



**HAL**  
open science

## Contrôle vibratoire des structures assemblées

Hamza Bouaziz

► **To cite this version:**

Hamza Bouaziz. Contrôle vibratoire des structures assemblées. Autre. Université Paris Saclay (CO-mUE); École nationale d'ingénieurs de Sfax (Tunisie), 2017. Français. NNT : 2017SACL041 . tel-01899899

**HAL Id: tel-01899899**

**<https://theses.hal.science/tel-01899899>**

Submitted on 20 Oct 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THESE DE DOCTORAT  
DE  
L'ÉCOLE NATIONALE DES INGÉNIEURS DE SFAX  
ET DE  
L'UNIVERSITÉ PARIS-SACLAY  
PRÉPARÉE À CENTRALE SUPELEC

ÉCOLE DOCTORALE N°579  
Sciences mécaniques et énergétiques, matériaux et géosciences  
(SMEMAG)

Spécialité de doctorat : Mécanique

Par

**M. Hamza Bouaziz**

Contrôle vibratoire des structures assemblées

**Thèse présentée et soutenue à Saint-Ouen, le 13 septembre 2017**

**Composition du Jury :**

M. Manuel COLLET	<i>Directeur de recherche CNRS</i>	<i>Président du jury</i>
M. Lassaad WALHA	<i>Professeur des Universités, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax</i>	<i>Examineur</i>
M. Claude BLANZE	<i>Professeur des Universités, CNAM</i>	<i>Rapporteur</i>
M. Mnaouar CHOUCANE	<i>Professeur des Universités, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Monastir</i>	<i>Rapporteur</i>
M. Gaël CHEVALLIER	<i>Professeur des Universités, Université de Franche-Comté</i>	<i>Directeur de thèse</i>
M. Mohamed Slim ABBES	<i>Professeur des Universités, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax</i>	<i>Co-Directeur de thèse</i>
M. Nicolas PEYRET	<i>Maître de Conférences, Supméca</i>	<i>Encadrant</i>
M. Mohamed HADDAR	<i>Professeur des Universités, Ecole Nationale d'Ingénieurs de Sfax</i>	<i>Co- Encadrant</i>



# Remerciements

Je tiens tout d'abord à remercier Monsieur Manuel COLLET de m'avoir fait l'honneur de présider mon jury de thèse ainsi que Messieurs Claude BLANZE et Mnaouar CHOUCANE d'avoir accepté d'être rapporteurs de ce mémoire. Je remercie également Messieurs Mohamed HADDAR et Lassaad WALHA d'avoir participé à l'évaluation de ce travail en tant qu'examineurs.

Je voudrais adresser ma plus sincère gratitude à mon directeur de thèse coté Français, Monsieur Gaël CHEVALLIER, sans qui ce travail n'aurait pas pu voir le jour, pour m'avoir fait confiance et aidé tout au long de ces années tant sur le plan scientifique qu'humain, pour la qualité de son encadrement et ses conseils avisés.

Je voudrais adresser tous mes remerciements à mon directeur de thèse côté Tunisien, Monsieur Mohamed Slim ABBES, pour ses aides scientifique et humain ainsi que pour son soutien moral.

Je voudrais adresser tous mes remerciements à mon encadreur, Monsieur Nicolas PEYRET, pour son soutien académique et scientifique et ses efforts d'accompagnement.

Je voudrais adresser tous mes remerciements à mon encadreur, Monsieur Mohamed HADDAR, pour sa confiance qui m'a poussé toujours à avancer.

Je remercie tous les chercheurs et les membres des laboratoires : LA2MP de l'ENIS, QUARTZ de Supmeca et DMA de Femto-ST.

Je ne saurais jamais remercier assez mon père, ma mère, mon frère, ma soeur et ma femme pour leurs amours, leurs encouragements et leurs soutiens inconditionnels. Je leur dédie ce travail.



# Table des matières

<b>Remerciements</b>	<b>3</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>9</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>17</b>
<b>Introduction générale</b>	<b>19</b>
<b>1 Etude bibliographique</b>	<b>21</b>
1.1 Introduction . . . . .	22
1.2 Mécanique du contact . . . . .	23
1.2.1 Les types d'assemblages . . . . .	23
1.2.2 Morphologie des surfaces d'interface . . . . .	24
1.2.3 Frottement à l'échelle microscopique . . . . .	28
1.3 Modélisation des structures assemblées en dynamique . . . . .	29
1.3.1 Modélisation linéarisée . . . . .	30
1.3.2 Réduction de modèles et sous-structuration . . . . .	31
1.3.3 Méta-Modèles de frottement . . . . .	32
1.3.4 Calcul de la réponse vibratoire d'une structure assemblée . . . . .	36
1.4 Amortissement interne des structures assemblées . . . . .	37
1.4.1 Amortissement intrinsèque . . . . .	37
1.4.2 Amortissement par frottement . . . . .	39
1.5 Contrôle actif des amortisseurs dynamiques à frottement . . . . .	41
1.6 Conclusions . . . . .	42
<b>2 Développements analytiques et numériques sur le coefficient de couplage des liaisons</b>	<b>45</b>
2.1 Introduction . . . . .	46
2.2 Modélisation d'un mode propre d'une structure assemblée . . . . .	46
2.2.1 Modélisation . . . . .	46
2.2.2 Coefficient de couplage d'une liaison . . . . .	48
2.3 Modélisation EF d'une structure assemblée . . . . .	54
2.3.1 Modèles éléments finis de liaisons boulonnées . . . . .	54
2.3.2 Modèles d'interface de contact . . . . .	56
2.3.3 Formulation par éléments finis des contacts . . . . .	58
2.4 Etude non linéaire d'un exemple de liaison . . . . .	59
2.5 Structures typiques d'assemblage . . . . .	64

2.5.1	Première structure . . . . .	65
2.5.2	Deuxième structure . . . . .	68
2.5.3	Troisième structure . . . . .	71
2.6	Conclusions . . . . .	73
<b>3</b>	<b>Loi de contrôle : Adaptation d’une structure avec liaison active</b>	<b>75</b>
3.1	Introduction . . . . .	76
3.2	Système 2-DDL forcé contenant une cellule de Jenkins . . . . .	78
3.2.1	Formulation . . . . .	78
3.2.2	Les effets des paramètres du modèle de Dahl . . . . .	79
3.3	Amortissement induit par frottement . . . . .	80
3.4	Loi de commande de la force de serrage pour le régime forcé périodique . . . . .	84
3.4.1	La première loi de commande . . . . .	85
3.4.2	La deuxième loi de commande . . . . .	86
3.4.3	La troisième loi de commande . . . . .	91
3.5	Loi de commande de la force de serrage pour le régime transitoire . . . . .	106
3.6	Conclusions . . . . .	111
<b>4</b>	<b>Développements technologiques sur la liaison active</b>	<b>113</b>
4.1	Introduction . . . . .	114
4.2	Contrôle actif . . . . .	114
4.2.1	Contrôle par rétroaction . . . . .	115
4.2.2	Contrôle par anticipation . . . . .	115
4.3	Mesure de l’effort de serrage . . . . .	117
4.3.1	Mesure de l’effort de serrage par ultrasons . . . . .	117
4.3.2	Mesure de l’effort de serrage par des jauges de déformation . . . . .	117
4.4	Conception et dimensionnement de la liaison active . . . . .	123
4.4.1	La première solution: empilement des rondelles standards . . . . .	126
4.4.2	La seconde solution: dimensionnement de la rondelle piézoélectrique . . . . .	132
4.5	Puissance électrique nécessaire pour actionner des rondelles piézoélectriques . . . . .	142
4.6	Conclusions . . . . .	145
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>147</b>
<b>A</b>	<b>Système 2-DDL</b>	<b>150</b>
A.1	Régime libre . . . . .	150
A.2	Régime forcé . . . . .	151
<b>B</b>	<b>Développement analytique de la force de l’élément de Jenkins</b>	<b>153</b>
<b>C</b>	<b>Divers types d’éléments finis de contact</b>	<b>156</b>
<b>D</b>	<b>Caractérisation des vis instrumentées</b>	<b>158</b>
<b>E</b>	<b>Rondelle “PICMA<sup>®</sup> PD080.3x”</b>	<b>164</b>
<b>F</b>	<b>Potentiel de commande des rondelles piézoélectriques alimentées en tension et en évolution statique</b>	<b>165</b>

*Table des matières*

---

G Potentiel de contrôle vibratoire des structures assemblées avec des rondelles piézoélectriques	169
Publications scientifiques	184



# Table des figures

1.1	Différents types de glissement (a) macro (b) méso (c) micro-glissement [140]. . .	22
1.2	Réponse vibratoire $X_1(f_{ex})$ autour de la deuxième fréquence de résonance du modèle 2-DDL présenté à la référence [21] (a): pour quelques amplitudes d'excitation $F$ et (b): pour quelques forces de déclenchement $F_c = \mu F_n$ . . . . .	23
1.3	Structure microscopique de la surface d'un métal usiné [45]. . . . .	24
1.4	Contact entre deux sphères. . . . .	26
1.5	Contraintes tangentielle et déplacement relatif en fonction du cycle de chargement tangentiel d'une interface de contact plan-plan [140]. . . . .	29
1.6	Echelle des défauts géométriques au niveau de l'interface des assemblages et des grandeurs caractéristiques en mécanique des structures. . . . .	30
1.7	Interface d'assemblage modélisé avec un macro modèle [56]. . . . .	31
1.8	Loi de frottement de Coulomb. . . . .	33
1.9	Schémas du modèle Iwan avec des éléments de Jenkins : (a) le modèle de Iwan, (b) Boucle force-déplacement du le ième élément Jenkins - source : [105]. . . . .	34
1.10	Loi de frottement de Dahl. . . . .	34
1.11	Loi de frottement de LuGre. . . . .	35
1.12	Représentation d'un amortisseur visqueux attaché à un système masse ressort. . .	38
1.13	Réponse temporelle du système 1-DDL de la figure 1.12 lorsque $m = 1kg, k = 1N/m, c = 0.05Ns/m$ suite à une vitesse initiale $\dot{x}(0) = 100m/s$ . . . . .	38
1.14	Facteur d'amplification dynamique du système 1-DDL de la figure 1.12 en fonction de la fréquence d'excitation $f_{ex}$ lorsque $m = 1kg$ et $k = 1N/m$ suite à une excitation sinusoïdale d'amplitude $F = 1N$ . . . . .	39
1.15	Représentation d'un élément de Jenkins attaché à un système masse ressort. . . .	40
1.16	Réponse temporelle du système de la figure 1.15 lorsque $m = 1kg, k = 1N/m, \sigma = 1000N/m, \alpha = 1, \mu F_n = 1N$ suite une vitesse initiale $\dot{x}(0) = 100m/s$ . . . .	40
1.17	(b) L' amplitude de déplacement de la masse du modèle à 1-DDL de la figure 1.15 suite une excitation harmonique $F(t) = \cos(2\pi f_{ex}t)$ pour deux niveaux de serrage $\mu F_n$ , et (a et c) la boucle d'hystérésis aux fréquences de résonance pour les deux cas. . . . .	41
2.1	Système 2-DDL forcé et amorti contenant un élément de Jenkins. . . . .	46
2.2	Amplitude du déplacement de la masse $m_1$ autour de la deuxième fréquence de résonance pour les trois cas de paramètres détaillés dans le tableau 2.1 du système présenté de figure 2.1. . . . .	49
2.3	Pourcentage d'augmentation de la deuxième fréquence en fonction des raideurs du système. . . . .	50

2.4	Amplitude de vibration de la masse $m_1$ (a) et de la masse $m_2$ (b) en régime permanent pour une excitation $F = 100N$ .	51
2.5	Fréquence de la deuxième résonance en fonction des forces de déclenchement $F_c$ pour cinq niveaux d'excitation.	52
2.6	Fréquence de la deuxième résonance en fonction des forces d'excitation $F$ pour huit niveaux de serrage.	52
2.7	Pourcentage de la variation de la deuxième fréquence de résonance à force de serrage constante.	53
2.8	Sensibilité de la deuxième fréquence de résonance par rapport la force de serrage à excitation constante.	53
2.9	Modèles d'éléments finis des boulons pour un assemblage boulonné [96].	55
2.10	Modèle d'éléments finis hybride d'un boulon [118].	55
2.11	Coupe transversale du modèle 3D maillé avec une présentation des conditions aux limites, des précharges du boulon, du plan de symétrie et de déplacement imposé.	60
2.12	Déplacement imposé à la surface latérale présentée de la figure 2.11.	61
2.13	Distribution de la contrainte axiale pour une force de précharge de $1000N$ et pour un déplacement imposé d'amplitude $50\mu m$ et de fréquence $1Hz$ .	62
2.14	Energie dissipée par frottement pour les amplitudes imposées $50\mu m$ et de $5\mu m$ .	63
2.15	Attribution des orientations aux couches minces de matériaux de type orthotrope.	64
2.16	Les deux équerres assemblées avec un zoom sur la zone de serrage et des couches minces placées sur l'une des équerres.	65
2.17	Les six premières déformées modales (cas desserré) de la première structure.	66
2.18	Les huit premières déformées modales (cas serré) de la première structure.	67
2.19	De haut en bas: les deux poutres assemblées prises en sandwich, zoom sur la zone de serrage et couches minces placées sur les poutres.	69
2.20	Les huit premières déformées modales (cas serré) de la deuxième structure.	70
2.21	De haut en bas: les deux poutres assemblées prises en en lap joint, zoom sur la zone de serrage et couches minces placées sur les poutres.	71
2.22	Les huit premières déformées modales (cas serré) de la troisième structure.	72
3.1	Système 2-DDL forcé et amorti qui contient un élément de Jenkins.	78
3.2	Evolution de la force d'interaction tangentielle entre les deux masses $f_{nl}$ en fonction du déplacement relatif $\delta(t)$ pour différentes valeurs de $\alpha$ .	79
3.3	Evolution de la force d'interaction tangentielle entre les deux masses $f_{nl}$ en fonction du déplacement relatif $\delta(t)$ pour différentes valeurs de $F_c$ .	80
3.4	Evolution de l'énergie dissipée par cycle en fonction de la fréquence d'excitation en régime permanent pour quatre niveaux de déclenchement $F_c$ .	81
3.5	Présentation de la boucle d'hystérésis et de l'aire de l'énergie potentielle pour $F_c = 200N$ et $f_{ex} = 35Hz$ .	81
3.6	Taux d'amortissement équivalent $\xi_{eq}$ calculé par le rapport des surfaces de la boucle d'hystérésis pour différents niveaux de serrage.	82
3.7	Energie potentielle calculée à partir de la forme quadratique pour quatre niveaux de la force de déclenchement $F_c$ pour une force d'excitation $F = 100N$ (b) avec un zoom sur le domaine de la deuxième fréquence.	83
3.8	Taux d'amortissement équivalent calculé à partir de la formulation quadratique de l'énergie potentielle pour une force d'excitation $F = 100N$ .	83

**Table des figures**

---

3.9	Taux d'amortissement équivalent calculé à partir de la formulation quadratique de l'énergie potentielle pour une force de serrage $\mu F_n = 80N$ . . . . .	84
3.10	Comparaison de la forme des trois lois de contrôle de la force de serrage dans le cas $F = 100N$ , (a) $f_{ex} = 28Hz$ et (b) $f_{ex} = 34Hz$ . . . . .	84
3.11	(a) Amplitude de vibration de $m_1$ à amplitude d'excitation $F = 100N$ et pour différents niveaux de force de serrage, (b) avec un zoom dans le domaine de la deuxième fréquence de résonance. . . . .	85
3.12	Evolution du taux d'amortissement équivalent à la deuxième résonance pour une gamme d'excitation $F \in [2N, 200N]$ et pour plusieurs niveaux de déclenchement $F_c$ . . . . .	87
3.13	Boucle d'hystérésis à la résonance pour les conditions pointées de la figure 3.12; (1) ( $F_c = 10N, F = 4N$ ) $\Rightarrow f_{r,2} = 33.75Hz$ , (2) ( $F_c = 10N, F = 14N$ ) $\Rightarrow f_{r,2} = 30.5Hz$ et (3) ( $F_c = 10N, F = 64N$ ) $\Rightarrow f_{r,2} = 24.5Hz$ . . . . .	87
3.14	(a) Evolution de l'amplitude de déplacement de $m_1$ à la deuxième résonance en fonction de l'amplitude d'excitation $F$ et (b) l'évolution de l'amplitude de déplacement de $m_1$ à la deuxième résonance en fonction de l'amplitude d'excitation rapportée à l'amplitude d'excitation. . . . .	88
3.15	L'amplitude de déplacement de la masse $m_1$ à la deuxième résonance $f_{r,2}$ , en fonction de la force d'excitation, avec $F_c = 10N$ . . . . .	89
3.16	L'amplitude de déplacement de la masse $m_1$ à la deuxième résonance $f_{r,2}$ , en fonction de la force de déclenchement entre $2N$ et $200N$ , pour six niveaux d'excitation $F_c$ . . . . .	90
3.17	Evolution de $F_{c_{optimale}}$ en fonction de la force d'excitation $F$ extraite de la figure 3.16. . . . .	90
3.18	(a) Force de forme sinusoïdale et (b) Force de forme carrée pour l'élément de Jenkins à une fréquence $f_{ser} = 5Hz$ , $F_{c,min} = 40N$ et $F_{c,max} = 60N$ . . . . .	91
3.19	Comparaison de $X_1$ pour les cas où $F_c$ est constante (ligne épaisse) et de forme sinusoïdale lorsque $F_{c,min} = 40N$ et $F_{c,max} = 60N$ pour différentes fréquences $f_{ser}$ (ligne épaisse). . . . .	92
3.20	Comparaison de $X_1$ pour les cas où $F_c$ est constante (ligne épaisse) et de forme sinusoïdale lorsque $F_{c,min} = 40N$ et $F_{c,max} = 200N$ pour différentes fréquences de serrage $f_{ser}$ (ligne épaisse). . . . .	92
3.21	Comparaison de $X_1$ pour les cas où $F_c$ est constante (ligne épaisse) et de forme carrée lorsque $F_{c,min} = 40N$ et $F_{c,max} = 60N$ pour différentes fréquences de serrage $f_{ser}$ (ligne épaisse). . . . .	93
3.22	Comparaison de $X_1$ pour les cas où $F_c$ est constante (ligne épaisse) et de forme carrée lorsque $F_{c,min} = 40N$ et $F_{c,max} = 200N$ pour différentes fréquences de serrage $f_{ser}$ (ligne épaisse) . . . . .	93
3.23	Boucle de calcul des amplitudes de vibration dans le cas d'une loi de serrage sinusoïdale. . . . .	95
3.24	Amplitude de déplacement de la masse $m_1$ en fonction de la fréquence d'excitation lorsque, $F_{c,min} = 40N$ , $F_{c,max} = 80N$ , $F = 100N$ et (a) $f_{ser} = f_{ex}$ (b) $f_{ser} = 2f_{ex}$ , (c) $f_{ser} = 3f_{ex}$ . . . . .	96
3.25	Amplitude de déplacement de la masse $m_1$ en fonction de la fréquence d'excitation lorsque, $F_{c,min} = 40N$ , $F_{c,max} = 80N$ et $F = 100N$ . . . . .	97

---

3.26	Comparaison des formes de la force de déclenchement $F_c(t)$ , du déplacement relatif $\gamma(t)$ et de la force résultante de l'élément Jenkins $f_{nl}(t)$ , et présentation de la boucle d'hystérésis $f_{nl}(\delta)$ dans le cas où $F_{c,min} = 10N$ , $F_{c,max} = 110N$ , $F = 100N$ , $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ , $f_{ser} = 2f_{ex}$ et $f_{ex} = 28,33Hz$ . . . . .	97
3.27	Comparaison des formes de la force de déclenchement $F_c(t)$ , du déplacement relatif $\gamma(t)$ et de la force résultante de l'élément Jenkins $f_{nl}(t)$ et présentation de la boucle d'hystérésis $f_{nl}(\delta)$ dans le cas où $F_{c,min} = 20N$ , $F_{c,max} = 100N$ , $F = 100N$ , $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ , $f_{ser} = 2f_{ex}$ et $f_{ex} = 28,33Hz$ . . . . .	98
3.28	Comparaison des formes de la force de déclenchement $F_c(t)$ , du déplacement relatif $\gamma(t)$ et de la force résultante de l'élément Jenkins $f_{nl}(t)$ et présentation de la boucle d'hystérésis $f_{nl}(\delta)$ dans le cas où $F_{c,min} = 30N$ , $F_{c,max} = 90N$ , $F = 100N$ , $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ , $f_{ser} = 2f_{ex}$ et $f_{ex} = 28,33Hz$ . . . . .	98
3.29	Comparaison des formes de la force de déclenchement $F_c(t)$ , du déplacement relatif $\gamma(t)$ et de la force résultante de l'élément Jenkins $f_{nl}(t)$ et présentation de la boucle d'hystérésis $f_{nl}(\delta)$ dans le cas où $F_{c,min} = 40N$ , $F_{c,max} = 80N$ , $F = 100N$ , $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ , $f_{ser} = 2f_{ex}$ et $f_{ex} = 28,33Hz$ . . . . .	99
3.30	Comparaison des formes de la force de déclenchement $F_c(t)$ , du déplacement relatif $\gamma(t)$ et de la force résultante de l'élément Jenkins $f_{nl}(t)$ et présentation de la boucle d'hystérésis $f_{nl}(\delta)$ dans le cas ou $F_{c,min} = 50N$ , $F_{c,max} = 70N$ , $F = 100N$ , $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ , $f_{ser} = 2f_{ex}$ et $f_{ex} = 28,33Hz$ . . . . .	99
3.31	La comparaison des formes de la force de déclenchement $F_c(t)$ , le déplacement relatif $\gamma(t)$ et la force résultante de l'élément Jenkins $f_{nl}(t)$ et présentation de la boucle d'hystérésis $f_{nl}(\delta)$ dans le cas où $F_{c,min} = 59N$ , $F_{c,max} = 61N$ , $F = 100N$ , $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ , $f_{ser} = 2f_{ex}$ et $f_{ex} = 28,33Hz$ . . . . .	100
3.32	Comparaison de la boucle d'hystérésis lorsque la force de déclenchement est sinusoidale (trait plein) et quand elle est constante (ligne de points) pour le cas : $F = 100N$ , $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ , $f_{ser} = 2f_{ex}$ et $f_{ex} = 2f_{ex}$ . . . . .	100
3.33	Amplitude de déplacement de la masse $m_1$ en fonction de la fréquence d'excitation pour une force d'excitation $F = 100N$ et pour six niveaux $(F_{c,min}, F_{c,max})$ dans le cas d'un retard de phase de $90^\circ$ ( $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ ) et $f_{ser} = 2f_{ex}$ . . . . .	102
3.34	Evolution de $X_1/F$ en fonction de la fréquence d'excitation pour six niveaux de la force d'excitation lorsque $F_{c,min} = 1N$ . . . . .	102
3.35	Evolution de $X_1/F$ et de la boucle d'hystérésis lorsque $F_c$ suit la loi de contrôle, $F = 100N$ , $F_{c,max} = 159N$ et $F_{c,min} = 1N$ . Le lien entre les deux branches de bifurcation et la boucle d'hystérésis. . . . .	103
3.36	Comparaison de $X_1/F$ pour différents niveaux d'excitation dans deux cas: $F_c$ est constant $F_c = 60N$ (lignes interrompues) et $F_c$ suit la loi de contrôle (lignes contenues). . . . .	104
3.37	Evolution de $X_1/F$ , pour trois niveaux d'excitation (a) $F = 400N$ (b) $F = 100N$ et (c) $F = 10N$ , lorsque $F_c$ est harmonique sans décalage et avec un décalage négatif et positif de 1% de la phase de la force de contrôle (avec $F_{c,min} = 1N$ ) et lorsqu'elle est constante et optimale. . . . .	105
3.38	Evolution de $X_1/F$ , pour deux niveaux d'excitation (a) $F = 100N$ et (b) $F = 400N$ , lorsque $F_c$ est harmonique sans décalage et avec un décalage négatif et positif de 10% de la phase de la force de contrôle (avec $F_{c,min} = 1N$ ) et lorsqu'elle est constante et optimale. . . . .	106

---

3.39	Comparaison de l'effet d'une force de serrage constante sur l'atténuation des amplitudes de vibration. . . . .	107
3.40	Comparaison de l'effet d'alternance de la force de serrage sur l'atténuation des amplitudes vibratoires. . . . .	108
3.41	Amplitude de déplacement de la masse $m_1$ dans les cas: (trait plein) force de serrage alternée et (en pointillé) force de serrage constante. . . . .	108
3.42	La réponse temporelle de la masse $m_1$ à la phase de stabilisation pour trois niveaux de couche intermédiaire $\epsilon$ dans le cas où $F_{c,max} = 200N$ et $F_{c,min} = 1N$ . . . . .	109
3.43	Evolution de la force de serrage pour trois niveaux de couche intermédiaire $\epsilon$ dans le cas où $F_{c,max} = 200N$ et $F_{c,min} = 1N$ . . . . .	109
3.44	Algorithme de calcul. . . . .	110
3.45	(a) La réponse temporelle de la masse $m_1$ et (b) l'évolution de la force de serrage pour la couche intermédiaire variable $\epsilon(t)$ lorsque $F_{c,max} = 200N$ et $F_{c,min} = 1N$ . . . . .	110
4.1	Principe du contrôle par rétroaction [145]. . . . .	115
4.2	Principe du contrôle par anticipation [145]. . . . .	116
4.3	Schéma de contrôle de la force de serrage présenté sur une structure assemblée en "lap joint". . . . .	116
4.4	Schéma de principe de l'instrumentation des vis. . . . .	118
4.5	Maillage et conditions aux limites appliquées à la vis. . . . .	119
4.6	Maillage de la vis (de taille $10^{-4}m$ ) et de la pièce serrée (de taille $10^{-3} m$ ) et déformation exagérée de 1000 fois de l'ensemble après une précharge mécanique de $800 N$ . . . . .	120
4.7	Evolution de la pénétration du centre de la tête de vis en fonction du module d'élasticité de la pièce serrée. . . . .	121
4.8	Tension relevée de la "Vis extérieure" en fonction de la force mesurée par les deux capteurs de force en présentant la marge d'erreur pour chaque essai. . . . .	122
4.9	Tension relevée de la "Vis centrale" en fonction de la force mesurée par les deux capteurs de force en présentant la marge d'erreur pour chaque essai. . . . .	122
4.10	Tension relevée de la "Vis encastrement" en fonction de la force mesurée par les deux capteurs de force en présentant la marge d'erreur pour chaque essai. . . . .	123
4.11	Géométrie et maillage de l'assemblage boulonné. . . . .	124
4.12	Contrainte axiale et potentiel électrique sans déformation axiale initiale de la rondelle piézoélectrique. . . . .	125
4.13	Contrainte axiale au niveau de la surface inférieure (à gauche) et supérieure (à droite) de la rondelle piézoélectrique déformée axialement et initialement de 0.1%. . . . .	125
4.14	Contrainte axiale et potentiel électrique avec déformation axiale initiale de 0.1% de rondelle piézoélectrique. . . . .	125
4.15	Contrainte axiale au niveau de la surface inférieure (à gauche) et supérieure (à droite) de la rondelle piézoélectrique avec déformation axiale initiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique. . . . .	126
4.16	Comparaison des potentiels électriques avant et après l'application du potentiel électrique de 100 V dans le cas de 4 rondelles piézoélectriques. . . . .	127
4.17	Pourcentage de déviation des contraintes lors de l'application du potentiel électrique de 100 V aux rondelles piézoélectriques pour une contrainte surfacique initiale de $30MPa$ , appliquée au corps de la vis. . . . .	127
4.18	Comparaison des potentiels électriques avant et après l'application du potentiel électrique de 100 V dans le cas de 2 et 10 rondelles piézoélectriques. . . . .	128

4.19	Pourcentage de déviation des contraintes de serrage avant et après l'application du potentiel électrique de 100 V. . . . .	129
4.20	Tension de sortie de la vis centrale suite un balayage en positif de la tension appliquée aux 4 rondelles piézoélectriques pour un couple de serrage initial de $0.4Nm$ . . . . .	130
4.21	Schéma représentatif de la structure assemblée intégrant une liaison active. . . . .	131
4.22	Potentiel de la commande en tension des rondelles piézoélectriques à précharge mécanique constante (couple de serrage à $0.4Nm$ ). . . . .	131
4.23	Schéma représentatif de la liaison active à dimensionner. . . . .	132
4.24	Contrainte axiale pour deux épaisseurs de la rondelle piézoélectrique (1mm et 8mm) pour deux cas, (gauche) avec déformation axiale initiale de la rondelle piézoélectrique de 0.1% et (droite) sans déformation. . . . .	133
4.25	Comparaison de la contrainte axiale moyenne pour deux cas, avec déformation axiale initiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique et sans déformation. . . . .	134
4.26	Comparaison de la tension moyenne à la face supérieure de la rondelle piézoélectrique pour deux cas, avec déformation axiale initiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique et sans déformation. . . . .	134
4.27	Tension à appliquer à la face supérieure de la rondelle piézoélectrique. . . . .	135
4.28	Contrainte axiale pour deux rayons extérieurs de la rondelle piézoélectrique (4.5mm et 7mm) pour deux cas, (gauche) avec déformation axiale initiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique et (droite) sans déformation. . . . .	136
4.29	Comparaison de la contrainte axiale moyenne pour deux cas, avec déformation axiale initiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique et sans déformation. . . . .	136
4.30	Comparaison de la tension moyenne à la face supérieure de la rondelle piézoélectrique pour deux cas, avec déformation axiale initiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique et sans déformation. . . . .	137
4.31	Tension à appliquer à la face supérieure de la rondelle piézoélectrique. . . . .	137
4.32	Distribution de la contrainte axiale suite à une précharge mécanique de 500 N dans le corps de la vis. . . . .	138
4.33	Contrainte axiale suite à une précharge mécanique de 500 N dans le corps de la vis. . . . .	138
4.34	Distribution de la contrainte axiale pour la rondelle de $15^\circ$ d'angle de cône. . . . .	138
4.35	Contrainte axiale pour la rondelle de $15^\circ$ d'angle de cône. . . . .	139
4.36	Distribution de la contrainte pour la rondelle de $30^\circ$ d'angle de cône. . . . .	139
4.37	Contrainte axiale pour la rondelle de $30^\circ$ d'angle de cône. . . . .	139
4.38	Distribution de la contrainte pour la rondelle de $45^\circ$ d'angle de cône. . . . .	139
4.39	Contrainte axiale pour la rondelle de $45^\circ$ d'angle de cône. . . . .	140
4.40	Distribution de la contrainte pour la rondelle de $60^\circ$ d'angle de cône. . . . .	140
4.41	Contrainte axiale pour la rondelle de $60^\circ$ d'angle de cône. . . . .	140
4.42	Distribution de la contrainte axiale pour la rondelle de $15^\circ$ d'angle de cône avec laminage et une gorge. . . . .	141
4.43	Contrainte axiale pour la rondelle de $15^\circ$ d'angle de cône avec laminage et une gorge. . . . .	141
4.44	Dimensions finales de la rondelle intermédiaire en mm. . . . .	141
4.45	Evolution de la capacitance équivalente en fonction du nombre des couches de rondelle pour une épaisseur totale de 6 mm. . . . .	144
A.1	Système 2-DDL amorti. . . . .	150

A.2	Système 2-DDL forcé non amorti. . . . .	151
D.1	Vis M4 instrumentée de Texys alimentée par “Aim TTi CPX 400D Dual 420 watt”.158	
D.2	Conditionneur “KISTLER 5015A1000” , Capteur de force “KISTLER 9021A”. . . . .	159
D.3	Capteur de force “Futek” branché avec un conditionneur de signal “Futek IAA100”.159	
D.4	Tension relevée de la Vis extérieure en fonction de la force mesurée par les deux capteurs de force en présentant la marge d’erreur pour chaque essai. . . . .	160
D.5	Tension relevée de la Vis centrale en fonction de la force mesurée par les deux capteurs de force en présentant la marge d’erreur pour chaque essai. . . . .	161
D.6	Tension relevée de la Vis encastrement en fonction de la force mesurée par les deux capteurs de force en présentant la marge d’erreur pour chaque essai. . . . .	162
F.1	Schéma représentatif de l’ensemble des patches et de la vis. . . . .	165
F.2	Tension de sortie de la vis centrale suite un balayage en positif de la tension appliquée à la rondelle piézoélectrique pour un couple de serrage initial de $0.1Nm$ .166	
F.3	Tension de sortie de la vis centrale suite un balayage en positif de la tension appliquée à la rondelle piézoélectrique pour un couple de serrage initial de $0.4Nm$ .166	
F.4	Tension de sortie de la vis centrale suite un balayage en positif de la tension appliquée aux 4 rondelles piézoélectriques pour un couple de serrage initial de $0.4Nm$ . . . . .	167
G.1	Structure choisie pour tester les lois de contrôle. . . . .	169
G.2	Influence de la force de serrage de la vis suite une excitation bruit blanc. . . . .	170
G.3	Matériels utilisés. . . . .	171
G.4	Potentiel de la commande en tension des rondelles piézoélectriques à précharge mécanique constant (couple de serrage à $0.4Nm$ ). . . . .	171



# Liste des tableaux

1.1	Les relations mathématiques de la théorie de Hertz. . . . .	26
2.1	Les trois cas de paramètres utilisés pour la figure 2.2. . . . .	49
2.2	Bilan de quelques modèles d'interface de contact. . . . .	57
2.3	Capacité de l'effort de serrage à décaler les fréquences propres de la première structure. . . . .	68
2.4	Capacité de l'effort de serrage à décaler les fréquences propres de la deuxième structure. . . . .	70
2.5	Capacité de l'effort de serrage à décaler les fréquences propres de la troisième structure. . . . .	72
4.1	Evolution de la pénétration du centre de la tête de vis pour différentes valeurs de précharge, de taille de maillage et de conditions limites. . . . .	119
4.2	Caractéristiques des matériaux. . . . .	123
4.3	Bilan des différentes configurations de la rondelle intermédiaire pour un précharge mécanique de 500 <i>N</i> . . . . .	142
C.1	Divers types d'éléments de joint [82]. . . . .	157
F.1	La capacité de la tension appliquée aux 4 rondelles piézoélectriques à augmenter la force de serrage de la vis centrale. . . . .	168



# Introduction générale

## Cadre du problème

Les structures aérospatiales sont de plus en plus légères, ce qui les rend sensibles aux vibrations. Les vibrations indésirables doivent être atténuées grâce à des dispositifs d'amortissement. Les amortisseurs à masse ajoutée, les matériaux viscoélastiques et les dispositifs actifs sont largement utilisés pour réduire les vibrations. Mais il faut choisir la méthode qui fonctionne à des températures extrêmes et à des plages de fréquences d'excitation étendues. Pour des larges bandes de fréquence, qui comprennent plusieurs fréquences propres, l'ajout d'amortissement est plus efficace que l'utilisation des absorbeurs actifs ou passifs à masse ajoutée. Pour des températures extrêmes ( $< -20^{\circ}C$  et  $> 100^{\circ}C$ ), le frottement pourrait fournir plus d'amortissement que les polymères.

Dans les structures assemblées, l'amortissement induit par frottement est gouverné par le glissement "partiel" entre les pièces. Plusieurs études ont mis en évidence numériquement et expérimentalement cet aspect. Malheureusement, cet amortissement est très dépendant de l'amplitude vibratoire. En effet, aux basses amplitudes il n'y a pas d'amortissement, aux amplitudes intermédiaires l'amortissement est important et finalement l'amortissement est faible aux hautes amplitudes. Par ailleurs, le chargement normal piloté par le serrage des vis est un paramètre très influent dans la dépendance de l'amortissement aux amplitudes vibratoires, et il représente un moyen de contrôle et d'asservissement du comportement vibratoire.

## Objectif de l'étude

Le premier objectif de la thèse est de définir un coefficient indiquant la capacité du changement des forces normales de serrage de vis à contrôler les niveaux vibratoires. Ce coefficient sera un outil de dimensionnement des structures réelles à contrôler.

Le deuxième objectif est de concevoir des lois de contrôle semi-actif de la force de serrage pour des régimes libre et forcé d'un problème modal de deux degrés de liberté.

L'objectif final est de concevoir un dispositif pouvant s'intégrer à une structure assemblée pour contrôler la charge normale dans les liaisons et de tester expérimentalement l'efficacité de ce dispositif pour une structure académique ou industrielle.

## Plan du document

Ce mémoire comporte quatre chapitres.

Le premier chapitre est un chapitre de bibliographie qui met l'accent sur les différences entre les échelles au sein des structures assemblées : petites échelles pour le contact et grandes échelles pour les longueurs d'ondes de vibrations. La capacité du frottement à générer de l'amortissement et de l'assouplissement est discutée dans ce chapitre. De plus, cette partie comporte un état de l'art sur les méthodes de simulation numérique utilisables pour le dimensionnement des structures assemblées.

Dans le deuxième chapitre, on a défini un modèle dynamique simplifié d'une structure assemblée à deux degrés de liberté non linéaire pour définir un coefficient de couplage d'une liaison active. Ce coefficient caractérisera la capacité de la force de serrage des liaisons à contrôler l'amortissement induit et la réponse des structures. Pour clarifier la capacité de ce coefficient, une analyse linéaire qui ne prend pas en compte les non-linéarités de frottement et de contact est faite. On a comparé l'effet de serrage de trois liaisons secondaires typiques fréquemment utilisées dans les domaines aéronautique et spatial.

Dans le troisième chapitre, on a construit deux lois de contrôle de la force de serrage pour le régime forcé. La première loi consiste à appliquer une force de serrage constante optimale pour chaque niveau d'excitation pour toute la plage fréquentielle de vibration. La deuxième loi est sinusoïdale. Avec cette loi de contrôle, les résultats sont améliorés par rapport à une force de serrage constante pour tous les niveaux d'excitation et pour une large bande de fréquence. Le régime libre a également été traité.

Le quatrième chapitre décrit la réalisation technologique d'une liaison active, capteur et actionneur. Nous détaillons le dimensionnement et les paramètres importants pour aboutir à l'efficacité souhaitée.

Les conclusions et les perspectives pour la continuité de ce travail sont apportées à la fin de ce document.

# Chapitre 1

## Etude bibliographique

### Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>22</b>
<b>1.2</b>	<b>Mécanique du contact</b>	<b>23</b>
1.2.1	Les types d'assemblages	23
1.2.2	Morphologie des surfaces d'interface	24
1.2.3	Frottement à l'échelle microscopique	28
<b>1.3</b>	<b>Modélisation des structures assemblées en dynamique</b>	<b>29</b>
1.3.1	Modélisation linéarisée	30
1.3.2	Réduction de modèles et sous-structuration	31
1.3.3	Méta-Modèles de frottement	32
1.3.4	Calcul de la réponse vibratoire d'une structure assemblée	36
<b>1.4</b>	<b>Amortissement interne des structures assemblées</b>	<b>37</b>
1.4.1	Amortissement intrinsèque	37
1.4.2	Amortissement par frottement	39
<b>1.5</b>	<b>Contrôle actif des amortisseurs dynamiques à frottement</b>	<b>41</b>
<b>1.6</b>	<b>Conclusions</b>	<b>42</b>

---

## 1.1 Introduction

Les structures assemblées contiennent des interfaces entre les différentes sous-structures. Au niveau de chaque interface se produit un amortissement hystérétique et une dissipation d'énergie due au glissement.

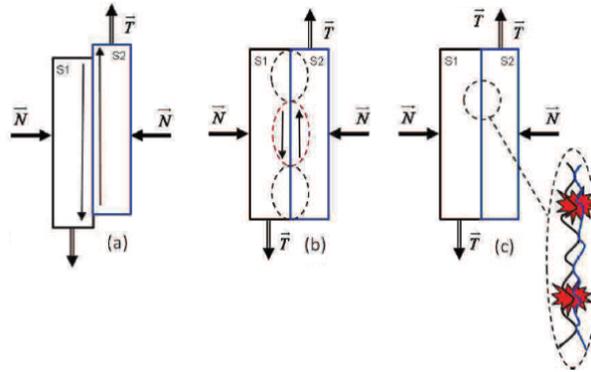


FIGURE 1.1 – Différents types de glissement (a) macro (b) méso (c) micro-glissement [140].

Quelle que soit la nature du glissement (Figure 1.1), il y a une dissipation d'énergie par frottement dans la surface de contact [62]. L'énergie dissipée dépend des chargements normal et tangentiel au niveau de l'interface et de l'état de surface [141].

On peut considérer l'interface des structures comme une source d'amortissement. Le traitement du problème structural de frottement peut s'effectuer par des approches globales qui prennent en compte les mouvements globaux des structures ou par méthode locale, tribologie, qui prend en compte les aspects microscopiques des surfaces en contact.

Peyret *et al.* [141] et Dion *et al.* [47] ont comparé la réponse vibratoire d'une poutre monolithique à celle d'une poutre assemblée et ils ont montré que l'interface affecte la réponse fréquentielle de la structure principale. En effet, le glissement partiel et le frottement génèrent deux effets : la diminution des fréquences naturelles (variation de la rigidité globale) et l'augmentation de la dissipation d'énergie. En outre, ils ont démontré l'effet direct de la force de serrage sur le coefficient d'amortissement.

Dans le chapitre III, on va utiliser la dépendance de l'amortissement aux forces de serrage pour :

- maximiser l'amortissement induit par frottement dans les structures assemblées ;
- minimiser la dépendance de l'amortissement aux amplitudes vibratoires.

La figure 1.2 présente les résultats de simulation d'un système à deux *Degrés De Liberté* (DDL) qui contient une interface de frottement [21]. D'une part, nous présentons la première fonction de transfert  $X_1(f_{ex})/F$  pour différentes forces d'excitation  $F$  à une force de déclenchement  $F_c$  (la force de déclenchement  $F_c$  est proportionnelle à  $F_n$ ) constante et d'autre part nous présentons l'amplitude vibratoire  $X_1(f_{ex})$  pour différentes forces de déclenchement  $F_c$  à une force d'excitation  $F$  constante.

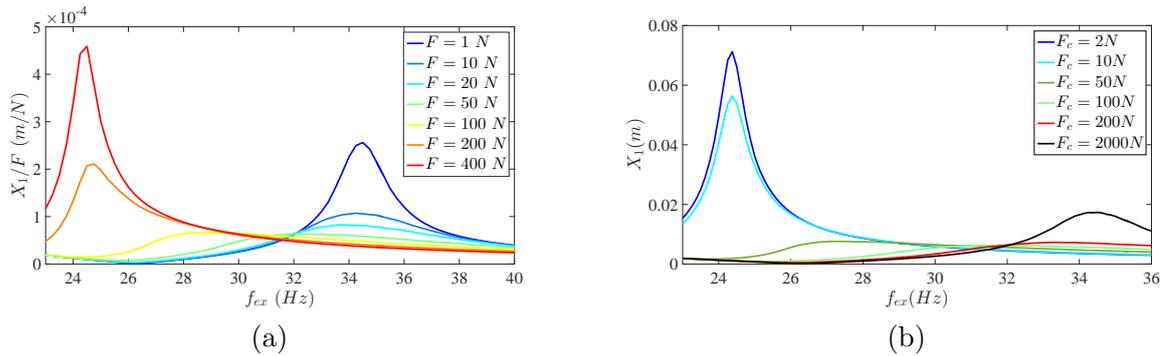


FIGURE 1.2 – Réponse vibratoire  $X_1(f_{ex})$  autour de la deuxième fréquence de résonance du modèle 2-DDL présenté à la référence [21] (a) : pour quelques amplitudes d’excitation  $F$  et (b) : pour quelques forces de déclenchement  $F_c = \mu F_n$ .

De la figure 1.2, on confirme la dépendance des réponses vibratoires des structures assemblées qui contiennent des interfaces de frottement aux amplitudes de vibration (force d’excitation) et aux forces qui existent au niveau de l’interface (force de serrage). De la même figure, on remarque l’augmentation des fréquences de résonances qui est expliquée par l’augmentation de la rigidité de la structure. L’augmentation de la rigidité est due aux :

- augmentations de la force de serrage à une force d’excitation constante ;
- diminutions de la force d’excitation à une force de serrage constante.

Dans les deux cas, c’est la diminution de la surface de glissement partiel entre les sous-structures qui provoque l’augmentation de la rigidité et la diminution de l’énergie dissipée.

## 1.2 Mécanique du contact

Les structures assemblées peuvent comporter plusieurs sources de non-linéarité : grand déplacement, impact, frottement, comportement des matériaux. Pour cette thèse, on s’intéresse au problème de frottement et on néglige les autres non-linéarités.

### 1.2.1 Les types d’assemblages

L’assemblage peut être classé suivant deux types : démontable et indémontables [111]. L’assemblage indémontable est un assemblage rigide qui est généralement fait par soudage [132, 83, 178]. Ce type d’assemblage est modélisé comme linéaire, la transmission des efforts à l’interface est donc parfaite sans perte de rigidité et sans dissipation. La fiabilité et la fatigue de ce type d’assemblage sont les sujets qui motivent le plus le travail des chercheurs.

Les assemblages démontables sont difficiles à prédire et à décrire [3, 86, 4]. Ils sont sensibles à de nombreux paramètres internes et externes à l’assemblage. L’assemblage démontable peut être assuré par boulons, rivets, goupilles, etc. Les difficultés de la modélisation des assemblages démontables sont principalement dues à l’existence de contact unilatéraux et de frottements.

La modélisation des surfaces d’interfaces dépend aussi de l’échelle de présentation : locale ou globale, microscopique ou macroscopique. Le comportement local de l’échelle microscopique des

interfaces de frottement des structures assemblées est traité dans le paragraphe suivant.

### 1.2.2 Morphologie des surfaces d'interface

Quel que soit le moyen d'assemblage par des rivets ou par des boulons, l'interface de contact entre les différentes sous-structures n'est pas constituée par des plans parfaits. Les irrégularités de cette interface compliquent les prédictions du comportement mécanique par simulation numérique. Elles nécessiteraient la mise en place d'outils de conception robuste basés sur une description incertaine des paramètres de modélisation.

L'usinage des métaux induit des gradients de propriétés mécaniques et géométriques dans la matière sous les surfaces, voir figure 1.3.

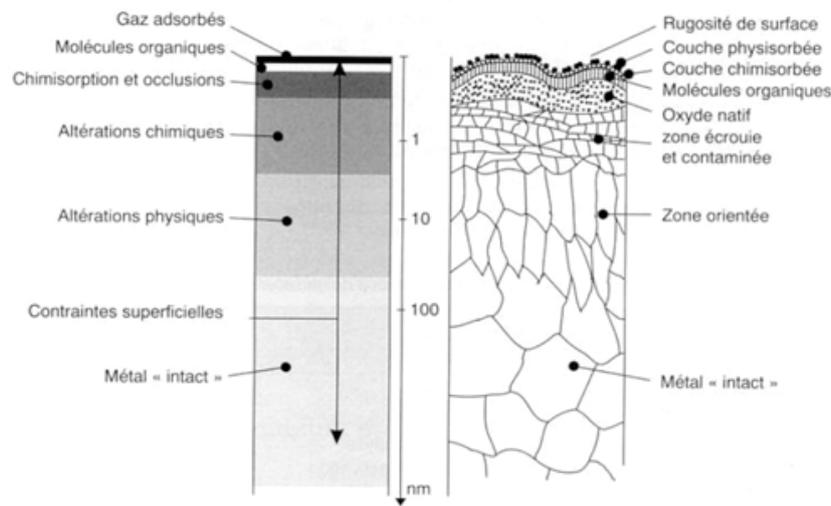


FIGURE 1.3 – Structure microscopique de la surface d'un métal usiné [45].

La figure 1.3 montre la structure schématisée d'un métal polycristallin après usinage de la surface par un outil. Quel que soit le processus de coupe, qui est toujours une rupture du matériau dans une zone plastifiée, il s'en suivra de sévères perturbations du métal. Comme il est décrit en [45], en allant du volume du matériau, vers la surface, on trouve :

- le métal intact, non perturbé par la coupe ;
- une zone texturée où les modifications induites par la coupe sont essentiellement structurales ;
- une zone écrouie caractérisée par un grand désordre des grains et la présence de nouvelles impuretés introduites dans le matériau au moment de la coupe ;
- une surface caractérisée par la présence de couches physi- et chimisorbées de molécules organiques, inertes ou vivantes (biofilm).

L'ingénierie des surfaces doit prendre en compte toute cette région modifiée par divers types de dégradations ou de modifications : contraintes superficielles, altérations physiques et mécaniques, réactions chimiques avec l'atmosphère environnante qu'elle soit contrôlée ou non.

Une modélisation fine peut prendre en compte ces hétérogénéités. Elle prend compte tous les mécanismes physiques situés autour de l'interface. Une telle approche est souvent écartée au profit des modèles globaux dans lesquels les lois de contact et du frottement prennent en compte

une partie de ces hétérogénéités structurales. La notion même de coefficient de frottement peut-être vue comme un modèle global intégrant une partie de la complexité de la zone de contact.

Le frottement résulte d'un déplacement élémentaire dans la structure des métaux. Les glissements et les rotations de ces derniers usent l'interface d'assemblage. Les surfaces ne sont pas parfaites comme elles semblent l'être macroscopiquement. En effet, à l'échelle microscopique, l'interface est formée par des successions de formes bombées connues sous le nom d'aspérités. La distribution des aspérités peut-être aléatoire ou périodique selon le procédé d'obtention de la surface.

Entre deux pièces assemblées, la zone réelle de contact est beaucoup plus petite que la zone de contact apparente. Cette différence change les propriétés physiques locales telles que l'état d'adhérence ou du glissement des corps en contact.

Les premières théories pour le calcul des pressions de contact, de Boussinesq [22] et Hertz, reposent sur les hypothèses qui considèrent que les corps en contact sont : semi-infinis, parfaitement élastiques, homogènes et isotropes, et sont limités par des surfaces du second degré (quadriques) au voisinage de la zone de contact.

### 1.2.2.1 Théorie de Hertz

Les principaux résultats mis en évidence par Hertz sont les suivants [174] :

- la surface de contact est une ellipse qui peut prendre toutes les proportions possibles entre un cercle et une bande ;
- la pression de contact sur cette ellipse peut être représentée par un demi-ellipsoïde. Sa valeur maximale est atteinte au centre de l'appui : elle diminue graduellement jusqu'à s'annuler au bord ;
- aux extrémités des axes de l'ellipse, les contraintes radiales sont des tractions et les contraintes circonférentielles des compressions de même valeur absolue. Il en résulte que l'état de contrainte est un cisaillement simple d'ailleurs maximal lorsque l'ellipse devient un cercle et nul lorsqu'elle devient une bande. La traction à la périphérie de l'appui est dangereuse avec des matériaux fragiles ;
- dans les pièces, à l'aplomb du centre de l'ellipse d'appui et en partant de ce point, la contrainte de cisaillement augmente d'abord et devient maximale en un point situé à une certaine distance de la surface, après quoi elle diminue.

La théorie de Hertz [76] décrit le contact entre deux corps sphériques élastiques, de rayons  $R_1$  et  $R_2$ , de modules d'élasticité  $E_1$  et  $E_2$  et de coefficients de Poisson  $\nu_1$  et  $\nu_2$ , avec des surfaces parfaitement lisses (Figure 1.4).

Les sphères sont serrées ensemble par une force  $F$ . Le champ de déformation des solides peut être déterminé en minimisant l'énergie de déformation élastique.

Lorsque la relation  $\frac{1-\nu^2}{E}$  s'exprime sous la forme de (1.1), nous trouvons les relations caractéristiques de la théorie de Hertz dans le tableau 1.1.

$$\frac{1-\nu^2}{E} = \frac{1-\nu_1^2}{E_1} + \frac{1-\nu_2^2}{E_2} \quad (1.1)$$

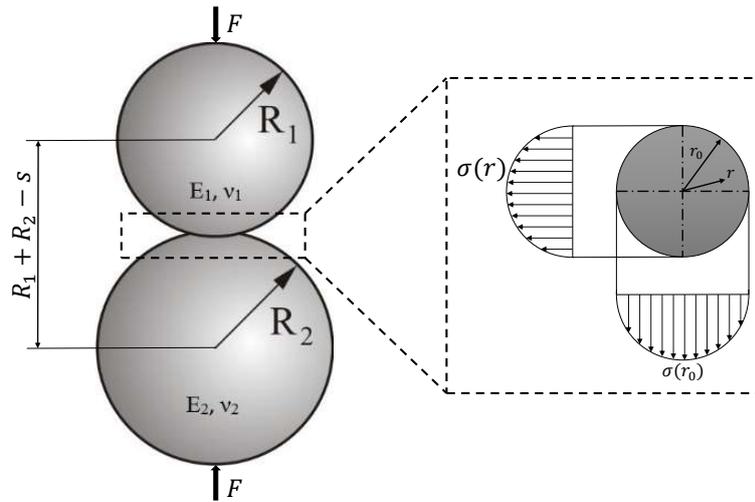


FIGURE 1.4 – Contact entre deux sphères.

	cas général	$R_2 \rightarrow \infty$
Le rayon de la zone de contact	$r_0 = \left( \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{3F(1-\nu^2)}{4E} \right)^{\frac{1}{3}}$	$r_0 = (R_1 s)^{\frac{1}{2}} = \left( \frac{1}{R_1} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{3F(1-\nu^2)}{4E} \right)^{\frac{1}{3}}$
La distance de rapprochement des deux sphères	$s = \left( \frac{R_1 + R_2}{R_1 R_2} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{3F(1-\nu^2)}{4E} \right)^{\frac{2}{3}}$	$s = \left( \frac{1}{R_1} \right)^{\frac{1}{3}} \left( \frac{3F(1-\nu^2)}{4E} \right)^{\frac{2}{3}}$
La force de compression		$F = \frac{4E}{3(1-\nu^2)} s^{\frac{3}{2}} R_1^{\frac{1}{2}}$
La répartition de pression dans la zone de contact		$\sigma(r) = \frac{F}{\pi r_0^2} \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$

TABLE 1.1 – Les relations mathématiques de la théorie de Hertz.

Cette théorie suggère que la zone de contact  $A$  augmente linéairement avec  $F^{\frac{2}{3}}$ . Cependant, pour des surface rugueuses dont les aspérités restent élastiques, les résultats expérimentaux montrent que l'aire de contact réelle est proportionnelle à  $F$ . Cette relation de proportionnalité n'est valable que lorsque l'aire de contact réelle  $A$  est faible par rapport à l'aire de contact nominale  $A_0$ . Alors, considérer une surface plane avec un réseau régulier de bosses sphériques de même courbure et de même hauteur ne reproduit pas les résultats expérimentaux. En plus, cette modélisation est loin de la distribution et des formes réelles des aspérités de la surface de contact.

### 1.2.2.2 Théorie de Greenwood et Williamson

Cette théorie [69], est basée sur le contact entre une surface lisse et rigide sur une surface rugueuse. Si les profils de hauteur des surfaces réelles sont  $h_1$  et  $h_2$ , alors la surface rugueuse aura une hauteur de profil  $h = h_1 + h_2$  et une rigidité et un coefficient de poisson équivalent

sous la forme de l'équation (1.1).

Supposant que les aspérités sont réparties suivant une seule direction. Les aspérités sont modélisées par des bosses sphériques avec un seul rayon de courbure  $R$  et avec une distribution gaussienne de la hauteur.

$$P_h = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{1}{2}} h^*} e^{-\frac{h^2}{2h^{*2}}} \quad (1.2)$$

Où  $h^*$  est l'écart type des fluctuations de hauteur des aspérités. En plus, l'interaction entre les aspérités est négligée. Si la distance entre les deux surfaces est  $d$ , et la hauteur d'aspérité est  $h > d$  alors elle sera en contact avec le plan avec une pénétration  $s = h - d$ . Dans ce cas, la zone de contact réelle normalisée sera :

$$\frac{\Delta A}{A_0} = \pi n_0 R \int_d^\infty dh (h - d) P_h \quad (1.3)$$

$A_0$  est la surface de contact nominale et  $n_0$  le nombre d'aspérités par unité de surface. Le nombre d'aspérités en contact par unité de surface est :

$$\frac{N}{A_0} = n_0 \int_d^\infty dh P_h \quad (1.4)$$

Dans ce cas, la compression nominale est :

$$\sigma_0 = \frac{4E}{3(1-\nu^2)} n_0 \int_d^\infty dh (h - d)^{\frac{3}{2}} R^{\frac{1}{2}} P_h \quad (1.5)$$

D'après (1.3) et (1.5), la relation entre l'aire de contact et la pression de contact est non-linéaire. Le modèle de Greenwood et Williamson permet de tenir compte de la distribution statistique des contacts sans toutefois reproduire le constat empirique de proportionnalité entre la zone de contact et la pression de contact.

### 1.2.2.3 Théorie de Bush, Gibson et Thomas

Bush *et al.* [26] ont développé une théorie plus générale et précise du mécanisme de contact où les aspérités se produisent sur de nombreuses directions. Il en résulte une surface de contact réelle qui est proportionnelle à la force  $F$  pour une force de compression faible ( $A \simeq F$  si  $A \ll A_0$ ). Dans ce cas, la répartition des contraintes à l'interface, ainsi que la taille moyenne d'une région de contact, sont indépendantes de la charge appliquée. Autrement dit, lorsque la charge est augmentée (mais  $A \ll A_0$ ), les zones de contact existantes croissent et de nouvelles zones de contact se forment de telle sorte que les quantités mentionnées restent inchangées.

Bush *et al.* [26] ont considéré le cas du contact élastique entre une surface isotrope et rugueuse avec un plan parfait. Les aspérités sont réparties d'une manière aléatoire, mais elles sont considérées comme des paraboloides de même courbure. L'interaction élastique entre les régions de contact est négligée et la déformation des aspérités respecte le principe de Hertz.

En cas d'une petite charge, la théorie prédit que l'aire de contact réelle est proportionnelle à la charge,  $A = \alpha F$ , où :

$$\alpha = (2\pi)^{\frac{1}{2}} \frac{1 - \nu^2}{E} n_0 \left( \int d^2 q q^2 C(q) \right)^{-\frac{1}{2}} \quad (1.6)$$

$C(q)$  est le spectre de puissance de rugosité de surface qui dépend du vecteur  $q$ .  $C(q)$  est obtenu à partir du profil de hauteur de surface  $h$ .

Tous les modèles quasi-statiques de contacts ci-dessus supposent que l'aire de contact réelle  $A$  est très faible par rapport à la zone de contact nominale  $A_0$ , et que  $A$  est constituée de nombreuses petites régions de contact qui suivent la théorie de Hertz. Cette formulation présente deux inconvénients. D'abord, elle néglige l'interaction entre les différentes régions de contact. Ensuite, les théories de la mécanique de contact ne peuvent être appliquées que si  $A \ll A_0$ .

Comme extension de ces méthodes, Persson [136] a développé une nouvelle approche spécialement pour le problème de frottement du caoutchouc sur des surfaces rugueuses. Cette théorie de la mécanique de contact est valable aussi lorsque la zone de contact réelle est faible par rapport à la zone de contact nominal. En plus, elle est particulièrement précise lorsque la force de serrage produit une pression de contact élevée, ce qui résulte une zone de contact réelle qui peut atteindre la zone de contact nominale.

### 1.2.3 Frottement à l'échelle microscopique

Le contact entre solides est gouverné par les actions mécaniques qui sont classées en fonction de leur direction par rapport au plan de contact : les contraintes normales et les contraintes tangentielles qui s'opposent respectivement aux déplacements normaux et tangentiels. L'ajout de mouvement tangentiel aux surfaces de contact au repos, change la distribution de contrainte et la rend plus complexe, voir figure 1.5. En effet le glissement ajouté à un problème de frottement rend la caractérisation des zones de contact très dépendante des matériaux, des vitesses, etc. Les modifications principales sont :

- création de contrainte de traction à l'arrière de la zone de contact par rapport au sens de glissement ;
- création de contrainte de compression à l'avant de la zone de contact par rapport au sens de glissement. La pression maximale résultante est bien supérieure à la pression maximale de Hertz.
- déplacement du point de cisaillement maximal vers l'avant de la nouvelle zone de contact.

La répétition des chargements mécaniques cause de l'usure et de la fatigue des zones en contact. En effet, lorsque les surfaces sont soumises à des contraintes alternées qu'elles soient mécaniques ou thermiques, des fissures ou de l'écaillage peuvent apparaître. Le glissement partiel dans l'interface produit ce type de fatigue. Ce phénomène a été défini analytiquement par Mindlin [116] pour un contact sphère plan en glissement partiel. Les travaux de Mindlin sont adaptés pour des applications réelles et académiques, voir par exemple les travaux de caractérisation de l'amortissement induit par frottement dans les structures assemblées développés dans la thèse de Nicolas PEYRET[140].

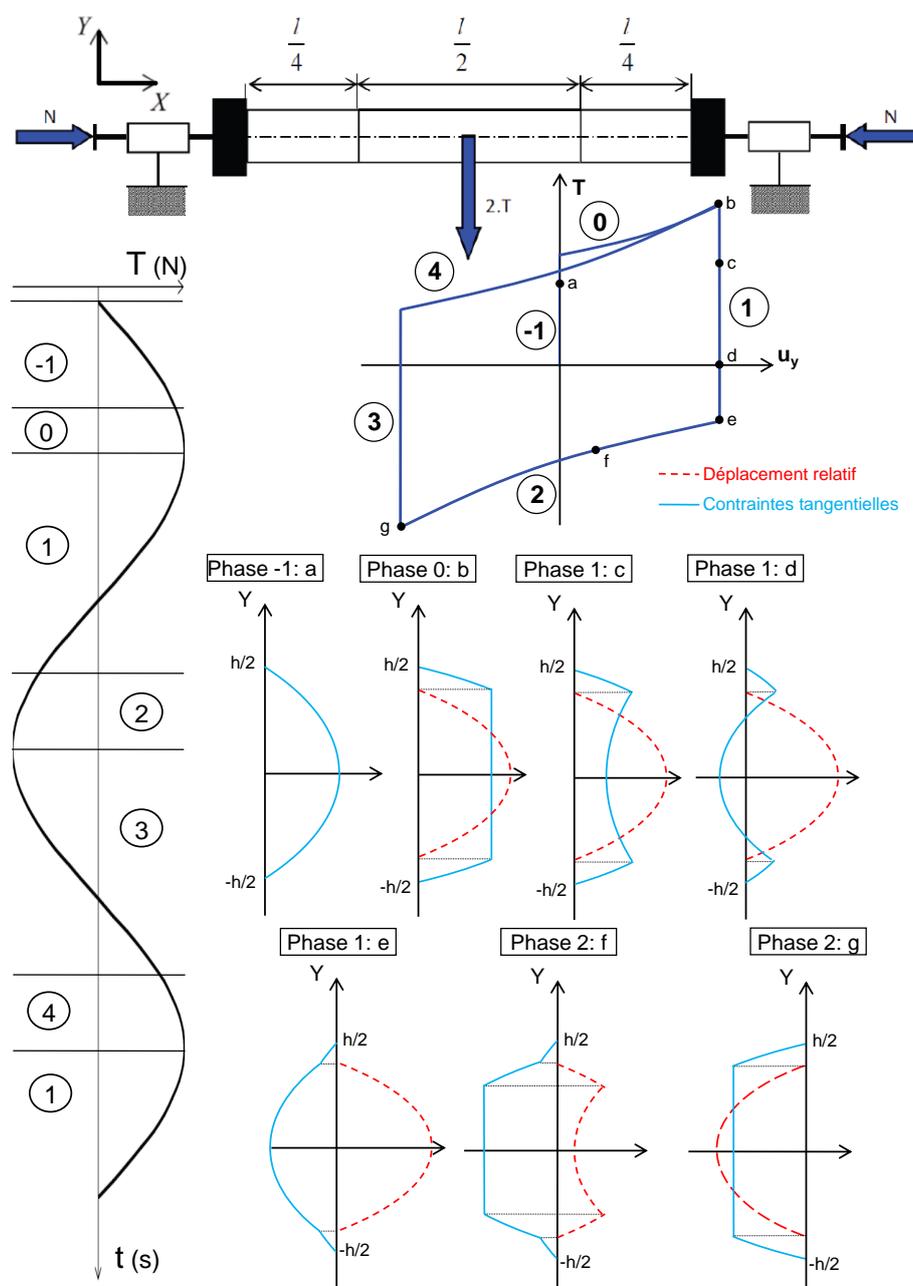


FIGURE 1.5 – Contraintes tangentielle et déplacement relatif en fonction du cycle de chargement tangentiel d’une interface de contact plan-plan [140].

### 1.3 Modélisation des structures assemblées en dynamique

La dynamique des structures assemblées est un vaste champ de recherche. Le couplage entre l’élasto-dynamique et la tribologie est le réel challenge de cette problématique. Ce couplage fait intervenir plusieurs échelles spatiales et temporelles, si bien que les modèles et les algorithmes de simulation numérique sont difficiles à mettre au point. Les longueurs d’ondes des modes de structures vont de quelques mètres à quelques centimètres. Les longueurs caractéristiques des

contacts vont de quelques nano-mètres à quelques millimètres, voir figure 1.6. C'est à cause du comportement non linéaire des interfaces que les couplages entre la tribologie et la dynamique des structures interviennent.

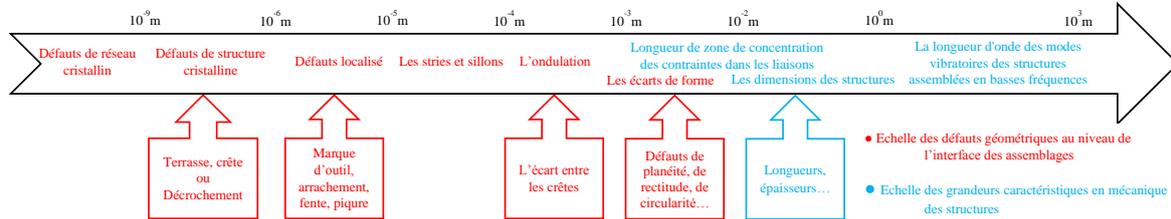


FIGURE 1.6 – Echelle des défauts géométriques au niveau de l'interface des assemblages et des grandeurs caractéristiques en mécanique des structures.

En vibration des structures, on ne s'intéresse pas au phénomène nanométrique (tel que la dislocation des cristaux cristallins, voir figure 1.6) qui se déroule à l'interface de contact. Tandis que l'approche physique réaliste (tribologie) de traitement du comportement dynamique des liaisons consiste à reproduire l'état microscopique des surfaces en contact. Même en tenant compte juste des défauts à l'échelle macroscopique, la modélisation simultanée de la mécanique du contact et de élasto-dynamique reste une tâche difficile.

Pour capturer les phénomènes d'impacts et "stick-slip" qui sont des phénomènes dynamiques à hautes fréquences, il faut prendre une discrétisation temporelle très fine. A contrario, il faut des simulations suffisamment longues pour observer les phénomènes basses fréquences.

Les longueurs d'onde des modes sont plus grandes que les tailles des liaisons et parfois elles sont plus grandes que toute la structure assemblée. De plus, si on prend en compte la rugosité des surfaces en contact, on est obligé de modéliser très finement la zone de contact. Dans ce cas, il faut manipuler un grand nombre de DDL qui ne sont pas nécessaires pour modéliser les vibrations.

A l'opposé des approches basées sur la géométrie, les approches modales se basent sur des modèles empiriques identifiés à partir d'essais expérimentaux ou numériques. Ces approches sont moins coûteuses mais ne permettent pas vraiment de concevoir les liaisons en tant qu'objet géométrique.

### 1.3.1 Modélisation linéarisée

Le frottement dans les structures assemblées génère des non-linéarités comportementales et une dépendance du comportement structural au niveau vibratoire. Cette non-linéarité peut être négligée parfois pour simplifier le calcul des structures assemblées. Dans ce cas les analyses dynamiques structurales sont effectuées avec l'hypothèse de linéarité pour toute la structure. Cette hypothèse peut être justifiée pour simplifier le traitement du modèle.

Les codes de calcul par éléments finis, tels que *ABAQUS* ou *COMSOL* permettent de simuler des problèmes d'élasto-dynamique linéaire en conservant une définition réaliste de la géométrie. Intégrer des non-linéarités de contact et de frottement dans les simulations par éléments finis

est faisable, mais il nécessite d'effectuer les simulations dans le domaine temporel, de ce fait il est très coûteux. Ces codes proposent donc des modèles permettant de prendre en compte la dissipation d'énergie de façon localisée sous la forme d'un amortissement structural associé au matériau de la liaison.

Sans linéarisation, il est également possible d'exploiter le fait que les non-linéarités sont localisées pour effectuer une décomposition du domaine en sous domaines aux comportements linéaires et non-linéaires. Cela permet, même en conservant le comportement non linéaire dans les interfaces, de limiter les coûts de calcul pour les sous-domaines linéaires.

### 1.3.2 Réduction de modèles et sous-structuration

Les techniques de sous-structuration peuvent être classées en quatre groupes selon Tran [169] : méthodes d'interfaces fixes, méthodes d'interfaces libres, méthodes d'interfaces hybrides et méthodes d'interfaces chargées. Ces groupes sont classés selon les conditions aux limites appliquées aux interfaces des sous-structures. En effet, les techniques les plus utilisées sont celles de Craig-Bampton [10] pour des interfaces fixes et de MacNeal [109] pour des interfaces libres. La sous-structuration réduit la taille du problème et le coût de calcul.

En présence de non-linéarité de contact et de frottement, les propriétés invariantes d'un système mécanique linéaire, comme les propriétés modales, ne sont plus appliquées à cause de la dépendance à l'amplitude vibratoire. Ainsi, la réduction de modèle appliquée aux structures non linéaires doit aboutir à un modèle pouvant utiliser les degrés de libertés modaux de la structure linéaire sous-jacente comme variables généralisées. Mais il doit être enrichi par des variables d'état supplémentaires pour traduire le comportement non linéaire. Les comportements non linéaires nécessitent également l'ajout de fonctions non linéaires dans le système d'équations réduits. La proposition se résume ainsi :

- les sous-structures qui obéissent aux lois linéaires sont réduites à un problème de quelques DDL seulement ;
- les interfaces sont modélisées avec des lois non linéaires comme les Méta-Modèles de frottement (Figure 1.7).

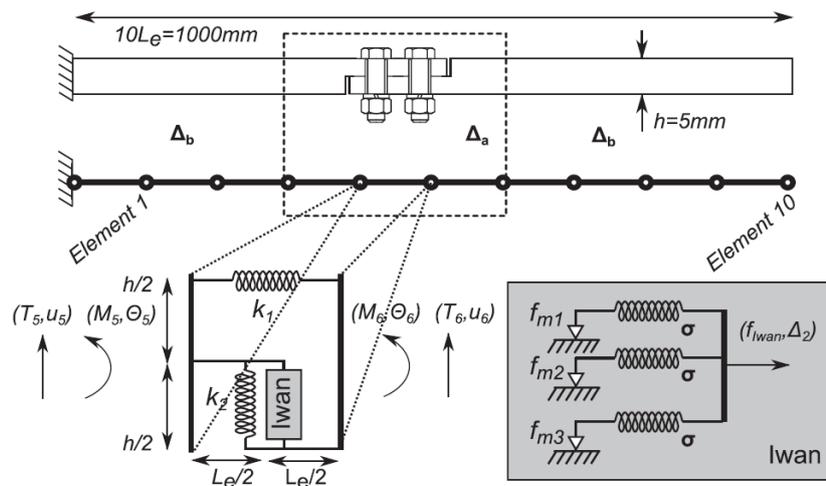


FIGURE 1.7 – Interface d'assemblage modélisé avec un macro modèle [56].

Festjens *et al.* [56] ont proposé une technique basée sur l'utilisation d'un sous-espace constitué des modes de la structure et d'un sous-espace constitué des sollicitations jugées les plus importantes. Les variables d'état associées à ce sous-espace permettent d'introduire à la fois les couplages modaux induits par la non-linéarité et servent de variable d'entrée à un méta-modèle de la liaison. L'utilisation de ces deux sous-espaces permet de simuler des phénomènes vibratoires sous excitation large bande. Le modèle réduit est capable de prendre en compte l'amortissement local et les effets assouplissant induits par des joints. Les interfaces sont modélisées avec des macro-modèles caractérisés à partir des données expérimentales. Les paramètres de ces méta-modèles peuvent également provenir de simulations par éléments finis. Par conséquent, les modèles obtenus sont des formulations très légères, mais néanmoins précises pour les structures assemblées.

Il existe des approches simple et rapide pour calculer la dynamique en trois dimensions des structures assemblées avec un grand nombre d'interfaces comme les méthodes qui se basent sur la méthode de sous-structuration de domaine et sur la stratégie de calcul non incrémentielle LATIN [99] (ou "approche à grand incrément de temps"). Dans la référence [100], un problème de contact avec frottement entre deux pièces est traité. La stratégie de calcul LATIN traite l'ensemble du domaine spatial (problème nodal) pour un intervalle de temps. Dans la même référence, les auteurs ont montré l'efficacité de leur méthode et la facilité de traitement des problèmes de frottement et ils ont montré aussi que le choix de coefficient de frottement n'a pas d'effet sur le comportement de convergence de leur méthode.

