



Modélisation et simulation du comportement des bétons confinés

Chia Farahmandpour

► To cite this version:

Chia Farahmandpour. Modélisation et simulation du comportement des bétons confinés. Mécanique [physics.med-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2017. Français. NNT : 2017PA066550 . tel-01897526

HAL Id: tel-01897526

<https://theses.hal.science/tel-01897526>

Submitted on 17 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

**Thèse de doctorat
de l'Université Pierre et Marie Curie**

Spécialité : Mécanique-Génie Civil

présentée par :

Chia FARAHMANDPOUR

pour obtenir le grade de :

Docteur de l'Université Pierre et Marie Curie

Titre de la thèse :

Modélisation et simulation du comportement des bétons confinés

COMPOSITION DU JURY :

Emmanuel FERRIER	Professeur, Université Lyon 1	<i>Rapporteur</i>
Alain MILLARD	Ingénieur chercheur HDR, CEA	<i>Rapporteur</i>
Djimédo KONDO	Professeur, UPMC	<i>Examineur</i>
Alain SIMON	Ingénieur, Eiffage	<i>Examineur</i>
Yves BERTHAUD	Professeur, UPMC	<i>Directeur de thèse</i>
Hélène DUMONTET	Professeur, UPMC	<i>Directrice de thèse</i>
Sophie DARTOIS	Maître de conférences, UPMC	<i>Encadrante</i>
Marc QUIERTANT	Chargé de recherche, IFSTTAR	<i>Encadrant</i>

UPMC, Institut Jean Le Rond d'Alembert, UMR CNRS 7190
4 Place Jussieu, 75252 Paris Cedex 05

Table des matières

Liste des figures	14
Liste des tableaux	16
Introduction	17
Chapitre 1 Renforcement de structures de génie civil par matériau composite : contexte, enjeux et mécanismes mécaniques	21
1 Comportement de structures en béton armé sous séisme	23
1.1 Séismes et pathologies induites	23
1.2 Mécanismes de ruine des poteaux en béton armé	25
1.3 Enjeux et objectifs du renforcement parasismique	28
2 La technique de renforcement par matériau composite	30
2.1 Propriétés du composite Polymère Renforcé de Fibres	30
2.2 Renforcement par collage de composite PRF	33
2.3 Réglementation parasismique et ductilité	35
2.4 Efficacité du confinement par composite de poteaux en béton armé .	37
3 Comportement du béton confiné ou non : synthèse et analyse des résultats .	38
3.1 Comportement uniaxial du béton non confiné en traction et en com- pression	38
3.2 Comportement du béton sous confinement actif par compression latérale	39
3.3 Comportement du béton confiné par composite PRF	40
3.3.1 Confinement passif et déformation latérale	40
3.3.2 Réponse contrainte-déformation d'un béton confiné par composite PRF en compression axiale	42
3.3.3 Mode de rupture dans un béton confiné en compression uniaxiale	44
3.3.4 Comportement dilatant-contractant du béton confiné par composite PRF	45
3.3.5 Influence du trajet de chargement	45

3.3.6	Comportement sous compression cyclique d'éprouvettes cylindriques confinées	47
3.3.7	Comportement en compression d'éprouvettes rectangulaires confinées	47
4	Quelques modélisations du comportement du béton confiné par composite	48
4.1	Modèles unidimensionnels	50
4.1.1	Modèles orientés vers la conception	50
4.1.2	Modèles orientés vers l'analyse	50
4.2	Modèles tridimensionnels	51
4.2.1	Revue bibliographique	52
4.2.2	Prédiction du comportement de poteaux confinés par le modèle de Lubliner	53
5	Conclusion, objectifs et démarche du travail	56
Chapitre 2 Une loi de comportement élasto-plastique endommageable pour le béton confiné		59
1	Quelques formulations de lois de comportement non linéaire du béton	61
1.1	Lois élastiques non-linéaires	62
1.2	Lois élasto-plastiques	63
1.2.1	Fonction de charge	64
1.2.2	Loi d'écrouissage	66
1.2.3	Potentiel d'écoulement	67
1.3	Lois élastiques endommageables	69
1.4	Lois couplées élasto-plastiques endommageables	72
1.4.1	Quelques approches de la littérature	72
1.4.2	Modèle de comportement élasto-plastique endommageable de Lubliner	72
2	Un modèle couplé pour le comportement élasto-plastique endommageable du béton confiné	77
2.1	Caractérisation de la plasticité	77
2.1.1	Fonction de charge	77
2.1.2	Loi d'écrouissage	78
2.1.3	Potentiel d'écoulement	79
2.2	Caractérisation de l'endommagement	80
2.2.1	Endommagement fonction de la déformation plastique	80
2.2.2	Dépendance de l'endommagement avec la déformation totale	82
3	Implémentation numérique de la loi de comportement	85
3.1	Principe général de l'implémentation	85

3.2	Variante du modèle avec l'endommagement dépendant de la déformation plastique	86
3.3	Variante du modèle avec l'endommagement dépendant de la déformation totale	88
4	Bilan récapitulatif du modèle et conclusion	90
Chapitre 3 Validations et applications du modèle à la description du comportement d'éprouvettes confinées		93
1	Identification des paramètres et analyse de sensibilité	95
1.1	Rappels des paramètres du modèle	95
1.2	Procédure d'identification	96
1.2.1	Modules élastiques et résistance à la compression	96
1.2.2	Paramètres d'endommagement	97
1.2.3	Paramètres plastiques	98
1.2.4	Paramètres liés au confinement	101
2	Premières validations du modèle sur des essais classiques	103
2.1	Simulation d'un essai de compression cyclique sur une éprouvette de béton non confiné	103
2.2	Simulation d'un essai de traction cyclique sur une éprouvette de béton non confiné	104
2.3	Simulation d'essais sur des éprouvettes confinées par compression triaxiale	106
3	Applications à la simulation d'éprouvettes confinées par des composites	109
3.1	Description des éprouvettes testées	110
3.2	Modélisations des éprouvettes confinées par des composites	111
3.3	Simulations des réponses expérimentales contraintes - déformations	112
3.4	Prédiction de la résistance et déformation ultimes des éprouvettes confinées	116
3.5	Simulations du comportement dilatant - compactant d'éprouvettes confinées	117
3.6	Confinements actif et passif - Influence du trajet du chargement	120
3.7	Simulations de la réponse sous chargement cyclique	121
3.8	Influence de la géométrie de la section	122
3.9	Dépendance de l'endommagement à la déformation totale : validation et illustrations de la seconde variante du modèle	125
3.9.1	Identification	125
3.9.2	Validations et illustrations	128
4	Un premier bilan des potentialités du modèle	133
Chapitre 4 Applications à des calculs de structures en béton armé confinées par des composites		137

1	Comportement de poteaux en béton armé sous chargement couplé de compression - cisaillement	139
1.1	Présentation de la campagne expérimentale réalisée à l'IFSTTAR . . .	139
1.1.1	Caractéristiques des corps d'épreuve	139
1.1.2	Instrumentation	142
1.1.3	Sollicitations couplées appliquées aux poteaux	142
1.1.4	Courbe enveloppe expérimentale force-déplacement	143
1.2	Simulations numériques des essais	145
1.2.1	Discrétisation par éléments finis des poteaux	145
1.2.2	Difficulté de convergence numérique rencontrée	149
1.2.3	Comportement du poteau en béton armé non confiné	150
1.2.4	Comportement du poteau en béton armé confiné par des composites PRF	153
2	Application du modèle à un poteau en béton armé sous chargement de compression	159
2.1	Présentation des structures testées	159
2.2	Modélisation par éléments finis	161
2.3	Résultats et analyses	162
3	Conclusion	166
Conclusion et perspectives		169
Bibliographie		188
Annexe 1		189
1	Forme générale et notations	189
2	Expressions des termes du dénominateur du multiplicateur plastique	191
2.1	Terme $\mathcal{A}$	191
2.2	Terme $\mathcal{B}$	192
2.3	Terme $\mathcal{C}$	193
2.4	Terme $\mathcal{D}$	193
3	Étude de signes - Variante 2 du modèle	194
Annexe 2		197
1	Modèle empirique proposé par Samani et Attard	197
2	Modèle empirique proposé par Osorio et al.	198

Table des figures

1.1	La citadelle de Bam, Iran ; (a) avant le tremblement de terre de 2003, (b) après le tremblement de terre, Pourmazaheri [38].	24
1.2	Bâtiment présentant un endommagement excessif des murs de remplissage en maçonnerie, Baran et al. [41].	25
1.3	Rupture des piles de pont de la l’autoroute Hanshin (Kobe, 1995), Scawthorn and Chen [36].	26
1.4	Exemple de formation de rotules plastiques dans des poteaux faibles, Baran et al. [41].	26
1.5	Rupture en cisaillement d’un joint poteau-poutre lors du séisme Mexico (1985), Murty et al. [39].	26
1.6	Exemples de désordres liés à une différence de rigidité entre les étages d’une même structure, Murty et al. [39].	27
1.7	Exemple de ruine d’un poteau court, Isler [42].	27
1.8	Rupture d’un poteau en cisaillement lors du tremblement de terre de 2010 à Haïti, Paultre et al. [44].	28
1.9	Rupture d’un poteau en flexion-cisaillement lors du tremblement de 1995 à Kobe, Priestley et al. [40].	28
1.10	Ruptures de poteaux par manque de confinement, Murty et al. [39].	28
1.11	Cartes d’aléa sismique en France selon les réglementations (a) PS92 [46], (b) l’Eurocode 8, [3].	29
1.12	Exemples de composites PRF, (a) lamelles renforcées en fibres de carbone, (b) tissu unidirectionnel à base de fibre de verre, Document CSTB [51]. . . .	31
1.13	Courbes typiques contrainte-déformation pour différents composites PRF et acier doux, composite à fibres de carbone (PRFC), composite à fibres de verre (PRFV), composite à fibres aramide (PRFA), International Federation for Structural Concrete [53].	32
1.14	Mise en place de composites PRF, (a) plat pultrudé à fibres de carbone, (b) tissu bi-directionnel à fibres de carbone, Chataigner [55].	34
1.15	Renforcement d’une dalle par des lamelles en composite PRF, (a) renforcement dans les deux sens, Teng et al. [56], (b) renforcement dans un sens, Luxcky [57].	34

1.16	Exemple de réhabilitation d'assemblage poteau-poutre par collage de composite à fibres de verre PRFV, Ghobarah et Said [59].	35
1.17	Deux configurations différentes de renforts de voiles, (a) d'après El-Sokkary(2013) [61], (b) d'après Qazi et al. (2013) [62].	36
1.18	Un exemple de mise en œuvre de composite PRF sur un poteau en béton armé, Document CSTB [51].	36
1.19	Réponse d'éprouvettes en béton non confinée soumise à des chargements de traction uniaxiale (a) et compression uniaxiale (b).	39
1.20	Réponse d'une éprouvette en béton dans un essai triaxial sous différentes pressions latérales.	40
1.21	L'effet du confinement exercé par le composite PRF sur le noyau de béton, Lam et Teng [12].	41
1.22	Classification des courbes contrainte-déformation d'après Lam et Teng [12], (a) comportement durcissant, (b) comportement adoucissant pour $f_{cu} > f_c$, (c) comportement adoucissant pour $f_{cu} < f_c$	43
1.23	Évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale (abscisses négatives) et de la déformation latérale (abscisses positives). Résultats expérimentaux de Berthet et al. [15] sur des bétons confinés par composites PRF.	43
1.24	Photo de la décohérence du béton confiné en fin d'essai, (photo prise à l'université de Gent, Belgique).	44
1.25	Évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation volumique, résultats expérimentaux de Berthet et al. [15].	46
1.26	Comparaison des résultats expérimentaux du béton activement confiné et confiné par deux plis PRF à base de fibre d'aramide, Lim et Ozbakkaloglu [17]. (a) Évolution de la déformation latérale en fonction de la déformation axiale. (b) Courbes contraintes-déformation axiale.	46
1.27	Comportement sous compression cyclique d'une éprouvette confinée par deux plis de composite à fibres d'Aramide (PRFA), Ozbakkaloglu and Akin [81].	47
1.28	Distribution non-uniforme du confinement dans les sections rectangulaires/carrées, Sadone [82].	48
1.29	Courbes contrainte-déformation mesurées sur des éprouvettes de section carrée confinées suivant deux niveaux de confinement et présentant des rayons de congé différents, Wang and Wu [84].	49
1.30	Construction itérative de la courbe contrainte-déformation du béton confiné par PRF à l'aide d'un modèle orienté vers l'analyse, Ozbakkaloglu et al. [26].	51
1.31	Courbe réponse contrainte déformation de poteaux en béton confinés activement par pressions latérales. Confrontation des simulations à des résultats expérimentaux.	55

1.32	Courbe réponse contrainte déformation de poteaux en béton activement confinés par un chemisage composite. Confrontation des simulations à des résultats expérimentaux de Berthet et al. [15].	56
2.1	Schématisation de différentes lois de comportement basées sur la mécanique des milieux continus, Jason et al. [110].	62
2.2	Représentation de l'angle de Lode dans le plan déviatorique.	65
2.3	Représentation des surfaces charges de Mohr-Coulomb et Drucker-Prager (a) dans l'espace des contraintes principales et (b) projection sur le plan déviatorique, Chen [109].	66
2.4	Représentation de l'écrouissage (a) isotrope (b) cinématique dans, l'espaces des contraintes principales, Lemaitre et Chaboche [129].	67
2.5	Critère de plasticité et vecteurs représentant les incréments de déformation plastique obtenus expérimentalement par Sfer et al. [133].	68
2.6	Schématisation d'un volume élémentaire représentatif endommagé, Kondo [136].	69
2.7	Représentation de la surface de charge dans l'espace des contraintes principales du modèle Lubliner et al. [97].	74
2.8	Représentation de surface de charge dans les plans déviatorique et méridien, Lubliner et al. [97].	75
2.9	Représentation du potentiel d'écoulement dans le plan méridien du modèle Lubliner et al. [97], (Abaqus theory manual [153]).	76
2.10	Représentation de la surface de charge dans le plan méridien.	78
2.11	Influence de la loi d'écrouissage et l'endommagement sur la surface de charge présentée dans le plan méridien.	79
2.12	Représentation du potentiel d'écoulement dans le plan méridien.	80
2.13	Représentation schématique de la courbe contrainte-déformation uniaxiale en décharge et charge obtenue en utilisant l'expression (2.60) de γ_c^d proposée par Zhou et al. [149].	83
2.14	Illustration du comportement d'une barre en traction, Jiràsek [165].	84
2.15	(a) Réponse force-déplacement pour la barre modélisée par des éléments linéaires à 2 nœuds. (b) Profil de la déformation sous l'hypothèse que l'imperfection est située au centre de la barre en fonction du nombre d'éléments, Jiràsek [165].	84
3.1	Illustration de la procédure d'identification du paramètre A_c de la loi d'endommagement en compression sur un essai de compression uniaxiale de Imran et Pantazopoulou [6].	98
3.2	Sensibilité de l'identification des paramètres c_1 et c_2 sur la simulation de la surface de charge. Résultats expérimentaux de Candappa et al. [8].	99
3.3	Confrontation entre la surface de charge identifiée et les résultats expérimentaux de Candappa et al. [8] sur un essai triaxial, valeurs des paramètres identifiés $c_1 = 0,65$, $c_2 = 0,18$ et $c_3 = 0,1$	99

3.4	Confrontation de la loi d'écroutissement avec les résultats expérimentaux de Candappa et al. [8], valeurs des paramètres identifiés $\alpha_0^p = 0,7$, $B = 7.10^{-5}$.	100
3.5	Illustration de l'identification du paramètre η_c sur des résultats expérimentaux de Candappa et al. [8], ($\eta_c = 1,13$).	101
3.6	Sensibilité de l'identification des paramètres α_1 et α_2 sur la simulation de la courbe réponse contrainte-déformation issus des résultats expérimentaux de Candappa et al. [8].	102
3.7	Confrontation entre les simulations avec différentes valeurs des paramètres α_1 et α_2 et les résultats expérimentaux de Candappa et al. [8].	103
3.8	Courbe de réponse contrainte-déformation axiale d'un béton non confiné sous compression cyclique. Confrontation expérience et simulation sur l'essai réalisé par Sinha et al. [76].	105
3.9	Évolution de l'endommagement (d) et variable d'écroutissement (γ_p) en fonction de déformation plastique axiale. Simulation d'un essai de compression cyclique de Sinha et al. [76].	105
3.10	Courbe de réponse contrainte-déformation axiale d'un béton non confiné sous traction cyclique. Confrontation expérience et simulation sur l'essai mené par Gopalaratnam et Shah [75].	106
3.11	Confrontation des simulations et des essais de compression triaxiale menés par Imran et Pantazopoulou [6] et Sfer et al. [133].	108
3.12	Confrontation des simulations et des essais de compression triaxiale menés par Candappa et al. [8] et Lim et Ozbakkaloglu [17].	108
3.13	Confrontation des résultats de l'essai mené par Imran et Pantazopoulou [6], de la modélisation proposée et du modèle Lubliner et al. implémenté dans le code Abaqus.	109
3.14	Confrontation des résultats de l'essai mené par Candappa et al. [8] de la modélisation proposée et du modèle Lubliner et al. implémenté dans le code Abaqus.	109
3.15	Conditions aux limites et chargement adoptés dans les simulations.	112
3.16	Évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale (abscisses négatives) et de la déformation latérale (abscisses positives). Confrontation simulations et essais de Lim et Ozbakkaloglu [17] sur un béton de résistance à la compression $f_c=51,6$ MPa confiné par différents composites PRF.	113
3.17	Évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale (abscisses négatives) et de la déformation latérale (abscisses positives). Confrontation simulations et essais de Berthet et al. [15] sur des bétons confinés par différents composites PRF.	114
3.18	Évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale (abscisses négatives) et de la déformation latérale (abscisses positives). Confrontation simulations et essais de Lam et Teng [13] sur des bétons confinés par différents composites PRF.	114

3.19	Évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale (abscisses négatives) et de la déformation latérale (abscisses positives). Confrontation simulations et essais sur des bétons confinés par des composites à fibres de carbone PRFC.	115
3.20	Confrontation entre les simulations d'essais menés par Berthet et al. [15] sur des bétons confinés ($f_c = 20$ MPa) par composites à fibres de carbone PRFC et fibres de verre PRFV, la modélisation proposée et le modèle de Lubliner et al. implanté dans Abaqus.	115
3.21	Comparaison entre les simulations d'essais de Berthet et al. [15] sur des bétons confinés ($f_c = 40$ MPa) par composites à fibres de carbone PRFC (a) le modèle proposé et (b) le modèle d'Abaqus.	116
3.22	Confrontation de la résistance ultime à la compression et de la déformation axiale ultime entre simulations et essais sur des bétons confinés par des composites PRF.	117
3.23	Évolution du paramètre de dilatance obtenu par le modèle en fonction de la déformation axiale et du niveau de confinement - Illustrations sur des éprouvettes confinées par différents plis de composites PRF et un béton de résistance à la compression de 40 MPa testées par Berthet et al. [15].	119
3.24	Évolution du potentiel d'écoulement et du trajet de chargement modélisés pour le béton confiné par 12 plis de composite.	120
3.25	Comparaison des simulations de l'évolution contrainte axiale en fonction de la déformation volumique avec les expériences de Berthet et al. [15].	120
3.26	Influence du mode de confinement actif - passif sur les courbes contrainte axiale - déformation axiale. Confrontations des résultats expérimentaux de Lim et Ozbakkaloglu [17] et des simulations.	121
3.27	Courbe réponse contrainte axiale - déformation axiale d'une éprouvette confinée par composite PRF sous chargement cyclique de compression. Confrontation simulation - résultats expérimentaux de Ozbakkaloglu et Akin [81] ($f_c = 38$ MPa).	122
3.28	Maillages des éprouvettes	123
3.29	L'état des contraintes sous un confinement non uniforme	124
3.30	Courbe réponse contrainte axiale - déformation d'éprouvettes de section carrée confinée par composite PRF sous chargement de compression axiale. Confrontation simulation - résultats expérimentaux de Wang et Wu [84] ($f_c = 30$ MPa) - Influence du rayon de congé.	126
3.31	Courbe réponse contrainte axiale - déformation d'éprouvettes de section carrée confinée par composite PRF sous chargement de compression axiale. Confrontation simulation - résultats expérimentaux de Wang et Wu [84] sur un béton de résistance à la compression $f_c = 30$ MPa.	127
3.32	Courbe réponse contrainte axiale - déformation d'éprouvettes de section carrée confinées par un composite PRF sous chargement de compression axiale. Confrontation simulations - Résultats expérimentaux de Wang et Wu [84] sur un béton de résistance à la compression $f_c = 45$ MPa.	127

3.33	Courbe réponse contrainte axiale - déformation d'éprouvettes de section carrée confinées par un composite PRF sous chargement de compression axiale. Confrontation simulations - Résultats expérimentaux de Wang et Wu [84] sur un béton de résistance à la compression $f_c = 60$ MPa.	128
3.34	Profils de la contrainte axiale dans la section, le long de la médiatrice ($\theta = 0^\circ$) et le long de la diagonale ($\theta = 45^\circ$) pour l'éprouvette confinée avec un rayon du congé 45 mm.	128
3.35	Répartition de la contrainte axiale sur la section du poteau avec un rayon du congé de 30 mm (a) 1 pli de PRFC (b) 2 plis de PRFC.	129
3.36	Répartition de la contrainte axiale sur la section du poteau avec un rayon du congé de 40 mm (a) 1 pli de PRFC (b) 2 plis de PRFC.	129
3.37	Répartition de la contrainte axiale sur la section du poteau avec un rayon du congé de 60 mm (a) 1 pli de PRFC (b) 2 plis de PRFC.	129
3.38	Courbe réponse contrainte axiale - déformation axiale d'une éprouvette non confinée sous chargement de compression axiale cyclique. Confrontation simulations - résultats expérimentaux de Sinha et al. [76] - Influence de la dépendance de l'endommagement à la déformation.	130
3.39	Courbe réponse contrainte axiale - déformation axiale d'une éprouvette non confinée sous chargement de traction axiale cyclique. Confrontation simulation - résultats expérimentaux de Gopalaratnam et Shah [75] - Influence de la dépendance de l'endommagement à la déformation.	131
3.40	Courbe réponse contrainte axiale - déformation axiale (abscisses négatives) et déformation latérale (abscisses positives) d'une éprouvette non confinée sous chargement triaxial cyclique. Confrontation simulation - résultats expérimentaux de Candappa et al. [8] - Influence de la dépendance de l'endommagement à la déformation.	132
3.41	Courbe réponse contrainte axiale - déformation axiale (abscisses négatives) et déformation latérale (abscisses positives) d'une éprouvette de béton de résistance à la compression $f_c = 40$ MPa confinée par composites à fibres de carbone PRFC. Confrontation simulation - résultats expérimentaux de Berthet et al. [15] - Influence de la dépendance de l'endommagement à la déformation.	133
4.1	Géométrie des corps d'épreuve testés, Sadone [82].	140
4.2	Vue d'ensemble du ferrailage des corps d'épreuve, Sadone [82].	140
4.3	Vue de profil du ferrailage pour les corps d'épreuve, Sadone [82].	141
4.4	Configurations des renforcements appliqués aux poteaux, Sadone [82].	141
4.5	Emplacement des jauges sur les armatures d'acier, Sadone [82].	142
4.6	Emplacement des jauges sur les surfaces supérieure et inférieure des corps d'épreuve, Sadone [82].	143
4.7	Schéma du montage d'application des efforts, Sadone [82].	144
4.8	Influence du confinement de poteau sur la courbe enveloppe force latérale - déplacement, résultats expérimentaux de Sadone [82].	144

4.9	Photo de la jonction poteau/semelle du corps d'épreuve du poteau non confiné PRef1 en fin d'essai, Sadone [82].	145
4.10	Schématisation de la géométrie et du chargement des poteaux adoptée pour les simulations.	146
4.11	Maillages des différents éléments du poteau.	147
4.12	Loi de comportement élasto-plastique bilinéaire à écrouissage isotrope adoptée pour l'acier.	148
4.13	Représentation de la zone de divergence dans le plan méridien (p, q).	149
4.14	Analyse de convergence numérique sur les courbes force-déplacement pour le poteau non confiné (Pref2).	150
4.15	Confrontation de la simulation numérique et de l'essai sur la courbe force-déplacement pour le poteau non confiné (Pref2).	151
4.16	Simulation du comportement du poteau non confiné (Pref2) menée par Nguyen à l'aide de modèle RICRAG, Nguyen [199].	151
4.17	Confrontation de l'état d'endommagement à la jonction poteau/semelle du poteau PRef1 en fin d'essai.	152
4.18	Isovaleurs du champ d'endommagement sur deux finesses de maillage du poteau non confiné PRef1.	153
4.19	Isovaleurs de contraintes dans le béton et les armatures du poteau non confiné PRef1.	153
4.20	Confrontation des essais et des simulations sur la courbe enveloppe des déformations mesurées par les jauges internes sur les parties tendue et comprimée.	154
4.21	Confrontation des simulations et courbes expérimentales : (a) Courbe enveloppe des déformations mesurées sur les cadres d'acier. (b) Profils du déplacement le long du poteau pour une flèche en tête de poteau de 60 mm.	154
4.22	Confrontation des courbes force-déplacement pour le poteau confiné (PC2)	155
4.23	Isovaleurs de contraintes dans le béton et les armatures du poteau confiné PC2.	155
4.24	Isovaleurs du champ d'endommagement correspondant à un déplacement de 60 mm de la tête du poteau non confiné (a) et confiné (b).	156
4.25	Confrontation des simulations aux courbes flèches en tête de poteau - déformations axiales mesurées sur les aciers longitudinaux (a) sur le tissé dans le sens trame (b).	156
4.26	Confrontation des simulations aux courbes flèches en tête de poteau - déformations axiales mesurées. Sensibilité au module de Young du tissu dans le sens trame.	157
4.27	Isovaleurs de la contrainte dans le composite dans le sens trame pour un déplacement de 120 mm de la tête du poteau. Influence du module de Young du tissé dans le sens trame.	158
4.28	Confrontation des simulations avec la courbe enveloppe des déformations mesurées par la jauge externe sur le composite dans le sens chaîne.	158

4.29	Confrontation des profils de déplacement le long du poteau confiné pour une flèche en tête de poteau de 60 mm.	159
4.30	Géométrie des poteaux et la configuration de renforcement PRF, Matthys et al. [18].	160
4.31	Courbes expérimentales contrainte - déformation moyennes pour les poteaux K1 et K3, Matthys et al. [18].	161
4.32	Confrontation essai-simulation sur la courbe contrainte axiale - déformations pour les poteaux K1 non chemisé et K3 confiné par un composite, Matthys et al. [18].	163
4.33	Isovaleurs du champ de contraintes dans le poteau non confiné K1 en fin d'essai.	163
4.34	Isovaleurs du champ de contrainte latérale dans les deux poteaux.	164
4.35	Isovaleurs de la contrainte axiale dans les armatures d'acier.	164
4.36	Isovaleurs du champ de contrainte axiale dans les poteaux.	165
4.37	Confrontation essai-simulations de la relation contrainte déformation pour les poteaux K1 et K3, (essais de Matthys et al. [18], simulations Piscesa et al. [201]).	166
A.1	Représentation des domaines dans le plan méridien $p - q$ pour un endommagement nul, limité à des valeurs de p telles que $p < c_3 f_c$	195
A.2	Représentation des surfaces de valeurs de $\mathcal{A}(p, q, d)$ dans le plan méridien $p - q$ pour un endommagement $d = 0,5$ limité à des valeurs de p telles que $p < c_3 f_c$	195
A.3	Représentation des surfaces de valeurs de $\mathcal{A}(p, q, d)$ dans le plan méridien $p - q$ pour un endommagement $d = 0$ limité à des valeurs de p telles que $p > c_3 f_c$ (b).	196

Liste des tableaux

1.1	Propriétés des fibres couramment utilisées en génie civil, Hamelin [52].	31
1.2	Propriétés mécaniques des résines époxydes, Hamelin [52].	31
1.3	Paramètres du modèle élasto-plastique endommageable implémenté dans le code Abaqus, valeurs utilisées dans les simulations des essais.	54
1.4	Caractéristiques du composite unidirectionnel PRF retenues pour les simulations d'après Berthet et al. [15]	54
3.1	Paramètres du modèle élasto-plastique endommageable	96
3.2	Paramètres du modèle identifiés pour la simulation de l'essai expérimental de compression cyclique réalisé par Sinha et al. [76]	104
3.3	Paramètres du modèle identifiés pour la simulation de l'essai de traction cyclique réalisé par Gopalaratnam et Shah, [75].	106
3.4	Paramètres identifiés pour des bétons de différentes résistances en compression confinés sous chargements tri-axiaux.	107
3.5	Caractéristiques des éprouvettes testées.	110
3.6	Valeurs des paramètres pour les différents bétons testés selon leur résistance en compression.	112
3.7	Résistance ultime et déformation axiale ultime d'éprouvettes confinées par composites PRF - Comparaison simulations - expériences.	117
3.8	Paramètres du modèle dans la seconde variante identifiés pour la simulation de l'essai expérimental de compression cyclique réalisé par Sinha et al. [76]	130
3.9	Paramètres du modèle dans la seconde variante identifiés pour la simulation de l'essai expérimental de traction cyclique réalisé par Gopalaratnam et Shah [75]	131
3.10	Paramètres du modèle dans la seconde variante identifiés pour la simulation de l'essai expérimental triaxial réalisé par Candappa et al. [8]	132
4.1	Caractéristiques des barres d'acier, Sadone [82].	141
4.2	Caractéristiques du béton utilisé pour la fabrication des corps d'épreuve, Sadone [82].	141

4.3	Caractéristiques du composite polymère renforcé par des fibres de carbone PRFC utilisé pour le chemisage des poteaux, Sadone [82].	142
4.4	Valeurs expérimentales des efforts latéraux maximums et déplacements associés, Sadone [82].	145
4.5	Paramètres élastiques et plastiques du modèle utilisés pour la simulation des essais de l'IFSTTAR.	147
4.6	Paramètres d'endommagement du modèle.	148
4.7	Caractéristiques élastiques du tissu composite TFC.	148
4.8	Efforts latéraux maximaux et déplacements correspondants, confrontation des résultats de simulation et expérimentaux.	151
4.9	Efforts latéraux maximaux et déplacements correspondants, confrontation des résultats de simulation et expérimentaux pour le poteau confiné.	154
4.10	Caractéristiques des armatures d'acier	160
4.11	Caractéristiques du composite polymère renforcé par des fibres de carbone PRFC utilisé pour le chemisage de poteau K3, Matthys et al. [18]	160
4.12	Paramètres du modèle utilisés pour la simulation des essais de Matthys et al. [18]	161
A.1	Paramètres du modèle identifiés pour la simulation des essais de l'IFSTTAR, Sadone [82]	194

Introduction

Le bâti sous toutes ses formes, qu'il soit relatif au logement, à l'industrie, aux structures collectives ou aux infrastructures de transports, représente la principale richesse d'un pays et une source essentielle du bien-être de sa population. Cependant, son développement suit avec minutie celui de l'économie. Il en résulte qu'en période de faible croissance, le domaine de la construction ralentit drastiquement son activité et que le parc existant n'est que très peu renouvelé. Ainsi, en France, l'investissement en construction n'a jamais retrouvé son niveau d'avant la crise de 2008 [1] et les deux tiers du parc de logement existants ont été construits avant 1975 [1]. En 2050, on estime que ces logements représenteront encore 70 % du parc en activité. Pour les mêmes raisons, le parc des ponts sur le réseau routier géré par l'État français est essentiellement constitué d'ouvrages âgés de 30 à 60 ans qui, pour la plupart, nécessitent des réparations. Outre atlantique, la société américaine des ingénieurs civils, ASCE, indique qu'un investissement de 1700 milliards de dollars sera nécessaire d'ici 2020 pour maintenir en état de fonctionnement le parc d'infrastructures routières américain [2].

Le vieillissement du parc existant représente donc un défi de gestion qui est aggravé par une augmentation continue des sollicitations induites par l'urbanisation, le trafic, les conditions environnementales ainsi que par une volonté sociétale accrue de prise en compte réaliste des risques naturels. Cette dernière a notamment entraîné la remise à jour en 2010 de la carte de l'aléa sismique en France, en lien avec l'Eurocode 8 [3]. Dans les zones où le niveau de sismicité a été revu à la hausse, ce nouveau zonage a ainsi entraîné le reclassement de certains ouvrages et bâtiments dont une réhabilitation peut alors se révéler nécessaire. Dans ce contexte, les efforts de recherche et de développement dans le secteur de la construction se sont concentrés depuis de nombreuses années sur le maintien d'un niveau acceptable de service et de sécurité des ouvrages. Ces efforts se déclinent autour des problématiques de surveillance, d'auscultation non destructive, d'évaluation structurale, de re-calcul, de réparation et renforcement.

Parmi les nombreuses techniques de réparation existantes, le renforcement d'éléments structuraux par collage de matériaux composites (ou Polymères Renforcés de Fibres - PRF) trouve depuis plus de 30 ans un intérêt grandissant auprès des maîtres d'ouvrage. Ces techniques modernes et rapides à mettre en oeuvre profitent des nombreux avantages des matériaux composites, dont l'excellent rapport poids/résistance et l'insensibilité à la corrosion. Appliqués sur les structures en béton armé, ces matériaux agissent comme des armatures externes et permettent de retrouver ou renforcer la charge portante de l'élément réparé. Dans le contexte du renforcement parasismique des structures en béton armé, le chemisage des poteaux par composite PRF est une technique largement employée. Le confinement du béton généré par le composite conduit dans ce cas à une augmentation de la capacité portante et de la ductilité. La nécessité de disposer d'outils d'analyse et de dimensionnement d'éléments structuraux confinés par des armatures

d'acier ou bien par chemisage en composites a conduit la communauté scientifique et technique internationale à développer ces dernières années d'importants efforts de recherche, tant sur le plan expérimental, que celui de la modélisation et de la simulation.

Sans prétendre être exhaustif dans le recensement des études expérimentales, nous pouvons citer par exemple les travaux menés par Nanni et Bradford [4], Jamet et al. [5], Imran et Pantazopoulou [6], Xiao et Wu [7], Candappa et al. [8], Pessiki et al. [9], Rousakis [10], Ilki et Kumbasar [11], Lam et Teng [12], [13], Berthet et al. [14], [15], Wu [16], ou encore plus récemment Lim et Ozbakkaloglu [17]. Ces travaux ont été le plus souvent menés à l'échelle d'éprouvettes de béton sous chargements uniaxiaux, non confinées, soumise à un confinement latéral ou encore confinées par chemisages en composites. On peut également citer des essais sur des structures de taille représentative et des chargements couplés, comme l'étude menée par Matthys et al. [18] sur des poteaux en béton armé en compression confinés par des composites PRF, ainsi qu'une étude menée par l'Institut Français des Sciences et Technologies, des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux (IFSTTAR) sur plusieurs poteaux en béton armé confinés par des tissus PRF sous sollicitation cyclique, Sadone et al. [19].

L'ensemble de ces travaux expérimentaux a fait apparaître la complexité des mécanismes mis en jeu dans un procédé de renforcement de béton qu'il soit actif par un chargement latéral ou passif par un chemisage par composite. Le comportement du béton est influencé par le niveau de confinement. Un faible niveau de confinement du béton, conduit à un comportement fragile lié à la coalescence des microfissures. Sous pression de confinement plus élevée, le comportement devient plus ductile et le développement des déformations irréversibles s'accroît. Le confinement influence significativement la résistance et la capacité de déformation du béton. L'influence du trajet de chargement sur la résistance triaxiale du béton en fonction de la nature du confinement actif ou passif a été également observée expérimentalement dans des travaux récents, Lim et Ozbakkaloglu [17]. Il a été aussi remarqué que les propriétés de dilatation du béton influent fortement sur la pression de confinement et par conséquent sur la résistance à la compression triaxiale du béton, Grassl [20]. De plus, dans le cas de fort confinement passif, un effondrement de la microstructure est constaté.

Ces travaux expérimentaux ont servi de supports à la validation de modèles variés. De nombreux modèles constitutifs uniaxiaux ont été ainsi proposés pour prédire le comportement d'éprouvettes de béton confinées par PRF en compression. Dans cette classe de modèles, on peut citer les travaux qui relèvent d'une approche orientée vers la conception menés par Nanni et Bradford [4], Lam et Teng [12], Samaan et al. [21], Berthet et al. [22]. D'autres modèles uniaxiaux relèvent d'une approche orientée vers l'analyse, Fam et Rizkalla [23], Jiang et Teng [24], Spoelstra et Monti [25]. Une revue détaillée des approches unidimensionnelles peut également être trouvée dans Ozbakkaloglu et al. [26]. La littérature est également fournie en modèles de comportement tridimensionnels. On peut ainsi citer des modèles de plasticité proposés par Jiang et Wu [27], Karabinis et al. [28], Mirmiran et al. [29], Rousakis et al. [30], Youssf et al. [31] ou encore Yu et al. [32], ainsi que des modèles couplés élasto-plastique endommageable Yu et al. [33], Luccioni et al. [34], Ozbakkaloglu et al. [35].

Bien que bon nombre de ces modèles aient permis de reproduire de façon satisfaisante certains résultats expérimentaux dans le cas de confinements actif ou passif, leurs approches apparaissent assez souvent restreintes et dédiées à des essais spécifiques. Leurs paramètres sont en effet dépendant, pour un certain nombre d'entre eux, de la géométrie

des structures et des caractéristiques du composite utilisé pour le confinement. Pour d'autres, le nombre de paramètres est important, leurs identifications apparaît difficile ou encore l'implémentation numérique lourde. Pour beaucoup, la réponse du modèle n'a été validée que sur une gamme limitée de résultats expérimentaux et essentiellement sur des essais à l'échelle de l'éprouvette. Très peu d'entre eux ont été confrontés à des essais sur structures réelles en béton armé sous chargements complexes. L'analyse bibliographique fait donc ressortir des enjeux scientifiques en terme de modélisation auxquels il apparaît nécessaire d'apporter des éléments préalables de réponse. Ces éléments une fois validés pourront alors être exploités pour compléter des bases de données expérimentales et participer à l'établissement de règles de dimensionnement adéquates pour le renforcement de poteaux par chemisage en PRF.

Le travail mené dans cette thèse se positionne dans cette démarche amont de contribution à la compréhension du comportement du béton confiné sous chargement multiaxial à travers la modélisation et la simulation. Il est centré sur le développement d'un modèle tridimensionnel élasto-plastique endommageable apte à reproduire finement les mécanismes liés au confinement du béton actif ou passif observés expérimentalement et notamment la transition selon le niveau de confinement entre un comportement fragile et ductile. Les paramètres du modèle doivent être intrinsèques au matériau, en nombre raisonnable et identifiables par le recours à des expériences simples et accessibles, de façon à ce que le modèle puisse être exploité dans une démarche de dimensionnement. L'implémentation du modèle dans un code de calculs par éléments finis industriel devra pouvoir être faite aisément. La validation du modèle devra pouvoir être menée sur une large gamme de situations par confrontations à des résultats expérimentaux de la littérature, ainsi qu'à d'autres modélisations de façon à bien cerner le cadre applicatif du modèle. Enfin, la capacité du modèle à être exploité dans la simulation d'essais sur des structures de grande taille confinées et sollicitées sous des chargements complexes devra être démontrée.

Le document est constitué de quatre chapitres. De façon classique, le premier chapitre développe le contexte de l'étude et ses enjeux technologiques et scientifiques. Pour cela, quelques notions essentielles à la compréhension du sujet traité sont tout d'abord rappelées, tels que le comportement des structures en béton armé sous séisme, les principes de fonctionnement du confinement des poteaux, ainsi que les principales caractéristiques des matériaux composites utilisés en génie civil. Sur la base d'une revue bibliographique des travaux expérimentaux et de modélisation, les mécanismes mécaniques induits par un confinement actif par pression latérale et passif par chemisage sont analysés de façon détaillée et discutés. Quelques unes des simulations que nous avons réalisées avec un modèle disponible dans le code de calcul Abaqus sont également analysées. Cet état de l'art permet de positionner les objectifs de la thèse et la démarche proposée pour les atteindre.

Le second chapitre est consacré à la présentation du modèle de comportement élasto-plastique endommageable proposé. Après quelques rappels sur les éléments de base du modèle, les équations caractéristiques sont développées pour les surfaces de charge, loi d'écrouissage et potentiel d'écoulement. Deux variantes du modèle sont proposées suivant l'évolution de l'endommagement. La mise en œuvre numérique de la loi dans ses deux variantes au sein du code de calculs par éléments finis Abaqus est ensuite présentée. Notamment, la procédure d'intégration de la loi dans l'algorithme itératif et incrémental de résolution qui a donné lieu à la réalisation d'une sous-routine Umat est détaillée.

Dans le troisième chapitre, nous présentons différentes applications du modèle avec l'objectif de s'assurer de sa validation. La procédure proposée pour l'identification des paramètres du modèle est tout d'abord décrite. De nombreux essais de la littérature sont ensuite reproduits sur des éprouvettes de béton non confinées, confinées activement, confinées par des composites de différente nature et présentant une large gamme de rigidité, sollicités sous des chargements variés uni-axiaux ou triaxiaux, monotones ou cycliques. Le modèle est également confronté à d'autres modélisations et ses potentialités sont discutées.

Le dernier chapitre propose de tester le modèle sur des structures représentatives de grande taille renforcées par des armatures d'acier et sollicitées suivant des chemins complexes. Les résultats de la modélisation sont là encore analysés à travers des illustrations variées, comme les courbes réponses, l'estimation de la force latérale maximale supportable, la prévision des modes de rupture, ou encore la répartition et l'évolution de l'endommagement et des déformations. La confrontation aux résultats d'essais issus de deux campagnes et à d'autres modélisations est discutée. La conclusion dresse finalement un état des capacités du modèle et de ses limites et ouvre sur des perspectives d'enrichissement.

Renforcement de structures de génie civil par matériau composite : contexte, enjeux et mécanismes mécaniques

Pour diminuer la vulnérabilité des structures du génie civil en béton armé notamment vis-à-vis des sollicitations sismiques, il est courant de les renforcer à l'aide de chemisages en béton et/ou en acier. Ces dernières années, la technique de confinement par des tissus en Polymère Renforcé de Fibres (PRF) a connu un essor important, ces matériaux de nouvelle génération offrant un rapport performances mécaniques/poids très élevé, une forte résistance aux environnements corrosifs, ainsi qu'une grande facilité de mise en œuvre.

Ce chapitre débute par une introduction aux mécanismes de ruine des structures sous séisme, plus particulièrement de poteaux en béton armé et aux problématiques associées de renforcement. La deuxième partie est consacrée plus spécifiquement à la technique de confinement par des matériaux composites PRF. Les propriétés mécaniques de ces composites, les procédés d'application par collage et l'efficacité de ce type de renforcement sur des poteaux y sont décrits. Dans la troisième partie, sont présentés différents résultats expérimentaux issus de la littérature illustrant le comportement d'éprouvettes confinées par composites PRF. Les mécanismes induits par un confinement actif par pression latérale et passif par chemisage y sont analysés de façon détaillée. Enfin, la dernière partie du chapitre est consacrée à une revue bibliographique des modélisations proposées pour décrire le comportement du béton confiné. Des simulations réalisées avec un modèle disponible dans le code de calcul Abaqus y sont plus spécifiquement présentées. Sur la base de ces différents travaux, le chapitre se termine par la description des objectifs de la thèse et de la démarche proposée pour les atteindre.

Sommaire

1	Comportement de structures en béton armé sous séisme	23
1.1	Séismes et pathologies induites	23
1.2	Mécanismes de ruine des poteaux en béton armé	25
1.3	Enjeux et objectifs du renforcement parasismique	28
2	La technique de renforcement par matériau composite	30
2.1	Propriétés du composite Polymère Renforcé de Fibres	30
2.2	Renforcement par collage de composite PRF	33
2.3	Réglementation parasismique et ductilité	35
2.4	Efficacité du confinement par composite de poteaux en béton armé	37
3	Comportement du béton confiné ou non : synthèse et analyse des résultats	38
3.1	Comportement uniaxial du béton non confiné en traction et en compression	38
3.2	Comportement du béton sous confinement actif par compression latérale	39
3.3	Comportement du béton confiné par composite PRF	40
4	Quelques modélisations du comportement du béton confiné par composite	48
4.1	Modèles unidimensionnels	50
4.2	Modèles tridimensionnels	51
5	Conclusion, objectifs et démarche du travail	56

1 Comportement de structures en béton armé sous séisme

Dans cette première section descriptive, nous introduisons la problématique générale du travail, à savoir le renforcement de structures de génie civil dans le contexte de mise en conformité des ouvrages vis-à-vis de l'aléa sismique.

1.1 Séismes et pathologies induites

Un tremblement de terre est le résultat d'une libération brutale d'énergie accumulée dans une faille de la croûte terrestre. Cette énergie se propage sous forme d'ondes sismiques à travers le sol provoquant des mouvements horizontaux et/ou verticaux au niveau des fondations des structures. Ce mouvement de la terre crée des efforts sollicitant les éléments structuraux qui peuvent alors s'endommager et même être amenés à la ruine. L'effondrement d'une partie de l'ensemble de la structure génère, bien évidemment, des dommages économiques importants, mais peut surtout entraîner des pertes humaines.

Les séismes font partie des risques naturels les plus meurtriers tuant chaque année des milliers des personnes et provoquant de coûteux dégâts. Ainsi, chaque année au cours du vingtième siècle, 170 000 personnes en moyenne ont péri lors de tremblements de terre dans le monde, Scawthorn et al. [36]. Le plus fort séisme jamais enregistré a eu lieu au Chili en 1960 atteignant une magnitude de moment M_w de 9,5. Le nombre de décès

consécutifs au tremblement de terre lui-même, ainsi qu'au tsunami résultant, est estimé entre 490 et 5700 personnes. Les dégâts de ce séisme dévastateur ont été évalués à 500 millions de dollars américains. Le séisme de Northridge en 1994, bien que plus modéré en intensité ($M_w = 6,7$), a quant à lui, causé une perte économique de 44 milliards de dollars. En 1995, le tremblement de terre de Kobe tua 6 427 personnes et en blessa 36 896. Environ 310 000 personnes furent évacuées dans des abris provisoires, Scawthorn et al. [36]. On peut également citer le séisme de magnitude $M_w = 6,5$ qui a frappé la ville de Bam en Iran en 2003, provoquant la mort de 35 000 personnes et la destruction quasi totale de la ville, Hatzfeld [37]. Cette tragédie fut aggravée par la destruction de la grande citadelle de Bam datant de 2 700 ans, (figure 1.1).

L'importance des dégâts induits par ces tremblements de terre dévastateurs montre la nécessité en premier lieu de pouvoir identifier les faiblesses des structures existantes en fonction de leur matériau constitutif, puis de pouvoir prendre des mesures adaptées pour améliorer leurs comportements structuraux.



Figure 1.1 — La citadelle de Bam, Iran ; (a) avant le tremblement de terre de 2003, (b) après le tremblement de terre, Pourmazaheri [38].

Avec la croissance rapide de la population urbaine, le béton armé (BA) a été largement utilisé pour construire des habitations, ainsi que d'autres types de structures. L'utilisation intensive du béton armé, notamment dans les pays en développement, est principalement liée à son coût initial faible comparé à d'autres matériaux comme l'acier. Cependant, les tremblements de terre récents, comme ceux de 1999 à Izmit et Düzce (Turquie), de 2001 à Bhuj (Inde), de 2001 à Chi Chi (Taiwan), de 2003 à Boumerdes (Algérie) ou encore de 2011 à Van (Turquie) ont révélé des déficiences sismiques majeures de nombreux bâtiments en béton armé, dont certains ont été totalement détruits. L'une des principales causes de vulnérabilité sismique des bâtiments construits en béton armé dans des pays en voie de développement réside dans leur conception qui ne répond pas aux normes anti-sismiques. En outre, ces bâtiments sont souvent construits par des équipes peu ou pas sensibilisées aux risques sismiques, Murty et al. [39]. Cependant, ce n'est pas pour autant que la vulnérabilité des structures aux séismes est un problème n'existant que dans des pays émergents. Dans les pays industrialisés comme les États-Unis, des milliers de bâtiments en béton armé présentent également des risques sismiques puisque les normes constructives à l'époque de leur réalisation ne prenaient pas en compte jusqu'aux années 1970 les mesures spécifiques anti-sismiques, Priestley et al. [40].

Les désordres induits par les séismes dans les structures en béton armé et leurs éléments

peuvent être très variés. On peut, par exemple, citer la fissuration des murs de remplissage en maçonnerie ou des séparations des portiques en béton armé (figure 1.2) qui peuvent se rompre si les fissures traversent le mur, menaçant ainsi la stabilité de l'ouvrage et donc la sécurité de ses occupants. Dans le cas des ponts ou des bâtiments, on peut citer une rupture fragile des piles en cas d'insuffisance des armatures transversales ou bien d'un arrêt prématuré des aciers longitudinaux dans la partie courante des piles (figure 1.3). Dans les bâtiments encore, on peut citer la formation de rotules plastiques (qui apparaissent dès que le moment dans la section atteint la valeur du moment plastique) dans les poteaux pour le cas d'un sous-ensemble structurel constitué de poteaux faibles encastrés sur des poutres de forte inertie. Là encore, ces ruines locales peuvent générer des instabilités au niveau de l'ensemble de la structure et l'amener à sa ruine (figure 1.4). Parmi la multitude de modes de ruine des ouvrages suite à un séisme, il convient de citer également la rupture en cisaillement des jonctions poutres-poteaux, qui est un type courant de désordre qui peut empêcher le transfert des efforts de la poutre vers le poteau mettant en danger la sûreté de la structure (figure 1.5). De plus, des disparités entre les différents étages d'une même structure, comme par exemple un étage moins rigide que les autres, conduisent à une localisation de l'endommagement dans les poteaux de cet étage et peuvent entraîner l'effondrement total de la structure (figure 1.6). Également, certains poteaux dans les portiques en béton armé peuvent être considérablement plus courts que d'autres d'un même étage. Ils sont alors souvent plus rigides et mobilisent de plus grandes forces pour les déformer. Les efforts alors déployés peuvent dépasser la capacité portante de ces poteaux courts ce qui entraîne des dommages considérables comme illustré sur la figure 1.7. Les ingénieurs optent généralement pour un système porteur dont le schéma est du type poteau fort-poutre faible.

Ces derniers exemples, qui illustrent le rôle des poteaux à garantir le non effondrement de la construction, mettent en évidence l'importance que revêt leur renforcement lors de travaux de réhabilitation, remise en conformité vis-à-vis du risque sismique. La suite de cette revue se focalise en conséquence sur des structures poteaux en béton armé et l'analyse de leurs mécanismes de ruine.



Figure 1.2 — Bâtiment présentant un endommagement excessif des murs de remplissage en maçonnerie, Baran et al. [41].

1.2 Mécanismes de ruine des poteaux en béton armé

Trois modes de rupture peuvent être distingués pour un poteau en béton armé soumis à une sollicitation sismique :



Figure 1.3 — Rupture des piles de pont de la l'autoroute Hanshin (Kobe, 1995), Scawthorn and Chen [36].



Figure 1.4 — Exemple de formation de rotules plastiques dans des poteaux faibles, Baran et al. [41].



Figure 1.5 — Rupture en cisaillement d'un joint poteau-poutre lors du séisme Mexico (1985), Murty et al. [39].

1. La rupture en flexion qui se produit après la plastification en traction et/ou le flambement en compression des armatures longitudinales et l'écrasement du béton en zone comprimée.
2. La rupture en cisaillement (figure 1.8) qui intervient avant la plastification en cisaillement des armatures longitudinales et crée de larges fissures diagonales du béton.



Figure 1.6 — Exemples de désordres liés à une différence de rigidité entre les étages d’une même structure, Murty et al. [39].



Figure 1.7 — Exemple de ruine d’un poteau court, Isler [42].

3. La rupture sous sollicitation combinée de flexion et de cisaillement (figure 1.9) qui se produit après plastification des armatures longitudinales du fait d’un excès de contraintes de cisaillement, Zhu et al. [43].

Ces modes de rupture des poteaux peuvent être généralement imputés à une insuffisance d’armatures transversales, au flambement des armatures longitudinales, à un ancrage insuffisant des armatures longitudinales dans la semelle de la fondation ou encore à une longueur de recouvrement des aciers insuffisante. Sous chargement sismique, il est courant qu’une rotule plastique se forme aux extrémités du poteau. Dans cette zone couverte par la rotule plastique, c’est le béton de surface qui est tout d’abord susceptible de rompre par compression excessive. Puis, si le béton n’est pas assez confiné par manque d’armatures transversales, cet éclatement s’étend alors au cœur de la section qui ne participe donc plus à la reprise de l’effort de compression. Cet effort est transmis aux aciers longitudinaux provoquant ainsi leur flambement et la perte rapide de capacité portante du poteau (figure 1.10). Il faut mentionner que le flambement des armatures est facilité lorsqu’il existe un recouvrement insuffisant des aciers longitudinaux au-dessus de la semelle.

On peut conclure de ces observations que l’un des aspects les plus importants dans le dimensionnement des poteaux en zone sismique est la prise en compte des armatures transversales. Ces dernières confinent le noyau du béton et contribuent à en empêcher son éclatement prématuré de sorte que la section peut continuer à résister aux charges axiales. De plus, ces armatures transversales maintiennent les armatures longitudinales

dont elles empêchent le flambement.



Figure 1.8 — Rupture d'un poteau en cisaillement lors du tremblement de terre de 2010 à Haïti, Paultre et al. [44].



Figure 1.9 — Rupture d'un poteau en flexion-cisaillement lors du tremblement de 1995 à Kobe, Priestley et al. [40].



Figure 1.10 — Ruptures de poteaux par manque de confinement, Murty et al. [39].

1.3 Enjeux et objectifs du renforcement parasismique

Comme mentionné précédemment, certaines structures ne sont pas suffisamment bien conçues ou construites pour faire face à une catastrophe naturelle telle qu'un séisme. De

nombreux ouvrages ont notamment été dimensionnés selon d'anciennes règles de calcul et ne répondent pas aux nouveaux besoins. Ils peuvent alors nécessiter une remise en conformité. Par exemple aux États-Unis, de nombreuses structures construites avant les années 1970 sont considérées comme ne répondant plus aux exigences de ductilité sismique formulées dans les normes actuelles, Priestley et al. [40]. Cela était également le cas au Japon avant le tremblement de terre de Miagiken-oki en 1978 et au Mexique avant le séisme de 1985, Rodriguez et al. [45].

En ce qui concerne la France métropolitaine, même si le risque sismique reste très modéré relativement à l'ensemble de la planète, les règles de dimensionnement parasismique ont été réévaluées en mars 2010 pour mener à la mise en place de l'Eurocode 8. Cette réévaluation permet ainsi d'améliorer la sécurité et d'harmoniser les normes au niveau européen. Elle s'est formalisée par l'établissement d'une nouvelle carte d'aléa sismique. Selon le nouveau zonage, 75 % du territoire est considéré comme sujet à l'aléa sismique alors que précédemment seulement 15 % du territoire était concerné (figure 1.11). Tous ces éléments contextuels indiquent donc qu'il existe un enjeu important de réparation et de renforcement des structures existantes pour continuer à les utiliser en toute sécurité.

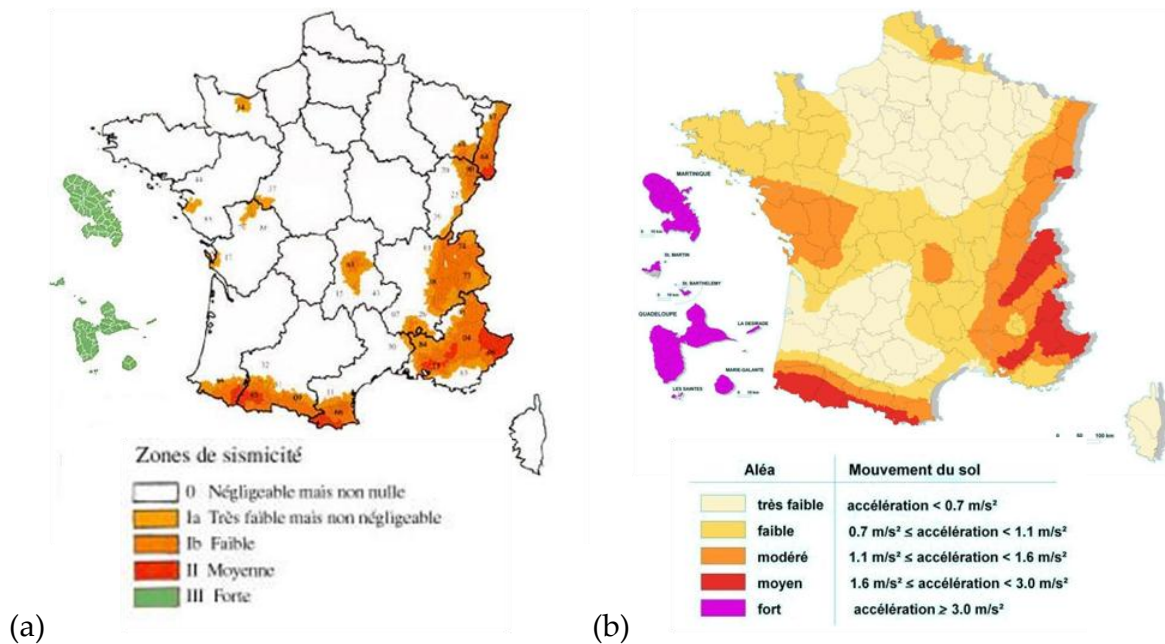


Figure 1.11 — Cartes d'aléa sismique en France selon les réglementations (a) PS92 [46], (b) l'Eurocode 8, [3].

Le terme de réhabilitation est utilisé en génie parasismique pour couvrir tous les concepts de réparation, de mise en conformité, de réaménagement et de renforcement qui conduisent à réduire la vulnérabilité sismique, Fukuyama et al. [47]. Les objectifs de la réhabilitation sismique consistent à :

- récupérer les performances d'origine de la structure considérée ;
- améliorer ses performances d'origine ;
- et/ou réduire sa réponse sismique.

Le deuxième objectif qui nous intéresse plus spécifiquement dans ce travail correspond à

une opération de « renforcement » et vise une amélioration des performances de la structure, endommagée ou non, pour répondre à une nouvelle utilisation de celle-ci ou à un besoin de remise en conformité. Dans ce cas, après travaux, l'ouvrage présente des performances supérieures à celles qu'il présentait initialement. L'opération de renforcement parasismique peut viser diverses améliorations, comme d'augmenter la résistance aux efforts latéraux, d'augmenter la ductilité de l'élément, ou encore de combiner ces deux aspects, afin de satisfaire aux nouvelles exigences de résistance aux séismes.

Différentes techniques de renforcement pour les structures en béton armé sont détaillées dans les références Fukuyama et al. [47], Sugano [48], ou encore Tsionis [49]. Parmi ces différentes techniques, les approches classiques consistent, Fukuyama et al. [47] :

- au renforcement par addition de nouveaux éléments tels que des contreventements, des murs, des remplissages... ;
- à l'utilisation de composants liant les éléments ajoutés aux anciens ;
- au chemisage des poteaux en béton armé avec des matériaux traditionnels comme l'acier ou le béton armé dans le but d'améliorer les performances en flexion et en cisaillement ;
- ou encore, au confinement des jonctions poteau-poutre avec des éléments en acier.

Des approches plus modernes existent également telles que la mise en place de dispositifs d'isolation sismique par amortisseurs. Ces systèmes réduisent l'impact des séismes en augmentant la période de base des structures.

Une autre méthode récemment apparue implique l'utilisation d'armatures composites en Polymères Renforcés de Fibres (PRF) pour chemiser différents éléments structuraux. L'étude présentée dans ce mémoire se focalise sur cette technique innovante de renforcement de structures et notamment de poteaux en béton armé. La partie suivante est consacrée à la présentation de cette technique et débute par une description des propriétés des composites en Polymères Renforcés de Fibres.

2 La technique de renforcement par matériau composite

2.1 Propriétés du composite Polymère Renforcé de Fibres

Les composites utilisés pour renforcer les structures dans le secteur du génie civil sont généralement des tissus constitués de fibres continues liées par une matrice polymère. Ces composites, appelés Polymères Renforcés de Fibres, sont composés le plus classiquement d'une matrice époxyde, ou vinylester ou encore polyester renforcée par des fibres qui peuvent être de carbone, de verre ou encore d'aramide. Les fibres assurent la rigidité et la résistance du matériau alors que la matrice lie et transmet les efforts aux renforts en les protégeant vis-à-vis des agressions extérieures, Berthelot [50]. Les fibres présentent des propriétés directionnelles qui induisent un comportement anisotrope du composite et qui sont directement exploitées dans le positionnement du composite pour le renforcement.

Les composites PRF sont principalement utilisés en renforcement sous la forme de lamelles de fibres unidirectionnelles enduites de résine, désignées sous le nom de plats, ou également de composites tissés unidirectionnels ou bi-directionnels secs ou pré-imprégnés de résine comme présenté à la figure 1.12.

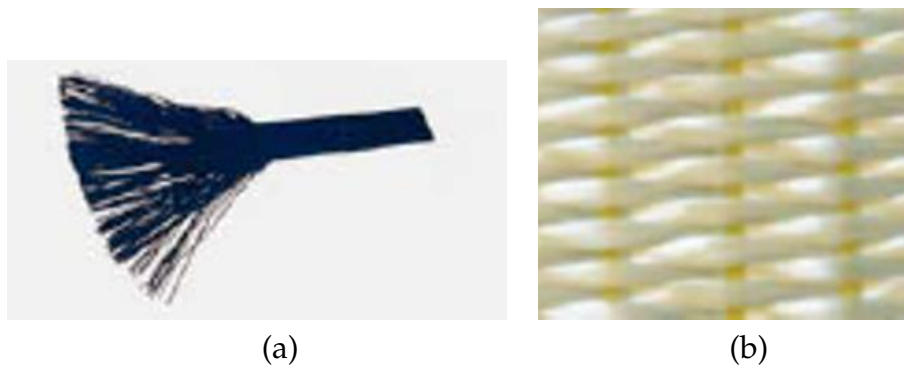


Figure 1.12 — Exemples de composites PRF, (a) lamelles renforcées en fibres de carbone, (b) tissu unidirectionnel à base de fibre de verre, Document CSTB [51].

Le comportement mécanique des composites PRF dépend des propriétés de leurs constituants, fibres et matrice, de leur proportion volumique relative et de la nature du tissage éventuel. Les tables 1.1 et 1.2 présentent des ordres de grandeur des principales caractéristiques des composants les plus courants des composites PRF. La table 1.1 met en évidence des propriétés différentes des fibres selon leur nature. Ainsi, les fibres en carbone possèdent une résistance et des modules élastiques plus importants que ceux des fibres de verre et d'aramide, mais présentent des allongements à la rupture plus faibles.

Tableau 1.1 — Propriétés des fibres couramment utilisées en génie civil, Hamelin [52].

Filament	Diamètre(μm)	Densité	Résistance à la traction (MPa)	Module de traction (MPa)	Allongement à la rupture (%)
Verre E	3 à 30	2,54	3 400	73 000	4,5
Verre D	3 à 30	2,14	2 500	55 000	4,5
Verre R	3 à 30	2,48	4 400	86 000	5,2
Carbone HR	8	1,78	3 500	200 000	1
Carbone HM	8	1,8	2 200	400 000	0,5
Aramide HR	12	1,45	3 100	70 000	4
Aramide HM	12	1,45	3 100	13 000	2

Tableau 1.2 — Propriétés mécaniques des résines époxydes, Hamelin [52].

Masse volumique ($\text{kg} \cdot \text{m}^{-3}$)	1 200
Module d'élasticité en traction (GPa)	3 à 10
Contrainte à la rupture en traction (MPa)	1 à 1,5
Allongement à la rupture en traction (%)	140 à 150
Résistance au cisaillement (MPa)	7 à 10

La figure 1.13 présente les courbes typiques contrainte-déformation d'un essai de traction sur des nappes de fibres unidirectionnelles pré-imprégnées en fibres de carbone, de verre et d'aramide. Les composites à fibres de carbone (PRFC) présentent un module de Young plus important que les composites à fibres de verre (PRFV) et aramide (PRFA). En revanche, les composites à fibres de carbone ont une déformation à rupture moins importante que celles des composites à fibres de verre ou aramide. La comparaison avec la courbe de l'acier doux met en évidence les performances de ces matériaux en termes de rigidité.

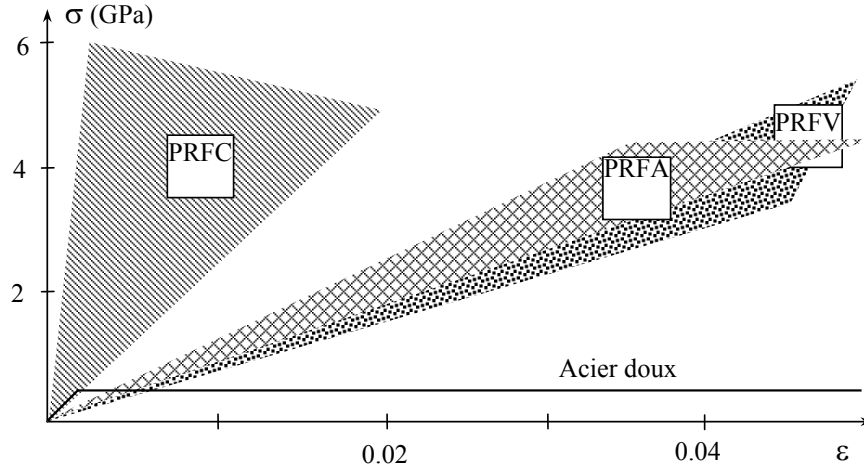


Figure 1.13 — Courbes typiques contrainte-déformation pour différents composites PRF et acier doux, composite à fibres de carbone (PRFC), composite à fibres de verre (PRFV), composite à fibres aramide (PRFA), International Federation for Structural Concrete [53].

Le comportement d'un composite unidirectionnel de Polymère Renforcé de Fibres peut être considéré comme élastique linéaire, isotrope transverse. Son comportement est caractérisé par cinq constantes matériaux qui sont le module de Young longitudinal E_L dans la direction des fibres, le module de Young transversal E_T , le coefficient de Poisson longitudinal transverse ν_{LT} et les modules de cisaillement longitudinal transverse G_{LT} et transverse transverse $G_{TT'}$, Berthelot [50].

En absence de caractérisation expérimentale du composite, des modèles analytiques de comportement homogénéisé peuvent être utilisés pour estimer les modules élastiques de l'unidirectionnel à partir des caractéristiques de ses phases et de leur proportion, Berthelot [50]. Ainsi, le module de Young longitudinal de l'unidirectionnel, qui joue un rôle prépondérant dans le renforcement, peut être estimé avec la loi des mélanges classique :

$$E_L = E_f V_f + E_m (1 - V_f), \quad (1.1)$$

où E_f désigne le module de Young de la fibre et E_m celui de la matrice, V_f étant la fraction volumique des fibres.

Des estimations des autres modules peuvent être obtenues par exemple avec les formules explicites simplifiées suivantes, Berthelot [50] :

$$\nu_{LT} = \nu_f V_f + \nu_m (1 - V_f), \quad \frac{1}{E_T} = \frac{V_f}{E_f} + \frac{1 - V_f}{E_m}, \quad \frac{1}{G_{LT}} = \frac{V_f}{G_f} + \frac{1 - V_f}{G_m}, \quad (1.2)$$

où ν_f désigne le coefficient de Poisson de la fibre et ν_m celui de la matrice, G_f désigne le module de cisaillement de la fibre défini par $G_f = E_f / 2 (1 + \nu_f)$ et G_m celui de la matrice.

Des expressions analytiques existent également et permettent d'estimer les caractéristiques effectives de composites tissés bidirectionnels, Gay [54]. Dans cette approche simplifiée, le tissu est considéré comme la superposition de deux couches de composite unidirectionnel croisées à 90° , l'une représentant le sens chaîne du tissu selon la direction x et l'autre le sens trame selon la direction y . L'équilibrage du tissu est caractérisé par le rapport $k = n_1 / (n_1 + n_2)$ où n_1 désigne le nombre de fils de chaîne par mètre et n_2 celui de fils de trame par mètre. Les modules élastiques du tissu dans le sens chaîne

(x) et trame (y) peuvent alors être estimés par les formules approchées suivantes :

$$E_x = k E_L + (1 - k) E_T, \quad E_y = (1 - k) E_L + k E_T, \quad (1.3)$$

$$G_{xy} = G_{LT}, \quad \nu_{xy} = \frac{\nu_{LT}}{\left(k + (1 - k) \frac{E_L}{E_T}\right)} \quad (1.4)$$

où E_L , E_T sont les modules de Young d'un pli unidirectionnel dans le sens des fibres et dans le sens transverse des fibres respectivement, G_{LT} et ν_{LT} représentent respectivement les modules de cisaillement et coefficient de Poisson du pli unidirectionnel.

Outre les excellentes performances de ces matériaux de nouvelle génération en termes de résistance à la traction, les raisons pour lesquelles les composites PRF sont de plus en plus utilisés pour renforcer les structures sont :

- leur haut rapport résistance/poids (l'apport de masse est négligeable) ;
- leur insensibilité à la corrosion ;
- leur facilité et rapidité de mise en œuvre ;
- et leur exceptionnelle adaptabilité aux diverses géométries (les tissus sont souples et permettent un pliage facile).

Bien qu'arborant un bilan très positif, les composites PRF présentent certains inconvénients qui ne doivent pas être négligés par les ingénieurs de génie civil. Tout d'abord, le comportement élastique fragile des composites PRF implique une rupture brusque de ces matériaux qui survient donc sans avertissement et peut alors mettre les usagers de la structure en danger. La caractère fragile de la rupture des composites exige donc des précautions particulières lors de leur utilisation en construction. En second lieu, il convient de rappeler que les composites PRF sont sensibles aux températures élevées. Les performances des composites PRF en cas d'incendie chutent à cause du ramollissement de la résine et de la perte de leurs propriétés mécaniques, la température de transition vitreuse de la majorité des résines époxy se situant au dessous de 80 °C, International Federation for Structural Concrete, [53].

Ces matériaux étant décrits, nous examinons au paragraphe suivant les procédés de leur mise en œuvre pour le renforcement de structures de génie civil.

2.2 Renforcement par collage de composite PRF

Le renforcement des ouvrages de génie civil par des matériaux composites consiste généralement à ajouter de nouvelles armatures en composite qui sont collées à la surface des éléments structuraux en vue d'améliorer leur comportement par rapport l'état initial. Comme dit précédemment, les composites PRF sont principalement utilisés dans le domaine du génie civil sous la forme de tissus secs uni ou bi-directionnels (quelquefois pré-imprégnés de résine) ou de plats préfabriqués suivant le processus de pultrusion. Les deux procédés de collage les plus répandus consistent à (Chataigner [55]) :

1. Coller les plats pultrudés sur la surface du béton à l'aide d'une résine époxy (figure 1.14 - a).
2. Imprégner les tissus secs sur site avec de la résine et les coller avec celle-ci sur la surface de la structure (figure 1.14 - b).

Pour plus de détails sur ces techniques de mise en œuvre, on pourra se référer à Hamelin [52].

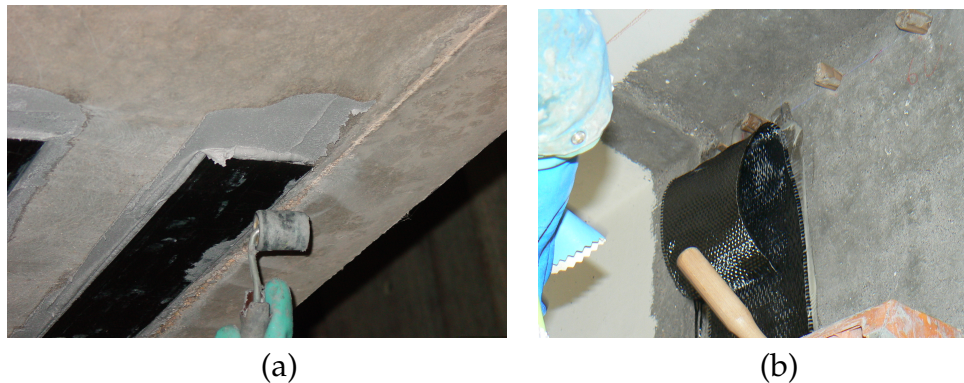


Figure 1.14 — Mise en place de composites PRF, (a) plat pultrudé à fibres de carbone, (b) tissu bi-directionnel à fibres de carbone, Chataigner [55].

Les composites PRF peuvent être utilisés pour réhabiliter différents éléments structuraux en béton armé tels que des poutres, des dalles, des jonctions poteaux-poutre, des murs ou encore des poteaux. Le renforcement des poutres en béton armé est destiné à améliorer leur comportement à l'effort tranchant et/ou à la flexion. Le renforcement au cisaillement vise à palier l'insuffisance des armatures à l'effort tranchant. Le renforcement à la flexion se réalise en collant des plaques pultrudées sur la surface tendue de la poutre, de façon à ce que les fibres soient orientées dans la direction longitudinale de la poutre. Le renforcement augmente ainsi la résistance aux moments de flexion et accroît la capacité portante de la poutre. La procédure de renforcement des dalles en béton armé ressemble à celle des poutres. Les composites PRF sont collés sur la face tendue de la dalle. Pour des dalles travaillant dans les deux sens, des lamelles croisées sont utilisées (figure 1.15).

