



HAL
open science

Modélisation du contact pneumatique/chaussée pour l'évaluation du bruit de roulement

Zakia Bazari

► **To cite this version:**

Zakia Bazari. Modélisation du contact pneumatique/chaussée pour l'évaluation du bruit de roulement. Autre. Université de Lyon, 2018. Français. NNT : 2018LYSEC010 . tel-01893845

HAL Id: tel-01893845

<https://theses.hal.science/tel-01893845>

Submitted on 11 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



N°d'ordre NNT : 2018LYSEC010

THESE de DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE LYON
opérée au sein de l'école centrale de Lyon

École Doctorale N° ED162 MEGA
Mécanique, Énergétique, Génie civil et Acoustique
(MEGA)

Spécialité de doctorat : Génie Mécanique

Soutenue publiquement le 22/05/2018, par :

Zakia Bazari

Modélisation du contact pneumatique/chaussée pour l'évaluation du bruit de roulement

Devant le jury composé de :

Mme E. SADOULET-REBOUL	Maître de Conférences	Institut Femto-St - Université de Franche-Comté - 24 chemin de l'épître - 25000 Besançon	Rapporteur
M. H. YIN	Directeur de Recherche	Laboratoire Navier UMR CNRS 8205 - Ecole Nationale des ponts et chaussées - 77455 Champs-sur-Marne	Rapporteur
M. J-F. SEMBLAT	Professeur	ENSTA - Laboratoire IMSIA - ENSTA Paris Tech - 828 bd des Maréchaux - 91762 Palaiseau	Président
M. J. LELONG	Chargé de Recherche	IFSTTAR - 25 avenue F. Mitterrand case 24 - 69675 Bron	Examinateur
M. A. LE BOT	Directeur de Recherche CNRS	Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes - Ecole centrale de Lyon	Directeur de thèse
M. P. KLEIN	Ingénieur	IFSTTAR - 25 avenue F. Mitterrand case 24 - 69675 Bron	Invité

À la mémoire de mon grand père Moulay Ahmed

À ma famille

À mon mari

À mon fils

À tous ceux qui me sont chers

L'imagination est plus importante que la connaissance. La connaissance est limitée alors que l'imagination englobe le monde entier, stimule le progrès, suscite l'évolution. Albert Einstein

Remerciements

Ce travail de thèse s'est partagé entre les entités suivantes le laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes (LTDS) à l'école Centrale de Lyon et l'institut français des sciences et technologies des transports, de l'aménagement et des réseaux (l'IFSTTAR de Bron).

Je souhaite remercier en premier lieu mon directeur de thèse, Alain Le Bot, directeur de recherche cnrs pour m'avoir accueilli au sein de son équipe. Je lui suis également reconnaissante pour le temps conséquent qu'il m'a accordé, ses qualités pédagogiques et scientifiques, sa franchise et sa sympathie. J'ai beaucoup appris à ses côtés et je lui adresse ma gratitude pour tout cela.

Je n'aurais pas su mener ce travail sans les encouragements et la collaboration de Joel Lelong et Philippe Klein. Pour tout ce que vous m'avez donné, je vous remercie très sincèrement.

Je remercie ensuite chaleureusement les membres de mon jury, Jean-François Semblat, Emeline Sadoulet-Reboul ainsi que Honoré Yin.

J'adresse aussi un grand merci à tous ceux avec qui j'ai pu partager de bons moments durant ces années et dont le soutien m'a été d'une aide précieuse. Merci à Amal, Mariam, Fabien, Thibault, Julien et tous les autres.

Bien sur, je ne peux terminer sans remercier mes proches de tout cœur et notamment mes parents, mon frère Jalal et mes sœurs Fadwa et Jalila qui, au cours de ces années de thèse, m'ont toujours soutenu et encouragé, comme d'habitude...

Finalement, je remercie infiniment mon époux Rabia pour le soutien qu'il m'a apporté et surtout pour m'avoir supporté pendant toute la durée de ma thèse.

Un grand merci à mon bébé Amir. Tu es l'étoile qui illumine ma vie.

Résumé

Dans un contact pneu/chaussée, le bruit de roulement résulte de l'interaction mécanique entre les aspérités de la chaussée et les pains de la bande de roulement. À l'issue de cette interaction, des forces compressives apparaissent pour repousser les deux corps en contact. Ces forces conduisent à la vibration du pneumatique. Ces vibrations sont à l'origine du bruit rayonné. Le travail de cette thèse s'inscrit dans le cadre de l'évaluation du bruit de roulement. L'objectif est double. Premièrement, il s'agit de comprendre les mécanismes à l'œuvre dans un processus de roulement de deux surfaces rugueuses qui engendrent une vibration puis du bruit. Deuxièmement, on cherche à mettre en évidence l'influence des aspérités de la chaussée sur les forces dynamiques interfaciales et sur le bruit généré. Dans ce contexte, on propose un nouveau modèle 3D de contact dynamique basé sur la décomposition modale de la réponse du pneumatique. Cette nouvelle approche permet de réduire considérablement le temps CPU. Le pneumatique est modélisé par une plaque orthotrope sur fondation élastique. Le problème de contact est résolu par la méthode de pénalité. On a validé ce modèle analytiquement. Cet outil permet de prédire finement ce qui se passe dans la zone de contact. Nous pouvons prédire les forces de contact et les vitesses vibratoires. En outre, il permet de déterminer l'aire de contact et les cartes de pression. À l'échelle locale, les caractéristiques d'un choc sont connues. On est capable de déterminer la force maximale du choc, à partir de l'évolution temporelle de la force de contact, et sa durée mais aussi le pourcentage de temps du choc.

Mots-clés : Mécanique du contact, Modélisation, Bruit de roulement, Pneumatique/chaussée

Abstract

In a tire road contact, the rolling noise results from the mechanical interaction between the asperities of the roadway and the tread pattern. Following this interaction, compressive forces appear to push the two bodies in contact. These forces lead to the vibration of the tyre. These vibrations are the origin of the radiated noise. The work of this thesis falls within the evaluation of rolling noise. The objective is twofold. First, we seek to understanding the mechanisms involved in a rolling process of two rough surfaces that generate vibration and then noise. Second, we aim to show the influence of the road asperities on the interfacial dynamic forces and on the noise generated. In this context, we propose a new 3D model of the dynamic contact based on a modal decomposition of the tyre response. This new approach significantly reduces CPU time. The tyre is modeled by an orthotropic plate on a elastic foundation. The contact problem is solved by the penalty method. This model was validated analytically. This tool allows us to finely predict what happens in the contact area. We can predict contact forces and vibratory velocities. Moreover, it makes it possible to determine the contact area and the pressure maps. At the local scale, the characteristics of a shock are known. We are able not only to determine the maximum force of impact, using time evolution of the contact force, and its duration but also the percentage of shock time.

Keywords : Contact Mechanics, Modeling, rolling noise, tyre/road

Table des matières

Introduction générale	1
1 Étude bibliographique	5
1.1 Sources de bruit sur le pneumatique	7
1.2 Mécanismes générateurs du bruit de roulement	7
1.2.1 Mécanismes d'origine mécanique	7
1.2.2 Mécanismes aérodynamiques	9
1.3 Mécanismes d'amplification	9
1.4 Modèles physiques de génération du bruit de roulement	11
1.5 Vue d'ensemble	11
1.6 Modèles de pneumatique	12
1.6.1 Modèle de la plaque orthotrope de Kropp	12
1.6.2 Modèle de la plaque bi-couche de Larsson	13
1.6.3 Modèle de Dohrmann	13
1.6.4 Modèle de Kung	15
1.6.5 Modèles de guide d'onde	15
1.7 Modèles de contact	16
1.7.1 Modèle de Kropp	16
1.7.2 Modèle quasi-3D de Larsson	17
1.7.3 Modèle 3D de Wullens	18
1.7.4 Modèle de contact ponctuel	20
1.7.5 Modèle de contact multi-points	20
1.7.6 Modèle d'enveloppement	21
1.7.7 Méthode itérative à deux échelles (MIDE)	23
1.7.8 Modèle de contact dynamique viscoélastique	26
1.8 Relation entre texture, forces de contact et bruit	27
1.8.1 Relations empiriques texture/bruit	27
1.8.2 Relation entre texture enveloppée et bruit	28
1.8.3 Relations force/bruit	29
1.9 Conclusions	31
2 Topographie de la chaussée	33
2.1 Description d'une chaussée	35
2.2 Paramètres statistiques	36
2.2.1 Moyenne arithmétique	36
2.2.2 Valeur moyenne quadratique	36
2.2.3 Coefficient d'asymétrie	36
2.2.4 Coefficient d'aplatissement	36
2.3 Revêtements utilisés dans l'étude	37
2.3.1 Revêtement A	37
2.3.2 Revêtement Ap	37

2.3.3	Revêtement E2	38
2.3.4	Revêtement ISO	38
2.3.5	Revêtement M2	39
2.4	Système métrologique	39
2.5	Spectres de texture	41
2.6	Densité de probabilités	45
2.7	Conclusions	46
3	Nature du champ vibratoire du pneumatique	49
3.1	Modèles du pneumatique	51
3.1.1	Plaque isotrope	51
3.1.2	plaque orthotrope	53
3.1.3	Valeurs numériques utilisés	55
3.2	Propriétés statistiques	55
3.2.1	Équation de dispersion	56
3.2.2	Vitesse de phase et de groupe	58
3.2.3	Densité modale	59
3.2.4	Recouvrement modal et atténuation	62
3.3	Régimes vibratoires dans le pneumatique	64
3.3.1	Calcul de la fonction de Green harmonique	64
3.3.2	Énergie locale	66
3.3.3	Répartition spatiale de l'énergie	66
3.3.4	Cas d'une seule source d'excitation	67
3.3.5	Cas de plusieurs sources d'excitation	70
3.4	Conclusions	71
4	Glissement d'un cylindre sur un plan	73
4.1	Modèle mécanique	75
4.1.1	Hypothèses	76
4.1.2	Problème différentiel	77
4.1.3	Projection dans la base des modes propres	78
4.2	Schémas numériques	79
4.2.1	Discrétisation temporelle	80
4.2.2	Discrétisation spatiale	81
4.2.3	Méthode de pénalité	83
4.3	Algorithmes	84
4.4	Performances du code : étude de scalabilité	90
4.5	Validation du code	93
4.6	Application au contact pneumatique/chaussée	96
4.6.1	Choix des paramètres de simulation	96
4.6.2	Pas de temps	97
4.7	Résultats de simulations	99
4.7.1	Forces de contact	99
4.7.2	Niveau en tiers d'octave de la force contact	103
4.7.3	Niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement	106

4.7.4	Comparaison des spectres de texture et des spectres vibratoires	108
4.7.5	Carte de pression de contact	109
4.7.6	Étude statistique des chocs	112
4.8	Conclusions	116
5	Roulement d'un cylindre sur un plan	119
5.1	Modèle mécanique	121
5.1.1	Hypothèses	122
5.1.2	Problème différentiel	123
5.2	Schémas numériques	128
5.2.1	Discrétisation temporelle	128
5.2.2	Discrétisation spatiale	128
5.2.3	Méthode de pénalité	128
5.2.4	Convolution temporelle	129
5.2.5	Vitesse vibratoire	130
5.3	Algorithmes	130
5.4	Comparaison entre les deux codes	134
5.5	Application au contact pneumatique/chaussée	135
5.6	Résultats de simulations	136
5.6.1	Forces de contact	136
5.6.2	Niveau en tiers d'octave de la force totale et ponctuelle de contact	139
5.6.3	Mise en évidence de l'effet Doppler	142
5.6.4	Niveau vibratoire en fonction de la vitesse de roulement	143
5.6.5	Comparaison entre les spectres de texture et les spectres vibratoires	144
5.6.6	Cartes de pression de contact	145
5.6.7	Étude statistique des chocs	148
5.7	Conclusions	152
	Conclusions et perspectives	155
A	Annexe1	159
A.1	Structure du code ra3d	159
B	Annexe2	165
B.1	Présentation du code DySiRoN	165
	Bibliographie	167

Introduction générale

Enjeux industriels et sociétaux

Aujourd'hui, le bruit devient de plus en plus une nuisance majeure en milieu urbain comme au voisinage des grandes infrastructures de transport. Il a un impact direct sur notre vie quotidienne. Les nuisances sonores peuvent affecter la santé avec des conséquences physiques et/ou psychologiques pour les hommes et les femmes qui les subissent. Parmi ces conséquences nous notons le stress, les troubles du sommeil, les effets sur le système cardiovasculaire et sur l'audition. Les nuisances sonores subies peuvent résulter de plusieurs sources : transports routiers, transports ferroviaires, transports aériens, bruits de voisinage, appareils professionnels et domestiques divers (tondeuse, marteau piqueur...), les activités industrielles, artisanales ou commerciales (ateliers de menuiseries, garages, stations de lavage de véhicules, etc). Selon une enquête du Ministère de l'écologie, de l'énergie, du Développement durable et de la Mer [13] deux tiers des Français se disent personnellement gênés par le bruit à leur domicile alors que 54 % des Français estiment être gênés par le bruit des transports et en particulier le bruit de la circulation routière.

Le bruit du trafic routier représente aujourd'hui le premier facteur de pollution sonore. En effet, il existe trois sources principales du bruit de trafic routier. On distingue d'abord le bruit du groupe de motopropulseur, qui dépend de l'admission, de la chaîne de transmission mécanique, de la ligne d'échappement et du moteur. Ensuite, il y a le bruit aérodynamique lié à l'écoulement de l'air et son interaction avec la structure du véhicule, bien qu'à la vitesse usuelle pratiquée par les véhicules, les bruits aérodynamiques restent faibles. La dernière source de bruit est le bruit de roulement ou bruit de contact pneumatique/chaussée. Au delà d'une vitesse de 50 km/h [79] dans des conditions de trafic fluide, le bruit de roulement, ou bruit de contact pneumatique/chaussée, d'un véhicule léger devient prédominant devant les autres sources de bruit (bruit du groupe motopropulseur, bruit d'échappement et bruit aérodynamique). Le bruit de roulement est généré par un ensemble de mécanismes physiques complexes. Parmi ces mécanismes, il se produit des impacts, à l'interface de contact, qui engendrent une vibration du pneumatique suivie du rayonnement acoustique par la surface du pneumatique.

Réduire plusieurs sources de bruit des véhicules est la préoccupation continue des collectivités territoriales, des constructeurs automobiles et des constructeurs de chaussées. Ces quarante dernières années, le niveau sonore des véhicules légers a diminué de 8 dB(A). Les principales améliorations sont dues, d'une part, à la réduction du bruit du groupe motopropulsion et d'autre part, à la réduction du bruit émis par l'échappement et aux transmissions mécaniques. Selon la note d'information du CFTR, la source principale de bruit d'un véhicule varie en fonction de sa vitesse de circulation. L'émission sonore d'un véhicule dépend de plusieurs paramètres, à savoir la vitesse, le comportement du conducteur, les conditions de circulation, le revêtement de la chaussée ou encore les conditions météorologiques. En somme, le bruit du contact pneu/chaussée est la source principale des nuisances sonores à plus de 50 km/h. Il constitue plus de la moitié de l'énergie sonore totale à partir du 3^{ème} rapport de boîte pour un véhicule léger circulant à vitesse stabilisée.

Enjeux scientifiques

Afin de réduire le bruit de roulement, plusieurs chercheurs se sont penchés sur l'étude de ce problème complexe et ont exploré plusieurs pistes. Tout d'abord, il y a l'étude du rayonnement acoustique du pneumatique/chaussée, en particulier l'effet dièdre, en appliquant différentes méthodes de résolution analytiques et numériques. À titre d'exemple, citons la méthode des éléments de frontière (BEM), la méthode des éléments finis, la synthèse multipoles, la méthode des sources équivalentes. Ensuite, plusieurs travaux ont porté sur l'étude du comportement vibratoire du pneumatique. Ce dernier peut être modélisé par des modèles analytiques : le modèle de plaque orthotrope, le modèle d'anneau ou encore le modèle de deux couches couplées. D'autres modèles numériques basés sur la méthode des éléments finis considèrent le pneumatique comme un guide d'onde.

La troisième thématique de recherche concerne la modélisation dynamique du contact pneumatique chaussée en utilisant, par exemple, un modèle de ceinture élastique de Winkler. Néanmoins, ce modèle ne prend pas en compte l'interaction dynamique entre les points de contact. Par ailleurs, la bande de roulement peut être approchée par un massif élastique semi-infini. En revanche, ce modèle ne permet pas de décrire l'épaisseur de la bande de roulement du pneumatique ou l'effet de sa largeur finie. En outre, d'autres méthodes existent pour modéliser le contact dynamique, on peut citer : la méthode itérative multipoints et la méthode des éléments finis.

En somme, la troisième thématique est moins étudiée que les autres même s'il existe plusieurs modèles de contact souvent basés sur des hypothèses simplificatrices ; d'où la nécessité d'établir un modèle statistique des forces transitoires dans le contact induites par les impacts entre la route et le pneumatique pour la prévision du bruit de roulement. Ce travail de thèse s'inscrit dans cette optique. Du point de vue de la mécanique du contact, plusieurs mécanismes excitateurs sont responsables de la génération du bruit de roulement pneumatique/chaussée. La thèse concerne essentiellement les impacts générés par aspérités de la chaussée qui provoquent la vibration et le rayonnement acoustique de la carcasse du pneumatique.

Objectifs

L'objectif global de la thèse est de comprendre les mécanismes à l'œuvre dans un processus de roulement de deux surfaces rugueuses qui engendrent une vibration puis du bruit. On cherchera notamment à mettre en évidence l'influence des rugosités de la route sur les forces dynamiques interfaciales et sur le bruit généré. Les lois obtenues seront comparées à des résultats expérimentaux. Des simulations numériques directes serviront à extraire les paramètres déterminants de l'interaction pour une modélisation valide et opérationnelle à l'échelle macroscopique.

En résumé, les objectifs de la thèse sont :

- Comprendre les mécanismes de génération de bruit de contact pneumatique/chaussée.
- Étudier la nature du champ vibratoire du pneumatique.
- Développer et valider un outil numérique capable de résoudre le problème de contact.
- Prédire les forces de contact, les vitesses vibratoires et établir des cartes de pression de contact.

-
- Obtenir des informations précises sur les chocs transitoires et les propriétés statistiques de ces chocs.

Plan du mémoire

Ce mémoire de thèse comporte cinq chapitres.

Le chapitre 1 est dédié à l'étude bibliographique sur le bruit de contact pneumatique/chaussée. Tout d'abord, les sources du bruit sur le pneumatique sont présentées. Après une description détaillée des mécanismes générateurs du bruit et les mécanismes d'amplification, les modèles de pneumatique et de contact existants sont présentés. Le chapitre se termine par des éléments sur les relations statistiques entre la texture et/ou les forces de contact et le bruit de roulement.

Le chapitre 2 est une description de la chaussée. Plusieurs critères statistiques comme la moyenne arithmétique, la valeur moyenne quadratique, le coefficient de dissymétrie et le coefficient d'aplatissement permettant de caractériser l'état d'une surface rugueuse sont décrits. Puis, les cinq revêtements utilisés dans l'étude sont présentés ainsi que le système métrologique qui permet d'obtenir des relevés en trois dimensions de chaque texture. Dans la dernière partie du chapitre, nous montrons les spectres et la densité de probabilité de ces textures.

Le chapitre 3 aborde le modèle mécanique du pneumatique. Le but ici est de déterminer la nature du champ vibratoire du pneumatique. Pour ce faire, le pneumatique est approché par des structures simples comme une plaque isotrope/orthotrope. Nous déterminons la fonction de Green qui est la réponse du pneu soumis à une sollicitation harmonique. Ensuite, la densité modale est estimée par trois méthodes. La première consiste à calculer analytiquement les modes. La deuxième méthode repose sur une approche asymptotique de la densité modale. Enfin, la troisième méthode repose sur la mesure de la mobilité. Après le calcul de recouvrement modal et l'atténuation, une étude de champ vibratoire est menée pour montrer l'existence de trois régimes : champ modal, champ diffus et champ direct.

Le chapitre 4 est consacré à l'étude du glissement d'un cylindre sur un plan rugueux. Dans une première partie, le modèle mécanique utilisé pour résoudre le problème de contact ainsi que la formulation mathématique du problème sont décrits. Puis, les discrétisations temporelle et spatiale sont présentées. Par ailleurs, un code nommé "ra3d" est développé pour modéliser un cylindre glissant sur un plan rugueux. Avant de présenter les résultats de simulation en trois dimensions, la validation de ce code est une étape très importante de l'étude. Enfin, les résultats de simulations sont présentés : la force totale et ponctuelle de contact, le niveau vibratoire en fonction de la vitesse, l'étude statistique des chocs et les cartes de pression de contact.

Le chapitre 5 concerne le roulement d'un cylindre sur un plan rugueux. Nous commençons par présenter le problème à résoudre, les hypothèses, les conditions aux limites et la formulation mathématique. Ensuite, les schémas numériques sont décrits suivi par une présentation des algorithmes. Un code nommé "DySiRoN" est utilisé, il est basé sur la méthode des fonctions de Green. La réponse est calculée par un produit de convolution entre la fonction de Green temporelle et les forces de contact. Après avoir comparé les deux codes ra3d et DySiRoN, les points communs ainsi que les différences sont détaillés. La dernière partie

est dédiée aux résultats obtenus par le code DySiRoN. L'effet Doppler est également mis en évidence.

Étude bibliographique

Le chapitre 1 est un état de l'art sur le bruit de contact pneumatique/chaussée. Dans un premier temps, les sources de bruit sur le pneumatique sont présentées. La seconde partie est dédiée à la description des mécanismes générateurs du bruit et les mécanismes d'amplification. Dans une troisième partie, les modèles de pneumatique et de contact existants sont présentés. Le chapitre se termine par les relations statistiques entre texture, forces de contact et bruit.

Sommaire

1.1	Sources de bruit sur le pneumatique	7
1.2	Mécanismes générateurs du bruit de roulement	7
1.2.1	Mécanismes d'origine mécanique	7
1.2.2	Mécanismes aérodynamiques	9
1.3	Mécanismes d'amplification	9
1.4	Modèles physiques de génération du bruit de roulement	11
1.5	Vue d'ensemble	11
1.6	Modèles de pneumatique	12
1.6.1	Modèle de la plaque orthotrope de Kropp	12
1.6.2	Modèle de la plaque bi-couche de Larsson	13
1.6.3	Modèle de Dohrmann	13
1.6.4	Modèle de Kung	15
1.6.5	Modèles de guide d'onde	15
1.7	Modèles de contact	16
1.7.1	Modèle de Kropp	16
1.7.2	Modèle quasi-3D de Larsson	17
1.7.3	Modèle 3D de Wullens	18
1.7.4	Modèle de contact ponctuel	20
1.7.5	Modèle de contact multi-points	20
1.7.6	Modèle d'enveloppement	21
1.7.7	Méthode itérative à deux échelles (MIDE)	23
1.7.8	Modèle de contact dynamique viscoélastique	26
1.8	Relation entre texture, forces de contact et bruit	27
1.8.1	Relations empiriques texture/bruit	27
1.8.2	Relation entre texture enveloppée et bruit	28
1.8.3	Relations force/bruit	29
1.9	Conclusions	31

1.1 Sources de bruit sur le pneumatique

Le bruit de contact pneumatique/chaussée est un bruit large bande avec un maximum de niveau sonore (en dBA) entre 700 Hz et 1500 Hz. Iwao et Ymazaki [48] se sont intéressés à la localisation des sources de bruit sur le pneumatique. Ils ont déterminé par intensimétrie acoustique quatre zones de rayonnement (voir figure 1.1). La première zone se situe sur les flancs à l'arrière du pneumatique et rayonne dans la bande 400-600 Hz. Elle contient la fréquence fondamentale de passage des patins de gomme. La seconde zone se trouve sur la bande de roulement au bord avant du pneumatique et rayonne dans la bande 500-2000 Hz contenant le premier harmonique de passage des patins. La troisième zone se situe aussi sur la bande de roulement au bord arrière. Elle est identique à la seconde zone en termes de fréquences. Enfin, la dernière zone se situe dans la partie supérieure du pneumatique et rayonne dans la bande 500-600 Hz. Elle correspond à la résonance de passage de la roue.

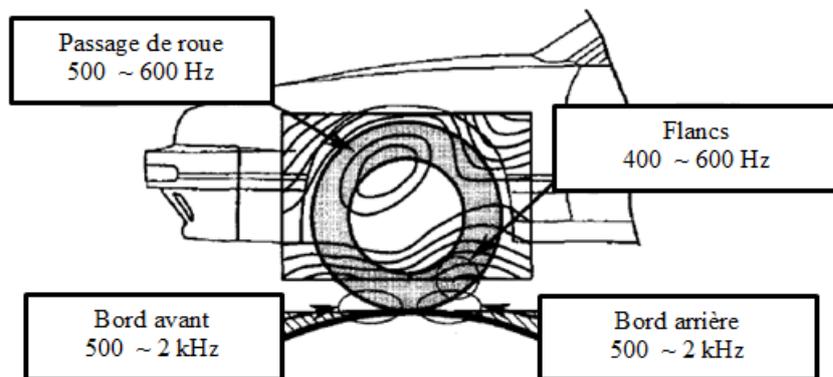


FIGURE 1.1 – Localisation des sources de bruit de roulement sur le pneumatique [48].

1.2 Mécanismes générateurs du bruit de roulement

Le bruit pneumatique/chaussée est généré par plusieurs mécanismes physiques [3, 78] (figure 1.2 et 1.3) : les mécanismes vibratoires jusqu'à 1000 Hz et les mécanismes aérodynamiques au-delà de 1000 Hz.

1.2.1 Mécanismes d'origine mécanique

Il s'agit d'une part des impacts des pavés du pneumatique sur la surface de chaussée qui provoquent et génèrent des sons et d'autre part des impacts de la texture de chaussée sur la bande de roulement du pneumatique. Les vibrations radiales du pneumatique sont limitées généralement à des fréquences inférieures à 1,5 kHz. Quant aux vibrations tangentielles : stick/snap et stick/slip, elles génèrent du bruit au-dessus de 1 kHz. Le phénomène de stick-slip est provoqué par le frottement entre le pneumatique et la chaussée. Il correspond à des glissements brutaux et rapides d'éléments de surface du pneumatique dans la zone de contact. Les éléments de la bande de roulement vibrent principalement dans un plan tangentiel. On peut observer ces phénomènes lors d'accélération ou de freinage. Lorsque la chaussée est très

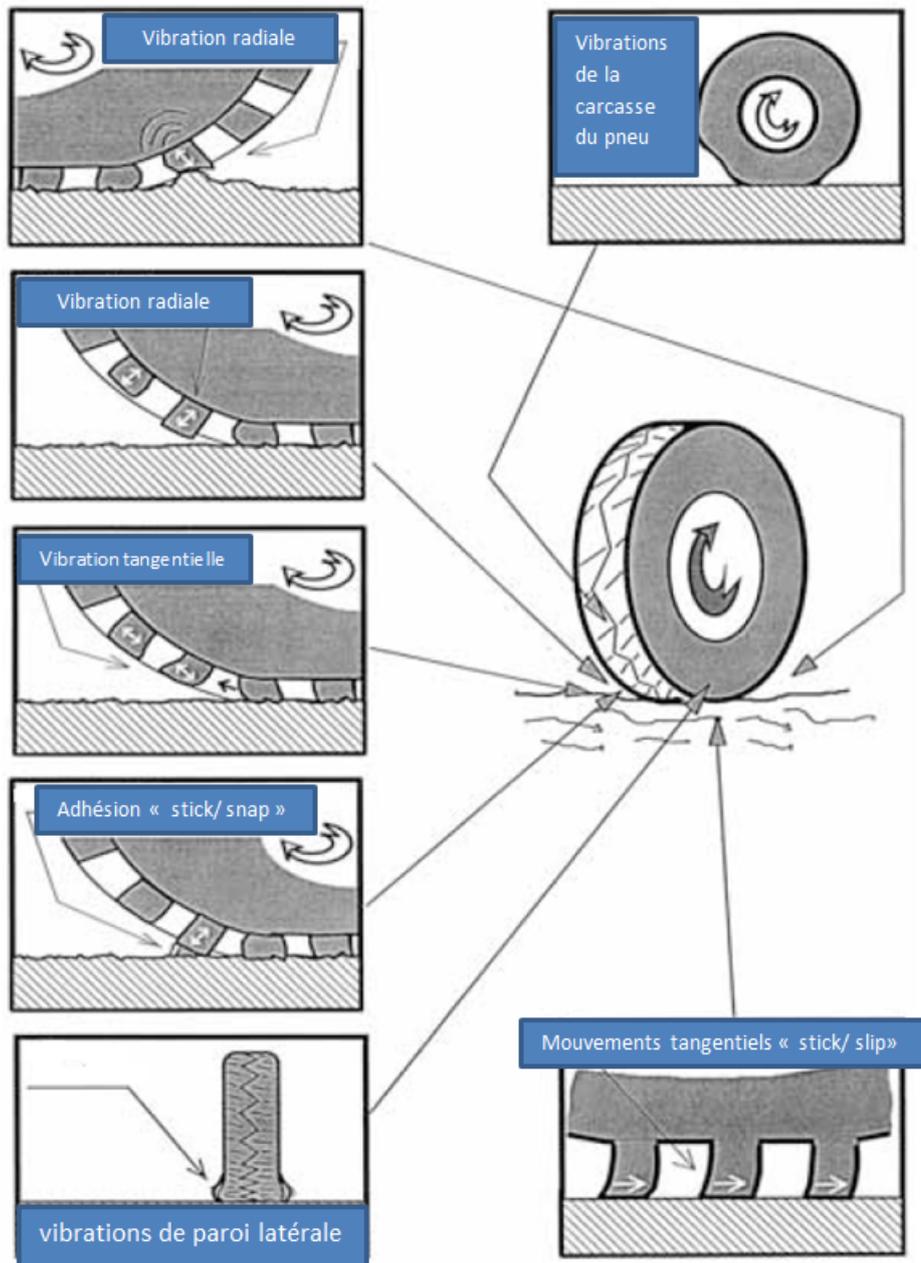


FIGURE 1.2 – Mécanismes d'origine mécanique : vibrations radiales et tangentielles, phénomènes de "stick/snap" et de "stick/slip" [78].

propre, la bande de roulement devient collante et la résistance de la liaison adhésive augmente [78]. Cette adhérence entre la surface du pneu et la chaussée va générer du bruit lorsque les liaisons adhésives sont cassées. Ce phénomène est appelé "stik/snap".

Sandberg & Ejsmont [78] expliquent que le principal mécanisme responsable des vibrations radiales est le déplacement brusque d'éléments de la bande de roulement. À l'avant, l'élément de bande de roulement est repoussé vers le centre de rotation du pneu ; sur le bord arrière, il est tout d'abord pressé à partir de cette position, lorsque les contraintes radiales accumulées

dans le passage à travers la surface de contact sont libérées. Ce mécanisme "d'impact" se produit lorsque l'élément de la bande de roulement atteint "le bord d'attaque" de la surface de contact.

Jusqu'ici ce mécanisme a été fréquemment appelé vibration radiale. Cependant, il semble maintenant plus approprié de l'appeler mécanisme d'impact. Les blocs de bande de roulement pénètrent dans la zone de contact avec un certain angle par rapport à la chaussée, la force d'impact est en réalité ni perpendiculaire à la chaussée ni purement radiale par rapport au pneu. Le bloc de déplacement de la bande de roulement contient donc à la fois une composante radiale et tangentielle. La même chose se produit pour un objet de surface de la route qui frappe la surface du pneu, la bande de roulement est déplacée à la fois radialement et tangentiellement [78].

1.2.2 Mécanismes aérodynamiques

Les mécanismes aérodynamiques sont principalement des mécanismes de pompage d'air (air-pumping) qui résultent de la compression puis la détente de l'air piégé entre les sculptures du pneu et la chaussée. Des ondes de pression acoustique sont générées en particulier par la compression et le relâchement de petits volumes d'air dans la zone de contact. Ces mécanismes sont dominants dans le domaine des hautes fréquences (>1 kHz).

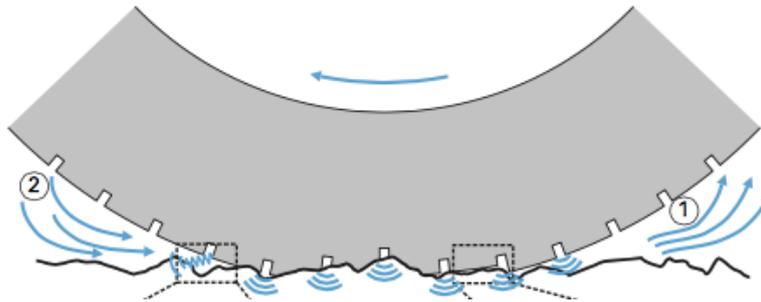


FIGURE 1.3 – Mécanismes aérodynamiques : "air pumping" [16].

D'après Sandberg & Ejsmont [78], lors du roulement, un volume d'air est enfermé dans l'aire de contact à l'intérieur des cavités et des pores. Il faut noter qu'il y a des déplacements importants d'air au niveau de l'aire de contact. Les vibrations de la carcasse du pneumatique génèrent des vibrations dans l'air environnant et constituent par conséquent une source de bruit. Pour approfondir le sujet, le lecteur peut se référer aux travaux de Eisenblaetter et al [37], Conte [18, 19], Hamet et al [47], Kim et al [74], Rochoux et al [12] et Winroth et al [45].

1.3 Mécanismes d'amplification

Plusieurs mécanismes d'amplification interviennent dans la génération du bruit de contact pneumatique/chaussée. Dans cette section, on détaille ces phénomènes.

Résonance mécanique du pneumatique (figure 1.4) : la ceinture ou la carcasse du pneumatique excités par la flexion de la bande de roulement rayonne dans la bande 600-1300 Hz. Les discontinuités de contraintes radiales et tangentielles à la surface de contact induisent

des modes de vibration dans la carcasse et la ceinture du pneumatique. Les ondes de flexion se propagent de la zone de contact dans les deux directions du pneumatique, fusionnent et créent des ondes stationnaires [79].

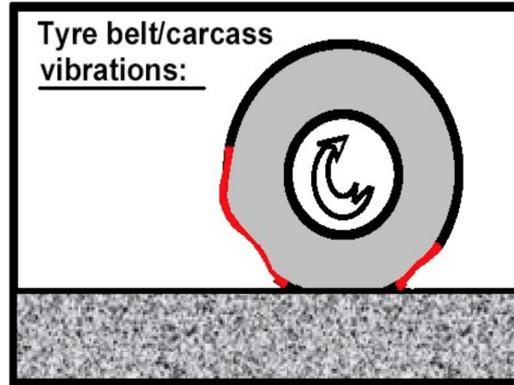


FIGURE 1.4 – Résonance mécanique du pneumatique [79].

Résonance acoustique du pneumatique : lors du roulement, la cavité d'air à l'intérieur du pneumatique entre en résonance acoustique à cause des vibrations de la ceinture et de la jante. La colonne d'air résonne autour de 220 Hz pour un pneumatique standard de véhicule léger (figure 1.6).

Résonance de tuyau (figure 1.5) : dans la zone de contact, les rainures de la bande de roulement forment un réseau de tuyaux susceptible de résonner à des fréquences particulières. Ces résonateurs se situent dans la bande 900-2000 Hz. Pour des rainures simples, la fréquence de résonance f_n dépend de la géométrie des rainures [78]. f_n [78] est donnée par exemple pour une rainure simple ouverte aux deux extrémités par,

$$f_n = \frac{nc}{2(L + 0.8d)} \quad (1.1)$$

où L et d sont respectivement la longueur et le diamètre de tuyau, c est la vitesse de son et n est un entier.

Résonance de Helmholtz : c'est un phénomène de résonance de l'air qui peut se produire au niveau du bord de fuite du pneumatique (figure 1.5). La libération d'air contenu dans les rainures en contact avec la surface de la route agit comme un ressort. L'air présent entre la bande de roulement et la surface de la chaussée agit comme une masse. Le système masse ressort formé oscille et rayonne transitoirement dans la bande 1000-2500 Hz.

L'effet dièdre (Horn Effect) : Le pneu et la chaussée forment à l'entrée et à la sortie de la zone de contact un cône acoustique. Il se produit alors un effet dièdre, appelé aussi effet pavillon. L'effet dièdre amplifie le bruit sur toute la gamme d'émission du bruit de roulement. Pour modéliser cet effet, Kropp [82] a initialement proposé un modèle de contact en prenant en compte l'effet dièdre. Il a utilisé la méthode de synthèse multipôle sur un cylindre en deux dimensions. Klein [60] considère deux types de sources sonores : sources quasi monopôle et les modes de vibration de la surface. Il a utilisé deux géométries : un cylindre infiniment long et une sphère bafflée avec une surface plane parfaitement réfléchissante. Dans son modèle 2D, Klein [60] modélise le pneumatique par un cylindre infini. La source de bruit est définie comme

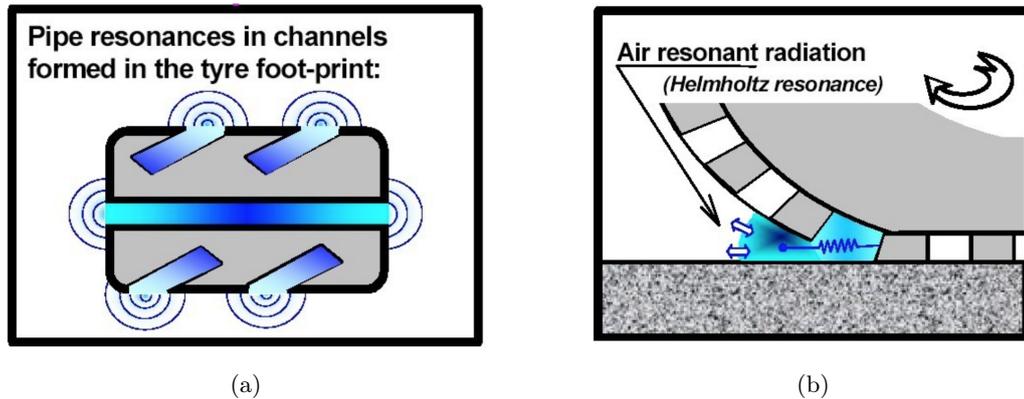


FIGURE 1.5 – Mécanismes d’amplification : résonance de tuyau (a) et résonance de Helmholtz (b) [79].

étant une distribution de la vibration sur le contour du cylindre. Elle peut être étendue ou localisée. Il adapte son modèle au cas tridimensionnel en utilisant une sphère au dessus d’une surface réfléchissante.

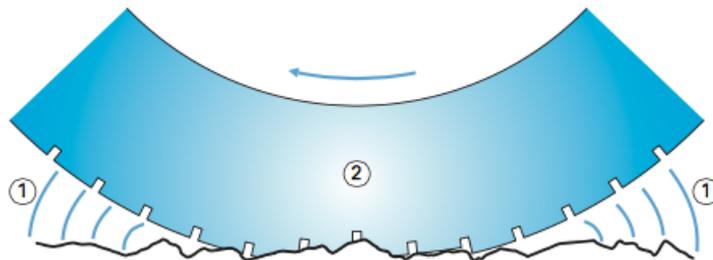


FIGURE 1.6 – Mécanismes d’amplification : effet dièdre (1) et résonance acoustique du pneumatique (2) [16].

1.4 Modèles physiques de génération du bruit de roulement

1.5 Vue d’ensemble

Cesbron [34] donne une vue d’ensemble des modèles nécessaires à la description physique des mécanismes intervenant dans la génération du bruit de roulement (figure 1.7). Tout d’abord, il faut connaître les efforts de contact entre le pneumatique et la chaussée qui sont la source de vibration du pneumatique. Une description détaillée des deux approches déterministe et statistique ainsi que les différents modèles existants, sera présentée dans la section 6. Le deuxième domaine de recherche concerne la réponse vibratoire du pneumatique, une description détaillée sera présentée dans la section 5. Le dernier domaine de recherche s’intéresse à la modélisation du rayonnement acoustique, plus particulièrement, l’effet dièdre. Deux méthodes sont utilisées. Les méthodes numériques sont principalement basées sur les

éléments de frontières. À titre d'exemple, on peut citer les travaux de Keltie [70], Fadavi et al [6], Graf et al [27], Anfosso et al [15] & Jean [59]. Parmi les méthodes analytiques le lancer de rayons et la synthèse multipolaire. Différents auteurs se sont intéressés à ce sujet : Kropp [82, 83], Klein [61], Kuo et al [84] et Bécot [23, 24].

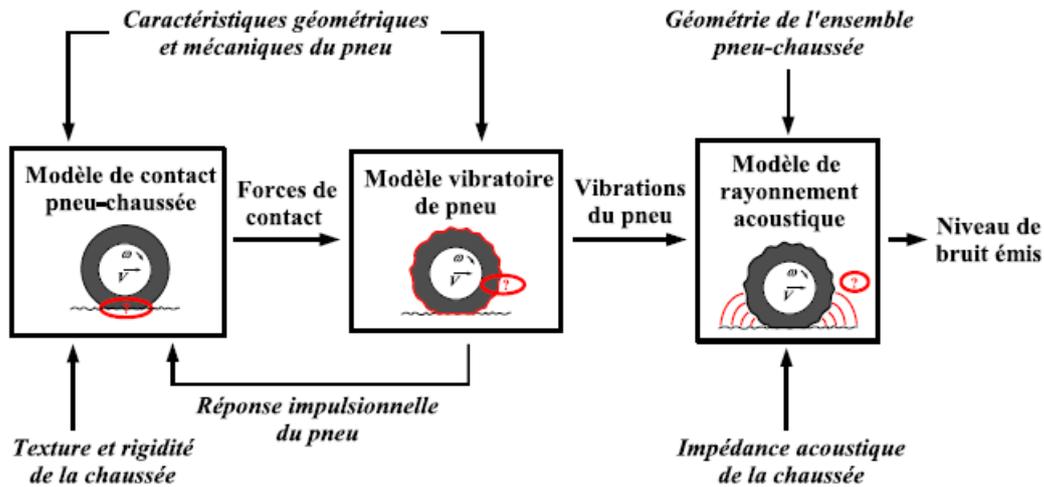


FIGURE 1.7 – Modèle complet pour le bruit de contact pneumatique/chaussée [34].

1.6 Modèles de pneumatique

Pour étudier le comportement vibratoire du pneumatique deux types de modèles sont utilisés : les modèles analytiques et les modèles numériques. Les premiers modèles permettent d'approcher la structure du pneumatique par une structure mécanique simple. Plusieurs auteurs ont utilisé cette approche. On peut citer à titre d'exemple Dodge [57], Kung [54], Kropp [81] & [82], Dohrmann [66], Larsson et Kropp [50], Pinnington et Briscoe [69], Pinnington [69] ou encore Kim [29] et al. Les modèles numériques sont basés sur la méthode des éléments finis. Elle permet d'approcher la structure réelle du pneumatique. Cette méthode est plus coûteuse en temps de calcul et par conséquent limitée aux basses fréquences. De nombreux auteurs se sont intéressés à cette méthode. On peut citer, Chang et al [10], Saigal [75], Richards [53], Nakashim [85], Anfosso [17] & Duhamel [11].

1.6.1 Modèle de la plaque orthotrope de Kropp

Le déplacement de la ceinture du pneu est calculé à l'aide du modèle de la plaque orthotrope. La ceinture du pneu et les flancs sont approchés par une plaque mince orthotrope précontrainte sous tension et sur fondation élastique (figure 1.8).

La plaque orthotrope a une tension correspondant à la pression de gonflage du pneumatique. La figure 1.9 représente sa réponse impulsionnelle (fonction de Green en trois dimensions). On observe que la réponse de la plaque est importante juste après l'excitation pendant quelques millisecondes [46].

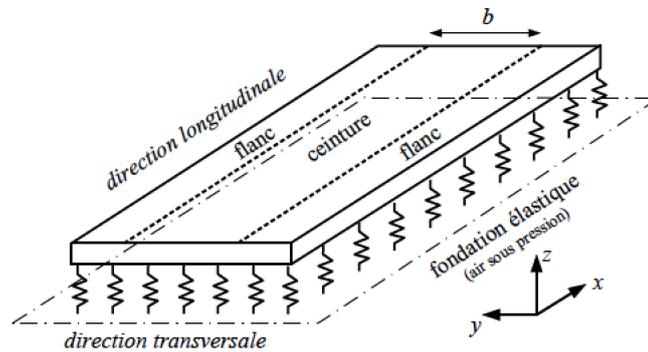


FIGURE 1.8 – Modèle de la plaque orthotrope [82].

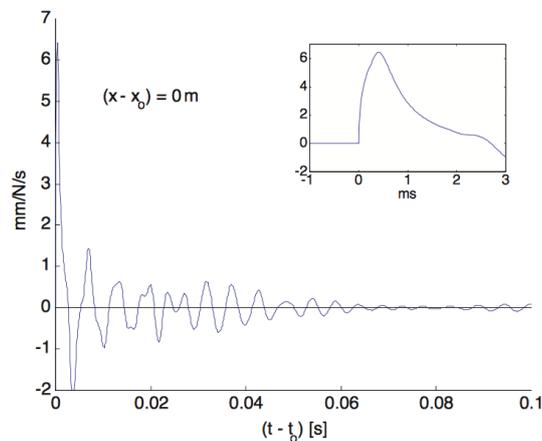


FIGURE 1.9 – Fonction de Green de la plaque orthotrope dans le domaine temporel [46].

1.6.2 Modèle de la plaque bi-couche de Larsson

Dans ce modèle (figure 1.10), le pneumatique est modélisé par une plaque constituée de deux couches élastiques couplées sous tension. La plaque inférieure représente la ceinture rigide et repose sur un lit de ressorts individuels dans les directions tangentielle, radiale et latérale. La raideur de ces ressorts simule la rigidité des flancs et la pression de gonflage du pneumatique. Tandis que la couche supérieure représente la surface en caoutchouc souple. Aux fréquences supérieures à 400 Hz correspondant à la fréquence d'anneau, la courbure du pneumatique peut être négligée.

Le modèle présenté par Larsson est composé d'une plaque épaisse isotrope constituée de deux couches élastiques ayant des épaisseurs différentes et des propriétés d'un matériau homogène. La réponse peut être calculée à la fois radialement et tangentiellment, y compris la déformation locale.

1.6.3 Modèle de Dohrmann

Dohrmann [66] propose un modèle analytique à deux dimensions où le pneumatique est modélisé par un anneau circulaire (figure 1.11). En utilisant une décomposition en série de

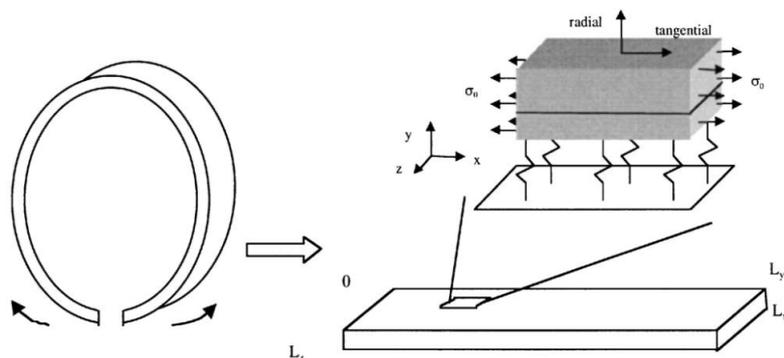


FIGURE 1.10 – Modèle de plaque bi-couche [50].

Fourier, les équations du mouvement sont transformées en un ensemble d'équations simples pour chaque harmonique. Les fréquences propres du pneumatique (figure 1.12) sont calculées et comparées à d'autres approches.

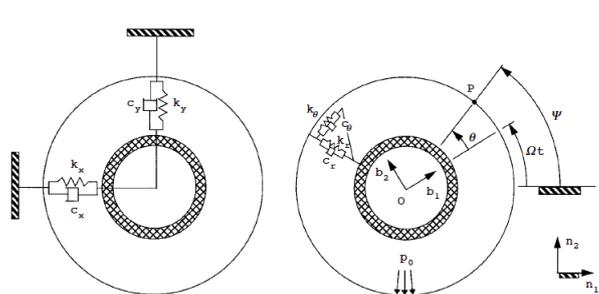


FIGURE 1.11 – Modèle de pneumatique de Dohrmann [66].

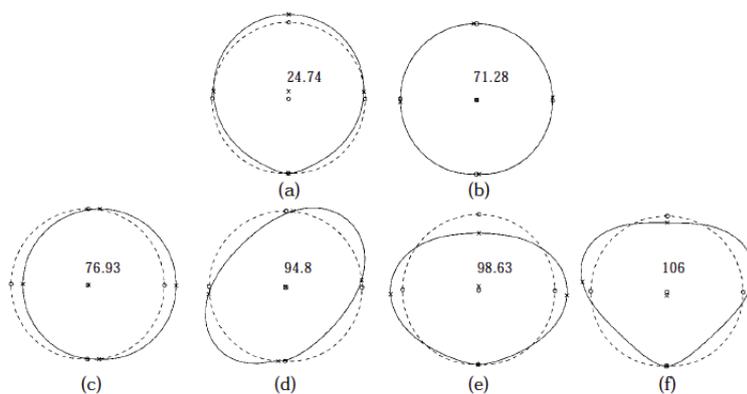


FIGURE 1.12 – Premiers modes propres du pneumatique - modèle de Dohrmann [66].

1.6.4 Modèle de Kung

Kung [54] a choisi de travailler avec la méthode des éléments finis. Le pneumatique est approché par un morceau d'une coque de révolution. Ce morceau est modélisé par douze degrés de liberté et il est doublement incurvé. La jante est modélisée par une plaque d'acier circulaire (figure 1.13). Les conditions aux limites sont fixées de telle sorte que la roue est libre de se déplacer dans son propre plan. Pour le premier mode, la roue se déplace avec le pneu et la fréquence naturelle est toujours égale à 0 Hz . Pour le deuxième mode, la roue se déplace par rapport au pneumatique et la fréquence naturelle est généralement supérieure à celle du mode du corps pseudo-rigide.

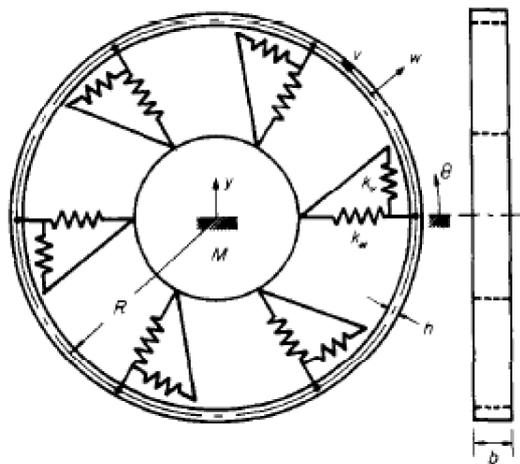


FIGURE 1.13 – Modèle de pneumatique de Kung [54].

1.6.5 Modèles de guide d'onde

Le pneumatique est considéré comme un guide d'ondes infini dans la direction circonférentielle. Une guide d'onde est défini comme un milieu confiné permettant la propagation des ondes. Ces ondes sont guidées dès lors qu'elles sont contraintes par des conditions aux limites. Dans son livre *wave propagation in periodic structures electric filters and crystal lattices*, Brillouin [51] a étudié des systèmes de treillis et lignes électriques.

Flotow [80] propose une analyse de la propagation des perturbations élastiques dans les réseaux structurels. Un tel réseau est composé d'éléments de structure reliés les uns aux autres par des jonctions. Cette approche peut être appliquée dans la modélisation et le contrôle des grandes structures d'engins spatiaux. Gry [52] a développé un modèle permettant de prendre en compte les contraintes des sections ferroviaires. Son modèle est basé sur une description des ondes se propageant dans le rail. Finneveden [71, 72, 73] propose une approche des éléments finis spectraux (SFE) consistant à décrire le problème en fonction de sa matrice de rigidité et de masse. Vu la complexité dans le calcul de ces matrices, cette méthode est limitée aux structures simples.

Afin de simplifier la structure du problème initial, Mead [39, 40, 41, 42] a étudié des systèmes périodiques linéaires bidimensionnels. Ils sont constitués de plusieurs sous-structures

couplées les unes aux autres de manière identique. La figure 1.14 représente un exemple de ce système. On constate que la structure globale est constituée d'éléments rectangulaires. Duhamel et Mace [11, 67] utilisent la méthode des éléments finis pour modéliser les systèmes périodiques.

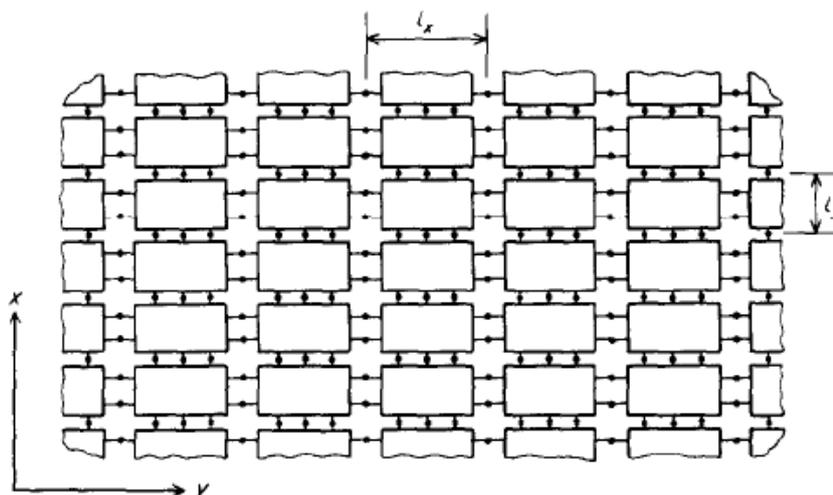


FIGURE 1.14 – Schéma d'une partie d'un système périodique bidimensionnel [39].

1.7 Modèles de contact

Dans ce qui suit, on présente plusieurs modèles de contact pneumatique/chaussée proposés dans la littérature pour évaluer le bruit de roulement.

1.7.1 Modèle de Kropp

Au cours de sa thèse Kropp [82] propose un modèle de ceinture élastique de Winkler consistant à modéliser le contact par un ensemble de ressorts indépendants. La bande de roulement est discrétisée en N points sur sa circonférence. Chacun de ces points, noté e , est défini par un angle φ_e (figure 1.15). Le modèle de Kropp ne prend pas en compte l'interaction dynamique entre les points de contact. Le déplacement de la ceinture du pneu est calculé, à chaque instant, à l'aide du modèle de la plaque orthotrope.

Le modèle de Kropp à l'avantage de prendre en compte la vibration de la structure du pneumatique par un formalisme de Green, dans le calcul des forces de contact. De plus, le modèle est simple et peu coûteux en temps de calcul ce qui explique d'ailleurs son utilisation par d'autres chercheurs comme Rustighi & al (2006) et Kröger & al (2007). En revanche, le modèle ne prend pas en compte le couplage entre les points de contact de la bande de roulement. D'autre part, la raideur des ressort s_e est non-linéaire en pratique, sa valeur dépend de plusieurs paramètres comme la surface de la chaussée.

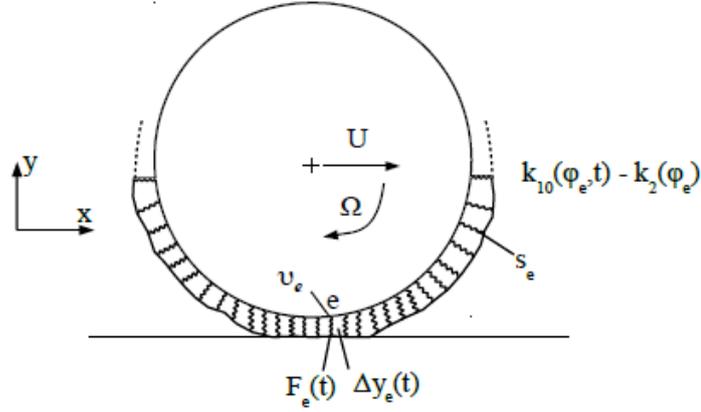


FIGURE 1.15 – Modèle Kropp, notations géométriques [82].

1.7.2 Modèle quasi-3D de Larsson

Dans [50], Larsson propose un modèle de contact dynamique quasi-tridimensionnel prenant en compte l'interaction entre les points à la surface de la bande de roulement. Le problème dynamique est décomposé en plusieurs problèmes statiques. Dans son modèle, le pneumatique est modélisé par une plaque constituée de deux couches élastiques couplées sous tension.

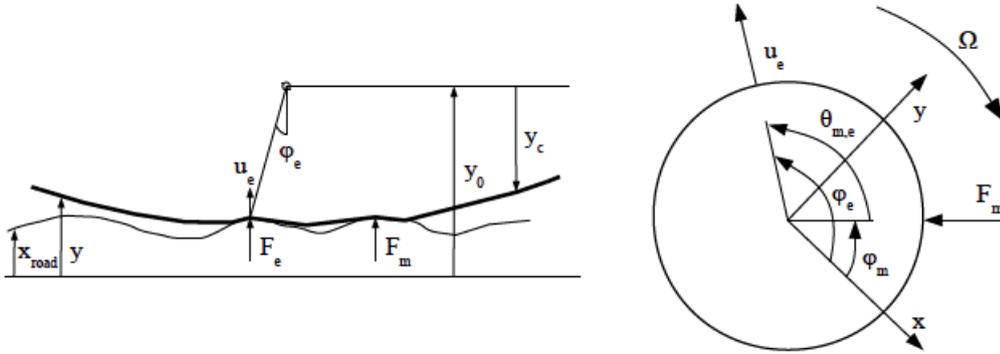


FIGURE 1.16 – Géométrie et notation [50].

La figure 1.16 présente la géométrie ainsi que les notations utilisées. u_e est le déplacement du point e du pneumatique, y_e est la position du point e à l'instant t , F_m et F_e sont les forces de contact aux points m et e , x_{road} est la hauteur du profil de la surface du revêtement, Ω est l'angle de rotation de la roue et y_0 , y_c sont respectivement la position du centre de la jante et la distance entre le centre de la jante et le contour du pneumatique. Le calcul des forces de contact se déroule en deux phases. Dans un premier temps, la zone de contact est déterminée. La seconde phase est dynamique, les forces de contact sont calculées lors du roulement du pneumatique sur la chaussée. La position y_e d'un point e appartenant à la surface du pneumatique en fonction du temps est décrite par l'équation

$$y_e(t) = y_0 + k_{10}(\varphi_e, t) + u_e(t) \quad (1.2)$$

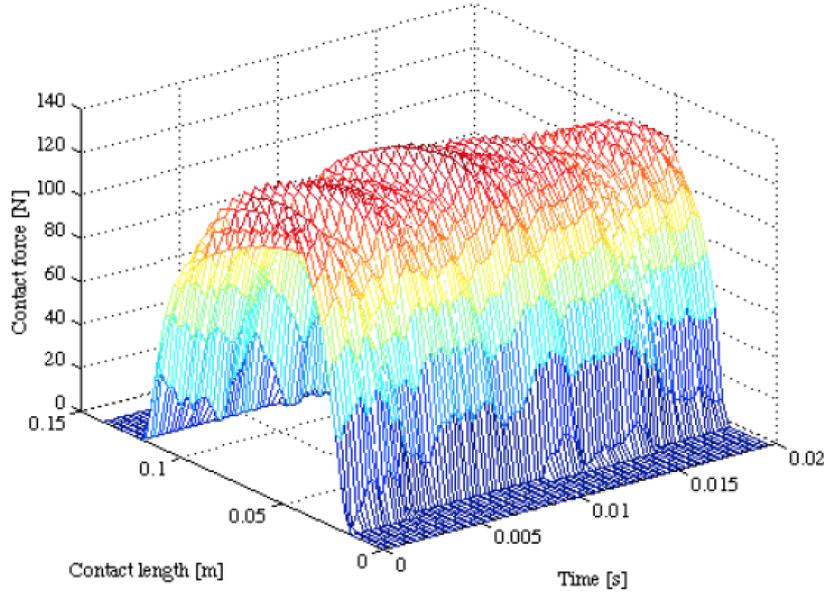


FIGURE 1.17 – Répartition de la force dans la zone de contact en fonction du temps [49].

où y_0 est la position de la jante, k_{10} est le profil initial du pneumatique sans la déformation et u_e est la déformée du pneumatique calculée en utilisant la méthode des fonctions de Green.

Le déplacement à l'instant t à la surface du pneumatique au point e est obtenu par un produit de convolution entre les forces de contact et les fonctions de Green, il vient

$$u_e(t) = \sum_m \int_{-\infty}^{\infty} F_m(\tau) g_{m,e}(t - \tau) d\tau \quad (1.3)$$

Le problème peut être présenté sous une forme vectorielle

$$u(t) = G_0 F(t) + u_{old}(t) \quad (1.4)$$

où $u(t)$ est le vecteur de déplacement, G_0 est la matrice d'influence décrivant les termes de couplage entre les points en contact, $F(t)$ est le vecteur de force de contact à l'instant t et u_{old} est le déplacement à l'instant t_0 .

Pour résoudre ce problème, Larsson utilise une méthode itérative pour chercher les points en contact à chaque pas de temps. Le résultat obtenu est la répartition de la force de contact sur la zone de contact en fonction du temps. La figure 1.17 montre un exemple de forces de contact en fonction du temps.

1.7.3 Modèle 3D de Wullens

Le modèle de contact développé par Wullens et Kropp [21] est formulé en trois dimensions. Il permet de calculer les forces dynamiques radiales de contact. La bande de roulement est approchée par un massif élastique semi-infini. La chaussée est supposée rigide. La réponse vibratoire du pneumatique est calculée en utilisant le modèle de la plaque orthotrope reposant sur une fondation élastique.

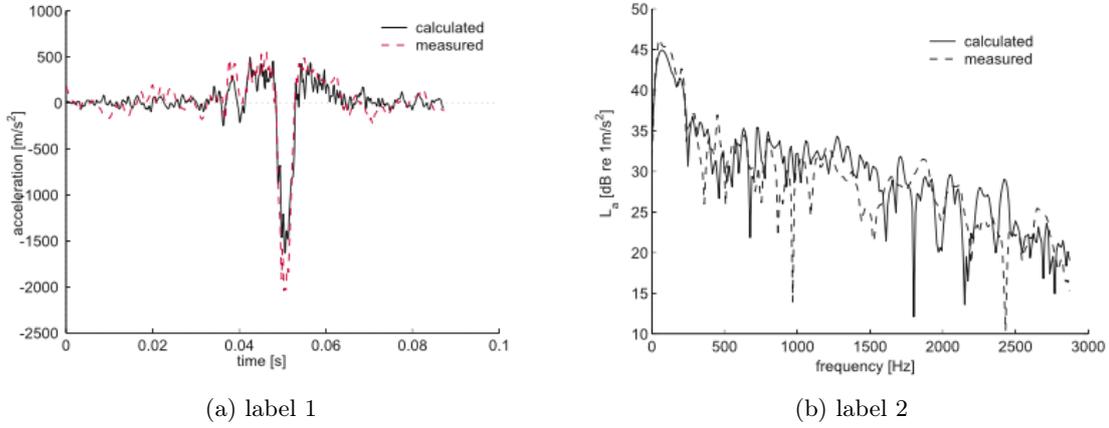


FIGURE 1.18 – Comparaison des accélérations radiales calculées et mesurées à 80 km/h (gauche), et spectres de puissance moyens (droite) [21].

La relation qui relie les forces de contact $F(t)$ et le déplacement $\Delta y(t)$ en surface du massif semi-infini est la suivante :

$$F(t) = C^{-1} \Delta y(t) \quad (1.5)$$

où C est la matrice d'influence qui se calcule analytiquement en résolvant le problème de Boussinesq [2]. À chaque pas de temps, la méthode d'inversion de matrice (MIM) est utilisée pour résoudre le problème de contact

$$\begin{cases} F^{n+1}(t) = (C^n)^{-1} \Delta y(t), \\ \Delta y^{n+1}(t) = C F^{n+1}(t), \end{cases} \quad (1.6)$$

avec $\Delta y^{n+1}(t) \geq \Delta y^n(t)$, C^n est la sous matrice de C obtenue à partir des points de contact à l'itération n . La solution est obtenue lorsque $\Delta y^{n+1}(t) = \Delta y^n(t)$. Le déplacement ξ du pneumatique au point e s'écrit sous la forme d'un produit de convolution entre les forces de contact $F(t)$ et les fonctions de Green $g_m(t)$

$$\xi_e(t) = \sum_m F_m(t) * g_{m,e}(t) \quad (1.7)$$

La figure 1.18 montre la comparaison entre les signaux temporels calculés et mesurés d'accélérations radiales et leurs spectres de puissance moyens pour un pneumatique roulant à 80 km/h sur un revêtement lisse pour un point au centre de la zone de contact. Les pics correspondent à la résonance de cavité d'air interne du pneumatique. Ces résultats montrent une bonne corrélation entre calculs et mesures.

L'avantage de l'utilisation d'un massif semi-infini est de pouvoir calculer analytiquement la matrice d'influence C avant de commencer la simulation. En revanche, ce modèle ne permet pas de décrire l'épaisseur de la bande de roulement du pneumatique ou l'effet de sa largeur finie. Par conséquent, le module d'Young E du massif semi-infini élastique doit être choisi de manière à compenser ce problème.

