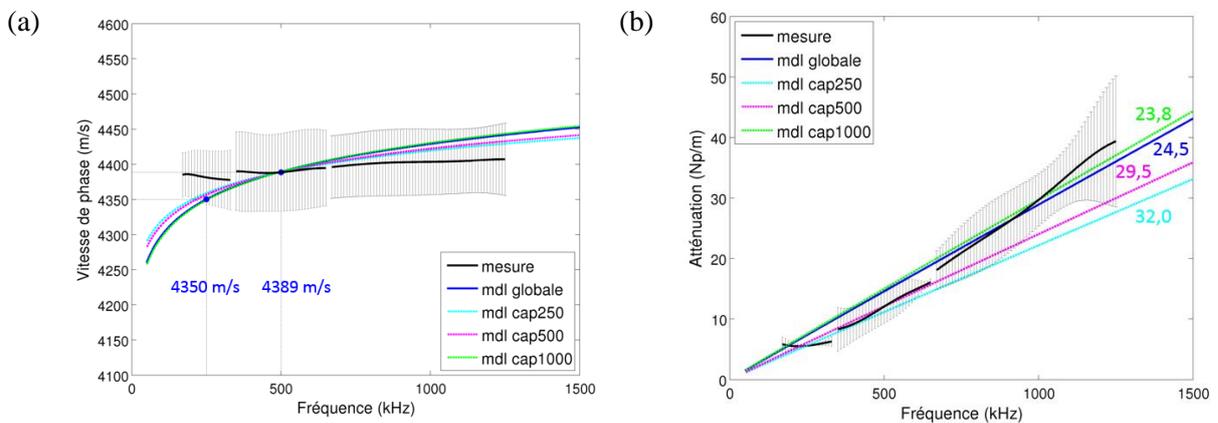


Figure 3. 20. Comparaisons de la vitesse de phase (a) et de l'atténuation (b) pour les ondes longitudinales entre la mesure et le modèle à  $Q_\epsilon$  constant adapté (aux transducteurs à 250 kHz, 500 kHz, 1 MHz et à l'ensemble en cyan, magenta, vert et rouge) pour le mortier modifié.

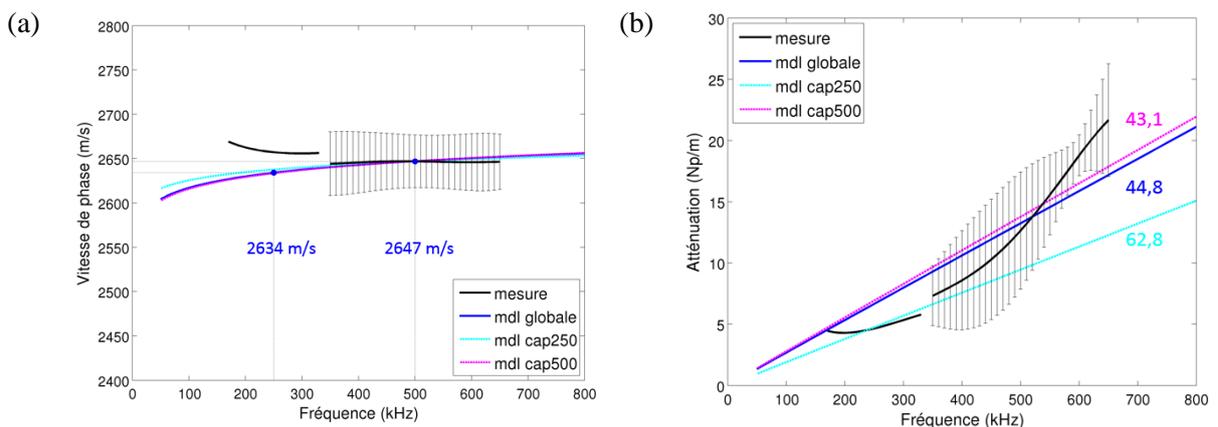


Figure 3. 21. Comparaisons de la vitesse de phase (a) et de l'atténuation (b) pour les ondes transversales entre la mesure et le modèle à  $Q_\mu$  constant adapté (aux transducteurs à 250 kHz, 500 kHz, 1 MHz et à l'ensemble en cyan, magenta, vert et rouge) pour le mortier modifié.

## 3.2 Interfacial transition zone (ITZ)

À l'interface entre les granulats et le mortier dans le béton, une couche très fine (de l'ordre de 5 à 50  $\mu\text{m}$ ) est présente, avec une forte porosité ; elle se nomme *interfacial transition zone* (ITZ). L'impact de la présence de l'ITZ sur la propagation des ondes n'est pas bien connu dans la littérature, et il est difficile de l'étudier expérimentalement car il est difficile d'isoler ce seul effet, parmi tout le reste.

Disposer d'un outil numérique nous offre une possibilité beaucoup plus commode de simuler l'ITZ afin d'étudier son impact sur la propagation des ondes. Cependant, son épaisseur, qui est très petite par rapport à la taille des granulats (diamètre de 2 mm à 22 mm) et aux longueurs d'onde dans le béton (environ de 4,5 mm à 80 mm), impose une taille de maillage du même ordre (en considérant que la taille moyenne dans nos simulations est autour de 0,35~0,5 mm). Le pas de temps pour des schémas d'intégration temporelle conditionnellement stables avec une condition de stabilité de type CFL, qui fait intervenir la plus petite taille d'un élément de maillage, est également impacté. Cela pénalise très fortement le coût de calcul et montre la nécessité de développer une approche de modélisation numérique de l'ITZ plus sophistiquée qu'une simple simulation directe.

Des études proposent d'utiliser une interface d'épaisseur nulle avec un ensemble de conditions décrivant les propriétés moyennes du contact afin de remplacer la zone très fine de l'ITZ. Plusieurs jeux de conditions de saut et de conditions aux limites existent, décrivant des lois de contact linéaires ou non linéaires [136]. Cependant il est difficile de bien poser la correspondance entre les propriétés de la couche et les conditions de contact.

Par conséquent, nous décidons d'utiliser les conditions de transmission équivalentes (CTE) introduites dans la thèse de Burel [137], qui permettent une solution ayant une précision d'ordre 3 de l'épaisseur d'une fine couche aux bords de couche, sans avoir à mailler explicitement cette couche.

Dans cette section, nous rappelons la conception de cette approche CTE dans le cas d'une fine couche rectiligne supposée homogène isotrope élastique. Puis nous l'implantons dans le logiciel SPEC-FEM2D. Nous validons l'implantation de code par des comparaisons numériques pour des cas simples pour une couche non bornée. Enfin nous simulons le cas d'une couche ITZ présente autour d'une hétérogénéité de forme carrée : Cette première approche est limitée au cas d'une ITZ rectiligne car elle doit rendre compte d'une façon simple et peu chronophage de l'intérêt d'engager une étude plus approfondie de ce thème de recherche.

### 3.2.1 Problème approché avec des conditions de transmission équivalentes

Nous ne rappelons ici que le principe des conditions de transmission équivalentes (CTE) en bref ; pour plus de détails nous renvoyons à la thèse de Burel [137].

Le schéma du problème est décrit sur la Figure 3. 22. Une couche fine et rectiligne de matériau élastique  $(\rho^i, \lambda^i, \mu^i)$  d'épaisseur constante  $\eta > 0$  occupe une bande  $\Omega_\eta^i$ , qui est non bornée, ayant pour bord supérieur  $\partial\Omega_\eta^+ = \mathbb{R} \times \{\eta/2\}$  et pour bord inférieur  $\partial\Omega_\eta^- = \mathbb{R} \times \{-\eta/2\}$ . Soit  $\Gamma = (\partial\Omega_\eta^+ + \partial\Omega_\eta^-)/2$  l'interface parallèle située à mi-chemin entre les deux bords. Les caractéristiques du matériau extérieur  $\Omega_\eta^E$ , qui peuvent être non constantes, sont la densité  $\rho$  ainsi que les coefficients de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$ .

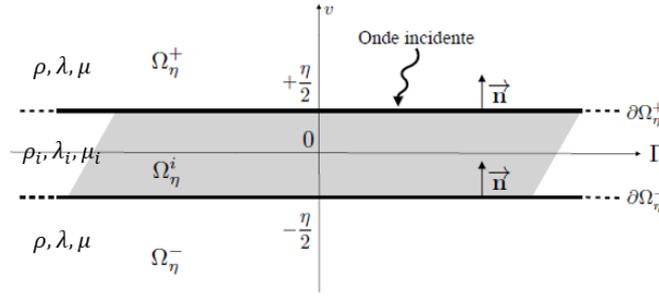


Figure 3. 22. Schéma de l'approche par conditions de transmission équivalentes pour le cas d'une interface plane introduite dans la thèse de Burel [137].

### Équations de l'élastodynamique

En supposant le champ de déplacement élastique  $\mathbf{u}_\eta^i(\mathbf{x}, t)$  dans la bande ( $\mathbf{x} \in \Omega_\eta^i$ ) et  $\mathbf{u}_\eta^E(\mathbf{x}, t)$  à l'extérieur de la bande ( $\mathbf{x} \in \Omega_\eta^E$ ), les équations de l'élastodynamique et les conditions initiales de ce problème sont :

$$\begin{cases} \rho^i \partial_t^2 \mathbf{u}_\eta^i - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}^i(\mathbf{u}_\eta^i) = \mathbf{0} & \text{dans } \Omega_\eta^i \times \mathbb{R}^+, \\ \mathbf{u}_\eta^i(\cdot, 0) = \mathbf{0} \text{ et } \partial_t \mathbf{u}_\eta^i(\cdot, 0) = \mathbf{0}' & \text{dans } \Omega_\eta^i \end{cases} \quad \text{Eq. 3. 43}$$

$$\begin{cases} \rho \partial_t^2 \mathbf{u}_\eta^E - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}_\eta^E) = \mathbf{0} & \text{dans } \Omega_\eta^E \times \mathbb{R}^+, \\ \mathbf{u}_\eta^E(\cdot, 0) = \mathbf{u}_{s0} \text{ et } \partial_t \mathbf{u}_\eta^E(\cdot, 0) = \mathbf{u}_{s1}' & \text{dans } \Omega_\eta^E \end{cases} \quad \text{Eq. 3. 44}$$

où  $\mathbf{u}_{s0}$ ,  $\mathbf{u}_{s1}$  sont respectivement un déplacement initial et une vitesse initiale qui génèrent une onde source incidente provenant de  $\Omega_\eta^E$ ;  $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})$ ,  $\boldsymbol{\sigma}^i(\mathbf{u})$  dénotent respectivement le tenseur des contraintes évalué dans le matériau environnant  $\Omega_\eta^E$  et dans la bande  $\Omega_\eta^i$ , qui vérifient la loi de Hooke.

### Conditions de transmission exactes

À tout point  $\mathbf{x}$  dans la bande  $\Omega_\eta^i$ , nous associons les coordonnées locales paramétriques  $(y, v) \in \Gamma \times [-\eta/2, \eta/2]$  via  $\mathbf{x} = y\boldsymbol{\tau} + v\mathbf{n}$ , où  $\boldsymbol{\tau}$  le vecteur unitaire suivant  $\Gamma$  et  $\mathbf{n}$  le vecteur normal unitaire à  $\Gamma$ , pointant dans la direction de  $\Omega_\eta^+$  (Figure 3. 22).

L'Eq. 3. 43 et l'Eq. 3. 44 sont couplées avec des conditions de transmission sur les interfaces  $\partial\Omega_\eta^+$  et  $\partial\Omega_\eta^-$ . En supposant que la couche mince et le domaine extérieur sont parfaitement collés (déplacements continus), pour tout  $y$  de  $\Gamma$ , les quatre relations de transmission sur les frontières  $\partial\Omega_\eta^\pm$  sont :

$$\begin{cases} \mathbf{u}_\eta^E(y, \pm \frac{\eta}{2}, t) = \mathbf{u}_\eta^i(y, \pm \frac{\eta}{2}, t) \\ \mathbf{t}(\mathbf{u}_\eta^E)(y, \pm \frac{\eta}{2}, t) = \mathbf{t}^i(\mathbf{u}_\eta^i)(y, \pm \frac{\eta}{2}, t) \end{cases}, \quad (y, t) \in \Gamma \times \mathbb{R}^+ \quad \text{Eq. 3. 45}$$

où  $\mathbf{t}(\mathbf{u}) = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u})\mathbf{n}$  et  $\mathbf{t}^i(\mathbf{u}) = \boldsymbol{\sigma}^i(\mathbf{u})\mathbf{n}$  sont les vecteurs tractions relatifs à  $\Omega_\eta^E$  et  $\Omega_\eta^i$ .

Si un saut généralisé  $\{f\}_\eta$ , pour toute fonction scalaire ou vectorielle  $f$  définie sur un voisinage de la frontière  $\partial\Omega_\eta^\pm$ , est défini par :

$$\{f\}_\eta(y, t) = ([f]_\eta(y, t), \langle f \rangle_\eta(y, t)), \quad (y, t) \in \Gamma \times \mathbb{R}^+ \quad \text{Eq. 3. 46}$$

avec

$$[f]_\eta(y, t) = f(y, \frac{\eta}{2}, t) - f(y, -\frac{\eta}{2}, t) \quad \text{et} \quad \langle f \rangle_\eta(y, t) = [f(y, \frac{\eta}{2}, t) + f(y, -\frac{\eta}{2}, t)]/2,$$

les conditions de transmission (Eq. 3. 45) peuvent s'écrire, depuis la région extérieure au

domaine  $\Omega_\eta^E$ , sous la forme :

$$\{t(\mathbf{u}_\eta)\}_\eta = \mathbf{T}_\eta\{\mathbf{u}_\eta\}_\eta, \quad \text{Eq. 3. 47}$$

où  $\mathbf{T}_\eta$  est un opérateur (non local) de transmission qui peut être défini implicitement par la solution du problème de Dirichlet intérieur dans la bande  $\Omega_\eta^i$ .

Le problème formé de l'Eq. 3. 43, de l'Eq. 3. 44 et de l'Eq. 3. 47 est le problème de transmission exact.

### Conditions de transmission équivalentes (CTE)

L'idée, pour contourner la difficulté d'avoir à effectuer une détermination exacte de la solution à l'intérieur de la bande  $\mathbf{u}_\eta^i$ , est de remplacer l'Eq. 3. 43 et l'Eq. 3. 45 par des Conditions de Transmission Équivalentes (CTE) posées sur le bord intermédiaire  $\Gamma$ . Autrement dit, ces conditions visent à connecter le déplacement  $\mathbf{u}_\eta^+ = \mathbf{u}_\eta^E(y, +\eta/2, t)$  sur  $\partial\Omega_\eta^+$  avec le déplacement  $\mathbf{u}_\eta^- = \mathbf{u}_\eta^E(y, -\eta/2, t)$  sur  $\partial\Omega_\eta^-$ , sans avoir recours au calcul de la solution exacte de l'Eq. 3. 43, de l'Eq. 3. 44 et de l'Eq. 3. 45 à l'intérieur de la bande, mais de telle façon que nous approchons la solution exacte lorsque  $\eta$  tend vers zéro.

Lorsque  $\eta$  tend vers zéro, nous pouvons formuler des approximations analytiques explicites locales pour l'opérateur de transmission exact non local  $\mathbf{T}_\eta$ . En d'autres termes, nous cherchons des opérateurs locaux  $\mathbf{T}_\eta^k$  qui approchent  $\mathbf{T}_\eta$  dans le sens où un champ de déplacement élastodynamique  $\tilde{\mathbf{u}}_\eta$  dans  $\Omega_\eta^E$  satisfaisant l'Eq. 3. 44 avec la CTE suivante :

$$\{t(\tilde{\mathbf{u}}_\eta)\}_\eta = \mathbf{T}_\eta^k\{\tilde{\mathbf{u}}_\eta\}_\eta, \quad \text{Eq. 3. 48}$$

approche la solution  $\mathbf{u}_\eta^E$  du problème de transmission exact formé de l'Eq. 3. 43, de l'Eq. 3. 44 et de l'Eq. 3. 47 à l'ordre  $O(\eta^{k+1})$ .

### Problème approché avec la CTE construite

Par conséquent, le problème approché avec la CTE peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{cases} \rho \partial_t^2 \tilde{\mathbf{u}}_\eta - \nabla \cdot \boldsymbol{\sigma}(\tilde{\mathbf{u}}_\eta) = \mathbf{0} & \text{dans } \Omega_\eta^E \times \mathbb{R}^+, \\ \{t(\tilde{\mathbf{u}}_\eta)\}_\eta = \mathbf{T}_\eta^k\{\tilde{\mathbf{u}}_\eta\}_\eta & \text{dans } \partial\Omega_\eta^\pm \end{cases}, \quad \text{Eq. 3. 49}$$

où  $\mathbf{T}_\eta^k$  est un opérateur différentiel (local) adéquat, dépendant de  $\eta$ .

La CTE peut alors être calculée, et ses expressions d'ordre 3 ( $O(\eta^3)$ ) dans le cas 2D sont :

$$\begin{cases} \eta [t(\tilde{\mathbf{u}}_\eta)]_\eta = \eta^2 (\rho^i \partial_t^2 - JAJ \partial_x^2) \langle \tilde{\mathbf{u}}_\eta \rangle_\eta - \eta JB \partial_1 [\tilde{\mathbf{u}}_\eta]_\eta \\ \eta \langle t(\tilde{\mathbf{u}}_\eta) \rangle_\eta = A [\tilde{\mathbf{u}}_\eta]_\eta + \eta BJ \langle \partial_x \tilde{\mathbf{u}}_\eta \rangle_\eta \end{cases}, \quad \text{Eq. 3. 50}$$

où les matrices  $J$ ,  $A$  et  $B$  sont données par :

$$A = \begin{pmatrix} \mu^i & 0 \\ 0 & \lambda^i + 2\mu^i \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} \mu^i & 0 \\ 0 & \lambda^i \end{pmatrix}, \quad J = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Pour cette CTE d'ordre 3, la stabilité et l'analyse asymptotique de la solution approchée  $\tilde{\mathbf{u}}_\eta$  sont démontrées dans [137].

### 3.2.2 Implantation de code dans SPEC-FEM2D

Nous implantons d'abord cette méthode avec CTE dans SPEC-FEM2D et nous vérifions

sa pertinence pour simuler l'ITZ du béton.

### Formulation variationnelle et discrétisation en espace

Dans le cas 2D, la formulation variationnelle faible peut s'écrire sous la forme ( $\forall \mathbf{v} \in V = H^1(\Omega_\eta^E)$ ) :

$$\frac{d^2}{dt^2} m(\tilde{\mathbf{u}}_\eta, \mathbf{v}) + \eta \frac{d^2}{dt^2} m_\Gamma(\tilde{\mathbf{u}}_\eta, \mathbf{v}) + k(\tilde{\mathbf{u}}_\eta, \mathbf{v}) + c_\Gamma^\eta(\tilde{\mathbf{u}}_\eta, \mathbf{v}) = 0, \quad \text{Eq. 3. 51}$$

avec les intégrales de surface

$$m(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega_\eta^E} \rho \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} \, dx, \quad k(\mathbf{u}, \mathbf{v}) = \int_{\Omega_\eta^E} \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{u}) : \boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{v}) \, dx, \quad \text{Eq. 3. 52}$$

et les intégrales de bord le long de  $\Gamma$

$$\begin{aligned} m_\Gamma(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \int_\Gamma \rho^i \langle \mathbf{u} \rangle_\eta \cdot \langle \mathbf{v} \rangle_\eta \, dy, \quad c_\Gamma^\eta(\tilde{\mathbf{u}}_\eta, \mathbf{v}) \\ &= \frac{1}{\eta} a_\Gamma(\mathbf{u}, \mathbf{v}) + b_\Gamma(\mathbf{u}, \mathbf{v}) + \eta p_\Gamma(\mathbf{u}, \mathbf{v}), \\ a_\Gamma(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \int_\Gamma A[\mathbf{u}]_\eta \cdot [\mathbf{v}]_\eta \, dy, \\ p_\Gamma(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \int_\Gamma \left( (\lambda^i + \mu^i) \operatorname{div}_\Gamma \langle \mathbf{u} \rangle_\eta \operatorname{div}_\Gamma \langle \mathbf{v} \rangle_\eta + \mu^i \nabla_\Gamma \langle \mathbf{u} \rangle_\eta : \nabla_\Gamma \langle \mathbf{v} \rangle_\eta \right) dy, \\ b_\Gamma(\mathbf{u}, \mathbf{v}) &= \lambda^i \int_\Gamma \left( \operatorname{div}_\Gamma \langle \mathbf{u} \rangle_\eta [\mathbf{v} \cdot \mathbf{n}]_\eta + \operatorname{div}_\Gamma \langle \mathbf{v} \rangle_\eta [\mathbf{u} \cdot \mathbf{n}]_\eta \right) dy \\ &\quad + \mu^i \int_\Gamma \left( \nabla_\Gamma \langle \mathbf{u} \cdot \mathbf{n} \rangle_\eta \cdot [\mathbf{v}]_\eta + \nabla_\Gamma \langle \mathbf{v} \cdot \mathbf{n} \rangle_\eta \cdot [\mathbf{u}]_\eta \right) dy, \end{aligned} \quad \text{Eq. 3. 53}$$

où  $\nabla_\Gamma$  et  $\operatorname{div}_\Gamma$  sont des opérateurs définis comme suit, avec  $\boldsymbol{\tau}$  le vecteur unitaire suivant  $\Gamma$  :

$$\operatorname{div}_\Gamma \mathbf{v} = \partial_\tau (\mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\tau}), \quad \nabla_\Gamma w = \partial_\tau w \boldsymbol{\tau}, \quad \nabla_\Gamma \mathbf{v} = \partial_\tau \mathbf{v} \cdot \boldsymbol{\tau},$$

La formulation peut se réécrire sous la forme matricielle :

$$\mathbf{M} \frac{d^2 \mathbf{U}(t)}{dt^2} + \mathbf{Q} \mathbf{U}(t) = 0,$$

où  $\mathbf{U}$  est le vecteur qui rassemble les coordonnées de l'approximation  $\tilde{\mathbf{u}}_\eta$  dans une base de Lagrange  $\{\phi_i\}$ ,  $\mathbf{Q} = \left( \mathbf{K} + \frac{1}{\eta} \mathbf{A} + \mathbf{B} + \eta \mathbf{P} \right)$  dont les éléments  $(i, j)$  des matrices sont :

$$\begin{aligned} (\mathbf{M})_{ij} &= m(\phi_i, \phi_j) + m_\Gamma(\phi_i, \phi_j), & (\mathbf{K})_{ij} &= k(\phi_i, \phi_j), \\ (\mathbf{A})_{ij} &= a_\Gamma(\phi_i, \phi_j), & (\mathbf{P})_{ij} &= p_\Gamma(\phi_i, \phi_j), & (\mathbf{B})_{ij} &= b_\Gamma(\phi_i, \phi_j). \end{aligned}$$

### Discrétisation en temps

Nous gardons une discrétisation en temps totalement explicite par la méthode de différences centrées (Newmark)  $\beta = 0, \gamma = 0,5$ , qui est le schéma en temps standard explicite d'ordre 2 implémenté dans SPECFEM2D.

Pour les bords de la couche, nous explicitons les prédicteurs au  $(n + 1)$ ème pas de temps de durée  $\Delta t$  sous la forme :

$$\begin{aligned} \mathbf{U}^{(n+1)} &= \mathbf{U}^{(n)} + \Delta t \dot{\mathbf{U}}^{(n)} + \frac{\Delta t^2}{2} \ddot{\mathbf{U}}^{(n)}, \\ \ddot{\mathbf{U}}^{(n+1)} &= -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{Q} \mathbf{U}^{(n+1)}, \end{aligned} \quad \text{Eq. 3. 54}$$

$$\dot{\mathbf{U}}^{(n+1)} = \dot{\mathbf{U}}^{(n)} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\mathbf{U}}^{(n)} + \frac{\Delta t}{2} \ddot{\mathbf{U}}^{(n+1)}.$$

Les matrices  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{Q}$  permettent le calcul de la fonction de saut généralisée (Eq. 3. 46) entre les bords. Par conséquent, nous devons traiter en même temps les deux points de Gauss associés par la fonction sur les deux bords, et de ce fait la matrice locale de ces deux points correspondant à  $\mathbf{M}$  est une matrice de taille  $4 \times 4$ .

Avec ce schéma, la condition CFL est pénalisée par les termes de bord et impose un pas de temps réduit :

$$\Delta t_c \leq 2\sqrt{\eta} \Delta t_c^{ref} (1 + O(\eta)), \quad \text{Eq. 3. 55}$$

où  $\Delta t_c^{ref}$  est le temps critique de référence obtenu sur un schéma explicite sans les termes de bords, autrement dit la CFL classique.

### Remarques concernant l'implantation

Nous avons implanté cette méthode avec les CTE dans SPECFEM2D, et ceci nous a conduit à faire plusieurs remarques sur cette méthode et son application :

- Les points de grille sur les deux bords doivent se correspondre exactement (Figure 3. 23(a)) dans le sens où les liaisons de deux points correspondants sont perpendiculaires aux bords, pour que les points de Gauss sur les bords dans le calcul soient en accord avec la définition de la fonction de saut généralisée (Eq. 3. 46) dans la CTE construite ;
- Il faut ajouter des fonctions ou fichiers pour que SPECFEM2D connaisse les paires des points de grille correspondants et leurs propres groupes ( $\partial\Omega_\eta^+$  ou  $\partial\Omega_\eta^-$ ) ;
- Il faut connaître ou ranger les positions  $(i, j)$  des points de Gauss sur les bords dans leurs propres éléments pour l'intégration des termes de bord ;
- Parce que la CTE introduite est construite pour le cas d'une couche rectiligne non bornée, elle n'est pas optimale pour une couche présentant des coins, par exemple une couche entourant un gravier de béton de forme polygonale. En effet, sur la Figure 3. 23(b), les points de Gauss sur les côtés du coin ne peuvent plus satisfaire la correspondance des points exigée.

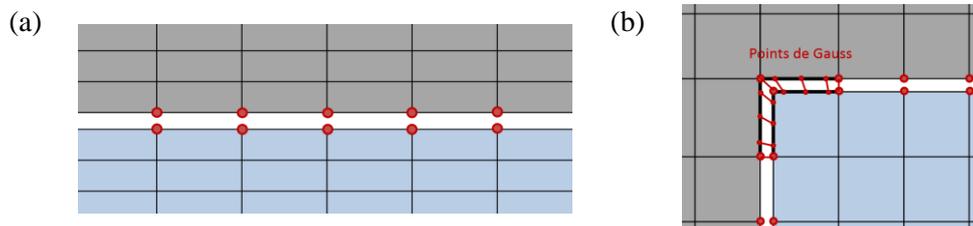


Figure 3. 23. Exemples de maillage autour d'une fine couche : (a) pour une bande non bornée, (b) pour un coin de couche.

### 3.2.3 Validation de l'implantation

Nous validons l'implantation de la méthode des CTE dans deux cas différents.

Le premier cas consiste en une couche  $(\rho^i, \lambda^i, \mu^i)$  dans un milieu homogène  $(\rho, \lambda, \mu)$ , et une onde est excitée par une source ponctuelle se trouvant dans la zone située en dessous de l'interface (Figure 3. 24). Nous comparons la simulation avec CTE, dans laquelle la couche n'est pas maillée (Figure 3. 24(a), (b) et (c)), et la simulation classique, où la couche est maillée

et calculée (Figure 3. 24 (d), (e) et (f)). Les propriétés des matériaux sont  $\rho = 2700 \text{ kg/m}^3$ ,  $\rho^i = 1500 \text{ kg/m}^3$ ,  $\lambda = \mu = 8,1 \text{ GPa}$ ,  $\lambda^i = \mu^i = 0,75 \text{ GPa}$ , et la source est un Ricker de fréquence dominante  $f_0 = 10 \text{ Hz}$ . La géométrie se compose de deux rectangles de  $1500 \text{ m} \times 4000 \text{ m}$ , dont la taille est  $\Delta l = 50 \text{ m}$ , et d'une couche d'épaisseur  $\eta = 0,08$  avec  $\Delta l = 4 \text{ m}$ . Nous représentons sur la Figure 3. 24 des instantanés de propagation du champ de déplacement  $u_z$  aux temps  $t = 0,22 \text{ s}$ ,  $0,44 \text{ s}$  et  $0,66 \text{ s}$ . La comparaison des déplacements à un récepteur donné (Figure 3. 24(a)) est également illustrée sur la Figure 3. 25. Les accords entre les résultats de deux simulations valident notre modèle et l'approche CTE utilisée.

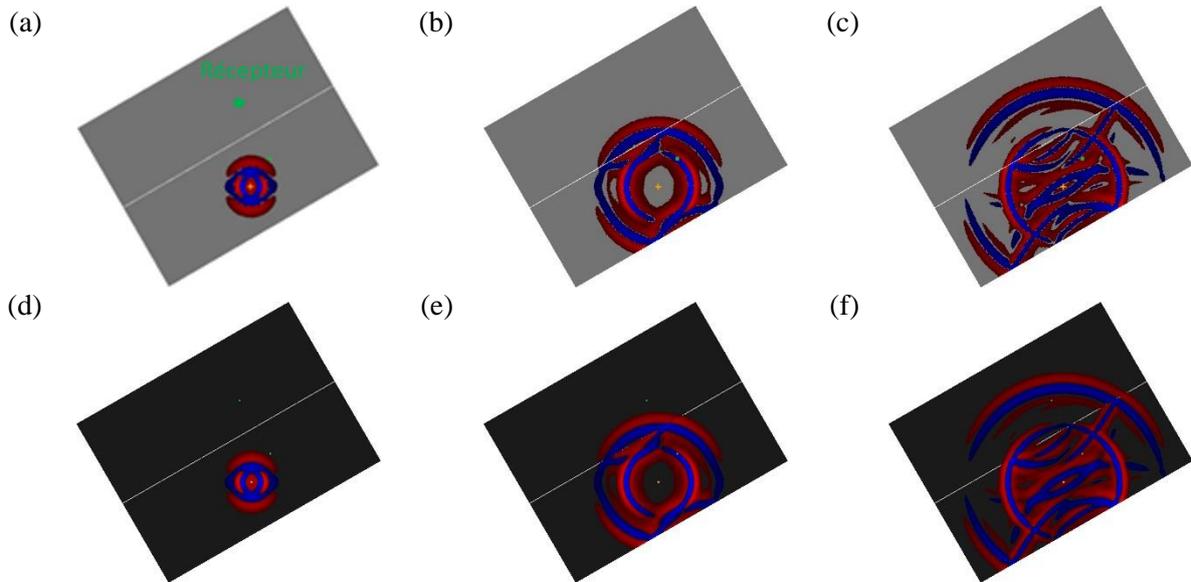


Figure 3. 24. Comparaisons d'instantanés de propagation du champ de déplacement  $u_z$  avec CTE et une couche non maillée (en haut, (a), (b) et (c)) et avec une couche entièrement maillée (en bas, (d), (e) et (f)) pour  $t = 0,22 \text{ s}$ ,  $0,44 \text{ s}$  et  $0,66 \text{ s}$ , dans le cas de deux matériaux différents pour le milieu et pour la couche.

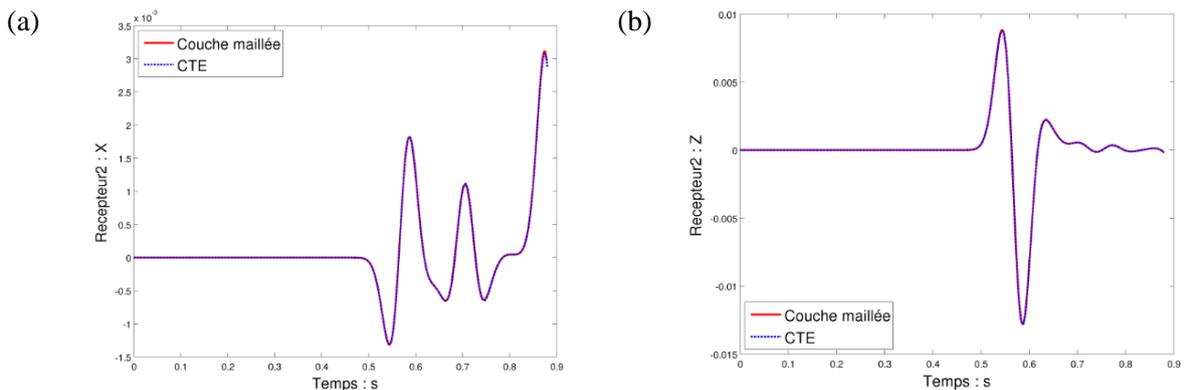


Figure 3. 25. Comparisons des évolutions de la composante du déplacement à une même position entre les simulations avec CTE et une couche non maillée (en bleu) et avec une couche entièrement maillée (en rouge) : (a)  $u_x$  et (b)  $u_z$ .

Ensuite, dans le deuxième cas, nous ne remplaçons que les propriétés de la couche pour qu'elles soient identiques au milieu environnant ( $\rho^i = \rho$ ,  $\lambda^i = \lambda$ ,  $\mu^i = \mu$ ). Nous comparons également la simulation avec CTE et la simulation classique, et les instantanés de propagation du déplacement  $u_z$  aux temps  $t = 0,22 \text{ s}$ ,  $0,44 \text{ s}$  et  $0,66 \text{ s}$  sont représentés sur la Figure 3. 26. Nous vérifions qu'il n'y a aucune réflexion au passage de couche et cela constitue une deuxième

validation notre modèle.

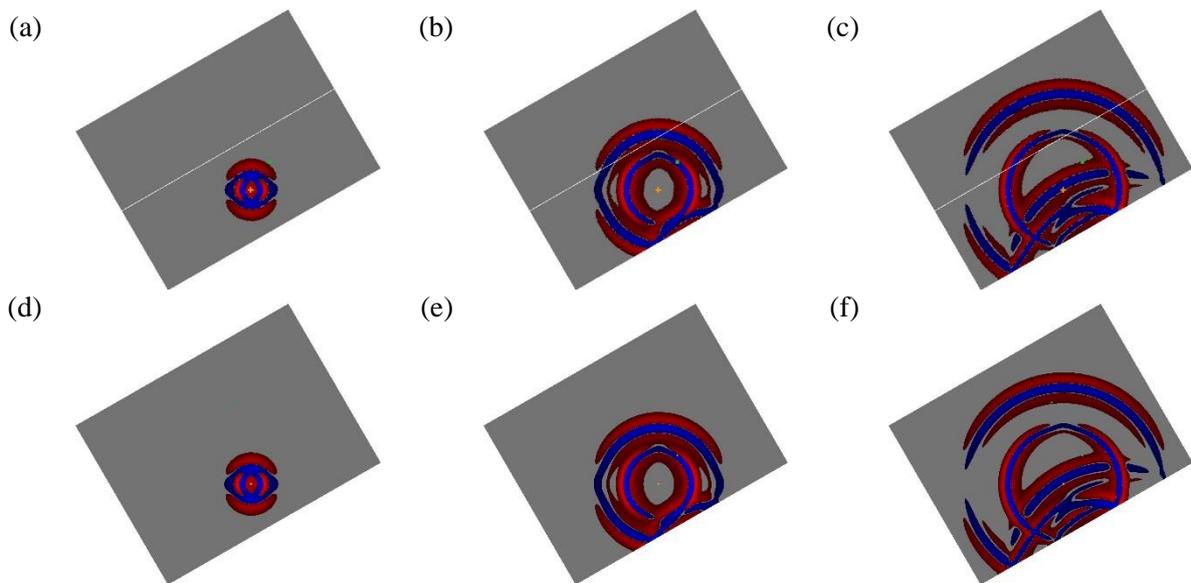


Figure 3. 26. Comparaisons d'instantanés de propagation du champ de déplacement avec CTE et une couche non maillée (en haut, (a), (b) et (c)) et avec une couche entièrement maillée (en bas, (d), (e) et (f)) pour  $t = 0,22$  s,  $0,44$  s et  $0,66$  s, dans le cas de deux matériaux identiques pour le milieu et pour la couche.

### 3.2.4 Simulation d'une couche ITZ située autour d'une inclusion carrée

Bien que, dans le cas avec une couche bornée, le traitement des éléments au coin de couche ne soit pas optimal avec la CTE implantée, nous simulons le cas d'une couche ITZ située autour d'un carré afin d'évaluer l'importance de l'effet (potentiellement parasite) du coin et de vérifier le potentiel de l'approche CTE pour simuler l'ITZ dans un tel cas.

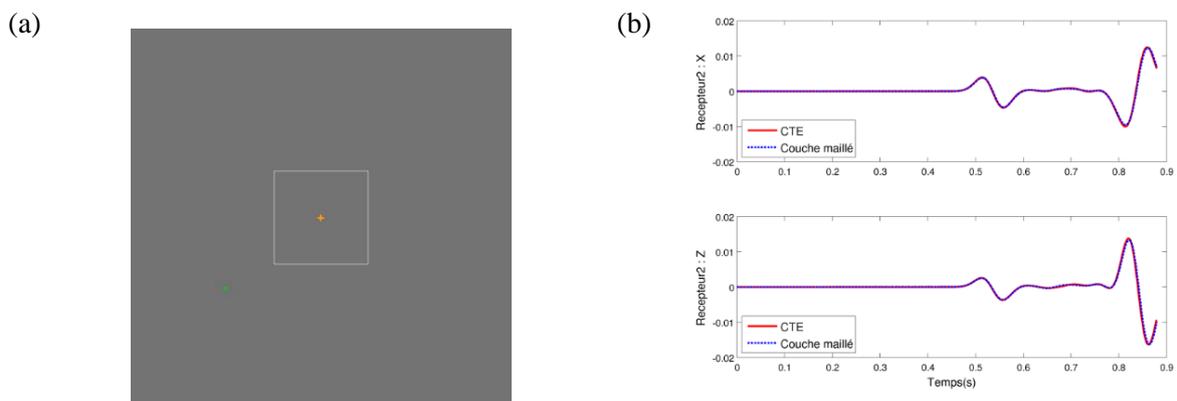


Figure 3. 27. Exemple d'un cas avec une couche ITZ située autour d'un carré. (a) Géométrie considérée (b) Comparaison des déplacements verticaux en un récepteur donné (représenté par un carré vert) entre les simulations faites avec CTE et celles faites avec la couche maillée.

Une géométrie sous forme de carré de  $4000 \text{ m} \times 4000 \text{ m}$  est séparée en deux parties par une couche de  $10 \text{ m}$  autour d'un carré plus petit de taille  $980 \text{ m} \times 980 \text{ m}$  (Figure 3. 27(a)). Les propriétés des matériaux, la taille de maillage et la source sont identiques au premier cas de la section précédente. Nous réalisons une simulation avec CTE et une simulation classique avec la couche maillée. Nous comparons sur la Figure 3. 27(b) les déplacements au récepteur indiqué

sur la Figure 3. 27(a) (en vert). Des instantanés de propagation du déplacement  $u_z$  aux temps  $t = 0,22$  s,  $0,44$  s,  $0,66$  s et  $0,88$  s sont également donnés sur la Figure 3. 28. Dans ce cas simple, nous constatons peu d'impact des calculs imprécis au coin de couche sur les résultats, et cela montre le potentiel de cette méthode pour simuler l'ITZ. Mais dans le futur une comparaison dans un cas avec plusieurs couches bornées serait nécessaire afin de vérifier si l'impact et l'erreur se cumulent avec le nombre des couches.

