

Des atomes froids pour sonder et manipuler des photons piégés

Dorian Grosso

► To cite this version:

Dorian Grosso. Des atomes froids pour sonder et manipuler des photons piégés. Physique Quantique [quant-ph]. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2017. Français. NNT: 2017PA066572. tel-01902078

HAL Id: tel-01902078 https://theses.hal.science/tel-01902078

Submitted on 23 Oct 2018

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Département de Physique de l'École Normale Supérieure

LABORATOIRE KASTLER BROSSEL







THÈSE DE DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ PARIS VI

Spécialité : Physique Quantique

présentée par

Dorian Grosso

pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris VI

Sujet :

Des atomes froids pour sonder et manipuler des photons piégés

Soutenue le 01/12/2017 devant le jury composé de :

Dr.	D. Comparat	Rapporteur
Dr.	O. BUISSON	Rapporteur
Pr.	E. LAMOUR	Examinateur
Pr.	J.M. RAIMOND	Directeur de thèse
Dr.	S. GLEYZES	Membre invité

Table des matières

Introduction

1

Chapitre I : Éléments de théorie Quantique

I.1	Théorie	des atomes de Rydberg circulaires	
	I.1.1	Atome d'hydrogène isolé	14
		I.1.1.a Base des états sphériques	15
		I.1.1.b Base des états paraboliques	15
	I.1.2	Atome d'hydrogène en champ électrique statique	16
		I.1.2.a Effet Stark linéaire	16
		I.1.2.b Effet Stark quadratique	18
	I.1.3	Caractéristiques des états de Rydberg circulaires	18
		I.1.3.a Fréquence de transition	20
		I.1.3.b Couplage dipolaire	20
		I.1.3.c Couplage à l'environnement : relaxation des populations	21
	I.1.4	Préparation des états de Rydberg circulaires	21
		I.1.4.a Hamiltonien de couplage à un champ radiofréquence	22
		I.1.4.b Passage adiabatique rapide	28
	I.1.5	L'atome de Rubidium	31
		I.1.5.a Défaut quantique	31
		I.1.5.b Diagramme énergétique du rubidium en champ électrique sta	tique 34
		I.1.5.c Passage adiabatique dans le rubidium	36
I.2	La lumi	ere : un objet quantique	
	I.2.1	Quantification et analyse de la lumière	38
		I.2.1.a L'oscillateur harmonique quantique	38
		I.2.1.b États cohérents de Glauber et opérateur déplacement	39
	I.2.2	Représentations des états en optique quantique	42
		I.2.2.a Fonction \mathcal{W} de Wigner	43
		I.2.2.b Fonction \mathcal{Q} de Husimi	43
	I.2.3	Zoologie des états quantiques du champ	43
		I.2.3.a États cohérent de Glauber $ \beta\rangle$	44
		I.2.3.b Champ thermique	44
		I.2.3.c Déplacement du champ thermique	46
		I.2.3.d États de Fock $ n\rangle$	47
		I.2.3.e États chats de Schrödinger	48
I.3	L'intera	ction atome - champ quantique	

I.3.2	Le ham	iltonien $\hat{H}_{JC}^n: f=1$	50
	I.3.2.a	Régime résonant : $\delta = 0$	53
	I.3.2.b	Régime dispersif : $ \delta \gg \Omega_n$	56
I.4 L'effet 2	Zénon Q	uantique Dynamique	
I.4.1	Élémen	ts de théorie : présentation générale	57
	I.4.1.a	L'effet Zénon Quantique	57
	I.4.1.b	L'effet Zénon Quantique Dynamique (QZD)	59
	I.4.1.c	Formulations équivalentes	60
I.4.2	QZD m	esure stroboscopique : implémentation sur le champ	62
	I.4.2.a	Présentation du système	63
	I.4.2.b	QZD : une barrière pour le nombre s de photons	66
	I.4.2.c	Diversité des évolutions sous QZD	71
		$lpha$. État initial appartenant à $\overline{\mathscr{H}}_{n < s}$	71
		eta . État initial appartenant à $\overline{\mathscr{H}}_{n>s}$	72
	I.4.2.d	Manipulation et synthèse d'états arbitraire du champ	73
		α . Translation du cercle d'exclusion \mathscr{C}_s	73
		eta . Synthèse d'états arbitraires du champ \ldots	76
I.4.3	État de	l'art	84
	I.4.3.a	Implémentation sur un condensat de Bose-Einstein	84
	I.4.3.b	Implémentation dans le domaine des circuits QED	85
	I.4.3.c	Implémentation au sein d'un atome de Rubidium	86
~			

Chapitre II : Montage expérimental et préparation des états Rydberg circulaires

II.1 Éléments du dispositif expérimental

II.1.1	Environ	nement cryogénique	95
	II.1.1.a	Description du cryostat	95
	II.1.1.b	Contrôle du champ-magnétique	99
	II.1.1.c	Câblage du cryostat	100
II.1.2	La Fonta	aine Atomique	100
	II.1.2.a	Le système optique	100
	II.1.2.b	Préparation du jet vertical d'atomes froids	106
II.1.3	La cavit	é Fabry-Pérot supraconductrice	123
	II.1.3.a	Géométrie	123
	II.1.3.b	Grande finesse	125
II.1.4	Montage	mécanique du coeur expérimental	127
	II.1.4.a	Assemblage des électrodes « radiofréquences »	129
	II.1.4.b	Assemblage des électrodes « miroirs »	131
II.1.5	Ligne de	détection	133
	II.1.5.a	Géométrie du détecteur	134
	II.1.5.b	Collection du signal électronique	134
	II.1.5.c	Considérations thermiques	135
	II.1.5.d	Perspective : détection <i>intra</i> -cavité	137
II.1.6	Méthode	e d'accord du bloc cavité	140
	II.1.6.a	Génération des champs micro-ondes	141
	II.1.6.b	Méthode d'accord préliminaire - à chaud - du bloc cavité $\ . \ . \ .$	143
	II.1.6.c	Contrôle et caractérisation $in situ$ - à froid - du mode $TEM_{9,0,0}$	146

II.2 Préparation des états de Rydberg circulaires

II.2.1	Excitati	on optique des niveaux Rydberg
	II.2.1.a	Diagramme des transitions optiques
	II.2.1.b	Champ électrique d'excitation laser
	II.2.1.c	Positionnement des lasers
II.2.2	Processi	us de circularisation
	II.2.2.a	Simulation : polarisation théorique
	II.2.2.b	Génération du champ radiofréquence
	II.2.2.c	Passage adiabatique
	II.2.2.d	Signaux d'ionisations
	II.2.2.e	Biais sur le compte des populations atomiques 162
	II.2.2.f	Correction des biais

Chapitre III : Spectroscopie des états habillés et analyse d'un état de Fock

III.1 Préliminaires expérimentaux

III.1.1 Préparation du champ dans l'état vide $ 0\rangle$	172
III.1.2 Séquence expérimentale	173
III.1.3 Mise à résonance de l'atome avec la cavité	176
III.1.3.a Contrôle de la fréquence atomique par effet Stark	177
III.1.3.b Mise à résonance	181
III.2 Oscillation de Rabi quantique du vide	
III.2.1 Préliminaire théorique	184
III.2.2 Réalisation expérimentale	185
III.2.2.a Choix du flux atomique	185
III.2.2.b Résultat	187
III.2.2.c Analyse des sources de réduction et d'effondrement du contraste	189
III.3 Implémentation d'une mesure du nombre de photons	
III.3.1 Description de la mesure	194
III.3.1.a Présentation du système	194
III.3.1.b Passage adiabatique passif	198
III.3.2 Présentation des résultats	200
III.3.2.a Spectroscopie $ 52c\rangle \rightarrow 51c\rangle$ en l'absence de cavité	200
III.3.2.b Séquence expérimentale	204
III.3.2.c Spectroscopie du vide quantique	204
III.3.2.d Spectroscopie du champ thermique résiduel	210
III.3.2.e Spectroscopie d'un état cohérent de Glauber	213
III.4 Post-sélection et analyse d'un état de Fock avec un atome unique	
III.4.1 Description de la mesure	219
III.4.2 Résultats : post-sélection de l'état de Fock $ 3\rangle$	221
III.4.2.a Présentation des signaux	221
III.4.3 Caractère sélectif de la mesure	222
Conclusion	

Chapitre A : Représentation du spin \hat{J}

Chapitre B : Câblage du cryostat

Chapitre C : Mesure de l'efficacité de détection

Bibliographie

Introduction

La mécanique quantique, jamais mise en défaut jusqu'ici, est actuellement l'une des théories la mieux en adéquation avec les résultats expérimentaux. Pourtant, les principes de la mécanique quantique surprennent par leur étrangeté et bouleversent profondément certaines notions couramment admises dans une vision classique du monde qui nous entoure.

Le principe de complémentarité, énoncé par Niels Bohr en 1927, met un terme au paradoxe de la dualité onde-corpuscule, un objet quantique est prédisposé à se comporter à la fois comme un paquet d'onde et une particule matérielle. Dans un dispositif similaire aux fentes d'Young, l'envoi successif de particules individuelles, par exemple des électrons [1] ou des molécules organiques massives [2], conduit à la reconstruction progressive de franges d'interférences en tout point analogues aux signaux obtenus dans les expériences d'optique ondulatoire. Ainsi, les particules traversent simultanément les deux fentes !

La mécanique quantique est *non-locale*. Si deux particules sont initialement préparées dans un état du type EPR - introduit en 1935 par Einstein, Podolsky, et Rosen [3] - alors une mesure de l'état de la première particule implique la connaissance de l'état de la seconde et cela indépendamment de la distance séparant les particules. Un tel principe fut validé par les expériences d'Alain Aspect [4, 5, 6], la préparation et la manipulation d'une paire de photons intriqués aboutirent à la violation des inégalités proposées par John Stewart Bell [7], réfutant ainsi une éventuelle théorie à variables cachées.

Le principe de superposition en mécanique quantique, découlant de la linéarité de l'équation de Schrödinger, autorise un système quantique à se trouver simultanément dans plusieurs états. Une telle conclusion a nourri une célèbre expérience de pensée connue sous le nom de paradoxe du « chat de Schrödinger » [8]. Un chat est enfermé dans une boite à l'intérieur de laquelle se trouve une particule radioactive. Lorsque la particule se désintègre un mécanisme vient briser une fiole libérant une dose létale de poison. Le sort du chat est alors corrélé à celui de la particule, cette dernière étant un objet quantique. À l'issue d'une durée égale au temps de demi-vie, la particule se trouve dans une superposition de l'état non-désintégré et l'état désintégré, le chat est alors à la fois mort et vivant. La Figure (1) donne une représentation d'une telle expérience de pensée. En fait, le caractère macroscopique du chat rend illusoire une telle observation, le « et » quantique traduisant la superposition d'état se transforme en un « ou » classique, le chat est mort ou vivant. Le processus responsable de cette transformation, dénommé décohérence [9, 10], trouve ses origines dans le couplage avec l'environnement. L'existence de superpositions décrites par la mécanique quantique n'est valable que pour des systèmes fermés. Un système macroscopique, composé d'un grand nombre de degrés de liberté, interagit fortement avec l'environnement. Ce

dernier opère une mesure continue qui projette le système sur l'un de ses états pointeurs¹. L'environnement agit comme un appareil de mesure, l'acquisition d'information sur le système se traduit par une transition irréversible du monde quantique vers le monde classique.



FIGURE 1 – Illustration de l'expérience de pensée du « chat de Schrödinger », réalisée par Didier Florentz.

Nous constatons que l'exploration du monde quantique nécessite la préparation et la manipulation de particules relativement bien isolées de l'environnement extérieur. En 1952, Erwin Schrödinger écrivait : *« It is fair to state that we are not experimentating with single particules, any more we can raise Ichthyosauria in the zoo. ».* Tout juste un demi-siècle plus tard, les progrès technologiques et la volonté d'éprouver les postulats de la mécanique quantique ont abouti à la construction de dispositif expérimentaux toujours plus complexes et variés permettant de contrôler des systèmes quantiques simples. L'expertise acquise par les physiciens permet aujourd'hui de piéger, sonder, manipuler et détecter des particules uniques telles que les atomes, les ions ou les photons.

Les admirables propriétés de la mécanique quantique peuvent, par exemple, être exploitées dans le cadre du traitement de l'information, donnant naissance à la théorie de l'information quantique. Les données seraient alors enregistrées sur un ensemble de mémoires quantiques élémentaires, les $qubits^2$, et le traitement mettrait à profit les principes d'intrication et de parallélisme³ quantique. L'implémentation de l'algorithme quantique de Peter Shor [11] conduirait à une factorisation entière en nombres premiers en des temps polynomiaux, tandis que les

^{1.} Les états pointeurs sont les états vers lesquels peut converger un système soumis à la décohérence.

^{2.} Le mot qubit est générique et est utilisé pour désigner un système quantique à deux niveaux.

^{3.} En considérant un registre quantique à q qubits et une fonction f à valeur sur ce registre, nous pouvons définir une opération unitaire dont l'action conduit à l'obtention d'une superposition quantique renfermant l'ensemble des valeurs de f sur les 2^q vecteurs de bases.

algorithmes classiques réalisent cette performance en des temps sous-exponentiels mais superpolynomiaux.

Depuis les années 1990, on observe un essor des dispositifs expérimentaux se prêtant au calcul quantique. Dans le domaine des *ions piégés* [12], l'application de champs électriques oscillants sur un ensemble d'électrodes permet de piéger des chaines de quelques ions. L'état interne de chacun des ions forme un qubit et peut être sélectivement adressé à l'aide de faisceaux lasers, tandis que le couplage à l'état vibrationnel collectif permet d'induire des opérations entre les ions [13]. Ces dispositifs ont permis, en particulier, l'implémentation de l'algorithme de Deutsch-Jozsa [14] et de portes logiques quantiques de base [15, 16]. Dans le domaine des *circuits supraconducteurs*, les jonctions Josephson se comportent comme des atomes artificiels assimilables, dans une certaine approximation, à un qubit. Le couplage de plusieurs circuits supraconducteurs via des lignes coaxiales permet également d'implémenter des portes logiques [17, 18, 19, 20]. Néanmoins, l'ensemble de ces dispositifs restent soumis au processus de décohérence. Nous sommes actuellement capable d'appliquer seulement quelques opérations quantiques avant que le système ne relaxe vers un mélange statistique classique. Dans l'objectif de contrecarrer cet effet, les physiciens ont entrepris d'une part de développer des codes correcteurs d'erreurs afin d'améliorer la fidélité des opérations quantiques et, d'autre part, d'essayer de mieux appréhender la décohérence. Nous devons ainsi nous efforcer de mieux comprendre les principes fondamentaux de la mécanique quantique.

Présentation du dispositif utilisé dans notre groupe

Depuis les années 80, les dispositifs expérimentaux relevant de l'électrodynamique quantique en cavité constituent de formidables outils pour tester les principes fondamentaux de la mécanique quantique. La construction d'expériences complexes permet de préparer et manipuler des objets quantiques simples.

La Figure (2) présente le schéma de principe du dispositif utilisé dans notre groupe. Nous parvenons à isoler un unique mode du champ électromagnétique à l'intérieur d'une cavité formée de deux miroirs en configuration Fabry-Pérot. Les miroirs, recouverts d'une fine couche de matériaux supraconducteur (niobium), deviennent extrêmement réfléchissants vis à vis d'un champ micro-onde lorsqu'ils sont portés à une température d'un Kelvin. Un tel résonateur possède un très grand facteur de qualité, les photons sont piégés durant plusieurs dizaines de millisecondes⁴. Ainsi, nous pouvons étudier la nature quantique du rayonnement électromagnétique. De facon plus générale, nous disposons d'un oscillateur harmonique unidimensionnel quantique. La manipulation de l'état de l'oscillateur est réalisée à l'aide d'atomes de rubidium issus d'un four produisant un jet atomique horizontal. Les atomes sont ensuite portés, en amont de la cavité, dans des états de hautes énergies (ie de grand nombre quantique principal) possédant un moment angulaire maximal, dénommés états de Rydberg circulaires. Lors de son couplage avec le champ intra-cavité, la transition atomique formée de deux états circulaires $|q\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ est assimilable à un système à deux niveaux. De tels états ont un temps de vie relativement long (avoisinant les 30 ms) et constituent des antennes géantes extrêmement sensibles au rayonnement micro-onde. Ainsi, sous une interaction résonante, nous pouvons atteindre le régime dit de couplage fort. Les temps de relaxations *ie* de décohérence du système sont prépondérants devant le temps caractéristique associé à l'échange cohérent d'un quanta d'énergie entre l'atome et le champ

^{4.} Le meilleur temps de vie obtenu avec une cavité réalisée dans notre groupe s'élève à 130 ms.

intra-cavité. De plus, de part et d'autre de la cavité se trouve des zones de Ramsey permettant de manipuler de façon cohérente l'état interne atomique à l'aide d'un champ micro-onde classique. Un tel dispositif a permis d'implémenter de nombreuses expériences d'électrodynamique quantique en cavité.



FIGURE 2 – Schéma de principe du dispositif utilisé depuis plusieurs années dans notre groupe. Les atomes sont issus d'un four (F) produit une jet horizontal d'atomes rapides (flèche bleue). Les états de Rydberg circulaires sont préparés dans une « boite à circulariser » (B) en amont de la cavité C. Les zones de Ramsey (R_1 et R_2) permettent une manipulation cohérente de l'état atomique interne. La source micro-onde (S) permet d'injecter un état quasi-classique de Glauber au sein de la cavité. En sortie du montage, un détecteur (D) permet d'évaluer par ionisation si l'atome se trouve dans l'état excité $|e\rangle$ ou dans l'état « fondamental » $|g\rangle$.

La nature quantique du champ électrodynamique a pu être observée en 1996 [21]. Le système est initialement porté dans l'état $|e\rangle \otimes |\alpha\rangle^5$. Une analyse des fréquences composant le signal associé à l'oscillation de Rabi résonante⁶ de l'atome *ie* la probabilité de détecter l'atome dans l'état excité $|e\rangle$ en fonction du temps d'interaction fait apparaitre les fréquences $\Omega_0 \sqrt{n+1}$ - la pulsation Ω_0 est la pulsation de Rabi du vide quantique et quantifie le couplage entre l'atome et le champ *intra*-cavité - relatives à chacun des états de Fock. Plus directement, l'effondrement et la résurgence du signal confirme la quantification de l'énergie du champ électromagnétique.

L'implémentation de mesures quantiques non-destructives du nombre n de photons piégés dans la cavité a également été mise en oeuvre [22, 23, 24]. Le principe est fondé sur l'utilisation d'un interféromètre dont les deux voies sont les états internes de l'atome. Une première impulsion, dans la zone de Ramsey en amont de la cavité, ouvre les deux branches de l'interféromètre en préparant l'atome dans une superposition du type $[|g\rangle + |e\rangle]/\sqrt{2}$ tandis qu'un état quasiclassique de Glauber $|\alpha\rangle$ est injecté dans la cavité. Par suite, une interaction dispersive⁷ entre l'atome et la cavité permet d'implémenter une porte quantique de phase atomique conditionnée par le nombre de photons. La phase accumulée par le dipôle atomique varie, en premièrement approximation, linéairement avec le nombre de photon. Une deuxième impulsion, de phase clas-

^{5.} L'état $|\alpha\rangle$ est un état quasi-classique de Glauber dans lequel les valeurs moyennes des observables quantiques sont assimilables aux grandeurs classiques.

^{6.} L'interaction résonante s'obtient lorsque la fréquence d'oscillation de la transition atomique est égale à la fréquence de la cavité.

^{7.} L'interraction dispersive est caractérisée par l'absence d'échange d'énergie entre l'atome et le champ tout en induisant des déplacements lumineux sur les énergies propres du système.

sique ajustable, dans la zone de Ramsey en aval de la cavité, permet de mesurer le déphasage accumulé. Une telle méthode a permis de dénombrer les photons piégés pour n = 0 jusqu'à 7, sans les détruire. La répétition de telles mesures à également conduit à la mise en évidence des sauts quantiques de la lumière [25, 26]. La préparation et la reconstruction de la fonction de Wigner des états de Fock $|n\rangle$ jusqu'à n = 4 ont été reportées [27]. La préparation est réalisée par décimation *ie* par l'application de nombreuses mesures quantiques non-destructrices sur un état quasi-classique de Glauber. Notons que ce procédé est aléatoire et nécessite plusieurs atomes.

L'implémentation de protocoles de rétroaction quantique continue visant à stabiliser des états de Fock $|n\rangle$ a été démontrée. Un ensemble de mesures quantiques non destructrices évalue l'état du champ *intra*-cavité. Lorsque ce dernier s'écarte de l'état cible sous l'effet de la relaxation, un actionneur vient corriger les sauts quantiques. Lors de la première réalisation [28], la rétroaction était basée sur l'injection d'un état cohérent de Glauber d'amplitude et de phase optimisées, permettant de stabiliser les états de Fock associés à n = 0 jusqu'à 4 photons. Dans une seconde version [29], la rétroaction était quantique, l'adjonction ou l'annhilation d'un photon était directement réalisée par les atomes traversant la cavité, cette méthode a permis de stabiliser les états de Fock associés à n = 0 jusqu'à 7 photons.

La préparation et la reconstruction de la fonction de Wigner d'états du type chat de Schrödinger ont également été réalisées [27, 30]. La préparation repose sur l'interaction dispersive du champ préparé dans l'état $|\alpha\rangle$ et de l'atome préparé dans l'état $[|g\rangle + |e\rangle]/\sqrt{2}$. À l'issue de l'interaction et d'une seconde manipulation atomique dans la zone de Ramsey en aval de la cavité, le caractère quantique de la superposition atomique est transmis au champ *intra*-cavité et l'état du système s'exprime sous la forme :

$$|\Psi\rangle = \frac{1}{2} |g\rangle \otimes \left[\left| \alpha e^{i\Theta/2} \right\rangle - \left| \alpha e^{-i\Theta/2} \right\rangle \right] + \frac{1}{2} |e\rangle \otimes \left[\left| \alpha e^{i\Theta/2} \right\rangle + \left| \alpha e^{-i\Theta/2} \right\rangle \right]$$
(1)

où $\Theta = \Omega_0^2 t_{int}/2\delta$. Le paramètre δ désigne le désaccord entre la pulsation de la transition atomique et la pulsation de la cavité, le temps d'interaction entre le mode de la cavité et l'atome est noté t_{int} . La détection de l'atome vient projeter le champ sur un état s'exprimant comme la superposition de deux états cohérents de Glauber en opposition de phase. La taille de l'état chat dans l'espace des phases, définie comme la distance entre les deux composantes, vaut $D^2 = 4|\alpha|^2 \sin^2(\Theta)$ et atteint sa valeur maximale pour un temps d'interaction de :

$$t_{int} = 2\pi\delta/\Omega_0^2 \tag{2}$$

Une telle procédure a permis de préparer des états du type $|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle$ contenant un nombre moyen de photons de l'ordre de la dizaine. L'action de la décohérence sur ces états a été étudiée en reconstruisant l'évolution de sa matrice densité au fil du temps, mettant en évidence la convergence de l'état chat vers un mélange statistique des états quasi-classiques de Glauber le composant. L'évolution expérimentale de la fonction de Wigner d'un tel état au fil du temps est reportée Figure (3). L'électrodynamique quantique en cavité apparait là comme un moyen d'étudier la transition entre le monde quantique et le monde classique. La dimension infinie de l'espace de Hilbert associé à l'oscillateur harmonique permet de générer des états quasiclassiques $|\alpha\rangle$ renfermant, théoriquement, un nombre moyen de photons aussi grand que désiré. Nous pouvons ainsi étudier le comportement de la transition entre le monde quantique et le monde classique en fonction de la taille des états du type chat de Schrödinger. Néanmoins, le caractère dispersif de l'interaction utilisée se traduit par le fait que δ doit être prépondérant devant la quantité $\Omega_0\sqrt{\bar{n}+1}$, où \bar{n} est le nombre moyen de photons contenus dans la cavité. Ainsi, la volonté de produire des états de type chat de Schrödinger de taille toujours plus grande nécessite un temps d'interaction toujours plus important.



FIGURE 3 – Évolution au fil du temps de la fonction de Wigner, reconstruite à partir de données expérimentales, d'un état de type chat de Schrödinger $|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle$. Les valeurs négatives de la fonction de Wigner (zones bleues) assurées par la présence des franges d'interférences - signes du caractère fortement non-classique de l'état - disparaissent au fil du temps. L'état de type chat de Schrödinger appartenant au monde quantique converge vers un mélange statistique des états cohérents $|\pm\alpha\rangle$ appartenant au monde classique.

Depuis une vingtaine d'années, les équipes travaillant dans le domaine des circuits supraconducteurs s'illustrent également par l'obtention de résultats analogues à ceux que nous venons d'exposer. La préparation et la reconstruction de plusieurs états fortements non-classiques du résonateur ont été reportées, en particulier, les états de Fock [31], des superpositions arbitraires d'états de Fock [32] et des états du type chat de Schrödinger [33]. L'architecture de ces dispositifs fait que le temps d'interaction n'est pas un facteur limitant.

Au contraire, dans notre dispositif, le temps d'interaction est conditionné par le temps de vol des atomes à travers le mode de la cavité. La seule façon de l'accroitre est de diminuer la vitesse des atomes. Cependant, l'obtention d'atomes plus lents n'est pas aisée avec ce dispositif. D'une part la distribution des vitesses en sortie du four s'apparente à une maxwellienne comportant peu d'atomes aux faibles vitesses et, d'autre part, en deçà de 100 m.s^{-1} , la flèche subie par le jet horizontal sous l'influence de la gravité empêche les atomes d'être détectés. Finalement, la trajectoire balistique des atomes limite le temps d'interaction à tout au plus 50 µs. La configuration actuelle du dispositif n'est donc pas adaptée à l'implémentation d'expériences nécessitants obligatoirement un long temps d'interaction. Aujourd'hui, le montage expérimental que nous venons de présenter a été transformé et est opérationnel avec une seconde cavité supraconductrice. Le dessein du dispositif va être d'explorer l'un des traits les plus étranges de la mécanique quantique : le principe de *non-localité* et, dans un premier temps, préparer des états NOON *ie*

des états du type $[|n\rangle_1 \otimes |0\rangle_2 + |0\rangle_1 \otimes |n\rangle_2]/\sqrt{2}$, où l'indice fait référence à l'état de la première ou de la seconde cavité. Notons que pour ces expériences il est préférable d'utiliser des atomes rapides. En parallèle, nous avons entrepris la construction d'un dispositif apte à induire un long temps d'interaction.

Avantages à disposer d'un long temps d'interaction

Nous avons déjà mentionné la nécessité d'accroitre ce temps si l'on désirait préparer des états du type chat de Schrödinger renfermant un nombre moyen de photons plus important et étudier le phénomène de décohérence. Un long temps d'interaction permettra également de résoudre le spectre énergétique résultant de l'interaction entre un atome de Rydberg circulaire et le mode du champ. Les états propres de ce système, relatifs à la transition $|q\rangle \leftrightarrow |e\rangle$, sont les états habillés de l'atome par le champ, communément notés $|\pm, n\rangle$. Sous un régime résonant, l'énergie de ces états diffère d'une quantité égale à $\hbar\Omega_0\sqrt{n+1}$ et est donc dépendante du nombre de photons. L'anharmonicité du spectre nous assurera la discrimination d'un état de Fock $|s\rangle$ choisi. Cependant, plus s est grand plus il sera difficile de discriminer la transition associé à l'état de Fock $|s\rangle$ de celles associées aux états de Fock adjacents $|s\pm1\rangle$, nécessitant un temps d'interaction toujours plus long. Une telle résolution spectrale permettra d'induire des rotations de l'état atomique interne conditionnées par le nombre s de photons dans la cavité. Nous verrons comment de telles opérations permettent de projeter l'état de la cavité sur un état de Fock avec un atome unique, contrairement au principe de décimation qui nécessitait plusieurs atomes. Nous pourrons introduire un nouvel outil, l'effet Zénon quantique dynamique, permettant la manipulation cohérente et la préparation d'états exotiques du champ intra-cavité.

L'effet Zénon quantique dynamique

Afin de mieux appréhender l'effet Zénon quantique dynamique, rappelons le principe de l'effet Zénon quantique simple. Si le système se trouve initialement dans un état propre $|\psi_{\mu}\rangle$ associé à la valeur propre non-dégénérée μ d'une observable \hat{A} , alors, sous l'action répétée d'une mesure de l'observable \hat{A} , l'évolution du système est gelée dans l'état $|\psi_{\mu}\rangle$. Un tel effet est connu sous le nom d'effet Zénon quantique simple en raison de ses similitudes avec le paradoxe énoncé par le philosophe grec Zénon d'Élée selon lequel le mouvement d'une flèche, constitué d'une succession d'immobilités à chaque instant, ne pouvait pas exister. L'effet Zénon quantique simple a été pour la première fois observé par Itano et al. en 1990 au sein de niveaux hyperfins de l'ion Be⁺ [34], inspirée par une proposition de Cook [35]. L'implémentation de cet effet a ensuite été réalisé au sein de systèmes variés : les ions [36, 37], les molécules [38], les condensats de Bose-Einstein [39, 40], la polarisation des photons [41], l'effet tunnel [42] et, dans le domaine de l'électrodynamique quantique en cavité [43], en piégeant le champ dans l'état du vide $|0\rangle$, ceci en appliquant alternativement de courtes injections d'un état cohérent dans la cavité et une mesure quantique non destructive de la parité de l'état du champ.

Le principe théorique de l'effet Zénon quantique dynamique a initialement été proposé par Facchi et al. [44]. Cet effet traite des conséquences engendrées par l'application répétée d'une mesure sur l'évolution unitaire d'un système quantique décrit par le hamiltonien libre \hat{H}_0 . Lorsque la fréquence de répétition de la mesure est suffisamment importante, l'évolution cohérente du système reste confinée au sein de l'un des sous-espaces Zénon $\hat{H}_{\mu} = \hat{P}_{\mu}\hat{H}_0\hat{P}_{\mu}$, où \hat{P}_{μ} est le projecteur associé à la valeur propre μ de la mesure. Le sous-espace de Hilbert dans lequel va évoluer le système est défini par le résultat de la première mesure, donnant une valeur μ_0 particulière. Un tel effet permet de briser certains couplages du hamiltonien et de remodeler les trajectoires de l'état du système permises au sein de l'espace de Hilbert. Si la valeur propre μ_0 est nondégénérée, le système sera contraint à évoluer dans un sous-espace de dimension un, gelant ainsi le système dans un état propre. Nous retombons ainsi sur l'effet Zénon quantique simple. A contrario, si la valeur propre μ_0 est non-dégénérée, le système évolue de façon cohérente au sein du sous-espace de Hilbert \hat{H}_{μ_0} de dimension strictement supérieure à un.

L'implémentation de l'effet Zénon quantique dynamique dans le contexte de l'électrodynamique quantique en cavité a été proposée par Raimond et al. [45]. Nous allons maintenant en esquisser le principe. L'idée est d'induire une mesure suffisamment fine pour affecter seulement un nombre de photons s particulier. Nous pouvons percevoir cette extraction d'information comme une interrogation binaire sur le nombre de photons piégés dans la cavité via la question : « La cavité contient-elle s photons? ». Ainsi, l'information extraite nous indique si le champ *intra*-cavité se trouve dans l'état de Fock $|n = s\rangle$. Une réponse positive est alors associée au sous-espace propre Zénon de dimension un se réduisant au singleton $\overline{\mathscr{H}}_s = \{|s\rangle\}$ tandis qu'une réponse négative est associée au sous espace propre Zénon complémentaire de dimension infinie réunion de $\overline{\mathscr{H}}_{n < s} = \bigcup_{n < s} \{|n\rangle\}$ et $\overline{\mathscr{H}}_{n > s} = \bigcup_{n > s} \{|n\rangle\}$. L'évolution cohérente du champ *intra*cavité sera confinée à l'intérieur des trois sous-espaces de Hilbert $\overline{\mathscr{H}}_s, \overline{\mathscr{H}}_{n < s}$ et $\overline{\mathscr{H}}_{n > s}$. En effet, l'hamiltonien décrivant l'interaction du mode de la cavité avec une source de courant classique introduit seulement des couplages entres états de Fock adjacents. De ce fait, le champ ne pouvant pas se trouver transitoirement dans l'état de Fock $|s\rangle,$ la connexion entre les sous-espaces $\mathscr{H}_{n < s}$ et $\overline{\mathscr{H}}_{n>s}$ est brisée. Nous verrons que sous un couplage à une source classique, tendant à injecter un état quasi-classique de Glauber au sein de la cavité, la dynamique du champ à l'intérieur de ces deux derniers sous-espaces peut naturellement conduire à la préparation d'états fortement non-classiques. Par exemple, en supposant le champ initialement dans l'état vide, sous l'effet du couplage avec la source classique, l'amplitude du champ va croitre jusqu'à atteindre la frontière imposée par la condition n < s, à cet instant précis nous observons la création d'un état du type chat de Schrödinger de la forme $|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle$. La Figure (4), extraire de [45], présente le résultat d'une telle dynamique. En augmentant le paramètre s, nous pouvons générer des chats renfermant un nombre moyen de photons de plus en plus important. Néanmoins, l'augmentation de s va se traduire par une condition de plus en plus drastique sur les performances du dispositif expérimental *ie* la nécessité de disposer d'un temps d'interaction de plus en plus long.



FIGURE 4 – Simulation théorique donnant l'évolution de la fonction de Wigner du champ sous l'alternance de courtes évolutions cohérentes tendant à faire croître un champ quasi-classique à l'intérieur de la cavité et de mesures associées à l'état de Fock $|s = 6\rangle$. Le champ est initialement préparé dans l'état du vide et nous constatons le confinement au sein du sous-espace Zénon $\overline{\mathscr{H}}_{n<6}$.

L'effet Zénon quantique dynamique apparait comme une nouvelle méthode permettant la manipulation cohérente du champ *intra*-cavité en modifiant les connexions entre états au sein

de l'espace de Hilbert. Sous une telle dynamique, l'évolution du système conduit naturellement à la préparation d'états fortement non-classiques. L'effet Zénon dynamique sera également à l'origine de protocoles plus complexes permettant d'opérer de façon locale dans l'espace des phases et de synthétiser des superpositions quasi-arbitraires d'états quasi-classiques de Glauber de la forme :

$$|\Psi_{field}\rangle = \sum_{i} c_i |\alpha_i\rangle \tag{3}$$

Contrairement à l'effet Zénon quantique simple, l'observation expérimentale de l'effet Zénon quantique dynamique est bien plus récente. La première observation a été reportée par Schäfer et al. [46] en confinant des atomes de rubidium 87 d'un condensat de Bose-Einstein au sein d'un sous-espace de Hilbert de dimension 2 en se soustrayant à une évolution au sein d'un espace de dimension 5. La dynamique engendrée s'apparentait alors à une oscillation de Rabi. Lors de ma première année de thèse, nous avons implémenté l'effet Zénon quantique dynamique directement au sein de la structure énergétique d'une multiplicité de l'atome de Rubidium [47]. Le confinement se faisait au sein d'un sous-espace de Hilbert de dimension 6 en se soustrayant à une évolution au sein d'un espace de dimension 51, offrant une dynamique plus riche. Par suite, l'engouement pour cet effet s'est manifesté dans le domaine des circuits supraconducteurs [48, 49].

Nouveau dispositif d'électrodynamique quantique en cavité

Lors de mes dernières années de thèse, nous avons construit un tout nouveau dispositif expérimental permettant de répondre au besoin d'accroitre le temps d'interaction entre les atomes et le mode de la cavité. La Figure (5) présente le schéma de principe du dispositif. La source atomique est constituée d'une fontaine produisant un jet vertical d'atomes lents issus d'un nuage d'atomes froids. Le régime de fonctionnement actuel est tel qu'un faisceau continu d'atomes traverse de part et d'autre la cavité avec une vitesse d'environ $10 \,\mathrm{m.s^{-1}}$. À court terme, les atomes seront envoyés un par un dans la cavité et leur trajectoire balistique sera telle que le sommet de la parabole coïncidera avec le centre de la cavité. Dans ces conditions, nous porterons le temps d'interaction à une dizaine de millisecondes, ainsi nous augmenterons cette durée de deux ordres de grandeurs par rapport au dispositif présenté précédemment. À long terme, nous pourrons également intégrer au montage un jet horizontal d'atomes rapides utilisé pour reconstruire l'état du champ préparé avec le jet vertical d'atomes froids. L'utilisation d'atomes lents implique de nouvelles contraintes sur le montage mécanique du coeur expérimental. En effet, le temps de vie des états de Rydberg circulaires devient du même ordre de grandeur que le temps de vol des atomes à travers la cavité, engendrant ainsi une perte de l'information codée sur l'état interne atomique. Un tel dispositif nécessite donc de mettre en place de nouvelles techniques permettant la préparation et la détection des états de Rydberg circulaires directement à l'intérieur de la cavité.

La préparation intra-cavité est actuellement opérationnelle [50]. La préparation se fait en deux temps, l'absorption de trois photons optiques permet de porter l'atome dans un état de Rydberg, puis, sous un passage adiabatique, durant lequel l'atome est couplé à un champ radio-fréquence, nous atteignons l'état de Rydberg circulaire. Jusqu'à présent, le champ radiofréquence utilisé n'était pas polarisé. Un champ magnétique statique était appliqué afin de lever la dégé-



FIGURE 5 – Schéma de principe du nouveau dispositif d'électrodynamique quantique en cavité. Une fontaine atomique permet de générer un faisceau vertical d'atomes froids (cylindre rouge) pénétrant à l'intérieur de la cavité. L'état de Rydberg circulaire est ensuite préparé à l'intérieur de la cavité en partie grâce aux électrodes dorées, encerclant les miroirs, permettant de produire un champ radiofréquence purement polarisé σ_+ . Dans une configuration optimale, la détection s'effectuera également à l'intérieur de la cavité. Un jet horizontal d'atomes rapides pourra également être mis en place (flèche magenta).

nérescence des transitions de polarisations σ_{\pm} , permettant de coupler l'atome uniquement à la composante σ_+ . Or, lors de la préparation *intra*-cavité des atomes, l'utilisation d'un champ magnétique est à proscrire. En effet, le niobium ayant la propriété d'être un supraconducteur de type II, la présence d'un champ magnétique supérieur au champ magnétique critique entrainerait une dissipation des courants et le facteur de qualité du résonateur se verrait amoindri. Afin de palier à cette difficulté, nous avons placé au coeur du montage des électrodes encerclant la cavité, l'application de potentiels idoines permet alors de générer un champ radiofréquence purement polarisé σ_+ . Nous ne nous sommes pas encore confrontés au problème de *la détection intra-cavité*, les atomes sont détectés en dehors de la cavité de façon analogue au montage précédent, nous verrons quels freins en ont découlés. Nous décrivons dans cette thèse l'ensemble des éléments constituant cette toute nouvelle expérience et reportons les premiers résultats.

Résumé de mon doctorat et liste des publications

Lors de ma première année de thèse, nous avons démontré notre capacité à préparer des états de Rydberg circulaires *intra*-cavité, ce qui a conduit à une première publication [51]. Fort de notre aptitude à manipuler de façon cohérente l'état interne atomique, nous avons implémenté l'éffet Zénon quantique dynamique (QZD) au sein de la structure énergétique de l'atome de Rubidium, ce qui a conduit à une seconde publication [47]. Ces sujets ont fait l'objet de la thèse de A.Signoles [50]. Nous avons ensuite entrepris le déménagement de l'ensemble des expériences du groupe des locaux du Laboratoire Kastler Brossel au 24, rue Lhomond vers ceux au Collège de France 11, place Marcelin-Berthelot. La reconstruction des dispositifs expérimentaux nous a occupé durant plusieurs mois. Lors de mes deux dernières années de thèse, nous avons débuté la construction de l'expérience « Fontaine » ie câblage d'un nouveau cryostat, réalisation et assemblage du montage mécanique constituant le coeur du dispositif expérimental, mise en fonctionnement de la source d'atomes froids, mise en place des lignes électroniques micro-onde et radiofréquence et caetera. Ma thèse s'est achevée par l'acquisition des premiers résultats de l'expérience « fontaine ».

Organisation du manuscrit

Le Chapitre I sera consacré à la présentation des éléments de théorie quantique nécessaire à la compréhension des expériences mises en oeuvres. Nous présenterons les caractéristiques des états de Rydberg circulaires et les aspects théoriques de leur préparation au sein d'une multiplicité de nombre quantique principal égal à 52. Ensuite, nous introduirons le formalisme nécessaire à la description d'un unique mode du champ électromagnétique et à sa représentation dans l'espace des phases. L'étude du hamiltonien de Jaymes-Cumming décrivant le couplage entre un spin 1/2 et un oscillateur harmonique permettra d'appréhender l'évolution de notre système. Nous terminerons le chapitre en exposant d'un point de vue théorique l'implémentation de l'effet Zénon quantique dynamique dans le domaine de l'électrodynamique quantique en cavité ainsi que l'état de l'art concernant cet effet.

Le Chapitre II présente l'ensemble des éléments que nous avons mis en place lors de la construction du dispositif « fontaine ». Le projet a débuté par l'aménagement d'un cryostat permettant d'obtenir les conditions de température et de pression propices au développement de nos expériences. L'architecture de la fontaine sera présentée, nous décrirons le régime de fonctionnement actuel et donnerons la distribution des vitesses atomiques associée. Nous exposerons les étapes de l'assemblage mécanique du coeur du dispositif expérimental, *le bloc-cavité*, renfermant les miroirs supraconducteurs. Enfin, nous détaillerons le principe de préparation des états de Rydberg circulaires spécifique à cette toute nouvelle expérience.

Le Chapitre III est destiné à la présentation des premiers résultats de l'expérience. Nous reporterons une longue oscillation de Rabi quantique du vide, attestant de notre capacité à induire une interaction cohérente entre les atomes et le mode de la cavité sur plusieurs centaines de microsecondes. Le résultat majeur de ce chapitre sera le report de signaux spectroscopiques des états habillés de l'atome par le champ *intra*-cavité sous un désaccord égal à quelques fois la pulsation de Rabi du vide Ω_0 . Nous serons ainsi capable de discriminer spectralement les états associés à n = 0 jusqu'à 4 photons. Nous terminerons le chapitre en induisant une post-sélection de l'état de Fock $|3\rangle$ avec un atome unique, ceci nous permettra de quantifier notre capacité à induire une mesure sélective de l'état associé à s = 3 photons. Ces résultats expérimentaux sont des préliminaires indispensables à une future implémentation de la dynamique Zénon quantique sur le champ *intra*-cavité.

Chapitre I

Éléments de théorie Quantique

66	Begin at the beginning," the King s an end; then stop.	said, gravely,	"and go o	n till you co	me to	1
		Lewis Carroll,	, Alice \overline{in}	Wonderland,	, 1899	

Sommaire

I.1 Théorie	des atomes de Rydberg circulaires				
I.1.1	Atome d'hydrogène isolé	14			
I.1.2	Atome d'hydrogène en champ électrique statique	16			
I.1.3	Caractéristiques des états de Rydberg circulaires	18			
I.1.4	Préparation des états de Rydberg circulaires	21			
I.1.5	L'atome de Rubidium	31			
I.2 La lumi	ère : un objet quantique				
I.2.1	Quantification et analyse de la lumière	38			
I.2.2	Représentations des états en optique quantique	42			
I.2.3	Zoologie des états quantiques du champ	43			
I.3 L'intera	ction atome - champ quantique				
I.3.1	Le hamiltonien de Jaymes-Cumming	49			
I.3.2	Le hamiltonien $\hat{H}_{JC}^n: f = 1$	50			
I.4 L'effet Zénon Quantique Dynamique					
I.4.1	Éléments de théorie : présentation générale	57			
I.4.2	QZD mesure stroboscopique : implémentation sur <u>le champ</u>	62			
I.4.3	${ m \acute{E}tat}$ de l'art	84			

L'objet du présent chapitre est d'introduire les éléments de théorie quantique nécessaires à la description des expériences que nous réaliserons. La mise en place d'un dispositif expérimental complexe permettra l'interaction de deux systèmes quantiques simples. Plus précisément, nous étudierons la manipulation de l'état quantique d'un oscillateur harmonique via son couplage avec un atome à deux niveaux. L'élément atomique utilisé dans nos expérience est le rubidium 85, son unique électron de valence sera porté sur des niveaux de hautes énergies et de moment cinétique orbital maximal, définissant ainsi les états de Rydberg circulaires. Sous de telles conditions, l'atome de rubidium sera, en première approximation, assimilable à un système hydrogénoïde. Dans un premier temps, nous exploiterons cette analogie et nous énoncerons les principales propriétés des états de Rydberg circulaires ainsi que le processus de préparation d'un point de vue théorique. Ensuite, nous présenterons les corrections à apporter à ce modèle simple afin de décrire *l'atome de rubidium*. Dans un deuxième temps, nous rappellerons le formalisme mathématique décrivant l'oscillateur harmonique quantique associé à un unique mode du champ électromagnétique. La simplicité de nos deux sous-systèmes - l'atome à deux niveaux et l'oscillateur harmonique - nous conduira à une description exhaustive de leur interaction et à l'introduction du hamiltonien de Jaymes-Cumming. Nous terminerons ce chapitre en présentant la théorie de l'une des premières expériences que nous souhaiterons réaliser avec l'expérience « fontaine » : l'implémentation de l'effet Zénon quantique dynamique sur le champ intra-cavité. Cette dynamique s'avérera être un outil puissant, permettant la manipulation cohérente de l'état du champ et la synthèse de superpositions arbitraires d'états quasi-classiques de Glauber.

I.1 Théorie des atomes de Rydberg circulaires

I.1.1 Atome d'hydrogène isolé

Nous tâcherons dans le présent paragraphe de rappeler les principaux résultats découlant d'un traitement quantique non relativiste - nous négligerons la structure fine et hyperfine de l'atome d'hydrogène isolé. L'atome d'hydrogène est constitué d'un proton formant le noyau de masse m_p et de charge q, ainsi que d'un électron de masse m_e et de charge -q. L'étude de la dynamique d'un système à deux corps est analytique. Il convient de traiter le problème en dissociant le mouvement du centre de masse et le mouvement relatif d'une particule fictive de masse réduite $\mu = m_e m_p/(m_e + m_p)$. Nous associons à cette particule l'observable position relative \hat{r} et l'observable impulsion relative \hat{p} . La valeur du rapport $m_p/m_e \simeq 1800$ nous amène à assimiler la particule fictive à l'électron. L'hamiltonien régissant l'évolution de l'électron plongé dans un potentiel coulombien V s'exprime sous la forme :

$$\hat{H}_{0} = \frac{\hat{p}^{2}}{2\mu} + V(\hat{r}) = -\frac{\hbar^{2}}{2\mu}\Delta - \frac{e^{2}}{r}, \qquad e^{2} = \frac{q^{2}}{4\pi\varepsilon_{0}}$$
(I.1)

Les états stationnaires $|\psi\rangle$ de l'équation de Schrödinger sont solutions de l'équation aux valeurs propres : $\hat{H}_0 |\psi\rangle = E |\psi\rangle$. L'invariance par translation dans le temps de l'observable \hat{H}_0 assure le caractère conservatif du système *ie* la conservation de l'énergie. Une étude plus approfondie des symétries satisfaites par la structure hydrogénoïde, attribuables au caractère

central du potentiel coulombien, nous conduit à l'introduction de bases propres associées à divers systèmes de coordonnées. Ces dernières vont être énoncées succinctement dans les paragraphes suivants, le lecteur désireux d'approfondir ces notions est invité à consulter la thèse de doctorat de Dominique Delande [52] et de Jean Hare [53].

I.1.1.a Base des états sphériques

L'isotropie du hamiltonien \hat{H}_0 (I.1) assure son invariance sous l'action du groupe SO(3)des rotations dans l'espace tridimensionnel. Il découle de cette symétrie d'origine purement géométrique que l'observable moment cinétique orbital $\hat{L} = \hat{r} \times \hat{p}$ (générateur infinitésimal du groupe des rotations) est une constante du mouvement *ie* commute avec l'hamiltonien : $[\hat{H}_0, \hat{L}] = \mathbf{0}$. Nous pouvons dès lors construire à l'aide des opérateurs $\{\hat{H}_0, \hat{L}^2, \hat{L}_z\}$ un ensemble complet d'observables qui commutent. La recherche des fonctions propres communes conduit, en coordonnées sphériques (r, θ, φ) , à la séparabilité suivant les variables angulaires et radiale de la fonction d'onde. Les fonctions d'ondes, décrites dans [54], sont caractérisées par la donnée du triplet de nombres quantiques $\{n, l, m\}$, où *n* dénommé nombre quantique principal est un entier naturel non nul, *l* le nombre quantique azimutal est un entier naturel vérifiant $0 \le l \le n-1$ et enfin *m* le nombre quantique magnétique est un entier relatif vérifiant $|m| \le l$. L'énergie propre de liaison ne dépend que du nombre quantique principal *n* et s'exprime simplement sous la forme :

$$E_n = -\frac{E_I}{n^2} \tag{I.2}$$

où $E_I = \mu q^4/32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2 \approx 13.6 \,\text{eV}$ est l'énergie d'ionisation. Nous dénommerons *multiplicité* l'ensemble des états de même nombre quantique principal n, la dégénérescence énergétique associée s'évalue aisément et vaut n^2 .

I.1.1.b Base des états paraboliques

La base des états propres paraboliques repose sur l'introduction d'une nouvelle constante du mouvement, l'observable associée au vecteur de Laplace-Runge-Lenz dont l'expression en mécanique quantique - convenablement symétrisée - est de la forme [55]:

$$\hat{\boldsymbol{A}} = \frac{1}{2} \left(\hat{\boldsymbol{p}} \times \hat{\boldsymbol{L}} - \hat{\boldsymbol{L}} \times \hat{\boldsymbol{p}} \right) - \mu e^2 \frac{\hat{\boldsymbol{r}}}{r}$$
(I.3)

Nous pouvons alors construire un nouvel ensemble complet d'observables qui commutent $\{\hat{H}_0, \hat{A}_z, \hat{L}_z\}$. La recherche des fonctions propres communes conduit à la séparabilité de l'équation de Schrödinger sous un système de coordonnées paraboliques (ξ, η, φ) relié aux coordonnées sphériques suivant les relations :

$$\int \xi = r \left(1 + \cos \theta \right) \tag{I.4}$$

$$\begin{pmatrix} \eta = r \left(1 - \cos \theta \right) \tag{I.5}$$

La dénomination de ce système de coordonnées provient du fait que les surfaces $\xi = C^{ste}$ et $\eta = C^{ste}$ constituent deux paraboloïdes de révolution autour de l'axe (Oz), conférant à ce dernier un rôle privilégié.

La fonction d'onde de l'électron en coordonnées paraboliques est entièrement caractérisée par la donnée du triplet de nombres quantiques $\{n, n_1, m\}$, où n dénommé nombre quantique principal est un entier naturel non nul, m le nombre quantique magnétique est un entier relatif vérifiant $|m| \le n - 1$ et enfin n_1 le nombre quantique parabolique est un entier naturel vérifiant $0 \le n_1 \le n - |m| - 1$.

I.1.2 Atome d'hydrogène en champ électrique statique

En champ électrique statique nul, l'ensemble des niveaux d'une même multiplicité de l'atome d'hydrogène sont dégénérés. Dans de telles circonstances la manipulation de l'état atomique au sein d'une multiplicité est relativement critique, la moindre fluctuation extérieure de champ électrique statique peut transformer un état d'intérêt en une superposition d'états non contrôlés. La dégénérescence peut être partiellement levée par *effet Stark* en appliquant le long de la trajectoire atomique un champ électrique statique uniforme \mathbf{F}_o , orienté selon l'axe positif (Oz), qui fixe préférentiellement l'axe de quantification. L'hamiltonien de l'atome d'hydrogène isolé \hat{H}_0 se voit ajouter un terme d'interaction entre le moment dipolaire électrique et le champ, s'exprimant sous la forme :

$$\hat{W}(\hat{\boldsymbol{r}}) = q\boldsymbol{F}_o.\hat{\boldsymbol{r}} = qF_o\hat{z} \tag{I.6}$$

Le terme \hat{W} vient briser la symétrie sphérique préexistante. L'observable \hat{L}^2 ne commute plus avec l'hamiltonien, ainsi le nombre quantique l n'est plus un bon nombre quantique. Néanmoins, une symétrie cylindrique d'axe (Oz) subsiste. L'observable \hat{L}_z demeure une constante du mouvement et m un bon nombre quantique. L'équation aux valeurs propres du hamiltonien en présence d'un champ électrique statique ne possède pas de solution analytique, un traitement selon la théorie des perturbations stationnaires est donc de rigueur. Nous allons exposer la correction à porter aux énergies non perturbées jusqu'au deuxième ordre en puissance du paramètre F_o .

I.1.2.a Effet Stark linéaire

Le déplacement énergétique au premier ordre d'un niveau non-perturbé dégénéré d'énergie E_n s'obtient en diagonalisant la matrice \hat{W}_n qui est la restriction de la perturbation au sousespace propre associé *ie* à la multiplicité correspondante. La base des états paraboliques apparait

comme la base canonique vis à vis du calcul à entreprendre. En effet, l'ensemble des éléments de matrice associés à l'observable \hat{z} ont été calculés dans la base parabolique par W.Gordon [56] et la restriction de l'opérateur dipolaire à une multiplicité donnée apparait comme diagonal dans cette base. La correction au premier ordre en champ électrique statique s'exprime ainsi sous la forme [57] :

$$W_{n,n_1,m}^{(1)}(F_o) = \langle n, n_1, m | \hat{W} | n, n_1, m \rangle = \frac{3}{2} q a_0 k n F_o$$
(I.7)

où l'on a posé $k = 2n_1 - n + |m| + 1$ et a_0 est le rayon de Bohr. Par conséquent, la dégénérescence des n^2 niveaux de la multiplicité est partiellement levée par l'effet Stark linéaire, les niveaux de mdistincts laissant invariant l'entier k subissent le même déplacement énergétique tandis que ceux de même m s'éloignent les uns des autres. La Figure (I.1) représente la structure énergétique en présence d'un champ électrique statique donné. Les niveaux sont labellisés en fonction des nombres quantiques paraboliques $\{n, n_1, m\}$ et ordonnés horizontalement suivant leur nombre quantique magnétique. Mentionnons l'invariance de la structure énergétique sous le changement de signe du nombre quantique m, dénommée symétrie de Kramers et perdurant à tous les ordres du développement perturbatif. Nous porterons un intérêt tout particulier à la structure d'échelle des niveaux se trouvant sur la diagonale inférieure droite *ie* l'ensemble des états :

$$\mathcal{J}_n = \{ |n, n_1 = 0, m \rangle, 0 \le m \le n - 1 \}$$
(I.8)



FIGURE I.1 – Structure énergétique d'une multiplicité de nombre quantique principale n en présence d'un champ électrique statique. Les niveaux sont labellisés en fonction des nombres quantiques paraboliques $\{n, n_1, m\}$ et ordonnés horizontalement suivant leur nombre quantique magnétique. Tout au long du manuscrit, nous ferons régulièrement appel à l'ensemble des états tels que $n_1 = 0$ et $m \ge 0$, dénommé \mathcal{J}_n et encerclé en rouge sur le diagramme énergétique.

I.1.2.b Effet Stark quadratique

Le déplacement énergétique au deuxième ordre ne fait plus seulement appel à la restriction de l'observable \hat{z} au sein d'une multiplicité donnée mais à l'espace de Hilbert complet. Plus précisément, la correction énergétique au deuxième ordre fait appel aux éléments de couplages entre la multiplicité considérée et les autres multiplicités. Notons que l'observable associée au dipôle atomique n'est pas diagonale dans la base des états paraboliques, cette dernière ne s'apparente donc plus à la base des états propres. Cependant, selon la théorie des perturbations au second ordre, une correction au deuxième ordre en énergie se traduit par une correction au premier ordre sur les états propres. Ainsi, à un tel ordre du développement perturbatif, nous continuerons à assimiler la base des états paraboliques à la base des états propres. L'effet Stark quadratique s'exprime formellement sous la forme :

$$W_{n,n_1,m}^{(2)}(F_o) = \sum_{n' \neq n, n_1', m'} \frac{|\langle n', n_1', m' | \hat{W} | n, n_1, m \rangle|^2}{E_n - E_{n'}}$$
(I.9)

Nous aboutissons à l'expression suivante [58, 59]:

$$W_{n,n_1,m}^{(2)}(F_o) = -\frac{1}{32}(17n^2 - 3k^2 - 9m^2 + 19)n^4(qa_0)^2 \frac{F_o^2}{E_I}$$
(I.10)

Nous nous limiterons à une correction au second ordre selon la théorie des perturbations. Un tel développement est valable dans la limite où la perturbation \hat{W} est faible devant la différence entre les énergies (I.2) du hamiltonien libre. La condition précédente impose à la perturbation de ne pas mélanger des états appartenant à des multiplicités distinctes, ce qui se traduit quantitativement par la limite de Inglis-Teller [60, 61] :

$$F_o \ll \frac{2E_I}{3qa_0 n^5} \tag{I.11}$$

La majoration du champ électrique s'évalue à 4.5 V.cm^{-1} pour un nombre quantique principal n = 52, autorisant allègrement la conduite de ce calcul perturbatif au regard des valeurs auxquelles nous ferons expérimentalement appel.

I.1.3 Caractéristiques des états de Rydberg circulaires

L'objet de la présente section est d'exposer les propriétés singulières des états de Rydberg circulaires. Les états de Rydberg sont caractérisés par un grand nombre quantique principal n et sont de plus qualifiés de *circulaires* [62] si leurs nombres quantiques orbital et magnétique sont maximaux $ie \ l = |m| = n - 1$. Ainsi, chacune des multiplicités possède deux états circulaires.

A partir de maintenant nous omettrons le signe du nombre quantique magnétique et noterons $|nc\rangle$ l'état de Rydberg circulaire appartenant à la multiplicité de nombre quantique principal n tel que m = n - 1. La densité de probabilité de présence associée à l'électron de valence est de forme torique. La Figure (I.2(a)) représente la coupe de la densité de probabilité suivant un plan perpendiculaire à l'axe (Oz). Dans la limite où $n \gg 1$, la probabilité de présence est fortement localisée au voisinage de la trajectoire circulaire semi-classique de Bohr de rayon $r_n = a_o n^2$. Par exemple, l'électron de valence dans l'état circulaire $|52c\rangle$ se trouve à une distance de 143 nm du noyau, accréditant l'appellation d'atomes « géants » portée aux atomes de Rydberg.



FIGURE I.2 – (a) Diagramme énergétiques des états de Rydberg circulaires $|49c\rangle$, $|50c\rangle$, $|51c\rangle$ et $|52c\rangle$. Les fréquences des transitions entre deux états adjacents sont données au MHz prés. (b) Représentation de la densité de probabilé électronique normalisé, suivant le plan (Oxy), pour l'état de Rydberg circulaire $|n = 51, l = 50, m = 50\rangle$. (c) Illustration des transitions énergétiques permises en partant d'un état de Rydberg circulaire quelconque $|nc\rangle$. En vertu des régles de sélection, ce dernier peut induire des transitions π et σ_{\pm} vers la multiplicité supérieure mais également se désexciter vers la multiplicité inférieure via une transition de polarisation σ_{\pm} .

I.1.3.a Fréquence de transition

Les expériences présentées dans ce manuscrit solliciteront plusieurs états de Rydberg circulaires appartenant à des multiplicités dont le nombre quantique principal sera voisin de n = 50. Nous mettrons ainsi en jeu des transitions entre états de Rydberg circulaires adjacents $|(n + 1)c\rangle$ et $|nc\rangle$ dont la fréquence s'exprime au deuxième ordre en présence d'un champ électrique statique sous la forme :

$$\nu_{n+1,n} = -\frac{E_I}{h} \left[\frac{1}{(n+1)^2} - \frac{1}{n^2} \right] + \alpha_n F_o^2 \tag{I.12}$$

En champ faible - de quelques V/cm - ces transitions se trouvent dans le domaine microonde et la variation vis à vis du nombre quantique principal n se fait approximativement en n^{-3} . En champ électrique statique nul, la fréquence de la transition $|51c\rangle \leftrightarrow |50c\rangle$ est de 51.099 GHz. Le déplacement induit par l'effet Stark quadratique différentiel s'évalue pour la transition $|51c\rangle \leftrightarrow |50c\rangle$ à $\alpha_{50} = -254 \text{ kHz}/(\text{V/cm})^2$, constituant un levier appréciable lorsque nous souhaiterons ajuster la fréquence atomique.

I.1.3.b Couplage dipolaire

En vertu des règles de sélection dipolaire électrique gouvernant les transitions atomiques, un état de Rydberg circulaire $|nc\rangle$ ne peut se désexciter que vers l'état circulaire de la multiplicité inférieure mais peut subir des transitions π et σ_{\pm} vers la multiplicité supérieure. La présence d'un champ électrique statique non nul lève partiellement la dégénérescence de la multiplicité supérieure, permettant de discerner spectralement les transitions σ et π . La Figure (I.2(c)) représente le diagramme énergétique aux voisinages des transitions d'intérêt. Les transitions σ demeurent dégénérées au premier ordre Stark. Cependant, l'élément de matrice du dipôle atomique associé à la transition σ_+ est de l'ordre de $(n + 1)\sqrt{2}$ fois plus important que celui associé à la transition σ_- . Dans une très bonne approximation, nous pouvons donc considérer le sous espace de Hilbert engendré par deux états de Rydberg adjacents comme un système clos vis à vis d'un champ micro-onde à la fréquence de la transition atomique correspondante $|(n + 1)c\rangle \mapsto |nc\rangle$. L'élément de matrice du dipôle s'évalue¹ aisément à l'aide des fonctions d'ondes électroniques des états circulaires :

$$d_n = \| \langle (n+1)c | q\hat{\mathbf{r}} | nc \rangle \| \simeq (n+1)^2 \frac{qa_0}{\sqrt{2}} \quad \text{si} \quad n \gg 1$$
 (I.14)

$$d_n = \sqrt{2} \, \frac{(n+1)n^2}{2n+1} \left(1 - \frac{1}{(2n+1)^2} \right)^{n+1} q a_0 \tag{I.13}$$

^{1.} L'expression exacte de l'élément de matrice est :

La variation vis à vis du nombre quantique principal se fait en n^2 comme attendu au regard de l'expression du rayon de l'orbite électronique semi-classique de Bohr. L'élément de matrice s'élève à 1776 ea_0 pour n = 50. Cette valeur relativement grande à l'échelle atomique [63] confère aux atomes de Rydberg circulaires une extrême sensibilité à un champ électrique micro-onde dirigé dans le plan contenant l'orbite.

I.1.3.c Couplage à l'environnement : relaxation des populations

L'ampleur du dipôle présenté au paragraphe précédent pourrait laisser craindre un fort couplage des atomes de Rydberg circulaire aux fluctuations du vide quantique. Néanmoins nous avons vu que les canaux de désexcitation sont relativement restreints. A température nulle l'état circulaire $|nc\rangle$ se couple uniquement à l'état circulaire $|(n-1)c\rangle$ de la multiplicité inférieure. Le taux d'émission spontanée - qui est l'inverse de la durée de vie radiative - dans l'espace libre est donné par l'expression :

$$\Gamma_n = \tau_n^{-1} = \frac{\omega_{n-1}^3 d_{n-1}^2}{3\pi\varepsilon_o \hbar c^3}$$
(I.15)

La dépendance du taux d'émission spontanée vis à vis du nombre quantique principal est en n^{-5} , conférant aux états circulaires une durée de vie exceptionnellement longue. La durée de vie radiative de l'état circulaire $|51c\rangle$ s'évalue à 31.5 ms, soit une largeur naturelle $\Gamma_n/2\pi$ d'environ 5 Hz.

I.1.4 Préparation des états de Rydberg circulaires

La préparation des états de Rydberg circulaires au sein d'une multiplicité de nombre quantique principal n donné constituera un des préalables incontournables au début de chacune des séquences expérimentales mises en oeuvre au Chapitre (III). Le processus visant à obtenir l'état circulaire $|nc\rangle$ se fera en présence d'un champ électrique statique F_o .

Dans un premier temps, nous préparerons un état de faible moment cinétique orbital au sein de la multiplicité, plus particulièrement, au sein de l'ensemble d'états \mathcal{J}_n que nous avons mentionné lors de l'étude de la structure énergétique d'une multiplicité en présence d'un champ électrique statique. Nous supposerons ici l'atome porté dans l'état $|n, n_1 = 0, m = 0\rangle$. Expérimentalement cette préparation sera effectuée par absorption de trois photons optiques. Nous reviendrons en détails sur cette première étape au paragraphe (II.2) du Chapitre (II). Dans un deuxième temps nous réaliserons un passage adiabatique au sein de l'ensemble \mathcal{J}_n en couplant l'atome à un rayonnement radiofréquence polarisé σ_+ , permettant d'atteindre l'état circulaire $|nc\rangle$. L'ensemble du processus de préparation des états de Rydberg circulaires sera de temps à autre dénommé processus de circularisation. Nous allons présenter dans cette section uniquement les aspects d'ordre théorique relatifs à la deuxième étape de préparation.

I.1.4.a Hamiltonien de couplage à un champ radiofréquence

Au premier ordre en champ électrique statique, l'ensemble des états appartenant au sousespace de Hilbert \mathcal{J}_n forment une échelle harmonique de dimension finie de niveaux équidistants espacés par l'effet Stark linéaire d'une quantité donnée par la relation (I.16). En champ électrique statique faible *ie* de quelques V/cm et pour un nombre quantique principal $n \sim 50$, la fréquence $\omega_{st}/2\pi$ appartient - au premier ordre Stark - au domaine radiofréquence.

$$\hbar\omega_{st} = |W_{n,n_1,m\pm 1}^{(1)}(F_o) - W_{n,n_1,m}^{(1)}(F_o)| = \frac{3}{2}qa_0nF_o \tag{I.16}$$

Le hamiltonien $\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{W}$ associé à l'atome isolé, à l'exception du couplage au champ électrique statique, s'exprime au sein de l'espace \mathcal{J}_n sous la forme :

$$\hat{H} = \begin{pmatrix} -\hbar\omega_0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\hbar\omega_1 & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & -\hbar\omega_{n-2} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & -\hbar\omega_{n-1} \end{pmatrix}$$
(I.17)

où l'origine des énergies est celle de l'état de Rydberg circulaire $|nc\rangle$ et où nous avons définit les pulsations $\omega_m = (n - 1 - m)\omega_{st}$. Le diagramme énergétique des états considérés est représenté sur la Figure (I.3).

La présence d'un champ radiofréquence $\mathbf{F}_{RF}(t)$ se traduit par l'adjonction au hamiltonien \hat{H} d'un terme de couplage dipolaire électrique dépendant du temps *via* le champ oscillant :

$$\hat{W}_{RF}(\hat{\boldsymbol{r}},t) = q\boldsymbol{F}_{RF}(t).\hat{\boldsymbol{r}}$$
(I.18)

La totalité des éléments de matrice de l'observable position \hat{r} ont été calculés dans la base des états paraboliques par W.Gordon [56]. La composante du champ F_{RF} le long de l'axe de quantification (Oz) n'est pas en mesure de provoquer des transitions. Les seuls opérateurs aptes à induire des couplages entre états distincts sont $\hat{x} + i\hat{y}$ et son hermitique conjugué $\hat{x} - i\hat{y}$. De ce fait, le champ électrique radiofréquence doit être préférentiellement tout entier contenu dans le plan (Oxy) orthogonal à l'axe de quantification, où tout du moins posséder selon ce plan une composante non négligeable. Ainsi, nous pouvons décomposer la projection d'intérêt du rayonnement dans la base des polarisations σ_+ et σ_- suivant le plan (Oxy). La polarisation σ_+ est la seule à induire des transitons élémentaires entre les états appartenant à l'ensemble \mathcal{J}_n , tout en laissant cet espace stable. La polarisation σ_- induirait des transitions tendant à contaminer



FIGURE I.3 – Diagramme énergétique du sous-espace de Hilbert \mathcal{J}_n en présence d'un champ électrique statique. Au premier ordre en champ électrique statique, les niveaux atomiques présentent une structure d'échelle harmonique de dimension n finie équidistants d'une quantité égale à $3/2qa_0nF_o$. Notons que nous avons fixé le zéro énergétique au niveau de l'état de Rydberg circulaire $|nc\rangle$

l'ensemble de la multiplicité et donc à dégrader le processus de circularisation. L'étude sera uniquement menée sous un couplage avec un rayonnement radiofréquence de polarisation σ_+ .

Le champ radiofréquence polarisé σ_+ , d'amplitude $F_{RF}^{\sigma_+}$, de pulsation ω_{RF} et de phase initiale φ s'exprime, dans la base canonique associée au plan orthogonal à l'axe de quantification, sous la forme :

$$\boldsymbol{F}_{RF}(t) = F_{RF}^{\sigma_{+}} \left[\cos(\omega_{RF}t + \varphi) \boldsymbol{e}_{x} + \sin(\omega_{RF}t + \varphi) \boldsymbol{e}_{y} \right]$$
(I.19)

$$=\frac{F_{RF}^{\sigma_{+}}}{2}\left[(\boldsymbol{e}_{x}-i\boldsymbol{e}_{y})e^{i(\omega_{RF}t+\varphi)}+(\boldsymbol{e}_{x}+i\boldsymbol{e}_{y})e^{-i(\omega_{RF}t+\varphi)}\right]$$
(I.20)

Le terme de couplage se réécrit :

$$\hat{W}_{RF}(\hat{r},t) = q \frac{F_{RF}^{\sigma_{+}}}{2} \left[(\hat{x} - i\hat{y})e^{i(\omega_{RF}t + \varphi)} + (\hat{x} + i\hat{y})e^{-i(\omega_{RF}t + \varphi)} \right]$$
(I.21)

Ainsi, les éléments de matrice dont nous ferons usage s'expriment sous la forme :

$$\int \langle n, n_1, m+1 | \hat{x} + i\hat{y} | n, n_1, m \rangle = \frac{3}{2} n a_0 \sqrt{4(n-m-1)(m+1)}$$
(I.22)

$$\left(\langle n, n_1, m | \, \hat{x} - i \hat{y} \, | n, n_1, m+1 \rangle = \frac{3}{2} n a_0 \sqrt{4(n-m-1)(m+1)} \right)$$
(I.23)

L'opérateur $\hat{x} + i\hat{y}$ apparait comme un opérateur de saut réalisant l'adjonction d'un quantum d'énergie $\hbar\omega_{st}$ à l'énergie atomique, l'atome initialement dans l'état $|n, n_1, m\rangle$ voit son nombre quantique magnétique m augmenter d'une unité et est ainsi porté dans l'état supérieur $|n, n_1, m + 1\rangle$. De façon tout à fait symétrique l'opérateur $\hat{x} - i\hat{y}$ réalise l'annihilation d'un quantum d'énergie $\hbar\omega_{st}$ à l'énergie atomique, l'atome initialement dans l'état $|n, n_1, m\rangle$ voit son nombre quantique magnétique m réduit d'une unité et est ainsi porté dans l'état inférieur $|n, n_1, m - 1\rangle$. En outre, au regard des valeurs singulières associées aux éléments de matrice (I.22),(I.23) et en effectuant une ré-indexation des états suivant l'entier $m_1 = m - (n - 1)/2$, la structure du sous-espace de Hilbert \mathcal{J}_n se confond avec la définition usuelle d'une échelle harmonique relative à un moment cinétique \hat{J} de valeur J = (n - 1)/2. Une telle analogie n'est pas si fortuite, une étude plus poussée de la structure de l'atome d'hydrogène nous aurait, en particulier, conduit à l'introduction d'un tel moment cinétique. Dans ce contexte nous sommes amenés à construire les opérateurs d'échelles à partir des composantes du moment cinétique :

$$\hat{J}^{\pm} = \hat{J}_x \pm i \hat{J}_y \tag{I.24}$$

Nous résumons ci-dessous l'action des divers opérateurs relatifs à \hat{J} :

$$\hat{J}_{z}|n,n_{1},m\rangle = \hbar[m-(n-1)/2]|n,n_{1},m\rangle$$
 (I.25)

$$\hat{J}^{+} |n, n_{1}, m\rangle = \hbar \sqrt{(n - m - 1)(m + 1)} |n, n_{1}, m + 1\rangle$$
(I.26)

$$\left(\hat{J}^{-}|n,n_{1},m\rangle = \hbar\sqrt{(n-m)m}|n,n_{1},m-1\rangle$$
(I.27)

Les opérateurs de sauts $\hat{x} \pm i\hat{y}$ restreints à \mathcal{J}_n apparaissent naturellement, à un facteur multiplicatif prés, comme étant les opérateurs d'échelles \hat{J}^{\pm} construits précédemment.

$$\hat{x} \pm i\hat{y} = \frac{3na_0}{\hbar}\hat{J}^{\pm} = \frac{3na_0}{\hbar}\left[\hat{J}_x \pm i\hat{J}_y\right] \tag{I.28}$$

L'action de ces opérateurs est représentée sur la Figure (I.4).

Nous possédons maintenant tous les pré-requis afin d'expliciter le terme d'interaction résultant du couplage entre l'atome et le rayonnement radiofréquence polarisé :

$$\hat{W}_{RF}^{\sigma^{+}}(\hat{\boldsymbol{r}},t) = \mathcal{W}^{\sigma_{+}} \left[\hat{J}^{-} e^{i(\omega_{RF}t+\varphi)} + \hat{J}^{+} e^{-i(\omega_{RF}t+\varphi)} \right]$$
(I.29)

où :

$$\mathcal{W}^{\sigma_+} = \frac{3}{2} n \frac{q a_0}{\hbar} F_{RF}^{\sigma_+} \tag{I.30}$$



FIGURE I.4 – Action des opérateurs $\hat{J}^{\pm} = \hat{J}_x \pm i \hat{J}_y$ sur les transitions vérifiant $\Delta m = \pm 1$. L'opérateur de création \hat{J}^+ réalise, au sein du sous-espace \mathcal{J}_n , le couplage entre un état de nombre quantique magnétique m donné et l'état de nombre quantique magnétique m + 1 d'énergie supérieure. A contratio, l'opérateur d'annihilation \hat{J}^- assure le couplage entre un état de nombre quantique magnétique m - 1 d'énergie inférieure.

