

### Modélisation analytique tridimensionnelle de nouvelles structures de génératrices électriques destinées à l'éolien de forte puissance

Abdourahman Aden Diriye

### ► To cite this version:

Abdourahman Aden Diriye. Modélisation analytique tridimensionnelle de nouvelles structures de génératrices électriques destinées à l'éolien de forte puissance. Energie électrique. Normandie Université, 2018. Français. NNT: 2018NORMLH13. tel-01902759

### HAL Id: tel-01902759 https://theses.hal.science/tel-01902759

Submitted on 23 Oct 2018

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



### THESE

### Pour obtenir le diplôme de doctorat

Spécialité : Génie électrique

Préparée au sein de l'université Le Havre Normandie

# Modélisation analytique tridimensionnelle de nouvelles structures de génératrices électriques destinées à l'éolien de forte puissance

### Présentée et soutenue par Abdourahman ADEN DIRIYE

Thèse soutenue publiquement le 03/04/2018 devant le jury composé de							
M. Abdelmounaïm TOUNZI	Professeur, Université Lille 1	Rapporteur					
M. Guillaume KREBS	Maître de Conférences, HDR, Université Paris Sud	Rapporteur					
M. Smaïl MEZANI	Maître de Conférences, Université de Lorraine	Examinateur					
M. Lauric GARBUIO	Maître de Conférences, INP Grenoble	Examinateur					
M. Georges BARAKAT	Professeur, Université du Havre Normandie	Codirecteur de thèse					
M. Yacine AMARA	Professeur, Université du Havre Normandie	Directeur de thèse					

Thèse dirigée par Pr. Yacine AMARA et Pr. Georges BARAKAT,

Laboratoire : GREAH







## **RESUME & ABSTRACT**

### **Résumé :**

Cette thèse s'inscrit dans une thématique de recherche prioritaire développée par le laboratoire GREAH et portant sur l'optimisation de l'efficacité énergétique des systèmes de gestion et de production de l'énergie électrique. Dans ce cadre, les performances de convertisseurs d'énergie (machines électriques pour la conversion de l'énergie électromécanique) ont un impact déterminant sur l'efficacité énergétique de la conversion et sur la qualité de gestion de l'énergie électrique en termes de rendement, de maximisation de la puissance massique, de réduction des émissions, de réduction des coûts, ce qui nécessite, par conséquent, un effort particulier de conception et de dimensionnement. L'objectif principal de cette thèse vise à développer un modèle léger permettant d'exploiter assez rapidement l'espace des solutions potentiellement optimales dans la première phase de la conception des machines synchrones à aimants permanents. Les travaux présentés dans ce mémoire de thèse portent sur la modélisation électromagnétique pour le pré-dimensionnement et la conception des machines synchrones à aimants permanents intégrées dans l'éolien de fort puissance. Dans ce manuscrit, deux approches de modélisation des machines électriques ont été proposées. La modélisation par réseau de réluctances présentée consiste à découper le domaine d'étude en un certain nombre d'éléments volumiques dont chacun est décomposé en tubes de flux. La modélisation analytique hybride proposée est basée sur un couplage fort entre un réseau de réluctances généré à partir d'un maillage du domaine d'étude et une solution formelle des équations de Maxwell dans les régions de faible perméabilité (entrefer magnétique). Les résultats obtenus à partir de ces modèles sont validés par les résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis. Pour montrer le gain obtenu en temps de calcul, les temps d'exécutions des codes de calcul sont comparés aux temps mis par le logiciel Flux.

**Mots clés :** Dimensionnement des machines synchrones, Modèle analytique hybride, Réseau de réluctances, Modélisation Analytique hybride Quasi-3D, Modélisation tridimensionnelle, Machines synchrones à aimants permanents à flux axial, Équations de Maxwell, Saturation magnétique, Éoliennes.

### Abstract:

This subject of the thesis is part of a priority research theme developed by the GREAH laboratory on the optimization of the energy efficiency of electrical energy management and production systems. In this context, the performance of energy converters (electrical machines for the conversion of electromechanical energy) have a decisive impact on the energy efficiency of the conversion and on the quality of electrical energy management in terms of efficiency, reduction of emissions, reduction of costs, which therefore requires a special effort to design. The main objective of this thesis is to develop a light model allowing to exploit fairly quickly the space of potentially optimal solutions in the first phase of machine design. The work presented in this thesis focuses on electromagnetic modeling for the pre-design of permanent magnets synchronous machines integrated into high power wind turbines. In this manuscript, two modeling approaches of electric machines have been proposed. The presented reluctance network modeling is generated from the mesh of studied domain as the finite element method. Reluctance elements are used for the mesh. The proposed hybrid analytical modeling is based on a strong coupling between a reluctances network generated from a mesh of the study domain and analytical models based on the formal solution of Maxwell's equations in regions of low permeability (magnetic gap). This approach can help solve the problem of air-gap modeling in MEC method, and the consideration of the local magnetic saturation in modeling approaches involving analytical technique. The results obtained from these models are validated by the corresponding results from the finite element method and very good has been observed. To indicate the gain obtained in time, the execution times of the programs are compared to the times set by the Flux software.

**Keywords:** Design of synchronous machines, Hybrid Analytical Model, Reluctance Network, Quasi-3D Hybrid Analytical Modeling Three-dimensional modeling, Axial flux permanent magnets synchronous machines, Maxwell's equations, Magnetic saturation, Wind Turbines.

## REMERCIEMENTS

Cette thèse a été menée au sein du laboratoire GREAH (Groupe de Recherche en Electrotechnique et Automatique du Havre) de l'université Le Havre Normandie. Je tiens tout d'abord à remercier de manière générale tous les personnels de l'université Le Havre Normandie et aussi la région Haute-Normandie qui a financé cette thèse.

Je tiens à remercier profondément mes directeurs de thèse, Professeur Yacine Amara et Professeur Georges Barakat, de m'avoir permis de vivre cette aventure passionnante et enrichissante qu'est le doctorat. Je tiens à vous exprimer ma sincère gratitude pour votre aide, à savoir, votre apport scientifique, vos conseils bienveillants et votre disponibilité durant ces trois années de doctorat. Je remercie mes directeurs de thèses de m'avoir aidé à être autonome et avoir les qualités d'un chercheur scientifique. Je remercie vivement Pr. Yacine Amara pour m'avoir aidé à développer les aspects rédactionnels et pour son soutien à la rédaction des articles scientifiques. Ces remarques pertinentes m'ont été précieuses pour mener à bien ce travail.

Je tiens à remercier Monsieur Abdelmounaïm TOUNZI, Professeur à l'Université de Lille 1, de m'avoir fait un grand honneur en acceptant d'être rapporteur de ce travail et présider le jury de thèse.

Que soit remercié M. Guillaume KREBS, Maître de Conférences, HDR à l'Université Paris Sud, pour l'intérêt porté à mon travail en acceptant d'être rapporteur de thèse.

Je remercie également, M. Lauric GARBUIO, Maître de Conférences à l'INP Grenoble, et M. Smaïl MEZANI, Maître de Conférences à l'Université de Lorraine, d'avoir accepté d'examiner mes travaux.

Je remercie tous mes collègues du GREAH pour les échanges scientifiques et les moments extrêmement studieux pendant ces 3 années de doctorat. J'en profite également pour vous souhaiter une bonne continuation ainsi qu'une réussite professionnelle répondant à vos ambitions personnelles!

Que soient profondément remerciés, mes parents pour leurs soutiens indéfectibles tout au long de ma vie.

Enfin, que soient vivement remerciés celles et ceux, dans mes entourages familial, amical et professionnel, à Djibouti et en France, qui m'ont encouragé pour réaliser cette thèse de doctorat.

## **PRODUCTIONS SCIENTIFIQUES**

### Articles de revues avec comité de lecture

- Abdourahman Aden diriye, Yacine Amara, Georges Barakat, Sami Hlioui, Olivier De La Barrière, Mohammed Gabsi, "Performance analysis of a radial flux PM machine using a hybrid analytical model and a MBG reluctance network model," *European Journal of Electrical Engineering*, vol. 18, no. 1-2, pp. 9–26, December 2015.
- S. Ouagued, A. Aden diriye, Yacine Amara, *Member, IEEE*, and Georges Barakat, "A General Framework Based on a New Hybrid Analytical Model for the Analysis and Design of Permanent Magnet Machines," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 51, issue : 11, pp. 2514–2519, November 2015.

### Congrès Internationaux avec comité de lecture

- Abdourahman Aden diriye, Yacine Amara, Georges Barakat, "Eddy Current Loss Estimation in Permanents Magnets of a Radial Flux Machine using a Hybrid Analytical Model," *Cistem 2014*, Marrakech, Maroc, 26 - 28 October 2016.
- A. Aden Diriye, N. Debbah, Yacine Amara, Georges Barakat and R. Ibtiouen, "Modeling of a Series Hybrid Excited Synchronous Structure Using Two Different Hybrid Analytical Models," *International Conference on Electrical Machines 2016*, Lausanne, Switzerland, 4 – 7 September 2016.
- Abdourahman Aden, Sofiane Ouagued, Yacine Amara, Georges Barakat and H. Tiegna, "Iron Loss Estimation in Axial Field PM Machines Using a Quasi-3D Hybrid Analytical Model," *International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies 2016*, Monaco, France, 6 – 8 Avril 2016.
- Sofiane Ouagued, Abdourahman Aden Diriye, Yacine Amara, and Georges Barakat, "Mesh Relaxation Effect on Results Quality / Computation Time Ratio of a Hybrid Semi-Numerical Model," *International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies 2016*, Monaco, France, 6 – 8 Avril 2016.

- Abdourahman Aden diriye, Sofiane Ouagued, Yacine Amara, and Georges Barakat, "Performance analysis of permanent magnet linear synchronous machines using a hybrid analytical model," *LDIA 2015*, Aachen, Germany, 27– 29 July 2015.
- Sofiane Ouagued, Abdourahman Aden, Yacine Amara, and Georges Barakat, "Consideration of Magnetic Saturation in a New Hybrid Semi- Numerical Model," *COMPUMAG 2015*, Montréal, Québec, 28 June – 2 July 2015.
- S. Ouagued, A. Aden diriye, Yacine Amara, *Member, IEEE*, and Georges Barakat, "A General Framework Based on a New Hybrid Analytical Model for the Analysis and Design of Permanent Magnet Machines," *Intermag 2015*, Beijing, China, 11 15 Mai 2015.
- Abdourahman Aden, Sofiane Ouagued, Yacine Amara, and Georges Barakat, "Performance Analysis of a Series Hybrid Excited Synchronous Machine by a Hybrid Analytical Model," *International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies 2015*, Monaco, France, 31 Mars – 2 Avril 2015.
- A. Aden, Y. Amara, G. Barakat, S. Hlioui, O. De La Barrière & M. Gabsi, "Modeling of a Radial Flux PM Rotating Machine using a New Hybrid Analytical Model," *Cistem 2014*, Tunis, 3 - 6 November 2014.

### Communications posters dans des journées scientifiques

 Abdourahman Aden Diriye, Yacine Amara, and Georges Barakat "A Hybrid Modeling Approach for the pre-design of electrical machines", GdR, Energies Marines Renouvelables, Caen, France, 28 Mars 2017.

## **TABLES DES MATIÈRES**

Résumé & Abstract	2
Remerciements	4
Productions Scientifiques	5
Tables des matières	9
Introduction générale	
Chapitre I. état de l'art	22
I.1. Introduction	24
I.2. Génératrices électriques de forte puissance pour une application é	olienne 24
I.2.1. Eolienne	24
I.2.1.1. Description et historique de l'énergie éolienne	
I.2.1.2. Développement de l'énergie éolienne en France	
I.2.2. Chaines de conversion d'énergie électrique	
I.2.2.1. Entrainement indirect	
I.2.2.2. Entrainement direct	
I.2.2.3. Comparaison (avantages et inconvénients)	
I.2.3. Génératrices électriques à flux axial	
I.2.3.1. Introduction	
I.2.3.2. Différentes structures de machines à flux axial	
I.2.3.3. Machines à flux axial à double excitation	44
I.2.3.4. Matériaux magnétique des machines électriques	
I.3. Modèles pour le pré-dimensionnement des machines électriques	50
I.3.1. Modélisation par réseau de réluctances	50
I.3.2. Modélisation analytique	
I.3.3. Modélisation analytique hybride	55
I.4. Conclusion	56

Chapitre II. Modèles bidimensionnels pour le pré-dimensionnemen	ıt
des machines synchrones à aimants permanents et validation	9
II.1. Introduction	1
II.2. Modélisation par réseau de réluctances	2
II.2.1. Réseaux de réluctances maillés6	2
II.2.1.1. Avantages et inconvénients6	2
II.2.1.2. Description de l'approche6	2
II.2.2. Prise en compte de la saturation magnétique7	5
II.3. Modélisation analytique hybride 8	0
II.3.1. Modèle analytique	0
II.3.1.1. Principe de l'approche et ces limites	0
II.3.1.2. Solution formelle des équations de Maxwell en magnétostatique 8	0
II.3.2. Approche de modélisation hybride8	3
II.3.2.1. Description de l'approche analytique hybride	3
II.3.2.2. Génération du système d'équations	7
II.4. Étude de performances des machines électriques 8	8
II.4.1. Grandeurs Locales (induction magnétique)8	8
II.4.2. Grandeurs globales	1
II.4.2.1. Couple	1
II.4.2.1.1. Calcul du couple par la méthode énergétique	1
II.4.2.1.2. Calcul du couple par la méthode du tenseur de Maxwell9	8
II.4.2.2. Flux magnétique et force électromotrice	1
II.4.2.3. Pertes fer	3
II.4.2.3.1. Modèle de Bertotti 10	6
II.4.2.4. Pertes par courants de Foucault dans les aimants permanents 10	7
<b>II.5. Conclusion</b>	1

Chapitre III. Modélisation Analytique Hybride Quasi-3D et
Modélisation tridimensionnelle des machines synchrones à aimants
<b>permanents</b>
<b>III.1. Introduction</b>
III.2. Approche de modélisation analytique hybride quasi-3D116
III.2.1. Modélisation analytique hybride quasi-3D d'une machine à flux axial . 116
III.2.1.1. Description du modèle analytique hybride quasi-3D116
<b>III.3. Machines synchrones à aimant permanent à flux axial</b>
III.4. Etude de performances de machines synchrones à aimant permanent à flux
axial
III.4.1. Pertes fer des machines (MSAPFA)124
III.4.2. Calcul du couple de détente de MSAPFA132
III.5. Modélisation par réseau de réluctances tridimensionnelle des machines
synchrones à aimant permanents134
III.5.1. Description de l'approche de modélisation par réseau de réluctances en 3D
III.5.1.1. Génération du système d'équation
III.5.1.2. Possibilité de prendre en compte le feuilletage des tôles
III.5.1.3. Optimisation du code réseau de réluctance
III.6. Etude des performances des machines électriques144
III.6.1.1. Induction magnétique150
III.6.1.2. Force de détente154
III.6.1.3. Couple de détente
III.6.1.4. Pertes fer
III.6.1.5. Energie magnétique160
<b>III.7. Conclusion</b>

Références	
Annexes	

## Liste des symboles

[P]	Matrice de perméances du réseau de réluctances.
[U]	Potentiel scalaire magnétique aux nœuds du réseau de réluctances.
р	Nombre de paires de pôles de la machine.
φr	Position angulaire référencée par rapport au référentiel du rotor.
Ia	Courant de la phase A (A).
$I_b$ ,	Courant de la phase B (A).
Ic	Courant de la phase C (A).
Imax	Amplitude maximale des courants.
$J_{\max}$	Densité maximale du courant dans l'encoche (A/mm).
$B_r$	Composante radiale de l'induction magnétique (T).
$B_{arphi}$	Composante tangentielle de l'induction magnétique (T).
$B_Z$	Composante axiale de l'induction magnétique (T).
$V_a$	Tension de la phase A (V).
$V_b$	Tension de la phase B (V).
$V_c$	Tension de la phase C (V).
$\Phi_a$	Flux de la phase A (Wb).
$arPsi_b$	Flux de la phase B (Wb).
$\varPhi_c$	Flux de la phase C (Wb).
$\mu_0$	Perméabilité magnétique du vide.
$\mu_r$	Perméabilité relative du milieu
$J_s$	Polarisation magnétique à saturation (T).
Η	Valeur du champ magnétique (A/m).
В	Valeur de l'induction magnétique (T).
[ <i>R</i> ]	Vecteur des résidus.
$M_J$	Matrice jacobienne.
$[\Delta U]$	Vecteur d'accroissement de la solution.

- $\vec{H}$  Vecteur champ magnétique.
- $\vec{B}$  Vecteur induction magnétique.
- $\vec{B}_R$  Vecteur induction rémanente des aimants permanents (T).
- $l_a$  Longueur active de la machine (m).
- $U_{II}$  Potentiel scalaire magnétique de la région II.
- W énergie magnétique stockée dans un volume donné (J).
- *w<sub>mag</sub>* Densité volumique de l'énergie magnétique dans un volume donné (J).
- *W<sub>cme</sub>* énergie magnétique stockée dans le circuit magnétique équivalent (J).
- $W_{mE}$  énergie magnétique stockée dans les régions I et II (J).
- $W_m$  énergie magnétique stockée dans la machine (J (Joule))
- $\Gamma_{em}$  Couple électromagnétique de la machine (N.m).
- *N*<sub>s</sub> Nombre d'encoches de la machine.
- $e_p$  f.é.m. d'une phase (V).
- $P_{fer}$  Pertes fer (w).
- $\lambda_p$  Pas polaire de la machine
- $N_c$  Nombre de couches dans la direction radiale.

## **INTRODUCTION GENERALE**

La tendance actuelle (réserve limité des énergies fossiles, la croissance de la consommation mondiale, la pollution atmosphérique) pousse à changer notre mode de consommation et de production de l'énergie électrique pour devenir plus écologique. La réduction de l'émission de CO2, et le développement des énergies renouvelables sont des enjeux mondiaux. Parmi les énergies renouvelables, seule l'énergie éolienne sera abordée dans ce mémoire. Nous intéressons en particulier à l'étude des turbines éoliennes.

Dans une turbine éolienne, la génératrice électrique est un élément essentiel et elle joue un rôle crucial dans la conversion de l'énergie électromécanique. Avec le développement croissant des implantations de fermes éoliennes et l'augmentation continue de la puissance de l'éolienne, une amélioration de l'efficacité des génératrices électriques semble inévitable afin de satisfaire les nouvelles contraintes introduites par la production de masse, l'augmentation du besoin énergétique et la croissance du taux de pénétration dans le réseau électrique.

Cette thèse est menée au sein du laboratoire GREAH (Groupe de Recherche en Electrotechnique et Automatique du Havre). L'équipe « Electrotechnique & Actionneurs » du GREAH a une longue expérience dans la conception, la modélisation, la simulation, le dimensionnement et l'optimisation des actionneurs électromécaniques pour divers domaines d'application (éolien, hydrolien, avionique, etc.) avec des partenariats industriels tels que AREVA ou encore AIRCELLE. Ce sujet de thèse s'inscrit dans une thématique de recherche prioritaire développée par le laboratoire GREAH et portant sur l'optimisation de l'efficacité énergétique des systèmes de gestion et de production de l'énergie électrique. Dans ce cadre, les performances de convertisseurs d'énergie (machines électriques pour la conversion de l'énergie électromécanique) ont un impact déterminant sur l'efficacité énergétique de la conversion et sur la qualité de gestion de l'énergie électrique en termes de rendement, de maximisation de la puissance massique, de réduction des émissions, de réduction des coûts, ce qui nécessite, par conséquent, un effort particulier de conception et de dimensionnement. En fait, les premières étapes de la phase de conception des machines électriques nécessitent de disposer des modèles légers et précis afin d'explorer rapidement l'espace des solutions optimales. Bien que la modélisation par les éléments finis soit précise, cette approche est coûteuse en temps de calcul en particulier le calcul du champ magnétique en trois dimensions (3D).

Cette thèse s'attaque à la recherche de nouvelles structures de génératrice et des méthodes de modélisations légères pour le pré-dimensionnement des machines électriques, en vue de la conception d'aérogénérateurs innovants répondant aux contraintes de l'éolien de forte puissance en termes de masse, de rendement, de compacité et de modularité. L'objectif principal de cette thèse vise à développer un modèle léger et approprié à la conception préliminaire des machines à aimants permanents à flux axial. Le développement d'un outil de conception analytique a été réalisé à un stade précoce de cette thèse. L'outil de conception développé au GREAH est fondé sur des modèles analytiques basés sur la résolution des équations de Maxwell. Il n'a pas été développé pour remplacer l'analyse par éléments finis (AEF) dans la conception des machines. Mais cet outil constitue une alternative permettant d'exploiter assez rapidement l'espace des solutions potentiellement optimales.

En fait, l'analyse par éléments finis en 3D prend beaucoup de temps et n'est pas très pratique dans la phase de pré-dimensionnement des machines électriques. Les recherches menées dans la littérature sur le sujet, révélant de la modélisation analytique tridimensionnelle des machines à aimants permanents à flux axial, n'est pas encore bien évoqué. Dans la plupart des travaux de recherche, les auteurs ont utilisé la méthode des éléments finis pour étudier les machines à flux axial. Bien que la conception d'une machine électrique soit un problème multiphysique impliquant la modélisation électromagnétique, thermique et mécanique, ce travail se limite au développement de modèles légers décrivant le comportement électromagnétique de la machine. Dans cette thèse, une approche analytique hybride quasi-3D et la modélisation par réseau de réluctances 3D nt été proposées. Dans le cas de la modélisation par réseau de réluctances 3D, l'air englobant la machine est modélisé afin de prendre en compte les effets de bords de la machine.

Le manuscrit de thèse est composé de trois chapitres. Le premier est consacré à un état de l'art. Dans la première partie de ce chapitre, l'évolution de l'énergie éolienne en France est exposée. Une comparaison entre les systèmes de conversion d'énergie électrique les plus couramment utilisés a été menée en termes de réduction du poids de la nacelle, la fiabilité et les entretiens de maintenance. Les différentes structures et topologies de la machine à flux axial selon le chemin du flux magnétique dans la structure ainsi que les matériaux magnétiques utilisés ont été passées en revue. Une attention particulière est portée sur les machines à flux axial à double excitation permettant d'offrir la possibilité de contrôler le flux magnétique dans l'entrefer. La dernière partie du chapitre se focalise sur les travaux de recherches antérieures concernant à la modélisation analytique des machines électriques.

Dans le deuxième chapitre du mémoire, deux approches de modélisation bidimensionnelles sont proposées et une machine synchrone à aimants permanents à flux radial fait l'objet d'une application. Dans un premier temps, la modélisation par réseau de réluctances est explicitée et la prise en compte de la saturation magnétique dans le réseau de réluctances est également abordée. Cette approche est utilisée pour évaluer les performances de la machine pour les fonctionnements à vide et en charge de la machine. Les résultats obtenus sont validés par la méthode des éléments finis. Enfin, la présentation et la validation d'une approche de modélisation analytique hydride sont effectuées. L'apport de cette approche est explicité. Une étude de performances (induction magnétique, couples, f.é.m., pertes,...etc.) d'une machine radiale est effectuée à l'aide d'un modèle analytique hybride 2D. Dans cette étude, la saturation magnétique est prise en compte et les résultats obtenus sont comparés à ceux issus de la méthode des éléments finis.

Dans le troisième chapitre, premièrement l'approche analytique hybride quasi-3D est décrite. Cette approche hybride quasi 3D consiste à diviser la machine en un certain nombre de tranches concentriques dont chacune peut être modélisée à l'aide d'un modèle analytique hybride 2D. Les résultats obtenus à partir du modèle analytique hybride quasi-3D (MAH quasi-3D) et ceux correspondant issus de la méthode d'éléments finis quasi-3D sont validés par les résultats des calculs par la méthode des éléments finis 3D. Enfin, l'approche de modélisation par réseau de réluctances 3D est proposée dans la deuxième partie du chapitre. Une machine synchrone à aimants permanents à flux axial fait l'objet d'une application pour illustrer cette approche de modélisation. Mais cette approche a été adoptée pour réaliser une étude de performances en circuit ouvert des trois types machines électriques. Ensuite, la génération du réseau de réluctances à partir du découpage de la géométrie de la machine et quelques techniques permettant d'optimiser le code du réseau de réluctances développé sont exposées. Le degré de liberté de ce réseau de réluctances 3D est également évoqué. Dernièrement, les performances (induction magnétique, couple de détente, force de détente, Pertes fer, énergie magnétique) des machines électriques sont évaluées à l'aide de cette approche de modélisation par réseau de réluctances 3D et les résultats obtenus à partir cette approche sont confrontés aux résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis en 3D.

## **Chapitre I. ETAT DE L'ART**

## Table des matières du chapitre I

I.1. Introduction	24
I.2. Génératrices électriques de forte puissance pour une application éolien	ne 24
I.2.1. Eolienne	24
I.2.1.1. Description et historique de l'énergie éolienne	24
I.2.1.2. Développement de l'énergie éolienne en France	29
I.2.2. Chaines de conversion d'énergie électrique	33
I.2.2.1. Entrainement indirect	34
I.2.2.2. Entrainement direct	35
I.2.2.3. Comparaison (avantages et inconvénients)	36
I.2.3. Génératrices électriques à flux axial	38
I.2.3.1. Introduction	38
I.2.3.2. Différentes structures de machines à flux axial	39
I.2.3.3. Machines à flux axial à double excitation	44
I.2.3.4. Matériaux magnétique des machines électriques	49
I.3. Modèles pour le pré-dimensionnement des machines électriques	50
I.3.1. Modélisation par réseau de réluctances	50
I.3.2. Modélisation analytique	52
I.3.3. Modélisation analytique hybride	55
I.4. Conclusion	56

### **I.1. Introduction**

La prise de conscience quant à la disponibilité limitée des ressources énergétiques fossiles et les émissions de gaz à effet de serre qui accompagnent la consommation croissante d'énergie électrique risquent de provoquer un changement climatique néfaste pour l'ensemble de la planète. Des conférences environnementales ont été organisées dont le but d'élaborer des plans de réalisation d'une transition énergétique. Mais dans ce chapitre, nous nous limitons à l'énergie éolienne et les méthodes de modélisation légères pour le pré-dimensionnement des générateurs électriques.

La première partie de ce chapitre du mémoire de la thèse est consacrée au développement de l'énergie éolienne France. Les systèmes de conversion d'énergie le plus couramment utilisés pour l'éolien ont été également décrits dans le but de les comparer en terme de fiabilité, le poids total de la nacelle, le rendement énergétique, le coût, la facilité d'entretien, ainsi que la possibilité d'intégration au réseau électrique. La génératrice est un élément crucial dans la chaine de conversion d'énergie et une revue de la littérature scientifique sur les génératrices à flux axial est menée.

La seconde partie du chapitre est réservée à un état de l'art des méthodes de modélisation proposées dans la littérature scientifique. Les travaux de recherches menés se limitent aux modèles analytiques décrivant le comportement électromagnétique de la machine. Le développement d'outils mathématiques appropriés et précis demeure crucial afin de diminuer la durée de la première phase de conception des machines électriques. Une analyse des modèles analytiques et des modèles de réseau de réluctances a été présentée.

# I.2. Génératrices électriques de forte puissance pour une application éolienne

### I.2.1. Eolienne

### I.2.1.1. Description et historique de l'énergie éolienne

Il y a bien longtemps que des scientifiques ont inventé des moulins à vent pour exploiter le vent. Un moulin à vent est un dispositif qui transforme une partie de l'énergie cinétique du vent en énergie mécanique (mouvement rotatif). Il est utilisé le plus souvent pour moudre des céréales, broyer, piler, pulvériser diverses substances, ou même pour actionner une pompe [1-3]. Il y a des spéculations contradictoires sur les origines historiques des moulins à vent. Une discussion plus détaillée sur ce sujet est présentée dans les références [1, 3-4]. Cependant, les auteurs de la référence [3] ont affirmé que la première information de sources historiques fiable sur l'existence de moulins à vent (Fig. I-1) date du 7<sup>ième</sup> siècle Av-JC.



Fig. I-1. Moulin à vent à axe vertical [3]

Après la révolution industrielle de 1760-1850, l'énergie électrique est devenue un enjeu économique et stratégique majeur se présentant comme un véritable facteur de développement. Les crises pétrolières, l'augmentation conséquente de la consommation énergétique durant ces dernières années (Fig. I-2) et la prise de conscience quant à la disponibilité limitée des ressources énergétiques fossiles entraineront la raréfaction et l'augmentation du coût de ces ressources fossiles. De plus, les émissions de gaz à effet de serre qui accompagnent la consommation croissante d'énergie électrique risquent de provoquer un changement climatique néfaste pour l'ensemble de la planète. Tous ces facteurs font que le mode de consommation d'énergie actuel est non fiable à long terme. Des conférences environnementales ont été organisées dans le but d'élaborer des plans pour réaliser une transition énergétique. Le processus de transition énergétique consiste le passage d'un système énergétique reposant sur des ressources énergétiques fossiles à un système énergétique durable et moins polluant. Dans la littérature scientifique, plusieurs travaux de recherches ont été menés sur les énergies renouvelables. De nos jours, aucun pays au monde n'exploite 100% des énergies renouvelables. Mais il y a des pays qui ont pris des engagements dans cette direction comme la France par

exemple. La France s'est fixée comme objectif de réduire de 40 % les émissions de gaz à effet de serre en 2030 par rapport à 1990, de porter la part des énergies renouvelables à plus de 30 % de la consommation énergétique finale d'énergie en 2030 et de baisser à 50 % la part du nucléaire dans la production d'électricité à horizon 2025 [5].



In these graphs, peat and oil shale are aggregated with coal.
Includes geothermal, solar, wind, heat, etc.

Fig. I-2. Consommation énergétique du monde [6]

Dans la suite de ce chapitre, une attention particulière est portée sur l'éolienne. L'intérêt de développer l'énergie éolienne repose sur deux préoccupations : d'une part, la protection de l'environnement et la diminution de l'utilisation des combustibles fossiles pour produire de l'électricité. D'autre part, l'évolution des technologies rend l'énergie éolienne de plus en plus rentable et donc son utilisation devient économiquement compétitive par rapport à la production de l'énergie électrique basée sur l'utilisation des énergies fossiles [2].

Un aérogénérateur, souvent appelé éolienne, est un dispositif qui permet de convertir une partie de l'énergie cinétique du vent en énergie mécanique disponible sur un arbre de transmission puis en énergie électrique par l'intermédiaire d'une génératrice électrique. La figure (Fig. I-3) montre deux types d'entrainement de la génératrice électrique, une éolienne à attaque direct [Fig. I-3(a), Fig. I-3(b)] et une éolienne avec un multiplicateur de vitesse [Fig. I-3(c)]. De plus, les éoliennes de dernière génération fonctionnent à vitesse variable. Ce type de fonctionnement permet d'augmenter le rendement énergétique, de diminuer les efforts mécaniques et d'améliorer la qualité de l'énergie électrique produite, par rapport aux éoliennes à vitesse fixe [2].



Fig. I-3. Mode d'entrainement de la génératrice électrique de l'éolienne

La figure I-4 illustre la croissance de la puissance et la taille de l'éolienne au cours des dernières années. La plus grande éolienne déclarée en 2014 est de 8 MW (Vestas V164) avec un diamètre de pales de 164 m [11]. En septembre dernier, EDF Energy annonce la fin de l'installation d'un parc éolien offshore (en mer) d'une puissance de 41,5 MW au large de Blyth [12, 13]. Ce parc comprend cinq éoliennes de 8,3 MW (MHI Vestas Offshore V164-8.3 MW). Les éoliennes de 10 MW ont été annoncées par Clipper, Sway Turbine AS, AMSC, et GE Energy [10, 14 - 19]. Le tableau 1 (Tableau I-1) énumère les principaux fabricants d'éoliennes à compter de 2014 et la puissance nominale de l'éolienne ainsi que les chaines de conversion utilisées. La tendance du marché indique également que des turbines de 10 à 20 MW seront

opérationnelles dans un proche avenir avec des diamètres de rotor dépassant 150 m, soit environ deux fois la longueur d'un Boeing 747. GE Energy a des plans ambitieux pour développer des turbines de 15 MW [11].