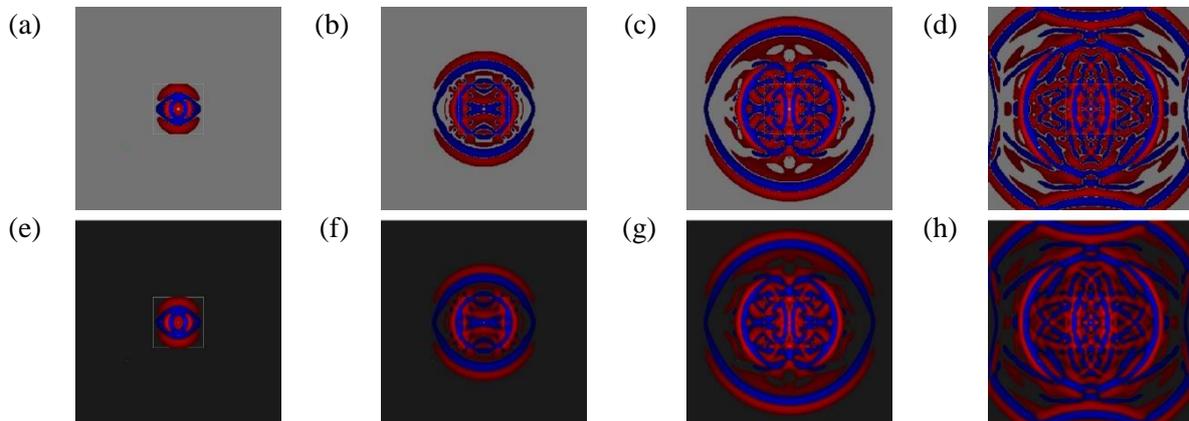


Figure 3. 28. Comparaisons d'instantanés de propagation du champ de déplacement  $u_z$  avec CTE et une couche non maillée (en haut, (a), (b), (c) et (d)) et avec une couche entièrement maillée (en bas, (e), (f), (g) et (h)) pour  $t = 0,22$  s,  $0,44$  s,  $0,66$  s et  $0,88$  s, dans le cas de deux matériaux différents pour le milieu et pour la couche.

### 3.3 Synthèse

Dans ce chapitre, nous avons présenté des travaux pour la prise en compte de la dispersion dans le mortier et l'*interfacial transition zone* (ITZ) entre les granulats et le mortier afin de compléter le modèle numérique de la propagation des ondes dans le béton.

Nous avons tout d'abord proposé d'utiliser la loi de comportement viscoélastique pour décrire la dispersion dans le mortier et nous avons choisi le modèle viscoélastique à facteur de qualité  $Q$  constant avec la fréquence, qui est l'un des plus utilisés dans la littérature. Dans un cas d'un milieu homogène viscoélastique, nous avons validé l'implantation du modèle et montré la capacité de notre logiciel SPECFEM2D à caractériser numériquement le modèle à  $Q$  constant. Afin d'obtenir les valeurs des paramètres d'entrée, c'est-à-dire les facteurs de qualité  $Q_\varepsilon$  et  $Q_\mu$  du mortier à utiliser dans nos simulations numériques, nous avons fabriqué des éprouvettes en mortier de deux formulations différentes et réalisé des mesures sur ces éprouvettes. Par ajustement de courbes par moindres carrés, nous avons estimé, entre 181 kHz et 1260 kHz, la valeur de  $Q_\varepsilon$ , qui correspond aux ondes longitudinales, comme étant de l'ordre de 20~40, et la valeur de  $Q_\mu$ , qui correspond aux ondes transversales, comme étant de l'ordre de 30~60. Les gammes de valeur proviennent du fait que l'atténuation dans le mortier n'est pas parfaitement linéaire.

Ensuite, nous avons rappelé la méthode des conditions de transmission équivalentes (CTE) développée dans la thèse de Burel [137] et qui permet de construire une solution approchée pour un problème de couche mince rectiligne supposée homogène isotrope élastique sans avoir à explicitement mailler la couche, et qui est donc une solution potentielle permettant de simuler une *interfacial transition zone* (ITZ) très fine entre les granulats et le mortier sans

avoir à fortement pénaliser le coût de calcul. Nous avons implanté cette méthode avec des CTE dans notre logiciel SPECFEM2D et validé l'implantation dans le cas d'une couche non bornée, par comparaison des résultats avec des simulations classiques (mais beaucoup plus chères) dans lesquelles la couche est maillée explicitement. Pour finir, nous avons simulé un cas avec une couche ITZ située autour d'un carré. Par comparaison avec la solution exacte nous avons observé un bon comportement et une bonne qualité de solution, ce qui nous a permis de montrer le potentiel de la méthode de CTE pour simuler l'ITZ du béton. Cependant, dans des travaux futurs il sera nécessaire dans un premier temps de vérifier l'erreur de calcul de la solution et plus spécifiquement dans le coin des couches dans les cas présentant de nombreuses couches. Dans un second temps, il faudra implémenter des interfaces ITZ de forme courbe, afin de pouvoir simuler des granulats de forme réaliste. Cette approche originale permettra de simuler un vieillissement du béton à l'échelle granulaire.

## 4 Simulations d'END

Ayant exposé le modèle numérique de propagation des ondes élastiques dans le chapitre 2 et la prise en compte de la dispersion du mortier par le modèle viscoélastique à  $Q$  constant dans le chapitre 3, nous pouvons maintenant utiliser le modèle complet pour simulations des Essais Non Destructifs (END) réalisés en laboratoire sur éprouvettes, ou in situ, sur structure.

Parmi les END par ultrasons disponibles pour des mesures en laboratoire ou in situ, nous avons choisi trois cas d'étude :

- mesures en transmission pour estimer la vitesse de propagation du béton ;
- mesures en réflexion pour estimer l'épaisseur d'un mur et pour imager des inserts ;
- mesures en diffusion pour estimer les paramètres de diffusion du béton.

Dans les deux premiers cas, nous exploitons la partie cohérente des ondes alors que dans le dernier nous analysons la partie incohérente des ondes.

Pour chaque cas, nous allons introduire les géométries étudiées, les configurations de mesures et les simplifications apportées afin de réaliser des simulations d'END en 2D.

L'avantage des simulations numériques est de pouvoir étudier facilement l'influence de certains paramètres. Dans les cas traités, nous le ferons en explicitant ou non les granulats, en introduisant la viscoélasticité du mortier, en introduisant un défaut d'alignement des transducteurs pour des mesures en transmission, en simulant différents types de transducteurs (surfaciens ou ponctuels), ou en modifiant la fréquence de mesure. Ces études paramétriques sont loin d'être exhaustives mais elles concernent d'une part des simplifications numériques potentielles et d'autre part des conditions de mesures sur site. Elles montrent bien les potentialités offertes par l'outil numérique développé.

### 4.1 Propriétés des matériaux et géométries étudiées



Figure 4. 1. Photo de la maquette VeRCoRs [121].

Comme nous l'avons dit, le béton du projet VeRCoRs [121], qui est une maquette d'enceinte de bâtiment réacteur à double paroi à échelle 1/3 (Figure 4. 1), est celui que nous prenons comme exemple dans notre étude. Nous allons également prendre en compte la

configuration de la paroi de l'enceinte interne de VeRCoRs en zone courante, pour simuler des mesures sur site, par exemple, des essais réalisés sur VeRCoRs dans le cadre du projet ANR ENDE (Evaluation Non Destructive des Enceintes nucléaires de confinement). Plus particulièrement, nous prenons en compte l'épaisseur du mur de 400 mm et l'implantation des armatures, des gaines et des câbles de précontrainte. La tension des câbles n'est pas simulée et nous négligeons l'effet acousto-élastique dans le béton.

D'après les vues de coupe de la zone courante de VeRCoRs (Figure 4. 2), nous avons déterminé quatre géométries différentes de dimensions 400 mm × 400 mm : 2 pour le béton non renforcé et 2 avec les armatures et gaines / câbles (Figure 4. 3). Les deux dernières correspondent respectivement aux vues de coupe I et II dans la Figure 4. 2, dans lesquelles nous n'observons que des gaines horizontales ou verticales. La vue de coupe III dans laquelle nous observons à la fois des gaines horizontales et verticales, ne peut pas être décrite en 2D, car la gaine verticale dans cette vue de coupe (Figure 4. 2(b)) devient une interface infinie d'épaisseur 50 mm. Le diamètre des armatures est de 10 mm et l'espacement est de 80 mm. Les gaines ont un diamètre extérieur de 50 mm et une épaisseur de 1 mm. Les câbles ont un diamètre de 15 mm. Chaque gaine contient 4 câbles et les gaines sont injectées au coulis que nous représentons par du mortier.

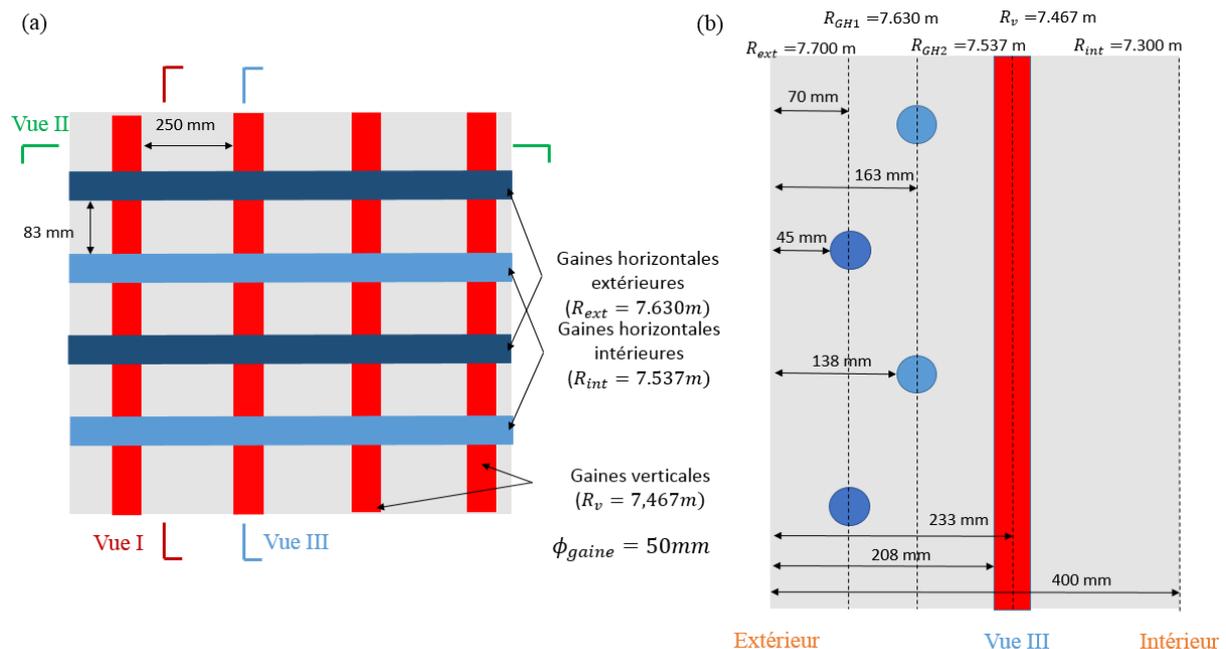


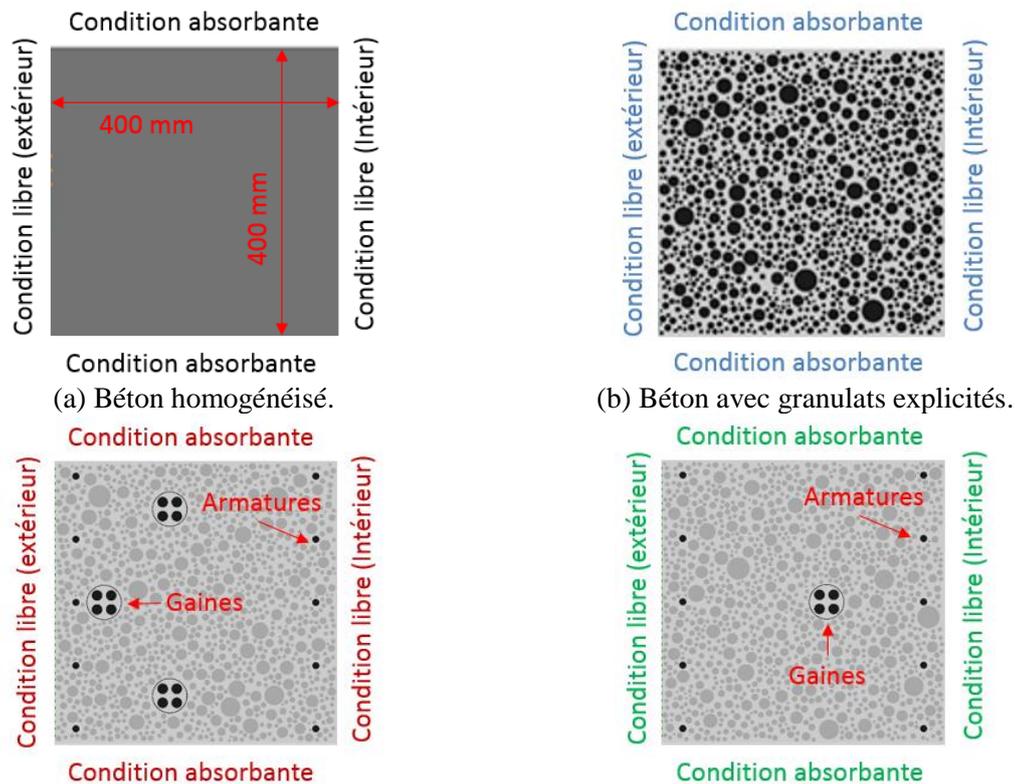
Figure 4. 2. Schémas des vues de coupe en face (a) et d'épaisseur (b) du mur VeRCoRs dans une zone avec des gaines.

Dans les deux premiers cas d'étude END (en transmission et en réflexion), le but est la caractérisation de la vitesse de propagation des ondes et l'imagerie des gaines. Ces deux éléments reposent sur l'analyse des ondes cohérentes des signaux. Ainsi, nous avons choisi de simplifier la forme des granulats à des cercles puisque nous avons montré dans la section 2.5.2 que la forme des granulats impacte peu les termes cohérents (vitesse de phase et atténuation effectives) lorsqu'ils sont aléatoirement distribués et orientés. Dans la troisième étude concernant l'estimation des paramètres de diffusion, nous avons choisi de travailler également avec des granulats sous forme de cercle. Une étude paramétrique plus exhaustive devrait

prendre en compte leur forme.

Les cercles distribués aléatoirement dans les géométries du béton sont obtenus par le remplacement des polygones de la géométrie de la Figure 2. 37(b). Ils occupent au final une fraction surfacique de 44 % dans un domaine de dimensions 400 mm × 400 mm.

Pour chaque géométrie, nous imposons les conditions libres aux bords gauche et droit, qui correspondent respectivement aux surfaces extérieure et intérieure du mur, et les conditions absorbantes aux bords en haut et en bas afin de représenter la grande hauteur du mur.



(c) Béton de structure I avec armatures et gaines. (d) Béton de structure II avec armatures et gaine.

Figure 4. 3. Configuration des géométries étudiées.

### Cas élastique

Dans les simulations élastiques pour les cas du béton avec granulats explicités, nous avons pris les propriétés du mortier et des granulats du Tableau 2. 1. Pour les armatures, les gaines et les câbles, nous avons pris les vitesses calculées à partir du module d'Young et du coefficient de Poisson de l'acier utilisé dans le cadre du projet VeRCoRs [138] avec l'Eq. 1. 1 (Tableau 4. 1).

Tableau 4. 1. Propriétés d'acier [138].

Matériau	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	$c_l$ (m/s)	$c_t$ (m/s)	Module d'Young (MPa)	Coefficient de Poisson
Acier	7850	5700	3050	190000	0,3

Pour le béton homogénéisé, nous avons utilisé des vitesses effectives obtenues par la propagation des ondes longitudinales et transversales au travers de ce même béton numérique avec granulats explicités (Figure 2. 38 et Figure G. 4), et elles sont données dans le Tableau 4. 2.

Tableau 4. 2. Vitesses effectives du béton homogénéisé.

		Onde longitudinale			Onde transversale
Fréquence (kHz)		50	100	250	50
Elastique :	Vitesse (m/s)	4053	4075	4111	2331
Viscoélastique :	Vitesse (m/s)	\	4080	4127	\

### Cas viscoélastique

Pour les simulations viscoélastiques, nous avons pris des valeurs de facteur de qualité estimées à partir des mesures sur le mortier VeRCoRs à basse fréquence (en cyan sur les Figure 3. 18 et Figure 3. 19) : en gardant la pente de l'évolution d'atténuation, nous estimons  $Q \approx \pi/p c_0$  avec  $p$  la pente d'atténuation et  $c_0$  la vitesse de référence prise dans le Tableau 2. 1 (3950 m/s pour l'onde longitudinale et 2250 m/s pour l'onde transversale) pour la fréquence de référence choisie  $f_0=100$  kHz. Nous avons obtenu  $Q_\varepsilon = 42,5$  et  $Q_\mu = 55,4$ , et par l'Eq. 3. 24  $Q_K = 38,2$  (Figure 4. 4). Avec ce comportement viscoélastique du mortier, nous avons réalisé des simulations numériques de la propagation des ondes dans le même milieu du béton avec des granulats explicités (Figure 4. 3(b)) et obtenu les vitesses de phase effectives, qui sont données dans le Tableau 4. 2.

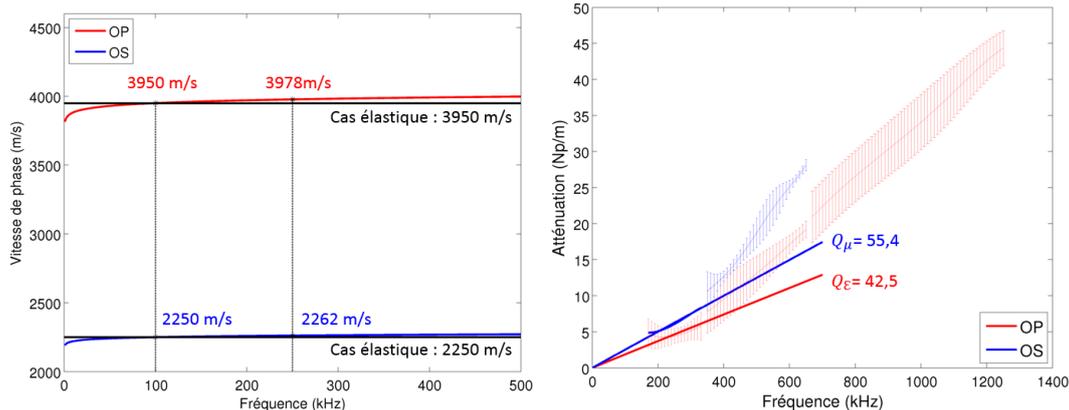


Figure 4. 4. Évolution de la vitesse de phase et de l'atténuation du mortier viscoélastique.

Les simulations ont bénéficié d'un accès aux moyens de calcul du CINES au travers de l'allocation de ressources 2018- A0031010316 attribuée par GENCI, ainsi que ceux d'EDF au travers du cluster ATHOS. Pour une simulation du cas élastique, le temps de calcul est d'environ 3 heures avec 192 cœurs de 8 processeurs avec ATHOS et environ 6 heures avec 280 cœurs de 10 processeurs avec GENCI. Pour une simulation du cas viscoélastique, le temps de calcul est d'environ 9 heures avec 192 cœurs de 8 processeurs avec ATHOS et environ 13 heures avec 420 cœurs de 15 processeurs avec GENCI.

## 4.2 Mesures en transmission pour estimer la vitesse du béton

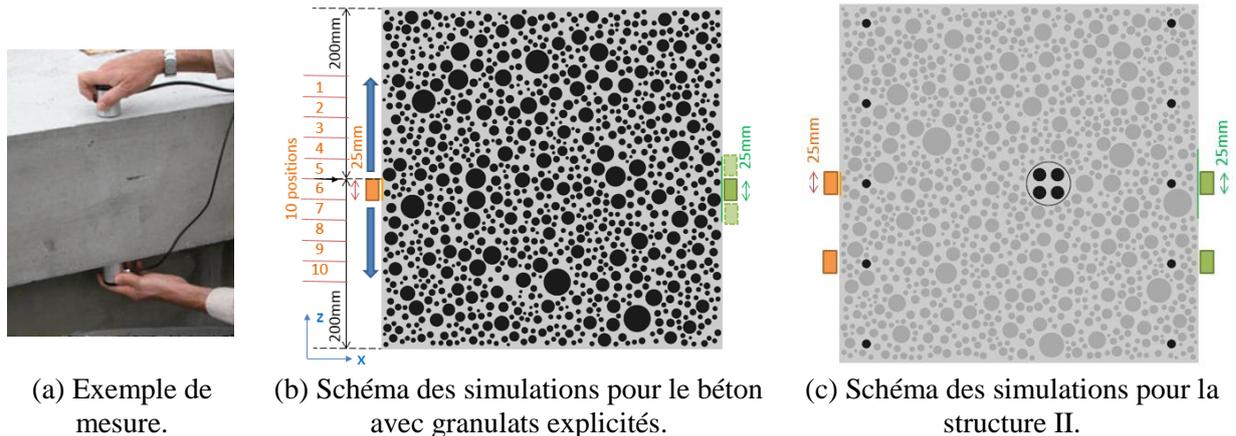
Ces mesures sont souvent faites en laboratoire mais peuvent être réalisées sur site, même si elles sont plus difficiles à mettre en œuvre car il faut accéder aux deux côtés de la structure.

Dans ce cas, nous allons étudier l'influence du type de transducteurs et celle d'un défaut d'alignement potentiel entre les deux transducteurs.

### 4.2.1 Transducteurs surfaciques

#### 4.2.1.1 Configurations de mesures et simulations

Nous avons pris une configuration connue pour ce type de mesure : une paire de transducteurs piézoélectriques de diamètre 1 pouce ( $\approx 25$  mm) et un type d'onde longitudinale avec une fréquence dominante de 250 kHz. Des mesures à plus basse fréquence sont aussi couramment mises en œuvre. Les capteurs sont positionnés de part et d'autre de la structure (Figure 4. 5(a)).



(a) Exemple de mesure.

(b) Schéma des simulations pour le béton avec granulats explicités.

(c) Schéma des simulations pour la structure II.

Figure 4. 5. Mesure de vitesse avec transducteurs surfaciques en transmission.

Pour représenter le capteur en émission, nous utilisons 26 sources ponctuelles espacées de 1 mm, envoyant toutes un même signal d'onde longitudinale de Ricker (déplacement suivant la direction  $x$ ) avec une fréquence dominante de 250 kHz. Le signal reçu est représenté par la somme des 26 déplacements suivant la direction  $x$  issus des 26 positions espacées de 1 mm, en face des positions des sources (Figure 4. 5). Nous considérons que le couplage entre les capteurs et le matériau est parfait.

Nous avons réalisé des simulations pour les configurations suivantes :

- le béton homogénéisé avec une vitesse de phase effective  $c^*=4111$  m/s à 250 kHz ;
- le béton non renforcé avec granulats explicités dans les cas élastique (10 simulations en déplaçant les transducteurs, en vis-à-vis, tous les 25 mm comme sur la Figure 4. 5(b)) et viscoélastique (4 simulations lorsque les transducteurs sont, en vis-à-vis, aux positions 3, 5, 6 et 8 sur la Figure 4. 5(b)) ;
- le béton avec la structure II, où les transducteurs sont soit en face des armatures soit en face des armatures et d'une gaine verticale (Figure 4. 5(c)), dans les cas élastique (2 simulations) et viscoélastique (2 simulations).

Dans ces conditions, la longueur d'onde en émission ( $\lambda_{l1}$  à 250 kHz) est d'environ 16 mm, qui est de l'ordre de grandeur de la taille des granulats les plus gros, et qui est proche de celles des armatures et câbles de VeRCoRs.

Nous avons également simulé le cas où les transducteurs ont un défaut d'alignement dans le cas du béton avec granulats explicités (Figure 4. 5(b)) pour intégrer cette source d'erreur possible lors des mesures.

### 4.2.1.2 Analyse des résultats

Lors d'une mesure dans un milieu homogène tel que le béton homogénéisé, la vitesse de propagation estimée se calcule à partir de la différence de temps entre deux échos. Elle dépend donc entièrement du choix des échos et de la détermination de leur différence de temps. Dans la Figure 4. 6, nous montrons cinq choix possibles qui sont souvent mis en œuvre dans le cadre de mesures sur site :

- $\Delta t_1$  entre le début du signal d'émission et le début du premier écho reçu : la vitesse est estimée par  $v_1 = e/\Delta t_1$  avec  $e$  l'épaisseur auscultée. En pratique, pour définir  $\Delta t_1$  nous choisissons le début du signal comme l'instant où l'amplitude absolue dépasse 1 % de l'amplitude maximale du signal ;
- $\Delta t_2$  entre le minimum du signal d'émission et celui du premier écho du signal reçu : la vitesse est estimée par  $v_2 = e/\Delta t_2$  ;
- $\Delta t_3$  entre le maximum du signal en émission et celui du premier écho du signal reçu : la vitesse est estimée par  $v_3 = e/\Delta t_3$  ;
- $\Delta t'_2$  entre les minima du premier et du deuxième écho du signal reçu : la vitesse est estimée par  $v'_2 = 2e/\Delta t'_2$  ;
- $\Delta t'_3$  entre les maxima du premier et du deuxième écho du signal reçu : la vitesse est estimée par  $v'_3 = e/\Delta t'_3$  .

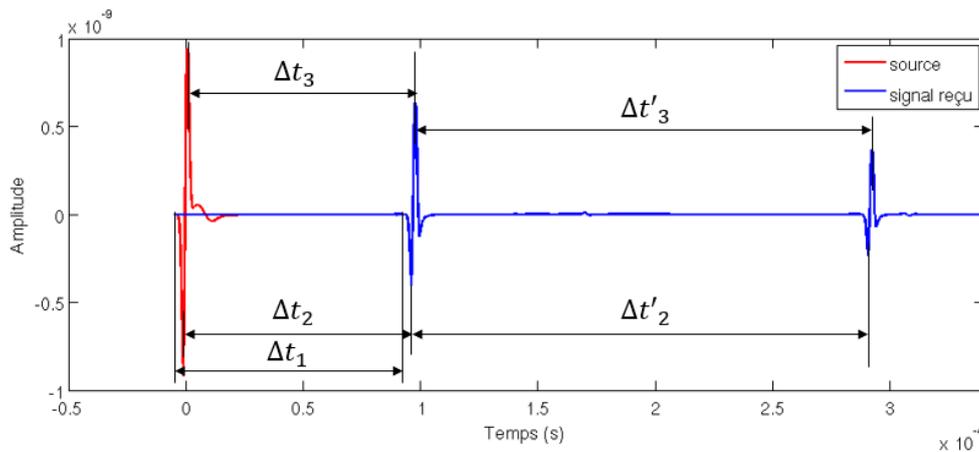


Figure 4. 6. Schéma des différentes possibilités pour estimer la vitesse de propagation dans le cas du béton homogénéisé.

Nous montrons les vitesses estimées par ces cinq choix pour le cas du béton homogénéisé élastique sur la Figure 4. 7. Nous retrouvons la valeur de la vitesse théorique lorsque nous calculons les deux vitesses,  $v'_2$  et  $v'_3$ , associées aux deux échos du signal reçu. Cependant, lorsque nous utilisons le signal émis et le premier écho reçu pour estimer la vitesse, nous trouvons un léger écart avec la valeur théorique, qui peut être induit par les ondes transversales créées pendant la formation du signal émis. Les écarts restent faibles : ils sont inférieurs à 6 m/s, soit 0,16 % de la vitesse théorique.

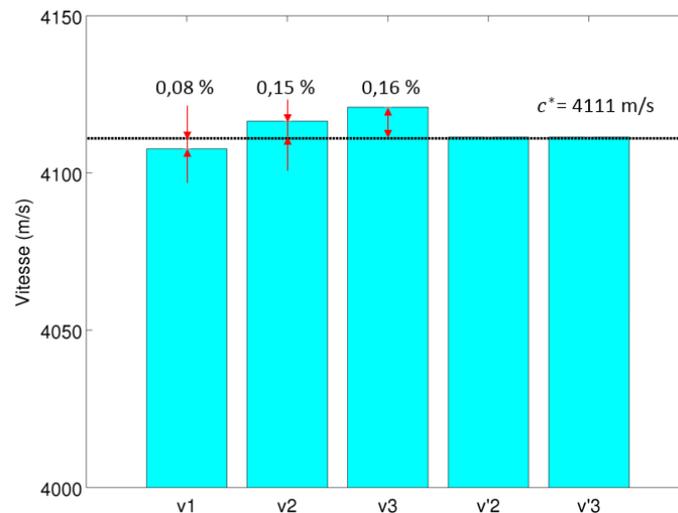


Figure 4. 7. Vitesses estimées avec cinq méthodes dans le cas élastique du béton homogénéisé.

En pratique, pour un milieu hétérogène comme le béton, nous ne recevons le deuxième écho que rarement. Par conséquent, nous nous concentrons sur les trois vitesses,  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$ , en prenant en compte le signal émis et le premier écho.

Pour le cas élastique du béton avec granulats explicités, nous montrons le signal brut issu d'une simulation et le signal moyen de 10 simulations (différentes positions à la surface) sur la Figure 4. 8(a) et (b)). Nous observons un deuxième écho très faible et la diminution de l'amplitude de la partie incohérente dans le signal moyenné spatialement. En mettant les récepteurs en face des émetteurs ainsi que décalés de 0,5 cm, 1,0 cm et 1,5 cm, nous comparons les trois vitesses sur la Figure 4. 8(c). Les barres d'incertitude indiquées correspondent à trois écarts-type des résultats obtenus pour les simulations avec 10 positions différentes à la surface de ce béton. Elles correspondent à la variabilité du béton. Les résultats indiqués sur la Figure 4. 8(c) montrent que les trois méthodes donnent des résultats équivalents. Les trois vitesses calculées permettent une bonne estimation de la vitesse de propagation. L'estimation de la vitesse est peu impactée par un défaut d'alignement des transducteurs de 1,5 cm. En tout cas, cet effet est négligeable devant l'impact de la variabilité du béton sur la vitesse qui est de l'ordre de 25 m/s.

Dans le cas du béton avec granulats explicités et un mortier viscoélastique, nous avons procédé aux mêmes types de simulations que précédemment. Le signal moyen issu des simulations est comparé avec le signal dans le cas élastique du béton homogénéisé sur la Figure 4. 9(a). Nous observons que l'amplitude du premier écho est plus petit que dans le cas élastique du béton avec granulats explicités, et que le deuxième écho disparaît quasiment. Les vitesses estimées sont montrées sur la Figure 4. 9(b). Un faible impact du défaut d'alignement est observé sur les trois estimations de vitesse comme dans le cas élastique. Nous retrouvons la vitesse effective avec la valeur de  $v_3$  et une décroissance de  $v_1$  à  $v_3$  est observée :  $v_1$  est supérieure à la valeur théorique d'environ 23 m/s (0,6 %), et  $v_2$  est supérieure d'environ 9 m/s (0,2 %). Ces valeurs sont du même ordre de grandeur que l'incertitude liée à la variabilité du béton.

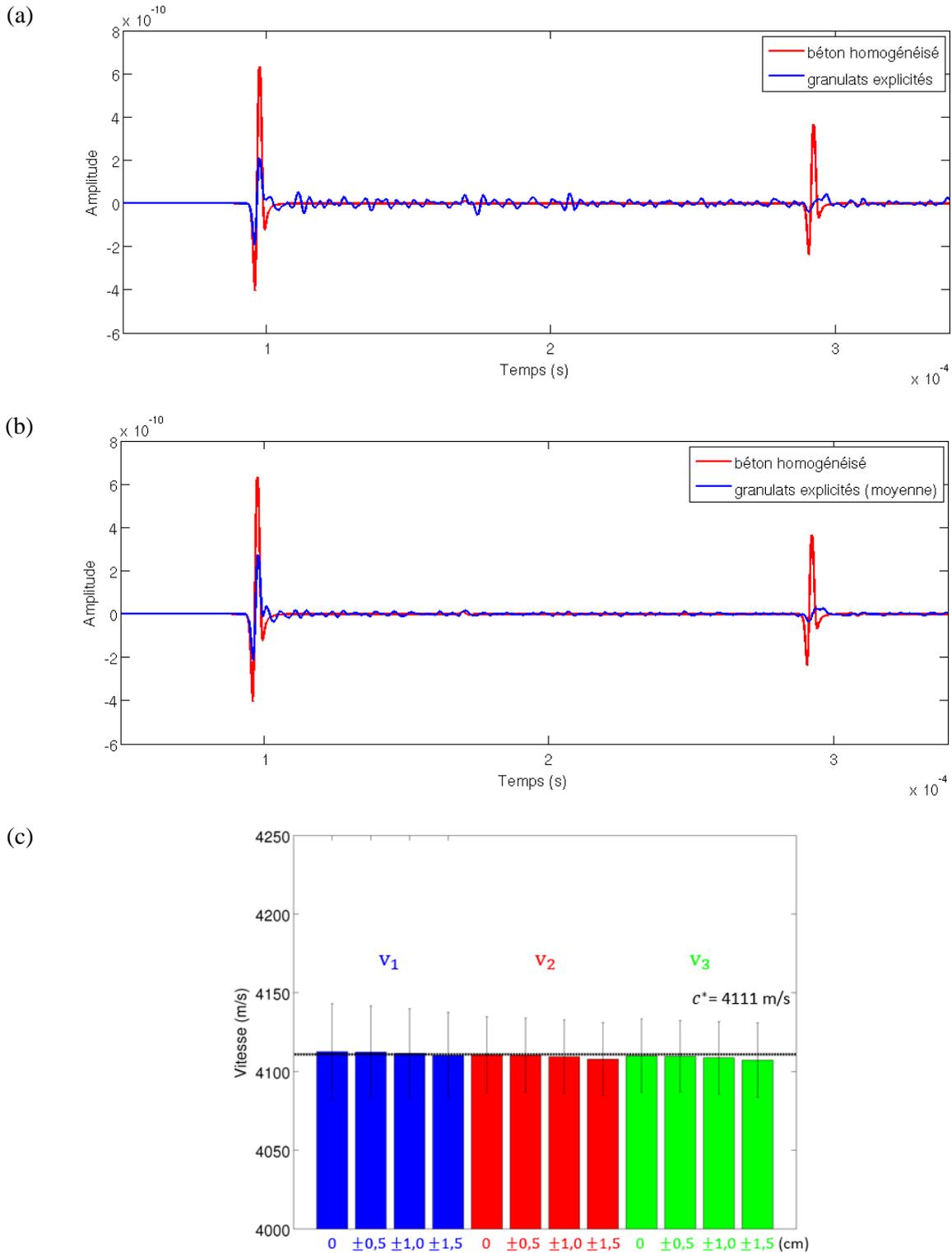


Figure 4. 8. Simulations de la mesure de vitesse avec transducteurs surfaciques pour le cas élastique du béton avec granulats explicités : (a) Un signal brut et (b) la moyenne de 10 signaux en comparant avec le signal du béton homogénéisé élastique, et (c) trois vitesses estimées sans et avec désalignement entre les sources et les récepteurs.

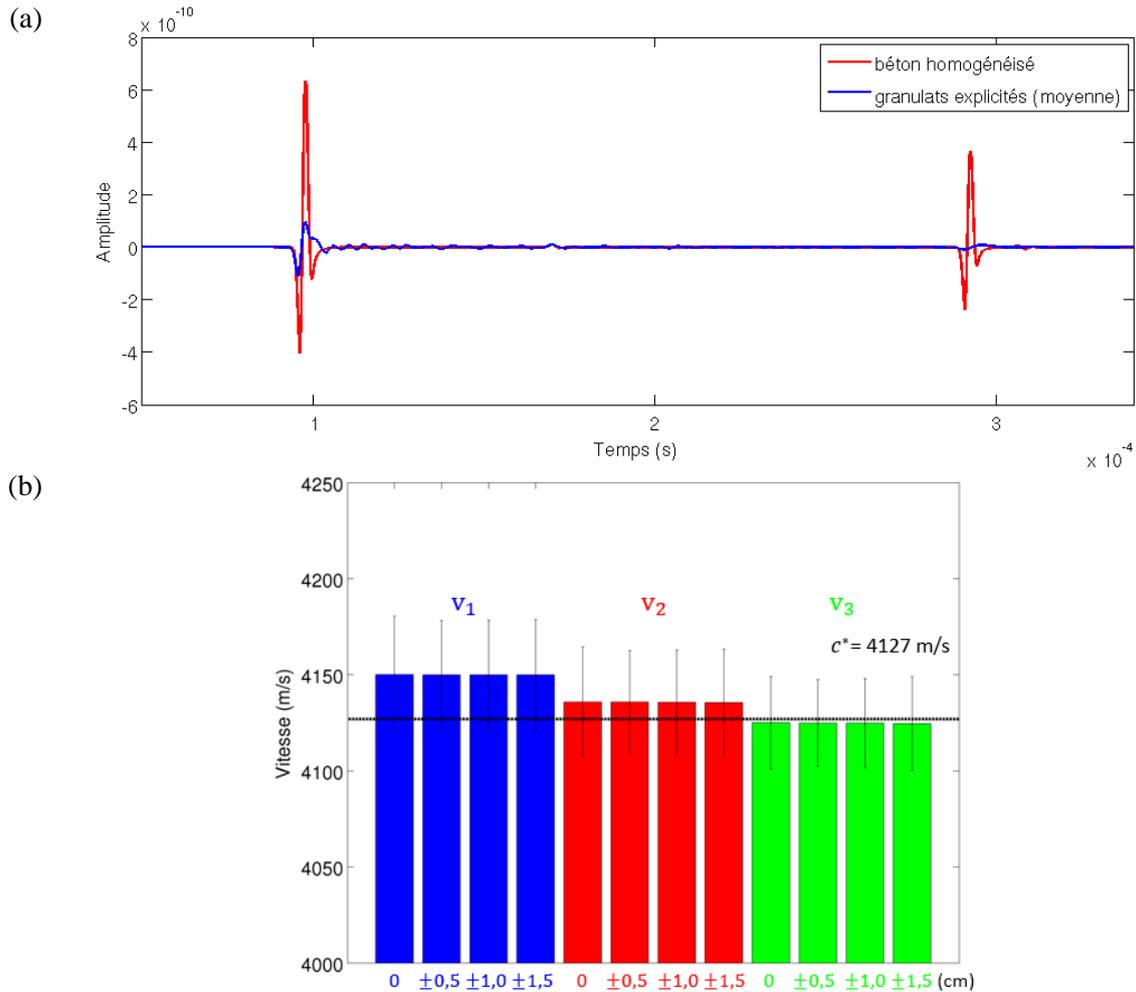


Figure 4. 9. Simulations de la mesure de vitesse avec transducteurs surfaciques pour le cas viscoélastique du béton avec granulats explicités : (a) la moyenne de 4 signaux en comparant avec le signal du béton homogénéisé élastique, et (b) trois vitesses estimées sans et avec désalignement entre les sources et les récepteurs.

Dans le cas de la structure II, nous avons déplacé les transducteurs émetteur et récepteur, en vis-à-vis, à deux positions, soit à travers des armatures soit à travers des armatures et une gaine dans le béton. Nous comparons les signaux issus de ces deux positions dans les cas élastique et viscoélastique (Figure 4. 10(a) et (b)) : le second écho étant noyé dans le « bruit », nous n'observons que le premier écho. En comparant avec les vitesses estimées dans le cas du béton non renforcé avec granulats explicités (Figure 4. 10(c) et (d)), nous constatons un impact de la présence des armatures inférieur ou comparable à celui de la variabilité du béton. Par contre, la présence des gaines sur le trajet de l'onde a un impact sur l'estimation de la vitesse. Elle entraîne une surestimation de la valeur par la méthode  $v_1$  qui correspond au premier temps d'arrivée : les premières arrivées ont été accélérées en passant dans l'acier. Par contre, nous constatons une sous-estimation par la méthode  $v_3$ , car la présence des gaines a déformé le signal émis et notamment le pic positif. Cette étude montre qu'en pratique, si nous voulons estimer la vitesse de propagation du béton sur une structure, nous pourrions réaliser une mesure sans positionner les armatures au préalable. Par contre, nous ne pouvons pas nous passer de la localisation des gaines afin de les éviter.