Ainsi, le hamiltonien du système global $\hat{H} + \hat{W}^{\sigma^+}_{RF}(\hat{r},t)$ s'exprime comme suit :

$$\begin{pmatrix} -\hbar\omega_0 & \mathcal{W}_0^{\sigma_+}e^{+i(\omega_{RF}t+\varphi)} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathcal{W}_0^{\sigma_+}e^{-i(\omega_{RF}t+\varphi)} & -\hbar\omega_1 & \mathcal{W}_1^{\sigma_+}e^{+i(\omega_{RF}t+\varphi)} & \vdots \\ 0 & \mathcal{W}_1^{\sigma_+}e^{-i(\omega_{RF}t+\varphi)} & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & \ddots & -\hbar\omega_{n-2} & \mathcal{W}_{n-2}^{\sigma_+}e^{+i(\omega_{RF}t+\varphi)} \\ 0 & \cdots & 0 & \mathcal{W}_{n-2}^{\sigma_+}e^{-i(\omega_{RF}t+\varphi)} & -\hbar\omega_{n-1} \end{pmatrix}$$

où les termes de couplages sont de la forme :

$$\mathcal{W}_{m}^{\sigma_{+}} = \hbar \sqrt{(n-m-1)(m+1)} \mathcal{W}^{\sigma_{+}} = \frac{3}{2} n q a_{0} \sqrt{(n-m-1)(m+1)} F_{RF}^{\sigma_{+}}$$
(I.31)

Afin de s'affranchir de la dépendance temporelle du hamiltonien $\hat{H} + \hat{W}_{RF}^{\sigma^+}(\hat{r},t)$ nous lui faisons subir une transformation unitaire \hat{U} équivalente au passage dans le référentiel tournant à la pulsation ω_{RF} du rayonnement radiofréquence. Cette transformation s'exprime sous la forme :

Chapitre I. Éléments de théorie Quantique

$$\hat{U} = e^{i\hat{\mathcal{D}}(\omega_{RF})t/\hbar} \tag{I.32}$$

où $\hat{\mathcal{D}}(\omega_{RF})$ est une matrice diagonale similaire au hamiltonien atomique \hat{H} dans lequel nous avons substitué la pulsation du champ radiofréquence ω_{RF} à la pulsation de la transition d'échelle atomique ω_{st} :

$$\hat{\mathcal{D}}(\omega_{RF}) = \begin{pmatrix} -\hbar(n-1)\omega_{RF} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & -\hbar(n-2)\omega_{RF} & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ \vdots & & \ddots & -\hbar\omega_{RF} & 0 \\ 0 & \cdots & 0 & 0 \end{pmatrix}$$
(I.33)

Nous obtenons alors le hamiltonien effectif indépendant du temps :

$$\hat{H}_{eff} = i\hbar \left[\frac{d}{dt}\hat{U}\right]\hat{U}^{\dagger} + \hat{U}\left[\hat{H} + \hat{W}_{RF}^{\sigma^{+}}(\hat{r}, t)\right]\hat{U}^{\dagger}$$
(I.34)

$$=\hat{H} - \hat{\mathcal{D}}(\omega_{RF}) + \hat{W}_{RF}^{\sigma^{+}}(\hat{r}, t=0)$$
(I.35)

Dont l'écriture sous forme matricielle est :

$$\hat{H}_{eff} = \begin{pmatrix} \hbar(n-1)\delta & \mathcal{W}_{0}^{\sigma_{+}}e^{+i\varphi} & 0 & \cdots & 0 \\ \mathcal{W}_{0}^{\sigma_{+}}e^{-i\varphi} & \hbar(n-2)\delta & \mathcal{W}_{1}^{\sigma_{+}}e^{+i\varphi} & \vdots \\ 0 & \mathcal{W}_{1}^{\sigma_{+}}e^{-i\varphi} & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \hbar\delta & \mathcal{W}_{n-2}^{\sigma_{+}}e^{+i\varphi} \\ 0 & \cdots & 0 & \mathcal{W}_{n-2}^{\sigma_{+}}e^{-i\varphi} & 0 \end{pmatrix}$$
(I.36)

où $\delta = \omega_{RF} - \omega_{st}$ est le désaccord entre la pulsation du champ radiofréquence et la pulsation atomique. Dans l'objectif d'une interprétation aisée de l'opérateur d'évolution du système, il est appréciable de réécrire le hamiltonien \hat{H}_{eff} en termes de combinaison linéaire des composantes du moment cinétique \hat{J} :

$$\hat{H}_{eff} = \hbar \delta \frac{(n-1)}{2} \mathbb{1} - \hbar \delta \hat{J}_z + 2\mathcal{W}^{\sigma_+} \cos(\varphi) \hat{J}_x + 2\mathcal{W}^{\sigma_+} \sin(\varphi) \hat{J}_y$$
(I.37)

$$=\hbar\delta\frac{(n-1)}{2}\mathbb{1}+\hbar\mathbf{\Omega}.\hat{\boldsymbol{J}}$$
(I.38)

où Ω s'identifie au vecteur rotation $\Omega = (2\mathcal{W}^{\sigma_+}\cos(\varphi), 2\mathcal{W}^{\sigma_+}\sin(\varphi), -\delta)$. Le premier terme s'apparente à un facteur de phase globale qui n'a pas de sens physique et sera omis par la suite. L'opérateur d'évolution du système s'écrit sous la forme :

$$\hat{U}_{at}(t) = e^{-i\hat{H}_{eff}t/\hbar} = e^{-i\mathbf{\Omega}.\hat{J}t}$$
(I.39)

L'évolution temporelle de l'état atomique s'interprète ainsi comme une précession autour du vecteur unitaire $\mathbf{n} = \mathbf{\Omega} / \parallel \mathbf{\Omega} \parallel$ à la pulsation $\Omega = \parallel \mathbf{\Omega} \parallel = \sqrt{\delta^2 + (2\mathcal{W}^{\sigma_+})^2}$. Une telle dynamique est similaire à celle d'un moment cinétique fictif \hat{J} rattaché à l'atome et plongé dans un champ magnétique uniforme.

Dans un régime résonant ie $\delta = 0$, l'action de l'opérateur d'évolution sur l'un des états extrémaux de l'ensemble \mathcal{J}_n - l'état circulaire et l'état de plus faible moment cinétique orbital engendre un état cohérent du moment cinétique au sein de l'espace \mathcal{J}_n . Sous une telle dynamique résonante, nous noterons l'opérateur d'évolution sous la forme $\hat{R}_{\Theta,\Phi}$ associée à la rotation d'angle Θ autour du vecteur $\boldsymbol{n} = (-\sin \Phi, \cos \Phi, 0)$, dont les paramètres sont donnés par les relations :

$$\begin{cases} \Phi = \frac{\pi}{2} + \varphi \tag{I.40}$$

$$\Theta = 2\mathcal{W}^{\sigma_+} t \tag{I.41}$$

Nous désignerons par $|\Theta, \Phi\rangle$ l'état cohérent du moment cinétique engendré par l'action de l'opérateur rotation $\hat{R}_{\Theta,\Phi}$ sur l'état de Rydberg circulaire :

$$|\Theta, \Phi\rangle = \hat{R}_{\Theta, \Phi} |n, 0, n-1\rangle \tag{I.42}$$

La dynamique temporelle du système induite par couplage résonant de l'atome à un champ radiofréquence polarisé σ_+ constitue l'une des méthodes permettant de réaliser le processus de circularisation. En ayant au préalable préparé l'atome dans l'état de plus faible moment cinétique $|n, n_1 = 0, m = 0\rangle$ il est alors possible d'atteindre avec certitude l'état de Rydberg circulaire après un instant d'interaction $t_{\pi} = \pi/2W^{\sigma_+}$ ie à une demi-période de l'oscillation de Rabi. La Figure (I.5) représente l'évolution de quelques populations lors d'un couplage résonant entre l'atome et le rayonnement radiofréquence polarisé σ_+ .



FIGURE I.5 – Représentation de l'évolution des populations de quelques états de l'ensemble \mathcal{J}_n sous un couplage avec champ radiofréquence résonant en préparant initialement l'atome dans l'état de plus faible moment cinétique $|n, n_1 = 0, m = 0\rangle$. Nous observons, en particulier, à l'instant $t = t_{\pi}$, un transfert complet de la population atomique vers l'état de Rydberg circulaire.

Une telle méthode de préparation des états de Rydberg circulaires se fait cependant sous de nombreuses contraintes, nécessitant un très bon contrôle de l'ensemble des paramètres suivants : la durée d'interaction afin de réaliser une impulsion π sur l'oscillation de Rabi, la fréquence du champ radiofréquence afin d'être continument à résonance, la constance du couplage $\Omega_{RF}^{\sigma_+} = 2W^{\sigma_+}$ mais également la pureté de polarisation σ_+ sous peine d'induire des transitions σ_- venant peupler l'ensemble de la multiplicité. Mentionnons également que nous avons supposé l'ensemble des niveaux atomiques équidistants. Dans les faits, la prise en compte des corrections énergétiques aux ordres supérieurs en champ électrique statique, induit une anharmonicité de l'échelle de spin. Par conséquent, nous préférerons réaliser la circularisation à l'aide d'une méthode basée sur le théorème adiabatique, qui sera présentée au prochain paragraphe. Les fonctions permettant de représenter les états du moment cinétique sur une sphère de Bloch généralisée de dimension nseront présentées en Annexe (A). Mentionnons simplement que l'état de Rydberg circulaire et l'état de plus faible moment angulaire sont respectivement représentés par un vecteur moment cinétique moyen pointant respectivement au pôle Nord et au pôle Sud de la sphère de Bloch généralisée.

I.1.4.b Passage adiabatique rapide

L'objet de ce paragraphe est d'introduire la notion de passage adiabatique rapide, permettant de transférer - sous l'effet d'une perturbation dépendant du temps - un système quantique d'un état propre vers un autre état propre avec une grande efficacité et robustesse. La diagonalisation du hamiltonien effectif \hat{H}_{eff} (I.28) conduit à l'obtention de *n* énergies propres distinctes $\{E_m; 0 \le m \le (n-1)\}$. Nous dénommons $|+, m\rangle$ l'état propre associé à l'énergie propre E_m ,

ces vecteurs s'expriment comme des combinaisons linéaires des états non couplés dont la pondération fait intervenir le désaccord δ et la pulsation de Rabi $\Omega_{RF}^{\sigma_+}$ du rayonnement radiofréquence. La Figure (I.6) représente la variation des énergies propres suivant le paramètre $\delta/\Omega_{RF}^{\sigma_+}$.



FIGURE I.6 – Représentation des énergies propres (en rouge) de l'atome à n niveaux équidistants sous un couplage avec un champ radiofréquence en fonction du paramètre $\delta/\Omega_{RF}^{\sigma_+}$. Nous avons tracé les énergies pour un nombre quantique principale n=10. Nous observons, en particulier, la connexion entre l'état de plus faible moment cinétique $|n, n_1 = 0, m = 0\rangle$ et l'état de Rydberg circulaire $|n, n_1 = 0, m = n - 1\rangle$.

Les éléments de couplages $\mathcal{W}_{k}^{\sigma_{+}}$ ont pour effet de lever la dégénérescence à résonance de l'ensemble \mathcal{J}_{n} des états non couplés. Induisant un anti-croisement des n états propres, qui sont alors équirépartis et espacés d'une quantité $\hbar\Omega$. Le concept du passage adiabatique repose sur une variation temporelle progressive de l'une des variables { δ , $\Omega_{RF}^{\sigma_{+}}$ } dont dépendent les états propres. Si le système se trouve initialement dans l'état propre $|+, m\rangle [\delta(t_i), \Omega_{RF}^{\sigma_{+}}(t_i)]$ il va suivre continûment l'état propre $|+, m\rangle [\delta(t), \Omega_{RF}^{\sigma_{+}}(t)]$ sous l'influence de la perturbation et évoluer vers un état propre final $|+, m\rangle [\delta(t_f), \Omega_{RF}^{\sigma_{+}}(t_f)]$ pouvant être drastiquement différent de l'état propre initial.

Sous la condition $|\delta| \gg \Omega_{RF}^{\sigma_+}$, les termes diagonaux du hamiltonien effectif prédominent largement devant les termes de couplage, ainsi les états propres se confondent avec les états non couplés du système, selon la correspondance :

$$\begin{cases} \text{Si } \delta > 0 : |+, m\rangle \simeq |n, n_1 = 0, (n-1) - m\rangle \tag{I.43}$$

$$\text{Si } \delta < 0 : |+, m\rangle \simeq |n, n_1 = 0, m\rangle \tag{I.44}$$

Si l'atome est initialement préparé dans l'état $|n, n_1 = 0, m_o\rangle \simeq |+, m_o\rangle$ en $\delta \to -\infty$, un
renversement progressif du signe du désaccord permet un branchement de l'état propre initial sur l'état propre final $|n, n_1 = 0, (n-1) - m_o\rangle \simeq |+, m_o\rangle$. Le cas particulier $m_o = 0$ correspond au processus de circularisation, la population de l'état de plus faible moment angulaire est transférée sur l'état de Rydberg circulaire. Le diagramme énergétique permet d'appréhender cette évolution, lors d'une transformation adiabatique le système suit l'une des branches hyperboliques associées aux états propres *ie* le système suit l'anti-croisement induit par les termes de couplage.

La description théorique de cette dynamique pour un système à deux niveaux, vis à vis d'une variation du désaccord δ , a été conduite pour la première fois par Landau et Zener [64, 65]. La probabilité de réaliser un passage adiabatique s'exprime sous la forme :

$$P_A = 1 - \exp[-2\pi\gamma_n] \qquad \qquad \text{où}: \qquad \gamma_n = \frac{2\pi}{h} \frac{\hbar (\Omega_{RF}^{\sigma_+})^2/4}{|d\delta/dt|} \qquad (I.45)$$

L'expression de la probabilité P_A permet de préciser le critère d'adiabaticité : la perturbation doit induire une variation d'énergie entre les états non couplés qui reste faible devant l'amplitude $\Omega_{RF}^{\sigma_+}$ de la répulsion à résonance des états propres :

$$\left|\frac{d\delta}{dt}\right| \lesssim (\Omega_{RF}^{\sigma_{+}})^{2} \tag{I.46}$$

Expérimentalement, le caractère fini du désaccord ne permettra pas d'assurer les conditions aux limites infinies $\delta = -\infty \rightarrow \delta = \infty$ évoquées précédemment lors de la phase de variation du désaccord, pendant laquelle la pulsation de Rabi $\Omega_{RF}^{\sigma_+}$ du champ est stationnaire. Nous pouvons néanmoins atteindre ces limites vis à vis du rapport $\delta/\Omega_{RF}^{\sigma_+}$ en amorçant et en clôturant la phase de variation du désaccord par respectivement un allumage et une extinction adiabatique du champ radiofréquence. La condition d'adiabaticité vis à vis de la variable $\Omega_{RF}^{\sigma_+}$ en présence d'un grand désaccord δ fini, s'exprime sous la forme :

$$\left|\frac{d\Omega_{RF}^{\sigma_{+}}}{dt}\right| \lesssim (\delta)^{2} \tag{I.47}$$

Finalement le processus de circularisation sous un passage adiabatique est effectué en trois étapes résumées ci-dessous et représentée sur la Figure (I.7):

- (a) On augmente progressivement le couplage $\Omega_{RF}^{\sigma_+}$ jusqu'à atteindre une valeur stationnaire $\Omega_{RF_o}^{\sigma_+}$, tout ceci sous un grand désaccord négatif $-\delta_o$ constant. On vient ainsi brancher l'état $|n, n_1 = 0, m = 0\rangle$ sur l'état propre $|+, 0\rangle [-\delta_o, \Omega_{RF_o}^{\sigma_+}]$.
- (b) On effectue une variation linéaire du désaccord de $-\delta_o à +\delta_o$, ceci sous un couplage stationnaire ω_{RF} . Cette phase permet de brancher l'état propre $|+,0\rangle [-\delta_o, \Omega_{RF_o}^{\sigma_+}]$ sur l'état propre $|+,0\rangle [+\delta_o, \Omega_{RF_o}^{\sigma_+}]$

I.1. Théorie des atomes de Rydberg circulaires

(c) On diminue progressivement le couplage $\Omega_{RF}^{\sigma_+}$ jusqu'à atteindre une valeur nulle, tout ceci sous un grand désaccord positif $+\delta_o$ constant. On vient ainsi brancher l'état propre $|+,0\rangle [+\delta_o, \Omega_{RF_o}^{\sigma_+}]$ sur l'état stationnaire de Rydberg circulaire $|n, n_1 = 0, m = n - 1\rangle$



FIGURE I.7 – Diagramme représentant de façon schématique l'évolution de la puissance du champ radiofréquence (courbe marron) et du désaccord (courbe bleue) lors du passage adiabatique. L'état du système suit de façon adiabatique l'état habillé $|+,0\rangle$ (courbe rouge).

I.1.5 L'atome de Rubidium

I.1.5.a Défaut quantique

Les raisonnements conduits jusqu'à présent sont le fruit de calculs analytiques dans le cadre du problème à deux corps auquel se rattache l'atome d'hydrogène. L'expression exacte des fonctions d'ondes de l'atome d'hydrogène nous a ainsi permis d'exhiber les corrections énergétiques en présence d'un champ électrique statique, mais également d'appréhender la dynamique de l'atome sous un couplage à un champ radiofréquence. L'atome de rubidium 85 que nous utilisons dans nos expériences voit son unique électron de valence - caractéristique des alcalins interagir avec Z - 1 = 36 charges négatives du cortège électronique restant et Z = 37 charges positives du noyau. La complexité de la structure nécessite une approche phénoménologique et numérique si l'on souhaite en obtenir le spectre énergétique. Néanmoins, nous allons voir que la majeure partie des états électroniques que nous considérerons dans ce manuscrit conservent un caractère hydrogénoïde.

Pour des états de grand nombre quantique principal $n \sim 50$ et de grand nombre quantique orbital l, a fortiori les états de Rydberg circulaires, l'électron de valence évolue loin du coeur atomique et ressent seulement la charge moyenne du noyau et des couches électroniques inférieures, qui se résume, par effet d'écrantage, à la charge élémentaire d'un unique proton. L'électron de valence est ainsi plongé dans un potentiel couloumbien. La structure est associée à un atome hydrogénoïde, à ceci près que la masse réduite devient $\mu_{Rb} = 85m_p m_e/(m_e + 85m_p)$ soit une correction relative de 0.05% par rapport à μ . A contrario, pour des états de faible nombre quantique orbital l, l'électron de valence décrit - dans un contexte semi-classique - une orbite elliptique pénétrant le coeur atomique à son périgée. En effet, une diminution de l se traduit par une diminution du potentiel centrifuge en $l(l + 1)/r^2$, rendant non négligeable la probabilité de présence de l'électron au voisinage des autres particules. Nous ne pouvons plus assimiler le coeur atomique à un agglomérat de particules ponctuelles dont la charge se résumerait à la charge élémentaire. Sous une approximation de champ moyen, l'électron de valence perçoit à son périgée un potentiel plus profond, de la forme $-e^2/r$, auquel il faudrait encore ajouter l'« l'effet de volume » du noyau. Le potentiel résultant n'est plus purement coulombien. Néanmoins l'invariance sous le groupe des rotations SO(3) perdure et confère à la base des états sphériques un rôle privilégié² en champ électrique statique nul.

L'écart à la structure hydrogénoïde de l'atome de rubidium est alors quantifiée à l'aide d'un modèle phénoménologique dit du défaut quantique, résultant de mesures spectroscopiques en champ électrique statique nul. Les niveaux énergétiques de l'atome d'hydrogène se voient corrigés en introduisant un nombre quantique principal effectif non entier : $n_{eff} = n - \delta_{n,l,j}$, où $\delta_{n,l,j}$ dépend des nombres quantiques n et l, mais également du nombre quantique j relatif à la structure fine (négligée jusqu'à présent dans les calculs que nous avons conduit) et associé à l'observable $\hat{L} + \hat{S}$, \hat{S} étant le spin de l'électron de valence. Finalement, les niveaux énergétiques sont donnés par la relation :

$$E_{n,l,j} = -\frac{E_I}{(n - \delta_{n,l,j})^2}$$
(I.48)

Nous reportons dans la table (I.1) les défauts quantiques - au second ordre en 1/n - du rubidium 85 pour des nombres quantiques l variant de 0 à 7, valablent pour $n \ge 20$. La colonne de droite reporte les déplacements énergétiques induits vis à vis de l'état de Rydberg circulaire dans la multiplicité n = 52.

On devine la convergence vers zéro du défaut quantique au fur et à mesure que le nombre quantique orbital l augmente. Les déplacements énergétiques des niveaux $|52s\rangle$, $|52p\rangle$ et $|52d\rangle$ sont supérieurs à l'écart inter-multiplicités, tandis que les niveaux $|52f\rangle$ et $|52g\rangle$ sont respectivement déplacés de -772 MHz et -187 MHz. Ces deux derniers niveaux sont donc notablement déplacés tout en restant localisés au voisinage de la multiplicité n = 52. Ainsi, les niveaux de faible nombre quantique orbital se voient repoussés vers le rouge et le degré dégénérescence de la multiplicité n diminué en comparaison de sa valeur égale à n^2 au sein de l'atome d'hydrogène. La Figure (I.8) représente le spectre du rubidium 85 en champ électrique statique nul dans la gamme ± 50 GHz aux alentours de la multiplicité n = 51.

^{2.} Le potentiel central n'étant plus strictement de la forme 1/r l'observable associée au vecteur de Laplace-Runge-Lenz perd son rôle de constante du mouvement et la base des états parabolique ne constitue plus une base d'états propres.

Nombres quantiques	Défaut quantique $\delta_{n,l,j}$	Déplacement $n = 52$
l = 0	$3.131145 + \frac{0.195}{(n-3.131145)^2}$	$-160.84\mathrm{GHz}$
$l=1\ ,\ j=1/2$	$2.65486 + \frac{0.280}{(n - 2.65486)^2}$	$-134.39\mathrm{GHz}$
l = 1 , j = 3/2	$2.64165 + \frac{0.318}{(n - 2.64165)^2}$	$-133.67\mathrm{GHz}$
l = 2 , j = 3/2	$1.34807 - \frac{0.603}{(n-1.34807)^2}$	$-65.584\mathrm{GHz}$
l = 2 , j = 5/2	$1.34642 - \frac{0.545}{(n-1.34642)^2}$	$-65.501\mathrm{GHz}$
l = 3 , j = 5/2	$0.0165192 - \frac{0.085}{(n - 0.0165192)^2}$	$-771.58\mathrm{MHz}$
l = 3 , j = 7/2	$0.0165437 - \frac{0.086}{(n - 0.0165437)^2}$	$-772.71\mathrm{MHz}$
l = 4	0.004	$-187.12\mathrm{MHz}$
l = 5	0.001	$-46.776\mathrm{MHz}$
l = 6	0.0006	$-28.065\mathrm{MHz}$
l=7	0.0003	$-14.033\mathrm{MHz}$

TABLE I.1

Nous présentons dans la Table ci-dessus les états du rubidium 85 dont le défaut quantique au second ordre est notable, ceci au sein de la multiplicté n = 52. Les valeurs sont extraites de Meschede [66] pour l = 0 à l = 2, de Han et al. [67] pour l = 3 et de Nussenzveig [68] pour l = 4 à l = 7.



FIGURE I.8 – Spectre du rubidium 85 en champ électrique nul dans une gamme de $\pm 50 \, GHz$ aux alentours de la multiplicité n = 51. Nous avons représenté les défauts quantiques jusqu'à l = 3, car la différence d'énergie n'est plus visible - à cette échelle - pour des niveaux de moment cinétique orbital plus élevé. La multiplicité n = 51 constitue la référence énergétique sur le diagramme représenté. Nous observons que, pour un moment cinétique orbital $l \leq 2$, le défaut quantique engendre des variations d'énergie supérieures à l'écart entre deux multiplicités

I.1.5.b Diagramme énergétique du rubidium en champ électrique statique

Nous ne nous étendrons pas sur les techniques visant à déterminer le spectre énergétique du rubidium en présence d'un champ électrique statique F_o . Mentionnons simplement que son obtention résulte d'une diagonalisation numérique pour diverses valeurs de F_o du hamiltonien global $\hat{H}_{Ru} + q F_o \hat{r}$ évalué dans la base des états $|n, l, j, m_j\rangle$ où le nombre quantique j est rattaché au carré de l'observable moment cinétique total $\hat{L} + \hat{S}$ et m_j à sa projection sur l'axe de quantification (Oz). Le hamiltonien isolé de l'atome de rubidium \hat{H}_{Ru} est dérivé de celui de l'hydrogène auquel nous avons apporté les corrections du défaut quantique, tandis que les éléments de matrice de l'opérateur dipolaire électrique s'expriment comme le produit d'une intégrale portant sur les variables angulaires, qui est évaluée grâce aux coefficients de Clebsch-Gordan, et d'une intégrale portant sur la variable radiale, qui est calculée numériquement par la méthode de Numerov [58, 61].

La Figure (I.9(a)) représente le spectre énergétique de l'atome de rubidium pour des amplitudes du champ électrique statique comprises entre 0 et 0.3 V/cm. Les états notablement déplacés par le défaut quantique sont, au départ, dominés par l'effet Stark quadratique, tandis que l'ouverture de la multiplicité est gouvernée par l'effet Stark linéaire. Cette différence de courbure initiale fait que les états $|n, f\rangle$ et $|n, g\rangle$ vont progressivement rejoindre le bord de la multiplicité. Les effets du défaut quantique s'estompent au fur et à mesure que le champ électrique statique croit, conférant à ces états un caractère hydrogénoïde. Les niveaux $|n, s\rangle$, $|n, p\rangle$ et $|n, d\rangle$ restent quant à eux - dans la gamme des champs électriques qui nous concerne - distants de la multiplicité Stark, si bien que cette dernière se voit amputée de trois niveaux m = 0, deux niveaux m = 1 et un niveau m = 2. La Figure (I.9(b)) représente schématiquement les niveaux

I.1. Théorie des atomes de Rydberg circulaires

énergétiques, classés par ordre croissant suivant le nombre quantique magnétique m, en présence d'un champ électrique statique garantissant l'intégration des niveaux $|n, f\rangle$ et $|n, g\rangle$ à la multiplicité. Un tel diagramme met en évidence, entre autre, le caractère pathologique des premières transitions de l'ensemble précédemment noté \mathcal{J}_n . Malgré l'absence du niveau $|n, n_1 = 0, m = 2\rangle$ au sein de la multiplicité, le choix d'un champ électrique statique adéquat permet - au premier ordre Stark - la mise à résonance de la transition $|n, n_1 = 1, m = 2\rangle \rightarrow |n, n_1 = 0, m = 3\rangle$ avec les transitions d'échelles supérieures $m \geq 3$ de l'ensemble \mathcal{J}_n . Tandis que les transitions $|n, n_1 = 3, m = 0\rangle \rightarrow |n, n_1 = 2, m = 1\rangle$ et $|n, n_1 = 1, m = 2\rangle \rightarrow |n, n_1 = 0, m = 3\rangle$ restent hors de résonance pour les champs électriques d'intérêt.



FIGURE I.9 – (a) Représentation du spectre Stark de l'atome de rubidium pour un nombre quantique principal de 51 et un nombre quantique magnétique m = 2. Lors de la diagonalisation du hamiltonien, nous avons introduit les défauts quantiques jusqu'à l = 7. Nous discernons nettement sur ce diagramme, en champ électrique statique faible, le caractère non dégénéré avec la multiplicité des états $|51f, m = 2\rangle$ et $|51g, m = 2\rangle$. (b) Schéma des niveaux énergétiques de la multiplicité 51 en présence d'un champ électrique statique tel que les états $|51f, m = 2\rangle$ et $|51g, m = 2\rangle$ aient rejoint la multiplicité. Au delà de m = 3(niveaux en noir), les états atomiques se comportent de façon similaire aux états de l'atome d'hydrogéne. A contrario, pour $m \leq 2$ (en bleu), le défaut quantique induit une profonde modification du spectre, notamment l'absence de certains niveaux dans la zone entourée par des pointillés rouges.

L'obtention d'un processus de circularisation efficace *via* une oscillation de Rabi à résonance avec un champ radiofréquence polarisé σ_+ est mis en défaut même si l'on contrôle parfaitement tous les paramètres. En effet, dans le cadre de l'atome d'hydrogène, en partant de l'état $|n, n_1 = 1, m = 2\rangle$, le transfert de population vers l'état circulaire est, théoriquement, tout au plus de 83.3% lors d'une impulsion π de Rabi. La Figure (I.10) illustre ce propos. Nous avons représenté l'évolution temporelle théorique de certaines populations, sous le hamiltonien \hat{H}_{eff} (I.36), lorsque le couplage entre les états $|n, n_1 = 0, m = 1\rangle$ et $|n, n_1 = 0, m = 2\rangle$ est brisé et lorsque l'atome est initialement préparé dans l'état $|n, n_1 = 1, m = 2\rangle$. Expérimentalement, nous avons observé de telles oscillations de Rabi sur de nombreuses périodes [51]. Le prochain et dernier paragraphe de cette section vise à appréhender le passage adiabatique au sein de l'atome de rubidium.



FIGURE I.10 – Représentation de l'évolution des populations de quelques états de l'ensemble \mathcal{J}_n sous un couplage avec un champ radiofréquence résonant. L'atome est initialement préparé dans l'état $|n, n_1 = 0, m = 2\rangle$ et l'élément de couplage entre les états $|n, n_1 = 0, m = 1\rangle$ et $|n, n_1 = 0, m = 2\rangle$ est brisé. Dans une telle configuration, nous constatons que le transfert théorique vers l'état de Rydberg circulaire est tout au plus de 83.3%.

I.1.5.c Passage adiabatique dans le rubidium

Le passage adiabatique au sein de l'atome de rubidium débutera par la préparation de l'état $|n, n_1 = 1, m = 2\rangle$ dont l'élément matriciel de couplage à l'état $|n, n_1 = 1, m = 3\rangle$ diffère seulement de 0.4% par rapport à celui de l'hydrogène. Le spectre atomique dans la multiplicité n = 52 en présence d'un champ radiofréquence polarisé σ_+ de pulsation $\omega_{RF} = (2\pi) 230$ MHz est représenté sur la Figure (I.11), avec un couplage nul (a) et avec un couplage de $\Omega_{RF}^{\sigma_+} = 1$ MHz (b). Les énergies du système sont données relativement à la fréquence du champ radiofréquence *ie* dans le référentiel tournant correspondant.

I.1. Théorie des atomes de Rydberg circulaires

Nous procéderons à un passage adiabatique dans le sens des champs électriques décroissant. Le choix de ce sens de variation a l'avantage d'éviter les croisements avec les niveaux $|n, n_1 = 1, m = 0\rangle$ et $|n, n_1 = 1, m = 1\rangle$ respectivement en bleu et en vert sur la Figure (I.11(a)). Notons que, aux environs de 2.35 V/cm pour un couplage nul, les niveaux énergétiques ne se croisent pas tous pour une même valeur de champ électrique statique. Ceci est imputable à l'effet Stark quadratique qui induit une anharmonicité de l'échelle. Un tel sens de variation du champ électrique possède également l'avantage d'absorber cette légère anharmonicité. En effet, tout au long du processus, nous tendons à contrecarrer l'effet Stark quadratique en adaptant la fréquence des transitions atomiques à la fréquence fixe du champ radiofréquence.

Finalement, une telle procédure de préparation des états de Rydberg circulaires s'avérera être extrêmement robuste et efficace.



FIGURE I.11 – Représentation des états habillés par le champ radiofréquence de l'atome de rubidium au sein de la multiplicité n = 51 en fonction du champ électrique statique, en présence d'un couplage nul (a) et avec une constante de couplage de $\Omega_{RF}^{\sigma_+} = 1$ MHz. Les niveaux exhibant un défaut quantique notable sont représentés en couleur sur le diagramme (a), respectivement bleu, vert et rouge pour les états $|51, n_1 = 1, m = 0\rangle$, $|51, n_1 = 1, m = 1\rangle$ et $|51, n_1 = 1, m = 2\rangle$. Excepté les niveaux précédemment mentionnés, l'ensemble des niveaux se croisent au voisinage d'un champ de 2.35 V/cm. L'encart de la Figure (a) présente un agrandissement de la zone de croisement, l'effet Stark quadratique induit un décalage progressif du croisement des niveaux.

I.2 La lumière : un objet quantique

Le second protagoniste intervenant dans notre expérience est une unique mode du champ électromagnétique confiné au sein d'un résonateur de type cavité Fabry-Pérot. Nous serons amené à étudier au Chapitre (III) des champs lumineux renfermant seulement quelques photons. De ce fait, un traitement quantique du mode lumineux s'impose afin d'en appréhender le comportement.

I.2.1 Quantification et analyse de la lumière

I.2.1.a L'oscillateur harmonique quantique

Les équations de Maxwell régissent la dynamique classique d'un mode du champ électromagnétique et permettent d'aboutir au hamiltonien associé. Ce dernier est en tout point analogue au hamiltonien d'un oscillateur harmonique mécanique unidimentionnel. La règle de quantification stipule l'association aux variables classiques des opérateurs position \hat{p} et impulsion \hat{q} canoniquement conjugués, satisfaisant la relation de commutation des opérateurs complexes $[\hat{q}, \hat{p}^{\dagger}] = i\hbar \mathbb{1}$. Le rayonnement libre est alors décrit par le hamiltonien :

$$\hat{\mathcal{H}}_c = \frac{\hat{p}^2}{2\varepsilon_o/V_{mode}} + \frac{\varepsilon_o}{2V_{mode}}\omega_c^2 \hat{q}^2 \tag{I.49}$$

où V_{mode} est le volume occupé par le mode du champ et ω_c la pulsation propre du mode. On forme deux opérateurs \hat{a} et \hat{a}^{\dagger} , hermitique l'un de l'autre, combinaison linéaire des opérateurs \hat{q} et \hat{p} :

$$\int \hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_c\varepsilon_o/V_{mode}}} \left(\frac{\varepsilon_o}{V_{mode}}\omega_c\hat{q} + i\,\hat{p}\right)$$
(I.50)

$$\left(\hat{a}^{\dagger} = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_c\varepsilon_o/V_{mode}}} \left(\frac{\varepsilon_o}{V_{mode}}\omega_c\hat{q} - i\,\hat{p}\right)$$
(I.51)

Satisfaisant ainsi la relation de commutation $[\hat{a}, \hat{a}^{\dagger}] = \mathbb{1}$. Ces opérateurs permettent de réexprimer, sous le point de vue de Schrödinger, le hamiltonien du système :

$$\hat{\mathcal{H}}_c = \hbar\omega_c \left(\hat{N} + \frac{1}{2}\right) \tag{I.52}$$

où $\hat{N} = \hat{a}^{\dagger}\hat{a}$ est l'opérateur nombre. Le spectre de \hat{N} est composé de l'ensemble des entiers naturels $n \in \mathbb{N}$ dont les vecteur propres sont les états de Fock $|n\rangle$. L'état de plus faible énergie

de l'oscillateur harmonique est dénommé vide $|0\rangle$ et possède une énergie non nulle $E_0 = \hbar \omega_c/2$. Les opérateurs d'échelles \hat{a} et \hat{a}^{\dagger} réalisent respectivement l'annihilation et la création d'une excitation photonique élémentaire au sein du mode de la cavité :

$$\forall n \in \mathbb{N}, \quad \hat{a}^{\dagger} | n \rangle = \sqrt{n+1} | n+1 \rangle \quad ; \quad \forall n \in \mathbb{N}^*, \quad \hat{a} | n \rangle = \sqrt{n} | n-1 \rangle \quad ; \quad \hat{a} | 0 \rangle = 0 \quad (I.53)$$

Nous définissons les observables associés au champ électrique transverse $\hat{\mathbf{E}}_{\perp}(\mathbf{r})$ et au potentiel vecteur transverse $\hat{\mathbf{A}}_{\perp}(\mathbf{r})$:

$$\hat{\mathbf{E}}_{\perp}(\mathbf{r}) = i\mathcal{E}_o\left[f(\mathbf{r})\boldsymbol{\varepsilon}\,\hat{a} - f^*(\mathbf{r})\boldsymbol{\varepsilon}^*\,\hat{a}^{\dagger}\right] \tag{I.54}$$

$$\hat{\mathbf{A}}_{\perp}(\mathbf{r}) = \frac{\mathcal{E}_o}{\omega_c} \left[f(\mathbf{r})\boldsymbol{\varepsilon} \,\hat{a} \,+\, f^*(\mathbf{r})\boldsymbol{\varepsilon}^* \,\hat{a}^{\dagger} \right] \tag{I.55}$$

où $\mathcal{E}_o = \sqrt{\hbar \omega_c / (2\varepsilon_0 V_{mode})}$ est le champ électrique associé à un photon, $f(\mathbf{r})$ décrit la structure spatiale du mode et ε sa polarisation. Le volume du mode est alors défini par l'intégrale :

$$V_{mode} = \int_{-\infty}^{+\infty} |f(\mathbf{r})|^2 d^3r \tag{I.56}$$

Les états de Fock introduits ci-dessus s'apparentent à des états aux propriétés étranges et fortement non-classiques du champ. Effectivement, la valeur moyenne de l'opérateur champ électrique est nulle et sa variance croit avec le nombre de photons. Les états de Fock présentent ainsi des caractéristiques loin de se conformer à la vision classique d'une onde électromagnétique monomode oscillant à la pulsation ω_c autour d'une valeur non nulle.

I.2.1.b États cohérents de Glauber et opérateur déplacement

Nous introduisons dans ce paragraphe les états cohérents de Glauber ou états quasi-classiques $|\alpha\rangle$ du champ libre, dont les valeurs moyennes des observables sont assimilables aux grandeurs classiques associées. De tels états sont définis par l'équation aux valeurs propres :

$$\hat{a} \left| \alpha \right\rangle = \alpha \left| \alpha \right\rangle \tag{I.57}$$

Une décomposition normalisée de $|\alpha\rangle$ sur la base des états de Fock $\{|n\rangle, n \in \mathbb{N}\}$ s'obtient aisément à partir de (I.57), et cela quelque soit le nombre complexe α :

Chapitre I. Éléments de théorie Quantique

$$|\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \eta_n(\alpha) |n\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$
(I.58)

L'état cohérent $|\alpha\rangle$ n'étant pas un état stationnaire du champ, celui-ci va évoluer dans le temps. Nous montrons aisément que lors de son évolution le champ demeure dans un état cohérent de Glauber d'amplitude complexe $\alpha e^{-i\omega_c t}$.

$$|\alpha(t)\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} e^{-i(n+1/2)\omega_c t} |n\rangle = e^{-i\omega_c t/2} \left|\alpha e^{-i\omega_c t}\right\rangle \tag{I.59}$$

Lors d'une mesure du nombre de photons décrite par l'observable $\hat{N} = \hat{a}^{\dagger} \hat{a}$, la probabilité $\mathcal{P}_n(\alpha)$ d'obtenir *n* photons suit une loi statistique de Poisson :

$$\mathcal{P}_{n}(\alpha) = |\eta_{n}(\alpha)|^{2} = e^{-|\alpha|^{2}} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!}$$
(I.60)



FIGURE I.12 – Représentation de la loi statistique de Poisson donnant la probabilité d'obtenir n photons sachant que l'état du champ lumineux est définit par l'état cohérent $|\alpha\rangle$ de paramètre $\langle \hat{N} \rangle = |\alpha|^2$

La valeur moyenne (I.61) et les fluctuations (I.62) du nombre de photons d'un état cohérent $|\alpha\rangle$ varient respectivement de façon quadratique et linéaire avec l'amplitude $|\alpha|$.

$$\langle \hat{N} \rangle = \langle \alpha | \, \hat{N} \, | \alpha \rangle = |\alpha|^2 \tag{I.61}$$

$$\Delta \hat{N} = \sqrt{\langle \hat{N} \rangle} = |\alpha| \tag{I.62}$$

I.2. La lumière : un objet quantique

Nous pouvons introduire une représentation graphique élémentaire de l'état cohérent $|\alpha\rangle$ dans l'espace des phases, composée d'un point de coordonnées ($\operatorname{Re}(\alpha), \operatorname{Im}(\alpha)$) - représentation utilisé pour le champ électrique classique déterminé par un nombre complexe α - au quel on superpose un disque d'incertitude, symbolisant les fluctuations quantiques isotropes des quadratures, dont la projection sur l'axe q sera notée $\Delta \hat{x}_q$ et la projection sur l'axe p sera notée $\Delta \hat{x}_p$.

Opérateur déplacement \hat{D}_{α}

Nous pouvons construire, à l'aide d'une composition de translations élémentaires dans l'espace des phases, un opérateur déplacement dont l'action générera un état cohérent $|\alpha\rangle$ à partir de l'état du vide $|0\rangle$. Rappelons qu'une translation de la quantité ξ sur la position a pour générateur l'observable \hat{p} : $\hat{\mathcal{T}}_{\xi} = e^{-i\xi\hat{p}/\hbar}$. De façon totalement symétrique, une translation de la quantité η sur l'impulsion a pour générateur l'observable \hat{q} : $\hat{\mathcal{T}}_{\eta} = e^{i\eta\hat{q}/\hbar}$. La combinaison de ces deux translations suivant les axes q et p permet de générer un déplacement quelconque dans l'espace des phases³ :

$$\hat{D}_{\xi,\eta} = \hat{\mathcal{T}}_{\xi/2} \hat{\mathcal{T}}_{\eta} \hat{\mathcal{T}}_{\xi/2} = e^{-i(\xi\hat{p} - \eta\hat{q})/\hbar}$$
(I.63)

Soit en terme d'opérateurs création et annihilation :

$$\hat{D}_{\alpha} = e^{\alpha \hat{a}^{\dagger} - \alpha^* \hat{a}} \tag{I.64}$$

où α est un nombre complexe définissant l'amplitude complexe du déplacement :

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{2\hbar\omega_c\varepsilon_o/V_{mode}}} \left(\frac{\varepsilon_o}{V_{mode}}\omega_c\zeta + i\eta\right) \tag{I.65}$$

La composition des opérateurs déplacements est, à un facteur de phase topologique prés, additive dans l'espace des complexes :

$$|\alpha\rangle = \hat{D}_{\alpha} |0\rangle \qquad \qquad \hat{D}_{\alpha} \hat{D}_{\beta} = \hat{D}_{\alpha+\beta} e^{(\alpha\beta^* - \alpha^*\beta)/2} \qquad (I.66)$$

^{3.} L'ordre d'application des translations dans (I.63) relève de l'esthétisme, il permet de retomber sur la définition communément admise de l'opérateur déplacement $\hat{\mathcal{D}}_{\alpha}$, ce choix n'a aucune conséquence physique. La dernière égalité découle de la formule de Baker-Campbell-Hausdorff : $\exp(X) \exp(Y) = \exp\left(X + Y + \frac{1}{2}[X,Y] + \frac{1}{12}([X,[X,Y]] - [X,[Y,X]]) + ...\right)$ sachant que $[\hat{q},\hat{p}] = i\hbar\mathbb{1}$ et que pour tout opérateur $X,[X,\mathbb{1}] = 0$.

Couplage à une source classique

L'action induite par l'opérateur \hat{D}_{α} est similaire à l'évolution unitaire engendrée par l'hamiltonien d'interaction \hat{V} entre un mode quantique du champ et une source de courant classique $\mathbf{j}_{cl}(\mathbf{r},t) = (\mathbf{J}_o e^{-i\omega_c t} + \mathbf{J}_o^* e^{i\omega_c t}) \delta(\mathbf{r})$ oscillant à la fréquence du mode de la cavité ω_c , afin de simplifier les calculs nous supposerons la source localisée au centre du mode :

$$\hat{V}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \mathbf{j}_{cl}(\mathbf{r}, t) . \hat{A}_{\perp}(\mathbf{r}) \ d^3r = (\mathbf{J}_o e^{-i\omega_c t} + \mathbf{J}_o^* e^{i\omega_c t}) . \hat{A}_{\perp}(0)$$
(I.67)

En adoptant la représentation d'interaction, qui consiste à se placer dans le repère de l'espace des phases tournant à la pulsation ω_c du champ *ie* à effectuer un changement de base selon la transformation unitaire $\hat{U}_I(t) = e^{i\hat{\mathcal{H}}_c t/\hbar}$, nous obtenons le hamiltonien d'interaction :

$$\hat{\mathcal{H}}_{I} = i\hbar\hat{U}\hat{U} + \hat{U}[\hat{\mathcal{H}}_{c} + \hat{V}]\hat{U}^{\dagger}$$

$$= \hat{U}\hat{V}\hat{U}^{\dagger}$$
(I.68)
(I.69)

$$=\hat{U}\hat{V}\hat{U}^{\dagger} \tag{I.69}$$

Le hamiltonien $\hat{\mathcal{H}}_I$ se met sous la forme ⁴ d'une somme de deux termes indépendants du temps et de deux autres termes tournant à la pulsation $2\omega_c$. Ces deux derniers seront négligés avec l'approximation séculaire. Ainsi, en posant $\xi = -\mathcal{E}_o \mathbf{J}_o \cdot \varepsilon / \omega_c$ nous obtenons :

$$\hat{\mathcal{H}}_I = \xi \hat{a}^\dagger + \xi^* \hat{a} \tag{I.70}$$

L'opérateur d'évolution s'exprime donc comme suit $\hat{U}(t) = e^{i\mathcal{E}_o(\xi\hat{a}^{\dagger} + \xi^*\hat{a})(t-t_o)/\hbar\omega_c}$. La comparaison avec l'action de l'opérateur déplacement \hat{D}_{α} sur le vide $|0\rangle^{5}$ justifie l'appariement de ce couplage à un opérateur déplacement d'amplitude complexe $\alpha = -i\xi(t-t_o)/\hbar$. Le module de l'amplitude α est proportionnel au temps d'interaction entre la source classique et la cavité, tandis que la phase de la source classique s'imprime sur le champ.

I.2.2 Représentations des états en optique quantique

Nous définissons [69] dans ce paragraphe les fonctions de quasi-probabilité adaptées - en terme de lisibilité - à la représentation dans l'espace des phases des états à variable continue de l'oscillateur harmonique quantique associé au mode du champ.

^{4.} En utilisant les relations d'algèbres $\hat{a}f(\hat{a}^{\dagger}\hat{a}) = f(\hat{a}^{\dagger}\hat{a}+1)\hat{a}$ et $f(\hat{a}^{\dagger}\hat{a})\hat{a}^{\dagger} = \hat{a}^{\dagger}f(\hat{a}^{\dagger}\hat{a}+1)$ valables pour toutes fonctions analytiques f.

^{5.} En représentation d'interaction l'état associé au vide devient $|0\rangle_I = e^{i\omega_c t/2} |0\rangle$, faisant simplement apparaitre une phase globale sans importance physique.

I.2.2.a Fonction \mathcal{W} de Wigner

La fonction de Wigner \mathcal{W} d'un état quantique de matrice densité $\hat{\rho}$ s'exprime sous la forme :

$$\mathcal{W}(\alpha) = 2\pi^{-1} \operatorname{Tr}\left[\hat{D}^{\dagger}_{\alpha} \hat{\rho} \hat{D}_{\alpha} (-1)^{\hat{a}^{\dagger} \hat{a}}\right]$$
(I.71)

$$= 2\pi^{-1} \sum_{n} (-1)^n \langle n | \hat{D}^{\dagger}_{\alpha} \hat{\rho} \hat{D}_{\alpha} | n \rangle$$
(I.72)

La fonction \mathcal{W} mesure la valeur moyenne de l'opérateur parité $\hat{P} = (-1)^{\hat{a}^{\dagger}\hat{a}}$ du nombre de photons dans l'état du champ déplacé $\hat{\rho}^{-\alpha} = \hat{D}^{\dagger}_{\alpha} \hat{\rho} \hat{D}_{\alpha}$. La fonction \mathcal{W} peut prendre des valeurs négatives $-2\pi^{-1} \leq \mathcal{W}(\alpha) \leq 2\pi^{-1}$. Un lien étroit existe entre la négativité de la fonction de Wigner et l'écart à la classicité de l'état quantique $\hat{\rho}$. Ceci est précisé par le théorème de Hudson-Piquet stipulant qu'en présence d'un état pur, nous avons l'équivalence entre le fait que l'état est non gaussien et la fonction de Wigner est négative.

I.2.2.b Fonction Q de Husimi

La fonction de Kôdi Husimi Q d'un état quantique $\hat{\rho}$ s'exprime sous la forme :

$$\mathcal{Q}(\alpha) = \frac{1}{\pi} \left\langle 0 \right| \hat{D}^{\dagger}_{\alpha} \, \hat{\rho} \, \hat{D}_{\alpha} \left| 0 \right\rangle \tag{I.73}$$

$$=\frac{1}{\pi}\left\langle \alpha\right|\hat{\rho}\left|\alpha\right\rangle \tag{I.74}$$

La fonction de Husimi mesure donc le recouvrement de l'état du champ déplacé $\hat{\rho}^{-\alpha} = \hat{D}^{\dagger}_{\alpha} \hat{\rho} \hat{D}_{\alpha}$ avec l'état du vide de photons, ou de façon similaire la probabilité que l'état du champ $\hat{\rho}$ se trouve dans l'état cohérent de Glauber $|\alpha\rangle$. La fonction \mathcal{Q} est définie positive sur le plan complexe, $0 \leq \mathcal{Q}(\alpha) \leq \pi^{-1}$. Elle s'apparente donc à une réelle distribution de probabilité. Contrairement à la fonction de Wigner, sa représentation graphique ne révélera pas de façon évidente les signatures spécifiquement quantiques d'un état. La différence entre un mélange statistique d'états et une superposition quantique cohérente de ces mêmes états ne sera pas flagrante.

I.2.3 Zoologie des états quantiques du champ

Au sein de cette section nous allons répertorier les fonctions de quasi-distributions des principaux états du champ lumineux quantique. Une attention particulière sera portée à la fonction de Wigner des états au caractère fortement non classique.

I.2.3.a États cohérent de Glauber $|\beta\rangle$

Les états cohérents de Glauber $|\beta\rangle$ ont été présentés au paragraphe (I.2.1.b), nous donnons simplement leurs fonctions de quasi-distributions et la représentation de Wigner pour un état particulier Figure (I.13).



FIGURE I.13 – Représentation dans l'espace des phases de la fonction de Wigner associée à l'état cohérent de Glauber $|\beta\rangle = |2+2i\rangle$, contenant un nombre moyen de photons $\langle \hat{N} \rangle = 8$. Nous avons également représenté les coupes de la fonction de Wigner le long des axes des quadratures.

I.2.3.b Champ thermique

Dans nos expériences, la cavité supraconductrice piégeant les photons se trouve au sein d'un environnement cryogénique de température avoisinant le Kelvin. L'oscillateur harmonique associé au mode du champ de la cavité est donc en équilibre thermodynamique avec un réservoir à la température T. L'état du champ $\hat{\rho}_{th}$ est alors décrit par un mélange statistique des états de Fock. Les probabilités ⁶ suivent la loi ⁷ de Boltzmann $\{\pi_n = e^{-E_n/k_BT}/Z\}_n$:

$$\hat{\rho}_{th} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\overline{n}_{th})^n}{(\overline{n}_{th} + 1)^{n+1}} \left| n \right\rangle \left\langle n \right| \tag{I.76}$$

^{6.} La fonction de partition Z assure la normalisation des probabilités : $Z = \sum_{n=0}^{\infty} e^{-E_n/k_BT}$ 7. $k_B = 1,38064852^{-23}J.K^{-1}$ est la constante de Boltzmann

I.2. La lumière : un objet quantique

$$\overline{n}_{th} = \frac{1}{e^{\hbar\omega_c/k_B T} - 1} \tag{I.77}$$

où \overline{n}_{th} est le nombre moyen de photons thermiques donné par la distribution de Bose-Einstein. Son évolution croit rapidement en fonction de la température T de l'environnement, elle est représentée sur la Figure (I.14). Lorsque l'énergie d'agitation thermique $k_B T$ devient de l'ordre de l'énergie du quanta de lumière $\hbar \omega_c$, les états excités du mode commencent à se peupler. Le rayonnement thermique à la fréquence de 51,099 GHz - qui correspondra à la fréquence du mode de notre cavité - induit un nombre moyen de photons de l'ordre de 0,09 lorsque le coeur de l'expérience est maintenu à une température de 1 K.



FIGURE I.14 – Évolution du nombre moyen de photons thermiques à la fréquence de 51,009 GHz - qui sera la fréquence du mode de notre cavité Fabry Perot supraconductrice - en fonction de la température T du réservoir. A la limite ou $k_BT \gg \hbar\omega_c$, on obtient une évolution linéaire : $\overline{n}_{th} \simeq k_BT/\hbar\omega_c$. Présentation des probabilités $\mathcal{P}_{\hat{\rho}_{th}}(n)$ d'obtenir n photons thermiques dans le mode de la cavité pour des températures de 1 K et 2,5 K.

Les fonctions $Q_{\hat{\rho}}$ et $W_{\hat{\rho}_{th}}$ associées au champ thermique de température T sont des gaussiennes centrées sur l'origine de largeurs respectives $\sqrt{4\overline{n}_{th}+4}$ et $\sqrt{4\overline{n}_{th}+2}$ à 1/e. Les fluctuations quantiques associés à l'état $\hat{\rho}_{th}$ sont donc supérieures à celles d'un état cohérent.

$$\mathcal{Q}_{\hat{\rho}_{th}}(\alpha) = \frac{1}{\pi} \frac{1}{1 + \overline{n}_{th}} e^{-|\alpha|^2/(1 + \overline{n}_{th})} \qquad \qquad \mathcal{W}_{\hat{\rho}_{th}}(\alpha) = \frac{2}{\pi} \frac{1}{1 + 2 \overline{n}_{th}} e^{-2|\alpha|^2/(1 + 2 \overline{n}_{th})} \qquad (I.78)$$

Soulignons que la fonction de Wigner associée à l'état thermique $\hat{\rho}_{th}$ révèle une symétrie de révolution autour de l'origine. Le champ thermique n'a pas de phase privilégiée et la dispersion du nombre de photon est égale à :

$$\Delta \hat{N} = \sqrt{\overline{n}_{th}^2 + \overline{n}_{th}} \tag{I.79}$$



FIGURE I.15 – Représentation dans l'espace des phases de la fonction de Wigner associée au champ thermique contenant un nombre moyen de photons $\overline{n}_{th} = 0,7$ déplacé d'une quantité 2 + 2i.

I.2.3.c Déplacement du champ thermique

Lorsque l'on injecte un champ cohérent de Glauber $|\beta\rangle$ dans la cavité, celui ci s'ajoute au champ thermique de température T préexistant au sein du mode. La matrice densité du champ thermique déplacé s'exprime sous la forme :

$$\hat{\rho}_{th,\beta} = \hat{D}(\beta)\hat{\rho}_{th}\hat{D}^{\dagger}(\beta) = \sum_{(n,m)\in\mathbb{N}^2} \rho_{th,\beta,n,m} \left|n\right\rangle \left\langle m\right| \tag{I.80}$$

Les populations des états de Fock dans l'état $\hat{\rho}_{th,\beta}$ sont données par la relation :

$$P_{th,\beta}(n) = \rho_{th,\beta,n,n} = \frac{(\overline{n}_{th})^n}{(\overline{n}_{th}+1)^{n+1}} L_n\left(-\frac{|\beta|^2}{\overline{n}_{th}(1+\overline{n}_{th})}\right) e^{-|\beta|^2/(1+\overline{n}_{th})}$$
(I.81)

où L_n est le $n^{i\acute{e}me}$ polynôme de Laguerre. La distribution $P_{th,\beta}(n)$ possède les propriétés statistiques suivantes : le nombre moyen de photons apparait comme la somme du nombre moyen de photon dans l'état cohérent injecté et dans l'état thermique : $|\beta|^2 + \overline{n}_{th}$. La dispersion du nombre de photons est notablement augmentée par rapport à celle de l'état cohérent $|\beta\rangle$ généré à partir du vide :

$$\Delta \hat{N} = \sqrt{\overline{n}_{th}^2 + \overline{n}_{th} + (2\overline{n}_{th} + 1)|\beta|^2}$$
(I.82)

Les fonctions de Husimi $\mathcal{Q}_{\hat{\rho}_{th,\beta}}(\alpha)$ et de Wigner $\mathcal{W}_{\hat{\rho}_{th,\beta}}(\alpha)$ se dérivent à partir de celles associées au champ thermique par une simple translation de paramètre β dans l'espace des phases.

I.2.3.d États de Fock $|n\rangle$

Les états de Fock $|n\rangle$ forment une classe d'états importants, ce sont les états stationnaires d'un mode du champ. Pour cette raison, ils sont généralement les premiers à être introduit en optique quantique. Cependant, à l'exception de l'état du vide, ils sont loin d'être les premiers à être générés expérimentalement, nécessitant des protocoles de préparations plus pointus qu'un simple couplage du mode à une source classique, comme c'est le cas pour les états cohérents de Glauber. Les fonctions de quasi-distributions associées sont données par les expressions :

$$Q_n(\alpha) = \frac{|\alpha|^{2n}}{n!\pi} e^{-|\alpha|^2} \qquad \qquad \mathcal{W}_n(\alpha) = \frac{2}{\pi} (-1)^n e^{-2|\alpha|^2} L_n(4|\alpha|^2) \qquad (I.83)$$

où L_n est le $n^{i\acute{e}me}$ polynôme de Laguerre. Lorsque $n \ge 1$, les propriétés des polynômes L_n assurent que la fonction de Wigner \mathcal{W}_n de l'état de Fock $|n\rangle$ possède des valeurs négatives. Cette signature justifie le caractère fortement non classique de ces états. Pour terminer, notons que les fonctions de quasi-distribution affichent une symétrie de rotation autour de l'origine, attestant d'une diffusion totale de la phase. En effet, les états de Fock ayant un nombre de photon déterminé, la relation d'incertitude de Heisenberg impose une dispersion infinie - donc de 2π - sur la phase de ces états. Les fonctions de Husimi et de Wigner associées à l'état de Fock $|4\rangle$ sont données Figure (I.16).



FIGURE I.16 – (a) Représentation dans l'espace des phases de la fonction de Husimi $Q_4(\alpha)$ associée à l'état de Fock $|4\rangle$. Elle se présente sous la forme d'une couronne de rayon moyen $\sqrt{n} = 2$, résultat intuitif d'après la décomposition d'un état de Fock sur la base des états cohérents de Glauber. (b) Représentation dans l'espace des phases de la fonction de Wigner $W_4(\alpha)$ associée à l'état de Fock $|4\rangle$. L'invariance par rotation autour de l'origine, assure une isotropie par rapport à l'origine des coupes de la fonction de Wigner le long des quadratures \hat{x}_{θ} . La coupe $W_4(x_{\theta})$ exhibe des oscillations et quatre minimas à valeurs négatives, assurant le caractère fortement quantique de l'état de Fock. À l'exception de l'état du vide $|0\rangle$, les coupes $W_n(x_{\theta})$ de tous les états de Fock $|n\rangle$ ont cette forme caractéristique, oscillante et exhibant n minimas à valeurs négatives.

I.2.3.e États chats de Schrödinger

Nous pouvons définir un état de type chat de Schrödinger $|\Psi_{chat,\psi}\rangle$ comme étant la superposition de deux états cohérents, de même amplitude réelle β mais de phases ψ opposées. La taille de la superposition quantique est définie par le paramètre $D = |\beta e^{i\psi} - \beta e^{-i\psi}| = 2\beta |\sin(\psi)|$ donnant la distance entre les composantes de l'état dans l'espace des phases.

$$|\Psi_{chat,\psi}\rangle = \frac{1}{\sqrt{\mathcal{N}_{chat,\psi}}} \left(\left| \beta e^{i\psi} \right\rangle + \left| \beta e^{-i\psi} \right\rangle \right) \tag{I.84}$$

où, $\mathcal{N}_{chat,\psi}$ est un coefficient de normalisation. La fonction de Wigner associée à la matrice densité $\hat{\rho}_{chat} = |\Psi_{chat,\psi,\tau}\rangle \langle \Psi_{chat,\psi,\tau}|$ se décompose sous la forme d'un produit de trois termes :

$$\mathcal{W}_{chat,\psi,\tau}(\alpha) = \frac{1}{\mathcal{N}_{chat,\psi,\tau}} \left[\mathcal{W}_{\left|\beta e^{i\psi}\right\rangle\left\langle\beta e^{i\psi}\right|}(\alpha) + \mathcal{W}_{\left|\beta e^{-i\psi}\right\rangle\left\langle\beta e^{-i\psi}\right|}(\alpha) + \mathcal{W}_{I}(\alpha) \right]$$
(I.85)

Les deux premiers termes sont associées aux états cohérents formant l'état $|\Psi_{chat,\psi}\rangle$ et s'apparentent donc à des gaussiennes. Tandis que le terme \mathcal{W}_I est un terme d'interférences quantiques provenant des cohérences de la matrice densité $\hat{\rho}_{chat}$. Il découle du terme d'interférences que la fonction de Wigner prend des valeurs négatives, assurant l'étrangeté quantique du chat de Schrödinger. La fonction $\mathcal{Q}_{chat,\psi,\tau}(\alpha)$ représentée sur la Figure (I.17) révèle de façon moins frappante la non classicité de l'état, le terme d'interférence est toujours présent mais atténué d'un facteur $e^{-|\beta|^2}$. Ainsi, la fonction $\mathcal{Q}_{chat,\psi,\tau}(\alpha)$ se confond avec la fonction de Husimi d'un mélange statistique à poids égaux des états $|\beta e^{i\psi}\rangle$ et $|\beta e^{-i\psi}\rangle$.



FIGURE I.17 – (a) Représentation dans l'espace des phases de la fonction de Husimi \mathcal{Q}_{chat} , associée à l'état chat de Schrödinger $|\Psi_{chat}\rangle = (|3i\rangle + |-3i\rangle)/\sqrt{N_{chat}}$. Nous avons représentés les coupes suivant les axes p et q dans les encarts (b) Représentation dans l'espace des phases de la fonction de Wigner W_{chat} associée à l'état $|\Psi_{chat}\rangle = (|3i\rangle + |-3i\rangle)/\sqrt{N_{chat}}$ affichant clairement des valeurs négatives. Nous représentons également les coupes suivant les axes p et q sur le fond des graphiques.

I.3 L'interaction atome - champ quantique

L'électrodynamique quantique en cavité s'attache à décrire au niveau le plus fondamental l'interaction entre la matière et le rayonnement électromagnétique. Nous allons présenter dans cette section le hamiltonien de Jaynes-Cumming décrivant tout système physique formé d'un spin fictif 1/2 couplé à un oscillateur harmonique.

I.3.1 Le hamiltonien de Jaymes-Cumming

Le système est constitué d'un atome à deux niveaux électroniques que l'on notera $|g\rangle$ et $|e\rangle$ de pulsation de Bohr associée ω_0 interagissant avec un unique mode du champ de pulsation ω_c , de polarisation ε et de modulation spatiale $f(\mathbf{r})$. Nous noterons $\delta = \omega_0 - \omega_c$ le désaccord entre le mode de la cavité et la transition atomique. Le dipôle atomique $\hat{\mathbf{d}}$ s'exprime en fonction des matrices de Pauli de création et d'annihilation d'une excitation atomique, $\hat{\sigma}_+ = |e\rangle \langle g|$ et $\hat{\sigma}_- = |g\rangle \langle e| : \hat{\mathbf{d}} = \mathbf{d}_{eg} \hat{\sigma}_+ + \mathbf{d}_{eg}^* \hat{\sigma}_-$. Sous l'approximation des grandes longueurs d'ondes, le hamiltonien d'interaction dipolaire électrique $\hat{H}_{int} = -\hat{\mathbf{d}}.\hat{\mathbf{E}}_e(\mathbf{r})$ s'exprime sous la forme :

$$\hat{H}_{int} = -(\mathbf{d}_{eg}\,\hat{\sigma}_{+} + \mathbf{d}_{eg}^{*}\,\hat{\sigma}_{-}) \,.\,i\,\mathcal{E}_{c}\,f(\mathbf{r})\,(\boldsymbol{\varepsilon}\hat{a}\,-\,\boldsymbol{\varepsilon}^{*}\hat{a}^{\dagger}) \tag{I.86}$$

Sous la condition de quasi-résonance $|\delta| \ll \omega_c$, nous appliquons l'approximation de l'onde tournante (Rotating Wave Approximation) qui consiste à négliger les processus fortement non résonnants associés aux termes $\hat{\sigma}_+ \hat{a}^{\dagger}$ et $\hat{\sigma}_- \hat{a}$. Le terme d'interaction devient :

$$\hat{H}_{int} = i \, \frac{\hbar\Omega_0}{2} \, f(\mathbf{r}) \, \left(\hat{\sigma}_- \hat{a}^\dagger - \hat{\sigma}_+ \hat{a}\right) \tag{I.87}$$

où :

$$\Omega_0 = \frac{2\mathcal{E}_o \mathbf{d}_{eg}.\boldsymbol{\varepsilon}}{\hbar} \tag{I.88}$$

Nous avons introduit la constante de couplage Ω_0 aussi communément appelée pulsation de Rabi du vide quantique. Une redéfinition de la phase de l'un des états atomiques permet de supposer la constante Ω_0 comme réelle. Précisons que le couplage global entre l'atome et le champ est donné par la pulsation de Rabi du vide modulée par la forme spatiale du mode $f(\mathbf{r})$ évaluée au point ou se trouve l'atome. Ce dernier traversant de part et d'autre le mode de la cavité à vitesse constante \mathbf{v} , le hamiltonien d'interaction dépend du temps par l'intermédiaire de $f(\mathbf{v}t)$. Le couplage global est majoré par la pulsation de Rabi du vide Ω_0 dont l'amplitude est d'autant plus accrue que : 1) L'élément de matrice du dipôle atomique d_{eg} prend une valeur importante, justifiant l'utilisation des états de Rydberg circulaire. 2) La polarisation du mode est en accord avec la polarisation de la transition atomique. 3) Le champ électrique associé à un photon du mode \mathcal{E}_o est grand. Nous chercherons donc à confiner autant que faire se peut le champ *intra*-cavité *ie* à minimiser le volume du mode. Au sein de notre montage expérimental, la pulsation de Rabi du vide est de l'ordre de (2π) . 50 kHz, de période associée $T_0 = 2\pi/\Omega_0 \sim 20 \,\mu s$. La période d'oscillation T_0 sera au moins de deux ordres de grandeurs plus faible que le taux de relaxation κ_{cav} des photons dans la cavité et le temps Γ de relaxation des populations atomiques dans l'état excité. Ces conditions assurent *un régime de couplage fort*, permettant l'implémentation de nombreuses opérations quantiques sur le système et l'observation de nombreux cycles d'échanges cohérents d'énergie entre l'atome et le champ.

$$\Omega_0 \gg \max(\kappa_{cav}, \Gamma) \tag{I.89}$$

Finalement, nous obtenons le hamiltonien de Jaynes-Cumming décrivant l'interaction entre un unique mode du champ et l'atome traversant la cavité en régime balistique :

$$\hat{H}_{JC}(t) = \frac{\hbar\omega_0}{2}\hat{\sigma}_z + \hbar\omega_c \left(\hat{a}^{\dagger}\hat{a} + \frac{1}{2}\right) + i\frac{\hbar\Omega_0}{2}f(\mathbf{v}t)(\hat{\sigma}_-\hat{a}^{\dagger} - \hat{\sigma}_+\hat{a})$$
(I.90)

Les sous-espaces de Hilbert définit par chacune des multiplicités $\mathcal{M}_n = \{|e, n-1\rangle, |g, n\rangle\}$ restent stables sous l'action de \hat{H}_{JC} , où n est un entier naturel tel que $n \geq 1$. La représentation matricielle de l'hamiltonien de Jaynes-Cummings dans la base standard est donc une matrice diagonale par bloc résultant de la concaténation des matrices \hat{H}_{JC}^n définit comme la restriction de l'hamiltonien \hat{H}_{JC} à \mathcal{M}_n . Seul le niveau fondamental $|g, 0\rangle$ est isolé et n'est couplé à aucun autre état. La dynamique du système se résume donc à l'étude de la matrice $\hat{H}_{JC}^n(t)$:

$$\hat{H}_{JC}^{n}(t) = \hbar \begin{pmatrix} \omega_{c}n + \delta/2 & -i\frac{\Omega_{n}}{2}f(\mathbf{v}t) \\ i\frac{\Omega_{n}}{2}f(\mathbf{v}t) & \omega_{c}n - \delta/2 \end{pmatrix}$$
(I.91)

Nous avons introduit la pulsation de Rabi à n photons $\Omega_n = \Omega_0 \sqrt{n}$, couplant les deux états de la multiplicité \mathcal{M}_n . L'objet du paragraphe suivant est l'étude du cas particulier ou l'atome est immobile au centre du mode de la cavité, de telle sorte que f = 1.

I.3.2 Le hamiltonien \hat{H}_{JC}^n : f = 1

Nous supposerons dans ce paragraphe que l'atome est immobile au centre du mode de la cavité, le couplage global entre l'atome et le champ se réduit donc simplement à la pulsation de Rabi du vide Ω_0 .

I.3. L'interaction atome - champ quantique

États et énergies propres du système

L'hamiltonien de Jaynes-Cumming \hat{H}_{JC}^n est indépendant du temps. En présence du terme d'interaction, les états de la base standard $\mathcal{M} = \{|e, n-1\rangle, |g, n\rangle\}_{n\geq 1} \cup \{|g, 0\rangle\}$ ne sont plus des états stationnaires du système, les nouveaux états propres s'obtiennent par diagonalisation de la matrice \hat{H}_{JC}^n :

$$|+,n\rangle = \cos(\Theta_n) |e,n-1\rangle + i\sin(\Theta_n) |g,n\rangle$$
(I.92)

$$|-,n\rangle = \sin(\Theta_n) |e, n-1\rangle - i\cos(\Theta_n) |g, n\rangle$$
(I.93)

Nous avons introduit l'angle de mélange Θ_n reliant le désaccord et la pulsation à n photons Ω_n :

$$\tan(2\Theta_n) = \frac{\Omega_n}{\delta} \qquad \qquad 0 \le \Theta_n \le \pi/2 \tag{I.94}$$

Les états propres $|\pm, n\rangle$ sont des états intriqués (sauf pour Θ_n valant 0 ou $\pi/2$) *ie* ne se factorisent pas sous la forme d'un produit d'une fonction d'onde associée à l'atome et d'une fonction d'onde associée au rayonnement, $|\pm, n\rangle \neq |\Psi_{qubit}\rangle \otimes |\Psi_{champ}\rangle$. Le degré d'intrication est déterminé par l'angle Θ_n . Ces états sont communément appelés les états habillés de l'atome par le champ.

Les énergies propres de ces états propres sont :

$$E_{\pm,n} = \hbar\omega_c n \pm \frac{\hbar}{2}\sqrt{\Omega_n^2 + \delta^2} \tag{I.95}$$

Le diagramme énergétique associé à la multiplicité \mathcal{M}_n est représenté sur la Figure (I.18) en fonction du paramètre δ/Ω_0 .

Évolution du système

L'hamiltonien de Jaynes-Cumming \hat{H}_{JC}^n se décompose sur la base⁸ des matrices de Pauli (I.96) $\hat{\sigma}_u$ opérant au sein de la multiplicité \mathcal{M}_n . Nous pouvons réécrire l'hamiltonien sous une forme plus compacte (I.97) en introduisant les vecteurs $\boldsymbol{\omega}_n = (0, \Omega_n, \delta)$ et $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$.

$$\hat{H}_{JC}^{n} = \hbar\omega_{c}n\mathbb{1} + \hbar \frac{\omega_{n}.\hat{\sigma}}{2}$$
(I.97)

$$\hat{\sigma}_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{\sigma}_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \qquad \hat{\sigma}_z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$
(I.96)

^{8.} Toute matrice carré A de taille 2 × 2 peut se décomposer sur la base {1, $\hat{\sigma}$, $\hat{\sigma}_y$, $\hat{\sigma}_z$ }, $A = a_0 1 + \mathbf{a} \cdot \hat{\sigma}$, nous avons introduit les vecteurs $\mathbf{a} = (a_x, a_y, a_z)$ et $\hat{\boldsymbol{\sigma}} = (\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z)$. La matrice A est hermitienne si et seulement si tous les coefficients a_i sont réels



FIGURE I.18 – Évolution des énergies propres suivant le paramètre δ/Ω_0 . Les traits pointillés représentent les énergies en l'absence du terme de couplage. L'interaction a pour effet de lever la dégénérescence des niveaux à résonance, engendrant ainsi un anticroisement. Nous avons fixé le zéro énergétique sur l'énergie associée à n photons ie $\hbar\omega_c n$.

L'opérateur d'évolution régit par l'équation $i\hbar\partial_t U_n = \hat{H}_{JC}^n U_n$ s'exprime sous la forme :

$$\hat{U}_n(t) = e^{-i\hat{H}_{JC}^n t/\hbar} = e^{-i\omega_c nt} e^{-i\omega_n \cdot \hat{\sigma} t/2}$$
(I.98)

L'évolution induite par le hamiltonien s'illustre naturellement sur la sphère de Bloch, les vecteurs $|e, n - 1\rangle$ et $|g, n\rangle$ pointant respectivement au pôle Nord et au pôle Sud. Le vecteur d'état à l'instant initial $|\Psi_0\rangle$ est représenté sur la sphère de Bloch par un vecteur unitaire \mathbf{u}_0 , ce dernier va subir une précession d'angle $\|\boldsymbol{\omega}_n\| = \sqrt{\Omega_n^2 + \delta^2} = \Omega_R$ autour du vecteur unitaire $\mathbf{n} = \boldsymbol{\omega}_n / \|\boldsymbol{\omega}_n\|$. Le vecteur d'état à l'instant t est représenté sur la sphère de Bloch par le vecteur $\mathbf{u}(t)$ dont l'extrémité décrit le cercle vert sur la figure (I.19).

L'algèbre des matrices de Pauli⁹ permet de développer l'opérateur $\hat{U}_n(t)$ sous une forme plus propice à l'évaluation de l'évolution du vecteur d'état :

$$\hat{U}_n(t) = e^{-i\omega_c nt} \left[\cos\left(\frac{\Omega_R}{2} t\right) \mathbb{1} - i \frac{\omega_n \cdot \hat{\sigma}}{\sqrt{\Omega_n^2 + \delta^2}} \sin\left(\frac{\Omega_R}{2} t\right) \right]$$
(I.100)

$$(\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{n}}.\hat{\boldsymbol{\sigma}})^{2k} = \mathbb{1} \quad \text{et} \quad (\boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{n}}.\hat{\boldsymbol{\sigma}})^{2k+1} = \boldsymbol{\omega}_{\boldsymbol{n}}.\hat{\boldsymbol{\sigma}} \tag{I.99}$$

^{9.} Pour tout entier naturel k nous avons les relations :



FIGURE I.19 – Représentation sur la sphère de Bloch de l'évolution du vecteur d'état - assimilable au vecteur **u** - sous l'action de l'hamiltonien de Jaynes-Cumming \hat{H}_{JC}^n

I.3.2.a Régime résonant : $\delta = 0$

On considère dans cette section que la fréquence de la transition atomique est parfaitement accordée par effet Stark sur la fréquence de résonance de la cavité. Sous un régime résonant l'angle Θ_n vaut $\pi/4$ et les états propres forment des états de type EPR (Einstein, Podolski et Rosen) traduisant une intrication maximale entre l'atome et le champ. Les vecteurs propres et énergies propres s'expriment sous la forme :

$$|\pm,n\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(|e,n-1\rangle \pm i |g,n\rangle\right) \qquad \qquad E_{\pm,n} = \hbar\omega_c n \pm \hbar\Omega_n/2 \qquad (I.101)$$

α . Évolution sous un état de Fock $|n\rangle$

Supposons que l'on prépare le système dans l'état initial $|\Psi_0\rangle = |e, n - 1\rangle$. Le vecteur d'état va évoluer en fonction du temps d'interaction t comme suit :

$$|\Psi(t)\rangle = \cos\left(\frac{\Omega_n}{2}t\right)|e, n-1\rangle + \sin\left(\frac{\Omega_n}{2}t\right)|g, n\rangle$$
(I.102)

La probabilité de détecter l'atome dans l'état excité en sortie du montage pour différents états de Fock est représentée sur la Figure (I.20) et s'exprime sous la forme :

$$\pi_e(t) = 1 - \pi_g(t) = \cos^2\left(\frac{\Omega_n}{2}t\right) \tag{I.103}$$



FIGURE I.20 – Évolution de la probabilité π_e pour différents nombres de photons n dans la cavité en fonction du temps d'interaction, sous un régime résonant.

La probabilité de détection π_e est une fonction oscillante suivant le temps d'interaction, de fréquence Ω_n et d'amplitude égale à 1, caractérisant un échange cohérent du quantum d'énergie $\hbar\omega_0$ entre l'atome et le champ. Le système initialement dans l'état $|e, n - 1\rangle$ va évoluer sous l'effet du couplage vers l'état $|g, n\rangle$. Lors d'une demi-période l'atome se désexcite en déposant un photon dans le mode de la cavité. Le photon est alors réfléchit par les miroirs puis réabsorbé par l'atome, ramenant le système dans l'état initial $|e, n - 1\rangle$. La répétition de tels cycles est nommé oscillation de Rabi quantique à *n*-photons.