Manufacturer	Model Number	Gearbox and Generator	Power and Voltage Rating	Rotor Dia (m)	Release Year	
China Energine	CE2MW	Direct Drive PMSG	2.0 MW, 690 V	93	2014	
Japan Steel Works	JSW J82-2MW	Direct Drive PMSG	2.0 MW, 660 V	83.3	2014	
Northern Power Systems	NPS2.3	Direct Drive PMSG 2.3 MW, 690 V 93		2014		
Marvento	M3.6-118	Direct Drive PMSG	3.6 MW, 3900 V	118	2014	
Envision Energy	E128-3.6MW	Direct Drive PMSG	3.8 (2 x 1.9) MW, 730 V	128	2014	
Siemens	SWT4.0-130	Gearbox based SCIG	4.0 MW, 750 V	130	2015	
The Switch	PMG4250	Direct Drive PMSG	4.25 MW, 690 V	na	na	
XEMC-Darwind	XE/DD128	PMSG	5.0 MW, 3000 V	128	2014	
CSIC Haizhuang	CSIC5MW	PMSG	5.0 MW	154	na	
Goldwind	GW5MW	Direct Drive PMSG	5G 5.0 MW		2014	
Hyosung	Hyosung5MW	PMSG	5.0 MW		na	
CCWE	CCWE5000	Medium Speed PMSG	5.0 MW	126	2014	
Gamesa	G128-5.0MW	Medium Speed PMSG	5.0 MW	128	2014	
Aerodyn	AM139/5000	WRSG	5.0 MW, 690 V	139	2014	
AMSC-Hyundai	HQ5000/140	PMSG	5.5 MW	140	2014	
AMSC-Dongfang Electric	DEC DF140-5.5	DFIG	5.5 MW	140	2014	
GoldWind	GW6MW	Direct Drive PMSG	6.0 MW	na	2014	
Yinhe	GX153-6MW	Direct Drive PMSG	6.0 MW, 690 V	153	2014	
Siemens	SWT6.0-154	Direct Drive PMSG	6.0 MW, 690 V	154	2014	
Alstom Power	Haliade150-6MW	Direct Drive PMSG	6.0 MW, 900 V, 3x3 Phase	150	2014	
Nordex	N150/6000	Direct Drive PMSG	6.0 MW, 3300 V	150	2015	
Sinovel	SL6000/155	DFIG	6.0 MW	155	2014	
United Power	UP6000-136	DFIG	6.0 MW, 6600 V	136	2015	
2-B Energy	2B6	Gearbox based Generator	6.0 MW	140	2016	
Guangdong MingYang	SCD6.5	PMSG	6.5 MW	140	2014	
Condor Ltd.	Condor6	Gearbox based MV SCIG	6.6 MW, 3300 V	125	2015	
Bard GmbH	Bard6.5	Dual Drive MV PMSG	re MV PMSG 6.8 (2 x 3.4) MW		2014	
Gamesa	G14X/7000	PMSG	7.0 MW	145	2015	
Daewoo Ltd.	DSME7.0	PMSG	7.0 MW		2014	
Mitsubishi	SeaAngel 7.0MW	Dual Drive WRSG	2 x 3.5 MW	165	2015	
Siemens	SWT7.0-171	PMSG	7.0 MW, 3300 V	171	2014	
Vestas	V164-8.0MW	Medium Speed PMSG	8.0 MW	164	2014	
Aerodyn	A8.0-168	WRSG 8.0 MW		168	na	
Samsung Heavy Industries	S7.0-171	PMSG	8.0 MW, 3300 V (ABB PCS6000)	171	2015	
Northern Power Systems	NPS8.0-175	PMSG	8.0 MW	175	na	
Areva Wind	Areva 8MW	PMSG	PMSG 8.0 MW		2018	
Clipper	Britannia	Quantum Drive PMSG	10 (4 x 2.5) MW, 3600 V	150	2015	
Sway Turbine AS	ST10	Axial Flux PMSG	10 MW, 3500 V	164	2015	
Windtec-AMSC	SeaTitan 10MW	Direct Drive HTS	10 MW, 690 V	190	2015	
Sinovel	Sinovel 10 MW	na	10.0 MW	na	na	
Mitsubishi	Mitsubishi 10 MW	na	10.0 MW	na	na	
Tecnalia Research & Innovation	SUPRAPOWER Project	Direct Drive HTS	10.0 MW	na	na	
VertAx	Offshore VAWT	Dual Drive PMSG	10.0 (2 x 5.0) MW	140	2014	
Goldwind	GW10MW	PMSG	10 MW	na	na	
Mecal	Mecal 12MW	na	12 MW	200	na	
Guangdong MingYang	SCD12MW	PMSG	12 MW	200	2015	
United Power	Guodian 12MW	na	12 MW	200	2015	
Keuka Energy	Keuka 12.5	na	12.5 MW	152	na	
GE Energy	GE15MW	Direct Drive HTS	15 MW	180	2016	
Gamesa	Azimut Project	na	15 MW	na	2020	

Tableau I-1	: Principaux	fabriquant d	éolienne [11]
	1	1	



Fig. I-4. Evolution de la puissance et la taille de l'éolienne [11]

#### I.2.1.2. Développement de l'énergie éolienne en France

Pour l'éolienne offshore, l'Europe a enregistré une capacité ajoutée de 1 558 MW raccordée au réseau en 2016, soit 48% de moins qu'en 2015 (Tableau I-2). Cette puissance est produite par 338 nouvelles éoliennes offshores reparties entre six parcs éoliens et elles ont été raccordées au réseau électrique entre le 1<sup>er</sup> janvier au 31 décembre 2016. En totale, 361 nouvelles éoliennes ont été installées en 2016 et 69 éoliennes attendent la connexion au réseau électrique. L'Europe dispose désormais d'une capacité installée totale de 12 631 MW provenant de 3 589 éoliennes raccordées au réseau électrique dans 10 pays européennes [20]. La figure 5(a) montre la répartition de la puissance des parcs éoliens offshores installés dans les pays européens. Le Royaume-Uni possède la plus grande capacité éolienne offshore installée en Europe, représentant 40,8% de toutes les installations. En termes de nombre d'éoliennes raccordées au réseau en Europe, le Royaume-Uni arrive en tête du marché avec 41% de toutes les éoliennes connectées au réseau électrique (Fig. I-5(b)).

	1	1	1	1		1	1	1	1	1	
Année	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	2015	2016
Puissance											
annuelle	03	218	240	614	021	816	1171	1606	1452	2012	1558
installée	95	516	349	014	931	010	11/1	1000	1432	5015	1556
(MW)											
Puissance											
installée	801	1120	1460	2082	2014	2820	5002	6609	8060	11072	12621
cumulée	001	1120	1409	2083	3014	3030	5002	0008	8000	110/5	12031
(MW)											

Tableau I-2 : Puissance installée en Europe de l'éolienne offshore entre 2006 et 2016 [20]



Fig. I-5. Éolienne offshore installée en Europe [20].

A l'horizon 2020, le Royaume-Uni se fixe l'ambition de disposer un parc éolien de 15 GW et de 33 à 40 GW en 2030. L'Allemagne a également prévu d'avoir un parc éolien de 10 GW en 2020 et de 25 GW en 2030 [21]. La France affiche un retard vis-à-vis des pays voisins pour les éoliennes offshores contrairement à l'éolienne onshore [21]. Pourtant, la France est le deuxième pays d'Europe ayant un gisement de vent important derrière la Grande Bretagne [22]. La figure 6 montre une carte de gisement de vents en France établie par l'agence de l'environnement et de la maîtrise de l'énergie (ADEME). La France s'est engagée à développer les énergies renouvelables avec un objectif de 23% de la consommation totale d'énergie à l'horizon 2020 [23]. La France se fixe l'objectif d'atteindre 18 à 21 GW d'énergie éolienne offshore installée d'ici 2030 [21]. Dans le cadre des efforts de réindustrialisation du pays, le gouvernement français a décidé de fonder Windustry France, en tant que moyen de soutenir les petites et moyennes entreprises du secteur de l'éolien [24]. La figure 7 montre les zones favorables d'implantation de l'éolien en mer en tenant compte des servitudes de navigation, de la défense nationale, des sémaphores [21]. Pour l'éolien en mer, le potentiel énergétique en France est estimé [21] à :

- 80 GW répartis sur une superficie de 10 000 km<sup>2</sup> pour l'éolien posé.
- 122 GW répartis sur une superficie de 25 000 km<sup>2</sup> pour l'éolien flottant, moins de contraint par rapport à la profondeur d'eau, la distance à la côte et les usages.



Fig. I-6. Gisement de vents en France [25]

Actuellement, des projets de réalisation des parcs éoliens en mer sont en cours. Ces projets s'inscrivent dans l'objectif d'atteindre 6 GW d'éolien en mer à horizon 2020, annoncé dans le Grenelle Environnement. Les projets suivants ont été retenus [26, 27] :

Parc éolien en mer de 496 MW situé entre Dieppe et le Tréport. Ce parc comprend 62 éoliennes de 8 MW et la date de mise en service est prévue en 2021.

- Parc éolien en mer de 496 MW situé entre les iles d'Yeu et de Noirmoutier. Ce parc compte 62 éoliennes de la société Adwen dont la puissance unitaire de 8 MW. La date de mise en service envisagée est à l'horizon 2021.
- Parc éolien en mer de 450 MW au large de Courseulles-sur-Mer. Ce parc est constitué de 75 éoliennes offshores de 6 MW. L'installation de la première éolienne est planifiée vers 2018 et le parc entier en 2020.
- Parc éolien en mer de 498 MW au large de Fécamp. 83 éoliennes offshores de la société Alstom dont la capacité unitaire est de 6MW seront installées. L'installation de la première éolienne est prévue en 2018 et le parc entier en 2020.
- Parc éolien offshore de 500 MW au large de la baie de Saint-Brieuc. 100 éoliennes offshores de la société Adwen dont la capacité unitaire est de 5MW seront installées. La mise en service de ce parc est prévue en 2020.
- Parc éolien offshore de Saint-Nazaire. Ce parc de 480 MW compte 80 éoliennes en mer d'une capacité unitaire de 6MW. La première éolienne sera installée en 2018 et le parc entier vers 2020.

Le développement des parcs éoliens offshores prend en compte les activités déjà présentes comme la pêche ou la navigation, tout en respectant les paysages et les écosystèmes côtiers.



Fig. I-7. Eolienne offshore en France à l'horizon 2030 [21]

Tandis que pour l'éolien onshore, la France se situe en 4<sup>ème</sup> position en Europe en termes de capacité installée avec 12 065,3 MW début 2017 [28]. 1 351 MW ont été raccordés au réseau électrique français en 2016 (Fig. I-8). En termes de capacité d'installation annuelle, ce qui constitue un nouveau record (1 244 MW en 2010).



Fig. I-8. Éolien onshore en France

### I.2.2. Chaines de conversion d'énergie électrique

Cette partie donne une vue d'ensemble des systèmes de conversion destinés pour l'éolien afin de choisir une architecture optimale de la chaine de conversion pour les éoliennes de forte puissance. Dans la littérature scientifique, plusieurs chercheurs se sont intéressés aux chaines de conversion de l'énergie et certains de ces travaux peuvent être trouvés dans les références [1-4, 8, 10, 11, 30-44]. Dans le cas de l'éolien raccordé au réseau électrique, des facteurs techniques et économiques paraissent importantes afin de faire un choix optimal :

- ✤ La fiabilité et la facilité d'entretien ;
- ✤ Le poids total de la nacelle ;
- ✤ Le coût ;
- Le rendement et la possibilité d'intégration au réseau électrique.

Les figures 9 et 10 montrent les quatre systèmes de générateurs les plus couramment utilisés dans les éoliennes. Une discussion plus détaillée de ce sujet est présentée dans les références [31, 33, 34, 38, 43, 44].

#### I.2.2.1. Entrainement indirect

### I.2.2.1.1. Machine asynchrone à cage d'écureuil

Jusqu'en 1998, la plupart des fabricants d'éoliennes construisaient des éoliennes à vitesse constante avec des niveaux de puissance inférieurs à 1,5 MW. Ils ont utilisé une boîte de vitesses et une génératrice asynchrone à cage d'écureuil (la plupart du temps à 1500 tr/min) directement relié au réseau électrique de 50 ou 60 Hz. Cette chaine de conversion (Fig. I-9) est également connue sous le nom de concept danois [38]. Cette chaine de conversion consiste à coupler mécaniquement l'arbre de transmission de l'éolienne au rotor de la machine asynchrone par l'intermédiaire du multiplicateur de vitesse et à connecter directement le stator de la machine au réseau électrique (Fig. I-9).



Fig. I-9. Génératrice asynchrone à cage d'écureuil

### I.2.2.1.2. Génératrice à induction à double alimentation

Entre 1996 et 2000, la plupart des fabricants d'éoliennes ont opté pour des éoliennes à vitesse variable pour des puissances d'environ 1,5 MW, principalement pour répondre aux exigences en matière de bruit audible, de charges mécaniques, de qualité de puissance et de rendement énergétique. Ils utilisaient une boîte de vitesses, une génératrice à induction à double alimentation et un convertisseur électronique de puissance alimentant l'enroulement du rotor
avec une puissance d'environ 25% de la puissance nominale de l'éolienne. Le stator de la machine est directement connecté au réseau électrique [38].



Fig. I-10. Génératrice à induction à alimentation double

#### I.2.2.1.3. Génératrice synchrone à aimant permanent

Depuis environ 2005, plusieurs grands constructeurs ont développé des éoliennes à vitesse variable avec une boîte de vitesses, une génératrice synchrone à aimants permanents et un convertisseur pleine puissance pour la connexion au réseau. Lorsque la vitesse du vent est supérieure à la vitesse nominale de l'éolienne, la puissance est réduite en inclinant les pales [38].



Fig. I-11. Génératrice synchrone à aimant permanent

#### I.2.2.2. Entrainement direct

Depuis 1991, il existe également des fabricants d'éoliennes utilisant des génératrices à entraînement direct (sans multiplicateur de vitesse), principalement pour réduire les problèmes de maintenance. Un convertisseur électronique de pleine puissance nominale est nécessaire

pour la connexion au réseau. Les génératrices à couple élevé et les convertisseurs dimensionnés pour ces éoliennes sont plutôt gros, lourds et coûteux. Lorsque la vitesse du vent est supérieure à la vitesse nominale de l'éolienne, la puissance est réduite en inclinant les pales [38].

Les systèmes de conversion de l'énergie à vitesse constante étaient considérés comme ayant le coût, la taille et le poids les plus bas, tandis que les systèmes à entraînement direct étaient généralement considérés comme coûteux, grands et lourds [38]. Cependant, Siemens et Enercon montrent que les turbines modernes à entraînement direct optimisées ont un poids comparable à celui des systèmes à engrenages [38]. Enercon était depuis longtemps le seul grand fabricant d'éoliennes à produire des génératrices à entraînement direct [38]. Mais, comme on peut le voir dans le tableau I-1, d'autres grands fabricants d'éoliennes ont également commencé à produire des éoliennes à entraînement direct.



Fig. I-12. Génératrice synchrone

#### I.2.2.3. Comparaison (avantages et inconvénients)

L'objectif de cette partie consiste à comparer les chaines de conversion précédentes afin d'identifier la chaine de conversion la plus adaptée aux éoliennes actuelles de grande puissance. Une synthèse est faite à partir d'une analyse critique des systèmes de conversions présentés dans des travaux de recherches disponibles [3, 38, 32, 45].

Le rendement énergétique d'une éolienne est influencé par différents facteurs. La vitesse variable permet de fonctionner à un coefficient de puissance maximum  $C_p$  [38]. Un système de conversion de l'énergie à entraînement direct évite complètement les pertes dues au multiplicateur de vitesse et les générateurs à aimants permanents permettent d'avoir un rendement relativement plus élevé en comparaison avec d'autres technologies de machines [45]. En termes de coûts, le développement des matériaux magnétiques a permis d'être compétitive les machines synchrones à aimants permanents [32]. La meilleure solution est une

génératrice à aimant permanent à entraînement direct et tolérant au défaut [45]. La tolérance aux défauts de la machine permet d'améliorer sa disponibilité et par conséquent son rendement énergétique.

D'après l'analyse de la situation de l'énergie éolienne en Europe présentée dans la section précédente, la capacité de l'énergie éolienne raccordée au réseau électrique augmente de plus en plus. Les parcs éoliens évoluent de simples sources d'énergie en des centrales électriques ayant des caractéristiques de connexion au réseau électrique. Les raccordements avec les réseaux s'effectuent en alternatif pour des raisons économiques, en particulier dans les parcs éoliens terrestres (onshores) ou les parcs éoliens offshores proches du rivage. Pour les parcs éloignés du rivage, les liaisons continues à haute tension HVDC (High Voltage Direct Current) est envisageable [8]. Cependant, la connexion au réseau exige quelques éléments essentiels qui sont [45, 38] :

- La qualité de l'alimentation : contrôle de la tension, de la fréquence, des puissances actives et réactives.
- La tolérance au défaut

La fiabilité et la maintenance sont également influencées par de nombreux facteurs. Dans la référence [45], l'auteur a exposé une analyse des données de défaillances des éoliennes. Les principaux éléments ayant un taux de défaillance important sont : la commande électrique, le mécanisme d'orientation et le système de commande mécanique. Afin d'optimiser le système, d'identifier les causes et les conséquences des défaillances, l'analyse des risques est un moyen de savoir comment prévenir les défaillances et comment améliorer la disponibilité d'un système [46].

Dans une éolienne à axe horizontal, le générateur et le convertisseur se trouvent généralement dans la nacelle située au sommet de la tour, tandis que le transformateur élévateur est placé en bas. L'énergie électrique est transmise à travers des câbles souples d'intensité nominale élevée qui sont coûteux et peuvent générer de pertes importantes. Une éolienne offshore doit généralement inclure le transformateur élévateur dans la nacelle. Cela ajoute de manière significative une charge mécanique à la tour que les fabricants visent à réduire la taille et le poids du transformateur [47]. Dans la référence [47], les auteurs ont proposé l'utilisation d'un convertisseur électronique de puissance pour obtenir une élévation de tension. Les éoliennes modernes à entraînement direct optimisées ont un poids comparable à celui des systèmes à engrenages. Le bruit des éoliennes est principalement audible aux faibles vitesses du vent [38].

En perspective la réduction du poids du générateur sera obtenue, en utilisant la technologie des supraconducteurs à haute température (HTS) permettant une réduction significative de la taille et du poids des générateurs multi-mégawatts pour les éoliennes à entraînement direct [48, 49, 50].

#### I.2.3. Génératrices électriques à flux axial

#### I.2.3.1. Introduction

L'histoire des machines électriques a débuté vers la fin de l'année 1819 [51]. Dans la littérature scientifique, le premier moteur électromagnétique a été inventé par Michael Faraday en 1821 [51, 52]. Les premières machines étaient plus ou moins réalisées sous la forme d'une machine à flux axial. Les machines à flux radial ont été inventées plus tard et elles ont été brevetées par Davenport en 1837 [51]. Depuis, les machines à flux radial ont dominé de manière excessive les marchés des machines électriques. Les premières tentatives d'entrée sur le marché de l'automobile avec des machines à flux radial datent dans les années 1980 [52]. La machine à flux axial n'avait pas pu se développer à cause d'un certain nombre de difficultés à savoir : une force d'attraction axiale entre le stator et le rotor, des difficultés de fabrication des noyaux feuilletés pour diminuer le développement des courants de Foucault et des difficultés dans le montage de la machine tout en gardant un entrefer uniforme. Le développement des matériaux magnétiques durs au cours de ces dernières années a permis aux machines à aimants permanents à flux axial (MAPAF) de connaitre un progrès et de reconquérir une domination du marché pour les applications dans lesquelles un couple élevé est recherché [45, 52-56].

Les machines à flux axial à aimants permanents ont une forme discoïde et la longueur axiale de ces machines est beaucoup plus petite par rapport à celle des machines à flux radial, ce qui est très souvent crucial dans les applications encastrées. Les machines à flux axial constituent une alternative intéressante aux machines à flux radial à cause de sa forme compacte, son encombrement réduit et à sa densité de couple élevée. Une étude de comparaison de performances entre les machines à flux radial et à flux axial est présentée dans les références [52, 57].

La machine à flux axial est une machine dont le flux dans l'entrefer est parallèle à l'axe de rotation de la machine. L'augmentation du couple peut se faire en dupliquant les entrefers

sur le même arbre. Le principe de fonctionnement d'une machine à flux axial à aimants permanents est similaire à celui des machines à flux radial à aimants permanents. Lorsqu'une force externe entraine le rotor, un flux magnétique variant dans le temps est vu par les enroulements statoriques et cette variation temporelle du flux magnétique induit une force électromotrice (F.é.m.) dans les différents enroulements du stator. En fonctionnement moteur, un courant externe est imposé dans chaque phase de la machine. Ces courants alternatives entraînent la création des champs magnétiques tournants qui interagissent avec celui produit par les aimants permanents et entraîne une rotation du rotor.

Il existe de nombreuses topologies qui sont abordées et utilisées dans la littérature. Les différentes topologies pour les machines à flux axial sont exposées dans la section suivante. La topologie, la plus simple, de cette machine est constituée d'un stator discoïde et un rotor discoïde sur lesquels sont placés les aimants permanents [Fig. I-14(a)].

#### I.2.3.2. Différentes structures de machines à flux axial

Plusieurs configurations de machines à flux axial peuvent être trouvées dans la littérature scientifique selon la position du (des) stator (s) par rapport à la position du (des) rotor (s). Les différentes structures de machines à flux axial possibles sont:

- Structure avec un rotor et un stator [Fig. I-13 (a)].
- Structure avec un rotor situé entre deux stators [Fig. I-13 (b)].
- Structure avec un stator situé entre deux rotors [Fig. I-13 (c)]
- Structure à plusieurs étages comprenant plusieurs rotors et stators [Fig. I-13 (d)].



a)

b)

d)



c)

Fig. I-13. Différentes structures de machines à flux axial [52]

La structure à un seul rotor et à un seul stator, représentée à la figure 13(a), est la configuration de machine à aimants permanents à flux axial la plus simple [52, 54, 56, 58]. Cette structure souffre toutefois d'une force axiale déséquilibrée entre le rotor et le stator, ce qui nécessite des agencements de paliers plus complexes et un disque de rotor plus épais, par rapport aux structures dans lesquelles les forces axiales sont équilibrées [52]. Cette force doit être prise en compte afin d'éviter son impact sur les roulements et sur la déflexion des disques du rotor et du stator. Dans les références [59, 60], les auteurs ont exposé une expression approchée de cette force d'attraction axiale. Dans la référence [59], la dérivée de la coénergie

magnétique de la machine dans la direction axiale est utilisée tandis que la force axiale est déduite à partir de la pression magnétique dans la référence [60].

Pour les machines à double entrefer, deux structures sont étudiées dans la littérature scientifique [Fig. I-13 (b), Fig. I-13 (c)]. Dans les deux structures, les stators peuvent être alimentés en parallèle pour permettre à la machine de fonctionner en cas de dysfonctionnement de l'un des deux stators suite à un défaut dans le bobinage par exemple. Le stator peut être déconnecté électriquement de l'autre. Les auteurs de la référence [61] ont effectué une étude de comparaison de performance de la structure, figure 13 (b), avec un stator situé entre deux rotors pour trois différents types de bobinages (deux bobinage dentaires et un bobinage distribué). Les auteurs ont comparé le couple et la masse du cuivre pour une machine de 1 kW avec 12 paires de pôles. L'analyse par la méthode des éléments finis et les résultats expérimentaux ont montré que les bobinages dentaires sont plus meilleurs que les bobinages distribués. Elles permettent d'avoir une meilleure performance (couple) et aident à réduire la masse de cuivre à 15% par rapport aux bobinages distribués. D'autres auteurs [62] ont également effectué une comparaison entre deux types de bobinages dentaires (Fig. I-14).



Fig. I-14. Bobinages dentaires

Pour la figure [Fig. I-14(a)], les bobines des phases sont enroulées circonférentiellement autour des dents statoriques et cette topologie de bobinage peut être adoptée dans les structures illustrées dans la figure 13 [Fig. I-13 (b), Fig. I-13 (c)]. Tandis que le bobinage présenté dans la figure [Fig. I-14(b)], les bobines des phases sont placées dans les encoches et enroulées au stator. Ce bobinage est spécifique aux structures à stator interne et permet de maximiser la portion active du bobinage et de réduire les têtes de bobines. La figure 15(b) illustre la répartition du flux magnétique dans le fer stator de la structure avec un stator situé entre deux rotors [Fig. I 13 (c)]. Dans la topologie [Fig. I-15 (b)], les aimants permanents de deux rotors sont aimantés dans le sens opposé. Dans ce cas le flux magnétique passe d'un rotor à l'autre en traversant le stator (symétrie axiale). La trajectoire de flux dans cette structure ne nécessite pas la présence d'un noyau de stator, ce qui permet de réduire considérablement l'épaisseur de la culasse statorique comme le montre la figure [Fig. I-15 (b)] ou bien voire même supprimer carrément la culasse statorique (Fig. I-16) [58, 56, 63]. Par contre pour la topologie [Fig. I-15 (a)], les aimants permanents de deux rotors sont magnétisés dans le même sens et aucun flux magnétique significatif ne traverse le stator pour rejoindre au second rotor. De ce fait, la machine peut être considérée comme deux machines juxtaposées (antisymétrie axiale).



a) Structure 1 Fig. I-15. Répartition du flux magnétique dans la structure avec un stator situé entre deux rotors [Fig. I 13 (c)] [58]

Les différences entre les deux structures sont le sens d'aimantation des aimants, le volume de la culasse du stator et les chemins de flux [63]. En d'autres termes, le bobinage dentaire [Fig. I-14 (a)] utilisé dans la machine à double entrefer [Fig. I-13 (a), Fig. I-15(a)] aboutit à un volume important de cuivre (tête de bobines) aux extrémités qui implique un plus grand diamètre extérieur, une perte joule élevée et une densité de puissance réduite par rapport à son homologue (structure 3)[Fig. I-16]. Le fait que la structure 3 (Fig. I-16) ne nécessite pas

un noyau fer (culasse) au stator, contrairement à la structure 1, puisque le flux principal se déplaçant axialement entraîne moins de pertes de fer de la machine et implique une augmentation de la densité de puissance et de l'efficacité [63].



Fig. I-16. Machine à flux axial à double entrefer et un stator interne (Structure 3)

Des structures à plusieurs entrefers peuvent être trouvées dans la littérature scientifique et elles sont composées d'un certain nombre de stators et de rotors discoïdaux. Elles sont connues sous le nom des machines multidisques [Fig. I-13 (d)]. Une discussion plus détaillée sur ces machines est présentée dans les références [45, 52, 55, 56, 58, 64].

La figure 17 montre la répartition du flux magnétique pour une structure multidisque. Dans le cas de la figure [Fig. I-17(a)], la machine est composée de trois stators et quatre rotors. La topologie de la figure [Fig. I-17(a)], le flux principal se déplace dans la direction axiale. De ce fait, il n'y a pas besoin d'avoir une épaisseur important de la culasse de retour au niveau des stators et les structures du stator peuvent être conçues de telle sorte qu'elles ne comportent qu'un certain nombre de dents au stator. Une culasse fine peut être utilisée pour former une structure solide [58]. Mais les rotors extérieurs doivent avoir un noyau ferromagnétique afin de permettre le chemin de retour du flux magnétique [56]. Par contre pour la topologie [Fig. I-17 (a)], les aimants permanents de deux rotors sont magnétisés dans le même sens et le flux magnétique est obligé de se reboucler sur chaque côté du stator (antisymétrie axiale).



b)

Fig. I-17. Répartition du flux magnétique dans la machine multidisque [58]

#### I.2.3.3. Machines à flux axial à double excitation

#### I.2.3.3.1. Principe de fonctionnement des machines à double excitation

Le principe des machines à double excitation consiste à combiner deux sources de champs magnétiques, à savoir les aimants permanents et les bobines d'excitation afin de contrôler le flux d'excitation magnétique. Pour les machines à double excitation, deux catégories (Fig. I-18) se distinguent : les machines à double excitation série et les machines à double excitation parallèle [65-70].



b) Double excitation parallèle Fig. I-18. Principe de fonctionnement des machines à double excitation [69]

Les machines synchrones à excitation hybride, en raison de leurs caractéristiques avantageuses et de leurs performances, sont de bons candidats dans une grande variété d'applications [66]. Une étude de performance de cette machine a été menée dans la référence [71]. Dans cette partie, nous nous intéressons à la machines à flux axial à double excitation de flux. La section suivante fait l'objet d'une étude bibliographie des machines à flux axial à double excitation de flux.

#### I.2.3.3.2. Machines à flux axial à double excitation de flux

Le sujet révélant de la conception des machines à flux axial à double excitation de flux n'est pas encore bien traité dans la littérature scientifique. Dans les manuels ou les articles pertinents, la double excitation de flux est généralement effectuée pour les machines à flux radial. En revanche, les auteurs de la référence [63, 72] ont proposé une machine à flux axial à double excitation de flux dont les aimants permanents sont montés en surface (Fig. I-19). Cette nouvelle machine FCT (Field Controlled Torus) est la première machine à aimants permanents monté en surface à flux axial capable de contrôler le flux magnétique dans l'entrefer [63]. Une analyse par la méthode des éléments finis 3D de la topologie a été effectuée pour différents courants d'excitation afin d'optimiser le nombre de pôles de la machine de 10 KW et de maximiser la densité de puissance. La machine FCT présente deux stators constitués de deux anneaux encochés et séparé par une bobine d'excitation à courant continu. La bobine DC est placée circonférentiellement entre les bagues du stator (interne et externe) et un bobinage distribué est utilisé au stator. La machine comprend aussi deux rotors discoïdaux portant les aimants permanents de type néodyme-fer-bore (NdFeB) magnétisés axialement. Les aimants permanents supérieurs d'un rotor sont tous des pôles nord, tandis que les aimants permanents inférieurs sont des pôles Sud. Sur l'autre rotor, les aimants permanents ont une aimantation opposée. Un pôle de rotor est constitué d'un aimant permanent et d'une pièce ferromagnétique. Il existe un espace entre l'aimant et la pièce de ferromagnétique afin de minimiser le flux de fuites.



Fig. I-19. Machine à flux axial à double excitation de flux dont les aimants permanents montés en surface [63]

L'avantage de cette topologie est que le champ magnétique dû au courant continu d'excitation traverse les pièces de fer et non les aimants permanents, donc il n'y a pas de risque de démagnétisation des aimants permanents lors d'une désexcitation important [63].

Le flux dans l'entrefer peut être contrôlé à l'aide de la bobine d'excitation. En fonction de la direction du courant, le flux dans l'entrefer peut être augmenté ou réduit. Quand un courant positif est appliqué à la bobine d'excitation à courant continue, les sens d'orientation du flux magnétique des aimants et des pôles en fer sont opposés. Le flux magnétique créé par la bobine d'excitation est soustrait au flux magnétique dû aux aimants permanents ce qui entraîne une réduction du flux magnétique dans l'entrefer [63].



Fig. I-20. Orientation du flux magnétique dans l'entrefer pour différentes courants d'excitation [63]

Par la suite d'autres auteurs ont également fait des propositions des machines à flux axial à double excitation [73-75]. Dans la référence [73], l'auteur a effectué une analyse par éléments finis 3D d'une machine [Fig. I-21(a)] pour différents courants d'excitation afin de prouver le concept de réduction et d'augmentation du flux magnétique dans l'entrefer. La force électromotrice (FEM), le couple électromagnétique et la plage de contrôle ont fait l'objet d'analyse. L'auteur a montré que le courant d'excitation permet d'augmenter ou de réduire la FEM et le couple. La figure I-21(a) montre la structure étudiée. Le stator est formé d'un noyau toroïdal constitué de tôles en acier, d'une bobine d'excitation placée circonférentiellement et de deux d'enroulements triphasés. La bobine se situe à l'intérieur de la cavité du noyau statorique. Les aimants NdFeB à aimantation axiale montés en surface sont utilisés et un pôle du rotor est constitué d'un aimant permanent, d'une pièce ferromagnétique et un espace entre eux afin de réduire les fuites.



a) [73]



b) [75]



c) [74]

Fig. I-21. Machine à flux axial à double excitation

Les auteurs de la référence [74-75] ont présenté une analyse par éléments finis 3D d'une machine à flux axial à excitation hybride pour la traction d'un véhicule électrique. Dans la référence [75], les auteurs ont effectué une analyse par éléments finis en 3D pour une conception optimale d'un moteur à flux axial de 1 kW [Fig. I-21(b)], 4 pôles / 21 slots, conçu pour un système d'entraînement des véhicules hybrides.

#### I.2.3.4. Matériaux magnétique des machines électriques

Depuis l'invention des machines électriques au XIXe siècle, divers matériaux magnétiques ont été utilisés pour les dispositifs électromagnétiques. Les propriétés magnétiques des matériaux utilisés ont un fort impact sur les performances de ces dispositifs et doivent être soigneusement sélectionnés lors de la phase de conception de la machine. L'objectif de cette partie consiste à effectuer une revue des principaux matériaux magnétiques utilisés pour la fabrication des machines tournantes en particulier la machine à flux axial, et permettant d'améliorer ses performances. Dans la littérature scientifique, des chercheurs ont mené des études sur l'utilisation de nouveaux matériaux afin de réduire les pertes et d'augmenter la densité de puissance [50, 63, 73, 76-80]. Le choix des matériaux utilisés dans la fabrication du circuit magnétique de la machine dépend des objectifs de performance recherchés, le coût, la température du milieu et la contrainte mécanique subi par les matériaux. Les principaux matériaux magnétiques utilisés pour la fabrication des machines tournantes se classent généralement en deux grandes familles :

- Matériaux magnétiques doux : Les matériaux magnétiques doux ont un rôle fondamental dans de nombreux systèmes électriques et électroniques de la société moderne. Ils ne présentent des propriétés magnétiques que lorsqu'ils sont soumis à une force magnétisante telle que le champ magnétique créé par un aimant permanent ou par une bobine d'excitation.
- Matériaux magnétiques durs : Les aimants permanents sont utilisés de plus en plus dans les machines électriques. La figure I-22 montre les caractéristiques des principales familles d'aimants permanents. Les aimants sont principalement caractérisés par leurs cycles d'hystérésis et plus particulièrement par le deuxième quadrant de ce cycle qui correspond à la courbe de désaimantation, dont les grandeurs principales sont : induction magnétique rémanente  $B_r$ , champ coercitif de la polarisation magnétique  $H_{cJ}$  et  $(BH)_{max}$  : produit d'énergie volumique maximale.



Fig. I-22. Aimants permanents [81]

## I.3. Modèles pour le pré-dimensionnement des machines électriques

La phase de pré-dimensionnement des machines électriques nécessite l'utilisation des modèles allégés afin de réduire sa durée. C'est la raison pour laquelle certains chercheurs ont tenté de développer des approches alternatives, à la méthode des éléments finis, pour diminuer la durée de la phase de conception des machines électriques. En outre, les travaux de modélisation des machines électriques peuvent être repartis, en trois approches (modélisation par réseau de réluctances, modélisation analytique et modélisation analytique hybride). L'objectif de cette partie consiste à effectuer un état de l'art sur ces approches de modélisation.

#### I.3.1. Modélisation par réseau de réluctances

La méthode de modélisation par réseau de réluctances constitue un compromis entre les méthodes numériques relativement coûteuses en temps de calcul, particulièrement en 3D et les modèles analytiques qui ne sont utilisables que pour des géométries relativement simples et qui considèrent que les matériaux ferromagnétiques ne sont pas saturés.

Dans la littérature scientifique, plusieurs travaux [82-94] portant sur la modélisation par réseau de réluctances, ont fait l'objet de publications scientifiques dans des revues internationales au cours de ces dernières années. Dans les références [83, 86, 94], les auteurs ont utilisé des modèles de circuit magnétique équivalent (CME) simple, ou autrement dit réseaux experts, pour modéliser divers dispositifs (machines électriques, transformateurs, ...etc.). Bien que ces modèles ne donnent pas toujours une prédiction précise des performances de la machine électrique, ils sont encore populaires dans la phase de pré-dimensionnement des machines électriques en raison de leurs temps de calcul réduit et de leurs mises en œuvre relativement simples. Dans la référence [83], l'auteur a fait une description détaillée de l'approche de modélisation par réseau de réluctances et les possibilités offertes au concepteur à savoir la prise en compte de la saturation magnétique, les dispositions des FMM dans le circuit magnétique équivalent, ... etc. Les auteurs de la référence [86] ont utilisé un circuit équivalent magnétique pour évaluer les performances (force électromagnétique, flux magnétique, densité du flux magnétique) d'un actionneur. L'étude se fait en 2D et la saturation magnétique globale est prise en compte. Mais, la répartition de l'induction magnétique locale dans les régions ferromagnétique ne peut pas être évaluée avec précision, ce qui peut conduire un calcul de pertes fer imprécis. Par ailleurs, la méthode CME n'est pas aussi générique que la méthode des éléments finis, même dans le cas d'une structure donnée, la méthode MEC doit être adaptée si les paramètres géométriques varient. Pour remédier à ce problème, certains auteurs ont proposé un réseau de réluctances généré à partir d'un maillage du domaine d'étude [82-85, 87-94], ce qui constitue aussi une alternative à la méthode des éléments finis. Cette technique peut être utilisée avec un minimum de réluctances pour les régions où les tubes de flux ne sont pas fortement affectés par les changements de topologie, que ce soit en raison de variations liées au mouvement ou aux variations des dimensions géométriques. En revanche, contrairement à la méthode des éléments finis, il convient de noter que jusqu'à présent, des logiciels commerciaux basés sur cette méthode ne sont toujours pas disponibles. Dans les références [82-85, 88-90], les auteurs ont adopté un réseau de réluctances bidimensionnel (2D). Dans [82], Rais et al. ont utilisé un réseau de réluctances pour modéliser un actionneur électromagnétique. La force électromagnétique, le flux magnétique et la densité du flux magnétique dans l'entrefer ont fait l'objet d'une étude de sensibilité par rapport à la densité du réseau de réluctances. Les auteurs des références [83-84, 88] ont présenté une description de cette approche. Les éléments de base du réseau de réluctances, l'élément de réluctance (tube de flux), les règles de construction (théorème d'Ampère, loi d'Hopkinson) et les équations du réseau de réluctance ont été exposés.