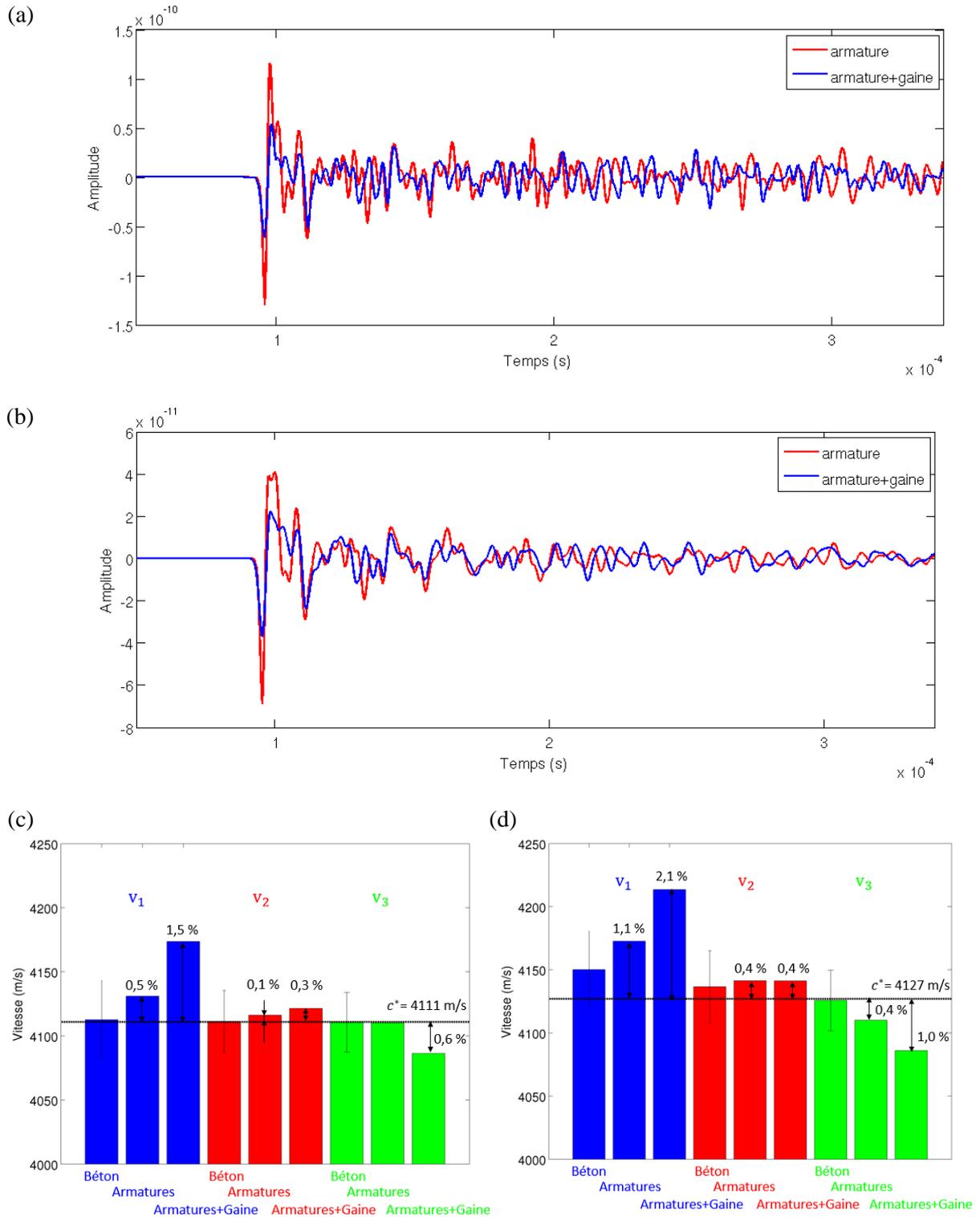


Figure 4. 10. Simulations de la mesure de vitesse avec transducteurs surfaciques pour les cas élastique ((a) et (c)) et viscoélastique ((b) et (d)) de la structure II lorsque le transducteur est soit en face des armatures soit en face des armatures et d'une gaine.

### 4.2.1.3 Synthèse

A partir des analyses des résultats, nous remarquons un certain nombre de points importants :

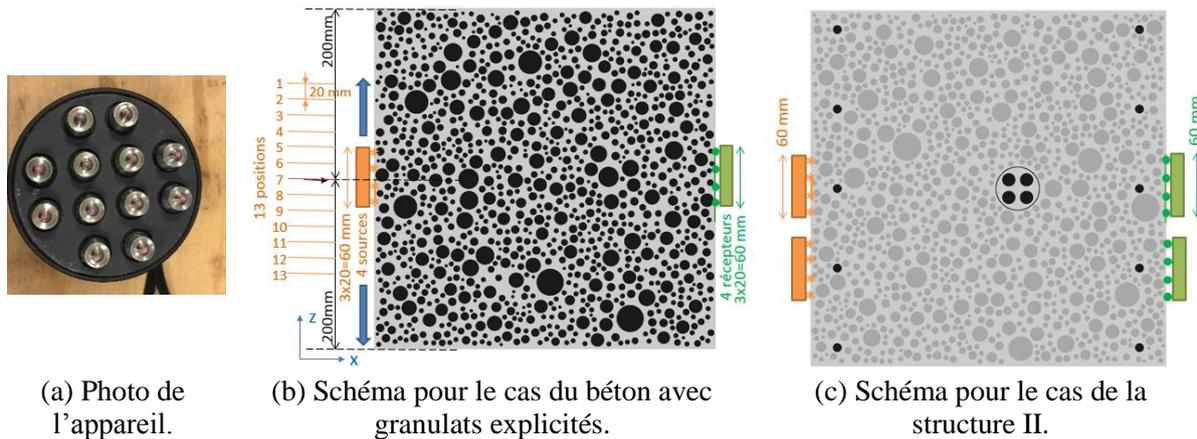
- un défaut d'alignement de 15 mm pour des transducteurs de 25 mm de diamètre à travers 400 mm de béton impacte peu l'estimation de vitesse ;
- lorsque le béton ne présente pas d'inserts métalliques, les méthodes explorées donnent des résultats équivalents compte-tenu de la viscoélasticité du mortier et de la variabilité du béton en termes de distribution des granulats ;
- la présence d'inserts métalliques sur le trajet de l'onde influe sur le signal mesuré. En cas d'armatures de 10 mm de diamètre, elles affectent peu l'estimation de la vitesse en restant du même ordre de grandeur que la variabilité du béton. Par contre, ce n'est pas le cas lors de la présence d'une gaine de 50 mm de diamètre ;
- l'erreur constatée peut atteindre 2,1 % dans le cas de gaine et d'armature sans prise en compte de la viscoélasticité, cela est supérieur à l'erreur de mesure constatée sur des mesures de laboratoire qui est de l'ordre 1% sur une éprouvette non renforcée ;
- la méthode la plus juste pour le béton non renforcé est  $v_3$ , celle de la différence des maxima de l'écho d'émission et du premier écho reçu. Cependant ce principe de calcul n'est pas applicable expérimentalement car l'écho d'émission est très perturbé en raison de la géométrie du transducteur et de l'impulsion qui s'amortie.
- la méthode la moins perturbée par la présence des inserts est  $v_2$ , celle de la différence des minima de l'écho d'émission et du premier écho reçu.

En conclusion, cette étude nous montre l'intérêt de l'outil numérique pour une personne mettant au point un protocole d'essai. Elle pourra justifier notamment que la localisation a minima des gaines est nécessaire avant toute mesure, que le deuxième écho va être très difficile voire impossible à observer, que la méthode  $v_1$  reposant sur le premier temps d'arrivée et ne nécessitant pas la connaissance du signal émis pourrait être utilisée. Ces éléments paraîtront évidents pour une personne expérimentée dans la mise en œuvre de cette technique de mesure. Toutefois, les simulations permettent de quantifier l'erreur de mesure d'une façon objective.

#### 4.2.2 Transducteurs ponctuels à contact sec

##### 4.2.2.1 Configurations de mesures et simulations

Des appareils industriels intégrant des transducteurs à contact sec sont également disponibles, par exemple celui de la Figure 4. 11 (a). Il comprend 12 éléments espacés de 2 cm. Il permet de générer une onde longitudinale avec une fréquence nominale de 100 kHz. Deux transducteurs de ce type peuvent être utilisés pour réaliser des mesures en transmission. Dans ce cas, la longueur d'onde en émission ( $\lambda_{l1}$  à 100 kHz) est d'environ 40 mm.



(a) Photo de l'appareil.

(b) Schéma pour le cas du béton avec granulats explicités.

(c) Schéma pour le cas de la structure II.

Figure 4. 11. Mesure de vitesse avec des transducteurs à contact sec en transmission.

Pour les simulations en 2D correspondant à la mesure, nous utilisons 4 sources ponctuelles espacées de 20 mm, qui envoient un même signal d'onde longitudinale de type Ricker (déplacement suivant la direction  $x$ ) avec une fréquence dominante de 100 kHz afin de simuler l'appareil émetteur. Quant au signal reçu, nous sommes les déplacements suivant la direction  $x$  aux 4 positions espacées de 20 mm, en vis-à-vis des positions des sources (Figure 4. 11).

Nous avons réalisé des simulations comparables à celles exposées dans la section précédente pour les configurations suivantes :

- le béton homogénéisé avec une vitesse de phase effective  $c^* = 4075$  m/s à 100kHz ;
- le béton non renforcé avec granulats explicités dans les cas élastique (13 simulations en déplaçant les appareils tous les 20 mm comme sur la Figure 4. 11(b)) et viscoélastique (3 simulations pour l'appareil émetteur aux positions 4, 7 et 10 sur la Figure 4. 11(b)) ;
- le béton avec la structure II, où les appareils sont soit en face des armatures soit en face des armatures et d'une gaine (sur la Figure 4. 11(c)), dans les cas élastique (2 simulations) et viscoélastique (2 simulations).

#### 4.2.2.2 Analyse des résultats

Dans les cas élastiques du béton non renforcé soit homogénéisé soit avec granulats explicités, nous avons observé le deuxième écho dans le signal reçu (Figure 4. 12(a) et (b)) et donc calculé les vitesses par les cinq méthodes (Figure 4. 7). Sur la Figure 4. 12(c), nous retrouvons que les deux vitesses,  $v'_2$  et  $v'_3$ , s'approchent le plus de la vitesse théorique dans le cas du béton homogénéisé. Dans le cas du béton avec granulats explicités (Figure 4. 12(d)), la valeur théorique est obtenue par les méthodes  $v_2$ ,  $v'_2$  et  $v'_3$  en tenant compte de l'incertitude due à la variabilité du béton. En pratique, nous observons difficilement le deuxième écho.

Pour le cas du béton élastique avec granulats explicités, en mettant les récepteurs en face des émetteurs ainsi que décalés de 1 cm, 2 cm et 3 cm. Nous comparons les trois vitesses  $v_1$ ,  $v_2$  et  $v_3$ , sur la Figure 4. 13. Le défaut d'alignement entraîne une sous-estimation de la valeur de la vitesse. L'écart engendré reste inférieur à l'impact de la variabilité du matériau.

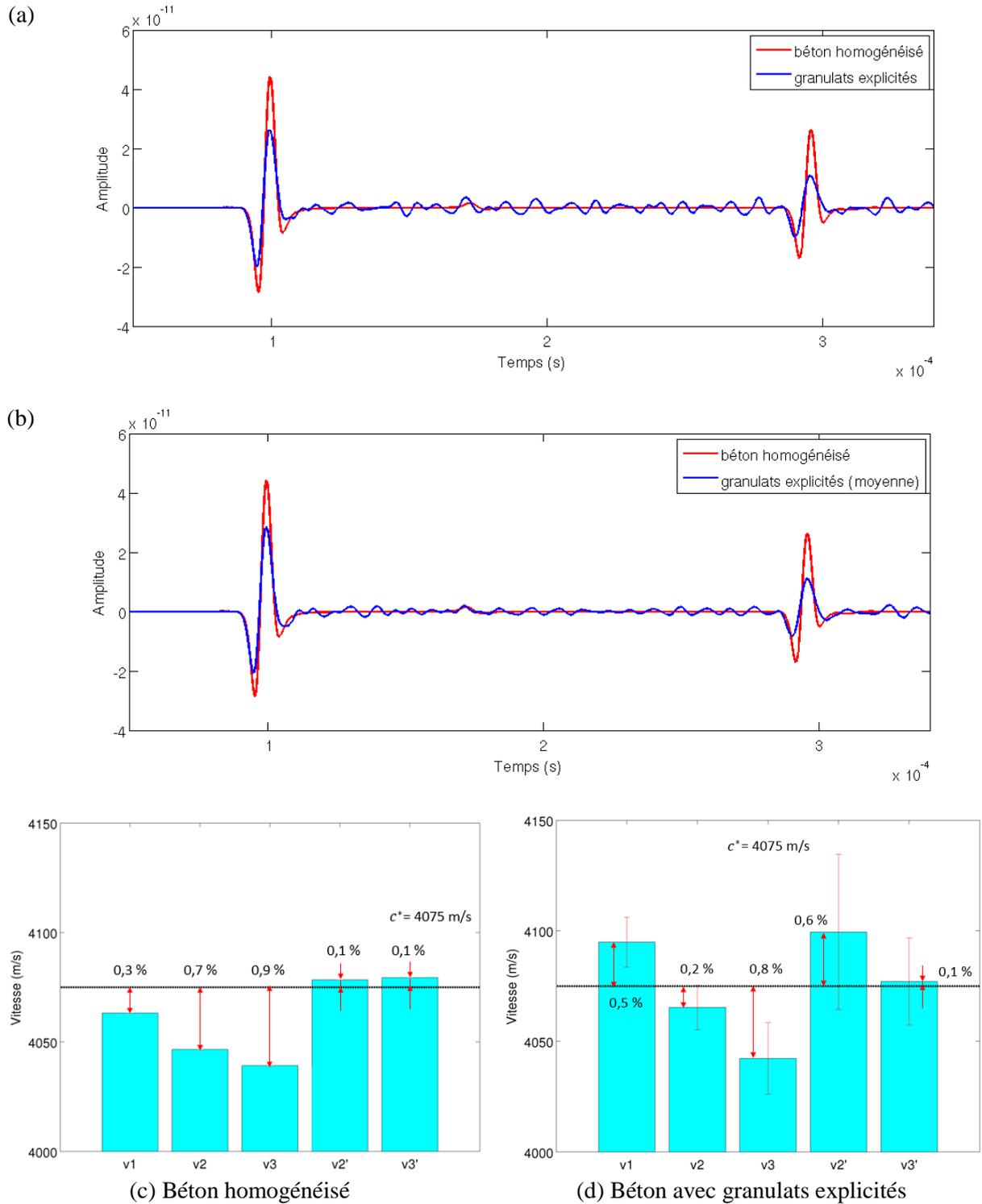


Figure 4. 12. Vitesses de mesure avec transducteurs ponctuels en transmission dans les cas élastiques du béton homogénéisé et du béton avec granulats explicites : (a) Un signal brut, (b) la moyenne de 13 signaux et (c, d) cinq vitesses estimées.

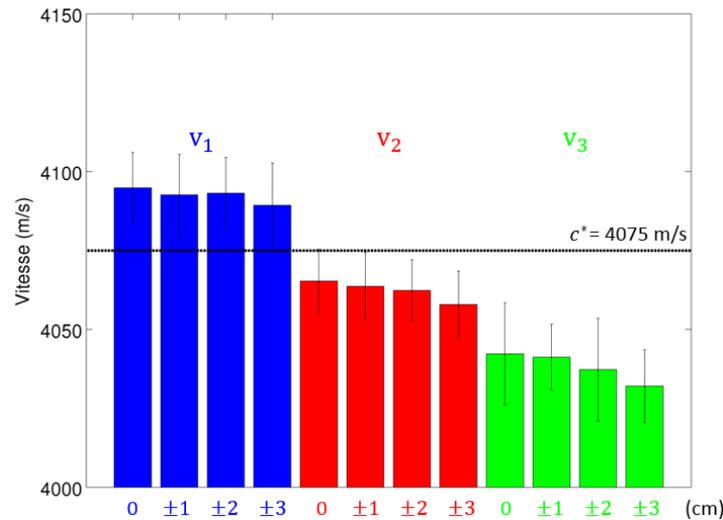


Figure 4. 13. Vitesses avec transducteurs ponctuels en transmission dans le cas élastique du béton avec granulats explicités : trois vitesses estimées sans et avec défaut d'alignement entre les sources et les récepteurs.

Comme pour le cas totalement élastique, pour le cas du béton avec granulats explicités et mortier viscoélastique (Figure 4. 14), la valeur théorique n'est observée que par la méthode  $v_2$ . L'influence du défaut d'alignement est également faible par rapport à l'influence de la variabilité du matériau.

Dans le cas de la structure II, nous avons positionné les transducteurs émetteur et récepteur en vis-à-vis, soit en face d'armatures soit en face d'armatures et d'une gaine. Nous comparons les signaux issus de ces deux positions dans les cas élastique et viscoélastique (Figure 4. 15 (a) et (b)). En comparant avec les vitesses estimées dans le cas du béton avec granulats explicités, nous constatons la même influence de la présence des inserts que dans le cas avec des transducteurs surfaciques : un impact inférieur ou comparable à celui de la variabilité du béton pour la présence des armatures, une surestimation de la valeur par la méthode  $v_1$  et une sous-estimation par la méthode  $v_3$  pour la présence d'une gaine. Par contre, nous remarquons que la valeur théorique n'est observée que par la méthode  $v_2$ , et que l'estimation  $v_2$  est peu impactée par la présence des inserts.

Enfin, si nous comparons les signaux reçus dans les cas des traducteurs surfaciques (Figure 4. 10) et des transducteurs ponctuels (Figure 4. 15), il apparait clairement que le second écho n'est pas identifiable dans le premier cas, mais l'est dans le second. C'est l'apport essentiel de l'utilisation de transducteurs multiéléments qui peut conduire à des mesures plus justes sur site si le résultat de la mesure peut s'appuyer sur la différence de temps entre les deux échos du signal reçu.

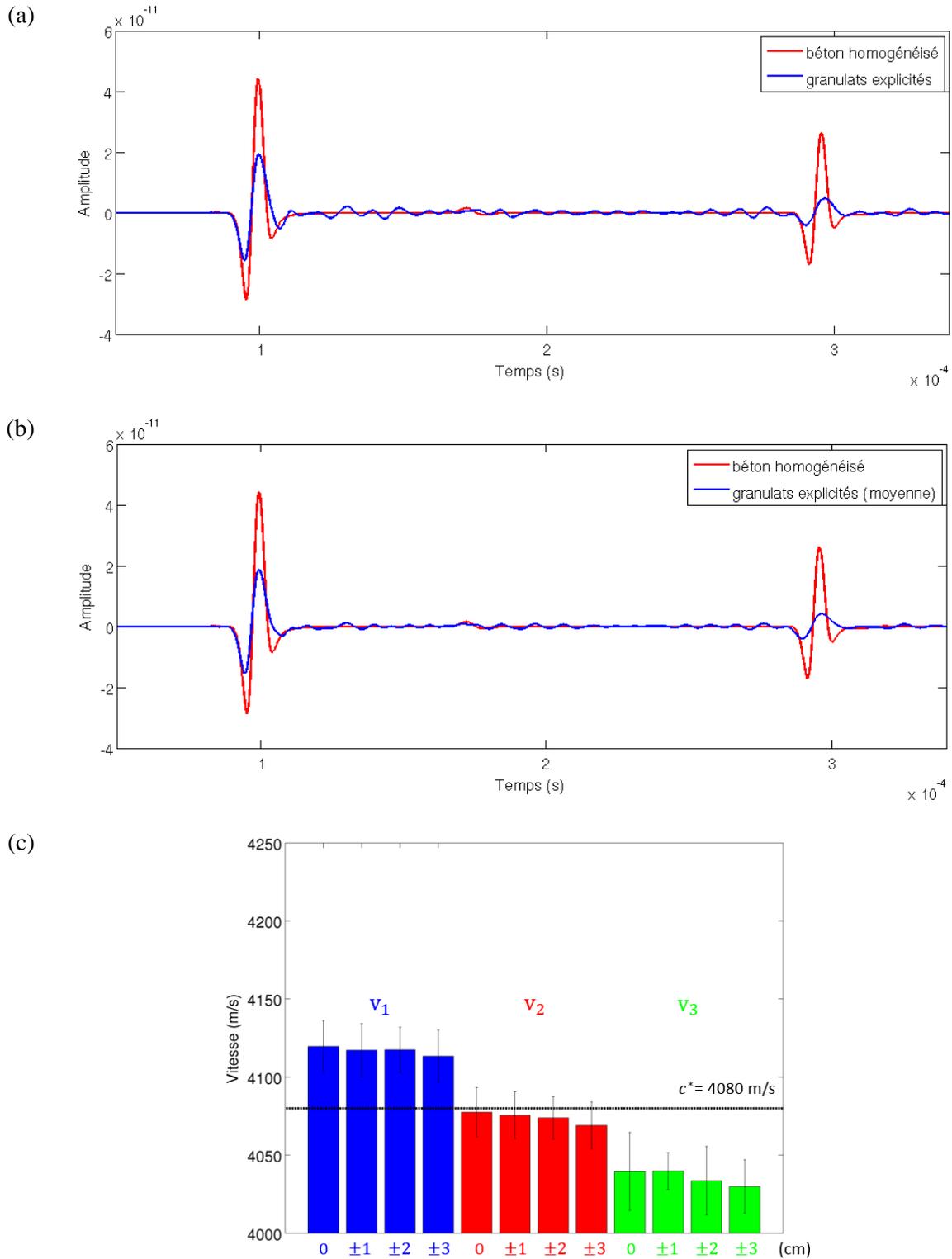


Figure 4. 14. Vitesses avec transducteurs ponctuels en transmission dans les cas viscoélastiques du béton homogénéisé et du béton avec granulats explicites : (a) Un signal brut, et (b) la moyenne de 3 signaux en comparant avec le signal du béton homogénéisé élastique, et (c) trois vitesses estimées sans et avec désalignement entre les sources et les récepteurs.

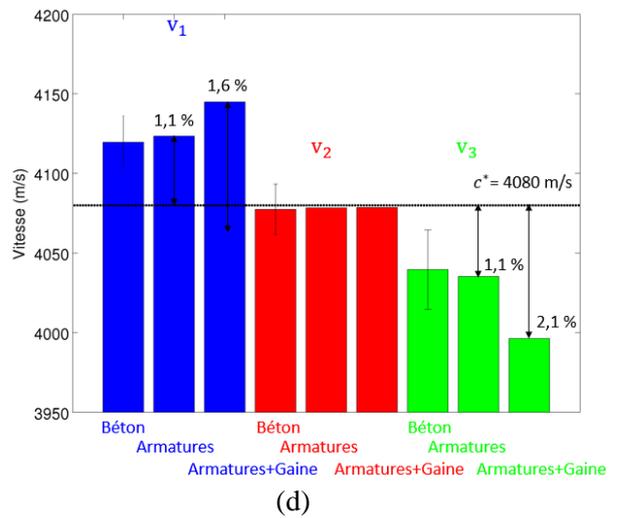
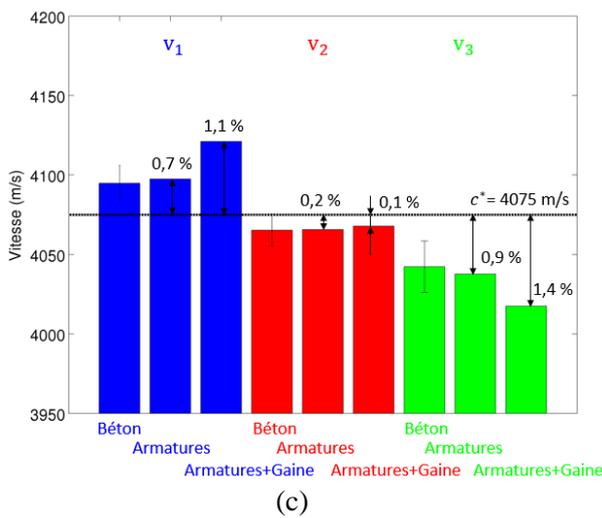
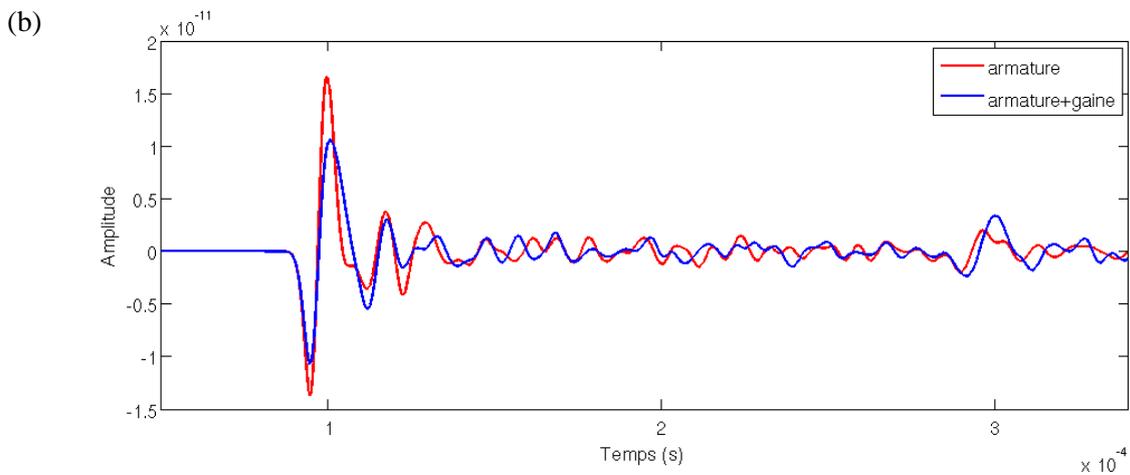
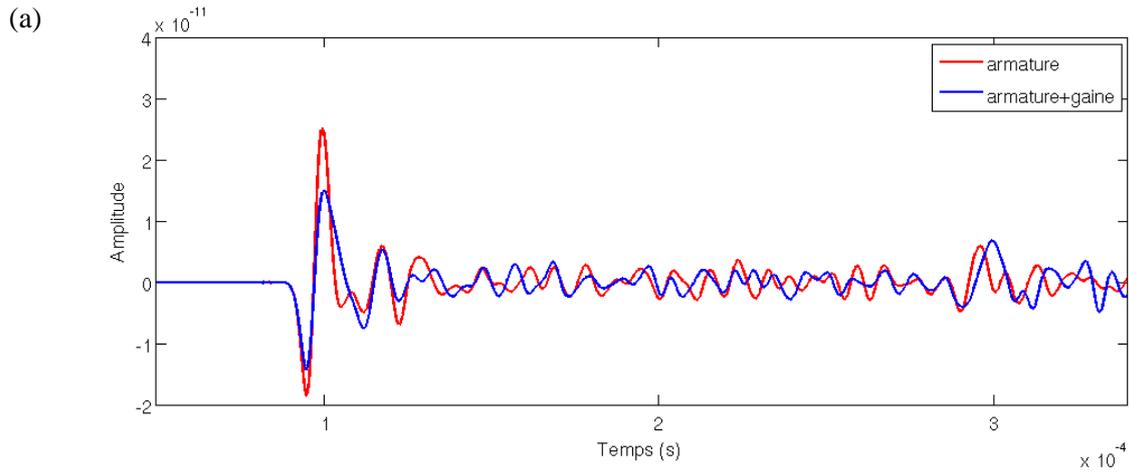


Figure 4. 15. Vitesses de mesure avec transducteurs ponctuels en transmission pour les cas élastique ((a) et (c)) et viscoélastique ((b) et (d)) de la structure II lorsque le transducteur est soit en face des armatures soit en face des armatures et d'une gaine.

### 4.2.2.3 Synthèse

Par rapport à l'étude précédente, nous avons fait varier la configuration du capteur et

changé la fréquence dominante. Nous constatons les mêmes résultats qualitativement sur l'impact du défaut d'alignement, l'influence des inserts, armatures et gaine :

- Le défaut d'alignement de 30 mm pour des transducteurs ponctuels à travers 400 mm de béton impacte peu l'estimation de vitesse ;
- Lorsque le béton ne présente pas d'inserts métalliques, la méthode  $v_2$  donne des résultats équivalents compte-tenu de la viscoélasticité du mortier et de la variabilité du béton en termes de distribution des granulats ;
- La présence d'inserts métalliques sur le trajet de l'onde influe sur le signal mesuré. En cas d'armatures de 10 mm de diamètre, elle affecte peu l'estimation de la vitesse en restant du même ordre de grandeur que la variabilité du béton. Par contre, la présence d'une gaine de 50 mm de diamètre peut générer une erreur plus importante, jusqu'à 2,1 % dans le cas viscoélastique, pour la mesure  $v_3$ , contrairement au cas des transducteurs surfaciques.

En conclusion, cette étude nous montre l'intérêt de l'outil numérique pour une personne mettant au point un protocole d'essai. Elle pourra justifier notamment que la localisation a minima des gaines est nécessaire avant toute mesure ou bien de l'erreur potentielle si ce point n'est pas pris en compte, que la méthode  $v_2$  reposant sur le premier minimum d'écho lors du signal de type Ricker pourrait être utilisée, mais qu'elle est difficilement applicable sur site en raison des interférences d'émission entre les différents transducteurs.

Ces éléments sont connus par l'expérience mais encore une fois ils sont ici quantifiés.

## 4.3 Mesures en réflexion pour imager une structure

### 4.3.1 Configurations de mesures et simulations

Un système de mesure commercial composé de  $6 \times 4$  éléments à contact sec espacés de 20 mm (Figure 4. 16(a)) peut être utilisé pour imager une structure, afin d'une part de déterminer l'épaisseur de la paroi et d'autre part de détecter par exemple la présence des gaines métalliques dans le mur. Parmi ces 24 éléments, deux parties sont à distinguer. Une moitié des éléments ( $3 \times 4$ ) est dédiée à l'émission du signal, et la seconde moitié ( $3 \times 4$ ) à sa réception (Figure 4. 16(a)). Il existe plusieurs configurations de cet instrument : soit en ondes longitudinales avec une fréquence dominante de 100 kHz, soit en ondes transversales avec une fréquence dominante de 50 kHz. Cet appareil est utilisé en *Ultrasonic Pulse Echo* (UPE) et permet un accès à une seule face ce qui est un point important pour nombre de mesures sur site.

Pour simuler cette mesure, nous simplifions l'appareil par 3 sources et 3 récepteurs ponctuels 2D espacés de 20 mm, placés sur la surface extérieure du mur (Figure 4. 16(b)). Dans les simulations, les 3 sources envoient un même signal de type Ricker dont la somme forme le signal généré par l'appareil. Quant au signal reçu, il est représenté par la somme des signaux obtenus au niveau des 3 récepteurs.

Nous avons réalisé onze simulations élastiques en déplaçant les sources et les récepteurs tous les 20 mm de part et d'autre du centre de la surface à caractériser (Figure 4. 16(c)).

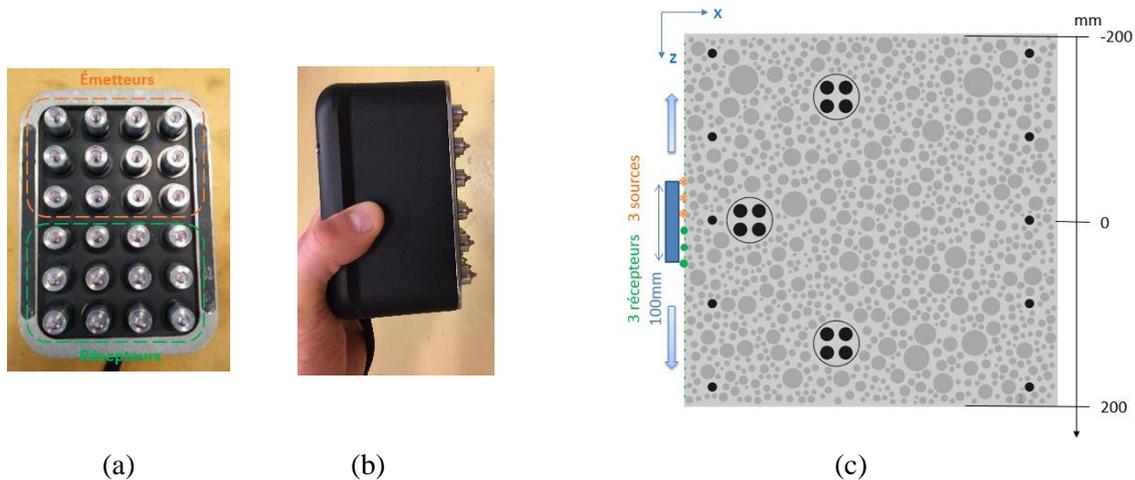


Figure 4. 16. Photos de l'appareil (a) en vue de face et (b) en vue de côté, et (c) schéma des simulations 2D pour les mesures avec cet appareil.

#### 4.3.2 Analyse des résultats

Nous avons traité les résultats de onze simulations élastiques par une méthode d'imagerie, SAFT (Synthetic Aperture Focusing Technique) [139], en prenant en compte les vitesses effectives (Tableau 4. 2) pour le béton. Dans les images issues du SAFT, la couleur représente l'énergie : plus elle est vive (rouge ou bleu), plus l'énergie est importante. Nous traitons les cas de chaque fréquence successivement.

#### Onde longitudinale avec une fréquence dominante de 100 kHz

Sur la Figure 4. 17 nous comparons les signaux bruts issus des simulations avec quatre géométries de béton (Figure 4. 3) : béton homogénéisé, béton avec granulats explicités, structure I et structure II avec armatures et gaines. Lorsque l'appareil est placé au centre de la surface (Figure 4. 16(c)), nous observons clairement l'écho de fond de la paroi dans les cas du béton homogénéisé et du béton avec granulats explicités, alors qu'il n'est pas observable quand la mesure est réalisée en face d'une gaine.

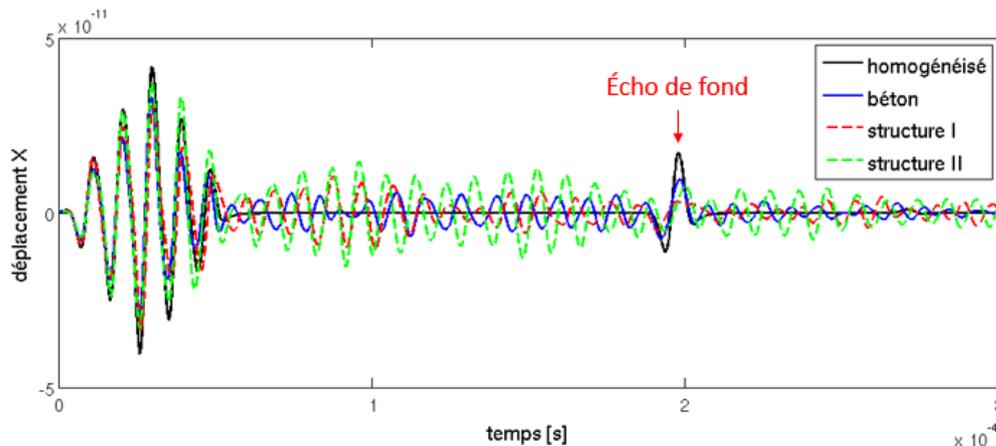
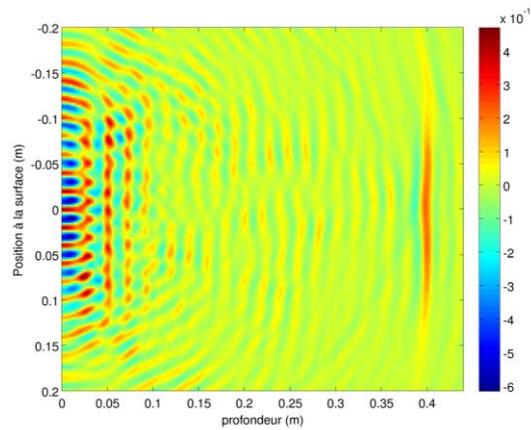


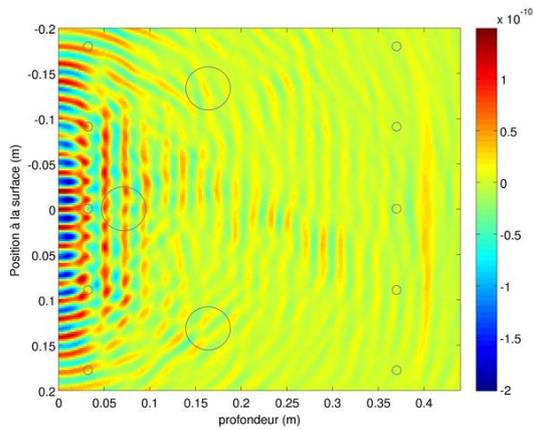
Figure 4. 17. Signaux reçus dans les cas du béton homogène, du béton avec granulats explicités et des structures I et II avec des gaines.

Nous comparons les images traitées par la méthode SAFT pour les trois cas : béton avec

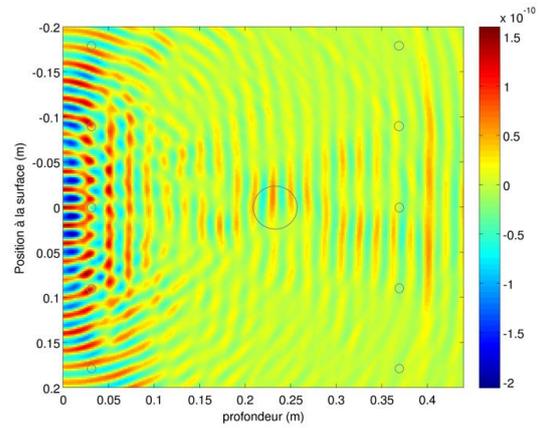
granulats explicités et structures I et II. Nous précisons les positions des armatures et gaines dans les deux derniers cas en courbe noir fine. La couleur vive (rouge ou bleu) dans les images, qui représente une forte énergie, a un intérêt pour nous.



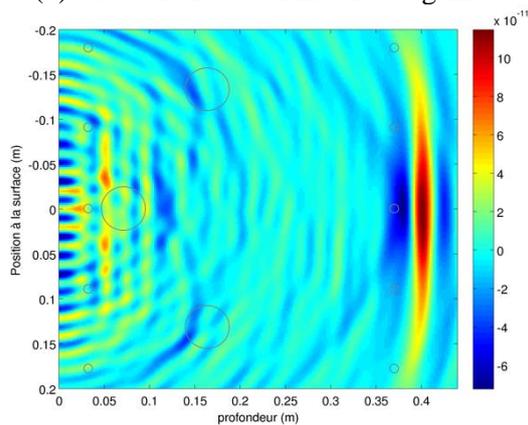
(a) Béton avec granulats explicités.



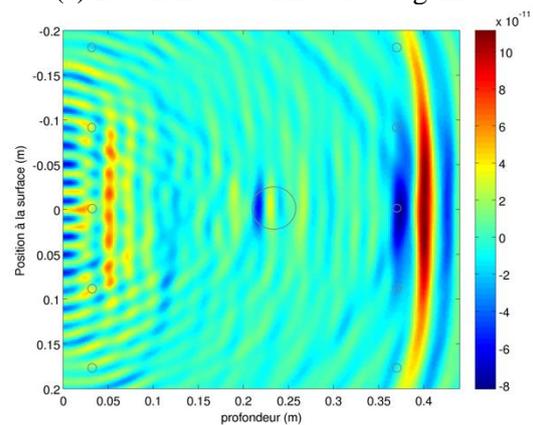
(b) Structure I avec armatures et gaines.



(c) Béton II avec armatures et gaine.



(d) Structure I avec armatures et gaines  
fréquence de 50 kHz.



(e) Structure II avec armatures et gaines  
fréquence de 50 kHz.

Figure 4. 18. Images par SAFT pour les simulations avec des ondes longitudinales.

Nous observons clairement l'écho de fond pour le béton avec granulats explicités à une

profondeur de 40 cm correspondant à l'épaisseur de la paroi (Figure 4. 18(a)). Grâce à cette méthode, nous l'observons également avec la présence des gaines métalliques (Figure 4. 18 (b) et (c)), mais le contraste de couleur est moins important et n'est pas continu : c'est l'effet d'ombre des gaines sur l'écho de fond. Lors de la présence de plusieurs gaines à proximité de la surface comme pour la structure I (Figure 4. 18 (b)), des ondes de surface présentant des concentrations régulières proches de la surface viennent perturber l'imagerie des gaines. Dans le cas où la gaine reste plus éloignée de la surface, comme pour la structure II (Figure 4. 18 (c)), la réponse de la gaine est faible et une détection par l'opérateur est difficile.

### **Onde longitudinale avec une fréquence dominante de 50 kHz**

Nous proposons de remplacer la source par une onde longitudinale avec une fréquence dominante de 50 kHz. Par ce biais, nous doublons la longueur d'onde dans le béton, passant de 4 cm à 8 cm. En simulant de la même manière que précédemment, nous comparons les images par la méthode de SAFT sur la Figure 4. 18 ((d) et (e)). Cette diminution de fréquence (augmentation de longueur d'onde) permet d'exacerber l'écho de fond en présence de gaines. De plus, les concentrations d'énergie autour de la gaine dans la structure II sont plus marquées. Par contre, la détection des gaines proches de la surface, dans la structure I, reste difficile.