### 1.3.3 Méta-Modèles de frottement

Un modèle de frottement est un modèle mécanique reliant les paramètres qui conditionnent le mécanisme physique du frottement. En réalité, le frottement dépend fortement de la température, des matériaux, de la vitesse de glissement et de la rugosité des surfaces. Les modèles affichent généralement explicitement la dépendance à la vitesse de glissement, tandis que la dépendance aux autres variables et paramètres est cachée dans le coefficient de frottement.

Il y a plusieurs modèles de frottement et la majorité de ces modèles sont basés sur le modèle de Coulomb.

#### 1.3.3.1 Modèle de Coulomb

A chaque point de contact entre deux corps se produit une réaction qui se compose d'une force normale et d'une force tangentielle. Le modèle de Coulomb regroupe les lois de frottement qui imposent une relation de proportionnalité entre les composantes normale et tangentielle de la réaction de contact. Le coefficient de proportionnalité de la composante tangentielle par rapport à la composante normale est le coefficient de frottement de Coulomb que l'on symbolise par  $\mu$ .

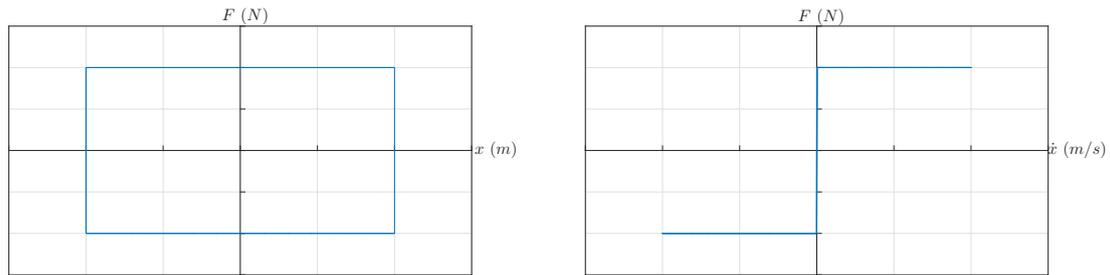


FIGURE 1.8 – Loi de frottement de Coulomb.

Le modèle de Coulomb décrit la résultante mécanique entre deux corps en contact pour deux cas différents :

- Cas d’adhérence : La résultante peut s’incliner par rapport à la normale de façon à assurer l’équilibre et cette inclinaison a une limite pour rester dans le cône d’adhérence, cet angle limite est l’angle d’adhérence ;
- Cas de glissement : La résultante mécanique est inclinée au niveau de l’angle de frottement.

Pour ce modèle, le cas d’adhérence est caractérisé par la situation de la résultante de l’action mécanique dans le cône d’adhérence. Ce modèle est le plus simple qui différencie les deux états de glissement et d’adhérence, voir figure 1.8.

Dans la suite, nous présentons des modèles plus globaux qui peuvent servir de métamodèles. Globalement, le passage d’un modèle local de Coulomb aux modèles globaux s’effectue par intégration des contraintes tangentielles sur la surface de contact et grâce à la définition d’un effort généralisé dérivé du travail des contraintes de frottement dans un champ cinématique particulier, un mode de vibration par exemple.

Dans notre étude, les méta-modèles de frottement doivent pouvoir capturer les phénomènes de glissement partiel, c’est à dire les cas pour lesquels, macroscopiquement la vitesse relative entre les solides est nulle mais localement il existe des zones de glissement.

### 1.3.3.2 Le modèle de d’Iwan

Le modèle de Coulomb est généralement utilisé pour le frottement local, contact entre une aspérité et un plan. Pour des approches plus globales, il existe d’autres modèles très proches de la physique du contact comme le modèle d’Iwan [88] dans lequel le glissement partiel s’établit progressivement grâce à l’utilisation de cellules de Jenkins paramétrée avec différentes rigidités et seuils de glissement. Ce modèle est connu aussi sous le nom de modèle généralisé de Maxwell-slip.

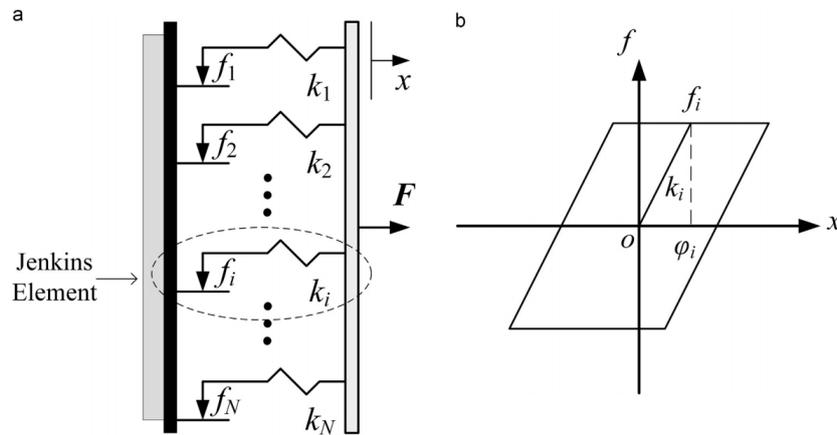


FIGURE 1.9 – Schémas du modèle Iwan avec des éléments de Jenkins : (a) le modèle de Iwan, (b) Boucle force-déplacement du le ième élément Jenkins - source : [105].

Le modèle d'Iwan consiste en l'association en série, en parallèle, et toute les combinaisons hybrides de plusieurs éléments de Jenkins. Pour le ième élément Jenkins de la figure 1.9,  $k_i$ ,  $f_i$  et  $\varphi_i = f_i/k_i$  sont respectivement la rigidité, la force de glissement critique et le déplacement critique de glissement.  $F$  est la force du modèle d'Iwan.  $x$  est le déplacement global.

Le modèle d'Iwan est très utilisé dans les problèmes des structures assemblées par des boulons. Dans la référence [105], les auteurs ont montré que le modèle Iwan à six paramètres est capable de décrire avec précision les propriétés non linéaires des liaisons pour différentes précharges. La forme analytique du modèle d'Iwan à quatre et cinq paramètres est utilisée aussi pour modéliser les phases : de microglissement, de microglissement et de "pinning". Le "pinning" se produit après la phase macro-glissement lorsque la tige du boulon entre en contact avec le bord du trou dans lequel il est situé [23].

### 1.3.3.3 Modèle de Dahl

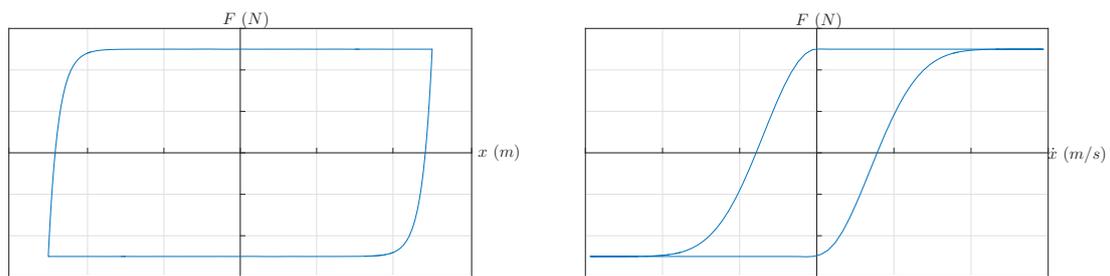


FIGURE 1.10 – Loi de frottement de Dahl.

Cette modélisation [39] est dédiée à l'étude des systèmes mécaniques avec frottement sec. La loi peut s'écrire comme une relation entre les contraintes et les déformations. Quand le glissement est établi, le frottement tend vers une valeur stationnaire; cette valeur est la force seuil de glissement. Lorsqu'un solide adhère, la force de frottement est indépendante de la vitesse de glissement. L'adhérence est prise en compte dans les équations de la dynamique comme une

condition cinématique de vitesse de glissement nulle. Tandis que pour le glissement, une force qui dépend de la vitesse de glissement est imposée.

Ce modèle se base sur des observations empiriques et par analogie avec la partie plastique des lois du comportement élastoplastique des métaux. Ce modèle résout le problème de discontinuité dans la phase d'adhérence autour de la vitesse nulle.

En posant  $\delta$ , le déplacement relatif entre les deux solides en contact,  $F$ , la force d'interaction tangentielle entre les solides, Dahl propose le modèle suivant :

$$\frac{dF}{d\delta} = \sigma \left( 1 - \frac{F}{F_c} \text{sign}(\dot{\delta}) \right)^\alpha \quad (1.7)$$

$\sigma$  désigne la rigidité tangentielle initiale,  $F_c$  est la limite de la force tangentielle de glissement,  $\alpha$  donne la forme de la transition entre le glissement partiel et le glissement total.

La reformulation temporelle du modèle de Dahl est obtenue en multipliant l'équation (1.7) par la vitesse.

$$\frac{dF}{dt} = \frac{dF}{d\delta} \frac{d\delta}{dt} = \frac{dF}{d\delta} \dot{\delta} \quad (1.8)$$

Ce modèle présente plusieurs avantages :

- il est très facile à implanter dans les équations différentielles ordinaires ;
- c'est un modèle dynamique assez simple qui comporte différents aspects de frottement ;
- il comporte seulement deux paramètres à identifier ;
- il est surtout lié aux phénomènes impliquant de faibles déplacements, ce qui est plus adapté aux structures mécaniques assemblées.

L'inconvénient de ce modèle est qu'il ne prend pas en compte l'adhérence totale. Des extensions du modèle de Dahl, comme les modèles de Bilman et Sorine [18], ont alors été proposées pour permettre de capturer ces effets.

### 1.3.3.4 Le modèle de LuGre

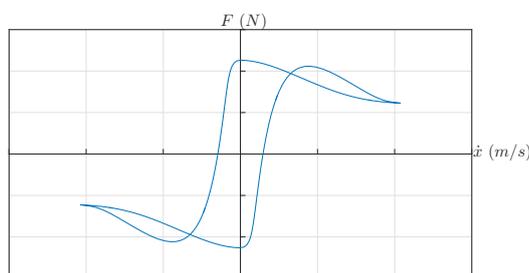


FIGURE 1.11 – Loi de frottement de LuGre.

Ce modèle a été développé conjointement par les universités de Lund (Suède) et de Grenoble (France) [40]. Le modèle de LuGre repose sur l'approche macroscopique de la modélisation

des surfaces de contact par des lames, chaque lame représente une aspérité en contact contre une autre. La déflexion des lames de ce modèle est prise en compte mathématiquement par la variable  $z$ . Ce modèle permet d'intégrer l'effet de "Stribeck", utile pour la modélisation du frottement visqueux et de l'effet "frictional memory".

La force de frottement résultante du modèle est :

$$F = F_n \left( \sigma_0 z + \sigma_1 \frac{dz}{dt} + \sigma_2 v \right) \quad (1.9)$$

Avec  $\sigma_0$  la rigidité des lames,  $\sigma_1$  le coefficient d'amortissement,  $\sigma_2$  le coefficient de viscosité,  $v$  la vitesse relative et  $F_n$  l'effort normal.

Ce modèle ne respecte pas la condition de position bornée lorsque la force de cisaillement appliquée (force extérieure) est inférieure à la force de rupture (propriété non-dérive ou d'adhérence). Ce modèle est incapable aussi de prédire fidèlement la dynamique du frottement au changement de direction.

Les paramètres du modèle LuGre peuvent être identifiés à partir de résultats expérimentaux parce qu'il est très bien formulé pour les problèmes de vibrations [46]. Ce modèle est l'un des modèles les plus complets et qui s'approche le plus dans la représentation des phénomènes physiques [40]. Mais, ce modèle n'est pas le plus récent ni le plus satisfaisant. En effet, il existe d'autres extensions comme le modèle de Leuven [164] (qui améliore le comportement hystérétique dans le domaine de micro-glisserment), qui est aussi amélioré dans [101].

### 1.3.4 Calcul de la réponse vibratoire d'une structure assemblée

Dans ce paragraphe, on s'intéresse à l'analyse dynamique des structures assemblées avec des interfaces de frottement dans le cas d'excitation périodique externe. Les méthodes d'analyse dynamiques peuvent être regroupées en deux catégories : transitoire et stationnaire. Pour les vibrations transitoires, on privilégie l'intégration temporelle tandis que pour les vibrations stationnaires, il existe de nombreuses alternatives.

Pour déterminer le régime transitoire quelle que soit l'excitation pour un système non linéaire, il faut suivre un schéma numérique d'intégration des équations différentielles. Les schémas numériques d'intégration peuvent être classés en schémas : implicite [163] et explicite [49]. L'intégration temporelle nécessite la connaissance des conditions initiales. Pour avoir le régime permanent, il faut intégrer les équations différentielles dans un intervalle de temps qui est suffisamment long pour faire passer l'effet transitoire.

Les algorithmes de la famille "Runge-Kutta" sont très répandus. Le schéma de Dormand-Prince programmé dans la fonction "ode45" de Matlab est un schéma d'intégration précis, utilisable pour une grande variété de problèmes différentiels. Cette fonction sera utilisée dans les chapitres II et III. Cette méthode est de type « explicite », elle utilise les informations provenant de l'état du système au pas de temps précédent pour trouver l'état actuel. Pour le même type de schémas, on peut citer les méthodes : "Central difference methods", "Predictor-Corrector methods" et "Taylor series schemes" [49].

Contrairement aux schémas explicites, les schémas implicites utilisent les informations provenant à la fois des états actuels et des états antérieurs du système pour trouver l'état actuel. Pour

le schéma implicite, on peut citer les méthodes : “Newmark family of methods”, “Wilson- $\theta$  method,” et “Houbolt method” [163].

L’approche temporelle est bien efficace, mais elle ne permet pas de déterminer les solutions instables et toutes les solutions stables (la détermination de la solution dépend des conditions initiales). De plus, au voisinage des régimes chaotiques, des problèmes de convergence apparaissent qui imposent un pas de temps très fin.

Il existe également des méthodes pour déterminer directement le régime de vibrations stationnaires sans calculer le régime transitoire. Les plus importantes méthodes dans ce domaine sont : les méthodes de perturbation [166, 102, 89, 97] et la méthode de balance harmonique [139, 138].

Pour un exposé complet dans ce domaine, les travaux du Nayfeh *et al.* [123], de Perko [135] et de Wiggins [173] sont à consulter.

### **1.4 Amortissement interne des structures assemblées**

Plusieurs études ont montré l’effet de perte d’énergie dans les liaisons [140, 114, 62, 54], et ils ont montré que l’amortissement induit par les assemblages est très supérieur à l’amortissement intrinsèque aux matériaux [86, 11].

L’amortissement influence la réponse des structures au voisinage des fréquences propres de vibration. L’utilisation des outils de conception assistée par ordinateur et de méthode des éléments finis ne prédit pas précisément l’amortissement (surtout celui qui est induit par le frottement). Cette difficulté pousse les ingénieurs à faire des essais longs et coûteux avec des approches qui négligent l’influence des niveaux d’excitation sur l’évolution de l’amortissement.

Expérimentalement, l’amortissement modal est calculé à partir de l’analyse de la réponse en fréquence d’une structure. L’amortissement induit par le frottement est le résultat de la dissipation d’énergie par frottement en chaleur. Selon les efforts normal et tangentiel deux mécanismes de dissipation d’énergie par frottement sont possibles, par macro-glisement (glissement total) ou par glissement partiel (méso-glisement ou micro glissement).

Généralement, le macro-glisement est interdit dans les structures assemblées pour assurer la fonction primaire de l’assemblage. Ainsi, le glissement partiel est l’origine de la dissipation d’énergie par frottement dans l’interface et de l’amortissement de la structure. L’énergie dissipée est diffusée par effet Joule dans la structure.

#### **1.4.1 Amortissement intrinsèque**

Les matériaux cumulent différents types de dissipation d’énergie tels que la visco-élasticité ou la plasticité [8]. Les modèles d’amortissements intrinsèques les plus utilisés sont d’origine visqueuse interne ou structurale interne. Pour l’amortissement visqueux, la dissipation est générée par une force proportionnelle aux vitesses. La modélisation de l’amortissement structural interne évite l’écriture de la force dissipative proportionnelle à la vitesse, mais il nécessite l’utilisation d’une rigidité complexe pour le problème harmonique.

La majorité de l’énergie dissipée des métaux est due à la transformation de la structure interne [158]. La température, l’amplitude et la fréquence de déformation sont les mécanismes les plus

communs qui engendrent ces transformations. Leurs dépendances peuvent être plus ou moins non linéaire [31]. Pour les métaux, l'amortissement interne est relativement limité [84]. Souvent, les sources d'amortissement sont mal connues. Dans ce cas, il est courant d'ajouter un amortissement global de type visqueux (Figure 1.12).

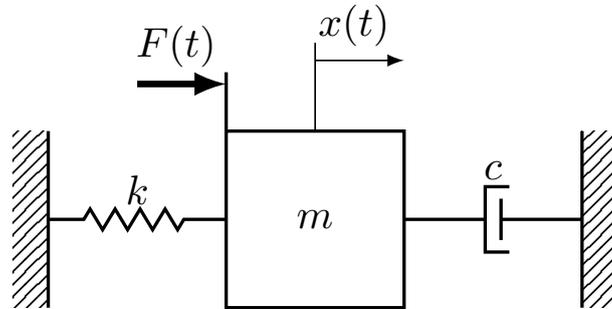


FIGURE 1.12 – Représentation d'un amortisseur visqueux attaché à un système masse ressort.

Suite à une excitation impulsionnelle, l'amplitude de vibration d'un système masse ressort avec un amortisseur visqueux (Figure 1.12) décroît logarithmiquement (Figure 1.13). Suivant le taux d'amortissement ( $\xi = c/2\sqrt{km}$ ), il y a quatre régimes de retour à l'équilibre : statique, apériodique lorsque  $\xi > 1$ , critique lorsque  $\xi = 1$ , pseudopériodique lorsque  $\xi < 1$  (Figure 1.13) et harmonique lorsque  $\xi = 0$ .

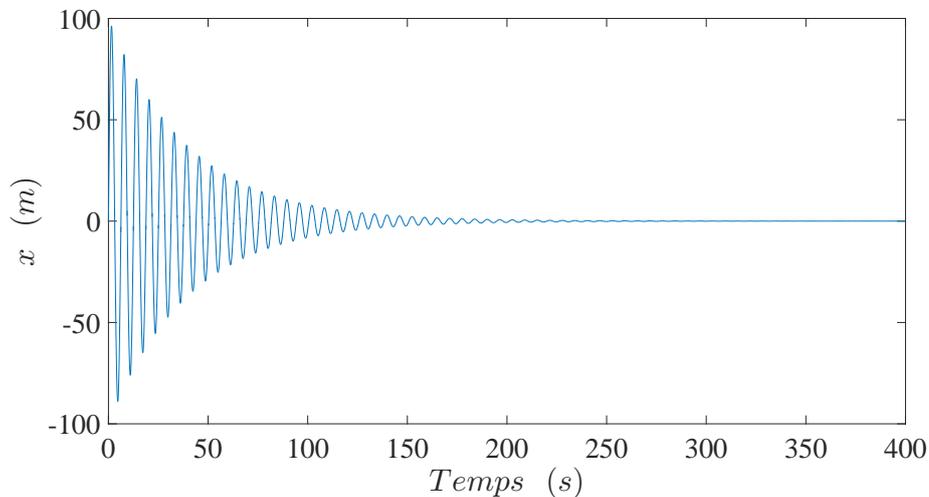


FIGURE 1.13 – Réponse temporelle du système 1-DDL de la figure 1.12 lorsque  $m = 1\text{kg}$ ,  $k = 1\text{N/m}$ ,  $c = 0.05\text{Ns/m}$  suite à une vitesse initiale  $\dot{x}(0) = 100\text{m/s}$ .

Pour une excitation harmonique sinusoïdale d'amplitude  $F$  et de fréquence  $f_{ex}$ , le facteur d'amplification dynamique est présenté à la figure 1.14. Soient :  $|X|$  l'amplitude de vibration de la masse  $m$  et  $X_{st}$  le déplacement statique est égal à  $F/k$ . Pour le cas où  $\xi < 1/\sqrt{2}$  le facteur d'amplification dynamique atteint un maximum à la pulsation  $\omega_n = \sqrt{k/m}\sqrt{1 - 2\xi^2}$ . Dans ce cas, le facteur d'amplification dynamique est égal à :

$$\left| \frac{X}{X_{st}} \right|_{max} = \frac{1}{2\xi\sqrt{1-\xi^2}} \quad (1.10)$$

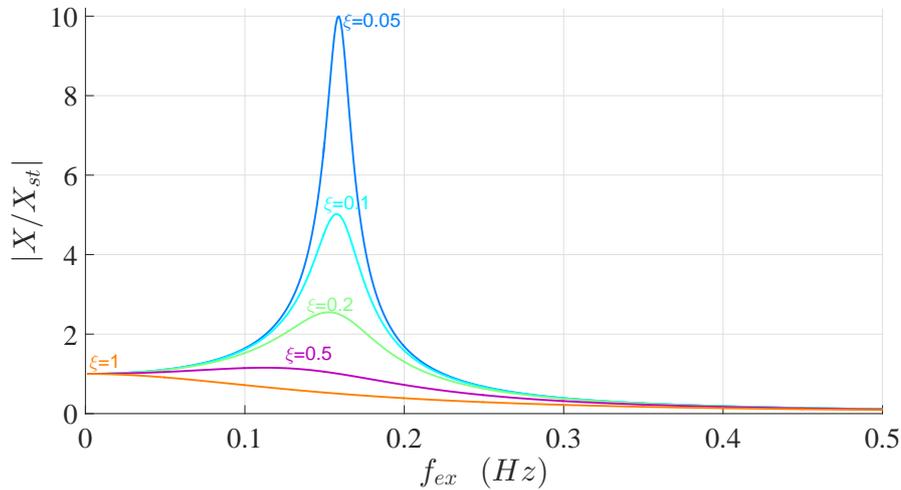


FIGURE 1.14 – Facteur d’amplification dynamique du système 1-DDL de la figure 1.12 en fonction de la fréquence d’excitation  $f_{ex}$  lorsque  $m = 1kg$  et  $k = 1N/m$  suite à une excitation sinusoïdale d’amplitude  $F = 1N$ .

### 1.4.2 Amortissement par frottement

L’amortissement par frottement se produit lors d’un glissement entre deux surfaces. Lorsque on applique une excitation sinusoïdale pour une structure assemblée qui contient des interfaces de frottement, un travail positif se produit. En effet la courbe force déplacement produit une boucle qui caractérise ce travail qui présente l’énergie dissipée, voir la boucle à gauche de la figure 1.16. L’amortissement induit par frottement dépend du comportement vibratoire des structures et des relations entre les forces et les déplacements. Cette dépendance est largement discutée dans le Chapitre III.

Pour visualiser l’effet d’amortissement induit par frottement, on a ajouté un élément de Jenkins à un modèle à 1-DDl (Figure 1.15). La résultante de l’élément Jenkins  $f_{nl}$  représente la force d’interaction tangentielle entre la masse  $m$  et le sol. Cet élément comporte une raideur initiale  $\sigma$ , un frotteur de coefficient de frottement  $\mu$  et une force normale  $F_n$ .

Si on adopte le modèle de frottement de Dahl [39] pour l’élément de Jenkins, il y a trois régimes de retour à l’équilibre statique suite à une excitation impulsionnelle. Ces trois régimes dépendent des niveaux d’amplitudes vibratoires :

- pour les grandes amplitudes, l’enveloppe de décroissance est linéaire (l’amortissement est de type Coulomb), voir figure 1.16 ;
- pour les amplitudes intermédiaires, l’enveloppe de décroissance est exponentielle (l’amortissement est de type visqueux) ;
- pour les petites amplitudes, l’enveloppe de décroissance est hyperbolique (l’amortissement est similaire à un amortissement de type structural).

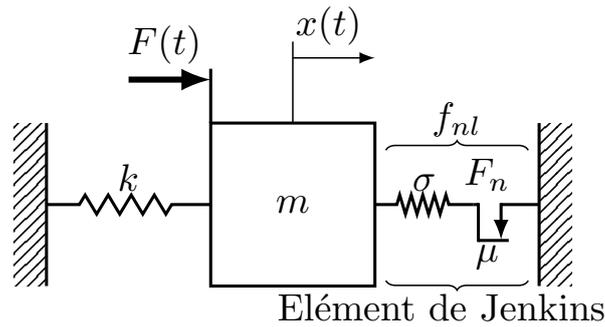


FIGURE 1.15 – Représentation d’un élément de Jenkins attaché à un système masse ressort.

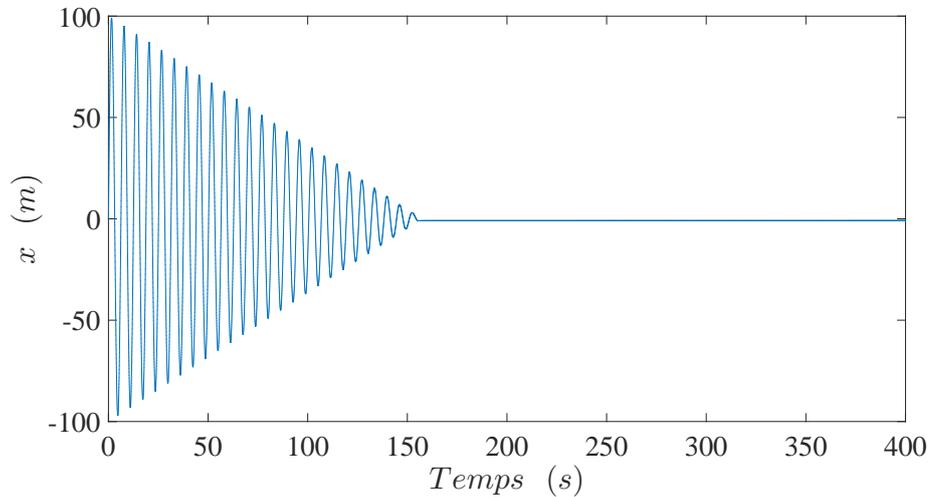


FIGURE 1.16 – Réponse temporelle du système de la figure 1.15 lorsque  $m = 1\text{kg}$ ,  $k = 1\text{N/m}$ ,  $\sigma = 1000\text{N/m}$ ,  $\alpha = 1$ ,  $\mu F_n = 1\text{N}$  suite une vitesse initiale  $\dot{x}(0) = 100\text{m/s}$ .

L’adhérence de la masse  $m$  au sol dépend de la valeur de serrage  $F_n$ , du coefficient de frottement  $\mu$  et du niveau vibratoire  $x$ . Pour la même amplitude d’excitation harmonique, les deux niveaux de serrages  $\mu F_n$  de la figure 1.17 modifient le comportement vibratoire du modèle 1-DDL. Pour la force  $\mu F_n = 1\text{N}$ , la courbe force-déplacement  $f_{nl}(x)$  est une boucle qui caractérise l’énergie dissipée par frottement, voir figure 1.17.(a). Pour la force  $\mu F_n = 100\text{N}$ , la force résultante  $f_{nl}$  s’approche du comportement d’une force de raideur  $\sigma$ , voir figure 1.17.(c). En comparant les résultats des deux niveaux de serrage, on confirme que le frottement résulte d’une part un assouplissement (diminution de la fréquence de résonance causée par la diminution de rigidité du système) et d’autre part il résulte de l’amortissement (diminution des amplitudes à la fréquence de résonance), voir figure 1.17.(b).

Il y a deux approches pour calculer l’amortissement induit par frottement. La première approche est dite globale, généralement utilisée pour les résultats expérimentaux. Avec cette approche, l’amortissement peut se calculer par :

- le rapport d’énergie dissipé par frottement dans les interfaces à l’énergie de déformation maximale calculée pendant un cycle [142, 115] ;

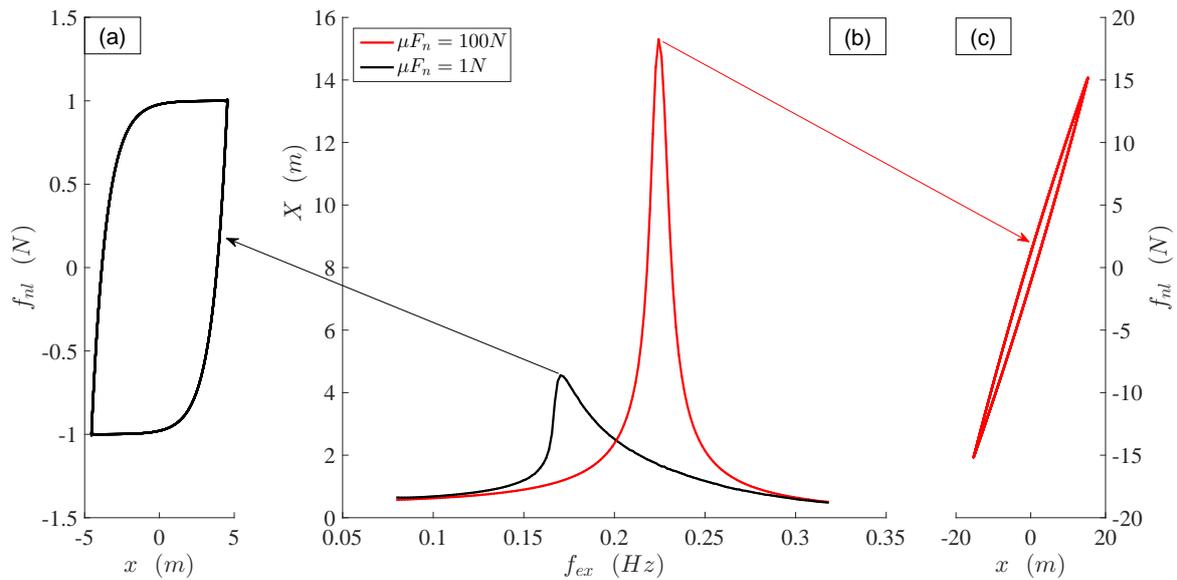


FIGURE 1.17 – (b) L' amplitude de déplacement de la masse du modèle à 1-DDL de la figure 1.15 suite une excitation harmonique  $F(t) = \cos(2\pi f_{ex}t)$  pour deux niveaux de serrage  $\mu F_n$ , et (a et c) la boucle d'hystérésis aux fréquences de résonance pour les deux cas.

- la méthode demi-puissance ou largeur de bande à  $-3dB$  à l'aide de l'analyse de la réponse en fréquence [11, 147].

Dans le cas d'absence du glissement total, l'amortissement induit par frottement dans le régime transitoire est identifié en utilisant la méthode du décrétement logarithmique [122].

L'approche locale de calcul d'amortissement induit par frottement consiste à décrire les efforts au niveau des surfaces de contact. Les développements de cette approche sont faits pour :

- une répartition uniformément répartie d'efforts constants [142, 115, 122] ;
- une répartition non uniformément répartie d'efforts constants [74, 144, 176] ;
- une répartition non uniformément répartie d'efforts variables [176].

Pour cette approche l'amortissement est décrit par des développements analytique ou semi-analytique [172, 122].

L'amortissement induit par frottement peut être identifié par des codes de calcul par éléments finis [147]. Ces codes nécessitent une modélisation détaillée et raffinée du problème réel pour décrire les efforts au niveau des surfaces de contact. Ce qui induit des temps et des coûts de calcul importants. Ainsi, il est plus logique de diviser la structure en sous structure [74, 176] et de faire une réduction de modèle.

## 1.5 Contrôle actif des amortisseurs dynamiques à frottement

En comparant la réponse vibratoire d'une poutre monolithique avec une autre coupée avec interface, les fréquences propres de la structure avec interface sont diminuées et les taux d'amor-

tissement sont augmentés [140]. C'est pourquoi les amortisseurs à frottement sont largement utilisés. En effet, les amortisseurs à frottement :

- amortissent les vibrations pour tous les modes de structure qui sollicitent les interfaces d'assemblage ;
- nécessitent des coûts faibles pour la fabrication, pour l'installation et pour la maintenance ;
- sont faciles à mettre en oeuvre.

Annuler les vibrations à travers l'amortissement induit par frottement est largement utilisé et discuté dans la stabilité des structures de génie civil suite à des tremblements de terre [17, 108, 119]. La réponse des structures qui comporte ce type d'amortisseur dépend de l'amplitude de vibration. De ce fait, il est intéressant de contrôler les conditions d'assemblage pour minimiser cette dépendance.

Les recherches [17, 108, 119], ont montré qu'il existe une force de serrage optimale pour laquelle les vibrations sont d'amplitude minimale. Pour cette force de serrage, l'amortissement est maximal. Malheureusement cet optimum est atteint pour un niveau vibratoire donné. Si le niveau change, la force de serrage doit être modifiée pour de nouveau être optimal. Dans [34], les auteurs ont proposé une méthode qui détermine cette force optimum de frottement.

Dans la référence [37], l'auteur a montré que la simulation de la réponse fréquentielle sous-estime la masse optimale d'amortisseurs à frottement. Ainsi, on confirme que la prédiction et le calcul d'amortissement dès la phase de conception est difficile.

Karim et Blanzé [93] ont proposé d'ajouter un assemblage additionnel avec des interfaces de frottement à un treillis. Avec l'assemblage additionnel il est possible de contrôler la rigidité globale de la structure en fonction des fréquences de vibration. Un aspect similaire a été discuté dans [20]. Un étage de lame en sandwich a été ajouté à une poutre simple. La conception de l'ensemble est dédiée au contrôle actif des forces de frottement avec une rondelle piézoélectrique.

L'objectif du contrôle actif de l'amortissement induit par frottement est de dépasser les limites citées précédemment. En effet, le contrôle actif :

- diminue la dépendance d'amortissement induit par frottement aux amplitudes vibratoires [21] ;
- augmente l'amortissement induit par frottement par comparaison à une force de serrage constante [21] ;
- adapte la force de serrage dans un assemblage additionnel pour contrôler la rigidité globale de la structure afin de s'éloigner des fréquences critiques [93] ;
- peut adapter la force optimale pour chaque fréquence de résonance discuté dans la référence [34] ;
- peut adapter la force normale aux interfaces de frottement pour remédier le problème de sous-estimation de la masse optimale d'amortisseur à frottement discuté dans la référence [37].

## 1.6 Conclusions

Dans ce chapitre nous introduisons le potentiel de l'énergie dissipée dans les assemblages des structures. Ce potentiel sera exploité pour la construction des lois de contrôle de la force de serrage. Ce chapitre met en évidence les effets du contact dans les structures assemblées, en

particulier sur la capacité du frottement à générer de l'amortissement et à modifier la rigidité globale des structures assemblées.

Les interfaces des structures assemblées comportent des défauts. Ainsi, ce chapitre détaille la morphologie des interfaces et décrit la physique du contact et du frottement à l'échelle locale et microscopique.

Le traitement de la dynamique de contact nécessite une modélisation complexe et délicate. Il est possible d'utiliser des modèles linéarisés réalistes pour décrire les topographies des surfaces en contact et il est possible d'utiliser aussi des modèles non linéaires plus globaux, souvent basés sur des approches modales et sur l'utilisation des Méta-Modèles de frottement. Pour les structures assemblées, les méthodes de traitement non linéaires sont faites en isolant les domaines locaux de non-linéarité avec la réduction de modèle qui utilise des méta modèles de frottement. Tandis que les approches fréquentielles sont souvent basées sur la méthode de l'équilibrage harmonique.

L'analyse non linéaire de la dynamique des structures assemblées est traitée par des approches temporelles et fréquentielles. L'analyse temporelle est faite par des algorithmes d'intégration temporelle.

La perte d'énergie dans les liaisons est la source d'amortissement qui s'ajoute aux amortissements intrinsèques des matériaux. L'amortissement généré par frottement entre les sous-structures assemblées dépend des amplitudes vibratoires des structures et de la nature des sollicitations que subissent les liaisons qui sont bien souvent liées à la forme des modes.



## Chapitre 2

# Développements analytiques et numériques sur le coefficient de couplage des liaisons

### Sommaire

---

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>46</b>
<b>2.2</b>	<b>Modélisation d'un mode propre d'une structure assemblée</b>	<b>46</b>
2.2.1	Modélisation	46
2.2.2	Coefficient de couplage d'une liaison	48
<b>2.3</b>	<b>Modélisation EF d'une structure assemblée</b>	<b>54</b>
2.3.1	Modèles éléments finis de liaisons boulonnées	54
2.3.2	Modèles d'interface de contact	56
2.3.3	Formulation par éléments finis des contacts	58
<b>2.4</b>	<b>Etude non linéaire d'un exemple de liaison</b>	<b>59</b>
<b>2.5</b>	<b>Structures typiques d'assemblage</b>	<b>64</b>
2.5.1	Première structure	65
2.5.2	Deuxième structure	68
2.5.3	Troisième structure	71
<b>2.6</b>	<b>Conclusions</b>	<b>73</b>

---

## 2.1 Introduction

Dans le premier chapitre, nous avons présenté la capacité des liaisons à amortir les vibrations des structures assemblées et à modifier leur rigidité du fait des micro-glissements présents dans les interfaces. La modélisation du potentiel dissipatif d'une liaison est l'objectif de ce chapitre. A cette fin, un système à 2 Degrés De Liberté (2-DDL) est présenté pour modéliser le comportement modale d'une structure réelle. Ce système comporte un élément de Jenkins de couplage entre les deux masses permettant de modéliser une liaison de la structure. La liaison sera pilotée par la force normale appliquée au frotteur ; elle est représentative de la force de serrage d'un boulon. Ce modèle permet de reproduire la dépendance des fréquences de résonance des structures et l'amortissement induit par frottement aux niveaux vibratoires.

Le "coefficient de couplage d'une liaison" est défini pour un système 2-DDL. Ce coefficient est important parce que les lois de contrôle de la force de serrage ne sont efficaces que si la force de serrage a un effet sur la dynamique du système.

A la fin de ce chapitre, nous mettons en évidence la capacité de la force de serrage à modifier la dynamique des structures. Pour cela la méthode de "Thin layer" (couche mince) est utilisée pour les simulations par éléments finis. Cette méthode est utilisée pour 3 structures typiques d'interface et d'assemblage de structure aéronautique et spatiale.

## 2.2 Modélisation d'un mode propre d'une structure assemblée

### 2.2.1 Modélisation

Afin de pouvoir définir le coefficient de couplage d'une liaison, un modèle à 2-DDL qui contient une cellule Jenkins est traité (Figure 2.1). Ce modèle simple peut être identifié par les paramètres modaux du modèle approximé par Eléments-Finis d'une structure boulonnée complexe, voir [56].

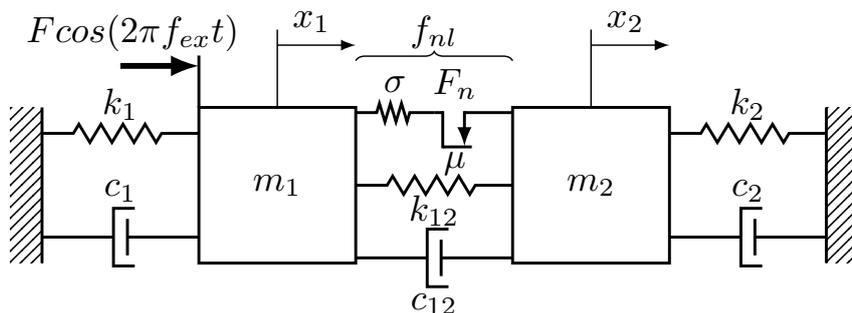


FIGURE 2.1 – Système 2-DDL forcé et amorti contenant un élément de Jenkins.

Pour le système de la figure 2.1,  $F \cos(2\pi f_{ex} t)$  est la force d'excitation appliquée à la première masse de fréquence  $f_{ex}$ ,  $f_{nl}$  est la force d'interaction tangentielle entre les deux masses (la résultante de l'élément de Jenkins). Dans ce cas les équations de mouvement du modèle sont :

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_{12} & -c_{12} \\ -c_{12} & c_2 + c_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_{12} & -k_{12} \\ -k_{12} & k_2 + k_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \cos(2\pi f_{ext} t) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -f_{nl} \\ f_{nl} \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Les amortissements visqueux ( $c_1$ ,  $c_2$  et  $c_{12}$ ) du modèle à 2-DDL sont définis en appliquant la démarche suivante :

1. Pour chaque raideur, on calcule les valeurs et les vecteurs propres ( $\omega$  et  $\varphi$  respectivement) du système linéarisé non amorti (voir l'annexe A) de raideur de couplage  $k_{12} + \sigma$ . Les équations du système deviennent :

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_{12} + \sigma & -\sigma - k_{12} \\ -\sigma - k_{12} & k_2 + k_{12} + \sigma \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

2. On applique un amortissement modal visqueux de 1% pour les deux modes. On exprime la matrice d'amortissement visqueux du modèle 2-DDL grâce à la matrice de passage, voir équation (2.3).

$$\xi = 1\% \implies C = \begin{bmatrix} c + c_{12} & -c_{12} \\ -c_{12} & c + c_{12} \end{bmatrix} = \varphi' \begin{bmatrix} 2\xi\omega_{0,1} & 0 \\ 0 & 2\xi\omega_{0,2} \end{bmatrix} \varphi \quad (2.3)$$

Afin de caractériser le frotteur de la cellule de Jenkins, il faut définir une loi de frottement qui permette la prise en compte du mécanisme de dissipation d'énergie due au micro et macro glissement. La loi de coulomb est la plus simple des lois, mais elle ne peut pas décrire les phénomènes de micro glissement dans l'interface.

Dans la littérature, il y a plusieurs lois qui se différencient par leurs nombres de paramètres et par leurs complexités (voir le premier chapitre). Tout d'abord, pour étudier l'effet du frottement, on introduit une cellule de Jenkins entre les deux masses comme il est montré sur la figure 2.1. On ajoute la raideur  $k_{12}$  parce que même dans la phase de glissement (macro glissement) la raideur de l'interface ne s'annule pas [62].

Le modèle de frottement adopté pour décrire la force de l'élément de Jenkins est le modèle de Dahl. Ce modèle peut s'écrire sous forme d'une fonction temporelle, ainsi il permet de suivre l'évolution de la force. De plus, ce modèle contrairement à celui de Coulomb qui est singulier, est régularisé et ainsi facile à implémenter dans un code de calcul.

Conformément à l'équation (1.7)  $f_{nl}$  est alors définie par :

$$\frac{df_{nl}}{d\delta} = \sigma \left( 1 - \frac{f_{nl}}{F_c} \text{sign}(\dot{\delta}) \right)^\alpha \quad (2.4)$$

Avec  $\delta = x_2 - x_1$ ,  $F_c = \mu F_n$  la force de déclenchement ou la force critique ou aussi la force de Coulomb,  $\mu$  le coefficient de frottement et  $\alpha$  la constante qui détermine la forme de la loi de frottement. La forme temporelle de la force de cette résultante de Jenkins (2.4) lorsque  $\alpha = 1$  est détaillée dans l'annexe B.

### 2.2.2 Coefficient de couplage d'une liaison

Le coefficient de couplage d'une liaison boulonnée peut être considéré comme un rapport énergétique qui indique la capacité de la liaison à influencer la vibration de la structure. Il est très similaire à la notion de couplage électromécanique dans les systèmes actifs, voir [33] et à la notion de niveau de couplage pour les matériaux viscoélastiques, voir [72]. Le coefficient de couplage d'une liaison, pour un mode  $i$  d'une structure assemblée, est l'écart des fréquences de résonance de ce mode entre un serrage maximal  $F_{n_{max}}$  et un serrage minimal  $F_{n_{min}}$  au niveau de la liaison. Ce coefficient peut être calculé dès la phase de la conception des assemblages. Plus le coefficient de couplage d'une liaison est important plus les effets dus au changement de la force de serrage sont importants.

Le coefficient de couplage d'une liaison est donc un indicateur qui fixe la condition nécessaire pour que les méthodes de contrôle de la force de serrage soient efficaces. Du fait de notre modélisation (amortissement visqueux entre les DDL), les valeurs propres  $s_i$  du système (2.1) sont des entités complexes. Pour un système à plusieurs DDL (et lorsque la forme analytique des fréquences propres est inconnue), on calcule  $\omega_{0,i}$  avec  $\omega_{0,i} = \sqrt{(Re(s_i))^2 + (Im(s_i))^2}$  et  $\xi_i$  avec  $\xi_i = -Re(s_i)/\omega_{0,i}$  pour déterminer le coefficient de couplage  $K_i$  pour le  $i$ ème mode. Le coefficient  $K_i$  est défini par la relation suivante :

$$\begin{aligned} K_i^2 &= \frac{\Delta f_{0,i}^2}{f_{0,i}^2} \\ &= \frac{f_{0,i}^2(F_{n_{max}}) - f_{0,i}^2(F_{n_{min}})}{f_{0,2}^2(F_{n_{min}})} \end{aligned} \quad (2.5)$$

L'application d'une grande force de serrage réduit le système à un système linéaire à 2-DDL couplé par  $k_{12} + \sigma$ , voir l'annexe A. Pour ce système à 2-DDL symétrique linéarisé (de raideur de couplage  $k_{12} + \sigma$ ), la deuxième pulsation complexe  $s_2$  et la deuxième fréquence  $\omega_{0,2}$  sont sous la forme :

$$\begin{cases} s_2 = -\frac{c+c_{12}}{2m} + \sqrt{\frac{-k+2(k_{12}+\sigma)}{m} + \left(\frac{c+c_{12}}{2m}\right)^2} \\ \omega_{0,2} = \sqrt{\frac{k+2(k_{12}+\sigma)}{m}} \end{cases} \quad (2.6)$$

Annuler la force de serrage réduit le système à un système linéaire de 2-DDL couplé uniquement par  $k_{12}$ . Par conséquent, le coefficient de couplage  $K_2$  est défini par :

$$\begin{aligned} K_2^2 &= \frac{\Delta f_{0,2}^2}{f_{0,2}^2} \\ &= \frac{\frac{k+2(k_{12}+\sigma)}{m} - \frac{k+2k_{12}}{m}}{\frac{k+2k_{12}}{m}} \\ &= \frac{2\sigma}{k+2k_{12}} \end{aligned} \quad (2.7)$$

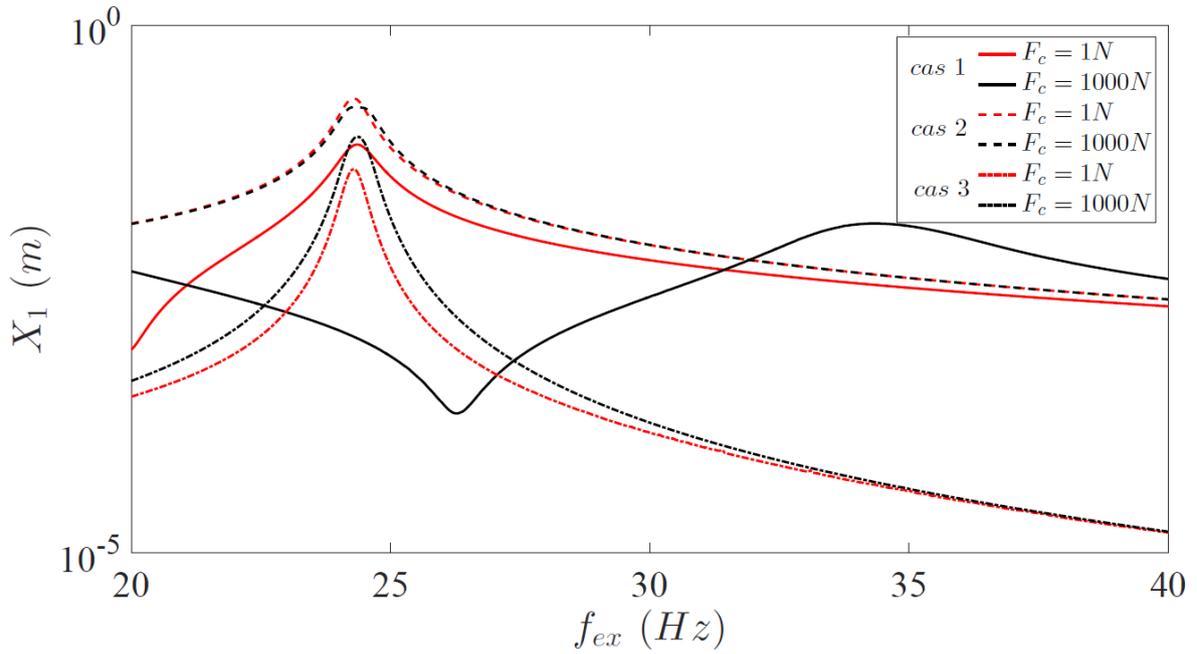


FIGURE 2.2 – Amplitude du déplacement de la masse  $m_1$  autour de la deuxième fréquence de résonance pour les trois cas de paramètres détaillés dans le tableau 2.1 du système présenté de figure 2.1.

	$k_1, k_2$ (N/m)	$k_{12}$ (N/m)	$\sigma$ (N/m)	$m_1, m_2$ (kg)
cas 1	7800	7800	$1.5k_{12}$	1
cas 2	23200	100		
cas 3	14000	4700		

TABLE 2.1 – Les trois cas de paramètres utilisés pour la figure 2.2.

De la figure 2.2, on confirme que le choix des raideurs du système est critique. Pour le deuxième et le troisième cas du tableau 2.1, la variation de la valeur de la force de déclenchement  $F_c$  (proportionnelle au serrage) n'a pas la capacité d'influer sur les fréquences propres du modèle à 2-DDL. La marge de décalage des fréquences propres présente le potentiel de la force de serrage à contrôler le système. Pour le premier cas du tableau 2.1, le passage de  $F_c$  de  $1N$  à  $1000N$  décale la deuxième fréquence propre de  $24.35Hz$  à  $34.35Hz$ . Pour le troisième cas du tableau 2.1, le passage de  $1N$  à  $1000N$  décale la fréquence de résonance de  $24.3Hz$  à  $24.35Hz$ , ce qui montre l'absence de sensibilité du système à la force de serrage pour les raideurs,  $k_1$ ,  $k_2$  et  $k_{12}$ , testées.

Pour choisir les paramètres optimaux cohérent avec les éléments technologiques qui nous donnent un écart  $(\Delta f_{0,2})/f_{0,2}$  suffisant, une analyse numérique a été menée lorsque  $k_1 = k_2 = k$ ,  $m_1 = m_2 = m$  et  $\sigma = 1.5k_{12}$ . Le choix de  $\sigma = 1.5k_{12}$  traduit une augmentation de 250% de la raideur de l'assemblage lorsque on passe d'un serrage nul à un serrage maximal. Les résultats de cette analyse sont présentés sur la figure 2.3. L'objectif de l'étude paramétrique est de déterminer les plages des raideurs qui satisfont les points suivants :

- travailler aux basses fréquences telles que,  $f_{0,1}$  et  $f_{0,2} \in [10Hz, 60Hz]$  ;

- avoir un décalage important de la deuxième fréquence entre le cas serré ( $\sigma = 1.5k_{12}$ ) et le cas desserré ( $\sigma = 0$ ).

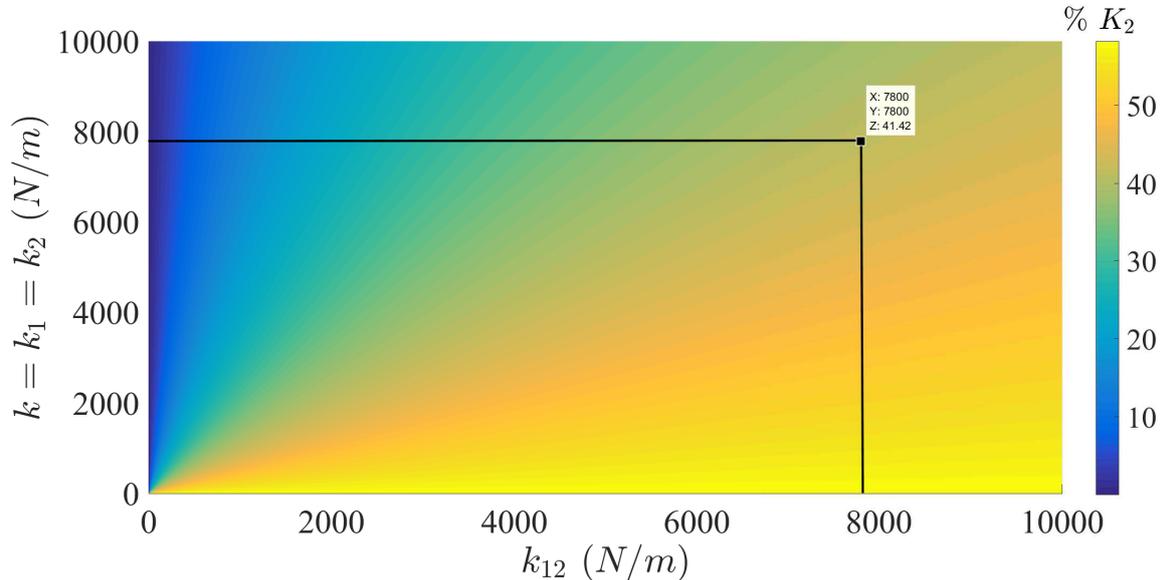


FIGURE 2.3 – Pourcentage d’augmentation de la deuxième fréquence en fonction des raideurs du système.

Pour une étude de cas, on a pris les paramètres suivants :  $m_1 = m_2 = 1\text{kg}$ ,  $k_1 = k_2 = k_{12} = 7800\text{N/m}$ ,  $\sigma = 1.5k_{12}$  et  $\xi = 1\%$   $\implies c_1 = c_2 = 1.8\text{Ns/m}$  et  $c_{12} = 1.3\text{Ns/m}$ . Le choix de ces raideurs sur la diagonale de la figure 2.3 est basé sur les limites techniques de l’assemblage : la rigidité de la liaison peut difficilement dépasser la rigidité du reste de la structure. Pour ces valeurs, on a présenté sur la figure 2.4, l’amplitude de vibration de la première et la deuxième masse en fonction de la fréquence d’excitation pour une excitation de module  $F = 100\text{N}$ . Pour ces valeurs, on peut voir les fréquences de résonance et d’anti-résonance. De plus, on retrouve les résultats suivants :

- l’indépendance de l’amplitude et de la fréquence de déplacement des deux masses à la première résonance ;
- la sensibilité de la deuxième fréquence de résonance à la force de serrage.

Du fait de la non-linéarité du système due au frottement, la fréquence de résonance  $f_{r,2}$  est très sensible à la force de serrage  $F_n$  ( $F_c = \mu F_n$ ) et à l’amplitude d’excitation  $F$ , voir figures 2.5 et 2.6. A cause de cette dépendance, la définition du coefficient de couplage est étendue au système non linéaire pour les forces de serrage et d’excitation, voir figures 2.7 et 2.8.

L’évolution de la deuxième fréquence de résonance en fonction de la force d’excitation ou de la force de serrage est limitée par les fréquences naturelles du système linéarisé quand  $\sigma = 1.5k_{12}$  et  $\sigma = 0$  (Figures 2.5 et 2.6). La figure 2.5 montre qu’il y a des valeurs de la force de déclenchement  $F_c$  pour lesquelles la deuxième fréquence de résonance  $f_{r,2}$  est constante. Le plateau horizontal inférieur peut s’expliquer par l’apparition du glissement total aux pics de résonance pour les bas niveaux de serrages et des excitations importantes. Le plateau horizontal supérieur peut

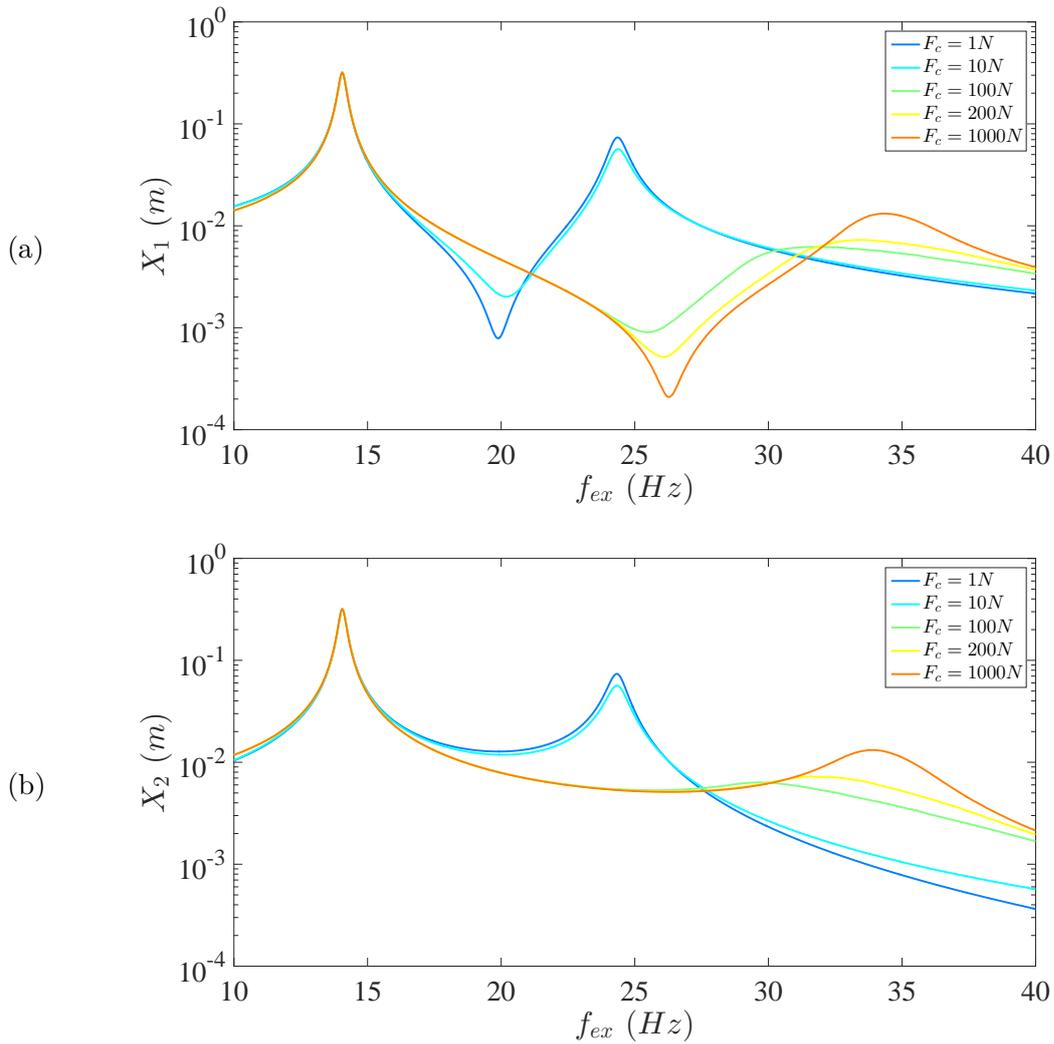


FIGURE 2.4 – Amplitude de vibration de la masse  $m_1$  (a) et de la masse  $m_2$  (b) en régime permanent pour une excitation  $F = 100N$ .

s'expliquer par la disparition du glissement partiel aux pics de résonance pour les bas niveaux d'excitations et les niveaux importants de serrage.

Pour chaque niveau d'excitation et en augmentant la force de serrage (i.e. la force  $F_c$ ), la fréquence de résonance commence fixe (quand  $\sigma = 0$ ) puis elle augmente de façon non linéaire (évolution plutôt en racine carré) jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur maximale (quand  $\sigma = 1.5k_{12}$ ), et à partir de cette valeur l'augmentation de la force de serrage n'a plus d'effet, voir figure 2.5. Plus la force d'excitation est faible, plus la pente montante est importante d'où l'effet de serrage est plus important sur les amplitudes de vibration.

Pour chaque niveau de serrage (Figure 2.6), la fréquence de résonance décroît linéairement jusqu'à ce qu'elle atteigne la valeur minimale (quand  $\sigma = 0$ ), et puis elle se stabilise à cette valeur. Plus la force de serrage est faible, plus la pente est importante ce qui implique un effet plus important sur les amplitudes de vibration.

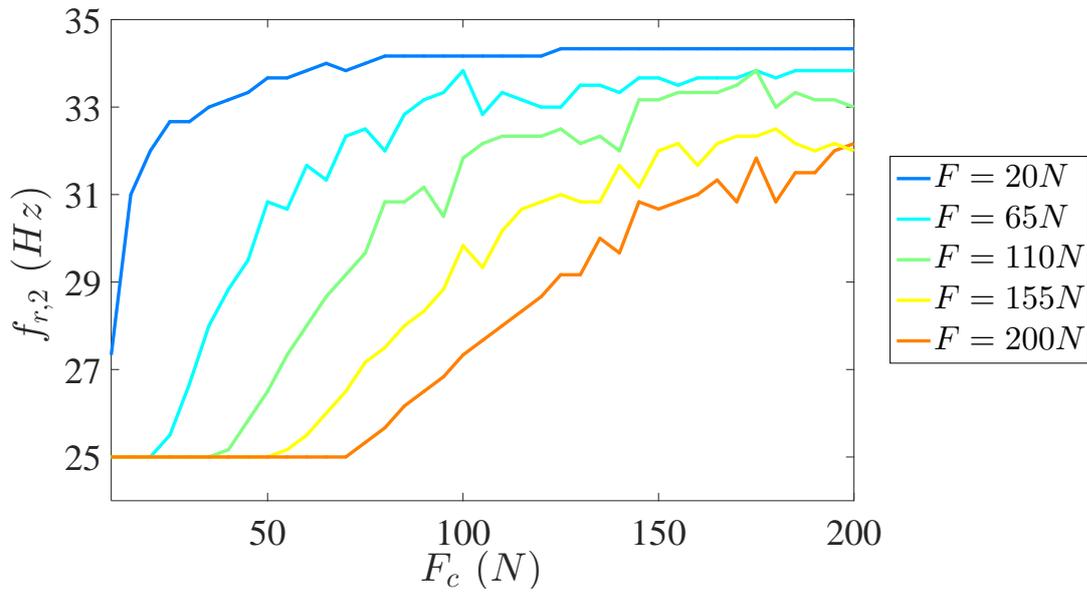


FIGURE 2.5 – Fréquence de la deuxième résonance en fonction des forces de déclenchement  $F_c$  pour cinq niveaux d'excitation.

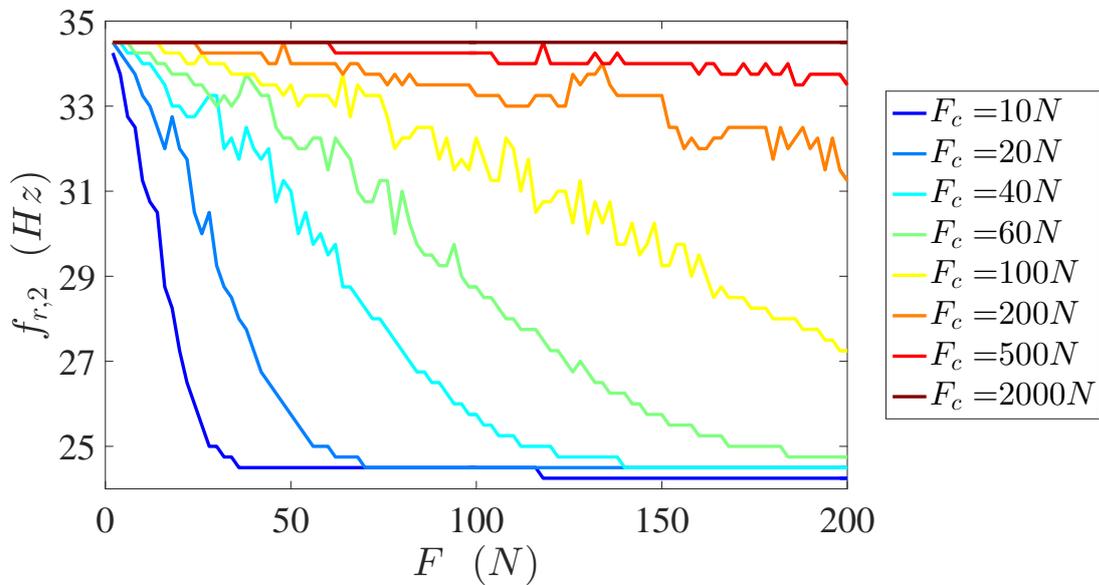


FIGURE 2.6 – Fréquence de la deuxième résonance en fonction des forces d'excitation  $F$  pour huit niveaux de serrage.

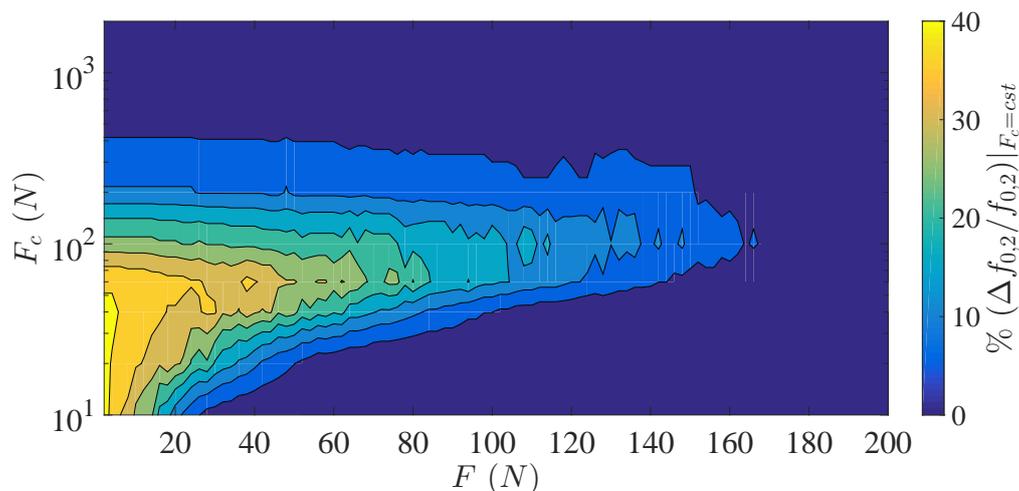


FIGURE 2.7 – Pourcentage de la variation de la deuxième fréquence de résonance à force de serrage constante.

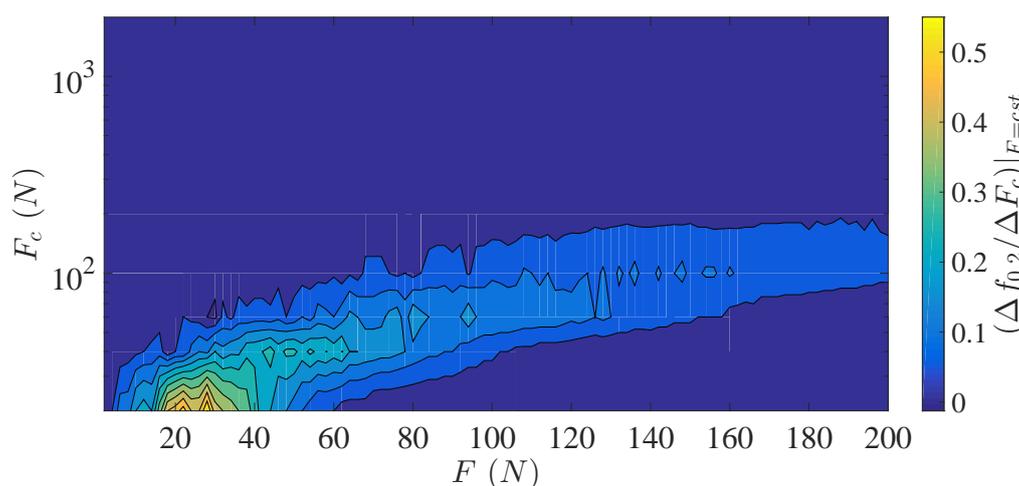


FIGURE 2.8 – Sensibilité de la deuxième fréquence de résonance par rapport la force de serrage à excitation constante.

Les figures de sensibilité de la deuxième fréquence de résonance aux forces de serrage et d'excitation (figures 2.7 et 2.8) sont déduites de la figure 2.6. Sur la figure 2.7, pour une force de déclenchement constante  $F_c$ , on calcule la variation de la fréquence de résonance entre deux pas de force d'excitation à la figure 2.6. Sur la figure 2.8, on calcule la variation de la fréquence de résonance par rapport la variation la force de serrage entre deux paliers de serrage à une force d'excitation constante de la figure 2.6.

En faisant varier la force d'excitation, à force de serrage constante, on remarque qu'il y a des domaines où la deuxième fréquence de résonance est fortement sensible aux forces d'excitation et de serrage et il y a d'autres domaines où elle est invariante (Figure 2.7). La variation maximale

de la deuxième fréquence de résonance correspond aux domaines de basses forces d'excitation et de serrage.

Pour une amplitude d'excitation constante, la sensibilité de la deuxième fréquence de résonance par rapport à la force de serrage montre l'existence de domaines étroits hypersensibles et des domaines où cette sensibilité est nulle (Figure 2.8). La sensibilité maximale tirée de la figure 2.8 est de  $1Hz$  pour une variation de serrage de  $2N$  à amplitude d'excitation égale à  $30N$ .

L'écart des fréquences propres entre les cas de serrage maximal et cas de serrage nul est un indice de travail et d'influence de l'interface d'assemblage. D'un autre point de vue, la variation de fréquence indique l'efficacité de l'amortissement. Mathématiquement, on peut voir le potentiel de la force de serrage à faire varier les fréquences de résonances comme la sensibilité de l'énergie de déformation des raideurs par rapport à la force de serrage :

$$\frac{d(k_1x_{1max}^2 + k_2x_{2max}^2 + (k_{12} + \sigma)(x_2 - x_1)_{max}^2)}{dF_c} \quad (2.8)$$

## 2.3 Modélisation EF d'une structure assemblée

### 2.3.1 Modèles éléments finis de liaisons boulonnées

Les codes de calcul qui permettent la modélisation et la simulation des problèmes d'assemblage boulonné sont de plus en plus performants, variés et réalistes. Les codes de calcul commerciaux ont permis par exemple de traiter :

- la variation de la rigidité des structures qui contiennent des boulons [143] par le logiciel de simulation *ANSYS WORKBENCH* ;
- le problème d'auto-déserrage des boulons [98] par le logiciel de simulation *ABAQUS* ;
- le développement de la surveillance de la santé des structures boulonnées [167] par le logiciel de simulation *COMSOL Multiphysics*.

Le choix du modèle des éléments finis du boulon se base sur le type de résultat qu'on cherche et le degré de simplification qu'on se fixe. Les modèles les plus répandus sont présentés sur les figures 2.9 et 2.10.

Le modèle "solid bolt model" comme le montre la figure 2.9(a) est le modèle le plus réaliste des modèles par éléments finis. La modélisation se fait avec des éléments hexaédriques en trois dimensions. L'application de la force de serrage pour ce modèle de boulon, se fait suite à une déformation thermique ou par application de contrainte initiale ou par insertion des équations de contraintes. Le modèle élément fini 3D "solid bolt model" avec des éléments de contact surfaciques "surface to surface" donne la réponse la plus cohérente avec les résultats expérimentaux : soit pour un modèle simple de "lap joint" ou pour un système complexe comme les gros moteurs diesel marins [96].

Le modèle "coupled bolt model" comme représenté à la figure 2.9(b), est beaucoup plus simple que le modèle précédent. Le corps du boulon est modélisé par un élément de poutre placé au niveau de l'axe du boulon, et les noeuds correspondant à la tête et à l'écrou sont reliés à l'élément poutre par des noeuds de DDL qui sont couplés avec ceux de la structure en contact. L'élément poutre a les capacités de tension uni-axiale, de compression, de torsion, et de flexion. Le choix

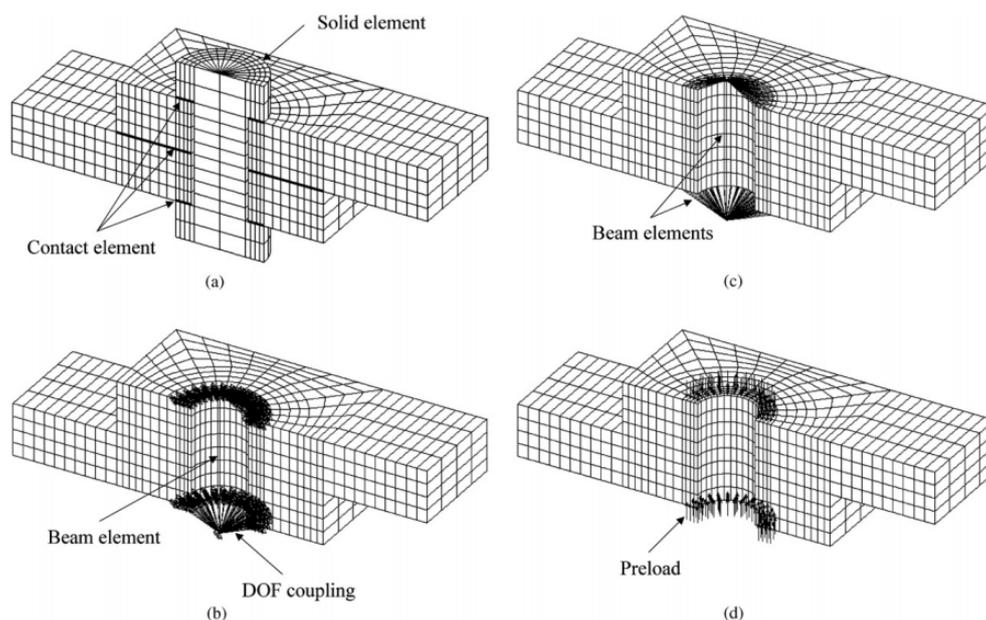


FIGURE 2.9 – Modèles d’éléments finis des boulons pour un assemblage boulonné [96].