D'autres auteurs [85, 90] ont établi un réseau de réluctances en utilisant le potentiel vecteur magnétique [Fig. I-23(a)].



Fig. I-23. Réseau de reluctances

Une modélisation précise d'une machine à flux axial nécessite le calcul du champ magnétique en 3D car les machines à flux axial ont des effets tridimensionnels qui doivent être pris en compte au cours de leurs modélisations. D'auteurs auteurs [87, 91, 92, 94] ont utilisés la modélisation par réseau de réluctances tridimensionnelle. Dans la référence [94], l'auteur a adopté un réseau de perméances tridimensionnel pour une machine à double excitation. Mais dans ces travaux la discrétisation dans la direction radiale est imposée et les effets de bords de la machine ne sont pas considérés. Une approche de réseau de réluctances est proposée dans le chapitre 3 de ce mémoire de thèse. L'air englobant la machine est modélisé pour prendre en compte les effets de bords des machines. Trois structures différentes (machine linéaire, machine radiale, machine à flux axial) ont fait l'objet d'étude pour évaluer les capacités du réseau de réluctance 3D proposé.

#### I.3.2. Modélisation analytique

Dans la première phase de la conception des machines électriques, l'utilisation des méthodes analytiques constitue une alternative permettant d'explorer assez rapidement l'espace des solutions potentiellement optimales. Dans la littérature scientifique, de nombreux modèles

analytiques ont été développés au fil des années pour la modélisation des machines électriques. Dans ce qui suit, des contributions récentes à la modélisation électromagnétique analytique 2D, quasi-3D et 3D des machines sont analysées.

Les modèles analytiques dont il est question ici sont ceux basés sur la solution formelle des équations de Maxwell dans les régions à faible perméabilité magnétique. Ces travaux peuvent être regroupés en trois groupes.

Pour le premier groupe [95-106], les auteurs proposent des solutions analytiques bidimensionnelles (2D) du champ magnétique. Ackermann et al. [96] ont proposé un modèle analytique pour une étude à vide des machines à aimants permanents montés en surface (deux machines à flux radial et machine linéaire). Des conditions aux limites périodiques sont adoptées dans leur modèle et la perméabilité des parties ferromagnétiques est supposée être infinie. Dans les références [98,99], les auteurs un modèle analytique 2D pour prédire le champ magnétique dans les structures idéalisées de machines linéaires tubulaires à aimants permanents montés en surface [98] et des machines à double excitation [99]. Les modèles analytiques développés sont basés sur la résolution formelle des équations de Maxwell. En utilisant la méthode de séparation des variables, la solution analytique exacte en 2D de la distribution du champ magnétique dans la machine est exprimée en formulation potentiel vecteur magnétique. Cette solution analytique des équations de Maxwell est développée dans les encoches, au niveau de l'entrefer ainsi que dans les régions des aimants permanents. Elle a été établie pour différentes configurations de machines, des pièces mobiles intérieures ou extérieures et des armatures magnétiques ou amagnétiques. Les expressions analytiques des champs en circuit ouvert et en charge ont été établies pour les différentes topologies, et des expressions des grandeurs globales (des forces et les couples électromagnétiques et les f.é.m.) ont été exposées. L'utilité et la précision des modèles développés sont démontrées en comparaison avec des analyses par éléments finis.

Pour le second groupe [107-112], les auteurs ont proposé une approche quasi-3D. Dans les références [107, 110-112], les auteurs ont présenté une modélisation analytique multicouche pour modéliser des machines à flux axial. La machine est subdivisée en un certain nombre de couches dans la direction radiale et chacune de ces couches est modélisée par un modèle analytique 2D basé sur la résolution formelle des équations de Maxwell [110-112]. Cette méthode permet de prendre en compte différentes formes d'aimants et la variation de la largeur des dents dans la direction radiale de la machine. Les performances globales de la machine à flux axial sont obtenues en additionnant les grandeurs globales obtenues à partir du modèle

analytique 2D pour chaque couche considérée. Tiegna et al. [112] ont effectué une étude de validité de cette approche analytique quasi-3D. Azzouzi et al. [108] ont étudié une machine synchrone à aimants permanents à flux axial en utilisant un modèle analytique quasi-3D basé sur la résolution des équations de Maxwell en magnétostatique au rayon moyen de la machine. Ce modèle proposé est basé sur une solution exacte en 2D qui donne l'induction magnétique au rayon moyen de la machine à flux axial. Pour tenir compte des effets de bords aux régions internes et externes, la solution exacte en 2D a été étendue au cas 3D en la multipliant par une fonction de dépendance radiale du champ magnétique.

Pour le troisième groupe [113-121], les auteurs ont proposé une approche analytique 3D. Dans les références [113-114], les auteurs ont proposé des modèles analytiques en 3D basés sur la solution formelle des équations de Maxwell dans les régions de faible de perméabilité magnétique en utilisant les fonctions de Green [113] et la méthode de transformation intégrale [114]. Ces approches augmentent le rapport complexité/précision. Les auteurs des références [115, 118] ont présenté des modèles analytiques 3D basés sur la résolution formelle des équations de Maxwell. Cependant, il faut noter que ces modèles sont développés qu'au prix d'hypothèses simplificatrices fortes. Pour simplifier les calculs analytiques afin de développer la solution analytique en 3D, les auteurs ont adopté des hypothèses simplificatrices à savoir l'utilisation du coefficient Carter classique pour prendre en compte l'effet de l'encochage du stator. Les parties ferromagnétiques sont supposées être des plans infinis et une fonction de modulation est multipliée à la composante axiale d'induction magnétique afin prendre en compte les effets de bords des parties ferromagnétiques (stator et rotor) de la machine à flux axial [118]. Dans le cas d'une étude d'un actionneur linéaire à aimant permanent avec des aimants de forme circulaire, les auteurs ont supposé que la machine admet une double périodicité. Une périodicité le long de l'axe x est de  $2t_p$ , et une périodicité le long de l'axe z est de  $2l_a$ .  $t_p$  et  $l_a$  correspondent respectivement le pas polaire et la longueur active de la machine [115]. Dans les références [116, 119-121], les auteurs ont proposé une solution analytique des équations Maxwell dans les régions à faible perméabilité relative. Cette solution analytique est développée en formulation potentiel scalaire magnétique dans ces régions. Mais la forme intrinsèque de la machine est modifiée, la machine est transformée en un actionneur linéaire équivalent et la solution analytique en 3D est obtenue dans un système de coordonnées cartésiennes.

Huang et al. [117] ont étudié une machine à aimants permanents à flux axial (AFPM) en utilisant une modélisation analytique tridimensionnelle du champ magnétique en circuit ouvert (à vide). Le modèle analytique proposé est basé aussi sur la résolution formelle des équations de Maxwell dans les régions à faible perméabilité relative et la solution analytique est développée en formulation potentiel scalaire magnétique dans un système de coordonnées cylindriques. Pour la résolution des équations, la méthode de séparation de variable est utilisée en supposant que la solution générale de l'équation est le produit de trois fonctions indépendantes.

Dans les références [95-121], des modèles analytiques ont été présentés en considérant que les parties ferromagnétiques de la machine ont une perméabilité relative infinie. Cette hypothèse est présente dans la plupart des modèles analytique et par conséquent, la saturation magnétique locale ne peut pas être prise en compte dans ces modèles. De même, il est difficile d'évaluer les pertes fer dans les noyaux de fer (stator et rotor). Pour surmonter ces limitations de la modélisation analytique, une solution est proposée dans la référence [89]. Elle consiste d'effectuer un couplage entre un modèle analytique et un réseau de réluctances. Cette approche est exposée dans la section suivante (I.3.3)

#### I.3.3. Modélisation analytique hybride

Bien que les modèles analytiques basés sur la résolution formelle des équations de Maxwell soient rapides et légers, ils ne permettent pas de tenir compte de certains phénomènes physiques tels que la saturation magnétique. Afin de combiner les avantages de la modélisation par réseau de réluctances et la modélisation analytique, Ghoizad et al. [89] ont exposé une approche de modélisation analytique hybride 2D. Cette approche consiste à effectuer un couplage entre un circuit magnétique équivalent (CME) et une solution analytique des équations de Maxwell. L'entrefer est modélisé par un modèle analytique et le circuit magnétique équivalent est utilisé pour modéliser le reste de la machine afin de prendre en compte la saturation magnétique dans la partie ferromagnétique [122].

Egea et al. [101] ont étudié aussi une machine synchrone à flux axial en utilisant une approche hybride. Cette approche consiste à combiner deux méthodes bidimensionnelles : la méthode des éléments finis et une modèle analytique. Afin de prouver la validité de l'approche proposée, deux prototypes ont été construits. Les résultats obtenus à partir de l'approche développée ont été affrontés aux résultats issus de la méthode des éléments finis 3D et les résultats expérimentaux.

Dans la référence [177, 178], les auteurs ont proposé une nouvelle approche de modélisation analytique hybride basée sur un couplage direct entre la solution formelle des équations de Maxwell en potentiel scalaire magnétique et un réseau de réluctances pour la modélisation magnétique des machines électriques. Une structure linéaire à aimant permanent est à fait l'objet d'étude dans ces travaux. Dans ce mémoire, l'approche analytique hybride a été améliorée afin de considérer une valeur finie de la perméabilité relative du noyau ferromagnétique du rotor de la machine.

Pluk et al. [179] ont présenté une approche de modélisation analytique hybride en 3D pour un exemple simple. Le modèle proposé est basé sur un couplage entre un réseau de réluctances 3D généré à partir du maillage du domaine d'étude et une solution analytique des équations de Maxwell. La solution générale des équations dans ces régions est exprimée en série de Fourrier dans un système de coordonnées cartésiennes. Le motif est supposé ayant une périodicité suivant deux directions (x et y) et la méthode de séparation des variables est employée pour développer l'expression de la solution analytique. Cette approche a permis aux auteurs de prédire la distribution du champ électromagnétique dans un circuit magnétique simple en 3D dans un repère cartésienne avec un temps de calcul largement inferieur par rapport à la méthode des éléments finis.

### I.4. Conclusion

Dans ce premier chapitre, l'évolution de l'énergie éolienne en France est exposée et les systèmes de conversion d'énergie électrique les plus couramment utilisés ont été présentés. Afin de réduire le poids de la nacelle et la maintenance qui est très importante pour l'éolien offshore, les génératrices à entrainement direct deviennent une solution intéressante. Au cours de ces dernières années, des nombreux fabricants d'éolienne ont opté des générateurs à flux axial à entrainement direct [11]. Les différentes structures et topologies de la machine à flux axial selon le chemin du flux magnétique dans la structure ont été passées en revue. Une attention particulière est portée sur les machines à flux axial à double excitation permettant d'offrir la possibilité de contrôler le flux magnétique dans l'entrefer. Ensuite, les caractéristiques des matériaux magnétiques doux et durs utilisés lors de la conception de ces machines électriques ont été rappelées. Enfin, une synthèse des principales méthodes de modélisation des machines

électriques autre que la méthode des éléments finis a été réalisée. Cette analyse des modèles, présentés dans la littérature, a permis de constater que la modélisation analytique tridimensionnelle des machines à flux axial n'est pas vraiment bien évoquée dans la littérature scientifique.

# **Chapitre II. MODELES BIDIMENSIONNELS POUR LE PRE-DIMENSIONNEMENT DES MACHINES SYNCHRONES A AIMANTS PERMANENTS ET VALIDATION**

## Table des matières du chapitre II

<b>II.1. Introduction</b>
II.2. Modélisation par réseau de réluctances
II.2.1. Réseaux de réluctances maillés
II.2.1.1. Avantages et inconvénients
II.2.1.2. Description de l'approche
II.2.2. Prise en compte de la saturation magnétique75
II.3. Modélisation analytique hybride
II.3.1. Modèle analytique
II.3.2. Approche de modélisation hybride
II.3.2.1. Description de l'approche analytique hybride
II.3.2.2. Génération du système d'équations
II.4. Étude de performances des machines électriques
II.4.1. Grandeurs Locales (induction magnétique)
II.4.2. Grandeurs globales
II.4.2.1. Couple
II.4.2.2. Flux magnétique et force électromotrice
II.4.2.3. Pertes fer
II.4.2.4. Pertes par courants de Foucault dans les aimants permanents 107
<b>II.5.</b> Conclusion

## **II.1. Introduction**

Dans la littérature scientifique, plusieurs méthodes de modélisation ont été développées pour l'analyse et la conception des machines électriques. La recherche d'outils de modélisation légers s'inscrit dans une thématique de recherche développée par GREAH. En effet, la phase de pré-dimensionnement des machines électriques nécessite l'utilisation des modèles légers afin d'explorer rapidement l'espace des solutions optimales. Bien que la modélisation par éléments finis soit précise et permet de prendre en compte certains phénomènes physiques, tel que la saturation magnétique. Mais cette approche est coûteuse en temps de calcul, en particulier le calcul du champ magnétique en trois dimensions (3D).

Afin d'apporter des solutions à ce problème, certains chercheurs ont proposés des approches alternatives pour alléger la durée de la phase d'analyse et de conception des machines électriques. Ces approches peuvent être classés en deux type de méthodes de modélisation : la modélisation analytique et la modélisation par réseau de perméances (ou réluctances). Bien que les modèles analytiques basés sur la solution formelle des équations de Maxwell dans des régions à faible perméabilité sont légers et permettent d'apporter une solution, ces modèles ne permettent pas de prendre en compte la saturation magnétique locale, ce que permet le modèle réseau de réluctances. Afin de combiner les avantages des deux méthodes, une nouvelle approche de modélisation hybride basée sur un couplage direct entre un modèle analytique et un modèle réseau de réluctances est proposée dans ce chapitre.

Dans la première partie du chapitre, la modélisation par réseau de réluctances et la prise en compte de la saturation magnétique sont explicités. L'objectif de cette partie est d'évaluer la capacité du modèle développé pour la prédiction des grandeurs locales et globales des machines électriques. La méthode des éléments finis est utilisée pour valider les résultats obtenus à partir du modèle réseau de réluctances.

Les deux dernières parties de ce chapitre sont consacrées à la présentation et la validation d'une approche de modélisation analytique hydride. L'apport de cette approche est explicité dans cette partie. Une étude de performance d'une machine radiale est effectuée à l'aide d'un modèle analytique hybride et les résultats obtenus sont comparés à ceux issus de la méthode des éléments finis.

Enfin, une étude de performance d'une machine à double excitation à l'aide d'un modèle analytique hybride est menée. Cette étude est présentée dans l'annexe (Annexe 3 (A3.4)).

## II.2. Modélisation par réseau de réluctances

#### II.2.1. Réseaux de réluctances maillés

#### II.2.1.1. Avantages et inconvénients

Il excite deux types de réseau de réluctances selon la façon dont les circuits magnétiques sont construits :

- Circuit magnétique équivalent simple (réseaux experts).
- Réseau de réluctances généré à partir du maillage de la géométrie.

Les circuits magnétiques équivalents simples sont légers et permettent d'explorer rapidement l'espace des solutions optimales. Cependant, ces circuits magnétiques équivalents sont construits sur la base d'une connaissance des tubes de flux dans la structure électromagnétique modélisée. En outre, la prise de compte du mouvement nécessite souvent une adaptation du circuit magnétique [122] et il est parfois nécessaire d'effectuer une analyse par la méthode des éléments finis (FE) avant de construire le réseau de réluctances. Ainsi, cette approche souffre d'un manque de généricité, ce qui limite son utilisation dans les procédures de conception. Pour remédier à ce problème, certains auteurs ont proposé un réseau de réluctances [82-93] généré à partir du maillage de la géométrie. Cette approche est présentée dans la section (II.2.1.2) et elle a permis d'évaluer avec précision les performances de la machine électrique. Elle peut être une alternative à la méthode des éléments finis. Mais contrairement à la méthode des éléments finis, il convient de noter que jusqu'à présent, des logiciels commerciaux basés sur une approche de réseau de réluctances ne sont toujours pas disponibles.

#### **II.2.1.2.** Description de l'approche

Dans le cadre de la recherche des méthodes de modélisation permettant d'alléger les démarches d'analyse et de conception des machines électriques, l'utilisation de la modélisation par réseau de réluctances présente un compromis entre la méthode des éléments finis relativement coûteuse en temps de calcul et les méthodes analytiques basées sur des hypothèses simplificatrices.

Au cours de ces dernières années, plusieurs travaux [82-94] portant sur la modélisation par réseau de réluctances, ont fait l'objet des publications scientifiques. Ces travaux peuvent être classés en deux groupes. Pour le premier groupe [82-83, 86], des modèles circuits magnétiques équivalents (CME) dit réseau expert ont été utilisés pour modéliser divers dispositifs (machines électriques, transformateurs, ...etc.). Bien que ces modèles ne soient pas toujours très précis, ils sont encore populaires dans les premières phases de la conception des machines électriques en raison de leur temps de calcul réduit et de leur mise en œuvre relativement simple. Pour le deuxième groupe [82-85, 87-94], les auteurs ont proposé un réseau de réluctances généré à partir d'un maillage du domaine d'étude. Cette technique peut être utilisée avec un minimum de réluctances pour les régions où les tubes de flux ne sont pas fortement affectés par les changements de topologie, que ce soit en raison de variations de mouvement ou de dimensions géométriques.

Dans cette première partie du chapitre, une description du modèle réseau de réluctances développé est exposée, puis une étude de performance d'une machine radiale est menée pour démontrer la capacité de ce modèle. La figure II-1 illustre l'approche de modélisation. Cette approche consiste à mailler le domaine étude avec des éléments 2D comme la méthode des éléments finis. La figure II-2 montre les éléments qui peuvent être utilisés pour des problèmes en 2D. Pour le modèle réseau de réluctances proposé, des éléments quadrilatéraux 2D (Fig. II-2(a)) sont utilisés pour générer le réseau de réluctances et Fig. II-1(b) illustre le maillage du domaine d'étude. La densité du maillage dépend des grandeurs magnétique que l'on souhaite évaluer (induction magnétique, flux, couples (ou forces), pertes fer, ...etc.) et la précision souhaitée. Par exemple, afin de calculer le couple de détente avec une précision relativement bonne, deux couches d'éléments sont imposées dans l'entrefer dans la direction radiale. L'air à l'extérieur n'est pas considéré dans l'approche de modélisation et un champ magnétique tangentiel est imposé aux frontières avec l'air extérieur. Aux deux extrémités (direction circonférentielle), des conditions limites anti-périodiques sont imposées (Fig. II-1(b)).



b)

Fig. II-1.Illustration de la modélisation par réseau de réluctances basée sur le maillage du domaine étude.



Fig. II-2. Éléments 2D

La méthode nodale est utilisée pour la formulation du système d'équations agissant dans le réseau de réluctances généré. Les inconnus du système d'équations sont les potentiels scalaires magnétiques aux nœuds du réseau de réluctances. La formulation matricielle du système d'équations gouvernant le réseau de réluctances s'exprime :

$$[P] \cdot [U] = [\Phi]$$
(Éq. II-1)

Où  $[P][nn \times nn]$ ,  $[U][nn \times 1]$  et  $[\Phi][nn \times 1]$  sont respectivement la matrice de perméances, le vecteur des potentiels scalaires magnétiques et le vecteur de sources de flux. *nn* est le nombre de nœuds du réseau de réluctances.

La figure II-3 illustre l'application de la méthode nodale pour un nœud donné du réseau réluctances et la détermination des éléments de la matrice [P] et le vecteur  $[\Phi]$  à partir des lois de Kirchhoff.



Fig. II-3. Un nœud donné du réseau de réluctances

Selon les lois de Kirchhoff, on peut établir les équations ci-dessous :

$$\begin{cases} \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} \Phi_{ij} = 0 Wb \\ U_i - U_j = Fms_{ij} - \frac{(\Phi_{ij} - \Phi s_{ij})}{P_{ij}} \end{cases}$$
(Éq. II-2)

La généralisation de l'équation (Éq. II-2) pour tous les nœuds du réseau de réluctances s'écrit :

$$\left(\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} P_{ij}\right) U_i + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} (-P_{ij}) U_j = \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} (\Phi s_{ij} + P_{ij} Fms_{ij})$$
(Éq. II-3)

Pour les nœuds j qui ne sont pas directement connectés au nœud i, les valeurs de  $P_{ij}$  sont nulles ainsi tous les éléments de la matrice [P] et le vecteur [ $\Phi$ ] sont déterminés directement à partir de l'équation (Éq. II-3). Le détail du modèle développé est présenté dans la référence [123].

La figure II-4 illustre la modélisation des forces magnétomotrices (*fmm*) due aux courants de l'induit. Dans un réseau de réluctances, ces sources de *fmm* peuvent être placées dans la direction radiale ou bien dans la direction circonférentielle. Pour le modèle développé, toutes les sources de FMM modélisant les enroulements d'induit sont situées dans les branches horizontales comme le montre l'exemple de la figure II-4 ( $F_{s1} = Fm_1 / 2 = Fm_{Max} / 4 = N_{tl} / 4$  et  $F_{y1} = Fm_{Max} / 2 = N_{tl} / 2$ ). Tous les éléments compris entre les coordonnées  $V_0$  et  $V_1$  et audessus de l'encoche ( $W_1 > W > W_2$ ) contiennent les mêmes sources de *fmm* [124]. La figure II-4 n'est utilisée que pour illustrer comment les sources de *fmm* sont réparties et la façon dont leurs valeurs sont calculées. Mais les encoches et la culasse du stator et l'air extérieur, la valeur de  $P_{wy1}$  est nulle (condition d'un champ tangentiel).



Fig. II-4. Modélisation des sources de fmm.

La figure II-5 illustre la prise en compte de mouvement de la machine. Pendant le déplacement de la partie mobile (rotor), le maillage de cette région n'est pas modifié. La figure II-5 n'est utilisée que pour illustrer le déplacement du rotor et comment les connexions sont établies. Mais les régions (Stator, Entrefer, et Rotor) contiennent plus d'un élément de réluctance.



Fig. II-5. Illustration du mouvement

Le modèle présenté ci-dessus peut être appliquée à différents types de structures électromagnétiques [123, 125]. Dans le but de montrer la capacité du modèle développé, une étude des performances (flux magnétique, fém., couples, perte de fer, ...etc.) d'une machine tournante à flux radial est menée en utilisant ce modèle et les résultats obtenus sont validés par la méthode des éléments finis. Pour le calcul en charge, la densité maximale du courant électrique dans l'encoche est égale à  $5A/mm^2$  ( $J_{max} = 5A/mm^2$ ) et les expressions des courants imposés dans les encoches sont données dans l'équation (Éq. II-4). Pour obtenir le couple maximal de la machine, les courant statoriques sont en phase avec les f.é.m des phases correspondantes.

$$\begin{cases} I_a = I_{\max} \cdot \cos(p \cdot \varphi_r - 2 \cdot \pi/3) \\ I_b = I_{\max} \cdot \cos(p \cdot \varphi_r + 2 \cdot \pi/3) \\ I_c = I_{\max} \cdot \cos(p \cdot \varphi_r) \end{cases}$$
(Éq. II-4)

Où *p* et  $\varphi_r$  sont respectivement le nombre de paires de pôles et la position angulaire référencée par le référentiel du rotor. *I<sub>a</sub>*, *I<sub>b</sub>*, *I<sub>c</sub>* et *I<sub>max</sub>* sont respectivement les courants des trois phases (Fig. II-1 et Fig. II-6) et l'amplitude maximale des courants. Cette valeur maximale des courants est égale au produit de la densité maximale du courant dans l'encoche ( $J_{max} = 5A / mm^2$ ) et la surface de l'encoche.



Fig. II-6. Forme d'onde des courants

Le tableau II-1 montre les paramètres de la machine. Il s'agit d'une machine synchrone à aimants permanents à flux radial dont les aimants sont montés en surface. Le bobinage adopté est un bobinage distribué [Fig. II-1(a)]. Dans le cas de performance présentée ci-dessous, les nombres d'éléments du réseau de réluctance dans les directions circonférentielle et radiale sont choisis respectivement égaux à 60 et 61. Une discrétisation uniforme du domaine d'étude est adoptée dans la direction circonférentielle. Par contre, dans la direction radiale, les régions (stator, entrefer magnétique et rotor) du domaine d'étude ont leurs propres paramètres de maillage. Le nombre de nœuds du réseau est alors égal à nn = 3660.

La machine a été également modélisée par la méthode des éléments finis et la figure II-7 montre les différentes conditions aux limites appliquées pour d'effectuer l'analyse par la méthode éléments finis. Les mêmes conditions sont appliquées pour l'approche de modélisation par réseau de réluctances. Le noyau du stator et le noyau du rotor possèdent une perméabilité relative constante de 7500.



Fig. II-7. Conditions aux limites utilisées pour le calcul de l'analyse par éléments finis

Nom	Valeur
Entrefer mécanique e (mm)	1
Nombre de paires de pôles	3
Pas polaire $\tau_p$ (rad)	$\pi/3$
R <sub>0</sub> , R <sub>1</sub> , R <sub>2</sub> , R <sub>3</sub> , et R <sub>4</sub>	50, 60, 61, 81 et 91
Ouverture de l'aimant $\tau_m$ (rad)	$0.9 \ \tau_p$
Ouverture de l'encoche W <sub>S</sub> (rad)	$\pi/18$
Type de magnétisation	Magnétisation radiale
Induction rémanente de PM (T)	1.2

Tableau II-1. Paramètres de la machine radiale

Les résultats obtenus à partir de la méthode des éléments finis seront considérés comme une référence à laquelle la qualité des résultats obtenus à partir du modèle développé sera évaluée. Les figures II-9(a) et II-9(b) comparent les composantes de l'induction magnétique (Éq. II-5), calculées à  $R = R_1 + 3e/4$ , obtenue par le modèle développé aux résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis pour une position donnée du rotor. Les figures II-9(c) et II-9(d) comparent la répartition de l'induction magnétique dans le stator de la machine obtenue par le modèle proposé et la méthode des éléments finis. L'équation (Éq. II-6) donnent l'expression de l'induction magnétique et le module du vecteur *B*. Dans la figure 9 (Fig. II-9), on voit bien que les résultats obtenus sont satisfaisants en comparaison avec les résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis. La même remarque a été obtenue dans la référence [123].

$$\begin{cases} B_r = \frac{\Phi_r}{S_r} \\ B_{\varphi} = \frac{\partial U}{r \cdot \partial \varphi} \end{cases}$$
 (Éq. II-5)

Où *U*, *Sr* et  $\Phi_r$  sont respectivement le potentiel scalaire, la section et le flux magnétique (Fig. II-8).

$$\begin{cases} \vec{B} = \vec{B}_r + \vec{B}_{\varphi} \\ \|B\| = \sqrt{B_r^2 + B_{\varphi}^2} \end{cases}$$
(Éq. II-6)

Les équations (Éq. II-7) et (Éq. II-8) donnent respectivement les expressions du couple et les tensions de trois phases. Pour le calcul du couple, la méthode du tenseur de Maxwell est appliquée aux nœuds se trouvant justes au-dessus de la surface d'alésage des aimants permanents (Fig. II-8). Le couple de détente et le couple en charge obtenus à partir de cette approche sont très satisfaisants en comparaison des résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis [Fig. II-10(a)].

$$\Gamma = \frac{l_a \cdot p \cdot R_1^2}{\mu_0} \int_0^{2\tau} B_r \cdot B_{\varphi} \cdot d\varphi$$
 (Éq. II-7)

Où  $\tau_p$ , *p* et *l<sub>a</sub>* sont respectivement le pas polaire, le nombre de paires de pôles et la longueur active de la machine.  $\mu_0$ , *R<sub>1</sub>*, *B<sub>r</sub>* et *B<sub>\varphi</sub>* sont respectivement la perméabilité magnétique du vide, le rayon de la surface d'alésage des aimants permanents, la composante radiale et la composante tangentielle de l'induction magnétique.
$$\begin{cases} V_{a} = R_{a} \cdot I_{a} + \frac{\partial \Phi_{a}}{\partial t} \\ V_{b} = R_{b} \cdot I_{b} + \frac{\partial \Phi_{b}}{\partial t} \\ V_{c} = R_{c} \cdot I_{c} + \frac{\partial \Phi_{c}}{\partial t} \end{cases}$$
(Éq. II-8)

Où  $R_a$ ,  $R_b$ ,  $R_c$ ,  $V_a$ ,  $V_b$ ,  $V_c$ ,  $\Phi_a$ ,  $\Phi_b$  et  $\Phi_c$  sont respectivement les résistances des phases, les tensions des phases et le flux de chaque phases.



Fig. II-8. Nœuds du réseau de réluctance au-dessus de la surface d'alésage

Les figures II-10(a), II-10(b), II-10(c) et II-10(d) comparent respectivement les couples, les flux, les FEM et les tensions de trois phases obtenues par le modèle proposé aux résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis. Les pertes fer du stator sont évaluées en utilisant la formulation de Bertotti [126], le détail du calcul des pertes fer est présenté dans le chapitre 3. Les figures II-10(e) et II-10(f) montrent respectivement la variation des pertes fer du stator de la machine en fonction de la position du rotor et en fonction de la fréquence de rotation du rotor de la machine obtenues par le modèle proposé. Ces résultats sont satisfaisants en comparaison avec les résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis.

Les grandeurs globales (flux, fém., couples, tensions, pertes fer, ...etc.) obtenues par le modèle développé sont validés par la méthode des éléments finis (Fig. II-10). On constate que les résultats obtenus à partir de l'approche présentée ci-dessus sont satisfaisants en comparaison avec ceux correspondantes issus de la méthode des éléments finis. La concordance obtenue pour les grandeurs locales et les grandeurs globales confirme la validité du modèle développé.

La figure II-11 montre l'organigramme des principales étapes de l'approche de modélisation par réseau de réluctances. Le tableau II-2 compare le temps de calcul entre deux approches de modélisations (réseau de réluctances et la méthode des éléments finis). On peut constater que la modélisation par réseau de réluctances nécessaire moins de temps de calcul par

rapport à la méthode des éléments finis pour les trois grandeurs données dans le tableau 2. Les deux simulations sont faites dans une même station de travail (Tableau II-2). Il faut souligner aussi que le code du réseau de réluctances a été optimisé, et par conséquent les temps de calcul annoncés dans la référence [123] ne sont plus à jour. L'optimisation du code développé sur Matlab est explicitée dans le troisième chapitre de ce mémoire de thèse.



Cette approche de modélisation par réseau de réluctances peut être appliquée à différentes structures. Dans la référence [125], par exemple, les auteurs ont utilisé une approche similaire pour étudier les performances d'une structure linéaire. Ces auteurs ont fait la même conclusion sur la qualité des résultats obtenus à partir de cette approche.



Fig. II-10. Grandeurs globales



Fig. II-11. Organigramme de la modélisation par réseau de réluctances

Tableau II-2. Comparaison du temps de calcul entre le réseau de réluctances et	la
méthode des éléments finis.	

Approches	Time de calcul			Nombre	Caractéristiques de
reproducts	Couple	Flux	Pertes fer	de nœuds	l'ordinateur
Réseau de					
réluctances	1.62 sec	1.73 sec	3.55 sec	3 300	HP, Intel (R) Core
(RN)					(TM) i7, 4810MQ
Méthode des					CPU@ 2.80 GHz, 32
éléments finis	4 min 21s	4 min 21s	7 min	11 716	Go (RAM)
(MEF)					

# II.2.2. Prise en compte de la saturation magnétique

#### II.2.2.1. Méthode de Newton Raphson

Pour les matériaux magnétique doux, la relation entre l'induction magnétique B et le champ magnétique H n'est pas linéaire (Fig. II-13). Ainsi, la valeur de la réluctance dépend du champ magnétique H (Éq. II-9).

$$R(H) = \frac{l}{\mu_0 \cdot \mu_r(H) \cdot S}$$
(Éq. II-9)

Où  $\mu_0$ ,  $\mu_r$ , *R*, *S* et *l* sont respectivement la perméabilité magnétique du vide, la perméabilité relative du milieu, la réluctance, la section et la longueur du tube de flux.



Fig. II-12. Tube de flux [127]

Il existe des expressions analytiques permettant de reconstituer la caractéristique B(H)(Fig. II-13) d'un matériau ferromagnétique. Une expression analytique (Éq. II-10) développée dans le logiciel Flux [128], permettant de contrôler le coude de saturation de la courbe B(H) est utilisée afin d'être dans les même conditions de simulation avec la méthode des éléments finis.

$$\begin{cases} B(H) = \mu_0 \cdot H + J_s \cdot \frac{H_a + 1 - \sqrt{(H_a + 1)^2 - 4 \cdot H_a \cdot (1 - a)}}{2 \cdot (1 - a)} \\ H_a = \mu_0 \cdot H \cdot \frac{\mu_r - 1}{J_s} \end{cases}$$
(Éq. II-10)

 $\mu_0$ ,  $\mu_r$ ,  $J_s$ , et a sont respectivement la perméabilité magnétique du vide, la perméabilité relative du matériau (à l'origine), la polarisation magnétique à saturation (en *T*) et le coefficient de contrôle du coude de la courbe de saturation magnétique.



Fig. II-13. Caractéristique B(H) [128]

Dans le modèle présenté ci-dessus, seule la saturation magnétique dans les régions ferromagnétiques de la machine est prise en compte. Parmi les méthodes de résolutions d'un système non linaire, la méthode Newton Raphson est souvent préférée en raison de son utilisation de dérivés et cette méthode est adoptée afin d'avoir une convergence plus rapide. En outre, la vitesse de convergence de la méthode Newton Raphson et la méthode du point fixe ont été comparé dans la référence [129]. La méthode Newton-Raphson s'est imposée par rapport à la méthode du point fixe. Mais la méthode de Newton Raphson est sensible et peut facilement souffrir d'instabilité [129]. Néanmoins, il existe des solutions pour améliorer sa robustesse mais ce sujet ne fait pas l'objet d'étude dans ce chapitre et seule l'application de cette méthode à notre système sera détaillée dans cette partie du chapitre.

La formulation matricielle du système d'équations (Éq. II-1) gouvernant au réseau de réluctances peut s'écrire :

$$\begin{cases} [R] = [P] \cdot [U] - [\Phi] \\ [R] = [0] \end{cases}$$
(Éq. II-11)

Où le vecteur [R] est le vecteur des résidus.

Le développement en série de Taylor de [*R*] tronqué au premier ordre s'écrit comme ci :

$$\begin{cases} [0] = [R_{k-1}] + \left[ \left( \frac{\partial R}{\partial U} \right)_{U=U_{k-1}} \right] \cdot [\Delta U_k] \\ \Delta U_k = U_k - U_{k-1} \end{cases}$$
(Éq. II-12)

La résolution du système d'équations non linéaire par la méthode Newton Raphson consiste à résoudre une suite de systèmes linéaires dont les solutions convergent vers la solution du système non linéaire. L'équation à résoudre à chaque itération s'écrit ainsi :

$$\begin{cases} \left[\Delta U_k\right] = -\left[\left(\frac{\partial R}{\partial U}\right)_{U=U_{k-1}}\right]^{-1} \cdot \left[R_{k-1}\right] \\ U_k = \Delta U_k + U_{k-1} \end{cases}$$
(Éq. II-13)

Où :

- Les vecteurs  $U_k$  et  $U_{k-1}$  sont respectivement les solutions aux itérations k et k-1.