1.7.4 Modèle de contact ponctuel

Sameur [9] propose un modèle de contact ponctuel entre un corps rigide et un plan élastique qui correspondent respectivement à la rugosité de la chaussée et au pneumatique. Le modèle est défini à partir de la théorie du potentiel d'interaction. Grâce à ce modèle, on peut connaître la force normale P correspondant à une interpénétration δ donnée à l'aide de la théorie du potentiel de force de Vilke, on peut donc écrire la loi de contact sous la forme : $P = f(\delta)$. Sameur[9] a validé son modèle pour le cas de formes simples : sphérique, conique et pyramidale. En plus, le modèle a été généralisé au cas d'un contact viscoélastique.

Sameur [9] propose une méthode itérative pour résoudre le problème du contact élastique multipoints (figure 1.19). Par la méthode des éléments finis, il a modélisé le contact multipoints en trois dimensions. La force de contact est calculée à partir d'un déplacement imposé. Par ailleurs, le pneumatique est modélisé par un bloc ayant les caractéristiques d'un caoutchouc et la rugosité de la chaussée par des pointes de formes simples. Il utilise la solution du problème de Boussinesq [2] pour modéliser l'interaction entre les pointes de contact. Il obtient le déplacement normal u à la surface Σ d'un massif semi-infini élastique soumis à une force ponctuelle P .

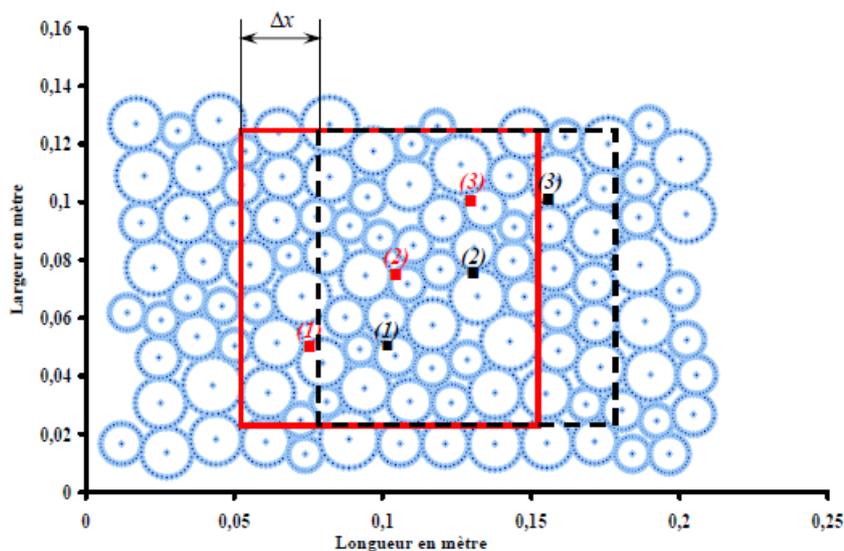


FIGURE 1.19 – Méthode multi-points pour le contact pneumatique/chaussée [9].

1.7.5 Modèle de contact multi-points

Durant sa thèse, Meftah [68] a développé un modèle de contact multi-points. Son modèle est basé sur l'ajout d'une deuxième condition de contact sur la vitesse. La démarche consiste à inverser la convolution en ajoutant une condition sur la vitesse et en cherchant la force de contact et la condition de non pénétration.

La figure 1.20 présente un exemple de résultat de comparaison des forces de contact obtenues en utilisant la condition cinématique et la méthode de pénalité. Meftah a constaté la présence d'un pic dû au choc lors du premier contact dans le cas de la condition cinématique.

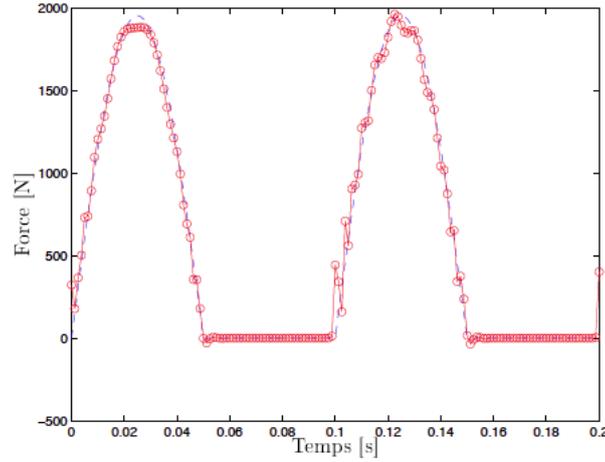


FIGURE 1.20 – Comparaison des forces de contact : -o- Methode de la pénalité - - Meftah [68].

En revanche, ce pic est absent dans le cas de la méthode de pénalité car il est amorti par la présence du ressort.

1.7.6 Modèle d’enveloppement

Le modèle HyRoNE (Hybride Rolling Noise Estimation) vise à estimer les niveaux du bruit au passage. L’originalité de ce modèle est son utilisation du niveau de la texture enveloppée pour prendre en compte le contact partiel gomme/rugosité. Un modèle de contact statique entre un massif élastique semi-infini incompressible et le profil de texture permet d’obtenir la texture enveloppée. La procédure d’enveloppement est basée sur un modèle physique de contact bidimensionnel entre un massif élastique semi-infini caractérisé par son module d’Young et son coefficient de Poisson ν . L’objectif de cette procédure est d’évaluer la partie du profil de texture susceptible de rentrer en contact avec le pneumatique lors du roulage. La figure 1.22 représente un profil de texture enveloppée.

La figure 1.23 représente les résultats de la texture enveloppée obtenus pour trois revêtements routiers et différents modules d’Young. On peut constater que plus la gomme est souple, plus l’aire de contact et la pénétration sont importants. En revanche, on a une décroissance des amplitudes des pressions de contact.

D’après Klein [62], le déplacement vertical δu à la surface d’un plan semi-infini soumis à une force ponctuelle normale δF appliquée à l’origine ($x_0 = 0$) est défini par :

$$\delta u(x) = -\frac{2(1-\nu^2)}{\pi E} \ln|x|\delta F + \alpha \quad (1.8)$$

où α est une constante d’intégration et E est le module d’Young. Le déplacement en tout point x est donné par le formalisme de Green :

$$\delta u(x) - u(x_0) = \int_C (g(x, \xi) - g(x_0, \xi))p(\xi) d\xi \quad (1.9)$$

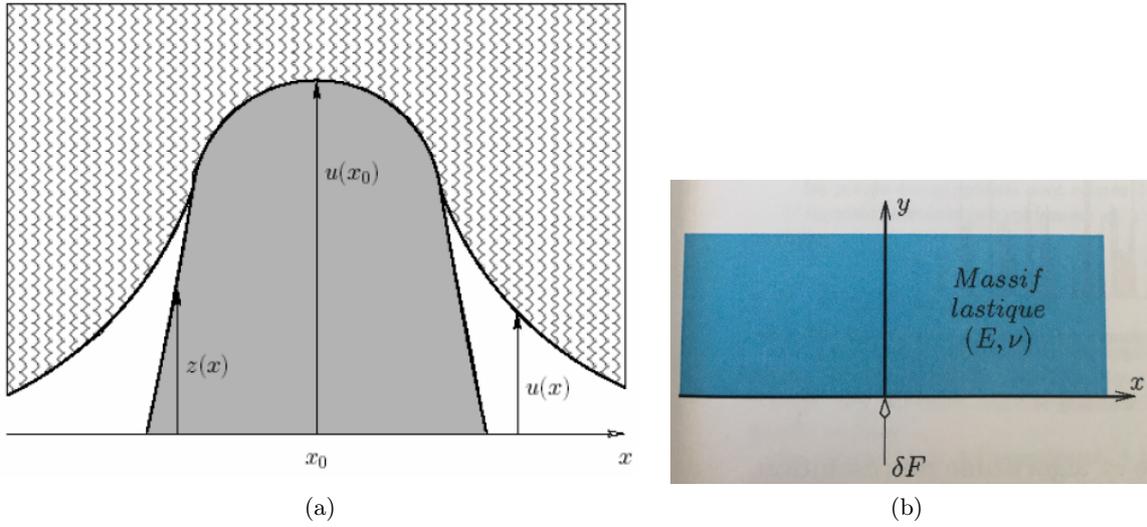


FIGURE 1.21 – Notations, a)- Contact bidimensionnel entre un indenteur et un massif élastique, (b)- Massif élastique [63].

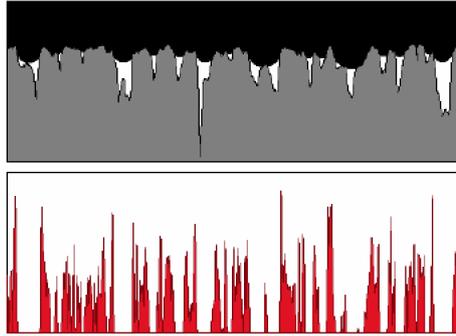


FIGURE 1.22 – Exemple de profil de texture enveloppée : déformée du massif de gomme (en haut) et distribution de pression (en bas) [63].

où $u(x_0)$ est le déplacement de référence, C est la zone de contact, p est la pression de contact et g est la fonction de Green [62] du problème donnée par $g(x, csi) = -2(1 - \nu^2)/\pi E * \ln|(x - csi)/L|$. Le problème peut être rendu périodique par l'utilisation d'une fonction de Green périodisée donnée par :

$$g(x, \xi) = -\frac{2(1 - \nu^2)}{\pi E} \ln \left| \sin \left(\frac{x - \xi}{L} \right) \right| \quad (1.10)$$

L'intérêt d'utiliser cette fonction de Green est de rendre le problème périodique et d'obtenir pour un calcul sur un profil lisse de longueur finie une pression constante (courbe bleue sur la figure 1.24 au lieu de la courbe rouge si le problème n'était pas périodisé). Il faut respecter la condition d'équilibre du système :

$$P = \frac{1}{L} \int_C p(x) dx \quad u(x) = z(x) \quad (1.11)$$

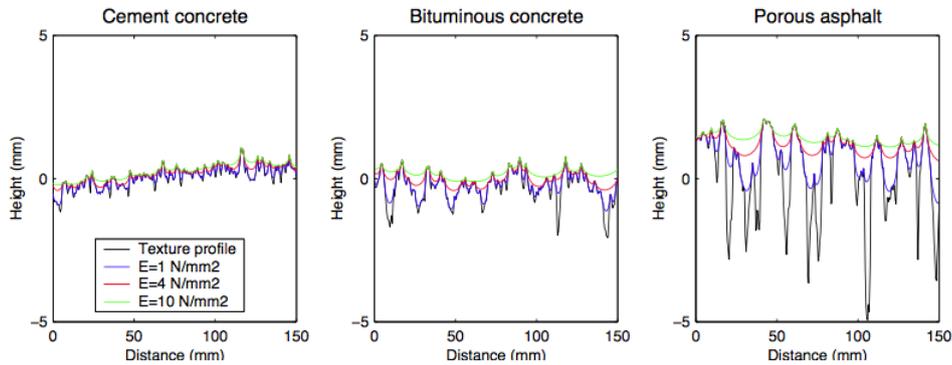


FIGURE 1.23 – Texture enveloppée obtenue pour trois revêtements routiers et différents modules de Young [62].

où P est la pression moyenne appliquée au solide élastique ($P = 0,2 \text{ N/mm}^2$), L est la longueur du profil et $z(x)$ est l'amplitude de la texture.

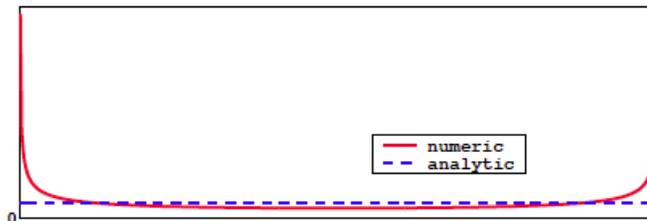


FIGURE 1.24 – Distribution de la pression pour un profil plan lisse [62].

1.7.7 Méthode itérative à deux échelles (MIDE)

La résolution du problème de contact nécessite l'utilisation de méthodes numériques, même si les géométries sont simples car la surface en contact avec le massif semi-infini est composée de plusieurs aspérités. Cesbron [34] propose alors, une méthode itérative à deux échelles (MIDE). Elle permet de résoudre le problème de Boussinesq [2]. Cette méthode repose sur un partitionnement de la chaussée dite méthode multi-aspérités et elle comporte deux étapes de calcul, chacune à une échelle différente de contact (macro et micro échelles). La figure 1.25 présente le principe de résolution du problème de Boussinesq par cette méthode itérative.

La première étape s'effectue à macro-échelle. Il s'agit de calculer la distribution de force aux sommets des pointes à l'aide de la loi de contact sur chacune d'elles. Cette étape utilise la méthode itérative de contact multipoints proposée dans la thèse de Sameur [9], avec une résolution en force imposée plutôt qu'en déplacement. La seconde étape de calcul à micro-échelle détermine la distribution de pression à l'interface entre le massif semi-infini et l'ensemble des aspérités. Le calcul est réalisé à l'aide d'une méthode d'inversion de matrice (MIM) locale utilisant la distribution de force obtenue en première étape et tenant compte de l'interaction

entre les pointes de contact. La combinaison de ces deux échelles de calcul rend la méthode beaucoup plus rapide que des méthodes classiques et donne les mêmes résultats.

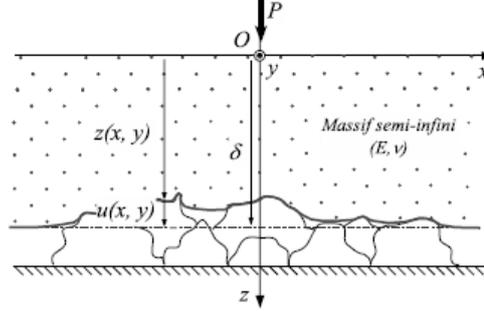


FIGURE 1.25 – Contact entre un massif semi-infini élastique et une surface rugueuse [34].

Méthode itérative à macro-échelle

La surface en contact avec le massif semi-infini est composée de N aspérités, dont la géométrie est décrite par la fonction $z_c(x, y)$. Pour chaque aspérité k , les coordonnées (x_k, y_k, z_k) de son sommet sont connues. Les constantes C_k et γ_k définissant la loi de contact sur chaque aspérité k sont également connues. Lorsque le massif semi infini pénètre dans la surface rigide des aspérités avec une pénétration connue δ , la force de contact au sommet de la pointe k se calcule par :

$$\forall k \in [1, N], \quad P_k - C_k E^* [(\delta - z_k - T_{kl} P_l) - H(\delta - z_k - T_{kl} P_l)]^{\gamma_k} = 0 \quad (1.12)$$

où les termes T_{kl} sont les coefficients d'influence, H est la fonction de Heaviside. Pour une résolution à charge totale P imposée, la pénétration δ est une inconnue supplémentaire, il faut ajouter l'équation d'équilibre suivante

$$P = \sum_{K=1}^N P_K \quad (1.13)$$

Cesbron [34] compare les deux méthodes, à savoir, la méthode itérative à macro-échelle et la MIM. Il constate une réduction importante en terme de temps de calcul moins d'une seconde pour la MIDE, comparé à plusieurs minutes pour la MIM. Le modèle multi-points est un outil de calcul simple, rapide et offre la possibilité d'utiliser l'échelle adaptée à l'application souhaitée.

Méthode itérative à micro-échelle

Cesbron [34] propose une méthode itérative à micro-échelle. Il ne considère que l'aspérité k , il est alors possible de distinguer la partie de l'aire de contact relative à cette pointe notée \sum_{ck} du reste de l'aire de contact, notée $\sum_{c\bar{k}}$. La distribution de pression initiale, notée p^0 , est calculée à partir des forces P_k obtenues à macro-échelle (MIDE à macro-échelle) en utilisant une MIM locale sur chaque aspérité. Le vecteur de pression initiale est écrit de la façon

suivante : $p^0 = \{p_1^0, \dots, p_k^0, \dots, p_N^0\}^T$ où le sous vecteur : p_k^0 est calculé à l'aide de MIM à l'échelle locale de l'aspérité pour une charge totale : p_k connue.

Un algorithme itératif de Gauss-Seidel par blocs non-linéaire est utilisé pour déterminer la distribution de pression. À l'itération $m+1$, le vecteur pression p^m est connu. Le vecteur local p_k^{m+1} est calculé successivement sur chaque aspérité. La condition initiale est le vecteur p^0 calculé précédemment : $C_{kk}p_k^{m+1} = b_k^m - \sum_{l=1, l \neq k}^N C_{kl}p_l^m$.

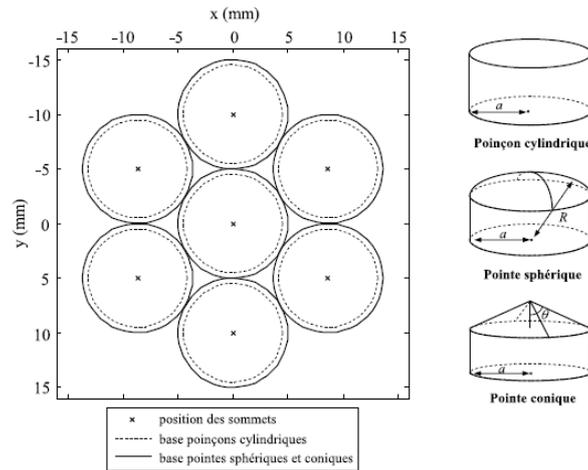


FIGURE 1.26 – Géométrie des pointes [34].

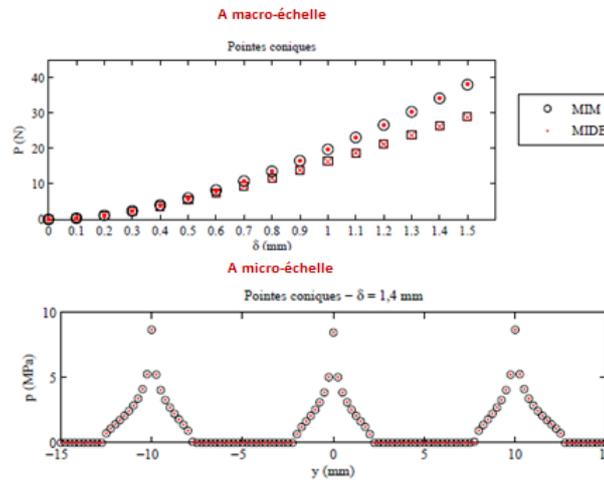


FIGURE 1.27 – Comparaison entre la MIM et la MIDE à macro et micro-échelle [34].

Pour valider sa méthode itérative à deux échelles, Cesbron [34] a comparé cette dernière à une méthode de référence d'inversion de matrice MIM pour une pénétration donnée δ . Sept aspérités sphériques identiques sont disposées de façon hexagonale (rayon $R = 20$ mm sur une base cylindrique de rayon $a = 5$ mm). Trois configurations sont étudiées : poinçons cylindriques, sphériques et coniques (figure 1.26). Le périmètre de la base de chaque pointe est représenté par un cercle en traits pleins. La position du sommet de chaque pointe est matérialisée par une croix. Les sommets des pointes sont à la même hauteur. La surface du

massif semi-infini est parfaitement plane de module d'Young $E = 10$ MPa et de coefficient de Poisson $\nu = 0,5$.

Le problème est résolu à pénétration δ imposée (de 0 à 1,5 mm, c'est à dire $\delta = 1,0$ mm pour poinçons cylindriques; $\delta = 1,4$ mm pour poinçons sphériques et coniques). La taille des éléments de contact h est égale à 0,25 mm pour les trois configurations. La figure 1.27 à droite illustre les résultats des deux méthodes pour les deux échelles. La force de contact sur le bord est supérieure à celle au centre. On constate une légère différence entre les deux méthodes de 5 % à macro-échelle. À micro-échelle, les résultats sont identiques. Par contre, le calcul pour la MIDE est dix fois plus rapide que la MIM pour le même résultat.

1.7.8 Modèle de contact dynamique viscoélastique

Dubois [25] propose un modèle de contact dynamique viscoélastique. Le pneumatique est modélisé par un massif-semi infini incompressible viscoélastique et caractérisé par un modèle rhéologique de Zener. La surface en contact avec le massif semi-infini est composée de sept sphères rigides. La figure 1.28 montre les forces de contact obtenues avec les deux méthodes : multi-aspérités et MIM. Dubois [25] a constaté que la force de contact sur la sphère centrale

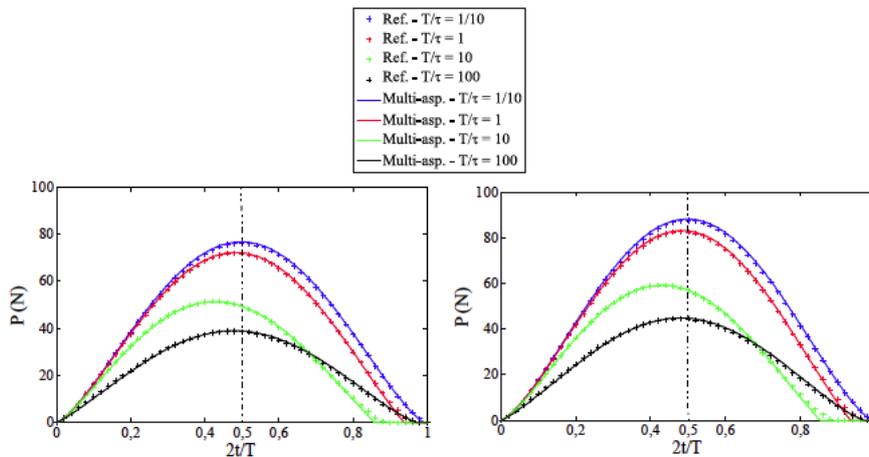


FIGURE 1.28 – Comparaison entre la méthode multi-aspérités (traits continus) et la MIM (croix) des forces de contact pour l'aspérité centrale (à gauche) et pour les aspérités sur les bords (à droite) [25].

est plus faible que celle sur les sphères périphériques. Cela est dû à l'interaction entre les aspérités. Au cours de la phase de chargement les différences entre les deux méthodes sont quasi nulles. Dans la phase de déchargement, quelques écarts très faibles apparaissent vers la fin. Dans le cas de la courbe en noir, la période du déplacement imposé est longue par rapport au temps caractéristique du modèle représentant le massif semi-infini viscoélastique. Le matériau viscoélastique a donc le temps de se relaxer quasi-totalement. En revanche, dans le cas de la courbe en bleu, la période du déplacement imposé est courte par rapport au temps caractéristique du modèle de Zener. Le matériau n'a donc pas le temps de se relaxer.

1.8 Relation entre texture, forces de contact et bruit

Les modèles physiques décrits précédemment, bien que très élaborés pour certains, ne permettent pas pour l'instant de prédire convenablement le bruit de roulement à partir des caractéristiques du revêtement et du pneumatique. D'autres démarches ont été mises en œuvre pour prédire le bruit de roulement à partir des caractéristiques de la texture et du pneumatique. Elles peuvent être purement empiriques par l'établissement de lois statistiques entre données expérimentales brutes, ou hybrides par l'établissement de lois statistiques entre données pré-traitées à l'aide de modèles physiques simplifiés.

1.8.1 Relations empiriques texture/bruit

Les modèles empiriques permettent d'estimer le bruit émis en établissant des corrélations statistiques directes entre la texture et le bruit de roulement.

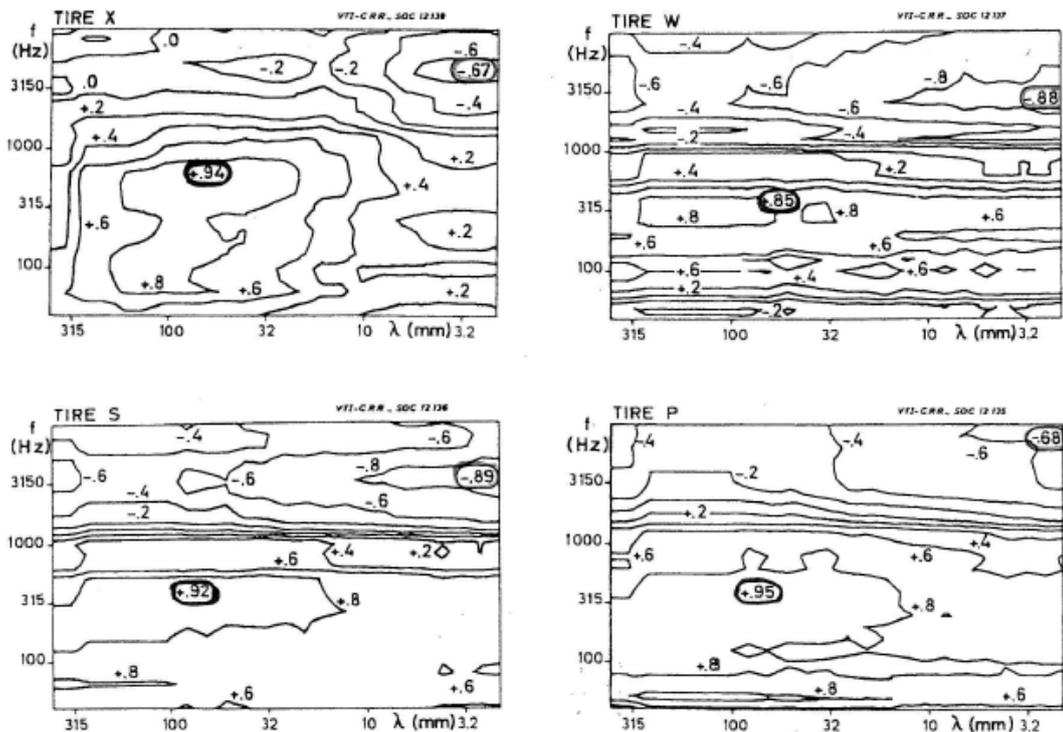


FIGURE 1.29 – Courbes d'isocorrélation à 80 km/h pour quatre types de pneumatique. Les pneus X et S : pneu d'été; le pneu W : pneu d'hiver et P : pneu lisse [78].

Par exemple, une série de mesures de bruit au passage et de profils de texture sont réalisées sur un ensemble de revêtements routiers pour déterminer les coefficients de corrélations. Sandberg et Descornet [78] ont établi des courbes d'isocorrélation (figure 1.29) entre niveaux bruit et texture. Ils ont déterminé deux zones. La première, indique la présence des phénomènes de pompage d'air. Elle se situe au dessus de 1000 Hz. La deuxième zone, se situe en dessous de 1000 Hz. Elle correspond à la vibration de la carcasse du pneumatique induite par les impacts des aspérités la texture et les pavés de la bande de roulement.

1.8.2 Relation entre texture enveloppée et bruit

Le modèle hybride est basé sur un pré-traitement de données mesurées en utilisant des modèles physiques pour avoir une bonne estimation des paramètres pour la corrélation texture/bruit. Dans ce cadre, le projet *Prédit "texture et Bruit"* a eu pour objectif d'établir les relations entre la texture le bruit en utilisant une procédure d'enveloppement. La procédure

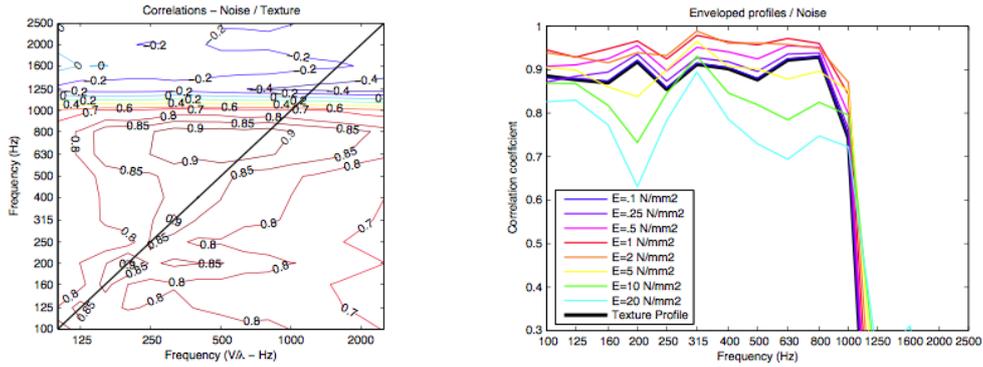


FIGURE 1.30 – Courbes d'isocorrélation entre les niveaux de texture et le bruit à 80 km/h (à gauche) et coefficient de corrélation ente les niveaux de texture enveloppée et de bruit pour différents module de Young E (à droite) [63].

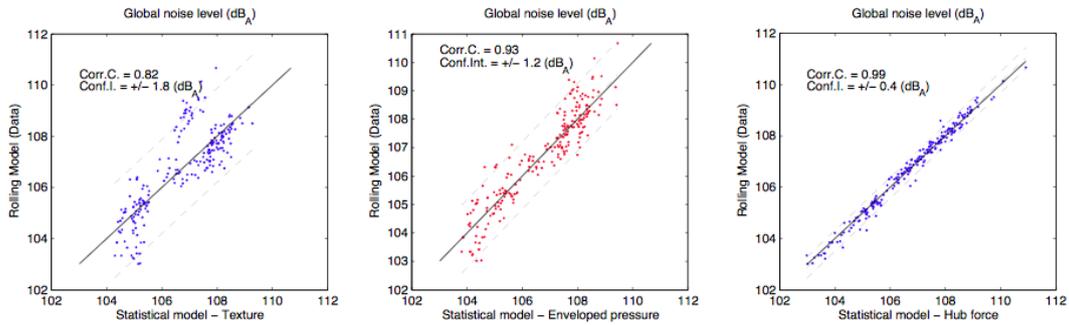


FIGURE 1.31 – Comparaison du niveau de bruit global calculé en utilisant le modèle dynamique de l'INRETS et de celui estimé par méthode statique en utilisant la texture brute, texture enveloppée et la force au moyeu [63].

d'enveloppement est appliquée à l'ensemble de profils de texture pour les valeurs de module de Young E variant de 1 N/mm² à 20 N/mm². La figure 1.30 illustre les courbes d'isocorrélation entre les niveaux de texture et le bruit à 80 km/h et les coefficients de corrélation entre les niveaux de texture enveloppée et de bruit calculé, seule la partie diagonale $f = \frac{V}{\lambda}$ est tracée. On observe une bonne corrélation dans la bande de fréquences 100 Hz- 800 Hz. De plus, quand E augmente, les corrélations dans chaque bande de fréquence croissent jusqu'à atteindre une valeur maximale puis elles diminuent brutalement. Une valeur optimale globale de $E = 1$ MPa est déterminée en optimisant les coefficients de corrélation.

La figure 1.31 montre une comparaison du niveau de bruit global calculé en utilisant le

modèle dynamique de l'INRETS et de celui estimé par méthode statique. On constate que la meilleure corrélation est obtenue en utilisant la force au moyeu suivie de la corrélation dans le cas d'une texture enveloppée. En revanche, l'utilisation du profil de texture brute donne des résultats très dispersés.

La comparaison entre les niveaux de bruit globaux mesurés et prédits sont présentées sur la figure 1.32 pour les vitesses de roulement (70 km/h, 90 km/h et 110 km/h). L'ensemble de données a été réalisé à partir de données mesurées par le LCPC dans le cadre d'un projet Prédit. Les lignes de régression calculées entre les niveaux mesurés et prédits se confondent presque avec une correspondance parfaite de la diagonale.

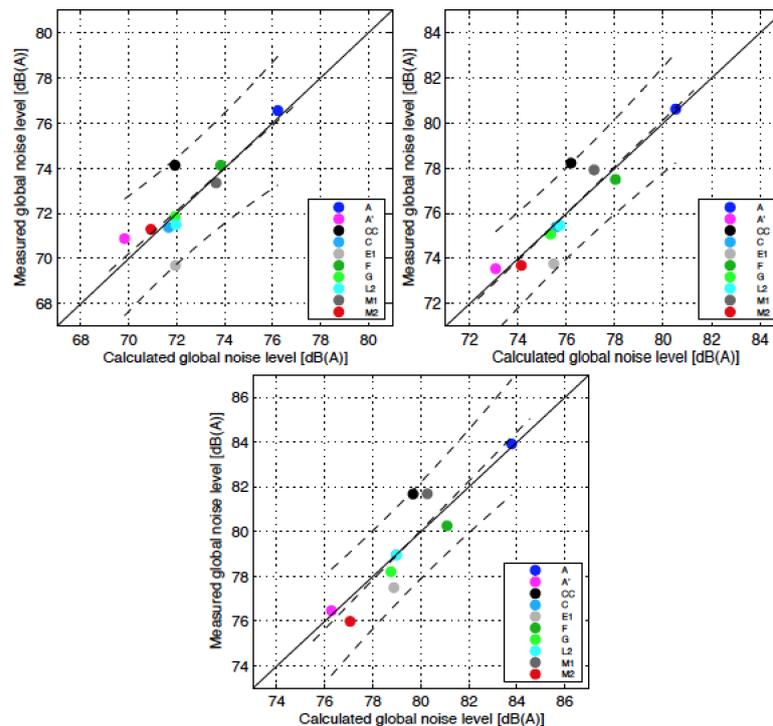


FIGURE 1.32 – Comparaison entre le niveau de bruit global mesuré et prédit [63].

1.8.3 Relations force/bruit

Afin d'évaluer les relations entre des grandeurs physiques et le bruit de roulement, Cesbron [34] a établi des corrélations entre les niveaux de force longitudinale et les niveaux de bruit mesurés pour un pneumatique lisse roulant sur six revêtements de chaussée (du moins bruyant au plus bruyant) en utilisant la méthode de mesure en continu, le bruit est mesuré à une vitesse de 30 km/h.

La figure 1.33 illustre des courbes d'isocorrélation entre les niveaux de force f_F et le bruit mesuré f_B . Cesbron a constaté que les niveaux de bruit entre 500 et 1000 Hz sont corrélés positivement avec le niveau de force à 800 Hz, la corrélation est donc localisée autour de cette fréquence. Le coefficient de corrélation force/bruit mesuré à 30 km/h respectivement pour f_F

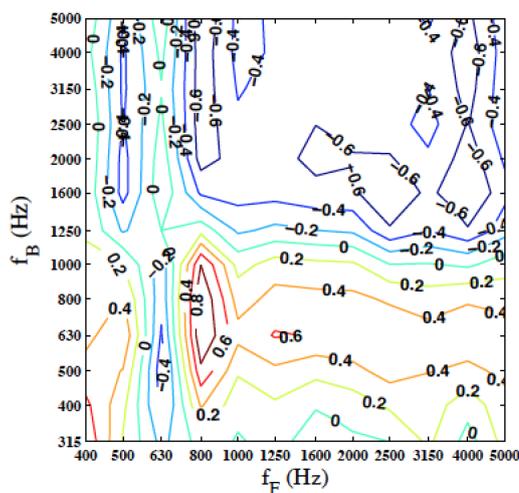


FIGURE 1.33 – Isocorrélation entre les niveaux de force f_F et le bruit mesuré f_B [34].

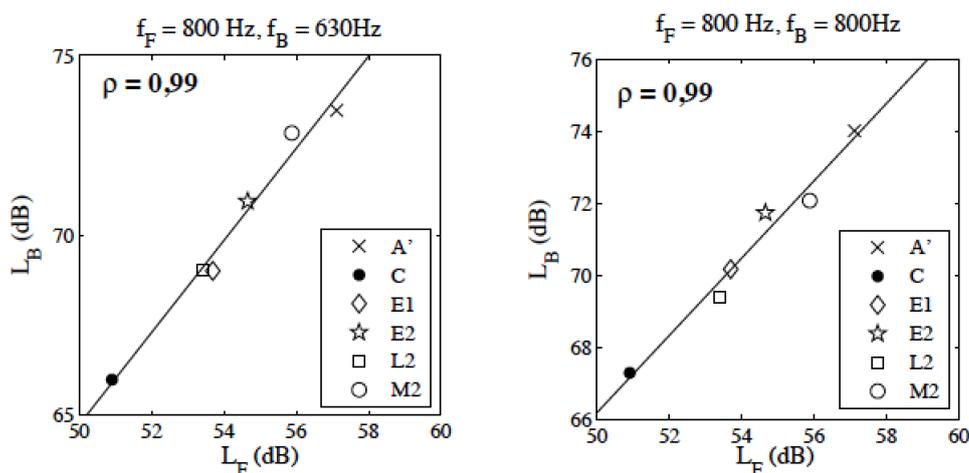


FIGURE 1.34 – Coefficient de corrélation force/bruit mesurés à 30 km/h pour deux couples de fréquences [34].

= 800 Hz et $f_B = 630$ Hz et pour $f_F = 800$ Hz et $f_B = 800$ Hz est représenté sur la figure 1.34. Dans les deux cas, le coefficient de corrélation est égal à 0,99 ce qui montre que la relation entre les niveaux de force et de bruit est linéaire pour ces deux couples de fréquences.

Dubois [25] a effectué des mesures supplémentaires sur d'autres revêtements de chaussée (huit au total) en utilisant un pneumatique lisse roulant selon différents de vitesses. Le but est de confirmer les résultats obtenus par Cesbron [34]. Le résultat obtenu est présenté sur les figures 1.35 et 1.36. D'après les courbes d'isocorrélation force/bruit pour les deux vitesses 50 et 90 km/h, Dubois a observé une forte corrélation pour les deux vitesses entre 315 et 1250 Hz pour les fréquences de bruit et entre 315 et 2 000 Hz pour les fréquences de forces. Par ailleurs, les valeurs des coefficients de corrélation sont élevées et proches de 1 jusqu'à 1000

Hz.

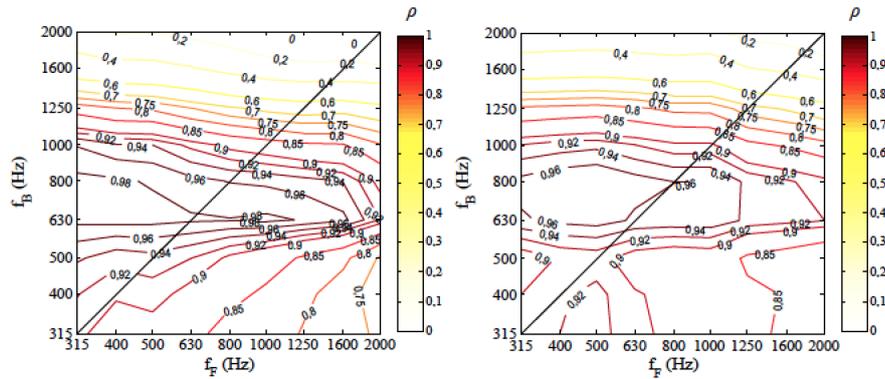


FIGURE 1.35 – Courbes d’isocorrélation entre les niveaux de force et le bruit mesuré à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour un pneumatique lisse [25].

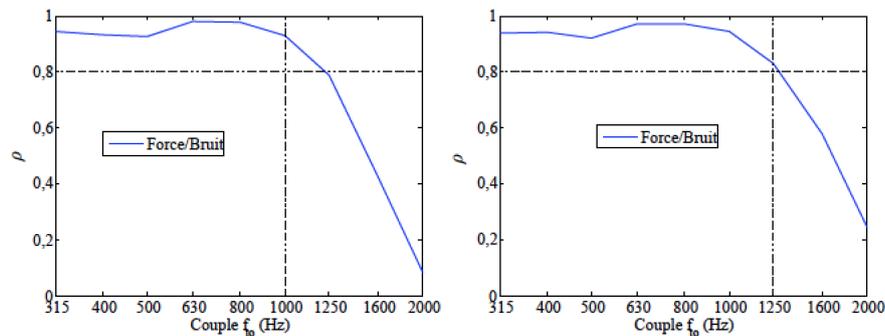


FIGURE 1.36 – Coefficient de corrélation force/bruit mesurés à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour un pneumatique lisse [25].

1.9 Conclusions

Ce premier chapitre est une étude bibliographique sur le bruit pneumatique/chaussée ou bruit de roulement. D’une part, il y a les mécanismes de générations de bruit. Des mécanismes d’origine mécanique (principalement des phénomènes vibratoires inférieurs à $1kHz$) et des mécanismes aérodynamiques (supérieurs à $1kHz$). D’autre part, les mécanismes d’amplification de bruit se situent sur toute la gamme de fréquence.

Afin de modéliser le comportement vibratoire du pneumatique, deux types de modèles ont été présentés. Les modèles numériques donnent une description réelle et détaillée de la structure du pneumatique. En revanche, ils sont coûteux en temps de calcul et limités aux basses et moyennes fréquences. Par ailleurs, malgré les approximations, les modèles analytiques permettent d’approcher le pneumatique par une structure mécanique simple.

Plusieurs modèles existants permettent de décrire le contact. Des modèles de contact en trois dimensions permettent de calculer les forces dynamiques de contact. En général, la bande

de roulement est approchée par un massif semi-infini élastique. L'avantage de l'utilisation d'un massif semi-infini est de pouvoir calculer analytiquement la matrice d'influence. Mais, ces modèles ne permettent pas de décrire l'épaisseur de la bande de roulement du pneumatique ou l'effet de sa largeur finie. Certains modèles sont basés sur la propagation des ondes en utilisant la méthode des éléments finis pour modéliser les systèmes périodiques. Il s'agit de décomposer la structure globale en plusieurs sous-structures. Ce qui rend le problème beaucoup plus simple. Par ailleurs, l'approche multi-aspérités présentée, en prenant en compte le cas viscoélastique, permet de résoudre le problème de contact élastique rapidement et finement.

Enfin, les relations entre texture, forces de contact et bruit ont été détaillées. L'utilisation du profil de texture brute donne des résultats très dispersés. La procédure de l'enveloppement est facile et pratique à mettre en œuvre comparée au modèle dynamique. D'après les courbes d'isocorrélation force/bruit, il y a une forte corrélation entre la force et le bruit. De plus, les valeurs des coefficients de corrélation sont élevées et proches de 1.

Topographie de la chaussée

Ce deuxième chapitre porte sur la topographie de la chaussée. Cette dernière, joue un rôle primordial dans la génération du bruit de roulement et assure plusieurs fonctions au niveau confort et sécurité. Tout d'abord, une bonne adhérence permet à l'usager de freiner en toute sécurité surtout en virage. Ensuite, la chaussée doit permettre à l'usager de rouler en silence et lui assurer une conduite confortable. Enfin, elle doit assurer une protection contre l'humidité et elle doit répartir les charges mécaniques sur le sol support. Nous commençons ce chapitre par décrire la chaussée. Ensuite, plusieurs critères statistiques comme la moyenne arithmétique, la valeur moyenne quadratique, le coefficient de dissymétrie et le coefficient d'aplatissement vont être présentés. Ces critères permettent de caractériser l'état d'une surface rugueuse. Puis, nous allons décrire les différents revêtements utilisés dans ce mémoire. Le système de mesure in situ qui permet d'obtenir des relevés en trois dimensions est présenté. Dans la dernière partie, nous allons déterminer pour chaque revêtement son spectre de texture et sa densité de probabilité.

Sommaire

2.1	Description d'une chaussée	35
2.2	Paramètres statistiques	36
2.2.1	Moyenne arithmétique	36
2.2.2	Valeur moyenne quadratique	36
2.2.3	Coefficient d'asymétrie	36
2.2.4	Coefficient d'aplatissement	36
2.3	Revêtements utilisés dans l'étude	37
2.3.1	Revêtement A	37
2.3.2	Revêtement Ap	37
2.3.3	Revêtement E2	38
2.3.4	Revêtement ISO	38
2.3.5	Revêtement M2	39
2.4	Système métrologique	39
2.5	Spectres de texture	41
2.6	Densité de probabilités	45
2.7	Conclusions	46

2.1 Description d'une chaussée

La chaussée est constituée de plusieurs couches collées les unes avec les autres (figure 2.1) : elle comprend le plus souvent une couche de sol support, une couche de forme, deux couches d'assise et une couche de surface appelée aussi couche de roulement ou revêtement routier. Cette couche est la partie de la chaussée directement en contact avec les véhicules. Elle est donc exposée à l'usure et aux effets des conditions météorologiques.

Les couches inférieures apportent à la chaussée la résistance mécanique aux charges verticales induites par le trafic. En cas de trafic important, on interpose parfois une couche de liaison entre la couche de roulement et la couche de base pour faciliter la reprise des efforts superficiels.

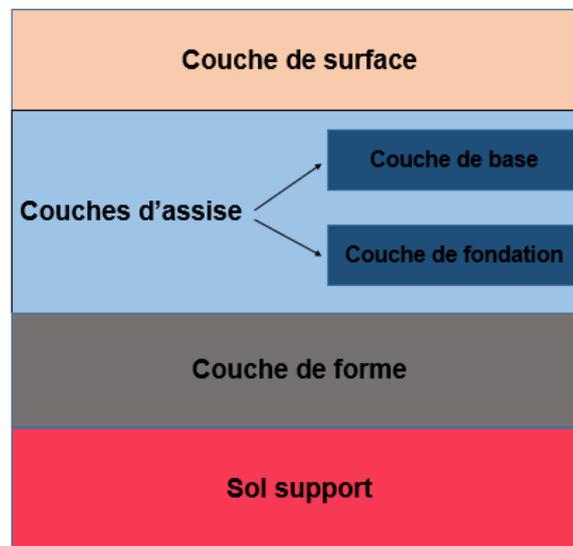


FIGURE 2.1 – Schéma de la composition d'une chaussée.

La couche de roulement est constituée de plusieurs éléments :

- Des granulats : Il s'agit du composant principal (au moins 40 à 50 % de la masse). Les granulats donnent à la chaussée sa rugosité superficielle et ils ont une taille minimale de 2 mm.

- Du sable : Les grains de sable ont une granulométrie comprise entre 0,063 mm et 2 mm. Le pourcentage du sable représente 35 à 45 % du poids.

- Des particules de remplissage ou fillers : Granulat composé d'éléments de très petites dimensions utilisé comme charge de remplissage pour augmenter la compacité notamment d'un béton ou d'un sol. Les dimensions des fillers sont inférieures à 0,063 mm.

- Du liant : Il assure la continuité du revêtement. Les liants les plus usuels sont le bitume (asphalte) et le ciment. Le pourcentage de liant représente 4 à 8 % du poids. Un liant doit réunir plusieurs propriétés : une souplesse par basse température, une aptitude à la déformation et une adhésion vis à vis des gravillons. Il doit donc lier les ingrédients de la couche supérieure les uns aux autres et assurer une bonne liaison entre la couche supérieure et la couche inférieure.

2.2 Paramètres statistiques

Plusieurs paramètres statistiques permettent de caractériser l'état d'une surface rugueuse. Parmi ces critères on a la moyenne arithmétique, la valeur moyenne quadratique, le coefficient de dissymétrie et le coefficient d'aplatissement. La définition de ces critères est donnée ci-après en considérant un profil de surface donné de longueur a et de largeur b , $h(x, y)$ désignant l'altitude du profil au point (x, y) . Pour simplifier les expressions, on choisit le repère des altitudes de telle sorte que l'altitude moyenne de la surface soit nulle, soit $1/ab \int_0^a \int_0^b h(x, y) dx dy = 0$.

2.2.1 Moyenne arithmétique

La moyenne arithmétique Ra est une évaluation globale de l'amplitude de la rugosité du profil mais ne donne aucune information sur la répartition spatiale des irrégularités du profils. La moyenne arithmétique des altitudes s'écrit,

$$Ra = \frac{1}{ab} \int_0^a \int_0^b |h(x, y)| dx dy \quad (2.1)$$

2.2.2 Valeur moyenne quadratique

La moyenne quadratique Rq des altitudes du profil $h(x, y)$ est la racine carrée de la moyenne arithmétique des carrés de ces altitudes. Elle définit par l'expression suivante :

$$Rq = \sqrt{\frac{1}{ab} \int_0^a \int_0^b h(x, y)^2 dx dy} \quad (2.2)$$

2.2.3 Coefficient d'asymétrie

Le coefficient d'asymétrie, appelé aussi skewness et noté RSk , mesure l'asymétrie de la distribution des altitudes par rapport à la ligne moyenne. Ce paramètre nous donne une information sur la morphologie de l'état de surface. Une valeur positive de RSk correspond à une surface présentant des pics dépassant au-dessus de la surface, et donc une distribution décalée vers les points les plus bas, alors qu'une valeur négative correspond à une surface en plateau avec des rayures ou des pores profonds, et une distribution décalée vers les points les plus hauts. Si RSk est nul, la distribution est symétrique, par exemple c'est le cas d'une distribution gaussienne. C'est donc un paramètre important pour caractériser des fonctions de contact. RSk est défini comme le quotient de la moyenne des cubes des altitudes par le cube de Rq :

$$Rsq = \frac{1}{abRq^3} \int_0^a \int_0^b h(x, y)^3 dx dy \quad (2.3)$$

2.2.4 Coefficient d'aplatissement

Le coefficient d'aplatissement, appelé aussi kurtosis Rku caractérise la largeur de la distribution des altitudes du profil. Il mesure l'aplatissement de la distribution. Un coefficient Rku supérieur à 3 correspond à une distribution pointue avec un nombre important de pics élevés. Tandis qu'un coefficient Rku inférieur à 3 correspond à une distribution aplatie du

profil. Rku est défini comme le quotient de la moyenne des quadruples des altitudes par le quadruple de Rq :

$$Rku = \frac{1}{abRq^4} \int_0^a \int_0^b h(x,y)^4 dx dy \quad (2.4)$$

2.3 Revêtements utilisés dans l'étude

Des mesures de texture en trois dimensions ont été réalisées dans le cadre du projet Deufrako ODSurf [55] sur la piste de référence de l'Ifsttar à Bouguenais. Pour l'ensemble du mémoire, cinq textures sont considérées. On les désigne par des combinaisons de lettres et de chiffres : A , Ap , $E2$, ISO et $M2$.

2.3.1 Revêtement A

La texture A (figure 2.2) est un revêtement de type béton bitumineux drainant à macro-texture forte.



FIGURE 2.2 – Photographie du revêtement A .

Un béton bitumineux est drainant s'il respecte la norme européenne $NFEN13108 - 7$. Cette norme définit le type de granularité, le pourcentage de vides et le type liant. Ce type de revêtement se caractérise par une assez bonne résistance mécanique et une capacité de bien répartir les charges mécaniques sur la couche inférieure. Sa composition comporte des gros gravillons et le bitume ne remplit pas les creux laissés entre les gravillons. Sa formulation granulométrique particulière évite que le liant ne remplisse complètement les interstices entre granulats ce qui lui confère une porosité plus ou moins importante.

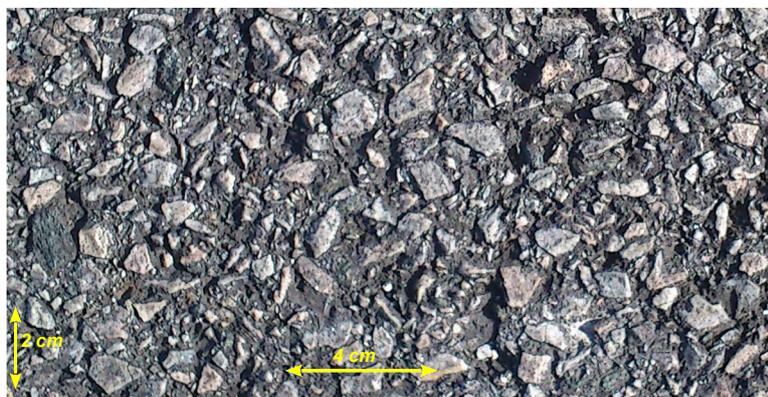
2.3.2 Revêtement Ap

Le revêtement Ap (figure 2.3) est un enduit superficiel qui est une couche de roulement de faible épaisseur ($< 1,5$ cm). On parle d'un enduit mono-couche lorsqu'il s'agit de superposer une couche de liant sur la couche inférieure. On étend ensuite une couche de gravillons sur la couche de liant, qui sert de colle. Si on applique un deuxième enduit sur le premier. On parle dans ce cas d'enduit bicouche.

FIGURE 2.3 – Photographie du revêtement *Ap*.

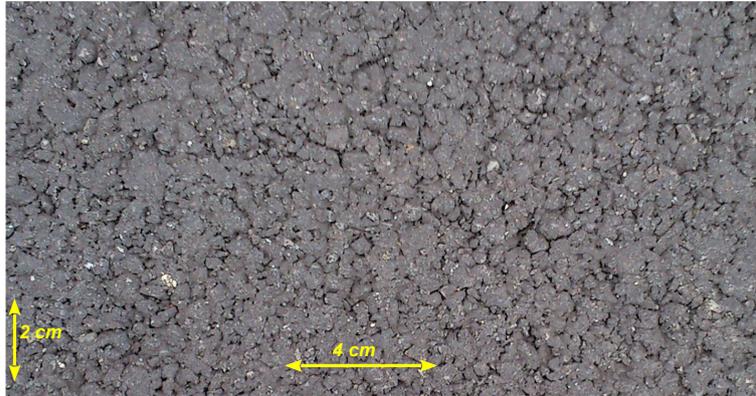
2.3.3 Revêtement E2

Le revêtement *E2* (figure 2.4) est un béton bitumineux semi-grenu à macrotexture modérée qui lui confère des performances moyennes en matière d'adhérence et de drainabilité superficielle. C'est un enrobé fermé, à squelette sableux et à granulométrie continue. Il est considéré comme l'enrobé de référence car il est le plus utilisé sur le réseau routier français aussi bien en couche de roulement ou liaison, parking et trottoir. Il se caractérise par une excellente durabilité et imperméabilité. De granulométrie 0/10, il est mis en œuvre facilement sur une épaisseur qui peut varier de 3 à 9 cm par couche.

FIGURE 2.4 – Photographie du revêtement *E2*.

2.3.4 Revêtement ISO

La texture *ISO* (figure 2.5) est un revêtement bitumineux particulier de granulométrie 0/8 utilisé pour l'homologation acoustique des véhicules routiers. Ses spécifications sont définies dans la norme ISO 10844. C'est un revêtement ouvert à texture relativement lisse.

FIGURE 2.5 – Photographie du revêtement *ISO*.

2.3.5 Revêtement M2

Le revêtement *M2* (figure 2.6) est un béton bitumineux très mince. Il est utilisé en couche de roulement et convient pour la plupart des types de route. Il est connu pour ses performances acoustiques. En effet sa macrotexture lui donne une rugosité et une drainabilité superficielle satisfaisante. Sa durabilité est bonne et il possède une élasticité supérieure à celle du béton de ciment. Il se caractérise aussi par sa facilité de mise en œuvre sur une épaisseur qui peut varier de 1.5 à 3 *cm* (sa granulométrie est de 0/6).

FIGURE 2.6 – Photographie du revêtement *M2*.

2.4 Système métrologique

Un système de mesure de texture 3D in situ a été développé dans le cadre du projet *ODSURF* [55]. Ce système utilise un capteur de déplacement, de référence MicroEpsilon scanCONTROL 2700-50, capable de fournir simultanément l'altitude de points situés sur un segment de longueur donnée. D'après le rapport d'*ODSURF* [55], le système de déplacement permet de déplacer automatiquement le capteur laser horizontalement sur un tronçon rectiligne (axe longitudinal), à vitesse constante, à une distance de travail moyenne de 200 *mm* et

délivre un signal de déclenchement d'acquisition d'échantillons au capteur laser à pas spatial constant. Le système permet de positionner manuellement le capteur latéralement, à l'aide d'une table de positionnement disposée transversalement, de manière à pouvoir effectuer successivement plusieurs relevés parallèles décalés latéralement avec une zone de recouvrement (figure 2.7). Un système d'acquisition récupère les données obtenues. En résumé, le système de mesure permet d'obtenir des relevés en trois dimensions de longueur et de largeur comparables au périmètre et à la largeur d'un pneumatique d'automobile standard. La mesure de quatre relevés consécutifs avec une zone de recouvrement de 10 cm permet de reconstruire des relevés d'une longueur approximative de 6 m sur différentes planches d'essai avec une résolution de 500 μm . Ce système utilise [55] :

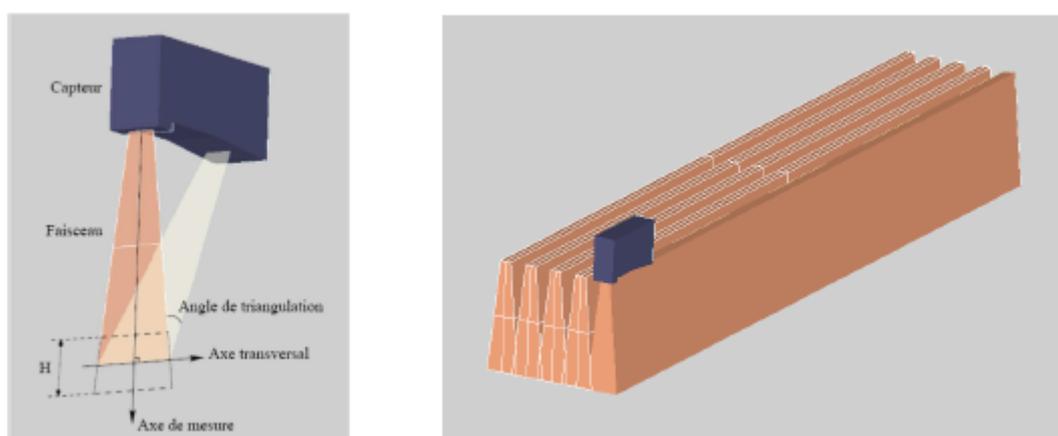


FIGURE 2.7 – Schéma du capteur laser et principe de balayages successifs de la surface à mesurer [55].

- un capteur de distance à pas spatial constant, sans contact, à laser, capable de fournir simultanément l'altitude de points situés sur un segment de longueur donnée. Ce type de capteur [22] fait appel au principe de la triangulation laser pour la détection bidimensionnelle de profils sur les surfaces les plus diverses. Grâce à une optique spéciale, un faisceau laser est élargi pour donner naissance à une ligne laser statique projetée sur la surface de l'objet à mesurer. L'optique de réception reproduit la lumière de cette ligne laser réfléchi de manière diffuse sur une matrice de capteur hautement sensible. Outre les informations relatives à la distance, le contrôleur calcule également la position de chaque point sur la ligne laser à partir de cette image de matrice. Les valeurs recueillies sont ensuite intégrées dans un système de coordonnées bidimensionnel ayant le capteur pour origine. L'obtention de valeurs de mesure 3D est également possible dans le cas d'objets mobiles ou en cas de traversée du capteur.
- un système de déplacement permet d'assurer le balayage par le capteur à laser de la zone à mesurer et délivre un signal de déclenchement d'acquisition d'échantillons.
- un système d'acquisition recueille les données provenant du capteur.

Le système [55] pèse 55 kg et dispose de pieds réglables en hauteur avec un champ de mesure vertical de 50 mm. Le système (figure 2.8) est constitué :

- d'un châssis ;

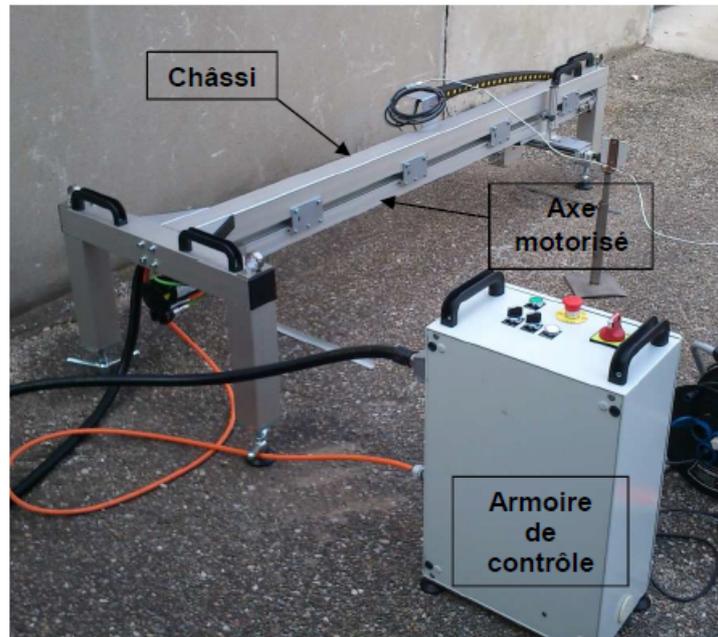


FIGURE 2.8 – Système de mesure de texture 3D [55].

- d'une table de positionnement manuel ;
- d'une armoire de commande déportée.

L'acquisition des profils est réalisée à l'aide d'un logiciel fourni avec le capteur. Différents algorithmes ont été développés pour permettre la reconstruction d'un relevé complet à partir des bandes longitudinales. Les caractéristiques des relevés reconstruits pour une position donnée du système de mesure sont :

- longueur maximale : 1500 *mm*
- largeur maximale : 350 *mm*
- pas d'échantillonnage (longitudinal et transversal) : 0,1 *mm*
- répétabilité verticale point à point : 30 *mm*

Afin de permettre des simulations de pneumatique en glissement ou en roulement sur plusieurs mètres, un protocole de mesure spécifique a été mis en œuvre. Quatre relevés consécutifs ont été réalisés avec une zone de recouvrement de 10 cm en assurant l'alignement de l'ensemble à l'aide d'un cordeau latéral. Les zones de recouvrement ont permis de raccorder les relevés de 1500 mm pour obtenir des relevés complets d'environ 5,8 m de longueur sur 35 cm de largeur. Pour cette étude, les relevés réalisés sur les surfaces décrites précédemment sont utilisés comme donnée d'entrée des modèles développés. Les figures 2.9, 2.10, 2.11, 2.12 et 2.13 représentent des extraits des relevés mesurés sur les cinq textures : *A*, *Ap*, *E2*, *ISO* et *M2*.

2.5 Spectres de texture

Dans son rapport *Acoustique Industrielle Analyse*, Catalifaud [33] définit le spectre d'un signal comme le résultat du calcul d'une intégrale (intégrale de Fourier) permettant de

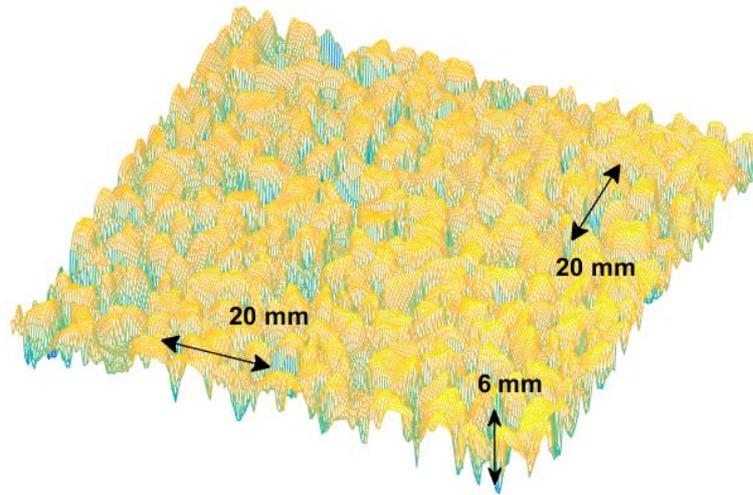


FIGURE 2.9 – Vue anamorphosée du revêtement *A*; patch de texture de 20 cm x 20 cm

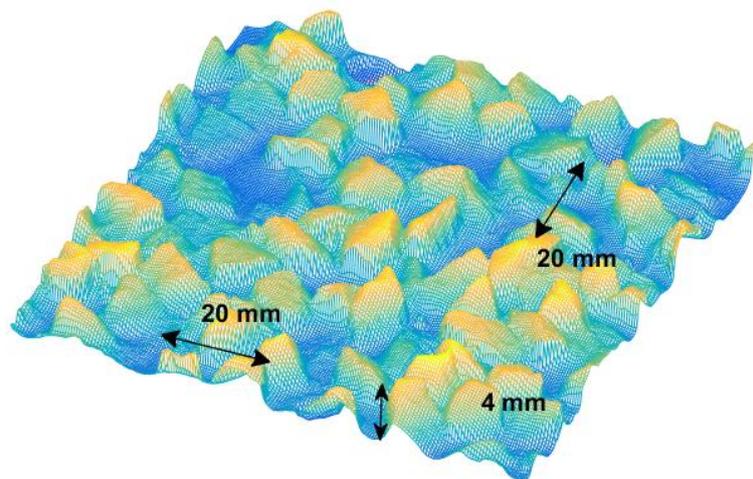


FIGURE 2.10 – Vue anamorphosée du revêtement *Ap*; patch de texture de 20 cm x 20 cm

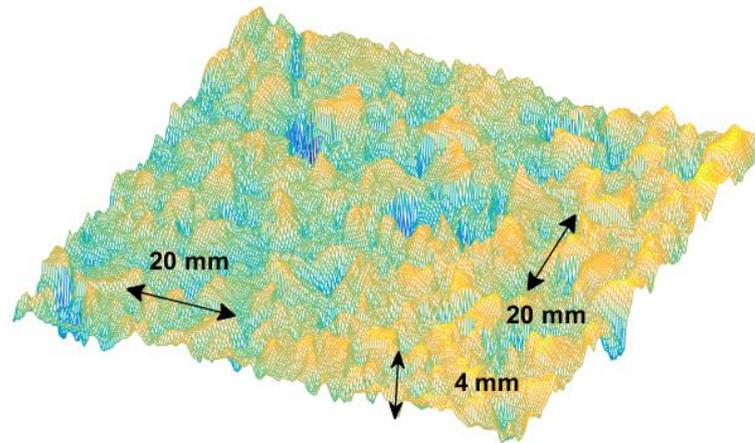


FIGURE 2.11 – Vue anamorphosée du revêtement *E2*; patch de texture de 20 cm x 20 cm

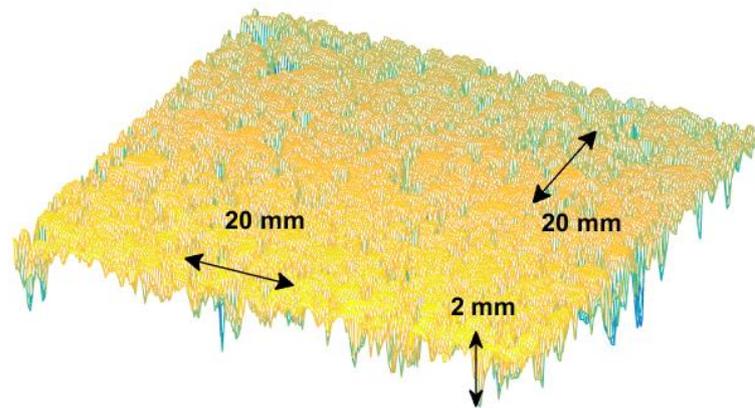


FIGURE 2.12 – Vue anamorphosée du revêtement *ISO*; patch de texture de 20 cm x 20 cm

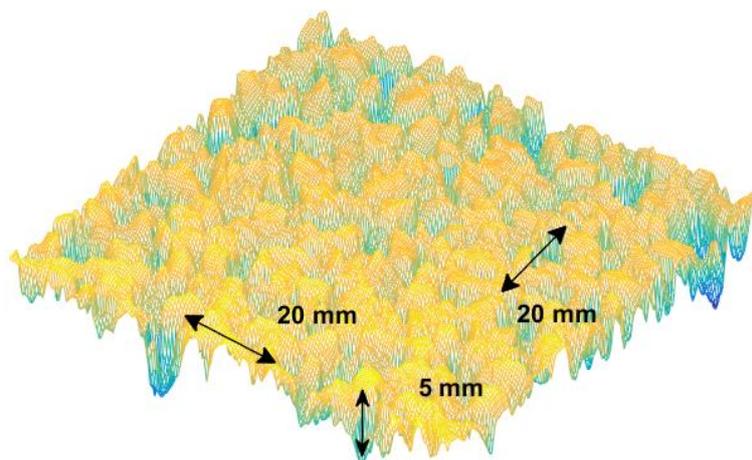


FIGURE 2.13 – Vue anamorphosée du revêtement $M2$; patch de texture de $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$.

passer d'une fonction spatiale à une fonction fréquentielle (spectrale). Pour ce faire, un algorithme FFT (Fast Fourier Transform) est utilisé. Une possibilité pour effectuer une analyse spectrale en octave ou en $1/3$ octave est d'appliquer au signal des filtres normalisés de bandes d'octave ou de bandes de $1/3$ d'octave. La bande passante de ces filtres est proportionnelle à leur fréquence centrale. Les principales fonctions réalisées par un analyseur de spectres sont les suivantes : filtrage, fenêtrage, numérisation et échantillonnage, transformée de Fourier (algorithme FFT) et visualisation.