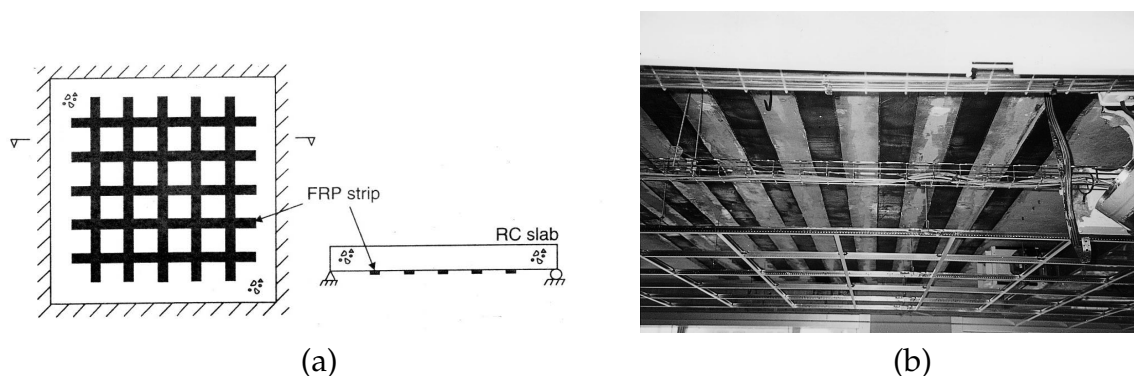


Figure 1.15 — Renforcement d'une dalle par des lamelles en composite PRF, (a) renforcement dans les deux sens, Teng et al. [56], (b) renforcement dans un sens, Luxcky [57].

Les composites PRF sont également utilisés comme une méthode alternative destinée à améliorer l'intégrité structurale des jonctions poteau-poutre en augmentant leur capacité de reprise des moments sollicitants et en diminuant la rotation au niveau des jonctions. Les recherches qui ont été effectuées sur le renforcement des assemblages poteau-poutre indiquent que les composites PRF collés sur la surface externe de ces jonctions améliorent leur capacité en cisaillement, Lau [58] et Ghobarah et Said [59]. La figure 1.16 illustre ainsi

une technique particulière de réhabilitation d'une jonction avec des PRF à fibres de verre (PRFV) [59].



Figure 1.16 — Exemple de réhabilitation d'assemblage poteau-poutre par collage de composite à fibres de verre PRFV, Ghobarah et Said [59].

Lors des séismes, le manque de résistance et de ductilité sont les principaux problèmes des murs sollicités en cisaillement. La capacité de résistance en flexion des murs peut être augmentée en utilisant des composites PRF. Les composites PRF collés à la surface du mur à l'aide d'une résine époxy peuvent être ancrés à la semelle (ou à la dalle inférieure), ainsi qu'à la dalle supérieure en utilisant des dispositifs d'ancrage en acier ou en PRF. Afin d'améliorer la résistance à la flexion et au cisaillement des murs, les fibres sont orientées dans les sens verticaux et horizontaux ou placées diagonalement, Lombard et al. [60], El-Sokkary and K. Galal [61], (figure 1.17).

Une technique de renforcement parasismique largement utilisée pour les poteaux en béton armé consiste à confiner les poteaux en appliquant des feuilles de PRF sur leur périmètre (figure 1.18). Dans ce cas, les fibres de chaîne (majoritaires dans un tissu) sont naturellement orientées perpendiculairement à l'axe du poteau. Par rapport aux techniques classiques de chemisage des poteaux qui utilisent l'acier et le béton, le confinement par PRF est plus facile et rapide à mettre en œuvre. Il n'apporte pas de masse supplémentaire (ou très faible) et n'augmente pas la rigidité de la structure. Il ne change donc pas le comportement dynamique de la structure. En raison de ces avantages, l'utilisation des tissus PRF pour renforcer des poteaux en béton armé a connu un succès croissant ces dernières années. Un exemple de mise en œuvre de composite PRF sur un poteau en béton armé est illustré sur la figure 1.18. Le reste du document détaillera plus précisément l'application des composites PRF au cas du renforcement des poteaux.

2.3 Réglementation parasismique et ductilité

Les nouvelles réglementations relatives au dimensionnement des structures, et en particulier des ouvrages en béton armé, reposent sur le fait que ces structures doivent être en mesure d'offrir suffisamment de ductilité pour dissiper l'énergie sismique liée au tremblement de terre, Chopra [63]. L'approche du dimensionnement parasismique implique d'évaluer la force de dimensionnement (i.e. l'effort réel) pour atteindre le niveau de ductilité nécessaire à la dissipation de l'énergie d'hystérésis. Cette force peut être évaluée à partir de l'effort calculé sous l'hypothèse d'un comportement élastique de la structure et

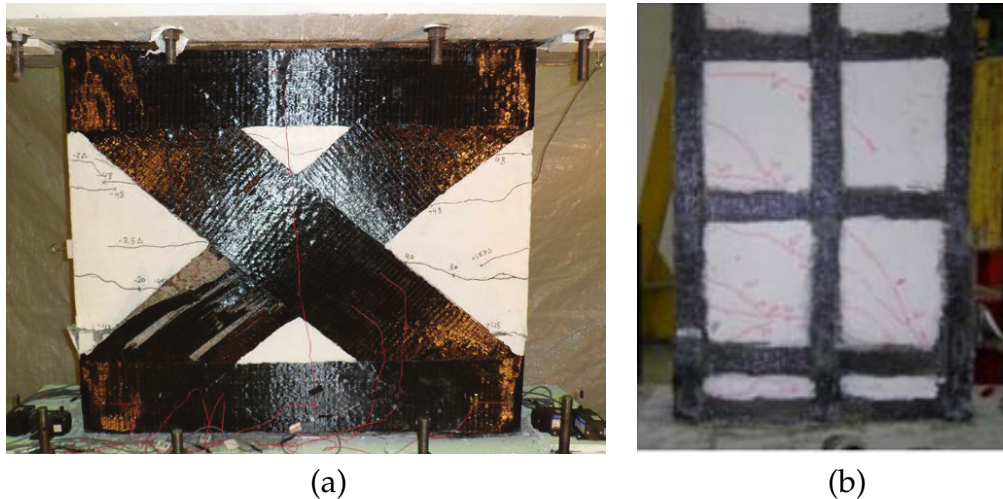


Figure 1.17 — Deux configurations différentes de renforts de voiles, (a) d'après El-Sokkary(2013) [61], (b) d'après Qazi et al. (2013) [62].



Figure 1.18 — Un exemple de mise en œuvre de composite PRF sur un poteau en béton armé, Document CSTB [51].

en divisant cet effort par un coefficient de comportement. La simplicité d'une telle approche peut permettre de réaliser des économies sur le coût de la structure, Uang [64].

Au cours des dernières décennies, le concept de dimensionnement des structures basé sur la performance a cependant été développé. Celui-ci précise qu'une structure est conçue pour satisfaire un niveau de performance prédéfini sous différents niveaux de tremblement de terre. Plusieurs niveaux de performance sont ainsi introduits dans la littérature, par exemple, l'occupation immédiate, la sécurité de vie et la prévention de l'effondrement d'après Federal Emergency Management Agency, FEMA356 [65]. Ces niveaux de performances sont directement liés à la ductilité des structures. À cet égard, les poteaux apparaissent donc comme les éléments les plus importants, car les plus aptes à augmenter la ductilité d'un ouvrage. En effet, lorsqu'un chargement axial est appliqué à un poteau en béton armé, le béton se dilate latéralement, notamment par effet Poisson. Dans le cas d'un poteau confiné par exemple par un matériau composite, le confinement réduit la dilatation de la section en exerçant une pression latérale, créant ainsi un état de contrainte tridimensionnel dans le béton. Il en résulte une augmentation de la capacité portante et de la ductilité du poteau, puis de l'ensemble de la structure. L'efficacité du confinement par composite PRF associée à sa facilité de réalisation en fait la technique de réhabilitation la plus répandue dans les zones sismiques.

Cependant, les résultats expérimentaux concernant les poteaux de grande taille confinés par PRF et testés sous charge sismique sont encore limités. Par conséquent, l'élaboration

des réglementations pour dimensionner ces éléments confinés souffre d'un retard par rapport aux nombreuses applications pratiques de cette méthode constatées dans le monde. Le paragraphe suivant présente quelques résultats expérimentaux disponibles dans la littérature mettant en valeur l'efficacité du confinement par des composites PRF sur des poteaux en béton armé.

2.4 Efficacité du confinement par composite de poteaux en béton armé

Dans son travail de synthèse, Liu [66] recense les études expérimentales menées sur des poteaux en béton armé de taille réelle confinés par des composites PRF. Il cite notamment les travaux de Sheikh and Yau [67], Gould and Harmon [68], Iacobucci et al. [69], Memon and Sheikh [70], Hosseini et al. [71], Ozbakkaloglu and Saatcioglu [72, 73] et Wang et al. [74]. Ces auteurs ont en particulier testé le comportement des poteaux confinés sous une charge axiale constante combinée à des déplacements cycliques d'amplitude imposée de façon à simuler la situation sismique. Les résultats expérimentaux sont présentés sous la forme de boucles d'hystérésis du moment de flexion en fonction de la courbure ou de la force latérale en fonction de la flèche.

L'analyse synthétique menée par Liu [66] a mis en évidence :

- l'amélioration des performances sismiques des poteaux en béton confinés par composite PRF, notamment, la ductilité, l'énergie dissipée et la capacité en flexion augmentent avec le niveau du confinement ;
- la nécessité d'augmenter le niveau du confinement avec l'intensité de la charge axiale pour obtenir un niveau de ductilité similaire en terme de courbure ;
- la plus grande l'efficacité du confinement de sections circulaires comparée au confinement de sections carrées ;
- le comportement sismique des poteaux confinés par des armatures en acier est différent de celui des poteaux confinés par PRF : les colonnes confinées par PRF ne présentent pratiquement pas de dégradation de leur résistance à la flexion dans la phase de déformation plastique, tandis que les colonnes confinées par armature acier peuvent montrer une branche post-pic descendante dans la courbe moment versus courbure. Cette différence est encore plus évidente lorsque la charge axiale est plus élevée ;
- une amélioration significative de la résistance en flexion des colonnes confinées soumises à une charge axiale élevée.

Une campagne expérimentale également menée à échelle réelle sur des colonnes en béton armé avec différentes configurations de renforcement sur la plate forme d'essais des structures de l'IFSTTAR (à Paris) par Sadone et al. [19]. Le travail que nous présentons ici s'inscrit dans le cadre d'une collaboration avec l'IFSTTAR et était initialement dirigé vers la simulation des essais de cette campagne expérimentale. L'étude bibliographique et les premières tentatives de calculs effectuées avec des modèles existants de la littérature nous ont amenés à recentrer le travail sur le développement d'un modèle tridimensionnel apte à simuler le comportement de poteaux en béton armé confinés. Certains des tests à échelle réelle menés dans la campagne réalisée par l'IFSTTAR serviront d'illustrations de notre modèle.

En préambule à ce travail et de façon à mieux appréhender le comportement du matériau béton sous confinement, nous présentons et analysons à la section suivante les principaux résultats expérimentaux issus de la littérature illustrant le comportement d'éprouvettes de béton non confinées et confinées sous différents chargements.

3 Comportement du béton non confiné ou confiné : synthèse et analyse des résultats expérimentaux rapportés dans la littérature

Le béton présente un comportement quasi-fragile, endommageable, dissymétrique en traction-compression. Ce comportement non linéaire est lié à la formation et au développement d'un processus complexe de fissuration. Ce processus est lui-même fortement lié au caractère hétérogène du béton qui est composé d'agrégats grossiers (les granulats), de sable et de pâte de ciment hydratée formée par l'hydratation du ciment suite à son mélange avec de l'eau. La pâte de ciment hydratée forme une zone de transition au voisinage immédiat des granulats. Cette zone de transition présentant un rapport eau sur ciment légèrement plus élevé que le reste de la pâte de ciment se révèle plus faible que le reste de la pâte de sorte que la rupture se développe le plus souvent dans cette zone de transition ou dans la pâte de ciment hydratée elle-même. Sous un chargement modéré, la réponse du béton est initialement contrôlée par sa micro-fissuration dans la zone de transition. Lorsque le chargement augmente, les micro-fissures dans la zone de transition croissent et coalescent en se développant pour certaines dans la pâte de ciment hydratée. Finalement, un ensemble de fissures continues se forme et traverse la zone de transition, la pâte de ciment et éventuellement certains granulats, ce qui entraîne la ruine progressive ou brutale du matériau, selon le schéma de fissuration ainsi mis en place.

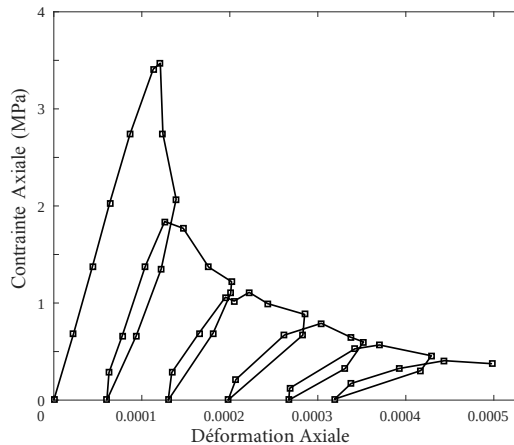
Ces phénomènes de fissuration permettent d'analyser les courbes réponse contraintes-déformations du béton sous chargement quasi-statique uniaxial présentées au paragraphe suivant.

3.1 Comportement uniaxial du béton non confiné en traction et en compression

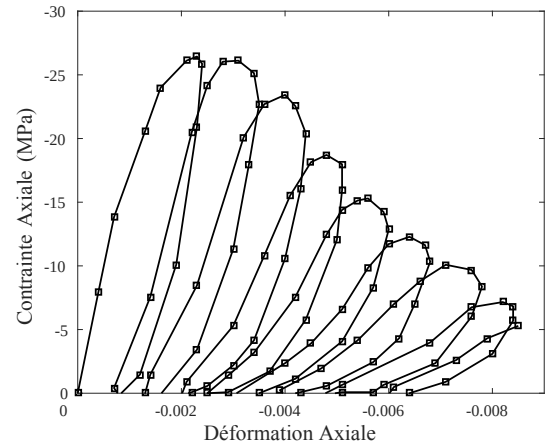
À titre d'illustration du comportement du béton non confiné sous une sollicitation de traction uniaxiale, nous présentons sur la figure 1.19 (a) une courbe représentative issue des travaux de Gopalaratnam et Shah [75]. Il est possible d'y distinguer deux phases : tout d'abord une phase élastique linéaire, puis une phase post-pic non linéaire. Nous pouvons observer lors des décharges dans la phase post-pic une perte de raideur et l'apparition de boucles d'hystérésis. des déformations résiduelles, que nous qualifierons de « plastiques » dans la suite de ce document, peuvent être remarquées lorsque l'éprouvette est totalement déchargée. Les boucles d'hystérésis et ces déformations résiduelles sont attribuées dans la littérature au frottement entre les lèvres de macro-fissures créées lors du chargement et qui présentent une forte irrégularité de surface induite par l'hétérogénéité microscopique du béton.

Le comportement du béton non confiné en compression uniaxiale est illustré à travers la

figure 1.19 (b), résultat d'un essai réalisé par Sinha et al. [76] sur une éprouvette en béton. Sur cette figure, il apparaît que la réponse du béton est essentiellement élastique linéaire jusqu'à ce que la contrainte atteigne un pic qui se situe à environ 30 % de la résistance en compression du béton. Après ce niveau de contrainte, la dégradation de la rigidité débute du fait de l'accélération significative de la croissance de fissures.



(a) Traction uniaxiale, résultats expérimentaux de Gopalaratnam et Shah [75].



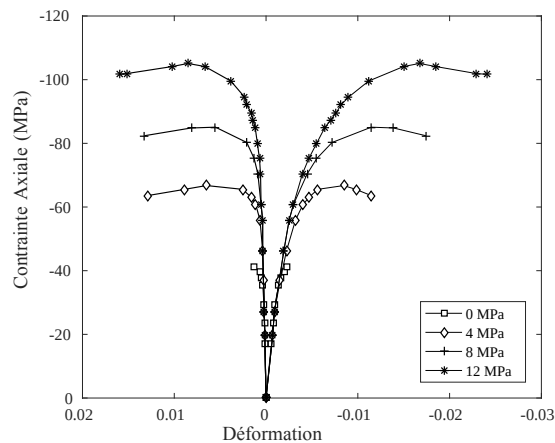
(b) Compression uniaxiale, résultats expérimentaux de Sinha et al. [76].

Figure 1.19 — Réponse d'éprouvettes en béton non confinée soumise à des chargements de traction uniaxiale (a) et compression uniaxiale (b).

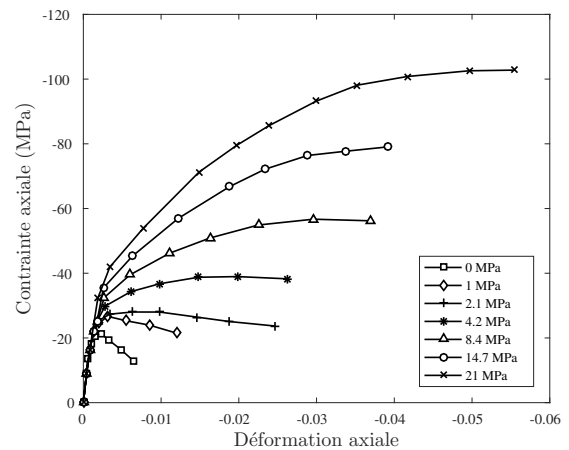
Nous nous proposons maintenant de décrire le comportement du béton lorsqu'il est confiné par l'application d'une compression latérale constante. On parle alors de confinement actif.

3.2 Comportement du béton sous confinement actif par compression latérale

Une illustration du comportement du béton sous différents confinements par application de pression latérale est présenté sur la figure 1.20. Cette figure est issue d'une étude expérimentale menée par Candappa et al. [8] et Imran et Pantazopoulou [6] sur des éprouvettes en béton placées dans une cellule triaxiale qui exerce un confinement constant. Les réponses des éprouvettes sous différentes pressions latérales reportées sur les courbes font apparaître que le comportement du béton confiné activement est plus ductile avec une résistance plus élevée que lors d'un essai de compression uniaxial simple. Pour des faibles pressions de confinement, les courbes présentent une branche adoucissante, le comportement du matériau devient ductile pour des pressions de confinement plus élevées (figure 1.20 (b)). En outre, plus le confinement est important, plus la résistance est élevée. Ce renforcement de la résistance avec le confinement s'explique par le fait que le confinement provoque un frottement des lèvres de fissure, ainsi qu'une propagation plus stable de celles-ci. On observe par ailleurs que le comportement macroscopique du béton confiné de façon active présente une phase non linéaire qui peut être apparentée à de la plasticité lorsque le confinement augmente, Jamet et al. [5], Torrenti [77].



(a) Résultats expérimentaux de Candappa et al. [8] sur un béton de résistance à la compression $f_c = 41,9$ MPa.



(b) Résultats expérimentaux de Imran et Pantazopoulou [6] sur un béton de résistance à la compression $f_c = 21$ MPa.

Figure 1.20 — Réponse d'une éprouvette en béton dans un essai triaxial sous différentes pressions latérales.

Le comportement du béton sous un essai triaxial illustre bien les effets positifs d'un confinement par l'application d'une pression constante. Le confinement actif permet d'augmenter la résistance et la ductilité du béton qui sont, comme nous l'avons vu dans les premiers paragraphes de ce chapitre, les deux caractéristiques essentielles pour assurer la sécurité d'un ouvrage.

L'effet d'un confinement par un renfort en matériau composite, désigné également par confinement passif, relève de mécanismes différents que nous nous proposons de décrire et d'analyser dans le paragraphe suivant.

3.3 Comportement du béton confiné par composite PRF

Nous débutons ce paragraphe par une analyse simplifiée qui fournit une première estimation de la pression latérale exercée par un renfort composite.

3.3.1 Confinement passif et déformation latérale

Afin de comprendre le mécanisme du confinement par PRF, considérons un cylindre chemisé par un composite PRF sous chargement axial. Lorsque le béton est chargé axialement, il se dilate latéralement par l'effet Poisson. En raison de l'interaction entre le béton et le composite, le PRF s'oppose à cette expansion latérale ce qui génère une tension orthoradiale dans le PRF et une pression latérale sur le noyau de béton. L'action du confinement peut être schématiquement représentée sur la figure 1.21 proposée par Lam et Teng [12]. La pression latérale résultant du composite sur le béton augmente linéairement en raison du comportement élastique linéaire de ce matériau. Ce type de confinement passif a son niveau qui varie avec la déformation latérale.

Une analyse de la dépendance du niveau de confinement avec la déformation latérale peut être explicitée en procédant à un bilan simplifié des efforts dans un cylindre de béton

confiné par composite.

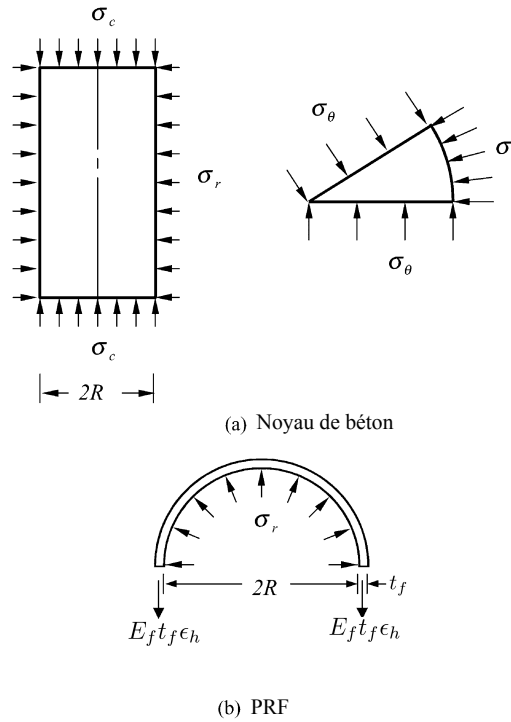


Figure 1.21 — L'effet du confinement exercé par le composite PRF sur le noyau de béton, Lam et Teng [12].

Considérons pour cela le cylindre en composite soumis à la pression intérieure exercée par les efforts internes du noyau de béton. En exploitant la solution classique de mécanique des milieux continus du problème d'équilibre d'un tube mince en pression interne, Germain [78] on obtient :

$$\sigma_h = \sigma_r \frac{D}{2 t_f}, \quad (1.5)$$

où σ_h désigne la contrainte de traction dans le PRF, σ_r la pression latérale agissant sur le noyau de béton, t_f l'épaisseur du chemisage PRF et D le diamètre du noyau du béton. En supposant le comportement du PRF linéaire, élastique jusqu'à rupture, la contrainte de traction dans le PRF est donnée par :

$$\sigma_h = E_f \epsilon_h, \quad (1.6)$$

où E_f représente ici le module de Young du composite dans le sens longitudinal des fibres (précédemment noté E_L), les fibres du PRF étant placées transversalement à l'axe du poteau et ϵ_h désigne la déformation latérale dans le composite.

En exploitant alors les équations (1.5) et (1.6), on obtient finalement la dépendance linéaire de la pression latérale agissant sur le noyau de béton en fonction de la déformation latérale :

$$\sigma_r = K \epsilon_h, \quad \text{avec} \quad K = E_f \frac{2 t_f}{D}, \quad (1.7)$$

où K , classiquement désigné dans la littérature par module de confinement, représente le niveau de confinement subi par le cylindre chemisé par le composite PRF.

Cette dépendance du confinement avec la déformation latérale conduit à une réponse

contrainte-déformation d'un béton confiné par PRF en compression axiale non linéaire et très dépendante du niveau de confinement comme l'illustre le paragraphe suivant.

3.3.2 Réponse contrainte-déformation d'un béton confiné par composite PRF en compression axiale

De nombreux essais décrits dans la littérature, Nanni et Bradford [4], Xiao et Wu [7], Lam et Teng [13], Berthet et al. [15], mettent en évidence trois phases distinctes dans la réponse contrainte-déformation en compression d'un béton confiné par un composite PRF. Dans la première phase, correspondant à un niveau de contrainte inférieur à la résistance du noyau du béton, la dilatation latérale du béton est très faible et le confinement est par conséquent négligeable. Le comportement du noyau est très proche de celui du béton non confiné. Dans la deuxième phase, les micro-fissures progressent à travers le noyau, le noyau commence à s'endommager et à perdre sa rigidité. Par conséquent, la déformation latérale du noyau augmente significativement. Cette phase est une phase de transition avant la troisième phase dans laquelle la déformation latérale de noyau devient suffisante pour activer l'effet du chemisage par le composite PRF. La réponse du béton confiné dans cette dernière phase dépend du niveau de confinement, ou encore du module de confinement. D'après, Lam et Teng [12], on peut distinguer trois types de comportements différents dans cette dernière phase en fonction du niveau de confinement comme présenté sur la figure 1.22, (a) un comportement durcissant pour un confinement important, (b) pour des confinements moins marqués, un comportement plus ou moins adoucissant et (c) selon les valeurs de la résistance à la compression f_c du béton non confiné vis-à-vis de la valeur ultime f_{cu} . La plupart des échantillons testés dans la littérature manifestent un comportement semblable à celui représenté sur la figure 1.22 (a), c'est-à-dire qui peut être décrit par une courbe contrainte-déformation bilinéaire avec une troisième phase ascendante. Ce comportement est observable lorsque le béton est suffisamment confiné. La résistance à la compression de l'éprouvette et la résistance en traction du PRF sont atteintes au même instant, la rupture du confinement déclenchant la ruine de l'éprouvette. La figure 1.23 présente les courbes réponse contrainte-déformation d'éprouvettes de béton de différentes résistances à la compression ($f_c = 20$ et 40 MPa) confinées par un composite PRF à base de fibres de carbone et de verre. Le nombre de plis mis en oeuvre pour le chemisage conduit à des niveaux de confinement différents. On observe que l'augmentation du confinement conduit à une augmentation significative de la résistance ultime axiale et de la ductilité. Cependant, certaines expériences présentées notamment par Wu [16] montrent que le béton confiné peut présenter un comportement adoucissant dans lequel la résistance à la compression est atteinte avant la rupture du chemisage en PRF, (figure 1.22 (b)). Dans ce cas, si la contrainte dans le béton à la déformation ultime est supérieure à la résistance à la compression du béton non confiné, le confinement par le composite PRF est suffisant pour entraîner l'amélioration de la résistance de l'éprouvette confinée.

Toutefois, si la résistance ultime à la compression est inférieure à la résistance à la compression du béton non confiné, comme illustré sur la figure 1.22 (c), on peut considérer que le noyau du béton est insuffisamment confiné. Ce type de comportement du béton insuffisamment confiné a été observé dans certains tests réalisés par Wu [16]. Le comportement du béton dans ce niveau de confinement n'étant pas prédit de façon fiable, il est recommandé de ne pas chercher à dimensionner un poteau. Lam and Teng [12] proposent

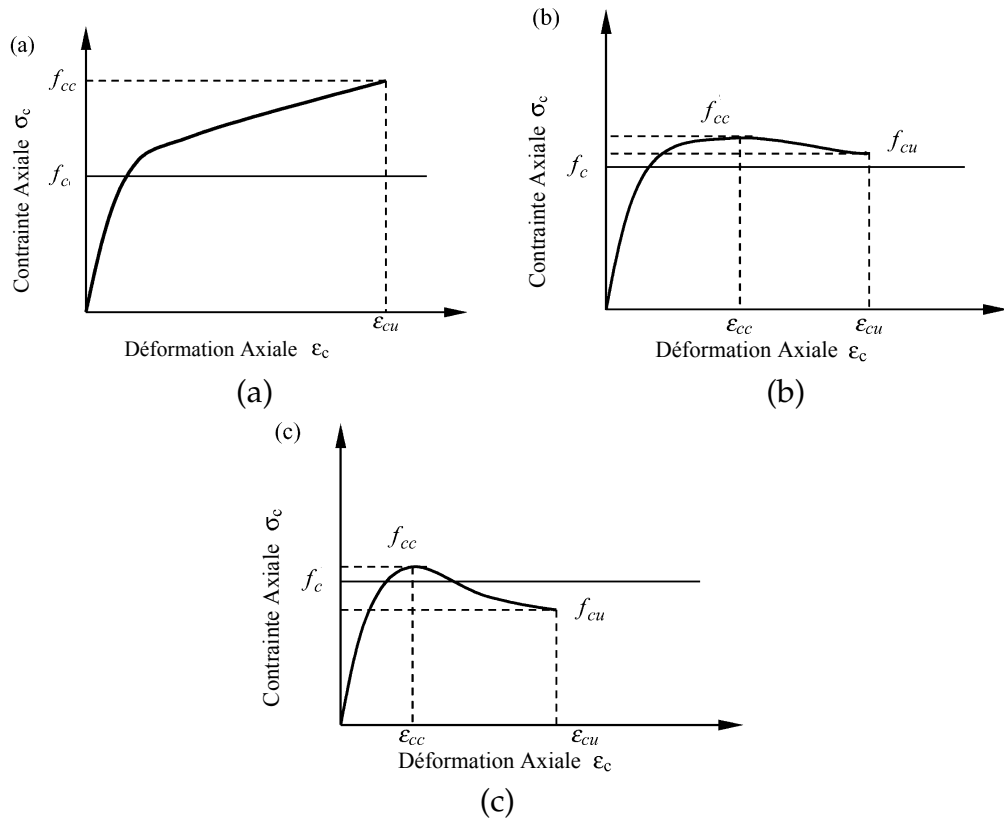
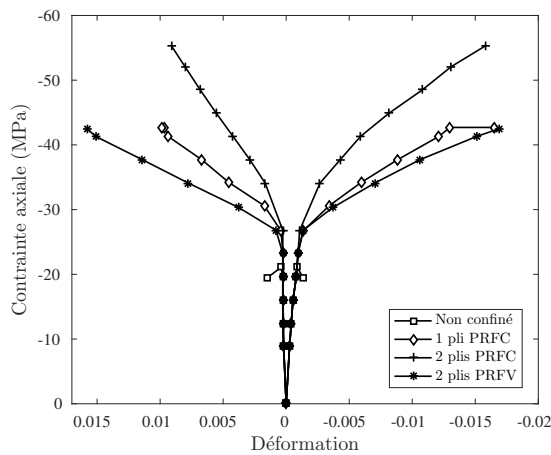
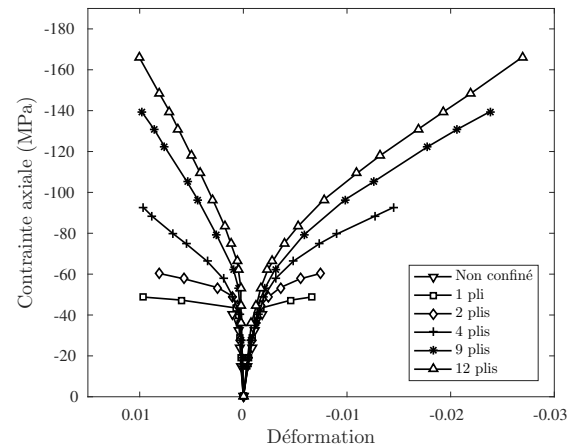


Figure 1.22 — Classification des courbes contrainte-déformation d'après Lam et Teng [12], (a) comportement durcissant, (b) comportement adoucissant pour $f_{cu} > f_c$, (c) comportement adoucissant pour $f_{cu} < f_c$.



(a) Béton de résistance à la compression $f_c = 20$ MPa et confinement par composites à fibres de carbone PRFC et fibres de verre PRFV.



(b) Béton de résistance à la compression $f_c = 40$ MPa et confinement par composites à fibres de carbone PRFC.

Figure 1.23 — Évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale (absorbées négatives) et de la déformation latérale (absorbées positives). Résultats expérimentaux de Berthet et al. [15] sur des bétons confinés par composites PRF.

un critère pour éviter un tel confinement insuffisant dans les poteaux de section circulaire.

Pour ces auteurs, le confinement est considéré comme suffisant lorsque :

$$f_{l,u} \geq 0,07 f_c \quad (1.8)$$

avec $f_{l,u}$ qui représente la pression latérale ultime définie ultérieurement par la formule (1.10). Les mécanismes induits par un confinement sur le comportement d'un béton en compression étant décrits, nous nous intéressons maintenant aux modes de rupture observés en compression uniaxiale.

3.3.3 Mode de rupture dans un béton confiné en compression uniaxiale

Le mode de rupture le plus courant pour le béton confiné par composite PRF correspond à la rupture en traction du composite PRF dans le sens des fibres, le composite étant mis en oeuvre avec les fibres orientées perpendiculairement à l'axe du poteau. Le degré de fissuration dans le noyau en béton augmente avec le niveau de confinement. En arrêtant un essai à un tel niveau de charge (mais avant rupture de l'éprouvette), l'autopsie révèle que les granulats sont détachés et que le noyau a perdu sa cohésion, comportement qui s'intensifie avec le niveau de confinement. Ce phénomène est d'autant plus marqué que l'éprouvette est fortement confinée. Plus le confinement est élevé plus le comportement du noyau en fin d'essai est proche de celui d'un matériau pulvérulent, Berthet [14]. Une photo de cet état du béton confiné présentée à la figure 1.24. Plusieurs études, Wu [16],



Figure 1.24 — Photo de la décohésion du béton confiné en fin d'essai, (photo prise à l'université de Gent, Belgique).

Lam and Teng [12], Berthet [14], Pessiki et al. [9], mentionnent que la déformation ultime du PRF dans le sens des fibres de confinement au moment de la rupture de la chemise est inférieure à celle obtenue lors d'essais menés sur des coupons de PRF. Cela peut s'expliquer par l'état de contraintes dans le composite PRF qui est biaxial contrairement aux essais sur coupons. Une autre raison invoquée par Lam and Teng [12] est que la fissuration du noyau de béton peut causer une concentration locale de contraintes dans le PRF. Pessiki et al. [9] ont proposé l'introduction d'un coefficient permettant d'obtenir la déformation ultime de traction du confinement à partir de la valeur obtenue lors des tests de traction directe sur coupon :

$$\epsilon_{h,rupt} = k_e \epsilon_{frp} \quad (1.9)$$

avec $\epsilon_{h,rupt}$ désigne la déformation ultime du composite PRF obtenue lors d'un test sur une éprouvette chemisée, ϵ_{frp} la déformation ultime du PRF obtenue par traction directe sur coupon avec k_e un coefficient de réduction.

Lam et Teng [12] recommande de prendre la valeur de 0,63 pour ce coefficient. Connaissant la déformation ultime du composite PRF $\epsilon_{h,rupt}$, la pression latérale ultime $f_{l,u}$ peut être obtenue par la relation :

$$f_{l,u} = K\epsilon_{h,rupt}, \quad (1.10)$$

où K est le module de confinement défini à la section 3.3.1. Nous nous intéressons maintenant à l'influence du confinement sur le comportement volumique des éprouvettes cylindriques confinées par des composites PRF. Selon le niveau de confinement, des comportements dilatant ou compactant s'observent.

3.3.4 Comportement dilatant-contractant du béton confiné par composite PRF

Un exemple de l'évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation volumique est présentée pour un béton confiné par composite PRF pour des épaisseurs variées de chemisage et de nature différente à la figure 1.25. Les résultats expérimentaux reportés sur cette courbe sont issus des travaux de Berthet et al. [15] pour un béton de résistance en compression de 40 MPa confiné à différents niveaux par des composites PRF à base de fibres de carbone.

On observe comme précédemment trois phases distinctes de comportement. Dans la première phase, le niveau de contrainte est inférieur à la résistance du noyau du béton la déformation latérale du béton est très faible le confinement est par conséquent faible et le comportement est proche de celui du béton non confiné, le noyau est en contraction comme on peut voir dans la figure 1.25. Dans la deuxième phase, les microfissures se propagent à travers le noyau et la déformation latérale augmente plus rapidement que la déformation axiale. Cette phase est une phase de transition avec une tendance à la dilatation du noyau du béton. Dans la troisième phase, la déformation latérale est importante, le composite génère sur le noyau de béton une pression latérale qui augmente jusqu'à la rupture du composite. Le comportement du béton confiné dans cette dernière phase dépend du niveau de confinement. On observe sur cette figure que pour de faibles niveaux de confinement (jusqu'à quatre plis de renforts), le composite n'arrive pas à contrôler la dilatation du noyau du béton. Au contraire, le chemisage en PRF, lorsqu'il est renforcé, contrôle la dilatation et impose un comportement compactant, Berthet [14].

3.3.5 Influence du trajet de chargement

Lim et Ozbakkaloglu [17], [79] ont récemment étudié l'influence du trajet de chargement sur la contrainte axiale dans des éprouvettes cylindriques confinées activement et passivement par un chemisage en composite. Des éprouvettes de béton de résistance normale et haute résistance ont été testées sous les deux types de confinement. À titre d'exemple, la figure 1.26 présente les résultats expérimentaux obtenus pour un béton de résistance en compression de 51,6 MPa avec différents niveaux de confinement constants de 0 MPa (éprouvette non confinée) jusqu'à 25 MPa, ainsi qu'un confinement par deux plis composites PRF à base de fibres aramides (PRFA). Sur la figure 1.26 (a), qui présente la courbe

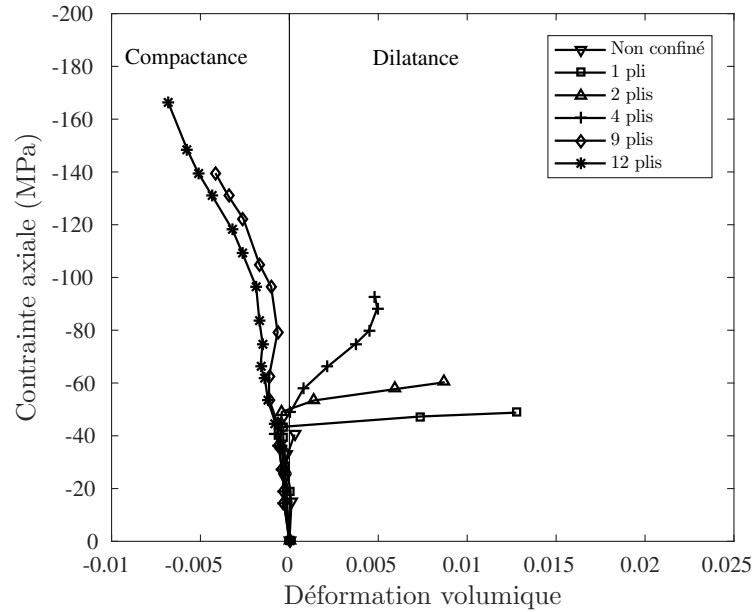


Figure 1.25 — Évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation volumique, résultats expérimentaux de Berthet et al. [15].

de déformation latérale en fonction de la déformation axiale, sont repérés par des points noirs les états correspondants à des déformations axiales et latérales égales pour les deux types de confinement. En ces points, on observe que les valeurs de confinement dans le béton confiné activement (f_1^*) sont approximativement égales à celles obtenues avec le confinement passif (f_1) par composite par PRFA (courbe rouge). La figure 1.26 (b) montre que en ces points d'intersection, la contrainte axiale du béton confiné par composite PRF est légèrement inférieure à celle du béton confiné par un confinement constant. Ces auteurs ont observé que cette différence de contrainte axiale devient très importante dans le cas de bétons à haute résistance, Lim et Ozbakkaloglu [17] et [79]. Les observations

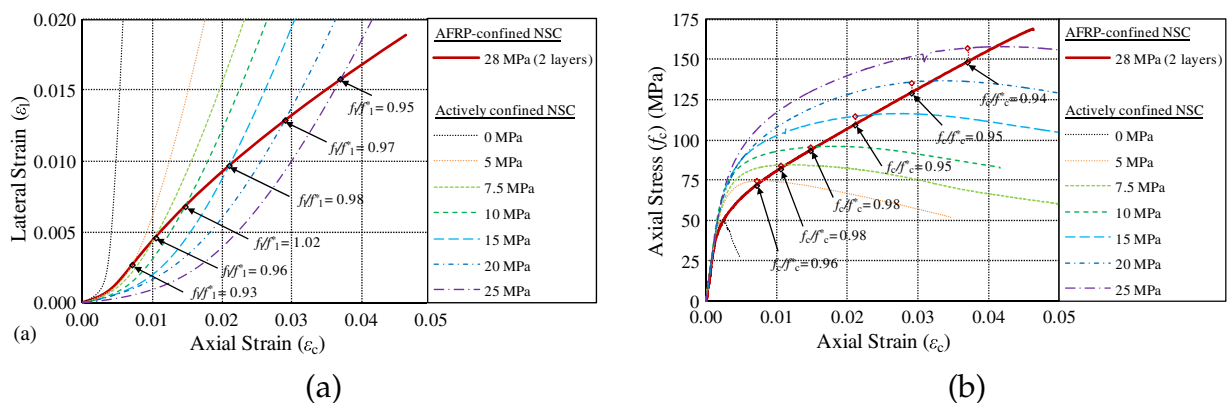


Figure 1.26 — Comparaison des résultats expérimentaux du béton activement confiné et confiné par deux plis PRF à base de fibre d'aramide, Lim et Ozbakkaloglu [17]. (a) Évolution de la déformation latérale en fonction de la déformation axiale. (b) Courbes contraintes-déformation axiale.

décrites précédemment concernaient le comportement d'éprouvettes confinées sous chargement monotone. Nous examinons maintenant le comportement de béton confiné sous un chargement cyclique de compression en nous appuyant toujours sur des études de la

littérature.

3.3.6 Comportement sous compression cyclique d'éprouvettes cylindriques confinées

Différentes études expérimentales de la littérature décrivent le comportement des échantillons chemisés par PRF sous essais cycliques de compression, on peut citer par exemple Rousakis [10], Ilki et Kumbasar [11], Lam et al. [80] ou encore Ozbakkaloglu and Akin [81]. À titre d'illustration, nous présentons sur la figure 1.27 la courbe réponse obtenue par Ozbakkaloglu and Akin [81] sur une éprouvette de béton confinée par deux plis en composite à fibres d'aramide (PRFA).

Les résultats de ces travaux mettent en évidence que la courbe enveloppe des boucles hystérésis sous chargement cyclique correspond à la courbe contrainte-déformation axiale sous chargement monotone. De plus, ces essais montrent que le module de Young du béton confiné se dégrade moins au fur et à mesure des cycles que celui du béton non-confiné. On peut pour cela rapprocher la figure 1.27 de la figure 1.19(b) présentée précédemment caractéristique d'un comportement de béton non confiné sous chargement cyclique de compression. De même que pour un essai monotone, la rupture du noyau confiné survient suite à la rupture en traction du PRF.

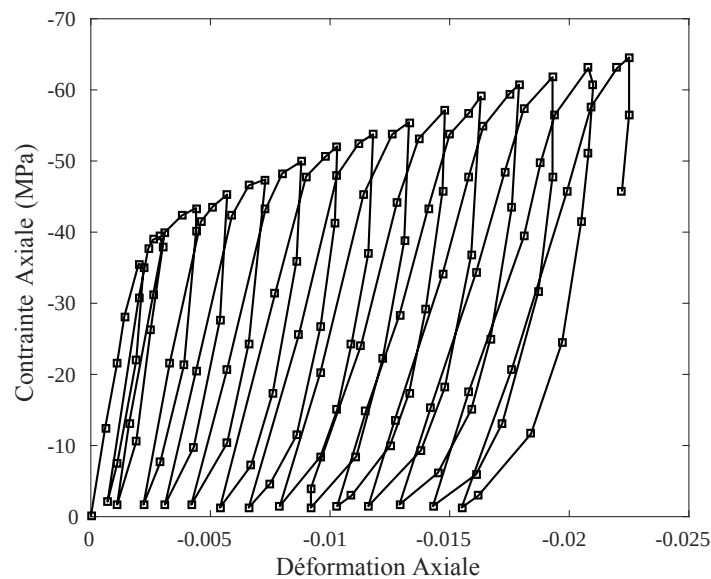


Figure 1.27 — Comportement sous compression cyclique d'une éprouvette confinée par deux plis de composite à fibres d'Aramide (PRFA), Ozbakkaloglu and Akin [81].

3.3.7 Comportement en compression d'éprouvettes rectangulaires confinées

Les sections non-circulaires de poteau les plus utilisées dans le domaine du génie civil sont des sections carrées et/ou rectangulaires. Pour ces formes de section, la distribution de la pression de confinement générée par un chemisage n'est pas uniforme. Elle est maximale au cœur de la section et minimale à proximité du centre des côtés de la section (figure 1.28). Pour de telles sections, l'efficacité du confinement en termes de gain de résistance ou de ductilité est réduite comparée à celle produite sur une section circulaire.

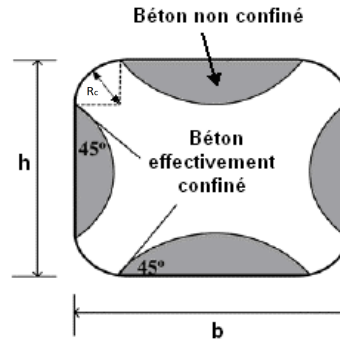


Figure 1.28 — Distribution non-uniforme du confinement dans les sections rectangulaires/carrées, Sadone [82].

Mirmiran et al. [83] suggèrent que l'efficacité du confinement par PRF des poteaux rectangulaires en béton dépend, outre des paramètres précédemment listés (la résistance en compression du béton, le type de fibres et de résine, la fraction volumique de fibres et les orientations des fibres, l'épaisseur du composite), du rapport du rayon des congés R_c sur la largeur de la section b , (figure 1.28). Ces auteurs ont proposé d'introduire le coefficient suivant pour quantifier l'efficacité du confinement des sections rectangulaires :

$$MCR = \frac{2 R_c}{b} \frac{f_r}{f_c}, \quad (1.11)$$

où R_c représente le rayon des congés de la section rectangulaire, b la largeur de la section, f_r la pression de confinement et f_c la résistance à la compression du béton non confiné et où la pression du confinement f_r se calcule de la façon suivante :

$$f_r = \frac{2 f_{u,f} t_f}{b}, \quad (1.12)$$

où $f_{u,f}$ représente la résistance en traction du PRF et t_f l'épaisseur du composite.

Mirmiran et al. [83] indiquent que, pour une valeur du coefficient MCR inférieure à 15 %, bien que l'on observe un gain de ductilité, la résistance ne sera pas augmentée. Dans une telle configuration, la courbe contrainte-déformation présente alors une branche adoucissante, (figure 1.22 (c)).

La figure 1.29 présente des courbes contraintes-déformations typiques du comportement en compression d'éprouvettes carrées pour deux niveaux de confinement et deux rayons de congés différents, Wang and Wu [84]. Pour ces essais, les auteurs ont constaté que l'augmentation de la résistance du béton confiné est bien directement proportionnelle au rapport du rayon de congé sur la largeur de la section $2 R_c / b$.

4 Quelques modélisations du comportement du béton confiné par composite proposées dans la littérature

Avant de nous intéresser plus spécifiquement aux modèles de comportement dédiés à des bétons confinés par composite, nous revenons sur les premiers modèles de comportement de béton confiné proposés dans la littérature qui concernaient le confinement par des

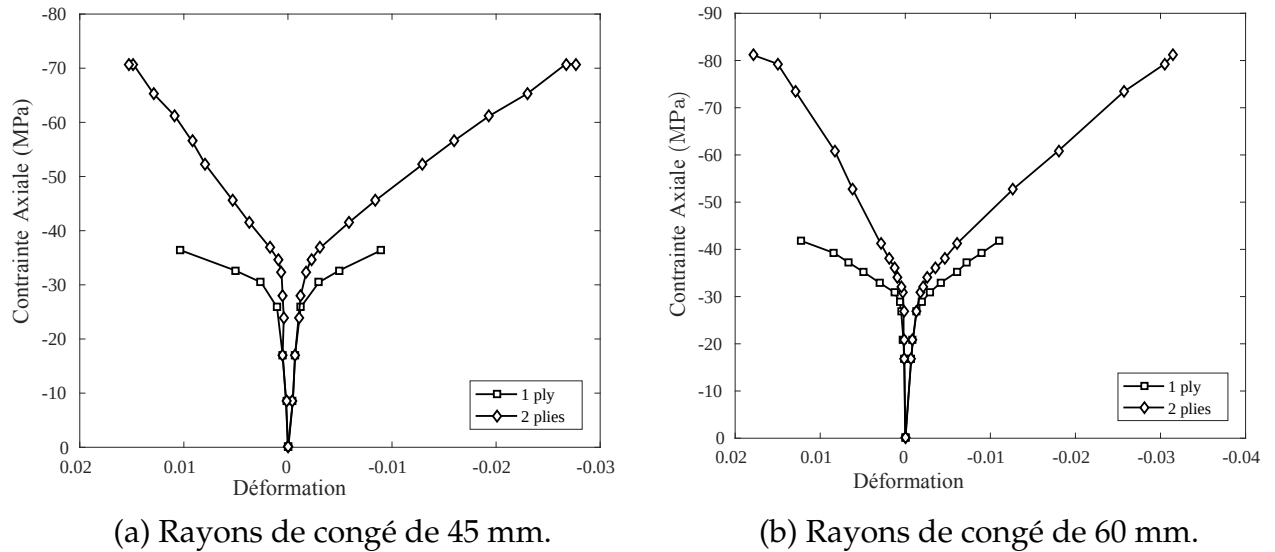


Figure 1.29 — Courbes contrainte-déformation mesurées sur des éprouvettes de section carrée confinées suivant deux niveaux de confinement et présentant des rayons de congé différents, Wang and Wu [84].

armatures en acier.

À la suite de l'introduction par Considère [85] en 1903 du confinement dans des poteaux en béton par des armatures en acier, différents travaux expérimentaux et théoriques ont été en effet menés pour tenter de mieux comprendre le comportement du béton confiné et de dériver des modèles rhéologiques simples aptes à reproduire l'effet du confinement sur la résistance et la ductilité du béton. On peut citer les travaux de Richart et al. [86, 87] dans les années 1920 qui ont étudié le comportement de cylindres en béton sous une pression hydraulique latérale uniforme, ainsi que le comportement de cylindres confinés par des armatures en acier. Ils ont constaté que la résistance à la compression du béton confiné avec une pression hydrostatique uniforme est approximativement égale à celle du béton confiné par des armatures en acier très rapprochées lorsqu'elles exercent un confinement équivalent à celui de la pression hydrostatique uniforme dans la phase plastique de son comportement. On peut également mentionner dans la continuité de ces travaux, l'étude de Roy and Sozen [88] menée en 1964 sur des éprouvettes carrées confinées par des armatures d'acier.

En 1971, Kent et Park [89] ont présenté un modèle rhéologique unidimensionnel pour des bétons non confinés et confinés avec des armatures acier. Mander et al. [90] ont proposé en 1988 un modèle rhéologique unidimensionnel qui reproduit des tests sur des colonnes rectangulaires et circulaires de taille réelle avec différentes dispositions de confinements transversaux en acier et pour différents types de confinement. Ce modèle, qui introduit une contrainte efficace de confinement latéral, dépendant de la configuration du renforcement transversal et longitudinal, permet de prendre en compte l'effet du taux de déformation et de décrire le comportement sous une charge cyclique uniaxiale [91]. Ahmed et Shah [92], Xiao et al. [93] ont proposé également des modèles unidimensionnels pour prédire la courbe contrainte-déformation du béton confiné avec chemisage d'acier sous des contraintes triaxiales de compression.

Plus récemment, l'utilisation de matériaux composites pour renforcer des poteaux en béton armé a naturellement conduit au développement de modèles dédiés, ainsi que des

outils de simulation. On peut distinguer deux grandes classes de modèles proposés pour simuler le comportement du béton confiné par composite PRF, les modèles unidimensionnels et les modèles tridimensionnels que nous nous proposons de présenter successivement.

4.1 Modèles unidimensionnels

La littérature est très riche en modèles unidimensionnels visant à reproduire le comportement de poteaux en béton armé confinés par des composites PRF sous chargement uniaxial, comme en atteste l'étude très complète de Ozbakkaloglu et al. [26] qui recensent près de 90 modèles. Lam et Teng [12] ont classé ces modèles simplifiés en deux grandes familles, l'une orientée vers la conception et l'autre orientée vers l'analyse. En suivant cette classification, nous décrivons brièvement dans les paragraphes suivants les grandes propriétés de ces deux familles de modèles unidimensionnels.

4.1.1 Modèles orientés vers la conception

Cette classe de modèles orientés vers la conception s'appuie sur l'interprétation directe des résultats expérimentaux en proposant des expressions explicites de la relation contrainte-déformation, de la résistance en compression et de la déformation axiale ultime des poteaux confinés par PRF. Ces modèles, directement applicables en conception, sont également simples à utiliser par les ingénieurs pour calculer la ductilité et les forces appliquées sur les éléments structuraux, Lam et Teng [12].

Parmi les modèles les plus connus de ce type, on peut citer celui proposé par Lam et Teng [12] qui a également été adopté par le code calcul américain ACI 440.2R-08 [94], ou encore le modèle bilinéaire proposé par Samaan et al. [21]. Une revue de ces modèles est proposée dans Berthet et al. [15].

4.1.2 Modèles orientés vers l'analyse

Les modèles orientés vers l'analyse prennent en compte l'interaction entre le confinement externe et le noyau de béton. Ces modèles sont basés sur l'hypothèse de l'indépendance du comportement vis à vis du trajet du chargement, de sorte que la contrainte axiale et la déformation axiale du béton confiné par composite PRF pour une déformation latérale donnée sont supposées les mêmes que celles du même béton activement confiné avec une pression de confinement constante égale à celle fournie par le chemise PRF. Cette approche demande de disposer de la courbe contrainte-déformation axiale pour le béton confiné sous un confinement constant, ainsi que des caractéristiques de dilatance du béton confiné avec PRF. Plus précisément, la méthode nécessite de connaître la relation entre la déformation latérale et la déformation axiale, figure 1.30 (b). Pour cela, des relations empiriques sont la plupart du temps utilisées. La courbe contrainte-déformation complète du béton confiné par composite est ensuite construite de façon itérative à partir de ces données selon la procédure décrite sur la figure 1.30. Connaissant la relation déformation latérale en fonction de déformation axiale, pour une déformation axiale donnée $\epsilon_{c,A}$, la déformation latérale $\epsilon_{l,A}$ peut être obtenue. Puis, à l'aide de la déformation latérale, la pression latérale dans le béton confiné par PRF peut être déterminée. La courbe

contrainte-déformation du béton activement confiné correspondant à cette pression de confinement peut alors être choisie dans la famille des courbes (courbe A sur la figure 1.30 (a)), chaque courbe correspondant à un niveau de confinement constant. La contrainte axiale peut être obtenue en utilisant cette courbe contrainte-déformation correspondant à $\epsilon_{c,A}$, figure 1.30 (a). La pression de confinement exercée sur le béton augmentant à mesure que la déformation axiale augmente, les étapes précédemment décrites doivent être ensuite répétées pour plusieurs déformations axiales $\epsilon_{c,i}$ afin d'obtenir la réponse globale contrainte-déformation complète du béton confiné par PRF. En utilisant ce type de

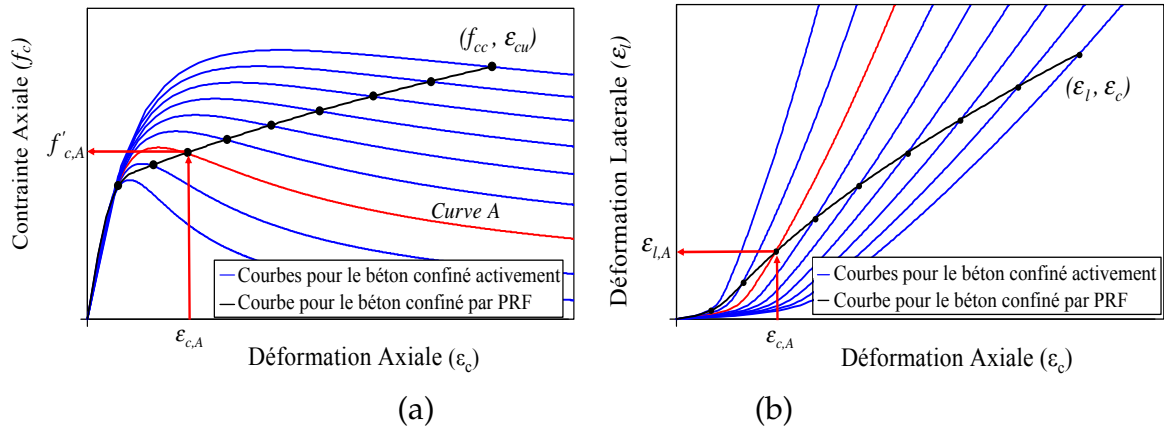


Figure 1.30 — Construction itérative de la courbe contrainte-déformation du béton confiné par PRF à l'aide d'un modèle orienté vers l'analyse, Ozbakkaloglu et al. [26].

modèles, on peut également simuler le comportement d'un béton faiblement confiné avec une branche adoucissante et de bétons confinés par différents matériaux. Néanmoins, des résultats expérimentaux ont récemment montré que l'hypothèse d'indépendance du trajet chargement n'est pas tout à fait correcte pour un béton de résistance normale et l'est encore moins pour un béton de haute résistance. On pourra notamment consulter les travaux de Spoelstra et Monti [25] pour une présentation détaillée d'un modèle orienté vers l'analyse.

Les modèles présentés dans ces deux sections reposent comme nous l'avons vu sur des approches très simplifiées et empiriques qui présentent l'avantage de fournir des expressions explicites ou semi-explicites de la courbe réponse du béton confiné. Elles sont en revanche dédiées à des géométries spécifiques de structures et des types de confinements. Le cadre d'application est par ailleurs limité à des chargements de compression uniaxiale.

Différentes modélisations plus avancées du comportement de béton confiné par composite ont été proposées ces dernières années dans un cadre tridimensionnel et valorisées dans des simulations numériques. La section suivante est consacrée à une revue de ces principaux modèles.

4.2 Modèles tridimensionnels

Les modèles tridimensionnels distinguent le comportement du béton et du composite collé. Le comportement du composite PRF est souvent décrit par une loi de comportement élastique linéaire orthotrope. Le comportement du béton est généralement modélisé par une loi élasto-plastique, élasto-endommageable ou encore élasto-plastique endom-

mageable. Les réponses contrainte-déformation de structures en béton confiné sont alors construites numériquement par des simulations par éléments finis (EF). Ces simulations permettent d'accéder aux champs locaux des contraintes et déformations dans la structure offrant à l'utilisateur des informations précises sur le comportement structurel.

4.2.1 Revue bibliographique

En raison de leur simplicité et du petit nombre de paramètres à identifier, des modèles de plasticité du type Drucker-Prager ont été tout d'abord largement utilisés pour simuler le comportement de poteaux en béton confiné par des composites PRF. On peut ainsi citer Mirmiran et al. [29] et Shahawy et al. [95] qui ont obtenu un bon accord avec des résultats expérimentaux en utilisant un modèle élasto-plastique parfait. Néanmoins, plus tard, Yu et al. [32] ont montré que les modèles élasto-plastiques parfaits peuvent donner des prédictions proches uniquement pour une certaine gamme du module de confinement de PRF. Yu et al. [32], Jiang et Wu [27], Karabinis et al. [28] et Rousakis et al. [30] ont alors proposé un modèle élasto-plastique non associé avec écrouissage isotrope. Bien que les simulations numériques aient été en bon accord avec les résultats expérimentaux, l'approche restait perfectible dans la mesure où les caractéristiques de dilataance du béton identifiées apparaissaient fonction des caractéristiques du PRF et du diamètre du noyau de béton. Youssf et al. [31] ont proposé un modèle de plasticité pour le béton nommé Karagozian et Case (K-C) qui est implémenté dans le code aux éléments finis LS-Dyna. Ce modèle de béton a été validé pour une large gamme de données expérimentales concernant des cylindres en béton confinés par PRF. Cependant, de la même manière que Jiang et Wu [27], Karabinis [96, 28], Mirmiran [29], Shahawy [95], Rousakis [30], Yu et al. [32], le paramètre de dilataance de ce modèle de béton dépend des caractéristiques du PRF et du diamètre du poteau.

Ces modèles de plasticité ont été par la suite enrichis par l'introduction d'un endommagement. Yu et al. [33] ont ainsi choisi de modifier le modèle de plasticité avec endommagement existant dans le code par éléments finis Abaqus, initialement proposé par Lubliner [97], puis étendu par Lee et Fenves [98]. Les modifications proposées intègrent notamment un paramètre empirique, appelé confinement effectif. Le confinement effectif est calculé à partir des contraintes principales, et de la résistance du béton en compression et d'un paramètre identifié à partir des essais biaxiaux. Les deux déformations principales latérales obtenues à partir de l'analyse éléments finis sont choisies comme des variables d'état. Ces variables permettent de modifier au cours des simulations l'angle de dilataance défini dans le potentiel d'écoulement du modèle. La loi d'écrouissage du modèle est également modifiée pour tenir compte de l'effet du confinement. Cette loi est obtenue à partir d'un ensemble de courbes contrainte-déformation associées à différentes valeurs de confinement constants en utilisant un modèle orienté vers l'analyse [99]. La dépendance des paramètres du matériau avec les variables d'état est réalisée par une subroutine nommée USDFLD dans le code Abaqus [100] en utilisant une entrée tabulaire. Bien que la prédiction du modèle soit assez bonne, le processus d'obtention du modèle est relativement compliqué et la prédiction du modèle n'a pas été confrontée à des résultats expérimentaux dans le cas de plusieurs niveaux de confinement actif. Le modèle proposé par Yu et al. [33] a également été utilisé après quelques révisions dans les travaux de Xiao [101] et Teng et al. [102] afin de simuler le confinement par PRF et/ou le confinement d'acier. Très récemment, Ozbakkaloglu et al. [35] et Hany et al. [103] ont modifié le

modèle élasto-plastique endommageable implémenté dans Abaqus pour l'appliquer au cas du béton confiné par PRF. Cependant, comme dans la majorité des modèles existants, le paramètre de dilatance du béton est dépendant des caractéristiques du composite PRF, ce qui limite, comme mentionné auparavant, le cadre applicatif du modèle.

On peut enfin citer le modèle élasto-plastique endommageable proposé par Luccioni et al. [104] pour simuler le béton confiné sous confinement actif et par PRF. Dans ce modèle, la surface de charge du modèle proposé par Lubliner est modifiée en prenant une forme quadratique du premier invariant du tenseur des contraintes pour mieux reproduire le comportement du béton sous des confinements élevés. Un accord satisfaisant a été obtenu en comparant les simulations avec des résultats expérimentaux. Cependant, le modèle possède deux surfaces de charge distinctes, une pour la plasticité et une pour l'endommagement et sa mise en œuvre numérique est relativement laborieuse, [105, 106]. De plus, de nombreux paramètres doivent être identifiés et leur identification n'est pas simple. En outre, la réponse de ce modèle n'a pas été confrontée à des résultats expérimentaux variés et en particulier intégrant une large gamme de modules de confinement par composites PRF.

Dans cette classe de modèles tridimensionnels élasto-plastique endommageables, nous avons choisi d'examiner plus spécifiquement les potentialités du modèle relativement répandu couplant plasticité et endommagement proposé par Lubliner [97], puis étendu par Lee et Fenves [98] et qui est disponible dans le code par éléments finis Abaqus. Nous souhaitons, à travers la présentation de premières simulations que nous avons réalisées avec ce modèle, mettre en évidence ses points forts et ses limites dans la prédiction de comportements expérimentaux de poteaux, ce qui nous permettra de positionner les objectifs de ce travail de thèse. Dans cette démarche, les équations et les éléments majeurs de ce modèle, que nous serons amenés à enrichir, ne sont volontairement pas détaillés dans cette section, mais le seront au chapitre suivant.

4.2.2 Prédiction du comportement de poteaux confinés par le modèle de Lubliner

Nous présentons dans cette section les prédictions que nous avons obtenues en adoptant le modèle de Lubliner [97] étendu par Lee and Fenves [98] pour simuler le comportement de poteaux cylindriques en béton confinés par une pression latérale constante dans des essais triaxiaux, ainsi que confinés par composite PRF. Les simulations sont confrontées aux résultats expérimentaux de Imran et Pantazopoulou [6], ainsi qu'à ceux de Canddappa et al. [8] pour des bétons confinés activement et de Berthet et al. [15] pour des bétons confinés par composites PRF à base de fibres de carbone et verre sous différents niveaux de confinement allant de 1 pli jusqu'à 12 plis de composite.

Les simulations sont réalisées sur le code de calculs Abaqus. Le comportement du matériau béton est modélisé par la loi élasto-plastique endommageable proposée par Lubliner implémentée dans Abaqus. Ce modèle requiert la donnée de 6 paramètres : 2 paramètres élastiques, le module de Young du matériau, et coefficient de Poisson, 2 paramètres caractéristiques du potentiel d'écoulement et 2 paramètres caractéristiques de la surface de charge. Nous avons adopté les valeurs recommandées par Lubliner et al. [97] et Lee and Fenves [98] répertoriées dans la Table 1.3. Les modules de Young du béton sont pris égaux à 21 GPa pour les simulations des essais d'Imran et Pantazopoulou [6], 29 GPa pour les essais d'Imran et Pantazopoulou [6], de Canddappa et al. [8] et 34 GPa pour ceux de Berthet et al. [15]. Ces valeurs résultent d'une identification de la loi d'écrouissage à

Tableau 1.3 — Paramètres du modèle élasto-plastique endommageable implémenté dans le code Abaqus, valeurs utilisées dans les simulations des essais.

Élasticité	Paramètres du potentiel d'écoulement		Paramètres du potentiel de la surface de charge	
$\nu=0,2$	$\psi=31^\circ$	$\epsilon=0,1$	$\alpha=0,12$	$\gamma=3$

partir de lois empiriques proposées par Attard and Setunge [107] à partir d'un essai uniaxial. L'endommagement est identifié en utilisant un essai uniaxial en compression en supposant que l'endommagement commence après la valeur maximale de contrainte en compression.

Pour les simulations d'éprouvettes testées par Berthet et al. [15] confinées par un chemisage, le composite est considéré homogène, élastique linéaire, isotrope transverse. Les fibres sont orientées suivant la direction orthoradiale. Les caractéristiques retenues dans les simulations pour ce composite unidirectionnel sont celles données dans Berthet et al. [15]. La liaison est supposée parfaite entre le béton et le matériau composite. Le char-

Tableau 1.4 — Caractéristiques du composite unidirectionnel PRF retenues pour les simulations d'après Berthet et al. [15]

	E_T (GPa)	E_L (GPa)	ν_{LT}	G_{LT} (GPa)	$G_{TT'}$ (GPa)
Carbone	3,45	230	0	1,3	1,3
Verre	3,45	74	0	1,3	1,3

gement de compression est imposé dans les simulations par un déplacement à la tête du poteau. Pour simuler le comportement des éprouvettes confinées par une pression constante, un seul élément fini cubique est utilisé compte tenu de l'homogénéité des contraintes dans les éprouvettes. Pour simuler les éprouvettes confinées par PRF, compte tenu des symétries géométriques et matérielles, le maillage est restreint à un quart d'une coupe verticale du cylindre et les éléments finis retenus sont axisymétriques dans le matériau béton et de type plaque axisymétrique orthotrope dans le composite.

Les résultats des simulations sont confrontés tout d'abord aux résultats expérimentaux sur des poteaux confinés activement par pression latérale. La figure 1.31 présente les courbes réponses contrainte - déformation sous un chargement de compression uniaxiale de poteaux confinés avec des pressions latérales constantes de différentes amplitudes variant entre 1 MPa et 21 MPa, le cas non confiné correspondant au chargement de 0 MPa. Le modèle apparaît globalement insuffisant à reproduire l'allure générale des courbes réponses notamment lorsque le confinement augmente. La transition du comportement de type fragile à ductile observée expérimentalement n'est pas restituée par le modèle et en particulier le modèle sous estime significativement la contrainte axiale pour la branche adoucissante. Des constatations du même ordre ont été faites par Yu et al. [32] [33] et Hany et al. [103] qui ont utilisé le modèle d'Abaqus. Pour palier cette insuffisance du modèle, ces auteurs ont proposé d'introduire une dépendance de la loi d'écrouissage au confinement. Cette dépendance est introduite par le biais d'une loi empirique et le recours à des données tabulées pour chaque confinement, ce qui rend le modèle dans cette nouvelle version compliqué et moins satisfaisant.

Pour des confinements faibles, la contrainte maximale est correctement simulée. En re-

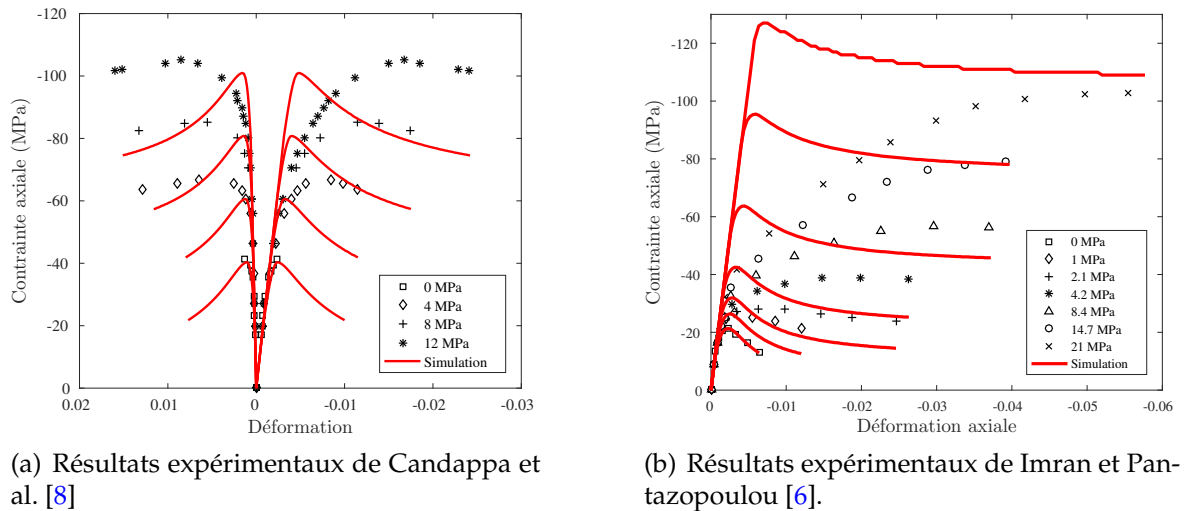


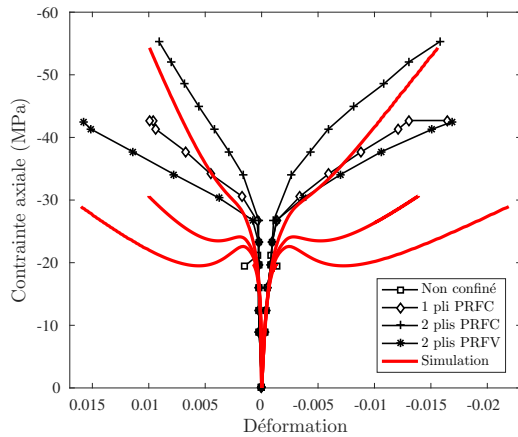
Figure 1.31 — Courbe réponse contrainte déformation de poteaux en béton confinés activement par pressions latérales. Confrontation des simulations à des résultats expérimentaux.

vanche, pour les confinements plus forts (plus de 14,7 MPa), la contrainte maximale est sur-estimée (figure 1.31). Cette observation a également été faite par Luccioni et al. [104], Zhang et al. [108], Ozbakkaloglu et al. [35]. Ce problème peut attribué à la surface de charge linéaire retenue dans le modèle de Lubliner qui peut conduire à une sur-estimation de la résistance triaxiale du béton lorsque le confinement est élevé. Chen [109] a proposé d'adopter une forme quadratique dans le plan méridien pour reproduire le comportement du béton sous l'effet des confinements plus élevés.

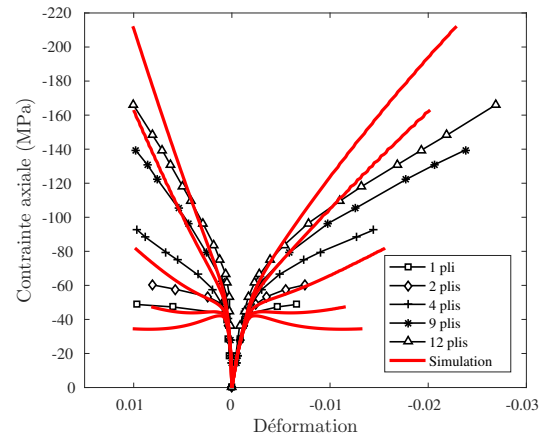
Les simulations sont par ailleurs confrontées aux résultats expérimentaux sur des poteaux confinés par composite à la figure 1.32 qui présente les réponses des poteaux sous différentes couches de composite PRF. On constate également que le modèle n'est pas en mesure de simuler globalement le comportement du béton sous la pression latérale cette fois variable exercée par le PRF. Pour les niveaux faibles de confinement passif, le modèle sous-estime la contrainte axiale pour une déformation axiale donnée. Cette observation est cohérente avec d'une part les résultats présentés dans le cas d'un confinement actif à la figure 1.31 qui mettent en évidence que le modèle sous-estime de manière significative la contrainte axiale pour une déformation axiale donnée dans un état triaxial de contrainte. Et d'autre part, pour des bétons à résistance normale, les résultats présentés dans la section 3.3.5 ont montré que la contrainte axiale mesurée dans une éprouvette de béton confiné par composite PRF est très voisine de celle mesurée dans cette éprouvette sous une pression latérale constante égale à celle fournie par un chemisage en composite, Lim et Ozbakkaloglu [17]. Pour obtenir une bonne estimation de la contrainte axiale pour une déformation axiale donnée dans un béton confiné par un composite, il est nécessaire d'avoir une bonne estimation dans le cas de confinement actif.

Dans le cas de niveaux de confinements passifs plus forts, le modèle sur-estime cette fois la contrainte axiale comme le montre la figure 1.32 (b), tendance également observée pour des confinements actifs constants.

Ces premières simulations nous montrent que ce modèle de comportement du béton, bien que déjà avancé, reste insuffisant pour reproduire l'effet du confinement sous un simple chargement de compression uniaxiale. Étant déjà en défaut sur la simulation du



(a) Béton de résistance à la compression $f_c = 20$ MPa et confinement par composites à fibres de carbone PRFC et fibres de verre PRFV.



(b) Béton de résistance à la compression $f_c = 40$ MPa et confinement par composites à fibres de carbone PRFC.