- La matrice 
$$\left[\left(\frac{\partial R}{\partial U}\right)_{U=U_{k-1}}\right]$$
 est la matrice Jacobienne à l'itération *k*.

- Le vecteur  $[R_{k-1}]$  est le vecteur des résidus à l'itération *k*-1.

A chaque itération, le vecteur d'accroissement de la solution  $[\Delta U_k]$  est calculé et la solution  $[U_k]$  se déduit du calcul de  $[\Delta U_k]$  (Éq. II-13). Le vecteur des résidus  $[R_{k-1}]$  et la matrice jacobienne  $[M_J]_k$  s'écrivent :

$$[R_{k-1}] = [P_{k-1}] \cdot [U_{k-1}] - [\Phi_{k-1}]$$
(Éq. II-14)

Où $[P_{k-1}]$ ,  $[U_{k-1}]$  et  $[\Phi_{k-1}]$  sont respectivement la matrice de perméances, le vecteur des potentiels scalaires et le vecteur d'excitation à l'itération k-1.

$$\begin{bmatrix} M_{J} \end{bmatrix}_{k} = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial R_{1}}{\partial U_{1}}\right) & \cdots & \left(\frac{\partial R_{1}}{\partial U_{2}}\right) & \cdots & \left(\frac{\partial R_{1}}{\partial U_{nn}}\right) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \left(\frac{\partial R_{i}}{\partial U_{1}}\right) & \cdots & \left(\frac{\partial R_{i}}{\partial U_{2}}\right) & \cdots & \left(\frac{\partial R_{i}}{\partial U_{nn}}\right) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \left(\frac{\partial R_{nn}}{\partial U_{1}}\right) & \cdots & \left(\frac{\partial R_{nn}}{\partial U_{2}}\right) & \cdots & \left(\frac{\partial R_{nn}}{\partial U_{nn}}\right) \end{bmatrix}_{U=U_{k-1}}$$
(Éq. II-15)

La matrice [P] dépend du vecteur [U]. La dérivée du vecteur des résidus [R] par rapport au vecteur [U] permet de déterminer les éléments de la matrice jacobienne. Les équations (Éq. II-16), (Éq. II-17), (Éq. II-18), (Éq. II-19) et (Éq. II-20) illustrent le calcul des éléments de la matrice jacobienne à partir des vecteurs [R] et [U].

$$\begin{bmatrix} R \end{bmatrix}_{k} = \begin{bmatrix} R_{1} \\ \cdot \\ R_{i} \\ \cdot \\ R_{nn} \end{bmatrix}_{U=U_{k-1}} \text{avec} \quad R_{i} = \sum_{\substack{j=1 \ j\neq i}}^{n} P_{ij} \cdot \left(U_{i} - U_{j}\right) - \sum_{\substack{j=1 \ j\neq i}}^{n} (\Phi s_{ij} + P_{ij}Fms_{ij}) \quad (\text{Éq. II-16})$$

L'équation ci-dessous explicite le calcul des éléments de la matrice de jacobienne. Le vecteur  $[J_i]_k$  étant la  $i^{\text{ème}}$  ligne de la matrice jacobienne et  $J_{is}$  est l'élément  $M_J(i,s)$  de la matrice jacobienne.

$$\begin{bmatrix} J_i \end{bmatrix}_k = \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial R_i}{\partial U_1}\right) & \cdots & \left(\frac{\partial R_i}{\partial U_i}\right) & \cdots & \left(\frac{\partial R_i}{\partial U_{nn}}\right) \end{bmatrix}_{U=U_{k-1}} \\ \text{Avec} \begin{cases} J_{is} = \frac{\partial R_i}{\partial U_s} & \text{(Éq. II-17)} \\ \\ \int_{is} = \frac{\partial \left(\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} P_{ij} \cdot \left(U_i - U_j\right) - \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} (\Phi s_{ij} + P_{ij}Fms_{ij}) \right) \\ \\ \partial U_s \end{cases}$$

Pour les nœuds *j* qui ne sont pas directement connectés au nœud *i*, les valeurs de  $P_{ij}$  sont nulles. Dans le modèle proposé,  $\Phi_{s_{ij}}$  et  $Fms_{ij}$  sont utilisés pour modéliser les sources de flux et les forces magnétomotrices (FMM) celles-ci ne dépendent pas du vecteur [*U*], ainsi l'expression de  $J_{is}$  (Éq. II-17) se réduit :

$$J_{is} = \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} \left( \frac{\partial}{\partial U_s} \left( P_{ij} \cdot \left( U_i - U_j \right) \right) \right) - \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} Fms_{ij} \cdot \frac{\partial P_{ij}}{\partial U_s}$$
(Éq. II-18)

D'après l'équation précédente, on constate que  $J_{is}$  est nulle sauf dans les deux cas suivant :

$$\begin{cases} J_{is} = \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} \left( \frac{\partial}{\partial U_s} \left( P_{ij} \cdot \left( U_i - U_j \right) \right) \right) - \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} Fms_{ij} \cdot \frac{\partial P_{ij}}{\partial U_s} \\ J_{is} = \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} \left( \frac{\partial}{\partial U_s} \left( P_{ij} \cdot \left( U_i - U_j \right) \right) \right) - \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} Fms_{ij} \cdot \frac{\partial P_{ij}}{\partial U_s} \qquad (s \neq i \& j = s) \end{cases}$$
(Éq. II-19)

Après tout calcul fait, l'expression de *J*<sub>is</sub> est donnée dans l'équation suivante :

Où  $S_{is}$ , et  $l_{is}$ , et sont respectivement la section et la longueur du tube de flux délimité par les nœuds i et s.  $B_{is}$  est la densité de flux du tube de flux (Fig. II-12).

L'équation (Éq. II-21) donne l'expression de la dérivée de *B* par rapport au *H*. Cette l'expression est obtenue à partir de l'expression analytique de la caractéristique B(H) (Éq. II-10).

$$\begin{cases} \frac{\partial B}{\partial H}(H) = \frac{\mu_0}{2 \cdot (1-a)} \cdot \left(1 - 2 \cdot a + \mu_r - (\mu_r - 1) \cdot \frac{(H_a + 2 \cdot a - 1)}{\sqrt{(H_a + 1)^2 - 4 \cdot H_a \cdot (1-a)}}\right) \\ H_a = \mu_0 \cdot H \cdot \frac{\mu_r - 1}{J_s} \end{cases}$$
(Éq. II-21)

Pour chaque itération, la matrice jacobienne, le vecteur des résidus et le vecteur d'accroissement sont calculés. Le processus s'arrête lorsque le critère d'arrêt :  $\varepsilon_k < \varepsilon$  est atteint.

$$\varepsilon_{k} = \frac{\left\|\Delta U_{k}\right\|}{\left\|U_{k}\right\|} \tag{Éq. II-22}$$

Où  $\varepsilon$  est la précision souhaite.

La saturation magnétique locale du circuit magnétique est prise en compte dans la section suivante (II.3).

# II.3. Modélisation analytique hybride

# II.3.1. Modèle analytique

#### II.3.1.1. Principe de l'approche et ces limites

Dans les références [96, 98-101, 106], les auteurs ont proposés des modèles analytiques basés sur la solution formelle des équations de Maxwell en considérant que les noyaux du rotor et du stator ont une perméabilité relative infinie. Cette hypothèse est présente dans la plupart des modèles analytique et par conséquent, la saturation magnétique est négligée. De même, il est difficile d'évaluer les pertes fer dans les noyaux de fer (stator et rotor). Pour surmonter ces limitations de la modélisation analytique, la solution proposée dans cette partie est d'effectuer un couplage entre un modèle analytique et un réseau de réluctances. Pour cette approche de modélisation hybride, seul l'entrefer magnétique est modélisé par un modèle analytique. Un réseau de réluctances est utilisé pour modéliser le reste de la machine afin de prendre en compte la saturation magnétique dans les parties ferromagnétiques. Les principales étapes permettant d'établir le modèle analytique basé sur la résolution formelle des équations de Maxwell sont explicitées dans la section suivante (II.3.1.2).

#### II.3.1.2. Solution formelle des équations de Maxwell en magnétostatique

La modélisation analytique proposée repose sur la résolution des équations de Maxwell (Éq. II-23) en magnétostatique dans les régions à faible perméabilité (entrefer magnétique). L'équation (Éq. II-24) permettant de caractériser les différents milieux sont également utilisés en complément avec les équations de Maxwell afin de modéliser correctement le champ magnétique et d'aboutir un système d'équations résoluble. Une machine synchrone à aimants permanents à flux radial (Fig. II-14) fait l'objet d'une application pour expliciter l'approche analytique et l'entrefer magnétique de la machine est décomposé en deux régions (région I ( $r \in [R_0, R_1]$ ), région II ( $r \in [R_1, R_2]$ )) (Fig. II-14).

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \wedge \vec{H} = \vec{0} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \end{cases}$$
(Éq. II-23)



Fig. II-14. Une coupe axiale de la machine

La combinaison des équations de Maxwell (Éq. II-23) avec les équations du milieu (Éq. II-24) permet d'obtenir une équation aux dérivées partielles à résoudre pour chaque région :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} U = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} = \frac{1}{\mu_r \mu_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{B}_R, & \text{pour la région I} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{\nabla} U = \frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} = 0, & \text{pour la régions II} \end{cases}$$
(Éq. II-25)

La méthode de séparation des variables est utilisée pour résoudre ces équations aux dérivées partielles en considérant que la solution est périodique et donc exprimable en séries de Fourier. La solution est développée en utilisant le potentiel scalaire magnétique dans la région I (région des aimants permanents,  $r \in [R_0, R_1]$ ) et la région II (région entrefer mécanique,  $r \in$  $[R_1, R_2]$ ). Les systèmes de coordonnées bidimensionnels utilisés peuvent être cartésiens ou bien cylindrique en fonction de la structure à modéliser. Etant donné qu'une machine radiale fait l'objet d'étude, un système de coordonnée cylindrique est utilisé. Les équations 26 et 27 donnent respectivement la solution générale en potentiel scalaire et les expressions des composantes de l'induction magnétique dans la région II.

$$U_{II} = b_0 + b_1 \cdot \varphi + b_2 \cdot \ln(r) + \sum_{n=1}^{+\infty} \begin{bmatrix} (b_{3n} \cdot r^{n \cdot p} + b_{4n} \cdot r^{-n \cdot p}) \cdot \cos(n \cdot p \cdot \varphi) \\ + \\ (b_{6n} \cdot r^{n \cdot p} + b_{7n} \cdot r^{-n \cdot p}) \cdot \sin(n \cdot p \cdot \varphi) \end{bmatrix}$$
(Éq. II-26)

Où  $b_0$ ,  $b_1$  et  $b_2$  sont des constants.  $b_{3n}$ ,  $b_{4n}$ ,  $b_{6n}$  et  $b_{7n}$  représentent les coefficients de la série de Fourrier. p est le nombre de paires de pôles de la machine.

$$\begin{cases} B_{rII} = -\frac{\mu_{0} \cdot b_{2}}{r} - \mu_{0} \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} (n \cdot p) \cdot \begin{bmatrix} (b_{3n} \cdot r^{n \cdot p-1} - b_{4n} \cdot r^{-n \cdot p-1}) \cdot \cos(n \cdot p \cdot \varphi) \\ + \\ (b_{6n} \cdot r^{n \cdot p-1} - b_{7n} \cdot r^{-n \cdot p-1}) \cdot \sin(n \cdot p \cdot \varphi) \end{bmatrix}$$
(Éq. II-27)  
$$B_{\varphi II} = -\frac{\mu_{0} \cdot b_{1}}{r} + \mu_{0} \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} (n \cdot p) \cdot \begin{bmatrix} (b_{3n} \cdot r^{n \cdot p-1} + b_{4n} \cdot r^{-n \cdot p-1}) \cdot \sin(n \cdot p \cdot \varphi) \\ - \\ (b_{6n} \cdot r^{n \cdot p-1} + b_{7n} \cdot r^{-n \cdot p-1}) \cdot \cos(n \cdot p \cdot \varphi) \end{bmatrix}$$

Les conditions de passage entre les deux régions sont :

$$\begin{cases} H_{\varphi II} = H_{\varphi I} \\ B_{rII} = B_{rI} \end{cases}$$
(Éq. II-28)

L'exploitation les conditions de passages permet de déterminer les valeurs de certains coefficients de la solution générale. Ainsi l'expression du potentiel et les expressions des composantes de l'induction magnétique sont :

$$\begin{cases} U_{II} = \sum_{n=1}^{+\infty} \begin{bmatrix} (b_{3n} \cdot r^{n \cdot p} + b_{4n} \cdot r^{-n \cdot p}) \cdot \cos(n \cdot p \cdot \varphi) \\ + \\ (b_{6n} \cdot r^{n \cdot p} + b_{7n} \cdot r^{-n \cdot p}) \cdot \sin(n \cdot p \cdot \varphi) \end{bmatrix} \\ B_{nII} = -\mu_0 \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} (n \cdot p) \cdot \begin{bmatrix} (b_{3n} \cdot r^{n \cdot p - 1} - b_{4n} \cdot r^{-n \cdot p - 1}) \cdot \cos(n \cdot p \cdot \varphi) \\ + \\ (b_{6n} \cdot r^{n \cdot p - 1} - b_{7n} \cdot r^{-n \cdot p - 1}) \cdot \sin(n \cdot p \cdot \varphi) \end{bmatrix}$$
(Éq. II-29)
$$B_{\varphi II} = \mu_0 \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} (n \cdot p) \cdot \begin{bmatrix} (b_{3n} \cdot r^{n \cdot p - 1} - b_{7n} \cdot r^{-n \cdot p - 1}) \cdot \sin(n \cdot p \cdot \varphi) \\ - \\ (b_{6n} \cdot r^{n \cdot p - 1} + b_{4n} \cdot r^{-n \cdot p - 1}) \cdot \sin(n \cdot p \cdot \varphi) \end{bmatrix}$$

La précision du calcul du champ magnétique de ce modèle analytique dépend du nombre d'harmoniques considérés. Enfin, la solution analytique développée dans l'entrefer magnétique est couplée avec un réseau de réluctances. La modélisation par réseau de réluctances, ainsi que le couplage d'un réseau de réluctances avec la solution analytique sont explicités dans la section suivante (II.3.2).

# II.3.2. Approche de modélisation hybride

#### II.3.2.1. Description de l'approche analytique hybride

Bien que les modèles analytiques basés sur la résolution formelle des équations de Maxwell soient rapides et légers. Ces derniers souffrent du problème lié à la prise en compte de la saturation magnétique. En revanche la modélisation par réseau de réluctances permet de prendre en compte la saturation magnétique et elle présente un compromis entre la méthode des éléments finis relativement coûteuse en temps de calcul et les méthodes analytiques relativement légères. La modélisation par réseau de réluctances présentée dans la section II.2 nécessite de discrétiser finement l'entrefer comme la méthode des éléments finis pour un calcul précis du couple de la machine par exemple. Ce type de discrétisation de l'entrefer peut avoir des conséquences sur le temps de calcul en fonction des dimensions du motif modélisé par cette approche, ce qui s'avère une contrainte. Pour remédier à ce problème, les auteurs de [89, 122] ont proposé un couplage entre un réseau de réluctances et une solution analytique en potentiel vectoriel magnétique. Dans cette deuxième partie du chapitre, une approche de modélisation hybride basée sur un couplage direct entre un réseau de réluctances et une solution formelle des équations de Maxwell dans les régions de faible perméabilité est proposée. La solution analytique en potentiel scalaire magnétique est développée dans les régions à faible perméabilité.

Premièrement, l'approche de modélisation hybride permet de surmonter le problème lié à la prise en compte de la saturation magnétique locale rencontré lors de l'utilisation des modèles analytiques basés sur la résolution formelle des équations de Maxwell. Deuxième, le modèle analytique hybride aide à résoudre le problème de la modélisation de l'entrefer de la méthode de réseau de réluctances. Troisièmement, cette approche hybride représente un bon compris entre précision et temps de calcul par rapport à l'approche de modélisation par réseau de réluctances présentée dans la section II.2.1.

Pour l'approche hybride proposée, les parties ferromagnétiques de la machine est modélisé par un réseau de réluctances généré à partir d'un maillage de la géométrie. Un modèle analytique basé sur la solution formelle des équations de Maxwell est utilisé pour modéliser le reste de la machine (Fig. II-15). La machine présentée dans la figure II-7 fait également l'objet d'une application pour cette approche analytique hybride et les mêmes conditions limites sont appliquées pour les modèles analytiques hybrides (Fig. II-15).



b) MAH

Fig. II-15. Illustration de l'approche de modélisation hybride

La figure II-16 illustre un couplage direct entre un réseau de réluctances et un modèle analytique basé sur la résolution formelle des équations de Maxwell. Le couplage entre les deux méthodes est obtenu en utilisant les conditions de passages entre les régions. Les deux couplages à effectuer pour le modèle analytique hybride sont procédés de la même manière. De ce fait, seul le couplage entre le circuit magnétique du stator et le modèle analytique de l'entrefer est détaillé.



Fig. II-16. Illustration du couplage direct entre deux modèles

Etant donné que la machine possède une périodicité suivant la direction circonférentielle, le potentiel scalaire magnétique aux nœuds situés à l'interface entre le stator et l'entrefer peut s'écrire en série de Fourier (Éq. II-30). La décomposition en série de Fourier du potentiel scalaire des nœuds situés à l'interface entre le stator et l'entrefer est :

$$U_{RN}(\varphi) = \frac{e_0}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \left( e_n \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{\tau_p} \cdot \varphi\right) + f_n \cdot \sin\left(\frac{n \cdot \pi}{\tau_p} \cdot \varphi\right) \right)$$
(Éq. II-30)

Où  $U_{RN}$  est le potentiel scalaire magnétique des nœuds situés à l'interface entre le stator et l'entrefer (Fig. II-16).  $e_n$  et  $f_n$  représentent les coefficients de la série de Fourrier.

Le couplage direct entre le modèle réseau de réluctances et le modèle analytique est effectué en suivant les étapes ci-dessous :

 L'expression en série de Fourrier du potentiel scalaire est égalisée avec l'expression du potentiel scalaire issue de la solution analytique dans l'entrefer :

$$U_{RN}(\phi) = U_{II}(r = R_3, \phi)$$
 (Éq. II-31)

2) Les conditions de passages entre les deux régions sont respectées ;

$$B_{rII}(r = R_3, \varphi) = B_{rRN}(\varphi)$$
 (Éq. II-32)

Le flux entrant [Fig. II-16(b)] au réseau de réluctances sont déterminés.

$$\Phi_{i} = -\mu_{0} l_{a} \int_{\varphi_{i1}}^{\varphi_{i2}} B_{rII}(r,\varphi) \Big|_{r=R_{3}} d\varphi$$
 (Éq. II-33)

Où  $l_a$  correspond à la longueur active de la machine.

Les flux entrants dans le réseau de réluctances sont calculés à partir de l'intégrale de la composante radiale de l'induction magnétique issue de la solution analytique. Le détail des expressions analytiques est présenté dans la section précédente (II.3.1) et dans les références [123-125, 129-132].

Ainsi, par le biais de la méthode nodale on obtient l'équation qui régit le potentiel scalaire magnétique des nœuds situés à la frontière entre le stator et l'entrefer :

$$\left(\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} P_{ij}\right) U_i + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} (-P_{ij}) U_j = \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} (\Phi s_{ij} + P_{ij} Fms_{ij}) - \Phi_i$$
(Éq. II-34)

Dans le modèle proposé,  $\Phi_{s_{ij}}$  et  $Fms_{ij}$  sont utilisés pour modéliser les sources de flux et les forces magnétomotrices (*fmm*). Etant donné que le stator ne comprend pas les aimants et que les forces magnétomotrices (*fmm*.) sont placées sur les blanches horizontales du réseau de réluctances, l'équation ci-dessus se réduit ainsi :

$$\left(\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} P_{ij}\right) U_i + \sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{nn} (-P_{ij}) U_j = -\Phi_i$$
(Éq. II-35)

En appliquant la méthode nodale aux nœuds ne se situant pas à la frontière entre le stator et l'entrefer, on obtient l'équation gouvernant cette partie du réseau de réluctances. Cette équation est identique à l'équation 3 (Éq. II-3) donnée dans la section II.2.1. Le modèle analytique hybride proposé dans cette partie été validé par la méthode des éléments finis. La validation du modèle est détaillée dans la section II.4. La figure II-17 montre l'organigramme de l'approche analytique hybride proposé dans ce chapitre.



Fig. II-17. Logigramme du modèle analytique hybride

# II.3.2.2. Génération du système d'équations

La combinaison des équations issues du couplage [(Éq. II-31), (Éq. II-35)] avec les équations gouvernant le réseau de réluctances (Éq. II-3) permet d'établir un système d'équations  $(2N_h+nn) \ge (2N_h+nn)$  (Éq. II-36), où *nn* et  $N_h$  sont respectivement le nombre de nœuds du réseau de réluctances et le nombre d'harmoniques considérée dans la solution analytique. Les inconnus du système d'équations sont deux coefficients de la solution analytique de la région I et le potentiel scalaire des nœuds du réseau de réluctances.

$$[M] \cdot [X] = [\Phi]$$
 (Éq. II-36)

Où  $[M][nn \times nn]$  est la matrice du système dont ces éléments dépendent de la matrice de perméances et la solution analytique développée dans l'entrefer magnétique,  $[X][nn \times 1]$  est le vecteur des inconnus et  $[\Phi][nn \times 1]$  est le vecteur de sources de flux.

La résolution du système équations obtenu permet de déterminer deux coefficients de la solution analytique développée dans la région I et les potentiels scalaire des nœuds du réseau de réluctances. Ainsi le calcul des grandeurs locales et globales (fém., Induction magnétique, flux, ...etc.) se fait en post-traitement.

Cette approche analytique hybride permet de prendre en compte la saturation magnétique des parties ferromagnétiques de la machine. La prise en compte de la saturation magnétique dans le réseau de réluctances est détaillée dans la section II.2.2.

# II.4. Étude de performances des machines électriques

Cette partie du chapitre est consacrée à la validation de l'approche analytique hybride. La machine synchrone à aimants permanents présentée dans la figure II-7 fait également, ici, l'objet d'une application pour valider le modèle analytique hybride proposé dans cette partie. Une étude de performance de cette machine synchrone à aimants permanents à flux radial est menée et les résultats obtenus à partir de ce modèle analytique hybride sont validés par la méthode des éléments finis. La saturation magnétique est prise en compte dans le calcul du champ magnétique et la courbe B(H) présentée dans la figure II-13 est également utilisée ici.

# **II.4.1. Grandeurs Locales (induction magnétique)**

L'équation II-37 donne les expressions des composantes de l'induction magnétique dans l'entrefer mécanique. La figure II-18 compare les composantes de l'induction magnétique, obtenues au milieu de l'entrefer, à partir du modèle analytique hybride aux résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis pour une position donnée du rotor dans le cas non linéaire. On remarque que les résultats du modèle analytique hybride sont parfaitement en accord avec les résultats obtenus par la méthode des éléments finis.

$$\begin{bmatrix} B_{rII}(r = R_e, \varphi) = -\mu_0 \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} (n \cdot p) \cdot \begin{bmatrix} (b_{3n} \cdot R_e^{n \cdot p - 1} - b_{4n} \cdot R_e^{-n \cdot p - 1}) \cdot \cos(n \cdot p \cdot \varphi) \\ + \\ (b_{6n} \cdot R_e^{n \cdot p - 1} - b_{7n} \cdot R_e^{-n \cdot p - 1}) \cdot \sin(n \cdot p \cdot \varphi) \end{bmatrix}$$

$$B_{\varphi II}(r = R_e, \varphi) = \mu_0 \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} (n \cdot p) \cdot \begin{bmatrix} (b_{3n} \cdot R_e^{n \cdot p - 1} + b_{4n} \cdot R_e^{-n \cdot p - 1}) \cdot \sin(n \cdot p \cdot \varphi) \\ - \\ (b_{6n} \cdot R_e^{n \cdot p - 1} + b_{7n} \cdot R_e^{-n \cdot p - 1}) \cdot \cos(n \cdot p \cdot \varphi) \end{bmatrix}$$

$$avec R_e = R_1 + \frac{e}{2}$$

Où *e*,  $B_{rII}$ , et  $B_{\varphi II}$ , sont respectivement l'épaisseur de l'entrefer, la composante radiale et la composante tangentielle de l'induction magnétique évaluées au milieu de l'entrefer.



Fig. II-18. Induction magnétique au milieu de l'entrefer mécanique ( $\varphi_r=20^\circ$ ) (cas non linéaire)

La répartition de l'induction magnétique est évaluée au niveau du stator à l'aide du modèle analytique hybride (MAH) et les résultats obtenus pour une position donnée du rotor sont confrontés aux résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis (Fig. II-19). Le champ magnétique B (Éq. II-38) est calculée dans chaque tube de flux élémentaire du réseau de réluctances (Fig. II-12) pour avoir la répartition de l'induction magnétique locale au niveau

du stator. La figure II-19 montre les résultats obtenus dans le cas où la saturation magnétique dans les parties ferromagnétiques (stator et rotor) de la machine est prise en compte. On constate qu'il est difficile de distinguer les résultats obtenus à partir de ces deux approches.

$$\begin{cases} \vec{B} = \vec{B}_r + \vec{B}_{\varphi} \\ B = \sqrt{B_r^2 + B_{\varphi}^2} \end{cases}$$
(Éq. II-38)



c) Vecteur de l'induction magnétique

Fig. II-19. Induction magnétique dans le stator de la machine ( $\phi_r=20^\circ$ ) (cas non linéaire).

# **II.4.2.** Grandeurs globales

#### II.4.2.1. Couple

#### II.4.2.1.1. Calcul du couple par la méthode énergétique

Un actionneur électromécanique est un dispositif réalisant une transformation réversible de l'énergie électrique en énergie mécanique. L'énergie électrique n'est pas intégralement transformée en énergie mécanique utile. Une partie de l'énergie est dissipée sous forme de la chaleur et une partie est stockée sous la forme magnétique. Dans cette partie, on s'intéresse au calcul de l'énergie magnétique stockée. Dans les références [133, 134], les auteurs ont proposés une expression générale (Éq. II-39) de l'énergie magnétique emmagasinée dans un volume donné. Cette énergie magnétique s'exprime en fonction de l'induction magnétique *B*, le champ magnétique *H* et la valeur de l'induction rémanente  $B_R$ .

$$W = \int_{v} \left( \int_{B_{R}}^{B} H \cdot dB \right) \cdot dv$$
 (Éq. II-39)

Où W et B sont respectivement l'énergie magnétique stockée dans un volume v et l'induction magnétique du volume v.

Pour un matériau autre que les aimants,  $B_R$  est nulle et on obtient l'expression de l'énergie magnétique suivante :

$$W = \int_{v} \left( \int_{0}^{B} H \cdot dB \right) \cdot dv$$
 (Éq. II-40)

Pour calculer la densité volumique de l'énergie magnétique  $w_{mag}$  (Éq. II-41) deux cas se présentent : le cas linéaire (pas de phénomène de saturation magnétique) et le cas non linéaire (prise en compte de la saturation magnétique). La figure (Fig. II-20) montre une représentation graphique de la densité volumique de l'énergie magnétique  $w_{mag}$  dans les deux cas (le cas linéaire et le cas non linéaire).

$$w_{mag} = \int_{0}^{B} H \cdot dB$$
 (Éq. II-41)  

$$B = \int_{0}^{0} \frac{1}{H} \frac{1$$

# II.4.2.1.1.1. Calcul de l'énergie magnétique

L'énergie magnétique stockée (Éq. II-43) dans un circuit magnétique équivalent est calculée en faisant la somme de l'énergie magnétique stockée dans chaque élément (Fig. II-2, Fig. II-21) du réseau de réluctances. Pour un élément volumique donné du réseau de réluctance, l'énergie magnétique est déterminée sur chaque branche de cet élément et leur somme donne l'énergie magnétique stockée dans cet élément volumique (Éq. II-42). La figure ci-dessous illustre le calcul de l'énergie magnétique stockée dans un élément volumique donné.



Fig. II-21. Eléments volumiques du réseau de réluctances

L'énergie de magnétique de l'élément i peut s'écrire comme ci :

$$W_{el_i} = \int_{v} \left( \int_{0}^{B_{i1}} H_{i1} \cdot dB + \int_{0}^{B_{i2}} H_{i2} \cdot dB + \int_{0}^{B_{i3}} H_{i3} \cdot dB + \int_{0}^{B_{i4}} H_{i4} \cdot dB \right) \cdot dv$$
 (Éq. II-42)

L'énergie magnétique stockée dans le circuit magnétique équivalent est :

$$W_{cme} = \sum_{i=1}^{nel} W_{el_i}$$
(Éq. II-43)

Où nel étant le nombre d'éléments du réseau de réluctances.

Dans le cas non linéaire, il n'est pas simple de calculer directement l'énergie magnétique. En revanche, l'expression de l'induction magnétique B(H) (Éq. II-10) est connue et la co-énergie magnétique (Éq. II-44) peut être calculée facilement en faisant l'intégrale de l'induction magnétique B(H) par rapport au champ magnétique H.

$$W_{co} = \iint_{v} \left( \iint_{0}^{H} B(H) \cdot dH \right) \cdot dv$$
 (Éq. II-44)

En développant le calcul de l'intégrale de l'induction magnétique B(H) par rapport au champ magnétique H, on obtient la densité volumique de la co-énergie magnétique  $w_{co}$ :

$$\begin{cases} w_{co} = \int_{0}^{H} B(H) \cdot dH \\ w_{co}(H) = \begin{pmatrix} \frac{J_{S} \cdot (2 \cdot a - 1)}{4 \cdot k_{1} \cdot (1 - a)} + \frac{J_{S}}{2 \cdot (1 - a)} \cdot H + \frac{\mu_{0} \cdot (1 + \mu_{0} - 2 \cdot a)}{4 \cdot (1 - a)} \cdot H^{2} \\ - \frac{J_{S} \cdot (k_{1} \cdot H - 1 + 2 \cdot a)}{4 \cdot k_{1} \cdot (1 - a)} \cdot \sqrt{(k_{1} \cdot H - 1 + 2 \cdot a)^{2} + 4 \cdot a \cdot (1 - a)} \\ - \frac{J_{S} \cdot a}{k_{1}} \cdot \left( \operatorname{arcsinh} \left( \frac{k_{1} \cdot H - 1 + 2 \cdot a}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (1 - a)}} \right) - \operatorname{arcsinh} \left( \frac{2 \cdot a - 1}{\sqrt{4 \cdot a \cdot (1 - a)}} \right) \right) \right) \end{cases}$$
(Éq. II-45)

Où  $k_1$  est une constante et elle est égale à  $\mu_0 \cdot (\mu_r - 1)/J_s$ .  $\mu_r$  est la perméabilité relative du matériau à l'origine. Elle est une constante.

En outre, en tout point de la courbe de B(H) (Fig. II-22) on peut établir une relation entre la densité volumique de l'énergie magnétique et la densité volumique de la co-énergie magnétique :

$$B_i H_i = w_{co} + w_{mag} \tag{Éq. II-46}$$

Ainsi, en utilisant la relation (Éq. II-46) établi précédemment l'énergie magnétique stockée dans le circuit magnétique équivalent  $W_{cme}$  s'écrit comme ci :

$$\begin{cases} w_{mag}(H) = B \cdot H - w_{co}(H) \\ W_{el_i} = \int_{v} w_{mag}(H) \cdot dv \\ W_{cme} = \sum_{i=1}^{nel} W_{el_i} \end{cases}$$
(Éq. II-47)



Fig. II-22 : énergie magnétique

La figure II-23 montre l'énergie magnétique stockée dans les régions modélisées par un réseau de réluctances dans le cas non linéaire (saturation magnétique est prise en compte). Les résultats obtenus à partir du modèle analytique hybride correspondent à ceux issus de la méthode des éléments finis à une constante près. Dans la figure II-23, les résultats issus du calcul des éléments finis sont représentés en rouge.



Fig. II-23. Energie magnétique stockée dans le CME

Pour les régions modélisées par le modèle analytique (II.3.1), l'énergie magnétique est déterminée en utilisant les équations (Éq. II-39) et (Éq. II-40). L'équation (Éq. II-39) est utilisée pour calculer l'énergie magnétique de la région I. En développant les calculs, on obtient l'expression suivante :

$$\begin{cases} \left\{ u_{3n}^{2} + u_{6n}^{2} \right) \cdot \left( \frac{R_{1}^{2 \cdot n \cdot p} - R_{0}^{2 \cdot n \cdot p}}{2 \cdot n \cdot p} \right) \\ + \left( u_{4n}^{2} + u_{7n}^{2} \right) \cdot \left( \frac{R_{1}^{-2 \cdot n \cdot p} - R_{0}^{-2 \cdot n \cdot p}}{-2 \cdot n \cdot p} \right) \\ + \left( u_{5n}^{2} + u_{8n}^{2} \right) \cdot \left( \frac{1 + (n \cdot p)^{2}}{(n \cdot p)^{2}} \right) \cdot \left( \frac{R_{1}^{2} - R_{0}^{2}}{4} \right) \\ + \left( u_{5n}^{3} \cdot u_{8n}^{3} \right) \cdot \left( \frac{1 + n \cdot p}{n \cdot p} \right) \cdot \left( \frac{R_{1}^{n \cdot p + 1} - R_{0}^{n \cdot p + 1}}{n \cdot p + 1} \right) \\ + \left( u_{4n}^{3} \cdot u_{8n}^{3} \right) \cdot \left( \frac{1 + n \cdot p}{n \cdot p} \right) \cdot \left( \frac{R_{1}^{n \cdot p + 1} - R_{0}^{-n \cdot p + 1}}{n \cdot p + 1} \right) \\ + \left( u_{4n}^{3} \cdot u_{8n}^{3} \right) \cdot \left( \frac{n \cdot p - 1}{n \cdot p} \right) \cdot \left( \frac{R_{1}^{-n \cdot p + 1} - R_{0}^{-n \cdot p + 1}}{n \cdot p + 1} \right) \\ W_{mRI} = l_{a} \cdot \pi \cdot \mu_{0} \cdot W_{1} \end{cases}$$

Où  $a_{3n}$ ,  $a_{4n}$ ,  $a_{5n}$ ,  $a_{6n}$ ,  $a_{7n}$  et  $a_{8n}$  représentent les coefficients de la série de Fourrier de l'expression du potentiel scalaire dans la région I.  $l_a$  et p sont respectivement la longueur active de la machine et le nombre de paires de pôles de la machine.