Les spectres de texture en tiers d'octave L_T permettent de représenter le contenu spectral de la rugosité du revêtement routier de manière synthétique en fonction de la longueur d'onde de texture λ . Ils sont ici évalués à partir de profils longitudinaux extraits de relevés 3D. Chaque profil longitudinal est décomposé en sous-profils de longueur égale à 1.5 m avec un taux de recouvrement de 50% . Pour chaque sous-profil on applique une suppression de la pente, de la valeur moyenne par régression linéaire et une fenêtre de Hanning. Ensuite, les sous profils sont évalués en bandes fines et recomposés par la suite en spectres en bandes de tiers d'octave. Pour chaque revêtement, les niveaux des sous-profils obtenus sont moyennés pour donner des spectres (figure 2.14) en terme de niveaux de texture en tiers d'octave rapportés à l'amplitude de référence de $1\ \mu\text{m}$.

Les niveaux de texture en tiers d'octave augmentent en fonction des longueurs d'onde jusqu'à λ qui varie entre 8 et 16 mm suivant le revêtement pour atteindre une valeur de niveau maximale comprise entre 40 dB et 55 dB . Pour les courtes longueurs d'onde, on constate une décroissance des niveaux de texture. Les revêtements A , $M2$ et $E2$ présentent des niveaux proches. Pour les longueurs d'onde supérieures à 16 mm , les niveaux de la texture

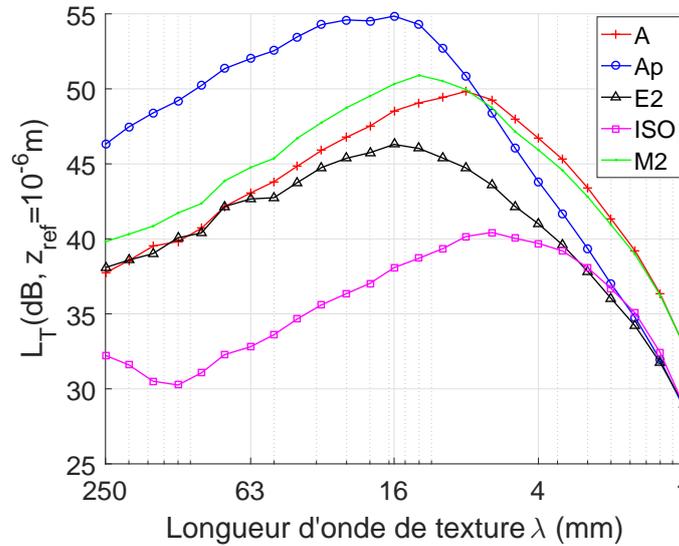


FIGURE 2.14 – Spectres de texture par bande de tiers d’octave évalués sur les cinq revêtements A , Ap , $E2$, ISO et $M2$.

ISO sont inférieurs d’environ 8 dB à ceux de $E2$. En revanche, les niveaux de la texture Ap sont supérieurs d’environ 8 dB à ceux de $M2$.

2.6 Densité de probabilités

La densité de probabilité $P(z)$ est une fonction qui permet de représenter une loi de probabilité sous forme d’intégrales. La densité de probabilité des altitudes et les paramètres statistiques ont été calculés sur des carrés redressés de revêtement de cotés a et b égaux à 20 cm . La figure 2.15 représente les courbes de la densité de probabilité $P(z)$ des altitudes des cinq revêtements. Ces courbes sont complétées par les valeurs des paramètres statistiques Ra , Rq , RSk et Rku des cinq textures A , Ap , $E2$, ISO et $M2$ données dans le tableau 2.1.

	Ra (mm)	Rq (mm)	RSk	Rku
A	0.76	0.95	-1.13	4.05
Ap	1.45	1.75	0.41	2.43
$E2$	0.55	0.73	-1.12	6.23
ISO	0.23	0.32	-2.18	9.5
$M2$	0.8	1	-1.14	4.04

TABLE 2.1 – Caractéristiques Ra , Rq , RSk et Rku des textures A , Ap , $E2$, ISO et $M2$

D’après le tableau 1, la texture lisse ISO a la valeur la plus faible de Rq . En revanche, la texture Ap , qui a une texture de forte macrotecture, a la valeur la plus élevée. Nous constatons la même tendance sur le spectre de texture. Les coefficients Ra et Rq ainsi que le niveau de texture des revêtements A , $E2$ et $M2$ sont proches. Le coefficient RSk est négatif pour les quatre revêtements A , $E2$, ISO et $M2$ donc la distribution est asymétrique en haut

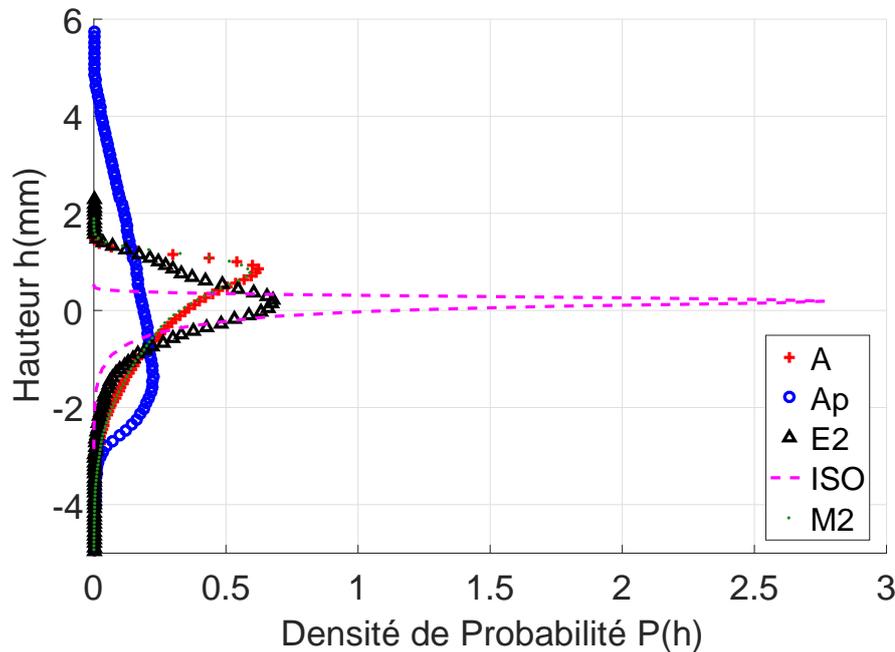


FIGURE 2.15 – Densité de probabilité des altitudes des cinq revêtements A , Ap , $E2$, ISO et $M2$.

(décalage de la courbe de $P(Z)$ vers le haut). Par ailleurs, nous observons cette dissymétrie des revêtements sur la courbe de la densité de probabilité des altitudes. Elle est plus au moins importante suivant les valeurs du skewness. La texture $E2$ est légèrement négative. Tandis que les trois textures A , ISO , $M2$ sont négatives. En revanche, la texture Ap est une texture positive. Son coefficient skewness est positif. Le kurtosis de la texture Ap est inférieur à 3, cela correspond à une distribution aplatie que l'on observe sur la figure 2.15.

2.7 Conclusions

Dans une première partie, la chaussée a été décrite. Elle se compose de plusieurs composantes : un sol support et plusieurs couches de surface, d'assise et de forme.

Dans une deuxième partie, différents critères statistiques permettent de caractériser l'état d'une surface rugueuse ont été présentés. Parmi ces critères la moyenne arithmétique, la valeur moyenne quadratique, le coefficient de dissymétrie et le coefficient d'aplatissement.

Dans une troisième partie, les différentes surfaces de chaussée utilisées durant la thèse ont été présentées. Cinq revêtements ont été choisis de sorte d'avoir une large gamme de textures au niveau des matériaux utilisés dans leur composition mais aussi au niveau de leur macrotecture. Les relevés en trois dimensions de ces textures ont été obtenus grâce à un système métrologique in situ.

Les spectres de texture montrent l'existence de deux plateaux. Le premier se caractérise par des longueurs d'onde inférieure à une longueur d'onde λ_0 comprise entre 8 et 16 mm. Dans ce cas, on a une croissance des niveaux de texture. Dans le deuxième plateau ($\lambda <$

λ_0), les niveaux de texture diminuent en fonction des longueurs d'onde. D'autre part, on a une différence d'environ 15 *dB* entre le revêtement lisse *ISO* et le revêtement *Ap* à forte macrotecture. Grâce aux courbes de densité de probabilité et les caractéristiques statistiques, on a constaté que trois textures *A*, *ISO*, *M2* sont négatives. La texture *E2* est légèrement négative et la texture *Ap* est une texture positive.

Nature du champ vibratoire du pneumatique

Ce chapitre traite du comportement vibratoire du pneumatique modélisé par une plaque orthotrope précontrainte sur fondation visco-élastique. Nous avons vu au chapitre 1, une description des différents modèles existants dans la littérature essentiellement des modèles analytiques et des modèles numériques. Notre stratégie est originale en ce qu'elle consiste en l'utilisation d'une double approche statistique et énergétique. Nous allons considérer un champ vibratoire aléatoire et chercher à le caractériser dans sa globalité. Plus précisément nous allons étudier les caractéristiques statistiques des modes propres lorsqu'ils répondent à une excitation par une ou plusieurs forces aléatoires large bande. Trois types de répartition énergétique sont obtenus, un premier type lorsque la réponse est dominée par quelques modes, un second type lorsque le champ est diffus et le troisième lorsque l'énergie vibratoire reste localisée au voisinage de la zone de contact. La première partie du chapitre est consacrée à la présentation des structures utilisées dans cette étude. Cette présentation comporte l'équation de mouvement, les conditions aux limites et les valeurs numériques utilisées. Dans une deuxième partie, les vitesses de phase et de groupe sont déterminées. Puis, la densité modale est estimée par trois méthodes. Le recouvrement modal et l'atténuation sont aussi présentés. La dernière partie est dédiée aux régimes vibratoires dans le pneumatique soumis à une seule ou plusieurs sources d'excitation. Ce chapitre a fait l'objet d'une publication [8] dans le journal : "*Journal of Sound and Vibration*, 392, 187 – 199, 2017".

Sommaire

3.1	Modèles du pneumatique	51
3.1.1	Plaque isotrope	51
3.1.2	plaque orthotrope	53
3.1.3	Valeurs numériques utilisés	55
3.2	Propriétés statistiques	55
3.2.1	Équation de dispersion	56
3.2.2	Vitesse de phase et de groupe	58
3.2.3	Densité modale	59
3.2.4	Recouvrement modal et atténuation	62
3.3	Régimes vibratoires dans le pneumatique	64
3.3.1	Calcul de la fonction de Green harmonique	64
3.3.2	Énergie locale	66
3.3.3	Répartition spatiale de l'énergie	66
3.3.4	Cas d'une seule source d'excitation	67
3.3.5	Cas de plusieurs sources d'excitation	70
3.4	Conclusions	71

3.1 Modèles du pneumatique

Lors du roulement sur la chaussée, un pneumatique est excité par des forces de contact. Une force normale radiale apparaît lorsqu'un point de la bande de roulement du pneu entre dans la zone de contact. Cette force subit des fluctuations temporelles pendant le passage dans la zone de contact dues à la topographie de la route et la texture de la bande de roulement du pneu. Le lecteur peut se référer aux travaux de [64, 36, 35]. La caractéristique la plus importante des forces de contact est leur nature aléatoire dont l'origine provient de la nature aléatoire de la surface de la route. La corrélation temporelle de la force est de l'ordre du temps de passage d'une aspérité dans la zone de contact de quelques millisecondes. Alors que la corrélation spatiale de la pression de contact est d'ordre de la taille d'aspérité de quelques millimètres. La pression de la force peut donc être commodément modélisée en tant que processus stochastique décorrélé en temps et en espace. Bien entendu, c'est une hypothèse simplificatrice que nous ferons dans ce chapitre uniquement. Cette approximation en temps et en espace, nous permettra de pousser les calculs analytiques plus loin. Pour une telle excitation, la densité spectrale de puissance S_0 est la même à n'importe quel point et est constante sur une large bande de fréquences. L'analyse des vibrations sera effectuée dans les bandes d'octave $\Delta\omega$ centrées sur ω_0 . Étant donné que la densité spectrale de puissance est constante dans la bande d'octave, la valeur efficace de la force [8] est

$$f_{\text{rms}} = \sqrt{\frac{S_0 \Delta\omega}{\pi}} \quad (3.1)$$

Concernant la modélisation mécanique du pneumatique, nous allons utiliser un modèle de plaque mince plane équivalente. Le pneu est déroulé dans les directions circonférentielle et latérale de sorte que la courbure du pneu est négligée. On considère les vibrations transverses c'est à dire que seule la vibration radiale est prise en compte car on s'intéresse au rayonnement acoustique du pneumatique. Nous allons tout d'abord approcher le pneu par un modèle simple. C'est un modèle de plaque mince isotrope (figure 3.1). Puis, on modélisera le pneu par un modèle plus élaboré puisqu'il est caractérisé par l'anisotropie des nappes d'acier (il s'agit du pneu en soi, se sont des plis placés longitudinalement et perpendiculairement à la bande de roulement du pneu) contenues dans le pneu. C'est un modèle de plaque orthotrope précontrainte sur fondation viscoélastique (figure 3.2) comme proposé par Kropp [82]. La plaque orthotrope a une tension membranaire T due à la pression interne du pneumatique. De plus, notons que la rigidité en flexion B est essentiellement due aux nappes d'acier contenues dans le pneu. Le terme de fondation élastique S , nommé fondation de Winkler, est dû à la compressibilité de l'air interne dans le pneumatique. Le pneu est périodique dans la direction circonférentielle et fixé à la jante sur les deux bords latéraux. On considère que le mouvement vertical de la plaque correspond au mouvement radial du pneu, noté $u(x, y, t)$. Le pneu est soumis à un champ de pression extérieure $f(x, y, t)$.

3.1.1 Plaque isotrope

Le pneu est approché par une plaque isotrope dont l'équation du mouvement est la suivante [20]

$$\left[B \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + c \frac{\partial}{\partial t} + m \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] u(x, y, t) = f(x, y, t) \quad (3.2)$$

où B est la raideur en flexion de la plaque (elle est la même dans les deux directions

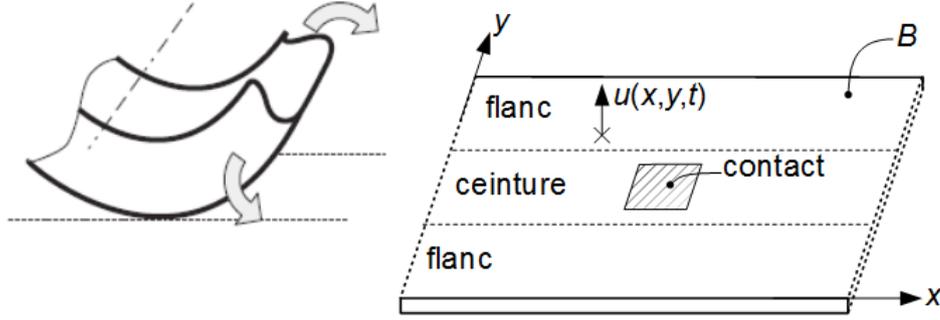


FIGURE 3.1 – Modèle du pneu : À gauche, un pneu circulaire. À droite, une plaque isotrope équivalente [8].

longitudinale et latérale), c est un coefficient d'amortissement visqueux, m la masse par unité de surface. Le pneumatique est circulaire de sorte que la plaque doit satisfaire des conditions de périodicité : la continuité du déplacement dû à la flexion, de la rotation, du moment fléchissant et de l'effort tranchant (la force de cisaillement).

$$u(0, y, t) = u(a, y, t) \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, y, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(a, y, t) \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0, y, t) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(0, y, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(a, y, t) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(a, y, t) \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(0, y, t) + (2 - \nu) \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}(0, y, t) = \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(a, y, t) + (2 - \nu) \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}(a, y, t) \quad (3.6)$$

où a , b sont respectivement la longueur et la largeur de la plaque et ν est le coefficient de Poisson.

La plaque isotrope est simplement appuyée sur ses côtés,

$$u(x, 0, t) = 0 \quad (3.7)$$

$$u(x, b, t) = 0 \quad (3.8)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, 0, t) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, 0, t) = 0 \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, b, t) + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, b, t) = 0 \quad (3.10)$$

Les modes propres de ce problème sont

$$\psi_{ij1}(x, y) = A_{ij} \cos\left(2i\pi \frac{x}{a}\right) \sin\left(j\pi \frac{y}{b}\right) \quad i = 0, 1, \dots \quad j = 1, 2, \dots \quad (3.11)$$

$$\psi_{ij2}(x, y) = B_{ij} \sin\left(2i\pi \frac{x}{a}\right) \sin\left(j\pi \frac{y}{b}\right) \quad i = 1, 2, \dots \quad j = 1, 2, \dots \quad (3.12)$$

Dans l'expression ci-dessus, l'indice i commence à 0 pour ψ_{ij1} et à 1 pour ψ_{ij2} alors que j commence toujours à 1. Les facteurs normalisés A_{ij} et B_{ij} sont obtenus par

$$\int_0^a \int_0^b [\psi_{ijk}(x, y)]^2 dx dy = 1 \quad (3.13)$$

On obtient $A_{ij} = \sqrt{\frac{2}{ab}}$ si $i = 0$ et $A_{ij} = B_{ij} = \frac{2}{\sqrt{ab}}$ sinon. Les valeurs propres sont

$$m\omega_{ij}^2 = B \left[\left(\frac{2i\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{j\pi}{b} \right)^2 \right]^2 \quad (3.14)$$

3.1.2 plaque orthotrope

De façon plus élaborée, le pneu peut être modélisé par une plaque orthotrope précontrainte sur fondation viscoélastique dont l'équation du mouvement est la suivante

$$\left[\left(\sqrt{B_x} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \sqrt{B_y} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2 - \left(T_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} + T_y \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + S + c \frac{\partial}{\partial t} + m \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] u(x, y, t) = f(x, y, t) \quad (3.15)$$

où T_x, T_y sont respectivement les tensions dans les directions longitudinale et latérale de précontrainte, B_x et B_y sont les rigidités en flexion de la plaque dans les directions longitudinale et latérale, S est une raideur par unité de surface due à la compressibilité de l'air interne (fondation de Winkler), c est un coefficient d'amortissement visqueux, m la masse par unité de surface.

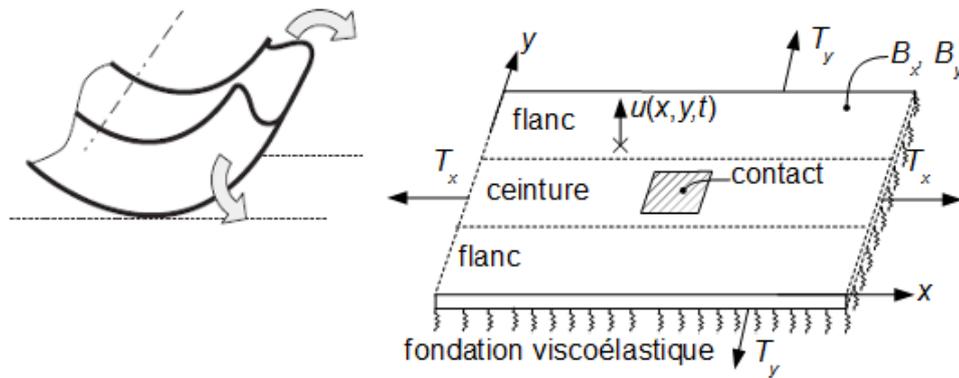


FIGURE 3.2 – Modèle du pneu : À gauche, un pneu circulaire. À droite, une plaque orthotrope sous tension équivalente.

La plaque orthotrope doit satisfaire les mêmes conditions de périodicité que la plaque isotrope.

$$u(0, y, t) = u(a, y, t) \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, y, t) = \frac{\partial u}{\partial x}(a, y, t) \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(0, y, t) + \nu_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(0, y, t) = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(a, y, t) + \nu_y \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(a, y, t) \quad (3.18)$$

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(0, y, t) + (2 - \nu_y) \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}(0, y, t) = \frac{\partial^3 u}{\partial x^3}(a, y, t) + (2 - \nu_y) \frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y^2}(a, y, t) \quad (3.19)$$

où ν_x et ν_y sont les coefficients de Poisson dans les directions x et y .

La vibration est nulle sur les bords des flancs car le pneumatique est fixé sur la jante. En revanche, sous l'effet de la déformation de l'élastomère la rotation des sections droites est possible. Une plaque simplement appuyée sur ses côtés semble être la configuration la plus optimale pour satisfaire ces conditions.

$$u(x, 0, t) = 0 \quad (3.20)$$

$$u(x, b, t) = 0 \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, 0, t) + \nu_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, 0, t) = 0 \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}(x, b, t) + \nu_x \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x, b, t) = 0 \quad (3.23)$$

où b est la largeur de la plaque. Les modes propres de ce problème sont

$$\psi_{ij1}(x, y) = A_{ij} \cos\left(2i\pi\frac{x}{a}\right) \sin\left(j\pi\frac{y}{b}\right) \quad i = 0, 1, \dots \quad j = 1, 2, \dots \quad (3.24)$$

$$\psi_{ij2}(x, y) = B_{ij} \sin\left(2i\pi\frac{x}{a}\right) \sin\left(j\pi\frac{y}{b}\right) \quad i = 1, 2, \dots \quad j = 1, 2, \dots \quad (3.25)$$

Dans l'expression ci-dessus, l'indice i commence à 0 pour ψ_{ij1} et à 1 pour ψ_{ij2} alors que j commence toujours à 1. Les facteurs normalisés A_{ij} et B_{ij} sont obtenus par

$$\int_0^a \int_0^b [\psi_{ijk}(x, y)]^2 dx dy = 1 \quad (3.26)$$

On obtient $A_{ij} = \sqrt{\frac{2}{ab}}$ si $i = 0$ et $A_{ij} = B_{ij} = \frac{2}{\sqrt{ab}}$ sinon. Les valeurs propres sont

$$m\omega_{ij}^2 = \left[T_x \left(\frac{2i\pi}{a} \right)^2 + T_y \left(\frac{j\pi}{b} \right)^2 \right] + \left[\sqrt{B_x} \left(\frac{2i\pi}{a} \right)^2 + \sqrt{B_y} \left(\frac{j\pi}{b} \right)^2 \right]^2 + S \quad (3.27)$$

où ω_{ij} est la pulsation propre en (rad/s) du mode i, j . Il faut noter que les modes (i, j, k) , $k = 1, 2$ sont dégénérés lorsque $i \geq 1$ et forment un sous espace propre à deux dimensions. Dans la suite, nous écrirons les modes sous la forme $\psi_\alpha(X)$ avec $\alpha = i, j, k$ est un triple indice et $X = (x, y)$ est un point.

3.1.3 Valeurs numériques utilisés

Dans la littérature [82, 44, 58], plusieurs auteurs se sont intéressés à la détermination des valeurs numériques des paramètres de la plaque orthotrope. Les paramètres géométriques et la masse par unité de surface peuvent être mesurés directement. D'autres paramètres sont déterminés à partir des résultats de mesure de la mobilité ponctuelle. Dans [44], les paramètres sont identifiés par un ajustement de courbe entre la mobilité mesurée et calculée. Les rigidités en flexion de la plaque dans les directions longitudinale et latérale et la tension sont déterminées séparément par des considérations physiques. Les valeurs numériques des paramètres physiques correspondent à un pneu 155/70R13 gonflé à 2 bars et sont données par Périssé [44]. Le tableau 3.1 présente les valeurs numériques utilisées dans cette thèse. Pour la plaque isotrope, on prendra $B = B_x = B_y = 20 \text{ N/m}$; $T_x = T_y = 0$; et $S = 0$

Symbole	a	b	m	B_x	B_y	T_x	T_y	S
Valeur	1.78	0.32	12.4	20	8	$3 \cdot 10^4$	$8 \cdot 10^4$	$1.3 \cdot 10^6$
Unité	m	m	kg/m^2	N/m	N/m	N/m	N/m	N/m^3

TABLE 3.1 – Valeurs numériques utilisées de la plaque orthotrope sous tension.

Les fréquences propres des plaques isotrope et orthotrope sous tension sont données dans les tableaux 3.2 et 3.3. Nous constatons que la fréquence du premier mode propre de la plaque isotrope est de $19,5 \text{ Hz}$ alors que celle de la plaque orthotrope est égale à 134 Hz (valeur approuvée par la littérature). La différence significative entre les deux fréquences est due au fait que pour la plaque isotrope, la pression de gonflage est nulle (pas de tension de membrane). La première fréquence propre dépend fortement de la tension de membrane. Le modèle de la plaque isotrope est donc celui d'un pneu dégonflé. Ce modèle irréaliste ne représente pas un pneu réel mais est donné ici en raison de sa simplicité. Il permettra aussi de bien distinguer les effets de membrane de ceux de plaque.

mode (i,j)	(0, 1)	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	(6, 1)	(0, 2)	(1, 2)	(2, 2)
fréquence (Hz)	19.5	22.0	29.6	42.2	59.8	82.4	110.2	77.9	80.5	88.0

TABLE 3.2 – Fréquences propres de la plaque isotrope.

mode (i,j)	(0, 1)	(1, 1)	(2, 1)	(3, 1)	(4, 1)	(5, 1)	(6, 1)	(0, 2)	(1, 2)	(2, 2)
fréquence (Hz)	134.0	137.0	146.1	160.9	181.0	206.3	236.4	259.8	261.7	267.6

TABLE 3.3 – Fréquences propres de la plaque orthotrope sous tension.

3.2 Propriétés statistiques

Dans cette section, nous présentons les principaux paramètres qui caractérisent statistiquement le champ vibratoire d'un pneu : vitesse de phase et de groupe, densité modale, recouvrement modal et atténuation.

3.2.1 Équation de dispersion

Considérons une onde plane se propageant la direction circonférentielle. L'onde est de la forme

$$u(x, y, t) = e^{i(-kx + \omega t)} \quad (3.28)$$

où k est le nombre d'onde, ω est la pulsation. Pour une plaque isotrope sans amortissement ($c = 0$). La relation de dispersion est obtenue en substituant la solution (3.28) dans l'équation (3.2). L'équation de dispersion s'écrit

$$Bk^4 - m\omega^2 = 0 \quad (3.29)$$

où B est la rigidité de flexion de la plaque (elle est la même dans les deux directions longitudinale et latérale). La relation entre la pulsation ω et le nombre d'onde k s'appelle relation de dispersion. Elle dépend des caractéristiques physiques du milieu de propagation. Deux solutions réelles sont obtenues

$$k(\omega) = \pm \left(\frac{m}{B}\right)^{1/4} \sqrt{\omega} \quad (3.30)$$

Étudions maintenant le cas d'une plaque orthotrope sans amortissement ($c = 0$). L'équation de dispersion est obtenue en substituant l'équation (3.28) dans l'équation (3.15). Elle s'écrit

$$Bk^4 + Tk^2 + S - m\omega^2 = 0 \quad (3.31)$$

où B est la rigidité de flexion dans la direction circonférentielle, T la tension dans la direction circonférentielle, S est une raideur par unité de surface due à la compressibilité de l'air interne. Dans ce cas, T , B , S désignent les quantités T_x , B_x , S . Si on avait recherché une onde se propageant dans la direction y (c'est à dire $e^{i(-ky + \omega t)}$), on aurait obtenu la même équation de dispersion mais avec B_y , T_y , S . L'équation (3.31) est une équation polynomiale biquadratique. Pour la résoudre, on fait le changement de variable $x = k^2$. On obtient une équation polynomiale de degré 2, c'est-à-dire qu'elle peut s'écrire sous la forme $f(x) = Bx^2 + Tx + S - m\omega^2 = 0$. Son discriminant est $\Delta = T^2 - 4B(S - m\omega^2)$. Il est positif lorsque $m\omega^2 \geq S - T^2/4B$. Les valeurs numériques de la section 3.1.3 indiquent que $S - T^2/4B = -99,5 \cdot 10^5 < 0$ donc $\Delta \geq 0$ pour tout $\omega \geq 0$. Les deux racines de $f(x)$ sont

$$x_1 = \frac{-T - \sqrt{T^2 - 4B(S - m\omega^2)}}{2B} \quad (3.32)$$

$$x_2 = \frac{-T + \sqrt{T^2 - 4B(S - m\omega^2)}}{2B} \quad (3.33)$$

La première racine est toujours négative. Les nombres d'onde associés $k = \pm\sqrt{x_1}$ sont imaginaires et donnent donc naissance à des ondes évanescentes. La deuxième racine x_2 peut être positive ou négative. Son signe dépend de la fréquence de coupure $\omega_{coupure}$

$$\omega_{coupure} = \sqrt{\frac{S}{m}} \quad (3.34)$$

Lorsque $\omega < \omega_{coupure}$ alors $x_2 < 0$, les ondes associées sont évanescentes. Ainsi, aucune onde ne se propage dans la plaque en-dessous de $\omega_{coupure}$. Lorsque $\omega > \omega_{coupure}$ alors $x_2 > 0$, on

obtient deux ondes propagatives dont les nombres d'onde sont $\pm k(\omega)$ avec

$$k(\omega) = \pm \sqrt{\frac{-T + \sqrt{T^2 - 4B(S - m\omega^2)}}{2B}} \quad (3.35)$$

Les valeurs numériques des paramètres utilisées pour calculer les nombres d'onde sont données dans la section 3.1.3. La figure 3.3 représente les nombres d'onde en fonction de la fréquence. Les nombres d'onde sont réels et ils sont les mêmes selon la direction considérée.

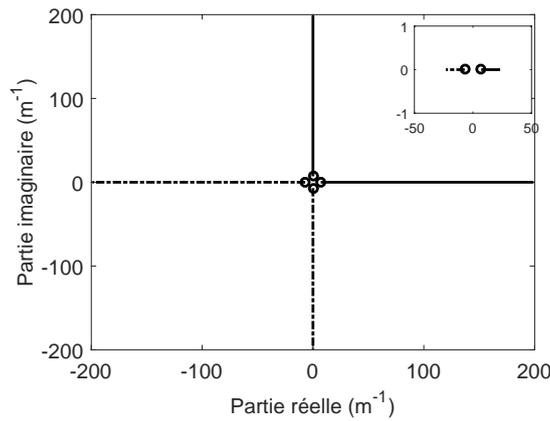


FIGURE 3.3 – Nombres d'onde $k(\omega)$ pour une plaque isotrope représentés dans le plan complexe par rapport à la fréquence.

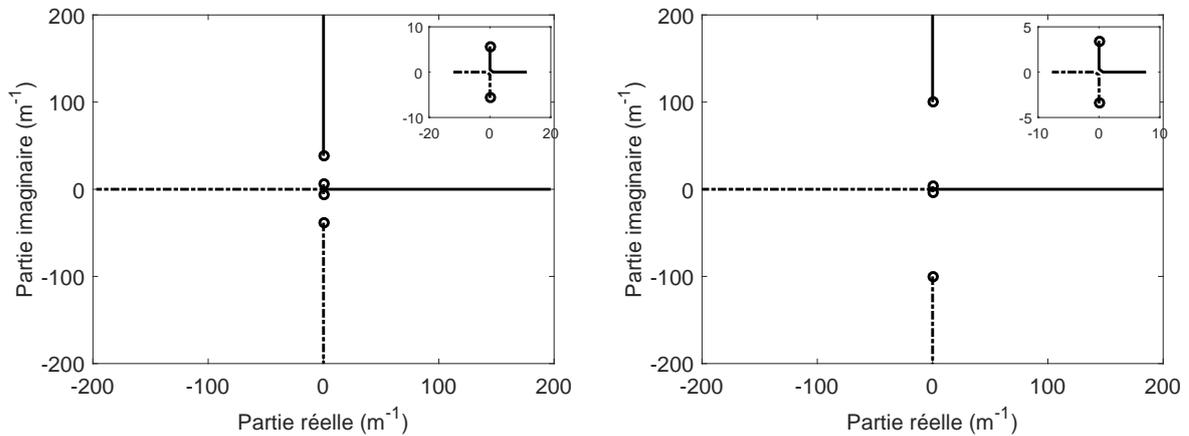


FIGURE 3.4 – Nombres d'onde $k(\omega)$ pour une plaque orthotrope représentés dans le plan complexe par rapport à la fréquence : (à droite) la direction circonférentielle; (à gauche) direction latérale [8].

La figure 3.4 montre les nombres d'onde dans le plan complexe. Les quatre nombres d'onde sont purement imaginaires à $\omega = 0$. Deux nombres d'onde restent purement imaginaires. Les deux autres sont d'abord purement imaginaires, puis purement réels au-dessus de la fréquence de coupure.

3.2.2 Vitesse de phase et de groupe

La vitesse de phase est définie comme la vitesse de propagation des lignes équiphasés de l'onde progressive. Plus précisément, c'est le rapport entre la pulsation et le nombre d'onde associé. Elle est notée c_φ . La vitesse de groupe c_g quant-à elle peut être interprétée comme la vitesse moyenne de transport de l'énergie. Les vitesses de phase et de groupe sont données par les relations,

$$c_\varphi = \frac{\omega}{k(\omega)} \quad (3.36)$$

$$c_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{1}{k'(\omega)} \quad (3.37)$$

où k est le nombre d'onde associé à la pulsation ω , $k'(\omega)$ est la dérivée de k par rapport à ω . Les figures 3.5 et 3.6 et représentent les vitesses de phase et de groupe calculées en utilisant

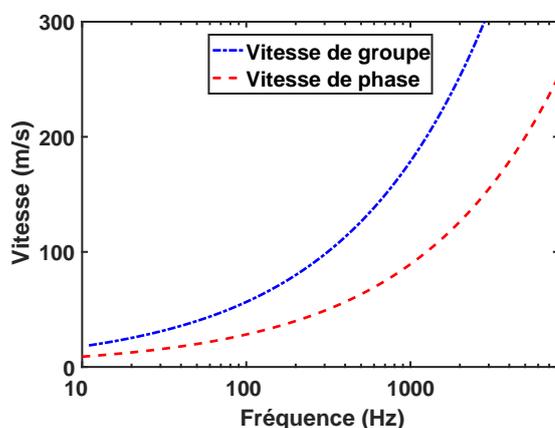


FIGURE 3.5 – Vitesses d'onde dans la plaque isotrope.

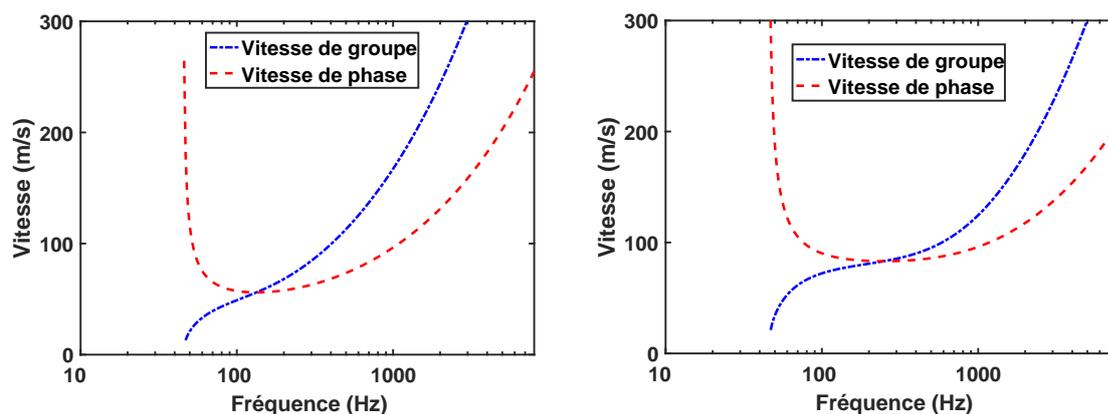


FIGURE 3.6 – Vitesses d'onde dans la plaque orthotrope : direction longitudinale (à droite) ; direction axiale (à gauche)[8].

les valeurs numériques données du tableau 3.1.

Pour la plaque isotrope (figure 3.5), on observe que les vitesses de groupe et de phase sont des fonctions croissantes de la fréquence avec une valeur minimale de 10 m/s pour la vitesse de phase et 20 m/s pour la vitesse de groupe à 10 Hz. Sur la figure 3.6 pour la plaque orthotrope, nous observons que la vitesse de groupe est une fonction croissante de la fréquence. La fréquence de coupure de 45 Hz. La vitesse de groupe est très faible juste au-dessus de la fréquence de coupure et présente un point d'inflexion à 100 Hz dans la direction circonférentielle et à 200 Hz dans la direction axiale. Au-dessus du point d'inflexion, la vitesse de groupe augmente plus rapidement. Concernant la vitesse de phase, elle est d'abord une fonction fortement décroissante juste au-dessus de la fréquence de coupure. Ensuite, elle est stable dans la bande de fréquences 100 – 400 Hz dans la direction circonférentielle et 100 – 800 Hz dans la direction axiale avec une valeur minimale de 56 m/s dans la direction circonférentielle et 83 m/s dans la direction axiale. Au-dessus de cette zone de transition, la vitesse de phase croît en $\sqrt{\omega}$. À la limite asymptotique $\omega \rightarrow \infty$, les vitesses de phase et de groupe sont les vitesses d'une simple plaque en vibration transversale (sans précontrainte et sans fondation élastique). Pour la plaque orthotrope, le domaine des hautes fréquences est dominé par l'effet de la flexion. Par ailleurs, on observe une grande différence entre les vitesses de phase et de groupe en basses fréquences. Ce domaine est dominé par l'effet de la fondation viscoélastique qui impose une vitesse de phase élevée. Ces observations sont confirmées dans la littérature [81].

3.2.3 Densité modale

La densité modale $n(\omega)$ est le nombre de modes par unité de fréquence (rad/s). Plus la densité modale est élevée, plus le système est capable de stocker de l'énergie vibratoire. La densité modale [4] est définie par la relation suivante,

$$n(\omega) = \frac{\Delta N}{\Delta \omega} \quad \text{avec} \quad \Delta N = N(\omega_{max}) - N(\omega_{min}) \quad \text{et} \quad \Delta \omega = \omega_{max} - \omega_{min} \quad (3.38)$$

où $N = \int_0^\omega n(\omega) d\omega$ est le nombre de modes résonants. ω est exprimé en rad/s. La densité modale dépend donc de la fréquence. Pour déterminer sa valeur, trois estimations sont possibles. La première estimation consiste à calculer analytiquement la suite des modes. La deuxième méthode repose sur une approche asymptotique de la densité modale. Enfin, la troisième méthode repose sur la mesure de la mobilité. Cette quantité est définie comme le rapport vitesse/force au même point en régime harmonique.

3.2.3.1 Densité modale analytique

La méthode analytique consiste en un comptage du nombre de modes en calculant toutes les fréquences propres avec l'équation (5.5). Les modes résonants sont ceux dont la fréquence propre est contenue dans $\Delta\omega$. La densité modale est alors déterminée par un algorithme simple qui s'écrit [8]

$$n(\omega) = \frac{1}{\Delta\omega} [\text{Card} \{j \geq 1/\omega_{0j} \in \Delta\omega\} + 2 \times \text{Card} \{i \geq 1, j \geq 1/\omega_{ij} \in \Delta\omega\}] \quad (3.39)$$

où Card est le nombre cardinal de l'ensemble des entiers i, j pour lequel la fréquence propre ω_{ij} est contenue dans la bande de fréquences $\Delta\omega$. Les deux termes correspondent aux deux

cas $i = 0$ et $i \geq 1$. Dans le cas $i = 0$ un seul mode est présent alors que deux modes sont attachés à chaque couple i, j quand $i \geq 0$. C'est pour cette raison qu'on a un facteur 2 dans le deuxième terme.

3.2.3.2 Densité modale asymptotique

La formule asymptotique de la densité modale pour une plaque orthotrope en fonction des vitesses de phase c_φ et de groupe c_g , est donnée par [8],

$$n(\omega) = \frac{A\omega}{2\pi^2} \int_0^\pi \frac{d\theta}{c_\varphi(\theta)c_g(\theta)} \quad (3.40)$$

où $A = ab$ est la surface de la plaque, les ondes se propagent à la vitesse de groupe c_g et à la vitesse de phase c_φ dans la direction θ . Pour une plaque isotrope, la formule asymptotique [4] est donnée par,

$$n(\omega) = \frac{A\omega}{2\pi c_\varphi c_g} \quad (3.41)$$

3.2.3.3 Densité modale par la mobilité

La mobilité $Y(X, X_0, \omega)$ est la fonction de réponse en fréquence entre la force $F(\omega)$ appliquée à $X_0 = (x_0, y_0)$ et la vitesse vibratoire $V(\omega)$ à $X = (x, y)$. Puisque les équations de mouvement sont linéaires, la structure peut être considérée comme un filtre linéaire avec une entrée $F(\omega)$ et une sortie $V(\omega)$. La fonction de réponse en fréquence est notée

$$Y(X, X_0, \omega) = \frac{V(\omega)}{F(\omega)} \quad (3.42)$$

La mobilité de la plaque est donnée par l'expression

$$Y(X, X_0, \omega) = i\omega H(X, X_0, \omega) \quad (3.43)$$

où $H(X, X_0, \omega)$ est la réceptance aussi appelée fonction de Green harmonique. Son expression sera démontrée en section 3.3.1. La mobilité de la plaque s'exprime à l'aide des modes propres.

$$Y(X, X_0, \omega) = i\omega \sum_\alpha \frac{\psi_\alpha(X)\psi_\alpha(X_0)}{m(\omega_\alpha^2 + i\eta_\alpha\omega\omega_\alpha - \omega^2)} \quad (3.44)$$

où X est le point d'application de la force, $\eta_\alpha = c/(m\omega_\alpha)$ est le facteur de perte, les valeurs de α sont données par les équations (3.24) et (3.25).

Bourgine [5] a montré par un calcul de nature statistique que la densité modale peut être reliée à la mobilité par,

$$n(\omega) = \frac{2M}{\pi A \Delta\omega} \int_A \int_{\Delta\omega} Re [Y(X, X, \omega)] d\omega dA_X \quad (3.45)$$

où Re désigne la partie réelle et $M = mA$ est la masse totale de la plaque.

L'équation (3.45) montre que la moyenne spatiale de la partie réelle de la mobilité est proportionnelle au nombre de modes dans la bande de fréquence $\Delta\omega$. L'intérêt principal de l'équation (3.45) est qu'elle permet une mesure directe de la densité modale. La mobilité doit

être mesurée en plusieurs positions sur le pneu, puis on calcule la moyenne de toutes ces positions. Pour une bonne estimation de la densité modale, il faut la calculer en une dizaine de points.

Les figures 3.8 et 3.7 représentent la densité modale, des plaques isotrope et orthotrope, estimée par les trois méthodes en utilisant les valeurs numériques données dans le tableau 3.1.

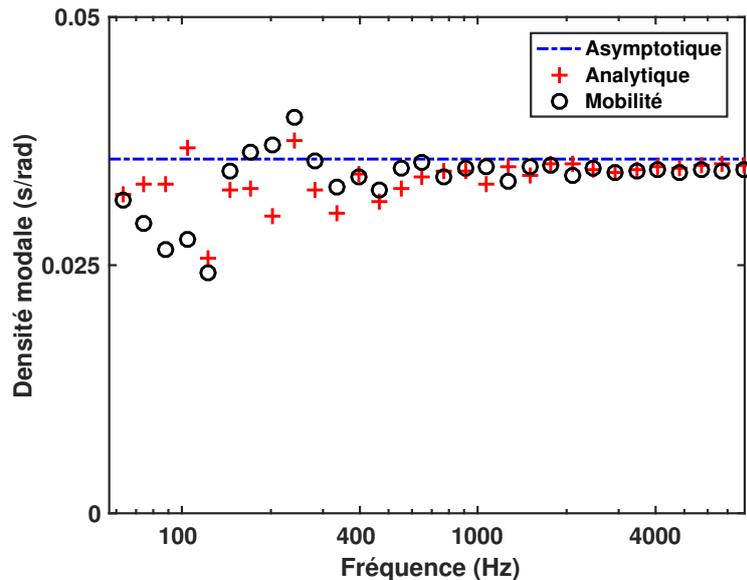


FIGURE 3.7 – Densité modale de la plaque isotrope en fonction de la fréquence. +, densité modale analytique obtenue par le comptage de modes par l'équation (3.39) ; -, densité modale asymptotique déterminée par l'équation (3.40) ; o, densité par la mobilité estimée à partir de l'équation (3.45)

La densité modale de la plaque isotrope (figure 3.7) est constante en fonction de la fréquence. L'estimation de la densité modale par les trois méthodes est bonne à partir de 1000 Hz. Sur la figure 3.8 pour la plaque orthotrope on observe que la densité modale croît avec la fréquence. En plus, on constate que dans la limite asymptotique $\omega \rightarrow \infty$ la densité modale atteint une limite. Ceci est cohérent avec le fait que le comportement du pneu est dominé par des effets de flexion à hautes fréquences. Tandis que dans les basses fréquences, la densité modale a un comportement plus compliqué. Sa limite est nulle au voisinage de ω_{coupure} puisque la vitesse de phase devient infinie. On peut voir que l'estimation est assez bonne sauf en dessous de 300 Hz.

Le comptage de modes donne le nombre des modes résonants. Ce sont les principaux contributeurs à la vibration. Le nombre de modes est le premier critère à vérifier avant d'adopter une description statistique du champ vibratoire. Par exemple, à 1000 Hz, le nombre de modes résonants dans une octave est $N = 192$, ce qui est généralement suffisant pour les traiter comme une population statistique sans considérer leurs fréquences propres exactes.

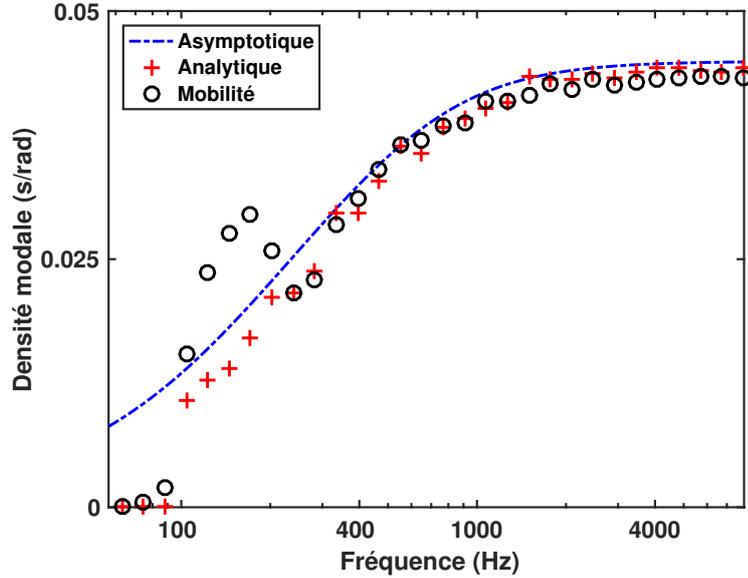


FIGURE 3.8 – Densité modale de la plaque orthotrope en fonction de la fréquence. +, densité modale analytique obtenue par le comptage de modes par l'équation (3.39) ; -, densité modale asymptotique déterminée par l'équation (3.40) ; o, densité par la mobilité estimée à partir de l'équation (3.45)

3.2.4 Recouvrement modal et atténuation

Nous présentons les paramètres statistiques suivants : recouvrement modal et atténuation et leur effet sur le champ vibratoire.

3.2.4.1 Recouvrement modal

Le recouvrement modal est une mesure de la superposition des modes successifs. Le recouvrement modal permet de déterminer si le comportement d'une structure est dominé par ses modes. Le recouvrement modal se définit par

$$M(\omega) = \eta(\omega)\omega n(\omega) \quad (3.46)$$

où $\eta(\omega)$ est le facteur de perte et $n(\omega)$ est la densité modale.

Un recouvrement modal élevé ($M \geq 1$) rend les modes indiscernables. Tandis qu'un recouvrement modal faible ($M \leq 1$) indique que la dynamique du système est dominée par ses modes. Le recouvrement modal permet de distinguer deux régimes dans les pneus. Lorsque le recouvrement modal est faible (voir la figure 3.9(c)), les pics de résonance sont bien séparés dans la fonction de mobilité. Toutes les résonances sont clairement visibles sur la mobilité et, par exemple, l'analyse modale expérimentale sera efficace pour identifier les modes. Dans ce régime modal, tous les modes participent à la dynamique globale et la connaissance exacte de leurs fréquences propres s'avère nécessaire. Cependant lorsque le recouvrement modal est élevé et que le nombre de modes est élevé (voir la figure 3.9(b)), la plupart des modes ne sont pas identifiables. Les valeurs précises de leur fréquence propre ont une faible influence sur la

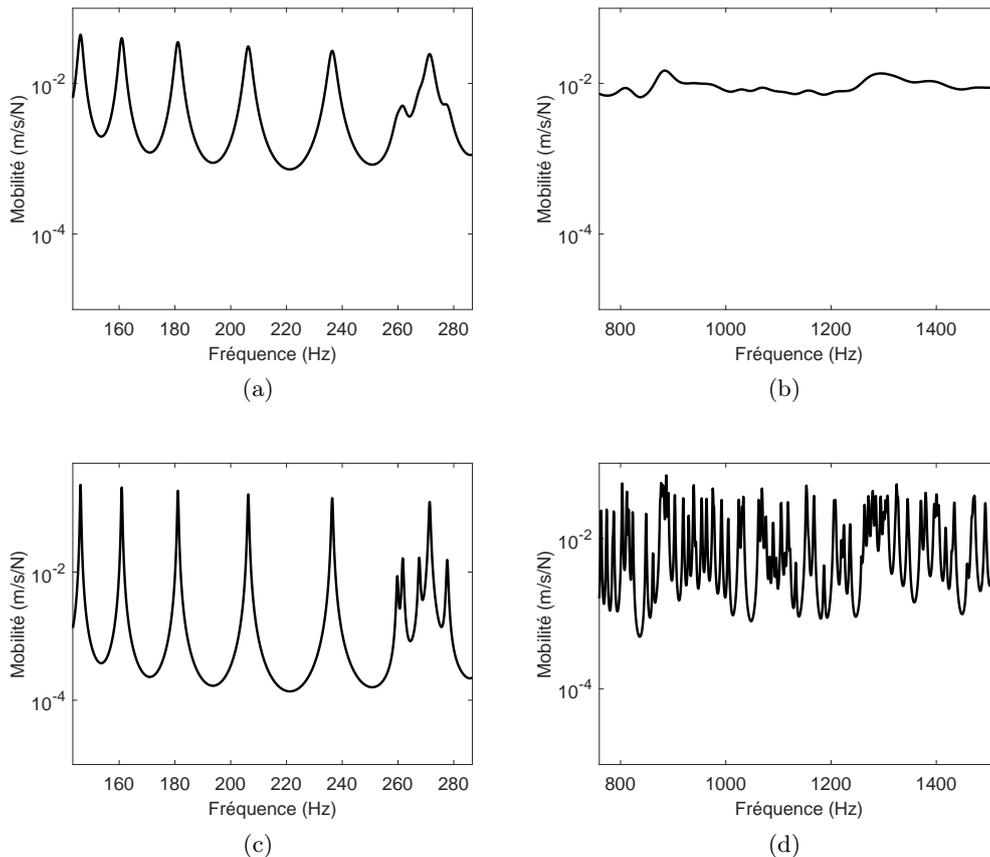


FIGURE 3.9 – Effet du recouvrement modal sur la mobilité. (a) M élevé et N faible; (b) M élevé et N élevé; (c) M faible et N faible et (d) M faible et N élevé

mobilité et plus généralement sur le champ vibratoire. Dans ce cas, une analyse statistique est bien adaptée à une description du champ vibratoire.

3.2.4.2 Atténuation

Lors de leur propagation dans le pneu, les rayons vibratoires perdent continuellement de l'énergie à cause de la dissipation dans le matériau et finalement disparaissent après une certaine distance parcourue. L'atténuation des ondes tend donc à confiner l'énergie à proximité du point d'excitation. Mais avant de disparaître, les rayons atteignent les frontières et se reflètent plusieurs fois. Ces multiples réflexions sont responsables d'un mélange de l'énergie dans la plaque. Les deux processus atténuation et réflexion sont alors en compétition, le premier est responsable d'un confinement de l'énergie tandis que le second tend à mélanger de l'énergie à l'intérieur du pneu. Le libre parcours moyen est la longueur moyenne entre deux réflexions successives. Puisque le pneu est modélisé par une plaque périodique simplement appuyée sur les bords latéraux, les réflexions ne peuvent se produire que sur les bords latéraux.

Le libre parcours moyen dans le pneu est donc

$$l = \frac{\pi b}{2} \quad (3.47)$$

où b est la largeur du pneu. L'inverse du libre parcours moyen $1/l$ est le nombre de réflexions par unité de longueur et c_g/l est le nombre moyen de réflexions par unité de temps. Dans le pneu spécifié par les valeurs numériques des paramètres donnés dans la section 3.3.1, le libre parcours moyen est de $0,5 \text{ m}$. Il correspond à 209 réflexions par seconde à 1 kHz . Le facteur

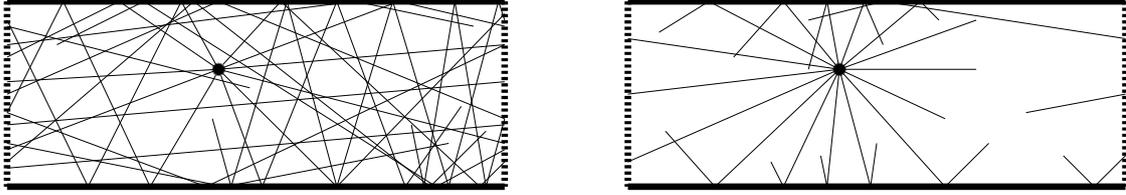


FIGURE 3.10 – Effet de l'atténuation des ondes sur le champ vibratoire. À gauche, atténuation faible, à droite, atténuation élevée [8].

d'atténuation normalisé noté m traduit la perte d'énergie entre deux réflexions. Dans le cas d'une plaque isotrope, la vitesse de groupe c_g ne dépend pas de la direction de propagation de l'onde. L'expression de m [7] est donnée par

$$m(\omega) = \frac{\eta\omega l}{c_g} \quad (3.48)$$

Pour une plaque orthotrope m s'écrit [8]

$$m(\omega) = -\ln \left[\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \exp \left\{ \left(-\frac{\eta\omega}{c_g} l \right) \right\} d\theta \right] \quad (3.49)$$

Une valeur faible de m induit un grand nombre de réflexions avant la disparition des rayons et donc un mélange des rayons (figure 3.10 à gauche). Dans le cas d'une forte atténuation, les rayons sont fortement absorbés et disparaissent après les premières réflexions (figure 3.10 à droite)

3.3 Régimes vibratoires dans le pneumatique

On cherche à déterminer l'énergie vibratoire locale au point (x, y) contenue dans une bande d'octave $\Delta\omega$ centrée sur ω_0 . Pour cela, il est nécessaire de calculer la fonction de Green $H(X, X_0, \omega)$ entre deux points quelconques $X = (x, y)$ et $X_0 = (x_0, y_0)$.

3.3.1 Calcul de la fonction de Green harmonique

Soit $H(X, X_0, \omega)$ la fonction de Green qui est la réponse du pneumatique soumis à une sollicitation harmonique ponctuelle. C'est à dire la fonction de réponse en fréquence entre la sortie déplacement en $X = (x, y)$ et l'entrée force en $X_0 = (x_0, y_0)$

$$KH(X, X_0, \omega) + \eta_\alpha m \omega_\alpha \omega H(X, X_0, \omega) - m \omega^2 H(X, X_0, \omega) = \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \quad (3.50)$$

où $\eta_\alpha = c/m\omega_\alpha$, $\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)$ est la fonction de Dirac, K est l'opérateur de raideur. Pour une plaque isotrope, il est défini par,

$$K = B \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2B \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + B \frac{\partial^4}{\partial y^4} \quad (3.51)$$

Pour une plaque orthotrope, il est défini par

$$K = - \left(T_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} + T_y \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + B_x \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2\sqrt{B_x B_y} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + B_y \frac{\partial^4}{\partial y^4} + S \quad (3.52)$$

On cherche $H(X, H_0, \omega)$ sous la forme d'une série des modes propres,

$$H(X, X_0, \omega) = \sum_{\alpha} \psi_{\alpha}(x, y) V_{\alpha} \quad (3.53)$$

En substituant l'équation (3.53) dans l'équation (3.50) il vient,

$$\sum_{\alpha} (K \psi_{\alpha}(x, y) V_{\alpha} + \eta_{\alpha} m \omega_{\alpha} \omega \psi_{\alpha}(x, y) V_{\alpha} - m \omega^2 \psi_{\alpha}(x, y) V_{\alpha}) = \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \quad (3.54)$$

On remplace $K \psi_{\alpha}(x, y)$ par $m \omega_{\alpha}^2 \psi_{\alpha}(x, y)$. Ensuite, on multiplie l'équation (3.54) par $\psi_{\beta}(x, y)$ et on intègre les deux membres de l'équation sur la surface de la plaque,

$$\int_0^a \int_0^b \sum_{\alpha} (m \omega_{\alpha}^2 \psi_{\alpha}(x, y) \psi_{\beta}(x, y) V_{\alpha} + \eta_{\alpha} m \omega_{\alpha} \omega \psi_{\alpha}(x, y) \psi_{\beta}(x, y) V_{\alpha} - m \omega^2 \psi_{\alpha}(x, y) \psi_{\beta}(x, y) V_{\alpha}) dx dy = \int_0^a \int_0^b \delta(x - x_0) \delta(y - y_0) \psi_{\beta}(x, y) dx dy \quad (3.55)$$

On utilise la propriété d'orthonormalité,

$$\int_0^a \int_0^b \psi_{\alpha}(x, y) \psi_{\beta}(x, y) dx dy = \begin{cases} 1 & \text{si } \alpha = \beta \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.56)$$

D'autre part,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \delta(x - x_0) dx = f(x_0) \quad (3.57)$$

On substitue les équations (3.56) et (3.57) dans l'équation (3.55), on obtient,

$$(m \omega_{\alpha}^2 + \eta_{\alpha} m \omega_{\alpha} \omega - m \omega^2) V_{\alpha} = \psi_{\alpha}(x_0, y_0) \psi_{\alpha}(x, y) \quad (3.58)$$

Enfin, la réceptance s'écrit,

$$H(X, X_0, \omega) = \sum_{\alpha} \frac{\psi_{\alpha}(X) \psi_{\alpha}(X_0)}{m (\omega_{\alpha}^2 + \eta_{\alpha} \omega_{\alpha} \omega - \omega^2)} \quad (3.59)$$

avec $X = (x, y)$ et $X_0 = (x_0, y_0)$. En substituant les équations (3.24) et (3.25) avec $\alpha = (i, j, k)$ dans (3.59), il vient

$$H(X, X_0, \omega) = \sum_{i \geq 0, j \geq 0} \frac{4\varepsilon_i}{mab (\omega_{ij}^2 + \eta_{ij} \omega_{ij} \omega - \omega^2)} \cos\left(2i\pi \frac{x - x_0}{a}\right) \sin\left(j\pi \frac{y_0}{b}\right) \sin\left(j\pi \frac{y}{b}\right) \quad (3.60)$$

où $\varepsilon_0 = 0, 5$ et $\varepsilon_i = 1$ pour $i \geq 1$

3.3.2 Énergie locale

À présent nous cherchons à calculer l'espérance de l'énergie vibratoire locale au point X . Comme d'habitude, deux plaques sont utilisées, une plaque isotrope qui est un exemple simple puis, le pneu est assimilé à une plaque orthotrope précontrainte sur fondation viscoélastique. Chaque plaque est excitée par une force ponctuelle. À tout point X de la plaque, le double de la densité d'énergie cinétique est $m\dot{u}(X, t)^2$ où le point désigne une dérivée par rapport au temps et m la masse par unité de surface. Cependant la force ponctuelle est aléatoire et stationnaire. Elle a un spectre plat confiné dans la bande de fréquence $\Delta\omega$ centré sur ω_0 . L'espérance de l'énergie locale au point X est donnée par

$$\langle E(X, \omega_0) \rangle = \langle m\dot{u}(X, t)^2 \rangle \quad (3.61)$$

où les crochets désignent l'opérateur d'espérance. Puisque, la force est stationnaire, l'espérance de l'énergie locale dépend uniquement de la variable X et non de t . La variable ω_0 apparaît également dans E pour rappeler la fréquence centrale d'excitation. Le terme $\langle \dot{u}(X, t)^2 \rangle$ peut être interprété comme la fonction de corrélation de la vitesse vibratoire $R_{\dot{u}, \dot{u}}(\tau) = \langle \dot{u}(X, t) \cdot \dot{u}(X, t + \tau) \rangle$ à $\tau = 0$. Par ailleurs, cette fonction est donnée par la formule [4]

$$R_{\dot{u}, \dot{u}}(0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{\dot{u}\dot{u}}(\omega) d\omega \quad (3.62)$$

où $S_{\dot{u}\dot{u}}(\omega)$ est la densité spectrale de puissance de \dot{u} . Puisque le système est linéaire, $S_{\dot{u}\dot{u}}$ est donné par $S_{\dot{u}\dot{u}}(\omega) = |Y(X, X_0, \omega)|^2 S_0$ où S_0 est la densité spectrale de puissance de la force f à X_0 et Y la fonction de réponse en fréquence entre \dot{u} à X et f à X_0 (la mobilité). L'expression de l'énergie locale devient alors,

$$E(X, \omega_0) = \frac{S_0}{\pi} \int_{\Delta\omega} m |Y(X, X_0, \omega)|^2 d\omega \quad (3.63)$$

L'intervalle d'intégration se réduit à $\Delta\omega$ car $S_{\dot{u}\dot{u}}$ est nul en dehors des intervalles $-\Delta\omega$ et $\Delta\omega$.

3.3.3 Répartition spatiale de l'énergie

Nous allons étudier la répartition spatiale de l'énergie. La moyenne spatiale de l'énergie vibratoire estimée sur l'ensemble de la plaque A est

$$\bar{E}(\omega_0) = \frac{1}{A} \int_A E(X, \omega_0) dA \quad (3.64)$$

La répartition spatiale de l'énergie se caractérise par la valeur moyenne et l'écart-type. On peut donc introduire l'écart type relatif σ comme l'écart type divisé par la valeur moyenne des fluctuations spatiales de l'énergie locale. Il est défini par

$$\sigma = \frac{1}{\bar{E}(\omega_0)} \sqrt{\frac{1}{A} \int_A E(X, \omega_0)^2 dA - \bar{E}(\omega_0)^2} \quad (3.65)$$

Le ratio σ caractérise l'uniformité de la répartition spatiale. Sa valeur donne les fluctuations relatives (en pourcentage de la valeur moyenne) de l'énergie d'un point à un autre point de la plaque. Les petites valeurs de σ indiquent donc une répartition uniforme de l'énergie dans l'ensemble du pneu tandis que de grandes valeurs de σ montrent la présence de fortes fluctuations spatiales.