### **Onde transversale avec une fréquence dominante de 50 kHz**

Nous avons la possibilité de simuler avec SPECFEM2D deux types d'onde transversale :

- SV qui est polarisée dans le plan vertical (dans le plan) ;
- SH qui est polarisée dans le plan horizontal (hors plan).

Autrement dit, l'onde SV est représentée par le déplacement dans le plan 2D, perpendiculaire à la direction de propagation dans le plan (perpendiculaire à la profondeur désignée dans nos simulations). Elle permet donc un couplage avec l'onde longitudinale caractérisée par son déplacement parallèle à la direction de propagation dans le plan. L'onde SH est représentée par le déplacement perpendiculaire au plan, donc hors plan.

En pratique, un des systèmes de mesure commercial correspond aux simulations SH.

Nous comparons les signaux bruts issus des simulations élastiques avec les deux types d'ondes, SV et SH, avec les quatre configurations lorsque l'appareil est placé au centre de la surface sur la Figure 4. 19. Nous observons clairement l'écho de fond de la paroi dans tous les cas. Dans le cas de la structure II, nous observons également un écho correspondant à une gaine en face de l'appareil.

Les images traitées par SAFT sont montrées sur la Figure 4. 20 pour les trois géométries de béton.

Dans tous les cas, nous observons clairement l'écho de fond. Pour la structure II où des armatures et une seule gaine sont présentes, la position de la gaine est détectée avec les ondes SV et SH. Lorsque plusieurs gaines sont présentes en surface (cas de la structure I), nous observons également des concentrations d'énergie dans la zone où les gaines se situent.

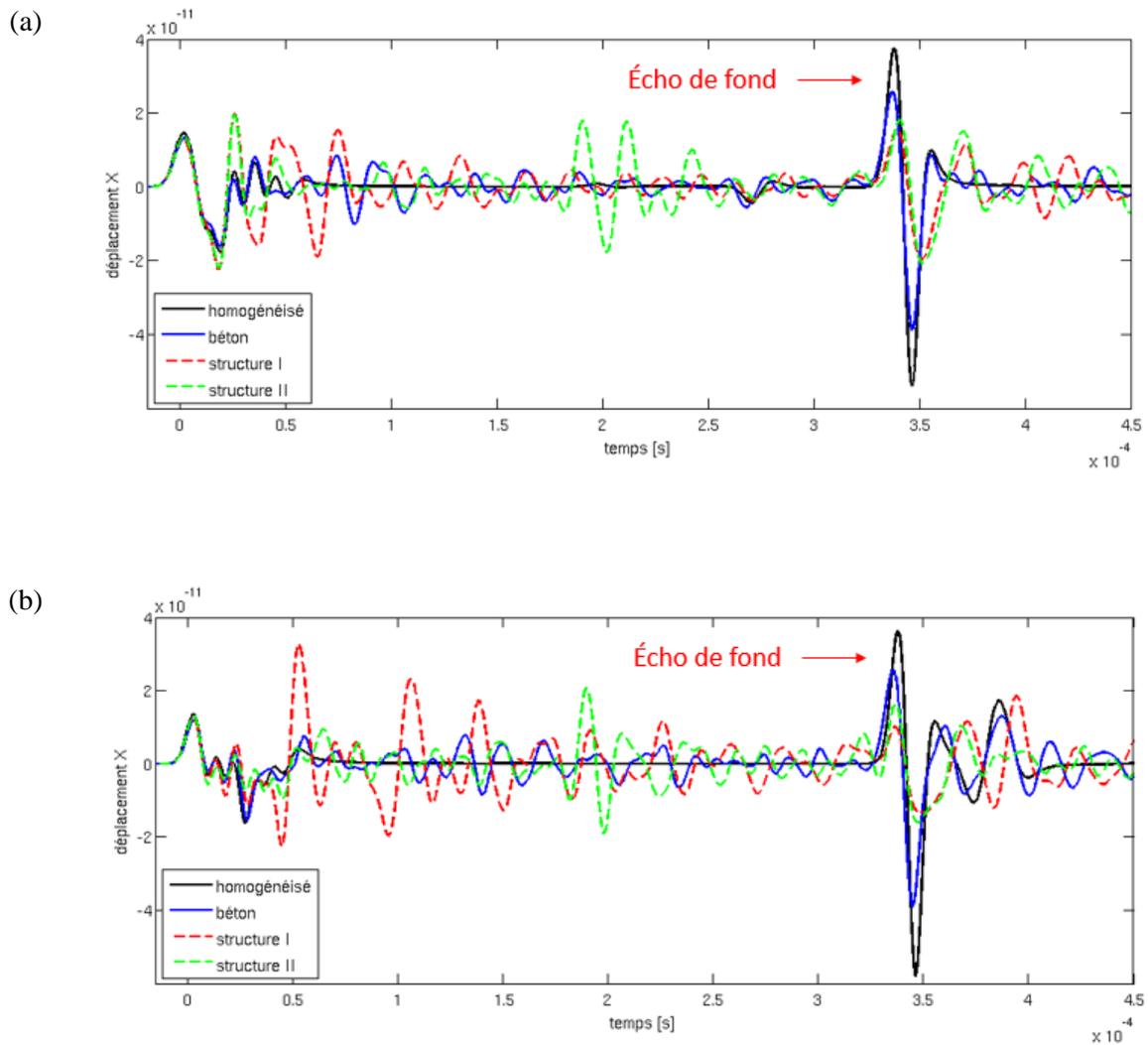
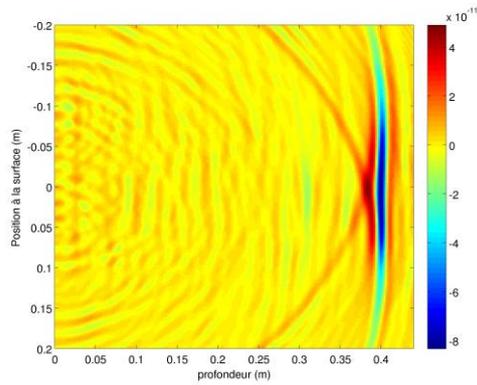
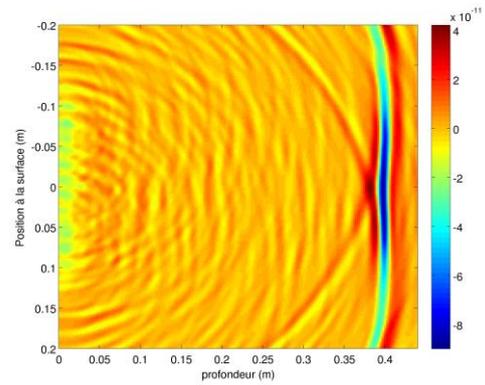


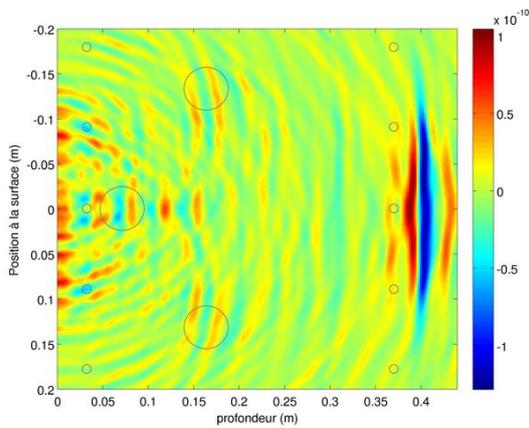
Figure 4. 19. Signaux reçus dans les cas du béton homogène, du béton sans gaines et des structures I et II avec des gaines par ondes transversales (a) de SV et (b) de SH.



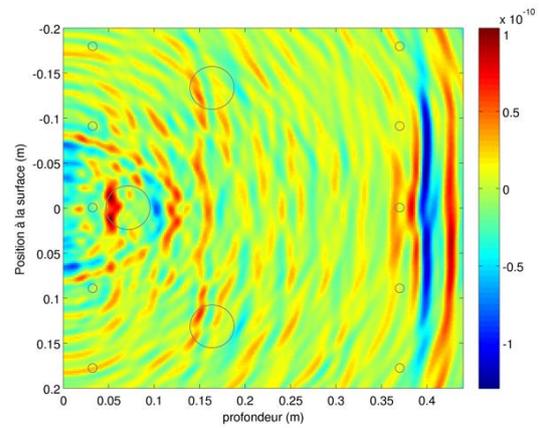
(a) SV : Béton avec granulats explicités.



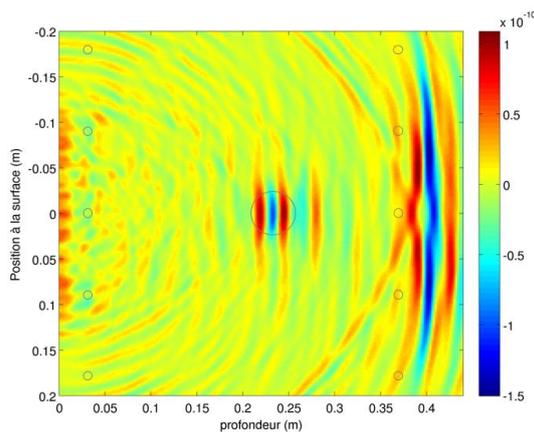
(b) SH : Béton avec granulats explicités.



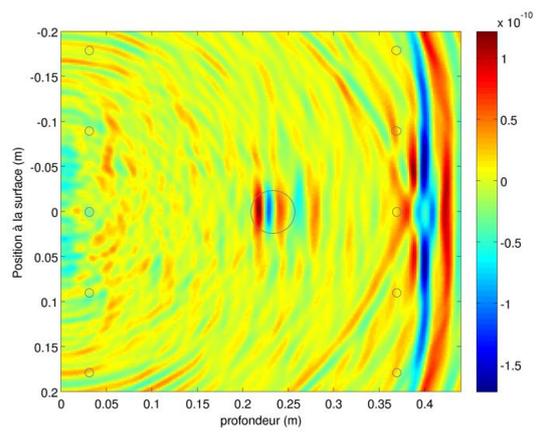
(c) SV : structure I avec armatures et gaines.



(d) SH : structure I avec armatures et gaines.



(e) SV : structure II avec armatures et gaine.



(f) SH : structure II avec armatures et gaine.

Figure 4. 20. Images par SAFT pour les simulations de la mesure en réflexion par ondes transversales.

Des mesures dans des configurations équivalentes ont été réalisées sur Vercors, avec un système commercial (50 kHz, ondes SH) intégrant le traitement SAFT. Les résultats obtenus sont donnés sur la Figure 4. 21 pour une zone de la structure sans gaine (avec armatures) et avec gaine (correspondant à la structure I). Les résultats des simulations sont en accord avec ces résultats expérimentaux.

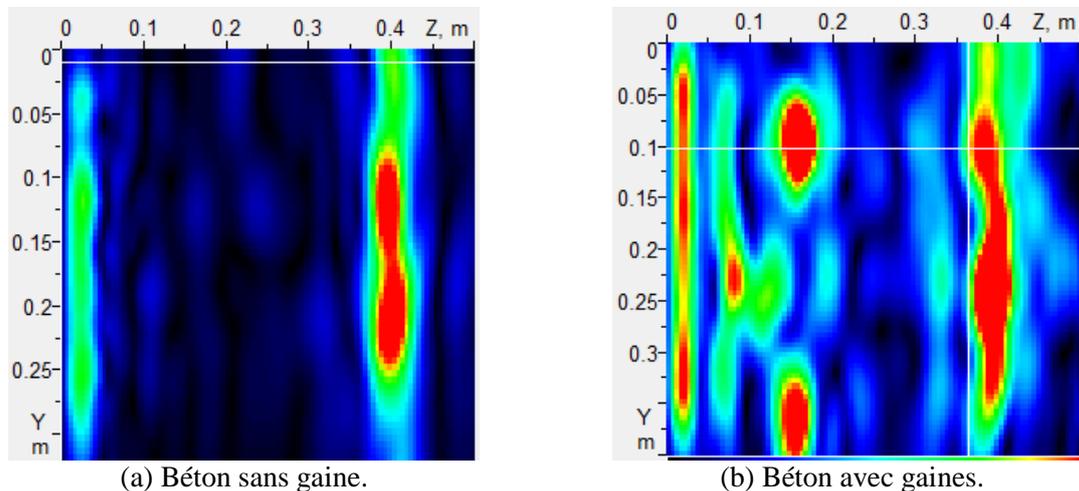


Figure 4. 21. Images par SAFT pour la mesure en réflexion par ondes transversales sur VeRCoRs.

#### 4.3.3 Synthèse

Les simulations numériques ont permis d'étudier l'influence du type d'onde et de la fréquence de travail pour un système de mesure en réflexion permettant d'imager une structure. En onde longitudinale, l'augmentation de la longueur d'onde obtenue en diminuant la fréquence de 100 kHz à 50 kHz, permet de mieux détecter l'écho de fond. Les ondes transversales facilitent l'imagerie des gaines. Les écarts entre les ondes SH et SV ne semblent pas importants dans nos conditions de simulations.

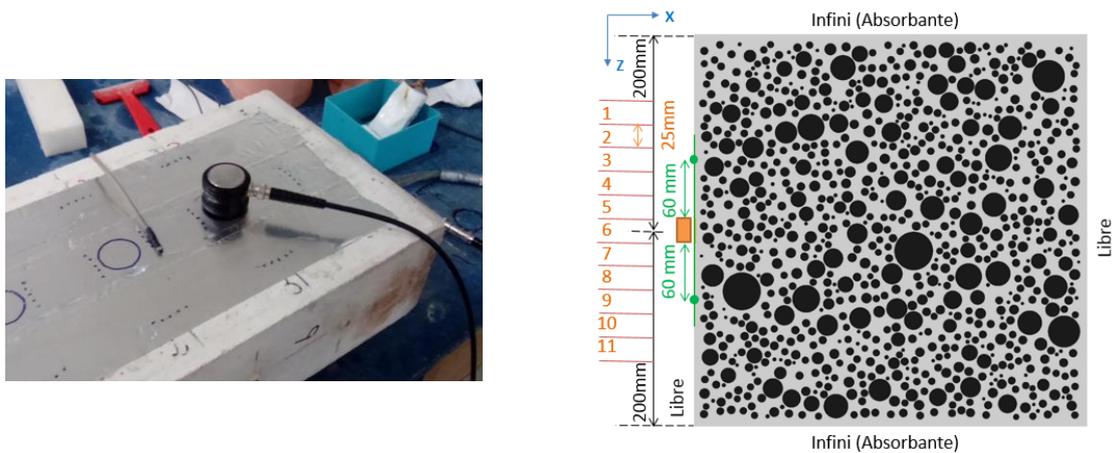
### 4.4 Mesure de la diffusion en surface

#### 4.4.1 Configurations de mesures et simulations

Parmi les mesures qui s'appuient sur les ondes incohérentes dans le béton, nous avons choisi la mesure de diffusion en surface, qui a été utilisée dans le cadre de la thèse de Quiviger [49] et des travaux de Chaix [52]. Un transducteur émetteur de diamètre 1 pouce ( $\approx 25$  mm) et d'un type d'onde longitudinale avec une fréquence nominale de 500 kHz est positionné à la surface d'une éprouvette de béton, et un capteur pico a permis de recevoir le signal à la position assimilée à un point à une distance de 6 cm (Figure 4. 22(a)).

Pour simuler cette mesure (Figure 4. 22(b)), nous utilisons 26 sources ponctuelles espacées de 1 mm, et elles envoient un même signal d'onde longitudinale de Ricker (déplacement et propagation suivant la direction  $x$ ) avec une fréquence dominante de 500 kHz, dont la somme forme le signal généré par le transducteur en émission. Nous plaçons deux récepteurs à 60 mm de distance des sources et les déplacements suivant la direction  $x$  représentent le signal reçu. Nous considérons que le couplage entre les capteurs et le matériau

est parfait.



(a) Photo de la mesure.

(b) Schéma des simulations.

Figure 4. 22. Mesure de diffusion.

Dans la suite, nous avons simulé un béton en explicitant les granulats avec une distribution de type VeRCoRs. Nous avons choisi de travailler avec des granulats sous forme de cercles. Il faudrait dans une étude plus exhaustive prendre en compte la forme des granulats. Nous avons réalisé onze simulations, respectivement dans les cas élastique et viscoélastique, en déplaçant les sources et les récepteurs tous les 10 mm de part de d'autre du centre de la surface, et donc reçu 22 signaux.

Nous effectuons les mêmes opérations que dans [49] pour traiter les mesures et estimer les paramètres de diffusion. Nous retenons cette méthode car c'est celle qui est utilisée régulièrement dans les études de la diffusion. Nous l'appliquons au cas de mesures obtenues dans des mêmes configurations numériquement et expérimentalement. Nous comparons les résultats numériques à ceux obtenus expérimentalement dans la littérature [49] [48]. Cette comparaison ne peut être que qualitative car les formulations des bétons étudiés sont différentes. De manière complémentaire, les résultats sont comparés à des mesures réalisées en laboratoire dans le cadre du projet ANR ENDE sur des éprouvettes en béton de même formulation que VeRCoRs. Nous nous concentrerons sur les mesures réalisées sur les échantillons à 100 % de degré de saturation.

#### 4.4.2 Analyses des résultats

Sur la Figure 4. 23, nous observons et distinguons, dans le cas élastique, les ondes cohérentes et incohérentes respectivement à basse fréquence et à haute fréquence en comparant un signal temporel avec le signal moyen issu des 22 signaux. Les spectres du signal moyen montrent que les ondes de fréquence inférieure à 200 kHz sont les plus énergétiques et que les ondes cohérentes sont observées par la concentration d'énergie à environ 30 ms (Figure 4. 24).

Dans cette mesure, nous nous intéressons plus à la partie incohérente des ondes que la partie cohérente. Par conséquent, nous analysons ensuite les résultats en séparant les ondes cohérentes, seulement dans le cas élastique, et incohérentes dans les cas élastique et viscoélastique.

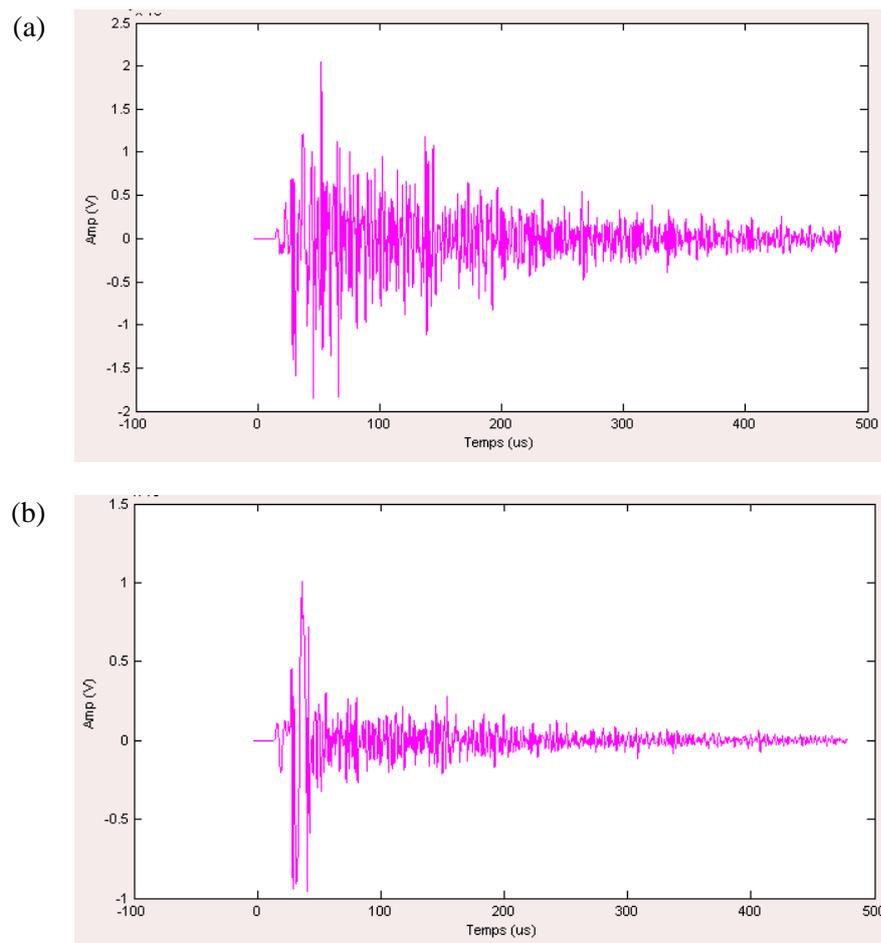


Figure 4.23. Signaux bruts issus des simulations dans le cas élastiques : (a) un signal temporel et (b) le signal temporel moyen sur 22 signaux.

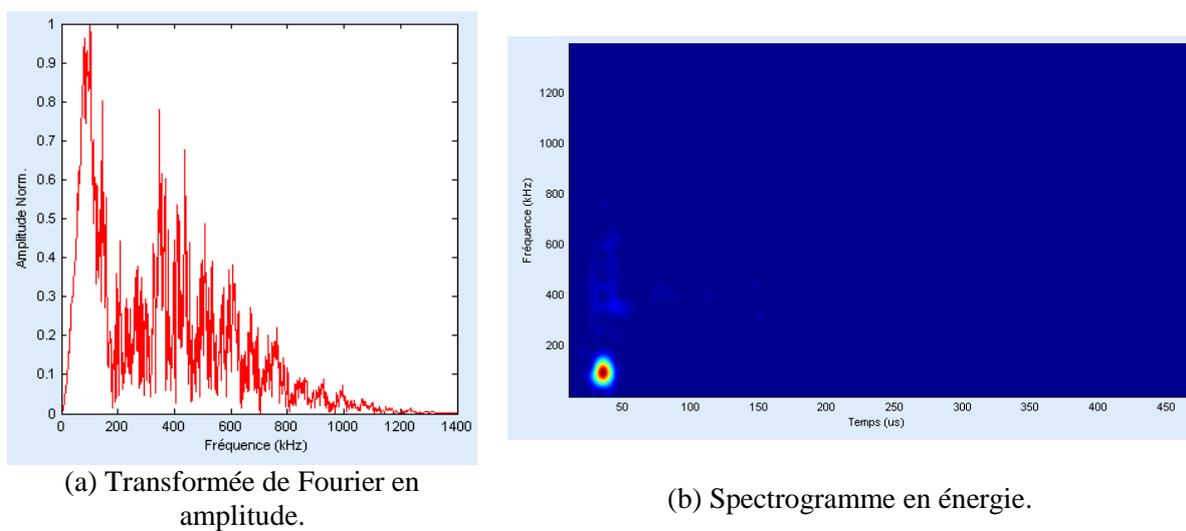


Figure 4.24. Spectre du signal moyen issu de 22 signaux.

#### 4.4.2.1 Ondes cohérentes (cas élastique)

Nous prenons le début du signal moyen afin d'obtenir la partie des ondes cohérentes. À l'évolution temporelle sur la Figure 4. 25(a), nous observons en premier les ondes longitudinales à environ 14 ms, les ondes transversales à environ 26 ms et en dernier les ondes de surface, dont le début de l'écho se mélange avec la fin de celui des ondes transversales. Cela correspond aux estimations par les vitesses effectives dans le Tableau 4. 1 ( $c_l^* = 4127$  m/s,  $c_t^* = 2331$  m/s, et  $c_{surface}^* \approx c_t^*(0.87 + 1.12\nu)/(1 + \nu) = 2163$  m/s avec  $\nu$  coefficient de Poisson, supposé à 0,3).

En comparant leurs amplitudes, les ondes de surfaces sont les plus énergiques.

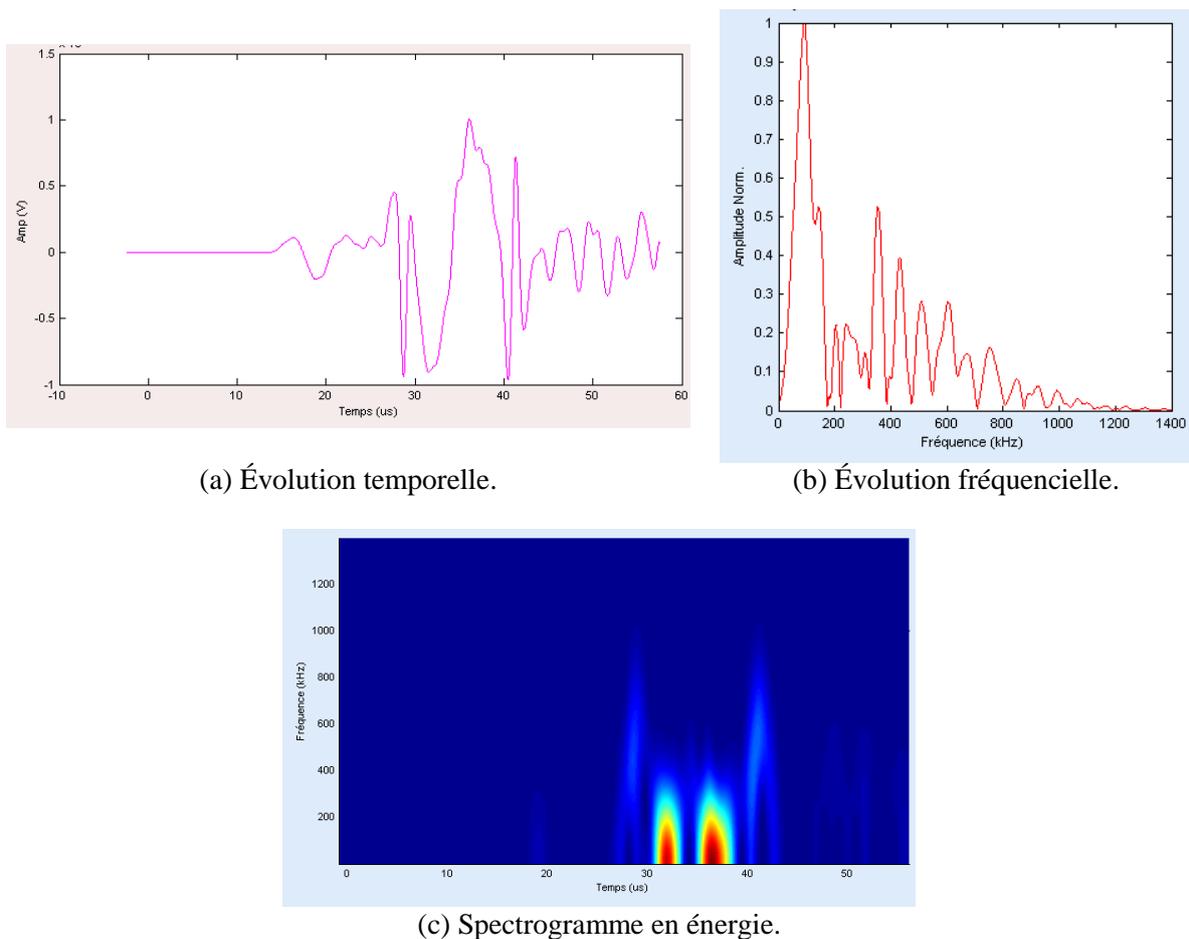


Figure 4. 25. Ondes cohérentes du signal temporel moyen dans le cas élastique.

#### 4.4.2.2 Ondes incohérentes (cas élastique et viscoélastique)

Pour la partie des ondes incohérentes, nous les traitons à partir de l'équation de diffusion (Eq. 1. 3) afin d'obtenir les paramètres de diffusion : diffusivité  $D$ , dissipation  $\sigma$ , et temps d'arrivée de l'énergie maximale (ATME). Le principe est introduit dans la section 1.2.3.2.

Sur le spectrogramme en énergie d'un signal dans le cas élastique (Figure 4. 26(a)), nous observons des ondes cohérentes à basse fréquence et des ondes incohérentes à haute fréquence, et leur décalage avec le temps. La décroissance de l'énergie avec le temps est plus explicite sur le spectrogramme en logarithme de l'énergie (Figure 4. 26(b)).

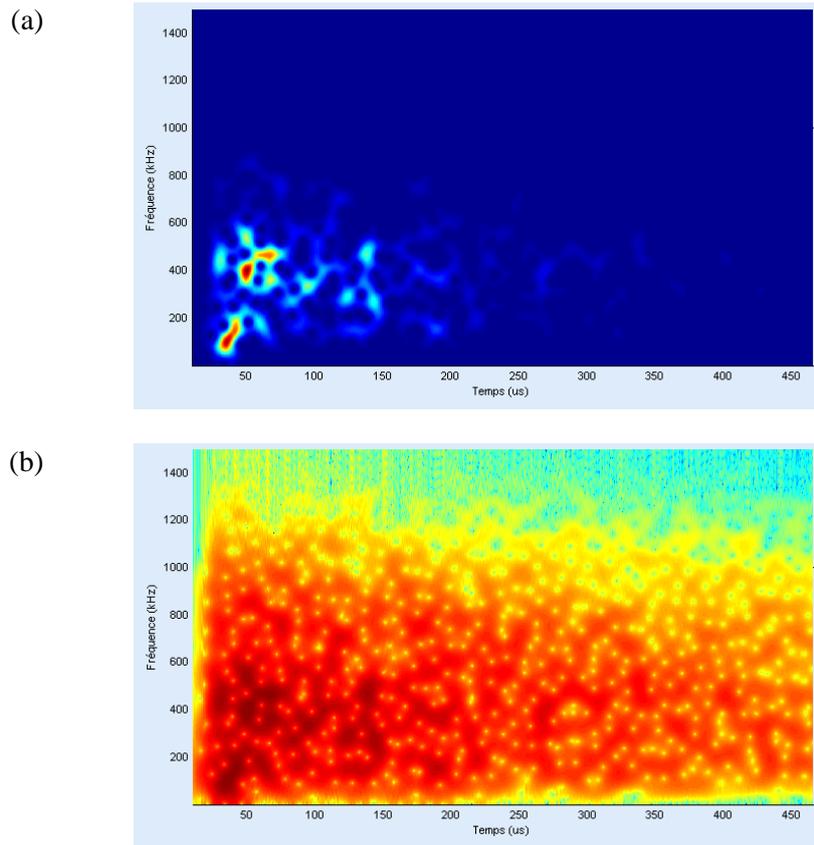


Figure 4. 26. Spectrogramme en énergie et en logarithme de l'énergie d'un signal dans le cas élastique.

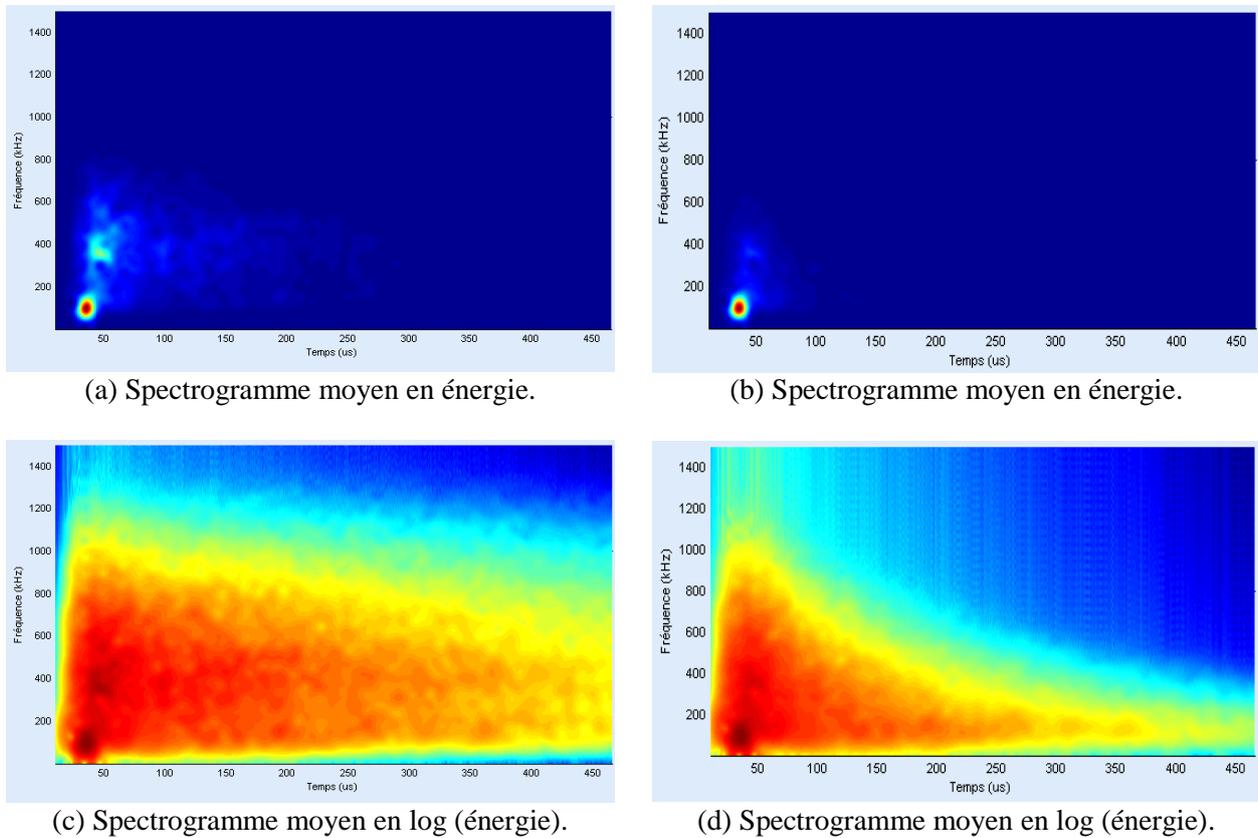


Figure 4. 27. Spectrogramme moyen en énergie et logarithme de l'énergie issus des 22 spectrogrammes dans les cas élastique ((a) et (c)) et viscoélastique ((b) et (d)).

Pour les cas élastique et viscoélastique, les spectrogrammes moyens issus des spectrogrammes de 22 signaux sont illustrés et comparés sur la Figure 4. 27. Sur les spectrogrammes en énergie (Figure 4. 27(a) et (b)), nous retrouvons les ondes cohérentes à basse fréquence. Pour les ondes incohérentes, nous observons une concentration d'énergie autour de 400kHz dans le cas élastique, alors qu'elle devient très faible dans le cas viscoélastique où les ondes s'atténuent de manière plus rapide avec le temps. Cette perte d'énergie est mise en évidence dans les spectrogrammes en logarithme de l'énergie (Figure 4. 27(c) et (d)).

Les paramètres de diffusion sont estimés à partir du spectrogramme moyen en logarithme de l'énergie par ajustement de courbes aux fréquences entre 200 kHz et 900 kHz (Figure 4. 28). Il faut remarquer que les résultats peuvent être légèrement biaisés à cause du mélange des ondes cohérentes à basse fréquence ( $\leq 200$  kHz) et des faibles énergies à haute fréquence (de 600 kHz à 900 kHz).

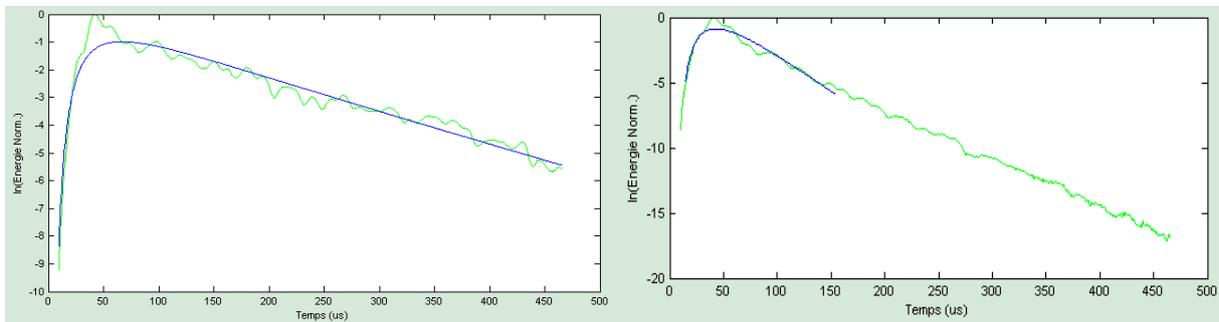
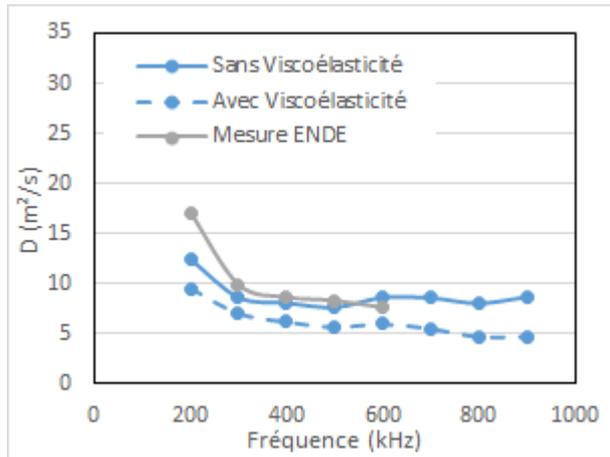


Figure 4. 28. Paramètres de diffusion déterminés par ajustement de courbes à la fréquence 400 kHz dans les cas élastique (a) et viscoélastique (b).

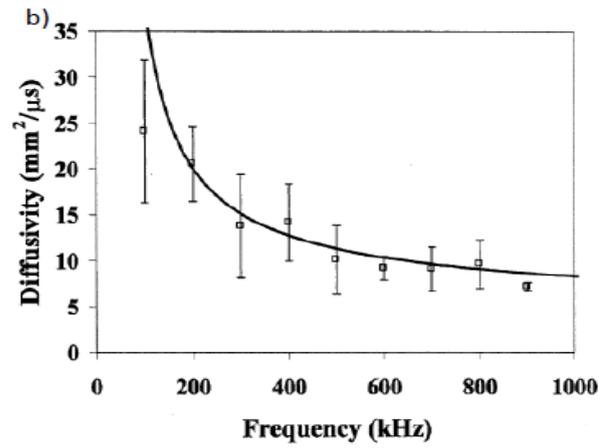
Concernant l'évolution de la diffusivité issue des simulations numériques (Figure 4. 29(a)), nous constatons une décroissance de celle-ci avec la fréquence, qui est cohérente par rapport aux observations de mesure sur le béton VeRCoRs à la saturation en eau à 100 % dans le projet ENDE ainsi que sur des bétons dans la littérature [48] (Figure 4. 29(b)). La présence de la viscoélasticité dans le mortier conduit à une décroissance d'amplitude, qui est légèrement plus importante à hautes fréquences. Les valeurs entre 200 kHz et 900 kHz sont du même ordre de grandeur que celles mesurées (ENDE et [48]).

Concernant la dissipation, elle reste quasiment constante et de faible valeur dans le cas élastique, alors que la prise en compte de la viscoélasticité dans le mortier provoque une croissance d'amplitude, comme attendu (Figure 4. 29(c)). Dans le cas viscoélastique, une croissance avec la fréquence est également observée, comme dans les mesures sur le béton VeRCoRs ainsi que sur des bétons dans la littérature [48] (Figure 4. 29(d)). Cependant, ces valeurs sont plus élevées que celles mesurées : l'écart avec [48] peut être dû la différence de formulation des bétons ; l'écart avec la mesure d'ENDE peut provenir d'une sous-estimation du facteur de qualité.

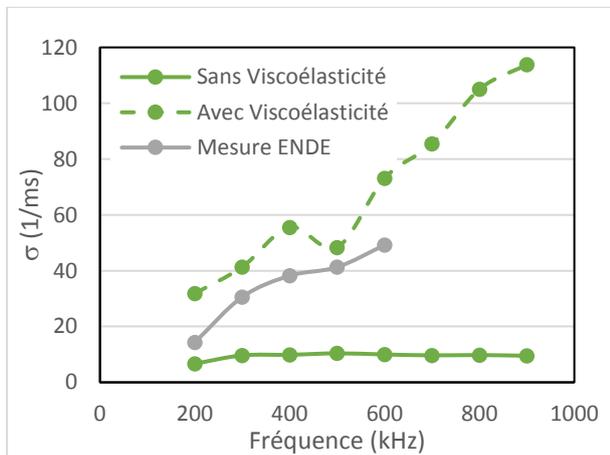
Quant à l'ATME (Figure 4. 29(e)), la prise en compte de la viscoélasticité fait baisser les valeurs. Cela est cohérent avec le fait que la diffusivité diminue également. L'ATME reste quasi-constant dans les cas élastique et viscoélastique. L'ATME issu des simulations dans le cas viscoélastique est d'environ 40  $\mu$ s et est du même ordre de grandeur que la mesure réalisée dans le cadre d'ENDE.