Pour la région II, l'énergie magnétique est déterminée en utilisant l'équation (Éq. II-40). En développant le calcul des intégrales, l'expression de l'énergie magnétique de la région II s'écrit comme suit :

$$W_{mRII} = \frac{\pi \cdot \mu_0 \cdot l_a}{2} \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} (n \cdot p)^2 \cdot \begin{bmatrix} (b_{3n}^2 + b_{6n}^2) \cdot (\frac{R_2^{2 \cdot n \cdot p} - R_1^{2 \cdot n \cdot p}}{n \cdot p}) \\ -(b_{4n}^2 + b_{7n}^2) \cdot (\frac{R_2^{-2 \cdot n \cdot p} - R_1^{-2 \cdot n \cdot p}}{n \cdot p}) \end{bmatrix}$$
(Éq. II-49)

Où  $b_{3n}$ ,  $b_{4n}$ ,  $b_{6n}$  et  $b_{7n}$  représentent les coefficients de la série de Fourrier de l'expression du potentiel scalaire dans la région II donnée dans l'équation (Éq. II-26).

L'énergie magnétique stockée dans l'entrefer magnétique de la machine est égale à la somme de l'énergie magnétique stockée dans les régions I et II :

$$W_{mE} = W_{mRI} + W_{mRII} \tag{Éq. II-50}$$

L'énergie magnétique stockée dans la machine est égale à la somme de l'énergie magnétique stockée dans les différentes régions de la machine. Cette énergie  $W_m$  s'écrit ainsi :

$$W_m = W_{cme} + W_{mE} \tag{Éq. II-51}$$

La figure II-24 montre l'énergie magnétique stockée dans la machine dans le cas où la saturation magnétique est prise en compte. Les résultats obtenus à partir du modèle analytique hybride et ceux correspondent issus des calculs éléments finis sont à une constante près. Dans la figure II-24, les résultats issus du calcul des éléments finis sont représentés en rouge. On peut remarquer que la plus grande quantité de l'énergie magnétique est stockée dans l'entrefer magnétique.



Fig. II-24. Variation de l'énergie magnétique en fonction de la position (cas non linéaire)

# II.4.2.1.1.2. Variation de l'énergie magnétique par rapport à la position

Un actionneur électromécanique est un système de conversion électromécanique réalisant une transformation réversible de l'énergie électrique en énergie mécanique. Le couple développé par la machine électrique est souvent calculé en utilisant la méthode du tenseur de Maxwell [83, 85, 135-139] ou bien la méthode des travaux virtuels. Le détail du calcul de la force électromagnétique en utilisant la méthode du tenseur de Maxwell est présenté dans la section II.4.2.1.2. Dans cette partie, la méthode des travaux virtuels [82-85, 135-139] est utilisée pour déterminer le couple de la machine.

D'après la méthode des travaux virtuels [82-85, 135-139], Le couple développé par la machine s'écrit :

$$\Gamma_{em} = -\frac{\partial W_m}{\partial \varphi}$$
 (Éq. II-52)

La figure II-25 donne l'allure du couple de détente de la machine. On peut remarquer que le résultat obtenu à partir du modèle hybride analytique correspond bien au résultat issu de la méthode des éléments finis pour ce cas non linéaire.



Fig. II-25. Dérivée de l'énergie magnétique par rapport à la position (cas non linéaire)

Les résultats obtenus à partir du modèle analytique hybride, dans le cas linéaire, sont donnés dans l'annexe 2.

## II.4.2.1.2. Calcul du couple par la méthode du tenseur de Maxwell

#### II.4.2.1.2.1. Tenseur de Maxwell

La méthode du tenseur de Maxwell est basée sur le calcul de la force de Laplace. Le détail du calcul de la force électromagnétique en utilisant la méthode du tenseur de Maxwell est présenté dans [2, 4, 135-139]. Une brève de description du calcul de la force est faite dans cette partie.

La force magnétique agissant sur un objet donné de volume V entouré d'air s'écrit comme l'intégrale volumique de la divergence du tenseur de Maxwell :

$$\vec{F} = \iiint_{V} (\vec{\nabla} \cdot \vec{T}) \cdot dV$$
 (Éq. II-53)

En utilisant le théorème de flux-divergence de Green-Ostrogradski sur la frontière surfacique S de V, et en notant  $\vec{n}$  la normale à la surface :

$$\vec{F} = \bigoplus_{S} \left( \vec{T} \cdot \vec{n} \right) \cdot dS \tag{Éq. II-54}$$

En développant le calcul, on obtient :

$$\vec{F} = \oiint_{S} \left( \mu_{0} \cdot \left( \vec{H} \cdot \vec{n} \right) \cdot \vec{H} - \frac{\mu_{0}}{2} \cdot H^{2} \cdot \vec{n} \right) \cdot dS$$
 (Éq. II-55)

Pour calculer le couple, la méthode du tenseur de Maxwell a été appliquée à la surface d'alésage des aimants permanents de la machine. Ainsi on a :

$$\begin{cases} \vec{n} = \vec{e}_r \\ \vec{H} = H_r \cdot \vec{e}_r + H_{\varphi} \cdot \vec{e}_{\varphi} \\ \vec{F} = \oint_S \left( -\frac{\mu_0}{2} \cdot \left( H_r^2 - H_{\varphi}^2 \right) \cdot dS \cdot \vec{e}_r + B_r \cdot H_{\varphi} \cdot dS \cdot \vec{e}_{\varphi} \right) \\ dS = r \cdot d\varphi \cdot dz \end{cases}$$
(Éq. II-56)

Dans le cas des machines à flux radial, la composante tangentielle de la force donne naissance au couple électromagnétique de la machine. La composante tangentielle de la force est :

$$F_{t} = \bigoplus_{S} \left( B_{r} \cdot H_{\varphi} \cdot r \cdot d\varphi \cdot dz \right)$$
 (Éq. II-57)

Où  $B_r$  et  $H_{\varphi}$  sont respectivement la composante radiale de l'induction magnétique et la composante tangentielle du champ magnétique.

L'expression du couple électromagnétique  $\Gamma_{em}$  se déduit de l'équation précédente :

$$\begin{cases} \Gamma_{em} = R_1 \cdot F_t \\ \Gamma_{em} = R_1^2 \cdot l_a \cdot \int_{2 \cdot \pi} B_r(r = R_1, \varphi) \cdot H_{\varphi}(r = R_1, \varphi) \cdot d\varphi \end{cases}$$
 (Éq. II-58)

Où  $R_1$ ,  $B_r$  et  $H_{\varphi}$  sont respectivement le rayon à la surface d'alésage des aimants permanents (Fig. II-15(a)), la composante radiale de l'induction magnétique et la composante tangentielle du champ magnétique à la surface d'alésage des aimants permanents.

#### II.4.2.1.2.2. Couple de détente et couple en charge

Pour le modèle analytique hybride proposé dans ce chapitre, l'expression algébrique du couple obtenu par la méthode du tenseur de Maxwell est donnée par l'équation suivante :

$$\Gamma_{em} = \frac{PGCD(Ns, p) \cdot R_1^2 \cdot l_a}{\mu_0} \cdot \frac{\int_{PGCD(Ns, p)}^{2 \cdot \pi} B_{rII}(\varphi, R_1) \cdot B_{\varphi II}(\varphi, R_1) \cdot d\varphi}$$
(Éq. II-59)

Où  $N_S$  est le nombre d'encoches de la machine.

En remplaçant les composantes de l'induction magnétique par leurs expressions dans l'équation ci-dessus et en développant le calcul de l'intégrale, on obtient l'expression suivante :

$$\Gamma_{em} = 2 \cdot \mu_0 \cdot \pi \cdot l_a \cdot \sum_{n=1}^{+\infty} \left[ (n \cdot p)^2 \cdot (b_{3n} \cdot b_{7n} - b_{4n} \cdot b_{6n}) \right]$$
(Éq. II-60)

L'expression est valable pour le calcul du couple de détente et le couple en charge. Le couple de détente et le couple en charge sont déterminés respectivement à partir de l'induction magnétique obtenue à vide et en charge. Pour le calcul en charge, les expressions des courants sont données dans l'équation (Éq. II-4).

Les figures II-26(a) et II-26(b) montrent respectivement le couple de détente et le couple en charge obtenus à partir du modèle analytique hybride. Ces résultats concordent bien avec ceux obtenus de la méthode des éléments finis.



Fig. II-26. Couple électromagnétique de la machine

#### II.4.2.2. Flux magnétique et force électromotrice

Dans ce document, le flux magnétique d'une phase est calculé en additionnant les flux radiaux traversant les éléments du réseau de réluctances situés entre les brins aller et les brins retour de la phase (Fig. II-27). La figure II-27 illustre le calcul du flux magnétique d'une bobine. Les cotes aller et retour de la bobine sont respectivement identifiés par les lettres A et B (Fig. II-27). Pour cet exemple, le flux de la bobine AB est la somme des flux traversant les éléments 1 à 8 (Fig. II-27(b)). La figure II-27 n'est utilisée que pour illustrer comment le flux magnétique d'une bobine est calculé dans cette approche analytique hybride.



Fig. II-27. Calcul du flux magnétique

La valeur algébrique du flux magnétique traversant la bobine AB pour une position donnée du rotor est déterminé comme ci :

$$\phi_{AB} = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5 + \phi_6 + \phi_7 + \phi_8 \tag{Éq. II-61}$$

D'après la loi de Lenz, La force électromotrice (f.é.m.) d'une phase s'écrit :

$$e_p = \frac{d\phi_p}{dt} = \Omega \cdot \frac{d\phi_p}{d\varphi}$$
(Éq. II-62)

La figure II-28 compare les flux et les f.é.m. obtenus à partir du modèle analytique hybride aux résultats correspondants issus des calculs éléments finis. Ces résultats des deux approches concordent bien.



Fig. II-28. Flux et f.é.m.

#### II.4.2.3. Pertes fer

Les pertes fer se manifestent dans les parties ferromagnétiques de la machine. Elles provoquent l'échauffement du circuit magnétique et par conséquent la diminution du rendement de la machine. Pour réduire ces pertes fer, des solutions ont été proposées dans la littérature scientifique à savoir, le feuilletage du circuit magnétique de la machine dans la direction orthogonale aux lignes de champs magnétiques et l'utilisation des matériaux résistant au développement de courants de Foucault.

Selon l'approche de Bertotti présentée dans les références [126, 146], les pertes fer se décomposent en trois contributions : les pertes par hystérésis, les pertes par courants de Foucault et les pertes par excès. Les pertes par hystérésis correspondent à la puissance dépensée au changement d'orientation du moment magnétique des domaines de Weiss. Elles dépendent de l'évolution de la structure cristalline du matériau constituant les tôles. Par ailleurs, la variation temporelle de l'induction magnétique dans un milieu conducteur induit des forces électromotrices et par conséquent des courants induits prennent naissance dans ce milieu. Le milieu se comporte comme une pièce conductrice dont la conductivité dépend du matériau utilisé. Ces courants induits (courants de Foucault) se développent dans le plan normal à la direction du flux magnétique. Ils provoquent une dissipation de la chaleur par effet joule. Ces pertes par courant de Foucault ou appelés aussi les pertes classiques sont obtenues à partir des

équations de Maxwell [146]. Un état de l'art sur la modélisation des pertes fer dans des machines électriques a été exposé dans les références [152, 160, 161, 163].



Fig. II-29 Courant de Foucault [161]

Le développement de matériaux de bonnes performances électromagnétique et pertes réduites sont devenus des axes de recherches attirant les concepteurs des machines électriques. C'est la raison pour laquelle, certains chercheurs ont proposé des modèles pour prédire avec précision les pertes fer dans les tôles ferromagnétiques [150-166]. En général, les matériaux magnétiques sont caractérisés par leur cycle d'hystérésis. Par conséquent, une évaluation précise des pertes par hystérésis nécessite de prendre en compte l'hystérésis dans la relation B(H). En revanche, Cette approche nécessite des temps de calculs importants qui alourdissent énormément les simulations surtout dans le cas des machines tournantes [152, 157]. C'est pour cela que les approches LS ou Bertotti utilisées en post-traitement sont plus populaires auprès des concepteurs de machine électrique.

Dans le cadre de mes travaux de thèse, mon objectif consiste à proposer un modèle permettant d'évaluer les performances des machines électriques pour la phase de prédimensionnement des machines. Le but des travaux présentés dans cette partie du chapitre est d'exposer le modèle de Bertotti et l'implémentation d'une formulation de calcul de pertes fer dans le modèle analytique hybride présenté dans ce chapitre du mémoire de thèse.

Pour prédire les pertes fer dans les matériaux ferromagnétiques, l'auteur de la référence [166] a exposé un modèle dans le cas où la forme d'onde de l'induction magnétique est supposée être sinusoïdale. En outre, dans la référence [150, 151], les auteurs ont proposé la décomposition des pertes fer en trois contributions selon leurs origines. L'expression des pertes fer proposée s'écrit comme ci :

$$\begin{cases}
P_{fer} = P_h + P_c + P_e \\
P_c = k_h \cdot f \cdot B_m^2 \\
P_e = \frac{\pi^2 \cdot \sigma \cdot d^2 \cdot f^2}{6} \cdot B_m^2 \\
P_{fer} = k_{ex} \cdot (f \cdot B_m)^{\frac{3}{2}}
\end{cases}$$
(Éq. II-63)

Où *Bm* et *f* sont respectivement la valeur crête de l'induction magnétique sur une période magnétique et la fréquence. Tandis que  $\sigma$  et *d* sont respectivement la conductivité électrique et l'épaisseur des tôles. Les coefficients  $k_h$ , et  $k_{ex}$  sont respectivement les constantes des pertes par hystérésis et des pertes par excès.

La forme d'onde de la densité du flux magnétique dans le noyau ferromagnétique des machines tournantes est souvent non sinusoïdale. De ce fait, le modèle présenté [166] n'est pas adapté dans ce cas. En fait, les auteurs de la référence [126] ont présenté une formulation permettant d'estimer les pertes fer sans faire d'hypothèse sur la forme d'onde de la densité du flux magnétique. Ce modèle est l'amélioration de l'approche proposée dans la référence [150]. Les avantages de cette approche sont la simplicité du calcul mathématique et une large gamme d'applicabilité (transformateurs, machines électriques,...etc.) [126]. Dans ce modèle, l'effet de peau est négligé. En connaissant la variation de l'induction magnétique à laquelle le matériau magnétique est soumis, ces pertes fer s'expriment ainsi :

$$\begin{cases} P_{fer} = P_h + P_c + P_e \\ P_c = k_h f \ B_m^2 \\ P_e = \frac{\sigma^2 \ d^2}{12} \cdot \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \left(\frac{dB}{dt}\right)^2 \cdot dt \\ P_{fer} = \frac{k_{ex}}{T} \cdot \int_0^T \left|\frac{dB}{dt}\right|^{\frac{3}{2}} dt \end{cases}$$
(Éq. II-64)

Où f et  $B_m$  sont respectivement la fréquence et la valeur crête de l'induction magnétique sur une période magnétique.  $k_h$  et  $k_e$  sont des coefficients de perte déterminés expérimentalement.

Le modèle LS fait l'hypothèse que le comportement du matériau est complètement défini, l'induction B(t) et son dérivé par rapport au temps [156] sont connues. L'auteur de la

référence [156] a également présenté un historique de l'évolution du modèle Loss Surface (LS). Dans la référence [151], l'auteur a proposé une décomposition de la surface caractéristique H(B, dB/dt) en deux termes (comportement statique et comportement dynamique) et tous les deux sont décrits par une expression analytique. Dans ce document, le modèle LS n'est pas utilisé pour estimer les pertes fer.

#### II.4.2.3.1. Modèle de Bertotti

Les pertes fer du stator de la machine sont évaluées en utilisant la formulation de Bertotti présentée dans la référence [126] (Éq. II-65).

$$P_{fer}(\varphi) = k_h B_m^2 f + \frac{\sigma \cdot d^2 \cdot \Omega^2}{6} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)^2 + k_e \cdot \Omega^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)^{\frac{3}{2}}$$
(Éq. II-65)

Où  $k_h$ ,  $B_m$ ,  $\sigma$ , d et  $k_e$  sont respectivement le coefficient de pertes par hystérésis, l'induction maximale, la conductivité du matériau, l'épaisseur de la tôle et le coefficient de pertes en excès.

Les figures 30(a) et 30(b) comparent les pertes fer au stator obtenues par le modèle analytique hybride à ceux issus de la méthode des éléments finis. La figure 30(b) montre les pertes fer du stator de la machine pour quelques fréquences de rotation de la machine. Ces résultats (Fig. II-30) des deux approches concordent bien.



Fig. II-30. Pertes fer à vide
#### II.4.2.4. Pertes par courants de Foucault dans les aimants permanents

Les pertes par courants de Foucault dans les aimants permanents doivent être considérées par les concepteurs de machines électriques. Dans les références [147, 149], les auteurs ont étudié respectivement les pertes par courants de Foucault dans les aimants d'une machine radiale et des machines à double excitation. Ils ont proposé de segmenter les aimants permanents pour réduire ces pertes. Les auteurs de la référence [149] ont précisé qu'une segmentation des aimants dans la direction circonférentielle semble plus efficace pour réduire ces pertes. Ceci est dû au fait que le champ magnétique a une composante radiale importante. Mais les auteurs ont utilisé une modélisation analytique et les régions ferromagnétiques sont supposées infiniment perméables. En revanche, dans ce chapitre, une approche analytique hybride est adoptée.

Les pertes par courants de Foucault dans les aimants permanents sont supposées être limitées par la résistance du matériau [148]. La même approche est adoptée ici. La densité de courants de Foucault induits dans les aimants permanents est obtenue à partir de l'expression suivante :

$$\begin{cases} J_{e}(\mathbf{r}, \varphi, t) = -\sigma \frac{\partial A_{z}(\mathbf{r}, \varphi, t)}{\partial t} + C(t) \\ C(t) = C_{0}(t) + \sum_{m=1}^{+\infty} C_{m}(t) \end{cases}$$
(Éq. II-66)

Où  $\sigma$  est la conductivité électrique des aimants permanents. C(t) est une fonction du temps qui est introduit pour assurer que le courant se reboucle dans chaque aimant permanent. La variation temporelle du potentiel vecteur magnétique de cette région (région aimant permanent) est proportionnelle à la vitesse de rotation.

Pour calcul, la fonction C(t), il faut s'assure que :

$$\int_{r_1}^{r_2} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} \mathbf{J}_{e}(\mathbf{r}, \varphi, \mathbf{t}) \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{d} \, \varphi \cdot \mathbf{dr} = 0$$
 (Éq. II-67)

Où  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  sont respectivement les rayons intérieur et extérieur de l'aimant permanent et les positions angulaires des bords de l'aimant permanent considéré.

Les pertes par effet de Joule sur une période électrique dans un aimant permanent donné s'exprime ainsi :

$$\mathbf{P}_{\mathbf{e}} = \frac{\omega_{0}}{\sigma \cdot 2 \cdot \pi} \cdot \int_{\mathbf{r}_{1}}^{\mathbf{r}_{2}} \int_{\varphi_{1}}^{\varphi_{2}} \int_{0}^{2 \cdot \pi / \omega_{0}} \mathbf{J}_{\mathbf{e}}^{2} \cdot \mathbf{l}_{\mathbf{a}} \cdot \mathbf{r} \cdot \mathbf{dt} \cdot \mathbf{d\varphi} \cdot \mathbf{dr}$$
(Éq. II-68)

Où  $l_a$  est la longueur active de la machine.

L'équation suivante donne l'expression des courants de Foucault dans les aimants.

$$J_{e}(r,\varphi,t) = -\sigma \sum_{n=1}^{+\infty} \begin{vmatrix} C_{1n}(t)r^{m_{n}} \\ + C_{2n}(t)r^{-m_{n}} \\ + C_{5n}(t)r \end{vmatrix} \cos(m_{n}(\varphi_{r} + \varphi_{d})) \\ + C_{6n}(t)r^{m_{n}} \\ + C_{4n}(t)r^{-m_{n}} \\ + C_{6n}(t)r \end{vmatrix} \sin(m_{n}(\varphi_{r} + \varphi_{d})) \\ + C(t) \qquad (\acute{\text{Eq. II-69}})$$

Où  $\varphi_r$  est la position angulaire défini à partir du référentiel de rotor. Les coefficients  $C_{1n}(t)$ ,  $C_{2n}(t)$ ,  $C_{3n}(t)$ ,  $C_{4n}(t)$ ,  $C_{5n}(t)$  et  $C_{6n}(t)$  sont obtenus à partir de la solution analytique dans la région des aimants permanents.

Les pertes par courants de Foucault dans les aimants permanents d'une machine à flux radial (Tableau II-3) sont évaluées en utilisant la formulation analytique donnée dans l'équation (Éq. II-68). La machine a été modélisée à l'aide du logiciel Flux 2D. La figure II-31 illustre la modélisation des aimants permanents. Pour assurer que les courants de Foucault se rebouclent dans chaque aimants, l'aimant a été modélisé en tant qu'un conducteur massique en série avec une résistance de 10 M $\Omega$ . Pour le calcul des pertes par courants de Foucault dans les aimants permanents effectué en charge, le déphasage entre le courant et la f.é.m. d'une phase donnée est nul afin d'obtenir le couple maximal pour cette machine à pole lisse.



Fig. II-31 Aimants permanents

La figure II-32 montre une comparaison des pertes par courants de Foucault dans un aimant permanent obtenues par la méthode des éléments finis et le modèle analytique hybride pour différentes vitesse de rotation. La conductivité des aimants permanents  $\sigma$  est égale à 6.667 ×10<sup>5</sup> S/m. Pour le calcul en charge, la valeur de la densité maximale du courant dans l'encoche est égale à  $J_{max} = 5A/mm^2$ .

La figure II-33 compare la variation de la densité des courants de Foucault en fonction du temps visualisée en un point donné d'un aimant de la machine. On peut observer que les résultats du modèle analytique hybride sont satisfaisants en comparaison avec les résultats issus de la méthode des éléments finis.

Nom	Symbole	Valeur
Entrefer mécanique	e ( <i>mm</i> )	1.5
Nombre de paires de pôles	р	3
Pas polaire	$\tau_p(rad)$	π/3
Ouverture de l'aimant	$\tau_{\rm m}(rad)$	$0.8 \ \tau_p$
Epaisseur de l'aimant	$e_a (mm)$	6
Rayon extérieur du rotor	$R_0(mm)$	50
Rayon intérieur du stator	R <sub>2</sub> ( <i>mm</i> )	57.5
Rayon en haut de l'encoche	R <sub>3</sub> ( <i>mm</i> )	77.5
Rayon extérieur de la machine	R <sub>4</sub> ( <i>mm</i> )	87.5
Ouverture de la dente	W <sub>d</sub> ( <i>rad</i> )	π/18
Ouverture de l'encoche	$W_{S}(rad)$	π/18
Induction rémanente de PM (T)	$\mathrm{B}_{\mathrm{R}}\left(T ight)$	1
Type de magnétisation	Magnétisati	on radiale

Tableau II-3 : Paramètre de la machine à flux radial



Fig. II-32. Pertes par courant de Foucault dans un aimant permanent



Fig. II-33. Courants de Foucault

### **II.5.** Conclusion

Dans ce chapitre, deux approches de modélisation des machines électriques ont été proposées. La première partie du chapitre a été consacrée à la modélisation par réseau de réluctances et la seconde à la modélisation analytique hybride. La présentation détaillée de ces deux approches est exposée dans les sections II.2 et II.3. Il a été démontré que les performances (couples, f.é.m., induction magnétique, pertes magnétiques,...etc.) de la machine électrique, évaluées en utilisant ces deux approches de modélisation sont parfaitement en accord avec les résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis. Les deux méthodes de modélisation ont été comparées en termes de temps de calcul et la modélisation analytique hybride présente un bon compris du rapport précision / temps par rapport à la modélisation par réseau de réluctances. Mais, Néanmoins leurs temps d'exécutions est de l'ordre de quelques secondes, ce qui les rend compatible avec une démarche de dimensionnement optimal.

## Chapitre III. MODELISATION ANALYTIQUE HYBRIDE QUASI-3D ET

# MODELISATION TRIDIMENSIONNELLE DES MACHINES SYNCHRONES A AIMANTS PERMANENTS

## Table des matières du chapitre III

III.1. Introduction
III.2. Approche de modélisation analytique hybride quasi-3D
III.2.1. Modélisation analytique hybride quasi-3D d'une machine à flux axial 116
III.2.1.1. Description du modèle analytique hybride quasi-3D
<b>III.3. Machines synchrones à aimant permanent à flux axial</b>
III.4. Etude de performances de machines synchrones à aimant permanent à flux
<b>axial</b>
III.4.1. Pertes fer des machines (MSAPFA)
III.4.2. Calcul du couple de détente de MSAPFA
III.5. Modélisation par réseau de réluctances tridimensionnelle des machines
synchrones à aimant permanents
III.5.1. Description de l'approche de modélisation par réseau de réluctances en 3D
III.5.1.1. Génération du système d'équation
III.5.1.2. Possibilité de prendre en compte le feuilletage des tôles
III.5.1.3. Optimisation du code réseau de réluctance
III.6. Etude des performances des machines électriques
III.6.1.1. Induction magnétique
III.6.1.2. Force de détente
III.6.1.3. Couple de détente
III.6.1.4. Pertes fer
III.6.1.5. Energie magnétique
<b>III.7. Conclusion</b>

### **III.1. Introduction**

La modélisation des champs électromagnétiques est une étape cruciale dans la phase de conception d'un actionneur électromagnétique. Pour trouver une configuration permettant de répondre aux critères indiqués dans un cahier des charges, une étude de l'espace de solution potentiellement optimale est nécessaire. Cela implique de nombreuses évaluations des performances de la machine pour plusieurs variations des paramètres géométriques de la machine. Pour les actionneurs électromagnétiques dont les champs magnétiques sont tridimensionnels, l'utilisation de la méthode des éléments finis 3D est mieux adaptée dans ce cas. Bien que la méthode des éléments finis en 3D soit précise mais l'analyse par éléments finis est coûteuse en temps de calcul, particulièrement pour les machines de forte puissance impliquant des nombres de nœuds potentiellement élevés.

Dans ce chapitre, deux approches de modélisation sont proposées pour le prédimensionnement des machines synchrones à aimants permanents. Premièrement, l'approche de modélisation quasi-3D des machines électriques est décrite. Le modèle analytique hybride quasi-3D (MAH quasi-3D) développé est utilisé pour évaluer les performances des machines synchrones à aimants permanents à flux axial (MSAPFA). Ensuite, les résultats obtenus à partir du MAH quasi-3D et ceux issus de la méthode des éléments finis quasi-3D sont validés par les résultats des calculs éléments finis 3D.

Dans la deuxième partie, l'approche de modélisation par réseau de réluctances 3D est présentée. Cette approche consiste à découper la géométrie de la machine en tube de flux dont chacun d'eux est modélisée par une réluctance ou perméance. Une machine synchrone à aimants permanents à flux axial fait l'objet d'une application pour illustrer cette approche. Ensuite, la génération du réseau de réluctances à partir du découpage de la géométrie de la machine et quelques techniques permettant d'optimiser le code du réseau de réluctances développé sont exposés.

Enfin, Le modèle réseau de réluctances développé est utilisé pour modéliser trois types de machines électriques (machine linaire, machine radiale et machine à flux axial) et leurs performances (induction magnétique, couple de détente, force de détente, pertes fer, énergie magnétique) sont évaluées. Les résultats obtenus à partir cette approche sont validés par les résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis en 3D.

### III.2. Approche de modélisation analytique hybride quasi-3D

# III.2.1. Modélisation analytique hybride quasi-3D d'une machine à flux axial

Une modélisation précise de machines à aimants permanents à flux axial nécessite l'utilisation de la méthode des éléments finis 3D (3D MEF) [107]. Cependant, 3D MEF prend beaucoup de temps, en particulier dans la première phase de la conception. C'est pourquoi certains chercheurs ont essayé de développer des approches alternatives pour diminuer cette durée. En outre, les travaux de modélisation analytique des machines à flux axial peuvent être répartis en trois approches [107-110]. Pour la première approche [113-114], les auteurs proposent des solutions analytiques tridimensionnelles (3D) du champ magnétique basées sur la méthode de transformation intégrale [114] et les fonctions de Green [113]. Cette première approche augmente le rapport complexité / précision. Pour la deuxième approche [108], les auteurs ont présenté une solution exacte en 2D des équations de Maxwell au rayon moyen de la machine. Pour la troisième approche [107, 109-110], les auteurs ont proposé une approche multicouche et cette approche est adoptée dans ce chapitre.

Le modèle présenté dans ce chapitre est une extension d'un modèle analytique quasi-3D développé précédemment (AM) [110]. Dans la référence [110], le modèle quasi-3D développé était basé sur un modèle analytique pur, où les noyaux de fer étaient supposés être infiniment perméables. Pour le modèle analytique hybride adopté dans ce chapitre, les noyaux ferromagnétiques sont modélisés par un réseau de réluctances et l'entrefer magnétique est modélisé par un modèle analytique. De ce fait, les pertes fer peuvent être évaluées dans les régions ferromagnétiques de la machine.

#### III.2.1.1. Description du modèle analytique hybride quasi-3D

L'approche de modélisation analytique hybride quasi 3D consiste à diviser la machine en un certain nombre de tranches concentriques dont chacune peut être modélisée à l'aide d'un modèle analytique hybride 2D. Ce modèle analytique hybride (HAM) est basé sur un couplage direct entre la solution analytique des équations de Maxwell [modèle analytique (AM)] et un réseau de réluctances généré à partir du maillage de la géométrie [89, 167]. Une machine synchrone à aimants permanents à flux axial fait l'objet d'une application pour expliciter l'approche analytique hybride quasi-3D. De même que l'approche de modélisation présentée dans la référence [110], la nature 3D de la machine à flux axial est considérée par l'approche multicouche (quasi-3D).

La figure III-1 illustre le principe du modèle analytique hybride quasi-3D. La machine est divisée en un certain nombre de tranches annulaires dans la direction radiale. Le nombre de tranches annulaires est discuté dans la section III.4.1. Le modèle analytique hybride est établi au rayon moyen de chaque tranche [Fig. III-1(b)]. La modélisation analytique hybride 2D est vraiment explicitée dans la section II.3 du chapitre 2. La figure III-1(e) montre comment le MAH 2D est développé pour une tranche donnée. La configuration représentée à la figure III-1(e) est obtenue en déroulant la surface annulaire [Fig. III-1(d)] obtenue au rayon moyen d'une couche [Fig. III-1(c)]. La figure III-1(e) illustre comment les deux approches sont combinées pour la modélisation de chaque tranche. Le modèle est formulé en coordonnées cartésiennes 2D (pour chaque tranche). La solution analytique est utilisée pour modéliser la région d'entrefer magnétique (région des aimants permanents et l'entrefer mécanique). La solution analytique est obtenue en utilisant la méthode de la séparation des variables et elle est exprimée en série de Fourier des sources [167]. Pour la structure équivalente 2D [Fig. III-1(e)], la solution générale des équations de Maxwell développée en formulation potentiel scalaire magnétique dans les régions à faible perméabilité magnétique (régions des aimants permanents et région d'entrefer mécanique) peut être exprimée ainsi pour une région *i* :

$$U^{(i)}(x,y) = \begin{pmatrix} a_0^{(i)} + a_1^{(i)} \cdot x \\ + a_2^{(i)} \cdot y \\ + a_3^{(i)} \cdot x \cdot y \end{pmatrix} + \sum_{n=1}^{+\infty} \begin{pmatrix} a_{4n}^{(i)} \cdot \sinh\left(\frac{n \cdot \pi}{\tau_p} \cdot y\right) \\ + a_{5n}^{(i)} \cdot \cosh\left(\frac{n \cdot \pi}{\tau_p} \cdot y\right) \\ + \begin{pmatrix} a_{6n}^{(i)} \cdot \sinh\left(\frac{n \cdot \pi}{\tau_p} \cdot y\right) \\ + a_{7n}^{(i)} \cdot \cosh\left(\frac{n \cdot \pi}{\tau_p} \cdot y\right) \\ + a_{7n}^{(i)} \cdot \cosh\left(\frac{n \cdot \pi}{\tau_p} \cdot y\right) \end{pmatrix} \cdot \cos\left(\frac{n \cdot \pi}{\tau_p} \cdot x\right) \end{pmatrix}$$
(Éq. III-1)

Où  $a_0^{(i)}$ ,  $a_1^{(i)}$ ,  $a_2^{(i)}$  et  $a_3^{(i)}$  sont des constants.  $a_{4n}^{(i)}$ ,  $a_{5n}^{(i)}$ ,  $a_{6n}^{(i)}$  et  $a_{7n}^{(i)}$  représentent les coefficients de la série de Fourrier.  $\tau_p$  est le pas polaire.

Exploitation de la condition de périodicité présentée dans la machine [Fig. III-1(e)] et les conditions de passages permettent de déterminer les valeurs des constants et de certains coefficients de la solution générale. Détail de ce calcul est également présenté dans la référence [167, 130-131].



Fig. III-1. . Illustration de l'approche analytique hybride quasi-3D

Le rotor de la machine est supposé avoir une perméabilité relative infinie. La modélisation par réseau de réluctances est adoptée pour modéliser le stator de la machine [168]. Comme la méthode des éléments finis, cette approche consiste à mailler le domaine étudié avec des éléments de réluctances. La figure III-2 illustre le réseau de réluctances du stator d'une couche donnée.



Fig. III-2. Illustration du maillage du stator

## III.3. Machines synchrones à aimant permanent à flux axial

Afin d'évaluer la capacité de l'approche analytique hybride quasi-3D proposée, plusieurs machines synchrones à aimants permanents à flux axial sont étudiées. Ces machines sont classées en trois structures selon la forme des aimants permanents (Fig. III-3). Les tableaux III-1 et III-2 donnent respectivement les différentes structures (Fig. III-3) et les caractéristiques géométriques des machines MSAPFA.

Tableau III-1 : Dif	férentes structures
---------------------	---------------------

Structures	Machines			
Sildetaies	Nom	Rayon intérieur <i>R<sub>i</sub></i>	Rayon extérieur R <sub>e</sub>	
Structure 1	Machine 1 (M1)	$R_i = 300 mm$	$R_e = 400 \ mm$	
Structure 1	Machine 2 (M2)	$R_i = 380 mm$	$R_e = 400 \ mm$	
Structure 2	Machine 3 (M3)	$R_i = 300 mm$	$R_e = 400 \ mm$	
Structure 2	Machine 4 (M4)	$R_i = 380 mm$	$R_e = 400 \ mm$	
Structure 3	Machine 5 (M5)	$R_i = 300 \ mm$	$R_e = 400 \ mm$	



Fig. III-3 : Différentes structures

Pour les machines à flux axiales étudiés dans cette partie, les encoches ont des parois latérales parallèles. L'angle de l'ouverture de l'encoche varie dans la direction radiale. La figure III-4 illustre le calcul de cet angle. L'équation suivante donne son expression et l'expression de l'angle d'ouverture de la dent.

$$\begin{cases} \chi(R_i) = \arcsin\left(\frac{R_{int}}{R_i} \cdot \sin(\alpha)\right) \\ \theta_{enc}(R_i) = 2 \cdot \chi \\ \theta_{dent}(R_i) = \frac{2 \cdot \pi}{N_{enc}} - \theta_{enc} \end{cases}$$
(Éq. III-2)



Fig. III-4 : Angle de l'ouverture de l'encoche dans la direction radiale

Nom	Symbole	Valeur
Nombre de paires de pôles	р	28
Nombre d'encoches	$N_{enc}$	84
Pas polaire	$ au_p$ (rad)	$\pi/p$
Epaisseur de l'aimant	$e_a (mm)$	10
Epaisseur de l'entrefer mécanique	e (mm)	1.5
Profondeur de l'encoche	hes (mm)	60
Largueur de l'encoche	$W_{S}(mm)$	12
Epaisseur du stator	$h_s$ (mm)	90.5
Epaisseur de la culasse du rotor	$h_r(mm)$	30

Tableau III-2 : Paramètres géométrique des machines

La figure III-5 montre une période magnétique des machines à flux axial (M1 et M2). Le domaine d'étude modélisé par la méthode des éléments finis a été réduit à un pas polaire (Fig. III-6) en utilisant la symétrie et la périodicité présentes dans ces machines (Fig. III-5). La figure III-6 montre le maillage du domaine étude modélisé par la méthode des éléments finis.