β . Évolution sous un état cohérent de Glauber $|\alpha\rangle$

Supposons que l'on prépare l'atome dans l'état excité $|e\rangle$, interagissant pendant un temps t avec un état cohérent $|\alpha\rangle$ du champ. L'état initial du système se décompose sous la forme :

$$|\Psi_0\rangle = |e\rangle \otimes |\alpha\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} \eta_n |e, n\rangle$$
 (I.104)

55

où $\eta_n = e^{-|\alpha|^2/2} \alpha^n / \sqrt{n!}$. L'application des opérateurs d'évolution \hat{U}_n à chacune des multiplicités donne l'état du système à l'instant ultérieur t:

$$|\Psi(t)\rangle = \sum_{n=1}^{\infty} \eta_{n-1} e^{-i\omega_c nt} \left[\cos\left(\frac{\Omega_n}{2}t\right) |e, n-1\rangle + \sin\left(\frac{\Omega_n}{2}t\right) |g, n\rangle \right]$$
(I.105)

La probabilité π_e (I.106) de détecter l'atome dans l'état excité en sortie du montage s'exprime sous la forme d'une moyenne des oscillations de Rabi à *n*-photons de fréquences Ω_n distinctes, dont les poids sont les probabilités d'occurrences $p_n = |\eta_n|^2$ associées aux états de Fock $|n\rangle$ dans l'état cohérent $|\alpha\rangle$.

$$\pi_e(t) = 1 - \pi_g(t) = \sum_{n=1}^{\infty} |\langle e, n-1 | \Psi(t) \rangle|^2 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} |\eta_{n-1}|^2 (1 + \cos(\Omega_n t))$$
(I.106)



FIGURE I.21 – Évolution de la probabilité π_e , sous un régime résonant, pour un état cohérent de Glauber d'amplitude $\alpha = 4$. (a) À l'instant initial les oscillations de Rabi à n-photons démarrent toutes en phase. (b) Ensuite, on observe un effondrement de l'oscillation de Rabi. La probabilité π_e est en fait constituée d'un ensemble fini d'oscillations de Rabi. Seules les fonctions oscillantes associées aux poids p_n pour n compris entre $\langle \hat{N} \rangle - \Delta \hat{N}/2$ et $\langle \hat{N} \rangle + \Delta \hat{N}/2$ contribuent de façon significative au signal π_e . Ce dernier possède donc une dispersion spectrale d'ordre de grandeur $\Delta \Omega \simeq \Omega_0 \Delta \hat{N}/2 \langle \hat{N} \rangle^{1/2}$ à l'origine du brouillage des oscillations. (c) Par suite, on observe sur le signal un moment de latence correspondant à une probabilité π_e stationnaire de valeur 1/2. Nous pourrions montrer qu'un état séparable entre l'atome et le champ est généré dans cette phase, laissant le champ dans un état du type chat de Schrodinger. (d) On observe ensuite une résurgence quantique des oscillations de Rabi, ce phénomène résulte du nombre fini et du caractère irrationnel des fréquences de Rabi à n-photons composant le spectre du signal π_e . Le temps d'interaction menant à la résurgence est atteind lorsque deux fonctions oscillantes associées à des nombres de photons consécutifs n et n + 1 pour $n \simeq \langle \hat{N} \rangle$ reviennent en phase.

Notons que la transformée de Fourier du signal π_e fait apparaître l'ensemble discret des pulsations de Rabi $\{\Omega_n\}_n$ d'amplitudes proportionnelles aux poids $\{p_n\}_n$. Une telle analyse spectrale permet de remonter aux populations photoniques associé à l'état initial du champ $|\alpha\rangle$.

I.3.2.b Régime dispersif : $|\delta| \gg \Omega_n$

On considère maintenant que le désaccord $|\delta|$ est prépondérant devant la pulsation de Rabi Ω_n . Dans un régime dispersif les états propres sont physiquement équivalents aux états propres en l'absence de couplage. L'appariement dépend du signe du désaccord δ suivant le tableau ci-dessous.

$\delta > 0$	$\delta < 0$
$ +,n\rangle \simeq e,n-1\rangle$	$\left +,n\right\rangle\simeq i\left g,n\right\rangle$
$\left -,n ight ames\simeq-i\left g,n ight angle$	$ -,n angle\simeq e,n-1 angle$

Un développement perturbatif à l'ordre le plus bas en Ω_n/δ des énergies propres (I.95) se traduit par un déplacement des énergies $E_{e,n-1}$ et $E_{g,n}$. Les déplacements lumineux induit par l'interaction sont de signes opposés et augmentent linéairement avec le nombre n de photons. La Figure (I.22) représente le diagramme énergétique de plusieurs multiplicités dans ce régime dispersif dans le cas $\delta > 0$ en regard du diagramme énergétique à résonance.

$$E_{\pm,n} = \hbar\omega_c n \pm \frac{\hbar|\delta|}{2} \sqrt{1 + (\Omega_n/\delta)^2} \simeq \left[\hbar\omega_c n \pm \frac{\hbar|\delta|}{2}\right] \pm \varepsilon \frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta} n \tag{I.107}$$

où $\varepsilon = |\delta|/\delta$ est le signe du désaccord. Au regard des énergies propres nous définissons un hamiltonien effectif¹⁰ (I.109) régissant l'évolution du système en régime dispersif :

$$\hat{H}_{disp,JC} = \frac{\hbar\omega_0}{2}\hat{\sigma}_z + \hbar\omega_c \left(\hat{a}^{\dagger}\hat{a} + \frac{1}{2}\right) + \varepsilon \frac{\hbar\Omega_0^2}{4\delta} \left[\left(\hat{a}^{\dagger}\hat{a} + \frac{1}{2}\right)\hat{\sigma}_z + \frac{1}{2}\mathbb{1} \right]$$
(I.109)

Le régime dispersif se caractérise donc par l'absence d'échange d'énergie entre l'atome et le mode de la cavité. Les vecteurs d'états de la base standard accumulent simplement un déphasage dépendant du nombre de photons contenu dans la cavité.

$$\hat{H}_{disp,JC} = e^{-\lambda \hat{W}} \hat{H}_{JC} e^{\lambda \hat{W}} = \hat{H}_{JC} + \lambda [\hat{H}_{JC}, \hat{W}] + \frac{\lambda^2}{2!} [[\hat{H}_{JC}, \hat{W}], \hat{W}] + \mathcal{O}(\lambda^3)$$
(I.108)

^{10.} La méthode de l'hamiltonien effectif est une méthode tout à fait générale, un exposé complet est disponible page 38 de la référence [70]. Dans notre cas particulier, l'hamiltonien effectif s'obtient en opérant la transformation unitaire $\hat{S} = e^{\lambda \hat{W}}$ sur l'hamiltonien de Jaynes-Cumming (I.90). Nous avons introduit la constante $\lambda = i\Omega_0/2\delta$ et l'opérateur d'interaction $\hat{W} = (\hat{\sigma}_- \hat{a}^\dagger - \hat{\sigma}_+ \hat{a})$. Un traitement perturbatif de l'Hamiltonien $\hat{H}_{disp,JC}$ suivant le paramètre λ (I.108) permet d'aboutir de façon formelle à l'expression (I.109).



FIGURE I.22 – Mise en regard des diagrammes énergétiques correspondant au système atome-champ sous un régime dispersif (a) ou un régime résonant (b).

I.4 L'effet Zénon Quantique Dynamique

L'effet Zénon quantique dynamique traite des conséquences engendrées par l'application répétée d'une perturbation - nous préciserons ce propos dans les paragraphes suivants - sur un système physique. Le cadre théorique dans lequel vient s'inscrire ces effets a été précisément énoncé en 1977 par B. Misra et E.C.G. Sudarshan [71]. Cette dynamique fait aujourd'hui l'objet de nombreuses études tant expérimentales que théoriques, la majorité faisant échos aux publications théoriques de Fachhi *et al.* [72] et à la proposition de Raimond *et al.* [45] visant à implémenter la dynamique Zénon dans le contexte de l'électrodynamique quantique en cavité.

I.4.1 Éléments de théorie : présentation générale

I.4.1.a L'effet Zénon Quantique

Attachons nous à décrire le comportement d'un système quantique évoluant sous l'action de l'opérateur d'évolution unitaire - induit par l'équation de Schrödinger - et soumis à intervalles de temps réguliers à la mesure d'une grandeur physique quelconque \mathcal{A} à laquelle est rattachée l'observable \hat{A} . Nous notons \hat{H} le hamiltonien décrivant le système et supposons ce dernier initialement préparé dans un état propre $|\psi_{\mu}\rangle$ associé à la valeur propre non-dégénérée a_{μ} de l'observable \hat{A} . La probabilité de retrouver le système dans l'état initial $|\psi_{\mu}\rangle$ à l'issue d'une évolution libre de durée t, dénommée probabilité de survie, s'exprime sous la forme :

$$p(t) = |\langle \psi_{\mu}| e^{-i\hat{H}t/\hbar} |\psi_{\mu}\rangle|^2$$
(I.110)

Un développement limité aux temps courts à l'ordre 2 de l'exponentielle conduit à une évolution *quadratique* caractéristique d'une évolution hamiltonienne cohérente :

$$p(t) = 1 - \left(\frac{t}{\tau_Z}\right)^2 + o(t^2) \quad \text{où} \quad \tau_Z^{-1} = \hbar^{-1} \left[\langle \psi_\mu | \hat{H}^2 | \psi_\mu \rangle - \langle \psi_\mu | \hat{H} | \psi_\mu \rangle^2 \right]$$
(I.111)

Aux temps courts devant le temps τ_Z , la probabilité que le système ait quitté l'état initial $|\psi_{\mu}\rangle$ ie d'avoir effectué un saut quantique est voisine de zéro. Dans ces conditions, la réalisation d'une mesure de la grandeur \mathcal{A} donnera avec une forte probabilité la valeur propre a_{μ} . Selon le postulat de réduction du paquet d'onde, le nouvel état immédiatement après la mesure s'identifiera à la projection de l'état précédant la mesure sur le sous-espace propre associée à la valeur propre a_{μ} , soit l'état initial $|\psi_{\mu}\rangle$. Le système recommence alors une nouvelle évolution quadratique. En supposant les événements liés à chacune des mesures indépendants, la probabilité de survie à l'issue de N mesures répétées à des intervalles de temps réguliers $\tau = t/N$ s'exprime sous la forme :

$$p^{(N)}(t) = p(\tau)^N \underset{N \gg 1}{\sim} e^{-t^2/N\tau_Z^2} \underset{N \to +\infty}{\longrightarrow} 1$$
 (I.112)

Le principe de l'effet Zénon quantique est de répéter la mesure à une fréquence largement supérieure à τ_Z^{-1} afin de « geler » la dynamique du système à l'intérieur du sous-espace propre de dimension 1 associé à la valeur propre a_{μ} . L'observation d'une telle dynamique n'est rendue possible que si l'évolution aux temps courts est de la forme t^{α} avec $\alpha > 1$. Cette condition est bien respectée lors d'une évolution unitaire sous l'équation de Schrödinger. A contrario les processus markoviens ne sont pas sensibles à l'effet Zénon, tels les processus régit par une équation pilote de la forme Lindblad introduisant des termes dissipatifs sous un couplage à l'environnement. Les voies de désexcitations énergétiques vers l'environnement se font vers un continuum de spectre si dense et large que le temps d'auto-cohérence de ces systèmes est très faible et le régime d'effet Zénon jamais atteint. La probabilité de survie de ces processus dissipatifs possède aux temps courts une dépendance temporelle linéaire $p(t) = 1 - \Gamma t$ où Γ est le taux de dissipation énergétique vers l'environnement. Si bien qu'à l'issue de N mesures la probabilité de survie devient $p^{(N)}(t) = (1 - \Gamma \tau)^N \sim e^{-\Gamma t}$, indépendante de N et tendant inéluctablement vers zéro.

La mise en évidence de l'effet Zénon quantique a débuté avec des systèmes à deux niveaux [34] et a ensuite été étendue à d'autres systèmes (condensats de Bose-Einstein [40], spin nucléaire [38], ions individuels [37] ...). L'observation de cet effet dans le contexte de l'électrodynamique quantique en cavité a fait l'objet de la thèse de doctorat de Julien Bernu [43] en 2008 dans notre équipe. Le mode d'une cavité supraconductrice micro-onde a été maintenu dans l'état vide de photon $|0\rangle$. La Figure (I.23) en présente les résultats. En partant de l'état du vide, sous un couplage a une source micro-onde classique, on observe la croissance du nombre moyen de photons dans un état cohérent, l'évolution est quadratique aux temps courts et finit par saturer à cause des pertes (courbe rouge). Au contraire, une alternance d'injections d'un champ microonde et de mesures quantiques non-destructrices du nombre de photons inhibe la croissance de l'état cohérent et « gèle » la cavité sur l'état du vide (courbe bleue).



FIGURE I.23 – Mise en évidence de l'effet Zénon quantique sur l'oscillateur harmonique rattaché à un mode propre du champ électromagnétique, la Figure est extraite de [43]. Les points et la ligne rouge représentent la croissance du champ intra-cavité sous un couplage avec une source micro-onde classique en impulsion. A contrario, la répétition d'une mesure quantique non destructrice du nombre de photons vient geler l'évolution du champ malgré les impulsions tentant à injecter un champ cohérent. Le nombre de photons reste alors voisin de zéro, comme représenté par les points bleus.

I.4.1.b L'effet Zénon Quantique Dynamique (QZD)

Le confinement du système au sein d'un espace de Hilbert de dimension 1 sous l'effet Zénon quantique n'est pas une propriété intrinsèque de la mesure, mais relève du caractère non-dégénéré de la valeur propre considérée et de la préparation du système dans l'état propre associé. De façon plus générale, nous considérons dans ce paragraphe une valeur propre a_{μ} dégénérée d_{μ} fois et nous notons \mathcal{H}_{μ} le sous-espace propre associé. L'obtention du résultat a_{μ} lors de la réalisation d'une mesure de \mathcal{A} s'interprète comme l'action du projecteur \hat{P}_{μ} relatif au sous espace propre \mathcal{H}_{μ} sur l'état du système. L'ensemble des projecteurs vérifient :

$$\operatorname{Tr} \hat{P}_{\mu} = \dim \mathcal{H}_{\mu} = d_{\mu} \qquad \text{et} \qquad \sum_{\mu} \hat{P}_{\mu} = \mathbb{1}$$
(I.113)

L'opérateur unitaire décrivant l'évolution du système lorsque celui ci est soumis à N mesures instantanées sous l'action du projecteur \hat{P}_{μ} à des intervalles de temps réguliers $\tau = t/N$, s'exprime sous la forme [73] :

Chapitre I. Éléments de théorie Quantique

$$\hat{U}^{(N)}_{\mu}(t) = \left[\hat{P}_{\mu}\hat{U}\left(\frac{t}{N}\right)\right]^{N} \xrightarrow[N \to +\infty]{} e^{-i\hat{H}_{Z}t/\hbar}\hat{P}_{\mu}$$
(I.114)

où $\hat{U}(t) = \exp(-it\hat{H}/\hbar)$ est l'opérateur décrivant l'évolution libre du système régit par l'équation de Schrödinger sous le hamiltonien \hat{H} entre chacune des mesures projectives. Nous avons introduit le hamiltonien Zénon \hat{H}_Z comme la somme des restrictions du hamiltonien total \hat{H} à l'ensemble des sous-espaces propres Zénon \mathcal{H}_{μ} :

$$\hat{H} = \sum_{\mu} \hat{H}_{\mu} = \sum_{\mu} \hat{P}_{\mu} \hat{H} \hat{P}_{\mu}$$
(I.115)

Dans la limite où le nombre de mesures N tend vers l'infini, le système est projeté à l'intérieur d'un sous-espace propre Zénon \mathcal{H}_{μ} au sein duquel son évolution reste cohérente sous l'effet du hamiltonien Zénon \hat{H}_Z . Contrairement à l'effet Zénon quantique, la dynamique est confinée à l'intérieur d'un sous-espace de Hilbert de dimension d_{μ} pouvant être strictement supérieure à 1, offrant plus de degrés de liberté au système. Cette dynamique dénommée effet Zénon quantique dynamique vient briser les couplages hamiltoniens préexistant entre états appartenant à des sous-espaces propres distincts de l'observable \hat{A} , conduisant à un hamiltonien effectif diagonal par blocs.

Si bien que l'ensemble des sous-espaces propres Zénon réalisent une partition en somme directe de l'espace de Hilbert total \mathcal{H} , comme le représente la Figure (I.24) :

$$\mathcal{H} = \bigoplus_{\mu \mid a_{\mu} \in Sp(\hat{A})} \mathcal{H}_{\mu}$$
(I.116)

Mentionnons que le sous-espace propre Zénon à l'intérieur duquel la dynamique va être confinée est conditionné par le résultat de la toute première mesure. Par conséquent, le choix d'une mesure particulière permet de manipuler un système quantique en inhibant certaines transitions entre états au sein de l'espace de Hilbert, ces brisures de couplages étant directement liées aux projecteurs associés aux sous-espaces propres de la mesure. L'effet Zénon quantique dynamique s'avérera être un outil particulièrement fructueux pour la préparation d'états exotiques *ie* fortement non classiques du champ électromagnétique ou bien encore au sein d'une multiplicité d'un atome de Rydberg.

I.4.1.c Formulations équivalentes

Les analyses théoriques précédentes ont été menées en appliquant de manière stroboscopique des mesures projectives de type von Neumann conduisant immédiatement à la réduction du paquet d'onde et ainsi à une perturbation complexe du système. Pourtant, l'observation de l'effet



FIGURE I.24 – Illustration du principe de la dynamique Zénon quantique. (a) Espace de Hilbert total \mathcal{H} des états propres du système décrit par le hamiltonien d'évolution libre \hat{H} en l'absence de perturbation Zénon. Les traits noirs symbolisent les couplages entre l'ensemble des états propres (points noirs) sous l'action du hamiltonien. (b) L'observable \hat{A} associée à la mesure de la grandeur physique \mathcal{A} possède plusieurs valeurs propres a_{μ} , où $\mu = 1, ..., 4$. Nous réalisons alors une partition de l'espace de Hilbert total en quatre sous-espaces Zénon \mathcal{H}_{μ} . (c) Représentation des conséquences de l'effet Zénon quantique dynamique sur les couplages entre états au sein de l'espace de Hilbert total. L'évolution du système sous l'action du hamiltonien libre, en présence de la mesure \hat{A} répétée infiniment rapidement, se traduit par un confinement et une évolution cohérente du système au sein de chacun des sous-espaces propres \mathcal{H}_{μ} .

Zénon quantique dynamique ne découle ni du caractère projectif des opérateurs non-unitaires \hat{P}_{μ} ni même de la lecture de l'information extraite *via* la mesure. Une telle dynamique quantique est le résultat d'une interruption périodique de l'évolution unitaire cohérente du système sous l'effet d'une perturbation brève. Considérons un système soumis alternativement à des sauts de phase instantanés sous l'action d'un opérateur unitaire \hat{U}_K - de décomposition spectrale $\sum_{\mu} e^{i\lambda_{\mu}}\hat{P}_{\mu}$ et à de courtes évolutions cohérentes sous l'action de l'opérateur d'évolution libre \hat{U} , à l'issue de N périodes la dynamique est gouvernée par l'opérateur [73] :

$$\hat{U}_{K}^{(N)}(t) = \left[\hat{U}_{K}\hat{U}\left(\frac{t}{N}\right)\right]^{N} \underset{N \gg 1}{\sim} \hat{U}_{K}^{N} e^{-i\hat{H}_{Z}t/\hbar}$$
(I.117)

où :

$$\hat{H}_Z = \sum_{\mu} \hat{P}_{\mu} \hat{H} \hat{P}_{\mu} \tag{I.118}$$

Le hamiltonien effectif du système fait clairement apparaitre les sous-espaces propres Zénon évoqués dans la partie précédente, au sein desquels l'évolution reste confinée et se fait de façon cohérente. Le découplage des sous-espaces propres provient ici du brouillage des cohérences entre les sous-espaces propres sous l'action répétée des sauts de phases. Les deux approches menant à l'effet Zénon quantique dynamique que nous venons d'exposer font appels à des perturbations stroboscopiques. Nous allons présenter une dernière formulation consistant à soumettre le système à une perturbation continue. Le hamiltonien du système s'exprime alors sous la forme :

Chapitre I. Éléments de théorie Quantique

$$\hat{H}_S = \hat{H} + \mathscr{V}\hat{H}_{mes} \tag{I.119}$$

où \mathscr{V} est le paramètre caractérisant la force du couplage et \hat{H}_{mes} le hamiltonien associé à la mesure dont la décomposition spectrale est $\sum_{\mu} \eta_{mes,\mu} \hat{P}_{\mu}$. Dans la limite ou la constante de couplage est infiniment grande $\mathscr{V} \to \infty$, l'opérateur d'évolution unitaire s'écrit :

$$\hat{U}_S(t) = e^{-i\mathscr{V}\hat{H}_{mes}t/\hbar} e^{-i\hat{H}_Z t/\hbar}$$
(I.120)

La dynamique est là encore confinée à l'intérieur des sous-espaces propres relatifs aux valeurs propres $\eta_{mes,\mu}$ de la perturbation continue. Avant de clore cette section, il est intéressant de noter que la formulation faisant appel aux mesures projectives de type von Neumann annule assurément les cohérences entre sous-espaces Zénon distincts. A contrario les formulations sollicitant la répétition d'un kick unitaire ou bien le couplage du système à une mesure continue, mettent en jeu des opérateurs unitaires qui, dans le cas d'un nombre fini N de sauts de phase, induisent des phases relatives déterministes entre les sous-espaces Zénon distincts. Par conséquent, une superposition cohérente d'états appartenant à des sous-espaces Zénon distincts va continuer à évoluer de manière cohérente sous l'action des processus unitaires. Tandis que sous l'action de processus projectifs l'évolution cohérente est restreinte aux sous-espace Zénon. Finalement, l'évolution du système au sein de l'espace de Hilbert complet diffère suivant la formulation choisie, néanmoins une équivalence s'opère à l'intérieur de chacun des sous-espaces Zénon.

I.4.2 QZD mesure stroboscopique : implémentation sur le champ

L'objet de cette section est de présenter un protocole proposé par Raimond et al. [74] visant à implémenter l'effet Zénon quantique dynamique dans le contexte de l'électrodynamique quantique en cavité, plus particulièrement au sein d'un unique mode du champ piégé dans la cavité supraconductrice, identifiable à un oscillateur harmonique. Nous allons voir comment une telle dynamique peut naturellement conduire à la préparation d'états fortement non-classiques du champ du type chat de Schrödinger de la forme $|\alpha\rangle \pm |-\alpha\rangle$ mais également permettre de synthétiser une superposition arbitraire de multiples états cohérents de Glauber.

La perturbation, faisant office de « mesure », que nous allons appliquer au système va être suffisamment fine pour affecter seulement un nombre de photons s particulier. On aime à percevoir cette perturbation comme une interrogation binaire sur le nombre de photons renfermant la cavité via la question : « La cavité contient-elle exactement s photons? ». Ainsi le résultat nous indique si le champ se trouve dans l'état de Fock particulier $|n = s\rangle$. Une réponse positive est associée au sous-espace propre Zénon réduit à un singleton $\{|s\rangle\}$ tandis qu'une réponse négative est associée au sous-espace propre complémentaire de dimension infinie (séparé en deux parties disjointes). Dans un premier temps nous donnerons une présentation générale du système permettant d'induire la « mesure » sur le champ puis nous présenterons les diverses dynamiques quantiques engendrés sous l'interrogation de la cavité.

I.4.2.a Présentation du système

Nous considérons un unique mode du champ électromagnétique de pulsation ω_c soutenu par la cavité supraconductrice. L'évolution cohérente du champ à l'intérieur de celle-ci est assurée par un couplage résonant avec une source micro-onde classique que nous noterons S_1 . Le hamiltonien de couplage entre le mode quantique de la cavité et la source classique a été introduit au paragraphe (I.2.1.b) et s'exprime - dans le référentiel tournant à la pulsation ω_c de la cavité sous la forme :

$$\hat{H}_{S_1} = \xi \hat{a}^{\dagger} + \xi^* \hat{a} \tag{I.121}$$

où ξ est l'amplitude de la source S_1 . L'évolution libre du champ intra-cavité sous un tel couplage pendant un temps d'injection t s'identifie à l'action de l'opérateur déplacement \hat{D}_{α} produisant à partir du vide de photons un état cohérent de Glauber $|\alpha\rangle$ d'amplitude complexe $\alpha = -i\xi t/\hbar$. En l'absence de perturbation, l'amplitude du champ a une croissance linéaire suivant le temps d'injection et le nombre moyen de photons contenu dans la cavité a une croissance quadratique $\langle \hat{N} \rangle = |\alpha|^2$.

Nous allons maintenant présenter les concepts qui vont nous conduire à définir une mesure sélective en nombre de photons, plus spécifiquement un *kick* unitaire dont l'action sera conditionnée par un nombre de photons *s* fixé. Pour ce faire nous avons besoin de trois états de Rydberg circulaires que nous noterons $|h\rangle$, $|g\rangle$, $|e\rangle$ respectivement associés aux états $|49c\rangle$, $|50c\rangle$, $|51c\rangle$. La transition atomique $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ de pulsation ω_{g-e} est supposée être parfaitement accordée par effet Stark sur la fréquence de la cavité. Ainsi, par l'intermédiaire de cette transition l'atome est fortement couplé au mode quantique de la cavité. L'interaction entre les deux protagonistes est régi par le terme de couplage du hamiltonien de Jaynes-Cumming :

$$\hat{H}_{JC} = i \frac{\hbar \Omega_0}{2} (|g\rangle \langle e| \,\hat{a}^{\dagger} - |e\rangle \langle g| \,\hat{a}) \tag{I.122}$$

où Ω_0 est la pulsation de Rabi du vide. Nous avons supposé l'atome stationnaire au centre de la cavité de sorte que la dépendance temporelle *via* la modulation spatiale f du couplage est prise égale à 1. Rappelons que les états propres du hamiltonien \hat{H}_{JC} sont constitués de l'état isolé $|g, 0\rangle$ et de l'ensemble des états habillés de l'atome par le champ que l'on peut regrouper en doublets $|\pm, n\rangle$ séparés d'une énergie $\hbar\Omega_0\sqrt{n}$, où n est un entier naturel supérieur ou égal à 1. Quant à la transition atomique $|h\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ sa pulsation ω_{h-g} est hors de résonance avec la cavité, l'atome n'est donc pas couplé par l'intermédiaire de cette transition au mode quantique de la cavité. Les états propres relatifs à l'état atomique $|h\rangle$ s'apparentent à ceux de la base canonique *ie* s'expriment comme le produit tensoriel de l'état atomique $|h\rangle$ avec les divers états de Fock $|n\rangle$ et forment donc une échelle harmonique de niveaux séparés par l'énergie $\hbar\omega_c$ d'un photon. Le diagramme énergétique de l'ensemble du système constitué de l'atome à trois niveaux et du mode de la cavité est représenté sur la Figure (I.25).



FIGURE I.25 – Diagramme énergétique du système aux alentours des transitions associées à l'état de Fock $|s\rangle$. Les niveaux situés à gauche sont liés à l'état atomique auxiliaire $|h\rangle$, ce dernier n'étant pas couplé au mode de la cavité, ces états s'expriment simplement comme des produits tensoriels de $|h\rangle$ et de l'ensemble des états de Fock. Les niveaux situés à droite sont les états habillés de l'atome par le champ sous un régime résonant vis à vis de la transition atomique $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$. L'écart énergétique entre les états $|\pm, n\rangle$ dépend du nombre de photons selon la relation $\hbar\Omega_0\sqrt{n}$. Nous pouvons ainsi discriminer en fréquence l'ensemble des transitions $\Delta_{+,n}: |h,n\rangle \rightarrow |+,n\rangle$.

La spectroscopie du système aux alentours de la transition atomique $|h\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ révèle un ensemble de raies dont les fréquences dépendent du nombre n de photons :

$$\Delta_0 : |h, 0\rangle \to |g, 0\rangle \quad \text{d'énergie } \mathscr{E}_0 = \hbar\omega_{h-g} \tag{I.123}$$

$$\Delta_{\pm,n} : |h,n\rangle \to |\pm,n\rangle \,\,\mathrm{d'énergie} \,\,\mathscr{E}_{\pm,n} = \hbar\omega_{h-g} \pm \frac{\hbar\Omega_0\sqrt{n}}{2}$$
(I.124)

Nous introduisons alors une seconde source miro-onde classique S_2 de pulsation ω_{S_2} ajustable sur l'une de ces transitions. Par suite, nous choisissons un nombre de photons s et accorderons la fréquence de la source S_2 sur la transition $\Delta_{+,s} : |h,s\rangle \rightarrow |+,s\rangle$. Ainsi, cette nouvelle source induit une oscillation de Rabi résonante classique au sein du qubit formé des deux états $\{|h,s\rangle, |+,s\rangle\}$. Ce couplage conduit à une évolution unitaire de la forme :

$$\hat{U}_{s}(t) = \exp\left[-i\frac{\Omega_{R'}t}{2}(|+,s\rangle\langle h,s|-|h,s\rangle\langle +,s|)\right]$$
(I.125)



FIGURE I.26 – Illustration schématique du spectre aux alentours de la transition atomique $\Delta_0 : |h, 0\rangle \rightarrow |g, 0\rangle$. Nous observons deux ensembles de raies. L'un vers les hautes fréquences par rapport à la transition Δ_0 , correspondant à l'ensemble des transitions $\Delta_{+,n}$. L'autre vers les basses fréquences par rapport à la transition Δ_0 , correspondant à l'ensemble des transitions $\Delta_{-,n}$. Chacun de ces ensembles exhibe des transitions dont les fréquences realisent une bijection avec l'ensemble des entiers correspondant aux nombres de photons dans la cavité.

où $\Omega_{R'}$ est la pulsation de Rabi classique de la seconde source et t le temps d'interaction. Notons que la résolution spectrale des diverses transitions $\Delta_{\pm,n}$ exige un temps d'injection relativement long afin de discriminer la transition d'intérêt $\Delta_{+,s}$ de ses plus proches voisines. La condition la plus contraignante se fait vis à vis de la transition adjacente supérieure $\Delta_{+,s+1}$. Le temps d'injection t_{inj} doit vérifier la relation :

$$t_{inj} \gtrsim \frac{h}{\mathscr{E}_{+,s+1} - \mathscr{E}_{+,s}} = \frac{4\pi}{\Omega_0(\sqrt{s+1} - \sqrt{s})} \quad \underset{s \gg 1}{\sim} \quad \frac{8\pi}{\Omega_0}\sqrt{s} \tag{I.126}$$

En pratique, la pulsation de Rabi du vide quantique Ω_0 sera de l'ordre de 50 kHz, portant ainsi le temps d'injection t_{inj} à quelques centaines de microsecondes pour un champ contenant une dizaine de photons. La résolution spectroscopique des états habillées nécessite donc de pouvoir sonder le système atome-champ en interaction sur des durées avoisinant quelques centaines de microsecondes. C'est la raison pour laquelle nous avons entrepris la construction d'un nouveau dispositif expérimental visant à produire des atomes lents et ainsi augmenter le temps de vol utile lors de leur trajectoire balistique au coeur du montage *ie* le temps d'interaction avec le mode quantique de la cavité. La présentation détaillée de ce dispositif expérimental sera donnée au Chapitre (II) de ce manuscrit. Une fois le temps d'injection fixé - de sorte à résoudre l'état habillé d'intéret *ie* la transition $\Delta_{+,s}$ - l'oscillation de Rabi est contrôlée en adaptant la puissance de la source classique S_2 . L'opérateur unitaire \hat{U}_s apparait ainsi comme une rotation conditionnée par le nombre de photon *s*, ce dernier étant déterminé par la fréquence de la source S_2 .
Avant de préciser les caractéristiques de l'opérateur \hat{U}_s - en particulier les sous-espaces propres Zénon associés - nous allons expliciter le hamiltonien total du système. Ce dernier s'exprime comme la somme de plusieurs termes :

- Le hamiltonien \hat{H}_{S_1} de couplage entre la source S_1 et le mode quantique de la cavité.
- Le hamiltonien \hat{H}_{JC} de couplage entre l'atome et le mode quantique de la cavité.
- Le hamiltonien d'évolution libre des deux sous systèmes.

La source S_2 est suffisamment loin de résonance avec la cavité pour négliger le hamiltonien de couplage entre celle-ci et le mode quantique de la cavité. De plus, les effets de l'opérateur \hat{U}_s sur le système ne seront pas englobés dans le hamiltonien total mais simplement considéré comme une perturbation instantanée que nous appliquerons de manière stroboscopique dans l'objectif d'atteindre le régime d'effet Zénon quantique dynamique. En prenant le zéro de l'énergie atomique au milieu de la transition $|g\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ et en se plaçant dans le référentiel tournant à la pulsation ω_c , le hamiltonien du système - en l'absence du couplage avec la source S_2 - s'exprime sous la forme :

$$\hat{H}_{tot} = -\hbar(\omega_{h-g} - \omega_c) \left|h\right\rangle \left\langle h\right| + \xi \hat{a}^{\dagger} + \xi^* \hat{a} + i \frac{\hbar\Omega_0}{2} (\left|g\right\rangle \left\langle e\right| \hat{a}^{\dagger} - \left|e\right\rangle \left\langle g\right| \hat{a})$$
(I.127)

La représentation matricielle du hamiltonien total \hat{H}_{tot} dans la base canonique - obtenue par concaténation des sous espaces de Hilbert $\mathscr{H}_n = \{|e, n-1\rangle, |g, n\rangle, |h, n\rangle\}$ ordonnés suivant l'entier $n \geq 1$ croissant, auxquels nous ajoutons en tête de liste les états $\{|g, 0\rangle, |h, 0\rangle\}$ - est donnée page 67. Nous avons seulement représenté l'action de \hat{H}_{tot} sur les trois sous-espaces \mathscr{H}_s et $\mathscr{H}_{s\pm 1}$, nous verrons que seule cette sous-matrice se verra profondément affectée par la dynamique Zénon. Précisons que l'ensemble des sous-espaces \mathscr{H}_n sont stables sous l'action du hamiltonien de couplage \hat{H}_{JC} tandis que le hamiltonien \hat{H}_{S_1} - gouvernant l'évolution cohérente du champ - induit seulement des transitions entre sous-espaces \mathscr{H}_n adjacents (ceci est une conséquence de sa dépendance linéaire vis à vis des opérateurs de créations \hat{a}^{\dagger} et d'annihilation \hat{a} d'une excitation photonique du mode quantique de la cavité).

I.4.2.b QZD : une barrière pour le nombre s de photons

Nous allons maintenant dériver le hamiltonien Zénon résultant d'une évolution du système précédent sous l'action stroboscopique du *kick* unitaire \hat{U}_s . D'après le paragraphe (I.4.1.c), l'alternance de brèves évolutions libres régies par le hamiltonien \hat{H}_{tot} et de *kicks* de phase instantanés \hat{U}_s , conduit à l'issue de N périodes à une évolution du système sous l'action de l'opérateur :

$$\hat{U}_{s}^{(N)}(t) = \left[\hat{U}_{s}\hat{U}\left(\frac{t}{N}\right)\right]^{N} \underset{N \gg 1}{\sim} \hat{U}_{s}^{N} e^{-i\hat{H}_{Z}t/\hbar}$$
(I.128)

		0	0	0	0	0	0	0	$\xi^* \sqrt{s+1}$	0	0	
	h,s+1 angle					0	0	$\xi^* \sqrt{s+1}$	0	0	$-\hbar(\omega_{h-g}-\omega_c)$	0
\mathscr{H}_{s+1}	g,s+1 angle	0	Ċ	0		0	$\xi^*\sqrt{s+1}$	0	$-i\frac{\hbar\Omega_0}{2}\sqrt{s+1}$	0	0	0
	$\langle e, s \rangle$					$\xi^* \sqrt{s}$	0	0	0	$i\frac{\hbar\Omega_0}{2}\sqrt{s+1}$	0	$\xi\sqrt{s+1}$
	$ h,s\rangle$		0	0	$\xi^* \sqrt{s}$	0	0	$-\hbar(\omega_{h-g}-\omega_c)$	0	0	$\xi\sqrt{s+1}$	
\mathcal{H}_{s}	$ g,s\rangle$	0	0	$\xi^* \swarrow$	0	$-i\frac{\hbar\Omega_0}{2}\sqrt{s}$	0	0	0	$\xi\sqrt{s+1}$	0	0
	$\langle e, s - 1 \rangle$		$\xi^*\sqrt{s-1}$	0	0	0	$i \frac{\hbar \Omega_0}{2} \sqrt{s}$	0	$\xi \sqrt{s}$	0	0	
	h,s-1 angle	$\xi^*\sqrt{s-1}$	0	0	$-\hbar(\omega_{h-g}-\omega_c)$	0	0	$\xi \sqrt{s}$				
\mathscr{H}_{s-1}	g,s-1 angle	0	$-i \frac{\hbar\Omega_0}{2} \sqrt{s-1}$	0	0	0	$\xi \sqrt{s}$	0	(0		0
,	$ e, s-2\rangle$	0	0	$i\frac{\hbar\Omega_0}{2}\sqrt{s-1}$	0	$\xi\sqrt{s-1}$	0	0				
			0	0	$\xi\sqrt{s-1}$		0			0		0
							$\hat{H}_{tot} =$					

\sim										
0	0	0	0	0	0	0	$\xi^*\sqrt{s+1}$	0	0	
				0	0	0	0	0	$-\hbar(\omega_{h-g}-\omega_c)$	0
0	(0		0	0	0	$-i\frac{\hbar\Omega_0}{2}\sqrt{s+1}$	0	0	0
				0	0	0	0	$i \frac{\hbar\Omega_0}{2} \sqrt{s+1}$	0	$\xi\sqrt{s+1}$
	0	0	0	0	0	$-\hbar(\omega_{h-g}-\omega_c)$	0	0	0	
0	0	0	0	$-i\frac{\hbar\Omega_0}{2}\sqrt{s}$. 0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	$i \frac{\hbar \Omega_0}{2} \sqrt{s}$	0	0	0	0	
$\xi^*\sqrt{s-1}$	0	0	$-\hbar(\omega_{h-g}-\omega_c)$	0	0	0				
0	$-i\frac{\hbar\Omega_0}{2}\sqrt{s-1}$	0	0	0	0	0		0		0
0	0	$i \frac{\hbar \Omega_0}{2} \sqrt{s-1}$	0	0	0	0				
	0	0	$\xi\sqrt{s-1}$		0			0		0
					$\hat{H}_Z =$					

où la durée du cycle de Rabi sur la transition $\Delta_{+,s}$ est fixée. Nous noterons par la suite la phase de l'oscillation $\varphi = \Omega_{R'} t_{inj}$. Cette dernière sera supposée non nulle, ce qui réduirait l'action du kick à 1 et ainsi à une évolution libre sans perturbation.

a) Étude de l'opérateur kick unitaire \hat{U}_s

La décomposition spectrale de l'opérateur rotation \hat{U}_s s'écrit :

$$\hat{U}_s = e^{i\varphi/2}P_+ + e^{-i\varphi/2}P_- + P_\perp$$
(I.129)

où nous avons introduit les projecteurs suivants :

$$\begin{pmatrix}
P_{+} = |u_{+}\rangle \langle u_{+}| \\
(I.130)$$

$$\begin{cases} P_{-} = |u_{-}\rangle \langle u_{-}| & \text{avec} : |u_{\pm}\rangle = \frac{|h, s\rangle \pm i |+, s\rangle}{\sqrt{2}} \end{cases}$$
(I.131)

$$P_{\perp} = \mathbb{1} - P_{+} - P_{-} \tag{I.132}$$

b) Présentation des sous-espaces Zénon

La représentation matricielle du hamiltonien Zénon est donnée page 67 et s'exprime :

$$\hat{H}_{Z} = P_{+}\hat{H}_{tot}P_{+} + P_{-}\hat{H}_{tot}P_{-} + P_{\perp}\hat{H}_{tot}P_{\perp}$$
(I.133)

Les deux projecteurs P_+ et P_- n'ont pas strictement la même action mais laissent cependant stable le même sous-espace de Hilbert : \mathscr{H}_s . Quant au projecteur P_{\perp} il s'apparente au sousespace de Hilbert orthogonal de dimension infini c'est à dire la réunion $\cup_{n\neq s}\mathscr{H}_n$. Dans la limite où $N \to \infty$ la perturbation stroboscopique a pour effet de briser les couplages $\mathscr{H}_{s-1} \iff \mathscr{H}_s$ et $\mathscr{H}_s \iff \mathscr{H}_{s+1}$. Hors, les connexions entre sous-espaces \mathscr{H}_n se faisant uniquement entre plus proches voisins *ie* la matrice de \hat{H}_{tot} est tridiagonale par blocs de mêmes tailles, on brise le couplage $\mathscr{H}_{s-1} \iff \mathscr{H}_{s+1}$. Le graphe des couplages hamiltoniens est de la forme suivante :

$$\{|g,0\rangle,|h,0\rangle\} \nleftrightarrow \mathscr{H}_1 \nleftrightarrow \ldots \nleftrightarrow \mathscr{H}_{s-1} \not \leftrightarrow \mathscr{H}_s \not \leftrightarrow \mathscr{H}_{s+1} \nleftrightarrow \mathscr{H}_{s+2} \nleftrightarrow \ldots$$
(I.134)

Finalement, lors de son évolution le système restera confiné à l'intérieur des trois sous-espaces de Hilbert :

$$\mathscr{H}_{n < s} = \bigcup_{n < s} \mathscr{H}_n \cup \{ |g, 0\rangle, |h, 0\rangle \} \quad ; \quad \mathscr{H}_s \quad ; \quad \mathscr{H}_{n > s} = \bigcup_{n > s} \mathscr{H}_n \tag{I.135}$$

c) Atome initialement dans l'état $|h\rangle$

Supposons maintenant que l'atome soit initialement préparé dans l'état de Rydberg circulaire $|h\rangle$. La transition $|h\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ étant hors de résonance avec la cavité, l'atome apparait comme « transparent » vis à vis de cette dernière et ne risque pas d'altérer le champ. En partant de l'état atomique $|h\rangle$ et au regard des couplages composant le hamiltonien total \hat{H}_{tot} , ce dernier se résume à l'expression suivante :

$$\overline{\hat{H}}_{tot} = -\hbar(\omega_{h-g} - \omega_c)\mathbb{1} \otimes \mathbb{1} + \mathbb{1} \otimes \hat{H}_{S_1}$$
(I.136)

L'opérateur d'évolution libre - sans application de la mesure stroboscopique - coïncide, à un facteur de phase global prés, avec l'opérateur déplacement agissant sur le mode du champ quantique :

$$\hat{U} \equiv \hat{D}_{\alpha} \tag{I.137}$$

En présence de la mesure stroboscopique, dans la limite $N \to \infty$, les éléments de matrice du hamiltonien Zénon \hat{H}_Z page 67 nous indiquent que l'atome n'induit jamais de transitions sous l'action du *kick* unitaire et n'est jamais intriqué avec le champ. De ce fait, nous omettrons la partie de la fonction d'onde relative à l'état atomique non affectée par la dynamique. L'évolution du champ reste confinée au sein des sous-espaces $\overline{\mathcal{H}}_{n < s}$, $\overline{\mathcal{H}}_{n > s}$ et $\overline{\mathcal{H}}_s$ qui sont les sous-espaces (I.135) desquels nous avons gardé la partie de la fonction d'onde relative au champ lorsque la partie atomique est dans l'état $|h\rangle$:

$$\overline{\mathscr{H}}_{n < s} = \bigcup_{n < s} \{|n\rangle\} \quad ; \quad \overline{\mathscr{H}}_s = \{|s\rangle\} \quad ; \quad \overline{\mathscr{H}}_{n > s} = \bigcup_{n > s} \{|n\rangle\} \tag{I.138}$$

La Figure (I.27) représente la partition de l'espace de Hilbert - associé aux états de l'oscillateur harmonique quantique relatif à un unique mode du champ - induite sous l'application répétée du kick unitaire $\hat{U}_{s=4}$. Nous représentons ci-dessous la matrice Zénon \hat{H}_Z permettant d'appréhender les conséquences de la perturbation sur le hamiltonien \hat{H}_{S_1} . On y observe clairement la brisure des couplages aux alentours de l'état de Fock $|s\rangle$, ce dernier formant une barrière infranchissable au regard d'un état du champ évoluant dans les sous-espaces $\mathcal{H}_{n<s}$ et $\mathcal{H}_{n>s}$.



FIGURE I.27 – Représentation des sous-espaces Zénon induit par l'application répétée du kick unitaire $\hat{U}_{s=4}$ relatif à l'état de Fock contenant 4 photons. La mesure vient briser les couplages $\mathscr{H}_3 \iff \mathscr{H}_4$ et $\mathscr{H}_4 \iff \mathscr{H}_5$, conduisant ainsi à la formation des sous-espaces Zénon { $|4\rangle$ } et $\bigcup_{n\neq 4}$ { $|n\rangle}$. Ce dernier sous-espace se scinde en deux sous-espaces $\mathscr{H}_{n\leq 4}$ et $\mathscr{H}_{n\geq 4}$ non connectés. L'évolution de l'état associé à l'oscillateur harmonique sera donc confinée au sein de l'un de ces trois sous-espaces.

			$ s-2\rangle$	$ s-1\rangle$	s angle	$ s+1\rangle$	$ s+2\rangle$		
	(·	·	0	0	0	0	0	0	0)
	·	0	$\xi^* \sqrt{s-2}$	0	0	0	0	0	0
	0	$\xi\sqrt{s-2}$	0	$\xi^* \sqrt{s-1}$	0	0	0	0	0
	0	0	$\xi \sqrt{s-1}$	0	0	0	0	0	0
$\overline{\hat{H}}_Z =$	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	0	0	0	0	0	0	$\xi^*\sqrt{s+2}$	0	0
	0	0	0	0	0	$\xi\sqrt{s+2}$	0	$\xi^*\sqrt{s+3}$	0
	0	0	0	0	0	0	$\xi\sqrt{s+3}$	0	·
	0	0	0	0	0	0	0	·	·)

Si le mode de la cavité est initialement préparé dans un état ne comprenant pas l'état de Fock $|n = s\rangle$, les deux composantes incluses dans $\overline{\mathscr{H}}_{n < s}$ et $\overline{\mathscr{H}}_{n > s}$ vont évoluer librement de façon cohérente au sein de chacun des sous-espaces. Notons que si l'on fixe s = 1 et si la cavité se trouve initialement dans l'état vide de photons $|0\rangle$ on retrouve l'effet Zénon quantique présenté dans la thèse de doctorat de J.Bernu [43].

En pratique, les impulsions de la source micro-onde classique S_1 ie les impulsions d'évolution cohérente du champ sous l'action de l'opérateur déplacement \hat{D}_{α} sont d'une durée $\tau = t/N$ finie $(N \not\to \infty)$. Par conséquent, à chaque période du protocole Zénon, le champ a une probabilité faible mais non strictement nulle de se trouver dans l'état de Fock $|n = s\rangle$. Les impulsions de la source S_1 devront donc être suffisamment brèves pour rendre cette probabilité négligeable sur la durée d'observation de l'effet Zénon quantique dynamique. Si un tel événement se produit et si la phase de l'impulsion induite par le kick unitaire \hat{U}_s est telle que $\varphi \not\equiv 0[2\pi]$ alors l'atome est détecté dans un autre état que $|h\rangle$ et le champ est projeté sur l'état de Fock $|n = s\rangle$ ou $|n = s - 1\rangle$. La dynamique Zénon est brutalement stoppée et nous devons débuter une nouvelle procédure d'effet Zénon.

I.4.2.c Diversité des évolutions sous QZD

Nous allons maintenant exposer la richesse de la dynamique engendrée sous l'effet Zénon quantique dynamique, ceci pour divers états initiaux du champ intra-cavité. Nous verrons que les évolutions qui en résultent peuvent conduire à des états de l'oscillateur harmonique quantique au caractère profondément *non-classique*. Le statut particulier attribué à l'état Fock $|n = s\rangle$ au sein de l'espace de Hilbert se traduit qualitativement dans l'espace des phases par la présence d'un « cercle d'exclusion » C_s de rayon \sqrt{s} infranchissable. L'état du champ quantique contenu dans la cavité sera représenté au cours des diverses évolutions par sa fonction de Wigner.

α . État initial appartement à $\overline{\mathscr{H}}_{n < s}$

Le champ intra-cavité se trouve initialement dans l'état vide de photons $|0\rangle$. En présence de la source classique S_1 l'amplitude du champ cohérent $|\alpha\rangle$ commence à croître. Tant que son nombre moyen de photons $\langle \hat{N} \rangle = |\alpha|^2$ reste très inférieur à s l'évolution est assimilable à une évolution libre engendrée sous l'opérateur déplacement. A l'approche du cercle d'exclusion, la croissance du champ est brutalement interrompue et l'état subit un rapide déphasage de valeur π pour réapparaitre au point diamétralement opposé à son point d'impact avec le cercle d'exclusion. Par conséquent, à l'instant particulier $\tau_c = |\xi| \sqrt{s}/\hbar$ le champ se trouve dans une superposition de deux états quasi-cohérents en opposition de phase. La dynamique Zénon préservant les cohérences lors d'une évolution au sein du sous-espace $\overline{\mathscr{H}}_{n < s}$, l'état à l'instant τ_c apparait comme un état de type chat de Schrödinger. La présence des franges d'interférences sur la fonction de Wigner atteste de la cohérence de la superposition quantique. La dynamique Zénon permet ainsi de générer des états non-classiques mésoscopiques de taille $2\sqrt{s}$ aussi grande que désirée, à condition de résoudre spectralement la transition $\Delta_{+,s}$ et que le système possède un temps de cohérence suffisamment long. Par suite, le champ continue de croitre toujours dans les mêmes sens et direction - imposés par la phase de la source classique - en partant du point diamétralement opposé introduit précédemment. Le champ s'éloigne alors du cercle d'exclusion,

s'apparente de plus en plus à un état purement cohérent et revient dans un état proche du vide de photon. Nous venons de décrire le premier cycle - d'une durée $2\tau_c$ - associé à la dynamique Zénon lorsque le champ est initialement dans l'état vide de photons $|0\rangle$. La Figure (I.28(a)) illustre un tel cycle dans le cas où s = 6.

L'évolution à long terme du champ à l'intérieur du cercle d'exclusion n'est cependant pas périodique¹¹. En effet, la décomposition spectrale du hamiltonien \hat{H}_{S_1} restreint au sous-espace de Hilbert $\overline{\mathscr{H}}_{n < s}$ conduit à un ensemble fini de pulsations propres incommensurables, ceci étant une conséquence de la forme en \sqrt{n} de ses éléments de couplage. Ainsi, l'évolution temporelle du nombre moyen de photons contenus dans la cavité présente de multiples battements à l'origine d'effondrements et résurgences quantiques.



FIGURE I.28 – Simulations numériques représentant la diversité des évolutions du champ intra-cavité sous l'effet Zénon Quantique Dynamique. (a) QZD à l'intérieur du sous-espace de Hilbert $\mathcal{H}_{n<6}$. Nous représentons 10 images de la fonction de Wigner obtenue aprés un nombre de pas élémentaires ($\alpha = 0.1$ par pas) indiqués en abscisse. La cavité se trouve initialement dans l'état du vide et s = 6. Le cercle d'exclusion de rayon $\sqrt{6}$ est représenté en pointillé. (b) QZD à l'intérieur du sous-espace de Hilbert $\mathcal{H}_{n>6}$. Le champ se trouve initialement dans l'état cohérent $|\alpha = -5\rangle$, la propagation de l'état se fait selon une direction orthogonale au cercle d'exclusion. (c) QZD à l'intérieur du sous-espace de Hilbert $\mathcal{H}_{n>6}$. Le champ se trouve initialement dans l'état cohérent $|\alpha = -4 + i\sqrt{6}\rangle$, la propagation de l'état se fait selon une direction tangente au cercle d'exclusion.

β . État initial appartement à $\overline{\mathscr{H}}_{n>s}$

Trajectoire orthogonale à \mathscr{C}_s

Le champ se trouve initialement à l'extérieur du cercle d'exclusion dans un état cohérent $|\alpha\rangle$ dont le nombre moyen de photons $\langle \hat{N} \rangle = |\alpha|^2$ est très supérieur à *s*. Nous fixons la phase de la source S_1 telle que la trajectoire du champ cohérent se fasse le long d'une droite *orthogonale* au cercle d'exclusion et vers l'origine de l'espace des phases. Le champ se propage naturellement

^{11.} A l'exception du cas s = 1 où le champ est « gelé » dans l'état du vide par effet Zénon.

jusqu'à ressentir la présence du cercle d'exclusion, subit à son encontre un déphase de valeur π pour réapparaitre au point diamétralement opposé à son point d'impact avec le cercle d'exclusion. L'état du champ passe transitoirement par un état de type chat de Schrödinger de taille $2\sqrt{s}$. Sous ces conditions, l'effet Zénon dynamique « accélère » la propagation de l'état cohérent de Glauber dans l'espace des phases lorsque l'état traverse instantanément le cercle d'exclusion tout du long de son diamètre. Une telle dynamique est illustrée sur la Figure (I.28(b)).

Trajectoire tangentielle à \mathscr{C}_s

Nous fixons maintenant la phase de la source S_1 de telle sorte que la trajectoire du champ se fasse le long d'une droite *tangente* au cercle d'exclusion et vers ce dernier. Les composantes du champ cohérent qui « traversent » le cercle d'exclusion suivant une plus longue corde se propagent plus vite que les autres. Ainsi, l'état subit une distorsion et se voit comprimé dans l'espace des phases suivant une direction particulière. Une telle dynamique est représentée sur la Figure (I.28(c)).

I.4.2.d Manipulation et synthèse d'états arbitraire du champ

Nous allons présenter dans cette section des protocoles plus complexes mettant à profit l'effet Zénon quantique dynamique pour manipuler et synthétiser des superpositions arbitraires d'un nombre fini d'états cohérents de Glauber. Nous fixerons s = 1 et afin de clarifier l'exposé nous supposerons la phase φ de l'oscillation de Rabi induite par le kick unitaire $\hat{U}_{s=1}$ appartenant à $]0, 2\pi[$. Ce dernier point permet d'identifier l'action de \hat{U}_1 à la projection $P_{\perp} = \mathbb{1} - |1\rangle \langle 1|$ sur le sous-espace Zénon $\overline{\mathscr{H}}_{n<1} \cup \overline{\mathscr{H}}_{n>1}$ si immédiatement après la mesure l'atome est détecté dans l'état $|h\rangle$. Rappelons que la lecture de l'état atomique n'est pas un prérequis à l'obtention de la dynamique Zénon. Ainsi, les conclusions de cette section resteront valides même dans le cas $\varphi = 2\pi$ où l'atome se retrouve en permanence dans l'état $|h\rangle$, bien que ce dernier subisse un déphasage de π à chaque application du kick unitaire \hat{U}_1 .

α . Translation du cercle d'exclusion \mathscr{C}_s

Jusqu'à présent, le cercle d'exclusion était centré sur l'origine de l'espace des phases et permettait de « geler » - malgré l'application par intermittence de la source S_1 - le champ dans l'état vide de photons via l'effet Zénon, tout en laissant évoluer librement les composantes au sein du sous-espace $\mathcal{H}_{n>1}$ sous l'action du déplacement \hat{D}_{α} . Nous pouvons aisément généraliser cette notion à un point quelconque γ de l'espace des phases. Ceci n'est rien d'autre qu'un changement de repère sous l'action de l'opérateur déplacement \hat{D}_{γ} . L'ensemble des déplacements est effectué à l'aide de la source classique S_1 à résonance avec la cavité.

Nous supposons l'état du champ intra-cavité initialement préparé dans une superposition d'états cohérents $|\gamma_i\rangle$ quasi-orthogonaux entre eux et dont l'un sera noté $|\gamma\rangle$:

$$|\langle \gamma_i | \gamma_j \rangle|_{i \neq j} = e^{-|\gamma_i - \gamma_j|^2/2} \ll 1 \tag{I.139}$$

Appliquons sur le champ un premier déplacement d'amplitude infinitésimale α suivit d'un déplacement d'amplitude $-\gamma$. À cet instant, l'état cohérent initial $|\gamma\rangle$ est porté - à un facteur de phase topologique prés - dans l'état $|\alpha\rangle$ au voisinage de l'état vide de photons. Les autres états cohérents $|\gamma_i\rangle$ distincts de $|\gamma\rangle$ sont portés dans les états $|\gamma_i - \gamma + \alpha\rangle$ n'appartenant pas au voisinage du vide de photons, ceci grâce à leur orthogonalité vis à vis de l'état $|\alpha\rangle$ sur le vide $|0\rangle$ et laissent invariant les états $|\gamma_i - \gamma + \alpha\rangle$ qui appartiennent au sous-espace $\mathcal{H}_{n>1}$. Nous clôturons cette séquence de base par l'application d'un déplacement d'amplitude γ . Finalement, l'état $|\gamma\rangle$ est ramené à sa position initiale et l'ensemble des autres états cohérents ont évolué librement d'une même quantité infinitésimale α . La Figure (I.29) représente l'ensemble des opérations que nous venons de décrire. Une telle composition d'opérateurs est donc strictement équivalente à bloquer l'évolution du système au sein d'un cercle d'exclusion de rayon 1 au point γ dans l'espace des phases.



FIGURE I.29 – Illustration des étapes conduisant à un déplacement de l'ensemble des états $|\gamma_i\rangle$ sans affecter l'état $|\gamma\rangle$. (a) Application du déplacement $\hat{D}_{\alpha-\gamma}$ (b) À l'issue du déplacement, nous obtenons les états $|\alpha\rangle \simeq |0\rangle$ et $|\gamma_i - \gamma + \alpha\rangle \neq |0\rangle$. (c) Application de l'opérateur \hat{U}_1 , ce dernier projette l'état $|\alpha\rangle$ sur le vide sans affecter les autres états. (d) Application du déplacement \hat{D}_{γ} , aboutissant à un déplacement infinitésimal des états $|\gamma_i\rangle$ et laissant stable l'état $|\gamma\rangle$

À l'issue de N séquences, l'opérateur d'évolution unitaire du système s'écrit :

$$\hat{U}_{1}^{(N)}(\alpha,\gamma) = \left[\hat{D}_{\gamma}\hat{U}_{1}\hat{D}_{-\gamma}\hat{D}_{\alpha}\right]^{N} = \hat{D}_{\gamma}\left[\hat{U}_{1}\hat{D}_{\alpha}\right]^{N}\hat{D}_{-\gamma} e^{2iN\operatorname{Im}(\alpha\gamma^{*})}$$
(I.140)

La dernière égalité provient de la relation de composition des opérateurs déplacements qui permet de les commuter à un facteur de phase topologique multiplicatif prés :

$$\hat{D}_{-\gamma}\hat{D}_{\alpha}\hat{D}_{\gamma} = \hat{D}_{-\gamma}\hat{D}_{\gamma}\hat{D}_{\alpha}e^{2i\operatorname{Im}(\alpha\gamma^{*})} = \hat{D}_{\alpha} \ e^{2i\operatorname{Im}(\alpha\gamma^{*})}$$
(I.141)

Dans la limite où $N \to \infty$ l'opérateur d'évolution global s'exprime sous la forme :

$$\hat{U}_{1}^{(N)}(\alpha,\gamma) \underset{N\gg1}{\sim} \hat{D}_{\gamma} \left[\hat{U}_{1}^{N} e^{-i\overline{\hat{H}}_{Z}t/\hbar} \right] \hat{D}_{-\gamma} e^{2iN\operatorname{Im}(\alpha\gamma^{*})}$$
(I.142)

Ainsi, selon la relation (I.142), le protocole que nous venons de présenter coïncide - à une phase topologique prés - avec la combinaison des opérations suivantes : dans un premier temps on amène l'état cohérent $|\gamma\rangle$ sur le vide $|0\rangle$ sous l'action du déplacement $\hat{D}_{-\gamma}$, nous appliquons ensuite l'effet Zénon dynamique avec un cercle d'exclusion de rayon 1 centré en l'origine puis nous achevons la séquence en appliquant le déplacement \hat{D}_{γ} ramenant à sa position initiale l'état $|\gamma\rangle$. La Figure (I.30) représente l'ensemble des opérations que nous venons de décrire. En définitive, un tel protocole permet d'opérer de façon locale sur l'espace des phases, l'état cohérent $|\gamma\rangle$ est « gelé » tandis que les composantes orthogonales évoluent librement, tout en préservant les cohérences de l'ensemble. Précisons cependant que les états orthogonaux à $|\gamma\rangle$ évoluent librement à condition que leur trajectoire dans l'espace des phases ne rencontre pas le cercle d'exclusion \mathscr{C}_1 .



FIGURE I.30 – Une autre vision du protocole présenté Figure (I.29). (a) Application du déplacement $\hat{D}_{-\gamma}$. (b) Application de l'opérateur \hat{U}_1 . Nous gelons ainsi l'état du vide et laissons évoluer sous l'opérateur \hat{D}_{α} l'ensemble des autres états cohérents, aboutissant à l'ensemble des états représentés en (c). (d) Application du déplacement \hat{D}_{γ} , aboutissant à un déplacement infinitésimal des états initiaux $|\gamma_i\rangle$ et laissant stable l'état $|\gamma\rangle$. L'ensemble des étapes (a), (b), (c) et (d) sont équivalentes à induire un cercle d'exclusion de diamètre 1 au point d'amplitude γ dans l'espace des phases et à induire un déplacement d'amplitude α , comme représenté en (e), (f) et (g).

Application

Supposons que le champ soit initialement préparé dans un état chat de Schrödinger de la forme $|\beta\rangle + |-\beta\rangle$ de taille relativement modeste. Un tel état peut être généré à l'aide de la dynamique Zénon comme souligné au paragraphe (I.4.2.c). Nous avons néanmoins mentionné que la génération d'une superposition de taille toujours plus importante pouvait être limitée par notre capacité à résoudre spectralement la transition $\Delta_{+,s}$. Dans ce cas, nous pouvons amplifier la taille de l'état chat en opérant un premier déplacement \hat{D}_{β} visant à porter la composante $|-\beta\rangle$ sur le vide $|0\rangle$, puis, cette dernière est piégée à l'aide de l'effet Zénon tandis que l'autre composante est étirée sous son évolution libre (son amplitude croit linéairement avec le nombre de pas durant l'opération Zénon). Nous terminons en appliquant un déplacement idoine pour finalement obtenir un état chat symétrique. La Figure (I.31) représente l'amplification d'une telle superposition.



FIGURE I.31 – Simulation numérique illustrant l'amplification d'un état de type chat de Schrödinger. (a) Le champ se trouve initialement dans l'état $(|0\rangle + |\beta = 2\rangle)/\sqrt{2}$. (b) À l'issue de 45 pas élémentaires d'amplitude $\alpha = 0.05$, nous obtenons l'état $(|0\rangle + |\beta = 4.25\rangle)/\sqrt{2}$.

β . Synthèse d'états arbitraires du champ

L'objet de ce paragraphe est de présenter un protocole permettant de synthétiser une superposition arbitraires d'états cohérents en partant d'une cavité vide de photons $|0\rangle$ et d'un atome dans l'état de Rydberg circulaire $|h\rangle$.

a) Prérequis

Nous allons présenter dans ce paragraphe le principe d'une « pince » permettant de déplacer sélectivement les états cohérents dans l'espace des phases. À la section précédente, l'état cohérent $|\gamma\rangle$ était bloqué tandis que l'ensemble des états orthogonaux évoluaient, de manière tout à fait équivalente nous pouvons déplacer l'état cohérent $|\gamma\rangle$ tout en laissant stable l'ensemble des états orthogonaux.

Le champ intra-cavité est initialement préparé dans un état cohérent de Glauber quelconque $|\gamma_i\rangle$ et souhaitons le déplacer de façon macroscopique jusqu'à l'état cohérent $|\gamma_f\rangle$. Nous introduisons un ensemble de points $\{\gamma_j\}_{1\leq j\leq N}$ définissant une trajectoire $\mathscr{T}_{\gamma_i}^{\gamma_f}$ reliant le point initial γ_i au point final γ_f dans l'espace des phases, par suite nous omettrons les indices sur le symbole de la trajectoire :

$$\mathscr{T}: \gamma_i = \gamma_1 \to \gamma_2 \to \dots \to \gamma_{N+1} \to \gamma_N = \gamma_f \tag{I.143}$$

La différence entre deux points successifs est supposée infinitésimale :

$$|\gamma_{j+1} - \gamma_j| \ll 1 \tag{I.144}$$

Montrons comment déplacer le champ intra-cavité de l'état cohérent $|\gamma_j\rangle$ à l'état cohérent $|\gamma_{j+1}\rangle$ sans affecter les composantes orthogonales $\{|\gamma_g\rangle\}$. Dans un premier temps le champ est soumis à l'opérateur déplacement $\hat{D}_{-\gamma_{j+1}}$, portant l'état $|\gamma_j\rangle$ à l'état $|\gamma_j - \gamma_{j+1}\rangle$ qui se trouve dans le voisinage du vide de photons. La composante orthogonale devient $|\gamma_g - \gamma_{j+1}\rangle$ ne se trouvant pas dans le voisinage du vide. Ensuite, nous appliquons l'opérateur *kick* unitaire \hat{U}_1 qui va projeter, avec une forte probabilité, l'état $|\gamma_j - \gamma_{j+1}\rangle$ sur le vide $|0\rangle$ sans affecter l'état $|\gamma_g - \gamma_{j+1}\rangle$. Nous terminons en appliquant l'opérateur déplacement $\hat{D}_{\gamma_{j+1}}$ générant par translation du vide l'état $|\gamma_{j+1}\rangle$ et ramenant les composantes orthogonales à leur position initiale. Finalement nous avons opéré le déplacement infinitésimal souhaité le long de la trajectoire \mathscr{T} . La Figure (I.32) représente l'ensemble des opérations que nous venons de décrire.



FIGURE I.32 – Illustration d'un déplacement infinitésimal de l'état γ_j sans affecter l'ensemble des composantes orthognales γ_g . (a) Application du déplacement $\hat{D}_{-\gamma_{j+1}}$ conduisant aux états $|\gamma_g - \gamma_{j+1}\rangle \neq |0\rangle$ et $|\gamma_j - \gamma_{j+1}\rangle \simeq |0\rangle$ représentés en (b). (c) Application de l'opérateur \hat{U}_1 projetant l'état $|\gamma_j - \gamma_{j+1}\rangle$ sur le vide sans affecter les autres états. (d) Application du déplacement $\hat{D}_{\gamma_{j+1}}$ afin d'obtenir les produits souhaités.

En concaténant l'ensemble de ces séquences élémentaires d'une extrémité à l'autre de la trajectoire \mathscr{T} nous définissons le produit de N opérations unitaires ci-dessous (I.145) permettant d'aboutir à $|\gamma_f\rangle$ en partance de $|\gamma_i\rangle$, comme représenté sur la Figure (I.33).

$$\hat{U}_{1}^{(N)}(\mathscr{T}) = \prod_{j=1}^{N} \hat{D}_{\gamma_{j}} \hat{U}_{1} \hat{D}_{-\gamma_{j}}$$
(I.145)



FIGURE I.33 – Illustration de l'opération de pince conduisant de l'état $|\gamma_i\rangle$ à l'état $|\gamma_f\rangle$ sans affecter l'ensemble des états orthogonaux $|\gamma_g\rangle$.

Ainsi, nous venons de construire une pince dont l'opération dans l'espace des phases est de déplacer de façon sélective une composante cohérente sans influencer les composantes orthogonale. Nous devons cependant veiller à ce que la trajectoire \mathscr{T} ne rencontre par les composantes orthogonales. Notons que l'opérateur $\hat{U}_1^{(N)}(\mathscr{T})$ s'apparente à l'opérateur de la section précédente auquel l'évolution libre est supprimée $ie \alpha = 0$ et la position γ du cercle d'exclusion est modifiée à chaque séquence élémentaire pour prendre successivement les valeurs $\{\gamma_j\}_{1\leq j\leq N}$. L'opération de pince s'interprète alors comme une succession de translations infinitésimales du centre du cercle d'exclusion \mathscr{C}_1 le long de la trajectoire \mathscr{T} tandis que l'état cohérent du champ piégé à l'intérieur de \mathscr{C}_1 suit de façon adiabatique ce mouvement. Une telle démarche n'est pas sans rappeler les pinces optiques reposant sur l'utilisation d'un gradient d'intensité lumineuse pour piéger et manipuler des systèmes - atomes, brin d'ADN ... - via la force dipolaire résultante. La Figure (I.34) présente l'utilisation de telles pinces à états cohérents pour déplacer les composantes d'un état chat de Schrödinger.

b) Synthèse d'une superposition arbitraire d'états cohérents

Les pinces à états cohérents vont être maintenant mises à profit afin de synthétiser une superposition arbitraire $|\Psi_{field}\rangle$ de multiples états cohérents quasi-orthogonaux :

$$|\Psi_{field}\rangle = \sum_{k=1}^{N} \lambda_k |\gamma_k\rangle \qquad \text{et} \qquad |\langle \gamma_k |\gamma_{k'}\rangle|_{k\neq k'} = e^{-|\gamma_k - \gamma_{k'}|^2/2} \ll 1 \tag{I.146}$$

Si l'état $|\Psi_{field}\rangle$ possède une composante sur le vide $|0\rangle$ alors nous l'assignons à $|\gamma_N\rangle$, toutes les autres composantes ont un recouvrement négligeable avec $|0\rangle$. Cette affectation prendra sens dans les paragraphes suivants. Nous allons générer successivement chacune des composantes $|\gamma_k\rangle$ à partir de l'état initial $|h, 0\rangle$, l'objectif étant d'aboutir à un état désintriqué s'exprimant sous la



FIGURE I.34 – Simulation numérique illustrant l'utilisation des pinces à états cohérents afin d'amplifier la taille d'un état de type chat de Schrödinger. (a) Le champ se trouve initialement dans l'état ($|\beta = 2\rangle + |-\beta = -2\rangle)/\sqrt{2}$. (b) Aprés une transformation en 50 pas avec $\alpha = 0.1$ sur chacune des composantes, nous aboutissons à l'état ($|\beta = 5i\rangle + |-\beta = -5i\rangle)/\sqrt{2}$. Les flèches représentent la trajectoire du cercle d'exclusion lors de la manipulation de chaque composante.

forme d'un produit tensoriel entre l'état atomique $|h\rangle$ et l'état du champ intra-cavité $|\Psi_{field}\rangle$. Le processus permettant de générer chacune des composantes est similaire. Détaillons celui menant à la composante $|\gamma_1\rangle$:

• Nous introduisons une troisième source micro-onde classique S_3 de pulsation ω_{g-h} à résonance sur la transition $|h,0\rangle \leftrightarrow |g,0\rangle$ dont la résolution spectrale permet de ne pas affecter les transitions $\Delta_{\pm,n\geq 1}$. Nous induisons alors une oscillation de Rabi classique afin de produire l'état :

$$|h,0\rangle \longrightarrow a_1 |g,0\rangle + b_1 |h,0\rangle \tag{I.147}$$

Les amplitudes complexes a_1 et b_1 sont fixées par la phase et la puissance de la source classique S_3 . Nous verrons comment les déterminer *a posteriori* afin d'obtenir les amplitudes complexes λ_k souhaitées dans l'état du champ $|\Psi_{field}\rangle$. La Figure (I.35) résume la manipulation effectuée lors de cette étape.

À cette étape, l'application de la pince à états cohérent sur l'état précédent risquerait d'affecter de façon incontrôlée le champ intra-cavité. En effet, la composante a₁ |g, 0⟩ subirait des transformations complexes. Dés l'action des premières séquences élémentaires de la pince sur l'état |g, 0⟩ nous voyons apparaitre une composante suivant l'état |g, 1⟩, susceptible de déposer un photon dans la cavité via les termes de couplage du hamiltonien de Jaynes-Cumming. Afin de s'affranchir de cette difficulté nous introduisons un état atomique auxiliaire |f⟩ associé à l'état de Rydberg circulaire |52c⟩ et une quatrième source micro-onde classique S₄ accordée sur la transition atomique à deux photons |g⟩ ↔ |f⟩. Notons que nous n'avons pas besoin de discriminer les transitions associées aux divers nombres de photons aux alentours de cette transition atomique, l'impulsion micro-onde associée à cette source peut être de durée relativement courte. Nous effectuons ainsi une rotation de l'état atomique interne non-conditionnée



FIGURE I.35 – Représentation des états mis en jeu lors de la première étape du protocole menant à la préparation de la première composante d'une superposition arbitraire d'états cohérents.

par le nombre de photons. Par suite, nous appliquons via la source S_3 une impulsion π de Rabi classique, comme représenté sur la Figure (I.36), nous conduisant à l'état :

$$a_1 |g, 0\rangle + b_1 |h, 0\rangle \longrightarrow a_1 |f, 0\rangle + b_1 |h, 0\rangle \tag{I.148}$$

L'état $|f,0\rangle$ permet ainsi de protéger l'état $|g,0\rangle$ de l'opérateur $\hat{U}_1^{(N)}(\mathscr{T}_0^{\gamma_1})$ associé à la pince. En effet, rappelons que le *kick* unitaire \hat{U}_1 est susceptible d'induire des transitions uniquement entre les états $|h,1\rangle$ et $|+,1\rangle$, si bien que son action n'affecte pas les états $\{|f,n\rangle\}_n$. Par conséquent :

$$\hat{U}_{1}^{(N)}(\mathscr{T}_{0}^{\gamma_{1}})|f,0\rangle = \prod_{j=1}^{N} \hat{D}_{\gamma_{j}}\hat{U}_{1}\hat{D}_{-\gamma_{j}}|f,0\rangle = \prod_{j=1}^{N} \hat{D}_{\gamma_{j}}\hat{D}_{-\gamma_{j}}|f,0\rangle = |f,0\rangle$$
(I.149)



FIGURE I.36 – Représentation de la deuxième étape du protocole menant à la préparation de la première composante d'une superposition arbitraire d'états cohérents. Nous protégeons l'état $|g,0\rangle$ - de l'action de la pince - en portant la composante atomique dans l'état auxiliaire $|f\rangle$.

• Nous pouvons donc maintenant appliquer la pince à états cohérent, permettant de générer la composante $|\gamma_1\rangle$ du champ à partir d'une cavité dans l'état vide de photons et d'un atome

I.4. L'effet Zénon Quantique Dynamique

dans l'état $|h\rangle$. La Figure (I.37) représente les opérations induites lors de cette étape.

$$\hat{U}_{1}^{(N)}(\mathscr{T}_{0}^{\gamma_{1}})\left[a_{1}\left|f,0\right\rangle+b_{1}\left|h,0\right\rangle\right]=a_{1}\left|f,0\right\rangle+b_{1}\left|h,\gamma_{1}\right\rangle\tag{I.150}$$



FIGURE I.37 – Représentation de la troisième étape du protocole menant à la préparation de la première composante d'une superposition arbitraire d'états cohérents.

• Nous clôturons le processus en induisant un dernier pulse $-\pi$ sous l'action de la source classique S_3 afin de transformer l'état $|f, 0\rangle$ en $|g, 0\rangle$, comme représenté sur la Figure (I.38) :

$$a_1 |f, 0\rangle + b_1 |h, \gamma_1\rangle \longrightarrow a_1 |g, 0\rangle + b_1 |h, \gamma_1\rangle \tag{I.151}$$



FIGURE I.38 – Représentation de la quatrième étape du protocole menant à la préparation de la première composante d'une superposition arbitraire d'états cohérents.

Nous pouvons alors répéter le procédé décrit ci-dessous afin de générer la composante $|\gamma_2\rangle$ du champ. Dans un premier temps nous appliquons une impulsion avec la source S_3 afin de réaliser la transformation :

$$|g,0\rangle \longrightarrow a_2 |g,0\rangle + b_2 |h,0\rangle \tag{I.152}$$

Précisons que cette opération n'affecte par la composante $b_1 |h, \gamma_1\rangle$, ceci pour plusieurs raisons : d'une part car l'état cohérent $|\gamma_1\rangle$ est supposé avoir un recouvrement négligeable avec l'état du vide et d'autre part car la source S_3 est spectralement fine *ie* affecte seulement la transition relative à zéro photon $|h, 0\rangle \leftrightarrow |g, 0\rangle$. Notons que l'état $|g, 0\rangle$ fait office de « réservoir » du vide à chaque étape de la production d'une composante du champ. À l'issue du deuxième processus nous obtenons l'état :

$$a_1 [a_2 | g, 0 \rangle + b_2 | h, \gamma_2 \rangle] + b_1 | h, \gamma_1 \rangle$$
 (I.153)

Finalement, en réitérant (N-1) fois le processus nous générons l'état :

$$|\Psi_{N-1}\rangle = \prod_{k=1}^{N-1} a_k |g,0\rangle + b_1 |h,\gamma_1\rangle + \sum_{k=2}^{N-1} \left(\prod_{l=1}^{k-1} a_l\right) b_k |h,\gamma_k\rangle$$
(I.154)

Nous terminons la synthèse de l'état en appliquant une impulsion π via la source S_3 (transformant l'état $|g,0\rangle$ en $|h,0\rangle$) et en appliquant une dernière fois l'opération de pince afin de porter l'état $|h,0\rangle$ sur $|h,\gamma_N\rangle$ (cette opération se résume à l'identité 1 si la composante $|\gamma_N\rangle$ souhaitée s'apparente à l'état du vide). Nous aboutissons à un état désintriqué comportant une composante atomique suivant l'état $|h\rangle$ et une composante associée au champ de la forme :

$$|\Psi_{N,field}\rangle = b_1 |\gamma_1\rangle + \sum_{k=2}^{N-1} \left(\prod_{l=1}^{k-1} a_l\right) b_k |\gamma_k\rangle + \prod_{k=1}^{N-1} a_k |\gamma_N\rangle$$
(I.155)

L'expression des couples (a_i, b_i) en fonction des amplitudes complexes λ_k s'obtient aisément par récurrence en identifiant les coefficients de la relation (I.146) avec ceux de la relation (I.155) et en imposant la condition de normalisation $|a_i|^2 + |b_i|^2 = 1$. Ainsi, la connaissance des couples (a_i, b_i) détermine les paramètres - phase classique et puissance - de chacune des impulsions de la source micro-onde S_3 à appliquer lors de la synthèse afin d'aboutir à l'état $|\Psi_{field}\rangle$ souhaité. La Figure (I.39) représente la synthèse d'une superposition à quatre états cohérents.