Figure 1.32 — Courbe réponse contrainte déformation de poteaux en béton activement confinés par un chemisage composite. Confrontation des simulations à des résultats expérimentaux de Berthet et al. [15].

comportement de poteaux confinés activement, il l'est également pour des confinements passifs par composites PRF qui nous intéressent ici.

5 Conclusion, objectifs et démarche du travail

Ce chapitre introductif a tout d'abord mis en évidence l'importance des enjeux du renforcement de structures en béton armé, notamment dans le contexte de mise en conformité de structures existantes vis à vis des aléas sismiques. Dans cette démarche, les poteaux apparaissent comme des éléments centraux à renforcer, dans la mesure où ils sont les plus aptes à augmenter la ductilité d'un ouvrage. La technique de renforcement des poteaux en béton armé par chemisage en tissu composite est en plein essor pour les performances et nombreux avantages qu'elle présente. Son développement passe par la mise au point de règles de dimensionnement des renforts composites appliqués sur des éléments structuraux et au delà par une compréhension fine des mécanismes mécaniques mis en jeu par ce renforcement passif.

En nous appuyant sur les différents travaux expérimentaux de la littérature, nous avons mis en évidence la complexité des comportements de bétons confinés qu'il s'agisse de confinements actifs par l'application de pression latérale constante dans des essais triaxiaux, ou de confinements passifs obtenus par des chemisages en acier ou en composite PRF. Les mécanismes induits par ces deux types de confinement ont été analysés en détail.

Sur le plan de la modélisation, la synthèse bibliographique a montré que les modèles classiques se trouvent mis en défaut à reproduire précisément cette complexité de comportement, qu'il s'agisse des modèles empiriques unidimensionnels naturellement limités et peu satisfaisants dans une démarche scientifique, tout comme les modèles tridimension-

nels. Parmi ces derniers modèles, des approches couplées élasto-plastiques endommageables peuvent donner des bonnes prédictions sur certaines applications dédiées, mais peuvent être mises en défaut sur d'autres. La faiblesse de ces approches réside en partie sur les paramètres des modèles qui dépendent de la géométrie de la structure et des propriétés du composite. Les applications de ces approches s'en trouvent en conséquence limitées et ces modèles peuvent être difficilement utilisés dans une démarche de conception et dimensionnement de renforcement de structures.

Nous avons effectué des simulations d'essais avec un modèle élasto-plastique endommageable implémenté dans le code de calculs Abaqus. Ce modèle, dont les paramètres ne dépendent que des caractéristiques du béton, n'a pas permis de reproduire l'allure des courbes réponses observée expérimentalement, notamment pour des confinements importants quelque soit leur nature. Il ressort de cette revue de l'art l'importance de disposer d'un modèle suffisamment fin et général, prédictif du comportement de béton confiné, qui reste facilement identifiable et intrinsèque au matériau béton.

En conséquence, l'objectif que nous nous sommes fixé dans cette étude est de développer une loi de comportement pertinente pour le béton qui puisse décrire la sensibilité du matériau à différents niveaux de confinement et donc le passage d'un comportement fragile à un comportement ductile comme il a été analysé. Ce modèle doit rendre compte de l'augmentation de la résistance et de la capacité de déformation du béton sous un état de contrainte multiaxial. Ces attentes sont essentielles pour simuler le comportement de bétons dans les cas de confinement passif et actif, et également pour estimer avec précision les caractéristiques de dilatation du béton. La propriété de dilatation devient en effet centrale lorsqu'il s'agit de décrire le comportement de poteaux confinés par composite PRF, la dilatation du béton influençant significativement la pression de confinement et par conséquent la résistance à la compression triaxiale du béton. Ce modèle de comportement du béton doit nécessairement être développé dans un cadre tridimensionnel. Ses paramètres doivent être intrinsèques au matériau, en nombre raisonnable et identifiables par le recours à des expériences simples et accessibles. Naturellement, il devra être simple d'implémentation dans un code de calculs par éléments finis. Il conviendra de le valider et d'en apprécier ses limites en le confrontant à des résultats expérimentaux de la littérature dans différentes situations, ainsi qu'à d'autres modélisations. Le modèle devra finalement faire ses preuves dans la simulation d'essais sur des structures de grande taille confinées sollicitées sous des chargements complexes.

Le chapitre suivant est consacré au développement du modèle de comportement du béton en nous appuyant naturellement sur des modèles existants dont les points forts et faiblesses ont été identifiés dans ce premier chapitre. Le chapitre 2 aborde également les aspects numériques d'implémentation du modèle. Les étapes d'identification des paramètres du modèle et de validation sur des cas tests font l'objet du chapitre 3. Différentes applications y sont présentées et confrontées à des résultats expérimentaux et de modélisations. Enfin, le chapitre 4 présente des applications à des calculs de structures de taille réelle sous chargement couplé avec des confrontations à des essais expérimentaux. L'ensemble des analyses menées dans ce travail permet finalement de conclure sur la pertinence du modèle et de ses limites et d'ouvrir sur des perspectives à court et moyen termes.

Chapitre 2

Une loi de comportement élasto-plastique endommageable pour le béton confiné

Comme développé au chapitre 1, le renforcement de structures en béton armé par confinement avec des matériaux composites est une technique performante en pleine expansion dans le cadre de la mise en conformité de structures de génie civil vieillissantes notamment vis-à-vis du risque sismique. L'utilisation optimisée de cette technique passe par le développement d'outils de dimensionnement dédiés aptes à reproduire le comportement de structures en béton armé confinées. Les résultats expérimentaux présentés au chapitre 1 ont mis en évidence la complexité des mécanismes non-linéaires induits par le confinement sur le développement de l'endommagement et les caractéristiques de dilatance du béton. Pour modéliser ces phénomènes, il apparaît pertinent de développer un modèle macroscopique du comportement du béton qui permette de piloter finement les effets d'un chargement triaxial sur l'évolution de variables internes telles que les déformations plastiques, variables d'écrouissage et d'endommagement.

Ce chapitre 2 débute par une section de rappel des équations constitutives des grandes classes de comportement élastique, élasto-plastique, élastique avec endommagement ou encore élasto-plastique avec endommagement, ce qui permet de fixer les notations et de mettre en évidence les éléments caractéristiques des modèles retenus par la suite. La seconde partie du chapitre est consacrée à la formulation du modèle élasto-plastique endommageable proposé pour modéliser le comportement du béton sous un chargement triaxial de confinement. Nous détaillons en particulier les équations caractéristiques retenues pour l'évolution de la plasticité : surface de charge, loi d'écrouissage et potentiel d'écoulement, ainsi que celles qui pilotent l'endommagement et son évolution. Deux variantes du modèle sont développées successivement. Puis, nous présentons en dernière partie les aspects techniques de la mise en œuvre numérique du modèle et plus spécifiquement la procédure d'intégration de la loi de comportement dans l'algorithme itératif et incrémental de résolution. Le chapitre se termine par un bilan récapitulatif du modèle dans ses deux variantes avec les hypothèses, les équations du modèle et les paramètres à identifier.

Sommaire

1	Quelques formulations de lois de comportement non linéaire du béton	61
1.1	Lois élastiques non-linéaires	62
1.2	Lois élasto-plastiques	63
1.3	Lois élastiques endommageables	69
1.4	Lois couplées élasto-plastiques endommageables	72
2	Un modèle couplé pour le comportement élasto-plastique endomma- geable du béton confiné	77
2.1	Caractérisation de la plasticité	77
2.2	Caractérisation de l'endommagement	80
3	Implémentation numérique de la loi de comportement	85
3.1	Principe général de l'implémentation	85
3.2	Variante du modèle avec l'endommagement dépendant de la déformation plastique	86
3.3	Variante du modèle avec l'endommagement dépendant de la déformation totale	88
4	Bilan récapitulatif du modèle et conclusion	90

1 Quelques formulations de lois de comportement non linéaire du béton

Comme évoqué au chapitre 1, bien que les méthodes empiriques aient fait leurs preuves pour le dimensionnement de structures renforcées, l'émergence des simulations numériques notamment par la méthode des éléments finis a fourni des moyens d'analyse plus précis et adaptés aux travaux les plus complexes. Un comportement mécanique spécifique doit alors être associé à chaque élément en fonction du matériau constitutif de l'ouvrage que l'élément est censé représenter. Pour les structures en béton, qui sont souvent de grande taille, les éléments finis doivent être de petite taille par rapport la taille de la structure et dans le même temps être suffisamment grands de manière à limiter leur nombre et les coûts de calculs, mais également de façon à « gommer » les hétérogénéités (inclusions diverses) et permettre de considérer le matériau comme homogène. L'enjeu est alors de caractériser le comportement hétérogène du béton par une loi de comportement homogène, qualifiée de macroscopique capable de reproduire les phénomènes qui peuvent être observés lorsqu'un Volume Élémentaire Représentatif (VER) du matériau est sollicité expérimentalement.

De nombreux efforts ont été consacrés à la recherche de modèles macroscopiques réalistes afin de reproduire le comportement du béton en vue de la modélisation des structures en béton armé. Comme introduit au chapitre 1, ces modélisations sont développées dans le cadre de la mécanique des milieux continus et proposent de modéliser le comportement du béton par des lois élastique, élasto-plastique, élastique avec endommagement ou encore élasto-plastique avec endommagement. La figure 2.1 donne une représentation schématique de ces grandes classes de comportement en uni-dimensionnel. Néanmoins,

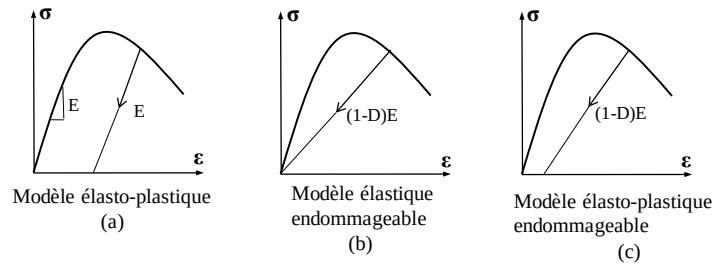


Figure 2.1 — Schématisation de différentes lois de comportement basées sur la mécanique des milieux continus, Jason et al. [110].

il est à noter qu'en raison de la complexité du comportement et de l'hétérogénéité naturelle du béton, il n'existe pas encore réellement de modèle de comportement macroscopique permettant de couvrir tous les aspects de la réponse mécanique de ce matériau, et notamment lorsqu'il est confiné.

Nous nous proposons pour débiter ce chapitre de détailler les formulations en termes d'équations de quelques uns de ces modèles classiques, ce qui nous permettra d'introduire les notations utilisées dans la suite de ce chapitre et de dégager les éléments que nous retiendrons pour notre propre modèle.

1.1 Lois élastiques non-linéaires

Une des premières approches possibles pour modéliser le comportement du béton consiste à formuler une loi élastique reliant non linéairement le tenseur des contraintes de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}$ au tenseur des déformations linéarisées $\underline{\underline{\varepsilon}}$ à travers un tenseur du second ordre symétrique $\underline{\underline{H}}$:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{H}}(\underline{\underline{\varepsilon}}). \quad (2.1)$$

Dans ce cadre, Ahmed et Shah [92] ont proposé la relation suivante :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\underline{C}}}^s(\underline{\underline{\sigma}}) : \underline{\underline{\varepsilon}}, \quad (2.2)$$

où $\underline{\underline{\underline{C}}}^s$ est le tenseur de raideur sécant du quatrième ordre du béton et où le symbole $:$ représente le produit doublement contracté entre un tenseur du quatrième ordre et un tenseur du second ordre.

Ce modèle se montre facile d'utilisation, mais ne peut prédire, ni la réponse sous chargement cyclique, ni la réponse post-pic du matériau. Cependant, il reste adapté aux cas des chargements modérés et monotones.

Une relation incrémentale entre le tenseur des contraintes et le tenseur des déformations linéarisées a également été proposée par Gerstle [111] sous la forme suivante :

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = \underline{\underline{\underline{C}}}^t(\underline{\underline{\sigma}}, \underline{\underline{\varepsilon}}) : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}, \quad (2.3)$$

où $\underline{\underline{\underline{C}}}^t$ est le tenseur (du 4^e ordre) d'élasticité tangente du béton.

Cette approche est plus générale que la précédente vis-à-vis des trajets de chargement pouvant être traités. Cependant, le tenseur tangent d'élasticité instantané devient aniso-

trope lors du chargement, même si initialement il est isotrope. Cela implique, dans le cas général d'un état triaxial de contrainte, de caractériser 21 grandeurs relatives au matériau dépendant du trajet de chargement, ce qui n'est pas réaliste en pratique.

Ces limitations ont conduit les chercheurs, pour décrire le comportement mécanique des bétons soumis à une sollicitation monotone, à se tourner vers des modèles de comportement plus représentatifs de type élasto-plastique dont nous présentons brièvement les équations au paragraphe suivant.

1.2 Lois élasto-plastiques

Les résultats expérimentaux observés sous un chargement de compression du béton montrent que le comportement inélastique du matériau est dominé par une déformation irréversible importante. Cette déformation irréversible, qualifiée de déformation plastique, est relative dans les matériaux quasi-fragiles à des phénomènes différents de ceux mis en cause dans la plasticité des métaux. Elle est due aux frottements internes, ainsi qu'à l'effondrement irréversible des pores sous des contraintes hydrostatiques élevées, conduisant à une forte compaction volumique plastique, Xie [112]. Cela explique que le cadre de la théorie de la plasticité ait été largement adopté pour modéliser le comportement irréversible du béton, ainsi que celui de nombreux géomatériaux, sollicités en compression, Feenstra et de Borst [113], Grassl et al. 2002 [114], Imran et al. [115], Papanikolaou et Kappos [116], Chen et Han [117], Murray et al. [118], Pietruszczak et al. [119], Andrieux et al. [120].

Les modèles élasto-plastiques se basent sur l'hypothèse d'une partition du tenseur de déformation totale $\underline{\underline{\varepsilon}}$ en une partie de déformation élastique $\underline{\underline{\varepsilon}}^e$ et une partie de déformation plastique $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$. Le tenseur des contraintes de Cauchy est relié au tenseur des déformations élastiques par la loi de comportement élastique linéaire :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\mathbb{C}}} : \underline{\underline{\varepsilon}}^e = \underline{\underline{\mathbb{C}}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p). \quad (2.4)$$

Cette relation contrainte-déformation d'une loi élasto-plastique est schématiquement illustrée sur la figure 2.1 (a).

La plasticité est décrite par trois caractéristiques : un critère de plasticité formulé dans l'espace des contraintes et défini par une fonction appelée fonction de charge, une loi d'écrouissage qui évolue au fur et à mesure du développement des déformations plastiques et enfin un potentiel d'écoulement pour définir la déformation plastique. Lorsque le potentiel d'écoulement et la fonction de charge sont représentés par la même fonction, le modèle est qualifié de modèle associé. Dans le cas où ces fonctions sont distinctes, le modèle est non-associé. Ces trois aspects de la modélisation élasto-plastique vont être détaillés dans les sous-sections suivantes. Pour plus de détails sur ces généralités, on pourra consulter par exemple les ouvrages classiques de Besson et al. [121], Lemaitre et al. [122], Jirasek et Bažant [123].

1.2.1 Fonction de charge

La fonction de charge $F(\underline{\underline{\sigma}})$ est une fonction à valeur scalaire du tenseur de contrainte qui permet de définir un critère sous la forme :

$$\begin{aligned} \text{Si } F(\underline{\underline{\sigma}}) < 0, \text{ le matériau reste dans le domaine d'élasticité.} \\ \text{Si } F(\underline{\underline{\sigma}}) = 0, \text{ le matériau se plastifie, les déformations plastiques se développent.} \end{aligned} \quad (2.5)$$

La surface de charge définie dans l'espace des contraintes principales $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ est notée :

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0. \quad (2.6)$$

Les états de contraintes envisagés étant généralement multiaxiaux, une autre représentation plus pratique est couramment adoptée dans l'espace des invariants du tenseur des contraintes et son déviateur. On rappelle que le déviateur $\underline{\underline{s}}$ du tenseur des contraintes de Cauchy $\underline{\underline{\sigma}}$ est défini par :

$$\underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3} (\text{trace } \underline{\underline{\sigma}}) \underline{\underline{I}}, \quad (2.7)$$

où $\underline{\underline{I}}$ représente le tenseur identité du second ordre.

Le premier invariant du tenseur de contrainte I_1 et des deuxième J_2 et troisième J_3 invariants du tenseur déviateur des contraintes sont donnés par :

$$I_1 = \text{trace } \underline{\underline{\sigma}}, \quad J_2 = \frac{1}{2} \text{trace } (\underline{\underline{s}}^2), \quad J_3 = \frac{1}{3} \text{trace } (\underline{\underline{s}}^3). \quad (2.8)$$

On désignera par q la contrainte déviatorique et p la pression moyenne définies à partir de ces invariants par les relations suivantes :

$$q = \sqrt{J_2}, \quad p = \frac{I_1}{3}. \quad (2.9)$$

Les invariants pouvant également s'exprimer en fonction des contraintes principales, il est possible de remplacer l'équation (2.6) de la surface de charge sous la forme générale :

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = F(p, q, J_3) = 0. \quad (2.10)$$

Les résultats expérimentaux sur le béton valident la dépendance du critère de plasticité à la pression hydrostatique et donc à l'invariant I_1 . Par ailleurs, il est observé expérimentalement une dépendance du critère de plasticité à l'angle de Lode dans le plan déviatorique (plan perpendiculaire à l'axe hydrostatique). Cet angle, représenté sur la figure 2.2, se définit en fonction des invariants J_2 et J_3 de la façon suivante :

$$\theta = \frac{1}{3} \arccos \left(\frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \right), \quad 0^\circ \leq \theta \leq 60^\circ. \quad (2.11)$$

Les deux plans méridiens correspondant aux deux valeurs extrêmes de l'angle de Lode sont appelés les méridiens de traction ($\theta = 0^\circ$) et de compression ($\theta = 60^\circ$). Ces plans sont nommés en référence aux essais uniaxiaux de traction et de compression dont les chemins représentés dans l'espace des contraintes principales s'inscrivent respectivement sur les méridiens de la traction et de la compression. On peut définir également le méridien de

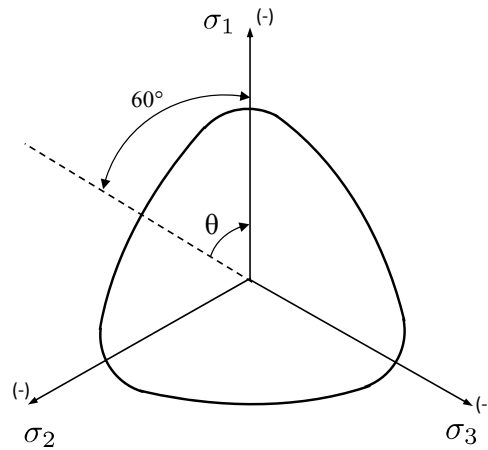


Figure 2.2 — Représentation de l'angle de Lode dans le plan déviateur.

compression comme le lieu où :

$$\sigma_2 = \sigma_3 > \sigma_1 \quad \text{contrainte traction positive.} \quad (2.12)$$

Les essais correspondant à ce méridien sont : l'essai uniaxial de compression, l'essai biaxial en traction avec les contraintes égales, l'essai triaxial en compression avec des pressions latérales égales.

Le méridien de traction peut s'exprimer de la façon analogue par :

$$\sigma_2 = \sigma_1 < \sigma_3 \quad \text{contrainte traction positive.} \quad (2.13)$$

Par conséquent, les essais correspondant à ce méridien sont l'essai uniaxial de traction et l'essai biaxial en compression avec les contraintes égales. Il existe peu de données expérimentales sur ce méridien en raison des difficultés techniques relatives aux expériences correspondantes.

Des résultats expérimentaux sur le béton ont mis en évidence que, plus la pression hydrostatique augmente, plus la coupe de la surface de charge dans le plan déviatorique prend une forme circulaire, Chen [109].

Les surfaces de charge les plus classiques sont celles de Mohr-Coulomb [124] et de Drucker-Prager [125]. La figure 2.3 donne une représentation de ces deux surfaces dans l'espace des contraintes principales, ainsi que dans le plan déviatorique. La surface représentative de Mohr-Coulomb dépend de l'angle de Lode θ dans le plan déviatorique et est donnée par la relation suivante :

$$F(p, q, \theta) = q \left(\cos \theta - \frac{\sin \theta \sin \phi}{\sqrt{3}} \right) + p \sin \phi - C \cos \theta, \quad (2.14)$$

où C désigne la cohésion et ϕ l'angle de frottement du matériau.

La surface de Drucker-Prager est plus facile à implémenter et à utiliser d'un point de vue numérique grâce à sa forme circulaire dans le plan déviatorique. L'expression de la fonction de charge associée est donnée par :

$$F(p, q) = q + 3 \alpha p - k, \quad (2.15)$$

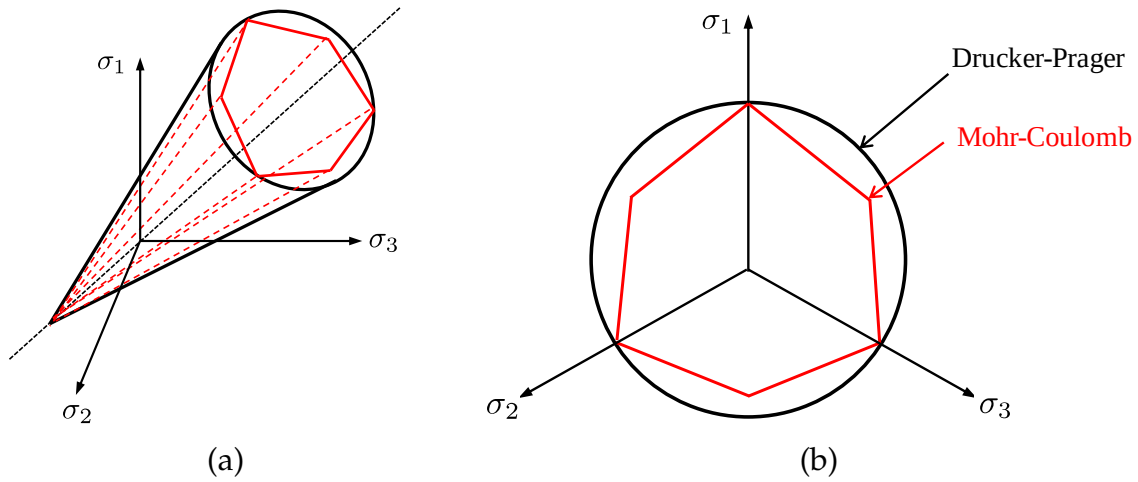


Figure 2.3 — Représentation des surfaces de charge de Mohr-Coulomb et Drucker-Prager (a) dans l'espace des contraintes principales et (b) projection sur le plan déviatorique, Chen [109].

où α , k sont des paramètres matériau.

D'autres surfaces de charge ont également été proposées pour le béton. On peut citer par exemple Ottosen [126], Willam and Wranke [127], Menetery et Willam [128], Pietruszczak et al. [119].

1.2.2 Loi d'érouissage

La fonction de charge d'un matériau parfaitement plastique ne se modifie pas lors du chargement, sa représentation dans l'espace des contraintes reste inchangée. En revanche, la fonction de charge d'un matériau érouissable évolue au fur et à mesure du développement des déformations plastiques.

Pour tenir compte de l'effet d'érouissage, la fonction de charge s'exprime alors sous la forme $F(\underline{\sigma}, \kappa)$ où κ représente l'ensemble des paramètres d'érouissage et peut être une grandeur scalaire ou tensorielle, fonction de la déformation plastique.

On distingue différents types d'érouissage : l'érouissage isotrope, l'érouissage cinématique ou des combinaisons des deux. La figure 2.4 donne une représentation des érouissages isotrope et cinématique. Dans le cas de l'érouissage isotrope, la forme de la surface de charge reste la même, mais sa taille augmente avec la déformation plastique. Ce type d'érouissage peut être obtenu avec un paramètre κ scalaire. Dans le cas de l'érouissage cinématique, ni la forme ni la taille de la surface de charge n'évoluent, mais elle se déplace dans l'espace des contraintes. Cette spécificité peut être obtenue en utilisant une grandeur tensorielle pour κ . L'érouissage isotrope est souvent jugé suffisant pour un béton sollicité par un chargement monotone, Lemaitre [129]. Une méthode largement utilisée pour introduire l'érouissage isotrope dans la surface charge consiste à adopter la forme suivante :

$$F(\underline{\sigma}, \kappa) = F(\underline{\sigma}) - \kappa = 0. \quad (2.16)$$

Une telle démarche se retrouve par exemple dans les travaux de Oh [130] et Chen [109] qui ont associé un érouissage isotrope à la surface de charge de Drucker-Prager sous la

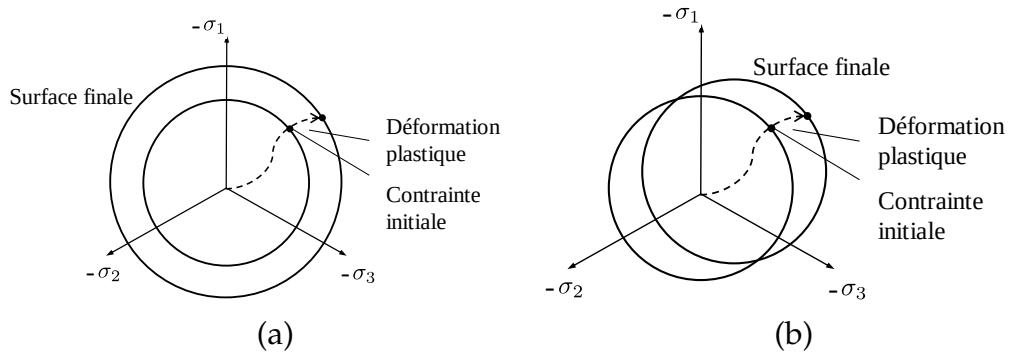


Figure 2.4 — Représentation de l'écrouissage (a) isotrope (b) cinématique dans l'espace des contraintes principales, Lemaitre et Chaboche [129].

forme :

$$F(\underline{\sigma}, \kappa) = q + 3\alpha p - \kappa(\gamma_p), \quad (2.17)$$

où γ_p est la déformation plastique cumulée définie de la façon suivante :

$$\gamma_p(t) = \int_0^t \dot{\gamma}_p(s) ds, \quad \text{avec} \quad \dot{\gamma}_p(s) = C \sqrt{\dot{\underline{\varepsilon}}^p : \dot{\underline{\varepsilon}}^p}, \quad (2.18)$$

où C est un coefficient à identifier de telle façon que la déformation plastique cumulée γ_p soit égale à la déformation plastique mesurée dans l'axe de la sollicitation pour un essai de compression uniaxiale.

La valeur du coefficient C dépend donc de la forme du potentiel d'écoulement du modèle considéré. Ainsi, sous l'hypothèse d'incompressibilité plastique (caractéristique des métaux et le potentiel d'écoulement de Von Mises), on a la relation suivante pour le cas uniaxial :

$$\dot{\varepsilon}_v^p = \dot{\varepsilon}_a^p + 2\dot{\varepsilon}_l^p = 0, \quad (2.19)$$

où ε_v^p , ε_a^p et ε_l^p représentent les déformations plastique volumique, axiale et latérale, respectivement. De sorte que :

$$\dot{\gamma}_p = C \sqrt{(\dot{\varepsilon}_a^p)^2 + \left(\frac{1}{2}\dot{\varepsilon}_a^p\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\dot{\varepsilon}_a^p\right)^2} = C \sqrt{\frac{3}{2}} \dot{\varepsilon}_a^p \quad (2.20)$$

et en exprimant dans ce cas l'égalité entre $\dot{\gamma}_p$ et $\dot{\varepsilon}_a^p$, on obtient la valeur de $C = \sqrt{2/3}$.

Il existe peu de données expérimentales sur le béton définissant l'évolution de la surface de charge sous un état multiaxial de contraintes, de sorte qu'il est plus raisonnable d'identifier la loi de d'écrouissage éventuelle à partir de données issues d'essais uniaxiaux, Murray [118], Lubliner [97]. Pour cette raison, le coefficient C dans l'équation 2.18 est défini de telle façon que la déformation plastique cumulée γ_p est égale à la déformation plastique mesurée dans l'axe de la sollicitation pour un essai de compression uniaxiale.

1.2.3 Potentiel d'écoulement

Dans un modèle élasto-plastique, le potentiel d'écoulement G définit la direction d'écoulement plastique, c'est à dire que l'incrément de déformation plastique est donné

par :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial G}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}(\underline{\underline{\sigma}}, \omega), \quad (2.21)$$

où ω est un groupe de variables internes et $\dot{\lambda}$ est le multiplicateur plastique qui contrôle la valeur de l'incrément de déformation plastique.

Ce multiplicateur est obtenu par la condition de consistance, Jirasek et Bažant [123] par exemple :

$$\dot{\lambda} \dot{F} = 0. \quad (2.22)$$

Comme il a été précisé précédemment, si le potentiel d'écoulement et la fonction de charge sont représentés par la même fonction, la loi d'écoulement est dite « associée ». La réponse mécanique de la plupart des métaux peut être reproduite par une loi d'écoulement associée, sauf lorsque le trajet de chargement est non proportionnel. En revanche, pour les matériaux quasi-fragiles comme le béton, une loi d'écoulement associée est souvent irréaliste et doit être remplacée par une loi d'écoulement non associée, Jirasek et Bažant [123]. En effet, l'utilisation d'un potentiel d'écoulement associé peut mener à une surestimation de la dilatance du béton, Kang [131], Grassl [20], Chen [132]. Par ailleurs, les résultats expérimentaux montrent que les directions des déformations plastiques ne sont pas orthogonales au critère de plasticité obtenu expérimentalement, comme on peut l'observer sur la figure 2.5 issue des travaux de Sfer et al. [133]. De sorte qu'il apparaît plus réaliste de simuler les caractéristiques de dilatance du béton à l'aide d'un potentiel d'écoulement non associé. Une loi élasto-plastique comme décrite dans

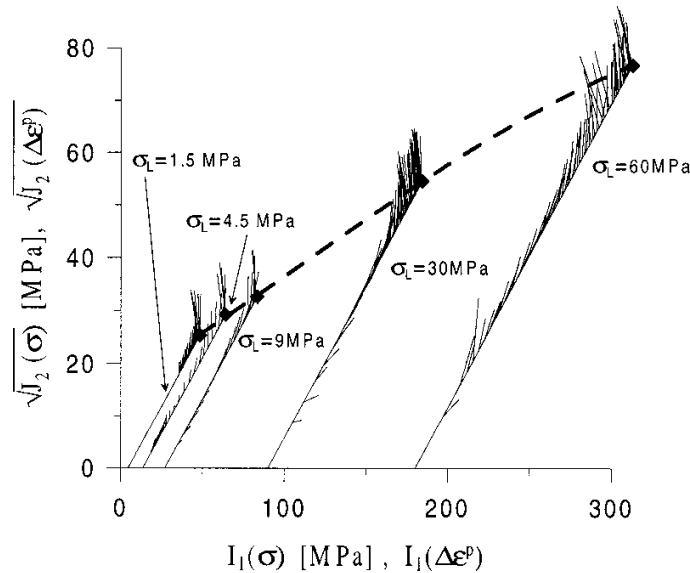


Figure 2.5 — Critère de plasticité et vecteurs représentant les incréments de déformation plastique obtenus expérimentalement par Sfer et al. [133].

ce paragraphe permet bien de rendre compte des déformations irréversibles observées dans le comportement de béton. Cependant, elle ne permet pas de décrire l'évolution des caractéristiques élastiques sur l'ensemble du trajet de chargement, notamment lors des phases de déchargement, figure 2.1 (a). Le recours à une loi élasto-endommageable permet, comme nous allons le voir au paragraphe suivant, de modifier les caractéristiques élastiques au fur et à mesure du chargement à travers la variable d'endommagement.

1.3 Lois élastiques endommageables

L'application de chargements mécaniques au béton génère des micro-fissures plus ou moins diffuses. Avec l'augmentation du niveau de chargement, ce réseau de micro-fissures se localise et conduit à la formation des macro-fissures. Dans cette phase, le comportement du béton devient adoucissant jusqu'à sa ruine. Pour rendre compte de ce comportement, la théorie de l'endommagement est couramment utilisée et couplée à un comportement élastique à travers l'introduction d'une variable ou plusieurs variables scalaires représentatif de l'endommagement. Nous rappelons quelques éléments généraux de cette approche.

À l'échelle microscopique, l'endommagement peut être interprété comme la création de micro-surfaces de discontinuités liées à la rupture des liaisons atomiques et l'agrandissement plastique des microcavités, Lemaitre et Chaboche [134]. À l'échelle du VER, l'endommagement dans un plan permet de rendre compte de la surface cumulée des défauts dans ce plan. Kachanov [135] a été le premier à introduire une variable d'endommagement sans dimension, caractérisée comme le rapport entre la surface cumulée des micro-défauts dans une section d'un élément de volume et la surface totale de cette section (figure 2.6). Il est alors possible de calculer l'endommagement d_n dans le plan de normale n avec la relation suivante :

$$d_n = \frac{S_D}{S}, \quad (2.23)$$

où S_D représente la surface des défauts et S celle du plan. Pour le matériau sain, $S_D = 0$; il en résulte alors que $d_n = 0$. Avec l'accroissement des défauts, d_n augmente jusqu'à la valeur 1 correspondant à un matériau totalement dégradé (la surface effective ($S - S_D$) tend vers zéro). Dans le cas général, les micro-fissures sont orientées et l'endommage-

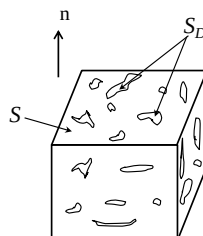


Figure 2.6 — Schématisation d'un volume élémentaire représentatif endommagé, Kondo [136].

ment dépend de la direction du vecteur n . Cette constatation conduit à considérer une variable d'endommagement qui peut être représentée par un tenseur d'ordre deux $\underline{d}$, voire d'ordre quatre. L'endommagement est alors qualifié d'anisotrope. Lorsque l'on peut considérer les défauts et les micro-fissures distribués de façon uniforme dans toutes les directions, l'endommagement est isotrope (ne dépend pas de n) et peut être représenté par une variable scalaire d .

L'utilisation d'une variable d'endommagement scalaire étant cependant plus facile que celle d'une variable tensorielle, l'hypothèse d'un endommagement isotrope est donc souvent privilégiée dans la simulation des structures en béton. Par la suite, nous nous placerons donc dans le cadre de modèles d'endommagement isotrope.

Soit $\underline{F}$ une force agissant sur la surface S de normale unitaire $\underline{n}$, la densité surfacique d'effort $\underline{T} = \underline{F} / S$ exercée sur cette surface est directement donnée par le vecteur contrainte

associé au tenseur des contraintes de Cauchy $\underline{\underline{\mathbf{T}}} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{\mathbf{n}}}$. En supposant que $(S - S_D)$ est la surface effective sur laquelle est appliqué l'effort $\underline{\underline{\mathbf{F}}}$ et en considérant la définition de l'endommagement donnée en (2.23), on introduit le vecteur contrainte effective $\underline{\underline{\mathbf{T}}}$ défini par :

$$\underline{\underline{\mathbf{T}}} = \frac{1}{S - S_D} \underline{\underline{\mathbf{F}}} = \frac{1}{S(1 - d)} \underline{\underline{\mathbf{F}}} = \frac{1}{(1 - d)} \underline{\underline{\mathbf{T}}}. \quad (2.24)$$

Il est alors possible de définir le tenseur des contraintes effectives $\underline{\underline{\sigma}}$ à partir du vecteur contrainte effective $\underline{\underline{\mathbf{T}}} = \underline{\underline{\sigma}} \cdot \underline{\underline{\mathbf{n}}}$ et d'obtenir la relation suivante entre le tenseurs des contraintes effectives et le tenseurs des contraintes de Cauchy :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \frac{1}{1 - d} \underline{\underline{\sigma}}. \quad (2.25)$$

À partir de l'hypothèse de la déformation équivalente, Lemaitre et Chaboche [137], qui précise que la déformation associée à un état endommagé sous la contrainte appliquée est équivalente à la déformation associée à son état sain sous la contrainte effective, on peut alors écrire la relation contrainte-déformation :

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{\mathbf{C}}} : \underline{\underline{\varepsilon}}, \quad (2.26)$$

où $\underline{\underline{\mathbf{C}}}$ est le tenseur d'élasticité du matériau sain et par conséquent on a :

$$\underline{\underline{\sigma}} = (1 - d) \underline{\underline{\mathbf{C}}} : \underline{\underline{\varepsilon}}. \quad (2.27)$$

Dans le cas unidimensionnel, cette loi se réduit à la relation suivante :

$$\sigma = (1 - d) E \varepsilon = \tilde{E} \varepsilon \quad (2.28)$$

où E et $\tilde{E}$ représentent respectivement les modules de Young du matériau sain et celui du matériau endommagé. De sorte que l'on peut identifier l'évolution de l'endommagement au travers de la variation du module de Young avec :

$$d = 1 - \frac{\tilde{E}}{E}. \quad (2.29)$$

La figure 2.1 (b) illustre ce comportement élasto-endommageable en unidimensionnel.

Il est à noter que dans la formulation (2.27) de la loi de comportement, seul le module de Young est affecté par la variable d'endommagement. Le coefficient de Poisson reste inchangé pendant le processus d'endommagement, ce qui est contraire à ce que montrent les résultats expérimentaux. Des enrichissements de la loi ont été proposés dans ce sens par Kondo et al.[136] et Shao et al.[138].

Le modèle élasto-endommageable qui fait référence pour le comportement du béton a été proposé par Mazars en 1984, [139]. Par la suite, ce modèle a été très largement utilisé et a donné lieu à de nombreux enrichissements. Dans ce modèle, une surface d'endommagement, similaire à la surface de charge en plasticité, est écrite dans l'espace des déformations sous la forme :

$$f(\underline{\underline{\varepsilon}}, \kappa) = \tilde{\varepsilon}_{eq}(\underline{\underline{\varepsilon}}) - \kappa, \quad (2.30)$$

où $\tilde{\varepsilon}_{eq}$ désigne la déformation équivalente définie par, Mazars [139] :

$$\tilde{\varepsilon}_{eq} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \hat{\varepsilon}_i \rangle^2} \quad \text{avec} \quad \langle \hat{\varepsilon}_i \rangle = \frac{1}{2}(|\hat{\varepsilon}_i| + \hat{\varepsilon}_i), \quad (2.31)$$

où $\hat{\varepsilon}_i$ sont les déformations principales du tenseur des déformations et où κ est une fonction croissante de l'endommagement d . La notation classique des crochets de Macaulay introduite dans cette formule sera reprise dans la suite $\langle x \rangle = \frac{1}{2}(|x| + x)$. Le modèle est complété par la condition de Kuhn-Tucker (charge-décharge) définie par :

$$f \leq 0; \quad \dot{\kappa} \geq 0; \quad \dot{\kappa} f = 0. \quad (2.32)$$

La condition $f \leq 0$ implique que la valeur de $\tilde{\varepsilon}_{eq}$ ne peut jamais être supérieure à κ , de plus κ ne peut que croître. En outre κ ne peut augmenter que si la valeur actuelle de la déformation $\tilde{\varepsilon}_{eq}$ est égale à κ d'après la deuxième condition. Cette formulation assure que κ prend toujours la valeur la plus grande atteinte par la déformation plastique cumulée $\tilde{\varepsilon}_{eq}$.

Deux variables scalaires d'endommagement distinctes d_t , d_c sont introduites pour représenter l'endommagement en traction et en compression, en vue de simuler le comportement dissymétrique du béton, soit :

$$d = \alpha_t d_t + \alpha_c d_c, \quad (2.33)$$

où α_t , α_c sont des coefficients tels que, dans le cas d'une traction uniaxiale $\alpha_t = 1$, $\alpha_c = 0$ et $d = d_t$, et, dans le cas d'une compression uniaxiale $\alpha_t = 0$, $\alpha_c = 1$ et $d = d_c$. Ces coefficients sont définis dans le cas général d'un état de contrainte multi-axial dans Pijaudier-Cabot et Mazars [140].

L'évolution de l'endommagement est définie comme suit :

$$d_c = g_c(\kappa) = \begin{cases} 0, & \text{si } \kappa < \kappa_0, \\ 1 - \frac{(1 - A_c) \kappa_0}{\kappa} - A_c \exp[-B_c (\kappa - \kappa_0)] & \text{si } \kappa \geq \kappa_0, \end{cases} \quad (2.34)$$

$$d_t = g_t(\kappa) = \begin{cases} 0, & \text{si } \kappa < \kappa_0, \\ 1 - \frac{(1 - A_t) \kappa_0}{\kappa} - A_t \exp[-B_t (\kappa - \kappa_0)] & \text{si } \kappa \geq \kappa_0, \end{cases} \quad (2.35)$$

où κ_0 est le seuil d'endommagement, A_c , B_c , A_t et B_t sont des constantes qui caractérisent la réponse du béton en traction et en compression.

Les modèles de comportement qu'il s'agisse de lois élasto-plastique ou élasto-endommageable sont largement utilisés pour décrire le comportement mécanique des bétons soumis à une sollicitation monotone. Cependant, ces approches ne permettent pas de reproduire de manière satisfaisante les caractéristiques du comportement du béton lors de la décharge.

Les résultats expérimentaux, obtenus notamment lors d'un essai uniaxial cyclique (en compression ou en traction) sur le béton indiquent qu'il existe à la fois une dégradation de la rigidité et l'émergence de déformations irréversibles visibles lors des décharges, ces deux phénomènes se développant de manière simultanée et couplée. Pour rendre compte

de ces constatations expérimentales, il a été proposé ces dernières années de nombreux modèles couplant élasticité, plasticité et endommagement. Une illustration du comportement traduit par ce type de modèles est présentée en figure 2.1 (c). Nous explicitons au paragraphe suivant les équations constitutives de cette classe de modèles.

1.4 Lois couplées élasto-plastiques endommageables

1.4.1 Quelques approches de la littérature

De très nombreuses approches ont été proposées dans la littérature combinant élasticité, plasticité et endommagement. Dans certains modèles, la plasticité (surface de charge et potentiel d'écoulement) est exprimée dans l'espace des contraintes effectives, Simo et Ju [141], Ju [142], Grassl et Jirasek [143], Jason et al. [110], Lee and Fenves [98], ou encore Faria [144]. Dans ce type de modèles cependant, l'identification des paramètres du modèle de plasticité est difficile car les résultats expérimentaux sont exprimés en termes du tenseur des contraintes de Cauchy. Dans d'autres approches, la plasticité est exprimée en fonction de la contrainte de Cauchy, par exemple Lubliner et al. [97], Imran et Pantazopoulou [115], Salari et al. [145], Shao et al. [138], Jia et al. [146], Frantziskonis et Desai [147], Desai et al. [148], Luccioni et al. [34], ou encore Zhou et al. [149].

Les modèles diffèrent également dans le choix du critère d'endommagement. Ce critère peut être exprimé en fonction des déformations totales (Zhou et al. [149]), des déformations plastiques (Lee and Fenves [98], Grassl et Jirasek [143], Grassl et Rempling [150], Jia et al. [146], Frantziskonis et Desai [147], Desai et al. [148]), des déformations élastiques (Jason et al. 2006 [110] par exemple), des contraintes (Ortiz 1985 [151], Luccioni [34], Luccioni et Rougier [104] par exemple) ou encore de l'énergie (Simo et Ju [141], Ju 1989 [142], Shao et al. [138]).

Dans certains modèles, l'endommagement est défini explicitement sans introduire de multiplicateur d'endommagement, Zhou et al. [149], Lee and Fenves [98], Grassl et Jirasek [143], Grassl et Rempling [150], Jia et al. [146], Frantziskonis et Desai [147], Desai et al. [148], Jason et al. [110]. Dans d'autres modèles, l'évolution de l'endommagement est définie implicitement à l'aide d'un multiplicateur d'endommagement, Shao et al. [138], Luccioni et Rougier [104], Salari et al. 2004 [145]. La mise en œuvre numérique de cette dernière catégorie de modèle est néanmoins délicate, Yazdani [105], [106].

Dans une première étape du travail, nous avons retenu un modèle élasto-plastique endommageable proposé par Lubliner et al. [97] et étendu par Lee et Fenves [98] qui a fait ses preuves et qui est implanté dans le code aux éléments finis Abaqus. Nous nous proposons de détailler les équations constitutives de ce modèle au paragraphe suivant. Comme présenté au chapitre 1, ce modèle nous a permis de mener différentes simulations sur des structures en béton confinées et de révéler ses atouts et limites. Cette analyse a nourri les réflexions qui ont conduit à la construction d'un nouveau modèle enrichi qui sera proposé en Section 2.

1.4.2 Modèle de comportement élasto-plastique endommageable de Lubliner

Le modèle proposé pour le béton par Lubliner et al. [97], puis étendu par Lee et Fenves [98], rentre dans la catégorie des modèles couplés élasto-plastique endommageable. La

relation contrainte déformation y est écrite en introduisant une variable d'endommagement isotrope d :

$$\underline{\underline{\sigma}} = (1 - d) \underline{\underline{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p). \quad (2.36)$$

Le tenseur des contraintes effectives est défini par :

$$\underline{\underline{\bar{\sigma}}} = \underline{\underline{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p). \quad (2.37)$$

La surface de charge est exprimée dans l'espace des contraintes effectives et est construite de sorte que sa forme dépende de l'angle de Lode dans le plan déviatorique. Pour ce faire, Lubliner [97] propose d'introduire dans l'expression de la fonction de charge les contraintes principales (au lieu du troisième invariant du tenseur déviateur de contrainte). La fonction de charge s'exprime alors sous la forme :

$$F(\underline{\underline{\bar{\sigma}}}, \tilde{\varepsilon}^{pl}) = \frac{1}{1 - \alpha} \left(\sqrt{3} \bar{q} + 3\alpha \bar{p} + \beta (\tilde{\varepsilon}^{pl}) \langle \hat{\bar{\sigma}}_{\max} \rangle - \gamma \langle -\hat{\bar{\sigma}}_{\max} \rangle \right) - \bar{\sigma}_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl}), \quad (2.38)$$

où $\bar{p}$ et $\bar{q}$ sont respectivement la pression moyenne et la contrainte déviatorique du tenseur des contraintes effectives, $\tilde{\varepsilon}^{pl}$ désigne la déformation plastique équivalente, $\hat{\bar{\sigma}}_{\max}$ est la contrainte effective principale maximale (dans la suite de ce document, la notation $\hat{\cdot}$ fera systématiquement référence aux valeurs principales des tenseurs) et où les $\langle \cdot \rangle$ sont les crochets de Macaulay définis précédemment. Les paramètres α , β et γ sont des paramètres du modèle. Enfin $\bar{\sigma}_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl})$ est la contrainte effective seuil dont la valeur initiale et l'évolution sont identifiées à partir des essais de compression simple. Elle caractérise l'écrouissage isotrope du matériau à travers sa dépendance à la variable d'écrouissage $\tilde{\varepsilon}_c^{pl}$ associée à la compression (définie ci-après).

La figure 2.7 présente la forme de cette surface de charge dans l'espace des contraintes principales. En fonction du signe algébrique de la contrainte effective principale maximale $\hat{\bar{\sigma}}_{\max}$, il est possible d'obtenir deux cônes différents : l'un correspond à l'état des contraintes où toutes les contraintes principales sont négatives (compression, figure 2.7, cône bleu) et l'autre correspond à l'état des contraintes où au moins une contrainte principale est positive (traction, figure 2.7, cône rouge). L'intersection de ces deux cônes est une courbe indiquant le seuil de compression biaxiale. Une description plus détaillée de cette surface de charge est donnée par Lubliner et al. [97], Zhang et al. [108], Zhang et Li [152]. L'évolution de la surface de charge est contrôlée par la déformation plastique équivalente $\tilde{\varepsilon}^{pl}$ dont l'évaluation diffère en traction et compression et qui est définie en fonction de la déformation plastique comme suit (on rappelle que la notation $\hat{\cdot}$ fait référence aux valeurs principales des tenseurs) :

$$\tilde{\varepsilon}^{pl} = \begin{bmatrix} \tilde{\varepsilon}_c^{pl} \\ \tilde{\varepsilon}_t^{pl} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r(\underline{\underline{\bar{\sigma}}}) \hat{\varepsilon}_{\max}^{pl} \\ -(1 - r(\underline{\underline{\bar{\sigma}}})) \hat{\varepsilon}_{\min}^{pl} \end{bmatrix}, \quad (2.39)$$

r étant le facteur de poids d'état de contrainte multiaxiale dont l'expression est donnée

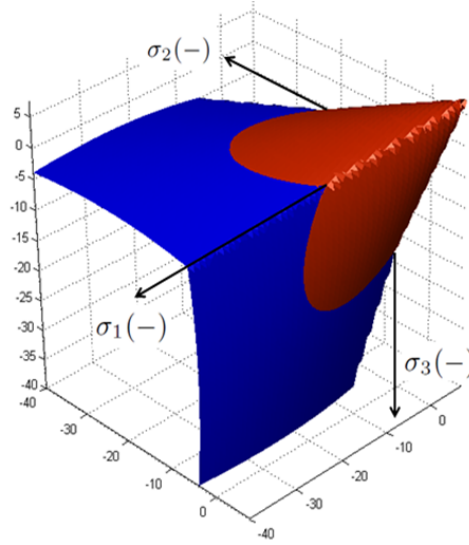


Figure 2.7 — Représentation de la surface de charge dans l'espace des contraintes principales du modèle Lubliner et al. [97].

par :

$$r(\underline{\underline{\sigma}}) = 0 \text{ si } \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{0}}, \quad \text{et} \quad r(\underline{\underline{\sigma}}) = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \hat{\sigma}_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\hat{\sigma}_i|} \quad \text{sinon.} \quad (2.40)$$

Dans cette expression, $\hat{\sigma}_i$ sont les valeurs principales du tenseur des contraintes effectives $\underline{\underline{\sigma}}$ en adoptant la notation introduite précédemment pour le symbole $\langle . \rangle$.

Le paramètre α de la fonction de charge (2.38) est identifiable à partir des seuils de plasticité observés lors des essais de compression uniaxiale (f_{c0}) et équi-biaxiale (f_{b0}) :

$$\alpha = \frac{f_{b0}/f_{c0} - 1}{2f_{b0}/f_{c0} - 1}. \quad (2.41)$$

Les valeurs expérimentales typiques du rapport f_{b0}/f_{c0} varient entre 1,10 et 1,16 ce qui implique des valeurs pour α situées entre 0,08 et 0,12, Lubliner et al. [97].

Dans la surface de charge, les méridiens en compression et en traction sont linéaires dans le plan méridien (figure 2.8 (b)). Les équations de ces méridiens sont données par Lubliner [97] :

$$\left(\frac{2\gamma}{3} + 1 \right) \sqrt{3} \bar{q} + (\gamma + 3\alpha) \bar{p} = (1 - \alpha) \bar{\sigma}_c, \quad \text{Méridien de traction,} \quad (2.42)$$

$$\left(\frac{\gamma}{3} + 1 \right) \sqrt{3} \bar{q} + (\gamma + 3\alpha) \bar{p} = (1 - \alpha) \bar{\sigma}_c, \quad \text{Méridien de compression.} \quad (2.43)$$

Le paramètre γ de la fonction de charge (2.38) est donné par la relation suivante :

$$\gamma = \frac{3(1 - K_c)}{2K_c - 1}, \quad (2.44)$$

où K_c est le rapport des valeurs de $\bar{q}$ correspondant aux méridiens en traction et en com-

pression pour n'importe quel état de la pression hydrostatique $\bar{p}$. La valeur de 0,66 est retenue pour ce rapport K_c en s'appuyant sur des résultats expérimentaux d'essais menés sur le béton, Lubliner et al. [97], ce qui conduit à une valeur de γ égale à 3.

Le paramètre β de la fonction de charge (2.38) est fonction de la déformation plastique équivalente $\tilde{\varepsilon}^{pl}$ donnée en (2.39) et est défini par :

$$\beta(\tilde{\varepsilon}^{pl}) = \frac{\bar{\sigma}_c(\tilde{\varepsilon}_c^{pl})}{\bar{\sigma}_t(\tilde{\varepsilon}_t^{pl})} (1 - \alpha) - (1 + \alpha), \quad (2.45)$$

où $\bar{\sigma}_t(\tilde{\varepsilon}_t^{pl})$ est la contrainte effective seuil identifiée sur des essais de traction simple.

La figure 2.8 présente la surface de charge dans le plan déviatorique ainsi que le plan méridien. La loi d'écoulement non associée du modèle s'appuie sur un potentiel

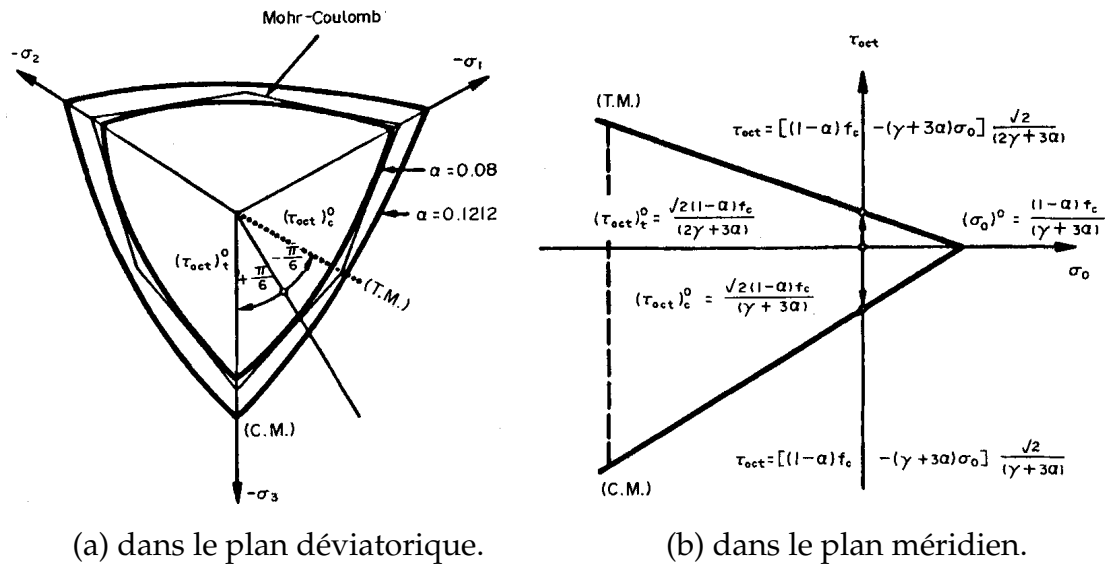


Figure 2.8 — Représentation de surface de charge dans les plans déviatorique et méridien, Lubliner et al. [97].

d'écoulement qui prend la forme classique des lois de type Drucker-Prager avec une correction hyperbolique. Cette loi d'écoulement est représentée dans l'espace des invariants de contraintes à la figure 2.9. Elle s'écrit sous la forme :

$$G(\underline{\underline{\sigma}}) = \sqrt{(\epsilon \sigma_{t0} \tan \psi)^2 + 3 \bar{q}^2} + \bar{p} \tan \psi, \quad (2.46)$$

où ϵ est un paramètre d'excentricité de la courbe, caractéristique de la vitesse à laquelle la courbe s'approche de son asymptote, où σ_{t0} est la contrainte limite à la rupture pour un essai uniaxial en traction, et enfin ψ est l'angle de dilatance représenté sur la figure 2.9. Comme cela a été signalé, ce modèle est implanté dans le code de calculs par éléments finis Abaqus. Nous l'avons utilisé pour mener différentes simulations sur des poteaux en béton armé confinés activement par une pression latérale et passivement par des renforts collés de composite. Les résultats obtenus ont été en particulier confrontés à des études expérimentales menées par Imran et Pantazopoulou [6] et Candappa et al. [8] pour le confinement actif et par Berthet et al. [15] dans le cas de confinement passif. Ces confron-

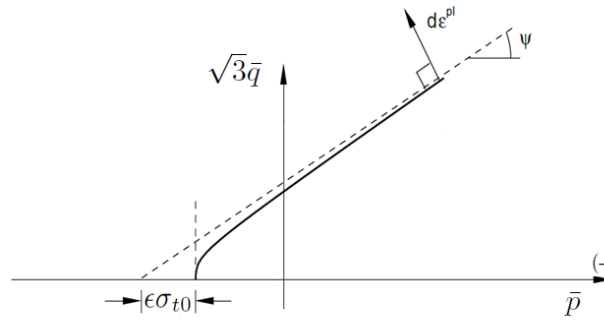


Figure 2.9 — Représentation du potentiel d'écoulement dans le plan méridien du modèle Lubliner et al. [97], (Abaqus theory manual [153]).

tations qui ont été présentées au chapitre 1 font apparaître, dans le contexte applicatif de notre étude à des bétons confinés, une insuffisance du modèle à reproduire la transition du comportement de type fragile à ductile quand le confinement latéral augmente. Cette difficulté s'observe pour les confinements actifs par pression latérale imposée, mais également dans le cas plus général de confinement passif qui correspond à une pression variable.

Comme mentionné au Chapitre 1 dans la revue bibliographique consacrée aux modèles, Yu et al. [33], Xiao [101], Teng et al. [102], Hany et al. [103] ont cherché à palier cette insuffisance du modèle en introduisant l'effet de confinement dans la loi d'écrouissage. Cependant, le modèle de Lubliner et al. [97] et Lee et Fenves [98] ayant été initialement développé pour que la loi d'écrouissage puisse être identifiée facilement à partir de l'essai uniaxial en compression, les modifications proposées nécessitent de compléter les données par une loi empirique. Cette loi empirique sert à générer les données d'entrées du modèle sous forme d'une table caractérisant le paramètre de la loi d'écrouissage pour chaque confinement. Cette formulation complique l'écriture du modèle de comportement, la procédure d'identification des paramètres et restreint le cadre rigoureux. De plus, la loi empirique introduite par [33], Xiao [101] Teng et al. [102], Hany et al. [103] est caractérisée en fonction des contraintes principales latérales et non pas des invariants des contraintes, ce qui n'est pas très courant pour le développement de modèles. Ces remarques nous ont amenés à introduire l'effet de confinement directement dans les équations du modèle en utilisant le premier invariant des contraintes p .

Par ailleurs, la forme de la surface de charge associée au modèle implanté dans Abaqus est linéaire dans le plan méridien, ce qui conduit à surestimer la résistance du béton lorsque le confinement est élevé. Ce problème a été également constaté par Luccioni et al. [104], Zhang et al. [108], Ozbakkaloglu et al. [35]. Une forme quadratique dans le plan méridien est plus apte à reproduire le comportement du béton sous l'effet des confinements plus élevés, Chen [109], Luccioni et al. [104]. Ces observations justifient notre choix de retenir une forme quadratique pour la surface de charge.

Un autre point important dans la modélisation du confinement passif concerne l'estimation de la dilatation du béton qui a une influence directe sur la pression exercée sur le matériau et de ce fait sur la résistance du béton à cette pression de confinement. Comme présenté au chapitre 1, différents travaux ont introduit une dépendance du paramètre de dilatance du béton en fonction des caractéristiques du matériau composite de renfort, Yu et al. [32] Jiang et Wu [27], Rousakis et al. [30] Youssf et al. [31], Ozbakkaloglu et al. [35].

Cette approche est fortement limitante dans une démarche de conception et fait surtout perdre le caractère intrinsèque du modèle auquel nous sommes attachés.

Pour compléter cette analyse, on rappelle également les résultats expérimentaux sur le béton confiné par composite PRF présentés au premier chapitre qui montrent que, dans la troisième phase de comportement lorsque le niveau de confinement devient élevé, la microstructure du béton se compacte pour finir par s'effondrer, Berthet [14]. Le recours à un potentiel d'écoulement non associé avec un profil fermé apparaît bien adapté pour reproduire cet effet.

Cette analyse a fait ressortir un certain nombre d'éléments caractéristiques que la modélisation se doit d'intégrer pour reproduire au mieux les mécanismes observés expérimentalement qui pilotent le comportement d'un béton confiné activement et passivement. Elle a permis de justifier précisément les choix que nous avons faits pour la modélisation. Les équations de ce modèle tridimensionnel couplé élasto-plastique endommageable que nous proposons sont développées dans la section suivante.

2 Un modèle couplé pour le comportement élasto-plastique endommageable du béton confiné

Le modèle de comportement pour un béton confiné que nous proposons est un modèle couplé élasto-plastique endommageable qui s'inspire notamment des travaux de Pietruszczak et al. [119], Jia et al. [146] et Shao et al. [138]. Nous présenterons successivement deux variantes du modèle. Dans la première, l'endommagement, qui sera décrit par une variable scalaire, est dépendant de la déformation plastique et dans la seconde, il est fonction de la déformation totale. La sensibilité au confinement du béton est prise en compte grâce à des variables d'écrouissage et d'endommagement qui dépendent du premier invariant du tenseur des contraintes. Les caractéristiques de dilatance du béton sont décrites par un potentiel d'écoulement non associé avec une forme fermée de type Cam-Clay. Ces éléments constitutifs du modèle sont détaillés dans les sous-sections suivantes.

2.1 Caractérisation de la plasticité

2.1.1 Fonction de charge

La fonction de charge retenue est quadratique (voir la figure 2.10), telle que celle proposée par Pietruszczak et al. [119] :

$$F(\underline{\sigma}, \gamma_p, d) = q - \alpha_p(\gamma_p, d) \left(\frac{-c_1 + \sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}}{2c_2} \right) f_c. \quad (2.47)$$

La résistance en compression uniaxiale du béton est notée f_c . Les constantes c_1 , c_2 , c_3 sont des paramètres du matériau définissant la forme de la surface dans le plan méridien. La variable α_p caractérise la loi d'écrouissage et dépend de la déformation plastique cumulée γ_p définies toutes deux à la section suivante et de l'endommagement d .

La figure 2.10 présente la forme de la fonction de charge dans le plan méridien (p - q)

retenue.

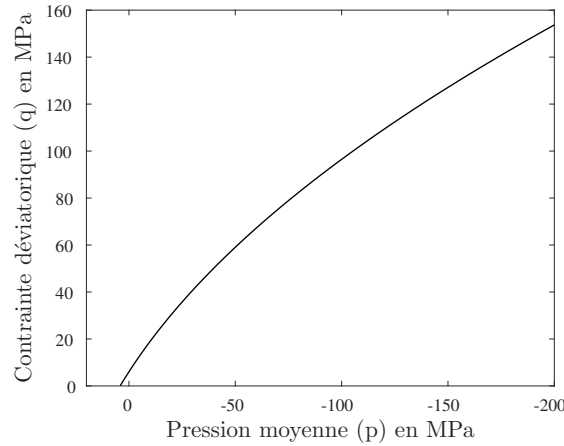


Figure 2.10 — Représentation de la surface de charge dans le plan méridien.

2.1.2 Loi d'écrouissage

La loi d'écrouissage, que nous proposons pour rendre notamment compte de la phase adoucissante observée expérimentalement en post-pic sur un béton confiné, est exprimée de la façon suivante, Jia et al. [146] :

$$\alpha_p(\gamma_p, d) = (1 - d) \hat{\alpha}_p(\gamma_p), \quad \hat{\alpha}_p(\gamma_p) = \alpha_p^0 + (1 - \alpha_p^0) \frac{\gamma_p}{B + \gamma_p}, \quad (2.48)$$

où α_p^0 représente le seuil initial plasticité et où le paramètre B strictement positif contrôle le taux d'écrouissage. La déformation plastique cumulée γ_p est définie par la relation suivante :

$$\gamma_p(t) = \frac{1}{\chi_p} \int_0^t \dot{\gamma}_p(s) ds, \quad \text{avec} \quad \dot{\gamma}_p(s) = \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^P(s) : \dot{\underline{\underline{\epsilon}}}^P(s)}, \quad (2.49)$$

avec le coefficient χ_p donné par :

$$\chi_p = \left(\frac{\langle -p - f_c/3 \rangle + f_c/3}{f_c/3} \right)^{a_1}, \quad (2.50)$$

où a_1 est un paramètre de contrôle de l'effet du confinement sur le taux d'écrouissage.

Le coefficient χ_p impliqué dans la caractérisation de la déformation plastique (2.49), qui dépend de l'invariant de pression p , a été introduit pour tenir compte de l'effet du confinement sur le taux d'écrouissage. Son introduction est une technique de mise à l'échelle largement utilisée dans la littérature, Grassl [114], Papanikolaou [116]), Etse et Willam [154], Grassel et Jirasek [114], Xie et Shao [112], Jason et al. [110]. Elle permet d'augmenter la capacité de déformation de matériaux quasi-fragiles sous compression multiaxiale.

Cette loi est une fonction croissante de la déformation plastique cumulée γ_p , $\tilde{\epsilon}_p$ est une fonction décroissante de la variable scalaire d'endommagement d . Le comportement adoucissant du béton est donc contrôlé par la variable d'endommagement. En l'absence

d'endommagement, la loi d'écrouissage conduit à des valeurs qui varient entre α_p^0 et 1, valeur qui correspond à l'état ultime, c'est-à-dire lorsque la surface de rupture du béton est atteinte. Les influences des variables $\hat{\alpha}_p$ et d sur la surface de charge sont présentées à la figure 2.11. Nous analyserons au chapitre 3 ces sensibilités de façon détaillée.

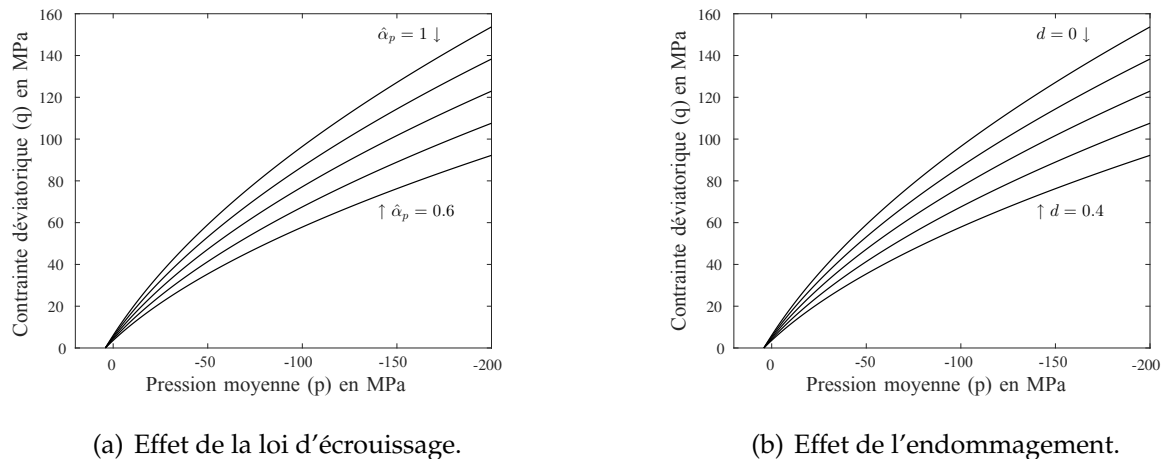


Figure 2.11 — Influence de la loi d'écrouissage et de l'endommagement sur la surface de charge présentée dans le plan méridien.

2.1.3 Potentiel d'écoulement

Le potentiel d'écoulement proposé initialement par Pietruszczak et al. [119], puis modifié par Shao et al. [138], est adopté ici pour rendre compte de la transition entre le comportement contractant et le comportement dilatant observée expérimentalement pour le béton, Smith et al. [155] et Sfer et al. [133]. Ce potentiel a été utilisé auparavant comme surface de charge dans le modèle élasto-plastique de Cam-Clay très répandu en mécanique des sols, Roscoe et al. [156].

Ce potentiel s'exprime sous la forme suivante :

$$Q(\underline{\sigma}, d) = q + (1 - d) \eta_c (c_3 f_c - p) \ln \left(\frac{c_3 f_c - p}{I_0} \right), \quad (2.51)$$

où le paramètre η_c définit la pente de la droite d'état critique qui est la frontière entre les comportements dilatant et contractant, I_0 correspond au point d'intersection entre la surface du potentiel et l'axe p .

La figure 2.13 illustre la forme fermée de ce potentiel d'écoulement dans le plan méridien ($p - q$), et donne une représentation de la ligne critique, du paramètre η_c et du point I_0 .

La présence de la variable d'endommagement dans l'expression du potentiel permet de rendre compte directement de l'influence de l'endommagement, comme proposé par Shao et al. [138]. Cette dépendance se justifie par les observations de Pantazopoulou et Mills [157], Imran et Pantazopoulou [6] qui font état d'une dilatation du béton induite par l'augmentation des dommages.

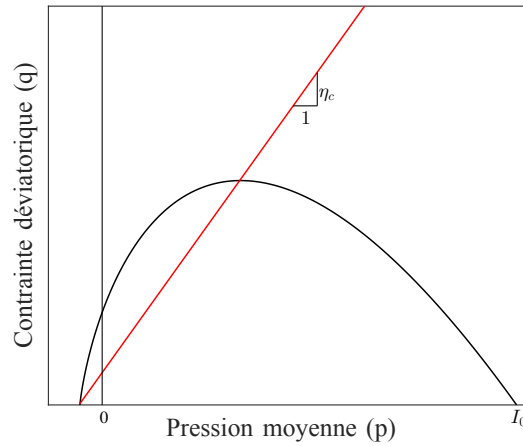


Figure 2.12 — Représentation du potentiel d'écoulement dans le plan méridien.

2.2 Caractérisation de l'endommagement

Conformément à la majorité des modèles et en particulier au modèle de Mazars [139],[158], deux mécanismes d'endommagements sont distingués : l'endommagement en compression caractérisé par la variable d_c et l'endommagement en traction caractérisé par la variable d_t . Le mode d'endommagement en compression peut être lié au glissement frictionnel qui survient entre les lèvres des micro-fissures, ce qui signifie qu'il peut être contrôlé par la déformation plastique en cisaillement telle que cela a été admis dans les travaux de Jia et al. [146], Desai et al. [148] et de Frantziskonis et Desai [147]. Le mode d'endommagement en traction est supposé contrôlé essentiellement par la valeur maximale de la déformation plastique en traction, comme proposé dans les travaux de Lubliner et al. [97] ou Lee et Fenves [98].

L'évolution de l'endommagement est liée à celle de la déformation plastique, en suivant les approches de Jia et al. [146], Kratzig and Polling [159], Lee and Fenves [98] Grassel and Jirasek [143], Meschke et al. [160], Desai et al. [148] ou encore de Frantziskonis et Desai [147].

2.2.1 Endommagement fonction de la déformation plastique

En s'appuyant sur les travaux précédemment cités, nous définissons deux déformations équivalentes distinctes qui correspondent aux modes d'endommagement en compression et en traction respectivement :

$$\begin{aligned}\gamma_c^d &= (1 - r(\underline{\underline{\sigma}})) \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p}, \quad \text{avec } \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^p = \underline{\underline{\dot{\epsilon}}} - \frac{1}{3} (\text{trace } \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}) \underline{\underline{I}}, \\ \gamma_t^d &= r(\underline{\underline{\sigma}}) \hat{\epsilon}_{\max}^p,\end{aligned}\tag{2.52}$$

où $\hat{\epsilon}_{\max}^p$ est la valeur propre maximale du tenseur du taux de déformation plastique, $r(\underline{\underline{\sigma}})$ est le facteur de poids d'état de contrainte multiaxiale qui évolue dans l'espace de

contraintes selon la loi rappelée ici :

$$r(\underline{\underline{\sigma}}) = 0, \text{ si } \underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{0}}, \quad \text{et} \quad r(\underline{\underline{\sigma}}) = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \hat{\sigma}_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\hat{\sigma}_i|}, \quad \text{sinon,} \quad (2.53)$$

où $\hat{\sigma}_i$ sont les valeurs principales du tenseur des contraintes $\underline{\underline{\sigma}}$ en adoptant la notation introduits précédemment pour le symbole $\langle . \rangle$.

Une valeur nulle du facteur de poids correspond au mode d'endommagement en compression et une valeur unitaire au mode d'endommagement en traction ($0 \leq r(\underline{\underline{\sigma}}) \leq 1$), Lee et Fenves [98]. Les critères d'endommagement correspondants aux modes en compression et en traction sont définis en s'appuyant sur les travaux de Mazars [139],[158], Jia et al. [146], Yang et al. [161] et Lee et Fenves [98] par :

$$\begin{aligned} F_c &= \chi_d [1 - \exp(-A_c \gamma_c^d)] - d_c \leq 0, \\ F_t &= 1 - \exp(-A_t \gamma_t^d) - d_t \leq 0, \end{aligned} \quad (2.54)$$

où A_c, A_t sont des paramètres matériau qui contrôlent la vitesse d'évolution de l'endommagement, χ_d un coefficient qui définit la dépendance de l'évolution de l'endommagement d_c avec la pression de confinement.

Le coefficient χ_d ($0 < \chi_d \leq 1$) est défini par l'expression suivante :

$$\chi_d = \left(1 + a_2 \left(\frac{\langle -p - f_c/3 \rangle}{f_c/3} \right) \right)^{-1}, \quad (2.55)$$

où a_2 est une constante matériau qui contrôle la pente de la courbe adoucissante du béton confiné.

L'introduction du coefficient χ_d est justifiée par les résultats expérimentaux Sfer [133], Poinard [162], Li [163] et aide à reproduire la transition du comportement fragile vers le comportement ductile lorsque le confinement augmente. L'introduction de ce coefficient dans le modèle permet de diminuer la valeur maximale atteignable par l'endommagement, ainsi que la vitesse de développement de l'endommagement lorsque le confinement augmente.