3.3.4 Cas d'une seule source d'excitation

La plaque a une longueur de 1,78 m et une largeur de 0,32 m. Elle est excitée en un point $X_0 = (0.867, 0.142)$ dont la position est choisie de sorte que tous les modes soient excités. La mobilité a été calculée par l'équation (3.44). Le nombre total de modes est de 14 950 comprenant tous les modes (i, j) avec $0 \leq i \leq 149$ et $1 \leq j \leq 50$. Tous les modes ont le même amortissement $\eta_\alpha = \eta$. L'espérance de l'énergie locale est alors calculée par l'équation (3.63) en 10 000 points récepteurs choisis au hasard sur la plaque. L'intégration en fréquence est effectuée sur les bandes d'octave $\Delta\omega = \omega_0/2$ centrées sur ω_0 . Ces calculs ont été effectués pour 30 bandes d'octaves de 63 Hz à 8 kHz et pour 30 facteurs de perte allant de 0,001 à 1. La simulation numérique présentée dans cette section est basée sur l'ensemble des paramètres mécaniques donnés dans la section 3.1.3. Les figures 3.11 et 3.12 représentent les valeurs de σ des plaques isotrope et orthotrope excitées par une force ponctuelle en fonction de la fréquence d'excitation et de l'amortissement η .

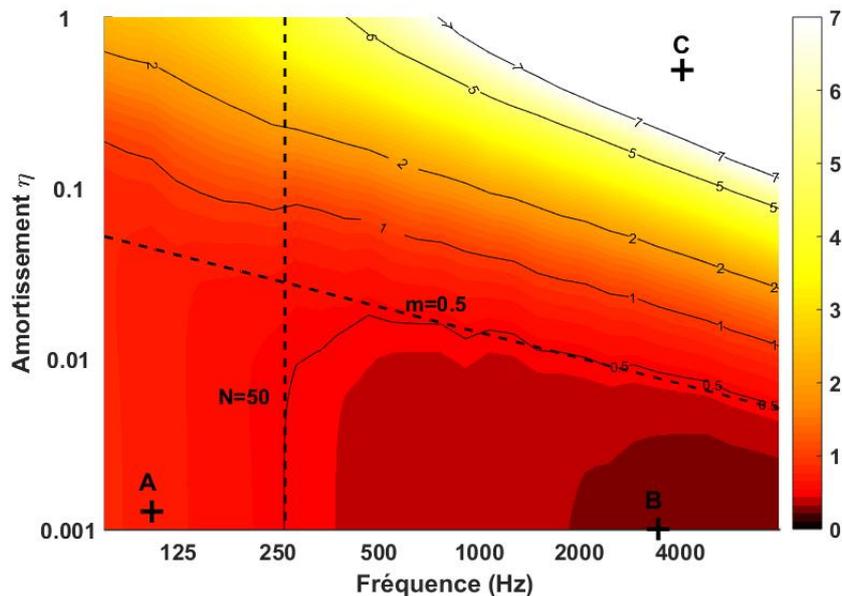


FIGURE 3.11 – Écart-type relatif de la répartition spatiale de l'énergie dans le plan fréquence et facteur d'amortissement sous un point d'excitation pour une plaque isotrope. Le point *A* appartient à la zone de comportement modal. Le point *B* est dans la zone de champ diffus. Le point *C* se trouve dans la zone de champ direct.

Sur les figures 3.11 et 3.12, on peut observer plusieurs zones correspondant à différents états du champ vibratoire. Le champ diffus est caractérisé par une faible valeur de σ (fi-

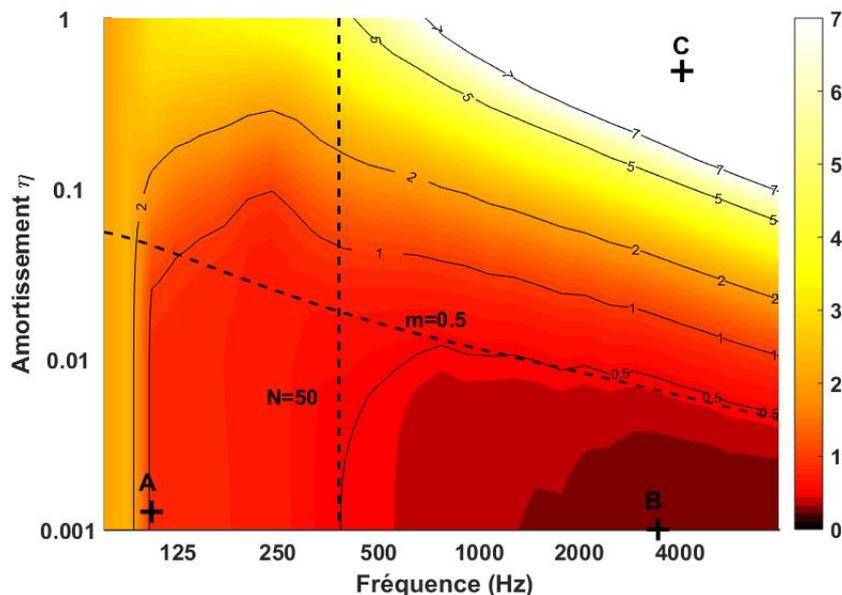


FIGURE 3.12 – Écart-type relatif de la répartition spatiale de l'énergie dans le plan fréquence et facteur d'amortissement sous un point d'excitation pour une plaque orthotrope. Le point A appartient à la zone de comportement modal. Le point B est dans la zone de champ diffus. Le point C se trouve dans la zone de champ direct où les rayons sont fortement absorbés.

gures 3.11, 3.12 -point B). Il se situe principalement en hautes fréquences et à faible amortissement. Dès que l'amortissement devient trop fort, le champ direct domine (figures 3.11, 3.12 -point C). À basses fréquences, sur le côté gauche de la carte (figures 3.11, 3.12 -point A), on trouve le régime modal. Dans ce cas les plaques sont dominées par leurs modes. En comparant les deux cartes, nous observons que pour la plaque orthotrope la zone du champ diffus est plus large (à partir de 1500 Hz) alors que pour la plaque isotrope la limite de cette zone est de 2000 Hz .

Dans le régime de champ modal, la plaque isotrope et le pneumatique sont dominés par leurs modes. La vibration s'étend à l'ensemble des structures avec une alternance de nœuds et de ventres. Un exemple de champ modal est représenté sur les figures 3.13, 3.14-(1). La bande de fréquence est l'octave centrée sur 100 Hz . Pour la plaque orthotrope, la bande ne contient que trois modes dont les indices (i, j) sont $(1, 1)$, $(2, 1)$, et $(3, 1)$.

Le régime de champ diffus se caractérise par de faibles valeurs de σ . Dans ce régime, l'énergie est répartie plus ou moins uniformément sur toute la surface la plaque isotrope et le pneumatique, comme illustré sur les figures 3.13, 3.14-(2). Le champ diffus est délimité par la limite $N = 50$ dans la bande d'octave. La zone de champ diffus que nous pouvons définir, par exemple, par un écart-type relatif de l'énergie moins de 50% ($\sigma = 0,5$) avec une valeur faible d'atténuation de $m = 0,5$. Cette ligne est tracée sur les figures 3.11, 3.12. Il faut noter que le critère $\sigma = \text{cste}$ donne ainsi la limite supérieure de la zone de champ diffus.

Le régime de champ direct est caractérisé par des valeurs élevées de σ . Ces valeurs élevées sont expliquées par une localisation de l'énergie au voisinage du point d'excitation. Le champ est dominé par le champ direct. Un exemple de champ direct est représenté sur les fi-

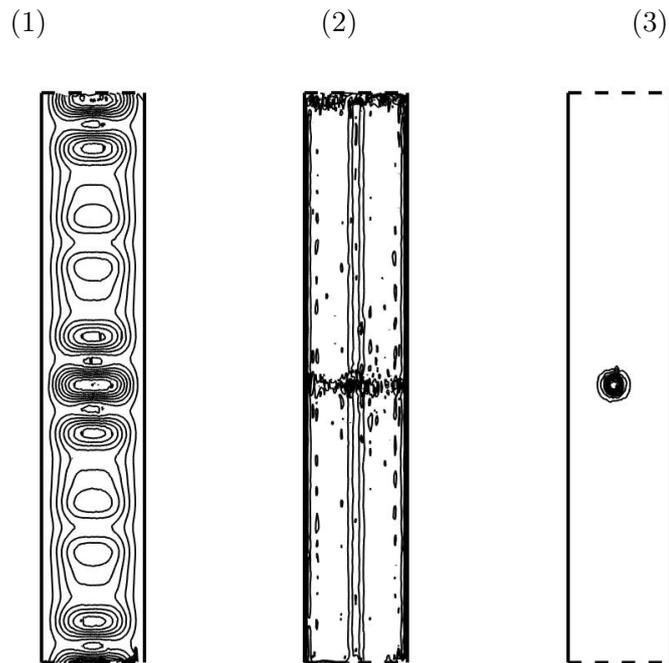


FIGURE 3.13 – Présentation de trois champs d’une plaque isotrope. (1), champ modal. (2), champ diffus et (3), champ direct.

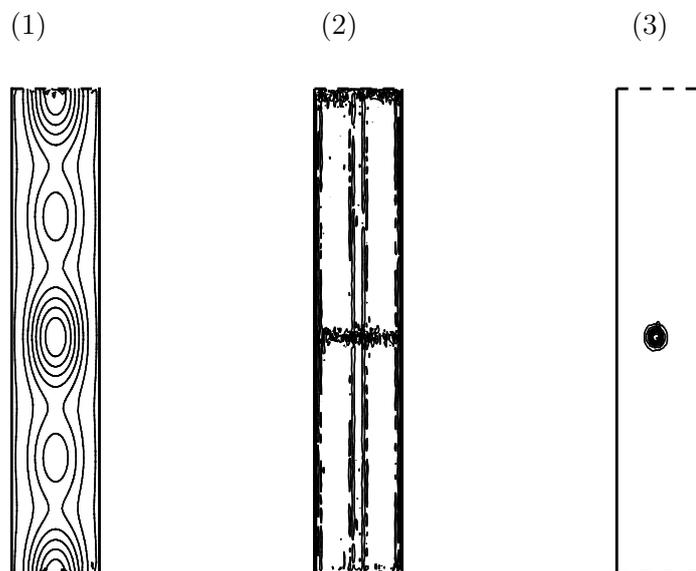


FIGURE 3.14 – Présentation de trois champs d’une plaque orthotrope. (1), champ modal. (2), champ diffus et (3), champ direct.

gures 3.13, 3.14-(3). La densité d'énergie autour de la source est de $P \exp\{-\eta\omega r/c_g\}/2\pi c_g r$ où r est la distance entre le point récepteur et la source et P la puissance de la source.

3.3.5 Cas de plusieurs sources d'excitation

Si on considère les pneumatiques réels, on parle d'une zone de contact constituée de plusieurs points de contact. Dans le cas de plusieurs sources d'excitation, l'équation (3.45) doit être modifiée. Si les forces sont mutuellement décorréées, alors la densité spectrale de puissance de la vitesse de vibration est donnée par une superposition linéaire $S_{\dot{u}\dot{u}}(\omega) = \sum_j |Y(X, X_j; \omega)|^2 S_j$ où $j = 1, 2, \dots$ sont les positions des forces ponctuelles et S_j leurs densités spectrales de puissance. Si en plus, les sources ponctuelles ont la même densité spectrale de puissance S_0 , alors l'énergie locale devient,

$$E(X; \omega_0) = \frac{S_0}{\pi} \sum_j \int_{\Delta\omega} m |Y(X, X_j; \omega)|^2 d\omega \quad (3.66)$$

La simulation numérique est réalisée avec les mêmes valeurs numériques que dans la section 3.3.4 mais maintenant, le nombre de forces excitatrices est $N_s = 10$. Les positions de ces forces ont été choisies aléatoirement dans la zone de contact définie par un carré de 10 cm de côté au centre du pneu ($a/2, b/2$).

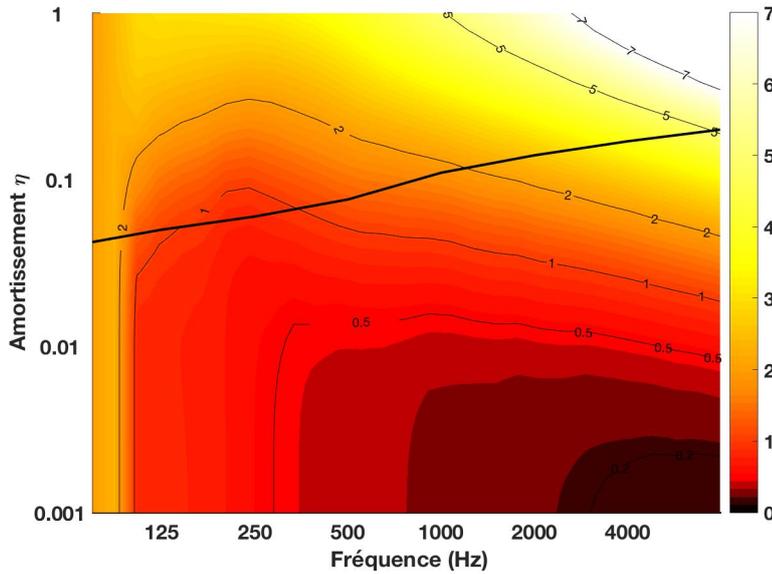


FIGURE 3.15 – Écart-type relatif de la répartition spatiale de l'énergie dans le plan fréquence et facteur d'amortissement dans une zone de contact. La ligne en noir continue est la droite de l'amortissement réel en fonction de la fréquence.

La figure 3.15 représente la carte de valeurs de l'écart-type relatif de la répartition spatiale de l'énergie dans le plan fréquence et facteur d'amortissement pour plusieurs sources d'excitation. On constate l'existence de trois régimes : champ modal, champ diffus et champ direct. Par ailleurs, on peut observer que la zone de champ diffus est considérablement agrandie.

La répartition de l'excitation au-dessus de la surface du pneumatique tend à homogénéiser l'énergie.

La ligne noire sur la figure 3.15 correspond à un pneumatique ayant une évolution typique du coefficient d'amortissement de l'ordre de 0,1. On constate que le pneu réel ne peut pas atteindre la zone du régime de champ diffus. Les pneus réels parcourent donc deux régimes, le régime modal dans les basses fréquences et le régime de champ direct à des fréquences plus élevées. Au-dessus de la fréquence de transition (400 Hz dans la présente simulation), l'énergie vibratoire reste localisée au voisinage de la zone de contact. Ces résultats sont en accord avec les observations expérimentales [43].

3.4 Conclusions

Dans ce chapitre nous avons étudié la nature du champ vibratoire du pneumatique. Dans une première partie, les structures utilisées dans l'étude ont été présentées ainsi que les valeurs numériques. Pour chaque structure, nous avons présenté l'équation de dispersion, les vitesses de phase et de groupe. Nous avons constaté que le domaine des hautes fréquences est dominé par l'effet de la flexion. Par ailleurs, dans les basses fréquences, on observe une grande différence entre les vitesses de phase et de groupe. Ce domaine est dominé par l'effet de la fondation viscoélastique qui impose une vitesse de phase élevée.

Dans une deuxième partie, la densité modale a été déterminée par trois méthodes : une méthode analytique, une méthode asymptotique et par la mobilité. Nous avons remarqué que la densité modale croît avec la fréquence. Ceci est cohérent avec le fait que le comportement du pneu est dominé par des effets de flexion à hautes fréquences. Tandis que dans les basses fréquences, la densité modale a un comportement plus compliqué. La densité modale de la plaque isotrope est constante en fonction de la fréquence. L'estimation de la densité modale par les trois méthodes est bonne à partir de 1000 Hz. Le recouvrement modal et l'atténuation ont été déterminés. Plusieurs informations ont été relevées : tout d'abord, nous avons distingué deux régimes dans les pneus. Lorsque le recouvrement modal est faible, l'analyse modale expérimentale sera efficace pour identifier les modes. En revanche, lorsque le recouvrement modal est élevé une analyse statistique est bien adaptée pour une description du champ vibratoire. Le facteur d'atténuation normalisé a été déterminé. Une valeur faible de ce coefficient indique qu'on a un mélange des rayons. Dans le cas contraire, les rayons sont fortement absorbés et disparaissent après les premières réflexions.

Enfin, l'étude du champ vibratoire du pneumatique a montré la présence de trois régimes vibratoires : champ modal, champ diffus et champ direct. On constate que le pneu réel ne peut pas atteindre la zone du régime de champ diffus. Les pneus ont donc deux régimes, le régime modal dans les basses fréquences et le régime de champ direct à des fréquences plus élevées. Au-dessus de la fréquence de transition, l'énergie vibratoire reste localisée au voisinage de la zone de contact.

Glissement d'un cylindre sur un plan

Après avoir décrit la topographie de la chaussée au chapitre 2 et le modèle mécanique de pneu (plaque plane orthotrope précontrainte sur fondation) au chapitre 3, nous nous intéressons ici au contact mécanique entre le pneu et la chaussée. Nous considérerons que la chaussée est indéformable et que les forces de contact produisent une vibration dans le pneu responsable de l'émission acoustique. Afin de simplifier le modèle, nous n'étudierons pas le rayonnement acoustique mais seulement le mécanisme d'interaction de contact et la vibration produite dans le pneu. Dans ce chapitre, nous nous intéressons au glissement d'un cylindre élastique sur un plan rugueux. Tout d'abord, nous décrirons le modèle physique utilisé pour résoudre le problème du contact. L'originalité de ce modèle est qu'il se base sur une décomposition modale. L'équation générale du mouvement de la plaque orthotrope est réduite à un système d'équations différentielles ordinaires du premier ordre sur le temps et à valeurs initiales qui constituent un problème de Cauchy. Pour résoudre ce problème, un schéma d'intégration temporelle basé sur les différences finies centrées est utilisé. Par ailleurs, le problème de contact est résolu par la méthode de pénalité. Cette méthode consiste à autoriser une pénétration entre les deux surfaces en contact. Les forces de contact sont alors obtenues par le produit de la pénétration et du coefficient de pénalité. Les résultats issus de la simulation 3D sont la force totale de contact, le niveau vibratoire en fonction de la vitesse, la statistique des chocs et les cartes de pression de contact. Avant de présenter ces résultats, une description des paramètres choisis pour la simulation 3D ainsi qu'une étude de scalabilité du code sont décrits.

Sommaire

4.1	Modèle mécanique	75
4.1.1	Hypothèses	76
4.1.2	Problème différentiel	77
4.1.3	Projection dans la base des modes propres	78
4.2	Schémas numériques	79
4.2.1	Discrétisation temporelle	80
4.2.2	Discrétisation spatiale	81
4.2.3	Méthode de pénalité	83
4.3	Algorithmes	84
4.4	Performances du code : étude de scalabilité	90
4.5	Validation du code	93
4.6	Application au contact pneumatique/chaussée	96
4.6.1	Choix des paramètres de simulation	96
4.6.2	Pas de temps	97
4.7	Résultats de simulations	99
4.7.1	Forces de contact	99
4.7.2	Niveau en tiers d'octave de la force contact	103
4.7.3	Niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement	106
4.7.4	Comparaison des spectres de texture et des spectres vibratoires	108
4.7.5	Carte de pression de contact	109
4.7.6	Étude statistique des chocs	112
4.8	Conclusions	116

Notations

t	temps
x	abscisse horizontale (sens du glissement)
y	ordonnée horizontale (axe du cylindre)
z	altitude
V	vitesse horizontale (selon x)
Z	altitude de l'axe du cylindre
a	longueur du cylindre
R	rayon du cylindre
m	masse surfacique du cylindre
N	nombre de nœuds
$h_0(x, y)$	altitude du profil du cylindre
$h_1(x, y)$	altitude du profil du plan
$u(x, y, t)$	déformée du cylindre
$f(x, y, t)$	force de contact
$g(x, y, t)$	pénétration du cylindre dans le plan
$\psi_k(x, y)$	k ième déformée modale du cylindre
ω_k	pulsation du mode k du cylindre
$U_k(t)$	amplitude modale k du cylindre
$V_k(t)$	vitesse modale k du cylindre
$F_k(t)$	force modale k du cylindre

4.1 Modèle mécanique

Le modèle mécanique sur lequel ce chapitre est basé consiste en un cylindre élastique en glissement pur sur une surface rugueuse indéformable tel que présenté figure 4.1. Le cylindre est suspendu à une altitude fixe par une suspension constituée d'un ressort et d'un amortisseur en parallèle. Les raideur et viscosité seront précisées plus loin. L'altitude du moyeu (point d'attache du ressort de suspension) est fixe. Par ailleurs le cylindre est soumis à une charge verticale constante imitant le poids d'un quart de véhicule. C'est bien entendu cette force qui maintient le contact avec la chaussée. Enfin, le cylindre avance à vitesse horizontale V imposée sans rotation.

Le cylindre est modélisé par une plaque mince orthotrope précontrainte sur fondation telle que décrite au chapitre 3. En particulier, la courbure du cylindre est négligée dans l'opérateur de raideur. Les conditions aux limites sur les bords ainsi que les conditions de périodicité ont été précisées au chapitre 3. Ce sont les conditions de périodicité qui confèrent le caractère cylindrique de cette plaque. Notons que dans ce modèle, seules les vibrations transverses sont prises en comptes. C'est bien sûr une hypothèse simplificatrice importante.

La chaussée est indéformable et rugueuse. Elle sera simplement décrite par une surface $h_1(x, y)$ où $h_1 <$ est l'altitude au point de coordonnées x et y .

Le contact est supposé parfait. Nous n'intégrons donc pas de force de frottement à l'interface. Il n'y a pas non plus de force d'adhésion. Le contact se résume à la condition de répulsion mécanique entre les deux surfaces connues sous le nom de conditions de Signorini.

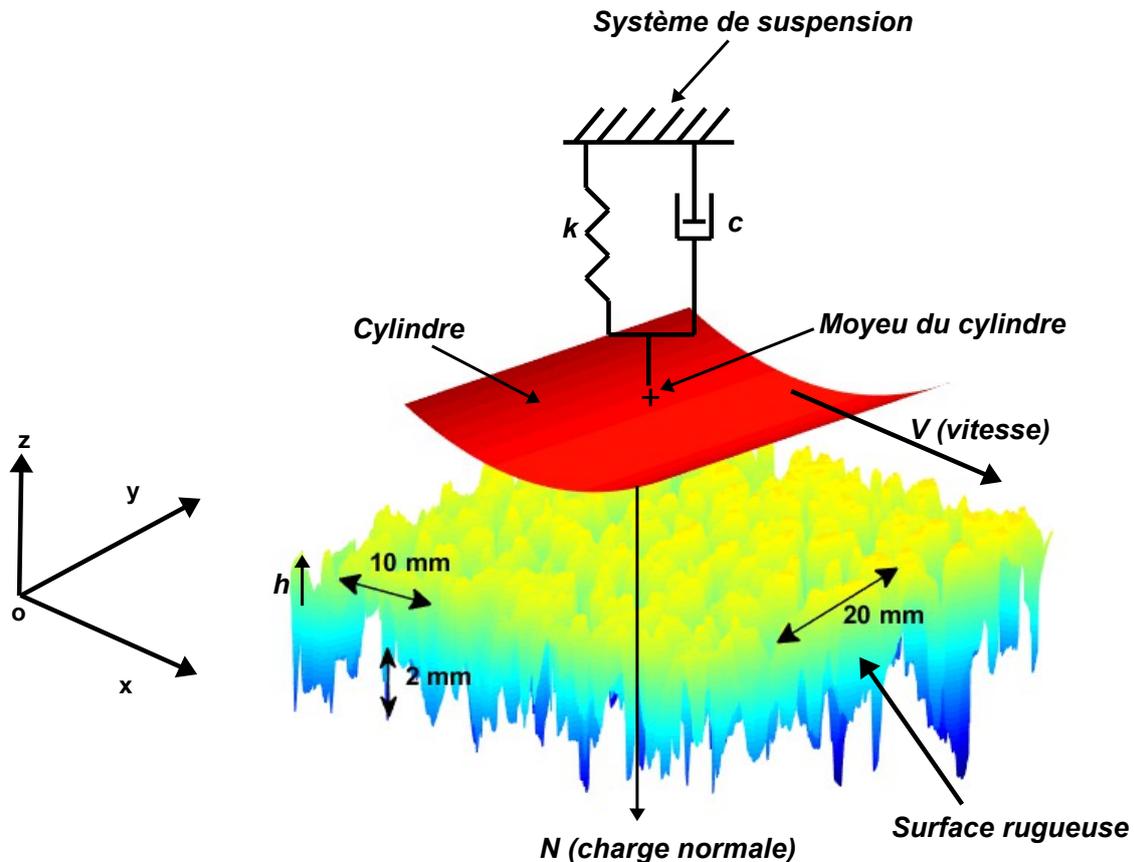


FIGURE 4.1 – Modèle de contact : schéma de la configuration initiale de calcul.

4.1.1 Hypothèses

En résumé, les hypothèses sont les suivantes :

- Cylindre suspendu par un ressort amorti à une altitude fixe et soumis à une force d'appui verticale,
- Cylindre approché par une plaque élastique orthotrope précontrainte sur fondation élastique en vibration de flexion,
- Chaussée rugueuse indéformable,
- Glissement horizontal du cylindre à vitesse imposée, pas de roulement,
- Contact régi par les conditions de Signorini (pas d'adhésion, pas de frottement).

4.1.2 Problème différentiel

Équation différentielle

Le cylindre est modélisé par une plaque mince orthotrope comme au chapitre 3. Nous rappelons ici l'équation du mouvement de la plaque orthotrope de côtés a et b précontrainte sur fondation élastique

$$\left[\left(\sqrt{B_x} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \sqrt{B_y} \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)^2 - \left(T_x \frac{\partial^2}{\partial x^2} + T_y \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) + S + c \frac{\partial}{\partial t} + m \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right] u(x, y, t) = f(x, y, t) + p(x, y) \quad (4.1)$$

où T_x , T_y sont respectivement les tensions dans les directions longitudinale et latérale de précontrainte produites par la pression de l'air, B_x et B_y sont respectivement les raideurs en flexion de la plaque dans les directions longitudinale et latérale, S la raideur de l'air sous pression (fondation de Winkler), m la masse par unité de surface, $p(x, y)$ est un champ de force externe (la charge de gravité) et $f(x, y, t)$ sont des forces compressives de contact qui naissent de l'interaction entre les aspérités de la chaussée et la bande de roulement du pneumatique. Ce sont ces forces de contact qui provoquent la vibration de la carcasse du pneumatique. Les forces de contact doivent vérifier les conditions dites de Signorini. Ces conditions vont être détaillées dans la suite.

Conditions aux limites

Ce sont les conditions (3.16) à (3.23). Rappelons qu'elles expriment la périodicité du champ vibratoire ainsi que des conditions d'appuis simples sur les bords latéraux.

Conditions initiales

Le système est au repos à l'instant $t = 0$, la déformée et la vitesse sont nulles. Les conditions initiales sont alors

$$u(x, y, 0) = \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, 0) = 0 \quad (4.2)$$

Conditions de contact

La pénétration, aussi appelée gap et notée g , est l'écart vertical entre le plan et le cylindre à la position (x, y) . Elle s'écrit :

$$g(x, y, t) = Z - h_0(x, y) - u(x, y, t) - h_1(x, y) \quad (4.3)$$

avec g est le gap (pénétration), Z est l'écart vertical entre les deux lignes moyennes, h_0 est l'altitude du cylindre non déformé, h_1 est l'altitude du profil de route, u est la déformation du cylindre.

La figure 4.2 présente le modèle de contact.

Le contact entre le cylindre et le plan doit respecter les conditions de non-pénétration ou de Signorini en tous points se trouvant dans la zone de contact. Elles sont exprimées sous forme de trois conditions.

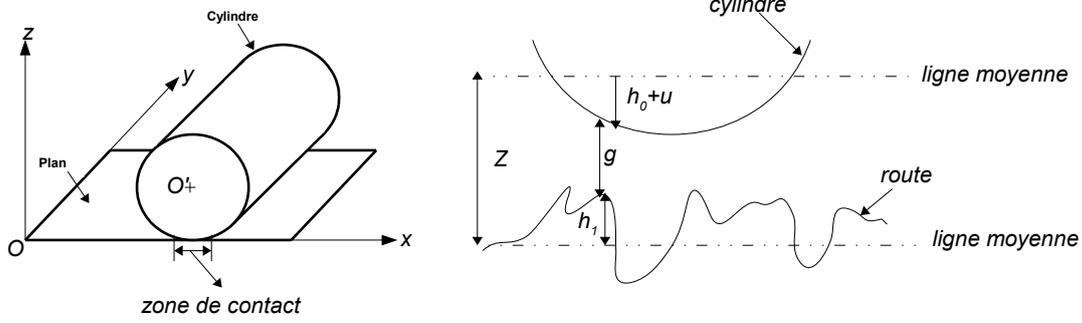


FIGURE 4.2 – Modèle de contact : un cylindre en contact avec un plan (à gauche), zoom sur la zone de contact (à droite).

1. $g(x, y, t) \geq 0$
2. $f(x, y, t) \leq 0$
3. $f(x, y, t) \cdot g(x, y, t) = 0$

La première condition représente la condition d'impenétrabilité. La deuxième condition indique que la force normale de contact est compressive. La troisième condition est une condition de complémentarité. Elle traduit le fait que la force de contact s'annule lorsque les solides ne sont plus en contact ou bien que le gap est nul lorsqu'il y a contact.

4.1.3 Projection dans la base des modes propres

On note les modes propres $\psi_k(x, y)$ où $k = 0, 1, \dots$. Ils vérifient $\mathcal{K}\psi_k = m\omega_k^2\psi_k$ où \mathcal{K} est l'opérateur de raideur de la plaque orthotrope précontrainte sur fondation élastique. Les modes propres et les valeurs propres du problème [8] sont calculés au chapitre 3 par les équations (3.24), (3.25) et (5.5). À chaque instant t , on peut développer la déformée $u(x, y, t)$ dans la base modale,

$$u(x, y, t) = \sum_{k=0}^{\infty} U_k(t)\psi_k(x, y) \quad (4.4)$$

Il s'agit de trouver et résoudre les équations sur les amplitudes modales U_k . Projetons l'équation du mouvement dans la base modale,

$$\mathcal{K} \sum_{k=0}^{\infty} U_k(t)\psi_k(x, y) + c \frac{\partial}{\partial t} \sum_{k=0}^{\infty} U_k(t)\psi_k(x, y) + m \frac{\partial^2}{\partial t^2} \sum_{k=0}^{\infty} U_k(t)\psi_k(x, y) = f(x, y, t) + p(x, y) \quad (4.5)$$

qui devient,

$$\sum_{k=0}^{\infty} m\omega_k^2 U_k(t)\psi_k(x, y) + c \sum_{k=0}^{\infty} \dot{U}_k(t)\psi_k(x, y) + m \sum_{k=0}^{\infty} \ddot{U}_k(t)\psi_k(x, y) = f(x, y, t) + p(x, y) \quad (4.6)$$

On multiplie deux membres par $\psi^l(x, y)$, on intègre les deux membres de l'équation sur la surface de la plaque et on utilise la propriété d'orthonormalité,

$$m\ddot{U}_k(t) + c\dot{U}_k(t) + m\omega_k^2 U_k(t) = F_k(t) + P_k \quad (4.7)$$

avec F_k la force modale définie par

$$F_k(t) = \int_0^a \int_0^b f(x, y, t)\psi_k(x, y) dx dy \quad (4.8)$$

où a et b sont respectivement le périmètre et la hauteur du cylindre. P_k est la force modale extérieure définie par

$$P_k = \int_0^a \int_0^b p(x, y)\psi_k(x, y) dx dy \quad (4.9)$$

La pression extérieure vaut

$$p(x, y) = mg + \frac{N}{ab} \quad (4.10)$$

où m est la masse par unité de surface du cylindre, g accélération de gravitation et N une charge externe appliquée au cylindre. En introduisant les paramètres modaux dont l'amortissement modal $2m\xi_k\omega_k = c$, il vient,

$$m \left[\ddot{U}_k + 2\xi_k\omega_k\dot{U}_k + \omega_k^2 U_k \right] = F_k(t) + P_k \quad (4.11)$$

Les équations (4.11) constituent un système d'équations différentielles ordinaires d'ordre deux. Elles sont couplées par le terme de force de contact F_k qui dépend de l'état vibratoire complet du cylindre et de sa position par rapport au plan. Pour réduire ce système à des équations d'ordre un, introduisons la variable auxiliaire $V_k = \dot{U}_k$, l'équation du mouvement s'écrit sous la forme d'un système d'équations différentielles du premier ordre,

$$\dot{U}_k(t) = V_k(t) \quad (4.12)$$

$$\dot{V}_k(t) = \frac{F_k(t) + P_k}{m} - 2\xi_k\omega_k V_k(t) - \omega_k^2 U_k(t) \quad (4.13)$$

Le cylindre est au repos à l'instant $t = 0$, la déformée, la vitesse ainsi que la force modale est nulle. Les conditions initiales sont alors

$$U_k(0) = V_k(0) = F_k(0) = 0 \quad (4.14)$$

Précisons que la solution (4.4) vérifie implicitement les conditions aux limites car les modes propres les vérifient.

4.2 Schémas numériques

Dans cette section, on décrit les discrétisations temporelle et spatiale du problème ainsi que le problème du contact. Le schéma aux différences centrées et les schémas d'interpolation sont introduits ainsi que la méthode de pénalité pour le contact.

4.2.1 Discrétisation temporelle

Le temps est discrétisé en plusieurs instants $t_0 = 0 < t_1 < t_2 < t_3 < \dots < T$ avec un pas de temps $\tau = t_{n+1} - t_n$ (figure 4.3). La résolution se fait pas à pas aux instants successifs. Nous introduisons les variables discrétisées. Ils s'agit de la déformée modale $U_k(t)$, la vitesse modale $V_k(t)$, l'accélération modale $\dot{V}_k(t)$, la force modale $F_k(t)$ et la force modale extérieure P_k . Ces variables sont approximées respectivement par $U_{n,k}$, $V_{n,k}$, $\dot{V}_{n,k}$, $F_{n,k}$ et P_k . Nous choisissons le schéma aux différences finies centrées pour résoudre l'équation (4.11).

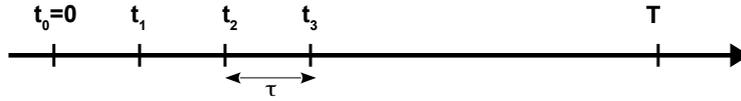


FIGURE 4.3 – Discrétisation temporelle.

4.2.1.1 Schéma aux différences finies centrées

La méthode des différences finies est une méthode d'approximation basée sur un processus de discrétisation. C'est un schéma d'intégration explicite à pas multiple. La méthode des différences finies est connue pour sa grande simplicité d'écriture et son faible coût de calcul. L'accélération à l'instant n est exprimée en fonction des déplacements aux instants $n - 1$, $n + 1$. Les formules de la vitesse et de l'accélération sont :

$$\dot{U}_{n,k} = \frac{U_{n+1,k} - U_{n-1,k}}{2\tau} \quad (4.15)$$

$$\dot{V}_{n,k} = \frac{U_{n+1,k} - 2U_{n,k} + U_{n-1,k}}{\tau^2} \quad (4.16)$$

où τ est le pas de temps.

En remplaçant les vitesses et les accélérations par leurs expressions, l'équation d'évolution s'écrit

$$U_{n+1,k} \left[\frac{1}{\tau^2} + \frac{\xi_k \omega_k}{\tau} \right] = U_{n,k} \left[\frac{2}{\tau^2} - \omega_k^2 \right] + U_{n-1,k} \left[-\frac{1}{\tau^2} + \frac{\xi_k \omega_k}{\tau} \right] + \frac{F_{n,k} + P_k}{m} \quad (4.17)$$

Ceci s'écrit sous forme récursive :

$$U_{n+1,k} = a_k U_{n,k} + b_k U_{n-1,k} + c_k (F_{n,k} + P_k) \quad (4.18)$$

avec

$$a_k = \frac{\frac{2}{\tau^2} - \omega_k^2}{\frac{1}{\tau^2} + \frac{\xi_k \omega_k}{\tau}} \quad (4.19)$$

$$b_k = \frac{-\frac{1}{\tau^2} + \frac{\xi_k \omega_k}{\tau}}{\frac{1}{\tau^2} + \frac{\xi_k \omega_k}{\tau}} \quad (4.20)$$

$$c_k = \frac{1}{m\left(\frac{1}{\tau^2} + \frac{\xi_k \omega_k}{\tau}\right)} \quad (4.21)$$

Ce schéma se présente donc comme une suite récurrente. Au pas de temps n , les valeurs de $U_{n,k}$ et $U_{n-1,k}$ sont connues. On calcule d'abord $F_{n,k}$ par l'algorithme du contact (voir plus loin) et ensuite $U_{n+1,k}$ par (4.18). $V_{n,k}$ s'obtient alors par (4.15).

4.2.1.2 Stabilité du schéma

Il existe un pas de discrétisation seuil en dessous duquel le schéma sera stable. Pour déterminer le critère de stabilité du schéma aux différences centrées, on considère le cas sans force extérieure, ni amortissement. C'est à dire en posant $F_{n,k} = P_k = \zeta_k = 0$. Recherchons les solutions de (4.18) sous la forme de suite géométrique $U_{n,k} = U_0 \lambda^n$ de raison λ . En substituant dans (4.18), il vient.

$$\lambda^2 = a_k \lambda - 1 \quad (4.22)$$

où $a_k = 2 - \omega_k^2 \tau^2$. Les valeurs propres λ de ce schéma sont donc :

$$1 - \frac{(\tau \omega_k)^2}{2} \pm i \frac{\tau \omega_k}{2} \sqrt{4 - (\tau \omega_k)^2} \quad (4.23)$$

Les modules des valeurs propres sont égales à $|\lambda| = 1$ si $4 - (\tau \omega_k)^2 > 0$. Pour que le schéma explicite soit stable, il faut que la partie réelle de ses valeurs propres soit inférieure à 1, soit $\tau < \frac{2}{\omega_k}$. Le schéma sans contact ni amortissement est donc conditionnellement stable.

4.2.2 Discrétisation spatiale

Les deux profils du cylindre et du plan sont discrétisés en un ensemble de nœuds définis par leurs coordonnées $x_{j_x} = dx(j_x - 1)$ avec $j_x = 1, \dots, N_x$ selon l'axe x et $y_{j_y} = dy(j_y - 1)$ avec $j_y = 1, \dots, N_y$ selon l'axe y . dx et dy sont respectivement les pas spatiaux dans les directions x et y . Les altitudes de ces nœuds sont connues. Cependant à un instant donné, les positions relatives des deux surfaces font que les nœuds supérieurs ne sont pas nécessairement exactement en regard des nœuds inférieurs. Pour estimer la pénétration d'un nœud sur la surface antagoniste, nous aurons besoin d'interpoler la surface en regard.

4.2.2.1 Interpolation linéaire

L'interpolation linéaire est une méthode simple qui permet d'estimer une valeur inconnue d'altitude $h(x, y)$ prise par une fonction continue entre quatre points (j_x, j_y) , $(j_x, j_y + 1)$, $(j_x + 1, j_y)$ et $(j_x + 1, j_y + 1)$ les plus proches (figure 4.27). Ces quatre points possèdent les altitudes

$$h_{j_x, j_y} = h(x_{j_x}, y_{j_y}) \quad (4.24)$$

Considérons un repère local dont l'origine x_{j_x}, y_{j_y} et dont les coordonnées (ζ, χ) sont telles que le coin supérieur droit du rectangle a pour coordonnées $(1,1)$.

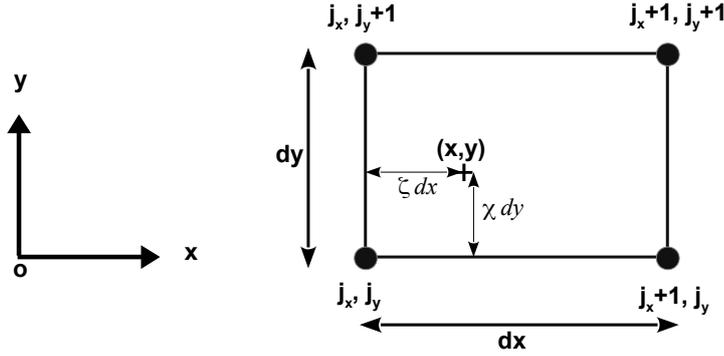


FIGURE 4.4 – Schéma d'une surface interpolée.

Dans ce repère, les coordonnées du point (x, y) sont

$$\zeta = \frac{x - dx(j_x - 1)}{dx} \quad \chi = \frac{y - dy(j_y - 1)}{dy} \quad (4.25)$$

Alors, la formule d'interpolation linéaire est

$$h(x, y) = (1 - \zeta)(1 - \chi)h_{j_x, j_y} + \zeta\chi h_{j_x+1, j_y+1} + \zeta(1 - \chi)h_{j_x+1, j_y} + \chi(1 - \zeta)h_{j_x, j_y+1} \quad (4.26)$$

$h(x, y)$ peut être écrit sous la forme

$$h(x, y) = \sum_{r=0}^1 \sum_{p=0}^1 P_r(\zeta)P_p(\chi)h_{j_x+r, j_y+p} \quad (4.27)$$

avec $P_0(\zeta) = 1 - \zeta$ et $P_1(\zeta) = \zeta$

4.2.2.2 Interpolation d'Hermite

L'interpolation d'Hermite consiste à prendre en compte les quatre nœuds les plus proches (figure 4.5) et construire un polynôme interpolateur en utilisant des fonctions d'interpolation cubique [76].

La surface $h(x, y)$ est donnée par,

$$h(x, y) = \sum_{r=0}^3 \sum_{p=0}^3 P_r(\zeta)P_p(\chi)h_{j_x-1+r, j_y-1+p} \quad (4.28)$$

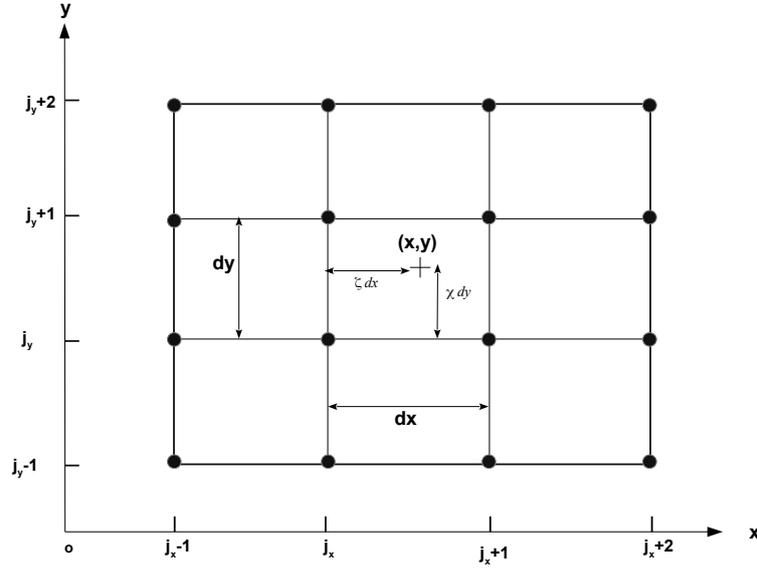


FIGURE 4.5 – Schéma d'une surface interpolée (interpolation cubique d'Hermite).

avec $j_x dx < x < (j_{x+1}) dx$; $j_y dy < y < (j_{y+1}) dy$, P_0, P_1, P_2 , et P_3 sont des fonctions d'interpolation cubique :

$$\begin{cases} P_0(\zeta) = -0.5\zeta + \zeta^2 - 0.5\zeta^3 \\ P_1(\zeta) = 1 + 2.5\zeta^2 - 1.5\zeta^3 \\ P_2(\zeta) = 0.5\zeta + 2\zeta^2 - 1.5\zeta^3 \\ P_3(\zeta) = -0.5\zeta^2 + 0.5\zeta^3 \end{cases} \quad (4.29)$$

De même pour $P_p(\chi)$.

4.2.3 Méthode de pénalité

Pour résoudre le problème de contact, nous utilisons la méthode de pénalité [30]. Cette méthode consiste à autoriser une pénétration entre les deux surfaces en contact. Les forces de contact sont alors obtenues par le produit de la pénétration et du coefficient de pénalité, calculées par

$$f(x, y, t) = \kappa g(x, y, t) \quad (4.30)$$

où κ est le coefficient de pénalité et g est la pénétration. Ces forces de contact correspondent aux réactions causées par un ressort fictif introduit entre les surfaces en contact. Les conditions de Signorini sont donc exactement vérifiées à la limite $\kappa \rightarrow \infty$. Cependant, une valeur trop élevée de ce coefficient conduit à des problèmes d'instabilité. Inversement, une valeur faible donne de grandes pénétrations qui n'ont pas de sens physique. Dans ce mémoire, la valeur du

coefficient de pénalité est fixée par l'élasticité de la gomme (rapport du module d'Young sur l'épaisseur du cylindre). La méthode de pénalité a l'avantage d'être facile à mettre en œuvre. En revanche, son principal défaut est le choix du coefficient de pénalité qui a une influence directe sur les résultats de simulation.

La détection de contact est faite par l'algorithme "nœud segment". On considère deux surfaces (figure 4.6). Une surface est dite "esclave" et l'autre surface est dite "maîtresse". Les conditions de contact consistent à empêcher les nœuds esclaves de pénétrer à l'intérieur de la surface maîtresse. La méthode de pénalité [38] est basée sur des ressorts fictifs qui sont positionnés entre la surface esclave et la surface maîtresse. Dans la méthode nœud-segment [28], la force de rappel de ce ressort agit sur le nœud esclave et est répartie sur les nœuds de la surface maîtresse opposée. Lorsqu'une force de contact f est appliquée à la position ζ, χ, jx, jy , celle-ci conduit à des réactions sur les nœuds adjacents (quatre pour l'interpolation linéaire et seize pour l'interpolation de Hermite). Les réactions sont données par

$$f_{jx+r, jy+p} = P_r(\zeta)P_p(\chi)f \quad \text{pour } 0 \leq r \leq 1, \quad 0 \leq p \leq 1, \quad (4.31)$$

pour l'interpolation linéaire

$$f_{jx-1+r, jy-1+p} = P_r(\zeta)P_p(\chi)f \quad \text{pour } 0 \leq r \leq 3, \quad 0 \leq p \leq 3, \quad (4.32)$$

pour l'interpolation de Hermite

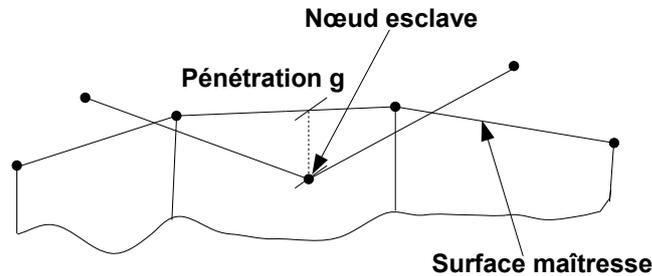


FIGURE 4.6 – Contact entre la surface esclave et maîtresse.

4.3 Algorithmes

L'approche numérique est implémentée dans un code nommé "ra3d". C'est un programme écrit en langage C. L'algorithme du code `ra3d` fait appel successivement aux fonctions suivantes :

- composition modale
- calcul des forces de contact

- interpolation de la déformée
- réactions aux nœuds
- projection modale
- intégration temporelle

On désigne U_n , $n = 0, 1, 2$ (respectivement V_n , F_n) les tableaux à un indice dont les entrées sont les déformées modales $U_{n,k}$ (respectivement $V_{n,k}$ vitesse modale, $F_{n,k}$ force modale). Les symboles u et f désignent les tableaux à deux indices u_{i_x, i_y} où i_x, i_y est un nœud du maillage. Ces tableaux contiennent les champs de déformation et de force. De même on note h le tableau de dimension deux h_{i_x, i_y} contenant les altitudes du profil de surface. Les modes sont contenus dans un tableau à trois indices $\psi_{i_x, i_y, k}$ où k est l'indice du mode. Le nombre de modes du cylindre est noté N_m . On désigne N_x et N_y les nombres de nœuds dans les directions x et y et dx et dy les pas spatiaux. On note Z l'écart entre les deux lignes moyennes des deux profils cylindre/plan. De plus, ζ, χ, j_x, j_y représentent les coordonnées locales du nœud esclave dans le repère maître. Le pas de temps est noté τ . L'algorithme permet de calculer U_1, V_1, F_1 où l'indice du pas de temps courant est 1. À chaque pas de temps, on calcule tout d'abord les forces de contact F_1 suivi de la déformée U_2 et enfin la vitesse modale V_1 . Voici l'algorithme général du code `ra3d`.

Algorithme 1 Algorithme général du code

```

Algorithme ra3d
Début
Initialisation des déplacements, vitesses et forces
Pour  $k \leftarrow 0$  à  $N_m$  faire
     $U_{0,k} \leftarrow 0$  /* tout le tableau est mis à zéro */
     $U_{1,k} \leftarrow 0$ 
FinPour
Boucle sur le temps
Pour  $i_t \leftarrow 0$  à  $N_T - 1$  faire
     $X \leftarrow V * i_t * \tau$  /* position horizontale du cylindre  $X$ ,  $i_t$  indice du temps */
     $u \leftarrow \text{modal\_composition}(U_1, \psi)$  /* calcul de la déformée dans l'espace physique */
    /*
     $f \leftarrow \text{contact\_force}(X, u, h)$  /* calcul des forces de contact dans l'espace physique */
    /*
    Pour  $k \leftarrow 0$  à  $N_m$  faire
         $F_{1,k} \leftarrow \text{modal\_projection}(f, \psi_k)$  /* calcul des force dans l'espace modal */
         $U_{2,k}, V_{1,k} \leftarrow \text{time\_integration}(U_{1,k}, U_{0,k}, F_{1,k})$  /* prédiction au pas de temps
suivant */
         $U_{0,k} \leftarrow U_{1,k}$  /* translation du temps */
         $U_{1,k} \leftarrow U_{2,k}$ 
    FinPour
FinPour
Fin

```

L'algorithme de composition modale permet de calculer le champ de déplacement u_{i_x, i_y} au pas de temps courant connaissant la déformée modale $U_{i_t, k}$.

Algorithme 2 Algorithme de composition modale

Fonction $u = \text{modal_composition}(U, \psi)$

Début

Pour $i_x \leftarrow 0$ à N_x **et** $i_y \leftarrow 0$ à N_y **faire**

$u_{i_x, i_y} \leftarrow 0,$

Pour $k \leftarrow 0$ à N_m **faire**

$u_{i_x, i_y} \leftarrow u_{i_x, i_y} + U_k * \psi_{i_x, i_y, k}$ /* ceci correspond à la formule (4.4) */

FinPour

FinPour

Retourner u

L'algorithme de pénalité permet de calculer la force de contact f_{i_x, i_y} à partir des champs de déformations u_{i_x, i_y} .

Algorithme 3 Algorithme de pénalité

Fonction $f = \text{penalty_contact_force}(X, u, h)$

Début

Pour $i_x \leftarrow 0$ à N_x **et** $i_y \leftarrow 0$ à N_y **faire**

Calculer les coordonnées locales ζ, χ, j_x, j_y du nœud esclave dans le repère maître par l'équation (4.25)

$h_1 \leftarrow \text{interpolation}(\chi, \zeta, j_x, j_y, h)$ /* Altitude du profil maître sous le nœud esclave */

$g_{i_x, i_y} \leftarrow h_{i_x, i_y} + u_{i_x, i_y} + h_1 - Z$ /* Pénétration du nœud esclave */

Si $g_{i_x, i_y} \geq 0$

$f_{i_x, i_y} \leftarrow f_{i_x, i_y} - \kappa * g_{i_x, i_y}$ /* force sur le nœud esclave */

Pour $r \leftarrow 0$ à 1 (ou 3) **faire** /* réactions sur les nœuds maîtres */

Pour $p \leftarrow 0$ à 1 (ou 3) **faire**

$f_{j_x+r, j_y+p} \leftarrow f_{j_x+r, j_y+p} - \text{réaction}(\chi, \zeta, r, p) * \kappa * g_{i_x, i_y}$

FinPour

FinPour

FinSi

FinPour

Retourner f

L'algorithme d'interpolation calcule la déformée et la hauteur du profil du point de coordonnées ζ , χ dans le repère maître. Ce point se situe entre les nœuds d'indices j_x , j_y et $j_x + 1$, $j_y + 1$. Les coordonnées ζ et χ sont sans dimension c'est à dire $0 \leq \zeta \leq 1$, $0 \leq \chi \leq 1$. Lorsque $\zeta = 0$, le point est situé au nœud j_x et lorsque $\zeta = 1$ le point est sur le nœud $j_x + 1$ (idem pour χ).

Algorithme 4 Algorithme d'interpolation linéaire

Fonction linear_interpolation(χ, ζ, j_x, j_y, h)

Début

$$P_0 \leftarrow 1 - \chi$$

$$P_1 \leftarrow \chi$$

$$R_0 \leftarrow 1 - \zeta$$

$$R_1 \leftarrow \zeta$$

$$\text{linear_interpolation} \leftarrow 0$$

Pour $r \leftarrow 0$ à 1 **faire**

Pour $p \leftarrow 0$ à 1 **faire**

$$\text{linear_interpolation} \leftarrow \text{linear_interpolation} + P_r R_p h_{j_x+r, j_y+p}$$

FinPour

FinPour

Retourner linear_interpolation

Les réactions aux nœuds sont calculées par l'algorithme suivant

Algorithme 5 Algorithme des réactions pour l'interpolation linéaire

Fonction linear_reaction(χ, ζ, r, p)

Début

$$P_0 \leftarrow 1 - \chi$$

$$P_1 \leftarrow \chi$$

$$R_0 \leftarrow 1 - \zeta$$

$$R_1 \leftarrow \zeta$$

$$\text{linear_reaction} \leftarrow P_r R_p$$

Retourner linear_reaction

L'algorithme d'interpolation de Hermite suit une structure similaire avec toutefois plus de points adjacents.

Algorithme 6 Algorithme d'interpolation de Hermite

Fonction hermite_interpolation(χ, ζ, j_x, j_y, h)

Début

$$P_0 \leftarrow -0.5\chi + \chi^2 - 0.5\chi^3$$

$$P_1 \leftarrow 1 - 2.5\chi^2 + 1.5\chi^3$$

$$P_2 \leftarrow 0.5\chi + 2\chi^2 - 1.5\chi^3$$

$$P_3 \leftarrow -0.5\chi^2 + 0.5\chi^3$$

$$R_0 \leftarrow -0.5\zeta + \zeta^2 - 0.5\zeta^3$$

$$R_1 \leftarrow 1 - 2.5\zeta^2 + 1.5\zeta^3$$

$$R_2 \leftarrow 0.5\zeta + 2\zeta^2 - 1.5\zeta^3$$

$$R_3 \leftarrow -0.5\zeta^2 + 0.5\zeta^3$$

hermite_interpolation $\leftarrow 0$

Pour $r \leftarrow 0$ à 3 faire

Pour $p \leftarrow 0$ à 3 faire

hermite_interpolation \leftarrow hermite_interpolation $+ P_r R_p h_{j_x+r-1, j_y+p-1}$

FinPour

FinPour

Retourner hermite_interpolation

Et voici pour le calcul des réactions selon l'interpolation de Hermite.

Algorithme 7 Algorithme des réactions pour l'interpolation de Hermite

Fonction linear_reaction(χ, ζ, r, p)

Début

$$P_0 \leftarrow -0.5\chi + \chi^2 - 0.5\chi^3$$

$$P_1 \leftarrow 1 - 2.5\chi^2 + 1.5\chi^3$$

$$P_2 \leftarrow 0.5\chi + 2\chi^2 - 1.5\chi^3$$

$$P_3 \leftarrow -0.5\chi^2 + 0.5\chi^3$$

$$R_0 \leftarrow -0.5\zeta + \zeta^2 - 0.5\zeta^3$$

$$R_1 \leftarrow 1 - 2.5\zeta^2 + 1.5\zeta^3$$

$$R_2 \leftarrow 0.5\zeta + 2\zeta^2 - 1.5\zeta^3$$

$$R_3 \leftarrow -0.5\zeta^2 + 0.5\zeta^3$$

hermite_reaction $\leftarrow P_r R_p$

Retourner hermite_reaction

L'algorithme de projection modale est l'opération inverse de la composition modale. Elle permet de calculer la force modale $F_{i_t,k}$ au pas de temps courant connaissant le champ de force f_{i_x,i_y} .

Algorithme 8 Algorithme de projection modale

Fonction $F = \text{modal_projection}(f, \psi)$

Début

Pour $k \leftarrow 0$ à N_m **faire**

$F_k \leftarrow 0,$

Pour $i_x \leftarrow 0$ à N_x **et** $i_y \leftarrow 0$ **to** N_y **faire**

$F_k \leftarrow F_k + f_{i_x,i_y} * \psi_{i_x,i_y,k} /*$ c'est la formule (4.8) */

FinPour

$F_k \leftarrow F_k * dx * dy$

FinPour

Retourner F

L'équation générale du mouvement du cylindre est réduite à un système d'équations différentielles ordinaires de premier ordre que l'on peut réécrire sous la forme d'un problème de valeur initiale où la seule variable est le temps. Ce problème est résolu à l'aide d'un schéma d'intégration temporelle basé sur les différences finies. Les coefficients a_k , b_k et $c_{i,k}$ sont calculés par les équations (4.19) avant d'entrer dans la boucle principale du temps. L'algorithme consiste simplement à appliquer (4.18) à chaque pas de temps ainsi que (4.15). On remarque que la déformée $U_{i_t+1,k}$ est calculée au pas de temps ultérieur tandis que la vitesse $V_{i_t,k}$ est calculée au pas de temps courant. L'algorithme des différences centrées est donc en avance d'un pas de temps. L'algorithme utilisé dans le code ra3d est le suivant :

Algorithme 9 Algorithme des différences centrées

Fonction $U_{2,k}, V_{1,k} = \text{time_integration}(U_{2,k}, U_{1,k}, F_{1,k})$

Début

Pour $k \leftarrow 1$ à N_m **faire**

$U_{2,k} \leftarrow a_k * U_{1,k} + b_k * U_{0,k} + c_k * F_{1,k}$

$V_{1,k} \leftarrow (U_{2,k} - U_{0,k}) / (2 * dt)$

FinPour

Retourner $U_{2,k}, V_{1,k}$

4.4 Performances du code : étude de scalabilité

Le temps *CPU* est le temps de calcul qu'un programme a consommé sur une machine (somme des temps passés sur chaque processeur). Dans ce paragraphe nous réalisons une étude de scalabilité du code ra3d. Il s'agit d'une part, de déterminer le temps *CPU* pour des simulations pneu chaussée réalistes et d'autre part de mettre en évidence l'influence de certains paramètres de simulation comme le pas spatial, le pas de temps et le nombre de modes sur le temps CPU. Les tableaux 4.1 et 4.2 présentent les dimensions et les paramètres de référence de la simulation 3D. Le choix des paramètres (modes, pas spatial, pas de temps ...) est justifié dans la section 4.6. Notons que la fréquence propre du dernier mode est 5001 Hz. Le pas de temps τ est fixé en respectant la condition de stabilité du schéma aux différences centrées (voir le paragraphe 4.6.2).

Durée T (s)	Pas de temps τ (s)	Modes Nm	Fréquence d'échantillon- nage f_s (kHz)	Vitesse V (m/s)	Pas spatial $dx = dy$ (μm)
0.2	10^{-6}	1115	100	25	500

TABLE 4.1 – Paramètres de référence de simulation du code ra3d.

Structure	Longueur a (m)	Largeur b (m)
pneumatique	1.78	0.32
chaussée	6	0.15

TABLE 4.2 – Dimensions du pneumatique et de la chaussée.

4.4.0.1 Scalabilité modale

Ici, on fait varier le nombre de modes, les autres paramètres de simulation restant inchangés. Le tableau 4.3 et la figure 4.7 montrent le résultat obtenu. Le nombre de modes varie de 20 à 800.

Nous constatons une relation linéaire entre ces deux paramètres sous la forme

$$CPU = 41,09 * N_m + 1336. \quad (4.33)$$

où N_m est le nombre de modes et CPU est exprimé en secondes. On observe que le CPU est une relation affine du nombre de modes. La scalabilité est donc parfaite sur ce paramètre.

Modes	20	100	200	400	800
CPU(s)	215	5445	9554	17773	34210

TABLE 4.3 – Scalabilité modale.

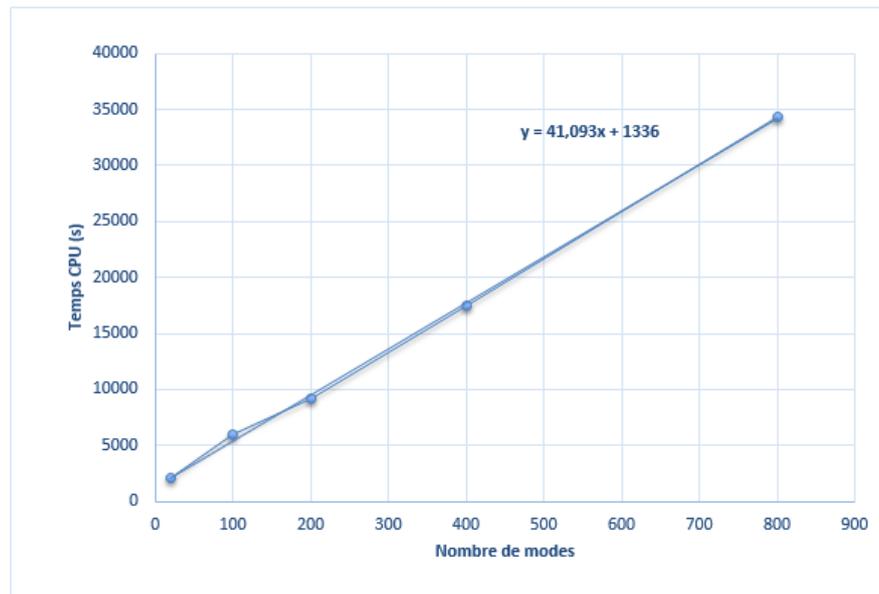


FIGURE 4.7 – Scalabilité modale.

4.4.0.2 Scalabilité spatiale

Pour la scalabilité spatiale, on fait évaluer le pas de discrétisation spatiale. On garde les mêmes paramètres de simulation de référence. Le pas spatial varie de 511 et 8176 (μm). Le

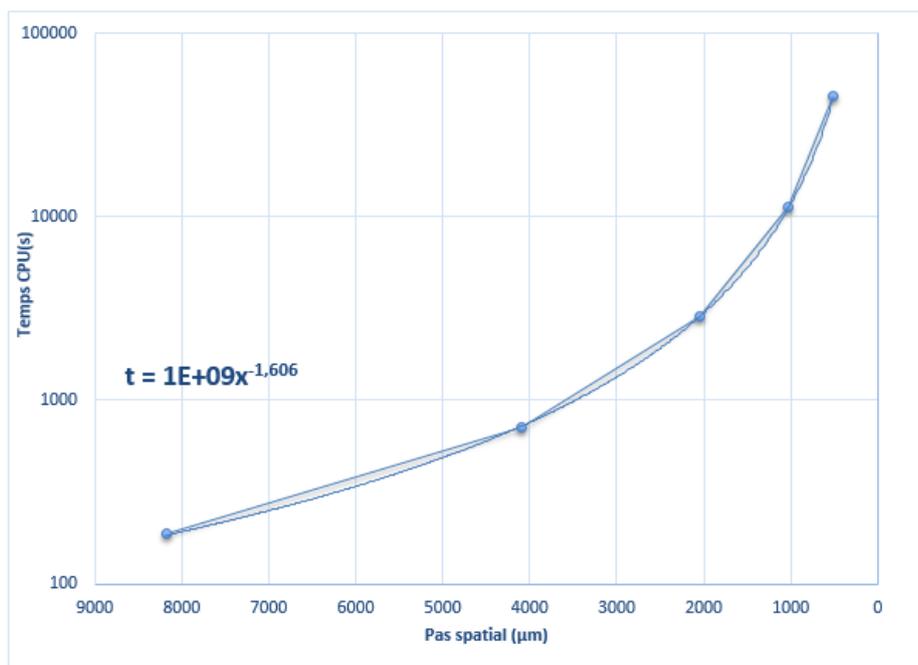


FIGURE 4.8 – Scalabilité spatiale.

Pas spatial (μm)	511	1022	2044	4088	8176
CPU(s)	45063	11300	2850	706	189

TABLE 4.4 – Scalabilité spatiale

temps CPU et le pas spatial suivent la relation

$$CPU = 10^9 dx^{-1.6}. \quad (4.34)$$

où dx est le pas de discrétisation spatiale.

La scalabilité spatiale est illustrée dans le tableau 4.4 et la figure 4.8 montre le résultat obtenu. Compte tenu de ce que le nombre de nœuds croît dx^{-2} , on est relativement proche d'une bonne scalabilité.

4.4.0.3 Scalabilité temporelle

Il s'agit de calculer le temps CPU d'une simulation faisant varier le pas de temps τ de $10^{-4}s$ à $10^{-8}s$. On garde les mêmes paramètres de simulation de référence. Le résultat obtenu est présenté sur le tableau 4.5 et la figure 4.9.