Avant de terminer cette section, nous donnons les ordres de grandeurs d'une expérience possible utilisant l'effet Zénon quantique dynamique. La durée totale de la séquence expérimentale sera de l'ordre $q_p t_{inj}$, où q_p est le nombre de pas nécessaire à la génération de l'état quantique cible. Cette durée doit être inférieure au temps de décohérence τ_c/s du champ *intra*-cavité, où τ_c est le temps de vie d'un photon dans la cavité et *s* le nombre maximum de photons autorisé dans la cavité. Cette condition se traduit par l'inégalité :



FIGURE I.39 – Simulation numérique illustrant la préparation d'une certaine superposition d'états cohérents. Le champ se trouve initialement dans l'état du vide. Sous l'application de 3 pinces, nous générons en 114 pas - chacun d'amplitude $\alpha = 0.1$ - la superposition $1/2(|4\rangle + |4i\rangle + |3e^{5i\pi/4}\rangle + |0\rangle)$.

$$s \ll \left(\frac{\tau_c \,\Omega_0}{8\pi \,q_p}\right)^{2/3}$$
 (I.156)

Dans le cadre de la manipulation présentée Figure (I.39), permettant de générer l'état fortement non-classique $|\psi_4\rangle = 1/2(|4\rangle + |4i\rangle + |3e^{5i\pi/4}\rangle + |0\rangle)$, la simulation a été effectuée en $q_p = 114$ pas, chacun d'amplitude $\alpha = 0.1$. D'après la condition (I.156), le nombre maximal de photons est porté à s = 6 pour un temps de vie de $\tau_c = 130 \,\mathrm{ms}$ (valeur maximal atteinte par une cavité fabriquée dans notre groupe). Une telle préparation n'est donc pas envisageable avec une amplitude de $\alpha = 0.1$ à chaque pas. La Figure (I.40) reporte la fonction de Wigner de l'état du champ généré sous les opérations visant à préparer l'état cible $|\psi_4\rangle$, avec une amplitude de $\alpha = 0.6$ à chaque pas et en tenant compte des imperfections expérimentales (relaxation du champ *intra*-cavité, imperfections de l'impulsion micro-onde Zénon, mouvement des atomes au sein du mode de la cavité). Sous de telles conditions, nous serons capable de générer l'état $|\psi_4\rangle$ avec une fidélité de 71.5%.

Nous venons d'exposer la richesse des dynamiques que nous pouvons induire à l'aide de l'effet Zénon quantique dynamique, allant de la préparation d'une superposition de deux états cohérents lors d'une évolution passive au sein du cercle d'exclusion, jusqu'à des manipulations plus complexes permettant de synthétiser une superposition arbitraire d'états cohérents. Nous allons maintenant présenter l'état de l'art concernant l'observation expérimentale des dynamiques dont nous venons d'exposer la théorie.



FIGURE I.40 – Fonction de Wigner de l'état du champ généré sous une simulation numérique tenant compte des imperfections expérimentales, en effectuant des déplacements d'amplitude $\alpha = 0.6$ à chaque pas de la procédure de synthèse et visant à préparer la superposition $1/2(|4\rangle + |4i\rangle + |3e^{5i\pi/4}\rangle + |0\rangle)$.

I.4.3 État de l'art

Lors de la présentation théorique de l'effet Zénon, nous avons mentionné la multitude de systèmes physiques au sein desquels cet effet a été observé, ceci dés les années 1990. Néanmoins, la mise en évidence expérimentale de l'effet Zénon quantique *dynamique ie* la restriction de l'évolution à l'intérieur d'un sous-espace de Hilbert de dimension strictement supérieure à 1 est bien plus récente. Nous allons énoncer de façon succincte les observations reportées au cours de ces dernières années.

I.4.3.a Implémentation sur un condensat de Bose-Einstein

La première observation de la dynamique Zénon a été reporté dans la publication [46]. L'implémentation a été réalisée dans un condensat de Bose-Einstein d'atomes de rubidium 87 au sein de l'espace de Hilbert constitué des 5 niveaux hyperfins $\{|F, m_F\rangle, F = 2\}$. La Figure (I.41(a)) représente le diagramme énergétique du système, l'ensemble de ces niveaux est en tout point analogue à un moment cinétique $j_c = 2$. Les atomes sont initialement préparés dans le niveau $|2, 2\rangle$. En présence d'un champ radiofréquence, le moment cinétique j_c va induire une rotation générant un état cohérent. L'évolution libre de l'ensemble des populations est reportée Figure (I.41(b)). En appliquant une perturbation sélective sur l'état $|2, 0\rangle$, réalisée à l'aide d'un laser accordé sur la transition $|2, 0\rangle \leftrightarrow |1, 0\rangle$, le moment cinétique reste confiné au sein du sous espace de Hilbert $\{|2, 2\rangle, |2, 1\rangle\}$ de dimension 2. L'évolution des populations est alors affectée par la mesure, la Figure (I.41(c)) en attestant. L'évolution résultante est alors simplement celle d'un spin 1/2 au sein d'un sous espace de dimension 2. Nous allons maintenant présenter des implémentations au sein de sous espaces de Hilbert de dimension plus importante.



FIGURE I.41 – (a) Présentation des niveaux énergétiques mis en jeu lors de l'observation de l'effet Zénon quantique dynamique au sein du condensat de Bose-Einstein. Le système est initialement préparé dans l'état $|2,2\rangle$. La mesure Zénon est indiquée par la flèche verte et les coulages sous un champ radiofréquence par les flèches rouges. (b) Évolution des populations au sein du sous-espace $\{|F,m_F\rangle, F=2\}$ sous un couplage radiofréquence et en l'absence de la mesure Zénon. (c) Évolution des populations sous un couplage radiofréquence en présence de la mesure Zénon. Figures extraites de [46].

I.4.3.b Implémentation dans le domaine des circuits QED

L'observation de la dynamique Zénon dans le cadre de l'électrodynamique quantique en cavité, telle que présentée au paragraphe (I.4.2.c), a également fait l'objet de plusieurs publications par des équipes travaillant dans le domaine des qubits supraconducteurs. L'équipe de B.Huard a étudié [48] le confinement du champ électromagnétique au sein du cercle d'exclusion sous une mesure continue pour des nombres de photons allant de s = 2 à s = 5. La Figure (I.42) reporte l'évolution de la fonction de Wigner obtenue sur un cycle Zénon pour s = 4. La cohérence de la superposition des deux états quasi-cohérents du champ à l'instant $\tau_c = 0.64 \,\mu\text{s}$ est garantie par la présence des franges d'interférences. L'obtention de données similaires [49] ont été reportées par l'équipe de D.Vion au C.E.A mais cette fois ci en implémentant une mesure stroboscopique. Notons que la « mesure » de l'état contenant s photons n'a pas été faite via une transition entre le niveau auxiliaire $|h\rangle$ et les états habillés de la transition $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ à résonance avec la cavité. La mesure est implémentée en régime dispersif sur l'une des raies - dépendant du nombre de photons - autour de la transition atomique $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$.

Néanmoins, aucune publication n'a encore reporté la manipulation et la synthèse de superpositions arbitraires d'états cohérents comme présenté à la section (I.4.2.d).



FIGURE I.42 – Evolution de la fonction de Wigner du champ électromagnétique sur une période Zénon dans le cas s = 4. Les franges d'interférences attestent de la génération d'un état de type chat de Schrödinger à l'intant 0.64 µs. La première ligne correspond aux mesures expérimentales et la deuxième ligne aux simulations. Figure extraite de [48].

I.4.3.c Implémentation au sein d'un atome de Rubidium

Lors de ma première année de thèse, nous avons réalisé une expérience mettant en évidence l'effet Zénon quantique dynamique directement au sein de la structure énergétique de l'atome de rubidium. Une description détaillée de cette expérience a déjà fait l'objet d'une publication [47] et de la thèse de doctorat de A.Signoles [50]. Plus précisément, la dynamique Zénon sera observée au sein de la multiplicité de nombre quantique principal n = 51 dans le sous espace de Hilbert associé à l'échelle « harmonique » \mathcal{J}_n du moment cinétique \hat{J} , introduit à la section (I.1.4). Afin de simplifier les notations, nous avons indexé les états de l'ensemble \mathcal{J}_n suivant l'entier kcroissant en partant de l'état circulaire. Le diagramme représenté sur la Figure (I.43) illustre l'ensemble des niveaux et transitions auxiliaires auxquels nous allons avoir recours.

L'atome est initialement préparé dans l'état de Rydberg circulaire $|n, n_1 = 0, m = n - 1\rangle$. Nous appliquons un champ électrique statique de sorte que les transitions d'échelles soit à résonance avec un champ radiofréquence à 230 MHz. Le hamiltonien de couplage entre le moment cinétique \hat{J} et un champ radiofréquence polarisé σ_+ a été introduit au paragraphe (I.1.4.a) et s'exprime sous la forme :

$$\hat{W} = \hbar \frac{\Omega_{RF}^{\sigma_{+}}}{2} e^{i\varphi} \sum_{k=0}^{n-2} \sqrt{(n-k-1)(k+1)} |n,k\rangle \langle n,k+1| + h.c$$
(I.157)

où h.c désigne l'opérateur hermitique conjugué du terme précédent. La pulsation de Rabi du champ radiofréquence vaut expérimentalement $\Omega_{RF}^{\sigma_+} = (2\pi) 152 \pm 4 \,\mathrm{kHz}$. De façon tout à fait analogue au hamiltonien de couplage entre le mode quantique de la cavité et une source de courant classique, le hamiltonien \hat{W} introduit des couplages uniquement entre plus proches voisins de l'ensemble \mathcal{J}_n :

$$|n,0\rangle \iff \dots \iff |n,k-1\rangle \iff |n,k\rangle \iff |n,k+1\rangle \iff \dots \iff |n,n-1\rangle$$
 (I.158)

Ainsi, les effets physiques résultant de la dynamique Zénon quantique présentés au paragraphe (I.4.2.c) vont également pouvoir être observés dans ce système.



FIGURE I.43 – Diagramme énergétique représentant les multiplicités mises en jeu durant l'expérience de mise en avant de l'effet Zénon Quantique Dynamique au sein de l'atome de rubidium (l'échelle des énergies n'est pas respectée). La préparation de l'état de Rydberg circulaire se fait au sein de la multiplicité n = 49. Puis, nous soumetons l'atome à une impulsion π à deux photons micro-ondes dite de « purification » vers le niveau $|51c\rangle$. Le couplage des atomes à un champ radiofréquence polarisé σ_+ génére un état cohérent de spin sur les niveaux de l'échelle $|51, k\rangle$ (en gras). La perturbation Zénon est induite via le couplage continu d'un champ micro-onde résonant avec la transition $|50, k_Z\rangle \leftrightarrow |51, k_Z\rangle$ (en rose). La mesure des populations des états $|51, k\rangle$ est réalisée à l'aide de sondes micro-ondes transférant de façon sélective la population des niveaux sondés vers la multiplicité n = 52.

a) Définition de la mesure Zénon

Nous allons induire une perturbation Zénon continue sélective sur l'un des états $|51, k_Z\rangle$ via la multiplicité adjacente inférieure en appliquant une impulsion micro-onde à résonance sur la transition $|50, k_Z\rangle \leftrightarrow |51, k_Z\rangle$. Précisons que l'effet Stark différentiel permet effectivement de discriminer l'ensemble des transitions $\Delta_k : |50, k\rangle \leftrightarrow |51, k\rangle$. L'état $|51, k_Z\rangle$ se voit remplacer par un doublet de Autler-Townes $|\pm\rangle$, mélangeant les états $|50, k_Z\rangle$ et $|51, k_Z\rangle$, spectralement séparés de $\Omega_{MW} = (2\pi) 3.4 \text{ MHz}$. Les états $|51, k \neq k_Z\rangle$, hors de résonance avec la perturbation micro-onde Zénon, subissent de faibles déplacements lumineux. En présence de la mesure Zénon, l'évolution du moment cinétique atomique va donc être confinée au sein de l'un des sous-espaces de Hilbert disjoints $\{\mathscr{H}_{k < k_Z} \cup |+\rangle\}$ et $\{\mathscr{H}_{k > k_Z} \cup |-\rangle\}$. En partant de l'état de Rydberg circulaire, nous serons confrontés à un confinement au sein du sous-espace $\{\mathscr{H}_{k < k_Z} \cup |+\rangle\}$. L'analogue du cercle d'exclusion dans l'espace des phases - plan de dimension infini - est ici un parallèle d'exclusion sur la sphère de Bloch généralisée de dimension n. L'état du moment cinétique évoluera donc au sein d'une calotte sphérique centrée sur le pôle Nord associé à l'état de Rydberg circulaire.

b) Mesure des populations

Nous allons également avoir besoin de représenter l'état quantique du moment cinétique au cours de son évolution *ie* mesurer la population de chacun des états $|51, k\rangle$. Mentionnons que le détecteur utilisé dans nos expériences a une résolution limitée au nombre quantique principal n. Nous ne pouvons donc pas différencier les états appartenant à l'ensemble \mathcal{J}_n simplement à l'aide du détecteur. Pour ce faire, nous utilisons des sondes micro-ondes qui vont sélectivement transférer sous une impulsion π de Rabi la totalité - à l'efficacité de la sonde prés - de la population atomique se trouvant sur un niveau $|51, k\rangle$ donné vers le niveau $|52, k\rangle$ de la multiplicité adjacente supérieure. Ainsi, lors de la détection, la population dénombrée dans la multiplicité n = 52 s'apparentera à la population de l'état $|51, k\rangle$. Là encore, la sélectivité des sondes repose sur l'effet Stark différentiel, permettant de discriminer l'ensemble des transitions $\Delta_k^{sonde} : |51, k\rangle \leftrightarrow |52, k\rangle$. Précisons que nous réalisons une extinction adiabatique de la micro-onde Zénon, de sorte que toute la population de l'état $|50, k_Z\rangle$. Ainsi, quand nous évoquerons la population de l'état $|51, k_Z\rangle$ nous ferons en fait référence à celle de l'état $|+\rangle$.

c) Résultats :

En l'absence de mesure Zénon, le couplage de l'atome à un champ radiofréquence polarisé σ_+ génère un état cohérent du moment cinétique porté par l'atome. Une telle dynamique résulte de l'action de l'opérateur rotation $\hat{R}_{\Theta,\Phi}$, introduit au paragraphe (I.1.4.a), sur l'état de Rydberg circulaire. La Figure (I.44(a)) représente l'évolution des populations atomiques en fonction de la durée du couplage avec la source radiofréquence. Notons que pour de faibles angles Θ , l'action de l'opérateur rotation $\hat{R}_{\Theta,\Phi}$ s'apparente à celle de l'opérateur déplacement \hat{D}_{α} sur le vide de photons. Dans ce cas, la statistique associée aux populations atomique s'identifie à chaque instant d'injection à une distribution de Poisson, ce que nous pouvons observer dans les encadrés de la Figure (I.44(a)).

En présence de la mesure continue Zénon sur l'état $k_Z = 5$, l'évolution des populations atomiques en fonction du temps de couplage à la source radiofréquence est donnée Figure (I.44(b)). Le départ de l'évolution se fait de façon quasiment similaire à l'évolution libre puis les populations sont profondément affectées à l'approche du parallèle d'exclusion. À l'issue d'un temps d'injection de 1.6 µs le moment cinétique revient vers l'état de Rydberg circulaire, définissant un premier cycle de la dynamique Zénon.

Cependant, la seule mesure des populations ne permet pas de mettre en exergue les principales caractéristiques de la dynamique Zénon, notamment l'inversion de phase rapide se pro-



FIGURE I.44 – Évolution des probabilités d'occupation des états { $|51,k\rangle$, k = 0,...,5} en fonction de la durée t_1 de l'impulsion du champ radiofréquence de polarisation σ_+ . (a) En l'absence de la micro-onde Zénon. Les encadrés de droite indiquent les couleurs associées aux entiers k = 0,...,5. Nous présentons dans les encadrés la répartition des populations à trois instants différents (i), (ii) et (iii) de la dynamique. Les barres correspondent aux mesures et les points jaunes au modéle de l'état cohérent de spin, reproduisant ainsi parfaitement l'expérience. Une telle mesure nous permet ainsi de calibrer la fréquence de Rabi du champ radiofréquence $\Omega_{RF}^{\sigma_+} = (2\pi) 152 \pm 4 \, kHz$. (b) Évolution des probabilités d'occupation des états { $|51, k\rangle$, k = 0, ..., 5} en présence de la mesure Zénon. La courbe supérieure représente la probabilité totale de trouver l'état au sein du sous-espace Zénon { $\mathcal{H}_{k < k_Z = 5} \cup |+\rangle$ }. Les encadrés indiquent la distribution des populations à quatre instants différents lors de la dynamique Zénon. Les barres sont associées aux résultats expérimentaux et les points jaunes aux résultats de simulations numériques.

duisant au contact de l'état cohérent avec le parallèle d'exclusion. Pour cela, nous avons mesuré l'évolution de fonction Q de Husimi à la surface de la sphère de Bolch généralisée. La procédure est la suivante :

- (1) Le moment cinétique est couplé pendant une durée t au champ radiofréquence, générant un état $\rho_J(t)$ sous l'action de la rotation $\hat{R}_{\Theta(t),\Phi_0}$;
- (2) Nous faisons ensuite subir à l'état $\rho_J(t)$ une deuxième rotation $\hat{R'}_{\Theta,\Phi}$ en appliquant à nouveau le champ radiofréquence.
- (3) On mesure la population de l'état de Rydberg circulaire $|51, k = 0\rangle$.

En renouvelant cette procédure pour de multiples angles Θ et Φ lors de la seconde rotation, nous pouvons reconstruire la fonction Q à l'instant t. En pratique, nous faisons ceci pour un nombre fini de paire d'angles (Θ, Φ) et nous appliquons ensuite un algorithme de maximum de vraisemblance pour obtenir la représentation. La Figure (I.45) illustre une telle évolution lors du premier cycle de la dynamique Zénon. Nous observons clairement le rapide déphasage de π lorsque l'état cohérent du moment cinétique entre en contact avec le parallèle d'exclusion. Néanmoins, même si la fonction de Husimi renferme toute l'information sur la matrice densité, au même titre que la fonction de Wigner, les franges d'interférences révélatrices de la cohérence de la superposition sont filtrées et non visibles.



FIGURE I.45 – Évolution de la fonction de Husimi lors de la dynamique Zénon. (a) Vue de dessus (ie calotte supérieure dont le centre est associé à l'état de Rydberg circulaire $|51c\rangle$) de la sphère de Bloch sur laquelle sont représentées les fonctions de Husimi Q mesurées. Les droites noires représentent les méridiens, espacés de 45°, et les cercles noirs les parrallèles, séparés de 30°. La latitude limite ie le cercle d'exclusion est indiquée par un cercle en pointillé rouge. Les mesures sont interpolées linéairement à partir de 96 points de mesures dans la zone bleue autour du pôle Nord. La première figure correspond à l'état de Rydberg circulaire en l'absence de radiofréquence. Les figures suivantes correspondent à des temps de couplage avec le champ radiofréquence de plus en plus long. (c) Simulations numériques correspondantes.

Nous avons entrepris une mesure de la fonction de Wigner \mathcal{W} à l'instant particulier du demicycle de la dynamique Zénon $\tau_c = 0.76 \,\mu\text{s}$ *ie* l'instant auquel nous devrions obtenir un état du type chat de Schrödinger. Le protocole est similaire à celui permettant de reconstruire la fonction de Husimi, nous devons simplement mesurer toutes les populations lors de la deuxième étape pour ensuite en dériver la somme alternée, comme présenté en Annexe (A). Nous pouvons alors reconstruire par un algorithme de maximum de vraisemblance la fonction de Wigner à cet instant, le résultat est donné Figure (I.46). Nous observons clairement les franges d'interférences, révélatrices de la génération d'un état de type chat de Schrödinger composé d'une superposition de deux états quasi-cohérents du moment cinétique en opposition de phase.



FIGURE I.46 – Fonction de Wigner de l'état chat de Schrödinger généré à l'instant particulier τ_c ègal à 0.76 µs du demi-cycle de la dynamique Zénon. (a) Fonction de Wigner reconstruite à partir des données expérimentales. Le cercle rouge en pointillé symbolise la latitude limite induite par l'application de la micro-onde Zénon. (b) Simulations numériques correspondantes.

Conclusion

Les apports théoriques présentés dans les trois premières sections de ce chapitre nous ont permis de décrire, de façon exhaustive, les deux sous-systèmes quantiques que nous allons faire interagir. D'une part des atomes de rubidium portés, sous un passage adiabatique, dans des états de Rydberg circulaires au sein de la multiplicité n = 52. Nous avons exposé les principales propriétés de ces états si particuliers, possédant un temps de vie relativement important (de plusieurs dizaines de millisecondes) et offrant, dans une très bonne approximation, un système fermé à deux niveaux fortement couplé à un champ micro-onde de polarisation σ_+ . D'autre part, nous avons introduit les outils permettant de décrire un unique mode du champ électromagnétique défini par un oscillateur harmonique quantique unidimensionnel. Nous piégerons quelques photons à l'intérieur d'un mode bien défini d'une cavité Fabry-Pérot supraconductrice et nous manipulerons le champ à l'aide des atomes traversant la cavité en régime balistique. Nous avons consacré la dernière section du chapitre à la présentation d'une proposition visant à implémenter l'effet Zénon quantique dynamique sur le champ intra-cavité. Découlant d'une généralisation de l'effet Zénon quantique, l'effet QZD s'est avéré être un outil puissant pour la manipulation et la synthèse d'états fortement non-classiques d'un oscillateur harmonique. Comme nous l'avons mentionné, l'observation expérimentale de cet effet nécessite la mise en place d'une mesure sélective en nombre de photons et, ainsi, de résoudre le spectre des états habillés de l'atome par le champ. Cette condition sur la résolution spectrale des énergies propres du système atome-champ s'est traduit dans le domaine temporel par l'utilisation d'une impulsion micro-onde classique d'une durée t_{inj} relativement importante, nécessitant un temps d'interaction de plusieurs centaines de microsecondes. Ainsi, nous devons construire un tout nouveau dispositif expérimental prenant en compte cette contrainte.

Chapitre I. Éléments de théorie Quantique

Chapitre II

Montage expérimental et préparation des états Rydberg circulaires

La connaissance s'acquiert par l'expérience, tout le reste n'est que de l'information.

"

Albert Einstein,

Sommaire

II.1 Élémen	ts du dispositif expérimental
II.1.1	Environnement cryogénique
II.1.2	La Fontaine Atomique
II.1.3	La cavité Fabry-Pérot supraconductrice
II.1.4	Montage mécanique du coeur expérimental
II.1.5	Ligne de détection
II.1.6	Méthode d'accord du bloc cavité
II.2 Prépara	ation des états de Rydberg circulaires
II.2.1	Excitation optique des niveaux Rydberg
II.2.2	Processus de circularisation

L'objet de ce chapitre est de présenter en détails l'agencement des divers éléments constituants le dispositif expérimental. L'objectif étant d'accroitre le temps d'interaction entre les atomes et un unique mode du champ électromagnétique. La Figure (II.1) donne une vision d'ensemble de l'expérience. Dans un premier temps, nous décrirons *le cryostat*, permettant d'obtenir des conditions de température et de pression propices à la mise en oeuvre de nos expériences. Puis, nous présenterons *la fontaine atomique* dont le dessein sera de générer un jet vertical d'atomes lents collimatés, possédant une vitesse moyenne d'environ 10 m.s^{-1} . Par suite, nous mettrons l'accent sur la structure mécanique du coeur du montage placé à l'intérieur du cryostat, dénommé *bloc cavité*, accueillant d'une part la cavité micro-onde supraconductrice de très haute surtension et, d'autre part, permettant de générer les états de Rydberg circulaires directement à l'intérieur de la cavité. Nous terminerons le chapitre en présentant le processus de préparation des atomes dans l'état de Rydberg circulaire ainsi que l'analyse des signaux de détection.



FIGURE II.1 – (à gauche) Photographie donnant une vue des principaux éléments du dispositif expérimental. Nous pouvons y voir l'enceinte extérieure (grise) du cryostat. Cette dernière offre un certain nombre d'accès optiques notamment pour les faisceaux lasers d'excitation Rydberg (flèche rouge). Puis, en dessous du cryostat, se trouve la fontaine atomique. (en haut à droite) Le coeur du dispositif expérimental - à l'intérieur du cryostat - est constitué du bloc cavité soutenant la paire de miroirs supraconducteurs (en bas à droite) et d'un détecteur.

II.1 Éléments du dispositif expérimental

II.1.1 Environnement cryogénique

L'obtention de conditions propices à la mise en oeuvre de nos expériences passe nécessairement par l'aménagement d'un environnement cryogénique destiné à accueillir le coeur du dispositif. Les principales raisons qui nous incitent à travailler à des températures de l'ordre du Kelvin sont les suivantes :

- Le temps de vie des états de Rydberg circulaires est affecté par la température T de l'environnement.
- Le temps de vie des états de Rydberg circulaires est également affecté par les collisions susceptibles de se produire avec le gaz résiduel contenu dans l'enceinte du cryostat. Le cryopompage, dû aux basses températures atteintes, permet d'améliorer le vide dans lequel les atomes vont se propager au sein du cryostat et, ainsi, limiter la probabilité d'occurrence d'une collision.
- Le facteur de qualité des miroirs dépend de la température à laquelle on porte la fine couche de niobium supraconducteur les recouvrant. Effectivement, d'après la théorie de Bardeen-Cooper-Schrieffer la résistance supraconductrice s'exprime sous la forme $R_{BCS} \propto 1/T. \exp(-2T_c/T)$, où $T_c \simeq 9.2$ K est la température critique du Niobium. Nous reviendrons plus en détail sur les propriétés de la cavité au paragraphe (II.1.3).

Le développement de l'expérience dite « fontaine » va se faire autour d'une pièce centrale : un cryostat à hélium 3 fabriqué par la société ICE OXFORD et dont le régime optimal de fonctionnement devrait permettre d'atteindre une température de 0.4 K au coeur du montage. Nous allons maintenant présenter en détails le cryostat ainsi que le câblage permettant de contrôler l'expérience.

II.1.1.a Description du cryostat

La conception et l'aménagement d'un cryostat ont pour principal objectif de réduire les échanges thermiques entre le coeur du montage que l'on souhaite porter à basse température et l'enceinte extérieure du cryostat se trouvant à une température ambiante de 300 K. L'isolation thermique du coeur repose d'une part sur une réduction des modes de transfert thermique (en se limitant principalement au rayonnement) et d'autre part sur un principe de gradation des températures entre 300 K et 0.4 K.

Le plan du cryostat est représenté sur les Figures (II.2) et (II.3). Nous rencontrons en premier lieu une enceinte à vide en contact avec l'extérieur à la température ambiante de 300 K. L'enceinte à vide extérieure est dotée de hublots étanches traités antireflets. La partie supérieure renferme les réserves de fluides cryogéniques permettant de maintenir à froid les divers éléments du cryostat. Un réservoir d'azote liquide auquel est suspendue une jupe en aluminium fait office d'écran thermique à la température de 77 K, protégeant un réservoir d'hélium 4 liquide auquel est également suspendue une jupe en acier-inoxydable faisant office d'écran thermique à la température de 4.2 K. Les écrans thermiques azote et hélium se trouvant dans la partie inférieure du cryostat sont percés de trous de 1 cm de diamètre afin de disposer d'accès optiques jusqu'au coeur du montage où les états de Rydberg vont être générés. Les accès optiques de la jupe hélium sont dotés de hublots, visant d'une part à améliorer le vide¹ dans la partie destinée à accueillir le coeur du montage expérimental et d'autre part à limiter la pénétration du rayonnement dû au corps noir à température ambiante que constitue l'enceinte extérieure. Notons également la présence d'accès dédiés au jet atomique.

Les échanges thermiques entre les différentes parties du cryostat sont autant que peut se faire réduits. En présence des fluides cryogéniques, un système de pompage assuré par une pompe primaire à palettes et une pompe turbo-moléculaire PFEIFFER VACCUM permet d'atteindre un vide d'isolement de 5.10^{-7} mbar. Sous ces conditions, le seul échange thermique persistant (entre les écrans thermiques) est le rayonnement thermique. Nous pouvons évaluer les puissances mises en jeu à l'aide de la loi de Stefan-Boltzmann. Un corps gris d'émissivité ϵ , de surface S, porté à la température T émet un rayonnement de puissance :

$$P_r = \epsilon \sigma S T^4 \tag{II.1}$$

où $\sigma = 5.67 \, 10^{-8} \, \text{W.m}^{-2} \, \text{K}^{-4}$ est la constante de Stefan-Boltzmann et $\epsilon = 0.15$ pour de l'aluminium poli. La puissance rayonnée reçue par la jupe hélium, en provenance de la jupe azote, s'élève à $P_r = 0.454$ W, soit un volume d'hélium liquide à vaporiser par journée de 15.4 l.j⁻¹ afin de fournir la même puissance. En l'absence de jupe azote, la jupe hélium serait en regard avec l'enceinte extérieure à 300 K, la puissance rayonnée reçue s'élèverait à 104 W, soit 1L d'hélium liquide vaporisé toutes les 24 s. Nous voyons là tout l'intérêt des paliers de températures entre l'enceinte extérieure du cryostat et le coeur du dispositif expérimental. De plus, afin d'amoindrir l'impact du rayonnement thermique, nous ajoutons de multiples feuilles de mylar gauffrées. La superposition de n feuilles permet de diviser d'un facteur n + 1 la puissance rayonnée émise ou reçue [75]. Ainsi, la jupe hélium, l'extérieur du réservoir d'azote ou bien encore la plaque se trouvant au dessus des réservoirs en regard avec l'enceinte extérieure se voient recouvert de ces feuilles hautement réfléchissantes. L'utilisation de 10 feuilles permet de porter la puissance rayonnée P_r reçue par la jupe hélium à 0.04 W, soit un volume d'hélium liquide à vaporiser par journée de $1.4 \, \text{l.j}^{-1}$. Mentionnons la présence de tubes en inox - dédiés à la descente des câbles - traversant le réservoir d'hélium, représentés sur la Figure (II.3). Par l'intermédiaire de ces tubes, la partie supérieure de l'enceinte à 300 K rayonne dans un angle solide pénétrant le coeur du cryostat, il conviendra d'obstruer les trous débouchant avec du ruban adhésif métallique hautement réfléchissant.

^{1.} En effet, les hublots limitent la pénétration de particules - produites par dégazage des zones chaudes du cryostat - au coeur du montage. Ces particules seraient susceptibles d'accroitre le nombre de collisions avec les atomes de Rydberg, de dégrader le temps de vie des miroirs supraconducteurs ou bien encore de créer des gradients de champ électrique parasites.



FIGURE II.2 – (à gauche) Plan mécanique du cryostat. Le coeur du dispotif expérimental se trouve tout en bas. La majeure partie du cryostat est formée des réservoirs d'azote et d'hélium. (à droite) Schéma du cryostat. Les couleurs des différentes parois indiquent les températures locales.

97

L'obtention de températures inférieures à 4,2 K peut se faire en récupérant la chaleur latente de l'hélium 3 ou de l'hélium 4. Nous avons opté pour un cryostat basé sur un procédé de pompage visant à réduire la pression de la phase gazeuse associée aux différents bains de fluides cryogéniques.

a) Atteindre le Kelvin

Un premier étage, constitué d'une plaque de cuivre massif dénommée plaque 1.6 K, est suspendu au fond du réservoir d'hélium liquide à 4.2 K par l'intermédiaire de tiges en acierinoxydable dont la faible conductivité thermique garantit l'isolation thermique vis à vis du réservoir d'hélium.



FIGURE II.3 – Zoom sur la partie inférieure du cryostat, constituée de la plaque hélium à une température de 4.2 K, de la plaque 1.6 K et de la plaque 0.4 K ainsi que les cryogénérateurs associés à ces deux dernières. (à gauche) Photographie. (à droite) Plan mécanique.

L'obtention d'une température de un Kelvin est assurée par la présence d'un cryogénérateur à ⁴He constitué d'une « boîte 1.6 K » cylindrique, représentée sur la Figure (II.2). La partie supérieure de la boîte est faite d'acier inoxydable, tandis que la partie inférieure - faite de cuivre - est mise en contact thermique, par l'intermédiaire d'un joint d'indium, avec la plaque 1.6 K. Le cryogénérateur est alimentée en hélium 4 liquide par le biais d'un capillaire de débit réglable à l'aide d'une vanne pointeau de grande impédance et l'hélium injecté peut être pompée via un tube en acier-inoxydable passant par le tronc central du cryostat. À l'équilibre liquide-vapeur, la température T de la phase liquide d'hélium est alors gouvernée par la pression P de la phase gazeuse selon l'expression de la pression de vapeur saturante $P = p_{sat}(T)$. Le pompage sur la boîte permet ainsi de diminuer la pression P imposée à la surface du liquide, permettant de récupérer la chaleur latente de l'hélium. Sous pression atmosphérique de 1 bar la température d'équilibre est de 4.2 K tandis que sous une pression de 5.10^{-2} mbar, facilement atteignable avec une pompe primaire PFEIFFER, la température d'équilibre chute à 1.6 K. Mentionnons un détail technique à l'intérieur du tube en acier inoxydable permettant le pompage. En deçà de la température critique de 2.17 K l'hélium 4 subit une transition de phase et devient superfluide.

98

L'hélium liquide risquerait alors de remonter le long des parois du tube et de réaliser un contact thermique avec le réservoir d'hélium 4 liquide, entrainant un réchauffage de la plaque 1.6 K. Afin de contrecarrer cette ascension, une pièce à arête vive nommée *coupe-film* est placée le long du tube. Le principe est d'amoindrir l'épaisseur du film superfluide, ce dernier accroit aussitôt sa vitesse afin de garder un flux constant et perd son caractère superfluide lorsqu'il dépasse la vitesse critique.

Finalement, le fonctionnement du cryogénérateur à ${}^{4}He$ repose sur un équilibre délicat entre le taux de vaporisation sous pompage et le débit d'hélium liquide traversant le capillaire. Un asservissement électronique de la température associée à la plaque 1.6 K est réalisé par rétroaction sur le pourcentage d'ouverture de la vanne pointeau.

b) Atteindre 0.4 Kelvin

Un deuxième et dernier étage, constitué d'une plaque de cuivre massif dénommée plaque 0.4 K, soutient le montage mécanique expérimental (cavité supraconductrice, électrodes ...). Cette plaque est suspendue à la plaque 1.6 K par l'intermédiaire de tiges en acier inoxydable mais également d'un interrupteur thermique dont le remplissage avec de l'hélium gazeux assure le contact thermique avec la plaque 1.6 K et, *a contrario*, la mise sous un vide de l'ordre de 10^{-6} mbar en assure l'isolation thermique. Notons que l'interrupteur thermique est utilisé lors des mises à froid du cryostat afin de refroidir le montage expérimental. L'obtention d'une température de 0.4 K nécessite l'utilisation d'un cryogénérateur à ³He, isotope rare et cher de l'hélium. Lors de tests préliminaires du cryostat, sans le dispositif expérimental suspendu à la plaque 0.4 K, nous sommes parvenus à porter la plaque à sa température nominale et à atteindre un régime de fonctionnement stationnaire. Depuis le rattachement du dispositif expérimental à la plaque, nous ne sommes plus parvenus à atteindre un régime stationnaire vis à vis du cryogénérateur à hélium 3. Les résultats présentés dans ce manuscrit ont été obtenus uniquement en présence du cryogénérateur à hélium 4 et de l'interrupteur thermique remplit d'hélium gazeux assurant l'égalisation des températures entre la plaque 0.4 K et 1.6 K.

II.1.1.b Contrôle du champ-magnétique

Lors de nos expériences, les transitions atomiques mises en jeu se font entre états de Rydberg circulaires, qui, pour des processus à un photon micro-onde, entrainent la variation du nombre quantique magnétique m d'une unité en valeur absolue. Ces transitions sont donc sensibles au champ magnétique et déplacées par effet Zeeman de 1.4 MHz.G⁻¹. De même que toutes fluctuations temporelles ou gradients de champ électrique statique sont sources d'effondrement des cohérences atomiques - comme nous le verrons au Chapitre (III) - la présence d'un champ magnétique transverse inhomogène le long de la trajectoire atomique est à proscrire. Le magnétisme de toutes les pièces (vis, rondelles, connecteurs ...) que l'on place au sein du cryostat est ainsi mesuré. Si celui-ci dépasse quelques μ G la pièce est remplacée ou bien démagnétisée. La démagnétisation s'effectue en soumettant la pièce à un champ magnétique alternatif décroissant créé par une bobine parcourut d'un courant alternatif de quelques Ampère, ce qui a pour effet de désordonner l'ensemble des moments magnétiques du matériau. Outre cette précaution, nous insérons un blindage magnétique en mu-métal entre l'enceinte à vide extérieur à 300 K et les parties du cryostat à la température de l'azote, comme représenté sur la Figure (II.2).

II.1.1.c Câblage du cryostat

Le contrôle du montage expérimental passe inévitablement par la mise en place d'un réseau de câbles et fils. Le câblage du cryostat débute par la réalisation de connecteurs étanches assurant la transition atmosphère - vide d'isolement, les câbles passent ensuite à l'intérieur de tubes en acier-inoxydable sous vide traversant le réservoir d'hélium pour, finalement, atteindre le coeur du dispositif. Les pertes induites par l'ensemble des éléments descendant dans le cryostat sont d'origines multiples : la conductivité thermique sous un gradient de température, la résistivité électrique sous un gradient de potentiel (effet Joule) ou bien encore le rayonnement thermique. La présentation des câbles opérant au sein du cryostat et l'étude détaillée des pertes thermiques est reportée en Annexe (B).

II.1.2 La Fontaine Atomique

La volonté d'accroitre le temps d'interaction entre les atomes de Rydberg circulaires et le mode quantique de la cavité nécessite l'utilisation d'atomes lents. Afin de répondre à ce critère, nous avons entrepris la construction d'une nouvelle source atomique : une *fontaine à atomes froids*. Le régime de fonctionnement utilisé durant ma thèse est tel que les atomes traversent de part et d'autre le mode de la cavité supraconductrice à une vitesse moyenne de 10 m.s^{-1} et terminent leurs trajectoires dans un détecteur. En raison de la faible vitesse des atomes et de l'encombrement du dispositif expérimental, la trajectoire du jet atomique se doit d'être verticale. En effet, dans le cas contraire, la flèche subie par le jet atomique due à la gravité ne permettrait pas aux atomes de traverser le coeur du montage. Dans l'objectif d'accentuer la collimation et ainsi le flux atomique vertical, les atomes seront refroidis par un piégeage magnéto-optique à deux dimensions. Nous allons dans un premier temps présenter le système optique dédié au refroidissement des atomes, puis, dans un deuxième temps, nous détaillerons la structure de la fontaine atomique.

II.1.2.a Le système optique

Nous présentons dans ce paragraphe les fréquences optiques nécessaires à la mise en oeuvre des procédés de refroidissement atomiques, ainsi que les sources lasers dédiés et leur asservissement afin de contrôler leur fréquence. Rappelons que l'espèce atomique utilisée est le rubidium 85. Les fréquences optiques d'intérêt appartiennent à la structure hyperfine de la transition D_2 et sont représentées sur la Figure (II.4). Notons que l'isotope 87 du rubidium est couramment utilisé dans les expériences d'atomes froids, notamment pour son importante longueur de diffusion (positive) dans l'onde s, présentant un comportement favorable lors de d'un refroidissement évaporatif. Cependant, l'expérience « fontaine » ne nécessite pas la préparation de condensat de Bode-Einstein. De ce fait, nous optons pour l'isotope 85 du rubidium, plus abondant dans la nature.

Les transitions atomiques d'usages sont les suivantes :



FIGURE II.4 – Structure hyperfine de la raie D_2 du rubidium 85. Les différentes fréquences nécessaires ainsi que leurs fonctions figurent en couleurs. La transition dédiée à la détection (flèche bleue), la transition autour de laquelle les faisceaux refroidisseurs seront asservis (flèche rouge) et la transition dédiée au repompage des atomes (flèche jaune).

- Le refroidissement des atomes au sein des pièges magnéto-optiques nécessite un laser maître, le MOPA, légèrement désaccordé vers le rouge de la transition hyperfine $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$. Le décalage vers le rouge sera de 20 MHz *ie* quelques fois la largeur de raie ($\Gamma \sim 6$ MHz) de la transition D_2 . En l'absence de champ magnétique, le désaccord du faisceau laser est à l'origine d'une force de friction amortissant la vitesse de l'assemblée d'atomes. En présence d'un gradient de champ magnétique, pour des faisceaux lasers de polarisations idoines, une force de rappel s'ajoute et assure le piégeage des atomes.
- Le laser maître a une probabilité faible mais non nulle d'exciter des atomes du niveau $|F = 3\rangle$ vers le niveau $|F' = 3\rangle$. Les atomes ainsi excités peuvent être dépompés dans le niveau $|F = 2\rangle$ constituant un état noir vis à vis du laser maître refroidisseur. C'est pourquoi, nous superposons au laser refroidisseur un laser repompeur parfaitement accordé sur la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$. Par conséquent, à l'issue de quelques cycles d'absorption et d'émission de la lumière laser du repompeur, les atomes tendent à être ramenés vers le niveau $|F = 3\rangle$ sensible au laser refroidisseur.
• Le système d'imagerie des atomes se fera par fluorescence sur la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$.

Nous allons maintenant présenter les méthodes d'asservissement en fréquence des lasers refroidisseurs et repompeurs.

a) Asservissement du laser refroidisseur (MOPA)

Le laser refroidisseur est produit par une diode laser TA PRO Toptica de 50 mW injectée dans un semi-conducteur de section croissante (*Tapered Amplificateur*) servant d'amplificateur optique, nous dénommerons l'ensemble MOPA (*Master Oscillator Power Amplifier*). En amont de l'amplificateur, un miroir semi-réfléchissant permet de prélever une partie du faisceau laser non amplifié. Nous utiliserons cette sortie d'une part pour la boucle d'asservissement en fréquence. D'autre part, une partie sera envoyée vers le cryostat afin de constituer le premier échelon (L_1) de l'excitation optique des atomes dans les états de Rydberg. Ce processus sera détaillé au paragraphe (II.2). La sortie amplifiée du MOPA est dédiée à la fontaine atomique.



FIGURE II.5 – Boucle d'asservissement du laser refroidisseur (MOPA).

La boucle d'asservissement associée au laser refroidisseur est représentée sur la Figure (II.5). L'absorption simple du faisceau laser - faisceau « sonde » - à travers la cellule de gaz de rubidium à température ambiante ne permet pas de résoudre la structure hyperfine de la raie D_2 relative à la transition $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$. En effet, en raison de l'effet Doppler et d'une dispersion des vitesses atomiques gouvernée par une distribution de Maxwell-Boltzmann, les atomes vont pouvoir absorber des photons dont la fréquence est décalée relativement à la transition atomique d'intérêt. Le signal d'absorption simple est ainsi affecté par la distribution des vitesses et subit un élargissement Doppler. Dans ces conditions, seule la structure hyperfine des niveaux fondamentaux du rubidium 85 et 87 peut être spectralement résolue, comme le présente la Figure (II.6(a)) (courbe bleue). Nous mesurons par absorption simple des pics dont la largeur spectrale à mi-hauteur est de l'ordre de 500 MHz. Ainsi, nous n'avons pas la résolution nécessaire

102

pour discerner la raie $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$ dont la largeur spectrale intrinsèque est de seulement 6 MHz.

Afin de contrecarrer l'élargissement Doppler, nous utilisons une technique standard d'absorption saturée. La sortie laser dédiée à la boucle d'asservissement est séparée en deux faisceaux, communément dénommés faisceaux « sonde » et « pompe », traversant la cellule de rubidium de façon contra-propageante. Lorsque le laser n'est pas à résonance avec la transition atomique, en raison de l'effet Doppler, les deux faisceaux interagissent avec des atomes dont les classes de vitesses sont distinctes. A contrario, à résonance, les faisceaux interagissent avec la même classe d'atomes, ceux dont la vitesse \mathbf{v} a une composante nulle le long de la direction de propagation commune aux faisceaux « sonde » et « pompe ». Par conséquent, le faisceau pompe sature la transition atomique et tend à égaliser les populations des niveaux fondamentaux et excités. Le faisceau sonde est alors moins absorbé. Une telle situation permet effectivement de résoudre spectralement, à l'intérieur du profil d'absorption simple, la transition hyperfine $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$. La Figure (II.6(a)) (courbe verte) représente le résultat d'une telle spectroscopie sous une technique d'absorption saturée.



FIGURE II.6 – (a) Signal d'absorption simple (bleu) et saturée (vert) du rubidium. Les deux pics centraux correspondent aux transitions $|5S_{1/2}, F = 2\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 3\rangle$ et $|5S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 4\rangle$ de l'isotope 85, alors que les deux pics externes correspondent aux transitions $|5S_{1/2}, F = 1\rangle \rightarrow$ $|5P_{3/2}, F' = 2\rangle$ et $|5S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 4\rangle$ de l'isotope 87. Sur ce graphique, le pic de la transition $|5S_{1/2}, F = 3\rangle \rightarrow |5P_{3/2}, F' = 4\rangle$ de l'isotope 85 est prise pour origine des fréquences. La calibration est réalisée grâce à l'écart entre le maxima des 2 pics d'absorption simple du rubidium 85, distants de 2.915 GHz. (b) Composante dispersive (en rouge) du signal d'absorption saturée (vert). Le pic du crossover C(3,4) est pris pour origine des fréquences. La calibration en fréquence est faite grâce à l'écart de 92 MHz qui sépare les cross-over C(3,4) et C(2,4). La composante dispersive du signal d'absorption sert de signal d'erreur généré par le module Pound-Drever-Hall qui sert à l'asservissement du laser refroidisseur.

Nous observons également d'autres résonances appelées *cross-over*. Cette situation s'obtient, lorsque des atomes, possédant des vitesses dont la composante le long de la direction de propagation commune aux faisceaux est identique, sont résonants sur l'une des transitions hyperfines avec le faisceau « sonde » et résonant sur une autre avec le faisceau « pompe ». Ce phénomène s'observe en particulier sur le jeu de transitions $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ et $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$, un tel *cross-over* est noté C(3, 4) et s'obtient lorsque les deux conditions suivantes sont vérifiées :

$$(\hbar\omega_{3.3} = \hbar(\omega_{cool} + \Delta_{+1} + \mathbf{k}.\mathbf{v})$$
 (II.2)

$$\begin{cases} \delta_{,0} & (100) + 1 \\ \hbar\omega_{3,4} &= \hbar(\omega_{cool} - \mathbf{k}.\mathbf{v}) \end{cases}$$
(II.3)

où $\omega_{3,X}$ est la pulsation de la transition hyperfine $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = X\rangle$, ω_{MOPA} est la pulsation du laser et **k** le vecteur d'onde du faisceau « sonde ». En outre, nous insérons sur le trajet du faisceau « sonde » un modulateur acousto-optique (AOM) simple passage, ajoutant suivant l'ordre 1 un décalage de $\Delta_{+1} = (2\pi) 80$ MHz. La pulsation du laser s'exprime ainsi sous la forme :

$$\omega_{cool} = \frac{\omega_{3,3} + \omega_{3,4}}{2} - \frac{\Delta_{+1}}{2}$$
(II.4)

Finalement, nous verrouillons le las er -100.3 MHz en dessous de la transition atomique $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$. En amont de la fontaine atomique, nous placerons sur le trajet du MOPA un AOM à 80 MHz selon l'ordre +1 afin de désaccorder la fréquence du faisceau refroidisseur de 20.3 MHz vers le rouge par rapport à la transition hyperfine $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$.

L'asservissement du laser nécessite un signal d'erreur afin de rétroagir sur la fréquence de la diode laser lorsque cette dernière s'écarte de la fréquence cible. Pour ce faire, nous introduisons sur le trajet du faisceau « sonde » un modulateur électro-optique (EOM), auquel on applique une tension sinusoïdale de fréquence 20 MHz. Ceci entraine une modulation de l'indice de réfraction du cristal et donc de la phase de l'onde électromagnétique associée au faisceau sonde. Par suite, ce dernier traverse la cellule de rubidium et le signal est recueilli par un photo-détecteur. Le photo-courant résultant est ensuite démodulé *via* une multiplication par un signal oscillant à la fréquence de 20 MHz. En dernier lieu, le signal électrique passe au travers d'un filtre RC passe bas afin de ne préserver que la composante continue. Finalement, le signal d'erreur fourni par le module de démodulation est - au premier ordre suivant l'amplitude de modulation - proportionnel à la dérivée du signal d'absorption saturée. Un tel signal s'annule effectivement pour les maxima d'amplitude des pics constituant le signal d'absorption saturée et sert au module d'asservissement Proportionnel Intégrateur Dérivateur (PID) afin de rectifier les dérives de la fréquence du laser. La Figure (II.6(b)) représente le signal d'absorption saturée et sa composante dispersive utilisée pour réaliser l'asservissement absolu du laser refroidisseur (MOPA).

b) Asservissement du laser repompeur

Le schéma fonctionnel de la boucle d'asservissement du laser repompeur est donné Figure (II.7). La fréquence du laser repompeur sera asservie relativement à la fréquence stable du laser refroidisseur, grâce au battement optique entre les deux lasers. Rappelons que la fréquence du laser refroidisseur est verrouillée -100.3 MHz en dessous de la transition atomique $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 4\rangle$. Tandis que la fréquence du laser repompeur doit être parfaitement accordée sur la transition $|F = 2\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$ au niveau de la source d'atomes froids. Nous devons prendre en compte la présence d'un modulateur acousto-optique simple passage sur le trajet du faisceau repompeur juste avant d'être envoyé vers la fontaine atomique, générant un décalage en fréquence suivant l'ordre 1 de 100 MHz. Afin d'accorder le repompeur sur la transition d'intérêt, la fréquence du battement doit précisément valoir :

$$\omega_b = \omega_{rep} - \omega_{cool} = (2\pi) \, 2914.7 \, \text{MHz} \tag{II.5}$$

où ω_{cool} est la pulsation du laser refroidisseur et ω_{rep} celle du repompeur. La mesure en fréquence du battement optique (de plusieurs GHz) nécessite l'utilisation d'un photo-détecteur rapide. Nous nous sommes tourné vers une photodiode HAMAMATSU G4A76-03 dont le temps de réponse est de l'ordre de la dizaine de picoseconde et sa surface active relativement grande de $0.2 \times 0.2 \text{ mm}^2$ peut recevoir une puissance optique maximale de 5 mW.



FIGURE II.7 – Boucle d'asservissement du laser repompeur. Le battement entre le MOPA et le repompeur est mélangé à une fréquence de référence générée par le YIG. Le signal est amplifié, divisé en 2 voies de longueur distincte, puis recombiné dans un mélangeur (l'ensemble constituant un interféromètre de type Mach-Zender). Le signal est ensuite filtré de ses hautes fréquences traverse et va constituer le signal d'erreur envoyé au module PID, asservissant la fréquence du laser.

Le photo-courant résultant du battement est mélangé dans un mixeur au signal d'une source micro-onde de référence, un YIG (Micro Source Inc. MSO-0307-1), dont la fréquence est stabilisée par une boucle de rétroaction grâce à un compteur. Nous imposons au YIG une fréquence d'oscillation de $\omega_y = (2\pi) 2981$ MHz. Le signal en sortie de ce premier mélangeur est :

$$\cos(\omega_b t)\cos(\omega_y t) = \frac{1}{2}\left[\cos((\omega_b - \omega_y)t) + \cos((\omega_b + \omega_y)t)\right]$$
(II.6)

Nous devons maintenant générer un signal d'erreur afin de réaliser l'asservissement. Pour ce faire, le signal en sortie du mélangeur est amplifié, à l'aide d'un composant Mini-circuits Amplifier ZFL-500+, puis séparé en deux branches par un *splitter* 3 dB. Ce dernier ouvre les deux voies - de longueurs inégales - d'un dispositif interférométrique de type Mach-Zender, nous notons ΔL la différence de longueur entre les deux câbles. L'interféromètre est refermé en recombinant les signaux *via* un mélangeur. Ainsi, en sortie, nous obtenons un signal d'amplitude proportionnelle à :

$$\left[\cos((\omega_b - \omega_y)t) + \cos((\omega_b + \omega_y)t)\right]\cos((\omega_b - \omega_y)t + \varphi_l) \tag{II.7}$$

$$= \frac{1}{2} \left[\cos(\varphi_l) + \cos(2(\omega_b - \omega_y)t + \varphi_l) + \cos(2\omega_b t + \varphi_l) + \cos(-2\omega_y t + \varphi_l) \right]$$
(II.8)

où $\varphi_l = n(\omega_b - \omega_y)\Delta L/c$ est la différence de phase accumulée par le signal entre les deux branches de l'interféromètre et c/n la vitesse de propagation dans les câbles. Par suite, le signal traverse un filtre passe bas afin de sélectionner uniquement la composante continue. Finalement, le signal résultant est proportionnel à $\cos(\varphi_l)$ et constitue le signal d'erreur s'annulant pour un ensemble de pulsations { $\omega_{rep,m}, m \in \mathbb{Z}$ } du laser repompeur telles que :

$$\omega_{rep,m} - \omega_{cool} = \omega_y + (2\pi) \frac{c}{4n\Delta L} [1+2m]$$
(II.9)

où le rapport $c/4n\Delta L$ est fixé par la différence de longueur des câbles et vaut 66.3 MHz. Précisons que le choix de la fréquence du YIG s'est fait *a posteriori* de sorte que l'un des zéros du signal d'erreur (dans notre cas celui correspondant à l'entier relatif m = -1) mène à la condition $\omega_b = \omega_{rep} - \omega_{cool} = (2\pi) 2914.7$ MHz, nécessaire afin de verrouiller la fréquence du laser repompeur sur la transition hyperfine d'intérêt.

La Figure (II.8) représente d'une part le signal d'absorption saturée (courbe verte) et le signal d'erreur (courbe bleue) lorsque le laser refroidisseur est balayé en fréquence tandis que le laser repompeur est fixe en fréquence. Nous observons sur le signal d'erreur une série d'oscillations modulées en amplitude autour des fréquences ± 2.981 GHz. Le signal présente une symétrie autour de zéro, celle-ci provient du fait que le photo-courant récolté par la photodiode rapide n'est sensible qu'à la valeur absolue de la différence des fréquences du laser repompeur et du laser refroidisseur. Nous observons également une symétrie autour des points ± 2.981 GHz, celleci s'explique par le fait que nous ne distinguons pas le signe du battement entre le battement optique et la fréquence de référence issue du YIG. Notons également la présence d'oscillations d'amplitudes plus faibles autour de plus et moins quelques centaines de MHz. Ce signal provient de la composante à la pulsation ω_b qui traverse le premier mixeur.

II.1.2.b Préparation du jet vertical d'atomes froids

Le dessein de la fontaine atomique est de préparer un jet vertical d'atomes froids. Nous présentons dans cette section les techniques mise en oeuvre afin d'atteindre cet objectif. Dans



FIGURE II.8 – Signal d'erreur lorsque la fréquence du repompeur est fixée et la fréquence du MOPA est scannée (courbe bleue) ainsi que le profil d'absorption simple (courbe verte). Nous calibrons les fréquences sur le graphique en utilisant le fait que les deux séries d'oscillations (les plus amples) sont centrées sur $\pm 2.981 \, GHz$.

un premier temps, nous allons décrire de façon globale et brève la structure de la fontaine atomique ainsi que l'agencement de la table optique dédiée à la répartition des sources lasers que nous venons de présenter. Dans un deuxième temps, nous nous focaliserons sur le régime de fonctionnement actuel et décrirons précisément les procédures de réglage associées à chacun des éléments. Nous conclurons la section en présentant les perspectives quant au régime de fonctionnement d'une telle source atomique.

A) Présentation générale de la structure

La Figure (II.9) présente une vision d'ensemble de la fontaine. Nous trouvons à la base de la structure un piège magnéto-optique à deux dimensions (2D-MOT), selon les axes \mathbf{x} et \mathbf{y} , produisant un faisceau atomique intense selon l'axe \mathbf{z} . Par suite, les atomes traversent une petite croix trois axes ($\mathbf{x}, \mathbf{y}, \mathbf{z}$). Les entrées selon les axes \mathbf{x} et \mathbf{y} sont pourvues de hublots. Nous mettons en place dans cette zone une mélasse optique intermédiaire à deux dimensions, selon les axes \mathbf{x} et \mathbf{y} , visant à limiter la divergence du faisceau atomique. Les entrées restantes de la croix, selon l'axe \mathbf{z} , réalisent la jonction entre le 2D-MOT et une enceinte ultra vide (UHV) octogonale dans le plan (Oyz). L'une des faces de l'octogone formant l'enceinte UHV est pourvue d'une croix sur laquelle sont connectés une pompe ionique et une vanne pour pré-vider l'enceinte. Les ouvertures restantes de l'enceinte sont dotées de hublots circulaires de diamètres 40 mm et de montures permettant de soutenir des coupleurs de fibres. À long terme, l'enceinte UHV constituera l'élément central du dispositif, au sein duquel nous implémenterons une mélasse optique 3D dans un référentiel mobile, permettant de « lancer » avec une vitesse contrôlée les atomes au coeur de la cavité. Actuellement, l'enceinte UHV sert uniquement de zone de diagnostic, nous avons mis en place un système d'imagerie permettant de visualiser le faisceau atomique. L'enceinte UHV est raccordée au cryostat par l'intermédiaire d'un soufflet métallique procurant un certain nombre de degrés de liberté. La flexibilité du soufflet facilite d'une part la connexion entre la fontaine et le cryostat, mais également l'alignement du jet atomique. Le poids de la fontaine n'est pas supporté par le soufflet métallique. La fontaine repose sur un système de double balanciers (suivant les axes \mathbf{x} et \mathbf{y} sur la Figure (II.9)) logé au sein d'un bâti en profilés ELCOM solidement fixée au cryostat. Du point de vue du jet atomique, la zone de transition entre la fontaine et le cryostat se fait à l'intérieur d'un tube en cuivre doré vissé sur la jupe hélium. Le cryopompage, à la température de l'helium liquide, assure à l'intérieur de cette pièce, un vide notablement meilleur que celui existant entre l'enceinte extérieure du cryostat à 300 K et la jupe azote. La présence du tube permet ainsi de réduire la probabilité d'occurrence collision entre un atome lent du jet et le vide résiduel. Notons la présence d'une vanne tiroir entre l'enceinte UHV et le soufflet, permettant d'isoler le cryostat de la chambre à vide de la fontaine lorsque nous procédons à l'ouverture du cryostat.

La Figure (II.10) représente l'agencement de la table optique permettant de générer les faisceaux lasers utiles à la fontaine atomique. L'obtention du piège 2D-MOT nécessite trois fibres optiques dans lesquelles le laser refroidisseur est superposé au laser repompeur de polarisations linéaires orthogonales. Pour ce faire, nous utilisons un « cluster $2 \rightarrow 3$ » Schäfter+Kirchhoff prenant en entrée les fibres Repompeur 2D-MOT et MOPA 2D-MOT représentées sur la table optique. La mise en place de la future mélasse optique 3D mobile nécessite l'utilisation d'un « cluster $4 \rightarrow 7$ » Schäfter+Kirchhoff prenant en entrée trois faisceaux du MOPA ajustable en fréquence indépendamment et un faisceau du laser repompeur.

Nous allons maintenant présenter en détail le piège 2D-MOT, le régime de mélasse optique 2D intermédiaire au niveau de la petite croix et le système d'imagerie au niveau de l'enceinte ultra vide.



FIGURE II.9 – Présentation générale de la structure de la fontaine atomique. (à gauche) Photographie. (à droite) Plan mécanique.

109



FIGURE II.10 – Schéma de la table optique dédiée à l'obtention de l'ensemble des fréquences et des faisceaux nécessaires à la mise en oeuvre de la fontaine atomique. Le faisceau refroidisseur est représenté en rouge tandis que le faisceau repompeur est représenté en jaune. La superposition des deux faisceaux est représentée en mauve. L'encart présente le principe d'utilisation d'un modulateur acousto-optique double passage.

110

a) Le piège magnéto-optique 2D-MOT

Le piège 2D-MOT nous a été fournit par le Laboratoire National de Métrologie et d'Essai Système de Référence Temps-Espace (LNME-SYRTE) de l'observatoire de Paris. La Figure (II.11) représente une coupe du piège 2D-MOT selon la direction \mathbf{y} . Le pourtour de l'enceinte à vide en titane est fermé par quatre hublots rectangulaires de taille $90 \times 25 \text{ mm}^2$. Le pompage de l'enceinte est assuré par une pompe ionique. La vapeur de rubidium est délivrée par un réservoir situé à l'arrière de l'enceinte et chauffé à une température de 60° . La zone de sortie du jet atomique est formée d'un trou de 1.5 mm de diamètre suivi d'un cylindre de graphite usiné selon une ouverture conique, laissant traverser le jet d'atomes froids suivant l'axe \mathbf{z} mais tendant à stopper le jet thermique de la vapeur. Le trou de pompage différentiel que nous venons de mentionner ainsi que le pompage de l'enceinte UHV du 3D-MOT via une pompe ionique affichant une pression de 2.10^{-10} mbar, assurent un très faible flux résiduel de la vapeur de rubidium au sein de l'enceinte UHV.

Les hublots du 2D-MOT sont encadrés par deux paires de bobines rectangulaires selon les axes \mathbf{x} et \mathbf{y} , permettant de générer le champ magnétique nécessaire au piégeage des atomes. Chacune des paires de bobines est en configuration *anti-Helmholtz* - les bobines d'un même axe sont parcourues par des courants de sens opposés - créant selon chacun des axes un zéro de champ magnétique au centre de l'enceinte suivant une structure quadrupolaire. Les bobines formant une paire sont connectées entre elles, nous imposons des courants de 1.63 A et 1.81 A dans les paires respectivement associées aux axes \mathbf{x} et \mathbf{y} , soit des gradients de champ magnétiques respectifs de 21.7 G.cm⁻¹ et 24.1 G.cm⁻¹.

Nous utilisons deux des trois sorties du « cluster $2 \rightarrow 3$ » Schäfter+Kirchhoff dédié au piège magnéto-optique 2D-MOT. Chacune des fibres est connectée sur un collimateur fournissant un faisceau elliptique de grand axe égal à 24 mm à $1/e^2$, utilisés pour le refroidissement et le piégeage selon chacune des directions **x** et **y**. Les puissances lasers en sortie des fibres optiques destinées aux directions **x** et **y** sont respectivement de 16 mW et 19 mW pour le laser refroidisseur et de 2 mW et 1.7 mW pour le laser repompeur. Pour chacune des directions, le faisceau collimaté est divisé en trois sous-faisceaux par un ensemble de cubes séparateurs de polarisation et de lames demi-onde. Chacun des sous-faisceaux passe une lame quart d'onde afin d'être polarisé circulairement puis traverse l'enceinte contenant la vapeur de rubidium. En sortie de l'enceinte, le sous-faisceau passe une seconde lame quart d'onde et la puissance laser est finalement recyclée *via* une rétro-réflexion par un miroir à angle droit afin de générer le faisceau contra-propageant.

Finalement, nous générons trois étages de piégeage bidimensionnel suivant les directions \mathbf{x} et \mathbf{y} , ces zones sont notées (1), (2) et (3) sur la Figure (II.11).



FIGURE II.11 – (à gauche) Coupe selon le plan Oyz d'un dessin mécanique du piège magnéto-optique 2D-MOT. Le trajet optique de la superposition des lasers refroidisseur et repompeur est représenté en rouge, générant ainsi les trois étages de piégeage bidimensionnel. (à droite) Photographie du 2D-MOT.

b) Mélasse optique intermédiaire

En sortie du piège 2D-MOT, les atomes réalisent un vol balistique sur une distance de 10.6 cm avant de se retrouver au centre de la petite croix trois axes. Nous avons mis en place dans cette zone une mélasse optique à deux dimensions suivant les axes \mathbf{x} et \mathbf{y} afin de limiter la divergence du faisceau atomique en refocalisant ce dernier. La table optique nécessaire à la mise en place de la mélasse est représentée Figure (II.12), deux fibres lasers sont nécessaires. La fibre dédiée au refroidissement suivant l'axe \mathbf{x} est connectée sur un collimateur fournissant un faisceau de 1 cm de diamètre délivrant une puissance de 1.32 mW pour le laser refroidisseur et 1.4 mW pour le laser repompeur. Le faisceau passe une première lame quart d'onde assurant une polarisation circulaire, traverse l'enceinte à vide, puis une seconde lame quart d'onde pour être finalement rétro-réfléchi sur lui-même. L'agencement est similaire pour le faisceau dédié à l'axe \mathbf{y} avec des puissances de 0.9 mW pour le refroidisseur et 1 mW pour le repompeur.



FIGURE II.12 – Table optique, situé au niveau de la fontaine atomique, permettant la mise en place de la mélasse optique intermédiaire à deux dimensions (selon les axes \mathbf{x} et \mathbf{y}) au niveau de la petite croix.

Nous avons placé sur chacun des axes de la croix une paire de bobines circulaires, permettant d'annuler le champ magnétique au centre de l'enceinte. Le champ magnétique résiduel engendrerait une force de rappel non isotrope déviant le jet d'atomes froids de son axe. Les bobines d'une même paire sont reliées entre elles sous une configuration Helmholtz afin de générer au centre de l'enceinte un champ magnétique homogène le long de l'axe. La méthode utilisé pour annuler le champ magnétique, suivant les trois axes, repose sur la mise en place de l'effet Hanle [76, 77, 78]. Nous utilisons un faisceau laser accordé sur la transition atomique hyperfine $|F = 3\rangle \rightarrow |F' = 3\rangle$. En présence d'un champ magnétique statique, on observe une levée de dégénérescence due à l'effet Zeeman des niveaux $|F = 3\rangle$ et $|F' = 3\rangle$, la Figure (II.13) représente le schéma de tels niveaux énergétiques. Le coefficient de Clebsh-Gordan de la transition $|m_F = 0\rangle \rightarrow |m_{F'} = 0\rangle$ est nul, si bien que l'état $|F = 3, m_F = 0\rangle$ constitue un état noir vis à vis d'un faisceau laser polarisé π suivant la direction du champ magnétique. A contrario, si le laser n'est pas parfaitement polarisé π , la probabilité de pomper - sous l'absorption d'un photon σ - l'atome dans l'état $|F' = 3\rangle$ augmente et la fluorescence émise par l'atome croit.



FIGURE II.13 – Diagramme énergétique présentant les niveaux atomiques utilisés pour la mise en oeuvre de l'effet Hanle dans notre expérience. L'émission atomique spontanée est représentée par les flèches grises en pointillés descendantes. L'absorption sous un faisceau polarisé π est représentée par les flèches noires montantes, nous indiquons, à côté de chacune des flèches, les forces d'oscillateurs normalisées. La force d'oscillateur pour la transition $|m_F = 0\rangle \rightarrow |m_{F'} = 0\rangle$ étant nulle, l'état $|F = 3, m_F = 0\rangle$ constitue un état noir vis à vis d'un faisceau laser polarisé π suivant la direction du champ magnétique. La présence d'un champ magnétique orthogonal va coupler les sous niveaux fondamentaux (le couplage est représenté par les flèches blanches encerclées de rouge).

Le faisceau laser est placé le long de l'axe \mathbf{y} , passe une lame demi-onde puis traverse l'enceinte à vide, comme représenté sur la Figure (II.14). La fluorescence est collectée à l'aide d'une caméra placée suivant l'axe \mathbf{x} . Nous présentons maintenant les étapes du protocole, basé sur l'effet Hanle, permettant de compenser le champ magnétique résiduel \mathbf{B} :



FIGURE II.14 – Schéma du dispositif mis en place au niveau de la petite croix afin d'annuler le champ magnétique résiduel $\mathbf{B}_x, \mathbf{B}_y, \mathbf{B}_z$ (flèches bleu ciel) au centre de la croix. Le laser est polarisé selon l'axe **x** à l'aide d'une lame demi-onde. Les bobines de compensation sont représentées par des traits rouges et le champ magnétique directeur imposé (par exemple selon l'axe **x**) est représenté par la flèche bleu foncé. La camera permet de collecter la fluorescence.

- Nous appliquons un champ magnétique directeur \mathbf{B}_x^d important le long de l'axe \mathbf{x} , de sorte à rendre négligeable la composante résiduelle orthogonale. La polarisation du laser initialement linéaire en sortie de fibre est optimisée sur le signal d'absorption du laser en tournant la lame demi-onde. L'état $|F = 3, m_F = 0\rangle$ étant un état noir pour une polarisation π , la fluorescence connait un minimum lorsque la lame demi-onde est idéalement positionnée.
- Nous diminuons le champ \mathbf{B}_x^d de sorte que les composantes résiduelles \mathbf{B}_y et \mathbf{B}_z ne soient relativement plus négligeables devant \mathbf{B}_x^d , ainsi le signal d'absorption augmente. En effet, en présence d'un champ magnétique orthogonal à \mathbf{B}_x^d , les sous-niveaux $|F = 3, m_F\rangle$ se couplent entre eux - ce qui est équivalent à dire que la polarisation du laser n'est plus purement π - et le niveau $|F = 3, m_F = 0\rangle$ ne constitue plus un état noir. Nous faisons alors varier les courants dans les paires de bobines associées aux axes \mathbf{y} et \mathbf{z} afin de minimiser la fluorescence, signe d'une minimisation de \mathbf{B}_y et \mathbf{B}_z .
- Nous allons à présent compenser la composante résiduelle \mathbf{B}_x . Pour ce faire, nous reprenons les deux étapes précédentes avec un champ directeur \mathbf{B}_z^d suivant l'axe \mathbf{z} et nous faisons varier le courant dans la paire de bobine associée à l'axe \mathbf{x} .

La Figure (II.15) représente le signal de fluorescence obtenu à l'issue de chacune des étapes de la procédure ci-dessus. Le courant associé au minima de chacune des courbes nous donne le courant à injecter dans chacune des paires de bobines afin de compenser le champ magnétique résiduel au centre de l'enceinte à vide.



FIGURE II.15 – Présentation des signaux découlant de chacune des étapes du protocole présenté précédemment. (a) Le champ magnétique directeur \mathbf{B}_x^d est fixé en imposant un courant de 1 Å dans la paire de bobines selon l'axe **x**. Le minimum de fluorescence est atteint en imposant un courant de 0.16 ± 0.02 Å dans la paire de bobines alignée selon l'axe **y**. Ce qui correspond à un champ magnétique résiduel de 1.4±0.2 G. (b) Le champ magnétique directeur \mathbf{B}_x^d est fixé en imposant un courant de 1 Å dans la paire de bobines selon l'axe **x**. Le minimum de fluorescence est atteint en imposant un courant de -0.04±0.02 Å dans la paire de bobines alignée selon l'axe **z**. Ce qui correspond à un champ magnétique résiduel de 0.3±0.2 G. (c) Le champ magnétique directeur \mathbf{B}_z^d est fixé en imposant un courant de -0.04±0.02 Å dans la paire de bobines alignée selon l'axe **z**. Ce qui correspond à un champ magnétique résiduel de 0.3±0.2 G. (c) Le champ magnétique directeur \mathbf{B}_z^d est fixé en imposant un courant de 0.7 Å dans la paire de bobines selon l'axe **z**. Le minimum de fluorescence est atteint en imposant un courant de 0.02±0.02 Å dans la paire de bobines alignée selon l'axe **x**. Ce qui correspond à un champ magnétique résiduel de 0.2±0.2 G. Finalement, nous compensons le champ magnétique résiduel avec une incertitude de $\sqrt{(\Delta \mathbf{B}_x)^2 + (\Delta \mathbf{B}_y)^2 + (\Delta \mathbf{B}_d)^2} = 0.3 G.$

c) Système d'imagerie

Nous avons mis en place au centre de l'enceinte UHV un système d'imagerie, représenté sur la Figure (II.16). Ce système de diagnostic sera essentiellement utilisé lors de l'alignement de la fontaine afin de visualiser la direction du jet atomique dans le plan (Oxz). Nous connectons deux fibres sur des coupleurs de l'enceinte UHV suivant la direction \mathbf{x} , générant deux faisceaux contra-propageant. Les faisceaux sont équilibrés en puissance, égalisant ainsi les pressions de radiation afin ne pas introduire de biais sur la direction \mathbf{y} , par une caméra BASLER A102f.



FIGURE II.16 – Présentation du système d'imagerie mis en place au niveau de l'enceinte UHV octogonale. Les faisceaux lasers sont représentés par les flèches rouges. Nous collectons ensuite la fluorescence des atomes à l'aide d'une lentille et d'une camera.

II.1. Éléments du dispositif expérimental

d) Alignement de la Fontaine

Nous présentons dans ce paragraphe l'ensemble des étapes conduisant à l'alignement de la fontaine atomique. Nous définissons sur la Figure (II.17(a)) l'axe du montage expérimental, suivant l'axe \mathbf{z} , passant par deux points situés au coeur du dispositif, l'un noté D_1 au niveau du détecteur et un autre noté D_2 au niveau d'un diaphragme idéalement centré en amont du bloc cavité. L'objectif va donc être du superposer le jet d'atomes lents issu du 2D-MOT à l'axe du montage expérimental (afin de maximiser le flux atomique) et d'obtenir les atomes les plus lents possibles.



FIGURE II.17 – Principe de l'alignement du jet atomique avec l'axe du coeur du dispositif expérimental à l'intérieur du cryostat - défini par les points D_1 et D_2 . (a) Schéma présentant le trajet du jet atomique lorsque le cryostat, la fontaine et la mélasse intermédiaire sont parfaitement alignés d'un point de vue géométrique ie l'ensemble des éléments mécanique sont alignés suivant l'axe vertical et les faisceaux de la mélasse sont orthogonaux à l'axe vertical. Dans une telle configuration, si le jet atomique possède un angle θ_j avec la verticale alors les atomes n'atteindrons pas le coeur de l'expérience. (b) Schéma présentant l'ensemble à l'issue du réglage. Afin de compenser l'angle θ_j , nous induisons une rotation d'angle θ_f de l'ensemble de la fontaine autour du point fixe F et une rotation d'angle θ_m des faisceaux de la mélasse optique intermédiaire. Nous avons considéré que l'angle θ_j avec la verticale se faisait dans le plan (0yz).