L'évolution de l'endommagement en compression et en traction est pilotée par les conditions de consistance suivantes :

$$\dot{d}_c \geq 0, \quad F_c \cdot \dot{d}_c = 0, \quad \dot{d}_t \geq 0, \quad F_t \cdot \dot{d}_t = 0. \quad (2.56)$$

L'endommagement total d est calculé à partir des endommagements en compression (d_c) et en traction (d_t) en suivant l'approche proposée par Lee et Fenves [98] pour simuler les effets unilatéraux d'ouverture et fermeture des fissures avec la relation :

$$d = 1 - (1 - d_c) (1 - s(\underline{\underline{\sigma}}) d_t). \quad (2.57)$$

où le paramètre s est défini comme suit :

$$s(\underline{\underline{\sigma}}) = s_0 + (1 - s_0) r(\underline{\underline{\sigma}}) \quad (2.58)$$

où $0 \leq s_0 \leq 1$ est un paramètre permettant de fixer la valeur minimale de s . En pratique, nous avons retenu $s_0 = 0$, comme suggéré par Lee et Fenves [98].

Le modèle ainsi décrit fait dépendre l'endommagement de la déformation plastique. Par la suite, nous avons également développé une variante du modèle qui introduit une dépendance de l'endommagement vis-à-vis de la déformation totale pour rendre mieux compte des phénomènes de micro-fissurations observés expérimentalement. Le paragraphe suivant explicite cette dépendance.

2.2.2 Dépendance de l'endommagement avec la déformation totale

On rappelle que notre approche considère les déformations irréversibles comme le résultat du glissement des micro-fissures et de la friction interne. Un tel phénomène nécessite donc la formation préalable d'une fissuration avant le développement de la plasticité. Or, il est constaté expérimentalement dans le cas de la traction simple par exemple, des déformations plastiques généralement faibles et un endommagement dominant, Jason [164]. Il apparaît alors difficile de justifier pleinement le développement de déformations plastiques dans le béton avant la micro-fissuration comme nous l'avons fait jusqu'à présent.

C'est pourquoi nous avons cherché à introduire une dépendance de l'endommagement en fonction de la déformation totale comme proposé dans Mazars [139] et Zhou et al. [149]. Les relations (2.52) qui définissaient les déformations équivalentes dans la variante précédente du modèle sont remplacées par les relations :

$$\begin{cases} \gamma_c^d = (1 - r(\underline{\sigma})) \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{e}} : \underline{\underline{e}}}, & \underline{\underline{e}} = \underline{\underline{\varepsilon}} - \frac{1}{3} (\text{trace } \underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}}, \\ \gamma_t^d = r(\underline{\underline{\sigma}}) \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \hat{\varepsilon}_i \rangle^2}, \end{cases} \quad (2.59)$$

où $\hat{\varepsilon}_i$ est les valeurs propres du tenseur du taux de déformation, $r(\underline{\underline{\sigma}})$ est le facteur de poids défini par (2.53).

Les expressions des déformations équivalentes (2.59), tout en s'inspirant des travaux de Zhou et al. [149], en diffèrent. En effet, ces auteurs ont proposé de caractériser la déformation équivalente en compression par la relation :

$$\gamma_c^d(t) = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}(s) : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}(s)} ds, \quad \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}(s) = \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}(s) - \frac{1}{3} (\text{trace } \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}(s)) \underline{\underline{I}}, \quad (2.60)$$

de sorte que la fonction γ_c^d est croissante dans différents trajets de chargement, même lors de décharges. Ce qui fait que l'endommagement augmente lors de la décharge et dans la phase de charge, ce qui ne correspond pas à la physique du problème, comme illustré schématiquement sur la figure 2.13 dans le cas d'un chargement cyclique uniaxial. Contrairement à ces travaux, nous avons choisi de ne pas prendre de forme cumulative, mais de définir directement la déformation équivalente γ_c^d par la relation 2.59. Nous définissons ensuite les critères d'endommagement par les relations :

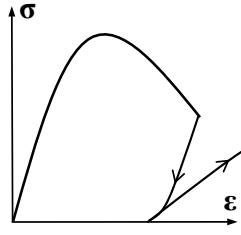


Figure 2.13 — Représentation schématique de la courbe contrainte-déformation uniaxiale en décharge et charge obtenue en utilisant l'expression (2.60) de γ_c^d proposée par Zhou et al. [149].

$$\begin{cases} F_c = \chi_d [1 - \exp(-A_c \gamma_c^d)] - d_c \leq 0, \\ F_t = 1 - \frac{\gamma_{t0}^d}{\gamma_t^d} \exp(-A_t \langle \gamma_t^d - \gamma_{t0}^d \rangle) - d_t \leq 0, \end{cases} \quad (2.61)$$

en conservant les notations introduites dans la section 2.2 et où le paramètre γ_{t0}^d caractérise le seuil pour le commencement de l'endommagement en mode traction donné par :

$$\gamma_{t0}^d = \frac{f_t}{E}, \quad (2.62)$$

où f_t représente la résistance du béton en traction et E est module de Young du matériau. Les évolutions de l'endommagement en compression et en traction sont données comme précédemment par les relations de consistance (2.56). Et l'endommagement global est défini à partir des endommagements en compression d_c et en traction d_t également par la relation (15).

La seconde variante du modèle qui vient d'être décrite dans laquelle l'endommagement est considéré comme dépendant de la déformation totale rentre dans la classe des modèles d'endommagement locaux. En ce sens, elle est susceptible de présenter une forte dépendance des résultats à la taille du maillage éléments finis.

Une illustration simple de ce phénomène numérique est donnée avec une barre en traction de longueur L et la section de A , figure 2.14 (a) constituée d'un matériau au comportement adoucissant comme présenté à la figure 2.14 (b). Lors de chargement par déplacement imposé u la force de réaction dans la barre arrive à son niveau maximum F_0 correspondant à une déformation axiale de ε_0 . Si l'on continue à charger la barre, des imperfections dans la géométrie de la barre ou dans les propriétés mécaniques du matériau favorisent la localisation de la déformation dans la région d'imperfection. Compte-tenu du fait que la loi de comportement est adoucissante (au delà de la déformation ε_0) la contrainte diminue dans la région plus faible et le reste de la barre se décharge élastiquement. On constate que la réponse de la structure dépend de la taille de cette région d'imperfection. D'un point de vue mathématique, les équations du problème aux limites perdent la propriété d'ellipticité et la solution du problème n'est plus unique. D'un point de vue numérique, dans les calculs par éléments finis, ce problème se manifeste par une sensibilité pathologique des résultats à la taille du maillage par éléments finis (figure 2.15), Jiràsek [165]. L'énergie dissipée dans la zone de localisation de déformation diminue avec le raffinement du maillage et tend vers zéro, ce qui n'est physiquement pas admissible. Différentes techniques de régularisation existent afin de résoudre le

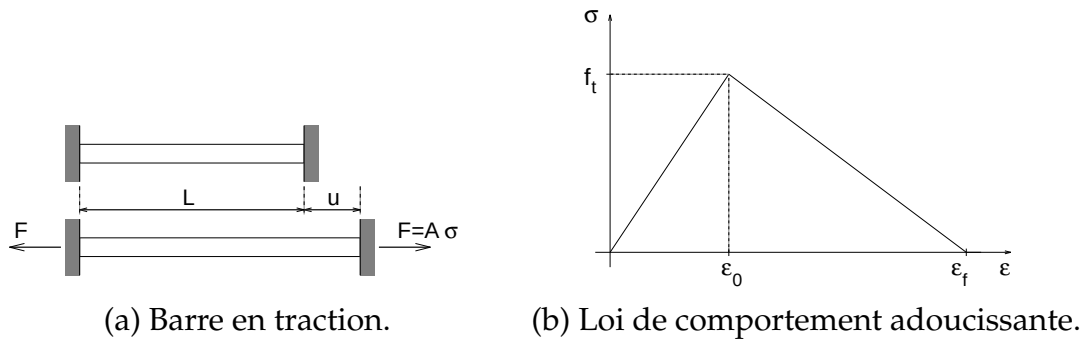


Figure 2.14 — Illustration du comportement d'une barre en traction, Jiràsek [165].

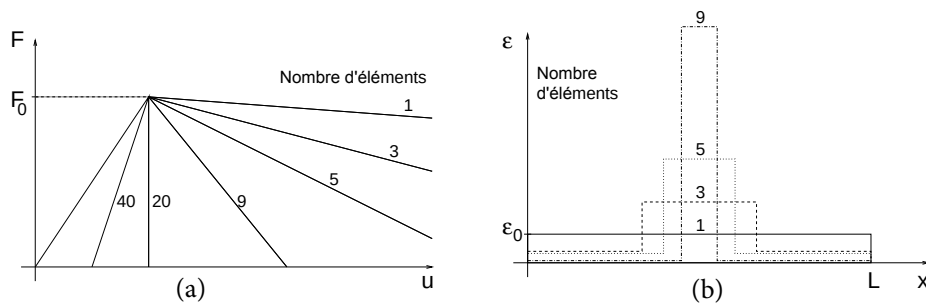


Figure 2.15 — (a) Réponse force-déplacement pour la barre modélisée par des éléments linéaires à 2 nœuds. (b) Profil de la déformation sous l'hypothèse que l'imperfection est située au centre de la barre en fonction du nombre d'éléments, Jiràsek [165].

problème de dépendance à la taille des mailles, comme par exemple des régularisations en introduisant des variables d'états non locales moyennées Pijaudier Cabot [166], Bažant [167], Giry [168] ou des gradients de ces variables internes De Borst et al. [169], [170]. Cependant, l'utilisation d'approches non locales est coûteuse en temps de calculs et la moyenne spatiale des variables est obtenue par un opérateur non unique qui diffère selon les conditions aux limites, Grassl [171]. Une autre approche pour résoudre le problème de la dépendance au taille de maillage est la régularisation viscoplastique, Needleman [172], Dubé [173], Sluys et de Borst [174]. L'idée principale de cette approche est de contrôler l'augmentation du taux de déformation dans un élément endommagé qui rend l'élément plus rigide. Malgré sa mise en œuvre relativement facile, cette technique reste moins répandue que les modèles de comportement d'endommagement non-locaux ou à gradient [175]. Enfin, la régularisation par l'énergie de fissuration est une technique également très utilisée entre autres par Grassl et al. [150, 176], Matallah et La Borderie [177], Cervenka et al. [178], Mazars et al. [179]. Simple de mise en œuvre, elle conduit à des coûts de calcul bien inférieurs aux autres techniques de régularisation. Dans cette méthode, les paramètres du matériau sont ajustés de façon à ce que l'énergie dissipée soit la même lors des fractures du matériau pour des éléments de taille différente. En raison de ces avantages, la régularisation par l'énergie de fissuration a été choisie ici.

L'approche de régularisation par énergie de fissuration a été introduite par Bažant et Oh [180]. Le processus de fracture du matériau est supposé localisé dans une bande de largeur finie (h) dans laquelle l'énergie de fissuration est dissipée. Cela permet d'assurer une dissipation d'énergie (G_f) définie dans la bande de la localisation, dans le cas d'une

traction uniaxiale sous la forme :

$$G_f = h g_f, \quad g_f = \int_0^\infty \sigma : d\varepsilon, \quad (2.63)$$

où g_f est l'énergie dissipée par unité de volume du matériau endommagé.

Si l'on adopte comme proposé dans notre modèle, la loi d'évolution suivante pour l'endommagement en traction définie par Feenstra [181] et Jiràsek et Bauer [182] :

$$d_t = 1 - \frac{\gamma_{t0}^d}{\gamma_t^d} \exp(-A_t \langle \gamma_t^d - \gamma_{t0}^d \rangle), \quad (2.64)$$

en injectant dans (2.63), la loi de comportement élasto-plastique endommageable couplée à cette loi, on obtient :

$$A_t = \frac{h f_t}{G_f - \frac{h \gamma_{t0}^d f_t}{2}}, \quad (2.65)$$

où γ_{t0}^d et f_t représentent respectivement le seuil d'endommagement et la résistance du béton en traction.

Cette approche fait donc dépendre l'énergie de fissuration de la taille du maillage et assure une dissipation d'énergie définie G_f dans la bande de localisation. Il convient de noter que dans le modèle proposé, G_f dépend à travers de σ et de la loi de comportement élasto-plastique de la déformation plastique. Cependant en traction, le rôle de la plasticité est négligeable par rapport à l'endommagement qui est dominant. Ces aspects seront illustrés par des simulations au chapitre 3.

Les équations du modèle dans ses deux variantes étant présentées, nous nous intéressons maintenant à son implémentation dans un code de calculs de structures par éléments finis.

3 Implémentation numérique de la loi de comportement

3.1 Principe général de l'implémentation

Le calcul numérique de structures au comportement élastoplastique requiert la mise en place d'une démarche incrémentale et itérative en raison de la dépendance en espace et temps des champs solutions des équations non linéaires du problème d'équilibre à résoudre, ainsi que la dépendance de la loi de comportement en fonction de l'histoire des variables.

Le caractère évolutif des équations régissant les champs de déplacements, déformations et contraintes conduit à mettre en place une discrétisation temporelle et un schéma de résolution pas à pas. L'état mécanique est évalué de façon incrémentale à un pas de temps donné connaissant les champs à l'état antérieur et le chargement appliqué à l'instant considéré. Cette résolution numérique de l'équilibre est effectuée à chaque pas de temps par une approximation spatiale en éléments finis de la formulation faible en approche déplacement. Un algorithme de type Newton est classiquement utilisé pour la résolution de ce problème d'équilibre global, Bathe [183], Vila et al.[184]. Nous ne détaillerons pas

ici cette étape classique de résolution du problème d'équilibre global. En revanche, nous nous intéressons à l'étape d'intégration de la loi comportement élastoplastique endommageable dans cette résolution globale à un pas de temps donné.

L'étape d'intégration de la loi comportement est de nature locale. Elle a été implantée dans le code de calcul aux éléments finis Abaqus de Simulia, [185], sous la forme d'une sous-routine Umat. L'intégration numérique de la loi comportement élastoplastique endommageable se fait donc à chaque de temps associé à une itération de la résolution du système d'équation d'équilibre global. Pour cette étape, les déformations sont privilégiées comme grandeur cinématique. Le principe général repose sur une approximation temporelle par différences finies de leurs dérivées en temps. Un incrément de déformation est appliqué à chaque point de Gauss des éléments finis. Les incréments de déformation plastique, de variable d'écrouissage, de l'endommagement et contraintes sont alors obtenus par une approche qui s'appuie sur une prédiction élastique, suivie d'une correction élastoplastique et une correction de l'endommagement selon la démarche proposée par Ortiz et Simo [186]. Cette méthode repose sur le concept de séparation des opérateurs qui permet une résolution disjointe des équations liées aux comportements élastique et plastique.

Nous présentons maintenant la mise en œuvre de cette démarche dans le cas de notre loi de comportement. L'algorithme différant selon les deux variantes du modèle compte tenu de la dépendance de l'endommagement aux déformations plastiques, nous détaillons successivement la mise en œuvre des deux variantes proposées.

3.2 Variante du modèle avec l'endommagement dépendant de la déformation plastique

Dans cette variante du modèle, les relations de comportement à résoudre peuvent être écrites sous la forme générale :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}} = \underline{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}}^e + \underline{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}}^p = \underline{\Gamma}(t), \\ \underline{\dot{\underline{\underline{\sigma}}}} = \underline{\underline{\underline{C}}}(\underline{d}) : \underline{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}}^e + \underline{\underline{\underline{B}}}(\underline{d}) \dot{\underline{\underline{\gamma}}}, \quad \text{avec } \underline{\underline{\underline{B}}} = \frac{\partial}{\partial \underline{d}} \left(\underline{\underline{\underline{C}}}(\underline{d}) \right) : \underline{\underline{\underline{\epsilon}}}^e, \\ \underline{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}}^p = \dot{\underline{\lambda}} \frac{\partial \underline{Q}}{\partial \underline{\underline{\underline{\sigma}}}} = \dot{\underline{\lambda}} \underline{\underline{\underline{r}}}, \quad \dot{\underline{\gamma}}_p = \dot{\underline{\lambda}} \underline{M}_\gamma, \quad \dot{\underline{d}} = \dot{\underline{\lambda}} \underline{M}_d, \end{array} \right. \quad (2.66)$$

où $\underline{\Gamma}(t)$ est supposé connu à l'instant considéré et $\underline{d}$ et $\underline{\gamma}_p$ représentent des variables internes du modèle qui dépendent de la plasticité dans le modèle présenté.

Comme précisé auparavant ces équations peuvent être scindées en une partie élastique et une partie plastique compte tenu de la séparation des opérateurs. La partie élastique est pilotée en déformation et prend la forme suivante :

$$\left\{ \begin{array}{l} \underline{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}} = \underline{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}}^e + \underline{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}}^p = \underline{\Gamma}(t), \\ \underline{\dot{\underline{\underline{\sigma}}}} = \underline{\underline{\underline{C}}}(\underline{d}) : \underline{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}}^e, \\ \underline{\dot{\underline{\underline{\epsilon}}}}^p = 0, \quad \dot{\underline{\gamma}}_p = 0, \quad \dot{\underline{d}} = 0. \end{array} \right. \quad (2.67)$$

Pour la partie plastique, les équations sont de la forme :

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} = \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^e + \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = 0, \quad (2.68a)$$

$$\underline{\underline{\dot{\sigma}}} = -\underline{\underline{C}}(d) : \underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p + \underline{\underline{B}}(d) \dot{d}, \quad (2.68b)$$

$$\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}}^p = \dot{\lambda} \underline{\underline{r}}, \quad \dot{\gamma}_p = \dot{\lambda} M_\gamma, \quad \dot{d} = \dot{\lambda} M_d. \quad (2.68c)$$

Dans les équations de la partie élastique (2.67), les déformations plastiques $\underline{\underline{\varepsilon}}^p$, ainsi que les variables internes plastiques γ_p et d n'évoluent pas, et la déformation totale appliquée au matériau est supposée purement élastique. Dans les équations de la partie plastique (2.68) on est en présence d'un mouvement de corps rigide car $\underline{\underline{\dot{\varepsilon}}} = 0$. En injectant les équations (2.68c) dans (2.68b), il est possible de réécrire le jeu d'équations de la partie plastique de la manière suivante :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\dot{\sigma}}} = -\dot{\lambda} \left[\underline{\underline{C}}(d) : \underline{\underline{r}} - \underline{\underline{B}} M_d \right], \\ \dot{\gamma}_p = \dot{\lambda} M_\gamma, \quad \dot{d} = \dot{\lambda} M_d. \end{cases} \quad (2.69)$$

On définit ainsi de nouvelles lois d'évolution pour les contraintes et les variables internes plastiques. La détermination du tenseur des contraintes et des variables internes plastiques se fait de manière itérative. À chaque itération i , la fonction de charge $F(\underline{\underline{\sigma}}, \gamma_p, d)$ est linéarisée autour des valeurs actualisées des variables d'état comme suit :

$$F \approx F^{(i)} + \frac{\partial F^{(i)}}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{(i)}} \Delta \underline{\underline{\sigma}}^{(i)} + \frac{\partial F^{(i)}}{\partial \gamma_{p \ n+1}^{(i)}} \Delta \gamma_p^{(i)} + \frac{\partial F^{(i)}}{\partial d_{n+1}^{(i)}} \Delta d^{(i)} = 0 \quad (2.70)$$

où

$$F^{(i+1)} = F(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{(i+1)}, \gamma_{p \ n+1}^{(i+1)}, d_{n+1}^{(i+1)}), \quad F^{(i)} = F(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{(i)}, \gamma_{p \ n+1}^{(i)}, d_{n+1}^{(i)}). \quad (2.71)$$

Le nouveau jeu d'équations obtenu en (2.69) est discrétisé par différences finies à l'aide d'un schéma d'Euler explicite sous la forme :

$$\begin{cases} \Delta \underline{\underline{\sigma}}^{(i)} = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{(i+1)} - \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{(i)} = -\Delta \lambda \left(\underline{\underline{C}}_{n+1}^{(i)} : \underline{\underline{r}}_{n+1}^{(i)} - \underline{\underline{B}}_{n+1}^{(i)} M_{d \ n+1}^{(i)} \right) \\ \Delta \gamma_p^{(i)} = \gamma_{p \ n+1}^{(i+1)} - \gamma_{p \ n+1}^{(i)} = \Delta \lambda M_{\gamma \ n+1}^{(i)} \\ \Delta d^{(i)} = d_{n+1}^{(i+1)} - d_{n+1}^{(i)} = \Delta \lambda M_{d \ n+1}^{(i)} \end{cases} \quad (2.72)$$

où $\Delta \lambda$ est le multiplicateur plastique incrémental et où les valeurs des tenseurs sont calculées pour $\underline{\underline{C}}_{n+1}^{(i)}, \underline{\underline{r}}_{n+1}^{(i)}, \underline{\underline{B}}_{n+1}^{(i)}, M_{\gamma \ n+1}^{(i)}$ et $M_{d \ n+1}^{(i)}$ en $(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{(i)}, \gamma_{p \ n+1}^{(i)}, d_{n+1}^{(i)})$. Les expressions mathématiques de ces quantités sont données dans l'Annexe 1.

En combinant l'expression linéarisée de la fonction de charge (2.70) avec les équations discrétisées (2.72), on peut alors calculer le multiplicateur plastique incrémental :

$$\Delta \lambda = \frac{F_{n+1}^{(i)}}{\underline{\underline{v}}_{n+1}^{(i)} : \underline{\underline{C}}_{n+1}^{(i)} : \underline{\underline{r}}_{n+1}^{(i)} - \underline{\underline{v}}_{n+1}^{(i)} \underline{\underline{B}}_{n+1}^{(i)} M_{d \ n+1}^{(i)} - \xi_{\gamma \ n+1}^{(i)} M_{\gamma \ n+1}^{(i)} - \xi_{d \ n+1}^{(i)} M_{d \ n+1}^{(i)}}, \quad (2.73)$$

où l'on note :

$$\underline{\underline{\mathbf{v}}} = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}}, \quad \underline{\underline{\mathbf{r}}} = \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}}, \quad \underline{\underline{\mathbf{B}}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{d}} \left(\underline{\underline{\mathbf{C}}}(\mathbf{d}) \right) : \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^e, \quad (2.74)$$

et

$$\xi_d = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \mathbf{d}}, \quad \xi_p = \frac{\partial \mathbf{F}}{\partial \gamma_p}, \quad M_d \dot{\lambda} = \dot{\mathbf{d}}, \quad M_\gamma \dot{\lambda} = \dot{\gamma}_p, \quad (2.75)$$

Une fois le multiplicateur plastique incrémental $\Delta\lambda$ estimé, les contraintes et les variables internes plastiques sont actualisées comme suit :

$$\underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}_{n+1}^{(i+1)} = \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}_{n+1}^{(i)} - \Delta\lambda \left(\underline{\underline{\mathbf{C}}}_{n+1}^{(i)} : \underline{\underline{\mathbf{r}}}_{n+1}^{(i)} - \underline{\underline{\mathbf{B}}}_{n+1}^{(i)} M_d^{(i)} \right), \quad (2.76)$$

$$\gamma_{p\ n+1}^{(i+1)} = \gamma_{p\ n+1}^{(i)} + \Delta\lambda M_\gamma^{(i)}, \quad (2.77)$$

$$\mathbf{d}_{n+1}^{(i+1)} = \mathbf{d}_{n+1}^{(i)} + \Delta\lambda M_d^{(i)}. \quad (2.78)$$

Les conditions initiales du processus itératif qui vient d'être décrit sont fournies par la prédiction élastique. L'ensemble du processus itératif est répété jusqu'à ce que le critère de convergence :

$$|F_{n+1}^{(i+1)}| \leq \text{ToI}, \quad (2.79)$$

3.3 Variante du modèle avec l'endommagement dépendant de la déformation totale

Les équations de la loi de comportement dans la seconde variante du modèle diffèrent de celles présentées dans la variante 1 par le fait que l'endommagement $\mathbf{d}$ n'est plus une variable interne dépendant de la déformation plastique. La relation de comportement s'écrit alors sous la forme :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}} = \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}}^e + \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}}^p = \underline{\underline{\Gamma}}(\mathbf{t}), \\ \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\sigma}}}} = \underline{\underline{\mathbf{C}}}(\mathbf{d}) : \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}}^e + \underline{\underline{\mathbf{B}}}(\mathbf{d}) \dot{\mathbf{d}}, \quad \text{avec } \underline{\underline{\mathbf{B}}} = \frac{\partial}{\partial \mathbf{d}} \left(\underline{\underline{\mathbf{C}}}(\mathbf{d}) \right) : \underline{\underline{\boldsymbol{\varepsilon}}}^e, \\ \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}} = \dot{\lambda} \underline{\underline{\mathbf{r}}}, \quad \dot{\gamma}_p = \dot{\lambda} M_\gamma, \end{cases} \quad (2.80)$$

La partie élastique des équations est alors donnée par :

$$\begin{cases} \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}} = \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}}^e + \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}}^p = \underline{\underline{\Gamma}}(\mathbf{t}), \\ \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\sigma}}}} = \underline{\underline{\mathbf{C}}}(\mathbf{d}) : \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}} + \underline{\underline{\mathbf{B}}}(\mathbf{d}) \dot{\mathbf{d}}, \\ \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}}^p = 0, \quad \dot{\gamma}_p = 0. \end{cases} \quad (2.81)$$

Les équations de la partie plastique sont données dans cette seconde variante par :

$$\underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}} = \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}}^e + \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}}^p = 0, \quad (2.82a)$$

$$\underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\sigma}}}} = -\underline{\underline{\mathbf{C}}}(\mathbf{d}) : \underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}}^p, \quad (2.82b)$$

$$\underline{\underline{\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}}}^p = \dot{\lambda} \frac{\partial \mathbf{Q}}{\partial \underline{\underline{\boldsymbol{\sigma}}}} = \dot{\lambda} \underline{\underline{\mathbf{r}}}, \quad \dot{\gamma}_p = \dot{\lambda} M_\gamma. \quad (2.82c)$$

En procédant comme à la variante 1, on peut alors réécrire le jeu d'équations de la partie plastique sous la forme

$$\begin{cases} \dot{\underline{\underline{\sigma}}} = -\dot{\lambda} [\underline{\underline{C}}(d) : \underline{\underline{r}}], \\ \dot{\gamma}_p = \dot{\lambda} M_{\gamma}. \end{cases} \quad (2.83)$$

La linéarisation de la fonction de charge $F(\underline{\underline{\sigma}}, \gamma_p)$ autour des valeurs actualisées des variables d'état s'écrit alors à chaque itération :

$$F \approx F^{(i)} + \frac{\partial F^{(i)}}{\partial \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{(i)}} \Delta \underline{\underline{\sigma}}^{(i)} + \frac{\partial F^{(i)}}{\partial \gamma_{p\ n+1}^{(i)}} \Delta \gamma_p^{(i)} = 0, \quad (2.84)$$

La discrétisation par un schéma d'Euler explicite du jeu d'équations se réduit dans cette seconde variante à :

$$\begin{cases} \Delta \underline{\underline{\sigma}}^{(i)} = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{(i+1)} - \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{(i)} = -\Delta \lambda \left(\underline{\underline{C}}_{n+1} : \underline{\underline{r}}_{n+1}^{(i)} \right) \\ \Delta \gamma_p^{(i)} = \gamma_{p\ n+1}^{(i+1)} - \gamma_{p\ n+1}^{(i)} = \Delta \lambda M_{\gamma\ n+1}^{(i)} \end{cases} \quad (2.85)$$

où $\Delta \lambda$ est le multiplicateur plastique incrémental et où les valeurs des tenseurs sont calculées pour $\underline{\underline{C}}_{n+1}$, $\underline{\underline{r}}_{n+1}^{(i)}$, $M_{\gamma\ n+1}^{(i)}$ et en $(\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{(i)}, \gamma_{p\ n+1}^{(i)}, d_{n+1})$. Les expressions de ces quantités correspondantes à cette seconde variante du modèle sont également détaillées dans l'Annexe 1.

Le multiplicateur plastique incrémental est donné dans cette variante par :

$$\Delta \lambda = \frac{F_{n+1}^{(i)}}{\underline{\underline{v}}_{n+1}^{(i)} : \underline{\underline{C}}_{n+1} : \underline{\underline{r}}_{n+1}^{(i)} - \xi_{p\ n+1}^{(i)} M_{\gamma\ n+1}^{(i)}}, \quad (2.86)$$

où l'on note :

$$\underline{\underline{v}} = \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}, \quad \underline{\underline{r}} = \frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}, \quad \xi_p = \frac{\partial F}{\partial \gamma_p}. \quad (2.87)$$

Comme précédemment, une fois le multiplicateur plastique incrémental $\Delta \lambda$ connu, les contraintes et le variable interne plastique sont actualisées comme suit :

$$\underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{(i+1)} = \underline{\underline{\sigma}}_{n+1}^{(i)} - \Delta \lambda \left(\underline{\underline{C}}_{n+1} : \underline{\underline{r}}_{n+1}^{(i)} \right), \quad (2.88)$$

$$\gamma_{p\ n+1}^{(i+1)} = \gamma_{p\ n+1}^{(i)} + \Delta \lambda M_{\gamma\ n+1}^{(i)}. \quad (2.89)$$

La prédiction élastique fournit les conditions initiales du processus itératif. L'ensemble du processus itératif est répété jusqu'à ce que le critère de convergence (2.79) sur $|F_{n+1}^{(i+1)}|$ soit considéré comme atteint.

4 Bilan récapitulatif du modèle et conclusion

En nous appuyant sur les modèles reconnus de la littérature et en analysant leurs capacités à reproduire le comportement de béton confiné observé expérimentalement, nous avons identifié les éléments de modélisation pertinents et construit sur cette base un modèle de comportement et deux variantes.

Nous terminons ce chapitre par un résumé des hypothèses et caractéristiques générales du modèle proposé dans ce travail et leurs justifications vis-à-vis des attentes applicatives, ainsi qu'un bilan synthétique des équations et des paramètres du modèle. Le cadre et les hypothèses qui ont prévalu à l'écriture du modèle sont les suivants :

- ▶ modèle macroscopique tridimensionnel (apte à répondre aux sollicitations triaxiales de confinement) ;
- ▶ modèle de comportement général et intrinsèque (avec des paramètres matériaux indépendants du confinement, sans recours à des lois empiriques, permettant une exploitation dans une démarche de conception) ;
- ▶ nombre de paramètres du modèle à identifier limité ;
- ▶ identification simple des paramètres à partir d'expériences classiques uniaxiales et triaxiales ;
- ▶ implémentation numérique facile dans un code de calculs industriel ;
- ▶ modèle en petites déformations ;
- ▶ élasticité qui reste isotrope ;
- ▶ évolution des caractéristiques élastiques avec le chargement (modèle elasto-endommageable) ;
- ▶ dissymétrie du comportement et de l'endommagement en traction, compression ;
- ▶ endommagement isotrope ;
- ▶ représentation des déformations irréversibles (modèle élasto-plastique) ;
- ▶ loi d'écrouissage isotrope fonction décroissante de l'endommagement (qui permet de contrôler de l'adoucissement) ;
- ▶ potentiel d'écoulement non associé (apte à traduire la transition comportement contractant et dilatant) ;
- ▶ potentiel d'écoulement fonction de l'endommagement (dilatation supplémentaire induite par l'augmentation des dommages) ;
- ▶ évolution de l'endommagement en compression avec l'augmentation du confinement.

Sous ces hypothèses, le modèle proposé est régi par les équations suivantes :

1. Relation contraintes-déformations

$$\underline{\underline{\sigma}} = (1 - d) \underline{\underline{C}} : (\underline{\underline{\varepsilon}} - \underline{\underline{\varepsilon}}^p). \quad (2.90)$$

2. Critère de plasticité exprimé dans le plan méridien (p, q)

$$F(\underline{\sigma}, \gamma_p, d) = q - \alpha_p(\gamma_p, d) \left(\frac{-c_1 + \sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}}{2c_2} \right) f_c, \quad (2.91)$$

où la déformation plastique cumulée est donnée par :

$$\gamma_p(t) = \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\underline{\epsilon}}^p(s) : \dot{\underline{\epsilon}}^p(s)} ds / \chi_p, \quad \chi_p = \left(\frac{\langle -p - f_c/3 \rangle + f_c/3}{f_c/3} \right)^{a_1}. \quad (2.92)$$

3. Loi d'érouissage avec influence du confinement sur le taux d'érouissage

$$\alpha_p(\gamma_p, d) = (1 - d) \left(\alpha_p^0 + (1 - \alpha_p^0) \frac{\gamma_p}{B + \gamma_p} \right). \quad (2.93)$$

4. Potentiel d'écoulement non associé fonction de l'endommagement

$$Q(\underline{\sigma}, d) = q + (1 - d) \eta_c (c_3 f_c - p) \ln \left(\frac{c_3 f_c - p}{I_0} \right). \quad (2.94)$$

5. Endommagement isotrope à deux variables

$$d = 1 - (1 - d_c) (1 - r(\underline{\sigma}) d_t), \quad r(\underline{\sigma}) = \frac{\sum_{i=1}^3 \langle \sigma_i \rangle}{\sum_{i=1}^3 |\sigma_i|}. \quad (2.95)$$

6. Lois d'évolution de l'endommagement

— Variante 1 - Dépendance à la déformation plastique

$$\begin{cases} F_c = \chi_d [1 - \exp(-A_c \gamma_c^d)] - d_c \leq 0, \\ F_t = 1 - \exp(-A_t \gamma_t^d) - d_t \leq 0, \\ \dot{\gamma}_c^d = (1 - r(\underline{\sigma})) \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\underline{\epsilon}}^p : \dot{\underline{\epsilon}}^p}, \quad \dot{\gamma}_t^d = r(\underline{\sigma}) \dot{\epsilon}_{\max}^p, \\ \dot{\underline{\epsilon}}^p = \dot{\underline{\epsilon}} - \frac{1}{3} (\text{trace } \dot{\underline{\epsilon}}^p) \underline{I}, \quad \chi_d = \left(1 + a_2 \left(\frac{\langle -p - f_c/3 \rangle}{f_c/3} \right) \right)^{-1}, \end{cases} \quad (2.96)$$

— Variante 2 - Dépendance à la déformation totale

$$\begin{cases} F_c = \chi_d [1 - \exp(-A_c \gamma_c^d)] - d_c \leq 0, \\ F_t = 1 - \frac{\gamma_{t0}^d}{\gamma_t^d} \exp(-A_t \langle \gamma_t^d - \gamma_{t0}^d \rangle) - d_t \leq 0, \quad \gamma_{t0}^d = \frac{f_t}{E}, \\ \gamma_c^d = (1 - r(\underline{\sigma})) \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\epsilon} : \underline{\epsilon}}, \quad \gamma_t^d = r(\underline{\sigma}) \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \hat{\epsilon}_i \rangle^2}, \\ \underline{\epsilon} = \underline{\underline{\epsilon}} - \frac{1}{3} (\text{trace } \underline{\underline{\epsilon}}) \underline{I}, \quad \chi_d = \left(1 + a_2 \left(\frac{\langle -p - f_c/3 \rangle}{f_c/3} \right) \right)^{-1}. \end{cases} \quad (2.97)$$

Le nombre total de paramètres de ce modèle est de 13 coefficients avec :

- 2 coefficients caractéristiques des propriétés élastiques du matériau sain :
 - ▶ E module de Young ;
 - ▶ ν coefficient de Poisson ;
- 8 coefficients caractéristiques des propriétés plastiques :
 - ▶ c_1, c_2, c_3 , 3 paramètres matériau définissant la forme de la surface de charge ;
 - ▶ f_c résistance en compression uniaxiale du béton ;
 - ▶ α_1 paramètre de contrôle de l'effet du confinement sur le taux d'écroutissage ;
 - ▶ α_0 seuil initial de plasticité ;
 - ▶ B paramètre de contrôle du taux d'écroutissage ;
 - ▶ η_c pente de la ligne critique entre les comportements dilatant et contractant ;
- 3 paramètres caractéristiques de l'évolution de l'endommagement :
 - ▶ A_t paramètre matériau de contrôle de l'évolution de l'endommagement en traction ;
 - ▶ A_c paramètre matériau de contrôle de l'évolution de l'endommagement en compression ;
 - ▶ α_2 paramètre matériau de contrôle de la pente de la courbe adoucissante.

Le modèle étant ainsi posé, son implantation numérique dans un code de calculs de structures aux éléments finis a été réalisée à travers une subroutine UMAT développée dans le code Abaqus de Simulia.

Le chapitre suivant est consacré à l'identification des paramètres du modèle et l'analyse de leur sensibilité. Différentes illustrations de la modélisation et leurs confrontations à des résultats expérimentaux variés sur des éprouvettes de béton confinées et également à d'autres modèles sont présentées pour valider et justifier l'approche proposée.

Validations et applications du modèle à la description du comportement d'éprouvettes confinées

Les mécanismes générés par un procédé de confinement sur une structure en béton sont complexes et non-linéaires. Leur compréhension nous a conduit à développer un modèle élasto-plastique endommageable tridimensionnel capable de reproduire les états de contraintes et d'endommagement et de suivre leurs évolutions au cours du processus de confinement. Les équations constitutives de ce modèle ont été présentées au chapitre 2, ainsi que les algorithmes spécifiques permettant leur implantation. Dans la continuité naturelle, il convient maintenant de valider le modèle, ainsi que sa mise en oeuvre numérique et d'illustrer ses potentialités à travers des applications.

Le chapitre 3 débute tout d'abord par une section consacrée à l'identification des paramètres du modèle. Nous y détaillons la procédure d'identification des 13 paramètres caractéristiques du modèle à partir d'essais classiques et analysons la sensibilité du modèle à ces paramètres. Des premières validations du modèle et de l'identification sont ensuite présentées sur des éprouvettes de béton sous chargements uniaxiaux monotones et cycliques, ainsi que triaxiaux par confrontation à des tests expérimentaux de la littérature, ainsi qu'à d'autres modélisations. La section 3 est ensuite dédiée à des applications sur des éprouvettes de béton confinées par des composites PRF sollicitées en compression axiale. Différents essais expérimentaux de la littérature sont simulés balayant ainsi des confinements variés avec des composites de diverses natures et un nombre de plis variable. La capacité du modèle à reproduire ces essais et à analyser finement les phénomènes de confinement est étudiée à travers différents aspects : la réponse contraintes - déformations, la prédiction de la résistance ultime et de la déformation ultime, le comportement dilatant -compactant, l'influence du trajet de chargement, le comportement sous chargement cyclique ou encore l'influence de la géométrie des sections des éprouvettes. Le chapitre se termine par un premier bilan des potentialités du modèle dressé sur la base de ces analyses.

Sommaire

1	Identification des paramètres et analyse de sensibilité	95
1.1	Rappels des paramètres du modèle	95
1.2	Procédure d'identification	96
2	Premières validations du modèle sur des essais classiques	103
2.1	Simulation d'un essai de compression cyclique sur une éprouvette de béton non confiné	103
2.2	Simulation d'un essai de traction cyclique sur une éprouvette de béton non confiné	104
2.3	Simulation d'essais sur des éprouvettes confinées par compres- sion triaxiale	106
3	Applications à la simulation d'éprouvettes confinées par des composites	109
3.1	Description des éprouvettes testées	110
3.2	Modélisations des éprouvettes confinées par des composites	111
3.3	Simulations des réponses expérimentales contraintes - déformations	112
3.4	Prédiction de la résistance et déformation ultimes des éprouvettes confinées	116
3.5	Simulations du comportement dilatant - compactant d'éprouvettes confinées	117
3.6	Confinements actif et passif - Influence du trajet du chargement . .	120
3.7	Simulations de la réponse sous chargement cyclique	121
3.8	Influence de la géométrie de la section	122
3.9	Dépendance de l'endommagement à la déformation totale : vali- dation et illustrations de la seconde variante du modèle	125
4	Un premier bilan des potentialités du modèle	133

1 Identification des paramètres et analyse de sensibilité

Nous détaillons dans cette première partie la procédure d'identification des paramètres du modèle élasto-plastique endommageable pour le comportement du béton confiné qui a été présenté au chapitre 2, section 2. Ce modèle fait intervenir 13 paramètres au total, qu'il nous faut identifier. Après avoir rappelé la signification de ces paramètres, nous décrivons la procédure d'identification, illustrons l'influence des paramètres et montrons qu'ils sont identifiables à partir d'essais classiques uniaxiaux et triaxiaux. Cette analyse et les illustrations qui suivront sont menées sur la variante 1 du modèle dans lequel l'endommagement est fonction de la déformation plastique. La variante 2 du modèle sera examinée en fin de chapitre.

1.1 Rappels des paramètres du modèle

La Table 3.1 résume la liste des 13 paramètres qui caractérisent le comportement. Ils sont regroupés ici en paramètres élastiques du matériau sain (2 paramètres), caractéristiques

plastiques liées à la surface de charge, loi d'écrouissage, potentiel d'écoulement (7 paramètres), évolution de l'endommagement (2 paramètres) et caractéristiques du comportement au confinement (2 paramètres). Les équations constitutives dans lesquelles ils interviennent sont données dans le bilan récapitulatif du modèle en fin de chapitre 2. On rappelle la signification de ces paramètres :

Tableau 3.1 — Paramètres du modèle élasto-plastique endommageable

Élasticité		Plasticité							Endommagement			
E (GPa)	ν	c_1	c_2	c_3	B	α_0^p	η_c	f_c (MPa)	a_1	A_t	A_c	a_2

- Coefficients caractéristiques des propriétés élastiques du matériau sain
 - ▶ E module de Young,
 - ▶ ν coefficient de Poisson.
- Coefficients caractéristiques des propriétés plastiques :
 - ▶ c_1, c_2, c_3 paramètres matériau définissant la forme de la surface de charge,
 - ▶ f_c résistance en compression uniaxiale du béton,
 - ▶ α_0 seuil initial de plasticité,
 - ▶ B paramètre contrôlant le taux d'écrouissage,
 - ▶ η_c pente de la ligne critique entre comportements dilatant et contractant.
- Paramètres caractéristiques de l'évolution de l'endommagement :
 - ▶ A_t paramètre contrôlant l'évolution de l'endommagement en traction,
 - ▶ A_c paramètre contrôlant l'évolution de l'endommagement en compression.
- Paramètres caractéristiques du comportement au confinement :
 - ▶ α_1 paramètre contrôlant l'effet du confinement sur le taux d'écrouissage,
 - ▶ α_2 paramètre contrôlant la pente de la courbe adoucissante.

1.2 Procédure d'identification

1.2.1 Modules élastiques et résistance à la compression

Les paramètres élastiques du béton, module de Young (E) et coefficient du Poisson (ν), ainsi que la résistance en compression (f_c) peuvent être identifiés classiquement à partir d'un essai de compression uniaxiale. Dans les illustrations que nous présenterons par la suite, les modules de Young identifiés pour les bétons testés seront de l'ordre de 20 – 30 GPa, les coefficients de Poisson généralement de 0,2 et les résistances à la compression entre 20 et 50 MPa.

1.2.2 Paramètres d'endommagement

Les paramètres A_c et A_t caractéristiques de la vitesse de croissance de l'endommagement en compression et traction sont identifiables par calage à partir d'essais uniaxiaux cycliques en compression et en traction respectivement. Pour cette identification, on peut s'appuyer sur les nombreuses études de sensibilité du modèle d'endommagement de Mazars aux paramètres A_c et A_t accessibles dans la littérature.

Cette loi est implantée dans les grands codes de calculs et la procédure d'identification y est décrite.

Dans le cas où des résultats d'essais uniaxiaux cycliques en compression ne seraient pas disponibles, le paramètre A_c est identifiable à partir de modèles empiriques. On peut ainsi exploiter tout d'abord le modèle empirique uniaxial de Samani et Attard [187] qui permet de construire explicitement une courbe réponse contrainte axiale - déformation axiale par la relation empirique décrite en Annexe 2. Le calage de cette loi empirique avec des points expérimentaux issus d'un essai de compression uniaxiale permet de remonter explicitement pour une déformation axiale donnée à la contrainte axiale associée. Le modèle proposé par Osorio et al. [188] permet ensuite de remonter, à partir d'une déformation axiale ε_a associée à une contrainte axiale, à la déformation latérale ε_l à l'aide d'une formule empirique donnée en Annexe 2.

Ces deux déformations permettent alors de déterminer la déformation équivalente associée γ_c^d correspondante au mode d'endommagement en compression pour une contrainte axiale donnée en négligeant à ce stade l'endommagement en utilisant la relation générale suivante :

$$\gamma_c^d = (1 - r(\sigma_{ij})) \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p}, \quad \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \dot{\varepsilon}_{ij}^p - \frac{\dot{\varepsilon}_{ii}^p}{3} \delta_{ij}, \quad (3.1)$$

qui, dans ce cas unidimensionnel, se réduit à :

$$\gamma_c^d = \frac{2}{3} (\varepsilon_l^p - \varepsilon_a^p), \quad (3.2)$$

où ε_a^p et ε_l^p étant les déformations plastiques axiale et latérale peuvent être obtenues à partir ε_a , ε_l et la contrainte axiale. On obtient alors l'endommagement d_c associé à la déformation équivalente γ_c^d par la loi empirique proposée également par Osorio et al. [188] :

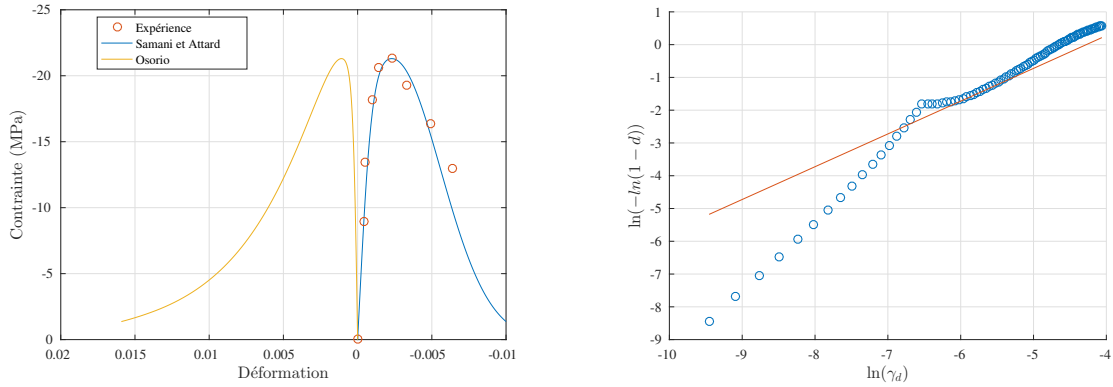
$$d_c = \begin{cases} aX^b & \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad \text{avec} \quad X = \varepsilon/\varepsilon_c \\ ab(X-1) + a & \varepsilon > \varepsilon_c \quad \text{avec} \quad X = 1 + (1 - \sigma/f_c) \end{cases} \quad (3.3)$$

où ε désigne la déformation axiale, ε_c la déformation axiale correspondant à la résistance en compression f_c , a et b des paramètres. Le paramètre A_c est alors identifié en calant la courbe empirique $d_c - \gamma_c^d$ avec la loi d'endommagement de notre modèle :

$$d_c = \chi_d [1 - \exp(-A_c \gamma_c^d)]. \quad (3.4)$$

Cette procédure est illustrée ici en s'appuyant sur l'essai uniaxial de compression issu des travaux de Imran et Pantazopoulou [6] que nous exploiterons par la suite en section 2.3. La figure 3.1 (a) présente les résultats de cet essai sous la forme de la courbe contrainte axiale déformation axiale. La courbe explicite fournie par le modèle empirique de Samani

et Attard [187] calée sur ces résultats y est représentée, ainsi que la courbe contrainte axiale - déformation latérale obtenue par le modèle d'Osorio et al. [188]. La figure 3.1(b) représente la courbe $\ln - \ln$ qui relie les valeurs de $\ln(-\ln(1 - d_c))$ en fonction de celles de $\ln(\gamma_c^d)$ obtenues par la loi empirique 3.3. L'intersection de la meilleure régression linéaire avec l'axe des abscisses permet d'accéder à la valeur de $\ln(A_c)$. Dans les illustrations que nous présenterons par la suite, les valeurs identifiées du paramètre A_c varient selon les bétons entre 70 et 110. Le calage du paramètre a_2 contrôlant de la pente de la courbe



(a) Exploitation des modèles empiriques de Samani et Attard [187] et Osorio et al. [188].

(b) Calage des lois d'endommagement.

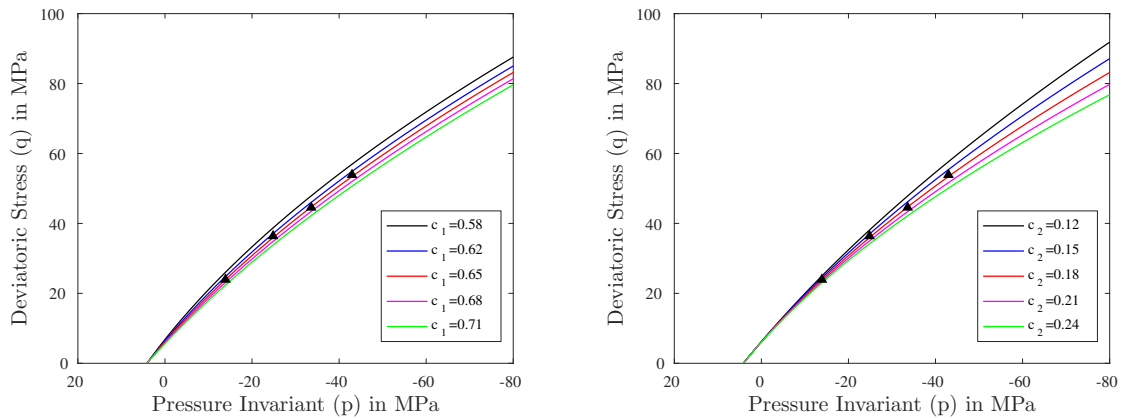
Figure 3.1 — Illustration de la procédure d'identification du paramètre A_c de la loi d'endommagement en compression sur un essai de compression uniaxiale de Imran et Pantazopoulou [6].

adoucissante en fonction du confinement intervient en fin de procédure comme nous le verrons par la suite.

1.2.3 Paramètres plastiques

Les paramètres c_1 , c_2 et c_3 sans dimension définissant la forme de la surface de charge dans le plan méridien ($p - q$) sont identifiés de sorte que la fonction de charge interpole les résultats des essais triaxiaux. Cette identification est faite en supposant la fonction d'écrouissage α_p égale à 1, ce qui veut dire qu'à cette étape l'endommagement est négligé pour simplifier le processus d'identification. En pratique, pour ce qui est des paramètres c_1 et c_2 , nous procédons à cette identification manuellement par ajustements successifs en commençant par caler le paramètre c_1 en nous guidant sur les résultats d'une analyse de sensibilité. Le paramètre c_3 doit être positif afin de définir la surface de charge dans la zone en traction ($p > 0$). Si l'essai en traction n'est pas disponible, alors on peut retenir la valeur de 0, 1 pour c_3 , comme recommandé par Pietrusczak et al. [119].

La sensibilité de la reproduction de la forme de la surface de charge suivant les paramètres c_1 et c_2 est présentée à la figure 3.3. Cette étude est menée en illustration des résultats d'essais triaxiaux menés par Candappa et al. [8] que nous exploiterons par la suite. On y observe des influences opposées des deux paramètres, l'augmentation du paramètre c_1 conduisant à diminuer la surface de charge alors que celle du paramètre c_2 conduit à une augmentation. La figure 3.3 illustre la qualité de l'identification qui peut être obtenue



(a) Sensibilité de l'identification du paramètre c_1 sur la surface de charge. (b) Sensibilité de l'identification du paramètre c_2 sur la surface de charge.

Figure 3.2 — Sensibilité de l'identification des paramètres c_1 et c_2 sur la simulation de la surface de charge. Résultats expérimentaux de Candappa et al. [8].

à partir des résultats d'une étude expérimentale menée par Candappa et al. [8] obtenue avec les valeurs de $c_1 = 0,65$, $c_2 = 0,18$ et $c_3 = 0,1$.

Dans les différentes applications qui suivront, les valeurs des paramètres identifiés sont de l'ordre de $0,5 - 0,6$ pour c_1 , $0,15 - 0,20$ pour c_2 et $c_3 = 0,1$. Après avoir identifié

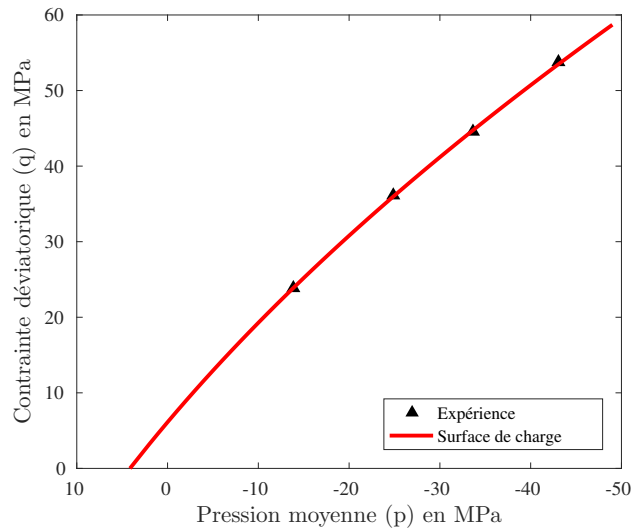


Figure 3.3 — Confrontation entre la surface de charge identifiée et les résultats expérimentaux de Candappa et al. [8] sur un essai triaxial, valeurs des paramètres identifiés $c_1 = 0,65$, $c_2 = 0,18$ et $c_3 = 0,1$.

les paramètres c_1 , c_2 et c_3 intervenant dans la fonction de charge, les paramètres α_0^p qui caractérise le seuil initial de plasticité et B le taux d'écrouissage peuvent à leur tour être identifiés à l'aide d'un essai uniaxial en compression. On procède pour cela de la façon

suivante. À partir de l'équation de la surface de charge :

$$F(\underline{\sigma}, \gamma_p) = q - \alpha_p(\gamma_p, d) \left(\frac{-c_1 + \sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}}{2c_2} \right) f_c = 0, \quad (3.5)$$

on peut expliciter la relation entre la variable d'écrouissage α_p et le chargement (p, q) , soit encore la relation entre α_p et la déformation plastique cumulée γ_p .

Connaissant différentes valeurs expérimentales de p et q correspondant à un essai de compression uniaxiale, et ayant au préalable identifié les paramètres c_1, c_2, c_3 et f_c , on peut alors positionner des points expérimentaux sur la courbe α_p en fonction de γ_p . On cale ensuite ces points sur l'équation d'évolution de la variable d'écrouissage en supposant l'endommagement d nul, avec la relation :

$$\alpha_p(\gamma_p) = \alpha_p^0 + (1 - \alpha_p^0) \frac{\gamma_p}{B + \gamma_p}. \quad (3.6)$$

On peut ainsi identifier les paramètres α_p^0 et B .

Un exemple de la confrontation des points expérimentaux issus des travaux de Candappa [8] avec la loi d'écrouissage (3.6) est illustré sur la figure 3.4. On rappelle que cette identification est réalisée en négligeant l'effet de l'endommagement dans la loi d'écrouissage. Cette hypothèse se justifie par le fait que l'endommagement jusqu'au pic n'est pas significatif.

Les valeurs de ces deux paramètres sans dimension dans les applications qui suivent sont de l'ordre de $0,6 - 0,7$ pour α_p^0 et $10^{-5} - 10^{-4}$ pour B . Compte-tenu du fait que l'endom-

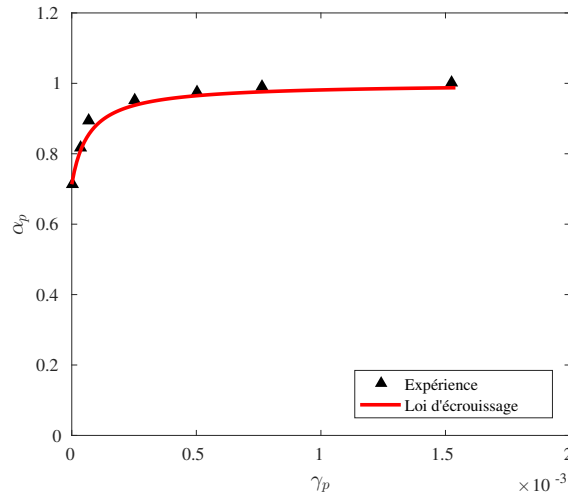


Figure 3.4 — Confrontation de la loi d'écrouissage avec les résultats expérimentaux de Candappa et al. [8], valeurs des paramètres identifiés $\alpha_p^0 = 0,7$, $B = 7.10^{-5}$.

agement est négligé dans l'identification initiale des paramètres c_1, c_2 et c_3 alors que la plasticité et l'endommagement couplés dans le modèle, le paramètre c_1 est ajusté ensuite de tel sorte que l'on retrouve la valeur expérimentale de la résistance en compression du béton dans le cas d'un chargement de compression uniaxial. Cet ajustement conduit ici à la nouvelle valeur de $c_1 = 0,58$. La valeur du paramètre c_2 précédemment identifiée est elle conservée en pratique, de même que celle que c_3 .

Le paramètre η_c détermine la pente de la frontière dans le plan méridien (p, q) entre le

comportement dilatant et contractant (la droite d'état critique). Il peut être identifié par interpolation des points expérimentaux dans le plan $(p - q)$ quand la variation de la déformation plastique volumique est nulle. Si la variation de déformation plastique volumique n'est pas directement disponible, on peut supposer que la dilatance apparaît à approximativement 95 % de la contrainte à rupture selon les travaux de Kupfer et al. [189], Kostovos [190], Smith et al. [155]).

La figure 3.5 illustre la qualité de cette identification sur les résultats expérimentaux de Candappa et al. [8]. Sur cette courbe, est tracée la droite d'état critique identifiée avec la valeur $\eta_c = 1,13$ qui apparaît en bon accord avec les résultats expérimentaux.

Dans les applications que nous mèneront par la suite, le paramètre η_c prendra des valeurs de l'ordre de $0,9 - 1,2$.

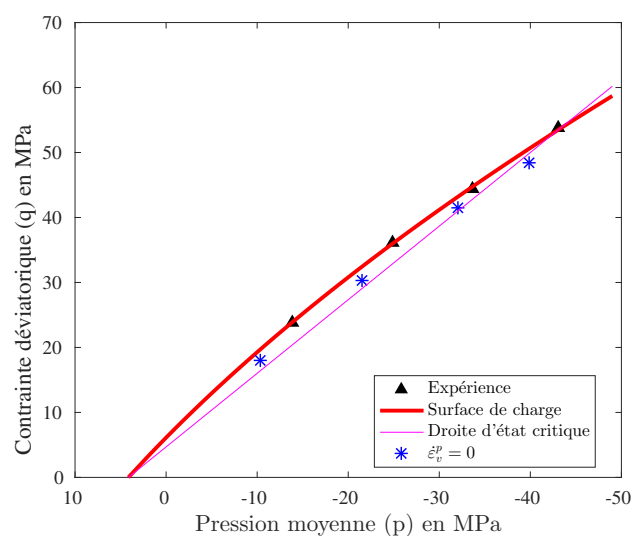


Figure 3.5 — Illustration de l'identification du paramètre η_c sur des résultats expérimentaux de Candappa et al. [8], ($\eta_c = 1,13$).

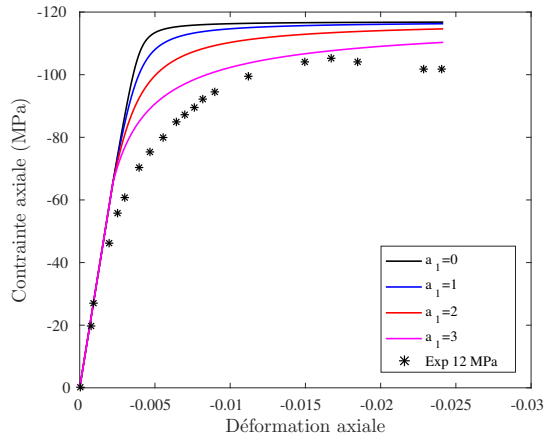
1.2.4 Paramètres liés au confinement

Enfin, restent à identifier les paramètres α_1 et α_2 sans dimension qui caractérisent la sensibilité du béton au confinement. Le paramètre α_1 est introduit dans le critère de plasticité à travers la caractérisation de la déformation plastique pour tenir compte de l'effet du confinement sur le taux d'érouissage. Le paramètre α_2 pilote la dépendance de l'évolution de l'endommagement en compression avec la pression de confinement.

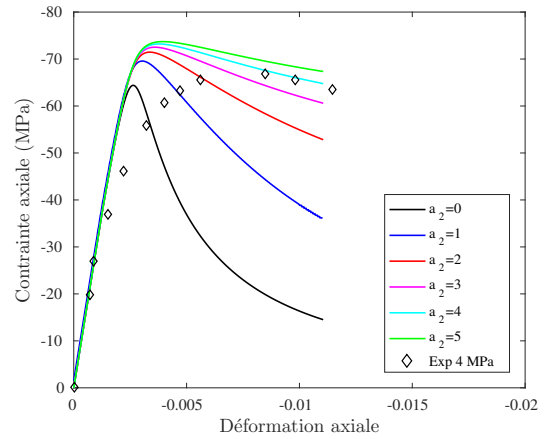
Ces paramètres sont identifiés en fin de procédure sur des courbes réponse d'essais triaxiaux de manière à obtenir un bon accord entre la simulation et les résultats expérimentaux. En pratique, l'identification est là encore faite par ajustements successifs en s'appuyant sur une analyse de sensibilité.

Une illustration de la sensibilité aux paramètres α_1 et α_2 est présentée à la figure 3.6 qui donne les courbes contrainte-déformation de bétons confinés testés par Candappa et al. [8]. La figure 3.6 (a) caractéristique d'un béton confiné par une pression de 12 MPa est obtenue en supposant l'endommagement nul de façon à mieux voir l'effet du paramètre α_1 . Pour une contrainte donnée, l'augmentation du paramètre α_1 conduit à une prédiction plus élevée de la déformation ce qui se rapproche ici de l'expérience. Et au

contraire, pour une déformation donnée, l'augmentation de la valeur de a_1 conduit à une prédiction de la contrainte globalement plus faible. La figure 3.6 (b) est représentative de la courbe contrainte déformation d'un béton confiné par une pression de 4 MPa et illustre l'influence du paramètre a_2 . L'endommagement est pris en compte dans l'identification cette fois. L'augmentation de la valeur de a_2 conduit à réduire fortement l'importance de l'adoucissement et à faire augmenter globalement le niveau de contrainte. En s'ap-



(a) Sensibilité de l'identification du paramètre a_1 sur la courbe réponse contrainte-déformation, béton confiné par une pression de 12 MPa.



(b) Sensibilité de l'identification du paramètre a_2 sur la courbe réponse contrainte-déformation, béton confiné par une pression de 4 MPa.

Figure 3.6 — Sensibilité de l'identification des paramètres a_1 et a_2 sur la simulation de la courbe réponse contrainte-déformation issus des résultats expérimentaux de Candappa et al. [8].

puyant sur cette analyse de sensibilité, nous sélectionnons deux essais triaxiaux sur un même béton associés l'un à un confinement faible, l'autre à un confinement important pour identifier les paramètres a_1 et a_2 . Par exemple, l'essai triaxial de Candappa et al. [8] sur un béton avec un faible confinement de 4 MPa est tout d'abord exploité pour identifier le paramètre a_2 de façon à obtenir une bonne reproductibilité de la branche adoucissante. Avec cette valeur identifiée du paramètre a_2 , on cherche ensuite à caler le paramètre a_1 pour simuler la courbe contrainte déformation du béton sous le plus fort confinement de 12 MPa. Un réajustement de la valeur du paramètre a_2 , et à nouveau du paramètre a_1 , sont ensuite souvent nécessaires.

La figure 3.7 présente la confrontation essais - simulations de la courbe contrainte déformation du béton testé par Candappa et al. [8] sous différentes pressions de confinement. Sont présentés sur la figure 3.7 (a) les résultats des simulations obtenues avec les paramètres $a_1 = 0$, $a_2 = 0$, ce qui revient à négliger l'effet du confinement dans le modèle. La figure 3.7 (b) permet d'apprécier la qualité de l'identification obtenue avec les valeurs des paramètres $a_1 = 2,6$ et $a_2 = 4,5$. En conclusion, il apparaît que deux essais l'un en traction, l'autre en compression sous chargement cycliques complétés par deux essais triaxiaux de traction-compression monotone sous un confinement faible et un confinement fort sont nécessaires a minima pour identifier l'ensemble des paramètres du modèle. En l'absence de ces résultats expérimentaux pour certaines applications, nous conserverons les valeurs des paramètres identifiées précédemment globalement caractéristiques du comportement de bétons dont la résistance à la compression varie entre 20-50 MPa.

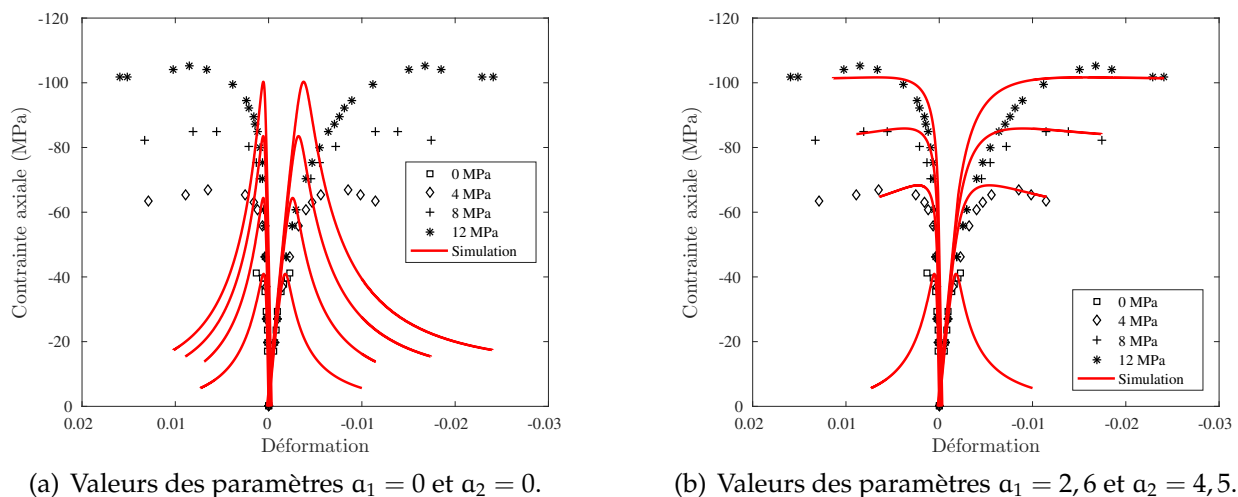


Figure 3.7 — Confrontation entre les simulations avec différentes valeurs des paramètres α_1 et α_2 et les résultats expérimentaux de Candappa et al. [8].

2 Premières validations du modèle sur des essais classiques

L'étape d'identification des paramètres du modèle de comportement étant décrite, cette nouvelle section est consacrée à des premières illustrations et validations du modèle. Dans une première étape, des simulations d'essais classiques de la littérature, comme l'essai de compression cyclique, de traction cyclique, permettent de s'assurer de la capacité du modèle à reproduire le comportement de bétons non confinés sous sollicitations uni-axiales. Puis, le modèle est appliqué à la simulation d'essais triaxiaux de compression, testant ainsi sa capacité à décrire le comportement d'éprouvettes de béton confiné activement par compression latérale. Les simulations sont réalisées à l'aide du logiciel aux éléments finis Abaqus dans sa version standard en exploitant pour le béton la subroutine UMAT développée spécifiquement pour le modèle comme décrit au chapitre 2.

2.1 Simulation d'un essai de compression cyclique sur une éprouvette de béton non confiné

Pour cette première application du modèle, nous cherchons à simuler le comportement observé expérimentalement par Sinha et al. [76] sur une éprouvette de béton sollicitée en compression cyclique. Cet essai présenté au chapitre 1 à la section 3.1 permet de tester la capacité du modèle à simuler la réponse d'un béton avec un comportement globalement élastique linéaire jusqu'au pic de contraintes, puis le début de la dégradation de la rigidité avec l'accélération significative de la croissance de fissures.

Compte tenu de l'homogénéité de l'état de contraintes dans l'éprouvette dans cet essai uni-dimensionnel, la simulation peut être faite sur un seul élément fini. Nous avons utilisé en pratique l'élément cubique C3D8R de Abaqus. Le chargement est imposé en déplacement, pilotage adapté à la simulation de la phase la post-pic. Les paramètres du modèle utilisés pour cette simulation sont pour le module de Young et la résistance à la

compression du béton calés sur la courbe de réponse expérimentale de Sinha et al. [76]. Les autres paramètres ont été identifiés sur un autre essai, celui de Imran et Pantazopoulou [6] qui sera présenté par la suite. De sorte que la confrontation essai -simulation s'inscrit bien dans une démarche de validation du modèle. Les valeurs des paramètres utilisés pour cette simulation sont donnés dans la Table 3.2. Les résultats de la simula-

Tableau 3.2 — Paramètres du modèle identifiés pour la simulation de l'essai expérimental de compression cyclique réalisé par Sinha et al. [76]

Élasticité		Plasticité							Endommagement			
E (GPa)	ν	c_1	c_2	c_3	B	α_0^p	η_c	f_c (MPa)	α_1	A_c	A_t	α_2
19	0,2	0,53	0,18	0,1	$3,10^{-4}$	0,6	0,97	28	1,6	70	9000	1,8

tion sont confrontés à l'essai sur la courbe contrainte-déformation présentée à la figure 3.8. Le modèle est apte à décrire de façon acceptable la courbe enveloppe. L'endommagement en début d'essai est correctement simulé avec une variation de la pente relativement proche des essais lors des décharges élastiques. En revanche, l'endommagement apparaît sous-estimé au fil des cycles. Les déformations irréversibles semblent globalement sur-estimées et ce dès le début des cycles de décharge. La qualité de l'identification pourrait naturellement être avancée pour expliquer cette sous-estimation de l'endommagement, mais on peut également attribuer cet écart au modèle même lorsqu'il est utilisé comme ici pour simuler le comportement d'un béton non confiné. En effet dans ce cas sans confinement, la déformation plastique latérale mesurée expérimentalement est mal décrite par le modèle, comme on peut par exemple le voir sur la courbe expérimentale présentée par la suite à la figure 3.12 (b), (cas sans confinement 0 MPa, symboles carrés). La déformation plastique latérale étant mal simulée et sous-estimée par le modèle, il en est alors de même pour l'endommagement, compte-tenu des relations entre ces grandeurs, (3.2), (3.4).

Cette confrontation met en évidence d'une certaine manière les limites du modèle qui a été développé pour un béton confiné sous état de contraintes triaxial. Les paramètres utilisés ici ont été identifiés pour reproduire au mieux la courbe enveloppe d'un béton non confiné et dans ce cas l'endommagement apparaît sous-estimé. Une autre identification aurait probablement pu permettre de mieux reproduire l'endommagement, mais aurait conduit à une courbe enveloppe moins prédictive. Le confinement conduisant à une diminution de l'endommagement, on perçoit déjà que le modèle sera mieux prédictif sur des bétons confinés. La figure 3.9 montre l'évolution de la variable endommagement (d) et la variable d'écrouissage (γ_p) en fonction de déformation plastique axiale pour la simulation de l'essai compression cyclique de Sinha et al. [76]. On y observe que l'endommagement atteint ici une valeur de 0,55.

2.2 Simulation d'un essai de traction cyclique sur une éprouvette de béton non confiné

Une seconde illustration du modèle est effectuée avec la simulation de l'essai de traction cyclique réalisé par Gopalaratnam et Shah, [75] qui avait été présenté au chapitre 1.

Comme précédemment, la simulation de ce test uni-dimensionnel conduisant à un état de

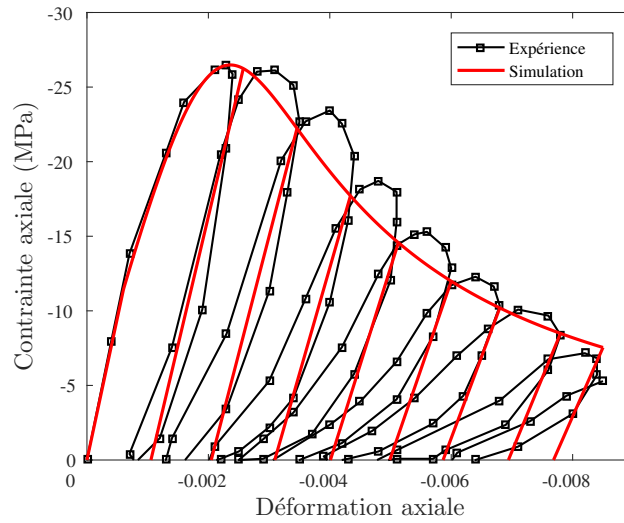


Figure 3.8 — Courbe de réponse contrainte-déformation axiale d'un béton non confiné sous compression cyclique. Confrontation expérience et simulation sur l'essai réalisé par Sinha et al. [76].

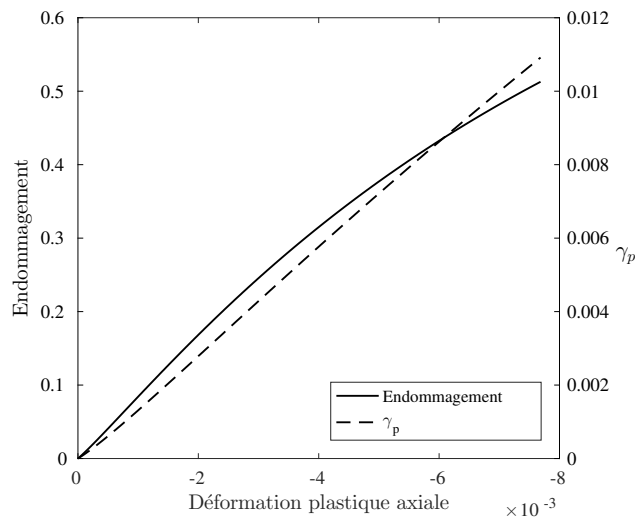


Figure 3.9 — Évolution de l'endommagement (d) et variable d'écrouissage (γ_p) en fonction de déformation plastique axiale. Simulation d'un essai de compression cyclique de Sinha et al. [76].

contrainte homogène est réalisée sur un élément fini cubique et est piloté en déplacement. Les paramètres du modèle identifiés selon la procédure décrite à la section 1 de ce chapitre sont donnés à la table 3.3 pour cet essai. L'identification du module de Young et de la résistance à la compression du béton est faite sur la courbe de réponse expérimentale de Gopalaratnam et Shah, [75]. L'identification des paramètres c_1 , c_2 et c_3 s'appuie sur des essais uniaxiaux de compression et traction menés par ces auteurs.