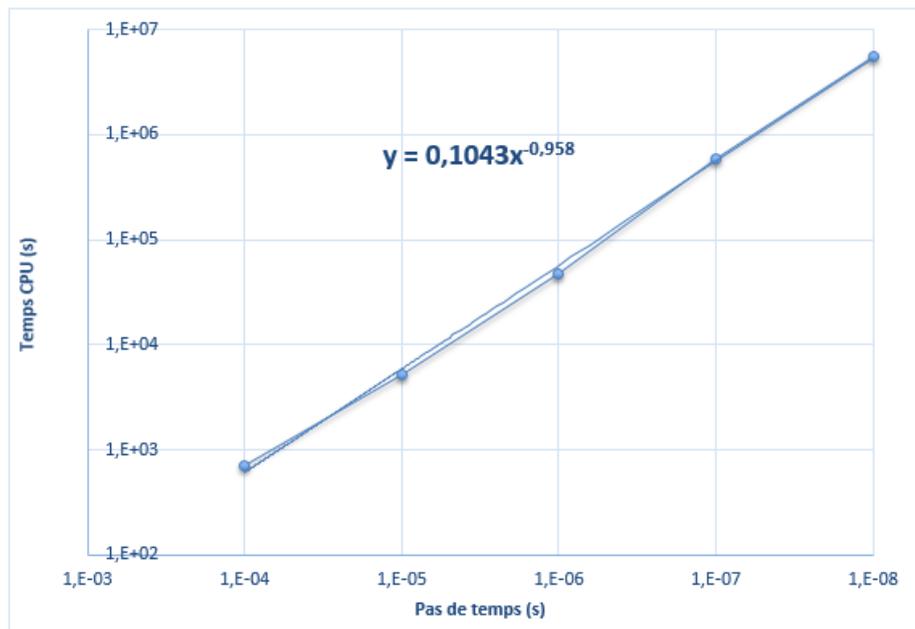


FIGURE 4.9 – Scalabilité temporelle.

$$CPU = \frac{0,1}{\tau^{0,96}}. \quad (4.35)$$

où τ est le pas de temps.

La scalabilité relativement au paramètre $1/\tau$ est donc très bonne.

D'après cette étude de scalabilité, une simulation avec les paramètres de référence nécessite un temps CPU d'environ 13 h et 1 Go de taille de mémoire.

Pas de temps (s)	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}
CPU(s)	708	5280	48063	599220	5611500

TABLE 4.5 – scalabilité temporelle.

4.5 Validation du code

Afin de vérifier que le code ra3d donne des résultats justes, nous proposons ici d'effectuer un test de validation qui consiste à étudier le problème d'un véhicule avançant sur un pont (figure 4.6). Le véhicule est approché par une masse mobile glissant sur une poutre appuyée

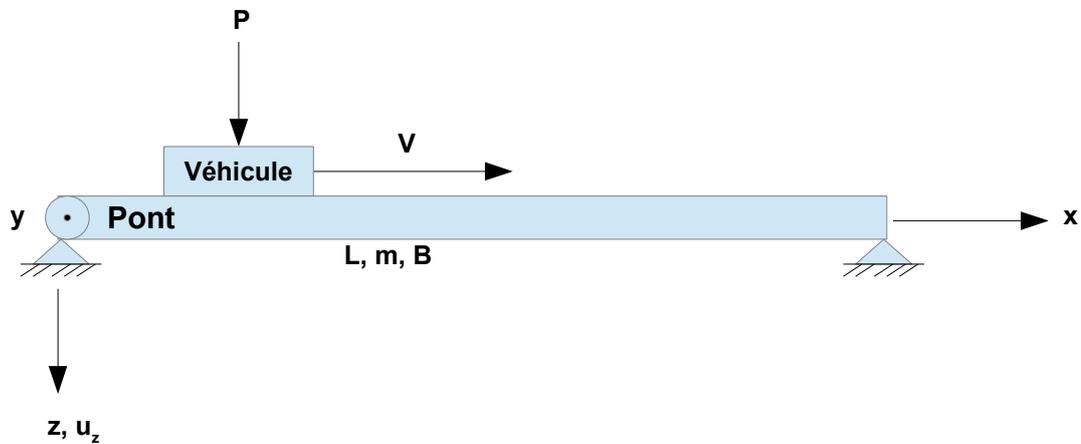


FIGURE 4.10 – Glissement d'un véhicule sur un pont.

à ces extrémités. Ce problème a été étudié par M.Olsson [56]. L'équation du mouvement de la poutre est

$$m \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial t^2} + B \frac{\partial^4 u(x, t)}{\partial x^4} = \delta(x - Vt)P \quad (4.36)$$

où m est la masse par unité de surface du véhicule, B est la raideur en flexion de la poutre, δ est la fonction de Dirac. Les conditions aux limites sont :

$$u(0, t) = 0, \quad \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}(0, t) = 0, \quad u(L, t) = 0, \quad \frac{\partial^2 u(x, t)}{\partial x^2}(L, t) = 0 \quad (4.37)$$

où L est la longueur de la poutre Les conditions initiales du problème sont :

$$u(x, 0) = 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t}(x, 0) = 0 \quad (4.38)$$

La solution analytique de ce problème est obtenue en décomposant le déplacement dans la base modale :

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} U_n(t) \sin(n\pi x/L) \quad (4.39)$$

où $U_n(t)$ et $\sin(n\pi x/L)$ sont respectivement le déplacement modal et les fonctions propres de la poutre.

En substituant l'équation (4.39) dans l'équation du mouvement (4.36), en multipliant par $\sin(n\pi x/L)$ et en intégrant sur la longueur de la poutre, il vient

$$\ddot{U}_n(t) + \omega_n^2 U_n(t) = (2P/mL) \sin(\bar{\omega}_n t) \quad (4.40)$$

avec $\omega_n^2 = (n\pi)^4 B/(mL^4)$, $\bar{\omega}_n = n\pi V/L$ $n = 1, 2, \dots$ et $0 \leq t \leq L/V$. Les conditions initiales sont : $U_n(0) = \dot{U}_n(0) = 0$. Pour obtenir le déplacement modal $U_n(t)$, il suffit d'intégrer (4.40)

$$\begin{cases} U_n(t) = \frac{2P}{mL\omega_n^2(1-\beta_n^2)} [\sin(\omega_n t) - \beta_n \sin(\omega_n t)], & \beta_n \neq 1 \\ U_n(t) = \frac{P}{mL\omega_n^2} [\sin(\omega_n t) - \omega_n t \cos(\omega_n t)], & \beta_n = 1 \end{cases} \quad (4.41)$$

où $\beta = \bar{\omega}_n/\omega_n$. En posant $\tau = L/V$ et $\alpha = (m/B)^{1/2}VL/\pi$ la solution analytique du problème est la suivante :

$$u(x, t) = \frac{2PL^3}{\pi^4 B} \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{1}{n^2(n^2 - \alpha^2)} \left(\sin(n\pi t/\tau) - \frac{\alpha}{n} \sin\left(\frac{n^2\pi}{\alpha} t/\tau\right) \right) \sin(n\pi x/L) \right] \quad (4.42)$$

lorsque $\alpha \neq n$ pour tout entier $n \geq 1$.

$$\begin{aligned} u(x, t) = & \frac{2PL^3}{\pi^4 B} \sum_{\substack{n=1 \\ n \neq \alpha}}^{\infty} \left[\frac{1}{n^2(n^2 - \alpha^2)} \left(\sin(n\pi t/\tau) - \frac{\alpha}{n} \sin\left(\frac{n^2\pi}{\alpha} t/\tau\right) \right) \sin(n\pi x/L) \right] \\ & + \frac{PL}{mV^2\alpha^2\pi^2} (\sin(\alpha\pi t/\tau) - \alpha\pi t/\tau \cos(\alpha\pi t/\tau)) \sin(\alpha\pi x/L) \end{aligned} \quad (4.43)$$

lorsque α est un entier ≥ 1 .

Paramètres de simulation

Nous cherchons à évaluer le déplacement du point au milieu du pont obtenu par le code ra3d et par la formule (4.42). Dans les tableaux 4.6 et 4.7 sont listés respectivement les paramètres de simulation du test de validation du code ra3d ainsi que les dimensions du pont et du véhicule. Quatre vitesses de glissement $V1 = 0.57 \text{ m/s}$, $V2 = 1.15 \text{ m/s}$, $V3 = 2.3 \text{ m/s}$, $V4 = 4.6 \text{ m/s}$ ont été choisies pour cette étude.

Les résultats sont enregistrés à une fréquence d'échantillonnage $fs = 180 \text{ Hz}$. Le nombre de modes de la poutre est $Nm = 20$. La poutre est discrétisée en 1160 nœuds avec un pas spatial $dx = 0.01 \text{ m}$ La fréquence propre du dernier mode vaut $f_{20} = 78 \text{ Hz}$. La durée de simulation est égale à $T = L/Vi$. Pour $V1 = 0.57 \text{ m/s}$, $T = 20 \text{ s}$. Les figures 4.11 et 4.12 représentent les résultats obtenus.

Durée T (s)	Pas de temps τ (s)	Modes Nm	Fréquence d'échantillon- nage f_s (Hz)	Poids P (kg)	Pas spatial dx (m)
20	$5.5 \cdot 10^{-6}$	20	181	3.5	0.01

TABLE 4.6 – Paramètres de simulation du code ra3d utilisés pour le test de validation d'un véhicule roulant sur un pont.

Structure	Longueur L (m)	Largeur B (m)
véhicule	0.2	0.02
pont	11.68	0.02

TABLE 4.7 – Dimensions du pont et du véhicule.

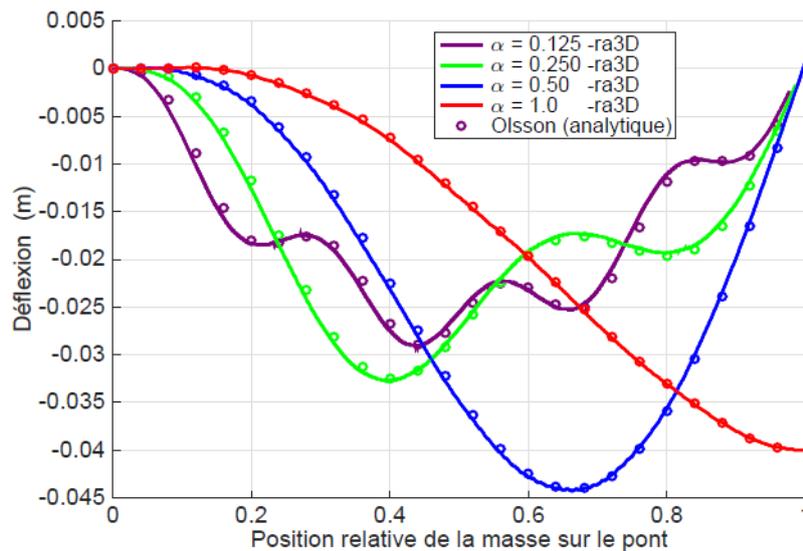


FIGURE 4.11 – Déflexion du pont en fonction de la position du véhicule sur le pont obtenue par le code ra3d et la solution analytique de Olsson.

Sur la figure 4.11, l'abscisse x est la position relative du véhicule sur le pont. L'ordonnée est la déflexion u obtenue par le code ra3d et la solution analytique de Olsson [56](formule (4.42)) pour plusieurs vitesses de glissement. D'après ces résultats, toutes les courbes se confondent. On peut constater alors que les résultats numériques sur la déflexion sont les mêmes que ceux analytiques. La figure 4.12 présente la force totale de contact en fonction du temps obtenue par ra3d comparée au poids propre du véhicule. On observe que la force de contact oscille autour du poids propre. Les fluctuations de la force de contact sont dues à l'utilisation de l'algorithme de pénalité. On peut conclure que les résultats obtenus par notre code ra3d sont justes et valides.

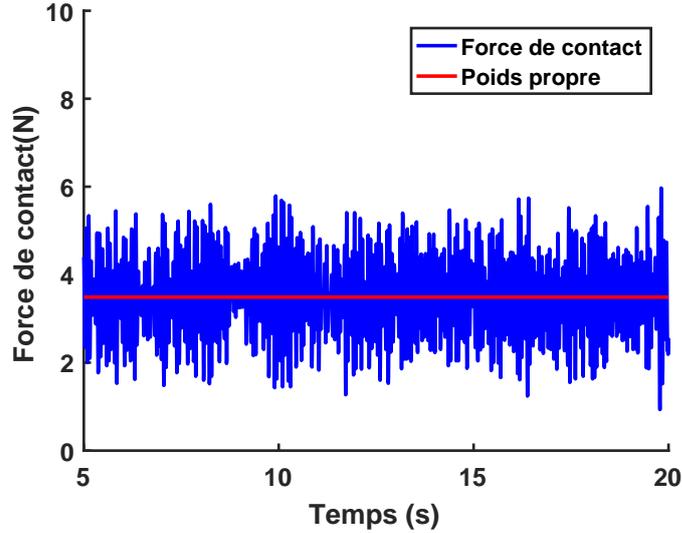


FIGURE 4.12 – Force de contact obtenue par le code ra3d en fonction du temps, $V1 = 0.57 \text{ m/s}$.

4.6 Application au contact pneumatique/chaussée

Afin d'évaluer le bruit de contact pneumatique/chaussée ou bruit de roulement, le pneumatique et la chaussée seront respectivement approchés par un cylindre et un plan rugueux. Dans cette section, nous allons décrire les paramètres choisis pour faire cette simulation.

4.6.1 Choix des paramètres de simulation

Avant toute simulation, il est nécessaire de déterminer précisément les valeurs numériques des paramètres utilisés par les schémas du code ra3d. Parmi ces paramètres : le pas de temps, la durée de simulation, le nombre de modes, la fréquence d'échantillonnage, la vitesse, le coefficient de pénalité, le pas spatial, l'amortissement et raideur de la suspension. Les valeurs numériques utilisées pour la plaque orthotrope sont données dans le tableau 4.8. Nous avons besoin de prendre en compte $Nm = 1115$ modes puisque le bruit de contact pneumatique/chaussée est un bruit large bande contenant des fréquences jusqu'à 5000 Hz . Le nombre de modes choisi doit permettre de balayer cette plage de fréquences. La fréquence du 1115ième mode est $f = 5001 \text{ Hz}$. Par ailleurs, nous avons vu au chapitre 3 que la densité modale est constante à partir de 5000 Hz (figure 3.8) et vaut $n = 0.04 \text{ mode/(rad/s)}$. Le nombre de modes nécessaires est donc estimé par $Nm = n2\pi5000 = 1256$ modes. La valeur du coefficient de pénalité $\kappa = 3.33 \cdot 10^8 \text{ Pa/m}$ est fixée par l'élasticité de la gomme. C'est le rapport du module d'Young sur l'épaisseur du pneumatique. On a choisi un pas spatial de discrétisation $d_x = 500 \mu\text{m}$. Ce pas va nous permettre d'avoir un temps CPU raisonnable (voir le paragraphe scalabilité spatiale). Les résultats de simulation obtenus comme la force de contact et les vitesses vibratoires sont enregistrés avec une fréquence d'échantillonnage f_s de 100 kHz . Nous avons choisi une vitesse de glissement V égale à 25 m/s ce qui correspond à $V = 90 \text{ km/h}$. Cette valeur est généralement retenue dans les études du contact

pneumatique/chaussée. La durée de simulation T correspond au temps nécessaire pour que le pneumatique parcoure la chaussée. Elle dépend du pas spatial de discrétisation, du nombre de nœuds de la chaussée et de la vitesse de glissement du pneumatique. Elle est déterminée par la relation : $T = (N_x - 1)d_x/V$, avec $N_x = 11364$, $d_x = 500 \mu m$ et $V = 25 m/s \Rightarrow T = 0.2 s$.

Symbole	a	b	m	B	T	S
Valeur	1.78	0.32	12.4	4	$4.4 \cdot 10^4$	$5.73 \cdot 10^5$
Unité	m	m	kg/m^2	N/m	N/m	N/m^3

TABLE 4.8 – Valeurs numériques de la plaque orthotrope sous tension.

Le pneu est suspendu à un ressort de raideur k . Le ressort est précontraint de sorte que sa déformation soit celle induite par une charge de 250 kg correspondant à la masse d'un quart de véhicule. La force de l'amortisseur est prise en compte par l'amortissement visqueux ($c = 2\xi m\omega$). ξ est le taux d'amortissement et ω la pulsation propre.

La raideur du ressort et la suspension ont été déterminés en se basant sur une étude dans le cadre du projet AMESIM (Apprentissage de la modélisation pour l'étude des systèmes industriels mécatroniques) de l'Université Numérique Ingénierie et Technologie (UNIT)[1]. $k = 10000 N/m$ est la raideur du ressort. Elle est calculée par la relation

$$k = 4\pi^2 f^2 m MR^2 \quad (4.44)$$

où f est la «fréquence de confort» du véhicule, on prendra $f = 1 \text{ Hz}$, m est la masse suspendue sur une roue (masse d'un quart de véhicule), MR est le « Motion Ratio », le rapport du déplacement de la roue par rapport au ressort, sa valeur est fixée à 1.

L'amortissement $c = 3100 N/(m/s)$ est donné par la relation

$$c = 4\pi\xi fm \quad (4.45)$$

où $\xi = 1.2$ est un taux d'amortissement surcritique.

4.6.2 Pas de temps

Le pas de temps idéal doit respecter la condition de stabilité du schéma aux différences finies centrées. Le critère de stabilité du schéma explicite exige que $\tau < 2\omega$ avec $\omega = 3,14 \cdot 10^4 \text{ rad/s}$, donc τ est égale à $\tau < 6 \cdot 10^{-5} s$ (figure 4.13 ; ligne rouge en pointillés). Une étude de convergence est réalisée afin de déterminer le pas de temps adapté à la simulation numérique ra3d. Nous avons fait varier le pas de temps de $10^{-4} s$ à $10^{-8} s$, les autres paramètres de simulation sont fixes. Les vitesses vibratoires induites par le contact pneumatique/chaussée sont sauvegardées dans un fichier de résultat. On a choisi un résultat de référence qui correspond au pas de temps le plus fin ($10^{-8} s$). L'erreur relative e est calculée à l'aide de l'expression suivante :

$$e = \frac{\|v_i - v_{ref}\|}{\|v_{ref}\|} \quad (4.46)$$

où $\|\cdot\|$ est la norme du vecteur \cdot , v_i est la vitesse vibratoire induite par le contact entre le pneumatique et la chaussée. Elle est calculée au pas de temps $10^{-i} s$ et v_{ref} est la vitesse

vibratoire au pas de temps de référence de 10^{-8} s. Le résultat obtenu est tracé sur la figure 4.13.

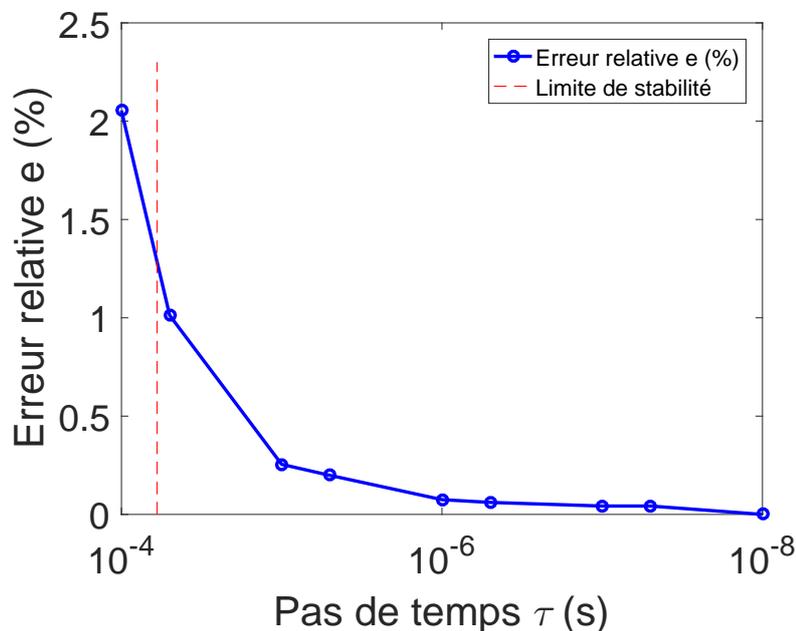


FIGURE 4.13 – Erreur relative sur la vitesse vibratoire en fonction du pas de temps, - - droite en $x = 6 \cdot 10^{-5}$ s c'est la limite de stabilité du schéma aux différences finies centrées.

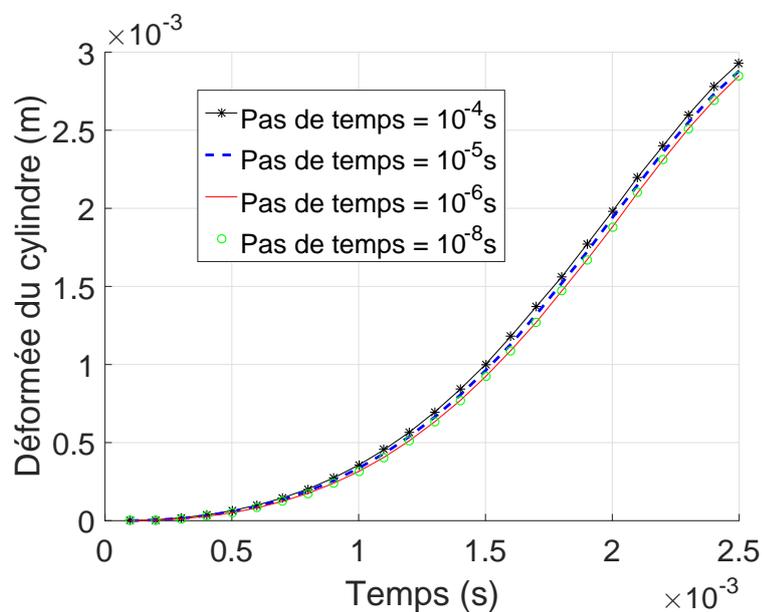


FIGURE 4.14 – Évolution temporelle de la déformée au centre du pneumatique.

On constate que l'erreur relative est de l'ordre de 2.1 % pour le pas de temps le plus grand et converge vers une valeur très faible à partir du pas de temps de 10^{-6} s. En comparant aussi

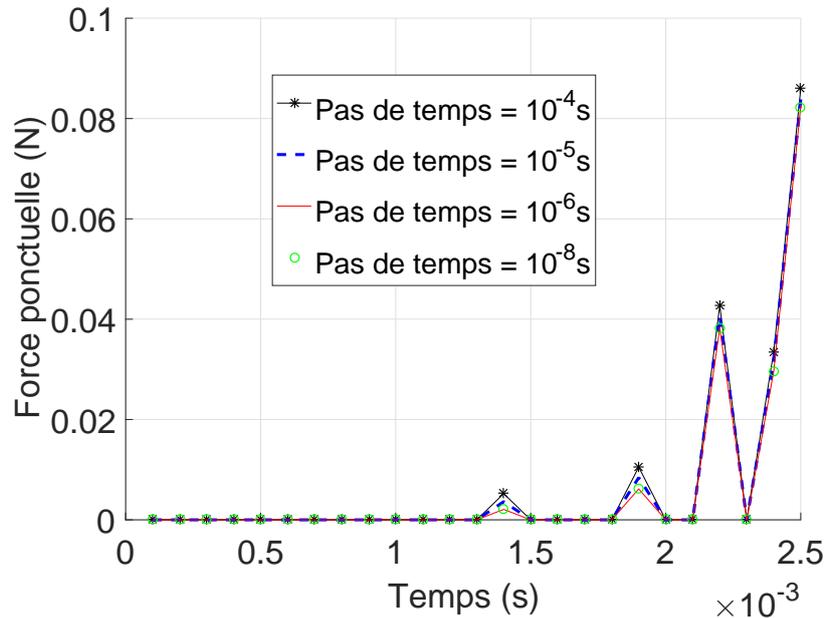


FIGURE 4.15 – Évolution temporelle de la force de contact au centre du pneumatique.

les deux figures 4.14 et 4.15 qui représentent respectivement l'évolution temporelle de la déformée et de la force de contact au centre du pneumatique, on remarque que les courbes au pas de temps de $10^{-6}s$ et $10^{-8}s$ se superposent. Au vu de ces résultats, on choisit un pas de temps de simulation égal à $10^{-6}s$. Ce pas respecte le critère de stabilité et la convergence avec un temps CPU raisonnable. En particulier, il va nous permettre de détecter tous les chocs.

4.7 Résultats de simulations

Cette section est dédiée à la présentation des résultats de simulations réalisées grâce au code ra3d. Il s'agit de la force totale et ponctuelle de contact, du niveau vibratoire en fonction de la vitesse, de l'étude statistique des chocs et des cartes de pression de contact. Les paramètres de simulation sont présentés dans les tableaux 4.1 et 4.2.

4.7.1 Forces de contact

Sur les figures 4.16 et 4.18 sont illustrés l'évolution de la force totale de contact en fonction du temps pour une vitesse de 90 km/h obtenue par le code ra3d et les écarts types σ_f pour la force totale de contact en fonction de la vitesse de glissement pour les cinq revêtements : *A*, *Ap*, *E2*, *ISO* et *M2*.

D'après la figure 4.16, on constate que la force totale obtenue correspond à la somme de la charge totale appliquée de 2451 N ($1/4$ de la masse du véhicule) et du poids du pneumatique de 69 N . De plus, on observe que les fluctuations de la force totale de contact sont plus ou moins importantes selon le revêtement considéré. Ces observations sont confirmées par les

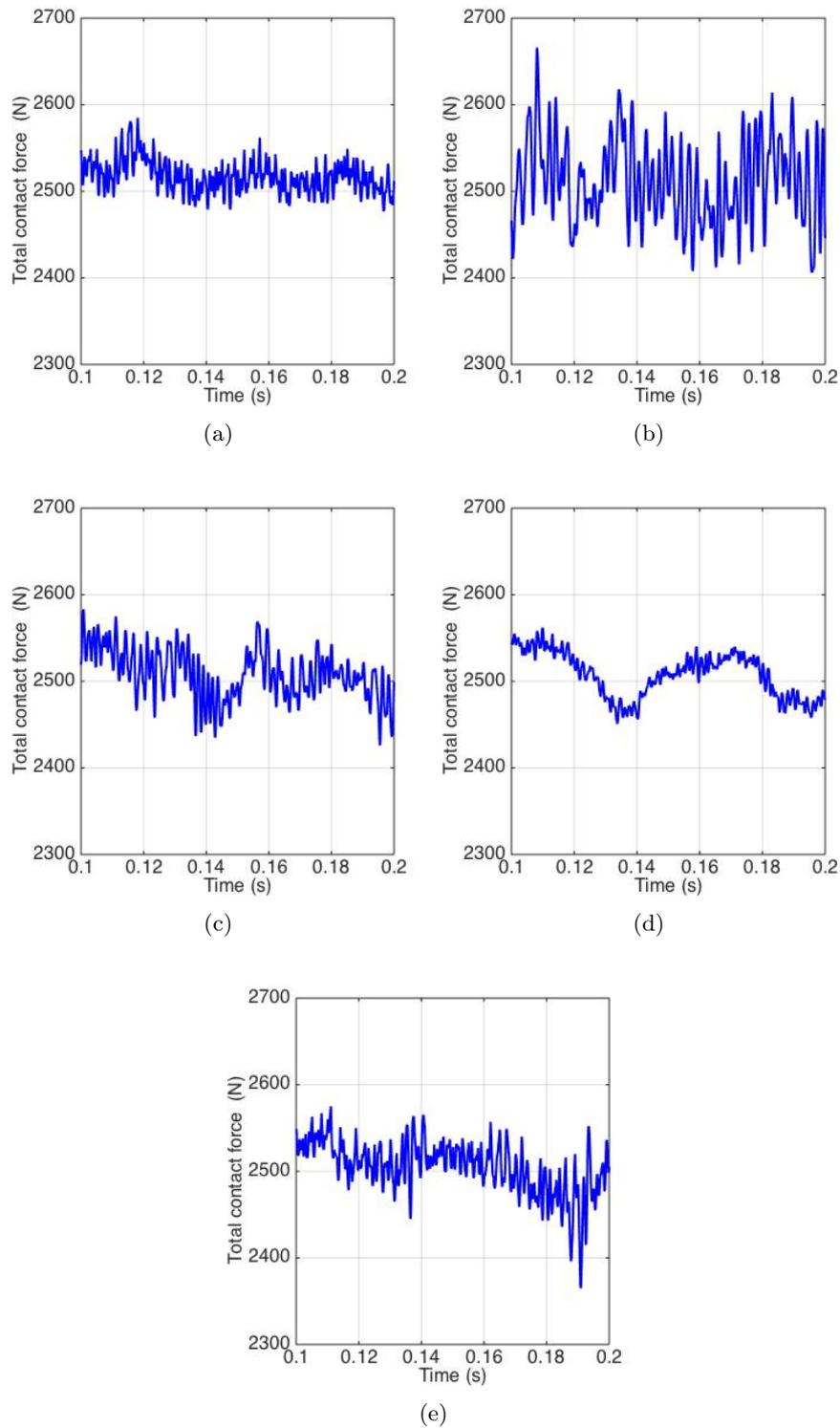


FIGURE 4.16 – Évolution temporelle de la force totale de contact pour les cinq revêtements : (a)-*A*, (b)-*Ap*, (c)-*E2*, (d)-*ISO* et (e)-*M2*; simulation ra3d à $V = 90 \text{ km/h}$.

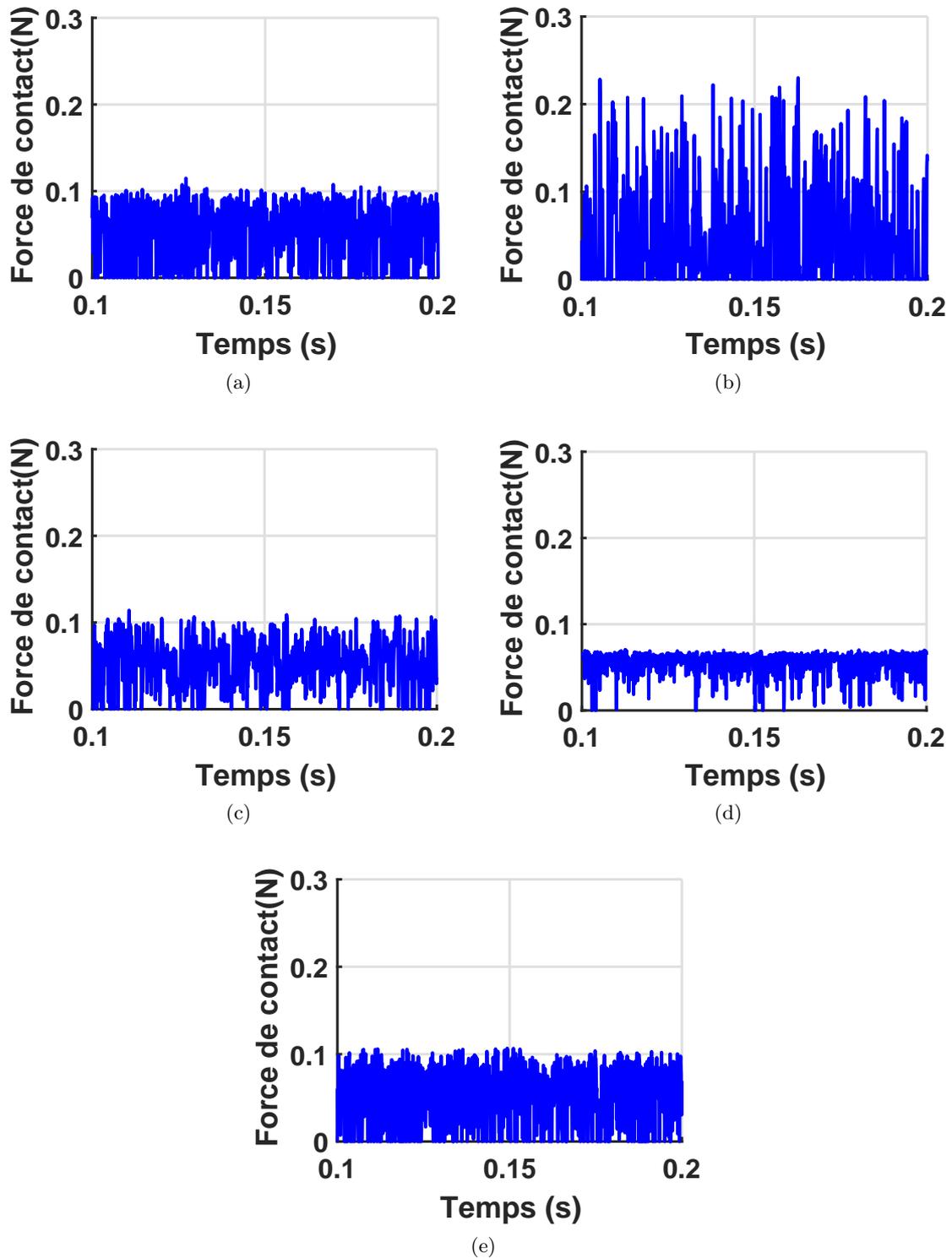


FIGURE 4.17 – Évolution temporelle de la force ponctuelle de contact pour les cinq revêtements : (a)-A, (b)-Ap, (c)-E2, (d)-ISO et (e)-M2; simulation ra3d à $V = 90 \text{ km/h}$.

résultats de la figure 4.18. On constate que les écarts de la force totale de contact sont plus

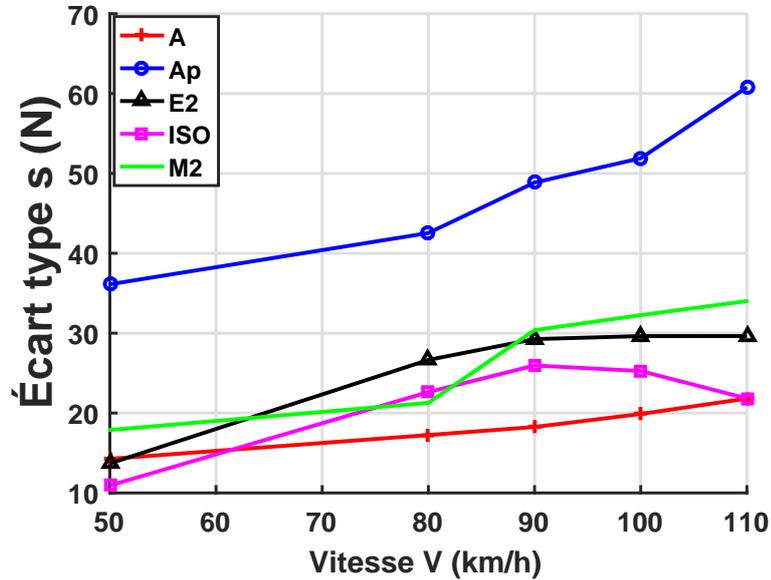


FIGURE 4.18 – Écarts types σ_f de la force totale de contact en fonction de la vitesse de glissement pour les cinq revêtements : *A*, *Ap*, *E2*, *ISO* et *M2*; simulation ra3d.

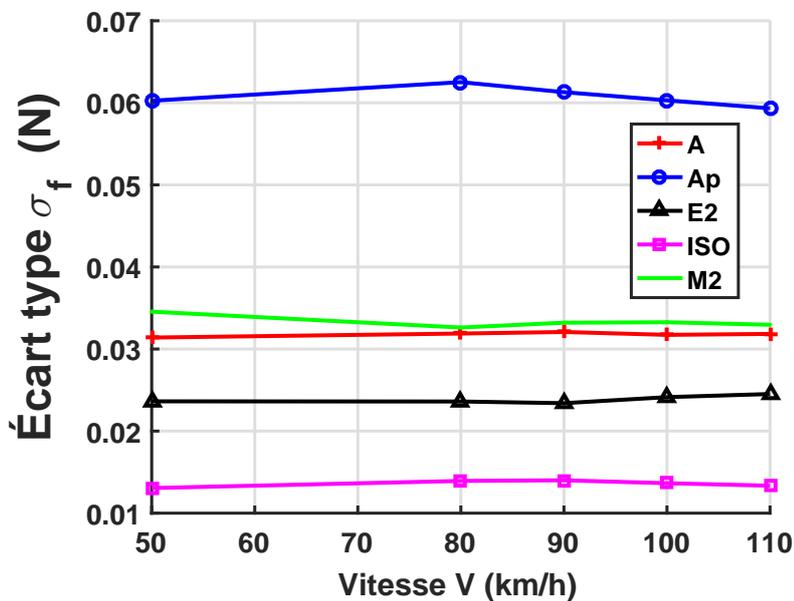


FIGURE 4.19 – Écarts types σ_f de la force ponctuelle de contact en fonction de la vitesse de glissement pour les cinq revêtements : *A*, *Ap*, *E2*, *ISO* et *M2*; simulation ra3d.

élevées pour le revêtement *Ap* ($\sigma_f = 50 \text{ N}$) à 90 km/h . Cependant, la texture *A* représente des écarts types faibles $\sigma_f = 18 \text{ N}$. Par ailleurs, les écarts types augmentent avec la vitesse de

glissement. Les figures 4.17 et 4.19 représentent respectivement l'évolution temporelle de la force de contact f en un point situé au centre de la zone de contact à une vitesse de 90 km/h et les écarts types σ_f de cette force contact en fonction de la vitesse de glissement pour les cinq revêtements : A , Ap , $E2$, ISO et $M2$. On observe que les valeurs de la force ponctuelle sont élevées pour le revêtement Ap . La valeur maximale vaut $f = 0.23 \text{ N}$. La force de contact est minimale pour la texture lisse ISO et vaut $f = 0.065 \text{ N}$. De même, les écarts types de la force de contact en ce point sont plus élevées pour le revêtement Ap ($\sigma_f = 0.06 \text{ N}$). En revanche, la texture lisse ISO représente des écarts types faibles de l'ordre de $\sigma_f = 0.013 \text{ N}$. Les forces de contact ainsi que les écarts types des deux textures A et $M2$ sont très proches. Par ailleurs, on peut constater que la vitesse de glissement n'influence pas les écarts types de la force ponctuelle de contact.

4.7.2 Niveau en tiers d'octave de la force contact

L'évolution du niveau en tiers d'octave de la force totale en fonction de la fréquence est tracée sur le figure 4.21. Grâce à ce résultat, nous constatons que le niveau de force totale de contact croît avec la fréquence jusqu'à 800 Hz suivie d'une atténuation du niveau dans la bande de fréquences $800 - 2000 \text{ Hz}$. Par ailleurs, on peut observer que le niveau de force augmente avec la vitesse de glissement. En revanche, la forme du spectre ne dépend pas de la vitesse de glissement ce qui signifie que la fréquence d'excitation du passage de la roue sur les aspérités de la chaussée n'est pas visible sur ce spectre. L'évolution du niveau en tiers d'octave

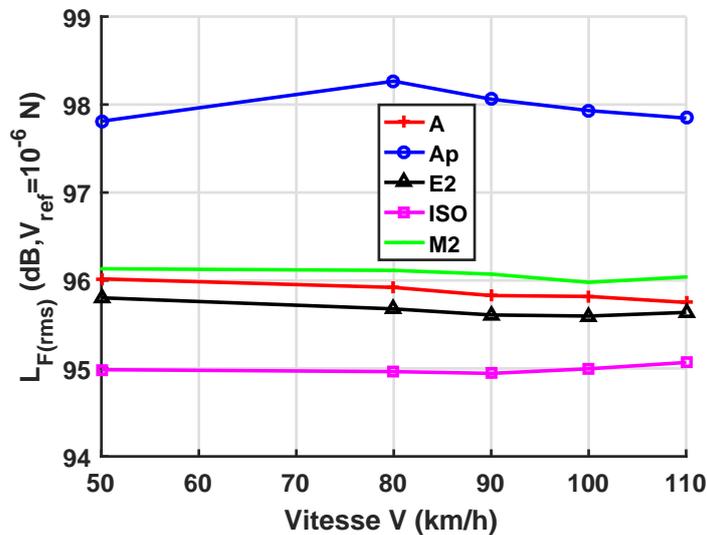


FIGURE 4.20 – Niveau rms de la force ponctuelle de contact en fonction de la vitesse de glissement pour les cinq revêtements : A , Ap , $E2$, ISO et $M2$; simulation ra3d.

de la force de contact en un point en fonction de la fréquence est tracée sur la figure 4.22. Ce résultat nous montre que le niveau de force ponctuelle de contact croît avec la fréquence. La figure 4.20 présente le niveau de la valeur efficace (rms) de la force ponctuelle de contact en fonction de la vitesse de glissement pour les cinq revêtements. On peut observer que la vitesse de glissement n'influe pas sur le niveau rms de la force ponctuelle de contact.

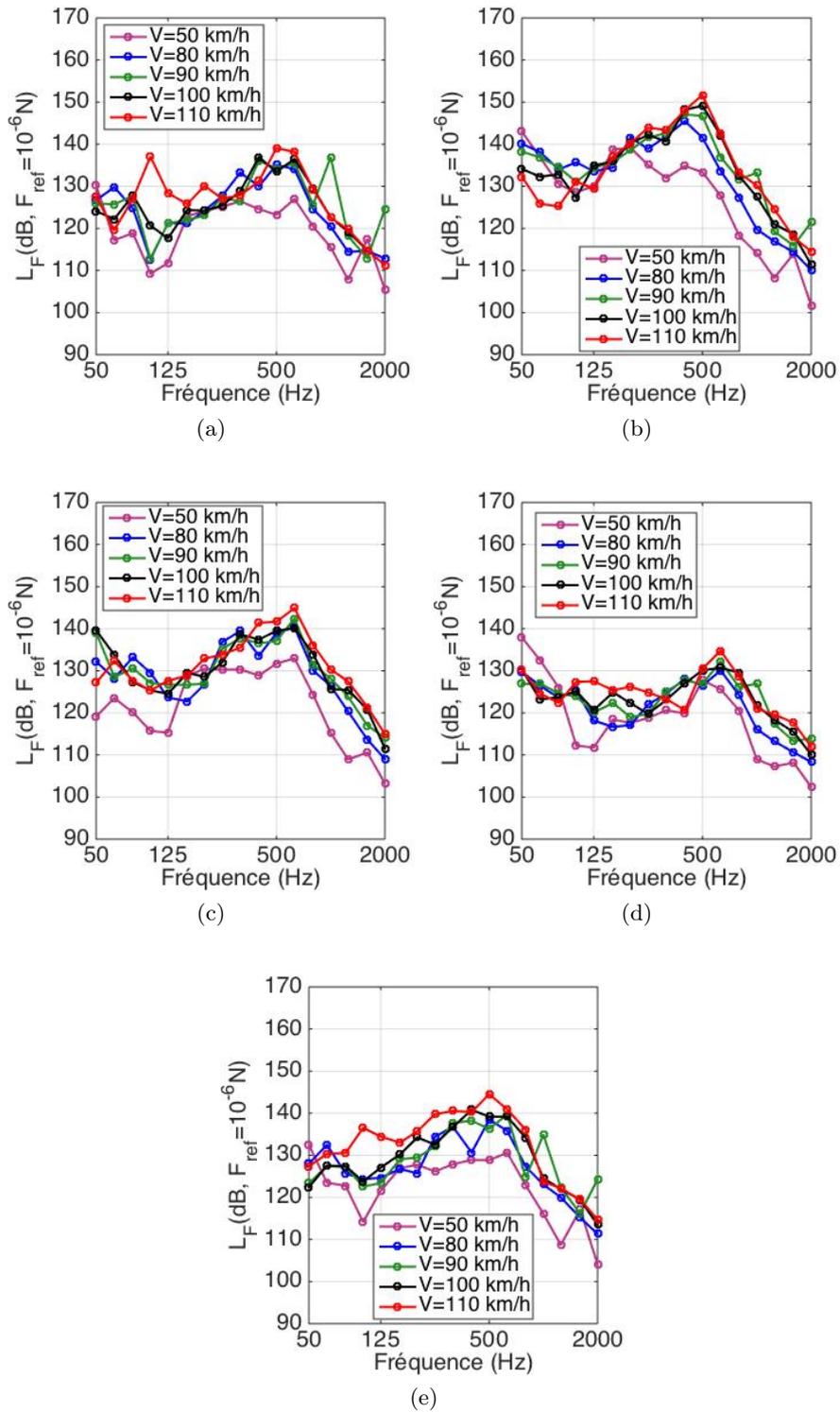


FIGURE 4.21 – Spectre du niveau en tiers d'octave de la force totale de contact pour les revêtements : (a)-A, (b)-Ap, (c)-E2, (d)-ISO et (e)-M2 ; simulation ra3d.

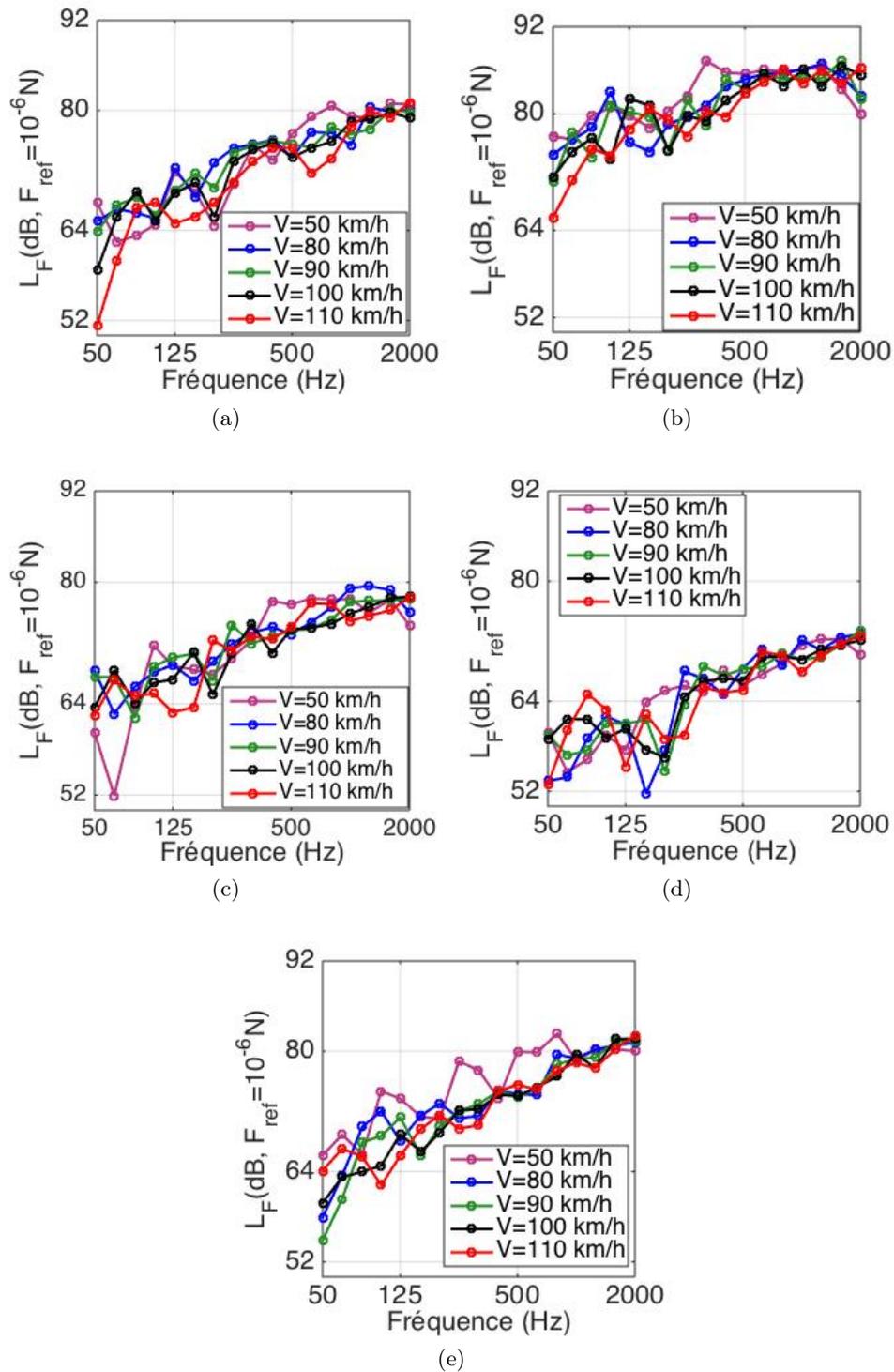


FIGURE 4.22 – Spectre du niveau en tiers d'octave de la force ponctuelle de contact pour les revêtements : (a)-*A*, (b)-*Ap*, (c)-*E2*, (d)-*ISO* et (e)-*M2*; simulation ra3d.

4.7.3 Niveau vibratoire en fonction de la vitesse de glissement

Dans la littérature, plusieurs expériences et simulations numériques ont été réalisées pour caractériser le bruit de roulement. Ces études rendent compte de l'influence de la vitesse sur le bruit de roulement [77]. Dubois [25, 26] a effectué des mesures de bruit pneumatique/chaussée pour différentes vitesses. Il a constaté une relation statistique entre le niveau de bruit et la vitesse de roulement sous la forme :

$$L_v(dB) = 20 \log_{10} \left(\frac{V}{V_{ref}} \right)^n + L_v(V_{ref}) \quad (4.47)$$

où L_v est le niveau de bruit, V la vitesse de roulement, $V_{ref} = 90 \text{ km/h}$ la vitesse de référence. La valeur de l'exposant n vaut 1,7 dans ce cas (voir figure 4.23).

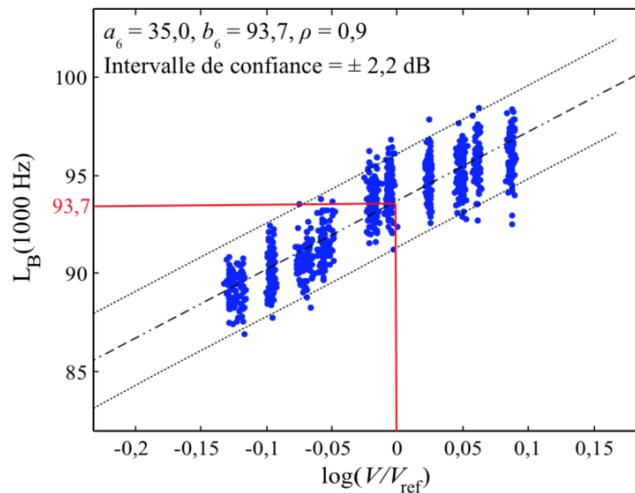


FIGURE 4.23 – Régression linéaire entre le niveau de bruit et le logarithme en base 10 de la vitesse sur une vitesse de référence (90 km/h) pour la surface E2 avec un pneu standard, résultats expérimentaux (mesure de bruit)-Dubois 2012 [25].

En 2013, Dang [31] a observé grâce à une simulation numérique 2D du contact glissant pur acier/acier, une corrélation entre le niveau de vibration et la vitesse décrite dans la formule (4.47). La valeur de l'exposant est égale à 0,8 (figure 4.24). La différence entre les deux exposants peut être expliquée par des différences de mécanismes générateurs du bruit. Dans le premier cas, c'est la rugosité des deux profils en contact qui génère le bruit et seulement elle. En ce qui concerne le problème de roulement d'un pneu sur une chaussée rugueuse, plusieurs mécanismes sont mis en jeu, le martellement des pains, les impacts aspérités-pneu ainsi que les mécanismes de pompage d'air (Air pumping). Tous ces phénomènes apparaissent dans les mesures de la figure 4.23.

Sur la figure 4.26 est tracée la régression linéaire entre le niveau de bruit et le logarithme en base 10 de la vitesse sur la vitesse de référence de 90 km/h pour les cinq revêtements pour les simulation ra3d. On note la croissance du niveau de la vibration par rapport la vitesse. Les niveaux vibratoires sont plus élevés sur la texture Ap, suivi de E2 car la partie superficielle de la surface plus rugueuse (plus de pics) que celles des autres textures. Le niveau vibratoire

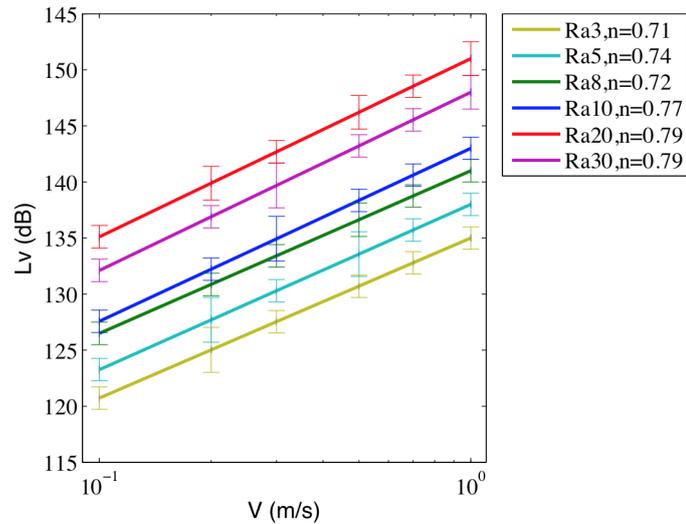


FIGURE 4.24 – Évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse, simulation numérique 2D glissement pur acier-acier -Dang 2013 [30].

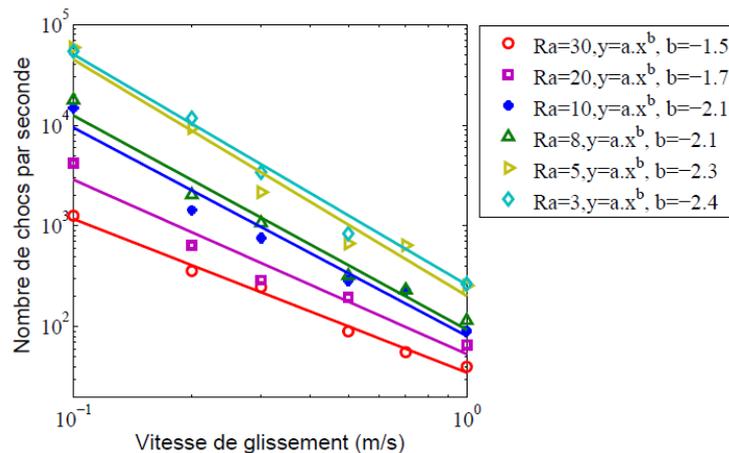


FIGURE 4.25 – Nombre de chocs par seconde en fonction de la vitesse de glissement [30].

de la texture *ISO* est le plus faible (revêtement lisse). Ces résultats sont en accord avec les valeurs de Rq , RSk et Rku calculées précédemment (chapitre 2). La valeur de l'exposant n obtenue à partir de la courbe de régression varie entre 1 et 1.4. Cette valeur est plus grande que celle obtenue par Dang [30] ($n = 0.8$) mais cependant plus faible que les mesures réalisées par Dubois [25] ($n = 1, 7$).

Les valeurs de n diffèrent essentiellement parce qu'il s'agit de deux régimes de contact différents. Dans le cas du glissement acier/acier, il s'agit d'un régime de vibro-impacts dynamiques où le choc se fait avec rebond. Le taux de chocs par seconde est proportionnel à la vitesse (figure 4.25). En revanche, dans le cas du glissement pneu/chaussée l'indentation se fait de façon quasi-statique comme nous allons le voir. Le nombre total de contacts ne dépend pas de la vitesse de glissement.

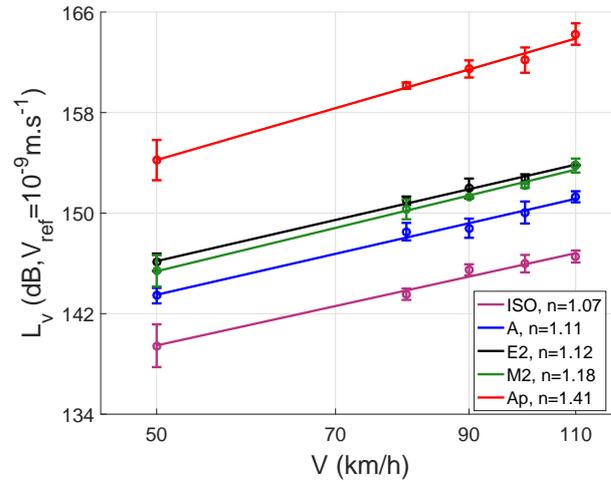


FIGURE 4.26 – Régression linéaire entre le niveau de vibration et le logarithme de base 10 de la vitesse sur la vitesse de référence V ($V = 90 \text{ km/h}$); simulation ra3d.

4.7.4 Comparaison des spectres de texture et des spectres vibratoires

Les spectres de texture sont obtenus par la méthode expliquée dans la section 2.5 du chapitre 2. Pour obtenir les spectres de textures, nous avons utilisé les altitudes des profils de chaque revêtement. Les spectres vibratoires sont issus des simulations ra3d. Il s'agit de la vitesse vibratoire en un point de contact. Plus précisément, la vitesse vibratoire est prise au centre de la zone de contact au nœud $x = 0.075 \text{ m}$, $y = 0.075 \text{ m}$. Les deux figures 4.27 et 4.28 représentent respectivement les spectres de textures et les spectres vibratoires en fonction de la fréquence.

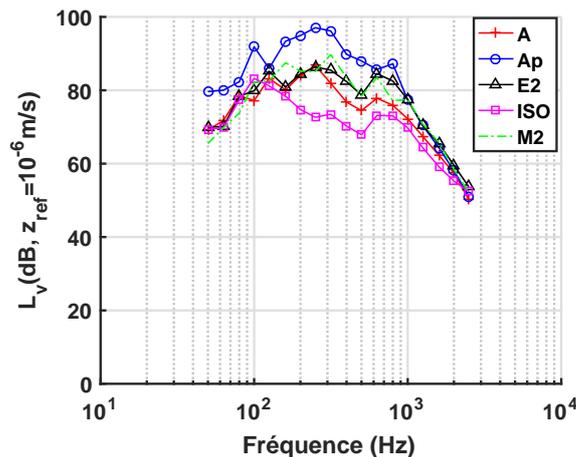


FIGURE 4.27 – Spectres vibratoires par bande de tiers d'octave évalués sur les cinq revêtements A , Ap , $E2$, ISO et $M2$; simulation ra3d.

On constate que la texture ISO (texture lisse) a le niveau vibratoire le plus faible (figure 4.27). Par ailleurs, le niveau vibratoire est le plus élevé pour la texture Ap . Les revê-

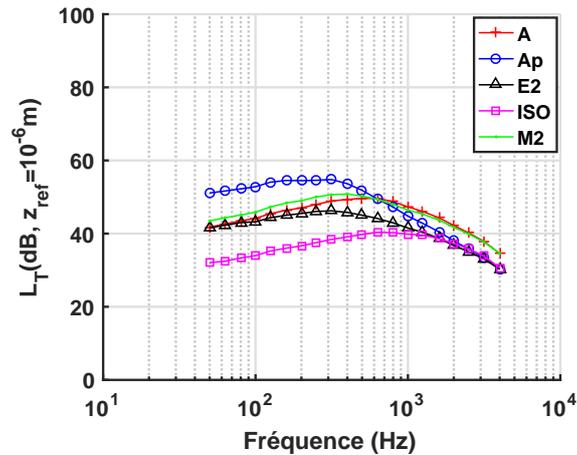


FIGURE 4.28 – Spectres de texture par bande de tiers d’octave évalués sur les cinq revêtements A , Ap , $E2$, ISO et $M2$, $V=90$ km/h ; simulation ra3d.

tements A , $E2$ et $M2$ présentent des niveaux vibratoires proches. Ce résultat est confirmé par le spectre de texture figure 4.28. La macro rugosité influence les niveaux de texture et vibratoires à basse fréquence (<1000 Hz). Dans cette plage de fréquences, les mécanismes d’origine mécanique sont prédominants.

4.7.5 Carte de pression de contact

La simulation à l’aide du code ra3d donne la pression du contact pour chaque texture. Les empreintes obtenues sont présentées sur la figure 5.15. La zone de contact est un carré de 15 cm de côté ce qui nous donne l’aire de contact de chaque texture tableau 5.3. L’aire de contact est symétrique et sous la forme d’un rectangle. Elle va de 143 cm^2 à 187 cm^2 . Celle de la texture Ap est la plus grande. Ces valeurs d’aire de contact sont conformes avec celles de la littérature. La pression moyenne est d’environ 0.11 MPa , valeur proche de la pression de gonflage du pneumatique qui est de 0.22 MPa . La pression maximale pour la macrotecture Ap est de l’ordre de 1 MPa . Par ailleurs, pour avoir la carte de pression moyennée au cours du temps, nous avons calculé la moyenne sur tous les instants de $f(x, y, t)$.

texture	$A(cm^2)$	$p_m(MPa)$	$p_{max}(MPa)$
A	170,42	0,15	0,50
Ap	187,2	0,13	0,99
E2	162,24	0,15	0,52
ISO	142,72	0,18	0,36
M2	165,12	0,15	0,48

TABLE 4.9 – Aire de contact, pression moyenne et maximale des cinq textures A , Ap , $E2$, ISO et $M2$ - simulations ra3d.

La figure 5.16 représente la distribution spatiale de la pression moyenne des cinq textures. D’après ces cartes de pression, nous remarquons que la distribution de pression est identique

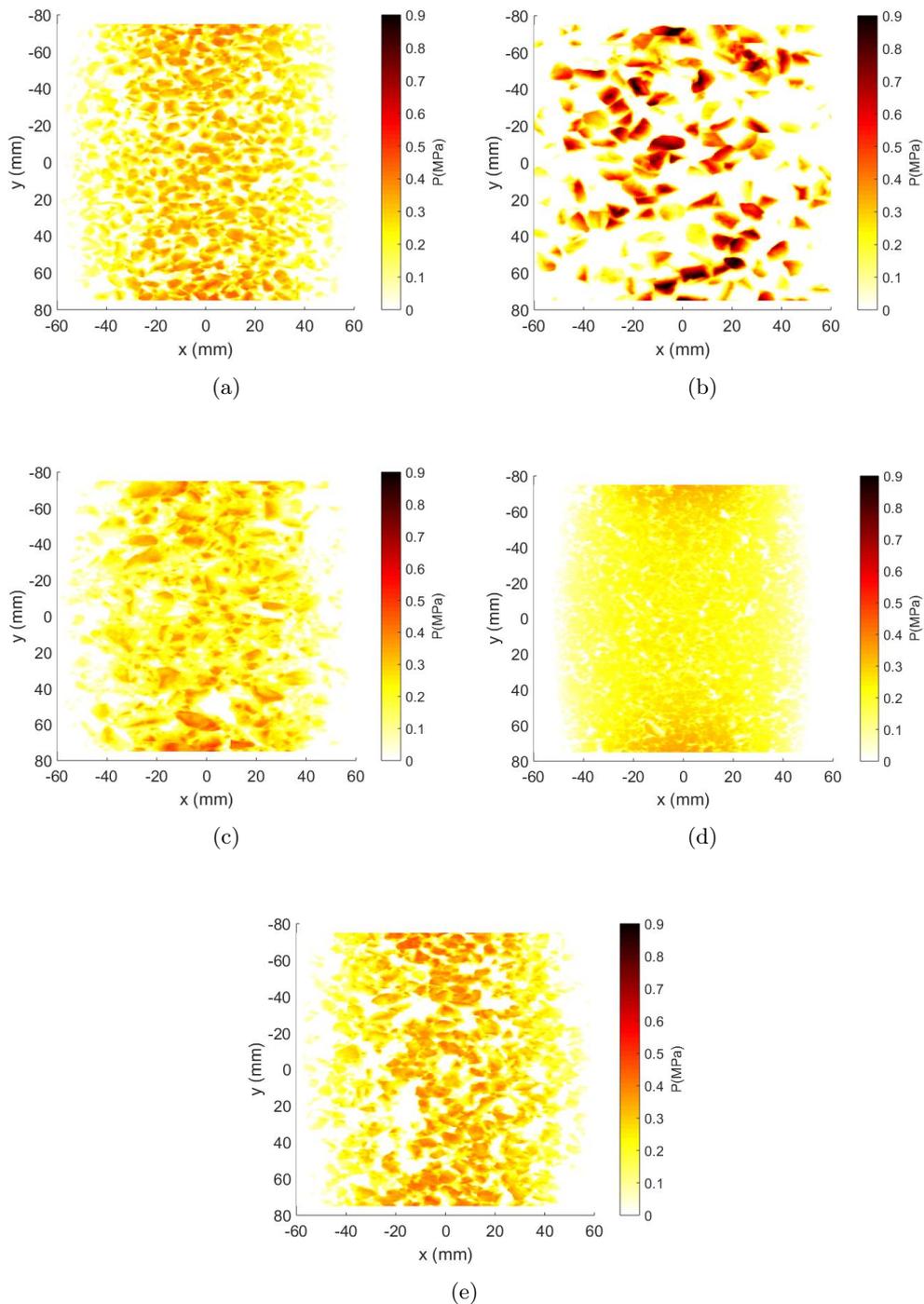


FIGURE 4.29 – Carte de pression instantanée des cinq revêtements : (a)-*A*, (b)-*Ap*, (c)-*E2*, (d)-*ISO* et (e)-*M2*; axe horizontal : axe longitudinal (o,x), axe vertical : axe transversal (o,y); l'avant du pneu (abscisses positives), l'arrière du pneu (abscisses négatives), (sens de glissement : de l'arrière vers l'avant du pneu), simulations ra3d à $V = 90 \text{ km/h}$.