Pour le calcul en 3D effectué par la méthode des éléments finis, les noyaux ferromagnétiques du stator des machines MSAPFA sont supposés être constitués des tôles feuilletées (Fig. III-7). La figure III-7 illustre comment les parties ferromagnétiques sont feuilletés et la façon dont la valeur de la perméabilité relative équivalente dans la direction radiale est calculée. Les noyaux laminés sont considérés comme une succession d'un matériau ferromagnétique et un matériau amagnétique (isolant). Afin de considérer l'effet de feuilletage, la perméabilité relative du noyau dans la direction radiale sera différente des perméabilités relatives des deux autres directions ( $\mu_z$ ,  $\mu_{\varphi}$ ) [68, 169]. L'équation III-3 donne l'expression de la perméabilité relative équivalente dans la direction radiale [68].

$$\mu_{rr} = \frac{\mu_r}{k_f + \mu_r \cdot (1 - k_f)}$$
(Éq. III-3)

Où  $\mu_r$  est la perméabilité relative des parties ferromagnétiques. Avec une valeur de  $\mu_r = 7500$  et un coefficient  $k_f = 0.97$ , on obtient une valeur de  $\mu_{rr} \approx 33$ .



Fig. III-6. Maillage éléments finis de la machine 1



Fig. III-7. Illustration du feuilletage du circuit magnétique de la machine à flux axial

Pour prendre en compte les effets de bords aux rayons intérieur et extérieur dans le calcul du champ magnétique par la méthode des éléments finis en 3D, l'air extérieur englobant la machine est modélisé. La technique de la boite infinie est également utilisée pour délimiter les frontières du domaine d'étude. Compte tenu de la périodicité magnétique et la symétrie présentent dans les cinq machines MSAPFA (Tableau III-1), le domaine d'étude modélisé par la méthode des éléments finis en 3D peut se réduire à un pas polaire de ces machines (Fig. III-6).

# III.4. Etude de performances de machines synchrones à aimant permanent à flux axial

#### **III.4.1.** Pertes fer des machines (MSAPFA)

#### III.4.1.1. Etat de l'art

Dans le cas des machines à flux axial, l'estimation des pertes fer dans les machines à flux axial n'a pas été suffisamment abordée à part quelques publications [140-145]. Dans les références [140-143], les auteurs ont utilisé la méthode des éléments finis 3D pour l'estimation des pertes fer. Mais cette méthode nécessite un temps de calcul important. Dans les références [144-145], l'approche multicouche a été utilisée pour estimer les pertes fer. Les auteurs de la référence [144] ont adopté un modèle d'élément finis quasi-3D pour modéliser la machine à flux axial. Dans la référence [145], les auteurs ont utilisé un réseau de réluctances très simple pour estimer la densité du flux, et par la suite les pertes fer. Un modèle analytique hybride quasi-3D, permettant de mieux évaluer l'induction magnétique au stator par rapport au modèle utilisé dans la référence [94], est présenté dans ce chapitre. L'objectif de cette partie est d'évaluer les capacités du modèle analytique hybride quasi-3D à estimer les pertes fer dans les machines synchrones à aimants permanents à flux axial. Le modèle de Bertotti [126, 146] est utilisé pour déterminer ces pertes.

#### III.4.1.2. Prédiction des pertes fer à l'aide du MAH-quasi-3D

L'approche de modélisation analytique hybride quasi 3D consiste à diviser la machine à flux axial à un certain nombre de tranches concentriques comme explique précédemment. Les pertes fer de chacune des tranches annulaires sont évaluées séparément en utilisant la formulation améliorée de Bertotti [126]. Le calcul des pertes fer se fait en post-traitement que ce soit pour la méthode des éléments finis et pour le modèle analytique hybride.

Les pertes fer du stator de la machine  $P_f$  sont calculées en additionnant les pertes fer de toutes les tranches.

$$\boldsymbol{P}_f = \sum_{s=1}^{N_c} \boldsymbol{P}_f^s \tag{Éq. III-4}$$

Où *N*<sub>c</sub> est le nombre de couches (tranches).

Pour une couche donnée, les pertes fer sont données par :

$$P_f^s = \sum_{m=1}^{nn} (P_h + P_c + Pe)_m w_m \cdot h_m \cdot l_s$$
 (Éq. III-5)

Où  $w_m$  et  $h_m$  sont la largeur et la hauteur d'un élément du réseau de réluctances (Fig. III-9).  $P_h$ ,  $P_c$  et  $P_e$  sont respectivement les pertes par hystérésis, les pertes par courants de Foucault et les pertes par excès.  $l_s$  est l'excursion radiale de la tranche (Couche). nn est le nombre d'éléments du réseau de réluctances modélisant le noyau ferromagnétique du stator pour une couche donnée.

La densité volumique des pertes fer dans un élément du réseau de réluctances est calculée ainsi :

$$P_{fer}(\varphi) = k_h B_m^2 f + \frac{\sigma \cdot d^2 \cdot \Omega^2}{6} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)^2 + k_e \cdot \Omega^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)^{\frac{3}{2}}$$
(Éq. III-6)

Où  $\Omega$  est la vitesse de rotation électrique en *rad/s*.  $k_h$  et  $k_e$  sont des coefficients de perte déterminés expérimentalement. Les tableaux III-3 donne les caractéristiques de la tôle ferromagnétique.  $\varphi$  est la position angulaire du rotor.

La figure III-8 illustre le calcul des pertes fer mené dans ce chapitre. Pour chaque élément volumique du réseau de réluctances, les deux composantes (normale et tangentielle) de l'induction magnétique *B* sont déterminées. Puis les pertes fer sont estimées indépendamment suivants chaque axes du repère cartésien et leurs somme donne les pertes fer au stator de la machine (Fig. III-8).



Fig. III-8. Illustration du calcul des pertes fer

La figure III-9 illustre la manière dont les deux composantes sont calculées. Les composantes de l'induction magnétique, suivant les axes, sont déterminées dans chaque élément du réseau de réluctances (Fig. III-2) et pour chaque position du rotor sur une période électrique de la machine.



Fig. III-9. Élément du réseau de réluctances

L'équation ci-dessous donne l'expression des composantes de l'induction magnétique pour un élément donné du réseau de réluctances.

$$\begin{cases} B_x = \frac{(\Phi_{x1} + \Phi_{x2})}{2 \cdot S_v} \\ B_y = \frac{(\Phi_{y1} + \Phi_{y2})}{2 \cdot S_h} \end{cases}$$
(Éq. III-7)

Tableau III-3 : Caractéristique du matériau

Nom	Symbole	Valeur
Épaisseur de la tôle	<i>d</i> ( <i>mm</i> )	0.35
Perméabilité relative de la tôle	$\mu_r$	7500
Conductivité du matériau	$\sigma \left( \Omega^{-1} m^{-1} \right)$	1923077
Coefficient de pertes par hystérésis	$k_h (W s T^{-2} m^{-3})$	130.246
Coefficient de pertes en excès	$k_e (W s^{1.5} T^{-1.5} m^{-3})$	0.357

Avant de valider l'approche analytique hybride quasi-3D développée, le nombre de tranches annulaires nécessaires pour estimer les pertes fer est étudié. Les machines M1, M3 et M5 ont fait l'objet d'une étude paramétrique sur le nombre de tranches annulaires nécessaires pour estimer les pertes fer au stator de ces machines à flux axial. Dans cette étude, la machine est divisée en un certain nombre de tranches annulaires ( $N_c = 1, 3, 5$ ) dans la direction radiale

et l'approche analytique hybride 2D est utilisée pour estimer les pertes fer pour chaque tranches annulaires. Les pertes fer au stator  $P_i$  sont calculées en sommant les pertes fer de toutes les tranches annulaires (Éq. III-4).

La figure III-10 montre la variation des pertes fer en fonction de la vitesse de rotation de la machine. Les pertes fer obtenues à partir du modèle analytique hybride quasi-3D sont comparées aux résultats issus de la méthode des éléments finis 3D. Pour les trois structures, on constate que les résultats obtenus en considérant qu'une seule couche annulaire sont satisfaisants.

Le tableau III-4 donne le temps de calcul de l'approche quasi-3D HAM pour les trois structures étudiées dans cette étude. Il convient de noter que les calculs sont effectués pour 103 points (positions) sur une période électrique afin d'estimer les pertes fer. Pour les approches quasi-3D (MAH quasi-3D et MEF quasi-3D), cette étude de sensibilité des pertes fer a montré qu'une seule tranche annulaire peut être suffisante pour obtenir les pertes fer des machines à flux axial. Dans le reste de ce chapitre, les pertes fer sont calculées en considérant que la machine est divisée en une seule couche annulaire dans la direction radiale.

Nom	Machine 1	Machine 3	Machine 5
Une couche annulaire	4.86 sec	4.86 sec	4.86 sec
Trois couches annulaires	15.45 sec	15.29 sec	15.35 sec
Cinq couches annulaires	25.6 sec	25.56 sec	25.53 sec
Caractéristique de l'ordinateur utilisé	HP, Intel (R) Core (TM) i7- 4810MQ CPU@ 2.80		
pour effectuer les simulations	GHz 2.80 GHz - 32 Go (RAM)		

Tableau III-4 : Time de calcul

La figure III-11 compare les pertes fer obtenues à partir des trois approches de modélisation (MAH Quasi-3D, MEF Quasi-3D, MEF 3D) pour différentes valeurs de vitesses de rotation de la machine. Les résultats obtenus à partir de deux approches quasi-3D sont satisfaisants en comparaison aux résultats issus du calcul éléments finis 3D. Cependant, il existe une légère différence dans le cas de Machine 2 et Machine 4. Cette légère différence est due aux effets bords présentent au niveau des rayons ( $R_i$  et  $R_e$ ) et qui sont considérés dans le calcul en 3D effectué par la méthode des éléments finis. Ces deux machines possèdent une faible excursion radiale (Fig. III-5) et elles présentent des effets des bords (Fig. III-12) importants par

rapport aux autres machines. La figure III-12 montre la distribution du champ magnétique *B* au milieu de l'entrefer pour les machines M1 et M2. Comme on peut l'observer, les effets bords sont présents dans une grande partie de l'excursion radiale pour la Machine 2 par rapport à la Machine 1. Même si les effets bords sont plus prononcés pour Machine 2, ils ne sont pas aussi importants par rapport à la même machine non feuilleté [112, 170].



Fig. III-10. Influence du nombre de couche considère sur les pertes fer



Fig. III-11. Pertes fer au stator des machines à flux axial



b) Machine 2

Fig. III-12. Répartition de l'induction magnétique dans l'entrefer

Le tableau III-5 compare le temps de calcul nécessaire pour obtenir les pertes fer du stator de la machine 4 (M4) pour trois approches (MAH Quasi-3D, MEF Quasi-3D, MEF 3D). Pour le modèle analytique hybride quasi-3D proposé dans ce chapitre, les pertes fer peuvent être obtenues en faisant le calcul des composantes de l'induction magnétique sur une demipériode électrique ou une demi-période magnétique dans notre cas. Pour le logiciel Flux 2D, il est nécessaire d'effectuer les calculs sur une période complète pour pouvoir estimer les pertes fer.

De ce fait, afin d'être dans les mêmes conditions de calcul pour les trois approches (MAH Quasi-3D, MEF Quasi-3D, MEF 3D), le calcul est fait sur une période électrique de la machine avec 103 points de calcul. Pour la méthode des éléments finis (quasi-3D et 3D), le

temps de constituer un modèle d'élément finis (géométrie, maillage et physique) n'est pas pris en compte dans ce tableau (Tableau III-5). Le nombre de nœuds de chaque approche est donné dans la deuxième colonne du tableau 5. Le nombre d'harmoniques considérées dans la solution analytique des équations de Maxwell a été fixé à 50. Le calcul des pertes fer a pris seulement quelques secondes (4,72 secondes pour la machine 1 et 5,75 secondes pour la Machine 2) avec le modèle analytique hybride quasi-3D, et il a fallu quelques heures (plus d'une heure) pour la méthode des éléments finis en 3D. Tous les calculs ont été réalisés sur le même ordinateur.

Approches	Nombre de nœuds	Time de calcul	Caractéristique de l'ordinateur utilisé pour effectuer les simulations
MAH Quasi-3D	6 954	5.75 sec	
MEF Quasi-3D	15 587	4 min	HP, Intel (R) Core (TM) i7- 4810MQ CPU@ 2.80 GHz 2.80 GHz - 32 Go
MEF 3D	137 285	01 h 19 min 52 sec	(RAM)

Tableau III-5 : Comparaison du temps de calcul

Afin de montrer la précision de l'approche analytique hybride quasi-3D, la distribution de l'induction magnétique au stator a été calculée. L'expression de l'induction magnétique dans un élément donné du réseau de réluctances s'écrit :

$$B = \sqrt{B_x^2 + B_y^2}$$
 (Éq. III-8)

Où  $B_x$  et  $B_y$  sont les composants de l'induction magnétique.

La figure III-13 compare la répartition du champ magnétique *B* au stator de la machine 2, obtenue à partir du modèle analytique hybride quasi-3D et le MEF quasi-3D pour une position donnée ( $\varphi_m = 2 \tau_p$ ). Comme on peut voir sur la figure III-13, le modèle analytique hybride quasi-3D permet d'avoir la même distribution de *B* par rapport au résultat correspondant obtenu par la méthode des éléments finis en quasi-3D.



Fig. III-13. Répartition de l'induction magnétique au niveau du stator

### III.4.2. Calcul du couple de détente de MSAPFA

La méthode du tenseur de Maxwell est utilisée pour calculer le couple de détente. Le couple de détente de la machine est la somme des couples de détente de chacune des couches. L'équation III-9 donne l'expression du couple électromagnétique.

La figure III-14 compare la forme d'onde du couple de détente obtenu par les deux approches de modélisations (MAH quasi-3D et MEF 3D) et encore une fois, on constate une bonne concordance entre les résultats obtenus. Le nombre de couches à prendre en considération pour le calcul du couple de détente est supérieur au calcul des pertes fer de ces machines. Cela peut dû à la variation importante du champ magnétique au niveau de l'entrefer magnétique de la machine et la composante radiale du champ est prononcée dans cette région.

$$\begin{cases} \Gamma_{elm} = \sum_{l=1}^{N_c} \Gamma_{elm}^l \\ \Gamma_{elm}^l = \frac{\lambda_p^l \cdot (R_{el}^3 - R_{il}^3)}{3 \cdot \mu_0} \cdot \int_0^{2\pi/\lambda_p^l} B_z(\varphi_s, h_r + e_a) \cdot B_\varphi(\varphi_s, h_r + e_a) \cdot d\varphi \end{cases}$$
(Éq. III-9)

Où  $N_c$  est le nombre de couches (tranches).  $R_{el}$  et  $R_{il}$  sont respectivement les rayons interne et externe d'une couche donnée.



Fig. III-14. Couple de détente des machines à flux axial

# III.5. Modélisation par réseau de réluctances tridimensionnelle des machines synchrones à aimant permanents.

# III.5.1. Description de l'approche de modélisation par réseau de réluctances en 3D

Une modélisation précise d'une machine à flux axial nécessite le calcul du champ magnétique en 3D. De ce fait, la modélisation par réseau de réluctances tridimensionnelle est présentée dans ce chapitre. Cette approche de modélisation par réseau de réluctances proposée est une extension en trois dimensions de l'approche présentée dans le deuxième chapitre (I.2) de ce manuscrit. D'auteur auteurs [91, 92, 94] ont utilisé la modélisation par réseau de réluctances tridimensionnelle. Cependant, les auteurs de la référence [91, 92] ont utilisés un réseau de réluctances tridimensionnelle pour modéliser un simple circuit magnétique. Dans la référence [94], l'auteur a adopté un réseau de perméances tridimensionnelle pour une machine à double excitation. Mais dans ces travaux la discrétisation dans la direction radiale est imposée



b) Machine à flux axial

Fig. III-15. Machines électriques

et les effets de bords ne sont pas considérés. Pour le modèle proposé dans ce chapitre, l'air englobant la machine est modélisé pour prendre en compte les effets de bords des machines. Dans le but de montrer une large application cette approche, trois types de machines électriques (Fig. III-15) ont fait l'objet d'étude pour évaluer les capacités du réseau de réluctances en 3D proposé.

L'approche de modélisation par réseau de réluctances tridimensionnelle consiste à découper la machine en un certain nombre d'éléments volumiques (Fig. III-16) dont chacun est décomposé en 6 tubes de flux. Le tube flux est modélisé par une réluctance ou bien par une réluctance en parallèle avec une source de flux pour les éléments constituant la région des aimants.



Fig. III-16. Eléments de reluctances pour le maillage 3D.

Pour expliciter la génération du réseau de réluctances 3D, une machine à flux axial fait l'objet d'une application. Tout d'abord, pour réduire le volume de données à générer et diminuer le temps de calcul, le domaine d'étude modélisé par le réseau de réluctances 3D a été réduit à un pas polaire en utilisant la symétrie et la périodicité présentent dans la machine (Fig. III-17). La première étape consiste à diviser la machine en un certain nombre des portions cylindriques (Fig. III-18(a)) superposées l'une à l'autre dans la direction radiale. Ensuite, chaque portion cylindrique est discrétisée suivant les deux autres directions (circonférentielle et axiale) (Fig. III-18(b)) et chaque volumique élémentaire obtenus est modélisé par un circuit magnétique équivalent (CME) (Fig. III-16). Ce circuit magnétique équivalent élémentaire est connecté à ses voisins (à sa droite, à gauche, en haut et en bas de lui) (Fig. III-19). La figure III-19 n'est utilisée que pour illustrer le réseau de réluctances 3D avec un exemple simple. Enfin, on obtient un réseau de réluctances 3D généré à partir d'un découpage du domaine d'étude .Le calcul de réluctances se fait à l'aide de la formulation classique retrouvée dans la littérature scientifique et qui a été présenté dans l'équation (Éq. II-9) du deuxième chapitre de ce mémoire. La notion d'un réseau de réluctances généré à partir du maillage de la géométrie est également expliquée dans le deuxième chapitre.

Dans le but d'améliorer la flexibilité de la génération du réseau de réluctances 3D, les nombres de subdivision du domaine d'étude selon les directions axiale, circonférentielle et radiale ne sont pas imposés et c'est au concepteur de donner les valeurs qu'il souhaite en fonction du rapport, précision/temps de calcul, désiré. Par exemple, pour obtenir un résultat avec une précision relativement bonne du couple de détente, déterminé par la méthode du tenseur de Maxwell, nécessite d'affiner le maillage dans l'entrefer comme pour la méthode des éléments finis.



a)



b)

Fig. III-17. Conditions aux limites



Fig. III-18. Illustration du découpage de la machine dans la direction radiale.



Fig. III-19. Illustration du RdR 3D

La figure III-20 montre l'organigramme de la modélisation par réseau de réluctances tridimensionnelle.



Fig. III-20. Organigramme de RdR 3D

#### III.5.1.1. Génération du système d'équation

La méthode nodale est utilisée pour la formulation du système d'équations gouvernant le réseau de réluctances généré. Les inconnus du système d'équations sont les potentiels scalaires magnétiques aux nœuds du réseau de réluctances. Dans cette partie, les étapes similaires à la modélisation par réseau de réluctances en 2D ne seront pas reprises. Ces étapes sont décrites dans la section I.2 du deuxième chapitre.

La formulation matricielle du système d'équations obtenu à partir de la méthode nodale s'écrit :

$$[M] \cdot [U] = [\Phi]$$
(Éq. III-10)

Où  $[M][nn \times nn]$ ,  $[U][nn \times 1]$  et  $[\Phi][nn \times 1]$  sont respectivement la matrice du système dont les éléments dépendent des valeurs de perméances du réseau de réluctances, le vecteur des

inconnus contenant les potentiels scalaires magnétiques aux nœuds du réseau de réluctances 3D et le vecteur de sources de flux. *nn* est le nombre de nœuds du réseau de réluctances.

Pour chaque position du rotor, le système matriciel (Éq. III-10) est résolu pour déterminer la solution. Cependant cette étape prend un temps considérable par rapport au temps d'exécution du code développé. Pour remédier à cela, la fonction parfor développée dans le logiciel Matlab a été utilisée et un gain de temps remarquable a été enregistré jusqu'à un rapport 5 fois moins de temps qu'auparavant. Le détail sur les moyens d'optimisation du code est exposé dans la section suivante

#### III.5.1.2. Possibilité de prendre en compte le feuilletage des tôles

Pour prendre en compte l'effet de feuilletage, la perméabilité relative du noyau dans la direction perpendiculaire au plan des tôles sera différente aux perméabilités relatives de deux autres directions. Le détail du calcul de la valeur de la perméabilité relative équivalente dans cette direction est donné dans la section III.3 de ce chapitre.

#### III.5.1.3. Optimisation du code réseau de réluctance

Dans le cas de l'approche de modélisation par réseau de réluctances présenté ci-dessus, les concepteurs utilisant le logiciel Matlab se retrouvent à manipuler de très gros ensemble de données. C'est le cas aussi de la plupart des utilisateurs de Matlab qui traitent des données assez importantes et voulant que leurs codes soient rapides. Néanmoins, la connaissance de la façon dont Matlab stocke les données peut permettre d'éviter une utilisation inefficace de la mémoire et réduire le temps d'exécution du code. L'objectif de cette contribution consiste à exposer quelques techniques permettant d'optimiser le temps de calcul d'un code et l'usage de la mémoire (RAM). Ces techniques [171, 172] sont :

- 1) Effectuer une pré-allocation de la mémoire pour les variables ;
- Optimiser l'utilisation de la mémoire de stockage RAM et éviter de créer des variables inutiles ;
- 3) Vectorisation du code si possible ;
- 4) Effectuer de calcul en parallèle en utilisant la fonction parfor;

Pour chacune de ces techniques ci-dessus, nous comparons le temps d'exécution d'une séquence d'instruction d'un code avant et après l'application de la technique. La comparaison du temps d'exécution a été effectuée sur la même station de calcul.

#### III.5.1.3.1. Pré-allocation de la mémoire pour les variables

Matlab n'exige pas que les utilisateurs déclarent le type et la taille des variables avant de les utiliser. Pour les variables, une allocation dynamique de mémoire est acceptée et il est possible de faire évoluer la taille d'une matrice en l'indexant à un nombre plus grand que la taille actuelle. L'allocation dynamique est pratique pour le prototypage rapide du code et elle permet plus de flexibilité. Mais pour augmenter de la taille de la variable, Matlab doit allouer de la mémoire puis copier les données existantes dans celle-ci [171]. Ce qui peut augmenter considérablement le temps d'exécution du code. Une solution à ce problème est d'allouer une espace mémoire pour chaque variable. La figure 21 (Fig. III-21) montre deux exemples simples qui font l'objet une comparaison de temps d'exécution. Pour le premier code (Fig. III-21 (a)), le vérificateur de code M-Lint trouve une nécessité de faire une allocation dynamique de mémoire pour ces variables et il émet un avertissement [171]. Pour le second (Fig. III-21 (b)), une pré-allocation de mémoire est effectuée en utilisant la fonction « zeros ». Les temps d'exécution des codes sont respectivement *12.47 sec* pour le premier et *1.12 sec* pour le second. On peut remarquer que cette technique permet de réduire considérablement le temps de calcul. La figure III-21(c) illustre la quantité d'espace mémoire utilisée pour stocker les variables.

cst = ; tic - for i= a( a1	2*1e3; 2:cst i,i)=0.05*2^(i (i,i)=0.05*3^	.); (1);	<pre>cst = 2*1e3; tic b=zeros(cst,cst); b2=zeros(cst,cst); for i=2:cst b(i,i)=0.05*2 b1(i,i)=0.05* b2(i,i)=b(i,i); end</pre>	<pre>b1=zeros(cst,cst); ; ^(i); 3^(i); )*b1(i,i);</pre>
a2	(i,i)=a(i,i)*a	1(i,i);	toc	
end				
toc			Elapsed time is 0	.054665 seconds.
	a) code 1	<b>8</b> i	b	) code 2
	Name	Size	Bytes	Class
	a a1 a2 b b1 b2 cst	2000x2000 2000x2000 2000x2000 2000x2000 2000x2000 2000x2000 1x1	32000000 32000000 32000000 32000000 32000000 32000000 8	double double double double double double
			()	

Fig. III-21. Allocation de mémoire pour les variables

#### III.5.1.3.2. Optimiser stockage et éviter de créer des variables inutiles

Une utilisation réduite de la mémoire est particulièrement importante lorsque nous manipulons des ensembles de données volumineuses. L'accès aux données stockées dans le disque dur est cependant plus lent que l'accès aux données stockées dans la RAM. Pour une performance maximale, il faut adopter une gestion de la mémoire pour empêcher le système ne manque pas de la mémoire vive lors de l'exécution de MATLAB [171, 173, 174]. Pour le cas de la modélisation par réseau de réluctances, nous avons des matrices creuses et volumineuses. Dans le logiciel Matlab, des fonctions spécifiques telle que sparse et spalloc sont développées pour stoker ce genre des matrices. Elles sauvegardent uniquement les éléments non nuls de la matrice. La figure III-22 compare la quantité d'espace de la mémoire nécessaire pour stoker une variable dans le cas une pré-allocation classique et le cas où on utilise ces fonctions

spécifiques. On peut constater que cette technique permet de réduire le temps de calcul et l'utilisation de la mémoire RAM.

```
cst = 2*1e3;
                                              tic
 cst = 2*1e3;
                                             b11=spalloc(cst,cst,cst);
 tic
                                             b12=spalloc(cst,cst,cst);
 b=zeros(cst,cst); b1=zeros(cst,cst);
                                             b13=spalloc(cst,cst,cst);
 b2=zeros(cst,cst);
for i=2:cst
                                           _ for i=2:cst
     b(i,i)=0.05*2^(i);
                                                 b11(i,i)=0.05*2^(i);
     b1(i,i)=0.05*3^(i);
                                                 b12(i,i)=0.05*3^(i);
     b2(i,i)=b(i,i)*b1(i,i);
                                                 b13(i,i)=b11(i,i)*b12(i,i);
  end
                                             end
 toc
                                             toc
 Elapsed time is 0.054665 seconds.
                                             Elapsed time is 0.019212 seconds.
```

```
a) code 3
```

b) code 4

Name	Size	Bytes	Class	Attributes
b	2000 <b>x</b> 2000	32000000	double	
b1	2000 <b>x</b> 2000	32000000	double	
b11	2000x2000	48008	double	sparse
b12	2000x2000	48008	double	sparse
b13	2000x2000	48008	double	sparse
b2	2000x2000	32000000	double	
cst	1x1	8	double	
		c)		

Fig. III-22. Matrices creuses

#### III.5.1.3.3. Vectorisation du code si possible

MATLAB est optimisé pour les opérations impliquant l'utilisation des matrices et des vecteurs. La vectorisation du code est bénéfique pour plusieurs raisons [175] :

- 1) Apparence : le code mathématique vectorisé apparaît comme les expressions mathématiques trouvées dans les manuels et le code est plus aisé à comprendre.
- Moins de sources d'erreurs : sans boucles, code vectorisé est souvent plus courte. Moins de lignes de code signifient moins de possibilités d'introduire des erreurs de programmation.
Performance : le code vectorisé s'exécute beaucoup plus rapidement que le code correspondant contenant des boucles.

#### III.5.1.3.4. Calcul en parallèle en utilisant la fonction parfor

Pour la modélisation par réseau de réluctances ou bien la modélisation analytique hybride, le temps de résolution de système d'équations obtenu (Éq. III-10) est considérable important par rapport au temps d'exécution total du modèle. Dans le but de minimiser le temps d'exécution du code réseau de réluctances 3D, la fonction « parfor » est utilisée afin que la solution du système pour les différentes positions du rotor soit déterminée simultanément. La figure III-23 compare le temps nécessaire pour résoudre à un certain nombre de systèmes d'équations linéaires en utilisant une boucle for et une boucle parfor.

<pre>tic for u=1:length(xd) % % Vecteur solution    C(:,u)=M\E(:,u);</pre>	tic parfor u=1:length(xd) % % Vecteur solution C(:,u)=M\E(:,u);
end toc	end toc
Elapsed time is 496.7 seconds.	Elapsed time is 380.85 seconds.
a) code 5	b) code 6

Fig. III-23. Utilisation de parfor

Pour l'exemple ci-dessus,  $[M][nn \times nn]$ ,  $[U][nn \times Npas]$  et  $[E][nn \times Npas]$  sont des matrices. *nn* et *Npas* sont respectivement le nombre de nœuds (*nn*=176880) et le nombre de position (*Npas=61*). On remarque qu'avec le code 6 est plus rapide que le code 5. Cependant, la boucle parfor ne peut être utilisée que si [176] :

- a) Les instructions dans la boucle parfor doivent être indépendantes.
- b) Une itération de la boucle ne peut pas dépendre d'une itération précédente, parce que les itérations sont exécutées dans un ordre non déterministe.

### III.6. Etude des performances des machines électriques

L'approche de modélisation par réseau de réluctances en 3D est utilisée pour évaluer les performances (couple, pertes fer, induction magnétique, énergie magnétique) des machines électriques (machine linéaire, machine à flux radial, machine à flux axial). Il s'agit des machines synchrones à aimants permanents dont les aimants sont montés en surface. Les tableaux 1, 2 et 3 donnent les paramètres de ces machines.

Nom	Symbole	Valeur
Entrefer mécanique	<i>e</i> ( <i>mm</i> )	1
Nombre de paires de pôles	р	1
Pas polaire	$ au_p(mm)$	60
Largueur de l'aimant	$ au_m(mm)$	55
Epaisseur de l'aimant	$e_a (mm)$	10
Epaisseur de la culasse rotorique	$h_r(mm)$	15
hauteur de l'encoche	$h_{es} (mm)$	20
Epaisseur du stator	$h_s(mm)$	30
Largueur de l'encoche	$W_S(mm)$	10
Largueur de la dente	$W_d (mm)$	10
Longueur active	$l_a$ (mm)	150
Induction rémanente de PM (T)	$B_R(T)$	1.2

Tableau III-6 : Paramètres de la machine linéaire



Fig. III-24. Machine linéaire

Nom	Symbole	Valeur	
Entrefer mécanique	e ( <i>mm</i> )	1.5	
Nombre de paires de pôles	p	6	
Pas polaire	$\tau_p(rad)$	$\pi$ /p	
Ouverture de l'aimant	$\tau_{\rm m}(rad)$	0.8 τ <sub>p</sub>	
Epaisseur de l'aimant	$e_a (mm)$	4	
Rayon extérieur du rotor	$\mathbf{R}_{0}\left( mm ight)$	113.8	
Rayon intérieur du stator	$R_2(mm)$	119.3	
Rayon extérieur de la machine	$R_3(mm)$	171.1	
Ouverture de la dente	$W_d$ ( <i>rad</i> )	π/36	
Ouverture de l'encoche	$W_{S}(rad)$	π /72	
Ouverture de l'isthme d'encoche	$W_{CS}(rad)$	$W_S$ /4	
Hauteur en bas de l'isthme d'encoche	h <sub>1</sub> ( <i>mm</i> )	1.5	
Hauteur d'encoche	hes (mm)	36.5	
Induction rémanente de PM (T)	$\mathrm{B}_{\mathrm{R}}\left(T ight)$	1.2	
Longueur active	$l_a (mm)$	150	
Type de magnétisation	Magnétisati	Magnétisation radiale	

Tableau III-7 : Paramètres de la machine radiale

\_\_\_\_



Fig. III-25. Machine à flux radial

Nom	Symbole	Valeur
Nombre de paires de pôles	р	28
Nombre d'encoches	$N_{enc}$	84
Pas polaire	$ au_p$ (rad)	$\pi/p$
Ouverture de l'aimant	$ au_m$ (rad)	$0.85 \  au_p$
Epaisseur de l'aimant	$e_a (mm)$	10
Epaisseur de l'entrefer mécanique	e (mm)	1.5
Epaisseur de l'encoche	h <sub>es</sub> (mm)	60
Ouverture de l'encoche	$W_S(rad)$	$ au_p/6$
Epaisseur du stator	$h_s (mm)$	90.5
Rayon intérieur	$R_i (mm)$	300
Rayon extérieur	$R_e (mm)$	400
Epaisseur de la culasse du rotor	$h_r(mm)$	20
Type de magnétisation	Magnétisation axial	

Tableau III-8 : Paramètres de la machine à flux axial



Fig. III-26. Machine à flux axial

La figure III-27 montre les différentes conditions aux limites utilisées pour la modélisation par réseau de réluctances 3D. Pour valider les résultats obtenus à partir du réseau de réluctance 3D, les machines ont été également modélisées par la méthode des éléments finis en 3D. La figure III-28 montre les différentes conditions aux limites appliquées pour effectuer l'analyse par la méthode éléments finis.

Pour les deux approches (RdR 3D et MEF 3D), les noyaux ferromagnétiques du stator et du rotor sont supposés être constitués des tôles feuilletées et une valeur de perméabilité relative équivalente est adoptée dans la direction normale au plan des tôles. La figure III-7 illustre la façon dont la valeur de la perméabilité relative équivalente de cette direction est calculée.



c) Machine à flux axial

Fig. III-27. Illustration des conditions aux limites utilisées pour le RdR 3D.



Fig. III-28 : Illustration des conditions aux limites utilisées pour la méthode des éléments finis.

#### **III.6.1.1. Induction magnétique**

L'induction magnétique est évaluée au niveau de l'entrefer à l'aide du réseau de réluctances 3D et les résultats obtenus sont comparés aux résultats correspondants issus du calcul par éléments finis en 3D (Fig. III-30, Fig. III-31, Fig. III-32). Le champ magnétique *B* (Éq. III-11) est calculée sur chaque nœuds du réseau de réluctances situé dans sur la surface d'alésage de la partie mobile.

$$\vec{B} = \vec{B}_r + \vec{B}_{\varphi} + \vec{B}_z \tag{Éq. III-11}$$

Pour la méthode des éléments finis en 3D, une grille 2D (Fig. III-29) a été créée au milieu de l'entrefer de la machine et l'induction magnétique est évaluée au niveau de cette grille. Les résultats obtenus sont exportés dans des fichiers txt afin d'être comparés aux résultats du modèle développé.