Les autres paramètres sont identifiés sur l'essai de Candappa et al. [8] présenté par la suite à la section 2.3. La simulation est confrontée à l'expérience sur la figure 3.10. Il apparaît que le modèle ne reproduit pas bien l'adoucissement important observé dans cette expérience. Pour relativiser ce point, il convient de noter que les mesures des déformations sont très sensibles à la longueur de la jauge de déformations dans la zone de localisation et en conséquence l'allure de la branche adoucissante observée expérimentalement peut être affectée sensiblement. En revanche, la simulation décrit bien

Tableau 3.3 — Paramètres du modèle identifiés pour la simulation de l'essai de traction cyclique réalisé par Gopalaratnam et Shah, [75].

Élasticité		Plasticité								Endommagement		
E (GPa)	ν	c_1	c_2	c_3	B	α_0^p	η_c	f_c (MPa)	a_1	A_c	A_t	a_2
33	0,2	0,55	0,15	0,065	$7,10^{-5}$	0,7	1,13	43,8	2,6	98	9000	4,5

la dégradation du module d'Young en traction, ainsi que la déformation irréversible.

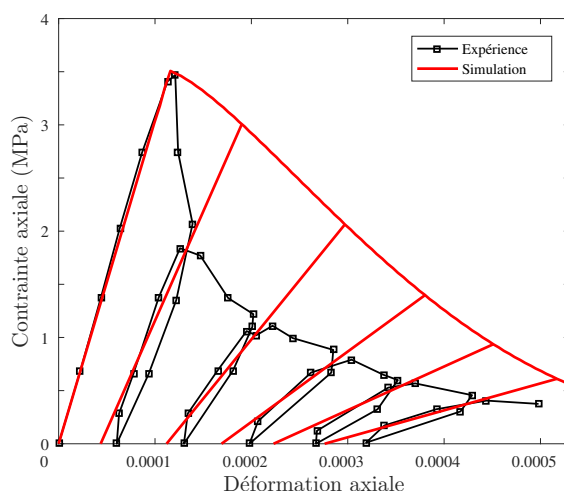


Figure 3.10 — Courbe de réponse contrainte-déformation axiale d'un béton non confiné sous traction cyclique. Confrontation expérience et simulation sur l'essai mené par Gopalaratnam et Shah [75].

2.3 Simulation d'essais sur des éprouvettes confinées par compression triaxiale

Dans cette partie, on cherche maintenant à évaluer la capacité du modèle à reproduire les résultats expérimentaux d'essais triaxiaux sur des éprouvettes qui sont ainsi soumises à un confinement constant. Différentes campagnes d'essais expérimentaux de la littérature sont exploitées correspondant à des bétons de résistances à la compression diverses : Imran et Pantazopoulou [6] ($f_c = 21$ MPa), Sfer et al [133] ($f_c = 32,8$ MPa), Candappa et al [8] ($f_c = 41,9$ MPa) et enfin Lim et Ozbakkaloglu [17] ($f_c = 51,6$ MPa). Ces essais ont été choisis afin de couvrir une gamme de résistance en compression de 20 à 55 MPa correspondant à la résistance des bétons couramment utilisés dans les ouvrages du génie civil. Pour chacune de ces études, les essais sont menés à diverses pressions de confinement. Ces essais conduisent à un état de contraintes homogènes, les simulations sont menées comme précédemment sur un seul élément fini cubique. Les paramètres du modèle sont identifiés selon la procédure décrite à la section 1.2 à partir des essais triaxiaux reportés dans ces différents travaux. Ils sont présentés à la table 3.4.

Les figures 3.11 et 3.12 présentent les courbes réponse contrainte axiale - déformation axiale obtenues par les simulations, ainsi que les résultats expérimentaux pour différentes

pressions de confinement. Elles montrent un accord satisfaisant entre les essais et les simulations numériques, les résistances triaxiales étant correctement estimées. Le comportement post-pic est lui aussi correctement modélisé. La phase adoucissante apparaît en particulier de moins en moins marquée au fur et à mesure que la pression de confinement augmente comme observé dans les essais. L'augmentation du confinement contribue à diminuer l'endommagement et la plasticité devient dominante. La dépendance de l'endommagement avec la pression de confinement introduite dans le modèle permet de traduire ce mécanisme et de simuler la transition de comportement fragile-ductile.

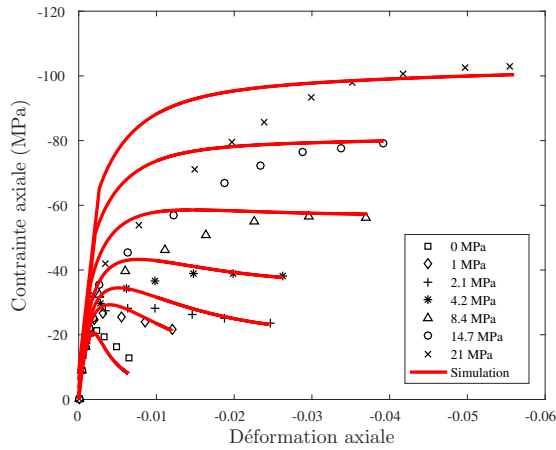
En revanche, on peut constater, notamment sur les figures 3.11 (a) et (b), que pour les fortes pressions de confinement, les simulations surestiment la rigidité élastique observée expérimentalement. Cette limitation est la conséquence du choix fait d'une surface de charge non fermée. En effet, des modélisations intégrant une surface de charge fermée, menées notamment par Imran and Pantazapoulos [115], Chen [117], Jason et al. [110], permettent de simuler la perte de la rigidité, en rendant possible le développement de déformations plastiques même pour un chargement purement hydrostatique. La qualité du modèle proposé peut être appréciée en confrontant les simulations des essais avec les résultats fournis par une autre modélisation. Nous avons choisi pour cela le modèle de Lubliner et al. [97] présenté aux chapitre 1 et 2 qui est implanté dans le code de calcul Abaqus. Les figures 3.13 (a) et (b) confrontent à travers les courbes réponses contraintes-déformations les deux modèles aux résultats de l'essai de Imran et Pantazopoulou [6] sur un béton de résistance à la compression $f_c = 21$ MPa. Les figures 3.14 (a) et (b) illustrent cette confrontation sur l'essai de Candappa et al. [8] sur un béton de résistance à la compression $f_c = 42$ MPa.

On constate que le modèle de Lubliner et al. peine à reproduire l'allure générale des courbes réponses expérimentales et à traduire la sensibilité du comportement du béton au confinement, notamment la transition de comportement fragile-ductile lorsque le confinement augmente. Il apparaît avec ce modèle un pic de contrainte notamment qui n'est pas observé expérimentalement (figures 3.13 (b) et 3.14 (b)). Le modèle que nous proposons conduit en revanche à des allures de courbes réponse plus proches des mesures expérimentales pour tous les confinements considérés, (figures 3.13 (a) et 3.14 (a)). Par ailleurs, la figures 3.13 (b) montre que pour des confinements importants, la contrainte maximale est surestimée.

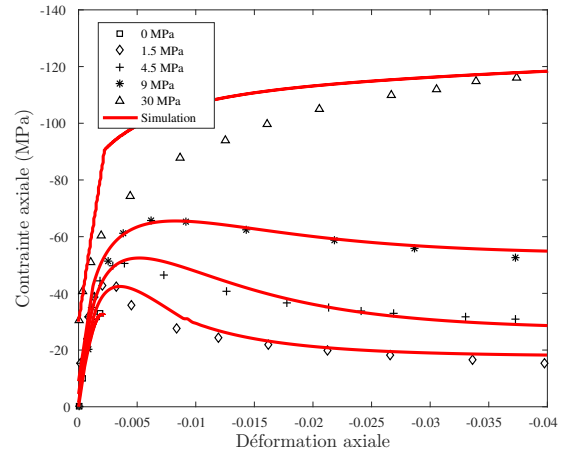
Cette sur-estimation peut être attribuée à la surface de charge retenue dans le modèle de Lubliner et al. [97] qui est linéaire dans le plan p-q, ce qui conduit à sur-estimer la résistance triaxiale du béton lorsque le confinement est élevé. Sur cette prédiction de la contrainte maximale, le modèle que nous proposons apparaît également plus fin. Cette confrontation à un modèle classique illustre la nécessité et la qualité de l'enrichissement apporté par notre modélisation pour simuler des essais triaxiaux sur des bétons. Ces

Tableau 3.4 — Paramètres identifiés pour des bétons de différentes résistances en compression confinés sous chargements tri-axiaux.

Référence	Élasticité		Plasticité								Endommagement		
	E (GPa)	ν	c_1	c_2	c_3	B	α_0^p	η_c	f_c (MPa)	a_1	A_c	A_t	a_2
Imran et Pantazopoulou, [6]	21	0,2	0,53	0,18	0,1	$3,10^{-4}$	0,6	0,97	21	1,6	70	9000	1,8
Sfer et al., [133]	27	0,2	0,49	0,24	0,1	$2,10^{-4}$	0,6	0,93	32,8	2,4	80	9000	1,2
Candappa et al., [8]	29	0,2	0,58	0,18	0,1	$7,10^{-5}$	0,7	1,13	41,9	2,6	98	9000	4,5
Lim et Ozbakkaloglu, [17]	29	0,2	0,49	0,19	0,1	$2,10^{-4}$	0,6	1,1	51,6	2,6	115	9000	2,2

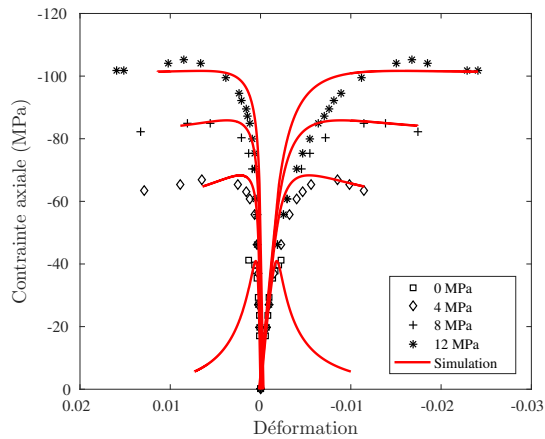


(a) Essais de Imran et Pantazopoulou [6] sur un béton de résistance à la compression $f_c=21$ MPa.

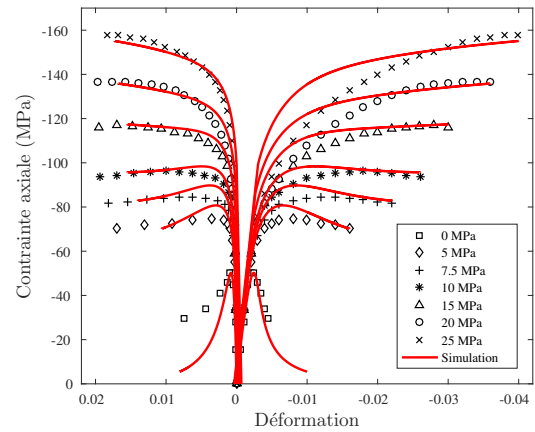


(b) Essais de Sfer et al. [133] sur un béton de résistance à la compression $f_c= 32,8$ MPa.

Figure 3.11 — Confrontation des simulations et des essais de compression triaxiale menés par Imran et Pantazopoulou [6] et Sfer et al. [133].



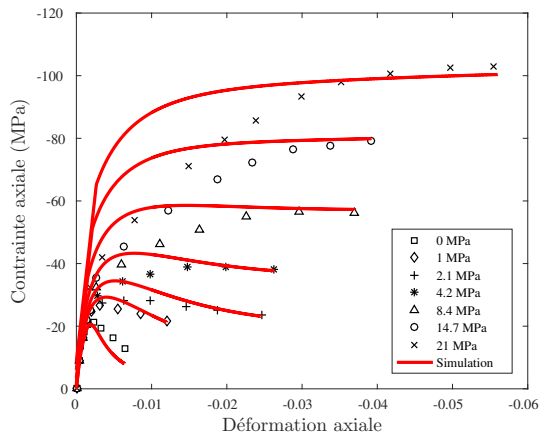
(a) Candappa et al. [8], ($f_c=41,9$ MPa).



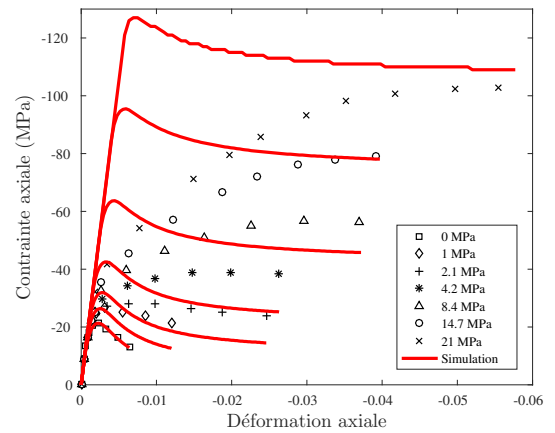
(b) Lim et Ozbakkaloglu [17], ($f_c= 51,6$ MPa).

Figure 3.12 — Confrontation des simulations et des essais de compression triaxiale menés par Candappa et al. [8] et Lim et Ozbakkaloglu [17].

premières applications ont mis en évidence la capacité du modèle à simuler le comportement de différents bétons sous un confinement constant. Comme nous l'avons vu au chapitre 1, le confinement passif d'éprouvettes induit par un chemisage en matériau composite met en jeu des mécanismes différents de comportement. Nous nous proposons de tester à la section suivante notre modèle de comportement dans de telles applications qui génèrent des chargements plus complexes.

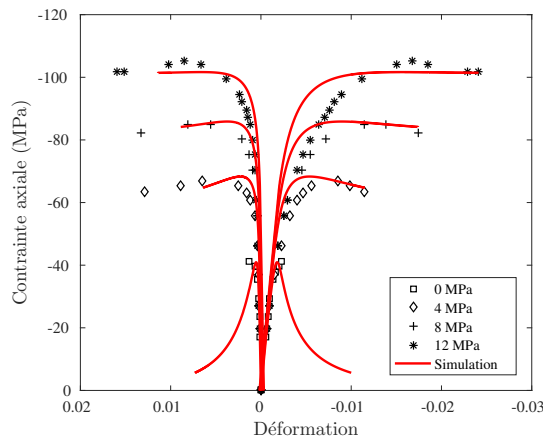


(a) Simulation avec le modèle proposé

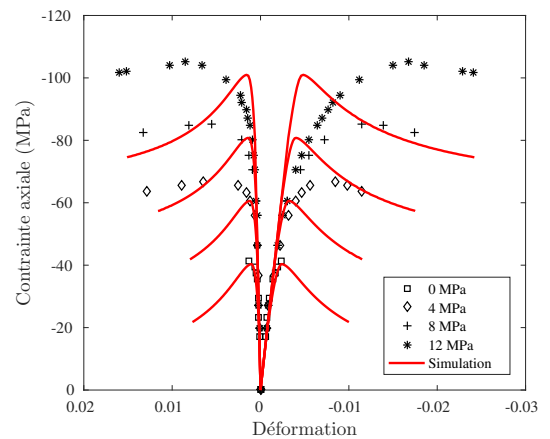


(b) Simulation avec le modèle de Lubliner et al.

Figure 3.13 — Confrontation des résultats de l'essai mené par Imran et Pantazopoulos [6], de la modélisation proposée et du modèle Lubliner et al. implémenté dans le code Abaqus.



(a) Simulation avec le modèle proposé.



(b) Simulation avec le modèle de Lubliner et al.

Figure 3.14 — Confrontation des résultats de l'essai mené par Candappa et al. [8] de la modélisation proposée et du modèle Lubliner et al. implémenté dans le code Abaqus.

3 Applications à la simulation d'éprouvettes confinées par des composites

Dans cette section, nous présentons plusieurs applications du modèle sur une large gamme d'essais expérimentaux de la littérature menés par Lim et Ozbakkaloglu [17], Berthet et al. [15], Lam et Teng [13], [80] et Shahawy et al. [95] sur des éprouvettes de bétons de diverses résistances en compression, confinées par des composites PRF de différente nature. Le paragraphe suivant présente les échantillons et essais qui seront par la suite simulés.

3.1 Description des éprouvettes testées

Les éprouvettes de béton étudiées sont de géométrie cylindrique, de hauteur H , de section circulaire, de diamètre D . Les différents bétons testés ont des résistances à la compression f_c variant entre 20 et 50 MPa. Les éprouvettes sont chemisées par des composites unidirectionnels PRF à base de fibres de carbone (PFRC), fibres de verre (PRFV) et fibres d'aramide (PFRA) selon les applications. L'épaisseur du composite, notée t_f , varie avec le nombre de plis du chemisage (entre 1 à 12 plis).

Comme décrit au chapitre 1, le confinement peut être caractérisé pour des structures cylindriques de section circulaire par le module de confinement K défini par la relation suivante :

$$K = \frac{2 t_f}{D} E_f, \quad (3.7)$$

où E_f représente le module de Young du composite unidirectionnel dans le sens des fibres.

Les applications menées vont nous permettre de tester une large gamme de modules de confinement allant de 305 jusqu'à 3795 MPa.

Les caractéristiques géométriques et matérielles des éprouvettes testées sont synthétisées à la Table 3.5. Dans les différents essais que nous nous proposons de simuler, les éprouvettes sont sollicitées aux deux extrémités par un chargement de compression axial et leur surface latérale est laissée libre.

Tableau 3.5 — Caractéristiques des éprouvettes testées.

Source	f_c (MPa)	E_c (GPa)	D (mm)	H (mm)	Type de fibre	Nombre de plis	t_f (mm)	E_f (GPa)	K (MPa)
Lim et	51,6	29	63	126	Aramide	1	0,2	118	749
Ozbakkaloglu [17]	51,6	29	63	126	Aramide	2	0,4	118	1498
	51,6	29	63	126	Carbone	1	0,111	230	810
	51,6	29	63	126	Carbone	2	0,22	230	1621
	51,6	29	63	126	Verre	1	0,2	86,9	552
	51,6	29	63	126	Verre	2	0,4	86,9	1104
Berthet et al. [15]	20,0	33	160	320	Carbone	1	0,165	230	474
	20,0	33	160	320	Carbone	2	0,33	230	949
	20,0	33	160	320	Verre	2	0,33	74	305
	40,0	34	160	320	Carbone	1	0,11	230	316
	40,0	34	160	320	Carbone	2	0,22	230	632
	40,0	34	160	320	Carbone	4	0,44	230	1265
	40,0	34	160	320	Carbone	9	0,99	230	2846
	40,0	34	160	320	Carbone	12	1,32	230	3795
Lam et Teng [13]	35,9	28	152	305	Carbone	1	0,165	230	499
	35,9	28	152	305	Carbone	2	0,33	230	999
	38,5	32	152	305	Verre	1	1,27	22,46	375
	38,5	32	152	305	Verre	2	2,54	22,46	751
Lam et al. [80]	41,1	28	152	305	Carbone	1	0,165	250	543
	38,9	28	152	305	Carbone	2	0,33	247	1073
Shahawy et al. [95]	49,0	22	152,5	305	Carbone	1	0,5	82,7	542
	49,0	22	152,5	305	Carbone	2	1,0	82,7	1085
	49,0	22	152,5	305	Carbone	3	1,5	82,7	1627
	49,0	22	152,5	305	Carbone	4	2,0	82,7	2169

3.2 Modélisations des éprouvettes confinées par des composites

Compte-tenu des symétries géométriques, de chargement et matérielles des essais simulés, les modélisations réalisées sont bidimensionnelles et axysymétriques. L'existence d'un plan de symétrie à mi-hauteur de l'éprouvette permet par ailleurs de restreindre la modélisation à la partie supérieure de l'éprouvette. La figure 3.15 présente un schéma de la structure étudiée, du chargement exercé, ainsi que les conditions limites appliquées. Les conditions de symétrie sont traduites classiquement par des appuis glissants. Le collage entre le noyau de béton et le PRF est supposé parfait. Le chargement est imposé à travers un déplacement qui permet d'obtenir la branche post-pic le cas échéant. Le pas d'incrément est de 0,001 et les simulations sont arrêtées lorsque les déformations de rupture du composite PRF sont atteintes selon les observations expérimentales.

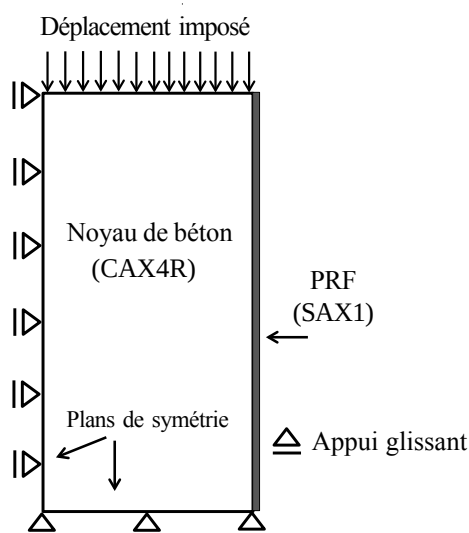
Compte-tenu de la géométrie et du chargement, l'état de contrainte dans le béton est plan et homogène. Le noyau de béton est modélisé par un seul élément quadrilatéral axisymétrique (CAX4R) bilinéaire à 4 nœuds à intégration réduite. Le composite PRF est discrétisé par un seul élément dans l'épaisseur de type coque axisymétrique linéaire à 2 nœuds (SAX1).

Le comportement des bétons est modélisé par la loi élasto-plastique endommageable décrite au chapitre 2. Les valeurs des paramètres utilisées pour les simulations s'appuient sur celles identifiées précédemment à la section 2.3 et données dans la table 3.4. Ainsi, pour les bétons présentant une résistance en compression située entre 20 et 30 MPa, on adopte les valeurs des paramètres identifiés sur les essais de Imran et Pantazopoulou, [6] pour un béton de résistance en compression de 21 MPa. Les paramètres adoptés pour les bétons présentant une résistance en compression située entre 30 et 40 MPa sont ceux identifiés sur les essais de Sfer et al, [133] pour un béton de résistance en compression de 32,8 MPa. Les paramètres adoptés pour les bétons présentant une résistance en compression située entre 40 et 50 MPa sont ceux identifiés sur les essais de Candappa et al., [8] pour un béton de résistance en compression de 41,9 MPa. Enfin, les paramètres adoptés pour les bétons présentant une résistance en compression située entre 50 et 60 MPa sont ceux identifiés sur les essais de Lim et Ozbakkaloglu [17] pour un béton de résistance en compression de 51,6 MPa. La Table 3.6 synthétise ces données. Les valeurs du module de Young et la résistance en compression (non reportées dans cette table) sont données pour les différents bétons à la table 3.5. Le comportement des composites unidirectionnels PRF est modélisé par une loi élastique linéaire. Le comportement de l'unidirectionnel est isotrope transverse caractérisé, comme rappelé au chapitre 1, par la donnée de 5 coefficients indépendants, Berthelot [50]. Dans le cas des contraintes planes qui nous intéresse ici, ces coefficients se réduisent ici à 4 avec 2 modules de Young, l'un dans le sens transverse des fibres E_T , l'autre dans la direction longitudinale des fibres E_L noté ici E_f , le coefficient de Poisson ν_{LT} et le coefficient de cisaillement G_{LT} , sachant que le coefficient de Poisson ν_{TL} est relié aux autres caractéristiques par la relation $\nu_{LT}/E_L = \nu_{TL}/E_T$. En pratique dans les applications que nous présentons, les résultats des simulations sont sensibles essentiellement à la valeur du module de Young du composite dans la direction des fibres. Les autres coefficients caractéristiques du composite sont de l'ordre de grandeur de ceux de la matrice polymère époxyde. Pour les simulations, nous avons retenu pour le module de Young dans le sens des fibres les valeurs données dans la Table 3.5 et pour les autres modules les valeurs préconisées par Berthet [15] de $E_T = 3450$ MPa pour le module de Young dans la direction transverse aux fibres, $G_{LT} = 1300$ MPa pour le module de cisaillement

Tableau 3.6 — Valeurs des paramètres pour les différents bétons testés selon leur résistance en compression.

Gamme de résistance à la compression (MPa)	Élasticité		Plasticité							Endommagement			
	E (GPa)	ν	c_1	c_2	c_3	B	α_0^p	η_c	f_c (MPa)	α_1	A_c	A_t	α_2
20 - 30	-	0,2	0,53	0,18	0,1	$3,10^{-4}$	0,6	0,97	-	1,6	70	9000	1,8
30 - 40	-	0,2	0,49	0,24	0,1	$2,10^{-4}$	0,6	0,93	-	2,4	80	9000	1,2
40 - 50	-	0,2	0,58	0,18	0,1	$7,10^{-5}$	0,7	1,13	-	2,6	98	9000	4,5
50 - 60	-	0,2	0,49	0,19	0,1	$2,10^{-4}$	0,6	1,1	-	2,6	115	9000	2,2

et ν_{TL} pratiquement nul.

**Figure 3.15** — Conditions aux limites et chargement adoptés dans les simulations.

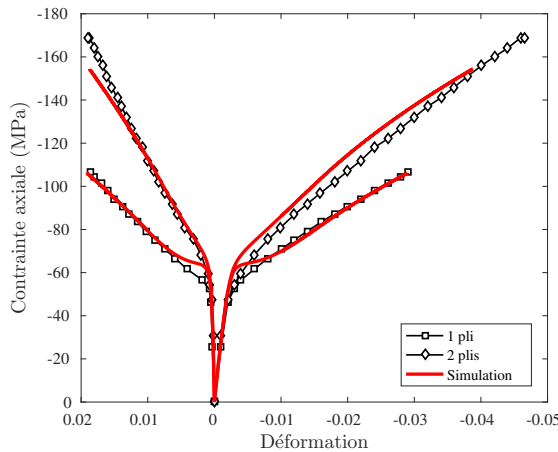
3.3 Simulations des réponses expérimentales contraintes - déformations

Les résultats des simulations sont tout d'abord présentés pour les différentes éprouvettes confinées testées sous la forme des courbes d'évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale, ainsi que de la déformation latérale. Selon la convention usuelle, les déformations axiales sont représentées du côté des abscisses négatives et les déformations transverses du côté des abscisses positives.

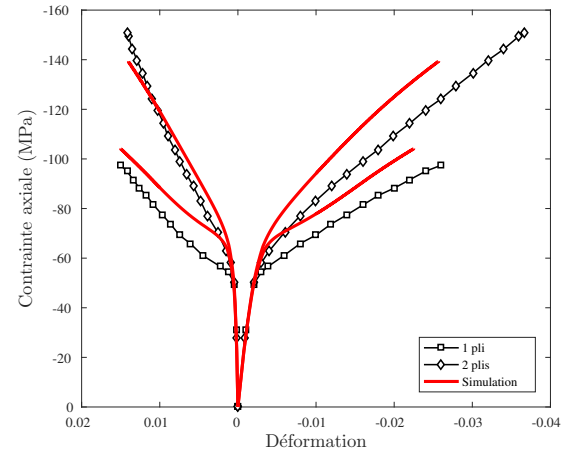
Ces résultats sont confrontés aux diverses études expérimentales sur les figures 3.16, 3.17, 3.18 et 3.19. Les figures 3.16 (a), (b) et (c) permettent tout d'abord de confronter pour un même béton de résistance à la compression de $f_c=51,6$ MPa des confinements différents obtenus par des composites PRF à base de fibres d'Aramide (a), Carbone (b) et Verre (c). Les simulations reproduisent de manière globalement satisfaisante le comportement expérimental quasi bilinéaire caractéristique des bétons confinés par des composites PRF. La qualité du confinement dépend de la nature des fibres, les composites en fibres de verre de plus faible rigidité induisant un confinement moindre. Le confinement dépend également du nombre de plis mis en oeuvre dans le chemisage des éprouvettes. Les résultats obtenus montrent que le modèle permet de restituer la sensibilité du compor-

tement du béton confiné selon la nature des fibres et également le nombre de plis du composite PRF.

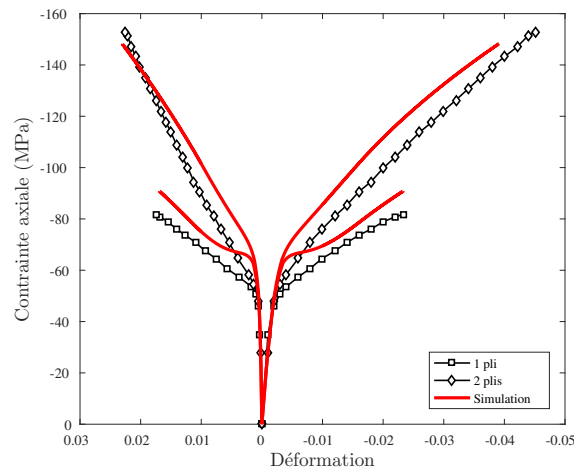
Les figures 3.17, 3.18 et 3.19 permettent de tester le modèle sur des bétons confinés de différentes résistances. Là encore, les simulations donnent de bonne prédiction y compris sur des bétons présentant une résistance à la compression élevée. Nous confrontons



(a) Composite à fibres d'aramide PRFA.



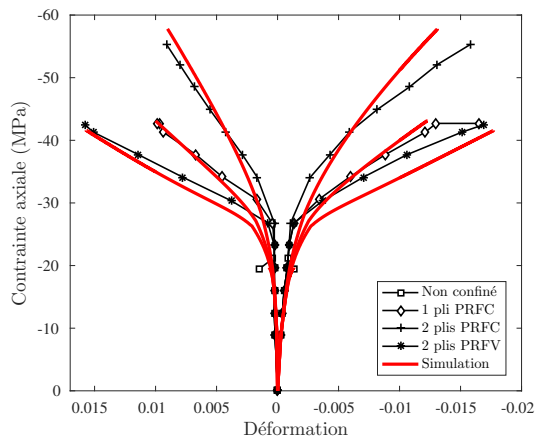
(b) Composite à Fibres de Carbone PRFC.



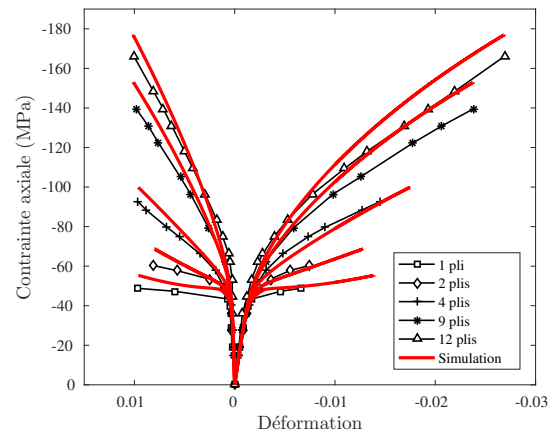
(c) Composite à fibres de verre PRFV.

Figure 3.16 — Évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale (abscisses négatives) et de la déformation latérale (abscisses positives). Confrontation simulations et essais de Lim et Ozbakkaloglu [17] sur un béton de résistance à la compression $f_c=51,6$ MPa confiné par différents composites PRF.

maintenant nos simulations à celles obtenues avec le modèle de Lubliner et al. [97] implanté dans le code Abaqus pour les bétons confinés testés par Berthet et al. [15]. Les figures 3.20 (a) et (b) concernent les bétons de résistance 20 MPa avec en (a) les résultats de nos simulations et en (b) ceux donnés par le modèle Lubliner et al. Les résultats sont présentés de manière analogue aux figures 3.21 (a) et (b) pour les bétons de résistance 40 MPa. On peut observer sur ces figures que le modèle de Lubliner et al. sous-estime la contrainte axiale pour une déformation axiale donnée dans le cas des confinements faibles (de 1 pli jusqu'à 4 plis) et pour des confinements plus forts, au contraire sur-estime la contrainte axiale. Plus globalement, le modèle de Lubliner et al. peine à reproduire l'al-

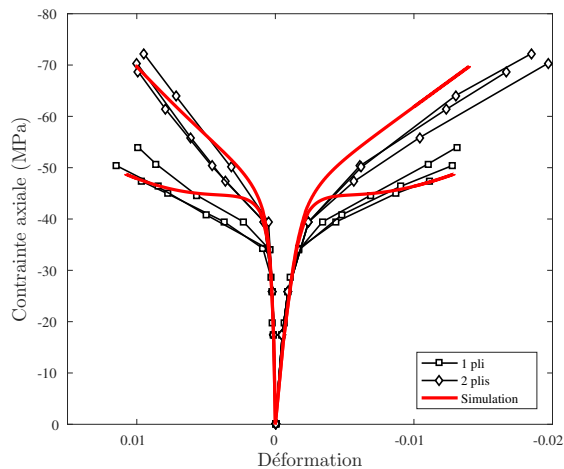


(a) Béton de résistance à la compression $f_c = 20$ MPa et confinement par composites à fibres de carbone PRFC et fibres de verre PRFV.

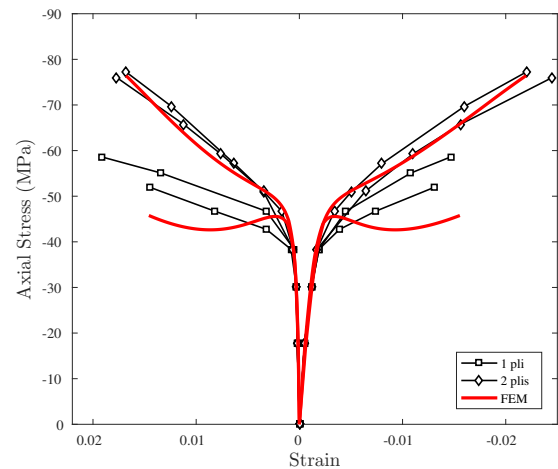


(b) Béton de résistance à la compression $f_c = 40$ MPa et confinement par composites à fibres de carbone PRFC.

Figure 3.17 — Évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale (abscisses négatives) et de la déformation latérale (abscisses positives). Confrontation simulations et essais de Berthet et al. [15] sur des bétons confinés par différents composites PRF.



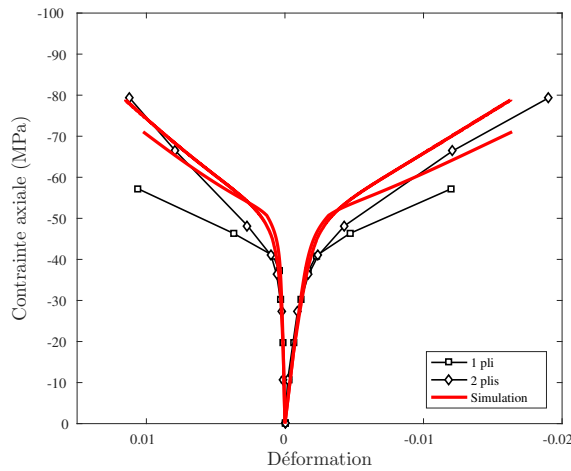
(a) Béton de résistance à la compression $f_c = 20$ MPa et confinement par composites à fibres de carbone PRFC et fibres de verre PRFV.



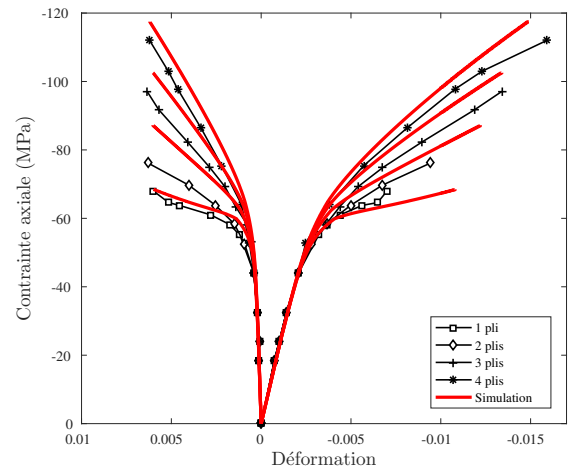
(b) Béton de résistance à la compression $f_c = 40$ MPa et confinement par composites à fibres de carbone PRFC.

Figure 3.18 — Évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale (abscisses négatives) et de la déformation latérale (abscisses positives). Confrontation simulations et essais de Lam et Teng [13] sur des bétons confinés par différents composites PRF.

lure générale des courbes réponse et leur courbure. Ces observations sont en cohérence avec les résultats déjà présentés avec ce modèle sur des essais triaxiaux de confinement actif, (figures 3.13 (b) et 3.14 (b)). La capacité du modèle à représenter le comportement du béton confiné activement est donc un préalable à l'analyse du comportement de bétons confinés passivement par un tissu composite. En comparaison, notre modélisation ap-



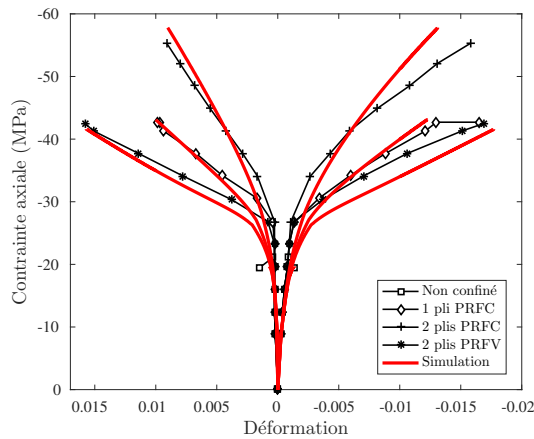
(a) Béton de résistance à la compression $f_c = 41,1$ et 38,9 MPa - Composite fibres de carbone PRFC.



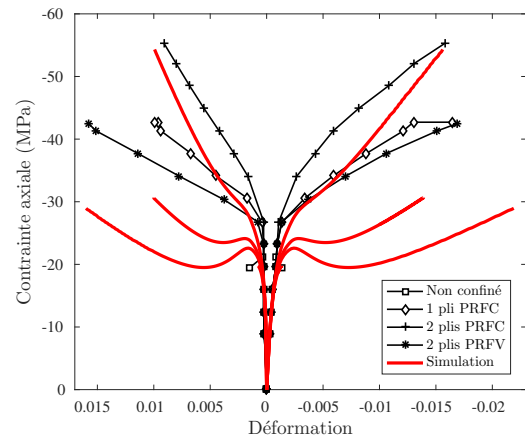
(b) Béton de résistance à la compression $f_c = 49$ MPa - Composite fibres de carbone PRFC.

Figure 3.19 — Évolution de la contrainte axiale en fonction de la déformation axiale (abscisses négatives) et de la déformation latérale (abscisses positives). Confrontation simulations et essais sur des bétons confinés par des composites à fibres de carbone PRFC.

paraît plus représentative des essais sur les différents bétons et niveaux de confinement testés.



(a) Simulation avec le modèle proposé.



(b) Simulation avec le modèle d'Abaqus.

Figure 3.20 — Confrontation entre les simulations d'essais menés par Berthet et al. [15] sur des bétons confinés ($f_c = 20$ MPa) par composites à fibres de carbone PRFC et fibres de verre PRFV, la modélisation proposée et le modèle de Lubliner et al. implanté dans Abaqus.

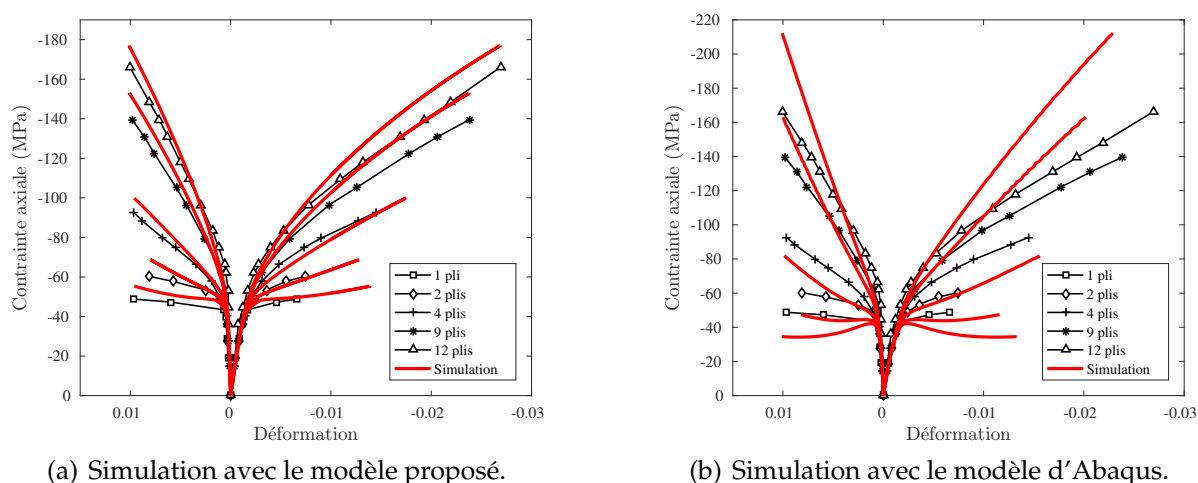


Figure 3.21 — Comparaison entre les simulations d'essais de Berthet et al. [15] sur des bétons confinés ($f_c = 40$ MPa) par composites à fibres de carbone PRFC (a) le modèle proposé et (b) le modèle d'Abaqus.

3.4 Prédiction de la résistance et déformation ultimes des éprouvettes confinées

La qualité de la modélisation est maintenant testée vis à vis de sa capacité à prédire la résistance ultime (f_{cc}) et la déformation axiale ultime (ϵ_{cu}) des éprouvettes confinées par PRF.

La Table 3.7 synthétise les prédictions de ces grandeurs et les erreurs relatives entre simulations et essais rapportées aux résultats expérimentaux.

Une autre représentation est fournie par les figures 3.22 (a) et (b) qui positionnent les données du tableau sous la forme de nuage de points pour la résistance ultime, figure 3.22 (a) et pour la déformation axiale ultime, figure 3.22 (b). La figure 3.22 (a) met en évidence un bon accord entre les simulations et les résultats expérimentaux en terme de résistance ultime. L'erreur relative moyenne est de 6,87 % avec un écart-type de 5,86 % ce qui est acceptable dans les pratiques d'ingénierie. Un coefficient de corrélation élevé de 0,96 est obtenu dans ce cas.

En ce qui concerne la déformation axiale ultime présentée à la figure 3.22 (b), la corrélation est moins bonne avec une erreur relative moyenne de près de 21 % et un écart-type de 26,55 %. Cet écart sur la déformation axiale ultime peut être attribué à la fois au modèle, ainsi qu'aux résultats expérimentaux. En effet, lors de l'expérience, les jauges de déformations latérales sont souvent positionnées à mi-hauteur de l'éprouvette. Compte-tenu du fait que le champ de déformation n'est plus homogène lorsque le noyau de béton est micro-fissuré, la rupture du composite PRF peut se produire loin des jauges. Par conséquent, les déformations latérales mesurées à mi-hauteur de l'éprouvette sont inférieures aux déformations latérales réelles. Ces difficultés d'estimation de la déformation axiale ultime ont d'ailleurs été relevées dans les travaux Ozbakkaloglu et al. [26], Jiang et al. [27] ou encore Youssf [31]. Néanmoins, les prédictions fournies par le modèle apparaissent acceptables pour les pratiques d'ingénierie.

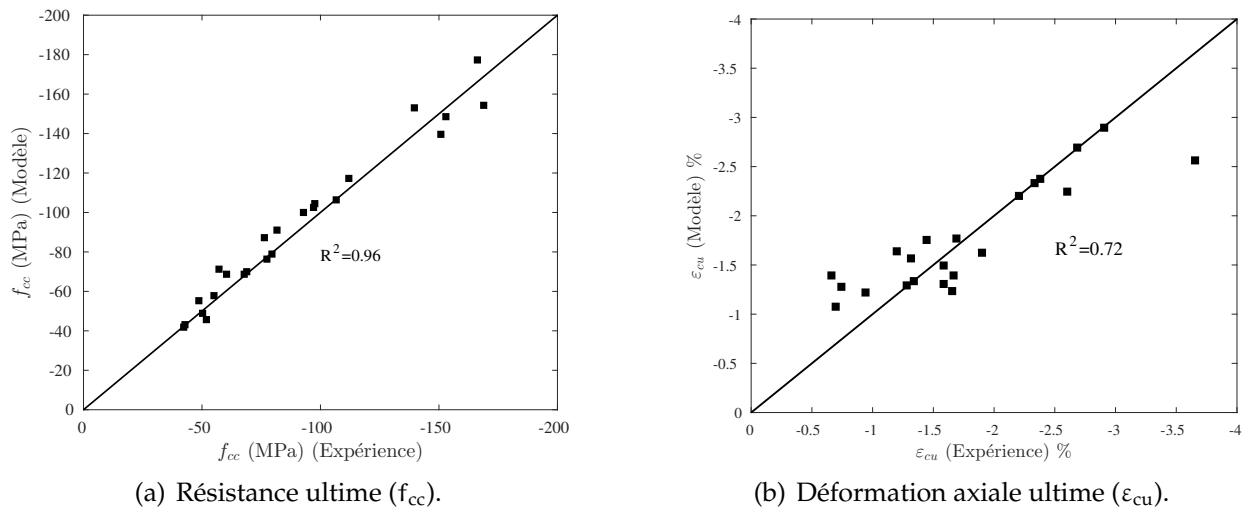


Figure 3.22 — Confrontation de la résistance ultime à la compression et de la déformation axiale ultime entre simulations et essais sur des bétons confinés par des composites PRF.

Tableau 3.7 — Résistance ultime et déformation axiale ultime d'éprouvettes confinées par composites PRF - Comparaison simulations - expériences.

f_c (MPa)	Nature de fibre	K (MPa)	ϵ_{cu} (Expérience) (%)	ϵ_{cu} (Modèle) (%)	Erreur (%)	f_{cc} (Expérience) (MPa)	f_{cc} (Modèle) (MPa)	Erreur (%)
51,6	Aramide	749	-2,91	-2,90	0,3	-106,45	-106,22	0,22
51,6	Aramide	1498	-4,66	-3,88	16,7	-169,00	-154,41	8,63
51,6	Carbone	810	-2,60	-2,25	13,5	-97,44	-104,20	6,93
51,6	Carbone	1621	-3,66	-2,57	29,8	-150,86	-139,38	7,61
51,6	Glass	552	-2,33	-2,33	0,0	-81,76	-90,80	11,06
51,6	Glass	1104	-4,51	-3,91	13,3	-152,82	-148,25	2,99
20	Carbone	474	-1,65	-1,23	25,5	-42,70	-43,11	0,95
20	Carbone	949	-1,58	-1,31	17,1	-55,30	-57,80	4,52
20	Glass	305	-1,69	-1,77	4,7	-42,50	-41,58	2,16
40	Carbone	316	-0,66	-1,39	112,2	-48,78	-55,35	13,46
40	Carbone	632	-0,74	-1,28	72,7	-60,29	-68,70	13,95
40	Carbone	1265	-1,45	-1,75	21,0	-92,58	-99,84	7,83
40	Carbone	2846	-2,38	-2,38	0,0	-139,52	-152,97	9,64
40	Carbone	3795	-2,69	-2,69	0,1	-166,22	-177,07	6,53
35,9	Carbone	499	-1,28	-1,29	0,8	-50,45	-48,78	3,30
35,9	Carbone	999	-1,67	-1,40	16,2	-68,71	-69,82	1,63
38,5	Verre	375	-1,31	-1,56	18,7	-51,97	-51,77	11,92
38,5	Verre	751	-2,20	-2,20	0,2	-77,24	-76,43	1,04
41,1	Carbone	543	-1,20	-1,64	36,6	-57,20	-71,08	24,27
38,9	Carbone	1073	-1,90	-1,63	14,2	-79,29	-78,90	0,49
49	Carbone	542	-0,70	-1,08	54,1	-68,00	-68,48	0,70
49	Carbone	1085	-0,94	-1,22	29,2	-76,20	-87,22	14,47
49	Carbone	1627	-1,34	-1,34	0,0	-97,10	-102,55	5,61
49	Carbone	2169	-1,59	-1,49	6,3	-112,00	-117,48	4,89

3.5 Simulations du comportement dilatatant - compactant d'éprouvettes confinées

Comme décrit au chapitre 1, le confinement par composite PRF contrôle la dilatation volumique du béton. Contrairement au confinement à l'aide des armatures en acier, le composite PRF reste élastique jusqu'à sa rupture et continue à augmenter la pression latérale sur le noyau du béton tant que la déformation latérale augmente. Cela participe à un contrôle plus efficace de la dilatation volumique du béton. Pour de forts niveaux de confinement, la dilatation volumique peut même être annulée et remplacée par la compaction comme observé entre autres par Mirmiran [191] et Berthet [14]. La capacité du modèle à décrire

les mécanismes dus au confinement peut donc se mesurer dans sa description du comportement volumétrique dilatant - compactant du béton confiné. Ce paragraphe illustre les propriétés du modèle sous cet angle.

Lors des chargements de compression uniaxiale, le comportement dilatant du béton confiné est contrôlé par la déformation volumique plastique, la déformation volumique élastique étant toujours en compaction, Jiang [27]. Pour qualifier et également quantifier ce comportement dilatant dans une éprouvette cylindrique confinée par un composite, des travaux de la littérature ont proposé de se référer au paramètre suivant, Karabinis and Kioussis [192, 193], Karabinis et Rousakis [96], Rousakis et al. [30] et Jiang et Wu [27] :

$$\alpha = \frac{dI_1^p}{d\sqrt{J_2^p}} = \frac{d\varepsilon_a^p + 2d\varepsilon_l^p}{\frac{1}{\sqrt{3}}(d\varepsilon_l^p - d\varepsilon_a^p)}, \quad (3.8)$$

où I_1^p est le premier invariant du tenseur de déformation plastique, J_2^p représente le deuxième invariant du tenseur déviatorique de déformation plastique, ε_a^p et ε_l^p sont la déformation plastique axiale, et latérale respectivement qui se réduisent ici dans le cas d'une éprouvette cylindrique en compression uniaxiale à des grandeurs scalaires.

Nous avons choisi d'analyser l'évolution de ce paramètre pour notre modèle sur des éprouvettes confinées par différents composites qui sont celles testées par Berthet et al. [15] avec un béton de résistance en compression de 40 MPa. Les caractéristiques de ces éprouvettes et de leur confinement sont celles données à la Table 3.5. Elles couvrent une large gamme de module de confinement de 316 à 3795 MPa, correspondant à 1 à 12 plis de confinement de PRFC. Les paramètres du modèle utilisés pour l'évaluation du coefficient de dilatance du béton (3.8) sont ceux donnés à la Table 3.6.

La figure 3.23 présente l'évolution du paramètre de dilatance α avec la déformation plastique axiale pour différents niveaux de confinement. Cette figure met en évidence la capacité de notre modélisation à reproduire les mécanismes du confinement au cours du chargement. Ainsi, dans la première phase du chargement, la déformation latérale est faible et principalement élastique, le béton confiné par le composite a tendance à se contracter. Avec l'augmentation du niveau de chargement axial, les micro-fissures se propagent dans le noyau de béton rapidement et les déformations latérales augmentent plus rapidement que les déformations axiales. La dilatation du noyau de béton augmente alors rapidement comme le montre la figure 3.23. Cependant, lors de cette deuxième phase, les déformations latérales augmentant, le confinement par le composite augmente la pression latérale sur le noyau de béton et contrôle l'augmentation des déformations latérales, de sorte que la tendance du noyau à se dilater diminue et la dilatance arrive à alors un niveau maximum. Ensuite, dans la troisième phase, le composite étant entièrement activé, il retient de plus en plus le noyau de béton de sorte que la dilatance est réduite et décroît vers une valeur asymptotique. Dans cette phase, plus le niveau du confinement est élevé, plus il limite les déformations latérales. Par conséquent, la valeur au pic de taux de dilatation aura lieu plus rapidement et sa valeur asymptotique est plus faible, ce qui bien illustré sur la figure 3.23. Le modèle simule la dépendance attendue du paramètre de dilatation à la déformation plastique axiale et également à la raideur du composite PRF.

En terme de modélisation, l'évolution de la déformation volumique plastique est contrôlée par la forme du potentiel d'écoulement. On rappelle que dans notre modèle, le potentiel d'écoulement considéré est pris fermé dans le plan méridien et que ses pa-

ramètres sont intrinsèques au béton et indépendants des caractéristiques du PRF. Cela n'est pas le cas dans les travaux de Jiang et Wu [27] et Yu et al. [33] qui, constatant que le potentiel d'écoulement de type Drucker-Prager avec un angle de dilatance constant ne peut pas simuler la dilatation du béton confiné par un composite, ont introduit un angle de dilatance variable fonction à la fois de la déformation plastique axiale et du module de confinement. La caractérisation de l'évolution de la déformation volumique plastique indépendamment du confinement donnée par notre modèle est naturellement plus satisfaisante pour le modélisateur et permet de construire efficacement des bases de données prédictives du confinement pour un béton donné.

La figure 3.24 donne une représentation de la fonction potentiel d'écoulement (Q) de notre modèle dans le plan méridien ($p - q$) calculée en trois points différents correspondant à trois différentes phases de chargement pour un béton confiné par 12 plis de composites PRF. La droite d'état critique représentée permet de distinguer la séparation de la zone de dilatance et de compactance. Le modèle permet de suivre précisément l'évolution du profil fermé du potentiel d'écoulement et le trajet de chargement et en conséquence les évolutions de comportement du béton confiné qui alterne entre des phases compactante et dilatante.

La confrontation de ce comportement dilatant-compactant du béton confiné prédit par le modèle à des résultats d'essais est présentée à la figure 3.25 à travers la courbe d'évolution de la contrainte axiale en fonction de déformation volumique pour différents confinements. On observe une prédiction tout à fait satisfaisante des propriétés de dilatance et de compactance des éprouvettes selon leurs confinements. Comme indiqué précédemment, pour de forts niveaux de confinement obtenus avec 9 plis et 12 plis de composite, le comportement des éprouvettes confinées est entièrement compactant.

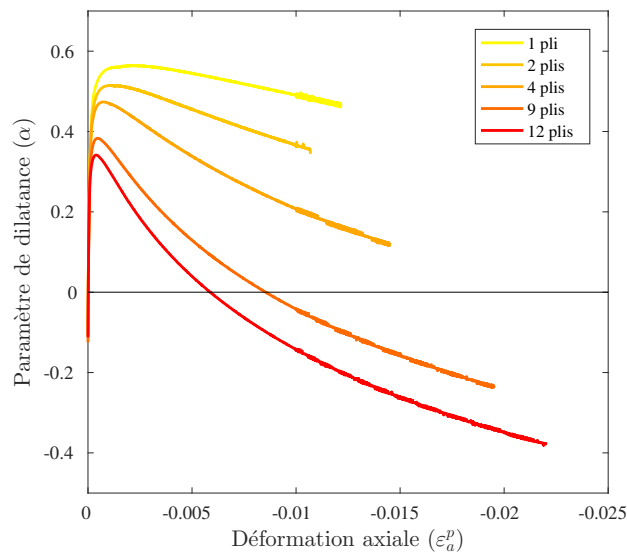


Figure 3.23 — Évolution du paramètre de dilatance obtenu par le modèle en fonction de la déformation axiale et du niveau de confinement - Illustrations sur des éprouvettes confinées par différents plis de composites PRF et un béton de résistance à la compression de 40 MPa testées par Berthet et al. [15].

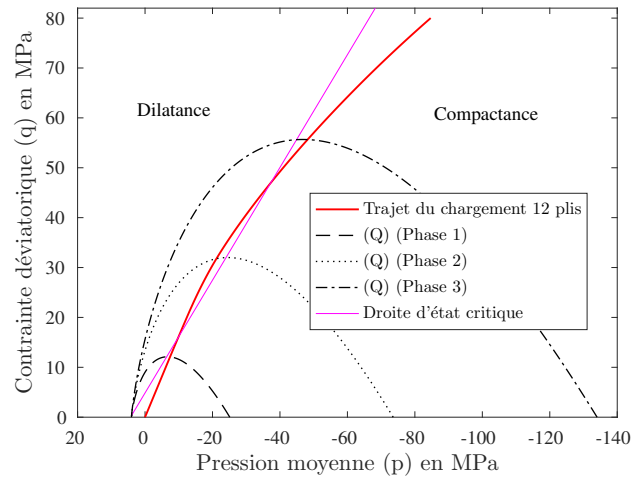


Figure 3.24 — Évolution du potentiel d'écoulement et du trajet de chargement modélisés pour le béton confiné par 12 plis de composite.

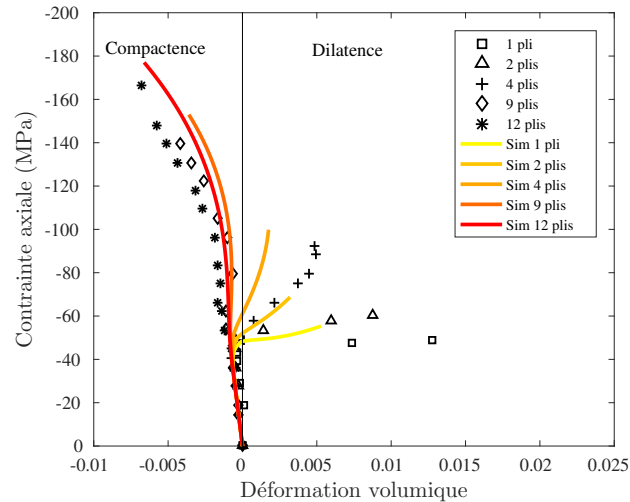


Figure 3.25 — Comparaison des simulations de l'évolution contrainte axiale en fonction de la déformation volumique avec les expériences de Berthet et al.[15].

3.6 Confinements actif et passif - Influence du trajet du chargement

Comme présenté dans le chapitre 1, dans leurs travaux récents, Lim et Ozbakkaloglu [17], [194] indiquent que, pour une déformation latérale donnée, la contrainte axiale mesurée dans une éprouvette de béton confiné par composite PRF est inférieure à celle mesurée pour une éprouvette sous une pression latérale constante égale à celle fournie par un chemisage en composite.

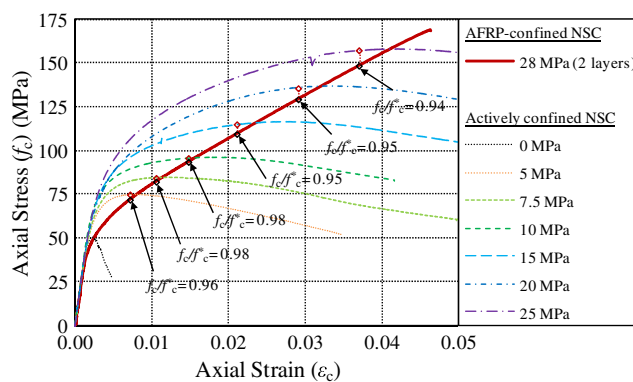
D'après ces auteurs, cette différence de comportement sous un chargement axial s'explique par les trajets de chargement qui diffèrent dans les deux éprouvettes selon que le confinement est actif (pression latérale constante) ou passif (par composite).

Pour évaluer la capacité du modèle à reproduire cette observation, nous confrontons les simulations des courbes réponse contrainte axiale - déformation axiale obtenues sur des éprouvettes sollicitées par un chargement triaxial aux réponses d'éprouvettes de béton confinées par deux couches de plis composite et sous compression axiale. Pour les simulations sous confinement actif, on adopte les caractéristiques du béton identifiées sur le

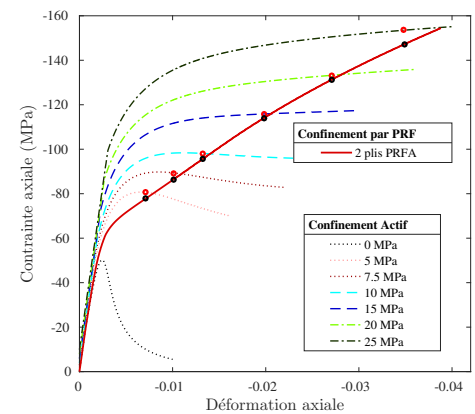
test triaxial avec confinement constant présentées à la Table 3.4 associées au béton testé par Lim et Ozbakkaloglu [17]. Les simulations sous confinement passif sont menées avec les caractéristiques de l'éprouvette confinée par composites en fibres d'aramide PRFA présentées à la Table 3.5.

Les résultats expérimentaux de Lim et Ozbakkaloglu [17] sont reportés à la figure 3.26 (a) et les résultats obtenus par les simulations à la figure 3.26 (b). On constate que le modèle reproduit bien les observations expérimentales de dépendance de la contrainte axiale avec le type de confinement pour une déformation axiale donnée. Le confinement passif par composite conduit à une contrainte axiale légèrement plus faible que celle générée par le confinement par pression latérale constante.

Le modèle en prenant en compte le trajet de chargement permet bien de distinguer la différence des mécanismes mis en jeu entre un confinement actif par pression latérale constante et un confinement passif par chemisage en composite.



(a) Résultats expérimentaux, Lim et Ozbakkaloglu [17].



(b) Résultats des simulations.

Figure 3.26 — Influence du mode de confinement actif - passif sur les courbes contrainte axiale - déformation axiale. Confrontations des résultats expérimentaux de Lim et Ozbakkaloglu [17] et des simulations.

3.7 Simulations de la réponse sous chargement cyclique

Les simulations présentées jusqu'à présent dans cette section sur des éprouvettes confinées par composites étaient associées à des chargements monotones.

Dans cette partie, nous cherchons à tester le modèle sur un chargement de compression cyclique. Nous exploitons pour cela un essai réalisé par Ozbakkaloglu et Akin [81].

L'essai de Ozbakkaloglu et Akin [81] est mené sur une éprouvette cylindrique de diamètre 152,5 mm et hauteur 305 mm en béton de résistance en compression (f_c) de 38 MPa, chemisée par deux plis unidirectionnels en aramide PRFA, possédant un module de Young de 120 GPa dans le sens des fibres. Les paramètres utilisés pour cette simulation sont ceux présentés dans le tableau 3.6 pour un béton dans la gamme de résistance de 30 – 40 MPa. La simulation est arrêtée comme précédemment lorsque la déformation à rupture du composite PRF dans le sens des fibres est atteinte.

Les courbes réponse contrainte axiale - déformation axiale expérimentale et donnée par

la simulation sont confrontées à la figure 3.27. L'enveloppe apparaît bien reproduite par le modèle. Par ailleurs, si l'on compare les résultats expérimentaux obtenus ici sous chargement de compression cyclique sur une éprouvette confinée avec ceux présentés en début de chapitre également en compression cyclique mais sur une éprouvette non confinée (résultats présentés en figure 3.38(b)). Même si les bétons utilisés dans les deux expériences diffèrent, on peut observer comme attendu que le chemisage en composite de l'éprouvette (figure 3.27) permet de réduire sensiblement la dégradation du module de Young du noyau de béton au cours des cycles. Cette observation est également faite dans les travaux de Rousakis [10], Ilki and Kumbasar [11], Lam et al. [80]). La figure 3.27 montre que la modélisation permet de reproduire de façon satisfaisante cette évolution de la dégradation au cours des cycles observée expérimentalement, bien qu'elle soit sous-estimée à la fin du chargement. Cette dernière simulation permet donc de qualifier le modèle également sous des chargements cycliques en compression.

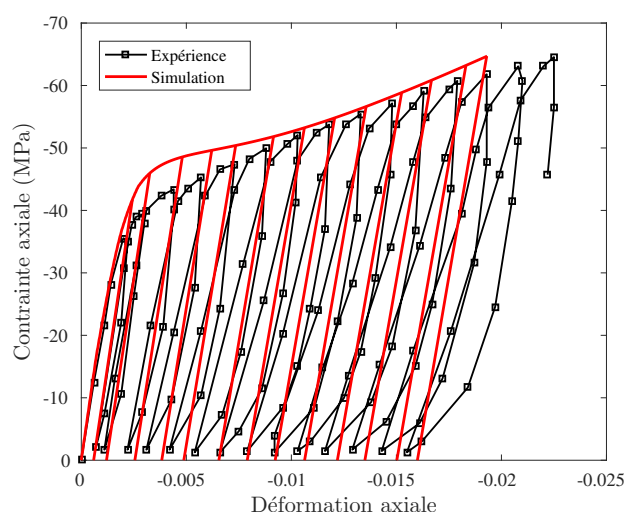


Figure 3.27 — Courbe réponse contrainte axiale - déformation axiale d'une éprouvette confinée par composite PRF sous chargement cyclique de compression. Confrontation simulation - résultats expérimentaux de Ozbakkaloglu et Akin [81] ($f_c=38$ MPa).

3.8 Influence de la géométrie de la section

La validité du modèle a été démontrée dans les différentes simulations présentées dans cette section sur des éprouvettes de section circulaire uniformément confinées par des composites PRF. Le mécanisme de confinement diffère sur des éprouvettes de section non circulaires sollicitées en compression axiale. La pression de confinement varie en effet sur le contour des sections non circulaires et la distribution de la contrainte axiale varie également sur l'ensemble de la section. La distribution de la pression est au contraire uniforme sur le contour de section circulaire. De ce fait la simulation d'éprouvettes de sections non circulaires est plus exigeante et le modèle du comportement du béton joue un rôle plus important encore dans la simulation du mécanisme de confinement. Xiao [101] relève cette difficulté et le peu de modèles appropriés pour décrire le comportement de poteaux non-circulaires confinés que ce soit par composite ou par confinement passif. De plus, la distribution de la contrainte axiale étant difficilement accessible par l'expérience, un modèle éléments finis avec une loi de comportement appropriée pour le

béton prend tout son intérêt pour éclairer le mécanisme de confinement dans les sections non circulaires.

Dans ce paragraphe, la performance du modèle proposé est testée à travers la simulation d'essais sur des éprouvettes de section carrée confinées avec un composite PRF. Les essais expérimentaux qui nous servent de référence pour cette analyse sont issus des travaux de Wang et Wu [84]. Ils ont récemment été utilisés par Xiao [101] pour évaluer des modèles de comportement du béton.

Les éprouvettes mesurent 300 mm de long, leur section des éprouvettes est de 150 mm de côté. Trois rayons de congés sont testés, de 30 mm, 45 mm et 60 mm. Les éprouvettes sont réalisées en béton de résistance en compression de 30 MPa. Elles sont confinées par un ou deux plis unidirectionnels en fibres de carbone PRFC.

Les simulations sont menées, compte-tenu des symétries géométriques, matérielles et du chargement, sur un quart de l'éprouvette. Des appuis glissants sont utilisés pour modéliser les conditions aux limites dans les plans de symétrie. Le chargement est simulé à travers un déplacement imposé sur la surface supérieure de l'éprouvette. En pratique pour cet essai, l'état de contrainte dans le béton est homogène dans la hauteur des éprouvettes. Le maillage de l'éprouvette est présenté à la figure 3.28, il comporte 572 éléments et 1238 nœuds.

Les paramètres du béton utilisés pour les simulations sont ceux identifiés précédemment et donnés à la Table 3.6 pour des bétons de résistance à la compression de la gamme 30 – 40 MPa. Le module de Young du composite PRFC dans le sens des fibres est pris égal 219 GPa, les autres caractéristiques étant conservées identiques à celles utilisées pour les simulations précédentes.

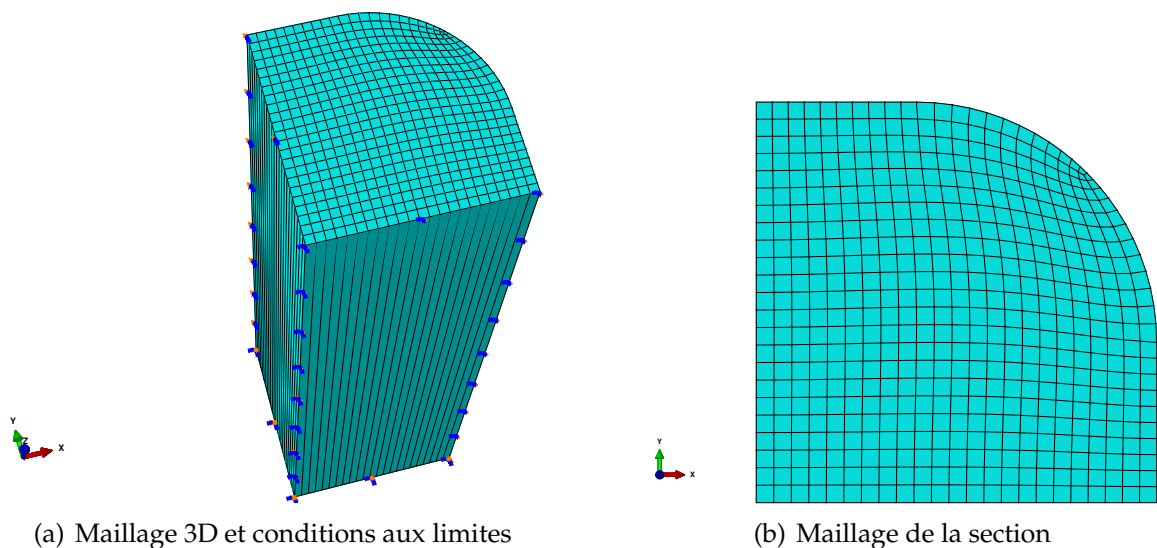


Figure 3.28 — Maillages des éprouvettes

Les figures 3.30 (a), (b) et (c) confrontent les courbes réponse contrainte axiale - déformation axiale et latérale obtenues par les simulations aux résultats expérimentaux pour des éprouvettes confinées présentant différents rayons de congés. Pour cette représentation, la contrainte et la déformation axiale sont calculées dans les simulations en moyennant leurs valeurs sur l'ensemble des éléments du maillage de la section.

La déformation latérale est calculée sur l'élément situé au milieu de la face latérale de la section centrale qui correspond aux prises de mesures expérimentales. On constate une concordance globalement satisfaisante des simulations et des résultats expérimentaux. Dans le cas d'un faible confinement avec un seul pli, le modèle sur-estime légèrement la contrainte axiale. On peut attribuer cela au fait que la surface de charge retenue pour notre modèle est circulaire dans le plan déviatorique. On rappelle en effet que pour des sections circulaires, le confinement est uniforme et l'état de contraintes est situé sur le méridien de compression dans le plan déviatorique. Dans ce cas, les surfaces de charge circulaire et non circulaire (dépendant de l'angle de Lode) sont confondues. Pour le cas des sections non circulaires qui nous intéresse ici, le confinement est non uniforme et l'état de contrainte se situe entre les méridiens en compression et en traction comme schématisé sur la figure 3.29). Ici, la surface de charge circulaire conduit donc à surestimer les contraintes. Cette surestimation devient moins importante lorsque la pression moyenne augmente, la surface de charge se rapprochant de la section circulaire comme expliqué au Chapitre 2 section 1.2.1.

Les figures 3.31, 3.32 et 3.33 permettent de confronter le modèle proposé dans ce travail et le modèle d'Abaqus modifié par Xiao [101] qui s'appuie sur une surface de charge dépendant de l'angle de Lode. Les deux modélisations conduisent à une bonne estimation des déformations axiales ultimes. Le modèle de Xiao [101] reproduit mieux que notre modélisation les contraintes axiales lorsque les éprouvettes sont faiblement confinées (1 pli de confinement) ce qui est peut attribué à la surface de charge non circulaire associée à ce modèle comme discuté précédemment. Malgré tout, les résultats de nos simulations obtenus avec une surface de charge circulaire ne sont pas très éloignés des résultats expérimentaux. Cela nous a encouragé à conserver une surface de charge circulaire, d'autant que l'implémentation de surfaces de charge dépendant de l'angle de Lode est plus délicate et fait intervenir des paramètres matériau difficiles à identifier en raison du peu de résultats expérimentaux existants sur l'angle de Lode.

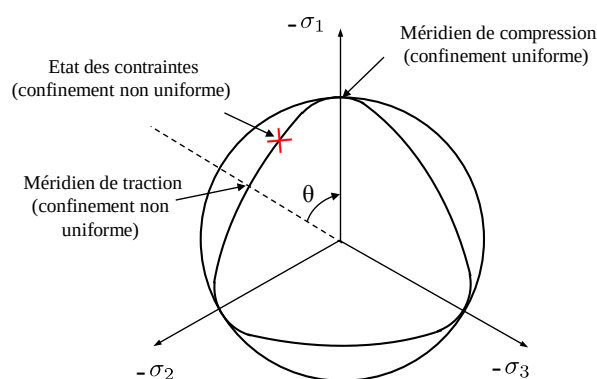


Figure 3.29 — L'état des contraintes sous un confinement non uniforme

L'influence du rayon de congé sur la qualité du confinement observée expérimentalement est également reproduite par le modèle et de façon plus marquée lorsque le confinement est plus important. Plus le rayon de congé est important figure 3.30, plus la contrainte axiale maximale augmente.

La simulation permet d'accéder précisément aux profils des contraintes axiales dans une section. La figure 3.34 présente ainsi l'évolution de la contrainte axiale dans la section

centrale de l'éprouvette selon deux directions, celle de la médiatrice (0°) et celle de la diagonale (45°). On peut y observer le profil type d'une section carrée qui diffère du profil homogène d'une section circulaire comme dit précédemment. La contrainte axiale maximale a lieu au coin de la section, là où le confinement est maximum. La contrainte axiale minimale apparaît au milieu du côté, là où le confinement est minimum. On retrouve également l'influence du confinement sur l'intensité de contrainte axiale maximale.

Une autre représentation de la distribution de la contrainte axiale dans une section est donnée aux figures 3.35, 3.36 et 3.37 sous la forme d'isovaleurs pour les deux confinements considérés et les trois rayons de congés. Les résultats sont présentés au moment de la rupture du composite PRF. On retrouve la zone de contrainte maximale sur la diagonale en bordure de section et minimale sur les médiatrices observées sur la figure 3.34.

Les parties grises correspondent aux zones de confinement non effectives au sens où le confinement n'y est pas efficace, la contrainte axiale est inférieure à la résistance en compression du béton ($f_c = 30$ MPa). En augmentant le confinement (deux plis au lieu d'un), les zones de confinement non effectives peuvent être supprimées et les zones confinées s'accroissent effectivement. Le confinement change donc bien la distribution de la contrainte axiale, comme observé par Xiao [101] en examinant d'autres modèles de comportement pour le béton.