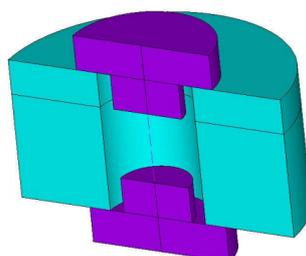


FIGURE 2.10 – Modèle d’éléments finis hybride d’un boulon [118].

de ce modèle permet de réduire considérablement le nombre d’éléments finis, par rapport au modèle précédent.

Le modèle “spider bolt model” comme représenté à la figure 2.9(c), est composé d’éléments de poutre en trois dimensions pour modéliser le corps du boulon, la tête du boulon et l’écrou. Pour ce modèle, les propriétés physiques d’un élément de poutre telles que la surface en coupe transversale, le moment d’inertie, la hauteur, etc. doivent être choisies pour évaluer avec exactitude la rigidité de la tête et l’écrou.

Le modèle “no bolt model” comme représenté à la figure 2.9(d), est privé des éléments qui décrivent les composants de boulons. Ce modèle consiste à appliquer une pression correspondante à la force de serrage sur la surface de contact. Par conséquent, la simulation de ce modèle est la plus simple parmi les modèles de boulons, mais il ne prend pas en considération l’influence de la rigidité du boulon et la variation de la charge du boulon.

Le modèle “hybrid bolt model” comme représenté à la figure 2.10, est composé d’une part par des éléments solides pour modéliser la tête du boulon et l’écrou et d’autre part par des éléments

linéiques pour modéliser le corps du boulon. Ce modèle a la deuxième place de précision après le modèle “solid bolt model”.

A partir du résultat de l’analyse statique [96], les modèles “coupled bolt model” et “spider bolt model” peuvent réduire respectivement 62% et 49% du temps de calcul, et de 21% et 19% de l’utilisation de la mémoire par rapport au modèle “solid bolt model”. Par conséquent, compte tenu de l’efficacité et de l’utilité, le modèle “coupled bolt model” est également recommandé.

### **2.3.2 Modèles d’interface de contact**

Il y a plusieurs méthodes éléments finis qui modélisent le contact dans les interfaces des structures assemblées [19, 82] (voir le tableau résumé [82] dans l’annexe C). Pour un problème tridimensionnel, on peut citer “node to node contact”, “thin layer element” et “zero thickness element” [19].

#### **2.3.2.1 Node to node contact**

Cette méthode peut être appliquée pour modéliser le contact et le frottement dans le cas de petits mouvements tangentiels dans la zone de contact. Dans le domaine fréquentiel, les forces non linéaires sont remplacées par une raideur équivalente et la méthode de balance harmonique peut être utilisée (voir [19] pour le développement analytique). Pour une analyse temporelle du système non linéaire, les méthodes d’intégration temporelle peuvent être utilisées (comme la méthode de Newmark [103, 104, 48]).

#### **2.3.2.2 Thin layer element**

Cette méthode consiste à modéliser l’interface entre les deux parties assemblées avec un élément continu de très faible épaisseur. Ces éléments de couches minces sont formulés avec paramètres isotropes ou orthotropes. Cette méthode a été appliquée avec succès dans le domaine de la géomécanique pour modéliser l’interaction sol-structure et les interfaces des roches [133, 44, 155].

Elle est utilisée pour les problèmes linéaires (rigidité linéaire du joint et modèle qui ne contient pas de dépendance fréquence-amortissement). Les paramètres utilisés pour la simulation ne peuvent être déterminés qu’expérimentalement à partir d’un joint isolé. La prédiction des fréquences propres et des amortissements modaux est très rapide et facile avec cette méthode.

Les cas limites de serrage peuvent être tester dans une phase préliminaire avant le lancement des tests expérimentaux. Elle est limitée au problème de microglissement seulement, cette condition est bien respectée dans les structures assemblées où le glissement total est prohibé.

La qualité de la simulation du comportement de l’interface dépend nécessairement de l’épaisseur de l’élément de la couche mince. Si l’épaisseur est trop importante par rapport aux largeurs de zone de contact, l’élément de la couche mince se comporte essentiellement comme un élément solide. Si elle est trop petite, des difficultés de calcul peuvent survenir. Le choix de l’épaisseur peut donc être une tâche importante [44]. Un rapport d’épaisseur-largeurs entre 1/10 et 1/100 est proposé dans [44]. Dans [133], les auteurs ont montré que les éléments avec un rapport d’épaisseur-largeurs de 1/1000 peuvent être utilisés sans produire une erreur numérique significative.

Dans [3, 5, 6], les auteurs ont appliqué cette méthode dans l'analyse modale. Les auteurs ont montré qu'avec un comportement linéaire, la méthode est bien adaptée pour déterminer la raideur de contact à l'aide des données expérimentales. Les auteurs ont montré que la mise à jour des paramètres de la couche mince est une approche intéressante pour l'estimation des fréquences naturelles des structures complexes avec des grandes interfaces d'assemblage.

Cette méthode est utilisée dans la section "Exemples des structures numériques" grâce à sa simplicité d'implémentation au modèle éléments finis et grâce à sa rapidité puisqu'elle traite le problème de décalage de fréquence propre linéairement.

### 2.3.2.3 Zero thickness elements

Cette méthode caractérise l'espace entre corps avec des éléments de joint d'épaisseur nulle. Cette méthode peut bien représenter la matière physique d'épaisseur finie à travers des lois d'interaction appropriées.

Les avantages et les inconvénients de ces trois méthodes sont détaillés dans le tableau 2.2.

	Avantages	Inconvénients
Node to node contact	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Possibilité d'implanter plusieurs lois de contact et de frottement</li> <li>– Possibilité de produire des effets non linéaire comme "slip-stick"</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Les larges nombres de paires de contact diminuent l'efficacité du calcul</li> <li>– Des extensions des moyens de traitement peuvent s'imposer lorsque le nombre de paires de contact est important</li> </ul>
Thin layer contact	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Implémentation facile aux logiciels commerciaux des modèles éléments finis</li> <li>– Prédiction de l'amortissement et des fréquences propre suite de détermination par voie expérimentale des paramètres de contact</li> <li>– Sutable pour des structures réelles avec des millions de DDL</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Élimination des effets non linéaires</li> <li>– Utilisable que dans le domaine fréquentiel</li> </ul>
Zero thickness contact	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Possibilité du comportement non linéaire des rigidités normales et tangentielles</li> <li>– Modélisation dans les domaines fréquentiel et temporel</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Calcul lourd dans le domaine temporel</li> </ul>

TABLE 2.2 – Bilan de quelques modèles d'interface de contact.

### 2.3.3 Formulation par éléments finis des contacts

Normalement, l'algorithme de contact gère l'interaction entre deux maillages Lagrangiens. Le point commun des formulations Lagrangiennes, ALE et SPH, est la description lagrangienne du contact : les mailles en contact suivent la déformation de l'interface matérielle. Les algorithmes de contact gèrent l'interface entre deux maillages distincts en empêchant qu'un noeud lagrangien d'un maillage de traverser la surface lagrangienne de l'autre maillage. Pour différencier les deux formulations en contact, l'une est désignée comme étant l'esclave et l'autre étant le maître.

Les noeuds se trouvant dans la zone de l'interface sont aussi appelés maîtres ou esclaves. Pour certains algorithmes, on peut permuter le rôle de l'esclave et du maître régulièrement en cours de calcul. Zhong [177], considère que pour résoudre numériquement un problème d'interaction par un algorithme de contact, il faut définir 8 parties :

1. les formulations variationnelles qui sont les bases de la discrétisation ;
2. les formulations de la discrétisation (triangles, quadrangles, ...);
3. les formulations du matériau liant la contrainte et la déformation ;
4. les lois de frottements ;
5. les méthodes de contact qui calculent les forces de contact ;
6. les algorithmes de recherche du contact qui, comme le nom l'indique, identifient les noeuds des éléments en contact pour amorcer les algorithmes de l'étape 5 ;
7. les méthodes d'intégration en temps ;
8. les méthodes de linéarisation qui transforment un problème géométrique non linéaire en une série de problèmes linéaires.

Le cinquième point est l'objet de cette partie. Selon le cinquième et le sixième point, les algorithmes de contact peuvent être décomposés en deux étapes : premièrement dans la recherche de type de contact vérifiant les conditions de contact, et ensuite l'application de l'algorithme. Les forces à l'interface ne sont calculées que si les conditions de contact sont vérifiées. Généralement, il y a deux approches qui permettent de calculer les forces de contact. Cette force est évaluée soit par les multiplicateurs de Lagrange, soit par la méthode par pénalisation.

#### 2.3.3.1 La méthode par pénalisation

La méthode par pénalisation impose une force de rappel sur le noeud esclave proportionnelle à la pénétration à travers le segment maître :

$$F_{m-s} = -k(z_s - z_m) \quad (2.9)$$

$k$  représente la raideur du ressort. Cette méthode consiste à disposer à l'interface, une force élastique sur tous les noeuds pénétrants et la surface de contact en introduisant un ressort. La position d'équilibre de ces ressorts correspondant à un noeud esclave positionné sur le segment maître. La raideur s'écrit :

$$k = \frac{pfKA^2}{V} \quad (2.10)$$

$K$  le module de compressibilité,  $V$  le volume et  $A$  la face de l'élément contenant le segment et  $pf$  est le facteur par pénalisation, sa valeur par défaut est 0.1.

Pour la raison de pénétration du noeud esclave au segment maître, le maillage raffiné doit être pour la surface esclave pour minimiser l'interpénétration.

### 2.3.3.2 La méthode des multiplicateurs de Lagrange

La méthode des multiplicateurs de Lagrange introduit, dans l'équation d'équilibre des quantités de mouvement, la condition suivante sur le contact :

$$\phi = y_s - (1 - \xi)y_{m1} + \xi y_{m2} \quad (2.11)$$

où  $y_s$ ,  $y_{m1}$  et  $y_{m2}$  sont les coordonnées, dans le repère local, du noeud esclave et des deux noeuds maîtres est  $\xi = x/Vt$ . Les méthodes itératives sont souvent utilisées pour résoudre les équations plutôt qu'une résolution directe. Par exemple, Carpenter *et al.*[30] résolvent le système d'équations avec une méthode de Gauss-Seidel .

### 2.3.3.3 La méthode de Lagrangien augmenté

La méthode de Lagrangien augmenté, initialement proposée dans le contexte des problèmes de programmation mathématique soumises à des contraintes d'égalité, est connue pour fournir d'importants avantages par rapport aux méthodes des multiplicateurs de Lagrange et de pénalités traditionnels [77].

Cette méthode est applicable pour les petites et les grandes déformations, et dans certains cas, elle permet d'obtenir des solutions plus efficaces qu'avec la méthode par pénalisation [157]. Il est estimé que le principal avantage de la procédure de Lagrangien augmenté pour les problèmes de contact est la robustesse supplémentaire fournie par rapport la méthode de pénalité, tout en restant une procédure simple qui n'introduit aucune équation supplémentaire au système discret [157].

## 2.4 Etude non linéaire d'un exemple de liaison

Dans cette section, on ne traite qu'une petite partie d'une structure assemblée par des boulons. Pour cette sous structure, on a essayé de produire les contraintes mécaniques qui apparaissent au niveau des interfaces d'assemblage. Les résultats de simulation de cette étude sont obtenus pour un chargement extérieur de type déplacement relatif entre deux briques assemblées par une force normale de serrage. Le comportement d'interface entre les deux briques assemblées obéit à une loi de frottement.

Pour le problème dynamique modélisant le frottement entre les surfaces, des forces de cisaillement peuvent être créées. Ces forces résistent au mouvement tangentiel (glissement) des sous structures. Le mouvement tangentiel est nul jusqu'à ce que la traction de surface atteigne une valeur critique de contrainte de cisaillement, qui dépend de la pression de contact normale et du coefficient de frottement.

L'analyse dynamique d'une structure assemblée par des boulons ou des rivets peut s'avérer être une tâche fastidieuse si on cherche les réponses au régime permanent. Dans ce paragraphe,

on mettra en évidence la dépendance de l'énergie dissipée par frottement aux précharges mécaniques et mouvement tangentiel. Pour effectuer cette tâche, on utilise *ABAQUS* pour une analyse tridimensionnelle, voir figure 2.11. L'analyse est effectuée à travers deux étapes. La première étape est une étape statique pour appliquer une précharge mécanique de la force de serrage qui va être propagée pour la deuxième étape. La deuxième étape est une analyse dynamique suite à un déplacement imposé.

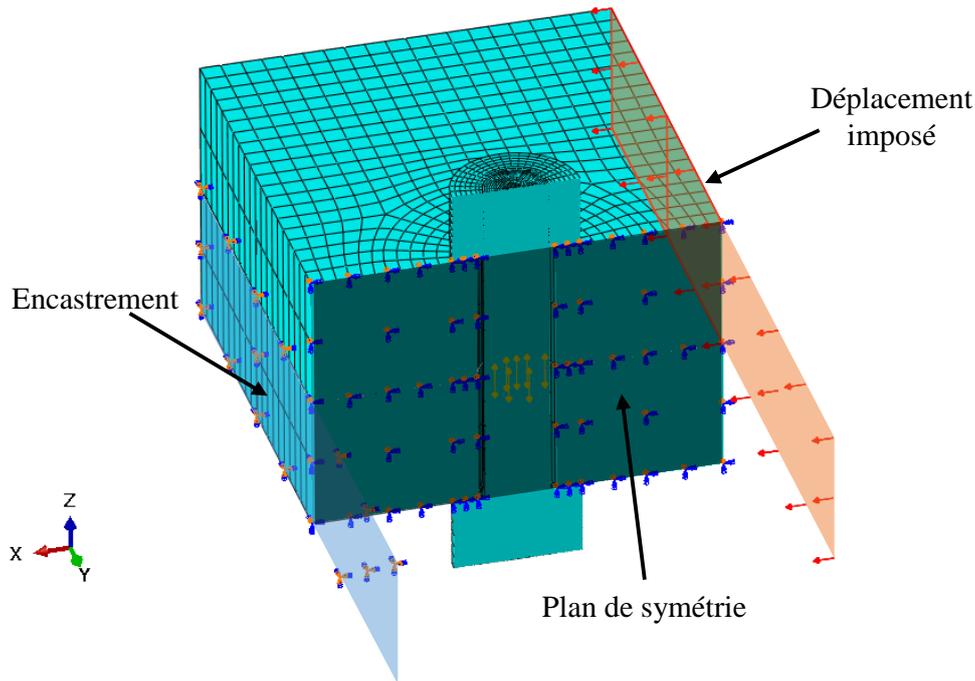


FIGURE 2.11 – Coupe transversale du modèle 3D maillé avec une présentation des conditions aux limites, des précharges du boulon, du plan de symétrie et de déplacement imposé.

Le modèle traité de la figure 2.11 comporte deux briques assemblées par une vis et un écrou M5. Le modèle élément fini de boulon de ce paragraphe est “solid bolt model” détaillé dans la section 2.4.1.

L'option “surface to surface” contact fournie par *ABAQUS* traduit le contact “node to node contact” détaillée dans la section 2.4.2. Cette option fournit des résultats plus précis que la discrétisation “node to surface” parce qu'elle prend en considération toute la forme de l'interface de contact. L'option “surface to surface” propose le choix entre deux formulations : “finite sliding” et “small sliding”. La formulation de contact par glissement fini (“finite sliding”) exige un suivi continu de la face de la surface maître en contact avec chaque noeud esclave : à chaque pas de calcul des nouveaux noeuds de maillage présent en contact seront recalculées. Pour cette raison, on a retenu l'option “finite sliding”. Pour l'autre choix, la relation entre les noeuds esclaves et la surface maître est établie au début de la simulation et ne peut pas être recalculée.

De la section 2.4.3, on a choisi d'une part “la méthode par pénalisation” pour gérer le comportement tangentiel de contact, et d'autre part “La méthode de Lagrangien augmenté” pour

gérer le comportement normal de contact. Le choix de la méthode par pénalisation pour décrire l'interaction tangentielle des noeuds de contact est basé sur les critères suivants :

- cette méthode est une méthode de rigidité qui autorise certains mouvements relatifs de surface avant la phase de macro-glissement (ce n'est pas le cas pour les autres formulations),
- le coût de calcul est limité par rapport à la méthode de multiplicateur de Lagrange, parce que cette dernière ajoute d'autres degrés de liberté et d'autres itérations pour obtenir une solution convergente,
- la vitesse de convergence de la solution est plus rapide par rapport aux autres méthodes.

La méthode de Lagrangien augmenté est choisie pour décrire l'interaction normale des noeuds de contact parce qu'elle ajoute des itérations supplémentaires par rapport à la méthode de pénalisation pour augmenter de la précision. Ces itérations supplémentaires sont nécessaires à cause d'alternance probable entre les cas d'adhérence et de glissement.

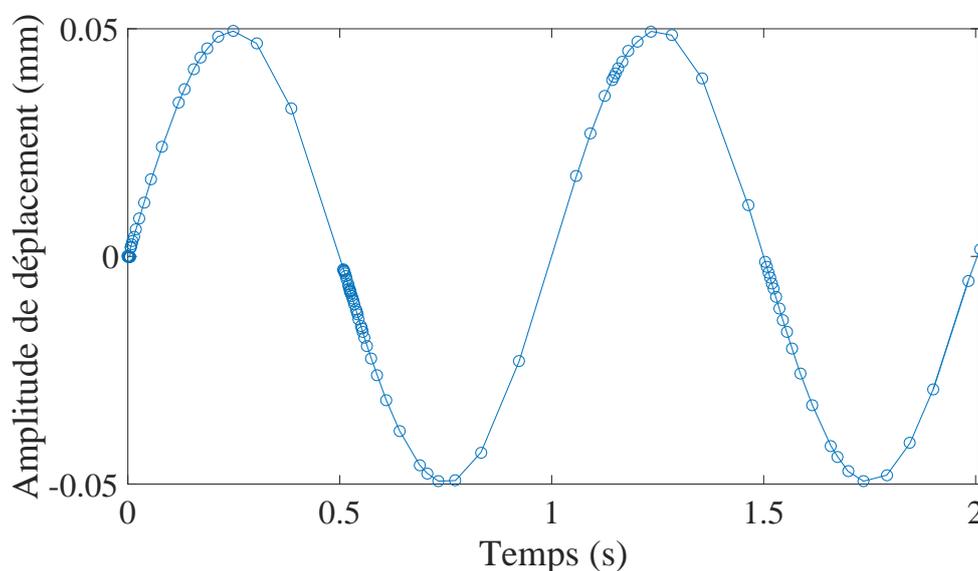


FIGURE 2.12 – Déplacement imposé à la surface latérale présentée de la figure 2.11.

L'assemblage de la figure 2.11 peut représenter une petite portion d'une structure complexe assemblée. Ce modèle comporte trois interfaces de frottement : sous la tête de vis, sous l'écrou et entre les deux briques. Toutes les interfaces de frottements obéissent aux lois de frottement avec un coefficient de frottement de 0.1. Les conditions aux limites appliquées sont : un encastrement au niveau de la surface latérale de la brique inférieure et un plan de symétrie au plan médian de l'ensemble du modèle. La précharge de la première étape est appliquée au plan médian de la longueur utile de la vis. Le déplacement imposé de la deuxième étape est appliqué à la surface latérale de la brique supérieure. L'évolution du déplacement est présentée sur la figure 2.12. Le déplacement est sous forme sinusoïdale de 1 Hz de fréquence. Cette fréquence très basse vise le comportement quasi statique de cette partie d'une structure assemblée par des boulons.

Pour deux périodes correspondant à deux cycles de chargements, la contrainte axiale est présentée sur la figure 2.13 pour les incréments de temps où les signes de déplacement et de vitesse

changent. Dans la même figure, on remarque que la contrainte maximale du boulon peut se multiplier par 4 sous la tête de vis et l'écrou suite au déplacement relatif.

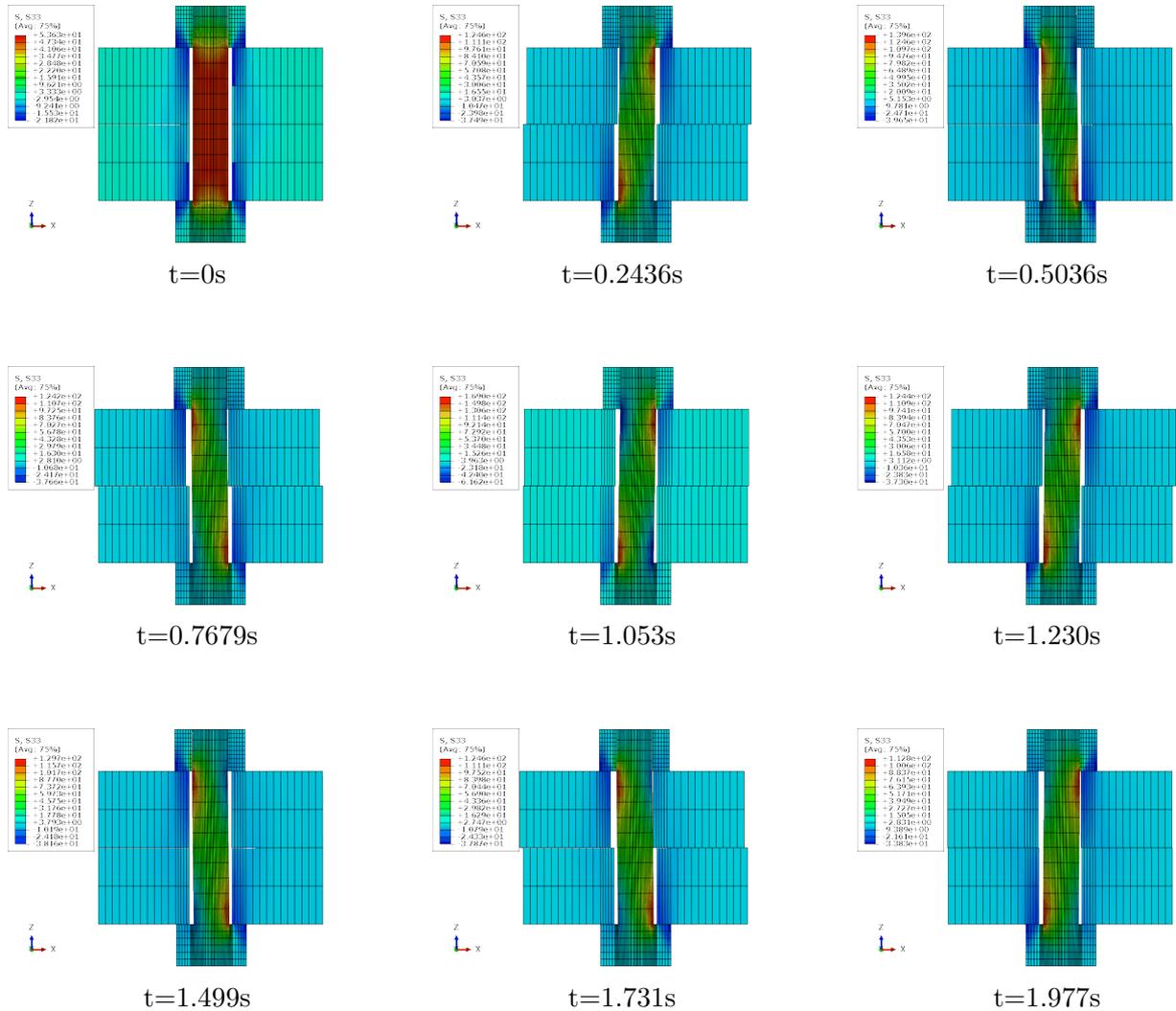


FIGURE 2.13 – Distribution de la contrainte axiale pour une force de précharge de 1000N et pour un déplacement imposé d'amplitude  $50\mu m$  et de fréquence 1Hz.

Sur la figure 2.14, on visualise l'énergie dissipée par frottement pour deux forces de serrage,  $F = 500N$  et  $F = 1000N$ , et pour deux amplitudes de déplacements relatifs,  $50\mu m$  et  $5\mu m$ . Il est possible de réaliser les simulations en négligeant les effets d'inertie, c'est à dire avec une évolution quasi-statique puisque les fréquences propres de la sous-structure sont très élevées par rapport à celle des la structure complète.

La figure 2.14, pour l'amplitude  $50\mu m$ , confirme que le glissement total apparaît pour les deux niveaux de serrage. L'énergie dissipée pour cette amplitude et pour le serrage 1000N est plus important parce que le travail des forces extérieures est plus important pour ce cas. Pour l'amplitude  $5\mu m$ , on se situe dans le cas de quasi-adhérence, voir figure 2.14.

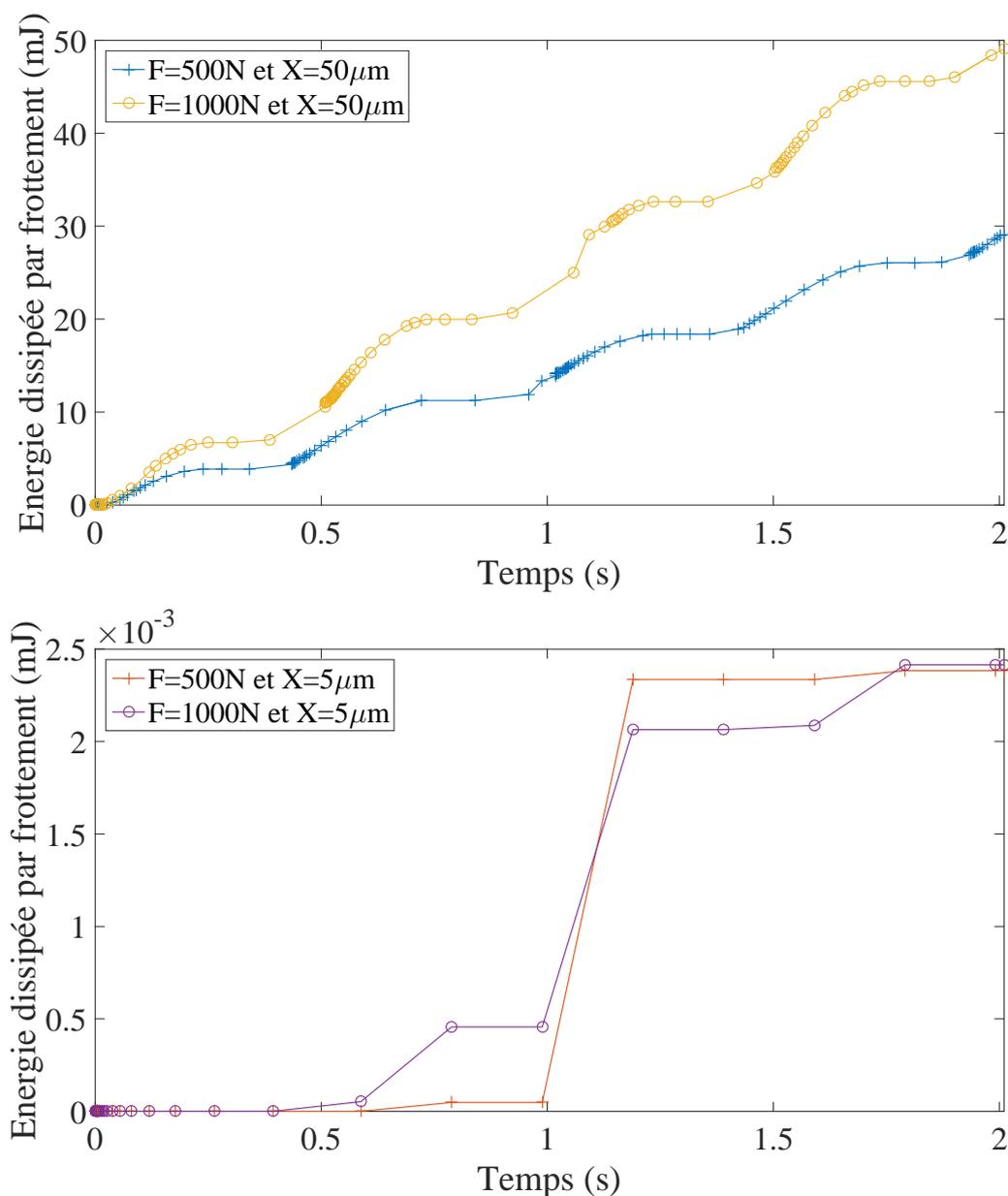


FIGURE 2.14 – Energie dissipée par frottement pour les amplitudes imposées  $50\mu\text{m}$  et de  $5\mu\text{m}$ .

Pour une petite portion d'une structure réelle (modèle de deux briques et un boulon présenté sur la figure 2.11) et pour seulement deux périodes, le temps de calcul pour l'exemple où l'amplitude égale  $50\mu\text{m}$  est de 58 minutes pour un processeur *i3 - 4160* de cadence  $3.60\text{ GHz}$ . De ce fait, on confirme le potentiel des logiciels commerciaux à traiter des problèmes non linéaires, mais pour des temps, des coûts et des moyens techniques très importants. Le calcul de l'évolution des contraintes au cours de temps et le maillage raffiné de cette étude ne sont pas nécessaires si on cherche à savoir le décalage des fréquences propres entre les cas de serrage et de desserrage des boulons. D'où dans le paragraphe suivant on traite les structures assemblées d'une manière linéarisée dans le domaine fréquentiel.

## 2.5 Structures typiques d'assemblage

Pour mettre en évidence la capacité de la force de serrage à contrôler les structures assemblées, trois structures sont présentées. Les assemblages de ces structures sont typiques pour les structures aéronautique et spatiale. Les assemblages sont de types : lap joint, sandwich et en équerre. Dans les tableaux 2.3 à 2.5, la capacité de l'effort de serrage à décaler les fréquences propres est présentée.

Les structures de cette section sont choisies de telle façon que le contrôle de la force de serrage s'effectue par une liaison supplémentaire qui s'ajoute aux liaisons d'origine. La liaison contrôlée (supplémentaire) est assurée par une vis M4, tandis que la liaison d'origine est constituée par une ou plusieurs vis M6. La liaison d'origine assure la continuité du mouvement et des actions mécaniques de la structure. Dans le cas où le contrôle s'effectue par la liaison d'origine, la modification de la force de serrage nuit à l'intégrité des structures assemblées d'une part et d'autre part elle pose une limitation sur la marge de contrôle de l'effort de serrage [92]. Ainsi, pour les trois structures détaillées ci-dessous il y a toujours au moins un assemblage boulonné qui assure la continuité de mouvement et d'action de structure. D'où pour ces structures le problème de perte de rigidité ne se posent pas.

Pour un test rapide de cette capacité, la méthode de "Thin layer" est utilisée à cause de sa simplicité d'implémentation. Avec cette méthode, une représentation physique des vis n'est pas nécessaire. Le logiciel choisi pour cette tâche est *ABAQUS*. Pour utiliser cette méthode, il faut que la matrice de rigidité du matériau de la couche mince soit de type orthotrope. Pour prendre en compte le comportement orthotrope de la couche mince dans le code d'éléments finis il faut définir les directions d'évolution des matériaux, voir figure 2.15. En plus, il faut qu'elle respecte les conditions suivantes (Equation (2.12)) :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{xz} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{12} & E_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & E_{22} & E_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & E_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & E_{44} & 0 & 0 \\ & Sym & & & E_{55} & 0 \\ & & & & & E_{66} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} \\ \epsilon_{yy} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{xy} \\ \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{xz} \end{pmatrix} \quad (2.12)$$

- $E_{12} = E_{13} = E_{23} = 0$  parce qu'il n'y a pas de contraction transversale invoquée par l'interface de contact ;
- $E_{11} = E_{22} = 0$  parce que les raideurs dans les directions tangentielles par rapport au plan d'interface ("x" et "y") n'existent pas au niveau de l'interface ;
- $E_{44} = 0$  parce qu'il n'y pas de rigidité dans le plan de cisaillement.

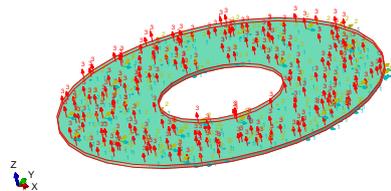


FIGURE 2.15 – Attribution des orientations aux couches minces de matériaux de type orthotrope.

Les trois structures de cette section sont en aluminium d'épaisseur  $2\text{ mm}$ , de largeur  $20\text{ mm}$ . Le rapport largeur-épaisseur de la couche mince intermédiaire pour les trois structures est de 100 pour 1 (l'épaisseur de couche est  $0.12\text{ mm}$ ). Les conditions aux limites des trois structures sont encastées-libres.

La rigidité normale de la couche mince choisie pour simuler le cas desserré est  $E_{33} = 20\text{ MPa}$  et le module de cisaillement  $E_{55} = E_{66} = 50\text{ Pa}$  (paramètres du système (2.12)). Pour ces valeurs de rigidités, une limite de modes localisés se pose au niveau des couches minces autour de  $570\text{ Hz}$ . Ces modes sont les modes des rondelles doubles encastées sur les faces.

### 2.5.1 Première structure

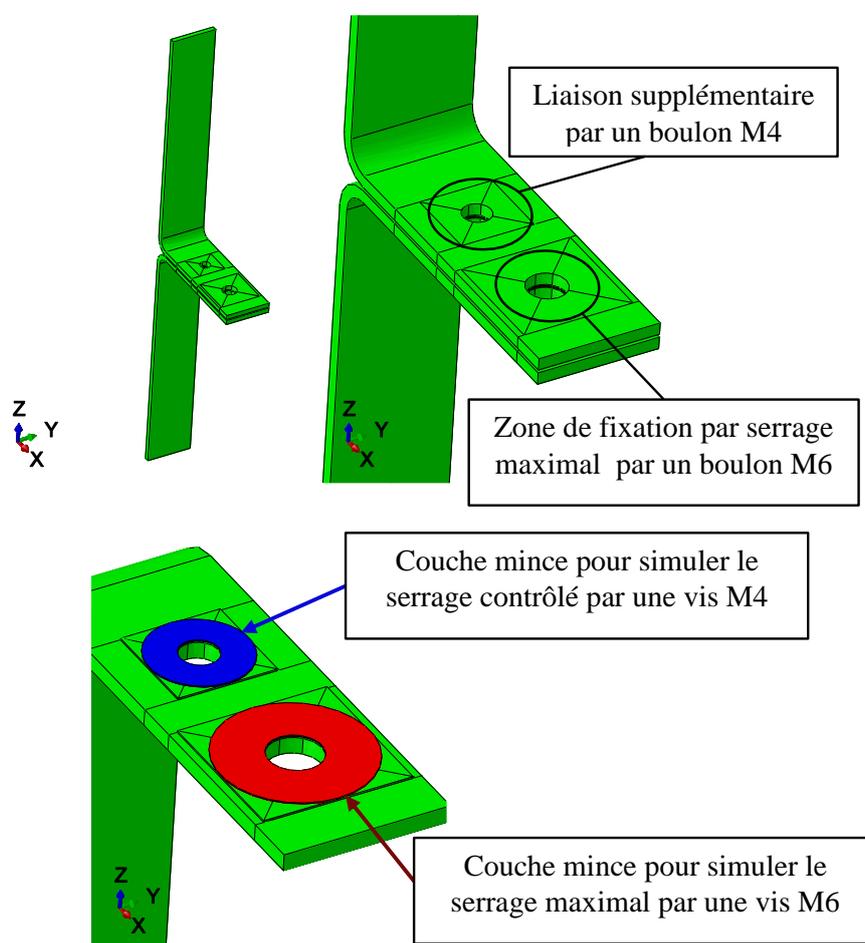


FIGURE 2.16 – Les deux équerres assemblées avec un zoom sur la zone de serrage et des couches minces placées sur l'une des équerres.

La première structure est composée de deux équerres assemblées à travers deux interfaces de contact, voir figure 2.16. La longueur utile de l'équerre est de  $100\text{ mm}$ . Cette structure est

assemblée d'une part avec une vis M6 avec un serrage maximal qui assure l'intégrité de la structure et d'autre part avec une vis M4 qui est contrôlée .

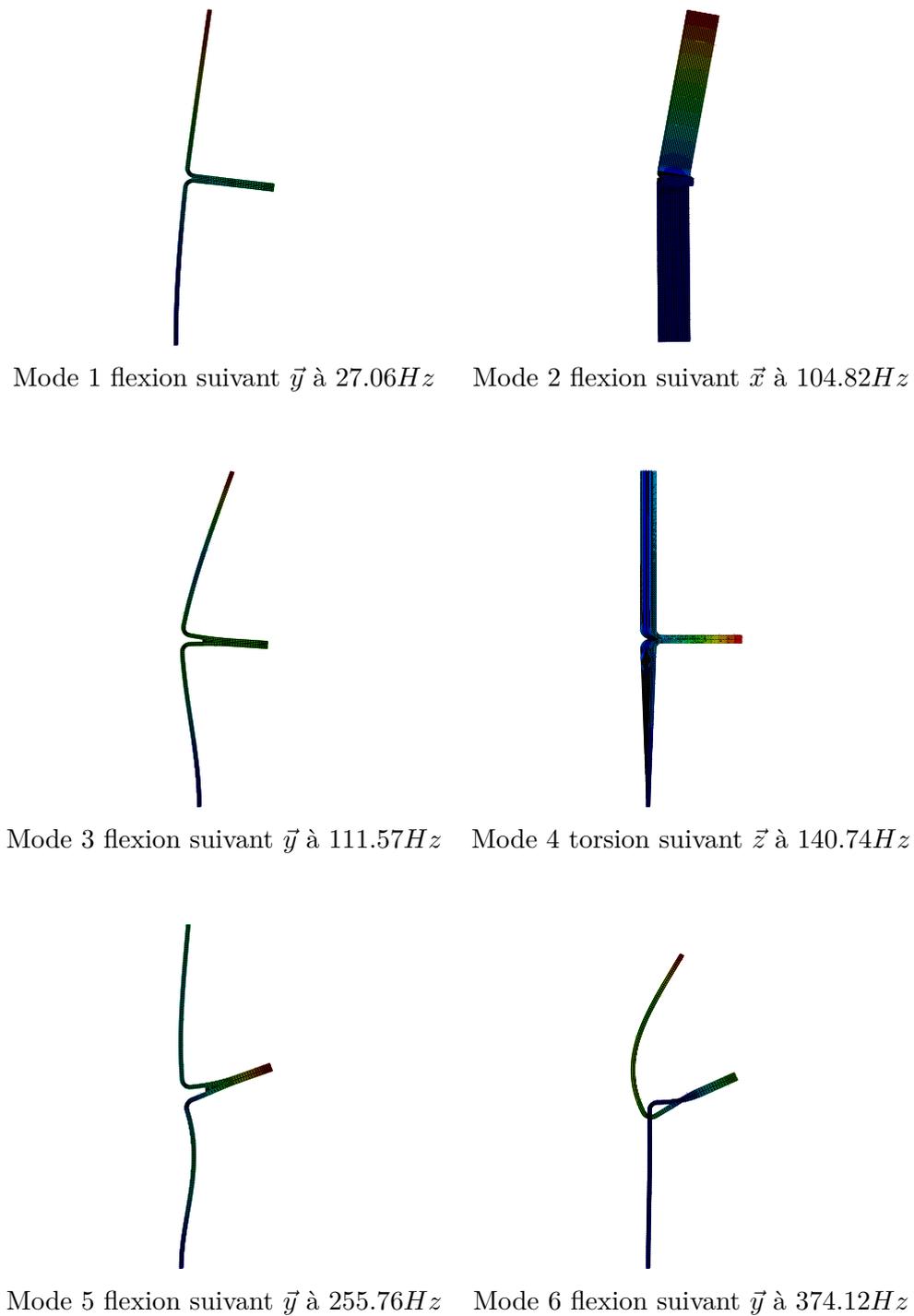


FIGURE 2.17 – Les six premières déformées modales (cas desserré) de la première structure.

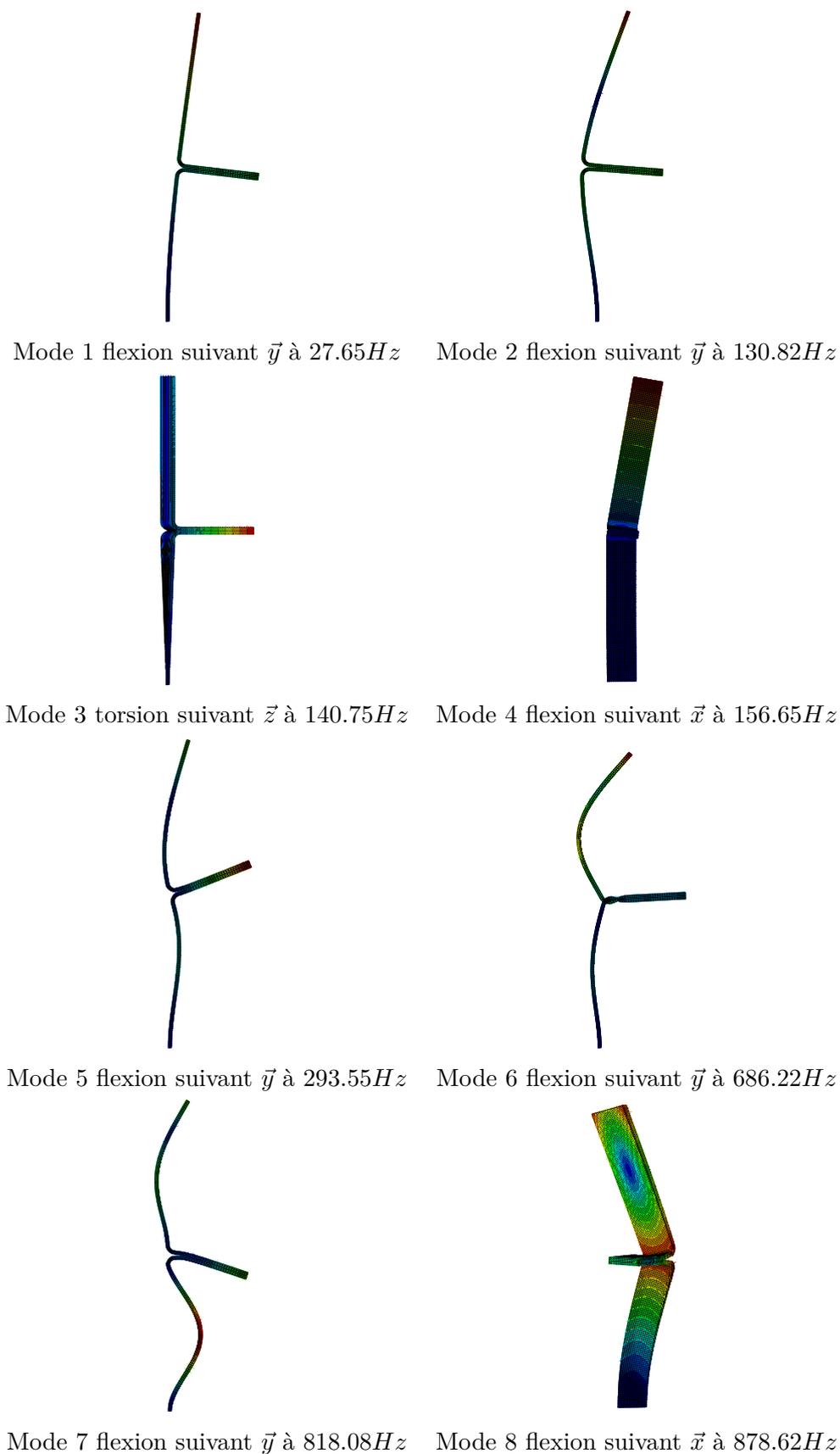


FIGURE 2.18 – Les huit premières déformées modales (cas serré) de la première structure.

Le maillage des équerres est en éléments 3D hexaédriques avec une interpolation linéaire. La taille moyenne des éléments de maillage des équerres est de 1 *mm*. Le maillage des couches minces est en éléments 3D tétraédriques avec une interpolation quadratique. La taille moyenne des éléments de la couche intermédiaire est 0.5 *mm*. L'objectif du raffinement de calcul et de maillage des couches minces est de lisser la déformée modale de ces couches.

Au niveau de l'interface, il y a deux types de couche mince. Le premier type (couche en rouge de la figure 2.16) caractérise le serrage maximal par une vis M6. La rigidité et le matériau sont ceux du reste de la structure en aluminium. Le deuxième type (couche en bleu de la figure 2.16) caractérise le serrage contrôlé (minimal, mais pas nul) par une vis M4. La rigidité de cette couche est de type orthotrope (2.12).

Les noeuds des faces des couches minces sont rattachés aux surfaces de l'équerre. Sur les figures 2.17 et 2.18, on a présenté les déformées modales pour les premiers modes dans les deux cas serré et desserré de la vis M4 (dans les deux cas le serrage de la vis M6 ne change pas et il est supposé maximal).

L'ordre des déformées modales n'est pas le même pour les deux cas, alors dans le tableau 2.3 on a comparé la capacité de l'effort de serrage à décaler les fréquences propres en fonction des déformées modales suivant les axes principaux.

	Fréquence cas serré (Hz)	Fréquence cas desserré (Hz)	$\Delta f/f$ %
1 <sup>er</sup> mode de flexion suivant $\vec{y}$	27.65	27.07	2.15
2 <sup>e</sup> mode de flexion suivant $\vec{y}$	130.82	111.57	17.25
3 <sup>e</sup> mode de flexion suivant $\vec{y}$	293.55	255.76	15.39
1 <sup>er</sup> mode de flexion suivant $\vec{x}$	156.65	104.82	49.45
1 <sup>er</sup> mode de torsion suivant $\vec{z}$	140.75	140.74	0

TABLE 2.3 – Capacité de l'effort de serrage à décaler les fréquences propres de la première structure.

La variation de la capacité de l'effort de serrage à décaler les fréquences propres est expliquée par la différence de sollicitation de la liaison d'interface et de la couche mince entre les différentes déformées. A titre comparatif la variation de la fréquence du premier mode de torsion suivant  $\vec{z}$  est de 49.45% tandis que la variation de la fréquence du premier mode de flexion suivant  $\vec{y}$  est de 2.15%.

### 2.5.2 Deuxième structure

La deuxième structure est composée de deux poutres de longueur 200 *mm* prises en sandwich, comportent 8 interfaces de couches minces placées de part et d'autre des poutres, voir figure 2.19. Cette structure est assemblée d'une part avec deux vis M6 avec un serrage maximal qui assurent l'intégrité de la structure et d'autres parts avec deux vis M4 dont le serrage est contrôlé.

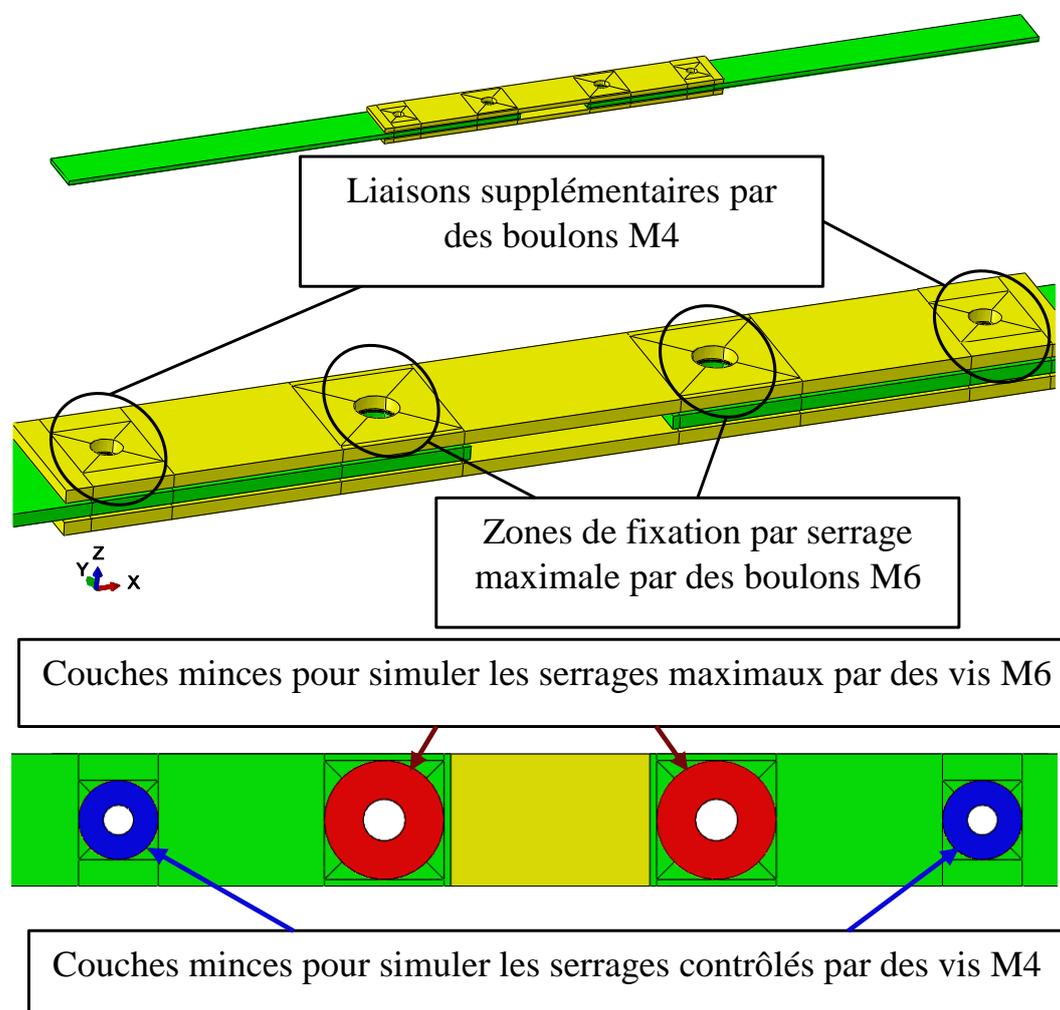


FIGURE 2.19 – De haut en bas : les deux poutres assemblées prises en sandwich, zoom sur la zone de serrage et couches minces placées sur les poutres.

Le maillage des poutres est en éléments 3D tétraédriques avec une interpolation linéaire. La taille moyenne des éléments de maillage des poutres est de 1 mm. Le maillage des couches minces est en éléments 3D tétraédriques avec une interpolation quadratique. La taille moyenne des éléments de la couche intermédiaire est 0.5 mm.

L'ordre des déformées modales de cette structure est le même pour les deux cas de serrage et de desserrage, alors on ne présente que ces huit premières déformées modales pour le cas serré à la figure 2.20. Dans le tableau 2.4, on a comparé la capacité de l'effort de serrage à décaler les fréquences propres.

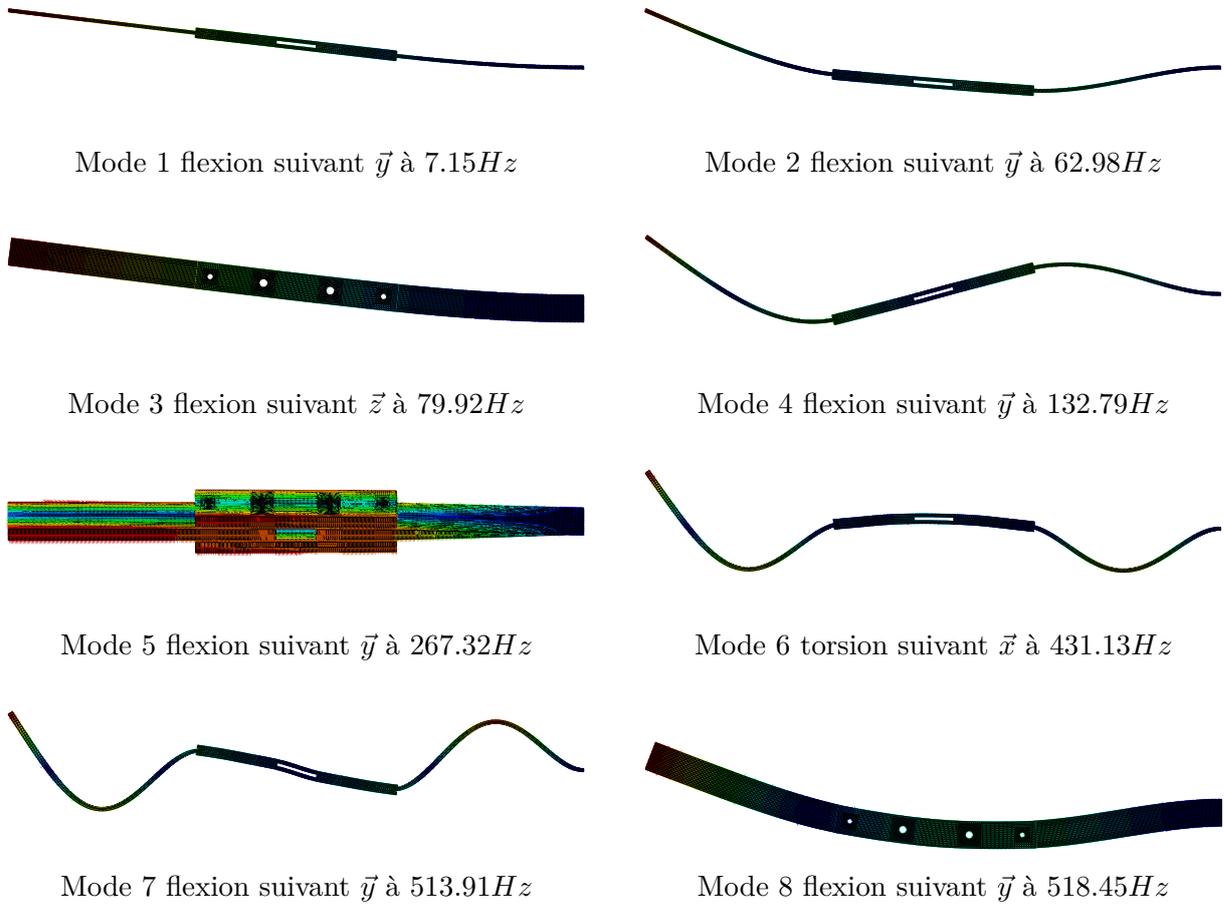


FIGURE 2.20 – Les huit premières déformées modales (cas serré) de la deuxième structure.

	Fréquence cas serré (Hz)	Fréquence cas desserré (Hz)	$\Delta f/f$ %
mode 1	7.15	6.93	3.17
mode 2	62.98	47.58	32.37
mode 3	79.29	77.43	2.40
mode 4	132.79	111.88	18.69
mode 5	267.32	245.88	8.72
mode 6	431.13	310.88	38.36
mode 7	513.91	363.63	41.33
mode 8	518.45	444.15	16.73

TABLE 2.4 – Capacité de l'effort de serrage à décaler les fréquences propres de la deuxième structure.

### 2.5.3 Troisième structure

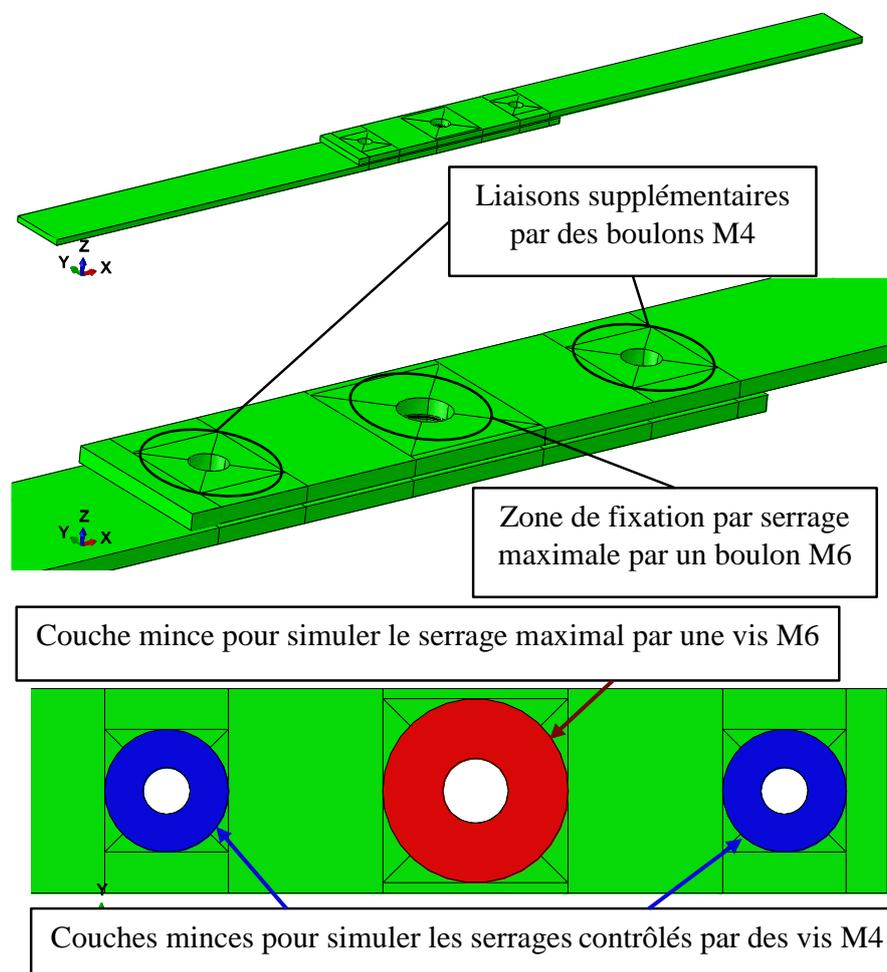


FIGURE 2.21 – De haut en bas : les deux poutres assemblées prises en en lap joint, zoom sur la zone de serrage et couches minces placées sur les poutres.

La troisième structure est composée de deux poutres de longueur 200 *mm* assemblées en “lap joint”(voir figure 2.21). Les huit premières déformées modales de cette structure sont présentées sur la figure 2.22.

Le maillage des poutres est en éléments 3D tétraédriques avec une interpolation linéaire. La taille moyenne des éléments de maillage des poutres est de 1 *mm*. Le maillage des couches minces est en éléments 3D tétraédriques avec une interpolation quadratique. La taille moyenne des éléments de la couche intermédiaire est 0.5 *mm*.

L'ordre des déformées modales de cette structure est le même pour les deux cas de serrage et de desserrage, alors on présente que ces huit premières déformées modales pour le cas serré à la figure 2.22. Dans le tableau 2.5, on a comparé la capacité de l'effort de serrage à décaler les fréquences propres.

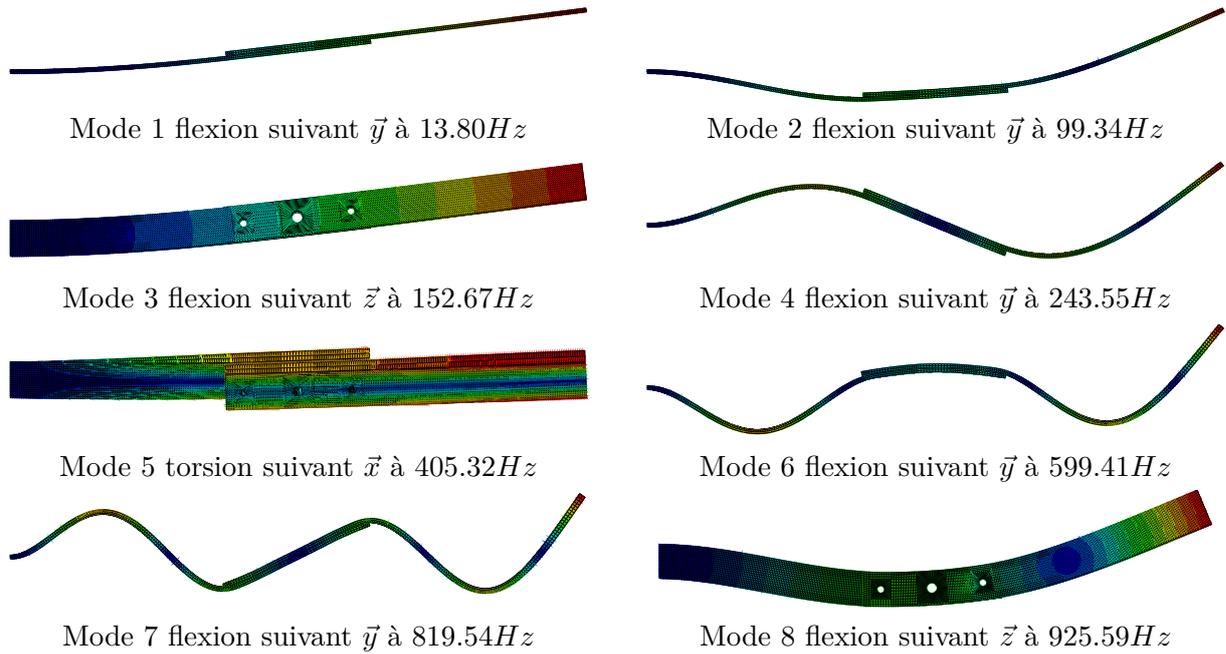


FIGURE 2.22 – Les huit premières déformées modales (cas serré) de la troisième structure.

	Fréquence cas serré (Hz)	Fréquence cas desserré (Hz)	$\Delta f/f$ %
mode 1	13.80	13.37	3.22
mode 2	99.34	78.77	26.11
mode 3	152.67	150.06	1.74
mode 4	243.55	228.30	6.68
mode 5	405.32	378.33	7.13
mode 6	599.41	458.78	30.65

TABLE 2.5 – Capacité de l'effort de serrage à décaler les fréquences propres de la troisième structure.

Une analyse paramétrique a montré qu'en augmentant la distance entre les vis d'assemblage, on augmente le coefficient de couplage de la structure (décalage entre les fréquences propres dans les cas serré et desserré). L'augmentation de l'écart entre les vis est limitée par les contraintes géométriques, l'encombrement et l'apparition de claquement des poutres assemblées.

La diminution de la rigidité des couches minces, qui traduit la diminution de la force de serrage, diminue les fréquences propres des structures assemblées, voir les tableaux 2.3 à 2.5. Pour les trois structures testées, la capacité de l'effort de serrage à décaler les fréquences propres diffère d'un mode à un autre. La variation des fréquences propres des structures assemblées est reliée à la sollicitation des liaisons : un mode qui favorise le mouvement relatif sera affecté par le changement de la force normale tandis qu'un mode qui ne fait pas travailler la liaison sera insensible au changement.

### 2.6 Conclusions

Au début de ce chapitre, on a défini un modèle de 2-DDL qui contient un élément de Jenkins. Ce modèle est une méthode simpliste de présentation des structures plus complexes qui contient des joints boulonnés. La raideur idéale de couplage du modèle 2-DDL est celle de la raideur des éléments de voisinage. Pour ce modèle, on a présenté les zones optimales de variation de la force de serrage et de la force d'excitation pour le contrôle du comportement des structures.

Pour passer à l'échelle des structures assemblées complexes, l'utilisation des modèles éléments finis est nécessaire. C'est pourquoi on a présenté les différents modèles d'élément finis de boulon et on a mis en évidence l'importance de la méthode de "Thin layer" pour modéliser l'interface de contact dans la structure assemblée.

En tenant compte de la non-linéarité de frottement, on a détaillé la méthode pour traiter un problème simple d'une portion des structures assemblées sous contraintes et précharges mécaniques. L'objectif de cette étude est de mettre en évidence la dépendance de l'énergie dissipée par frottement aux forces et aux mouvements au niveau de l'interface de contact. Cet exemple montre la nécessité des moyens de calcul pour traiter la dynamique pendant une longue période d'une structure réelle.

Avec une analyse dans le domaine linéaire et en ignorant les non-linéarités de frottement et de contact, on a clarifié l'effet de serrage d'une liaison secondaire pour trois structures typiques d'assemblage en sandwich et en équerre qui sont fréquemment utilisées dans les domaines aéronautique et spatial. La variation des fréquences propres entre les deux configurations, serrage et desserrage, de la liaison secondaire peut atteindre 49.45% sans toucher à la fonction primaire de l'assemblage.



## Chapitre 3

# Loi de contrôle : Adaptation d'une structure avec liaison active

### Sommaire

---

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>76</b>
<b>3.2</b>	<b>Système 2-DDL forcé contenant une cellule de Jenkins</b>	<b>78</b>
3.2.1	Formulation	78
3.2.2	Les effets des paramètres du modèle de Dahl	79
<b>3.3</b>	<b>Amortissement induit par frottement</b>	<b>80</b>
<b>3.4</b>	<b>Loi de commande de la force de serrage pour le régime forcé périodique</b>	<b>84</b>
3.4.1	La première loi de commande	85
3.4.2	La deuxième loi de commande	86
3.4.3	La troisième loi de commande	91
<b>3.5</b>	<b>Loi de commande de la force de serrage pour le régime transitoire</b>	<b>106</b>
<b>3.6</b>	<b>Conclusions</b>	<b>111</b>

---

### 3.1 Introduction

Par comparaison de la réponse vibratoire d'une poutre monolithique avec une poutre qui contient deux interfaces frottantes, Peyret *et al.* [141] et Dion *et al.* [47] ont montré que l'interface affecte la réponse en fréquence de la structure. Le glissement partiel et le frottement ont généré deux effets : une diminution des fréquences propres et une augmentation de l'amortissement de la structure testée. Ils ont montré que la force de serrage de la vis dans un assemblage influe directement le taux d'amortissement. Cette influence est due à l'énergie dissipée par micro-glissements dans l'interface. La variation des fréquences propres des structures assemblées est reliée à la sollicitation des liaisons : un mode qui favorise le mouvement relatif sera affecté par le changement de la force normale tandis qu'un mode qui ne fait pas travailler la liaison sera insensible au changement. Ce fait est constaté au chapitre II : la capacité de l'effort de serrage à décaler les fréquences propres diffère d'un mode à un autre pour les trois structures testées.

L'utilisation de l'amortissement induit par frottement est essentielle pour les structures aéronautiques et aérospatiales. Ces structures sont sensibles et vulnérables aux vibrations à cause des matériaux légers utilisés. En plus, les températures de fonctionnement de ces structures dépassent les domaines effectifs d'utilisation des matériaux viscoélastiques. Ainsi, les vibrations doivent être atténuées grâce à des dispositifs de dissipation induite par frottement. Le taux d'amortissement induit par frottement dépend des niveaux vibratoires de la structure assemblée. Les méthodes de contrôle actif ou semi-actif du frottement peuvent permettre de palier à ce défaut.

Le contrôle de frottement est développé par de nombreux chercheurs pour différentes applications telles que pour : le positionnement des micro et nanostructures, l'atténuation des vibrations des structures assemblées légères et l'isolement des vibrations des fondations de machines. Shen et Yan [156] ont proposé dans le premier sujet de surmonter les incertitudes et l'effet du frottement sur le guidage par rouleaux d'un étage de positionnement de précision. Gaul *et al.* [60] ont tenté de supprimer les vibrations de grandes structures spatiales (treillis) avec une approche semi-active basée sur la maximisation de l'énergie dissipée dans les assemblages. Stammers et Sireteanu [160] ont conçu un dispositif semi-actif pour contrôler les vibrations (accélération) des fondations des machines et pour contrôler les suspensions des véhicules.

Mascarenas *et al.* [112, 113], ont mis l'accent sur la capacité de la force normale afin de contrôler le comportement vibratoire d'un assemblage boulonné. Dans ce contexte, les auteurs ont proposé de surveiller la santé des structures assemblées avec une technologie portable de faible coût. Une technologie similaire peut être adaptée pour le cas de commande d'élément piézoélectrique afin d'asservir la force normale de liaison.

Dans la référence [52], les auteurs ont proposé une loi de commande "bang-bang" du modèle de frottement LuGre proposé dans [40]. Cette loi est connue aussi sous le nom d'algorithme de dissipation d'énergie maximale. En effet, elle consiste à commuter la force de serrage entre deux valeurs extrêmes pour maximiser le taux de dissipation d'énergie. Les auteurs ont confirmé qu'il est possible de maximiser l'amortissement instantané induit par frottement en considérant la loi de contrôle proposée. Les auteurs ont testé la loi de commande pour deux études :

- un modèle à 3-DDL qui modélise une lame de turbine avec un amortisseur de frottement à la base de la pale excitée avec une impulsion ;
- un modèle à 1-DDL qui modélise un banc d'essai excité périodiquement.

Les auteurs ont montré que l'efficacité de la loi de contrôle proposée est limitée pour les faibles

amplitudes et les faibles vitesses pour les deux cas.

Inspiré des travaux de Dupont et De Wit [52, 40], Gaul et Nitsche [64] ont proposé une loi de commande pour les amortisseurs à frottement qui maximise la dissipation d'énergie instantanément par le contrôle de la force normale à l'interface de frottement. Ils ont choisi de simuler et de contrôler le comportement d'une structure composée de deux poutres assemblées par un assemblage actif. En conséquence, ils ont constaté que la force normale contrôlée peut sensiblement améliorer les performances de la structure, en particulier lorsque les oscillations diminuent après une excitation impulsionnelle. Enfin, ils proposent d'étendre la loi de commande à une structure en treillis [63].

Karim et Blanzé [93], ont testé numériquement deux lois de commande pour un système à 4-DDL qui modélise deux poutres boulonnées. La première loi consiste à modifier la force normale de serrage au voisinage des fréquences critiques de la structure afin de limiter les amplitudes à la résonance. La deuxième loi de commande consiste à considérer une force de serrage variable de type carré. Les auteurs ont montré que le critère de maximiser l'énergie dissipée par frottement abouti aux amplitudes de vibration les plus élevées. En outre, ils ont montré que la réduction des vibrations d'amplitude avec une autre loi de contrôle pourrait entraîner une perte globale de rigidité et nuire à l'intégrité de la structure. Donc, ils ont proposé d'ajouter un boulon supplémentaire contrôlé («add-on» structure) afin de surmonter la perte de rigidité. Cette solution proposée est d'efficacité limitée pour les lois de contrôle que les auteurs ont proposé pour le système à 4-DDL.

Dans ce chapitre, un modèle 2-DDL est présenté. Ce modèle est capable de reproduire les modes de vibration d'une structure réelle qui comporte un boulon actif (une connexion active). Le premier objectif du modèle est de clarifier les relations entre les amplitudes de vibration, les fréquences de résonance, le niveau d'excitation et la force de serrage. Le deuxième objectif est la construction des lois de contrôle de la force de serrage variable d'un assemblage boulonné. Les lois de serrage proposées présentent l'originalité suivante : elles sont déterminées sous forme analytique en relation avec les paramètres vibratoires. De ce fait, nous pouvons adapter ces formes pour d'autres paramètres du modèle à 2-DDL et pour d'autres modèles à plusieurs DDL. Les lois de contrôle permettent :

- la maximisation du taux d'amortissement ;
- la minimisation de la dépendance du taux d'amortissement aux amplitudes vibratoires.

Le frottement dans l'interface d'assemblage est modélisé par une cellule de Jenkins qui suit la loi de frottement dynamique de Dahl [38]. Le contrôle de la force normale peut être effectué en considérant des rondelles piézoélectriques. Les lois de contrôle proposées traitent les régimes libre et forcé du modèle à 2-DDL.

Pour les vibrations périodiques de régime forcé, nous avons construit deux nouvelles lois de commande avec un esprit différent du travail déjà présenté par Karim et Blanzé [93] qui ont proposé de changer la rigidité de la structure dans le voisinage des fréquences critiques. Nous considérons uniquement les amplitudes de vibration à la résonance. Donc, au lieu de passer entre deux niveaux de force de serrage pour éviter les zones de fréquence critique [93], nous proposons d'appliquer une force optimale constante de serrage (selon le niveau d'excitation).

D'autre part, Karim *et al.* [93] ont présenté l'avantage d'utiliser une force de serrage harmonique de type carré. Les valeurs limites et la fréquence de la force de serrage sont déterminées par une étude paramétrique. Cette étude est à refaire à chaque variation d'amplitude et de fréquence

de la force d'excitation. Donc, nous adoptons une loi de commande avec un serrage variable de type sinusoïdale pour éviter le changement brusque qui conduit à des vibrations parasites. La nouvelle loi de commande de l'amplitude de serrage s'intitule "un contrôle par phase". Inspiré de la décomposition en série de Fourier de la force de frottement du modèle de Dahl [75], la loi de contrôle prend en compte la fréquence d'excitation du système. En plus, les valeurs limites de la force de serrage seront déterminées à partir du niveau vibratoire.

A la fin de ce chapitre, on a adapté le travail de Gaul et Nitsche [64] qui traite la réponse impulsionnelle d'un système à 2-DDL. Leur système modélise le déplacement angulaire relatif entre deux poutres flexibles. La loi de contrôle adaptée maximise l'énergie instantanée dissipée. En plus, nous l'avons introduit une couche intermédiaire variable. Avec cette couche :

- nous résolvons le problème de fatigue par chargement cyclique des structures à travers l'actionnement des boulons actifs ;
- nous minimisons l'énergie électrique en supprimant les variations non-nécessaires de la force de serrage.

## 3.2 Système 2-DDL forcé contenant une cellule de Jenkins

### 3.2.1 Formulation

Le système à 2-DDL contenant une cellule de Jenkins (Figure 3.1) traité dans le chapitre II est le modèle le plus simple pour étudier l'influence de l'amortissement induit par frottement sur les structures assemblées. Les paramètres de ce modèle à 2-DDL peuvent être identifiés expérimentalement sur une structure boulonnée complexe, voir [56].