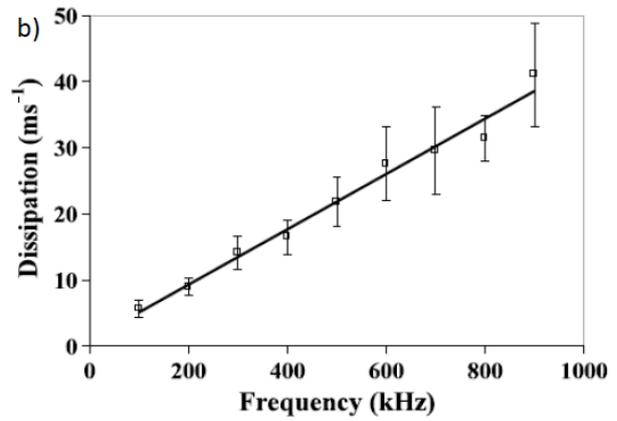
(a) Diffusivité des simulations numériques



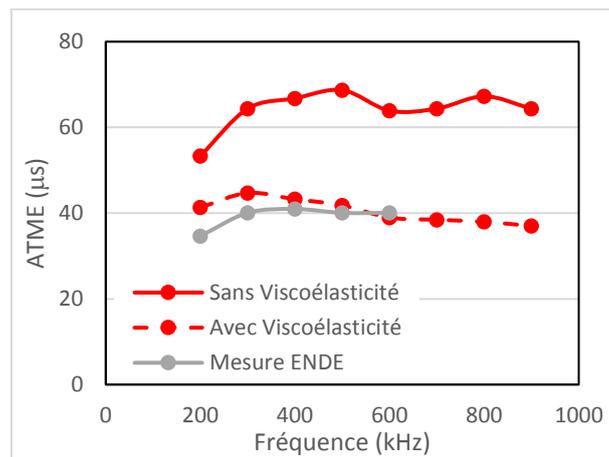
(b) Diffusivité mesurée [48]



(c) Dissipation des simulations numériques



(d) Dissipation mesurée [48]



(e) ATME des simulations numériques

Figure 4. 29. Paramètres de diffusion : diffusivité (a) numérique et (b) expérimentale, dissipation (c) numérique et (d) expérimentale, et (e) ATME numérique.

### 4.4.3 Synthèse

Nous avons réalisé des simulations élastiques et viscoélastiques représentatives d'une mesure de diffusion en surface du béton VeRCoRs. Sur l'analyse de la partie incohérente des ondes, nous avons obtenu des paramètres de diffusion : diffusivité, dissipation et ATME. Les valeurs de ces paramètres issues des simulations sont cohérentes avec les données de la littérature et proches de celles issues de mesures réalisées sur des éprouvettes de même formulation que le béton de VeRCoRs à un degré de saturation de 100 % dans le cadre du projet ENDE.

## 4.5 Synthèse des simulations d'END

Dans ce chapitre, en se basant sur le modèle numérique construit dans le chapitre 2 intégrant la viscoélasticité, nous avons réalisé des simulations adaptées à trois mesures effectuées en laboratoire et in situ. À partir de ces simulations avec l'hypothèse des cercles pour les diffuseurs au lieu des polygones, des études paramétriques sur des paramètres de matériau et de mesure ont été réalisées.

- Mesure de vitesse en transmission avec transducteurs surfaciques ou ponctuels, qui concernent les ondes cohérentes : cinq méthodes de calcul de vitesse par différents choix des échos et leur différence de temps ont été étudiées et comparées ; l'impact du défaut d'alignement entre les transducteurs émetteur et récepteur est plus marqué lors des transducteurs ponctuels que des transducteurs surfaciques, mais il reste faible et inférieur à l'impact de la variabilité du matériau ; l'impact de la présence des armatures est également faible et inférieur à l'impact de la variabilité du matériau, alors que la présence d'une gaine peut conduire à une erreur jusqu'à 2,1 % ; la vitesse  $v_2$  calculée à partir des minima de l'écho émis et du premier écho reçu est la moins perturbée par la présence des inserts. Cela nous a permis d'estimer des erreurs de mesures ;
- Mesure en réflexion pour imager une structure avec les ondes cohérentes : nous avons étudié l'influence du type d'onde et de la fréquence de travail sur la mesure. En onde longitudinale, la diminution de la fréquence dominante de 100 kHz à 50 kHz, permet de mieux détecter l'écho de fond, alors que les ondes transversales de fréquence dominante 50 kHz facilitent l'imagerie des gaines. Cela nous a permis d'optimiser les paramètres de mesure (fréquence, type d'onde) ;
- Mesure de paramètres de diffusion en surface à partir des ondes incohérentes : la mesure expérimentale et la simulation de ces paramètres sont en cohérence en termes d'ordre de grandeur des valeurs et d'évolution fréquentielle des paramètres de diffusion ; la comparaison entre les cas élastique et viscoélastique a avéré leur sensibilité aux paramètres de matériaux.

Les résultats démontrent que notre outil numérique développé permet de décrire les ondes cohérentes et incohérentes dans la propagation des ondes dans le béton, et qu'il est possible de simuler différentes mesures END pour étudier des paramètres de leur mise en œuvre afin de les maîtriser et de les optimiser.

# Conclusions et perspectives

Le contexte de ce travail est la surveillance des structures en béton qui constitue un enjeu majeur pour les maîtres d'ouvrage. L'évaluation des caractéristiques des matériaux permet de proposer un diagnostic au plus vite. De ce fait, les Essais Non Destructifs (END) sont en plein essor et les techniques par ultrasons ont un fort potentiel. L'objectif de cette thèse était de développer un outil numérique pour améliorer l'interprétation et optimiser des paramètres de mesure END par ultrasons. Dans ce cadre, nous nous sommes intéressés à la propagation des ondes ultrasonores dans le béton, qui est la base et le principe de ces mesures. Une méthodologie à complexité incrémentale a été établie pour la création d'un modèle numérique 2D adapté à l'évaluation du béton sur site.

Dans une première partie, nous avons présenté de manière globale le béton, y compris sa composition, sa fabrication, ses caractéristiques mécaniques et l'évolution des pathologies ainsi que leurs origines. Nous avons souligné la complexité de ce matériau et justifié l'intérêt de la caractérisation du béton. Ensuite une analyse bibliographique sur les END par ultrasons a été réalisée en les classant en deux grandes familles : acoustique linéaire et non linéaire. Des études ont montré le fort potentiel de ces techniques par ultrasons, ainsi que la difficulté d'interpréter les mesures en raison du manque de compréhension de la propagation des ondes ultrasonores dans le béton. Contre ce verrou scientifique, des modèles analytiques d'homogénéisation ont été proposés et utilisés. Ils consistent à définir un milieu homogène virtuel avec un nombre d'onde complexe équivalant au milieu hétérogène étudié. Cependant, ils sont limités pour s'appliquer au béton par la présence d'hétérogénéités en faible concentration, et sans prendre en compte la forme des granulats ni des inserts structuraux. D'autre part, nous avons présenté des études récentes qui ont démontré le grand potentiel de la voie numérique pour décrire le comportement des ondes dans le béton. Différents types de logiciels ont été présentés et nous avons constaté le manque de validation expérimentale des modèles numériques ainsi que la difficulté de générer un béton numérique réaliste. Ce sont deux points qui ont guidé le travail durant ma thèse.

Une seconde partie a consisté à la construction d'un modèle numérique 2D de la propagation des ondes élastiques dans un milieu hétérogène adapté au béton.

Pour cela nous avons tout d'abord défini le cadre de l'étude par la détermination des propriétés des matériaux constituant le béton, du domaine fréquentiel d'intérêt entre 50 kHz et 500 kHz, et de la fraction surfacique d'environ 40 % en ne prenant en compte que les diffuseurs de rayon supérieur à 1 mm.

Ensuite, nous avons validé le code SPECFEM2D par une comparaison analytique-numérique dans le cas d'une onde plane diffusée par un cylindre.

Puis le modèle numérique a été explicité en détaillant la géométrie, le maillage et les paramètres de calcul. Les traitements des données effectués afin d'obtenir la vitesse de phase et l'atténuation effectives issues des ondes cohérentes ont également été détaillés.

Après cela, nous avons comparé des résultats des mesures expérimentales et numériques. Pour

cela, nous avons fabriqué des blocs en résine contenant des tiges en aluminium disposant une fraction surfacique maîtrisée (5%, 20 %, 30 % et 40%) dans le plan de coupe. Nous avons effectué des mesures en immersion sur ces éprouvettes. Lors de la comparaison des deux paramètres effectifs des ondes cohérentes issues des expériences et des simulations, la cohérence trouvée pour les quatre fractions nous a permis de valider ce modèle numérique. Deux modèles d'homogénéisation, Waterman-Truell et Conoir-Norris, ont également été comparés avec les expérimentations, mais la comparaison n'a montré leur validité qu'à une fraction de 5 % parmi les quatre fractions.

Enfin, à l'aide de ce modèle validé, nous avons réalisé une étude paramétrique sur la fraction, la distribution des tailles, et la forme des diffuseurs ainsi que la fréquence d'ondes. La vitesse de phase et l'atténuation effectives augmentent de manière quasi-linéaire avec la fraction surfacique de diffuseurs. La comparaison entre les cas des polygones et des cercles nous a montré que la forme des diffuseurs a peu d'impact sur les deux paramètres effectifs si les diffuseurs sont aléatoirement positionnés et orientés. Par contre la distribution de taille des diffuseurs a une importance marquée.

Ce modèle élastique construit et validé a été la base de notre étude sur la propagation des ondes dans le béton.

Dans une troisième partie, nous avons intégré deux phénomènes plus complexes dans le modèle numérique afin de se rapprocher au mieux du béton réel.

D'une part, nous avons utilisé le modèle viscoélastique à facteur de qualité ( $Q$ ) constante avec la fréquence, pour décrire la dispersion des ondes dans le mortier. L'implémentation de cette loi sous SPECFEM2D a été présentée et validée. Afin d'obtenir les valeurs d'entrée des facteurs de qualité, nous avons fabriqué des éprouvettes en mortier de deux formulations différentes et réalisé des mesures en immersion sur ces éprouvettes. Par ajustement de courbes, nous avons estimé, entre 181 kHz et 1260 kHz, la valeur de  $Q_\epsilon$ , qui correspond aux ondes longitudinales, et la valeur de  $Q_\mu$ , qui correspond aux ondes transversales, issues de l'évolution fréquentielle de l'atténuation mesurée.

D'autre part, nous avons présenté la méthode des conditions de transmission équivalentes (CTE) qui permet de construire une solution approchée pour un problème de couche mince rectiligne supposée homogène isotrope élastique sans avoir à explicitement mailler la couche. Nous avons implémenté cette méthode sous SPECFEM2D afin de simuler une *interfacial transition zone* (ITZ) très fine entre les granulats et le mortier sans avoir à fortement pénaliser le coût de calcul. L'implantation a été validée dans des cas d'une couche non bornée, par comparaison avec des simulations classiques dans lesquelles la couche est maillée explicitement. Nous avons ensuite simulé un cas avec une couche ITZ située autour d'un carré. Par comparaison avec la solution avec la couche maillée explicitement, nous avons observé un bon comportement et une très bonne qualité de la solution, ce qui nous a permis de montrer le potentiel de la méthode de CTE pour simuler l'ITZ du béton.

La prise en compte de ces deux phénomènes dans le modèle numérique a permis une meilleure description de la propagation des ondes dans le béton, et également un outil numérique plus complet.

Dans la dernière partie du travail, l'outil développé, un modèle numérique 2D intégrant la viscoélasticité, a été appliqué aux cas d'essais en laboratoire et sur site. Nous avons réalisé des simulations numériques adaptées aux trois mesures d'END choisies. Ceci a permis d'étudier

plusieurs conditions de la mesure et des erreurs qui y sont associées.

Tout d'abord, nous avons étudié l'influence du choix des échos des ondes cohérentes pour la mesure de vitesse en transmission dans un milieu hétérogène. De même, nous nous sommes intéressés à l'influence de la méthode de calcul de vitesse, du défaut d'alignement spatial entre les émetteurs et les récepteurs et de la présence des armatures et/ou gaine.

Ensuite, en simulant des mesures en réflexion, nous avons obtenu des images montrant le milieu hétérogène par simulation avec des ondes incidentes longitudinales de fréquence dominante 100 kHz et transversales de fréquence dominante 50 kHz. La méthode d'imagerie, SAFT (Synthetic Aperture Focusing Technique) a montré le potentiel plus important des ondes transversales par rapport aux ondes longitudinales pour positionner de grands inserts métalliques comme les gaines.

Enfin, en simulant la mesure de diffusion en surface, nous avons obtenu les paramètres de diffusion qui sont la diffusivité, la dissipation et l'ATME (*arrival time of maximum energy*). Ils sont déduits des ondes incohérentes. Une cohérence en termes d'évolution fréquentielle et d'ordre de grandeur ont été observées en les comparant avec des paramètres mesurés dans la littérature.

Ce travail a permis de montrer la capacité de notre modèle à simuler et à caractériser numériquement les ondes cohérentes et incohérentes dans la propagation des ondes dans le béton, afin de réaliser des études sur l'influence de certains paramètres, et de les optimiser.

D'une manière générale, ce travail de thèse a proposé un outil numérique permettant de décrire la propagation des ondes ultrasonores dans le béton en y incluant la dispersion dans le mortier. Il peut être utilisé pour simuler et comparer des mesures END par ultrasons, sans se limiter aux trois mesures présentées dans la dernière partie du travail, afin d'améliorer la compréhension, l'interprétation des mesures et également d'optimiser les paramètres d'entrée. La méthodologie de l'étude ne se limite pas au code choisi, SPECFEM2D, et elle peut être appliquée aux autres plateformes.

A l'issue de cette étude, plusieurs perspectives peuvent être dégagées afin d'améliorer le modèle numérique et d'approfondir l'étude :

- Nous avons étudié deux modèles d'homogénéisation, Waterman-Truell et Conoir-Norris, qui sont respectivement un des plus utilisés et un des plus prometteurs, dans notre étude. Nous pourrions utiliser notre modèle numérique et le comparer avec d'autres modèles d'homogénéisation, comme GSCM, ou d'autres types de modèle de propagation, afin d'évaluer leurs limites de validité et de fiabilité ;
- Nous avons, dans le chapitre 2, montré le faible impact de la forme des diffuseurs sur la propagation des ondes élastiques dans un milieu hétérogène en regard des paramètres effectifs des ondes cohérentes, vitesse de phase et atténuation. Nous avons pris la forme des cercles dans les simulations de mesures dans le chapitre 4. Cependant, cet impact de forme sur la partie incohérente des ondes ou dans le cas viscoélastique n'est pas étudié. Par conséquent, le choix définitif de forme de cercles pour les diffuseurs au lieu des polygones reste à vérifier et à confirmer pour les simulations ;
- Plus de simulations doivent être réalisées pour les trois mesures présentées dans le chapitre 4 afin de compléter l'étude paramétrique. Par exemple, nous n'avons réalisé que des simulations élastiques pour la mesure en réflexion afin d'imager le milieu

hétérogène, et il sera intéressant de prendre en compte la viscoélasticité dans le mortier pour les comparer. D'une manière générale, notre outil numérique proposé ne se limite pas à ces trois mesures, et d'autres mesures pourront être simulées afin de multiplier et d'élargir les cas d'étude : mesure des ondes de surface pour vérifier la profondeur de pénétration des ondes dans un milieu hétérogène ; mesure d'impact écho pour définir la mesurabilité, mesure d'émission acoustique pour mieux identifier les signaux enregistrés (slaves), etc. Les simulations permettront aussi de quantifier les erreurs de mesures et d'évaluer leurs fiabilités ;

- Bien qu'une première étude sur l'ITZ soit présentée pour un cas avec une couche fine située autour d'un carré dans le chapitre 3, il sera nécessaire de finaliser l'intégration de l'ITZ dans le modèle numérique et de lancer des simulations pour : vérifier l'erreur de calcul dans le coin des couches dans les cas présentant de nombreuses couches ; déterminer la taille et les propriétés de l'ITZ. Concernant ce dernier point, la microstructure du béton, en particulier l'interface entre les granulats et le mortier, est une problématique actuellement étudiée dans le département MMC (Matériaux et Mécanique des Composants) d'EDF. Plus généralement, il faudra implémenter des interfaces ITZ de forme courbe, afin de pouvoir simuler des granulats de tout type de forme. Le modèle intégrant l'ITZ nous semble très prometteur, et il permettra de réaliser une étude de son influence sur la propagation des ondes, ce qui pourrait apporter des éléments de réponses à des hypothèses d'interprétation de mesures trouvées dans la littérature. Il pourrait être utilisé pour décrire l'endommagement ou le vieillissement du béton en modifiant les propriétés et l'épaisseur de l'ITZ ;
- Pour aller plus loin, l'intégration de l'endommagement et de la fissuration du béton dans le modèle numérique seront certainement une grande problématique d'intérêt pour compléter notre modèle. Plus spécifiquement, la description des différents types d'endommagement (chimique, mécanique et thermique) et de la fissuration (dimension, ouverture ou fermeture) sera un grand enjeu ;
- Afin de simuler des mesures d'acoustique non linéaire, il y a encore une grande étape à franchir pour intégrer la non-linéarité classique et non classique dans le modèle ;
- À partir des comparaisons entre les mesures et les simulations de notre modèle 2D, nous pourrions décider de poursuivre l'étude en 2D ou de passer à la 3D.

# Bibliographie

- [1] L. Pliskin, «Le béton» *Culture technique*, n°126, pp. Neuilly-sur-Seine, 1992.
- [2] A. Pisch, «Cours Matériaux cimentaires» 2009. [En ligne]. Available: [http://lmi.cnrs.fr/IMG/pdf\\_Cours\\_Pisch-Lafarge\\_LCR\\_part\\_1.pdf](http://lmi.cnrs.fr/IMG/pdf_Cours_Pisch-Lafarge_LCR_part_1.pdf). [Accès le 11 2015].
- [3] J.F. Chaix, Caratérisation non destructive de l'endommagement de bétons apport de la multidiffusion ultrasonore, Aix-en-Provence: Thèse, LCND, Université de la Méditerranée, 2003.
- [4] AFNOR, Norme NF EN 206 : Béton - Spécification, performances, production et conformité, 2014.
- [5] AFNOR, NF EN 12390-1 : Essais pour béton durci. Partie 1 : Forme, dimensions et autres exigences relatives aux éprouvettes et aux moules, 2012.
- [6] L. Charpin et J. Sanahuja, «Rapport interne: Proposition formulation moriter et pâte avec fines Vercors» EDF R&D, Renardières, 2015.
- [7] A. Backelandt, Etude des mécanismes d'adhésion à l'interface résine / ciment en vue de la réparation des ouvrages de génie civil, Lyon: Thèse, INSA de Lyon, 2005.
- [8] P.E. Stutzman, «Scanning electron microscopy in concrete petrography» *National Institute of Standards and Technology*, n°12, 2001.
- [9] P.C. Aitcin, A. Neville et P. Acker, «Les différents types de retrait du béton» *Bulletin-Laboratoires des Ponts et Chaussées*, pp. 41-52, 1998.
- [10] P.K. Mehta et P.J.M. Monteiro, Concrete: microstructure, properties, and materials, New York: McGraw-Hill Education, 2014.
- [11] M. Lott, Thèse : Approche tri-dimensionnelle du comportement élastique nonlinéaire des roches et bétons, Aix-en-Provence: Aix-Marseille Université, 2017.
- [12] K.L. Scrivener, A.K. Crumbie et P. Laugesen, «The Interfacial Transition Zone (ITZ) Between Cement Paste and Aggregate in Concrete» *Interface Science*, vol. 12, n°14, pp. 411-421, 2004.
- [13] E.J. Garboczi et D.P. Bentz, «Digital Simulation of the Aggregate–Cement Paste Interfacial Zone in Concrete» *Journal of Materials Research*, vol. 6, n°101, pp. 196-

- 201, 1991.
- [14] G. Bonifazi, G. Capobianco, S. Serranti et M. Eggimann, «The ITZ in concrete with natural and recycled aggregates: Study of microstructures based on image and SEM analysis» chez *15th Euroseminar on Microscopy Applied to Building Materials*, Delft, The Netherlands, 2015.
- [15] M.P. Lutz, P.J.M. Monteiro et R.W. Zimmerman, «Inhomogeneous interfacial transition zone model for the bulk modulus of mortar» *Cement and concrete research*, vol. 27, n°17, pp. 1113-1122, 1997.
- [16] G. LI, Y. Zhao, S.S. Pang et Y. Li, «Effective Young's modulus estimation of concrete» *Cement and Concrete Research*, vol. 29, pp. 1455-1462, 1999.
- [17] AFNOR, NF EN 12390-2 : Essais pour béton durci. Partie 2 : Confection et conservation des éprouvettes pour essais de résistance, 2012.
- [18] AFNOR, NF EN 12390-3 : Essais pour béton durci. Partie 3 : résistance à la compression des éprouvettes, 2012.
- [19] AFNOR, NF EN 12390-4 : Essais pour béton durci. Partie 4 : résistance en compression - Caractéristiques des machines d'essai, 2000.
- [20] AFNOR, NF EN 12390-6 : Essais pour béton durci. Partie 6 : Détermination de la résistance en traction par fendage d'éprouvettes, 2012.
- [21] «Understanding cement : Alkali-silica reaction in concrete» [En ligne]. Available: <https://www.understanding-cement.com/alkali-silica.html>. [Accès le 12 2017].
- [22] P. Stephan et J. Salin, «Ageing management of concrete structure: Assessment of EDF methodology in comparison with SHM and AIEA guides» *Construction and Building Materials*, vol. 37, pp. 924-933, 2012.
- [23] V. Garnier, Evaluation Non Destructive du béton contribution des méthodes acoustiques linéaire et non linéaire : Apport de la fusion de donnée., Aix-en-Provence: Habilitation à Diriger des Recherches, Université de la Méditerranée, 2010.
- [24] D. Breysse, Non-Destructive Assessment of Concrete Structures: Reliability and Limits of Single and Combined Techniques, Talence, France: State-of-the-Art Report of the RILEM Technical Committee 207-INR, 2012.
- [25] H. Wiggenhauser, R. Helmerich, M. Krause, F. Mielentz, E. Niederleithinger, A. Taffe et G. Wilsch, «Non-destructive Testing of Nuclear Power Plant Concrete Structures State of the Art Report» BAM Division 8.2, Berlin, Germany, 2013.
- [26] D.M. McCann et M.C. Forde, «Review of NDT methods in the assessment of concrete and masonry structures» *NDT&E International*, vol. 34, pp. 71-84, 2001.

- [27] NEA et CSNI, Development priorities for non-destructive examination of concrete structures in nuclear plant, R(98)6, 1998.
- [28] A.G. Davis, Nondestructive Test Methods for Evaluation of Concrete in Structures, 1998: ACI 228.2R-98.
- [29] Q.A. VU, Evaluation du béton d'enrobage par acoustique non linéaire et ondes de surface, Aix-en-Provence: Thèse, Aix-Marseille Université, 2016.
- [30] J.F. Chaix, De la diffusion des ondes ultrasonores à la Caractérisation Non Destructive des matériaux hétérogènes, Aix-en-Provence: HDR, Aix-Marseille Université, 2016.
- [31] V. Garnier, G. Corneloup, J.M. Sprauel et J.C. Perfumo, «Setting time determination of roller compacted concrete by spectral analysis of transmitted ultrasonic signals» *NDT&E International*, vol. 28, n°11, pp. 15-22, 1995.
- [32] A. Boumiz, C. Vernet et F. C. Tenoudjif, «Mechanical Properties of Cement Pastes and Mortars at Early Ages : Evolution with Time and Degree of Hydration» *Advanced Cement Based Material*, vol. 3, pp. 94-106, 1996.
- [33] L. Vergara, R. Miralles, J. Gosalbez, F.J. Juanes, L.G. Ullate, J.J. Anaya, M.G. Hernandez et M.A.G. Izquierdo, «NDE ultrasonic methods to characterise the porosity of mortar» *NDT&E International*, vol. 34, pp. 557-562, 2001.
- [34] T.P. Philippidis et D.G. Aggelis, «An acousto-ultrasonic approach for the determination of water-to-cement ratio in concrete» *Cement and Concrete Research*, vol. 33, pp. 525-538, 2003.
- [35] D.G. Aggelis, D. Polyzos et T.P. Philippidis, «Wave dispersion and attenuation in fresh mortar: theoretical predictions vs. experimental results» *Journal of the Mechanics and Physics of solids*, vol. 53, pp. 857-883, 2005.
- [36] T.P. Philippidis et D.G. Aggelis, «Experimental study of wave dispersion and attenuation in concrete» *Ultrasonics*, vol. 43, pp. 584-595, 2005.
- [37] P.A. Senso, «Stratégie d'Evaluation Non Destructive pour la Surveillance des Ouvrages en Béton» Rapport ANR, 2009.
- [38] H.W. Chung, «Ultrasonic testing of concrete after exposure to high temperatures» *NDT international*, vol. 5, p. 18, 1985.
- [39] S.K. Handoo, S. Agarwal et S.K. Agarwal, «Physicochemical, mineralogical, and morphological characteristics of concrete exposed to elevated temperatures» *Cement and Concrete Research*, vol. 32, pp. 1009-1018, 2002.
- [40] M. Sargolzahi, S.A. Kodjo, P. Rivard et J. Rhazi, «Effectiveness of nondestructive testing for the evaluation of alkali-silica reaction in concrete» *Construction and Building Materials*, vol. 24, pp. 1398-1403, 2010.

- [41] J.H. Lee et W.S. Park, «Technique to evaluate freeze-thaw damage in concrete» *Application Of One-Sided Stress Wave Velocity Measurement*, vol. 18, pp. 1935-1942, 1999.
- [42] S. Ould-Naffa, M. Goueygou, B. Piwakowski et F. Buyle-Bodin, «Detection of chemical damage in concrete using ultrasound» *Ultrasonics*, vol. 40, pp. 247-251, 2002.
- [43] D.G. Aggelis et T. Shiotani, «Experimental study of surface wave propagation in strongly heterogeneous media» *Acoustical Society of America*, vol. 122, n°15, 2007.
- [44] T. Shiotani et D.G. Aggelis, «Wave propagation in cementitious material containing artificial distributed damage» *Materials and Structures*, vol. 42, n°13, pp. 377-384, 2009 .
- [45] D.G. Aggelis et T. Shiotani, «Repair evaluation of concrete cracks using surface and through-transmission wave measurements» *Cement & Concrete Composites*, vol. 29, pp. 700-711, 2007.
- [46] R.L. Weaver, «Diffusivity of ultrasound in polycrystals» *J. Mech. Phys. Solids*, vol. 38, n°11, pp. 55-86, 1990.
- [47] L. Ryzhik, G. Papanicolaou et J.B. Keller, « Transport equations for elastic and other waves in random media» *Wave motion*, vol. 24, n°14, pp. 327-370, 1996.
- [48] P. Anugonda, J.S. Wiehn et J.A. Turner, «Diffusion of ultrasound in concrete» *Ultrasonics*, vol. 39, pp. 429-435, 2001.
- [49] A. Quiviger, Ultrasons diffus pour la caractérisation d'une fissure dans le béton : Approche linéaire et non linéaire, Marseille: Thèse, Université d'Aix-Marseille, 2012.
- [50] J. Becker, L.J. Jacobs et J. Qu, «Characterization of Cement-Based Materials Using Diffuse Ultrasound» *Journal Of Engineering Mechanics*, vol. 129, n°112, pp. 1478-1484, 2003.
- [51] W. Punurai, J. Jarzynski, J. Qu, K.E. Kurtis et L.J. Jacobs, «Characterization of dissipation losses in cement paste with diffuse ultrasound» *Mechanics Research Communications*, vol. 34, pp. 289-294, 2007.
- [52] J.F. Chaix, S. Rakotonarivo, M. Ramaniraka et V. Garnier, «Caractérisation ultrasonore multi-éléments de bétons par analyse de la diffusion de l'énergie» chez *Journees Cofrend 2017*, Strasbourg, 2017.
- [53] A. Quiviger, A. Girard, C. Payan, J.F. Chaix, V. Garnier et J. Salin, «Influence of the depth and morphology of real cracks on diffuse ultrasound in concrete: a simulation study» *NDT&E International*, vol. 60, pp. 11-16, 2013.
- [54] M. Seher, C.W. In, J.Y. Kim, K.E. Kurtis et L.J. Jacobs, «Numerical and Experimental Study of Crack Depth Measurement in Concrete Using Diffuse Ultrasound» *J*

- Nondestruct Eval*, vol. 32, pp. 81-92, 2013.
- [55] SFA, Acoustique non linéaire, Paris: Livre blanc de l'acoustique en France en 2010, Société Française d'Acoustique, 2010, pp. 96-100.
- [56] C. Payan, Contribution à la caractérisation non destructive des milieux complexes : Ultrasons diffus et non-linéarité, Aix-en-Provence: HDR, Aix Marseille Université, 2015.
- [57] M. Lott, Approche tri-dimensionnelle du comportement élastique nonlinéaire des roches et bétons, Aix-en-Provence: Thèse, Aix-Marseille Université, 2017.
- [58] F.D. Murnaghan, «Finite deformations of an elastic solid» *American Journal of Mathematics*, vol. 59, n°12, pp. 235-260, 1937.
- [59] D. Landau et E.M. Lifschitz, Physique théorique. Tome VII, Théorie de l'élasticité, 1967.
- [60] M. Ben-Tahar, Acoustique non-linéaire : Application à la caractérisation ultrasonore de l'endommagement des matériaux hétérogènes et à la prédiction de la durée de vie, Lyon: Thèse, INSA de Lyon, 2005.
- [61] P.A. Johnson et P.N.J. Rasolofosaon, «Nonlinear elasticity and stress-induced anisotropy in rock» *Journal of Geophysical Research: Solid Earth*, vol. 101, n°1B2, pp. 3113-3124, 1996.
- [62] P.N.J. Rasolofosaon, B. Zinszner et P.A. Johnson, «Propagation des ondes élastiques dans les matériaux non linéaires» *Revue de l'Institut Français du Pétrole*, vol. 52, n°16, pp. 585-608, 1997.
- [63] I. Lillamand, J.F.C.M.A. Ploix et V. Garnier, «Acoustoelastic effect in concrete material under uni-axial compressive loading» *NDT&EInternational*, vol. 43, pp. 655-660, 2010.
- [64] C. Payan, V. Garnier et J. Moysan, «Determination of third order elastic constants in a complex solid applying coda wave interferometry,» *Applied Physics Letters*, vol. 94, n°1011904, 2009.
- [65] A.S. Blanco, Acoustoelastic Effects Of Surface Waves In Concrete Subjected To Compressive And Bending Stresses, Urbana-Champaign: Thèse, University of Illinois, 2015.
- [66] P. Shokouhi, A. Zoëga et H. Wiggenhauser, «Nondestructive Investigation of Stress-Induced Damage in Concrete» *Advances in Civil Engineering*, vol. 2010, n°1740189, 2010.
- [67] P. Shokouhi, A. Zoëga, H. Wiggenhauser et G. Fischer, «Surface Wave Velocity-Stress Relationship in Uniaxially Loaded Concrete» *Aci Materials Journal*, vol. 109, n°12,

- pp. 141-148, 2012.
- [68] G. Kim, J.Y. Kim, K.E. Kurtis, L.J. Jacobs, Y. Le-Pape et M. Guimaraes, «Quantitative evaluation of carbonation in concrete using nonlinear ultrasound» *Materials and Structures*, vol. 49, pp. 399-409, 2016.
- [69] G. Kim, C.W. In, J.Y. Kim, K.E. Kurtis et L.J. Jacobs, «Air-coupled detection of nonlinear Rayleigh surface waves in concrete, Application to microcracking detection» *NDT&E International*, vol. 67, pp. 64-70, 2014.
- [70] K. Van-Den-Abeeel et J.D. Visscher, «Damage assessment in reinforced concrete using spectral and temporal nonlinear vibration techniques» *Cement and Concrete Research*, vol. 30, pp. 1453-1464, 2000.
- [71] K. E.-A. Van-Den-Abeeel, A. Sutinb, J. Carmelietc et P.A. Johnson, «Micro-damage diagnostics using nonlinear elastic wave spectroscopy (NEWS)» *NDT&E International*, vol. 34, pp. 239-248, 2001.
- [72] P.P. Delsanto, *Universality of nonclassical nonlinearity*. Springer Science Business Media, Incorporated, 2006.
- [73] J.A. TenCate, E. Smith et R.A. Guyer, «Universal slow dynamics in granular solids» *Physical Review Letters*, vol. 85, n°15, p. 1020, 2000.
- [74] P.A. Johnson, J.A. Ten-Cate, E. Smith, R.A. Guyer et T.J. Shankland, «The Concept of Universality Class» 02 2018. [En ligne]. Available: <http://www.lanl.gov/orgs/ees/ees11/geophysics/staff/johnson/Poster1/index.shtml>.
- [75] P.A. JOHNSON, «Nonequilibrium nonlinear dynamics in solids: State of the art» chez *Universality of Nonclassical Nonlinearity.*, New York, Springer New York, 2006, pp. 49-69.
- [76] F. Bouchaala, C. Payan, V. Garnier et J.P. Balayssac, «Carbonation assessment in concrete by nonlinear ultrasound» *Cement and Concrete Research*, vol. 41, pp. 557-559, 2011.
- [77] J.N. Eiras, T. Kundu, J.S. Popovics, J. Monzó, M.V. Borrachero et J. Payáa, «Effect of carbonation on the linear and nonlinear dynamic properties of cement-based materials» *Optical Engineering*, vol. 55, n°11, p. 011004, 2016.
- [78] C. Payan, V. Garnier, J. Moysan et P.A. Johnson, «Applying nonlinear resonant ultrasound spectroscopy to improving thermal damage assessment in concrete» *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 121, n°14, pp. 125-130, 2007.
- [79] C. Payan, T.J. Ulrich, P.Y. Le-Bas, T. Saleh et M. Guimaraes, «Quantitative linear and nonlinear Resonance Inspection Techniques and Analysis for material characterization: Application to concrete thermal damage» *Acoustical Society of America*, vol. 136, n°12, pp. 537-546, 2014.

- [80] C. Payan, T.J. Ulrich, P.Y. Le-Bas, M. Griffa, P. Schuetz, M.C. Remillieux et T.A. Saleh, «Probing material nonlinearity at various depths by time reversal mirrors» *American Institute of Physics*, vol. 104, p. 144102, 2014.
- [81] L.L. Foldy, «The multiple scattering of waves» *Phys. Rev.*, vol. 67, n°13-4, pp. 107-119, 1945.
- [82] V. Twersky, «On scattering of waves by random distributions. I. free space scatterer formalism» *J. Math. Phys.*, vol. 3, pp. 700-715, 1962.
- [83] P.C. Waterman et R. Truell, «Multiple scattering of waves» *J. Math. Phys.*, vol. 2, n°14, 1961.
- [84] D. Sornette, « Acoustic waves in random media I. Weak disorder regime» *Acustica*, vol. 67, pp. 199-264, 1989.
- [85] P. Sheng, «Introduction to wave scattering, localization, and mesoscopic phenomena» *Springer Science & Business Media*, vol. 88.
- [86] A. Tourin, M. Fink et A. Derode, «Multiple scattering of sound. Topical review» *Waves Random Media*, vol. 10, pp. 31-60, 2000.
- [87] V. Mamou, Caractérisation ultrasonore d'échantillons hétérogènes multiples diffuseurs, Paris: Thèse, Université Paris 7, 2005.
- [88] J. Frohly, M. Gazalet, C. Bruneel, R. Torguet et J. Lefebvre, «Critère d'exploitation des signaux ultrasonores en contrôle non destructif des milieux hétérogènes» *Journée Nationale du Cofrend Paris*, pp. 176-182, 1982.
- [89] V.K. Kinra et A. Anand, «Wave propagation in a random particulate composite at long and short wavelengths» *International Journal of Solids and Structures*, vol. 18, n°15, pp. 367-380, 1982.
- [90] M.F. Poujol-Pfefer, Etude de la propagation acoustique dans un milieu inhomogène: application à la caractérisation des fonds marins, Aix-en -Provence: Thèse, Université Aix-Marseille, 1994.
- [91] M. Lax, «Multiple scattering of waves» *Review of Modern Physics*, vol. 23, n°14, pp. 287-310, 1951.
- [92] P.C. Waterman et R. Truell, «Multiple scattering of waves» *Journal of Mathematical Physics*, vol. 2, n°14, pp. 512-537, 1961.
- [93] J.G. Fikioris et P.C. Waterman, «Multiple scattering of waves - II. Hole corrections in the scalar case» *Journal of Mathematical Physical*, vol. 5, pp. 1413-1420, 1964.
- [94] C.M. Linton et P.A. Martin, «Multiple scattering by multiple spheres : a new proof of the Lloyd-Berry formula for the effective wavenumber», *SIAM J. Appl. Math.*, vol. 66,

- n°15, pp. 1649-1668, 2006.
- [95] P. Lloyd et M.V. Berry, «Wave propagation through an assembly of spheres IV. Relations between different multiple scattering theories», *Proc. Phys. Soc.*, vol. 91, pp. 678-688, 1967.
- [96] M. Rossat, Propagation des ondes ultrasonores dans les milieux hétérogènes : Application au Contrôle Non Destructif de structures en béton, Aix-en-Provence: Thèse, Université de la Méditerranée, 2007.
- [97] R.B. Yang et A.K. Mal, «Multiple scattering of elastic waves in a fiber-reinforced composite» *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 42, n°112, pp. 1945-1968, 1994.
- [98] R.B. Yang, «A Dynamic Generalized Self-Consistent Model for Wave Propagation in Particulate Composites» *Journal of Applied Mechanics*, vol. 70, n°11, pp. 575-582, 2003.
- [99] A.N. Norris et J.M. Conoir, «Multiple scattering by cylinders immersed in fluid: High order approximations for the effective wavenumbers», *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 129, n°11, pp. 104-113, 2011.
- [100] J.M. Conoir et A.N. Norris, «Effective wavenumbers and reflection coefficients for an elastic medium containing random configurations of cylindrical scatterers», *Wave Motion*, vol. 47, pp. 183-197, 2010.
- [101] F. Luppé, J.M. Conoir et A.N. Norris, «Effective wave numbers for thermo-viscoelastic media containing random configurations of spherical scatterers», *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 131, n°12, pp. 1113-1120, 2012.
- [102] D.J. McClements, «Comparison of multiple scattering theories with experimental measurements in emulsions», *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 91, pp. 849-853, 1992.
- [103] F.V. Meulen, G. Feuillard, O.B. Matar, F. Levassort et M. Lethiecq, «Theoretical and experimental study of the influence of the particle size distribution on acoustic wave properties of strongly inhomogeneous media», *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 110, pp. 2301-2307, 2001.
- [104] J.F. Chaix, V. Garnier et G. Corneloup, «Ultrasonic wave propagation in heterogeneous solid media: Theoretical analysis and experimental validation». *Ultrasonics*, vol. 44, pp. 200-210, 2006.
- [105] J.F. Chaix, M. Rossat, V. Garnier et G. Corneloup, «An experimental evaluation of two effective medium theories for ultrasonic wave propagation in concrete». *J. Acoust. Soc. Am.*, vol. 131, n°16, pp. 4481-4490, 2012.
- [106] M. Molero, I. Segura, M.G. Hernández, M.A.G. Izquierdo et J.J. Anaya, «Ultrasonic wave propagation in cementitious materials: A multiphase approach of a self-consistent

- multiple scattering model». *Ultrasonics*, vol. 51, n°11, pp. 71-84, 2011.
- [107] P.A. Bodian, Propagation des ultrasons en milieu heterogene et anisotrope : application a l'evaluation des proprietes d'elasticite et d'attenuation d'aciers moules par centrifugation et de soudures en inconel, Lyon: Thèse, INSA de Lyon, 2011.
- [108] COMSOL. [En ligne]. Available: <https://www.comsol.com/products>. [Accès le 2018].
- [109] «Extende Civa» [En ligne]. Available: <http://www.extende.com/fr/civa-en-quelques-mots>. [Accès le 2018].
- [110] «PROSPERO» [En ligne]. Available: <http://prospero-software.science/>. [Accès le 2018].
- [111] B. Lombard et J. Piraux, «Numerical treatment of two-dimensional interfaces for acoustic and elastic waves». *Journal of Computational Physics*, vol. 195, n°11, pp. 90-116, 2004.
- [112] «SPECFEM2D» [En ligne]. Available: <https://geodynamics.org/cig/software/specfem2d/>. [Accès le 2018].
- [113] D. Komatitsch, J.P. Vilotte, R. Vai, J.M. Castillo-Covarrubias et F.J. Sanchez-Sesma, «The spectral element method for elastic wave equations|application to 2-d and 3-d seismic problems». *International Journal For Numerical Methods In Engineering*, vol. 45, pp. 1139-1164, 1999.
- [114] F. Schubert et B. Koehler, «Numerical modeling of elastic wave propagation in random particulate composites» chez *Nondestructive Characterization of Materials VIII* , pp. 567-574.
- [115] F. Schubert et B. Koehler, «Three-dimensional time domain modeling of ultrasonic wave propagation in concrete in explicit consideration of aggregates and porosity» *Journal of computational acoustics*, vol. 9, n 104, pp. 1543-1560, 2001.
- [116] M. Chekroun, L. Le-Marec, B. Lombard et J. Piraux, «Time-domain numerical simulations of multiple scattering to extract elastic effective wavenumbers» *Waves in Random and Complex Media*, vol. 22, n 13, pp. 398-422, 2012.
- [117] D. Pageot, V. Métais, O. Abraham, O. Durand et G. Plantier, «Numerical and experimental study of the influence of multiple scattering on surface waves dispersion curves» chez *Non-Destructive Testing in Civil Engineering (NDT-CE)*, Berlin, 2015.
- [118] F. Schubert et B. Koehler, «Numerical time-domain simulation of diffusive ultrasound in concrete» *Ultrasonics*, vol. 42, pp. 781-786, 2004.
- [119] S. Beniwal et A. Ganguli, «Defect detection around rebars in concrete using focused ultrasound and reverse time migration» *Ultrasonics*, vol. 62, pp. 112-125, 2015.