Un autre paramètre influent est le rayon du congé. La confrontation des figures 3.35, 3.36 et 3.37 met en évidence qu'en augmentant le rayon du congé, la zone de confinement non effective diminue. On peut observer également que la contrainte maximale aux cotés diminue et la contrainte axiale est répartie de façon plus uniforme.

Ces résultats sur des éprouvettes de section carrée mettent en évidence également l'intérêt que peut présenter la modélisation en tant qu'outil d'aide au renforcement de structures par des composites.

3.9 Dépendance de l'endommagement à la déformation totale : validation et illustrations de la seconde variante du modèle

Les validations et illustrations du modèle présentées dans ce début de chapitre ont été menées en exploitant la formulation du modèle d'endommagement dans laquelle les lois d'évolution de l'endommagement dépendent de la déformation plastique. Nous avons présenté au chapitre 2 une variante du modèle qui intègre une dépendance de ces lois en fonction de la déformation totale selon une démarche suggérée par Mazars [139] et Zhou et al. [149]. Nous nous proposons d'examiner dans cette section cette seconde formulation en présentant successivement l'identification de ses paramètres et des illustrations qui permettent d'apprécier l'impact de cette variante.

3.9.1 Identification

Dans cette variante du modèle, les équations constitutives restent identiques, seuls les critères d'endommagement en traction et compression diffèrent. Les paramètres du modèle à identifier restent ceux présentés dans la première variante donnés dans la Table 3.1. Le processus d'identification des paramètres reste inchangé. Les valeurs des paramètres caractéristiques de l'endommagement A_c , A_t se trouvent modifiées, l'endommagement dépendant maintenant de la déformation totale. Ces modifications impactent

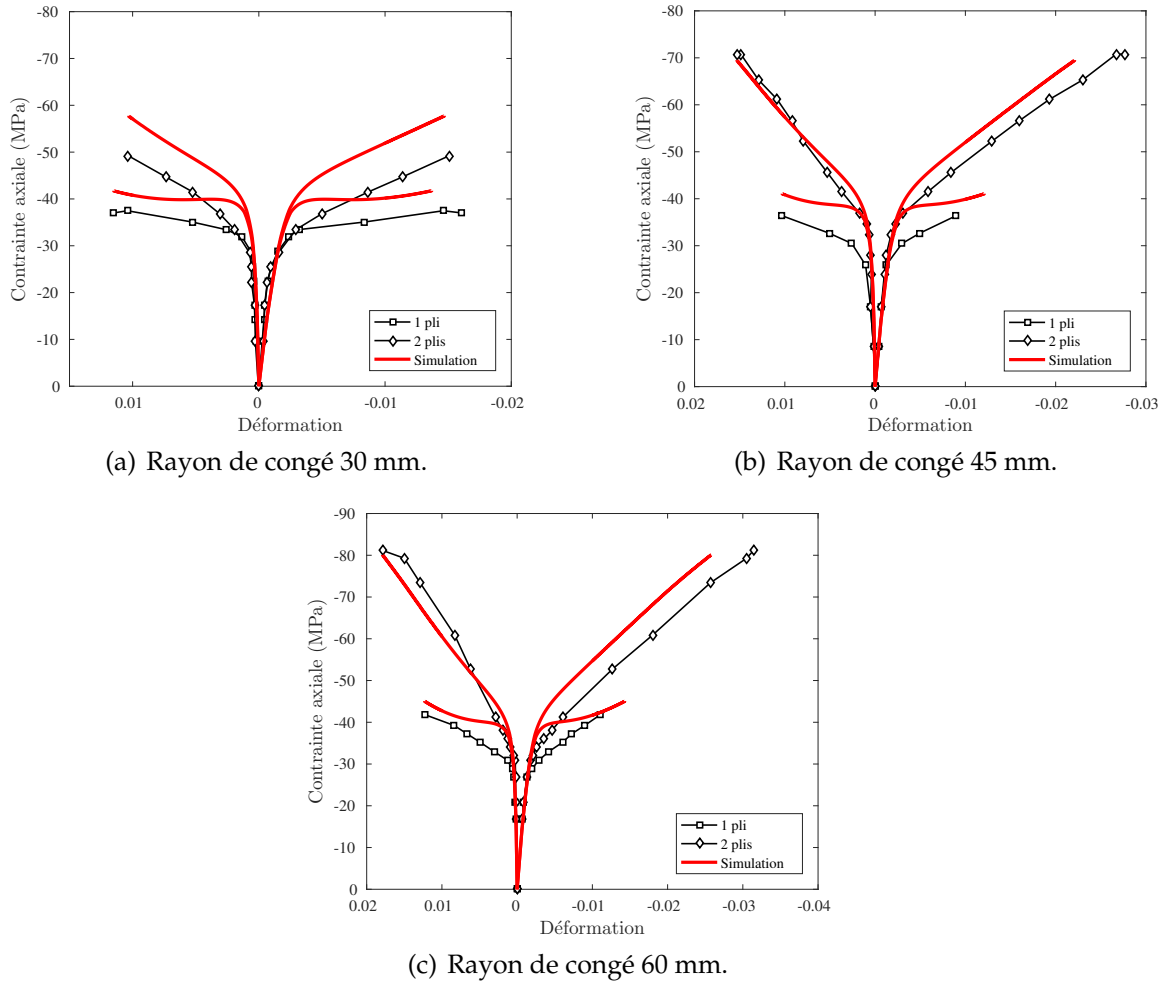


Figure 3.30 — Courbe réponse contrainte axiale - déformation d'éprouvettes de section carrée confinée par composite PRF sous chargement de compression axiale. Confrontation simulation - résultats expérimentaux de Wang et Wu [84] ($f_c=30$ MPa) - Influence du rayon de congé.

alors le paramètre α_2 qui contrôle la pente de la courbe adoucissante dans le cas de confinement ainsi, que le paramètre c_1 du couplage entre endommagement et plasticité c_1 .

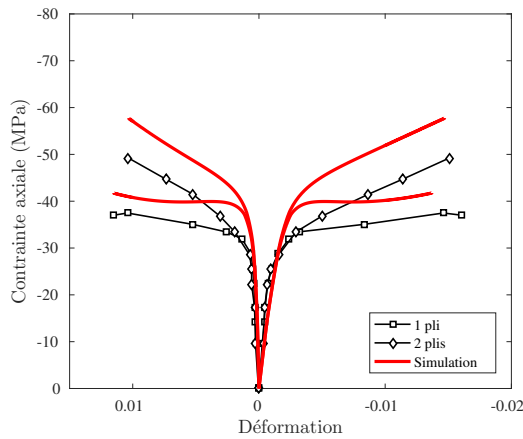
Les critères d'endommagement de cette variante du modèle, énoncés au chapitre 2 à la section 2.2.2, font intervenir un seuil γ_{t0}^d qui contrôle le début de l'endommagement en traction. Ce seuil est identifié aisément à partir de la relation suivante :

$$\gamma_{t0}^d = \frac{f_t}{E_c}, \quad (3.9)$$

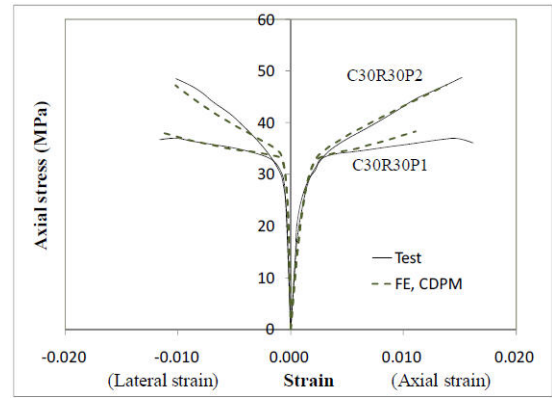
où f_t représente la résistance du béton en traction et E_c son module de Young.

Le paramètre d'adoucissement A_t est identifié à partir de l'énergie de fissuration (G_f) et de la longueur caractéristique (h) comme présenté au chapitre 2, section 2.2.2 :

$$A_t = \frac{h f_t}{G_f - \frac{h \gamma_{t0}^d f_t}{2}}. \quad (3.10)$$



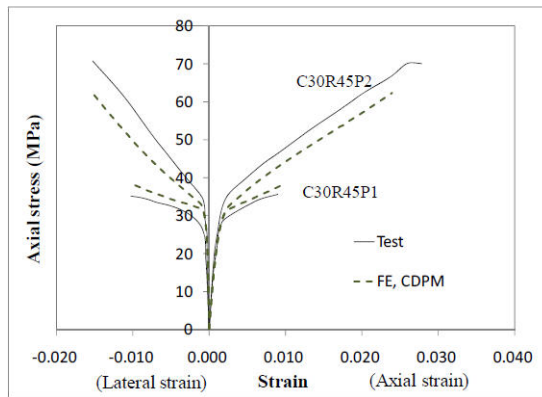
(a) Modèle proposé



(a) Specimens C30R30

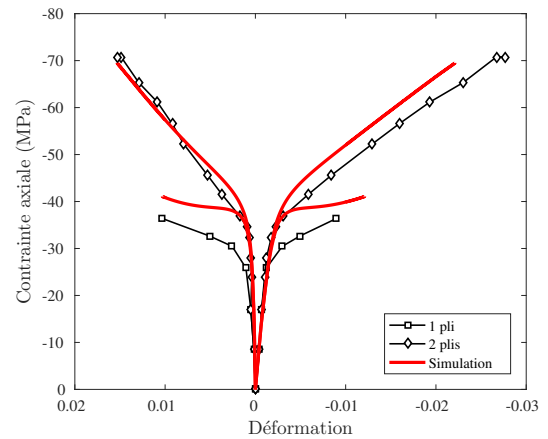
(b) Modèle d'endommagement élasto-plastique modifié par Xiao[101].

Figure 3.31 — Courbe réponse contrainte axiale - déformation d'éprouvettes de section carrée confinée par composite PRF sous chargement de compression axiale. Confrontation simulation - résultats expérimentaux de Wang et Wu [84] sur un béton de résistance à la compression $f_c=30$ MPa.



(b) Specimens C30R45

(a) Modèle proposé



(b) Modèle d'endommagement élasto-plastique modifié par Xiao [101].

Figure 3.32 — Courbe réponse contrainte axiale - déformation d'éprouvettes de section carrée confinées par un composite PRF sous chargement de compression axiale. Confrontation simulations - Résultats expérimentaux de Wang et Wu [84] sur un béton de résistance à la compression $f_c=45$ MPa.

L'énergie de fissuration (G_f) peut être calculée à partir de la valeur de la résistance à la compression f_c (en MPa) du béton par la formule empirique suivante proposée dans l'ouvrage [195] :

$$G_f = 73 \cdot f_c^{0,18}. \quad (3.11)$$

Nous nous proposons maintenant de valider et d'illustrer le modèle dans cette seconde variante en s'appuyant, comme nous l'avons fait en sections 2 et 3, sur des tests expérimentaux classiques sur bétons non confinés, confinés activement et enfin confinés par des composites PRF.

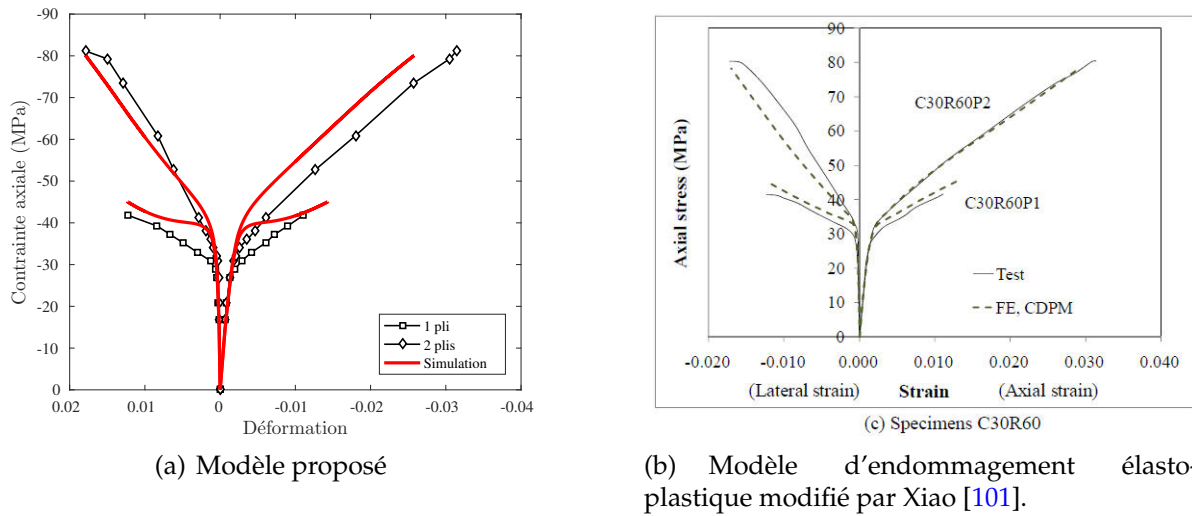


Figure 3.33 — Courbe réponse contrainte axiale - déformation d'éprouvettes de section carrée confinées par un composite PRF sous chargement de compression axiale. Confrontation simulations - Résultats expérimentaux de Wang et Wu [84] sur un béton de résistance à la compression $f_c = 60$ MPa.

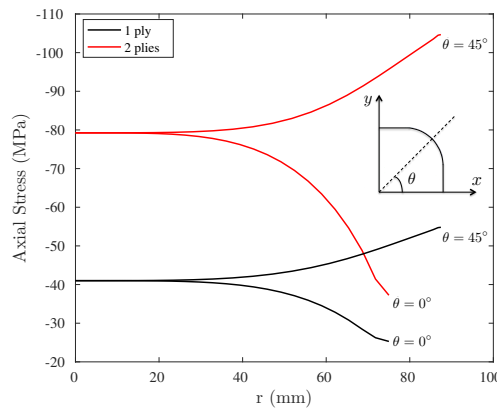


Figure 3.34 — Profils de la contrainte axiale dans la section, le long de la médiatrice ($\theta = 0^\circ$) et le long de la diagonale ($\theta = 45^\circ$) pour l'éprouvette confinée avec un rayon du cône 45 mm.

3.9.2 Validations et illustrations

Pour ces premières validations, nous nous appuyons tout d'abord sur les essais de compression cyclique menés par Sinha et al. [76] sur une éprouvette de béton sollicitée en compression cyclique, test déjà exploité en section 2.1.

Les caractéristiques de cet essai et de sa simulation ont été décrites en section 2.1. Les paramètres du modèle dans sa seconde variante utilisés pour ces nouvelles simulations ont été identifiés selon la procédure décrite précédemment et sont donnés dans le tableau 3.8.

La réponse du modèle sous forme de la courbe contrainte-déformation est comparée aux résultats expérimentaux de Sinha et al. (1964) pour un essai compression cyclique à la figure 3.38 (a). Pour faciliter la comparaison, nous reproduisons en figure 3.38 (b) la courbe obtenue avec la variante 1 du modèle et présentée précédemment en section 2.1 à la figure

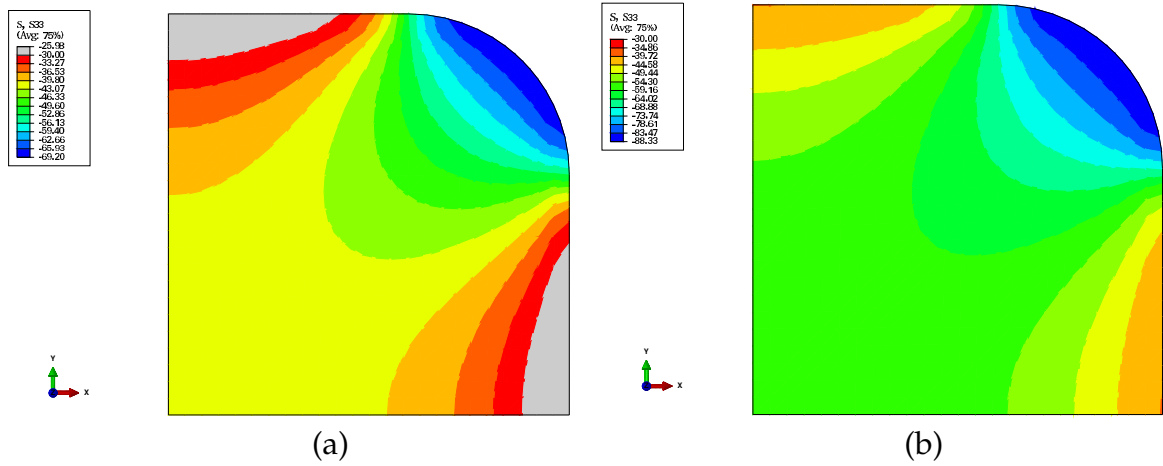


Figure 3.35 — Répartition de la contrainte axiale sur la section du poteau avec un rayon du congé de 30 mm (a) 1 pli de PRFC (b) 2 plis de PRFC.

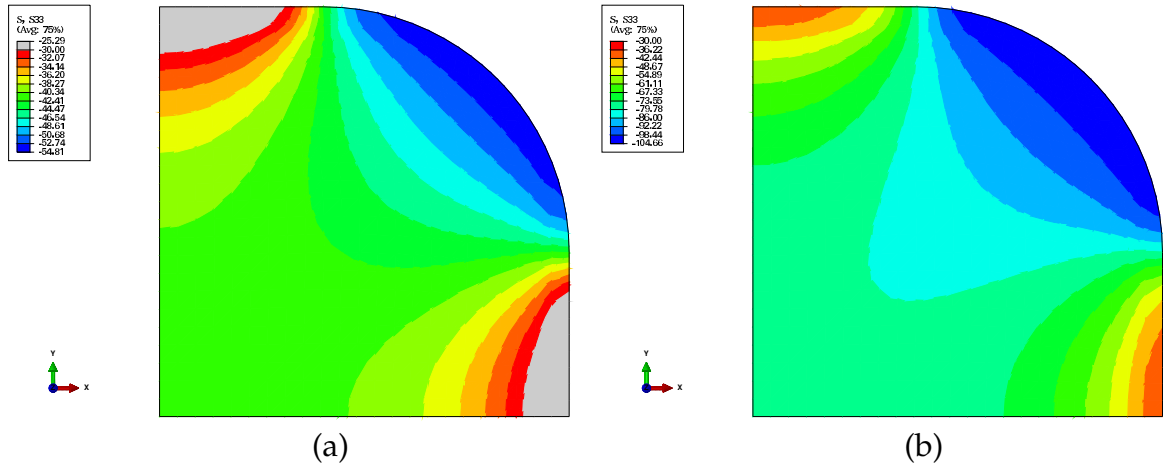


Figure 3.36 — Répartition de la contrainte axiale sur la section du poteau avec un rayon du congé de 40 mm (a) 1 pli de PRFC (b) 2 plis de PRFC.

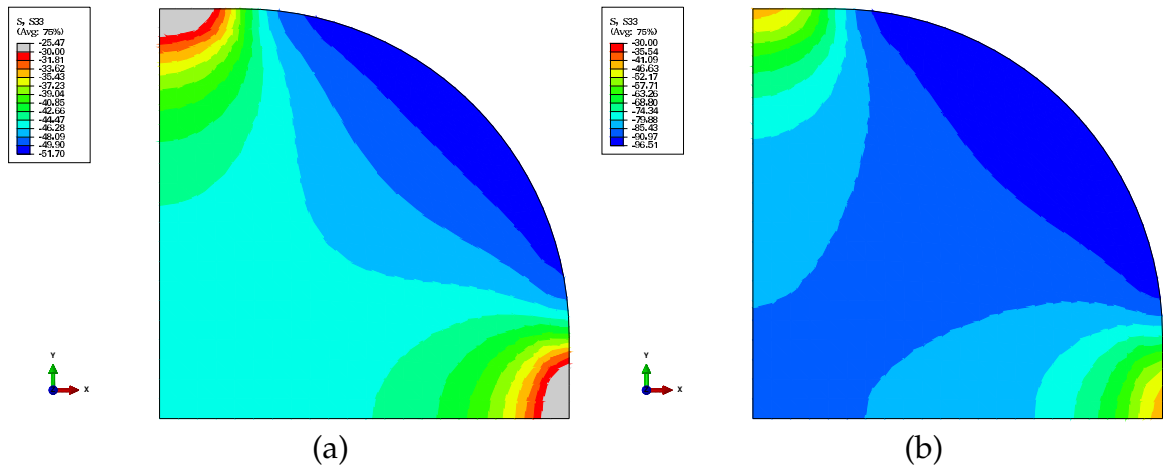


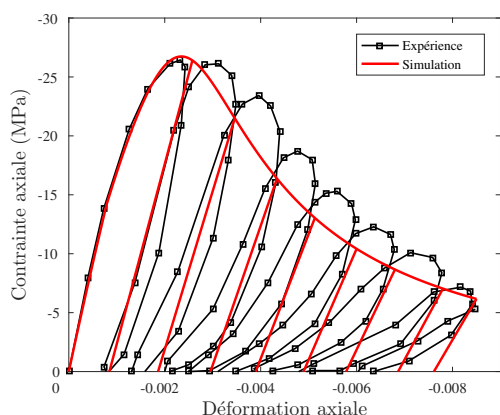
Figure 3.37 — Répartition de la contrainte axiale sur la section du poteau avec un rayon du congé de 60 mm (a) 1 pli de PRFC (b) 2 plis de PRFC.

3.38(b).

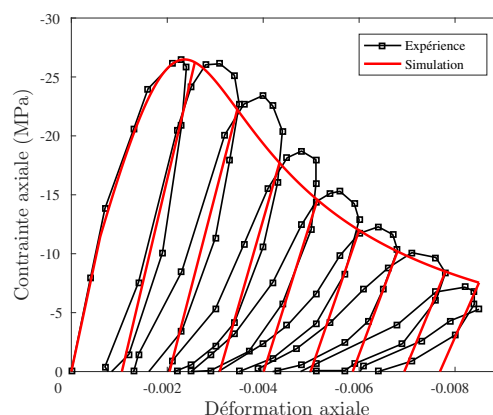
Les résultats des simulations par les deux variantes sont proches. La variante 2 conduit à une simulation légèrement meilleure de la décharge en début de chargement et des déformations irréversibles. Mais, en fin du chargement, l'endommagement reste sous-estimé comme c'était le cas avec la variante 1. Nous confrontons maintenant le modèle

Tableau 3.8 — Paramètres du modèle dans la seconde variante identifiés pour la simulation de l'essai expérimental de compression cyclique réalisé par Sinha et al. [76]

Élasticité		Plasticité							Endommagement			
E (GPa)	ν	c_1	c_2	c_3	B	α_0^p	η_c	f_c (MPa)	a_1	A_c	A_t	a_2
19	0,2	0,43	0,18	0,1	$3,10^{-4}$	0,6	0,97	28	1,6	87	9000	1,8



(a) Dépendance de l'endommagement en fonction de la déformation totale - Variante 2 du modèle.



(b) Dépendance de l'endommagement en fonction de la déformation plastique - Variante 1 du modèle.

Figure 3.38 — Courbe réponse contrainte axiale - déformation axiale d'une éprouvette non confinée sous chargement de compression axiale cyclique. Confrontation simulations - résultats expérimentaux de Sinha et al. [76] - Influence de la dépendance de l'endommagement à la déformation.

dans sa variante 2 à l'essai de traction uniaxial cyclique réalisé par Gopalaratnam et Shah [75]. Les paramètres du modèle utilisés sont présentés à la Table 3.8. La valeur du paramètre A_t est obtenue à partir de la formule (3.10) en utilisant les valeurs pour l'énergie de fissuration G_f de 40 N/m, le seuil d'endommagement de $\gamma_{t0}^d = 0,0001$ et la valeur de la longueur caractéristique h de 82,6. Ces valeurs sont celles proposées par Gopalaratnam et Shah [75] et Lee [98].

La figure 3.39 (a) confronte les courbes réponses numérique et expérimentale. Comme précédemment, les résultats de la simulation avec la variante 1 déjà présentés en section 2.2 sont reproduits en figure 3.39 (b). On peut constater que la position du pic est correctement simulée par les deux variantes. De plus, le comportement adoucissant est globalement bien reproduit avec cette seconde variante du modèle, ce qui n'était pas le cas du modèle dans sa variante 1. En revanche, cette seconde variante du modèle ne permet

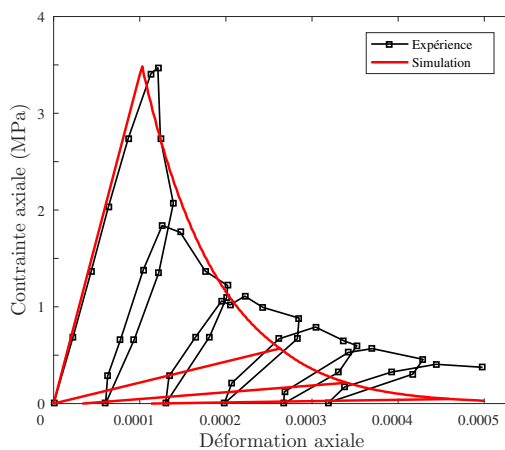
pas de reproduire les pentes des décharges et déformations irréversibles, contrairement au modèle dans sa variante 1.

Cette différence s'explique par le fait que la variante 2 du modèle, en faisant dépendre l'endommagement de la déformation totale, conduit à un début d'endommagement avant le développement de la plasticité qui intervient plus en fin de chargement. Et cet endommagement augmente rapidement en traction, comme observé par Jason [164]. En revanche, dans le variante 1 du modèle, l'endommagement s'initie en même temps que la plasticité dans la mesure où il dépend de la plasticité et il augmente avec l'augmentation de la déformation plastique ce qui permet de reproduire les déformations irréversible de manière plus satisfaisante.

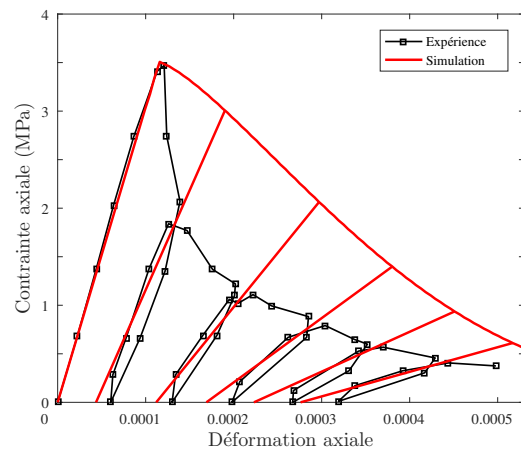
Les deux variantes du modèle apportent donc sur cette application des éléments de prédiction différents et complémentaires du comportement de bétons confinés. Nous

Tableau 3.9 — Paramètres du modèle dans la seconde variante identifiés pour la simulation de l'essai expérimental de traction cyclique réalisé par Gopalaratnam et Shah [75]

Élasticité		Plasticité							Endommagement			
E (GPa)	ν	c_1	c_2	c_3	B	α_0^p	η_c	f_c (MPa)	a_1	A_c	A_t	a_2
34	0,2	0,54	0,18	0,1	$7,10^{-5}$	0,7	1,13	43	2,6	66	11216	2,1



(a) Dépendance de l'endommagement en fonction de la déformation totale - Variante 2 du modèle.



(b) Dépendance de l'endommagement en fonction de la déformation plastique - Variante 1 du modèle.

Figure 3.39 — Courbe réponse contrainte axiale - déformation axiale d'une éprouvette non confinée sous chargement de traction axiale cyclique. Confrontation simulation - résultats expérimentaux de Gopalaratnam et Shah [75] - Influence de la dépendance de l'endommagement à la déformation.

poursuivons ces illustrations par la simulation des essais triaxiaux avec un confinement constant réalisés par Candappa et al. [8] pour différents niveaux de confinement.

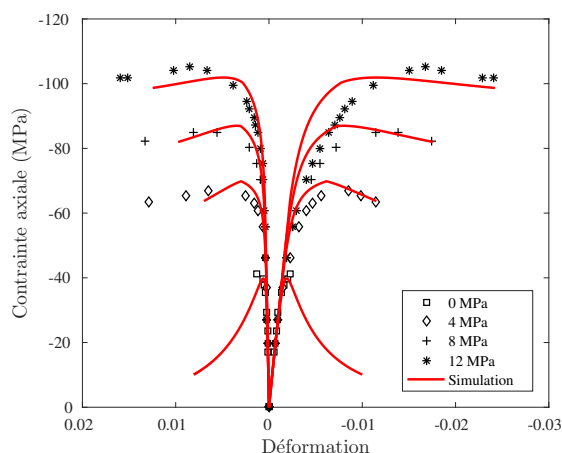
Les paramètres du modèle utilisés pour ces simulations sont donnés à la Table 3.10.

La figure 3.40 (a) confronte les courbes réponses numérique et expérimentale. Comme

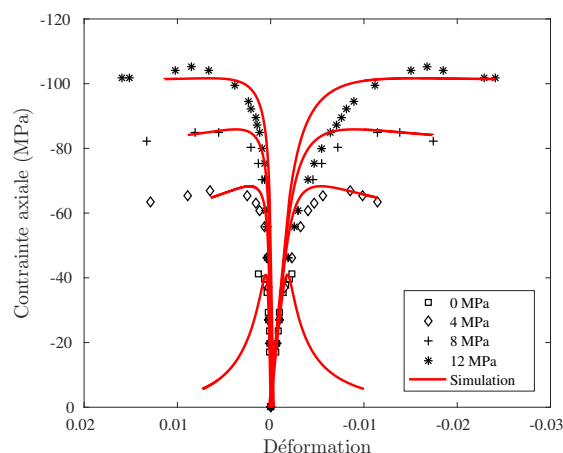
précédemment, les résultats de la simulation avec la variante 1 déjà présentés en section sont reproduits en figure 3.40 (b). Les simulations de cet essai obtenues par les deux variantes du modèle, sont très proches et reproduisent globalement les essais pour les différentes valeurs de pressions de confinement. La seconde variante reproduit légèrement mieux la transition de comportement fragile-ductile. Pour finir ces illustra-

Tableau 3.10 — Paramètres du modèle dans la seconde variante identifiés pour la simulation de l'essai expérimental triaxial réalisé par Candappa et al. [8]

Élasticité		Plasticité							Endommagement			
E (GPa)	ν	c_1	c_2	c_3	B	α_0^p	η_c	f_c (MPa)	α_1	A_c	A_t	α_2
29	0,2	0,54	0,18	0,1	$7, 10^{-5}$	0,7	1,13	41,9	2,6	66	11216	2,1



(a) Dépendance de l'endommagement en fonction de la déformation totale - Variante 2 du modèle.



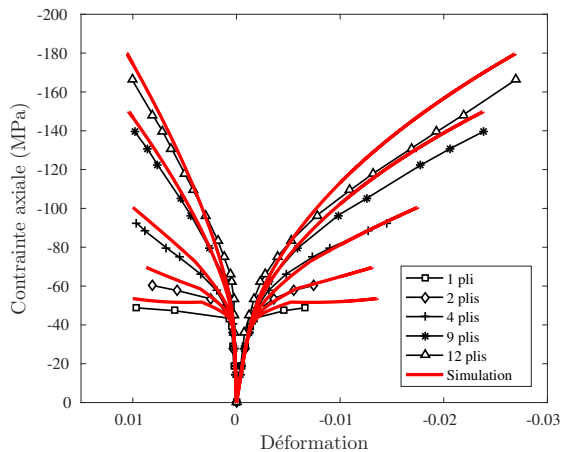
(b) Dépendance de l'endommagement en fonction de la déformation plastique - Variante 1 du modèle.

Figure 3.40 — Courbe réponse contrainte axiale - déformation axiale (abscisses négatives) et déformation latérale (abscisses positives) d'une éprouvette non confinée sous chargement triaxial cyclique. Confrontation simulation - résultats expérimentaux de Candappa et al. [8] - Influence de la dépendance de l'endommagement à la déformation.

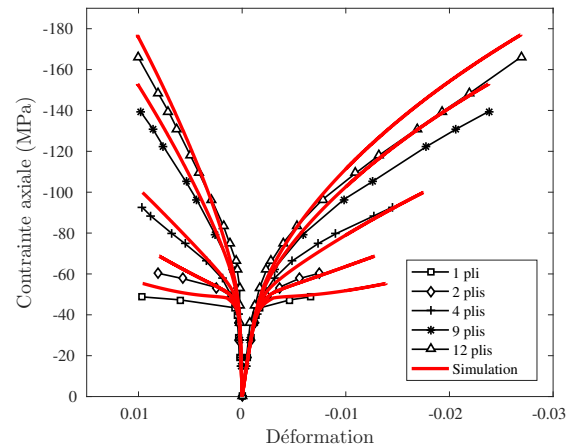
tions du modèle dans sa seconde variante, nous examinons maintenant sa capacité à prédire la réponse d'éprouvettes de béton confinées par des composites PRF. Nous exploitons pour cela les essais réalisés par Berthet et al. [15] qui couvrent une large gamme de niveaux de confinement avec 1 jusqu'à 12 plis de composites à fibres de carbone PRFC. Ces essais, qui nous ont déjà servi pour illustrer le modèle dans sa première variante, ont été présentés en section 3.3.

La figure 3.41 (a) confronte les courbes réponses numérique et expérimentale et les résultats de la simulation avec la variante 1 du modèle sont rappelés en figure 3.41 (b). Là encore sur cette application, les deux variantes du modèle fournissent des réponses très voisines en bonne corrélation avec l'expérience pour les différents confinements. Les deux variantes conduisent ici à une même prédiction des déformations axiale et latérale.

Dans le chapitre 4, nous retiendrons la seconde variante du modèle qui a été enrichie par la méthode de régularisation par l'énergie de fissuration mise en place pour traiter les problèmes de dépendance de la solution à la taille du maillage. Par ailleurs, l'implémentation numérique de cette variante s'avère plus aisée dans la mesure où pour chaque nouvelle itération l'endommagement est connu, le taux de déformation étant connu, la boucle d'itération locale sur l'endommagement n'est donc pas nécessaire.



(a) Dépendance de l'endommagement en fonction de la déformation totale - Variante 2 du modèle.



(b) Dépendance de l'endommagement en fonction de la déformation plastique - Variante 1 du modèle.

Figure 3.41 — Courbe réponse contrainte axiale - déformation axiale (abscisses négatives) et déformation latérale (abscisses positives) d'une éprouvette de béton de résistance à la compression $f_c = 40$ MPa confinée par composites à fibres de carbone PRFC. Confrontation simulation - résultats expérimentaux de Berthet et al. [15]
- Influence de la dépendance de l'endommagement à la déformation.

4 Un premier bilan des potentialités du modèle

Dans ce chapitre, nous avons cherché à mettre en évidence les capacités du modèle proposé au chapitre 2 à décrire le comportement du béton sous confinement. Tout d'abord, même si le nombre de paramètres du modèle peut paraître un peu élevé, il ressort que leur identification est relativement aisée et repose sur des essais classiques. Des résultats d'un essai de traction et compression uniaxiale sous sollicitations cycliques sur le béton sont nécessaires pour identifier les paramètres du modèle qui pilotent l'évolution de l'endommagement et la loi d'écrouissage. Deux essais triaxiaux en compression l'un avec faible confinement, l'autre avec fort confinement, permettent de caler les paramètres plastiques associés à la surface de charge et les paramètres liés au confinement.

L'identification peut être aussi guidée par les résultats des études de sensibilité présentées dans ce chapitre. En l'absence de résultats expérimentaux, on pourra en particulier adopter les valeurs des paramètres identifiées pour les différentes applications qui correspondent à des classes de bétons standards dont la résistance en compression varie entre 20 – 50 MPa.

Les premières illustrations menées sur des éprouvettes non confinées montrent que le modèle est apte à reproduire de façon satisfaisante l'enveloppe des courbes réponses

contrainte déformation, la dégradation de la rigidité au cours des cycles de chargement et l'apparition des déformations irréversibles. Les simulations du comportement d'éprouvettes confinées par une pression latérale imposée uniforme mettent en évidence la capacité du modèle à décrire les mécanismes liés à un confinement actif et notamment le comportement adoucissant et sa dépendance à l'intensité du confinement.

La large gamme de simulations par éléments finis d'essais expérimentaux sur des éprouvettes confinées par des composites PRF permet, au delà de la validation même du modèle, d'analyser finement les phénomènes induits par un confinement passif. Le comportement des bétons confinés par chemisage composite est quasi-bilinéaire, il dépend de la nature des fibres du composite utilisé au travers de leur rigidité et de façon très influente du nombre de plis mis en oeuvre. Le modèle permet de prédire avec une bonne précision la résistance ultime du béton et donne une appréciation de la déformation ultime correcte au regard des attentes en ingénierie. A travers la forme de son potentiel d'écoulement, le modèle permet l'évaluation de la déformation volumique plastique du béton indépendamment du confinement. En conséquence, il est possible de suivre précisément au cours du chargement les phases de comportements dilatants et compactants du béton confiné passivement. Les confrontations présentées à un autre modèle implanté dans le code Abaqus ont mis en évidence en particulier ces aspects. Les simulations menées avec notre modèle apparaissent également intéressantes dans le cas d'éprouvettes de section non circulaire. L'analyse de la répartition des contraintes locales dans la section apporte alors une compréhension fine du mécanisme de confinement et de son optimisation possible. Enfin, nous avons examiné une variante du modèle qui consiste à faire dépendre les lois d'endommagement de la déformation totale, plutôt que de la déformation plastique. Les résultats fournis par les deux variantes du modèle sont globalement très proches sur certaines applications et complémentaires sur d'autres. Par la suite, nous privilégierons la seconde variante qui a été enrichie par la méthode de régularisation par l'énergie de fissuration qui rend la méthode plus robuste dans certaines applications avancées et dont l'implémentation est par ailleurs plus aisée.

En conclusion de ces premières illustrations, l'approche retenue dans ce travail de développer un modèle tridimensionnel de comportement du béton apte à décrire le phénomène de confinement, indépendamment du composite et de son confinement, apparaît pertinente. Notre approche intrinsèque se distingue des modèles développés pour caractériser le comportement de bétons confinés qui ajustent notamment le paramètre caractéristique de la dilatance du béton en fonction de la nature du composite. Ces derniers modèles sont dédiés à une application précise, et en particulier limités nécessairement à des sections données de structures sur lesquelles le modèle a été identifié.

Au contraire, la modélisation proposée peut être aisément exploitée pour aider au dimensionnement des chemisages et à leur optimisation, en jouant sur le nombre de plis du composite, la nature des fibres en fonction du béton utilisé, du chargement ou encore de la géométrie des sections chemisées. La dépendance des lois d'écrouissage et d'évolutions de l'endommagement en fonction de la pression enrichit significativement le modèle en permettant de rendre en compte de la transition de comportement de fragile vers ductile lorsque le confinement augmente. Les applications montrent que le modèle est globalement prédictif du comportement de bétons confinés, même s'il reste dans certaines situations perfectible. La nécessité de disposer d'une modélisation qui reste simple de mise en oeuvre et dont les paramètres sont identifiables aisément, nous conduit à l'adopter malgré les limites identifiées.

Sur la base de ces résultats dans l'ensemble prometteurs, nous nous proposons d'exploiter au chapitre suivant les potentialités du modèle dans des calculs de structures plus avancés intégrant notamment des armatures d'acier dans le béton et des chargements plus complexes.

Applications à des calculs de structures en béton armé confinées par des composites

Les travaux expérimentaux consacrés à l'étude du comportement de béton confiné par des composites PRF sont nombreux comme l'a montré la revue bibliographique du chapitre 1. Les modèles de comportement tridimensionnels proposés dans la littérature pour le béton confiné sont souvent validés à l'aide de ces travaux menés sur des éprouvettes de petite taille. Cependant, la validation des modèles sur ces essais n'est pas suffisante pour évaluer leur capacité à modéliser le comportement du béton lors de trajets de chargement complexe qui surviennent dans le cas des structures réelles en béton armé.

Ce dernier chapitre présente deux applications du modèle de comportement élasto-plastique endommageable proposé portant sur des calculs de structures en béton armé de taille représentative, non confinées et confinées. La première application s'appuie sur une campagne expérimentale menée en 2011 par l'Institut Français des Sciences et Technologies, des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux (IFSTTAR site de Paris) sur plusieurs poteaux en béton armé non confinés et renforcés par des tissus composites et sollicités sous chargement cyclique. La seconde application illustre des travaux expérimentaux menés en 2006 sur des poteaux de taille réelle en béton armé confinés par un composite et sollicités en compression.

Le chapitre 4 débute tout d'abord par la présentation de quelques éléments de la campagne expérimentale menée par l'IFSTTAR retenus pour nos simulations. Les caractéristiques géométriques et matérielles des corps d'épreuve sélectionnés sont décrites, ainsi que les sollicitations et les principaux résultats des essais sélectionnés sont présentés. Les simulations de ces essais sont ensuite décrites en détaillant tout d'abord la discrétisation par éléments finis des poteaux en béton armé. Les résultats des simulations menées avec le modèle de comportement du béton sont analysés et confrontés aux essais sur des poteaux non renforcés, et renforcés par des composites, ainsi qu'à d'autres modélisations. La section suivante du chapitre est consacrée à la seconde application de la modélisation à des poteaux en compression et suit un plan identique de présentation. Le chapitre se termine par un bilan des réussites de la modélisation et une analyse des difficultés rencontrées.

Sommaire

1	Comportement de poteaux en béton armé sous chargement couplé de compression - cisaillement	139
1.1	Présentation de la campagne expérimentale réalisée à l'IFSTTAR	139
1.2	Simulations numériques des essais	145
2	Application du modèle à un poteau en béton armé sous chargement de compression	159
2.1	Présentation des structures testées	159
2.2	Modélisation par éléments finis	161
2.3	Résultats et analyses	162
3	Conclusion	166

1 Comportement de poteaux en béton armé sous chargement couplé de compression - cisaillement

Pour illustrer notre modélisation sur des calculs de structures avancés, nous nous appuyons tout d'abord sur les résultats d'une campagne expérimentale menée par l'IFSTTAR. Cette campagne porte sur des poteaux en béton armé à échelle réelle non confinés et confinés par des composites PRF. Elle a été réalisée dans le cadre du projet ANR-INPERMISE (INGénierie PERformantielle pour la MIs en SEcurité des ouvrages par matériaux composites) et du doctorat de Sadone [82]. Les essais ont été menés sur la plate-forme d'essais des structures de l'IFSTTAR-Paris.

1.1 Présentation de la campagne expérimentale réalisée à l'IFSTTAR

Le programme expérimental mené par l'IFSTTAR était consacré à l'étude du comportement mécanique de poteaux en béton armé renforcés par des composites PRF soumis à une sollicitation de flexion composée oligocyclique alternée qui est réputée représentative de l'action sismique. L'un des objectifs majeurs de cette campagne expérimentale était de quantifier l'influence du confinement sur le comportement des poteaux en béton armé et plus particulièrement d'étudier l'effet du confinement sur des modes de rupture, la charge latérale ultime et la ductilité des poteaux en béton armé.

Cette section est consacrée à la présentation du protocole d'essais mis en place dans cette campagne et des principaux résultats expérimentaux que nous chercherons par la suite à simuler. Elle s'appuie sur la présentation détaillée qui en est faite par Sadone [82].

1.1.1 Caractéristiques des corps d'épreuve

La campagne expérimentale a porté sur des corps d'épreuve en béton armé à échelle réelle fabriqués à l'IFSTTAR Paris. La partie courante de ces corps d'épreuve, qui représente le poteau, mesure 0,25 m x 0,37 m x 2,5 m. Le massif de semelle en pied de poteau, qui représente l'encastrement poteau/poutre, mesure 1,25 m x 1 m x 1 m. La géométrie de ces corps d'épreuve est présentée sur la figure 4.1.

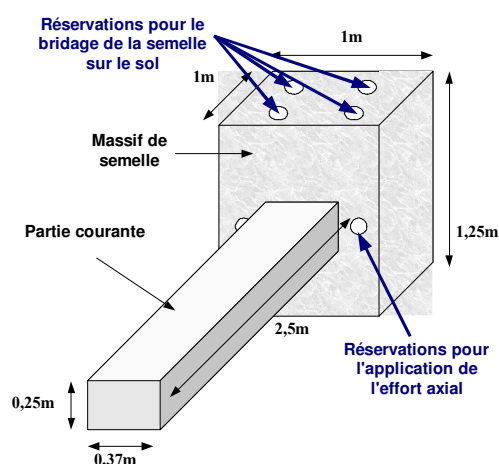


Figure 4.1 — Géométrie des corps d'épreuve testés, Sadone [82].

Le ferrailage des corps d'épreuve a été dimensionné selon les règles minimales du BAEI permettant ainsi aux corps d'épreuve de présenter des caractéristiques proches de celles des anciennes constructions, non soumises à un dimensionnement parasismique. Les plans de ferrailage de ces corps d'épreuve sont présentés sur les figures 4.2 et 4.3. Le taux de ferrailage longitudinal est de 0,5%, soit 6 HA10. Le ferrailage transversal est composé de cadres HA6 espacés de 150 mm. L'espacement entre les cadres a été diminué en tête de poteau afin qu'il résiste à l'effort tranchant induit par l'application de l'effort latéral. Un enrobage de 25 mm a été pris en compte pour la partie courante des poteaux. La semelle est largement ferrillée afin d'éviter sa rupture en tant qu'une partie de corps d'épreuve qui ne représente pas la zone de test. Les caractéristiques du matériau acier des armatures longitudinales et transversales, identifiées lors de la campagne expérimentale, sont présentées à la table 4.1.

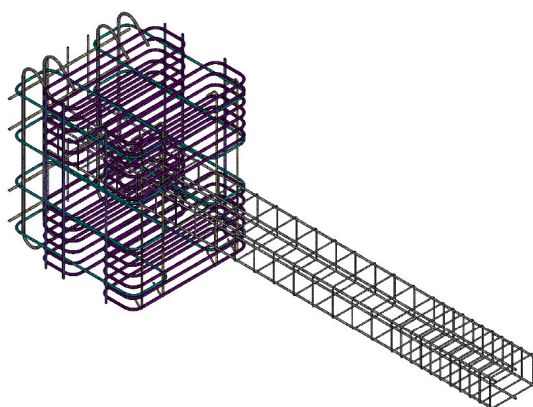


Figure 4.2 — Vue d'ensemble du ferrailage des corps d'épreuve, Sadone [82].

La caractérisation du matériau béton a été menée sur des éprouvettes sollicitées en compression et traction par fendage. Les résultats de ces essais sont rapportés dans la table 4.2. La nomenclature utilisée dans cette table fait référence au béton utilisé pour l'élaboration des poteaux non confinés (PRef1 et PRef2) et des poteaux confinés par composite PRF (PC1 et PC2). Pour s'assurer de la reproductibilité des tests, deux corps d'épreuves sont réalisés pour chacune des configurations de confinement. Les configurations que nous simulerons par la suite sont décrites à la figure 4.4.

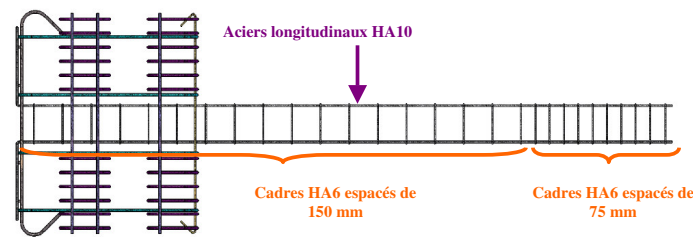


Figure 4.3 — Vue de profil du ferrailage pour les corps d'épreuve, Sadone [82].

Tableau 4.1 — Caractéristiques des barres d'acier, Sadone [82].

Caractéristiques	Barre transversale HA6	Barre longitudinale HA10
Contrainte moyenne à la limite élastique σ_y (MPa)	574	542
Contrainte moyenne à rupture σ_u (MPa)	614	603
Déformation à la limite élastique ε_y	0,0031	0,0028
Déformation à la rupture ε_u	0,0208	0,0373
Module de Young E (GPa)	185	195

Tableau 4.2 — Caractéristiques du béton utilisé pour la fabrication des corps d'épreuve, Sadone [82].

Poteaux	Résistance en compression (MPa)	Résistance en traction (MPa)	Module de Young (GPa)
PRef1	46,2	3,55	27,3
PRef2	47,4	3,49	35,2
PC1	51,5	3,82	29,2
PC2	40,3	3,74	26,2

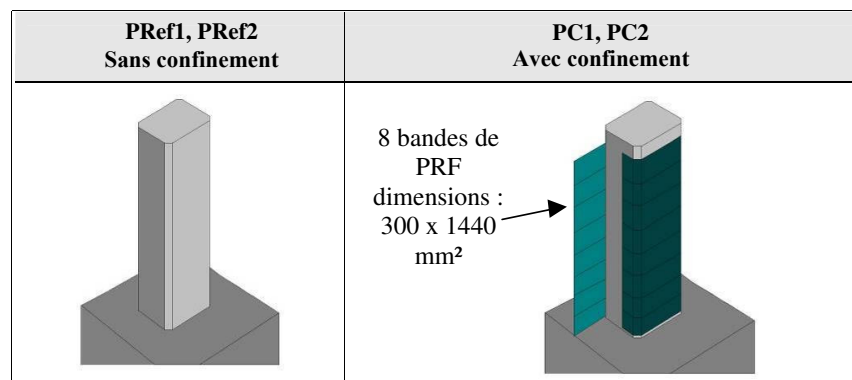


Figure 4.4 — Configurations des renforcements appliqués aux poteaux, Sadone [82].

Le matériau composite utilisé pour confiner les poteaux PC1 et PC2 est un tissu à base de résine polymère renforcé par des fibres de carbone (PRFC). Ce tissu est bidirectionnel contenant 70 % de fibres dans le sens de la chaîne et 30 % de fibres dans le sens de la trame. La direction chaîne a donc une résistance privilégiée. Une fois élaboré, le matériau composite est constitué de 65 % de fibres et de 35 % de résine époxydique. Comme indiqué sur la figure 4.4, le chemisage de ces poteaux est réalisé avec 8 bandes de polymère de 300 mm de largeur. Les caractéristiques du polymère PRFC appliqué sur les corps d'épreuve sont

indiquées dans la table 4.3. Pour des détails sur la mise en oeuvre pratique du chemisage, on pourra consulter la thèse de Sadone [82].

Tableau 4.3 — Caractéristiques du composite polymère renforcé par des fibres de carbone PRFC utilisé pour le chemisage des poteaux, Sadone [82].

Propriétés	Composite PRFC
Module de Young (GPa) (dans le sens de la résistance privilégiée)	105
Déformation à la rupture	0,01
Épaisseur (mm)	0,48
Largeur (mm)	300

1.1.2 Instrumentation

Différents jauges ont été placées sur les aciers longitudinaux et les cadres d'armature dans la zone attendue de formation de la rotule plastique, comme présenté à la figure 4.5. Des jauges externes sont également posées sur la surface extérieure des corps d'épreuve comme présenté à la figure 4.6.

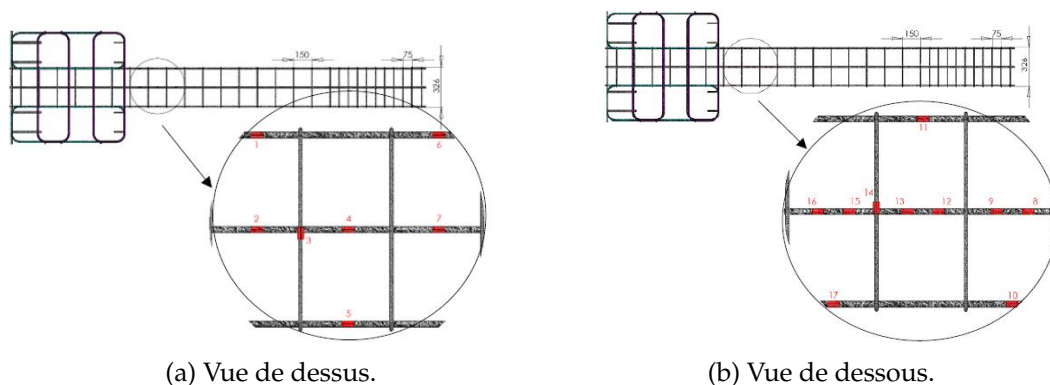


Figure 4.5 — Emplacement des jauges sur les armatures d'acier, Sadone [82].

1.1.3 Sollicitations couplées appliquées aux poteaux

Les poteaux sont sollicités par des efforts couplant un chargement axial et un chargement de flexion alternée. L'effort axial est appliqué en tête des poteaux grâce à des câbles de précontrainte mis en tension par des vérins hydrauliques. Un schéma du montage est présenté à la figure 4.7. La charge appliquée est constante, d'intensité 700 kN, soit environ 20 % de la capacité de la résistance de la section de béton, ce qui est représentatif de la charge permanente induite par la descente de charge sur un poteau.

Par ailleurs, un effort latéral est appliqué en tête de poteaux en cycles alternés d'amplitude constante durant les deux cycles d'une même série, et d'amplitude croissante entre chaque série, de manière à reproduire les effets d'une action sismique. Les poteaux de section rectangulaire sont sollicités selon l'inertie la plus faible. En pratique, cette sollicitation est caractérisée par la valeur de la flèche mesurée en tête du poteau qui est

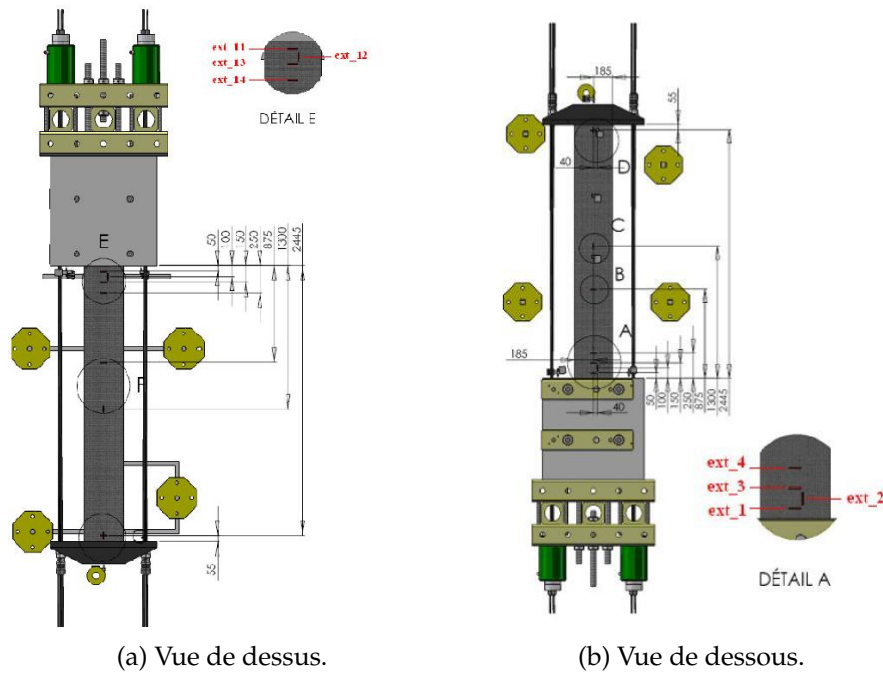


Figure 4.6 — Emplacement des jauges sur les surfaces supérieure et inférieure des corps d'épreuve, Sadone [82].

telle que, durant 2 cycles le niveau de déplacement est identique, puis le déplacement maximum admis pour la série de cycles est progressivement augmenté jusqu'à rupture du corps d'épreuve. Les valeurs du déplacement et donc de l'amplitude des cycles sont présentées sous la forme du ratio flèche/hauteur du corps d'épreuve. Les différents ratio flèche/hauteur retenus sont : 0,25 % (flèche : +/- 5,4 mm) - 0,5 % (flèche : +/- 10,7 mm) - 1 % (flèche : +/- 21,4 mm) - 2 % (flèche : +/- 42,8 mm) - 4 % (flèche : +/- 85,7 mm) - 6 % (flèche : +/- 128,5 mm) - 8 % (flèche : +/- 171,4 mm) - 10 % (flèche : +/- 214,2 mm) - 11 % (flèche : +/- 235,7 mm). L'essai est arrêté lorsque l'effort latéral repris par le poteau devient inférieur à 50 % de l'effort maximal repris au cours de l'essai.

1.1.4 Courbe enveloppe expérimentale force-déplacement

Parmi les nombreux résultats expérimentaux obtenus dans cette étude, nous retenons la courbe enveloppe force latérale - déplacement que nous chercherons à reproduire avec la modélisation. Cette courbe enveloppe revêt en effet une importance particulière pour un dimensionnement parasismique car elle permet de déterminer à la fois la force latérale maximale reprise par le poteau et également la ductilité du poteau lors des chargements cycliques. La courbe enveloppe expérimentale représentant la force latérale reprise par les poteaux non confiné (Pref1) et confiné (PC2) en fonction du déplacement de la tête des poteaux, appelée courbe de capacité, est présentée à la figure 4.8. Il est à noter que les résultats expérimentaux ont montré une reproductibilité satisfaisante des tests, les faibles écarts observés pouvant être expliqués par les différentes résistances en compression du béton utilisé pour chaque corps d'épreuve.

La figure 4.8 montre que le confinement augmente la ductilité significativement. Cependant, le gain en résistance n'apparaît pas important.

On observe par ailleurs une dissymétrie de la courbe enveloppe des corps d'épreuve selon

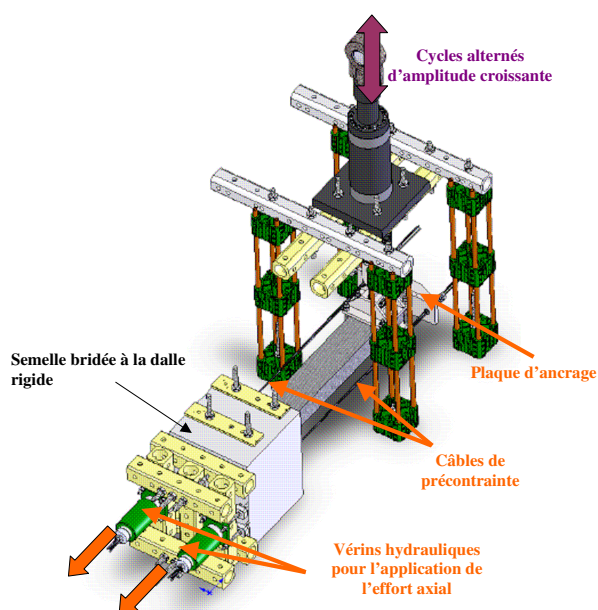


Figure 4.7 — Schéma du montage d'application des efforts, Sadone [82].

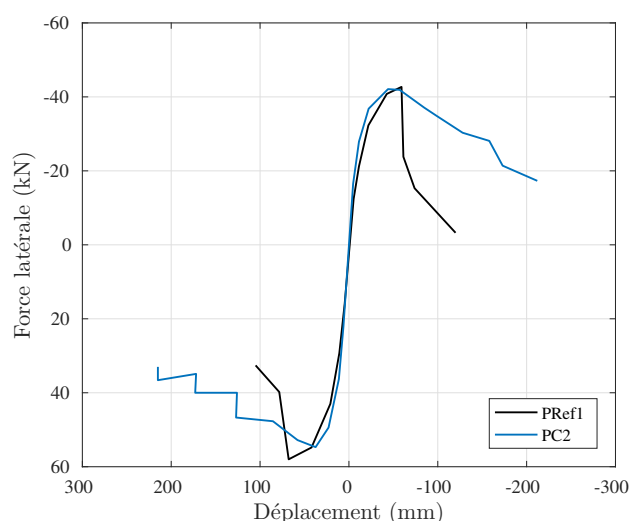


Figure 4.8 — Influence du confinement de poteau sur la courbe enveloppe force latérale - déplacement, résultats expérimentaux de Sadone [82].

les cycles vers le bas et vers le haut conduisant à des efforts négatifs ou positifs. Sadone [82] explique ce phénomène par la gravité d'une part. Le poids propre du poteau comprime initialement la partie basse de sa section pour un effort nul du vérin, il en est de même pour le poids du casque permettant au vérin latéral d'appliquer les cycles. D'autre part, la partie tendue de la section la plus sollicitée du poteau s'endommage en premier lieu et le premier cycle de chaque nouveau niveau de déplacement s'effectue d'abord vers le bas. Les valeurs des maximums des efforts latéraux et déplacements associés enregistrés pour les 4 poteaux sont reportées à la table 4.4.

Les modes d'endommagement et de rupture des poteaux ont été également suivis. Ainsi, des fissures de flexion apparaissent à partir d'un rapport flèche/hauteur de 2 % ($\pm 42,8$ mm de flèche) pour le poteau PRef1 non confiné. À partir du rapport flèche/hauteur de 4 %, le béton d'enrobage s'écrase et les aciers longitudinaux présentent un flambement

Tableau 4.4 — Valeurs expérimentales des efforts latéraux maximums et déplacements associés, Sadone [82].

Corps d'épreuve	Effort latéral maximal	Déplacement associé
PRef1	Cycles vers le haut : 57,2 kN	70 mm
	Cycles vers le bas : -42,7 kN	-58,7 mm
PC2	Cycles vers le haut : 54,7 kN	41 mm
	Cycles vers le bas : -42,7 kN	-42,7 mm

important, comme illustré sur voir la figure 4.9. Pour le poteau confiné, la ruine a lieu par ruptures successives en traction des aciers longitudinaux lors des cycles correspondants à des rapports flèche/hauteur de 6, 8 et 10 %. La plastification des aciers est atteinte lors du 7^e cycle correspondant à un rapport flèche/hauteur de 2 % ($\pm 42,8$ mm de flèche) et pour un effort de 40 kN pour les cycles vers le bas et cela pour tous les corps d'épreuve confiné ou non confiné.



Figure 4.9 — Photo de la jonction poteau/semelle du corps d'épreuve du poteau non confiné PRef1 en fin d'essai, Sadone [82].

1.2 Simulations numériques des essais

Cette section est maintenant consacrée à la simulation des essais précédemment décrits sur les poteaux non renforcés et renforcés par des composites PRF. Le modèle élasto-plastique endommageable développé au chapitre 2 est utilisé pour ces simulations. Cette application complète les illustrations du chapitre 3 en permettant d'évaluer et d'analyser également les performances du modèle sur des applications tridimensionnelles et des trajets de chargement plus complexes. Nous débutons cette illustration du modèle par la description de la discrétisation adoptée pour les structures par éléments finis.

1.2.1 Discrétisation par éléments finis des poteaux

Les spécificités géométriques des corps d'épreuve, matérielles et de chargement nous permettent de restreindre la discrétisation à une moitié de poteau selon une coupe longitudinale, comme présenté sur la figure 4.10 (a). Les conditions aux limites et de symétries

sont présentées à la figure 4.10 (b). Le déplacement à la base du poteau est nul, de façon à traduire l'encastrement induit par la semelle du massif.

Les calculs de structures sont menés en appliquant un chargement monotone en suivant une analyse "push-over" ou "poussée progressive". Cette analyse consiste à appliquer à la structure un chargement latéral croissant couplé aux charges axiales constantes en augmentant l'intensité des charges latérales jusqu'à ce que les modes de ruine commencent à apparaître dans la structure. L'analyse non linéaire est ici menée par un contrôle en déplacements. Le chargement est imposé sur les nœuds de la surface supérieure du poteau à travers des déplacements transversaux uniformes appliqués. Le poids propre de la structure est pris en compte dans les simulations.

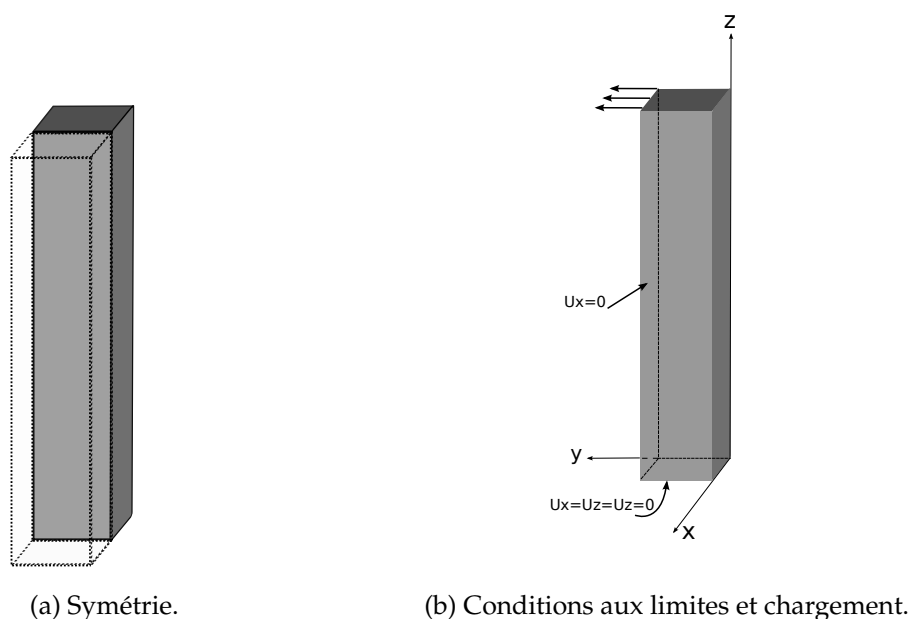


Figure 4.10 — Schématisation de la géométrie et du chargement des poteaux adoptée pour les simulations.

Le choix des éléments finis s'avère important pour ces simulations sous sollicitations de flexion susceptibles de générer des blocages numériques en cisaillement dans les éléments à interpolation linéaire. Nous avons retenu des éléments avec l'intégration réduite qui permettent de contrôler ces problèmes de blocage, plutôt que des éléments avec intégration complète qui induisent une rigidité parasite. En conséquence, le noyau de béton est discrétisé par des éléments solides hexaèdre à 8 nœuds et à l'interpolation linéaire avec des intégrations réduites (élément C3D8R de Abaqus). Ces éléments sont plus efficaces en terme de coûts des calculs par rapport des éléments à interpolation quadratique. Cependant, ce type d'élément peut conduire à des modes de déformation à énergie nulle, appelés modes dits de Hourglass qu'il convient d'éliminer, Belytschko et al. [196]. En pratique, nous avons eu recours à la méthode de contrôle Hourglass par raideur proposée dans Abaqus (stiffness) et nous avons discrétisé par plus de 4 éléments la section des poteaux dans les régions en flexion.

Le composite PRF est discrétisé par des éléments coques standard à quatre nœuds (S4). Un contact parfait entre les éléments de béton et du composite est assuré.

Les armatures d'acier longitudinales et transversales sont maillées avec des éléments barres tridimensionnelles à 2 nœuds et trois degrés de liberté par nœuds (T3D2). L'inter-

action entre les éléments d'acier et ceux du béton est assurée par la technique Embedded Elements proposée dans Abaqus qui permet d'assurer un contact parfait entre les deux matériaux.

Les maillages des poteaux sont présentés aux figure 4.11 (a) pour le poteau non confiné et figure 4.11 (b) pour le poteau confiné avec la visualisation des armatures figure 4.11 (c). Pour reproduire la rectification des angles de la section qui a été effectuée dans la préparation des corps d'épreuves des poteaux confinés, le maillage du poteau confiné (figure 4.11 (b)) intègre un rayon de congé de 20 mm aux angles des sections. Différentes tailles de maillages ont été testées comme nous le présenterons plus loin. L'étude de convergence nous a conduit à retenir un maillage comportant 2441 éléments et 3266 nœuds.

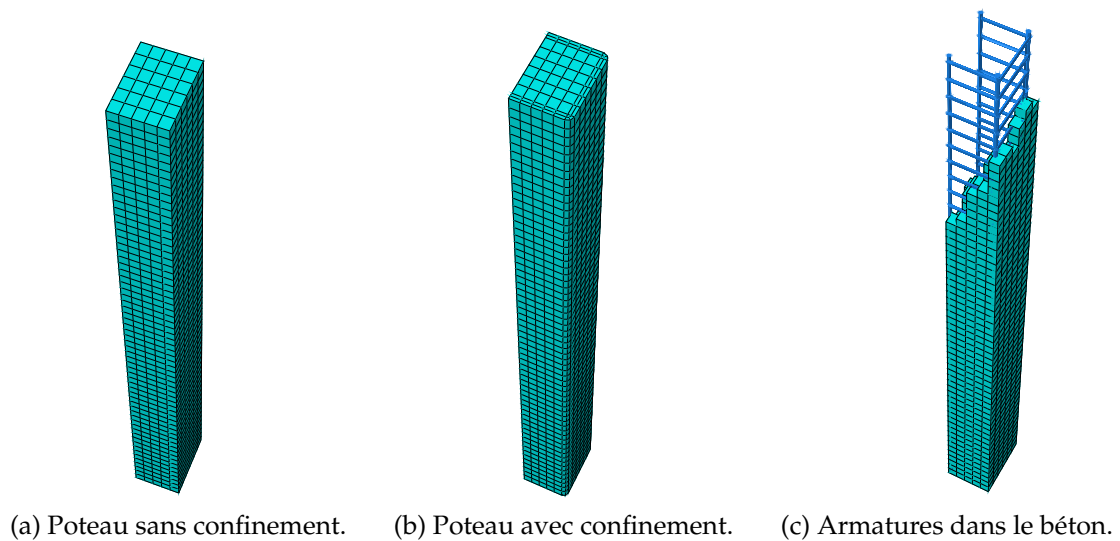


Figure 4.11 — Maillages des différents éléments du poteau.

Le comportement des éléments du béton est simulé par la loi élasto-plastique endommageable dans la variante 2 présentée au chapitre 2 en exploitant la subroutine UMAT réalisée. Les paramètres élastique et plastique de la loi de comportement utilisés pour les simulations sont donnés à la table 4.5. Ces valeurs sont issues des identifications présentées au chapitre 3 pour des bétons avec des résistances en compression entre 40–50 MPa. Les paramètres d'endommagement sont présentés à la Table 4.6. Dans cette table la valeur de A_t est obtenue à l'aide des formules 3.9, 3.10 et 3.11 présentées dans le chapitre 3 avec largeur caractéristique $h = 40$ mm.

Tableau 4.5 — Paramètres élastiques et plastiques du modèle utilisés pour la simulation des essais de l'IFSTTAR.

Élasticité			Plasticité							
E (GPa)	ν	c_1	c_2	c_3	B	α_0^p	η_c	a_1	f_c (MPa)	f_c (MPa)
27,3	0,2	0,54	0,18	0,1	$7,10^{-5}$	0,7	1,13	2,6	46,2 (PRef2)	40,3 (PC2)

Un comportement élasto-plastique bilinéaire à écrouissage isotrope schématisé à la figure 4.12 est adopté pour les armatures d'acier en s'appuyant sur les résultats expérimentaux

Tableau 4.6 — Paramètres d'endommagement du modèle.

Endommagement		
A_c	A_t	a_2
66	1160	2,1

obtenus lors de la campagne expérimentale. Les valeurs des paramètres adoptées pour les simulations sont issues des données expérimentales présentées précédemment à la table 4.1.

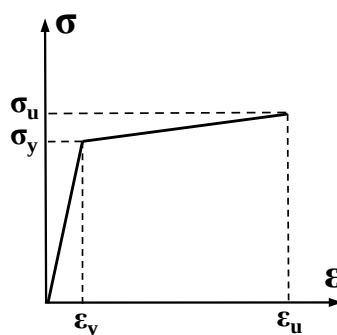


Figure 4.12 — Loi de comportement élasto-plastique bilinéaire à écrouissage isotrope adoptée pour l'acier.

Enfin, le comportement du tissu composite PRF est considéré élastique linéaire, isotrope transverse. Comme indiqué précédemment, le composite utilisé est un tissu bidirectionnel avec un renforcement privilégié dans le sens de la chaîne. Les caractéristiques utilisées pour les simulations sont données à la table 4.7. La valeur du module de Young du tissu dans la direction trame E_x est fournie par la notice technique technique Foreva-TFC 3/07-540 [197]. Le module de Young dans la direction chaîne E_y a été mesuré expérimentalement. Le module de cisaillement et le coefficient de Poisson ont été estimés à l'aide des formules d'homogénéisation simplifiées données au chapitre 1. Il est à noter que la loi des mélanges conduit à une valeur du module de Young dans le sens de la trame de $E_x = 108230$ MPa très proche de la valeur expérimentale.

Tableau 4.7 — Caractéristiques élastiques du tissu composite TFC.

E_x (MPa)	E_y (MPa)	G_{xy} (MPa)	ν_{xy}
105000	37000	4315	0,05

La résolution de ce problème non linéaire de structure se fait selon un processus itératif et incrémental comme décrit au chapitre 2 dans la section consacrée à la mise en oeuvre numérique. À chaque pas de chargement, nous avons utilisé pour cette simulation la méthode de résolution BFGS qui tient son nom des mathématiciens qu'ils l'ont proposée Broyden, Fletcher, Goldfarb et Shanno et qui a été utilisée avec succès dans des calculs de structures en béton armé, Bathe [198]. Plutôt que d'utiliser la méthode de Newton-Raphson qui devient très coûteuse par le calcul de la raideur tangente de la structure,

cette méthode actualise la raideur sécante lors des itérations en exploitant une formule d'approximation du Hessien, ce qui permet d'augmenter de façon remarquable la vitesse de convergence.

Avant de présenter les résultats des simulations, nous consacrons un paragraphe à une difficulté numérique rencontrée au cours de ces simulations et à la solution mise en oeuvre pour y remédier.

1.2.2 Difficulté de convergence numérique rencontrée

Un problème de convergence est apparu lors des simulations réalisées sur le poteau en béton armé en utilisant la seconde variante de la loi de comportement du béton. Ce problème s'est manifesté lors de la phase de prédiction élastique en certains points d'intégration. Ces points d'intégration correspondent à une situation où la pression moyenne p est positive. Lors de la phase de prédiction élastique, il est possible que la pression moyenne p soit supérieure au produit $c_3 f_c$, où c_3 est le paramètre de la surface de charge qui définit la surface dans la zone ($p > 0$) et f_c la résistance à la compression du béton. Cette situation est illustrée schématiquement à la figure 4.13.