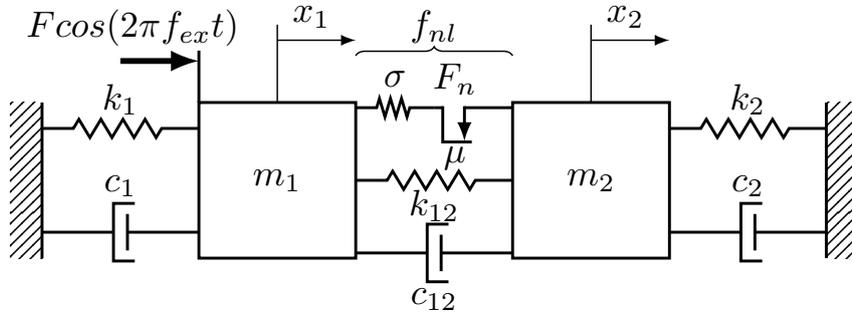


FIGURE 3.1 – Système 2-DDL forcé et amorti qui contient un élément de Jenkins.

La loi de frottement utilisée est celle de Dahl dont la formulation du système est détaillée dans le deuxième chapitre. Ainsi, le système d'équations est sous la forme :

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_{12} & -c_{12} \\ -c_{12} & c_2 + c_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_{12} & -k_{12} \\ -k_{12} & k_2 + k_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \\ \begin{pmatrix} F \cos(2\pi f_{exc} t) \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -f_{nl} \\ f_{nl} \end{pmatrix} \\ \frac{df_{nl}}{d\delta} = \sigma \left( 1 - \frac{f_{nl}}{\mu F_n} \text{sign}(\dot{\delta}) \right)^\alpha \end{array} \right. \quad (3.1)$$

### 3.2.2 Les effets des paramètres du modèle de Dahl

Afin de mettre en évidence l'effet du choix des paramètres du modèle de Dahl on présente aux figures 3.2 et 3.3 la force d'interaction tangentielle entre les deux masses  $f_{nl}$  en fonction du déplacement relatif  $\delta(t)$  pour différentes valeurs de  $\alpha$  et de  $F_c$ . La même étude est faite pour le cas d'un modèle à 1-DDL dans la référence [134].

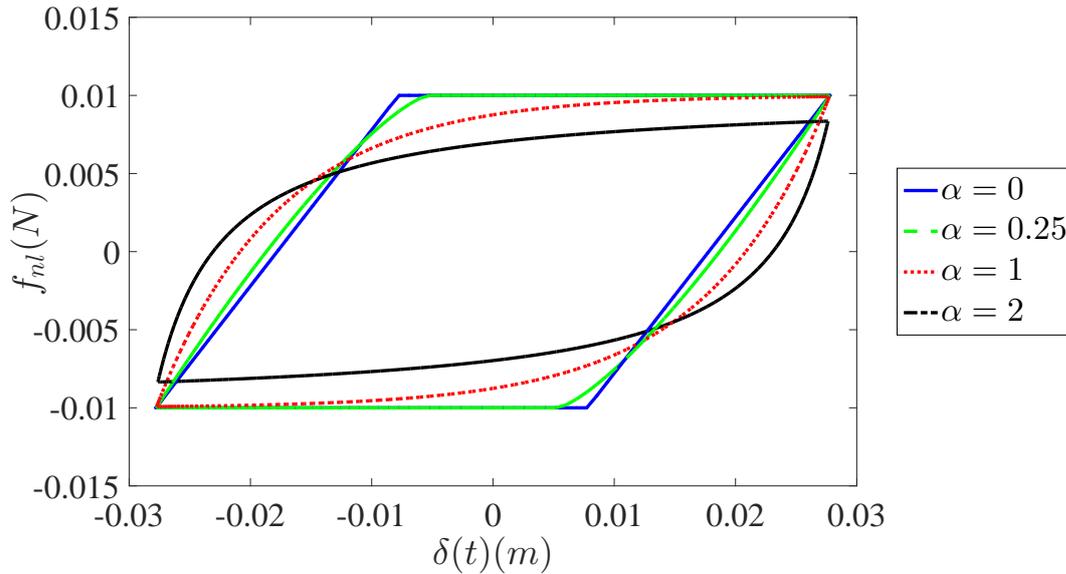


FIGURE 3.2 – Evolution de la force d'interaction tangentielle entre les deux masses  $f_{nl}$  en fonction du déplacement relatif  $\delta(t)$  pour différentes valeurs de  $\alpha$ .

Pour la figure 3.2 on fixe les paramètres  $k_1 = k_2 = k_{12} = \sigma = 1N/m$ ,  $m_1 = m_2 = 1kg$ ,  $F = 1N$ ,  $F_c = 0.01N$ ,  $c_1 = c_2 = 0.2Ns/m$ ,  $c_{12} = 0.1236Ns/m$  et  $f_{ex} = 1Hz$  et on fait varier la constante qui détermine la forme de la loi de frottement  $\alpha$ . De cette figure, on remarque que :

- plus  $\alpha$  est grande, plus la convergence vers la valeur asymptotique de la force de Coulomb  $F_c$  (la force de serrage  $F_n = F_c/\mu$ ) est lente ;
- la surface de la boucle d'hystérésis est pratiquement indépendante du paramètre  $\alpha$  ;
- la limite de mouvement relatif ne change pas, mais la quantité d'énergie stockée (énergie de déformation) diminue lorsque  $\alpha$  augmente. Par conséquent, l'amortissement induit par frottement dépend du paramètre  $\alpha$ .

Pour la figure 3.3 on fixe les paramètres  $k_1 = k_2 = k_{12} = \sigma = 1N/m$ ,  $m_1 = m_2 = 1kg$ ,  $F = 1N$ ,  $F_c = 0.01N$ ,  $c_1 = c_2 = 0.2Ns/m$ ,  $c_{12} = 0.1236Ns/m$  et  $f_{ex} = 1Hz$  et on varie la valeur asymptotique de la force de Coulomb  $F_c$ . De cette figure, on remarque que plus  $F_c$  augmente plus le cycle d'hystérésis se rétrécit et la résultante de l'élément Jenkins se rapproche d'une rigidité simple. D'après la figure 3.3, il existe un effort de serrage optimum  $F_n$  (ou une force de Coulomb optimale  $F_c$ ) lorsque l'amortissement induit par frottement atteint son maximum. Plus  $\sigma$  augmente, plus le comportement du modèle de Dahl s'approche à celle du modèle de Coulomb lorsque  $\alpha = 1$ .

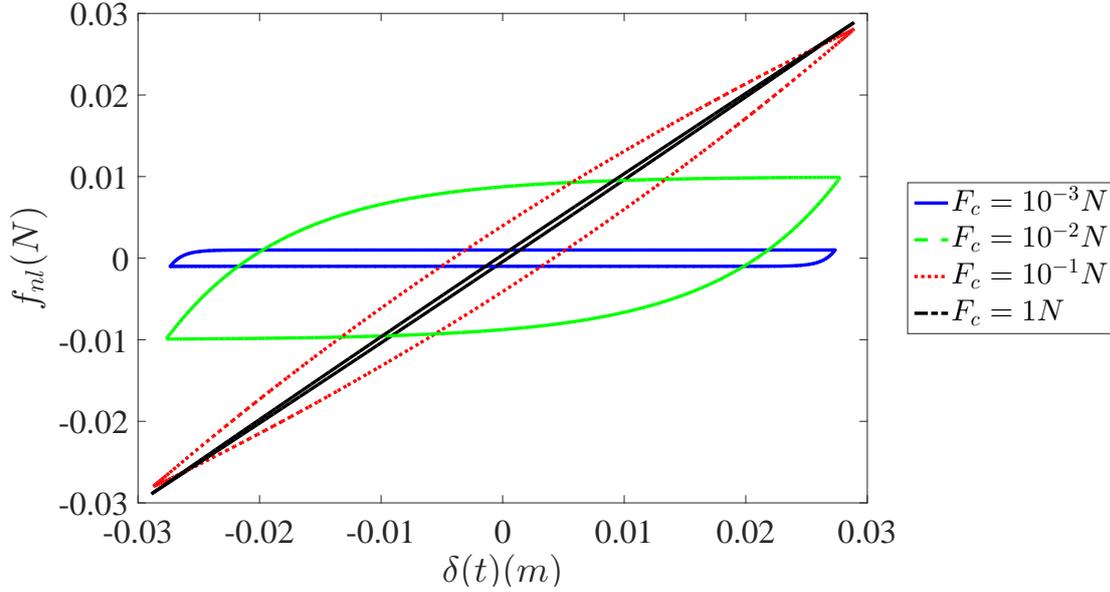


FIGURE 3.3 – Evolution de la force d'interaction tangentielle entre les deux masses  $f_{nl}$  en fonction du déplacement relatif  $\delta(t)$  pour différentes valeurs de  $F_c$ .

### 3.3 Amortissement induit par frottement

Dans cette section on cherche à évaluer l'effet de la force de serrage sur les amplitudes de la réponse vibratoire en régime permanent et sur l'énergie dissipée par frottement. A partir de ce paragraphe les paramètres du modèle 2-DDL sont fixées aux :  $m_1 = m_2 = 1kg$ ,  $k_1 = k_2 = k_{12} = 7800N/m$ ,  $\sigma = 1.5k_{12}$  et  $c_1 = c_2 = 1.8Ns/m$  et  $c_{12} = 1.3Ns/m$ . Ces paramètres sont les mêmes paramètres utilisés au chapitre II. Ces paramètres résultent une variation de 41% de la deuxième fréquence de résonance  $f_{r,2}$  en passant d'un serrage maximale ( $F_c \rightarrow \infty$ ) à un serrage nul ( $F_c = 0$ ).

Pour calculer le taux d'amortissement équivalent  $\xi_{eq}$ , il faut définir l'énergie dissipée par frottement  $W_{dis}$  et l'énergie apportée au système par cycle  $E_p$  sous un chargement harmonique. Le taux d'amortissement équivalent est défini par :

$$\xi_{eq} = \frac{\text{l'énergie dissipée par cycle}}{4\pi \text{l'énergie apportée au système par cycle}} = \frac{W_{dis}}{4\pi E_p} \quad (3.2)$$

$W_{dis}$  est défini comme l'aire de la boucle d'hystérésis de la courbe force-déplacement. Cette entité est présentée sur la figure 3.4 en fonction de la fréquence d'excitation  $f_{ex}$  pour différentes forces de déclenchement  $F_c$ .  $E_p$  est défini comme la surface moyenne sous la courbe d'hystérésis comme il est présenté sur la figure 3.5.

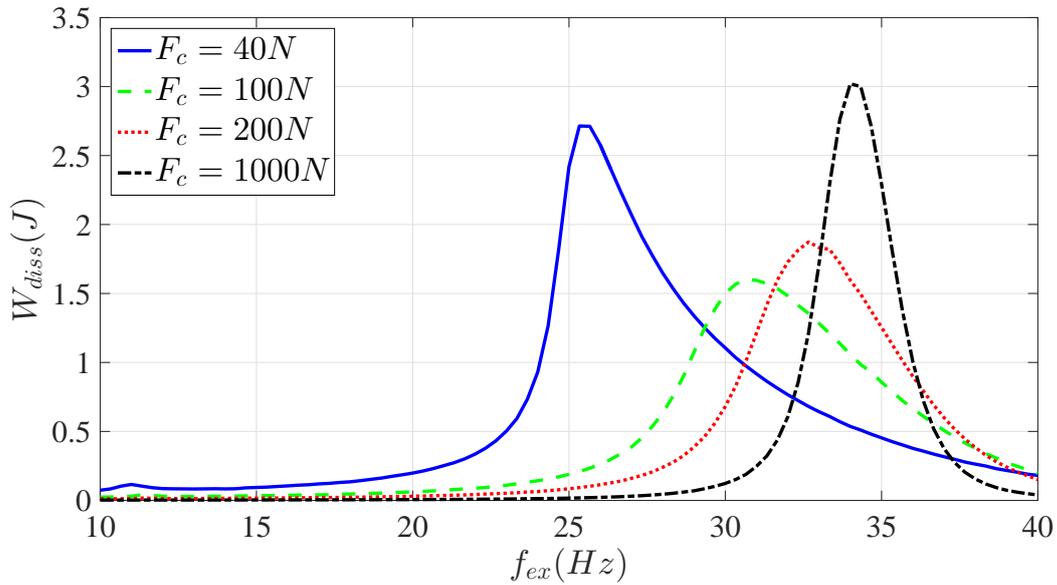


FIGURE 3.4 – Evolution de l'énergie dissipée par cycle en fonction de la fréquence d'excitation en régime permanent pour quatre niveaux de déclenchement  $F_c$ .

Pour calculer  $E_p$ , il faut extraire la courbe qui correspond à la force de frottement ( $f_{nl}$ ) qui est supérieure à zéro pour un déplacement relatif positif (courbe en rouge comme il est présenté sur la figure 3.5). Puis on calcule l'aire limitée par cette courbe (la surface en bleu de la figure 3.5) puis on multiplie le résultat par deux pour avoir l'énergie dissipée par cycle  $E_p$ .

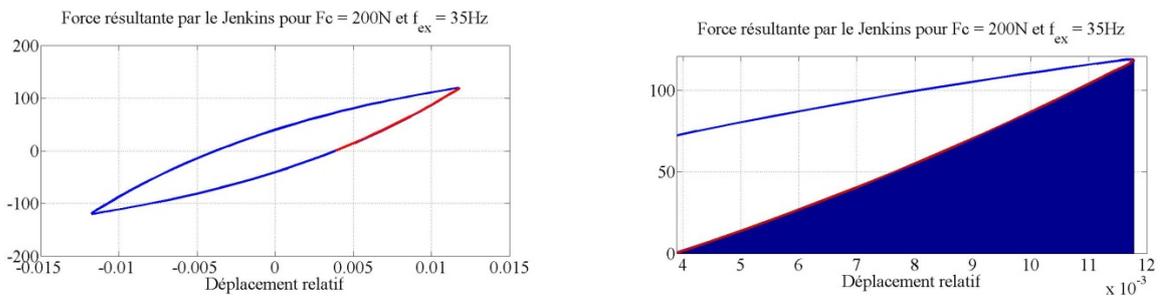


FIGURE 3.5 – Présentation de la boucle d'hystérésis et de l'aire de l'énergie potentielle pour  $F_c = 200N$  et  $f_{ex} = 35Hz$ .

De la figure 3.6, nous concluons que le taux d'amortissement diminue avec l'augmentation de la force de serrage pour toute la bande fréquentielle d'excitation. De plus, nous confirmons que le maximum du taux d'amortissement est atteint à la résonance. Enfin, nous constatons que les valeurs calculées de cette entité connaissent de larges erreurs dans le cas des macro-glissements (Figure 3.6). En effet, pour des forces de serrage très basses, l'énergie potentielle est très petite par rapport à l'énergie dissipée, du coup le taux d'amortissement est important (Figure 3.6). Ces niveaux importants d'amortissement ne sont pas traduits par une baisse des niveaux de

vibration. Alors, il est évident de remettre en question la définition donnée précédemment pour l'énergie apportée au système (énergie potentielle). La validité de cette définition est valable seulement lorsque la boucle ne comporte pas des plateaux horizontaux (le cas de macro glissement), ce qui revient à des niveaux de  $f_{nl}$  (la résultante de Dahl) strictement au-dessous de  $F_c$  (la force critique).

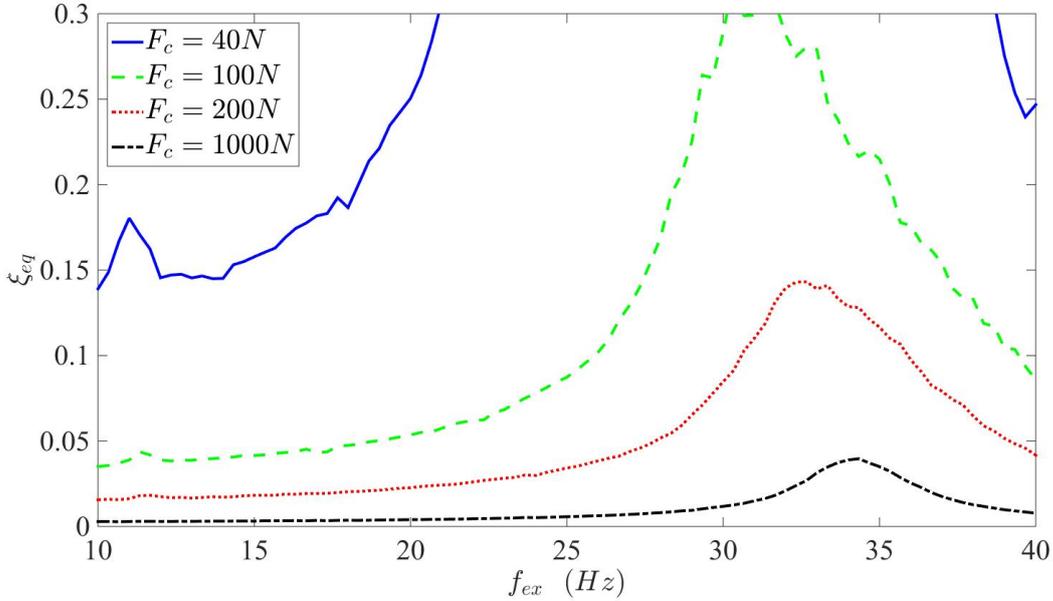


FIGURE 3.6 – Taux d'amortissement équivalent  $\xi_{eq}$  calculé par le rapport des surfaces de la boucle d'hystérésis pour différents niveaux de serrage.

Pour corriger la limite dans le calcul de l'énergie potentielle présenté dans le paragraphe précédent, on va introduire une définition analytique. Pour le modèle à 2-DDL linéarisé de raideurs de couplage  $k_{12} + \sigma$  entre les masses  $m_1$  et  $m_2$ , l'énergie potentielle est l'énergie emmagasinée par toutes les raideurs. Elle s'écrit sous la forme :

$$E_p = \frac{1}{2} \left( k_1 x_{1_{max}}^2 + k_2 x_{2_{max}}^2 + (k_{12} + \sigma) (x_2 - x_1)_{max}^2 \right) \quad (3.3)$$

Pour cette forme (3.3) une question se pose : est ce qu'on peut estimer  $E_p$  avec cette forme quadratique? En effet, le frottement modifie la rigidité de couplage alors il est plus adéquate d'estimer l'apport ajouté par  $\sigma$  en fonction de la force de serrage.

La forme (3.3) de l'énergie potentielle, a permis l'estimation de l'énergie potentielle  $E_p$  et de l'amortissement équivalent  $\xi_{eq}$  pour le cas de macro-glissement, voir figures 3.7 à 3.9. La fréquence où l'énergie de déformation atteint son maximum pour  $F_c = 40N$  (figure 3.7) ne coïncide pas avec la fréquence où l'énergie dissipée atteint son maximum (figure 3.4). Ce décalage entre les fréquences des maximums de  $E_p$  et  $W_{dis}$  pour le serrage  $\mu F_n = 40N$  résulte les deux pics de taux d'amortissement présenté sur la figure 3.8. Ce décalage est obtenu pour les valeurs les plus basses de la force de serrage, où la forme d'hystérésis de  $f_{nl} - \delta$  comporte des plateaux horizontaux correspondants aux glissements totaux. La même remarque est valable pour les

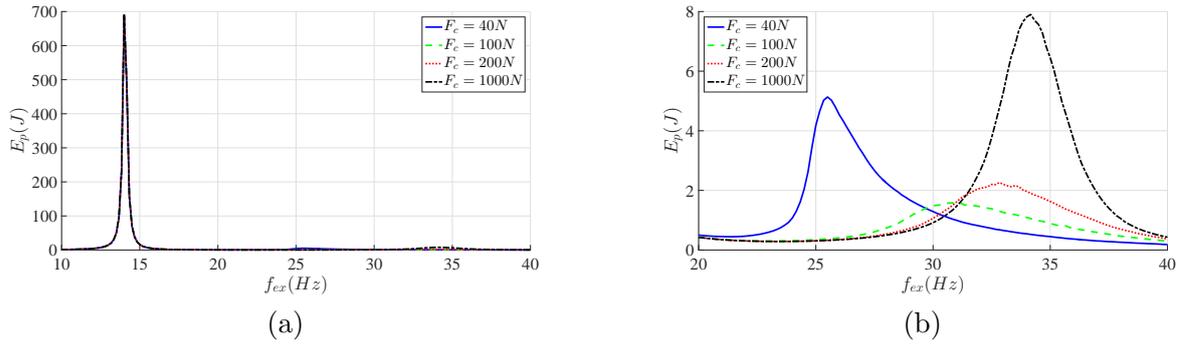


FIGURE 3.7 – Energie potentielle calculée à partir de la forme quadratique pour quatre niveaux de la force de déclenchement  $F_c$  pour une force d’excitation  $F = 100N$  (b) avec un zoom sur le domaine de la deuxième fréquence.

deux pics de taux d’amortissement dans le cas  $F = 200N$  de la figure 3.9. En effet, les grandes valeurs d’excitation font apparaître des plateaux horizontaux correspondants au glissement total au voisinage des fréquences de résonance. En excluant les courbes qui comportent deux pics du taux d’amortissement ( $F = 200N$  de la figure 3.9), on confirme que  $\xi_{eq}$  diminue lorsque la force d’excitation diminue pour toute la bande fréquentielle d’excitation, voir figure 3.9.

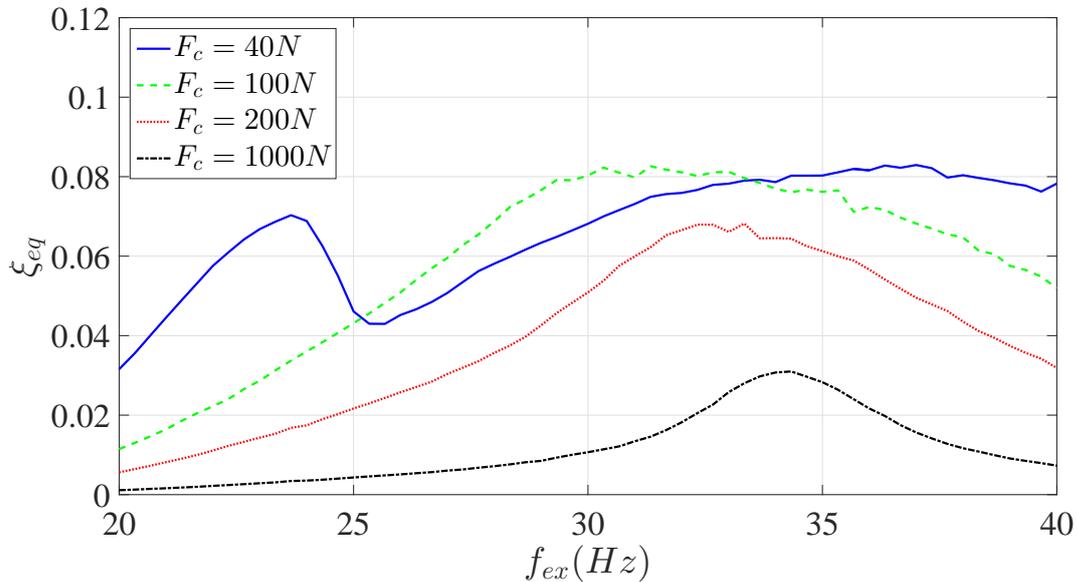


FIGURE 3.8 – Taux d’amortissement équivalent calculé à partir de la formulation quadratique de l’énergie potentielle pour une force d’excitation  $F = 100N$ .

Pour une amplitude d’excitation constante, la variation de la force de serrage modifie la seconde fréquence de résonance  $f_{r,2}$ . Pour ces fréquences de résonances, le taux d’amortissement induit par frottement est variable et très dépendant de la force de serrage. Donc il sera logique de chercher  $F_c$  qui génère le taux d’amortissement le plus grand à la résonance à chaque niveau

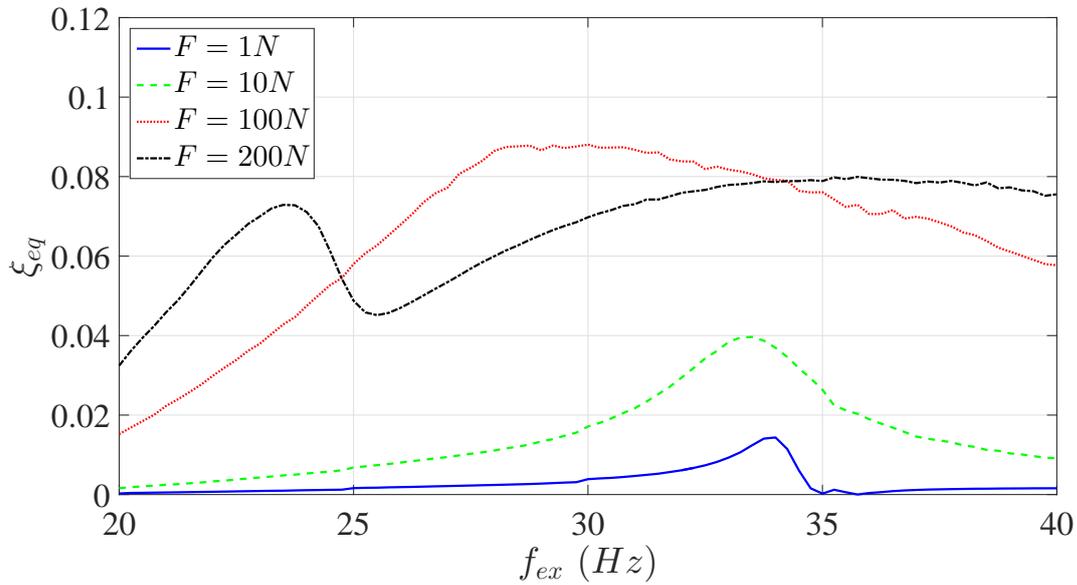


FIGURE 3.9 – Taux d’amortissement équivalent calculé à partir de la formulation quadratique de l’énergie potentielle pour une force de serrage  $\mu F_n = 80N$ .

d’excitation  $F$ . Ce point est discuté dans la prochaine section.

### 3.4 Loi de commande de la force de serrage pour le régime forcé périodique

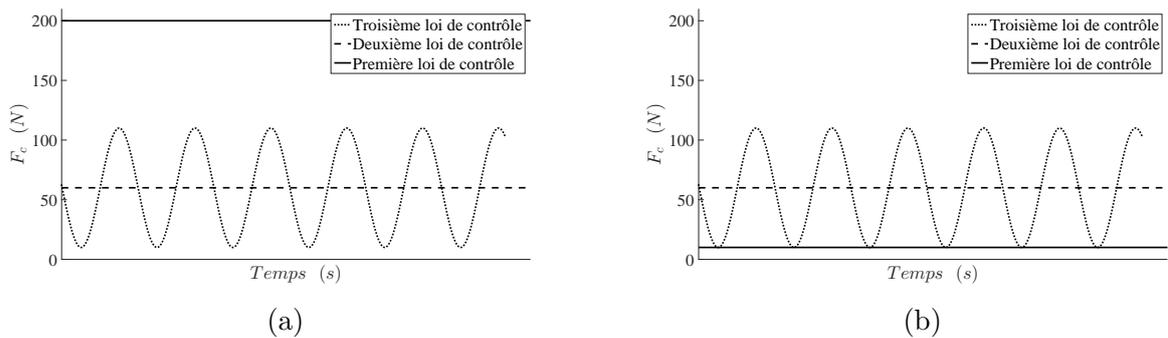


FIGURE 3.10 – Comparaison de la forme des trois lois de contrôle de la force de serrage dans le cas  $F = 100N$ , (a)  $f_{ex} = 28Hz$  et (b)  $f_{ex} = 34Hz$ .

Karim a montré dans sa thèse [92] que l’énergie dissipée par frottement est maximale quand le déplacement est maximal. Toutefois, le taux d’amortissement passe par une valeur optimale lorsque l’amplitude des vibrations atteint une valeur particulière. Cette valeur est réglable grâce à la force de serrage. Fort, de ce constat, il est possible de maintenir le contrôle vibratoire à un niveau optimal en :

1. basculant entre deux forces de serrage constantes pour avoir un décalage de la fréquence de résonance et avoir l'amplitude vibratoire la plus faible à chaque fréquence d'excitation ;
2. appliquant une force de serrage constante optimale qui donne l'amplitude la plus faible à la résonance ;
3. appliquant une force de serrage sinusoïdale pour avoir l'amplitude vibratoire la plus faible pour chaque fréquence et amplitude d'excitation.

L'illustration des trois lois de commande est présentée sur la figure 3.10.

### 3.4.1 La première loi de commande

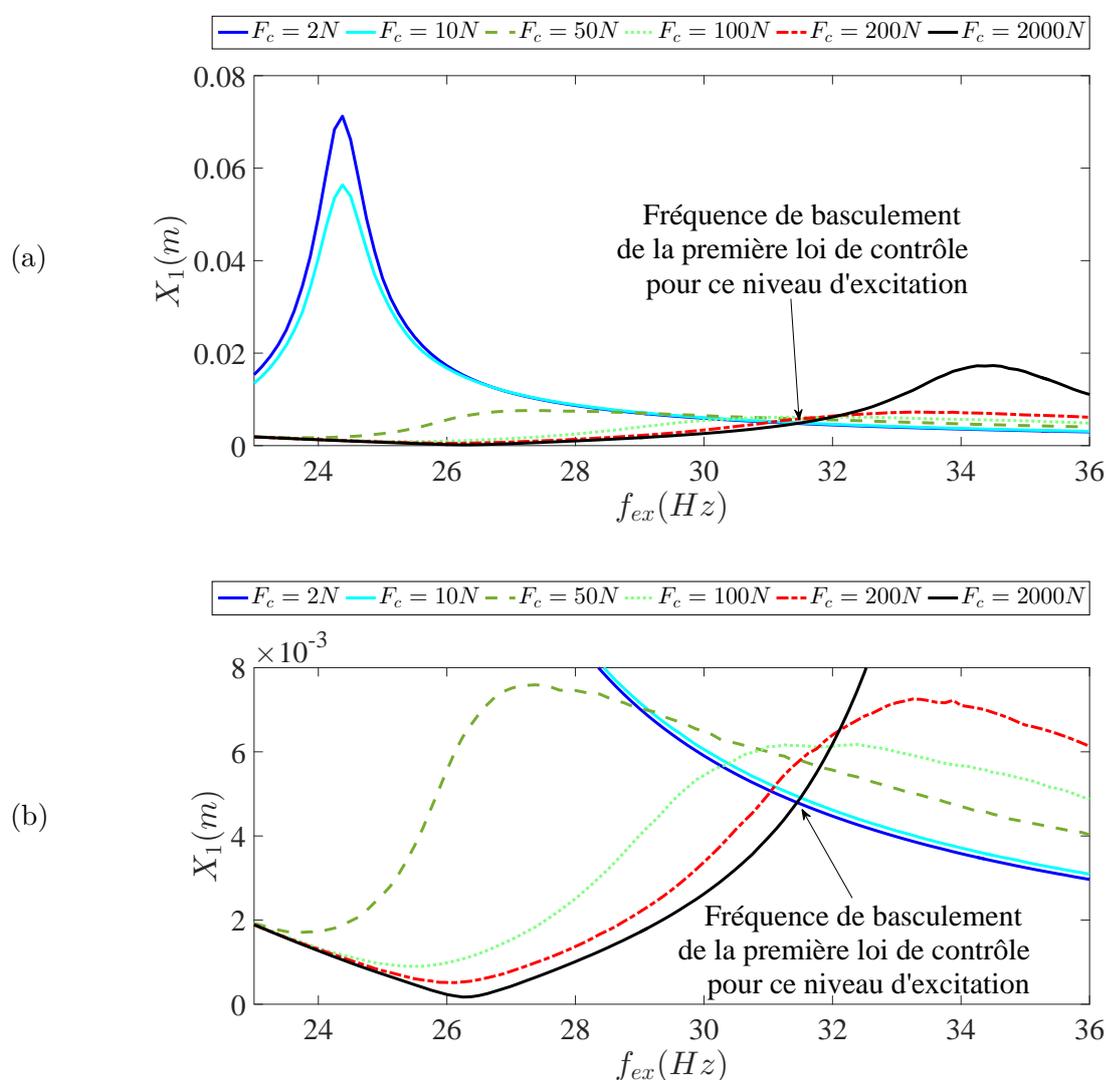


FIGURE 3.11 – (a) Amplitude de vibration de  $m_1$  à amplitude d'excitation  $F = 100N$  et pour différents niveaux de force de serrage, (b) avec un zoom dans le domaine de la deuxième fréquence de résonance.

La première loi consiste à basculer entre deux forces de serrage (loi proposée dans [92]). Les petites variations de la force de serrage modifient considérablement la deuxième fréquence de résonance du système de 2-DDL parce que les paramètres choisis maximisent cet effet, voir Figure 3.11.

La première loi de contrôle consiste à basculer entre deux forces extrêmes de serrage. Cette loi est efficace lorsque le coefficient de couplage des joints est important. Cette loi nécessite une connaissance de la réponse fréquentielle des structures à tous les niveaux d'excitation pour déterminer la fréquence de basculement.

### 3.4.2 La deuxième loi de commande

Les bas niveaux de la force de serrages favorisent le macro-glissement, mais ils autorisent des amplitudes vibratoires importantes (Figure 3.11). En d'autres termes, l'annulation (minimisation) de la force de serrage maximise l'énergie dissipée par frottement, mais elle engendre des niveaux importants de déplacement. A cause de ces effets, il faut déterminer  $F_{c_{optimale}}$  à chaque niveau d'excitation pour laquelle le déplacement à la résonance est minimal. La force  $F_{c_{optimale}}$  sera constante pour toute la plage fréquentielle d'excitation. La dépendance de cette force de serrage aux amplitudes de la force d'excitation  $F_{c_{optimale}}(F)$  peut être considérée comme une fonction linéaire comme il sera démontré par la suite.

En augmentant la force d'excitation  $F$ , la force optimale de déclenchement  $F_{c_{optimale}}$  augmente. En effet, l'évolution de  $F_{c_{optimale}}$  en fonction de  $F$  a été trouvé numériquement, voir Figures 3.16 et 3.17. On peut également chercher une forme analytique de cette relation : mathématiquement il faut chercher  $F_c$  qui vérifie à la résonance :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \xi_{eq}}{\partial F_c} = 0 \\ \frac{\partial^2 \xi_{eq}}{\partial F_c^2} < 0 \end{array} \right. \quad (3.4)$$

L'évolution du taux d'amortissement induit par frottement à la seconde fréquence de résonance  $\xi_{eq}(f_{r,2})$  est présentée sur la figure 3.12. Cette évolution ressemble plutôt au comportement observé expérimentalement pour deux poutres entièrement boulonnées [74] et numériquement calculé pour un lap joint [41]. Pour tous les niveaux de serrage,  $\xi_{eq}(f_{r,2})$  augmente linéairement en fonction de la force d'excitation puis il décroît rapidement. Une deuxième remarque, l'évolution du  $\xi_{eq}(f_{r,2})$  est inversement proportionnelle à  $X_1(f_{r,2})/F$ , voir la figure 3.14. Les boucles d'hystérésis à la résonance de la figure 3.13 pour les conditions pointées (1,2 et 3) de la figure 3.12 montrent le changement de régime de glissement pour chaque pente.

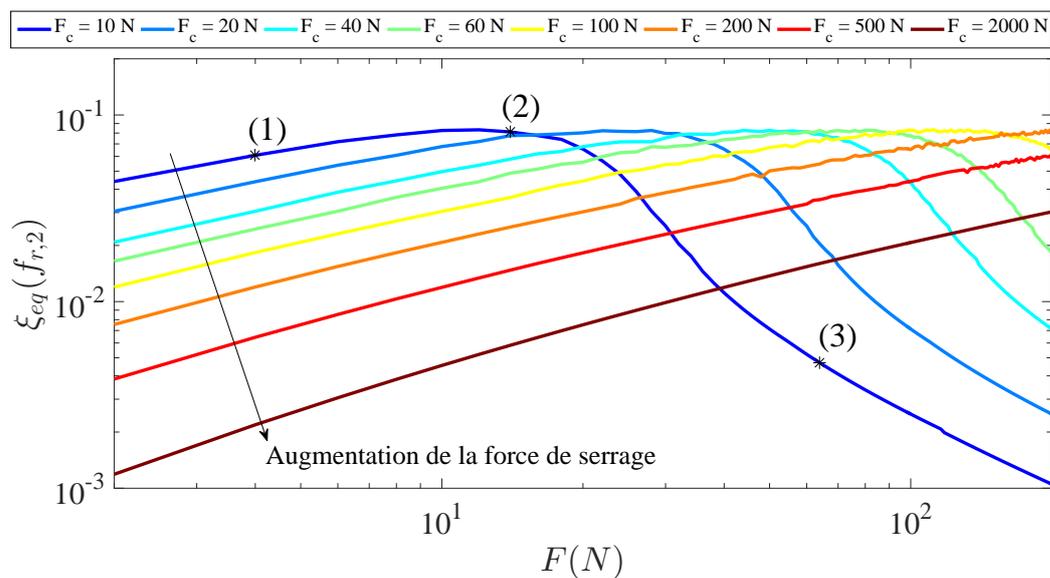


FIGURE 3.12 – Evolution du taux d’amortissement équivalent à la deuxième résonance pour une gamme d’excitation  $F \in [2N, 200N]$  et pour plusieurs niveaux de déclenchement  $F_c$ .

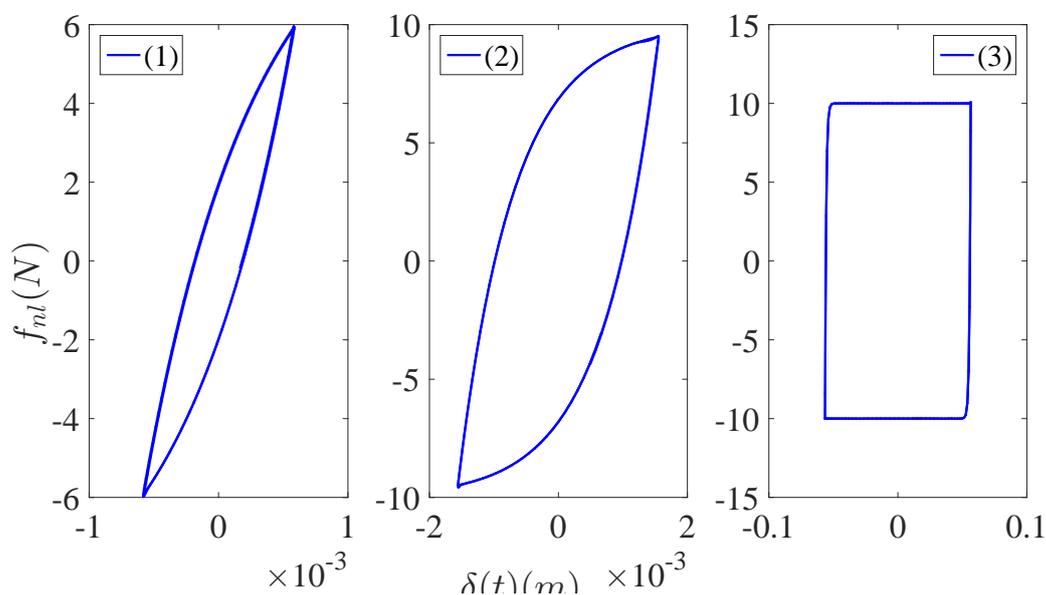


FIGURE 3.13 – Boucle d’hystérésis à la résonance pour les conditions pointées de la figure 3.12 ; (1) ( $F_c = 10N, F = 4N$ )  $\Rightarrow f_{r,2} = 33.75Hz$ , (2) ( $F_c = 10N, F = 14N$ )  $\Rightarrow f_{r,2} = 30.5Hz$  et (3) ( $F_c = 10N, F = 64N$ )  $\Rightarrow f_{r,2} = 24.5Hz$ .

Les figures 3.12 et 3.13 montrent que :

- dans la première partie des courbes de 3.12 (le domaine de pente positive de  $\xi_{eq}(f_{r,2})$ ), il n’y

- a pas de glissement total (l'énergie dissipée est seulement due glissement partiel) comme le montre les boucles d'hystérésis 3.13.(1) et 3.13.(2) ;
- dans la deuxième partie de la courbe de la figure 3.12 (le domaine de pente négative de  $\xi_{eq}(f_{r,2})$ ), la boucle d'hystérésis caractérise le régime de macro glissement. L'effort tangentiel est borné à la valeur de  $F_c = \mu F_n$ , cela correspond aux plateaux horizontaux visible sur la boucle d'hystérésis 3.13.(3)

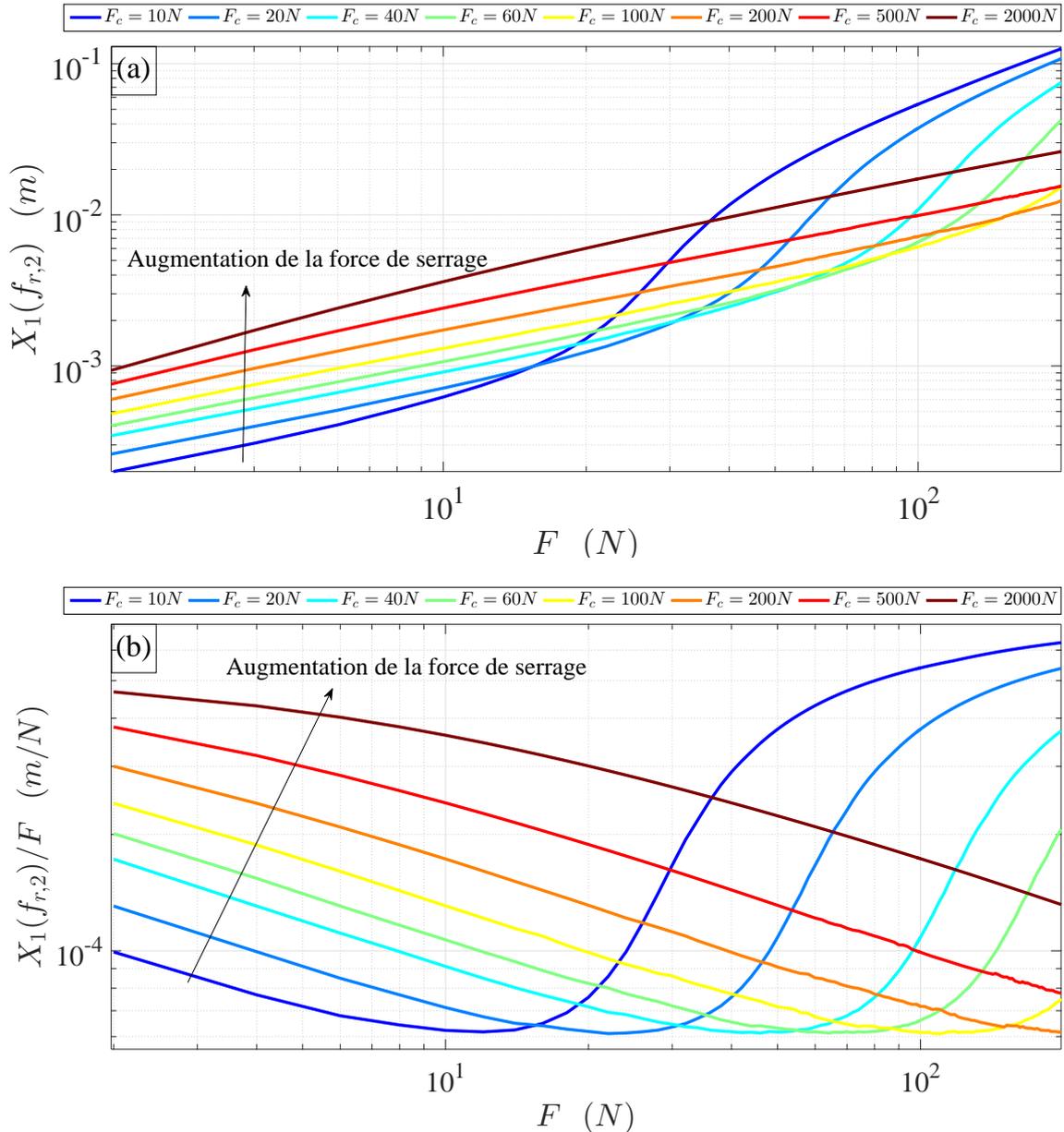


FIGURE 3.14 – (a) Evolution de l'amplitude de déplacement de  $m_1$  à la deuxième résonance en fonction de l'amplitude d'excitation  $F$  et (b) l'évolution de l'amplitude de déplacement de  $m_1$  à la deuxième résonance en fonction de l'amplitude d'excitation rapportée à l'amplitude d'excitation.

Pour tout les niveaux d'excitation et de serrage présentés sur la figure 3.12, le taux d'amortissement  $\xi_{eq}(f_{r,2})$  présente une valeur limite supérieure, ce qui est traduit par une limite inférieure pour le rapport  $X_1(f_{r,2})/F$ . Ce point confirme le potentiel de la deuxième loi de contrôle à minimiser la dépendance d'amortissement aux amplitudes vibratoires. En effet, appliquer  $F_{c_{optimale}}$  de chaque niveau d'excitation  $F$  permet d'obtenir un rapport d'amplitude de vibration à la fréquence de résonance sur l'amplitude de la force d'excitation  $(X_1(f_{r,2})/F)|_{F_c=F_{c_{optimale}}}$  constante pour tous les niveaux d'excitation.

L'évolution de  $\xi_{eq}(f_{r,2})$  et de  $X_1(f_{r,2})/F$  (pentes ascendante et descendante) en fonction de la force d'excitation sont invariantes pour les différentes forces de serrage. Ces pentes sont des caractéristiques du système qui peuvent être généralisées à tous les niveaux d'excitation et de serrage.

D'après les figure 3.14 et 3.15, l'évolution de  $X_1(f_{r,2})$  et de  $X_1(f_{r,2})/F$  en fonction de  $F$  comportent trois domaines. Chaque domaine peut être relié à un régime de glissement. Selon la forme de la boucle d'hystérésis, les trois domaines sont décrit comme suit :

- le rapport  $(X_i(f_{r,2})/F)$  (et inversement pour l'amplitude de déplacement des masses,  $X_1(f_{r,2})$  et  $X_2(f_{r,2})$ ) , diminue linéairement en fonction de la force d'excitation (la zone de quasi-adhérence ou d'absence de glissement figure 3.15) ;
- contrairement à  $\xi_{eq}(f_{0,2})$ , une zone de transition claire apparait dans l'évolution de  $X_i(f_{r,2})$  et  $X_i(f_{r,2})/F$ . On peut remarquer que ces termes augmentent rapidement en fonction de la force d'excitation (zone micro-glissement de la figure 3.15) ;
- et enfin,  $X_i(f_{r,2})/F$  et  $X_i(f_{r,2})$  augmentent linéairement en fonction de la force d'excitation, mais avec une pente inférieure à la pente de la deuxième zone (zone de macro-glissement 3.15).

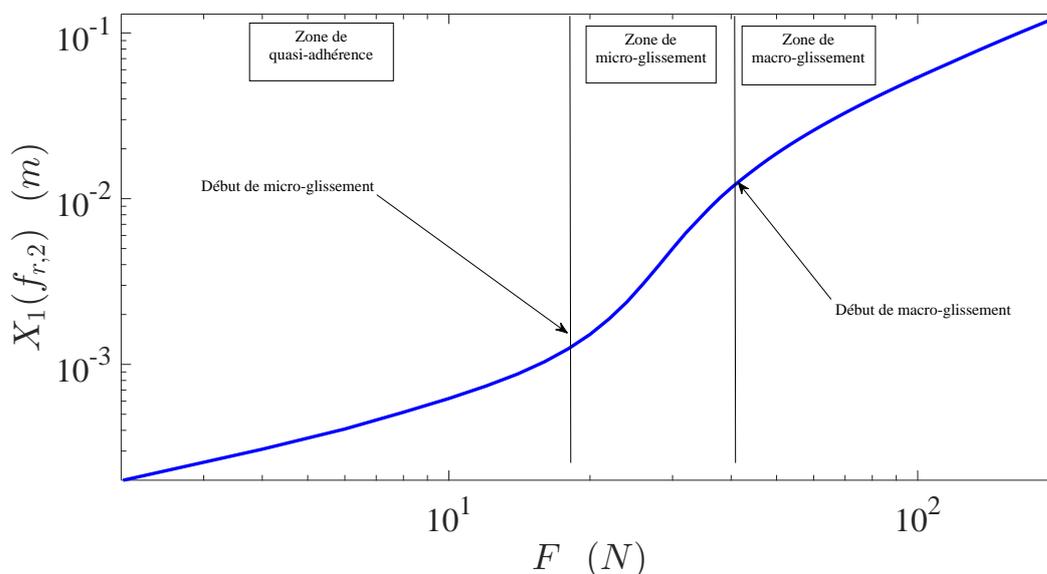


FIGURE 3.15 – L'amplitude de déplacement de la masse  $m_1$  à la deuxième résonance  $f_{r,2}$ , en fonction de la force d'excitation, avec  $F_c = 10N$ .

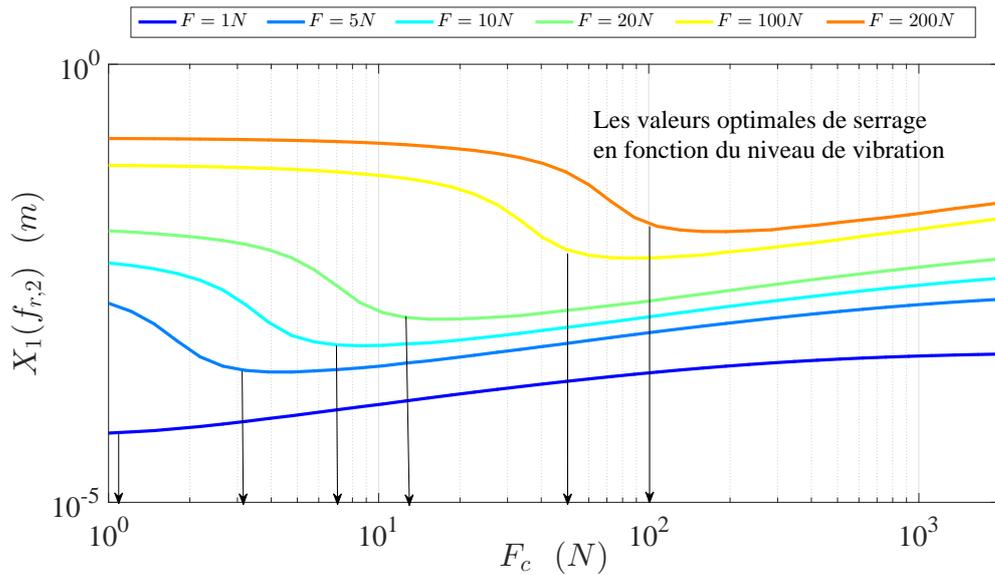


FIGURE 3.16 – L'amplitude de déplacement de la masse  $m_1$  à la deuxième résonance  $f_{r,2}$ , en fonction de la force de déclenchement entre  $2N$  et  $200N$ , pour six niveaux d'excitation  $F_c$ .

L'amplitude de déplacement de la première masse à la résonance  $X_1(f_{r,2})$  en fonction de la force de déclenchement  $F_c$  est tracée à la figure 3.16. Cette représentation permet d'extraire  $F_{c_{optimale}}$  pour chaque force d'excitation  $F$ . Au dessus de la valeur de serrage optimale, l'amplitude de vibration à la résonance est moins sensible, voir figure 3.16. L'évolution de  $F_{c_{optimale}}$  en fonction de l'amplitude de la force d'excitation  $F$  est présentée sur la figure 3.17. La force de serrage optimale  $F_{c_{optimale}}$  à appliquer est proportionnelle à l'amplitude d'excitation  $F$ , et elle sera constante pour toute la plage fréquentielle d'excitation ( $F_{c_{optimale}} = cste F \forall f_{ex}$ ).

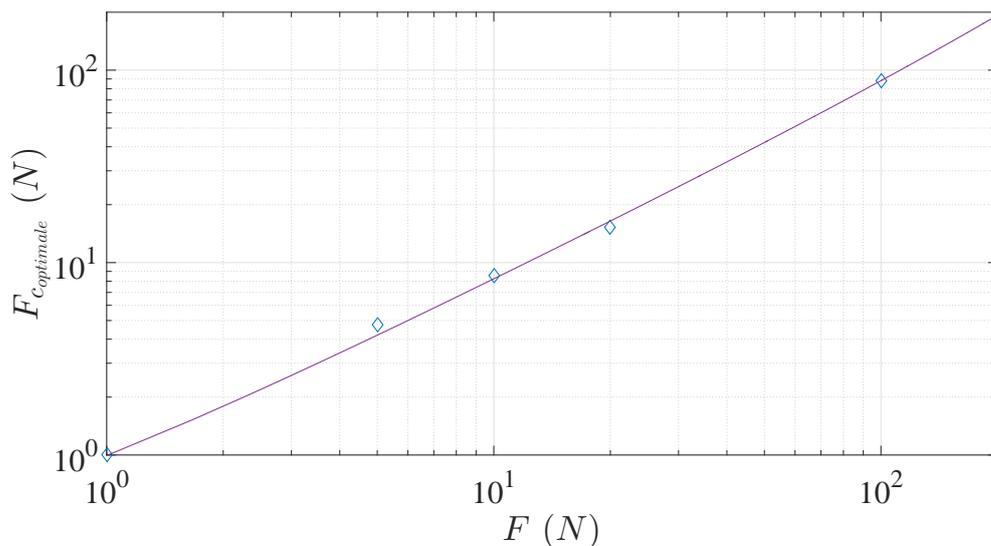


FIGURE 3.17 – Evolution de  $F_{c_{optimale}}$  en fonction de la force d'excitation  $F$  extraite de la figure 3.16.

### 3.4.3 La troisième loi de commande

Karim *et al.* [93], les auteurs ont proposé une force de serrage dynamique harmonique de type carré ou sinusoïdal avec des fréquences de la force de serrage arbitraire. Cette approche nécessite le traitement d'une infinité de combinaison d'amplitude de force d'excitation, de fréquence d'excitation et des paramètres mécaniques et dynamique du système. Dans ce cadre nous avons tester l'utilisation d'une fréquence de serrage fixe pour toute la bande de fréquence autour de la deuxième résonance du système, voir figures 3.19 à 3.22. Les figures 3.18.(a) et 3.18.(b) représentent l'évolution des forces de serrage sinusoïdale et carrée avec :  $F_c$  de forme sinusoïdale (3.5) et  $F_c$  de forme carrée (3.6).

$$F_c = \frac{F_{c,max} + F_{c,min}}{2} + \frac{F_{c,max} - F_{c,min}}{2} \sin(2\pi f_{ser}t) \quad (3.5)$$

$$F_c = \frac{F_{c,max} + F_{c,min}}{2} + \frac{F_{c,max} - F_{c,min}}{2} \operatorname{sgn}(\sin(2\pi f_{ser}t)) \quad (3.6)$$

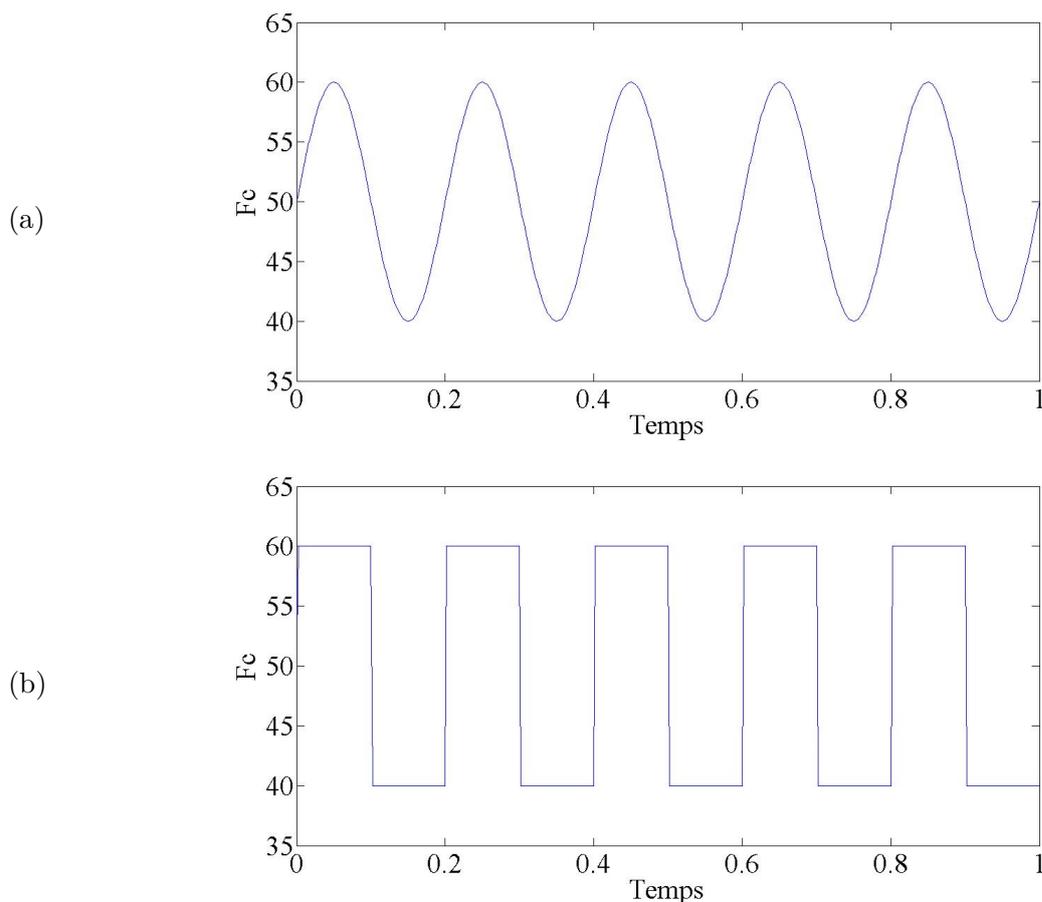


FIGURE 3.18 – (a) Force de forme sinusoïdale et (b) Force de forme carrée pour l'élément de Jenkins à une fréquence  $f_{ser} = 5Hz$ ,  $F_{c,min} = 40N$  et  $F_{c,max} = 60N$ .

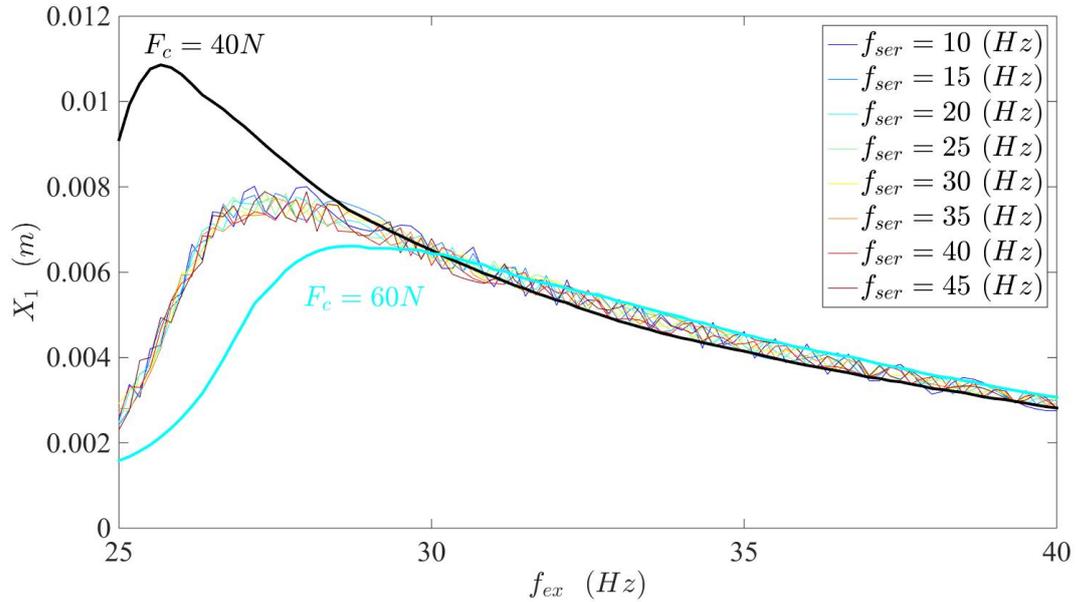


FIGURE 3.19 – Comparaison de  $X_1$  pour les cas où  $F_c$  est constante (ligne épaisse) et de forme sinusoïdale lorsque  $F_{c,min} = 40\text{N}$  et  $F_{c,max} = 60\text{N}$  pour différentes fréquences  $f_{ser}$  (ligne épaisse).

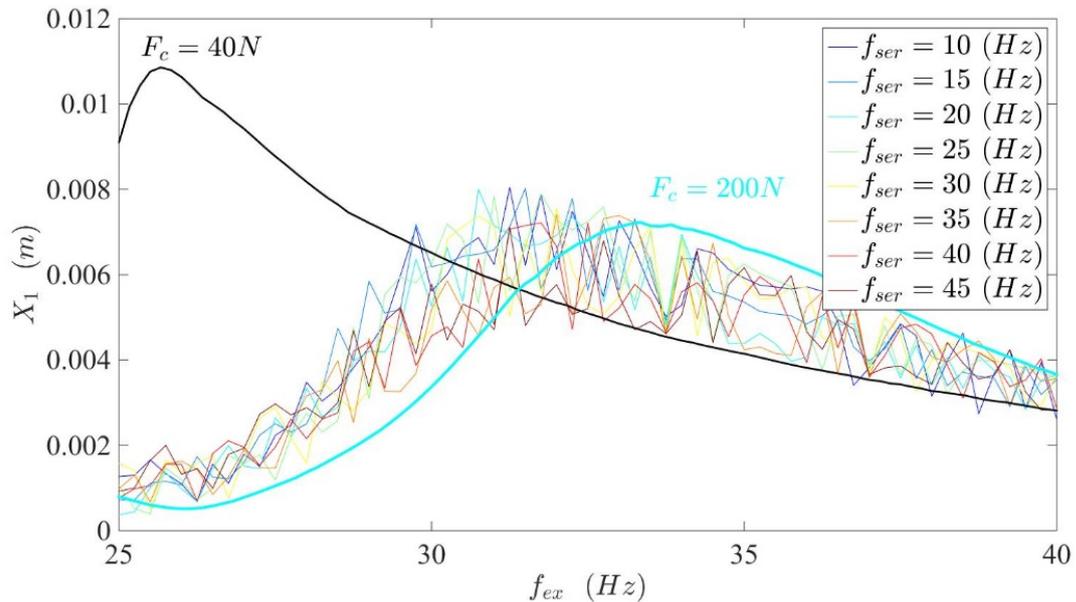


FIGURE 3.20 – Comparaison de  $X_1$  pour les cas où  $F_c$  est constante (ligne épaisse) et de forme sinusoïdale lorsque  $F_{c,min} = 40\text{N}$  et  $F_{c,max} = 200\text{N}$  pour différentes fréquences de serrage  $f_{ser}$  (ligne épaisse).

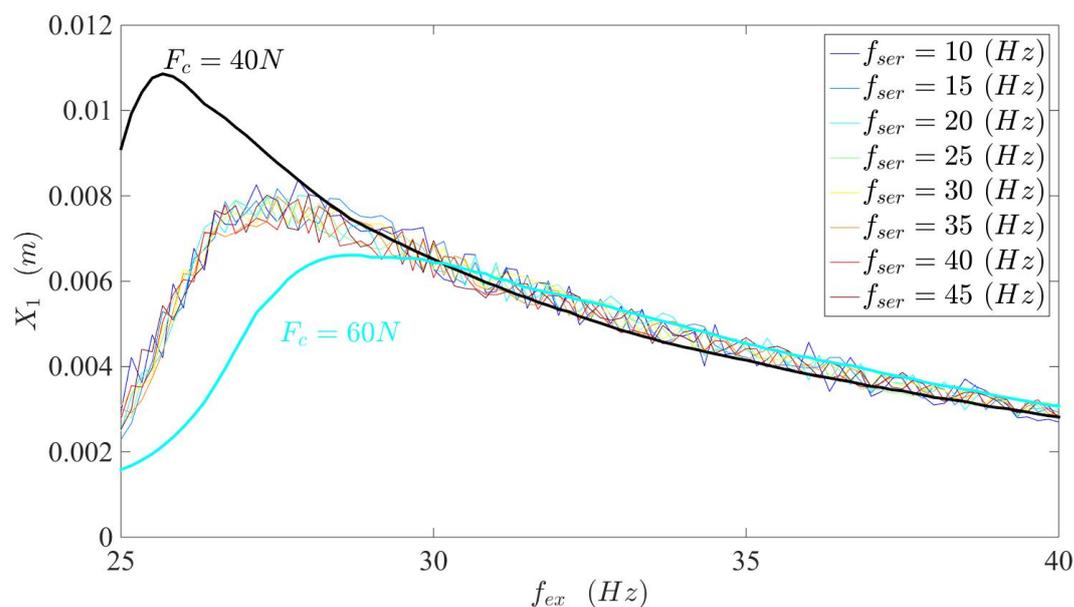


FIGURE 3.21 – Comparaison de  $X_1$  pour les cas où  $F_c$  est constante (ligne épaisse) et de forme carrée lorsque  $F_{c,min} = 40N$  et  $F_{c,max} = 60N$  pour différentes fréquences de serrage  $f_{ser}$  (ligne épaisse).

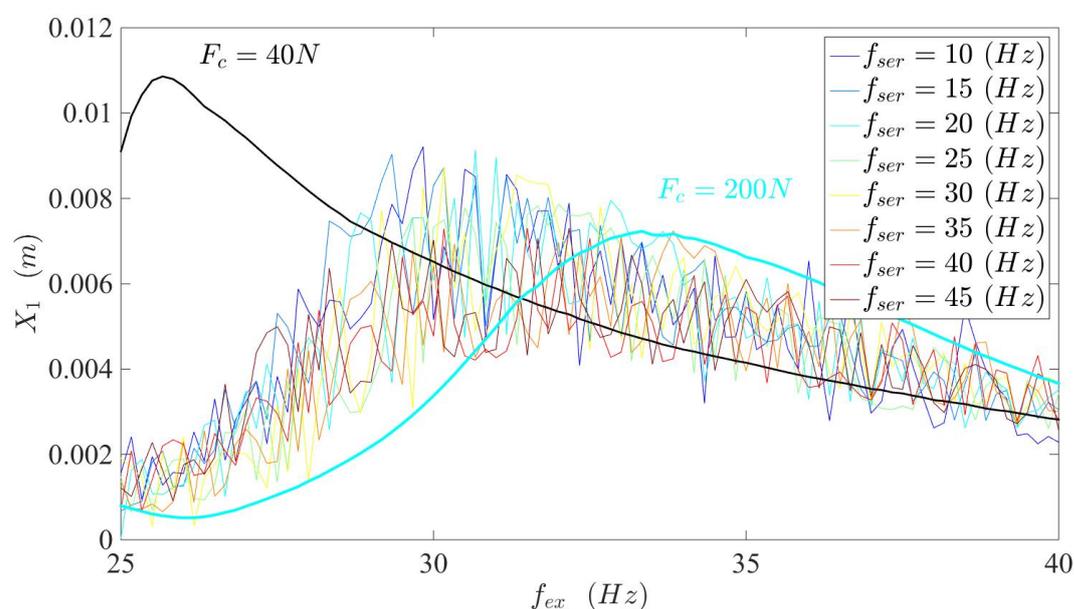


FIGURE 3.22 – Comparaison de  $X_1$  pour les cas où  $F_c$  est constante (ligne épaisse) et de forme carrée lorsque  $F_{c,min} = 40N$  et  $F_{c,max} = 200N$  pour différentes fréquences de serrage  $f_{ser}$  (ligne épaisse)

Les résultats présentés sur les figures 3.19 à 3.22 montrent que pour les deux formes de force serrage (3.5) et (3.6), l'amplitude de vibration est fluctuante autour de l'amplitude de vibration lorsque la force de serrage est constante de valeur égale  $(F_{c,min} + F_{c,max})/2$ . Ce résultat n'apporte pas plus d'avantages par rapport au résultat de la deuxième loi de contrôle. Ce fait est vrai pour les cas où l'amplitude moyenne de serrage est moyenne  $(F_{c,min} + F_{c,max})/2 = (60 - 40)/2 = 10N$ , voir figures 3.19 et 3.21, et où l'amplitude moyenne de serrage est plus importante  $(F_{c,min} + F_{c,max})/2 = (200 - 40)/2 = 80N$ , voir figures 3.20 et 3.22. En augmentant l'amplitude moyenne de serrage, les fluctuations deviennent importantes. Pour le cas où  $((F_{c,min} + F_{c,max})/2) \rightarrow 0$ , les fluctuations disparaissent et l'évolution des amplitudes de déplacement devient monotone comme dans le cas d'une force de serrage constante.

La force de serrage sous la forme (3.5) et (3.6) impose un calcul important pour déterminer la fréquence de serrage pour chaque fréquence et chaque amplitude d'excitation. Ainsi, d'autres lois de serrage plus complexe et plus efficace peuvent être envisagées. Des lois plus complexes peuvent être utilisées et appliquées aux structures assemblées grâce aux potentiels techniques des composants piézoélectriques. En effet, l'utilisation d'un composant piézoélectrique permet d'appliquer une force de serrage variable, telle que la force de serrage sinusoïdal, pour une bande fréquentielle très étendue et pour un temps de réponse très limité. L'utilisation d'une force périodique sinusoïdale est plus efficace que celle de forme carrée utilisée dans [93] pour deux raisons :

- pour éviter le changement rapide de la force de serrage ;
- pour avoir un effet de couplage entre la force de serrage et le déplacement relatif.

La dépendance des amplitudes vibratoires aux amplitudes et fréquences d'excitation est causée par la nature non linéaire du système traité. De ce fait, vient l'intuition de relier les bornes et la fréquence de la force de serrage variable à la fréquence et à l'amplitude d'excitation. La clarification de ces relations est l'objectif de la troisième loi de commande. Pour améliorer les résultats obtenus sur les figures 3.19 à 3.22, on propose une autre loi : une force de serrage sinusoïdale avec une fréquence de serrage multiple de la fréquence d'excitation et avec une phase variable. Cette nouvelle loi de contrôle se base sur quatre paramètres :

- la fréquence de la force de serrage ( $f_{ser}$ ) (un rapport entre la fréquence de la force de serrage et la fréquence du mouvement relatif est cherché) ;
- la phase de la force de serrage ( $\phi_{ser}$ ) ;
- les bornes de serrage ( $F_{c,max}$  et  $F_{c,min}$ ) ;
- la moyenne de l'amplitude de la force de serrage  $((F_{c,max} + F_{c,min})/2)$ .

Ainsi la force de serrage s'exprime sous la forme :

$$F_c(t) = \frac{F_{c,max} + F_{c,min}}{2} + \frac{F_{c,max} - F_{c,min}}{2} \cos(2\pi f_{ser}t + \phi_{ser}) \quad (3.7)$$

L'amplitude moyenne doit être égale à  $F_{c,optimale}$  extraite de la figure 3.17, pour un exemple  $F_{c,optimale} (F = 100N) \cong 80N$ . L'étape ultérieure est dédiée au choix de  $f_{ser}$  et de  $\phi_{ser}$ . Les fréquences de serrage testées sont les trois premiers multiples de la fréquence d'excitation ;  $f_{ser} = i f_{ex}, \forall i = 1, 2 \text{ et } 3$ .

Pour le régime permanent, suite à une excitation sinusoïdale, le déplacement relatif est sinusoïdal de même fréquence mais avec un déphasage de la phase d'excitation :

$$\delta(t) = x_2(t) - x_1(t) = \delta_0 \cos(2\pi f_{ex}t + \phi_{12}) \quad (3.8)$$

$\delta_0$  et  $\phi_{12}$  sont respectivement l'amplitude et la phase du déplacement relatif entre les masses  $m_1$  et  $m_2$ . La phase de la force de serrage  $\phi_{ser}$  sera calculée à partir de la phase du déplacement relatif  $\phi_{12}$ . Les valeurs de  $\phi_{12}$  et de  $\phi_{ser}$  utilisées pour la simulation du problème à la fréquence  $f_{ex}$  sont déterminées à partir du calcul à la fréquence précédente, voir figure 3.23. Ce retard de calcul de  $\phi_{ser}$  reproduit l'acquisition et le traitement des signaux de capteurs placés sur une structure assemblée réelle.

La force de serrage peut prendre par exemple quatre états en comparaison des déplacements relatifs ; en phase ( $\phi_{ser} = \phi_{12}$ ), en quadrature de phase avancée ( $\phi_{ser} = \phi_{12} + \pi/2$ ), en quadrature de phase retardée ( $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ ) et en opposition de phase ( $\phi_{ser} = \phi_{12} + \pi$ ).