Les figures (Fig. III-30, Fig. III-31) montrent respectivement la répartition de l'induction magnétique au milieu de l'entrefer d'une machine linéaire et d'une machine radiale obtenu à partir de la modélisation par réseau de réluctances 3D pour une position donnée du rotor. On peut remarquer que la composante axiale de l'induction magnétique  $B_Z$  est près que nulle sauf aux deux extrémités de la machine dans la direction axiale. Cela est dû aux effets de bords transversaux de ces machines. On peut constater que ces résultats sont satisfaisants en comparaison avec les résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis en 3D (MEF 3D).

La figure III-32 montre la composante axiale de l'induction magnétique au milieu de l'entrefer d'une machine à flux axial obtenue à partir de la modélisation par réseau de réluctances 3D pour une position donnée du rotor. Pour la méthode des éléments finis en 3D, l'induction magnétique est évaluée au niveau d'une grille 2D créée au milieu de l'entrefer de la machine. On peut constater que le résultat est satisfaisant en comparaison avec le résultat correspondant issu du calcul des éléments finis 3D (MEF 3D).









c) Bx MFE 3D

d) By MFE 3D





Fig. III-30. Induction magnétique dans l'entrefer de la machine linéaire









c) B<sub>o</sub> MFE 3D

d) B<sub>r</sub> MFE 3D





Fig. III-31. Induction magnétique dans l'entrefer de la machine à flux radial



Fig. III-32. Composante axiale de l'induction magnétique dans l'entrefer de la machine à flux axial

#### III.6.1.2. Force de détente

Pour la machine linéaire présentée dans la figure (Fig. III-24), la force de détente est déterminée en utilisant la méthode du tenseur de Maxwell. Cette méthode est appliquée à la surface de l'alésage des aimants permanents et l'expression de la force s'écrit ainsi :

$$F_{em} = \frac{PGCD(Ns, \mathbf{p})}{\mu_0} \cdot \int_0^{Lax} \int_0^{\frac{L_t}{PGCD(Ns, \mathbf{p})}} \int_0^{B_x(x, y_e, z) \cdot B_y(\varphi, y_e, z) \cdot dx \cdot dz$$
 (Éq. III-12)

Où  $B_x$  et  $B_y$  correspondent respectivement aux composantes tangentielle et normale de la densité du flux magnétique.  $L_{ax}$  est la longueur active de la machine et  $y_e=h_r+e_a+e/4$ .

La figure III-33 compare la force de détente obtenue à partir de l'approche du réseau de réluctance 3D et la méthode des éléments finis en 3D. On peut observer que la force issue de la méthode RdR-3D est satisfaisante en comparaison au résultat correspondant obtenu à partir de la méthode des éléments finis. Pour le calcul de la force (ou le couple) de détente, l'approche présentée dans cette partie nécessite de densifier le maillage au niveau de l'entrefer tout comme la méthode des éléments finis. Le réseau de réluctances 3D est généré à partir de ces discrétisations suivantes : 10 éléments suivant la direction OZ, 97 éléments suivant la direction OY et 120 éléments dans la direction OX. Pour la génération du réseau de réluctances, le

maillage est homogène sauf dans la direction *OZ*. Le programme du RdR 3D a mis 169.39 secondes. Alors qu'il faut plus d'une heure pour le calcul de la méthode des éléments finis en 3D.



Fig. III-33. Force de détente de la machine linéaire (Fig. III-24)

#### III.6.1.3. Couple de détente

La méthode du tenseur de Maxwell est adoptée pour calculer le couple de détente de la machine radiale présentée dans la figure (Fig. III-25). L'expression du couple de la machine s'écrit comme ci :

$$\Gamma_{em} = \frac{PGCD(Ns, \mathbf{p}) \cdot R_e^2}{\mu_0} \cdot \int_0^{Lax} \int_0^{\frac{2 \cdot \pi}{PGCD(Ns, \mathbf{p})}} \int_0^{B_r(\varphi, R_e, z) \cdot B_{\varphi}(\varphi, R_e, z) \cdot d\varphi \cdot dz$$
 (Éq. III-13)

Où  $B_r$  et  $B_{\varphi}$  correspondent respectivement la composantes radiale et la composante circonférentielle de l'induction magnétique.  $R_e = R_0 + e_a + e/4$ .

Les noyaux ferromagnétiques de la machine radiale sont supposés être constitués des tôles feuilletées. Pour les deux méthodes (RdR 3D et MEF 3D), le calcul est effectué avec une perméabilité relative du noyau dans la direction axiale différente aux perméabilités relatives dans les deux autres directions ( $\mu_r$ ,  $\mu_{\varphi}$ ). L'équation III-3 est utilisée pour calculer la valeur de la perméabilité relative équivalente dans la direction axiale.

Les composantes de l'induction magnétique (Éq. III-14) sont déterminées pour chaque nœud du réseau de réluctances situé sur la surface d'alésage des aimants permanents de la machine. La valeur du couple de détente pour une position donnée est obtenue en faisant l'intégral du produit des composantes de l'induction magnétique.

$$\begin{cases} B_r = \frac{\Delta U \cdot P}{S_r} \\ B_{\varphi} = \frac{\partial U}{r \cdot \partial \varphi} \end{cases}$$
 (Éq. III-14)

Où  $\Delta U$ , *P* sont respectivement la variation du potentiel scalaire magnétique et la perméance radiale. Le produit de ces deux derniers correspond le flux radial sortant au nœud.

La figure III-34 montre le couple de détente de la machine radiale. On peut remarquer que le résultat issu du réseau de réluctance 3D est en accord avec le résultat de la méthode des éléments finis 3D. Pour le calcul du couple de détente, le réseau de réluctances 3D est généré à partir de ces discrétisations suivantes : 8 éléments suivant la direction *OZ*, 80 éléments suivant la direction radiale et 120 éléments dans la direction circonférentielle.

Dans le cas de la machine à flux axial, le couple de la machine s'exprime [45] :

$$\Gamma_{em} = \frac{PGCD(Ns, \mathbf{p})}{\mu_0} \cdot \int_{R_{in}}^{R_{ex}} \int_{0}^{\frac{2 \cdot \pi}{PGCD(Ns, \mathbf{p})}} \int_{0}^{S_{ex}} B_z(\varphi, r, z_e) \cdot B_\varphi(\varphi, r, z_e) \cdot r^2 \cdot dr \cdot d\varphi$$
 (Éq. III-15)

Où  $B_z$  et  $B_{\varphi}$  correspondent respectivement la composantes axiale et la composante circonférentielle de l'induction magnétique.  $Z_e = h_r + e_a + e/4$ .

La figure III-34 compare le couple de détente obtenu par les deux approches de modélisations (RdR 3D et MEF 3D) et encore une fois on constate une concordance entre les résultats obtenus. Pour le calcul du couple de la machine à flux axial, les noyaux ferromagnétiques de la machine MSAPFA sont supposés être constitués des tôles feuilletées (Fig. III-7). La figure III-7 illustre le calcul de la valeur de la perméabilité relative équivalente dans la direction radiale. Pour la méthode des éléments finis, le calcul est effectué avec une perméabilité relative du noyau dans la direction radiale différente aux perméabilités relatives dans les deux autres directions ( $\mu_z$ ,  $\mu_{\varphi}$ ). L'équation III-3 est utilisée pour calculer la valeur de la perméabilité relative équivalente dans la direction radiale. Dans le cas du réseau de réluctances

3D, les réluctances des branches radiales sont déterminées avec une valeur de la perméabilité relative équivalente.



Fig. III-34. Couple de détente de la machine radiale (Fig. III-25)



Fig. III-35. Couple de détente de la machine à flux axial (Fig. III-26)

Pour le calcul du couple de détente de la machine à flux axial, le réseau de réluctances 3D est généré à partir de ces discrétisations suivantes : 122 éléments suivant la direction *OZ*, 15 éléments suivant la direction radiale et 120 éléments dans la direction circonférentielle. Le nombre de nœud total est égal à 219600.

#### III.6.1.4. Pertes fer

L'objectif de cette partie consiste à évaluer les pertes fer des machines électriques en utilisant le modèle de Bertotti amélioré [126]. Ce modèle de Bertotti est implémenté dans le code du réseau de réluctances 3D présenté dans ce chapitre. Comme dans le cas 2D, le calcul des pertes fer se fait en post-traitement que ce soit pour la méthode des éléments finis et la modélisation par réseau de réluctances.

La densité volumique des pertes fer dans un élément donné du réseau de réluctance sont calculées ainsi :

$$P_{fer}(\varphi) = k_h B_m^2 f + \frac{\sigma \cdot d^2 \cdot \Omega^2}{6} \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)^2 + k_e \cdot \Omega^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{dB}{d\varphi}\right)^{\frac{3}{2}}$$
(Éq. III-16)

Où  $k_h$ ,  $B_m$ ,  $\sigma$ , d et  $k_e$  sont respectivement le coefficient de pertes par hystérésis, l'induction maximale, la conductivité du matériau, l'épaisseur de la tôle et le coefficient de pertes en excès.

La figure III-36(a) donne la variation des pertes fer en fonction de la fréquence. La figure III-36(b) montre la forme d'onde des pertes fer instantanés du stator sur un pas polaire et pour une fréquence de 50Hz. La valeur de la perméabilité relative équivalente dans la direction axiale de la machine est égale à 33. Les parties ferromagnétiques de la machine sont laminées. Les résultats obtenus à partir de l'approche de modélisation par réseau de réluctance en 3D sont satisfaisantes en comparaison aux résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis en 3D. Pour le calcul des pertes fer, la machine linéaire est découpée en 5 suivant la direction *OZ*, 97 dans la direction *OY* et 120 dans *OX*. Le nombre de nœud total est égal à 58200. Le temps d'exécution du code RdR-3D est 250 secondes. Alors qu'il faut plus d'une heure pour le calcul de la méthode des éléments finis en 3D.

Pour la machine radiale, la figure III-37(a) donne les pertes fer au stator de la machine radiale. La figure III-37(b) montre des pertes fer instantanés du stator sur un pas polaire et pour une fréquence de 50Hz. Les parties ferromagnétiques de la machine sont laminées. La valeur de la perméabilité relative équivalente dans la direction axiale de la machine est égale à 33. Pour le calcul des pertes fer, le réseau de réluctances est généré à partir du découpage suivant : 5 éléments suivant la direction *OZ*, 84 éléments dans la direction radiale et 120 dans la direction circonférentielle. Le nombre de nœud total est égal à 50400. Le programme du RdR 3D a mis 100 secondes. Alors qu'il faut plus d'une heure pour le calcul de la méthode des éléments finis en 3D.



Fig. III-36. Pertes fer au stator de la machine linéaire



Fig. III-37. Pertes fer au stator de la machine radiale

Pour la machine à flux axial, la figure III-38(a) donne les pertes fer au stator. La figure III-38(b) montre la forme d'onde des pertes fer instantanés du stator sur un pas polaire et pour une fréquence de 50Hz. Les parties ferromagnétiques de la machine sont laminées. La valeur de la perméabilité relative équivalente dans la direction radiale de la machine est égale à 33. Pour le calcul des pertes fer, le réseau de réluctances est généré à partir du découpage suivant : 72 éléments suivant la direction *OZ*, 3 éléments dans la direction radiale et 120 dans la direction circonférentielle. Le nombre de nœud total est égal à 25920. Le programme du RdR 3D a mis

70 secondes. Alors qu'il faut plus d'une heure pour le calcul de la méthode des éléments finis en 3D.

Tous les calculs présentés dans ce chapitre sont faits sur une machine dont les caractéristiques sont : Intel (R) Core (TM) i7- 4810MQ CPU@ 2.80 GHz 2.80 GHz - 32 Go (RAM). Quel que soit pour ces trois machines (machine linéaire, machine radiale, machine à flux axial) et pour les deux approches de modélisation (RdR 3D et MEF 3D). Les pertes fer présentés dans ce chapitre sont évaluées pour un fonctionnement à vide de ces machines électriques.



Fig. III-38. Pertes fer au stator de la machine à flux axial

#### III.6.1.5. Energie magnétique

Le calcul de l'énergie magnétique est détaillé dans le deuxième chapitre de ce mémoire de thèse (II.4.2.1). Le calcul de l'énergie magnétique en 3D se fait de la même manière qu'en 2D. De ce fait, les parties similaires ne sont pas reprises dans cette partie. Pour chaque élément volumique donné du réseau de réluctances 3D, l'énergie magnétique est déterminée sur chaque branche du circuit magnétique équivalent de cet élément et leurs sommes donnent l'énergie magnétique emmagasinée dans cet élément volumique (Fig. III-16). L'énergie magnétique stockée dans le circuit magnétique de la machine électrique est donnée :

$$W_{cme} = \sum_{i=1}^{nel} W_{el_i}$$
(Éq. III-17)

Où *nel* et  $W_{el_i}$  correspondent respectivement le nombre de l'élément du réseau de réluctances et l'énergie de magnétique d'un élément volumique donné.

Les figures (Fig. III-39, Fig. III-40) montrent respectivement l'énergie magnétique emmagasinée au stator sur un pas polaire de la machine linéaire et la machine radiale dans le cas linéaire (pas de saturation magnétique). Les résultats obtenus à partir du réseau de réluctances 3D sont à constante près aux résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis en 3D.



Fig. III-39. Energie au niveau du stator de la machine linéaire



Fig. III-40. Energie magnétique stockée au stator de la machine à flux radial

La figure III-41 montre l'énergie magnétique emmagasinée au stator de la machine à flux axial dans le cas linéaire (pas de saturation magnétique). Le résultat obtenu à partir du réseau de réluctances 3D est à constante près du résultat de la méthode des éléments finis en 3D.



Fig. III-41. Energie magnétique stockée au stator de la machine à flux axial

### **III.7.** Conclusion

Dans ce chapitre une approche analytique hybride quasi-3D a été proposée. Cinq machines synchrones à aimants permanents à flux axial ayant des formes d'aimants et des excursions radiales différentes ont été modélisées par cette approche afin d'estimer les pertes fer de ces machines. Une étude de sensibilité des pertes est également effectuée. Il a été constaté que, pour l'estimation des pertes de fer, le modèle au rayon moyen (modèle avec une couche) est suffisant pour obtenir une bonne estimation des pertes. Les résultats obtenus à partir de l'approche proposée sont comparés aux résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis quasi-3D (Quasi-3D FEM) et par la méthode en éléments finis 3D. Une bonne concordance est obtenue entre les résultats des trois approches. Le modèle analytique hybride quasi-3D proposé peut être un bon estimateur des pertes fer des machines dans la phase de prédimensionnement. Le couple de détente des machines à flux axial est évalué à l'aide de l'approche multicouche. Par contre, pour le calcul du couple de détente, la machine est

subdivisée en 6 couches pour obtenir des résultats satisfaisants en comparaison aux résultats de la méthode des éléments finis 3D.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons présenté l'approche de modélisation par réseau de réluctances en 3D. Cette approche proposée a montré notamment ces performances et sa capacité pour la modélisation des machines électriques. Le modèle développé aide à prendre en compte la saturation magnétique et l'effet de feuilletage du circuit magnétique de la machine. Cependant, tous les calculs présentés dans ce chapitre sont effectués dans le cas linéaire et la saturation magnétique n'est pas prise en compte pour une raison de manque de temps. Néanmoins, elle reste une priorité pour nous dans nos perspectives.

Le code du réseau de réluctances développé sur le logiciel Matlab a été optimisé et quelques techniques primordiales permettant d'avoir les bonnes pratiques d'utilisation du logiciel sont également présentées. Elles aident à réduire considérablement le temps d'exécution du programme et une utilisation efficace de la mémoire de l'unité de calcul. Ce code amélioré sera induit sous la forme d'un module dans un code SIMUMSAP développé au GREAH. Cet outil utilise des méthodes analytiques et constitue une alternative intéressante à la méthode des éléments finis dans la phase de pré-dimensionnement. Une présentation détaillée de cet outil est exposée dans la référence [45].

Cette modélisation de réseau de réluctances a été utilisée pour évaluer les performances de trois machines électriques. Pour prendre en compte les effets de bords transversaux, l'air extérieur est modélisé par un réseau de réluctances 3D. La formulation améliorée de Bertotti est également implantée dans le code RdR 3D. La méthode de tenseur de Maxwell est adoptée pour la force et du couple de détente. Quels que soient pour les trois machines électriques, les résultats obtenu à partir la modélisation par réseau de réluctances 3D sont validés par les résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis en 3D. Afin de montrer le gain obtenu en temps de calcul pour la phase de pré-dimensionnement, les temps d'exécutions du code RdR 3D sont comparés aux temps mis par le logiciel Flux 3D. Pour la modélisation par réseau de réluctances, ce temps correspond le temps nécessaire à la génération du réseau jusqu'à l'exploitation de la solution. Par contre, seul le temps requis à la résolution du scénario et l'exploitation de la solution sont considérés pour la méthode des éléments finis.

# CONCLUSION GENERALE ET PERSPECTIVES

Dans ce mémoire de thèse, les travaux menés portent sur la modélisation électromagnétique pour le pré-dimensionnement et la conception des machines synchrones à aimants permanents à flux axial intégrées dans une chaine de conversion de l'éolien de fort puissance. L'objectif de cette thèse était de développer une approche de modélisation tridimensionnelle et légère des machines à flux axial afin de réduire la durée des étapes du processus de conception.

Dans le premier chapitre, un état de l'art sur les méthodes de modélisation analytique des machines électriques a permis de constater la nécessité de développer une approche de modélisation tridimensionnelle légère et précise, permettant d'explorer une espace de solutions potentielles dans les premières étapes du processus de conception. L'analyse de l'évolution de l'énergie éolienne a montré que les génératrices à entrainement direct deviennent une solution intéressante. Les machines à flux axial à aimants permanents ont une forme discoïdale et la longueur axiale de ces machines est beaucoup plus petite par rapport aux machines à flux radial, ce qui est très souvent crucial dans les applications encastrées telles que l'éolien. Elles constituent une alternative intéressante aux machines à flux radial à cause de sa forme compacte, son encombrement réduit et à sa densité de couple élevée. Au cours de ces dernières années, certains fabricants d'éolien ont opté des générateurs à flux axial à entrainement direct pour l'éolienne. Parmi les différentes structures de la machine à flux axial, les machines à flux axial à double excitations permettant d'offrir la possibilité de contrôler le flux magnétique dans l'entrefer et elles constituent une meilleure solution.

Dans le deuxième chapitre, deux approches de modélisation bidimensionnelles pour le pré-dimensionnement des machines électriques ont été proposées. Une approche de modélisation par réseau de réluctances présentée consiste à mailler le domaine d'étude avec des éléments 2D comme la méthode des éléments finis. La densité du maillage dépend des grandeurs magnétiques que l'on souhaite évaluer (induction magnétique, flux, couples (ou forces), pertes fer, ...etc.) ainsi que la précision souhaitée. La capacité et la rapidité de cette approche ont été démontrées lors de l'étude de performance des machines électriques. Ce modèle développé nous a permis de calculer la répartition de l'induction magnétique dans les différentes régions de la machine à vide et en charge. Les résultats obtenus à partir de cette approche sont très satisfaisantes en comparaison avec les résultats issus de la méthode des éléments finis. La prise en compte de la saturation magnétique dans le modèle réseau de réluctances proposé est exposée. La méthode de Newton Raphson est utilisée pour la résolution du système d'équations algébriques non-linéaire. Le calcul de la matrice jacobienne est détaillé. La deuxième approche proposée dans ce chapitre est une approche de modélisation hybride basée sur un couplage direct entre un réseau de réluctances généré à partir d'un maillage du

domaine d'étude et une solution formelle des équations de Maxwell dans les régions de faible perméabilité (entrefer magnétique). La solution analytique est développée en formulation potentiel scalaire magnétique et le couplage direct entre deux méthodes est explicité. Cette approche analytique hybride a permis d'évaluer avec précision les performances (induction magnétique, couples/forces électromagnétiques, flux, f.é.m., énergie magnétique,...etc.) des machines électriques pour les fonctionnements à vide et en charge. Les résultats obtenus à partir du modèle développé sont très satisfaisants en comparaison avec les résultats issus de la méthode des éléments finis. La saturation magnétique est prise en compte dans ce calcul. Néanmoins, les deux approches proposées ont un temps de calcul de l'ordre de quelques secondes et elles peuvent être utilisées pour le pré-dimensionnement des machines électriques. Mais l'approche analytique hybride présente un bon compris du rapport précision / temps entre les méthodes analytiques et les méthodes numériques.

Dans le troisième chapitre, premièrement une approche analytique hybride quasi-3D considérant la nature 3D de la machine à flux axial a été proposée. Cette approche analytique hybride quasi 3D consiste à diviser la machine en un certain nombre de tranches concentriques dont chacune peut être modélisée à l'aide d'un modèle analytique hybride 2D. Le modèle analytique hybride proposé est utilisé pour prédire les grandeurs magnétiques (induction magnétique, couple de détente et pertes fer) des machines synchrones à aimants permanents à flux axial ayant des formes des aimants permanents et des excursions radiales différentes. Un état de l'art sur le calcul des pertes fer en 3D des machines à flux axial est réalisé. Parmi les méthodes présentées dans la littérature, la formulation de Bertotti [126] est implantée dans le modèle. Le calcul des pertes fer se fait en post-traitement à l'aide de cette formulation. Une bonne concordance est obtenue entre les résultats obtenus à partir du modèle analytique hybride quasi-3D et les résultats issus de la méthode des éléments finis en 3D. Une étude de sensibilité des pertes est également effectuée. Il a été constaté que, pour l'estimation des pertes de fer, le modèle de rayon moyen (modèle avec une couche) est suffisant pour obtenir une estimation des pertes. Le modèle analytique hybride quasi-3D proposé peut être utilisé pour estimer les pertes fer des machines à flux axial. Le couple de détente des machines à flux axial est évalué à l'aide de l'approche analytique hybride quasi-3D. Les résultats obtenus à partir de cette approche sont en accords avec les résultats issus de la méthode des éléments finis 3D.

Dans la dernière partie du troisième chapitre, une approche de modélisation par réseau de réluctances tridimensionnelle est présentée. Cette approche a montré notamment ces performances et sa capacité pour la modélisation des machines électriques. Trois types des

machines électriques ont fait l'objet d'une application dans cette analyse. La formulation améliorée de Bertotti est utilisée pour calculer les pertes fer et la méthode du tenseur de Maxwell est adoptée pour déterminer la force ou le couple de détente. L'air extérieur englobant la machine est modélisé par le réseau de réluctances 3D afin de prendre en compte les effets de bords dans le calcul du champ magnétique. Les résultats obtenus à partir de la modélisation par réseau de réluctances 3D sont validés par les résultats correspondant issus de la méthode des éléments finis en 3D. Afin de montrer le gain obtenu en temps de calcul pour la phase de prédimensionnement, les temps d'exécutions du code RdR 3D sont comparés aux temps mis par le logiciel Flux 3D. Pour la méthode du réseau de réluctance, ce temps correspond au temps nécessaire à la génération du réseau jusqu'à l'exploitation de la solution. Par contre, seul le temps requis à la résolution du scénario et l'exploitation de la solution sont considérés pour la méthode des éléments finis.

Enfin, en termes de perspectives, le modèle réseau de réluctances pourra être amélioré afin de réduire encore le temps de calcul. Une des pistes de recherche serait de modéliser l'entrefer par un modèle analytique basé sur la résolution des équations de Maxwell pour réduire considérablement le nombre de nœuds et, par conséquent, le temps de calcul. Le développement d'une approche analytique hybride 3D et le couplage avec d'autres modèles (thermique, mécanique, ...etc.) constitueront des éléments prioritaires dans la perspective.

## REFERENCES

- R. Philippe, "Les premiers moulins à vent.," *Annales de Normandie*, no. 2, pp. 99-120, 1982.
- [2] S. Al aimani, "Modalisation des differentes technologies d'eoliennes integrees dans un reseau de moyenne tension," Thèse doctorat, Lille, 2004.
- [3] E. Hau, Wind Turbines, Germany: Springer-Verlag Berlin Heibdelberg, 2006, pp. 1-792.
- [4] B. Multon, O. Olivier Gergaud,, H. Ben Ahmed,, X. Roboam, S. Astie and B. Dakyo, "Etat de l'art des aérogénérateurs," 2002. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00674088.
   [Accessed 10 10 2017].
- [5] http://www.gouvernement.fr/action/la-transition-energetique-pour-la-croissance-verte. [Accessed 17 11 2017].
- [6] International Energy Agency (IEA), "Key world energy statistics," Paris, France, 2016.
- [7] https://www.enercon.de/fr/produits/ep-4/e-141-ep4/. [Accessed 17 11 2017].
- [8] B. Multon, X. Roboam, B. Dakyo, C. Nichita, O. Geraud and H. Ben Ahmed, "Aérogénérateurs électriques," *Techniques de l'Ingénieur*, vol. V1, no. D 3960, pp. 1 -18, 10 NOV 2004.
- [9] http://www.italtechwind.it/en/technology/italtech-technology.html. [Accessed 17 11 2017].
- [10] H. Polinder, A. Abrahamsen, K. Atallah, B. Bech Jensen and R. A. McMahon, "Trends in Wind Turbine Generator Systems," *IEEE Journal of Emerging and Selected Topics in Power Electronics*, vol. 1, no. 3, pp. 174-185, Sep. 2013.
- [11] V. Yaramasu, B. Wu, P. C. Sen, S. Kouro and M. Narimani, "Wind energy installed capacity increased exponentially over the past three decades, and has become a real alternative to increase renewable energy penetrationinto the energy mix," *Proceedings* of the IEEE, vol. 103, no. 3, pp. 740-788, May 2015.
- [12] https://www.edf-energies-nouvelles.com/developpement-projets/eolien-en-mer/.[Accessed 17 11 2017].

- [13] https://www.edf-energies-nouvelles.com/parc-eolien-mer-pilote-de-blyth-pluspuissantes-turbines-installees-mer-projet-alimentera-pres-de-34-000-foyers-electricitebas-carbone/. [Accessed 17 11 2017].
- [14] https://www.windpowermonthly.com/article/996468/offshore-needs-10mw-turbine--clippers-britannia-project. [Accessed 17 11 2017].
- [15] https://www.energiesdelamer.eu/publications/1087-83clipper-wind-presente-sesmonstres-eoliens-de-10-mw-et-plus. [Accessed 17 11 2017].
- [16] http://www.swayturbine.no/?page=209&show=230&news=789. [Accessed 17 11 2017].
- [17] http://www.swayturbine.no/publish\_files/Sway\_Turbine\_press\_release\_22\_October\_2012\_final.pdf. [Accessed 17 11 2017].
- [18] http://www.amsc.com/windtec/turbine\_designs-licenses.html. [Accessed 17 11 2017].
- [19] http://snf.ieeecsc.org/sites/ieeecsc.org/files/STP307.pdf. [Accessed 17 11 2017].
- [20] https://windeurope.org/wp-content/uploads/files/about-wind/statistics/WindEurope-Annual-Offshore-Statistics-2016.pdf. [Accessed 28 11 2017].
- [21] http://fee.asso.fr/politique-de-leolien/eolien-en-mer/. [Accessed 28 11 2017].
- [22] http://www.enr.fr/editorial/65/Les-enjeux-pour-la-France. [Accessed 28 11 2017].
- [23] http://www.ademe.fr/expertises/energies-renouvelables-enr-production-reseauxstockage/chiffres-cles-observation. [Accessed 28 11 2017].
- [24] http://www.enr.fr/userfiles/files/Annuaires/Windustry-France-Annuaire-de-lindustrie-%C3%A9oli.pdf. [Accessed 28 11 2017].
- [25] https://fr.slideshare.net/Pascalf/guide-ademe-energie-olienne. [Accessed 28 11 2017].
- [26] https://www.ecologique-solidaire.gouv.fr/eolien-en-mer. [Accessed 28 11 2017].
- [27] https://www.debatpublic.fr/projets-parcs-eoliens-mer. [Accessed 28 11 2017].
- [28] http://fee.asso.fr/politique-de-leolien/eolien-terrestre/. [Accessed 28 11 2017].
- [29] http://fee.asso.fr/actu/tableau-de-bord-eolien-2016/. [Accessed 28 11 2017].
- [30] F. Poitiers, "Etude et commande de génératrices asynchrones pour l'utilisation de l'énergie éolienne," Thèse doctorat, Nantes, 2003.

- [31] A. D. Hansen, F. lov, F. Blaabjerg and L. H. Hansen, "Review of Contemporary Wind Turbine Concepts and their Market Penetration," *Wind Engineering*, vol. 28, no. 3, pp. 247-263, 2004.
- [32] A. Mirecki, "Etude comparative de chaînes de conversion," thèse doctorat, Toulouse, 2005.
- [33] H. Polinder, S. W.H. de Haan, M. R. Dubois, and J. G. (Han) Slootweg, "Basic Operation Principles and Electrical Conversion Systems of Wind Turbines," *EPE Journal*, vol. 15, no. 4, pp. 43-49, Dec. 2005.
- [34] H. Polinder, P. Tavner, F. van der Pijl and P. Tavner, "Comparison of direct-drive and geared generator," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 21, no. 3, pp. 725 733, Sept. 2006.
- [35] M. Lopez, "Contribution à l'optimisation d'un système de conversion éolien pour une unité de production isolée," Thèse doctorat, Paris, Dec. 2008.
- [36] I. Munteanu, A. Iuliana Bratcu, N.-A. Cutululis and E. Ceanga, Optimal Control of Wind Energy Systems, Springer-Verlag London Limited, 2008, pp. 1-298.
- [37] M. Gustavo Molina and P. E. Mercado, "Modelling and Control Design of Pitch-Controlled Variable Speed Wind Turbines," April 2011.
   https://www.researchgate.net/publication/221911675\_Modelling\_and\_Control\_Design\_of\_Pitch-Controlled\_Variable\_Speed\_Wind\_Turbines. [Accessed 20 11 2017].
- [38] H. Polinder, "Overview of and Trends in Wind Turbine Generator Systems," in *Power* and *Energy Society General Meeting*, Detroit, MI, USA, USA, 24-29 July 2011.
- [39] F. Blaabjerg, M. Liserre and k. Ma, "Power Electronics Converters for wind turbine systems," *IEEE Transactions on industry Applications*, vol. 48, no. 2, pp. 708-719, Mar. 2012.
- [40] S. M. Muyeen, Wind Energy Conversion Systems, Springer-Verlag London, 2012, pp. 1-521.
- [41] M. H. Quang, "Optimisation de la production de l'électricité renouvelable pour site isolé," Thèse doctorat, Reims, 2013.

- [42] F. Blaabjerg and k. Ma, "Future on Power Electronics for Wind Turbine Systems," *IEEE Journal of Emerging and Selected topics in Power Electronics*, vol. 1, no. 3, pp. 139-152, Sep 2013.
- [43] M. Lalou, "Système de conversion simplifié pour éolienne équipée de génératrice synchrone à aimants permanents," *Revue des Energies Renouvelables*, vol. 18, no. 3, p. 2015, 469 – 477.
- [44] F. Blaabjerg and K. Ma, "Wind Energy Systems," *Proceedings of the IEEE*, vol. 105, no. 11, pp. 2116-2131, 2017.
- [45] H. Tiegna, "Contribution à la modélisation analytique des machines synchrones à flux axial à aimants permanents à attaque directe en vue de leur dimensionnement. Application aux éoliennes.," Thèse doctorat, Le Havre, 2013.
- [46] http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.561.2279&rep=rep1&type= pdf. [Accessed 28 11 2017].
- [47] http://dro.dur.ac.uk/6700/1/6700.pdf?DDD10+des5jmd+d67a9y. [Accessed 28 11 2017].
- [48] https://www.witpress.com/Secure/elibrary/papers/9781845642051/9781845642051009
   FU1.pdf. [Accessed 28 11 2017].
- [49] https://file.scirp.org/pdf/EPE\_2013101615103089.pdf. [Accessed 28 11 2017].
- [50] https://repository.tudelft.nl/islandora/object/uuid:42184015-8cac-4be2-8084a221744d0452/datastream/OBJ. [Accessed 28 11 2017].
- [51] B. Multon, "Historique des machines électromagnétiques et plus particulièrement des machines à réluctance variable," *Revue 3E.I*, no. 3, pp. 3-8, juin 1995.
- [52] A. Parviainen, "Design of axial flux permanent magnet low-speed machines and performance comparaison between radial flux and axial flux machines," Thèse doctorat, Lappeenrantaensis, 2005.
- [53] N. Abdel Karim, "Optimisation multi-critères et multi-physique d'aérogénérateurs à aimants permanents à flux axial," Thèse doctorat, Le Havre, 2008.
- [54] H. Vansompel, "Design of an Energy Efficient Axial Flux Permanent Magnet Machine," Thèse doctorat, 2013.

- [55] F. Feudale, A. Odorico, M. Sica, F. Caricchi, F. Giulii Capponi and F. Crescim, "Multistage axial flux PM machine for direct-drive railway traction applications," International Conference on Ship Propulsion and Railway Traction Systems Conference, Bologna, Italy, 4-6 October 2005.
- [56] F. Giulii Capponi, G. De Donato and F. Caricchi, "Recent Advances in Axial-Flux Permanent-Magnet Machine Technology," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 48, no. 6, pp. 2190-2205, Nov. 2012.
- [57] R. Qu, M. Aydin and T. Lipo, "Performance comparison of dual-rotor radial-flux and axial-flux permanent-magnet BLDC machines," IEEE conference of Electric Machines and Drives Conference, 2003. IEMDC'03., Madison, WI, USA, USA, 1-4 June 2003.
- [58] M. Aydin, S. Huang and T. Lipo, "Axial Flux Permanent Magnet Disc Machines: A Review," Wisconsin Power Electronics Research Center, 2559D Engineering Hall, 1415 Engineering Drive, Madison, WI 53706-1691, Madison, 2004.
- [59] C.-T. Liu, T.-S. Chiang, J. F. Díaz Zamora and S.-C. Lin, "Field-Oriented Control Evaluations of a Single-Sided Permanent Magnet Axial-Flux Motor for an Electric Vehicle," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 39, no. 5, pp. 3280 - 3282, Sept. 2003.
- [60] H. Kierstead,, R.-J. Wang and M. J. Kamper, "Design optimization of a single-sided axial flux permanent magnet in-wheel motor with double-layer non-overlap concentrated winding," The 18th conference of Southern African Universities Power Engineering, At Stellenbosch, South Africa, January 2009.
- [61] M. J. Kamper, R.-J. Wang and F. G. Rossouw, "Analysis and Performance of Axial Flux Permanent-Magnet Machine With Air-Cored Nonoverlapping Concentrated Stator Windings," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 44, no. 05, pp. 1495-1505, Oct. 2008.
- [62] G. De Donato, F. G. Capponi and F. Caricchi, "Fractional-Slot Concentrated-Winding Axial-Flux Permanent-Magnet Machine With Core-Wound Coils," *IEEE transactions* on industry applications, vol. 48, no. 2, pp. 630-641, 2012.
- [63] M. Aydin, S. Huang and T. A. Lipo, "A new axial flux surface mounted permanent magnet machine capable of field control," IEEE Conference Record of the Industry Applications Conference, Pittsburgh, PA, USA, USA, 13-18 Oct. 2002.