- [120] S. Beniwal, D. Ghosh et A. Ganguli, «Ultrasonic imaging of concrete using scattered elastic wave modes» *NDT&E International*, vol. 82, pp. 26-35, 2016.
- [121] VeRCoRs, «Une maquette de 30 mètres de haut pour la recherche» [En ligne]. Available: <https://www.edf.fr/edf/accueil-magazine/une-maquette-de-30-metres-de-haut-pour-la-recherche>. [Accès le 01 2018].
- [122] Y. Liu, R. S. Wu et C. F. Ying, «Scattering of elastic waves by an elastic or viscoelastic cylinder» *Geophysical Journal International*, vol. 142, n°12, pp. 439-460, 2000.
- [123] M. Chekroun, Caractérisation mécanique des premiers centimètres du béton avec des ondes de surface, Nantes: Thèse, École Centrale de Nantes, 2008.
- [124] J. Bielak et P. Christiano, «On the effective seismic input for non-linear soil-structure interaction systems» *Earthquake Eng. Struct. Dyn.*, vol. 12, pp. 107-119, 1984.
- [125] S. platform, «SALOME platform,» 02 2018. [En ligne]. Available: [www.salome-platform.org/](http://www.salome-platform.org/).
- [126] M. Boudineau, «Evaluation de méthodes de localisation de défauts dans un milieu hétérogène» Rapport interne, EDF R&D, Chatou, 2015.
- [127] CSIMSOFT, «Trelis User's Manual» [En ligne]. Available: [http://csimsoft.com/help/mesh\\_generation/mesh\\_quality\\_assessment/quadrilateral\\_metrics.htm](http://csimsoft.com/help/mesh_generation/mesh_quality_assessment/quadrilateral_metrics.htm). [Accès le 10 2015].
- [128] T.A. Mokhtar, R.B. Herrmann et D.R. Russell, «Seismic velocity and Q model for the shallow structure of the Arabian shield from short-period Rayleigh waves» *Geophysics*, vol. 53, n°111, pp. 1379-1387, 1988.
- [129] J.F. Chaix, V. Garnier et G. Corneloup, «Concrete damage evolution analysis by backscattered ultrasonic waves» *NDT&E International*, vol. 36, pp. 461-469, 2003.
- [130] J.M. Carcione, *Wave Fields in Real Media*, Elsevier Science, 2014.
- [131] E. Kjartansson, *Attenuation of Seismic Waves in Rocks and Applications in Energy Exploration*, Thèse, Stanford University, 1979.
- [132] F.A. Dahlen et J. Tromp, *Theoretical Global Seismology*, Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 1998.
- [133] E. Blanc, D. Komatitsch, E. Chaljub, B. Lombard et Z. Xie, «Highly accurate stability-preserving optimization of the Zener viscoelastic model, with application to wave propagation in the presence of strong attenuation» *Geophysical Journal International*, vol. 205, pp. 427-439, 2016.
- [134] J.W. Eischen et S. Torquato, «Determining elastic behavior of composites by the boundary element method» *Journal of Applied Physics*, vol. 74, n°1159, pp. 20-27,

- 1993.
- [135] K. Aki et P.G. Richards, *Quantitative Seismology*, Sausalito, California: University Science Books, 2002.
- [136] B. Lombard, *Modélisation numérique de la propagation et de la diffraction d'ondes mécaniques*, Marseille: HDR, LMA, CNRS, 2010.
- [137] A. Burel, *Contributions à la simulation numérique en élastodynamique : découplage des ondes P et S, modèles asymptotiques pour la traversée de couches minces*, Paris: Thèse, Université Paris Sud, 2014.
- [138] E. Galenne, «Maquette VERCORS : études paramétriques pour le comportement en AG» Rapport interne, EDF R&D, Clamart, 2013.
- [139] A.W. Elbern et L. Guimaraes, «Synthetic aperture focusing technique for image restoration» *NDT. net*, vol. 5, n 18, 2000.
- [140] A. Love, *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, New York: Dover Publications, 1994.
- [141] C.C. Mow et Y.H. Pao, *The diffraction of elastic waves and dynamic stress concentrations*, Rand Corp Santa Monica Calif., 1971.
- [142] A.A. Cuyt, V. Petersen, B. Verdonk, H. Waadeland et W.B. Jones, *Handbook of Continued Fractions for Special Functions*, Springer Science & Business Media., 2008.
- [143] J. Faran, «Sound scattering by solid cylinders and spheres» *The journal of the Acoustical society of America*, vol. 23, n°14, pp. 405-418, 1951.
- [144] A. Sommerfeld, «Partial differential equations in physics» *Academic press*, vol. 1, 1949.
- [145] M.K. Hinders, «Elastic-Wave Scattering from an Elastic Cylinder» *Il Nuovo Cimento B (journal)*, vol. 108, n°13, pp. 285-301, 1971-1996.
- [146] G.G.D. Brill, «Acoustic resonance scattering by penetrable cylinder» *The Journal of Acoustical Society of America*, vol. 73, n 115, pp. 1448-1455, 1983.
- [147] F. Minonzio, *Décomposition de l'Opérateur de Retournement Temporel appliquée à l'imagerie et à la caractérisation ultrasonore*, Paris: Thèse, Université Paris 7, 2006.
- [148] L.A.W.R.E.N.C.E. Flax, G.C. Gaunard et H.E.R.B.E.R.T. Uberall, «Theory of resonance scattering» *Physical acoustics, Academic Press*, vol. 15, pp. 191-294, 1981.



# ANNEXES



## A. Diffusion élastique par un cylindre

Cette annexe détaille le calcul de la solution du problème 2D décrit à la section 2.2.1 : une onde plane harmonique avec une amplitude unitaire se propageant dans un milieu élastique infini est diffusée par un cylindre élastique. Les mêmes notations que celles de la section 2.2.1 sont prises.

### A.1. Équation d'onde

Ce problème 2D est invariant suivant  $\vec{y}$  et peut être exprimé en coordonnées cylindriques  $(r, \theta, z)$ . Il correspond également à un modèle de déformation plane dont la loi de comportement est donnée à partir de la loi de Hooke :

$$\boldsymbol{\sigma} = \lambda \text{trace}(\boldsymbol{\varepsilon})\mathbf{1} + 2\mu\boldsymbol{\varepsilon}, \quad \text{Eq. A. 1}$$

où  $\lambda, \mu$  sont les coefficients de Lamé,  $\boldsymbol{\sigma}$  le champ de contrainte,  $\boldsymbol{\varepsilon}$  le champ de déformation avec  $\varepsilon_{rz} = \varepsilon_{\theta z} = \varepsilon_{zr} = \varepsilon_{z\theta} = \varepsilon_{zz} = 0$ .

En appliquant la loi de Hooke (Eq. A. 1) dans l'équation d'équilibre, nous pouvons obtenir l'équation de propagation en fonction des paramètres de Lamé  $\lambda$  et  $\mu$  [140] :

$$(\lambda + 2\mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}) - \mu\nabla \times (\nabla \times \mathbf{u}) = \rho\ddot{\mathbf{u}}, \quad \text{Eq. A. 2}$$

où  $\mathbf{u}$  représente le tenseur de déplacement et  $\rho$  la masse volumique.

Dans chaque milieu, le déplacement des particules  $\mathbf{u}_j$  peut se décomposer par un potentiel scalaire  $\varphi_j$  correspondant à la compression (ondes longitudinales) et un potentiel vectoriel  $\boldsymbol{\phi}_j \cdot \vec{y}$  correspondant au cisaillement (ondes transversales) où  $j = 1, 2$  indiquent respectivement la matrice et l'inclusion :

$$\mathbf{u}_i = \nabla\varphi_j + \nabla \times (\boldsymbol{\phi}_j \cdot \vec{y}). \quad \text{Eq. A. 3}$$

Les équations (Eq. A. 2) et (Eq. A. 3) conduisent aux équations de Helmholtz :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi_j + (k_{l,j})^2\varphi_j &= 0, \\ \Delta\boldsymbol{\phi}_j + (k_{t,j})^2\boldsymbol{\phi}_j &= 0, \end{aligned} \quad \text{Eq. A. 4}$$

où  $k_{l,j} = \omega/c_{l,j}$  et  $k_{t,j} = \omega/c_{t,j}$  sont respectivement les nombres d'ondes longitudinale et transversale dans le milieu correspondant.

A l'extérieur de l'inclusion, le champ de déplacement total dans la matrice  $\mathbf{u}_1$  se décompose par le champ incident  $\mathbf{u}_{inc,1}$  dépendant de la source et le champ diffusé  $\mathbf{u}_{diff,1}$  par l'inclusion. Les potentiels ont par conséquent une composante incidente et une composante diffusée :

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_{inc,1} + \varphi_{diff,1}, \\ \boldsymbol{\phi}_1 &= \boldsymbol{\phi}_{inc,1} + \boldsymbol{\phi}_{diff,1}. \end{aligned} \quad \text{Eq. A. 5}$$

### A.2. Source : onde plane progressive harmonique

En coordonnées cylindriques, le champ incident  $\mathbf{u}_{inc,1}$  pour une onde plane progressive harmonique avec une amplitude unitaire qui se propage horizontalement de gauche à droite (direction  $\vec{x}$ ) a l'expression générale :

$$\mathbb{u}_{inc,1}(x, t) = \cos(k_1x - \omega t). \quad \text{Eq. A. 6}$$

Nous pouvons la réécrire en utilisant la notion complexe afin de faciliter la manipulation

et les calculs :

$$u_{inc,1} = e^{i(k_1 \cdot x - \omega t)} = e^{ik_1 r \cos \theta} \cdot e^{-i\omega t} \quad \text{Eq. A. 7}$$

D'après la relation entre le déplacement et les potentiels (Eq. A. 3), les expressions des potentiels pour une onde plane progressive harmonique longitudinale (L) ou transversale (T) sont les suivantes [141] :

$$\begin{aligned} \text{Onde L } \varphi_{inc,1} &= \frac{1}{ik_{l1}} e^{ik_{l1} r \cos \theta} \cdot e^{-i\omega t}, \quad \phi_{inc,1} = 0, \\ \text{Onde T } \phi_{inc,1} &= \frac{i}{k_{t1}} e^{ik_{t1} r \cos \theta} \cdot e^{-i\omega t}, \quad \varphi_{inc,1} = 0. \end{aligned} \quad \text{Eq. A. 8}$$

Notant la propriété des fonctions de Bessel de première espèce [142] :

$$e^{i\alpha \cdot \cos \theta} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} i^n J_n(\alpha) e^{in\theta}, \quad \text{Eq. A. 9}$$

où  $J_n(\alpha)$  est la fonction de Bessel cylindrique, ou à deux dimensions, de première espèce d'ordre  $n$ .

Les expressions des potentiels peuvent être réécrites comme suit :

$$\begin{aligned} \text{Onde L } \varphi_{inc,1} &= \frac{1}{ik_{l1}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n i^n J_n(k_{l1} r) e^{in\theta} \cdot e^{-i\omega t}, \\ \text{Onde T } \phi_{inc,1} &= \frac{i}{k_{t1}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n i^n J_n(k_{t1} r) e^{in\theta} \cdot e^{-i\omega t}, \end{aligned} \quad \text{Eq. A. 10}$$

où  $\epsilon_n$  est le coefficient Neumann tel que :

$$\epsilon_n = \begin{cases} 1, & n = 0 \\ 2, & n \geq 1 \end{cases} \quad \text{Eq. A. 11}$$

### A.3. Conditions aux limites

En supposant que le contact entre la matrice et l'inclusion est parfait, les conditions aux limites à l'interface sont décrites par les continuités des déplacements et des contraintes [143] :

$$\text{A l'interface } \begin{cases} u_{r,1} = u_{r,2}, & u_{\theta,1} = u_{\theta,2} \\ \sigma_{rr,1} = \sigma_{rr,2}, & \sigma_{r\theta,1} = \sigma_{r\theta,2}' \end{cases} \quad \text{Eq. A. 12}$$

Le déplacement et la contrainte s'expriment à partir des potentiels dans chaque milieu en coordonnées cylindriques :

$$\begin{aligned} & \begin{cases} u_r = \frac{\partial \varphi}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \\ u_\theta = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} - \frac{\partial \varphi}{\partial r} \end{cases} \\ & \begin{cases} \sigma_{rr} = \lambda \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \varphi}{\partial r} \right) + 2\mu \left( \frac{\partial^2 \varphi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right) \\ \sigma_{r\theta} = 2\mu \left( \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \theta \partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \varphi}{\partial \theta} \right) + \mu \left( \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} \right) \end{cases} \quad \text{Eq. A. 13} \end{aligned}$$

Les solutions de l'équation de Helmholtz doivent aussi satisfaire la condition de rayonnement de Sommerfeld [144]. Puisque nous supposons que la dépendance temporelle harmonique est  $e^{-i\omega t}$ , il ne permet que de choisir  $+i$  pour le terme  $e^{\pm ik_1 r \cos \theta}$  dans l'ensemble des solutions afin de respecter le phénomène physique (les ondes rayonnent de la source vers l'infini).

#### A.4. Solutions

Les potentiels diffusés, solutions de l'équation de Helmholtz (Eq. A. 4), peuvent être écrits en décomposition modale à l'aide des fonctions de Hankel du premier type d'ordre  $n$  :  $H_n^{(1)}(x) = J_n^{(1)}(x) + iY_n^{(1)}(x)$ , où  $Y_n(\alpha)$  est la fonction de Bessel cylindrique, ou à 2 dimensions, de deuxième espèce d'ordre  $n$  :

$$\begin{aligned} \text{Onde L incidente} & \begin{cases} \phi_{diff,1} = \frac{1}{ik_{l1}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n i^n a_n H_n^{(1)}(k_{l1}r) \cos n\theta \cdot e^{-i\omega t} \\ \phi_{diff,1} = \frac{1}{ik_{t1}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n i^n b_n H_n^{(1)}(k_{t1}r) \sin n\theta \cdot e^{-i\omega t} \end{cases} \\ \text{Onde T incidente} & \begin{cases} \phi_{diff,1} = \frac{i}{k_{l1}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n i^n c_n H_n^{(1)}(k_{l1}r) \sin n\theta \cdot e^{-i\omega t} \\ \phi_{diff,1} = \frac{i}{k_{t1}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n i^n d_n H_n^{(1)}(k_{t1}r) \cos n\theta \cdot e^{-i\omega t} \end{cases}, \end{aligned} \quad \text{Eq. A. 14}$$

où  $a_n$ ,  $b_n$ ,  $c_n$  et  $d_n$  sont les coefficients de diffusion pondérant le mode normal d'ordre  $n$ , qui dépendent de  $k_{type,1}a$ . Dans la littérature, ce problème est largement étudié et les auteurs ont donné différentes expressions mathématiques équivalentes. Pour le cas d'une matrice solide avec un cylindre solide (S/S), différentes expressions sont disponibles dans [123] [122] [141] [145], parmi lesquelles on a validé celles dans [123] [122] par comparaison afin de les coder sous MATLAB. Pour le cas d'une matrice fluide avec un cylindre solide (F/S), nous pouvons déduire les expressions à partir de celles du cas S/S et des expressions sont également disponibles dans [143] [122] [145] [146] [147], que nous avons toutes validé par comparaison.

Ces solutions décrivent le mode de conversion d'onde après la rencontre du cylindre. Nous observons la présence de deux types d'ondes après la diffusion par le cylindre, quel que soit le type d'onde incidente.

#### A.5. Approximations en champ lointain

Pour chaque mode normal d'indice  $n$ , l'approximation de champ lointain où les caractéristiques de l'onde diffusée sont plus stables est valable si la distance d'observation  $r$  satisfait la condition :  $k_{l1}r \gg n, k_{t1}r \gg n$ . Dans ce cas, notant la propriété de  $H_n^{(1)}(x)$  [148] :

$$H_n^{(1)}(x) \approx i^{-n} \sqrt{\frac{2}{i\pi x}} e^{ix}, \quad x \gg n. \quad \text{Eq. A. 15}$$

A partir des potentiels diffusés (Eq. A. 14) en appliquant cette propriété, nous pouvons obtenir les expressions des déplacements diffusés :

$$\text{Onde L incidente} \begin{cases} u_{diff,l1}(\theta, \omega) = \frac{1-i}{\sqrt{\pi k_{l1}}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n a_n \cos n\theta \frac{e^{ik_{l1}r}}{\sqrt{r}} \cdot e^{-i\omega t} \\ u_{diff,t1}(\theta, \omega) = \frac{i-1}{\sqrt{\pi k_{t1}}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n b_n \sin n\theta \frac{e^{ik_{t1}r}}{\sqrt{r}} \cdot e^{-i\omega t} \end{cases}, \quad \text{Eq. A. 16}$$

$$\text{Onde T incidente} \begin{cases} u_{diff,l1}(\theta, \omega) = \frac{i-1}{\sqrt{\pi k_{l1}}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n c_n \sin n\theta \frac{e^{ik_{l1}r}}{\sqrt{r}} \cdot e^{-i\omega t} \\ u_{diff,t1}(\theta, \omega) = \frac{1-i}{\sqrt{\pi k_{t1}}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n d_n \cos n\theta \frac{e^{ik_{t1}r}}{\sqrt{r}} \cdot e^{-i\omega t} \end{cases}$$

Ces expressions montrent que les ondes diffusées sont de type cylindrique, du fait de la décroissance en terme de  $e^{ik_1 r} \cdot e^{-i\omega t} / \sqrt{r}$ , pondérée par des facteurs d'anisotropie [33]. Les facteurs  $f(\theta, \omega)$  sont appelés fonctions ou amplitudes de diffusion en champs lointain :

$$\begin{aligned} \text{Onde L incidente} & \begin{cases} f_{diff,l1}(\theta, \omega) = f_{ll}(\theta, \omega) = \frac{1-i}{\sqrt{\pi k_{l1}}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n a_n \cos n\theta \\ f_{diff,t1}(\theta, \omega) = f_{lt}(\theta, \omega) = \frac{i-1}{\sqrt{\pi k_{t1}}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n b_n \sin n\theta \end{cases}, \\ \text{Onde T incidente} & \begin{cases} f_{diff,l1}(\theta, \omega) = f_{tl}(\theta, \omega) = \frac{i-1}{\sqrt{\pi k_{l1}}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n c_n \sin n\theta \\ f_{diff,t1}(\theta, \omega) = f_{tt}(\theta, \omega) = \frac{1-i}{\sqrt{\pi k_{t1}}} \sum_{n=0}^{+\infty} \epsilon_n d_n \cos n\theta \end{cases}. \end{aligned} \quad \text{Eq. A. 17}$$

Les sections différentielles de diffusion normalisées, qui ne dépendent que de la valeur de  $k_{type,1} a$ , sont couramment utilisées parce qu'elles permettent d'évaluer l'énergie diffusée pour une direction d'observation donnée. Nous pouvons donc interpréter le comportement de diffusion dans un diagramme de rayonnement de l'inclusion à une fréquence donnée  $\omega$ .

### A.6. Validations

A cause des difficultés de mesure dans le cas d'une matrice solide avec un cylindre solide, seules des mesures dans le cas d'une matrice fluide avec un cylindre solide sont disponibles dans la littérature pour valider cette solution analytique. Sur la Figure A. 1, nous comparons les mesures (en points) dans l'étude de Faran [143] et la solution analytique présentée (en courbe rouge) et un très bon accord est obtenu.

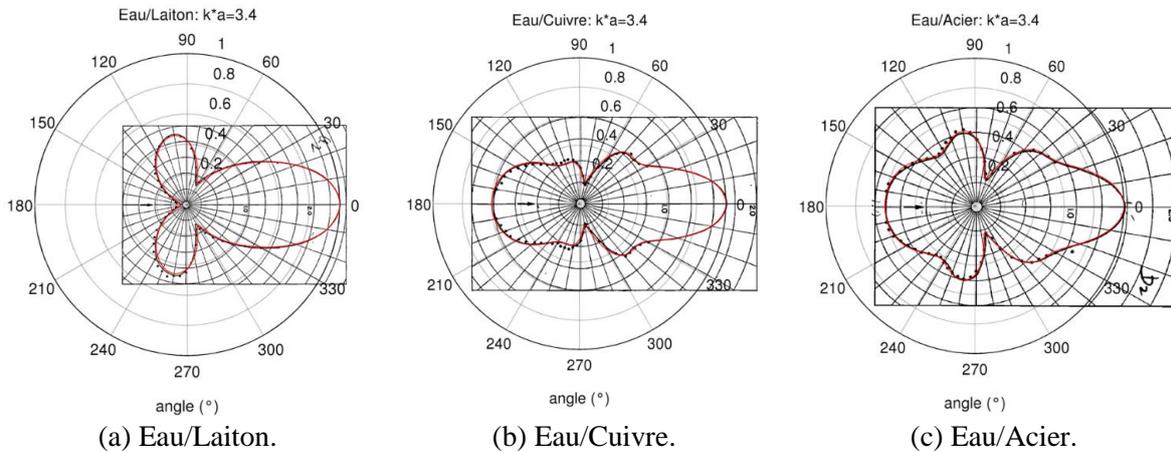
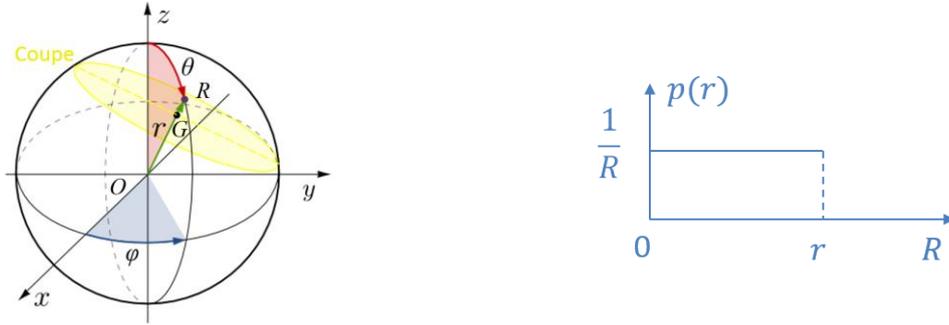


Figure A. 1. Comparaison des amplitudes de diffusion en champ lointain entre les mesures d'un cylindre métallique dans l'eau (points) avec les solutions analytiques (courbe en rouge).

## B. Distribution des cercles de tailles variées

Cette annexe détaille le calcul pour obtenir la distribution des tailles des diffuseurs dans le cas des cercles de tailles variées dans la section 2.3.2.1.

Par interpolation linéaire avec 200 points de 0 mm à 22,4 mm qui est la dimension maximale de tamis, nous reproduisons la courbe de la fraction volumique cumulée des granulats sur la Figure 2. 3(a). En supposant que les granulats dans le béton sont sphériques et en appliquant le seuil de rayon minimal à 1 mm, nous retrouvons la fraction cumulée interpolée avec 181 rayons,  $R_i$ , entre 1 mm et 11,2 mm sur la Figure 2. 3(b). Nous définissons la fraction volumique pour chacun rayon,  $D(R_i)$  ( $i = 1, 2, \dots, 181$ ), par la différence des fractions cumulées aux rayons  $R_{i-1}$  et  $R_i$ .



(a) Schéma d'une section dans une sphère.

(b) Densité de probabilité de section.

Figure B. 1. Section d'une sphère de rayon  $R_i$ .

Etant donnée une origine de repère cartésien  $O$  au centre d'une sphère de rayon  $R_i$ , les coordonnées sphériques  $(r, \varphi, \theta)$  d'un point  $G$  dans cette sphère sont définies par :

- $r$  est la distance du point  $G$  au centre  $O$ ,  $r \in [0, R]$  ;
- $\varphi$  est l'angle orienté formé par  $\vec{x}$  et la projection de  $G$  dans le plan  $(O, x, y)$ ,  $\varphi \in [0, 2\pi]$  ;
- $\theta$  est l'angle non orienté formé par  $\vec{z}$  et  $\vec{OG}$ ,  $\theta \in [0, \pi]$ .

Une section aléatoire de la sphère (en jaune sur la Figure B. 1(a)) est toujours un cercle de rayon,  $a = (R_i^2 - r^2)^{0.5}$ . Elle peut être déterminée par un seul vecteur perpendiculaire en passant l'origine de sphère  $O$  et le centre de section  $G$ ,  $\vec{OG}$ . Par conséquent, la densité de probabilité des sections,  $p(r)$ , est uniforme en fonction en  $r$  (Figure B. 1(b)).

Nous définissons que  $P_{R_i}(0 \leq X \leq a)$  présente la probabilité des sections de rayon entre  $[0, a]$  pour une sphère de rayon de  $R_i$ . D'après la relation  $a = (R_i^2 - r^2)^{0.5}$ , nous obtenons son expression comme suivante :

$$P_{R_i}(0 \leq X \leq a) = P\left(\sqrt{R_i^2 - a^2} \leq r \leq R_i\right) = \int_{\sqrt{R_i^2 - a^2}}^{R_i} p(r) dr = 1 - \frac{\sqrt{R_i^2 - a^2}}{R_i}, a \in [0, R_i]$$

$$P_{R_i}(0 \leq X \leq a) = 1, a \geq R_i. \quad \text{Eq. B. 1}$$

Pour un volume avec la distribution des rayons des sphères  $D(R_i)$ , nous pouvons calculer la probabilité des rayons des cercles (sections des sphères) entre  $[0, a]$  dans une coupe

aléatoire,  $P_{2D}$ , par le principe de superposition :

$$P_{2D}(0 \leq X \leq a) = \sum_{i=1}^{181} D(R_i) \cdot P_{R_i}(0 \leq X \leq a), a \in [0, R_{181}]. \quad \text{Eq. B. 2}$$

Avec une liste des rayons discrets,  $R_i$ , nous pouvons peut approximer la probabilité de section de rayon  $R_i$  comme suivante (Figure B. 2(a)) :

$$P_{2D}(X = R_i) = P_{2D}(0 \leq X \leq R_i) - P_{2D}(0 \leq X \leq R_{i-1}). \quad \text{Eq. B. 3}$$

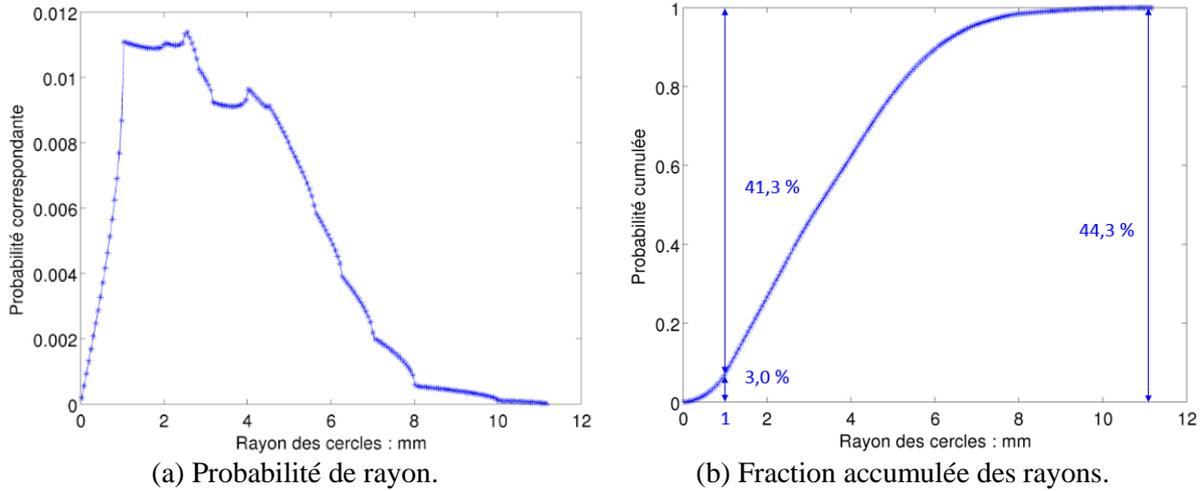


Figure B. 2. Probabilité des sections dans une coupe.

Pour un volume très grand ou infini ( $V_{total} \rightarrow \infty$ ) rempli de façon homogène par des inclusions, nous supposons que la fraction volumique  $f_V$  et la fraction surfacique de ses coupes aléatoires,  $f_S$ , sont constantes partout. Nous obtenons la relation entre les volumes comme suivante :

$$V_{Inclusion} = f_V \cdot V_{total} = \int_l f_S \cdot S_{coupe} dl, \quad \text{Eq. B. 4}$$

avec  $V_{Inclusion}$  est le volume des inclusions,  $V_{total}$  est le volume total du milieu,  $S_{coupe}$  est la surface des coupes,  $l$  est la longueur de parcours intégral perpendiculaire aux coupes, où  $\int_l S_{coupe} dl = V_{total}$ .

Par conséquent, nous trouvons l'égalité entre les fractions volumique et surfacique :

$$f_V = f_S, \quad \text{Eq. B. 5}$$

En appliquant  $f_S = f_V = 44\%$  avec la probabilité calculée des rayons des sections dans une coupe, on obtient une fraction surfacique de 41 % en filtrant avec le seuil de rayon de 1 mm (Figure B. 2(b)).

Lorsque la dimension de géométrie et la fraction surfacique sont données, nous pouvons déterminer les nombres arrondis des cercles correspondants à chaque rayon en respectant une erreur de fraction surfacique de moins de 0,2 %. Sur la Figure B. 3, nous montrons l'évolution du nombre de cercles en fonction des 181 rayons de 1,0 mm à 11,2 mm à la fraction de 42 % sur une surface de 400 mm×400 mm.

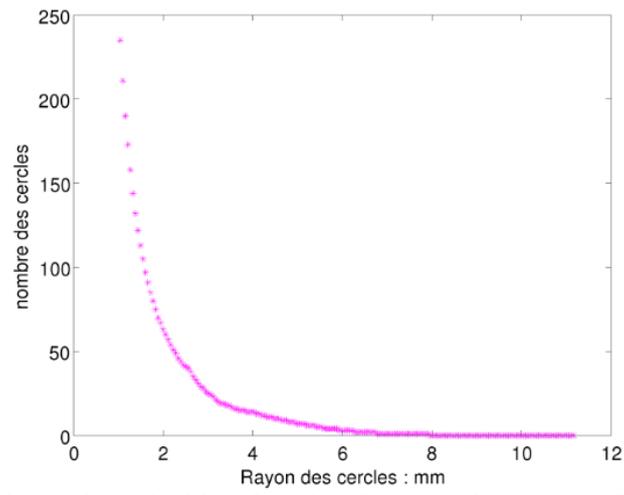


Figure B. 3. Nombre de cercles calculé en fonction du rayon dans une surface de dimensions 400 mm×400 mm à la fraction surfacique de 42 %.



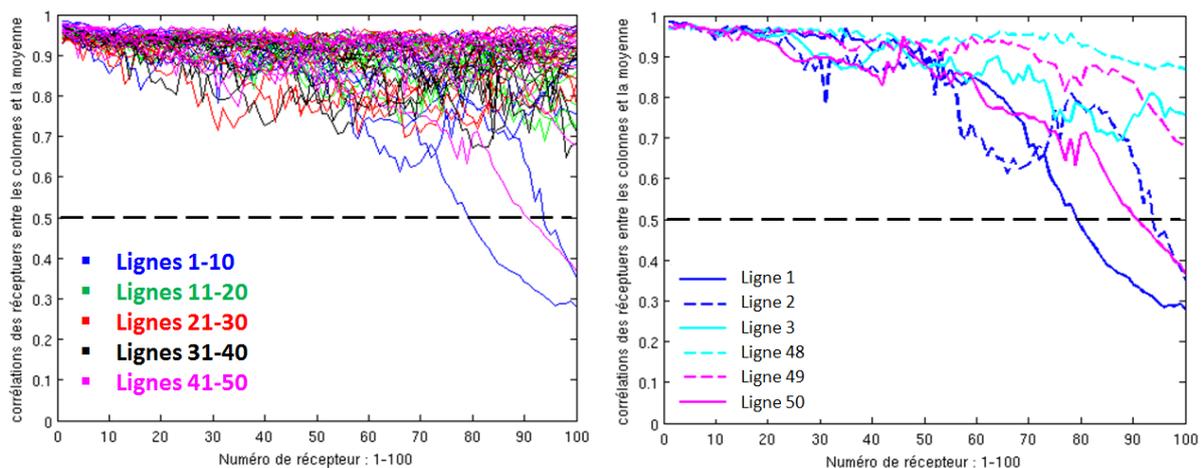
## C. Convergence d'étude du traitement des résultats numériques

Afin d'étudier les traitements des résultats numériques dans la section 2.3.5, nous prenons un cas avec des cercles de rayon 6 mm à la fraction surfacique 24 % comme exemple et nous réalisons 10 simulations avec différentes configurations des diffuseurs, avec 500 lignes de récepteurs avec 100 récepteurs par ligne.

Bien que des conditions absorbantes aux limites soient appliquées aux bords pour imiter un milieu infini, elles ne peuvent pas décrire exactement comme un milieu hétérogène infini. Comme ces conditions aux bords supposent une matrice virtuelle identique infinie sans hétérogénéité de l'autre côté des bords au lieu du même milieu hétérogène, les zones proches du bord reçoivent moins d'influence de diffusion. Par conséquent, dans un premier temps, nous étudions l'influence des conditions sur les signaux des récepteurs, surtout dans la zone proche du bord, et nous vérifions la validité des lignes de récepteurs dans une simulation afin de faire un bon choix des données à traiter.

Dans une simulation, nous calculons les corrélations des déplacements à chaque distance de propagation  $d_n$  entre chaque ligne des récepteurs et la moyenne de ces 50 lignes (Figure C. 1). Nous constatons des faibles corrélations ( $0 \leq |cor| \leq 0,5$ ) pour les lignes 1, 2 et 50 qui sont très proches des bords, et des fortes corrélations ( $|cor| \geq 0,5$ ) pour les autres lignes.

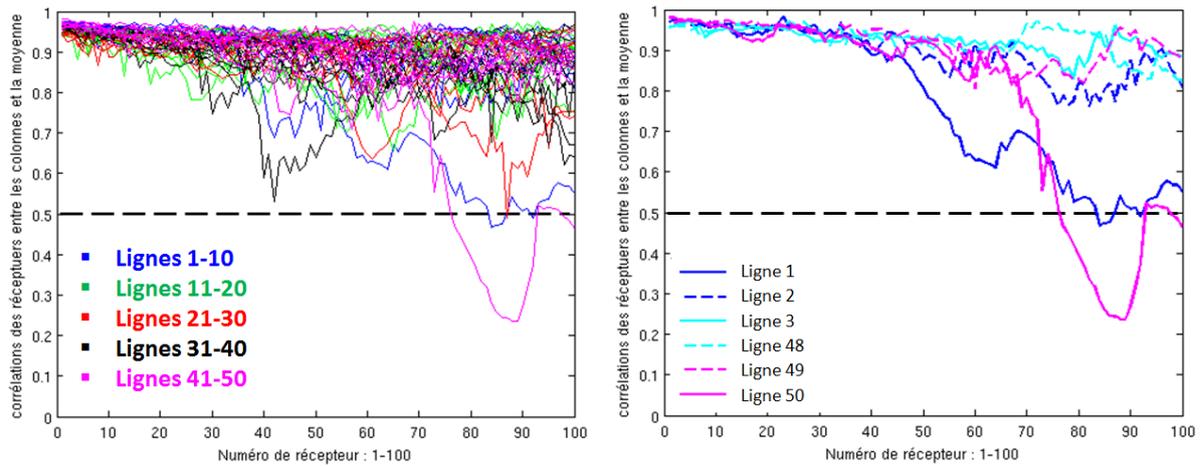
Afin de vérifier l'indépendance de ce phénomène, nous prenons deux simulations et nous calculons les corrélations des déplacements à chaque distance de propagation  $d_n$  entre chaque ligne des récepteurs d'une simulation et la moyenne de ces 50 lignes de l'autre simulation (Figure C. 2). Nous observons le même phénomène de corrélations : les lignes 1 et 50 des récepteurs montrent une faible corrélation. Donc pour les traitements des résultats, nous ne prenons pas les lignes des récepteurs à une distance des bords inférieure à 18 mm qui correspondent aux lignes 1, 2, 49 et 50 dans tous les cas des simulations.



(a) Corrélations des 50 lignes.

(b) Corrélations des lignes proche du bord.

Figure C. 1. Simulation du cas avec des cercles de rayon 6 mm à la fraction surfacique 24 % : corrélation des déplacements temporels entre chaque ligne des récepteurs et la moyenne des 50 lignes.



(a) Corrélations des 50 lignes.

(b) Corrélations des lignes proche du bord.

Figure C. 2. Deux simulations du cas avec des cercles de rayon 6 mm à la fraction surfacique 24 % : corrélation des déplacements temporelles entre chaque ligne des récepteurs d'une simulation et la moyenne des 50 lignes d'une autre simulation.

Lors du calcul de l'atténuation effective  $\alpha^*$ , deux amplitudes correspondantes aux deux distances de propagation sont théoriquement suffisantes (Eq. 2. 20). Nous fixons  $d_m = d_1$  à l'interface des milieux homogène et hétérogène où la diffusion commence et son amplitude  $A_1(\omega)$  est la plus stable. Le choix de position de récepteur  $d_n$  est important pour la précision de  $\alpha^*$ . D'après l'Eq. 2. 20, nous obtenons la relation suivante :

$$\ln A_1(\omega) - \ln A_n(\omega) = \alpha^*(d_n - d_1).$$

Dans une simulation, on trace la valeur  $\ln A_1(\omega) - \ln A_n(\omega)$  en fonction de la valeur  $(d_n - d_1)$  pour chaque ligne entre les lignes de 3 à 48 sur la Figure C. 3 (a). Ayant recours à la variance de la valeur  $\ln A_1(\omega) - \ln A_n(\omega)$ , nous ne constatons pas de stabilisation ou de convergence de l'évolution d'amplitude selon la distance de propagation  $d_n$  (Figure C. 3 (b)).