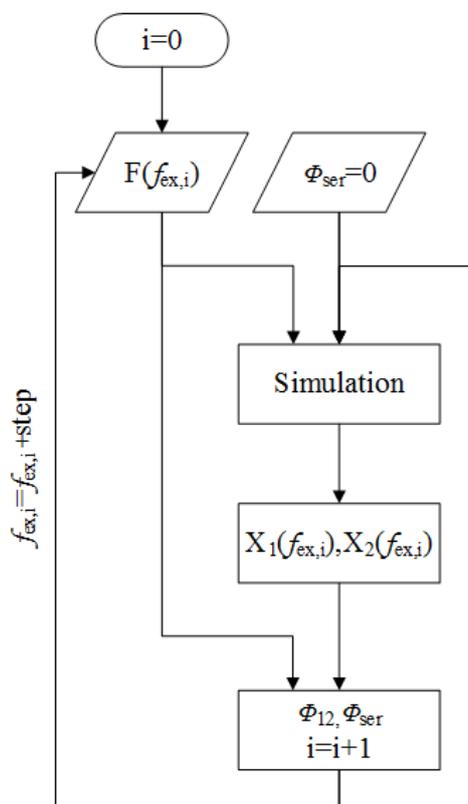


FIGURE 3.23 – Boucle de calcul des amplitudes de vibration dans le cas d’une loi de serrage sinusoïdale.

Les amplitudes de vibrations et les fréquences de résonance sont sensible aux choix de la fréquence ( $f_{ser}$ ) et de la phase ( $\phi_{ser}$ ) de serrage. D’après la figure 3.24, on remarque une grande sensibilité de la réponse vibratoire pour la deuxième harmonique  $f_{ser} = 2f_{ex}$ . De la figure 3.25, on confirme aussi que les phases les plus influentes sont  $\phi_{ser} = \phi_{12} \pm \pi/2$ . Sur les mêmes figures, on observe la présence d’un domaine instable pour le cas synchrone pour la seconde harmonique qui peut être causé par le retard de construction de la phase du déplacement relatif  $\phi_{12}$  (la phase, à une fréquence d’excitation donnée, est calculée à partir de la fréquence d’excitation de l’étape précédente). L’origine de ce domaine instable sera expliquée ultérieurement.

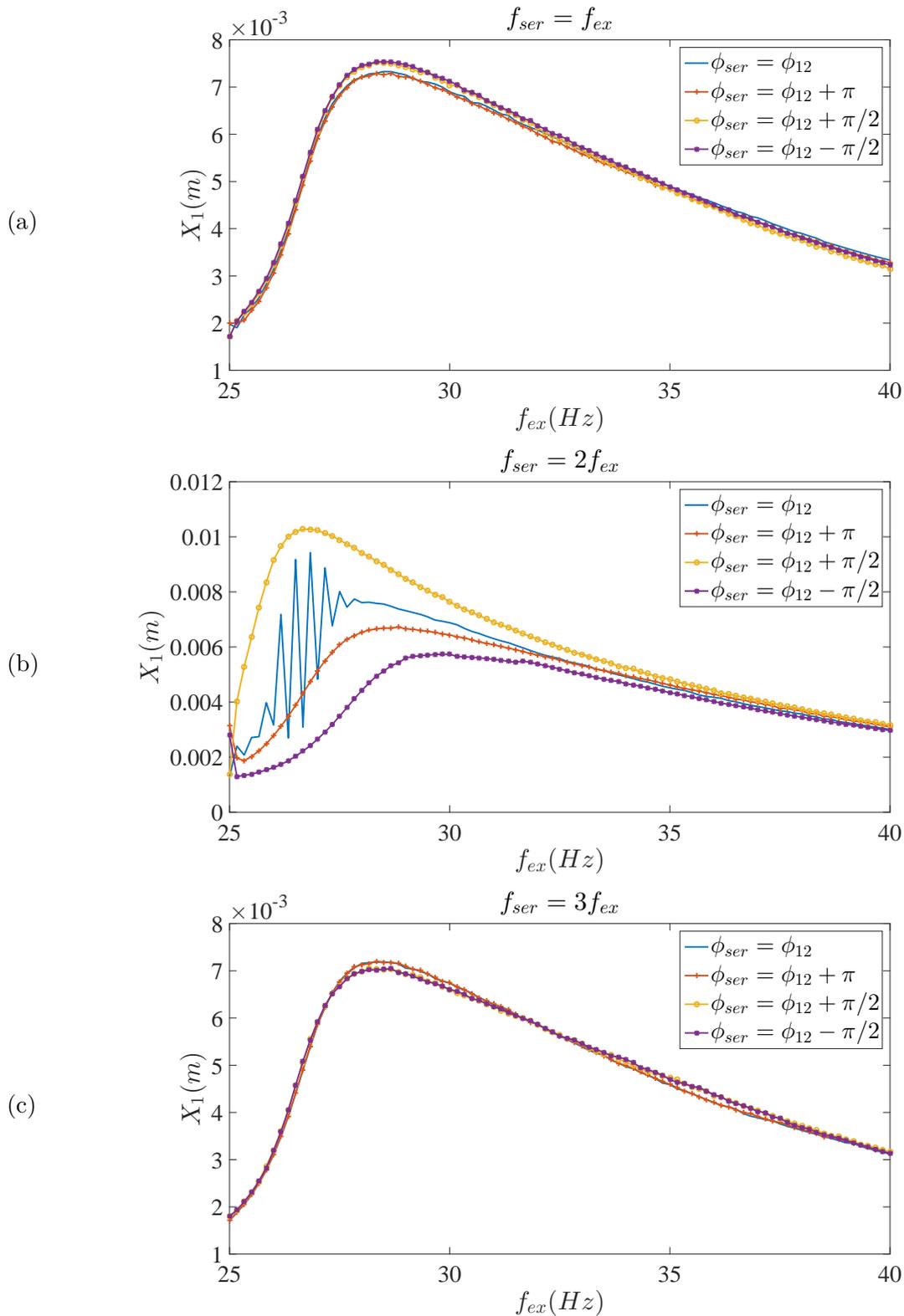


FIGURE 3.24 – Amplitude de déplacement de la masse  $m_1$  en fonction de la fréquence d'excitation lorsque,  $F_{c,min} = 40N$ ,  $F_{c,max} = 80N$ ,  $F = 100N$  et (a)  $f_{ser} = f_{ex}$  (b)  $f_{ser} = 2f_{ex}$ , (c)  $f_{ser} = 3f_{ex}$ .

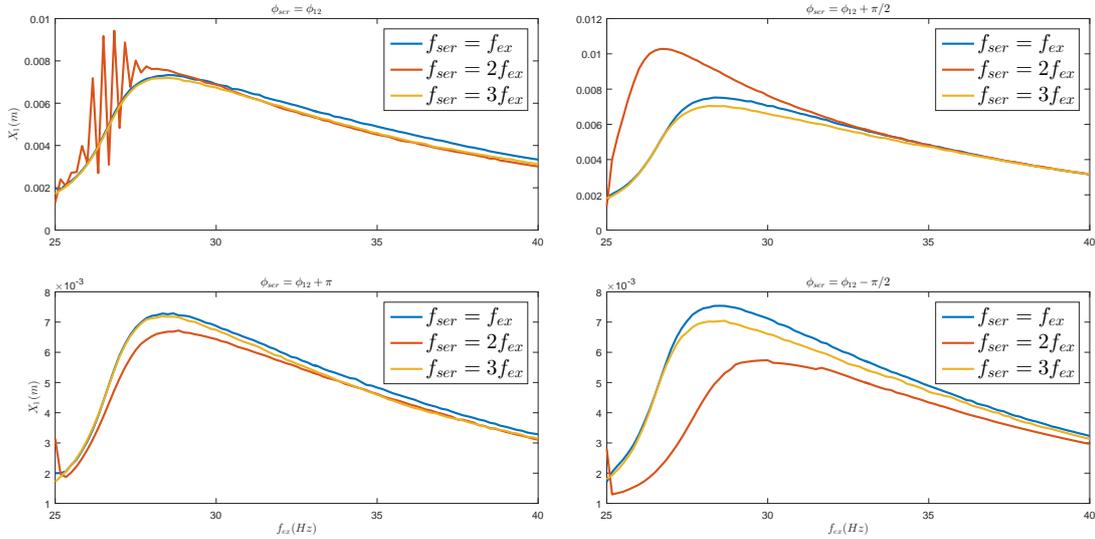


FIGURE 3.25 – Amplitude de déplacement de la masse  $m_1$  en fonction de la fréquence d’excitation lorsque,  $F_{c,min} = 40N$ ,  $F_{c,max} = 80N$  et  $F = 100N$ .

Ainsi, les paramètres appropriés pour la loi contrôle sont  $f_{ser} = 2f_{ex}$  et  $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ . La dernière étape consiste à rechercher les bornes optimales de serrage (ou de déclenchement  $F_{c,max}$  et  $F_{c,min}$ ).

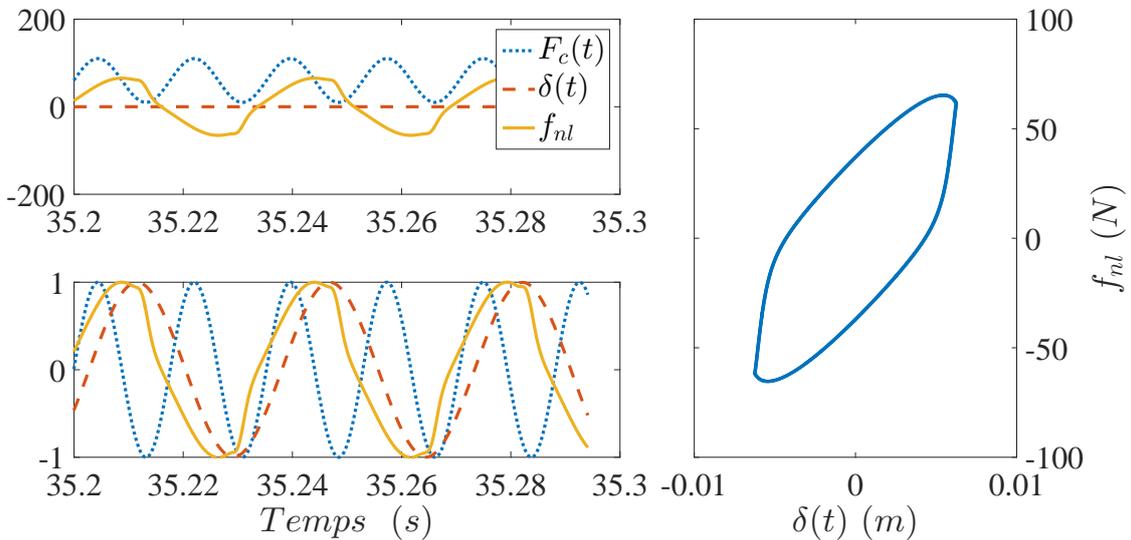


FIGURE 3.26 – Comparaison des formes de la force de déclenchement  $F_c(t)$ , du déplacement relatif  $\gamma(t)$  et de la force résultante de l’élément Jenkins  $f_{nl}(t)$ , et présentation de la boucle d’hystérésis  $f_{nl}(\delta)$  dans le cas où  $F_{c,min} = 10N$ ,  $F_{c,max} = 110N$ ,  $F = 100N$ ,  $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ ,  $f_{ser} = 2f_{ex}$  et  $f_{ex} = 28,33Hz$ .

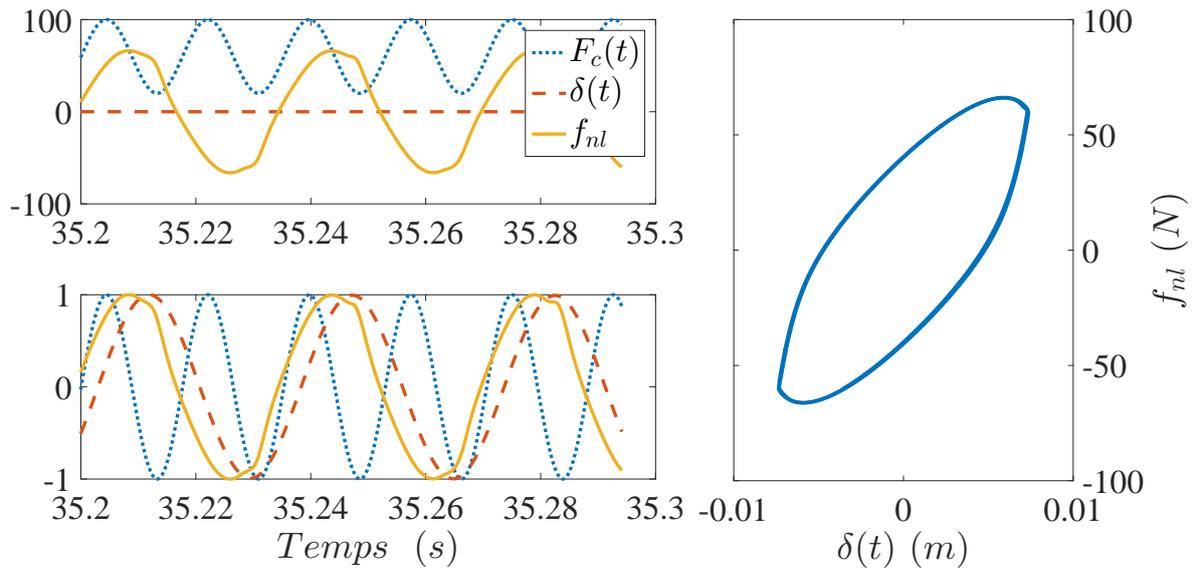


FIGURE 3.27 – Comparaison des formes de la force de déclenchement  $F_c(t)$ , du déplacement relatif  $\gamma(t)$  et de la force résultante de l'élément Jenkins  $f_{nl}(t)$  et présentation de la boucle d'hystérésis  $f_{nl}(\delta)$  dans le cas où  $F_{c,min} = 20N$ ,  $F_{c,max} = 100N$ ,  $F = 100N$ ,  $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ ,  $f_{ser} = 2f_{ex}$  et  $f_{ex} = 28,33Hz$ .

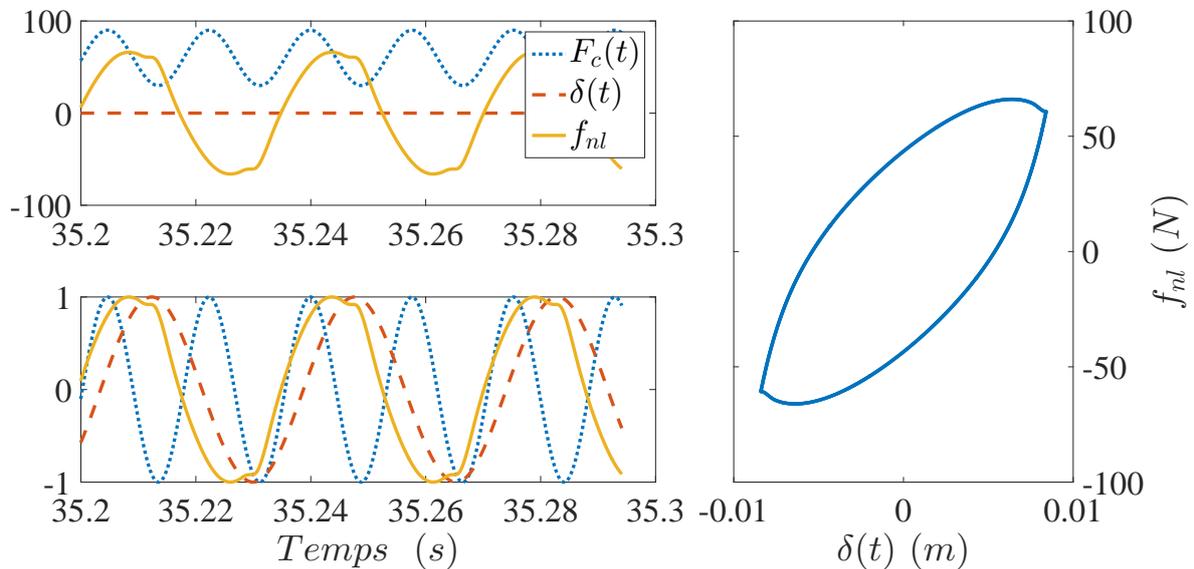


FIGURE 3.28 – Comparaison des formes de la force de déclenchement  $F_c(t)$ , du déplacement relatif  $\gamma(t)$  et de la force résultante de l'élément Jenkins  $f_{nl}(t)$  et présentation de la boucle d'hystérésis  $f_{nl}(\delta)$  dans le cas où  $F_{c,min} = 30N$ ,  $F_{c,max} = 90N$ ,  $F = 100N$ ,  $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ ,  $f_{ser} = 2f_{ex}$  et  $f_{ex} = 28,33Hz$ .

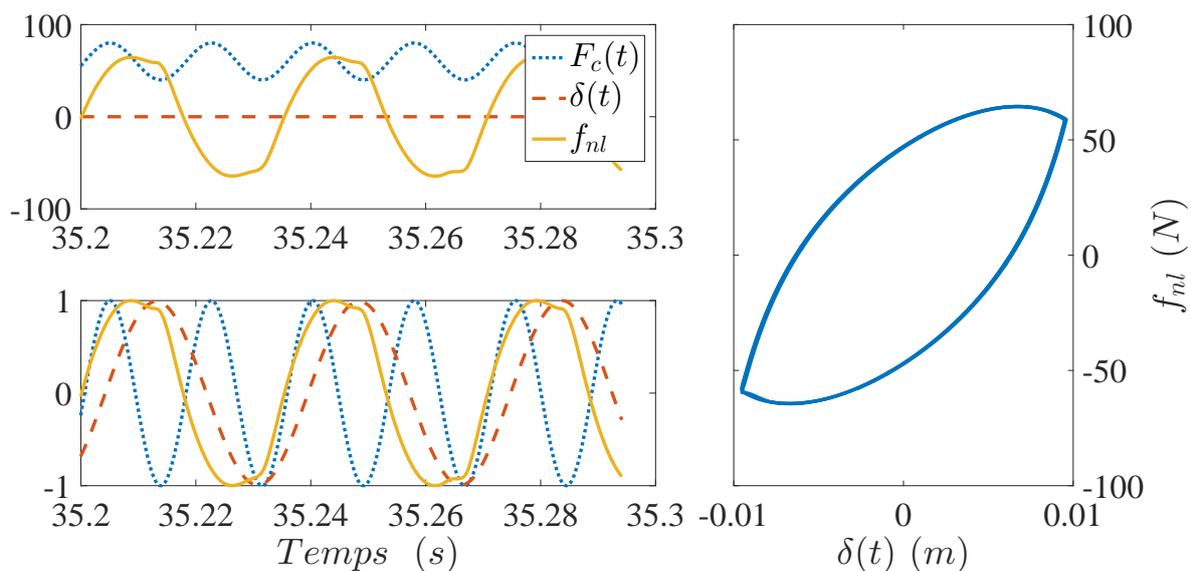


FIGURE 3.29 – Comparaison des formes de la force de déclenchement  $F_c(t)$ , du déplacement relatif  $\gamma(t)$  et de la force résultante de l'élément Jenkins  $f_{nl}(t)$  et présentation de la boucle d'hystérésis  $f_{nl}(\delta)$  dans le cas où  $F_{c,min} = 40N$ ,  $F_{c,max} = 80N$ ,  $F = 100N$ ,  $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ ,  $f_{ser} = 2f_{ex}$  et  $f_{ex} = 28,33Hz$ .

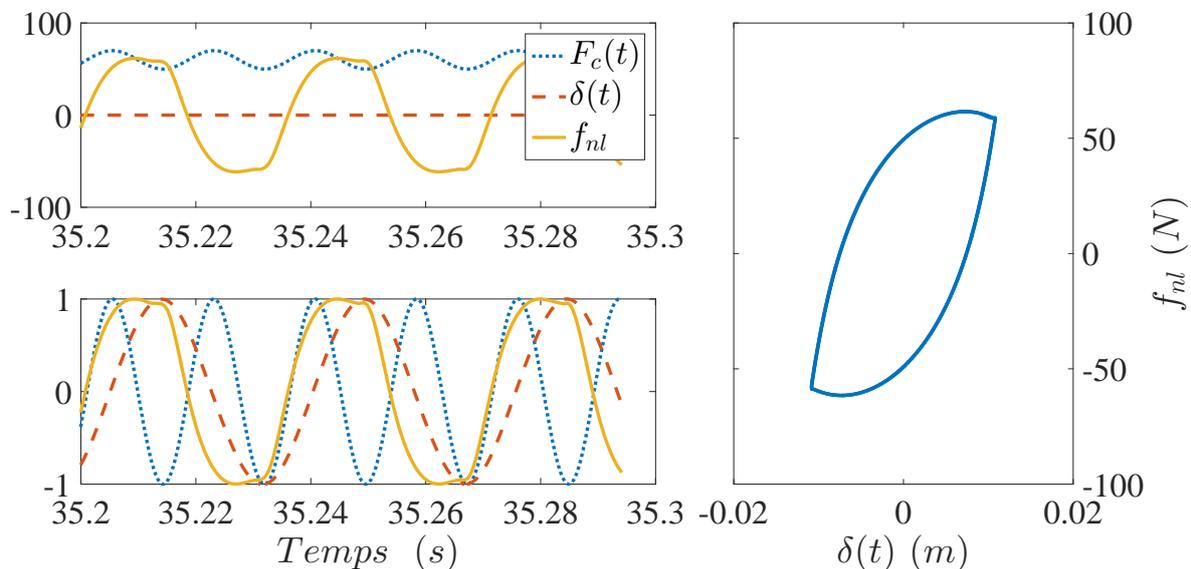


FIGURE 3.30 – Comparaison des formes de la force de déclenchement  $F_c(t)$ , du déplacement relatif  $\gamma(t)$  et de la force résultante de l'élément Jenkins  $f_{nl}(t)$  et présentation de la boucle d'hystérésis  $f_{nl}(\delta)$  dans le cas où  $F_{c,min} = 50N$ ,  $F_{c,max} = 70N$ ,  $F = 100N$ ,  $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ ,  $f_{ser} = 2f_{ex}$  et  $f_{ex} = 28,33Hz$ .

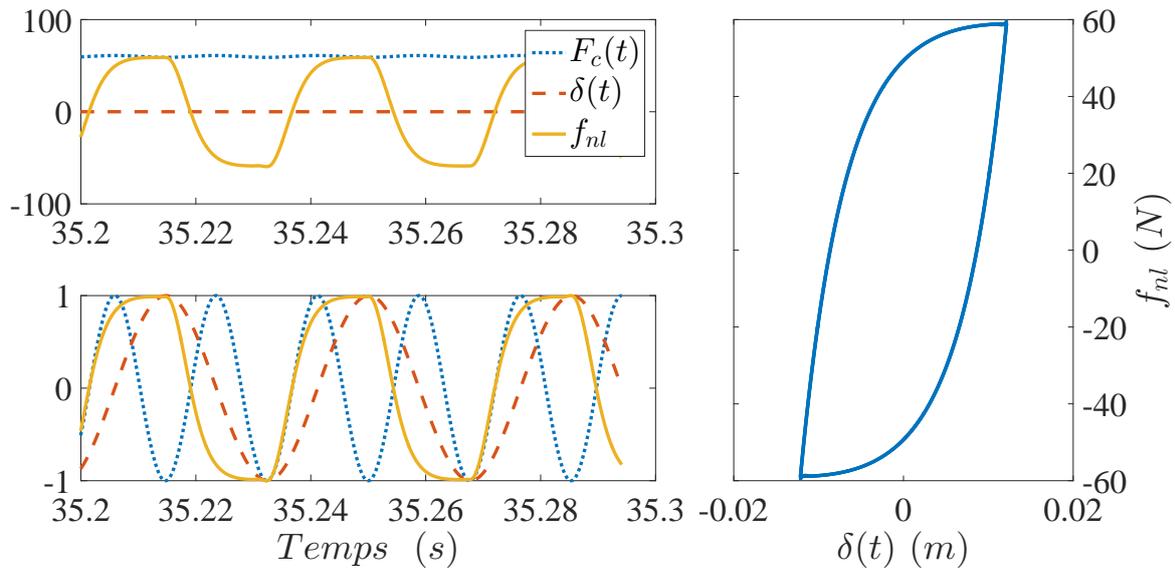


FIGURE 3.31 – La comparaison des formes de la force de déclenchement  $F_c(t)$ , le déplacement relatif  $\gamma(t)$  et la force résultante de l'élément Jenkins  $f_{nl}(t)$  et présentation de la boucle d'hystérésis  $f_{nl}(\delta)$  dans le cas où  $F_{c,min} = 59N$ ,  $F_{c,max} = 61N$ ,  $F = 100N$ ,  $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ ,  $f_{ser} = 2f_{ex}$  et  $f_{ex} = 28,33Hz$ .

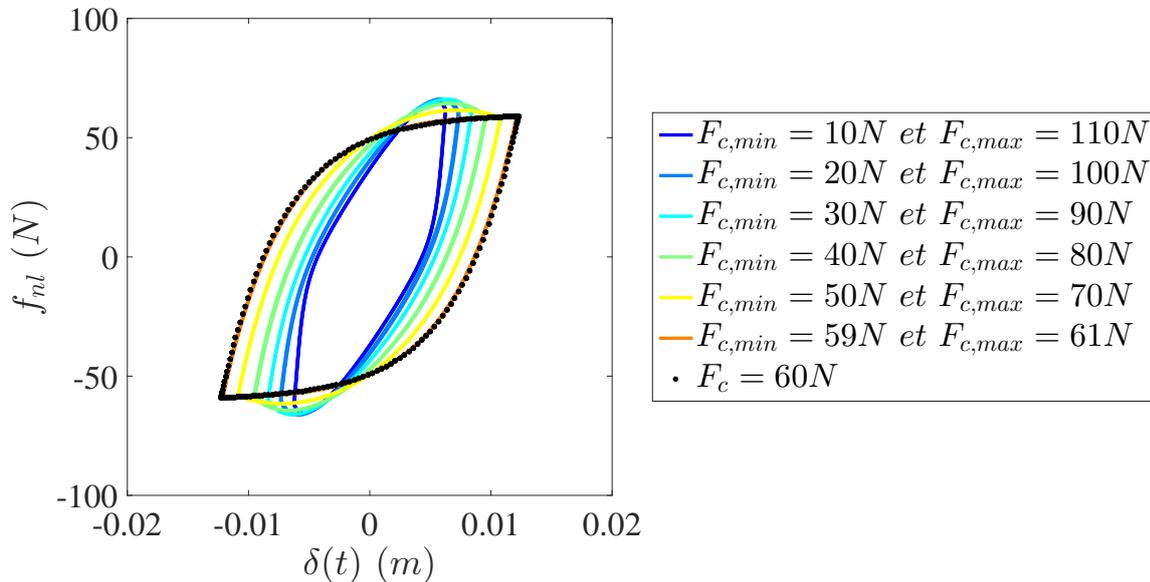


FIGURE 3.32 – Comparaison de la boucle d'hystérésis lorsque la force de déclenchement est sinusoïdale (trait plein) et quand elle est constante (ligne de points) pour le cas :  $F = 100N$ ,  $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ ,  $f_{ser} = 2f_{ex}$  et  $f_{ser} = 2f_{ex}$ .

Sur les figures 3.26 à 3.31, on a présenté pour différentes valeurs limites de serrage d'une part l'évolution de la force de serrage, le déplacement relatif et la force résultante de la cellule de Jenkins en fonction du temps et d'autre part les courbes adimensionnelles pour comparer leurs formes. A droite de chaque figure, la boucle d'hystérésis  $f_{nl}$  en fonction du déplacement relatif est présentée. Plus l'écart entre  $F_{c,min}$  et  $F_{c,max}$  augmente, plus la déformation de la boucle d'hystérésis sera importante comparée au cas où la force de serrage est constante (la forme habituelle de la boucle de Dahl).

Sur la figure 3.26 (pour le cas où on a un écart extrême entre la force de serrage), la variation de la force de serrage engendre une augmentation de la rigidité de couplage entre les masses juste après le changement de signe de la vitesse relative (pente verticale). Cette augmentation continue jusqu'à l'annulation de la force de serrage, puis l'évolution de la  $f_{nl}$  est plus souple (avec une pente plus faible).

Pour conclure, la troisième loi de serrage sinusoïdale sera caractérisée par :

- une fréquence de serrage égale au double de la fréquence d'excitation ( $f_{ser} = 2f_{ex}$ );
- une phase de serrage en retard de phase de  $90^\circ$  par rapport de la phase de déplacement relatif ( $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ );
- une force moyenne d'amplitude de serrage égale à la force de serrage optimale dans le cas de force constante ( $(F_{c,max} - F_{c,min})/2 = F_{c,optimale}$ );
- un écart entre les limites de force de serrage aussi grand que possible sans causer de régime instable ( $gap_{max}$ ).

La force de serrage sinusoïdale s'exprime donc :

$$F_c(t) = F_{c,optimale} + \left( F_{c,optimale} + \frac{gap_{max}}{2} \right) \cos(4\pi f_{ex}t + \phi_{12} - \pi/2) \quad (3.9)$$

Pour une amplitude d'excitation fixe, l'augmentation de l'écart entre les valeurs limites de la force de serrage résulte, d'une part, d'une réduction de vibration pour tout le domaine d'excitation (effet d'amortissement) et d'autre part d'un décalage de la fréquence de résonance vers la droite (effet de raidissement), voir figure 3.33. Pour les écarts importants entre les limites de la force de serrage ( $F_{c,min}, F_{c,max}$ ) (pour tous niveaux d'excitation, voir figure 3.34), des domaines instables apparaissent. Ces domaines sont caractérisés par l'apparition de branches de bifurcation. Cela signifie que dans une bande de fréquence, deux solutions (ou plus) sont disponibles, voir Figures 3.34 et 3.35. La bifurcation peut être provoquée par le calcul de la phase  $\phi_{12}$ . En effet pour une fréquence d'excitation donnée, la phase est calculée à partir de la fréquence d'excitation précédente. La bifurcation peut également être induite par la non-linéarité elle-même qui dépend de la fréquence d'excitation. En effet, les grands écarts entre les limites de serrage augmentent l'effet de la non-linéarité. Dans ce cas, l'amplitude de vibration peut prendre l'une des deux valeurs aléatoirement.

Les branches supérieure et inférieure de  $X_1/F$  de la figure 3.34 augmentent en passant à une amplitude d'excitation plus élevée. Pour une amplitude d'excitation fixe, l'évolution de l'amplitude de vibration présente plusieurs branches de bifurcation, voir figures 3.33 et 3.34. Pour les fréquences d'excitation entre  $27Hz$  et  $28Hz$  et pour  $F = 10N$  de la figure 3.34, il y a trois branches de réponse. Sur la même figure, il y a quatre branches de bifurcation entre  $26Hz$  et  $27Hz$  pour  $F = 200N$ .

En passant d'une branche de bifurcation à une autre, des oscillations de l'amplitude de vibration peuvent apparaître. Ces oscillations ne sont pas dues à une source instable du contrôle actif de

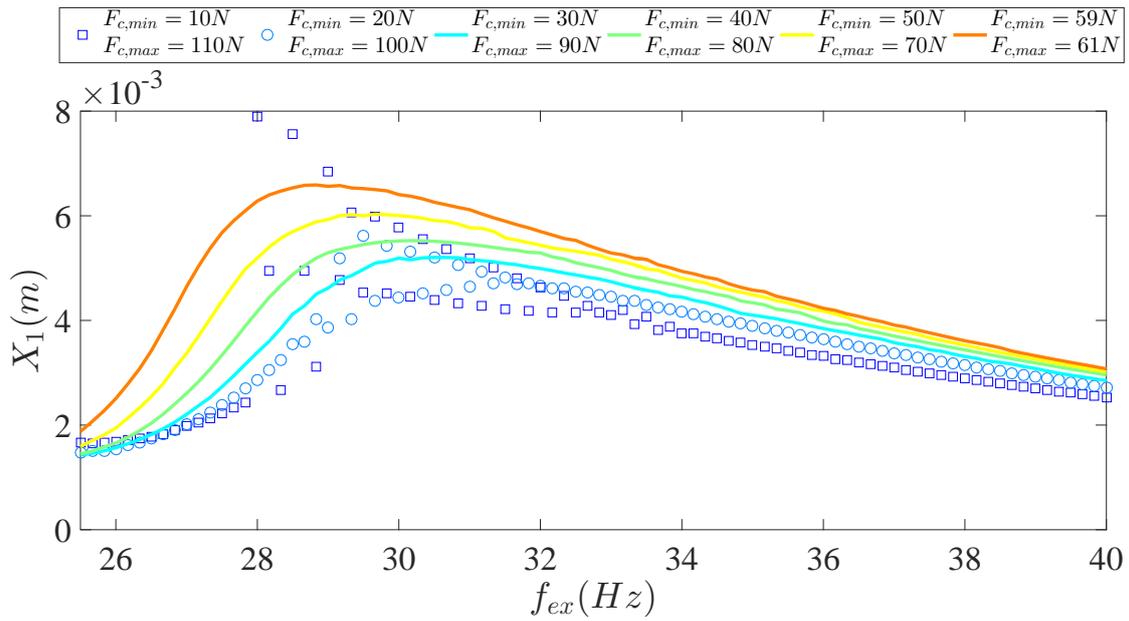


FIGURE 3.33 – Amplitude de déplacement de la masse  $m_1$  en fonction de la fréquence d'excitation pour une force d'excitation  $F = 100N$  et pour six niveaux  $(F_{c,min}, F_{c,max})$  dans le cas d'un retard de phase de  $90^\circ$  ( $\phi_{ser} = \phi_{12} - \pi/2$ ) et  $f_{ser} = 2f_{ex}$ .

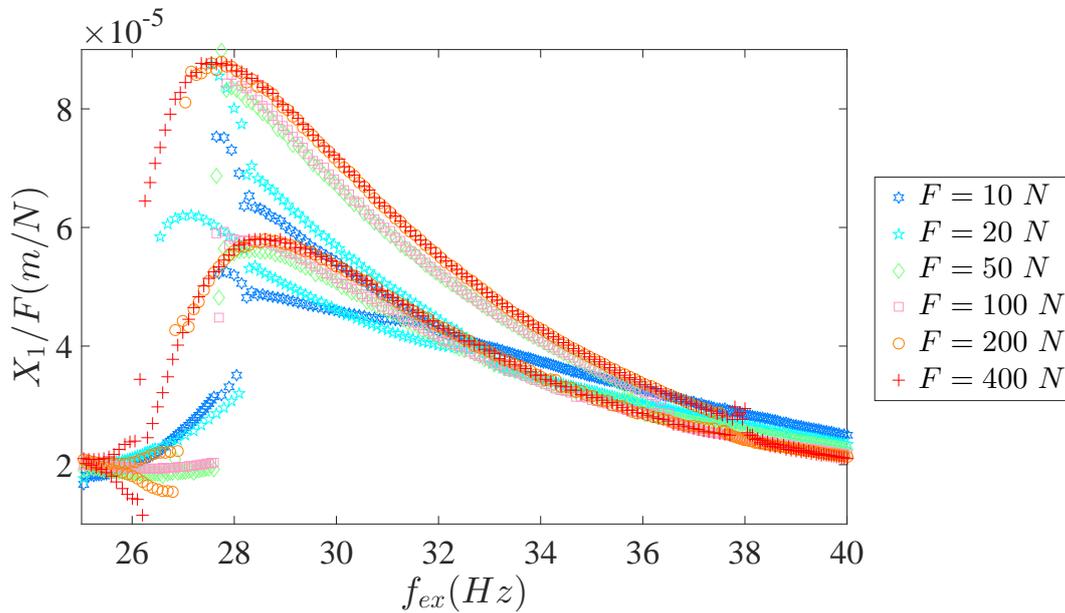


FIGURE 3.34 – Evolution de  $X_1/F$  en fonction de la fréquence d'excitation pour six niveaux de la force d'excitation lorsque  $F_{c,min} = 1N$ .

la force normale. La figure 3.35 montre que pour la branche supérieure les boucles d'hystérésis sont fortement modulées. Cette branche correspond à des amplitudes de vibrations plus élevées

et à des faibles niveaux d'énergie dissipée. La diminution de l'énergie dissipée est illustrée par la forme de la boucle d'hystérésis.

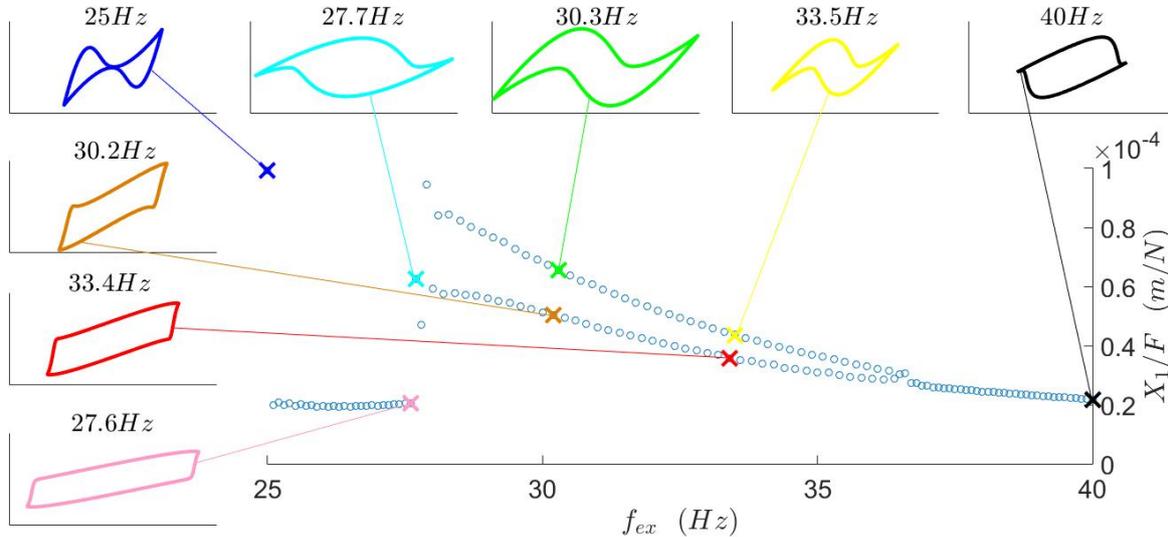


FIGURE 3.35 – Evolution de  $X_1/F$  et de la boucle d'hystérésis lorsque  $F_c$  suit la loi de contrôle,  $F = 100N$ ,  $F_{c,max} = 159N$  et  $F_{c,min} = 1N$ . Le lien entre les deux branches de bifurcation et la boucle d'hystérésis.

Le problème de stabilité ne se pose pas parce que le modèle 2-DDL contrôlé reste intrinsèquement passif ou semi-actif pour chaque fréquence et amplitude d'excitation. Même si une bifurcation se produit, les amplitudes sont encore plus basses par rapport au cas d'un serrage constant. La loi de commande proposée a montré son efficacité pour tous les niveaux d'excitation.

Sur la figure 3.36, on a représenté :

- en lignes interrompues  $X_1(f_{ex})/F$  lorsque la force de serrage est constante  $F_c = 60N$  ;
- en lignes contenues  $X_1(f_{ex})/F$  lorsque  $F_c$  est sous la forme (3.9).

La troisième loi de serrage permet de meilleurs résultats comparés à ceux obtenus avec la deuxième loi où la force de serrage est constante et optimale, voir figures 3.36 et 3.32. Pour tous les niveaux d'excitation, la loi de contrôle a tendance à forcer la fréquence de résonance à une valeur fixe, voir figure 3.36. La loi de commande proposée a montré sa capacité pour tous les niveaux d'excitation, voir la figure 3.36. Même pour les cas limites de force de serrage extrêmes, la bifurcation ne génère pas de pics, l'amplitude reste bornée, voir figure 3.37.

Même en raffinant le pas de la fréquence, on remarque toujours l'existence des bifurcations, comme le montre la figure 3.37. On peut en déduire que la bifurcation est induite par la non-linéarité de frottement comme montré dans [16, 15] et non par le retard de calcul de la phase  $\phi_{ser}$ . Sur la figure 3.37, on a montré qu'un décalage de phase de 1% de la phase de la force de serrage n'affecte pas sa performance. En plus, ce décalage améliore la performance de la loi de contrôle pour toute la bande de fréquence autour la fréquence de résonance. On remarque aussi, sur la figure 3.37 (pour  $F = 100N$  par exemple), que le décalage de 1% de la phase déplace la bande de fréquence où se situe les bifurcations.

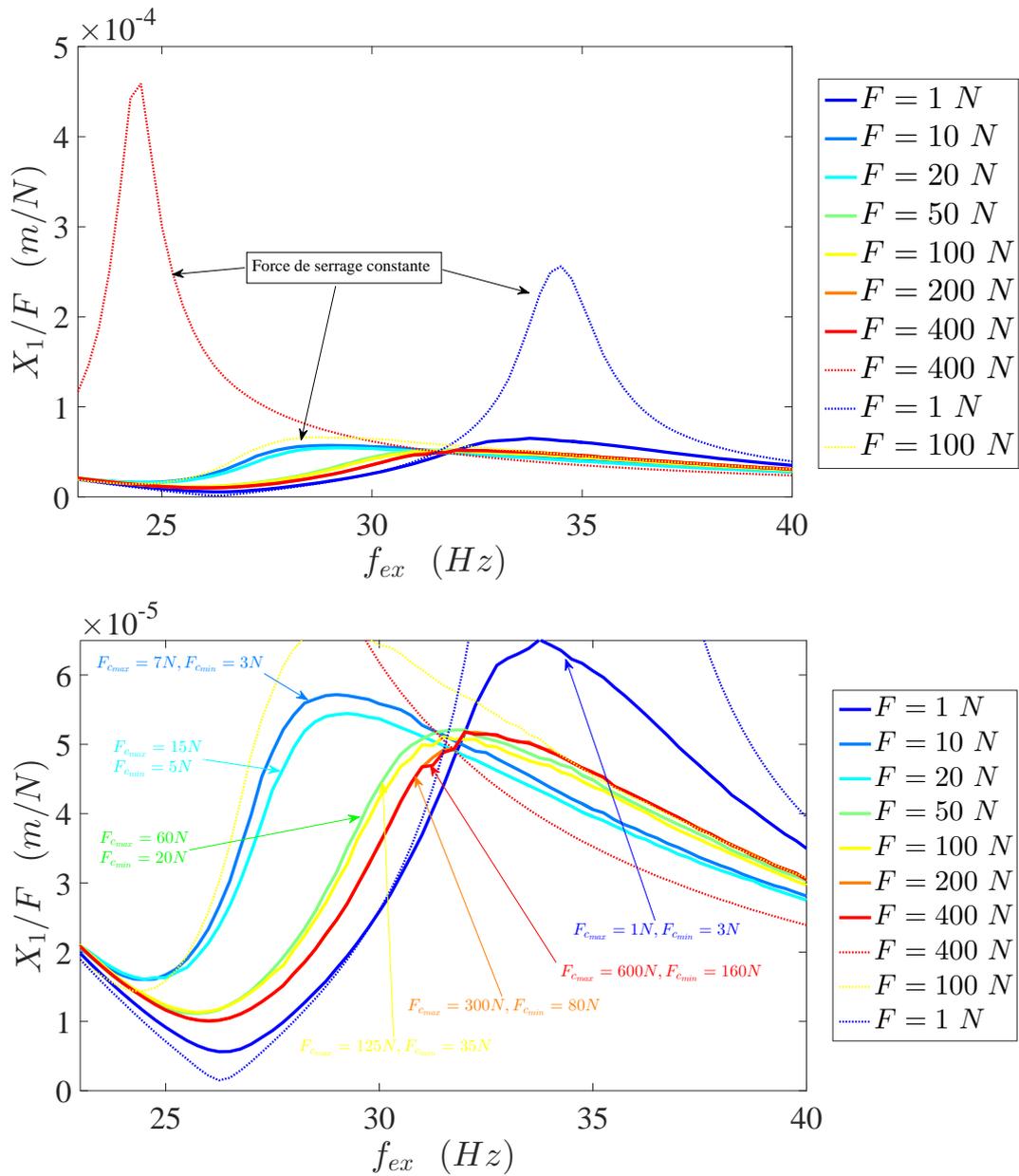


FIGURE 3.36 – Comparaison de  $X_1/F$  pour différents niveaux d'excitation dans deux cas :  $F_c$  est constant  $F_c = 60\text{ N}$  (lignes interrompues) et  $F_c$  suit la loi de contrôle (lignes contenues).

Les résultats discutés ci-dessus montrent que la présence de domaine de solutions multiples, des bifurcations, est sensible à la phase de commande de la force de serrage. En plus, ils montrent que cette instabilité n'est pas due au retard de calcul de la phase, mais à la non-linéarité de frottement pour les amplitudes extrêmes de la force de serrage.

A titre comparatif, un décalage de 10% entraîne une disparition des branches de bifurcation. Mais pour ce décalage l'amplitude obtenue n'est plus intéressante parce qu'elle dépasse les amplitudes dans le cas de  $F_c$  constante et optimale (Figure 3.38).

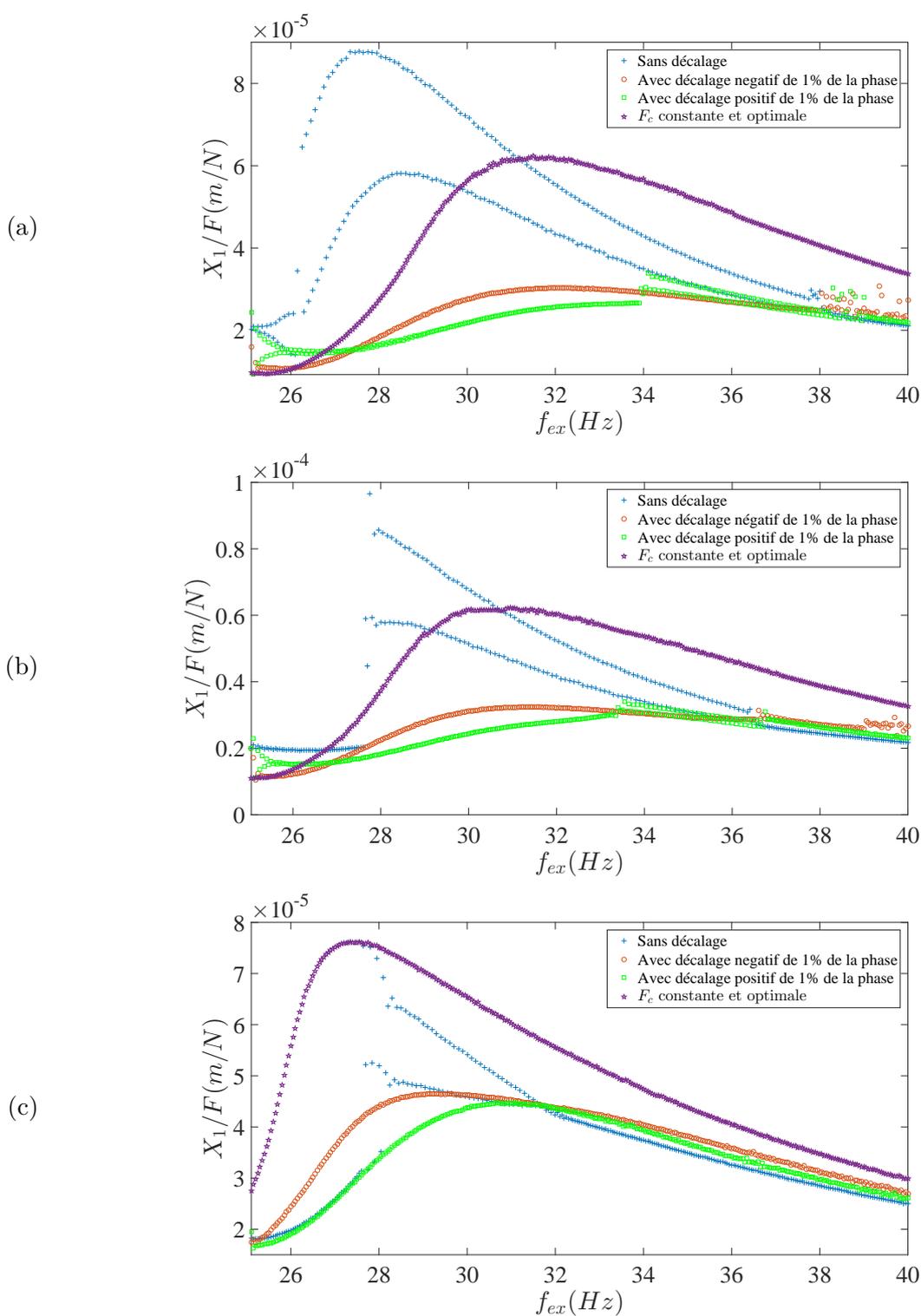


FIGURE 3.37 – Evolution de  $X_1/F$ , pour trois niveaux d'excitation (a)  $F = 400N$  (b)  $F = 100N$  et (c)  $F = 10N$ , lorsque  $F_c$  est harmonique sans décalage et avec un décalage négatif et positif de 1% de la phase de la force de contrôle (avec  $F_{c,min} = 1N$ ) et lorsqu'elle est constante et optimale.

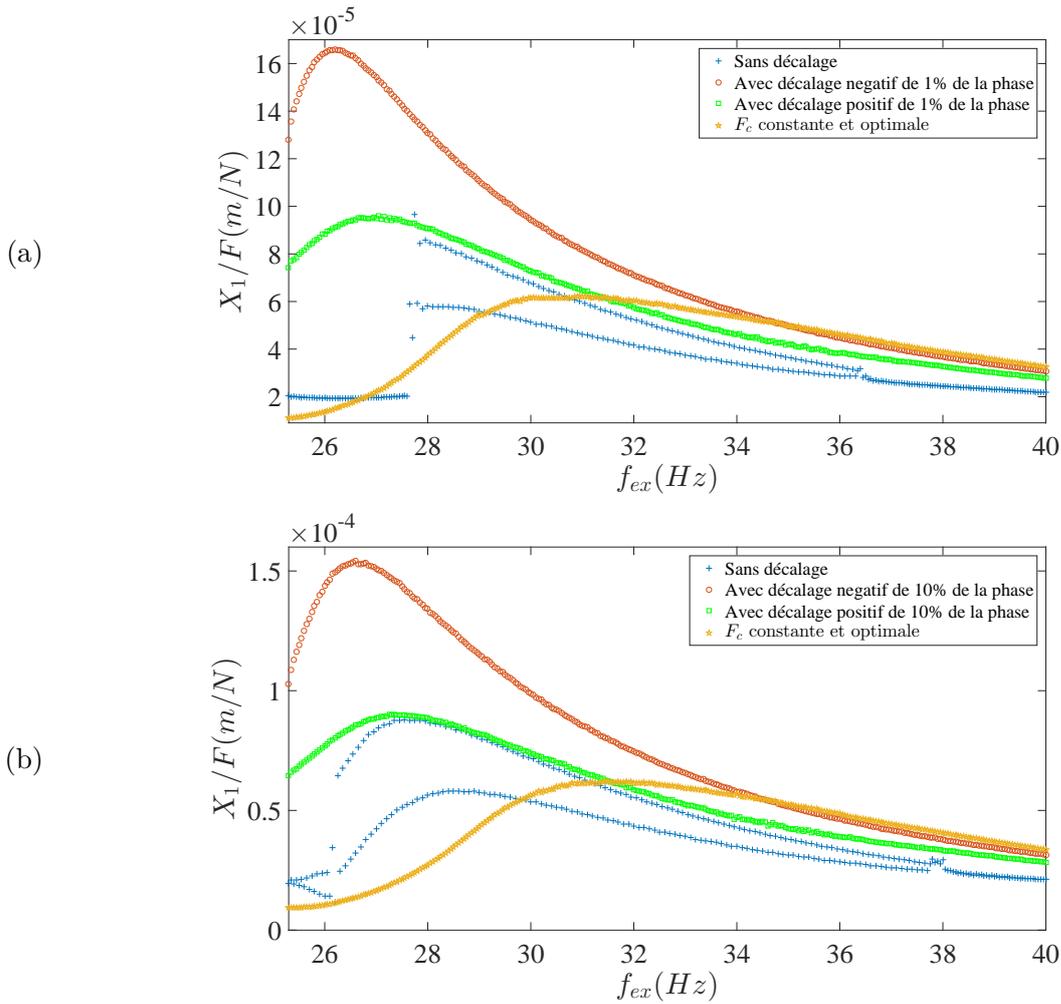


FIGURE 3.38 – Evolution de  $X_1/F$ , pour deux niveaux d'excitation (a)  $F = 100N$  et (b)  $F = 400N$ , lorsque  $F_c$  est harmonique sans décalage et avec un décalage négatif et positif de 10% de la phase de la force de contrôle (avec  $F_{c,min} = 1N$ ) et lorsqu'elle est constante et optimale.

### 3.5 Loi de commande de la force de serrage pour le régime transitoire

Pour tester l'effet d'une force de serrage constante sur l'atténuation des amplitudes, on annule l'amortissement modal ( $\xi = 0$ ). Ainsi, le système de 2-DDL prend la forme de l'équation (3.10).

$$\left\{ \begin{array}{l} \begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_{12} & -k_{12} \\ -k_{12} & k_2 + k_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -f_{nl} \\ f_{nl} \end{pmatrix} \\ x_1(0) = x_2(0) = 0 \\ \dot{x}_1(0) \neq 0, \dot{x}_2(0) \neq 0 \end{array} \right. \quad (3.10)$$

Sur la figure 3.39, on présente l'amplitude de déplacement de la première masse après une résolution de l'équation (3.10) avec un schéma temporelle de Runge Kutta d'ordre 4.

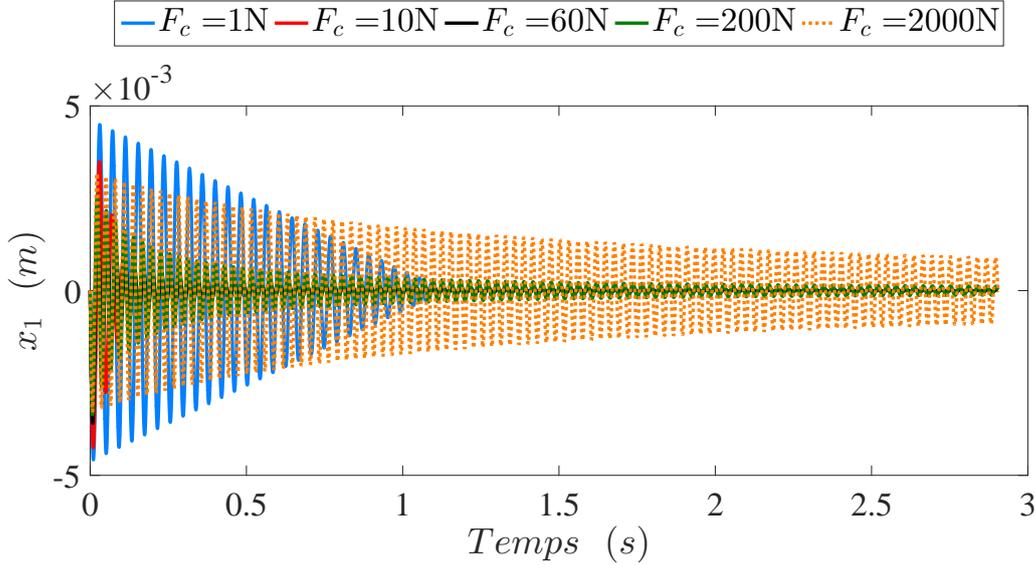


FIGURE 3.39 – Comparaison de l'effet d'une force de serrage constante sur l'atténuation des amplitudes de vibration.

De la figure 3.39, on confirme qu'aux premiers moments après l'excitation, les faibles niveaux de la force de serrage provoquent les amplitudes vibratoires les plus hautes. Cet effet est expliqué par le manque de rigidité globale du système. Dans la phase de stabilisation, plus la force de serrage est faible, plus les amplitudes sont faibles grâce à l'énergie dissipée par frottement dans la première phase de la réponse. De ces deux faits, on peut affirmer que l'application d'une force de serrage constante n'est pas optimale pour le régime transitoire.

La loi de contrôle la plus simple est inspirée de travaux de Dupont *et al.* [52] et de Gaul et Nitsche [64] pour une excitation impulsionnelle. Cette loi de serrage alterné se présente sous la forme de l'équation (3.11). Cette loi de contrôle permet de maximiser l'énergie instantanée dissipée par frottement [52, 64].

$$F_c(t) = \begin{cases} F_{c,max} & \text{si } \dot{\delta}(t) > 0 \\ F_{c,min} & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (3.11)$$

La loi de commande (3.11) minimise le retour de l'énergie stockée par frottement au système. Pour cette loi de contrôle le système à 2-DDL est affecté principalement par le niveau inférieur de la force de serrage  $F_{c,min}$ , voir figure 3.40. Plus le niveau inférieur de la force de serrage est minimal, plus l'amortissement est important. Dans la phase initiale, il est nécessaire d'augmenter l'écart entre les niveaux de serrage pour maximiser l'amortissement. Le niveau supérieur de la force de serrage n'a pas d'effet sur l'amplitude de vibration lors de la phase de stabilisation. De plus, appliquer une force de serrage alternée est plus efficace que la force de serrage constante.

Cet avantage existe pour les deux phases : la première phase (grandes amplitudes de vibration) et la phase de stabilisation (faibles amplitudes de vibration), voir figure 3.40.

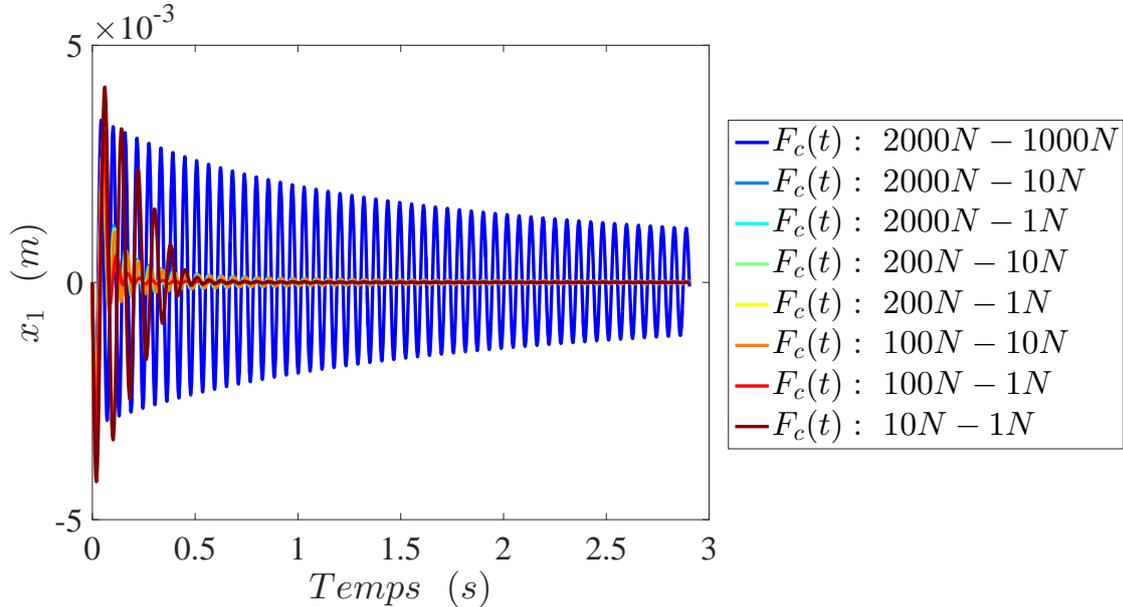


FIGURE 3.40 – Comparaison de l'effet d'alternance de la force de serrage sur l'atténuation des amplitudes vibratoires.

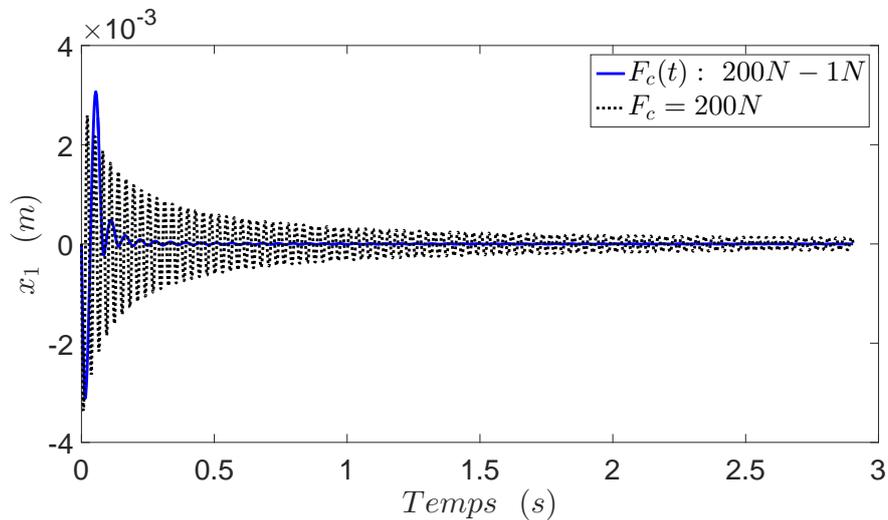


FIGURE 3.41 – Amplitude de déplacement de la masse  $m_1$  dans les cas : (trait plein) force de serrage alternée et (en pointillé) force de serrage constante.

Dans [52, 64], les auteurs ont introduit “une couche intermédiaire”  $\epsilon$  pour régulariser la discontinuité de la force de serrage. La version améliorée de la loi (3.11) s'écrit sous la forme :

$$F_c(t) = \begin{cases} F_{c,max} & \text{si } \dot{\delta}(t) \geq \epsilon \\ \frac{F_{c,max}+F_{c,min}}{2} + \frac{F_{c,max}-F_{c,min}}{2} \cos\left(\frac{\pi\dot{\delta}}{\epsilon}\right) & \text{si } 0 < \dot{\delta}(t) < \epsilon \\ F_{c,min} & \text{si } \dot{\delta}(t) \leq 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

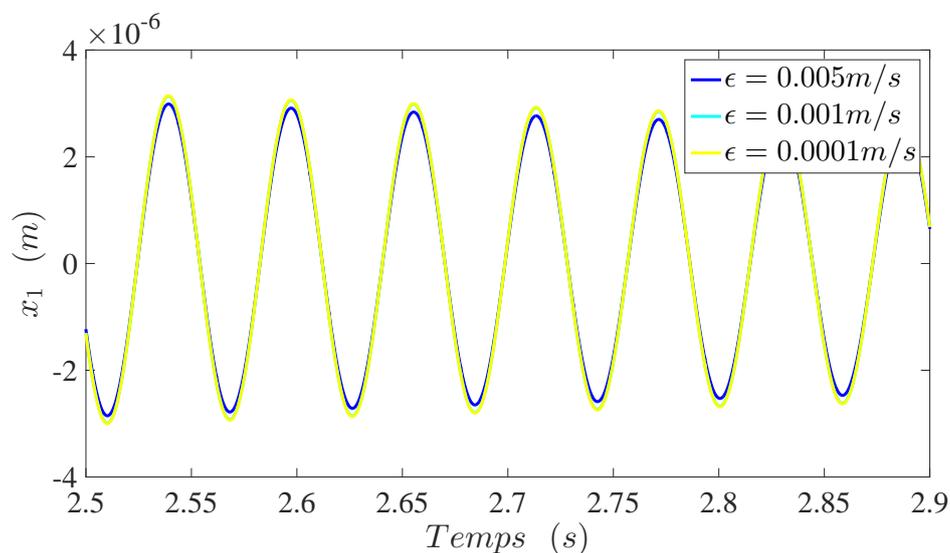


FIGURE 3.42 – La réponse temporelle de la masse  $m_1$  à la phase de stabilisation pour trois niveaux de couche intermédiaire  $\epsilon$  dans le cas où  $F_{c,max} = 200N$  et  $F_{c,min} = 1N$ .

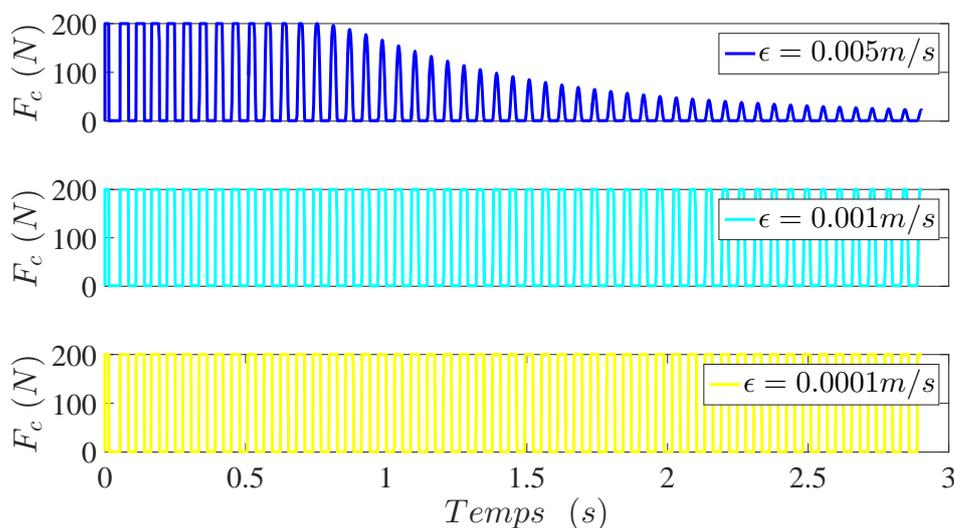


FIGURE 3.43 – Evolution de la force de serrage pour trois niveaux de couche intermédiaire  $\epsilon$  dans le cas où  $F_{c,max} = 200N$  et  $F_{c,min} = 1N$ .

Le niveau de la couche intermédiaire  $\epsilon$  n'a pas d'effet ni dans la première phase de la réponse ni dans la phase de stabilisation. Mais, il est important d'augmenter cette couche intermédiaire

pour réduire l'alternance de la force de serrage, voir figures 3.42 et 3.43.

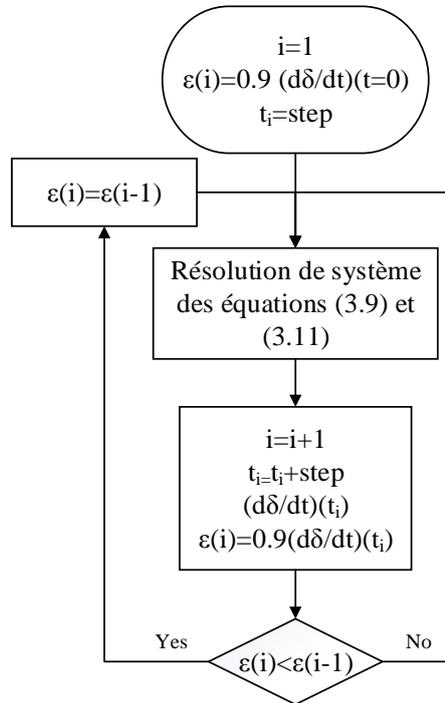


FIGURE 3.44 – Algorithme de calcul.

Dans un système réel, nous ne pouvons pas prédire la vitesse relative maximale, mais nous pouvons calculer la couche intermédiaire  $\epsilon$  suite à l'acquisition des signaux des capteurs. Nous proposons ainsi de mettre en place une couche intermédiaire variable. L'algorithme schématisé de la figure 3.44 est utilisé pour obtenir les résultats présentés sur la figure 3.45.

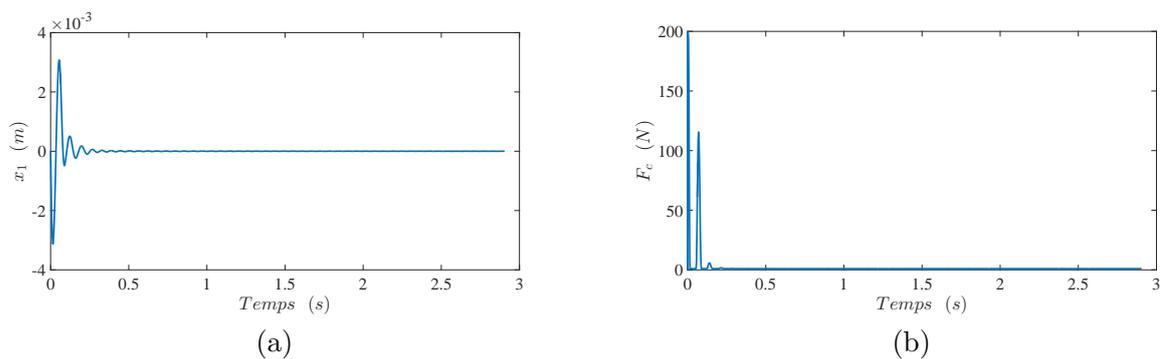


FIGURE 3.45 – (a) La réponse temporelle de la masse  $m_1$  et (b) l'évolution de la force de serrage pour la couche intermédiaire variable  $\epsilon(t)$  lorsque  $F_{c,max} = 200N$  et  $F_{c,min} = 1N$ .

La mise en oeuvre d'une couche variable intermédiaire  $\epsilon(t)$  :

- élimine les variations inutiles de la force de serrage, voir figure 3.45(b), pour une même

- efficacité de la loi de contrôle, voir Figure 3.45(a) ;
- minimise le besoin d'énergie pour le contrôle de la force de serrage.

### 3.6 Conclusions

Dans ce chapitre, nous avons adapté le système à 2-DDL du deuxième chapitre pour tester les lois de contrôle. Pour ce système, trois lois de serrage sont proposées pour contrôler les vibrations en régime permanent suite à une excitation harmonique. La première loi consiste à commuter entre deux valeurs de force de serrage. Cette commande est plus efficace lorsque le coefficient de couplage énergétique des assemblages est important.

La deuxième loi consiste à appliquer une force de serrage optimale constante pour chaque niveau d'excitation. Numériquement, on a constaté que l'évolution de la force de serrage optimale en fonction de la force d'excitation peut être approximée linéairement. Et on a trouvé qu'au-dessus de la force de serrage optimale les amplitudes vibratoires sont peu sensibles à l'augmentation de la force de serrage.

La troisième loi est dénommée «loi de contrôle par phase» et elle est plus efficace que la deuxième loi avec une force de serrage constante optimale. Ce résultat est valable pour tous les niveaux d'excitation et pour une large bande de fréquence. Cette loi dépend des amplitudes et des fréquences de l'excitation et du déplacement relatif.

Pour le régime libre, on a amélioré la loi de contrôle qui existe dans la littérature, avec une couche intermédiaire variable. Cette amélioration diminue les alternances de la force de serrage.



## Chapitre 4

# Développements technologiques sur la liaison active

### Sommaire

---

<b>4.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>114</b>
<b>4.2</b>	<b>Contrôle actif</b>	<b>114</b>
4.2.1	Contrôle par rétroaction	115
4.2.2	Contrôle par anticipation	115
<b>4.3</b>	<b>Mesure de l'effort de serrage</b>	<b>117</b>
4.3.1	Mesure de l'effort de serrage par ultrasons	117
4.3.2	Mesure de l'effort de serrage par des jauges de déformation	117
<b>4.4</b>	<b>Conception et dimensionnement de la liaison active</b>	<b>123</b>
4.4.1	La première solution: empilement des rondelles standards	126
4.4.2	La seconde solution: dimensionnement de la rondelle piézoélectrique	132
<b>4.5</b>	<b>Puissance électrique nécessaire pour actionner des rondelles piézo-</b>	
	<b>électriques</b>	<b>142</b>
<b>4.6</b>	<b>Conclusions</b>	<b>145</b>

---

## 4.1 Introduction

Pour les structures assemblées évoluant dans des gammes de fréquences qui comprennent plusieurs fréquences propres, l'ajout d'amortissement est plus efficace que l'utilisation des amortisseurs à masses ajoutées actifs ou passifs. Pour des températures extrêmes ( $< -20^{\circ}C$  et  $> 100^{\circ}C$ ), le frottement de Coulomb fournit des atténuations plus importantes que celles fournies par des polymères. L'amortissement par frottement est souvent inférieur à 5% et il dépend des amplitudes vibratoires. Par conséquent, si l'on veut une capacité d'amortissement par frottement optimisée, le contrôle de la charge normale (force de serrage) afin d'obtenir le maximum d'amortissement est un vrai challenge.

Plusieurs chercheurs ont travaillé sur le contrôle de la force de serrage d'une liaison, dans des structures assemblées, par des rondelles piézoélectriques [65, 128, 60, 61, 93]. Mais dans la littérature, on ne trouve pas de travaux expérimentaux sur le pilotage de ces rondelles. Introduire un boulon actif avec des rondelles piézoélectriques dans une structure assemblée est une tâche délicate. Les difficultés rencontrées sont :

- les capacités (déformation maximale, rigidité,..) et les limites (tension maximale appliquée, contrainte admissible maximale,..) des rondelles piézoélectriques ;
- la quantification des efforts normal et tangentiel au niveau des interfaces de frottement de la structure assemblée.

Malgré ces limitations, la technologie des rondelles piézoélectriques est la seule qui permet de répondre à ces trois critères :

- une vitesse de réponse qui peut suivre les fréquences de contrôle dynamique. On élimine ainsi d'une part les actionneurs thermo-mécanique [27] et d'autre part les systèmes d'amortissement visqueux actif par fluide magnéto-rhéologique [57] ;
- une amplitude de force raisonnable sans l'utilisation des systèmes d'alimentation de refroidissement très encombrant. On élimine ainsi la technique de bobine électromagnétique, l'utilisation des matériaux magnétostrictifs [80, 7] et l'alliage de forme magnétique [90] ;
- un faible encombrement et une consommation énergétique modérée. On élimine ainsi tous les techniques de contrôle actifs comme les amortisseurs à masse ajoutée actifs [57].