- [64] J. Azzouzi, "Contribution à la modélisation et à l'optimisation des machines synchrones à aimants permanents à flux axial. Application au cas de l'aérogénérateur," Thèse doctorat, Le Havre, 2007.
- [65] L. Vido, Y. Amara and M. Gabsi, "Machines synchrones à double excitation MSDE," *Techniques de l'ingénieur*, 2011.
- [66] Y. Amara, L. Vido, M. Gabsi, E. Hoang, A. Hamid Ben Ahmed and M. Lécrivain, "Hybrid Excitation Synchronous Machines: Energy-Efficient Solution for Vehicles Propulsion," *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 58, no. 5, pp. 2137 -2149, Jun 2009.
- [67] S. Hlioui, Thèse doctorat, 2008.
- [68] B. Nedjar, S. Hlioui, Y. Amara, L. Vido, M. Gabsi and M. Lécrivain, "A New Parallel Double Excitation Synchronous Machine," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 9, pp. 2252 - 2260, Sept. 2011.
- [69] A. Ammar, "Modélisation et Optimisation d'un Générateur Synchrone à Double Excitation de Forte Puissance," Thèse de doctorat, Lille, Juin 2013.
- [70] B. Gaussens, "Machines synchrones à commutation de flux : de la modélisation numérique et analytique à l'exploration topologique," Thèse de dotorat, Paris, 2013.
- [71] A. Aden Diriye, S. Ouagued, Y. Amara and G. Barakat, "Performance analysis of a series hybrid excited synchronous machine by a hybrid analytical model," in 2015 Tenth International Conference on Ecological Vehicles and Renewable Energies (EVER), Monte Carlo, Monaco, 31 March-2 April 2015.
- [72] M. Aydin, S. Huang and T. A. Lipo, "Performance Evaluation of An Axial Flux Consequent Pole PM Motor Using Finite Element Analysis," Wisconsin Power Electronincs Research Centre, 2003.
- [73] P. Paplicki, "Field controled axial flux permanent magnet machine," West Pomeranian University of Technology, Szczecin, 2013.
- [74] A. Pelizari and I. Chabu, "Finite element analysis of hybrid excitation Axial flux machine for electric cars," *Journal of Microwaves, Optoelectronics and Electromagnetic Applications*, vol. 13, no. 2, pp. 223-239, Dec. 2014.

- [75] V. Naeini and M. Ardebili, "New axial flux PM less synchronous machine with concentrated DC field on stator," *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, vol. 67, pp. 651-658, 2015.
- [76] L. LI, "Etude et Mise au Point d'une Nouvelle Famille d'Alterno-Démarreurs pour Véhicules Hybrides et Electriques," Thèse doctorat, Grenoble, 2006.
- [77] G. Kalokiris, A. Kladas, I. Hatzilau, S. Cofinas and I. Gyparis, "Advances in magnetic materials and their impact on electric machine design," *Journal of Materials Processing Technology*, vol. 181, no. 1-3, pp. 148-152, January 2007.
- [78] Y. Guo, J. Guo Zhu, J. Zhong, H. Lu and J. Xun Jin, "Measurement and Modeling of Rotational Core Losses of Soft Magnetic Materials Used in Electrical Machines: A Review," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 44, no. 2, pp. 279 - 291, Feb. 2008.
- [79] Z. Wang, R. Masaki, S. Morinaga, Y. Enomoto, H. Itabashi, M. Ito and S. Tanigawa,
   "Development of an Axial Gap Motor With Amorphous Metal Cores," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 47, no. 3, pp. 1293 1299, May-June 2011.
- [80] https://opus.lib.uts.edu.au/bitstream/10453/2889/3/2004003380.pdf. [Accessed 08 12 2017].
- [81] http://edu.ensrennes.fr/pluginfile.php/1741/mod\_label/intro/DocPedagogiques/DEA\_ConceptionAct ionneurs\_Multon\_complet.pdf. [Accessed 08 12 2017].
- [82] V. R. Rais, J. Turowski and M. Turowski, "Reluctance network analysis of coupled fields in a reversible electromagnetic motor.," in *Electromagnetic Fields in Electrical Engineering*, Springer, Boston, MA, 1988, pp. 279-283.
- [83] V. Ostovic, Dynamics of saturated electric machines, Springer-Verlag New York, 1989.
- [84] J. K. Sykulski, Computational Magnetics, Chapman & Hall, 1995.
- [85] A. Demenko, L. Nowak and W. Szelag, "Reluctance network formed by means of edge element method," *IEEE Transactions On Magnetics*, vol. 34, no. 5, pp. 2485-2488, September 1998.
- [86] C. Chillet and J.-Y. Voyant, "Design-oriented analytical study of a linear electromagnetic actuator by means of a reluctance network," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 37, no. 4, pp. 3004 - 3011, 2001.

- [87] J. Hur, H. A. Toliyat and J.-P. Hong, "3-D time-stepping analysis of induction motor by new equivalent magnetic circuit network method," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 37, no. 5, pp. 3225 - 3228, September 2001.
- [88] J. Perho, "Reluctance network for analysing induction machines," Acta Solytechnica Scandinavica, Electrical Engineering Series, no 110, Espoo 2002, Finnish Academies of Technology.
- [89] H. Ghoizad, M. Mirsalim, M. Mirzayee and W. Cheng, "Coupled magnetic equivalent circuits and the analytical solution in the air-gap of squirrel cage induction machines," *International Journal of Applied Electromagnetics and Mechanics*, vol. 25, no. 1-4, pp. 749 - 754, 2007.
- [90] A. Demenko and D. Stachowiak, "Electromagnetic torque calculation using magnetic network methods," *International journal for computation and mathematics in electrical and electronic engineering (COMPEL)*, vol. 27, no. 1, pp. 17 26, 2008.
- [91] M. Amrhein and P. T. Krein, "3-D Magnetic Equivalent Circuit Framework for Modeling Electromechanical Devices," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 24, no. 2, pp. 397 - 405, June 2009.
- [92] M. Amrhein and P. T. Krein, "Force Calculation in 3-D Magnetic Equivalent Circuit Networks With a Maxwell Stress Tensor," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 24, no. 3, pp. 587 - 593, September 2009.
- [93] T. Raminosoa, J. A. Farooq, A. Djerdir and A. Miraoui, "Reluctance network modelling of surface permanent magnet motor considering iron nonlinearities," *Energy Conversion and Management*, vol. 50, no. 5, pp. 1356 - 1361, May 2009.
- [94] B. Nedjar, "Modélisation basée sur la méthode des réseaux de perméances en vue de l'optimisation de machines synchrones à simple et à double excitation," Thèse de doctorat, March 2012.
- [95] S. Mohammadi and S. Vaez-Zadeh, "Analytical Modeling and Analysis of Axial-Flux Interior Permanent-Magnet Couplers.," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 50, no. 1, January 2014.
- [96] B. Ackermann and R. Sottek, "Analytical modeling of the cogging torque in permanent magnet motors," *Electrical Engineering*, vol. 78, no. 2, p. 117–125, March 1995.

- [97] L. Jian, K. T. Chau, Y. Gong and W. Li, "Analytical Calculation of Magnetic Field in Surface-Inset Permanent Magnet Motors," *IEEE TRANSACTIONS ON MAGNETICS*, vol. 45, no. 10, pp. 4688-4691, Oct. 2009.
- [98] Y. Amara and G. Barakat, "Analytical Modeling of Magnetic Field in Surface Mounted Permanent-Magnet Tubular Linear Machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 11, pp. 1494 - 1497, Nov. 2010.
- [99] H. Bali, Y. Amara, G. Barakat, R. Ibtiouen and M. Gabsi, "Analytical modeling of open circuit magnetic field in wound field and series double excitation synchronous machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 10, pp. 3802 - 3815, Oct. 2010.
- [100] B. L. J. Gysen, K. J. Meessen, J. J. H. Paulides and E. A. Lomonova, "General formulation of the electromagnetic field distribution in machines and devices using fourier analysis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 1, pp. 39 - 52, Jannuary 2010.
- [101] A. Egea, G. Almandoz, J. Poza, G. Ugalde and A. J. Escalada, "Axial-Flux-Machine Modeling With the Combination of FEM-2-D and Analytical Tools," *IEEE Transactions* on *Industry Applications*, vol. 48, no. 4, pp. 1312 - 1326, 2012.
- [102] K. Boughrara, R. Ibtiouen and T. Lubin, "Analytical Prediction of Magnetic Field in Parallel Double Excitation and Spoke-Type Permanent-Magnet Machines Accounting for Tooth-Tips and Shape of Polar Pieces," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 7, pp. 2121-2137, 2012.
- [103] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Two-Dimensionnal Analytical Calculation of Magnetic Field and electromagnetic Torque for Surface-Inset Permanent Magnet Motors," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 6, pp. 2080-2091, 2012.
- [104] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Simple Analytical Expressions for the Force and Torque of Axial Magnetic Couplings," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 27, no. 2, pp. 536-545, 2012.
- [105] R. L. J. Sprangers, J. J. H. Paulides, B. L. J. Gysen, and E. A. Lomonova, "Towards Magnetic Saturation in Semi-Analytical Harmonic Modeling for Electric Machine Analysis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, no. 2, Feb. 2016.

- [106] T. Lubin, S. Mezani and A. Rezzoug, "Archive ouverte HAL," February 2012. https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-00673928. [Accessed August 2017].
- [107] A. Parviainen, M. Niemelä and J. Pyrhönen, "Modeling of axial flux permanent-magnet machines," *IEEE Trans. Ind. Appl*, vol. 40, no. 5, pp. 1333-1340, Sep./Oct. 2004.
- [108] J. Azzouzi, G. Barakat and B. Dakyo, "Quasi-3-D analytical modeling of magnetic field of an axial flux permanent-magnet synchronous machine," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 20, no. 4, pp. 746-752, Dec. 2005.
- [109] G. Cvetkovski, L. Petkovska, M. Cundev and S. Gair, "Quasi 3D FEM in function of an optimization analysis of a PM disk motor," *Proc. Int. Conf. Electrical Machines, Helsinki, Finland,*, vol. 4, pp. 1871-1875, Aug. 2000..
- [110] H. Tiegna, A. Bellara, A. Amara and G. Barakat, "Analytical modeling of the opencircuit magnetic field in axial flux permanent-magnet machines with semi-closed slots," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 48, no. 3, pp. 1212-1226, Mar. 2012.
- [111] H. Tiegna, Y. Amara and . G. Barakat, "A New Quasi-3-D Analytical Model of Axial Flux Permanent Magnet Machines," *IEEE Transaction on Magnetics*, vol. 50, no. 2, pp. 7020204-7020207, Feb. 2014.
- [112] H. Tiegna, Y. Amara and G. Barakat, "Validity domain of a quasi-3D multislice analytical model for synchronous axial flux machines with trapezoidal magnets," *Eur. Phys. J. Appl. Phys.*, vol. 70, no. 1, 2015.
- [113] E. P. Furlani and M. A. Knewtson, "A three-dimensional field solution for permanent magnet axial-field motors," *IEEE Trans. Magn*, vol. 33, no. 3, pp. 2322-2325, May 1997.
- [114] Y. N. Zhilichev, "Three-dimensional analytic model of permanent magnet axial flux machine," *IEEE Trans. Magn.*, vol. 34, no. 6, pp. 3897-3901, Nov. 1998.
- [115] O. de la Barrière, S. Hlioui, H. Ben Ahmed and M. Gabsi, "Three-Dimensional Analytical Modeling of a Permanent-Magnet Linear Actuator With Circular Magnets," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 9, pp. 3608-3626, Sep. 2010.
- [116] P. Jin, S. Fang, H. Lin, Z. Zhu, Y. Huang and X. Wang, "Analytical Magnetic Field Analysis and Prediction of Cogging Force and Torque of a Linear and Rotary Permanent Magnet Actuator," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 10, pp. 3004-3007, 2011.
- [117] Y. Huang, B. Ge, J. Dong, H. L, J. zhu and Y. Guo, "3-D Analytical Modeling of No-Load Magnetic Field of Ironless Axial Flux Permanent Magnet Machine," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 11, pp. 2929-2932, Nov. 2012.
- [118] O. de la Barrière, S. Hlioui, H. Ben Ahmed, M. Gabsi and M. Lobue, "3-D Formal Resolution of Maxwell Equations for the Computation of the No-Load Flux in an Axial Flux Permanent-Magnet Synchronous Machine," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 48, no. 1, pp. 128-136, Jan. 2012.
- [119] B. Dolisy, T. Lubin, S. Mezani and J. Leveque, "Three-Dimensional Analytical Model for an Axial-Field Magnetic Coupling," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 35, pp. 173-182, 2014.
- [120] P. Jin, Y. Yuan, J. Minyi, F. Shuhua, L. Heyun, H. Yang and S. L. Ho, "3-D Analytical Magnetic Field Analysis of Axial Flux Permanent-Magnet Machine," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 50, no. 11, Nov. 2014.
- [121] T. Lubin and A. Rezzoug, "3-D Analytical Model for Axial-Flux Eddy-Current Couplings and Brakes Under Steady-State Conditions," *IEEE transactions on magnetics*, vol. 51, no. 20, pp. 8203712-8203723, Oct. 2015.
- [122] H. Gholizad, M. Mirsalim and M. Mirzayee, "Dynamic Analysis of Highly Saturated Switched Reluctance Motors Using Coupled Magnetic Equivalent Circuit and the Analytical Solution," in *Proceedings of CEM 2006*, Aachen, Germany, April 2006.
- [123] A. Aden diriye, Y. Amara, G. Barakat, S. Hlioui, O. De La Barrière and M. Gabsi, "Performance analysis of a radial flux PM machine using a hybrid analytical model and a MBG reluctance network model," *European Journal of Electrical Engineering*, vol. 18, no. 1-2, pp. 9 - 26, 2016.
- [124] A. Aden Diriye, S. Ouagued, S. Amara and G. Barakat, "Performance analysis of permanent magnet linear synchronous machines using a hybrid analytical model," in *in Proceedings of LDIA 2015, International Symposium on Linear Drives for Industry Applications*, Aachen, Germany, 27-29 July 2015.
- [125] S. Ouagued, Y. Amara and G. Barakat, "Comparison of hybrid analytical modelling and reluctance network modelling for pre-design purposes," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 130, pp. 3 - 21, December 2016.

- [126] F. Fiorillo and A. Novikov, "An improved approach to power losses in magnetic laminations under nonsinusoidal induction waveform," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 26, no. 5, pp. 2904 - 2910, Sept. 1990.
- [127] M. Amrhein and P. T. Krein, "3-D Magnetic Equivalent Circuit Framework for Modeling Electromechanical Devices," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 24, no. 2, pp. 397 - 405, June 2009.
- [128] http://www.cedrat.com/software/flux/.
- [129] S. Ouagued, A. Aden Diriye, Y. Amara and G. Barakat, "Consideration of Magnetic Saturation in a New Hybrid Semi-Numerical Model," in *Compumag*, Montréal, Québec, 28 june - 2 july 2015.
- [130] A. Aden Diriye, S. Ouagued, Y. Amara and G. Barakat, "Performance analysis of a series hybrid excited synchronous machine by a hybrid analytical model," *Ecological Vehicles* and Renewable Energies (EVER), 31 March-2 April 2015.
- [131] S. Ouagued, A. Aden Diriye, Y. Amara and G. Barakat, "A general framework based on a hybrid analytical model for the analysis and design of permanent magnet machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 51, no. 11, Nov. 2015.
- [132] A. Aden Diriye, Y. Amara and G. Barakat, "A hybrid modeling approach for the predesign of electrical machines," *GDR EMR (Journée hydrolien)*, mars 2017.
- [133] H. C. Lovatt and P. A. Watterson, "Energy stored in permanent magnets," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 35, no. 1, pp. 505 507, January 1999.
- [134] P. A. Watterson, "Energy calculation of a permanent magnet system by surface and flux integrals (the flux-mmf method)," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 36, no. 2, pp. 470 475, March 2000.
- [135] J. R. Melcher, Continuum electromechanics, Massachusetts Institute of Technology (MIT), 1981.
- [136] J. Coulomb, "A methodology for the determination of global electromechanical quantities from a finite element analysis and its application to the evaluation of magnetic forces, torques and stiffness," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 19, no. 6, pp. 2514 - 2519, Nov. 1983.

- [137] O. Barré, "Contribution à l'étude des formulations de calcul de la force magnétique en magnétostatique : approche numérique et validation expérimentale," PhD dissertation, 2003.
- [138] H. H. Woodoson and J. R. Melcher, "Electromechanical Dynamics, vol. 3, Part : I and II," in *Electromechanical Dynamics*, Massachusetts Institute of Technology, 1968.
- [139] W. N. Fu and S. L. Ho, "Error Estimation for the Computation of Force Using the Virtual Work Method on Finite Element Models," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 45, no. 3, pp. 1388 1391, March 2009.
- [140] B. Zhang and M. Doppelbauer, "Iron Losses Calculation of an Axial Flux Machine based on 3D FEA Results corresponding to one-sixth electrical Period," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 32, no. 3, pp. 1023 - 1030, Sept. 2017.
- [141] T. D. Nguyen, K. J. Tseng, C. Zhang and S. Zhang, "Loss Study of a Novel Axial Flux Permanent Magnet Machine," in *in Proceedings of International Electric Machines & Drives Conference (IEMDC)*, Niagara Falls, ON, Canada., 15-18 May 2011.
- [142] Z. Wang, R. Masaki, S. Morinaga, Y. Enomoto and H. Itabashi, "Development of an Axial Gap Motor With Amorphous Metal Cores," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 47, no. 3, pp. 1293 - 1299, May-June 2011.
- [143] G. S. Liew, W. L. Soong, N. Ertugrul and J. Gayler, "Analysis and performance investigation of an axial-field PM motor utilising cut amorphous magnetic material," in *Power Engineering Conference (AUPEC), 2010 20th Australasian Universities*, Christchurch, New Zealand, 5-8 Dec. 2010.
- [144] H. Vansompel, P. Sergeant and L. Dupre, "Optimized Design Considering the Mass Influence of an Axial Flux Permanent-Magnet Synchronous Generator With Concentrated Pole Windings," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 12, pp. 4101 - 4107, Dec. 2010.
- [145] P. Sergeant, H. Vansompel and L. Dupre, "Influence of stator slot openings on losses and torque in axial flux permanent magnet machines," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 130, pp. 22-31, December 2016.
- [146] G. Bertotti, Hysteresis in Magnetism, San Diego: Academic Press, 1998.

- [147] J. Alexandrova, H. Jussila, J. Nerg and J. Pyrhönen, "Comparison Between Models for Eddy-Current Loss Calculations in Rotor Surface-Mounted Permanent Magnets," *in the Proc. of XIX International Conference on Electrical Machines (ICEM)*, pp. 1-6, 6-8 Sept. 2010..
- [148] Y. Amara, J. Wang and D. Howe, "Analytical Prediction of Eddy-Current Loss in Modular Tubular Permanent-Magnet Machines," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 20, no. 4, pp. 761-770, Dec. 2005.
- [149] A. Bellara, H. Bali, Y. Amara, G. Barakat and P. Reghem, "Analytical Prediction of Open-Circuit Eddy-Current Loss in Series Double Excitation Synchronous Machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 47, no. 9, pp. 2261 - 2268, Sept. 2011.
- [150] G. Bertotti, "Physical interpretation of eddy current losses in ferromagnetic materia's.
   t.Theoretical considerations," *Journal of Applied Physics*, vol. 57, no. 6, pp. 2110-2117, 15 Murch 1985.
- [151] G. Bertotti, F. Fiorillo and G. Soardo, "The prediction of power losses in soft magnetic materials," *Journal de Physique Colloques*, vol. 49, pp. 1915 -1919, Dec. 1988.
- [152] T. Chevalier, "Modélisation et mesure des pertes fer dans les machines électriques, application à la machine asynchrone," Thèse Doctorat, dec. 1999.
- [153] Y. Chen and P. Pillay, "An Improved Formula for Lamination Core Loss Calculations in Machines Operating with High Frequency and High Flux Density Excitation," in *Proceedings Industry Applications Conference.*, Pittsburgh, PA, USA, USA, Dec. 2002.
- [154] E. Barbisio, F. Fiorillo and C. Ragusa, "Predicting Loss in Magnetic Steels Under Arbitrary Induction Waveform and With Minor Hysteresis Loops," *IEEETransactions* on Magnetics, vol. 40, no. 4, pp. 1810-1819, July 2004.
- [155] L. Chédot, "Contribution à l'étude des machines synchrones à aimants permanents internes à large espace de fonctionnement. Application à l'alterno-démarreur," Thèse Doctorat, Nov. 2004.
- [156] M. Herranz Gracia, E. Lange and K. Hameyer, "Numerical Calculation of Iron Losses in Electrical Machines with a Modified Post-Processing Formula," 2007. http://134.130.107.200/uploads/bibliotest/2007MHGModified.pdf. [Accessed 20 07 2017].

- [157] T. Gautreau, "Estimation des pertes fer dans les machines électriques. Modèle d'hystérésis Loss Surface et application aux machines synchrones à aimants," Thèse de doctorat, Sep. 2007.
- [158] K. Yamazaki and N. Fukushima, "Iron-Loss Modeling for Rotating Machines: Comparison Between Bertotti's Three-Term Expression and 3-D Eddy-Current Analysis," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 8, pp. 3121-3124, August 2010.
- [159] J. Wang, K. Atallah, R. Chin, W. M. Arshad and H. Lendenmann, "Rotor Eddy-Current Loss in Permanent-Magnet Brushless AC Machines," *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 46, no. 7, pp. 2701-2707, July 2010.
- [160] A. Krings and J. Soulard, "Overview and Comparison of Iron Loss Models for Electrical Machines," 2010. http://www.divaportal.org/smash/get/diva2:472996/FULLTEXT01.pdf.
- [161] O. De La Barrière, "Modèles analytiques électromagnétiques bi et tri dimensionnels en vue de l'optimisation des actionneurs disques. Etude théorique et expérimentale des pertes magnétiques dans les matériaux granulaires.," Thèse Doctorat, Nov2010.
- [162] P. A. Hargreaves, B. C. Mecrow and R. Hall, "Calculation Of Iron Loss In Electrical Generators Using Finite Element Analysis," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 48, no. 5, pp. 1368-1373, 2011.
- [163] M. Fratila, "Contribution à la prise en compte des pertes fer dans la modalisation des machines electriques par elements finis," Thèse Doctorat, 2012.
- [164] F. Martin, "Contribution au dimensionnement optimal de machines synchrones à aimants déposés en surface pour applications à hautes vitesses," Thèse Doctorat, 2013.
- [165] A. Krings, "Iron Losses in Electrical Machines Influence of Material Properties Manufacturing Processes and Inverter Operation," Thèse Doctorat, 2014.
- [166] C. Steinmetz, "On the law of hysteresis," *Proceedings of the IEEE*, vol. 72, no. 2, pp. 197 221, Feb. 1984.
- [167] Y. Laoubi, M. Dhifli, G. Verez, A. Amara and G. Barakat, "Open circuit performance analysis of a permanent magnet linear machine using a new hybrid analytical model," *IEEE Trans. Magn*, vol. 51, no. 3, p. 1–4, March 2015.

- [168] C. B. Rasmussen and E. Ritchie, "A magnetic equivalent circuit approach for predicting PM motor performance," *in Proceedings of IEEE. Industry Applications Society Annual Meeting*, vol. 1, no. 1, pp. 10-17, October 1997.
- [169] J. Bastos and G. Quichaud, "3D modelling of a non-linear anisotropic lamination," *IEEE Trans. Magn*, vol. 21, no. 6, pp. 2366-2369, Nov. 1985..
- [170] H. Tiegna, Y. Amara and G. Barakat, "Study of cogging torque in axial flux permanent magnet machines using an analytical model," *IEEE Trans. Magn*, vol. 50, no. 2, p. 7020904, Februray 2014.
- [171] https://fr.mathworks.com/company/newsletters/articles/programming-patternsmaximizing-code-performance-by-optimizing-memory-access.html. [Accessed 10 2017].
- [172] https://fr.mathworks.com/help/matlab/matlab\_prog/techniques-for-improvingperformance.html. [Accessed 10 2017].
- [173] https://fr.mathworks.com/help/matlab/ref/spalloc.html.
- [174] https://fr.mathworks.com/help/matlab/ref/sparse.html.
- [175] https://fr.mathworks.com/help/matlab/matlab\_prog/vectorization.html.
- [176] https://fr.mathworks.com/help/distcomp/decide-when-to-use-parfor.html. [Accessed 10 2017].
- [177] G. Barakat and Y. Amara, "A simple and effective way to couple analytical formal solution of magnetic potential and reluctance network models," in *Proceedings of 9th IET International Conference on Computation in Electromagnetics (CEM 2014)*, London, United Kingdom, 31 March-1 April 2014.
- [178] S. Ouagued, Y. Amara and G. Barakat, "Comparison of hybrid analytical modelling and reluctance network modelling for pre-design purposes," *Mathematics and Computers in Simulation*, vol. 130, pp. 3-21, December 2016.
- [179] K. J. W. Pluk, J. W. Jansen, and E. A. Lomonova, "3-D Hybrid Analytical Modeling:
  3-D Fourier Modeling Combined With Mesh-Based 3-D Magnetic Equivalent Circuits," *IEEE Trans. Magn*, vol. 51, no. 12, pp. 8208614, Dec. 2015.

## ANNEXES



## Annexe 1 : réseau de réluctances

Fig. A-0-1. Répartition de l'induction magnétique

# Annexe 2 : Étude de performances de la machine à flux radial (Fig. II-7, Tableau II-1)

Cette partie est consacrée à l'étude de performance d'une machine radiale dans le cas linéaire. Le cas non linéaire (prise en compte de saturation magnétique) est présenté dans la section (II.4) de ce mémoire de thèse. La machine synchrone à aimants permanents présentée dans la figure II-7 fait également, ici, l'objet d'une application. Une étude de performance de cette machine synchrone à aimants permanents à flux radial est menée et les résultats obtenus à partir du MAH sont confrontés à ceux correspondants issus de la méthode des éléments finis.

La figure A2-1 compare les composantes de l'induction magnétique, obtenues au milieu de l'entrefer, à l'aide du MAH aux résultats correspondants issus de la méthode des éléments finis pour une position donnée du rotor dans le cas linéaire. On remarque que les résultats du modèle analytique hybride sont parfaitement en accord avec les résultats obtenus par la méthode des éléments finis.



Fig. A2-1 : Induction magnétique au milieu de l'entrefer

La répartition de l'induction magnétique est évaluée au niveau du stator à l'aide du MAH et les résultats obtenus sont confrontés aux résultats correspondants issus du calcul



éléments finis (Fig. A2- 2). On constate qu'il est difficile de distinguer les résultats obtenus à partir de ces deux approches.

Fig. A2-2: Répartition de l'induction magnétique

L'énergie magnétique est déterminée en utilisant les équations (Éq. II-39) et (Éq. II-40). La figure A2-3 montre l'énergie magnétique stockée dans le circuit magnétique. Les résultats obtenus à partir du modèle analytique hybride correspondent à ceux issus de la méthode des éléments finis à une constante près. Dans la figure A2-3, les résultats issus du calcul des éléments finis sont représentés en rouge.



Fig. A2-3: Variation de l'énergie magnétique emmagasinée en fonction de la position

Le couple développé par la machine électrique est calculé en utilisant la méthode de tenseur de Maxwell (MTM) et la méthode des travaux virtuels (MTV). Ces résultats concordent bien avec ceux obtenu à partir de la méthode des éléments finis.



Fig. A2-4 : Couples (cas linéaire)

Les flux et les f.é.m. sont également évalués à l'aide du modèle analytique hybride. La figure A2-5 compare les flux et les f.é.m. obtenus à partir du MAH aux résultats correspondants issus des calculs éléments finis. Ces résultats des deux approches concordent bien.

La figure A2-6 montre les pertes fer obtenus en utilisant la formulation de Bertotti. Ces résultats concordent bien avec ceux obtenu à partir de la méthode des éléments finis.



Fig. A2-5 : Flux et F.é.m.



Fig. A2-6: Pertes fer au stator

Le tableau A2-1 montre une comparaison du temps de calcul entre le modèle analytique hybride et la méthode des éléments finis. Les calculs des pertes sont effectués de la même manière pour les deux approches et sur la même station de travail (Tableau A2-1). On peut remarquer que le modèle analytique hybride permet un gain de temps appréciable. Le modèle analytique hybride fournit des résultats satisfaisants en une seconde (Tableau A2-1). L'utilisation de la modélisation analytique hybride représente un bon compromis entre la

méthode des éléments finis relativement, coûteuse en temps de calcul, et les méthodes analytiques relativement légères, ou la saturation magnétique est négligée. Ce modèle peut être implanté avec un algorithme d'optimisation.

Approches	Time de calcul			Nombre	Caractéristiques de
	Couple	F.é.m.	Pertes fer	de nœuds	l'ordinateur
Modèle					
analytique	0.57 sec	0.54 sec	0.80 sec	1 620	HP ZBOOK, Intel (R)
hybride (MAH1)					Core (TM) i7, 4810MQ
Méthode des	1	1			CPU@ 2.80 GHz, 32
éléments finis	4 11111	4 min	7 min	11 716	Go (RAM
(MEF)	(MEF) 21s 21s				

Tableau A2-1. Comparaison le temps de calcul entre MAH et MEF

### Annexe 3 : modèle analytique hybride

#### A3.1. Application : machines électriques



Fig. A-0-2. Machines électriques

#### A3.2. Étude de performances de la machine MR1



Fig. A-0-3. Machine radiale 1 (MR1)

Nom	Symbole	Valeur	
Entrefer mécanique	<i>e</i> ( <i>mm</i> )	1.5	
Nombre de paires de pôles	р	3	
Pas polaire	$ au_p(rad)$	π/3	
Ouverture de l'aimant	$\tau_m(rad)$	$0.8 \ \tau_p$	
Epaisseur de l'aimant	$e_a (mm)$	6	
Rayon extérieur du rotor	$R_0 (mm)$	50	
Rayon intérieur du stator	$R_2 (mm)$	57.5	
Rayon en haut de l'encoche	<i>R</i> <sub>3</sub> ( <i>mm</i> )	77.5	
Rayon extérieur de la machine	$R_4 (mm)$	87.5	
Ouverture de la dente	$W_d$ (rad)	$\pi/18$	
Ouverture de l'encoche	$W_S(rad)$	$\pi/18$	
Ouverture de l'isthme d'encoche	$W_{CS}(rad)$	$W_S$ /4	
Hauteur en bas de l'isthme d'encoche (Fig. A-0-2	$h_1 (mm)$	1.5	
(c))			
Hauteur en haut de l'isthme d'encoche (Fig. A-0-2	$h_2 (mm)$	1.5	
(c))			
Induction rémanente de PM (T)	$B_R(T)$	1	
Type de magnétisation	Magnétisation radiale		

Tableau A-0-1 : Paramètres de la machine MR1



#### La forme d'onde de l'induction magnétique au milieu de l'entrefer :

Fig. A-0-4. Machine radiale 1 (MR1)



Fig. A-0-5. Machine radiale 1 (MR1)



Fig. A-0-6. Machine radiale 1 (MR1)



A3.3. Étude de performances de la machine ML1

Fig. A-0-7. Machine linéaire 1 (ML1)

Nom	Symbole	Valeur
Entrefer mécanique	<i>e</i> ( <i>mm</i> )	1
Nombre de paires de pôles	р	1
Pas polaire	$ au_p(mm)$	60
Largueur de l'aimant	$ au_m(mm)$	$0.9 \ \tau_p$
Epaisseur de l'aimant	$e_a (mm)$	10
Epaisseur de la culasse rotorique	$h_r(mm)$	50
hauteur de l'encoche	$h_{es}$ (mm)	20
Epaisseur du stator	$h_s (mm)$	87.5
Largueur de l'encoche	$W_{S}(mm)$	10
Largueur de la dente	$W_d$ (mm)	10
Induction rémanente de PM (T)	$B_R(T)$	1.2

Tableau 0-2. Paramètres de la machine ML1







Fig. A-0-9. F.é.m. de la phase C



Fig. A-0-10. Forces



Fig. A-0-11. Pertes fer

## A3.4. Étude de performances d'une machine à double excitation



Fig. A-0-12. Machine linéaire 1 (MDS) [71]

Nom	Symbole	Valeur	
Entrefer mécanique	<i>e</i> ( <i>mm</i> )	1.5	
Nombre de paires de pôles	р	3	
Pas polaire	$\tau_p(rad)$	$\pi/3$	
Ouverture de l'aimant	$\tau_m(rad)$	$0.8 \tau_p$	
Epaisseur de l'aimant	$e_a (mm)$	6	
Rayon extérieur du rotor	$R_0 (mm)$	50	
Rayon intérieur du stator	$R_2(mm)$	57.5	
Rayon en haut de l'encoche	$R_3 (mm)$	77.5	
Rayon extérieur de la machine	$R_4 (mm)$	87.5	
Ouverture de la dente	$W_d$ (rad)	$\pi/18$	
Ouverture de l'encoche	W <sub>S</sub> (rad)	$\pi/18$	
Ouverture de l'isthme d'encoche	$W_{CS}(rad)$	$W_S$ /4	
Hauteur en bas de l'isthme d'encoche (Fig. A-0-1(c))	$h_1$ (mm)	1.5	
Hauteur en haut de l'isthme d'encoche (Fig. A-0-1(c))	h <sub>2</sub> (mm)	1.5	
Induction rémanente de PM (T)	$B_R(T)$	1	
Type de magnétisation	Magnétisation radiale		

Tableau A. 0-3 : Paramètres de la machine



Fig. A-0-13. Forme d'onde des composantes radiales de l'induction magnétique dans l'entrefer



Fig. A-0-14. F.é.m. de la phase C pour trois valeurs de courant d'excitation



a) Couple de détente



b) Couple en charge

Fig. A-0-15. Couples de la machine pour trois valeurs de courant d'excitation



Fig. A-0-16. Pertes de fer au stator en circuit ouvert

April 2, 2015	GRIMALDI FORUM			2015 TENTH INTE ON ECOLO AND RENEWAL
This award stands for a selection of the paper for submission to the IEEE Transactions on Magnetics. H.E. Mr Bernard FAUTRIER	have received the award of the best paper on ecological vehicles, for their paper entitled: <b>Performance Analysis of a Series Hybrid Excited Synchronous Machine</b> <b>by a Hybrid Analytical Model</b> ( <i>Reference: EVER15-192</i> )	This is to certify that: <b>AbdouRahman Aden Diriye, Sofiane Ouagued,</b> <b>Yacine Amara,</b> and <b>Georges Barakat</b> from the University of Le Havre, France	Best Paper on Ecological Vehicles	BIE ENERGIES (EVER)