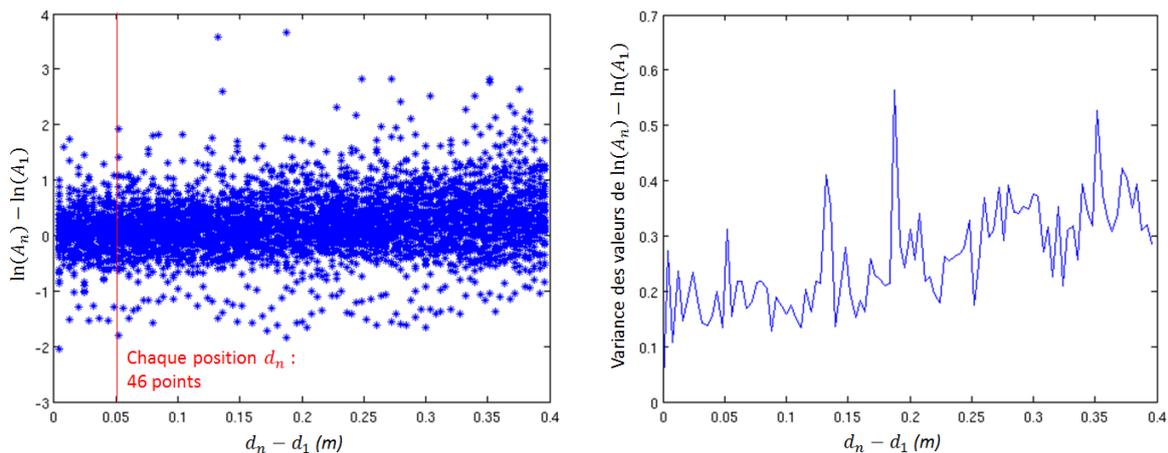
(a)  $\ln A_1(\omega) - \ln A_n(\omega)$ .(b) Variance de  $\ln A_1(\omega) - \ln A_n(\omega)$ .

Figure C. 3. Simulation du cas avec des cercles de rayon 6 mm à la fraction surfacique 24 % : la valeur  $\ln A_1(\omega) - \ln A_n(\omega)$  en fonction de la valeur  $(d_n - d_1)$  pour les lignes de 3 à 48.

Sur la Figure C. 4, nous traçons les valeurs pour la moyenne des lignes de 3 à 48 en comparant avec la courbe d'ajustement. Nous constatons que les points se situent de façon assez homogène autour de la courbe d'ajustement sur toutes les distances de propagation sans

tendance de convergence. Par conséquent, afin de diminuer le plus possible l'incertitude, nous prenons toutes les 100 distances de propagation pour calculer l'atténuation effective  $\alpha^*$  par l'ajustement de courbe.

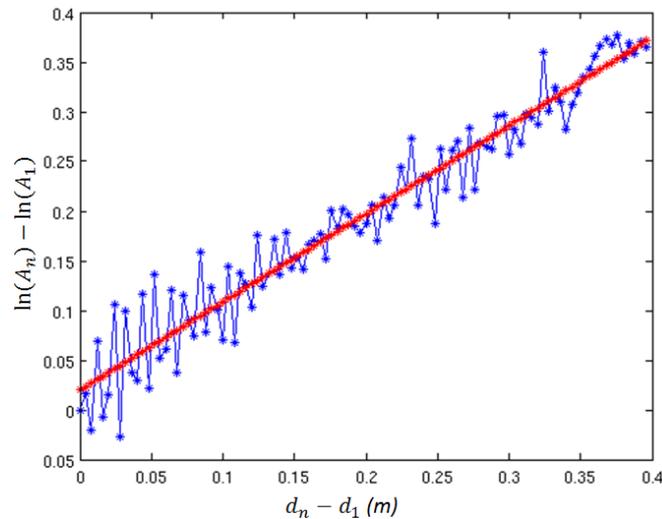


Figure C. 4. Simulation du cas avec des cercles de rayon 6 mm à la fraction surfacique 24 % : la valeur  $\ln A_1(\omega) - \ln A_n(\omega)$  en fonction de la valeur  $(d_n - d_1)$  pour la moyenne des lignes de 3 à 48.

En théorie, nous devons moyenner les lignes des récepteurs dans des simulations avec toutes les configurations des diffuseurs possibles afin d'obtenir l'onde cohérente pour le traitement. Cependant, c'est impossible en pratique. Par conséquent, nous devons trouver un compromis entre le coût de calcul et le nombre des lignes des signaux à moyenner pour représenter l'onde cohérente.

Avec toutes les lignes des récepteurs (sauf celles proches des bords) dans 10 simulations avec différentes configurations des diffuseurs, nous moyennons de 50 à 450 lignes aléatoires et nous calculons les corrélations entre chaque moyenne et la moyenne des 450 lignes (Figure C. 5). Nous constatons que plus le nombre des lignes moyennées est grand, plus la corrélation est importante. Nous remarquons également que toutes les corrélations sont très fortes ( $\geq 0,997$ ).

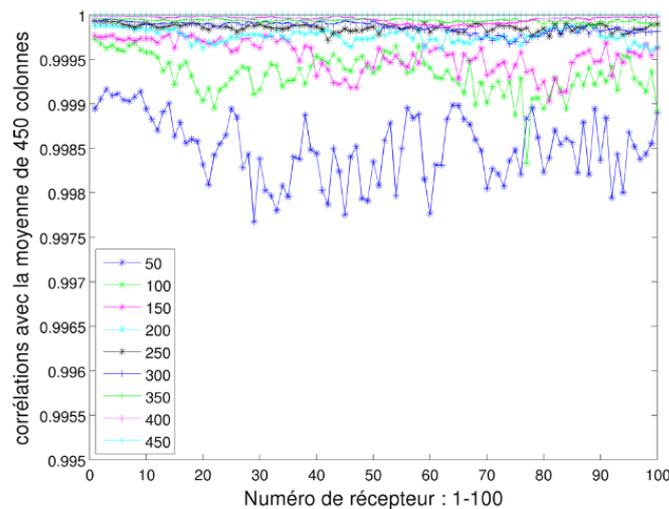


Figure C. 5. Dix simulations du cas avec des cercles de rayon 6 mm à la fraction surfacique 24 % : corrélation des déplacements temporels entre chaque moyenne de 50 à 450 lignes des récepteurs et la moyenne des 450 lignes des récepteurs.

Sur la Figure C. 6, nous comparons les deux paramètres effectifs calculés à partir de ces moyennes et une quasi-superposition est observée. Par conséquent, nous considérons que la moyenne des 50 lignes des récepteurs est suffisante pour représenter l'onde cohérente pour calculer la vitesse de phase et l'atténuation effectives.

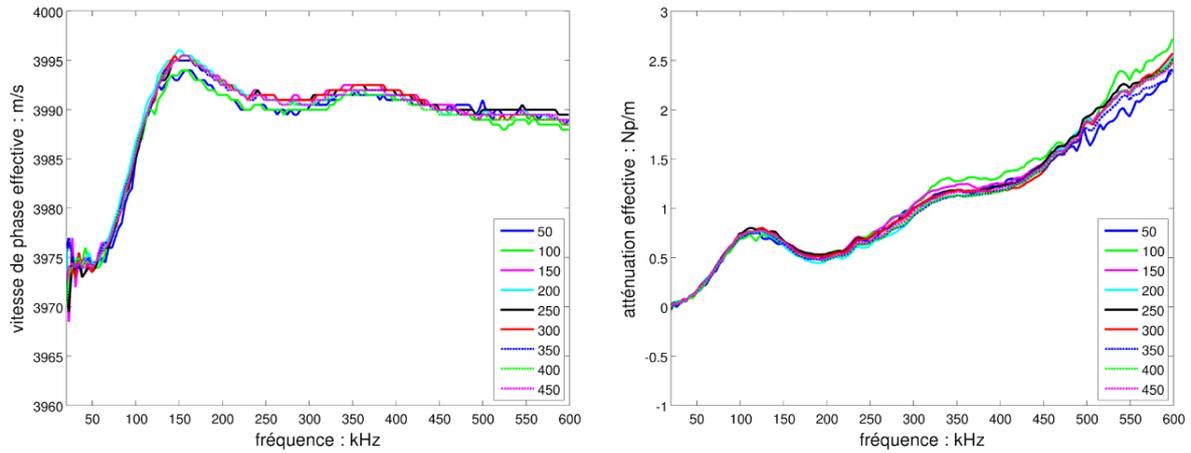


Figure C. 6. Dix simulations du cas avec des cercles de rayon 6 mm à la fraction surfacique 24 % : vitesse de phase et atténuation effectives calculées par les moyennes de 50 à 450 lignes des récepteurs.

## D. Fabrication des éprouvettes en résine avec des tiges

La fabrication des éprouvettes en résine avec des tiges en aluminium dans la section 2.4.1 a été réalisée dans l'IUT (Institut Universitaire de Technologie) à Aix.

D'après la dimension des éprouvettes souhaitées, le moule est conçu sous la forme d'une boîte sans couvercle dont la dimension interne est 340 mm × 50 mm × 70 mm (longueur × largeur × épaisseur). Il se compose de deux plaques en résine pour fixer les tiges et trois pièces en métal pour les bouts et le fond du moule (Figure D. 1).

Le principe de fixation des tiges est montré sur la Figure D. 2 : les positions des trous sont superposées sur les deux plaques en résine, une plaque (A) dont les trous sont traversants (en haut) et une autre (B) dont les trous sont percés à la moitié de l'épaisseur (en bas).



Figure D. 1. Moule des éprouvettes : (a) vue depuis le haut et (b) vue en 3D pour un bout du moule.

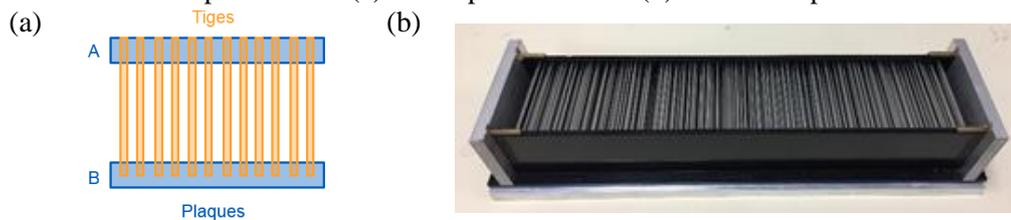
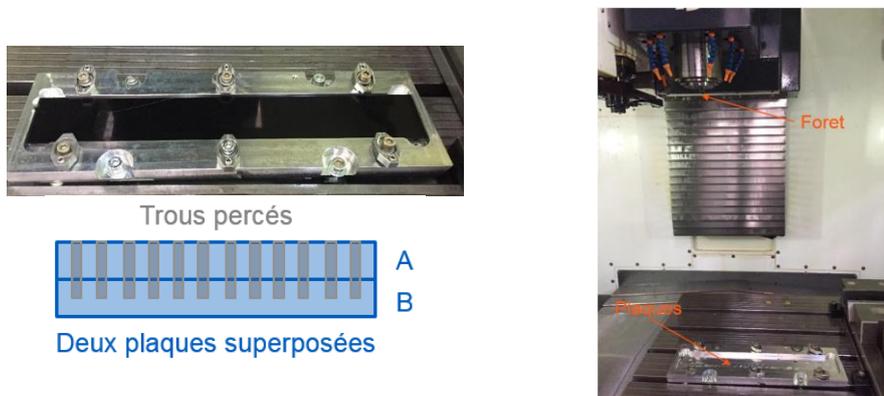


Figure D. 2. Conception des éprouvettes : (a) Schéma et (b) photo de l'installation des tiges.

Pour augmenter la précision des positions des tiges sur les deux plaques, nous perçons les trous en même temps en les superposant (Figure D. 3(a)). Afin de percer précisément les trous aux positions calculées théoriquement, nous avons utilisé l'appareil montré sur la Figure D. 3 (b) qui permet de maîtriser les déplacements de foret à 0,1 mm près. L'épaisseur des plaques est de 5 mm. Nous pointons d'abord les positions des centres des tiges avec un foret de diamètre 2,0 mm, puis nous perçons les trous avec un foret de diamètre 1,65 mm à la profondeur de 8 mm afin de traverser la première plaque et d'arriver à la profondeur de 3 mm pour la deuxième.



(a) Deux plaques superposées.

(b) Appareil pour percer les trous.

Figure D. 3. Préparation des plaques pour l'installation des tiges.



(a) Coupe des tiges.



(b) Appareil de meulage.

Figure D. 4. Préparation des tiges.

Les tiges fournies sont de longueur initiale de à 2 m. Nous les coupons par groupe à la longueur 80 mm (Figure D. 4 (a)). Cependant, pour chaque tige coupée, les sections de deux bouts sont déformées et ne sont pas parfaitement rondes. Pour que les tiges puissent être installées dans les trous, nous meulons les bouts des tiges (Figure D. 4 (b)).

Avant d'assembler le moule, nous avons appliqué aux trois pièces en métal le composant, une couche de produit qui permettra de faciliter le démoulage de l'éprouvette. Pour cela, nous avons choisi le produit FREKOTE (Figure D. 5) : nous appliquons le produit que nous venons ensuite chauffer à 120 °C pendant 15 minutes puis refroidir. Pour une utilisation optimale, ce cycle est répété trois fois.



Figure D. 5. Couche de FREKOTE permettant de faciliter le démoulage de l'éprouvette.

Après l'assemblage du moule, nous avons mis les tiges en place comme sur la Figure D. 6 (a) de la plaque A à la plaque B. A cause du meulage, les tiges sont un peu plus courtes que prévu : l'extrémité qui devait affleurer la surface extérieure de la face A n'émerge pas. Afin de bloquer les tiges avant le coulage de la résine, une couche de produit a été repassée sur la surface de la plaque A afin de remplir le reste des trous (Figure D. 6 (c)).

Avant de couler la résine dans le moule avec des tiges, il faut mélanger la résine liquide et le durcisseur. La réaction chimique est très rapide (quelques minutes) et cela conduit à certaines limites. Si le mélange est laissé dans la machine sous vide pendant deux minutes pour réduire la porosité, la réaction est accélère et le durcissement de la résine finit avant le coulage (Figure D. 7 (a)). Donc nous avons coulé directement la résine après l'avoir mélangée. Lorsque la fraction volumique des tiges est élevée et leurs positions sont très rapprochées, le mélange coule très doucement à cause de sa texture très visqueuse et le durcissement finit avant que la résine soit arrivée au fond du moule. La Figure D. 7 (b) montre la surface du fond après démoulage de l'éprouvette avec des tiges à la fraction volumique 40 % ; une zone vide est observée. Donc, nous avons rempli le vide en coulant une deuxième fois pour le côté du fond de cette éprouvette.

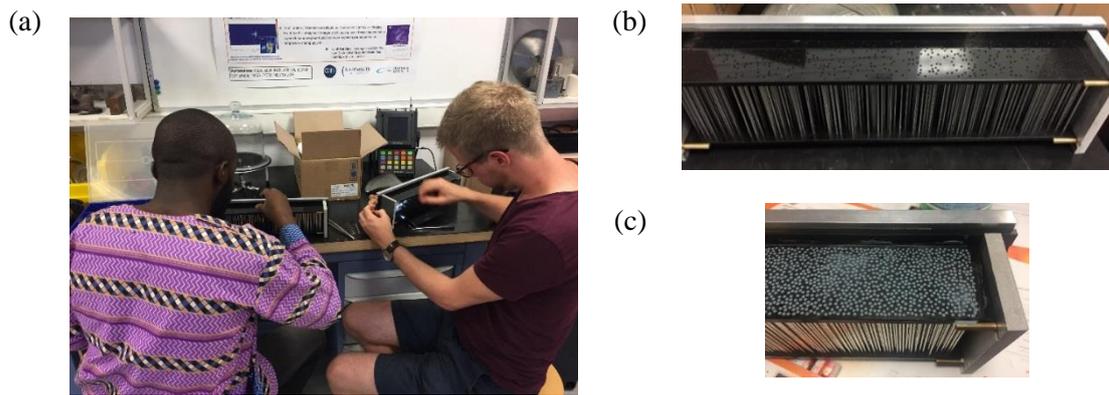


Figure D. 6. Installation des tiges.

Bien que le durcissement du mélange soit très rapide, la réaction chimique exothermique dure environ une heure. L'éprouvette est démoulée 12 heures après le mélange où la prise est considérée comme complète. Finalement les surfaces sont lissées en les gardant bien parallèles avant de réaliser des mesures (Figure D. 8).



Figure D. 7. Exemples des difficultés du coulage de résine.

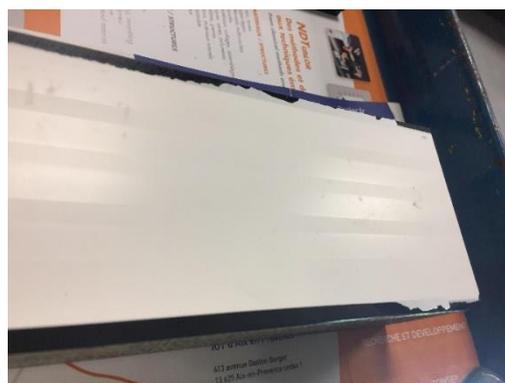


Figure D. 8. Surface après le lissage.



## E. Réglage du dispositif mécanique avant les mesures

Nous présentons le réglage du dispositif mécanique avant les mesures en immersion sous eau (Figure E. 1). Le dispositif mécanique se compose d'un système de positionnement avec deux bras pour fixer les transducteurs et du support pour installer la pièce. Nous prenons les directions de déplacement X, Y et Z du système de positionnement comme références du système de coordonnées à régler.

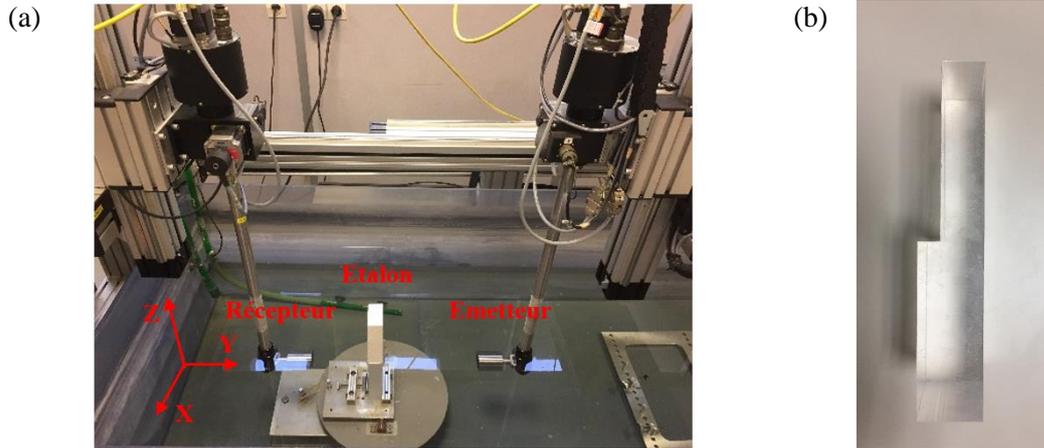


Figure E. 1. (a) Dispositif mécanique des mesures en immersion et (b) étalon en plexiglass.

Nous réglons d'abord le support qui permet les rotations autour des axe X et Z, pour que la surface de la pièce fixée soit parallèle au plan XOZ pendant les mesures. En fixant au support un étalon en plexiglass dont les surfaces sont supposées parfaites, nous ne prenons que le transducteur à droite, qui est émetteur dans les mesures, comme émetteur et récepteur lors du réglage en réflexion. En émettant un même signal, nous déplaçons le transducteur suivant l'axe X. Lorsque la surface de l'étalon n'est pas parallèle à l'axe X, nous observons la variation d'amplitude du signal reçu : l'amplitude la plus grande correspond au côté de l'étalon le plus proche du transducteur, et l'amplitude la plus petite pour le côté le plus loin. Cela nous permet d'ajuster la rotation autour de l'axe Z jusqu'à ce que l'amplitude soit constante lors du déplacement du transducteur suivant l'axe X. De la même manière, nous ajustons la rotation autour de l'axe X en déplaçant le transducteur suivant l'axe Z. Ici nous considérons que la surface de l'étalon est parallèle au plan XOZ et que le support est réglé.

Ensuite, nous réglons le transducteur de droite également en réflexion. Nous ajustons respectivement les rotations autour des axes X et Z en cherchant les angles correspondant aux amplitudes maximales des signaux. Ici nous considérons que la surface de ce transducteur est parallèle au plan XOZ ainsi qu'à la surface de l'étalon, et que ce transducteur est réglé.

Finalement, nous réglons le transducteur de gauche en transmission sans étalon. Basé sur le même principe, nous ajustons les rotations autour des axes X et Z et les déplacements suivant les axes X et Z par l'amplitude maximale des signaux. Cela vérifie que la surface du récepteur est parallèle à celle de l'émetteur, et que le récepteur est réglé.

Après ces trois étapes, nous finissons le réglage du dispositif mécanique pour la préparation des mesures. Nous le refaisons chaque fois quand nous changeons les transducteurs.



## F. Calculs des incertitudes de mesure

Nous présentons les calculs des incertitudes des mesures sur les blocs en résine sans et avec des tiges en aluminium dans la section 2.4. Nous prenons toujours l'incertitude sur la moyenne à 3 écarts-type.

### F.1. Théories et équations

Dans la mesure d'une grandeur  $q$ , nous avons  $n$  observations indépendantes  $q_k$  dans les mêmes conditions de mesure. La moyenne des observations  $\bar{q}$  est comme suivant :

$$\bar{q} = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n q_k. \quad \text{Eq. F. 1}$$

La variance expérimentale des observations, qui estime la variance  $\sigma^2$  de la loi de probabilité de  $q$ , peut être donnée par :

$$\sigma^2 = s^2(q_k) = \frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (q_j - \bar{q})^2, \quad \text{Eq. F. 2}$$

où  $s(q_k)$  est l'écart-type expérimental.

Lorsqu'un mesurande  $y$  n'est pas directement mesuré, il est déterminé à partir de  $N$  autres grandeurs  $q^{(1)}, q^{(2)} \dots q^{(N)}$  à travers une relation fonctionnelle  $f$  :

$$y = f(q^{(1)}, q^{(2)} \dots q^{(N)}). \quad \text{Eq. F. 3}$$

Sa variance composée  $s_c^2(y)$  est obtenue par une composition appropriée des variances des estimations d'entrée  $q^{(1)}, q^{(2)} \dots q^{(N)}$  :

$$s_c^2(y) = \sum_{i=1}^N \left( \frac{\partial f}{\partial q^{(i)}} \right)^2 \frac{s^2(q^{(i)})}{n^{(i)}}, \quad \text{Eq. F. 4}$$

où  $s_c(y)$  est l'écart-type composée qui estime la variance  $\sigma^2$  de la loi de probabilité de  $y$ ,  $n^{(i)}$  est le nombre des observations dans le mesure de la grandeur  $q^{(i)}$ .

### F.2. Valeurs des incertitudes

La mesure de la vitesse dans l'eau  $c_{eau}$  a été répétée 7 fois. Nous pouvons la calculer d'après l'Eq. 2. 22. Nous prenons chaque valeur comme une observation indépendante. La moyenne des 7 observations est 1484,2 m/s et l'écart-type 3,1 m/s. Donc l'incertitude au niveau de 3 écarts-type est 9,2 m/s.

La mesure de la vitesse de phase  $c_{res}$  et de l'atténuation  $\alpha_{res}$  de la résine a été répétée 8 fois. D'après l'Eq. 2. 25, nous pouvons calculer la moyenne et l'écart-type de  $\alpha_{res}$  à chaque fréquence en prenant chaque répétition comme une observation indépendante. Dans le domaine fréquentiel de 150 kHz à 370 kHz, l'incertitude maximale de  $\alpha_{res}$  est 2,4 Np/m.

Pour  $c_{res}$ , cependant, son calcul est dépendant de  $c_{eau}$  et donc il faut calculer la variance composée :

$$s_c^2[c_{res}(\omega)] = \left( \frac{\partial c_{res}(\omega)}{\partial \Delta\phi(\omega)} \right)^2 \frac{s^2(\Delta\phi(\omega))}{n_{\Delta\phi}} + \left( \frac{\partial c_{res}(\omega)}{\partial c_{eau}} \right)^2 \frac{s^2(c_{eau})}{n_{c_{eau}}}, \quad \text{Eq. F. 5}$$

où  $n_{\Delta\phi}$  et  $n_{c_{eau}}$  sont respectivement les nombres des observations correspondantes aux  $\Delta\phi(\omega)$

et  $c_{eau}$  avec  $n_{\Delta\phi} = 8$  et  $n_{c_{eau}} = 7$ .

Le premier terme à droite de l'Eq. F. 5 est la variance correspondant directement aux 8 répétitions. Nous l'estimons par la variance des 8 observations calculées dans l'Eq. 2. 25 en utilisant la moyenne de  $c_{eau}$  comme paramètre d'entrée. Le deuxième terme est calculable d'après les calculs de l'incertitude de  $c_{eau}$ . Dans le domaine fréquentiel de 150 kHz à 370 kHz, l'incertitude maximale de  $c_{res}$  est 34,9 m/s.

Dans la mesure sur le bloc en résine avec des tiges à la fraction volumique 20 %, nous avons également répété l'opération 8 fois. D'après l'Eq. 2. 26, les variances de la vitesse de phase  $c^*$  et de l'atténuation  $\alpha^*$  sont composées en fonction de  $c_{eau}$ ,  $c_{res}$  et  $\alpha_{res}$ .

Pour  $\alpha^*(\omega)$ , nous avons :

$$s_c^2[\alpha^*(\omega)] = \left(\frac{\partial\alpha^*(\omega)}{\partial\Delta A(\omega)}\right)^2 \frac{s^2(\Delta A(\omega))}{n_{\Delta A}} + \left(\frac{\partial\alpha^*(\omega)}{\partial\alpha_{res}(\omega)}\right)^2 \frac{s^2(\alpha_{res}(\omega))}{n_{\alpha_{res}}}, \quad \text{Eq. F. 6}$$

où  $n_{\Delta A}$  et  $n_{\alpha_{res}}$  sont respectivement les nombres des observations correspondantes aux  $\Delta A(\omega)$  et  $\alpha_{res}(\omega)$  avec  $n_{\Delta A} = n_{\alpha_{res}} = 8$ .

Le premier terme à droite de l'Eq. F. 6 est la variance correspondant directement aux 8 répétitions et elle est estimée par la variance des 8 répétitions calculées dans l'Eq. 2. 26. Le deuxième terme est calculable d'après les calculs de l'incertitude de  $\alpha_{res}(\omega)$ . Dans le domaine fréquentiel de 150 kHz à 370 kHz, l'incertitude maximale de  $\alpha^*(\omega)$  est 7,0 Np/m.

Pour  $c^*(\omega)$ , nous avons :

$$s_c^2[c^*(\omega)] = \left(\frac{\partial c^*(\omega)}{\partial\Delta\phi(\omega)}\right)^2 \frac{s^2(\Delta\phi(\omega))}{n_{\Delta\phi}} + \left(\frac{\partial c^*(\omega)}{\partial c_{res}(\omega)}\right)^2 \frac{s^2(c_{res}(\omega))}{n_{c_{res}}} + \left(\frac{\partial c^*(\omega)}{\partial c_{eau}}\right)^2 \frac{s^2(c_{eau})}{n_{c_{eau}}}, \quad \text{Eq. F. 7}$$

Le premier terme à droite de l'Eq. F. 7 est la variance correspondant directement aux 8 répétitions. Nous l'estimons par la variance des 8 observations calculées dans l'Eq. 2. 25 en utilisant les moyennes de  $c_{res}(\omega)$  et  $c_{eau}$  comme paramètres d'entrée. Les deuxième et troisième termes sont calculables d'après les calculs de l'incertitude de  $c_{res}(\omega)$  et  $c_{eau}$ . Dans le domaine fréquentiel de 150 kHz à 370 kHz, l'incertitude maximale de  $c^*$  est 23,7 m/s.

## G. Simulations avec une onde plane transversale

Dans l'étude paramétrique de la section 2.5, nous avons simulé différents cas de la propagation des ondes dans un milieu hétérogène en appliquant une onde plane longitudinale incidente. Ici nous présentons des simulations en remplaçant la source par une onde plane transversale de Ricker avec la fréquence dominante 250 kHz. Notant que  $c_l^*$ ,  $\alpha_l^*$  et  $c_t^*$ ,  $\alpha_t^*$  représentent respectivement la vitesse de phase et l'atténuation effectives pour une onde plane longitudinale incidente et pour une onde plane transversale incidente.

Tout d'abord, nous avons simulé sous SPECFEM2D le cas avec des cercles de taille unique de 6 mm aux fractions surfaciques 12 %, 24 % et 42 %. Les évolutions de vitesse de phase  $c_t^*$  et d'atténuation  $\alpha_t^*$  effectives basées sur les résultats numériques sont montrées sur la Figure G. 1. Un bon accord est observé sauf des petits écarts de l'atténuation à haute fréquence (>300 kHz), comme observés pour  $\alpha_l^*$ . L'énergie des ondes cohérentes est faible dans ce domaine fréquentiel et cela peut conduire à une faible précision.

L'évolution de la vitesse de phase  $c_t^*$  est similaire à celle de  $c_l^*$ . Elle est quasiment linéaire avec la fraction surfacique des cercles pour une fréquence donnée. A basse fréquence (<200 kHz), une variation de l'amplitude de la vitesse est observée et la valeur maximale arrive autour de  $k_{t1}a = 2,8$  (à la fréquence 170 kHz). Plus la fraction surfacique est élevée, plus la variation est importante. A haute fréquence ( $\geq 200$  kHz), la vitesse reste quasiment constante. Pour l'évolution de l'atténuation  $\alpha_t^*$ , une seule bosse est observée autour de  $k_{t1}a = 2,2$  (à la fréquence 130 kHz), qui correspond à la première bosse de  $\alpha_l^*$ , et elle est de plus en plus évidente avec l'augmentation de la fraction surfacique. A haute fréquence (>300 kHz), les atténuations aux fractions surfaciques 24 % et 42 % s'approchent et elles sont un peu plus importantes que celle à la fraction 12 %. En comparant avec  $\alpha_l^*$ , l'atténuation  $\alpha_t^*$  est généralement plus importante pour une fréquence donnée:  $\alpha_t^*$  est quasiment le double de  $\alpha_l^*$  à 500 kHz.

Sur la Figure G. 2, nous comparons les résultats numériques avec le modèle Waterman-Truell. Similaire au cas avec une onde longitudinale, la validité de ce modèle n'est que confirmée à la fraction 12 % malgré l'écart de l'atténuation à partir de 400 kHz.

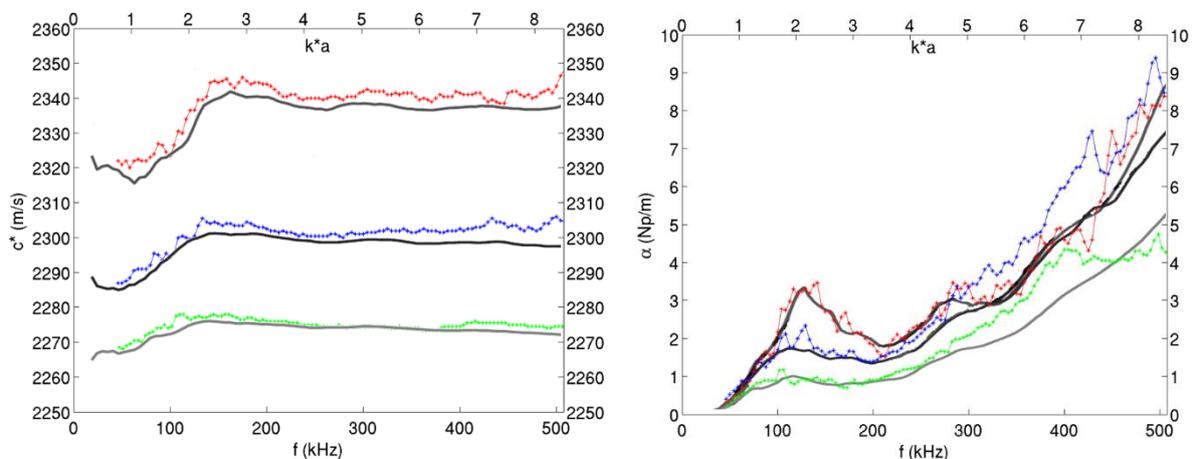


Figure G. 1. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations sous Specfem2D (en pointillé) et les résultats numériques sous PROSPERO dans la littérature [116] (en trait plein) pour le cas avec des cercles de 6mm à la fraction surfacique 12 %, 24 % et 42 %.

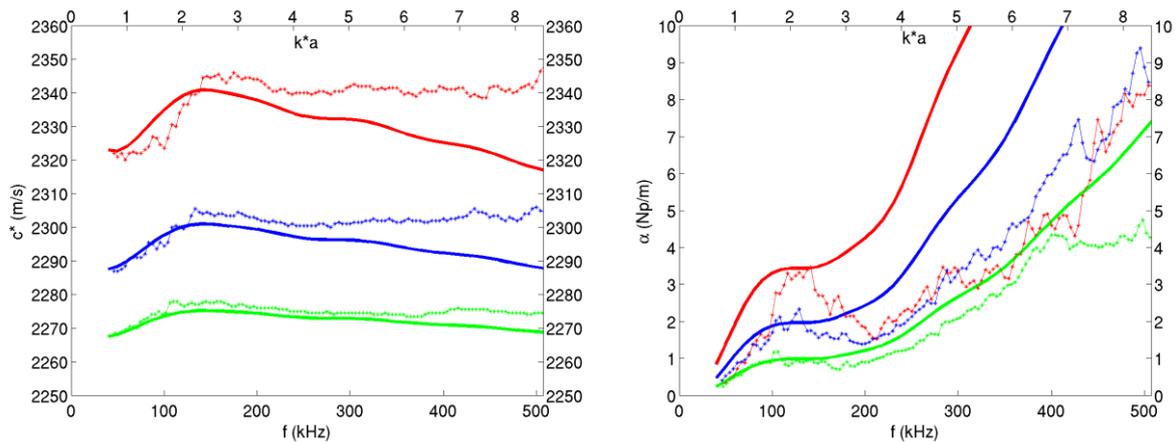


Figure G. 2. Comparisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations sous Specfem2D (en pointillé) et le modèle de WT (en trait plein) pour le cas avec des cercles de 6mm à la fraction surfacique 12 %, 24 % et 42 %.

Dans le cas avec des cercles des tailles variées, nous avons pris la même distribution, comme dans le cas avec une onde longitudinale, montrée sur la Figure 2. 33. Nous observons les évolutions de vitesse de phase  $c_l^*$  et d'atténuation  $\alpha_l^*$  similaires aux  $c_t^*$  et  $\alpha_t^*$  : les courbes sont plus lisses par rapport au cas avec des cercles de taille uniforme ; la variation d'amplitude de la vitesse à basse fréquence et la bosse de l'atténuation disparaissent ; pour une fréquence donnée, les deux paramètres sont quasiment linéaires avec la fraction ; pour la vitesse de phase, elle est quasiment constante lors de la fraction surfacique 12 % et une tendance croissante apparaît pour les fractions plus importantes ; l'atténuation augmente de manière monotone le long du domaine fréquentiel. En comparant les atténuations dans les deux cas,  $\alpha_t^*$  est quasiment le double de  $\alpha_l^*$  aux fractions 12 % et 24 %, et à la fraction 42 %  $\alpha_t^*$  est un peu moins que le double de  $\alpha_l^*$ .

Nous comparons également les résultats numériques avec le modèle WT et, comme dans le cas avec une onde longitudinale incidente, le modèle n'est valable qu'à la fraction surfacique 12 %.

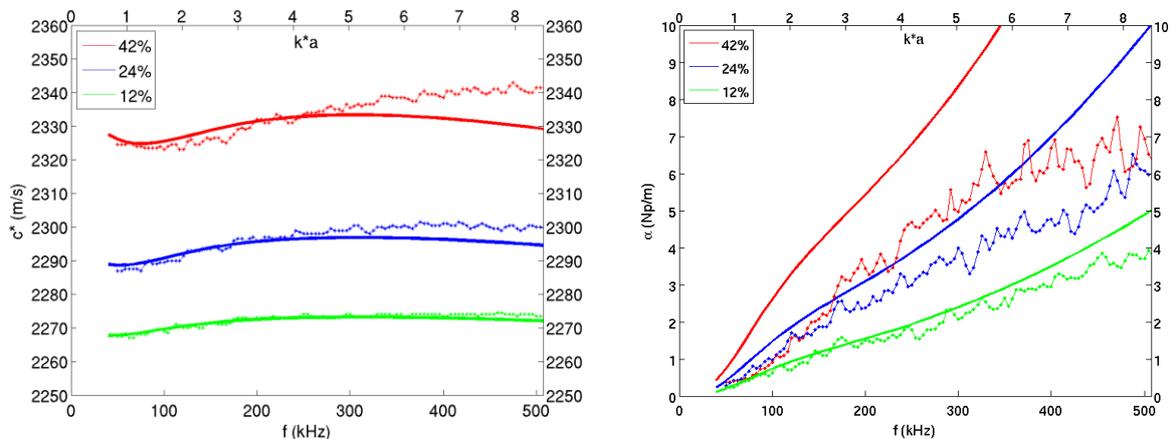


Figure G. 3. Comparisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations sous Specfem2D (en pointillé) et le modèle de WT (en trait plein) pour le cas avec des cercles des tailles variées à la fraction surfacique 12 %, 24 % et 42 %.

Afin d'étudier l'impact de la forme des diffuseurs dans le cas d'une onde transversale, nous avons simulé le cas avec des polygones avec le rapport longueur/largeur autour de 3 à 4 sans direction privilégiée (Figure 2. 36 (b)), ainsi que le cas avec des cercles équivalents aux polygones pour les mêmes surfaces. En comparant les deux cas sur la Figure G. 4, nous observons un bon accord en termes de vitesse de phase et aussi d'atténuation. Par conséquent, cela confirme que la forme des diffuseurs a peu d'impact sur les deux paramètres effectifs de la diffusion multiple, pour n'importe quel type d'onde incidente.

Nous avons également simulé le cas avec des polygones en appliquant une direction privilégiée : la direction de longueur des polygones est parallèle ( $0^\circ$ , Figure 2. 36(c)), à  $45^\circ$  (Figure 2. 36 (d)), ou perpendiculaire ( $90^\circ$ , Figure 2. 36 (e)) à la direction de propagation des ondes.

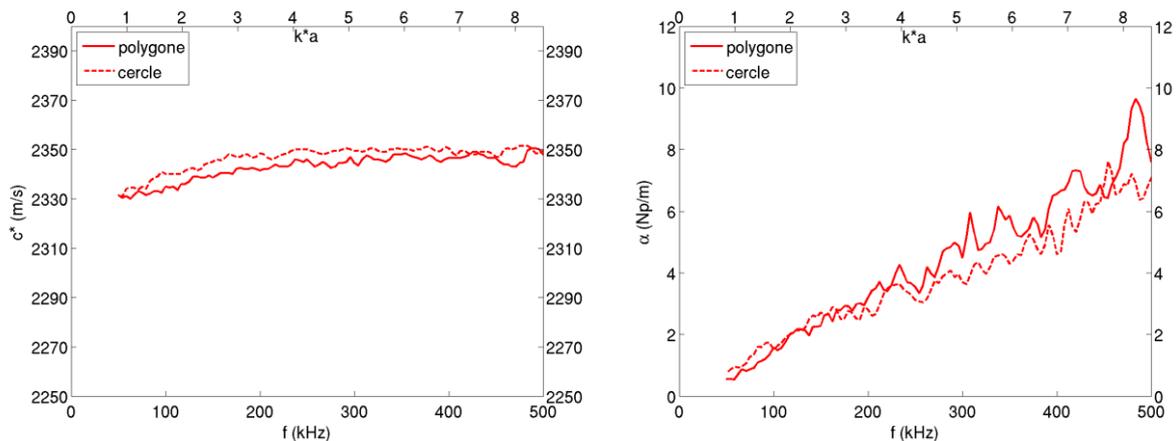


Figure G. 4. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations avec des diffuseurs sous forme de polygone (en trait plein) et de cercle (en pointillé) : polygones avec longueur/largeur ver 3 à 4 à la fraction surfacique 44 %.

En les comparant avec le cas de polygones sans direction privilégiée, les évolutions de vitesse de phase et d'atténuation sont montrées sur la Figure G. 5. Pour la vitesse  $c_t^*$ , les courbes sont quasi-superposées entre les quatre cas et nous n'observons plus les différences évidentes causées par les directions privilégiées de  $0^\circ$  et  $90^\circ$ , comme pour  $c_l^*$ .