Dans ce chapitre, on s'intéresse au contrôle d'une structure assemblée par liaison boulonnée active. La liaison active intègre un actionneur piézoélectrique et un capteur de mesure de tension mécanique de la vis [32, 14]. La rondelle piézoélectrique doit pouvoir fournir une force de serrage de 1000 N lors de l'application de tension électrique opératoire et sans dépasser les précharges dynamiques conseillées au niveau des rondelles piézoélectriques. Les rondelles piézoélectriques standard ne répondent pas à nos critères. Ainsi, il faut passer par une étape de dimensionnement. On va utiliser deux codes d'éléments finis pour le dimensionnement : *ABAQUS* et *COMSOL*. Ces deux logiciels offrent deux méthodes directes et simples pour modéliser la précharge mécanique des boulons d'assemblage.

## 4.2 Contrôle actif

Il y a deux types d'approches de contrôle actif ; la méthode par anticipation (feedforward) et la méthode par rétroaction (feedback). Une structure intelligente ou adaptative est une structure

qui contient des capteurs et des actionneurs couplés avec un contrôleur (pour un exposé complet dans ce domaine, la référence [145] est à consulter).

### 4.2.1 Contrôle par rétroaction

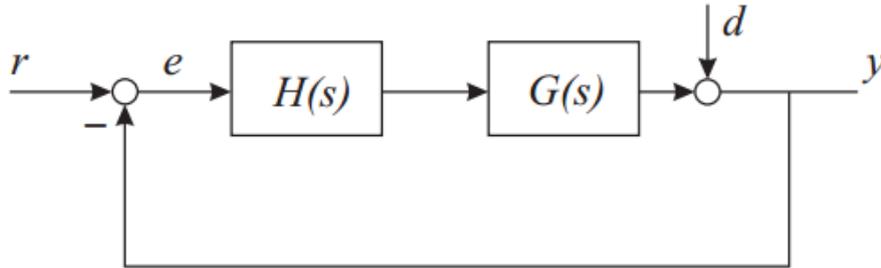


FIGURE 4.1 – Principe du contrôle par rétroaction [145].

Le principe de contrôle par rétroaction consiste à comparer le signal de sortie à un signal d'entrée de référence. Puis le signal d'erreur passe par un compensateur  $H(s)$  avant de s'appliquer au système  $G(s)$ . Pour que le système en boucle fermée soit stable et se comporte convenablement, il faut choisir adéquatement  $H(s)$ . Dans le cas des structures légèrement amorties, la méthode de rétroaction est utilisée pour l'amortissement actif. Pour amortir les pics de résonances, il faut que  $GH \gg 1$  dans les domaines fréquentiels désirés.

L'avantage du contrôle par rétroaction est d'atténuer toutes les perturbations dans le domaine désiré de contrôle. Un modèle de la structure n'est pas nécessaire pour ce type de contrôle. Cette approche est stable et globale.

Le premier inconvénient de cette approche est de ne travailler qu'aux fréquences de résonances. Le deuxième désavantage est que des perturbations peuvent apparaître en dehors du domaine de contrôle. Un autre désavantage de cette approche est une limitation de la bande fréquentielle de contrôle par la fréquence d'échantillonnage.

### 4.2.2 Contrôle par anticipation

Lorsque le signal de référence corrélé avec la perturbation existe, il est intéressant d'utiliser le contrôle par anticipation. Cette méthode est développée pour le contrôle des bruits et des vibrations. Le signal de référence passe par un filtre adaptatif pour fournir un signal source secondaire. Les coefficients de filtrage sont adaptés pour donner un signal d'erreur minimisé en un point ou en plusieurs points de visualisation.

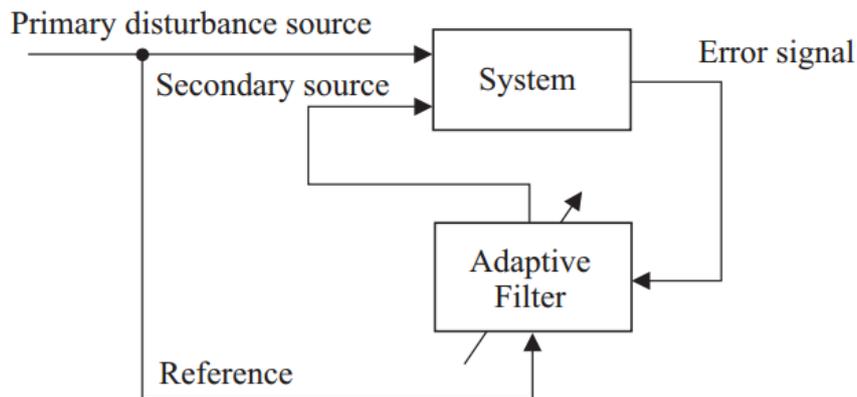


FIGURE 4.2 – Principe du contrôle par anticipation [145].

Les lois de contrôle construites dans le chapitre III peuvent suivre ce schéma de contrôle puisqu'on applique une excitation secondaire qui modifie la force de serrage (Figure 4.3). Pour cette structure, on peut insérer deux accéléromètres placés chacun sur une des poutres pour calculer le déplacement relatif. A partir du déplacement relatif, on détermine la fréquence de serrage  $f_{ser}$  et la phase  $\phi_{ser}$  de la tension électrique appliquée aux rondelles piézoélectrique. Les tensions électriques à appliquer aux rondelles piézoélectriques sont déterminées aussi à partir les valeurs limites de la force de serrage  $F_{c,max}$  et  $F_{c,min}$ .

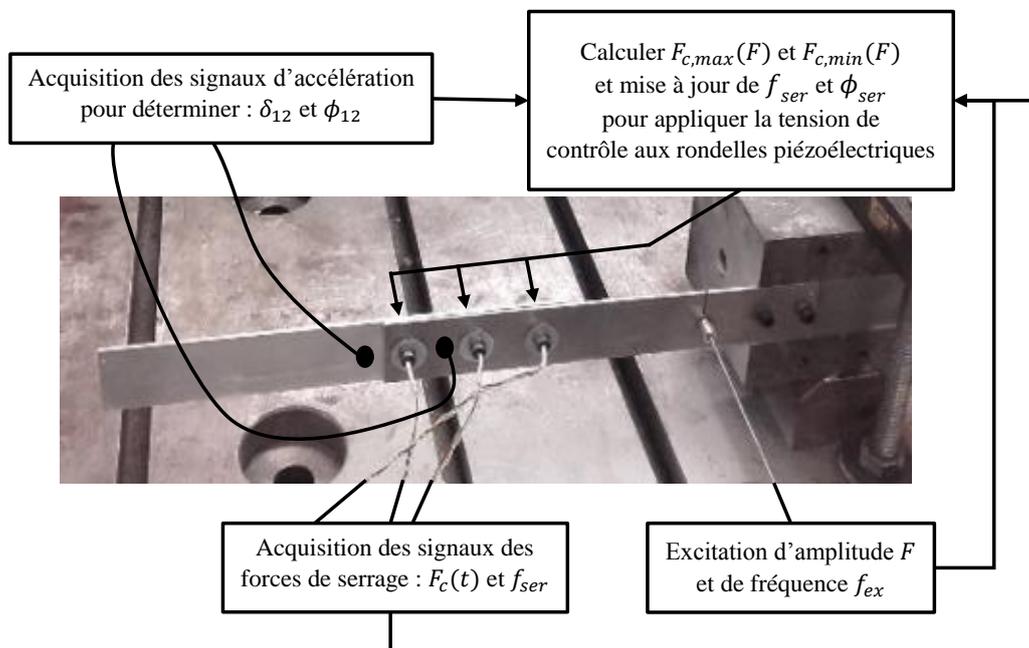


FIGURE 4.3 – Schéma de contrôle de la force de serrage présenté sur une structure assemblée en “lap joint”.

En comparaison avec le contrôle par rétroaction, la bande de fréquence de contrôle par antici-

pation peut être très large. Pour adapter ce principe de contrôle, on n'a pas besoin du modèle de la structure. Le contrôle par anticipation fonctionne parfaitement pour des bandes étroites de perturbation.

La limite de cette approche vient de la nécessité d'avoir un signal de référence. Un autre inconvénient de cette méthode locale est la génération des amplifications de vibration dans une autre partie du système. Le contrôle par anticipation en temps réel impose une grande quantité de calcul, ce qui présente un autre désavantage de ce type de contrôle.

### 4.3 Mesure de l'effort de serrage

Pour contrôler la structure assemblée, il faut trouver un moyen pour mesurer l'effort de serrage appliqué dans la liaison en temps réel. Le développement industriel et technologique propose plusieurs méthodes de mesure de l'effort de serrage d'une liaison qui ne modifient pas la rigidité des structures assemblées.

#### 4.3.1 Mesure de l'effort de serrage par ultrasons

Un émetteur à ultrason peut être placé en contact avec l'extrémité de la vis, il envoie des ondes longitudinales qui vont être réfléchies par l'extrémité opposée, et elles sont captées par le récepteur. Le capteur mesure le temps entre la transmission du signal et la réception de l'écho. Le serrage de la vis engendre un allongement de celle-ci. Cela conduit à une augmentation du temps de mesure. Le niveau de contrainte de la vis a un impact supplémentaire sur la vitesse de propagation de l'onde également connu sous le nom d'effet élasto-acoustique [73]. L'effet de changement de la contrainte est environ 3 fois supérieures à celle prévue par l'allongement seul.

La mesure de la vitesse de propagation est influencée non seulement par la contrainte dans la vis, mais également par la température et les déformations plastiques. Cette méthode provoque des erreurs importantes pour seulement quelques degrés de variation de la température.

#### 4.3.2 Mesure de l'effort de serrage par des jauges de déformation

Les jauges de déformations collées à une pièce traduisent les déformations en variation de résistance électrique. Elles permettent de mesurer des faibles déformations dans le domaine élastique. La mesure ne peut pas s'effectuer directement, car les variations de conductivité de la jauge sont trop faibles pour être mesurées directement avec un ohmmètre. Il est nécessaire de faire un montage en pont de Wheatstone.

Il y a trois types de montage de pont Wheatstone :

1. *Montage en quart de pont* : il est composé d'une seule jauge et trois résistances.
2. *Montage en demi-pont* : il est composé de deux jauges identiques et deux résistances, une seule jauge subira une déformation mécanique. Ce type de montage permet de faire des corrections en température sur les matériaux à mesurer. Il permet aussi de supprimer la composante de traction (ou compression) lors des mesures de flexion.

3. *Montage en pont complet* : il est composé qu'avec des jauges. Il permet d'augmenter la sensibilité aux déformations et de donner des valeurs plus précises et il permet une meilleure correction de température et il permet une suppression plus complète des efforts qu'on veut éliminer.

Pour tester la capacité des jauges de déformation, on a utilisé des vis instrumentées réalisées en collaboration avec la société TEXYS. Les développements technologiques et les études paramétriques sont confidentiels et sous demande de brevet, mais on peut détailler le principe : pour chaque vis, 8 jauges de déformation en pont complet ont été collées sur un cône usiné dans la tête de vis M4. Les jauges de déformation ont été collées tangentiellement et perpendiculairement à la génératrice du cône. Ces jauges sont réparties sur la circonférence tous les  $90^\circ$ , voir figure 4.4. L'étalonnage des vis instrumentées, pour lier la tension aux bornes du pont de jauges à la force de serrage, est détaillé dans l'annexe D. La capacité des jauges permette de détecter une variation de serrage de l'ordre de  $1\text{ N}$  sur une plage allant de 0 à  $1000\text{ N}$ .

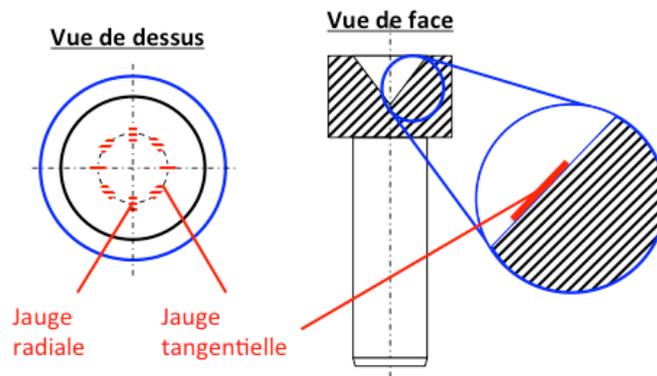


FIGURE 4.4 – Schéma de principe de l'instrumentation des vis.

La déformation radiale de la tête ne dépend pas que de la force de serrage, mais elle dépend aussi des conditions de contact des sous structures assemblées et elle dépend aussi de la rigidité de la liaison. Dans les paragraphes qui suivent, on montre ces effets numériquement et expérimentalement. Dans l'étude qui suit, on traite numériquement la déformation de la tête de vis non usinée et non celle qui contient un cône.

### 4.3.2.1 Déformation de la tête de la vis seule

La modélisation géométrique d'une vis M4 est réalisée en deux dimensions et le problème est traité en axisymétrique, voir figure 4.5. La rigidité de la vis est  $2.1 \times 10^{11}\text{ Pa}$ . Le maillage utilisé est structuré en élément triangulaire pour plus de flexibilité lors de la déformation. Les dimensions de la vis sont : épaisseur de la tête  $2.8\text{ mm}$ , longueur utile de la vis  $10\text{ mm}$  et rayon de tête de vis  $3.9\text{ mm}$ . La précharge mécanique est appliquée au plan médian de la longueur utile de la vis.

On cherche à avoir des conditions aux limites appliquées à la vis équivalentes à un boulon qui serre une structure de rigidité infinie. Pour cela on teste, deux conditions limites :

- un encastrement sous la tête de vis pour simuler un contact parfait et sans glissement ;
- un appui sous la tête de vis pour simuler un contact sans frottement.

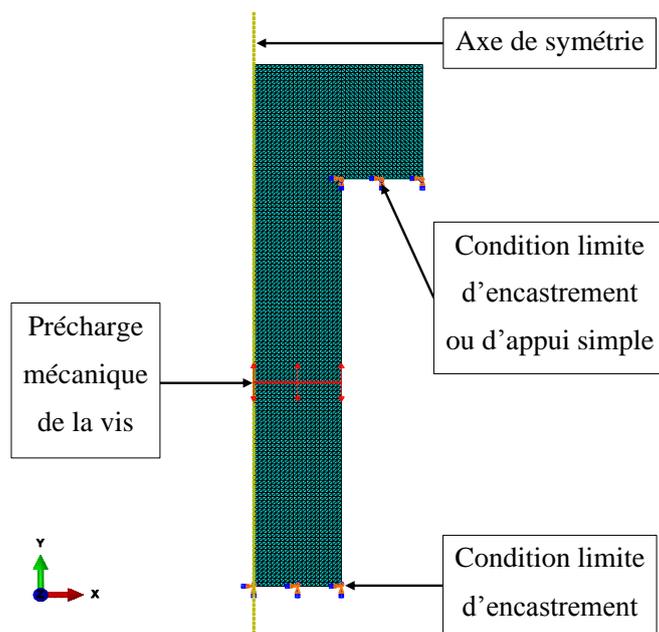


FIGURE 4.5 – Maillage et conditions aux limites appliquées à la vis.

Maillage de taille $10^{-4} m$			
Force applique ( $N$ )	$\sigma_{22}$ ( $10^6 Pa$ )	Pénétration du centre de la tête de vis suivant $\vec{y}$ pour le cas d'encastrement ( $10^{-9} m$ )	Pénétration du centre de la tête de vis suivant $\vec{y}$ pour un appui simple ( $10^{-9} m$ )
1	0.07975	-0.265	-0.252
10	0.7975	-2.65	-2.52
50	3.975	-13.26	-12.60
100	7.975	-26.52	-25.19
200	15.75	-53.04	-50.37
400	32	-106.08	-100.74
800	63.81	-212.16	-201.49
Maillage de taille $5 \cdot 10^{-5} m$			
800	63.795	-223.75	-218.03
Maillage de taille $10^{-5} m$			
800	63.782	-238.05	-238.97

TABLE 4.1 – Evolution de la pénétration du centre de la tête de vis pour différentes valeurs de précharge, de taille de maillage et de conditions limites.

Dans le tableau 4.1, on montre que les conditions aux limites sous la tête de la vis changent l'observabilité de la tension de serrage au niveau du corps de vis. Pour une condition de type appui simple sous la tête de vis, la pénétration du centre de vis est sous-estimée par rapport au

cas de l'encastrement.

D'après le tableau 4.1, la pénétration du centre de la tête de vis suivant l'axe  $\vec{y}$  pour une charge raisonnable appliquée à une vis M4 est de l'ordre d'un dixième de micron. Cet ordre de changement est difficile à capturer par des jauges de déformations. La taille du maillage affecte la valeur de déformation trouvée. Même en raffinant davantage, la valeur de déformation trouvée par l'analyse par éléments finis peut être sous-estimée par rapport à la déformation réelle. Ainsi la construction des abaques, qui relie la déformation de la tête à la précharge mécanique de serrage, par des simulations numériques est une tâche difficile à réaliser. Alors il faut caractériser les vis instrumentées avec des capteurs de force.

#### 4.3.2.2 Déformation de la tête de la vis dans un assemblage

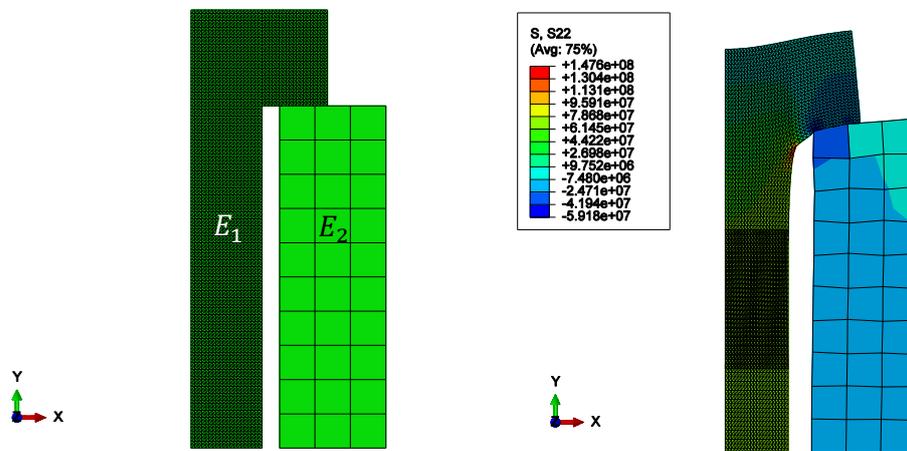


FIGURE 4.6 – Maillage de la vis (de taille  $10^{-4}m$ ) et de la pièce serrée (de taille  $10^{-3}m$ ) et déformation exagérée de 1000 fois de l'ensemble après une précharge mécanique de  $800N$ .

La géométrie et le matériau de la vis traité précédemment sont adaptés pour traiter la déformation de la tête de la vis dans un assemblage. On étudie l'influence de la rigidité des pièces sous la tête de la vis sur la déformation de la tête de vis. On applique une précharge mécanique de  $800N$  ( $63.55MPa$ ) pour un problème de contact et un maillage triangulaire de taille  $10^{-4}m$  (Figure 4.6). Pour cette valeur de précharge, la pénétration du centre de la tête de vis  $\Delta U_2$  (suivant  $\vec{y}$ ) est toujours de l'ordre d'un dixième de micron.

Le comportement des structures assemblées de la figure 4.6 est celui de deux rigidités en série de rigidité équivalente  $E_{eq}$ . La figure 4.7 représente à isocontrainte dans la vis la pénétration de centre de la tête de vis  $\Delta U_2$  en fonction du module d'Young de la pièce serrée. L'évolution de la pénétration du centre de la tête de vis  $\Delta U_2$  en fonction du module d'élasticité de la pièce serrée  $E_2$  est inversement proportionnelle à  $1/E_{eq}$ , voir figure 4.7. Ce fait est expliqué par l'expression de la force de traction,  $F = E_{eq}\Delta U_2$ . Plus le module de Young augmente, plus la pénétration radiale au centre de la vis diminue. Cette étude met en évidence la dépendance de la déformation radiale au centre de la vis à la rigidité de la structure étudiée.

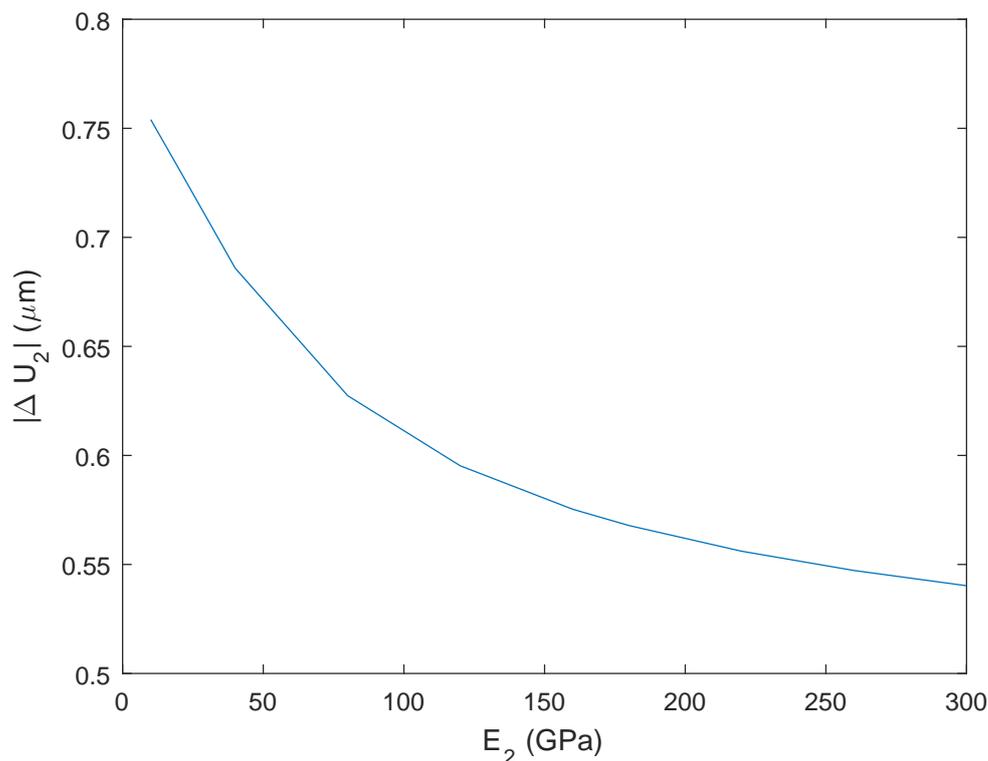


FIGURE 4.7 – Evolution de la pénétration du centre de la tête de vis en fonction du module d'élasticité de la pièce serrée.

#### 4.3.2.3 Caractérisation des vis instrumentées

Dans cette étude, on caractérise les trois vis M4 instrumentées et réalisées en collaboration avec la société TEXYS. Ces trois vis sont développées pour intégrer une structure en “lap joint” assemblée par trois vis. Cette structure est encastree-libre donc on a dénommé les vis par leur position dans la structure assemblée : “Vis extérieure”, “Vis centrale” et “Vis encastrement”. Ces vis M4 sont en titane et elles sont équipées de 8 jauges de déformation chacune. Ce nombre de jauges s'explique par la sensibilité importante nécessaire à la détection des déformations. Le matériel utilisé pour la caractérisation des vis instrumentées et la démarche suivie sont détaillés dans l'annexe D. Les tensions relevées des vis en fonction des forces mesurées par deux capteurs de force sont présentées sur les figures 4.8 à 4.10.

La caractérisation des vis instrumentées consiste à appliquer un couple de serrage à la vis. Le calcul de la force de serrage est assuré par les cellules de force. Le diamètre intérieur de la première cellule de force est de 10.5 mm et il est de 4.76 mm pour la deuxième cellule. A cause de cette différence, on a plus confiance dans les résultats obtenus par la deuxième cellule de force. Pour le cas d'utilisation de la première cellule, on a introduit une rondelle entre la tête de vis et la face supérieure de la cellule de force à cause de son diamètre intérieure de 10.5 mm. On a remarqué une déformation plastique de cette rondelle (la rondelle prend une forme conique). Ainsi, on n'a plus une surface de pression, mais un contour de pression. La différence des conditions aux limites change la déformation de centre de la tête de vis et par

conséquent elle modifie les tensions relevées par les jauges collées sur les vis.

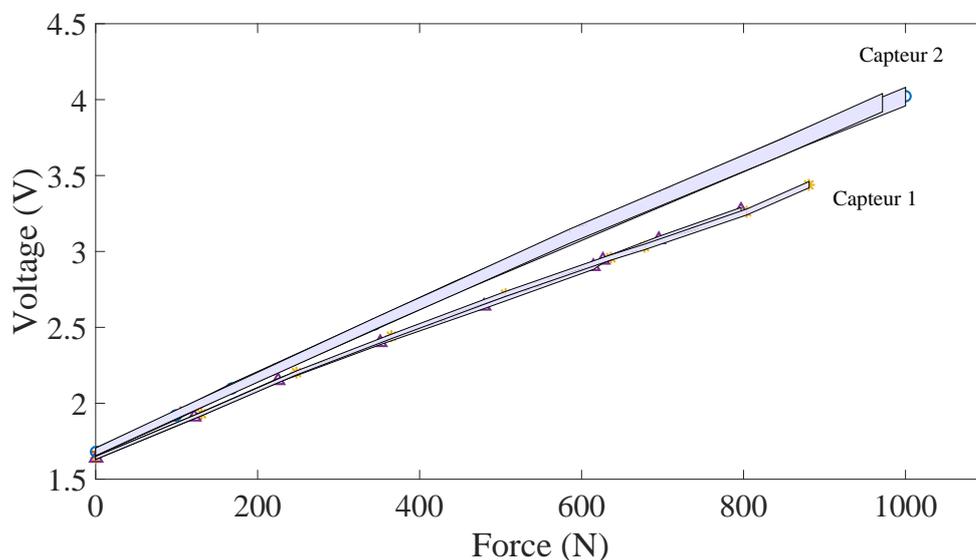


FIGURE 4.8 – Tension relevée de la “Vis extérieure” en fonction de la force mesurée par les deux capteurs de force en présentant la marge d’erreur pour chaque essai.

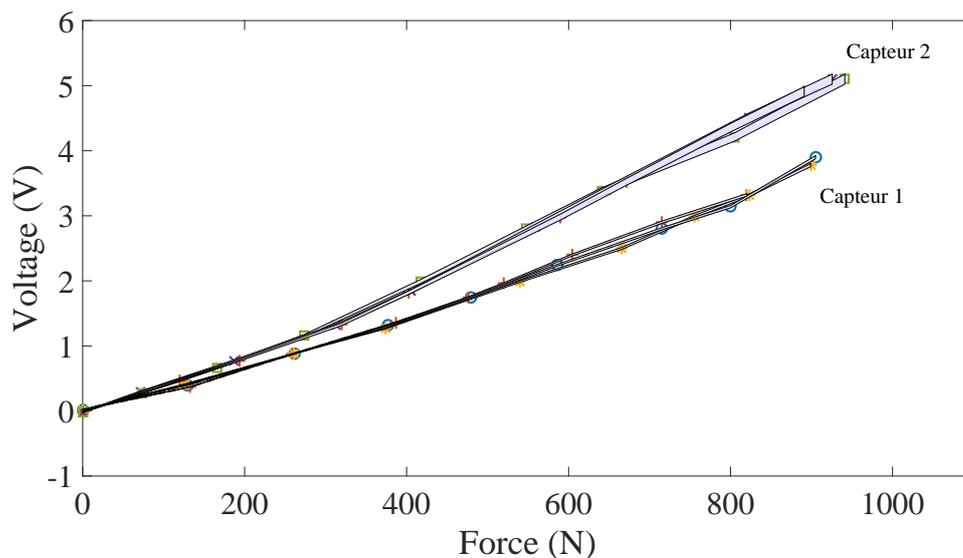


FIGURE 4.9 – Tension relevée de la “Vis centrale” en fonction de la force mesurée par les deux capteurs de force en présentant la marge d’erreur pour chaque essai.

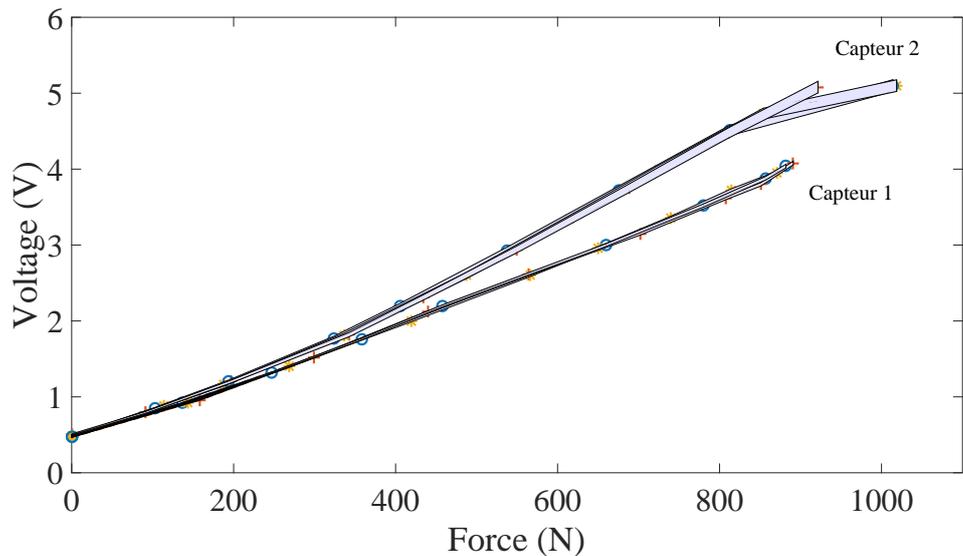


FIGURE 4.10 – Tension relevée de la “Vis encastrement” en fonction de la force mesurée par les deux capteurs de force en présentant la marge d’erreur pour chaque essai.

#### 4.4 Conception et dimensionnement de la liaison active

L’utilisation des rondelles piézoélectriques standard ne fournit pas une marge raisonnable de contrôle des structures assemblées. Ainsi, il faut concevoir et dimensionner de la liaison active. Les étapes qui suivent le perfectionnement du moyen de mesure de la force de serrage sont :

- une étape de test du potentiel de la technologie des piézoélectriques, sous sa forme commerciale actuelle, à contrôler la précharge mécanique des vis instrumentées ;
- une étape d’intégration et d’adaptation de cette technologie pour avoir une liaison active.

Pour effectuer la première étape, une analyse par éléments finis est faite. Le modèle éléments finis d’une liaison active est réalisé en deux dimensions et le problème est traité en axisymétrique, voir figure 4.11. La liaison active comporte nécessairement une rondelle piézoélectrique en PIC252. Elle est composée aussi d’un écrou en acier, d’une vis en titane et de deux plaques en aluminium superposées , voir figure 4.11. Les caractéristiques de ces matériaux sont détaillées dans le tableau 4.2.

	Matériaux			
	Acier	Aluminium	Titane	PIC252
Module d’Young ( <i>Gpa</i> )	200	70	105	voir Annexe E
Coefficient de poisson	0.33	0.33	0.33	
Masse volumique ( <i>kg/m<sup>3</sup></i> )	7850	2900	4940	
Propriétés piézoélectriques et diélectriques	-	-	-	

TABLE 4.2 – Caractéristiques des matériaux.

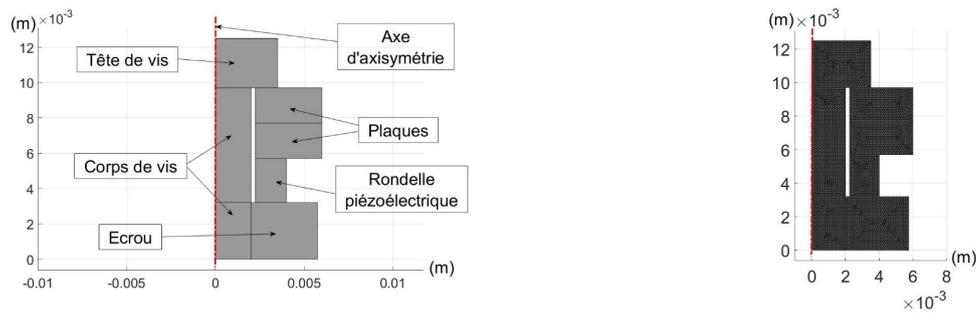


FIGURE 4.11 – Géométrie et maillage de l’assemblage boulonné.

Les résultats de cette section ont été obtenus avec le logiciel *COMSOL* qui permet de réaliser des analyses paramétriques. Cet avantage est possible grâce au module reliant *COMSOL* à Matlab. La rondelle piézoélectrique choisie pour le test est une PD080.3x de “PICMA<sup>®</sup> Chip Actuator” (voir Annexe E). Ses dimensions sont de  $8\text{ mm} \times 4\text{ mm} \times 2.5\text{ mm}$  (Diamètre Extérieur(DE)  $\times$  Diamètre Intérieur(DI)  $\times$  EPaisseur(EP)). Les critères de choix de la rondelle piézoélectrique “PICMA<sup>®</sup> PD080.3x” ont été :

- ses dimensions compatibles avec la vis M4 ;
- sa force de blocage supérieure à  $1\text{ kN}$  ;
- sa plage de déformation axiale de 0.1% dans le cas de passage de 0 à 100 V (dans le cas de rondelle libre) ;
- sa température de fonctionnement étendue (de  $-40^{\circ}\text{C}$  à  $150^{\circ}\text{C}$ ).

Les hypothèses utilisées pour l’analyse sont ;

- les contacts sont parfaits et il n’y a pas de frottement entre les pièces ;
- les surfaces sont parfaitement planes ;
- le domaine d’élasticité des matériaux n’est pas dépassé.

Le test du potentiel de la rondelle PD080.3x est fait par une analyse statique :

- dans un premier temps, on applique une force surfacique initiale à la longueur utile de la vis de  $30\text{ MPa}$  et on extrait la distribution des contraintes axiales et du potentiel électrique (figure 4.12) et on extrait la distribution des contraintes axiales au niveau de la surface inférieure et supérieure de la rondelle piézoélectrique (figure 4.13).
- dans un deuxième temps, on applique une force surfacique initiale à la longueur utile de la vis de  $30\text{ MPa}$  et on applique une déformation axiale initiale de la rondelle piézoélectrique, ensuite on extrait la distribution des contraintes axiales et du potentiel électrique (figure 4.14) et on extrait la distribution des contraintes axiales au niveau de la surface inférieure et supérieure de la rondelle piézoélectrique (figure 4.15).

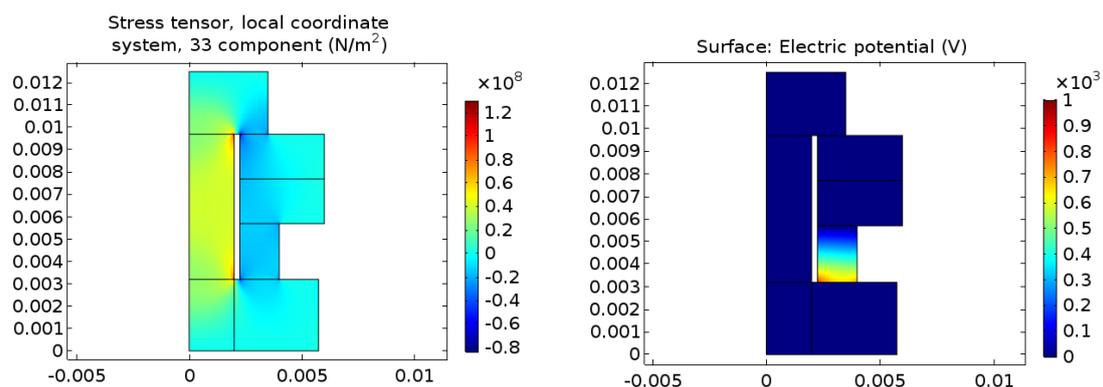


FIGURE 4.12 – Contrainte axiale et potentiel électrique sans déformation axiale initiale de la rondelle piézoélectrique.

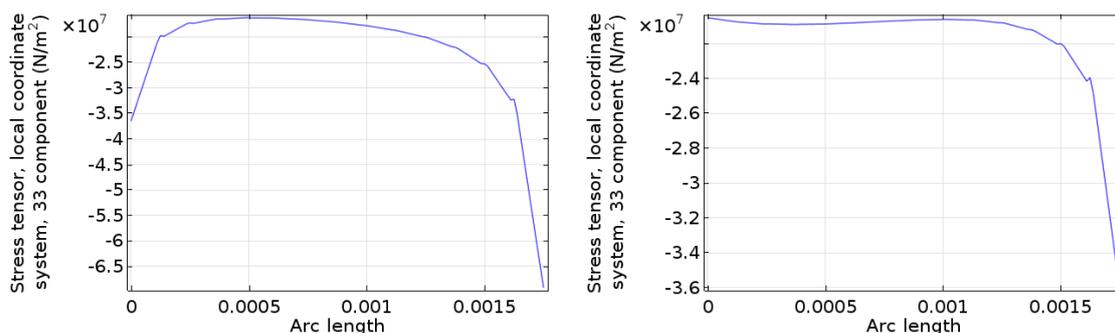


FIGURE 4.13 – Contrainte axiale au niveau de la surface inférieure (à gauche) et supérieure (à droite) de la rondelle piézoélectrique déformée axialement et initialement de 0.1%.

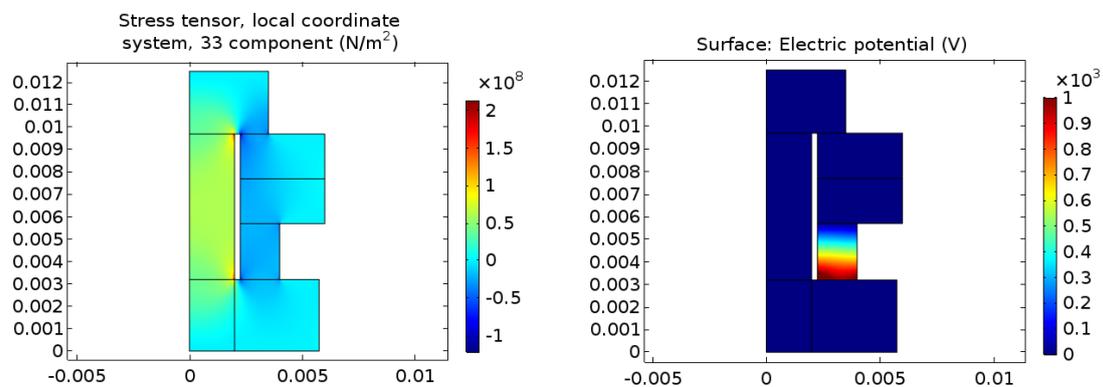


FIGURE 4.14 – Contrainte axiale et potentiel électrique avec déformation axiale initiale de 0.1% de rondelle piézoélectrique.

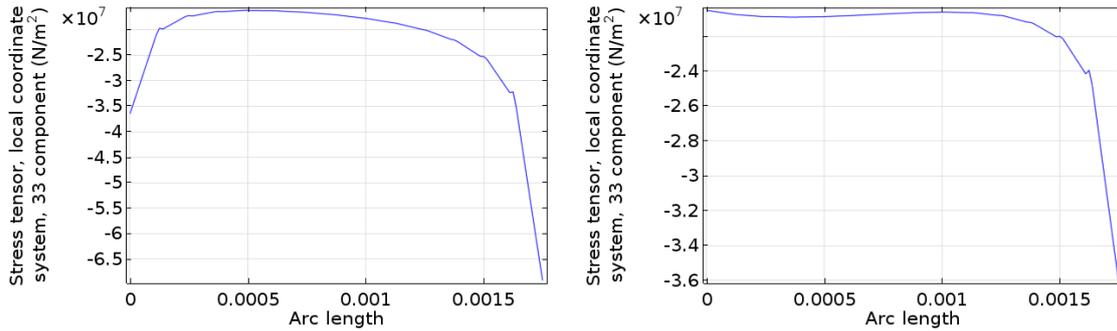


FIGURE 4.15 – Contrainte axiale au niveau de la surface inférieure (à gauche) et supérieure (à droite) de la rondelle piézoélectrique avec déformation axiale initiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique.

Au regard de ces résultats, on confirme que :

- la déformation axiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique ne peut pas être atteinte si on applique 100 V puisqu'elle est sous contrainte initiale due à l'effort de serrage initial. En effet, il faut appliquer 172 V ;
- une déformation axiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique ne permet pas de passer la tension de serrage de 500 N à 1000 N (mais à 758 N), voir figures 4.12 et 4.14 ;
- les contraintes au niveau de la rondelle piézoélectrique dépassent les valeurs admissibles (voir Annexe E) qui peuvent être subites par la rondelle piézoélectrique, voir figures 4.13 et 4.15.

Pour remédier aux limites citées précédemment, on propose deux solutions :

- la première solution consiste à empiler des rondelles standards ;
- la deuxième solution consiste à dimensionner la rondelle piézoélectrique.

#### 4.4.1 La première solution : empilement des rondelles standards

##### 4.4.1.1 Empilement des rondelles piézoélectrique

Dans cette section, on analyse l'empilement de rondelles "PICMA<sup>®</sup> PD080.3x". On utilise les mêmes matériaux et les mêmes géométries qu'à l'étude précédente. Pour déterminer la capacité d'empilement des rondelles, on fait varier le nombre de rondelles en appliquant une force surfacique initiale à la longueur utile de la vis de 30 MPa. Pour chaque configuration :

- on applique une masse électrique à la face supérieure de la rondelle la plus haute pour obtenir un potentiel positif à la face inférieure ;
- on effectue une analyse statique pour calculer la force moyenne dans le corps de la vis et les potentielles aux surfaces des rondelles piézoélectriques ;
- pour chaque rondelle on ajoute un potentiel électrique de 100 V et on relance le calcul statique, voir figure 4.16 ;
- on compare les contraintes moyennes avant et après l'application du potentiel électrique, voir figure 4.17.

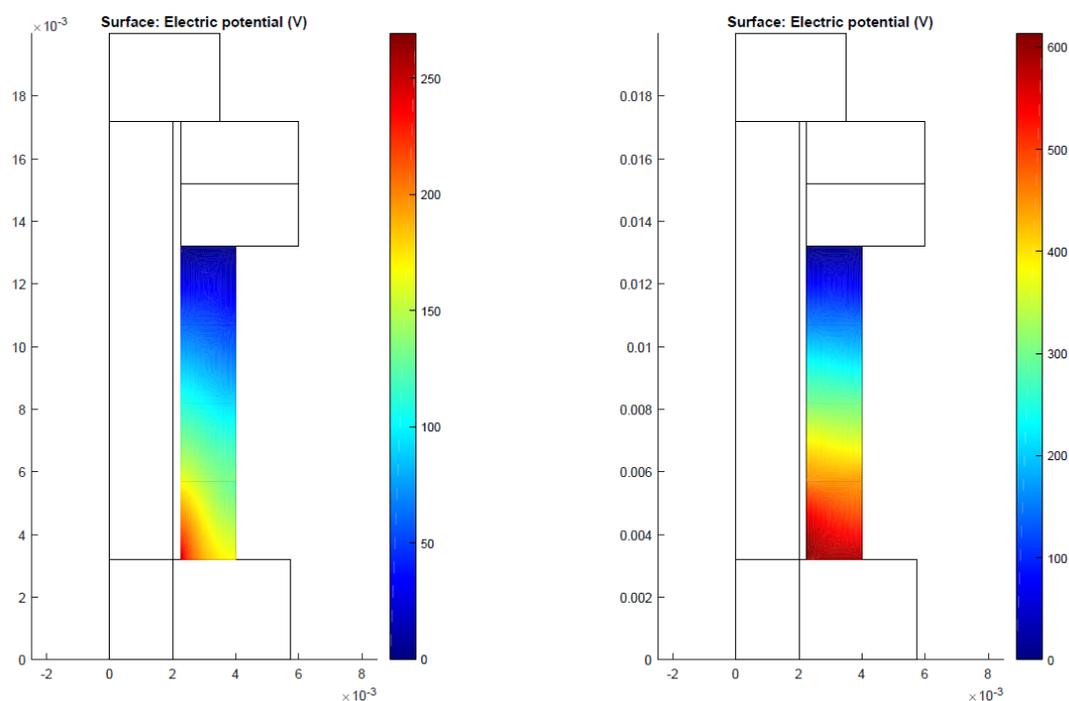


FIGURE 4.16 – Comparaison des potentiels électriques avant et après l’application du potentiel électrique de 100 V dans le cas de 4 rondelles piézoélectriques.

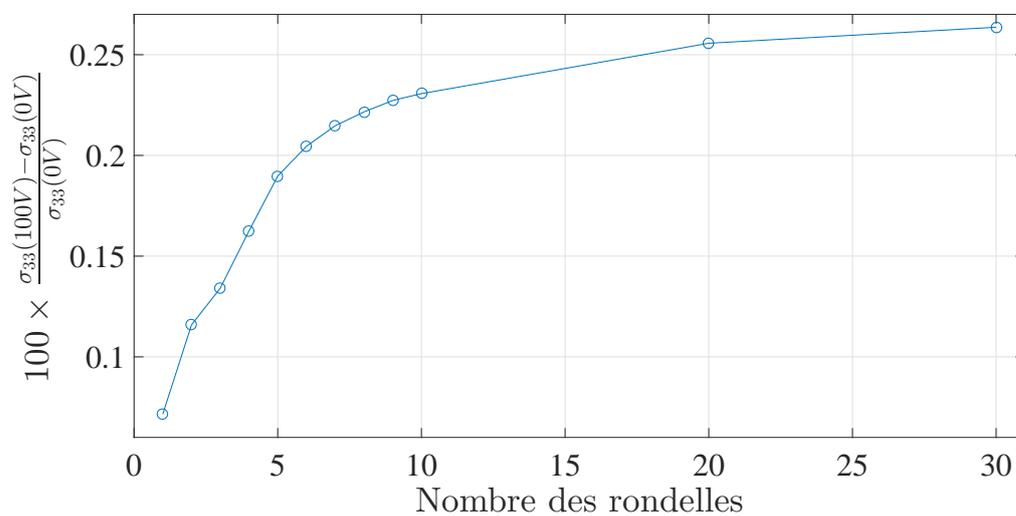


FIGURE 4.17 – Pourcentage de déviation des contraintes lors de l’application du potentiel électrique de 100 V aux rondelles piézoélectriques pour une contrainte surfacique initiale de 30MPa, appliquée au corps de la vis.

Comme on peut le voir sur la figure 4.17, l’effet d’empilement est limité : le pourcentage de déviation des contraintes lors de l’application du potentiel électrique de 100 V aux rondelles

piézoélectriques pour une contrainte surfacique initiale de  $30\text{ MPa}$  est de quelque dixième. De plus, l'effet de l'ajout d'une rondelle ne dépasse pas quelque dixième de newton de la force de serrage. En augmentant le nombre de rondelles, l'effet cumulatif des déformations des rondelles piézoélectriques diminue à cause de l'allongement de la longueur utile de la vis.

Cependant, ce résultat ne correspond pas aux résultats trouvés expérimentalement en utilisant des rondelles "PICMA<sup>®</sup> PD080.3x". Les rondelles "PICMA<sup>®</sup> PD080.3x" sont composées avec de multitude de couches de céramique PIC252. La capacité de ces rondelles est plus importante que celle obtenue par les simulations. Le comportement de la rondelle "PICMA<sup>®</sup> PD080.3x" ressemble au comportement d'empilement de plusieurs couches fines de céramique PIC252.

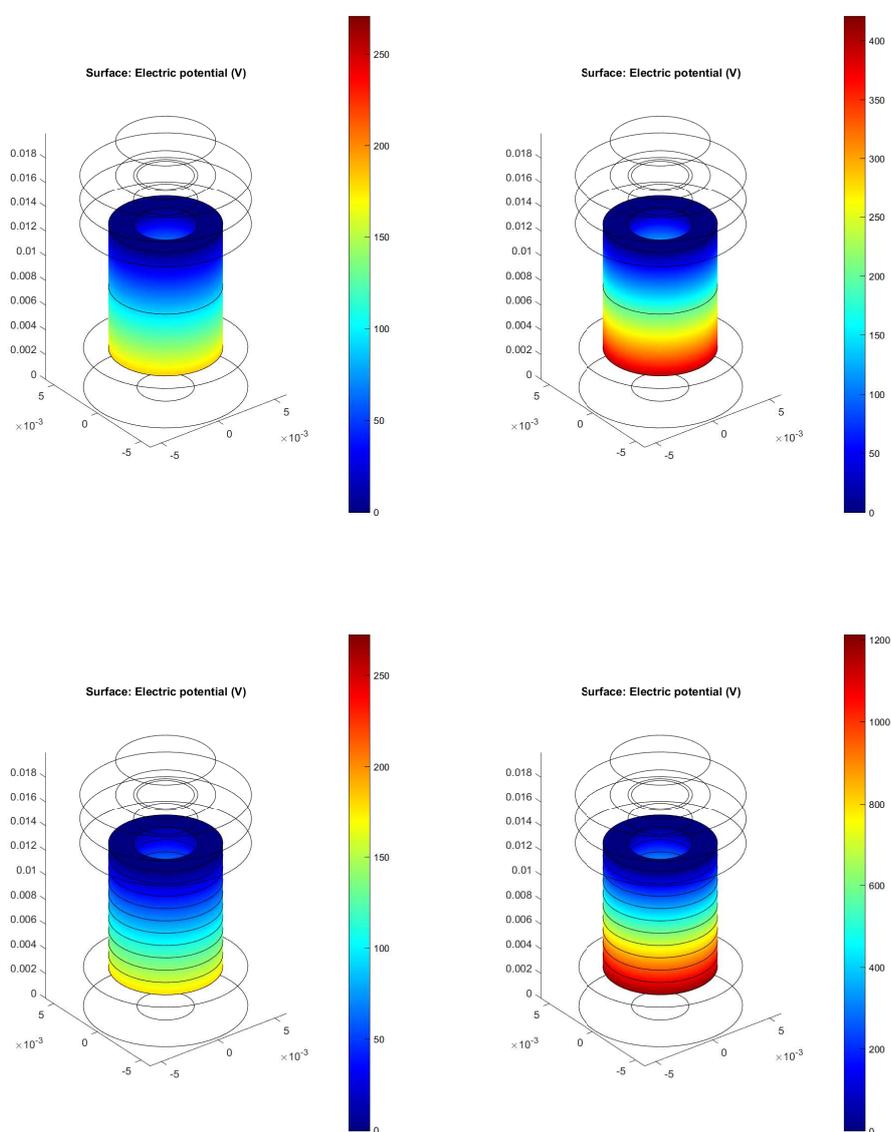


FIGURE 4.18 – Comparaison des potentiels électriques avant et après l'application du potentiel électrique de 100 V dans le cas de 2 et 10 rondelles piézoélectriques.

Pour pousser l'étude de l'effet d'empilement des rondelles piézoélectrique, on a fixé une longueur utile de la vis à 10 mm et on a varié le nombre de rondelles (Figure 4.18). L'algorithme et la démarche de comparaison sont les mêmes que pour l'étude précédente. Cette variation reste une étude numérique qui est loin de la réalité. En effet, les épaisseurs des rondelles testées n'existent pas. L'objectif de cette étude est de visualiser l'effet d'empilement des rondelles piézoélectrique à une longueur utile de la vis fixe, car l'augmentation de longueur utile de la vis cause la perte de rigidité de l'assemblage (Figure 4.19).

Le résultat de cette étude montre l'augmentation de l'effet d'empilement : de quelque dixième à 10% d'augmentation de la force de serrage, voir figure 4.19. A titre d'exemple, avec 500 couches de rondelle d'épaisseur de 20  $\mu m$  chacune, la force de serrage passe de 253.33 N à 323.36 N.

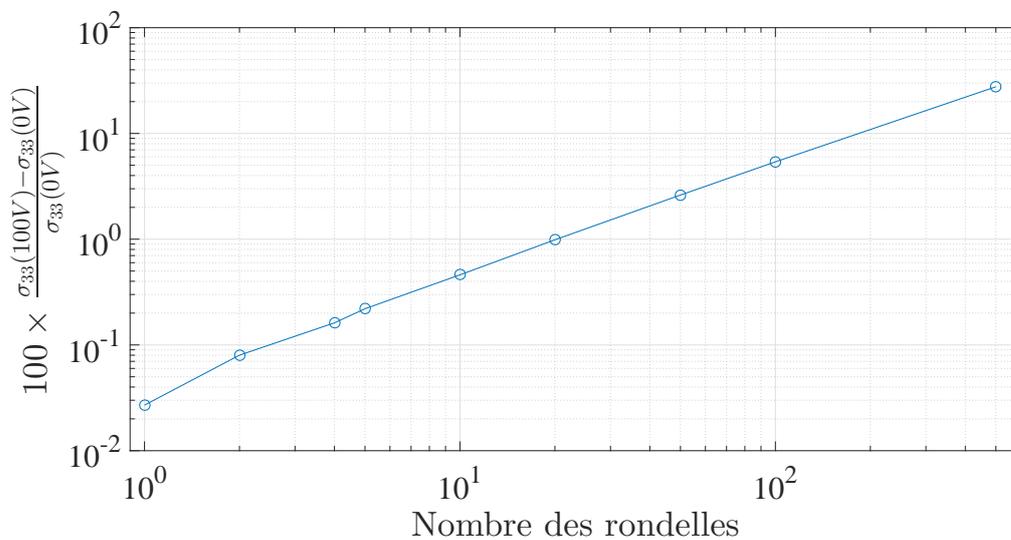


FIGURE 4.19 – Pourcentage de déviation des contraintes de serrage avant et après l'application du potentiel électrique de 100 V.

La simulation a montré qu'empiler des patchs avec l'épaisseur la plus faible est recherché. Par exemple, appliquer une différence de potentielle de 100 V sur 10 patchs de dimensions 4.5 mm  $\times$  8 mm  $\times$  1 mm résulte une augmentation de tension mécanique au niveau de la vis de 25.13 N. Alors que pour le même test pour 4 patchs de dimensions 4.5 mm  $\times$  8 mm  $\times$  2.5 mm l'augmentation de tension est de 10.05 N.

Cet effet d'empilement est constaté aussi expérimentalement : l'empilement des rondelles piézoélectriques augmente la tension de traction de vis par rapport au cas de l'utilisation d'une seule rondelle pour la même tension électrique appliquée. Dans les deux études suivantes, on a testé expérimentalement l'effet d'empilement des rondelles piézoélectriques :

- le premier test est effectué pour l'ensemble d'une vis M4 en titane instrumentée et de 4 rondelles piézoélectriques "PICMA<sup>®</sup> PD080.3x" de dimensions  $DI \times DE \times EP = 4.5 \text{ mm} \times 8 \text{ mm} \times 2.5 \text{ mm}$  ;
- le deuxième test est effectué pour une structure assemblée en "lap joint" par trois vis M4 en titane instrumentées dont l'une d'elles intègre 3 rondelles piézoélectriques.

La commande des rondelles est effectuée en tension. Pour ce type de rondelle, le domaine des tensions de fonctionnement sont comprises entre  $-20$  et  $100$  V.

#### 4.4.1.2 Potentiel des rondelles piézoélectriques empilées

Dans cette étude, on a testé la commande en tension des 4 rondelles piézoélectriques serrées avec une vis M4 en titane instrumentée. Les résultats expérimentaux montrent une capacité raisonnable des 4 rondelles piézoélectriques empilées : dans le cas d’une précharge normale initiale de  $300$  N, l’application de  $60$  V a engendré une force de serrage de  $380$  N, soit  $26\%$  d’augmentation (Figure 4.20). Le matériel et la méthode de test de la capacité de la tension appliquée aux rondelles à augmenter la force de serrage sont détaillés à l’annexe F.

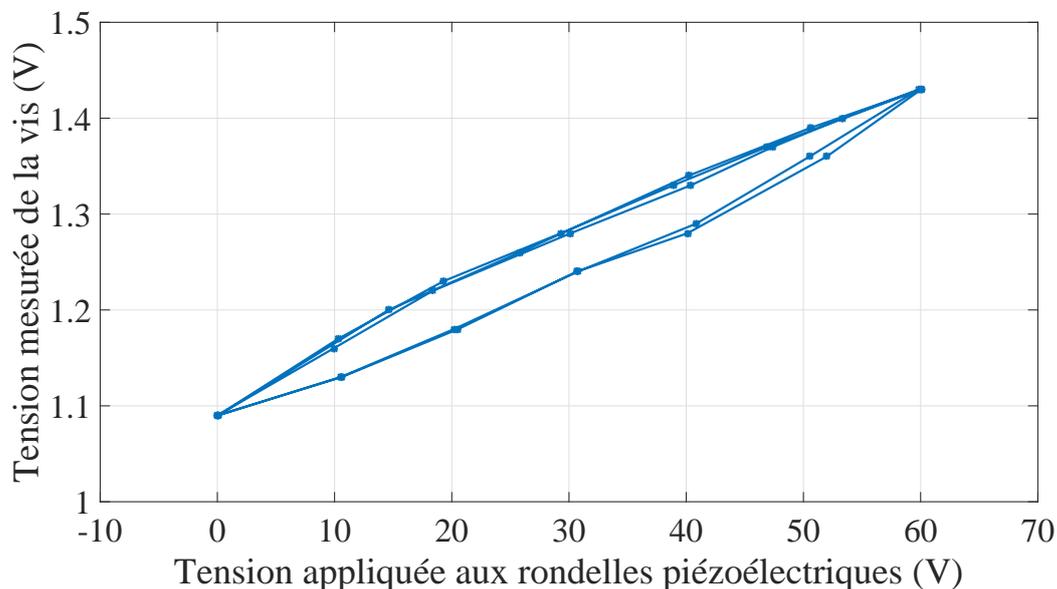


FIGURE 4.20 – Tension de sortie de la vis centrale suite un balayage en positif de la tension appliquée aux 4 rondelles piézoélectriques pour un couple de serrage initial de  $0.4Nm$ .

L’effet des 4 rondelles piézoélectriques empilées est très encourageant, mais il ne permet pas le passage de  $500$  N à  $1000$  N. Ce résultat reste à tester pour une variation dynamique de la tension appliquée aux rondelles piézoélectriques. La capacité de la commande en tension des rondelles, à augmenter la force de serrage, pour trois couples de serrage initiaux appliqués est présentée dans le tableau F.1 de l’annexe F.

#### 4.4.1.3 Potentiel des rondelles piézoélectriques intégrées à une structure assemblée

La structure choisie pour tester le potentiel des rondelles piézoélectriques “PICMA<sup>®</sup> PD080.3x” est une structure “lap joint”, voir figure 4.3. Le schéma représentatif de cette structure est présenté à la figure 4.21. Cette structure est constituée de deux poutres en aluminium assemblées

en “lap joint” de 200 mm longueur , de 20 mm de largeur et de 2 mm d’épaisseur. La structure est assemblée par les 3 vis instrumentées calibrées précédemment. La longueur utile des vis permet l’utilisation de trois rondelles piézoélectriques au maximum. La structure testée est détaillée dans l’annexe G. L’application d’une tension de 100 V ne fait que décaler la fréquence de résonance que de 2 Hz, voir figure 4.22. Cette capacité est très limitée, ainsi il faut proposer une autre solution pour avoir une liaison active qui peut intégrer les structures réelles. Alors dans l’étude suivante on détaille la démarche de dimensionnement de la rondelle piézoélectrique.

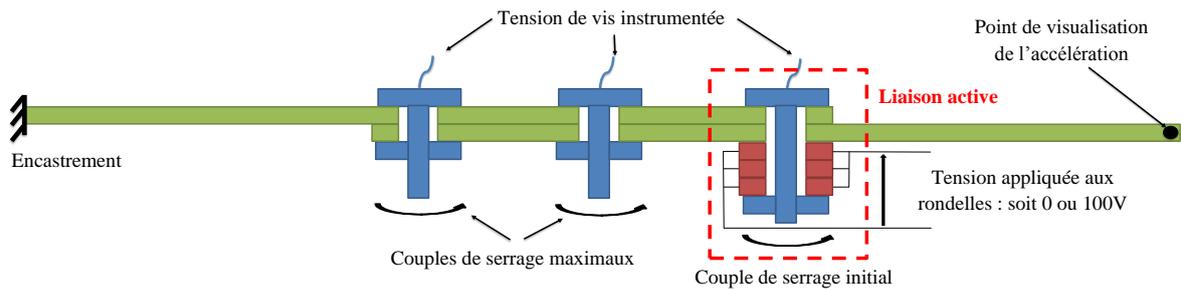


FIGURE 4.21 – Schéma représentatif de la structure assemblée intégrant une liaison active.

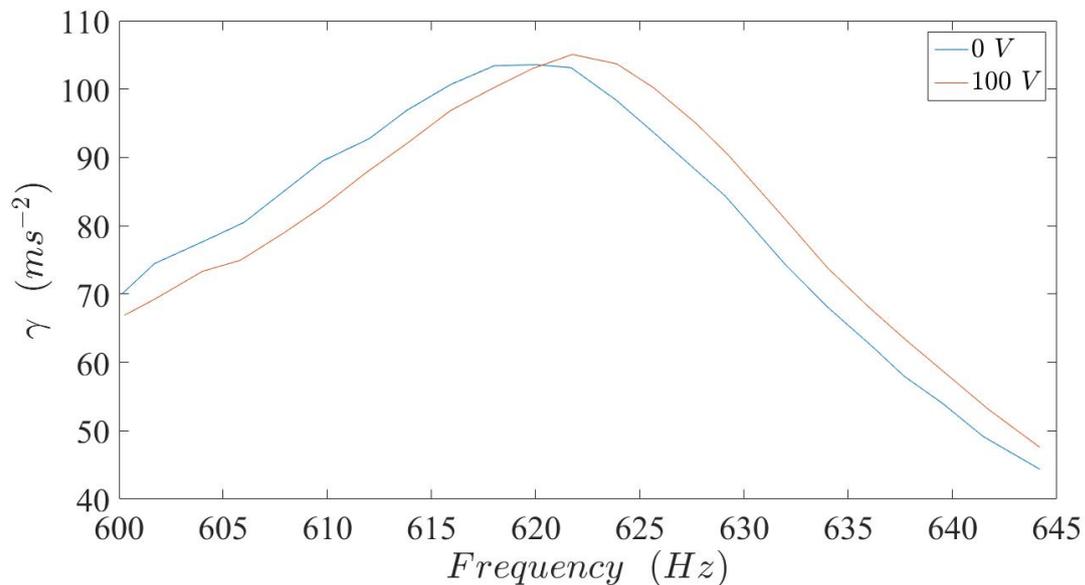


FIGURE 4.22 – Potentiel de la commande en tension des rondelles piézoélectriques à précharge mécanique constante (couple de serrage à 0.4 Nm).

#### 4.4.2 La seconde solution : dimensionnement de la rondelle piézoélectrique

Pour les premiers développements de la deuxième solution, on a testé numériquement une structure qui comporte d'une part une cloche pour supprimer toute sollicitation de cisaillement et d'autre part une rondelle conique intermédiaire entre l'écrou et la rondelle piézoélectrique. Mais en passant aux tests expérimentaux, on a remarqué l'inutilité de la cloche. Ainsi, la liaison active d'assemblage de cette étude comporte un écrou conçu sur mesure, une vis M4, deux plaques superposées, une rondelle piézoélectrique et une rondelle intermédiaire, voir figure 4.23. Les étapes de dimensionnement sont les suivantes :

- choisir l'épaisseur de la rondelle piézoélectrique,  $Ep_{R\_PZT}$  ;
- choisir le rayon extérieur de la rondelle piézoélectrique,  $Rex_{R\_PZT}$  ;
- dimensionner la rondelle intermédiaire.

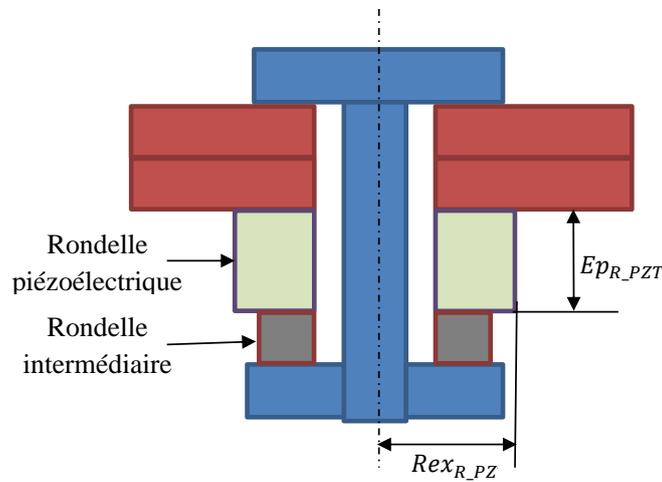


FIGURE 4.23 – Schéma représentatif de la liaison active à dimensionner.

##### 4.4.2.1 Dimensionnement de la rondelle piézoélectrique

###### 4.4.2.1.1 Choix d'épaisseur

L'objectif de cette étude est de trouver l'épaisseur de la rondelle piézoélectrique de type PIC252 qui a la même technologie que celle de "PICMA<sup>®</sup> actuator". Le dimensionnement de la rondelle piézoélectrique se base sur l'application d'une dilatation axiale de 0.1%. Ainsi, pour cette dilatation il faut trouver l'épaisseur qui augmente la tension de serrage dans la vis de 500 N à 1000 N. Cette dilatation est commandée par l'intensité appliquée sur la rondelle. L'augmentation de l'épaisseur de la rondelle piézoélectrique facilite la détection de la déformation de la tête de vis et donc de la mesure de la tension de serrage de vis. La contrainte initiale dans la vis correspondant à une tension de serrage de 500 N doit être égale à 39,79 MPa.

Pour une étude rapide et simple, on a effectué une modélisation 2D axisymétrique avec les mêmes hypothèses que les études précédentes. L'étude consiste à comparer les résultats des deux cas, avec et sans déformation initiale de la rondelle piézoélectrique. Les résultats numériques montrent l'effort de serrage dans la vis et la tension électrique moyenne à la surface supérieure de la rondelle piézoélectrique, voir figure 4.24.

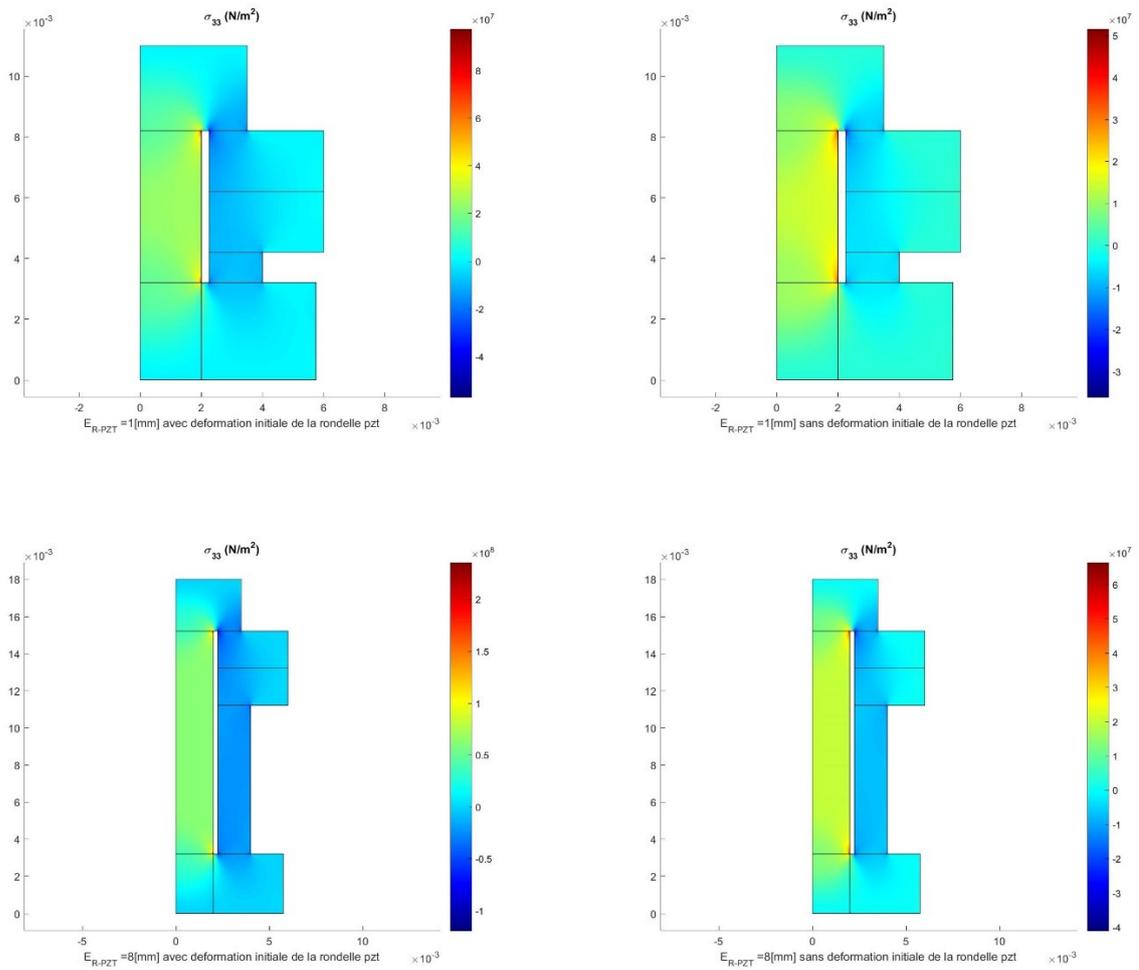


FIGURE 4.24 – Contrainte axiale pour deux épaisseurs de la rondelle piézoélectrique (1mm et 8mm) pour deux cas, (gauche) avec déformation axiale initiale de la rondelle piézoélectrique de 0.1% et (droite) sans déformation.

Il est à noter que :

- le module de Young des parties en compression joue un rôle majeur sur la déformation radiale du centre de vis ;
- ajouter une rondelle sous la tête de vis est peu significatif sur la déformation radiale du centre de vis et sur la distribution des contraintes au niveau de la vis.

En augmentant l'épaisseur de la rondelle piézoélectrique, la contrainte axiale au niveau de la vis augmente parce que l'allongement de la rondelle piézoélectrique augmente à déformation constante (Figure 4.25). De ce fait, on affirme que la dilatation de la rondelle piézoélectrique permet de modifier l'effort de serrage initial. La pente de la courbe de la contrainte moyenne du corps de vis  $\sigma_{33}$  diminue en augmentant l'épaisseur de la rondelle piézoélectrique, voir figure 4.25. En effet, en augmentant l'épaisseur de la rondelle piézoélectrique, la longueur utile de vis augmente. De ce fait, la rigidité de l'ensemble diminue (Figure 4.25).

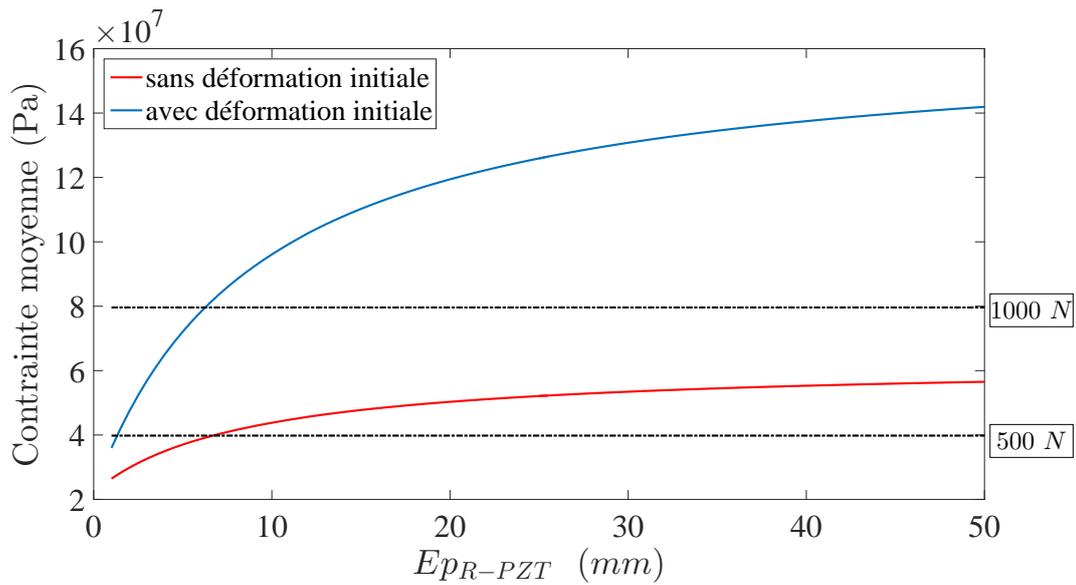


FIGURE 4.25 – Comparaison de la contrainte axiale moyenne pour deux cas, avec déformation axiale initiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique et sans déformation.