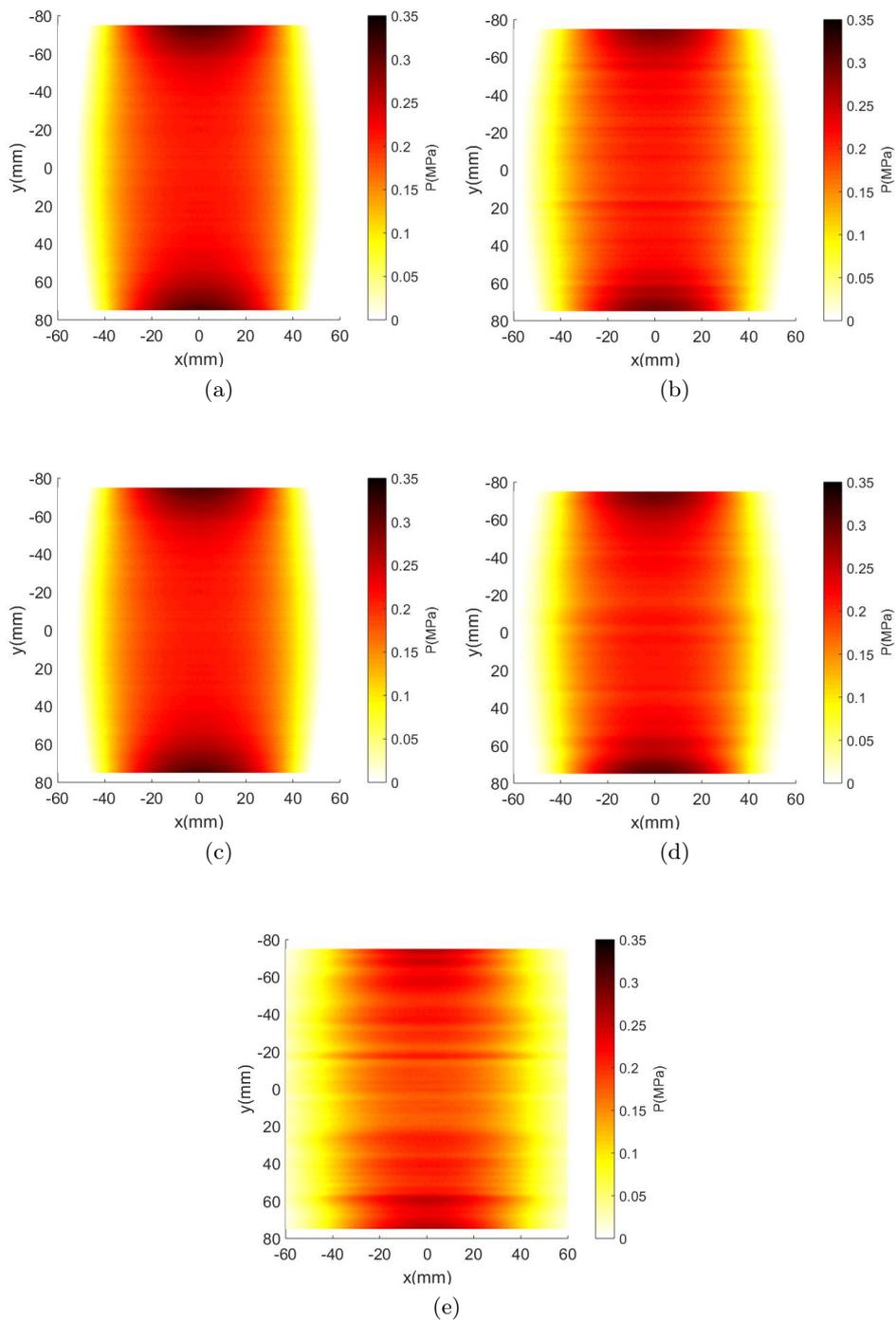


FIGURE 4.30 – Carte de pression moyenne des cinq revêtements : (a)-A, (b)-Ap, (c)-E2, (d)-ISO et (e)-M2; axe horizontal : axe longitudinal (o,x), axe vertical : axe transversal (o,y); l'avant du pneu (abscisses positives), l'arrière du pneu (abscisses négatives), (sens de glissement : de l'arrière vers l'avant du pneu), simulations ra3d à $V = 90 \text{ km/h}$.

pour les cinq textures. En effet, les pressions de contact sont maximales au bord dans le sens transversal du pneumatique surtout pour les revêtements *A*, *E2*, *ISO*, et *M2*. Elles sont moins marquées pour le revêtement *Ap*.

4.7.6 Étude statistique des chocs

L'un des objectifs de cette étude est d'analyser les chocs. Les caractéristiques d'un choc sont : la force maximale, la durée et le pourcentage de temps de contact. La figure 4.31 présente un extrait de l'évolution temporelle de la force de contact en un nœud. À partir de cette évolution, les valeurs maximales de la force de contact de choc et la durée sont déterminées. Dans le tableau 4.10, on présente la force maximale et la durée des cinq premiers chocs.

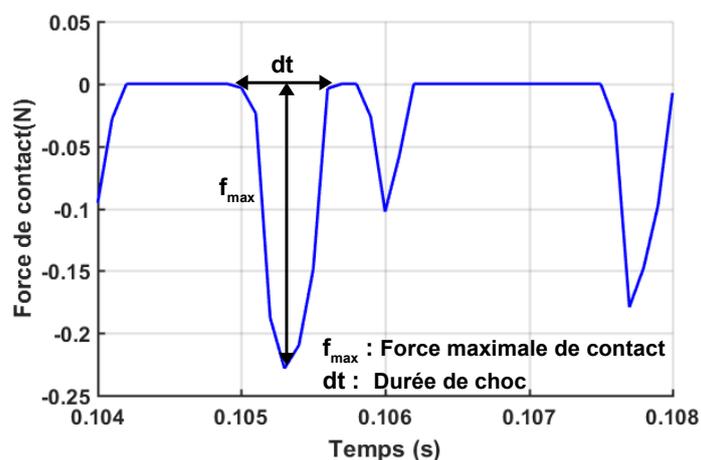


FIGURE 4.31 – Évolution temporelle de la force de contact en un nœud.

N° choc	1	2	3	4	5
Durée (s)	$2 \cdot 10^{-3}$	$3 \cdot 10^{-4}$	$2 \cdot 10^{-4}$	$4 \cdot 10^{-4}$	$9 \cdot 10^{-4}$
f_{max} (N)	0.22	0.1	0.01	0.14	0.19

TABLE 4.10 – Extrait des 5 premiers chocs, texture *Ap*, $V=90$ km/h

4.7.6.1 Force maximale de choc

La figure 4.32 présente l'histogramme de la force maximale de choc pour deux vitesses : 50 km/h et 90 km/h en haut.

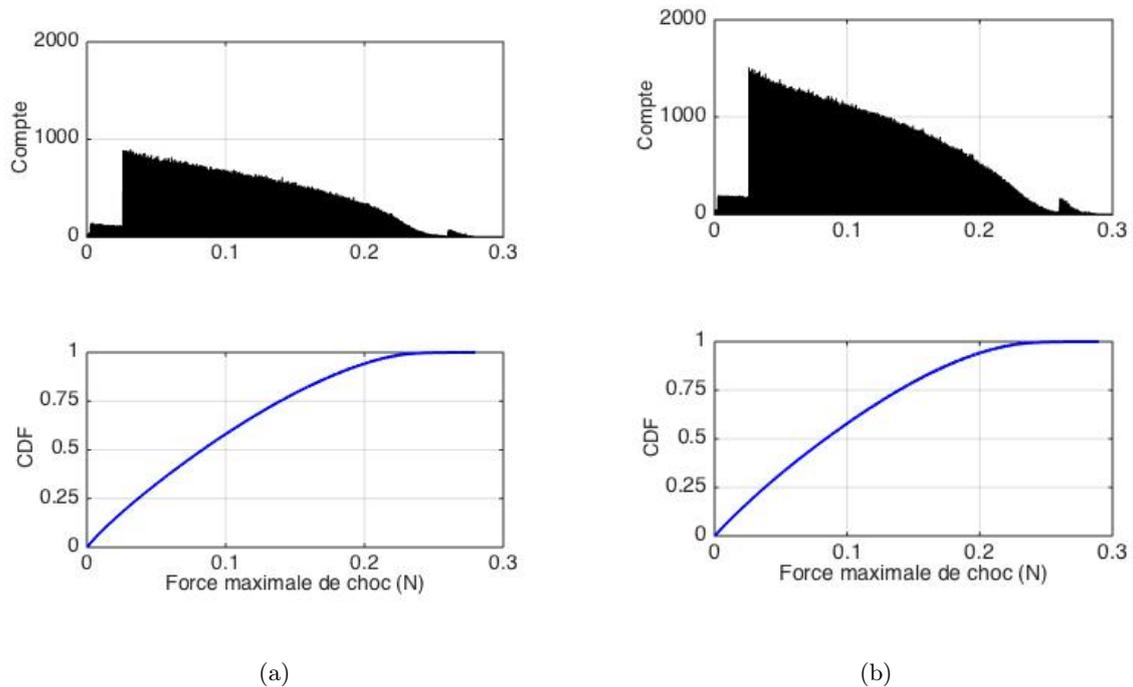


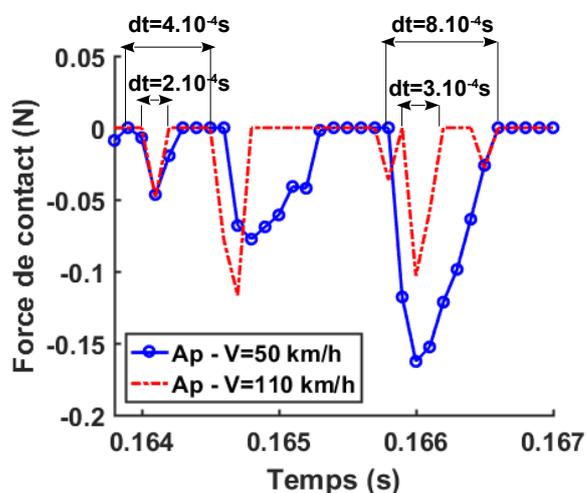
FIGURE 4.32 – Histogramme et fonction cumulative des probabilités de la force maximale de choc, simulation ra3d, texture Ap , a)- $V = 50 \text{ km/h}$, (b)- $V = 90 \text{ km/h}$; simulation ra3d.

La partie du bas de l’histogramme concerne la fonction cumulative des probabilités de la force maximale de choc (CDF). L’histogramme indique le nombre de chocs ayant une valeur de force maximale égale à une valeur donnée. Grâce au CDF, on peut estimer la répartition de la force maximale. D’après l’histogramme de la force maximale de choc, on constate une atténuation du nombre de chocs lorsque la valeur de la force maximale augmente. En comparant les résultats des deux vitesses, on constate que les chocs deviennent plus violents quand la vitesse augmente.

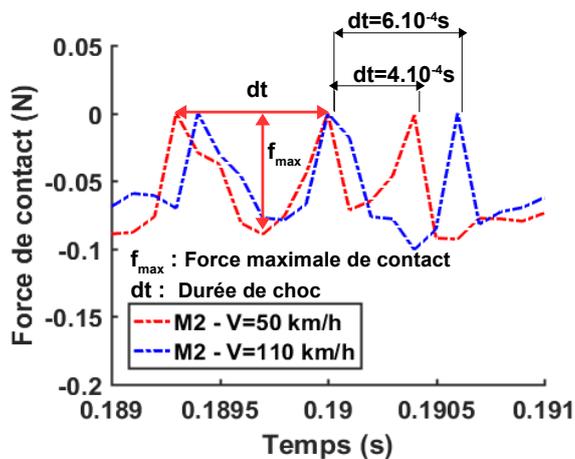
4.7.6.2 Durée de choc

Afin d’étudier l’influence de la rugosité Rq et la vitesse de glissement V sur la durée de choc nous avons tout d’abord tracé figure 4.34 l’évolution temporelle de la force de contact en un point pour deux textures Ap et $M2$ et pour deux vitesses de glissement différentes 50 km/h et 110 km/h .

Nous pouvons voir que la durée de choc diminue lorsque la vitesse de glissement augmente. À titre d’exemple, pour la texture Ap (voir figure 4.33, (a)), la durée de choc vaut $dt = 3.10^{-4} \text{ s}$ pour $V = 110 \text{ km/h}$. Cette valeur est largement inférieure de la valeur $dt = 8.10^{-4} \text{ s}$ obtenue pour la vitesse de glissement $V = 50 \text{ km/h}$. Nous obtenons un résultat similaire pour la texture $M2$ (voir figure 4.33, (b)). Rappelons que la texture Ap a la plus forte macrotecture avec un $Rq = 1.75$ alors que pour $M2$ le coefficient Rq vaut 0.8. D’après la figure 4.34, on observe que la durée d’un choc de la texture Ap est égale à $dt = 5.10^{-4} \text{ s}$. Cette valeur est



(a)



(b)

FIGURE 4.33 – Évolution temporelle de la force de contact en un nœud au centre de la zone de contact pour deux textures et deux vitesses de glissement. (a) : texture *Ap*, (b) : texture *M2*; simulation ra3d.

supérieure à celle obtenue avec la texture *M2* qui est de $dt = 3.10^{-4}s$. On constate alors que la durée de choc augmente avec la taille des granulats qui compose la texture. Par ailleurs, sur la figure 4.35 est tracé l'histogramme et la fonction cumulative des probabilités de la durée de choc de deux vitesses 50 km/h et 90 km/h. D'après la figure 5.20, nous observons que la

durée de choc diminue lorsque la vitesse augmente. La durée de choc est de l'ordre de 10^{-4} s. Le niveau vibratoire augmente avec la vitesse de glissement car les impacts du pneu sur la chaussée à grande vitesse sont intenses et violents. donc ils sont rapides.

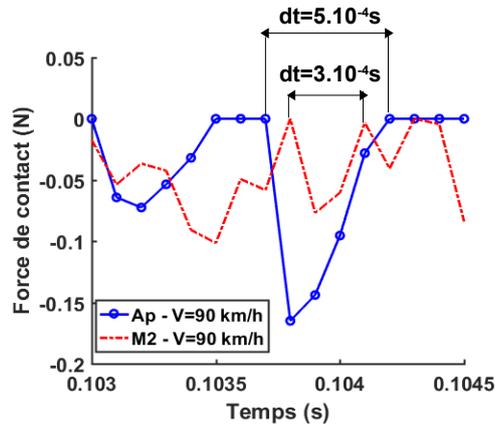


FIGURE 4.34 – Évolution temporelle de la force de contact en un nœud au centre de la zone de contact; simulation ra3d.

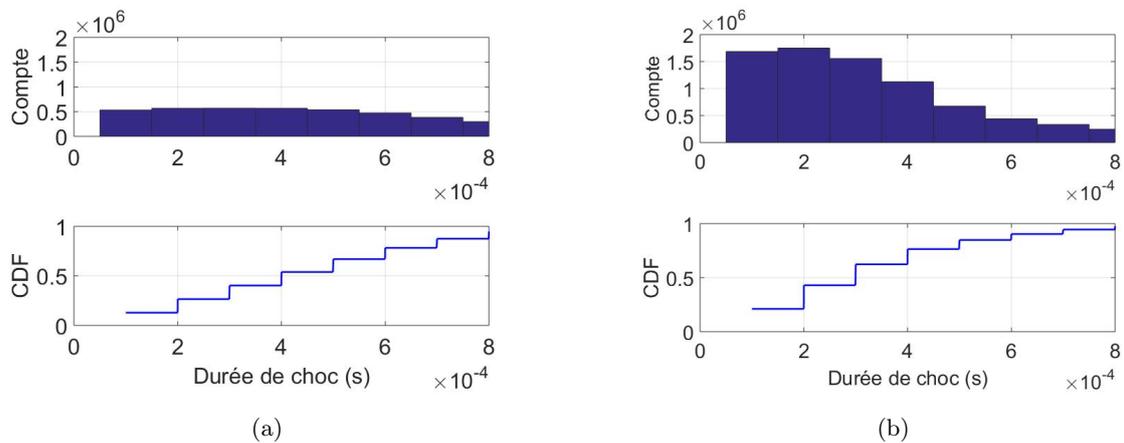


FIGURE 4.35 – Histogramme et fonction cumulative des probabilités de la durée de choc, simulation ra3d, texture Ap, (a)-V=50 km/h, (b)-V=90 km/h; simulation ra3d.

4.7.6.3 Pourcentage de temps de contact

Le pourcentage de temps passé dans le contact ($T_{contact}$) est défini comme le rapport du nombre d'instantanés en contact (nombre d'instantanés où la force totale est non nulle) $N_{contact}$ par

le nombre total des instants de simulation N_{total} [14]

$$\%T_{contact} = \frac{N_{contact}}{N_{total}} \quad (4.48)$$

La figure 4.36 montre le pourcentage de temps de contact en fonction de la vitesse et la rugosité. Nous remarquons le temps de contact reste constant en augmentant la vitesse. La vitesse n'a pas d'influence sur le pourcentage de temps de contact. En glissement pneu/chaussée, l'indentation de fait de façon quasi-statique, c'est à dire que le nombre de contacts ne dépend pas de la vitesse. En revanche, le temps de contact diminue de façon significative quand la rugosité croît.

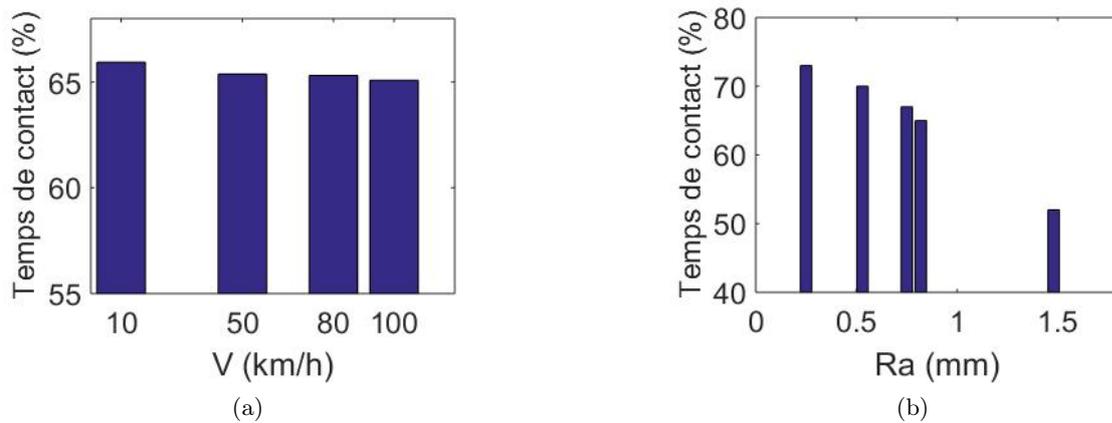


FIGURE 4.36 – Histogramme du temps de contact en fonction de la vitesse et de la rugosité ; simulation ra3d.

4.8 Conclusions

Ce chapitre commence par expliquer quelle est la question posée sur le contact pneumatique/chaussée. Le problème mécanique à résoudre se compose d'une roue en contact avec un revêtement rugueux. La roue glisse à une vitesse constante V . La roue est fixe et appuyée à ses extrémités. Les hypothèses ainsi qu'une formulation mathématique du modèle physique ont été détaillées. Il se base sur une décomposition modale de la réponse dynamique du pneumatique en contact avec la chaussée. Le déplacement vertical $u(x, y, t)$ peut être décrit par la somme de ses contributions modales. L'équation générale du mouvement de la plaque orthotrope est alors réduite à un système d'équations différentielles ordinaires de premier ordre que l'on peut réécrire sous la forme d'un problème à valeur initiale où la seule variable est le temps. Ce problème peut être résolu à l'aide d'un schéma d'intégration temporelle basé sur les différences finies centrées. Nous avons utilisé la méthode de pénalité pour résoudre le problème de contact. Cette méthode consiste à autoriser une pénétration entre les deux surfaces en contact. Les forces de contact sont alors obtenues par le produit de la pénétration et du coefficient de pénalité.

Les algorithmes utilisés dans le code ra3d ont été décrits. Ensuite, le code ra3d a été introduit. La structure du code a été présentée. Cette présentation a été complétée par une

étude de scalabilité permettant de déterminer le temps CPU. Afin de valider le code ra3d, un exemple de cas test consiste à étudier le problème du glissement d'un véhicule sur un pont et de comparer le résultat numérique avec la solution analytique de Olsson. Les résultats numériques sont les mêmes que les résultats analytiques. Ce qui montre que le code ra3d est juste et valide. De plus, plusieurs paramètres de simulation comme le pas de temps, la durée de simulation, le nombre de modes, la fréquence d'échantillonnage, la vitesse de glissement, le coefficient de pénalité et le pas spatial ont été détaillés.

Les résultats de simulations ont été présentés. Il s'agit de la force totale et ponctuelle de contact, du niveau vibratoire en fonction de la vitesse, de l'étude statistique des chocs et des cartes de pression. Plusieurs conclusions ont été tirées de ces résultats. Tout d'abord, on a constaté que la force totale obtenue correspond à la somme de la charge totale statique appliquée. Les fluctuations de la force totale de contact sont plus au moins importantes selon le revêtement considéré. Grâce à la régression linéaire entre le niveau de bruit et le logarithme en base 10 de la vitesse sur la vitesse de référence de 90 km/h pour les cinq revêtements on a observé une croissance du niveau de la vibration avec la vitesse de glissement. La valeur de l'exposant n obtenue à partir de la courbe de régression varie entre 1 et 1,4. La macro rugosité influence les niveaux de texture et vibratoires à basse fréquence ($<1000 \text{ Hz}$). Dans cette plage de fréquences, les mécanismes d'origine mécanique sont prédominants. Les caractéristiques d'un choc sont la force maximale, la durée de choc et le pourcentage de temps de contact. D'après l'histogramme de la force maximale et la durée de choc, on a constaté une décroissance du nombre de chocs quand la force maximale augmente. Les chocs deviennent plus importants quand la vitesse augmente. De plus, la durée de choc diminue en augmentant la vitesse. La durée de choc est de l'ordre de 10^{-4} s . Par ailleurs, le pourcentage de temps passé dans le contact diminue d'une façon significative quand la rugosité croît. En revanche, la vitesse ne semble pas influencer ce paramètre car l'indentation se fait de façon quasi-statique. Grâce aux cartes de pression, nous avons pu déterminer l'aire de contact de chaque texture et nous avons constaté que les pressions de contact sont au maximum au bord dans le sens transversal du pneumatique.

Roulement d'un cylindre sur un plan

Ce dernier chapitre est consacré au roulement d'un cylindre sur un plan rugueux. Le modèle mécanique du pneu est identique à celui utilisé pour le glissement. La chaussée est considérée comme indéformable. Cependant, l'approche numérique utilisée est différente de celle utilisée pour le glissement. Elle est basée sur la méthode des fonctions de Green. La réponse vibratoire radiale du cylindre est calculée par un produit de convolution entre la fonction de Green temporelle de la plaque orthotrope précontrainte sur fondation et les forces de contact. Le système global considéré ne comprend pas ici de système de suspension. L'altitude du moyeu de la roue par rapport au plan du sol est imposée. Le calcul est réalisé en deux phases : une phase de chargement progressif en roulement jusqu'à ce que les forces de contact équilibrent le chargement, l'altitude du moyeu de la roue est alors fixée ; une phase de roulement proprement dite. Les composantes longitudinales de texture de longueur d'onde supérieure à 50 *cm* sont supprimées pour compenser le calcul à moyeu fixe. Le problème est résolu par le calcul de la convolution temporelle et spatiale discrétisée. Le défilement de la rugosité du sol s'accompagne de la rotation du cylindre pour introduire le roulement. Comme dans le chapitre précédent, le problème de contact est résolu par la méthode de pénalité. Un algorithme de type point/point est implémenté. Une force de contact apparaît lorsqu'il y a pénétration entre la surface de la route et celle du cylindre. Les résultats issus des simulations sont, comme pour le cas du glissement, la force totale de contact, le niveau vibratoire en fonction de la vitesse, la statistique des chocs et les cartes de pression de contact. L'effet Doppler engendré par la rotation du cylindre est également mis en évidence.

Sommaire

5.1	Modèle mécanique	121
5.1.1	Hypothèses	122
5.1.2	Problème différentiel	123
5.2	Schémas numériques	128
5.2.1	Discrétisation temporelle	128
5.2.2	Discrétisation spatiale	128
5.2.3	Méthode de pénalité	128
5.2.4	Convolution temporelle	129
5.2.5	Vitesse vibratoire	130
5.3	Algorithmes	130
5.4	Comparaison entre les deux codes	134
5.5	Application au contact pneumatique/chaussée	135
5.6	Résultats de simulations	136
5.6.1	Forces de contact	136
5.6.2	Niveau en tiers d'octave de la force totale et ponctuelle de contact . . .	139
5.6.3	Mise en évidence de l'effet Doppler	142
5.6.4	Niveau vibratoire en fonction de la vitesse de roulement	143
5.6.5	Comparaison entre les spectres de texture et les spectres vibratoires . .	144
5.6.6	Cartes de pression de contact	145
5.6.7	Étude statistique des chocs	148
5.7	Conclusions	152

Notations

t	temps
x	abscisse horizontale (sens du roulement)
y	ordonnée horizontale (axe du cylindre)
z	altitude
θ	position angulaire
V	vitesse horizontale (selon x)
Ω	vitesse de rotation (selon y)
$h_0(x, y)$	altitude du profil du cylindre
$h_1(x, y)$	altitude du profil du plan
Z	altitude de l'axe du cylindre
R	rayon du cylindre
m	masse surfacique du cylindre
M	poids du cylindre
a	longueur du cylindre
b	largeur du cylindre
N	nombre de nœuds
$u(x, y, t)$	déformée du cylindre
$f(x, y, t)$	force de contact
$g(x, y, t)$	pénétration du cylindre dans le plan
$G(x/x_0, y/y_0, t/\tau)$	fonction de Green temporelle
ω_{ij}	pulsation du mode i, j du cylindre

5.1 Modèle mécanique

Le modèle mécanique considéré dans ce chapitre consiste en un cylindre élastique en roulement sur une surface rugueuse indéformable (figure 5.1). Contrairement au cas du cylindre en glissement utilisé au chapitre 4, le système ne comprend pas de suspension. L'altitude du centre du cylindre (moyeu de la roue) est imposée. Dans une phase de pose, le cylindre initialement au repos et sans contact avec le sol est descendu progressivement jusqu'à équilibrer la charge, constante, correspondant au poids d'un quart de véhicule. Une fois la charge équilibrée par la résultante des forces de contact, l'altitude du moyeu est fixée. Le roulement s'effectue alors à hauteur de moyeu fixe. Dans la phase de pose comme dans la phase de roulement proprement dite, le cylindre tourne à vitesse angulaire Ω constante de direction \mathbf{y} et avance à vitesse V dans la direction \mathbf{x} , en respectant la condition cinématique de roulement sans glissement $\Omega = V/R$.

Nous avons choisi pour modéliser le cylindre la plaque mince orthotrope précontrainte sur fondation présentant les mêmes conditions aux limites et de périodicité que celles adoptées au chapitre 4. Les modes propres et les fréquences propres ont été donnés au chapitre 3. L'expression de la fonction de Green temporelle est donnée dans ce chapitre. Ici aussi, pour des raisons de simplicité, nous ne considérons que les vibrations transverses.

La chaussée est indéformable et rugueuse. Les relevés sont obtenus à l'aide d'un système de mesure in situ décrit au chapitre 3. Compte-tenu de la condition de roulement à altitude de moyeu fixe, les composantes de longueur d'onde supérieure à 50 *cm* dans la direction de

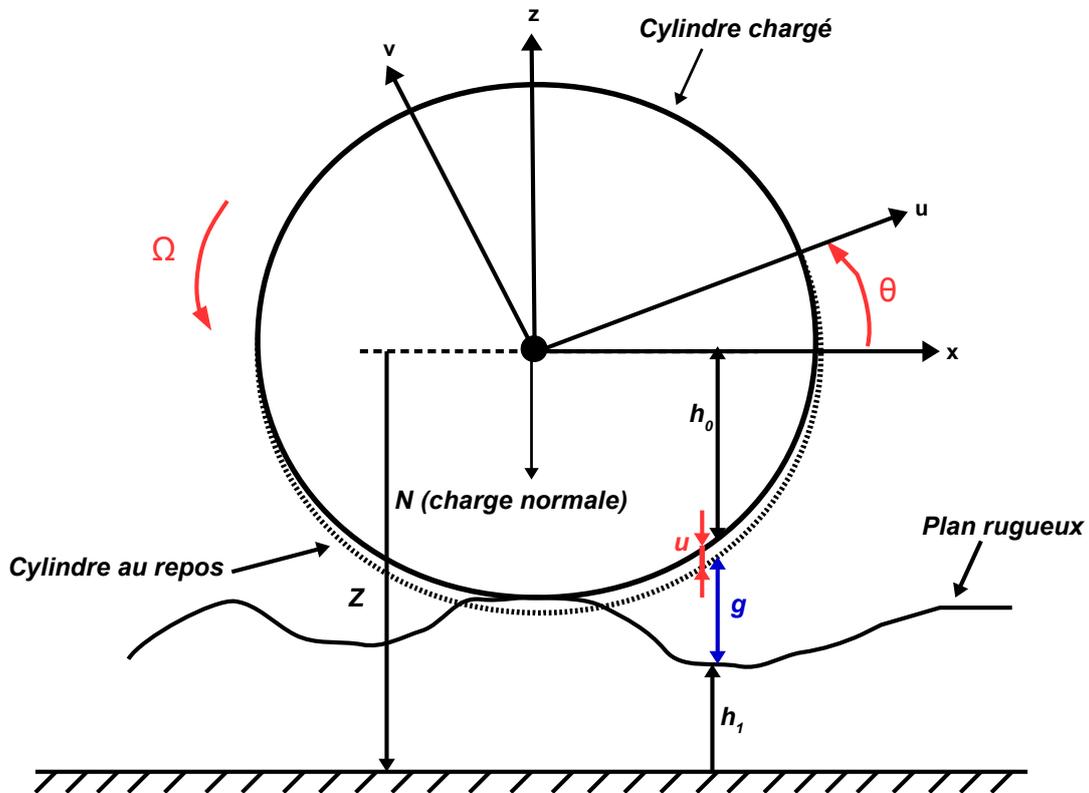


FIGURE 5.1 – Roulement d'un cylindre sur un plan rugueux.

roulement sont supprimées des relevés par filtrage numérique passe-haut afin d'éviter des effets de modulation des efforts de contact (voire même la perte de contact) non réalistes engendrées par des composantes de grandes longueurs d'onde susceptibles de présenter des amplitudes importantes. Cette longueur d'onde de 50 cm correspond à la vitesse de 90 km/h à la fréquence de 50 Hz, bien supérieure à la fréquence de résonance du système masse/suspension d'un véhicule et permettant d'accéder à la gamme de fréquences pertinente pour le bruit de contact pneumatique/chaussée. La surface de la chaussée ainsi pré-traitée est décrite par la fonction $h_1(x, y)$, altitude au point de coordonnées x et y .

Concernant le contact, il est supposé parfait, nous ne considérons donc pas de force de frottement ni de force d'adhésion. Le problème de contact est résolu par la méthode de pénalité comme dans le cas du glissement. Par contre, le contact est détecté par l'algorithme point/point au lieu de l'algorithme nœud/segment.

5.1.1 Hypothèses

Nous utilisons les hypothèses suivantes pour le modèle de roulement 3D :

- Altitude du moyeu imposée.
- Cylindre assimilé à une plaque élastique orthotrope sous tension précontrainte sur fondation en vibration de flexion,
- Chaussée rugueuse indéformable,
- Roulement sans glissement du cylindre à vitesse imposée,
- Contact régi par les conditions de Signorini (pas d'adhésion, pas de frottement).

5.1.2 Problème différentiel

5.1.2.1 Équation différentielle

Le cylindre est modélisé par une plaque mince orthotrope décrite au chapitre 3 (équation (3.15)).

5.1.2.2 Conditions aux limites

Les conditions de périodicité du champ vibratoire ainsi que les conditions d'appuis simples sur les bords latéraux sont détaillées dans la section 3.1.2 (équations (3.16) à (3.23)).

5.1.2.3 Conditions initiales

Le système est au repos à l'instant $t = 0$, la déformée et la vitesse sont nulles. Les conditions initiales sont

$$u(x, y, 0) = \frac{\partial u}{\partial t}(x, y, 0) = 0 \quad (5.1)$$

5.1.2.4 Conditions de contact

La pénétration g est, comme pour le cas du glissement, l'écart vertical entre le plan et le cylindre à la position (x, y) . g est donnée par la formule suivante

$$g(x, y, t) = Z - h_0(x, y) - u(x, y, t) - h_1(x, y) \quad (5.2)$$

avec Z est l'écart vertical entre les deux lignes moyennes, h_0 est l'altitude du cylindre non déformé, h_1 est l'altitude du profil de route, u est la déformation du cylindre. Le contact entre le cylindre et le plan doit satisfaire, comme pour le cas du glissement, les conditions de Signorini en tous points se trouvant dans la zone de contact. Elles s'expriment par les conditions suivantes :

- Condition géométrique : impénétrabilité de la matière $g(x, y, t) \geq 0$
- Condition mécanique : aucune attraction n'est exercée entre les deux corps en contact $f(x, y, t) \leq 0$
- Condition énergétique : complémentarité $f(x, y, t).g(x, y, t) = 0$

5.1.2.5 Fonction de Green temporelle

La fonction de Green $G(x/x_0, y/y_0, t/t_0)$ est le déplacement du cylindre au point (x, y) à l'instant t pour une force impulsionnelle appliquée en (x_0, y_0) à l'instant t_0 . La fonction de Green $G(x/x_0, y/y_0, t/t_0)$ est la transformée de Fourier inverse de la réceptance

$H(x/x_0, y/y_0, \omega)$, que l'on a vu au chapitre 3, soit

$$G(x/x_0, y/y_0, t/t_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} H(x/x_0, y/y_0, \omega) e^{\omega(t-t_0)} d\omega \quad (5.3)$$

Nous rappelons l'expression de $H(x/x_0, y/y_0, \omega)$ (relation (3.60))

$$H(x/x_0, y/y_0, \omega) = \sum_{i \geq 0, j \geq 0} \frac{4\varepsilon_i}{mab(\omega_{ij}^2 + \eta_{ij}\omega\omega_{ij} - \omega^2)} \cos\left(2i\pi \frac{x-x_0}{a}\right) \sin\left(j\pi \frac{y}{b}\right) \sin\left(j\pi \frac{y_0}{b}\right) \quad (5.4)$$

où $\varepsilon_i = 1$ si $i \neq 0$ et $\varepsilon_0 = 0.5$; ω_{ij} est la pulsation propre. Elle est donnée par

$$m\omega_{ij} = \frac{1}{\sqrt{m}} \sqrt{\left[T_x \left(\frac{2i\pi}{a} \right)^2 + T_y \left(\frac{j\pi}{b} \right)^2 \right] + \left[\sqrt{B_x} \left(\frac{2i\pi}{a} \right)^2 + \sqrt{B_y} \left(\frac{j\pi}{b} \right)^2 \right]^2} + S \quad (5.5)$$

Il faut donc calculer l'intégrale

$$I(t/t_0) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{e^{\omega(t-t_0)}}{\omega_{ij}^2 + \eta_{ij}\omega\omega_{ij} - \omega^2} d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega, t) d\omega \quad (5.6)$$

Pour calculer $I(t/t_0)$, on va utiliser la méthode de résidus. On note $\xi_{ij} = \eta_{ij}/2$. Le dénominateur de la fonction à intégrer peut s'écrire

$$\omega_{ij}^2 + 2i\xi_{ij}\omega\omega_{ij} - \omega^2 = - \left[\omega - \left(\sqrt{1 - \xi_{ij}^2} + i\xi_{ij} \right) \omega_{ij} \right] \times \left[\omega - \left(-\sqrt{1 - \xi_{ij}^2} + i\xi_{ij} \right) \omega_{ij} \right] \quad (5.7)$$

On pose deux pôles à partie imaginaire positive, soit

$$\Omega^+ = \left(\sqrt{1 - \xi_{ij}^2} + i\xi_{ij} \right) \omega_{ij}; \quad \Omega^- = -\overline{\Omega^+} \quad (5.8)$$

avec $\overline{\Omega^+}$ est le complexe conjugué. En substituant (5.8) dans (5.6), il vient

$$F(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \frac{-e^{\omega(t-t_0)}}{(\omega - \Omega^+)(\omega + \overline{\Omega^+})} \quad (5.9)$$

Pour calculer l'intégrale $\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega, t) d\omega$, deux cas se présentent $t > t_0$ ou $t < t_0$.

Pour $t > t_0$,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega, t) d\omega = 2i\pi \sum_{p=\Omega^+, \Omega^-} Res(F, p) \quad (5.10)$$

où p est le pôle du demi-plan supérieur, $Res(F, p) = \lim_{z \rightarrow p} (z-p)F(z, t)$ est le résidu de F en p . Dans notre cas, le demi-plan supérieur contient deux pôles Ω^+ et Ω^- , soit

$$Res(F, \Omega^+) = -\frac{1}{2\pi} \frac{e^{\Omega^+(t-t_0)}}{\Omega^+ + \overline{\Omega^+}} \quad (5.11)$$

De la même manière on a

$$Res(F, \Omega^-) = -\frac{1}{2\pi} \frac{e^{-i\overline{\Omega^+}(t-t_0)}}{-\Omega^+ - \overline{\Omega^+}} \quad (5.12)$$

On a donc

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega, t) d\omega = 2i\pi \left[-\frac{1}{2\pi} \frac{e^{i\Omega^+(t-t_0)}}{\Omega^+ + \overline{\Omega^+}} + \frac{1}{2\pi} \frac{e^{-i\overline{\Omega^+}(t-t_0)}}{\Omega^+ + \overline{\Omega^+}} \right] \quad (5.13)$$

Après simplification, on obtient pour $t > t_0$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega, t) d\omega = \frac{\sin \left[\omega_{ij} \sqrt{1 - \xi_{ij}^2} (t - t_0) \right]}{\omega_{ij} \sqrt{1 - \xi_{ij}^2}} e^{-\xi_{ij} \omega_{ij} (t - t_0)} \quad (5.14)$$

Pour le deuxième cas $t < t_0$,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega, t) d\omega = 2i\pi \sum_p Res(F, p) \quad (5.15)$$

avec p est le nombre de pôles du demi-plan inférieur. Il n'y a pas de pôle dans le demi-espace inférieur donc pour $t < t_0$, l'intégrale est nulle. On a donc

$$I(t/t_0) = \frac{\sin \left[\omega_{ij} \sqrt{1 - \xi_{ij}^2} (t - t_0) \right]}{\omega_{ij} \sqrt{1 - \xi_{ij}^2}} e^{-\xi_{ij} \omega_{ij} (t - t_0)} H(t - t_0) \quad (5.16)$$

Finalement, la fonction de Green est donnée par l'expression

$$G(x/x_0, y/y_0, t/t_0) = \sum_{i \geq 0, j \geq 0} \frac{4\varepsilon_i}{mab} \cos \left(2i\pi \frac{x - x_0}{a} \right) \sin \left(j\pi \frac{y}{b} \right) \sin \left(j\pi \frac{y_0}{b} \right) \frac{\sin \left[\omega_{ij} \sqrt{1 - \xi_{ij}^2} (t - t_0) \right]}{\omega_{ij} \sqrt{1 - \xi_{ij}^2}} e^{-\xi_{ij} \omega_{ij} (t - t_0)} H(t - t_0) \quad (5.17)$$

où $H(\tau)$ est la fonction de Heaviside.

5.1.2.6 Déformée

La déformée $u(x, y, t)$ dans le repère lié au cylindre est calculée par le produit de convolution de la fonction de Green avec les forces de contact. La déformée s'écrit

$$u(x, y, t) = \int_{-\infty}^t dt_0 \int_0^a dx_0 \int_0^b dy_0 G(x/x_0, y/y_0, t/t_0) f(x_0, y_0, t_0) \quad (5.18)$$

où $x, x_0 \in [0, a]$; $y, y_0 \in [0, b]$

5.1.2.7 Vitesse vibratoire

L'évolution temporelle de la déformée du cylindre $u(x, y, t)$ est donnée dans le repère matériel lié au cylindre. La vitesse vibratoire à prendre en compte pour évaluer l'émission sonore due au rayonnement acoustique du cylindre est la vitesse dite "eulérienne" évaluée à partir de la déformée exprimée dans le repère eulérien (repère galiléen non tournant).

En supposant que les deux repères coïncident à l'instant $t = 0$, la déformée $u_e(x, y, t)$ dans le repère eulérien est obtenue par l'expression

$$u_e(x, y, t) = u(x + Vt, y, t) \quad (5.19)$$

La vitesse vibratoire $v(x, y, t)$ est alors évaluée par

$$v(x, y, t) = \frac{\partial}{\partial t} u_e(x, y, t) \quad (5.20)$$

C'est cette vitesse vibratoire qui permet d'exprimer la condition de continuité du couplage vibroacoustique (non décrit dans ce mémoire).

5.1.2.8 Force de Coriolis

La force de Coriolis s'exerce perpendiculairement au mouvement d'un point matériel dans un référentiel en rotation et est proportionnelle à la vitesse de ce point. La force de Coriolis F_c est donnée par la formule [43]

$$F_c = 2m\Omega \wedge \frac{du}{dt} \quad (5.21)$$

avec Ω est la vitesse angulaire (rad/s) et u est la déformée du cylindre

$$u(t) = u_r(t)u + u_\theta(t)v \quad (5.22)$$

où u_r et u_θ représentent le mouvement radial et tangentiel d'un point appartenant à la circonférence du cylindre, u et v sont les vecteurs unitaires dans le système de coordonnées en rotation.

L'accélération dans le système de coordonnées mobiles montre que la composante radiale de l'accélération de coriolis dépend de la vitesse vibratoire tangentielle. Dans notre étude, nous ne nous intéressons qu'au mouvement radial du cylindre. L'effet de l'accélération de Coriolis n'est pas donc pris en compte dans le modèle de contact.

5.1.2.9 Force centrifuge

La force centrifuge F (figure 5.2) est donnée par la formule suivante

$$F = m\Omega^2(R + u) \quad (5.23)$$

avec $m = 12.4 g/m^2$ est la masse surfacique, $\Omega = V/R = 88.24 rad/s$ est la vitesse angulaire, $V = 25 m/s$ est la vitesse d'avance, $R = 0.2833$ est le rayon de la roue et u est la déformée du cylindre. La force centrifuge F a deux composantes. Une première composante statique égale à $m\Omega^2 R$. Elle contribue à augmenter de $m\Omega^2 R^2$ à la tension T de la plaque orthotrope. La deuxième composante est dynamique et vaut $m\Omega^2 u$. C'est une raideur qui s'ajoute à la raideur

de l'air sous pression S . La première composante est égale à $m\Omega^2 R^2 = 7749 N/m \ll T_x = 4.4 \cdot 10^4 N/m$. La deuxième composante vaut $m\Omega^2 = 9.65e+04 N/m^3 \ll S = 5.73 \cdot 10^5 N/m^3$. On peut donc négliger la force centrifuge. Elle n'est pas prise en compte dans le code DySiRoN.

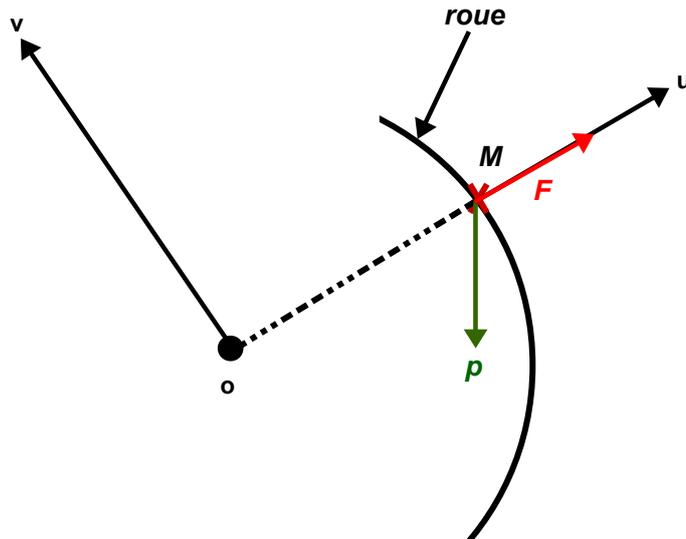


FIGURE 5.2 – Effet de la force centrifuge.

5.1.2.10 Effet Doppler

L'effet Doppler apparaît lorsque le pneu est observé à partir d'un système de référence eulérien fixe par rapport au véhicule. Dans le cas du pneu non chargé, les deux fréquences propres identiques observées dans le système de référence lagrangien se répartissent en deux fréquences, une supérieure et l'autre inférieure à la fréquence initiale (5.6.3). Ces deux fréquences seront modifiées en fonction des ondes qui se déplacent dans les directions avant et arrière du pneumatique. Par conséquent, les fréquences propres d'un pneu en rotation dépendent de la vitesse de rotation et deviennent d'autant plus importantes que le véhicule se déplace plus vite. La fréquence propre est donnée par la formule suivante [32]

$$F = f_s \pm \frac{n\Omega}{2\pi} \quad (5.24)$$

où F est la fréquence propre du pneu en rotation, f_s la fréquence propre du pneu statique et n le nombre de longueurs d'onde le long de la circonférence du pneu. La mise en évidence de l'effet Doppler est présentée dans la section 5.6.3.

5.2 Schémas numériques

Dans cette section, on décrit la discrétisation du problème dans les domaines spatial et temporel, l'évaluation du contact et le principe de calcul de convolution adopté. L'algorithme de contact utilisé ici est plus simple que l'algorithme utilisé dans la chapitre 4 pour le glissement : il s'agit d'un algorithme de type point/point. Ceci a des conséquences restrictives sur la discrétisation du problème.

5.2.1 Discrétisation temporelle

Le temps est discrétisé en plusieurs instants $t_0 = 0 < t_1 < t_2 < \dots < T$. Le pas de discrétisation temporelle est noté τ . L'algorithme de contact adopté de type point/point impose de choisir, pour une vitesse de roulement constante donnée V , un pas de temps égal à $n \cdot dx/V$ avec $n > 0$ entier. En pratique, pour un pas de discrétisation spatial donné dx , on choisit le pas de temps permettant d'avoir la résolution temporelle la plus fine soit $\tau = dx/V$.

5.2.2 Discrétisation spatiale

La circonférence du cylindre est discrétisée en N_x nœuds avec un pas de discrétisation constant dx dans le sens du roulement. Le cylindre est divisée en N_y nœuds dans la direction transversale avec un pas de discrétisation constant dy . L'algorithme de contact adopté de type point/point impose qu'il y ait correspondance spatiale entre les 3nœuds des deux surfaces en présence à chaque instant. Les pas de discrétisation de la surface inférieure sont choisis égaux à ceux de la surface supérieure.

5.2.3 Méthode de pénalité

Pour résoudre le problème de contact, on utilise la méthode de pénalité. Il s'agit d'autoriser une pénétration entre les deux surfaces en contact. Les forces de contact correspondant aux réactions causées par un ressort fictif introduit entre les deux surfaces sont alors obtenues par le produit de la pénétration g et du coefficient de pénalité κ qui est la raideur de ressort :

$$f(x, y, t) = \kappa g(x, y, t) H(-g(x, y, t)), \quad (5.25)$$

où H est la fonction de Heaviside

$$H(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x < 0 \\ 1 & \text{si } x \geq 0 \end{cases} \quad (5.26)$$

Pour détecter le contact, on utilise un algorithme de type point/point différent de celui adopté pour le glissement de type nœud/segment. Ceci suppose que l'on puisse à chaque instant t_i faire correspondre un-à-un les nœuds des deux corps en contact cylindre/plan (figure 5.3). En contrepartie, on n'a pas besoin d'interpolation spatiale entre les nœuds.

La surface du cylindre présentant une courbure, il n'y a pas correspondance verticale parfaite entre les deux maillages en configuration non déformée. Cependant, la taille de la zone de contact étant relativement faible (de l'ordre de 10 cm) comparée au diamètre du cylindre, et le pas de discrétisation spatiale assez grossier (quelques mm), on fait l'approximation

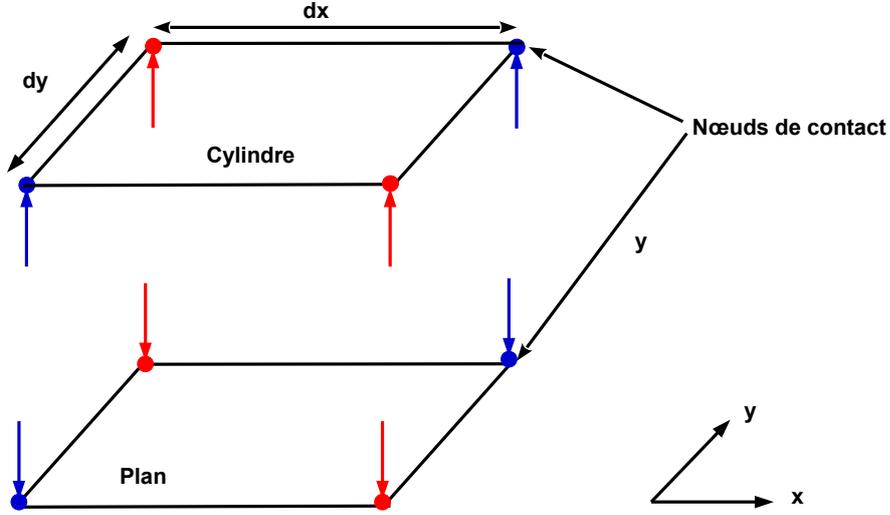


FIGURE 5.3 – Détection de contact point/point

d'une correspondance verticale cylindre/plan qui permet d'associer, compte tenu des pas de discrétisation longitudinaux et transversaux égaux, les nœuds antagonistes un-à-un et sans ambiguïté.

5.2.4 Convolution temporelle

L'équation du produit de convolution entre les forces de contact et la fonction de Green temporelle (5.18) est discrétisée en tenant compte de la discrétisation temporelle et spatiale du problème. Elle est discrétisée spatialement en supposant que la pression de contact est constante sur les éléments rectangulaires de longueur dx et de largeur dy . Ceci revient à intégrer la fonction de Green sur ces éléments rectangulaires en calculant l'intégrale double (pour un point d'excitation en $x_0 = 0$ et un instant d'excitation $t_0 = 0$)

$$G_{i_x, i_y, i_{y_0}, i_t} = \int_{-dx/2}^{dx/2} dx \int_{y_0(i_{y_0})-dy/2}^{y_0(i_{y_0})+dy/2} dy \cdot G(x(i_x)/x_0, y(i_y)/y_0, t(i_t)) . \quad (5.27)$$

On remplace G dans l'équation (5.27) par son expression (5.17), on a

$$G_{i_x, i_y, i_{y_0}, i_t} = \int_{dx/2}^{dx/2} dx \int_{y_0(i_{y_0})-dy/2}^{y_0(i_{y_0})+dy/2} dy \frac{4}{ab} \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{\infty} \sin(k_{y_n} y_0) \sin(k_{y_n} y) \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon_i \frac{\cos[k_{x_m}(x(i_x))]}{\omega_{ij} \sqrt{1 - \xi_{ij}^2}} \frac{\sin[\omega_{ij} \sqrt{1 - \xi_{ij}^2} t(i_t)]}{\omega_{ij} \sqrt{1 - \xi_{ij}^2}} e^{-\xi_{ij} \omega_{ij} t(i_t)} \mathbf{H}(t(i_t)) , \quad (5.28)$$

avec $k_{xm} = 2m\pi/a$; $k_{yn} = n\pi/b$.

L'intégration sur x_0 et y_0 s'effectue à l'aide des égalités suivantes :

$$\int_{-dx/2}^{dx/2} \cos[k_{xm}(x)]dx = \frac{2}{k_{xm}} \sin\left(k_{xm} \frac{dx}{2}\right) \quad (5.29)$$

$$\int_{y_0-dy/2}^{y_0+dy/2} \sin[k_{yn}y]dy = \frac{2}{k_{yn}} \sin\left(k_{yn} \frac{dy}{2}\right) \sin(k_{yn}y_0) \quad (5.30)$$

L'expression de la fonction de Green intégrée sur les éléments rectangulaires est ainsi donnée par

$$G_{i_x, i_y, i_{y_0}, i_t} = \frac{4}{abm} \sum_{j=1}^{\infty} \sin(k_{yn} y(i_y)) \sin(k_{yn} y_0(i_{y_0})) \frac{\sin\left(k_{yn} \frac{dy}{2}\right)}{k_{yn}} \sum_{i=0}^{\infty} \varepsilon_i \left[\frac{\sin\left(k_{xm} \frac{dx}{2}\right)}{k_{xm}} \right] \frac{\sin\left(\omega_{ij} \sqrt{1 - \xi_{ij}^2} t(i_t)\right)}{\omega_{ij} \sqrt{1 - \xi_{ij}^2}} e^{-\xi_{ij} \omega_{ij} t(i_t)} H(t(i_t)) dx dy \quad (5.31)$$

L'équation discrétisée du produit de convolution entre les forces de contact et la fonction de Green s'écrit alors :

$$u_{i_x, i_y, i_t} = \sum_{i_{t_0}} \sum_{i_{y_0}} \sum_{i_{x_0}} \tau \cdot f_{i_{x_0}, i_{y_0}, i_{t_0}} \cdot G_{i_x - i_{x_0}, i_y, i_{y_0}, i_t - i_{t_0}} \quad (5.32)$$

5.2.5 Vitesse vibratoire

La vitesse vibratoire à l'instant t_i est évaluée par différence finie arrière à partir des déplacements calculés dans le repère eulérien

$$v_{i_x, i_y, i_t} = \frac{u_{i_x, i_y, i_t}^e - u_{i_x, i_y, i_t - 1}^e}{\tau}, \quad (5.33)$$

avec

$$u_{i_x, i_y, i_t}^e = u_{i_x + it, i_y, i_t}.$$

La déformée eulérienne donnée par (5.19)

5.3 Algorithmes

L'approche numérique est implémentée dans un code nommé "DySiRoN". C'est un programme écrit en langage Matlab. L'algorithme du code DySiRoN fait appel aux fonctions suivantes :

- Calcul de la fonction de Green (non détaillé)
- Rotation (décalage d'indices)
- Calcul des forces de contact
- Calcul des déplacements

Contrairement à la méthode par décomposition modale qui permet de ne considérer qu'un nombre restreint d'instants (3 pour le schéma temporel aux différences finies centrées), la méthode de convolution nécessite de garder en mémoire un nombre d'instants important. En contrepartie, l'information contenant le comportement mécanique du cylindre est condensée dans la fonction de Green temporelle évitant le recours à la projection modale. Pour faciliter la gestion de la convolution temporelle, au lieu de considérer le cylindre roulant sur le sol, on considère le cylindre fixe et le sol tournant autour du cylindre.

On définit préalablement la durée de convolution T_{conv} qui va conditionner le nombre d'instants N_{conv} (au pas de temps τ) pour lesquels le champ de déplacement sur le cylindre doit être conservé en mémoire. On désigne par U_{i_x, i_y, i_t} la déformée du cylindre contenant l'historique des déplacements, i_x et i_y désignant les indices spatiaux, i_t l'indice temporel. L'indice i_x est compris entre 1 et N_x , l'indice i_y entre 1 et N_y . L'indice i_t est compris entre 1 et N_{conv} , l'indice 1 représentant l'instant présent (instant $t(i_t)$), les autres instants représentant les instants futurs. La déformée courante au point i_x, i_y au pas de temps courant i_t est notée u_{i_x, i_y, i_t} .

On définit également les forces de contact f_{i_x, i_y, i_t} à l'instant courant i_t , sur une zone potentielle de contact de largeur égale à celle du cylindre et de longueur prédéfinie L_i . Cette zone de contact potentiel contient N_{i_p} nœuds ($N_{i_p} = L_i/dx$). Elle est décalée à chaque pas de temps d'un indice spatial suivant x pour introduire la rotation. Elle est repérée sur le cylindre par le tableau d'indices i_p et sur la chaussée par le tableau d'indices i_r . Le tableau i_p repère quant-à lui le décalage de l'ensemble des indices sur le pneu et est utilisé pour obtenir u à partir de U .

L'algorithme général permet de calculer le champ de déplacement ainsi que les forces de contact. L'évaluation de la vitesse est effectuée par différences finies. Un calcul de la fonction de Green temporelle discrétisée est effectué préalablement.

Dans les algorithmes donnés ci-après, on utilise parfois par souci de concision la notation (utilisée dans le langage Matlab) " $1 : m$ " pour représenter l'ensemble des indices compris entre 1 et M , la notation " $A_{1:m}$ " représentant l'ensemble des valeurs de la variable A pour ces mêmes indices.

Algorithme 1 Algorithme général du code

Algorithme DySiRoN

Début

Calcul de la fonction de Green

Initialisation de l'historique des déplacements

$$U_{1:N_x, 1:N_y, 1:N_{conv}} \leftarrow 0$$

Boucle sur le temps

Pour $i_t \leftarrow 1$ à N_T **faire**

Mise à jour de l'historique des déplacements

$$U_{1:N_x, 1:N_y, 1:(N_{conv}-1)} \leftarrow U_{1:N_x, 1:N_y, 2:N_{conv}} \text{ /* translation du temps */}$$

$$U_{1:N_x, 1:N_y, N_{conv}} \leftarrow 0 \text{ /* réinitialisation de fin d'historique */}$$

$$u_{i_t-1} \leftarrow U_{i_p, 1:N_y, 1} \text{ /* mise en mémoire du déplacement courant */}$$

Rotation

$$i_p \leftarrow \text{decal}(i_p, 1, N_x) \text{ /* décalage cyclique de la zone de contact potentielle du pneu */}$$

```

*/
   $i_p \leftarrow \text{decal}(i_p, 1, N_x)$  /* décalage cyclique de l'ensemble des indices du pneu */
   $i_r \leftarrow i_r + 1$  /* décalage de la zone de contact potentielle de la chaussée */
Calcul des forces de contact
   $f \leftarrow \text{calcul\_force}(U_{i_p,1:N_y,1}, h_1(i_r, 1 : N_y), Z, \kappa)$ 
Calcul des déplacements
   $U \leftarrow \text{calcul\_deplacement}(U, f, G, i_p, k_0)$ 
   $u \leftarrow U_{i_p,1:N_y,1}$  /* déplacement courant */
   $v \leftarrow (u - u_{i_t-1})/\tau$  /* calcul de la vitesse vibratoire par l'équation (5.33) */
FinPour
Fin

```

L'algorithme de calcul de la fonction de Green n'est pas détaillé. Il est basé sur l'expression (5.31). Il utilise la propriété de symétrie spatiale de la fonction de Green dans le sens longitudinal (axe des x) par rapport au point d'excitation. Il restitue un tableau à 4 dimensions $G_{i_{y0}, i_y, i_x, i_t}$ de taille $N_y \times N_y \times N_x \times N_{conv}$. La première dimension correspond à la position latérale du point d'excitation, les 2 suivantes correspondent respectivement aux positions latérale et longitudinale du point de réception, le point d'excitation longitudinal étant référencé par l'indice k_0 (pris dans la code égal à $N_x/2$ correspondant à une excitation à la moitié du périmètre du pneu). La dernière correspond aux temps, l'instant d'excitation étant référencé par l'indice 1. La rotation du pneumatique est introduite par un décalage d'indices cyclique sur la position de la zone de contact par rapport au repère lié au pneumatique. Ce décalage d'indices est réalisé par la fonction `decal`. Les points matériels du pneumatique sont représentés par les indices 1 à N_x . La fonction renvoie les indices correspondants dans le repère galiléen non tournant.

Algorithme 2 Algorithme de décalage d'indices cyclique

Fonction $m = \text{decal}(m_0, n, N)$ - La fonction incrémente le tableau d'indices m_0 de longueur N_m d'une valeur n ($\bar{n} \leq N$) circulairement sur le tableau d'indices [1 :N]

Début

```

Pour  $i \leftarrow 1$  à  $N_m$  faire
   $m(i) \leftarrow m_0(i) + n$ 
FinPour
Si  $n \geq 0$ 
  Pour  $i \leftarrow 1$  à  $N_m$  faire
    Si  $m(i) > N$ 
       $m(i) \leftarrow m(i) - N$ 
    FinSi
  FinPour
Sinon
  Pour  $i \leftarrow 1$  à  $N_m$  faire

```

```

    Si  $m(i) < 1$ 
       $m(i) \leftarrow m(i) + N$ 
    FinSi
  FinPour
FinSi

Retourner  $m$ 

```

L'algorithme de pénalité point/point permet de calculer les forces de contact. Il évalue le jeu entre le pneu et la chaussée dans la zone de contact potentiel et la distribution de force qui en résulte.

Algorithme 3 Algorithme de calcul des forces

```

Fonction  $f = \text{calcul\_force}(U_i, h_1, Z, \kappa)$ 

  Début
    Pour  $i_x \leftarrow 1$  à  $N_x$  faire /* itération sur les indices suivant  $x$  de la zone de contact
    potentielle */
      Pour  $i_y \leftarrow 1$  à  $N_y$  faire /* itération sur les indices suivant  $y$  de la zone de contact
      potentielle */
         $g_{i_x, i_y} \leftarrow Z - h_0(i_x, i_y) - U_i(i_x, i_y) - h_1(i_x, i_y)$  /* pénétration point/point */
         $f_{i_x, i_y} \leftarrow -\kappa g_{i_x, i_y} H(g_{i_x, i_y})$  /* réaction */
      FinPour
    FinPour

  Retourner  $f$ 

```

Le calcul de convolution consiste à rajouter à l'historique des déplacements U la contribution des forces f évaluées à l'instant courant $t(i_t)$. Le calcul s'effectue par ligne transversale (selon l'axe y). Le calcul n'est effectué que pour les points en contact.

Algorithme 4 Algorithme de calcul des déplacements

```

Fonction  $U = \text{calcul\_deplacement}(U, f, G, i_p, k_0)$ 
  Début
    Pour  $i_x \leftarrow 1$  à  $N_x$  faire /* boucle sur les indices longitudinaux de la zone de contact
    potentielle */
       $k_{cont} \leftarrow$  indices des points de la ligne transversale considérée en contact
      Si  $k_{cont}$  non vide
         $i_{decal} \leftarrow \text{decal}([1 : N_x], i_p(i_x) - k_0, N_x)$  /* décalage d'indice longitudinal entre
        point d'application de la force et fonction de Green */
        Calcul de la contribution de la ligne transversale considérée
      FinSi
    FinPour

```

```

     $U_y \leftarrow 0$  /* initialisation */
    Pour  $i_y \leftarrow 1$  à  $N_{k_{cont}}$  faire /* boucle sur les points transversaux en contact */
         $U_y \leftarrow U_y + \tau \cdot f_{i_x, k_{cont}(i_y)} \cdot G_{k_{cont}(i_y), :, :, :}$ 
    FinPour
     $U(i_{decal}, 1 : N_y, 1 : N_{conv}) \leftarrow U(i_{decal}, 1 : N_y, 1 : N_{conv}) + U_y$ 
FinSi
FinPour
Retourner  $U$ 

```

L'algorithme de pose du cylindre en rotation est similaire à l'algorithme 1 et n'est pas détaillé ici. Initialement, le cylindre est au repos sans contact avec la chaussée. Il est descendu progressivement en ajustant l'écart entre les deux lignes moyennes des deux profils cylindre/plan Z par $Z_{i_t+1} \leftarrow Z_{i_t} - \delta Z$. La variation δZ , initialement égale à $\delta Z_0 = 0.5 \text{ mm}$, varie au cours de la descente du cylindre et est proportionnelle à l'écart relatif entre la charge F_g et la résultante des forces de contact F_c selon l'expression $\delta Z = \delta Z_0 (F_g - F_c) / F_g$. La condition de chargement atteint est évaluée par un test sur la moyenne glissante de la résultante des forces F_c sur une durée de 15 *ms* de manière à lisser les fluctuations dues à la rugosité du sol.

5.4 Comparaison entre les deux codes

En comparant les deux codes ra3d et DySiRoN, on relève des points de similitude et des points de différence.

Code ra3d	Code DySiRoN
Entrée : texture 3D	Entrée : texture 3D
Pneumatique : modèle de la plaque orthotrope	Pneumatique : modèle de la plaque orthotrope
Chaussée indéformable	Chaussée indéformable
Vibration de flexion seulement	Vibration de flexion seulement
Altitude fixée au moyeu	Altitude fixée au moyeu
Décomposition modale de la réponse et intégration temporelle par le schémas aux différences centrées	Convolution numérique de la fonction de Green temporelle avec les forces de contact
Contact régi par les conditions de Signorini (méthode de la pénalité)	Contact régi par les conditions de Signorini (méthode de la pénalité)
Algorithme de contact nœud/segment	Algorithme de contact point/point
Les composantes de texture de longueur d'onde supérieure à 50 <i>cm</i> sont supprimées	Les composantes de texture de longueur d'onde supérieure à 50 <i>cm</i> sont supprimées

TABLE 5.1 – Comparaison entre les deux codes ra3d et DySiRoN.