La procédure se scinde en deux phases. Lors de la première phase, nous n'avons pas assez d'atomes pour entreprendre une procédure de circularisation et préparer l'état $|52c\rangle$. Notre signal

d'optimisation repose sur la détection d'atomes préparés dans l'état fondamental $|52f, m = 2\rangle$. Le temps de vie relativement faible de l'état fondamental fait que la distribution de vitesse est notablement convoluée par la décroissance exponentielle gouvernant la probabilité d'émission spontanée atomique. Le signal de réglage utilisé ne nous permet pas de détecter et donc d'optimiser les atomes lents ayant une vitesse de 10 m.s^{-1} . Nous nous bornons lors de la première phase à maximiser le nombre d'atomes détectés. Puis, nous préparons les atomes dans l'état de Rydberg circulaire $|52c\rangle$. La durée de vie relativement importante de ces états permet alors de détecter les atomes lents à 10 m.s^{-1} . Finalement, lors de la deuxième phase, nous chercherons à optimiser tant la vitesse que le flux atomique. Nous allons maintenant détailler les étapes intermédiaires au sein de chacune des phases.

Première étape : signal de détection $|52f, m = 2\rangle$

- (a) Dans un premier temps, il convient de régler le piège 2D-MOT. Nous équilibrons les puissances globales de chacun des sous faisceaux via les lames demi-ondes. Les rétro-réflexions sont réglées à l'aide des miroirs afin de superposer les faisceaux contra-propageant sur les faisceaux incidents. Nous tournons ensuite les deux lames quart d'ondes d'un même sousfaisceau de sorte à générer les mêmes polarisations circulaires (du point de vue du sens de propagation de la lumière) pour le faisceau incident et rétro-réfléchi. Puis, nous réglons les courants des deux paires de bobines. Le réglage se fait zone après zone (*ie* lorsque nous réglons une zone, nous cachons les faisceaux des autres zones), suivant l'ordre ①, ② et ③, en maximisant la fluorescence de chacun des trois nuages d'atomes froids, en les alignant verticalement selon l'axe de la fontaine et en les centrant au mieux sur le trou de sortie du 2D-MOT, comme représenté sur la Figure (II.18).
- (b) Dans un deuxième temps, nous alignons les faisceaux de la mélasse optique intermédiaire (centrage sur les hublots de la petite croix trois axes, faisceaux contra-propageant superposés aux faisceaux incidents, balance des puissances).



FIGURE II.18 – Image des trois pièges du 2D-MOT suivant les directions \mathbf{x} et \mathbf{y} à l'issue du réglage. Notons que la caméra est positionnée avec un certain angle, de sorte à observer les trois zones. Ces dernières étant alignées selon l'axe géométrique vertical du 2D-MOT.

Un tel alignement théorique n'est pas forcément la configuration menant à une orientation convenable du jet atomique, comme le représente la Figure (II.17(a)). En effet, le jet d'atomes lents peut posséder un certain angle θ_j avec l'axe **z**. Dans l'intention de simplifier les explications, nous supposons que le jet d'atomes lents est contenu dans le plan (0**yz**). Afin de contrecarrer l'angle θ_j en sortie du 2D-MOT, et, ainsi, de superposer les deux axes d'intérêt, nous avons besoin de deux degrés de libertés. Nous procédons comme suit :

- (a) Nous varions l'inclinaison de la fontaine d'un angle θ_f , dans le plan (0yz), autour du point fixe F *ie* le point d'attache entre le soufflet métallique et le cryostat. Une telle liberté d'orientation est rendue possible grâce au système de double balanciers, suivant les axes **x** et **y**, sur lequel repose la fontaine.
- (b) Nous inclinons les faisceaux (contenus dans le plan $(0\mathbf{y}\mathbf{z})$) de la mélasse optique intermédiaire d'un angle θ_m par rapport à l'axe \mathbf{y}' rattaché à la fontaine.

Nous parvenons alors à superposer le jet atomique avec l'axe du montage expérimental, comme représenté sur la Figure (II.17(b)). Dans les faits, l'alignement résulte de multiples itérations des deux derniers points. Lors de cette phase, le principal critère d'optimisation est de maximiser le nombre d'atomes détectés en sortie de la cavité. Tout ceci en surveillant la trace du jet atomique sur l'image de la caméra au niveau de l'enceinte UHV. Nous chercherons à centrer horizontalement la trace sur l'image et à en maximiser l'intensité. Notons que si le jet d'atomes lents n'est pas contenu dans le plan (0yz), lors du réglage, nous devons également intégrer des variations d'inclinaison de la fontaine et des faisceaux de la mélasse dans le plan (0xz).

Deuxième phase : signal de détection $|52c\rangle$

Lors de cette phase nous préparons les atomes dans l'état de Rydberg circulaire $|52c\rangle$. Les principaux critères d'optimisation sont les suivants : 1) Nous cherchons à accroitre le nombre d'atomes détectés en sortie de la cavité. 2) Nous souhaitons obtenir des atomes lents *ie* une distribution des vitesses centrée sur 10 m.s^{-1} . Pour ce faire, nous itérons les actions suivantes : 1) Variation de l'inclinaison de la fontaine *ie* de l'angle θ_f . 2) Variation de l'inclinaison des faisceaux de la mélasse intermédiaire *ie* de l'angle θ_m . 3) Variation de l'inclinaison des faisceaux incident et contra-propageant de la troisième zone du piège 2D-MOT suivant la direction \mathbf{y}' rattaché à la fontaine.

e) Distributions des vitesses

Nous allons présenter dans ce paragraphe les distributions de vitesses obtenues. La préparation d'atomes lents est fondamentale pour les expériences d'électrodynamique que nous présenterons au Chapitre (III). Nous mesurons la distribution des vitesses par une méthode de temps de vol *ie* nous dénombrons les atomes détectés dans une courte fenêtre temporelle glissante au cours du temps. Connaissant la distance entre le détecteur et l'instant de préparation des atomes, nous pouvons remonter à la vitesse absolue des atomes préparés. À l'issue de la première phase, nous obtenons une distribution des vitesses atteignant son maximum pour 80 m.s^{-1} et de largeur à mi-hauteur s'étendant de 45 m.s^{-1} à 140 m.s^{-1} . Après optimisation, lors de la deuxième phase, nous obtenons la distribution des vitesses (courbe noire) de la Figure (II.19). La distribution atteint son maximum pour 17.7 m.s^{-1} et possède une largeur à mi-hauteur de environ 13 m.s^{-1} , mais surtout une trainée vers les atomes rapides jusqu'à 60 m.s^{-1} . Nous verrons au Chapitre (III) que nous avons tout intérêt à réduire autant que faire se peut la dispersion en vitesse.



FIGURE II.19 – Présentation des distributions des vitesses. À l'issue du réglage de la fontaine atomique (courbe noire). Puis, en présence de la sélection par temps de vol en actionnant de façon stroboscopique des faisceaux lasers déviant les atomes en deux points le long du jet atomique (courbe rouge).

Afin de diminuer la dispersion en vitesse, nous appliquons simultanément deux impulsions lasers de durée 9 ms, l'une au centre de la croix trois axes et l'autre plus en aval le long de la trajectoire atomique au centre de l'enceinte UHV. Les deux faisceaux lasers ont un diamètre d'environ 1 cm et sont espacés d'une distance de 15 cm. Les impulsions sont répétées avec une périodes de 12 ms. L'action stroboscopique d'un tel système, représenté Figure (II.20(a)), va être de morceler la distribution des vitesse. À l'issue d'une première impulsion, les atomes se trouvant, lors des impulsions suivantes, dans la zone laser au centre de l'enceinte UHV vont être déviés de leur trajectoire. Le diagramme espace-temps donné Figure (II.20(b)) permet d'appréhender l'effet de ce système sur la distribution des vitesses. Nous obtenons ainsi la distribution de vitesse (courbe rouge) sur la Figure (II.19), atteignant son maximum pour 11.9 m.s^{-1} et possédant une largeur à mi-hauteur de environ 3 m.s^{-1} .

C) Perspective : fonction future de l'enceinte UHV

Dans l'objectif d'accroitre autant que faire se peut le temps d'interaction entre les atomes et le mode de la cavité, nous devons atteindre un régime de fonctionnement permettant de parfaitement contrôler la vitesse des atomes. Idéalement, la trajectoire balistique atomique sera telle que le sommet de la parabole coïncidera avec le centre du mode. Nous allons brièvement présenter le régime de fonctionnement pour lequel la fontaine a été conçue et vers lequel elle convergera à court terme. Pour ce faire, nous mettrons en place, au niveau de l'enceinte ultra vide (UHV), une mélasse optique à trois dimension refroidissant le nuage d'atomes dans un référentiel mobile, nécessitant six faisceaux lasers. Les directions des faisceaux lasers forment un



FIGURE II.20 – (a) Principe du système stroboscopique permettant de réaliser une sélection des vitesses. Les faisceaux lasers au niveau de la petite croix trois axes et de l'enceinte UHV sont représentés par des flèches rouges. Le caractère stroboscopique est assuré par un modulateur acousto-optique couplant ou non le faisceau laser dans la fibre optique allant jusqu'à la fontaine atomique. (b) Diagramme espace-temps permettant d'appréhender les conséquences du système stroboscopique sur la distribution des vitesses en l'absence de sélection par temps de vol. Les zones grises entre les traits pointillés gris correspondent aux zones où les atomes se trouvent d'une part dans la section du laser au niveau de la petite croix trois axes et d'autre part dans la section du laser au niveau de l'enceinte UHV. Les zones rouges pâles correspondent aux durées pendant lesquelles les lasers sont allumés. Finalement, le cône des vitesses permises par le système stroboscopique est compris entre les deux droites rouges, correspondant - à 1 m.s^{-1} prés du côté des atomes rapides - à la distribution des vitesses (courbe rouge) que nous avons présentée précédemment.

trièdre. L'une des directions est orthogonale à la trajectoire des atomes suivant l'axe \mathbf{x} et les deux autres directions forment un angle à 45° avec la trajectoire des atomes, offrant une paire de faisceaux supérieurs et une paire de faisceaux inférieurs, comme représenté sur la Figure (II.21). Les faisceaux lasers refroidisseurs inférieurs seront désaccordés d'environ -10 MHz vers le rouge tandis que les faisceaux supérieurs seront désaccordés d'environ -30 MHz vers le rouge. Quant aux faisceaux orthogonaux au jet atomique, ils seront désaccordés d'environ -20 MHz vers le rouge. Ainsi, la pression de radiation résultante, perçue par les atomes dans le plan (Oyz), se

fera selon le vecteur **z**, propulsant les atomes au coeur du montage. La différence de désaccord entre les faisceaux supérieurs et inférieurs de la mélasse mobile déterminera l'impulsion initiale fournie aux atomes et donc leurs trajectoires balistiques au sein du mode de la cavité. L'ajustement en fréquence des paires de faisceaux (inférieurs, supérieurs et orthogonaux) s'effectue à l'aide de modulateurs acousto-optiques double-passage, comme représenté sur la table optique (II.10). Pour chacun des faisceaux, l'utilisation d'un modulateur acousto-optique double-passage permet, à l'aide d'un miroir rétro-réfléchissant et d'une lentille dont le foyer coïncide avec la sortie du modulateur, d'ajuster leur fréquence (ce qui a pour effet de modifier l'angle de sortie des ordres de l'AOM) sans pour autant dégrader le couplage dans les fibres. Le principe d'un AOM double passage est représenté dans l'encart de la Figure (II.10). Nous ne détaillerons pas d'avantage une telle configuration, permettant d'envoyer séquentiellement des atomes avec une vitesse parfaitement contrôlée au centre de la cavité.



FIGURE II.21 – Illustration de la mise en place d'une mélasse optique mobile au sein de l'enceinte UHV. Les faisceaux inférieurs sont représentés par de grosses flèches rouges tandis que les faisceaux supérieurs, moins résonnants, sont représentés par de petites flèches rouges. Les faisceaux selon l'axe \mathbf{x} sont quant à eux désaccordés à la valeur moyenne du désaccord des faisceaux supérieurs et inférieurs. Le jet atomique est représenté par une flèche noire verticale.

II.1.3 La cavité Fabry-Pérot supraconductrice

Nous allons consacrer cette partie à la présentation de la cavité se situant au coeur de notre dispositif expérimental. Le design de la cavité actuelle est le fruit de nombreuses années de développement technologiques, dans le perpétuel objectif d'accroitre le temps de vie. Nous avons opté pour une cavité *ouverte* formée de miroirs toroïdaux en cuivre recouverts d'une fine couche de niobium et placés en configuration Fabry-Pérot.

II.1.3.a Géométrie

Les caractéristiques géométriques de la cavité doivent être pensées afin de *confiner* au mieux les photons micro-ondes en son centre, là où aura lieu l'interaction avec les atomes. La géométrie des miroirs est représentée sur la Figure (II.22). Dans un premier temps, nous pouvons considérer les miroirs comme rigoureusement sphériques. Dans l'approximation paraxiale [79], une collection dénombrable des modes propres d'un tel résonateur est donnée par les modes transverses électromagnétiques de Hermite-Gauss $TEM_{q,n,m}$, q désignant le nombre de ventres de l'onde stationnaire longitudinale tandis que n et m désignent le profil transverse. La volonté de minimiser le volume du mode suggère de travailler avec les modes propres de profil Gaussien $ie \ n = m = 0$ mais également de maximiser le couplage avec les atomes ie de se restreindre aux modes impair possédant un ventre de la micro-onde au centre de la cavité. La condition de bouclage sur la phase, se traduisant par une reproduction à l'identique après un aller-retour, permet d'établir leurs fréquences propres :

$$\nu_q = \frac{c}{2d} \left[q + \frac{1}{\pi} \arccos\left(1 - \frac{d}{R}\right) \right]$$
(II.10)

où c est la vitesse de la lumière et d la distance au sommet entre les deux miroirs. Le choix de l'entier q = 9, pour une séparation de $d \simeq 27.57$ mm et un rayon de courbure $R \simeq 40$ mm, correspond à une fréquence propre de $\nu = 51.1$ GHz. La structure spatiale du champ électrique est donnée en coordonnées cylindriques - l'axe Oz étant choisi suivant l'axe optique de la cavité et l'origine O en son centre - par l'équation :

$$\mathbf{E}(r,z) = \mathcal{E}_0 f(r,z)\boldsymbol{\varepsilon} \tag{II.11}$$

avec :

$$f(r,z) = \frac{w_o}{w(z)} \cos\left(kz - \arctan\left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2}\right) + \frac{r^2 k}{2R(z)}\right) e^{-r^2/w(z)^2}$$
(II.12)



FIGURE II.22 – Schéma des miroirs constituant la cavité micro-onde supraconductrice. (a) Vue de dessus et de trois-quarts. Le trajet des atomes est indiqué par la flèche. (b) Schéma du résonateur. Les dimensions sont données en millimètres. Nous notons d la distance entre les sommets des deux miroirs, R le rayon de courbure et e l'épaisseur des miroirs. L'onde stationnaire est esquissée, la structure longitudinale présente 9 ventres tandis que la structure transversale présente un waist grandissant au fur et à mesure que l'on s'éloigne du centre de la cavité.

où $\lambda = 5.87 \text{ mm}$ est la longueur d'onde, $k = 2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde, ε la polarisation linéaire et w_o la demi-largeur du col associé au mode, ou *waist*, au centre de la cavité :

$$w_o = \left[\frac{\lambda}{2\pi}\sqrt{d(2R-d)}\right]^{1/2} \simeq 5.96 \,\mathrm{mm} \tag{II.13}$$

où :

$$w(z) = w_o \sqrt{1 + \left(\frac{z}{z_R}\right)^2} \qquad \qquad R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_R}{z}\right)^2\right] \qquad (\text{II.14})$$

La fonction f adimensionnée apparait comme le produit d'un terme sinusoïdal de période approximativement égale à λ décrivant les neufs ventres de la structure longitudinale et d'une gaussienne de largeur 2w(z) à 1/e décrivant la structure transverse. Les fonctions w(z) et R(z)décrivent respectivement la variation de l'extension du mode et du rayon de courbure du front d'onde lorsque l'on s'éloigne du centre de la cavité. Le caractère divergent du mode est donné par la longueur caractéristique de Rayleigh $z_R = \pi w_o^2/\lambda = 18.38 \,\mathrm{mm}$ à laquelle le *waist* est multiplié par un facteur $\sqrt{2}$.

Nous pouvons évaluer le volume effectif du mode :

$$V_{mode} = \int |f(\mathbf{r})|^2 d^3 \mathbf{r} = \frac{\pi w_o^2 d}{4} \simeq 769 \,\mathrm{mm}^3 \tag{II.15}$$

Le volume effectif V_{mode} rapporté en unité volumique de longueur d'onde est de $3.8\lambda^3$, traduisant un important degré de confinement du mode $TEM_{9,0,0}$. Un tel volume permet d'atteindre une amplitude importante pour le champ électrique au centre de la cavité, associé aux fluctuations quantiques du vide.

$$\mathcal{E}_0 = \sqrt{\frac{\hbar\omega_c}{2\varepsilon_0 V_{mode}}} \simeq 1.58 \,\mathrm{mV.m^{-1}} \tag{II.16}$$

Ceci assure également un fort couplage entre le dipôle atomique et le champ *intra*-cavité dans l'état du vide.

La symétrie de révolution engendrée par des miroirs parfaitement sphériques est théoriquement à l'origine d'une dégénérescence des deux modes associés aux deux polarisations linéaires orthogonales dans le plan perpendiculaire à l'axe de la cavité. Néanmoins, la précision d'usinage des miroirs induit des imperfections surfaciques capables de lever cette dégénérescence de seulement quelques kHz, du même ordre de grandeur que la fréquence de Rabi du vide $\Omega_0 \simeq 50$ kHz. Une telle situation n'est pas souhaitable, l'atome se verrait coupler à deux modes du champ. Ainsi, on brise volontairement la symétrie de révolution en utilisant une géométrie toroïdale. Les deux rayons de courbure associés à chacun des miroirs valent 39.4 mm et 40.6 mm. La levée de dégénérescence des modes est alors de 1.2 MHz nettement plus grande que la valeur de la constante de couplage. Les deux modes, basse fréquence BF et haute fréquence HF, seront accordables par effet Stark sur la transition atomique. Nous travaillerons préférentiellement avec celui possédant le temps de vie le plus important et prendrons garde à ne pas induire d'interaction entre l'atome et le mode non utilisé.

II.1.3.b Grande finesse

Les considérations géométriques exposées au paragraphe précédent sont garantes d'une très bonne localisation spatiale du champ. L'obtention d'un régime de couplage fort est atteint si le taux de relaxation des photons est très faible. Nous devons ainsi limiter autant que faire se peut les pertes énergétiques de la cavité. Elles ont principalement deux origines : l'*absorption* des photons par la surface des miroirs et leur *diffraction* hors du mode d'intérêt par un écart de la surface à la forme idéale.

Notre équipe a donc mis au point une procédure de fabrication des miroirs tendant à minimiser ces sources de dissipation, testée par S.Osnaghi [80] et finalisée par S.Gleyzes [81] durant leurs thèses de doctorat. Nous allons ici en rappeler les grandes lignes. L'utilisation de niobium, matériau supraconducteur en dessous de 9.2 K permet d'obtenir des miroirs d'une excellente réflectivité. Les miroirs sons issus de substrat de cuivre massif, les propriétés mécanique de ce matériau permettent un usinage à la pointe diamant, conférant aux surfaces une précision optique avec une rugosité locale de 6 nm rms et une précision de forme à grande échelle atteignant 300 nm crête à crête. Deux fines couches de niobium de 6 μ m chacune sont ensuite déposées par pulvérisation cathodique magnétron [82] sur le substrat, procédé originellement développé par P.Bosland, E.Jacques et B.Visentin au CEA pour réaliser les cavités des accélérateurs de particules [83].



FIGURE II.23 – (a) Substrat initial des miroirs toroïdal en cuivre massif. Nous apportons un soin particulier au polissage par usinage diamant de la concavité toroïdale. la face arrière est également polie au micron prés afin d'éviter d'importantes déformations lorsque cette surface sera fixé sur un support au saphir. Pour cette même raison, l'épaisseur e du substrat est volontairement importante. (c) Photographie des miroirs à l'issue du dépôt de niobium par pulvérisation cathodique.

L'emploi de telles technologies lors du procédé de fabrication a conduit à une diminution considérable du taux κ_c de relaxation des photons dans la cavité. Rappelons que ce taux est simplement l'inverse du temps de vie τ_c d'un photon à une température de zéro Kelvin. L'analyse des propriétés de la cavité fait également le lien entre le temps de vie et la largeur spectrale intrinsèque $\Delta \nu_c$ des résonances, selon la relation [84] $2\pi\Delta\nu_c\tau_c = 1$. La qualité du résonateur est indifféremment quantifiée à l'aide des notions de temps de vie τ_c , de facteur de qualité Q ou bien de finesse \mathcal{F} . Le lien entre ces grandeurs se fait par l'intermédiaire de la largeur spectrale du mode $\Delta\nu_c$ et de l'intervalle spectral libre $ISL = c/2d \approx \nu_q/q$, rappelons que q dénombre les ventres de l'onde stationnaire longitudinale entre les miroirs :

$$\mathcal{F} = \frac{ISL}{\Delta\nu_c} \qquad \qquad \mathcal{Q} = \frac{\nu_c}{\Delta\nu_c} \qquad (\text{II.17})$$

La procédure de fabrication des miroirs utilisée au sein de notre groupe a permis, par le passé, d'obtenir une cavité dont le temps de vie s'élevait à 130 ms, soit un facteur de qualité $Q = 4.10^{10}$, comparable dans le même domaine spectral aux meilleurs résonateurs fermés [85].

Nous présenterons au paragraphe (II.1.6.c) les méthodes expérimentales permettant d'évaluer les caractéristiques de la paire de miroirs utilisée durant mon doctorat. Nous allons au préalable présenter le montage mécanique destiné, en particulier, à soutenir notre résonateur.

II.1.4 Montage mécanique du coeur expérimental

Une vision globale du montage mécanique constituant le coeur du dispositif expérimental est donnée Figure (II.24). Le montage est principalement constitué de pièces massive en cuivre. Le choix de ce matériau n'est pas anodin. D'un point de vue mécanique sa malléabilité en fait un métal facilement usinable et d'un point de vue cryogénique sa grande conductivité thermique assure une thermalisation rapide des différents éléments lors de la descente à froid du cryostat.

Le jet vertical d'atomes lents, issu de la fontaine atomique, rencontre en premier lieu un ensemble de pièces dénommé *bloc cavité*. L'une des principales fonctions de ce dernier est d'accueillir dans les meilleurs conditions - de température, de stabilité mécanique et d'isolation électrique - les deux miroirs supraconducteurs en configuration Fabry-Pérot. La mise en place de « l'expérience fontaine » impose également d'intégrer au bloc cavité des électrodes « radiofréquences », permettant la préparation *intra*-cavité des états de Rydberg circulaire. Nous plaçons en entrée du bloc cavité un diaphragme constitué d'un petit trou de diamètre 0.7 mm sur une épaisseur de 1 mm, collimatant le faisceau atomique. Les deux principaux intérêts du diaphragme sont les suivants :

- Nous évitons un dépôt de rubidium trop important dans la structure, pouvant, au fil du temps, générer des champs électriques parasites.
- Nous réduisons l'exploration spatiale des atomes tant le long de l'onde stationnaire longitudinale du mode (présentant une modulation sinusoïdale) que des surfaces des électrodes (fort gradient de champ électrique dans certaines zones par effet de pointe) qui sont sources de décohérence.

L'ensemble constituant le *bloc cavité* est assemblé de façon indépendante puis fixé sur une plaque de cuivre massif en forme de **L** inversé, rattachée à la plaque 0.4 K du cryostat. L'axe de la cavité se trouve donc à l'horizontale, permettant aux atomes de pénétrer au centre de la cavité et de poursuivre leur trajectoire de façon rectiligne jusqu'au détecteur - qui sera présenté au paragraphe (II.1.5) - placé en dehors du *bloc cavité*. Notons que la distance séparant le centre de la cavité et le centre du détecteur est de 64.6 mm.

À l'exception de la cavité supraconductrice, l'ensemble des pièces mécaniques faites de cuivre se voient recouvertes d'une fine couche d'or homogène. Ce traitement surfacique, réalisé par la société SA BILLON, a pour principal objectif d'améliorer le contact thermique, de réfléchir le rayonnement, de produire des champs électriques plus « propres » ou en évitant la formation de couches d'oxyde de cuivre. Le positionnement des différentes pièces entre elles est assuré au dixième de millimètres par l'utilisation systématique de pions sous une configuration isostatique garantissant l'alignement sans induire un surplus de contraintes.

L'objectif des deux prochains paragraphes est de détailler l'assemblage es électrodes « radiofréquences » et des miroirs supraconducteurs.



FIGURE II.24 – Présentation générale du coeur du dispositif expérimental. Le jet d'atomes lents traverse, en premier lieu, le bloc cavité supporté par une plaque de cuivre massif en forme de L inversé et rattachée à la plaque 0.4 K du cryostat. Les atomes terminent leurs trajectoires dans le détecteur au sein duquel ils sont ionisés. Finalement, nous récoltons les électrons avec un Channeltron dont l'axe est perpendiculaire au jet atomique. (à gauche) Photographie. (b) Coupe d'un schéma mécanique selon le plan (0xz)).

II.1.4.a Assemblage des électrodes « radiofréquences »

Le montage mécanique se voit pourvu d'un jeu de quatre électrodes (en cuivre) encerclant les miroirs supraconducteurs, représentées sur la Figure (II.25(a)). Une telle structure permettra, sous l'application de divers potentiels, de générer le champ radiofréquence polarisé σ_+ nécessaire à la préparation *intra*-cavité des états de Rydberg circulaires. L'assemblage des électrodes se fait sur la plaque inférieure du bloc cavité, elles sont intercalées entre deux pièces en céramique (macor) de 10 mm d'épaisseur, comme représenté sur la Figure (II.25(b)). Les propriétés électriques du macor garantissent un faible couplage capacitif des électrodes avec le support. Les strates {macor-électrode-macor} sont maintenues par des vis en laiton amagnétiques traversantes. Lors de la mise à froid, les contractions thermiques différentielles entre les divers matériaux confortent la rigidité de l'ensemble. En effet, la contraction ou dilatation thermique d'un matériau est quantifiée par le coefficient de dilatation thermique α intégré dans la gamme de température qui nous préoccupe, allant de 300 K à 4.2 K, selon la relation :

$$\frac{\Delta L}{L_o} = \int_{300\,K}^{4.2\,K} \alpha(T) dT \tag{II.18}$$

où ΔL est la variation de longueur entre les deux températures et L_o la longueur initiale du tronçon du matériau. Les contractions engendrées lors de la mise à froid, sur les longueurs d'intérêt des strates {macor-électrode-macor}, sont données dans la Table (II.1).

$\int_{300K}^{4.2K} \alpha_{laiton}(T) dT \simeq -0.357\%$	$L_{o,laiton} \simeq 35.2 \mathrm{mm}$	$\Delta L_{laiton} \simeq -0.12 \mathrm{mm}$
$\int_{300K}^{4.2K} \alpha_{cuivre}(T) dT \simeq -0.326\%$	$L_{o,cuivre} \simeq 15.2 \mathrm{mm}$	$\Delta L_{cuivre} \simeq -0.05 \mathrm{mm}$
$\int_{300K}^{4.2K} \alpha_{macor}(T) dT \simeq -0.219\%$	$L_{o,macor} \simeq 2 \times 10 \mathrm{mm}$	$\Delta L_{macor} \simeq -0.04 \mathrm{mm}$

TABLE II.1 – Valeurs des contractions engendrées lors de la mise à froid, de la température ambiante à 300 K à la température de l'hélium liquide de 4.2 K, pour la vis en laiton, les deux pièces en macor et l'électrode en cuivre. Les quantités L_o et ΔL représentes respectivement les longueurs d'intérêt pour chacun des matériaux et les contractions associées.

Nous constatons effectivement que la rigidité de l'ensemble est conservée lors de la mise à froid du cryostat (sans non plus exercer de contraintes trop importantes sur les vis en laiton) :

$$\Delta L_{laiton} = -0.12 \,\mathrm{mm} \le \Delta L_{cuivre} + \Delta L_{macor} = -0.09 \,\mathrm{mm} \tag{II.19}$$



FIGURE II.25 – Présentation des plans mécaniques du bloc cavité. (a) Coupe vue de dessus. Nous distinguons les quatre électrodes radiofréquences, formant chacune un quart de couronne. Les distances d'intérêt sont reportées en millimètres. Notons la présence de plusieurs accès latéraux permettant la traversée des atomes et des lasers. En entrée du bloc cavité se trouve le diaphragme de diamètre 0.7 mm et, en sortie, une pièce notée C_a permettant de prolonger, jusqu'au détecteur, la présence d'un champ électrique statique directeur nécessaire à l'intégrité des états de Rydberg circulaires. (b) Coupe latérale.

En dépit de leurs dénominations, nous utiliserons également ces électrodes pour appliquer des champs électriques statiques. Ces derniers serviront d'une part à compenser les champs électriques parasites dans le plan (Oyz) et, d'autre part, à créer de forts gradients de champs électriques permettant d'extraire les ions du bloc cavité lors de la mise en oeuvre de la détection *intra*-cavité. Les électrodes « radiofréquences » sont électriquement isolées les unes des autres par un espace d'au moins 1 mm. Un tel espacement permet de réduire les effets capacitifs entre électrodes à tout au plus 1 pF et évitera la génération d'arc électrique lors de l'application de hautes tensions - de l'ordre de plusieurs centaines de volts - lors de la détection *intra*-cavité. Le principe de la détection *intra*-cavité, bien que non mise en place lors des expériences présentés dans ce mémoire, sera brièvement exposé en tant que perspective au paragraphe (II.1.5.d).

La structure offre un certain nombre d'accès latéraux permettant aux atomes de traverser la cavité et permettant l'excitation optique des états de Rydberg de faible moment cinétique orbital à l'aide de lasers se croisant au centre de la cavité. Les accès dédiés au jet atomique se font entre deux faces planes appartenant à des électrodes adjacentes distantes de 5 mm. Nous avons pris soin de polir les surfaces et d'arrondir les zones anguleuses avant la dorures des électrodes, ceci afin de réduire les champs électriques statiques parasites produits par effet de pointe. Les accès dédiés aux faisceaux lasers sont assurés par des trous de diamètre 6 mm. Ces ouvertures laissent une marge de manoeuvre appréciable quant au positionnement des lasers au coeur de la structure et permettent également d'éviter d'éventuelles réflexions laser sur les surfaces, pouvant induire des pertes cryogéniques par chauffage. La Figure (II.26) présente une photographie du bloc cavité une fois l'assemblage des électrodes radiofréquences terminé.



FIGURE II.26 – Photographie du bloc cavité, vu de trois-quarts, en l'absence de la plaque supérieure en cuivre. La trajectoire des atomes est représentée par la flèche bleue. Nous observons, en particulier, la structure de la pièce C_a offrant, sur toute sa longueur, le long de la trajectoire atomique, une sorte de « tunnel » formé de deux électrodes planes permettant de prolonger le champ électrique statique directeur selon l'axe de la cavité. Notons également la présence de câbles coaxiaux dont les extrémités sont fixées, à l'aide de cosses, sur les électrodes radiofréquences, permettant ainsi d'acheminer le signal.

II.1.4.b Assemblage des électrodes « miroirs »

Outre leurs propriétés vis à vis du champ, les miroirs servent également d'électrodes et, viennent, avec l'ensemble des électrodes « radiofréquences », former un cocon au sein duquel doit régner un champ électrique statique des plus stable temporellement et homogène spatialement. L'application de potentiels sur les miroirs a diverses fonctions : 1) La génération d'un champ électrique statique le long de l'axe de la cavité, définissant l'axe de quantification atomique lors de la levée partielle de dégénérescence des multiplicités. Un tel champ directeur assure, le

long de la trajectoire atomique entre les deux miroirs, l'intégrité d'un état donné au sein d'une multiplicité, en particulier l'état de Rydberg circulaire. Afin de prolonger la présence du champ électrique directeur quasiment jusqu'à l'entrée du détecteur, nous utilisons, en sortie du bloc cavité le long de la trajectoire atomique, une pièce notée C_a sur la Figure (II.26).



FIGURE II.27 – Photographie du bloc cavité une fois l'assemblage mécanique terminé.

La stabilité et le contrôle, en particulier mécanique, de la distance d séparant le sommet de chacun des miroirs sont des éléments de première importance. Nous devons donc accorder un intérêt tout particulier à la qualité de surface des pièces par l'intermédiaires desquelles la distance d est définie. Nous nous bornons dans ce paragraphe à la description mécanique de l'ensemble supportant la cavité. La Figure (II.27) en donne une photographie. Tout d'abord, les substrats de cuivre composant les miroirs sont choisis les plus épais possibles, en accord avec les contraintes d'encombrement, et leurs faces arrières sont polies au μ m, afin de minimiser les risques de déformation de la surface toroïdale lorsque l'on va fixer les miroirs sur un support en saphir transparent Al₂O₃ 99.9 (également poli au μ m). Le serrage de l'ensemble des vis vis se fait en étoile à la clé dynamométrique et le serrage de chacune des vis est réalisé de manière progressive avec des couples de 0.15/0.25/0.3 cN.m. Les propriétés du saphir assurent une excellente isolation électrique (réduisant les effets capacitifs entre les miroirs et les plaques du bloc cavité) mais également une bonne conductivité thermique, permettant la thermalisation de la fine couche de niobium à la température à laquelle est portée la plaque 0.4 K. Le support en saphir est ensuite vissé sur la face extérieure polie (également au μ m) de la plaque de cuivre du bloc cavité. Le deuxième miroir est assemblé de façon analogue et positionné symétriquement en regard du premier, refermant ainsi la cavité Fabry-Pérot.

Les plaques de cuivre du bloc cavité supportant les miroirs sont espacées à l'aide de deux cales en cuivre et de quatre éléments *piézoélectriques* centrés par des cylindres en téflon vissés sur des tiges filetées. Les éléments piézoélectriques, représentés sur la Figure (II.28), sont des tubes en céramique PIC151 dont l'extension est régie par l'application d'une différence de potentiel entre la face interne et la face externe. Les connections électriques entre la céramique et les fils sont faites avec une soudure à l'indium, dont le point de fusion, relativement bas (156.6 °C) permet de ne pas surchauffer l'élément piézoélectrique, au risque de voir ses propriétés altérées. La présence de feuilles de mylar d'épaisseur 76 µm garantit l'isolation électrique des extrémités des tubes vis à vis des cales d'un côté et de la plaque de cuivre inférieure du bloc cavité de l'autre. Le maintien de l'ensemble est assuré par la présence d'écrous, sur la partie supérieure des tiges filetées, serrés avec un couple de 0.3 cN.m. L'utilisation d'un ressort en forme de U, voir Figure (II.27), permet d'absorber les contractions thermiques différentielles lors de la mise à froid mais également de contrôler les contraintes mécaniques imposées aux éléments piézoélectriques. Nous ajoutons un pont thermique en tresse de cuivre entre les deux plaques du bloc cavité afin d'assurer la thermalisation du miroir supérieur en un temps relativement rapide. En effet, les éléments piézoélectriques intermédiaires possèdent une mauvaise conductivité thermique.



FIGURE II.28 – Assemblage des éléments piézoélectriques. Les tubes piézoélectriques en PIC 151 viennent se glisser sur une pièce en téflon vissée sur la tige filetée. Le fil rouge permet de porter la face externe à la masse tandis que le fil blanc permet d'appliquer une haute tension commune aux quatre tubes, régissant ainsi leur longueur.

II.1.5 Ligne de détection

L'information extraite lors de nos expérience est entièrement portée par les atomes à l'issue de leur interaction avec le champ *intra*-cavité. Nous disposons, le long de la trajectoire balistique

des atomes, en sortie du montage bloc cavité, d'un détecteur évaluant l'énergie interne atomique mais également son instant d'arrivée par temps de vol. Le système de détection repose sur la capacité à ioniser en champ électrique statique faible, quelques centaines de V.cm⁻¹, l'électron de valence des états de Rydberg. Nous allons décrire la géométrie du détecteur, la ligne électronique de détection, puis, en tant que perspective, nous présenterons le principe de la détection *intra*-cavité. Mentionnons dès à présent que le seuil d'ionisation de deux états de Rydberg circulaires adjacents, au voisinage de $n \sim 50$ différera de au moins $10 \,\mathrm{V.cm^{-1}}$.

II.1.5.a Géométrie du détecteur

La géométrie du détecteur utilisé est présentée sur la Figure (II.29). La zone d'ionisation s'apparente à un condensateur dont la cathode est formée d'un plan incliné et l'anode plane est dotée d'une fente de 2 mm de large (l'ensemble est invariant par translation suivant une direction perpendiculaire à la Figure). Pour une différence de potentiel fixée, le champ électrique entre les deux électrodes augmente au fur et à mesure que les atomes avancent dans le détecteur. Par conséquent, pour une position donnée, seuls les états atomiques dont le seuil d'ionisation coïncide avec la valeur du champ électrique local se voient arracher leurs électrons de valence. La tension appliquée à la cathode est alors choisie de sorte à ioniser un état de Rydberg circulaire donné au centre du détecteur *ie* en regard de la fente de l'anode. Dans la gamme des champs électriques ionisants qui nous concernent, le plan incliné cathodique induit une variation - en terme de champ électrique statique le long de la trajectoire atomique - de 27 V.cm⁻¹ sur une distance de 3.59 mm. Si bien que la fente de 2 mm de largeur est suffisamment sélective pour ne recueillir que les électrons associés à un état circulaire déterminé, tandis que les autres états circulaires se voient ioniser en amont ou en aval de la fente et les électrons ne sont donc pas collectés par le détecteur.

Finalement, au cours d'une séquence expérimentale, l'information fournie par ce type de détecteur concerne un seul état de Rydberg circulaire à la fois. Par exemple, la mesure de deux états circulaires $|e\rangle$ et $|g\rangle$ nécessite de jouer deux séquences, l'une avec la tension cathodique d'ionisation relative à $|e\rangle$ et l'autre avec la tension relative à $|g\rangle$. D'autre part, l'obtention de la probabilité d'occurrence d'un état atomique donné résulte de la répétition d'un grand nombre N_0 de séquences identiques. Le temps d'acquisition est alors porté à $2N_0$ fois la durée d'une séquence. L'avantage d'une telle géométrie pour le détecteur ne réside donc pas dans la rapidité d'acquisition de l'information mais dans la résolution temporelle des événements.

II.1.5.b Collection du signal électronique

L'ionisation ayant eu lieu, l'électron de valence est accéléré vers l'anode puis focalisé, à l'aide d'une successions de tubes concentriques utilisés comme lentilles électrostatiques, sur un channeltron - multiplicateur d'électron - KBL-10RS fabriqué par la société SJUTS. La ligne de collection du signal électrique est représentée sur la Figure (II.29). La Figure (II.30) présente une photographie du détecteur ((a)) et du channeltron ((b)). Un ensemble de résistances permet de diviser une haute tension de 2500 V sur deux électrodes métalliques en argent. La première est localisée à l'entrée du channeltron (polarisant le cornet à une tension de 400 V) et la deuxième

134



FIGURE II.29 – Ligne de détection complète. Les atomes sont ionisés entre la cathode et l'anode présentant une fente. Par suite, l'électron est conduit par une succession de lentilles électrostatiques jusque dans le cornet du channeltron. Ce dernier produit de multiples électrons secondaires. Le signal est amplifié et mis en forme forme à l'aide d'un discriminateur. Nous pouvons alors dénombrer, à l'aide d'un compteur, le nombre d'événements dans une certaine fenêtre temporelle.

est localisée en sortie (fixant la tension à 2400 V). Sous un tel gradient, les électrons sont accélérés au sein d'un canal continu formant une dynode dont les sinuosités augmentent le nombre de collisions avec le revêtement de la paroi, générant une cascade d'électrons secondaires. La courte impulsion électrique qui en résulte est extraite *via* le câble transportant la haute tension continue, puis découplée de cette dernière hors du cryostat par un T de polarisation. Le signal de détection est finalement amplifié par un circuit ZFL-500LN+ Mini-Circuits et mis en forme par un discriminateur HAMAMATSU-C9744 fournissant un signal TTL calibré pour le compteur.

II.1.5.c Considérations thermiques

A l'issue de cette présentation du montage électronique, revenons quelque peu sur des considérations d'ordre thermique. L'efficacité du taux de chargement en électrons du canal continu formant la dynode est moindre à la température de l'hélium 4 liquide. Par conséquent, le corps du channeltron est pincé entre deux pièces de cuivre renfermant une résistance chauffante et un



FIGURE II.30 – (a) Photographie de l'intérieur du détecteur. Le jet d'atomes lents est représenté par la flèche blanche. De bas en haut, nous avons la cathode et l'anode permettant l'ionisation puis les lentilles inférieures et supérieures dirigeant les électrons vers le channeltron. L'ensemble des électrodes sont électriquement isolées les unes des autres par l'intermédiaire d'une feuille de mylar. Les divers potentiels sont appliqués soit directement à l'aide d'une cosse vissée sur l'électrode soit par l'intermédiaire d'une vis traversante acheminant le potentiel jusqu'à l'électrode en profondeur, l'isolation par rapport aux autres électrodes est garantie par l'absence de filetage aux travers de ces électrodes et en ajoutant de la gaine thermorétractable sur la partie concernée du corps de la vis. (b) Photographie du channeltron en l'absence d'écran thermique à la température de 4.2 K. Nous avons, en particulier, représenté le pont diviseur de tension, formé des résistances de 1 G Ω , 5 G Ω et 300 M Ω , permettant de répartir la haute tension entre le cornet, la sortie du canal continue formant la dynode et la sortie du channeltron.

thermomètre à résistance de platine, permettant respectivement de porter la température du channeltron à 40 K et de suivre l'évolution de la température. Comme nous l'avons mentionné au Chapitre (I), la proximité d'un élément à 40 K avec le coeur du montage expérimental à 1.6 K peut avoir des conséquences néfastes. De ce fait, le channeltron est maintenu - par l'intermédiaire de deux tubes en inox - sur un support thermiquement ancré à la température de l'hélium

II.1. Éléments du dispositif expérimental

liquide, puis logé dans une boite jouant le rôle d'écran thermique à la température de 4.2 K. De plus, la terminaison du câble haute tension alimentant le channeltron est faite d'une section de câble coaxial rigide en acier-inoxydable, assurant l'isolation thermique entre le point à 40 K et celui à 4.2 K. Afin de réduire les éventuels échos sur le signal électronique, une attention particulière a été accordée à l'adaptation d'impédance lors de la jonction entre le câble coaxial souple et la câble coaxial rigide en acier inoxydable. À l'endroit de la soudure des âmes, nous avons positionné de la gaine thermorétractable d'épaisseur idoine en guise de diélectrique. Puis, par dessus la gaine, nous avons glissé un manchon cylindrique permettant de joindre les masses *via* des ponts électriques en fil de cuivre. La Figure (II.31) donne une représentation de la jonction réalisée.



FIGURE II.31 – Présentation de l'adaptation d'impédance à la jonction entre le câble coaxial souple et le câble coaxial rigide en acier inoxydable. La flèche noire droite représente la haute tension, d'une valeur de 2500 V, appliquée en sortie du channeltron tandis que la flèche noire ondulée représente le signal électronique remontant. (à gauche) Schéma de la jonction. (à droite) Photographie de la jonction.

II.1.5.d Perspective : détection intra-cavité

La configuration actuelle du détecteur n'est pas la mieux adaptée avec la mise en place d'un jet d'atomes lents. En effet, pour des atomes ayant une vitesse d'environ 10 m.s^{-1} , le temps de vol entre l'instant où l'atome sort du mode de la cavité et la détection s'élève à environ 6 ms. La
mise en oeuvre d'un système de détection *intra*-cavité permettrait de s'affranchir de ce temps de vol, ceci aurait plusieurs avantages : 1) Nous pourrions augmenter le taux de répétition d'une séquence expérimentale. 2) Nous réduirions la probabilité d'émission spontanée durant le temps de vol.

Nous présentons maintenant de façon succincte le principe de la détection *intra*-cavité. Dans un premier temps, nous devons arracher l'électron de valence de l'état de Rydberg circulaire. Pour obtenir un champ d'ionisation d'une valeur d'environ $150 \,\mathrm{V.cm^{-1}}$ au centre de la cavité, nous devons appliquer, sur des électrodes « radiofréquences » diamétralement opposées, des potentiels très élevés, d'environ ± 2700 V. De ce fait, pour ioniser l'atome, nous préférerons utiliser les électrodes miroirs, nécessitant l'application de potentiels plus faibles d'environ ± 200 V. Les valeurs que nous venons d'énoncer proviennent de simulations numériques menées à l'aide du logiciel SIMION, permettant de modéliser l'ensemble des électrodes et d'évaluer, en tout point de l'espace, le champ électrique généré sous l'application de divers potentiels. A l'issue de l'ionisation, les particules chargées se voient accélérées par le champ électrique créé par les miroirs. L'ion de rubidium ainsi produit, subit, sous un champ électrique de de $150 \,\mathrm{V.cm^{-1}}$, une accélération de $17 \text{ mm.}\mu\text{s}^{-2}$ tandis que l'électron subit une accélération de $26 \, 10^5 \text{ mm.}\mu\text{s}^{-2}$. L'électron s'écrasera sur l'un des miroirs en moins de 3 ns, nous sommes ainsi dans l'incapacité de récupérer l'électron. La mise en oeuvre de la détection intra-cavité nécessite de rattraper le mouvement de l'ion le long de l'axe de la cavité. Pour ce faire, dans un premier temps, nous ionisons l'atome avec un potentiel oscillant d'amplitude croissante. Puis, dans un deuxième temps, nous rattrapons le mouvement de l'ion en modulant l'amplitude du signal oscillant par une fonction lentement décroissante. Nous pouvons montrer qu'une impulsion de fréquence 10 MHz atténuée de façon exponentielle, avec un temps caractéristique de $1 \,\mu s$, permet de stabiliser l'ion au centre de la cavité avec une vitesse nulle. Nous générerons une telle impulsion à l'aide d'un circuit RLC résonnant - ie de pulsation propre égale à $10 \,\mathrm{MHz}$ - en utilisant la capacité crée par les miroirs en regard l'un de l'autre. La Figure (II.32) représente de façon schématique la réponse en tension aux bornes des miroirs sous une excitation oscillante d'enveloppe carrée et dont l'amplitude est égale au potentiel d'ionisation associé à un état circulaire donné. L'amplitude du potentiel appliqué sur les miroirs croit pour atteindre la valeur du potentiel d'ionisation à l'instant de $0\,\mu s$ puis décroit exponentiellement.

Notons que tous les états de Rydberg circulaires dont le seuil d'ionisation est inférieur à la valeur maximale du potentiel appliqué aux miroirs seront également ionisés. Néanmoins, ceci se fera à des instants différents le long de la phase de croissance du potentiel appliqué sur les miroirs. À défaut de sélectionner spatialement les divers états circulaires, comme c'est le cas actuellement avec le détecteur à gradient de champ, nous les distinguerons temporellement selon leur instant de détection. L'application de tels potentiels nécessite de réduire les effets capacitifs entre les miroirs et le reste du bloc cavité, justifiant l'utilisation des supports en saphir. L'utilisation d'un champ oscillant passant par zéro impose de prendre quelques précautions quand à l'intégrité des états de Rydberg circulaires avant qu'ils soient ionisés. Nous utiliserons les électrodes « radiofréquences » afin de conserver un champ électrique statique directeur lors de la phase d'ionisation. Dans un deuxième temps, nous extrairons l'ion en dehors de la cavité en appliquant des potentiels de quelques centaines de volts sur les électrodes « radiofréquences » idoines. Puis, l'ajout de lentilles électrostatiques conduira l'ion vers un channeltron.

L'ensemble des éléments nécessaires à la mise en oeuvre de la détection *intra*-cavité est prêt, leurs intégrations au montage mécanique se fera lors de la prochaine ouverture du cryostat.



FIGURE II.32 – Principe de la détection intra-cavité. Nous appliquons en entrée du circuit RLC un signal oscillant à une fréquence de 10 MHz pendant une durée de 4 μ s. Le potentiel résultant aux bornes des miroirs supraconducteurs est représenté en bas à droite. Nous obtenons une impulsion d'enveloppe doublement exponentielle, dans un premier temps nous observons une croissance exponentielle lors de la charge du condensateur de -4 μ s à 0 μ s, puis, une décroissance exponentielle lors de la décharge de 0 μ s à 4 μ s. Lors de la croissance du potentiel, nous ioniserons au fil du temps les divers états de Rydberg circulaires susceptibles d'être présents à l'intérieur de la cavité. Le dénombrement des événements dans une fenêtre temporelle idoine sera associé au nombre d'atomes se trouvant dans un état de Rydberg circulaire particulier.

II.1.6 Méthode d'accord du bloc cavité

Les développements théoriques du Chapitre (I) nous ont amené à définir divers types d'interactions entre l'atome et un mode du champ, définis essentiellement par le désaccord entre la fréquence de résonance de l'oscillateur harmonique et celle de la transition atomique à deux niveaux. La fréquence caractéristique du couplage atome-champ étant de l'ordre de $\Omega_0 \simeq 50$ kHz, nous devons maitriser le désaccord avec une précision de l'ordre du kHz. La longueur optique de la cavité doit être contrôlée à quelques Ångström prés!

La fréquence du mode est fonction de la distance d séparant le sommet des deux miroirs en configuration Fabry-Pérot, comme représentée sur la Figure (II.33). Pour une paire de miroirs donnée, d'épaisseurs e_1 et e_2 fixées, la cote d est équivalente à la somme de l'épaisseur p_1 et p_2 des plaques de cuivre du bloc cavité, de *l'épaisseur des cales* e_c et de la longueur des céramiques piézoélectriques p, à froid.



FIGURE II.33 – Coupe latérale de l'ensemble du bloc cavité. Les épaisseurs e_1 et e_2 des miroirs sont fixées par l'épaisseur des substrats de cuivre et des couches de niobium. La distance d séparant le sommet des deux miroirs en configuration Fabry-Pérot ne peut donc être modifiée que par l'adaptation de l'épaisseur e_c des cales et de la longueur p des céramiques piézoélectriques. Les épaisseurs p_1 et p_2 des plaques de cuivre du bloc cavité ne seront pas modifiées.

L'accord préliminaire du bloc cavité - lors de son assemblage à température ambiante *ie* à 300 K - est d'autant plus délicat que les miroirs supraconducteurs ne possèdent pas de trous de couplage, susceptible de dégrader la finesse de la cavité. Nous souhaitons tout de même évaluer la fréquence de résonance de la cavité en réalisant une mesure par transmission. Pour ce faire, nous allons utiliser un jeu de *miroirs auxiliaires* en cuivre, usinés avec un trou de couplage au centre et dont la géométrie est semblable aux miroirs formant la cavité de haute finesse. Nous devons, au préalable, déterminer la fréquence cible $\nu_{300K,air}$ à pression et température ambiante avec les miroirs auxiliaires afin d'atteindre la fréquence cible $\nu_0 = 51.099$ GHz sous vide à la température de 1 K avec les miroirs supraconducteurs. Ainsi, nous devons évaluer :

• Les contractions thermiques différentielles du bloc cavité lors du refroidissement.

- La variation de fréquence engendrée par la transition entre un environnement à pression ambiante et l'environnement sous vide au coeur du cryostat.
- La différence d'épaisseur entre les miroirs auxiliaires et les miroirs supraconducteurs.

Par suite, nous ajusterons l'épaisseur du jeu de cales afin de modifier la longueur de la cavité et converger vers la fréquence cible $\nu_{300K,air}$. Nous terminerons en remplaçant les miroirs auxiliaires par les miroirs supraconducteurs. À l'issue d'un tel protocole, nous obtiendrons une précision de ± 5 MHz sur la fréquence ν_0 sous vide et à froid. La présence des éléments piézoélectrique, décrits lors de l'assemblage du bloc cavité, permettra, une fois le cryostat fermé et refroidis, de mettre la cavité à résonance.

Avant de présenter en détails les procédures ainsi que les leviers dont nous disposons afin de rendre accordable nos deux sous-systèmes quantiques, nous allons au préalable décrire la ligne permettant d'injecter un champ micro-onde au coeur du cryostat.

II.1.6.a Génération des champs micro-ondes

Rappelons que pour un nombre quantique principal avoisinant $n \sim 50$, les transitions intermultiplicités au sein de l'atome de Rubidium appartiennent au domaine micro-onde. Nous aurons recours au Chapitre (III) à des impulsions classiques π ou $\pi/2$ mettant en jeu des transitions $|nc\rangle \rightarrow |n'c\rangle$ entre états de Rydberg circulaires. Ainsi, de telles manipulations de l'état interne atomique nécessitent l'injection d'un champ micro-onde au coeur du dispositif expérimental. D'autre part, comme mentionné au Chapitre (I), la génération d'un état cohérent de Glauber $|\alpha = \gamma t_{inj}\rangle$ au sein du mode de la cavité s'obtient sous un couplage² avec une source micro-onde classique, où γ est le taux d'injection et t_{inj} le temps de couplage. Finalement, la manipulation de nos deux systèmes quantiques nécessite la mise en place d'une ligne d'injection d'un champ microonde classique, représentée sur la Figure (II.34). Pour ce faire nous utilisons un synthétiseur Anritsu-MG3692 fournissant un signal autour d'une fréquence de 12.8 GHz avec une précision meilleure que le Hertz. L'allumage et l'extinction du signal micro-onde en sortie du synthétiseur se fait via une diode PIN dont la polarisation est contrôlée par un signal TTL. Le temps de commutation est en pratique limité par le temps caractéristique de changement d'état du signal digital soit de l'ordre de 100 ns. Une même séquence expérimentale comportera plusieurs impulsions micro-ondes de fréquences distinctes, nous disposons ainsi de plusieurs synthétiseurs et les divers signaux produits autour de 12.8 GHz sont sommés par des coupleurs linéaires 3 dB. Les harmoniques d'ordre 4 du signal micro-onde sont ensuite générées à l'aide d'un élément non linéaire³ actif, un mélangeur millitech-AMC-15-RFH00, rayonnant dans un guide d'onde rectangulaire WR-15 de dimension $1.9 \times 3.8 \,\mathrm{mm}$ monomode dans la gamme de fréquence 50 -

$$\alpha = \gamma \tau_c (1 - e^{-t_{inj}/\tau_c}) \tag{II.20}$$

^{2.} Notons que la dépendance linéaire de α vis à vis du temps d'injection résulte du fait que expérimentalement t_{inj} est négligeable devant le temps de vie d'un photon dans la cavité τ_c , a contrario, l'amplitude complexe du champ préparé serait :

^{3.} Notons qu'un tel schéma n'autorise pas l'application simultanée d'impulsions micro-ondes de fréquences distinctes. En effet, cet élément non-linéaire générerait des battements aux diverses fréquences pouvant être à l'origine de transitions indésirables. Expérimentalement, nous ne nous retrouverons pas dans une telle configuration.

75 GHz. Le signal micro-onde traverse ensuite un atténuateur variable de haute précision sur la plage $0 - 80 \,\mathrm{dB}$ - assurant une parfaite maîtrise des valeurs relatives du taux d'injection γ - avant de pénétrer dans le cryostat.



FIGURE II.34 – Ligne de génération du champ micro-onde à l'intérieur du coeur du dispositif expérimental. Les synthétiseurs produisent un signal micro-onde aux alentours de 12.8 GHz. Le signal est ensuite ramené dans la gamme des fréquences d'intérêt via un quadrupleur qui génère l'harmonique de rang 4 aux alentours de 50 GHz. Le signal traverse ensuite un atténuateur variable - dont l'amplitude d'atténuation est ajustée manuellement - puis est envoyé à l'intérieur du cryostat. La durée d'injection est régie par la fermeture du circuit grâce à une diode PIN contrôlée par l'intermédiaire d'un signal TTL.

La descente du signal micro-onde au sein du cryostat commence au travers d'un câble coaxial semi-rigide KMCO-TCR219CG/SUS. Au coeur du montage, un adaptateur Anritsu-35WR15VF couple le rayonnement micro-onde du câble coaxial vers un guide d'onde cylindrique ie un tube mince métallique de diamètre intérieur 4 mm. Le guide d'onde se décompose en plusieurs sections. Une première section, faite de laiton, est thermiquement ancrée sur la plaque 1.6 K. Puis une deuxième section en inox - de conductivité thermique dix fois moindre que le laiton à cette température - assure l'isolation thermique de la première section vis à vis d'une dernière section également faite de laiton mais thermiquement ancrée sur la plaque 0.4 K. La Figure (II.35) représente le cheminement du signal micro-onde au coeur du montage. Nous avons pris soin de placer la terminaison du guide d'onde sous un angle solide pénétrant le centre de la cavité, approximativement au devant du gap entre deux électrodes « radiofréquences » ou bien d'une pièce en macor, matériau transparent dans le domaine micro-onde. Le champ micro-onde se reflète alors sur toutes les pièces en cuivre recouvertes d'or et se couple aux modes propres (complexes) de l'ensemble de la structure, comprenant, comme nous le verrons au Chapitre (III), des noeuds et des ventres au sein de la cavité. La préparation d'un état cohérent $|\alpha\rangle$ dans le mode du résonateur repose ainsi sur un couplage par effet de bord *ie* un couplage par les canaux de pertes par diffraction de la cavité. La calibration du taux d'injection γ sera présentée au Chapitre (III). Pour une durée d'injection donnée, nous mesurerons directement la distribution des populations associées aux états de Fock à l'aide d'une spectroscopie micro-onde des états habillées de l'atome par le champ.

Quant à la polarisation du champ micro-onde, elle est en principe déterminée par la direction et le nombre de torsions à angle droit que l'on fait subir au guide d'onde cylindrique. Nous disposons de deux lignes microns-ondes censées produire des polarisations π et σ . En pratique, l'effet n'est pas notable (à cause des réflexions) et notre choix s'est dirigé vers la ligne offrant,



FIGURE II.35 – Structure du guide d'onde cylindrique. En sortie du câble coaxial semi-rigide KMCO, le signal est couplé au guide d'onde cylindrique débouchant, à proximité du bloc cavité, sous un angle pénétrant le centre du résonateur. Le guide d'onde se subdivise en trois sections, une première en laiton thermalisée à la température de la plaque 1.6 K, une seconde en acier inoxydable et une dernière en laiton thermalisée à la température de la plaque 0.4 K. Une telle alternance des matériaux permet de réduire notablement le contact thermique entre les plaques 1.6 K et 0.4 K via le guide d'onde micro-onde.

aux fréquences des transitions atomiques d'intérêt, les modes les plus homogènes au sein de la cavité. Précisons que nous utilisons le même guide micro-onde tant pour la préparation d'un état cohérent au sein de la cavité que pour certaines manipulations de l'état interne atomique. De plus, l'injection d'un champ cohérent dans la cavité doit absolument se faire avant de porter les atomes dans l'état de Rydberg circulaire, sous peine d'induire des transitions atomiques non contrôlées.

II.1.6.b Méthode d'accord préliminaire - à chaud - du bloc cavité

Évaluation de la fréquence cible à 300 K dans l'air

Les contractions thermiques différentielles du bloc cavité font que la longueur mécanique de la cavité est modifiée de la quantité Δd lorsque l'on passe de la température ambiante à celle de l'hélium 4 liquide :

$$\Delta d = \int_{300\,K}^{4.2\,K} \left[\alpha_{cuivre}(T) \, d + \left(\beta_{c\acute{e}ramique}(T) - \alpha_{cuivre}(T) \right) p \right] dT \tag{II.21}$$

où α_{cuivre} et $\beta_{c\acute{e}ramique}$ sont respectivement les coefficients de dilatation thermique du cuivre et de la céramique, d et p sont respectivement les longueurs mécanique à la température ambiante

de la cavité et des tubes piézoélectriques. Le premier membre de l'intégrale s'évalue aisément à l'aide des tables donnant le coefficient de dilatation intégré du cuivre. Le second membre a été évalué expérimentalement dans le passé à 78 µm pour des tubes de longueur p = 38.02 mm. Tous comptes faits, nous évaluons la contraction thermique différentielle à $\Delta d = -20.4$ µm lors du refroidissement. Les contractions thermiques se traduisent par une variation en fréquence de : $\Delta \nu_{th} = \nu_{4.2K,th} - \nu_{300K,th} = 32$ MHz. La procédure de réglage des cales se faisant à pression atmosphérique, nous devons également tenir compte de l'indice de réfraction de l'air⁴, soit une variation en fréquence de : $\Delta \nu_p = \nu_{vide} - \nu_{air} = 13.5$ MHz. Finalement, la procédure vise à régler l'épaisseur du jeu de cale de telle sorte que la fréquence de la cavité formée des miroirs supraconducteurs à température et pression ambiante soit de :

$$\nu_{300K,air} = \nu_0 - \Delta \nu_{th} - \Delta \nu_p = 51.054 \,\text{GHz} \tag{II.22}$$

Notons que le calcul de $\nu_{300K,air}$ résulte de plusieurs omissions, en raison de leurs contributions négligeables : 1) La dilatation des matériaux entre 1.6 K et 4.2 K est quasiment nulle. 2) La contraction thermique différentielle entre le cuivre et le niobium est relativement faible, si bien que la fine couche de niobium est comptabilisée comme étant en cuivre. De plus, la couche de niobium est infiniment fine à l'échelle des longueurs de la cavité.

Mesure de la différence d'épaisseur entre les miroirs

Dans un premier temps, nous mesurerons la différence d'épaisseur entre les miroirs auxiliaires possédant un trou de couplage et les miroirs supraconducteur. Nous réalisons cette mesure à l'aide du montage représenté sur la Figure (II.36). Nous allons énoncer la liste des opérations à effectuer, seule la première étape sera détaillée, les suivantes seront similaires.

1) Le miroir auxiliaire supérieur A_{sup} est vissé sur un support puis placé en regard d'un miroir plan P de référence, percé de deux trous, l'un au centre permettant d'injecter la micro-onde et un second excentré de 10 mm mesurant l'intensité de la micro-onde transmise. Nous évaluons à l'aide de ce dispositif les fréquences des modes propres $TEM_{5,0,0}$, $TEM_{6,0,0}$ et $TEM_{7,0,0}$ de la cavité ainsi formée. Les fréquences théoriques des modes gaussiens d'une cavité comprenant un miroir plan et un miroir sphérique de rayon de courbure R espacés de la distance L sont données par la relation :

$$\nu_q = \frac{c}{2L} \left[q + \frac{1}{\pi} \arccos\left(\sqrt{1 - L/R}\right) \right]$$
(II.23)

où q dénombre les ventres de l'onde stationnaire longitudinale entre les miroirs de la cavité. Une régression linéaire, suivant l'indice entier q, des fréquences mesurées permet ainsi d'obtenir le coefficient directeur c/2L de la fonction (II.23). Nous accédons alors à la distance séparant le miroir auxiliaire supérieur A_{sup} du miroir P.

2) Mesure de la distance séparant le miroir supraconducteur supérieur M_{sup} du miroir P.

^{4.} $n_{air,20^{\circ}C} = 1.000272$



FIGURE II.36 – Photographie du montage permettant de mesurer la différence d'épaisseur entre les miroirs supraconducteurs (ne possédant pas de trou de couplage) et les miroirs auxiliaires. (en haut) Le montage est constitué d'un miroir plan de référence P en regard duquel nous pouvons positionner les miroirs auxiliaires et les miroirs supraconducteurs en les fixant sur un support. Le support est ensuite logé sur quatre colonnes en laiton de hauteur c_0 . Ainsi, la distance entre le support des divers miroirs et le miroir plan de référence P est inchangée lorsque nous fixons les miroirs auxiliaires ou les miroirs supraconducteurs sur le support. La longueur L de la cavité dépend donc uniquement de l'épaisseur des divers miroirs. (en bas) Vue de dessus du miroir plan de référence P. Nous distinguons le trou d'injection de la micro-onde et le trou permettant de mesurer l'intensité transmise.

- 3) Sachant que la cote c_0 entre le miroir plan de référence et le support des divers miroirs dans le dispositif Figure (II.36) est fixée, nous en déduisons la différence d'épaisseur Δ_{sup} entre les miroirs M_{sup} et A_{sup} .
- 4) Mesure de la distance séparant le miroir auxiliaire inférieur A_{inf} du miroir P.
- 5) Mesure de la distance séparant le miroir supraconducteur inférieur M_{inf} du miroir P.
- 6) Nous en déduisons la différence d'épaisseur Δ_{inf} entre les miroirs M_{inf} et A_{inf} .

Finalement, nous aboutissons à la différence d'épaisseur globale $\Delta_{sup} + \Delta_{inf}$ et en déduisons la fréquence $\nu_{300K,air,Aux}$ à imposer au bloc cavité avec les miroirs auxiliaires afin d'obtenir la fréquence $\nu_{300K,air}$ avec les miroirs supraconducteurs.

Ajustement de l'épaisseur des cales

Dans un deuxième temps, nous ajustons l'épaisseur des cales en cuivre en mesurant par transmission les fréquences propres du bloc cavité soutenant les miroirs auxiliaires. La Figure (II.37) présente le montage permettant la mesure. Nous partons d'un jeu de cales en cuivre poli trop épaisses et réduisons progressivement leur épaisseur en les plongeant dans un bain d'acide nitrique afin de converger vers la fréquence cible $\nu_{300K,air,Aux}$. L'épaisseur des cales est ajustée au μ m, permettant un réglage de la fréquence au MHz prés. À l'issue de l'obtention d'une paire de cales d'épaisseur idoine, nous remplaçons les miroirs auxiliaires par les miroirs supraconducteurs sur les plaques en cuivre polies du bloc cavité.



FIGURE II.37 – Photographie du montage permettant de mesurer les résonances du bloc cavité. Ce dernier soutient les miroirs auxiliaires possédant chacun un trou de couplage au centre. Une mesure par transmission de la fréquence permet alors d'ajuster l'épaisseur des cales de sorte à converger vers la fréquence cible $\nu_{300K,air,Aux}$ à chaud, en présence d'air et avec les miroirs auxiliaires.

La reproductibilité du montage (usure des pièces mécaniques lors du remplacement des miroirs auxiliaires par les miroirs supraconducteurs ...) et les sources d'erreurs systématiques (mesure des épaisseurs relatives des miroirs, validité de l'équation (II.23) *ie* de l'approximation paraxiale ...) sont telles que nous atteignons, à froid, la fréquence cible $\nu_{1K,vide} = 51.099 \text{ GHz}$ avec une précision d'environ $\pm 5 \text{ MHz}$.

II.1.6.c Contrôle et caractérisation in situ - à froid - du mode $TEM_{9,0,0}$

Au regard de la précision obtenue lors de l'assemblage mécanique du bloc cavité, nous devons avoir un moyen de contrôler la fréquence du mode $TEM_{9,0,0}$ une fois l'ensemble positionné à l'intérieur du cryostat.

Mesure de la fréquence du mode à froid

La méthode que nous employons pour mesurer la fréquence de la cavité à froid met à contri-

II.1. Éléments du dispositif expérimental

bution les atomes. Nous injectons un champ quasi-classique micro-onde de largeur spectrale 1 kHz dont on fait varier la fréquence ν au kHz prés. Les atomes sont préparés dans un état de faible moment angulaire $|52f, m = 2\rangle$ en présence d'un champ électrique de $F_0 = 0.14$ V.cm⁻¹. Puis, nous soumettons les atomes à un champ électrique statique de $F_0 = 2$ V.cm⁻¹ selon l'axe des miroirs. De ce fait, par effet Stark différentiel et le fait que le champ est inhomogène sur le trajet des atomes, nous obtenons une sonde atomique large spectre - de l'ordre de la dizaine de MHz - vis à vis des transitions micro-ondes susceptibles de se produire entre la multiplicité n = 52 génériquement notée $|h\rangle$ et la multiplicité adjacente inférieure n = 51 génériquement notée $|e\rangle$. Ainsi, lorsque le champ injecté est quasiment à résonance $\nu \simeq \nu_c$, les atomes traversant la cavité effectuent des transitions $|h\rangle \rightarrow |e\rangle$. La Figure (II.38) représente la séquence temporelle des différentes impulsions appliquées.



FIGURE II.38 – Séquence expérimentale permettant de réaliser une mesure de la fréquence du mode d'intérêt à froid. Nous avons représenté l'évolution temporelle de l'impulsion micro-onde d'injection à la fréquence variable ν , de l'impulsion laser permettant de préparer l'état générique $|h\rangle$ et du champ électrique statique F_0 appliqué sur les miroirs. Nous détectons les atomes dans l'état générique $|e\rangle$. Un tel transfert nous assure la présence de micro-onde dans le mode de la cavité et donc d'une fréquence ν proche de résonance.

Le tracé de la probabilité π_e de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ en fonction de la fréquence de la mcro-onde ν constitue notre signal. La Figure (II.39(a)) présente le résultat d'une telle mesure pour une cavité centrée sur $\nu_c = 51.099022$ GHz en appliquant 831 V sur les éléments piézoélectriques. Notons que la largeur à mi-hauteur est de 3.8 kHz (sous un ajustement gaussien), bien trop importante pour correspondre à la largeur intrinsèque de la résonance. Nous pourrions tenter de réduire la largeur en diminuant la puissance de l'impulsion micro-onde et en augmentant sa durée, sans pour autant savoir, au final, si d'autres sources d'élargissement en fréquence subsistent. De plus, l'ensemble des transitions atomiques induites sont nombreuses et inconnues, le processus est fortement non linéaire. Ainsi, le signal π_e s'apparente au spectre de la cavité ayant subit une importante déformation.



FIGURE II.39 – (a) Signal π_e au voisinage de la résonance. (b) Calibration de la variation de fréquence de la cavité, à froid, en fonction de la tension appliquée sur les éléments piézoélectriques.

Ajustement de la fréquence à froid

Le réglage fin de la fréquence du mode est assuré par la présence des éléments piézoélectriques. L'application sur ces derniers d'une tension de ± 2500 V nous assure une plage d'accord de ± 4.5 MHz, avec un facteur de conversion de 1.9 kHz.V⁻¹. La Figure (II.39(b)) représente la variation de fréquence induite sous l'application d'une haute tension sur les faces internes des éléments piézoélectriques tandis que les faces externes sont mises à la masse.

Outre la précision en valeur absolue de la fréquence de résonance, nous devons également nous assurer de sa stabilité temporelle sur plusieurs heures, nécessaire à l'acquisition de données. A chaque changement de tension appliquée sur les tubes piézoélectriques, la fréquence du mode met quasiment une journée à se stabiliser au kHz près. Nous ne pouvons donc pas avoir recours à cette technique pour varier le *désaccord* entre l'atome et le champ sur les quelques ms que dure une séquence expérimentale. Nous verrons au Chapitre (III) que la fréquence de la cavité est choisie de telle sorte à ce que nous n'ayons pas à appliquer une tension trop importante sur les miroirs lorsque l'on souhaite accéder à un régime dispersif de quelques fois la fréquences de Rabi du vide. La stabilisation de la fréquence passe également par l'asservissement en température au mK de la plaque 0.4 K par l'intermédiaire de la plaque 1.6 K. En effet, toutes fluctuations de l'ordre du mK entraine une variation de l'ordre du Hz (une telle variation n'est pas critique pour les expériences présentées dans ce manuscrit).

Mesure du temps de vie τ_c

La mesure du facteur de qualité de la cavité revient à mesurer la vitesse à laquelle un état quasi-classique d'amplitude quelconque converge vers l'état vide (au champ thermique résiduel prés). Rappelons que l'amortissement du nombre moyen de photons dans un état cohérent de Glauber se fait de façon exponentielle avec un temps caractéristique égale à τ_c . Le principe est de fixer la fréquence d'injection du champ micro-onde à $\nu \simeq \nu_c$ puis de faire varier le délai Δt entre la fin de l'impulsion micro-onde et le début de la préparation des atomes dans l'état $|h\rangle$. Le tracé de la probabilité π_e de détecter l'atome dans l'état $|e\rangle$ en fonction du délais Δt permet

II.1. Éléments du dispositif expérimental

théoriquement de remonter au temps de vie d'un photon τ_c . L'expression théorique du signal π_e nécessite cependant de connaître l'ensemble des paramètres des transitions atomiques induites lors de la mesure, ce à quoi nous n'avons pas accès expérimentalement. Nous savons simplement que la probabilité π_e dépend de l'intensité initiale \overline{n}_0 du champ cohérent injecté et du délai Δt , selon la relation : $\pi_e(\overline{n}_0, \Delta t) = \tilde{\pi}_e(\overline{n}_0 e^{-\Delta t/\tau_c})$. Afin de contourner cette lacune, nous utilisons un atténuateur micro-onde calibré, permettant d'évaluer précisément le rapport des amplitudes des champs quasi-classiques que nous injectons. Nous réalisons une première mesure de π_e en fonction de Δt pour une intensité d'injection inconnue \overline{n}_0 . Puis, à l'aide de l'atténuateur, nous refaisons la mesure avec une intensité d'injection atténuée précisément d'un facteur e^{-1} par rapport à \overline{n}_0 . Nous obtenons finalement deux courbes translatées l'une de l'autre de la quantité τ_c , en effet :

$$\pi_e(\overline{n}_0 e^{-1}, \Delta t) = \tilde{\pi}_e(\overline{n}_0 e^{-(\Delta t + \tau_c)/\tau_c}) = \pi_e(\overline{n}_0, \Delta t + \tau_c)$$
(II.24)

La Figure (II.40) représente un ensemble de trois courbes correspondant à des atténuations de 0 dB, 4.3 dB et 8.6 dB, sachant qu'une atténuation de 4.3 dB correspond à un facteur e^{-1} sur la puissance on obtient consécutivement une translation de la quantité τ_c . Nous mesurons ainsi un temps de vie de 8.1 ± 1.8 ms pour le mode BF.



FIGURE II.40 – (a) Évolution de la population détectée dans l'état générique $|e\rangle$ en fonction du délai Δt , ceci pour plusieurs valeurs d'atténuations : 0 dBm (courbe noire), -4.3 dBm (courbe rouge) et -8.6 dBm (courbe verte). (b) Les courbes associées à -4.3 dBm (courbe rouge) et -8.6 dBm (courbe verte) ont été respectivement translatées de 10 ms et 20 ms. Pour de telles translations, l'ensemble des courbes se superposent. Nous obtenons ainsi un temps de vie d'environ $\tau_c = 8.1 \pm 1.8$ ms pour le mode BF. Les points expérimentaux sont ajustés à l'aide d'une fonction sigmoïde du type $a/(1 + e^{-k(x-x_c)})$, les paramètres a et k sont communs aux trois courbes.

II.2 Préparation des états de Rydberg circulaires

L'objet de ce paragraphe est de présenter les étapes menant à la préparation des états de Rydberg circulaires *intra*-cavité. En premier lieu, l'atome de rubidium 85 est porté depuis son état fondamental vers les états de Rydberg *ie* les niveaux de hautes énergies possédant un grand nombre quantique principal n. En deuxième lieu, l'électron de valence est amené vers l'état circulaire par l'absorption de n-2 photons radiofréquences polarisés σ_+ sous l'effet d'un passage adiabatique au sein d'un ensemble de n-1 niveaux atomiques. Nous allons maintenant préciser chacune de ces étapes.