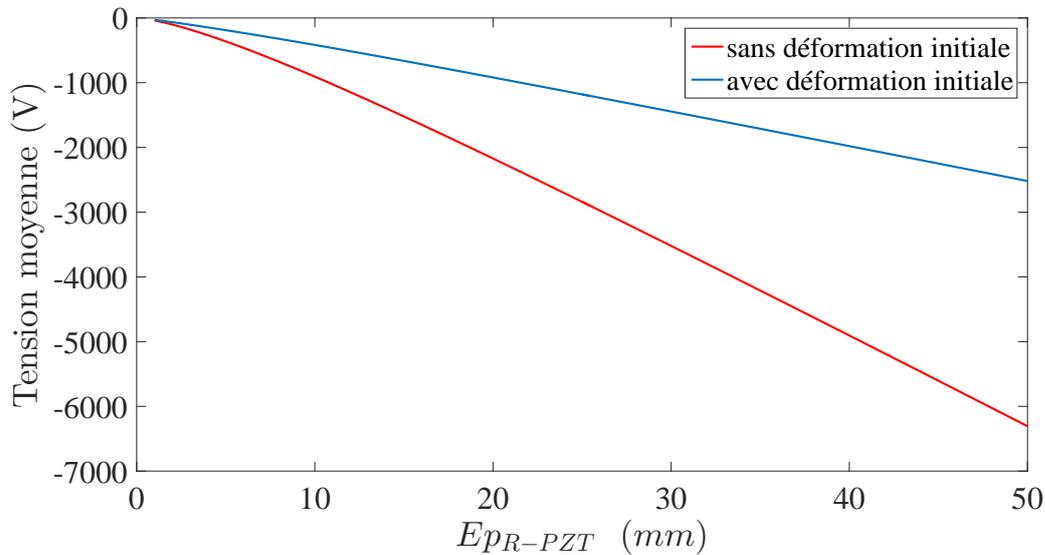


FIGURE 4.26 – Comparaison de la tension moyenne à la face supérieure de la rondelle piézoélectrique pour deux cas, avec déformation axiale initiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique et sans déformation.

La tension électrique moyenne à la surface augmente en fonction de l'épaisseur de la rondelle piézoélectrique, pour les deux cas, avec déformation axiale initiale de 0.1% et sans déformation, voir figure 4.26. Plus l'épaisseur est grande, plus l'effet de la rondelle piézoélectrique est important, voir figure 4.25. Il faut choisir l'épaisseur la plus petite qui augmente la tension de serrage de 500 N, en passant de 500 N à 1000 N, car l'augmentation de l'épaisseur augmente

la tension électrique à appliquer, voir figures 4.26 et 4.27. De la figure 4.25, on déduit qu'il faut choisir une épaisseur de 6 mm. Pour cette épaisseur il faut appliquer une tension de 230.5 V, voir figure 4.27.

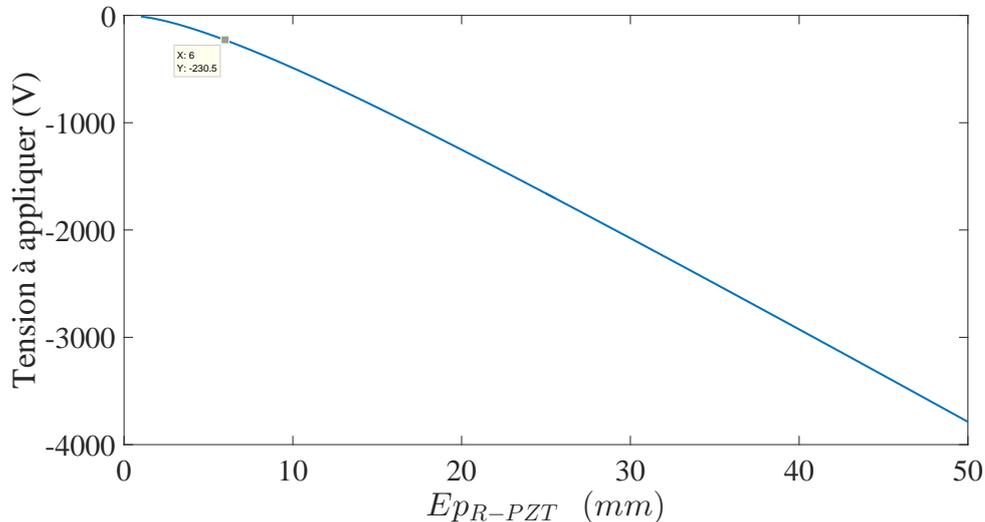


FIGURE 4.27 – Tension à appliquer à la face supérieure de la rondelle piézoélectrique.

Pour cette épaisseur choisie, il faut :

- calculer la contrainte initiale à appliquer pour que la tension de serrage soit égale à 500 N ;
- calculer le rayon extérieur de la rondelle piézoélectrique pour que la tension à appliquer au niveau de la rondelle piézoélectrique ne dépasse pas la limite maximale de 100 V. En effet, l'augmentation du rayon extérieur de la rondelle piézoélectrique réduit significativement le potentiel au niveau de celui-ci.

### 4.4.2.1.2 Choix du rayon extérieur

Pour cette étude, on fixe l'épaisseur de la rondelle piézoélectrique à 6 mm et on fait varier son rayon extérieur de 4 à 20 mm.

Sur la figure 4.28, on a présenté les contraintes axiales avec une déformation axiale initiale de 0.1% et sans déformation de la rondelle piézoélectrique pour deux rayons extérieurs, 4.5 et 7 mm. L'augmentation du rayon extérieur ne change ni l'effort de serrage ni la contrainte axiale dans le corps de vis (Figure 4.29), mais elle baisse significativement le potentiel électrique à appliquer pour faire varier le serrage de 500 N à 1000 N, voir figure 4.30.

Le rayon extérieur minimal qui fait passer la force de serrage de 500 N à 1000 N en appliquant 100 V est de 7 mm, voir figure 4.31. Ainsi, il faut choisir une rondelle piézoélectrique de dimensions,  $DI \times DE \times EP = 4.5 \text{ mm} * 14 \text{ mm} * 6 \text{ mm}$ . Le problème de la contrainte maximale admissible par cette rondelle piézoélectrique est discuté à l'étude suivante.

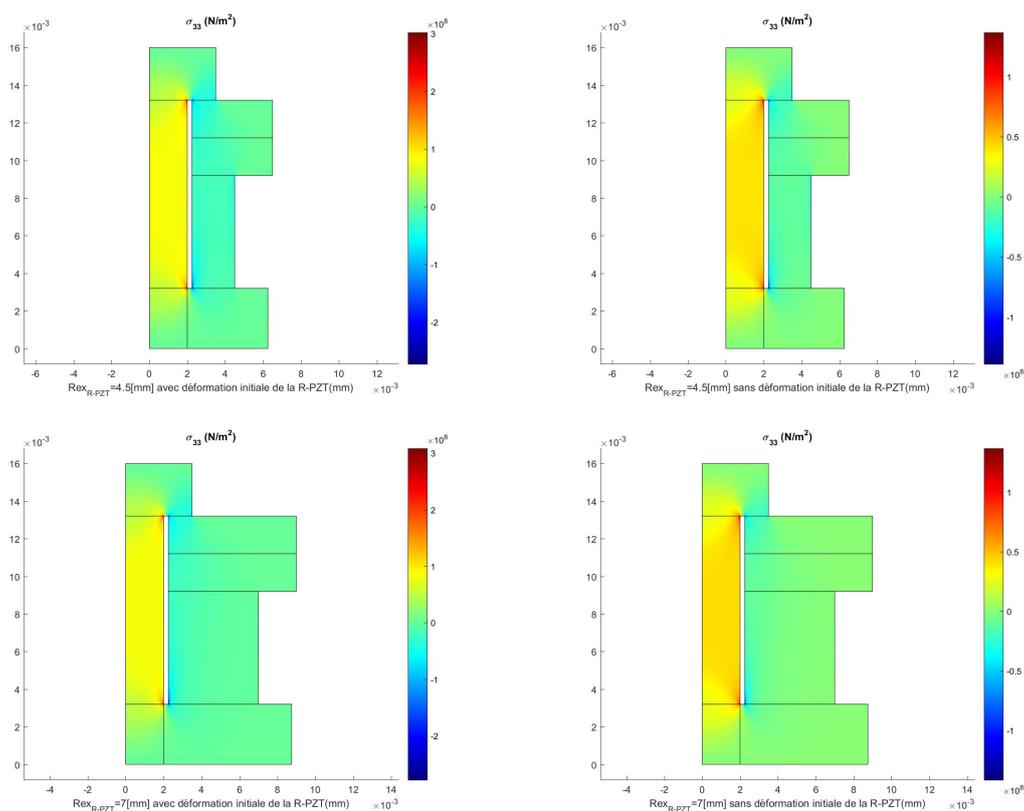


FIGURE 4.28 – Contrainte axiale pour deux rayons extérieurs de la rondelle piézoélectrique (4.5mm et 7mm) pour deux cas, (gauche) avec déformation axiale initiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique et (droite) sans déformation.

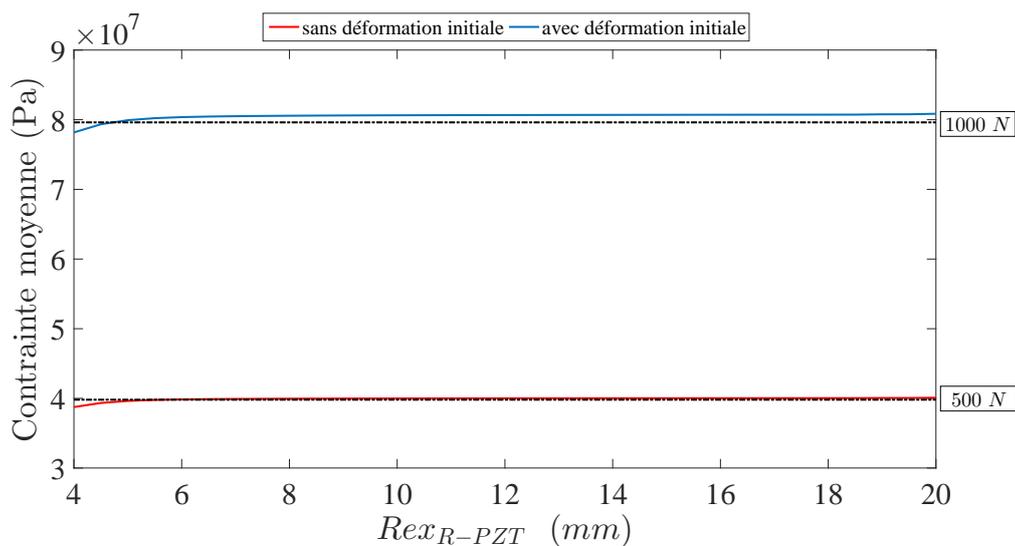


FIGURE 4.29 – Comparaison de la contrainte axiale moyenne pour deux cas, avec déformation axiale initiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique et sans déformation.

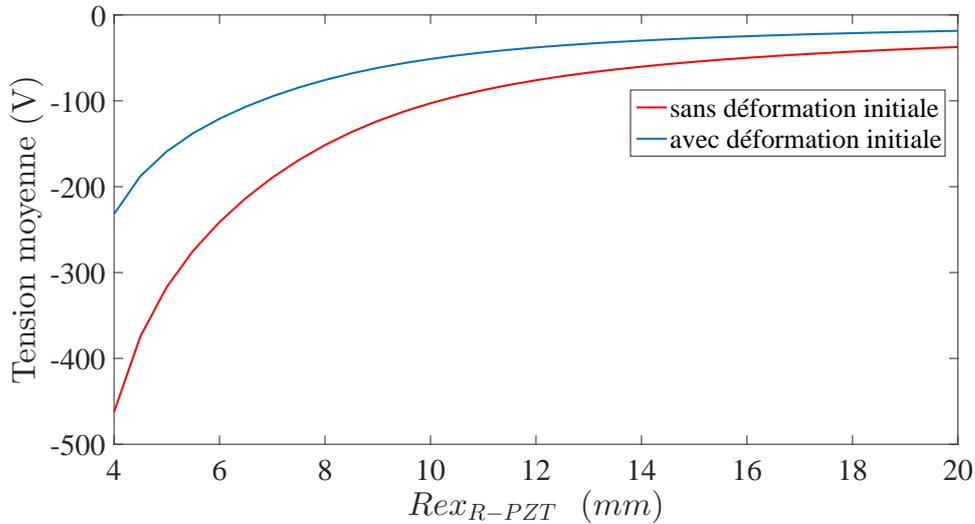


FIGURE 4.30 – Comparaison de la tension moyenne à la face supérieure de la rondelle piézoélectrique pour deux cas, avec déformation axiale initiale de 0.1% de la rondelle piézoélectrique et sans déformation.

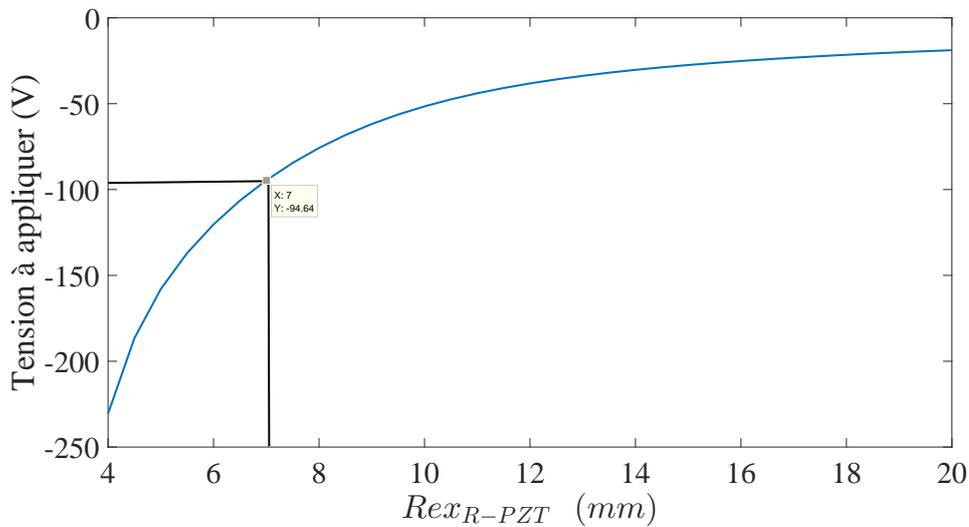


FIGURE 4.31 – Tension à appliquer à la face supérieure de la rondelle piézoélectrique.

#### 4.4.2.2 Dimensionnement de la rondelle intermédiaire

##### 4.4.2.2.1 Variation d'angle d'inclinaison de la rondelle

Les contraintes axiales au niveau de la rondelle piézoélectrique dimensionnée précédemment dépassent les valeurs maximales admissibles de l'annexe E (Figures 4.32 et 4.33). De ce fait, on ajoute une rondelle intermédiaire placée entre l'écrou et la rondelle piézoélectrique pour diminuer la contrainte maximale. Les calculs de dimensionnement de la rondelle intermédiaire

sont faits par le code de calcul *ABAQUS*. La modélisation est faite en modèle 3D avec les mêmes matériaux détaillés dans le tableau 4.2. La rondelle intermédiaire est en acier. Avec *ABAQUS*, la mise en place de la précharge mécanique initiale de la vis diffère de celle définie dans les études précédentes pour *COMSOL*. La précharge est appliquée au plan médian de la longueur utile de la vis.

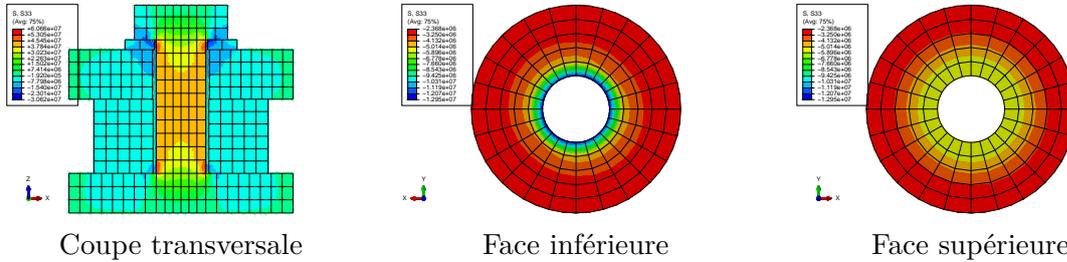


FIGURE 4.32 – Distribution de la contrainte axiale suite à une précharge mécanique de 500 N dans le corps de la vis.

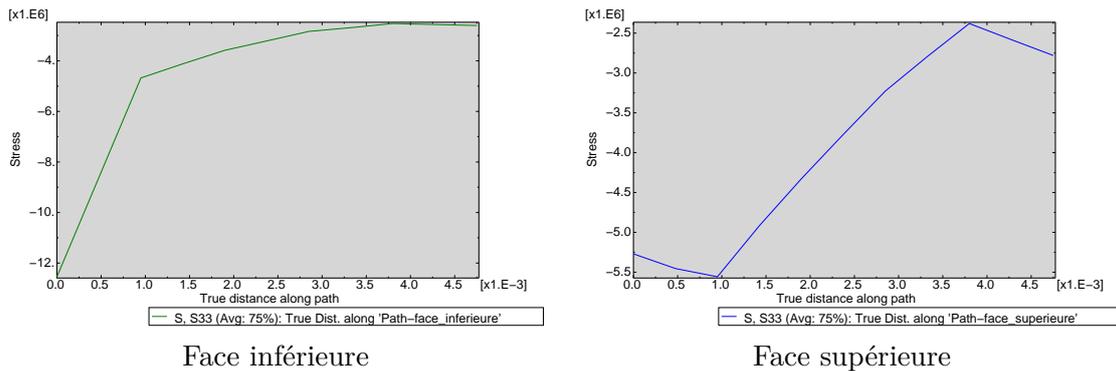


FIGURE 4.33 – Contrainte axiale suite à une précharge mécanique de 500 N dans le corps de la vis.

Le rôle de la rondelle intermédiaire est de diminuer la contrainte maximale de la face inférieure de la rondelle piézoélectrique. Cette rondelle est de forme conique. Plusieurs angles d'inclinaison ont été testés. Les résultats de variation de cet angle sont présentés sur les figures 4.34 à 4.41.

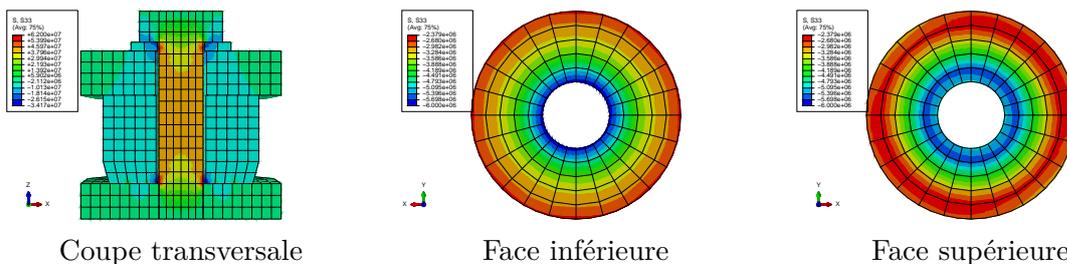


FIGURE 4.34 – Distribution de la contrainte axiale pour la rondelle de 15° d'angle de cône.

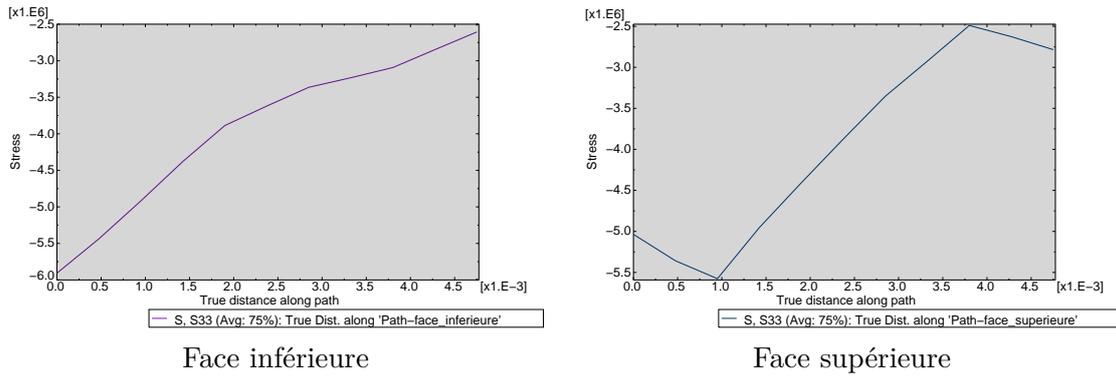


FIGURE 4.35 – Contrainte axiale pour la rondelle de 15° d'angle de cône.

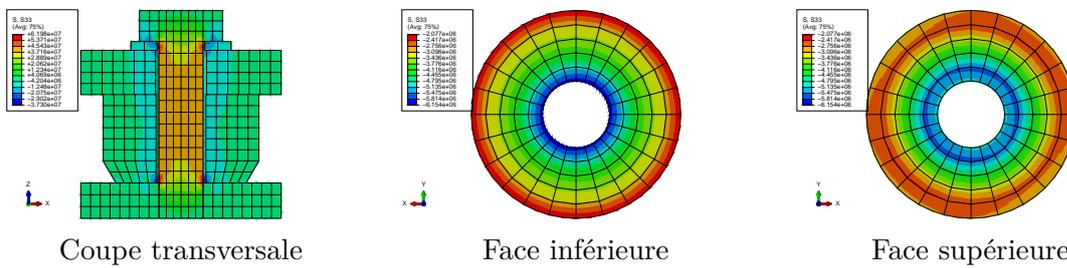


FIGURE 4.36 – Distribution de la contrainte pour la rondelle de 30° d'angle de cône.

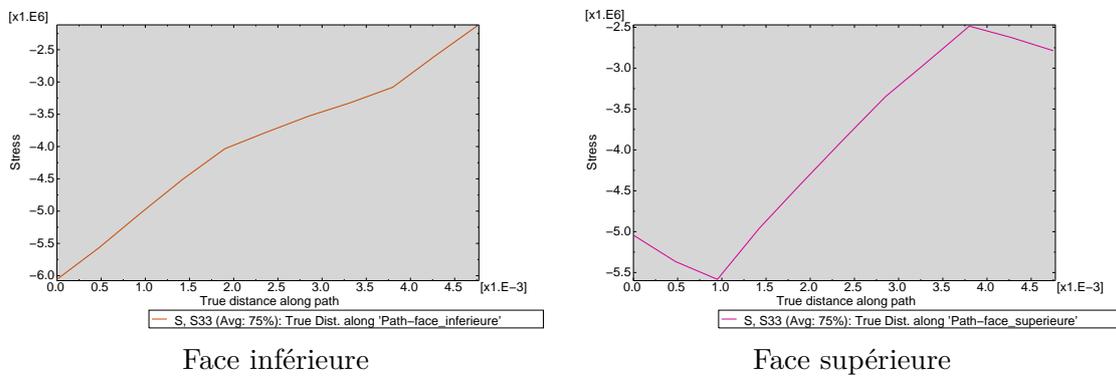


FIGURE 4.37 – Contrainte axiale pour la rondelle de 30° d'angle de cône.

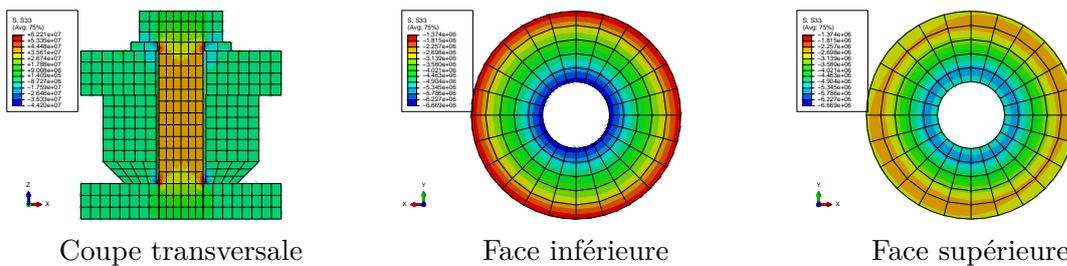


FIGURE 4.38 – Distribution de la contrainte pour la rondelle de 45° d'angle de cône.

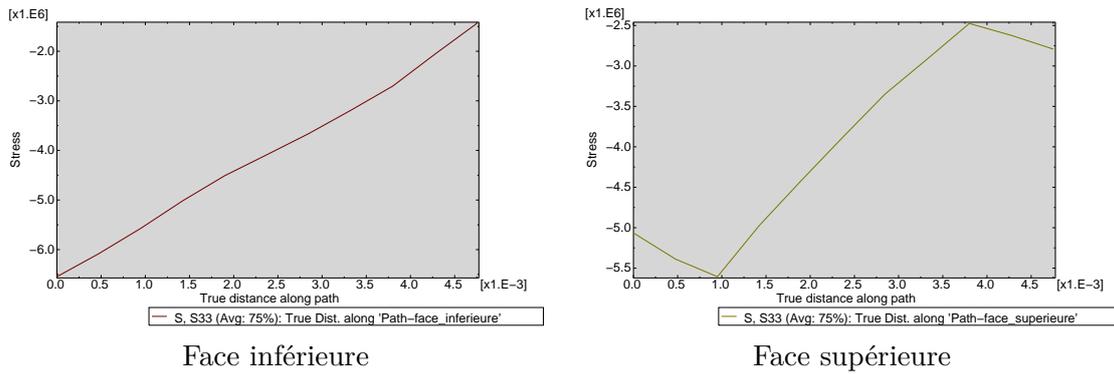


FIGURE 4.39 – Contrainte axiale pour la rondelle de 45° d'angle de cône.

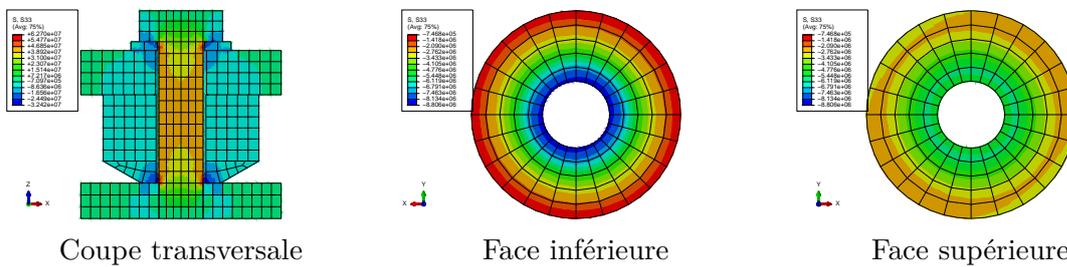


FIGURE 4.40 – Distribution de la contrainte pour la rondelle de 60° d'angle de cône.

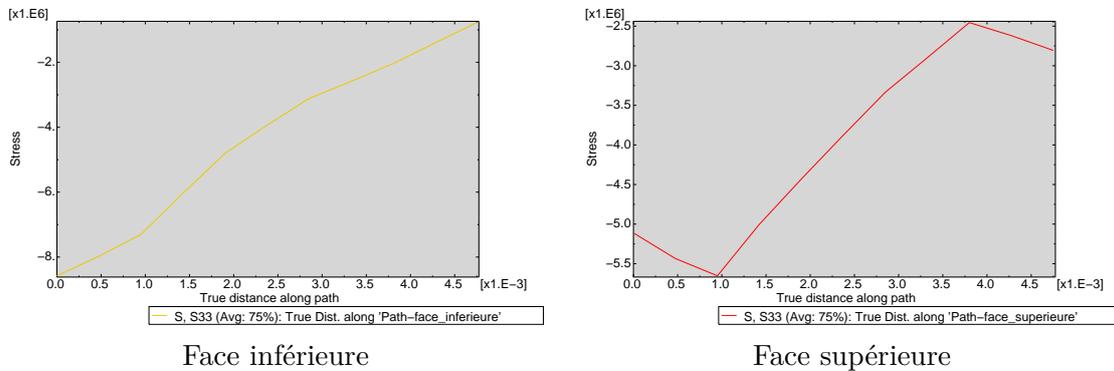


FIGURE 4.41 – Contrainte axiale pour la rondelle de 60° d'angle de cône.

D'après les figures 4.34 à 4.41, on confirme que l'implantation de la rondelle intermédiaire résout le problème de dépassement des contraintes maximales admissibles par ce type de rondelle piézoélectrique. A titre d'exemple, en introduisant une rondelle avec un angle de cône de 15° la contrainte maximale à la face inférieure de la rondelle piézoélectrique a chuté de 12.2 MPa à 6 MPa.

La visualisation des contraintes sur la face inférieure confirme qu'en s'éloignant du rayon intérieur de la rondelle le niveau des contraintes chute rapidement. De ce fait, on améliore davantage ces résultats en ajoutant une gorge et un laminage (de profondeur de 0.5mm) au niveau de la face inférieure de la rondelle intermédiaire pour un angle de cône de 15° (Figure 4.42 et 4.43). Les

dimensions de cette rondelle intermédiaire sont précisées sur la figure 4.44. L'objectif de cette solution est d'uniformiser au maximum la répartition des contraintes axiales. Les contraintes maximales pour toutes les géométries retenues pour de la rondelle intermédiaire sont présentées dans le tableau 4.3.

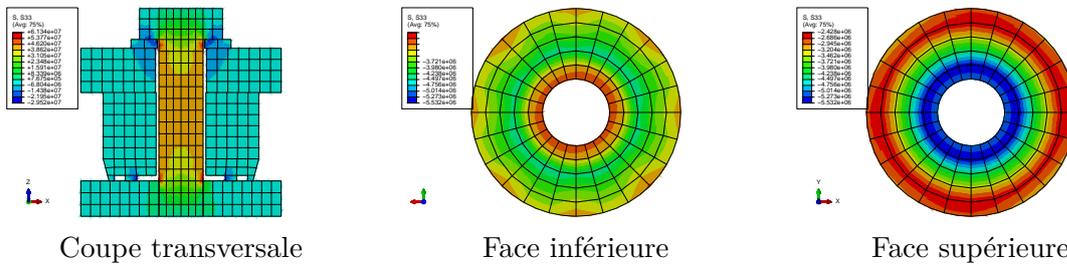


FIGURE 4.42 – Distribution de la contrainte axiale pour la rondelle de 15° d'angle de cône avec laminage et une gorge.

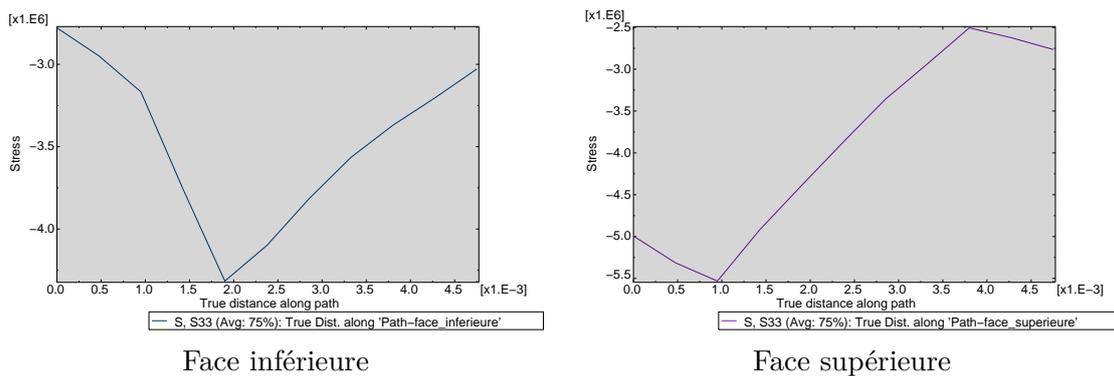


FIGURE 4.43 – Contrainte axiale pour la rondelle de 15° d'angle de cône avec laminage et une gorge.

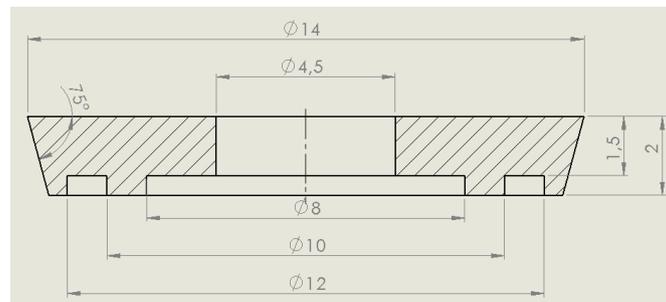


FIGURE 4.44 – Dimensions finales de la rondelle intermédiaire en mm.

	Contrainte maximale à la face inférieure de la rondelle piézoélectrique (MPa)	Contrainte maximale à la face supérieure de la rondelle piézoélectrique (MPa)
Sans rondelle	12.2	5.5
Rondelle de 15° d'angle de cône	6	5.6
Rondelle de 30° d'angle de cône	6	5.6
Rondelle de 45° d'angle de cône	6.5	5.6
Rondelle de 60° d'angle de cône	8.8	5.7
Rondelle de 15° d'angle de cône avec un laminage et une gorge	4.2	5.5

TABLE 4.3 – Bilan des différentes configurations de la rondelle intermédiaire pour un précharge mécanique de 500 *N*.

En conclusion, pour faire passer la force de serrage de la vis M4 de 500 *N* à 1000 *N*, en appliquant un potentiel à la rondelle piézoélectrique de 100 V sans que sa contrainte maximale dépasse sa valeur admissible, il faut choisir :

- une rondelle piézoélectrique de dimensions,  $DI \times DE \times EP = 4.5 \text{ mm} \times 14 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$  ;
- d'insérer une rondelle intermédiaire d'angle de cône de 15° avec un laminage et une gorge de dimensions précisées sur la figure 4.44.

Cette solution est limitée aux matériaux choisis et aux dimensions testées. Mais la démarche de dimensionnement reste la même pour d'autres paramètres.

## 4.5 Puissance électrique nécessaire pour actionner des rondelles piézoélectriques

Les calculs de la puissance électrique nécessaire pour actionner les systèmes semi-actifs piézoélectriques sont faits majoritairement pour des patches piézoélectriques collés ou liés généralement à des poutres [106, 70, 24] et pour le domaine acoustique [124, 53]. Dans cette section, on évalue la puissance électrique *P* nécessaire à actionner les rondelles piézoélectriques intégrées aux liaisons d'assemblage.

La puissance électrique *P* est le produit de la tension *V* et de l'intensité du courant *I* [24]. La puissance électrique *P* dépend du mouvement mécanique de la structure, des caractéristiques électriques et piézoélectriques de l'actionneur, et de l'amplitude et de la fréquence de la tension appliquée [106, 70, 162].

L'énergie d'activation des matériaux piézoélectriques utilisés pour la commande de vibration active est indépendante du mouvement mécanique de la structure lorsque la structure est complètement amortie [24]. Cette simplification fournit une limite supérieure pour la puissance requise. Dans la référence [91], une amélioration du travail présenté dans [24] est faite, la capacité et la résistance des patches piézoélectriques sont estimées sous forme d'un polynôme d'ordre trois en fonction de la tension de commande.

La première estimation de la puissance  $P$  requise est [24] :

$$P = \frac{\omega CV^2}{2} \quad (4.1)$$

Avec  $C$  est une capacité constante définie par la géométrie et le matériau de l'actionneur piézoélectrique.  $V$  et  $\omega$  sont respectivement la tension et la pulsation de l'excitation. La limite supérieure de la puissance électrique nécessaire à l'activation des rondelles piézoélectriques est déduite directement à partir de la capacité fournie par le fournisseur et elle est sous la forme (4.1). Dans cette section, on cherche à trouver la forme analytique de cette capacité. Il faut signaler que la forme cherchée n'est pas valable pour les rondelles piézoélectriques de type "PICMA<sup>®</sup> Actuator multylayer" du fait de la nature de multicouche qui peut fausser le développement.

Les équations, mécanique et électrique, de la rondelle piézoélectrique sont :

$$\begin{cases} D = \epsilon^T E + d\sigma \\ \sigma = C^E (S - d^{tr} E) \end{cases} \quad (4.2)$$

Avec  $D$  est le vecteur de déplacement électrique,  $\epsilon$  la matrice de permittivité électrique,  $E$  le vecteur du champ électrique,  $d$  la matrice de constantes piézoélectrique,  $\sigma$  le vecteur de contrainte, et  $C^E$  la matrice de rigidité à champ électrique constant. Pour une tension  $V$  appliquée à la rondelle piézoélectrique d'épaisseur  $L$ , le vecteur de déplacement électrique s'écrit sous la forme :

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_{11}^T & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{22}^T & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^T \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{V}{L} \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (4.3)$$

$$D_3 = \epsilon_{33}^T \frac{V}{L} + d_{33}\sigma_3 \quad (4.4)$$

Dans ce cas, la charge électrique  $Q$  s'écrit sous la forme :

$$Q = \int \int_{\Omega} D_3 d\Omega = \pi (r_{ex}^2 - r_{in}^2) \left( \epsilon_{33}^T \frac{V}{L} + d_{33}\sigma_3 \right) \quad (4.5)$$

Avec  $r_{ex}$  et  $r_{in}$  sont respectivement les rayons extérieur et intérieur de la rondelle piézoélectrique.

D'autre part, le vecteur de contrainte s'écrit sous la forme :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \sigma_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11}^E & C_{12}^E & C_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ C_{12}^E & C_{11}^E & C_{13}^E & 0 & 0 & 0 \\ C_{13}^E & C_{13}^E & C_{33}^E & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & C_{44}^E & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{44}^E & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66}^E \end{bmatrix} \left\{ \begin{pmatrix} S_{11} \\ S_{22} \\ S_{33} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & d_{31} \\ 0 & 0 & d_{32} \\ 0 & 0 & d_{33} \\ 0 & d_{24} & 0 \\ d_{15} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{V}{L} \end{pmatrix} \right\} \quad (4.6)$$

Soit  $Y$  l'admittance électrique de la rondelle piézoélectrique, elle s'écrit :

$$Y = \frac{I}{V} \quad (4.7)$$

Avec  $I$  le courant électrique qui passe à travers la rondelle piézoélectrique qui s'écrit sous la forme :

$$I = \frac{dQ}{dt} \quad (4.8)$$

Puisque la rondelle piézoélectrique est supposée symétrique et homogène, alors  $d_{32} = d_{31}$  et  $S_{11} = S_{22} = \nu S_{33}$ . Ainsi, l'admittance électrique de la rondelle piézoélectrique  $Y$  s'écrit :

$$Y = \pi \left( r_{ex}^2 - r_{in}^2 \right) \frac{d}{dt} \left[ \left( \epsilon_{33}^T - 2d_{31}d_{33}C_{13}^E - d_{33}^2C_{33}^E \right) + \left( d_{33}C_{33}^E - 2\nu d_{33}C_{13}^E \right) \frac{S_{33}}{V} \right] \quad (4.9)$$

L'admittance se compose de deux composantes :

- une constante qui dépend de la géométrie et du matériau de la rondelle piézoélectrique, cette constante est la capacitance effective ;
- un autre terme qui dépend de la variation de la déformation axiale de la rondelle piézoélectrique aux tensions appliquées (ce terme est évalué dans [24]).

La capacitance effective  $C$  s'écrit sous la forme :

$$C = \frac{\pi \left( r_{ex}^2 - r_{in}^2 \right)}{L} \left( \epsilon_{33}^T - 2d_{31}d_{33}C_{13}^E - d_{33}^2C_{33}^E \right) \quad (4.10)$$

Pour le cas de la rondelle dimensionnée à l'étude précédente, la capacitance effective est égale à  $230.76 \text{ nF}$ .

D'après l'équation (4.10), lors de la phase de dimensionnement, il est plus intéressant d'augmenter l'épaisseur de la rondelle plutôt que d'augmenter son diamètre extérieur. En effet, la capacitance est inversement proportionnelle à l'épaisseur et quadratiquement proportionnelle au diamètre extérieur de la rondelle.

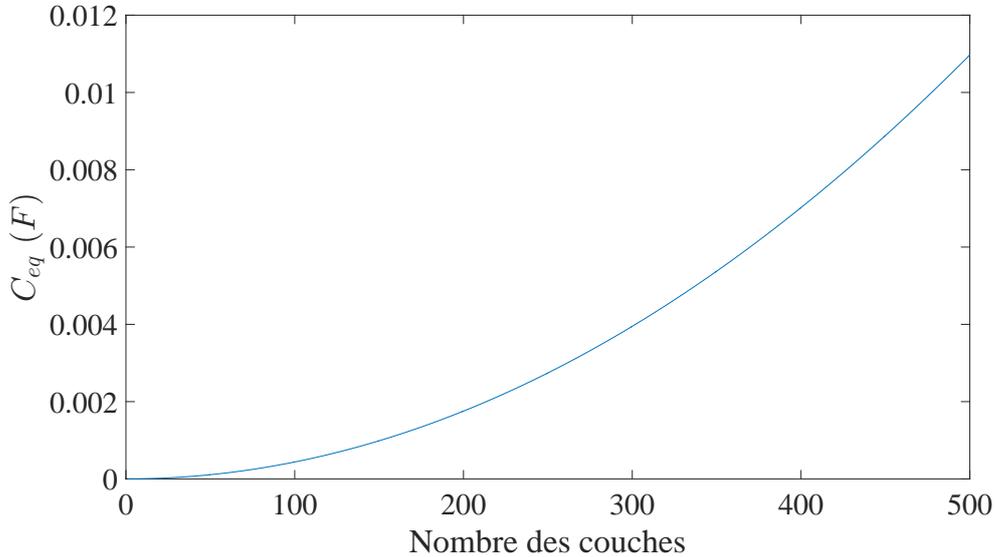


FIGURE 4.45 – Evolution de la capacitance équivalente en fonction du nombre des couches de rondelle pour une épaisseur totale de  $6 \text{ mm}$ .

La puissance électrique nécessaire à l'activation de la rondelle dimensionnée (deuxième solution) est plus faible que celle des rondelles empilées (première solution). Pour une longueur utile

fixe et en variant le nombre de couches des rondelles, la puissance électrique requise (capacité équivalente  $C_{eq} = \sum_i C_i$ ) évolue quadratiquement en fonction du nombre de couches piézoélectriques, voir figure 4.45.

### 4.6 Conclusions

Au début de ce chapitre, on a précisé les différents types de contrôle actif. Les lois de contrôle utilisées dans le chapitre III peuvent suivre un schéma de contrôle par anticipation puisqu'on applique une excitation secondaire (variation de la force de serrage).

Afin de pouvoir mettre ces lois en oeuvre, on s'est intéressé à l'application technologique de la variation de serrage. Pour la mesure de la force de serrage, on a présenté la méthode de mesure par ultrason et la mesure par jauges de déformation, et on a testé la sensibilité de trois vis instrumentées équipées de huit jauges de déformation chacune. Pour cette configuration, les vis sont plus précises et sensibles en comparaison aux configurations traditionnelles. Lors de la phase de caractérisation des vis instrumentées, on a montré l'effet des conditions aux limites à modifier la force de serrage mesurée.

On a ensuite clarifié que l'utilisation de la technologie piézoélectrique sous ses formes commercialisées n'est pas adaptée pour commander l'effort dans les assemblages boulonnés. Ce point est montré numériquement et expérimentalement. Expérimentalement, on a alimenté les rondelles piézoélectriques en tension pour tester leurs potentielles, on a intégré les vis instrumentées et les rondelles piézoélectriques dans une structure "lap joint". On a montré que la capacité des rondelles dépend des précharges mécaniques appliquées. Une étape de dimensionnement est donc nécessaire pour satisfaire les conditions techniques et le cahier de charge, cette méthode de dimensionnement a été détaillée dans ce chapitre.

Finalement, on a développé la capacitance des rondelles piézoélectriques pour calculer la puissance électrique nécessaire pour le contrôle de la force de serrage. Pour commander l'effort dans les assemblages boulonnés, il faut utiliser plusieurs rondelles piézoélectriques empilées au lieu qu'une seule. De même, il faut utiliser les rondelles les plus fines, ce qui augmente l'énergie nécessaire à actionner les rondelles piézoélectriques pour la même longueur utile des vis. Il faut cependant trouver un nombre optimal de rondelles piézoélectriques puisque l'augmentation de la longueur utile de vis résulte une perte de rigidité de la vis d'où la diminution de l'efficacité des rondelles.



# Conclusion générale et perspectives

Les travaux de recherches de ce mémoire portent sur le développement d'une structure intelligente. Les aspects du développement concernent :

- la définition d'un coefficient de couplage d'une liaison dans une structure assemblée ;
- la proposition de lois de contrôle de la force normale dans les interfaces d'assemblage ;
- le développement technologique de la liaison active.

Les lois de contrôle sont conçues pour minimiser la dépendance de l'amortissement induit par frottement dans les interfaces de l'assemblage aux amplitudes vibratoires. Le contrôle est fait par des vis instrumentées équipées de rondelles piézoélectriques.

Dans un premier temps, la problématique est posée. Puis les échelles géométriques dans les interfaces de frottement sont présentées. La capacité du frottement à générer de l'amortissement et de l'assouplissement dans les structures est ensuite dévoilée. Les approches temporelles et fréquentielles du traitement de l'analyse dynamique des structures assemblées sont détaillées. Il convient de noter que la perte d'énergie dans les liaisons vient s'ajouter aux amortissements intrinsèques des matériaux et que l'amortissement généré par frottement des éléments assemblés dépend du niveau de vibrations.

Afin de pouvoir modéliser un mode de vibration d'une structure assemblée, un modèle à deux degrés de liberté contenant un élément de Jenkins est défini. Le choix des paramètres de ce modèle est détaillé afin d'engendrer des marges de contrôle en faisant varier la force de serrage et la force d'excitation. Une zone localisée autour d'un boulon d'une structure assemblée sous contraintes et précharges mécanique est modélisée en tenant compte de la non-linéarité de frottement. Cet exemple montre la capacité des logiciels du commerce mais avec des temps de calcul très importants à traiter ce type de problème dynamique. Une analyse linéaire a permis de mettre en évidence l'effet de serrage d'une liaison secondaire pour trois configurations types d'assemblages fréquemment utilisés dans le domaine aéronautique.

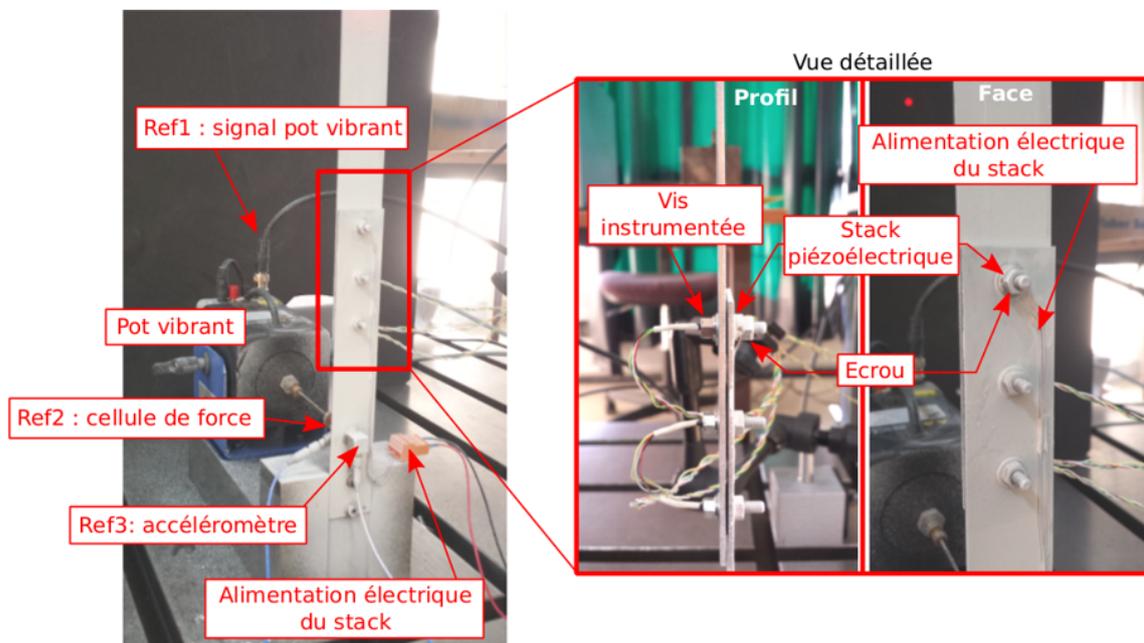
Au niveau du contrôle de vibration de ce type de liaison, l'intérêt est porté au développement des lois de contrôle de la force de serrage variable d'un assemblage boulonné. La proposition d'une forme sinusoïdale de la force de serrage, dénommé "loi de contrôle par phase", est faite pour le régime forcé. Cette forme de serrage engendre des niveaux vibratoires plus bas en comparaison à ceux obtenus avec une force de serrage constante. Ce résultat est validé pour tous les niveaux d'excitation et pour une large bande de fréquence. Une amélioration de la loi de contrôle pour le régime libre de vibration est faite. Cette amélioration résulte l'élimination des changements inutiles de la force de serrage.

Outre la stratégie de contrôle mise en place, le développement technologique d'une liaison active est discuté. Des vis instrumentées intégreront les structures assemblées. Les vis sont équipées de huit jauges de déformation. Les limites de la performance de la technologie piézoélectrique

sous sa forme commerciale actuelle sont montrées. Ainsi une étape de dimensionnement est présentée. La consommation électrique des rondelles piézoélectrique est ensuite détaillée.

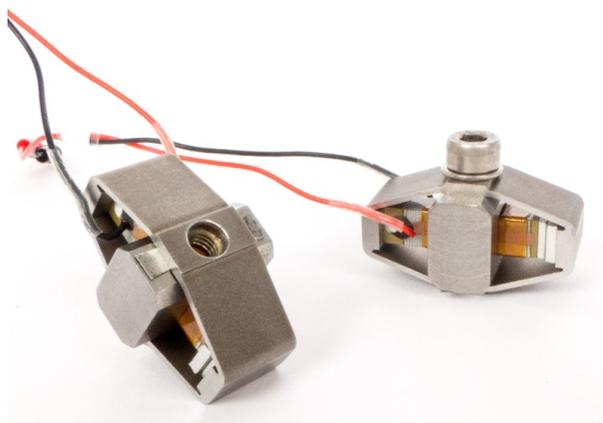
L'effet des conditions aux limites à modifier la force de serrage mesurée par les vis instrumentées est montré. L'empilement des rondelles piézoélectrique augmente la capacité de contrôle de la force de serrage. Cette capacité dépend de la précharge mécanique appliquée. Les vis instrumentées et des rondelles piézoélectriques existantes sont intégrées à une structure lapjoint. Pour ce cas, il a été montré que l'effet du contrôle est très limité.

Les travaux présentés dans cette thèse ont servi de point de départ et de réflexion à la mise en place du deuxième workpackage du projet CLIMA, Conception de Liaisons Mécaniques Amortissantes, ayant pour objectifs : l'intégration de capteurs piézo-résistif pour la surveillance et le diagnostic des liaisons boulonnées [32, 14] et l'intégration d'actionneurs piézoélectriques [14] ou thermo-mécanique [27]. La construction de l'électronique de puissance pour pouvoir réguler le serrage et l'intégration d'actionneurs pour le contrôle vibratoire actif est la prochaine étape.



Structure en "lapjoint" équipée par des liaisons actives constituées par des vis instrumentées de Texys.

De nombreuses perspectives restent ouvertes. La détermination des niveaux vibratoire du régime permanent dans le chapitre II et III est faite avec une intégration temporelle. Ainsi, il serait donc important de développer des méthodes temporelles légères (comme la méthode de "shooting") ou des méthodes fréquentielles (comme la méthode de l'équilibrage harmonique). L'objectif de ce développement est la diminution du temps de calcul des niveaux vibratoires afin d'étendre le développement du coefficient de couplage d'une liaison aux structures industrielles et afin de tester les lois de contrôle de la force de serrage pour des structures plus complexes que celle modélisée par le modèle à deux degrés de liberté.



Deux prototypes d'Actionneurs Piézoélectriques Amplifiés (APA) développés avec Cedrat Technologies [14].

Du point de vue technologique, il serait intéressant d'utiliser des Actionneurs Piézoélectriques Amplifiés ou des rondelles piézoélectriques dimensionnées afin de pouvoir tester les lois de contrôle de la force de serrage.

# Annexe A

## Système 2-DDL

### A.1 Régime libre

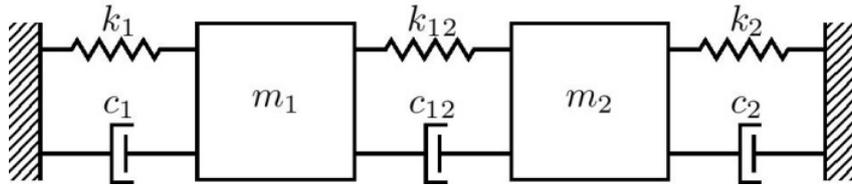


FIGURE A.1 – Système 2-DDL amorti.

Dans la figure A.1,  $k_i$  et  $c_i$  ( $i = 1, 2$ ) sont respectivement la rigidité et l'amortissement visqueux attachés à la masse  $m_i$  et à l'encastrement.  $k_{12}$  et  $c_{12}$  sont respectivement la rigidité et l'amortissement visqueux attachés aux deux masses. Les équations de mouvement du modèle présenté à la figure A.1 sont :

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} c_1 + c_{12} & -c_{12} \\ -c_{12} & c_2 + c_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_{12} & -k_{12} \\ -k_{12} & k_2 + k_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

$x_i$ ,  $\dot{x}_i$  et  $\ddot{x}_i$  sont respectivement le déplacement, la vitesse et l'accélération de la masse  $m_i$ . Nous cherchons des solutions de la forme  $x_1 = A_1 e^{st}$  et  $x_2 = A_2 e^{st}$ , avec  $A_1$  et  $A_2$  sont des constantes et  $s$  est la pulsation complexe du système amorti. Après développement on a :

$$\begin{bmatrix} m_1 s^2 + (c_1 + c_{12})s + k_1 + k_{12} & -c_{12}s - k_{12} \\ -c_{12}s - k_{12} & m_2 s^2 + (c_2 + c_{12})s + k_2 + k_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

Pour trouver des solutions non identiquement nulle de  $A_1$  et  $A_2$ , il faut trouver les modes et les valeurs propres de système. Donc il faut calculer :

$$\begin{vmatrix} m_1 s^2 + (c_1 + c_{12})s + k_1 + k_{12} & -c_{12}s - k_{12} \\ -c_{12}s - k_{12} & m_2 s^2 + (c_2 + c_{12})s + k_2 + k_{12} \end{vmatrix} = 0 \quad (\text{A.3})$$

## Régime forcé

---

Ce qui donne une équation du quatrième ordre en  $s$  :

$$\left(m_1 s^2 + (c_1 + c_{12})s + k_1 + k_{12}\right) \left(m_2 s^2 + (c_2 + c_{12})s + k_2 + k_{12}\right) - (c_{12}s + k_{12})^2 = 0 \quad (\text{A.4})$$

Et les déplacements seront sous la forme générale :

$$\begin{aligned} x_1 &= A_{11}e^{s_1 t} + A_{11}^*e^{s_1^* t} + A_{12}e^{s_2 t} + A_{12}^*e^{s_2^* t} \\ x_2 &= A_{21}e^{s_1 t} + A_{21}^*e^{s_1^* t} + A_{22}e^{s_2 t} + A_{22}^*e^{s_2^* t} \end{aligned}$$

Les  $s_i$  sont sous la forme  $s_i = -\xi_i \omega_{0,i} \pm j\omega_{0,i} \sqrt{1 - \xi_i^2}$  avec  $\omega_{0,i}$  la pulsation propre du  $i^e$  mode et  $\xi_i$  l'amortissement modal qui lui associé.

Les  $A_{1i}$  sont déterminés à partir des conditions initiales. Ensuite les  $A_{2i}$  sont déduites d'après la relation suivante :

$$\frac{A_{1i}}{A_{2i}} = \frac{c_{12}s_i + k_{12}}{m_1 s_i^2 + (c_1 + c_{12})s_i + k_1 + k_{12}} \quad (\text{A.5})$$

Pour un système stable, les  $s_i$  sont des nombres complexes à partie réelle négative. Pour un exemple,  $c_1 = c_2 = c$ ,  $k_1 = k_2 = k$  et  $m_1 = m_2 = m$ , l'équation caractéristique est :

$$\left(m s^2 + (c + c_{12})s + k + k_{12}\right)^2 - (c_{12}s + k_{12})^2 = 0 \quad (\text{A.6})$$

D'où :

$$\begin{aligned} s_{1,2} &= -c/2m \pm \sqrt{-k/m + (c/2m)^2} \\ s_{3,4} &= -(c + 2c_{12})/2m \pm \sqrt{-(k + 2k_{12})/m + ((c + 2c_{12})/2m)^2} \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

## A.2 Régime forcé

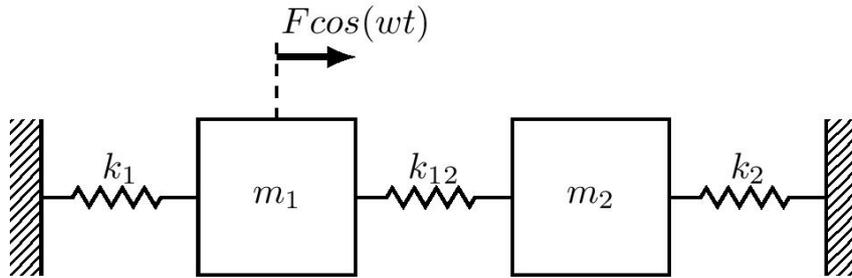


FIGURE A.2 – Système 2-DDL forcé non amorti.

Pour le système de la figure A.2,  $F \cos(\omega t)$  est la force d'excitation appliquée à la première masse. Dans ce cas les équations du mouvement du modèle sont :

$$\begin{bmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x}_1 \\ \ddot{x}_2 \end{pmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 + k_{12} & -k_{12} \\ -k_{12} & k_2 + k_{12} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \cos(\omega t) \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

La solution du système forcé non amorti de la figure A.2 est sous la forme :

$$\begin{pmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} \cos(\omega t) \quad (\text{A.9})$$

D'où :

$$\begin{bmatrix} k_1 + k_{12} - m_1\omega^2 & -k_{12} \\ -k_{12} & k_2 + k_{12} - m_2\omega^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.10})$$

Ensuite :

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_1 + k_{12} - m_1\omega^2 & -k_{12} \\ -k_{12} & k_2 + k_{12} - m_2\omega^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.11})$$

Puis :

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \end{pmatrix} = \frac{\begin{bmatrix} k_2 + k_{12} - m_2\omega^2 & k_{12} \\ k_{12} & k_1 + k_{12} - m_1\omega^2 \end{bmatrix}}{\begin{vmatrix} k_1 + k_{12} - m_1\omega^2 & -k_{12} \\ -k_{12} & k_2 + k_{12} - m_2\omega^2 \end{vmatrix}} \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.12})$$

Soit la matrice de rigidité complexe  $[Z(\omega)] = \begin{bmatrix} k_1 + k_{12} - m_1\omega^2 & -k_{12} \\ -k_{12} & k_2 + k_{12} - m_2\omega^2 \end{bmatrix}$ .

Ainsi :

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{k_2 + k_{12} - m_2\omega^2}{|Z(\omega)|} F \\ X_2 &= \frac{k_{12}}{|Z(\omega)|} F \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Pour l'exemple  $k_1 = k_2 = k_{12} = k$  et  $m_1 = m_2 = m$ , on a  $|Z(\omega)| = m^2(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)$ ,  $\omega_1^2 = k/m$  et  $\omega_2^2 = 3k/m$ . Ainsi, les amplitudes sont sous la forme :

$$\begin{aligned} X_1 &= \frac{2k - m\omega^2}{m^2(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)} F \\ X_2 &= \frac{k}{m^2(\omega^2 - \omega_1^2)(\omega^2 - \omega_2^2)} F \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Pour la première masse, il y a deux pics de résonance à  $\omega = \omega_1$  et à  $\omega = \omega_2$  et une antirésonance ( $X_1 = 0$ ) à  $\omega = \sqrt{2k/m}$ .

## Annexe B

# Développement analytique de la force de l'élément de Jenkins

La force d'interaction tangentielle entre les deux masses (résultante de l'élément Jenkins)  $f_{nl}$  est définie par :

$$\frac{df_{nl}}{d\delta} = \sigma \left( 1 - \frac{f_{nl}}{F_c} \text{sign}(\dot{\delta}) \right)^\alpha \quad (\text{B.1})$$

Avec :

- $\delta = x_2 - x_1$  le déplacement relatif;
- $F_n$  la force normale de serrage;
- $\mu$  le coefficient de frottement;
- $F_c$  la force de Coulomb ou aussi la force de déclenchement de glissement total,  $F_c = \mu F_n$ ;
- $\sigma$  la rigidité tangentielle du Jenkins;
- $\alpha$  la constante qui détermine la forme de la loi de frottement.

Si  $\alpha = 1$ , on obtient :

$$\frac{df_{nl}}{d\delta} = \sigma \left( 1 - \frac{f_{nl}}{F_c} \text{sign}(\dot{\delta}) \right) \quad (\text{B.2})$$

$$\frac{\frac{df_{nl}}{d\delta}}{1 - \frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} f_{nl}} = \sigma \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{-\frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} \frac{df_{nl}}{d\delta}}{1 - \frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} f_{nl}} = -\frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} \sigma \quad (\text{B.4})$$

$$\int_{\delta_0}^{\delta} \frac{-\frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} \frac{df_{nl}}{d\delta}}{1 - \frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} f_{nl}} d\delta = -\frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} \sigma \int_{\delta_0}^{\delta} d\delta \quad (\text{B.5})$$

$$\ln \left| 1 - \frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} f_{nl}(\delta) \right| - \ln \left| 1 - \frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} f_{nl}(\delta_0) \right| = -\frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} \sigma(\delta - \delta_0) \quad (\text{B.6})$$

$$\frac{1 - \frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} f_{nl}(\delta)}{1 - \frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} f_{nl}(\delta_0)} = e^{-\frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} \sigma(\delta - \delta_0)} \quad (\text{B.7})$$

$$1 - \frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} f_{nl}(\delta) = e^{-\frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} \sigma(\delta - \delta_0)} \left( 1 - \frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} f_{nl}(\delta_0) \right) \quad (\text{B.8})$$

$$f_{nl}(\delta) = -\frac{F_c}{\text{sign}(\dot{\delta})} \left[ -1 + \left( 1 - \frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} f_{nl}(\delta_0) \right) e^{-\frac{\text{sign}(\dot{\delta})}{F_c} \sigma(\delta - \delta_0)} \right] \quad (\text{B.9})$$

Soient  $f_{nl,0} = f(\delta_0)$ ,  $\delta_0 = \delta_{max} = (x_2(t) - x_1(t))_{max} = A$  et  $\delta(t) = A \cos(\omega t)$ . Pour les points de changement de signes de vitesses on a :

1. Pour le passage de signe '+' vers signe '-' ( $\dot{\delta} \leq 0$ )  $\begin{cases} \delta = A \\ f_{nl} = f_{nl,0} \end{cases}$
2. Pour le passage de signe '-' vers signe '+' ( $\dot{\delta} \geq 0$ )  $\begin{cases} \delta = -A \\ f_{nl} = -f_{nl,0} \end{cases}$

Pour chercher  $f_{nl,0}$ , on prend le cas où  $\dot{\delta} \geq 0$  et  $\delta = \delta_0$  qui nous donne :

$$f_{nl,0} = -f_{nl,0} + (F_c - f_{nl,0}) \left( 1 - e^{-2\frac{\sigma}{F_c} A} \right) \quad (\text{B.10})$$

Soit  $\beta = \sigma/F_c A$ , alors :

$$f_{nl,0} = F_c \frac{1 - e^{-2\beta}}{1 + e^{-2\beta}} \quad (\text{B.11})$$

Ce qui nous donne  $f_{nl,0} = F_c \tanh(\beta)$  et finalement :

$$\begin{cases} \dot{\delta} > 0 & f_{nl}(t) = F_c - F_c (1 + \tanh(\beta)) e^{-\frac{\sigma}{F_c}(\delta+A)} \\ \dot{\delta} \leq 0 & f_{nl}(t) = -F_c + F_c (1 + \tanh(\beta)) e^{-\frac{\sigma}{F_c}(\delta-A)} \end{cases} \quad (\text{B.12})$$

Si on adapte le développement présenté dans la référence [75] pour  $f_{nl}$ , alors les coefficients de la série de Fourier donnent :

$$a_0 = 0, \quad a_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_{nl}(t) \cos(k\omega t) dt \quad \text{et} \quad b_k = \frac{2}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_{nl}(t) \sin(k\omega t) dt \quad (\text{B.13})$$

Après développement :

$$a_k = \Xi \left( 1 + \sum_{j=1}^{\frac{k+1}{2}} \frac{(-1)^j (2j-1)!!}{(2j)!} \prod_{l=0}^{j-1} \frac{1}{n+1+2j-2l} \prod_{l=1}^j k^2 - (2l-1)^2 \right) \forall k = 1, 3, 5.. \quad (\text{B.14})$$

Avec

$$\Xi = \gamma \sum_{n=1,3,5..}^{\infty} \frac{\pi \beta^n n!!}{n! 2^{\frac{n+1}{2}} \left(\frac{n+1}{2}\right)!} \quad (\text{B.15})$$

Sachant que  $\gamma = (2F_c)/(1 + \tanh(\beta))e^{-\beta}$ , alors :

$$b_k = \Upsilon_k \frac{2\psi}{\omega} \sum_{n=1,3,5..}^{\infty} \frac{\beta^n}{n!} (-1)^{\frac{k-1}{2}} \left[ \frac{1}{n+1} + \sum_{j=1}^{\frac{k-1}{2}} \frac{(-1)^j \prod_{m=1}^j (k^2 - (2m-1)^2)}{(2j)!(2j+n+1)} \right] \quad (\text{B.16})$$

$\forall k = 1, 3, 5..$

$$\text{Avec } \Upsilon_k = \begin{cases} \frac{-4F_c}{k\pi} & k = 1, 3, 5.. \\ 0 & k = 0, 2, 4.. \end{cases} \quad \text{et } \psi = \frac{4F_c(1+\tanh(\beta))e^{-\beta}}{T}$$

## Annexe C

# Divers types d'éléments finis de contact

type	names	2-D (line)	3-D (surface)
node to node spring box	linkage element / gap element / bond link element / tie link element / 2node contact element	Anderson <i>et al.</i> [9] Ngo <i>et al.</i> [126] Nilosn [127] Franklin [58] Dupeyrat [51] Euser <i>et al.</i> [55]	Row <i>et al.</i> [151] Ahmed [2]
normal spring with friction disc	gap-friction elem. / nodal tie element /		Mondkar <i>et al.</i> [117] Coulthard [35]
shape linear, 1-Gauss	4-node joint element	Schricker <i>et al.</i> [153]	
shape linear, 2-Lobatto	bond element / decoupled joint	Stauder [161] Hilber <i>et al.</i> [79]	
eccentric spring (normal + rotational)	shell joint	Hall <i>et al.</i> [71]	Dowling [50]
shape linear, 2-Gauss (2×2-Gauss in 3-D)	joint element / bond element / contact element / slip element / 1-D interface	Coodman <i>et al.</i> [68] Hoshino [85] Schäfer Schäfer [152] Becker <i>et al.</i> [12] Toki [168] Nadim <i>et al.</i> [121]	Mahtab <i>et al.</i> [110] Schäfer [152] Desai <i>et al.</i> [43]
shape linear, 2-Lob. (s : 1-Gauss)	expl. rotation joint element	Goodman [67] Rots [150]	
shape quadratic, 2- or 3-Gauss (2×2- or 3×3- Gauss in 3-D)	bond element / curved joint elem. / interface element / norl. bound. cond. / isopar. contact elem. / connector element	Ngo [125] Sharma [154] Cramer <i>et al.</i> [36] Gadhinglajkar <i>et al.</i> [59] Hilber <i>et al.</i> [78] Carol <i>et al.</i> [28]	Tardieu <i>et al.</i> [165] Buragohain <i>et al.</i> [25] O'Connor [130] Katx <i>et al.</i> [94] Beer [13] Carol <i>et al.</i> [29]

*Annexe C : Divers types d'éléments finis de contact*

---

		Keuser [95]	Pack <i>et al.</i> [131]
Shape quadratic 3-Lobatto	lumped joint element	Hobberg <i>et al.</i> [81] Qiu <i>et al.</i> [146]	Ursua <i>et al.</i> [170]
shape linear, finite thickness, rel. displ. d.o.f	well-conditioned joint element / slip element	Ghaboussi <i>et al.</i> [66]	Agbabian [1] Wilson [175]
shape quadratic, finite thickness, rel. displ. d.o.f	parabolic interface element /	Mühlhaus [120] Pande <i>et al.</i> [133]	
shape linear, strain formulation, thru-thickness quad.	interface element / gap element / connector element	Petersson <i>et al.</i> [137] Llorente <i>et al.</i> [107] Stadter <i>et al.</i> [159]	Isenberg <i>et al.</i> [87]
shape quadratic, strain formulation, thru-thickness quad.	thin solid interface element / thin-layer element	Vermeer <i>et al.</i> [171] Desai [42]	
shape quadratic, strain formulation, midplane quadrature	variable thickness joint element	Zienkiewics <i>et al.</i> [179] Nsangou [129]	Ricketts <i>et al.</i> [149] Richer [148]

TABLE C.1 – Divers types d'éléments de joint [82].

## Annexe D

# Caractérisation des vis instrumentées

La première tentative pour mesurer la force normale dans l'interface est faite par des rondelles piézoélectriques. Cette démarche pose un problème de répétabilité à cause des phénomènes mécaniques (auto desserrage de vis, concentricité de la rondelle et de vis, etc.) et électriques (charge et décharge de la rondelle piézoélectrique).

La déformation de la tête de vis est de l'ordre de quelque micron. Cette plage de déformation est difficile à détecter. Ainsi, la méthode utilisée pour mesurer la force de serrage est par des jauges de déformation. Dans cette annexe, on caractérise trois vis M4 en titane instrumentées par Texys. Les vis sont équipées par 8 jauges de déformation chacune. Ce nombre de jauges a été choisi pour augmenter la sensibilité.

Les vis instrumentées traduisent la force de traction en tension qui sera amplifiée et mesurée. En effet la déformation de la tête de vis est convertie en tension à l'aide d'un pont de 8 jauges. Les jauges de déformation sont alimentées en continu avec "Aim TTi CPX 400D Dual 420 watt" (Figure D.1).

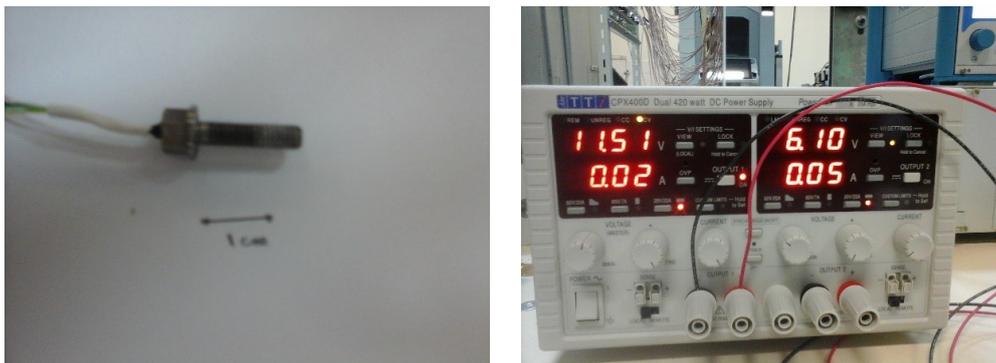


FIGURE D.1 – Vis M4 instrumentée de Texys alimentée par "Aim TTi CPX 400D Dual 420 watt".

Pour relier la tension de sortie des vis instrumentées aux précharges mécanique, on a utilisé deux capteurs de force. Le premier capteur de force est un "KISTLER 9021A" installé avec un

## Annexe D : Caractérisation des vis instrumentées

appareil de mesure “KISTLER 5015A1000” (Figure D.2). Le deuxième capteur de force est un “FUTEK LTH300” installé avec un conditionneur de signal “FUTEK IAA100” (Figure D.3). L’utilisation de deux capteurs de force montre l’effet des conditions aux limites sur l’effort de serrage mesuré (point discuté au chapitre 4).



FIGURE D.2 – Conditionneur “KISTLER 5015A1000” , Capteur de force “KISTLER 9021A”.



FIGURE D.3 – Capteur de force “Futek” branché avec un conditionneur de signal “Futek IAA100”.

Le diamètre intérieur de “KISTLER 9021A” est de  $10,5\text{mm}$  tandis que pour “FUTEK LTH300” il est de  $4,76\text{mm}$ . A cause de cette différence, on est plus confiant aux résultats obtenus par “FUTEK LTH300”. Pour le cas d’utilisation de “KISTLER 9021A”, on a remarqué la déformation plastique de la rondelle située entre la tête de vis et le capteur de force. Dans ce cas, la rondelle devient conique. La différence des conditions aux limites change la déformation de centre de la tête de vis et par conséquent elle modifie les tensions relevées par les jauges collées sur les vis. Cela explique la sous-estimation de la force de serrage mesuré par “KISTLER 9021A” par

rapport à “FUTEK LTH300”.

Les 3 vis M4 sont différenciées : Vis extérieure (Figure D.4), Vis centrale (Figure D.5) et Vis encastrement (Figure D.6). Pour la caractérisation des vis, on a répété l’essai suivant :

- on serre la vis M4 à l’aide d’une clé dynamométrique ;
- on mesure la force de serrage à l’aide du capteur de force ;
- on relève la tension de vis instrumentée ;
- on desserre et on augmente le couple de serrage de  $0.1Nm$ .