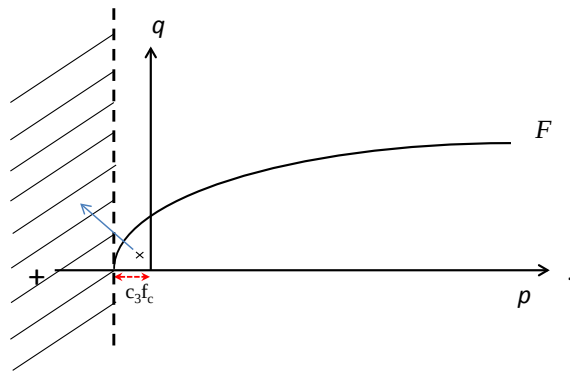


Figure 4.13 — Représentation de la zone de divergence dans le plan méridien (p, q) .

Nous rappelons que pour cette seconde variante du modèle, l'expression du multiplicateur plastique s'écrit sous la forme suivante (Chapitre 3 section 3.3) :

$$\Delta\lambda = \frac{F_{n+1}^{(i)}}{\underline{\gamma}_{n+1}^{(i)} : \underline{\underline{C}}_{n+1}^{(i)} : \underline{r}_{n+1}^{(i)} - \xi_{p_{n+1}}^{(i)} M_{\gamma_{n+1}}^{(i)}}. \quad (4.1)$$

Les expressions des différents termes sont développées en Annexe 1. L'analyse des signes pris par ces termes montre que les gradients de fonction de charge et du potentiel d'écoulement calculés pour une prédiction élastique telle que ($p > c_3 f_c$) conduisent à des valeurs non admissibles du multiplicateur. De sorte que l'algorithme itératif local du modèle est amené à diverger en ces points.

Pour contourner cette difficulté numérique, nous avons choisi de remplacer le terme $(c_3 - p/f_c)$ par sa valeur absolue dans les expressions des gradients de fonction de charge et du potentiel d'écoulement. Ces expressions sont détaillées en Annexe 1. De cette façon, le multiplicateur plastique reste bien toujours positif. Cette introduction de la valeur absolue fausse naturellement le calcul de la déformation plastique aux points

de Gauss considérés lors des itérations. Cependant, on peut noter qu'en ces points où ($p > 0$), le matériau est sûrement en traction. Or en traction, le rôle de la plasticité est négligeable devant celui de l'endommagement qui est dominant. De sorte que la technique utilisée pour forcer la convergence du modèle apparaît acceptable. Par la suite, nous aurons recours à chaque fois que nécessaire à cette technique pour les simulations des poteaux non-confinés et confinés.

Les paragraphes suivants sont consacrés à la présentation et l'analyse des simulations des essais menés par l'IFSTTAR en examinant successivement les poteaux non confinés, puis les poteaux confinés par composites.

1.2.3 Comportement du poteau en béton armé non confiné

Nous nous intéressons à reproduire le comportement de certains poteaux non confinés testés par l'IFSTTAR au cours des cycles correspondant à des efforts négatifs (cycles qualifiés de cycles vers le bas) dans la mesure où le comportement présente dans ce cas une résistance plus défavorable. Nous rappelons que la simulation est menée en suivant une analyse de type push over. La figure 4.14 présente une analyse de convergence des résultats vis à vis de la taille des éléments finis. Les courbes enveloppe force-déplacement pour un poteau non confiné (PRef1) obtenues par simulations y sont données pour 3 maillages : maillage 1 comportant 1055 éléments, 1438 nœuds correspondant à une taille d'éléments de 60 mm, maillage 2 comportant 2441 éléments, 3266 nœuds et une taille d'éléments de 40 mm et un maillage 3 nettement plus raffiné comportant 15723 éléments, 18765 nœuds correspondant à une taille d'éléments de 20 mm. Le second maillage offre un compromis intéressant entre la précision et le temps de calcul. Il sera retenu pour mener les simulations par la suite.

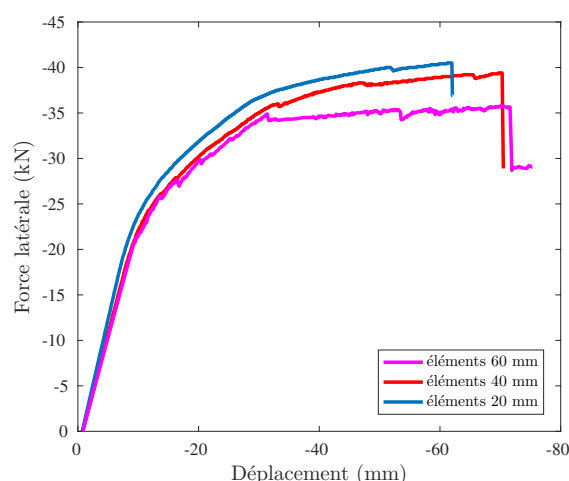


Figure 4.14 — Analyse de convergence numérique sur les courbes force-déplacement pour le poteau non confiné (Pref2).

La figure 4.15 confronte la courbe réponse force - déplacement obtenue par les simulations à la courbe expérimentale 4.8 présentée précédemment à la section 1.1.4. La modélisation reproduit de manière satisfaisante les résultats des essais expérimentaux, mais ne parvient pas à simuler la ductilité observée dans les résultats expérimentaux. La force latérale maximale reprise par le poteau apparaît correctement simulée comme le montre également les valeurs présentées à la table 4.8.

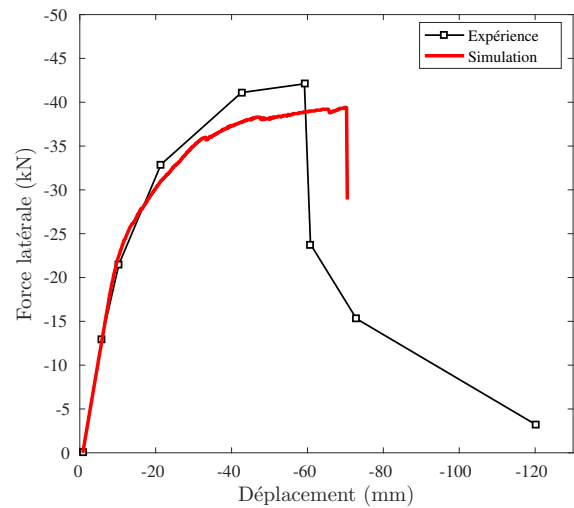


Figure 4.15 — Confrontation de la simulation numérique et de l’essai sur la courbe force-déplacement pour le poteau non confiné (Pref2).

Tableau 4.8 — Efforts latéraux maximaux et déplacements correspondants, confrontation des résultats de simulation et expérimentaux.

Poteau Pref1	Effort latéral maximal	Déplacement associé
Essai	- 42,7 kN	- 58,7 mm
Simulation	- 39,4 kN	- 70,3 mm

Ce poteau non confiné également a été simulé par Nguyen [199] à l’aide du modèle endommagement plasticité RICRAG proposé et implémenté sous CAST3M par Richard et al. [200]. Les résultats de cette modélisation sont illustrés à la figure 4.16. On observe que les résultats sont globalement similaires à ceux que nous avons obtenus dans la reproduction de la courbe expérimentale. Il est intéressant de noter que Nguyen [199] indique ne pas avoir pu modéliser le poteau confiné du fait de la complexité de prise en compte de l’effet de confinement à travers les paramètres de la loi de comportement du modèle RICRAG.

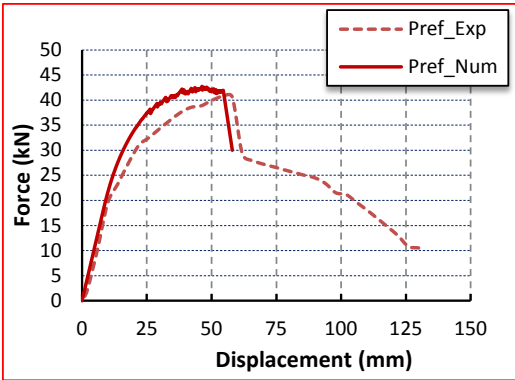
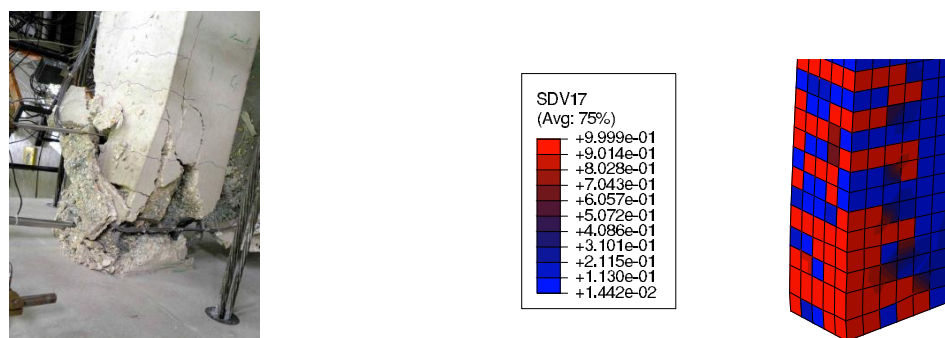


Figure 4.16 — Simulation du comportement du poteau non confiné (Pref2) menée par Nguyen à l’aide de modèle RICRAG, Nguyen [199].

Les calculs par éléments finis permettent d’analyser les champs locaux d’endommage-

ment et de contraintes. Le champ d'endommagement prédit par la simulation est ainsi présenté à la figure 4.18 pour deux finesses de maillages avec un zoom sur la zone de jonction semelle/ poteau. Les simulations reproduisent bien le mode d'endommagement du poteau en flexion par un réseau de fissurations horizontales en pied de poteau observé expérimentalement comme présenté précédemment à la figure 4.9. Le raffinement du maillage conduit à une localisation de l'endommagement dans des bandes de largeur de plus en plus petites. La figure 4.17 se focalise sur la plus endommagée à la jonction poteau-semelle en mettant en regard une photo du pied de poteau PRef1 en fin d'essai avec les isovaleurs du champ d'endommagement.



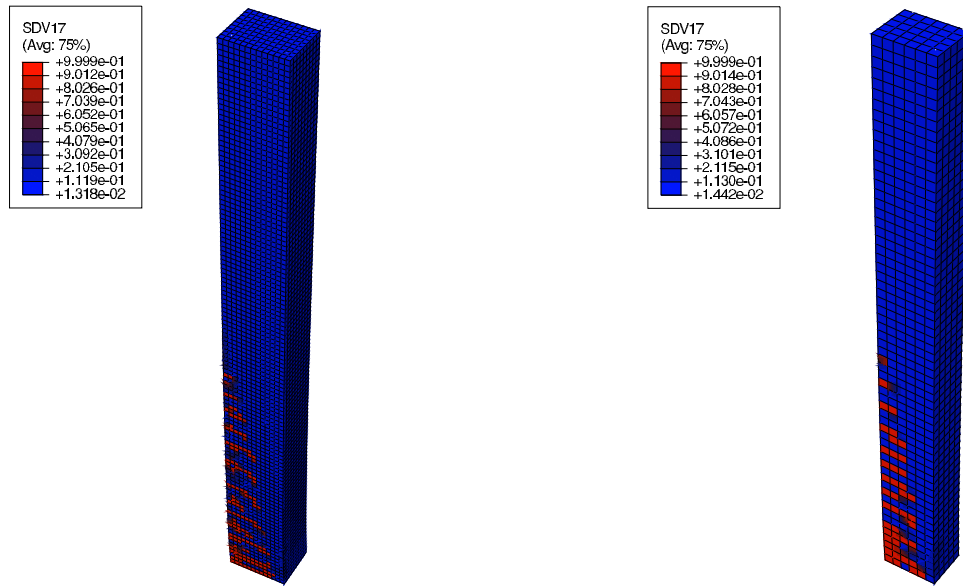
(a) Photo de la jonction poteau/semelle en fin d'essai.

(b) Isovaleurs de l'endommagement.

Figure 4.17 — Confrontation de l'état d'endommagement à la jonction poteau/semelle du poteau PRef1 en fin d'essai.

La distribution des contraintes axiales dans le poteau est illustrée en fin de simulation à la figure 4.19 (a). On y observe des zones en compression et en traction en particulier en pied de poteau comme attendu. En pied de poteau, la section est majoritairement en traction. La figure 4.19 (b) permet ainsi de visualiser la plastification des armatures longitudinales aux pieds du poteau comme attendu. Les résultats expérimentaux indiquent la plastification des aciers longitudinaux autour d'un déplacement de 42 mm, la simulation prédit de façon correcte la première plastification pour un déplacement de 32 mm.

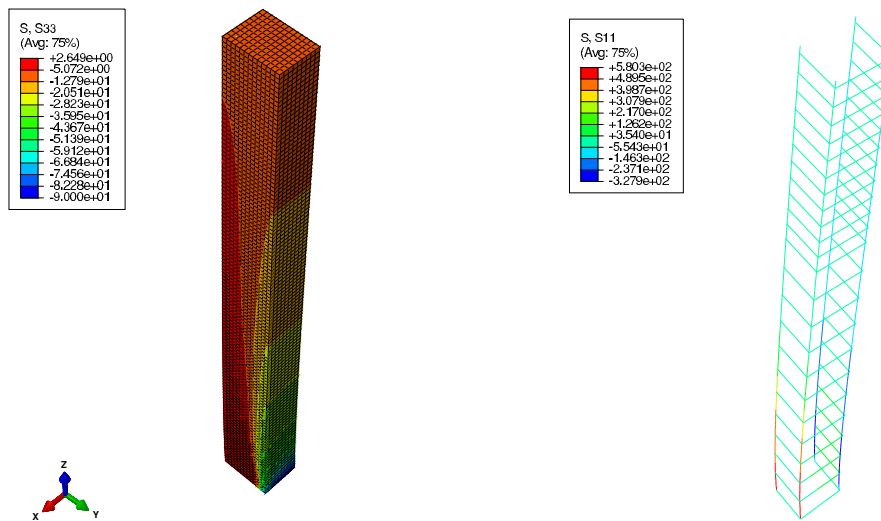
Les simulations sont confrontées aux déformations mesurées à travers les figures 4.20 et 4.21 (a) associées aux différents positionnements des jauges précédemment présentés à la figure 4.5. La figure 4.20 (a) présente ainsi l'effort latéral repris par le poteau en fonction des déformations longitudinales des armatures mesurées par des jauges internes dans la partie du poteau en traction. Les simulations reproduisent globalement bien les allures des courbes expérimentales. Le comportement linéaire et le début de la non linéarité jusqu'à environ la charge de 25 kN est bien traduit. Mais au delà, l'endommagement devient dominant dans la partie en traction et les déformations se localisent dans cette zone endommagée. L'adhérence supposée parfaite dans les simulations entre l'acier et béton conduit à une augmentation rapide des déformations dans l'acier qui sur-estiment les mesures expérimentales. On notera plus positivement que la simulation conduit à une bonne prédiction de la plastification de l'acier longitudinal. La figure 4.20 (b) présente de façon analogue l'effort latéral repris par le poteau en fonction des déformations longitudinales des armatures cette fois dans la partie en compression. Là encore, les simulations sont en bon accord global avec les allures des courbes expérimentales, avec néanmoins selon les jauges des sur-estimations et sous-estimations des déformations axiales. Les allures des déformations dans le cadre d'acier obtenues par les simulations reproduisent globalement les mesures expérimentales au moins pour celles mesurées par la jauge 3



(a) Maillage réalisé avec des éléments de 20 mm.

(b) Maillage réalisé avec des éléments de 40 mm.

Figure 4.18 — Isovaleurs du champ d'endommagement sur deux finesses de maillage du poteau non confiné PRef1.



(a) Contraintes axiales dans le béton.

(b) Plastification des armatures longitudinales.

Figure 4.19 — Isovaleurs de contraintes dans le béton et les armatures du poteau non confiné PRef1.

comme on peut l'observer sur la figure 4.21 (a).

Enfin, le déplacement le long du poteau correspondant à une flèche de 60 mm en tête de poteau est tracé à la figure 4.21 (b). On constate un bon accord entre la simulation et les résultats expérimentaux.

1.2.4 Comportement du poteau en béton armé confiné par des composites PRF

Les simulations sont maintenant menées sur le poteau confiné par un tissu composite PC2. La figure 4.22 confronte tout d'abord les courbes de capacité numérique et expérimentale. Il apparaît que la simulation ne reproduit pas le comportement observé

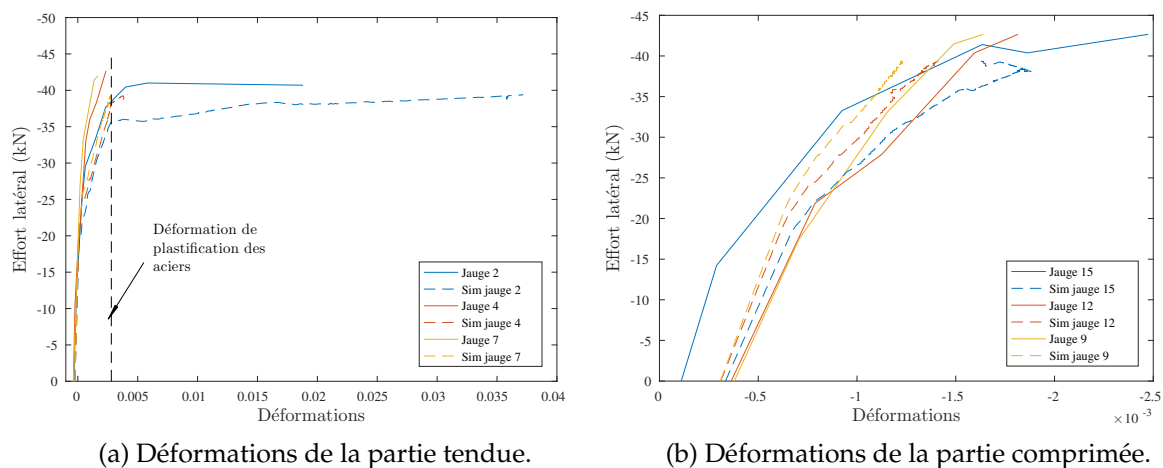


Figure 4.20 — Confrontation des essais et des simulations sur la courbe enveloppe des déformations mesurées par les jauges internes sur les parties tendue et comprimée.

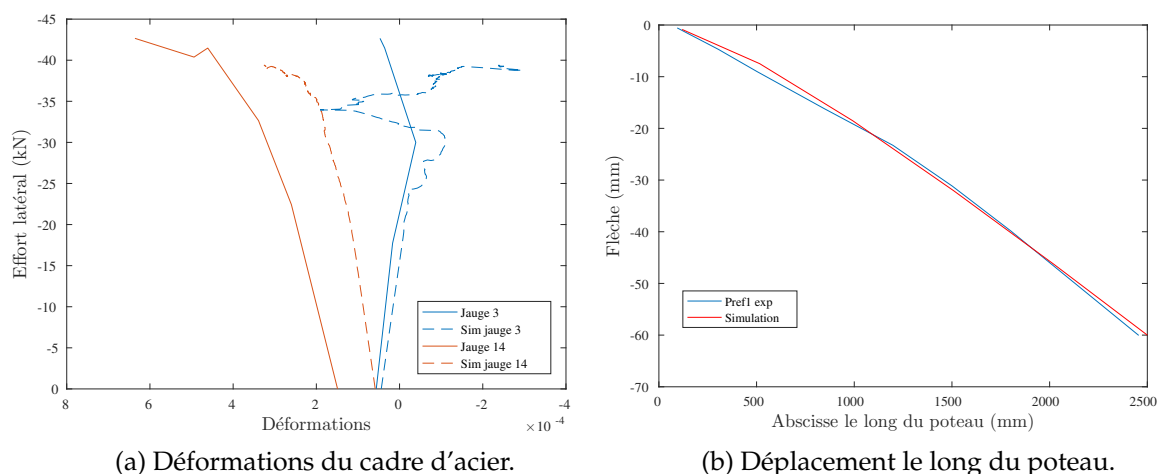


Figure 4.21 — Confrontation des simulations et courbes expérimentales : (a) Courbe enveloppe des déformations mesurées sur les cadres d'acier. (b) Profils du déplacement le long du poteau pour une flèche en tête de poteau de 60 mm.

expérimentalement dans la phase post-pic. La force latérale maximale pour les cycles vers le bas est sur-estimée par ailleurs comme l'indique la table 4.9. Elle serait en revanche prédictive des résultats expérimentaux pour les cycles vers le haut si on la rapproche de la valeur expérimentale présentée à la table 4.4.

Tableau 4.9 — Efforts latéraux maximaux et déplacements correspondants, confrontation des résultats de simulation et expérimentaux pour le poteau confiné.

Poteau PC2	Effort latéral maximal	Déplacement associé
Essai	-42,8 kN	-42,7 mm
Simulation	-54,7 kN	-138,6 mm

La plastification des aciers longitudinaux en pied de poteau est illustrée sur la figure 4.23 (a). Elle se produit numériquement pour un déplacement de 37 mm, ce qui fournit une

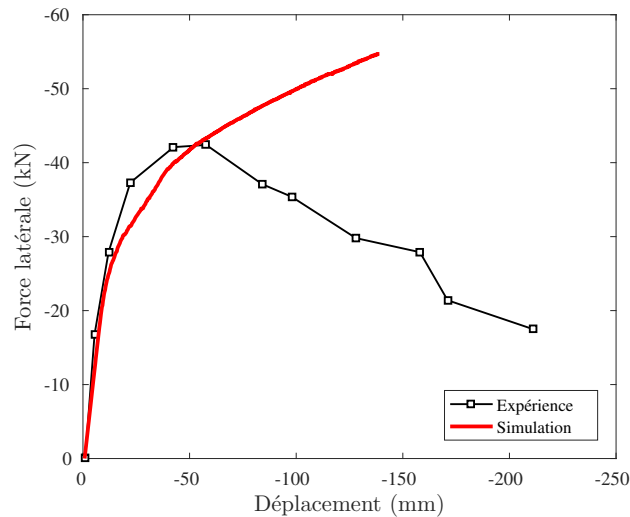


Figure 4.22 — Confrontation des courbes force-déplacement pour le poteau confiné (PC2)

bonne estimation des observations expérimentales qui indiquaient un début de plastification pour un déplacement de 42 mm identique à celui du poteau non confiné, Sadone [82]. La figure 4.23 (b) présente la distribution de la contrainte axiale dans le poteau confiné en fin de simulation qui fait apparaître une partie du poteau en traction, appelée partie tendue et une partie en compression, qualifiée de partie comprimée. Aux pieds du poteau, la section est essentiellement en traction.

La figure 4.24 confronte le champ d'endommagement dans le cas du poteau non confiné (a) et confiné (b) pour un déplacement en tête du poteau égal à 60 mm. La propagation de l'endommagement apparaît plus importante dans le cas de poteau confiné.

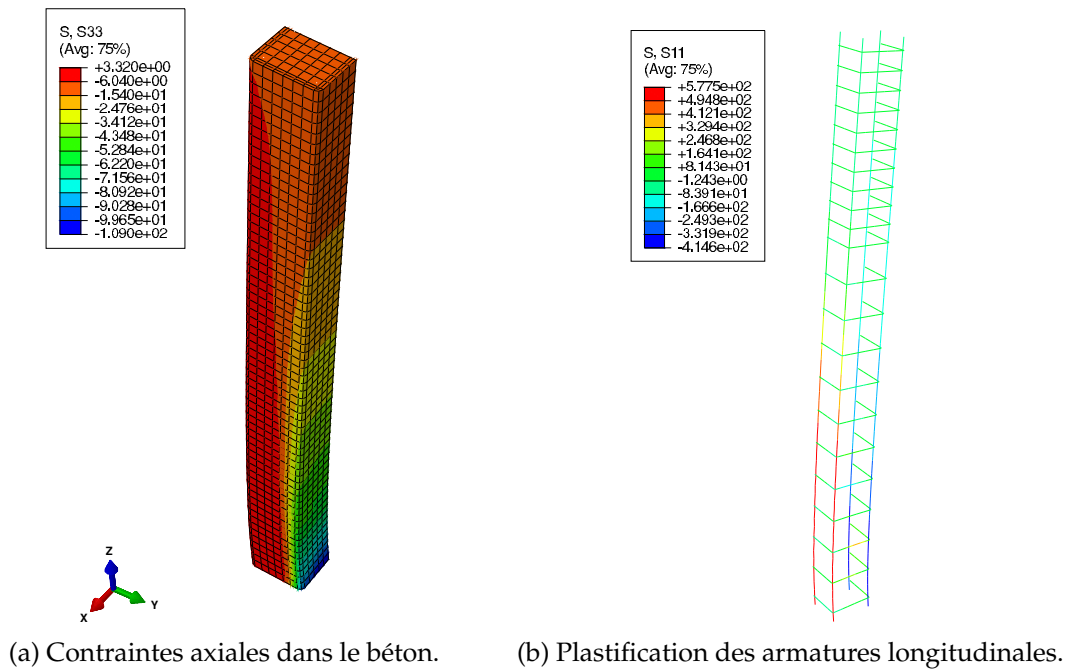


Figure 4.23 — Isovaleurs de contraintes dans le béton et les armatures du poteau confiné PC2.

La figure 4.25 (a) présente la flèche en tête de poteau en fonction de la déformation axiale dans les aciers longitudinaux dans la partie tendue (courbes bleues) et comprimée du

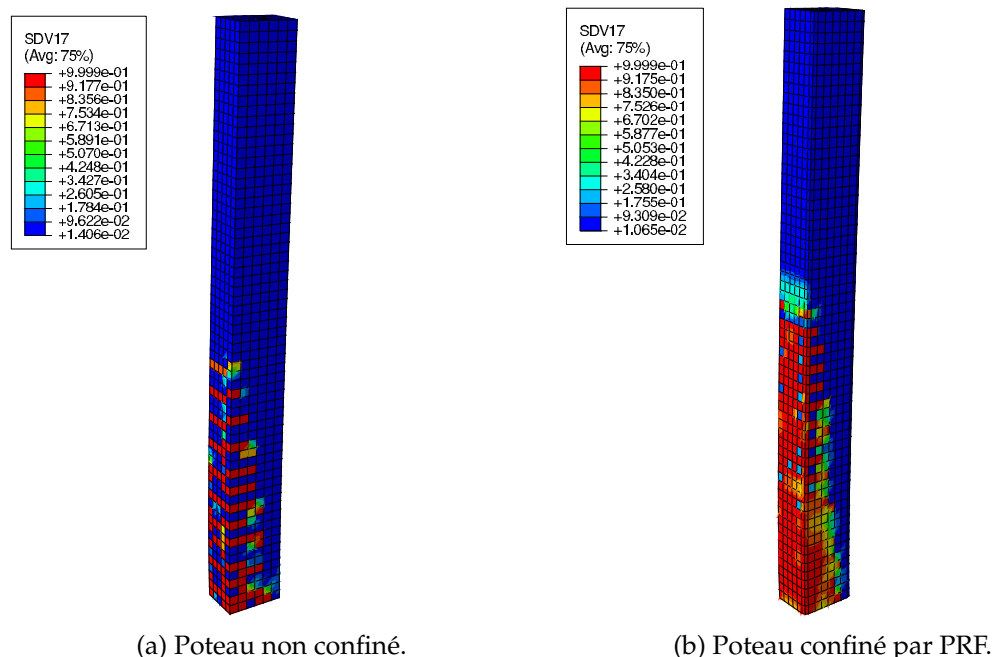


Figure 4.24 — Isovaleurs du champ d'endommagement correspondant à un déplacement de 60 mm de la tête du poteau non confiné (a) et confiné (b).

poteau (courbes rouges). Dans la partie tendue, la simulation sur-estime les déformations dans les aciers. Cela peut être attribué au fait que lorsque l'endommagement se localise dans la zone tendue, la déformation du béton augmente rapidement et significativement. Et la déformation de l'acier suit la déformation du béton du fait de l'adhérence parfaite entre l'acier et béton supposée dans les simulations.

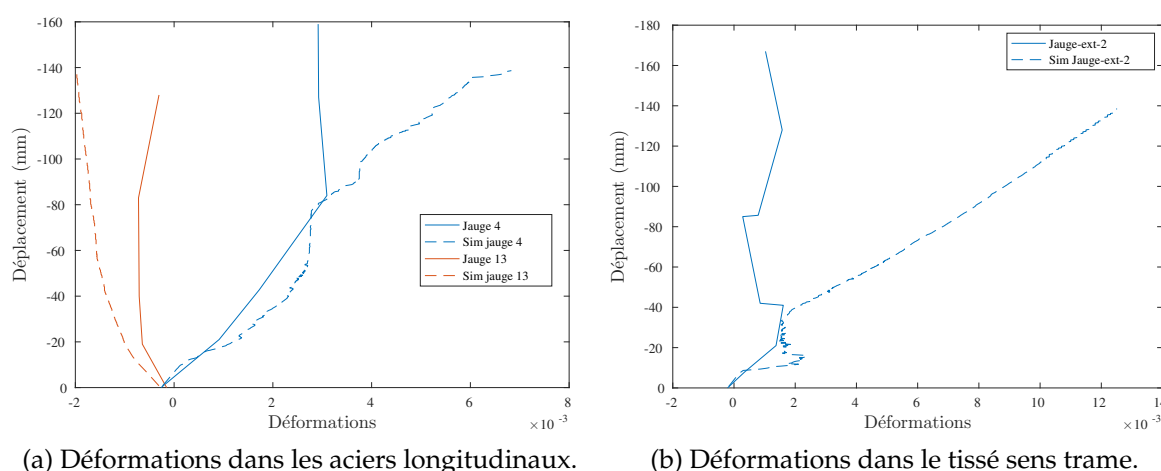


Figure 4.25 — Confrontation des simulations aux courbes flèches en tête de poteau - déformations axiales mesurées sur les aciers longitudinaux (a) sur le tissu dans le sens trame (b).

La figure 4.25 (b) confronte la simulation et la courbe enveloppe des déformations mesurées dans le sens de la trame du tissu composite PRF dans la partie tendue du poteau. Le positionnement des jauges sur le composite a été présenté à la figure 4.6. Là encore, la simulation sur-estime significativement les déformations mesurées. Comme commenté précédemment pour les déformations dans les aciers longitudinaux, cette sur-estimation des simulations peut être attribuée à la localisation de l'endommagement dans la partie

tendue de poteau qui conduit à une augmentation significative de la déformation dans le béton. L'adhérence parfaite entre le béton et PRF supposée dans le calcul conduit à une sur-estimation de la déformation dans le composite PRF. Les déformations élevées dans le composite conduisent à une sur-estimation des contraintes dans le composite PRF compte tenu du module de Young élevé du tissu dans le sens trame et de la linéarité de comportement. Le tissu se comporte alors dans les simulations comme une armature externe et il peut augmenter la force latérale reprise par le poteau significativement, comme on peut voir sur la figure 4.22.

La figure 4.26 conforte cette explication en analysant la sensibilité des résultats des simulations au module de Young du tissu dans le sens trame. On peut constater que la courbe de capacité est très sensible au module de Young du composite PRF dans le sens trame. L'hypothèse d'un contact parfait entre le béton et le composite mène à une mauvaise estimation de la déformation du composite et par conséquent conduit à une estimation fautive de la contrainte axiale dans le tissu PRF et donc de la force reprise par le poteau dans les simulations, lorsque le module de Young du tissu est élevé dans le sens trame. Cette influence de la rigidité du composite dans le sens trame est également visible sur la figure 4.27 qui présente la contrainte dans le sens trame dans le tissu composite obtenu avec deux valeurs du module de Young dans le sens trame (4500 MPa et 37000 MPa) pour un déplacement en tête de poteau de 120 mm. Comme attendu, les contraintes dans le sens trame apparaissent significativement supérieures pour le tissu présentant une rigidité plus grande. A titre d'exemple en pied du poteau et dans la partie tendue, la contrainte est à peu près 5 fois plus élevée.

Il est à noter que le recours à des tissus PRF bidirectionnels est peu fréquent pour le confinement des poteaux en béton armé, les plis unidirectionnels étant plus largement utilisés pour le renforcement parasismique. Dans les composites unidirectionnels, le module de Young dans le sens transverse n'est pas élevé, la localisation de l'endommagement impacte peu les résultats des simulations.

Les déformations le sens chaîne fournies par la modélisation sont présentées à la figure 4.28. Elles sous-estiment les déformations fournies par les jauges et plus particulièrement celle données par la jauge 11 qui est placée dans la partie comprimée du poteau.

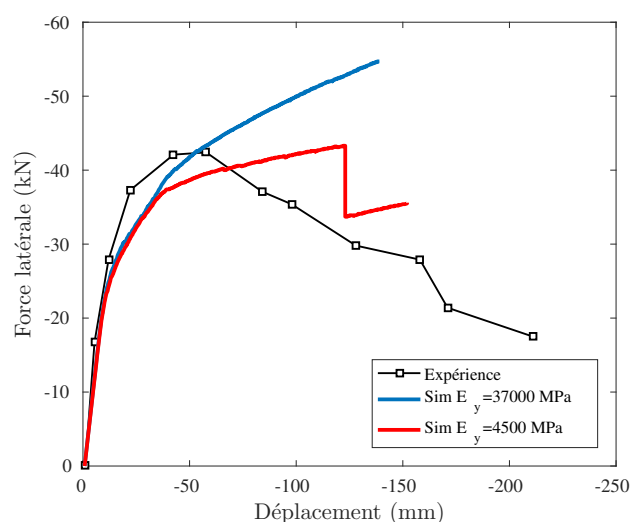
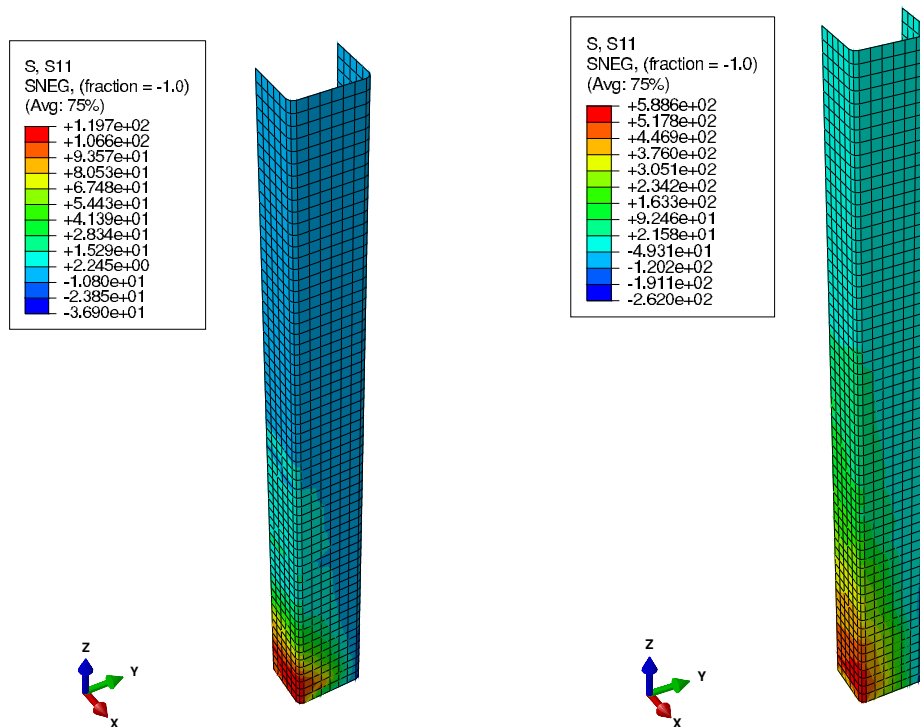


Figure 4.26 — Confrontation des simulations aux courbes flèches en tête de poteau - déformations axiales mesurées. Sensibilité au module de Young du tissu dans le sens trame.



(a) Module de Young sens trame : 4500 MPa. (b) Module de Young sens trame : 37000 MPa.

Figure 4.27 — Isovaleurs de la contrainte dans le composite dans le sens trame pour un déplacement de 120 mm de la tête du poteau. Influence du module de Young du tissu dans le sens trame.

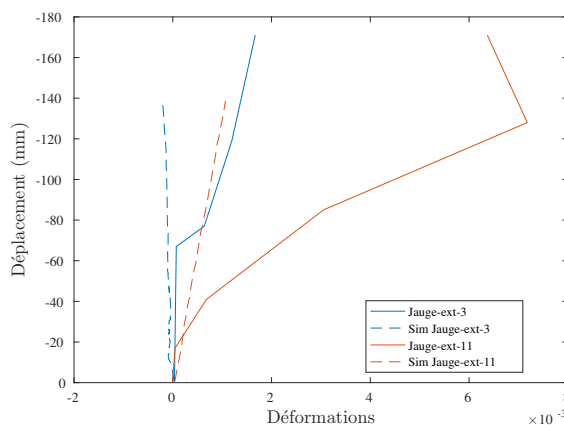


Figure 4.28 — Confrontation des simulations avec la courbe enveloppe des déformations mesurées par la jauge externe sur le composite dans le sens chaîne.

Enfin, le profil du déplacement le long du poteau obtenu pour un déplacement imposé en tête de poteau de 60 mm est présenté à la figure 4.29. Comme pour le poteau non confiné, la modélisation peut être considérée comme globalement bien prédictive.

Cette première application du modèle sur une structure représentative conforte certaines qualités de la modélisation révélées au chapitre 3 sur des éprouvettes modèles, mais fait apparaître des faiblesses qui n'avaient pas été identifiées précédemment. Alors que la modélisation reproduit globalement bien le comportement expérimental du poteau non confiné, le comportement du poteau confiné par le tissu composite est en revanche assez mal simulé. Des pistes d'analyse de ces résultats décevants ont été données, nous revien-

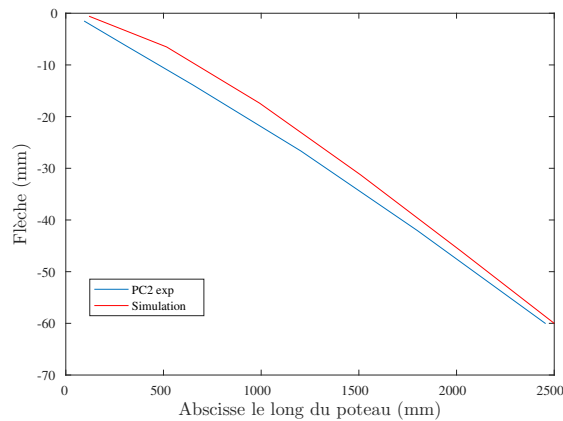


Figure 4.29 — Confrontation des profils de déplacement le long du poteau confiné pour une flèche en tête de poteau de 60 mm.

drons en conclusion de ce chapitre sur ces points.

Dans cette application, comme nous l'avons constaté sur les isovaleurs des contraintes axiales, les poteaux étaient majoritairement sollicités en traction. Or, le mécanisme principal du confinement intervient lors des états de contraintes en compression et le modèle a été développé dans ce cadre. Nous proposons de tester le modèle dans une application structurale sous un chargement moins complexe mais conduisant à des états de contraintes triaxiales en compression. La section suivante est consacrée à cette seconde application.

2 Application du modèle à un poteau en béton armé sous chargement de compression

La première étude expérimentale complète sur le comportement de poteaux de taille réelle confinés par des composites PRF a été réalisée en 2006 par Matthys et al. [18]. L'étude se concentre sur la relation contrainte-déformation de ces poteaux renforcés par des armatures d'acier sollicités en compression. Nous commençons par présenter les deux structures que nous avons sélectionnées pour les simulations.

2.1 Présentation des structures testées

Parmi les poteaux testés dans cette étude, nous avons retenu un poteau non confiné (désigné par poteau K1) et un poteau renforcé par un composite unidirectionnel à base de fibres de carbone (désigné par poteau K3). Ces poteaux mesurent 2 m de haut, sont de section circulaire, de diamètre 400 mm. Le module de Young du béton est de 27 GPa et la résistance à la compression est de 31,8 MPa pour le poteau K1 et de 34,3 MPa pour le poteau K3.

Les poteaux sont renforcés par des armatures en acier longitudinales et transversales. Le pourcentage des aciers longitudinaux est de 0,9 % correspondant à 10 barres de diamètre 12 mm. Les armatures transversales ont un diamètre de 8 mm et sont espacées de 140 mm. À l'extrémité des poteaux, Des cadres supplémentaires ont été également ajoutés. Les caractéristiques des armatures d'acier sont résumées à la table 4.10.

Tableau 4.10 — Caractéristiques des armatures d'acier

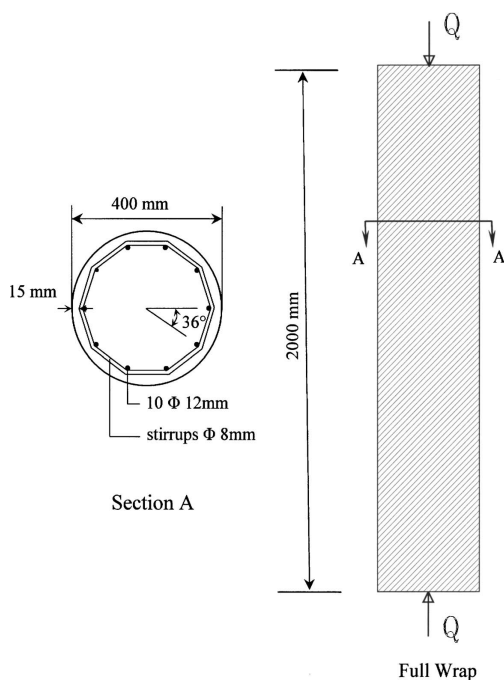
Barre en acier (S500)	Diamètre (mm)	Contrainte à limite élastique (MPa)	Déformation ultime	Module de Young (GPa)
Longitudinale	12	620	0,0277 MPa	200
Transversale	8	560	0.0873 MPa	200

Le poteau (K3) est recouvert totalement par un composite PRF unidirectionnel à base de fibres de carbone (C640) avec des bandes de largeur de 300 mm et d'épaisseur nominale de 0,235 mm par pli. Les caractéristiques mécaniques du composite PRF sont données à la table 4.11.

Tableau 4.11 — Caractéristiques du composite polymère renforcé par des fibres de carbone PRFC utilisé pour le chemisage de poteau K3, Matthys et al. [18]

Propriétés	Composite PRFC
Module de Young (GPa) (dans le sens de la résistance privilégiée)	480
Déformation à la rupture	0,022
Épaisseur/pli (mm)	0,235
Largeur (mm)	300

La figure 4.30 résume ces données géométriques. Les poteaux sont soumis à un chargement de compression contrôlé par déplacement imposé de 0,5 mm/min.

**Figure 4.30** — Géométrie des poteaux et la configuration de renforcement PRF, Matthys et al. [18].

Les courbes contrainte moyenne axiale - déformation moyenne issues des essais sur ces deux poteaux sont présentées à la la figure 4.31. On constate que le renforcement par le

composite augmente la ductilité et la résistance du poteau. Cette observation est identique à celle faite sur des éprouvettes de petites tailles. La rupture typique du poteau est marquée par la rupture du PRF au milieu du poteau.

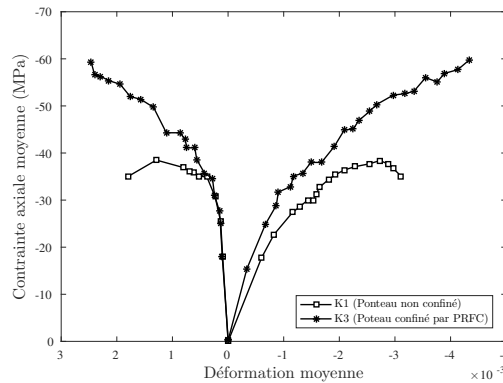


Figure 4.31 — Courbes expérimentales contrainte - déformation moyennes pour les poteaux K1 et K3, Matthys et al. [18].

Nous nous proposons maintenant de simuler le comportement de ces deux poteaux à l'aide du modèle proposé. Nous commençons par donner au paragraphe suivant les caractéristiques retenues pour la modélisation et la simulation par éléments finis.

2.2 Modélisation par éléments finis

Des éléments solides hexaédriques à 8 nœuds et à interpolation linéaire avec intégrations réduites (C3D8R) sont utilisés pour la discrétisation du béton. Les barres d'aciers sont maillées avec des éléments tridimensionnels à 2 nœuds qui travaillent en traction et compression selon une loi de comportement uniaxiale. Le composite PRF est discrétisé par des éléments coques à quatre nœuds (S4). Les contacts entre les éléments d'acier et le béton d'une part et d'autre part entre le béton et le composite sont parfaits. Les maillages des poteaux comportent 43540 éléments pour le poteau K1 non confiné et 48847 éléments pour le poteau K3 confiné.

Le comportement du béton est simulé par la loi élasto-plastique endommagable proposée dans ce travail. Compte tenu des résistances en compression des deux poteaux de 31,8 MPa et 34,3 MPa, nous avons repris les valeurs des paramètres identifiées au chapitre 3 pour des bétons de résistance en compression entre 30 et 40 MPa. Ces valeurs sont rapportées à la table 4.12.

Tableau 4.12 — Paramètres du modèle utilisés pour la simulation des essais de Matthys et al. [18]

Élasticité		Plasticité							Endommagement			
E (GPa)	ν	c_1	c_2	c_3	B	α_0^p	η_c	f_c (MPa)	a_1	A_c	A_t	a_2
27	0,2	0,49	0,24	0,1	$2 \cdot 10^{-4}$	0,6	0,93	-	2,4	80	9000	1,2

Les aciers sont simulés à l'aide d'un modèle élastique plastique parfait avec les valeurs expérimentales des contraintes à la limite élastique de 620 MPa et 560 MPa pour les aciers longitudinaux et transversaux, respectivement.

Le comportement du composite unidirectionnel PRF est simulé par une loi élastique linéaire isotrope transverse. Ce comportement est dominé par le module de Young dans le sens des fibres E_L de 480 GPa selon la valeur identifiée expérimentalement par Matthys et al. [18]. Les autres paramètres sont de l'ordre de grandeur de ceux de la matrice polymère. Les valeurs adoptées sont pour le module de Young transverse $E_T = 3450$ MPa, pour les modules de cisaillement $G_{LT} = 1300$ MPa et le coefficient de Poisson $\nu_{TL} = 0$.

Nous présentons et analysons maintenant les résultats des simulations des tests expérimentaux.

2.3 Résultats et analyses

La figure 4.32 confronte les courbes contraintes axiales - déformations issues des simulations aux résultats des essais sur les deux poteaux K1 (sans renforcement) et le poteau K3 (avec renforcement PRFC). Selon la convention usuelle, les déformations axiales sont représentées du côté des abscisses négatives et les déformations transverses du côté des abscisses positives.

La modélisation apparaît bien apte à reproduire le comportement du poteau confiné K3 sur l'ensemble de la courbe. La simulation du poteau non confiné K1 sur-estime légèrement la contrainte axiale moyenne. La figure 4.33 (a) présente pour le poteau non confiné K1 l'effet des armatures d'acier à l'instant de la rupture de poteau et en fin de simulation. On observe une concentration des contraintes latérales autour des cadres d'acier. De manière globale, la distribution du confinement générée par les armatures d'acier est non uniforme dans la longueur du poteau. Ce confinement apparaît maximal en milieu de poteau et se localise entre deux cadres successifs.

La figure 4.33 (b) présente la répartition de la contrainte axiale dans les armatures en fin de simulation. Les armatures longitudinales apparaissent plastifiées en milieu de poteau et aux extrémités. En revanche, le cadre d'acier est plastifié principalement en milieu du poteau et l'est moins aux extrémités. La dilatance du béton aux extrémités étant moins importante, la contrainte est en effet moins importante dans les cadres d'acier aux extrémités.

La figure 4.33 (c) illustre la distribution de la contrainte axiale dans le poteau. Comme attendu, la contrainte axiale est plus élevée dans les zones où le confinement est plus élevé et donc en milieu du poteau.

La figure 4.34 confronte les champs des contraintes de confinement dans le poteau K1 non confiné par un composite (figure 4.34 (a)) et le poteau confiné de K3 (figure 4.34 (b)) au moment de la rupture de K1. Le confinement dans le poteau confiné par composite par PRF apparaît globalement plus élevé et sa répartition est plus uniforme.

La figure 4.35 présente la contrainte axiale dans les armatures dans les deux poteaux au moment de rupture du poteau K1. Le confinement par le composite n'influence pas la contrainte dans les armatures longitudinales. En ce qui concerne les armatures transversales, le niveau de la contrainte dans les cadres aux extrémités reste approximativement identique pour les deux poteaux. La contrainte dans les cadres d'acier au milieu du poteau est réduite significativement (approximativement 50 %) dans le poteau confiné par le composite PRF, le composite empêchant la plastification des armatures transversales en milieu du poteau. Cela peut être attribuer au fait que le confinement passif par PRF permet de contrôler la dilatance importante du béton en milieu de poteau. La distribution

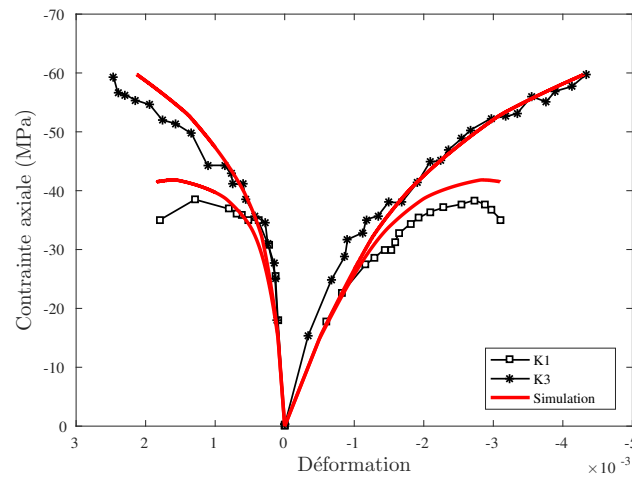
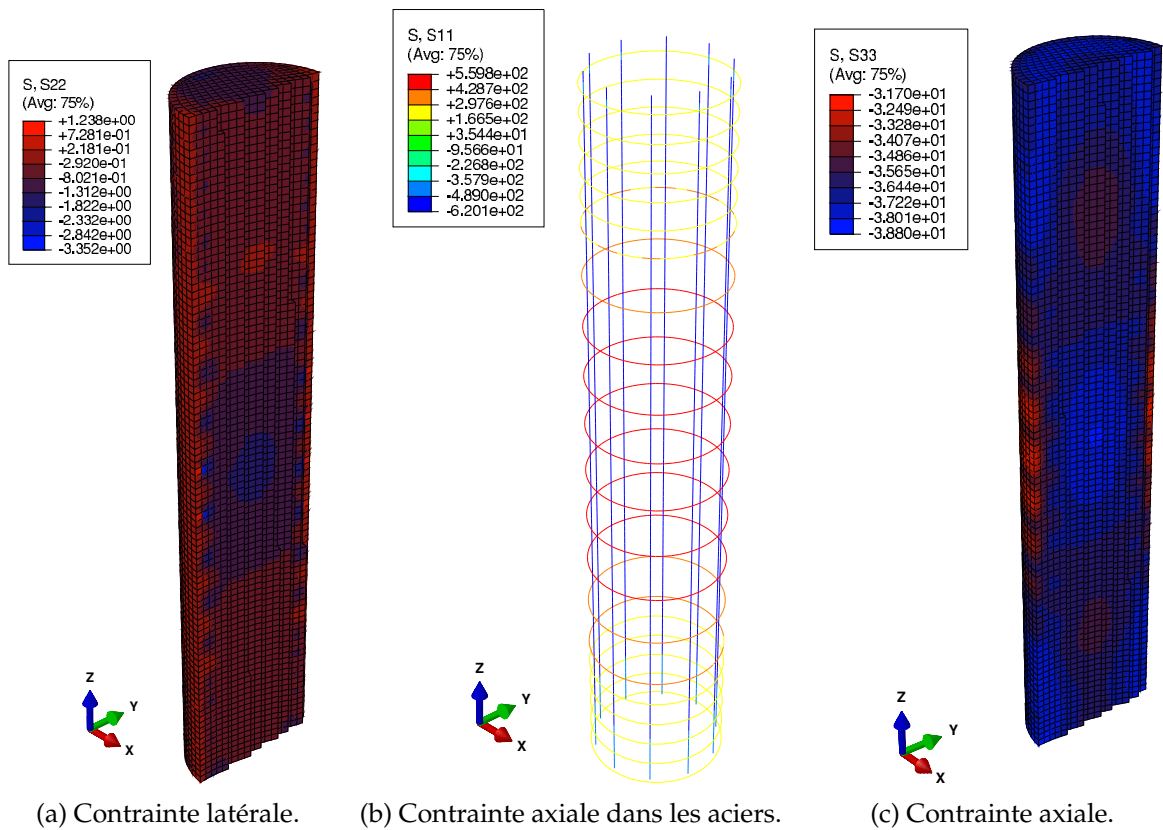


Figure 4.32 — Confrontation essai-simulation sur la courbe contrainte axiale - déformations pour les poteaux K1 non chemisé et K3 confiné par un composite, Matthys et al. [18].



(a) Contrainte latérale. (b) Contrainte axiale dans les aciers. (c) Contrainte axiale.

Figure 4.33 — Isovaleurs du champ de contraintes dans le poteau non confiné K1 en fin d'essai.

de la contrainte axiale dans les poteaux K1 et K3 au moment de la rupture du poteau K1 est présentée à la figure 4.36. Cette figure fait apparaître comme attendu une contrainte axiale plus élevée dans le poteau confiné par le composite PRFC et une distribution plus uniforme de celle-ci.

Ces essais ont été également modélisés très récemment par Piscesa et al. [201]. Le modèle de plasticité utilisé pour le béton dans ces simulations a été initialement proposé par Papanikolaou et Kappos [116]. Le potentiel d'écoulement dépend d'un paramètre évoluant au cours du chargement. Ce paramètre est calé sur une loi empirique basée sur des

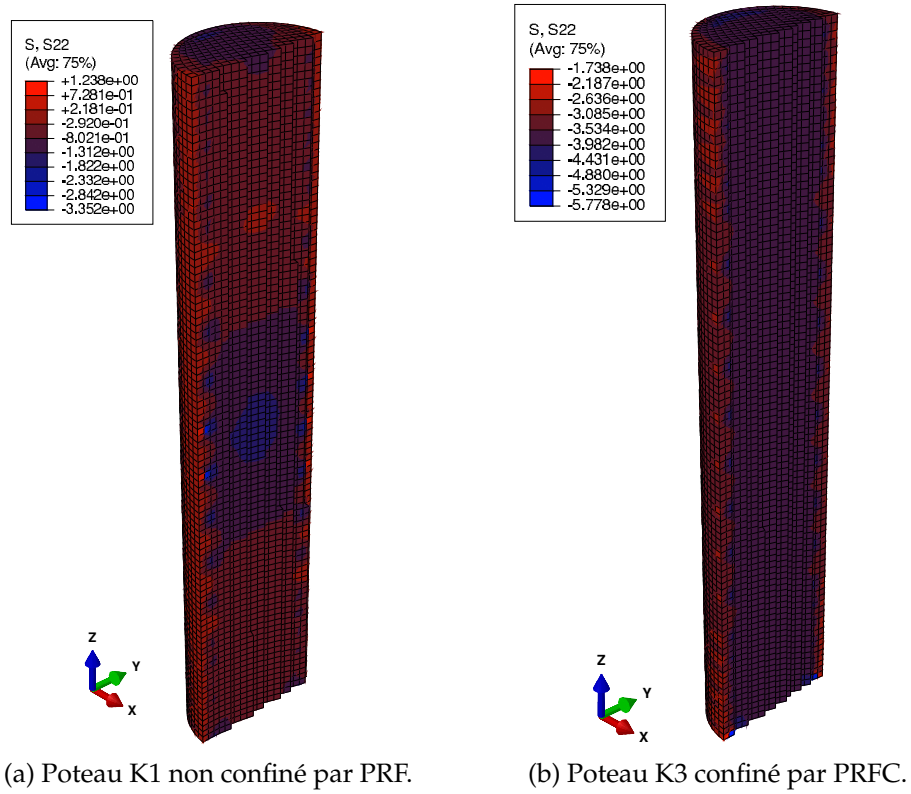


Figure 4.34 — Isovaleurs du champ de contrainte latérale dans les deux poteaux.

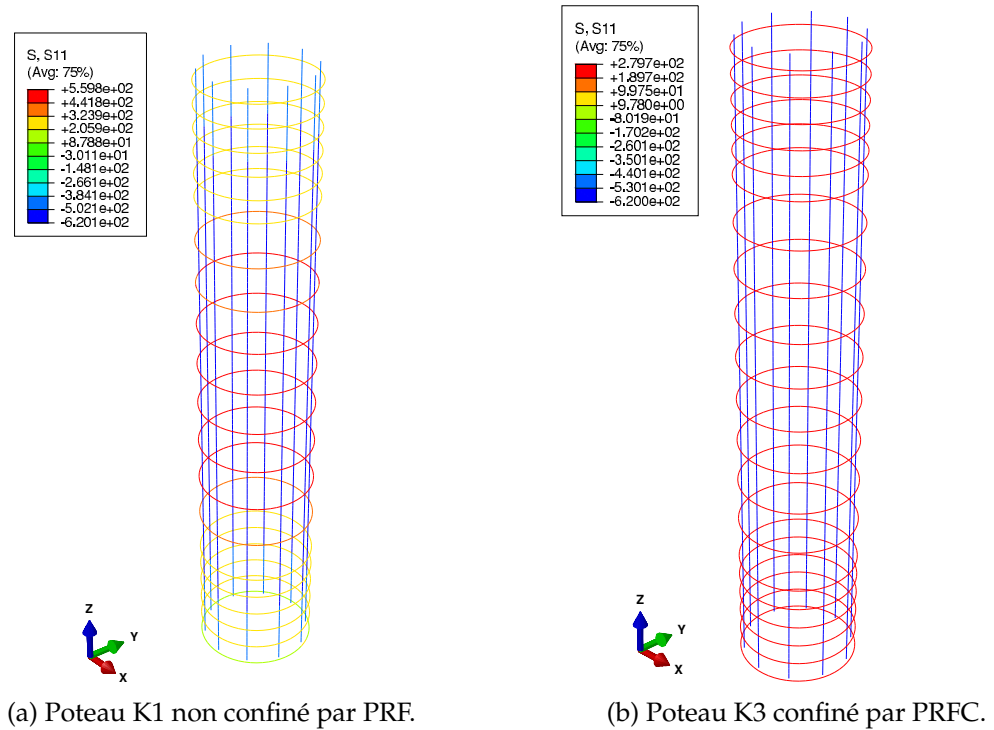


Figure 4.35 — Isovaleurs de la contrainte axiale dans les armatures d'acier.

résultats expérimentaux du taux de dilatance des poteaux confinés par PRF. Cette loi dépend explicitement du module de confinement. On rappelle que ce module a été défini au chapitre 1 pour des poteaux de section circulaire par la relation $K = (2 t_f E_f) / D$.

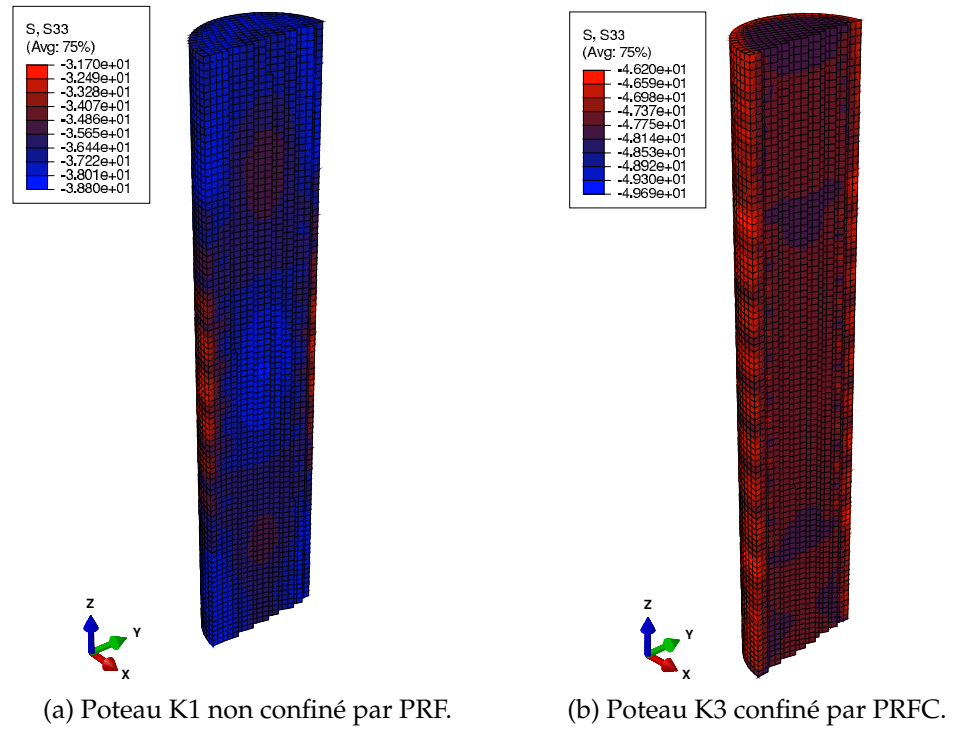


Figure 4.36 — Isovaleurs du champ de contrainte axiale dans les poteaux.

Dans des cas plus généraux, ce module est estimé numériquement de la façon suivante :

$$K = \min\{-\Delta\sigma_1^*/\Delta\hat{\varepsilon}_1, -\Delta\sigma_2^*/\Delta\hat{\varepsilon}_2, -\Delta\sigma_3^*/\Delta\hat{\varepsilon}_3\} \quad (4.2)$$

ou les contraintes ($\Delta\sigma_i^*$) sont calculées dans les directions des trois déformations principales ($\hat{\varepsilon}_i$, $i = 1, 2, 3$). Pour plus de détails sur ce modèle, on renvoie au travaux de Piscesa et al. [202].

La figure 4.37 présente la comparaison entre le modèle proposé et celui de Piscesa et al. [202]. On constate que le modèle de Piscesa et al. [202] donne des résultats plus proches des résultats expérimentaux pour le poteau non confiné. En revanche, le comportement du poteau confiné par le composite PRF est mieux reproduit par notre modélisation et notamment les déformations latérales. On rappelle que notre modèle se veut plus général dans la mesure où les paramètres matériaux sont intrinsèques, indépendants du confinement, sans recours à des lois empiriques, permettant une exploitation dans une démarche de conception.

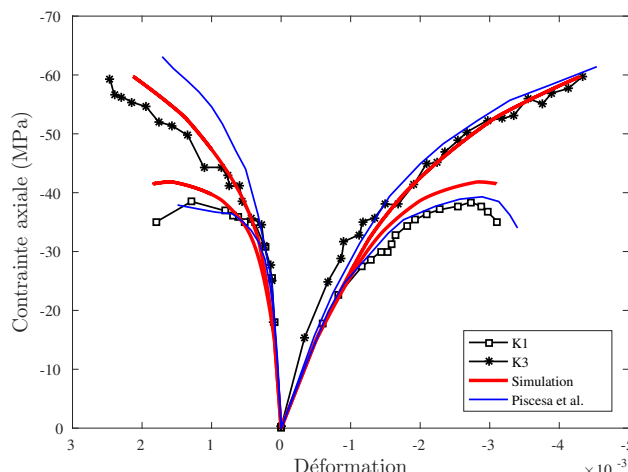


Figure 4.37 — Confrontation essai-simulations de la relation contrainte-déformation pour les poteaux K1 et K3, (essais de Matthys et al. [18], simulations Piscesa et al. [201]).

3 Conclusion

Les applications présentées dans ce chapitre mettent en évidence l'intérêt de confronter la modélisation à des calculs de structures réelles pour apprécier les performances d'un modèle. Alors que les confrontations à des essais menés sur des éprouvettes présentées au chapitre 3 avaient permis de valider des bonnes qualités du modèle, les calculs de structures représentatives font apparaître des nouveaux points d'exigence pour la modélisation.

Ainsi, la première application sur des poteaux en béton armé testés par l'IFSTTAR sollicités en compression et cisaillement fait ressortir plusieurs éléments positifs de la modélisation et d'autres moins. Concernant tout d'abord le poteau non confiné, la modélisation permet de reproduire de façon globalement satisfaisante la courbe réponse force-déplacement du poteau, mais ne permet pas de simuler la ductilité observée. La force latérale maximale reprise par le poteau est en revanche bien prédite. La plastification des aciers est également bien rendue. Les évolutions du déplacement et des déformations sont globalement reproduites au moins pour certaines jauges. Concernant le poteau confiné par un tissu composite, les confrontations sont moins convaincantes. La courbe de capacité expérimentale n'est pas reproduite par la modélisation dans la phase post-pic. La force latérale maximale n'est pas correctement estimée pour les cycles vers le bas. En revanche, elle est proche de celle obtenue expérimentalement pour les cycles vers le haut. Cette différence expérimentale entre les cycles vers le haut et vers le bas relativise le caractère peu prédictif de la modélisation sur la force latérale maximale. Il apparaît que les déformations dans les armatures et le béton sont largement sur-estimées et l'endommagement est fortement localisé.

Cette première application a introduit des nouvelles difficultés pour la modélisation. Les sollicitations sont tout d'abord couplées. Les poteaux étudiés sont renforcés par des armatures d'acier. Le renforcement composite est fait par ailleurs par un tissu bidirectionnel. Le trajet de chargement plus complexe de cet essai conduit à un endommagement et des déformations localisées dans la partie tendue du poteau. L'adhérence supposée parfaite dans les simulations entre le béton et le composite fait que dans cette partie tendue où la déformation est localisée, la déformation dans le sens de la trame du tissu est sur-estimée.

Cela mène à une sur-estimation importante des contraintes dans le sens de la trame du tissé lorsque le module de Young dans ce sens est important, le composite PRF fonctionnant alors comme une armature externe élastique.

Notre modèle élasto-plastique endommageable dont la formulation est locale se trouve limité dans cette application exigeante par la forte localisation de l'endommagement et la déformation. Le développement d'une version non locale du modèle semble une perspective de nature à améliorer les prédictions.

Par ailleurs, la condition d'adhérence imposée dans les simulations entre les armatures et le béton et également entre le béton et le composite peut être remise en cause. Cette condition n'est probablement pas représentative de la réalité pour des niveaux de chargements élevés et contribuent à la sur-estimation des contraintes dans ces éléments.

Également, la bonne identification des paramètres du modèle peut être potentiellement contestée. Ne disposant pas des essais nécessaires sur le béton utilisé dans les tests de l'IFSTTAR à leur identification, nous avons repris des valeurs identifiées sur d'autres éprouvettes. Enfin, les résultats des essais et notamment les mesures des jauges de déformation peuvent être aussi discutés.

Les simulations de la seconde application sur les poteaux en compression rendent en revanche beaucoup plus confiant sur la capacité prédictive du modèle dans une application plus classique. Les courbes contrainte axiale-déformations sont en particulier bien reproduites. Les évolutions des champs locaux, ainsi que leur localisation sont bien décrites. Enfin, on notera que la confrontation de notre modélisation à un autre modèle de la littérature est très favorable, ce modèle étant plus limité dans ses applications dans la mesure où il nécessite des ajustements du potentiel d'écoulement en fonction du confinement et des mesures expérimentales spécifiques.

Conclusion et perspectives

Cette thèse s'inscrit dans le contexte général du renforcement d'éléments de structures de génie civil par confinement. Dans ce cadre, nous avons cherché à apporter des éléments de compréhension et d'analyse du comportement du béton renforcé par un confinement par le biais de la modélisation et de la simulation. Le travail s'est plus précisément centré sur le développement et la validation d'un modèle de comportement développé dans le cadre de la mécanique des milieux continus, apte à reproduire avec précision le comportement du béton confiné qu'il s'agisse d'un confinement actif par compression latérale ou d'un confinement passif par chemisage par un composite.

Les différents résultats expérimentaux de la littérature présentés au premier chapitre ont mis en évidence la complexité du comportement des bétons renforcés par un confinement actif et passif. Une étude bibliographique concernant les modèles de comportement du béton confiné et notamment confiné à l'aide de composite PRF a également été menée. Les atouts et les faiblesses de différents modèles de comportement uniaxiaux et tridimensionnels ont été discutés. Bon nombre de ces modèles sont construits pour reproduire des essais dédiés sur des éprouvettes de béton confinées par composites PRF. Les paramètres de ces modèles dépendent de la géométrie de la structure étudiée et du composite utilisé pour le renfort, de sorte que les applications de ces modèles à d'autres configurations se trouvent limitées. Diverses simulations que nous avons menées à l'aide d'un modèle élasto-plastique endommageable disponible dans le code de calculs Abaqus ont également mis en évidence des faiblesses de ce modèle avancé pour reproduire le comportement de béton confiné activement et passivement. Ces différents éléments d'analyse nous ont amenés à centrer notre étude sur le développement d'un modèle élasto-plastique endommageable qui puisse décrire la sensibilité du comportement du béton à différents niveaux de confinement actif ou passif. Pour répondre à cette exigence, le modèle doit être apte à reproduire le passage d'un comportement fragile à ductile lorsque le niveau de confinement augmente, tout en estimant avec précision la résistance du béton avec l'augmentation de confinement. Par ailleurs, ce modèle de comportement doit également permettre d'estimer de manière satisfaisante les caractéristiques de dilatance du béton sous confinement passif par composite. Les paramètres du modèle doivent être intrinsèques au matériau en nombre raisonnable et identifiables sur des expériences conventionnelles et accessibles.

Le Chapitre 2 a donc été logiquement consacré au développement d'un modèle élasto-plastique endommageable en s'appuyant sur les modèles existants et en cherchant à les enrichir de façon à répondre au cahier des charges fixé. Une surface de charge quadratique dans le plan méridien a été utilisée pour mieux représenter les résultats expérimentaux notamment lorsque le confinement est élevé. Les lois d'écrouissage et d'endommagement du modèle ont été choisies dépendantes du confinement à travers le premier invariant des contraintes de façon à reproduire le passage du comporte-

ment fragile vers ductile lorsque le confinement augmente. En ce qui concerne le potentiel d'écoulement, une surface de type Cam-Clay est utilisée pour décrire la transition entre les régimes contractant et dilatant de façon simple. Ce choix a été retenu sur la base des observations expérimentales sur des bétons confinés par composite PRF qui mettent en évidence un comportement proche d'un matériau pulvérulent en fin d'essais. Ce type de comportement laisse supposer que le mécanisme d'endommagement dans ce cas consisterait en un effondrement plastique de la porosité. Deux variantes du modèle ont été présentées, l'évolution de l'endommagement dépendant dans l'une de la déformation plastique et dans l'autre de la déformation totale. Dans ce même chapitre, ont été également développés les aspects numériques d'intégration des variantes de la loi dans le code calculs Abaqus. La méthode des plans sécants proposée par Ortiz et Simo [186] est utilisée pour intégrer la loi de comportement. L'implémentation numérique de la seconde variante s'est révélée plus facile au sein d'un code de calculs, l'endommagement étant connu a priori et les itérations de la correction plastique ne faisant pas intervenir l'endommagement. Une régularisation par l'énergie de fissuration est ajoutée au modèle dans sa deuxième version pour limiter les difficultés numériques liées à la localisation d'endommagement. L'implémentation du modèle a été réalisée dans une sous-routine UMAT exploitable dans un code de calculs par éléments finis.

La première partie du chapitre 3 a été consacrée à l'identification des paramètres du modèle et l'analyse de leur sensibilité. Les 13 paramètres du modèle sont facilement identifiables à l'aide de deux essais uniaxiaux en traction et en compression et deux essais triaxiaux associés à des confinements de faible et fort niveaux. En absence de tels essais, on peut s'appuyer sur des résultats expérimentaux existants dans la littérature pour des bétons usuels utilisés en construction ($20 < f_c < 60$ MPa). Le modèle a tout d'abord été validé par confrontation à des essais uniaxiaux et triaxiaux sur des éprouvettes avec confinement constant. Ces confrontations mettent en évidence la capacité du modèle à reproduire les mécanismes liés à un confinement actif en fonction de l'intensité du confinement. Les confrontations des simulations avec des essais sont également favorables sur des éprouvettes en compression axiale confinées par différents composites PRF renforcés par des fibres de carbone, aramide et verre et avec une large gamme de modules de confinement. Le comportement volumique du béton en fonction de la contrainte axiale pour les différents niveaux de confinement est en particulier bien décrit par le modèle. Le modèle a été par ailleurs confronté à d'autres modélisations proposées dans la littérature et notamment au modèle disponible dans le code Abaqus. Le modèle a également été testé sur des éprouvettes sous chargement de compression cyclique. Il traduit de façon satisfaisante la réduction d'endommagement obtenue par le confinement par le composite. Les résultats des simulations ont également montré que le modèle peut bien reproduire l'effet du trajet de chargement observé expérimentalement selon la nature du confinement actif ou passif. La simulation du comportement d'éprouvettes de section carrée confinées par des composites PRF en compression permet de capter à travers les champs locaux l'influence d'un confinement non uniforme pour cette géométrie et de différents rayons de congé sur la distribution de contrainte axiale. Cette application montre tout l'intérêt d'utiliser la méthode des éléments finis et un modèle de comportement tridimensionnel. La confrontation des deux variantes du modèle fait ressortir globalement des résultats voisins. Cependant, l'implémentation numérique plus aisée et l'enrichissement par la méthode de régularisation par l'énergie de fissuration nous conduit à privilégier la seconde variante pour des calculs de structures.