II.2.1 Excitation optique des niveaux Rydberg

II.2.1.a Diagramme des transitions optiques

Depuis le niveau fondamental $5^2S_{1/2}$, la préparation des états de Rydberg de faible moment cinétique orbital |52f| |m| = 2 résulte de l'absorption de trois photons optiques. Les trois transitions mises en jeu sont représentées sur le diagramme énergétique de la structure hyperfine du rubidium 85, Figure (II.41). Le processus d'excitation laser est le suivant :

$$5^2 S_{1/2} \to 5^2 P_{3/2}$$
 : $\lambda_{L_1} = 780.24 \,\mathrm{nm}$ (II.25)

$$5^{2}S_{1/2} \rightarrow 5^{2}P_{3/2} : \lambda_{L_{1}} = 780.24 \,\mathrm{nm}$$
(II.25)

$$5^{2}P_{3/2} \rightarrow 5^{2}D_{5/2} : \lambda_{L_{2}} = 775.97 \,\mathrm{nm}$$
(II.26)

$$5^{2}D_{5/2} \rightarrow 52f : \lambda_{L_{2}} = 1258.39 \,\mathrm{nm}$$
(II.27)

$$5^2 D_{5/2} \to 52f$$
 : $\lambda_{L_3} = 1258.39 \,\mathrm{nm}$ (II.27)

La configuration géométrique des lasers est représentée sur la Figure (II.42(a)). L'ensemble des faisceaux sont colinéaires et traversent le cryostat selon une direction perpendiculaire à la fois au jet atomique et à l'axe de quantification atomique porté par l'axe de la cavité, représenté par un vecteur bleu. Les lasers L_1 et L_2 , réalisant les deux premiers échelons optiques, ont une polarisation linéaire orthogonale à l'axe de quantification. La polarisation perçue par les atomes est donc une combinaison linéaire à poids égaux des polarisations circulaires σ_{\pm} . Le laser L_3 , réalisant la dernière transition, possède une polarisation linéaire parallèle à l'axe de quantification. La polarisation perçue par les atomes est donc purement π . Sous une telle géométrie d'excitation et en vertu des règles de sélection gouvernant les transitions optiques, le premier photon à 780.24 nm induit de façon équiprobable les deux transitions :

$$\left| 5^2 S_{1/2}, F = 3, m_F = \pm 3 \right\rangle \rightarrow \left| 5^2 P_{3/2}, F' = 4, m_{F'} = \pm 4 \right\rangle$$
 (II.28)

De manière tout à fait analogue, le deuxième photon à 775.97 nm induit les deux transitions :

$$|F' = 4, m_{F'} = \pm 4\rangle \rightarrow |F'' = 5, m_{F''} = \pm 5\rangle$$
 (II.29)



FIGURE II.41 – Schéma d'excitation optique des atomes dans les états de Rydberg, du niveau fondamental $5^2S_{1/2}$ vers le niveau de faible moment cinétique orbital $|52f|, |m| = 2\rangle$. L'excitation se fait par l'absorption de deux photons optiques polarisés σ_{\pm} à des longueurs d'ondes de 780.24 nm et 775.97 nm et d'un photon optique polarisé π à la longueur d'onde de 1258.39 nm. Les valeurs des transitions sont extraites de Arimondo et al. [86] et de X.Maitre [87]. Notons que la position relative des niveaux n'est pas à l'échelle.



FIGURE II.42 – Positionnement des lasers au coeur du dispositif expérimental. (a) Présentation de la configuration actuelle. Les lasers sont colinéaires et orthogonaux à la fois au jet atomique et à l'axe de quantification pris selon l'axe de la cavité. Les lasers $L_{1,2}$ sont polarisés σ_{\pm} tandis que le laser L_3 possède un polarisation π pure. Nous préparons ainsi, indifféremment, les états $|52f, m = \pm 2\rangle$. (b) Présentation d'une configuration envisageable, facilement intégrable au montage et permettant de d'obtenir des lasers L_1 et L_2 purement polarisés σ_{\pm} . Nous préparerions ainsi l'état de Rydberg $|52f, m = 2\rangle$.

Remarquons que pour ces deux premières transitions optiques, nous avons seulement considéré les nombres quantiques m_F et $m_{F'}$ maximaux en valeur absolue. En effet, lors de la troisième transition d'échelle, le photon infrarouge à 1258.39 nm de polarisation π laisse invariant le nombre quantique magnétique m, si bien que seules les populations atomiques des états $|F'' = 5, m_{F''} = \pm 5\rangle$ sont portées dans les états $|52f, m = \pm 2\rangle$. Notons que le dernier échelon optique affecte uniquement les états de nombre quantique magnétique $m = \pm 2$ possédant un nombre quantique azimutal $l = 3 \equiv f$. En effet, la dernière transition, induite par le laser infrarouge, bénéficie de la levée de dégénérescence naturelle d'un certain nombre d'états au sein du rubidium (voir le modèle du défaut quantique introduit paragraphe (I.1.5.a)) et en particulier de la résolution spectrale du niveau de faible moment cinétique orbital $|52f\rangle$. La fréquence du laser L_3 est ajustée afin de porter l'atome dans l'état $|52f\rangle$, définissant la multiplicité au sein de laquelle l'atome va subir le processus de circularisation.

Une telle configuration prépare donc indifféremment les états $|52f, m = \pm 2\rangle$. Spécifions l'existence d'une configuration menant aux polarisations idoines des lasers, la population atomique est alors entièrement transférée dans le niveau $|52f, m = +2\rangle$. Une telle configuration est représentée sur la Figure (II.42(b)), les lasers font un angle de 45° avec le jet atomique et l'axe de quantification est orienté suivant le vecteur bleu. Une telle disposition des lasers est facilement intégrable au montage expérimental. Cependant, l'alignement est moins aisé et le bénéfice moindre. Les prémices de l'expérience « fontaine » présentées dans ce manuscrit se sont donc déroulées dans la configuration premièrement mentionnée.

Théoriquement, en champ électrique statique nul, la configuration utilisée nous permet d'exciter l'atome dans des sous-niveaux de |m| déterminés au sein du niveau $|52f\rangle$. Néanmoins, afin de palier aux éventuelles imperfections expérimentales de polarisations, nous allons imposer un champ électrique statique sur les électrodes miroirs lors de l'excitation laser.

II.2.1.b Champ électrique d'excitation laser

En présence d'un champ électrique statique non-nul, la dégénérescence de l'état $|52f\rangle$ est partiellement levée par effet Stark. Néanmoins, les sous-niveaux de l'état $|52f\rangle$ se distinguant uniquement par le signe du nombre quantique magnétique restent dégénérés. En sus de discriminer les sous-niveaux de |m| distincts *via* la polarisation des lasers, nous sommes maintenant capable de les discerner spectralement. Ainsi, en dépit d'éventuelles imperfections de polarisation des lasers, nous pouvons ajuster la fréquence de L_3 afin de porter la population atomique uniquement dans les niveaux tels que |m| = 2.



FIGURE II.43 – Spectres laser autour de la multiplicité n=52 pour différentes valeurs du champ électrique statique F_0 appliqué sur les miroirs. Les imperfections des polarisations des lasers font que nous observons à la fois les niveaux m = 0, |m| = 1, |m| = 2 et |m| = 3. Les traits pleins colorés sont les signaux expérimentaux, obtenues en balayant la fréquence du laser L_3 constituant le dernier échelon optique. Les traits en pointillés correspondent au calcul théorique des énergies par diagonalisation du hamiltonien Stark sur une bande d'énergie 600 GHz autour du niveau 52f. Mentionnons que ce spectre est extrait de la thèse [50] et a été réalisé avec l'expérience possédant un jet atomique rapide.

Le choix de la valeur du champ électrique statique d'excitation résulte de la mesure d'un ensemble de spectres aux alentours de la multiplicité n = 52 à l'aide du laser L_3 , ceci pour diverses valeurs de champ électrique. La Figure (II.43) représente la concaténation de ces spectres pour des champs électriques statiques allant de 0 V.cm⁻¹ à 0.4 V.cm⁻¹. Nous observons que pour un champ électrique statique entre 0.12 V.cm⁻¹ et 0.22 V.cm⁻¹, l'état $|52f, |m| = 2\rangle$ est disjoint des autres sous-niveaux et n'a pas encore rejoint la multiplicité. De ce fait, l'excitation optique des états de Rydberg sera réalisée en présence d'un champ électrique statique de 0.14 V.cm⁻¹.

Par suite, nous optimisons le nombre d'atomes portés dans l'état $|52f, |m| = 2\rangle$ en réglant la polarisation des lasers. Précisons que au regard de la largeur spectrale des lasers et de la valeur des éléments de matrices du dipôle électrique associés aux trois transitions optiques [63, 88], l'effet Stark reste négligeable, dans la gamme des champs électriques statiques considérée, pour les deux premiers échelons optiques.

II.2.1.c Positionnement des lasers

La réalisation d'un grand nombre d'opérations quantiques entre l'atome et le mode de la cavité supraconductrice nécessite de disposer d'un temps d'interaction le plus long possible. Ainsi, nous avons intérêt à positionner les lasers d'excitations des états de Rydberg autant que peut se faire en amont de la trajectoire atomique. Les faisceaux lasers traversent une succession de diaphragmes au niveau de l'enceinte extérieure du cyrostat (hublots de 40 mm de diamètre), de la jupe azote (trous de 10 mm de diamètre), de la jupe hélium (hublots de 10 mm de diamètre) et du bloc cavité (trous de diamètre d = 6 mm). En supposant l'ensemble des diaphragmes circulaires concentriques, nous disposons d'un léger intervalle de manoeuvre quant au positionnement des lasers au coeur de la structure. Le diamètre limitant étant celui des trous entre deux électrodes adjacentes, nous pouvons positionner les lasers de sortent qu'ils affleurent l'électrode 1 et 2. La Figure (II.44(a)) représente une telle situation pour la configuration actuelle. L'excitation optique se fait alors à une distance de d/2 = 3 mm en amont du centre du mode de la cavité, soit environ un demi-waist $w_o/2 \simeq 3 \,\mathrm{mm}$ avant le centre. Nous déterminerons précisément le centre du mode quantique, relativement à la position des lasers, au Chapitre (III). Notons que sous la configuration (II.44(b)), nous aurions pu positionner les lasers à une distance $d/\sqrt{2} = 4.24 \,\mathrm{mm}$ en amont du centre du mode.



FIGURE II.44 – Schéma de la position optimale des lasers (flèches pleines rouges et vertes), de sorte à générer l'impulsion laser le plus en amont de la trajectoire atomique. (a) Disposition optimale pour la configuration actuelle des lasers. (b) Disposition optimale si nous avions opté pour la configuration conduisant aux polarisation idoines des lasers.

II.2.2 Processus de circularisation

L'objet de cette section est de présenter la mise en oeuvre expérimentale du passage adiabatique rapide dont la théorie a été exposée au paragraphe (I.1.5.c) du Chapitre (I). La méthode de circularisation par passage adiabatique mise en place dans notre expérience a été initialement proposée par Hulet et Kleppner pour des nombres quantiques entre 20 et 30 [62]. En partant de l'état de faible moment cinétique orbital $|52f, |m| = 2\rangle$, nous couplons l'atome à un champ radiofréquence de polarisation purement σ_+ , brisant ainsi la symétrie de préparation sous l'absorption des trois photons optiques. Le diagramme énergétique (I.1.5.c) représente l'ensemble des transitions atomiques induites lors de la préparation de l'état de Rydberg circulaire. Dans un premier temps, nous abordons la problématique liée à la polarisation du champ radiofréquence. Nous présentons les résultats d'une simulation numérique donnant une cartographie de la pureté de la composante σ_+ du champ au coeur du montage. Dans un deuxième temps, nous allons présenter la ligne électronique permettant de générer le champ radiofréquence. Puis, finalement, nous exposerons la séquence expérimentale permettant de préparer les états de Rydberg circulaires ainsi qu'une méthode pragmatique de réglage de la polarisation du champ radiofréquence.



FIGURE II.45 – Diagramme énergétique complet du processus de circularisation permettant d'aboutir à l'état de Rydberg circulaire $|52c\rangle$ en partant de l'état de faible moment cinétique orbital $|52f, |m| = 2\rangle$. La dégénérescence de la polarisation des lasers $L_{2,3}$ fait que nous préparons, à l'issue de l'impulsion laser, les états $|52f, m = \pm 2\rangle$. Lors du passage adiabatique, le couplage de l'atome avec un champ radiofréquence purement polarisé σ_+ permet de briser la symétrie de préparation, seuls les atomes se trouvant dans l'état $|52f, m = 2\rangle$ se voient porter dans l'état de Rydberg circulaire $|52c, +\rangle$.

II.2.2.a Simulation : polarisation théorique

Nous disposons au coeur du montage de quatre électrodes dédiées à la génération du champ radiofréquence de polarisation purement σ_+ . Nous pouvons appliquer sur chacune des électrodes un potentiel oscillant à une fréquence unique de 230 MHz. Les dimensions caractéristiques du bloc cavité étant de la dizaine de centimètre, nous pouvons nous placer sous l'approximation des champs quasi-statiques vis à vis du champ radiofréquence de longueur d'onde égale à 1.3 m à 230 MHz. Notons que l'ensemble des électrodes est quasiment invariant sous des rotations de 90° autour de l'axe de la cavité. En supposant que chacune des électrodes génère un champ de polarisation linéaire, nous devrions être capable de générer ponctuellement, au *centre de la* structure, une polarisation σ_+ pure en appliquant des potentiels de mêmes amplitudes à chacune des électrodes et en les déphasant consécutivement de $\pi/2$.

Néanmoins, à l'issue de l'excitation optique des atomes dans les états de Rydberg, nous générons un paquet atomique d'une certaine extension spatiale. Sachant que le faisceau atomique collimaté possède un diamètre de l'ordre de 0.7 mm et que les lasers ont un waist de l'ordre de 1 mm, nous estimons ⁵ le volume d'excitation laser tout au plus à 0.5 mm^3 . Par conséquent, nous devons conduire une étude de *l'homogénéité spatiale*, dans le volume de la structure, de la composante σ_+ et non simplement se limiter ponctuellement au centre de la cavité, d'autant plus que les lasers ont été positionnés autant que faire se peut en amont de la trajectoire atomique. L'amplitude complexe du champ radiofréquence $\mathbf{F}_{k,RF}$ généré par la $k^{i\acute{eme}}$ électrode s'exprime sous la forme :

$$\mathbf{F}_{k,RF}(x,y,z) = u_k e^{i\varphi_k} \mathbf{f}_k(x,y,z) \tag{II.30}$$

où u_k est l'amplitude du potentiel appliqué sur l'électrode, φ_k la phase à l'origine et $\mathbf{f}_k(x, y, z)$ le champ électrique statique produit par la $k^{i\acute{e}me}$ électrode soumise à un potentiel de 1V. Nous avons réalisé des simulations numériques avec le logiciel SIMION, permettant d'évaluer la fonction \mathbf{f}_k . Nous présentons les résultats obtenus dans le plan de symétrie de la structure z = 0 contenant le faisceau atomique. Pour chacune des électrodes, nous avons calculé le champ électrique statique $(e_{k,x}, e_{k,y})$ généré au point (x, y) sous l'application d'un potentiel de 1V. Les amplitudes $F_{\sigma_{\pm}}(x, y)$ des composantes σ_{\pm} du champ radiofréquence au point (x, y) peuvent alors être évaluées :

$$F_{\sigma_{\pm}}(x,y) = |\sum_{k} u_{k} e^{i\varphi_{k}}(e_{k,x} \pm ie_{k,y})|$$
(II.31)

Nous définissons la pureté de la composante σ_+ comme étant le rapport :

^{5.} Notons que nous pouvons négliger la vitesse des atomes. En effet, à une vitesse de 10 m.s^{-1} , la distance parcourut pendant une impulsion laser de 1 µs est seulement de 0.01 mm.





FIGURE II.47 – Schéma du montage électronique radiofréquence dans le cas où seulement les deux électrodes adjacentes 1 et 2 sont utilisées.

La radiofréquence est synthétisée par une carte PCI RF à deux sorties, la phase de chacune des voies peut être réglée informatiquement. Les phases sont asservies l'une par rapport à l'autre, de telle sorte que la phase relative est stable dans le temps. La propagation du signal se fait dans des câbles coaxiaux semi-rigides, ou bien, lorsque ce n'est pas le cas, dans des câbles coaxiaux souples solidement maintenus en position fixe, afin d'éviter autant que faire se peut des fluctuations de la phase. Chacune des voies est pourvue d'un mélangeur Mini-circuits ZFM-2-S+ connecté à une alimentation DC réglable, permettant de moduler en puissance chacune des voies de façon *indépendante*. Par suite, les voies RF sont dotées d'un jeu de deux mélangeurs en série, permettant cette fois une modulation en amplitude commune. La tension de commande V_c est délivrée par un générateur de fonctions arbitraires Agilent 33500B. La tension V_c permet ainsi de mettre en forme les impulsions radiofréquence, gourvernant l'allumage et l'extinction du signal. Notons que la présence de *deux* mélangeurs est nécessaire afin de s'assurer qu'aucun potentiel radiofréquence n'est appliqué lorsque la tension de commande est nulle. Plus en aval de la ligne, nous insérons un amplificateur Mini-circuits ZHL-2-12 sur chacune des voies puis le signal traverse un T de polarisation Mini-circuits ZFBT-4R2G-FT+. Ce dernier permet de coupler le potentiel radiofréquence, via une capacité, à un potentiel statique, via une inductance. Le signal pénètre alors dans le cryostat. L'acheminement jusqu'aux électrodes se fait en deux étapes. Tout d'abord un câble coaxial semi-rigide, de un mètre de long, dont les extrémités sont pourvus de connecteurs SMA démagnétisés et recouverts d'une fine couche d'or limitant l'oxydation. Le signal est ensuite transporté dans un câble coaxial flexible standard dont l'extrémité se voit doter d'une cosse vissée sur l'électrode. Le signal est alors réfléchi sur l'électrode en cuivre d'impédance infinie. À l'issue de sa remontée, en sortie du cryostat, le signal radiofréquence relatif à chacune des voies est extrait à l'aide d'un circulateur RF-Lambda RFLC101 vers une résistance 50 Ω afin d'éviter toute interférence avec le signal entrant dans le cryostat. Nous visualisons également le potentiel radiofréquence en sortie du circulateur de chacune des voies sur un oscilloscope rapide. L'ensemble du montage électronique permettant de générer le champ radiofréquence est représenté sur la Figure (II.47).

II.2.2.c Passage adiabatique

a) Séquence expérimentale

Nous allons maintenant présenter la séquence expérimentale dédiée à la préparation des états de Rydberg circulaires. La Figure (II.48) reporte l'évolution temporelle des diverses impulsions permettant d'aboutir à l'instant $t = 6 \,\mu s$ à la préparation de l'état de Rydberg circulaire dans la multiplicité n = 52. Le champ électrique statique F sera continuellement appliqué le long de l'axe de la cavité et nous supposerons la radiofréquence parfaitement polarisé σ_+ .



FIGURE II.48 – Séquence expérimentale associée au processus de circularisation par passage adiabatique. Nous représentons l'évolution temporelle de l'impulsion laser conduisant à la préparation de l'état de Rydberg, de la valeur du champ électrique statique perçu par les atomes et de l'amplitude globale du champ radiofréquence parfaitement polarisé σ_+ .

La préparation débute par une impulsion des lasers L_1 et L_2 (tandis que le laser L_3 est présent en continu) d'une durée de l'ordre de la micro-seconde en présence d'un champ électrique statique de 0.14 V.cm⁻¹, générant l'état de Rydberg $|52f, |m| = 2\rangle$. Par suite, nous augmentons le champ électrique statique en 1 µs pour former un plateau à la valeur de 2.40 V.cm⁻¹. Une telle valeur permet de se placer à un désaccord négatif entre la transition atomique et le champ radiofréquence à 230 MHz *ie* à droite de l'anti-croisement représenté sur la Figure (I.11). Durant ce premier plateau, le champ radiofréquence est progressivement allumé (*via* la tension de commande commune aux deux voies du champ radiofréquence) sur une durée $\Delta t_{RF} = 0.5 \,\mu$ s, conformément à la condition d'adiabaticité (I.47). Par suite, le champ radiofréquence reste stationnaire sur une durée de 2.4 µs à une valeur gouvernant la puissance à laquelle le passage adiabatique va être réalisé. Pendant ce temps, le champ électrique statique est lentement varié sur une durée $\Delta t_{F_0} = 1.5 \,\mu$ s, en conformité avec la condition d'adiabaticité (I.46), jusqu'à la valeur de 1.98 V.cm⁻¹. Cette phase correspond à la phase de variation du désaccord et permet de traverser la résonance en suivant adiabatiquement la branche énergétique hyperbolique menant à l'état circulaire en partance de l'état $|52f, m = 2\rangle$. Nous terminons la séquence par une extinction adiabatique du champ radiofréquence d'une durée Δt_{RF} afin de brancher le niveau habillé final sur l'état de Rydberg circulaire. Précisons que en présence d'un champ radiofréquence polarisé σ_+ , seul l'état $|52f, m = 2\rangle$ est amené dans l'état circulaire.

b) Réglage de la polarisation

Le réglage de la polarisation du champ radiofréquence est une étape importante pour la préparation des états de Rydberg circulaire. Un tel réglage n'est pas aisé, une multitude de facteurs font que nous ne connaissons pas *a priori* avec exactitude les valeurs des amplitudes et phases des potentiels radiofréquence effectivement appliquées sur les électrodes à l'intérieur du cryostat. Tout d'abord, les signaux radiofréquence subissent une première altération - atténuation, déphasage - lors de la propagation dans les câbles. D'autre part, le couplage capacitif entre électrodes adjacentes n'est pas négligeable, le potentiel théoriquement appliqué à une seule électrode influence le potentiel des autres électrodes. Ainsi, un réglage purement électronique de la polarisation, en égalisant les amplitudes et en les déphasant consécutivement de $\pi/2$ via une lecture du signal en sortie sur l'oscilloscope, reste illusoire. Nous allons donc directement utiliser les atomes comme sonde afin de mesurer la pureté de la composante σ_+ du champ radiofréquence.

La méthode utilisée est pragmatique et repose simplement sur le fait que l'obtention d'atomes dans l'état de Rydberg circulaire constitue un critère attestant d'une bonne polarisation et d'une puissance suffisante du champ radiofréquence. Ainsi, afin de quantifier la pureté de l'état de Rydberg circulaire préparé, nous avons besoin de mesurer les produits résultants du passage adiabatique, en particulier, les résidus de populations atomiques se trouvant dans les états $|e_1\rangle \equiv |52, n_1 = 0, m = 50\rangle$ et $|e'_1\rangle \equiv |52, n_1 = 1, m = 50\rangle$ voisins du niveau circulaire, représentés sur la Figure (II.49). Pour ce faire, à l'issue du passage adiabatique, nous réalisons une spectroscopie micro-onde aux alentours de la transition $|52c\rangle \rightarrow |51c\rangle$. Les deux fréquences voisines sont associées aux transitions $|52, e_1\rangle \rightarrow |51, e_1\rangle$ et $|52, e'_1\rangle \rightarrow |51, e'_1\rangle$. Une telle spectroscopie permet ainsi de discerner et dénombrer de façon relative les populations des états précédemment mentionnées.

Un excédent d'atomes dans l'état elliptique $|e_1\rangle$ aura tendance à être le signe d'une puissance globale du champ radiofréquence trop faible. Tandis qu'un excédent de population dans l'état $|e'_1\rangle$ nous informera sur la présence d'une composante σ_- non négligeable, tendant à contaminer l'ensemble de la multiplicité en induisant des transitions hors de l'ensemble \mathcal{J}_{52} . Nous devons donc autant que faire se peut maximiser la population de l'état $|52c\rangle$ en variant l'ensemble des paramètres dont dépend le processus de circularisation : la phase relative $\varphi_2 - \varphi_1$ de la paire d'électrodes, l'amplitude relative u_2/u_1 et la puissance globale commune aux deux voies de la radiofréquence dont le moyen d'action est la tension de modulation V_c . Dans un premier temps, nous réalisons un réglage grossier des paramètres sur un signal d'ionisation en faisant converger ce dernier, par expérience, vers le signal associé à l'état de Rydberg circulaire caractéristique par sa forme et son seuil d'ionisation. Dans un deuxième temps, en variant successivement l'ensemble des paramètres dont dépend le processus de circularisation, nous maximisons le transfert η de la population associée à l'état $|52c\rangle$ vers l'état $|51c\rangle$:

160



FIGURE II.49 – Schéma du diagramme énergétique autour des états de Rydberg circulaires associés à la multiplicité n=52 et n=51. Les fréquences voisines de la fréquence associée à la transition $|52c\rangle \rightarrow |51c\rangle$ (flèche jaune) correspondent aux transitions $|52, e_1\rangle \rightarrow |51, e_1\rangle$ (flèche magenta) et $|52, e'_1\rangle \rightarrow |51, e'_1\rangle$ (flèche rouge). Afin de quantifier l'efficacité du passage adiabatique, nous réalisons une spectroscopie des transitions précédemment mentionnées. Ainsi, nous évaluons les résidus de population se trouvant dans les états $|52, e_1\rangle et |52, e'_1\rangle$.

$$\eta = \frac{P_{|51c\rangle}}{P_{|51c\rangle} + P_{|52c\rangle}} \tag{II.33}$$

En itérant le procédé, nous convergeons rapidement vers la valeur maximale de η . La Figure (II.50) représente deux spectroscopies micro-ondes, l'une avant la maximisation de η (courbe rouge) et l'autre à l'issue de la première itération (courbe noire). Nous observons une réduction quasi-complète de la population dans l'état $|52, e'_1\rangle$. Cette deuxième méthode a le mérite de permettre une préparation des états de Rydberg circulaire rapide et efficace. Toutefois, elle ne permet pas de quantifier la pureté de la composante σ_+ associée au champ radiofréquence. Une étude approfondie de notre capacité à générer un transfert cohérent de l'état de Rydberg de faible moment cinétique angulaire $|52f, m = 2\rangle$ vers l'état de Rydberg circulaire peut être trouvé dans la publication [51]. Nous terminons ce chapitre en présentant les signaux d'ionisations associés à certains états de Rydberg circulaires.



FIGURE II.50 – Spectroscopie aux alentours de la transition $|52c\rangle \rightarrow |51c\rangle$ avant le processus d'optimisation (courbe rouge) et après la première itération du processus d'optimisation (courbe noire). Nous indiquons par des flèches noires la position en fréquence des transitions $|52c\rangle \rightarrow |51c\rangle$, $|52, e_1\rangle \rightarrow |51, e_1\rangle$ et $|52, e_1'\rangle \rightarrow |51, e_1'\rangle$.

II.2.2.d Signaux d'ionisations

Le signal d'ionisation relatif à la préparation de l'état de Rydberg circulaire $|52c\rangle$ est représenté par la courbe noire sur la Figure (II.51(a)). L'obtention d'un tel signal nécessite de jouer la séquence de circularisation un grand nombre de fois pour de multiples tensions d'ionisation (nous fixons la tension de l'anode à 24.26 V et faisons varier la tension cathodique), puis, nous dénombrons les électrons collectés. Le pic de plus grande amplitude, obtenu pour une tension cathodique de -20 V, est associé à l'état $|52c\rangle$. La distance entre l'anode et le centre du plan incliné de la cathode étant de 3.7 mm, nous en déduisons le champ électrique d'ionisation associé : $-120 \,\mathrm{V.cm^{-1}}$. La courbe rouge résulte d'une purification de l'état circulaire $|52c\rangle$ vers l'état circulaire $|51c\rangle$ ie d'une impulsion micro-onde classique à un photon dont la fréquence est ajustée sur la transition $|52c\rangle \rightarrow |51c\rangle$ et le temps d'interaction choisi de sorte à induire une impulsion π lors de l'oscillation de Rabi. La courbe verte résulte d'une purification deux photons micro-ondes de l'état circulaire $|52c\rangle$ vers l'état circulaire $|50c\rangle$. Les champs électriques d'ionisation sont regroupés Figure (II.51(b)). Ainsi, nous pouvons discriminer deux états de Rydberg circulaires adjacents. Néanmoins, notons que certains états d'une même multiplicité sont difficilement distinguables. Par exemple, nous ne discriminerons pas l'état de Rydberg circulaire $|52c\rangle$ de l'état elliptique $|e_1\rangle \equiv |52, n_1 = 0, m = 50\rangle$. Tandis que nous pouvons discriminer l'état circulaire de l'état fondamental $|52f, m = 2\rangle$ (non représenté sur la Figure (II.51(a))).

II.2.2.e Biais sur le compte des populations atomiques

Dans ce paragraphe, nous analysons plus en détail le signal d'ionisation associé à l'état de Rydberg circulaire $|52c\rangle$. La Figure (II.52(a)) représente le signal d'ionisation normalisé, intégré



FIGURE II.51 – (a) Signaux de ionisation associés à l'état $|52c\rangle$ (courbe noire), à l'état $|51c\rangle$ (courbe rouge) et à l'état $|50c\rangle$ (courbe verte). (b) Valeurs des champs électriques d'ionisation correspondants.

sur l'ensemble de la distribution des vitesses en l'absence de sélection par temps de vol, relatif à la préparation de l'état $|52c\rangle$. Nous observons, en particulier, la présence d'un pic adjacent au seuil d'ionisation de l'état de Rydberg circulaire inférieur $|51c\rangle$. En effet, le temps de vol entre le centre de la cavité et la fente du détecteur s'élève à environ $t_{vol} = 6$ ms pour les atomes les plus lents. Ainsi, à l'issue d'une durée de t_{vol} , la probabilité d'émission spontanée à température nulle en partant de l'état $|52c\rangle$ s'évalue à :

$$1 - e^{-t_{vol}\Gamma_{52}} \simeq 14\%$$
 (II.34)

En fait, les atomes sont couplés à un environnement de température T au sein duquel règne un champ thermique résiduel comportant un nombre moyen de photons $\overline{n}_{th,n}(\omega, T)$ à la pulsation ω . Les équations de taux d'Einstein - où de façon plus générale l'équation de Lindblad relative à l'état interne atomique - permettent d'aboutir à l'évolution des populations associées aux états de Rydberg circulaires à température non nulle. Le taux de désexcitation s'exprime comme le produit du taux d'émission spontanée par le facteur $(1 + \overline{n}_{th})$, prenant en compte l'émission induite et spontanée. Tandis que le taux d'absorption s'exprime comme le produit du taux d'émission spontanée par le facteur \overline{n}_{th} . L'évolution temporelle de la population π_n associée à l'état circulaire $|nc\rangle$ est régie, en se restreignant aux deux états circulaires adjacents, par le système d'équations différentielles suivant :

$$\frac{d}{dt}\Pi = \begin{pmatrix}
-\Gamma_n \left[\overline{n}_{th,n} + 1\right] & \Gamma_n \overline{n}_{th,n} & 0 \\
\Gamma_n \left[\overline{n}_{th,n} + 1\right] & -\Gamma_{n-1} \left[\overline{n}_{th,n-1} + 1\right] - \Gamma_n \overline{n}_{th,n} & \Gamma_{n-1} \overline{n}_{th,n-1} \\
0 & \Gamma_{n-1} \left[\overline{n}_{th,n-1} + 1\right] & -\Gamma_{n-1} \overline{n}_{th,n-1}
\end{pmatrix} \Pi$$
(II.35)

où $\Pi = (\pi_{n+1}, \pi_n, \pi_{n-1})^t$ est le vecteur associé aux populations et $\overline{n}_{th,n} = \overline{n}_{th}(\omega_n, T)$ est le nombre moyen de photons thermiques de fréquence ω_n à la température T. La Figure (II.52(c)) représente l'évolution des populations atomiques π_{53} , π_{52} , π_{51} en fonction du temps pour des températures de 0 K, 1.6 K et 7 K lorsque l'état initial est l'état circulaire $|52c\rangle$. Pour T = 7 K, l'état circulaire $|52c\rangle$ se voit dépeuplé d'environ 51% après une durée de $t_{vol} \simeq 6$ ms.



FIGURE II.52 – (a) Signal d'ionisation normalisé intégré sur l'ensemble de la distribution des vitesses en l'absence de sélection par temps de vol, ce qui correspond à des temps de vols compris dans l'intervalle [1.3, 9.2] ms.Nous indiquons les pics associés aux états de Rydberg circulaires $|51c\rangle$ et $|52c\rangle$. Nous pouvons également distinguer le pics associés à l'état $|50c\rangle$ (pour un champ d'ionisation de -139 V.cm⁻¹) et à l'état $|53c\rangle$ (pour un champ d'ionisation de -111 V.cm⁻¹). (b) Signal d'ionisation normalisé associé à des atomes dont le temps de vol appartient à l'intervalle [1.5, 2.0] ms (courbe noire) et à l'intervalle [5.5, 6.5] ms (courbe rouge). (c) Évolution théorique des populations π_{53} , π_{52} et π_{51} en fonction de la température de l'environnement, pour T=0K (courbes noires), T=1.6K (courbes bleues) et T=7K (courbes rouges). (d) Évolution théorique du rapport π_{51}/π_{52} pour T=0K (courbe noire), T=1.6K (courbe bleue) et T=7K (courbe rouge). Les points rouges correspondent aux données expérimentales.

Afin de comparer ces valeurs théoriques à des données expérimentales, nous avons mesuré le signal d'ionisation, associé à la préparation de l'état $|52c\rangle$, pour différents temps de vol. La Figure (II.52(b)) représente les signaux normalisés obtenus pour des temps de vols compris dans les intervalles [5.5, 6.5] ms et [1.5, 2.0] ms, associées aux classes de vitesse [9.94, 11.74] m.s⁻¹ et [32.30, 43.60] m.s⁻¹. Les atomes les plus lents contribuent de façon significative au transfert

II.2. Préparation des états de Rydberg circulaires

de population vers les états circulaires adjacents. Nous avons représenté sur la Figure (II.52(d)) l'évolution expérimentale du rapport entre la population de l'état $|51c\rangle$ et la population de l'état $|52c\rangle$ en fonction du laps de temps entre la préparation de l'état circulaire $|52c\rangle$ et l'instant médian de détection. L'évolution de ce rapport coïncide approximativement avec l'évolution théorique résultant du couplage des atomes à un environnement de température égale à 7 K. L'ensemble des résultats présentés dans ce manuscrit ont été obtenus en portant le coeur du dispositif expérimental - *ie* le bloc cavité - à une température de 1.6 K. Nous pouvons imputer l'obtention d'une température de 7 K - perçue par les atomes - d'une part à la présence du channeltron maintenu à 40 K et d'autre part aux fuites de rayonnement thermique de l'ambiante.

Finalement, les processus d'émission spontanée, d'émission stimulée et d'absorption sont à l'origine de biais sur les populations des divers états de Rydberg circulaires. Or, les atomes sont porteur de toute l'information que nous pouvons extraire de notre système. À ce tire, dès l'instant de préparation jusqu'au détecteur, nous devons nous assurer de l'intégrité des divers états de Rydberg circulaires. Les résultats que nous présenterons dans le chapitre suivant résulteront du couplage entre le mode de la cavité et la transition atomique $|51c\rangle \rightarrow |50c\rangle$. Ainsi, un dénombrement correct des populations atomiques associées aux états $|52c\rangle$, $|51c\rangle$ et $|50c\rangle$ est un point essentiel à l'obtention de signaux de qualités. Nous devons, autant que faire se peut, réduire les biais systématiquement introduits sur l'évaluation des populations. Notons qu'à terme, la mise en place de la détection intra-cavité permettra de s'affranchir du temps de vol des atomes jusqu'au détecteur et, en particulier, de réduire les effets que nous venons d'évoquer. Nous pourrions également réduire ces derniers en mettant en place un écran thermique se présentant sous la forme d'une boite renfermant le bloc cavité et directement rattaché à la plaque 0.4 K.

II.2.2.f Correction des biais

Les dispositifs précédemment évoqués n'étant pas encore en place au sein du cryostat, nous allons introduire les moyens mis en oeuvre afin de contrecarrer au mieux les biais sur les populations. Tout d'abord, nous présentons la structure générique d'une séquence expérimentale. L'ensemble des séquences comporteront une phase de circularisation permettant d'atteindre l'état de Rydberg circulaire $|52c\rangle$ à l'instant $t = 6 \,\mu s$ (l'origine des temps est choisie à partir du début de l'impulsion laser). Ensuite, nous insérons une plage de 400 µs spécifique à chacune des séquences et dédiée aux diverses opérations que nous souhaiterons réaliser entre l'atome et le champ *intra*-cavité. Enfin, nous terminons la séquence en appliquant un ensemble d'opérations sur l'atome afin d'estomper les biais sur les populations atomiques d'intérêt ie celles que nous souhaitons mesurer. La Figure (II.53) représente la séquence temporelle des diverses impulsions. Notons que jusqu'à la fin du manuscrit, nous présenterons les séquences en termes de différence de potentiel notée V_m effectivement appliquée sur les électrodes miroirs et non en termes de champ électrique statique. En supposant que les atomes sont préparés au centre de la cavité, après $406 \,\mu s$ de vol balistique, ils se trouvent à une distance de $4.4 \,\mathrm{mm}$ du centre de la cavité, soit à une distance inférieure à la demi-largeur w_o du col associé au mode. Nous devons donc prendre garde à ne pas induire d'opérations affectant l'état du champ quantique intra-cavité. Les deux paragraphes suivants décrivent les opérations atomiques entreprissent suivant que l'on souhaite mesurer l'état $|51c\rangle$ ou l'état $|50c\rangle$. La mesure de l'état $|52c\rangle$ se fera sans opérations particulières.



FIGURE II.53 – Séquence expérimentale générique. Nous présentons l'évolution temporelle des différentes impulsions nécessaires à la préparation de l'état de Rydberg circulaire $|52c\rangle$ et la correction des biais sur les populations suivant que l'on souhaite mesurer l'état $|51c\rangle$ ou $|50c\rangle$. Nous avons représenté l'impulsion laser (rouge), le potentiel appliqué sur les miroirs (bleue), les impulsions radiofréquences (marron) et l'impulsion micro-onde (jaune). Nous donnons également la forme gaussienne du mode de la cavité en fonction du temps de vol pour des atomes ayant une vitesse de 11.9 m.s⁻¹ (en supposant que la préparation des atomes se fait au centre du mode).

• Mesure de l'état $|51c\rangle$.

⇒ Lorsque nous voulons mesurer la population atomique de l'état $|51c\rangle$, nous souhaitons éviter le biais introduit par l'émission spontanée et stimulée des atomes se trouvant dans l'état circulaire $|52c\rangle$. Pour ce faire, à la fin de la séquence expérimentale, nous couplons l'atome au champ radiofréquence de sorte à faire évoluer, sélectivement, la population de l'état circulaire $|52c\rangle$ vers les états de faibles nombre quantique m au sein de la multiplicité associée. La population de l'état $|52c\rangle$ ne sera donc plus susceptible de se désexciter vers l'état $|51c\rangle$ lors du vol balistique jusqu'au détecteur. La Figure (II.54(a)) représente le diagramme énergétique mis en jeu. En présence d'un champ radiofréquence de pulsation ω_{RF} , le désaccord δ_{51} avec l'ensemble des transitions d'échelles du sous-espace de Hilbert \mathcal{J}_{51} s'exprime, au premier ordre Stark (I.16), en fonction du désaccord δ_{52} avec l'ensemble des transitions d'échelles du sousespace de Hilbert \mathcal{J}_{52} :

$$\delta_{51}(V_{m,RF}) = \omega_{st}(51, V_{m,RF}) - \omega_{RF} = -\frac{\omega_{st}(52, V_{m,RF})}{52} + \delta_{52}(V_{m,RF})$$
(II.36)

où $V_{m,RF}$ est le potentiel sur les miroirs à l'instant d'application du champ radiofréquence. La volonté de dépeupler au maximum l'état $|52c\rangle$ se traduit par la condition :

$$|\delta_{52}(V_{m,RF})| \ll \Omega_{RF}^{\sigma_+} \tag{II.37}$$

Tandis que la volonté de ne pas affecter l'état $|51c\rangle$ se traduit par la condition :

$$\Omega_{RF}^{\sigma_{+}} \ll |\delta_{51}(V_{m,RF})| = \left|\delta_{52}(V_{m,RF}) - \frac{\omega_{st}(52, V_{m,RF})}{52}\right|$$
(II.38)

Ainsi, le choix des paramètres - la puissance de la radiofréquence et la valeur du potentiel appliqué sur les miroirs - résultent d'un compromis. Une telle opération est rendue possible grâce à l'effet Stark linéaire, assurant la distinction en fréquence des transitions $|nc\rangle \leftrightarrow |n, e_1\rangle$ entre les diverses multiplicités. Nous allons optimiser les paramètres de sorte à dépeupler au maximum l'état $|52c\rangle$ sans affecter les états de Rydberg circulaires adjacents. La séquence expérimentale est la suivante : dès l'instant $t = 406.2 \,\mu s$, nous fixons le potentiel des miroirs à une valeur $V_{m,RF}$ et, à partir de l'instant $t = 585 \,\mu s$, nous appliquons une impulsion radiofréquence à 230 MHz à l'aide des électrodes 1 et 2 (également utilisées pour le processus de circularisation). D'après la Figure (II.46), la pureté de la polarisation σ_+ est encore au moins de 90% lors de cette opération. La Figure (II.54(b)) représente le transfert entre l'état $|52c\rangle$ en présence du champ radiofréquence à l'instant $t = 585 \,\mu s$ et de l'état $|52c\rangle$ en l'absence du même champ radiofréquence, ceci en fonction du temps d'interaction. Finalement, nous optons pour un potentiel de $V_{m,RF} = 5.524$ V et un temps d'interaction de $0.32 \,\mu s$. Nous vérifions, a posteriori, que ce couple de paramètres est optimal ie si nous augmentons la puissance alors nous affectons l'état $|51c\rangle$. Un tel processus permet ainsi d'éliminer 93% de la population atomique se trouvant dans l'état $|52c\rangle$.



FIGURE II.54 – (a) Diagramme énergétique des états mis en jeu lorsque nous souhaitons corriger les biais introduit lors de la mesure de l'état $|51c\rangle$. Le couplage de l'atome au champ radiofréquence à 230 MHz fait évoluer l'état $|52c\rangle$ vers les états de faibles nombre quantique m, sans affecter les états de Rydberg circulaires $|53c\rangle$ et $|51c\rangle$. (b) Évolution du transfert entre l'état $|52c\rangle$ en présence de radiofréquence à l'instant $t = 585 \,\mu s$ et l'état $|52c\rangle$ en l'absence de radiofréquence à l'instant $t = 585 \,\mu s$. Le transfert est tracé en fonction de la durée de l'impulsion radiofréquence et pour diverses valeurs du potentiel $V_{m,RF}$ appliqué sur les miroirs. La remontée des signaux à partir de 0.32 μs s'explique simplement par le fait que nous induisons une oscillation de Rabi au sein du sous-espace de Hilbert \mathcal{J}_{52} .

⇒ Lorsque nous voulons mesurer la population atomique de l'état $|51c\rangle$, nous souhaitons également éviter le biais introduit par l'absorption des atomes se trouvant dans l'état circulaire $|50c\rangle$. Pour ce faire, nous appliquons une impulsion micro-onde, de durée $t_{\pi} = 1.9 \,\mu$ s, afin de porter la population de l'état $|50c\rangle$ vers l'état $|48c\rangle$. Notons que le transfert se fait avec une efficacité de 80%. Nous appliquons cette impulsion, à l'instant $t = 774 \,\mu$ s, sur le plateau où le potentiel vaut $V_{m,RF_f} = 5.524 \,\text{V}$. L'instant d'application de l'impulsion est choisi de sorte à se placer sur un ventre d'amplitude de l'onde stationnaire du champ micro-onde établit dans la structure. Ainsi, lors de cette opération, nous nous trouvons encore dans le mode quantique *ie* approximativement 8 mm en aval du centre de la cavité. Néanmoins, la courte durée de l'impulsion micro-onde se traduit par une largeur spectrale d'environ 0.5 MHz. Nous nous assurons ainsi d'induire un transfert non sélectif suivant le nombre de photons contenus dans la cavité *ie* nous ne résolvons pas spectralement les états habillés. Une telle impulsion n'affecte donc pas l'état du champ *intra*-cavité.

Mesure de l'état |50c>. Lorsque nous voulons mesurer la population de l'état |50c>, nous souhaitons principalement éviter le biais introduit par l'émission spontanée et stimulée des atomes se trouvant dans l'état circulaire |51c>. Pour ce faire, nous appliquerons l'impulsion micro-onde |50c> vers l'état |48c> que nous venons de décrire dans le paragraphe précédent. Nous détecterons les atomes dans l'état |48c> assimilable à la population dans l'état |50c>. L'impulsion radiofréquence permettant d'éliminer les atomes dans l'état |52c> sera également appliquée mais son effet ne sera pas notable. En effet, la population d'intérêt est portée dans l'état |48c> qui est très peu affecté par l'émission spontanée et stimulée en partant de l'état |52c>.

Les impulsions des deux procédures que nous venons d'expliciter sont représentées sur la séquence expérimentale Figure (II.53). Dès à présent, nous les appliquerons à l'ensemble des séquences.

Conclusion

La mise en oeuvre d'une expérience d'électrodynamique quantique en cavité aussi complexe, telle que le dispositif « fontaine », est un travail de longue haleine et ce doit d'être fait avec une constante précision, toute négligence lors de la construction se refléterait sur les résultats finaux. Le régime de fonctionnement actuel de la fontaine atomique utilise uniquement le piège magnétooptique à deux dimensions se trouvant à sa base, puis, le faisceau atomique est focalisé à l'aide d'une mélasse optique à deux dimensions. Finalement, nous obtenons un jet continu d'atomes lent, avec une vitesse moyenne de 11.9 m.s⁻¹, traversant de part et d'autre la cavité jusqu'au détecteur. Une telle configuration permet, en supposant que les états de Rydberg circulaires sont générés au centre du mode, de porter le temps d'interaction entre les atomes et le champ intra-cavité à une durée de 504 μ s sur une distance correspondant à la demi-largeur w_0 du col du mode. Ainsi, nous augmentons le temps d'interaction de deux ordres de grandeurs par rapport à celui obtenu avec des atomes issus d'un four et possédant une vitesse thermique d'environ 300 m.s⁻¹. Dans un futur proche, le réglage de la mélasse mobile à trois dimensions devrait permettre de contrôler précisément la vitesse avec laquelle nous envoyons les atomes au coeur de la cavité. Un tel degré de liberté permettrait de produire de façon séquentielle, d'une part des atomes très lents dont la trajectoire s'apparenterait à une parabole dont le sommet coïnciderait avec le centre du mode (maximisant ainsi le temps d'interaction) et, d'autre part, des atomes plus rapides qui seraient utilisés pour mesurer l'état du champ *intra*-cavité, en reconstruisant, par exemple, la fonction de Wigner associée (rappelons que cette étape doit être réalisée en un temps cours devant le temps de décohérence du champ). L'intégration, au montage mécanique du coeur expérimental, de la détection *intra*-cavité viendra achever la construction du dispositif « fontaine » tel qu'il est actuellement pensé.

Ensuite, nous avons démontré notre aptitude à produire des états de Rydberg circulaires, sous un passage adiabatique, en générant, à l'aide des électrodes encerclant les miroirs supraconducteurs, un champ radiofréquence purement polarisé σ +. Le réglage de l'ensemble des paramètres contrôlant le champ radiofréquence et l'étude de l'efficacité de la circularisation sous une telle technique avait déjà fait l'objet d'un travail préparatoire dans un cryostat annexe et est reportée en détail dans la thèse de doctorat de A.Signoles [50]. La validation d'une telle méthode de préparation *intra*-cavité a également constituée une étape importante dans l'aboutissement et le fonctionnement de l'expérience « fontaine ». Aujourd'hui, la manipulation cohérente de l'état interne atomique, au sein même de la structure énergétique associé à une multiplicité Stark, a allègrement dépassé son simple statut utilitaire visant à produire les états de Rydberg circulaires. En effet, une des expériences de notre groupe est entièrement dédiée à l'ingénierie d'états atomiques fortement non-classiques permettant des mesures extrêmenent sensibles en électrométrie [89] et/ou magnétométrie. Finalement, dans le dernier paragraphe, nous avons discuté des conséquences de l'absence de mise en oeuvre de la détection *intra*-cavité, ce qui nous a conduit à introduire une série d'opérations à appliquer aux atomes afin de limiter les biais introduits par l'émission spontanée, stimulée et l'absorption sur le dénombrement des populations atomiques lors de la détection.

Chapitre III

Spectroscopie des états habillés et analyse d'un état de Fock

(6 Au commencement, les yeux ne voient pas. Ils sont ouverts, entre les rideaux des paupières, mais ils sont noirs. Ils n'ont pas de lumière. Les yeux ne servent pas. Ils ne sont pas faits pour voir. Quand on a appris cela, on n'a plus peur de l'ombre et du vide. Les yeux sont des moteurs pour aller dans l'autre sens, vers le futur, vers les pays inconnus, vers les rêves, les choses de cette nature.

Jean-Marie Gustave Le Clézio, Mydriase suivi de Vers les icebergs

Sommaire

III.1 Préliminaires expérimentaux	
III.1.1	Préparation du champ dans l'état vide $ 0\rangle$
III.1.2	Séquence expérimentale
III.1.3	Mise à résonance de l'atome avec la cavité
III.2 Oscillation de Rabi quantique du vide	
III.2.1	Préliminaire théorique
III.2.2	Réalisation expérimentale
III.3 Implémentation d'une mesure du nombre de photons	
III.3.1	Description de la mesure
III.3.2	Présentation des résultats
III.4 Post-sélection et analyse d'un état de Fock avec un atome unique	
III.4.1	Description de la mesure
III.4.2	Résultats : post-sélection de l'état de Fock $ 3\rangle$
III.4.3	Caractère sélectif de la mesure

Nous présentons dans ce dernier chapitre les tous premiers résultats obtenus avec le dispositif « fontaine ». La première section est dédiée à des préliminaires expérimentaux. Nous y exposerons les opérations entreprises afin d'absorber le champ thermique résiduel et, ainsi, préparer le champ *intra*-cavité dans l'état du vide $|0\rangle$. Puis, nous étudierons le comportement des transitions atomiques d'intérêt en fonction du potentiel appliqué sur les électrodes miroirs et l'influence de la courbure de ces derniers. Les autres sections du chapitre seront consacrées à la présentation de résultats attestant de notre aptitude à induire un long temps d'interaction entre les atomes et le mode du champ quantique *intra*-cavité. Nous présenterons des spectroscopies des états habillés, sous un désaccord de quelques fois la pulsation de Rabi du vide, pour divers états du champ. De telles mesures constituent un préliminaire indispensable à l'implémentation de la dynamique Zénon quantique présentée au Chapitre (I). Nous conclurons en réalisant une mesure de post-sélection d'un état de Fock particulier à l'aide d'un atome unique et quantifierons le caractère sélectif de la mesure Zénon associée à ce nombre de photons.

III.1 Préliminaires expérimentaux

III.1.1 Préparation du champ dans l'état vide $|0\rangle$

Lors de nos expérience, le mode du champ *intra*-cavité est à l'équilibre thermodynamique avec un réservoir à une température de au mieux 1.6 K (température du bloc cavité). Notons qu'au paragraphe (II.2.2.d), nous avons évalué la température perçue par les atomes à 7 K. Nous verrons, ultérieurement, que le champ *intra*-cavité est à une température inférieure à 7 K. Nous pouvons expliquer cette différence par le fait qu'une partie de la trajectoire atomique se trouve hors du bloc cavité, dans une zone moins écrantée et susceptible de percevoir un rayonnement thermique de température plus importante (température ambiante, température du channeltron ...). Nous verrons que l'état du champ thermique *intra*-cavité est principalement un mélange statistique des états de Fock $|0\rangle$, $|1\rangle$ et $|2\rangle$. L'obtention de l'état pur du vide $|0\rangle$, hors équilibre, nécessite un protocole de préparation.

Afin de vider la cavité de ses photons thermiques, nous couplons le mode à un réservoir de température nulle, constitué d'un ensemble d'atomes préparés dans l'état fondamental $|g\rangle \equiv |50c\rangle$. La séquence est présentée Figure (III.1), nous dénommerons une telle unité « séquence absorbante ». Nous commençons par préparer l'atome dans l'état circulaire $|52c\rangle$. Ensuite, nous appliquons un potentiel de 3 V et nous préparons l'état $|50c\rangle$ à l'aide d'une impulsion microonde π . Puis, nous abaissons le potentiel de sorte à réaliser une interaction résonante pendant un temps correspondant à une demi-oscillation de Rabi *ie* $t_{\pi} = 10 \,\mu$ s pour une pulsation de Rabi du vide de $\Omega_0 = (2\pi) 50 \,\text{kHz}$. Les atomes vont alors absorber le champ thermique résiduel. Notons cependant qu'une telle procédure n'est efficace que pour un faible champ initial. En effet, l'impulsion π de Rabi dépend du nombre n de photons. Ainsi, si nous réglons cette dernière afin d'induire un pulse π en présence de un photon, la probabilité d'absorber l'état de Fock $|2\rangle$ chute à $\sin^2(\sqrt{2}\pi) \simeq 63\%$ et celle d'absorber l'état de Fock $|3\rangle$ chute à $\sin^2(\sqrt{3}\pi) \simeq 17\%$. L'efficacité des séquences absorbantes sera quantifiée à la section (III.3.2.c). Nous mesurerons directement la distribution \mathcal{P}_n du nombre de photons en présence et en l'absence des atomes absorbants.



FIGURE III.1 – Séquence absorbante. Représentation de l'évolution temporelle des différentes impulsions et de l'état du système atome-champ au fil du temps. Nous avons représenté l'impulsion laser (courbe rouge), le potentiel appliqué sur les miroirs (courbe bleue), l'impulsion radiofréquence de circularisation (courbe marron) et l'impulsion micro-onde (courbe jaune) permettant de préparer l'atome dans l'état fondamentale $|g\rangle \equiv |50c\rangle$. L'atome est alors mis à résonance avec la cavité pendant un temps correspondant à une impulsion π afin d'absorber le champ thermique résiduel.

Avant de terminer ce paragraphe, notons que nous avons tout intérêt à maximiser le nombre d'atomes préparés dans l'état $|52c\rangle$ lors d'une séquence absorbante. Pour ce faire, nous augmentons autant que possible la durée de l'impulsion laser dédiée à la préparation des états de Rydberg. En fait, nous sommes contraint par la saturation du nombre d'atomes en fonction de cette durée. La Figure (III.2) représente l'évolution du nombre moyen réel d'atomes traversant la cavité, en présence de la sélection par temps de vol, en fonction de la durée de l'impulsion laser. Mentionnons que le nombre moyen réel d'atomes traversant la cavité est déterminé à partir du nombre moyen d'atomes détectés et de l'efficacité de détection que nous avons évalué à 21% (la procédure est présentée en Annexe (C)). Nous nous limiterons ainsi à une impulsion laser de 2μ s, permettant d'obtenir environ 4 atomes par séquence absorbante dans l'état $|52c\rangle$.

III.1.2 Séquence expérimentale

Nous présentons dans ce paragraphe la structure d'une séquence expérimentale complète. La majeure partie des séquences expérimentales débuteront par un certain nombre de séquences absorbantes ayant chacune une durée de 23 µs. L'ensemble des séquences absorbantes seront mises les unes à la suite des autres. Peu importe que le faible champ électrique appliqué lors de l'excitation laser du $(k + 1)^{ième}$ atome absorbant affecte l'état circulaire du $k^{ième}$ atome absorbant, l'important est que chacun des atomes absorbent au mieux les photons. À l'issue d'un certain laps de temps t_0 après la fin de la dernière séquence absorbante, nous appliquons une séquence générique - dont la structure a été présentée au paragraphe (II.2.2.f) - comportant l'atome principal *ie* l'atome qui va réaliser la mesure d'intérêt. La Figure (III.3) représente la séquence expérimentale complète. Finalement, nous répétons la séquence expérimentale que


FIGURE III.2 – Évolution du nombre réel d'atomes préparés lors d'une séquence absorbante en fonction de la durée de l'impulsion du laser L_2 , en présence de la sélection par temps de vol. Le déplacement des atomes est négligeable à l'échelle de la durée de l'impulsion laser et le signal atteint probablement l'état stationnaire des équations de Bloch, expliquant ainsi la saturation observée.

nous venons de décrire après une certaine durée, fixant ainsi le taux de répétition. Nous allons maintenant définir les précautions à prendre vis à vis du délai entre les séquences absorbantes et l'atome principal, mais également vis à vis du délai entre deux séquences expérimentales consécutives.

• Délai entre les séquences absorbantes et l'atome principal. Nous présentons maintenant la valeur retenue pour le délai entre la fin de la dernière séquence absorbante et le début de la préparation de l'atome principal. Le choix de cette durée doit être tel que les atomes les plus lents de la dernière séquence absorbante ne perturbent pas l'atome principal lors de son interaction avec le mode de la cavité. Nous devons également prendre garde, lors de la détection, à ne pas comptabiliser des atomes absorbants dans le signal relatif à l'atome principal. Nous souhaitons également que ce délai soit le plus court possible afin d'éviter que l'état du champ retourne à l'équilibre thermique, l'évolution de ce processus ayant lieu sur un temps caractéristique de $\tau_{cav} = 8.1$ ms.

Afin de déterminer le délai le plus court possible, nous avons réalisé des détections par temps de vol. La Figure (III.4) reporte les résultats pour un délai de $t_0 = 1202 \,\mu\text{s}$ (remarquons que l'origine des temps sur cette Figure correspond à l'instant $t = -1556 \,\mu\text{s}$ de la Figure (III.3)). La courbe noire correspond au nombre d'atomes détectés dans l'état $|52c\rangle$ au cours du temps en présence à la fois de quinze séquences absorbantes et de l'atome principal (nous avons désactivé la micro-onde permettant de préparer l'état $|50c\rangle$ dans les séquences absorbantes et l'atome principal est seulement préparé dans l'état $|52c\rangle$). Dans les premières 2000 μ s, nous observons consécutivement deux signaux de faibles amplitudes, respectivement associés à des atomes rapides (avec une vitesse de 300 m.s⁻¹) des séquences absorbantes et de l'atome principal. Ces atomes correspondent à des atomes non refroidis par le 2D-MOT et non affectés par le



FIGURE III.3 – Séquence expérimentale complète comportant 15 séquences absorbantes et l'atome principal. Le laps de temps entre la dernière séquence absorbante et le début de l'impulsion laser associée à l'atome principal est noté t_0 .

système stroboscopique de sélection des vitesses. Notons que ces atomes ne sont pas représentés sur les distributions de vitesses (II.19) exposées au Chapitre (II). Ensuite, entre $4350 \,\mu s$ et 8350 µs, nous observons deux signaux consécutifs respectivement associés aux atomes lents des séquences absorbantes et de l'atome principal. Ce sont ces deux signaux qui doivent vérifier les critères précédemment mentionnés. Nous réalisons alors une mesure par temps de vol des séquences absorbantes seules (courbe bleu ciel) et de l'atome principal seul (courbe bleu nuit). Nous en déduisons que pour un délai $t_0 = 1202 \,\mu s$, la plage de détection doit être telle que représentée sur la Figure (III.4) afin de ne pas comptabiliser des atomes absorbants. Une telle plage de détection correspond à la détection des atomes principaux se trouvant dans la classe de vitesse $C_g = [9.94; 11.74] \text{ m.s}^{-1}$ (ie à quasiment la moitié inférieure de la distribution de vitesse en présence de sélection par temps de vol). En outre, pour un délai de $t_0 = 1202 \,\mu s$, l'atome absorbant le plus lent se trouve déjà à une distance de plus de $2w_0$ du point de préparation de l'atome principal. Ainsi, l'interaction de l'atome principal avec le champ ne sera pas perturbée par les atomes absorbants. Notons que sur la Figure (III.4), l'amplitude du signal attribué aux atomes des séquences absorbantes n'est pas significative. En effet, ces atomes sont affectés par les variations de potentiels appliquées sur les miroirs lors de la phase dédiée à l'atome principal et nous détectons moins d'atomes qu'il y en a vraiment.

• Délai entre deux séquences expérimentale. Le choix du délai entre deux séquences expérimentales va déterminer le taux de répétition de nos mesures. Ce taux va conditionner le temps d'acquisition lors des mesures. Au regard des signaux présentés dans le paragraphe



FIGURE III.4 – Détection par temps de vol des atomes dans l'état $|52c\rangle$. Les impulsions lasers des séquences absorbantes et de l'atome principal sont activées (courbe noire), les impulsions lasers sont uniquement activées dans les séquences absorbantes (courbe bleu ciel) et l'impulsion laser est uniquement activée dans l'atome principal (courbe bleu nuit). Pour un délai de $t_0=1202 \ \mu s$, la plage de détection envisageable pour l'atome principal se trouve entre les deux traits rouges.

précédent, nous fixerons le délai entre deux séquences expérimentales à 8000 µs. Ceci afin que les atomes les plus rapides de la $(k + 1)^{i \grave{e}me}$ séquence n'empiètent pas sur les atomes de la $k^{i \grave{e}me}$ séquence. Le délai sera donc de l'ordre de τ_{cav} .

III.1.3 Mise à résonance de l'atome avec la cavité

Les développements théoriques présentés au Chapitre (I) nous ont conduit à définir divers types d'interactions entre l'atome à deux niveaux et un unique mode du champ électromagnétique. L'obtention de ces divers régimes repose essentiellement sur notre aptitude à contrôler la différence entre la fréquence de résonance ν_c de l'oscillateur harmonique associé au champ et la fréquence de résonance ν_0 de la transition atomique, définissant le désaccord $\delta = (2\pi) (\nu_0 - \nu_c)$. L'objet de ce paragraphe est de présenter les divers leviers utilisés afin de contrôler le désaccord.

III.1.3.a Contrôle de la fréquence atomique par effet Stark

Nous exposons maintenant le comportement des fréquences atomiques d'intérêt. Dans un premier temps, nous calibrons les fréquences en fonction du potentiel V_m appliqué sur les miroirs, et, dans un deuxième temps, nous étudierons l'influence de la géométrie des miroirs sur l'évolution des fréquences le long de la trajectoire atomique.

• Calibration de la fréquence $\nu_{51,50}$ en fonction du potentiel V_m . Dès la fin de la préparation de l'état $|52c\rangle$, nous réalisons une première spectroscopie vers l'état $|51c\rangle$ à l'aide d'une impulsion micro-onde d'une durée de 2 µs. Nous faisons ceci pour plusieurs valeurs du potentiel V_m appliqué sur les miroirs. Lors de cette mesure, nous souhaitons que l'atome et la cavité soient hors de résonance, ce que nous vérifierons *a posteriori*. La Figure (III.5(a)) en présente les résultats.

Ensuite, nous répétons les mêmes séquences en réalisant une spectroscopie deux photons microonde vers l'état $|50c\rangle$ pour les mêmes valeurs de potentiels, les résultats sont donnés Figure (III.5(b)). Nous en déduisons alors la fréquence $\nu_{51,50}$ de la transition $|51c\rangle \leftrightarrow |50c\rangle$ en fonction du potentiel :

$$\nu_{51,50}(V_m) = 2\,\nu_{52,50,2ph}(V_m) - \nu_{52,51}(V_m) \tag{III.1}$$

La Figure (III.5(c)) reporte l'évolution de la fréquence $\nu_{51,50}$ en fonction de V_m . Ainsi, une telle mesure permet de calibrer la fréquence atomique d'intérêt (celle que nous souhaitons faire interagir avec le mode de la cavité) et de déterminer l'amplitude de notre levier. Lorsque nous faisons varier le potentiel de 0.4 V à 11.9 V, la fréquence de la transition atomique $|51c\rangle \leftrightarrow |50c\rangle$ varie de $-6.102 \pm 0,033$ MHz. Un ajustement numérique des points expérimentaux par une fonction du type $y = A + Bx^2$ nous donne :

$$A = 51099.108 \pm 0.018 \,\mathrm{MHz} \tag{III.2}$$

$$B = -43.13 \pm 0.22 \,\mathrm{kHz/V^2} \tag{III.3}$$

Nous constatons que la valeur de la fréquence sous un potentiel V_m nul diffère de plusieurs centaines de kHz par rapport à la valeur théorique en champ électrique statique nul, indiquant la présence d'un champ électrique statique résiduel produit par les électrodes environnantes. Une telle calibration nous permet de connaitre la fréquence atomique avec une précision de seulement ±18 kHz. Afin d'accroitre jusqu'à quelques kHz la précision sur les mesures, nous aurions pu augmenter la durée des impulsions micro-ondes dédiées à la spectroscopie jusqu'à plusieurs centaines de microsecondes. L'obtention d'une telle précision fera l'objet d'une étude détaillée à la section (III.3.2.a). Les mesures présentées dans ce paragraphe ont pour seul objectif d'appréhender le comportement de la transition atomique d'intérêt en fonction du potentiel V_m et de connaître sa fréquence à quelques dizaines de kHz afin d'approcher, ultérieurement, le régime résonant. Le réglage précis de ce dernier se fera sur un signal dépendant directement du désaccord et sera présenté à la prochaine section.



FIGURE III.5 – Évolution expérimentale des fréquences atomiques en fonction du potentiel V_m appliqué sur les miroirs (points noirs). Mentionnons que, lors de ces mesures, la fréquence de la cavité se trouvait à au moins 1 MHz au-dessus de l'ensemble des fréquences atomiques. Colonne de gauche : Évolution pour un potentiel allant de 0V à 12V. Colonne de droite : Zoom sur les points associés à des potentiels compris entre 0V à 5V. Les ajustements (courbes rouges) sont réalisés à l'aide d'une fonction du type $y=A+Bx^2$. (a) Fréquence de la transition atomique un photon micro-onde $|52c\rangle \leftrightarrow |51c\rangle$. (b) Fréquence de la transition atomique deux photons micro-ondes $|52c\rangle \leftrightarrow |50c\rangle$. (c) Fréquence de la transition atomique un photon micro-onde $|51c\rangle \leftrightarrow |50c\rangle$.

• Influence de la géométrie des miroirs. La courbure des miroirs fait que la distance d(y) entre les surfaces, pour un point situé à une distance y du centre de la cavité, va varier le long de la trajectoire atomique. Ainsi, en partant du centre de la cavité et pour un potentiel V_m constant, les atomes vont percevoir un champ électrique statique croissant au fil du temps. La fréquence atomique va donc diminuer le long de la trajectoire et, ainsi, entrainer une variation du désaccord.

Nous allons maintenant quantifier cette variation. Pour ce faire, nous réalisons des spectroscopies micro-onde d'une durée de 2 µs de la transition $|52c\rangle \leftrightarrow |51c\rangle$ pour divers laps de temps Δt entre la fin de la circularisation et l'impulsion de spectroscopie, ceci en présence d'un potentiel de 16 V sur les miroirs. La séquence expérimentale est représentée sur la Figure (III.6(a)). Nous avons choisi une valeur élevée pour le potentiel V_m afin d'observer une variation notable de la fréquence le long de la trajectoire atomique. En connaissant la valeur théorique de la fréquence en champ électrique nul $\nu_{52,51}(0) = 48179.825$ MHz et le coefficient associé à l'effet Stark quadratique $\alpha_{52-51} = -280$ kHz/(V/cm)², nous déduisons de ces mesures la valeur du champ électrique $F_o(y(\Delta t))$ à la distance y ou de manière équivalente à l'instant Δt . La Figure (III.6(b)) représente l'évolution de F_o en fonction de l'instant médian auquel on réalise la spectroscopie.



FIGURE III.6 – (a) Schéma de la séquence expérimentale. Nous représentons l'impulsion micro-onde de la spectroscopie (courbe jaune) et le potentiel appliqué sur les miroirs (trait bleu). Les flèches bleues indiquent qualitativement l'amplitude du champ électrique statique produit par les miroirs le long de la trajectoire atomique. (b) Évolution du champ électrique statique $F_{0,16V}$ le long de la trajectoire atomique sous un potentiel appliqué sur les miroirs de 16 V.

La linéarité des équations de Maxwell et la connaissance du champ électrique le long de la trajectoire atomique sous un potentiel de 16 V permettent de déduire l'évolution du champ électrique le long de la trajectoire atomique pour un potentiel V_m quelconque. Le choix du potentiel de travail résulte d'un compromis. En effet, nous avons tout intérêt à travailler en champ électrique statique le plus faible possible afin de minimiser les variations du désaccord. Néanmoins, nous devons garder un champ électrique statique directeur suffisant afin d'assurer l'intégrité des états de Rydberg circulaires. Dans toute la suite du Chapitre, nous opterons pour

un potentiel de travail égal à 1.2 V lorsque nous souhaiterons réaliser une interaction résonante et un potentiel de travail égal à 2 V lorsque nous souhaiterons travailler en régime dispersif.

La connaissance des coefficients associés à l'effet Stark quadratique α_{52-51} et α_{51-50} permettent d'évaluer la variation absolue - par rapport à la valeur maximale - des fréquences associées aux transitions $|52c\rangle \leftrightarrow |51c\rangle$ et $|51c\rangle \leftrightarrow |50c\rangle$ le long de la trajectoire atomique, ceci pour des potentiels de 1.2 V et 2 V. La Figure (III.7) en donne l'évolution. Entre 0 µs et 300 µs, la fréquence de la transition $|52c\rangle \leftrightarrow |51c\rangle$ varie de 0.47 ± 0.10 kHz et 1.32 ± 0.65 kHz pour des potentiels respectifs de 1.2 V et 2 V. Sur ce même laps de temps, la fréquence de la transition $|51c\rangle \leftrightarrow |50c\rangle$ varie de 0.53 ± 0.10 kHz et 1.44 ± 0.15 kHz pour des potentiels respectifs de 1.2 V et 2 V.



FIGURE III.7 – Variation de la fréquence de certaines transitions le long de la trajectoire atomique, ceci pour divers potentiels appliqués sur les miroirs. Pour chacun des quatre ensembles de points, nous avons fixé le zéro sur la fréquence maximale. Fréquence de la transition $|52c\rangle \leftrightarrow |51c\rangle$ pour un potentiel de 1.2 V (points vert pomme) et pour une potentiel de 2 V (points vert foncé). Fréquence de la transition $|51c\rangle \leftrightarrow |50c\rangle$ pour un potentiel de 1.2 V (points roses) et pour une potentiel de 2 V (points bordeaux). (à droite) Zoom sur les laps de temps Δt compris entre 0 µs et 400 µs, définissant, comme nous le verrons ultérieurement, la plage temporelle qui nous intéresse.

Terminons ce paragraphe en mentionnant que, sous de telles conditions, nous travaillerons avec le mode basse fréquence BF de la cavité. Un tel choix nous assure de ne pas induire d'interaction entre le mode haute fréquence HF - situé 1.2 MHz au dessus du mode BF - et la transition atomique $|51c\rangle \leftrightarrow |50c\rangle$. En effet, la fréquence de cette dernière transition décroit le long de la trajectoire atomique et sera tout au plus égale à sa valeur théorique en champ électrique statique nul $\nu_{51,50}(0) = 51\,099.429\,\text{MHz}$. Ainsi, nous n'aurons pas d'interaction entre l'atome et le mode haute fréquence HF. La Figure (III.8) reporte le positionnement en fréquence des deux modes de la cavité et la variation en fréquence de transition atomique $|51c\rangle \leftrightarrow |50c\rangle$ selon le potentiel appliqué sur les miroirs.



FIGURE III.8 – Évolution de la fréquence de la transition $|51c\rangle \leftrightarrow |50c\rangle$ en fonction du potentiel V_m appliqué sur les miroirs (courbe rouge). Les fréquences des modes BF et HF (traits bleus) sont représentées. Le mode BF est à résonance avec l'atome pour un potentiel de 1.2 V.

III.1.3.b Mise à résonance

L'objet de ce paragraphe est de présenter la méthode utilisée afin de porter nos deux sous systèmes quantiques à résonance, ceci en présence d'une différence de potentiel fixée à 1.2 V sur les miroirs.

• Première étape. Nous modifions progressivement la tension V_p appliquée aux éléments piézoélectriques de sorte à porter la fréquence de la cavité proche de la fréquence atomique (approximativement déterminée - avec une incertitude de ±18 kHz - au paragraphe précédent). À chaque pas, nous mesurons la fréquence de la cavité afin d'obtenir la correspondance entre V_p et la fréquence ν_c .

Une fois la fréquence cible de la cavité atteinte et stable, nous réalisons une courte oscillation de Rabi quantique du vide. La séquence expérimentale est donnée Figure (III.9). Avant de réaliser l'oscillation de Rabi, nous refroidissons le mode de la cavité en envoyant quinze séquences absorbantes. Nous débutons la séquence par la préparation de l'état de Rydberg $|52f, m = 2\rangle$ sous une impulsion laser de durée $0.2 \,\mu$ s. À l'issue du processus de circularisation, nous augmentons le champ sur les miroirs à $V_m = 6$ V pendant une durée de 10 μ s. Nous préparons, sur ce plateau de potentiel, l'état $|e\rangle \equiv |51c\rangle$ à l'aide d'une impulsion micro-onde classique π de durée 1.5 μ s. L'efficacité de transfert de cette impulsion s'élève à 60%. Ensuite, nous abaissons brutalement (en 0.2 μ s) le potentiel sur les miroirs à la valeur de résonance 1.2 V. Nous faisons varier le temps d'interaction t_{int} en modifiant l'instant auquel nous remontons le potentiel à une valeur de 6 V, désaccordant ainsi l'atome et la cavité. Nous terminons la séquence en mesurant la population des états $|51c\rangle$ et $|50c\rangle$ par la procédure de correction des biais sur les populations atomiques.



FIGURE III.9 – Séquence expérimentale de la mesure de l'oscillation de Rabi quantique. Nous représentons l'impulsion laser (courbe rouge), le potentiel appliqué sur les miroirs (courbe bleue), les impulsions radiofréquences (courbes marrons) et les impulsions micro-ondes (courbe jaunes).

La Figure (III.10(a)) en présente le résultat. Nous évaluons le temps d'une demi-oscillation de Rabi à environ $t_{\pi} \simeq 8 \,\mu s$. L'oscillation semble se faire à une fréquence un peu trop grande. En effet, rappelons que la pulsation de Rabi s'exprime sous la forme : $\Omega_R = \sqrt{\Omega_0^2 + \delta^2}$. Ainsi, à résonance, pour une pulsation de Rabi du vide égale à $\Omega_0 = (2\pi) 50 \,\text{kHz}$, nous nous attendons à obtenir $t_{\pi} \simeq 10 \,\mu s$. Nous sommes donc probablement en présence d'un désaccord non négligeable (ce qui n'est pas surprenant au regard de la précision sur la calibration de la fréquence atomique).



FIGURE III.10 – (a) Oscillation de Rabi quantique du vide avant le réglage précis de la résonance. (b) Oscillation de Rabi quantique du vide après le réglage précis de la résonance. (c) Amplitude de la transformée de Fourier des oscillations de Rabi avant (courbe rouge) et après (courbe noire) le réglage précis de la résonance. Àprés l'accord, nous observons une notable amélioration, la fréquence prépondérante passe de $56.74 \pm 0.02 \text{ kHz}$ (avant l'accord précis) à $50.39 \pm 0.02 \text{ kHz}$ et l'amplitude correspondante croit de 7.4%.

III.1. Préliminaires expérimentaux

• Deuxième étape. Nous allons déterminer la résonance de façon plus précise. Nous réutilisons la séquence expérimentale dédiée à l'oscillation de Rabi en fixant le temps d'interaction entre l'atome et la cavité à une durée de $t_{\pi} \simeq 8 \,\mu$ s. Finalement, nous mesurerons la probabilité de détecter l'atome dans l'état fondamental $|g\rangle \equiv |50c\rangle$ en fonction de la tension V_p ie en fonction du désaccord. La séquence expérimentale est représentée Figure (III.11).



FIGURE III.11 – Séquence expérimentale permettant de déterminer précisément la résonance. L'évolution temporelle des différentes impulsions sont représentés : l'impulsion laser (courbe rouge), le potentiel applique sur les miroirs (courbe bleue), les impulsions RF (courbe marron), les impulsions micro-ondes (courbes jaunes) et la tension V_p - que nous modifions d'une séquence à l'autre - appliquée sur les éléments piézoélectriques (courbe mauve).

Rappelons que, en partant de l'état $|e, 0\rangle$, la probabilité $\pi_{g|e}$ s'exprime en fonction du temps d'interaction sous la forme :

$$\pi_g(t) = \frac{1}{2} \frac{\Omega_0^2}{\Omega_0^2 + \delta^2} \left(1 - \cos\left(\sqrt{\Omega_0^2 + \delta^2} t\right) \right)$$
(III.4)

Loin de résonance ie δ prépondérant devant Ω_0 , nous n'aurons pas d'échange d'énergie entre l'atome et le mode de la cavité. Ainsi, la probabilité π_g sera voisine de zéro. A contrario, en ayant réglé approximativement le temps d'interaction sur une impulsion π , l'atome aura une probabilité maximale d'émettre un photon dans le mode de la cavité lorsque $\delta \simeq 0$. La Figure (III.12) reporte le signal obtenu. Le maximum du signal, atteint pour un potentiel appliqué sur les éléments piézoélectriques de $V_{p,0} = 1454 \pm 1$ V, correspond à la résonance exacte. La fréquence de la cavité correspondante est $\nu_{c,0} = 51\,099.032 \pm 0.002$ MHz, définissant la valeur de ν_c pour laquelle le régime résonant est atteint lorsque nous appliquons un potentiel $V_m = 1.2$ V sur les miroirs. Ainsi, un tel réglage permet d'obtenir un désaccord nul à ± 2 kHz.