Parmi les points en commun, on note l'utilisation de la plaque orthotrope précontrainte sur

fondation comme modèle de pneumatique. Les relevés en 3 dimensions de texture de route des simulations sont aussi les mêmes. Les composantes de texture de longueur d'onde supérieure à 50 cm ont été supprimées. De plus, on fait l'hypothèse d'une chaussée indéformable et on ne considère que les vibrations en flexion. Pour résoudre le problème de contact, la méthode de pénalité est utilisée dans les deux codes. Enfin, l'altitude est fixée au moyeu c'est à dire au centre de la roue dans les deux codes. La principale différence entre les deux codes ra3d et DySiRoN est que le premier code se base sur une décomposition modale de la réponse du pneumatique en contact avec la chaussée. L'équation aux dérivées partielles régissant le mouvement de la plaque orthotrope est réduite à un système d'équations différentielles ordinaires dans la base modale. Dans le deuxième code on utilise la méthode des fonctions de Green. Dans cette approche, la réponse du pneumatique est calculée par un produit de convolution entre la fonction de Green et les forces de contact. Par ailleurs, pour détecter le contact, le code DySiRoN utilise l'algorithme de contact point/point c'est à dire qu'on a une correspondance un-à-un entre les nœuds des deux corps en contact pneu/route. En particulier, ceci oblige à choisir les pas dx et τ vérifiant $dx = V\tau$. Dans le code ra3d, on utilise l'algorithme de contact nœud/segment. Pour cela, il a fallu intégrer l'altitude du profil de route. C'est un algorithme plus précis mais plus coûteux en temps de calcul. Dans ce cas, il faut définir deux surfaces : maîtresse et esclave, on a une pénétration des points de la surface esclave dans la surface maîtresse. Le tableau 5.1 résume les points en commun ainsi que les différences entre les deux codes.

5.5 Application au contact pneumatique/chaussée

Dans le but d'étudier le bruit de contact pneumatique/chaussée, le pneumatique et la chaussée seront respectivement approchés par un cylindre et un plan rugueux. Dans cette section, nous allons décrire les paramètres choisis pour faire cette simulation. Plusieurs paramètres sont utilisés dans une simulation par le code DySiRoN. Tout d'abord, les paramètres du pneumatique sont, d'une part, des valeurs numériques de la plaque orthotrope (dimensions, rigidités de flexion, tension, largeur de la bande de roulement,...). Les valeurs numériques utilisées sont données dans le tableau 5.2. D'autres part, les paramètres de la gomme sont : le module de Young $E = 4 \text{ MPa}$ et le coefficient de Poisson $\nu = 0.5$. Concernant la route, nous utilisons cinq revêtements qui sont décrits par leurs altitudes en mm. Ces revêtements sont décrits au chapitre 2. La circonférence du cylindre est discrétisée en $N_x = 512$ nœuds avec un pas de discrétisation $dx = 0.0035 \text{ m}$. Le cylindre est divisé en $N_y = 50$ nœuds dans la direction transversale avec un pas de discrétisation $dy = 0.0064 \text{ m}$. La vitesse de roulement est prise dans l'intervalle [50-110 km/h]. Le pas de temps τ dépend du pas spatial et de la vitesse de roulement $\tau = dx/V$. La durée de convolution T_{conv} est égale à la durée d'une révolution du pneu. On fixe la charge à 2500 N qui correspond à la somme de la charge totale appliquée de 2451 N (1/4 masse du véhicule) et le poids du pneumatique de 69 N. La raideur du ressort $\kappa = 3.33 \cdot 10^8 \text{ Pa/m}$ est fixée par l'élasticité de la gomme. C'est le rapport du module d'Young sur l'épaisseur du pneumatique. Les fréquences propres de la plaque orthotrope sont calculées en prenant en compte $M = 200$ modes dans la direction longitudinale et $N = 100$ modes dans la direction transversale. La durée de simulation T correspond au temps nécessaire pour que le pneumatique parcourt la chaussée. Elle

dépend du pas spatial de discrétisation, du nombre de nœuds de la chaussée et de la vitesse de roulement du pneumatique. Elle est déterminée par la relation : $T = (N_x - 1)d_x/V$.

Symbole	a	b	m	B	T	S
Valeur	1.78	0.32	12.4	4	$4.4 \cdot 10^4$	$5.73 \cdot 10^5$
Unité	m	m	kg/m^2	N/m	N/m	N/m^3

TABLE 5.2 – Valeurs numériques de la plaque orthotrope sous tension.

5.6 Résultats de simulations

Dans cette section nous présentons les résultats de simulations obtenus par le code DySiRoN. Parmi ces résultats : la force de contact, le niveau vibratoire en fonction de la vitesse, les cartes de pression et l'étude statistique des chocs. Pour étudier l'influence de la vitesse de roulement sur la force de contact et la vitesse vibratoire induite, nous considérons cinq vitesses : 50 km/h , 80 km/h , 90 km/h , 100 km/h et 110 km/h .

5.6.1 Forces de contact

Les figures 5.4 et 5.6 présentent respectivement l'évolution de la force totale de contact en fonction du temps pour une vitesse de 90 km/h obtenue par le code DySiRoN et les écarts types σ_f pour la force totale de contact en fonction de la vitesse de roulement pour les cinq revêtements : A , Ap , $E2$, ISO et $M2$. Nous observons que la force totale obtenue correspond à la somme de la charge totale appliquée de 2500 N . D'autre part, on constate que les fluctuations de la force totale sont plus importantes pour le revêtement Ap qui a une forte macrotexture. Ces fluctuations sont moins significatives pour les autres textures : $E2$, $M2$, A et ISO . Ces résultats sont en accord avec les résultats de la figure 5.6. Nous observons que les écarts de la force totale de contact sont plus élevés pour le revêtement Ap ($\sigma_f = 70 \text{ N}$) à 90 km/h . Cependant, la texture lisse ISO représente des écarts types faibles $\sigma_f = 9 \text{ N}$. De plus, les écarts types augmentent avec la vitesse de roulement. Enfin, en comparant ces résultats avec ceux du code ra3d, on constate qu'ils sont similaires.

Sur les figures 5.5 et 5.7 sont illustrées l'évolution temporelle de la force ponctuelle (c'est la force en un point situé au centre de la zone de contact) de contact f à une vitesse de 90 km/h et les écarts types σ_f pour cette force contact en fonction de la vitesse de roulement pour les cinq revêtements : A , Ap , $E2$, ISO et $M2$. Nous constatons que les valeurs de la force ponctuelle sont élevées pour le revêtement Ap . La valeur maximale vaut $f = 0.45 \text{ N}$. La force de contact est minimale pour la texture lisse ISO et vaut $f = 0.075 \text{ N}$. Par ailleurs, les écarts types de la force de contact en ce point sont plus élevés pour le revêtement Ap ($\sigma_f = 0.072 \text{ N}$). Cependant, la texture lisse ISO représente des écarts types faibles de l'ordre de $\sigma_f = 0.012 \text{ N}$. Les forces de contact ainsi que les écarts types des deux textures A , $E2$ et $M2$ sont proches. La vitesse de roulement n'influence pas les écarts types de la force ponctuelle de contact.

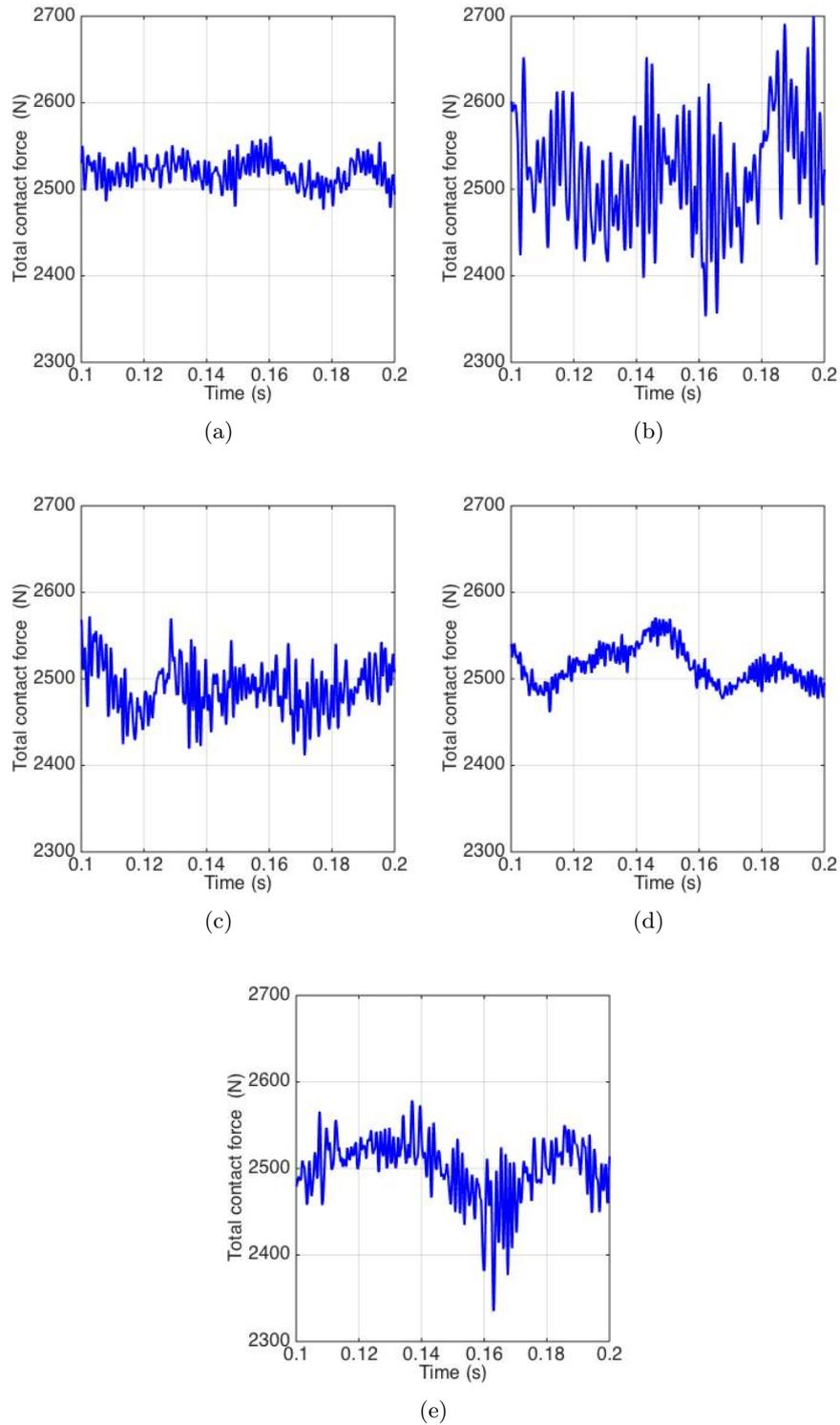


FIGURE 5.4 – Évolution temporelle de la force totale de contact pour les cinq revêtements : (a)-A, (b)-Ap, (c)-E2, (d)-ISO et (e)-M2; simulation DySiRoN à $V = 90 \text{ km/h}$.

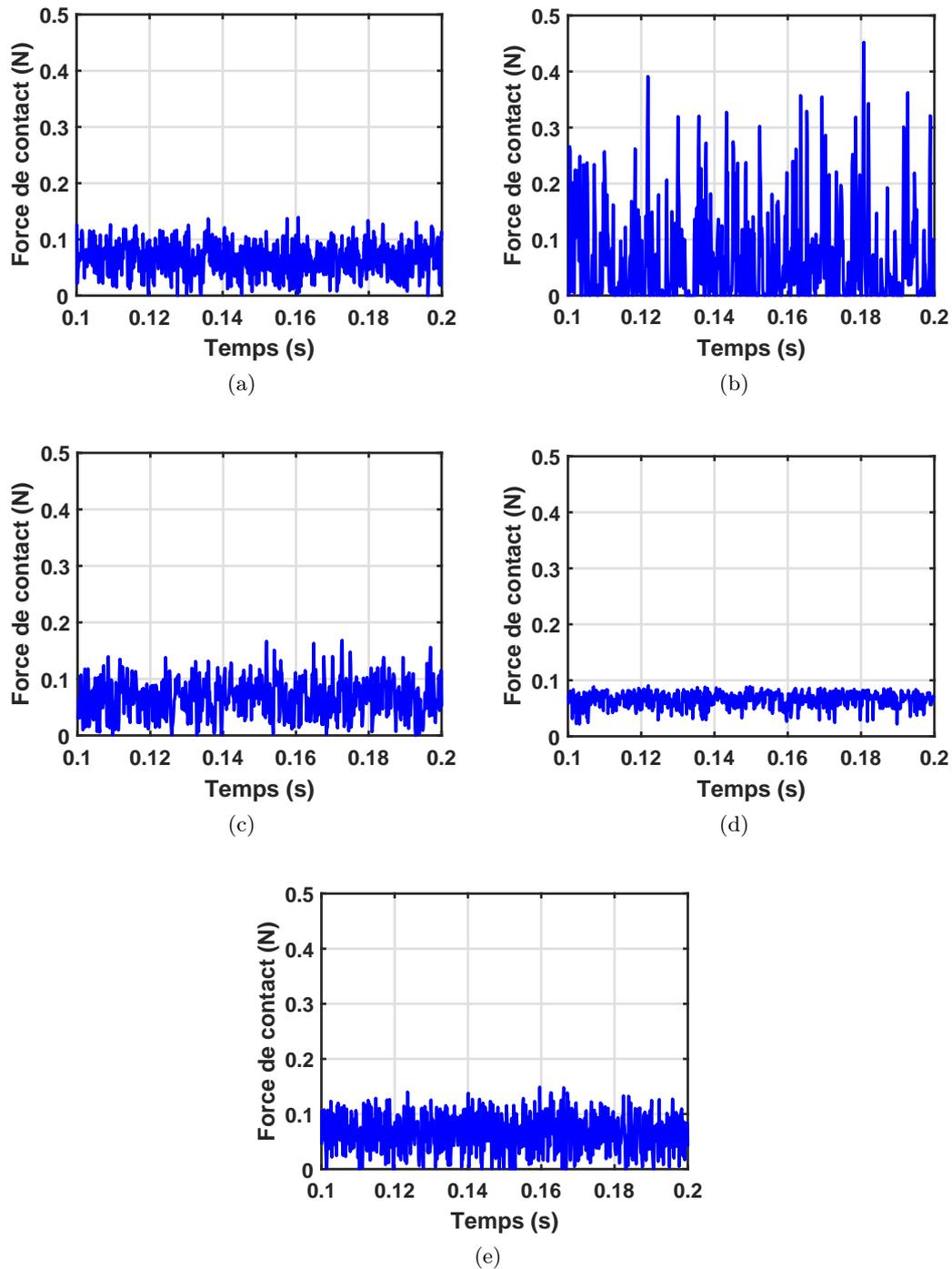


FIGURE 5.5 – Évolution temporelle de la force ponctuelle de contact pour les cinq revêtements : (a)-*A*, (b)-*Ap*, (c)-*E2*, (d)-*ISO* et (e)-*M2*; simulation DySiRoN à $V = 90 \text{ km/h}$.

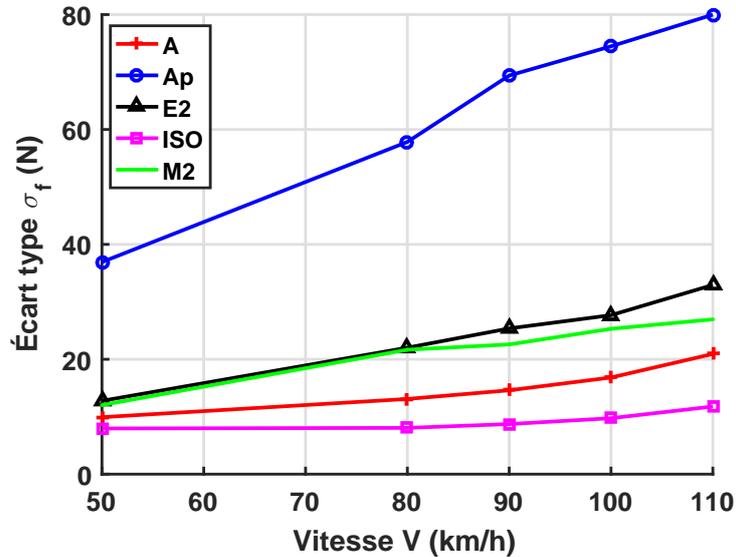


FIGURE 5.6 – Écart type σ_f de la force totale de contact en fonction de la vitesse de roulement pour les cinq revêtements : A , Ap , $E2$, ISO et $M2$; simulation DySiRoN.

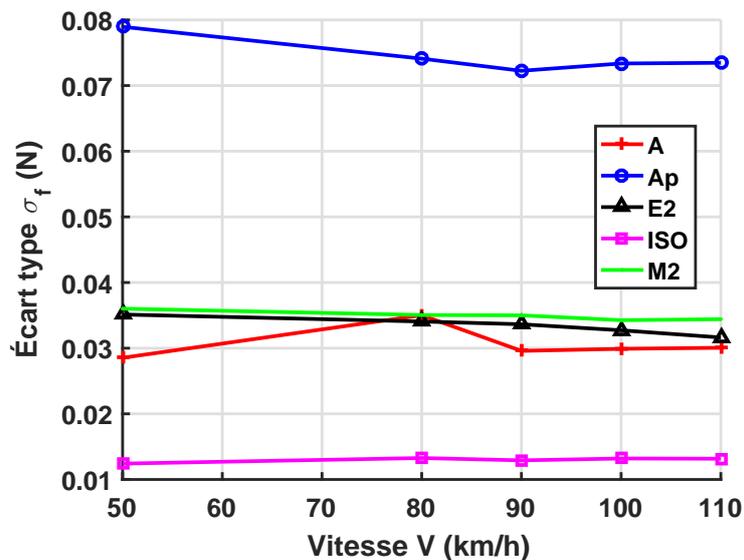


FIGURE 5.7 – Écart type σ_f de la force ponctuelle de contact en fonction de la vitesse de roulement pour les cinq revêtements : A , Ap , $E2$, ISO et $M2$; simulation DySiRoN.

5.6.2 Niveau en tiers d'octave de la force totale et ponctuelle de contact

Sur la figure 5.8 nous présentons l'évolution du niveau en tiers d'octave de la force totale en fonction de la fréquence.

Nous notons une croissance du niveau de la force totale avec la fréquence jusqu'à 800 Hz suivie d'une diminution du niveau dans la bande de fréquences 800 - 2000 Hz . En plus, on

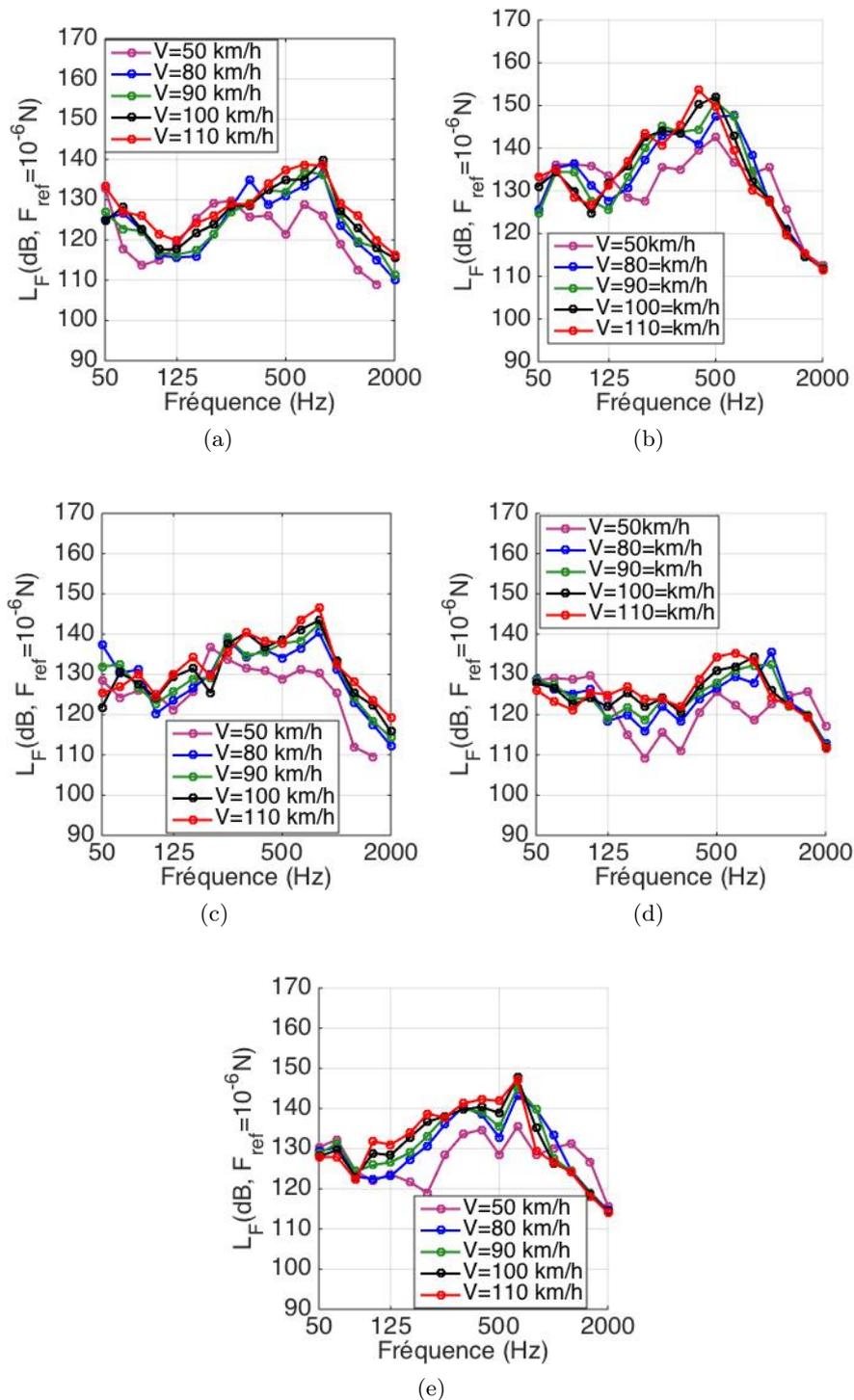


FIGURE 5.8 – Spectre du niveau en tiers d’octave de la force totale de contact pour les cinq revêtements : : (a)-A, (b)-Ap, (c)-E2, (d)-ISO et (e)-M2; simulation DySiRoN à $V = 90 \text{ km/h}$.

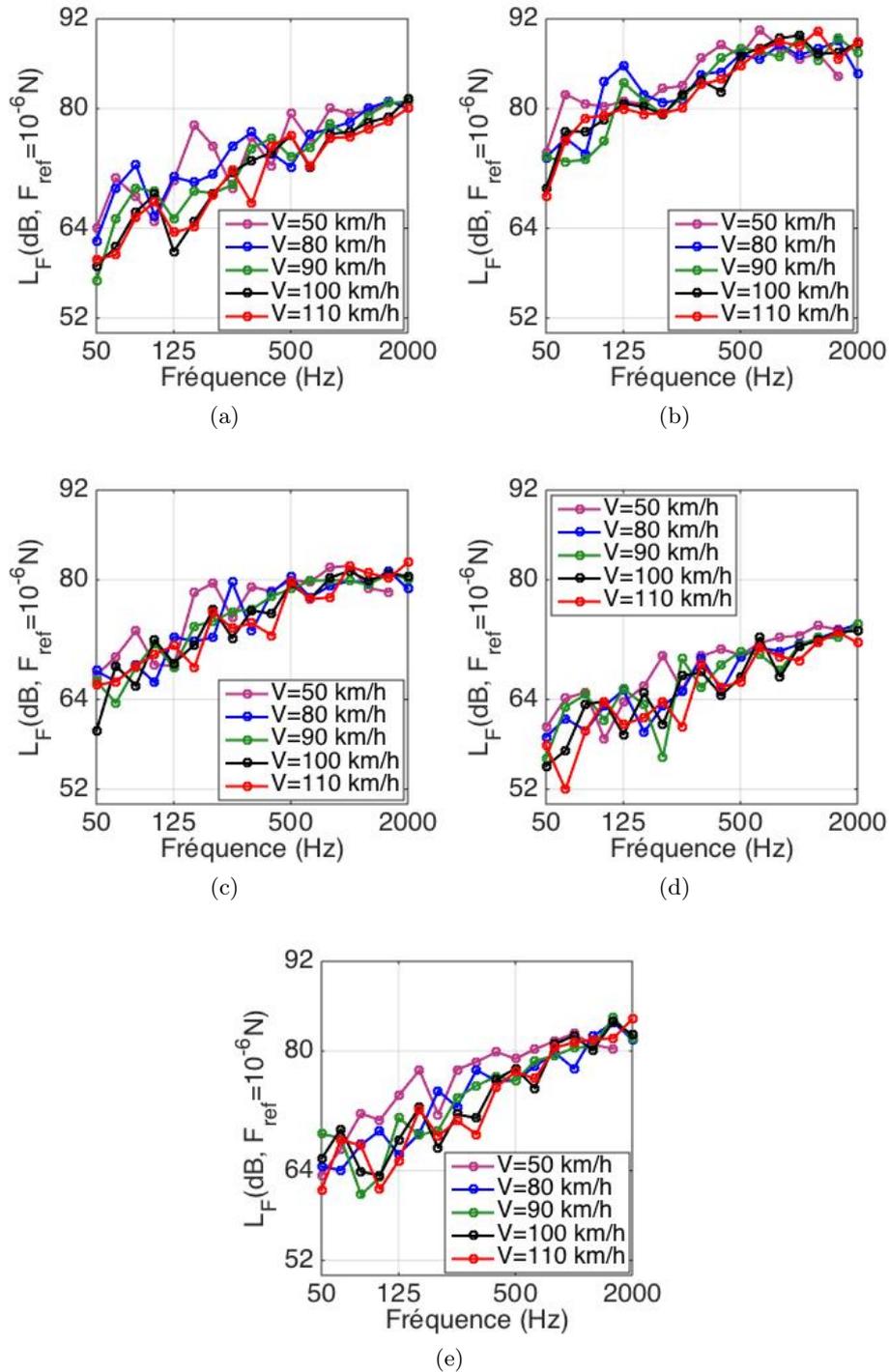


FIGURE 5.9 – Évolution temporelle de la force ponctuelle de contact pour les cinq revêtements : (a)-A, (b)-Ap, (c)-E2, (d)-ISO et (e)-M2 ; simulation DySiRoN à $V = 90$ km/h.

constate que le niveau de la force augmente avec la vitesse de roulement. Enfin, la forme du spectre ne dépend pas de la vitesse de roulement. Les résultats obtenus par DySiRoN sont

très proches de ceux de ra3d. La figure 5.9 montre l'évolution du niveau en tiers d'octave de la force de contact en un point en fonction de la fréquence pour plusieurs vitesses de roulement. Nous constatons que le niveau de force ponctuelle de contact croît avec la fréquence. On peut observer que la vitesse de roulement n'influe pas sur le niveau de la force ponctuelle de contact.

5.6.3 Mise en évidence de l'effet Doppler

Afin de mettre en évidence l'effet Doppler nous avons établi des cartes de champ vibratoire dans le pneu. Il s'agit de calculer de la densité spectrale de puissance (DSP) de champ de vitesse sur toute la circonférence du pneu (512 points de discrétisation selon x) et au plan de symétrie du pneu. Les simulations DySiRoN ont été réalisées pour trois vitesses de roulement 50, 90 et 110 km/h. Les figures 5.10, 5.11 et 5.12 représentent des cartes de champ vibratoire dans le pneu en fonction de la fréquence sur le périmètre du pneu. À 13.9 m/s, on remarque

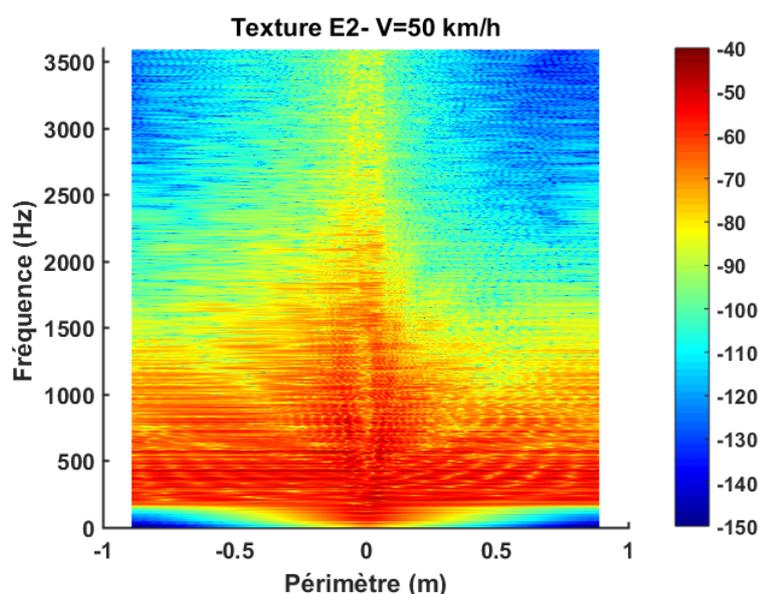


FIGURE 5.10 – Champ vibratoire dans le pneu, revêtement $E2$, $V = 50 \text{ km/h} = 13.9 \text{ m/s}$, avant du pneu (abscisses positives), arrière du pneu (abscisses négatives); simulation DySiRoN.

une légère dissymétrie qui devient plus prononcée pour les vitesses 25 m/s et 30.6 m/s . À l'avant du pneumatique (abscisses positives), il y a concentration de la vibration vers la zone de contact, tandis qu'à l'arrière (abscisses négatives), les ondes sont entraînées vers l'arrière du pneumatique. Cette dissymétrie est due à l'effet Doppler. En effet, comme on l'a vu au chapitre 3, la vitesse de phase des ondes de flexion dans le cylindre est relativement faible. Elle est inférieure à 100 m/s entre 80 Hz et 1 kHz. À 3 kHz, elle est de l'ordre de 130 m/s . Les vitesses de roulement considérées ici ne sont donc pas négligeables par rapport aux vitesses de phase. L'effet Doppler est d'autant plus marqué que la vitesse de phase est faible et que la vitesse de roulement est élevée.

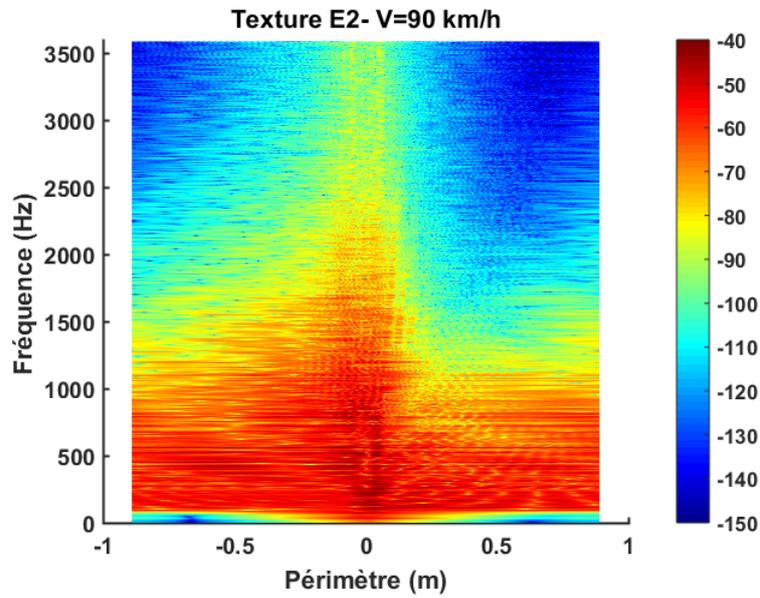


FIGURE 5.11 – Champ vibratoire dans le pneu, revêtement $E2$, $V = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$, avant du pneu (abscisses positives), arrière du pneu (abscisses négatives) ; simulation DySiRoN.

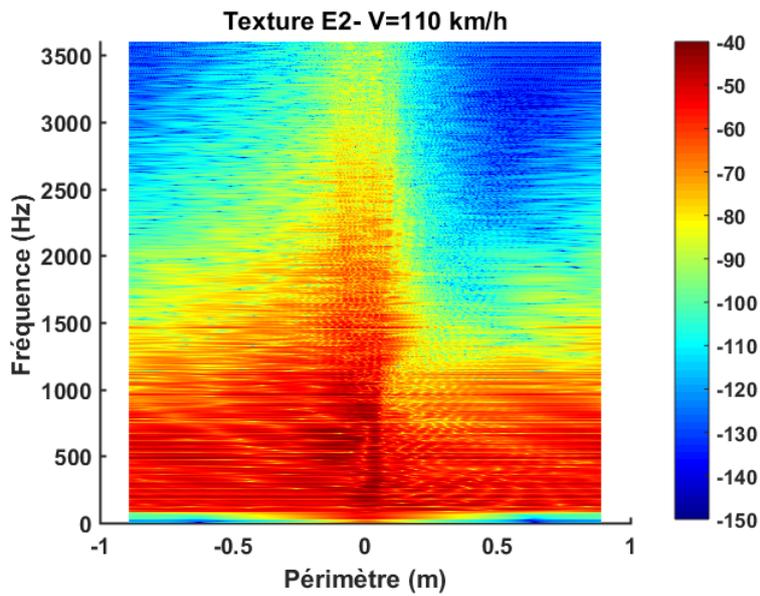


FIGURE 5.12 – Champ vibratoire dans le pneu, revêtement $E2$, $V = 110 \text{ km/h} = 30.6$, avant du pneu (abscisses positives), arrière du pneu (abscisses négatives) ; simulation DySiRoN.

5.6.4 Niveau vibratoire en fonction de la vitesse de roulement

Nous rappelons la relation statistique entre le niveau de bruit et la vitesse de roulement :

$$L_v(dB) = 20 \log_{10} \left(\frac{V}{V_{ref}} \right)^n + L_v(V_{ref}) \quad (5.34)$$

où L_v est le niveau de bruit, V la vitesse de roulement, V_{ref} la vitesse de référence.

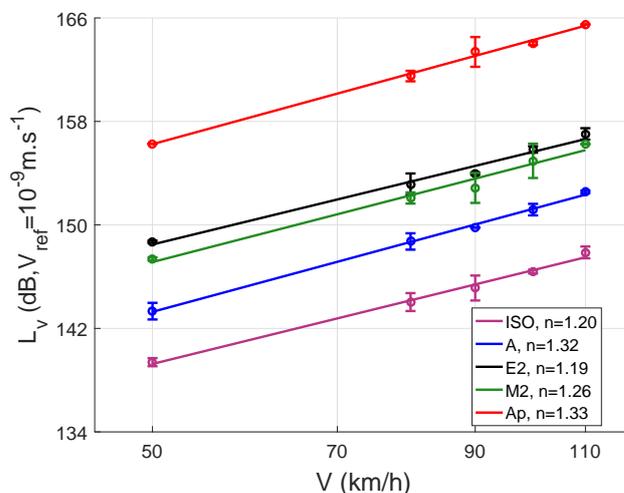
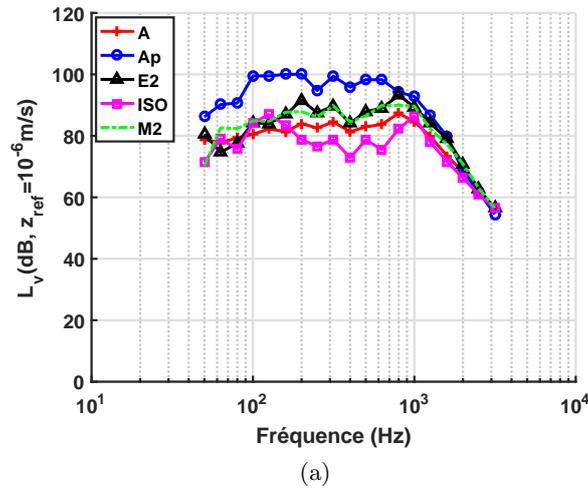


FIGURE 5.13 – Régression linéaire entre le niveau de vibration et le logarithme de base 10 de la vitesse sur la vitesse de référence (90 km/h) ; simulation DySiRoN.

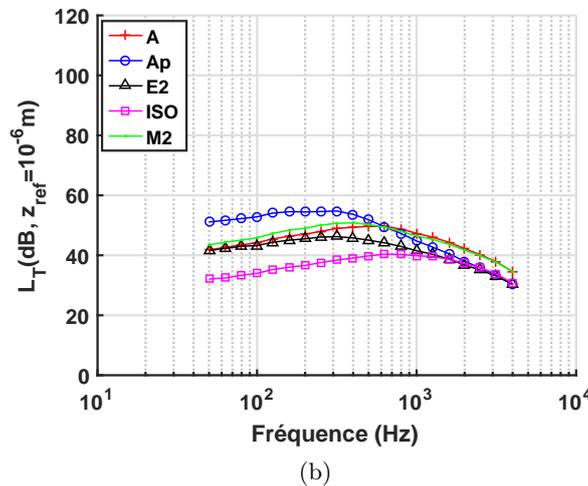
Nous avons vu que la valeur de l'exposant n obtenu expérimentalement vaut 1,7. Nous avons tracé sur la figure 5.13 la régression linéaire entre le niveau de bruit et le logarithme en base 10 de la vitesse sur la vitesse de référence de 90 km/h pour les cinq revêtements. Nous constatons que le niveau de la vibration augmente en fonction la vitesse de roulement. La valeur de l'exposant n obtenue à partir de la courbe de régression varie entre 1,2 et 1,33. Cette valeur est proche de celle obtenue grâce au ra3d mais inférieure à celle de la littérature. Les niveaux vibratoires sont plus élevés sur la texture Ap , suivi de $E2$ car la partie superficielle de la surface plus rugueuse (plus de pics) que celles des autres textures. Le niveau vibratoire de la texture ISO est le plus faible (revêtement lisse). Ces résultats sont en accord avec les valeurs de Rq , RSk et Rku calculés précédemment (chapitre 3).

5.6.5 Comparaison entre les spectres de texture et les spectres vibratoires

Les figures 5.14- (a) et (b) représentent respectivement les spectres de textures et les spectres vibratoires évalués sur les cinq revêtements A , Ap , $E2$, ISO et $M2$. Nous rappelons que les spectres de texture sont obtenus par la méthode expliquée dans la section 2.5 du chapitre 2. Les spectres vibratoires proviennent des simulations DySiRoN. Il s'agit de la vitesse vibratoire en un point de contact situé au centre de la zone de contact. On note que la texture ISO (texture lisse) a les niveaux vibratoires et de texture les plus faibles (figure 5.14). En revanche, les niveaux vibratoires et de texture sont plus élevés pour la texture Ap . Les revêtements A , $M2$ et $E2$ présentent des niveaux vibratoires proches. La macro rugosité influence les niveaux de texture et vibratoires à basse fréquence ($<1000 \text{ Hz}$). Dans cette plage de fréquence, les mécanismes d'origine mécanique sont prédominants. Nous avons obtenu les mêmes conclusions à l'aide du code ra3d.



(a)



(b)

FIGURE 5.14 – Spectres par bande de tiers d’octave évalués sur les cinq revêtements A , Ap , $E2$, ISO et $M2$; simulation DySiRoN, texture Ap , a)-Spectres vibratoires, (b)-Spectres de texture.

5.6.6 Cartes de pression de contact

La simulation à l’aide du code DySiRoN donne la pression du contact pour chaque texture. Les empreintes obtenues sont présentées sur la figure 5.15. La zone de contact est un carré de 15 cm de côté ce qui nous donne l’aire de contact de chaque texture (tableau 5.3).

L’aire de contact est symétrique et sous la forme d’un rectangle. Elle va de 140 cm^2 à 181 cm^2 . Ces valeurs sont plus faibles que celles obtenues par le code ra3d. On remarque aussi que l’aire de contact de la texture ISO est la plus faible. Ces valeurs de l’aire de contact sont conformes avec celles de la littérature. La pression moyenne est d’environ 0.16 MPa, Cette valeur est proche de celle obtenue par ra3d et elle est proche de la pression de gonflage du pneumatique qui est de 0.22 MPa. Nous constatons que ra3d donne des résultats plus précis que DySiRoN. En comparant les valeurs des deux codes, nous trouvons le même ordre

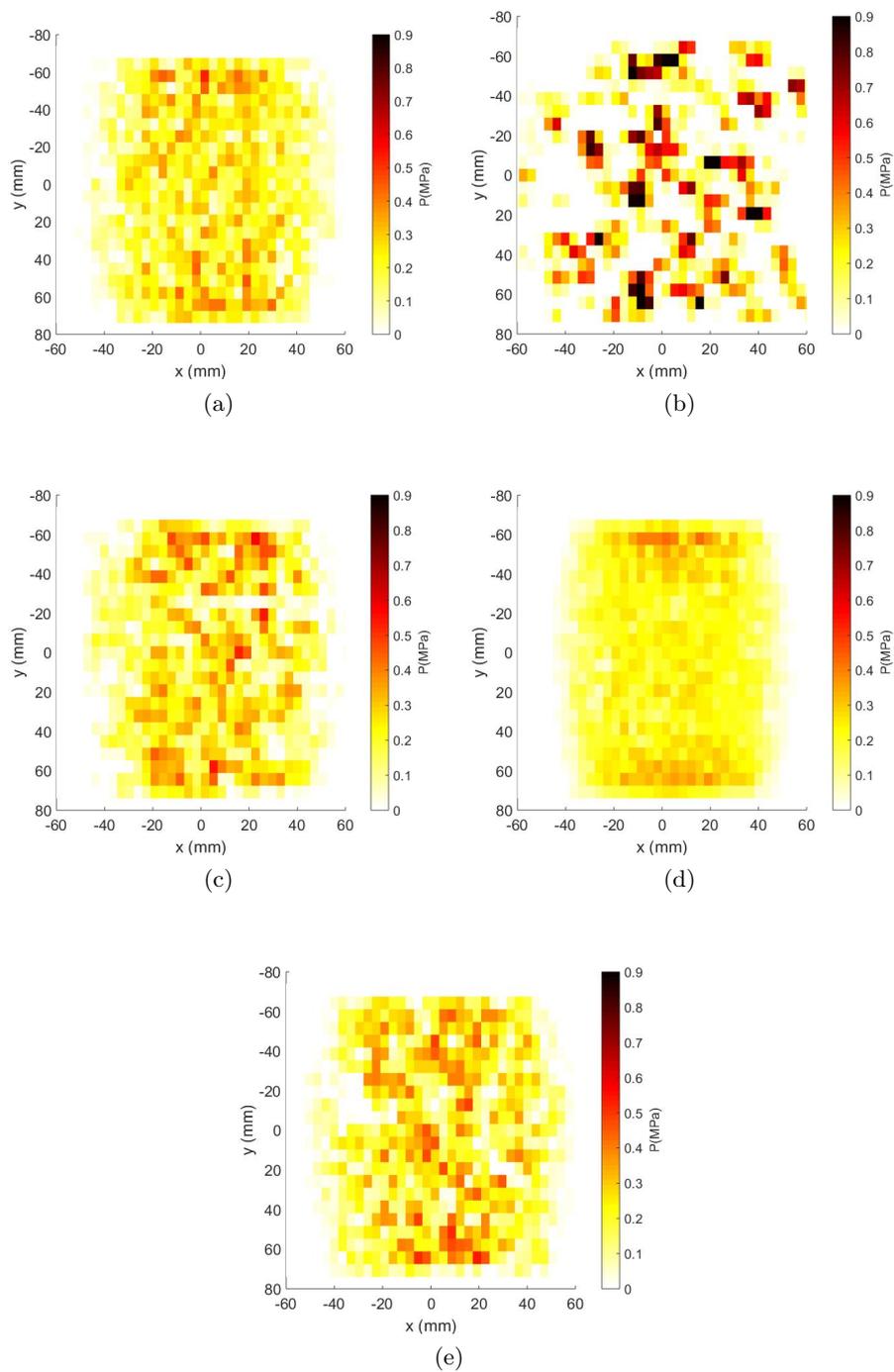


FIGURE 5.15 – Carte de pression des cinq revêtements : (a) – *A*, (b) – *Ap*, (c) – *E2*, (d) – *ISO* et (e) – *M2*; axe horizontal : axe longitudinal (o,x), axe vertical : axe transversal (o,y); l'avant du pneu (abscisses positives), l'arrière du pneu (abscisses négatives), (sens de roulement : de l'arrière vers l'avant du pneu); simulation DySiRoN.

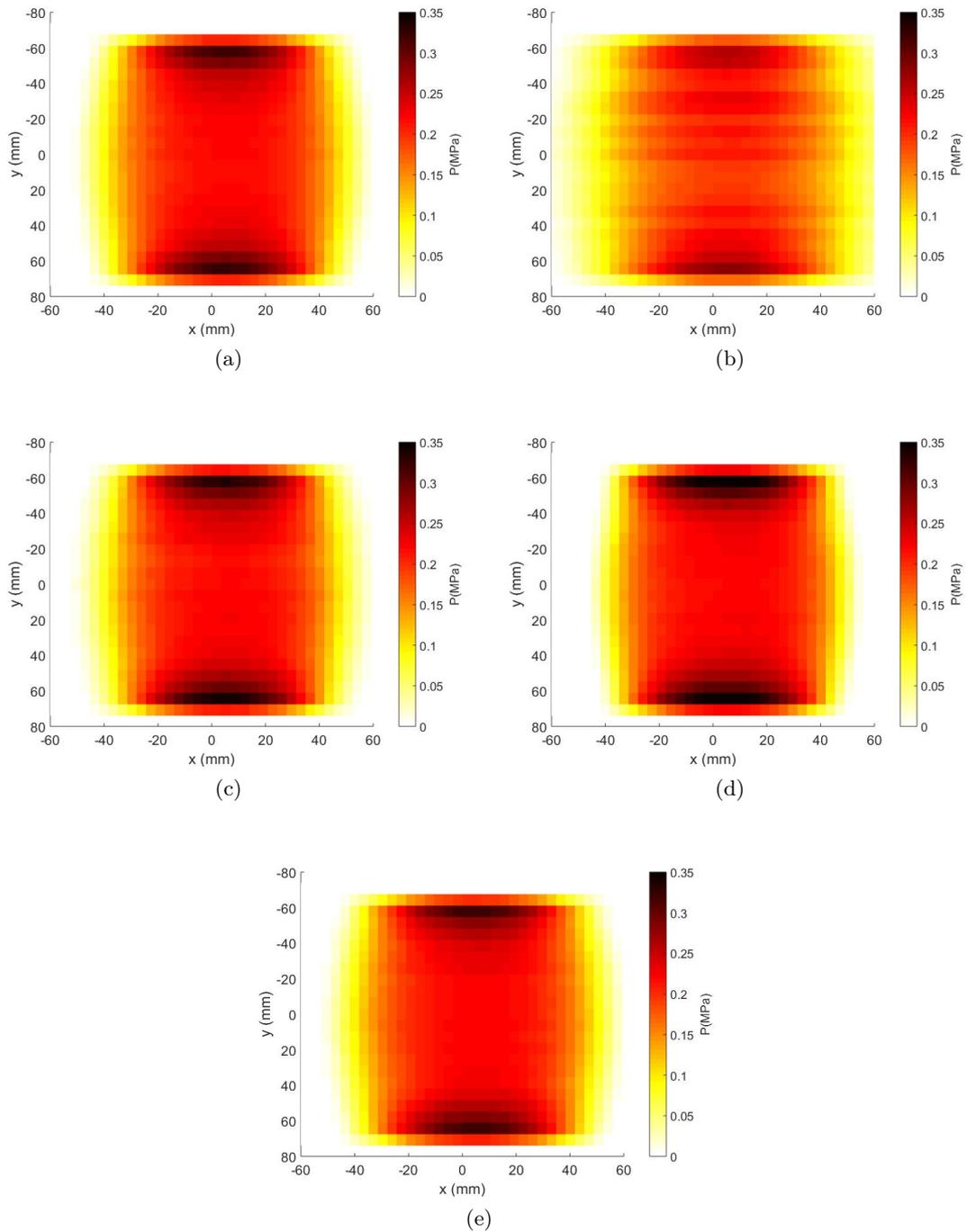


FIGURE 5.16 – Carte de pression moyenne des cinq revêtements : (a) – *A*, (b) – *Ap*, (c) – *E2*, (d) – *ISO* et (e) – *M2*; axe horizontal : axe longitudinal (o,x), axe vertical : axe transversal (o,y); l'avant du pneu (abscisses positives), l'arrière du pneu (abscisses négatives), (sens de roulement : de l'arrière vers l'avant du pneu); simulation DySiRoN.

texture	$A(cm^2)$	$p_m(MPa)$	$p_{max}(MPa)$
A	165,7	0,15	0,53
Ap	178,2	0,14	1,07
E2	158,3	0,16	0,57
ISO	137,6	0,18	0,43
M2	159,8	0,16	0,55

TABLE 5.3 – Aire de contact, pression moyenne et maximale des cinq textures A , Ap , $E2$, ISO et $M2$; simulation DySiRoN.

de grandeurs pour les pressions maximales des cinq revêtements. Par exemple la pression maximale pour la macrotecture Ap est de l'ordre de $1 MPa$. Nous avons procédé de la même manière que dans `ra3d` pour avoir la carte de pression moyennée en cours du temps. Il s'agit d'un calcul de la moyenne sur tous les instants pour chaque couple x, y de $f(x, y, z)$. La figure 5.16 représente la distribution de la pression moyenne des cinq textures. Nous relevons que la distribution de pression est identique pour les cinq textures. En effet, les pressions de contact sont au maximum au bord dans le sens transversal du pneumatique surtout pour les revêtements $E2$, $M2$, A et ISO . Elles sont moins marquées pour le revêtement Ap . Ces résultats sont très proches de ceux obtenus par `ra3d`.

5.6.7 Étude statistique des chocs

Nous présentons dans cette section une analyse des chocs dus au contact pneumatique chaussée. Nous rappelons que les caractéristiques d'un choc sont : la durée, la force maximale et le pourcentage de temps de contact. Dans le tableau 5.4, on présente la durée et la force maximale des cinq premiers chocs. La durée d'un choc est de l'ordre de $10^{-4}s$. Tandis que la force maximale est de $0.2 N$. Ces résultats sont en accord avec ceux obtenus par le code `ra3d`.

N° choc	Durée (s)	$f_{max}(N)$
1	8.10^{-4}	0.09
2	4.10^{-4}	0.
3	1.10^{-3}	0.09
4	4.10^{-4}	0.01
5	3.10^{-3}	0.21

TABLE 5.4 – Extrait des 5 premiers chocs, texture Ap , $V=90 km/h$; simulation DySiRoN.

5.6.7.1 Force maximale de choc

La figure 5.17 représente un histogramme de la force maximale de choc pour deux vitesses : $50 km/h$ et $90 km/h$.

D'après l'histogramme de la force maximale de choc, le nombre de chocs diminue lorsque la valeur de la force maximale augmente. En comparant les résultats des deux vitesses, on constate qu'ils sont très proches. La vitesse de roulement n'influence pas la force maximale

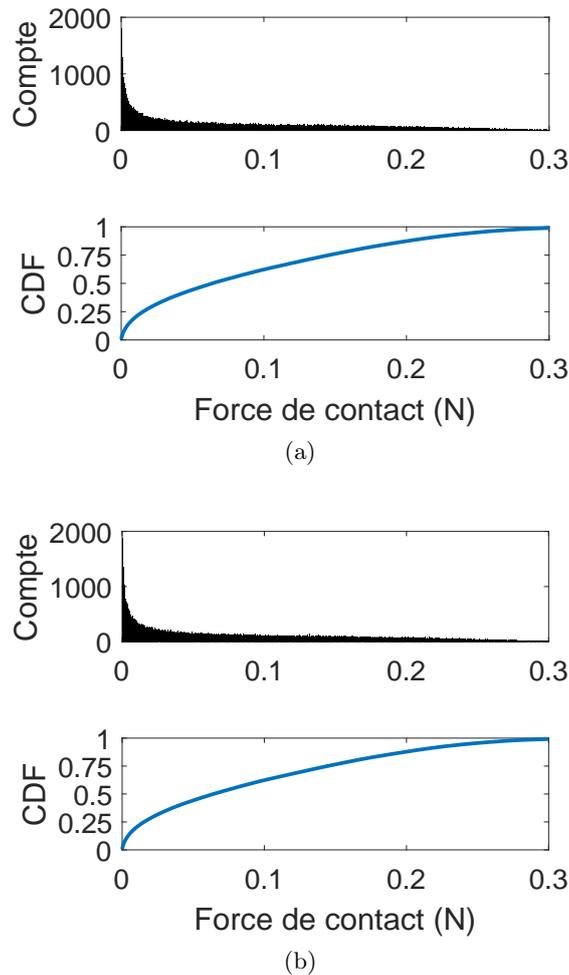


FIGURE 5.17 – Histogramme et fonction cumulative des probabilités de la force maximale de choc, texture Ap , a)- $V=50$ km/h, (b)- $V=90$ km/h ; simulation DySiRoN.

de choc. En revanche, les résultats du code `ra3d` ont montré que les chocs deviennent plus importants lorsque la vitesse de glissement augmente.

5.6.7.2 Durée de choc

La figure 5.18 représente l'évolution temporelle de la force de contact en un point pour deux textures Ap et A et pour deux différentes vitesses de roulement 50 km/h et 110 km/h. On observe que la durée de choc diminue lorsque la vitesse de roulement croît. Pour la texture Ap (voir figure 5.18, (a)), la durée de choc vaut $dt = 4.10^{-4}$ s pour $V = 110$ km/h. Cette valeur est inférieure de la valeur $dt = 8.10^{-4}$ s obtenue pour la vitesse de roulement $V = 110$ km/h. Rappelons que la texture Ap a la plus forte macrotexture avec un $Ra = 1.45$ alors que pour A le coefficient Ra vaut 0.76 .

D'après la figure 5.19, on constate que la durée d'un choc de la texture Ap est égale à $dt = 1.10^{-3}$ s. Cette valeur est supérieure à celle obtenue pour la texture $M2$ qui est de $dt = 7.10^{-4}$ s. On constate alors que la durée de choc augmente avec la taille des granulats

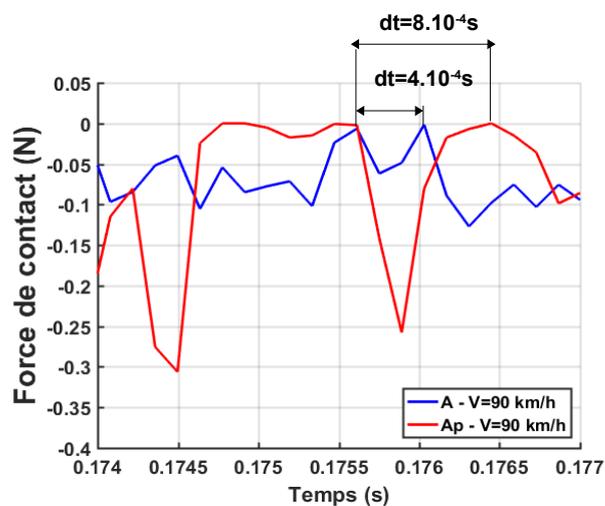


FIGURE 5.18 – Évolution temporelle de la force de contact en un nœud au centre de la zone de contact pour deux textures A_p et A , $V = 90$ km/h ; simulation DySiRoN.

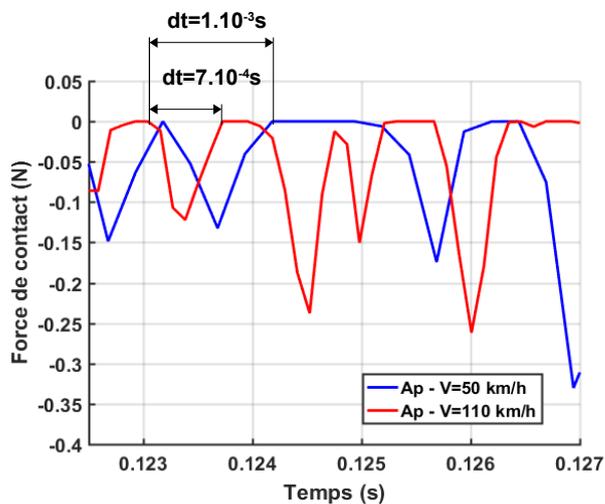
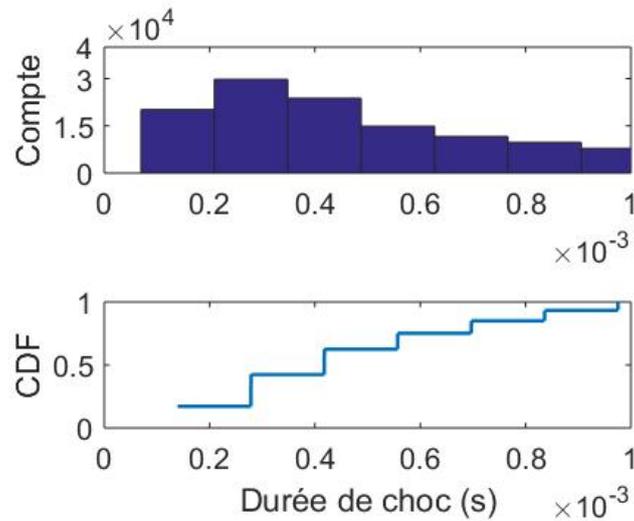
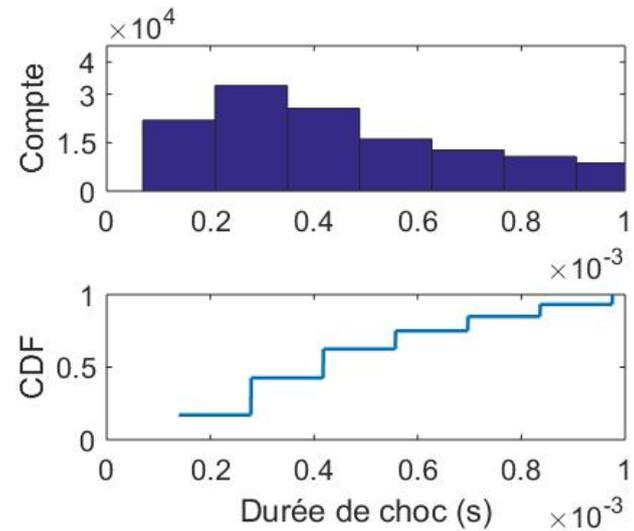


FIGURE 5.19 – Évolution temporelle de la force de contact en un nœud au centre de la zone de contact pour la texture A_p et deux vitesses de glissement 50 km/h et 110 km/h ; simulation DySiRoN.



(a)



(b)

FIGURE 5.20 – Histogramme et fonction cumulative des probabilités de la durée de choc, texture Ap, (a)- $V=50$ km/h, (b)- $V=90$ km/h ; simulation DySiRoN.

qui composent la texture. Il faut noter que la discrétisation DySiRoN est plus grossière que la discrétisation ra3d. En terme d'évaluation des temps de chocs, on a du mal à identifier les chocs. Par exemple, on peut facilement capter les chocs sur la texture Ap car c'est un revêtement très rugueux. En revanche, les chocs sont très rares pour les revêtements moins rugueux. Sur la figure 5.20 est tracé l'histogramme et la fonction cumulative des probabilités de la durée de choc de deux vitesses 50 km/h et 90 km/h. Nous observons que la durée de choc diminue en augmentant la vitesse. La durée de choc est de l'ordre de 10^{-4} s. Les résultats des deux vitesses 50 km/h et 90 km/h sont très proches, nous constatons juste une faible différence. En somme, la durée de contact augmente avec la rugosité et diminue avec la vitesse

de roulement ce qui veut dire que l'indentation se fait de façon quasi-statique.

5.6.7.3 Pourcentage de temps de contact

Nous cherchons à déterminer le pourcentage de temps de contact ($T_{contact}$) c'est à dire le rapport du nombre d'instant où la force totale est non nulle $N_{contact}$ par le nombre total des instants de simulation N_{total} . Nous rappelons sa formule [14] :

$$\%T_{contact} = \frac{N_{contact}}{N_{total}} \quad (5.35)$$

La figure 5.21 montre le pourcentage de temps de contact en fonction de la vitesse et la rugosité. Nous remarquons une légère croissance du temps de contact en augmentant la vitesse de roulement. Lorsque la rugosité croît, le pourcentage de temps de contact augmente pour atteindre une valeur maximale de 39 % puis diminue. Nous constatons que la vitesse de roulement ainsi que la rugosité n'influence pas beaucoup le temps de contact. En revanche, le pourcentage de temps de contact obtenu par le code DySiRoN ($\approx 40\%$) est faible comparé à celui ($\approx 65\%$) obtenu par le code ra3d. Sous l'effet de la rotation, nous avons constaté que l'aire de contact est plus petite que celle obtenue en glissement. Cela peut expliquer le fait de trouver un pourcentage de temps de contact en glissement plus grand qu'en roulement.

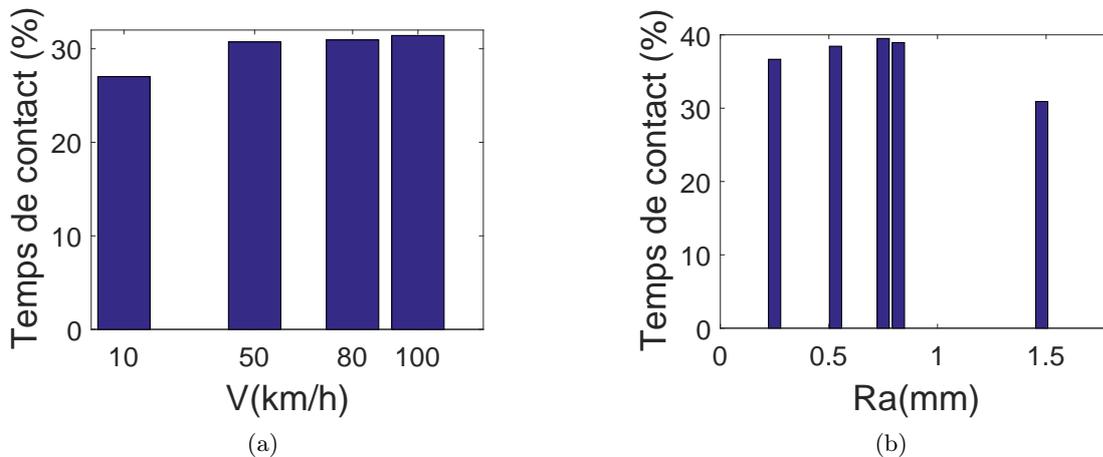


FIGURE 5.21 – Histogramme du temps de contact en fonction de la vitesse et de la rugosité ; simulation DySiRoN.

5.7 Conclusions

Ce chapitre a été consacré à l'étude de roulement d'un cylindre sur un plan rugueux. L'approche numérique utilisée est basée sur la méthode des fonctions de Green. La réponse est calculée par un produit de convolution entre la fonction de Green temporelle et les forces de contact. Dans une première partie, nous présentons le problème à résoudre. Il s'agit de détailler les hypothèses, l'équation de mouvement, les conditions aux limites, la formulation mathématique. Les schémas numériques ainsi que les algorithmes ont été présentés. Nous

avons utilisé le modèle de la plaque orthotrope précontrainte sous tension pour modéliser le cylindre. La plaque orthotrope repose sur un lit de ressort découplés à raideur constante pour représenter l'élasticité de la gomme. Pour résoudre le problème de contact, la méthode de pénalité est utilisée.

Dans une deuxième partie les deux codes ra3d et DySiRoN ont été comparés. Les points en communs ainsi que les différences ont été détaillés. À titre d'exemple, nous citons quelques similitudes entre les deux codes. Tout d'abord, l'utilisation de la plaque orthotrope comme modèle pour le pneumatique. Nous faisons l'hypothèse d'une chaussée indéformable et nous considérons que les vibrations en flexion. Enfin, l'altitude est fixée au moyeu c'est à dire au centre de la roue. Cependant, plusieurs points de différence ont été relevés. Parmi ces différences, le code ra3d se base sur une décomposition modale de la réponse du pneumatique en contact avec la chaussée alors que dans le code DySiRoN nous utilisons la méthode des fonctions de Green. De plus, pour détecter le contact, le code DySiRoN utilise l'algorithme de contact point/point et dans le code ra3d, on utilise l'algorithme de contact nœud/segment.

Enfin, la dernière partie est consacrée aux résultats obtenus par le code DySiRoN. Il s'agit de la force totale et ponctuelle de contact, le niveau vibratoire en fonction de la vitesse de roulement, les cartes de pression et l'étude statistique des chocs. Plusieurs conclusions ont été relevées de ces résultats. Nous avons constaté que la force totale obtenue correspond à la somme de la charge totale appliquée de 2500 N . De plus, les fluctuations de la force totale sont moins significatives selon les textures et augmentent avec la vitesse de roulement. Par ailleurs, le niveau en tiers d'octave de la force totale de contact augmente avec la vitesse de roulement. En comparant ces résultats avec ceux du code ra3d, on constate qu'ils sont très proches. Dans le but d'étudier l'influence de la vitesse de roulement sur le niveau vibratoire, nous avons préalablement mis en évidence l'influence de l'effet Doppler. Nous avons ensuite tracé la régression linéaire entre le niveau de bruit et le logarithme en base 10 de la vitesse sur la vitesse de référence de 90 km/h pour les cinq revêtements. Nous avons noté que le niveau de la vibration croît en fonction la vitesse de roulement. La valeur de l'exposant n obtenue à partir de la courbe de régression varie entre 1,2 et 1,33. Cette valeur est proche de celle obtenue grâce au code ra3d. En revanche, elle est inférieure à celle expérimentale. Cette différence peut être expliquée par des différences de mécanismes générateurs du bruit. En simulation numérique, c'est la rugosité des deux profils en contact qui génère le bruit et seulement elle. Or, les résultats de mesures prennent en compte plusieurs mécanismes : le martellement des pains, les impacts aspérités-pneu ainsi que les mécanismes de pompage d'air (Air pumping).