Les atténuations  $\alpha_t^*$  dans les cas des polygones aléatoires et avec la direction privilégiée  $45^\circ$  sont quasi-superposées à basse fréquence ( $<200$  kHz), et la distinction entre les quatre cas est également observée : elles sont plus importantes que celle dans le cas avec la direction privilégiée  $0^\circ$  et moins importantes que celle dans le cas avec la direction privilégiée  $90^\circ$ . Au contraire de  $\alpha_l^*$  dont la distinction est présente à haute fréquence ( $>200$  kHz), la distinction de  $\alpha_t^*$  est remplacée par une convergence avec la fréquence. Lors de la direction privilégiée  $45^\circ$ , nous observons que la courbe n'est pas lisse avec la présence de deux pics autour de 300 kHz et 350 kHz. La comparaison montre que les deux paramètres effectifs sont moins sensibles à la direction privilégiée des diffuseurs lors d'une onde transversale incidente.

Nous regroupons finalement trois cas d'étude avec différentes distributions des tailles et de formes : cercles de rayon uniforme 6 mm à 42 %, de rayons variés à 42 % (en bleu sur la Figure 2. 34), et de rayons équivalant aux polygones avec un ratio longueur/largeur ( $l/w$ ) autour de 3 à 4 à 44 % (en rouge sur la Figure 2. 34). La comparaison des deux paramètres est montrée sur la Figure G. 6.

Comme  $c_l^*$ , les comportements de la vitesse de phase  $c_t^*$  dans les deux cas à la fraction 42 % (en vert et bleu) sont différents (présence de la variation de l'amplitude ou pas) mais restent du même ordre de grandeur à basse fréquence ( $\leq 300$  kHz), et puis ils convergent avec la fréquence. La vitesse correspondant à la fraction 44 % (en rouge) est un peu plus élevée que les deux autres.

Les comportements de l'atténuation  $\alpha_l^*$  entre les trois cas sont différents et les courbes se croisent, mais ils restent globalement cohérents.

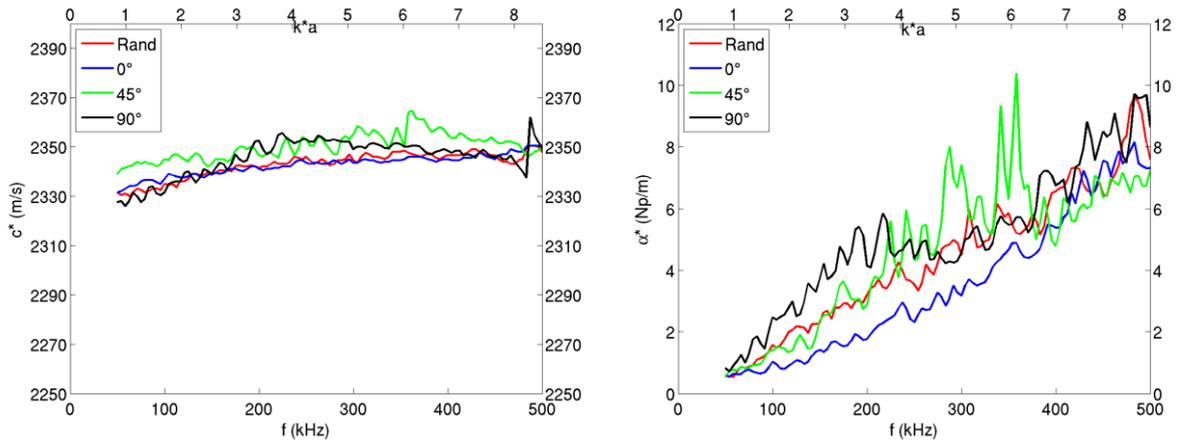


Figure G. 5. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations avec des diffuseurs sous forme de polygone avec longueur/largeur vers 3 à 4 à la fraction surfacique 44 % : directions des polygones aléatoires (en rouge) et privilégiées à  $0^\circ$  (en bleu), à  $45^\circ$  (en vert) et à  $90^\circ$  (en noir).

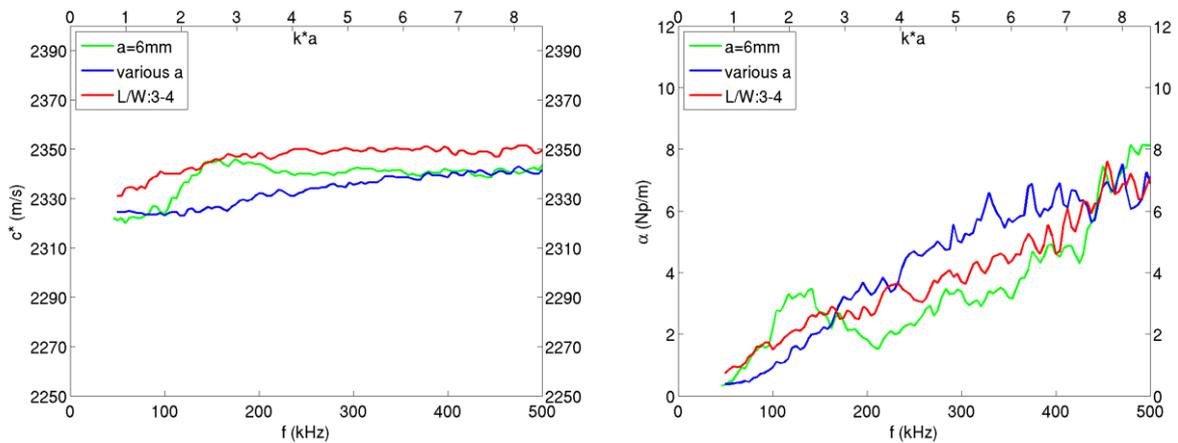


Figure G. 6. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations avec des cercles : de rayon uniforme 6 mm à 42 % (en vert), de rayons variés à 42 % (en bleu), et de rayons équivalant aux polygones avec longueur/largeur vers 3 à 4 à 44 % (en rouge).

## ANNEXE H

### H. Mesures de $Q$ sur des éprouvettes en micro-béton et ciment

Dans la section 3.1.4, nous avons présenté les mesures pour les facteurs de qualité sur deux types de mortiers. Nous présentons ici des mesures sur des éprouvettes de micro-béton et de 3 types de ciment.

Les éprouvettes sont fabriquées au LMDC Toulouse en même temps que celles en mortier, et les formulations sont détaillées dans le Tableau H. 1. Pour le micro-béton, nous avons pris la même formulation que le béton de type VeRCoRs mais nous avons limité les granulats de diamètres supérieurs à 11 mm en sachant que la dimension la plus petite des moules est de 4 cm. Pour les ciments, nous avons choisi des valeurs de rapport Eau/Ciment (E/C) classiques, 0,28 et 0,34, et finalement nous avons : ciment à E/C de 0,28, ciment à E/C de 0,34 et ciment avec fines à E/C de 0,34.

De la même manière, nous avons mesuré la vitesse et l'atténuation pour les ondes longitudinale et transversale sur les éprouvettes et estimé les valeurs de facteur de qualité,  $Q_\varepsilon$  et  $Q_\mu$ , par ajustement des courbes (Figure H. 1, Figure H. 2, Figure H. 3 et Figure H. 4).

Tableau H. 1. Formule du micro-béton et de 3 types de ciment de 1 litre.

	Matériaux	Densité (kg/L)	Volume (L)	Masse (kg)
Micro-béton	Ciment CEM   52.5	3,1	0,1019	0,3158
	Sable 0/4 REC LGP1	2,6	0,3150	0,8191
	Gravillon 4/11 LGP1	2.53	0,3864	0,9776
	Sikaplast Techno 80	1,055	0,0024	0,0026
	Eau d'ajout	1,0	0,1943	0,1943
	Total		1,0000	2,3093
Ciment E/C de 0.28	Ciment CEM   52.5	3,1	0,5353	1,6595
	Eau d'ajout	1,0	0,4647	0,4647
	Total		1,0000	2,1242
Ciment E/C de 0.34	Ciment CEM   52.5	3,1	0,4869	1,5093
	Eau d'ajout	1,0	0,5131	0,5131
	Total		1,0000	2,0224
Ciment avec fines E/C de 0.28	Ciment CEM   52.5	3,1	0,4412	1,3678
	Fines	2,65	0,0937	0,2483
	Eau d'ajout	1,0	0,4651	0,4651
	Total		1,0000	2,0812

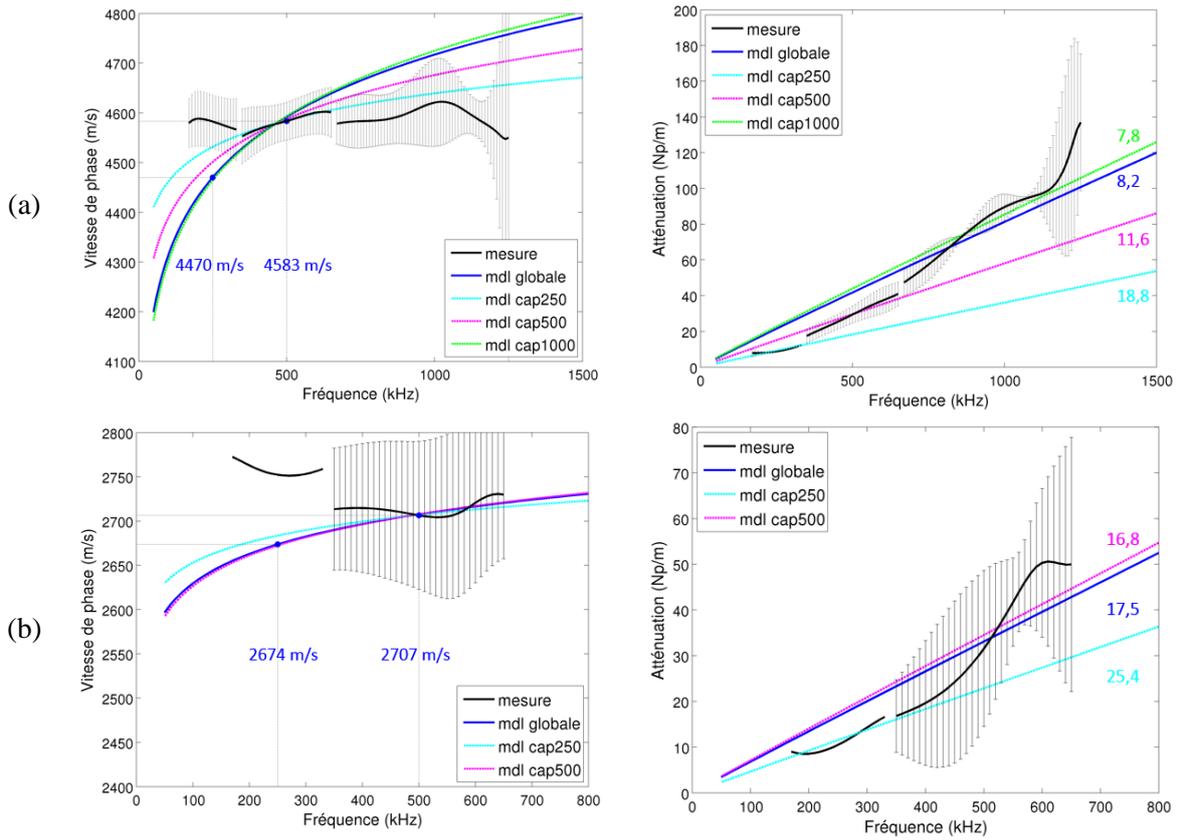


Figure H. 1. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation entre les mesures et le modèle à  $Q$  constant adapté pour le micro-béton avec les ondes (a) longitudinale et (b) transversale.

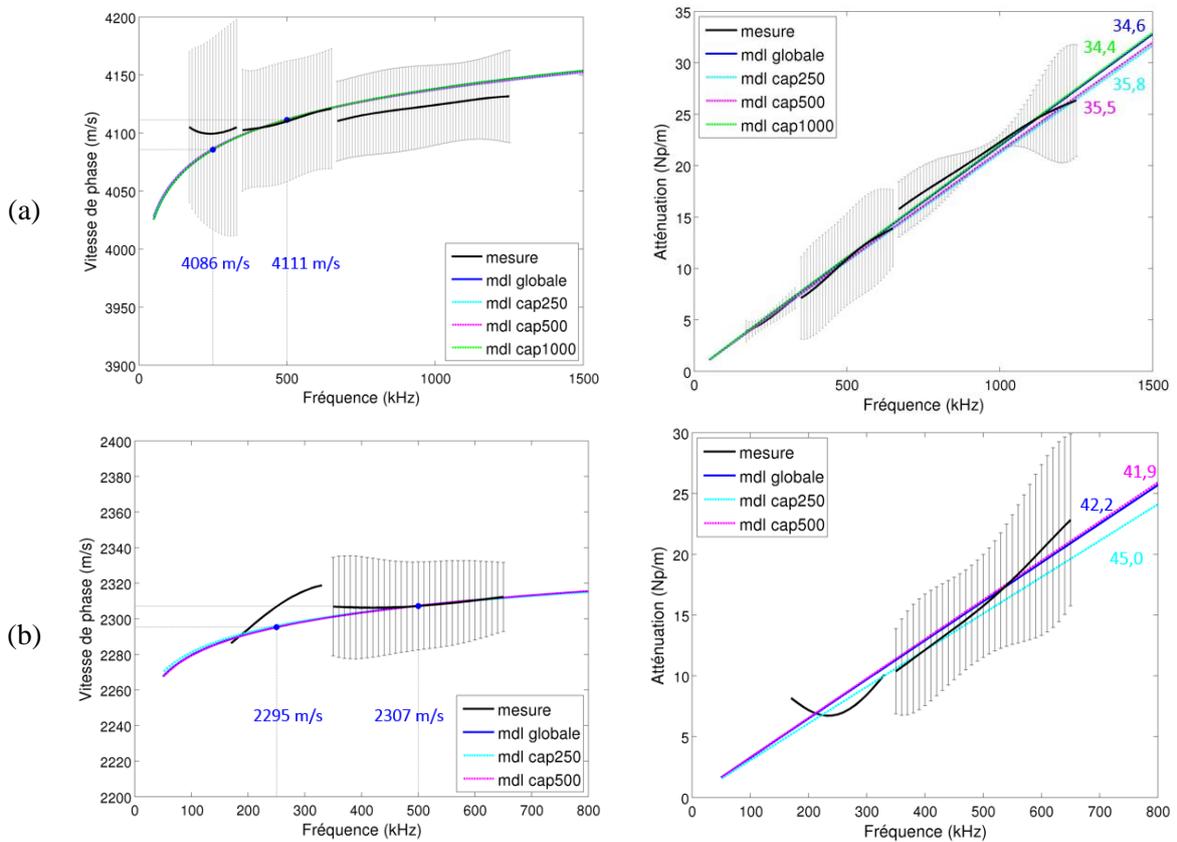


Figure H. 2. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation entre les mesures et le modèle à  $Q$  constant adapté pour le ciment à E/C de 0,28 avec les ondes (a) longitudinale et (b) transversale.

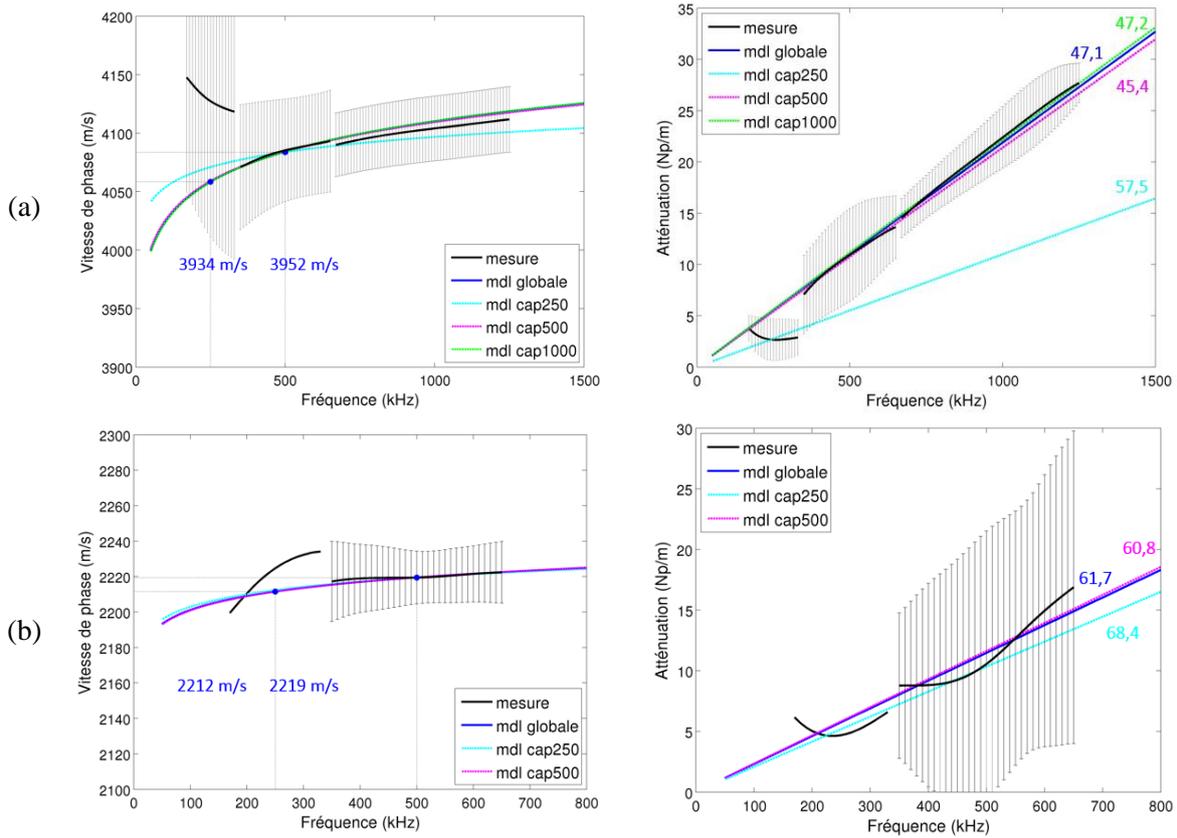


Figure H. 3. Comparisons de la vitesse de phase et de l'atténuation entre les mesures et le modèle à  $Q$  constant adapté pour le ciment à E/C de 0,34 avec les ondes (a) longitudinale et (b) transversale.

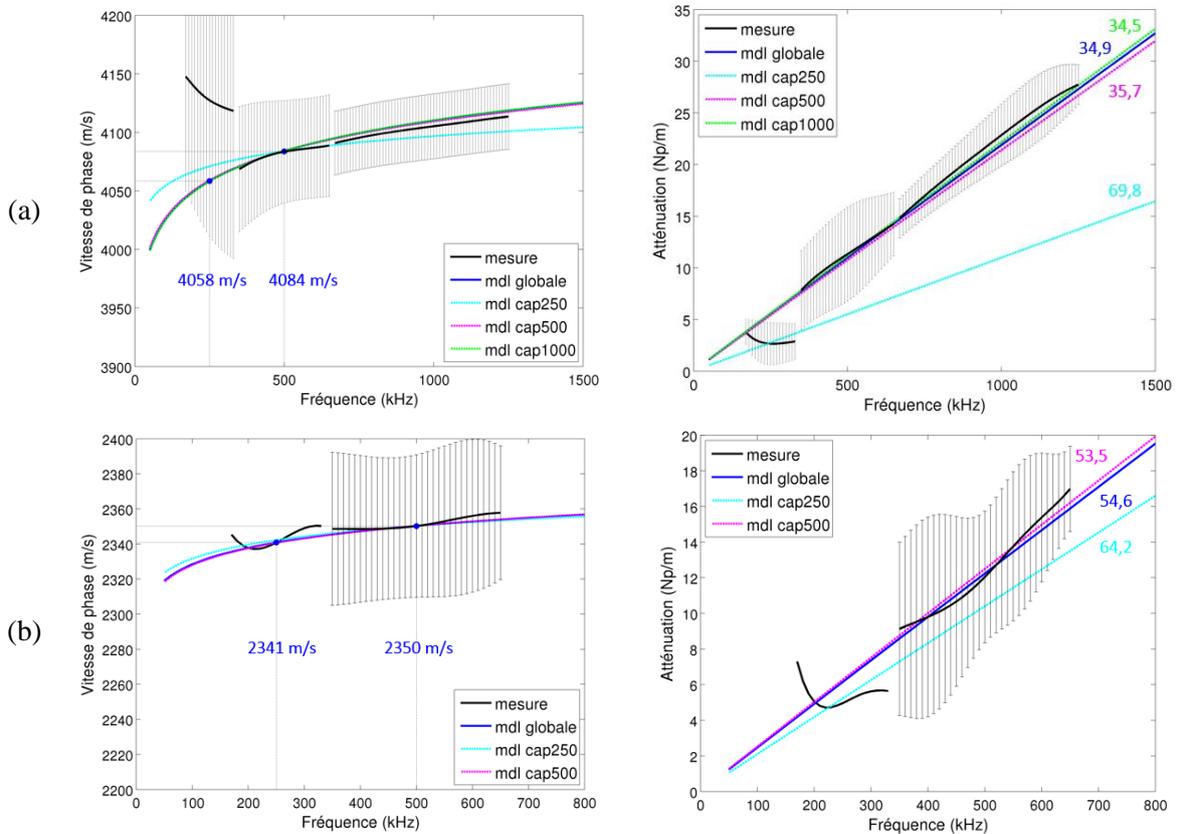


Figure H. 4. Comparisons de la vitesse de phase et de l'atténuation entre les mesures et le modèle à  $Q$  constant adapté pour le ciment avec sable fine à E/C de 0,34 avec les ondes (a) longitudinale et (b) transversale.

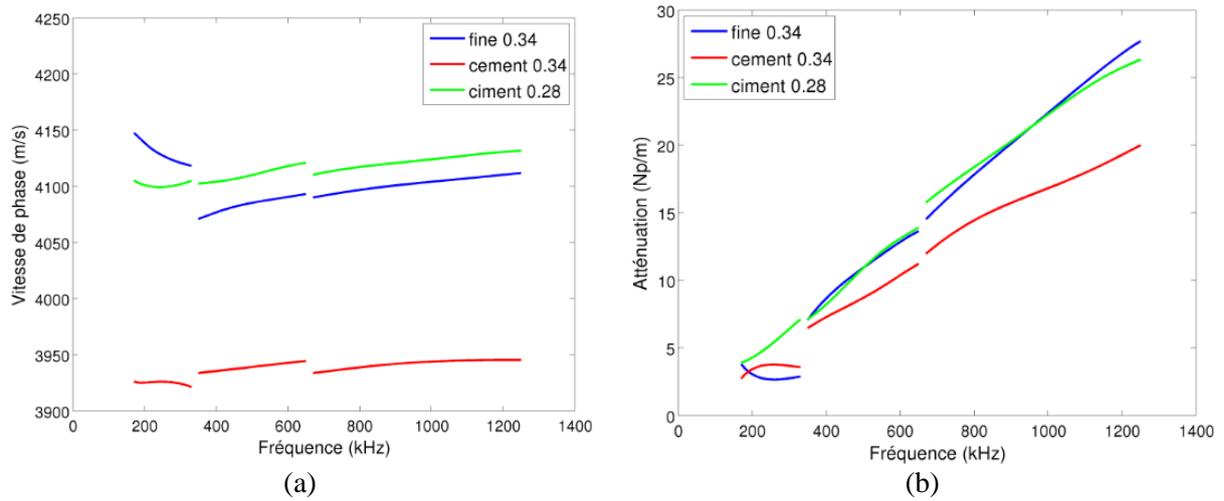


Figure H. 5. Comparisons de la vitesse de phase et de l'atténuation entre les mesures et le modèle à  $Q$  constant adapté pour le ciment avec fines à E/C de 0,34 avec les ondes (a) longitudinale et (b) transversale.

## I. Simulations viscoélastiques

Nous présentons ici des simulations viscoélastiques avec différentes valeurs de facteurs de qualité pour la matrice et pour les diffuseurs afin d'évaluer l'impact de la dispersion sur la propagation des ondes en milieu hétérogène pour la vitesse de phase et l'atténuation.

Nous avons pris le même cas de la propagation d'une onde plane longitudinale dans un milieu hétérogène que dans la section 2.5. La géométrie est montrée sur la Figure I. 1 : une matrice de dimensions 400 mm  $\times$  400 mm avec des cercles qui correspondent aux polygones de la géométrie de la Figure 2. 37 (b) avec les mêmes surfaces. La source est une onde plane longitudinale de Ricker avec une fréquence dominante de 250 kHz, et les propriétés des matériaux sont prises dans le Tableau 2. 1, dont les vitesses correspondent à la fréquence de référence 250 kHz. Pour les facteurs de qualité, nous avons regroupé 10 combinaisons de valeurs de  $Q_\varepsilon$  et  $Q_\mu$  (Tableau I. 1).

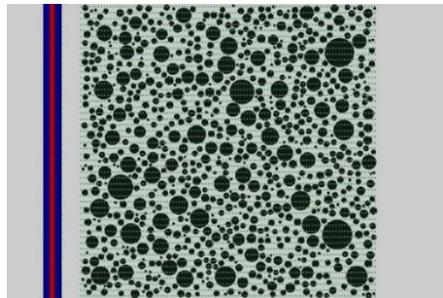


Figure I. 1. Géométrie de dimensions 400 mm  $\times$  400 mm.

Tableau I. 1. Dix combinaisons de valeurs de facteur de qualité pour les matériaux.

Groupe	Milieux	$Q_\varepsilon$	$Q_\mu$
a	Matrice	70	30
	Diffuseurs	100	50
b	Matrice	70	30
	Diffuseurs	9999	9999
c	Matrice	70	50
	Diffuseurs	9999	9999
d	Matrice	50	25
	Diffuseurs	9999	9999
e	Matrice	90	30
	Diffuseurs	9999	9999
f	Matrice	70	30
	Diffuseurs	70	9999
g	Matrice	70	30
	Diffuseurs	130	50
h	Matrice	70	30
	Diffuseurs	100	50
i	Matrice	70	30
	Diffuseurs	100	40
j	Matrice	70	30
	Diffuseurs	100	70

### $Q_{\varepsilon 1}$ de la matrice

Dans les simulations avec  $Q_{\varepsilon}$  et  $Q_{\mu}$  des groupes (b), (e) et (f), les diffuseurs sont supposés élastiques et  $Q_{\mu 1}$  de la matrice est fixé à 30. Nous les comparons pour évaluer l'impact de  $Q_{\varepsilon 1}$  de la matrice entre 50 (e), 70 (b) et 90 (f). Le cas élastique où  $Q_{\varepsilon 1}$ ,  $Q_{\mu 1}$ ,  $Q_{\varepsilon 2}$  et  $Q_{\mu 2}$  de la matrice et des diffuseurs sont fixés à 9999 dans SPEC-FEM2D, est également joint sur la Figure I. 2.

Nous constatons que  $Q_{\varepsilon 1}$  influe peu sur la vitesse de phase : elle est légèrement plus petite à basse fréquence ( $< 200$  kHz), et légèrement plus grande à haute fréquence ( $> 200$  kHz) par rapport au cas élastique. Comme nous nous y attendions, plus  $Q_{\varepsilon 1}$  est petit, plus l'atténuation est importante. Lorsque  $Q_{\varepsilon 1}$  est à 50, l'atténuation est quasiment le double de celle du cas élastique. Autrement dit, l'atténuation de diffusion est quasiment au même niveau de celle due à dispersion dans la matrice pour  $Q_{\varepsilon 1}=50$ .

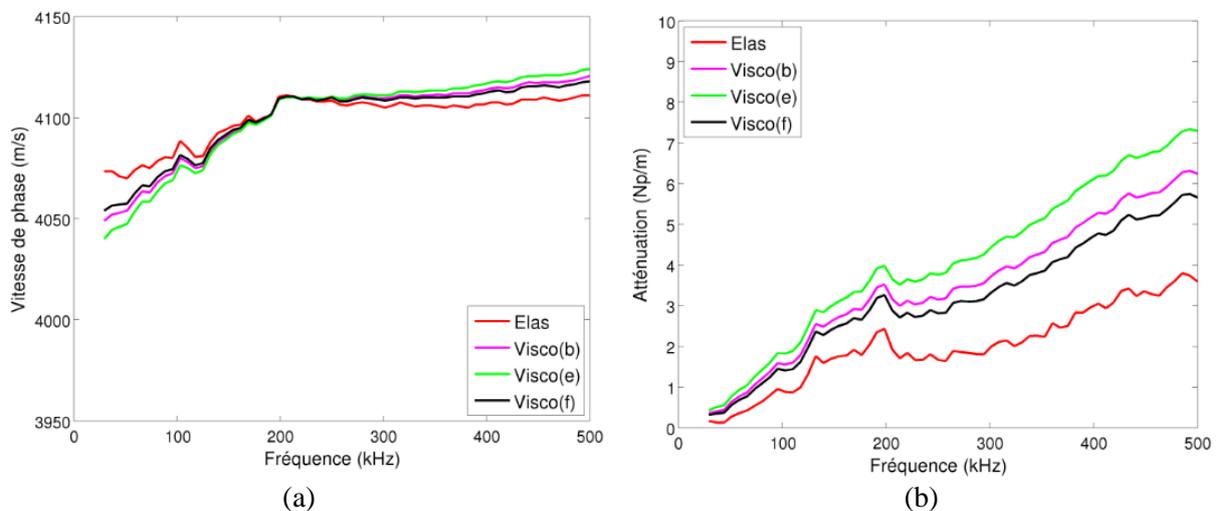


Figure I. 2. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations d'une onde plane longitudinale avec  $Q_{\varepsilon 1}$  à 50 (en vert), 70 (en magenta) et 90 (en noir) et la simulation élastique (en rouge) en supposant les diffuseurs élastique et fixant  $Q_{\mu 1}$  à 30.

### $Q_{\mu 1}$ de la matrice

Dans les simulations avec  $Q_{\varepsilon}$  et  $Q_{\mu}$  des groupes (b), (c) et (d), les diffuseurs sont supposés élastiques et  $Q_{\varepsilon 1}$  de la matrice est fixé à 70. Nous les comparons pour évaluer l'impact de  $Q_{\mu 1}$  de la matrice entre 25 (d), 30 (b) et 50 (c). Le cas élastique où  $Q_{\varepsilon 1}$ ,  $Q_{\mu 1}$ ,  $Q_{\varepsilon 2}$  et  $Q_{\mu 2}$  de la matrice et des diffuseurs sont fixés à 9999 dans SPEC-FEM2D, est également comparé sur la Figure I. 3.

Nous constatons une superposition entre les trois simulations viscoélastiques.  $Q_{\mu 1}$  qui correspond aux ondes transversales, n'impacte pas la vitesse de phase et l'atténuation des ondes longitudinales.

### $Q_{\varepsilon 2}$ des diffuseurs

Dans les simulations avec  $Q_{\varepsilon}$  et  $Q_{\mu}$  des groupes (a), (g) et (h), la matrice est viscoélastique avec  $Q_{\varepsilon 1} = 70$  et  $Q_{\mu 1} = 30$  et  $Q_{\mu 2}$  de la matrice est fixé à 50. Nous les comparons pour évaluer l'impact de  $Q_{\varepsilon 2}$  de la matrice entre 70 (g), 100 (a) et 130 (h). Le cas

élastique où  $Q_{\varepsilon 1}$ ,  $Q_{\mu 1}$ ,  $Q_{\varepsilon 2}$  et  $Q_{\mu 2}$  de la matrice et des diffuseurs sont fixés à 9999 dans SPECFEM2D, est également comparé sur la Figure I. 4.

Nous constatons que  $Q_{\varepsilon 2}$  influe peu sur la vitesse de phase. L'atténuation augmente avec la diminution de  $Q_{\varepsilon 2}$  comme avec  $Q_{\varepsilon 1}$ .

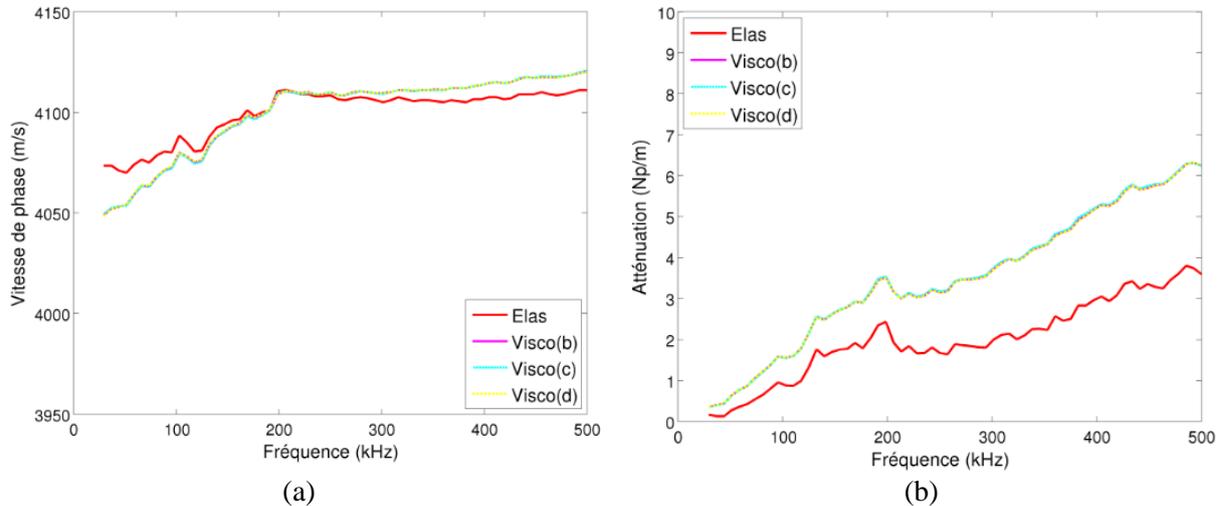


Figure I. 3. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations d'une onde plane longitudinale avec  $Q_{\mu 1}$  à 25 (en jaune), 30 (en magenta) et 50 (en cyan) et la simulation élastique (en rouge) en supposant les diffuseurs élastiques et fixant  $Q_{\varepsilon 1}$  à 70.

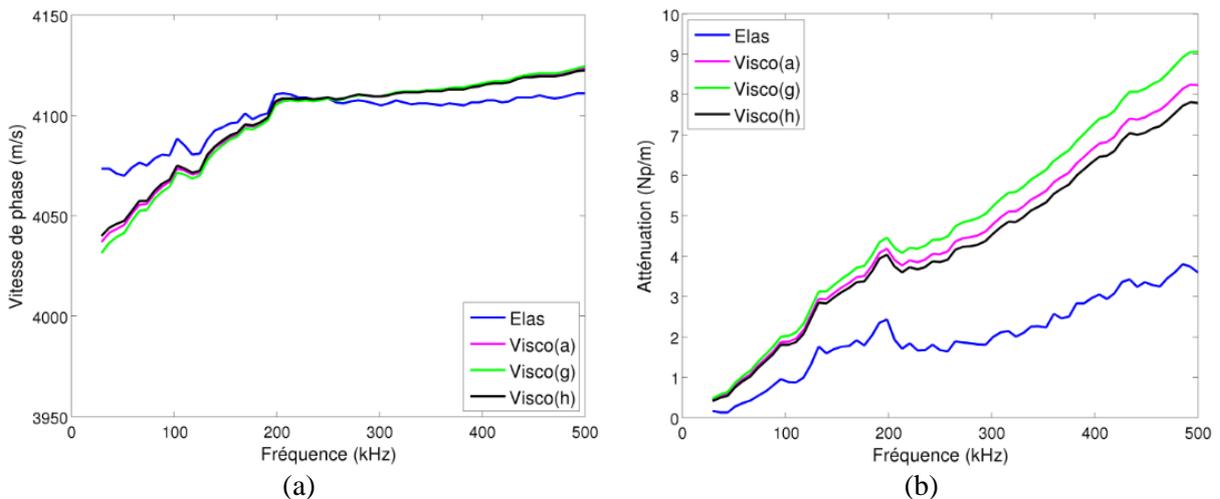


Figure I. 4. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations d'une onde plane longitudinale avec  $Q_{\varepsilon 2}$  à 70 (en vert), 100 (en magenta) et 130 (en noir) et la simulation élastique (en bleu) en supposant la matrice viscoélastique et fixant  $Q_{\mu 2}$  à 50.

### $Q_{\mu 2}$ des diffuseurs

Dans les simulations avec  $Q_{\varepsilon}$  et  $Q_{\mu}$  des groupes (a), (i) et (j), la matrice est viscoélastique avec  $Q_{\varepsilon 1} = 70$  et  $Q_{\mu 1} = 30$  et  $Q_{\varepsilon 2}$  de la matrice est fixé à 100. Nous les comparons pour évaluer l'impact de  $Q_{\mu 2}$  de la matrice entre 40 (i), 50 (a) et 70 (j). Le cas élastique où  $Q_{\varepsilon 1}$ ,  $Q_{\mu 1}$ ,  $Q_{\varepsilon 2}$  et  $Q_{\mu 2}$  de la matrice et des diffuseurs sont fixés à 9999 dans SPECFEM2D, est également comparé sur la Figure I. 5.

Nous constatons une superposition entre les trois simulations viscoélastiques.  $Q_{\mu 2}$  qui correspond aux ondes transversales, n'impacte pas la vitesse de phase et l'atténuation des ondes

longitudinales.

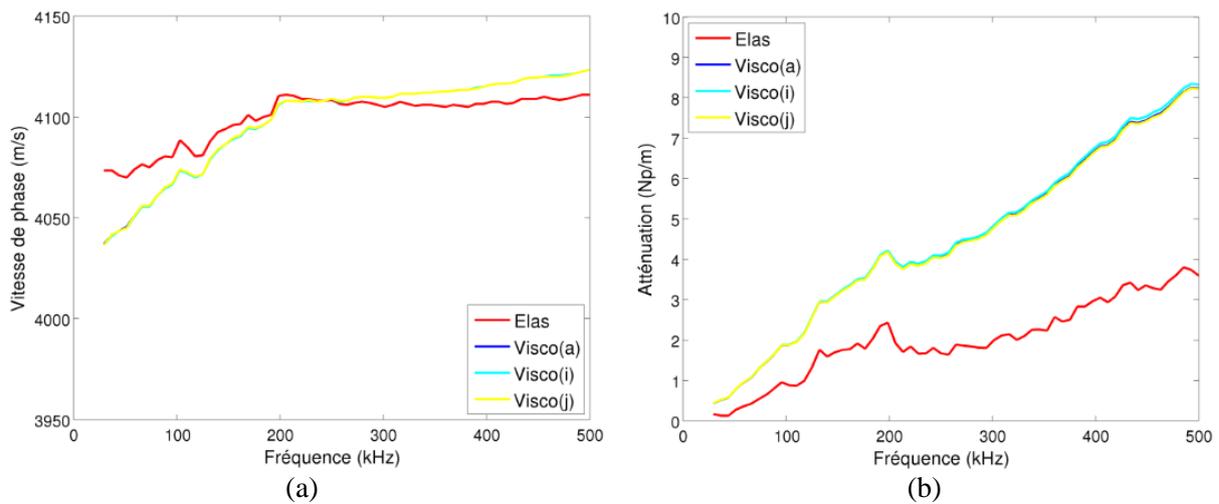


Figure I. 5. Comparaisons de la vitesse de phase et de l'atténuation effectives entre les simulations d'une onde plane longitudinale avec  $Q_{\mu 2}$  à 40 (en magenta), 50 (en bleu) et 70 (en jaune) et la simulation élastique (en rouge) en supposant les diffuseurs élastiques et fixant  $Q_{\varepsilon 2}$  de la matrice à 100.

## Conclusion

Par conséquent, nous concluons, dans le cas de la propagation d'une onde plane longitudinale dans un milieu hétérogène, que :

- $Q_{\mu 1}$  et  $Q_{\mu 2}$  qui correspondent aux ondes transversales, n'impactent pas la vitesse de phase et l'atténuation effectives des ondes longitudinales ;
- $Q_{\varepsilon 1}$  et  $Q_{\varepsilon 2}$  impactent très peu la vitesse de phase effective ;
- L'atténuation effective augmente avec la diminution de  $Q_{\varepsilon 1}$  et de  $Q_{\varepsilon 2}$  ;
- En considérant que les valeurs de  $Q_{\varepsilon 1}$  prises dans les simulations sont au même niveau que celles mesurées (section 3.1.4), nous pensons que la dispersion dans la matrice est importante par rapport à l'atténuation de diffusion, et qu'elle n'est pas négligeable.