Nous mesurons, avec ces nouveaux paramètres de réglages, une courte oscillation de Rabi du vide, le résultat est représenté sur la Figure (III.10(b)). La transformée de Fourier des oscillations de Rabi du vide avant et après le réglage de la résonance est reporté Figure (III.10(c)). Nous

mesurons une pulsation de Rabi du vide égale à 50.39 ± 0.02 kHz, ce qui correspond à la valeur à laquelle nous nous attendons (voir paragraphe (I.3.1)).



FIGURE III.12 – Évolution de la probabilité π_g en fonction de la tension appliquée sur les éléments piézoélectriques. L'ajustement (courbe rouge) est réalisé avec une fonction du type (III.4) en laissant libre un facteur d'amplitude globale et en imposant une pulsation de Rabi du vide égale à 50.39 kHz.

III.2 Oscillation de Rabi quantique du vide

Nous reportons dans cette section la mesure d'une longue oscillation de Rabi quantique du vide. Celle-ci constitue la première mesure démontrant notre aptitude à réaliser des manipulations cohérentes entre l'atome et le mode quantique de la cavité sur une longue durée d'interaction.

III.2.1 Préliminaire théorique

Jusqu'à présent, nous avons étudié le hamiltonien de Jaynes-Cumming \hat{H}_{JC} en supposant que l'atome était stationnaire dans le mode de la cavité. Néanmoins, la configuration actuelle de l'expérience est telle que les atomes traversent de part et d'autre la cavité avec une certaine vitesse v constante. L'hypothèse selon laquelle l'atome est immobile dans la cavité n'est donc pas valide, d'autant plus que nous souhaitons obtenir de long temps d'interaction entre l'atome et le champ *intra*-cavité. De ce fait, nous devons prendre en compte la structure spatiale du mode. L'expression de ce dernier est donnée en (II.12). Nous pouvons l'écrire en coordonnées cartésiennes comme suit :

$$f(x, y, z) \simeq \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z\right) e^{-(x^2 + y^2)/\omega_o^2}$$
 (III.5)

où λ est la longueur d'onde, ω_o la demi-largeur du col du mode et l'axe de la cavité est définie selon l'axe Oz. Nous considérerons que les atomes traversent le mode selon une direction parallèle à l'axe Oy. La trajectoire balistique est donc paramétrée par par le triplet $(x_0, y_0 + vt, z_0)$, où (x_0, y_0, z_0) est la position initiale des atomes *ie* la position lors de l'impulsion laser du processus de circularisation. Ainsi, l'atome va explorer la structure du mode quantique et percevoir, lors de sa propagation, une variation de l'amplitude du champ. Le hamiltonien devient un opérateur dépendant du temps. La résolution de l'équation générale satisfaite par l'opérateur d'évolution n'est plus analytique. Néanmoins, sous un régime résonant, le hamiltonien de Jaynes-Cumming vérifie la relation de commutation $[\hat{H}_{JC}(t), \hat{H}_{JC}(t')] = 0$ valable à tous les instants t et t'. De sorte que l'équation matricielle satisfaite par l'opérateur d'évolution s'intègre, de l'instant initial t_i à l'instant t, de façon similaire à une équation scalaire :

$$\hat{U}(t) = \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \int_{t_i}^t \hat{H}_{JC}(t') dt'\right] = \exp\left[-\frac{i}{\hbar} \hat{H}_{JC}(0) t_e^r(t)\right]$$
(III.6)

Nous avons introduit le temps effectif : $t_e^r(t) = \int_{t_i}^t f(x_0, y_0 + vt', z_0) dt'$

Lorsque l'atome traverse le mode de la cavité, le système évolue comme si il était soumis à un couplage constant $\hat{H}_{JC}(0)$ pendant un temps d'interaction effectif $t_e^r(t)$. Tous les résultats du Chapitre (I) restent valables en remplaçant le temps d'interaction t par le temps d'interaction effectif. Supposons que l'on prépare l'atome dans l'état $|e\rangle$ et le champ dans un état de Fock $|n-1\rangle$. La probabilité de détecter l'atome dans l'état fondamental en fonction du temps d'interaction t en régime résonant s'exprime maintenant sous la forme :

$$\pi_g(t) = 1 - \cos^2\left(\frac{\Omega_n}{2}t_e^r(t)\right) \tag{III.7}$$

La Figure (III.13) représente l'évolution théorique du signal π_e en fonction du temps d'interaction le long du demi-mode. En supposant l'atome initialement préparé au centre de la cavité, le couplage perçu décroit le long de sa trajectoire à travers le demi-mode et, ainsi, la période du signal π_g augmente continument au fil du temps.

III.2.2 Réalisation expérimentale

III.2.2.a Choix du flux atomique

Le flux atomique est contrôlé via la durée de l'impulsion laser. Nous allons maintenant justifier le choix d'une durée de $0.2 \,\mu s$ pour l'impulsion laser. Un flux important aurait pour avantage de réduire le délai moyen entre deux séquences expérimentales contenant effectivement



FIGURE III.13 – Évolution sous un régime résonant de la probabilité π_e au sein de la multiplicité \mathcal{M}_0 lorsque l'atome est initialement préparé dans son état excité et possède une vitesse de 10 m.s⁻¹. Nous avons pris en compte la forme gaussienne du mode et nous avons considéré que le couplage débute au centre du mode. Le couplage perçu par l'atome étant décroissant au cours de sa trajectoire à travers le demi-mode, la période du signal π_e augmente continument.

un atome. Néanmoins, un flux trop important est à l'origine d'un effet pouvant altérer la qualité des signaux :

Événements à deux atomes. Un flux atomique trop important entrainerait une augmentation de la probabilité qu'une séquence expérimentale contienne deux atomes. La vitesse moyenne et la dispersion en vitesse étant faibles, les deux atomes se trouveraient en même temps dans le mode de la cavité lors de l'interaction résonante. Nous pouvons montrer que (dans le cadre d'une interaction résonante) si nous préparons initialement deux atomes dans l'état excité $|e\rangle \equiv |51c\rangle$ et la cavité dans l'état du vide alors nous obtenons un régime oscillant entre les trois états $\{|e, e, 0\rangle, (|e, g, 1\rangle + |g, e, 1\rangle)/\sqrt{2}, |g, g, 2\rangle\}$ avec une fréquence égale à $\Omega_0(\sqrt{2}+2)/\sqrt{6}$. Ainsi, les événements à deux atomes introduiront une seconde fréquence dans le signal associé à l'oscillation de Rabi du vide à un seul atome, engendrant un battement dans le signal.

Nous avons ajusté le flux en mesurant la fréquence d'oscillation de courtes oscillations de Rabi (en partant d'une cavité dans l'état $|0\rangle$) pour plusieurs durées de l'impulsion laser. Notons que le paramètre pertinent n'est pas la durée du laser mais le flux réel traversant la cavité. Nous pouvons estimer ce dernier en connaissant le flux détecté ainsi que l'efficacité de détection que nous avons évaluée à 21%. De plus, nous collectons seulement les atomes appartenant à la classe de vitesse $C_v = [9.94; 11.74] \text{ m.s}^{-1}$. Cette dernière est représentée sur la Figure (III.14) et correspond à la moitié inférieure - *ie* du côté des atomes les plus lents - de la distribution des vitesses en présence de sélection par temps de vol. Nous devons donc multiplier par deux le flux déjà corrigé par l'efficacité de détection. Le flux réel en fonction des quatre durées lasers 0.2 µs, 0.3 µs, 0.5 µs et 1.0 µs, pour lesquelles nous avons réalisés les mesures, est de respectivement 0.19, 0.50, 1.21 et 2.82 atomes par séquence préparés dans l'état $|51c\rangle$.

L'évolution temporelle des oscillations de Rabi est présentée Figure (III.15(a)). Nous observons, sur le signal associé au flux réel le plus important, une période d'oscillation plus importante et un



FIGURE III.14 – Distribution des vitesses en présence de la sélection par temps de vol (courbe noire). Lors de la détection, nous sélectionnons seulement les atomes dont les vitesses se trouvent dans la classe des vitesses $C_v = [9.94; 11.74] \text{ m.s}^{-1}$ représentée par la zone verte.

effondrement rapide des oscillations traduisant la présence de battements à plusieurs fréquences. Une analyse spectrale - par transformation de Fourier - des signaux permet de faire ressortir de façon plus frappante les différences entre chacun d'entre eux. La Figure (III.15(b)) reporte la transformée de Fourier des oscillations de Rabi. Les fréquences et les amplitudes des composantes dominantes correspondantes sont données en (III.15(c)). Nous observons que plus le flux réel est faible, plus la fréquence moyenne est basse et l'amplitude associée importante. Nous opterons pour une impulsion laser de seulement $0.2 \,\mu$ s, nous assurant ainsi d'avoir au plus un seul atome interagissant avec le mode de la cavité.

III.2.2.b Résultat

Nous mesurons l'oscillation de Rabi quantique du vide sur une plage temporelle de 400 µs. Lors de la mesure, nous détectons seulement les atomes appartenant à la classe des vitesse C_v dont la vitesse moyenne est $\bar{v} = 11.17 \text{ m.s}^{-1}$. La Figure (III.16(a)) reporte le signal expérimental. L'ajustement numérique est réalisé à l'aide de l'expression théorique π_g amortie - de façon phénoménologique afin de modéliser les sources de dispersion - par une fonction exponentielle décroissante du type $e^{-t/\tau}$, où τ est le temps d'amortissement du signal. Nous fixons le nombre de photons à zéro et les positions initiales x_0 et z_0 à 0 mm. La fonction d'ajustement est la suivante :

$$t \to a_o + A \cos\left[\Omega_0 \; \frac{\omega_o}{\bar{v}} \frac{\sqrt{\pi}}{2} \; \left(\operatorname{erf}\left(\frac{y_0 + vt}{\omega_o}\right) - \operatorname{erf}\left(\frac{y_0 + vt_i}{\omega_o}\right)\right) + \varphi\right] \; e^{-t/\tau} \tag{III.8}$$

Nous avons introduit la fonction d'erreur définie par : $\operatorname{erf}(t) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^t e^{-u^2} du.$



FIGURE III.15 – (a) Oscillations de Rabi quantique du vide expérimentales en fonction du flux atomique réel traversant la cavité, pour 0.19 atomes par séquence (courbe noire), 0.50 atomes par séquence (courbe rouge), 1.21 atomes par séquence (courbe verte) et 2.82 atomes par séquence (courbe bleue). (b) Amplitudes des transformées de Fourier associées aux oscillations de Rabi précédentes. La correspondance des couleurs est respectée.(c) Évolution de la fréquence moyenne et de l'amplitude maximale de la transformée de Fourier en fonction du flux atomique moyen réel par séquence expérimentale.

Les paramètres que nous fixons lors de l'ajustement sont : la phase initiale $\varphi = \pi$, la demi-largeur du col du mode $w_0 = 5926 \,\mu\text{m}$, la vitesse moyenne \bar{v} et l'instant initial $t_i = 19.7 \,\mu\text{s}$, par rapport à l'impulsion laser, auquel débute l'interaction résonante entre l'atome et le mode de la cavité. Nous regroupons dans le tableau (III.16(b)) les valeurs des paramètres obtenus.

Notons que la pulsation de Rabi du vide et la position initiale des atomes peuvent être évaluées d'une autre manière. Nous pouvons directement déduire, du signal expérimental, la forme spatiale du mode associé au champ *intra*-cavité. En effet, nous pouvons évaluer la fréquence d'oscillation locale autour de plusieurs points le long de la trajectoire atomique. La Figure (III.17) en reporte le résultat. Nous avons effectué une moyenne glissante, sur trois périodes d'oscillations, autour de plusieurs instants d'interactions. Un ajustement des points expérimentaux avec pour seuls paramètres, libres et indépendants, la pulsation de Rabi du vide et la position initiale des atomes nous donne respectivement $\Omega_0 = (2\pi) 51.49 \pm 0.22$ kHz et $y_0 = -1431 \pm 65 \,\mu\text{m}$ (résultats en accords avec les paramètres déterminés à l'aide de l'oscillation de Rabi). Nous en déduisons la valeur de moyenne de la pulsation de Rabi du vide, le long de la trajectoire atomique sur



FIGURE III.16 – (a) Signal expérimental associé à l'oscillation de Rabi quantique du vide sur une plage d'interaction de 400µs (points noirs) et son ajustement numérique (courbe rouge). Ainsi, le temps d'interaction dont nous disposons permet d'induire une oscillation de Rabi composée d'une vingtaine de périodes, tandis que le dispositif utilisant des atomes rapides limite l'observation à environ quatre périodes. (b) Tableau donnant les valeurs des paramètres obtenues lors de l'ajustement numérique du signal. Notons que la position initiale des lasers que nous venons de déterminer est quasiment optimale. En effet, nous avons déterminé au paragraphe (II.2.1.c) que pour un faisceau laser de section infiniment fine celui-ci pouvait être au mieux placé 3 mm en amont du centre de la cavité, or, la section à e^{-1} la plus importante est celle du laser infrarouge et s'élève à 1.8 mm, ce qui donne $y_{0,max} = -2100 \,\mu m$.

les premières 320 µs de l'oscillation de Rabi, $\overline{\Omega}_0 = (2\pi) 49.65 \text{ kHz}$. Nous utiliserons cette valeur ultérieurement lorsque nous ne prendrons pas en compte la structure spatiale du mode du champ *intra*-cavité et considérons le couplage comme constant.

III.2.2.c Analyse des sources de réduction et d'effondrement du contraste

Nous avons mentionné au paragraphe (III.1.3.a) que la forme toroïdale des miroirs générait une variation du champ électrique perçu par les atomes, induisant une variation du désaccord. Sous un potentiel $V_m = 1.2$ V, nous avons évalué cette variation à tout au plus 1.2 kHz pendant



FIGURE III.17 – Forme du mode quantique du champ intra-cavité déduite de la longue oscillation de Rabi quantique du vide. L'ajustement du signal est réalisé avec la fonction $t \to \Omega_0 \exp(-(y_0 + \bar{v}t)^2/w_0^2)$, nous avons fixé la vitesse moyenne à $\bar{v} = 11.17 \text{ m.s}^{-1}$ et la demi-largeur du col du mode à $w_0 = 5926 \,\mu\text{m}$. La valeur moyenne de la pulsation de Rabi, sur les premières $320 \,\mu\text{s}$ de l'oscillation, est représentée par un trait bleu foncé. Les traits bleu clair donnent les valeurs du couplage à +1 et -1 fois l'écart-type autour de la valeur moyenne.

le temps d'interaction jusqu'à 400 μ s. Cette variation étant négligeable devant Ω_0 , une telle imperfection est négligeable et ne peut donc pas à elle seule expliquer la réduction du contraste du signal π_g . Nous allons maintenant étudier en détails les diverses sources (non négligeables) d'effondrement du contraste des oscillations de Rabi.

• Extension spatiale initiale du paquet atomique. Nous supposons dans ce paragraphe que tous les atomes ont la même vitesse v. La présence du diaphragme de 0.7 mm en amont du bloc cavité nous amène à considérer le faisceau atomique collimaté comme un cylindre de diamètre égal à 0.7 mm et centré sur l'axe (Oy). De plus, les lasers ont des sections à e^{-1} égales à 1750 µm et 700 µm respectivement pour le laser infrarouge à 1258 nm et la superposition des lasers à 776 nm et 780 nm. Ainsi, le paquet atomique généré possède à l'instant initial un volume de $\mathcal{V}_l \simeq 0.34 \text{ mm}^3$ autour du point situé sur l'axe (Oy) à une distance de $y_0 = -1452 \pm 42 \text{ µm}$ en amont du centre de la cavité.

L'extension spatiale initiale du paquet va être à l'origine d'une dispersion sur la pulsation de Rabi perçue par les atomes le long de leurs trajectoires. Un atome au sein du volume \mathcal{V}_l est défini par sa position initiale (x_0, y_0, z_0) . Nous supposerons la densité de probabilité d'occurrence uniforme sur tout le volume et égale à \mathcal{V}_l^{-1} . Le signal que nous enregistrons dans notre expérience est la moyenne sur toutes les oscillations de Rabi résultant de l'ensemble des trajectoires atomiques accessibles :

$$\bar{\pi}_g(t) = \mathcal{V}_l^{-1} \int_{\mathcal{V}_l} \pi_g(x_0, y_0, z_0, v, t) \, dx_0 dy_0 dz_0 \tag{III.9}$$

III.2. Oscillation de Rabi quantique du vide

Au regard de la structure spatiale du mode, nous nous attendons à ce que l'effondrement du contraste des oscillations dépende de façon non isotrope de l'extension spatiale du paquet atomique. Selon une direction perpendiculaire à l'axe de la cavité, le profil du mode suit une loi gaussienne de largeur à e^{-1} égale à $2w_0 \simeq 12$ mm. La structure de l'onde stationnaire le long de l'axe de la cavité module l'amplitude du champ électrique par une fonction sinusoïdale de période égale à $\lambda/2$ soit approximativement 3 mm. Les oscillations de Rabi seront donc bien plus affectées par une extension spatiale selon l'axe (Oz) de la cavité. La Figure (III.18) reporte les résultats de simulations numériques donnant la probabilité $\bar{\pi}_g$ pour des volumes \mathcal{V}_l cubiques de côté $\Delta = 0.7$ mm et $\Delta = 3.0$ mm. À l'issue des deux premières périodes, l'effondrement du contraste s'élève à 79% dans le cas $\Delta = 3.0$ mm contre seulement 2% avec $\Delta = 0.7$ mm.



FIGURE III.18 – Simulations numériques du signal $\bar{\pi}_g$ pour une extension spatiale initiale du paquet atomique cubique de côté $\Delta = 0.7 \text{ mm et } \Delta = 3.0 \text{ mm}.$

• Dispersion en vitesse. De manière tout à fait analogue à une extension spatiale du paquet atomique, la dispersion des vitesses est également une source de décohérence. Nous considérons dans ce paragraphe le paquet atomique initial comme ponctuel au centre du volume \mathcal{V}_l . L'oscillation de Rabi mesurée sera la moyenne de l'ensemble des oscillations obtenues pour chacune des vitesses v pondérées par la densité de probabilité p(v):

$$\bar{\pi}_g(t) = \int_v p(v) \ \pi_g(v, t) \ dv \tag{III.10}$$

Nous avons conduit des simulations numériques donnant la probabilité moyenne $\bar{\pi}_g$ pour plusieurs distributions de vitesses, la Figure (III.19) en expose les résultats. L'oscillation de Rabi associée à la distribution de vitesse en l'absence de sélection par temps de vol (au niveau de la fontaine atomique) possède un contraste voisin de zéro à 400 µs. En présence de sélection par temps de vol, selon que l'on détecte l'ensemble des vitesses ou bien seulement la classe C_v , nous obtenons respectivement un contraste de 14% et 64% à l'issue de l'interaction. Ceci montre que nous avons tout intérêt à réduire, autant que faire se peut, la dispersion en vitesse.



FIGURE III.19 – Simulations numériques du signal $\bar{\pi}_g$ sur différents ensembles de classes de vitesses, en l'absence du système stroboscopique permettant de réaliser la sélection des vitesses par temps de vol (courbe rouge), en présence du système stroboscopique (courbe noire) et en présence du système stroboscopique en détectant uniquement les atomes de la classe des vitesses C_v .

La Figure (III.20) (courbe bleu foncé) présente le résultat d'une simulation numérique de l'oscillation de Rabi à résonance en tenant compte de la structure spatiale du mode du champ, de la distribution des vitesses relative à la classe C_v et de l'extension spatiale du paquet atomique à l'instant initial (volume cubique de côté 0.7 mm). Nous avons corrigé la valeur moyenne et l'amplitude globale des simulations à l'aide des valeurs obtenues sous l'ajustement au paragraphe (III.2.2.b). Nous constatons que l'enveloppe du signal associé à la simulation n'est pas une simple modulation selon une fonction exponentielle décroissance comme présenté précédemment. De plus, nous observons que la simulation (courbe bleue) possède une légère avance de phase (entre 125 µs et 200 µs) par rapport au signal expérimental. Un tel effet peut se traduire par le fait que nous ne sommes pas parfaitement à résonance. Nous représentons les résultats de la simulation pour des désaccords de 7 kHz (courbe orange) et 9 kHz (courbe rouge), de tels désaccords sont envisageables au regard de la fréquence de la cavité (51.099023 GHz) le jour de la prise des données. L'oscillation associée à un désaccord de $\delta = 7$ kHz permet de compenser l'avance de phase entre 125 µs et 200 µs mais fait apparaître une légère avance de phase à partir de 325 µs.



FIGURE III.20 – Simulations de l'oscillation de Rabi quantique du vide en tenant compte des imperfections expérimentales pour plusieurs désaccords.

III.3 Implémentation d'une mesure du nombre de photons

L'oscillation de Rabi présentée à la section précédente démontre ainsi notre aptitude à induire un long temps d'interaction entre l'atome et le mode quantique. Nous allons maintenant exploiter ce long temps d'interaction pour résoudre de façon spectroscopique les états habillés de l'atome par le champ dans différents nombres de photons. Cette opération est la brique de base de la mesure nécessaire pour réaliser les expériences basées sur l'effet Zénon quantique dynamique présentées à la section (I.4.2.d).

III.3.1 Description de la mesure

III.3.1.a Présentation du système

Diagramme énergétique du système. L'atome est initialement préparé dans l'état auxiliaire $|h\rangle \equiv |52c\rangle$. En partant de cet état, aucune transition atomique n'est à résonance avec la cavité. Les états propres du système atome-champ faisant intervenir l'état $|h\rangle$ sont donc des produits tensoriels de $|h\rangle$ avec les états de Fock $|n\rangle$. Le système se trouve donc initialement dans l'état $\sum_{n} c_n |h, n\rangle$, où $\mathcal{P}_n = |c_n|^2$ est la distribution de probabilité des états de Fock pour l'état initial du champ *intra*-cavité. Le couplage entre la transition atomique $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ et la cavité se traduit par la présence des états habillés $\{|+,n\rangle, |-,n\rangle\}_{n\geq 1}$. Le diagramme énergétique associé à notre système est représenté sur la Figure (III.21).

Nous réaliserons la spectroscopie de l'ensemble des transitions $\Delta_{-,n} : |h, n\rangle \leftrightarrow |-, n+1\rangle$, situées au voisinage de la transition atomique $|h\rangle \leftrightarrow |e\rangle$, à l'aide d'une source micro-onde classique Sde pulsation ω_s variable. La différence de fréquence entre les transitions adjacentes $\Delta_{-,n+1}$ et $\Delta_{-,n}$ s'exprime, en fonction du désaccord δ et sous un couplage constant de pulsation de Rabi du vide moyenne $\overline{\Omega}_0$, comme suit :

$$\Delta_n = \frac{1}{4\pi} \left(\sqrt{\left(\bar{\Omega}_0 \sqrt{n+2}\right)^2 + \delta^2} - \sqrt{\left(\bar{\Omega}_0 \sqrt{n+1}\right)^2 + \delta^2} \right)$$
(III.11)

La Figure (III.22) représente l'évolution de Δ_n en fonction du nombre de photons n pour une pulsation de Rabi du vide moyenne de $\overline{\Omega}_0 = (2\pi) 49.65$ kHz (déterminée au paragraphe (III.2.2.b)) et un désaccord de $-2 \overline{\Omega}_0$. La résolution spectrale de ces transitions, pour un entier n donné, exige un temps d'interaction t_{int} relativement important, vérifiant la relation $t_{int} \gtrsim 1/\Delta_n$. Afin de résoudre les transitions associées à zéro et un photon, nous devons sonder le système atomechamp pendant une durée supérieure à 170 µs.

Hamiltonien du système avec sonde spectroscopique. Le hamiltonien s'exprime naturellement comme la somme du hamiltonien d'évolution libre \hat{H}_0 (associé à un atome à trois niveaux et à un unique mode du champ) et du hamiltonien de couplage \hat{H}_{int} . Le terme d'évolution libre s'exprime sous la forme :



FIGURE III.21 – Diagramme énergétique des états mis en jeu lors de la spectroscopie des états habillés de l'atome par le champ en présence d'un désaccord δ négatif et en ayant au préalable préparé l'atome dans l'état auxiliaire $|h\rangle$. Les états faisant intervenir les niveaux atomiques $|e\rangle$ et $|g\rangle$ sont représentés en l'absence de couplage avec la cavité (à gauche) et en présence d'un couplage $\overline{\Omega}_0$ constant (au centre). Nous représentons la transition $\Delta_{-,0}$ associée à zéro photon (flèche pointillés rouges) et la transition $\Delta_{-,1}$ associée à un photon (flèche pointillés jaunes). Les déplacements énergétiques des niveaux habillés sont représentés par les flèches roses et bleues.

$$\hat{H}_{0} = \hbar\omega_{c} \left(\hat{a}^{\dagger} \hat{a} + \frac{1}{2} \right) + \hbar \frac{\omega_{eg}}{2} \left(|e\rangle \langle e| - |g\rangle \langle g| \right) + \hbar \left(\frac{\omega_{eg}}{2} + \omega_{he} \right) |h\rangle \langle h|$$
(III.12)

où ω_{he} est la pulsation de la transition $|h\rangle \leftrightarrow |e\rangle$. Notons que nous avons fixé le zéro énergétique de l'atome au milieu de la transition $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$. Le terme de couplage est formé d'une part de l'interaction du type Jaynes-Cumming relative à la transition $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ et, d'autre part, de l'interaction entre la transition $|h\rangle \leftrightarrow |e\rangle$ et la source classique :

$$\hat{H}_{int}(t) = i\Omega_0 f(t) \frac{1}{2} \left(|g\rangle \langle e| \hat{a}^{\dagger} - |e\rangle \langle g| \hat{a} \right) + \hbar\Omega_S \cos(\omega_s t) \left(|e\rangle \langle h| + |h\rangle \langle e| \right)$$
(III.13)

où Ω_S est la pulsation de Rabi classique de la source S. Nous verrons, ultérieurement, que le couplage classique Ω_S n'est pas forcément constant le long de la trajectoire atomique et



FIGURE III.22 – Évolution de l'écart en fréquence Δ_n en fonction du nombre de photons (courbe noire), pour $\bar{\Omega}_0 = (2\pi) \, 49.65 \, \text{kHz}$ et $\delta = -2 \, \bar{\Omega}_0$. Nous représentons également son inverse, $1/\Delta_n$, en fonction du nombre de photons (courbe bleue), donnant le temps d'interaction théoriquement nécessaire afin de résoudre spectralement les transitions adjacentes $\Delta_{-,n+1}$ et $\Delta_{-,n}$.

dépend donc du temps. En raison du caractère fortement non résonnant de la source S avec les autres transitions atomiques, nous avons négligé le couplage avec la transition $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ et la transition à deux photons $|h\rangle \leftrightarrow |g\rangle$. Une transformation unitaire équivalente au passage dans le référentiel tournant à la pulsation ω_s permet de s'affranchir de la dépendance temporelle du hamiltonien vis à vis du terme oscillant provenant de la source classique. Tous calculs faits, le hamiltonien s'exprime - à un facteur de phase globale près au sein du sous espace de Hilbert $\mathscr{H}_n = \{|g, n+1\rangle, |e, n\rangle, |h, n\rangle\}$ - sous la forme :

$$\hat{H}_n(t) = \begin{pmatrix} -\delta/2 & -if(t)\Omega_0\sqrt{n+1}/2 & 0\\ if(t)\Omega_0\sqrt{n+1}/2 & \delta/2 & \Omega_S/2\\ 0 & \Omega_S/2 & \delta_S + \delta/2 \end{pmatrix}$$
(III.14)

où $\delta_S = \omega_{he} - \omega_s$ est le désaccord entre la pulsation de la source classique et la pulsation de la transition $|h\rangle \leftrightarrow |e\rangle$. En réécrivant la matrice ci-dessus dans la base $\{|+, n+1\rangle, |-, n+1\rangle, |h, n\rangle\}$, nous constatons que, lors de la spectroscopie, l'élément de couplage entre les états d'intérêts dépend du nombre de photons et s'exprime sous la forme¹:

$$\langle -, n+1 | \hat{H}_n | h, n \rangle = \sin(\Theta_{n+1}) \frac{\Omega_S}{2}$$
(III.16)

$$\Theta_n = \frac{1}{2} \arctan\left(\frac{\Omega_n}{\delta}\right) \tag{III.15}$$

^{1.} Rappelons que l'angle de mélange Θ_n vérifie $0 \leq \Theta_n \leq \pi/2$ et s'écrit :

En négligeant la structure du mode (nous substituons alors Ω_0 à Ω_0), la probabilité de trouver l'atome dans l'état $|e\rangle$ s'exprime comme la somme de la distribution de photon \mathcal{P}_n modulée par la forme en sinus cardinal de l'impulsion spectroscopique centrée à la fréquence ω_s :

$$\pi_e = \sum_n \pi_{e|n} \mathcal{P}_n \tag{III.17}$$

où :

$$\pi_{e|n} = \frac{\Omega_S^2}{(\omega_s - \omega_{-,n+1})^2 + (\sin(\Theta_{n+1})\Omega_S)^2} \sin^2\left(\sqrt{(\omega_s - \omega_{-,n+1})^2 + (\sin(\Theta_{n+1})\Omega_S)^2} \frac{t_{int}}{2}\right)$$
(III.18)

Le terme $\omega_{-,n+1}$ correspond à la pulsation de la transition $\Delta_{-,n}$. Nous réglerons la source S de sorte à induire principalement une impulsion π sur la transition associée à zéro photon. Nous aurons ainsi la relation :

$$\sin(\Theta_1)\,\Omega_S\,t_{int} = \pi \tag{III.19}$$

Dans ces conditions, lorsque le désaccord est égal à $\delta = -2 \overline{\Omega}_0$ et pour des nombres de photons allant jusqu'à dix, la quantité $\sin(\Theta_{n+1}) \Omega_S t_{int}$ diffère de π de tout au plus 10.5 % en valeur relative. Ceci se traduit par le fait que lorsque la fréquence de la source S est égale à la fréquence de la transition $\Delta_{-,10}$, l'impulsion micro-onde transfère tout de même 97.3 % de la population de l'état $|h, 10\rangle$ vers l'état habillé $|-, 11\rangle$. Notons que le transfert serait indépendant du nombre de photons si nous nous étions placé à résonance *ie* $\delta = 0$. Cependant, au prochain paragraphe, nous expliciterons les raisons qui nous ont amené à choisir un régime où le désaccord est non nul. Au regard des pourcentages que nous venons d'évoquer, nous considérerons l'impulsion π de la spectroscopie indépendante de n dans la gamme du nombre de photons qui nous concernera. Ainsi, pour une résolution parfaite des transitions { $\Delta_{-,n}$ } et lorsque la fréquence de la source classique est accordée sur Δ_{-,n_0} , l'action du hamiltonien se résume simplement à :

$$\sum_{n \le 10} c_n |h, n\rangle \longrightarrow c_{n_0} \underbrace{\left[\sin\left(\Theta_{n_0+1}\right) |e, n_0\rangle - i\cos\left(\Theta_{n_0+1}\right) |g, n_0+1\rangle \right]}_{= |-, n_0+1\rangle} + \sum_{\substack{n \ne n_0 \\ n \le 10}} c_n e^{i\phi_n} |h, n\rangle \quad \text{(III.20)}$$

où les phases ϕ_n proviennent des déplacements lumineux induits par la source S sur les transitions $\Delta_{-,n\neq n_0}$ non résonantes. Cependant, l'état $|-, n_0 + 1\rangle$ est un état intriqué de l'atome et du champ, impliquant les deux états atomiques $|e\rangle$ et $|g\rangle$. Nous allons maintenant voir comment remédier à ce problème. L'objectif du prochain paragraphe est double : d'une part présenter l'intérêt de réaliser la spectroscopie des transitions $\Delta_{-,n}$ en présence d'un certain désaccord δ négatif non nul et, d'autre part, justifier le choix de la branche énergétique dont nous réalisons la spectroscopie *ie* l'ensemble des transitions $\Delta_{-,n}$ et non l'ensemble des transitions $\Delta_{+,n} : |h, n\rangle \leftrightarrow |+, n+1\rangle$.

III.3.1.b Passage adiabatique passif

Le hamiltonien de Jaynes-Cumming, relatif au couplage de la transition atomique $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$ avec le mode, dépend de deux paramètres : le désaccord δ et la pulsation de Rabi. Si le système se trouve initialement dans un état propre, alors, sous une variation lente de l'un de ces paramètres le système va suivre de façon adiabatique la branche énergétique associée à l'état propre.

Analyse qualitative. Nous fixons le désaccord δ à une valeur négative non nulle. Nous avons déjà mentionné que la structure spatiale du mode est imposée par la géométrie de la cavité et suit un profil gaussien suivant l'axe (Oy). L'atome perçoit le long de sa trajectoire balistique une variation temporelle de la constante de couplage. Supposons que le système se trouve initialement dans l'état $|h, n\rangle$. À l'issue de la spectroscopie, nous transférons le système dans l'état habillé $|-, n+1\rangle_{t=0}$ au sein du mode. Si la vitesse v de l'atome est suffisamment faible, le système va suivre l'état propre $|-, n+1\rangle_t$ sous l'influence de la perturbation imposée par le profil gaussien et évoluer en sortie du mode vers l'état propre final associé à un couplage nul $|-, n+1\rangle_{t=+\infty} \simeq$ $|e, n\rangle$. Finalement, en sortie du montage, l'état du système atome-champ est séparable. L'atome se voit transféré dans l'état excité $|e\rangle$, tandis que le nombre de photons dans la cavité est inchangé. Notons que même si l'état propre au coeur de la cavité est un état intriqué du champ et de l'atome, le théorème adiabatique nous assure que le système suit l'état propre jusqu'en sortie du mode. A contrario, si nous avions réalisé une spectroscopie des transitions $\Delta_{+,n}$, l'atome aurait été transféré dans l'état fondamental $|g\rangle$ et nous aurions ajouté un photon dans le mode de la cavité. La Figure (III.23) présente l'évolution des énergies propres le long de la trajectoire atomique ainsi que le principe des passages adiabatiques que nous venons d'exposer.



FIGURE III.23 – Évolution des énergies propres au sein du mode quantique sous un désaccord constant de valeur $\delta = -\overline{\Omega}_0$. Les flèches noires symbolisent la trajectoire des états propres sous le passage adiabatique passif induit par la structure gaussienne du mode. Si le système est initialement préparé dans l'état $|+, n + 1\rangle$ (point noir) au coeur du mode, le système se retrouvera dans l'état $|g, n + 1\rangle$ en sortie du mode. Si le système est initialement préparé dans l'état $|-, n + 1\rangle$ (point blanc) au coeur du mode, le système se retrouvera dans l'état $|a, n + 1\rangle$ en sortie du mode, le système se retrouvera dans l'état $|a, n + 1\rangle$ (point blanc) au coeur du mode, le système se retrouvera dans l'état $|a, n \rangle$ en sortie du mode.

Un raisonnement similaire permet de justifier le choix de ne pas réaliser la mesure sous un régime résonant. En effet, si $\delta = 0$, à l'issue de la spectroscopie, le système atome-champ serait préparé dans une superposition à poids égaux des états $|e, n\rangle$ et $|g, n + 1\rangle$. Lors du passage adiabatique, le système demeurerait dans un tel état. Ainsi, en sortie du mode, nous aurions

une probabilité de 50% d'avoir réalisé l'adjonction d'un photon dans le mode de la cavité.

Analyse quantitative. L'évolution du système sera d'autant plus adiabatique que la vitesse vde l'atome est faible et que le désaccord est grand. La Figure (III.24(a)) représente l'efficacité du passage adiabatique en fonction de la vitesse v pour un désaccord de $-\Omega_0$. Pour la simulation, l'atome est initialement préparé au centre du mode dans l'état propre $|-,1\rangle$. Ensuite, par une intégration numérique de l'équation de Schrödinger, nous évaluons la probabilité $\pi_{|g,1\rangle}$ de détecter le système dans l'état séparable $|q,1\rangle$ le long de la trajectoire balistique. Pour une vitesse de 10 m.s^{-1} , la probabilité de déposer un photon dans la cavité en sortie du mode, *ie* à une distance de $3 w_0 \simeq 18 \text{ mm}$ du centre, s'évalue à 3.10^{-9} . Pour des vitesses allant jusqu'à 100 m.s^{-1} , la probabilité $\pi_{|q,1\rangle}$ ne diffère que très peu de celle associée à l'état propre $|-,1\rangle$, garantissant ainsi que le système suit la demi-branche associée à l'état propre. Au delà de $400 \,\mathrm{m.s^{-1}}$, le système ne suit pas parfaitement l'état propre et la probabilité $\pi_{|g,1\rangle}$ devient non nulle en sortie du mode. La Figure (III.24(b)) représente le logarithme de la probabilité que l'atome ait déposé un photon dans le cas n = 1, ceci en fonction du rapport δ/Ω_0 et de la vitesse des atomes. Nous constatons que pour les vitesses atomiques utilisées, cette probabilité reste inférieure à 10^{-7} même pour un faible désaccord de $-0.3 \Omega_0$. Notons que cette conclusion reste valable dans le cas de plusieurs centaines de photons. En effet, pour une vitesse de $10 \,\mathrm{m.s^{-1}}$ et $n \leq 1000$, la probabilité $\pi_{|a,n\rangle}$ n'excède pas 10^{-5} en sortie du mode de la cavité.

Finalement, la faible vitesse des atomes et le profil gaussien permettent de réaliser un passage adiabatique passif, tandis que le choix de réaliser la spectroscopie des transitions $\Delta_{-,n}$ en présence d'un désaccord négatif non nul (de quelques fois Ω_0) permet de confondre, lors de la détection, la probabilité que l'atome soit dans l'état $|e\rangle$ avec la probabilité \mathcal{P}_{n_0} que la cavité renferme n_0 photons, ceci sans déposer de photons dans la cavité.



FIGURE III.24 – L'atome est initialement préparé dans l'état habillé $|-,1\rangle$ au centre du mode. La Figure (a) reporte la probabilité de détecter le système dans l'état $|g,1\rangle$ le long de la trajectoire atomique à travers le demi-mode, ceci en présence d'un désaccord $\delta = -\Omega_0$. En sortie du mode - $r \sim 3w_0 \sim 18 \text{ mm}$ - on obtient la probabilité d'avoir déposé un photon dans la cavité en fonction de la vitesse \mathbf{v} des atomes. La Figure (b) représente le logarithme de la probabilité d'avoir déposé un photon dans la cavité lorsque l'atome est sorti du mode, ceci en fonction du rapport δ/Ω_0 et de la vitesse \mathbf{v} des atomes.

III.3.2 Présentation des résultats

III.3.2.a Spectroscopie $|52c\rangle \rightarrow |51c\rangle$ en l'absence de cavité

Avant d'entreprendre la spectroscopie de l'ensemble des transitions $\Delta_{-,n}$, nous allons vérifier que nous pouvons effectivement atteindre la résolution spectrale nécessaire afin de discriminer les transitions relatives à zéro et un photon. Ces deux dernières sont théoriquement séparées de 5.9 kHz pour une pulsation de Rabi du vide moyenne de $\overline{\Omega}_0 = (2\pi) 49.65$ kHz et un désaccord entre l'atome et la cavité de $-2 \overline{\Omega}_0$.

Séquence expérimentale. Nous réalisons la spectroscopie de la transition atomique $|h\rangle \rightarrow |e\rangle$ en fonction de la durée t_{sonde} de l'impulsion micro-onde, ceci pour un potentiel de 2.0 V sur les miroirs. La mesure est réalisée en l'absence de cavité *ie* nous désaccordons la cavité, à l'aide des éléments piézoélectriques, de au moins -2 MHz par rapport à la transition $|e\rangle \leftrightarrow |g\rangle$. La Figure (III.25) montre la séquence temporelle de l'expérience.



FIGURE III.25 – Séquence expérimentale de la spectroscopie $|52c\rangle \rightarrow |51c\rangle$ en l'absence de cavité. Nous représentons l'impulsion laser (courbe rouge), le potentiel appliqué sur les miroirs (courbe bleue), les impulsions radiofréquences (courbes marrons) et l'impulsion micro-onde de spectroscopie (courbe jaune). Nous réalisons la mesure pour plusieurs valeurs du potentiel V_m et plusieurs valeurs de la durée t_{sonde} de l'impulsion de spectroscopie.

La mesure est réalisée en l'absence de séquences absorbantes, nous verrons que la probabilité d'obtenir plus de trois photons dans le champ thermique résiduel est négligeable. Sous un désaccord de -2 MHz, les fréquences des transitions associées à zéro et deux photons sont distantes, théoriquement, de 616 Hz. Ainsi, pour les durées t_{sonde} que nous utiliserons dans ce paragraphe, le signal spectroscopique englobera l'ensemble des raies associées aux divers photons susceptibles d'être présent dans la cavité.



FIGURE III.26 – Évolution expérimentale de la largeur à mi-hauteur $\Delta \omega$ du signal de spectroscopie en fonction de la durée t_{sonde} de la spectroscopie, en échelle log-log, ceci pour des potentiels de 1.2 V et 2.0 V sur les miroirs. Au regard des barres d'incertitudes, nous n'observons pas de différence entre les largeurs de raies pour ces deux potentiels. La droite en pointillés rouges représente la largeur théorique de la transformée de Fourier d'une impulsion carrée de largeur égale à la durée de la spectroscopie. En l'absence de toutes autres sources d'élargissement du signal spectroscopique, les points expérimentaux devraient suivre la droite en pointillés rouges. L'encadré (en bas à gauche) représente un agrandissement des points associés à des durées de sondes de 320 µs, 400 µs et 500 µs.

Résolution spectroscopique. La Figure (III.26) reporte l'évolution, en échelle logarithmique, de la largeur de raie $\Delta \omega$ obtenue en fonction de la durée de l'impulsion micro-onde sonde et de la différence de potentiel V_m appliquée entre les miroirs. Pour des durées allant jusqu'à 100 μ s, la décroissance de $\Delta \omega$ est inversement proportionnelle à la durée de la sonde (suivant ainsi la « loi » théorique de Fourier). Au delà d'une durée de 100 µs, les points expérimentaux associés à la largeur de raie ne suivent plus la « loi » de Fourier, la décroissance de $\Delta \omega$ en fonction de la durée de la sonde est moins rapide que aux temps courts. Ceci est dû à la forme du mode de la micro-onde de spectroscopie qui induit un temps d'interaction effectif qui sature au delà de 400 µs. En sortie du guide-d'onde, le champ micro-onde se couple à l'ensemble des modes (complexes) de la structure, présentant, en particulier, des noeuds au sein de la cavité. La Figure (III.27(b)) (points noirs) représente l'évolution de l'amplitude du champ micro-onde - à la fréquence de la spectroscopie et pour une puissance donnée du générateur Anritsu - le long de la trajectoire atomique. Nous réalisons cette mesure en appliquant une courte impulsion micro-onde, d'une durée de 2 µs, et en faisant varier l'instant d'application. Cette impulsion est initialement réglée, à l'instant $t = 0 \,\mu s$, de sorte à induire une impulsion $\pi/2$ (assurant une sensibilité maximale à une variation de la puissance) sur la transition $|52c\rangle \rightarrow |51c\rangle$. La variation du transfert reflète la variation de la fréquence de Rabi et donc l'amplitude du champ le long de la trajectoire atomique. Sur le graphe (III.27(b)) (points noirs), au delà de 400 µs, nous obtenons un fond d'environ 0.3, cette valeur est uniquement imputable à un biais sur la population atomique de l'état $|51c\rangle$ (la valeur élevée de ce fond s'explique par le fait que nous avons réalisé la mesure en l'absence de correction des biais sur les populations atomiques) et est indépendante de la présence ou non de micro-onde. En effet, nous avons refait la mesure avec une autre puissance en sortie de l'Anritsu (points roses) et la valeur de ce fond reste inchangée. Ainsi, sur ce graphe, au delà de 400 µs, la puissance de la micro-onde chute réellement de 100%. Finalement, nous constatons que l'impulsion est réellement efficace seulement sur les premières 400 µs de la spectroscopie. Notons que là encore, afin d'obtenir un temps d'interaction le plus important possible, nous avons tout intérêt à travailler avec des atomes les plus lents possibles. L'ensemble des résultats que nous venons de présenter ont été obtenus en détectant les atomes de la classe des vitesses $C_v = [9.94; 11.74] \text{ m.s}^{-1}$.



FIGURE III.27 – (a) Évolution expérimentale de la largeur à mi-hauteur $\Delta \omega$ du signal de spectroscopie en fonction du temps t_{sonde} , en échelle log-log, pour des potentiels de 1.2 V (points bleu ciel) et de 2.0 V (points bleu nuit). Cette Figure est une reprise de la Figure (III.26). (b) Structure du mode de l'onde stationnaire associée à la micro-onde classique utilisée pour la spectroscopie en fonction du temps t_{sonde} allouée à la spectroscopie. Les points noirs et les points roses correspondent à deux valeurs différentes de la puissance de sortie du générateur micro-onde. Les deux graphes (a) et (b) possèdent le même axe des abscisses, permettant une comparaison plus aisée et, ainsi, expliquer le décrochage des points expérimentaux du graphe (a) par rapport à la ligne en pointillés rouges.

Impulsion π et présentation du spectre. Avant de terminer ce paragraphe, rappelons que lors de la spectroscopie, nous souhaitons réaliser une impulsion π sur chacune des transitions $\Delta_{-,n}$. Au regard des résultats précédents et sachant que nous souhaiterons réaliser d'autres opérations après la spectroscopie, nous fixons le temps d'interrogation à 320 µs. La durée étant fixée, nous réglons l'impulsion π en réalisant des oscillations de Rabi en puissance. La Figure (III.28(a)) représente l'évolution de l'amplitude maximale du signal π_e en fonction de la puissance délivrée par le générateur Anritsu. Nous réaliserons ainsi les impulsions de spectroscopie avec une puissance de -8.0 dBm pour une durée de $320 \,\mu\text{s}$. Nous présentons en Figure (III.28(b)) le résultat de la spectroscopie sans cavité après optimisation de l'impulsion π pour une durée de sonde de $320 \,\mu\text{s}$ sous un potentiel de $2.0 \,\text{V}$. La largeur de raie du signal est de $2.84 \pm 0.10 \,\text{kHz}$. Nous serons ainsi capable de résoudre les transitions associées au spectre de l'atome habillé par le champ pour les premiers nombres de photons.



FIGURE III.28 – (a) Évolution de l'amplitude maximale du signal π_e associé à la spectroscopie en fonction de la puissance délivrée en sortie de l'Anritsu, ceci pour une durée de la sonde égale à 320 µs. La faible valeur du taux de transfert maximal s'explique par le fait que les atomes transférés dans l'état |51c⟩ peuvent être ensuite portés dans l'état |52c⟩ par absorption de photons thermiques pendant le temps de vol jusqu'au détecteur. (b) Signal spectroscopique pour une durée de la sonde égale à 320 µs et une puissance de l'Anritsu de -8.0 dBm, en présence d'un potentiel appliqué sur les miroirs de 2 V.

Nous allons maintenant présenter les résultats de la spectroscopie en présence de la cavité. Dans un premier temps nous réaliserons la spectroscopie de l'état du vide ie n = 0, ce signal constituera un signal de référence et permettra également de quantifier l'efficacité de nos séquences absorbantes. Puis, dans un deuxième temps, nous réaliserons la spectroscopie lorsque le champ *intra*-cavité se trouve dans des états comportant plusieurs nombres de photons.

III.3.2.b Séquence expérimentale

La séquence expérimentale est présentée Figure (III.29). Tout d'abord, nous insérons dix ou quinze séquences absorbantes suivant les sessions. Puis, 60 µs avant l'impulsion laser de l'atome principal, nous injectons, dans certaines sessions, un champ classique à la fréquence ν_c de la cavité. À l'issue de la circularisation (à l'aide d'une impulsion laser de 0.2 µs), nous abaissons le potentiel à $V_m = 2.0$ V afin de réaliser la spectroscopie dans un régime où le désaccord vaut $-2\overline{\Omega}_0$. Enfin, nous détectons une fois sur deux les atomes dans l'état $|52c\rangle$ et une fois sur deux les atomes dans l'état $|51c\rangle$ en corrigeant le biais.



FIGURE III.29 – Séquence expérimentale dédiée à la spectroscopie de la transition $|(52)_c\rangle \rightarrow |(51)_c\rangle$ en présence de la cavité. Nous représentons l'impulsion laser (courbe rouge), le potentiel appliqué sur les miroirs (courbe bleue), les impulsions micro-ondes d'injection du champ intra-cavité à $t = -60 \,\mu s$ et de la sonde de spectroscopie (courbes jaunes) et les impulsions radiofréquences (courbes marrons).

III.3.2.c Spectroscopie du vide quantique

Le contrôle de l'état quantique du champ *intra*-cavité repose, en partie, sur notre capacité à produire l'état du vide $|0\rangle$. L'objet de ce paragraphe est d'une part d'analyser le signal associé au vide quantique et, d'autre part, de démontrer et quantifier l'efficacité des séquences absorbantes. La spectroscopie de l'état du champ *intra*-cavité, en présence de quinze séquences absorbantes, est représenté sur la Figure (III.30) (points rouges). L'ajustement du signal est réalisé à partir de la fonction ci-dessous², donnée par l'expression de $\pi_{e|n}$ dérivée en (III.17).

$$\nu \to y_o + A\left(\frac{\Omega_S t_{eff}}{2}\right)^2 \operatorname{sinc}^2\left(\pi t_{eff} \sqrt{(\nu - \nu_{c,i})^2 + (\Omega_S/(2\pi))^2}\right)$$
(III.22)

$$\operatorname{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x} \tag{III.21}$$

^{2.} Nous définissons la fonction sinus cardinal par :



FIGURE III.30 – Spectroscopie de l'état du vide $|0\rangle$.

Lors de l'ajustement, l'ensemble des paramètres associés à la valeur du fond y_o , au coefficient multiplicatif A et au temps d'interaction effectif t_{eff} sont laissés libres. Rappelons que, lors du réglage de la source classique S, nous avons ajusté la puissance délivrée par l'Anritsu de sorte à induire une impulsion π pour une durée d'interaction de $t_{int} = 320 \,\mu$ s. Ainsi, nous fixerons la puissance de la source classique à $\Omega_S = (2\pi)(2t_{int})^{-1} = (2\pi) 1.56 \,\text{kHz}$. Néanmoins, le temps d'interaction effectif est laissé comme paramètre libre, ceci afin de prendre en compte l'ensemble des sources d'élargissements du signal spectroscopique. Ainsi, ce dernier sera plus faible que le temps de $t_{int} = 320 \,\mu$ s annoncé. Nous l'évaluons, lors de l'ajustement numérique, à $t_{eff} = 257 \pm 0.05 \,\mu$ s. Dorénavant, l'ensemble des ajustements que nous présenterons sur les divers spectres des états du champ seront réalisés en fixant le temps d'interaction effectif et la puissance de la source classique aux valeurs mentionnées.

Analyse des sources d'élargissement. Afin de mieux appréhender les facteurs limitant notre résolution spectrale en présence de la cavité, nous allons étudier chacune des sources d'élargissement du signal. Rappelons que la fréquence de la transition $\Delta_{-,n}$ s'exprime, à l'instant t le long de la trajectoire atomique, sous la forme :

$$\nu_n = \nu_{he}(t) + \frac{1}{4\pi} \left(\sqrt{\left(\Omega_0(t)\sqrt{n+1}\right)^2 + \delta^2(t)} - |\delta(t)| \right)$$
(III.23)

Les sources d'élargissement ont des origines diverses :

• La structure de l'onde stationnaire associée à la micro-onde sonde, présentée à la section (III.3.2.a). En l'absence de cavité, pour un potentiel de 2.0 V, cette source constituait le facteur limitant la résolution spectrale. Pour une spectroscopie de durée 320 μ s, nous avions obtenu une largeur de raie de : $\Delta \omega_{sc} = 2.84 \pm 0.10 \text{ kHz}$.

- La courbure des miroirs est à l'origine d'une variation des fréquences atomiques ν_{he} et ν_{eg} (*ie* du désaccord δ) et, ainsi, d'une fluctuation de la fréquence ν_n . La Figure (III.31(a)) (points jaunes) reporte la valeur de l'écart-type (calculé sur une durée de 320 µs) de la fonction $t \rightarrow \nu_n(t)$ en fonction du nombre de photons. Lors de ce calcul, nous avons pris en compte l'évolution expérimentale de la fréquence $\nu_{he}(t)$ et du désaccord $\delta(t)$, tandis que la pulsation de rabi du vide a été fixée à $\Omega_0(t) = \overline{\Omega}_0$. Ainsi, pour des nombres de photons allant jusqu'à 10, l'écart-type croit jusqu'à 0.8 kHz, cette dernière valeur n'est pas complètement négligeable devant $\Delta \omega_{sc}$.
- La structure spatiale f du mode quantique est à l'origine d'une variation de la pulsation de Rabi du vide Ω_0 et, ainsi, d'une variation de la fréquence ν_n . La Figure (III.31(a)) (points roses) reporte la valeur de l'écart-type (calculé sur une durée de 320 µs) de la fonction $t \to \nu_n(t)$ en fonction du nombre de photons. Lors de ce calcul, nous avons pris en compte l'évolution expérimentale de la pulsation de Rabi du vide $\Omega_0(t)$, tandis que les autres sources de fluctuation sont fixées à $\nu_{he}(t) = \max_t(\nu_{he}(t))$ et $\delta(t) = -2\bar{\Omega}_0$. Nous constatons que la variation de Ω_0 le long de la trajectoire atomique n'est pas une source d'élargissement négligeable. En effet, l'écart-type associé aux fluctuations de la fréquence ν_n durant la spectroscopie prend des valeurs non négligeables devant $\Delta \omega_{sc}$.



FIGURE III.31 – (a) Évolution de l'écart type associé à la variation de la fréquence ν_n sur une durée de 320 µs, ceci en fonction du nombre de photons. L'évolution est représentée pour plusieurs cas : nous considérons seulement la variation des fréquences atomiques (points jaunes), seulement la variation de la pulsation de Rabi du vide (points roses), la variation du désaccord et, enfin, pour les trois contributions (la variation du désaccord, de la pulsation de Rabi du vide et de la fréquence ν_{he}) (points noirs). (b) Évolution des fréquences $\nu_n - \max_t(\nu_{he}(t))$ le long de la trajectoire atomique en tenant compte des trois contributions (la variation du désaccord, de la pulsation de Rabi du vide et de la fréquence ν_{he}).

La Figure (III.31(b)) reporte l'évolution de la fréquence $\nu_n - \max_t(\nu_{he}(t))$ le long de la trajectoire atomique en tenant compte de l'évolution expérimentale de la fréquence atomique ν_{he} , du désaccord δ et de la pulsation de Rabi du vide Ω_0 , pour divers nombres de photons. Nous pouvons évaluer l'écart type de $\nu_n(t)$ sur une durée de spectroscopie de 320 µs, la Figure (III.31(a))

206

(points noirs) en donne l'évolution en fonction du nombre de photons. Nous constatons que les écarts-types σ_{ν_n} associés aux fréquences des transitions $\Delta_{-,n}$ dépendent du nombre de photons (notamment par l'intermédiaire de la variation de la pulsation de Rabi du vide le long de la trajectoire atomique) et prennent des valeurs notables (de plusieurs kHz).

Afin d'étudier convenablement l'impact des diverses sources d'élargissement sur notre signal, nous avons conduit des simulations numériques. Nous avons réalisé une spectroscopie en intégrant numériquement l'équation de Schrödinger associée au hamiltonien (III.14) tout en tenant compte de l'évolution temporelle expérimentale de la fréquence atomique ν_{he} , du désaccord δ et de la pulsation de Rabi du vide Ω_0 , ceci pour divers nombres de photons. La Figure (III.32(b)) en donne le résultat en présence de cavité (*ie* max_t $\delta(t) = -2\bar{\Omega}_0$). L'évolution de la largeur de raie en fonction du nombre de photons est reportée sur la Figure (III.32(a)) (points noirs). Nous constatons que sa variation entre zéro et dix photons est d'environ 0.14 kHz, soit dans la barre d'incertitude avec laquelle nous ajustons les largeurs de raies expérimentales. Ainsi, nous négligerons la dépendance de la largeur de raie en fonction du nombre de photons et nous ajusterons chacune des raies associées aux transitions $\Delta_{-,n}$ avec des fonctions du type (III.23) dont le temps effectif $t_{eff} = 257 \,\mu$ s est commun.

Nous avons également représenté l'évolution de la largeur de raie en fonction du nombre de photons suivant deux cas : nous tenons compte uniquement de la variation des fréquences atomiques (III.32(a)) (points jaunes) ou bien uniquement de la variation de la pulsation de Rabi du vide (point roses). Bien que négligeable, nous constatons que la dépendance de la largeur de raie vis à vis du nombre de photons provient principalement de la variation de Ω_0 . Nous avons également représenté la largeur de raie (déduite d'une simulation) de la spectroscopie en l'absence de cavité ($ie \max_t \delta(t) = -20\overline{\Omega}_0$) (point rouge en n = 0). Ainsi, d'après les simulations et aux incertitudes prés, la largeur de raie de la spectroscopie du vide doit coïncider avec celle en l'absence de cavité.

Amplitude et coefficient de normalisation. Notons que lors de l'ajustement associé au spectre du vide, le coefficient A n'est pas assimilable à l'amplitude du signal. En effet, cette dernière est égale à $A \sin^2(\pi t_{eff} \Omega_S)$. Nous obtenons une efficacité du transfert de :

$$\kappa = 43\% \pm 1\%$$
 (III.24)

Cette valeur sera prise comme facteur de normalisation. Nous en tiendrons compte lors de l'évaluation des distributions \mathcal{P}_n du nombre de photons associées aux divers états du champ *intra*-cavité. Le faible taux de transfert peut s'expliquer, en partie, par le fait que nous ne corrigeons pas le biais sur la population de l'état de Rydberg circulaire $|52c\rangle$ lors de sa mesure. Par conséquent, à l'issue de la spectroscopie, les atomes se trouvant dans l'état $|51c\rangle$ peuvent être ultérieurement transférés et détectés dans l'état $|52c\rangle$, ceci par absorption du champ thermique pendant le temps vol.



FIGURE III.32 - (a) Évolution de la largeur de raie en fonction du nombre de photons. Les largeurs sont évaluées à partir de simulations des spectroscopies des transitions $\Delta_{-,n}$ en intégrant numériquement le hamiltonien à trois niveaux (III.14) tout en tenant compte de l'évolution expérimentale temporelle des divers paramètres. L'évolution est représentée pour plusieurs cas : nous considérons seulement la variation des fréquences atomiques (points jaunes), seulement la variation de la pulsation de Rabi du vide (points roses), seulement la variation de la pulsation de Rabi du vide (points rouges) et, enfin, l'évolution des trois contributions (désaccord, fréquence ν_{he} et pulsation de Rabi du vide) (points noirs). (b) Simulation numérique des spectroscopies des transitions $\Delta_{-,n}$ pour n allant de zéro à dix, en imposant un temps d'interaction effectif de $t_{eff} = 257 \,\mu s$ et une puissance de la source classique de sorte à induire une impulsion π sur la transition associée au vide. Nous observons que l'amplitude maximal du signal π_e décroit de 100% pour n = 0 à 96% pour n = 10, ce qui est en accord avec l'évaluation faite à la fin du paragraphe (III.3.1.a). Nous observons également sur les spectres une dissymétrie de l'amplitude des rebonds droit et gauche des sinus cardinaux, au fur et à mesure que le nombre de photons augmente la balance des amplitudes se fait au détriment de l'amplitude du rebond droit. Nous pouvons expliquer cette dissymétrie par le fait que l'instant médian de l'impulsion micro-onde de spectroscopie ne coïncide pas avec le centre du mode de la cavité. Par la suite, nous ne tiendrons pas compte de cet effet lors de l'ajustement des spectres expérimentaux.

III.3. Implémentation d'une mesure du nombre de photons

Efficacité des séquences absorbantes. Nous allons maintenant comparer le signal associé au vide avec le signal associé à la spectroscopie en présence d'un très grand désaccord présenté à la section (III.3.2.a). Notons que si l'efficacité des quinze séquences absorbantes est grande *ie* le champ thermique résiduel est complètement absorbé, ces deux signaux devraient se confondre. La Figure (III.33) reporte les spectres associés à l'état du vide (courbe rouge) et en l'absence de cavité (courbe noire). Mentionnons que nous avons retranchés les fonds associés à chacun des signaux et que nous avons recentré leurs fréquences. Ainsi, nous estimons la différence d'amplitude à seulement $0.9\% \pm 3.9\%$. Ce résidu correspond à la probabilité de ne pas obtenir zéro photons *ie* à la somme $\sum_{n\neq 0} \mathcal{P}_n$, que nous pouvons, dans une bonne approximation, assimiler à la probabilité $\mathcal{P}_1 = 0.9\% \pm 3.9\%$. Ainsi, les séquences absorbantes ont l'effet escompté et produisent l'état du vide $|0\rangle$ avec une pureté de 4%. Notons que nous aurions pu déduire le coefficient de normalisation κ à partir du spectre en l'absence de cavité.



FIGURE III.33 – Spectre de l'état du vide (courbe rouge) et spectre en l'absence de cavité ie signal obtenu à la fin de la section (III.3.2.a) (courbe noire). Les deux signaux sont ajustés numériquement à l'aide de la fonction (III.22) en imposant la puissance $\Omega_S = (2\pi) 1.56$ kHz et le temps effectif d'interrogation $t_{eff} =$ 257 µs. Les amplitudes des signaux sont de 0,427 ± 0.011 pour le signal associé au vide et 0,431 ± 0.014 pour le signal en l'absence de cavité.

Nous pouvons également traduire l'efficacité des séquences absorbantes en terme de capacité à absorber un certain état cohérent de Glauber. Pour ce faire, nous injectons - 60 µs avant la première séquence absorbante - un champ micro-onde à résonance avec la cavité pendant une durée t_i variable, puis, nous fixons la fréquence de la spectroscopie sur la transition $\Delta_{-,0}$. Ainsi, nous mesurons le signal π_e proportionnel à la probabilité \mathcal{P}_0 d'obtenir zéro photons en fonction de la durée t_i d'injection. La Figure (III.34) représente les signaux obtenus pour dix et quinze séquences absorbantes. La variation de la probabilité \mathcal{P}_0 entre l'instant initial et l'instant t_i permet d'évaluer la probabilité que la cavité renferme un nombre de photons supérieur ou égale à un *ie* la somme $\sum_{n\neq 0} \mathcal{P}_n$. Nous constatons que, en présence de dix ou quinze séquences absorbantes, nous pouvons réaliser une injection de durée allant jusqu'à 8 µs sans que cette probabilité ne dépasse $8\% \pm 5\%$.


FIGURE III.34 – Efficacité des séquences absorbantes en terme de capacité à absorber un certain état cohérent de Glauber. (a) Évolution de la probabilité \mathcal{P}_0 en fonction de la durée d'injection t_i de la microonde classique en amont des séquences absorbantes, ceci en présence de dix séquences absorbantes (courbe bleu ciel) et quinze séquences absorbantes (courbe rouge). La courbe associée à dix séquences absorbantes chute de 0.49 ± 0.02 à 0.45 ± 0.02 entre l'instant initial et une durée d'injection de 8 µs. Le taux de variation s'élève donc à $8\% \pm 5\%$.

III.3.2.d Spectroscopie du champ thermique résiduel

Nous présentons dans ce paragraphe la spectroscopie du champ *intra*-cavité dans l'état thermique résiduel. Pour ce faire, nous désactivons les impulsions lasers des séquences absorbantes afin de ne pas refroidir l'état du champ et nous n'injectons pas de champ dans la cavité.

Influence de l'émission atomique. Dans ces conditions *ie* en l'absence de séquences absorbantes, nous devons prendre garde à ne pas déposer de photons dans la cavité par émission atomique spontanée et thermique. Pour ce faire, nous devons travailler à faible flux atomique. Notons que le nombre moyen de photons déposés dans la cavité est limité par la mémoire finie du champ *intra*-cavité. Ainsi, le nombre d'atomes pertinents est le nombre d'atomes traversant la cavité pendant une durée égale au temps de vie $\tau_{cav} = 8$ ms. Dans notre cas, puisque le délai entre deux séquences expérimentale est d'environ τ_{cav} , ce nombre d'atomes est approximativement le nombre réel moyen d'atomes préparés dans une séquence expérimentale. Les mesures ont été prises en présence d'une impulsion laser d'excitation de $0.2 \,\mu$ s. D'après la section (III.1.1), une telle durée de laser correspond à 0.19 atomes préparés dans l'état $|51c\rangle$ par séquence expérimentale. Nous obtenons une valeur très petite devant 1, justifiant le fait que la perturbation induite par les atomes sur l'état du champ reste négligeable. De plus, le fait de travailler avec un désaccord de $-2 \,\overline{\Omega}_0$ nous assure que l'atome ne va pas beaucoup émettre dans le mode de la cavité.

III.3. Implémentation d'une mesure du nombre de photons

Présentation du spectre. Le signal expérimental associé à la probabilité π_e de détecter l'atome dans l'état $|51c\rangle$ est représenté sur la Figure (III.35(a)) (points noirs). Le spectre présente de façon distincte trois composantes associées aux transitions $\Delta_{-,0/1/2}$. Nous avons également représenté le spectre associé au vide (points rouges). Nous vérifions que les fréquences associées aux transitions $\Delta_{-,0}$ du champ thermique et du vide coïncident (les positions des centres différent de seulement 0.12 ± 0.04 kHz). Le rebond à gauche de la principale composante de la spectroscopie du champ thermique est imputable au premier rebond du sinus cardinal associé à la transition $\Delta_{-,0}$. Nous voyons là tout l'intérêt de réaliser l'ajustement numérique par des fonctions du type (III.22) et non pas seulement par des gaussiennes. En effet, le premier rebond (à droite) du sinus cardinal associé à la transition $\Delta_{-,0}$ vient contaminer le signal associé à la transition $\Delta_{-,1}$. Nous devons en ternir compte lors de l'évaluation de la distribution des nombres de photons. L'ajustement du signal est réalisé à l'aide d'une fonction du type :

$$\nu \to y_o + \sum_{i=1}^{n_p} A_i \left(\frac{\Omega_S t_{eff}}{2}\right)^2 \operatorname{sinc}^2 \left(\pi t_{eff} \sqrt{(\nu - \nu_{c,i})^2 + (\Omega_S / (2\pi))^2}\right)$$
(III.25)

où n_p est le nombre de transitions que nous souhaitons ajuster. Les paramètres y_o , A_i et $\nu_{c,i}$ sont laissés libres, tandis que les paramètres t_{eff} et Ω_S sont fixés aux valeurs mentionnées lors de l'analyse du spectre du vide. Nous mesurons sur le signal un fond de $y_o = 0.055 \pm 0.002$, nous l'attribuons aux atomes restant dans l'état $|52c\rangle$ qui se sont désexcités par émission spontanée et stimulée vers l'état $|51c\rangle$ (ceci malgré la présence de la correction sur le biais).

La différence de fréquence Δ_n en fonction de *n* est représentée Figure (III.35(b)). En utilisant la valeur de la pulsation de Rabi du vide moyenne, déterminée à la section (III.2.2.b), nous évaluons le désaccord à $\delta = -100.5 \pm 0.1$ kHz. Nous vérifions, *a posteriori*, que nous sommes dans un régime d'interaction tel que le désaccord vaut environ $-2.0 \overline{\Omega}_0$.

La Figure (III.35(c)) représente la distribution \mathcal{P}_n du nombre de photons corrigée par l'efficacité de transfert de l'impulsion spectroscopique, nous évaluons la somme des probabilités à :

$$\sum_{n} \mathcal{P}_{n} = 107.3\% \pm 3.5\% \tag{III.26}$$

La correction des amplitudes des composantes du spectre par le facteur κ permet ainsi d'obtenir des probabilités normées. Un ajustement numérique de l'ensemble $\{\mathcal{P}_n\}$ selon une distribution du champ thermique permet d'évaluer la température de l'environnement à $T = 1.96 \pm 0.05$ K, ce qui correspond à un nombre moyen de photons thermique de $\bar{n}_{th} = 0.40 \pm 0.05$. Rappelons que l'ensemble bloc-cavité est supposé être maintenu à une température de 1.6 K. Nous expliquons l'obtention d'une telle température par le fait que le champ *intra*-cavité n'est pas seulement couplé aux miroirs, mais également aux parties plus chaudes de l'expérience (channeltron, jupe à la température de l'hélium liquide ...) par l'intermédiaire de photons thermiques qui parviennent à s'insérer dans le mode.



FIGURE III.35 – (a) Spectroscopie des états habillés de l'atome par le champ intra-cavité en l'absence des séquences absorbantes ie en présence du champ thermique résiduel (points noirs). L'ajustement numérique est réalisé à partir de la fonction (III.25) avec $n_p = 3$, en imposant la puissance de la source classique $\Omega_S = (2\pi) 1.56 \text{ kHz}$ et le temps effectif d'interrogation $t_{eff} = 257 \text{ µs}$. L'ajustement du spectre est donné par la courbe cumulée (courbe magenta) qui est la somme de trois sinus cardinaux, l'un associé au signal de la transition $\Delta_{-,0}$ (courbe bleu nuit), l'un associé au signal de la transition $\Delta_{-,1}$ (courbe verte) et le dernier associé au signal de la transition $\Delta_{-,2}$ (courbe bleu ciel). Nous avons également représenté le spectre associé au vide quantique (points rouges). (b) Évolution de l'écart en fréquence Δ_n en fonction du nombre de photons (points noirs). L'ajustement numérique est réalisé à partir de l'équation (III.11) en imposant la fréquence de Rabi quantique du vide moyenne le long de la trajectoire atomique pendant les premières 320 µs (courbe rouge). (c) Distribution \mathcal{P}_n du nombre de photons, déduite de l'ajustement numérique du spectre, en évaluant les amplitudes des signaux associés à chacun des nombres n de photons, puis corrigées par le coefficient de normalisation $\kappa = 43\% \pm 1\%$. Nous représentons également l'ajustement numérique associé (courbe en pointillés bleus).

III.3.2.e Spectroscopie d'un état cohérent de Glauber

Nous allons maintenant présenter les spectroscopies obtenues pour divers états cohérents de Glauber du champ *intra*-cavité. Nous débutons la séquence expérimentale par l'application de quinze séquences absorbantes afin de générer l'état du vide $|0\rangle$. Puis, 60 µs avant l'impulsion laser de l'atome principal, nous injectons un champ cohérent pendant un temps t_{inj} variable, ceci pour une puissance donnée.

Calibration de l'injection. Avant d'entreprendre les spectroscopies pour différents états cohérents, nous avons mesuré l'évolution des populations associées à 0, 1, 2, 3 et 4 photons en fonction de la durée d'injection. Pour ce faire, nous fixons la fréquence de l'impulsion associée à la spectroscopie sur l'une des transitions $\Delta_{-,0/1/2/3/4}$, puis, nous mesurons la probabilité π_e en fonction de la durée d'injection. Les signaux obtenus sont représentés sur la Figure (III.36). Les ajustements numériques sont réalisés à l'aide la distribution de Poisson :

$$\mathcal{P}_{n,\gamma}(t_{inj}) = y_0 + A e^{-|\gamma t_{inj}|^2} \frac{|\gamma t_{inj}|^{2n}}{n!}$$
(III.27)

Lors de l'ajustement, l'ensemble des paramètres (le taux d'injection γ , l'amplitude A et l'offset y_0) sont laissés libres et communs à l'ensemble des courbes. Nous évaluons ainsi le taux d'injection à $\gamma = 0.219 \pm 0.003 \,\mu s^{-1}$.

Présentation de spectres partiellement résolus. Maintenant que nous avons calibré le taux d'injection (pour une puissance délivrée par l'Anritsu donnée et une injection débutant à l'instant $t = -60 \,\mu$ s), nous réalisons la spectroscopie des états cohérents correspondant à $t_{inj} = 5 \,\mu$ s et $t_{inj} = 7 \,\mu$ s, avec, respectivement, dix et quinze séquences absorbantes en amont de l'injection micro-onde. Un tel choix du nombre de séquences absorbantes est historique et n'a pas de fondement physique, celui-ci influencera légèrement l'incertitude avec laquelle nous déterminerons l'amplitude α du champ cohérent.

La Figure (III.37) regroupe l'ensemble des résultats relatifs à une durée de 5 μ s. Nous discernons sur le spectre (III.37(a)) les transitions associées à zéro jusqu'à deux photons. La procédure d'ajustement numérique du signal spectroscopique est la suivante :

- Nous réalisons un premier ajustement, uniquement des signaux associés aux transitions $\Delta_{-,0/1/2}$, à l'aide de la fonction (III.25).
- Nous en déduisons l'évolution expérimentale des écarts en fréquence Δ_n jusqu'à n = 1, ces derniers sont reportés sur la Figure (III.37(b)) (points noirs). À partir de ces valeurs, sous un ajustement de Δ_n avec la formule (III.11), en fixant la fréquence de Rabi du vide à sa valeur moyenne, nous évaluons le désaccord entre l'atome et la cavité durant la prise des données à $\delta = -101.3 \pm 4.1$ kHz. Puis, à l'aide du désaccord que nous venons de déterminer, nous évaluons la valeur théorique de l'écart Δ_n pour n = 2 (point rouge).



FIGURE III.36 – Évolution de la probabilité \mathcal{P}_n pour n = 0 (courbe noire), n = 1 (courbe rouge), n = 2 (courbe verte), n = 3 (courbe bleu nuit) et n = 4 (courbe bleu ciel), en fonction de la durée d'injection t_{inj} et en présence de quinze séquences absorbantes.

• Nous réalisons un dernier ajustement, de l'ensemble du spectre, à l'aide de la fonction (III.25), en fixant la fréquence de la transition associée au nombre de photons n = 3 à la valeur théorique extrapolée.

La distribution du nombre de photons \mathcal{P}_n qui en découle est présentée Figure (III.37(c)) et permet d'évaluer l'amplitude du champ cohérent à $\alpha = 1.01 \pm 0.08$.

La Figure (III.38) regroupe l'ensemble des résultats relatifs à une durée de 7 µs. Le spectre est présenté en (III.38(a)), la résolution en fréquence que nous possédons permet de discriminer les transitions associées à zéro jusqu'à quatre photons et de distinguer légèrement celles associés à cinq et six photons. La procédure d'ajustement numérique du signal spectroscopique est analogue à celle que nous avons présenté pour une injection de 5 µs. L'évolution expérimentale de la différence de fréquence Δ_n (jusqu'à n = 3) est donnée Figure (III.38(b)) et permet d'évaluer le désaccord à $\delta = -101.6 \pm 1.9$ kHz. À partir de la valeur du désaccord, nous calculons les positions théoriques des fréquences associés aux transitions $\Delta_{-,5/6}$ et réalisons l'ajustement final du spectre. Nous en déduisons la distribution \mathcal{P}_n du nombre de photons, permettant d'évaluer l'amplitude de l'état cohérent à $\alpha = 1.49 \pm 0.03$.

Présentation d'un spectre non résolu. Nous constatons que les conditions de fonctionnement actuelles de l'expérience permettent de résoudre les transitions énergétiques allant de zéro à quatre photons. Néanmoins, la spectroscopie non résolue d'un état cohérent, renfermant un



FIGURE III.37 – (a) Spectroscopie des états habillés de l'atome par le champ intra-cavité après l'application d'une impulsion micro-onde à la fréquence de la cavité pendant 5 µs, avec, en amont, la présence de dix séquences absorbantes. L'ajustement numérique est réalisé à partir de la fonction (III.25) avec $n_p = 4$ et en imposant la valeur de la puissance de la source classique $\Omega_S = (2\pi) 1.56$ kHz et le temps effectif d'interrogation $t_{eff} = 257$ µs. L'ajustement du spectre est donné par la courbe cumulée (courbe magenta) qui est la somme de cinq sinus cardinaux. (b) Évolution expérimentale de l'écart en fréquence Δ_n en fonction du nombre de photons (points noirs). L'ajustement numérique est réalisé à partir de l'équation (III.11) en imposant la fréquence de Rabi quantique du vide moyenne le long de la trajectoire atomique pendant les premières 320 µs (courbe rouge). (c) Distribution \mathcal{P}_n du nombre de photons, déduite de l'ajustement numérique du spectre, en évaluant les amplitudes des signaux associés à chacun des nombres n de photons, puis corrigées par le coefficient de normalisation $\kappa = 43\% \pm 1\%$. Nous évaluons la somme des probabilités à $\sum_n \mathcal{P}_n = 101.3\% \pm 7.9\%$. Nous représentons également l'ajustement numérique associé à la distribution (courbe en pointillés bleus).