Le modèle a été appliqué au chapitre 4 à des calculs de poteaux en béton armé de taille réelle. La première application traite de poteaux en béton armé non confinés et confinés par un tissu PRF testés par l'IFSTTAR sous un chargement axial couplé à un chargement cyclique alterné. Une analyse de type poussée progressive est effectuée afin d'obtenir la courbe enveloppe des résultats expérimentaux. La simulation reproduit de façon satisfaisante cette courbe enveloppe pour le poteau non confiné, et la force latérale maximale est bien estimée. Le mode de rupture en flexion de poteau est bien prédit par la simulation à travers la plastification des aciers longitudinaux et la fissuration horizontale dans la partie tendue de poteau. L'évolution des déformations dans les aciers est globalement reproduite, bien que les déformations soient surestimées dans les aciers longitudinaux et dans la partie tendue du poteau. Cette surestimation s'explique par la localisation des déformations et de l'endommagement dans la partie tendue de poteau et également par la condition d'adhérence parfaite entre les aciers et le béton introduite dans les simulations. Concernant le poteau confiné par un composite, les résultats des simulations sont moins convaincants. La courbe de capacité dans la phase post-pic n'est pas reproduite par la modélisation. Par conséquent, la force latérale maximale est sur-estimée. Dans ce cas l'endommagement et les déformations sont localisées de manière plus uniforme dans la partie tendue du poteau par rapport de poteau non confiné. L'adhérence parfaite entre le béton et le composite PRF conduit à une déformation du tissu dans le sens de trame très élevée en comparaison des résultats expérimentaux. Le tissu étant bidirectionnel, son module de Young dans le sens trame est élevé, et en conséquence, la contrainte dans le composite dans ce sens est très élevée. Le composite fonctionne alors comme une armature externe, ce qui modifie significativement la courbe force-déplacement simulée par rapport à l'expérimental. Une seconde application du modèle sur des poteaux en béton armé confinés et non confinés sous chargement de compression est en revanche plus satisfaisante. Dans cette application, le confinement par composite PRF conduit à une distribution plus uniforme du confinement et de la charge axiale, ainsi qu'à une diminution de la contrainte dans les armatures en acier.

Ce travail ouvre sur différentes perspectives d'enrichissement et d'application. En terme de modélisation, on peut tout d'abord noter que la fonction de charge retenue dans le modèle ne dépend pas de l'angle de Lode. Cette non-dépendance peut être limitante au moins lorsque le confinement n'est pas important, comme nous l'avons illustré au chapitre 3 dans les applications sur des poteaux de section carrée avec confinement non uniforme. Ainsi, un premier enrichissement du modèle peut être envisagé en introduisant la dépendance de la fonction de charge selon l'angle de Lode $g(\theta)$ sous la forme suivante :

$$F(\underline{\sigma}, \gamma_p, d) = q - g(\theta) \alpha_p(\gamma_p, d) \left(\frac{-c_1 + \sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}}{2c_2} \right) f_c. \quad (4.3)$$

Une telle fonction est suggérée dans les travaux de Pietruszczak et al. [119].

Le modèle élasto-plastique endommageable proposé dans cette thèse rentre dans la classe des modèles locaux, comme tous les modèles possédant une loi adoucissante. Cette formulation pose des difficultés numériques bien identifiées dans la littérature liées à la localisation de l'endommagement. Pour régulariser ces difficultés, une formulation non locale du modèle pourrait être formulée en se basant par exemple sur les travaux de Pijaudier-Cabot et Bazant [166].

Une autre voie d'enrichissement concerne les aspects numériques. L'intégration de la

loi de comportement du béton dans la boucle de résolution numérique itérative et incrémentale a été faite par la méthode des plans sécants proposée par Ortiz et Simo [186]. L'avantage de cette méthode est qu'elle ne nécessite pas de calculer les gradients de certaines grandeurs ($\underline{v}$, $\underline{r}$, M_γ et M_d). Cependant, l'opérateur tangent cohérent ne peut être obtenu par cette approche, Simo et Hughes [203]. Or cet opérateur est nécessaire pour assurer une convergence quadratique lorsque la méthode de Newton-Raphson est utilisée pour résoudre les équations non-linéaires du problème aux limites. Récemment Starman et al. [204] ont proposé un algorithme pour obtenir un opérateur tangent cohérent dans le cadre de la méthode des plans sécants. L'implémentation numérique du modèle et son efficacité dans des calculs de structures pourrait être améliorée en introduisant cet algorithme.

Concernant les applications sur des structures en béton armé et notamment celle sur les poteaux testés par l'IFSTTAR, il serait intéressant d'assouplir les conditions d'adhérence parfaite supposées entre le composite et la surface extérieure du béton, ainsi qu'entre les aciers et le béton. Ces conditions probablement peu réalistes en fin d'essais pourraient être remplacées dans les simulations par l'introduction de modèles d'interfaces adaptés autorisant le glissement notamment. Elles seraient probablement de nature à améliorer la confrontation aux résultats expérimentaux.

La capacité du modèle à reproduire de façon satisfaisante le comportement de poteaux en béton armé de taille réelle confinés sous chargement de compression nous encourage à exploiter la modélisation dans le cadre d'une démarche plus applicative. Une étude paramétrique pourrait être ainsi menée pour étudier l'effet de différents paramètres sur la capacité portante de poteaux confinés comme l'orientation des fibres dans le composite PRF, le pourcentage des aciers longitudinaux et l'espacement des aciers transversaux ou encore l'excentricité de la charge.

Bibliographie

- [1] <https://blocnotesdeleco.banque-france.fr/billet-de-blog/crise-de-la-construction-queelles-consequences>.
- [2] <https://www.les-crises.fr/le-cancer-des-ponts/>.
- [3] “En 1998-1 : Eurocode 8 - calcul des structures pour leur résistance aux séismes-partie 1 : Règles générales, actions sismiques et règles pour le bâtiment.”
- [4] A. Nanni and N. M. Bradford, “FRP-jacketed concrete under uniaxial compression,” *Construction and Building Materials*, vol. 9, p. 115, 1995.
- [5] P. Jamet, A. Millard, and G. Nahas, “Triaxial behaviour of a micro-concrete complete stress-strain curves for confining pressures ranging from 0 to 100 mpa,” in *Meeting on concrete order multiaxial condition*, Toulouse, France, 1984.
- [6] I. Imran and S. J. Pantazopoulou, “Experimental study of plain concrete under triaxial stress,” *Aci Materials Journal*, vol. 93, no. 6, pp. 589–601, 1996.
- [7] Y. Xiao and H. Wu, “Compressive behavior of concrete confined by carbon fiber composite jackets,” *Journal of Materials in Civil Engineering*, vol. 12, no. 2, pp. 139–146, 2000.
- [8] D. Candappa, J. Sanjayan, and S. Setung, “Complete triaxial stress-strain curves of high-strength concrete,” *Journal of Materials in Civil Engineering*, vol. 13, no. 3, pp. 209–215, 2001.
- [9] S. Pessiki, K. Harries, J. Kestner, R. Sause, and J. Ricles, “Axial behavior of reinforced concrete columns confined with FRP jackets,” *Journal of Composites for Construction*, vol. 5, no. 4, pp. 237–245, 2001.
- [10] T. Rousakis, “Experimental investigation of concrete cylinders confined by carbon FRP sheets under monotonic and cyclic compression load,” tech. rep., Division of Building Technology, Chalmers University of Technology, Gothenburg, Sweden, 2001.
- [11] A. Ilki and N. Kumbasar, “Compressive behaviour of carbon fibre composite jacketed concrete with circular and non-circular cross-sections,” *Journal of Earthquake Engineering*, vol. 7, no. 3, pp. 381–406, 2003.
- [12] L. Lam and J. G. Teng, “Design-oriented stress-strain model for FRP-confined concrete,” *Construction and Building Materials*, vol. 17, no. 6, pp. 471–489, 2003.

- [13] L. Lam and J. Teng, "Ultimate condition of fiber reinforced polymer-confined concrete," *Journal of Composites for Construction*, vol. 8, pp. 539–548, Nov. 2004.
- [14] J. Berthet, *Non Linearité de Comportement de Colonnes en Béton confinées par Enveloppes Composites*. PhD thesis, Université Claude Bernard-Lyon 1, 2002.
- [15] J. F. Berthet, E. Ferrier, and P. Hamelin, "Compressive behavior of concrete externally confined by composite jackets. Part A : experimental study," *Construction and Building Materials*, vol. 19, no. 3, pp. 223–232, 2005.
- [16] H. Wu, *Constitutive Model Of Concrete Confined By Advanced Fiber Composite Materials And Applications In Seismic Retrofitting*. PhD thesis, University Of Southern California, 2007.
- [17] J. Lim and T. Ozbakkaloglu, "Investigation of the influence of the application path of confining pressure : Tests on actively confined and FRP-confined concretes," *Journal of Structural Engineering*, vol. 141, pp. 04014203–, Sept. 2014.
- [18] S. Matthys, H. Toutanji, and L. Taerwe, "Stress-strain behavior of large-scale circular columns confined with FRP composites," *Journal of Structural Engineering*, vol. 132, no. 1, pp. 123–133, 2006.
- [19] R. Sadone, M. Quiertant, J. Mercier, and E. Ferrier, "Experimental study on RC columns retrofitted by FRP and subjected to seismic loading," in *6th International Conference on FRP Composites in Civil Engineering CICE*, Rome, 2012.
- [20] P. Grassl, "Modelling of dilation of concrete and its effect in triaxial compression," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 40, no. 9, pp. 1021–1033, 2004.
- [21] M. Samaan, A. Mirmiran, and M. Shahawy, "Model of concrete confined by fiber composites," *Journal of Structural Engineering*, vol. 124, no. 9, pp. 1025–1031, 1998.
- [22] J. Berthet, E. Ferrier, and P. Hamelin, "Compressive behavior of concrete externally confined by composite jackets : Part B : modeling," *Construction and Building Materials*, vol. 20, pp. 338–347, June 2006.
- [23] A. Z. Fam and S. H. Rizkalla, "Confinement model for axially loaded concrete confined by circular fiber-reinforced polymer tubes," *Structural Journal*, vol. 98, no. 4, pp. 451–461, 2001.
- [24] T. Jiang and J. G. Teng, "Analysis-oriented stress-strain models for FRP-confined concrete," *Engineering Structures*, vol. 29, no. 11, pp. 2968–2986, 2007.
- [25] M. Spoelstra and G. Monti, "FRP-confined concrete model," *Journal of Composites for Construction*, vol. 3, no. 3, pp. 143–150, 1999.
- [26] T. Ozbakkaloglu, J. C. Lim, and T. Vincent, "FRP-confined concrete in circular sections : Review and assessment of stress-strain models," *Engineering Structures*, vol. 49, no. 0, pp. 1068–1088, 2013.
- [27] J.-F. Jiang and Y.-F. Wu, "Identification of material parameters for drucker-prager plasticity model for FRP confined circular concrete columns," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 49, no. 3, pp. 445–456, 2012.

-
- [28] A. Karabinis, T. Rousakis, and G. Manolitsi, "3d finite-element analysis of substandard RC columns strengthened by fiber-reinforced polymer sheets," *Journal of Composites for Construction*, vol. 12, no. 5, pp. 531–540, 2008.
 - [29] A. Mirmiran, K. Zagers, and W. Yuan, "Nonlinear finite element modeling of concrete confined by fiber composites," *Finite Elements in Analysis and Design*, vol. 35, no. 1, pp. 79–96, 2000.
 - [30] T. C. Rousakis, A. I. Karabinis, P. D. Kioussis, and R. Tepfers, "Analytical modelling of plastic behaviour of uniformly FRP confined concrete members," *Composites Part B : Engineering*, vol. 39, no. 7-8, pp. 1104–1113, 2008.
 - [31] O. Youssf, M. A. ElGawady, J. E. Mills, and X. Ma, "Finite element modelling and dilation of FRP-confined concrete columns," *Engineering Structures*, vol. 79, no. 0, pp. 70–85, 2014.
 - [32] T. Yu, J. G. Teng, Y. L. Wong, and S. L. Dong, "Finite element modeling of confined concrete-i : Drucker-prager type plasticity model," *Engineering Structures*, vol. 32, no. 3, pp. 665–679, 2010.
 - [33] T. Yu, J. Teng, Y. Wong, and S. Dong, "Finite element modeling of confined concrete-ii : Plastic-damage model," *Engineering Structures*, vol. 32, pp. 680–691, Mar. 2010.
 - [34] B. Luccioni, S. Oller, and R. Danesi, "Coupled plastic-damaged model," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 129, no. 1-2, pp. 81–89, 1996.
 - [35] T. Ozbakkaloglu, A. Gholampour, and J. C. Lim, "Damage-plasticity model for FRP-confined normal-strength and high-strength concrete," *Journal of Composites for Construction*, vol. 20, no. 6, 2016.
 - [36] C. Scawthorn and W. Chen, eds., *Earthquake Engineering Hand Book*. CRC Press, 2002.
 - [37] D. Hatzfeld, "Bam 2003 : un tremblement de terre dévastateur," *CNRS Thema*, 2005.
 - [38] A. Pourmazaheri, "Le tremblement de terre de Bam retour sur un triste bilan," *La Revue de TEHRAN*, no. 50, 2010.
 - [39] C. V. R. Murty, S. Brzev, H. Faison, C. D. Comartin, and A. Irfanoglu, *AT RISK :The Seismic Performance of Reinforced Concrete Frame Buildings with Masonry Infill Walls*. Earthquake Engineering Research Institute, 2006.
 - [40] M. Priestley, F. Seible, and G. Calvi, *Seismic Design and Retrofit of Bridges*. John Wiley & Sons, Ltd, 1996.
 - [41] E. Baran, H. C. Mertol, and B. Gunes, "Damage in Reinforced-Concrete buildings during the 2011 Van, Turkey Earthquakes," *Journal of Performance of Constructed Facilities*, vol. 28, no. 3, pp. 466–479, 2014.
 - [42] O. Isler, "Seismic performances and typical damages of beam-column joints in the RC building," in *The 14th World Conference on Earthquake Engineering, Beijing, China*, 2008.

- [43] L. Zhu, K. J. Elwood, and T. Haukaas, "Classification and seismic safety evaluation of existing reinforced concrete columns," *Journal of Structural Engineering*, vol. 133, no. 9, pp. 1316–1330, 2007.
- [44] P. Paultre, É. Calais, J. Proulx, C. Prépetit, and S. Ambroise, "Damage to engineered structures during the 12 january 2010, haiti (léogâne) earthquake," *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 40, no. 8, pp. 777–790, 2013.
- [45] M. Rodriguez and R. Park, "Repair and strengthening of reinforced concrete buildings for seismic resistance," *Earthquake Spectra*, vol. 12, no. 4, pp. 439–459, 1991.
- [46] "Règles PS 92, (1995)- règles de construction parasismique applicables aux bâtiments, norme française homologuée nf p 06-013, afnor, 217p."
- [47] H. Fukuyama and S. Sugano, "Japanese seismic rehabilitation of concrete buildings after the Hyogoken-Nanbu earthquake," *Cement and Concrete Composites*, vol. 22, no. 1, pp. 59 – 79, 2000.
- [48] S. Sugano, "Seismic strengthening of existing reinforced concrete buildings in Japan," *Bulletin Of The Newzealand National Society For Eart Hquake Engineering*, vol. 14, no. 4, pp. 209–222, 1981.
- [49] G. Tsionis, R. Apostolska, and F. Taucer, "Seismic strengthening of RC buildings," tech. rep., Joint Research Centre, Institute for the Protection and Security of the Citizen, 2014.
- [50] J. Berthelot, *Matériaux Composites*. Lavoisier, Paris, 3th ed., 1999.
- [51] *Renforcement de structures, Systemes composites Sika CarboDur et SikaWrap*.
- [52] P. Hamelin, "Renforcement des ouvrages d'art par matériaux composites," *Techniques de l'Ingénieur, traité Plastiques et Composites*, 2002.
- [53] "Externally bonded FRP reinforcement for RC structures," tech. rep., fib, bulletin 14, 2001.
- [54] D. Gay, *Materiaux Composites*. Lavoisier, 4 edition ed., 1997.
- [55] S. Chataigner, *Collage structural et matériaux composites pour les structures de génie civil : contributions théoriques et applications*. HDR, Université Paris Est, 2016.
- [56] J. Teng, J. F. Chen, S. T. Smith, and L. Lam, *FRP Strengthened RC Structures*. John Wiely & Sons, Ltd, 2001.
- [57] J. Luckxy, "Composites à fibres de carbone dans le génie civil," *Techniques de l'Ingénieur, traité Plastiques et Composites*, 1999.
- [58] S. Lau, *Rehabilitation Of Reinforced Concrete Beam-column Joints Using Glass Fibre Reinforced Polymer Sheets*. PhD thesis, University of Hong Kong, Pokfulam, Hong Kong SAR, 2005.
- [59] A. Ghobarah and A. Said, "Shear strengthening of beam-column joints," *Engineering Structures*, vol. 24, no. 7, pp. 881 – 888, 2002. {SEMC} 2001.

-
- [60] J. Lombard, D. Lau, J. Humar, S. Foo, and M. Cheung, "Seismic strengthening and repair of reinforced concrete shear walls," in *12 th World Conference on Earthquake Engineering*, 2000.
 - [61] H. El-Sokkary and K. Galal, "Seismic behavior of rc shear walls strengthened with fiber-reinforced polymer," *Journal of Composites for Construction*, vol. 17, no. 5, pp. 603–613, 2013.
 - [62] S. Qazi, L. Michel, and E. Ferrier, "Mechanical behaviour of slender RC walls under seismic loading strengthened with externally bonded CFRP," *European Journal of Environmental and Civil Engineering*, vol. 17, no. 6, pp. 496–506, 2013.
 - [63] A. Chopra, *Dynamics of structures Theory and Applications to Earthquake Engineering*. Prentice Hall, forth ed., 2011.
 - [64] C. Uang, "Establishing r (or R_w) and C_d factors for building seismic provisions," *Journal of Structural Engineering*, vol. 117, no. 1, pp. 19–28, 1991.
 - [65] *Prestandard and Commentary for the Seismic Rehabilitation of Buildings*. Washington D.C. : FEMA-356, Federal Emergency Management Agency, ASCE(2000).
 - [66] J. Liu, *Seismic Behavior of Reinforced Concrete Columns*. PhD thesis, Departement of Civil Engineering, University of Toronto, 2013.
 - [67] S. Sheikh and G. Yau, "Seismic behavior of concrete columns confined with steel and fiber-reinforced polymers," *ACI Structural Journal*, vol. 99, no. 1, pp. 72–80, 2002.
 - [68] N. Gould and T. Harmon, "Confined concrete columns subjected to axial load, cyclic shear, and cyclic flexure - part ii : Experimental program," *ACI Structural Journal*, pp. 42–50, 2002.
 - [69] R. Iacobucci, S. Sheikh, and O. Bayrak, "Retrofit of square concrete columns with carbon fiber-reinforced polymer for seismic resistance," *ACI Structural Journal*, 2003.
 - [70] M. Memon and S. Sheikh, "Seismic resistance of square concrete columns retrofitted with glass fiber-reinforced polymers," *ACI Structural Journal*, vol. 102, no. 5, pp. 774–782, 2005.
 - [71] A. Hosseini, A. R. Khaloo, and S. Fadaee, "Seismic performance of high-strength concrete square columns confined with carbon fiber reinforced polymers (CFRPs)," *Canadian Journal of Civil Engineering*, vol. 32, no. 3, pp. 569–578, 2005.
 - [72] T. Ozbakkaloglu and M. Saatcioglu, "Seismic behavior of high-strength concrete columns confined by fiber-reinforced polymer tubes," *Journal of Composites for Construction*, vol. 10, no. 6, pp. 538–549, 2006.
 - [73] T. Ozbakkaloglu and M. Saatcioglu, "Seismic performance of square high-strength concrete columns in FRP stay-in-place formwork," *Journal of Structural Engineering*, vol. 133, no. 1, pp. 44–56, 2007.
 - [74] Z. Y. Wang, X. L. Lu, and D. Y. Li, W.and Wang, "Experimental research on seismic performance of high strength concrete circular column confined with carbon fiber sheets at plastic hinge zone," *Building Structure (in Chinese)*, 2009.

- [75] V. Gopalaratnam and S. P. Shah, "Softening response of plain concrete in direct tension," *ACI Journal*, vol. 82, no. 3, pp. 310–323, 1985.
- [76] B. Sinha, K. H. Gerstle, and L. Tulin, "Stress-strain relation for concrete under cyclic loading," *Journal of American Concrete Institute*, vol. 61, no. 2, pp. 195–211, 1964.
- [77] J.-M. Torrenti, *Comportement multiaxial du béton : aspects expérimentaux et modélisation*. PhD thesis, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1987.
- [78] P. Germain, *Mécanique des Milieux Continus*. Masson éditeur, 1973.
- [79] J. C. Lim and T. Ozbakkaloglu, "Unified stress-strain model for FRP and actively confined normal-strength and high-strength concrete," *Journal of Composites for Construction*, vol. 19, no. 4, p. 04014072, 2015.
- [80] L. Lam, J. G. Teng, C. H. Cheung, and Y. Xiao, "FRP-confined concrete under axial cyclic compression," *Cement and Concrete Composites*, vol. 28, no. 10, pp. 949–958, 2006.
- [81] T. Ozbakkaloglu and E. Akin, "Behavior of FRP-confined normal- and high-strength concrete under cyclic axial compression," *Journal of Composites for Construction*, vol. 16, no. 4, pp. 451–463, 2012.
- [82] R. Sadone, *Comportement de poteaux en béton armé renforcés par matériaux composites, soumis à des sollicitations de type sismique, et analyse d'éléments de dimensionnement*. PhD thesis, Université Paris- Est, IFSTTAR, 2011.
- [83] A. Mirmiran, M. Shahawy, M. Samaan, H. E. Echary, J. C. Mastrapa, and O. Pico, "Effect of column parameters on FRP-confined concrete," *Journal of Composites for Construction*, vol. 2, no. 4, pp. 175–185, 1998.
- [84] L.-M. Wang and Y.-F. Wu, "Effect of corner radius on the performance of CFRP-confined square concrete columns : Test," *Engineering Structures*, vol. 30, no. 2, pp. 493–505, 2008.
- [85] A. Considré, *Experimental researches reinforced concrete*. New York : McGraw-Hill Book Co, 1903.
- [86] F. Richart, A. Brantzaeg, and R. Brown, "The failure of plain and spirally reinforced concrete in compression," in *Bulletin No. 190, Engineering Experiment Station*, (University of Illinois, Urbana), 1929.
- [87] F. Richart, A. Brantzaeg, and R. Brown, "A study of failure of concrete under combined compressive stresses," tech. rep., University of Illinois, 1982.
- [88] H. Roy and M. Sozen, "Ductility of concrete," in *International Symposium on Flexural Mechanics of Reinforced Concrete*, (Miami), pp. 213–224, ASCE-ACI, 1964.
- [89] D. Kent and R. Park, "Flexural members with confined concrete," *Journal of the Structural Division*, vol. 97, no. ST7, pp. 1969–1990, 1971.
- [90] J. Mander, M. Priestley, and R. Park, "Observed stress-strain behavior of confined concrete," *Journal of Structural Engineering*, vol. 114, no. 8, pp. 1827–1849, 1988.

-
- [91] J. Mander, M. Priestley, and R. Park, "Theoretical stress-strain model for confined concrete," *Journal of Structural Engineering*, vol. 114, no. 8, pp. 1804–1826, 1988.
 - [92] S. Ahmed and S. P. Shah, "Complete triaxial stress-strain curves for concrete," *Journal of the Structural Division*, vol. 108, no. 4, pp. 728–742, 1982.
 - [93] Y. Xiao, *Experimental Study and Analytical Modeling of Triaxial Behavior of Confined Concrete*. PhD thesis, Kyushu University, Japan, 1989.
 - [94] A. 440.2R-08, "Guide for the design and construction of externally bonded FRP systems for strengthening concrete structures," *ACI committee 440, technical committee document*, no. 440.2R-08, p. 76, 2008.
 - [95] M. Shahawy, A. Mirmiran, and T. Beitelman, "Tests and modeling of carbon-wrapped concrete columns," *Composites Part B : Engineering*, vol. 31, pp. 471–480, Oct. 2000.
 - [96] A. I. Karabinis and T. C. Rousakis, "Concrete confined by FRP material : a plasticity approach," *Engineering Structures*, vol. 24, no. 7, pp. 923–932, 2002.
 - [97] J. Lubliner, J. Oliver, S. Oller, and E. Oñate, "A plastic damage model for concrete," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 25, no. 3, pp. 299–326, 1989.
 - [98] J. Lee and G. Fenves, "Plastic-damage model for cyclic loading of concrete structures," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 124, no. 8, pp. 892–900, 1998.
 - [99] J. Teng, Y. Huang, L. Lam, and L. Ye, "Theoretical model for fiber-reinforced polymer-confined concrete," *Journal of Composites for Construction*, vol. 11, no. 2, pp. 201–210, 2007.
 - [100] *Simulia, Abaqus Analysis User's Manual*. Providence, RI : Dassault Systemes Simulia Corp., 2014.
 - [101] Q. Xiao, *Computational Models for FRP-Confined Concrete and FRP-Confined RC Columns*. PhD thesis, The Hong Kong Polytechnic University, 2013.
 - [102] J. Teng, Q. Xiao, T. Yu, and L. Lam, "Three-dimensional finite element analysis of reinforced concrete columns with FRP and/or steel confinement," *Engineering Structures*, vol. 97, pp. 15–28, Aug. 2015.
 - [103] N. F. Hany, E. G. Hantouche, and M. H. Harajli, "Finite element modeling of FRP-confined concrete using modified concrete damaged plasticity," *Engineering Structures*, vol. 125, pp. 1–14, 2016.
 - [104] B. M. Luccioni and V. C. Rougier, "A plastic damage approach for confined concrete," *Computers & Structures*, vol. 83, no. 27, pp. 2238–2256, 2005.
 - [105] S. Yazdani and S. Karnawat, "A unified constitutive theory for brittle solids," *Mechanics Research Communication*, vol. 19, no. 5, pp. 443–448, 1992.
 - [106] S. Yazdani and S. Karnawat, "A constitutive theory for brittle solid with application to concrete," *International Journal of Damage Mechanics*, vol. 5, pp. 93–110, 1996.

- [107] M. M. Attard and S. Setunge, "Stress-strain relationship of confined and unconfined concrete," *ACI Materials Journal*, vol. 93, no. 5, 1996.
- [108] J. Zhang, Z. Zhang, and C. Chen, "Yield criterion in plastic-damage models for concrete," *Acta Mechanica Solida Sinica*, vol. 23, no. 3, pp. 220–230, 2010.
- [109] W.-F. Chen, *Plasticity in reinforced concrete*. McGraw-Hill, 1982.
- [110] L. Jason, A. Huerta, G. Pijaudier-Cabot, and S. Ghavamian, "An elastic plastic damage formulation for concrete : Application to elementary tests and comparison with an isotropic damage model," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195, no. 52, pp. 7077–7092, 2006.
- [111] K. H. Gerstle, "Simple formulation of biaxial concrete behavior," *ACI Journal Proceedings*, pp. 62–68, 1981.
- [112] S. Y. Xie and J. F. Shao, "Elastoplastic deformation of a porous rock and water interaction," *International Journal of Plasticity*, vol. 22, no. 12, pp. 2195–2225, 2006.
- [113] P. H. Feenstra and R. de Borst, "A composite plasticity model for concrete," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 33, no. 5, pp. 707 – 730, 1996.
- [114] P. Grassl, K. Lundgren, and K. Gylltoft, "Concrete in compression : a plasticity theory with a novel hardening law," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 39, no. 20, pp. 5205–5223, 2002.
- [115] I. Imran and S. J. Pantazopoulou, "Plasticity model for concrete under triaxial compression," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 127, no. 3, pp. 281–290, 2001.
- [116] V. K. Papanikolaou and A. J. Kappos, "Confinement-sensitive plasticity constitutive model for concrete in triaxial compression," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 44, no. 21, pp. 7021–7048, 2007.
- [117] W.-F. Chen and D. Han, *Plasticity for Structural Engineers*. Springer-Verlag, 1988.
- [118] D. Murray, W. C, R.-A. K.Y, and C. L, "Concrete plasticity theory for biaxial stress analysis," *Journal of the Engineering Mechanics Division*, vol. 105, no. 6, pp. 989–1006, 1979.
- [119] S. Pietruszczak, J. Jiang, and F. A. Mirza, "An elastoplastic constitutive model for concrete," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 24, no. 7, pp. 705–722, 1988.
- [120] S. Andrieux, Y. Bamberger, and j.-j. Marigo, "Un modèle de matériau microfissuré pour les bétons et les roches," *Journal de mécanique théorique et appliquée*, 1986.
- [121] J. Besson, G. Cailletaud, J.-L. Chaboche, and S. Forest, *Mécanique non linéaire des matériaux*. Hermès, 2001.
- [122] J. Lemaitre, J.-L. Chaboche, A. Benhalal, and R. Desmorat, *Mécanique des matériaux solides*. Dunod, 3e Edition, 2009.
- [123] M. Jirasek and Z. P. Bažant, *Inelastic analysis of structures*. John Wiley & Sons, Ltd, 2002.

-
- [124] C. A. Coulomb, *Essai sur une application des regles des maximis et minimis a quelques problemes de statique relatifs à la architecture*. Mem. Acad. Roy. Div. Sav, 1776.
 - [125] D. Drucker and W. Prager, "Soil mechanics and plastic analysis or limit design," *Quarterly of Applied Mathematics*, no. 10, pp. 157–165, 1952.
 - [126] N. Ottosen, "A failure criterion for concrete," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 103, no. 1977, pp. 527–535, 1977.
 - [127] K. Willam and E. Wranke, "Constitutive model for triaxial behavior of concrete," *International Association for Bridges and Structural Engineering*, 1974.
 - [128] P. Menetrey and K. Willam, "Triaxial failure criterion for concrete and its generalization," *ACI Structural Journal*, vol. 92, no. 3, pp. 311–318, 1995.
 - [129] J. Lemaitre and J. Chaboche, *Mecanics of Solid Materials*. Cambridge University Press, 1985.
 - [130] B. Oh, *A plasticity model for confined concrete under uniaxial loading*. PhD thesis, Lehigh University, 2002.
 - [131] H. D. Kang and K. J. Willam, "Localization characteristics of triaxial concrete model," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 125, no. 8, pp. 941–950, 1999.
 - [132] W.-F. Chen and Y.-M. Lan, "Finite element study of confined concrete," *ACI Special Publication*, 2006.
 - [133] D. Sfer, I. Carol, R. Gettu, and G. Etse, "Study of the behavior of concrete under triaxial compression," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 128, no. 2, pp. 156–163, 2002.
 - [134] J. Lemaitre, *A Course on Damage Mechanics*. Springer Berlin Heidelberg, 1996.
 - [135] L. Kachanov, "Time of the rupture process under creep conditions," *Izvestiia Akademii Nauk SSSR, Otdelenie Tekhnicheskikh Nauk*, vol. 8, pp. 26–31, 1958.
 - [136] D. Kondo, H. Welemene, and F. Cormery, "Basic concepts and models in continuum damage mechanics," *Revue Européenne de Génie Civil*, vol. 11, no. 7-8, pp. 927–943, 2007.
 - [137] J. Lemaitre, "Evaluation of dissipation and damage in metals submitted to dynamic loading," in *Proceedings I.C.M.I, Kyoto, Japan*, 1971.
 - [138] J. Shao, Y. Jia, D. Kondo, and A. Chiarelli, "A coupled elastoplastic damage model for semi-brittle materials and extension to unsaturated conditions," *Mechanics of Materials*, vol. 38, pp. 218–232, Mar. 2006.
 - [139] J. Mazars, *Application de la mécanique de l'endommagement au comportement nonlinéaire à la rupture de béton structure*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, France, 1984.
 - [140] G. Pijaudier-Cabot and J. Mazars, *Damage models for concrete in Handbook of Materials Behavior*. Academic Press, 2001.

- [141] J. Simo and J. Ju, "Strain-and stress-based continuum damage models-i. formulation," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 23, no. 7, pp. 821–840, 1987.
- [142] J. Ju, "On energy-based coupled elastoplastic damage theories constitutive modeling and computational aspects," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 25, no. 7, pp. 803–833, 1989.
- [143] P. Grassl and M. Jiràsek, "Damage-plastic model for concrete failure," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 43, no. 22-23, pp. 7166–7196, 2006.
- [144] R. Faria, J. Oliver, and M. Cervera, "A strain-based plastic viscous-damage model for massive concrete structures," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 35, no. 14, pp. 1533–1558, 1998.
- [145] M. Salari, S. Saeb, K. Willam, S. Patchet, and R. Carrasco, "A coupled elastoplastic damage model for geomaterials," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 193, no. 27, pp. 2625–2643, 2004.
- [146] Y. Jia, H. B. Bian, K. Su, D. Kondo, and J. F. Shao, "Elastoplastic damage modeling of desaturation and resaturation in argillites," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 34, no. 2, pp. 187–220, 2010.
- [147] G. Frantziskonis and C. S. Desai, "Constitutive model with strain softening," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 23, no. 6, pp. 733–750, 1987.
- [148] C. S. Desai, S. Somasundaram, and G. Frantziskonis, "A hierarchical approach for constitutive modelling of geologic materials," *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 10, no. 3, pp. 225–257, 1986.
- [149] H. Zhou, H. Bian, Y. Jia, and J. Shao, "Elastoplastic damage modeling the mechanical behavior of rock-like materials considering confining pressure dependency," *Mechanics Research Communications*, vol. 53, pp. 1–8, 2013.
- [150] P. Grassl and R. Rempling, "Influence of volumetric-deviatoric coupling on crack prediction in concrete fracture tests," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 74, no. 10, pp. 1683–1693, 2007.
- [151] M. Ortiz, "A constitutive theory for the inelastic behavior of concrete," *Mechanics of Materials*, vol. 4, no. 1, pp. 67–93, 1985.
- [152] J. Zhang and J. Li, "Investigation into lubliner yield criterion of concrete for 3D simulation," *Engineering Structures*, vol. 44, no. 0, pp. 122–127, 2012.
- [153] Simulia, *Abaqus theory manual, version 6.14*. Providence, RI : Dassault Systemes Simulia Corp. 2014.
- [154] G. Etse and K. Willam, "Fracture energy formulation for inelastic behavior of plain concrete," *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 120, no. 9, pp. 1983–2011, 1994.
- [155] S. S. Smith, K. J. Willam, K. H. Gerstle, and S. Sture, "Concrete over the top-or, is there life after peak?," *ACI Materials Journal*, vol. 86, no. 5, 1989.

-
- [156] K. H. Roscoe, A. N. Schofield, and A. Thuraiajah, "Yielding of clays in states wetter than critical," *Géotechnique*, vol. 13, no. 3, pp. 211–240, 1963.
 - [157] S. J. Pantazopoulou and R. H. Mills, "Microstructural aspects of the mechanical response of plain concrete," *Materials Journal*, vol. 92, no. 6, pp. –, 1995.
 - [158] J. Mazars, "A description of micro- and macroscale damage of concrete structures," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 25, no. 5, pp. 729–737, 1986.
 - [159] W. B. Kratzig and R. Polling, "An elasto-plastic damage model for reinforced concrete with minimum number of material parameters," *Computers & Structures*, vol. 82, no. 15-16, pp. 1201–1215, 2004.
 - [160] G. Meschke, R. Lackner, and H. A. Mang, "An anisotropic elastoplastic-damage model for plain concrete," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 42, no. 4, pp. 703–727, 1998.
 - [161] H. Yang, Y. Jia, S. Y. Xie, and J. F. Shao, "An experimental and numerical investigation of the mechanical behaviour of a concrete and of its permeability under deviatoric loading," *Transport in Porous Media*, vol. 102, no. 3, pp. 427–454, 2014.
 - [162] C. Poinard, Y. Malecot, and L. Daudeville, "Damage of concrete in a very high stress state : experimental investigation," *Materials and Structures*, vol. 43, no. 1-2, pp. 15–29, 2010. Mater Struct.
 - [163] H. Li, J. Teng, Z. Li, Y. Wang, and D. Zou, "Experimental study of damage evolution in cuboid stirrup-confined concrete," *Materials and Structures*, pp. 1–14, 2015.
 - [164] L. Jason, *Relation Endommagement Permeabilité Pour Les Bétons : Application Aux Calculs De Structures*. PhD thesis, Université de Nantes, 2004.
 - [165] M. Jiràsek, "Objective modeling of strain localization," *Revue Francaise de Génie Civil*, vol. 6, no. 6, pp. 1119–1132, 2002.
 - [166] G. Pijaudier-Cabot and Z. P. Bažant, "Nonlocal damage theory," vol. 113, no. 10, pp. 1512–1533, 1987.
 - [167] Z. P. Bažant, "Nonlocal damage theory based on micromechanics of crack interactions," vol. 120, no. 3, pp. 593–617, 1994.
 - [168] C. Giry, F. Dufour, and J. Mazars, "Stress-based nonlocal damage model," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 48, no. 25, pp. 3431–3443, 2011.
 - [169] R. de Borst, J. Pamin, and M. G. Geers, "On coupled gradient-dependent plasticity and damage theories with a view to localization analysis," *European Journal of Mechanics - A/Solids*, vol. 18, no. 6, pp. 939–962, 1999.
 - [170] R. de Borst and H.-B. Muhlhaus, "Gradient-dependent plasticity : Formulation and algorithmic aspects," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 35, no. 3, pp. 521–539, 1992.
 - [171] P. Grassl, "On a damage-plasticity approach to model concrete failure," in *Proceedings of the Institution of Civil Engineers - Engineering and Computational Mechanics*, vol. 162, 2009.

- [172] A. Needleman, "Material rate dependence and mesh sensitivity in localization problems," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 67, no. 1, pp. 69–85, 1988.
- [173] J.-F. Dubé, G. Pijaudier-Cabot, and C. La Borderie, "Rate dependent damage model for concrete in dynamics," vol. 122, pp. 939–947, Oct. 1996.
- [174] L. Sluys and R. de Borst, "Wave propagation and localization in a rate-dependent cracked medium—model formulation and one-dimensional examples," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 29, no. 23, pp. 2945–2958, 1992.
- [175] M. S. Niazi, H. H. Wisselink, and T. Meinders, "Viscoplastic regularization of local damage models : revisited," *Computational Mechanics*, vol. 51, pp. 203–216, Feb 2013.
- [176] P. Grassl, D. Xenos, U. Nystrom, R. Rempling, and K. Gylltoft, "CDPM2 : A damage-plasticity approach to modelling the failure of concrete," *International Journal of Solids and Structures*, vol. 50, pp. 3805–3816, Nov. 2013.
- [177] M. Matallah and C. La Borderie, "Inelasticity-damage-based model for numerical modeling of concrete cracking," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 76, no. 8, pp. 1087–1108, 2009.
- [178] J. Cervenka, Z. Bažant, and M. Wierer, "Equivalent localization element for crack band approach to mesh-sensitivity in microplane model," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 62, pp. 700–726, 2005.
- [179] J. Mazars, F. Hamon, and S. Grange, "A new 3D damage model for concrete under monotonic, cyclic and dynamic loadings," *Materials and Structures*, vol. 48, no. 11, pp. 3779–3793, 2015.
- [180] Z. P. Bažant and B. H. Oh, "Crack band theory for fracture of concrete," *Matériaux et Construction*, vol. 16, no. 3, pp. 155–177, 1983.
- [181] P. H. Feenstra, *Computational Aspects of Biaxial Stress in Plain and Reinforced Concrete*. PhD thesis, Delft University, Civil Engineering and Geosciences, 1993.
- [182] M. Jiràsek and M. Bauer, "Numerical aspects of the crack band approach," *Computers & Structures*, vol. 110, pp. 60–78, 2012.
- [183] K. J. Bathe, *Finite Element Procedures*. Prentice Hall, Pearson Education, Inc., 2 edition ed., 2014.
- [184] A. Vila and A. Rodriguez-Ferran, A. and Heurta, *Nonlinear Finite Element Techniques using an Object Oriented Code*. International center for numerical methods in engineering, 1995.
- [185] *Simulia, Abaqus User Subroutines Reference Manual*. Providence, RI : Dassault Systemes Simulia Corp., 2014.
- [186] M. Ortiz and J. C. Simo, "An analysis of a new class of integration algorithms for elastoplastic constitutive relations," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 23, no. 3, pp. 353–366, 1986.

-
- [187] A. Samani and M. M. Attard, "A stress-strain model for uniaxial and confined concrete under compression," *Engineering Structures*, vol. 41, pp. 335–349, 2012.
 - [188] E. Osorio, J. M. Bairán, and A. R. Marí, "Lateral behavior of concrete under uniaxial compressive cyclic loading," *Materials and Structures*, vol. 46, no. 5, pp. 709–724, 2013.
 - [189] H. Kupfer, H. K. Hilsdorf, and H. Rusch, "Behavior of concrete under biaxial stresses," *Journal Proceedings*, vol. 66, no. 8, 1969.
 - [190] M. Kotsovos and J. Newman, "A mathematical description of the deformational behaviour of concrete under complex loading," *Magazine of Concrete Research*, vol. 31, no. 107, pp. 77–90, 1979.
 - [191] A. Mirmiran and M. Shahawy, "Dilation characteristics of confined concrete," *Mechanics of Cohesive-frictional Materials*, vol. 2, no. 3, pp. 237–249, 1997.
 - [192] A. I. Karabinis and P. D. Kiouisis, "Effects of confinement on concrete columns : Plasticity approach," *Journal of Structural Engineering*, vol. 120, no. 9, pp. 2747–2767, 1994.
 - [193] A. Karabinis and P. Kiouisis, "Plasticity computations for the design of the ductility of circular concrete columns," *Computers & Structures*, vol. 60, no. 5, pp. 825 – 835, 1996.
 - [194] J. Lim and T. Ozbakkaloglu, "Lateral strain-to-axial strain relationship of confined concrete," *Journal of Structural Engineering*, vol. 141, no. 5, p. 04014141, 2015.
 - [195] *fib Model Code for Concrete Structures 2010*. Ernst & Sohn, 2013.
 - [196] T. Belytschko, J. S.-J. Ong, W. K. Liu, and J. M. Kennedy, "Hourglass control in linear and nonlinear problems," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 43, no. 3, pp. 251–276, 1984.
 - [197] "CSTB, 2008 - avis technique n 3/07-540."
 - [198] K. J. Bathe and A. P. Cimento, "Some practical procedures for the solution of nonlinear finite element equations," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 22, no. 1, pp. 59–85, 1980.
 - [199] K. LE Nguyen, *Contribution à la compréhension du comportement des structures renforcées par FRP sous séismes*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2015.
 - [200] B. Richard, F. Ragueneau, C. Cremona, and L. Adelaide, "Isotropic continuum damage mechanics for concrete under cyclic loading : Stiffness recovery, inelastic strains and frictional sliding," *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 77, no. 8, pp. 1203–1223, 2010.
 - [201] B. Piscesa, M. M. Attard, and A. K. Samani, "Three-dimensional finite element analysis of circular reinforced concrete column confined with FRP using plasticity model," *Procedia Engineering*, vol. 171, pp. 847–856, 2017.

-
- [202] B. Piscesa, M. M. Attard, and A. K. Samani, "A lateral strain plasticity model for FRP confined concrete," *Composite Structures*, vol. 158, no. Supplement C, pp. 160–174, 2016.
- [203] J. Simo and T. Hughes, *Computational Inelasticity*. Springer-Verlag, 1998.
- [204] B. Starman, M. Halilovic, M. Vrh, and B. Stok, "Consistent tangent operator for cutting-plane algorithm of elasto-plasticity," *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 272, pp. 214–232, 2014.

Annexe 1 : Expressions du multiplicateur plastique

Cette annexe détaille le calcul du multiplicateur plastique dans les deux variantes du modèle en explicitant notamment les différents termes du dénominateur et analysant leur signe algébrique pour la seconde variante.

1 Forme générale et notations

Forme du multiplicateur dans la variante 1 du modèle :

$$\Delta\lambda^{(1)} = \frac{F_{n+1}^{(i)}}{\mathcal{A}_{n+1}^{(i)} - \mathcal{B}_{n+1}^{(i)} - \mathcal{C}_{n+1}^{(i)} - \mathcal{D}_{n+1}^{(i)}}, \quad (1)$$

Forme du multiplicateur dans la variante 2 du modèle :

$$\Delta\lambda^{(2)} = \frac{F_{n+1}^{(i)}}{\mathcal{A}_{n+1}^{(i)} - \mathcal{C}_{n+1}^{(i)}}, \quad (2)$$

avec :

$$\mathcal{A}_{n+1}^{(i)} = \underline{\underline{\mathbf{v}}}_{n+1}^{(i)} : \underline{\underline{\mathbf{C}}}_{n+1}^{(i)} : \underline{\underline{\mathbf{r}}}_{n+1}^{(i)}, \quad \mathcal{B}_{n+1}^{(i)} = \underline{\underline{\mathbf{v}}}_{n+1}^{(i)} \underline{\underline{\mathbf{B}}}_{n+1}^{(i)} M_{d_{n+1}}^{(i)}, \quad (3)$$

$$\mathcal{C}_{n+1}^{(i)} = \xi_{p_{n+1}}^{(i)} M_{\gamma_{n+1}}^{(i)}, \quad \mathcal{D}_{n+1}^{(i)} = \xi_{d_{n+1}}^{(i)} M_{d_{n+1}}^{(i)} \quad (4)$$

$$\underline{\underline{\mathbf{v}}} = \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}, \quad \underline{\underline{\mathbf{r}}} = \frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}, \quad \underline{\underline{\mathbf{B}}} = \frac{\partial}{\partial d} \left(\underline{\underline{\mathbf{C}}}(d) \right) : \underline{\underline{\varepsilon}}^e, \quad (5)$$

$$\xi_d = \frac{\partial F}{\partial d}, \quad \xi_p = \frac{\partial F}{\partial \gamma_p}, \quad M_d = \frac{\dot{d}}{\dot{\lambda}}, \quad M_\gamma = \frac{\dot{\gamma}_p}{\dot{\lambda}} \quad (6)$$

et :

— $\underline{\underline{\mathbf{C}}}(d)$ le tenseur de rigidité du matériau endommagé donné pour un milieu isotrope par :

$$\underline{\underline{\mathbf{C}}}(d) = 2\mu(d)\underline{\underline{\mathbf{K}}} + 3k(d)\underline{\underline{\mathbf{J}}}, \quad (7)$$

avec $\mu(d)$ et $k(d)$ respectivement le module de cisaillement et le module compressibilité et les composantes des tenseurs du quatrième ordre $\underline{\underline{J}}$ et $\underline{\underline{K}}$ et $\underline{\underline{I}}$:

$$J_{ijkl} = \frac{1}{3} \delta_{ij} \delta_{kl}, \quad K_{ijkl} = I_{ijkl} - J_{ijkl}, \quad I_{ijkl} = \frac{1}{2} (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}). \quad (8)$$

— $F(p, q, \alpha_p)$ la fonction de charge donnée par :

$$F(p, q, \alpha_p) = q - \alpha_p(\gamma_p, d) \left(\frac{-c_1 + \sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}}{2c_2} \right) f_c, \quad (9)$$

avec p la pression moyenne, q la contrainte déviatorique définies par :

$$p = \frac{1}{3} \text{trace } \underline{\underline{\sigma}}, \quad q = \sqrt{\frac{1}{2} \underline{\underline{s}} : \underline{\underline{s}}}, \quad \underline{\underline{s}} = \underline{\underline{\sigma}} - p \underline{\underline{I}}, \quad (10)$$

f_c la résistance en compression uniaxiale du béton, c_1, c_2, c_3 des paramètres matériau,

— α_p la variable d'écrouissage définie par :

$$\alpha_p(\gamma_p, d) = (1 - d) \left(\alpha_p^0 + (1 - \alpha_p^0) \frac{\gamma_p}{B + \gamma_p} \right), \quad (11)$$

α_p^0 le seuil initial plasticité, B un paramètre matériau d'écrouissage,

— γ_p la déformation plastique cumulée définie par :

$$\gamma_p(t) = \frac{1}{\chi_p} \int_0^t \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^P(s) : \underline{\underline{\dot{\epsilon}}}^P(s)} ds, \quad (12)$$

avec le coefficient χ_p donné par :

$$\chi_p = \left(\frac{\langle -p - f_c/3 \rangle + f_c/3}{f_c/3} \right)^{a_1}, \quad (13)$$

et a_1 un paramètre matériau.

— $Q(p, q, d)$ le potentiel d'écoulement défini par :

$$Q(p, q, d) = q + (1 - d) \eta_c (c_3 f_c - p) \ln \left(\frac{c_3 f_c - p}{I_0} \right), \quad (14)$$

avec η_c paramètre caractéristique de la pente de la droite critique et I_0 point d'intersection entre la surface du potentiel et l'axe p .

— d la variable d'endommagement définie par :

$$d = 1 - (1 - d_c) (1 - s(\underline{\underline{\sigma}}) d_t), \quad s(\underline{\underline{\sigma}}) = s_0 + (1 - s_0) r(\underline{\underline{\sigma}}), \quad (15)$$

avec $0 \leq s_0 \leq 1$ un paramètre et

$$r(\underline{\underline{\sigma}}) = \sum_{i=1}^3 \langle \hat{\sigma}_i \rangle / \sum_{i=1}^3 |\hat{\sigma}_i|, \quad (16)$$

les variables d_c et d_t étant définies en fonction des paramètres matériaux $\Lambda_t, \Lambda_c, a_2$ par :

$$d_c = \chi_d [1 - \exp(-\Lambda_c \gamma_c^d)] \quad d_t = 1 - \exp(-\Lambda_t \gamma_t^d), \quad (17)$$

$$\chi_d = \left(1 + a_2 \left(\frac{\langle -p - f_c/3 \rangle}{f_c/3} \right) \right)^{-1}, \quad (18)$$

et, où dans la variante 1 du modèle :

$$\begin{cases} \dot{\gamma}_c^d = (1 - r(\underline{\underline{\sigma}})) \sqrt{\frac{2}{3}} \underline{\underline{e}}^p : \underline{\underline{e}}^p, & \text{avec } \underline{\underline{e}}^p = \underline{\underline{\varepsilon}}^p - \frac{1}{3} (\text{trace } \underline{\underline{\varepsilon}}^p) \underline{\underline{I}}, \\ \dot{\gamma}_t^d = r(\underline{\underline{\sigma}}) \dot{\varepsilon}_{\max}^p, \end{cases} \quad (19)$$

alors que dans la variante 2 du modèle, on a :

$$\begin{cases} \gamma_c^d = (1 - r(\underline{\underline{\sigma}})) \sqrt{\frac{2}{3}} \underline{\underline{e}} : \underline{\underline{e}}, & \underline{\underline{e}} = \underline{\underline{\varepsilon}} - \frac{1}{3} (\text{trace } \underline{\underline{\varepsilon}}) \underline{\underline{I}}, \\ \gamma_t^d = r(\underline{\underline{\sigma}}) \sqrt{\sum_{i=1}^3 \langle \hat{\varepsilon}_i \rangle^2}. \end{cases} \quad (20)$$

2 Expressions des termes du dénominateur du multiplicateur plastique

2.1 Terme $\mathcal{A}$

— Dérivée de la fonction de charge $F(p, q, \alpha_p)$ par rapport au tenseur des contraintes

$$\underline{\underline{v}} = \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{\partial F}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + \frac{\partial F}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{\underline{\underline{s}}}{2q} + \frac{\alpha_p}{3\sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}} \underline{\underline{\delta}}. \quad (21)$$

— Dérivée du potentiel d'écoulement $Q(\underline{\underline{\sigma}}, d)$ par rapport au tenseur des contraintes

$$\underline{\underline{r}} = \frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{\partial Q}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} + \frac{\partial Q}{\partial p} \frac{\partial p}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} = \frac{\underline{\underline{s}}}{2q} + \frac{(1-d)\eta_c}{3} \left(\frac{q}{(1-d)\eta_c(c_3 f_c - p)} - 1 \right) \underline{\underline{\delta}}. \quad (22)$$

— Expression du terme $\underline{\underline{C}}(d) : \underline{\underline{r}}$

Tout tenseur d'ordre deux $\underline{\underline{E}}$ vérifie les relations suivantes :

$$\underline{\underline{J}} : \underline{\underline{E}} = \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\underline{E}}) \underline{\underline{\delta}}, \quad \underline{\underline{K}} : \underline{\underline{E}} = \underline{\underline{E}} - \frac{1}{3} \text{tr}(\underline{\underline{E}}) \underline{\underline{\delta}}. \quad (23)$$

De sorte que :

$$\begin{aligned} \underline{\underline{\underline{C}}}(d) : \frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\underline{\sigma}}}} &= \left(2\mu(d)\underline{\underline{\underline{K}}} + 3k(d)\underline{\underline{\underline{J}}} \right) : \left(\frac{\underline{\underline{\underline{s}}}}{2q} + \frac{(1-d)\eta_c}{3} \left(\frac{q}{(1-d)\eta_c(c_3 f_c - p)} - 1 \right) \underline{\underline{\underline{\delta}}} \right) \\ &= \mu(d) \frac{\underline{\underline{\underline{s}}}}{q} + k(d)(1-d)\eta_c \left(\frac{q}{(1-d)\eta_c(c_3 f_c - p)} - 1 \right) \underline{\underline{\underline{\delta}}}. \end{aligned} \quad (24)$$

— Expression du terme $\mathcal{A} = \underline{\underline{\underline{v}}} : \underline{\underline{\underline{C}}}(d) : \underline{\underline{\underline{r}}}$

En combinant les équations (21) et (24), on obtient :

$$\begin{aligned} \mathcal{A} = \underline{\underline{\underline{v}}} : \underline{\underline{\underline{C}}}(d) : \underline{\underline{\underline{r}}} &= \frac{\partial F}{\partial \underline{\underline{\underline{\sigma}}}} \underline{\underline{\underline{C}}}(d) : \frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\underline{\sigma}}}} = \\ &= \left(\frac{\underline{\underline{\underline{s}}}}{2q} + \frac{\alpha_p}{3\sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}} \underline{\underline{\underline{\delta}}} \right) : \left(\mu(d) \frac{\underline{\underline{\underline{s}}}}{q} + k(d)(1-d)\eta_c \left(\frac{q}{(1-d)\eta_c(c_3 f_c - p)} - 1 \right) \underline{\underline{\underline{\delta}}} \right) \\ &= \mu(d) + \frac{\alpha_p k(d)(1-d)\eta_c \left[\frac{q}{(1-d)\eta_c(c_3 f_c - p)} - 1 \right]}{\sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}}. \end{aligned} \quad (25)$$

2.2 Terme $\mathcal{B}$

— Expression du terme $\partial d \left(\underline{\underline{\underline{C}}}(d) \right)$

Par définition $\underline{\underline{\underline{C}}}(d) = (1-d) \underline{\underline{\underline{C}}}_0$, où $\underline{\underline{\underline{C}}}_0$ est le tenseur de rigidité d'ordre 4 du matériau sain supposé isotrope défini par :

$$\underline{\underline{\underline{C}}}(d) = 2\mu_0 \underline{\underline{\underline{K}}} + 3k_0 \underline{\underline{\underline{J}}}. \quad (26)$$

De sorte que :

$$\frac{\partial}{\partial d} \left(\underline{\underline{\underline{C}}}(d) \right) = -\underline{\underline{\underline{C}}}_0, \quad (27)$$

— Expression du terme $\underline{\underline{\underline{B}}}$

$$\begin{aligned} \mathcal{B} = \underline{\underline{\underline{v}}} : \left(-\underline{\underline{\underline{C}}}_0 \right) : \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e &= \\ &= \left(\frac{\underline{\underline{\underline{s}}}}{2q} + \frac{\alpha_p}{3\sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}} \underline{\underline{\underline{\delta}}} \right) : \left(-2\mu_0 \underline{\underline{\underline{K}}} - 3k_0 \underline{\underline{\underline{J}}} \right) : \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e = \\ &= \left(-\frac{\mu_0 \underline{\underline{\underline{s}}}}{q} - \frac{\alpha_p k_0 \underline{\underline{\underline{\delta}}}}{\sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}} \right) : \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e = -\frac{\mu_0 \underline{\underline{\underline{s}}} : \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e}{q} - \frac{\alpha_p k_0 \underline{\underline{\underline{\delta}}} : \underline{\underline{\underline{\varepsilon}}}^e}{\sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}} \end{aligned} \quad (28)$$

où ε_v^e est déformation élastique volumique.

2.3 Terme $\mathcal{C}$

— Dérivée de la fonction de charge $F(p, q, \alpha_p)$ par rapport à la déformation plastique cumulée

$$\frac{\partial F}{\partial \gamma_p} = \frac{\partial F}{\partial \alpha_p} \frac{\partial \alpha_p}{\partial \gamma_p} = - \frac{-c_1 + \sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}}{2c_2} f_c \frac{(1-d)(1-\alpha_0^p)B}{(B + \gamma_p)^2}, \quad (29)$$

— Expression du terme M_γ

$$M_\gamma \dot{\lambda} = \dot{\gamma}_p, \quad \text{et} \quad \dot{\gamma}_p = \dot{\lambda} \frac{1}{\chi_p} \sqrt{\frac{2}{3} \frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} : \frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}}, \quad (30)$$

ce qui donne :

$$M_\gamma = \frac{1}{\chi_p} \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{r}} : \underline{\underline{r}}}. \quad (31)$$

— Expression du terme $\mathcal{C} = \xi_p M_\gamma$

$$\mathcal{C} = \frac{\partial F}{\partial \gamma_p} M_\gamma = - \frac{-c_1 + \sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}}{2c_2} f_c \frac{(1-d)(1-\alpha_0^p)B}{(B + \gamma_p)^2} \frac{1}{\chi_p} \sqrt{\frac{2}{3} \underline{\underline{r}} : \underline{\underline{r}}}. \quad (32)$$

2.4 Terme $\mathcal{D}$

— Dérivée de la fonction de charge $F(p, q, \alpha_p)$ par rapport à la variable d'endommagement

$$\xi_d = \frac{\partial F}{\partial d} = \frac{\partial F}{\partial \alpha_p} \frac{\partial \alpha_p}{\partial d} = \hat{\alpha}_p \frac{-c_1 + \sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}}{2c_2} f_c. \quad (33)$$

— Expression du terme M_d

$$M_d \dot{\lambda} = \dot{d}, \quad \text{et} \quad \dot{d} = \dot{d}_c (1 - s(\underline{\underline{\sigma}}) d_t) + (1 - d_c) (s(\underline{\underline{\sigma}}) \dot{d}_t), \quad (34)$$

avec

$$\dot{d}_c = \frac{\partial d_c}{\partial \gamma_c^d} \dot{\gamma}_c^d = \chi_d A_c \exp(-A_c \gamma_c^d) (1 - r) \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\underline{\underline{e}}}^p : \dot{\underline{\underline{e}}}^p}. \quad (35)$$

$$\dot{d}_t = \frac{\partial d_c}{\partial \gamma_t^d} \dot{\gamma}_t^d = A_t \exp(-A_t \gamma_t^d) r \dot{\underline{\underline{e}}}^p_{\max}. \quad (36)$$

De sorte que :

$$M_d = \chi_d A_c \exp(-A_c \gamma_c^d)(1-r) \sqrt{\frac{2}{3} \left(\underline{\underline{K}} : \frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right) : \left(\underline{\underline{K}} : \frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)} (1-s d_t) + sr(1-d_c) A_t \exp(-A_t \gamma_t^d) \left(\frac{\hat{\partial Q}}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)_{\max}. \quad (37)$$

— Expression du terme $\mathcal{D} = \xi_d M_d$

$$\mathcal{D} = \hat{\alpha}_p \frac{-c_1 + \sqrt{c_1^2 + 4c_2(c_3 - p/f_c)}}{2c_2} f_c \chi_d A_c \exp(-A_c \gamma_c^d)(1-r) \sqrt{\frac{2}{3} \text{dev}\left(\frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}\right) \text{dev}\left(\frac{\partial Q}{\partial \underline{\underline{\sigma}}}\right)} (1-s d_t) + sr(1-d_c) A_t \exp(-A_t \gamma_t^d) \left(\frac{\hat{\partial Q}}{\partial \underline{\underline{\sigma}}} \right)_{\max}. \quad (38)$$

3 Étude de signes - Variante 2 du modèle

Nous nous intéressons maintenant aux signes des deux termes $\mathcal{A}$ et $\mathcal{C}$ impliqués dans le calcul du multiplicateur plastique $\Delta\lambda^{(2)}$ dans la seconde variante du modèle privilégiée dans les applications de calculs de structures. Pour illustrer cette étude de signe, nous reprenons les valeurs des paramètres identifiés pour les simulations présentées au chapitre 4, rappelées ici dans la table A.1. Nous commençons par examiner le signe du terme $\mathcal{A}$

Tableau A.1 — Paramètres du modèle identifiés pour la simulation des essais de l'IFSTTAR, Sadone [82]

Élasticité		Plasticité							Endommagement			
E (GPa)	ν	c_1	c_2	c_3	B	α_0^p	η_c	f_c (MPa)	a_1	A_c	A_t	a_2
27	0,2	0,54	0,18	0,1	$7,10^{-5}$	0,7	1,13	46,2	2,6	66	1160	2,1

dont l'expression est donnée en (25).

En supposant l'endommagement nul ($d=0$), il est possible de générer la surface des valeurs du terme $\mathcal{A}$ en tant que fonction de p et q . Cette surface est représentée à la figure A.1 (a) en exploitant les valeurs des paramètres donnés à la table A.1 et en se limitant à des valeurs de p telles que $p < c_3 f_c$. Sur cette figure, la surface verte représente la valeur nulle de $\mathcal{A}$. On observe que la surface des valeurs prises par $\mathcal{A}(p, q, d = 0)$ se situe globalement au dessus de la surface verte, de sorte que $\mathcal{A}(p, q, d = 0) > 0$, excepté sur une petite partie qui correspond à des valeurs $\mathcal{A}(p, q, d = 0) < 0$. Cette zone est représentée dans le plan $p-q$ sur la figure A.1 (b) (zone verte). Elle est située à l'intérieur de la surface

charge (courbe bleue). De sorte que cette zone n'est pas utilisée pour calculer la valeur du multiplicateur plastique.

Si l'on prend maintenant en compte l'endommagement dans la représentation des valeurs de $\mathcal{A}(p, q, d)$, on observe que l'endommagement entraîne une diminution de la zone verte associée à des valeurs négatives de $\mathcal{A}(p, q, d)$. Ceci est visible en particulier sur la figure A.2 qui représente la surface des valeurs prises par $\mathcal{A}(p, q, d = 0,5)$ associée à un endommagement de 0,5. On observe que pour une valeur d'endommagement de 0,5, la surface jaune se situe au dessus de surface verte ($\mathcal{A} = 0$), ce qui indique que $\mathcal{A}$ est toujours positif.

La figure A.3 donne une représentation élargie de la surface des valeurs du terme $\mathcal{A}$ pour un endommagement nul intégrant des valeurs de p telles que $p > c_3 f_c$. On observe que pour ces valeurs de p , le terme $\mathcal{A}(p, q, d = 0)$ prend des valeurs négatives. Cette situation peut être rencontrée lors de la phase prédiction élastique pour certains points d'intégration.

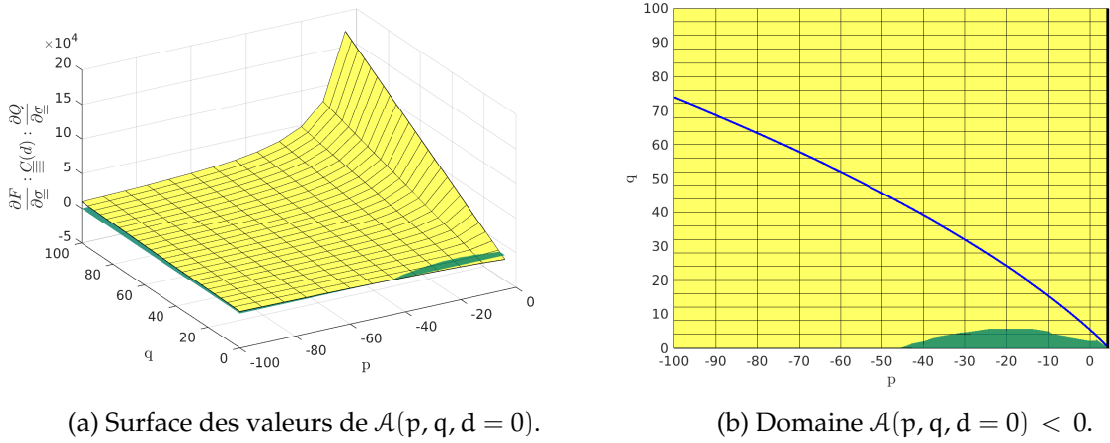


Figure A.1 — Représentation des domaines dans le plan méridien $p - q$ pour un endommagement nul, limité à des valeurs de p telles que $p < c_3 f_c$.

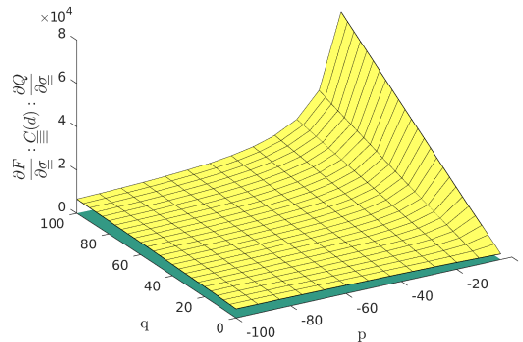


Figure A.2 — Représentation des surfaces de valeurs de $\mathcal{A}(p, q, d)$ dans le plan méridien $p - q$ pour un endommagement $d = 0,5$ limité à des valeurs de p telles que $p < c_3 f_c$.

Par ailleurs, d'après l'expression (32), on peut voir que pour des valeurs de la pression p telles que $p < c_3 f_c$, $\mathcal{C}$ est négatif et donc $-\mathcal{C}$ qui apparaît au dénominateur du multipli-

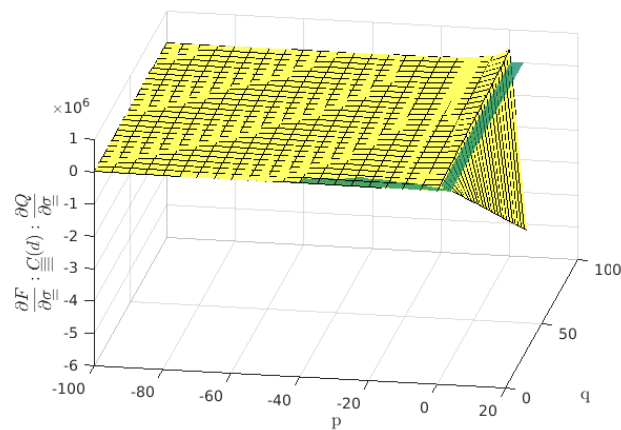


Figure A.3 — Représentation des surfaces de valeurs de $\mathcal{A}(p, q, d)$ dans le plan méridien $p - q$ pour un endommagement $d = 0$ limité à des valeurs de p telles que $p > c_3 f_c$ (b) .

cateur plastique est toujours positif. En revanche pour des valeurs de la pression p telles que $p > c_3 f_c$, le terme $-\mathcal{C}$ devient négative.

Annexe 2 : Modèles empiriques unidimensionnels pour le comportement de béton en compression uniaxiale

Cette annexe est consacrée à la présentation de deux modèles empiriques unidimensionnels proposés dans la littérature pour reproduire le comportement uniaxial du béton sous chargement de compression. Ces modèles sont classiquement exploités pour caractériser les relations contrainte axiale-déformations axiale et latérale, ainsi que l'endommagement sous chargement de compression uniaxiale. Nous les utilisons dans ce travail pour identifier le paramètre A_c qui contrôle l'évolution de l'endommagement en compression de notre modèle élasto-plastique endommageable.

1 Modèle empirique proposé par Samani et Attard

Le modèle unidimensionnel proposé par Samani et Attard [187] vise à reproduire le comportement du béton sous un essai de compression uniaxiale. La relation contrainte-déformation ($\sigma - \varepsilon$) uniaxiale pour la branche ascendante ($0 \leq \varepsilon \leq \varepsilon_c$) est donnée par :

$$Y = \frac{A_s X + B_s X^2}{1 + C_s X + D_s X^2}, \quad (1)$$

avec

$$Y = \frac{\sigma}{f_c}, \quad X = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}. \quad (2)$$

où σ désigne la contrainte axiale, ε la déformation axiale, f_c la résistance à la compression et où ε_c est la déformation axiale associée. Les paramètres sont donnés par :

$$A_s = \frac{E_{ti} \varepsilon_c}{f_c}, \quad B_s = \frac{(A_s - 1)^2}{\alpha \left(1 - \frac{f_{pl}}{f_c}\right)} + \frac{A_s^2 (1 - \alpha)}{\alpha^2 \frac{f_{pl}}{f_c} \left(1 - \frac{f_{pl}}{f_c}\right)} - 1, \quad (3)$$

$$C_s = A_s - 2, \quad D_s = B_s + 1. \quad (4)$$

où E_{ti} s'exprime en fonction du module de Young du béton E_c par la relation suivante :

$$E_{ti} = -0,002125 E_c f_c + 1,2125 E_c, \quad (5)$$

où le coefficient α désigne le rapport des modules E_{ti} et E_c , soit $\alpha = E_{ti} / E_c$ et où le coefficient f_{pl} est donné par $f_{pl} = 0,45 f_c$.

La partie adoucissante post-pic ($\varepsilon_c \leq \varepsilon$) est décrite par la relation :

$$Y = \left(\frac{f_{ic}}{f_c} \right) \left(\frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{\varepsilon_{ic} - \varepsilon_c} \right)^2, \quad (6)$$

avec

$$\frac{\varepsilon_{ic}}{\varepsilon_c} = 2,76 - 0,35 \ln(f_c), \quad \frac{f_{ic}}{f_c} = 1,41 - 0,17 \ln(f_c). \quad (7)$$

Des illustrations de ce modèle et de son application sont présentées au chapitre 3.

2 Modèle empirique proposé par Osorio et al.

Le modèle empirique développé par Osorio et al. [188] propose une évaluation de l'endommagement dans le béton sous chargement uniaxial par la relation suivante :

$$d = \begin{cases} \alpha X^b, & \varepsilon \leq \varepsilon_c, \text{ avec } X = \varepsilon / \varepsilon_c, \\ \alpha b (X - 1) + \alpha, & \varepsilon > \varepsilon_c \text{ avec } X = 1 + (1 - \sigma / f_c). \end{cases} \quad (8)$$

Avec $\alpha = 0,15$ et $b = 4,87$. Une relation est également proposée par ces auteurs pour caractériser la déformation latérale sous le chargement uniaxial par la loi :

$$\varepsilon_l^i = \varepsilon_l^{i-1} + \psi(\varepsilon_a) \Delta \varepsilon_a^i, \quad (9)$$

où ε_l représente la déformation latérale, ε_a la déformation axiale et où ψ est donné par :

$$\psi(\varepsilon_a) = \begin{cases} \nu, & \varepsilon_a / \varepsilon_c \leq \beta_0 \\ \max\left(\nu + 3 \frac{0,5 - \nu}{(1 - \beta_0)^3} (\varepsilon_a / \varepsilon_c - \beta_0)^2, \psi_u\right), & \varepsilon_a / \varepsilon_c > \beta_0, \end{cases} \quad (10)$$

ν désignant le coefficient de Poisson du béton où les constantes β_0 , ψ_{v0} et ψ_u sont données par :

$$\beta_0 = 1 - 3 \frac{0,5 - \nu}{\psi_{v0} - \nu}, \quad \psi_{v0} = 0,196 \exp(2,862 (f_c / 50)), \quad \psi_u = 1,503 \exp(1,885 (f_c / 50)). \quad (11)$$

Des illustrations de ce modèle sont présentées dans Osorio et al. [188].

Modélisation et simulation du comportement des bétons confinés.

Résumé : Depuis de nombreuses années, les techniques de renforcement de structures en béton armé (BA) par collage de polymères renforcés de fibres (PRF) trouvent un important champ d'applications dans le renforcement parasismique des poteaux en BA. Le chemisage par PRF confine le noyau du poteau et permet d'augmenter sa résistance et sa ductilité. Bien que de nombreux travaux expérimentaux aient été consacrés à l'étude de l'effet de confinement du PRF sur le comportement des poteaux en BA, la réalisation d'une simulation réaliste de la réponse structurelle de tels éléments présente encore de nombreuses difficultés liées aux modèles de comportement peu appropriés à reproduire précisément la réponse mécanique du béton confiné. Dans cette recherche, un modèle de comportement élasto-plastique endommageable est développé pour reproduire la réponse mécanique du béton sollicité suivant un chemin triaxial de contraintes. Ce modèle prend en compte différents mécanismes de comportement du béton tels que les déformations irréversibles, l'endommagement dû à la microfissuration, la sensibilité au confinement et les caractéristiques de dilatation. Un processus d'identification des paramètres du modèle est proposé sur la base d'essais classiques. Ce processus est mis en oeuvre sur différents bétons usuels. La validation de ce modèle est ensuite démontrée en comparant des résultats de simulations à des données expérimentales de la littérature sur des bétons confinés activement puis des bétons confinés par des PRF présentant une large gamme de rigidité. Le modèle proposé est également comparé à différentes modélisations de la littérature. Les capacités du modèle sont illustrées et analysées sur des applications tridimensionnelles de poteaux en BA de taille réelle, non confinés et confinés par PRF.

Mots-clefs : Modèle élasto-plastique endommageable, béton confiné, Polymère Renforcé de Fibres (PRF), calculs de structures.

Abstract : For the past two decades, externally bonded Fiber Reinforced Polymers (FRP) has gained much popularity for seismic rehabilitation of reinforced concrete (RC) columns. In this technique, FRP wrap installed on the surface of a column acts as lateral confinement and enhance the strength and deformation capacity of the concrete element. Although many experimental works have been devoted to the study of confining effect of FRP on the behavior of RC columns, the numerical simulation of FRP-jacketed RC columns remains a challenging issue due to the lack of appropriate constitutive model for confined concrete. In this study, a damage plastic model is developed to predict the behavior of concrete under triaxial stress states. The proposed model takes into account different material behavior such as irreversible strain, damage due to microcracking, confinement sensitivity and dilation characteristic. A straightforward identification process of all model's parameters is then presented. The identification process is applied to different normal strength concrete. The validity of the model is then demonstrated through confrontation of experimental data with simulations considering active confined concrete and FRP confined concrete with a wide range of confinement stiffness. The proposed constitutive model is also compared with other models from the literature and the distinguishing features of this new model are discussed. Furthermore, the capacity of the model in the three-dimensional finite element analysis of full-scale RC columns is demonstrate and discussed.

Keywords : Damage plasticity model, confined concrete, Fiber Reinforced Polymers (FRP), Finite element simulation.