Le calibrage de chacune des vis est nécessaire. En effet une légère modification de l’emplacement des jauges de déformation peut modifier la sensibilité des vis. De plus, “l’offset”, la tension de sortie de la vis instrumentée à un précharge nul, est variable selon le choix du constructeur. Le choix de cette dernière est critique comme on peut voir en comparant la linéarité des courbes des figures D.4 à D.6. Les essais de caractérisation négligent l’effet des efforts parasite de flexion et de torsion. En effet aux premiers essais, on s’intéresse à la force de traction dans une vis seule non intégrée dans une structure assemblée.

L’erreur de mesure de capteur “FUTEK LTH300” est de 1,6% qui est la somme des marges d’erreur de la non-linéarité, d’hystérésis, non répétabilité et l’effet de changement de température de 1 degré. L’erreur de mesure de capteur “KISTLER 9021A” est de 0.6% qui est la somme des marges d’erreur de la non-linéarité et d’hystérésis. Les marges d’erreur présentées dans les figures D.4 à D.6 sont considérées comme acceptable.

*Calibrage de la “Vis Extérieure”*

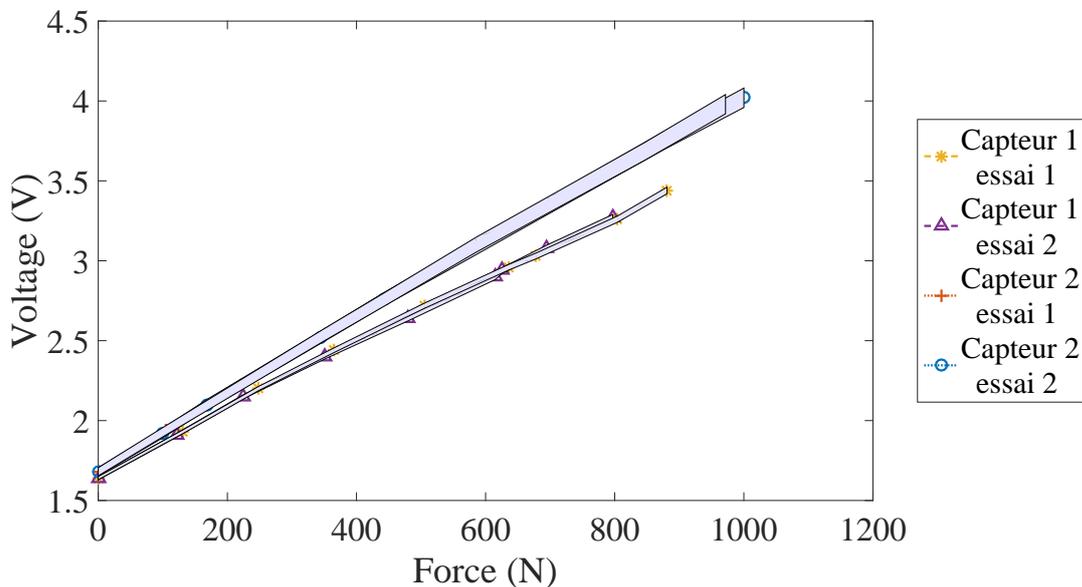


FIGURE D.4 – Tension relevée de la Vis extérieure en fonction de la force mesurée par les deux capteurs de force en présentant la marge d’erreur pour chaque essai.

Dans la figure D.4, on a présenté la tension relevée de la “Vis Extérieure” en fonction de la force mesurée par les deux capteurs de force (capteur 1 : “KISTLER 9021A” et capteur 2 :

“FUTEK LTH300”). Cette relation peut être assumée linéaire. En effet la démarche suivie pour la caractérisation ne montre pas l’effet d’hystérésis qui peut se produire. En effet, si on augmente d’une manière continue la force de serrage puis on la diminue de la même manière une boucle d’hystérésis peut apparaître. Cette différence de mesure peut être d’origine mécanique ou électrique. Elle est sensible à la présence de rondelle dans l’assemblage (rigidité globale de la liaison), à la géométrie de la vis et de la vitesse d’application des efforts.

Si  $y$  est la tension relevée de la vis en  $V$  et  $x$  est la force de serrage mesurée par les capteurs en  $N$ , alors les relations de la tension relevée de la vis et de la force sont détaillées dans le système (D.1).

$$\text{Vis Exterieur} \begin{cases} \text{capteur 1} \begin{cases} \text{linear fitting} & y = 2 \cdot 10^{-3}x + 1.667 \\ \text{quadrattic fitting} & y = -2.1 \cdot 10^{-7}x^2 + 2.2 \cdot 10^{-3}x + 1.64 \end{cases} \\ \text{capteur 2} \begin{cases} \text{linear fitting} & y = 2.3 \cdot 10^{-3}x + 1.7 \\ \text{quadrattic fitting} & y = 1.6 \cdot 10^{-7}x^2 + 2.5 \cdot 10^{-3}x + 1.7 \end{cases} \end{cases} \quad (D.1)$$

Le pourcentage de la norme d’erreur d’accordage pour le deuxième capteur de force dans le cas d’accordage linéaire est de 4.63% et elle est de 1.10% dans le cas d’accordage quadratique. L’erreur totale ; des erreurs d’accordage et des erreurs de mesure, est acceptable puis qu’elle est inférieur à 3% (pour le cas d’accordage quadratique).

Calibrage de la “Vis Centrale”

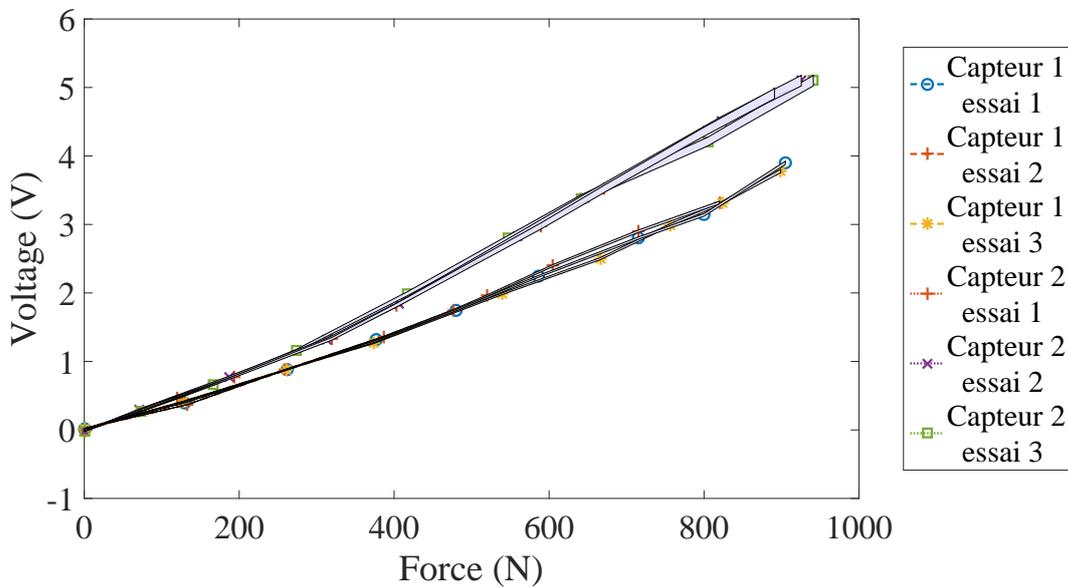


FIGURE D.5 – Tension relevée de la Vis centrale en fonction de la force mesurée par les deux capteurs de force en présentant la marge d’erreur pour chaque essai.

Si  $y$  est la tension relevée de la vis en  $V$  et  $x$  est la force de serrage mesurée par les capteurs en

$N$ , alors les relations de la tension relevée de la vis et de la force sont détaillées dans le système (D.2).

$$\text{Vis Centrale} \left\{ \begin{array}{l} \text{capteur 1} \left\{ \begin{array}{l} \text{linear fitting} \quad y = 4.2 \cdot 10^{-3}x - 0.16 \\ \text{quadrattic fitting} \quad y = 1.5 \cdot 10^{-6}x^2 + 2.9 \cdot 10^{-3}x + 22 \cdot 10^{-3} \end{array} \right. \\ \\ \text{capteur 2} \left\{ \begin{array}{l} \text{linear fitting} \quad y = 5.7 \cdot 10^{-3}x - 0.27 \\ \text{quadrattic fitting} \quad y = 1.9 \cdot 10^{-6}x^2 + 3.9 \cdot 10^{-3}x - 48 \cdot 10^{-3} \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (D.2)$$

Calibrage de la “Vis Encastrement”

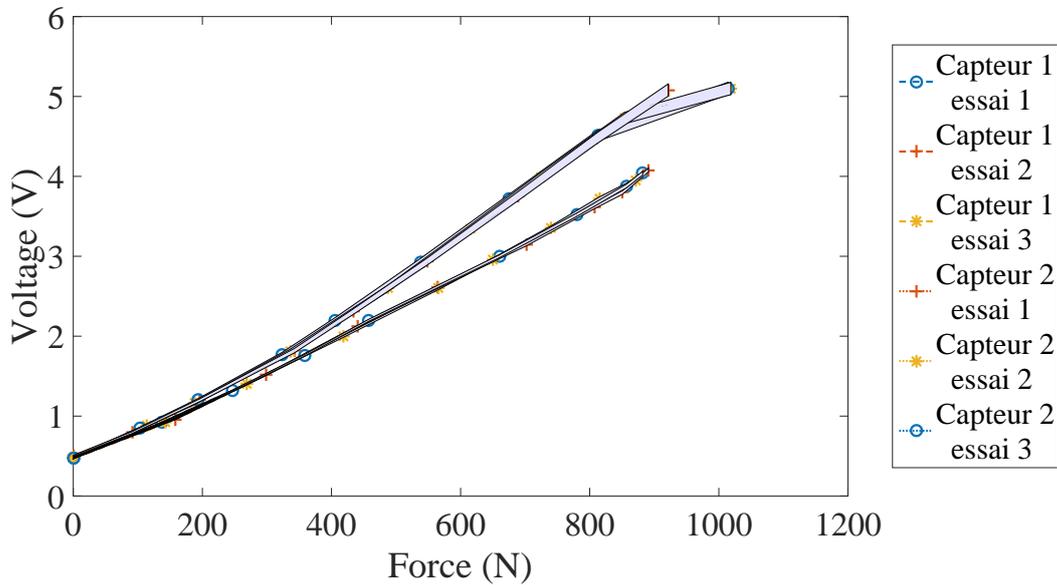


FIGURE D.6 – Tension relevée de la Vis encastrement en fonction de la force mesurée par les deux capteurs de force en présentant la marge d’erreur pour chaque essai.

Si  $y$  est la tension relevée de la vis en  $V$  et  $x$  est la force de serrage mesurée par les capteurs en  $N$ , alors les relations de la tension relevée de la vis et de la force sont détaillées dans le système (D.3).

$$\text{Vis Encastrement} \left\{ \begin{array}{l} \text{capteur 1} \left\{ \begin{array}{l} \text{linear fitting} \quad y = 4.1 \cdot 10^{-3}x + 0.37 \\ \text{quadrattic fitting} \quad y = 7.4 \cdot 10^{-7}x^2 + 3.4 \cdot 10^{-3}x + 0.46 \end{array} \right. \\ \\ \text{capteur 2} \left\{ \begin{array}{l} \text{linear fitting} \quad y = 5.1 \cdot 10^{-3}x + 0.27 \\ \text{quadrattic fitting} \quad y = 1.6 \cdot 10^{-6}x^2 + 3.6 \cdot 10^{-3}x + 0.46 \end{array} \right. \end{array} \right. \quad (D.3)$$

La relation de la force de serrage peut-être liée linéairement à la tension relevée aux vis instrumentées. La relation est plus linéaire lorsque l'offset est de  $1.7V$  (le cas pour la vis extérieure) au lieu de  $0.5V$  (le cas pour la vis encastrement) et au lieu de quelques millivolts (le cas pour la vis centrale). Ainsi, on favorisera prochainement l'utilisation d'une offset celle de la vis extérieure malgré que la sensibilité de cette dernière est la moitié des deux autres pour tester la validité de l'hypothèse qui relie l'offset à la linéarité des mesures.

Le développement des vis instrumentées est toujours en cour de perfection. Mais, on a prouvé la capacité d'utilisation de cette technologie pour mesurer la force de serrage dans les structures assemblées.

# Annexe E

## Rondelle “PICMA® PD080.3x”

### Round PICMA® Chip Actuators

MINIATURE MULTILAYER PIEZO ACTUATOR WITH AND WITHOUT INNER HOLE



#### PDOxx

- Superior lifetime
- Ultra-compact: From 5 mm Ø
- Ideal for dynamic operation
- Microsecond response
- Subnanometer resolution

#### Piezo linear actuator with PICMA® multilayer technology

Operating voltage -20 to 100 V. Ceramic insulation, polymer-free. Humidity resistance. UHV-compatible to 10<sup>-8</sup> hPa, no outgassing, high bakeout temperature.

Flexible thanks to numerous designs. Versions with rectangular, round or annular cross section

#### Possible modifications

PTFE-insulated wire leads. Various geometric shapes, inner hole. Precision-ground ceramic end plates

#### Fields of application

Industry and research. For laser tuning, microdispensing, life sciences

	PD050,3x	PD080,3x	PD120,3x	PD150,3x	PD160,3x	PD161,3x	Unit	Tolerance
ID	5 ±0.2	8 ±0.3	12 ±0.4	15 ±0.3	16 ±0.5	16 ±0.5	mm	
OD	2,5 ±0,15	4,5 ±0,15	6 ±0,2	9 ±0,15	8 ±0,25	—	mm	
TH	2,5 ±0,05	2,5 ±0,05	2,5 ±0,05	2 ±0,05	2,5 ±0,05	2,5 ±0,05	mm	
Travel range*	2	2	2	1,8	2	2,3	µm	±20 %
Blocking force	>400	>1000	>2500	>3300	>4400	>6000	N	
Electrical capacitance**	110	300	900	1000	1700	2400	nF	±20 %
Axial resonant frequency***	>500	>500	>500	>500	>500	>500	kHz	

Standard connections: PDxxx,31: PTFE-insulated wire leads, 100 mm, AWG 32, Ø 0,49 mm; PDxxx,30: Solderable contacts

Blocking force: At 0 to 100 V

\* At 0 to 100 V. The values refer to the unattached component and can be lower when glued on.

\*\* measured at 1 V<sub>pp</sub>, 1 kHz, RT

\*\*\* measure at 1 V<sub>pp</sub> unloaded, open on both sides. The value is halved for unilateral clamping. Lateral resonant frequencies can be lower than the axial ones, depending on the installation situation.

## Annexe F

# Potentiel de commande des rondelles piézoélectriques alimentées en tension et en évolution statique

Dans cette annexe on teste le potentiel des rondelles piézoélectriques “PICMA<sup>®</sup> PD080.3x”. Les essais expérimentaux consistent à appliquer une tension qui évolue de 0V à 60V puis à 0V pour un assemblage rondelles piézoélectriques, vis et écrou. Les essais sont faits pour le cas d’une seule rondelle, deux rondelles et quatre rondelles pour plusieurs précharge mécanique (couple de serrage) initiales. Le schéma représentatif de l’ensemble des rondelles et de vis est présenté dans la figure F.1.

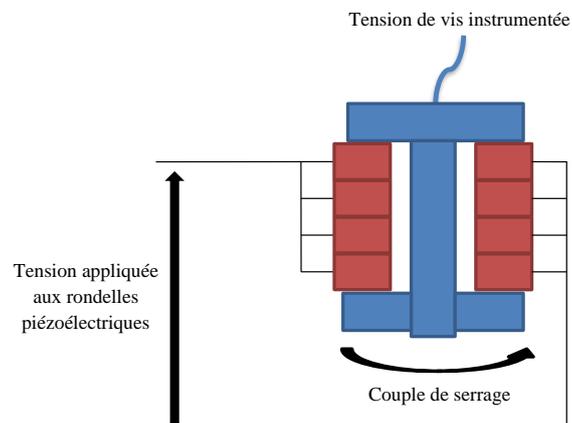


FIGURE F.1 – Schéma représentatif de l’ensemble des patches et de la vis.

Les objectifs des tests expérimentaux sont :

- visualiser l’effet hystérésis d’une part ;
- définir la plage de force de serrage qu’on peut résulter par une commande en tension.

Pour une seule rondelle on a présenté deux cas de précharge : de  $0.1Nm$  dans la figure F.2 et de

## Annexe F : Potentiel de commande des rondelles piézoélectriques alimentées en tension et en évolution statique

0.4Nm dans la figure F.3. Pour le précharge 0.1Nm (une force de traction après un précharge normal de 70N) on a une augmentation de la force de serrage de 38%. Pour le précharge 0.4Nm (un précharge de 300N), l'assemblage devient insensible aux tensions électriques appliquées. En effet, l'augmentation de la tension électrique appliquées ne résulte pas d'augmentation de la tension normale.

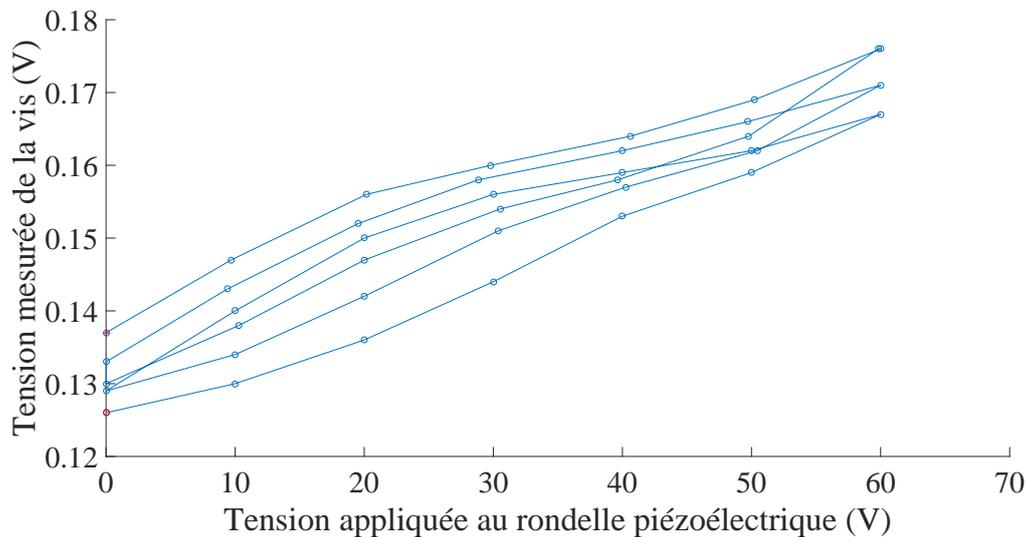


FIGURE F.2 – Tension de sortie de la vis centrale suite un balayage en positif de la tension appliquée à la rondelle piézoélectrique pour un couple de serrage initial de 0.1Nm.

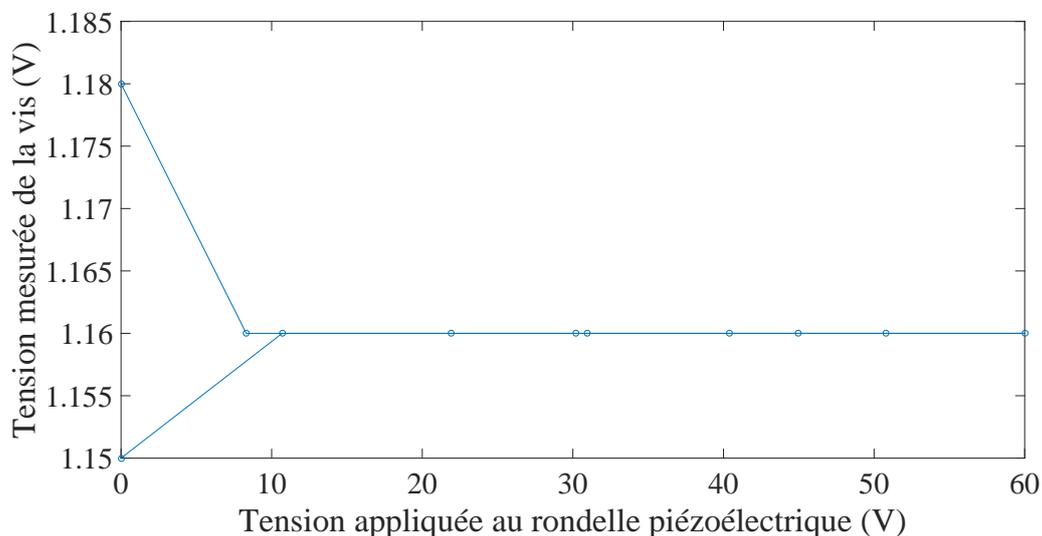


FIGURE F.3 – Tension de sortie de la vis centrale suite un balayage en positif de la tension appliquée à la rondelle piézoélectrique pour un couple de serrage initial de 0.4Nm.

De ces deux résultats, on confirme les limites d'utilisation d'une seule rondelle :

- pour les faibles précharges initiales, on peut résulter une augmentation très limitée ;

## Annexe F : Potentiel de commande des rondelles piézoélectriques alimentées en tension et en évolution statique

---

– en augmentant la précharge initiale, l’effet de la rondelle piézoélectrique disparue.

Les résultats expérimentaux montrent une capacité raisonnable des quatre rondelles piézoélectriques empilées : dans le cas de précharge normale initiale de  $300N$  on a pu monter à  $380N$  (26% d’augmentation) après une application de  $60V$  (voir figure F.4).

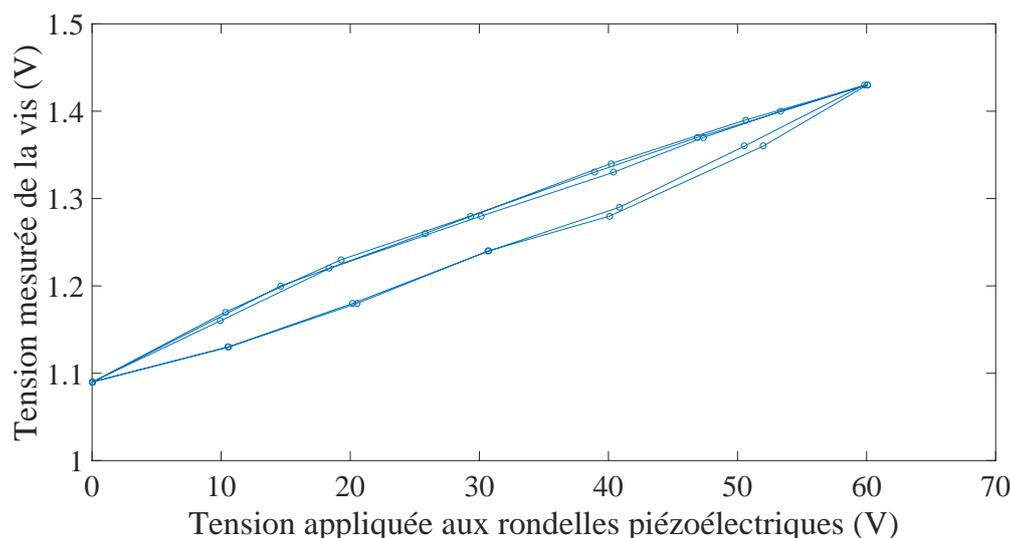


FIGURE F.4 – Tension de sortie de la vis centrale suite un balayage en positif de la tension appliquée aux 4 rondelles piézoélectriques pour un couple de serrage initial de  $0.4Nm$ .

L’effet des 4 rondelles piézoélectriques empilées est important et très encourageant, mais il ne peut pas résulter un passage de  $500N$  à  $1000N$  défini au cahier de charge du quatrième chapitre. Ce résultat reste à tester et à confirmer pour une variation dynamique de la tension appliquée aux rondelles piézoélectriques. La capacité de la tension appliquée aux rondelles à augmenter la force de serrage est présentée dans le tableau F.1 pour trois couples de serrage initial appliqués.

Si  $y$  est la tension de sortie de la vis en  $V$  et  $x$  est la force de serrage en  $N$ , alors pour la vis centrale l’accordage des mesure sous la forme quadratique (dans le domaine  $0-5V$  et  $0-900N$ ) est :

$$x = -11y^2 + 230y + 18 \quad (\text{F.1})$$

Le changement de tension des rondelles est plus efficace lorsqu’on augmente la précharge (soient d’origine du couple de serrage ou de tension déjà appliquée aux rondelles). Cet effet est logique puisque l’augmentation de la rigidité augmente l’efficacité des rondelles F.1.

**Annexe F : Potentiel de commande des rondelles piézoélectriques alimentées en tension et en évolution statique**

---

Couple de serrage (Nm)	tension appliquée aux patchs (V)	Tension de vis instrumentée (V)	Force de serrage (N)	Variation
0.2	0	0.405	109.35	
	10	0.419	112.44	3.09N/10V
	30	0.457	120.81	8.37N/20V
	60	0.545	140.08	19.27N/30V
0.4	0	1.28	294.38	
	10	1.29	296.39	2.01N/10V
	30	1.36	310.45	14.06N/20V
	60	1.51	340.22	29.77N/30V
0.8	0	3.47	683.65	
	10	3.51	689.78	6.13N/10V
	30	3.6	703.44	13.66N/20V
	60	3.79	731.69	28.25N/30V

TABLE F.1 – La capacité de la tension appliquée aux 4 rondelles piézoélectriques à augmenter la force de serrage de la vis centrale.

## Annexe G

# Potentiel de contrôle vibratoire des structures assemblées avec des rondelles piézoélectriques

La structure choisie pour tester le potentiel des rondelles piézoélectriques “PICMA<sup>®</sup> PD080.3x” est présentée dans la figure G.1. Cette structure est consisté de deux poutres en aluminium, de longueur 200mm, de larguer 20mm et d'épaisseur 2mm, assemblées en lap joint. La structure est assemblée par les 3 vis instrumentées calibrées dans l'annexe D.

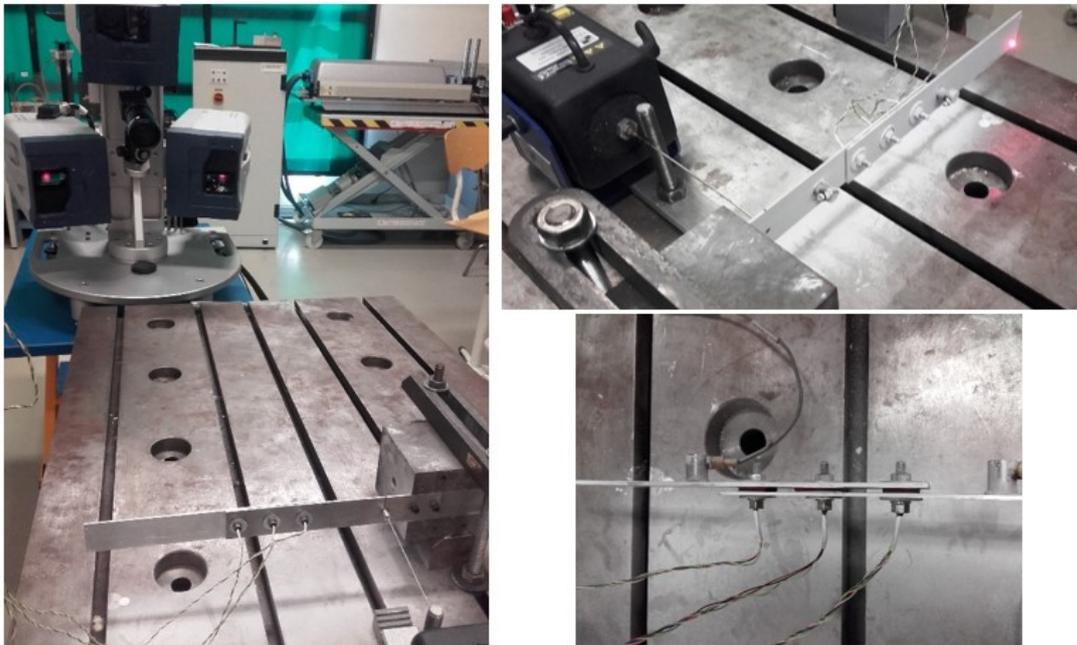


FIGURE G.1 – Structure choisie pour tester les lois de contrôle.

Les résultats d'un autre projet sont présentés dans la figure G.2. De cette figure on montre l'influence de la force de serrage à décaler les fréquences de résonances et à affecter les amplitudes

## Annexe G : Potentiel de contrôle vibratoire des structures assemblées avec des rondelles piézoélectriques

de vibration (amortissement). Ces deux effets sont visibles pour les domaines fréquentiels autour de  $600\text{Hz}$ ,  $1000\text{Hz}$  et  $1400\text{Hz}$ .

Le décalage de la cinquième fréquence de résonance suite le passage du couple de serrage de  $0.1\text{Nm}$  à  $0.8\text{Nm}$  est de  $3.97\%$ . Le décalage de la septième fréquence de résonance suite le passage du couple de serrage de  $0.1\text{Nm}$  à  $0.8\text{Nm}$  est de  $9.09\%$ . Le potentiel de décalage de la septième fréquence est plus important que la cinquième, mais on teste le potentiel des rondelles piézoélectriques pour la bande fréquentielle autour du  $620\text{Hz}$  à cause de la limite supérieure du courant électrique généré par l'amplificateur.

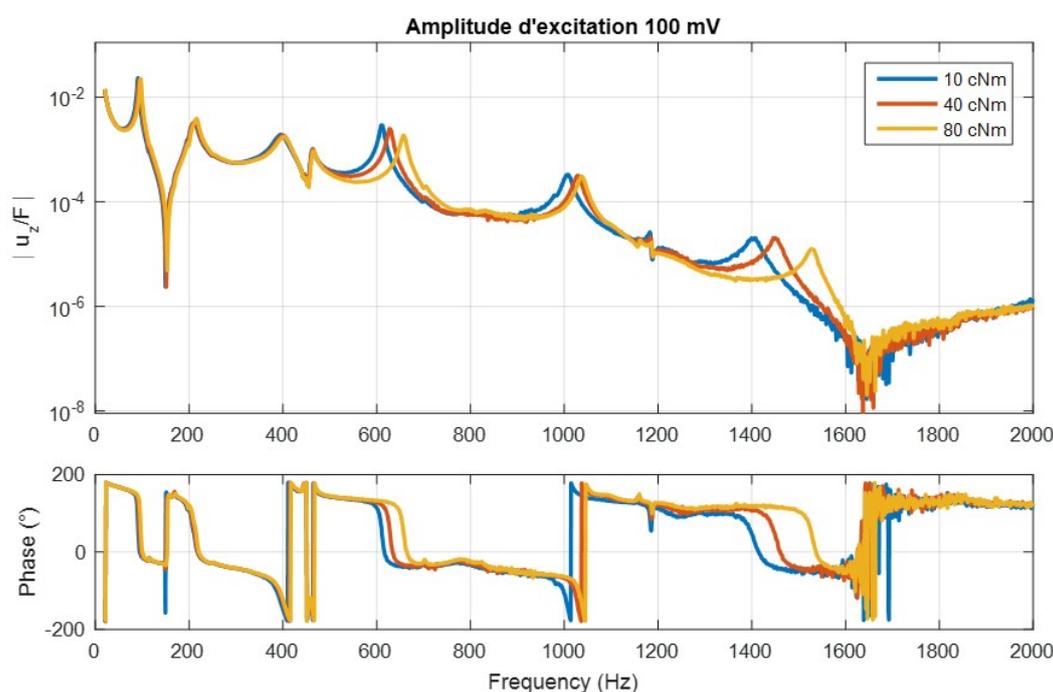


FIGURE G.2 – Influence de la force de serrage de la vis suite une excitation bruit blanc.

La longueur utile des vis ne permet que l'utilisation de trois rondelles piézoélectriques en maximum. Ainsi pour effectuer les tests on utilise que trois rondelles avec les matériels suivants (voir figure G.3) :

- un pot vibrant de marque “The Modal Shop” de type “K2007E01” ;
- un capteur de force de type “PCB PIEZOTRNIC” modèle “208C02” ;
- un accéléromètre de type “PCB PIEZOTRNIC” modèle “333B30” ;
- une alimentation en continue “CN780” de “CNB Electronique” pour alimenter les vis instrumentées et les rondelles piézoélectriques à travers un amplificateur de “ACX”.

Pour tester le potentiel des trois rondelles piézoélectriques :

- on serre au maximum la vis centrale et la vis de côté encastrée (Vis Encastrement) et on a appliqué un couple de serrage de  $0.4\text{Nm}$  avec une clef dynamométrique ;
- pour la plage fréquentielle de  $600\text{Hz}$  à  $645\text{Hz}$ , on mesure l'accélération à la limite de la poutre libre pour les deux cas où les rondelles piézoélectriques sont alimentées à  $100\text{V}$  et non

## Annexe G : Potentiel de contrôle vibratoire des structures assemblées avec des rondelles piézoélectriques

alimentées.

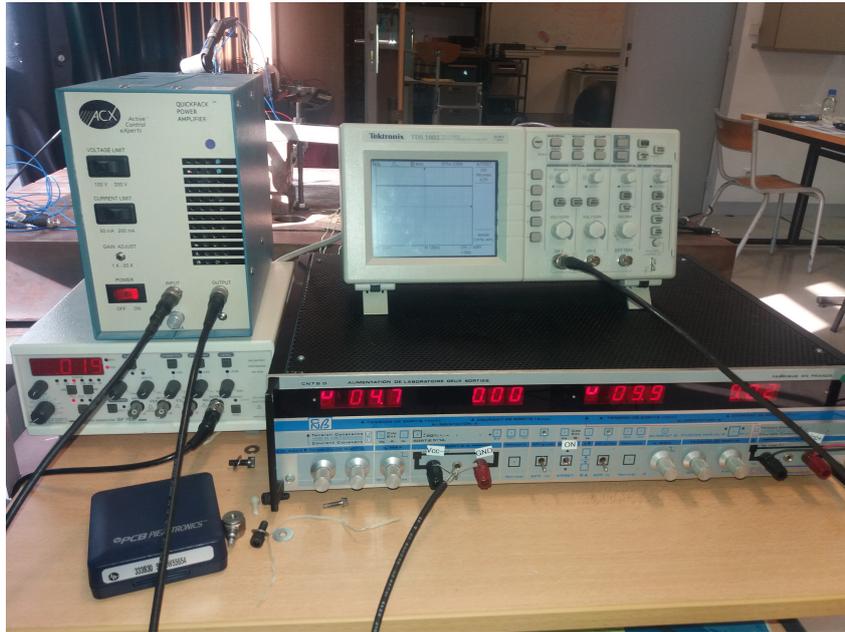


FIGURE G.3 – Matériels utilisés.

L'application de la tension de 100V ne fait décaler la fréquence de résonance que de 2Hz (figure G.4). Cet effet est très limité et il résume la nécessité des autres développements et des autres améliorations de la technologie piézoélectrique. Les points d'améliorations sont :

- augmenter la rigidité de la structure assemblée ;
- dimensionner une autre structure qui avait un potentiel plus important à décaler les fréquences de résonance en augmentant la distance entre les vis d'assemblages ;
- augmenter la limite supérieure du courant électrique appliqué aux rondelles piézoélectriques.

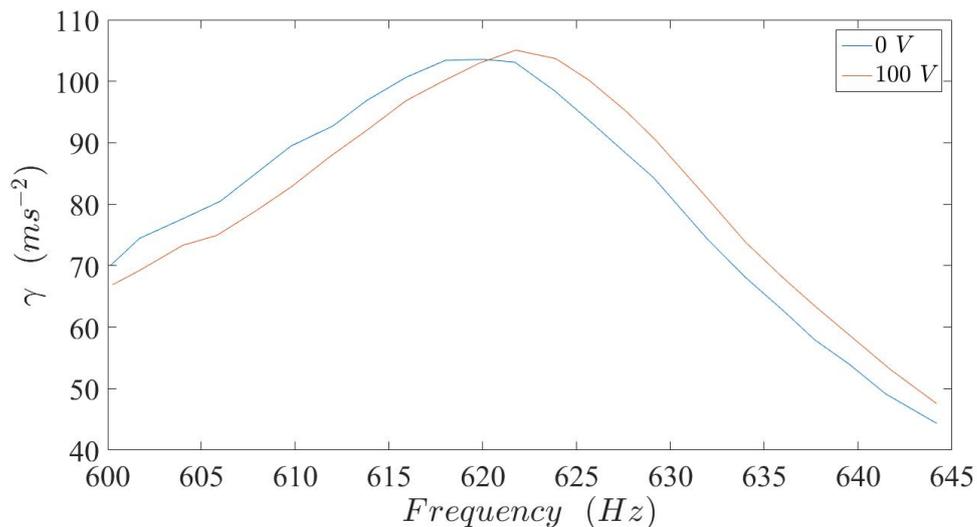


FIGURE G.4 – Potentiel de la commande en tension des rondelles piézoélectriques à précharge mécanique constante (couple de serrage à 0.4Nm).

---

**Bibliographie**

- [1] A. Agbabian. 3d fe analysis of cross cut and entry intersection of double entry coal mme. Technical Report R-7638-2-4162, El Segundo/CA (USA), 1976.
- [2] M. Ahmad and Y. Bangash. A 3d bond analysis using fes. *Computer & Structure*, 25(2) :281–296, 1987.
- [3] H. Ahmadian, M. Ebrahimi, J. Mottershead, and M. Friswell. Identification of bolted-joint interface models. In *Proceedings of ISMA*, volume 4, pages 1741–1747, 2002.
- [4] H. Ahmadian and H. Jalali. Generic element formulation for modelling bolted lap joints. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 21(5) :2318–2334, 2007.
- [5] H. Ahmadian, H. Jalali, J. Mottershead, and M. Friswell. Dynamic modelling of spot welds using thin layer interface theory. In *10th International Congress on Sound and Vibration*, pages 7–10, 2003.
- [6] H. Ahmadian, J. E. Mottershead, S. James, M. I. Friswell, and C. A. Reece. Modelling and updating of large surface-to-surface joints in the awe-mace structure. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 20(4) :868–880, 2006.
- [7] A. Akbarzadeh, M. A. Nik, and D. Pasini. Vibration responses and suppression of variable stiffness laminates with optimally steered fibers and magnetostrictive layers. *Composites Part B : Engineering*, 91 :315–326, 2016.
- [8] A. Al Majid. *Dissipation de l'énergie en mécanique vibratoire : opérateur d'hystérésis, phénomène métrique*. PhD thesis, Villeurbanne, INSA, 2002.
- [9] H. W. Anderson, J. S. Dodd, et al. Finite element method applied to rock mechanics. In *1st ISRM Congress*. International Society for Rock Mechanics, 1966.
- [10] M. C. Bampton and R. R. CRAIG, JR. Coupling of substructures for dynamic analyses. *Aiaa Journal*, 6(7) :1313–1319, 1968.
- [11] C. Beards and J. Williams. The damping of structural vibration by rotational slip in joints. *Journal of Sound and Vibration*, 53(3) :333–340, 1977.
- [12] J. Becker, P. Mueller, and C. Llorente. Nonlinear dynamic analysis of precast concrete walls. In *International Symposium Nonlinear Design of Concrete Structures*, 1979.
- [13] G. Beer. An isoparametric joint/interface element for the analysis of fractured rock. *Int J Numer Meth Eng*, 21 :585–600, 1985.
- [14] C. Belly, A. Guignabert, A. Riquer, G. Chevallier, and N. Peyret. Active washer for smart mechanical linkage. In *VIII ECCOMAS Thematic Conference on Smart Structures and Materials SMART 2017*, 2017.
- [15] M. Bengisu and A. Akay. Interaction and stability of friction and vibrations. In *Fundamentals of friction : Macroscopic and microscopic processes*, pages 553–566. Springer, 1992.
- [16] M. Bengisu and A. Akay. Stability of friction-induced vibrations in multi-degree-of-freedom systems. *Journal of Sound and Vibration*, 171(4) :557–570, 1994.

- [17] A. Bhaskararao and R. Jangid. Harmonic response of adjacent structures connected with a friction damper. *Journal of sound and vibration*, 292(3) :710–725, 2006.
- [18] P. Bliman and M. Sorine. Friction modeling by hysteresis operators. application to dahl, sticktion and stribeck effects. *Pitman Research Notes in Mathematics Series*, pages 10–10, 1993.
- [19] S. Bograd, P. Reuss, A. Schmidt, L. Gaul, and M. Mayer. Modeling the dynamics of mechanical joints. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 25(8) :2801–2826, 2011.
- [20] H. Bouaziz, N. Peyret, M. Abbes, G. Chevallier, and M. Haddar. A new concept of active vibration controller through a friction interface driven by piezos. In *Proceedings of ISMA2016 including USD2016*, pages 3663–3669, 2016.
- [21] H. Bouaziz, N. Peyret, M. S. Abbes, G. Chevallier, and M. Haddar. Vibration reduction of an assembly by control of the tightening load. *International Journal of Applied Mechanics*, 8(06) :1650081, 2016.
- [22] J. Boussinesq. *Application des potentiels à l'étude de l'équilibre et du mouvement des solides élastiques : principalement au calcul des déformations et des pressions que produisent, dans ces solides, des efforts quelconques exercés sur une petite partie de leur surface ou de leur intérieur : mémoire suivi de notes étendues sur divers points de physique, mathématique et d'analyse*, volume 4. Gauthier-Villars, 1885.
- [23] M. Brake. A reduced iwan model that includes pinning for bolted joint mechanics. *Non-linear Dynamics*, 87(2) :1335–1349, 2017.
- [24] M. C. Brennan and A.-M. R. McGowan. Piezoelectric power requirements for active vibration control. In *Smart Structures and Materials' 97*, pages 660–669. International Society for Optics and Photonics, 1997.
- [25] D. N. Buragohain and V. L. Shah. Curved isoparametric interface surface element. *Journal of the Structural Division*, 104(1) :205–209, 1978.
- [26] A. Bush, R. Gibson, and T. Thomas. The elastic contact of a rough surface. *Wear*, 35(1) :87–111, 1975.
- [27] P. Butaud, M. Ouisse, G. Chevallier, and E. Foltête. Design of thermally adaptive composite structures for damping and stiffness control. In *SPIE Smart Structures and Materials+ Nondestructive Evaluation and Health Monitoring*, pages 101650T–101650T. International Society for Optics and Photonics, 2017.
- [28] I. Carol and E. Alonso. A new joint element for the analysis of fractured rock. In *5th ISRM*, pages 147–151, 1983.
- [29] I. Carol, A. Gens, and E. Alonso. A 3d elastoplastic joint element. In *1st symposium Rock Joints*, pages 441–451, 1985.
- [30] N. J. Carpenter, R. L. Taylor, and M. G. Katona. Lagrange constraints for transient finite element surface contact. *International journal for numerical methods in engineering*, 32(1) :103–128, 1991.

- [31] L. Chen and S. Semercigil. A beam-like damper for attenuating transient vibrations of light structures. *Journal of sound and vibration*, 164(1) :53–65, 1993.
- [32] G. Chevallier, H. Bouaziz, and N. Peyret. Smart bolted joints for health monitoring and vibration control. In *A Conference and Exposition on Structural Dynamics, IMAC-XXXV*, 2017.
- [33] G. Chevallier, S. Ghorbel, and A. Benjeddou. A benchmark for free vibration and effective coupling of thick piezoelectric smart structures. *Smart Materials and Structures*, 17(6) :065007, 2008.
- [34] E. Cığeroğlu and H. N. Özgüven. Nonlinear vibration analysis of bladed disks with dry friction dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 295(3) :1028–1043, 2006.
- [35] M. Coulthard. Nodal tie element with non associated flow rule. Technical report, CSIRO Div. App. Geomech., 1982.
- [36] H. Cramer and W. e. a. Wunderlich. Fe analysis of stress distribution, induced fracture and post failure behaviour along a shear zone in rock. In *3rd ICONMONG*, pages 505–513, 1979.
- [37] G. Csaba. Forced response analysis in time and frequency domains of a tuned bladed disk with friction dampers. *Journal of Sound and Vibration*, 214(3) :395–412, 1998.
- [38] P. Dahl. A solid friction model. Technical report, DTIC Document, 1968.
- [39] P. R. Dahl. Solid friction damping of mechanical vibrations. *AIAA Journal*, 14(12) :1675–1682, 1976.
- [40] C. C. De Wit, H. Olsson, K. J. Astrom, and P. Lischinsky. A new model for control of systems with friction. *Automatic Control, IEEE Transactions on*, 40(3) :419–425, 1995.
- [41] G. V. Des Roches and E. Balmes. Understanding friction induced damping in bolted assemblies through explicit transient simulation. In *International Conference on Noise and Vibration Engineering*, pages ID–360. KUL, 2014.
- [42] C. Desai. Behavior of interfaces between structural and geologic media. In *Proceedings Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil*, pages 619–638. University of Missouri–Rolla, 1981.
- [43] C. Desai and G. Appel. 3-d analysis of laterally loaded structures. In *Proceedings of the 2nd international conference on numerical methods in geomechanics, Blacksburg*, pages 405–418, 1976.
- [44] C. Desai, M. Zaman, J. Lightner, and H. Siriwardane. Thin-layer element for interfaces and joints. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 8(1) :19–43, 1984.
- [45] J.-P. Deville and A. Cornet. *Physique et ingénierie des surfaces*. EDP sciences, 2012.
- [46] J. Dion, G. Chevallier, O. Penas, and F. Renaud. A new multicontact tribometer for deterministic dynamic friction identification. *Wear*, 300(1) :126–135, 2013.

- [47] J.-L. Dion, G. Chevallier, and N. Peyret. Improvement of measurement techniques for damping induced by micro-sliding. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 34(1) :106–115, 2013.
- [48] N. B. Do, A. A. Ferri, and O. A. Bauchau. Efficient simulation of a dynamic system with lugre friction. *Journal of Computational and Nonlinear Dynamics*, 2(4) :281–289, 2007.
- [49] M. Dokainish and K. Subbaraj. A survey of direct time integration methods in computational structural dynamics i. explicit methods. *Computers & Structures*, 32(6) :1371–1386, 1989.
- [50] M. J. Dowling. *NONLINEAR SEISMIC ANALYSIS OF ARCH DAMS*. PhD thesis, California Institute of Technology, 1987.
- [51] J. Dupeyrat. *Methodes de calcul des massifs discontinus a comportement non linéaire*. PhD thesis, Paris IV, 1975.
- [52] P. Dupont and A. Stokes. Semi-active control of friction dampers. In *Decision and Control, 1995., Proceedings of the 34th IEEE Conference on*, volume 4, pages 3331–3336. IEEE, 1995.
- [53] S. J. Elliott, P. Joseph, P. Nelson, and M. Johnson. Power output minimization and power absorption in the active control of sound. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 90(5) :2501–2512, 1991.
- [54] J. Esteban and C. A. Rogers. Energy dissipation through joints : theory and experiments. *Computers & Structures*, 75(4) :347–359, 2000.
- [55] M. Euser, G. Mehlhorn, and V. Cornelius. Bond between prestressed steel and concrete computer analysis using ADINA. *Computers & Structures*, 17(5-6) :669–676, 1983.
- [56] H. Festjens, G. Chevallier, and J. Dion. Nonlinear model order reduction of jointed structures for dynamic analysis. *Journal of Sound and Vibration*, 333(7) :2100–2113, 2014.
- [57] N. Fisco and H. Adeli. Smart structures : part i–active and semi-active control. *Scientia Iranica*, 18(3) :275–284, 2011.
- [58] H. A. Franklin and A. C. Scordelis. *Nonlinear analysis of reinforced concrete frames and panels*. PhD thesis, University of California, Berkeley, 1970.
- [59] V. Gadhinglajkar, R. Belkune, and C. Ramesh. Interface element for (wave) propagation in layered media. In *International conference Recent Advancement in Geotech. & Earthquake Engineering*, pages 649–652, 1981.
- [60] L. Gaul, H. Albrecht, and J. Wirtzner. Semi-active friction damping of large space truss structures. *Shock and Vibration*, 11(3-4) :173–186, 2004.
- [61] L. Gaul and J. Becker. Reduction of structural vibrations by passive and semiactively controlled friction dampers. *Shock and Vibration*, 2014, 2014.
- [62] L. Gaul and J. Lenz. Nonlinear dynamics of structures assembled by bolted joints. *Acta Mechanica*, 125(1-4) :169–181, 1997.

- [63] L. Gaul, J. Lenz, and D. Sachau. Active damping of space structures by contact pressure control in joints. *Journal of Structural Mechanics*, 26(1) :81–100, 1998.
- [64] L. Gaul and R. Nitsche. Friction control for vibration suppression. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 14(2) :139–150, 2000.
- [65] L. Gaul and R. Nitsche. Vibration control by interface dissipation in semi-active joints. *ZAMM-Journal of Applied Mathematics and Mechanics/Zeitschrift für Angewandte Mathematik und Mechanik*, 80(S1) :45–48, 2000.
- [66] J. Ghaboussi, E. Wilson, and J. Isenberg. Fes for rock joints and interface. *J. soil Mech. Found. Div. ASCE 99*, sm10 :833–847, 1973.
- [67] R. Goodman. Introductory lecture of fe analysis of jointed rocks. In *CISM Lect. Notes 165*, 1974.
- [68] R. E. Goodman, R. L. Taylor, and T. L. Brekke. A model for the mechanics of jointed rock. In *Proc. of ASCE, 94*, pages 637–659, 1968.
- [69] J. Greenwood and J. Williamson. Contact of nominally flat surfaces. In *Proceedings of the Royal Society of London A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, volume 295, pages 300–319. The Royal Society, 1966.
- [70] N. W. Hagood, W. H. Chung, and A. Von Flotow. Modelling of piezoelectric actuator dynamics for active structural control. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 1(3) :327–354, 1990.
- [71] J. F. Hall and M. J. Dowling. Response of jointed arches to earthquake excitation. *Earthquake engineering & structural dynamics*, 13(6) :779–798, 1985.
- [72] C. Hammami, E. Balmes, and M. Guskov. Numerical design and test on an assembled structure of a bolted joint with viscoelastic damping. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 70 :714–724, 2016.
- [73] G. Hartmann. Potentials and limitations of ultrasonic clamp load testing. Technical report, SAE Technical Paper, 2007.
- [74] L. Heller, E. Foltête, and J. Piranda. Experimental identification of nonlinear dynamic properties of built-up structures. *Journal of Sound and Vibration*, 327(1) :183–196, 2009.
- [75] D. Helmick and W. Messner. Describing function analysis of dahl model friction. In *2009 American control conference*, 2009.
- [76] H. Hertz. *Miscellaneous papers*. Macmillan, 1896.
- [77] M. R. Hestenes. Multiplier and gradient methods. *Journal of optimization theory and applications*, 4(5) :303–320, 1969.
- [78] H. Hilber and D. Raisch. Nonlinear 2d fe models for realistic tunnel analysis (in german). In *11th Int. FE Congr.*, pages 118–161, 1982.
- [79] H. M. Hilber and R. L. Taylor. *A finite element model of fluid flow in systems of deformable fractured rock*. Department of Civil Engineering, University of California, 1976.

- [80] M. Hiller, M. Bryant, and J. Umegaki. Attenuation and transformation of vibration through active control of magnetostrictive terfenol. *Journal of Sound and Vibration*, 134(3) :507–519, 1989.
- [81] J. Hohberg and H. Bachmann. A macro joint element for nonlinear arch dam analysis. In *Proc. 6th ICONMIG, Innsbruck*, pages II–829, 1988.
- [82] J.-M. Hohberg. *A joint element for the nonlinear dynamic analysis of arch dams*. Diss., ETH Zürich, 1992, 1992.
- [83] C. Horton, H. Gurgenci, M. Veidt, and M. Friswell. Finite element model updating of the welded joints in a tubular h-frame. In *Imac-Proceedings of the 17th International Modal Analysis Conference, Vols I and II*, volume 3727, pages 1556–1562. Society of Experimental Engineers, 1999.
- [84] H. Hosaka, K. Itao, and S. Kuroda. Damping characteristics of beam-shaped micro-oscillators. *Sensors and Actuators A : Physical*, 49(1) :87–95, 1995.
- [85] M. Hoshino. *A contribution to the analysis of the stress state at construction joints with coupled tendons of segmentally cast prestressed concrete bridges (in German)*. PhD thesis, D 17, TH Darmstadt (D), 1974.
- [86] R. Ibrahim and C. Pettit. Uncertainties and dynamic problems of bolted joints and other fasteners. *Journal of sound and Vibration*, 279(3) :857–936, 2005.
- [87] J. Isenberg, L.-C. Lee, and M. S. Agbabian. Response of structures to combined blast effects. *Transportation engineering journal of the American Society of Civil Engineers*, 99(TE4) :887–908, 1973.
- [88] W. Iwan. A distributed-element model for hysteresis and its steady-state dynamic response. *Journal of Applied Mechanics*, 33 :893–900, 1966.
- [89] H. Jalali, H. Ahmadian, and J. E. Mottershead. Identification of nonlinear bolted lap-joint parameters by force-state mapping. *International Journal of Solids and Structures*, 44(25) :8087–8105, 2007.
- [90] L. Janke, C. Czaderski, M. Motavalli, and J. Ruth. Applications of shape memory alloys in civil engineering structures—overview, limits and new ideas. *Materials and Structures*, 38(5) :578–592, 2005.
- [91] T. Jordan, Z. Ounaies, J. Tripp, and P. Tcheng. Electrical properties and power considerations of a piezoelectric actuator. In *MRS Proceedings*, volume 604, page 203. Cambridge Univ Press, 1999.
- [92] Y. Karim. *Caractérisation robuste de liaisons amortissantes avec dispositifs piezo-électriques pour la réduction de vibrations de structures*. PhD thesis, Conservatoire national des arts et metiers-CNAM, 2013.
- [93] Y. Karim and C. Blanzé. Vibration reduction of a structure by design and control of a bolted joint. *Computers & Structures*, 138 :73–85, 2014.
- [94] C. Katz and H. Werner. Implementation of nonlinear boundary conditions in finite element analysis. *Computers & Structures*, 15(3) :299–304, 1982.

- [95] M. Keuser. *Bond models for the nonlinear FE analysis of r/c structures (in German)*. PhD thesis, TH Darmstadt (D), 1985.
- [96] J. Kim, J.-C. Yoon, and B.-S. Kang. Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints. *Applied mathematical modelling*, 31(5) :895–911, 2007.
- [97] M. Krifa, N. Bouhaddi, G. Chevallier, S. Cogan, and N. Kacem. Estimation and correction of the modal damping error involving linear and nonlinear localized dissipation. *European Journal of Mechanics-A/Solids*, 66 :296–308, 2017.
- [98] O. Ksentini, B. Combes, M. S. Abbes, A. Daidie, and M. Haddar. Behavior of single-lap bolted joint subjected to dynamic transverse load. In *Design and Modeling of Mechanical Systems*, pages 167–174. Springer, 2013.
- [99] P. Ladevèze. *Nonlinear computational structural mechanics : new approaches and non-incremental methods of calculation*. Springer Science & Business Media, 2012.
- [100] P. Ladevèze, H. Lemoussu, and P. Boucard. A modular approach to 3-d impact computation with frictional contact. *Computers & Structures*, 78(1) :45–51, 2000.
- [101] V. Lampaert, J. Swevers, and F. Al-Bender. Modification of the leuven integrated friction model structure. *IEEE transactions on Automatic Control*, 47(4) :683–687, 2002.
- [102] M. J. Leamy. On a perturbation method for the analysis of unsteady belt-drive operation. *Journal of applied mechanics*, 72(4) :570–580, 2005.
- [103] R. Leine, D. Van Campen, A. De Kraker, and L. Van Den Steen. Stick-slip vibrations induced by alternate friction models. *Nonlinear dynamics*, 16(1) :41–54, 1998.
- [104] R. I. Leine and C. Glocker. A set-valued force law for spatial coulomb-contensou friction. In *ASME 2003 International Design Engineering Technical Conferences and Computers and Information in Engineering Conference*, pages 1031–1040. American Society of Mechanical Engineers, 2003.
- [105] Y. Li, Z. Hao, J. Feng, and D. Zhang. Investigation into discretization methods of the six-parameter iwan model. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 85 :98–110, 2017.
- [106] C. Liang, F. Sun, and C. Rogers. Coupled electromechanical analysis of adaptive material systems determination of the actuator power consumption and system energy transfer. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 5(1) :12–20, 1994.
- [107] C. Llorente, J. Becker, and J. Roesset. Effect of nonlinear-inelastic connection behavior on precast panelized s hearwalls. *Special Publication*, 63 :27–48, 1980.
- [108] L.-Y. Lu. Semi-active modal control for seismic structures with variable friction dampers. *Engineering structures*, 26(4) :437–454, 2004.
- [109] R. H. MacNeal. A hybrid method of component mode synthesis. *Computers & Structures*, 1(4) :581–601, 1971.
- [110] M. Mahtab and R. Goodman. 3d fe analysis of jointed rock slopes. In *2nd ISRM Congr.*, pages 353–360, 1970.

- [111] J. G. Maloney, M. T. Shelton, and D. A. Underhill. Structural dynamic properties of tactical missile joints-phase 1. Technical report, DTIC Document, 1970.
- [112] D. Mascarenas, M. Todd, G. Park, and C. Farrar. Remote inspection of bolted joints using rfid-tagged piezoelectric sensors. In *Proceeding of the IMAC-XXIV : Conference & Exposition on Structural Dynamics, St. Louis, MO, USA*, 2006.
- [113] D. D. Mascarenas, G. Park, and C. R. Farrar. Monitoring of bolt preload using piezoelectric active devices. In *Nondestructive Evaluation for Health Monitoring and Diagnostics*, pages 129–136. International Society for Optics and Photonics, 2005.
- [114] M. MASUKO, Y. ITO, and K. YOSHIDA. Theoretical analysis for a damping ratio of a jointed cantibeam. *Bulletin of JSME*, 16(99) :1421–1432, 1973.
- [115] A. F. Metherell and S. Diller. Instantaneous energy dissipation rate in a lap joint uniform clamping pressure. *Journal of Applied Mechanics*, 35(1) :123–128, 1968.
- [116] R. Mindlin. Compliance of elastic bodies in contact. *Journal of Applied Mechanics, vol. Trans. ASME, Series E*, 16 :259–268, 1949.
- [117] D. P. Mondkar and G. H. Powell. *Gap-friction Element, Type 5, for the ANSR-II Program*. University of California, Earthquake Engineering Research Center, 1980.
- [118] J. Montgomery. Methods for modeling bolts in the bolted joint. In *ANSYS User's Conference*, volume 5, 2002.
- [119] I. H. Mualla and B. Belev. Performance of steel frames with a new friction damper device under earthquake excitation. *Engineering Structures*, 24(3) :365–371, 2002.
- [120] H. Mühlhaus. Consideration of strain discontinuities in solving the boundary value problem in rock mechanics (in german). In *SFB 77 Annual Rep.*, pages 223–228, 1976.
- [121] F. Nadim and R. Whitman. Slip elements for earthquake response problems. In *4th International Conference on Numerical and Analytical Methods in Geomechanics, Alberta, Canada*, pages 61–67, 1982.
- [122] B. Nanda and A. Behera. Study on damping in layered and jointed structures with uniform pressure distribution at the interfaces. *Journal of Sound and Vibration*, 226(4) :607–624, 1999.
- [123] A. H. Nayfeh and B. Balachandran. Applied nonlinear dynamics : analytical, computational, and experimental methods. In *Wiley Series in Nonlinear Sciences*. John Wiley & Sons, Inc New York, 1995.
- [124] P. Nelson, A. Curtis, S. Elliott, and A. Bullmore. The minimum power output of free field point sources and the active control of sound. *Journal of sound and vibration*, 116(3) :397–414, 1987.
- [125] D. Ngo. *A network-topological approach to the fe analysis of progressive crack growth in concrete members*. PhD thesis, UC SESM 75, 1975.
- [126] D. Ngo and A. Scordelis. Finite element analysis of reinforced concrete beams. *ACI Journal*, 64(3) :152–163, 1967.

- [127] A. H. Nilson. Nonlinear analysis of reinforced concrete by the finite element method. *ACI Journal*, 65(9) :757–766, 1968.
- [128] R. Nitsche and L. Gaul. Lyapunov design of damping controllers. *Archive of Applied Mechanics*, 72(11-12) :865–874, 2003.
- [129] T. Nsangou. *FE solution of 3-D contact with friction*. PhD thesis, Univ. Techn. de Compiègne (F), 1981.
- [130] J. O CONNOR. The finite element analysis of arch dams in wide valleys including the effect of crack formation at the concrete-rock interface. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*, 79(3) :511–532, 1985.
- [131] S. Pack and J. Mandel. An improved fe for connecting adjacent laminae of 2-d element. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 23 :495–507, 1986.
- [132] M. Palmonella, M. I. Friswell, J. E. Mottershead, and A. W. Lees. Finite element models of spot welds in structural dynamics : review and updating. *Computers & structures*, 83(8) :648–661, 2005.
- [133] G. Pande and K. Sharma. On joint/interface elements and associated problems of numerical ill-conditioning. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 3(3) :293–300, 1979.
- [134] E. Pennestri, P. Valentini, and L. Vita. Multibody dynamics simulation of planar linkages with dahl friction. *Multibody System Dynamics*, 17(4) :321–347, 2007.
- [135] L. Perko. *Differential equations and dynamical systems*, volume 7. Springer Science & Business Media, 2013.
- [136] B. N. Persson. Contact mechanics for randomly rough surfaces. *Surface Science Reports*, 61(4) :201–227, 2006.
- [137] H. Petersson and G. Kärholm. *Analysis of Damaged Shear Wall Structures*. Chalmers University of Technology, Division of Structural Design, 1974.
- [138] E. Petrov. A method for use of cyclic symmetry properties in analysis of nonlinear multi-harmonic vibrations of bladed discs. In *ASME Turbo Expo 2003, collocated with the 2003 International Joint Power Generation Conference*, pages 235–245. American Society of Mechanical Engineers, 2003.
- [139] E. Petrov and D. Ewins. Analytical formulation of friction interface elements for analysis of nonlinear multi-harmonic vibrations of bladed discs. In *ASME Turbo Expo 2002 : Power for Land, Sea, and Air*, pages 899–908. American Society of Mechanical Engineers, 2002.
- [140] N. Peyret. *Dissipation de l'énergie mécanique dans les assemblages : effet du frottement en sollicitation dynamique*. PhD thesis, Université Paris-Est, 2012.
- [141] N. Peyret, J.-L. Dion, G. Chevallier, and P. Argoul. Micro-slip induced damping in planar contact under constant and uniform normal stress. *International Journal of Applied Mechanics*, 2(02) :281–304, 2010.

- [142] T. Pian. Structural damping of a simple built up beam with riveted joints in bending. *Journal of Applied Mechanics*, 24 :35–38, 1957.
- [143] I. Piscan, N. Predinca, and P. Nicolae. Finite element analysis of bolted joint. *Proceedings in Manufacturing Systems*, 5(3) :167–172, 2010.
- [144] O. J. Poudou. *Modeling and analysis of the dynamics of dry-friction-damped structural systems*. PhD thesis, Citeseer, 2010.
- [145] A. Preumont. *Vibration control of active structures : an introduction*, volume 179. Springer Science & Business Media, 2011.
- [146] X. Qiu, M. E. Plesha, and D. W. Meyer. Stiffness matrix integration rules for contact-friction finite elements. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 93(3) :385–399, 1991.
- [147] Y. Ren and C. Beards. Identification of joint properties of a structure using frf data. *Journal of Sound and Vibration*, 186(4) :567–587, 1995.
- [148] S. Richer. *Solution of contact problems between elastic solids by FEM*. PhD thesis, Ecole Nat. Ponts et Chauss., Paris (F), 1985.
- [149] R. Ricketts and Z. O.C. Performed ‘cracks’ and their influence on the behaviour of concrete dams. In *Int. Symp. Criteria & Assumpt. for Num. Anal. of Dams*, pages 1129–1147, 1975.
- [150] J. G. Rots. *Computational modeling of concrete fracture*. PhD thesis, TH Delft (NL), 1988.
- [151] D. G. Row and V. Schrieker. *Analysis of Earthquake Induced Response for Structures with Localized Nonlinearities*. SSD, Incorporated, 1983.
- [152] H. Schäfer. A contribution to the solution of contact problems with the aid of bond elements. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 6(3) :335–353, 1975.
- [153] V. Schrieker and G. H. Powell. *Inelastic seismic analysis of large panel buildings*. University of California, Earthquake Engineering Research Center, 1980.
- [154] H. Sharma. Generalization of sequential nonlinear analysis—a study of rockfill dam with joint elements. *Numerical Method in Geomechanics*, 662, 1976.
- [155] K. Sharma and C. Desai. Analysis and implementation of thin-layer element for interfaces and joints. *Journal of engineering mechanics*, 118(12) :2442–2462, 1992.
- [156] J.-C. Shen and C.-C. Yan. Tracking control of a precision stage with integral sliding-mode friction estimator. *Microsystem technologies*, 19(11) :1731–1736, 2013.
- [157] J. C. Simo and T. Laursen. An augmented lagrangian treatment of contact problems involving friction. *Computers & Structures*, 42(1) :97–116, 1992.
- [158] M. Soula, T. Vinh, Y. Chevalier, T. Beda, and C. Esteoule. Measurements of isothermal complex moduli of viscoelastic materials over a large range of frequencies. *Journal of Sound and Vibration*, 205(2) :167–184, 1997.

- [159] J. Stadter and R. Weiss. Analysis of contact through finite element gaps. *Computers & Structures*, 10(6) :867–873, 1979.
- [160] C. Stammers and T. Sireteanu. Vibration control of machines by use of semi-active dry friction damping. *Journal of Sound and Vibration*, 209(4) :671–684, 1998.
- [161] W. Stauder. *Contribution to the investigation of r/c diaphragms with FEs, considering realistic material behaviour (in German)*. PhD thesis, TH Darmstadt (D), 1972.
- [162] S. C. Stein, C. Liang, and C. A. Rogers. Power consumption of piezoelectric actuators driving a simply supported beam considering fluid coupling. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 96(3) :1598–1604, 1994.
- [163] K. Subbaraj and M. Dokainish. A survey of direct time integration methods in computational structural dynamics ii. implicit methods. *Computers & Structures*, 32(6) :1387–1401, 1989.
- [164] J. Swevers, F. Al-Bender, C. G. Ganseman, and T. Projogo. An integrated friction model structure with improved presliding behavior for accurate friction compensation. *IEEE Transactions on automatic control*, 45(4) :675–686, 2000.
- [165] B. Tardieu and P. Pouyet. Proposed 3-d curved joint model. In *3rd ISRM Congr.*, pages 833–836, 1974.
- [166] W. Thomson. *Theory of vibration with applications*. CRC Press, 1996.
- [167] P. Thrassos Panidis, I. Pavelko, V. Pavelko, S. Kuznetsov, and I. Ozolinsh. Bolt-joint structural health monitoring by the method of electromechanical impedance. *Aircraft Engineering and Aerospace Technology : An International Journal*, 86(3) :207–214, 2014.
- [168] B. Torstenfelt. Contact problems with friction in general purpose finite element computer programs. *Computers & Structures*, 16(1-4) :487–493, 1983.
- [169] D.-M. Tran. Component mode synthesis methods using interface modes. Application to structures with cyclic symmetry. *Computers & Structures*, 79(2) :209–222, 2001.
- [170] J. L. Urzua, D. Pecknold, L. Lopez, and W. Munse. Analysis procedure for frictional contact problems using interface finite elements. Technical report, University of Illinois Engineering Experiment Station. College of Engineering. University of Illinois at Urbana-Champaign., 1977.
- [171] P. Vermeen and E. Calle. Results of the computations for the insitu test i (caisson-ground interface) (in dutch). Technical report, Int. rep., TH Delft (NL), 1975.
- [172] W. Whiteman and A. Ferri. Displacement-dependent dry friction damping of a beam-like structure. *Journal of Sound and Vibration*, 198(3) :313–329, 1996.
- [173] S. Wiggins. *Introduction to applied nonlinear dynamical systems and chaos*, volume 2. Springer Science & Business Media, 2003.
- [174] Wikilivres. Tribologie/nature et comportement des surfaces frottantes — wikilivres., 2010. [En ligne ; accédé le 3-novembre-2016].

- [175] E. Wilson. Joints and fluids. In *FEs in Geomechanics*, pages 319–350, 1977.
- [176] B. Yang, M. Chu, and C. Menq. Stick–slip–separation analysis and non-linear stiffness and damping characterization of friction contacts having variable normal load. *Journal of Sound and vibration*, 210(4) :461–481, 1998.
- [177] Z.-H. Zhong. *Finite element procedures for contact-impact problems*. Oxford university press, 1993.
- [178] W. Zhu, S. Stoeckl, H. Pape, and S. Gan. Comparative study on solder joint reliability using different fe-models. In *Electronics packaging technology, 2003 5th conference (EPTC 2003)*, pages 687–694. IEEE, 2003.
- [179] O. Zienkiewicz, B. Best, C. Dullage, and K. Stagg. Analysis of nonlinear problems in rock mechanics with particular reference to jointed rock systems. In *2nd ISRM*, pages 501–509, 1970.

# Publications scientifiques

## Liste des articles publiés dans des revues scientifiques

**Vibration Reduction of an Assembly by Control of the Tightening Load**, Hamza Bouaziz, Nicolas Peyret, Mohamed Slim Abbas, Gael Chevallier, and Mohamed Haddar, *International Journal of Applied Mechanics* 08, 1650081 (2016).

## liste des communications dans des congrès Scientifiques

**The NES's limits and the contribution of active control**, Hamza Bouaziz, Nicolas Peyret, Gael Chevallier, Mohamed Slim Abbas and Mohamed Haddar, *International Conference Multiphysics Modelling and Simulation for Systems Design MMSSD 2014*, Tunisia.

**A discussion about the friction NES potential and new active structure control**, Hamza Bouaziz, Nicolas Peyret, Mohamed Slim Abbas, Gael Chevallier, and Mohamed Haddar, *International conference on Acoustics and Vibration ICAV 2016*, March in Hammamet Tunisia.

**A new concept of active vibration controller through a friction interface driven by piezos**, Hamza Bouaziz, Nicolas Peyret, Mohamed Slim Abbas, Gael Chevallier, and Mohamed Haddar, *International Conference on Noise and Vibration Engineering ISMA 2016*, September in Leuven, Belgium.

**Smart Bolted Joints for Health Monitoring and Vibration Control**, Gael Chevallier, Hamza Bouaziz, Nicolas Peyret, A *Conference and Exposition on Structural Dynamics IMAC 35*, Janvier 2017 in California USA



## Titre : Contrôle vibratoire des structures assemblées

**Mots clefs :** Amortissement, Lois de controle, Joint d'assemblage actif

**Résumé :** Les structures aérospatiales sont de plus en plus légères, ce qui les rend sensibles aux vibrations. Pour ces structures le frottement pourrait fournir plus d'amortissement que les polymères d'une part à cause des températures extrêmes de fonctionnement ( $< -20^{\circ}\text{C}$  et  $> 100^{\circ}\text{C}$ ) et d'autre part parce qu'il est plus efficace que les absorbeurs actifs ou passifs à masse ajoutée qui ne sont pas adaptés aux problèmes sur larges bandes de fréquence, qui comprennent plusieurs fréquences propres. Pour que l'amortissement induit par frottement soit efficace, il faut asservir la charge normale aux amplitudes vibratoires.

Le premier objectif de la thèse est de définir un coefficient indicateur de la capacité du changement

des forces normales de serrage de vis à contrôler les niveaux vibratoires. Ce coefficient sera un outil de dimensionnement des structures réelles à contrôler. Le deuxième objectif est de concevoir des lois de contrôle semi-actif de la force de serrage pour des régimes libre et forcé d'un problème modal à deux degrés de liberté. L'objectif final est de concevoir un dispositif pouvant s'intégrer à une structure assemblée pour contrôler la charge normale dans les liaisons et de tester expérimentalement l'efficacité des lois de contrôle conçues pour une structure académique ou industrielle. Le contrôle des forces de serrage s'effectue avec l'utilisation des patchs piézoélectriques.

## Title : Vibration control of assembled structures

**Keywords :** Damping, Active assembly joint, Control laws

**Abstract :** Because of their lightness the aerospace structures are vulnerable to vibrations whose the amplitudes need to be mitigated through the active and the semi active methods. For extreme temperatures ( $< 20^{\circ}\text{C}$  and  $> 100^{\circ}\text{C}$ ), Coulomb friction might provide more structural damping than polymers. Nevertheless, there is a consensus to say that these friction-damping values are often lower than 5%. Moreover friction damping is amplitude-dependent. Therefore, engineers have to tune the normal load in order to get the maximum damping for the average vibration level.

The first objective of the thesis is to define a coeffi-

cient indicator of the ability of the tightening force to control the vibration levels. This coefficient is a design tool of real structures witch need controlling. The second objective is to design semi-active control laws of the clamping force for free and forced modal problem of two degrees of freedom. The ultimate goal is to design a device that can be integrated to an assembly structure for controlling the normal load in the joints and then experimentally test the effectiveness of the laws control for an academic or an industrial structure. The tightening control forces is effected with the use of piezoelectric patches.