FIGURE III.38 – (a) Spectroscopie des états habillés de l'atome par le champ intra-cavité après l'application d'une impulsion micro-onde à la fréquence de la cavité d'une durée de 7 µs, avec, en amont, la présence de quinze séquences absorbantes. L'ajustement numérique est réalisé à partir de la fonction (III.25) avec $n_p = 7$. Nous avons fixé la valeur de la puissance de la source classique à $\Omega_S = (2\pi) 1.56 \text{ kHz}$ et le temps effectif d'interrogation à $t_{eff} = 257 \text{ µs}$. L'ajustement du spectre est donné par la courbe cumulée (courbe magenta) qui est la somme de cinq sinus cardinaux. (b) Évolution expérimentale de l'écart en fréquence Δ_n en fonction du nombre de photons (points noirs). L'ajustement numérique est réalisé à partir de long de la trajectoire atomique pendant les premières 320 µs (courbe rouge). Les trois points rouges correspondent à des extrapolations théoriques de Δ_n à partir de la fonction d'ajustement. (c) Distribution \mathcal{P}_n du nombre de photons, déduite de l'ajustement numérique du spectre, en évaluant les amplitudes des signaux associés à chacun des nombres n de photons, puis corrigées par le coefficient de normalisation $\kappa = 43\% \pm 1\%$. Nous évaluons la somme des probabilités à $\sum_n \mathcal{P}_n = 110\% \pm 2\%$. Nous représentons également l'ajustement numérique est courbe en pointillés bleus).

nombre moyen de photons plus important, est également porteuse d'informations. Nous avons réalisé la spectroscopie pour une durée d'injection de 9 µs en présence de quinze séquences absorbantes. Le spectre obtenu est reporté Figure (III.39(a)) (courbe bleue). À partir des fréquences des transitions associées à zéro jusqu'à quatre photons, déduites de l'état cohérent $\alpha = 1.49 \pm 0.03$, nous pouvons extrapoler les fréquences relatives à des nombres de photons supérieurs à quatre. Nous réalisons alors un ajustement numérique du signal spectroscopique en fixant l'ensemble des fréquences associées aux transitions allant de zéro jusqu'à treize photons (les positions des fréquences extrapolées sont représentées par des traits en pointillés rouge bordeaux). Nous laissons comme paramètres libres l'ensemble des amplitudes A_i de chacun des sinus cardinaux centrés sur chacune des fréquences $\nu_{c,i}$ fixes. Lors de l'ajustement, les sinus cardinaux vont venir épouser l'enveloppe du signal expérimental. Ainsi, même si nous ne pouvons pas résoudre la structure énergétique relative à chacun des photons, nous pouvons tout de même évaluer l'amplitude du champ cohérent injecté. La Figure (III.39(c)) reporte la distribution des nombres de photons obtenue. Nous évaluons l'amplitude du champ cohérent à $\alpha = 2.35 \pm 0.03$, correspondant à un nombre moyen de photons égal à $\bar{n} = 5.54 \pm 0.15$. À partir des valeurs de α déterminées pour chacune des trois durées d'injections 5 µs, 7 µs et 9 µs, nous évaluons le taux d'injection de notre source à $\gamma = 0.31 \pm 0.09 \,\mu s^{-1}$. Notons que les intervalles d'incertitudes, du taux d'injection que nous venons de déterminer et de celui obtenu précédemment $(\gamma = 0.219 \pm 0.003 \,\mu s^{-1})$, se recouvrent.

Nous venons de démontrer notre capacité à résoudre spectralement les états habillés (dans un régime où le désaccord vaut $-2\bar{\Omega}_0$) pour des nombres de photons allant jusqu'à quatre et à caractériser la distribution \mathcal{P}_n pour n allant jusqu'à dix bien que la spectroscopie ne soit pas résolue. Notons que nous pourrions réaliser des spectroscopies dans un régime résonant *ie* $\delta = 0$, les fréquences de l'ensemble des transitions $\Delta_{-,n}$ seraient alors bien plus espacées et le spectre serait mieux résolu. Sous un tel régime, nous ne pourrions plus mettre à profit le passage adiabatique passif présenté à la section (III.3.1.b). Cependant, un passage adiabatique actif, basé sur une variation rapide du désaccord de $\delta = 0$ à une grande valeur, permettrait également de brancher l'état $|-, n + 1\rangle_{t=0}$ à l'issue de la spectroscopie sur l'état $|-, n + 1\rangle_{t=+\infty} \simeq |e, n\rangle$. Nous pourrions ainsi résoudre un nombre de photons bien plus important tout en mesurant la distribution des probabilités \mathcal{P}_n .



FIGURE III.39 – (a) Spectroscopie des états habillés de l'atome par le champ intra-cavité après l'application d'une impulsion micro-onde à la fréquence de la cavité d'une durée de 9 µs, avec, en amont, la présence de quinze séquences absorbantes. L'ajustement numérique est réalisé à partir de la fonction (III.25) avec $n_p = 14$ sinus cardinaux, en imposant les fréquences associées à chacune des transitions $\Delta_{-,n}$ (pour n = 0, ..., 13). Les positions des fréquences extrapolées sont indiquées par des traits en pointillés bordeaux. L'ajustement du spectre est donné par la courbe cumulée (courbe magenta) qui est la somme des sinus cardinaux. (b) Distribution \mathcal{P}_n du nombre de photons, déduite de l'ajustement numérique du spectre, en évaluant les amplitudes des signaux associés à chacun des nombres n de photons, puis corrigées par le coefficient de normalisation $\kappa = 43\% \pm 1\%$. Nous évaluons la somme des probabilités à $\sum_n \mathcal{P}_n = 113\% \pm 7\%$. Nous représentons également l'ajustement numérique associé à la distribution (courbe en pointillés bleus).

III.4 Post-sélection et analyse d'un état de Fock avec un atome unique

Les développements théoriques présentés au Chapitre (I), concernant la mise en oeuvre de l'effet Zénon quantique dynamique sur le champ *intra*-cavité, nous ont amené à introduire une mesure sélective en nombre de photons. Nous devons donc adresser, à l'aide d'une source micro-onde classique externe, une transition Δ_{-,n_0} donnée sans affecter les transitions adjacentes Δ_{-,n_0-1} et Δ_{-,n_0+1} . Au regard de l'analyse spectrale conduite à la section précédente, nous devrions être capable de satisfaire cette condition pour des nombres de photons allant de zéro à quatre. L'objet de la présente section est d'évaluer le caractère sélectif d'une telle mesure.

III.4.1 Description de la mesure

Nous fixons la fréquence de la spectroscopie, réalisée à la section précédente, à la fréquence d'une transition Δ_{-,n_0} particulière. Idéalement, pour une résolution en fréquence parfaite des transitions Δ_{-,n_0} , une telle opération serait assimilable à une porte quantique atomique conditionnée par le nombre de photons n_0 choisi. En effet, sous une impulsion π , l'opération se traduirait par un transfert de la population atomique de l'état $|h\rangle \equiv |52c\rangle$ vers l'état $|e\rangle \equiv |51c\rangle$ uniquement en présence de n_0 photons dans la cavité. Dans le cas contraire, dans les conditions d'une résolution spectrale imparfaite, l'opération n'est pas assimilable à une distribution de Dirac centrée à la fréquence de la transition Δ_{-,n_0} . La probabilité normalisée de trouver l'atome dans l'état $|e\rangle$ en présence d'un nombre arbitraire n de photons n'est pas nulle et s'exprime sous la forme :

$$\pi_{n|e} = \frac{\pi_{e|n} \mathcal{P}_n}{\pi_e} \tag{III.28}$$

Le caractère sélectif de notre mesure est défini par la probabilité $\pi_{e|n}$ et est indépendant de la distribution initiale du champ \mathcal{P}_n . Afin de quantifier le caractère sélectif, nous allons déterminer la distribution du nombre de photons $\pi_{n|e}$ de l'état du champ postérieur à la mesure. L'évaluation de $\pi_{e|n}$ s'obtiendra simplement en divisant la probabilité mesurée par la probabilité \mathcal{P}_n/π_e .

Dans un premier temps, afin de caractériser l'état du champ postérieur à la mesure, nous avions tenté d'induire une spectroscopie de 320 µs à l'issue de la spectroscopie conditionnelle. Dans le cadre d'une mesure parfaite, nous devrions post-sélectionner l'état de Fock $|n_0\rangle$ et la spectroscopie devrait comporter une uniquement composante associée à l'état de Fock postsélectionné. Le résultat n'a pas été probant. En effet, comme nous l'avons mentionné au paragraphe (III.1.2), le délai entre deux séquences expérimentale consécutives doit être de l'ordre du temps de vie de la cavité. Nous étions donc obligés de réaliser la spectroscopie conditionnelle et la spectroscopie de caractérisation de l'état du champ avec le même atome. Or, en raison de leur vitesse encore trop élevée, les atomes se trouvaient d'une part en bord du mode de la cavité et d'autre part dans un noeud de l'onde stationnaire micro-onde classique lors de la spectroscopie de caractérisation. De ces conclusions, nous avons plutôt entrepris d'induire une oscillation de Rabi quantique avec l'état du champ *intra*-cavité à l'issue de la « spectroscopie » conditionnelle. Dans le cadre d'une mesure parfaite, nous devrions post-sélectionner l'état de Fock $|n_0\rangle$ et induire une oscillation de Rabi de fréquence $\Omega_0 \sqrt{n_0 + 1}$. Dans le cas contraire, le signal π_e résultant sera la moyenne des oscillations de Rabi associées à chacun des états de Fock pondérées par la probabilité $\pi_{n|e}$. Notons que la préparation initiale du champ avec une certaine distribution \mathcal{P}_n a pour seul intérêt de maximiser les probabilités associées aux états de Fock dans le voisinage de l'état cible $|n_0\rangle$.



FIGURE III.40 – Séquence expérimentale de post-sélection et d'analyse d'un état de Fock avec un atome unique. Nous avons représenté l'impulsion laser (courbe rouge), le potentiel appliqué sur les miroirs (courbe bleue), les impulsions micro-ondes (courbes jaunes) associées à l'injection du champ classique intra-cavité à l'instant $t = -60 \,\mu$ s et de la sonde de spectroscopie conditionnelle à fréquence fixée sur la transition Δ_{-,n_0} , ainsi que les impulsions radiofréquences (courbes marrons) associées à la circularisation et à la correction des biais sur les populations atomiques. Nous donnons également la forme gaussienne du mode de la cavité en fonction du temps de vol pour des atomes ayant une vitesse de 11.9 m.s⁻¹.

Les opérations de post-sélection et d'analyse de l'état du champ produit sont réalisées avec un unique atome traversant le mode de la cavité. L'évolution temporelle des diverses impulsions de la séquence expérimentale est représentée Figure (III.40). Tout d'abord, nous insérons quinze séquences absorbantes. Puis, 60 µs avant l'impulsion laser de l'atome principal, nous injectons dans la cavité un champ cohérent pendant 7 µs. À l'issue du processus de circularisation (avec une impulsion laser de durée 0.2 µs), la différence de potentiel sur les miroirs est abaissé à 2 V afin de réaliser la « spectroscopie » conditionnelle durant 320 µs. À l'instant t = 333.7 µs nous mettons l'atome à résonance avec la cavité, avec une différence de potentiel de 1.2 V, pendant une durée variable. Nous terminons la séquence en corrigeant les biais et en détectant l'atome une fois dans l'état $|51c\rangle$ et une autre fois dans l'état $|48c\rangle$. Ainsi, à l'issue de l'oscillation de Rabi résonante, la détection de l'atome dans l'état $|51c\rangle$ ou $|48c\rangle$ réalise une post-sélection de l'état de Fock $|n_0\rangle$.

III.4.2 Résultats : post-sélection de l'état de Fock $|3\rangle$

III.4.2.a Présentation des signaux

Nous sommes actuellement en train d'acquérir l'ensemble des oscillations de Rabi conditionnelles associées aux états de Fock allant de zéro à cinq photons, une analyse détaillée sera présentée dans la thèse de mon successeur. Nous nous bornerons dans ce paragraphe à la présentation de la post-sélection de l'état de Fock $|3\rangle$ et fixerons donc la fréquence de la « spectroscopie » conditionnelle à la fréquence de la transition $\Delta_{-,3}$. L'oscillation de Rabi induite pour la classe des vitesses $C_v = [9.94; 11.74] \text{ m.s}^{-1}$, introduite à la section (III.2), est représentée sur la Figure (III.41). L'ajustement numérique associé est réalisé avec une simple fonction sinusoïdale dont l'amplitude est modulée par une fonction exponentielle décroissante sans paramètres fixes. Nous évaluons la pulsation de Rabi moyenne du champ à trois photons à $\Omega_3 = (2\pi) 88.09 \pm 0.69 \,\mathrm{kHz}$. Nous pouvons alors comparer cette pulsation à la pulsation de Rabi du vide locale ie à l'endroit où nous réalisons l'oscillation de Rabi conditionnelle. Sachant que cette dernière est induite entre $314\,\mu s$ et $374\,\mu s$ par rapport au temps d'interaction de la longue oscillation de Rabi du vide présentée en (III.2), nous obtenons une pulsation de Rabi du vide locale égale à $\Omega_0 = (2\pi) 46.48 \pm 2.11 \,\mathrm{kHz}$. D'après cette dernière valeur, l'échange du quanta d'énergie en présence de 3 photons devrait se faire à une pulsation de $\sqrt{4} \tilde{\Omega}_0 = (2\pi) 92.96 \pm 4.22 \,\text{kHz}$, coïncidant, aux incertitudes près, avec la pulsation moyenne Ω_3 . Notons que l'incertitude sur la pulsation de Rabi du vide locale est relativement importante. L'évaluation de celle-ci par l'intermédiaire de la longue oscillation de Rabi du vide n'est pas la méthode la mieux adaptée. Lorsque nous aurons terminé d'acquérir l'ensemble des données, il sera préférable de comparer Ω_3 à la pulsation de l'oscillation de Rabi conditionnelle associée à zéro photon.



FIGURE III.41 – Oscillation de Rabi quantique avec l'état du champ post-sélectionné à l'issue d'une spectroscopie conditionnelle dont la fréquence est fixée sur la transition associée à l'état de Fock à trois photons $|3\rangle$ (points noirs). L'ajustement numérique du signal est réalisé avec une simple fonction sinusoïdale modulée par une exponentielle décroissante, du type $t \rightarrow y_0 + Ae^{-t/\tau} \sin(\Omega_3 t + \varphi)$. Nous obtenons l'ensemble des paramètres suivant : $y_0 = 0.372 \pm 0.006$, $A = 0.29 \pm 0.02$, $\tau = 32 \pm 3 \,\mu s$, $\Omega_3 = (2\pi) \, 88.09 \pm 0.69 \, kHz$ $et \varphi = -1.74 \pm 0.08$.

III.4.3 Caractère sélectif de la mesure

L'objet de ce paragraphe est de quantifier le caractère sélectif de la mesure associée à l'état de Fock $|3\rangle$. Pour ce faire, nous devons extraire de l'oscillation de Rabi (postérieure à la mesure) les pondérations de chacune des oscillations de Rabi associées à l'ensemble des états de Fock $|n \neq 3\rangle$ ie l'amplitude des composantes en fréquences associées à l'ensemble des états de Fock contribuant au signal π_g . L'amplitude de la transformée de Fourier de l'oscillation conditionnelle est présentée Figure (III.42(a)) (courbe rouge). L'élargissement en fréquence du signal provient de diverses sources. L'oscillation étant réalisée sur une durée finie (60 µs), la résolution spectrale est naturellement limitée. En effet, la transformée de Fourier d'une fonction sinusoïdale non amortie de pulsation Ω_3 multipliée par une fonction porte de largeur 60 µs possède une largeur à mi-hauteur de 10 kHz. Nous verrons qu'une telle résolution ne constitue pas à elle seule un facteur limitant et est suffisante pour distinguer les fréquences associées aux états de Fock considérés. Néanmoins, l'élargissement du signal est également imputable aux multiples facteurs d'effondrement du contraste de l'oscillation de Rabi : d'une part la contamination (lors de la post-sélection de l'état de Fock cible $|3\rangle$) par les états de Fock voisins $|n \neq 3\rangle$ et, d'autre part, les sources suivantes : extension spatiale initiale du paquet atomique et dispersion des vitesses.

- Extension spatiale initiale du paquet atomique / Dispersion des vitesses.
- Préparation de l'état initial³.

Dans une première analyse qualitative, nous négligerons les facteurs que nous venons d'énumérer, ces derniers nécessitent une analyse détaillée des causes de réduction du contraste de l'oscillation (ce travail sera réalisé dans la thèse de mon successeur). Nous supposerons ici que l'élargissement spectral de l'oscillation est totalement attribuable à de la contamination par les autres états de Fock. Cette hypothèse est une hypothèse forte, nous obtiendrons donc une évaluation très pessimiste de la largeur de la distribution \mathcal{P}_n du nombre de photons.

Rappelons que la pulsation moyenne de l'oscillation de Rabi conditionnelle a été évaluée à $\Omega_3 = (2\pi) 88.09 \pm 0.69$ kHz, celle-ci est représentée par un trait rouge vertical en pointillé sur la Figure (III.42(b)). Ainsi, la pondération correspondant à l'état $|3\rangle$ est donnée par l'amplitude du signal à cette fréquence (point rouge). L'ensemble des fréquences théoriques, associées à chacun des états de Fock $|n \neq 3\rangle$, peuvent ainsi être estimées et valent $\sqrt{n+1}/\sqrt{4}\Omega_3$. Les positions de ces dernières sont représentés par des traits verticaux en pointillés sur la Figure (III.42(b)). En évaluant l'amplitude de la transformée de Fourier en chacun des points de couleurs et en normalisant l'ensemble, nous obtenons les poids mesurés $\pi_{n|e}^m$ relatifs à chacun des états de Fock. La mesure étant réalisée après une injection d'un champ quasi-classique d'une durée de 7 µs, la distribution du nombre de photons \mathcal{P}_n du champ cohérent initialement injecté est

$$\pi_g(t) = \frac{1}{2} + \frac{\cos(2\Theta_4)}{2}\cos\left(\sqrt{4}\,\tilde{\Omega}_0\,t\right) \qquad \text{où}: \qquad \Theta_4 = \frac{1}{2}\,\arctan\left(\frac{\sqrt{4}\,\tilde{\Omega}_0}{\delta}\right) \tag{III.29}$$

^{3.} Les conditions de préparation de l'état initial, à partir duquel nous induisons l'oscillation de Rabi conditionnelle, diffèrent de celles appliquées pour l'oscillation de Rabi du vide présentée à la section (III.2). En effet, à l'issue de la spectroscopie conditionnelle, nous préparons l'état stationnaire $|-,4\rangle$. Ainsi, l'expression de la probabilité de détecter l'atome dans l'état $|g\rangle$ en fonction du temps d'interaction s'exprime comme suit :

connue et reportée Figure (III.38). En calculant le rapport $\pi_{n|e}^m/\mathcal{P}_n$ et en normalisant, nous en déduisons les probabilités $\pi_{e|n}^m$ caractérisant le caractère sélectif de notre mesure. L'évolution des probabilités suivant le nombre de photons est reportée Figure (III.42(c-d)). Ainsi, la mesure projective mise en oeuvre prépare l'état de Fock $|3\rangle$ avec une pureté de au moins 57,0%. Les principales contaminations s'élèvent, tout au plus, à 10.1% pour l'état $|2\rangle$, 23.9% pour l'état $|4\rangle$ et 8.2% pour l'état $|5\rangle$. Au regard des signaux spectroscopiques, nous devrions obtenir des puretés bien plus importantes pour les états de Fock associés à 0, 1 et 2 photons.



FIGURE III.42 – (a) Représentation de l'amplitude de la transformée de Fourier associée à l'oscillation de Rabi conditionnelle pour l'état de Fock $|3\rangle$ (courbe rouge) et à la longue oscillation de Rabi du vide quantique (courbe noire). Le trait vertical en pointillés rouges indique la fréquence de Rabi de l'oscillation conditionnelle pour l'état de Fock $|3\rangle$. De cette valeur nous en déduisons la position des fréquences associées aux autres états de Fock, pour l'état $|0\rangle$ (noir), pour l'état $|1\rangle$ (vert), pour l'état $|2\rangle$ (magenta), pour l'état $|4\rangle$ (bleu cyan) et pour l'état $|5\rangle$ (Bleu foncé). (b) Zoom dans une gamme de fréquence de 50 kHz aux alentours de la pulsation de Rabi moyenne locale associée à trois photons : $\Omega_3 = (2\pi) 88.09 \pm 0.69$ kHz. Les points colorés indiquent l'amplitude de la transformée de Fourier aux valeurs des pulsations de Rabi généralisées locales associées à chacun des états de Fock voisins. (c) Représentation des probabilités $\pi_{n|e}^m$ normalisées en fonction du nombre de photons (bâtons bleu ciel) et des probabilités \mathcal{P}_n associées à l'état cohérent de Glauber, d'amplitude $\alpha = 1.49 \pm 0.03$, initialement injecté (bâtons blancs). Nous en déduisons l'ensemble des probabilités $\pi_{e|n}^m$ normalisées en fonction du nombre de photons (bâtons bleu ciel) et photons (bâtons bleu foncé). (d) Valeur des probabilités $\pi_{e|n}^m$ normalisées.

Conclusion

Finalement, la spectroscopie de l'ensemble des états habillés a conduit à l'obtention de spectres dont la largeur de raie de chacune des transitions est de 2.84 ± 0.10 kHz à mi-hauteur pour un temps d'interrogation de $320 \,\mu$ s et un potentiel de 2.0 V. Dans ces conditions, nous sommes capable de résoudre les transitions associées à des états de Fock allant de zéro jusqu'à quatre photons. Nous avons constaté que les principales limitations proviennent de la dispersion de la pulsation de Rabi du vide et de la forme du mode associé au champ micro-onde sonde.

La post-sélection de l'état de Fock $|3\rangle$ avec un atome unique nous a permis de quantifier le caractère sélectif de la mesure associée à ce nombre de photon. Lors de l'analyse de la pureté de la préparation de l'état $|3\rangle$, nous avons mentionné des pourcentages de contaminations par les autres états de Fock probablement surévalués, tendant à dire que notre sélectivité est de au moins 57.0%. Une amélioration de la résolution spectrale des divers états de Fock viendrait bien entendu améliorer notre pureté. Nous pourrions également faire en sorte que le signal spectroscopique associé à l'état de Fock cible soit tel que les zéros de la fonction sinus cardinal coïncident avec les fréquences des transitions associées aux états de Fock adjacents. Actuellement, nous pouvons voir sur l'ajustement de l'ensemble des spectres que les premiers rebonds de chacun des signaux se trouvent relativement proches des fréquences associés aux états de Fock adjacents.

Les résultats que nous venons de présenter constituent les tout premiers résultats obtenus avec l'expérience Fontaine et sont encourageants en vue d'une future implémentation de la dynamique Zénon quantique sur le champ *intra*-cavité.

Conclusion et perspectives

L'aboutissement d'un projet aussi complexe que l'expérience « Fontaine » ne pouvait se faire qu'en testant séparément chacune des nouvelles techniques devant être développées afin de répondre aux contraintes imposées par l'utilisation d'atomes froids. Nous nous sommes confrontés au problème de la préparation des états de Rybderg circulaires intra-cavité. Les tests ont été menés au sein d'un cryostat annexe disposant d'un faisceau d'atomes rapides issus d'un four. Nous avons démontré notre aptitude à produire de tels états, sous un passage adiabatique, en couplant les atomes à un champ radiofréquence classique purement polarisé σ_+ et en l'absence de champ magnétique. Une telle méthode s'est avérée être relativement robuste et efficace. Lors de la préparation, le transfert des atomes de Rydberg d'un état de faible moment cinétique vers l'état circulaire se fait avec une pureté d'au moins 97% [50, 51]. Notre capacité à manipuler de façon cohérente l'état atomique à l'intérieur d'une multiplicité Stark nous a conduit à l'implémentation de l'effet Zénon quantique dynamique sur les atomes de rubidium. Nous avons observé une dynamique fortement non-classique conduisant à la préparation déterministe d'un état du type chat de Schrödinger, en tout point analogue à la superposition de deux moments cinétiques en opposition de phase. Actuellement, l'expérience avec laquelle nous avons obtenu ces résultats est entièrement dédiée à l'ingénierie d'états atomiques exotiques permettant des mesures extrêmenent sensibles dans le domaine de l'électrométrie [89] et/ou de la magnétométrie.

Par suite, nous avons entrepris l'aménagement du cryostat destiné à accueillir le dispositif « Fontaine ». Nous avons mis en place un réseau de divers câbles permettant le contrôle de l'expérience, assemblé l'intégralité du montage mécanique formant le coeur du dispositif (destiné à accueillir la paire de miroirs supraconducteurs) et intégré une ligne de détection extérieure à la cavité. En parallèle, nous avons effectué des tests préliminaires sur la fontaine atomique. Le régime de fonctionnement actuel est tel que les atomes sont issus d'un piège magnéto-optique à deux dimensions, puis, une mélasse optique transverse permet de limiter la divergence du jet atomique vertical. La configuration de l'expérience permet de générer un faisceau d'atomes froids possédant une vitesse moyenne de $11.9 \,\mathrm{m.s^{-1}}$ et traversant de part et d'autre la cavité. Le temps d'interaction entre l'atome et le mode de la cavité est ainsi porté à environ 600 µs, soit deux ordres de grandeurs supérieur à celui obtenu avec le dispositif d'électrodynamique quantique en cavité utilisant un jet horizontal d'atomes rapides. L'absence de détection intracavité s'est révélée néfaste à deux titres. D'une part en limitant la fréquence de répétition d'une séquence expérimentale et, d'autre part, en introduisant des biais sur le compte des populations atomiques. Les effets de ce dernier point ont pu être estompés en faisant subir à l'atome - à l'issue de l'interaction avec la cavité - une série d'opérations.

Finalement, ce travail de thèse a permis la mise en place de la toute première version de l'expérience « Fontaine » et l'obtention des premiers résultats. Le long temps d'interaction dont nous disposons nous a permis de sonder le système atome-champ pendant plusieurs centaines de microsecondes. L'anharmonicité de la structure énergétique rend la réponse atomique fortement dépendante du nombre de photons piégés dans la cavité. Nous avons réalisé la spectroscopie des énergies propres associées aux états habillés, sous un désaccord d'environ deux fois la fréquence de Rabi du vide, pour différents états du champ *intra*-cavité. Les conditions de fonctionnement sont telles que nous sommes capable de discriminer spectralement les transitions associées à zéro jusqu'à quatre photons. La mesure de tels spectres révèle immédiatement la nature discrète du champ électromagnétique et permet d'évaluer la distribution \mathcal{P}_n du nombre de photons. Par cette méthode, nous avons distingué l'état de Fock associé au vide quantique $|0\rangle$, les états cohérents de Glauber et l'état du champ thermique.

Actuellement, la résolution des transitions relatives aux états de Fock supérieurs $ie |n \ge 5\rangle$ est principalement limitée par les inhomogénéités des divers paramètres le long de la trajectoire atomique au moment de la spectroscopie. La mise en oeuvre de la mélasse mobile à trois dimensions devrait permettre d'envoyer les atomes au coeur du montage avec une trajectoire balistique idéale où le sommet de la parabole coïnciderait avec le centre de la cavité. Les atomes serait alors quasiment stationnaire au sein du mode lors de la spectroscopie. Ceci aurait pour intérêt d'accroitre d'avantage le temps d'interaction mais surtout de limiter l'ensemble des inhomogénéités mentionnées précédemment. Cependant, l'utilisation de la fontaine atomique dans un tel régime de fonctionnement nécessite la mise en place de la détection *intra*-cavité.

Une nouvelle opération quantique

Une telle résolution spectrale permet d'implémenter une nouvelle porte logique quantique ouvrant la voie à une physique très riche. Le couplage du système à une source classique, de fréquence ajustée sur la transition relative à un nombre s de photons, permet d'induire une rotation de l'état atomique conditionnée par le nombre de photons. Dans un régime purement dispersif, en induisant la transition $|h\rangle \rightarrow |e\rangle$, nous pouvons appliquer l'opération :

$$\mathcal{R}_{s}(\theta,\phi) \quad \begin{cases} |h,s\rangle \to \left[\cos(\theta) |h\rangle + e^{i\phi}\sin(\theta) |e\rangle\right] \otimes |s\rangle \\ |h,n\neq s\rangle \to |h,n\neq s\rangle. \end{cases}$$
(III.30)

L'implémentation de l'effet Zénon quantique dynamique sur le champ, décrit à la section (I.4.2), repose entièrement sur l'alternance d'une rotation \mathcal{R}_s et d'un déplacement du champ *intra*cavité. Les résultats que nous venons d'obtenir sont donc prometteurs pour la mise en oeuvre de cette méthode de manipulation du champ. Rappelons que l'observation de la dynamique Zénon ne nécessite pas la mesure de l'état atomique interne, seule la perturbation induite est à l'origine du confinement au sein des sous-espaces Zénon. L'absence de détection *intra*-cavité n'est donc pas un frein pour l'observation d'un tel effet. Afin d'accroitre la fréquence de répétition de la mesure, nous pourrions envisager de détruire l'atome - par exemple en l'ionisant avec les miroirs - dès la fin de l'interaction avec le champ. Par contre, le temps de vie de la cavité utilisée ($\tau_c = 8.1 \pm 1.8 \,\mathrm{ms}$) est un peu faible si l'on souhaite induire de nombreux *pas* lors de la dynamique. Ainsi, la fabrication d'une nouvelle paire de miroir est indispensable.

III.4. Post-sélection et analyse d'un état de Fock avec un atome unique

L'action des rotations \mathcal{R}_s peut également être utilisée pour générer des états fortement nonclassiques du champ avec un atome unique mais de manière non déterministe. En ajustant la puissance de la source classique, nous pouvons induire une impulsion π , ce qui se traduit par la transformation $\mathcal{R}_s^{\pi} : |h, s\rangle \rightarrow |e, s\rangle$. Ainsi, la détection de l'atome dans l'état $|e\rangle$ projette le champ sur l'état de Fock $|s\rangle$. Néanmoins, la probabilité d'occurrence dépend de l'état initial du champ. En partant d'une cavité initialement vide, l'injection d'un champ quasi-classique renfermant un nombre moyen de photons égal à s permet d'augmenter cette probabilité, comme décrit au paragraphe (III.4.1). Une telle mesure a été reportée à la fin du Chapitre (III). Nous avons ainsi pu quantifier le caractère sélectif de la mesure associée à l'état de Fock $|3\rangle$ en donnant une borne inférieure de la pureté de l'état préparé. Nous pouvons généraliser cette méthode de préparation afin de projeter l'état du champ sur des états plus complexes. L'idée est d'appliquer simultanément de multiples rotations \mathcal{R}_s associées à divers états de Fock. Nous pourrions ainsi préparer des superpositions arbitraires d'états de Fock [90]. Par exemple, en injectant un champ quasi-classique $|\alpha\rangle$ dans la cavité, puis, en appliquant l'ensemble des rotations $\{\mathcal{R}_{2s}^{\pi}\}_{s\in\mathbb{N}}$ associés aux nombres pairs de photons, nous porterions le système dans l'état :

$$|\Psi\rangle = |e\rangle \otimes |\Psi_p\rangle + |h\rangle \otimes |\Psi_i\rangle \tag{III.31}$$

où :

$$|\Psi_p\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\alpha\rangle + |-\alpha\rangle \right] \qquad \qquad |\Psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[|\alpha\rangle - |-\alpha\rangle \right] \qquad (\text{III.32})$$

La détection de l'atome dans l'état $|e\rangle$ projetterait le champ dans l'état $|\Psi_p\rangle$ du type *chat de* Schrödinger contenant uniquement des nombres pairs de photons, tandis que la détection de l'atome dans l'état $|h\rangle$ projetterait le champ dans l'état $|\Psi_i\rangle$ du type *chat de Schrödinger* contenant uniquement des nombres impairs de photons. Finalement, l'implémentation des rotations conditionnelles \mathcal{R}_s apparait comme un outil puissant pour la manipulation de l'état quantique du champ *intra*-cavité.

Protocoles basés sur le « Réservoir engineering »

Les protocoles que nous venons de présenter permettent de générer des états fortement nonclassiques du champ. Néanmoins, ces derniers restent sensibles au processus de décohérence et finissent par converger vers les états pointeurs qui sont les états quasi-classiques. Nous pourrions mettre à profit le long temps d'interaction dont nous disposons pour implémenter de nouveaux protocoles [91, 92] visant à stabiliser des états exotiques du champ. L'idée est d'utiliser les atomes pour façonner l'environnement perçu par le champ *intra*-cavité et faire en sorte que l'état pointeur soit un état fortement non-classique. Le principe est d'envoyer un flux constant d'atomes de Rydberg circulaires à travers la cavité, chacun étant initialement préparé dans une superposition du type $|\Psi_{at}\rangle = \cos(u/2) |g\rangle + \sin(u/2) |e\rangle$. Lors de leur passage à travers le mode de la cavité, nous faisons subir à chacun des atomes la séquence suivante : une première interaction dispersive de désaccord δ , puis une interaction résonante et terminons à nouveau par une interaction dispersive de désaccord $-\delta$. En choisissant convenablement les paramètres, la répétition d'une telle succession d'opération génère un réservoir stabilisant l'un des états produits par un hamiltonien effectif en tout point analogue au hamiltonien décrivant l'effet Kerr. En préparant initialement la cavité dans un état quasi-classique de Glauber $|\alpha\rangle$, nous pouvons stabiliser des états comprimés du champ ou bien encore des superpositions d'états quasi-classiques équirépartis sur un cercle de rayon $\text{Re}(\alpha)$ dans l'espace des phases. Dans une telle manipulation, le long temps d'interaction est mis à profit afin d'implémenter plusieurs opérations quantiques entre l'atome et le champ et non plus pour résoudre spectralement les transitions énergétiques associées aux états habillés. La Figure (III.43) reporte la fonction de Wigner de certains états que nous serions capable de stabiliser. Notons que ces résultats sont obtenus en utilisant des atomes dont la vitesse est de 70 m.s⁻¹. Ainsi, le régime de fonctionnement actuel de l'expérience devrait permettre d'implémenter un tel protocole.

Les premiers résultats de l'expérience « fontaine » sont donc prometteurs pour l'implémentation de nouveaux protocoles tels que la dynamique Zénon quantique et la stabilisation d'états fortement non-classiques par « Réservoir engineering ».



FIGURE III.43 – (a-d) Fonction de Wigner des états fortement non-classiques $e^{-it_K \hat{H}_K} |\alpha\rangle$ obtenus à différents instants d'interaction t_K en préparant le champ initialement dans l'état quasi-classique de Glauber $|\alpha\rangle$ contenant un nombre moyen de photons égal à 2.7. Nous avons introduit le hamiltonien relatif à l'effet Kerr : $\hat{H}_K = \zeta_K \hat{N} + \gamma_K \hat{N}^2$. (a) Superposition de deux états cohérents obtenue pour $t_K \gamma_K = \pi/2$. (b) Superposition de trois états cohérents obtenue pour $t_K \gamma_K = \pi/3$. (c) État en forme de banane obtenu pour $t_K \gamma_K = 0.28$. (d) État comprimé obtenu pour $t_K \gamma_K = 0.08 \ll \pi$. (e-h) Simulation de la stabilisation des états identiques à (a-d), ceci en dépit du phénomène de décohérence, après le passage de 200 échantillons atomiques (contenant chacun 0.3 atomes en moyenne) à travers le mode de la cavité avec une vitesse de 70 m.s⁻¹. Les paramètres sont les suivants : le temps d'interaction sous les régimes dispersifs est de 257 µs avec $\delta = 2.2 \Omega_0$, le temps d'interaction sous le régime résonant est de 5 µs et les atomes sont préparés dans l'état $|\Psi_{at}\rangle$ avec $u = 0.45 \pi$.

Annexe A

Représentation du spin J

Nous introduisons une sphère de Bloch généralisée, de rayon $r = \hbar \sqrt{j(j+1)}$ égal à la norme du spin \hat{J} , qui est l'analogue en dimension n de la sphère de Bloch couramment utilisé pour un spin 1/2. Les états cohérents $|\Theta, \Phi\rangle$ peuvent y être qualitativement représentés par le vecteur moment cinétique moyen $\langle \hat{J} \rangle$ de coordonnées sphériques¹ (r, Φ, Θ) auquel on adjoint un disque d'incertitude de rayon \sqrt{j} symbolisant les fluctuations quantiques $\Delta \hat{J}$ isotrope. La longitude de l'état $|\Theta, \Phi\rangle$ est entièrement déterminée par la phase classique initiale φ du champ radiofréquence tandis que sa colatitude est ajustable à l'aide du temps d'interaction t et de la puissance de la radiofréquence définie par la pulsation de Rabi du champ $\Omega_{RF}^{\sigma_+} = 2W^{\sigma_+}$. L'état de Rydberg circulaire et l'état de plus faible moment angulaire sont respectivement représentés par un vecteur moment cinétique moyen pointant au pôle Nord et au pôle Sud de la sphère de Bloch généralisée.

La représentation d'états plus complexes sur la sphère de Bloch généralisée nécessite l'introduction de fonctions de quasi-distributions dont nous aurons une vision très utilitaire dans ce manuscrit. Nous définissons ainsi la fonction Q de Husimi d'un état caractérisé par sa matrice densité ρ comme la probabilité de détecter l'atome dans l'état de Rydberg circulaire $|n, n_1 = 0, m = n - 1\rangle$ après l'avoir soumis à l'opérateur rotation $\hat{R}_{\Theta,\Phi}$.

$$\mathcal{Q}(\Theta, \Phi) = \frac{2j+1}{4\pi} \langle n, n_1 = 0, m = n-1 | \hat{R}^{\dagger}_{\Theta, \Phi} \rho \hat{R}_{\Theta, \Phi} | n, n_1 = 0, m = n-1 \rangle$$
(A.1)

Nous définissons également, pour j entier, la fonction de Wigner \mathcal{W} d'un état caractérisé par sa matrice densité ρ comme la somme alternée des probabilités de détecter l'atome dans chacun des états $|n, n_1 = 0, m\rangle$ après l'avoir soumis à l'opérateur rotation $\hat{R}_{\Theta, \Phi}$:

$$\mathcal{W}(\Theta, \Phi) = \sum_{m=0}^{n-1} (-1)^m \langle n, n_1 = 0, m | \hat{R}^{\dagger}_{\Theta, \Phi} \rho \hat{R}_{\Theta, \Phi} | n, n_1 = 0, m \rangle$$
(A.2)

^{1.} Les coordonnées cartésiennes du vecteur sont quant à elles données par les valeurs moyennes des composantes \hat{J}_x, \hat{J}_y et \hat{J}_z du moment cinétique lorsque l'atome se trouve dans l'état de spin $|\Theta, \Phi\rangle$.

Annexe B

Câblage du cryostat

Tout l'art du câblage d'un cryostat repose sur une bonne répartition des pertes thermiques entre les diverses sources de puissances frigorifiques disponibles, constituant des points d'ancrage thermiques sur la longueur des câbles traversant les écrans du cryostat. Ce travail préparatoire se doit d'être fait avec précision, toute négligence sur un point de thermalisation se paiera par une consommation excessive de fluides cryogéniques. La plaque refermant la partie supérieure du réservoir d'azote est refroidie par l'enthalpie du gaz d'azote et fournit un premier point d'ancrage à la température de 77 K. Au fond du réservoir d'hélium 4 liquide, côté vide d'isolement, est fixée - à l'aide d'une centaine de vis en laiton amagnétiques - une plaque de cuivre massif fournissant un point d'ancrage à la température de 4.2 K. Le nombre conséquent de vis nécessaire s'explique par le fait que chacune des têtes de vis ne fait que quelques mm^2 de surface de contact utile à la thermalisation de la plaque. Les plaques 1.6 K et 0.4 K forment naturellement des points d'ancrage à ces températures respectives. L'une des principales vertus de l'azote liquide est de posséder une chaleur latente de vaporisation importante $L_{vap} = 160.6 \,\mathrm{kJ.l^{-1}}$. À titre de comparaison, la chaleur latente de vaporisation de l'hélium 4 liquide vaut $L_{vap} = 2.55 \,\mathrm{kJ.l^{-1}}$. Le volume du réservoir d'azote étant de 73 l, nous disposons d'une réserve d'énergie frigorifique appréciable de 11.7 MJ. Ainsi, nous délesterons la charge thermique au maximum sur le réservoir d'azote. La majorité des thermalisations reposent sur une soudure à l'étain ou un collage à la Stycast¹ 2850FT d'un élément à haute conductivité thermique - tresse de masse en cuivre ou bloc massif de cuivre possédant une surface polie - sur le câble. L'élément est ensuite vissé sur le point d'ancrage thermique. Nous allons maintenant présenter, sous l'angle des pertes thermiques², l'ensemble des câbles opérant au sein du cryostat. La quasi totalité d'entre eux solliciteront les points d'ancrages thermiques à la température de l'azote et de l'hélium liquide,

$$P = \frac{S}{L} [\Lambda(T_f) - \Lambda(T_i)]$$
(B.1)

où $\Lambda(T_0) = \int_0^{T_0} \lambda(T) dT$ est la conductivité thermique intégrée.

 $^{1.\}$ La Stycast 2850 FT Epoxy est une colle adaptée aux basses températures et qui possè de une bonne conductivité thermique

^{2.} La puissance dissipée P au sein d'un matériau à symétrie cylindrique de conductivité thermique λ , de section S et de longueur L soumis à un gradient de températures s'exprime aisément à l'aide de la loi de Fourier donnant le vecteur densité de courant thermique :

espacés d'une distance égale à 55 cm. Nous donnerons pour chacun des câbles les valeurs calculées du volume d'hélium liquide consommé par jour. Nous reportons en Figure [B.1] des photographies de l'ensemble des câbles.

i) Les capteurs de température

La connaissance des températures en plusieurs points de l'environnement cryogénique est indispensables tant lors de la mise à froid du cryostat que lors du fonctionnement en régime stationnaire. Il existe deux types de capteurs :

- Les thermomètres à résistance de platine, dont la résistance varie linéairement avec la température, donnent une indication acceptable dans la gamme 300 K 20 K.
- Les bolomètres à résistance supraconductrice, dont la résistance varie exponentiellement avec la température, donnent une valeur précise aux très basses températures ≤ 20 K.

La mesure d'une température en un point donné nécessite un excellent contact thermique avec le capteur. Pour ce faire, une pièce de cuivre massif polie est percée d'un trou dans lequel on vient noyer le capteur avec de la Stycast 2850FT. Nous venons ensuite visser la pièce de cuivre sur la zone dont on souhaite évaluer la température. La précision sur la mesure de la résistance des fils connectés au capteur. Nous utilisons des doubles paires de fils entrelacés QUAD-TWIST-36 LakeShore d'un diamètre de 0.152 mm en phosphore bronze supportant des tensions de 250 V. Le tressage d'une paire de fil vise à limiter la diaphonie causée par le phénomène d'induction électromagnétique et, ainsi, réduire le bruit sur les mesures. La puissance globale dissipée par conduction thermique entre les points d'ancrage à 300 K et 77 K s'élève à 6.7 mW tandis que celle entre les points à 77 K et 4.2 K est de l'ordre de P = 0.74 mW, soit un volume d'hélium liquide à vaporiser par journée de 25 ml.j⁻¹.

ii) Câbles radiofréquences

L'acheminement jusqu'aux quatre électrodes du signal radiofréquence se fait au sein du cryostat en deux étapes. Tout d'abord un câble coaxial semi-rigide d'un mètre fournit par la société ICE OXFORD. Une coupe transverse du câble laisse paraitre de manière concentrique : une âme conductrice - un isolant diélectrique - une masse conductrice dont les matériaux sont respectivement inox - téflon PTFE - inox, de diamètres extérieurs en millimètres associés 0.51 - 1.68 - 2.20. En prévision d'expériences futures nous avons positionné 20 câbles coaxiaux, la puissance dissipée par conduction thermique entre les points d'ancrage à 300 K et 77 K s'élève à 0,25 W, tandis que celle entre les points à 77 K et 4.2 K est de l'ordre de P = 21 mW. Il est instructif d'établir la correspondance entre P et le volume d'hélium liquide à vaporiser par journée afin de fournir la même puissance, soit $V = P/L_{vap} = 0.71.j^{-1}$. Un dernier point d'encrage thermique est réalisé sur le câble semi-rigide au niveau de la plaque 1.6 K. Puis, le signal radiofréquence est transporté dans un câble coaxial flexible standard dont la coupe transverse laisse paramètre les matériaux suivants : cuivre - téflon PTFE - cuivre, de diamètres extérieurs en millimètres associés 1 - 4 - 4.02. Les extrémités se voient doter d'une cosse visée sur l'électrode et d'un connecteur SMA, facilitant la mobilité du bloc cavité lors de son retrait.

iii) Câbles micro-ondes

La descente du signal micro-onde se fait également en deux étapes. Tout d'abord un câble coaxial semi-rigide KMCO-TCR219CG/SUS dont la coupe transverse laisse paramètre les matériaux suivants : phosphore bronze - téflon PTFE - inox, de diamètres extérieurs en millimètres associés 0.51 - 1.50 - 2.19. La puissance dissipée par conduction thermique le long de quatre câbles micro-ondes entre les points d'ancrage à 300 K et 77 K s'élève à 73 mW tandis que celle entre les points à 77 K et 4.2 K est de l'ordre de P = 6 mW. Le rayonnement micro-onde est ensuite couplé dans un guide d'onde cylindrique débouchant sous un angle solide pénétrant la cavité.

iv) Câbles hautes tensions

Divers éléments du montage (détecteur d'électrons, piézo-électriques ...) nécessitent l'application de hautes tensions avoisinant les 3500 V. La faible résistivité électrique du cuivre suggère l'utilisation d'un câble coaxial BNC flexible dont la coupe transverse laisse paramètre les matériaux suivants : cuivre - téflon PTFE - cuivre, de diamètres extérieurs en millimètres associés 1 - 4 - 4.02. Néanmoins, le cuivre s'avère également être un bon conducteur thermique. Afin de briser le contact thermique entre chacun des points d'encrages thermiques, nous insérons le long du câble des sections de 15 cm en câble coaxial rigide SC-358/50-SS-SS, de coupe transverse : inox - téflon PTFE - inox de diamètres extérieurs en millimètres 0.91 - 2.98 - 3.58. La puissance dissipée par conduction thermique le long de quatre câbles hautes tensions entre les points d'ancrage à 300 K et 77 K s'élève à 0,73 W tandis que celle entre les points à 77 K et 4.2 K est de l'ordre de P = 50 mW, soit un volume d'hélium liquide à vaporiser par journée de 1.63 l.j⁻¹.

v) Câbles potentiels divers

Le maintient du champ électrostatique $\mathbf{F}_{\mathbf{o}}$ le long de la trajectoire atomique, le guidage des électrons ionisés dans le détecteur sont autant d'étapes qui nécessitent l'application de tensions variant de 0V à quelques centaines de volts sur des électrodes. Pour ce faire nous utilisons des paires de fils cryogéniques entrelacés DUO-TWIST-32 LakeShore d'un diamètre de 0.241 mm en phosphore bronze supportant des tensions de 400 V. Nous disposons 16 paires de fils dans le cryostat. Les extrémités situées du côté de la transition atmosphère-vide d'isolement se voient doter d'un connecteur NEYCO-MIL-C-26483-32pin et celles côté coeur du montage de connecteurs SMC femelles. La puissance globale dissipée par conduction thermique entre les points d'ancrage à 300 K et 77 K s'élève à 13.1 mW tandis que celle entre les points à 77 K et 4.2 K est de l'ordre de P = 1.45 mW, soit un volume d'hélium liquide à vaporiser par journée de 49 ml.j⁻¹. Nous ne détaillerons pas d'avantage les points d'encrages thermiques suivants qui différent selon la destination du signal. Le potentiel est ensuite conduit jusqu'aux électrodes par l'intermédiaire de rallonges amovibles faites en câble coaxial souple CC-SC-100 de la société LakeShore.



FIGURE B.1 – (a) Photographie présentant les câbles radiofréquences, micro-ondes et les câbles servant aux capteurs de températures. (b) Photographie présentant les câbles hautes tensions et les câbles servant à appliquer les divers potentiels au coeur du dispositif. (c) Terminaison des câbles servant à appliquer les divers potentiels au coeur du dispositif. (d) Terminaison, en forme de guides d'onde, des câbles microondes.

Annexe C

Mesure de l'efficacité de détection

La connaissance du nombre réel d'atomes traversant la cavité lors d'une séquence expérimentale est essentielle afin de s'assurer qu'un seul atome, tout au plus, interagit avec le mode. L'évaluation de cette quantité passe inévitablement par la détermination de l'efficacité de détection ϵ_d de l'ensemble de notre chaine de détection (alignement de l'ensemble, efficacité de détection propre au channeltron ...). La mesure de ϵ_d repose sur l'utilisation de deux atomes corrélés. Un premier atome, l'atome injecteur, initialement préparé dans l'état excité $|e\rangle$, dépose un photon dans la cavité via une impulsion π à résonance avec la cavité. Un deuxième atome, l'atome sonde, réalise une spectroscopie conditionnelle dont la fréquence est fixée sur la transition $\Delta_{-,0}$ associé à zéro photon. Ainsi, l'atome sonde, initialement préparé dans l'état $|h\rangle$, est transféré dans l'état $|e\rangle$ uniquement en l'absence de photons. La comparaison du nombre moyen d'atomes injecteurs détectés au nombre moyen de photons dans la cavité nous permettra d'évaluer l'efficacité de détection. Ce qui est équivalent à dire que le nombre de photons injectés par les atomes injecteurs non détectés nous apporte une information sur l'efficacité de détection. Plus précisément, nous mesurerons la probabilité $P(0_{ph}|0_{det,1})$ de mesurer zéro photon sachant qu'aucun atome injecteur n'a été détecté et la probabilité moyenne $P(0_{ph})$ de mesurer zéro photon, ceci en fonction de la durée de l'impulsion laser de l'atome injecteur *ie* en fonction du flux réel d'atomes injecteurs traversant la cavité.

En supposant que le champ *intra*-cavité contient tout au plus un photon et en notant χ l'efficacité d'injection d'un photon par l'atome injecteur, la probabilité $P(0_{ph}|0_{det,1})$ s'exprime comme suit :

$$P(0_{ph}|0_{det,1}) = 1 - P(1_{ph}|0_{det,1}) = 1 - \chi P(1_{at,1}|0_{det,1})$$
(C.1)

où $P(1_{at,1}|0_{det,1})$ est la probabilité qu'il y ait réellement un atome injecteur sachant qu'aucune détection n'est réalisée. D'après le théorème de Bayes, nous pouvons réécrire la formule précédente sous la forme :

$$P(0_{ph}|0_{det,1}) = 1 - \chi \frac{P(1_{at,1})}{P(0_{det,1})} P(0_{det1}|1_{at,1}) = 1 - \chi \frac{P_d(1_{at,1})/\epsilon_d}{1 - P_d(1_{at,1})} (1 - \epsilon_d)$$
(C.2)

où $P_d(1_{at,1})$ est la probabilité de détecter un atome injecteur. La deuxième quantité mesurée, la probabilité moyenne $P(0_{ph})$ de mesurer zéro photon, s'exprime simplement sous la forme :

$$P(0_{ph}) = 1 - P(1_{ph}) = 1 - \chi P_d(1_{at,1}) / \epsilon_d$$
(C.3)

Les mesures expérimentales des probabilités $P(0_{ph}|0_{det,1})$ et $P(0_{ph})$ en fonction de la durée d'allumage du laser sont reportés sur la Figure [C.1]. D'après les relations établies ci-dessus, nous constatons que, pour un faible flux détecté $P_d(1_{at,1})$, les deux probabilités mesurées sont des fonctions linéaires du flux détecté et ont des coefficients directeurs qui différent seulement d'un facteur multiplicatif $(1 - \epsilon_d)$. En supposant que le flux détecté est proportionnel à la durée d'allumage du laser L_2 (ce qui est valable pour de faibles flux), la linéarité des deux probabilités vis à vis de cette durée est préservée. Nous déduisons des données expérimentales, par des régressions linéaires, que :

0,32

0,30

0,28

$$\epsilon_d = 22.4\% \pm 10.2\%$$
 (C.4)



FIGURE C.1 – Détermination de l'efficacité de détection. Évolution de la probabilité $P(0_{ph}|0_{det,1})$ en fonction de la durée d'allumage du laser d'excitation des atomes dans l'état de Rydberg (courbe rouge). Notons que, dans le cas d'une efficacité de détection égale à 100%, cette probabilité devrait être constante en fonction du flux et égale à sa valeur mesurée en présence du champ thermique résiduel. Nous représentons également l'évolution de la probabilité moyenne $P(0_{ph})$ en fonction de la durée d'allumage du laser d'excitation des atomes dans l'état de Rydberg (courbe noire).

Bibliographie

236

Bibliographie

- A. TONOMURA, J. ENDO, T. MATSUDA, T. KAWASAKI et H. EZAWA, "Demonstration of single-electron buildup of an interference pattern", *American Journal of Physics* 57, n^o 2, 117–120 (1989).
- [2] S. GERLICH, S. EIBENBERGER, M. TOMANDL, S. NIMMRICHTER, K. HORNBERGER, P. J. FAGAN, J. TÜXEN, M. MAYOR et M. ARNDT, "Quantum interference of large organic molecules", *Nature communications* 2, 263 (2011).
- [3] A. EINSTEIN, B. PODOLSKY et N. ROSEN, "Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete?", *Physical review* 47, n^o 10, 777 (1935).
- [4] A. ASPECT, J. DALIBARD et G. ROGER, "Experimental test of Bell's inequalities using time-varying analyzers", *Physical review letters* 49, n° 25, 1804 (1982).
- [5] A. ASPECT, P. GRANGIER et G. ROGER, "Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment : a new violation of Bell's inequalities", *Physical review letters* 49, n^o 2, 91 (1982).
- [6] A. ASPECT, P. GRANGIER et G. ROGER, "Experimental tests of realistic local theories via Bell's theorem", *Physical review letters* 47, n^o 7, 460 (1981).
- [7] J. S. BELL, "On the einstein podolsky rosen paradox", (1964).
- [8] E. SCHRÖDINGER, "Die gegenwärtige Situation in der Quantenmechanik", Naturwissenschaften 23, n° 48, 807–812 (1935).
- [9] W. H. ZUREK, "Decoherence and the transition from quantum to classical–REVISITED", arXiv preprint quant-ph/0306072 (2003).
- [10] V. BUŽEK et P. L. KNIGHT, "I : Quantum interference, superposition states of light, and nonclassical effects", *Progress in optics* 34, 1–158 (1995).
- [11] P. W. SHOR, "Algorithms for quantum computation : Discrete logarithms and factoring", dans "Foundations of Computer Science, 1994 Proceedings., 35th Annual Symposium on", pages 124–134, Ieee (1994).
- [12] D. KIELPINSKI, C. MONROE et D. J. WINELAND, "Architecture for a large-scale ion-trap quantum computer", *Nature* 417, n^o 6890, 709 (2002).
- [13] J. I. CIRAC et P. ZOLLER, "Quantum computations with cold trapped ions", *Physical review letters* 74, n^o 20, 4091 (1995).

- [14] S. GULDE, M. RIEBE, G. P. LANCASTER, C. BECHER ET AL., "Implementation of the Deutsch-Jozsa algorithm on an ion-trap quantum computer", *Nature* 421, n^o 6918, 48 (2003).
- [15] F. SCHMIDT-KALER, H. HAFFNER, M. RIEBE, S. GUIDE ET AL., "Realization of the Cirac-Zoller controlled-NOT quantum gate", *Nature* 422, nº 6930, 408 (2003).
- [16] D. LEIBFRIED, B. DEMARCO, V. MEYER, D. LUCAS ET AL., "Experimental demonstration of a robust, high-fidelity geometric two ion-qubit phase gate", *Nature* 422, n^o 6930, 412 (2003).
- [17] M. NEELEY, R. C. BIALCZAK, M. LENANDER, E. LUCERO, M. MARIANTONI, A. O'CON-NELL, D. SANK, H. WANG, M. WEIDES, J. WENNER ET AL., "Generation of three-qubit entangled states using superconducting phase qubits", arXiv preprint arXiv :1004.4246 (2010).
- [18] J. MAJER, J. CHOW, J. GAMBETTA, J. KOCH, B. JOHNSON, J. SCHREIER, L. FRUNZIO, D. SCHUSTER, A. HOUCK, A. WALLRAFF ET AL., "Coupling superconducting qubits via a cavity bus", arXiv preprint arXiv :0709.2135 (2007).
- [19] L. DICARLO, J. CHOW, J. GAMBETTA, L. S. BISHOP, B. JOHNSON, D. SCHUSTER, J. MA-JER, A. BLAIS, L. FRUNZIO, S. GIRVIN ET AL., "Demonstration of two-qubit algorithms with a superconducting quantum processor", arXiv preprint arXiv :0903.2030 (2009).
- [20] E. LUCERO, R. BARENDS, Y. CHEN, J. KELLY, M. MARIANTONI, A. MEGRANT, P. O'MALLEY, D. SANK, A. VAINSENCHER, J. WENNER ET AL., "Computing prime factors with a Josephson phase qubit quantum processor", arXiv preprint arXiv :1202.5707 (2012).
- [21] M. BRUNE, F. SCHMIDT-KALER, A. MAALI, J. DREYER, E. HAGLEY, J. RAIMOND et S. HAROCHE, "Quantum Rabi oscillation : A direct test of field quantization in a cavity", *Physical Review Letters* 76, n^o 11, 1800 (1996).
- [22] G. NOGUES, A. RAUSCHENBEUTEL, S. OSNAGHI, M. BRUNE ET AL., "Seeing a single photon without destroying it", *Nature* 400, nº 6741, 239 (1999).
- [23] P. MAIOLI, T. MEUNIER, S. GLEYZES, A. AUFFEVES, G. NOGUES, M. BRUNE, J. RAI-MOND et S. HAROCHE, "Nondestructive rydberg atom counting with mesoscopic fields in a cavity", *Physical review letters* 94, n^o 11, 113601 (2005).
- [24] B. PEAUDECERF, T. RYBARCZYK, S. GERLICH, S. GLEYZES, J. RAIMOND, S. HAROCHE, I. DOTSENKO et M. BRUNE, "Adaptive quantum nondemolition measurement of a photon number", *Physical Review Letters* **112**, nº 8, 080401 (2014).
- [25] S. GLEYZES, S. KUHR, C. GUERLIN, J. BERNU, S. DELÉGLISE, U. B. HOFF, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, "Quantum jumps of light recording the birth and death of a photon in a cavity", *Nature* 446, nº 7133, 297 (Mars 2007).
- [26] C. GUERLIN, J. BERNU, S. DELÉGLISE, C. SAYRIN, S. GLEYZES, S. KUHR, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, "Progressive field-state collapse and quantum non-demolition photon counting", *Nature* 448, n° 23, 889–894 (August 2007).

- [27] S. DELEGLISE, I. DOTSENKO, C. SAYRIN, J. BERNU, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND et S. HAROCHE, "Reconstruction of non-classical cavity field states with snapshots of their decoherence", arXiv preprint arXiv :0809.1064 (2008).
- [28] C. SAYRIN, I. DOTSENKO, X. ZHOU, B. PEAUDECERF, T. RYBARCZYK, S. GLEYZES, P. ROUCHON, M. MIRRAHIMI, H. AMINI, M. BRUNE ET AL., "Real-time quantum feedback prepares and stabilizes photon number states", arXiv preprint arXiv :1107.4027 (2011).
- [29] X. ZHOU, I. DOTSENKO, B. PEAUDECERF, T. RYBARCZYK, C. SAYRIN, S. GLEYZES, J. RAIMOND, M. BRUNE et S. HAROCHE, "Field locked to a fock state by quantum feedback with single photon corrections", *Physical review letters* **108**, n^o 24, 243602 (2012).
- [30] M. BRUNE, E. HAGLEY, J. DREYER, X. MAITRE, A. MAALI, C. WUNDERLICH, J. RAI-MOND et S. HAROCHE, "Observing the progressive decoherence of the ?meter ? in a quantum measurement", *Physical Review Letters* 77, nº 24, 4887 (1996).
- [31] M. HOFHEINZ, E. WEIG, M. ANSMANN, R. C. BIALCZAK, E. LUCERO, M. NEELEY, A. O'CONNELL, H. WANG, J. M. MARTINIS et A. CLELAND, "Generation of Fock states in a superconducting quantum circuit", *Nature* 454, nº 7202, 310 (2008).
- [32] M. HOFHEINZ, H. WANG, M. ANSMANN, R. C. BIALCZAK, E. LUCERO, M. NEELEY, A. O'CONNELL, D. SANK, J. WENNER, J. M. MARTINIS ET AL., "Synthesizing arbitrary quantum states in a superconducting resonator", *Nature* 459, n^o 7246, 546 (2009).
- [33] B. VLASTAKIS, G. KIRCHMAIR, Z. LEGHTAS, S. E. NIGG, L. FRUNZIO, S. M. GIRVIN, M. MIRRAHIMI, M. H. DEVORET et R. J. SCHOELKOPF, "Deterministically encoding quantum information using 100-photon Schrödinger cat states", *Science* **342**, n^o 6158, 607–610 (2013).
- [34] W. M. ITANO, D. J. HEINZEN, J. J. BOLLINGER et D. J. WINELAND, "Quantum Zeno effect", Phys. Rev. A 41, 2295–2300 (Mar 1990).
- [35] R. J. COOK, "What are quantum jumps?", Physica Scripta 1988, nº T21, 49 (1988).
- [36] K. MØLHAVE et M. DREWSEN, "Demonstration of the continuous quantum Zeno effect in optical pumping", *Physics Letters A* 268, nº 1, 45–49 (2000).
- [37] C. BALZER, R. HUESMANN, W. NEUHAUSER et P. TOSCHEK, "The quantum Zeno effectevolution of an atom impeded by measurement", *Optics communications* 180, n^o 1, 115–120 (2000).
- [38] B. NAGELS, L. HERMANS et P. CHAPOVSKY, "Quantum Zeno Effect induced by collisions", *Physical review letters* 79, n^o 17, 3097 (1997).
- [39] E. W. STREED, J. MUN, M. BOYD, G. K. CAMPBELL, P. MEDLEY, W. KETTERLE et D. E. PRITCHARD, "Continuous and Pulsed Quantum Zeno Effect", *Phys. Rev. Lett.* 97, 260402 (Dec 2006).
- [40] N. BAR-GILL, E. E. ROWEN, G. KURIZKI et N. DAVIDSON, "Short-time Enhancement of the Decay of Coherent Excitations in Bose-Einstein Condensates", *Phys. Rev. Lett.* 102, 110401 (Mar 2009).

- [41] P. G. KWIAT, A. WHITE, J. MITCHELL, O. NAIRZ, G. WEIHS, H. WEINFURTER et A. ZEILINGER, "High-efficiency quantum interrogation measurements via the quantum Zeno effect", *Physical Review Letters* 83, n^o 23, 4725 (1999).
- [42] M. FISCHER, B. GUTIÉRREZ-MEDINA et M. RAIZEN, "Observation of the quantum Zeno and anti-Zeno effects in an unstable system", *Physical Review Letters* 87, n^o 4, 040402 (2001).
- [43] J. BERNU, S. DELÉGLISE, C. SAYRIN, S. KUHR, I. DOTSENKO, M. BRUNE, J. M. RAI-MOND et S. HAROCHE, "Freezing Coherent Field Growth in a Cavity by the Quantum Zeno Effect", *Phys. Rev. Lett.* **101**, n^o 18, 180402 (Oct 2008).
- [44] P. FACCHI, V. GORINI, G. MARMO, S. PASCAZIO et E. SUDARSHAN, "Quantum zeno dynamics", *Physics Letters A* 275, n^o 1, 12–19 (2000).
- [45] J.-M. RAIMOND, C. SAYRIN, S. GLEYZES, I. DOTSENKO, M. BRUNE, S. HAROCHE, P. FACCHI et S. PASCAZIO, "Phase space tweezers for tailoring cavity fields by quantum Zeno dynamics", *Physical review letters* 105, nº 21, 213601 (2010).
- [46] F. SCHÄFER, I. HERRERA, S. CHERUKATTIL, C. LOVECCHIO, F. S. CATALIOTTI, F. CA-RUSO et A. SMERZI, "Experimental realization of quantum zeno dynamics", *Nature communications* 5 (2014).
- [47] A. SIGNOLES, A. FACON, D. GROSSO, I. DOTSENKO, S. HAROCHE, J.-M. RAIMOND, M. BRUNE et S. GLEYZES, "Confined quantum Zeno dynamics of a watched atomic arrow", arXiv preprint arXiv :1402.0111 (2014).
- [48] L. BRETHEAU, P. CAMPAGNE-IBARCQ, E. FLURIN, F. MALLET et B. HUARD, "Quantum dynamics of an electromagnetic mode that cannot contain N photons", *Science* 348, n^o 6236, 776–779 (2015).
- [49] K. JÚLÍUSSON, Quantum Zeno Dynamics in 3D Circuit-QED, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI (2016).
- [50] A. SIGNOLES, Manipulations cohérentes d'états de Rydberg elliptiques par dynamique Zénon quantique, Thèse de doctorat, Paris 6 (2014).
- [51] A. SIGNOLES, E.-K. DIETSCHE, A. FACON, D. GROSSO, S. HAROCHE, J.-M. RAIMOND, M. BRUNE et S. GLEYZES, "Coherent transfer between low-angular momentum and circular Rydberg states", arXiv preprint arXiv :1703.05918 (2017).
- [52] D. DELANDE, Atomes de Rydberg en champs statiques intenses, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI (1988).
- [53] J. HARE, Étude théorique et expérimentale des atomes de Rydberg circulaires : vers une mesure directe de la constante de Rydberg en unités de fréquence, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI (1991).
- [54] C. COHEN-TANNOUDJI, B. DIU et F. LALOË, Mécanique quantique, Hermann (1997).
- [55] M. ENGLEFIELD, Group theory and the Coulomb Problem, Wiley-Interscience (Jan 1972).
- [56] W.GORDON, Ann.d. Phys. 2, 1031 (1929).

- [57] H. BETHE et E. SALPETER, Quantum Mechanics of One-and Two-Electron Atoms, 1957, Springer, Berlin (1977).
- [58] M. L. ZIMMERMAN, M. G. LITTMAN, M. M. KASH et D. KLEPPNER, "Stark structure of the Rydberg states of alkali-metal atoms", *Physical Review A* 20, n^o 6, 2251 (1979).
- [59] J. LIANG, Effet Stark des états de Rydberg des alcalins : application à la préparation et à l'étude des atomes de Rydberg circulaires, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI (1986).
- [60] P. BELLOMO, D. FARRELLY et T. UZER, "Collisional population of ultra-high, ultra-longliving Rydberg states under zero-electron-kinetic-energy conditions", *The Journal of chemical physics* **107**, n^o 7, 2499–2515 (1997).
- [61] T. F. GALLAGHER, *Rydberg Atoms*, Cambridge Monographs on Atomic, Molecular and Chemical Physics, Cambridge University Press (1994).
- [62] R. G. HULET et D. KLEPPNER, "Rydberg atoms in" circular" states", Physical review letters 51, nº 16, 1430 (1983).
- [63] D. A. STECK, "Rubidium 87 D line data", (2001).
- [64] L. LANDAU, "On the theory of transfer of energy at collisions II", Phys. Z. Sowjetunion 2, nº 46, 7 (1932).
- [65] C. ZENER, "Non-adiabatic crossing of energy levels", Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Containing Papers of a Mathematical and Physical Character A137, 696–702 (1932).
- [66] D. MESCHEDE, "Centimeter-wave spectroscopy of highly excited rubidium atoms", JOSA B 4, nº 3, 413–419 (1987).
- [67] J. HAN, Y. JAMIL, D. V. L. NORUM, P. J. TANNER et T. F. GALLAGHER, "Rb nf quantum defects from millimeter-wave spectroscopy of cold Rb85 Rydberg atoms", *Phys. Rev. A* 74, 054502 (Nov 2006).
- [68] P. NUSSENZVEIG, Mesures de champs au niveau du photon par interférométrie atomique, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI (1994).
- [69] S. M. BARNETT et P. M. RADMORE, *Methods in theoretical quantum optics*, tome 15, Oxford University Press (2002).
- [70] C. COHEN-TANNOUDJI, J. DUPONT-ROC et G. GRYNBERG, Processus d'interaction entre photons et atomes, Edp Sciences (2012).
- [71] B. MISRA et E. C. G. SUDARSHAN, "The Zeno's paradox in quantum theory", Journal of Mathematical Physics 18, nº 4, 756–763 (1977).
- [72] P. FACCHI, V. GORINI, G. MARMO, S. PASCAZIO et E. SUDARSHAN, "Quantum Zeno dynamics", *Physics Letters A* 275, nº 1, 12–19 (2000).
- [73] P. FACCHI et S. PASCAZIO, "Quantum Zeno dynamics : mathematical and physical aspects", Journal of Physics A : Mathematical and Theoretical 41, nº 49, 493001 (2008).

- [74] J.-M. RAIMOND, P. FACCHI, B. PEAUDECERF, S. PASCAZIO, C. SAYRIN, I. DOTSENKO, S. GLEYZES, M. BRUNE et S. HAROCHE, "Quantum Zeno dynamics of a field in a cavity", *Physical Review A* 86, n° 3, 032120 (2012).
- [75] R. CONTE, Éléments de cryogénie, Masson (1970).
- [76] T. NIRRENGARTEN, Piégeage magnétiques d'atomes de Rudibium au voisinage d'une surface supraconductrice, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI (2007).
- [77] R. KAISER, Manipulation par laser d'hélium métastable : effet Hanle mécanique, refroidissement sous le recul d'un photon, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI (1990).
- [78] C. AUSSIBAL, *Réalisation d'un condesat de Bose-Einstein sur une microstructure*, Thèse de doctorat, Université Paris Sud-Paris XI (2003).
- [79] H. KOGELNIK et T. LI, "Laser beams and resonators", Proceedings of the IEEE 54, nº 10, 1312–1329 (1966).
- [80] S. OSNAGHI, *Réalisation d'états intriqués dans une collision atomique assistée par une cavité*, Thèse de doctorat, Université Pierre et Marie Curie-Paris VI (2002).
- [81] S. GLEYZES, Vers la préparation de cohérences quantiques mésoscopiques : réalisation d'un montage à deux cavités supraconductrices, Thèse de doctorat, Paris 6 (2007).
- [82] J. A. THORNTON, "Magnetron sputtering : basic physics and application to cylindrical magnetrons", Journal of Vacuum Science and Technology 15, nº 2, 171–177 (1978).
- [83] P. BOSLAND, A. ASPART, E. JACQUES et M. RIBEAUDEAU, "Preparation and RF tests of L-band superconducting niobium-coated copper cavities", *IEEE transactions on applied* superconductivity 9, n^o 2, 896–899 (1999).
- [84] J. D. JACKSON, *Classical electrodynamics*, John Wiley & Sons (2007).
- [85] S. BRATTKE, B. T. VARCOE et H. WALTHER, "Generation of photon number states on demand via cavity quantum electrodynamics", *Physical Review Letters* 86, n^o 16, 3534 (2001).
- [86] E. ARIMONDO, M. INGUSCIO et P. VIOLINO, "Experimental determinations of the hyperfine structure in the alkali atoms", *Rev. Mod. Phys.* **49**, 31–75 (Jan 1977).
- [87] X. MAITRE, Une paire d'atomes intriqués : expériences d'électrodynamique quantique en cavité, Thèse de doctorat, Université Paris VI (1998).
- [88] T. F. GALLAGHER, Rydberg atoms, tome 3, Cambridge University Press (2005).
- [89] A. FACON, E.-K. DIETSCHE, D. GROSSO, S. HAROCHE, J.-M. RAIMOND, M. BRUNE et S. GLEYZES, "A sensitive electrometer based on a Rydberg atom in a Schrodinger-cat state", *Nature* 535, nº 7611, 262–269 (2016).
- [90] W. WANG, L. HU, Y. XU, K. LIU, Y. MA, S.-B. ZHENG, R. VIJAY, Y. SONG, L.-M. DUAN et L. SUN, "Converting Quasiclassical States into Arbitrary Fock State Superpositions in a Superconducting Circuit", *Physical Review Letters* **118**, n^o 22, 223604 (2017).

- [91] A. SARLETTE, J.-M. RAIMOND, M. BRUNE et P. ROUCHON, "Stabilization of nonclassical states of the radiation field in a cavity by reservoir engineering", *Physical review letters* 107, n^o 1, 010402 (2011).
- [92] A. SARLETTE, Z. LEGHTAS, M. BRUNE, J.-M. RAIMOND et P. ROUCHON, "Stabilization of nonclassical states of one-and two-mode radiation fields by reservoir engineering", *Physical Review A* 86, n^o 1, 012114 (2012).

Des atomes froids pour sonder et manipuler des photons piégés

Résumé Mon travail porte sur la construction d'une expérience d'électrodynamique quantique en cavité visant à réaliser un long temps d'interaction entre des atomes, portés dans des états de Rydberg circulaires, et des photons confinés dans une cavité micro-onde supraconductrice. Une source d'atomes froids génère un jet vertical d'atomes lents, traversant le mode de la cavité, avec une vitesse moyenne de 12 m.s^{-1} . Ainsi, nous obtenons un temps d'interaction atomechamp de l'ordre de la milliseconde. Il devrait permettre, en particulier, l'implémentation de l'effet Zénon quantique dynamique (QZD) sur le champ. Cette dynamique non-classique est un outil puissant, permettant la manipulation cohérente de l'état du champ et la synthèse de superpositions arbitraires d'états quasi-classiques de Glauber. Sa mise en oeuvre nécessite une perturbation, faisant office de mesure, affectant seulement la cavité quand elle contient un nombre de photons n_0 choisi. Nous mettrons à profit le long temps d'interaction dont nous disposons afin de résoudre le spectre des états de l'atome habillés par le champ. L'anharmonicité du spectre vis-à-vis du nombre de photons permet une mesure sélective sur l'état de Fock n_0 . Nous décrivons dans ce travail les premiers résultats expérimentaux attestant notre capacité à obtenir un long temps d'interaction. Nous présentons des données spectroscopiques résolvant les transitions associées aux états habillés correspondant à des nombres de photons allant de zéro à quatre et ce pour divers états du champ. Nous quantifions la sélection du nombre de photons obtenue à partir de telles mesures. Ces résultats ouvrent la voie à l'implémentation de la dynamique de Zénon.

Mots-clés CQED, dynamique Zénon quantique, atomes de Rydberg, décohérence, états de Fock

Cold atoms to probe and manipulate photons inside a cavity

Abstract The subject of my thesis was the construction of a new cavity quantum electrodynamics (CQED) setup. This setup allowed us to achieve a long interaction time between circular Rydberg states and a few photons confined inside a high-finesse supraconductor cavity. A cold atoms source produces a slow atomic beam of atoms with a mean velocity of about 12 m.s^{-1} wich cross the cavity. With a few milisecond interaction time we are able to perform quantum Zeno dynamics (QZD) on the field. This evidently non-classical dynamics constitute an elegant tool to manipulate and synthetize arbitrary superpositions of quasi-classical Glauber states. Thanks to the anaharmonisity of the spectrum this can be achieved via a probe pulse used for measurement, providing in a binary way the complete information to decide if there are n_0 photons in the cavity or not. Thanks to our long interaction time we are able to resolve the dressed states. In this work we describe the first results attesting our abily to achieve a long interaction time. Particularly, we report a long Rabi vacuum oscillation and the spectrum of the dressed states for different cavity fields. Finaly we characterize the efficiency with wich we can select a Fock state using the interaction with only one atom. This thesis paves the way to study QZD on the cavity field.

Keywords CQED, quantum Zeno dynamics, Rydberg atoms, decoherence, Fock states