Ensuite, nous avons comparé les spectres des niveaux de textures et vibratoires par bande de tiers d'octave évalués sur les cinq revêtements. Nous avons constaté que la macro rugosité fait croître les niveaux de texture et vibratoires à basse fréquence. Dans cette plage de fréquences, les mécanismes d'origine mécanique sont prédominants. Nous avons obtenus les mêmes résultats avec le code ra3d. Grâce aux cartes de pression, nous avons pu déterminer l'aire de contact de chaque texture. La zone de contact est plus petite comparée à celle trouvée dans le cas de glissement. Nous avons constaté que les pressions de contact sont au maximum au bord dans le sens transversal du pneumatique. Les résultats du code DySiRoN ont été confirmés par ceux obtenus par ra3d. Enfin, grâce à l'étude statistique des chocs nous avons observé une décroissance du nombre de chocs quand la force maximale augmente. De plus, la durée de choc diminue en augmentant la vitesse de roulement et augmente en fonction de

la rugosité ce qui implique qu'on a un régime d'indentation quasi-statique. La durée de choc est de l'ordre de 10^{-4} s. D'après le pourcentage de temps passé dans le contact, nous avons constaté que sous l'effet de la rotation, ce pourcentage obtenu par le code DySiRoN est faible comparé à celui obtenu par le code ra3d.

Conclusions et perspectives

Conclusions

La prévision du bruit de roulement est un problème complexe qui nécessitant la connaissance des efforts de contact entre le pneumatique et la chaussée qui sont la source de vibration du pneumatique. La thèse a été donc consacrée essentiellement aux impacts des aspérités de la chaussée par nature aléatoires, qui provoquent la vibration et le rayonnement acoustique de la carcasse du pneumatique.

Dans la littérature, plusieurs modèles existants permettent de décrire le contact. Des modèles de contact en trois dimensions sont développés permettant de calculer les forces dynamiques de contact. Récemment, une approche multi-aspérités a permis de résoudre le problème de contact élastique en prenant en compte le cas visco-élastique. Certains modèles sont basés sur la propagation des ondes en utilisant la méthode des éléments finis pour modéliser les systèmes périodiques. Dans d'autres modèles, la bande de roulement est modélisée par un massif semi-infini élastique. Cependant, ces modèles ne permettent pas de décrire l'épaisseur de la bande de roulement du pneumatique ou l'effet de sa largeur finie.

Qu'est ce qu'une chaussée ? La réponse à cette question était l'objectif du chapitre 2. Tout d'abord, une description détaillée de la composition d'une chaussée ainsi qu'une sélection de revêtements utilisés dans cette thèse ont été présentés. Ensuite, la moyenne arithmétique, la valeur moyenne quadratique, le coefficient de dissymétrie et le coefficient d'aplatissement ont été calculés pour chaque texture. Ces textures ont été obtenues à l'aide d'un système métrologique in situ. On a conclu que pour des longueurs d'onde inférieures à une certaine longueur d'onde comprise entre 8 mm et 16 mm, on a une croissance des niveaux de texture par bandes de tiers d'octave. En outre, on a une différence d'environ 15 dB entre le revêtement lisse *ISO* et le revêtement *Ap* à forte macrotecture. D'après les courbes de densité de probabilité et les caractéristiques statistiques, on a constaté que trois textures *ISO*, *A*, *M2* sont négatives. La texture *E2* est légèrement négative et la texture *Ap* est une texture positive.

La nature du champs vibratoire du pneumatique a été abordée au chapitre 3. Nous avons considéré un champ vibratoire aléatoire et nous avons cherché à le caractériser dans sa globalité. Pour ce faire, le pneumatique a été modélisé par une plaque isotrope dans un premier temps puis par une plaque orthotrope précontrainte sur fondation visco-élastique. Afin d'étudier les caractéristiques globales des modes propres lorsqu'ils répondent à une excitation par une ou plusieurs forces aléatoires large bande nous avons pu déterminer les vitesses de phase et de groupe, la densité modale, le recouvrement et l'atténuation. Il ressort que le domaine des hautes fréquences est dominé par l'effet de flexion. Néanmoins, dans les basses fréquences, on avait observé une grande différence entre les vitesses de phase et de groupe. Il faut noter que ce domaine est dominé par l'effet de la fondation visco-élastique qui impose une vitesse de phase élevée. La densité modale a été obtenue par trois méthodes : une méthode analytique, une méthode asymptotique et par la mobilité. Il faut noter que la densité modale croît avec la fréquence. Ceci est cohérent avec le fait que le comportement du pneu est dominé par des effets de flexion à hautes fréquences. Le recouvrement modal et l'atténuation ont

été présentés. Nous avons distingué deux régimes dans les pneus : lorsque le recouvrement modal est faible, l'analyse modale sera efficace pour identifier les modes. En revanche, lorsque le recouvrement modal est élevé une analyse statistique est bien adaptée pour une description du champ vibratoire. Par ailleurs, une valeur faible de coefficient d'atténuation indique qu'on a un mélange des rayons. Dans le cas contraire, les rayons sont fortement absorbés et disparaissent après les premières réflexions. En somme, les pneus ont deux régimes, le régime modal dans les basses fréquences et le régime du champ direct à des fréquences plus élevées. Au-dessus de la fréquence de transition, l'énergie vibratoire reste localisée au voisinage de la zone de contact.

Le chapitre 4 a été dédié au modèle de contact mécanique entre le pneumatique et la chaussée. La roue glisse à une vitesse constante. La roue est fixe et appuyée à ses extrémités. L'originalité de ce modèle est qu'il se base sur une décomposition modale. C'est à dire que le déplacement vertical du pneu peut être décrit par la somme de ses contributions modales. Nous obtenons alors un système d'équations différentielles ordinaires du premier ordre. Pour le résoudre, un schéma d'intégration temporelle basé sur les différences finies centrées est utilisé. Ensuite, le problème de contact est résolu à l'aide de la méthode de pénalité qui consiste à autoriser une pénétration entre deux surfaces en contact. Les forces de contact sont alors déterminées par le produit de la pénétration et du coefficient de pénalité. L'approche numérique a été implémentée dans un code appelé ra3d. Après une présentation du code et de sa structure, nous avons fait une étude de scalabilité afin de mettre en évidence les performances du code. Nous avons déterminé le temps CPU nécessaire à une simulation. On a conclu que le temps CPU augmente proportionnellement avec le nombre de modes. La relation entre le pas spatial, le pas temps et le temps CPU n'est pas linéaire. Puis, nous avons validé le code ra3d par un exemple de test qui consiste à étudier le glissement d'une voiture sur un pont et de comparer le résultat avec la solution analytique de Olsson [56]. Nous avons trouvé que toutes les courbes représentant la déflexion du pneumatique se superposent ce qui montre que les résultats numériques sont les mêmes que ceux analytiques. Les résultats obtenus par le code ra3d sont alors justes. L'objectif de cette thèse était de développer un modèle numérique capable de résoudre finement le problème de contact pneumatique/chaussée et de mettre en évidence l'influence de certains paramètres comme la rugosité et la vitesse sur le bruit généré. Les résultats tirés du code sont la force totale de contact, le niveau vibratoire en fonction de la vitesse, l'étude statistique des chocs et les cartes de pression. Les principales conclusions sont : premièrement, on a constaté que les fluctuations de la force totale de contact sont plus au moins importantes selon le revêtement considéré. Deuxièmement, on a observé une croissance du niveau de la vibration par rapport la vitesse. La valeur de l'exposant n obtenue à partir de la courbe de régression varie entre 1 et 1,4. La macro rugosité influence les niveaux de texture et vibratoires à basse fréquence ($< 1000 Hz$). Troisièmement, grâce à l'étude des statistiques des chocs on a constaté une décroissance de la durée de choc en augmentant la vitesse de glissement. D'autre part, le pourcentage de temps passé dans le contact décroît d'une façon importante quand la rugosité augmente. Par ailleurs, la vitesse ne semble pas influencer ce paramètre car on a un régime d'indentation quasi-statique, c'est à dire que le nombre de contacts ne dépend pas de la vitesse alors le temps de contact est inchangé selon la vitesse de glissement. Enfin, d'après les cartes de pression, nous avons constaté que les pressions de contact sont au maximum au bord dans le sens transversal du pneumatique.

Le roulement d'un pneumatique a été présenté au chapitre 5. Le pneu roule à une vitesse

fixe sur une chaussée rugueuse. Cette fois ci, le déplacement du pneu est calculé non pas par la décomposition modale mais en utilisant la méthode des fonctions de Green. C'est le produit de convolution entre la fonction de Green temporelle et les forces de contact. Pour modéliser le pneu, nous avons utilisé le modèle de la plaque orthotrope précontrainte sous tension qui repose sur un lit de ressort découplés à raideur constante pour modéliser l'élasticité de la gomme. Pour résoudre le problème de contact, la méthode de pénalité est utilisée. Après l'introduction du problème à résoudre, une comparaison entre les deux codes DySiRoN et ra3d a été présentée. En dernier, l'ensemble des résultats obtenus à l'aide du code DySiRoN ont été détaillés. Nous avons relevé plusieurs conclusions. Nous avons constaté que les fluctuations de la force totale sont moins significatives selon la macrorugosité des textures. En plus, nous avons constaté que le niveau de la vibration croît en fonction la vitesse de roulement. La valeur de l'exposant n obtenue à partir de la courbe de régression varie entre 1,2 et 1,33. Cette valeur est proche de celle obtenue grâce au ra3d. D'après les cartes de pression, la zone de contact est plus petite comparée à celle trouvée dans le cas de glissement. Nous avons constaté que les pressions de contact sont maximales au bord dans le sens transversal du pneumatique. Enfin, sous l'effet de la rotation, le pourcentage de temps passé dans le contact obtenu par le code DySiRoN est faible comparé à celui obtenu par le code ra3d. La durée de choc diminue en augmentant la vitesse de roulement et augmente en fonction de la rugosité ce qui veut dire que d'indentation est quasi-statique. Les résultats des deux codes DySiRoN et ra3d sont très proches.

Au terme de ces travaux de thèse, un modèle de contact dynamique a été développé. Désormais, nous pouvons prédire finement ce qui se passe dans la zone de contact. Nous pouvons prédire les forces de contact et les vitesses vibratoires. Grâce au modèle de contact, nous sommes capables de déterminer l'aire de contact et les cartes de pressions. À échelle locale, le choc est à présent caractérisé. On a un régime d'indentation quasi-statique. On peut déterminer sa force maximale de choc et sa durée mais aussi le pourcentage de temps passé dans le contact.

Perspectives

À l'issue des travaux réalisés durant la thèse, les développements possibles sur la modélisation du contact pneumatique/chaussée sont les suivants

- Évaluer la résistance au roulement à partir de la distribution de pression de contact obtenue par ra3d. Ceci nécessite l'introduction de la visco-élasticité dans notre modèle. Des résultats récents montrent que la relation entre la taille des aspérités de la chaussée et la force de résistance au roulement est une fonction croissante. L'influence de différents paramètres comme la vitesse de roulement et la raideur de suspension peut être étudiée,
- Valider expérimentalement l'influence de la rugosité et la vitesse de roulement sur le bruit de contact pneumatique/chaussée. Confronter les résultats de simulation aux résultats d'un banc d'essai en développement au sein du laboratoire LAE de l'Ifsttar Nantes,
- En termes d'amélioration du modèle numérique, l'algorithme de contact peut être raffiné en utilisant l'algorithme de multiplicateur de Lagrange au lieu de l'algorithme de la

pénalité. Cela permettra de réduire les fluctuations de la force de contact afin d'obtenir des forces de contact plus stables.

Annexe 1

A.1 Structure du code ra3d

L'approche numérique est implémenté dans un outil appelé ra3d. C'est un programme écrit en langage c. Dans cette section, nous allons présenter la structure du code ra3d. En plus du fichier source du code, nous utilisons plusieurs fichiers. Un fichier de données qui contient les paramètres de simulation. Un fichier.pro qui décrit les profils du cylindre et du plan. À la fin d'une simulation, on enregistre les résultats dans un fichier de résultat. Par exemple, on peut enregistrer l'évolution temporelle de la déformée radiale du cylindre, la force totale de contact, etc.

A.1.0.4 Fichier de données

Le fichier de données contient tous les paramètres nécessaires à une simulation. La structure générale du fichier de données est la suivante : Le fichier commence par une ou plusieurs lignes de commentaires précédées du symbole '#'. Celles-ci indiquent par exemple le titre, l'auteur et la date. Le fichier contient ensuite plusieurs sections balisées par les mots clés <KEYWORD> et </KEYWORD>. Les sections peuvent être séparées par une ligne blanche ou un simple retour à la ligne. Chaque section est constituée d'une suite de champs et leurs valeurs sous la forme FIELD=value. Par exemple DENSITY=1032. est un champ de la section UPSOLID. Ces champs peuvent être écrits sur une plusieurs lignes. Ils sont séparés par des espaces ou retours à la ligne. L'ordre d'apparition des champs est sans importance.

```
# ligne de commentaire
<KEYWORD>
FIELD1=value1 FIELD2=value2 ...
</KEYWORD>
```

Quatre sections doivent être présentes dans le fichier de données. Ces sections peuvent apparaître dans un ordre quelconque. Elles portent les mots clés UPSOLID, DOWNSOLID, CONTACT et SIMULATION. Les champs de la section <UPSOLID> décrivent les propriétés du matériaux et la géométrie du cylindre. Ils sont listés comme suit,

- DENSITY : masse volumique du matériau ($kg.m^{-3}$)
- YOUNG : module d'Young du matériau (Pa)
- X-BENDING_STIFFNESS : rigidité en flexion du cylindre dans la direction longitudinale N/m
- Y-BENDING_STIFFNESS : rigidité en flexion du cylindre dans la direction latérale N/m
- POISSON : coefficient de Poisson
- FOUNDATION : raideur par unité de surface due à la compressibilité de l'air interne N/m^3
- TENSION : tension de précontrainte produite par la pression de l'air du cylindre N/m

- DAMPING : coefficient d'amortissement modal identique pour tous les modes du cylindre
- THICKNESS : épaisseur du cylindre (m)
- WIDTH : largeur du cylindre (m)
- LENGTH : périmètre du cylindre (m)
- PROFILE : nom du fichier *.pro qui décrit le profil du cylindre.
- EDGES : Type de conditions aux limites.
- MODE : nombre de modes du cylindre
- BODY_MODE : modes de corps rigide.
- SUSENSION_STIFFNESS : raideur de la suspension (N/m)
- SUSENSION_DAMPING : amortissement de la suspension
- GRAVITY : 1 : si la force de gravité est prise en compte et 0 : sinon
- ORIGINX : position du profil du cylindre par rapport le plan selon l'axe x .
- ORIGINY : position du profil du cylindre par rapport le plan selon l'axe y .

Cette section se termine par la balise </UPSOLID>.

La deuxième section <DOWNSOLID> décrit les propriétés du plan. Elle contient les mêmes champs que <UPSOLID> Cette section se termine par la balise </DOWNSOLID>.

Les paramètres de contact sont détaillés dans la section <CONTACT>. Il s'agit de,

- SPEED : vitesse horizontale selon l'axe x ($m.s^{-1}$)
- START_DELAY : une option de retard au démarrage pour calculer la position d'équilibre avant le glissement (s)
- DELTAX : écart initial entre le cylindre et le plan selon l'axe des abscisses x (m)
- DELTAY : écart initial entre le cylindre et le plan selon l'axe des ordonnées y (m)
- DELTAZ : écart vertical initial entre le cylindre et le plan (m).

Cette section se termine par la balise </CONTACT>.

La dernière section est <SIMULATION>. Elle contient les paramètres numériques pour une simulation

- DURATION : durée de simulation (s)
- TIME_STEP : pas de temps (s)
- SAMPLING : fréquence d'échantillonnage pour l'enregistrement des résultats (Hz)
- PENALTY : coefficient de pénalité ($N.m^{-3}$)

Cette section se termine par la balise </SIMULATION>.

Voici un exemple de fichier de données. # Fichier de données pour le code rollingnoise

```
# Z. Bazari 25/04/2015
```

```
<UPSOLID>
```

```
DENSITY=1000. YOUNG=1e6 X-BENDING_STIFFNESS=4 Y-BENDING_STIFFNESS=4
FOUNDATION=1 TENSION=1 POISSON=0.3 DAMPING=0.2 LENGTH=0.5 EDGES=PPSS
BODY_MODE=1 SUSENSION_STIFFNESS=1 SUSENSION_DAMPING=1 THICKNESS=1. MODE=10
GRAVITY=1 ORIGINX=0 ORIGINY=0 PROFILE=cylinder.pro
</UPSOLID>
```

```
<DOWNSOLID>
```

```
DENSITY=1000. YOUNG=1e6 X-BENDING_STIFFNESS=0 Y-BENDING_STIFFNESS=0
FOUNDATION=0 TENSION=0 POISSON=0.3 DAMPING=0.2 LENGTH=0.5 EDGES=PPSS
```

```

BODY_MODE=0 SUSENSION_STIFFNESS=0 SUSENSION_DAMPING=0 THICKNESS=1. MODE=0
GRAVITY=0 PROFILE=plan.pro
</DOWNSOLID>

<CONTACT>
SPEED=0.1 START_DELAY=1.0 DELTAX=0. DELTAY=0. DELTAZ=0.45
</CONTACT>

<SIMULATION>
DURATION=40. TIME_STEP=1e-05 SAMPLING=20 PENALTY=1e9
</SIMULATION>

```

A.1.0.5 Fichier de topographie

Chaque profil est décrit par un fichier.pro qui contient plusieurs lignes. La première ligne indique le type du profil par exemple gaussien. La troisième ligne représente les axes de mesure. Sur la cinquième ligne, on a le nombre de noeuds N_x et N_y selon les axes x et y . Sur la sixième ligne est exprimé le pas spatial en μm selon les axes x et y . Les altitudes sont définies à partir de la neuvième ligne. Le fichier contient N_x lignes et N_y colonnes. Voici un exemple de fichier pro pour le plan.

```

V2
npic
XY
0
10 5
10e+03 10+03
0
0
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00
0.00 0.00 0.00 0.00 0.00

```

A.1.0.6 Fichier de résultats

Le fichier de résultats contient cinq grandes parties. La première partie est l'entête du fichier en commentaires précédés du symbole '#'. Elle contient des informations sur la si-

mulation comme le nom et la version du code sur la première ligne. La deuxième ligne nous donne la date et l'heure de création du fichier de résultat. Ensuite, le temps *CPU* du calcul sur la troisième ligne. Sur la quatrième ligne, nous avons le nom du fichier de données. Enfin, le nom du fichier de résultats sur la cinquième ligne.

La deuxième partie reprend à l'identique tous les paramètres présents dans le fichier de données. L'objectif est d'avoir un fichier de résultat complet à partir duquel, on a les résultats de simulation mais aussi toutes les données.

Dans la partie <UPPROFILE> nous retrouvons les champs qui décrivent le profil du cylindre

- NODEX : nombre de noeuds du cylindre selon l'axe x
- NODEY : nombre de noeuds du cylindre selon l'axe y
- SPACESTEPX : pas spatial de discrétisation selon l'axe x (m)
- SPACESTEPY : pas spatial de discrétisation selon l'axe y (m)
- PROFILE= : contient les altitudes du cylindre (m) avec N_x lignes et N_y colonnes. N_x et N_y sont respectivement le nombre de noeud suivant l'axe x et y .

Cette partie se termine par la balise </UPPROFILE>.

De la même manière, les champs décrivant le profil du plan sont décrit dans la partie <DOWNPROFILE>

La dernière partie se compose de résultats de simulation. Par exemple, l'évolution temporelle de la déformée radiale du cylindre, la force totale de contact, etc. Elle est répartie en plusieurs sections.

Dans la première section <UPMODE>, nous retrouvons les éléments modaux du cylindre. Ces éléments sont listés comme suit,

- FREQUENCY : fréquences propres du cylindre Hz
- SHAPE : modes propres du cylindre (m)

Cette section se termine par la balise </UPMODE>.

Ensuite on a une section <POSITION> où on enregistre l'évolution temporelle de la position du cylindre à chaque pas du temps,

- DELTAX : écart à l'instant t entre le cylindre et le plan selon l'axe des abscisses x (m)
- DELTAY : écart à l'instant t entre le cylindre et le plan selon l'axe des ordonnées y (m)
- DELTAZ : écart vertical à l'instant t entre le cylindre et le plan (m)

Cette section se termine par la balise </POSITION>. La section suivante est <UPVIBRATION>. Elle contient la déformée u du cylindre.

- VIBRATION : déformée $u(t, x, y)$ du cylindre. Il y a N_t lignes correspondant au nombre total des instants de sauvegarde.

Cette section se termine par la balise </UPVIBRATION>.

Dans la section <RESPONSE> sont sauvegardés la vitesse vibratoire et la valeur efficace de la vitesse vibratoire. Ces éléments sont listés comme suit,

- SOLID : Type de solide : 0 pour le cylindre et 1 pour le plan.
- POSITION : abscisse et ordonné d'un point récepteur choisi par l'utilisateur sur le cylindre.
- VELOCITY : évolution temporelle de la vitesse vibratoire au point récepteur.
- RMS : valeur efficace ou valeur moyenne quadratique de la vitesse vibratoire.

Cette section se termine par la balise </RESPONSE>.

La section <UPCONTACT> se compose de la force de contact exercée sur le cylindre, enregistrée sous la forme de trois tableaux selon le format Yale Sparse Matrix (Annexe 1).

- **FORCE** : valeurs non nulles de force de contact
- **NUMBER** : nombre total d'instant où la force de contact est non nulle.
- **IND_X** : numéro de la première valeur dans l'élément FORCE dans la direction x
- **IND_Y** : numéro de la première valeur dans l'élément FORCE dans la direction y
- **PTR** : contient Nt lignes. La n ième ligne indique les noeuds où la force de contact est appliquée
- **POWER** : valeurs non nulles de puissance induite par la force de contact
- **TOTAL_CONTACT_FORCE** : force totale de contact en fonction du temps
- **TOTAL_CONTACT_POWER** : puissance totale de contact en fonction du temps

Cette section se termine par la balise </UPCONTACT>.

B.1 Présentation du code DySiRoN

L'approche numérique est implémentée dans un code nommé DySiRoN (Dynamic Simulation of Rolling Noise)[65], crée et développé par le laboratoire d'acoustique environnementale (LAE) à L'institut français des sciences et technologies des transports, de l'aménagement et des réseaux (l'IFSTTAR). C'est un programme écrit en langage *matlab*. Il permet de calculer les forces de contact, l'état de déformation du pneu à chaque instant. Le code permet également le calcul du bruit rayonné par le pneumatique prenant en compte l'effet dièdre. Dans cette section, nous allons présenter le code DySiRoN.

Le code DySiRoN est séparé en deux programmes *DySiRoN.m* et *dysiron_sub.m* qui se situent dans un répertoire choisi par l'utilisateur par exemple "simulation". Le premier programme est le programme principale. Il permet de créer l'interface graphique et contient tout les callback des fonctions de calcul. Ces fonctions sont codés dans le deuxième programme *dysiron_sub.m*. Pour exécuter le code nous tapons dans la fenêtre de commande de matlab la commande DySiRoN. On obtient alors une interface graphique (figure B.1). Sur cette interface, on commence par créer une nouvelle simulation ou ouvrir une simulation existante. Cette première étape permet de créer un répertoire composé de quatre autres répertoires : texture, fores, vibration et bruit où seront sauvegarder les résultats de simulation. Ensuite,

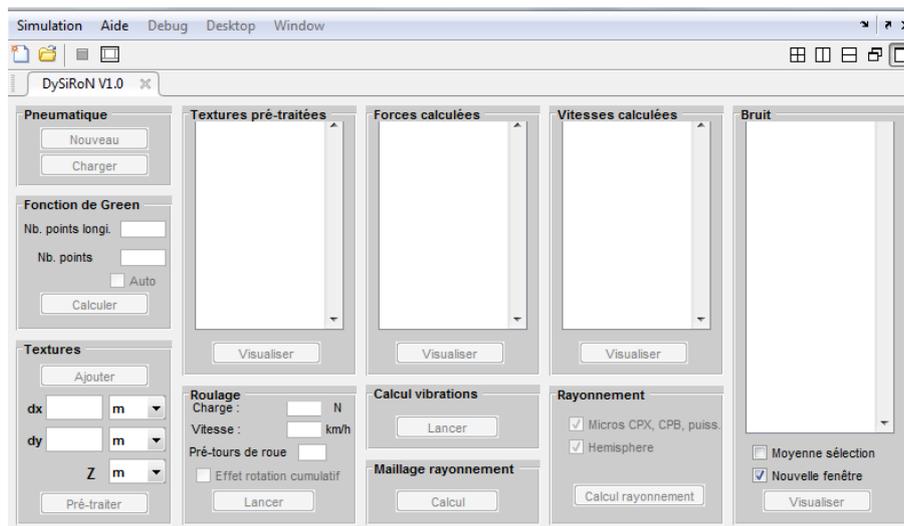


FIGURE B.1 – Vue de l'interface de DySiRoN

en cliquant sur la case pneumatique, nous avons le choix entre la création d'un nouveau pneumatique ou le chargement des paramètres d'un pneumatique existant. Un répertoire

s'appelle "pneu" est créée et une nouvelle fenêtre apparaît comme le montre la figure B.2. Sur cette fenêtre on renseigne les valeurs numériques de la plaque orthotrope (dimensions, rigidités de flexion, tension, la largeur de la bande de roulement,...), les paramètres de la gomme (module de Young $E = 4\text{MPa}$ et coefficient de Poisson $\mu = 0.5$). Les valeurs numériques utilisées sont celles de la plaque orthotrope présentées dans le chapitre 2. Puis on enregistre ces paramètres dans le répertoire "simulation/pneu".

L'étape suivante consiste en calcul de la fonction de Green de la plaque orthotrope en précisant le nombre de points de discrétisation dans les directions longitudinale et latérale. Le résultat est sauvegardé dans le répertoire "simulation/pneu". Puis, nous procédons au pré-traitement de texture pour supprimer les grandes longueurs d'onde. 5 revêtements ont été choisis pour ce mémoire. Ils sont décrits dans le chapitre 2. Pour chaque texture, nous sélectionnons un fichier.mat qui contient les altitudes de texture en mm obtenu par le système de mesure in situ décrit en chapitre 3. Les revêtements pré-traités sont sauvegardés dans le répertoire "simulation/textures". Une fois les paramètres du pneu et de route sont définis, on fixe la charge à 2500 N qui correspond à la somme de la charge totale appliquée de 2451 N ($1/4$ masse du véhicule) et le poids du pneumatique de 69 N . La vitesse de roulement est également fixée (la vitesse de référence est de 90 km/h). On lance alors la simulation de roulement d'un pneu lisse sur une route rugueuse. Pour chaque texture, les forces de contact sont calculées en premier, suivies par les vitesses vibratoires et enfin le bruit rayonné calculé à l'aide de la méthode des éléments finis de frontière.

FIGURE B.2 – Vue de l'interface des paramètres du pneu

Bibliographie

- [1] Projet amesim (apprentissage de la modélisation pour l'étude des systèmes industriels mécaniques). Technical report, Université Numérique Ingénierie et Technologie (UNIT). (Cité en page 97.)
- [2] *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques*. Gauthier-Villars, University of Michigan, 1985. (Cité en pages 19, 20 et 23.)
- [3] *Le pneu : Le confort mécanique et acoustique*. Clermont-Ferrand, 2001. (Cité en page 7.)
- [4] *Foundation of statistical energy analysis in vibroacoustics*. Oxford University Press, 2015. (Cité en pages 59, 60 et 66.)
- [5] Bourguine A. *Sur une approche statistique de la dynamique vibratoire des structures*. PhD thesis, université Paris-Sud, Orsay, 1973. (Cité en page 60.)
- [6] Fadavi A., Duhamel D., Klein P., and Anfosso-Lédée F. Tire/road noise : 3d models for horn effect. In *Internoise*, Nice France, 2000. (Cité en page 12.)
- [7] Le Bot A. and Cotoni V. Validity diagrams of statistical energy analysis. *Journal of Sound and Vibration*, pages 221–235, 2010. (Cité en page 64.)
- [8] Le Bot A., Bazari Z., Klein P., and Lelong J. Statistical analysis of vibration in tyres. *Journal of Sound and Vibration*, (392) :187–199, 2017. (Cité en pages 49, 51, 52, 57, 58, 59, 60, 64, 78, 174 et 175.)
- [9] Sameur A. *Modèle de contact pneumatique/chaussée pour la prévision du bruit de roulement*. PhD thesis, École Nationale des Ponts et Chaussées, 2004. (Cité en pages 20, 23 et 173.)
- [10] Chang Y. B., Yang T. Y., and Soedel W. Dynamic analysis of a radial tire by finite elements and modal expansion. *Journal of Sound and Vibration*, (96(1)) :1–11, 1984. (Cité en page 12.)
- [11] Duhamel D., Mace B. R., and Brennan M. J. Finite element analysis of the vibrations of waveguides and periodic structures. *Journal of Sound and Vibration*, (249) :205–220, 2006. (Cité en pages 12 et 16.)
- [12] Rochoux D. and Biesse F. Respective weight of tire vibration and air pumping in the road texture noise. In *Proceedings of ISMA2010 including USD2010*, pages 4065–4080, 2010. (Cité en page 9.)
- [13] Ministère de l'Écologie de l'Énergie du Développement durable et de la Mer en charge des Technologies vertes et des Négociations sur le climat. Amélioration de la qualité de l'environnement sonore. Technical report, Dossier de presse, 2010. (Cité en page 1.)
- [14] EDF. Post-traitement des calculs modaux avec choc. Technical report, Copyright 2015 EDF R&D, 2015. (Cité en pages 116 et 152.)
- [15] Anfosso-Lédée F. The effect of road absorption on tyre-road horn effect. In *CFA / DAGA*, Strasbourg France, 2004. (Cité en page 12.)
- [16] Anfosso Ledee F. and Cesbron J. Bruit de roulement automobile : influence du revêtement de chaussée. In *Bruits et Vibrations*. Coll. Environnement - Sécurité, page 25p. TECHNIQUES DE L'INGENIEUR, January 2013. (Cité en pages 9, 11 et 173.)

- [17] Anfosso-Lédée F., Klein P., Fadavi A., and Duhamel D. Tire/road noise : comparison of 2d and 3d models for horn effect. In *Proceedings of Internoise*. (Cité en page 12.)
- [18] Conte F. *Modélisation CFD du phénomène acoustique de pompage d'air dans un contact pneumatique/chaussée*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2008. (Cité en page 9.)
- [19] Conte F. and Klein P. 3D CFD modelling of air pumping noise from road cavities with constant volume. In *Internoise 2013 : 42nd International Congress and Exposition on Noise Control Engineering*, page 10 p, Austria, September 2013. (Cité en page 9.)
- [20] Graff K. F. Wave motion in elastic solids. *Front Cover Ohio State University Press*, 1975. (Cité en page 51.)
- [21] Wullens F. and Kropp W. A three-dimensional contact model for tyre/road interaction in rolling conditions. *Acta Acustica united with Acustica*, (90) :702–711, 2004. (Cité en pages 18, 19 et 173.)
- [22] MICRO-EPSILON FRANCE. scancontrol 2d/3d laser-scanner (capteurs de profil \tilde{A} ligne laser). Technical report, Le Parc Club Université \tilde{A} ©, 29 rue Jean Rostand \hat{A} . F-91893 Orsay Cedex. (Cité en page 40.)
- [23] Bécot F.X. *Tyre noise over impedance surfaces; Efficient application of the Equivalent Sources method*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon and Chalmers university of technology Goteborg Sweden, 2003. (Cité en page 12.)
- [24] Bécot F.X., Barrelet S., and Kropp W. On the sound radiation from tyres. In *Internoise*, Nice France, 2000. (Cité en page 12.)
- [25] Dubois G. *Modèle de contact dynamique pneumatique/chaussée par approche multi-aspérités : application au bruit de roulement*. PhD thesis, École Centrale de Nantes - Université de Nantes, 2012. (Cité en pages 26, 30, 31, 106, 107, 173, 174 et 176.)
- [26] Dubois G., Cesbron J., Yin H.P., and Anfosso-Lé dé e. Macro-scale approach for rough frictionless multi-indentation on a viscoelastic half-space. *Wear*, (272) :69–78, 2011. (Cité en page 106.)
- [27] Graf R. A. G., Kuo C.-Y., Dowling A. P., and W. R. Graham. On the horn effect of a tyre/road interface, part i : experiment and computation. *Journal of Sound and Vibration*, (256) :417–431, 2002. (Cité en page 12.)
- [28] Zavarise G. A superlinear convergent augmented lagrangian procedure for contact problems. *Engineering Computations*, 16(1) :88–119, 1999. (Cité en page 84.)
- [29] Kim B.S. and Kim G.J. The identification of sound generating mechanisms of tyres. In *Applied Acoustics*, pages 114–133, 2007. (Cité en page 12.)
- [30] Dang H. *Dynamique des interfaces multicontact*. PhD thesis, École centrale de Lyon, 2013. (Cité en pages 83, 107 et 176.)
- [31] Dang H., Le Bot A., Perret-Liaudet J., and Scheibert J. Direct numerical simulation of dynamics of sliding rough surfaces. *Computational Mechanics*, 52 :1169–1183, 2013. (Cité en page 106.)
- [32] Arteaga I. Green's functions for a loaded rolling tyre. *International Journal of Solids and Structures*, (48) :3462–3470, 2011. (Cité en page 127.)

- [33] Catalifaud J. and RDS M. Acoustique industrielle analyse. Rapport technique, 01 dB Stell. MV technologies group. (Cité en page 41.)
- [34] Cesbron J. *Influence de la texture de chaussée sur le bruit de contact pneumatique/chaussée*. PhD thesis, École Centrale de Nantes Université de Nantes, 2007. (Cité en pages 11, 12, 23, 24, 25, 29, 30, 173 et 174.)
- [35] Cesbron J., Anfosso-Lédée F., Duhamel D., Yin H.P., and Le Houédec D. Experimental study of tyre/road contact forces in rolling conditions for noise prediction. *Journal of Sound and Vibration*, 2009. (Cité en page 51.)
- [36] Dubois G. and Cesbron J., Yin H.P., and Anfosso-Lédée F. Numerical evaluation of tyre/road contact pressures using a multi-asperity approach. *International Journal of Mechanical Sciences*, (54) :84–94, 2012. (Cité en page 51.)
- [37] Eisenblaetter J., Walsh S., and Krylov V. Air-related mechanisms of noise generation by solid rubber tyres with cavities. *Applied Acoustics*, 71(9) :854 – 860, 2010. (Cité en page 9.)
- [38] Hokkanen J. *Introduction of a segment-to-segment penalty contact formulation*. PhD thesis, Aalto University School of Engineering, January 24 2014. (Cité en page 84.)
- [39] Mead D. J. A general theory of harmonic wave propagation in linear periodic systems with multiple coupling. *Journal of Sound and Vibration*, (27) :235–260, 1973. (Cité en pages 15, 16 et 173.)
- [40] Mead D. J. Wave propagation and natural modes in periodic systems : mono-coupled systems. *Journal of Sound and Vibration*, (40) :1–18, 1975. (Cité en page 15.)
- [41] Mead D. J. Wave propagation and natural modes in periodic systems : multi-coupled systems with and without damping. *Journal of Sound and Vibration*, (40) :19–39, 1975. (Cité en page 15.)
- [42] Mead D. J. Wave propagation in continuous periodic systems. *Journal of Sound and Vibration*, (190) :495–524, 1976. (Cité en page 15.)
- [43] Perisse J. A study of radial vibrations of a rolling tyre for tyre-road noise characterisation. *Mechanical systems and signal processing*, pages 1043–1058, 2002. (Cité en pages 71 et 126.)
- [44] Périssé J., Clairet J.M., and Hamet J.F. Modal testing of a smooth tire in low and medium frequency-estimation of structural parameters. San Antonio, USA, February 2000. (Cité en page 55.)
- [45] Winroth J., Hoever C., Kropp W., and Beckenbauer T. The contribution of air-pumping to tyre/road noise. In *Proceedings of AIA-DAGA*, pages 1594–1597, 2013. (Cité en page 9.)
- [46] Hamet J.F. Tire/road : time domain green’s function for the orthotropic plate model. *Acta Acustica united with Acustica*, 87 :470–474, 2001. (Cité en pages 12, 13 et 173.)
- [47] Hamet J.F, Deffayet C., and Pallas M. A. Air pumping phenomena in road cavities. In *International Tire/Road Noise Conference*, othenburg, Sweden, 1990. (Cité en page 9.)
- [48] Iwao K. and Yamazaki I. A study on the mechanism of tire/road noise. *JSAE Review*, (17), 1996. (Cité en pages 7 et 173.)

- [49] Larsson K. Numerical modelling of the tyre/road contact. In *Forum Acusticum*, Sevilla, Spain. (Cité en pages 18 et 173.)
- [50] Larsson K. and Kropp W. A high-frequency three-dimensional tyre model based on two coupled elastic layers. *Journal of Sound and Vibration*, (253) :889–908, 2001. (Cité en pages 12, 14, 17 et 173.)
- [51] Brillouin L. Wave propagation in periodic structures. In *Dover publications*, New York, 1953. (Cité en page 15.)
- [52] Gry L. Dynamic modelling of railway track based on wave propagation. *Journal of Sound and Vibration*, (500) :195–477, 1997. (Cité en page 15.)
- [53] Richards T. L. Finite element analysis of structural-acoustic coupling in tyres. *Journal of Sound and Vibration*, (149) :235–243, 1990. (Cité en page 12.)
- [54] Kung L.E., Sodel W., and Yang T.Y. Free vibration of a pneumatic tire wheel unit using a ring on a elastic foundation and a finite element model. *Journal of Sound and Vibration*, (107) :181–194, 1986. (Cité en pages 12, 15 et 173.)
- [55] Bérengier M., Cesbron J., Klein Ph., Béguère A., Conte F., Tian B., Palhevani L., Duhamel D., Wang B., Pouteau B., and Coquelle E. Odsurf : Modélisation et réalisation d’une couche de roulement de chaussée optimisée, dense et peu bruyant. Technical report, ADRME 11 17 C0038 213 pages, 2016. (Cité en pages 37, 39, 40, 41 et 174.)
- [56] Olsson M. On the fundamental moving load problem. *Journal of Sound and Vibration*, 145(2) :299–307, 1991. (Cité en pages 93, 95 et 156.)
- [57] Dodge R. N., S. K. Clark, and Vahidi B. The dynamic stiffness of a pneumatic tire model. Technical report, Society of automotive engineers. Department of Engineering Mechanics, University of Michigan, march 1995. (Cité en page 12.)
- [58] Andersson P., Larsson K., and Kropp W. A method for experimental collection of global material data for tires. *Nordic Vib*, 2001. (Cité en page 55.)
- [59] Jean P. A multi domain bem approach. application to outdoor sound propagation and tyre noise. In *Euronoise*, Tampere Finland, 2006. (Cité en page 12.)
- [60] Klein P. Horn effect characterisation for tire-road noise radiation. In *Inter Noise*, 2000. (Cité en page 10.)
- [61] Klein P. Tyre noise horn effect on an absorbing road surface-semi analytical modelling using the multipole synthesis. In *Forum Acusticum*, Sevilla Spain, September 2002. (Cité en page 12.)
- [62] Klein P. and Hamet J.F. Road texture and rolling noise : an envelopment procedure for tire-road contact. Technical report, L’Institut français des sciences et technologies des transports, de l’aménagement et des réseaux, 2004. (Cité en pages 21, 22, 23 et 173.)
- [63] Klein P. and Hamet J.F. The correlations between texture related quantities and the tyre radiated noise levels evaluated from a dynamic rolling model. In *Proceedings of Euronoise*, Tampere Finland, 2006. (Cité en pages 22, 28, 29, 173 et 174.)
- [64] Andersson P.B.U. and Kropp W. Time domain contact model for tyre/road interaction including nonlinear contact stiffness due to small-scale roughness. *Journal of Sound and Vibration*, (318) :296–312, 2008. (Cité en page 51.)

- [65] Klein Ph and Périse J. Silent road for urban and extra urban use : Tyre-road noise mechanisms. *SIRUUS PROJECT : rapport technique*, 1999. (Cité en page 165.)
- [66] Dohrmann C. R. Dynamics of tyre wheel suspension assembly. *Journal of Sound and Vibration*, (210) :627–642, 1998. (Cité en pages 12, 13, 14 et 173.)
- [67] Mace B. R., Duhamel D., and Brennan M. J. Finite element prediction of wave motion in structural waveguides. *Journal of the Acoustical Society of America*, (117) :2835–2843, 2005. (Cité en page 16.)
- [68] Meftah R. *Une approche par formalisme de Green réduit pour calcul des structures en contact dynamique : Application au contact pneumatique/chaussée*. PhD thesis, Université Paris-Est ENPC, 2011. (Cité en pages 20, 21 et 173.)
- [69] Pinnington R. J. & Briscoe A. R. A wave model for a pneumatic tyre belt. *Journal of Sound and Vibration*, (253(5)) :941–959, 2002. (Cité en page 12.)
- [70] Keltie R.F. Analytical model of the truck tire vibration sound mechanism. *Journal of the Acoustical Society of America*, (71(2)) :359–367, 1981. (Cité en page 12.)
- [71] Finnveden S. Formulas for modal density and for input power from mechanical and fluid point sources in fluid filled pipes. *Journal of Sound and Vibration*, pages 705–728, 1997. (Cité en page 15.)
- [72] Finnveden S. Spectral finite element analysis of the vibration of straight fluid-filled pipes up to high frequencies. *Journal of Sound and Vibration*, (199) :125–154, 1997. (Cité en page 15.)
- [73] Finnveden S. Finite element techniques for evaluation of energy flow parameters. In *In proceeding of the Novem*, pages 235–260, Lyon, 2000. (Cité en page 15.)
- [74] Kim S., Jeong W., and Park Yet Lee S. Prediction method for tire air-pumping noise using a hybrid technique. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 119, 2006. (Cité en page 9.)
- [75] Saigal S., Yang T.Y., Kim H.W., and Sodel W. Free vibration of a tire as a toroidal membrane. *Journal of Sound and Vibration*, (107(1)) :71–82, 1986. (Cité en page 12.)
- [76] Laursen T.A. Computational contact and impact mechanics : Fundamentals of modeling interfacial phenomena in nonlinear finite element analysis. *Engineering Online Library. Springer*, 2003. (Cité en page 82.)
- [77] Sandberg U. Tyre/road noise - myths and realities. In *International Congress and Exhibition on Noise Control Engineering INTER-NOISE*, The Hague The Netherlands, aug 2001. (Cité en page 106.)
- [78] Sandberg U. and Descornet G. Road surface influence on tire/road noise. In *International Conference on Noise Control Engineering*, Florida, 1980. (Cité en pages 7, 8, 9, 10, 27 et 173.)
- [79] Sandberg U. and Ejsmont J.A. *Tyre/road noise reference book*. Informex Harg SE-59040 Kisa Sweden, 2002. (Cité en pages 1, 10, 11 et 173.)
- [80] Flotow V. Disturbance propagation in structural networks. *Journal of Sound and Vibration*, (106) :433–450, 1986. (Cité en page 15.)

-
- [81] Kropp W. Structure-borne sound on a smooth tyre. In *Applied Acoustics*, number 20, pages 181–192. (Cité en pages 12 et 59.)
- [82] Kropp W. *Ein Modell zur Beschreibung des Rollgerausches eines unprofilierten Gurtelreifens auf rauher Strassenoberfläche*. PhD thesis, T U Berlin, 1992. (Cité en pages 10, 12, 13, 16, 17, 51, 55 et 173.)
- [83] Kropp W., Bécot F. X., and Barrelet S. On the sound radiation of rolling tyre. In *Acustica-Acta acustica*, number 86, pages 769–779, 2000. (Cité en page 12.)
- [84] Kuo C. Y., Graf R. A. G., Dowling A. P., and Graham W. R. On the horn effect of a tyre/road interface, part ii : asymptotic theories. *Journal of Sound and Vibration*, (256(3)) :433–445, 2002. (Cité en page 12.)
- [85] Nakashima Y. and Wong J.Y. A three dimensional tire model by the finite element method. *Journal of Terramechanic*, 30 :21–34, 1993. (Cité en page 12.)

Table des figures

1.1	Localisation des sources de bruit de roulement sur le pneumatique [48].	7
1.2	Mécanismes d'origine mécanique : vibrations radiales et tangentielles, phénomènes de "stick/snap" et de "stick/slip" [78].	8
1.3	Mécanismes aérodynamiques : "air pumping" [16].	9
1.4	Résonance mécanique du pneumatique [79].	10
1.5	Mécanismes d'amplification : résonance de tuyau (a) et résonance de Helmholtz (b) [79].	11
1.6	Mécanismes d'amplification : effet dièdre (1) et résonance acoustique du pneumatique (2) [16].	11
1.7	Modèle complet pour le bruit de contact pneumatique/chaussée [34].	12
1.8	Modèle de la plaque orthotrope [82].	13
1.9	Fonction de Green de la plaque orthotrope dans le domaine temporel [46].	13
1.10	Modèle de plaque bi-couche [50].	14
1.11	Modèle de pneumatique de Dohrmann [66].	14
1.12	Premiers modes propres du pneumatique - modèle de Dohrmann [66].	14
1.13	Modèle de pneumatique de Kung [54].	15
1.14	Schéma d'une partie d'un système périodique bidimensionnel [39].	16
1.15	Modèle Kropp, notations géométriques [82].	17
1.16	Géométrie et notation [50].	17
1.17	Répartition de la force dans la zone de contact en fonction du temps [49].	18
1.18	Comparaison des accélérations radiales calculées et mesurées à 80 km/h (gauche), et spectres de puissance moyens (droite) [21].	19
1.19	Méthode multi-points pour le contact pneumatique/chaussée [9].	20
1.20	Comparaison des forces de contact : -o- Methode de la pénalité - - Meftah [68].	21
1.21	Notations, a)- Contact bidimensionnel entre un indenteur et un massif élastique, (b)- Massif élastique [63].	22
1.22	Exemple de profil de texture enveloppée : déformée du massif de gomme (en haut) et distribution de pression (en bas) [63].	22
1.23	Texture enveloppée obtenue pour trois revêtements routiers et différents modules de Young [62].	23
1.24	Distribution de la pression pour un profil plan lisse [62].	23
1.25	Contact entre un massif semi-infini élastique et une surface rugueuse [34].	24
1.26	Géométrie des pointes [34].	25
1.27	Comparaison entre la MIM et la MIDE à macro et micro-échelle [34].	25
1.28	Comparaison entre la méthode multi-aspérités (traits continus) et la MIM (croix) des forces de contact pour l'aspérité centrale (à gauche) et pour les aspérités sur les bords (à droite) [25].	26
1.29	Courbes d'isocorrélation à 80 km/h pour quatre types de pneumatique. Les pneus X et S : pneu d'été ; le pneu W : pneu d'hiver et P : pneu lisse [78].	27

1.30	Courbes d'isocorrélation entre les niveaux de texture et le bruit à 80 km/h (à gauche) et coefficient de corrélation ente les nivaux de texture enveloppée et de bruit pour différents module de Young E (à droite) [63].	28
1.31	Comparaison du niveau de bruit global calculé en utilisant le modèle dynamique de l'INRETS et de celui estimé par méthode statique en utilisant la texture brute, texture enveloppée et la force au moyeu [63].	28
1.32	Comparaison entre le niveau de bruit global mesuré et prédit [63].	29
1.33	Isocorrélation entre les niveaux de force f_F et le bruit mesuré f_B [34].	30
1.34	Coefficient de corrélation force/bruit mesurés à 30 km/h pour deux couples de fréquences [34].	30
1.35	Courbes d'isocorrélation entre les niveaux de force et le bruit mesuré à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour un pneumatique lisse [25].	31
1.36	Coefficient de corrélation force/bruit mesurés à 50 km/h (à gauche) et à 90 km/h (à droite) pour un pneumatique lisse [25].	31
2.1	Schéma de la composition d'une chaussée.	35
2.2	Photographie du revêtement A	37
2.3	Photographie du revêtement Ap	38
2.4	Photographie du revêtement $E2$	38
2.5	Photographie du revêtement ISO	39
2.6	Photographie du revêtement $M2$	39
2.7	Schéma du capteur laser et principe de balayages successifs de la surface à mesurer [55].	40
2.8	Système de mesure de texture 3D [55].	41
2.9	Vue anamorphosée du revêtement A ; patch de texture de 20 cm x 20 cm	42
2.10	Vue anamorphosée du revêtement Ap ; patch de texture de 20 cm x 20 cm	42
2.11	Vue anamorphosée du revêtement $E2$; patch de texture de 20 cm x 20 cm	43
2.12	Vue anamorphosée du revêtement ISO ; patch de texture de 20 cm x 20 cm	43
2.13	Vue anamorphosée du revêtement $M2$; patch de texture de 20 cm x 20 cm	44
2.14	Spectres de texture par bande de tiers d'octave évalués sur les cinq revêtements A , Ap , $E2$, ISO et $M2$	45
2.15	Densité de probabilité des altitudes des cinq revêtements A , Ap , $E2$, ISO et $M2$	46
3.1	Modèle du pneu : À gauche, un pneu circulaire. À droite, une plaque isotrope équivalente [8].	52
3.2	Modèle du pneu : À gauche, un pneu circulaire. À droite, une plaque orthotrope sous tension équivalente.	53
3.3	Nombres d'onde $k(\omega)$ pour une plaque isotrope représentés dans le plan complexe par rapport à la fréquence.	57
3.4	Nombres d'onde $k(\omega)$ pour une plaque orthotrope représentés dans le plan complexe par rapport à la fréquence : (à droite) la direction circonférentielle; (à gauche) direction latérale [8].	57
3.5	Vitesses d'onde dans la plaque isotrope.	58

3.6	Vitesses d'onde dans la plaque orthotrope : direction longitudinale (à droite); direction axiale (à gauche)[8].	58
3.7	Densité modale de la plaque isotrope en fonction de la fréquence. +, densité modale analytique obtenue par le comptage de modes par l'équation (3.39); -, densité modale asymptotique déterminée par l'équation (3.40); o, densité par la mobilité estimée à partir de l'équation (3.45)	61
3.8	Densité modale de la plaque orthotrope en fonction de la fréquence. +, densité modale analytique obtenue par le comptage de modes par l'équation (3.39); -, densité modale asymptotique déterminée par l'équation (3.40); o, densité par la mobilité estimée à partir de l'équation (3.45)	62
3.9	Effet du recouvrement modal sur la mobilité. (a) M élevé et N faible; (b) M élevé et N élevé; (c) M faible et N faible et (d) M faible et N élevé	63
3.10	Effet de l'atténuation des ondes sur le champ vibratoire. À gauche, atténuation faible, à droite, atténuation élevée [8].	64
3.11	Écart-type relatif de la répartition spatiale de l'énergie dans le plan fréquence et facteur d'amortissement sous un point d'excitation pour une plaque isotrope. Le point A appartient à la zone de comportement modal. Le point B est dans la zone de champ diffus. Le point C se trouve dans la zone de champ direct.	67
3.12	Écart-type relatif de la répartition spatiale de l'énergie dans le plan fréquence et facteur d'amortissement sous un point d'excitation pour une plaque orthotrope. Le point A appartient à la zone de comportement modal. Le point B est dans la zone de champ diffus. Le point C se trouve dans la zone de champ direct où les rayons sont fortement absorbés.	68
3.13	Présentation de trois champs d'une plaque isotrope. (1), champ modal. (2), champ diffus et (3), champ direct.	69
3.14	Présentation de trois champs d'une plaque orthotrope. (1), champ modal. (2), champ diffus et (3), champ direct.	69
3.15	Écart-type relatif de la répartition spatiale de l'énergie dans le plan fréquence et facteur d'amortissement dans une zone de contact. La ligne en noir continue est la droite de l'amortissement réel en fonction de la fréquence.	70
4.1	Modèle de contact : schéma de la configuration initiale de calcul.	76
4.2	Modèle de contact : un cylindre en contact avec un plan (à gauche), zoom sur la zone de contact (à droite).	78
4.3	Discrétisation temporelle.	80
4.4	Schéma d'une surface interpolée.	82
4.5	Schéma d'une surface interpolée (interpolation cubique d'Hermite).	83
4.6	Contact entre la surface esclave et maîtresse.	84
4.7	Scalabilité modale.	91
4.8	Scalabilité spatiale.	91
4.9	Scalabilité temporelle.	92
4.10	Glissement d'un véhicule sur un pont.	93
4.11	Déflexion du pont en fonction de la position du véhicule sur le pont obtenue par le code ra3d et la solution analytique de Olsson.	95
4.12	Force de contact obtenue par le code ra3d en fonction du temps, $V1 = 0.57 \text{ m/s}$. 96	96

4.13	Erreur relative sur la vitesse vibratoire en fonction du pas de temps, - - droite en $x = 6.10^{-5}$ s c'est la limite de stabilité du schéma aux différences finies centrées.	98
4.14	Évolution temporelle de la déformée au centre du pneumatique.	98
4.15	Évolution temporelle de la force de contact au centre du pneumatique.	99
4.16	Évolution temporelle de la force totale de contact pour les cinq revêtements : (a)- <i>A</i> , (b)- <i>Ap</i> , (c)- <i>E2</i> , (d)- <i>ISO</i> et (e)- <i>M2</i> ; simulation ra3d à $V = 90$ km/h.	100
4.17	Évolution temporelle de la force ponctuelle de contact pour les cinq revêtements : (a)- <i>A</i> , (b)- <i>Ap</i> , (c)- <i>E2</i> , (d)- <i>ISO</i> et (e)- <i>M2</i> ; simulation ra3d à $V = 90$ km/h.	101
4.18	Écart types σ_f de la force totale de contact en fonction de la vitesse de glissement pour les cinq revêtements : <i>A</i> , <i>Ap</i> , <i>E2</i> , <i>ISO</i> et <i>M2</i> ; simulation ra3d.	102
4.19	Écart types σ_f de la force ponctuelle de contact en fonction de la vitesse de glissement pour les cinq revêtements : <i>A</i> , <i>Ap</i> , <i>E2</i> , <i>ISO</i> et <i>M2</i> ; simulation ra3d.	102
4.20	Niveau rms de la force ponctuelle de contact en fonction de la vitesse de glissement pour les cinq revêtements : <i>A</i> , <i>Ap</i> , <i>E2</i> , <i>ISO</i> et <i>M2</i> ; simulation ra3d.	103
4.21	Spectre du niveau en tiers d'octave de la force totale de contact pour les revêtements : (a)- <i>A</i> , (b)- <i>Ap</i> , (c)- <i>E2</i> , (d)- <i>ISO</i> et (e)- <i>M2</i> ; simulation ra3d.	104
4.22	Spectre du niveau en tiers d'octave de la force ponctuelle de contact pour les revêtements : (a)- <i>A</i> , (b)- <i>Ap</i> , (c)- <i>E2</i> , (d)- <i>ISO</i> et (e)- <i>M2</i> ; simulation ra3d.	105
4.23	Régression linéaire entre le niveau de bruit et le logarithme en base 10 de la vitesse sur une vitesse de référence (90 km/h) pour la surface <i>E2</i> avec un pneu standard, résultats expérimentaux (mesure de bruit)-Dubois 2012 [25].	106
4.24	Évolution du niveau vibratoire en fonction de la vitesse, simulation numérique 2D glissement pur acier-acier -Dang 2013 [30].	107
4.25	Nombre de chocs par seconde en fonction de la vitesse de glissement [30].	107
4.26	Régression linéaire entre le niveau de vibration et le logarithme de base 10 de la vitesse sur la vitesse de référence V ($V = 90$ km/h); simulation ra3d.	108
4.27	Spectres vibratoires par bande de tiers d'octave évalués sur les cinq revêtements <i>A</i> , <i>Ap</i> , <i>E2</i> , <i>ISO</i> et <i>M2</i> ; simulation ra3d.	108
4.28	Spectres de texture par bande de tiers d'octave évalués sur les cinq revêtements <i>A</i> , <i>Ap</i> , <i>E2</i> , <i>ISO</i> et <i>M2</i> , $V=90$ km/h; simulation ra3d.	109
4.29	Carte de pression instantanée des cinq revêtements : (a)- <i>A</i> , (b)- <i>Ap</i> , (c)- <i>E2</i> , (d)- <i>ISO</i> et (e)- <i>M2</i> ; axe horizontal : axe longitudinal (o,x), axe vertical : axe transversal (o,y); l'avant du pneu (abscisses positives), l'arrière du pneu (abscisses négatives), (sens de glissement : de l'arrière vers l'avant du pneu), simulations ra3d à $V = 90$ km/h.	110
4.30	Carte de pression moyenne des cinq revêtements : (a)- <i>A</i> , (b)- <i>Ap</i> , (c)- <i>E2</i> , (d)- <i>ISO</i> et (e)- <i>M2</i> ; axe horizontal : axe longitudinal (o,x), axe vertical : axe transversal (o,y); l'avant du pneu (abscisses positives), l'arrière du pneu (abscisses négatives), (sens de glissement : de l'arrière vers l'avant du pneu), simulations ra3d à $V = 90$ km/h.	111
4.31	Évolution temporelle de la force de contact en un nœud.	112

4.32	Histogramme et fonction cumulative des probabilités de la force maximale de choc, simulation ra3d, texture <i>Ap</i> , a)- $V = 50 \text{ km/h}$, (b)- $V = 90 \text{ km/h}$; simulation ra3d.	113
4.33	Évolution temporelle de la force de contact en un nœud au centre de la zone de contact pour deux textures et deux vitesses de glissement. (a) : texture <i>Ap</i> , (b) : texture <i>M2</i> ; simulation ra3d.	114
4.34	Évolution temporelle de la force de contact en un nœud au centre de la zone de contact; simulation ra3d.	115
4.35	Histogramme et fonction cumulative des probabilités de la durée de choc, simulation ra3d, texture <i>Ap</i> , (a)- $V=50 \text{ km/h}$, (b)- $V=90 \text{ km/h}$; simulation ra3d.	115
4.36	Histogramme du temps de contact en fonction de la vitesse et de la rugosité; simulation ra3d.	116
5.1	Roulement d'un cylindre sur un plan rugueux.	122
5.2	Effet de la force centrifuge.	127
5.3	Détection de contact point/point	129
5.4	Évolution temporelle de la force totale de contact pour les cinq revêtements : (a)- <i>A</i> , (b)- <i>Ap</i> , (c)- <i>E2</i> , (d)- <i>ISO</i> et (e)- <i>M2</i> ; simulation DySiRoN à $V = 90 \text{ km/h}$	137
5.5	Évolution temporelle de la force ponctuelle de contact pour les cinq revêtements : (a)- <i>A</i> , (b)- <i>Ap</i> , (c)- <i>E2</i> , (d)- <i>ISO</i> et (e)- <i>M2</i> ; simulation DySiRoN à $V = 90 \text{ km/h}$	138
5.6	Écart types σ_f de la force totale de contact en fonction de la vitesse de roulement pour les cinq revêtements : <i>A</i> , <i>Ap</i> , <i>E2</i> , <i>ISO</i> et <i>M2</i> ; simulation DySiRoN.	139
5.7	Écart types σ_f de la force ponctuelle de contact en fonction de la vitesse de roulement pour les cinq revêtements : <i>A</i> , <i>Ap</i> , <i>E2</i> , <i>ISO</i> et <i>M2</i> ; simulation DySiRoN.	139
5.8	Spectre du niveau en tiers d'octave de la force totale de contact pour les cinq revêtements : (a)- <i>A</i> , (b)- <i>Ap</i> , (c)- <i>E2</i> , (d)- <i>ISO</i> et (e)- <i>M2</i> ; simulation DySiRoN à $V = 90 \text{ km/h}$	140
5.9	Évolution temporelle de la force ponctuelle de contact pour les cinq revêtements : (a)- <i>A</i> , (b)- <i>Ap</i> , (c)- <i>E2</i> , (d)- <i>ISO</i> et (e)- <i>M2</i> ; simulation DySiRoN à $V = 90 \text{ km/h}$	141
5.10	Champ vibratoire dans le pneu, revêtement <i>E2</i> , $V = 50 \text{ km/h} = 13.9 \text{ m/s}$, avant du pneu (abscisses positives), arrière du pneu (abscisses négatives); simulation DySiRoN.	142
5.11	Champ vibratoire dans le pneu, revêtement <i>E2</i> , $V = 90 \text{ km/h} = 25 \text{ m/s}$, avant du pneu (abscisses positives), arrière du pneu (abscisses négatives); simulation DySiRoN.	143
5.12	Champ vibratoire dans le pneu, revêtement <i>E2</i> , $V = 110 \text{ km/h} = 30.6$, avant du pneu (abscisses positives), arrière du pneu (abscisses négatives); simulation DySiRoN.	143
5.13	Régression linéaire entre le niveau de vibration et le logarithme de base 10 de la vitesse sur la vitesse de référence (90 km/h); simulation DySiRoN.	144

5.14	Spectres par bande de tiers d'octave évalués sur les cinq revêtements A , Ap , $E2$, ISO et $M2$; simulation DySiRoN, texture Ap , a)-Spectres vibratoires, (b)-Spectres de texture.	145
5.15	Carte de pression des cinq revêtements : (a) – A , (b) – Ap , (c) – $E2$, (d) – ISO et (e) – $M2$; axe horizontal : axe longitudinal (o,x), axe vertical : axe transversal (o,y); l'avant du pneu (abscisses positives), l'arrière du pneu (abscisses négatives), (sens de roulement : de l'arrière vers l'avant du pneu); simulation DySiRoN.	146
5.16	Carte de pression moyenne des cinq revêtements : (a) – A , (b) – Ap , (c) – $E2$, (d) – ISO et (e) – $M2$; axe horizontal : axe longitudinal (o,x), axe vertical : axe transversal(o,y); l'avant du pneu (abscisses positives), l'arrière du pneu (abscisses négatives), (sens de roulement : de l'arrière vers l'avant du pneu); simulation DySiRoN.	147
5.17	Histogramme et fonction cumulative des probabilités de la force maximale de choc, texture Ap , a)- $V=50$ km/h, (b)- $V=90$ km/h; simulation DySiRoN.	149
5.18	Évolution temporelle de la force de contact en un nœud au centre de la zone de contact pour deux textures Ap et A , $V = 90$ km/h; simulation DySiRoN.	150
5.19	Évolution temporelle de la force de contact en un nœud au centre de la zone de contact pour la texture Ap et deux vitesses de glissement 50 km/h et 110 km/h; simulation DySiRoN.	150
5.20	Histogramme et fonction cumulative des probabilités de la durée de choc, texture Ap ,(a)- $V=50$ km/h, (b)- $V=90$ km/h; simulation DySiRoN.	151
5.21	Histogramme du temps de contact en fonction de la vitesse et de la rugosité; simulation DySiRoN.	152
B.1	Vue de l'interface de DySiRoN	165
B.2	Vue de l'interface des paramètres du pneu	166

Liste des tableaux

2.1	Caractéristiques Ra , Rq , RSk et Rku des textures A , Ap , $E2$, ISO et $M2$. . .	45
3.1	Valeurs numériques utilisées de la plaque orthotrope sous tension.	55
3.2	Fréquences propres de la plaque isotrope.	55
3.3	Fréquences propres de la plaque orthotrope sous tension.	55
4.1	Paramètres de référence de simulation du code ra3d.	90
4.2	Dimensions du pneumatique et de la chaussée.	90
4.3	Scalabilité modale.	90
4.4	Scalabilité spatiale	92
4.5	scalabilité temporelle.	93
4.6	Paramètres de simulation du code ra3d utilisés pour le test de validation d'un véhicule roulant sur un pont.	95
4.7	Dimensions du pont et du véhicule.	95
4.8	Valeurs numériques de la plaque orthotrope sous tension.	97
4.9	Aire de contact, pression moyenne et maximale des cinq textures A , Ap , $E2$, ISO et $M2$ - simulations ra3d.	109
4.10	Extrait des 5 premiers chocs, texture Ap , $V=90$ km/h	112
5.1	Comparaison entre les deux codes ra3d et DySiRoN.	134
5.2	Valeurs numériques de la plaque orthotrope sous tension.	136
5.3	Aire de contact, pression moyenne et maximale des cinq textures A , Ap , $E2$, ISO et $M2$; simulation DySiRoN.	148
5.4	Extrait des 5 premiers chocs, texture Ap , $V=90$ km/h; simulation DySiRoN.	148

dernière page de la thèse

AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 25 mai 2016,

Vu la demande du directeur de thèse

Monsieur A. LE BOT

et les rapports de

Mme E. SABOULET-REBOUL

Maître de Conférences - Institut Femto-St - Université de Franche-Comté - 24 chemin de l'épitaïphe - 25000 Besançon

et de

M. H. YIN

Directeur de Recherche - Laboratoire Navier UMR CNRS 8205 - Ecole Nationale des ponts et chaussées - Cité Descartes - 6-8 Avenue Blaise Pascal - 77455 Champs-sur-Marne

Madame BAZARI Zakia

est autorisée à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

Ecole doctorale MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE

Fait à Ecully, le 15 mai 2018

P/Le directeur de l'E.C.L.
La directrice des Etudes

